

Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres

EUCLIDIS
O P E R A O M N I A.

EDIDERUNT

I. L. HEIBERG ET H. MENGE.



LIPSIAE
IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCLXXXIII.



EUCLIDIS



E L E M E N T A.

EDIDIT ET LATINE INTERPRETATUS EST

I. L. HEIBERG,

DR. PHIL.



VOL. I.

LIBROS I—IV CONTINENS.



LIPSIÆ

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCLXXXIII.



P.289



529c

Olin
PA

3404

E86

1883

v.1

ERD

PRAEFATIO.

Elementa Euclidis paene per tria saecula pro fundamento critico solam editionem principem habuerunt, quae prodiit Basileae a. 1533; nam Gregorius in elementis totus fere ab illa editione pendet. quod fundamentum quale fuerit, inde intellegitur, quod editio Basileensis pro consuetudine illius temporis ad fidem paucissimorum nec optimorum codicum facta est, cum tamen elementorum tot exstent codices antiquissimi et praestantissimi, quot haud facile cuiusquam scriptoris Graeci. itaque initio nostri saeculi Peyrardus optime de elementis meritus est, quod unum saltem codicem antiquum et eum omnium praestantissimum, quippe qui recensioem Theone antiquiorem contineret, in editione Basileensi emendanda adhibuit. hunc codicem e latebris Uaticanis protraxisse praestantiamque eius agnouisse, gloria est Peyrardi haud parui aestimanda. sed neque ubique recto firmoque iudicio in uera scriptura eligenda usus est, in primis quia bonis codicibus recensioem Theonis caruit, neque inuentum suum tenuit recteque aestimauit. huc adcedit, quod editio eius et inhabilis et his temporibus perrara est; nec ii, qui post Peyrardum elementa ediderunt, subsidia critica auxerunt neque omnino rem

ita egerunt, ut textus elementorum satis certo et ad usum prompto fundamento niti uideri possit. de ceteris scriptis Euclidis multo etiam peius actum esse, satis constat.

Quae cum a multis intellegi uiderem, Archimedi Euclidem adiungere constitui, et ut hunc laborem, quem iam diu animo uolebam, tandem aliquando susciperem, eo magis impellebar, quod editionem Archimedis ab hominibus doctis beneuolenter adcipi, et erroribus, quos in primitiis illis uitare non potuissem, indulgeri uidebam, et usu edoctum me iam meliora praestare posse sperabam.

Sed statim apparuit, neque res rationesque neque uires meas toti operi, quod mihi proposueram, sufficere. tot codices conferendi erant, tot bibliothecae itineribus longinquis adeundae. itaque Henricum Menge, u. d., quem sciebam et ipsum in Euclide occupatum esse, interrogavi, uelletne partem operis suscipere. adnuit, et ita inter nos comparatum est, ut ille *Data*, *Phaenomena*, scripta musica, ego *Elementa*, *Optica*, *Catoptrica* ederem, et ut codices coniuncta opera conferremus. sed sic quoque in elementis e magna copia subsidiorum pauca eligere coactus sum. nam cum uix ulla sit minima bibliotheca, in qua non adseruetur codex aliquis elementorum, inde ab initio de omnibus codicibus conferendis aut certe inspiciendis desperandum erat. uellem equidem licuisset pluribus codicibus uti, sed ut aliquo tamen modo paucis, quos contuli, contenti esse possimus, facit et singularis ratio, qua nobis tradita sunt elementa Euclidis, et uetustas et bonitas codicum a me usurpatorum. nam satis notum

est, plerosque omnes codices e recensione Theonis fluxisse, et Uaticanum Peyrardi solum fere antiquiorem formam seruasse. quem fructum ex hoc casu singulari capere liceat, et quam rationem critices factitandae inde sequi putem, pluribus exposui in libro, qui inscribitur Studien über Euklid p. 177 sq. hoc quidem statim adparuit, primum omnium codicem Uaticanum, e quo Peyrardus ea sola enotauerat, quae ei memorabilia uidebantur, quamuis ipse aliter praedicet, de nouo diligenter esse conferendum et praeterea ex reliquis codicibus tantum numerum, ut ueri similiter de scriptura Theonis indicari posset. qua in re codices Bodleianum, Laurentianum, Uindobonensem sufficere putauī, praesertim cum animaduernerem, eos a palimpsesto codice saeculi VII uel VIII, qui in Museo Britannico adseruatur, non admodum discrepare. hos codices pro fundamento habui, sed ad eos in partibus quibusdam operis alii adcesserunt et, ut spero, adcedent, uelut in hoc primo uolumine Parisinus quidam et in primo libro Bononiensis. hunc ne totum conferrem, prohibuerunt temporis angustiae, sed spes mihi est, me breui partem reliquam conferre posse; nam in libris stereometricis hic codex maximi momenti est. de ceteris subsidiis nouis, sicut de codicibus operum minorum, in praefationibus singulorum uoluminum dicetur.

Confiteor igitur fieri posse, ut inter codices nondum collatos lateat thesaurus aliquis (neque enim omnes recentiores sunt nec recentiores semper spernendi), qui mea subsidia uel aequet uel etiam superet. sed cum non maxime sit ueri simile, haec, qualiacun-

que sunt, nunc edere malui, quam opus in infinitum differre.

De consilio meo satis dictum. de forma ac specie editionis sufficit commemorare, eandem me secutum esse quam in Archimede edendo. nam quamquam uidebam, Latinam interpretationem meam a nonnullis improbari, tamen hic quoque Latinam Francogallicae Germanaeue aut nulli praetuli; nam interpretationem mathematici flagitant, et Latina a pluribus legi potest. praeterea res ipsae tritiores interpretandi molestiam leuiorem reddunt in Euclide quam in Archimede. notas perpaucas addidi, quia perpaucis in Euclide discentibus consulenti opus est, si solam intellegentiam uerborum tenorisque demonstrationis spectes. nam commentarium, cuius hic quoque ingens est materia, scribere nolui. quarto uolumini copiosiora prolegomena praemittentur, quibus historia textus elementorum illustrabitur. eodem congeram, quae de subsidiis deterioribus collegi; nam perspicuitatis causa ea ab adparatu critico removenda erant, in quo iis tantum codicibus usus sum, quos supra commemorauī. eos his litteris significauī:

P — cod. Uatican. Gr. 190 Peyrardi saec. X, membran. hic illic manus recentissima litteras tempore euanidas renouauit, quam littera π significauī, ubi parum recte scripturam antiquam reddere uidebatur. libros IV—IX ipse contuli Romae 1881, librum II et partem tertii Mengius; primum et reliquam partem tertii Augustus Mau u. d. beneuolenter conferenda suscepit.

B — cod. Bodleian. Doruillian. X, 1 inf. 2, 30, scr. a.

888, membran. libros I—VII ipse contuli Oxoniae 1882.

- F — cod. Florentin. Laurentian. XXVIII, 3 saec. X, membran. in hoc quoque codice scriptura antiqua saepe manu saeculi XVI renouata est, quae eadem multa folia foliorumue partes resarcinavit et ultimam partem codicis totam suppleuit. eam significavi littera ϕ , ubicunque antiquam scripturam uel uitiauit uel ita obscurauit, ut dignosci non posset. totum codicem ipse contuli Florentiae 1881.
- V — cod. Uindobon. Gr. 103 saec. XI—XII, membran. partem ultimam in charta bombycina suppleuit manus saeculi XIII. totum contuli ipse Hauniae 1880.
- b — cod. bibliothecae communalis Bononiensis numeris 18—19 signat., saec. XI, membran. librum I contuli et alios nonnullos locos inspexi Florentiae 1881.
- p — cod. Parisin. Gr. 2466 saec. XII, membran. librum I contuli Parisiis 1880, libros II—VII Hauniae 1882.

Restat, ut grato officio fungar iis uiris gratias quam maximas agendi, qui labori meo fauerunt. primum ut itinera Parisios et in Italiam toties facere possem, effectum est eximia liberalitate summi Ministerii, quod cultui scholisque nostris praeest, et instituti Carlsbergici, litteras scientiamque largiter adiuuantis. etiam praefectis bibliothecarum Uin-

dobonensis, Parisinae, Bononiensis plurimum debeo, quod codices a se adservatos meum in usum alio transmitti siuerunt, item praefectis bibliothecae regiae Hauniensis et bibliothecae Laurentianae, quibus intercedentibus hunc fauorem adeptus sum. Carolo Graux, quocum magnam partem itineris Italici a 1881 communiter feci, et qui me in codicum aetatibus definiendis ceterisque rebus palaeographicis, in quibus cedebat nemini, egregie adiuuabat, quominus hoc loco gratias debitas agerem, prohibuit fatum nobis amicis eius superstitibus scientiaeque iniquissimum.

Scr. Hauniae mense Aprili MDCCCLXXXIII.

ΣΤΟΙΧΕΙΑ.

α'.

Ὅροι.

α'. Σημείον ἐστίν, οὐ μέρος οὐθέν.

β'. Γραμμὴ δὲ μῆκος ἀπλατές.

γ'. Γραμμῆς δὲ πέρατα σημεῖα.

δ'. Εὐθεία γραμμὴ ἐστίν, ἥτις ἐξ ἴσων τοῖς ἐφ'
εἰ αὐτῆς σημείοις κεῖται.

ε'. Ἐπιφάνεια δὲ ἐστίν, ἣ ὁ μῆκος καὶ πλάτος μό-
νον ἔχει.

ς'. Ἐπιφανείας δὲ πέρατα γραμμαί.

ζ'. Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἐστίν, ἥτις ἐξ ἴσων ταῖς
10 ἐφ' αὐτῆς εὐθείαις κεῖται.

η'. Ἐπίπεδος δὲ γωνία ἐστίν ἢ ἐν ἐπιπέδῳ δύο
γραμμῶν ἀπομένων ἀλλήλων καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κει-
μένων πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.

θ'. Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσai τὴν γωνίαν γραμμαὶ
15 εὐθεῖαι ᾧσιν, εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.

ι'. Ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείαν σταθεῖσα τὰς ἐφ-

1. Hero def. 2. Ammonius in categ. p. 43. 66. Psellus p. 34. cfr. Philoponus in phys. fol. 6^r. Martianus Capella VI, 708. Boetius p. 374, 1. 2. Sextus Emp. p. 466, 27. 470, 24. 704, 28. Hero def. 3. Philoponus in phys. fol. 6^r. Ammonius in cat. p. 66. Martianus Capella VI, 708. Boetius p. 374, 2. 3. Boetius p. 374, 3. 4. Hero def. 5. Sextus Emp. p. 716, 28. 717, 10. Philoponus in anal. II fol. 4^v, fol. 15. Psellus p. 34. Boetius p. 374, 5. 5. Hero def. 9. Boetius p. 374, 6. 6. Boetius p. 374, 7. 7. Hero def. 11. Psellus p. 35. Boetius p. 374, 7. 8. Hero def. 16. Psellus p. 35. cfr. Sextus Emp. p. 718, 12. Boetius p. 374, 10. Martianus Capella VI, 710.

I.

Definitiones.

- I. Punctum est, cuius pars nulla est.
- II. Linea autem sine latitudine longitudo.
- III. Lineae autem extrema puncta.
- IV. Recta linea est, quaecunque ex aequo punctis in ea sitis iacet.
- V. Superficies autem est, quod longitudinem et latitudinem solum habet.
- VI. Superficieci autem extrema lineae sunt.
- VII. Plana superficies est, quaecunque ex aequo rectis in ea sitis iacet.
- VIII. Planus autem angulus est duabus lineis in plano se tangentibus nec in eadem recta positis alterius lineae ad alteram inclinatio.
- IX. Ubi uero lineae angulum continentes rectae sunt, rectilineus adpellatur angulus.
- X. Ubi uero recta super rectam lineam erecta

9. Hero def. 17. Boetius p. 374, 12. 10. Hero def. 19. Ammonius in categ. p. 58. Simplicius in Aristot. de coelo fol. 181^v. Philoponus in phys. i IIII, in anal. II fol. 28^v, p. 66. Psellus p. 86. Martianus Capella VI, 710. Boetius p. 374, 14.

Numeros definitionum om. PFBb.	1. οὐδέν F, Psellus,
Ammonius p. 66.	6. ἔχει μόνον B.
scriptum b.	11. δέ] supra comp.
ἐπιπέδω] ἐπίπεδος π.	13. Ἀντὶ πρὸς ras.
unius litterae PF.	14. δέ] δ' B.
Proclus; τὴν εἰρημένην γωνίαν P.	τὴν γωνίαν περιέχουσαι
Proclus.	15. ἡ γωνία καλεῖται

ἐξῆς γωνίας ἰσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὁρθὴ ἑκατέρα τῶν ἰσῶν γωνιῶν ἐστι, καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα κάθετος καλεῖται, ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

ια'. Ἀμβλεία γωνία ἐστὶν ἡ μείζων ὀρθῆς.

5 ιβ'. Ὁξεῖα δὲ ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.

ιγ'. Ὅρος ἐστὶν, ὃ τινός ἐστι πέρας.

ιδ'. Σχήμά ἐστι τὸ ὑπὸ τινος ἢ τινων ὄρων περιεχόμενον.

ιε'. Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον [ἢ καλεῖται περιφέρεια], πρὸς ἣν ἀφ' ἐνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι [πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν] ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν.

ισ'. Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου τὸ σημεῖον καλεῖται.

15 ιζ'. Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν εὐθεῖα τις διὰ τοῦ κέντρου ἡγμένη καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἣτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

ιη'. Ἡμικύκλιον δὲ ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα 20 ὑπὸ τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ'

11. Hero def. 21. Ammonius in categ. p. 58. Psellus p. 36. Martianus Capella VI, 710. Boetius p. 374, 18. 12. Hero def. 20. Ammonius l. c. Psellus l. c. Martianus Capella l. c. Boetius p. 374, 19. 13. Philoponus in Aristot. de anima fol. a 2. Martianus Capella VI, 710. Boetius p. 374, 22. 14. Hero def. 25. Schol. in Hermog. VII² p. 903. cfr. Philop. ad Aristot. de anim. h. 7. Martianus Capella VI, 710. Boetius p. 374, 21. 15. Hero def. 29. Taurus apud Philop. in Proclum VI, 21. Sextus Emp. p. 719, 16. Philopon. in anal. II fol. 28^v, cfr. fol. 4^v, 9^v, 29^r, 53^r. Psellus p. 38. Martianus Capella VI, 710. Boetius p. 375, 3. 16. Psellus p. 38. Martianus Capella VI, 711. Boetius p. 375, 6. 17. Hero def. 30. Psellus p. 38. Martianus Capella VI, 711. Boetius p. 375, 7. 18. Hero def. 31. Mart. Capella VI, 711. Boetius p. 375, 12.

angulos deinceps positos inter se aequales efficit, rectus est uterque angulus aequalis, et recta linea erecta perpendicularis adpellatur ad eam, super quam erecta est.

XI. Obtusus angulus est, qui maior est recto.

XII. Acutus uero, qui minor est recto.

XIII. Terminus est, quod alicuius rei extremum est.

XIV. Figura est, quod aliquo uel aliquibus terminis comprehenditur.

XV. Circulus est figura plana una linea comprehensa, ad quam quae ab uno puncto intra figuram posito educuntur rectae omnes aequales sunt.

XVI. Centrum autem circuli punctum illud adpellatur.

XVII. Diametrus autem circuli recta quaedam est linea per centrum ducta et terminata utrimque ambitu circuli, quae quidem linea circulum in duas partes aequales diuidit.

XVIII. Semicirculus autem ea est figura, quae

1. ὁρθή ἐστιν ἐκείνη οmissio ἐστὶ lin. 2 BFV, Simplicius, Philoponus in anal. II p. 65, Psellus. scripturam receptam praebent Pbp, Proclus, Hero, Ammonius, Philoponus in phys. I III. cfr. prop. 11, 12. 2. [ἴσων] om. Ammonius, Philoponus in phys. I c., Psellus, Martianus Capella, Campanus. εὐθεία] γραμμῇ Proclus, BV; om. Ammonius. Deff. XI—XII permittant Hero et Ammonius. 6. εἴ] ἰδ' V et sic deinceps. Deff. XIII—XIV permutat Boetius. 7. ἐστὶ] δέ Fbp. 10. ἣ καλεῖται περιφέρεια] om. Proclus, Taurus, Sextus Emp., Philoponus, Boetius; habent praeter codd. Hero, Psellus, Capella, Campanus. 12. προκίπτουσαι b, corr. m. 2. πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν] om. Proclus, Taurus, Hero, Sextus Emp., Psellus, Capella, Boetius; habent codd. (in b erasa sunt), Philoponus, Campanus. 13. εἰσέν] PF, εἰσὶ uulgo. 19. ἐστὶν PF. 20. τε] om. B. καὶ] τε καὶ B. ὁπολαμβανόμενης B.

αὐτῆς περιφερείας. κέντρον δὲ τοῦ ἡμικυκλίου τὸ αὐτό, ὃ καὶ τοῦ κύκλου ἐστίν.

ιδ'. Σχήματα εὐθύγραμμά ἐστι τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα, τρίπλευρα μὲν τὰ ὑπὸ τριῶν, τετρά-
5 πλευρα δὲ τὰ ὑπὸ τεσσάρων, πολύπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.

κ'. Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι τὸ τὰς τρεῖς ἰσας ἔχον πλευράς, ἰσο-
σκελὲς δὲ τὸ τὰς δύο μόνας ἰσας ἔχον πλευράς, σκαληνὸν
10 δὲ τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς.

κα'. Ἐτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν, ἀμβλιγώνιον δὲ τὸ ἔχον ἀμβλείαν γωνίαν, ὀξυγώνιον δὲ τὸ τὰς τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

15 κβ'. Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων τετράγωνον μὲν ἐστίν, ὃ ἰσόπλευρόν τε ἐστὶ καὶ ὀρθογώνιον, ἐτερόμηκες δέ, ὃ ὀρθογώνιον μὲν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ, ῥόμβος δέ, ὃ ἰσόπλευρον μὲν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ, ῥομβοειδὲς δὲ τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γω-
20 νίας ἰσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστίν

19. Philop. in anal. II fol. 39^r; cf. in Arist. de anim. h 7. Boetius p. 375, 14—21. 20. Hero def. 43. 44. 45. Psellus p. 36. Boetius p. 376, 2. 21. Hero def. 46. 48. 47. Philop. in anal. II fol. 39^r. Psellus p. 37. Boetius p. 376, 6. 22. Psellus p. 37. Martianus Capella VI, 712. Boetius p. 376, 14. ῥόμβος Galenus XVIII¹ p. 466.

1. αὐτῆς] αὐτοῦ B. περιφερείας] τοῦ κύκλου περιφε-
ρείας PBFV, sed τοῦ κύκλου om. bp, Proclus, Hero, Capella, Boetius. κέντρον δέ — 2. ἐστίν ex Proclo p. 160 addidit August eiecta definitione III, 8, quam omnes codd. hoc quoque loco sic praebent: *τμήμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας ἢ μείζονος ἢ ἐλάττονος ἡμικυκλίου (κύκλου ἐστὶ om. φ; pro priore ἢ in BFV est ἴτοι; ἐλάττονος P)*. eandem habet Campanus; contra Capella et

diametro et arcu ab ea absciso comprehenditur. centrum uero semicirculi idem est, quod ipsius est circuli.

XIX. Figurae rectilineae sunt, quae rectis lineis comprehenduntur, trilaterae quae tribus, quadrilaterae quae quattuor, multilaterae quae plus quam quattuor rectis comprehenduntur.

XX. Ex figuris autem trilateris aequilaterus triangulus est, qui tria latera sua aequalia habet, aequicrurius uero, qui duo sola aequalia habet, scalenus autem, qui tria latera sua inaequalia habet.

XXI. Praeterea uero ex figuris trilateris rectangulus triangulus est, qui rectum angulum habet, obtusiangulus, qui obtusum habet, acutiangulus autem, qui tres angulos suos acutos habet.

XXII. Ex quadrilateris autem figuris quadratum est, quod simul aequilaterum est et rectangulum, parte altera longius est, quod rectangulum est neque uero aequilaterum, rhombus autem, quod aequilaterum est neque uero rectangulum, rhomboides autem, quod latera simul et angulos inter se opposita aequalia habet, sed neque aequilaterum est neque rectangulum; re-

Boetius et hanc et Procli omittunt; de Herone non liquet (Stu-
dien p. 192).

3. σχήματα εὐθύγραμμα] Pbp, Proclus; εὐ-
θύγρ. σχ. uulgo (εὐθειγραμμα φ). *ἐστιν* PF. Def. 19

uulgo in 4 diuiditur; V hinc numeros om. 8. εὐθειῶν γραμ-
μῶν Proclus, Boetius. 6. τετάρων B. εὐθειῶν] πλευρῶν

Proclus, Boetius. 8. *ἐστιν* PF. 9. τὰς δύο] δύο b, Pro-
clus. μόνον Proclus. 10. πλευράς] om. Proclus. Def. 20

uulgo in 3 diuiditur. 11. δέ] P, Proclus; om. b; τε uulgo.
12. *ἐστιν* PF. μίαν ἔχον V mg. m. 1?, Proclus, Psellus.

13. μίαν ἔχον Proclus, Psellus; γωνίαν μίαν V mg. m. 1?
τὸ ἔχον — 14. δέ mg. B eadem man. ὀξυγώνιον φ. 16. ὃ

ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ Proclus. *ἐστιν*, ὃ ἰσόπλευρόν τε om. φ.
ἑτερόμηκες bis φ. 17. ὃ] τό Proclus. 20. ὃ] om. Fbp.

οὕτε] οὕτε δέ Fbp. *ἐστιν*] om. Proclus.

οὔτε ὀρθογώνιον· τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα
τραπέζια καλεῖσθω.

κγ'. Παράλληλοι εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ
αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὔσαι καὶ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον ἐφ'
ἐκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

Αἰτήματα.

α'. Ἡτήσθω ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον
εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

β'. Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχές
10 ἐπ' εὐθείας ἐκβαλεῖν.

γ'. Καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γρά-
φεισθαι.

δ'. Καὶ πάσας τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις
εἶναι.

15 ε'. Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπέπτουσα
τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθῶν
ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλομένης τὰς δύο εὐθείας ἐπ'
ἄπειρον συμπίπτειν, ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρ-
θῶν ἐλάσσονες.

23. Hero def. 71. Philoponus in anal. II fol. 18^v. Psellus
p. 36. Martianus Capella VI, 712. Boetius p. 376, 23. αἰτ.
1—5. Martianus Capella VI, 722. Boetius p. 377, 4. Aspasius
apud Simplicium in Arist. de coelo fol. 149: τὰ πέντε αἰτή-
ματα. 1. Philop. in anal. II fol. 9^v. 10. 29. 2. Simplicius
in phys. fol. 119. 3. Philop. in anal. II fol. 10. 29. 4. Id.
ibid. fol. 10. 5. Id. ib. fol. 10. 29. Proclus p. 364, 14.

1. τετράγωνα B. 2. τραπέζια b. Def. 21 vulgo in 3,
def. 22 in 5 diuidunt. 3. παράλληλοι δέ B. εὐθεῖαι εἰσιν
Proclus, Psellus. 4. ἐς V. 5. συμπίπτειν P. ἀλλήλαις
om. F. 6. αἰτήματα πέντε V, αἰτ. ἔστι πέντε BF, b m. 2.
Numeros om. F. 9. ἐπ' εὐθείας κατὰ τὸ συνεχές PBFbp;

liqua autem praeter haec quadrilatera trapezia appellentur.

XXIII. Parallelae sunt lineae, quae in eodem plano positae et in utramque partem productae in infinitum in neutra parte concurrunt.

Postulata.

I. Postuletur, ut a quouis puncto ad quoduis punctum recta linea ducatur.

II. Et ut recta linea terminata in directum educatur in continuum.

III. Et ut quouis centro radioque circulus describatur.

IV. Et omnes rectos angulos inter se aequales esse.

V. Et, si in duas lineas rectas recta incidens angulos interiores et ad eandem partem duobus rectis minores effecerit, rectas illas in infinitum productas concurrere ad eandem partem, in qua sint anguli duobus rectis minores.

receptum ordinem tumentur V, Proclus, Simplicius, Capella, Boetius, Campanus. 10. ἐκβάλλειν V. 11. γράφεισθαι] codd. omnes et Philoponus; γράψαι ex Proclo recepit August. 13. ἀλλήλαις] om. V. 15. εὐθείᾳ τις P. 17. ἐλάττονες Proclus p. 191, 18 (non p. 364). τὰς δύο] PBVbp, δύο om. F, Proclus bis, Martianus Capella, Boetius, fort. recte. 18. συμπιπτειν τὰς εὐθείας ἐκβαλλομένας ἐφ' Proclus p. 364. συμπίπτειν ἀλλήλαις PV (ἀλλήλαις corr. ex ἀλλήλας P). 19. ἐλάσσονες] Pp, Proclus p. 364; ἐλάττονες vulgo. Dein add. γωνίαι FBVb, Philoponus; om. Proclus bis et Pp. In ed. Basil. et apud Gregorium αἰτ. 4—5 inter communes notiones (10—11) leguntur (πᾶσαι αἱ ὁρθαὶ γωνίαι ἴσαι... εἰσαί; ἐκβαλλόμεναι αἱ... εὐθεῖαι... συμπεσοῦνται). Post αἰτ. 5 in PF et V m. 2 et apud Campanum sequitur: καὶ δύο εὐθείας χωρίον μὴ περιέχειν.

Κοινὰ ἔννοιαι.

α'. Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

β'. Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

γ'. Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλει-
5 πόμενά ἐστὶν ἴσα.

[δ'. Καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν
ἄνισα.

ε'. Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶν.

ς'. Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶν:]

10 ζ'. Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἀλλήλα ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶν.

η'. Καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζόν [ἐστὶν].

[θ'. Καὶ δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσιν.]

α'.

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης
15 τριγώνου ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ *AB*.

Δεῖ δὲ ἐπὶ τῆς *AB* εὐθείας τριγώνου ἰσόπλευρον
συστήσασθαι.

Κέντρῳ μὲν τῷ *A* διαστήματι δὲ τῷ *AB* κύκλος

Κοιν. ἔνν. 1—3. Martianus Capella VI, 723. 1. Philop.
in anal. II fol. 5. Boetius p. 378, 1. 2. Boetius p. 378, 5.
3. Philop. l. c. Boetius p. 378, 3. 4. Eutocius in Archim.
III p. 264, 27. 7. Philop. in anal. II fol. 5. Boetius p. 378, 7.
prop. I. Alexander Aphrod. in anal. I fol. 8^r, in top. p. 11.
Themistius phys. paraphr. fol. 36^v. Simplicius in phys. fol. 119.
Proclus p. 102, 14. 223, 22, Philop. in anal. II fol. 4^v. Martia-
nus Capella VI, 724. Boetius p. 380, 2 [p. 390, 6—25]. Proclus
p. 208—10 liberius proposit. repetit totam.

1. ἀξιώματα Proclus p. 193. κοιν. ἔνν. αἰθε B F V. nume-
ros om. P B F. 3. ἴσα ἴσοις Proclus. ἴσα ἐστὶν Proclus.
4. ἀπὸ ἴσων ἴσα] ἴσων Proclus. 5. ἴσα ἐστὶν Proclus.
αἰτ. 4 ex commentario Pappi irrepsisse uidetur; u. Proclus

Communes animi conceptiones.

I. Quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt.

II. Et, si aequalibus aequalia adduntur, tota aequalia sunt.

III. Et, si ab aequalibus aequalia subtrahuntur, reliqua sunt aequalia.

VII. Et quae inter se congruunt, aequalia sunt.

VIII. Et totum parte maius est.

I.

In data recta terminata triangulum aequilaterum construere.

Sit data recta terminata AB . oportet igitur in recta AB terminata triangulum aequilaterum construere.

centro A et radio AB circulus describatur $B\Gamma A$,

p. 197, 6sq.; in omnibus codicibus legitur; quare iam ante Theonem receptum erat (P); om. Martianus Capella et Boetius.

Ante *αλτ.* 5 vulgo in codd. et edd. legitur: *καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀντίστων ἴσα ἀφαιρῶμεν, τὰ λοιπὰ ἔστιν ἄνισα*; om. B, mg. Fb, in ras. postea additum p; non agnoscunt Proclus (cfr. p. 198, 3), Capella, Boetius. *αλτ.* 5—6 reiiicit Proclus p. 196, 25, om. Capella et Boetius. *αλτ.* 7—8 permutat Proclus p. 193, qui ea diserte contra Heronem sola *αλτ.* 1—3 agnoscentem Euclidi uindicat p. 196, 17; om. Capella; *αλτ.* 8 etiam Boetius om.

αλτ. 9 om. Capella, Boetius, Proclus, qui diserte id improbat p. 184, 8. 196, 23. Hoc loco habent Vbp; cfr. Philop. ad phys. fol. 10; *καὶ δύο εὐθείας γωνίον μὴ περικέχειν* B; de ceteris u. ad p. 8, 19. 8. *ἔστιν*] PF, *ἔστί* vulgo; comp. b; item lin. 9. 10.

10. *ἐπ' ἄλληλα*] om. Proclus. *ἔστιν*] *ἐστὶ* B. 11. *ἔστιν*] om. Proclus; comp. b; */// αὖ* F, *εἶναι* P. 17. *εὐθείας*] om. BFbp. *εὐθείας πεπερασμένης* P. 19. *μὲν*] om. bp. *καὶ διασηματι* Bp. *δε* om. BFbp.

γεγράφθω ὁ $B\Gamma\Delta$, καὶ πάλιν κέντρον μὲν τῷ B δια-
στήματι δὲ τῷ BA κύκλος γεγράφθω ὁ $ΑΓΕ$, καὶ
ἀπὸ τοῦ Γ σημείου, καθ' ὃ τέμνουσιν ἀλλήλους οἱ
κύκλοι, ἐπὶ τὰ A, B σημεία ἐπεξεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ
5 $\Gamma A, \Gamma B$.

Καὶ ἐπεὶ τὸ A σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $\Gamma\Delta B$
κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ $ΑΓ$ τῇ AB . πάλιν, ἐπεὶ τὸ B
σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $\Gamma A E$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ
 $B\Gamma$ τῇ BA . ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΓA τῇ AB ἴση· ἐκα-
10 τέρα ἄρα τῶν $\Gamma A, \Gamma B$ τῇ AB ἐστὶν ἴση. τὰ δὲ τῷ
αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ ἡ ΓA ἄρα τῇ
 ΓB ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ $\Gamma A, AB, B\Gamma$ ἴσαι ἀλ-
λήλαις εἰσίν.

ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον. καὶ συν-
15 ἑστάται ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τῆς AB .

[Ἐπὶ τῆς δοθείσης ἄρα εὐθείας πεπερασμένης τρί-
γωνον ἰσόπλευρον συνέσταιται] ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

β'.

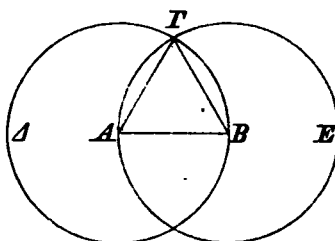
Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ
20 ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

Ἐστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ A , ἡ δὲ δοθεῖσα
εὐθεῖα ἡ $B\Gamma$. δεῖ δὴ πρὸς τῷ A σημείῳ τῇ δοθείσῃ
εὐθείᾳ τῇ $B\Gamma$ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

Ἐπεξεύχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ A σημείου ἐπὶ τὸ B ση-
25 μεῖον εὐθεῖα ἡ AB , καὶ συνεστάτω ἐπ' αὐτῆς τρίγω-
νον ἰσόπλευρον τὸ ΔAB , καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπ'

II. Archimedes I p. 14, 1. Boetius p. 380, 3 [p. 391].

1. $B\Gamma\Delta$] P, V m. 1; $\Gamma\Delta B$ Fbp, V e corr.; $\Gamma B\Delta$ in ras. B.
μὲν] om. b. τῷ] τό φ. 2. $ΑΓΕ$] P, V m. 1; $\Gamma A E$ BFBp,
V e corr. 6. Post A ras. 10 litt. b. ἐστίν P. $\Gamma\Delta B$] Δ in



et rursus centro B radio autem BA circulus describatur $\Lambda\Gamma E$, et a puncto Γ , in quo circuli inter se secant, ad puncta A, B ducantur rectae $\Gamma A, \Gamma B$. iam quoniam punctum A centrum est circuli $\Gamma\Lambda B$, erit $A\Gamma = AB$. rursus quoniam B punctum centrum est circuli $\Gamma\Lambda E$, est $B\Gamma = BA$. sed demonstratum est etiam $\Gamma A = AB$. quare utraque $\Gamma A, \Gamma B$ rectae AB aequalis est. quae autem eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt [κ . $\xi\nu$. 1]. itaque etiam $\Gamma A = \Gamma B$. itaque $\Gamma A, AB, B\Gamma$ aequales sunt. quare triangulus $AB\Gamma$ aequilaterus est; et in data recta terminata AB constructus est. quod oportebat fieri.

II.

Ad datum punctum datae rectae aequalem rectam constituere.

Sit datum punctum A , data autem recta $B\Gamma$. oportet igitur ad punctum A datae rectae $B\Gamma$ aequalem rectam constituere.

ducatur enim a puncto A ad B punctum recta AB [$\alpha\lambda\tau$. 1], et in ea construatur triangulus aequilaterus ΛAB [prop. I], et producantur in directum rectae

ras. est in V, ΛB in B; $B\Gamma\Delta$ P. 7. $\xi\sigma\tau\nu$ $\iota\sigma\eta$ BF. 8. $\xi\sigma\tau\nu$ P. $\Gamma\Lambda E$] in ras. B, $\Lambda\Gamma E$ P. 12. $\iota\sigma\eta$ $\xi\sigma\tau\nu$ V. AB] ΓB q. 14. $\xi\sigma\tau\nu$ P. $\sigma\nu\lambda\sigma\tau\alpha\tau\alpha\iota$ PBV (in b non liquet). 16. $\xi\pi\iota$ $\tau\eta\varsigma$ — 17. $\sigma\nu\lambda\sigma\tau\alpha\tau\alpha\iota$ om. codd. omnes; e Proclo solo p. 210 recepit August; uix genuina sunt. 22. $\tau\eta$ $\delta\omicron\theta\epsilon\iota\sigma\eta$ $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\iota\alpha$] P; om. Theon (BFVpb). 23. $B\Gamma$ $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\iota\alpha$ V. 24. $\gamma\acute{\alpha}\rho$] om. F. 26. ΛAB] eras. F. Ante $\epsilon\kappa\beta\epsilon\lambda$. in V add. supra: $\pi\omicron\sigma\sigma$.

εὐθείας ταῖς ΔA , ΔB εὐθείαι αἱ AE , BZ , καὶ κέντρον
 μὲν τῷ B διαστήματι δὲ τῷ $B\Gamma$ κύκλος γεγράφθω ὁ
 $\Gamma H\Theta$, καὶ πάλιν κέντρον τῷ Δ καὶ διαστήματι τῷ ΔH
 κύκλος γεγράφθω ὁ HKA .

- 5 Ἐπεὶ οἶν τὸ B σημειον κέντρον ἐστὶ τοῦ $\Gamma H\Theta$,
 ἴση ἐστὶν ἡ $B\Gamma$ τῇ BH . πάλιν, ἐπεὶ τὸ Δ σημειον
 κέντρον ἐστὶ τοῦ HKA κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΔA τῇ
 ΔH , ὧν ἡ ΔA τῇ ΔB ἴση ἐστίν. λοιπὴ ἄρα ἡ AA
 λοιπὴ τῇ BH ἐστὶν ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ $B\Gamma$
 10 τῇ BH ἴση· ἐκατέρα ἄρα τῶν AA , $B\Gamma$ τῇ BH ἐστὶν
 ἴση. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ
 ἡ AA ἄρα τῇ $B\Gamma$ ἐστὶν ἴση.

Πρὸς ἄρα τῷ δοθέντι σημείῳ τῷ A τῇ δοθείσῃ
 εὐθείᾳ τῇ $B\Gamma$ ἴση εὐθεία κείται ἡ AA · ὅπερ ἔδει
 15 ποιῆσαι.

γ'.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων ἀπὸ τῆς
 μείζονος τῇ ἐλάσσονι ἴσην εὐθείαν ἀφελείν.

- Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ AB ,
 20 Γ , ὧν μείζων ἔστω ἡ AB . δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς μείζονος
 τῆς AB τῇ ἐλάσσονι τῇ Γ ἴσην εὐθείαν ἀφελείν.

Κείσθω πρὸς τῷ A σημείῳ τῇ Γ εὐθεία ἴση ἡ
 AD · καὶ κέντρον μὲν τῷ A διαστήματι δὲ τῷ AD
 κύκλος γεγράφθω ὁ AEZ .

III. Boetius p. 380, 5 [p. 392].

1. εὐθείας FV. 3. κέντρον μὲν V. τῷ bis B (in fine
 et initio linn.). καὶ διαστήματι] διαστήματι δὲ V. 5. $\Gamma H\Theta$
 κύκλου BFV, P m. rec. 6. $B\Gamma$] ΓB F. καὶ πάλιν V;
 πάλιν δὲ (supra) p. 7. ἐστίν P. 8. ἐστίν] PF; ἐστὶ vulgo.
 9. τῇ] om. b. 10. τῇ BH] (alt.) supra b. 11. ἴσα] (alt.)
 -α in ras. P. 12. $B\Gamma$] ΓB F. 13. Ante πρὸς ras. unius
 litt. b. 18. ἐλάττονι BF. εὐθείαν] om. Proclus. 19. δύο]
 om. F. ἄνισοι] ἀν- supra m. 1 F. 20. Post Γ ras. 1 litt.

ΔA , ΔB , ut fiant AE , BZ , et centro B radio autem $B\Gamma$ circulus describatur [alt. 2] $\Gamma H\Theta$, et rursus centro Δ radio autem ΔH circulus describatur HKA .

iam quoniam B punctum centrum est circuli $\Gamma H\Theta$,

erit $B\Gamma = BH$. rursus quoniam Δ punctum centrum est circuli HKA , erit

$$\Delta A = \Delta H,$$

quarum partes ΔA , ΔB aequales. itaque $AA = BH$ [x. $\xi vv. 3$]. sed demonstratum est $B\Gamma = BH$. itaque utraque AA , $B\Gamma$ rectae BH aequalis

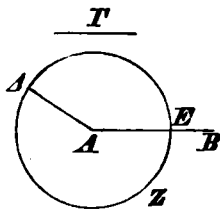
est. verum quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt [x. $\xi vv. 1$]. ergo etiam $AA = B\Gamma$.

Ergo ad datum punctum A datae rectae $B\Gamma$ aequalis constituta est recta AA ; quod oportebat fieri.

III.

Datis duabus rectis inaequalibus rectam minori aequalem a maiore abscindere.

Sint duae datae rectae inaequales AB , Γ , quarum maior sit AB . oportet igitur a maiore AB minori Γ aequalem rectam abscindere. constituatur ad A punctum rectae Γ aequalis AA [propr. II], et centro A radio autem AA describatur circulus ΔEZ [alt. 2].



P, ut lin. 21. 22. Post $\kappa\iota\sigma\theta\omega$ in P supra scr. m. 1 $\gamma\acute{\alpha}\theta$, idem V mg. 23. AA] (alt.) in ras. V; utrumque corr. ex AE P m. rec. 24. ΔEZ] ex EZ I P m. rec.; $ZE \Delta B$.

Καὶ ἐπεὶ τὸ A σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $\triangle EZ$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ AE τῇ AD . ἀλλὰ καὶ ἡ Γ τῇ AD ἐστὶν ἴση. ἑκατέρα ἄρα τῶν AE, Γ τῇ AD ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ AE τῇ Γ ἐστὶν ἴση.

5 Δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων τῶν AB, Γ ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς AB τῇ ἐλάσσονι τῇ Γ ἴση ἀφῆ-
ρηται ἡ AE . ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

δ'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δυοὶ
10 πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν
γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων
εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει
ἴσην ἔξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον
ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γω-
15 νίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὅφ' ἂς αἱ
ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Ἐστω δύο τρίγωνα τὰ $AB\Gamma, \triangle EZ$ τὰς δύο πλευ-
ρὰς τὰς $AB, A\Gamma$ ταῖς δυοὶ πλευραῖς ταῖς AE, AZ
ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ τὴν μὲν AB τῇ AE
20 τὴν δὲ $A\Gamma$ τῇ AZ καὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ $BA\Gamma$ γωνίᾳ
τῇ ὑπὸ EAZ ἴσην. λέγω, ὅτι καὶ βάσις ἡ $B\Gamma$ βάσει
τῇ EZ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ $\triangle EZ$
τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοι-
παῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὅφ' ἂς
25 αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν, ἡ μὲν ὑπὸ $AB\Gamma$ τῇ
ὑπὸ $\triangle EZ$, ἡ δὲ ὑπὸ $A\Gamma B$ τῇ ὑπὸ AZE .

Ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου ἐπὶ τὸ

IV. Schol. in Pappum III p. 1183, 32. Boetius p. 380, 7.

1—7. Multas litt. fig. in ras. P m. rec., ut supra. 4. ἡ]

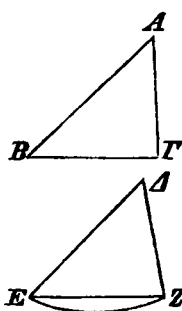
Et quoniam punctum A centrum est circuli ΔEZ , est $AE = AD$; uerum etiam $\Gamma = AD$. itaque utraque AE , Γ rectae AD aequalis est; ergo etiam $AE = \Gamma$.

Ergo datis duabus rectis inaequalibus AB , Γ a maiore AB minori Γ aequalis abscisa est AE ; quod oportebat fieri.

IV.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus alterum alteri aequalia habent et angulos rectis aequalibus comprehensos aequales, etiam basim basi aequalem habebunt, et triangulus triangulo aequalis erit, et reliqui anguli reliquis aequales alter alteri, ii scilicet, sub quibus aequalia latera subtendunt.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ duo latera AB ,



$A\Gamma$ duobus lateribus ΔE , ΔZ aequalia habentes alterum alteri,

$$AB = \Delta E \text{ et } A\Gamma = \Delta Z,$$

et $\angle B A \Gamma = E \Delta Z$. dico, etiam esse

$B\Gamma = EZ$ et $\triangle AB\Gamma = \triangle EZ$, et reliquos angulos reliquis, alterum alteri, aequales, sub quibus aequalia latera subtendant, $\angle AB\Gamma = \angle EZ$ et $A\Gamma B = \Delta ZE$.

Nam si triangulum $AB\Gamma$ triangulo ΔEZ adpli-

sertum m. 1 b. 6. AB] B supra scriptum m. 1 b. 9. ταῖς] om. Pp; supra b. 10. ἔχει (scr. ἔχη) δὲ καὶ γωνίαν γωνία] ἴσην Proclus, τὴν μίαν γωνίαν τῇ μιᾷ γωνίᾳ BF . 12. εὐθειῶν] πλευρῶν Proclus. 15. ἑκατέρω ἑκατέρω] om. Proclus. ὅφ'] ἔφ' b. af] om. V. 18. ὁμοί V. 19. ἔχοντι φ. 20. καί] comp. supra F. $BA\Gamma$] $AB\Gamma$ F, sed AB eras. 21. $E\Delta Z$] $E\Delta$ eras. F. 22. ἑστί V. 24. ὅφ'] sic b m. 1, sed supra ἔφ'.

$\triangle EZ$ τρίγωνον καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν A σημείου
ἐπὶ τὸ $\triangle$ σημειον τῆς δὲ AB εὐθείας ἐπὶ τὴν $\triangle E$,
ἐφαρμόσει καὶ τὸ B σημειον ἐπὶ τὸ E διὰ τὸ ἴσῃν εἶναι
τὴν AB τῇ $\triangle E$. ἐφαρμοσάσης δὴ τῆς AB ἐπὶ τὴν
5 $\triangle E$ ἐφαρμόσει καὶ ἡ AG εὐθεῖα ἐπὶ τὴν $\triangle Z$ διὰ τὸ
ἴσῃν εἶναι τὴν ὑπὸ BAG γωνίαν τῇ ὑπὸ $E\triangle Z$. ὥστε
καὶ τὸ Γ σημειον ἐπὶ τὸ Z σημειον ἐφαρμόσει διὰ
τὸ ἴσῃν πάλιν εἶναι τὴν AG τῇ $\triangle Z$. ἀλλὰ μὴν καὶ
τὸ B ἐπὶ τὸ E ἐφαρμόκει· ὥστε βάσις ἡ $B\Gamma$ ἐπὶ βά-
10 σιν τὴν EZ ἐφαρμόσει. εἰ γὰρ τοῦ μὲν B ἐπὶ τὸ E
ἐφαρμόσαντος τοῦ δὲ Γ ἐπὶ τὸ Z ἡ $B\Gamma$ βάσις ἐπὶ τὴν
 EZ οὐκ ἐφαρμόσει, δύο εὐθεῖαι χωρίον περιέξουσιν·
ἢ περ ἐστὶν ἀδύνατον. ἐφαρμόσει ἄρα ἡ $B\Gamma$ βάσις ἐπὶ
τὴν EZ καὶ ἴση αὐτῇ ἔσται· ὥστε καὶ ὅλον τὸ $AB\Gamma$
15 τρίγωνον ἐπὶ ὅλον τὸ $\triangle EZ$ τρίγωνον ἐφαρμόσει καὶ
ἴσον αὐτῷ ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ἐπὶ τὰς λοιπὰς
γωνίας ἐφαρμόσουσι καὶ ἴσαι αὐταῖς ἔσονται, ἡ μὲν
ὑπὸ $AB\Gamma$ τῇ ὑπὸ $\triangle EZ$ ἡ δὲ ὑπὸ AGB τῇ ὑπὸ $\triangle ZE$.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δύο
20 πλευραῖς ἴσας ἔχη ἑκατέραν ἑκατέρα καὶ τὴν γωνίαν
τῇ γωνίᾳ ἴσῃν ἔχη τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχο-
μένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσῃν ἔξει, καὶ τὸ τρί-
γωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι
ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ,
25 ὅφ' ἂς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. προστιθεμένου V, sed προσ- punctis del. μέν] supra
m. 1 F. 2. $\triangle$] in ras. b. τήν] τῇ p. 4. δὴ] FVbp;
δέ PB; cfr. prop. 8. 6. BAG] post ras. V; $AB\Gamma$ B.
 $E\triangle Z$] $\triangle EZ$ B. 8. εἶναι πάλιν B. 9. ἐφαρμόσει b. 13.
ἐστὶν] om. V. 16. ταῖς λοιπαῖς γωνίαις BF. 17. ἐφαρμό-
σουσιν P. αὐταῖς] ἀλλήλαις F. 19. δύο] (alt.) β F.

cuerimus et punctum A in Δ puncto posuerimus, rectam autem AB in ΔE , etiam B punctum in E cadet, quia $AB = \Delta E$. adplicata iam AB rectae ΔE etiam $A\Gamma$ recta cum ΔZ congruet, quia $\angle B A \Gamma = E \Delta Z$. quare etiam punctum Γ in Z punctum cadet, quia rursus $A\Gamma = \Delta Z$. uerum etiam B in E ceciderat; quare basis $B\Gamma$ in basim EZ cadet. nam, cum B in E , Γ uero in Z ceciderit, si ita basis $B\Gamma$ cum EZ non congruet, duae rectae spatium comprehendent; quod fieri non potest [x. $\xi\nu\nu$. 9]. itaque basis $B\Gamma$ cum EZ congruet et aequalis ei erit [x. $\xi\nu\nu$. 7]. quare etiam totus triangulus $AB\Gamma$ cum toto triangulo ΔEZ congruet et ei aequalis erit, et reliqui anguli cum reliquis congruent et aequales iis erunt, $\angle AB\Gamma = \Delta EZ$ et $\angle A\Gamma B = \Delta ZE$.

Ergo si duo trianguli duo latera duobus lateribus alterum alteri aequalia habent et angulos rectis aequalibus comprehensos aequales, etiam basim basi aequalem habebunt, et triangulus triangulo aequalis erit, et reliqui anguli reliquis aequales alter alteri, ii scilicet, sub quibus aequalia latera subtendunt; quod erat demonstrandum.

$\tau\alpha\iota\varsigma$] om. Pbp. $\delta\nu\alpha\iota$ V; in p $\delta\nu\sigma$ $\pi\lambda\epsilon\nu\rho\alpha\iota\varsigma$ deleta sunt
 m. 1. 22. $\xi\xi\epsilon\iota$ $\iota\sigma\eta\nu$ BF. 25. $\upsilon\varphi'$] corr. in $\xi\varphi'$ m. 1 b.
 $\upsilon\varphi'$ $\delta\varsigma$ — $\upsilon\pi\sigma\tau\epsilon\lambda\iota\nu\sigma\iota\nu$] mg. m. 1 P.

ε'.

Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ προσεκβλήθει-
σῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γω-
5 νίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Ἔστω τρίγωνον ἰσοσκελὲς τὸ $ABΓ$ ἴσην ἔχον τὴν AB πλευρὰν τῇ $ΑΓ$ πλευρᾷ, καὶ προσεκβεβλήσθωσαν ἐπ' εὐθείας ταῖς AB , $ΑΓ$ εὐθεῖαι αἱ $ΒΔ$, $ΓΕ$. λέγω, ὅτι ἡ μὲν ὑπὸ $ABΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΑΓΒ$ ἴση ἐστίν,
10 ἡ δὲ ὑπὸ $ΓΒΔ$ τῇ ὑπὸ $ΒΓΕ$.

εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τῆς $ΒΔ$ τυχὸν σημεῖον τὸ Z , καὶ ἀφηρήσθω ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς $ΑΕ$ τῇ ἐλάσσονι τῇ AZ ἴση ἡ AH , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ZΓ$, HB εὐθεῖαι.

15 ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστίν ἡ μὲν AZ τῇ AH ἡ δὲ AB τῇ $ΑΓ$, δύο δὴ αἱ ZA , $ΑΓ$ δυοὶ ταῖς HA , AB ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνίαν κοινὴν περιέχουσι τὴν ὑπὸ $ΖΑΗ$. βάσις ἄρα ἡ $ZΓ$ βάσει τῇ HB ἴση ἐστίν, καὶ τὸ $AZΓ$ τρίγωνον τῷ AHB τριγώνῳ ἴσον
20 ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὅφ' ἄς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑπο-
τείνουσιν, ἡ μὲν ὑπὸ $ΑΓΖ$ τῇ ὑπὸ ABH , ἡ δὲ ὑπὸ $AZΓ$ τῇ ὑπὸ AHB . καὶ ἐπεὶ ὅλη ἡ AZ ὅλη τῇ AH ἐστίν ἴση, ὣν ἡ AB τῇ $ΑΓ$ ἐστίν ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ
25 BZ λοιπῇ τῇ $ΓH$ ἐστίν ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ $ZΓ$ τῇ HB ἴση· δύο δὴ αἱ BZ , $ZΓ$ δυοὶ ταῖς $ΓH$, HB

2. πρὸς] πρὸς b, sed corr. m. 1. 3. ἀλλήλαις] om. Proclus. εἰσίν] P, Proclus, comp. b; εἰσὶ vulgo. 5. ἀλλήλαις] om. Proclus. ἔσονται] εἰσὶ Proclus. 7. πλευρᾷ] πλευρᾶν φ. 8. εὐθείας] εὐθείαις B. 9. $ΑΓΒ$] $ABΓ$ F. 10. $ΓΒΔ$ ἴση ἐστὶ p et V m. recentissima. 17. περιέχουσιν

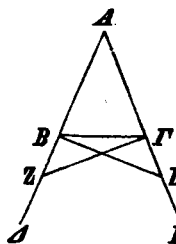
V.

In triangulis aequicruriis anguli ad basim positi inter se aequales sunt, et productis rectis aequalibus anguli sub basi positi inter se aequales erunt.

Sit triangulus aequicrurius $AB\Gamma$ habens $AB = A\Gamma$, et producantur AB , $A\Gamma$ in directum, ut fiant $B\Delta$, ΓE . dico, esse

$$\angle AB\Gamma = \angle A\Gamma B$$

$$\text{et } \angle \Gamma B\Delta = \angle B\Gamma E.$$



Sumatur enim in $B\Delta$ quoduis punctum Z , et a maiore AE minori AZ aequalis abscindatur AH [prop. III], et ducantur $Z\Gamma$, HB rectae.

iam quoniam $AZ = AH$ et $AB = A\Gamma$, duae rectae ZA , $A\Gamma$ duabus HA , AB aequales sunt altera alteri; et angulum communem comprehendunt ZAH . itaque $Z\Gamma = HB$ et $\triangle AZ\Gamma = AHB$, et reliqui anguli reliquis aequales erunt alter alteri, sub quibus aequalia latera subtendunt [prop. IV], $\angle A\Gamma Z = \angle ABH$ et $\angle AZ\Gamma = \angle AHB$. et quoniam $AZ = AH$, quarum partes AB , $A\Gamma$ aequales, erit $BZ = \Gamma H$ [x. *ἐνν.* 3]. sed demonstratum est etiam $Z\Gamma = HB$. itaque duae rectae BZ , $Z\Gamma$ duabus ΓH , HB aequales sunt altera alteri; et $\angle BZ\Gamma = \angle \Gamma HB$ et basis eorum communis

V. Simplicius in phys. fol. 14^v. Boetius p. 380, 13—15, ubi sic fere scribendum: si triangulus aequalia latera habeat, qui ad eius basim anguli sunt, aequales alter alteri sunt, et aequalibus lineis [productis] et sub basi eius anguli aequales utrimque erunt.

PVp. 19. *ἐστίν*] PF, comp. b; *ἐστ* vulgo. 25. Ante BZ ras. est unius litt. in V. 26. HB] BH V, corr. m. 2. *δυσ*] e corr. V.

ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρα· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $BZΓ$
 γωνία τῇ ὑπὸ $ΓHB$ ἴση, καὶ βάσεις αὐτῶν κοινὴ ἡ
 $BΓ$ · καὶ τὸ $BZΓ$ ἄρα τρίγωνον τῷ $ΓHB$ τριγώνῳ
 ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις
 5 ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρα, ὅφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ
 ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ $ZBΓ$ τῇ ὑπὸ
 $HΓB$ ἡ δὲ ὑπὸ $BΓZ$ τῇ ὑπὸ $ΓBH$. ἐπεὶ οὖν ὅλη ἡ
 ὑπὸ ABH γωνία ὅλη τῇ ὑπὸ $ΑΓZ$ γωνίᾳ ἐδείχθη
 ἴση, ὣν ἡ ὑπὸ $ΓBH$ τῇ ὑπὸ $BΓZ$ ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ
 10 ὑπὸ $ABΓ$ λοιπῇ τῇ ὑπὸ $ΑΓB$ ἐστὶν ἴση· καὶ εἰσι
 πρὸς τῇ βάσει τοῦ $ABΓ$ τριγώνου. ἐδείχθη δὲ καὶ
 ἡ ὑπὸ $ZBΓ$ τῇ ὑπὸ $HΓB$ ἴση· καὶ εἰσιν ὑπὸ τὴν
 βάσιν.

Τῶν ἄρα ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει
 15 γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν, καὶ προσεβληθεισῶν τῶν
 ἴσων εὐθειῶν αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις
 ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ς'.

Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις
 20 ᾖσιν, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι
 πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Ἐστω τρίγωνον τὸ $ABΓ$ ἴσην ἔχον τὴν ὑπὸ $ABΓ$
 γωνίαν τῇ ὑπὸ $ΑΓB$ γωνίᾳ· λέγω, ὅτι καὶ πλευρὰ ἡ
 AB πλευρᾷ τῇ $ΑΓ$ ἐστὶν ἴση.

25 εἰ γὰρ ἄνισός ἐστὶν ἡ AB τῇ $ΑΓ$, ἡ ἑτέρα αὐτῶν
 μελίων ἐστίν. ἔστω μελίων ἡ AB , καὶ ἀφηρησθῶ ἀπὸ
 τῆς μείζονος τῆς AB τῇ ἐλάττονι τῇ $ΑΓ$ ἴση ἡ $ΔB$,
 καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $ΔΓ$.

6. ἐστὶν ἄρα V. $ZBΓ$] in ras. V. 7. $HΓB$] corr. ex
 $ΓHB$ V. 9. ἴση] (alt.) ἐστὶν ἴση V e corr. 10. ὑπὸ] (alt.)

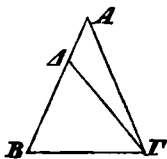
$B\Gamma$. itaque etiam $\triangle BZ\Gamma = \Gamma HB$, et reliqui anguli reliquis aequales erunt alter alteri, sub quibus aequalia latera subtendunt. itaque $\angle ZB\Gamma = H\Gamma B$ et $B\Gamma Z = \Gamma B H$ [prop. IV]. iam quoniam $\angle ABH = A\Gamma Z$, ut demonstratum est, quorum partes $\Gamma B H$, $B\Gamma Z$ aequales, erit $\angle AB\Gamma = A\Gamma B$ [κ . $\xi\nu\nu$. 3]. et sunt ad basim positi trianguli $AB\Gamma$. uerum etiam demonstratum est $\angle ZB\Gamma = H\Gamma B$; et sub basi sunt.

Ergo in triangulis aequicruriis anguli ad basim positi inter se aequales sunt, et productis rectis aequalibus anguli sub basi positi inter se aequales erunt; quod erat demonstrandum.

VI.

Si in triangulo duo anguli inter se aequales sunt, etiam latera sub aequalibus angulis subtendentia inter se aequalia erunt.

Sit triangulus $AB\Gamma$ habens $\angle AB\Gamma = A\Gamma B$. dico, esse etiam $AB = A\Gamma$.



Si enim AB rectae $A\Gamma$ inaequalis est, alterutra earum maior est. sit AB maior, et a maiore AB minori $A\Gamma$ aequalis abscindatur ΔB [prop. III], et ducatur $\Delta\Gamma$.

VI. Boetius p. 380, 15.

supra m. 1 B. $\angle\eta\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu\ F$; $\angle\eta\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\ B$. $\acute{\epsilon}\lambda\sigma\iota\nu\ P$. 11.
 $AB\Gamma$] $A\Gamma B\ B$. 12. $H\Gamma B$] e corr. V. 15. $\acute{\epsilon}\lambda\sigma\iota\nu$] PF;
 comp. b; $\acute{\epsilon}\lambda\sigma\iota$ uulgo. $\pi\rho\sigma\sigma\epsilon\kappa\beta\lambda\eta\sigma\theta\epsilon\iota\sigma\omega\gamma\ P$. 19. $\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\alpha\iota\varsigma$]
 om. Proclus. 20. $\acute{\omega}\sigma\iota\nu$] Proclus, PF; $\acute{\omega}\sigma\iota$ uulgo. $\acute{\alpha}\iota$] om.
 F. 21. $\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\alpha\iota\varsigma$] om. Proclus. $\acute{\epsilon}\sigma\sigma\upsilon\tau\alpha\iota$] $\acute{\epsilon}\lambda\sigma\iota$ Proclus.
 25. $\acute{\eta}\ \acute{\epsilon}\tau\acute{\epsilon}\rho\alpha$] $\mu\acute{\iota}\alpha$ in ras. 6 litt. P m. recent., $\acute{\epsilon}\tau\acute{\epsilon}\rho\alpha$ p et b m. 1
 ($\acute{\eta}$ supra insertum). 27. $\acute{\epsilon}\lambda\acute{\alpha}\sigma\sigma\upsilon\sigma\iota$ BFV.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ $\angle B$ τῇ $\angle \Gamma$ κοινὴ δὲ ἡ $B\Gamma$,
 δύο δὲ αἱ $\angle B$, $B\Gamma$ δύο ταῖς $\angle \Gamma$, ΓB ἴσαι εἰσὶν
 ἑκατέρα ἑκατέρῃ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $\angle B\Gamma$ γωνία τῇ
 ὑπὸ $\angle \Gamma B$ ἐστὶν ἴση· βάσεις ἄρα ἡ $\angle \Gamma$ βάσει τῇ AB
 5 ἴση ἐστίν, καὶ τὸ $\angle B\Gamma$ τρίγωνον τῷ $\angle \Gamma B$ τριγώνῳ
 ἴσον ἐσται, τὸ ἐλασσον τῷ μείζονι· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ
 ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ AB τῇ $\angle \Gamma$. ἴση ἄρα.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις
 ᾧσιν, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευ-
 10 ραὶ ἴσαι ἀλλήλαις ἐσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ξ'.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς
 εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκα-
 τέρα οὐ συσταθήσονται πρὸς ἄλλῃ καὶ ἄλλῃ
 15 σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα
 ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς AB
 δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ταῖς $\angle \Gamma$, ΓB ἄλλαι δύο
 εὐθεῖαι αἱ AD , $\angle B$ ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρῃ συνεστα-
 20 τωσαν πρὸς ἄλλῃ καὶ ἄλλῃ σημείῳ τῷ τε Γ καὶ D
 ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι, ὥστε ἴσην
 εἶναι τὴν μὲν $\angle A$ τῇ $\angle D$ τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαν
 αὐτῇ τὸ A , τὴν δὲ $\angle B$ τῇ $\angle B$ τὸ αὐτὸ πέρας ἔχου-
 σαν αὐτῇ τὸ B , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ GD .

25 Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ $\angle \Gamma$ τῇ $\angle D$, ἴση ἐστὶ καὶ

2. δυσὶ V. 3. καί] bis B (in fine et init. linn.).

Post $\angle B\Gamma$ ras. 3 litt. F. 4. $\angle \Gamma B$] $\angle B\Gamma$, sed B in ras. F.

5. $\angle B\Gamma$] corr. ex $AB\Gamma$ V; $AB\Gamma$ b. $\angle \Gamma B$] corr. ex $\angle \Gamma B$

V; in ras. B; $\angle \Gamma B$ b. 6. ἐλαττον B. 7. ἄνισος] supra

m. 2, in textu μείζων m. rec. in ras. P. 9. ᾧσιν] PF; ᾧσι

unlgo. αἱ] supra P. 12. δυσὶ V. Post ταῖς ras. 5 litt.

P. 14. οὐ σταθήσονται (scr. συσταθ.) ἑκατέρα ἑκατέρῃ Pro-

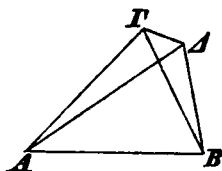
iam cum $\angle B = \angle \Gamma$, et $B\Gamma$ communis sit, duae rectae $\angle B$, $B\Gamma$ duabus $\angle \Gamma$, ΓB aequales sunt altera alteri, et $\angle \angle B\Gamma = \angle \Gamma B$. itaque $\angle \Gamma = \angle B$ et $\triangle \angle B\Gamma = \angle \Gamma B$ [prop. IV], minus maiori; quod absurdum est [κ. εἰν. 8]. itaque $\angle B$ rectae $\angle \Gamma$ inaequalis non est; aequalis igitur.

Ergo si in triangulo duo anguli inter se aequales sunt, etiam latera sub aequalibus angulis subtendentia inter se aequalia erunt; quod erat demonstrandum.

VII.

In eadem recta iisdem duabus rectis aliae duae rectae aequales altera alteri non constituentur ad aliud atque aliud punctum ad eandem partem eosdem terminos, quos priores rectae, habentes.

Nam si fieri potest, in eadem recta $\angle B$ duabus iisdem rectis $\angle \Gamma$, ΓB aliae duae rectae $\angle \angle$, $\angle B$ ae-



quales altera alteri constituentur ad aliud atque aliud punctum Γ et $\angle$ ad eandem partem eosdem terminos habentes, ita ut $\Gamma A = \angle A$, quacum terminum habet communem A , et $\Gamma B = \angle B$,

quacum terminum habet communem B , et ducatur $\Gamma \angle$.

Iam quoniam $\angle \Gamma = \angle \angle$, etiam $\angle \angle \Gamma \angle = \angle \angle \Gamma$

VII. Boetius p. 380, 19.

clus. 19. αλ] om. P. συνεστάτωσαν] corr. ex συνεστάτωσαν B. 21. Post μέρη add. τὰ Γ , $\angle$ P m. rec., mg. m. 2 FVp.

Post ἐξουσαι in P m. rec., Vp m. 2 add. τὰ A , B ; in FB add. ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις; in F praeterea m. 2: ἦτοι τὰ A , B (post εὐθείαις). 22. $\angle A$] $\angle \angle$ BF. 24. $\Gamma \angle$] $\angle \Gamma$ BF.

25. [ση] postea add. P. Post $\angle \Gamma$ add. εὐθεῖα P m. rec. ἐστίν P.

γωνία ἢ ὑπὸ $ΑΓΔ$ τῇ ὑπὸ $ΑΔΓ$ · μείζων ἄρα ἢ ὑπὸ $ΑΔΓ$ τῆς ὑπὸ $ΔΓΒ$ · πολλῶν ἄρα ἢ ὑπὸ $ΓΔΒ$ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ $ΔΓΒ$. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἢ $ΓΒ$ τῇ $ΔΒ$, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἢ ὑπὸ $ΓΔΒ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΔΓΒ$. ἐδείχθη δὲ αὐτῆς καὶ πολλῶν μείζων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

Οὐκ ἄρα ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρα συσταθήσονται πρὸς ἄλλῃ καὶ ἄλλῃ σημείῳ ἐπὶ τὰ
10 αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρα, ἔχῃ δὲ
15 καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ $ΑΒΓ$, $ΔΕΖ$ τὰς δύο πλευρὰς τὰς $ΑΒ$, $ΑΓ$ ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς $ΔΕ$, $ΔΖ$ ἴσας
20 ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρα, τὴν μὲν $ΑΒ$ τῇ $ΔΕ$ τὴν δὲ $ΑΓ$ τῇ $ΔΖ$ · ἐγέτω δὲ καὶ βάσιν τὴν $ΒΓ$ βάσει τῇ $ΕΖ$ ἴσην· λέγω, ὅτι καὶ γωνία ἢ ὑπὸ $ΒΑΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΕΔΖ$ ἐστὶν ἴση.

Ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ $ΑΒΓ$ τριγώνου ἐπὶ τὸ
25 $ΔΕΖ$ τρίγωνον καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν $Β$ σημείου ἐπὶ τὸ $Ε$ σημειον τῆς δὲ $ΒΓ$ εὐθείας ἐπὶ τὴν $ΕΖ$ ἐφαρμόσει καὶ τὸ $Γ$ σημειον ἐπὶ τὸ $Ζ$ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν $ΒΓ$ τῇ $ΕΖ$ · ἐφαρμοσάσης δὲ τῆς $ΒΓ$ ἐπὶ τὴν $ΕΖ$

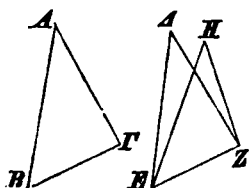
2. τῆς] corr. ex τῇ P. 3. $ΓΒ$] e corr. V; $ΒΓΒΓ$. 4. ἐστὶν P. $ΓΔΒ$] $ΒΔΓ$ p. 5. $ΔΓΒ$] $ΒΓΔ$ p. 13. ταῖς

[prop. V]. quare $\angle A\Delta\Gamma > \angle\Gamma B$ [κ . $\xi\nu\nu$. 8]. itaque multo magis $\angle\Gamma\Delta B > \angle\Gamma B$ [id.]. rursus quoniam $\Gamma B = \Delta B$, erit $\angle\Gamma\Delta B = \angle\Gamma B$ [prop. V]. sed demonstratum est, eundem multo maiorem esse; quod fieri non potest.

Ergo in eadem recta iisdem duabus rectis aliae duae rectae aequales altera alteri non constituentur ad aliud atque aliud punctum ad eandem partem eodem terminos, quos priores rectae, habentes; quod erat demonstrandum.

VIII.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri et praeterea basim basi aequalem habent, etiam angulos aequalibus rectis comprehensos aequales habebunt.



Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ duo latera AB , $A\Gamma$ duobus lateribus ΔE , ΔZ aequalia habentes alterum alteri,

$AB = \Delta E$ et $A\Gamma = \Delta Z$,

et praeterea habeant $B\Gamma = EZ$.

etiam esse $\angle B A \Gamma = \angle E \Delta Z$.

nam triangulo $AB\Gamma$ ad triangulum ΔEZ adplicato et puncto B in E puncto posito recta autem $B\Gamma$ in EZ etiam Γ punctum in Z cadet, quia $B\Gamma = EZ$. adplicata iam $B\Gamma$ rectae EZ etiam BA , ΓA cum EA ,

VIII. Boetius p. 380, 24.

$\delta\nu\sigma\iota$ V. 14. $\xi\chi\eta$ $\delta\epsilon$] om. Proclus. 19. $\tau\acute{\alpha}\varsigma$] om. Pbp.
 $\delta\nu\sigma\iota$ V. 21. $B\Gamma$] $A\Gamma$ F, sed A eras. 25. $\tau\omicron\upsilon$ $\mu\acute{\epsilon}\nu$] $\mu\acute{\epsilon}\nu$
 $\tau\omicron\upsilon$ B. 29. $\delta\eta$] $\delta\epsilon$ Bb. $\xi\pi\iota$] in ras. m. 1 P.

ἐφαρμόσουσι καὶ αὐτὰς $BA, \Gamma A$ ἐπὶ τὰς $E\Delta, \Delta Z$. εἰ γὰρ
 βάσις μὲν ἡ $B\Gamma$ ἐπὶ βάσιν τὴν EZ ἐφαρμόσει, αὐτὰ δὲ
 $BA, \Gamma A$ πλευραὶ ἐπὶ τὰς $E\Delta, \Delta Z$ οὐκ ἐφαρμόσουσιν
 ἀλλὰ παραλλάξουσιν ὥς αὐτὰς EH, HZ , συσταθήσονται
 5 ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι
 δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρω ἑκατέρω πρὸς ἄλλη καὶ ἄλλω
 σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι. οὐ
 συνίστανται δέ· οὐκ ἄρα ἐφαρμοζομένης τῆς $B\Gamma$ βά-
 σεως ἐπὶ τὴν EZ βάσιν οὐκ ἐφαρμόσουσι καὶ αὐτὰς $BA,$
 10 ΓA πλευραὶ ἐπὶ τὰς $E\Delta, \Delta Z$. ἐφαρμόσουσιν ἄρα·
 ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ BAG ἐπὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ
 $E\Delta Z$ ἐφαρμόσει καὶ ἴση αὐτῇ ἔσται.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευράς [ταῖς] δύο
 πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρω καὶ τὴν βάσιν
 15 τῇ βάσει ἴσην ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην
 ἔξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην· ὅπερ
 εἶδει δεῖξαι.

θ'.

Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον δίχα
 20 τεμεῖν.

Ἐστω ἡ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ ὑπὸ BAG .
 δεῖ δὴ αὐτὴν δίχα τεμεῖν.

Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς AB τυχὸν σημεῖον τὸ Δ , καὶ
 ἀφῃρησθῶ ἀπὸ τῆς AG τῇ AD ἴση ἡ AE , καὶ ἐπε-
 25 ξεύχθω ἡ DE , καὶ συνεστάτω ἐπὶ τῆς DE τρίγωνον
 ἰσοπλευρον τὸ DEZ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ AZ . λέγω, ὅτι
 ἡ ὑπὸ BAG γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς AZ εὐ-
 θείας.

1. ἐφαρμόσουσιν P. $BA, \Gamma A$] PBbp; $BA, \Gamma A$ V e
 corr.; utrum praebeat F, discerni nequit. 8. συνίσταται p.

9. ἐφαρμόσουσιν PF. αὐτὰ] supra m. rec. P. 10. ἐφαρ-

ΔZ congruent. nam si basis $B\Gamma$ cum basi EZ congruet, latera autem BA , $A\Gamma$ cum EA , ΔZ non congruent, uerum extra cadent, ut EH , HZ , in eadem recta iisdem duabus rectis aliae duae rectae aequales altera alteri constituentur ad aliud atque aliud punctum ad eandem partem eosdem terminos habentes. sed non constituuntur [prop. VII]. itaque fieri non potest, ut basi $B\Gamma$ ad basim EZ adplicata non congruant etiam latera BA , $A\Gamma$ cum EA , ΔZ . congruent igitur. quare etiam angulus $BA\Gamma$ cum angulo $E\Delta Z$ congruet et ei aequalis erit [κ . $\xi\nu\nu$. 7].

Ergo si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri et basim basi aequalem habent, etiam angulos aequalibus rectis comprehensos aequales habebunt; quod erat demonstrandum.

IX.

Datum angulum rectilineum in duas partes aequales diuidere.

Sit datus angulus rectilineus $BA\Gamma$. oportet igitur eum in duas partes aequales diuidere.

sumatur in AB quoduis punctum Δ , et ab $A\Gamma$ rectae $\Delta\Delta$ aequalis abscindatur AE [prop. III], et ducatur ΔE , et in ΔE construatur triangulus aequilaterus ΔEZ [prop. I], et ducatur AZ . dico, angulum $BA\Gamma$ recta AZ in duas partes aequales diuisum esse.

IX. Simplicius in phys. fol. 14. Boetius p. 381, 1?.

$\mu\acute{o}\sigma\sigma\omicron\nu\iota$ V. 11. $\acute{\epsilon}\pi\iota$] supra F. 13. $\tau\alpha\iota\varsigma$] om. Pp. 14. $\tau\eta\ \beta\acute{\alpha}\sigma\iota\varsigma\ \tau\eta\nu\ \beta\acute{\alpha}\sigma\iota\nu$ P; corr. m. 1. 19. $\epsilon\upsilon\theta\upsilon\gamma\gamma\alpha\mu\mu\omicron\nu\ \gamma\omega\nu\iota\alpha\nu$ Proclus. 23. $\acute{\epsilon}\pi\iota$] $\gamma\acute{\alpha}\rho\ \acute{\epsilon}\pi\iota$ P; $\acute{\alpha}\pi\iota$ V, corr. m. 1. 27. $\gamma\omega\nu\iota\alpha$] om. BF.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ $\angle A$ τῇ $\angle E$, κοινὴ δὲ ἡ $\angle Z$, δύο δὲ αἱ $\angle A, \angle Z$ δυσὶ ταῖς EA, AZ ἴσαι εἶσιν ἑκατέρα ἑκατέρα. καὶ βάσις ἡ $\angle Z$ βάσει τῇ $\angle E$ ἴση ἐστίν· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ $\angle AZ$ γωνία τῇ ὑπὸ $\angle EAZ$ ἴση ἐστίν.

Ἡ ἄρα δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ ὑπὸ $\angle BAG$ δίχα τέμνεται ὑπὸ τῆς AZ εὐθείας· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ι'.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην δίχα τεμεῖν.

Ἐστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ AB · δεῖ δὴ τὴν AB εὐθεῖαν πεπερασμένην δίχα τεμεῖν.

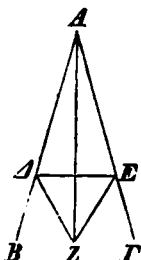
Συνεστήτω ἐπ' αὐτῆς τρίγωνον ἰσοπλευρον τὸ $AB\Gamma$, καὶ τεμήσθω ἡ ὑπὸ $\angle \Gamma B$ γωνία δίχα τῇ $\Gamma\Delta$ εὐθείᾳ· λέγω, ὅτι ἡ AB εὐθεῖα δίχα τέμνεται κατὰ τὸ Δ σημεῖον.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ $\angle A$ τῇ $\angle B$, κοινὴ δὲ ἡ $\angle \Delta$, δύο δὲ αἱ $\angle A, \angle \Delta$ δύο ταῖς $BA, \Gamma\Delta$ ἴσαι εἶσιν ἑκατέρα ἑκατέρα· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $\angle A\Gamma\Delta$ γωνία τῇ ὑπὸ $\angle \Gamma\Delta B$ ἴση ἐστίν· βάσις ἄρα ἡ $\angle A$ βάσει τῇ $\angle B$ ἴση ἐστίν.

Ἡ ἄρα δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ AB δίχα τέμνεται κατὰ τὸ Δ · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

4. ἐστίν] PF (in b v eras.); ἐστὶ uulgo; comp. B. 12. ἡ] om. bp; m. 2 V. 13. εὐθεῖαν πεπερασμένην] P; om. Theon (BFVbp). 15. $\angle \Gamma B$] ante Γ ras. 1 litt. F; ΓB in ras. V. Ante et post τῇ ras. F, sicut post εὐθεῖα lin. 16. 17. τό] τὸν comp. V. 19. δυσὶν V; δύο ταῖς $B\Gamma, \Gamma\Delta$ om. b (τῇ $\gamma\beta \gamma\delta$ m. 2). 21. ἐστίν] ἐστὶ Vp; comp. Bb. $\angle \Delta$] in ras. m. 1 P. 24. τέμνεται p. ποιῆσαι] δεῖξαι P, mg. m. 1 γρ. ποιῆσαι.

nam cum $AA = AE$, et AZ communis sit, duae rectae AA , AZ duabus EA , AZ aequales sunt altera alteri; et basis AZ basi EZ aequalis est. itaque $\angle AAZ = EAZ$ [prop. VIII].

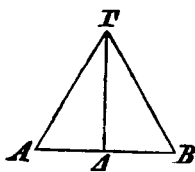


Ergo datus angulus rectilineus $BA\Gamma$ recta AZ in duas partes aequales diuisus est; quod oportebat fieri.

X.

Datam rectam terminatam in duas partes aequales diuidere.

Sit data recta terminata AB . oportet igitur rectam terminatam AB in duas partes aequales diuidere.



construatur in ea triangulus aequilaterus $AB\Gamma$ [prop. I], et angulus $A\Gamma B$ recta ΓA in duas partes aequales diuidatur [prop. IX]. dico, rectam AB in puncto A in duas partes aequales diuisam esse.

nam cum $A\Gamma = \Gamma B$, et ΓA communis sit, duae rectae $A\Gamma$, ΓA duabus $B\Gamma$, ΓA aequales sunt altera alteri; et $\angle A\Gamma A = B\Gamma A$. quare $AA = BA$ [prop. IV].

Ergo data recta terminata AB in puncto A in duas partes aequales diuisa est; quod oportebat fieri.

X. Sext. Emp. p. 719, 26. Simplicius in phys. fol. 114^v. Proclus p. 204, 19. Boetius p. 381, 2?

ια'.

Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

- 5 Ἐστω ἡ μὲν δοθείσα εὐθεῖα ἡ AB τὸ δὲ δοθὲν σημείον ἐπ' αὐτῆς τὸ Γ . δεῖ δὲ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου τῇ AB εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς $ΑΓ$ τυχὸν σημείου τὸ Δ , καὶ
10 κείσθω τῇ $\Gamma\Delta$ ἴση ἡ ΓE , καὶ συνεστιάτω ἐπὶ τῆς ΔE τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ $Z\Delta E$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $Z\Gamma$. λέγω, ὅτι τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ AB ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου τοῦ Γ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ $Z\Gamma$.

- 15 Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ $\Delta\Gamma$ τῇ ΓE , κοινὴ δὲ ἡ ΓZ , δύο δὲ αἱ $\Delta\Gamma, \Gamma Z$ δυοὶ ταῖς $E\Gamma, \Gamma Z$ ἴσαι εἰσὶν ἑκάτερα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΔZ βάσει τῇ ZE ἴση ἐστὶν· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ $\Delta\Gamma Z$ γωνία τῇ ὑπὸ $E\Gamma Z$ ἴση ἐστὶν· καὶ εἰσιν ἐφεξῆς. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν στα-
20 θεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκάτερα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστὶν· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκάτερα τῶν ὑπὸ $\Delta\Gamma Z, Z\Gamma E$.

Τῇ ἄρα δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ AB ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου τοῦ Γ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα
25 γραμμὴ ἦκται ἡ ΓZ . ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

10. $\Gamma\Delta$] Δ in ras. est in b; $\Delta\Gamma$ in ras. V. 18. αὐτήν F et B m. 1 (corr. m. 2). δοθέντος] -έν- in ras. est in V.

14. γραμμῇ] ex γραμμῇ V. $Z\Gamma$] ΓZ p et P corr. ex $Z\Gamma$.

15. ἐπεὶ — ΓZ] mg. m. 2 P. $\Delta\Gamma$] in ras. P. 16. $\Delta\Gamma, \Gamma Z$] Δ et Z eras. F; $Z\Gamma, \Gamma\Delta$ B.

17. ἐστὶν] P; ἐστὶ vulgo, ut lin. 18.

19. ἐξῆς V; corr. m. 2. 25. τῇ] (alt.) ἡ V;

corr. m. 2. AB] in ras. P.

XI.

Ad datam rectam a dato puncto in ea sito rectam perpendicularem erigere.

Sit data recta AB , punctum autem datum in ea situm Γ . oportet igitur a Γ puncto rectae AB perpendicularem rectam erigere.

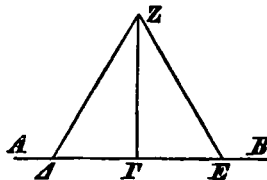
sumatur in $A\Gamma$ quodvis punctum Δ , et ponatur

$\Gamma E = \Gamma \Delta$ [prop. II], et in ΔE

triangulus aequilaterus constru-

atur $Z\Delta E$ [prop. I], et duca-

tur $Z\Gamma$. dico, ad datam rectam



AB a dato puncto in ea sito

Γ perpendicularem erectam esse

rectam lineam $Z\Gamma$.

nam quoniam $\Delta\Gamma = \Gamma E$ et communis ΓZ , duae rectae $\Delta\Gamma$, ΓZ duabus $E\Gamma$, ΓZ aequales sunt altera alteri; et basis ΔZ basi ZE aequalis est. itaque $\angle \Delta\Gamma Z = \angle E\Gamma Z$ [prop. VIII]; et deinceps sunt positi. ubi autem recta super rectam lineam erecta angulos deinceps positos inter se aequales efficit, rectus est uterque angulus aequalis [def. 10]. itaque $\angle \Gamma Z$, $\angle \Gamma E$ recti sunt.

Ergo ad datam rectam AB a dato puncto in ea sito Γ perpendicularis recta linea ducta est ΓZ ; quod oportebat fieri.

XI. Boetius p. 381, 4.

ιβ'.

Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, ὃ μὴ ἐστὶν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

5 Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἄπειρος ἡ AB τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον, ὃ μὴ ἐστὶν ἐπ' αὐτῆς, τὸ Γ · δεῖ δὲ ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν AB ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ , ὃ μὴ ἐστὶν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.^a

10 Ἐλλήφθω γὰρ ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη τῆς AB εὐθείας τυχὸν σημεῖον τὸ Δ , καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Γ διαστήματι δὲ τῷ $\Gamma\Delta$ κύκλος γεγράφθω ὁ EZH , καὶ τετμήσθω ἡ EH εὐθεῖα δίχα κατὰ τὸ Θ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΓH , $\Gamma\Theta$, ΓE εὐθεῖαι· λέγω, ὅτι ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν AB ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ , ὃ μὴ ἐστὶν ἐπ' αὐτῆς, κάθετος ἦκται ἡ $\Gamma\Theta$.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ $H\Theta$ τῇ ΘE , κοινὴ δὲ ἡ $\Theta\Gamma$, δύο δὲ αἱ $H\Theta$, $\Theta\Gamma$ δύο ταῖς $E\Theta$, $\Theta\Gamma$ ἴσαι εἶσιν
20 ἑκατέρω ἑκατέρω· καὶ βάσις ἡ ΓH βάσει τῇ ΓE ἐστὶν ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ $\Gamma\Theta H$ γωνία τῇ ὑπὸ $E\Theta\Gamma$ ἐστὶν ἴση· καὶ εἰσιν ἐφεξῆς. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρω τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστὶν, καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα κάθετος καλεῖται ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.
25

Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν AB ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ , ὃ μὴ ἐστὶν ἐπ' αὐτῆς, κάθετος ἦκται ἡ $\Gamma\Theta$ · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

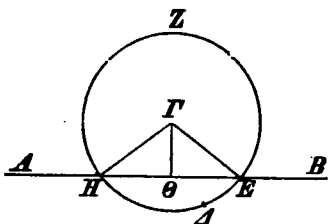
2. Ante ἀπό ras. 2 litt. P. 9. γραμμῇ] mg. m. recenti V. 11. μέν] supra m. 1 P. κέντρῳ τῷ Γ καὶ διαστήματι BFbp. 13. εὐθεῖα] P; om. Theon (BFVbp). 14. ΓE] e

XII.

Ad datam rectam infinitam a dato puncto extra eam sito perpendicularem rectam lineam ducere.

Sit data recta infinita AB punctum autem datum extra eam situm Γ . oportet igitur ad datam rectam infinitam AB a dato puncto extra eam sito Γ perpendicularem rectam ducere.

sumatur enim in altera parte rectae AB quoduis punctum Δ , et centro Γ radio autem $\Gamma\Delta$ circulus describa-



tur EZH [ατ.3], et recta EH in duas partes aequales secetur [prop. X] in Θ , et ducantur rectae $\Gamma H, \Gamma \Theta, \Gamma E$. dico, ad datam rectam infinitam AB a dato puncto Γ extra eam sito perpendicularem ductam esse $\Gamma \Theta$.

nam cum $H\Theta = \Theta E$, et communis sit $\Theta \Gamma$, duae rectae $H\Theta, \Theta \Gamma$ duabus $E\Theta, \Theta \Gamma$ aequales sunt altera alteri. et basis ΓH basi ΓE aequalis est. itaque $\angle \Gamma \Theta H = \angle \Gamma \Theta E$ [prop. VIII]. et deinceps positi sunt. ubi autem recta super rectam lineam erecta angulos deinceps positos inter se aequales efficit, rectus est uterque angulus aequalis, et recta linea erecta perpendicularis adpellatur ad eam, super quam erecta est [def. 10].

Ergo ad datam rectam infinitam AB a dato puncto Γ extra eam sito perpendicularis ducta est $\Gamma \Theta$; quod oportebat fieri.

XII. Schol. in Archim. III p. 383. Boetius p. 381, 7.

corr. m. 2 P, E dub. in F. εὐθείαι] P; om. Theon (BFV bp). 16. καὶ εὐθείαι] ante τ ras. V, ut lín. 28. 19. $\Theta \Gamma$] $\Gamma \Theta$ BF. $H\Theta, \Theta \Gamma$] $\Theta \Gamma, \Theta H$ e corr. P; $\Gamma \Theta, \Theta H$ B; H et Γ eras. F. $\delta\omega\sigma\iota$ BF.

ιγ'.

Ἐὰν εὐθεία ἐπ' εὐθείαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθὰς ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσῃ.

- 5 Εὐθεία γάρ τις ἡ AB ἐπ' εὐθείαν τὴν $ΓΔ$ σταθεῖσα γωνίας ποιεῖτω τὰς ὑπὸ $ΓΒΑ$, $ΑΒΔ$ · λέγω, ὅτι αἱ ὑπὸ $ΓΒΑ$, $ΑΒΔ$ γωνίαι ἤτοι δύο ὀρθαὶ εἰσιν ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι.

- Εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΓΒΑ$ τῇ ὑπὸ $ΑΒΔ$,
 10 δύο ὀρθαὶ εἰσιν. εἰ δὲ οὐ, ἤχθω ἀπὸ τοῦ B σημείου τῇ $ΓΔ$ [εὐθείᾳ] πρὸς ὀρθὰς ἡ $ΒΕ$ · αἱ ἄρα ὑπὸ $ΓΒΕ$, $ΕΒΔ$ δύο ὀρθαὶ εἰσιν· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ $ΓΒΕ$ δυσὶ ταῖς ὑπὸ $ΓΒΑ$, $ΑΒΕ$ ἴση ἐστίν, κοινὴ προσκεῖσθω ἡ ὑπὸ $ΕΒΔ$ · αἱ ἄρα ὑπὸ $ΓΒΕ$, $ΕΒΔ$ τρισὶ ταῖς ὑπὸ $ΓΒΑ$,
 15 $ΑΒΕ$, $ΕΒΔ$ ἴσαι εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ ἡ ὑπὸ $ΔΒΑ$ δυσὶ ταῖς ὑπὸ $ΔΒΕ$, $ΕΒΑ$ ἴση ἐστίν, κοινὴ προσκεῖσθω ἡ ὑπὸ $ΑΒΓ$ · αἱ ἄρα ὑπὸ $ΔΒΑ$, $ΑΒΓ$ τρισὶ ταῖς ὑπὸ $ΔΒΕ$, $ΕΒΑ$, $ΑΒΓ$ ἴσαι εἰσίν. ἐδείχθησαν δὲ καὶ αἱ ὑπὸ $ΓΒΕ$, $ΕΒΔ$ τρισὶ ταῖς ἀνταῖς ἴσαι· τὰ δὲ τῷ
 20 ἀντὶ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ αἱ ὑπὸ $ΓΒΕ$, $ΕΒΔ$ ἄρα ταῖς ὑπὸ $ΔΒΑ$, $ΑΒΓ$ ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ αἱ ὑπὸ $ΓΒΕ$, $ΕΒΔ$ δύο ὀρθαὶ εἰσιν· καὶ αἱ ὑπὸ $ΔΒΑ$, $ΑΒΓ$ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

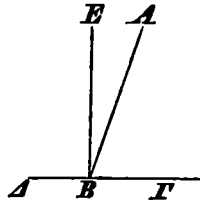
Ἐὰν ἄρα εὐθεία ἐπ' εὐθείαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ,

2. Ἐάν] P m. 2, Proclus p. 292, 15, Philop. in anal. II; in V s. rubro colore postea additum, ut saepe in hoc codice litterae initiales, α in ras. (sed lin. 24 ὡς ἄν); ὅταν P m. 1, Philop. in phys.; ὡς ἄν Theon (BFbp, Psellus et sine dubio V m. 1), Proclus errore librarii p. 291, 20. 3. δυσὶν] δύο Proclus. 10. οὐ] post ras. 1 litt. V. 11. εὐθείᾳ] P mg. m. 1; om. BFVbp. 12. εἰσιν] P, εἰαι vulgo. 13. ἐστὶν] P, ἐστί vulgo. 14. τρισὶ] ex τρισὶν m. 2 P. 15. εἰσὶν]

XIII.

Si recta super rectam lineam erecta angulos effecerit, aut duos rectos aut duobus rectis aequales angulos efficiet.

nam recta aliqua AB super rectam $\Gamma\Delta$ erecta angulos efficiat ΓBA , $AB\Delta$. dico, angulos ΓBA , $AB\Delta$ aut duos rectos esse aut duobus rectis aequales.



iam si $\Gamma BA = AB\Delta$, duo recti sunt [def. 10]. sin minus, a B puncto ad rectam $\Gamma\Delta$ perpendicularis ducatur BE [prop. XI]. itaque ΓBE , $EB\Delta$ duo recti sunt. et quoniam $\Gamma BE = \Gamma BA + ABE$, communis adiciatur $EB\Delta$. itaque $\Gamma BE + EB\Delta = \Gamma BA + ABE + EB\Delta$ [x. *ἐνν.* 2]. rursus quoniam $\Delta BA = \Delta BE + EBA$, communis adiciatur $AB\Gamma$. itaque $\Delta BA + AB\Gamma = \Delta BE + EBA + AB\Gamma$ [id.]. sed demonstratum est, etiam $\Gamma BE + EB\Delta$ iisdem tribus aequales esse. quae autem eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt [x. *ἐνν.* 1]. quare etiam

$$\Gamma BE + EB\Delta = \Delta BA + AB\Gamma.$$

uerum $\Gamma BE + EB\Delta$ duo recti sunt. itaque etiam $\Delta BA + AB\Gamma$ duobus rectis sunt aequales.

Ergo si recta super rectam lineam erecta angulos

XIII. Simplic. in phys. fol. 14. Philopon. in phys. h IIII, in anal. II p. 65. Psellus p. 36, 40. Boetius p. 381, 9.

ελετ PBV; comp. b. 16. [*ση*] corr. ex *ισα* V. [*εστ*] PF, comp. b, [*εστ*] uulgo. 17. *αφα*] *αφα γωνιαι* (in ras.) at V. 20. *κατ*] (alt.) post ea add. V; in mg. add. m. 2: *ατ δὲ*. 21. *ελεν* *ισαι* p. 22. *ελεν*] PF; comp. Bb; *εσαι* uulgo. *ατ*] om. V. 23. *αφα*] om. BF. 24. *Εατ*] *ατ* *αν* PBFVbp.

ἥτοι δύο ὀρθαὶς ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει· ὅπερ
ἔδει δεῖξαι.

ιδ'.

Ἐὰν πρὸς τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ ση-
5 μείῳ δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κεί-
μεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας
ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐ-
θεῖαι.

Πρὸς γάρ τινι εὐθείᾳ τῇ AB καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ
10 σημείῳ τῷ B δύο εὐθεῖαι αἱ $BΓ$, $BΔ$ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ
μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ $ABΓ$, $ABΔ$
δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιεῖν τωσαν· λέγω, ὅτι ἐπ' εὐθείας
ἔστι τῇ $ΓB$ ἢ $BΔ$.

Εἰ γὰρ μὴ ἔστι τῇ $BΓ$ ἐπ' εὐθείας ἢ $BΔ$, ἔστω
15 τῇ $ΓB$ ἐπ' εὐθείας ἢ BE .

Ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἢ AB ἐπ' εὐθείαν τὴν $ΓBE$
ἐφέσθηκεν, αἱ ἄρα ὑπὸ $ABΓ$, ABE γωνίαι δύο ὀρ-
θαῖς ἴσαι εἰσὶν· εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ $ABΓ$, $ABΔ$ δύο
ὀρθαῖς ἴσαι· αἱ ἄρα ὑπὸ $ΓBA$, ABE ταῖς ὑπὸ $ΓBA$,
20 $ABΔ$ ἴσαι εἰσὶν. κοινὴ ἀφηρόσθω ἢ ὑπὸ $ΓBA$ · λοιπὴ
ἄρα ἢ ὑπὸ ABE λοιπὴ τῇ ὑπὸ $ABΔ$ ἔστιν ἴση, ἢ
ἐλάσσων τῇ μελλόνι· ὅπερ ἔστιν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα
ἐπ' εὐθείας ἔστιν ἢ BE τῇ $ΓB$. ὁμοίως δὴ δεῖξομεν,
ὅτι οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς $BΔ$ ἐπ' εὐθείας ἄρα ἔστιν
25 ἢ $ΓB$ τῇ $BΔ$.

1. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] :— BFV; om. bp; δεῖξαι mg. m. 2
FV. 2. δεῖξαι] ποιῆσαι P, corr. m. 2. 4. εὐθεία γραμμῇ

F. 5. εὐθεῖαι ἐξῆς Proclus; cfr. p. 296, 17. κείμεναι] om.
Proclus. 6. δυσὶν] δύο Proclus. 18. ἔστιν P, ut lin. 14.
14. $BΓ$] corr. ex $ΓB$ V. 15. $ΓB$] $BΓ$ b. 17. αἱ] ἢ e
corr. B. δυσὶν V. 18. εἰσὶν δέ P. δυσὶν V. 19. (ὁρ-)
θαῖς — 20. εἰσὶν] postea add. in V in imo folio. 20. εἰσὶν]

effecerit, aut duos rectos aut duobus rectis aequales angulos efficiet; quod erat demonstrandum.

XIV.

Si duae rectae ad rectam aliquam et punctum eius non in eadem parte positae angulos deinceps positos duobus rectis aequales effecerint, in eadem erunt linea recta.

Nam ad rectam aliquam AB et punctum eius B duae rectae $B\Gamma$, $B\Delta$ non in eadem parte positae angulos deinceps positos $AB\Gamma$, $AB\Delta$ duobus rectis aequales efficiant. dico, ΓB et $B\Delta$ in eadem recta esse.

nam si $B\Gamma$ et $B\Delta$ non sunt in eadem recta, ΓB et BE in eadem recta sint.

iam quoniam recta AB super rectam ΓBE erecta est, $\angle AB\Gamma + ABE$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. uerum etiam $AB\Gamma + AB\Delta$ duobus rectis aequales sunt. itaque $\Gamma BA + ABE = \Gamma BA + AB\Delta$ [κ . $\xi\nu\nu$. 1]. subtrahatur, qui communis est, $\angle \Gamma BA$. itaque $\angle ABE = AB\Delta$ [κ . $\xi\nu\nu$. 3], minor maiori; quod fieri non potest. quare BE et ΓB non sunt in eadem recta. similiter idem de quavis alia recta praeter $B\Delta$ demonstrabimus. itaque ΓB et $B\Delta$ in eadem recta sunt.

XIV. Simplic. ad Arist. de coel. fol. 131^v. Philop. ad anal. II fol. 4^v. Boetius p. 381, 11.

PF; $\epsilon\lambda\epsilon\iota$ vulgo. $\kappa\alpha\iota\nu\eta$ — 21. $\tau\eta\ \acute{\upsilon}\pi\acute{o}$] in ras. in summa pag. V. 21. $\lambda\omicron\kappa\eta\eta$] $\lambda\omicron$: V. 22. $\acute{\epsilon}\lambda\acute{\alpha}\tau\tau\omega\nu$ F. 23. ΓB] $B\Gamma$ P, et V sed corr. 24. $\acute{o}\acute{o}\delta'$ p. 25. $\tau\eta$] sequitur ras. 1 litt. in V, $\tau\eta\varsigma$ comp. b.

Ἐὰν ἄρα πρὸς τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημειῶ δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αὖ εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

ι ε'.

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσιν.

Δύο γὰρ εὐθεῖαι αὖ $AB, \Gamma\Delta$ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ E σημειον· λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ μὲν
10 ὑπὸ $AE\Gamma$ γωνία τῇ ὑπὸ ΔEB , ἡ δὲ ὑπὸ ΓEB τῇ ὑπὸ $AE\Delta$.

Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ AE ἐπ' εὐθείαν τὴν $\Gamma\Delta$ ἐφ-
έστηκε γωνίας ποιοῦσα τὰς ὑπὸ $\Gamma EA, AE\Delta$, αὖ ἄρα
ὑπὸ $\Gamma EA, AE\Delta$ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν. πά-
15 λιν, ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ ΔE ἐπ' εὐθείαν τὴν AB ἐφέστηκε
γωνίας ποιοῦσα τὰς ὑπὸ $AE\Delta, \Delta EB$, αὖ ἄρα ὑπὸ
 $AE\Delta, \Delta EB$ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν. ἐδείχθη-
σαν δὲ καὶ αὖ ὑπὸ $\Gamma EA, AE\Delta$ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι·
αὖ ἄρα ὑπὸ $\Gamma EA, AE\Delta$ ταῖς ὑπὸ $AE\Delta, \Delta EB$ ἴσαι
20 εἰσὶν. κοινὴ ἀφηρησθῶ ἡ ὑπὸ $AE\Delta$ · λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ
 ΓEA λοιπῇ τῇ ὑπὸ $BE\Delta$ ἴση ἐστὶν· ὁμοίως δὲ δειχ-
θήσεται, ὅτι καὶ αὖ ὑπὸ $\Gamma EB, \Delta EA$ ἴσαι εἰσὶν.

Ἐὰν ἄρα δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ
κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσιν· ὅπερ ἔδει
25 δεῖξαι.

4. αὖ] om. V. 7. ποιοῦσιν] ποιῶσι Proclus, ποιήσουσιν
(uel -σι) codd.; cfr. lin. 24. 12. ἐφέστηκεν BF. 13. ΓEA —
18. ὀρθαῖς] in ras. V. 14. εἰσὶν] PBF; comp. b; εἰσὶ vulgo.
15. ἐπ'] ἐπὶ Pb. ἐφέστηκεν PBF. 16. αὖ ἄρα ὑπὸ $AE\Delta$,
 ΔEB] mg. m. 1 p. 19. ἄρα] om. F. ταῖς] ἄρα ταῖς F.
20. εἰσὶν] PF; comp. b; εἰσὶ vulgo. ἀφηρησθῶ V. 21.

Ergo si duae rectae ad rectam aliquam et punctum eius non in eadem parte positae angulos deinceps positos duobus rectis aequales effecerint, in eadem erunt linea recta; quod erat demonstrandum.

XV.

Si duae rectae inter se secant, angulos ad uerticem positos inter se aequales efficiunt.

Nam duae rectae AB , $\Gamma\Delta$ inter se secant in puncto E . dico, esse $\angle AEG = \angle EBT$ et $\angle GEB = \angle AED$.

nam quoniam recta AE super rectam $\Gamma\Delta$ erecta est angulos efficiens ΓEA , $AE\Delta$, anguli ΓEA , $AE\Delta$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. rursus quoniam recta AE super rectam AB erecta est angulos efficiens $AE\Delta$, ΔEB , anguli $AE\Delta$, ΔEB duobus rectis aequales sunt [id.] sed demonstratum est, etiam angulos ΓEA , $AE\Delta$ duobus rectis aequales esse. quare $\Gamma EA + AE\Delta = AE\Delta + \Delta EB$ [κ . $\xi\nu$. 1]. subtrahatur, qui communis est, $\angle AE\Delta$. itaque $\Gamma EA = \Delta EB$ [κ . $\xi\nu$. 3]. similiter demonstrabimus, esse etiam $\angle GEB = \angle AED$.

Ergo si duae rectae inter se secant, angulos ad uerticem positos inter se aequales efficiunt; quod erat demonstrandum.

XV. Boetius p. 381, 15.

ΓEA] litt. EA in ras. V. $BE\Delta$] ΔEB B et in ras. V.
 $\delta\eta$] $\delta\epsilon$ b, et V m. 1 sed corr. 24. $\kappa\omicron\iota\omega\sigma\iota\upsilon$ F.

[Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν ἐστι, ἂν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς πρὸς τῇ τομῇ γωνίας τέτρασιν ὁρθαῖς ἴσας ποιήσουσιν.]

5

ις'.

Παντὸς τριγώνου μιᾷ τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνιῶν μείζων ἐστίν.

Ἐστω τρίγωνον τὸ $ABΓ$, καὶ προσεκβλήσθω ἀπὸ τοῦ μία πλευρὰ ἡ $ΒΓ$ ἐπὶ τὸ $Δ$ · λέγω, ὅτι ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ $ΑΓΔ$ μείζων ἐστὶν ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῶν ὑπὸ $ΓΒΑ$, $ΒΑΓ$ γωνιῶν.

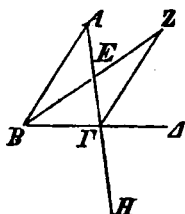
Τετμήσθω ἡ $ΑΓ$ δίχα κατὰ τὸ $Ε$, καὶ ἐπιξευχθεῖσα ἡ $ΒΕ$ ἐκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας ἐπὶ τὸ $Ζ$, καὶ κείσθω τῇ $ΒΕ$ ἴση ἡ $ΕΖ$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΖΓ$, καὶ διήχθω ἡ $ΑΓ$ ἐπὶ τὸ $Η$.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν $ΑΕ$ τῇ $ΕΓ$, ἡ δὲ $ΒΕ$ τῇ $ΕΖ$, ὁθό δὴ αἱ $ΑΕ$, $ΕΒ$ δυεῖς ταῖς $ΓΕ$, $ΕΖ$ ἴσαι εἶσιν ἑκατέρα ἑκατέρῃ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $ΑΕΒ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΖΕΓ$ ἴση ἐστίν· κατὰ κορυφὴν γάρ· βάσεις ἄρα ἡ $ΑΒ$ βάσει τῇ $ΖΓ$ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ $ΑΒΕ$ τρίγωνον τῷ $ΖΕΓ$ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι εἶσιν ἑκατέρα ἑκατέρῃ, ὅφ' αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΒΑΕ$ τῇ ὑπὸ $ΕΓΖ$. μείζων δὲ ἐστὶν ἡ

1. πόρισμα — 4. ποιούσιν] om. PVb et alter codex Grynaei; in p legitur a m. 2; in B in imo mg. m. 1; habent F, Proclus, Psellus p. 86; in V mg. m. 2 legitur cum altero cod. Grynaei: ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἂν ὁσαιδηποτοῦν εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς πρὸς τῇ τομῇ γωνίας τέσσαρας ὁρθαῖς ἴσας ποιήσουσι; idem mg. m. 1 praebent F (τέτρασιν, ποιήσουσιν) et b (τέτταρας, ποιήσουσιν) et habuit Psellus; Proclus

XVI.

In quovis triangulo uno latere producto angulus extrinsecus positus utrouis angulo interiore et opposito maior est.



Sit triangulus $AB\Gamma$, et producatur unum latus eius $B\Gamma$ ad Δ punctum. dico esse $\angle A\Gamma\Delta > \Gamma B A$ et $A\Gamma\Delta > B A \Gamma$.

secetur $A\Gamma$ in duas partes aequales in E [prop. X], et ducta BE producatur in directum ad Z , et ponatur $EZ = BE$, et ducatur $Z\Gamma$, et educatur $A\Gamma$ ad H .

iam quoniam $AE = E\Gamma$ et $BE = EZ$, duae rectae AE , EB duabus ΓE , EZ aequales sunt altera alteri. et $\angle AEB = Z E \Gamma$ (nam ad uerticem eius est) [prop. XV]. itaque basis AB basi $Z\Gamma$ aequalis est et $\triangle ABE = Z E \Gamma$, et reliqui anguli reliquis aequales sunt alter alteri, sub quibus aequalia latera subtendunt [prop. IV]. itaque $\angle B A E = E \Gamma Z$. uerum

XVI. Schol. in Pappum III p. 1183, 4. Boetius p. 381, 17.

p. 305, 4 de suo adiicit. praeterea in V mg. m. 1 reperitur: *πόρισμα. ἐκ δὲ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ὁσαυδηποτοῦν εὐθείαι τέμνωσιν ἀλλήλας τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιήσουσιν.* Zambertus nullum omnino porisma habet, Campanus id, quod recepimus. 2. *τέμνωσιν* p. 3. *πρὸς τῇ τομῇ* Bp; *τέτταρας* Proclus. *αἱ πρὸς τῇ τομῇ γωνίαι* F. *τέτταρας* Bfp; *τέτταρας* Proclus. 4. *ἴσας* *ἴσαι* F. *ποιήσουσιν* Bp; *ποιούσιν* Proclus; *εἰσὶν* F. 6. *τῶν πλευρῶν* *πλευρᾶς* Proclus; *τῶν πλευρᾶς* V, sed corr. *προς* e corr. V. 7. *τοῦ τριγώνου γωνία* Proclus. 8. *ἀπεναντίων* B. *γωνιῶν* P, Boetius, Campanus; om. Proclus et Theon (BfVbp; in V comp. add. m. 2). 12. *ἀπεναντίων* B. 14. Post *BE* ras. 2 litt. P. *ἐπ' εὐθείας* P; om. Theon (BfVbp). 16. *H* K in ras. p. 20. *ἔστιν* comp. b; *ἔστι* BF. 21. *ἔστιν* PF; comp. b; *ἔστι* uulgo. 25. *μείζω* P, corr. m. 2.

ὑπὸ $ΕΓΔ$ τῆς ὑπὸ $ΕΓΖ$ · μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ $ΑΓΔ$ τῆς ὑπὸ $ΒΑΕ$. Ὀμοίως δὴ τῆς $ΒΓ$ τετμημένης διχα δειχθήσεται καὶ ἡ ὑπὸ $ΒΓΗ$, τουτέστιν ἡ ὑπὸ $ΑΓΔ$, μείζων καὶ τῆς ὑπὸ $ΑΒΓ$.

- 5 Παντὸς ἄρα τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία ἐκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνιῶν μείζων ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιζ'.

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἢ ἐλάσσονες εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

10 Ἐστω τρίγωνον τὸ $ΑΒΓ$ · λέγω, ὅτι τοῦ $ΑΒΓ$ τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάττωτες εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ $ΒΓ$ ἐπὶ τὸ $Δ$.

- 15 Καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ $ΑΒΓ$ ἐκτὸς ἐστὶ γωνία ἡ ὑπὸ $ΑΓΔ$, μείζων ἐστὶ τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῆς ὑπὸ $ΑΒΓ$. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ $ΑΓΒ$ · αἱ ἄρα ὑπὸ $ΑΓΔ$, $ΑΓΒ$ τῶν ὑπὸ $ΑΒΓ$, $ΒΓΑ$ μείζονες εἰσιν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ $ΑΓΔ$, $ΑΓΒ$ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν· αἱ
20 ἄρα ὑπὸ $ΑΒΓ$, $ΒΓΑ$ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες εἰσιν. ὁμοίως δὴ δεῖξομεν, ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ $ΒΑΓ$, $ΑΓΒ$ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες εἰσι καὶ ἔτι αἱ ὑπὸ $ΓΑΒ$, $ΑΒΓ$.

Παντὸς ἄρα τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. $ΑΓΔ$] $ΑΓΔ$ καὶ F. 2. δὴ] BFbp; δὲ P et V insertum m. 2. τετμημένης] τμηθείσης B. 6. ἀπεναντίων B. 7. γωνιῶν] P; om. Theon (BFVbp). δεῖξαι] PBp et e corr. V; :~ F; ποιῆσαι V m. 1, b. 10. εἰσιν P. μεταλαμβανόμεναι] -αι eras. V. 13. ἐλάσσονες BVb. εἰσιν PF. 15. $ΑΒΓ$] $ΒΓ$ euan. F. 16. ἐστὶν P. ἀπεναντίων B, sed corr. m. 1. 19. δυσὶν B. εἰσιν ἴσαι B. 20. ἐλάττωτες F. 21. ὑπὸ] om. Pp; m. 2 PF. 22. εἰσιν PF, comp. b.

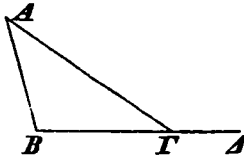
$\angle E\Gamma A > E\Gamma Z$ [x. *ἐνν.* 8]. quare $\angle A\Gamma A > BAE$.
similiter recta $B\Gamma$ in duas partes aequales secta de-
monstrabitur etiam $\angle B\Gamma H > AB\Gamma$, h. e.

$$\angle A\Gamma A > AB\Gamma.$$

Ergo in quouis triangulo uno latere producto an-
gulus extrinsecus positus utrouis angulo interiore et
opposito maior est; quod erat demonstrandum.

XVII.

Cuiusvis trianguli duo anguli duobus rectis minores
sunt quoquo modo coniuncti.



Sit triangulus $AB\Gamma$. dico,
angulos duos trianguli $AB\Gamma$
duobus rectis minores esse quo-
quo modo coniunctos.

producatur enim $B\Gamma$ ad A . et quoniam in trian-
gulo $AB\Gamma$ extrinsecus positus est angulus $A\Gamma A$, ma-
ior est angulo interiore et opposito $AB\Gamma$ [prop. XVI].
communis adiiciatur $A\Gamma B$. itaque

$$A\Gamma A + A\Gamma B > AB\Gamma + B\Gamma A \text{ [x. } \textit{ἐνν.} \text{ 4].}$$

uerum $A\Gamma A + A\Gamma B$ duobus rectis aequales sunt
[prop. XIII]. itaque $AB\Gamma + B\Gamma A$ duobus rectis mi-
nores sunt. similiter demonstrabimus, etiam $B\Gamma A +$
 $A\Gamma B$ et praeterea $\Gamma A B + AB\Gamma$ duobus rectis mi-
nores esse.

Ergo cuiusvis trianguli duo anguli duobus rectis
minores sunt quoquo modo coniuncti; quod erat de-
monstrandum.

XVII. Proclus p. 184, 1. Boetius p. 381, 19.

24. *ἐλάττωτες* F. *εἰσιν* PF; comp. b. *δείξαι*] ποιῆσαι V,
sed supra scr. *δείξαι* m. 1.

ιη'.

Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.

Ἔστω γὰρ τρίγωνον τὸ $ABΓ$ μείζονα ἔχον τὴν $ΑΓ$ 5 πλευρὰν τῆς AB . λέγω, ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $ABΓ$ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ $BΓA$.

Ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ $ΑΓ$ τῆς AB , κείσθω τῇ AB ἴση ἡ $ΑΔ$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $BΔ$.

Καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ $BΓΔ$ ἐκτός ἐστι γωνία ἡ 10 ὑπὸ $ΑΔB$, μείζων ἐστὶ τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίου τῆς ὑπὸ $ΑΓB$. ἴση δὲ ἡ ὑπὸ $ΑΔB$ τῇ ὑπὸ $ABΔ$, ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἡ AB τῇ $ΑΔ$ ἐστὶν ἴση· μείζων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ $ABΔ$ τῆς ὑπὸ $ΑΓB$. πολλῶ ἄρα ἡ ὑπὸ $ABΓ$ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ $ΑΓB$.

15 Παντὸς ἄρα τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ'.

Παντὸς τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει.

20 Ἔστω τρίγωνον τὸ $ABΓ$ μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ $ABΓ$ γωνίαν τῆς ὑπὸ $BΓA$. λέγω, ὅτι καὶ πλευρὰ ἡ $ΑΓ$ πλευρᾶς τῆς AB μείζων ἐστίν.

Εἰ γὰρ μή, ἦτοι ἴση ἐστὶν ἡ $ΑΓ$ τῇ AB ἢ ἐλάσσων· ἴση μὲν οὐκ ἐστὶν ἡ $ΑΓ$ τῇ AB . ἴση 25 γὰρ ἂν ἦν καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $ABΓ$ τῇ ὑπὸ $ΑΓB$. οὐκ ἐστὶ δέ· οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ $ΑΓ$ τῇ AB . οὐδὲ μὴν ἐλάσσων ἐστὶν ἡ $ΑΓ$ τῆς AB . ἐλάσσων γὰρ ἂν ἦν

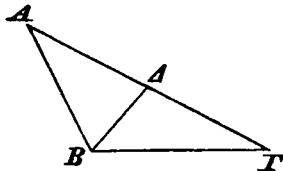
6. ἐστίν P. 8. καὶ — $BΔ$] mg. m. 1 P. 9. $BΓΔ$] PBF; $BΔΓ$ vulgo. 10. $ΑΔB$] corr. ex $ABΔ$ F. ἐστίν P. 11. $ΔΓB$] Pp; $ΑΓB$ BFb et e corr. V. 12. AB] supra scriptam Δ b m. 1. 13. πολλῶ — 14. $ΑΓB$] mg. m. 1 P. 14. ἐστίν P. 16. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. Bbp; m. 2 add. V.

XVIII.

In quouis triangulo maius latus sub maiore angulo subtendit.

Sit enim triangulus $AB\Gamma$ habens $A\Gamma > AB$. dico, etiam esse $\angle AB\Gamma > B\Gamma A$.

nam quoniam $A\Gamma > AB$, ponatur $AA = AB$



[prop. II], et ducatur BA .

et quoniam in triangulo $B\Gamma A$

extrinsecus positus est $\angle AAB$,

erit $\angle AAB > \angle \Gamma B A$, qui in-

terior est et oppositus [prop.

XVI]. sed $\angle AAB = \angle AB A$, quoniam etiam $AB = AA$

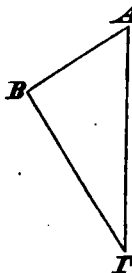
[prop. V]. itaque etiam $\angle AB A > \angle \Gamma B A$. quare multo

magis $\angle AB\Gamma > \angle \Gamma B A$ [*κ. εvv. 8*].

Ergo in quouis triangulo maius latus sub maiore angulo subtendit; quod erat demonstrandum.

XIX.

In quouis triangulo sub maiore angulo maius latus subtendit.



Sit triangulus $AB\Gamma$ habens

$\angle AB\Gamma > B\Gamma A$.

[dico, etiam esse $A\Gamma > AB$.

nam si minus, aut $A\Gamma = AB$ aut

$A\Gamma < AB$. iam non est $A\Gamma = AB$. tum

enim esset $\angle AB\Gamma = \angle \Gamma B A$ [prop. V];

uerum non est. itaque non est $A\Gamma = AB$.

neque uero $A\Gamma < AB$. tum enim esset $\angle AB\Gamma < \angle \Gamma B A$

XVIII. Boetius p. 381, 21.

XIX. Boetius p. 381, 23.

21. $B\Gamma A$] corr. ex $\Gamma B A$ b.

η] in ras. 3 litt. m. 1 P.

26. *εεvv* P.

καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $ABΓ$ τῆς ὑπὸ $ΑΓΒ$. οὐκ ἔστι δέ·
οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἡ $ΑΓ$ τῆς AB . ἐδείχθη δέ,
ὅτι οὐδὲ ἴση ἐστίν. μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ $ΑΓ$ τῆς AB .

Παντὸς ἄρα τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ
5 μείζων πλευρὰ ὑποτείνει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κ'.

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοι-
πῆς μείζονές εἰσι πάντη μεταλαμβανόμεναι.

Ἔστω γὰρ τρίγωνον τὸ $ABΓ$. λέγω, ὅτι τοῦ $ABΓ$
10 τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι
πάντη μεταλαμβανόμεναι, αἱ μὲν BA , $ΑΓ$ τῆς $BΓ$,
αἱ δὲ AB , $BΓ$ τῆς $ΑΓ$, αἱ δὲ $BΓ$, $ΓΑ$ τῆς AB .

Διήχθω γὰρ ἡ BA ἐπὶ τὸ $Δ$ σημειον, καὶ κείσθω
τῇ $ΓΑ$ ἴση ἡ $ΑΔ$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΔΓ$.

15 Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ $ΔΑ$ τῇ $ΑΓ$, ἴση ἐστὶ καὶ
γωνία ἡ ὑπὸ $ΑΔΓ$ τῇ ὑπὸ $ΑΓΔ$. μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ $BΓΔ$
τῆς ὑπὸ $ΑΔΓ$. καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ $ΔΓΒ$ μεί-
ζονα ἔχον τὴν ὑπὸ $BΓΔ$ γωνίαν τῆς ὑπὸ $BΔΓ$, ὑπὸ
δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει, ἡ
20 $ΔB$ ἄρα τῆς $BΓ$ ἐστὶ μείζων. ἴση δὲ ἡ $ΔΑ$ τῇ $ΑΓ$.
μείζονες ἄρα αἱ BA , $ΑΓ$ τῆς $BΓ$. ὁμοίως δὲ δείξο-
μεν, ὅτι καὶ αἱ μὲν AB , $BΓ$ τῆς $ΓΑ$ μείζονές εἰσιν,
αἱ δὲ $BΓ$, $ΓΑ$ τῆς AB .

XX. Boetius p. 381, 26.

1. ἔστιν P. 2. τῆς] τῇ b. 3. ἐστίν] PFV; comp.
b; ἐστὶ uulgo. 4. ἔσται F. 5. ἄρα] mg.
V. 6. ταῖς λοιπαῖς V; corr. m. 1. 7. εἰσὶ] εἰσιν PF;
comp. b. 8. ὅτι] om. F. 9. τοῦ] e corr. V. 10. τρι-
γώνου] -ον e corr. V. 11. ταῖς λοιπαῖς V, sed corr. εἰσιν
εἰσιν PF; comp. b. 12. BΓ] ΓB BF, et V corr. ex BΓ.
13. ΑΓ] ΔΓ F. 14. τῇ] corr. ex τῆς V. 15. ΔΓ] ΓΔ F.

[prop. XVIII]. uerum non est. itaque non est $AF < AB$. demonstratum autem est, ne aequalem quidem esse. quare $AF > AB$.

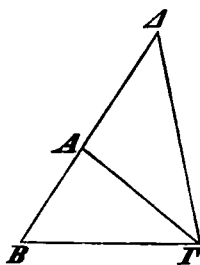
Ergo in quouis triangulo sub maiore angulo maius latus subtendit; quod erat demonstrandum.

XX.

In quouis triangulo duo latera reliquo maiora sunt quoquo modo coniuncta.

Sit enim triangulus $AB\Gamma$. dico, in triangulo $AB\Gamma$ duo latera reliquo maiora esse quoquo modo coniuncta, $BA + A\Gamma > B\Gamma$, $AB + B\Gamma > A\Gamma$, $B\Gamma + \Gamma A > AB$.

educatur enim BA ad Δ punctum, et ponatur



$\Delta A = A\Gamma$, et ducatur $\Delta\Gamma$. iam quoniam $\Delta A = A\Gamma$, erit etiam

$\angle A\Delta\Gamma = \angle \Gamma\Delta A$ [prop. V].

itaque $\angle B\Gamma\Delta > \angle A\Delta\Gamma$ [α . $\xi\nu\nu$. 8].

et quoniam triangulus est $\Delta\Gamma B$ maiorem habens angulum $B\Gamma\Delta$ angulo $B\Delta\Gamma$, sub maiore autem angulo

maius latus subtendit, erit $\Delta B > B\Gamma$ [prop. XIX]. uerum $\Delta A = A\Gamma$. itaque

$BA + A\Gamma > B\Gamma$.¹⁾

similiter demonstrabimus, esse etiam

$AB + B\Gamma > \Gamma A$ et $B\Gamma + \Gamma A > AB$.

1) Nam $\Delta B = \Delta A + AB$.

15. $\xi\sigma\tau\iota$] comp. b; $\xi\sigma\tau\iota$ PF. 16. Post $A\Gamma\Delta$ add. $\alpha\lambda\lambda' \eta \nu\pi\omicron$ $B\Gamma\Delta$ $\gamma\omega\nu\iota\alpha$ $\tau\eta\varsigma$ $\nu\pi\omicron$ $A\Gamma\Delta$ $\mu\epsilon\lambda\lambda\omicron\nu$ $\xi\sigma\tau\iota$ mg. m. 1 V, mg. m. recenti p. 17. $\Delta\Delta\Gamma$] corr. ex $A\Gamma\Delta$ F. $\xi\sigma\tau\iota\nu$ P. 18. $B\Delta\Gamma$] corr. ex $\Delta\Delta\Gamma$ V; ΔAB uel $\Delta\Delta\Gamma$ F. seq. ras. magna P. 20. $\xi\sigma\tau\iota\nu$ P. ΔA] $\Delta\Delta$ F. ΔA $\tau\eta$ $A\Gamma$] ΔB $\tau\alpha\iota\varsigma$ AB , $A\Gamma$ e corr. p m. recenti (fuerat ΔA $\tau\eta$ $A\Gamma$), Campanus, Zambertus. V in mg. habet: $\epsilon\sigma\eta$ $\delta\epsilon$ η ΔB $\tau\alpha\iota\varsigma$ AB , $A\Gamma$ $\mu\epsilon\lambda\lambda\omicron\nu$ $\nu\epsilon\varsigma$ $\delta\epsilon\alpha$ $\alpha\lambda$ BA , $A\Gamma$ $\tau\eta\varsigma$ $B\Gamma$ ad $\epsilon\sigma\eta$ lin. 20 relata.

Παντὸς ἄρα τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς
μεῖζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· ὅπερ ἔδει
δεῖξαι.

κα'.

Ἐὰν τριγώνου ἐπὶ μιᾷ τῶν πλευρῶν ἀπὸ
5 τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν,
αἱ συσταθεῖσαι τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο
πλευρῶν ἐλάττονες μὲν ἔσονται, μείζονα δὲ
γωνίαν περιέξουσιν.

Τριγώνου γὰρ τοῦ $ABΓ$ ἐπὶ μιᾷ τῶν πλευρῶν
10 τῆς $BΓ$ ἀπὸ τῶν περάτων τῶν B , $Γ$ δύο εὐθεῖαι ἐν-
τὸς συνεστιάτωσαν αἱ $ΒΔ$, $ΔΓ$ · λέγω, ὅτι αἱ $ΒΔ$, $ΔΓ$
τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τῶν $ΒΑ$, $ΑΓ$
ἐλάσσονες μὲν εἰσιν, μείζονα δὲ γωνίαν περιέχουσι τὴν
ὑπὸ $ΒΔΓ$ τῆς ὑπὸ $ΒΑΓ$.

15 Διήχθω γὰρ ἡ $ΒΔ$ ἐπὶ τὸ $Ε$. καὶ ἐπεὶ παντὸς
τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μεῖζονές εἰσιν,
τοῦ $ΑΒΕ$ ἄρα τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ αἱ $ΑΒ$, $ΑΕ$
τῆς $ΒΕ$ μεῖζονές εἰσιν· κοινὴ προσκεισθῶ ἡ $ΕΓ$ ·
αἱ ἄρα $ΒΑ$, $ΑΓ$ τῶν $ΒΕ$, $ΕΓ$ μεῖζονές εἰσιν. πά-
20 λιν, ἐπεὶ τοῦ $ΓΕΔ$ τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ αἱ $ΓΕ$,
 $ΕΔ$ τῆς $ΓΔ$ μεῖζονές εἰσιν, κοινὴ προσκεισθῶ ἡ $ΔΒ$ ·
αἱ $ΓΕ$, $ΕΒ$ ἄρα τῶν $ΓΔ$, $ΔΒ$ μεῖζονές εἰσιν. ἀλλὰ
τῶν $ΒΕ$, $ΕΓ$ μεῖζονες ἐδείχθησαν αἱ $ΒΑ$, $ΑΓ$ · πολλῶ
ἄρα αἱ $ΒΑ$, $ΑΓ$ τῶν $ΒΔ$, $ΔΓ$ μεῖζονές εἰσιν.

XXI. Schol. in Pappum III p. 1183, 4. Boetius p. 381, 26.

2. εἰσιν P. 4. πλευρῶν δύο εὐθεῖαι συσταθῶσιν ἐντὸς
ἀπὸ τῶν περάτων ἀρξάμεναι αἱ Proclus. 6. δύο] om. Pro-
clus. 7. ἐλάττονες F, Proclus. 8. περιέξουσιν Proclus, Vbp.
11. $ΔΓ$ πλευραὶ τῶν P. 13. εἰσι Vbp. περιέχουσιν PF.

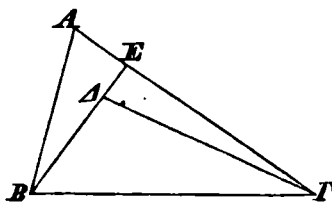
Ergo in quouis triangulo duo latera reliquo maiora sunt quoquo modo coniuncta; quod erat demonstrandum.

XXI.

Si in uno latere trianguli a terminis duae rectae intus coniunguntur, rectae coniunctae reliquis duobus lateribus trianguli minores erunt, maiorem autem angulum comprehendent.

In triangulo enim $AB\Gamma$ in uno latere $B\Gamma$ a terminis B , Γ duae rectae intus coniungantur $B\Delta$, $\Delta\Gamma$. dico, esse $B\Delta + \Delta\Gamma < BA + A\Gamma$ et $\angle B\Delta\Gamma > B\Lambda\Gamma$.

educatur enim $B\Delta$ ad E . et quoniam in quouis triangulo duo latera reliquo maiora sunt [prop. XX],



in triangulo ABE erunt

$AB + AE > BE$. com-

munis adiiciatur $E\Gamma$. itaque

$BA + A\Gamma > BE + E\Gamma$

[κ. έvv.4]. rursus quoniam

in $\Gamma E\Delta$ triangulo

$\Gamma E + E\Delta > \Gamma\Delta$,

communis adiiciatur ΔB . itaque

$\Gamma E + EB > \Gamma\Delta + \Delta B$.

sed demonstratum est $BA + A\Gamma > BE + E\Gamma$. itaque multo magis $BA + A\Gamma > B\Delta + \Delta\Gamma$.

14. $B\Delta\Gamma$] $\Gamma\Delta B$ F. 15. E] euan. F. 16. $\epsilon\lambda\sigma\iota\nu$] PF; comp. b; $\epsilon\lambda\sigma\iota$ uulgo. 17. Post $\kappa\lambda\epsilon\upsilon\sigma\alpha\iota$ in P del. $\tau\eta\varsigma \lambda\omicron\iota\pi\eta\varsigma \mu\epsilon\iota$. 18. $\epsilon\lambda\sigma\iota\nu$] PF; comp. b; $\epsilon\lambda\sigma\iota$ uulgo. $\pi\rho\omicron\sigma$ - supra m. 2 b. $E\Gamma$] $B\Gamma$ P. 19. $\epsilon\lambda\sigma\iota\nu$] FP, comp. b; $\epsilon\lambda\sigma\iota$ uulgo. 20. $\Gamma E\Delta$] Δ add. m. 2 F. 21. $\epsilon\lambda\sigma\iota\nu$] PFV; $\epsilon\lambda\sigma\iota$ uulgo. ΔB] $B\Delta$ b. 22. $\acute{\alpha}\rho\alpha$ ΓE , EB F. 23. BA] corr. in AB V. 24. $\Delta\Gamma$] $A\Gamma$ F. $\epsilon\lambda\sigma\iota\nu$] PF; $\epsilon\lambda\sigma\iota$ uulgo.

· Πάλιν, ἐπεὶ παντὸς τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον μεῖζων ἐστίν, τοῦ $\Gamma\Delta E$ ἄρα τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ $B\Delta\Gamma$ μεῖζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ $\Gamma E\Delta$. διὰ ταῦτα τοίνυν καὶ τοῦ ABE τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ $\Gamma E B$ μεῖζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ $B\Delta\Gamma$. ἀλλὰ τῆς ὑπὸ $\Gamma E B$ μεῖζων ἐδείχθη ἡ ὑπὸ $B\Delta\Gamma$. πολλῶ ἄρα ἡ ὑπὸ $B\Delta\Gamma$ μεῖζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ $B\Delta\Gamma$.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου ἐπὶ μιᾷς τῶν πλευρῶν ἀπὸ 10 τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν, αἱ συσταθείσαι τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ἐλάττονες μὲν εἰσιν, μείζονα δὲ γωνίαν περιέχουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'.

15 Ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἷ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις [εὐθείαις], τρίγωνον συστήσασθαι· δεῖ δὲ τὰς δύο τῆς λοιπῆς μεῖζονας εἶναι πάντη μεταλαμβανομένας [διὰ τὸ καὶ παντὸς τριγώνου τὰς δύο πλευρὰς τῆς λοιπῆς μεῖζονας 20 εἶναι πάντη μεταλαμβανομένας].

Ἐστωσαν αἱ δοθεῖσαι τρεῖς εὐθεῖαι αἱ A, B, Γ , ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μεῖζονες ἔστωσαν πάντη μεταλαμβανόμεναι, αἱ μὲν A, B τῆς Γ , αἱ δὲ A, Γ τῆς B , καὶ ἔτι αἱ B, Γ τῆς A . δεῖ δὴ ἐκ τῶν ἴσων ταῖς $A, 25 B, \Gamma$ τρίγωνον συστήσασθαι.

Ἐκκελίσθω τις εὐθεῖα ἡ ΔE πεπερασμένη μὲν κατὰ

XXII. Proclus p. 102, 16. Eutocius in Apollonium p. 10. Boetius p. 382, 1 (male). partem demonstrationis habet Proclus p. 330 sq.

2. ἐντός] ἐν- in ras. b. ἐστίν] PF; ἐστὶ vulgo. $\Gamma\Delta E$] e corr. F m. 2; mutat. in $\Gamma E\Delta$ V. ἄρα] supra F. 3.

rursus quoniam in quouis triangulo angulus extrinsecus positus maior est angulo interiore et opposito [prop. XVI], in triangulo $\Gamma\Delta E$ erit $\angle B\Delta\Gamma > \Gamma E\Delta$. eadem de causa igitur etiam in triangulo ABE erit $\angle FEB > B\Delta\Gamma$. uerum demonstratum est $\angle B\Delta\Gamma > \Gamma E\Delta$. multo igitur magis $B\Delta\Gamma > B\Delta\Gamma$.

Ergo si in uno latere trianguli a terminis duae rectae intus coniunguntur, rectae coniunctae reliquis duobus lateribus trianguli minores erunt, maiorem autem angulum comprehendent; quod erat demonstrandum.

XXII.

Ex tribus rectis, quae tribus datis aequales sunt, triangulum construere (oportet autem duas reliqua maiores esse quoquo modo coniunctas [prop. XX]).

Sint tres datae rectae A, B, Γ , quarum duae reliqua maiores sint quoquo modo coniunctae, $A + B > \Gamma$, $A + \Gamma > B$, $B + \Gamma > A$. oportet igitur ex rectis aequalibus rectis A, B, Γ triangulum construere.

sumatur¹⁾ recta ΔE terminata in Δ , uersus E au-

1) Proclum non ipsa uerba Euclidis citare, adparet. cfr. idem p. 102, 19. Augustum perperam post $K\Delta\Theta$ p. 54, 5. suppleuisse: καὶ τερμίνωσαν ἀλλήλους οἱ κύκλοι κατὰ τὸ K , demonstrari „Studien“ p. 185.

$B\Delta\Gamma$] Δ in ras. F. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ PV. 4. $\Gamma E\Delta$] eras. F. ταύτά] τὰ αὐτά F; ταῦτα Vbp. 5. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ P, ut lin. 7. 6. ἀλλὰ καὶ τῆς F. 7. $B\Delta\Gamma$] (alt.) $B\Delta$ in ras. sunt V. 12. $\epsilon\lambda\iota\nu$] P; $\epsilon\lambda\iota$ vulgo. 15. αὐτὰ $\epsilon\lambda\iota\nu$ τριῶν ταῖς δοθεῖσαις εὐθείαις $\epsilon\sigma\tau\iota$ Proclus p. 329; sed p. 102: αὐτὰ $\epsilon\lambda\iota\nu$ $\epsilon\sigma\tau\iota$ τριῶν ταῖς δοθεῖσαις εὐθείαις. 16. εὐθείαις] om. b; m. rec. P; supra p; mg. m. 2 V; om. Eutocius. 17. $\delta\epsilon$] Proclus, Eutocius; $\delta\eta$ codd. τὰς] corr. ex ταῖς F. δύο] β b. 18. διὰ τὸ — 20. μεταλαμβανομένης] omnes codd., Boetius; om. Proclus, Campanus; contra Eutocius ea habuisse uidetur. 21. τρεῖς] om. p.

τὸ Δ ἄπειρος δὲ κατὰ τὸ E , καὶ κείσθω τῇ μὲν A
 ἴση ἢ ΔZ , τῇ δὲ B ἴση ἢ ZH , τῇ δὲ Γ ἴση ἢ $H\Theta$.
 καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Z , διαστήματι δὲ τῷ $Z\Delta$ κύκλος
 γεγράφθω ὁ $\Delta K\Lambda$. πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ H , διαστή-
 5 ματι δὲ τῷ $H\Theta$ κύκλος γεγράφθω ὁ $K\Lambda\Theta$, καὶ ἐπε-
 ξεύχθωσαν αἱ KZ , KH . λέγω, ὅτι ἐκ τριῶν εὐθειῶν
 τῶν ἴσων ταῖς A , B , Γ τρίγωνον συνέσταται τὸ KZH .
 Ἐπεὶ γὰρ τὸ Z σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $\Delta K\Lambda$
 κύκλου, ἴση ἐστὶν ἢ $Z\Delta$ τῇ ZK . ἀλλὰ ἢ $Z\Delta$ τῇ A
 10 ἐστὶν ἴση. καὶ ἢ KZ ἄρα τῇ A ἐστὶν ἴση. πάλιν,
 ἐπεὶ τὸ H σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $\Lambda K\Theta$ κύκλου,
 ἴση ἐστὶν ἢ $H\Theta$ τῇ HK . ἀλλὰ ἢ $H\Theta$ τῇ Γ ἐστὶν ἴση.
 καὶ ἢ KH ἄρα τῇ Γ ἐστὶν ἴση. ἐστὶ δὲ καὶ ἢ ZH
 τῇ B ἴση. αἱ τρεῖς ἄρα εὐθεῖαι αἱ KZ , ZH , HK τρισὶ
 15 ταῖς A , B , Γ ἴσαι εἰσίν.

Ἐκ τριῶν ἄρα εὐθειῶν τῶν KZ , ZH , HK , αἷ εἰ-
 σιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις ταῖς A , B , Γ ,
 τρίγωνον συνέσταται τὸ KZH . ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

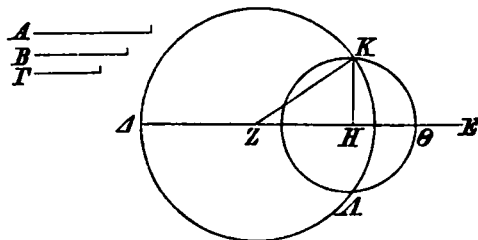
κγ'.

20 Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ
 σημείῳ τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ ἴσην
 γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

XXIII. Boetius p. 382, 5.

1. τῇ] postea insertum m. 1 V. 2. ἢ] (tert.) m. rec. P.
 3. μέν] om. b, Proclus. 4. καὶ πάλιν V, Proclus. μέν]
 om. V, Proclus. διαστήματι δέ] καὶ διαστήματι P. 7. συν-
 ἔστηκε V; συνίσταται p. τό] corr. ex τῷ b. 8. γὰρ] οὖν
 P. ἐστίν P. 9. $Z\Delta$] ΔZ F. ἀλλ' F. $Z\Delta$] ΔZ V
 (ante Δ ras., Z mg. m. 2). 10. καὶ ἢ KZ ἄρα τῇ A ἐστὶν
 ἴση] mg. m. 2 V. 11. ἐστίν Bb. $\Lambda K\Theta$] $K\Lambda\Theta$ P, et in
 ras. V. 12. ἀλλ' F. 13. KH] corr. ex $K\Theta$ m. 2 P. 14.
 HK BF. ἐστὶν ἴση] mg. m. 2 V. ἐστὶν δέ P. 16. τῶν]

tem infinita, et ponatur $\Delta Z = A$, $ZH = B$, $H\Theta = \Gamma$. et centro Z radio autem $Z\Delta$ circulus describatur $\Delta K\Lambda$. rursus centro H radio autem $H\Theta$ circulus describatur $K\Lambda\Theta$, et ducantur KZ , KH . dico, ex tribus rectis aequalibus rectis A, B, Γ triangulum constructum esse KZH .



nam quoniam Z punctum centrum est circuli $\Delta K\Lambda$, erit $Z\Delta = ZK$; uerum $Z\Delta = A$; quare etiam $KZ = A$ [κ . $\xi\nu\nu$. 1].¹⁾ rursus quoniam H punctum centrum est circuli $\Lambda K\Theta$, erit $H\Theta = HK$; uerum $H\Theta = \Gamma$; quare etiam $KH = \Gamma$. et praeterea $ZH = B$. itaque tres rectae KZ , ZH , HK tribus A, B, Γ aequales sunt.

Ergo ex tribus rectis KZ , ZH , HK , quae tribus datis rectis A, B, Γ aequales sunt, triangulus constructus est KZH ; quod oportebat fieri.

XXIII.

Ad datam rectam et punctum in ea datum angulum rectilineum dato angulo rectilineo aequalem construere.

1) Cfr. Alexander Aphrod. in anal. I fol. 8. Studien p. 195.

τοῦ F . 17. $\tau\rho\iota\sigma\iota$] om. F . Γ] om. V . 18. $\sigmaυν\iota\sigma\tau\alpha\iota$ p. 21. $\epsilon\upsilon\theta\upsilon\gamma\gamma\acute{\alpha}\mu\mu\eta\gamma\omega\gamma\iota\alpha$ Proclus.

Ἐστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεία ἡ AB , τὸ δὲ πρὸς αὐτῇ σημειον τὸ A , ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ ὑπὸ $\angle ΓΕ$. δεῖ δὴ πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ AB καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ A τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ ὑπὸ $\angle ΓΕ$ ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

Εἰλήφθω ἐφ' ἑκατέρας τῶν $ΓΑ$, $ΓΕ$ τυχόντα σημεία τὰ Δ , E , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΔE . καὶ ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἱ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς $ΓΑ$, ΔE , $ΓΕ$, τριῶν γωνον συνεστίατω τὸ ΔZH , ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν $ΓΑ$ τῇ ΔZ , τὴν δὲ $ΓΕ$ τῇ AH , καὶ ἔτι τὴν ΔE τῇ ZH .

Ἐπεὶ οὖν δύο αἱ $\Delta Γ$, $ΓΕ$ δύο ταῖς $ΖΑ$, AH ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ βάσεις ἡ ΔE βάσει τῇ ZH ἴση, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ $\angle ΓΕ$ γωνία τῇ ὑπὸ $\angle ΖΑΗ$ ἐστὶν ἴση.

Πρὸς ἄρα τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ AB καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ A τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ ὑπὸ $\angle ΓΕ$ ἴση γωνία εὐθύγραμμος συνέσταται ἡ ὑπὸ $\angle ΖΑΗ$. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

κδ'.

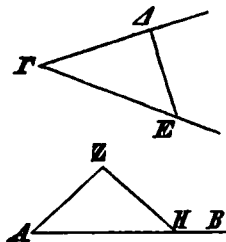
Ἐὰν δύο τρίγωνά τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔξει.

Ἐστω δύο τρίγωνα τὰ $ABΓ$, ΔEZ τὰς δύο πλευ-

XXIV. Boetius p. 382, 9.

7. ἑκατέρα P. $\Delta Γ P$. $Γ E$] eras. F. 9. Post ἴσαι

Sit data recta AB et punctum in ea datum A et
datus angulus rectilineus $\angle \Gamma E$. oportet igitur ad da-
tam rectam AB et punctum in ea datum A angulum
rectilineum dato angulo rectilineo $\angle \Gamma E$ aequalem con-
struere.



sumantur in utraque $\Gamma\Delta$, ΓE
quaelibet puncta Δ , E et ducatur
 ΔE . et ex tribus rectis, quae ae-
quales sunt tribus rectis $\Gamma\Delta$, ΔE ,
 ΓE , triangulus construatur AZH ,
ita ut sit $\Gamma\Delta = AZ$, $\Gamma E = AH$
 $\Delta E = ZH$ [prop. XXII].

iam quoniam duae rectae $\Delta\Gamma$, ΓE duabus ZA ,
 AH aequales sunt altera alteri, et basis ΔE basi ZH
aequalis, erit $\angle \Delta \Gamma E = \angle ZAH$ [prop. VIII].

Ergo ad datam rectam AB et punctum in ea da-
tum A dato angulo rectilineo $\angle \Gamma E$ aequalis con-
structus est angulus rectilineus $\angle ZAH$; quod oportebat
fieri.

XXIV.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus ae-
qualia habent alterum alteri et angulorum rectis ae-
qualibus comprehensorum alterum altero maiorem ha-
bent, etiam basim basi maiorem habebunt.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ duo latera AB ,

add. V m. 2: $\tau\alpha\iota\varsigma \delta\omicron\delta\epsilon\lambda\omicron\alpha\iota\varsigma \epsilon\upsilon\theta\epsilon\lambda\alpha\iota\varsigma$. $\tau\epsilon\tau\lambda\omicron\nu$ P. ΓE]
mutat. in $E\Gamma$ V. 13. $\delta\acute{o}\sigma\omicron$] (alt.) $\delta\upsilon\sigma\acute{o}\iota$ FB. ZA] AZ F.
14. $\epsilon\kappa\alpha\tau\acute{\epsilon}\rho\alpha$] supra m. 1 F. 15. $\acute{\alpha}\rho\alpha$] m. 2 P. 19. $\sigma\upsilon\nu$ -
 $\lambda\omicron\tau\alpha\tau\alpha\iota$ p. 22. $\tau\acute{\alpha}\varsigma$] om. Proclus. $\tau\alpha\iota\varsigma$] om. Proclus.
 $\delta\acute{o}\sigma\omicron$] (alt.) P, Proclus; $\delta\upsilon\sigma\acute{o}\iota$ vulgo. 23. $\epsilon\lambda\chi\eta \delta\epsilon \tau\eta\nu \gamma\omega\nu\iota\alpha\nu$
 $\tau\eta\varsigma \gamma\omega\nu\iota\alpha\varsigma \mu\epsilon\lambda\lambda\omicron\nu\alpha$ $\tau\eta\nu$ Proclus.

ρὰς τὰς AB , AG ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς AE , AZ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν AB τῇ AE τὴν δὲ AG τῇ AZ , ἡ δὲ πρὸς τῷ A γωνία τῆς πρὸς τῷ A γωνίας μείζων ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ βάσεις ἡ $BΓ$ 5 βάσεως τῆς EZ μείζων ἔστιν.

Ἐπεὶ γὰρ μείζων ἡ ὑπὸ BAG γωνία τῆς ὑπὸ EAZ γωνίας, συνεστιάτω πρὸς τῇ AE εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ A τῇ ὑπὸ BAG γωνία ἴση ἡ ὑπὸ EAH , καὶ κείσθω ὁποτέρᾳ τῶν AG , AZ ἴση ἡ 10 AH , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ EH , ZH .

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἔστιν ἡ μὲν AB τῇ AE , ἡ δὲ AG τῇ AH , δύο δὲ αἱ BA , AG δυοὶ ταῖς EA , AH ἴσαι εἶσιν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ BAG γωνία τῇ ὑπὸ EAH ἴση· βάσεις ἄρα ἡ $BΓ$ βάσει τῇ EH 15 ἔστιν ἴση. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἔστιν ἡ AZ τῇ AH , ἴση ἔστι καὶ ἡ ὑπὸ AHZ γωνία τῇ ὑπὸ AZH · μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ AZH τῆς ὑπὸ EHZ · πολλῷ ἄρα μείζων ἔστιν ἡ ὑπὸ EZH τῆς ὑπὸ EHZ . καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ EZH μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ EZH γωνίαν τῆς ὑπὸ EHZ , ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ 20 μείζων πλευρὰ ὑποτείνει, μείζων ἄρα καὶ πλευρὰ ἡ EH τῆς EZ . ἴση δὲ ἡ EH τῇ $BΓ$ · μείζων ἄρα καὶ ἡ $BΓ$ τῆς EZ .

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρας δυοὶ 25 πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔξει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. δυοὶ BFV. 3. ἡ δὲ πρὸς τῷ A γωνία τῆς πρὸς τῷ A γωνίας] P; γωνία δὲ ἡ ὑπὸ BAG γωνίας τῆς ὑπὸ EAZ Theon (BFVbp). 4. ἔστω] -ω in ras. V. 6. ἐπεὶ] εἰ μὴ B. μείζων] P; μείζων ἔστιν Theon (BFVbp). ὑπὸ BAG

$\Delta\Gamma$ duobus lateribus ΔE , ΔZ aequalia habentes alterum alteri, $\Delta B = \Delta E$ et $\Delta\Gamma = \Delta Z$, et angulus ad Δ positus maior sit angulo ad Δ posito. dico, esse etiam $B\Gamma > EZ$.

nam quoniam $\angle B\Delta\Gamma > E\Delta Z$, ad rectam ΔE et punctum in ea positum Δ angulo $B\Delta\Gamma$ aequalis angulus $E\Delta H$ construatur [prop. XXIII], et ponatur $\Delta H = \Delta\Gamma = \Delta Z$, et ducantur EH , ZH .

iam quoniam $\Delta B = \Delta E$ et $\Delta\Gamma = \Delta H$, duae rectae BA , $\Delta\Gamma$ duabus $E\Delta$, ΔH aequales sunt altera alteri; et $\angle B\Delta\Gamma = E\Delta H$. itaque $B\Gamma = EH$ [prop. IV]. rursum quoniam $\Delta Z = \Delta H$, erit etiam $\angle \Delta HZ = \Delta ZH$. itaque $\angle \Delta ZH > EZH$ [κ. εἰν. 8]. multo igitur magis $\angle EZH > EZH$ [id.]. et quoniam EZH triangulus est angulum EZH maiorem habens angulo EHZ , et sub maiore angulo maius latus subtendit [prop. XIX], erit etiam $EH > EZ$. uerum $EH = B\Gamma$. quare $B\Gamma > EZ$.

Ergo si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri et angulorum rectis aequalibus comprehensorum alterum altero maiorem habent, etiam basim basi maiorem habebunt; quod erat demonstrandum.

γωνία τῆς ὑπὸ $E\Delta Z$ γωνίας] $B\Gamma$ βάσις τῆς EZ βάσεως B. 8. $\alpha\sigma\tau\eta$] -ῆ in ras. V; $\alpha\sigma\tau\eta$ P. 10. EH] PF ; HE BVpb. 14. $\iota\sigma\eta$ $\iota\sigma\iota$ V. 15. ΔZ] P; ΔH BFVbp. ΔH] P; ΔZ BVbp et F corr. ex ΔZ m. 2. 16. $\iota\sigma\iota$ P, ut lin. 19. $\kappa\alpha\iota$] $\kappa\alpha\iota$ γωνία Vp. ΔHZ] ΔZH P. ΔZH] ΔHZ P. 19. τὸ EZH] eras. F. γωνίας] mg. m. 1 b. 20. EHZ] euan. F. 21. $\kappa\alpha\iota$] om. F. $\kappa\lambda\epsilon\upsilon\sigma\alpha$] eras. F. 22. ἡ EH $\tau\eta$] mutat. in $\tau\eta$ EH ἡ V, id quod B habet. 24. $\tau\alpha\iota\varsigma$ $\delta\upsilon\sigma\iota$ Vp. 28. $\delta\epsilon\iota\chi\alpha\iota$] $\kappa\alpha\iota\eta\sigma\alpha\iota$ bp et V m. 1 (corr. m. recens).

κε'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρῃ, τὴν δὲ βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Ἐστω δύο τρίγωνα τὰ $ABΓ$, $ΔEZ$ τὰς δύο πλευρὰς τὰς AB , $ΑΓ$ ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς $ΔE$, $ΔZ$ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρῃ, τὴν μὲν AB τῇ $ΔE$, τὴν δὲ $ΑΓ$ τῇ $ΔZ$. βάσις δὲ ἡ $BΓ$ βάσεως τῆς EZ μείζων ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $BΑΓ$ γωνίας τῆς ὑπὸ $EΔZ$ μείζων ἐστίν.

Εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴση ἐστὶν αὐτῇ ἢ ἐλάσσων· ἴση μὲν οὐκ ἔστιν ἡ ὑπὸ $BΑΓ$ τῇ ὑπὸ $EΔZ$. ἴση γὰρ ἂν ἦν καὶ βάσις ἡ $BΓ$ βάσει τῇ EZ . οὐκ ἔστι δέ. οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶ γωνία ἡ ὑπὸ $BΑΓ$ τῇ ὑπὸ $EΔZ$. οὐδὲ μὴν ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ $BΑΓ$ τῆς ὑπὸ $EΔZ$. ἐλάσσων γὰρ ἂν ἦν καὶ βάσις ἡ $BΓ$ βάσεως τῆς EZ . οὐκ ἔστι δέ. οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ $BΑΓ$ γωνία τῆς ὑπὸ $EΔZ$. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἴση· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ $BΑΓ$ τῆς ὑπὸ $EΔZ$.

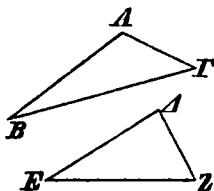
Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρῃ, τὴν δὲ βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

XXV. Boetius p. 382, 13.

2. ταῖς] om. Proclus. δυσί] δύο Proclus; ταῖς δυσί V.
 3. τὴν δὲ βάσιν] καὶ τὴν βάσιν Proclus; τὴν βάσιν δέ V.
 4. ἔχῃ] om. P. 8. ταῖς δυσὶ πλευραῖς] om. p. δυσί Br.
 9. ἑκατέρῃ ἑκατέραν p. 12. τῆς ὑπὸ] mg. m. 1 b. 14.

XXV.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri, basim autem basi maiorem habent, etiam angulorum rectis aequalibus comprehensorum alterum altero maiorem habebunt.



Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ duo latera AB , $A\Gamma$ duobus lateribus ΔE , ΔZ aequalia habentes alterum alteri, $AB = \Delta E$ et

$$A\Gamma = \Delta Z,$$

basis autem $B\Gamma$ maior sit basi EZ . dico, etiam esse $\angle B A \Gamma > E \Delta Z$.

nam si minus, aut aequalis ei aut minor est. iam non est $\angle B A \Gamma = E \Delta Z$. tum enim esset $B\Gamma = EZ$ [prop. IV]. sed non est. itaque non est $\angle B A \Gamma = E \Delta Z$. neque uero est $\angle B A \Gamma < E \Delta Z$. tum enim esset

$$B\Gamma < EZ \text{ [prop. XXIV].}$$

sed non est. itaque non est $\angle B A \Gamma < E \Delta Z$. et demonstratum est, ne aequalem quidem eum esse. quare

$$\angle B A \Gamma > E \Delta Z.$$

Ergo si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri, basim autem basi maiorem habent, etiam angulorum rectis aequalibus comprehensorum alterum altero maiorem habebunt; quod erat demonstrandum.

οὐν] om. F. $B A \Gamma$ γωνία Vp. 15. ἡ βάσις Pp. ἔστιν P. 16. ἴση ἐστὶ] ἴση ἐστίν PV; ἐστίν ἴση p. ἡ ὑπὸ $B A \Gamma$ γωνία V. 17. οὐδέ] οὐ V. ἐλάσσων] ἐλάττων PBVbp. 19. ἔστιν P. ἔστι δὲ οὐκ ἄρα] ἔστιν οὐκ F. 20. γωνία] om. BFbp. οὐδ' Vbp. 21. $B A \Gamma$ γωνία V. 22. δυοί] ταῖς δυοί FV, ταῖς δύο P. 25. τὴν — περιεχομένην] mg. m. 1 P. τὴν] τῇ sequente ras. 1 litt. F.

κς'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχη ἑκατέραν ἑκατέρα καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην ἥτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις
 5 γωνίαις ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἔξει [ἑκατέραν ἑκατέρα] καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.

Ἐστω δύο τρίγωνα τὰ $ABΓ$, $ΔEZ$ τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ $ABΓ$, $BΓA$ δυσὶ ταῖς ὑπὸ $ΔEZ$, $EZΔ$
 10 ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρα, τὴν μὲν ὑπὸ $ABΓ$ τῇ ὑπὸ $ΔEZ$, τὴν δὲ ὑπὸ $BΓA$ τῇ ὑπὸ $EZΔ$. ἐχέτω δὲ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, πρότερον τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις τὴν $BΓ$ τῇ EZ . λέγω, ὅτι καὶ τὰς
 15 λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἔξει ἑκατέραν ἑκατέρα, τὴν μὲν AB τῇ $ΔE$ τὴν δὲ $ΑΓ$ τῇ $ΔZ$, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ, τὴν ὑπὸ $BΑΓ$ τῇ ὑπὸ $EΔZ$.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ AB τῇ $ΔE$, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ AB , καὶ κείσθω τῇ $ΔE$ ἴση ἡ BH , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $HΓ$.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν BH τῇ $ΔE$, ἡ δὲ $BΓ$ τῇ EZ , δύο δὴ αἱ BH , $BΓ$ δυσὶ ταῖς $ΔE$, EZ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρα· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $HΒΓ$ γωνία
 25 τῇ ὑπὸ $ΔEZ$ ἴση ἐστίν· βάσις ἄρα ἡ $HΓ$ βάσει τῇ $ΔZ$ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ $HΒΓ$ τρίγωνον τῷ $ΔEZ$ τρι-

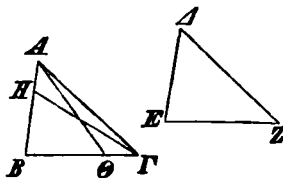
XXVI. Olympiod. in meteorol. II p. 110. Boetius p. 382, 17.

2. τὰς] om. Proclus. δυσί] δύο Proclus; ταῖς δυσὶ V, Olympiodorus. 3. καί] ἔχη δὲ καὶ Proclus. 7. ἑκατέραν ἑκατέρα] om. Proclus; cfr. p. 66, 15. 8. γωνία ἴσην ἔξει F,

XXVI.

Si duo trianguli duos angulos duobus angulis aequales habent alterum alteri et unum latus uni lateri aequale, siue quod ad angulos aequales positum est, siue quod sub altero angulorum aequalium subtendit, etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia habebunt alterum alteri et reliquum angulum reliquo angulo.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ duos angulos $AB\Gamma$, $B\Gamma A$ duobus ΔEZ , $EZ\Delta$ aequales habentes alterum alteri, $\angle AB\Gamma = \angle EZ\Delta$ et $\angle B\Gamma A = \angle EZ\Delta$, et habeant



etiam unum latus uni lateri aequale, prius quod ad angulos aequales positum est, $B\Gamma = EZ$. dico, etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia eos habituros esse

alterum alteri, $AB = \Delta E$ et $A\Gamma = \Delta Z$, et reliquum angulum reliquo angulo, $\angle B\Gamma A = \angle EZ\Delta$.

nam si AB lateri ΔE inaequale est, alterutrum eorum maius est. sit maius AB , et ponatur $BH = \Delta E$, et ducatur $H\Gamma$.

iam quoniam $BH = \Delta E$ et $B\Gamma = EZ$, duae rectae BH , $B\Gamma$ duabus ΔE , EZ aequales sunt altera alteri; et $\angle HB\Gamma = \angle EZ\Delta$. itaque $H\Gamma = \Delta Z$ et $\triangle HB\Gamma = \triangle EZ\Delta$, et reliqui anguli reliquis aequales erunt,

Proclus, Boetius (non Olympiodorus). 9. $\xi\sigma\omega\sigma\alpha\sigma\alpha\sigma$ V. 11. $\tau\eta$] corr. ex $\tau\eta\upsilon$ m. rec. P, ut lin. 12. 12. $\acute{\omicron}\pi\acute{o}$] (alt.) m. 2 b. 13. $\pi\lambda\epsilon\upsilon\rho\acute{\alpha}\varsigma$] supra m. 1 p. 15. $\tau\alpha\iota\varsigma \lambda\omicron\iota\pi\alpha\iota\varsigma \pi\lambda\epsilon\upsilon\rho\alpha\iota\varsigma \tau\acute{\alpha}\varsigma \lambda\omicron\iota\pi\acute{\alpha}\varsigma \pi\lambda\epsilon\upsilon\rho\acute{\alpha}\varsigma$ F. 20. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] $\acute{\epsilon}\sigma\tau\alpha\iota$ V. 21. BH] PB ; $H\Gamma$ FVbp. Post $\acute{\epsilon}\pi\epsilon\kappa\epsilon\upsilon\chi\theta\omega$ ras. 4 litt. p. 25. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] PF ; comp. b; $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ vulgo. 26. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] PF ; $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ vulgo. $H\Gamma$] PB ; $H\Gamma B$ FVbp.

γώνω ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς
 γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὅφ' ἂς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑπο-
 τείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ HGB γωνία τῇ ὑπὸ AZE .
 ἀλλὰ ἡ ὑπὸ AZE τῇ ὑπὸ BGA ὑπόκειται ἴση· καὶ
 5 ἡ ὑπὸ BGH ἄρα τῇ ὑπὸ BGA ἴση ἐστίν, ἡ ἐλάσσων
 τῇ μείζονι· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ
 AB τῇ AE . ἴση ἄρα. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ $BΓ$ τῇ EZ ἴση·
 δύο δὲ αἱ AB , $BΓ$ δυοὶ ταῖς AE , EZ ἴσαι εἰσὶν
 ἑκατέρω ἑκατέρῃ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $ABΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ
 10 AZE ἐστὶν ἴση· βάσις ἄρα ἡ $ΑΓ$ βάσει τῇ AZ ἴση
 ἐστίν, καὶ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ BAG τῇ λοιπῇ γωνίᾳ
 τῇ ὑπὸ EAZ ἴση ἐστίν.

Ἀλλὰ δὴ πάλιν ἔστωσαν αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας
 πλευραὶ ὑποτείνουσαι ἴσαι, ὥς ἡ AB τῇ AE . λέγω
 15 πάλιν, ὅτι καὶ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς
 ἴσαι ἔσονται, ἡ μὲν $ΑΓ$ τῇ AZ , ἡ δὲ $BΓ$ τῇ EZ
 καὶ ἔτι ἡ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ BAG τῇ λοιπῇ γωνίᾳ
 τῇ ὑπὸ EAZ ἴση ἐστίν.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ $BΓ$ τῇ EZ , μίᾳ αὐτῶν
 20 μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων, εἰ δυνατόν, ἡ $BΓ$, καὶ
 κείσθω τῇ EZ ἴση ἡ $BΘ$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $AΘ$. καὶ
 ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν $BΘ$ τῇ EZ ἡ δὲ AB τῇ AE ,
 δύο δὲ αἱ AB , $BΘ$ δυοὶ ταῖς AE , EZ ἴσαι εἰσὶν
 ἑκατέρω ἑκατέρῃ· καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν· βάσις
 25 ἄρα ἡ $AΘ$ βάσει τῇ AZ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ $ABΘ$ τρί-
 γωνον τῷ AEZ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ
 γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὅφ' ἂς αἱ
 ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ $BΘA$
 γωνία τῇ ὑπὸ EZA . ἀλλὰ ἡ ὑπὸ EZA τῇ ὑπὸ BGA

1. ἐστίν] PF; comp. bp; ἐστί B; ἔσται V. 2. ἔσονται
 ἑκατέρω ἑκατέρῃ V. 4. ἡ] supra V. AZE] AEZ F;

sub quibus aequalia latera subtendunt [prop. IV].
quare $\angle HGB = \angle ZE$. uerum $\angle \angle ZE = BGA$, ut
supposuimus. ergo etiam $\angle BGH = BGA$ [κ . $\xi\nu\nu$. 1],
minor maiori [κ . $\xi\nu\nu$. 8]; quod fieri non potest. ita-
que AB lateri AE inaequale non est. aequale igitur.
uerum etiam $BG = EZ$. duae rectae igitur AB ,
 BG duabus AE , EZ aequales sunt altera alteri; et $\angle$
 $ABG = \angle EZ$. quare $AG = AZ$ et $\angle BAG = \angle AZ$
[prop. IV].

Iam rursus latera sub aequalibus angulis sub-
tendentia¹⁾ aequalia sint, uelut $AB = AE$. dico rur-
sus, etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia
fore, $AG = AZ$ et $BG = EZ$, et praeterea reliquum
angulum BAG reliquo angulo EAZ aequalem esse.

nam si BG lateri EZ inaequale est, alterutrum eorum
maius est. sit maius, si fieri potest, BG , et ponatur $B\Theta =$
 EZ , et ducatur $A\Theta$. et quoniam $B\Theta = EZ$ et $AB = AE$,
duae rectae AB , $B\Theta$ duabus AE , EZ aequales sunt altera
alteri. et aequales angulos comprehendunt. itaque $A\Theta$
 $= \angle Z$ et $\triangle AB\Theta = \triangle AEZ$, et reliqui anguli reliquis
angulis aequales erunt, sub quibus aequalia latera sub-
tendunt. quare $\angle B\Theta A = \angle EZ A$. uerum $\angle EZ A = BGA$.

1) $ΑΙ$ et $τας$ lin. 13 abesse debebant.

corr. m. 2. BGA] corr. ex BGA m. 1 b. 5. BGA] corr.
ex AGB F. 7. $\alpha\beta\alpha$. $\xi\sigma\iota$] $\alpha\beta\alpha$ $\xi\sigma\iota\nu$ P. 8. $\delta\nu\epsilon\iota$ B.
10. $\angle EZ$] corr. ex $\angle Z$ m. 2 b. 11. $\xi\sigma\iota\nu$] PF; $\xi\sigma\iota$ uulgo.
 η $\lambda\omicron\iota\pi\eta$ F et V m. 2. BAG] GAB F. $\tau\eta$ $\lambda\omicron\iota\pi\eta$] $\lambda\omicron\iota\pi\eta$
V; corr. m. 2. 13. $\alpha\lambda\lambda\alpha$ $\delta\eta$] bis b, semel punctis del. m.
recens. 17. $\kappa\alpha\iota$] e corr. V. $\tau\eta$] om. b; postea insertum
V. $\gamma\omega\nu\iota\alpha$] om. b. 20. $\epsilon\iota$ $\delta\upsilon\nu\alpha\tau\omicron\nu$ $\mu\epsilon\lambda\lambda\omega\nu$ Theon? (BFV
bp). $\epsilon\iota$] add. m. recenti b. η BG $\tau\eta\varsigma$ EZ P. 24. $\pi\epsilon\sigma\iota$ -
 $\epsilon\chi\omicron\nu\sigma\iota\nu$] PBF; $\pi\epsilon\sigma\iota\epsilon\chi\omicron\nu\sigma\iota$ uulgo. 25. $\xi\sigma\iota\nu$] PF; $\xi\sigma\iota$ uulgo.
26. $\xi\sigma\iota\nu$] PF; comp. p; $\xi\sigma\iota$ uulgo. 27. $\xi\sigma\omicron\nu\tau\alpha\iota$ $\xi\kappa\alpha\tau\epsilon\tau\alpha$
 $\xi\kappa\alpha\tau\epsilon\tau\alpha$ V. 29. $\alpha\lambda\lambda\iota$ F. η] postea add. m. 1 P.

- ἐστὶν ἴση· τριγώνου δὴ τοῦ $AΘΓ$ ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ $BΘA$ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίου τῇ ὑπὸ $BΓA$ · ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἀνισός ἐστὶν ἡ $BΓ$ τῇ EZ · ἴση ἄρα. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ AB τῇ $ΔE$ ἴση. δύο
 5 δὴ αὖ AB , $BΓ$ δύο ταῖς $ΔE$, EZ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρα· καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσι· βάσις ἄρα ἡ $ΑΓ$ βάσει τῇ $ΔZ$ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ $ΑΒΓ$ τρίγωνον τῷ $ΔEZ$ τριγώνῳ ἴσον καὶ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $ΕΔΖ$ ἴση.
- 10 Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας δυοὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρα καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην ἦτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας
- 15 ἔξει καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κξ'.

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἐξονται ἀλλήλαις αὖ εὐθεῖαι.

Εἰς γὰρ δύο εὐθείας τὰς AB , $ΓΔ$ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ EZ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ $ΑΕΖ$, $EZΔ$ ἴσας ἀλλήλαις ποιείτω· λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστὶν ἡ AB τῇ $ΓΔ$.

25 Εἰ γὰρ μή, ἐκβαλλόμεναι αὖ AB , $ΓΔ$ συμπεσοῦνται ἦτοι ἐπὶ τὰ B , $Δ$ μέρη ἢ ἐπὶ τὰ A , $Γ$. ἐκβεβλή-

XXVII. Philop. in anal. II fol. 18^v. Boetius p. 382, 23.

1. Post ἴση Theon add. καὶ ἡ ὑπὸ $BΘA$ ἄρα τῇ ὑπὸ $BΓA$ ἐστὶν ἴση (BFVbp; in F ἄρα supra scr. et pro $BΓA$ legitur $BΓΔ$); eadem P mg. manu rec. 2. ἐστίν P, ut lin. 4. 5. δυοὶ BFP. 7. ἐστίν] PF; ἐστὶ vulgo. 8. ἴσον ἐστὶ Theon

itaque in triangulo $A\theta\Gamma$ angulus extrinsecus^{*} positus $B\theta A$ aequalis est angulo interiori et opposito $B\Gamma A$; quod fieri non potest [prop. XVI]. quare $B\Gamma$ lateri EZ inaequale non est; aequale igitur. uerum etiam $AB = AE$. itaque duae rectae AB , $B\Gamma$ duabus AE , EZ aequales sunt altera alteri. et angulos aequales comprehendunt. itaque basis $A\Gamma$ basi AZ aequalis est, et triangulus $AB\Gamma$ triangulo AEZ aequalis, et reliquus angulus BAT reliquo angulo EAZ aequalis.

Ergo si duo trianguli duos angulos duobus angulis aequales habent alterum alteri et unum latus uni lateri aequale, siue quod ad angulos aequales positum est, siue quod sub altero angulorum aequalium subtendit, etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia habebunt et reliquum angulum reliquo angulo; quod erat demonstrandum.

XXVII.

Si recta in duas rectas incidens alternos angulos inter se aequales effecerit, rectae inter se parallelae erunt.

Nam in duas rectas AB , ΓA recta incidens EZ angulos alternos AEZ , EZA inter se aequales efficiat. dico, AB rectae ΓA parallelam esse.

nam si minus, AB , ΓA productae concurrent aut ad partes B , A aut ad A , Γ partes. producantur et

(BVbp; $\dot{\iota}\sigma\omicron\nu \dot{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ F); $\dot{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ om. P. $\lambda\omicron\iota\pi\eta$] P, V m. 1; $\eta \lambda\omicron\iota\pi\eta$ BF, V m. 2, bp; cfr. p. 64, 11. 9. $\tau\eta$] supra m. 2 V. $\dot{\iota}\sigma\eta \dot{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ BFbp. 10. $\acute{\alpha}\rho\alpha$] supra m. 1 P. $\tau\alpha\acute{\iota}\varsigma \theta\nu\sigma\acute{\iota}$ BVp. 11. Ante $\kappa\alpha\iota$ m. recentu add. V: $\acute{\epsilon}\chi\eta \delta\acute{\epsilon}$. 14. $\kappa\lambda\epsilon\nu\rho\acute{\alpha}\varsigma$] in ras. m. 1 P. 15. $\gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha$] comp. insert. V. 16. $\delta\epsilon\acute{\iota}\xi\alpha\iota$] ras. p. 18. $\acute{\epsilon}\mu\pi\epsilon\sigma\sigma\acute{\alpha}$ F (supra m. 1: $\gamma\epsilon. \acute{\epsilon}\mu\pi\acute{\iota}\pi\tau\omicron\upsilon\sigma\alpha$). 20. $\alpha\acute{\iota}$] om. V. 24. $\Gamma A \epsilon\acute{\upsilon}\theta\epsilon\acute{\iota}\alpha$ V.

σθωσαν[•] καὶ συμπιπτέωσαν ἐπὶ τὰ B, Δ μέρη κατὰ τὸ H . τριγώνου δὴ τοῦ HEZ ἢ ἐκτὸς γωνία ἢ ὑπὸ AEZ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ EZH . ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα αἱ $AB, \Gamma\Delta$ ἐκβαλλόμεναι
 5 συμπεσοῦνται ἐπὶ τὰ B, Δ μέρη. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, ὅτι οὐδὲ ἐπὶ τὰ A, Γ αἱ δὲ ἐπὶ μηδέτερα τὰ μέρη συμπίπτουσαι παράλληλοί εἰσιν· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ AB τῇ $\Gamma\Delta$.

Ἐὰν ἄρα εἰς δύο εὐθείας εὐθεία ἐμπίπτουσα τὰς
 10 ἐναλλάξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κη'.

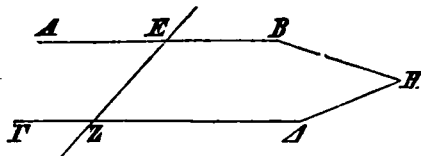
Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεία ἐμπίπτουσα τὴν
 ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ
 15 τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὁρθαῖς ἴσας, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Εἰς γὰρ δύο εὐθείας τὰς $AB, \Gamma\Delta$ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ EZ τὴν ἐκτὸς γωνίαν τὴν ὑπὸ EHB τῇ ἐν-
 20 τὸς καὶ ἀπεναντίον γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $H\Theta\Delta$ ἴσην ποιεῖτω ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς ὑπὸ $BH\Theta$,

XXVIII. Boetius p. 382, 26.

2. Post H add. σημείων (comp.) V man. recenti. ἢ ἐκτὸς — AEZ] mg. m. 1 P. 3. ἴση] ras. FV (μεῖζον Grynæus, μείζων Gregorius). ἐστὶν P. τῇ] τῆς FV, Grynæus. ἀπεναντίον] ἐπενανγώνια φ, praeterea γωνίας (comp.) mg. m. 2 F; m. 1 sine dubio fuit ἀπεναντίον. In V post hoc verbum γωνίας (comp.) inseruit m. recens.; γωνίας hab. Grynæus. τῇ] τῆς FV. ἐπὶ] om. F. Post EZH in F. m. 2 et in V m. recentissima add. ἀλλὰ καὶ ἴση, quod habet Grynæus. scripturam receptam habent PBbp, Campanus, Zambertus, alter codex Grynæi. 4. ἐστὶν] om. p. 5. δὴ] δέ F. 6. οὐδ' p.

concurrant ad B , Δ partes in puncto H . in triangulo igitur HEZ angulus extrinsecus positus $A EZ$ aequalis



est angulo interiori et opposito EZH ; quod fieri non potest [prop. XVI]. quare AB , $\Gamma\Delta$ rectae productae non concurrent ad B , Δ partes. similiter demonstrabimus, eas ne ad A , Γ quidem partes concurrere; quae autem ad neutras partes concurrunt, parallelae sunt [def. 23]. itaque AB rectae $\Gamma\Delta$ parallela est.

Ergo si recta in duas rectas incidens alternos angulos inter se aequales effecerit, rectae inter se parallelae erunt; quod erat demonstrandum.

XXVIII.

Si recta in duas rectas incidens angulum exteriori et opposito et ad easdem partes sito angulo aequalem effecerit aut angulos interiores et ad easdem partes sitos duobus rectis aequales, parallelae inter se erunt rectae.

nam recta EZ in duas rectas AB , $\Gamma\Delta$ incidens angulum exterioriorem EHB angulo interiori et opposito $H\Theta\Delta$ aequalem efficiat aut angulos interiores et

$\delta\epsilon$] δ' Pp. 7. $\epsilon\lambda\epsilon\upsilon$] PF; $\epsilon\lambda\epsilon\upsilon$ vulgo. 9. $\epsilon\lambda\epsilon$] supra m. 2 V. 11. $\alpha\lambda$] om. b; eras. F. 15. Post $\epsilon\upsilon\tau\acute{o}\varsigma$ add. V m. 2 $\gamma\omega\nu\lambda\alpha\varsigma$ (comp.). $\kappa\alpha\lambda$] supra m. 2 V. 16. $\theta\nu\sigma\iota\nu$] $\theta\upsilon\sigma\iota$ Proclus. 17. $\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\alpha\iota\varsigma$] om. Proclus. $\alpha\lambda$] om. V, Proclus. 20. $\epsilon\pi\epsilon\nu\alpha\nu\tau\iota\omicron\nu$ φ , $\alpha\pi\epsilon\nu\alpha\nu\tau\iota\alpha\varsigma$ p. Post $\alpha\pi\epsilon\nu\alpha\nu\tau\iota\omicron\nu$ add. F: $\gamma\omega\nu\lambda\alpha$ (m. recenti) $\kappa\alpha\lambda$ $\epsilon\pi\iota$ $\tau\grave{\alpha}$ $\alpha\upsilon\tau\grave{\alpha}$ $\mu\acute{\epsilon}\tau\eta$; cfr. Campanus. $\gamma\omega\nu\lambda\alpha$] om. BFp. 21. Post $\mu\acute{\epsilon}\tau\eta$ m. 2 FV add. $\tau\grave{\alpha}$ $B\Delta$.

$H\Theta\Delta$ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας· λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ AB τῇ $\Gamma\Delta$.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ EHB τῇ ὑπὸ $H\Theta\Delta$, ἀλλὰ ἡ ὑπὸ EHB τῇ ὑπὸ $AH\Theta$ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ
5 ὑπὸ $AH\Theta$ ἄρα τῇ ὑπὸ $H\Theta\Delta$ ἐστὶν ἴση· καὶ εἰσιν ἐναλλάξ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ AB τῇ $\Gamma\Delta$.

Πάλιν, ἐπεὶ αἱ ὑπὸ $BH\Theta$, $H\Theta\Delta$ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν, εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ $AH\Theta$, $BH\Theta$ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι, αἱ ἄρα ὑπὸ $AH\Theta$, $BH\Theta$ ταῖς ὑπὸ
10 $BH\Theta$, $H\Theta\Delta$ ἴσαι εἰσὶν· κοινὴ ἀφηρησθῶ ἡ ὑπὸ $BH\Theta$ · λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $AH\Theta$ λοιπῇ τῇ ὑπὸ $H\Theta\Delta$ ἐστὶν ἴση· καὶ εἰσιν ἐναλλάξ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ AB τῇ $\Gamma\Delta$.

Ἐὰν ἄρα εἰς δύο εὐθείας εὐθεία ἐμπέπτουσα τὴν
15 ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κθ'.

20 Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπέπτουσα τὰς τε ἐναλλάξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴσην καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

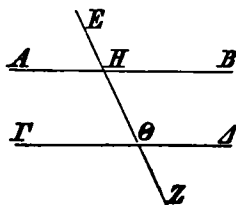
25 Εἰς γὰρ παραλλήλους εὐθείας τὰς AB , $\Gamma\Delta$ εὐθεῖα

3. Post EHB in V add. γωνία m. 2 (comp.). $H\Theta\Delta$] $HB\Delta$ F, sed B e corr. 4. ἴση ἐστὶν p. 5. Ante $H\Theta\Delta$ ras. 1 litt. F. ἴση ἐστὶν p. 7. δυσὶν Bp. 8. εἰσιν ἴσαι p. εἰσὶν δέ P. αἱ] supra m. 1 b. 9. αἱ ἄρα] ἄρα αἱ F. 10. εἰσὶν] PBF, comp. b; εἰσὶ uulgo. 11. ἴση ἐστὶν p. 12. ἐστὶν] om. F. AB] e corr. F; in ras. b. 15. ἀπεναντίας p. 21. τε] om. F, supra m. 2 V. γωνίας] om. Proclus. ἀλλήλαις] om. Proclus. 22. ποιεῖ] corr. ex ποιῇ V. καὶ

ad easdem partes sitos $BH\theta$, $H\theta\Delta$ duobus rectis aequales. dico, parallelam esse AB rectae $\Gamma\Delta$.

nam quoniam $\angle EHB = H\theta\Delta$ et $\angle EHB = AH\theta$ [prop. XV], erit etiam $AH\theta = H\theta\Delta$ [κ. ξvv. 1]. et sunt alterni. itaque AB parallela est rectae $\Gamma\Delta$ [prop. XXVII].

rursus quoniam $BH\theta + H\theta\Delta$ duobus rectis aequales sunt, et etiam $AH\theta + BH\theta$ duobus rectis aequales [prop. XIII], erunt etiam



$AH\theta + BH\theta = BH\theta + H\theta\Delta$ [κ. ξvv. 1]. subtrahatur, qui communis est $\angle BH\theta$. itaque

$\angle AH\theta = H\theta\Delta$ [κ. ξvv. 3]. et sunt alterni. itaque AB parallela est rectae $\Gamma\Delta$ [prop. XXVII].

Ergo si recta in duas rectas incidens angulum exteriorem interiori et opposito et ad easdem partes sito angulo aequalem effecerit aut angulos interiores et ad easdem partes sitos duobus rectis aequales, parallelae inter se erunt rectae; quod erat demonstrandum.

XXIX.

Recta in rectas parallelas incidens et angulos alternos inter se aequales efficit et angulum exteriorem interiori et opposito aequalem et interiores ad easdemque partes sitos duobus rectis aequales.

nam in rectas parallelas AB , $\Gamma\Delta$ recta incidat

XXIX. Boetius p. 383, 1.

$\alpha\pi\epsilon\nu\alpha\nu\tau\acute{\iota}\sigma\upsilon$ — 23. $\acute{\epsilon}\nu\tau\acute{\iota}\sigma\upsilon$] apud Proclum exciderunt. $\alpha\pi\epsilon\nu\alpha\nu\tau\acute{\iota}\sigma\upsilon$ p. 23. $\iota\sigma\eta\upsilon$] P, Campanus; καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη $\iota\sigma\eta\upsilon$ Theon (BFVbp, Boetius). $\delta\upsilon\sigma\acute{\iota}\varsigma$] δύο Proclus.

ἐμπιπτεύω ἡ EZ· λέγω, ὅτι τὰς ἐναλλαξ γωνίας τὰς
 ὑπὸ $AH\Theta$, $H\Theta\Delta$ ἴσας ποιεῖ καὶ τὴν ἐκτὸς γωνίαν
 τὴν ὑπὸ EHB τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ $H\Theta\Delta$
 ἴσην καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς ὑπὸ
 5 $BH\Theta$, $H\Theta\Delta$ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

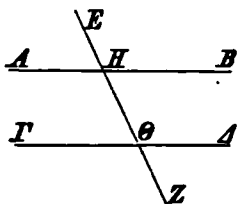
Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ $AH\Theta$ τῇ ὑπὸ $H\Theta\Delta$,
 μία αὐτῶν μεῖζων ἐστίν. ἔστω μεῖζων ἡ ὑπὸ $AH\Theta$.
 κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ $BH\Theta$. αἱ ἄρα ὑπὸ $AH\Theta$,
 $BH\Theta$ τῶν ὑπὸ $BH\Theta$, $H\Theta\Delta$ μεῖζονές εἰσιν. ἀλλὰ αἱ
 10 ὑπὸ $AH\Theta$, $BH\Theta$ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. [καὶ] αἱ
 ἄρα ὑπὸ $BH\Theta$, $H\Theta\Delta$ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν. αἱ
 δὲ ἀπ' ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπει-
 ρον συμπίπτουσιν· αἱ ἄρα AB , $\Gamma\Delta$ ἐκβαλλόμεναι εἰς
 ἄπειρον συμπεσοῦνται· οὐ συμπίπτουσι δὲ διὰ τὸ παρ-
 15 ἀλλήλους αὐτὰς ὑποκείσθαι· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ
 ὑπὸ $AH\Theta$ τῇ ὑπὸ $H\Theta\Delta$. ἴση ἄρα. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ $AH\Theta$
 τῇ ὑπὸ EHB ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ EHB ἄρα τῇ
 ὑπὸ $H\Theta\Delta$ ἐστὶν ἴση. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ $BH\Theta$.
 αἱ ἄρα ὑπὸ EHB , $BH\Theta$ ταῖς ὑπὸ $BH\Theta$, $H\Theta\Delta$ ἴσαι
 20 εἰσίν. ἀλλὰ αἱ ὑπὸ EHB , $BH\Theta$ δύο ὀρθαῖς ἴσαι
 εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ $BH\Theta$, $H\Theta\Delta$ ἄρα δύο ὀρθαῖς ἴσαι
 εἰσίν.

Ἡ ἄρα εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμ-
 πίπτουσα τὰς τε ἐναλλαξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ
 25 καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴσην καὶ τὰς

1. τὰς] PF et V m. 1; τὰς τε Bbp et V m. 2. 3. ἀπ-
 εναντίας p. τῇ] P; καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῇ Theon (BFV
 bp), Campanus. $H\Theta\Delta$] H supra scr. m. 1 F. 4. ἴση V.
 7. ἐστὶ F. $AH\Theta$] FVb; $AH\Theta$ τῆς ὑπὸ $H\Theta\Delta$ P; $AH\Theta$. καὶ
 ἐπεὶ μεῖζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ $AH\Theta$ τῆς ὑπὸ $H\Theta\Delta$ Bp, et mg. m. 2
 V. 9. ἀλλ' F. 10. $BH\Theta$] ΘHB B et e corr. V. εἰσὶ
 V, comp. b. καί] om. P. 12. ἀπ'] ἐπ' b. 13. συμ-
 πίπτουσιν — 14. ἄπειρον] om. p. 16. τῇ] τῆς B. $H\Theta\Delta$]

EZ. dico, eam angulos alternos $AH\theta$, $H\theta\Delta$ aequales efficere et angulum exteriorem EHB interiori et opposito $H\theta\Delta$ aequalem et interiores ad easdemque partes sitos $BH\theta$, $H\theta\Delta$ duobus rectis aequales.

nam si $\angle AH\theta$ angulo $H\theta\Delta$ inaequalis est, alteruter eorum maior est. sit $\angle AH\theta$ maior. communis



adiociatur $\angle BH\theta$. itaque

$AH\theta + BH\theta > BH\theta + H\theta\Delta$

[*κ. ένν. 2*]. uerum $AH\theta + BH\theta$

duobus rectis aequales sunt [prop.

XIII]. quare $BH\theta + H\theta\Delta$ du-

obus rectis minores sunt. quae

autem ex angulis minoribus,

quam sunt duo recti, producantur rectae in infinitum, concurrent [*αίτ. 5*]. itaque AB , $\Gamma\Delta$ productae in infinitum concurrent. uerum non concurrunt, quia supponuntur parallelae. quare $\angle AH\theta$ angulo $H\theta\Delta$ inaequalis non est. aequalis igitur.

sed $\angle AH\theta = EHB$ [prop. XV]. quare etiam $\angle EHB = H\theta\Delta$ [*κ. ένν. 1*]. communis adiociatur $\angle BH\theta$. itaque $\angle EHB + BH\theta = BH\theta + H\theta\Delta$ [*κ. ένν. 2*]. uerum $EHB + BH\theta$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. quare etiam $BH\theta + H\theta\Delta$ duobus rectis aequales sunt.

Ergo recta in rectas parallelas incidens et angulos alternos inter se aequales efficit et angulum exteriorem angulo interiori et opposito aequalem et inte-

litt. $H\theta$ in ras. F. *άλλά* *άλλ'* F. 19. *επό* (prius) *αί* *επό* b.
 $BH\theta$, $H\theta\Delta$] H bis e corr. V. 20. *άλλ'* F. *δυσί* Bp.
 21. *είσιν* PBF; *είσί* uulgo. *δυσί* PBp. *είσιν* *ισαι* BF.
 23. *ή* e corr. V. 24. *τε* om. P. 25. *εκτός* *τη*] m. 2 F.
άπειναντίας p. *ισην*] om. P; *καί* *έπ* *τά* *αύτά* *μέρη* *ισην* BFVbp.

ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυὸν ὁρθαῖς ἴσας· ὅπερ
ἔδει δεῖξαι.

λ'.

Αὶ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι καὶ ἀλλήλαις
6 εἰσὶ παράλληλοι.

Ἔστω ἑκατέρα τῶν AB , $ΓΔ$ τῇ EZ παράλληλος·
λέγω, ὅτι καὶ ἡ AB τῇ $ΓΔ$ ἐστὶ παράλληλος.

Ἐμπιπτέτω γὰρ εἰς αὐτὰς εὐθεῖα ἡ HK .

Καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας τὰς AB , EZ
10 εὐθεῖα ἐμπίπτωκεν ἡ HK , ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ AHK τῇ
ὑπὸ $HΘZ$. πάλιν, ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας τὰς
 EZ , $ΓΔ$ εὐθεῖα ἐμπίπτωκεν ἡ HK , ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ
 $HΘZ$ τῇ ὑπὸ $HKΔ$. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ AHK
τῇ ὑπὸ $HΘZ$ ἴση. καὶ ἡ ὑπὸ AHK ἄρα τῇ ὑπὸ
15 $HKΔ$ ἐστὶν ἴση· καὶ εἰσιν ἐναλλάξ. παράλληλος ἄρα
ἐστὶν ἡ AB τῇ $ΓΔ$.

[Αὶ ἄρα τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι καὶ ἀλλήλαις
εἰσὶ παράλληλοι.] ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λα'.

20 Διὰ τοῦ δοθέντος σημείου τῇ δοθείσῃ εὐ-
θείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ A , ἡ δὲ δοθείσα
εὐθεῖα ἡ $BΓ$ · δεῖ δὴ διὰ τοῦ A σημείου τῇ $BΓ$ εὐ-
θείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

XXX. Boetius p. 383, 5.

XXXI. Boetius p. 383, 7.

1. ἐντὸς καὶ] om. P. 6. AB] AE φ. 7. ἐστὶν P.
9. καὶ — 10. HK] mg. m. 1 P. 11. εἰς] εἰς τὰς V. εὐθείας]
δυὸ εὐθείας P. 12. ἐμπίπτωκεν] in ras. PF; dein add. ποιῶν
F. ἡ] (alt.) corr. ex τῇ P. 13. $HKΔ$] corr. ex $ΘΚΔ$ m.
rec. P. 14. ἄρα] supra comp. m. 1 b. 15. $ΘΚΔ$ P, corr.
m. rec. 16. ἐστὶν] om. F. AB] inter A et B ras. 1 litt.

riores ad easdemque partes sitos duobus rectis aequalibus; quod erat demonstrandum.

XXX.

Quae eidem rectae parallelae sunt, etiam inter se parallelae sunt.

sit utraque AB , ΓA rectae EZ parallela. dico, etiam AB rectae ΓA parallelam esse.

nam in eas incidat recta HK . et quoniam in rectas parallelas AB , EZ recta incidit HK , erit $\angle AHK = H\theta Z$ [prop. XXIX]. rursus quoniam in rectas parallelas EZ , ΓA recta incidit HK , erit $\angle H\theta Z = HK\Delta$ [prop.

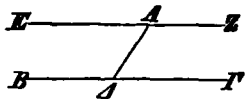
XXIX]. sed demonstratum est, esse etiam

$$\angle AHK = HK\Delta.$$

quare etiam $\angle AHK = HK\Delta$ [κ . $\xi\nu\nu$. 1]. et sunt alterni. itaque AB rectae ΓA parallela est [prop. XXVII]; quod erat demonstrandum.

XXXI.

Per datum punctum datae rectae parallelam rectam lineam ducere.



Sit datum punctum A , data autem recta $B\Gamma$. oportet igitur per A punctum rectae $B\Gamma$ parallelam rectam lineam ducere.

F. $\tau\eta$] $\tau\eta\varsigma$ b. 17. at $\acute{\alpha}\rho\alpha$ — 18. $\pi\alpha\rho\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\iota$] om. PBbp; mg. m. 2 FV. 17. $\acute{\alpha}\rho\alpha$] om. FV. 20. Post $\sigma\eta\mu\epsilon\lambda\omicron\nu$ in P add. δ $\mu\eta$ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ $\acute{\epsilon}\pi\iota$ $\alpha\upsilon\tau\eta\varsigma$; del. m. 1; similiter Campanus; sed Proclus non habuit p. 376, 5 sqq.

Ελλήφθω ἐπὶ τῆς $BΓ$ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΑΔ$ · καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ $ΑΔ$ εὐθεία καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ A τῇ ὑπὸ $ΑΔΓ$ γωνία ἴση ἡ ὑπὸ $ΔΑΕ$ · καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας τῇ
 5 $ΕΑ$ εὐθεῖα ἡ AZ .

Καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς $BΓ$, EZ εὐθεῖα ἑμπίπτουσα ἡ $ΑΔ$ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ $ΕΑΔ$, $ΑΔΓ$ ἴσας ἀλλήλαις πεποίηκεν, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ $ΕΑΖ$ τῇ $BΓ$.

10 Διὰ τοῦ δοθέντος ἄρα σημείου τοῦ A τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ $BΓ$ παράλληλος εὐθεῖα γραμμὴ ἥκται ἡ $ΕΑΖ$ · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

λ β'.

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσ-
 15 ἐκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστίν, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἔστω τρίγωνον τὸ $ΑΒΓ$, καὶ προσεκβεβλήσθω αὐτοῦ μία πλευρὰ ἡ $BΓ$ ἐπὶ τὸ Δ · λέγω, ὅτι ἡ ἐκτὸς
 20 γωνία ἡ ὑπὸ $ΑΓΔ$ ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ $ΓΑΒ$, $ΑΒΓ$, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ $ΑΒΓ$, $BΓΑ$, $ΓΑΒ$ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἦχθω γὰρ διὰ τοῦ $Γ$ σημείου τῇ $ΑΒ$ εὐθείᾳ
 25 παράλληλος ἡ $ΓΕ$.

XXXII. Alex. Aphrod. in top. p. 11. Simplic. in phys. fol. 14. Philop. in anal. II p. 65. Psellus p. 40. Boetius p. 383, 8.

3. αὐτῇ] αὐτήν F. τῷ] supra m. 1 P. 4. τῇ] B; τῆς unlg. 5. ΕΑ] in ras. V. 6. BΓ] corr. ex ΓΒ V; ΓΒ Bbp. 7. ἐπὶ] mg. m. rec. P; supra m. 2 F. 8. ἀλλήλας b.

sumatur in $B\Gamma$ quoduis punctum Δ , et ducatur $A\Delta$. et ad ΔA rectam et punctum in ea situm A angulo $A\Delta\Gamma$ aequalis construatur ΔAE [prop. XXIII]. et producat EA in directum, ut fiat AZ . et quoniam recta $A\Delta$ in duas rectas $B\Gamma$, EZ incidens angulos alternos $E\Delta A$, $A\Delta\Gamma$ inter se aequales effecit, erit $E\Delta Z$ rectae $B\Gamma$ parallela [prop. XXVII].

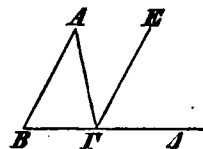
Ergo per datum punctum A datae rectae $B\Gamma$ parallela recta linea $E\Delta Z$ ducta est; quod oportebat fieri.

XXXII.

In quouis triangulo quolibet laterum producto angulus extrinsecus positus duobus interioribus et oppositis aequalis est, et anguli interiores tres trianguli duobus rectis aequales sunt.

Sit triangulus $AB\Gamma$, et producat $quodlibet$ latus eius $B\Gamma$ ad Δ . dico, angulum extrinsecus positum $A\Gamma\Delta$ aequalem esse duobus angulis interioribus et oppositis ΓAB , $AB\Gamma$, et angulos interiores tres trianguli $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta B$ duobus rectis aequales esse.

ducatur enim per Γ punctum rectae AB parallela



πεπολήμεν] $B\Gamma$; πεπολήμε ulgo. 9. $E\Delta Z$] $E\Delta$ eras. F.
 $B\Gamma$] corr. ex $B\Delta$ V; $B\Gamma\Delta$ F. 12. $E\Delta Z$] $\Delta E Z$ F. 14.
 τῶν πλευρῶν] supra m. 2 F; πλευρᾶς Proclus. προσεβλήθη
 σης] προσ- add. m. 2 V. 15. ἐντὸς τοῦ τριγώνου γωνία δύο
 Proclus. 16. ἀπεναντίας p. ἐστὶν ἴση Proclus. ἐστὶν]
 PF; comp. b; ἐστὶ ulgo. αἱ] m. 2 V. 17. τρεῖς] om.
 Proclus. δύο] δύο Proclus. 20. ἐστὶν P. δύο] ταῖς
 δύο V. ἀπεναντίας p. 21. ΓAB] $A\Gamma B$ F. αἱ] om. F;
 m. 2 V. 22. αἱ] m. rec. P. $B\Gamma\Delta$] supra m. 2 F. 24.
 εὐθείᾳ] mg. m. 2 V.

- Καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ AB τῇ $ΓΕ$, καὶ εἰς αὐτάς ἐμπίπτωκεν ἡ $ΑΓ$, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ $ΒΑΓ$, $ΑΓΕ$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ AB τῇ $ΓΕ$, καὶ εἰς αὐτάς ἐμπίπτωκεν
 5 εὐθεῖα ἡ $ΒΔ$, ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ $ΕΓΔ$ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ $ΑΒΓ$. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ $ΑΓΕ$ τῇ ὑπὸ $ΒΑΓ$ ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ $ΑΓΔ$ γωνία ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ $ΒΑΓ$, $ΑΒΓ$.
- 10 Κοινὴ προσκεισθῶ ἡ ὑπὸ $ΑΓΒ$ · αἱ ἄρα ὑπὸ $ΑΓΔ$, $ΑΓΒ$ τρισὶ ταῖς ὑπὸ $ΑΒΓ$, $ΒΓΑ$, $ΓΑΒ$ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ $ΑΓΔ$, $ΑΓΒ$ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ $ΑΓΒ$, $ΓΒΑ$, $ΓΑΒ$ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.
- 15 Παντὸς ἄρα τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστίν, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λγ'.

- 20 Αἱ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιξενυγνύουσαι εὐθεῖαι καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν.

XXXIII. Boetius p. 383, 11.

3. εἰσίν] P F; comp. b; εἰσί uulgo. 4. ἐστίν] om. B. $ΕΓΡ$. 5. εὐθεῖα] -υθ eras. V. ἴση] ἴση V (η in ras.). ἐστίν P, ut lin. 8. 6. ἀπεναντίας p. 7. $ΒΑΓ$] corr. ex $ΓΑΒ$ m. 2 V; litt. $ΒΑ$ in ras. B. 8. γωνία] P; ἐκτὸς γωνία Theon (BFVbp), Campanus. ἀπεναντίας p. 10. $ΑΓΒ$] $ΑΒΓ$ F; corr. m. 2. 11. $ΑΓΒ$] litt. $ΓΒ$ e corr. F. $ΑΒΓ$, $ΒΓΑ$] in ras. F. $ΓΑΒ$] om. F; $ΒΑΓ$ B et V m. 2. 12. εἰσίν] PBF; comp. b; εἰσί uulgo. 13. $ΑΓΒ$] $ΑΒΓ$ F (euan.),

ΓE . et quoniam AB rectae ΓE parallela est, et in eas incidit AG , anguli alterni BAG , AGE inter se aequales sunt [prop. XXIX]. rursus quoniam AB rectae ΓE parallela est, et in eas incidit recta BA , angulus extrinsecus positus $E\Gamma A$ aequalis est angulo interiori et opposito $AB\Gamma$ [prop. XXIX]. sed demonstratum est, esse etiam $AGE = BAG$. quare

$$A\Gamma A = BAG + AB\Gamma$$

interioribus et oppositis [κ . $\xi\nu\nu$. 2]. communis adiiciatur AGB . itaque

$$A\Gamma A + AGB = AB\Gamma + BGA + GAB \text{ } [\kappa. \xi\nu\nu. 2].$$

uerum $A\Gamma A + AGB$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. itaque etiam $AGB + GBA + GAB$ duobus rectis aequales sunt [κ . $\xi\nu\nu$. 1].

Ergo in quouis triangulo quolibet laterum producto angulus extrinsecus positus duobus interioribus et oppositis aequalis est, et anguli interiores tres trianguli duobus rectis aequales sunt; quod erat demonstrandum.

XXXIII.

Rectae rectas aequales et parallelas ad easdem partes ¹⁾ coniungentes et ipsae aequales et parallelae sunt.

1) Hoc est: ne coniungantur B et Γ , A et A ; u. Proclus p. 386, 15.

b, V (eras.), p. ΓBA] AGB F; BGA V (eras.), Pbp.
 $\alpha\phi\alpha$] mg. m. 2 V. $\epsilon\lambda\epsilon\nu$ $\epsilon\sigma\alpha\iota$ p. 14. $\epsilon\lambda\epsilon\nu$] PFV; comp.
 b; $\epsilon\lambda\epsilon\iota$ uulgo. 17. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$] PF; comp. b; $\epsilon\sigma\tau\iota$ uulgo. $\gamma\omega$
 $\nu\iota\alpha\iota$ $\tau\rho\epsilon\iota\varsigma$ F. 18. $\delta\upsilon\sigma\iota\nu$] $\gamma\omega\nu\iota\alpha\iota$ ϕ . 20. $\pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\upsilon\varsigma$ $\epsilon\upsilon$
 $\delta\epsilon\iota\lambda\varsigma$ Proclus. 21. $\kappa\alpha\iota$ $\alpha\upsilon\tau\alpha\iota$] mg. m. 2 V.

Ἐστῶσαν ἴσαι τε καὶ παράλληλοι αἱ AB , ΓA , καὶ ἐπιξενγνύωσαν αὐτὰς ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη εὐθεῖαι αἱ $A\Gamma$, $B\Delta$. λέγω, ὅτι καὶ αἱ $A\Gamma$, $B\Delta$ ἴσαι τε καὶ παράλληλοι εἰσιν.

- 5 Ἐπεξεύχθω ἡ $B\Gamma$. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ AB τῇ ΓA , καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπίπτωκεν ἡ $B\Gamma$, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ $AB\Gamma$, $B\Gamma A$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ AB τῇ ΓA κοινὴ δὲ ἡ $B\Gamma$, δύο δὴ αἱ AB , $B\Gamma$ δύο ταῖς $B\Gamma$, ΓA ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $AB\Gamma$
 10 γωνία τῇ ὑπὸ $B\Gamma A$ ἴση· βάσις ἄρα ἡ $A\Gamma$ βάσει τῇ $B\Delta$ ἐστὶν ἴση, καὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ $B\Gamma A$ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔδονται ἑκατέρω ἑκατέρω, ὅφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ $A\Gamma B$ γωνία τῇ
 15 ὑπὸ $\Gamma B A$. καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς $A\Gamma$, $B\Delta$ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ $B\Gamma$ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις πεποίηκεν, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ $A\Gamma$ τῇ $B\Delta$. εἰδείχθη δὲ αὐτῇ καὶ ἴση.

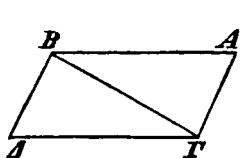
Αἱ ἄρα τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ
 20 μέρη ἐπιξενγνύουσαι εὐθεῖαι καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοι εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λδ'.

Τῶν παραλληλογράμων χωρίων αἱ ἀπεναν-

XXXIV. Boetius p. 383, 13. cfr. Psellus p. 46.

1. ΓA] in ras. V. καὶ—2. εὐθεῖ·] in ras. b. 3. $B\Delta$] (prius) in ras. V. $A\Gamma$] ΓA BF, V m. 2. τε] om. FV, in ras. m. 1 P. 5. ἡ] γάρ ἡ V m. 2. 6. ΓA] in ras. b. 7. εἰσίν] PF; comp. b; εἰσὶ vulgo. 8. ἴση] η eras. V. 9. δυοί FBp. εἰσίν] PF; comp. b; εἰσὶ vulgo. 10. ἴση ἐστὶ FV. 11. ἐστὶν ἴση] ἴση ἐστὶ V; ἴση p. $B\Gamma A$] $B\Delta$ p. 12. ἐστίν] PFV; comp. b; om. p; ἐστὶ B. 14. $A\Gamma B$] $AB\Gamma$ corr.



Sint aequales et parallelae AB , $\Gamma\Delta$, et coniungant eas ad easdem partes rectae $A\Gamma$, $B\Delta$. dico, etiam $A\Gamma$, $B\Delta$ aequales et parallelas esse.

ducatur $B\Gamma$. et quoniam AB rectae $\Gamma\Delta$ parallela est, et in eas incidit $B\Gamma$, anguli alterni $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$ inter se aequales sunt [prop. XXIX]. et quoniam $AB = \Gamma\Delta$, communis autem $B\Gamma$, duae rectae AB , $B\Gamma$ duabus $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ aequales sunt. et $\angle AB\Gamma = B\Gamma\Delta$. basis igitur $A\Gamma$ basi $B\Delta$ aequalis, et triangulus $AB\Gamma$ triangulo $B\Gamma\Delta$ aequalis est, et reliqui anguli reliquis angulis aequales erunt alter alteri, sub quibus aequalia latera subtendunt. itaque $\angle A\Gamma B = \Gamma B\Delta$ [prop. IV]. et quoniam in duas rectas $A\Gamma$, $B\Delta$ incidens recta $B\Gamma$ angulos alternos inter se aequales effecit, erit $A\Gamma$ rectae $B\Delta$ parallela [prop. XXVII]. sed demonstratum est, eandem aequalem ei esse.

Ergo rectae rectas aequales et parallelas ad easdem partes coniungentes et ipsae aequales et parallelae sunt; quod erat demonstrandum.

XXXIV.

Spatiorum parallelogrammorum¹⁾ latera angulique

1) H. e. rectis parallelis comprehensorum. nomen ab ipso Euclide ad similitudinem uocabuli $\epsilon\theta\theta\acute{\upsilon}\gamma\gamma\alpha\mu\mu\omicron\varsigma$ fictum est; u. Proclus p. 392, 20. Studien p. 35.

in $B\Gamma\Delta$ m. rec. b. 15. Post $\Gamma B\Delta$ in p add. $\eta\ \delta\epsilon\ \acute{\upsilon}\pi\omicron\ \beta\Lambda\Gamma$ $\tau\eta\ \acute{\upsilon}\pi\omicron\ \beta\Delta\Gamma$. $A\Gamma$] AB in ras. F. 16. $\gamma\omega\nu\iota\alpha\varsigma$] P; $\gamma\omega\nu\iota\alpha\varsigma$ $\tau\alpha\varsigma\ \acute{\upsilon}\pi\omicron\ \Lambda\Gamma B$, $\Gamma B\Delta$ Theon? (BVbp); in F $\tau\alpha\varsigma\ \acute{\upsilon}\pi\omicron\ \Lambda\Gamma B$, $\Gamma B\Delta$ in mg. sunt, sed m. 1; habet Campanus. 17. $\pi\epsilon\pi\omicron\iota\gamma\eta\kappa\epsilon$ Vb. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu\ \acute{\alpha}\rho\alpha$ (comp.) b. 18. $\delta\epsilon$] $\delta\epsilon\ \kappa\alpha\iota$ V. $\kappa\alpha\iota$] m. 2 V.

τίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ διχα τέμνει.

Ἔστω παραλληλόγραμμον χωρίον τὸ $ΑΓΔΒ$, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ $ΒΓ$. λέγω, ὅτι τοῦ $ΑΓΔΒ$ παραλληλογράμμου αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ ἡ $ΒΓ$ διάμετρος αὐτὸ διχα τέμνει.

Ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ $ΑΒ$ τῇ $ΓΔ$, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπίπτωκεν εὐθεῖα ἡ $ΒΓ$, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ $ΑΒΓ$, $ΒΓΔ$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. πάλιν ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ $ΑΓ$ τῇ $ΒΔ$, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπίπτωκεν ἡ $ΒΓ$, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ $ΑΓΒ$, $ΓΒΔ$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. δύο δὲ τρίγωνά ἐστι τὰ $ΑΒΓ$, $ΒΓΔ$ τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ $ΑΒΓ$, $ΒΓΔ$ ὁμοῦ τὰς ὑπὸ $ΒΓΔ$, $ΓΒΔ$ ἴσας ἔχοντα ἐκατέραν ἐκατέρα καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις κοινὴν αὐτῶν τὴν $ΒΓ$. καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς ἴσας ἔξει ἐκατέραν ἐκατέρα καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ. ἴση ἄρα ἡ μὲν $ΑΒ$ πλευρὰ τῇ $ΓΔ$, ἡ δὲ $ΑΓ$ τῇ $ΒΔ$, καὶ ἔτι ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΓΔΒ$. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ $ΑΒΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΒΓΔ$, ἡ δὲ ὑπὸ $ΓΒΔ$ τῇ ὑπὸ $ΑΓΒ$, ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ $ΑΒΔ$ ὅλη τῇ ὑπὸ $ΑΓΔ$ ἐστὶν ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ τῇ ὑπὸ $ΓΔΒ$ ἴση.

1. ἀλλήλοισ b; corr. m. recens. 2. εἰσίν] PBF; comp. b; εἰσεῖ uulgo. αὐτὰ] -ά in ras. F. 3. $ΑΓΔΒ$] $ΓΔΒ$ litt. in ras. b; litt. $ΔΒ$ corr. ex $ΒΔ$ m. 2 V; $ΑΒΓΔ$ P; item PV lin. 4. 5. τε] om. p. 6. ἀλλήλοισ b; corr. m. rec. εἰσίν] PF; comp. b; εἰσεῖ uulgo. διχα αὐτό p. 9. αὐτὰς] -τα- absumpta ob pergam. ruptum in F. 10. εἰσίν] PF; comp. b; εἰσεῖ uulgo. 11. $ΒΔ$] $ΔΒ$ F; $ΒΔ$ post ras. 1 litt. (Γ?) V. 12.

opposita inter se aequalia sunt, et diametrus ea in duas partes aequales diuidit.

Sit spatium parallelogrammum $ΑΓΔΒ$, diametrus autem eius $ΒΓ$. dico, parallelogrammi $ΑΓΔΒ$ latera angulosque opposita inter se aequalia esse, et diametrum $ΒΓ$ in duas partes aequales id diuidere.

nam quoniam $ΑΒ$ rectae $ΓΔ$ parallela est, et in eas incidit recta $ΒΓ$, anguli alterni $ΑΒΓ$, $ΒΓΔ$ inter se aequales sunt [prop. XXIX]. rursus quoniam $ΑΓ$ rectae $ΒΔ$ parallela est, et in eas incidit $ΒΓ$, alterni anguli $ΑΓΒ$, $ΓΒΔ$ inter se aequales sunt [prop. XXIX]. itaque duo trianguli sunt $ΑΒΓ$, $ΒΓΔ$ duos angulos $ΑΒΓ$, $ΓΒΔ$ duobus $ΒΓΔ$, $ΓΒΔ$ aequales habentes alterum alteri et unum latus uni aequale, quod ad angulos aequales positum est $ΒΓ$ eorum commune. itaque etiam reliqua latera reliquis aequalia habebunt alterum alteri et reliquum angulum reliquo angulo [prop. XXVI]. quare $ΑΒ = ΓΔ$, $ΑΓ = ΒΔ$, $∠ΒΑΓ = ΓΔΒ$. et quoniam $∠ΑΒΓ = ΒΓΔ$ et $ΓΒΔ = ΑΓΒ$, erit $∠ΑΒΔ = ΑΓΔ$ [x. έvv. 2]. sed demonstratum est, esse etiam $∠ΒΑΓ = ΓΔΒ$. ergo spatiorum parallelogrammorum latera angulique opposita inter se aequalia sunt.

$ΑΓΒ$] $ΒΓΔ$ F. 18. $ελαίν$] PF; comp. b; $ελαί$ vulgo. $έστιν$ PF; comp. b. $τά$] $τό$ F. 14. $ΒΓΔ$] in ras. m. 2 V; $ΓΒΔ$ F. 16. $τη μᾶ$ V. 18. $λοιπαῖς πλευραῖς$ FV. 21. $έτι$ $[ση έστιν]$ P; om. Theon (BFVbp). $ΓΔΒ$] $ΒΓΔ$ p. $και$ $έπει$ — 22. $ΒΓΔ$] mg. m. recenti p. 23. $ΓΒΔ$] litt. $ΓΒ$ e corr. V m. 2. $ΑΓΒ$] litt. $ΓΒ$ e corr. V m. 2. 24. $έδελξθ$ — 25. $[ση]$ mg. m. 2 V.

Τῶν ἄρα παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραὶ τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν.

- Ἀέγω, δὴ, ὅτι καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.
ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ AB τῇ $ΓΔ$, κοινὴ δὲ ἡ $BΓ$,
5 δύο δὴ αἱ AB , $BΓ$ δυοὶ ταῖς $ΓΔ$, $BΓ$ ἴσαι εἰσὶν
ἐκατέρα ἐκατέρῃ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $ABΓ$ γωνία τῇ
ὑπὸ $BΓΔ$ ἴση. καὶ βάσις ἄρα ἡ $ΑΓ$ τῇ $ΔΒ$ ἴση. καὶ
τὸ $ABΓ$ [ἄρα] τρίγωνον τῷ $BΓΔ$ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν.
Ἡ ἄρα $BΓ$ διάμετρος, δίχα τέμνει τὸ $ABΓΔ$
10 παραλληλόγραμμον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λε'.

Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

- 15 Ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ $ABΓΔ$, $EBΓΖ$ ἐπὶ
τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς $BΓ$ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις
ταῖς $AΖ$, $BΓ$. λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ $ABΓΔ$
τῷ $EBΓΖ$ παραλληλογράμῳ.
Ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ $ABΓΔ$, ἴση
20 ἐστὶν ἡ $ΑΔ$ τῇ $BΓ$. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ $EΖ$ τῇ
 $BΓ$ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ $ΑΔ$ τῇ $EΖ$ ἐστὶν ἴση· καὶ
κοινὴ ἡ $ΔΕ$. ὅλη ἄρα ἡ $ΑΕ$ ὅλη τῇ $ΔΖ$ ἐστὶν ἴση.
ἐστὶ δὲ καὶ ἡ AB τῇ $ΔΓ$ ἴση· δύο δὴ αἱ $ΕΑ$, AB
δύο ταῖς $ΖΔ$, $ΔΓ$ ἴσαι εἰσὶν ἐκατέρα ἐκατέρῃ· καὶ
25 γωνία ἡ ὑπὸ $ΖΔΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΕΑΒ$ ἐστὶν ἴση ἡ

XXXV. Paellus p. 45. Boetius p. 383, 17.

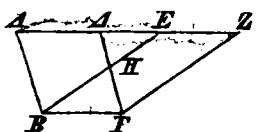
2. εἰσὶ B. 3. δι'] om. P; corr. ex δέ m. 2 V. 5. $ΓΔ$
 $BΓ$] BF, in ras. m. 2 V; $ΔΓ$, $ΓB$ P ($ΔΓ$ in ras.); $BΓ$, $ΓΔ$ bp.
7. καί] om. p. ἄρα] om. P. τῇ] βάσει τῇ p. $ΔΒ$] $BΔ$
P et V, sed corr. m. 2. ἴση] P; ἐστὶν ἴση Theon (BFV bp).

iam dico, diametrum ea in duas partes aequales diuidere. nam quoniam $AB = \Gamma A$ et $B\Gamma$ communis, duae rectae $AB, B\Gamma$ duabus $\Gamma A, B\Gamma$ aequales sunt altera alteri; et $\angle AB\Gamma = B\Gamma A$ [prop. XXIX]. itaque etiam [$AG = AB$, et] ¹⁾ $\triangle AB\Gamma = B\Gamma A$ [prop. IV].

Ergo diametrus $B\Gamma$ parallelogrammum $AB\Gamma A$ in duas partes aequales diuidit; quod erat demonstrandum.

XXXV.

Parallelogramma in eadem basi posita et in iisdem parallelis inter se aequalia sunt.



Sint $AB\Gamma A, EB\Gamma Z$ parallelogramma in eadem basi $B\Gamma$ et in iisdem parallelis $AZ, B\Gamma$. dico, esse $AB\Gamma A = EB\Gamma Z$.

nam quoniam parallelogrammum est $AB\Gamma A$, erit $AA = B\Gamma$ [prop. XXXIV]. eadem de causa etiam $EZ = B\Gamma$ [id.]. quare $AA = EZ$ [x. évv. 1]. et communis est AE . itaque $AE = AZ$ [x. évv. 2]. uerum etiam $AB = \Gamma A$ [prop. XXXIV]. itaque duae rectae EA, AB duabus $Z A, \Gamma A$ aequales sunt altera alteri; et $\angle Z A \Gamma = E A B$ exterior interiori [prop. XXIX].

1) Fortasse potius καὶ βάσις ἄρα ἡ $A\Gamma$ τῇ AB ἰσῆ lin. 7 delenda sunt quam ἄρα lin. 8 cum Augusto.

8. ἄρα] del. August. $B\Gamma A$] $B A \Gamma$ P; $B A \Gamma$ b, sed A eras. ἴσον ἴσῳ] $P B b$ (comp.); ἴσον ἴσῳ] $F V$; ἴσῳ ἴσῳ p.

10. Post παρὰλληλόγραμμον in V add. χωρίον, sed punctis del. m. 2. 18. ὅντα] om. Proclus solus. 17. ἴσῳ] P, ut lin.

19, 23. 18. παρὰλληλόγραμμο] P; om. Theon (BFVb p).

20. ὅτ] mg. γρ. τοίνυν F. ἡ] m. 2 F. 22. ἴσῳ] om. F.

23. $E A$] $A E$ F. 24. ὅντα] $B V$ p. $Z A$] $A Z$ F. 25. ἡ]

(alt.) supra m. 1 P.

ἐκτὸς τῇ ἐντός· βάσις ἄρα ἡ EB βάσει τῇ $ZΓ$ ἴση
 ἐστίν, καὶ τὸ EAB τρίγωνον τῷ $ΔΖΓ$ τριγώνῳ ἴσον
 ἐσται· κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ $ΔHE$ · λοιπὸν ἄρα τὸ
 $ABHΔ$ τραπέζιον λοιπῷ τῷ $EHΓΖ$ τραπέζιῳ ἐστὶν
 5 ἴσον· κοινὸν προσκείσθω τὸ HBG τρίγωνον· ὅλον
 ἄρα τὸ $ABΓΔ$ παραλληλόγραμμον ὅλῳ τῷ $EBΓΖ$
 παραλληλογράμῳ ἴσον ἐστίν.

Τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βά-
 σεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλή-
 10 λοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λς'.

Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων
 ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλ-
 λήλοις ἐστίν.

15 Ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ $ABΓΔ$, $EZHΘ$ ἐπὶ
 ἴσων βάσεων ὄντα τῶν $BΓ$, ZH καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς
 παραλλήλοις ταῖς $AΘ$, BH · λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ
 $ABΓΔ$ παραλληλόγραμμον τῷ $EZHΘ$.

Ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ BE , $ΓΘ$ · καὶ ἐπεὶ ἴση
 20 ἐστὶν ἡ $BΓ$ τῇ ZH , ἀλλὰ ἡ ZH τῇ $EΘ$ ἐστὶν ἴση,
 καὶ ἡ $BΓ$ ἄρα τῇ $EΘ$ ἐστὶν ἴση. εἰσὶ δὲ καὶ παράλ-
 ληλοι. καὶ ἐπιγεννύουσιν αὐτὰς αἱ EB , $ΘΓ$ · αἱ δὲ
 τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπι-
 γεννύουσαι ἴσαι τε καὶ παράλληλοι εἰσι [καὶ αἱ EB ,
 25 $ΘΓ$ ἄρα ἴσαι τέ εἰσι καὶ παράλληλοι]. παραλληλό-

XXXVI. Boetius p. 383, 19.

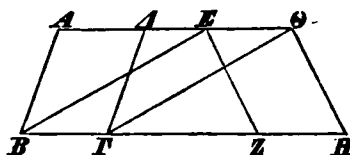
1. $ZΓ$] mutat. in $ΓΖ$ m. 2 V. 2. ἐστίν] PF (in B 7 eras.);
 comp. b; ἐστὶ vulgo; ἐστιν ἴση p. $ΔΖΓ$] BF, V m. 2; $ΔΓΖ$
 P; $ΖΔΓ$ bp, V m. 1. 3. ἐσται] PBFp; ἐστὶ Vb. τό] post-
 ea add. P. $ΔHE$] corr. ex $ΔH$ P; ὑπὸ $ΔHE$ F; ὑπὸ

itaque $EB = Z\Gamma$ et $\triangle EAB = \triangle Z\Gamma$ [prop. IV]. subtrahatur, qui communis est, triangulus $\triangle HE$. itaque $ABH\triangle = EH\Gamma Z$ [x. *ἐνν.* 3]. communis adiciatur triangulus HBF . itaque $AB\Gamma\triangle = EB\Gamma Z$.

Ergo parallelogramma in eadem basi posita et in iisdem parallelis inter se aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

XXXVI.

Parallelogramma in aequalibus basibus posita et in iisdem parallelis inter se aequalia sunt.



Sint parallelogramma $AB\Gamma\triangle$, $EZH\Theta$ in aequalibus basibus $B\Gamma$, ZH et in iisdem parallelis $A\Theta$, BH . dico, esse $AB\Gamma\triangle = EZH\Theta$.

ducantur enim BE , $\Gamma\Theta$. et quoniam $B\Gamma = ZH$ et $ZH = E\Theta$, erit etiam $B\Gamma = E\Theta$ [x. *ἐνν.* 1]. uerum etiam parallelae sunt. et coniungunt eas EB , $\Theta\Gamma$; quae autem rectas aequales et parallelas ad easdem partes coniungunt, aequales et parallelae sunt [prop. XXXIII]. itaque parallelogrammum est $EB\Gamma\Theta$ [prop.

eras. Vb. *ἐπὶ τοῖς* P. 4. $EZ\Gamma H$ F. 5. HBF] $BH\Gamma$ F. 7. *ἐστὶν*] PF; comp. b; *ἐστὶν* uulgo; om. p. 8. *ἀρα*] *διὰ* V; corr. m. 1. 13. *ἐστὶν ἀλλήλοις* p. 14. *ἐστὶ* Proclus. 17. BH] HB F. *ἐστὶν* PF; comp. b. 18. $EZH\Theta$] Pb, V (E e corr.); $ZH\Theta E$ BFp; in V sequitur ras. 1 litt. 19. BE] EB P. $\Gamma\Theta$] in ras. P. 20. $B\Gamma$] Pb, V e corr. m. 2; ΓB BFp, V m. 1. *ἀλλ'* F. *ἀλλὰ ἡ*] mg. m. 2 V. 21. *ἐστὶν* P. 22. BE , $\Gamma\Theta$ b, V e corr. m. 2. 23. *τε*] om. P. 24. *τὲ ἐστὶ καὶ παράλληλοι* F. *καὶ*] (alt.) om. F. *καὶ αὖ* — 25. *παράλληλοι*] *καὶ αὖ* EB , $\Theta\Gamma$ *ἀρα* *ἴσαι* *τε* *καὶ* *παρ-* *άλληλοι* *ἐστὶ* P. m. rec. 24. EB] E insert. m. 1 V. 25. $\Theta\Gamma$] V m. 1; $\Gamma\Theta$ V m. 2.

γραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ $EBΓΘ$. καὶ ἐστὶν ἰσον τῷ $ABΓΔ$.
 βάσιν τε γὰρ αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει τὴν $ΒΓ$, καὶ ἐν
 ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστὶν αὐτῷ ταῖς $ΒΓ$, $ΑΘ$.
 διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ $EZHΘ$ τῷ αὐτῷ τῷ $EBΓΘ$
 5 ἐστὶν ἰσον· ὥστε καὶ τὸ $ABΓΔ$ παραλληλόγραμμον
 τῷ $EZHΘ$ ἐστὶν ἰσον.

Τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἰσων βάσεων
 ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις
 ἐστίν· ὅπερ εἶδει δεῖξαι.

10

λξ'.

Τὰ τρίγωνα τα ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα
 καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις
 ἐστίν.

Ἐστω τρίγωνα τὰ $ABΓ$, $ΔΒΓ$ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βά-
 15 σεως τῆς $ΒΓ$ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς
 $ΑΔ$, $ΒΓ$. λέγω, ὅτι ἰσον ἐστὶ τὸ $ABΓ$ τρίγωνον τῷ
 $ΔΒΓ$ τριγώνῳ.

Ἐκβεβλήσθω ἡ $ΑΔ$ ἐφ' ἐκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ
 E , Z , καὶ διὰ μὲν τοῦ B τῇ $ΓΑ$ παράλληλος ᾗχθω
 20 ἡ BE , διὰ δὲ τοῦ $Γ$ τῇ $ΒΔ$ παράλληλος ᾗχθω ἡ $ΓZ$.
 παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἐκάτερον τῶν $EBΓΔ$,
 $ΔΒΓZ$. καὶ εἰσιν ἴσα· ἐπὶ τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως
 εἰσὶ τῆς $ΒΓ$ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς
 $ΒΓ$, EZ . καὶ ἐστὶ τοῦ μὲν $EBΓΔ$ παραλληλογράμ-
 25 μου ἡμισυ τὸ $ABΓ$ τρίγωνον· ἡ γὰρ AB διάμετρος
 αὐτὸ δίχα τέμνει· τοῦ δὲ $ΔΒΓZ$ παραλληλογράμμου

XXXVII. Boetius p. 383, 22. Apud Proclum excidit.

1. ἐστίν PF; comp. b. τῷ] corr. ex τό m. 1 V. 3.
 ἐστὶν παραλλήλοις p. 4. αὐτῷ τῷ] mg. m. 1 F; om. p.

XXXIV]. et $EB\Gamma\Theta = AB\Gamma\Delta$; nam et eandem basim habent $B\Gamma$ et in iisdem parallelis sunt $B\Gamma$, $A\Theta$ [prop. XXXV]. eadem de causa etiam $EZH\Theta = EB\Gamma\Theta$ [id.]. quare etiam $AB\Gamma\Delta = EZH\Theta$ [κ . $\xi\nu$. 1].

Ergo parallelogramma in aequalibus basibus posita et in iisdem parallelis inter se aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

XXXVII.

Trianguli in eadem basi positi et in iisdem parallelis inter se aequales sunt.

Sint trianguli $AB\Gamma$, $\Delta B\Gamma$ in eadem basi $B\Gamma$ et in iisdem parallelis AA , $B\Gamma$. dico, esse $\Delta AB\Gamma = \Delta B\Gamma$.

producatur AA in utramque partem ad E , Z , et per B rectae ΓA parallela ducatur BE , per Γ autem rectae BA parallela ducatur ΓZ [prop. XXXI]. itaque $EB\Gamma A$, $\Delta B\Gamma Z$ parallelogramma sunt; et sunt aequalia. nam et in eadem basi sunt $B\Gamma$ et in iisdem parallelis $B\Gamma$, EZ [prop. XXXV]. et dimidia pars parallelogrammi $EB\Gamma A$ est triangulus $AB\Gamma$; nam diagonus AB id in duas partes aequales diuidit [prop. XXXIV]. parallelogrammi autem $\Delta B\Gamma Z$ dimidia pars

8. ἀλλήλους] -λους corr. m. 1 V. 9. ἐστίν] εἰσιν F. 16. ἐστίν P et eraso v V. In F hic uerba nonnulla enan. 19. E, Z] Z, E F. καὶ διὰ — 20. BE] mg. m. rec. p. 19. ΓΑ] Α in ras. b. 21. τῶν] v postea add. m. 1 V. 22. ΔΒΓΖ] ΒΔΓΖ F. εἰσιν [αἱ] P; ἴσων τὸ ΕΒΓΑ τῶ ΔΒΓΖ Theon (BΓV b p; BΔΓΖ F; in ΕΒΓΑ litt. ΕΒ m. 2 V). τε] om. B p (in F non liquet). 23. εἰσι] B b p; εἰσιν P; ἐστὶ V; ἐστὶν F. ταῖς] (alt.) ἐστὶν ταῖς F. 24. ΒΓ, ΕΖ καὶ] assumpta ob ruptum pergam. F. ἐστὶν P. 25. τό] τὰ in ras. P. 26. παραλληλογράμμου] mg. m. 2 V.

ἡμῖς τὸ $\triangle B\Gamma$ τρίγωνον· ἡ γὰρ $\triangle \Gamma$ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει. [τὰ δὲ τῶν ἰσων ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν]. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ $\triangle B\Gamma$ τρίγωνον τῷ $\triangle B\Gamma$ τριγώνῳ.

5 Τὰ ἄρα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λη'.

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἰσων βάσεων ὄντα καὶ
10 ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω τρίγωνα τὰ $\triangle B\Gamma$, $\triangle EZ$ ἐπὶ ἰσων βάσεων τῶν $B\Gamma$, EZ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς BZ , $ΑΔ$ · λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ $\triangle B\Gamma$ τρίγωνον τῷ $\triangle EZ$ τριγώνῳ.

15 Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ $ΑΔ$ ἐφ' ἐκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ H , Θ , καὶ διὰ μὲν τοῦ B τῇ ΓA παράλληλος ἦχθω ἡ BH , διὰ δὲ τοῦ Z τῇ $ΔE$ παράλληλος ἦχθω ἡ $Z\Theta$. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἐκάτερον τῶν $HB\Gamma A$, $\triangle EZ\Theta$ · καὶ ἴσον τὸ $HB\Gamma A$ τῷ $\triangle EZ\Theta$ · ἐπὶ
20 τε γὰρ ἰσων βάσεων εἰσι τῶν $B\Gamma$, EZ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς BZ , $H\Theta$ · καὶ ἐστὶ τοῦ μὲν $HB\Gamma A$ παραλληλογράμμου ἡμῖς τὸ $\triangle B\Gamma$ τρίγωνον· ἡ γὰρ AB διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· τοῦ δὲ $\triangle EZ\Theta$ παραλληλογράμμου ἡμῖς τὸ $\triangle ZE\Delta$ τρίγωνον· ἡ γὰρ

XXXVIII. Boetius p. 383, 24.

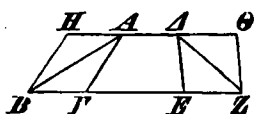
1. $\triangle B\Gamma$] $\triangle \Gamma B$ F. τρίγωνον] supra m. 2 V. $\triangle \Gamma$] assumptum in F. 2. ἀλλήλοις] supra m. 2 V. 3. ἐστίν P. 9. ἴσων] PBV, Proclus; τῶν ἴσων Fbp; cfr. p. 86, 12. ἴσων in ras. p. 10. ἐστίν] PVP, Proclus; εἰσίν BFB. 11. $\triangle EZ$] corr. ex $Z\Delta E$ F. βάσεων] PBP; βάσεων ὄντα Fb, V (sed ὄντα punctis del. m. 2). 12. EZ] corr. ex ZE F. 13. ἐστίν P. 15. ἐπὶ] κατὰ P. 16. τῇ] corr. ex τῆς V.

est triangulus $\triangle B\Gamma$; nam diameter $\Delta\Gamma$ id in duas partes aequales diuidit. itaque¹⁾ $\triangle AB\Gamma = \triangle B\Gamma$.

Ergo trianguli in eadem basi positi et in iisdem parallelis inter se aequales sunt; quod erat demonstrandum.

XXXVIII.

Trianguli in aequalibus basibus positi et in iisdem parallelis inter se aequales sunt.



Sint trianguli $\triangle B\Gamma$, $\triangle EZ$ in aequalibus basibus $B\Gamma$, EZ et in iisdem parallelis BZ , $H\Theta$. dico, esse $\triangle AB\Gamma = \triangle EZ$.

producatur enim $\Delta\Delta$ ad utramque partem ad H , Θ , et per B rectae $\Gamma\Delta$ parallela ducatur BH , per Z autem rectae ΔE parallela ducatur $Z\Theta$ [prop. XXXI].

parallelogramma igitur sunt $HB\Gamma\Delta$, $\Delta EZ\Theta$. et $HB\Gamma\Delta = \Delta EZ\Theta$; nam et in aequalibus basibus sunt $B\Gamma$, EZ et in iisdem parallelis BZ , $H\Theta$ [prop. XXXVI]. et parallelogrammi $HB\Gamma\Delta$ dimidia pars est triangulus $\triangle B\Gamma$; nam diameter ΔB id in duas partes aequales diuidit [prop. XXXIV]. parallelogrammi autem $\Delta EZ\Theta$ dimidia pars est triangulus $\triangle ZE\Delta$; nam diameter ΔZ

1) Cum constet, κ . $\xi\upsilon\upsilon$. 6 ab Euclide non profectam esse (cfr. Proclus p. 196, 25), quamquam tempore satis antiquo (ante Theonem saltem) interpolata est, ueri simile est, uerba $\tau\acute{\alpha} \delta\acute{\epsilon} \tau\omega\nu \iota\sigma\omega\nu \eta\mu\acute{\iota}\sigma\eta \iota\sigma\alpha \acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\acute{o}\iota\varsigma \acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ lin. 2 et p. 92, 1 eodem tempore irrepsisse. Euclides usus erat κ . $\xi\upsilon\upsilon$. 3.

17. $HB\Gamma$. $Z\Gamma$ $E\Gamma$. ΔE $E\Delta$ F . 18. $Z\Theta$ $E\Theta$ F .
19. $\Delta EZ\Theta$ (prius) $\Delta\Gamma E\Theta$ F . 20. $\tau\epsilon$] om. p. $\tau\omega\nu \iota\sigma\omega\nu$
p. $\epsilon\lambda\acute{\iota}\sigma\iota\nu$ PB . $\tau\omega\nu$] corr. ex $\tau\acute{\omega}\iota$ m. 2 V. EZ] ZE e
corr. F. 21. BZ , $H\Theta$] BH , $Z\Theta$ V ; corr. m. 2. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P .
23. $\tau\acute{\omega}\nu \delta\acute{\epsilon}$ — p. 92, 1: $\tau\epsilon\mu\nu\epsilon\iota$] mg. m. 2 V ad hunc locum re-
lata. $\Delta EZ\Theta$] $\Delta\Gamma E\Theta$, E in Z corr. F. 24. $ZE\Delta$] $E\Delta\Gamma$
 F ; ΔEZ b.

ΔZ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει [τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν]. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ ΔEZ τριγώνῳ.

Τὰ ἄρα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λθ'.

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς
10 παραλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ $AB\Gamma$, $\Delta B\Gamma$ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῆς $B\Gamma$ · λέγω, ὅτι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Ἐπεξεύχθω γὰρ ἡ $A\Delta$ · λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν
15 ἡ $A\Delta$ τῇ $B\Gamma$.

Εἰ γὰρ μή, ἤχθω διὰ τοῦ A σημείου τῇ $B\Gamma$ εὐθείᾳ παράλληλος ἡ AE , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ EF . ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ $EB\Gamma$ τριγώνῳ· ἐπὶ τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστὶν αὐτῷ τῆς $B\Gamma$ καὶ
20 ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις. ἀλλὰ τὸ $AB\Gamma$ τῷ $\Delta B\Gamma$ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ $\Delta B\Gamma$ ἄρα τῷ $EB\Gamma$ ἴσον ἐστὶ τὸ μείζον τῷ ἐλάσσονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα παράλληλός ἐστιν ἡ AE τῇ $B\Gamma$. ὁμοίως δὲ

XXXIX. Boetius p. 384, 1.

1. ΔZ] Pb, F e corr.; $Z\Delta$ BVp. ἴσων γωνιῶν F. 2. ἐστίν] PVp; εἰσίν BFb. ἐστὶ] ἐστίν PF; comp. b. 3. ΔEZ] corr. ex $Z\Delta E$ F. 5. ἐστίν] εἰσίν BFb. 8. τὰ] (alt.) om. b. 9. καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη] P, F (del. m. 1), V m. 2, Boetius, Proclus, Campanus; om. Bb, V m. 1, p. καί] (alt.) om. Proclus. 11. γο. δύο mg. V. 12. ὄντα] om. p. καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη] P, Campanus; om. Theon (BFVbp).

id in duas partes aequales diuidit [id.]. itaque

$$\triangle AB\Gamma = \triangle EZ.$$

Ergo trianguli in aequalibus basibus positi et in iisdem parallelis inter se aequales sunt; quod erat demonstrandum.

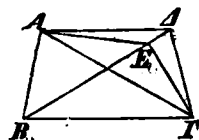
XXXIX.

Aequales trianguli in eadem basi positi et ad easdem partes in iisdem parallelis sunt.

Sint aequales trianguli $AB\Gamma$, $\triangle B\Gamma$ in eadem basi positi $B\Gamma$ et ad easdem partes. dico, eos etiam in iisdem parallelis esse.

ducatur enim AA . dico, AA parallelam esse rectae $B\Gamma$.

nam si minus, ducatur per A punctum rectae $B\Gamma$ parallela AE [prop. XXXI], et ducatur



EF . itaque $\triangle AB\Gamma = \triangle EBF$; nam in eadem basi sunt $B\Gamma$ et in iisdem parallelis [prop. XXXVII]. uerum

$$\triangle AB\Gamma = \triangle B\Gamma. \text{ quare etiam}$$

$$\triangle \triangle B\Gamma = \triangle EBF [\kappa. \epsilon\nu\nu. 1],$$

maior minori; quod fieri non potest. itaque AE rectae $B\Gamma$ parallela non est. similiter demonstrabimus, ne

18. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$] $\epsilon\lambda\iota\sigma\iota\nu$ p. 16. $\sigma\eta\mu\epsilon\iota\sigma\iota\nu$] om. p. $\epsilon\psi\theta\epsilon\tau\iota\alpha$] om. p.
18. $\acute{\alpha}\rho\alpha$] $\delta\eta$ P. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ P. 19. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ $\alpha\psi\tau\omega$] $\epsilon\lambda\iota\sigma\iota$ p. $B\Gamma$] ΓB F.
20. $\acute{\alpha}\lambda\lambda\acute{\alpha}$] PB, F m. 1, V m. 1, b m. 1; $\tau\alpha\iota\varsigma$ $B\Gamma$, AE . $\acute{\alpha}\lambda\lambda\acute{\alpha}$ p, V m. 2, b m. 2; in F pro $\acute{\alpha}\lambda$ - scripsit φ : $\tau\alpha\iota\varsigma$, sed $-\acute{\alpha}$ relictum est. Post $\triangle AB\Gamma$ add. $\tau\epsilon\lambda\iota\omega\nu\omega\nu$ P m. rec., VBp; comp. supra scr. m. 1 F. 21. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ $\epsilon\sigma\tau\iota$ $\tau\omega$ $\triangle B\Gamma$ $\tau\epsilon\lambda\iota\omega\nu\omega\nu$ p. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$] enan. F. $\triangle B\Gamma$] (alt.) $\triangle \Gamma B$ F. $\acute{\alpha}\rho\alpha$] om. P; $\acute{\alpha}\rho\alpha$ $\tau\epsilon\lambda\iota\omega\nu\omega\nu$ P m. rec., p. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ $\epsilon\sigma\tau\iota$ $\tau\omega$ $EB\Gamma$ $\tau\epsilon\lambda\iota\omega\nu\omega\nu$ p. 22. $\epsilon\sigma\tau\iota$] $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ PFb $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$] PBb; om. Vp; in F est: $\acute{\alpha}\delta\acute{\upsilon}\nu\alpha\tau\omega\nu$ φ , sequente $\tau\alpha\tau\omega\nu$ m. 1 (fuit sine dub. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ $\acute{\alpha}\delta\acute{\upsilon}\nu$). 23. $\acute{\omicron}\mu\omega\lambda\omega\varsigma$] mg. m. 2 V.

δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλη τις πλήν τῆς $ΑΔ$ ἢ $ΑΔ$ ἄρα τῇ $ΒΓ$ ἐστὶ παράλληλος.

Τὰ ἄρα ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μ'.

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

- 10 Ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ $ΑΒΓ$, $ΓΔΕ$ ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν $ΒΓ$, $ΓΕ$ καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη. λέγω, ὅτι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Ἐπεξεύχθω γὰρ ἡ $ΑΔ$ · λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστὶν ἡ $ΑΔ$ τῇ $ΒΕ$.

- 15 Εἰ γὰρ μὴ, ῥηθὼ διὰ τοῦ $Α$ τῇ $ΒΕ$ παράλληλος ἡ $ΑΖ$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΖΕ$. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΑΒΓ$ τρίγωνον τῷ $ΖΓΕ$ τριγώνῳ· ἐπὶ τε γὰρ ἴσων βάσεων εἰσι τῶν $ΒΓ$, $ΓΕ$ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς $ΒΕ$, $ΑΖ$. ἀλλὰ τὸ $ΑΒΓ$ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ
20 $ΔΓΕ$ [τριγώνῳ]· καὶ τὸ $ΔΓΕ$ ἄρα [τρίγωνον] ἴσον ἐστὶ τῷ $ΖΓΕ$ τριγώνῳ τὸ μείζον τῷ ἐλάσσονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα παράλληλος ἡ $ΑΖ$ τῇ $ΒΕ$. ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλη τις πλήν τῆς $ΑΔ$ ἢ $ΑΔ$ ἄρα τῇ $ΒΕ$ ἐστὶ παράλληλος.

XL. Boetius p. 384, 4.

1. οὐδέ FVbp. 2. ἐστὶν P. 4. καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη] om. BFVbp. 7. ἴσων] PBVbp, Proclus; τῶν ἴσων F, sed τῶν punctis del. 8. καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη] P (del), V mg. m. 2 (καὶ m. 1), Proclus, Boetius, Campanus; om. B, V m. 1, bp; in F: καὶ ἐπὶ φ, dein post lacunam βάσεις ὄντα m. 1, punctis del. καί] (alt.) om. Proclus, V. 9. ἐστίν] ἐστὶ

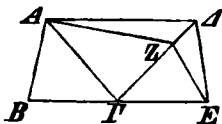
aliam quidem ullam praeter AD parallelam esse. itaque AD rectae BF parallela est.

Ergo aequales trianguli in eadem basi positi et ad easdem partes etiam in iisdem parallelis sunt; quod erat demonstrandum.

XL.

Aequales trianguli in aequalibus basibus positi et ad easdem partes etiam in iisdem parallelis sunt.

Sint aequales trianguli $AB\Gamma$, $\Gamma\Delta E$ in aequalibus basibus $B\Gamma$, ΓE et ad easdem partes. dico, eos etiam in iisdem parallelis esse.



ducatur enim AD . dico, AD rectae BE parallelam esse.

nam si minus, per A rectae BE parallela ducatur AZ , et ducatur ZE . itaque $\triangle AB\Gamma = \triangle Z\Gamma E$; nam in aequalibus basibus sunt $B\Gamma$, ΓE et in iisdem parallelis BE , AZ [prop. XXXVIII]. sed $\triangle AB\Gamma = \triangle \Gamma\Delta E$. quare etiam $\triangle \Gamma\Delta E = \triangle Z\Gamma E$ [α . $\xi\nu\nu$. 1], maior minori; quod fieri non potest. itaque AZ rectae BE parallela non est. similiter demonstrabimus, ne aliam quidem ullam praeter AD parallelam esse. itaque AD rectae BE parallela est.

Proclus; $\epsilon\iota\sigma\tau\iota$ p. 10. $\Gamma\Delta E$] $\triangle \Gamma\Delta E$ P. 11. $\epsilon\pi\iota$ τὰ αὐτὰ $\mu\epsilon\tau\eta$] punctis del. P; om. Theon (BFVbp). 12. $\epsilon\iota\sigma\tau\iota$] P; $\epsilon\iota\sigma\tau\iota$ Theon (BFVbp); cfr. p. 92, 13. 14. EB P. 16. ZE] $Z\Gamma$ P. $\alpha\gamma\alpha$] $\delta\eta$ P. $\epsilon\iota\sigma\tau\iota$ P. 17. $\tau\epsilon\lambda\epsilon\gamma\omega\nu\omega\nu$ τῷ $Z\Gamma E$] om. P; $\tau\epsilon\lambda\epsilon\gamma\omega\nu\omega\nu$ τῷ $Z\Gamma E$ m. rec. 18. $\epsilon\iota\sigma\tau\iota$ PF. 19. AZ , BE p. $\epsilon\iota\sigma\tau\iota$ P. 20. $\triangle \Gamma\Delta E$] litt. $\triangle$ in ras. m. 2 V; $\triangle \Gamma\Delta E$ F. $\tau\epsilon\lambda\epsilon\gamma\omega\nu\omega\nu$] om. P. $\tau\epsilon\lambda\epsilon\gamma\omega\nu\omega\nu$] om. P. 21. $\epsilon\iota\sigma\tau\iota$ P. $Z\Gamma E$] $Z\Gamma E$ F. 22. $\epsilon\iota\sigma\tau\iota$] om. p. $\epsilon\iota\sigma\tau\iota$ ἡ p. Post AZ lacunam V. 23. $\sigma\upsilon\delta\epsilon$ p. 24. ἡ] in ras. m. 1 b. $\epsilon\iota\sigma\tau\iota$ P. $\pi\alpha\rho\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\acute{o}\varsigma$ $\epsilon\iota\sigma\tau\iota$ Vb.

Τὰ ἄρα ἴσα τριγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μα'.

- 5 Ἐὰν παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἐχῇ τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾗ, διπλάσιόν ἐστι τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου.

Παραλληλόγραμμον γὰρ τὸ $ABΓΔ$ τριγώνῳ τῷ $EBΓ$ βάσιν τε ἐχέτω τὴν αὐτὴν τὴν $ΒΓ$ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἔστω ταῖς $ΒΓ$, $ΑΕ$. λέγω, ὅτι διπλάσιόν ἐστι τὸ $ABΓΔ$ παραλληλόγραμμον τοῦ $ΒΕΓ$ τριγώνου.

- Ἐπεξεύχθω γὰρ ἡ $ΑΓ$. ἴσον δὲ ἐστὶ τὸ $ABΓ$ τριγώνον τῷ $EBΓ$ τριγώνῳ· ἐπὶ τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστὶν αὐτῷ τῆς $ΒΓ$ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς $ΒΓ$, $ΑΕ$. ἀλλὰ τὸ $ABΓΔ$ παραλληλόγραμμον διπλάσιόν ἐστι τοῦ $ABΓ$ τριγώνου· ἡ γὰρ $ΑΓ$ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· ὥστε τὸ $ABΓΔ$ παραλληλόγραμμον καὶ τοῦ $EBΓ$ τριγώνου ἐστὶ διπλάσιον.

- Ἐὰν ἄρα παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἐχῇ τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾗ, διπλάσιόν ἐστι τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

XLI. Boetius p. 384, 7.

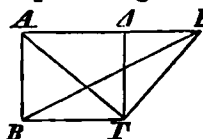
1. τὰ ἐπὶ — 3. δεῖξαι] mg. m. 1 b. καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη] om. PBFVbp. 2. ἐστὶ παραλλήλοις V. 7. ᾗ] supra m. 1 F. ἐστὶ] Proclus; ἐστὶν P; cfr. lin. 24; ἔσται BFFVbp; cfr. Boetius, Campanus. 9. τῷ] m. rec. P. 10. τα] om. P. τὴν] (alt.) τῇ BV, corr. m. 2. τὴν $ΒΓ$] supra m. 1 b. 11. ἔστω παραλλήλοις V. 12. ἐστὶν P. $ΒΕΓ$] $EBΓ$ P.

Ergo aequales trianguli in aequalibus basibus positi et ad easdem partes, etiam in iisdem parallelis sunt; quod erat demonstrandum.

XLI.

Si parallelogrammum et eandem basim habet, quam triangulus aliquis, et in iisdem parallelis est, duplo maius est parallelogrammum triangulo.

parallelogrammum enim $AB\Gamma\Delta$ eandem basim habet $B\Gamma$, quam triangulus $EB\Gamma$, et in iisdem parallelis sit $B\Gamma, AE$. dico, parallelogrammum $AB\Gamma\Delta$ duplo maius esse triangulo $EB\Gamma$.



ducatur enim AG . itaque $\triangle AB\Gamma = EBF$; nam in eadem basi sunt $B\Gamma$ et in iisdem parallelis $B\Gamma, AE$ [prop. XXXVII]. sed $AB\Gamma\Delta = 2 AB\Gamma$; nam diametrus AG id in duas partes aequales diuidit [prop. XXXIV]. quare etiam

$$AB\Gamma\Delta = 2 EBF.^1)$$

Ergo si parallelogrammum et eandem basim habet, quam triangulus aliquis, et in iisdem parallelis est, duplo maius est parallelogrammum triangulo; quod erat demonstrandum.

1) Hoc ita ex axiomatis colligitur:

$$AB\Gamma = EBF, 2 AB\Gamma = 2 EBF \text{ [x. ξνν. 2].}$$

$$2 AB\Gamma = AB\Gamma\Delta; \text{ ergo } 2 EBF = AB\Gamma\Delta \text{ [x. ξνν. 1].}$$

14. AG] corr. ex AB m. 1 F. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ P. $\tau\epsilon\lambda\acute{\iota}\omega\nu\sigma\sigma\epsilon\nu$] om. V
 15. $EB\Gamma$] E supra m. 2 V. 16. $\pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\acute{\eta}\lambda\omicron\iota\varsigma$] -οις in ras.,
 seq. ras. 6 litt. V. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ P. 20. $\kappa\alpha\iota$ τοῦ $EB\Gamma$ $\tau\epsilon\lambda\acute{\iota}\omega\nu\sigma\sigma\epsilon\nu$] $\tau\epsilon\lambda\acute{\iota}\omega\nu\sigma\sigma\epsilon\nu$ τοῦ $EB\Gamma$ V. $EB\Gamma$] corr. ex $AB\Gamma$ m. 1 F. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$
 F; comp. b. 23. η] supra m. 1 F. 24. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$] BFb; $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$
 P; $\acute{\epsilon}\sigma\tau\alpha\iota$ Vp.

μβ'.

Τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμ-
μον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυ-
γράμμῳ.

- 5 Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν τρίγωνον τὸ $ABΓ$, ἡ δὲ δο-
θεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ $Δ$. δεῖ δὴ τῷ $ABΓ$ τρι-
γώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ $Δ$
γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

- Τετμήσθω ἡ $BΓ$ δίχα κατὰ τὸ E , καὶ ἐπεξέχθω
10 ἡ AE , καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ $EΓ$ εὐθείᾳ καὶ τῷ
πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ E τῇ $Δ$ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ $ΓEZ$,
καὶ διὰ μὲν τοῦ A τῇ $EΓ$ παράλληλος ἦχθω ἡ AH ,
διὰ δὲ τοῦ $Γ$ τῇ EZ παράλληλος ἦχθω ἡ $ΓH$. παρ-
αλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ $Z E Γ H$. καὶ ἐπεὶ ἴση
15 ἐστὶν ἡ BE τῇ $EΓ$, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ABE τρίγωνον
τῷ $AEΓ$ τριγώνῳ· ἐπὶ τε γὰρ ἴσων βάσεων εἰσι τῶν
 BE , $EΓ$ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς $BΓ$,
 AH . διπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ $ABΓ$ τρίγωνον τοῦ $AEΓ$
τριγώνου. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ $Z E Γ H$ παραλληλόγραμμον
20 διπλάσιον τοῦ $AEΓ$ τριγώνου· βάσιν τε γὰρ αὐτῷ
τὴν αὐτὴν ἔχει καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς ἐστὶν αὐτῷ παραλ-
λήλοις· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ $Z E Γ H$ παραλληλόγραμμον
τῷ $ABΓ$ τριγώνῳ. καὶ ἔχει τὴν ὑπὸ $ΓEZ$ γωνίαν
ἴσην τῇ δοθείσῃ τῇ $Δ$.

- 25 Τῷ ἄρα δοθέντι τριγώνῳ τῷ $ABΓ$ ἴσον παραλ-

XLII. Boetius p. 384, 13. Apud Proclum excidit in codd.;
Boetius prop. XLII—XLIII permutavit.

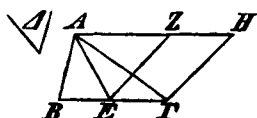
8. συστήσασθαι] συστήσεται φ (F συστήσασθαι). ἐν] ἐν
γωνίᾳ, ἥ ἐστὶν ἴση ex Proclo in prop. XLIV recepit August
suadente Gregorio; cfr. Campanus. 7. τῇ] P m. 1, Fb, V

XLII.

Dato triangulo aequale parallelogrammum construere in dato angulo rectilineo.

Sit datus triangulus $AB\Gamma$, datus autem angulus rectilineus Δ . oportet igitur triangulo $AB\Gamma$ aequale parallelogrammum in angulo rectilineo Δ construere.

secetur $B\Gamma$ in duas partes aequales in E [prop. X], et ducatur AE , et ad $E\Gamma$ rectam et punctum in ea situm E angulo Δ aequalis construatur $\angle \Gamma EZ$ [prop. XXIII], et per A rectae $E\Gamma$ parallela ducatur AH [prop. XXXI], per Γ autem rectae EZ parallela ducatur ΓH . itaque parallelogrammum est $ZE\Gamma H$. et quoniam $BE = E\Gamma$, erit



$$\triangle ABE = A\Gamma E;$$

nam in aequalibus basibus sunt BE , $E\Gamma$ et in iisdem parallelis $B\Gamma$, AH [prop. XXXVIII]. itaque

$$AB\Gamma = 2 A\Gamma E.$$

uerum etiam $ZE\Gamma H = 2 A\Gamma E$; nam basim eandem habent et in iisdem parallelis sunt [prop. XLI]. quare $ZE\Gamma H = AB\Gamma$. et angulum ΓEZ dato angulo Δ aequalem habet.

Ergo dato triangulo $AB\Gamma$ aequale parallelogram-

m. 1; $\iota\sigma\eta$ $\tau\eta$ Bp, PV m. 2. 9. $\tau\epsilon\mu\nu\epsilon\sigma\theta\alpha$ p. $\kappa\alpha\tau\grave{\alpha}$ $\tau\acute{o}$ E
 $\delta\iota\lambda\alpha$ F. $\kappa\alpha\iota$] om. φ . 11. ΓEZ] $ZE\Gamma$ F. 12. $\tau\eta$] om.
 F. $E\Gamma$] om. F; mutat. in $B\Gamma$ m. 2 V. 13. EZ] ZE Bp,
 V m. 2. ΓH] litt. Γ in ras. V. 14. $\iota\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ PF. 15.
 $\iota\sigma\tau\acute{\iota}$] $\iota\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P, $\iota\sigma\tau\alpha\iota$ F. $\epsilon\iota\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P. 17. Post $\alpha\upsilon\tau\alpha\iota\varsigma$ F habet
 $\lambda\omicron\sigma\pi\alpha\iota\varsigma$ delet. punctis. $\tau\alpha\iota\varsigma$] insert. m. 2 F. $B\Gamma$] corr.
 ex $BE\Gamma$ P. 18. $\tau\epsilon\lambda\acute{\iota}\omega\sigma\theta\epsilon\iota$] P, V m. 2; om. Theon (Bf b p, V
 m. 1). 19. $ZE\Gamma$] Γ in F dubium est. 20. $A\Gamma E$] $A\Gamma E$ F.
 21. $\iota\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ $\alpha\upsilon\tau\acute{\omega}$] mg. m. 1 P. 22. $\iota\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P.
 23. ΓEZ] ΓE e corr. m. 2 F. 24. $\tau\eta$ Δ] $\tau\acute{\omega}$ Δ F. 25.
 $\tau\acute{\omega}$ $AB\Gamma$] om. B, mg. m. rec. F; $\tau\acute{\omega}$ corr. ex $\tau\acute{o}$ m. 1 b.

ληλόγραμμον συνέσταται τὸ $Z\epsilon\Gamma H$ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $\Gamma\epsilon Z$, ἣτις ἐστὶν ἴση τῇ Δ . ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

μγ'.

Παντὸς παραλληλογράμμου τῶν περὶ τὴν δ διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἐστω παραλληλόγραμμον τὸ $AB\Gamma\Delta$, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ $A\Gamma$, περὶ δὲ τὴν $A\Gamma$ παραλληλόγραμμα μὲν ἔστω τὰ $E\Theta$, ZH , τὰ δὲ λεγόμενα παραπληρώματα τὰ $10 BK$, $K\Delta$. λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ BK παραπλήρωμα τῷ $K\Delta$ παραπληρώματι.

Ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμὸν ἐστὶ τὸ $AB\Gamma\Delta$, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ $A\Gamma$, ἴσον ἐστὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ $A\Gamma\Delta$ τριγώνῳ. πάλιν, ἐπεὶ παραλληλόγραμμὸν 15 ἐστὶ τὸ $E\Theta$, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἐστὶν ἡ AK , ἴσον ἐστὶ τὸ AEK τρίγωνον τῷ $A\Theta K$ τριγώνῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ $KZ\Gamma$ τρίγωνον τῷ $KH\Gamma$ ἐστὶν ἴσον. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν AEK τρίγωνον τῷ $A\Theta K$ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον, τὸ δὲ $KZ\Gamma$ τῷ $KH\Gamma$, τὸ AEK 20 τρίγωνον μετὰ τοῦ $KH\Gamma$ ἴσον ἐστὶ τῷ $A\Theta K$ τριγώνῳ μετὰ τοῦ $KZ\Gamma$. ἐστὶ δὲ καὶ ἴσον τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον ὅλῳ τῷ $A\Delta\Gamma$ ἴσον. λοιπὸν ἄρα τὸ

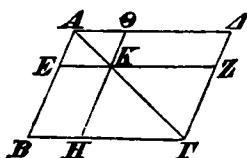
XLIII. Boetius p. 384, 10. Apud Proclum excidit.

1. συνέσταται] PBFb p; συνίσταται V; συνεστάθη φ. $Z\epsilon\Gamma H$] e corr. φ. ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $\Gamma\epsilon Z$] om. F (mg. m. rec. ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $Z\epsilon\Gamma$ ἢ ἐστίν). 2. $\Gamma\epsilon Z$] seq. ras. 1 litt. P; $Z\epsilon\Gamma B$, V m. 2. ἣτις] PVp; ἡ BFb. ποιῆσαι] in ras. p; δεῖξαι P (ἐν ἄλλῳ δεῖξαι mg. b). 3. διάμετρον αὐτοῦ p. 8. Post τὴν $A\Gamma$ in V m. 2 add. διάμετρον. 9. ZH] HZ F. παραπληρώματα] -πληρώματα in ras. m. 2 V. τὰ] m. rec. P. 10. ἐστὶν P. 11. παραπληρώματι] παρα- supra V m. 2. 13. ἡ] ἐστὶν ἡ F. ἴσον] ἴσον ἄρα F.

num constructum est $Z\Gamma H$ in angulo ΓEZ , qui aequalis est angulo $\angle$; quod oportebat fieri.

XLIII.

In quouis parallelogrammo complementa parallelogrammorum circum diametrum positorum inter se aequalia sunt.



Sit parallelogrammum $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius $A\Gamma$, et circum $A\Gamma$ parallelogramma sint $E\Theta$, ZH , et complementa, quae uocantur, BK , $K\Delta$. dico, esse

$$BK = K\Delta.$$

nam quoniam parallelogrammum est $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius $A\Gamma$, erit $\triangle AB\Gamma = A\Gamma\Delta$ [prop. XXXIV]. rursus quoniam parallelogrammum est $E\Theta$, diametrus autem eius AK , erit $\triangle AEK = A\Theta K$. eadem de causa etiam $KZ\Gamma = KH\Gamma$ [id.]. iam quoniam $\triangle AEK = A\Theta K$ et $KZ\Gamma = KH\Gamma$, erit

$$AEK + KH\Gamma = A\Theta K + KZ\Gamma \text{ [x. évv. 2].}$$

14. $\epsilon\sigma\tau\iota$ P. 15. $E\Theta$] P m. 1, Bp, V m. 2; $\triangle KE\Theta$ P m. rec.; $\triangle EK\Theta$ F ($\triangle EK$ in ras.), V m. 1, b, Zambertus. $\epsilon\sigma\tau\iota$] PFB; om. Vbp. $\iota\sigma\sigma\alpha\delta\epsilon\alpha\iota\sigma\tau\iota$ P. 16. $\triangle EK$] $\triangle \Gamma E$ F; corr. in $\triangle KE$ m. 2. $\triangle \Theta K$] ΘK litt. in ras. V. $\tau\alpha\alpha\upsilon\tau\alpha$] $\tau\alpha\upsilon\tau\alpha$ BVb. 17. $KZ\Gamma$] $KH\Gamma$ p. $KH\Gamma$] $K\Gamma Z$ p. Dein add. $\tau\epsilon\tau\alpha\rho\omega\sigma$ P m. 2, FVbp. $\iota\sigma\sigma\alpha\delta\epsilon\alpha\iota\sigma\tau\iota$ Vb. 18. $\triangle EK$] E litt. e corr. F. $\tau\epsilon\tau\alpha\rho\omega\sigma$] supra m. 2 V. $\triangle \Theta K$] litt. ΘK in ras. V. $\tau\epsilon\tau\alpha\rho\omega\sigma$] om. p. 19. $\iota\sigma\sigma\alpha\delta\epsilon\alpha\iota\sigma\tau\iota$ Vb. $KZ\Gamma$] $KH\Gamma$ p. $KH\Gamma$] litt. H eras. F; $K\Gamma Z$ p. Post $\tau\acute{o}$ add. b $\delta\epsilon\alpha\iota$ comp. m. 1. $\triangle EK$] E litt. in ras. F. $\tau\acute{o}$ $\triangle EK$ — 21. $KZ\Gamma$] mg. m. 1 P. 20. $\tau\epsilon\tau\alpha\rho\omega\sigma$] comp. supra m. 2 V. $KH\Gamma$] corr. ex $KE\Gamma$ m. 2 F. $\epsilon\sigma\tau\iota$ Fp. $\epsilon\sigma\tau\iota$ $\iota\sigma\sigma\alpha\delta\epsilon\alpha\iota\sigma\tau\iota$ b. 22. $\triangle \Delta \Gamma$] litt. Δ e corr. F.

BK παραπλήρωμα λοιπῷ τῷ *KΔ* παραπληρώματι ἐστὶν ἴσον.

Παντὸς ἄρα παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περι-
τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα
5 ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μδ'.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθείαν τῷ δοθέντι τρι-
γώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν
τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

10 Ἐστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ *AB*, τὸ δὲ δοθὲν
τρίγωνον τὸ *Γ*, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ
Δ. δεῖ δὴ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθείαν τὴν *AB* τῷ
δοθέντι τριγώνῳ τῷ *Γ* ἴσον παραλληλόγραμμον παρα-
βαλεῖν ἐν ἴσῃ τῇ *Δ* γωνίᾳ.

15 Συνεστᾶτω τῷ *Γ* τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον
τὸ *BEZH* ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ *EBH*, ἣ ἐστὶν ἴση τῇ
Δ. καὶ κείσθω ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν *BE* τῇ
AB, καὶ διήχθω ἡ *ZH* ἐπὶ τὸ *Θ*, καὶ διὰ τοῦ *A* ὀπο-
τέρῳ τῶν *BH*, *EZ* παράλληλος ἡχθῶ ἡ *AΘ*, καὶ ἐπε-
20 ξεύχθω ἡ *ΘB*. καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς *AΘ*, *EZ*
εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ *ΘZ*, αἱ ἄρα ὑπὸ *AΘZ*, *ΘZE* γω-
νίαι δυσὶν ὀρθαῖς εἰσὶν ἴσαι. αἱ ἄρα ὑπὸ *BΘH*, *HZE*
δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν· αἱ δὲ ἀπὸ ἐλασσόνων ἡ
δύο ὀρθῶν εἰς ἅπειρον ἐκβαλλόμεναι συμπίπτουσιν·

XLIV. Boetius p. 384, 14.

1. ἴσον ἐστίν p. 3. χωρίου] om. BVp; cfr. p. 100, 4.
διάμετρον αὐτοῦ p. 8. παραβαλεῖν] -βαλ- in ras. m. 1 B.
ἐν] ἐν γωνίᾳ, ἣ ἐστὶν ἴση Proclus; cfr. Campanus. 12. εὐ-
θείαν] mg. m. 1 F. 17. ὥστ' V. 18. *AB*] *AΘ* π. 19.
BH] seq. ras. 1 litt. F. *AΘ*] *AB* F. καὶ — 20. *ΘB*] mg. m. 1 P. 20. *ΘB*] *BΘ* F. 21. εὐθείας BVp. ἐν-

αί ΘB , ZE ἄρα ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται. ἐκβεβλή-
 σθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ K , καὶ διὰ τοῦ
 K σημείου ὁποτέρᾳ τῶν EA , $Z\Theta$ παράλληλος ἦχθω
 ἢ KA , καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΘA , HB ἐπὶ τὰ A , M
 5 σημεία. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΘAKZ , διά-
 μετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΘK , περὶ δὲ τὴν ΘK παραλλη-
 λόγραμμα μὲν τὰ AH , ME , τὰ δὲ λεγόμενα παρα-
 πληρώματα τὰ AB , BZ · ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ AB τῷ
 BZ . ἀλλὰ τὸ BZ τῷ Γ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ
 10 AB ἄρα τῷ Γ ἐστὶν ἴσον. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ
 HBE γωνία τῇ ὑπὸ ABM , ἀλλὰ ἡ ὑπὸ HBE τῇ Δ
 ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ABM ἄρα τῇ Δ γωνία ἐστὶν ἴση.
 Παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθείαν τὴν AB τῷ δο-
 θέντι τριγώνῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέ-
 15 βληται τὸ AB ἐν γωνία τῇ ὑπὸ ABM , ἣ ἐστὶν ἴση
 τῇ Δ · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

μέ'.

Τῷ δοθέντι εὐθύγραμμῳ ἴσον παραλληλό-
 γραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνία εὐ-
 20 θύγραμμῳ.

Ἐστω τὸ μὲν δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ $AB\Gamma\Delta$, ἡ δὲ
 δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ E · δεῖ δὴ τῷ $AB\Gamma\Delta$
 εὐθύγραμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν
 τῇ δοθείσῃ γωνία τῇ E .

25 Ἐπεξεύχθω ἡ ΔB , καὶ συνεστάτω τῷ $AB\Delta$ τρι-
 γώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ $Z\Theta$ ἐν τῇ ὑπὸ ΘKZ

XLV. Boetius p. 384, 17.

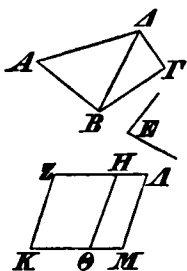
1. ΘB] AB π. 4. ἐκβεβλήσθω φ. HB] $H\Theta$ φ.
 M] seq. lacuna 8 litt. φ. 5. ἐστὶν PF . ΘAKZ] e corr.
 F . 6. ΘK] (prius) ΘH φ. δέ] supra m. 2 F . 7. δὲ
 λεγόμενα] αἷ μὲ φ, seq. μενα euan. m. 1. 8. τὰ] om. B .
 ἐστὶν P . 9. ἀλλὰ καὶ τό V . 10. AB] corr. ex AB m. 2 F .

concurrunt [ατ. 5]. itaque ΘB , ZE productae concurrunt. producantur et concurrant in K , et per K punctum utrique EA , $Z\Theta$ parallela ducatur KA , et producantur ΘA , HB ad puncta A , M . itaque ΘAKZ parallelogrammum est, diametrus autem eius ΘK , et circum ΘK parallelogramma AH , ME , complementa autem, quae uocantur, AB , BZ . itaque erit $AB = BZ$ [prop. XLIII]. uerum $BZ = \Gamma$. quare etiam $AB = \Gamma$ [x. εvv. 1]. et quoniam $\angle HBE = \angle ABM$ [prop. XV], uerum $\angle HBE = \angle$, erit etiam $\angle ABM = \angle$.

Ergo datae rectae AB parallelogrammum AB dato triangulo Γ aequale adplicatum est in angulo ABM , qui ato angulo $\angle$ aequalis est; quod oportebat fieri.

XLV.

Datae figurae rectilineae aequale parallelogrammum construere in dato angulo rectilineo.



Sit data figura rectilinea $AB\Gamma\Delta$, datus autem angulus rectilineus E . oportet igitur figurae rectilineae $AB\Gamma\Delta$ aequale parallelogrammum construere in dato angulo E .

ducatur ΔB , et triangulo $AB\Delta$ aequale construatur parallelogrammum $Z\Theta$ in angulo ΘKZ , qui ae-

τῷ τὸ F. ἐπεὶ del. August. 11. HBE] litt. H in ras. m. 1 B. ἀλλ' F. 12. ABM] in ras. m. 2 V. ἄρα] om. B; mg. m. 2 V. γωνία] om. p. 13. ἐστίν] om. φ. 15. τὸ AB ἐν γωνία τῇ] mg. m. 1 P. τῇ] bis φ. 24. τῇ δοθεῖσιν] ἴση Bp. 25. ἐπιτετυγνίσθω FVb (in b supra scr. m. 1 ε x). ἡ] γὰρ ἡ P. ΔB] mutat. in BΔ m. 2 V; ΔΓ P. mg. γφ. καὶ ἡ ΔB. ABΔ] BA supra scripto Δ F; ABΓ P. τριγώνων] εὐθεῖα F, seq. γραμμῶν φ. τριγώνων ἴσων] corr. m. 1 ex τριγώνων ἴσων P.

γωνία, ἥ ἐστὶν Ἰση τῇ E . καὶ παραβεβλήσθω παρὰ
 τὴν $H\Theta$ εὐθείαν τῷ $\Delta B \Gamma$ τριγώνῳ ἴσων παραλληλό-
 γραμμον τὸ HM ἐν τῇ ὑπὸ $H\Theta M$ γωνία, ἥ ἐστὶν
 Ἰση τῇ E . καὶ ἐπεὶ ἡ E γωνία ἐκατέρω τῶν ὑπὸ ΘKZ ,
 5 $H\Theta M$ ἐστὶν Ἰση, καὶ ἡ ὑπὸ ΘKZ ἄρα τῇ ὑπὸ $H\Theta M$
 ἐστὶν Ἰση. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ $K\Theta H$. αἱ ἄρα
 ὑπὸ $ZK\Theta$, $K\Theta H$ ταῖς ὑπὸ $K\Theta H$, $H\Theta M$ ἴσαι εἰσίν.
 ἀλλ' αἱ ὑπὸ $ZK\Theta$, $K\Theta H$ δυοῖν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.
 καὶ αἱ ὑπὸ $K\Theta H$, $H\Theta M$ ἄρα δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰ-
 10 σίν. πρὸς δὴ τινὶ εὐθείᾳ τῇ $H\Theta$ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ
 σημείῳ τῷ Θ δύο εὐθεῖαι αἱ $K\Theta$, ΘM μὴ ἐπὶ τὰ
 αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δύο ὀρθαῖς
 ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ $K\Theta$ τῇ ΘM .
 καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς KM , ZH εὐθεῖα ἐν-
 15 ἐπεσεν ἡ ΘH , αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ $M\Theta H$, ΘHZ
 ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ $\Theta H A$.
 αἱ ἄρα ὑπὸ $M\Theta H$, $\Theta H A$ ταῖς ὑπὸ ΘHZ , $\Theta H A$ ἴσαι
 εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ $M\Theta H$, $\Theta H A$ δύο ὀρθαῖς ἴσαι
 εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΘHZ , $\Theta H A$ ἄρα δύο ὀρθαῖς
 20 ἴσαι εἰσίν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ZH τῇ $H A$.
 καὶ ἐπεὶ ἡ ZK τῇ ΘH Ἰση τε καὶ παράλληλός ἐστιν,
 ἀλλὰ καὶ ἡ ΘH τῇ $M A$, καὶ ἡ KZ ἄρα τῇ $M A$ Ἰση
 τε καὶ παράλληλός ἐστιν· καὶ ἐπιευγνύουσιν αὐτὰς
 εὐθεῖαι αἱ KM , $Z A$. καὶ αἱ KM , $Z A$ ἄρα ἴσαι τε

1. γωνία] mg. m. 1 P. Ἰση ἐστὶν P. 2. $H\Theta$] ΘH P.
 εὐθεῖαν] corr. ex εὐθεία F. $\Delta \Delta \Gamma$ P. Ἰση ἐστὶν p.
 $H\Theta M$] H supra F. 7. εἰσιν ἴσαι V. 8. ἀλλὰ PB. δυ-
 σίν] δύο F; corr. m. 2. ἴσαι εἰσίν] εἰσιν ἴσαι p; ἴσαι εἰσίν
 V b. 9. δύο] P, F m. 1; δυοῖν BVbp, F m. 2. εἰσίν] εἰσι
 V; comp. b. 11. $K\Theta$] ΘK P. 12. δυοῖν BVbp. 13.
 ΘM] e corr. m. 2 F. 14. ZH] ZK φ; $Z A$ p; H in ras. m. 2
 V. εὐθείας P. Supra ἐπέπεσεν in F scr. ἐμπέπτωκεν.
 16. εἰσίν] PF; εἰσι vulgo. 17. Post ἄρα ras. 1 litt. F.

qualis sit angulo E [prop. XLII]. et rectae $H\Theta$ parallelogrammum HM triangulo $\triangle B\Gamma$ aequale adplicetur in angulo $H\Theta M$, qui aequalis sit angulo E [prop. XLIV]. et quoniam angulus E utrique ΘKZ , $H\Theta M$ aequalis est, erit etiam $\angle \Theta KZ = H\Theta M$ [κ . $\xi\nu\nu$. 1]. communis adiciatur $\angle K\Theta H$. itaque $ZK\Theta + K\Theta H = K\Theta H + H\Theta M$. uerum $ZK\Theta + K\Theta H$ duobus rectis aequales sunt [prop. XXIX]. itaque etiam $K\Theta H + H\Theta M$ duobus rectis aequales sunt [κ . $\xi\nu\nu$. 2]. itaque ad rectam quandam $H\Theta$ et punctum eius Θ duae rectae $K\Theta$, ΘM non in eadem parte positae angulos deinceps positos duobus rectis aequales efficiunt; in eadem igitur sunt recta $K\Theta$ et ΘM [prop. XIV]. et quoniam in parallelas KM , ZH recta incidit ΘH , anguli alterni $M\Theta H$, ΘHZ inter se aequales sunt [prop. XXIX]. communis adiciatur $\angle \Theta H A$. itaque $M\Theta H + \Theta H A = \Theta H Z + \Theta H A$ [κ . $\xi\nu\nu$. 2]. uerum $M\Theta H + \Theta H A$ duobus rectis aequales sunt [prop. XXIX]. itaque etiam $\Theta H Z + \Theta H A$ duobus rectis aequales sunt [κ . $\xi\nu\nu$. 1]. quare ZH , HA in eadem sunt recta [prop. XIV]. et quoniam ZK rectae ΘH aequalis et parallela est [prop. XXXIV], uerum etiam ΘH rectae MA [id.], etiam KZ rectae MA aequalis et parallela est. et coniungunt eas rectae KM , ZA .

$M\Theta H$] Θ e corr. V. $\Theta H A$] e corr. F. $\Theta H Z$] e corr. V; $\Theta H A$ P. $\Theta H A$] $\Theta H Z$ P. $\xi\sigma\iota\nu$ $\xi\sigma\alpha\iota$ p. $\xi\sigma\alpha\iota$] $\xi\sigma\eta$ φ ($\xi\sigma\alpha\iota$ F). 18. $\alpha\lambda\lambda\alpha$ PB. $M\Theta H$] litt. ΘH in ras. b. $\delta\nu\sigma\iota\nu$ BV bp. 19. $\xi\sigma\alpha\iota$ V, comp. b. $\kappa\alpha\iota$ $\alpha\iota$ — 20. $\xi\sigma\iota\nu$] mg. m. 1 BF. $\tilde{\alpha}\rho\alpha$] om. Fb; mg. m. 2 V. $\delta\nu\sigma\iota$] P, $\delta\nu\sigma\iota\nu$ uulgo. 20. $\xi\sigma\iota\nu$ $\xi\sigma\alpha\iota$ p. $\xi\sigma\iota\nu$] $\xi\sigma\iota\nu$ $\kappa\alpha\iota$ P. 21. ZK] KZ P. 22. η ΘH] om. F; corr. ex η $E\Theta$ m. 2 V. $\kappa\alpha\iota$ η KZ $\tilde{\alpha}\rho\alpha$ $\tau\eta$ MA] om. b. 23. $\xi\sigma\iota\nu$] $\xi\sigma\iota$ BV. 24. $\tilde{\alpha}\rho\alpha$] bp, et V sed punctis delet.; coni. August II p. 317; om. PBF.

καὶ παράλληλοί εἰσιν· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ $KZAM$. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν $ABΔ$ τρίγωνον τῷ $ZΘ$ παραλληλογράμμῳ, τὸ δὲ $ΔΒΓ$ τῷ $ΗΜ$, ὅλον ἄρα τὸ $ABΓΔ$ εὐθύγραμμον ὅλῳ τῷ $KZAM$ παραλληλογράμμῳ ἐστὶν ἴσον.

Τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ $ABΓΔ$ ἴσον παραλληλόγραμμον συνέσταται τὸ $KZAM$ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ZKM , ἣ ἐστὶν ἴση τῇ δοθείσῃ τῇ E . ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

10

μς'.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

Ἐστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ AB . δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς AB εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

15

Ἦχθω τῇ AB εὐθείᾳ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ σημείου τοῦ A πρὸς ὀρθᾶς ἡ $ΑΓ$, καὶ κείσθω τῇ AB ἴση ἡ $ΑΔ$. καὶ διὰ μὲν τοῦ $Δ$ σημείου τῇ AB παράλληλος ἦχθω ἡ $ΔΕ$, διὰ δὲ τοῦ B σημείου τῇ $ΑΔ$ παράλληλος ἦχθω ἡ $ΒΕ$. Παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ

20

$ΑΔΕΒ$. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν AB τῇ $ΔΕ$, ἡ δὲ $ΑΔ$ τῇ $ΒΕ$. ἀλλὰ ἡ AB τῇ $ΑΔ$ ἐστὶν ἴση· αὖτεσσαρες ἄρα αἱ $ΒΑ$, $ΑΔ$, $ΔΕ$, $ΕΒ$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΑΔΕΒ$ παραλληλόγραμμον. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ εἰς παραλλήλους τὰς AB , $ΔΕ$ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ $ΑΔ$, αὖ ἄρα ὑπὸ $ΒΑΔ$, $ΑΔΕ$ γωνίαι δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν. ὀρθῇ

25

XLVI. Ammonius in Porphyry. fol. 48^v. Boetius p. 384, 19.

1. εἰσιν] PFP; εἰσι vulgo. Seq. ras. 2 litt. F. ἐστὶ] ἐστὶν FV. 2. καὶ — μὲν] mg. m. 1 P.] $ABΔ$] $ΑΔΒ$ p; $ABΓ$ P, et F, corr. m. rec. 3. $ΔΒΓ$] $ΔΑΓ$ P. 5. ἐστὶν ἴσον] PFP; ἴσον ἐστὶν V; ἴσον ἐστὶ B et comp. b. 6. τῷ]

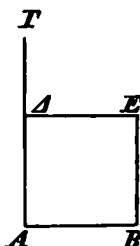
quare etiam KM , ZA aequales et parallelae sunt [κ . $\xi\nu\nu$. 1; prop. XXX]. parallelogrammum igitur est $KZAM$. et quoniam $\triangle AB\Delta = Z\Theta$, $\Delta B\Gamma = HM$, erit $\Delta B\Gamma\Delta = KZAM$ [κ . $\xi\nu\nu$. 2].

Ergo datae figurae rectilineae $\Delta B\Gamma\Delta$ aequale parallelogrammum constructum est $KZAM$ in angulo ZKM , qui dato angulo E aequalis est; quod oportebat fieri.

XLVI.

In data recta quadratum construere.

Sit data recta AB . oportet igitur in recta AB quadratum construere.

ducatur ad rectam AB a puncto in ea sito A perpendicularis AT [prop. XI], et ponatur $AA = AB$ [prop. II]. et per punctum A rectae AB parallela ducatur AE , per B autem punctum rectae AA parallela ducatur BE [prop. XXXI]. parallelogrammum igitur est $AAEB$. itaque $AB = AE$ et $AA = BE$ [prop. XXXIV].

 uerum $AB = AA$. ergo

$BA = AA = AE = EB$ [κ . $\xi\nu\nu$. 1].
 quare aequilaterum est parallelogrammum $AAEB$. dico, idem rectangulum esse. nam quoniam in parallelas AB, AE recta incidit AA , $BA\Delta + A\Delta E$ duobus rectis aequales sunt

(alt.) corr. ex τό m. 1 b. 7. συνίσταται FVp. τό] corr. ex τῆ m. rec. P. 8. τῆ] (alt.) om. b. 9. ἐν ἄλλῳ δεῖξαι mg. m. 1 b. 12. Post prius ἦ ras. p. 16. ἦ] (alt.) corr. ex τῆ V. 18. ΔE] corr. ex ΔE m. 2 p. 19. ἴσιν P. 21. ἄλλ' ἄλλ' F; ἄλλ' καὶ Vb. 24. $\delta\eta$] $\delta\epsilon$ Vb; om. F ($\delta\epsilon$ supra comp. m. 2). 25. εὐθείας V, εὐθείας V m. 2 et b. ἦ] τῆ φ. Post ἄρα lacun. 3 litt. φ. 26. $BA\Delta$] litt. BA in ras. m. 1 B. $\Delta\Delta E$] litt. ΔE e corr. F. $\deltaυσιν$ BVbp.

δὲ ἡ ὑπὸ $BA\Delta$ ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ $A\Delta E$. τῶν δὲ παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραὶ τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἑκατέρα τῶν ἀπεναντίον τῶν ὑπὸ ABE , $BE\Delta$ γωνιῶν· ὀρθο-
 5 γώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $A\Delta EB$. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσό-
 πλευρον.

Τετράγωνον ἄρα ἐστίν· καὶ ἐστὶν ἀπὸ τῆς AB εὐ-
 θείας ἀναγεγραμμένον· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

μξ'.

10 Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς
 τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτείνουσας πλευρᾶς τε-
 τράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν
 γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

Ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ $AB\Gamma$ ὀρθὴν ἔχον
 15 τὴν ὑπὸ $BA\Gamma$ γωνίαν· λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς $B\Gamma$ τε-
 τράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν BA , $A\Gamma$ τετραγώ-
 νοις.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ μὲν τῆς $B\Gamma$ τετράγωνον
 τὸ $B\Delta E\Gamma$, ἀπὸ δὲ τῶν BA , $A\Gamma$ τὰ HB , $\Theta\Gamma$, καὶ διὰ
 20 τοῦ A ὁποτέρᾳ τῶν $B\Delta$, ΓE παράλληλος ἦχθω ἡ $A\Delta$ ·
 καὶ ἐπεξέχθωσαν αἱ $A\Delta$, $Z\Gamma$. καὶ ἐπεὶ ὀρθὴ ἐστὶν
 ἑκατέρα τῶν ὑπὸ $BA\Gamma$, BAH γωνιῶν, πρὸς δὴ τινι
 εὐθείᾳ τῇ BA καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ A δύο
 εὐθεῖαι αἱ $A\Gamma$, AH μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι
 25 τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ'
 εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΓA τῇ AH . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ

XLVII. Pappus I p. 178, 11. Schol. in Archim. III p. 383.
 Boetius p. 384, 21.

1. καὶ] insert. m. rec. b (comp). 5. ἐστὶν PV; comp. b.

[prop. XXIX]. uerum $\angle BAA$ rectus est. itaque etiam $\angle AAE$ rectus. sed in spatiis parallelogrammis latera angulique opposita inter se aequalia sunt [prop. XXXIV]. itaque etiam uterque angulus oppositus ABE , BEA rectus est. rectangulum igitur est $A\Delta EB$. demonstratum autem est, idem aequilaterum esse. ergo quadratum est [def. 22]. et in recta AB constructum est; quod oportebat fieri.

XLVII.

In triangulis rectangulis quadratum in latere sub recto angulo subtendenti constructum aequale est quadratis in lateribus rectum angulum comprehendentibus constructis.

Sit triangulus rectangulus $AB\Gamma$ rectum habens $\angle B\Lambda\Gamma$. dico, esse $B\Gamma^2 = BA^2 + A\Gamma^2$.

construatur enim in $B\Gamma$ quadratum $B\Delta E\Gamma$, in BA , $A\Gamma$ uero HB , $\Theta\Gamma$ [prop. XLVI], et per A utrique $B\Delta$, ΓE parallela ducatur AA [prop. XXXI]; et ducantur AA , $Z\Gamma$. et quoniam rectus est uterque angulus $B\Lambda\Gamma$, BAH , ad rectam quandam BA et punctum in ea situm A duae rectae $A\Gamma$, AH non in eadem parte positae angulos deinceps positos duobus rectis aequales efficiunt; itaque in eadem recta sunt ΓA , AH [prop. XIV]. eadem igitur de causa etiam

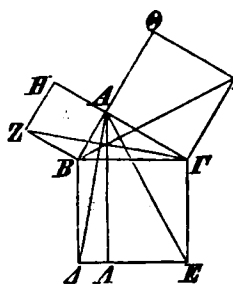
$\tau\acute{o}$ $A\Delta EB$] mg. m. 2 V; in F supra E scr. H. 7. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] (prius) PF; $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ uulgo. 12. $\tau\eta\upsilon$] $\pi\epsilon\pi\lambda\iota\tau\eta\upsilon$ Proclus. 13. $\pi\epsilon\pi\lambda\iota\tau\eta\upsilon\sigma\acute{\alpha}\nu$] om. Proclus. 15. $BA\Gamma$] corr. ex $B\Gamma A$ m. 2 F. Ante $B\Gamma$ eras. A P. 16. $[\sigma\omicron\nu]$ supra m. 2 (comp.) F. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P. BA] AB F. 18. $\mu\acute{\epsilon}\nu$] om. F. 19. $B\Gamma\Delta E$ F. HB] corr. ex BH m. 2 F. $\Theta\Gamma$] Γ in ras. est in F; seq. in V m. 2: $\tau\epsilon\tau\rho\acute{\alpha}\gamma\omega\gamma\alpha$. 20. $\eta\chi\theta\omega$ $\pi\alpha\rho\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\varsigma$ p. AA] Δ in ras. P m. 1. 23. BA] AB p. 26. $\tau\acute{\alpha}$ $\acute{\alpha}\nu\tau\acute{\alpha}$] $\tau\acute{\alpha}\upsilon\tau\alpha$ Bp.

ἡ BA τῇ $A\Theta$ ἐστὶν ἐπ' εὐθείας. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
 ἡ ὑπὸ $\angle B\Gamma$ γωνία τῇ ὑπὸ ZBA . ὁρθὴ γὰρ ἑκατέρα·
 κοινὴ προσκεῖσθω ἡ ὑπὸ $AB\Gamma$. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ $\angle BAA$
 ὅλη τῇ ὑπὸ $ZB\Gamma$ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ
 5 μὲν $\angle B$ τῇ $B\Gamma$, ἡ δὲ ZB τῇ BA , δύο δὲ αἱ $\angle B$,
 BA δύο ταῖς ZB , $B\Gamma$ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρα·
 καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $\angle BAA$ γωνία τῇ ὑπὸ $ZB\Gamma$ ἴση·
 βάσεις ἄρα ἡ AA βάσει τῇ $Z\Gamma$ [ἐστὶν] ἴση, καὶ τὸ
 $AB\Delta$ τρίγωνον τῷ $ZB\Gamma$ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ
 10 [ἐστὶ] τοῦ μὲν $AB\Delta$ τριγώνου διπλάσιον τὸ BA παρ-
 αλληλόγραμμον· βάσιν τε γὰρ τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν
 BA καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις ταῖς BA ,
 AA . τοῦ δὲ $ZB\Gamma$ τριγώνου διπλάσιον τὸ HB τετρά-
 γωνον· βάσιν τε γὰρ πάλιν τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν
 15 ZB καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις ταῖς ZB , $H\Gamma$.
 [τὰ δὲ τῶν ἴσων διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν·] ἴσον
 ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ BA παραλληλόγραμμον τῷ HB τε-
 τραγώνῳ. ὁμοίως δὲ ἐπιξευγνυμένων τῶν AE , BK
 δειχθήσεται καὶ τὸ GA παραλληλόγραμμον ἴσον τῷ
 20 $\Theta\Gamma$ τετραγώνῳ· ὅλον ἄρα τὸ $B\Delta E\Gamma$ τετράγωνον δυοῖ
 τοῖς HB , $\Theta\Gamma$ τετραγώνοις ἴσον ἐστίν. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν
 $B\Delta E\Gamma$ τετράγωνον ἀπὸ τῆς $B\Gamma$ ἀναγραφέν, τὰ δὲ
 HB , $\Theta\Gamma$ ἀπὸ τῶν BA , AG . τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς $B\Gamma$ πλευ-

1. ἐπ' εὐθείας ἐστίν V. 2. $\angle B\Gamma$] $\angle GB F$; corr. m. 2.

4. $ZB\Gamma$] litt. Γ e corr. F. ἐστὶν ἴση] ἴση ἐστίν p. ἴση
 ἐστὶν ἡ μὲν $\angle B$ τῇ $B\Gamma$ ἡ δὲ ZB τῇ BA] P; om. Theon (BFVbp).
 5. δὴ] P; om. Theon (BFVbp). $\angle B$, BA] in ras.
 m. 2 V; AB , BA F, corr. m. 2; AB , $B\Delta$ b. 6. δυοῖ Bbp,
 δυοῖν V. BZ , $B\Gamma$ BFp, V m. 2. 7. $ZB\Gamma$] litt. ZB e
 corr. p. ἴση ἐστὶ V. 8. ἐστὶν ἴση] ἴση P; ἴση ἐστίν p.
 καί] comp. supra m. 1 b. 9. $AB\Delta$] $AB\Delta$ F. ἴσον ἐστίν
 V. 10. ἐστὶ] om. P. BA] $B\Delta$ F, et b, corr. m. 1.
 11. αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει p. ἔχουσιν P. τῇ] corr. ex τῇ

$BA, A\Theta$ in eadem recta sunt [prop. XIV]. et quoniam



$\angle AB\Gamma = ZBA$ (nam uterque rectus est), communis adiiciatur

$\angle AB\Gamma$. itaque

$\angle BBA = ZB\Gamma$ [x. *ἐνν.* 2].

et quoniam $AB = B\Gamma$,

$ZB = BA$ [def. 22],

duae rectae AB, BA duabus $ZB, B\Gamma$ aequales sunt altera alteri;

et $\angle BBA = ZB\Gamma$. itaque

$AA = Z\Gamma$, $\triangle ABA = ZB\Gamma$ [prop. IV]. et

$BA = 2 ABA$;

nam eandem basim habent BA et in iisdem parallelis sunt BA, AA [prop. XLI]. et $HB = 2 ZB\Gamma$; nam rursus eandem basim habent ZB et in iisdem sunt parallelis $ZB, H\Gamma$. itaque¹⁾ $BA = HB$. similiter ductis rectis AE, BK demonstrabimus, esse etiam $GA = \Theta\Gamma$. itaque $BAE\Gamma = HB + \Theta\Gamma$ [x. *ἐνν.* 2].

et $BAE\Gamma$ in $B\Gamma$ constructum est, $HB, \Theta\Gamma$ autem

1) Ex comm. concept. 2; nam uerba τὰ δὲ τῶν ἴσων διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶν lin. 16 cum x. *ἐνν.* 5 interpolata sunt; cfr. p. 91 not. 1.

m. 2 F. 12. εἶσι] ἐστι p. BA, AA τοῦ] mg. m. 1 P. 13. HB] BH P. τετραγώνον] comp. b; supra hoc uerbum in F scr. παραλληλόγραμμον m. rec.; item lin. 17 et 20. 14. γὰρ] γὰρ αὐτῶ p. ἔχουσι] ἔχουσιν PF; ἔχει 15. ZB] BZ p. εἶσι] ἐστι p; om. V; εἶσιν F; comp. b. 16. ἐστὶν] εἶσιν V. 17. ἐστὶν P. 18. δὴ] m. 2 P. 19. ΓΑ] AA, ut uidetur, F; corr. m. 2; AΓ V, corr. m. 2. 20. BAEΓ] AEBΓ p. δυοῖν P. 21. ἴσων ἐστὶν] PF, comp. b; ἐστὶν ἴσων p; ἴσων ἐστὶν vulgo. καὶ ἐστὶν P. 22. AEBΓ p. ἀναγεγράφ seq. ras. 2 litt. F, ἀναγεγραμμένον p. τὰ] supra F. 23. Ante HB ras. 1 litt. F. Ante BA ras. 2—3 litt. F. BA] BA φ (BA F).

ρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν BA , AG πλευρῶν τετραγώνοις.

Ἐν ἄρα τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεिनούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν [γωνίαν] περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μη'.

Ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ᾗ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχόμενη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθή ἐστίν.

Τριγώνου γάρ τοῦ $ABΓ$ τὸ ἀπὸ μιᾶς τῆς BF πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἔστω τοῖς ἀπὸ τῶν BA , AG πλευρῶν τετραγώνοις· λέγω, ὅτι ὀρθή ἐστίν ἡ ὑπὸ $BAΓ$ γωνία.

Ἦχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ A σημείου τῇ AG εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἡ AD καὶ κείσθω τῇ BA ἴση ἡ AD , καὶ ἐπέξυγθω ἡ $ΔΓ$. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $ΔA$ τῇ AB , ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΔA$ τετράγωνον τῷ ἀπὸ τῆς AB τετραγώνῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς AG τετράγωνον· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν $ΔA$, AG τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν BA , AG τετραγώνοις. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν $ΔA$, AG ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΔΓ$ ὀρθῇ γάρ ἐστίν ἡ ὑπὸ $ΔAG$ γωνία· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν BA , AG ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς BF · ὑπόκειται γάρ· τὸ ἄρα

XLVIII. Boetius p. 384, 26.

1. ἐστὶν ἴσον F. ἐστίν P. BA] $BΔ$ φ. 3. ἐν] ἐάν F; corr. m. rec. ὀρθογώνοις p. 4. ἐπτεινούσης V; corr.

in BA , AI . itaque quadratum lateris BI æquale est quadratis laterum BA , AI .

Ergo in triangulis rectangulis quadratum in latere sub recto angulo subtendenti constructum æquale est quadratis in lateribus rectum angulum comprehendentibus constructis; quod erat demonstrandum.

XLVIII.

Si in triangulo quadratum unius lateris æquale est quadratis reliquorum duorum laterum trianguli, angulus reliquis duobus lateribus trianguli comprehensus rectus est.

nam in triangulo $AB\Gamma$ sit $BI^2 = BA^2 + AI^2$. dico, $\angle BAI$ rectum esse.

ducatur enim a puncto A ad rectam $A\Gamma$ perpendicularis AA [prop. XI], et ponatur $AA = BA$, et

ducatur AI . iam quoniam $AA = AB$, erit¹⁾ etiam $AA^2 = AB^2$. commune adiciatur AI^2 . itaque

$$AA^2 + AI^2 = AB^2 + AI^2 \text{ [x. ξvv. 2].}$$

uerum $AI^2 = AA^2 + AI^2$; nam $\angle AAI$ rectus est [prop. XLVII]; et $BI^2 = BA^2$

$+ AI^2$; hoc enim suppositum est. itaque



1) Hoc ex definitione quadrati (22) sequitur.

m. 1. 5. *ἐστίν* PF. *γωνίαν*] om. PBF. 12. *ἐστίν* PFV, Proclus, comp. b; *ἐστι* Bp. 15. Post *πλευρῶν* ras. 5—6 litt. b. 19. $\angle \Gamma$] $\angle$ in ras. b. *ἐπέλ*] PBVb; *ἐπέλ* οὖν Fp; καὶ *ἐπέλ* P m. rec. *ἐστίν*] comp. supra m. 2 F. AA P. 20. *ἐστίν* P. *τό*] supra m. 1 b. AB] BA p. 21. κοινή B. 23. *ἐστίν* P. AI] om. φ. 24. *ἐστίν* P. $\angle \Gamma$] $\angle \Gamma$ τετράγωνον p. 25. $ΓAI$ P. BA] AB B. 26. *ἐστίν* P. *ὑπόκειται* φ, seq. *ταί* m. 1.

ἀπὸ τῆς $\Delta\Gamma$ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $B\Gamma$ τετραγώνῳ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ $\Delta\Gamma$ τῇ $B\Gamma$ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔA τῇ AB , κοινὴ δὲ ἡ AG , δύο δὲ αἱ ΔA , AG δύο ταῖς BA , AG ἴσαι εἰσὶν·
 5 καὶ βάσεις ἡ $\Delta\Gamma$ βάσει τῇ $B\Gamma$ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔAG γωνία τῇ ὑπὸ BAG [ἐστὶν] ἴση. ὁρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΔAG · ὁρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ BAG .

Ἐὰν ἄρα τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ᾗ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου
 10 δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὁρθὴ ἐστὶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. ἐστὶν P. τῷ] τὸ b; corr. m. 2. 4. δὴ] absumptum ob pergam. ruptum in F. δυσί BVbp, F m. 2. εἰσὶν] PF; comp. b; εἰσί uulgo. 5. τῇ] ἡ φ. ἴση] PBbp; ἴση ἐστὶν F; ἴση ἐστὶ V, sed ἐστὶ punctis del. m. 2. ἡ] supra P. ὑπὸ] om. P. 6. ἐστὶν] BFVbp; om. P. 8. τριγώνῳ p. 10. In περιεχομένη ante χ ras. 1 litt. b. γωνία om. p. In fine: Εὐκλείδου στοιχείων α' PB; Εὐκλείδου στοιχείων τῆς Θέωνος ἐκδόσεως β' F.

$$AG^2 = BG^2 \text{ [κ. εvv. 1].}$$

quare etiam $AG = BG$. et quoniam $AA = AB$, et communis est AG , duae rectae AA , AG duabus BA , AG aequales sunt; et basis AG basi BG aequalis est. itaque $\angle AAG = BAG$ [prop.VIII]. sed $\angle AAG$ rectus est. itaque etiam $\angle BAG$ rectus.

Ergo si in triangulo quadratum unius lateris aequale est quadratis reliquorum duorum laterum trianguli, angulus reliquis duobus lateribus trianguli comprehensus rectus est; quod erat demonstrandum.

β'.

Όροι.

α'. Πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον περιέχεται λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν.

- 5 β'. Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ παραλληλογράμμων ἐν ὁποιοῦν σὺν τοῖς δυὸς παραπληρώμασι γνώμων καλείσθω.

α'.

- 10 Ἐὰν ᾧσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν εἰς ὁσαδηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπὸ τε τῆς ἀτμήτου καὶ ἐκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.
- 15 Ἔστωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ A , $B\Gamma$, καὶ τετμήσθω ἡ $B\Gamma$, ὡς ἔτυχεν, κατὰ τὰ Δ , E σημεία· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν A , $B\Gamma$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν A , $B\Delta$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν A , ΔE καὶ ἐτι τῷ ὑπὸ τῶν A , $E\Gamma$.

Def. 1. Hero def. 57. Boetius p. 378, 8. Def. 2. Hero def. 58. Proclus in Tim. 83d. Boetius p. 378, 11. Prop. I. Eutocius in Archim. III p. 40, 29. 256, 7. Boetius p. 385, 4.

Εὐκλείδου στοιχείων δεύτερον Β; Εὐκλείδου ἐκ τῆς Θέωρος ἐκδόσεως στοιχείων δεύτερον V; Εὐκλείδου στοιχείων τῆς

II.

Definitiones.

1. Quoduis parallelogrammum rectangulum comprehendi dicitur duabus rectis rectum angulum comprehendentibus.

2. In quouis autem parallelogrammo spatio utrumvis parallelogrammorum circum diametrum positorum cum duobus supplementis gnomon uocetur.

I.

Si sunt duae rectae, et altera earum in quotlibet partes secatur, rectangulum duabus rectis comprehensum aequale est rectangulis recta non secta et singulis partibus comprehensis.¹⁾

Sint duae rectae A , $B\Gamma$, et secetur $B\Gamma$ utcumque in punctis Δ , E . dico, esse

$$A \times B\Gamma = A \times B\Delta + A \times \Delta E + A \times E\Gamma.$$

1) Arithmetice $a \times (b + c + d) = ab + ac + ad$.

Θέωρος ἐκδόσεως β F. 1. ὄροι] om. P[BF. Numeros om. PBF. 10. ἐάν] seq. ras. 2 litt. F. ὡς B. 13. ἐστίν P. τοῖς] corr. ex τῶ P. ὑπό τε] τε ὑπό P, τε ἀπό F. 14. περιεχομένοις ὀρθογωνίοις] corr. ex περιεχομένω ὀρθογωνίῳ P. 16. ἔτυχε] PBF; ἔτυχε Vp. σημεία] supra m. 2 V. τό] in ras. V. 17. ἐστίν P. 18. τῶ] in ras. V. τε ὑπό] PF; ὑπό V; ὑπό τε Bp. 19. τῶν] PVp; F insert. m. 2; om. B, F m. 1. ἔτι] om. P. τῶ] corr. ex τῶν V.

Ἦχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ B τῇ $B\Gamma$ πρὸς ὀρθὰς ἡ BZ ,
καὶ κείσθω τῇ A ἴση ἡ BH , καὶ διὰ μὲν τοῦ H τῇ
 $B\Gamma$ παράλληλος ἡχθω ἡ $H\Theta$, διὰ δὲ τῶν A, E, Γ τῇ
 BH παράλληλοι ἡχθωσαν αἱ $\Delta K, E\Delta, \Gamma\Theta$.

- 5 Ἴσον δὲ ἔστι τὸ $B\Theta$ τοῖς $BK, \Delta A, E\Theta$. καὶ ἔστι
τὸ μὲν $B\Theta$ τὸ ὑπὸ τῶν $A, B\Gamma$ περιέχεται μὲν γὰρ
ὑπὲρ τῶν $HB, B\Gamma$, ἴση δὲ ἡ BH τῇ A . τὸ δὲ BK
τὸ ὑπὸ τῶν $A, B\Delta$ περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν
 $HB, B\Delta$, ἴση δὲ ἡ BH τῇ A . τὸ δὲ ΔA τὸ ὑπὸ τῶν
10 $A, \Delta E$ ἴση γὰρ ἡ ΔK , τουτέστιν ἡ BH , τῇ A . καὶ
ἔτι ὁμοίως τὸ $E\Theta$ τὸ ὑπὸ τῶν $A, E\Gamma$. τὸ ἄρα ὑπὸ
τῶν $A, B\Gamma$ ἴσον ἔστί τῳ τε ὑπὸ $A, B\Delta$ καὶ τῳ ὑπὸ
 $A, \Delta E$ καὶ ἔτι ὑπὸ $A, E\Gamma$.

- Ἐὰν ἄρα ὅσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα ἀν-
15 τῶν εἰς ὁσαδηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθο-
γώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν ἴσον ἔστί τοῖς ὑπὸ τε
τῆς ἀτμήτου καὶ ἐκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις
ὀρθογωνίοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

β'.

- 20 Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὥς ἐτυχεν, τὸ
ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἐκατέρου τῶν τμημάτων περι-
εχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἔστί τῳ ἀπὸ τῆς
ὅλης τετραγώνῳ.

- Εὐθεῖα γὰρ ἡ AB τετμήσθω, ὥς ἐτυχεν, κατὰ τὸ
25 Γ σημεῖον· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν $AB, B\Gamma$ περιεχό-

1. BZ] corr. ex ZB V m. 2. 4. ΔK] $K\Delta B$. 5. ΔA] A e corr. m. 2 F. 6. τό] (alt.) in ras. V (supra τῳ m. rec.).
7. HB] BH p. 8. τό] τῳ PV. 9. Post A ras. paullo maior linea F. τό] (alt.) τῳ PV. 10. BH] in ras. m. 2 V.
11. τό] (alt.) τῳ PV. 12. ἐστίν P. τῳ τε ὑπὸ] τοῖς ὑπὸ τε F; τῳ corr. ex τοῖς m. 2 et post ὑπὸ ras. V; τῳ τε ὑπὸ τῶν

ducatur enim a B ad rectam $B\Gamma$ perpendicularis BZ [I, 11], et ponatur $BH = A$, et per H rectae $B\Gamma$ parallela ducatur $H\Theta$ [I, 31], per puncta autem Δ , E , Γ rectae BH parallelae ducantur ΔK , $E\Lambda$, $\Gamma\Theta$ [id.].

itaque $B\Theta = BK + \Delta\Lambda + E\Theta$. et $B\Theta = A \times B\Gamma$; nam rectis HB , $B\Gamma$ comprehenditur, et $BH = A$. sed $BK = A \times B\Delta$; nam rectis HB , $B\Delta$ comprehenditur, et $BH = A$. et $\Delta\Lambda = A \times \Delta E$; nam $\Delta K = BH$ [I, 34] $= A$. et praeterea similiter $E\Theta = A \times E\Gamma$. itaque

$$A \times B\Gamma = A \times B\Delta + A \times \Delta E + A \times E\Gamma.$$

Ergo si sunt duae rectae, et altera earum in quolibet partes secatur, rectangulum duabus rectis comprehensum aequale est rectangulis recta non secta et singulis partibus comprehensis; quod erat demonstrandum.

II.

Si recta linea utcumque secatur, rectangulum comprehensum tota et utraque parte aequale est quadrato totius.¹⁾

nam recta AB utcumque secetur in puncto Γ . dico, esse $AB \times B\Gamma + BA \times A\Gamma = AB^2$.

1) Arithmetice: si $b + c = a$, erit $ab + ac = a^2$.

p. τῶ] om. F, m. 2 V. ὑπὸ] ὑπὸ τῶν p. 13. τῶ] m. 2 V, τοῖς F. ὑπὸ] ὑπὸ τῶν p. EΓ] EΓ περιεχομένοις ὀρθογωνίοις FV. γρ. τῶ τε ὑπὸ A, BΔ καὶ τῶ ὑπὸ A, ΔE καὶ ἐκ τῶ ὑπὸ A, EΓ F mg. m. 1. 14. ὅσιν P. 16. τοῖς] τῶ P. ὑπὸ τε] ὅ- in ras. p; τε ὑπὸ F. 17. περιεχομένων ὀρθογωνίων P. 20. ἔτυχε Vp. τό] P, F m. 1, V m. 1; τὰ Bp, F m. 2, V m. 2. 21. περιεχόμενον ὀρθογώνιον [ισον] P, F m. 1, V m. 1; περιεχόμενα ὀρθογώνια ἴσα Bp, PV m. 2; in F -ον ter eras. 24. ἔτυχε Vp.

μενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ὑπὸ BA , AG περιεχομένου ὀρθογωνίου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς AB τετραγώνῳ.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς AB τετράγωνον τὸ
 5 $A\Delta EB$, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Γ ὁποτέρᾳ τῶν $A\Delta$, BE παράλληλος ἡ GZ .

Ἴσον δὴ ἐστὶ τὸ AE τοῖς AZ , GE . καὶ ἐστὶ τὸ μὲν
 AE τὸ ἀπὸ τῆς AB τετράγωνον, τὸ δὲ AZ τὸ ὑπὸ
 τῶν BA , AG περιεχόμενον ὀρθογώνιον· περιέχεται
 10 μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν ΔA , AG , ἴση δὲ ἡ $A\Delta$ τῇ AB · τὸ
 δὲ GE τὸ ὑπὸ τῶν AB , $B\Gamma$ · ἴση γὰρ ἡ BE τῇ AB .
 τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν BA , AG μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν AB , $B\Gamma$
 ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς AB τετραγώνῳ.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὥς ἔτυχεν, τὸ ὑπὸ
 15 τῆς ὅλης καὶ ἐκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον
 ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ·
 ὅπερ εἶδει δεῖξαι.

γ'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὥς ἔτυχεν, τὸ
 20 ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἐνὸς τῶν τμημάτων περι-
 εχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ
 τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ
 ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ.

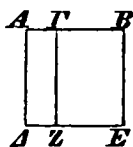
Εὐθεῖα γὰρ ἡ AB τετμήσθω, ὥς ἔτυχεν, κατὰ τὸ
 25 Γ · λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν AB , $B\Gamma$ περιεχόμενον ὀρ-
 θογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν AG , GB περι-
 εχομένῳ ὀρθογωνίῳ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $B\Gamma$ τετραγώνου.

III. Pappus V p. 378, 8. 380, 14. 420, 11, 19. Eutocius in Archim. III p. 256, 5. Boetius p. 385, 9.

7. ἐστι] om. BFV. GE] e corr. V. ἐστι] ἐστιν P.

construatur enim in AB quadratum $A\Delta EB$ [I, 46], et ducatur per Γ utrique $A\Delta$, BE parallela ΓZ [I, 31].

itaque $AE = AZ + \Gamma E$. et $AE = AB^2$, et



$$AZ = BA \times A\Gamma;$$

nam comprehenditur rectis $A\Delta$, $A\Gamma$, et $A\Delta = AB$ [I def. 23]. praeterea

$$\Gamma E = AB \times B\Gamma;$$

nam $BE = AB$. itaque

$$BA \times A\Gamma + AB \times B\Gamma = AB^2.$$

Ergo si recta linea utcumque secatur, rectangulum tota et utraque parte comprehensum aequale est quadrato totius; quod erat demonstrandum.

III.

Si recta linea utcumque secatur, rectangulum tota et alterutra parte comprehensum aequale est rectangulo partibus comprehenso et quadrato partis nominatae.¹⁾

recta enim AB utcumque secetur in puncto Γ . dico, esse $AB \times B\Gamma = A\Gamma \times \Gamma B + B\Gamma^2$.

1) Arithmetice: $(a + b)a = ab + a^2$.

8. AZ] ἀπὸ τῆς AZ F. 10. $A\Delta$] ΔA F. 13. ἐστίν P.
14. γραμμῇ] del. in P. ξυχε Vp. τό] τὰ Bp, F m. 2, V m. 2.
15. περιεχόμενα ὀρθογώνια ἴσα Bp, F m. 2, V m. 2.
19. ξυχε Vp. 21. ἐστίν P. τε] supra m. rec. F. 23. ἀπὸ] corr. ex ὑπὸ p. προεξημένον] προ- m. 2 V. 24. ξυχε Vp. 25. ἡ σημείον Vp. 26. τε] om. Pp. $A\Gamma$] Γ in ras. V. περιεχόμενα ὀρθογώνια] om. Bp.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΓB τετράγωνον τὸ $\Gamma \Delta E B$, καὶ διήχθω ἡ $E \Delta$ ἐπὶ τὸ Z , καὶ διὰ τοῦ A ὁποτερά τῶν $\Gamma \Delta$, $B E$ παράλληλος ἤχθω ἡ $A Z$. ἴσον δὴ ἐστὶ τὸ ΔE τοῖς $A \Delta$, ΓE · καὶ ἐστὶ τὸ μὲν $A E$
 5 τὸ ὑπὸ τῶν $A B$, $B \Gamma$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον· περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν $A B$, $B E$, ἴση δὲ ἡ $B E$ τῇ $B \Gamma$ · τὸ δὲ $A \Delta$ τὸ ὑπὸ τῶν $A \Gamma$, ΓB · ἴση γὰρ ἡ $\Delta \Gamma$ τῇ ΓB · τὸ δὲ ΔB τὸ ἀπὸ τῆς ΓB τετράγωνον· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $A B$, $B \Gamma$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον
 10 ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν $A \Gamma$, ΓB περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $B \Gamma$ τετραγώνου.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὥς ἔτυχεν, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἐνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περι-
 15 εχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὥς ἔτυχεν, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε
 20 ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις καὶ τῷ δις ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

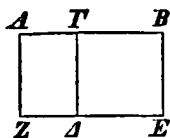
Εὐθεῖα γὰρ γραμμὴ ἡ $A B$ τετμήσθω, ὥς ἔτυχεν, κατὰ τὸ Γ . λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς $A B$ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν $A \Gamma$, ΓB τετραγώνοις καὶ
 25 τῷ δις ὑπὸ τῶν $A \Gamma$, ΓB περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς $A B$ τετράγωνον τὸ

IV. Theon in Ptolem. p. 184. Boetius p. 385, 13.

1. τῆς] τοῦ P. ΓB] $B \Gamma$ Fp. 2. $\Gamma \Delta B E$ B, m. 2 V.
 7. ΓB] B e corr. p. γάρ] corr. ex ἄρα m. 2 F. 8. ΓE]

construatur enim in ΓB quadratum $\Gamma \Delta E B$ [I, 46],
et educatur $E \Delta$ ad Z , et per A utrique $\Gamma \Delta$, BE par-
allela ducatur AZ [I, 31]. itaque $AE = A\Delta + \Gamma E$.



et $AE = AB \times B\Gamma$; nam comprehen-
ditur rectis AB , BE , et $BE = B\Gamma$.
et $A\Delta = A\Gamma \times \Gamma B$; nam $\Delta \Gamma = \Gamma B$.
et $\Delta B = \Gamma B^2$. itaque
 $AB \times B\Gamma = A\Gamma \times \Gamma B + \Gamma B^2$.

Ergo si recta linea utcumque secatur, rectangulum
tota et alterutra parte comprehensum aequale est rect-
angulo partibus comprehenso et quadrato partis no-
minatae; quod erat demonstrandum.

IV.

Si recta linea utcumque secatur, quadratum totius
aequale est quadratis partium et duplo rectangulo par-
tibus comprehenso.¹⁾

nam recta linea AB secetur utcumque in Γ . dico,
esse $AB^2 = A\Gamma^2 + \Gamma B^2 + 2 A\Gamma \times \Gamma B$.

construatur enim in AB quadratum $A \Delta E B$ [I, 46],

$$1) (a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab.$$

$B\Gamma F$. ΓB] e corr. p. 11. $B\Gamma$] ΓB Pp; corr. ex $A\Gamma F$
m. 2. 12. $\xi\tau\upsilon\chi\epsilon\upsilon$] P F, B sed υ eras.; $\xi\tau\upsilon\chi\epsilon$ Vp. 13. $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}$]
 $\acute{\upsilon}$ - e corr. p. 15. $\pi\rho\omicron\sigma\iota\sigma\eta\mu\acute{\epsilon}\nu\omicron\upsilon$] $\pi\rho\omicron$ - m. 2 V. 18. $\xi\tau\upsilon\chi\epsilon$
Vp, B e corr. 22. $\gamma\acute{\alpha}\rho$] m. 2 F. $\xi\tau\upsilon\chi\epsilon$ Vp, B e corr.
23. Γ $\sigma\eta\mu\epsilon\iota\omicron\nu$ V. 24. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P. $\tau\epsilon$] om. V. $\tau\epsilon\tau\rho\alpha\gamma\acute{\omega}$ -
 $\nu\omicron\iota\varsigma$ — 25. ΓB] mg. m. 1 P. 25. $\tau\acute{\omega}\nu$] om. P.

$A\Delta EB$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $B\Delta$, καὶ διὰ μὲν τοῦ Γ
ὁποτέρᾳ τῶν $A\Delta$, EB παράλληλος ἦχθω ἡ ΓZ , διὰ
δὲ τοῦ H ὁποτέρᾳ τῶν AB , ΔE παράλληλος ἦχθω ἡ
 ΘK . καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΓZ τῇ $A\Delta$, καὶ
5 εἰς αὐτάς ἐμπίπτωκεν ἡ $B\Delta$, ἡ ἐκτὸς γωνία ἰ ὑπὸ
 ΓHB ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ $A\Delta B$.
ἀλλ' ἡ ὑπὸ $A\Delta B$ τῇ ὑπὸ $AB\Delta$ ἐστὶν ἴση, ἐπεὶ καὶ
πλευρὰ ἡ BA τῇ $A\Delta$ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΓHB
ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ $H\beta\Gamma$ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ
10 ἡ $\beta\Gamma$ πλευρᾷ τῇ ΓH ἐστὶν ἴση· ἀλλ' ἡ μὲν ΓB τῇ
 HK ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ΓH τῇ $K\beta$. καὶ ἡ HK ἄρα τῇ
 $K\beta$ ἐστὶν ἴση· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ $\Gamma HK\beta$. λέγω
δὴ, ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν
ἡ ΓH τῇ βK [καὶ εἰς αὐτάς ἐμπίπτωκεν εὐθεῖα ἡ
15 $\Gamma\beta$], αἱ ἄρα ὑπὸ $K\beta\Gamma$, $H\Gamma\beta$ γωνίαι δύο ὀρθαῖς
εἰσιν ἴσαι. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ $K\beta\Gamma$. ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ
ὑπὸ $\beta\Gamma H$. ὥστε καὶ αἱ ἀπεναντίον αἱ ὑπὸ ΓHK ,
 $HK\beta$ ὀρθαὶ εἰσιν. ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $\Gamma HK\beta$.
ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον· τετράγωνον ἄρα ἐστίν·
20 καὶ ἐστὶν ἀπὸ τῆς $\Gamma\beta$. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΘZ
τετράγωνόν ἐστιν· καὶ ἐστὶν ἀπὸ τῆς ΘH , τουτέστιν
[ἀπὸ] τῆς $A\Gamma$. τὰ ἄρα ΘZ , $K\Gamma$ τετράγωνα ἀπὸ τῶν
 $A\Gamma$, $\Gamma\beta$ εἰσιν. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ AH τῷ HE ,
καὶ ἐστὶ τὸ AH τὸ ὑπὸ τῶν $A\Gamma$, $\Gamma\beta$. ἴση γὰρ ἡ $H\Gamma$
25 τῇ $\Gamma\beta$. καὶ τὸ HE ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ $A\Gamma$, $\Gamma\beta$.
τὰ ἄρα AH , HE ἴσα ἐστὶ τῷ δις ὑπὸ τῶν $A\Gamma$, $\Gamma\beta$.

2. ΓZ] $Z\Gamma Z$ P. διὰ δέ] καὶ διὰ p. 3. AB] B in ras. p. Post παράλληλος in P est γραμμον punctis delet.

4. ΓZ] corr. ex $Z\Gamma F$. 5. $B\Delta$] ΔB p. 7. ἀλλὰ V p.

10. ἀλλὰ P V p. 11. $K\beta$] B e corr. p; BK P. 12. ἐστὶν ἴση] om. p. ἐστὶ] ἐστίν P. 13. δὴ] om. F. 14.

et ducatur $B\Delta$, et per Γ utrique $A\Delta$, EB parallela ducatur ΓZ [I, 30 et 31], per H autem utrique AB , ΔE parallela ducatur ΘK . et quoniam ΓZ rectae $A\Delta$ parallela est, et in eas incidit $B\Delta$, angulus exterior ΓHB aequalis est angulo interiori et opposito $A\Delta B$ [I, 29]. uerum $\angle A\Delta B = AB\Delta$, quoniam $BA = A\Delta$ [I, 5]. quare etiam $\angle \Gamma HB = HB\Gamma$. itaque etiam

$$B\Gamma = \Gamma H [I, 6]. \text{ sed etiam } \bar{\Gamma}B = HK$$

[I, 34] et $\Gamma H = KB$ [id.]. quare etiam

$HK = KB$. itaque aequilaterum est

ГНKB. dico, idem rectangulum esse.

nam quoniam ΓH rectae BK paral-

lela est, erunt $KBF + HGB$ duobus

rectis aequales [I, 29]. uerum $\angle KB\Gamma$

rectus est. itaque etiam $\angle B\Gamma H$ rectus. quare etiam

oppositi anguli ΓHK , HKB recti sunt [I, 34]. ergo

ΓΗΚΒ rectangulum est. sed demonstratum est, idem

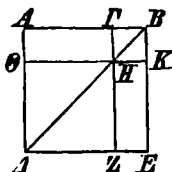
aequilaterum esse. ergo quadratum est; et in ΓB con-

structum est. eadem de causa etiam $\odot Z$ quadratum

est; et in $\odot H$, hoc est AG [I, 34] constructum est.

itaque quadrata $\odot Z$, $K\Gamma$ in AF , ΓB constructa sunt.

et quoniam $AH = HE$ [I, 43], et $AH = \Lambda\Gamma \times \Gamma B$



καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτικον εὐθεΐα ἡ ΓΒ] add. Theon? (BFVp);
mg. m. 2 P. ἐμπέπτικον] euan. F; ἐνέπεσαν B. εὐθεΐα
om. BF. 15. ΓΕ] B eras. p. ΗΓΕ] ΒΓΗ P. δὺ]
δυσὺν Vp. 16. ἴσαι εἰσὶν Vp. 17. αἱ] (prius) om. F.
18. ἔστι] ἔστιν P. 19. ἔστιν] PF; ἔστί vulgo. 20. ΓΕ]
corr. ex ΒΓ m. 2 V; ΒΓ p. ΘΖ] e corr. p. 21. ἔστιν]
(prius) PF; ἔστί vulgo. ΘΗ] ΗΘ F. 22. ἀπό] om. P;
in F eras. ΚΓ] ΓΚ Pp. 23. εἰσὶν] F; ἔστιν P; εἰσι
vulgo. ἔστί] ἔστιν P. 24. ἔστιν P. Ante ΗΓ ras. 1
litt. F. 25. Post ἀρα ras. V. ἔστιν PF. ΑΓ] τῶν ΑΓ
Vp. F m. 2. 26. ΑΗ] corr. ex ΑΒ p. ἔστιν P.

ἔστι δὲ καὶ τὰ ΘZ , ΓK τετράγωνα ἀπὸ τῶν $A\Gamma$, ΓB .
τὰ ἄρα τέσσαρα τὰ ΘZ , ΓK , AH , HE ἴσα ἐστὶ τοῖς
τε ἀπὸ τῶν $A\Gamma$, ΓB τετραγώνοις καὶ τῷ δις ὑπὸ
τῶν $A\Gamma$, ΓB περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἀλλὰ τὰ ΘZ ,
5 ΓK , AH , HE ὅλον ἐστὶ τὸ $A\Delta EB$, ὃ ἐστὶν ἀπὸ
τῆς AB τετράγωνον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς AB τετράγωνον
ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν $A\Gamma$, ΓB τετραγώνοις καὶ
τῷ δις ὑπὸ τῶν $A\Gamma$, ΓB περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὥς ἐτυχεν, τὸ ἀπὸ
10 τῆς ὅλης τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμη-
μάτων τετραγώνοις καὶ τῷ δις ὑπὸ τῶν τμημάτων
περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[Πόρισμα.

Ἐκ δὲ τούτου φανερόν, ὅτι ἐν τοῖς τετραγώνοις
15 χωρίοις τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα τε-
τραγωνά ἐστίν].

ε'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ
ἀνίστα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίστων τῆς ὅλης τμημάτων
20 περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς
μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ
ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Εὐθεῖα γάρ τις ἢ AB τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ

IV. πόρ. De Proclo p. 304 u. ad IV, 15.
p. 385, 17.

V. Boetius

1. ἔστιν P. τὰ] τό F; corr. m. 2. τετράγωνον F;
corr. m. 2. 2. τὰ] (alt.) om. F. ἐστίν P. 3. τε] m. 2
V. 4. ὀρθογώνια φ. τὰ] τὰ τέσσαρα P. ΘZ] Θ in
ras. V; $Z\Theta$ B. 5. HE] $H e$ corr. p. ἐστίν P. $A\Delta EB$

(nam $H\Gamma = \Gamma B$), erit etiam $HE = A\Gamma \times \Gamma B$. itaque $AH + HE = 2 A\Gamma \times \Gamma B$. uerum etiam quadrata ΘZ , ΓK in $A\Gamma$, ΓB constructa sunt. ergo $\Theta Z + \Gamma K + AH + HE = A\Gamma^2 + \Gamma B^2 + 2 A\Gamma \times \Gamma B$. sed $\Theta Z + \Gamma K + AH + HE = A\Delta EB = AB^2$. itaque $AB^2 = A\Gamma^2 + \Gamma B^2 + 2 A\Gamma \times \Gamma B$.

Ergo si recta linea utcumque secatur, quadratum totius aequale est quadratis partium et duplo rectangulo partibus comprehenso; quod erat demonstrandum.¹⁾

V.

Si recta linea in partes aequales et inaequales secatur, rectangulum inaequalibus partibus totius comprehensum cum quadrato rectae inter sectiones positae aequale est quadrato dimidiaie.²⁾

nam recta quaelibet AB in aequales partes sece-

1) Etiam Campanus hic duas demonstrationes habet, quarum prior reiectae, altera neque huic neque reiectae similis est. de hac habet: „sed hac uia non patet correlarium, sicut uia praecedenti patet, unde prima est auctori magis consona.“ nam corollarium et ipse habet. itaque fortasse Theone antiquius est.

$$2) ab + \left(\frac{a+b}{2} - b\right)^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2.$$

$\tau\epsilon\tau\rho\acute{\alpha}\gamma\omega\sigma\sigma\iota\nu$ V. 6. AB $\tau\epsilon\tau\rho\acute{\alpha}\gamma\omega\sigma\sigma\iota\nu$] (prius mg. m. 2 V; in textu ras. 2—3 litt. $\tau\epsilon\tau\rho\acute{\alpha}\gamma\omega\sigma\sigma\iota\nu$] mg. m. 2 F. 7. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ P. $\tau\epsilon$] om. p. $\tau\acute{\omega}\nu$] m. 2 F. 9. $\acute{\epsilon}\tau\upsilon\chi\epsilon\nu$] B; $\acute{\epsilon}\tau\upsilon\chi\epsilon$ uulgo. 10. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ P. $\tau\epsilon$] om. p. 12. Sequitur alia demonstratio, quam Augustum secutus in appendicem reieci. 13. $\pi\acute{o}\sigma\iota\sigma\mu\alpha$ — 16. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$] add. Theon? (BFVp); mg. m. rec. P. 14. $\tau\acute{o}\upsilon\tau\omega\nu$ P. $\phi\alpha\nu\epsilon\rho\acute{o}\nu$ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ V. 18. $\epsilon\iota\varsigma$] supra m. 1 V. 19. $\epsilon\iota\varsigma$ $\acute{\alpha}\nu\iota\sigma\alpha$ p. 21. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ P.

τὸ Γ , εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ · λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΔ$, $\DeltaΒ$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $\GammaΔ$ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $\GammaΒ$ τετραγώνῳ.

- Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς $\GammaΒ$ τετράγωνον τὸ
 5 $\GammaΕΖΒ$, καὶ ἐπεξέχθω ἡ $ΒΕ$, καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ
 ὁποτέρου τῶν $\GammaΕ$, $ΒΖ$ παράλληλος ἦχθω ἡ $\DeltaΗ$, διὰ
 δὲ τοῦ Θ ὁποτέρου τῶν $ΑΒ$, $ΕΖ$ παράλληλος πάλιν
 ἦχθω ἡ $ΚΜ$, καὶ πάλιν διὰ τοῦ $Α$ ὁποτέρου τῶν
 $\GammaΑ$, $ΒΜ$ παράλληλος ἦχθω ἡ $ΑΚ$. καὶ ἐπεὶ ἴσον
 10 ἐστὶ τὸ $\Gamma\Theta$ παραπλήρωμα τῷ $\ThetaΖ$ παραπληρώματι,
 κοινὸν προσκείσθω τὸ $\DeltaΜ$ · ὅλον ἄρα τὸ $\GammaΜ$ ὅλῳ
 τῷ $\DeltaΖ$ ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ $\GammaΜ$ τῷ $ΑΔ$ ἴσον ἐστίν,
 ἐπεὶ καὶ ἡ $ΑΓ$ τῇ $\GammaΒ$ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ $ΑΔ$ ἄρα τῷ
 $\DeltaΖ$ ἴσον ἐστίν. κοινὸν προσκείσθω τὸ $\Gamma\Theta$ · ὅλον ἄρα
 15 τὸ $Α\Theta$ τῷ $ΜΝΞ$ γνώμονι ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ $Α\Theta$
 τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΔ$, $\DeltaΒ$ ἐστίν· ἴση γὰρ ἡ $\Delta\Theta$ τῇ $\DeltaΒ$ ·
 καὶ ὁ $ΜΝΞ$ ἄρα γνώμων ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ $ΑΔ$, $\DeltaΒ$.
 κοινὸν προσκείσθω τὸ $\DeltaΗ$, ὃ ἐστὶν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς
 $\GammaΔ$ · ὁ ἄρα $ΜΝΞ$ γνώμων καὶ τὸ $\DeltaΗ$ ἴσα ἐστὶ τῷ
 20 ὑπὸ τῶν $ΑΔ$, $\DeltaΒ$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ
 ἀπὸ τῆς $\GammaΔ$ τετραγώνῳ. ἀλλὰ ὁ $ΜΝΞ$ γνώμων καὶ
 τὸ $\DeltaΗ$ ὅλον ἐστὶ τὸ $\GammaΕΖΒ$ τετράγωνον, ὃ ἐστὶν ἀπὸ
 τῆς $\GammaΒ$ · τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $ΑΔ$, $\DeltaΒ$ περιεχόμενον ὀρ-
 θογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $\GammaΔ$ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ
 25 τῷ ἀπὸ τῆς $\GammaΒ$ τετραγώνῳ.

3. ἐστίν P. τετραγώνῳ] om. B; comp. add. m. 2 F.
 5. $\GammaΕΖΒ$] in ras. p. $ΒΕ$] B in ras. F. 6. $ΒΖ$] $ΖΒ$ F.
 διὰ δέ] καὶ διὰ V. 7. πάλιν] om. p, m. 2 V. 8. καὶ πάλιν
 — 9. ἡ $ΑΚ$] mg. m. rec. P. 10. $\ThetaΖ$] $Ζ\Theta$ F. 12. ἴσον ἐστίν]
 (alt.) ἐστὶν ἴσον V. 13. ἐπεὶ — ἴση] mg. m. 2 V (ἴση ἐστὶ).
 14. ἐστὶν ἴσον V. ἐστίν] P, comp. m. 2 F; ἐστὶ Bp. 15.

Ἐὰν ἄρα εὐθεία γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα,
τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον
ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τε-
τραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ς'.

Ἐὰν εὐθεία γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ
δέ τις αὐτῇ εὐθεία ἐπ' εὐθείας, τὸ ὑπὸ τῆς
ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τῆς προσκειμένης
10 περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς
ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς
συγκειμένης ἐκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσ-
κειμένης τετραγώνῳ.

Εὐθεία γάρ τις ἡ AB τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ
15 σημείον, προσκείσθω δέ τις αὐτῇ εὐθεία ἐπ' εὐθείας
ἡ BA · λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν AA , AB περιεχόμενον
ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς GB τετραγώνου ἴσον
ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς GA τετραγώνῳ.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς GA τετράγωνον τὸ
20 $GEZA$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ AE , καὶ διὰ μὲν τοῦ B
σημείου ὁποτέρᾳ τῶν EG , AZ παράλληλος ἦχθω ἡ
 BH , διὰ δὲ τοῦ Θ σημείου ὁποτέρᾳ τῶν AB , EZ
παράλληλος ἦχθω ἡ KM , καὶ ἐτι διὰ τοῦ A ὁποτέρᾳ
τῶν GA , AM παράλληλος ἦχθω ἡ AK .

25 Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ AG τῇ GB , ἴσον ἐστὶ καὶ
τὸ AA τῷ $G\Theta$. ἀλλὰ τὸ $G\Theta$ τῷ ΘZ ἴσον ἐστίν. καὶ

VI. Schol. in Archim. III p. 383. Boetius p. 385, 22.

1. γραμμή P. εἰς ἄνισα p. 4. ἐστίν PV. 8. ἐπ'
εὐθείας, τὸ ὑπό] in ras. V. 9. προσκειμένη] -σ- supra p.
προκειμένης V, et p sed corr. m. 1. 11. ἐστίν V. 12.
προσκειμένης] -σ- insert. p. Post hoc uerbum legitur ὡς ἀπὸ

- τὸ $ΑΔ$ ἄρα τῷ $ΘΖ$ ἐστὶν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω
τὸ $ΓΜ$. ὅλον ἄρα τὸ $ΑΜ$ τῷ $ΝΞΟ$ γνώμονι ἐστὶν
ἴσον. ἀλλὰ τὸ $ΑΜ$ ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΔ$, $ΔΒ$. ἴση
γάρ ἐστὶν ἡ $ΔΜ$ τῇ $ΔΒ$. καὶ ὁ $ΝΞΟ$ ἄρα γνώμων
5 ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν $ΑΔ$, $ΔΒ$ [περιεχομένῳ ὀρθο-
γωνίῳ]. κοινὸν προσκείσθω τὸ $ΑΗ$, ὃ ἐστὶν ἴσον τῷ
ἀπὸ τῆς $ΒΓ$ τετραγώνῳ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $ΑΔ$, $ΔΒ$
περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $ΓΒ$ τε-
τραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ $ΝΞΟ$ γνώμονι καὶ τῷ $ΑΗ$.
10 ἀλλὰ ὁ $ΝΞΟ$ γνώμων καὶ τὸ $ΑΗ$ ὅλον ἐστὶ τὸ $ΓΕΖΔ$
τετράγωνον, ὃ ἐστὶν ἀπὸ τῆς $ΓΔ$. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν
 $ΑΔ$, $ΔΒ$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ
τῆς $ΓΒ$ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $ΓΔ$ τετρα-
γώνῳ.
15 Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ
δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐκ' εὐθείας, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης σὺν
τῇ προσκειμένῃ καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον
ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου
ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἐκ τε τῆς ἡμισείας
20 καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ξ'.

- Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὥς ἐτυχεν, τὸ
ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ ἀφ' ἐνὸς τῶν τμημάτων
τὰ συναμφοτέρα τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δις
25 ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περι-
εχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ
τμήματος τετραγώνῳ.

Εὐθεῖα γάρ τις ἡ $ΑΒ$ τεμήσθω, ὥς ἐτυχεν, κατὰ

itaque $AM = NΞO$. uerum $AM = AD \times AB$; nam $AM = AB$. quare etiam $NΞO = AD \times AB$. commune adiiciatur AH , quod est $BΓ^2$. itaque

$$AD \times AB + ΓB^2 = NΞO + AH.$$

sed $NΞO + AH = ΓEZΔ = ΓΔ^2$. erit igitur

$$AD \times AB + ΓB^2 = ΓΔ^2.$$

Ergo si recta linea in duas partes aequales secatur, et alia quaedam recta ei in directum adiicitur, rectangulum tota cum adiecta et adiecta comprehensum cum quadrato dimidiaae aequale est quadrato in dimidia adiectaque descripto; quod erat demonstrandum.

VII.

Si recta linea utcunque secatur, quadratum totius et quadratum alterutrius partis simul sumpta aequalia sunt duplo rectangulo tota et parte nominata comprehenso cum quadrato reliquae partis.¹⁾

$$1) (a + b)^2 + a^2 = 2(a + b)a + b^2.$$

2. $ΓM$] in ras. V. $NΞO$] N in ras. V. $γνώμωνι$ F.
 3. $ἐστίν$ FV. 4. $ΔB$] B eras. V. $NΞO$] N corr. ex M V
 5. $ἐστίν$ V. $περιεχόμενον ὀρθογωνίω$] om. Pp. 8. $ΓB$] $BΓ$ V. $τετραγώνω$ φ. 9. $ἐστίν$ FV. 10. $ἐστίν$ V.
 $ΓEZΔ$] Z in ras. V. 11. $ΓΔ$] in ras. V. 12. $ὀρθογώνιος$] $ὀρθο-$ in ras. m. 1 p. 13. $ΓB$] $BΓ$ Vp. $ἐστίν$ V.
 $ἀπὸ τῆς ΓΔ$] $ΓB$ φ seq. lacuna. 15. $γραμμῇ$] seq. ras. 4 litt. V. $προσθῇ$ P. 17. $προσκειμένη$] σ insert. m. 1 p, ut breui post et lin. 20. 19. $ἐστίν$ V. 20. Ante $τετραγώνω$ in Fp: $ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι$; idem post $τετραγώνω$ insert. in V m. 1? $ὅπερ ἔδει δεῖξαι$] :~ BF; om. V. 22. $ἐτυχε$ p. 24. $ἐστίν$ F. $τε$] $δέ$ P; corr. m. 1. 28. $ἐτυχε$ Fp.

τὸ Γ σημείον· λέγω, ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν AB , $B\Gamma$ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δις ὑπὸ τῶν AB , $B\Gamma$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓA τετραγώνῳ.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς AB τετράγωνον τὸ
5 $A\Delta EB$ · καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα.

Ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ AH τῷ HE , κοινὸν προσ-
κεῖσθω τὸ ΓZ · ὅλον ἄρα τὸ AZ ὅλῳ τῷ ΓE ἴσον
ἐστίν· τὰ ἄρα AZ , ΓE διπλάσια ἐστὶ τοῦ AZ . ἀλλὰ
τὰ AZ , ΓE ὁ KAM ἐστὶ γνώμων καὶ τὸ ΓZ τετρά-
10 γωνον· ὁ KAM ἄρα γνώμων καὶ τὸ ΓZ διπλάσια
ἐστὶ τοῦ AZ . ἐστὶ δὲ τοῦ AZ διπλάσιον καὶ τὸ δις
ὑπὸ τῶν AB , $B\Gamma$ · ἴση γὰρ ἡ BZ τῇ $B\Gamma$ · ὁ ἄρα
 KAM γνώμων καὶ τὸ ΓZ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ
δις ὑπὸ τῶν AB , $B\Gamma$ κοινὸν προσκεῖσθω τὸ ΔH , ὃ
15 ἐστὶν ἀπὸ τῆς $A\Gamma$ τετράγωνον· ὁ ἄρα KAM γνώμων
καὶ τὰ BH , $H\Delta$ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δις ὑπὸ
τῶν AB , $B\Gamma$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ
τῆς $A\Gamma$ τετραγώνῳ. ἀλλὰ ὁ KAM γνώμων καὶ τὰ
 BH , $H\Delta$ τετράγωνα ὅλον ἐστὶ τὸ $A\Delta EB$ καὶ τὸ ΓZ ,
20 ἃ ἐστὶν ἀπὸ τῶν AB , $B\Gamma$ τετράγωνα· τὰ ἄρα ἀπὸ
τῶν AB , $B\Gamma$ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ [τε] δις ὑπὸ τῶν
 AB , $B\Gamma$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς
 $A\Gamma$ τετραγώνου.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὥς ἔτυχεν, τὸ
25 ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ ἀφ' ἐνὸς τῶν τμημάτων τὰ συν-
αμφότερα τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δις ὑπὸ τῆς ὅλης
καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ
καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ· ὅπερ
ἔδει δεῖξαι.

2. ἐστίν PFV. 3. ΓA] $A\Gamma$ BV. 6. ἐπεὶ οὖν] Pp;
ἐπεὶ BF, V m. 1; καὶ add. V m. 2. 7. ἐστὶν ἴσον p. 8.

η'.

Ἐὰν εὐθεία γραμμὴ τμηθῇ, ὥς ἔτυχεν, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἐνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τε τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος ὥς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Εὐθεία γάρ τις ἡ AB τεμήσθω, ὥς ἔτυχεν, κατὰ τὸ Γ σημείον· λέγω, ὅτι τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν AB , $B\Gamma$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $A\Gamma$ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς AB , $B\Gamma$ ὥς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἐπ' εὐθείας [τῇ AB εὐθείᾳ] ἡ BA , καὶ κείσθω τῇ ΓB ἴση ἡ BA , καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς AA τετραγώνον τὸ $A\Gamma Z A$, καὶ καταγεγράφθω διπλοῦν τὸ σχῆμα.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΓB τῇ BA , ἀλλὰ ἡ μὲν ΓB τῇ HK ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ BA τῇ KN , καὶ ἡ HK ἄρα τῇ KN ἐστὶν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ $ΠP$ τῇ PO ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $B\Gamma$ τῇ BA , ἡ δὲ HK τῇ KN , ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ μὲν ΓK τῷ $K\Delta$, τὸ δὲ HP τῷ PN . ἀλλὰ τὸ ΓK τῷ PN ἐστὶν ἴσον· παραπληρώματα γὰρ τοῦ ΓO παραλληλογράμμου· καὶ τὸ $K\Delta$ ἄρα τῷ HP ἴσον ἐστίν· τὰ τέσσαρα ἄρα τὰ ΔK , ΓK , HP , PN ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. τὰ τέσ-

2. ἔτυχε p. 3. τετράκης V, corr. m. 2. 5. ἐστίν FV.
ἀπὸ τε] BV; τε ἀπὸ Pp; ἀπὸ F. 7. ἀναγραφέντι] -τι
postea add. F. 8. ἔτυχε p. 9. τετράκης V; corr. m. 2.
11. τετραγώνῳ p. ἐστίν V. 13. γάρ] om. F. τῇ AB
εὐθείᾳ] Theon? (BFVp; εὐθείᾳ B); m. rec. P. 14. ἴση τῇ
ΓB P. ΓB] BΓ F. BA] AB V; corr. m. 2. 17. ΓB]
BΓ P. ἀλλ' F. 18. BA] AB V, corr. m. 2. KN]

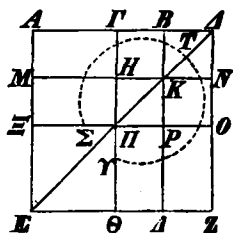
VIII.

Si recta linea utcumque secatur, quadruplum rectangulum tota et alterutra parte comprehensum cum quadrato reliquae partis aequale est quadrato in tota simul cum parte nominata constructo.¹⁾

nam recta AB utcumque secetur in puncto Γ . dico, esse $4 AB \times B\Gamma + A\Gamma^2 = (AB + B\Gamma)^2$.

producatur enim in directum AB , ut fiat $B\Delta$, et ponatur $B\Delta = \Gamma B$, et in AA construat quadratum $AEZ\Delta$, et figura duplex describatur.²⁾

iam quoniam $\Gamma B = B\Delta$, et $\Gamma B = HK$, $B\Delta = KN$, erit etiam $HK = KN$. eadem de causa etiam $HP = PO$. et quoniam $B\Gamma = B\Delta$, $HK = KN$, erit $\Gamma K = K\Delta$, $HP = PN$. uerum $\Gamma K = PN$; nam supplementa sunt parallelogrammi ΓO [I, 43]. quare etiam $K\Delta = HP$. ergo quattuor ΔK , ΓK , HP , PN



VIII. Pappus V p. 428, 21.

1) $4(a+b)a + b^2 = [(a+b) + a]^2$.

2) H. e. ducta diametro ΔE , ducantur BA , $\Gamma\Theta$ rectis ΔZ , AE parallelas, MN et ΣO rectis $A\Delta$, EZ ; u. p. 137 not. 1; sed ibi duae tantum parallelas ducuntur, hic quattuor; quare figura duplex uocatur. .

KH V, corr. m. 2. HK] e corr. V. $\alpha\phi\alpha$] PFp; om. BV. 19. KN] KH V; corr. m. 2. $\kappa\alpha\iota \eta \Pi P$] in ras. V. 20. η] $\eta \mu\epsilon\nu$ Bp. $B\Gamma$] ΓB p. 21. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ PFV. $\kappa\alpha\iota$] om. B. $\mu\epsilon\nu$] om. P. $K\Delta$] $B\Delta$ P; in ras. est in V. 22. PN] (prius) NP Pp. Dein add. $\iota\sigma\sigma\upsilon$ in ras. V. 23. $\gamma\alpha\rho \epsilon\lambda\alpha\iota$ p. 24. $\tau\acute{o}$] corr. ex $\tau\acute{o}\phi$ F. $K\Delta$] $B\Delta$ P. $\alpha\phi\alpha$] supra F. HP] PN p. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ $\iota\sigma\sigma\upsilon$ p. $\tau\acute{\epsilon}\sigma\sigma\alpha\phi\alpha$] om p. $\tau\acute{o}$] om. p. $\tau\acute{o}$ B. 25. ΔK] ΓK Pp. ΓK] in ras. V; $K\Delta$ Pp. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$] $\epsilon\sigma\tau\iota$ Bp; $\epsilon\lambda\alpha\iota$ V.

σαρα ἄρα τετραπλάσια ἐστὶ τοῦ ΓΚ. πάλιν ἐπεὶ ἴση
 ἐστὶν ἡ ΓΒ τῇ ΒΔ, ἀλλὰ ἡ μὲν ΒΔ τῇ ΒΚ, τουτ-
 ἐστὶ τῇ ΓΗ ἴση, ἡ δὲ ΓΒ τῇ ΗΚ, τουτέστι τῇ ΗΠ,
 ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ ΓΗ ἄρα τῇ ΗΠ ἴση ἐστίν. καὶ ἐπεὶ
 5 ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΓΗ τῇ ΗΠ, ἡ δὲ ΠΡ τῇ ΡΟ, ἴσον
 ἐστὶ καὶ τὸ μὲν ΑΗ τῷ ΜΠ, τὸ δὲ ΠΑ τῷ ΡΖ.
 ἀλλὰ τὸ ΜΠ τῷ ΠΑ ἐστὶν ἴσον· παραπληρώματα γάρ
 τοῦ ΜΑ παραλληλογράμμου· καὶ τὸ ΑΗ ἄρα τῷ ΡΖ
 ἴσον ἐστίν· τὰ τέσσαρα ἄρα τὰ ΑΗ, ΜΠ, ΠΑ, ΡΖ
 10 ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· τὰ τέσσαρα ἄρα τοῦ ΑΗ ἐστὶ
 τετραπλάσια. ἐδείχθη δὲ καὶ τὰ τέσσαρα τὰ ΓΚ, ΚΔ,
 ΗΡ, ΡΝ τοῦ ΓΚ τετραπλάσια· τὰ ἄρα ὀκτώ, ἃ περι-
 ἔχει τὸν ΣΤΤ γνώμονα, τετραπλάσια ἐστὶ τοῦ ΑΚ.
 καὶ ἐπεὶ τὸ ΑΚ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ ἐστίν· ἴση γάρ
 15 ἡ ΒΚ τῇ ΒΔ· τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ
 τετραπλάσιόν ἐστὶ τοῦ ΑΚ. ἐδείχθη δὲ τοῦ ΑΚ τε-
 τραπλάσιος καὶ ὁ ΣΤΤ γνώμων· τὸ ἄρα τετράκις
 ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ΣΤΤ γνώμονι. κοι-
 νὸν προσκεισθῶ τὸ ΞΘ, ὃ ἐστὶν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ
 20 τετραγώνῳ· τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ περι-
 εχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ τετραγώνου
 ἴσον ἐστὶ τῷ ΣΤΤ γνώμονι καὶ τῷ ΞΘ. ἀλλὰ ὁ ΣΤΤ
 γνώμων καὶ τὸ ΞΘ ὅλον ἐστὶ τὸ ΑΕΖΔ τετράγωνον,
 ὃ ἐστὶν ἀπὸ τῆς ΑΔ· τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ,
 25 ΒΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΑΔ τετρα-
 γώνῳ· ἴση δὲ ἡ ΒΔ τῇ ΒΓ. τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν
 ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ
 τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ, τουτέστι τῷ
 ἀπὸ τῆς ΑΒ καὶ ΒΓ ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

1. ἐστὶ] ἐστὶν ΡV; εἰσι p. 2. ΓΒ] ΒΓ F. ἀλλ' F.
 ΒΚ] supra scr. Δ m. 2 V; mg. ἡ ΒΓ ἄρα τῇ ΓΗ ἐστὶν ἴση V.

inter se aequalia sunt. ergo

$$\Delta K + \Gamma K + HP + PN = 4 \Gamma K.$$

rursus quoniam $\Gamma B = B\Delta$ et $B\Delta = BK = \Gamma H$ et $\Gamma B = HK = H\Pi$, erit etiam $\Gamma H = H\Pi$. et quoniam $\Gamma H = H\Pi$ et $\Pi P = PO$, erit etiam $AH = M\Pi$ [I, 36] et $\Pi A = PZ$ [id.]. uerum $M\Pi = \Pi A$; nam supplementa sunt parallelogrammi MA [I, 43]. quare etiam $AH = PZ$. itaque quattuor $AH, M\Pi, \Pi A, PZ$ inter se aequalia sunt. quare $AH + M\Pi + \Pi A + PZ = 4AH$. sed demonstratum est etiam

$$\Gamma K + K\Delta + HP + PN = 4 \Gamma K.$$

ergo octo spatia gnomonem ΣTT efficientia $= 4 AK$. et quoniam $AK = AB \times B\Delta$ (nam $BK = B\Delta$), erit $4 AB \times B\Delta = 4 AK$. sed demonstratum est etiam $\Sigma TT = 4 AK$. quare $4 AB \times B\Delta = \Sigma TT$. commune adiiciatur $\Xi\Theta$, quod aequale est $A\Gamma^2$. itaque $4 AB \times B\Delta + A\Gamma^2 = \Sigma TT + \Xi\Theta$. sed

$$\Sigma TT + \Xi\Theta = AEZ\Delta = A\Delta^2.$$

itaque $4 AB \times B\Delta + A\Gamma^2 = A\Delta^2$. sed $B\Delta = B\Gamma$. itaque $4 AB \times B\Gamma + A\Gamma^2 = A\Delta^2 = (AB + B\Gamma)^2$.

3. ΓH] H eras. V. $\iota\sigma\eta$] PF, $\iota\sigma\eta$ $\epsilon\sigma\tau\iota\iota\nu$ B, $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ $\iota\sigma\eta$ p et in ras. V. $\tau\omicron\upsilon\tau\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ $\tau\eta$ $H\Pi$ $\iota\sigma\eta$ $\epsilon\sigma\tau\iota$ mg. m. 2 V. $\tau\omicron\upsilon\tau\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ B. 4. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ $\iota\sigma\eta$ Vp. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$] (alt.) $\epsilon\sigma\tau\iota$ B. 6. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ PV. $\mu\acute{\epsilon}\nu$] om. P. 9. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ $\iota\sigma\sigma\eta$ Vp. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$] F; $\epsilon\sigma\tau\iota$ PB. $\tau\acute{\alpha}$] (alt.) $\tau\omicron$ P. 10. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ $\epsilon\iota\sigma\iota$ V; $\epsilon\sigma\tau\iota$ B. $\tau\epsilon\tau\alpha\pi\lambda\acute{\alpha}\sigma\iota\alpha$ $\epsilon\sigma\tau\iota$ $\tau\omicron\upsilon$ AH p; $\tau\omicron\upsilon$ AH $\tau\epsilon\tau\alpha\pi\lambda\acute{\alpha}\sigma\iota\alpha$ $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ P. 12. $\hat{\alpha}$ $\pi\epsilon\tau\epsilon\iota\chi\omicron\upsilon\sigma\iota$ p; $\hat{\alpha}\pi\epsilon\sigma$ $\epsilon\chi\epsilon\iota$ F. 13. $\gamma\acute{\nu}\omega\mu\omicron\nu\alpha$ $\tau\acute{\alpha}$ FV. $\epsilon\sigma\tau\iota$] $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ P; om. V. AK $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ V. 14. $\hat{\omicron}\pi\acute{\omicron}$] $\hat{\alpha}\pi\acute{\omicron}$ F. $B\Delta$] BK P. $\gamma\acute{\alpha}\rho$] $\gamma\acute{\alpha}\rho$ $\kappa\alpha\iota$ V. 15. BK] KB P. 16. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ PV; om. B. AK $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ B. $\tau\epsilon\tau\alpha\pi\lambda\acute{\alpha}\sigma\iota\omega\nu$ p. 18. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ V. $\tau\hat{\omega}\pi$] corr. ex $\tau\hat{\omicron}$ m. 2 B. 21. $A\Gamma$] PB, F m. 1; $\tau\eta\varsigma$ $A\Gamma$ Vp, m. 2 F. 22. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ FV. $\tau\hat{\omega}\pi$] (alt.) corr. ex $\tau\omicron$ F. $\hat{\alpha}\lambda\lambda\prime$ F. 23. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ PFV. 25. $A\Gamma$] $\tau\eta\varsigma$ $A\Gamma$ p. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ V. $A\Delta$] $\tau\eta\varsigma$ $A\Delta$ Vp. 27. $B\Gamma$] $B\Delta$ B, corr. m. 2. $A\Gamma$] $\tau\eta\varsigma$ $A\Gamma$ Vp, $\tau\eta\varsigma$ ϕ . 28. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ PV. $\tau\omicron\upsilon\tau\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ V. 29. $\kappa\alpha\iota$] om. p.

Ἐὰν ἄρα εὐθεία γραμμὴ τμηθῇ, ὥς ἐτυχεν, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἐνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τε τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος ὥς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων
10 τετράγωνα διπλάσιά ἐστὶ τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου.

Εὐθεία γάρ τις ἡ AB τετμησθῶ εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ , εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ . λέγω, ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν
15 $A\Delta$, ΔB τετράγωνα διπλάσιά ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν $A\Gamma$, $\Gamma\Delta$ τετραγώνων.

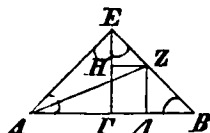
Ἦχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Γ τῇ AB πρὸς ὀρθὰς ἡ ΓE , καὶ κείσθω ἴση ἐκατέρᾳ τῶν $A\Gamma$, ΓB , καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ EA , EB , καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ τῇ $E\Gamma$ παρ-
20 ἄλληλος ἦχθω ἡ ΔZ , διὰ δὲ τοῦ Z τῇ AB ἡ ZH , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ AZ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $A\Gamma$ τῇ ΓE , ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ EAG γωνία τῇ ὑπὸ AEG . καὶ ἐπεὶ ὀρθὴ ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ Γ , λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ EAG , AEG μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσὶν· καὶ εἰσὶν ἴσαι· ἡμί-
25 σεια ἄρα ὀρθῆς ἐστὶν ἐκατέρα τῶν ὑπὸ GEA , $ΓAE$.

1. ἐὰν ἄρα — 6. τετραγώνῳ] om. p. 1. ἐτυχε V. 2. τε-
τράκις] mg. m. 2 V. 4. ἐστὶν F. ἀπὸ τε] τε ἀπὸ PBV,
ἀπὸ F. 5. προεξημένου P. 9. εἰς ἄνισα p. 10. ἐστὶν
FV. τε] postea add. m. 2 F. ἡμισείας] corr. ex μεταξὺ
m. 2 F. 11. καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ] om. F; corr. m. rec.,
sed euan. 15. ἐστὶν V. ἀπὸ τῶν] om. F. 18. τῶν] in

Ergo si recta linea utcunque secatur, quadruplum rectangulum tota et alterutra parte comprehensum cum quadrato reliquae partis aequale est quadrato in tota simul cum parte nominata descripto; quod erat demonstrandum.

IX.

Si recta linea in partes aequales et inaequales secatur, quadrata in partibus inaequalibus totius descripta duplo maiora sunt quadrato dimidia cum quadrato rectae inter sectiones positae.¹⁾



nam recta aliqua AB in aequales partes secetur in Γ , in inaequales uero in Δ . dico, esse

$$A\Delta^2 + \Delta B^2 = 2(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2).$$

ducatur enim a Γ ad rectam AB perpendicularis ΓE [I, 11], et ponatur aequalis utrique $A\Gamma$, ΓB , et ducantur EA , EB , et per Δ rectae EF parallela ducatur ΔZ , per Z autem rectae AB parallela ZH , et ducatur AZ . et quoniam $A\Gamma = \Gamma E$, erit etiam $\angle EAG = \angle AEG$ [I, 5]. et quoniam angulus ad Γ situs rectus est, reliqui $EAG + \angle AEG$ uni recto aequales erunt [I, 32]. et sunt aequales. itaque uterque angulus

IX. Boetius p. 386, 3.

$$1) a^2 + b^2 = 2 \left[\left(\frac{a+b}{2} \right)^2 + \left(\frac{a+b}{2} - b \right)^2 \right].$$

ras. FV. ΓB] B eras. V, B e corr. F. 19. EA] AE P.
 20. AB] PBF ; AB παράλληλος ἤχθω Vp. ἡ ZH] om. F
 (lacun. 4—5 litt.). 22. $\epsilon\sigma\tau\iota$] $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ PFV. $EA\Gamma$] E
 supra scr. m. 1 V. $\gamma\omega\nu\lambda\alpha$] om. p. $AE\Gamma$] ΓEA p. 23.
 $\tau\tilde{\omega}$] $\tau\acute{o}$ F, corr. m. 2. 24. $\epsilon\lambda\sigma\iota\nu$] (prius) $\epsilon\lambda\sigma\iota$ BVp. 25. $\epsilon\kappa\alpha$
 $\tau\epsilon\rho\alpha$ (in ras. V) $\alpha\rho\alpha$ $\tau\acute{\omega}\nu$ $\epsilon\pi\acute{o}$ $AE\Gamma$, $EA\Gamma$ ἡμίσειά $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ $\delta\epsilon$
 $\theta\eta\varsigma$ Vp.

διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρω τῶν ὑπὸ ΓΕΒ, ΕΒΓ
 ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΕΒ ὀρθή
 ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΗΕΖ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς,
 ὀρθή δὲ ἡ ὑπὸ ΕΗΖ· ἴση γάρ ἐστι τῇ ἐντὸς καὶ
 5 ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΕΓΒ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΖΗ
 ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ἴση ἄρα [ἐστίν] ἡ ὑπὸ ΗΕΖ
 γωνία τῇ ὑπὸ ΕΖΗ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΕΗ τῇ ΗΖ
 ἐστίν ἴση. πάλιν ἐπεὶ ἡ πρὸς τῷ Β γωνία ἡμίσειά
 ἐστίν ὀρθῆς, ὀρθή δὲ ἡ ὑπὸ ΖΑΒ· ἴση γὰρ πάλιν
 10 ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΕΓΒ· λοιπὴ
 ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΖΔ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ἴση ἄρα ἡ
 πρὸς τῷ Β γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΒ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ
 ΖΔ πλευρᾷ τῇ ΔΒ ἐστίν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ
 ΑΓ τῇ ΓΕ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ ΑΓ τῷ ἀπὸ ΓΕ·
 15 τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΕ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι
 τοῦ ἀπὸ ΑΓ. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΕ ἴσον ἐστὶ
 τὸ ἀπὸ τῆς ΕΑ τετράγωνον· ὀρθή γὰρ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ
 γωνία· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΑ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ
 τῆς ΑΓ. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΗ τῇ ΗΖ, ἴσον
 20 καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΖ· τὰ ἄρα ἀπὸ
 τῶν ΕΗ, ΗΖ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς
 ΗΖ τετραγώνου. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΕΗ, ΗΖ τετρα-
 γώνοις ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ τετράγωνον· τὸ ἄρα
 ἀπὸ τῆς ΕΖ τετράγωνον διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς
 25 ΗΖ. ἴση δὲ ἡ ΗΖ τῇ ΓΔ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΖ δι-
 πλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ἀπὸ
 τῆς ΕΑ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ· τὰ ἄρα ἀπὸ
 τῶν ΑΕ, ΕΖ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν

1. διὰ τὰ — 2. ὀρθῆς] mg. in ras. V. 1. ὑπό] supra m. 2
 F. ΕΒΓ, ΓΕΒ p. 4. ἐστίν P; comp. supra V. 5. ἀπεναν-
 τίας p. 6. ἐστίν] om. P. 7. ΕΗ] ΗΕ p. τῇ] πλευρᾷ τῇ
 Vp; πλευρᾷ add. mg. m. 1 F. 9. πάλιν ἐστὶ] ἐστὶ πάλιν P; ἐστὶ

ΓEA , ΓAE dimidius recti est. eadem de causa etiam uterque angulus ΓEB , $EB\Gamma$ dimidius est recti. quare $\angle AEB$ rectus est. et quoniam $\angle HEZ$ dimidius est recti, rectus autem est EHZ (nam aequalis est angulo interiori et opposito $E\Gamma B$ [I, 29]), reliquus $\angle EZH$ dimidius est recti. ergo $\angle HEZ = EZH$. quare etiam $EH = HZ$ [I, 6]. rursus quoniam angulus ad B situs dimidius est recti, angulus autem ZAB rectus (nam rursus angulo interiori et opposito $E\Gamma B$ aequalis est [I, 29]), erit reliquus angulus BZA dimidius recti. itaque angulus ad B situs aequalis est angulo AZB . quare etiam $ZA = AB$ [I, 6]. et quoniam $A\Gamma = \Gamma E$, erit etiam $A\Gamma^2 = \Gamma E^2$. itaque $A\Gamma^2 + \Gamma E^2 = 2 A\Gamma^2$. sed $EA^2 = A\Gamma^2 + \Gamma E^2$ (nam $\angle AGE$ rectus est) [I, 47]. itaque $EA^2 = 2 A\Gamma^2$. rursus quoniam $EH = HZ$, erit etiam $EH^2 = HZ^2$. quare $EH^2 + HZ^2 = 2 HZ^2$. uerum $EZ^2 = EH^2 + HZ^2$ [I, 47]. itaque $EZ^2 = 2 HZ^2$. sed $HZ = \Gamma A$ [I, 34]. itaque $EZ^2 = 2 \Gamma A^2$. uerum etiam $EA^2 = 2 A\Gamma^2$. itaque $AE^2 + EZ^2 = 2 (A\Gamma^2 + \Gamma A^2)$. sed $AZ^2 = AE^2 + EZ^2$

supra F. 11. BZA] AZB P. 12. AZB] BZA p. 13. ZA] PF; AZ BVp. 14. $\epsilon\sigma\tau\iota$] om. B, supra F. $A\Gamma$] PB, F m. 1; $\tau\eta\varsigma A\Gamma$ Vp, F m. 2 (ΓA , sed corr.). ΓE] $\tau\eta\varsigma \Gamma E$ Vp, F m. 2. 15. $\tau\alpha \acute{\alpha}\rho\alpha \acute{\alpha}\nu\theta \tau\omega\varsigma A\Gamma$] $\tau\epsilon\tau\rho\acute{\alpha}\gamma\omega\sigma\iota\nu$ seq. lac. 8 litt. ϕ . $\tau\omega\varsigma$] $\tau\eta\varsigma$ comp. p. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ V. 16. $A\Gamma$] $\tau\eta\varsigma A\Gamma$ Vp, F m. 2. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ FV. 17. $\tau\acute{o}$] om. F. EA] AE Pp. 18. $\acute{\alpha}\nu\theta$] $\acute{\epsilon}\nu\theta$ ϕ (non F). EA] AE P et V m. 1. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ PV. 19. $\tau\eta\varsigma$] om. P. EH] in ras. V. $\iota\sigma\sigma\upsilon$] PBF; $\iota\sigma\sigma\upsilon$ $\epsilon\sigma\tau\iota$ Vp. 20. EH] HE P et F, sed corr. 21. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ V. 23. $\epsilon\sigma\tau\iota$] supra V. $\tau\epsilon\tau\rho\acute{\alpha}\gamma\omega\sigma\iota\nu$] PF; om. BVp. 24. $\tau\epsilon\tau\rho\acute{\alpha}\gamma\omega\sigma\iota\nu$] punctus del. P. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ V. 25. HZ] Z in ras. m. 2 V. $\iota\sigma\eta \delta\epsilon$ — 26. ΓA] mg. m. 2 V. $\iota\sigma\eta \delta\epsilon \eta HZ \tau\eta \Gamma A$] $\acute{\alpha}\lambda\lambda\alpha \tau\acute{o} \acute{\alpha}\nu\theta \tau\eta\varsigma HZ \iota\sigma\sigma\upsilon \epsilon\sigma\tau\iota \tau\omega \acute{\alpha}\nu\theta \tau\eta\varsigma \Gamma A$ P. 26. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ V. 27. EA] in ras. V; AE p. $\tau\omega\upsilon$] $\epsilon\sigma\tau\iota$ (comp.) $\tau\omega\upsilon \phi$. 28. AE] inter A et E ras. 1 litt. F. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ V.

- $ΑΓ$, $ΓΔ$ τετραγώνων. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν $ΑΕ$, $ΕΖ$ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΖ$ τετράγωνον· ὁρθὴ γάρ ἐστιν ἡ ὑπὸ $ΑΕΖ$ γωνία· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς $ΑΖ$ τετράγωνον διπλάσιόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν $ΑΓ$, $ΓΔ$. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς $ΑΖ$ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν $ΑΔ$, $ΔΖ$ · ὁρθὴ γάρ ἡ πρὸς τῷ $Δ$ γωνία· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν $ΑΔ$, $ΔΖ$ διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν $ΑΓ$, $ΓΔ$ τετραγώνων. ἴση δὲ ἡ $ΔΖ$ τῇ $ΔΒ$ · τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν $ΑΔ$, $ΔΒ$ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν $ΑΓ$, $ΓΔ$ τετραγώνων.
- 10 Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ι'.

- 15 Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δὲ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης τὰ συναμφότερα τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης ὥς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου.

Εὐθεῖα γάρ τις ἡ $ΑΒ$ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ $Γ$, προσκείσθω δὲ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας ἡ $ΒΔ$ · λέγω, ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν $ΑΔ$, $ΔΒ$ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν $ΑΓ$, $ΓΔ$ τετραγώνων.

Ἦχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ $Γ$ σημείου τῇ $ΑΒ$ πρὸς ὁρθὰς

2. ἐστίν V. τετράγωνον] om. p. ἐστίν] om. B, supra m. 1 F. 4. ἐστίν V. τῶν] (alt.) τῆς BF. 5. ἴσα ἐστὶ p. $ΔΖ$] corr. ex $ΑΖ$ F. 7. ἐστίν FV. τῶν ἀπὸ] om. F.

ἡ ΓΕ, καὶ κείσθω ἴση ἑκατέρω τῶν ΑΓ, ΓΒ, καὶ
 ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΕΑ, ΕΒ· καὶ διὰ μὲν τοῦ Ε τῇ
 ΑΔ. παράλληλος ἦχθω ἡ ΕΖ, διὰ δὲ τοῦ Δ τῇ ΓΕ
 παράλληλος ἦχθω ἡ ΖΔ. καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους
 5 εὐθείας τὰς ΕΓ, ΖΔ εὐθεῖά τις ἐνέπεσεν ἡ ΕΖ, αἱ
 ὑπὸ ΓΕΖ, ΕΖΔ ἄρα δυὸν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν· αἱ
 ἄρα ὑπὸ ΖΕΒ, ΕΖΔ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες εἰσιν· αἱ
 δὲ ἀπ' ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν ἐκβαλλόμεναι συμπί-
 πτουσιν· αἱ ἄρα ΕΒ, ΖΔ ἐκβαλλόμεναι ἐπὶ τὰ Β, Δ
 10 μέρη συμπεσούνται. ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτω-
 σαν κατὰ τὸ Η, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΑΗ. καὶ ἐπεὶ ἴση
 ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΕ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΑΓ
 τῇ ὑπὸ ΑΕΓ· καὶ ὀρθὴ ἡ πρὸς τῷ Γ· ἡμίσεια ἄρα
 ὀρθῆς [ἐστὶν] ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΕΑΓ, ΑΕΓ. διὰ τὰ
 15 αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΓΕΒ, ΕΒΓ ἡμίσειά
 ἐστὶν ὀρθῆς· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΕΒ. καὶ ἐπεὶ
 ἡμίσεια ὀρθῆς ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΒΓ, ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς
 καὶ ἡ ὑπὸ ΔΒΗ. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΔΗ ὀρθή·
 ἴση γάρ ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΔΓΕ· ἐναλλάξ γάρ· λοιπὴ ἄρα
 20 ἡ ὑπὸ ΔΗΒ ἡμίσειά ἐστὶν ὀρθῆς· ἡ ἄρα ὑπὸ ΔΗΒ
 τῇ ὑπὸ ΔΒΗ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΒΔ
 πλευρᾷ τῇ ΗΔ ἐστὶν ἴση. πάλιν, ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΕΗΖ
 ἡμίσειά ἐστὶν ὀρθῆς, ὀρθὴ δὲ ἡ πρὸς τῷ Ζ· ἴση γάρ
 ἐστὶ τῇ ἀπεναντίον τῇ πρὸς τῷ Γ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ
 25 ΖΕΗ ἡμίσειά ἐστὶν ὀρθῆς· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΗΖ
 γωνία τῇ ὑπὸ ΖΕΗ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΗΖ πλευρᾷ

3. τοῦ Δ τῇ ΓΕ] τοῦ Δ ΓΕ φ. ΓΕ] ΓΕ πάλιν P.

4. ΖΔ] PF; ΔΖ BVp. 5. ΕΓ, ΖΔ] in ras. V, ΓΕ, ΔΖ p.

7. ΖΕΒ] in ras. m. 2 F. ΕΖΔ] Δ in ras. V. ἐλάττωτες

p. 8. ἀπ'] PV; ἀπό BFp. 12. ἐστὶν PV. ΕΑΓ] PB,

in ras. V; ΑΕΓ p, in ras. F. 13. ΑΕΓ] PB, in ras. V;

ΕΑΓ Fp. 14. ἐστὶν] om. P, supra F. 16. ΑΕΒ] EB et

dicularis ΓE , et ponatur utrique $A\Gamma$, ΓB aequalis, et ducantur EA , EB . et per E rectae AA parallela ducatur EZ , per Δ autem rectae ΓE parallela ducatur $Z\Delta$. et quoniam in rectas parallelas $E\Gamma$, $Z\Delta$ recta aliqua incidit EZ , anguli $\Gamma EZ + EZ\Delta$ duobus rectis aequales sunt [I, 29]. itaque $ZEB + EZ\Delta$ duobus rectis minores sunt. quae autem ex angulis minoribus, quam sunt duo recti, educuntur rectae, concurrunt [alt. 5]. itaque EB , $Z\Delta$ ad partes B , Δ educatae concurrent. educantur et concurrant in H , et ducatur AH . et quoniam $A\Gamma = \Gamma E$, erit $\angle EAG = \angle AEF$ [I, 5]. et angulus ad Γ positus rectus est. itaque uterque angulus EAG , AEG dimidius est recti [I, 32]. eadem de causa etiam uterque angulus ΓEB , $EB\Gamma$ dimidius est recti. ergo $\angle AEB$ rectus est. et quoniam $\angle EB\Gamma$ dimidius recti est, etiam $\angle ABH$ dimidius est recti [I, 15]. sed $\angle B\Delta H$ rectus est; nam aequalis est angulo $\Delta\Gamma E$ (alternus enim est) [I, 29]. itaque qui relinquitur angulus ΔHB dimidius est recti. erit igitur $\angle \Delta HB = \angle BH\Delta$; quare etiam $B\Delta = H\Delta$ [I, 6]. rursus quoniam $\angle EHZ$ dimidius recti est et angulus ad Z positus rectus (nam aequalis est opposito angulo ad Γ [I, 34]), erit, qui relinquitur, angulus ZEH dimidius recti [I, 32]. itaque $\angle EHZ = \angle ZEH$. quare etiam $HZ = EZ$ [I, 6]. et quoniam

inter has litt. 1 litt. eras. F. 17. $\alpha\theta\alpha$] $\alpha\theta\alpha$ $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ p et supra F. 18. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ V. $\kappa\alpha\iota$] om. p. 19. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ V. $\gamma\acute{\alpha}\rho$] supra m. 2 F. 20. ΔHB] ΔBH V, corr. m. 2. $\eta\mu\iota\sigma\iota\sigma\iota\alpha$ — ΔHB] om. P. ΔHB] litt. HB e corr. V. 21. ΔBH] H e corr. V. $\iota\sigma\eta$ $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ p. $B\Delta$] ΔB p. 22. $H\Delta$] ΔH Pp. 24. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ PFV. 25. EHZ] ZEH p. 26. ZEH] EHZ p. HZ] in ras. m. 2 V; ZE p et F m. 2.

- τῇ EZ ἔστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ [$ἴση$ ἔστιν ἡ $ΕΓ$ τῇ $ΓΑ$,]
 $ἴσων$ ἔστι [$καὶ$] τὸ ἀπὸ τῆς $ΕΓ$ τετραγώνου τῷ ἀπὸ
 τῆς $ΓΑ$ τετραγώνου· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν $ΕΓ$, $ΓΑ$ τετρα-
 γωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς $ΓΑ$ τετραγώνου.
 5 τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν $ΕΓ$, $ΓΑ$ ἴσων ἔστι τὸ ἀπὸ τῆς $ΕΑ$.
 τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς $ΕΑ$ τετραγώνου διπλάσιόν ἐστι τοῦ
 ἀπὸ τῆς $ΑΓ$ τετραγώνου. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἔστιν ἡ
 ZH τῇ EZ , ἴσων ἔστι καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ZH τῷ ἀπὸ
 τῆς ZE . τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν HZ , ZE διπλάσιά ἐστι
 10 τοῦ ἀπὸ τῆς EZ . τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν HZ , ZE ἴσων
 ἔστι τὸ ἀπὸ τῆς $ΕΗ$. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς $ΕΗ$ διπλάσιόν
 ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς EZ . ἴση δὲ ἡ EZ τῇ $ΓΔ$. τὸ ἄρα
 ἀπὸ τῆς $ΕΗ$ τετραγώνου διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς
 $ΓΔ$. ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΕΑ$ διπλάσιον τοῦ
 15 ἀπὸ τῆς $ΑΓ$. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν $ΑΕ$, $ΕΗ$ τετραγωνα
 διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν $ΑΓ$, $ΓΔ$ τετραγώνων.
 τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν $ΑΕ$, $ΕΗ$ τετραγώνοις ἴσων ἔστι τὸ
 ἀπὸ τῆς $ΑΗ$ τετραγώνου· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς $ΑΗ$ δι-
 πλάσιόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν $ΑΓ$, $ΓΔ$. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς
 20 $ΑΗ$ ἴσα ἔστι τὰ ἀπὸ τῶν $ΑΔ$, $ΔΗ$. τὰ ἄρα ἀπὸ
 τῶν $ΑΔ$, $ΔΗ$ [τετραγωνα] διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ
 τῶν $ΑΓ$, $ΓΔ$ [τετραγώνων]. ἴση δὲ ἡ $ΔΗ$ τῇ $ΔΒ$.
 τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν $ΑΔ$, $ΔΒ$ [τετραγωνα] διπλάσιά ἐστι
 τῶν ἀπὸ τῶν $ΑΓ$, $ΓΔ$ τετραγώνων.
 25 Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ
 τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν
 τῇ προσκειμένῃ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης τὰ συν-
 αμφότερα τετραγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς

1. EZ] ZE P; ZH p et F m. 2. ἴση ἔστιν ἡ $ΕΓ$ τῇ
 $ΓΑ$] om. P. $ΕΓ$] $ΑΓ$ p. $ΓΔ$] in ras. m. 2 V; $ΓΕ$ p.
 2. ἔστιν V. καί] om. P. τῆς] om. P. $ΕΓ$] E in ras.

$EG^2 = GA^2$, erunt $EG^2 + GA^2 = 2GA^2$. sed

$$EA^2 = EG^2 + GA^2 \text{ [I, 47].}$$

itaque $EA^2 = 2AG^2$. rursus quoniam $ZH = EZ$, erit $ZH^2 = ZE^2$. itaque $HZ^2 + ZE^2 = 2EZ^2$. sed $EH^2 = HZ^2 + ZE^2$ [I, 47]. itaque $EH^2 = 2EZ^2$. uerum $EZ = GA$ [I, 34]. ergo $EH^2 = 2GA^2$. et demonstratum est etiam $EA^2 = 2AG^2$. itaque

$$AE^2 + EH^2 = 2(AG^2 + GA^2).$$

sed $AH^2 = AE^2 + EH^2$ [I, 47]. itaque

$$AH^2 = 2(AG^2 + GA^2).$$

sed $AH^2 = AD^2 + DH^2$ [id.]. ergo

$$AD^2 + DH^2 = 2(AG^2 + GA^2).$$

uerum $DH = DB$. itaque

$$AD^2 + DB^2 = 2(AG^2 + GA^2).$$

Ergo si recta linea in duas partes aequales secatur, et alia recta ei in directum adiicitur, quadratum totius simul cum adiecta et quadratum adiectae simul

V; AG p. τετράγωνον] om. p. 3. GA] GE p. τετράγωνον] om. p. AG , GE p. τετράγωνα] om. p. 4. GA] corr. ex AG V; AG p. 5. EG , GA] AG , GE p. EA] AE P; AE τετράγωνον p. 6. τῆς] τῶν F. EA τετράγωνον] AE p. ἔστιν V. 8. ZH] PF , V m. 2; HZ B, V m. 1; EZ p. EZ] ZE P; ZH p. ZH] HZ P, EZ p; ZH τετράγωνον V et m. 2 F (comp.). 9. ZE] ZH p, ZE τετράγωνον V et F m. 2 (comp.). HZ] PF , V m. 1; ZH B, V m. 2; EZ p. ZE] ZH τετράγωνα p. ἔστιν V. 10. EZ , ZH p. 11. EH τετράγωνον Vp, comp. supra F. 12. ἔστιν V. 13. τετράγωνον] om. p. ἔστιν V. 14. EA] corr. ex EA m. 1 P; AE p. 15. $\alpha\pi\omicron$] ϕ , seq. - $\mu\omicron$ m. 1 (del. ϕ). EH] HE F. τετράγωνα] om. p. 16. ἔστιν V. τετράγωνον] om. p. 17. τετράγωνοις] om. p. ἔστιν V. 18. τετράγωνον] om. p. 19. ἔστιν V. 20. ἔστιν V. 21. τετράγωνα] om. P. διπλασίον ϕ (non F). ἔστιν V. 22. GA] in ras. V. τετράγωνον] om. P. 23. τετράγωνα] P; om. BFVp. ἔστιν V. 26. ἄλλης ϕ . 27. τὸ ἀπό] om. PB; m. 2 insert. F. 28. ἔστιν V.

ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης ὥς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια'.

6 Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἐτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Ἐστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ AB . δεῖ δὴ τὴν AB
10 τεμεῖν ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἐτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς AB τετράγωνον τὸ $AB\Delta\Gamma$, καὶ τεμήσθω ἡ $A\Gamma$ δίχα κατὰ τὸ E ση-
15 μεῖον, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ BE , καὶ διήχθω ἡ ΓA ἐπὶ τὸ Z , καὶ κείσθω τῇ BE ἴση ἡ EZ , καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς AZ τετράγωνον τὸ $Z\Theta$, καὶ διήχθω ἡ $H\Theta$ ἐπὶ τὸ K . λέγω, ὅτι ἡ AB τέτμηται κατὰ τὸ Θ , ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν AB , $B\Theta$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον
20 ποιεῖν τῷ ἀπὸ τῆς $A\Theta$ τετραγώνῳ.

Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ $A\Gamma$ τέτμηται δίχα κατὰ τὸ E , πρόσκειται δὲ αὐτῇ ἡ ZA , τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓZ , ZA περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς AE τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς EZ τετραγώνῳ. ἴση
25 δὲ ἡ EZ τῇ EB . τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓZ , ZA μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς AE ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ EB . ἀλλὰ τῷ ἀπὸ

2. ἀναγραφέντος τετραγώνου] corr. ex ἀναγραφέντι τετραγώνῳ m. 1 P. Prop. XI cum praecedenti coniunxit V; corr. et numerum add. m. 2. 5. -σαν εὐθεῖ- in ras. p. 6. τμημάτων] seq. ras. 3 litt. V. 8. τετραγώνου F. 14. $AB\Delta\Gamma$]

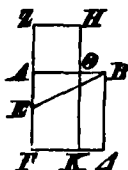
sumpta duplo maiora sunt quadrato dimidia et quadrato rectae ex dimidia et adiecta compositae; quod erat demonstrandum.

XI.

Datam rectam ita secare, ut rectangulum tota et alterutra parte comprehensum quadrato reliquae partis aequale sit.

Sit data recta AB . oportet igitur rectam AB ita secare, ut rectangulum tota et alterutra parte comprehensum quadrato reliquae partis aequale sit.

construatur enim in AB quadratum $AB\Gamma$ [I, 46], et $A\Gamma$ in duas partes aequales secetur in puncto E ,



et ducatur BE , et ΓA ad Z educatur, et ponatur $EZ = BE$, et construatur in AZ quadratum $Z\Theta$ [id.], et educatur $H\Theta$ ad K . dico, rectam AB ita sectam esse in Θ , ut faciat $AB \times B\Theta = A\Theta^2$.

nam quoniam recta $A\Gamma$ in duas partes aequales secta est in E , et ei adiecta est ZA , erit

$$\Gamma Z \times ZA + AE^2 = EZ^2 \text{ [prop. VI].}$$

sed $EZ = EB$. itaque $\Gamma Z \times ZA + AE^2 = EB^2$.

XI. Boetius p. 386, 15.

$AB\Gamma\Delta$ B, AB , insertis $\Gamma\Delta$ m. 2 F, $A\Gamma\Delta B$ p. 17. $Z\Theta$ $ZH\Theta A$ p; in FV post Z et post Θ 1 litt. eras. $\delta\iota\chi\theta\omega$ $\delta\iota$. supra m. 2 F. 20. $\pi\alpha\iota\epsilon\iota\nu$ PF; $\epsilon\iota\nu\alpha\iota$ Bp et post ras. 2 litt. V. $\tau\omega$ mg. m. 2 p. 24. $\epsilon\sigma\tau\iota$ comp. supra m. 1 V. $\alpha\pi\acute{o}$ φ , seq. $\pi\acute{o}$ m. 1. EZ in ras. F. 25. ΓZ , ZA in ras. F. seq. $\delta\epsilon\theta\omega\gamma\acute{\omega}\nu\varphi$ φ , quod cum seq. $\mu\epsilon\tau\acute{\alpha}$ in mg. transit. $\mu\epsilon\tau\acute{\alpha}$ PB et sine dubio F m. 1; $\pi\epsilon\pi\epsilon\chi\acute{o}\mu\epsilon\nu\varphi$ $\delta\epsilon\theta\omega\gamma\acute{\omega}\nu\varphi$ $\mu\epsilon\tau\acute{\alpha}$ Vp, et P m. 2. 26. $\alpha\pi\acute{o}$ $\tau\eta\varsigma$ om. P. AE $\tau\epsilon\tau\epsilon\pi\alpha\gamma\acute{\omega}\nu\varphi$ Vp, F m. 2. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ V. EB PB, $\tau\eta\varsigma$ EB F, $\tau\epsilon\tau\epsilon\pi\alpha\gamma\acute{\omega}\nu\varphi$ add. m. 2; $\tau\eta\varsigma$ EB $\tau\epsilon\tau\epsilon\pi\alpha\gamma\acute{\omega}\nu\varphi$ Vp.

EB ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν BA , AE . ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ A γωνία· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓZ , ZA μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς AE ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν BA , AE . κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς AE . λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΓZ , ZA περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς AB τετραγώνῳ. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΓZ , ZA τὸ ZK . ἴση γὰρ ἡ AZ τῇ ZH . τὸ δὲ ἀπὸ τῆς AB τὸ AD . τὸ ἄρα ZK ἴσον ἐστὶ τῷ AD . κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ AK . λοιπὸν ἄρα τὸ $Z\Theta$ τῷ ΘA ἴσον ἐστίν. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ΘA τὸ ὑπὸ τῶν AB , $B\Theta$. ἴση γὰρ ἡ AB τῇ BA . τὸ δὲ $Z\Theta$ τὸ ἀπὸ τῆς $A\Theta$. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν AB , $B\Theta$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΘA τετραγώνῳ.

Ἡ ἄρα δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ AB τέτμηται κατὰ τὸ Θ ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν AB , $B\Theta$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ποιεῖν τῷ ἀπὸ τῆς ΘA τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιβ'.

Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτείνουσας πλευρᾶς τετραγώνον μετξόν ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων τῷ περιεχομένῳ δις ὑπὸ τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνία.

Ἔστω ἀμβλυγώνιον τρίγωνον τὸ $AB\Gamma$ ἀμβλεῖαν

1. τῆς EB Vp, F m. 2 (EB corr. ex EA). ἐστίν V.
3. ἐστίν V, comp. supra F. 4. τῆς AE τετραγώνον p. 5.
[ὀρθογώνιον] om. P. ἐστίν V. 6. ἐστίν V. 7. AZ] ZA
p, et V sed corr. m. 2. 8. ἐστίν V. 9. ΘA] $A\Theta$ B et V

sed $BA^2 + AE^2 = EB^2$; nam angulus ad A positus rectus est [I, 47]. itaque

$$\Gamma Z \times ZA + AE^2 = BA^2 + AE^2.$$

subtrahatur, quod commune est, AE^2 . itaque

$$\Gamma Z \times ZA = AB^2.$$

et $\Gamma Z \times ZA = ZK$; nam $AZ = ZH$. et $AB^2 = A\Delta$. itaque $ZK = A\Delta$. subtrahatur, quod commune est, AK . itaque $Z\Theta = \Theta\Delta$. et $\Theta\Delta = AB \times B\Theta$; nam $AB = B\Delta$. et $Z\Theta = A\Theta^2$. itaque $AB \times B\Theta = \Theta A^2$.

Ergo data recta AB in Θ ita secta est, ut faciat

$$AB \times B\Theta = \Theta A^2.$$

quod oportebat fieri.

XII.

In triangulis obtusiangulis quadratum lateris sub obtuso angulo subtendentis quadratis laterum obtusum angulum comprehenditum maius est duplo rectangulo comprehenso ab altero laterum obtusum angulum comprehendentium, eo scilicet, in quod perpendicularis cadit, et recta a perpendiculari ad angulum obtusum extrinsecus abscisa.

Sit triangulus obtusiangulus $AB\Gamma$ obtusum habens

XII. Boetius p. 386, 18.

e corr. m. 2. 10. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$] FV, $\epsilon\sigma\tau\iota$ vulgo; $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ p. $\epsilon\sigma\tau\iota$] $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ V. $\Theta\Delta$ τὸ ὑπὸ — 11. τῆς $A\Theta$] $Z\Theta$ τὸ ἀπὸ τῆς $A\Theta$ τὸ δὲ $\Theta\Delta$ τὸ ὑπὸ AB , $B\Theta$ P, Campanus; fort. recipiendum. 11. AB] BA p. 12. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ V. 13. $\Theta\Delta$] τῆς $\Theta\Delta$ F, V ($\Theta\Delta$ in ras.), τῆς $A\Theta$ p. 15. $\pi\epsilon\pi\epsilon\chi\acute{o}\mu\epsilon\nu\omicron\nu$ $\delta\omicron\delta\omicron\gamma\acute{\omega}\nu\iota\omicron\nu$] om. p. 16. $\pi\omicron\iota\epsilon\iota\nu$] PF; $\epsilon\iota\nu\alpha\iota$ Bp et post ras. 3 litt. V. $\Theta\Delta$] in ras. m. 2 V; $A\Theta$ p. $\tau\epsilon\tau\epsilon\pi\alpha\gamma\acute{\omega}\nu\omega\phi$] om. p. 17. $\pi\omicron\iota\eta\sigma\alpha\iota$] $\delta\epsilon\iota\chi\epsilon\alpha\iota$ p, corr. mg. m. 2. 20. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ V. 22. $\tau\epsilon$] insert. m. 1 F. 23. $\eta\nu$] $\eta\nu$ $\epsilon\kappa\beta\lambda\eta\theta\epsilon\iota\sigma\alpha\nu$ p, et B m. recenti.

ἔχον τὴν ὑπὸ $ΒΑΓ$, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ $Β$ σημείου ἐπὶ τὴν $ΓΑ$ ἐκβληθεῖσαν κάθετος ἢ $ΒΔ$. λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς $ΒΓ$ τετραγώνου μείζον ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν $ΒΑ$, $ΑΓ$ τετραγώνων τῷ δις ὑπὸ τῶν $ΓΑ$, $ΑΔ$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἐπεὶ γὰρ εὐθεία ἢ $ΓΔ$ τέμνεται, ὥς ἔτυχεν, κατὰ τὸ $Α$ σημείον, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς $ΔΓ$ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν $ΓΑ$, $ΑΔ$ τετραγώνοις καὶ τῷ δις ὑπὸ τῶν $ΓΑ$, $ΑΔ$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς $ΔΒ$. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν $ΓΔ$, $ΔΒ$ ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν $ΓΑ$, $ΑΔ$, $ΔΒ$ τετραγώνοις καὶ τῷ δις ὑπὸ τῶν $ΓΑ$, $ΑΔ$ [περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ]. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν $ΓΔ$, $ΔΒ$ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΓΒ$ ὀρθῇ γὰρ ἢ πρὸς τῷ $Δ$ γωνία· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν $ΑΔ$, $ΔΒ$ ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΒ$. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς $ΓΒ$ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν $ΓΑ$, $ΑΒ$ τετραγώνοις καὶ τῷ δις ὑπὸ τῶν $ΓΑ$, $ΑΔ$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς $ΓΒ$ τετραγώνου τῶν ἀπὸ τῶν $ΓΑ$, $ΑΒ$ τετραγώνων μείζον ἐστὶ τῷ δις ὑπὸ τῶν $ΓΑ$, $ΑΔ$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἐν ἄρα τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλείαν γωνίαν ὑποτετινούσης πλευρᾶς τετραγώνου μείζον ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλείαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων τῷ περιεχομένῳ δις ὑπὸ τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλείαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἢ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. τὴν] bis P. $ΒΑΓ$ γωνίαν V. 2. ἐκβληθεῖσα p.
3. ἐστὶν V. 4. τῶν] om. B. 6. ἔτυχε Vp. $ΔΓ$] $ΓΔ$ P
et V m. 1. 8. τῷ] τῶν V. 9. ὀρθογώνιον V; corr. m. 2.
10. $ΔΒ$] $ΒΔ$ F. $ἐστὶν$ FV. 11. τετραγώνοις] om. BF.

angulum $B\Gamma\Gamma$, et ducatur a puncto B ad ΓA productam perpendicularis $B\Delta$. dico, esse

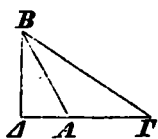
$$B\Gamma^2 = BA^2 + \Gamma\Delta^2 + 2\Gamma A \times A\Delta.$$

nam quoniam recta $\Gamma\Delta$ utcumque secta est in puncto A , erit $\Delta\Gamma^2 = \Gamma A^2 + A\Delta^2 + 2\Gamma A \times A\Delta$ [prop. IV]. commune adiciatur ΔB^2 . itaque

$$\Gamma\Delta^2 + \Delta B^2 = \Gamma A^2 + A\Delta^2 + \Delta B^2 + \Gamma A \times A\Delta.$$

sed $\Gamma B^2 = \Gamma\Delta^2 + \Delta B^2$; nam angulus ad Δ positus rectus est [I, 47]. et

$$AB^2 = A\Delta^2 + \Delta B^2 \text{ [id.]}$$



itaque

$$\Gamma B^2 = \Gamma A^2 + AB^2 + 2\Gamma A \times A\Delta.$$

quare quadratum rectae ΓB quadratis rectarum ΓA , AB maius est duplo rectangulo rectis ΓA , $A\Delta$ comprehenso.

Ergo in triangulis obtusiangulis quadratum lateris sub obtuso angulo subtendentis quadratis laterum obtusum angulum comprehendendum maius est duplo rectangulo comprehenso ab altero laterum obtusum angulum comprehendendum, eo scilicet, in quod perpendicularis cadit, et recta a perpendiculari ad angulum obtusum extrinsecus abscisa; quod erat demonstrandum.

12. περιεχομένην ὀρθογωνίῳ] om. P. 13. ΓA , $A\Delta$ φ.
 ἔστιν V. 14. $A\Delta$] $\Gamma\Delta$ φ (non F). 15. ἴσον] PBF; ἴσον
 ἔστιν V et p (ἔστι). AB] BA p. 16. ἔστιν
 V. 18. τετράγωνον μείζον ἔστι p. 19. μείζον ἔστι] om. p.
 ἔστιν PV et B (v in ras.). 21. ἐν] ἐάν φ. τριγώνοις]
 om. P. 22. γωνίαν] om. P. 23. ἔστιν V. ἀπὸ τῶν]
 supra F. 25. τε] insert. F. ἣν ἐκβληθεῖσαν p. 26.
 ἐκτός] ἐκτός τῆς φ.

ιγ'.

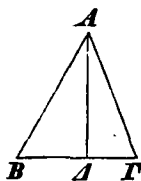
Ἐν τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξείαν γωνίαν ὑποτεिनούσης πλευρᾶς τετραγώνον ἑλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξείαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων τῷ περιεχομένῳ δις ὑπὸ τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξείαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

- 10 Ἔστω ὀξυγώνιον τρίγωνον τὸ $ABΓ$ ὀξείαν ἔχον τὴν πρὸς τῷ B γωνίαν, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ A σημείου ἐπὶ τὴν $BΓ$ κάθετος ἡ $ΑΔ$. λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΓ$ τετραγώνον ἑλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν $ΓB$, $ΒΑ$ τετραγώνων τῷ δις ὑπὸ τῶν $ΓB$, $ΒΑ$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

- Ἐπεὶ γὰρ εὐθεία ἡ $ΓB$ τέμνεται, ὥς ἐτυχεν, κατὰ τὸ $Δ$, τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν $ΓB$, $ΒΑ$ τετραγώνων ἴσα ἐστὶ τῷ τε δις ὑπὸ τῶν $ΓB$, $ΒΑ$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς $ΑΓ$ τετραγώνῳ. κοινὸν προσκείσθω
20 τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΔ$ τετραγώνον· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν $ΓB$, $ΒΑ$, $ΑΔ$ τετραγώνων ἴσα ἐστὶ τῷ τε δις ὑπὸ τῶν $ΓB$, $ΒΑ$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τοῖς ἀπὸ τῶν $ΑΔ$, $ΑΓ$ τετραγώνοις. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν $ΒΑ$, $ΑΔ$ ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΒ$ · ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ $Δ$ γωνία· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν $ΑΔ$, $ΑΓ$ ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΓ$ ·
25 τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν $ΓB$, $ΒΑ$ ἴσα ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς $ΑΓ$ καὶ τῷ δις ὑπὸ τῶν $ΓB$, $ΒΑ$ · ὥστε μόνον τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΓ$ ἑλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν $ΓB$, $ΒΑ$ τετραγώνων τῷ δις ὑπὸ τῶν $ΓB$, $ΒΑ$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.
30

XIII.

In triangulis acutiangulis quadratum lateris sub acuto angulo subtendentis quadratis laterum acutum angulum comprehendentium minus est duplo rectangulo comprehenso ab altero laterum acutum angulum comprehendentium, eo scilicet, in quod perpendicularis cadit, et recta a perpendiculari ad angulum acutum intra abscisa.



Sit triangulus acutiangulus $AB\Gamma$ acutum habens angulum ad B positum, et ducatur ab A puncto ad $B\Gamma$ perpendicularis AD . dico, esse

$$A\Gamma^2 = \Gamma B^2 + BA^2 \div 2 \Gamma B \times BA.$$

nam quoniam recta ΓB utcumque secta est in A , erunt $\Gamma B^2 + BA^2 = 2 \Gamma B \times BA + A\Gamma^2$ [prop. VII]. commune adiciatur AA^2 . itaque

$$\Gamma B^2 + BA^2 + AA^2 = 2 \Gamma B \times BA + AA^2 + A\Gamma^2.$$

sed $AB^2 = BA^2 + AA^2$; nam angulus ad A positus rectus est [I, 47]. et $A\Gamma^2 = AA^2 + \Gamma A^2$ [I, 47]. itaque $\Gamma B^2 + BA^2 = A\Gamma^2 + 2 \Gamma B \times BA$. quare

$$A\Gamma^2 = \Gamma B^2 + BA^2 \div 2 \Gamma B \times BA.$$

XIII. Pappus V p. 376, 21.

- $\tau\eta\varsigma$] om. P. 13. $\xi\lambda\alpha\sigma\sigma\alpha\upsilon$ F. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ V. $\tau\omega\tilde{\nu}$ ἀπὸ τῶν]
 $\tau\omega\tilde{\nu}$ ὑπὸ F; corr. m. 2; $\tau\omega\tilde{\nu}$ ἀπὸ B. 14. $\pi\epsilon\pi\epsilon\chi\acute{o}\mu\epsilon\upsilon\alpha\upsilon$ φ.
 16. ΓB] in ras. FV, $B\Gamma$ p. $\acute{\epsilon}\tau\upsilon\chi\epsilon$ Vp. 17. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ FV.
 19. $A\Gamma$] ΓA p. $\tau\epsilon\tau\pi\alpha\gamma\omega\acute{\nu}\alpha\upsilon$ φ. 21. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ FV. 22.
 $\pi\epsilon\pi\epsilon\chi\acute{o}\mu\epsilon\upsilon\alpha\upsilon$ φ. 23. $\tau\omega\tilde{\nu}$] add. m. 2 F. 24. $\acute{\iota}\sigma\alpha\upsilon$ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ V
 et p ($\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$). 25. $\acute{\iota}\sigma\alpha\upsilon$ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ Vφ, p ($\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$). τό] om. φ.
 26. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ V. 27. $\tau\omega\tilde{\nu}$] om. P. 28. $\xi\lambda\alpha\sigma\sigma\alpha\upsilon$ F. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ V.
 Post BA ras. unius fere lin. F. 29. $B\Delta$] BA φ.

Ἐν ἄρα τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τήν
ὀξείαν γωνίαν ὑποτεينوῦσης πλευρᾶς τετράγωνον ἔλατ-
τόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τήν ὀξείαν γωνίαν περιεχουσῶν
πλευρῶν τετραγώνων τῷ περιεχομένῳ δις ὑπὸ τε μιᾶς
6 τῶν περὶ τήν ὀξείαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει,
καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς
τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ'.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον
10 συστήσασθαι.

Ἔστω τὸ δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ A · δεῖ δὴ τῷ A
εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.

Συνεστάτω γὰρ τῷ A εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλλη-
λόγραμμον ὀρθογώνιον τὸ $BA\Delta$ · εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν
15 ἡ BE τῇ $E\Delta$, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν. συν-
έσταται γὰρ τῷ A εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον τὸ
 $BA\Delta$ · εἰ δὲ οὐ, μία τῶν BE , $E\Delta$ μείζων ἐστίν. ἔστω
μείζων ἡ BE , καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Z , καὶ κείσθω
τῇ $E\Delta$ ἴση ἡ EZ , καὶ τετμήσθω ἡ BZ δίχα κατὰ
20 τὸ H , καὶ κέντρῳ τῷ H , διαστήματι δὲ ἐνὶ τῶν HB ,
 HZ ἡμικύκλιον γεγράφθω τὸ $B\Theta Z$, καὶ ἐκβεβλήσθω
ἡ ΔE ἐπὶ τὸ Θ , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $H\Theta$.

Ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ BZ τέμνεται εἰς μὲν ἴσα κατὰ

1. ἐν] inter ε et π ras. 1 litt. V. 2. ἴσων F. 3. ἐστίν V. 4. τε] om. F. 5. ἐντός] om. P. 6. τὸ μὲν δοθέν p. 7. 13. γὰρ] om. p. 14. $BA\Delta$] $B\Gamma\Delta E$ p; in ras. V. 15. συνέσταται] PBF, V m. 2; συνεστάτω V m. 1; συνίσταται p. 17. οὐ] postea add. F. Post μία 1 litt. (17) eras. F. 18. ἐκβεβλήσθαι φ. 19. EZ] ZE BF. 20. καί] postea add. F. κέντρῳ] PB, F m. 1; κέντρῳ μὲν Vp, F m. 2. HB] BH BF. 23. οὖν] om. F. Seq. ras. 1 litt. V. BZ] in ras. V. εἰς] -ς supra m. 1 V.

τὸ *H*, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ *E*, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν *BE*, *EZ* περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς *EH* τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς *HZ* τετραγώνῳ. Ἰση δὲ ἢ *HZ* τῇ *HΘ*. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν *BE*, *EZ* μετὰ
 5 τοῦ ἀπὸ τῆς *HE* ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς *HΘ*. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς *HΘ* ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν *ΘE*, *EH* τετράγωνα. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν *BE*, *EZ* μετὰ τοῦ ἀπὸ *HE* ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν *ΘE*, *EH*. κοινὸν ἀφηρησθῶ
 τὸ ἀπὸ τῆς *HE* τετράγωνον· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν
 10 *BE*, *EZ* περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς *EΘ* τετραγώνῳ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν *BE*, *EZ* τὸ *ΒΔ* ἐστίν· Ἰση γὰρ ἢ *EZ* τῇ *ΕΔ*. τὸ ἄρα *ΒΔ* παραλληλόγραμμον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς *ΘE* τετραγώνῳ. ἴσον δὲ τὸ *ΒΔ* τῷ *A* εὐθυγράμμῳ. καὶ τὸ *A*
 15 ἄρα εὐθύγραμμον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς *EΘ* ἀναγραφωμένῳ τετραγώνῳ.

Τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ *A* ἴσον τετράγωνον συνίσταται τὸ ἀπὸ τῆς *EΘ* ἀναγραφησόμενον· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

1. τό] (tert.) supra m. 1 V. 2. EH] HE P. 3. ἴσον — 5. HΘ] mg. m. 2 V; in textu ras. tertiae partis lineae. ἐστίν φ. 4. ὑπὸ τῶν BE, EZ] ὑπὸ τῶν BE, EZ ὀρθογώνιον in mg. transiens m. 1 F, seq. τῶν BE, EZ φ; τῶν BE, EZ περιεχόμενον ὀρθογώνιον p. 5. HE] HE τετραγώνου p; τετραγώνου add. comp. m. 1 F. δὲ ἀπὸ] euan. F. 6. ἐστίν V φ. EH] Pp; HE BF, in ras. V. 7. EZ περιεχόμενον ὀρθογώνιον p. HE] PB; τῆς HE V φ, τῆς EH p. 8. ἴσα] ἴσον φ. ἐστίν V. τοῖς] in ras. V. ΘE, EH] Pp; ΘE, HE BF, V in ras. 9. HE] EH p. τῶν] supra m. 2 V. 10. περιεχόμενον ὀρθογώνιον] om. p. ἐστίν V. τῷ τό φ. 11. τὸ ΒΔ] BFVp, Campanus; τὸ ὑπὸ τῶν BE, ED P. 12. EZ] ZE P. 13. ἐστίν V. 14. καί] postea add. comp. F; om. V. A] insert. m. 1 p. 15. ἐστίν PV. ἀναγραφησόμενῳ] PBF; ἀναγραφόμενῳ V, ἀναγραφέντι p. 18. συνίσταται] BF; συνίσταται Pp et V in ras. ἀναγραφέν

est in H in inaequales autem in E , erunt

$$BE \times EZ + EH^2 = HZ^2 \text{ [prop. V].}$$

sed $HZ = H\Theta$. itaque $BE \times EZ + HE^2 = H\Theta^2$.

uerum $\Theta E^2 + EH^2 = H\Theta^2$ [I, 47]. itaque

$$BE \times EZ + HE^2 = \Theta E^2 + EH^2.$$

subtrahatur, quod commune est, HE^2 . itaque

$$BE \times EZ = E\Theta^2.$$

uerum $BE \times EZ = B\Delta$; nam $EZ = E\Delta$. itaque $B\Delta = E\Theta^2$. sed $B\Delta = A$. itaque etiam figura rectilinea A quadrato, quod in $E\Theta$ construi poterit, aequale est.

Ergo datae figurae rectilineae A aequale quadratum constructum est, id quod in $E\Theta$ describi poterit; quod oportebat fieri.

p. 19. ποιῆσαι] δεῖξαι F V. Εὐκλείδου στοιχ. β B, Εὐκλείδου στοιχείων τῆς Θέωνος ἐκδόσεως β F, τέλος τοῦ δευτέρου στοιχείου τοῦ Εὐκλείδου τοῦ γεωμέτρου V.

γ'.

Ὅροι.

α'. Ἴσοι κύκλοι εἰσίν, ὧν αἱ διαμέτροι ἴσαι εἰσίν,
ἢ ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσίν.

β'. Εὐθεία κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥτις
5 ἀπτομένη τοῦ κύκλου καὶ ἐκβαλλομένη οὐ τέμνει τὸν
κύκλον.

γ'. Κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται
οἷτινες ἀπτόμενοι ἀλλήλων οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους.

δ'. Ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν ἀπὸ τοῦ κέντρου
10 εὐθεῖται λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς
κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ᾧσιν.

ε'. Μείζον δὲ ἀπέχειν λέγεται, ἐφ' ἣν ἡ μέζων
κάθετος πίπτει.

ς'. Τμήμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα
15 ὑπὸ τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

ζ'. Τμήματος δὲ γωνία ἐστὶν ἡ περιεχομένη ὑπὸ
τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

η'. Ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστίν, ὅταν ἐπὶ τῆς
περιφερείας τοῦ τμήματος ληφθῇ τι σημεῖον καὶ ἀπ'

Def. 1. Hero def. 117, 3. Boetius p. 378, 15. 2. Hero
def. 115, 1. Boetius p. 378, 17. 3. Hero ib. Boetius p. 378,
19. 4—5. Hero def. 117, 4. Boetius p. 379, 1. 6. Hero
def. 33. Boetius p. 379, 5. 7. Boetius p. 379, 9. 8. Hero
def. 34. Boetius p. 379, 6.

1. ὄροι] om. PBFp; numeros om. PBFV. 2. εἰσίν] om.

III.

Definitiones.

I. Aequales circuli sunt, quorum diametri aequales sunt, uel quorum radii aequales.

II. Recta circumulum contingere dicitur, quaecunque circumulum tangens et producta non secat circumulum.

III. Circuli inter se contingere dicuntur, quicumque inter se tangentes non secant inter se.

IV. In circulo rectae aequali spatio a centro distare dicuntur, si rectae a centro ad eas perpendiculares ductae aequales sunt.

V. Maiore autem spatio distare ea dicitur, in quam maior perpendicularis cadit.

VI. Segmentum circuli est figura a recta aliqua et arcu circuli comprehensa.¹⁾

VII. Segmenti autem angulus is est, qui a recta et arcu circuli comprehenditur.

VIII. Angulus autem in segmento positus is est, qui sumpto in arcu segmenti puncto aliquo et ab eo

1) Cfr. not. crit. ad p. 6, 1.

p. 3. αλ] insert. m. 1 P. [σαι ελαιν] εδ. . . σιν intercedente ras.
10 litt. F. 5. τέμνη V, sed corr. 6. Post κύκλον add. ἐπὶ
μηδέτερα μέση P; idem loco uocabuli οὐ Hero, Boetius, Cam-
panus. 7. Ante κύκλοι ras. 2 litt. V. 9. ἀπό] om. V, Hero.
11. ὡσεύ p. 12. ε'] cum def. 4 coniunxit p. 14. ἐστίν V.
15. Post περιφερείας p mg. m. 1 pro scholio add. ἡ μέζωνος
ἡ μικυλίων ἡ ἐλάττωτος ἡ μικυκλίων; cfr. Hero. 19. ἀπ'] ἀπό P.

αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας, ἥ ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ἐπιξευχθῶσιν εὐθεῖαι, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἐπιξευχθεισῶν εὐθειῶν.

θ'. Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσai τὴν γωνίαν εὐθεῖαι
 5 ἀπολαμβάνωσί τινα περιφέρειαν, ἐπ' ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι ἡ γωνία.

ι'. Τομεὺς δὲ κύκλου ἐστίν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ τοῦ κύκλου συσταθῇ γωνία, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν καὶ τῆς
 10 ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν περιφερείας.

ια'. Ὅμοια τμήματα κύκλων ἐστὶ τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, ἥ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

α'.

Τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν.

15 Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ $ABΓ$. δεῖ δὴ τοῦ $ABΓ$ κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν.

Διήχθω τις εἰς αὐτόν, ὥς ἐτυχεν, εὐθεῖα ἡ AB , καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Δ σημεῖον, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ τῇ AB πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ $\Delta Γ$ καὶ διήχθω ἐπὶ
 20 τὸ E , καὶ τετμήσθω ἡ $ΓE$ δίχα κατὰ τὸ Z . λέγω, ὅτι τὸ Z κέντρον ἐστὶ τοῦ $ABΓ$ [κύκλου].

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ H , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ HA , $H\Delta$, HB . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $\Delta\Delta$ τῇ ΔB , κοινὴ δὲ ἡ ΔH , δύο δὴ αἱ $\Delta\Delta$, ΔH
 25 δύο ταῖς $H\Delta$, ΔB ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ HA βάσει τῇ HB ἐστὶν ἴση· ἐκ κέντρον γάρ·

Def. 9. Boetius p. 379, 10. 10. Hero def. 35. Boetius p. 379, 18. 11. Hero def. 118, 2. Simplicius in phys. fol. 14. Boetius p. 379, 18. I. Proclus p. 302, 5.

1. ἦ] PF; ἦτις BVp. ἐστίν BV. 5. ἀπολαμβάνωσιν

γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ $A\Delta H$ γωνία τῇ ὑπὸ $H\Delta B$ ἴση ἐστίν.
 ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γω-
 νίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρω τῶν ἴσων γω-
 νιῶν ἐστίν· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ $H\Delta B$. ἐστὶ δὲ καὶ
 5 ἡ ὑπὸ $Z\Delta B$ ὀρθή· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ $Z\Delta B$ τῇ ὑπὸ
 $H\Delta B$, ἡ μείζων τῇ ἐλάττωι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.
 οὐκ ἄρα τὸ H κέντρον ἐστὶ τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου. ὁμοίως
 δὴ δεῖξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλο τι πλὴν τοῦ Z .

Τὸ Z ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $AB\Gamma$ [κύ-
 10 κλου].

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖα
 τις εὐθείαν τινα δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνῃ, ἐπὶ τῆς
 τεμνούσης ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου. — ὅπερ ἔδει
 15 ποιῆσαι.

β'.

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο
 τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη
 εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

20 Ἔστω κύκλος ὁ $AB\Gamma$, καὶ ἐπὶ τῆς περιφερείας
 αὐτοῦ εἰληφθῶ δύο τυχόντα σημεῖα τὰ A , B · λέγω,
 ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ A ἐπὶ τὸ B ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐν-
 τὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, πιπτέτω ἐκτὸς ὡς ἡ
 25 ABE , καὶ εἰληφθῶ τὸ κέντρον τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου, καὶ

Prop. I πόρ. Proclus p. 304 6. Simplicius in phys. fol. 14ⁿ.

1. ἐστίν ἴση p. 3. ὀρθὴ ἐστίν p. ἴσων] om. P. 4.
 ἐστίν] om. p. $H\Delta B$] ΔHB φ. 6. $H\Delta B$] in ras. F.
 ἐλάττων τῇ μείζονι P. 7. ἐστίν V. $AB\Gamma$] $HB\Gamma$ φ (non
 F). 8. οὐδ' οὐδέ P. 9. ἄρα] om. F. ἐστίν PV.
 κύκλου] om. P. 11. πόρισμα] om. F. 12. τις εὐθεῖα V.

radii sunt. itaque $\angle A\Delta H = H\Delta B$ [I, 8]. ubi nero recta super rectam erecta angulos deinceps positos inter se aequales efficit, uterque angulus aequalis rectus est [I def. 10]. itaque $\angle H\Delta B$ rectus est. sed etiam $\angle Z\Delta B$ rectus est. itaque $\angle Z\Delta B = H\Delta B$ maior minori; quod fieri non potest. quare H centrum non est circuli $AB\Gamma$. similiter demonstrabimus ne aliud quidem ullum punctum centrum esse praeter Z .

Ergo Z punctum centrum est circuli $AB\Gamma$.

Corollarium.

Hinc manifestum est, si in circulo recta aliqua aliam rectam in duas partes aequales et ad angulos rectos secet, centrum circuli in recta secanti esse.¹⁾—quod oportebat fieri.

II.

Si in ambitu circuli duo quaelibet puncta sumpta erunt, recta puncta coniungens intra circulum cadet.

Sit circulus $AB\Gamma$, et in ambitu eius duo quaelibet puncta sumantur A , B . dico, rectam ab A ad B ductam intra circulum casuram esse.

Ne cadat enim, sed, si fieri potest, cadat extra ut

1) Nam in $\Gamma\Delta$ in media AB perpendiculari erecta centrum erat positum; ceterum hoc corollarium quasi parenthetice ponitur, ita ut uerba $\delta\pi\epsilon\rho\ \xi\delta\epsilon\iota\ \pi\omicron\iota\eta\sigma\alpha\iota$ lin. 14 ad ipsum problema I referantur; cfr. III, 16, al.

14. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ V. $\pi\omicron\iota\eta\sigma\alpha\iota$] $\delta\epsilon\iota\chi\alpha\iota$ P. $\delta\pi\epsilon\rho\ \xi\delta\epsilon\iota\ \pi\omicron\iota\eta\sigma\alpha\iota$] om.
p. 18. $\sigma\eta\mu\epsilon\iota\alpha\ \tau\upsilon\chi\acute{o}\nu\tau\alpha$ p. $\tau\acute{\alpha}$] P Bp, V m. 1; $\tau\acute{\alpha}\ \alpha\upsilon\tau\acute{\alpha}$ F,
V m. 2.

ἔστω τὸ Δ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΔA , ΔB , καὶ δι-
ήχθω ἡ ΔZE .

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔA τῇ ΔB , ἴση ἄρα καὶ
γωνία ἡ ὑπὸ ΔAE τῇ ὑπὸ ΔBE · καὶ ἐπεὶ τριγώνου
5 τοῦ ΔAE μία πλευρὰ προσεκβέβληται ἡ AEB , μείζων
ἄρα ἡ ὑπὸ ΔEB γωνία τῆς ὑπὸ ΔAE . ἴση δὲ ἡ ὑπὸ
 ΔAE τῇ ὑπὸ ΔBE · μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΔEB τῆς
ὑπὸ ΔBE . ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ
ὑποτείνει· μείζων ἄρα ἡ ΔB τῆς ΔE . ἴση δὲ ἡ ΔB
10 τῇ ΔZ . μείζων ἄρα ἡ ΔZ τῆς ΔE ἡ ἐλάττω τῆς
μείζονος· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ
 A ἐπὶ τὸ B ἐπιγεγνημένη εὐθεία ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ
κύκλου. ὁμοίως δὴ δεῖξομεν, ὅτι οὐδὲ ἐπ' αὐτῆς τῆς
περιφερείας· ἐντὸς ἄρα.

15 Ἐὰν ἄρα κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο
τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιγεγνημένη εὐθεία
ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

γ'.

Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου
20 εὐθεϊάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνη,
καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· καὶ ἐὰν πρὸς
ὀρθὰς αὐτὴν τέμνη, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει.

Ἐστω κύκλος ὁ $AB\Gamma$, καὶ ἐν αὐτῷ εὐθεῖά τις διὰ
τοῦ κέντρου ἡ ΓA εὐθεϊάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου

1. ΔA] ΔA V. 2. ΔZE] PBp; V m. 1; ΔZ ἐπὶ τὸ E
V m. 2; in F post ΔZ eras. E et ἐπὶ τό supra scr. m. 2.

3. ἐπεὶ οὖν] καὶ ἐπεὶ P. 4. ἡ γωνία ἡ P. τριγώνου] in ras.
comp. m. 2 V. 5. AEB] PB, p (ἡ A- in ras.); EB supra
scr. A m. 2 F; AE ἐπὶ τὸ B V e corr. 10. τῇ] τῆς F.

ἄρα καὶ p. 13. δῆ] corr. ex δέ m. 2 V. 14. ἄρα πεσεῖ-
ται P. 15. κύκλου ἄρα p. 16. σημεῖα τυχόντα p. τὰ]

$\angle AEB$, et sumatur centrum circuli $AB\Gamma$ [prop. I], et sit Δ , et ducantur ΔA , ΔB , et producat ΔZE .

iam quoniam $\angle A = \angle B$, erit

$$\angle \Delta AE = \angle BE \text{ [I, 5].}$$

et quoniam in triangulo ΔAE unum latus productum est AEB , erit

$$\angle \Delta EB > \angle AE \text{ [I, 16].}$$

uerum

$$\angle \Delta AE = \angle BE.$$

itaque $\angle \Delta EB > \angle BE$. sub maiore autem angulo maius latus subtendit [I, 19]. itaque $\angle B > \angle E$. sed $\angle B = \angle Z$. itaque $\angle Z > \angle E$ minus maiore; quod fieri non potest. ergo recta ab A ad B ducta extra circulum non cadet. iam similiter demonstrabimus, ne in ipsum quidem ambitum eam cadere; intra igitur cadet.

Ergo si in ambitu circuli duo quaelibet puncta sumpta erunt, recta puncta coniungens intra circulum cadet; quod erat demonstrandum.

III.

Si in circulo recta aliqua per centrum ducta aliam rectam non per centrum ductam in duas partes aequales secat, etiam ad rectos angulos eam secat. et si ad rectos angulos eam secat, etiam in duas partes aequales secat.

Sit circulus $AB\Gamma$, et in eo recta aliqua per centrum ducta $\Gamma\Delta$ aliam rectam non per centrum ductam

$\tau\acute{\alpha} \alpha\upsilon\tau\acute{\alpha} \varphi$ (in mg. transit), V m. 2. 17. $\delta\epsilon\iota\chi\epsilon\iota$] supra add. $\kappa\omicron\iota\eta\sigma\alpha\iota$ F m. 1. 21. $\tau\acute{\epsilon}\mu\upsilon\upsilon\epsilon\iota$] P, $\tau\epsilon\mu\epsilon\iota$ BFVp; sed cfr. p. 174, 19. 22. $\tau\acute{\epsilon}\mu\upsilon\upsilon\epsilon\iota$] P; $\tau\epsilon\mu\epsilon\iota$ BFVp.

τὴν AB δίχα τεμνέτω κατὰ τὸ Z σημεῖον· λέγω, ὅτι καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει.

Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ $ABΓ$ κύκλου, καὶ ἔστω τὸ E , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ EA , EB .

- 5 Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ AZ τῇ ZB , κοινὴ δὲ ἡ ZE , δύο δυοῖν ἴσαι [εἰσίν]· καὶ βάσις ἡ EA βάσει τῇ EB ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ AZE γωνία τῇ ὑπὸ BZE ἴση ἐστίν. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρω τῶν
10 ἴσων γωνιῶν ἐστίν· ἑκατέρω ἄρα τῶν ὑπὸ AZE , BZE ὀρθὴ ἐστίν. ἡ $ΓΔ$ ἄρα διὰ τοῦ κέντρον οὕσα τὴν AB μὴ διὰ τοῦ κέντρον οὕσαν δίχα τέμνουσα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει.

- Ἀλλὰ δὴ ἡ $ΓΔ$ τὴν AB πρὸς ὀρθὰς τεμνέτω· λέγω, ὅτι καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει, τουτέστιν, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ
15 AZ τῇ ZB .

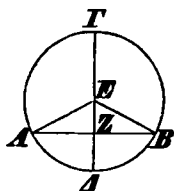
- Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ EA τῇ EB , ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ EAZ τῇ ὑπὸ EBZ . ἐστὶ δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ AZE ὀρθὴ τῇ
20 ὑπὸ BZE ἴση· δύο ἄρα τριγώνω ἐστὶ τὰ EAZ , EZB τὰς δύο γωνίας δυοῖν γωνίαις ἴσας ἔχοντα καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην κοινὴν αὐτῶν τὴν EZ ὑποτείνουσιν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἔξει· ἴση ἄρα
25 ἡ AZ τῇ ZB .

2. τεμεῖ F. 5. ZB] corr. ex BZ m. 2 V; BZ B. 6. δύο δὴ $BV\rho$, in B seq. »—✕—« εἰσίν] om. P; εἰσὶ p. EA] AE φ. 7. BZE] EZB P. 9. ὀρθὴ ἐστίν Bp. 10. ἐστίν] om. Bp; supra comp. m. 2 V. 10. ὀρθὴ ἄρα ἐστίν ἑκατέρω τῶν ὑπὸ AZE , BZE P. AZE , BZE] in ras. F. 11. ἐστίν] comp. supra scr. F. $ΓΔ$] $Γ$ postea insert. V. 13. αὐτὴν τέμνει V. 14. δὴ καὶ V. $ΓΔ$] $Γ$ postea insert.

AB in duas partes aequales secet in puncto Z . dico, eandem eam ad rectos angulos secare.

sumatur enim centrum circuli $AB\Gamma$ [prop. I], et sit E , et ducantur EA , EB .

et quoniam $AZ = ZB$, communis autem est ZE , duae rectae duabus aequales sunt. et $EA = EB$. itaque $\angle AZE = BZE$ [I, 8]. ubi uero recta super rectam erecta angulos deinceps positos inter se aequales efficit, uterque angulus aequalis rectus est [I def. 10]. itaque uterque angulus AZE , BZE rectus est. ergo ΓA per centrum ducta rectam AB non per centrum ductam in duas partes aequales secans eadem ad rectos angulos secat.



Uerum ΓA rectam AB ad rectos angulos secet. dico, eandem eam in duas partes aequales secare, h. e. esse $AZ = ZB$.

nam iisdem comparatis quoniam $EA = EB$, erit etiam $\angle EAZ = EBZ$ [I, 5]. uerum etiam $\angle AZE = BZE$,

quia recti sunt. itaque¹⁾ duo trianguli sunt EAZ , EZB duos angulos duobus aequales habentes et unum latus uni lateri aequale EZ , quod commune est eorum, sub altero angulorum aequalium subtendens. itaque etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia habebunt [I, 26]. ergo $AZ = ZB$.

1) Cum $\acute{\alpha}\rho\alpha$ lin. 20 in omnibus bonis codicibus omissum sit, fortasse potius pro $\epsilon\sigma\tau\iota \kappa\alpha\iota$ lin. 18 scribendum: $\epsilon\sigma\tau\iota \delta\epsilon \kappa\alpha\iota$.

V. 18. $\epsilon\kappa \kappa\epsilon\upsilon\tau\epsilon\rho\omicron\nu$ mg. V (schol.).
litt. BZ in ras. V; corr. ex EZB F.
om. PBF ; comp. supra scr. V m. 2.
B. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ V.

$\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ V. 19. EBZ
 $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ V. 20. $\acute{\alpha}\rho\alpha$
 $\tau\epsilon\lambda\epsilon\upsilon\sigma\alpha$] $\gamma\omega\sigma\alpha$ eraa.

Ἐὰν ἄρα ἐν κύκλῳ εὐθείᾳ τις διὰ τοῦ κέντρου
εὐθείαν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνη, καὶ
πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν
τέμνη, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

δ'.

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλή-
λας μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὐσαι, οὐ τέμνουσιν
ἀλλήλας δίχα.

Ἔστω κύκλος ὁ $ABΓΔ$, καὶ ἐν αὐτῷ δύο εὐθεῖαι
10 αἱ $ΑΓ$, $ΒΔ$ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ $Ε$ μὴ διὰ
τοῦ κέντρου οὐσαι· λέγω, ὅτι οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας
δίχα.

Εἰ γὰρ δυνατόν, τεμνέτωσαν ἀλλήλας δίχα ὥστε
ἴσην εἶναι τὴν μὲν $ΑΕ$ τῇ $ΕΓ$, τὴν δὲ $ΒΕ$ τῇ $ΕΔ$.
15 καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου, καὶ ἔστω
τὸ $Ζ$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΖΕ$.

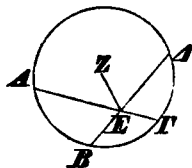
Ἐπεὶ οὖν εὐθείᾳ τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ $ΖΕ$ εὐ-
θείαν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν $ΑΓ$ δίχα τέμνει,
καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ
20 $ΖΕΑ$ · πάλιν, ἐπεὶ εὐθείᾳ τις ἡ $ΖΕ$ εὐθείαν τινα τὴν
 $ΒΔ$ δίχα τέμνει, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· ὀρθὴ
ἄρα ἡ ὑπὸ $ΖΕΒ$. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ $ΖΕΑ$ ὀρθή·
ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ $ΖΕΑ$ τῇ ὑπὸ $ΖΕΒ$ ἢ ἐλάττων τῇ μεί-
ζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα αἱ $ΑΓ$, $ΒΔ$ τέμ-
25 νουσιν ἀλλήλας δίχα.

1. ἐν κύκλῳ] om. p; κύκλῳ comp. V, ἐν add. m. 2. 2.
εὐθεῖαν τινα — 4. τέμνει] καὶ τὰ ἐξῆς PBV. μὴ διὰ — 4.
τέμνει] καὶ τὰ ἐξῆς F. 4. τέμνη] -μνη in ras. p. 10. Ε ση-
μείον P. 13. εἰ γὰρ — 14. τῇ $ΕΓ$] in ras. F. 14. εἶναι
ἴσην p. 18. μὴ διὰ τοῦ κέντρου] Pp; om. BFV. 19. τέ-
μνει] PBp; τεμεῖ V. ἐστὶ P. 20. ἐπεὶ] Pp; m. 2 supra

Ergo si in circulo recta aliqua per centrum ducta aliam rectam non per centrum ductam in duas partes aequales secat, etiam ad rectos angulos eam secat; et si ad rectos angulos eam secat, etiam in duas partes aequales secat; quod erat demonstrandum.

IV.

Si in circulo duae rectae inter se secant non per centrum ductae, in duas partes aequales inter se non secant.



Sit circulus $AB\Gamma\Delta$ et in eo duae rectae $A\Gamma$, $B\Delta$ non per centrum ductae inter se secant in E . dico, eas in duas partes aequales inter se non secare.

nam si fieri potest, in duas partes aequales inter se secant, ita ut sit $AE = E\Gamma$ et $BE = E\Delta$, et sumatur centrum circuli $AB\Gamma\Delta$ [prop. I], et sit Z , et ducatur ZE . iam quoniam recta per centrum ducta ZE aliam rectam non per centrum ductam $A\Gamma$ in duas partes aequales secat, etiam ad rectos angulos eam secat [prop. III]. itaque $\angle ZEA$ rectus est. rursus quoniam recta ZE aliam rectam $B\Delta$ in duas partes aequales secat, etiam ad rectos angulos eam secat [id.]. itaque $\angle ZEB$ rectus est. sed demonstratum est, etiam $\angle ZEA$ rectum esse. quare

$$\angle ZEA = \angle ZEB,$$

minor maiori; quod fieri non potest. itaque rectae $A\Gamma$, $B\Delta$ in duas partes aequales inter se non secant.

V; $\epsilon\pi'$ F, corr. m. 2; om. B. 21. $B\Delta \mu\eta$ $\delta\iota\alpha$ $\tau\omicron\upsilon$ $\kappa\epsilon\tau\rho\omicron\upsilon$
 F, V m. 2. $\tau\epsilon\mu\nu\epsilon\iota$] (alt.) PBVP; $\tau\epsilon\mu\epsilon\iota$ F. 23. $\epsilon\lambda\acute{\alpha}\sigma\sigma\omega\nu$
 F. 24. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] PBp; om. Vφ.

Ἐὰν ἄρα ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὐσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ε'.

Ἐὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Δύο γὰρ κύκλοι οἱ $ΑΒΓ$, $ΓΔΗ$ τεμνέτωσαν ἀλλήλους κατὰ τὰ $Β$, $Γ$ σημεία. λέγω, ὅτι οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ $Ε$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $ΕΓ$, καὶ διήχθω ἡ $ΕΖΗ$, ὥς ἔτυχεν. καὶ ἐπεὶ τὸ $Ε$ σημείον κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΑΒΓ$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ $ΕΓ$ τῇ $ΕΖ$. πάλιν, ἐπεὶ τὸ $Ε$ σημείον κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΓΔΗ$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ $ΕΓ$ τῇ $ΕΗ$. ἐδείχθη
15 δὲ ἡ $ΕΓ$ καὶ τῇ $ΕΖ$ ἴση· καὶ ἡ $ΕΖ$ ἄρα τῇ $ΕΗ$ ἐστὶν ἴση ἢ ἐλάσσων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ $Ε$ σημείον κέντρον ἐστὶ τῶν $ΑΒΓ$, $ΓΔΗ$ κύκλων.

Ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔστιν
20 αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ς'.

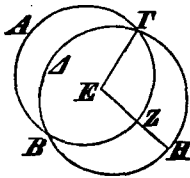
Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

2. μὴ διὰ — δίχα] καὶ τὰ ἐξῆς BFV. 7. $ΓΔΗ$] $ΔΗ$
V. 8. $Β$, $Γ$] $Γ$, $Β$ p. 10. $ΕΓ$] $ΓΕ$ p. 11. ἔτυχε p.
12. ἐστίν V. τοῦ] bis P. 13. ἐστίν V. 14. $ΕΓ$] $ΓΕ$
P. 15. Post δὲ 1 litt. eras. V. $ΕΖ$] (alt.) $ΖΕ$ P. 16.
ἴση ἐστίν p. ἐλάττων BVp. ἐστίν] om. V. 17. ἐστίν
V. 19. ἔσται Vp. 22. ἀλλήλων ἐντός V et F m. 2.

Ergo si in circulo duae rectae inter se secant non per centrum ductae, in duas partes aequales inter se non secant; quod erat demonstrandum.

V.

Si duo circuli inter se secant, non habebunt idem centrum.



nam duo circuli $AB\Gamma$, $\Gamma\Delta H$ inter se secant in punctis B, Γ . dico, eos idem centrum habituros non esse.

nam si fieri potest, sit E , et ducatur $E\Gamma$, et educatur EZH utcumque. et quoniam E punctum centrum est circuli $AB\Gamma$, erit $E\Gamma = EZ$. rursus quoniam punctum E centrum est circuli $\Gamma\Delta H$, erit $E\Gamma = EH$. sed demonstratum est etiam $E\Gamma = EZ$. itaque etiam $EZ = EH$, minor maiori; quod fieri non potest. itaque punctum E centrum circulorum $AB\Gamma$, $\Gamma\Delta H$ non est.

Ergo si duo circuli inter se secant, non habebunt idem centrum; quod erat demonstrandum.

VI.

Si duo circuli inter se contingunt, non habebunt idem centrum.¹⁾

1) Euclides eum casum, quo circuli intra contingunt, ut obscuriorem sibi demonstrandum sumpsit; nam ubi circuli extrinsecus se contingunt, propositio per se patet. ceterum demonstratio Euclidis de hoc quoque casu ualet. quare *ἐντός*; lin. 22 mera interpolatio est, ut etiam e codicum ratione adparet (om. Campanus).

Δύο γὰρ κύκλοι οἱ $ABΓ$, $ΓΔΕ$ ἐφαπτέσθωσαν ἀλλήλων κατὰ τὸ $Γ$ σημεῖον· λέγω, ὅτι οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ Z , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ZΓ$,
 5 καὶ διήχθω, ὥς ἐτυχεν, ἡ $ΖΕΒ$.

Ἐπεὶ οὖν τὸ Z σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $ABΓ$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ $ZΓ$ τῇ ZB . πάλιν, ἐπεὶ τὸ Z σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΓΔΕ$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ $ZΓ$ τῇ ZE . ἐδείχθη δὲ ἡ $ZΓ$ τῇ ZB ἴση· καὶ ἡ ZE ἄρα
 10 τῇ ZB ἐστὶν ἴση, ἡ ἐλάττω τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ Z σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῶν $ABΓ$, $ΓΔΕ$ κύκλων.

Ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ'.

15

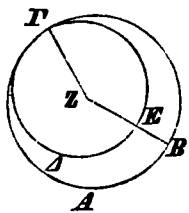
Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μὴ ἐστὶ κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν εὐθεῖαι ἄλλαι, μεγίστη μὲν ἔσται, ἐφ' ἧς τὸ
 20 κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή, τῶν δὲ ἄλλων αἰεὶ ἡ ἑγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν, δύο δὲ μόνον ἴσαι ἀπὸ τοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἐκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

25 Ἐστω κύκλος ὁ $ABΓΔ$, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἡ $ΑΔ$, καὶ ἐπὶ τῆς $ΑΔ$ εἰλήφθω τι σημεῖον τὸ Z , ὃ μὴ ἐστὶ κέντρον τοῦ κύκλου, κέντρον δὲ τοῦ κύκλου

1. ἀπτεσθωσαν P et F m. 1 (corr. m. 2). 2. ἔσται] ἔστιν Vp. 6. ἐστίν V. 7. ZB] BZ P. πάλιν — 8. $ΓΔΕ$] in ras. p. 8. ἐστίν V. 9. δὲ καὶ p et F m. 2. 10. ἐλάσ-

nam duo circuli $AB\Gamma$, $\Gamma\Delta E$ in puncto Γ inter se contingant. dico, eos idem centrum habituros non esse.

nam si fieri potest, sit Z , et ducatur $Z\Gamma$, et educatur ZEB utcunque. iam quoniam punctum Z cen-



trum est circuli $AB\Gamma$, erit $Z\Gamma = ZB$.

rursus quoniam punctum Z centrum est circuli $\Gamma\Delta E$, erit $Z\Gamma = ZE$. sed

demonstratum est $Z\Gamma = ZB$. quare

etiam $ZE = ZB$ minor maiori; quod

fieri non potest. itaque Z punctum cen-

trum circulorum $AB\Gamma$, $\Gamma\Delta E$ non est.

Ergo si duo circuli inter se contingunt, non habebunt idem centrum; quod erat demonstrandum.

VII.

Si in diametro circuli punctum aliquod sumitur, quod centrum circuli non est, et ab hoc puncto ad circumulum rectae aliquot addidunt, maxima erit ea, in qua est centrum, minima autem reliqua, ceterarum autem proxima quaeque ei, quae per centrum ducta est, remotiore maior est, et duae solae aequales ad circumulum addident a puncto illo in utraque parte minimae.

sit circulus $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius sit $A\Delta$, et in $A\Delta$ sumatur punctum aliquod Z , quod non est centrum circuli, centrum autem circuli sit E , et a Z

σαν Fp. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] om. p. 11. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ V. 13. $\epsilon\varphi\alpha\pi\tau\omega\nu\tau\alpha\iota$] $\epsilon\varphi$ - add. m. 2 F. $\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\omega\nu \epsilon\nu\tau\acute{o}\varsigma$ V. 17. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ FV.
19. $\tau\iota\nu\epsilon\varsigma$, $\acute{\omega}\nu \mu\acute{\iota}\alpha \mu\acute{\epsilon}\nu \delta\iota\acute{\alpha} \tau\omicron\upsilon \kappa\acute{\epsilon}\nu\tau\rho\omicron\nu \alpha\acute{\iota} \delta\epsilon \lambda\omicron\iota\kappa\alpha\iota \acute{\omega}\varsigma \epsilon\tau\upsilon\chi\epsilon\nu$
F. 20. $\delta\epsilon \eta$] supra m. 2 F. $\delta\acute{\epsilon}$] δ' FV p. 21. $\epsilon\gamma\gamma\epsilon\iota\omicron\nu$ P.
 $\acute{\alpha}\pi\omega\tau\acute{\epsilon}\rho\omega$ P. 22. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}$ PBp. $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\iota\alpha\iota \iota\sigma\alpha\iota$ Bp, V m. 2.
 $\tau\omicron\upsilon \alpha\upsilon\tau\omicron\upsilon$ BVp. 25. $\acute{o}$] postea add. V. $\delta\acute{\epsilon}$] om. p. $\epsilon\sigma\tau\omega$] om. p. 27. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ F. $\kappa\acute{\epsilon}\nu\tau\rho\omicron\nu$] (pr.) in ras. p. $\delta\acute{\epsilon}$] insert. p.

ἔστω τὸ E , καὶ ἀπὸ τοῦ Z πρὸς τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον
 προσπιπτέτωσαν εὐθεταί τινες αἱ $ZB, ZΓ, ZH$. λέγω,
 ὅτι μεγίστη μὲν ἐστὶν ἡ ZA , ἐλαχίστη δὲ ἡ $ZΔ$,
 τῶν δὲ ἄλλων ἡ μὲν ZB τῆς $ZΓ$ μείζων, ἡ δὲ $ZΓ$
 5 τῆς ZH .

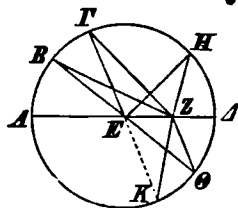
Ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ $BE, ΓE, HE$. καὶ ἐπεὶ
 παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονες
 εἰσιν, αἱ ἄρα EB, EZ τῆς BZ μείζονες εἰσιν. ἴση
 δὲ ἡ AE τῇ BE [αἱ ἄρα BE, EZ ἴσαι εἰσὶ τῇ AZ].
 10 μείζων ἄρα ἡ AZ τῆς BZ . πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ
 BE τῇ $ΓE$, κοινὴ δὲ ἡ ZE , δύο δὴ αἱ BE, EZ δυοὶ
 ταῖς $ΓE, EZ$ ἴσαι εἰσίν. ἀλλὰ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ BEZ
 γωνίας τῆς ὑπὸ $ΓEZ$ μείζων· βάσις ἄρα ἡ BZ βά-
 σεως τῆς $ΓZ$ μείζων ἐστίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ
 15 $ΓZ$ τῆς ZH μείζων ἐστίν.

Πάλιν, ἐπεὶ αἱ HZ, ZE τῆς EH μείζονες εἰσιν,
 ἴση δὲ ἡ EH τῇ $EΔ$, αἱ ἄρα HZ, ZE τῆς $EΔ$ μεί-
 ζονες εἰσιν. κοινὴ ἀφηρήσθω ἡ EZ . λοιπὴ ἄρα ἡ HZ
 λοιπῆς τῆς $ZΔ$ μείζων ἐστίν. μεγίστη μὲν ἄρα ἡ ZA ,
 20 ἐλαχίστη δὲ ἡ $ZΔ$, μείζων δὲ ἡ μὲν ZB τῆς $ZΓ$, ἡ
 δὲ $ZΓ$ τῆς ZH .

Λέγω, ὅτι καὶ ἀπὸ τοῦ Z σημείου δύο μόνον ἴσαι
 προσπεσοῦνται πρὸς τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον ἐφ' ἑκάτερα
 τῆς $ZΔ$ ἐλαχίστης. συνεστάτω γὰρ πρὸς τῇ EZ εὐ-
 25 θεία καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ E τῇ ὑπὸ HEZ
 γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ $ZEΘ$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ZΘ$. ἐπεὶ

1. κύκλου φ. 3. ἐστίν] om. FV. ZA] φ (eras. $ZΔ$).
 4. $ZΓ$] corr. m. 2 ex $HΓ$ V; $ΓZ$ P. $ZΓ$] $ΓZ$ F et m. 2
 V. 5. τῇ φ. 8. εἰσιν, ἴση δὲ ἡ AE τῇ BE . αἱ ἄρα BE
 F. αἱ EB, EZ ἄρα P. τῆς BZ — 9. EZ] om. F. 9.
 AE] in ras. m. 2 V. αἱ ἄρα — AZ] mg. m. 2 P. εἰσίν
 B. 10. Ante BZ ras. 1 litt. V. 11. δέ] om. PB. δυοί]

ad circulum $AB\Gamma\Delta$ addidant rectae aliquot ZB , $Z\Gamma$, ZH . dico, maximam esse ZA , minimam autem $Z\Delta$, ceterarum autem esse $ZB > Z\Gamma$ et $Z\Gamma > ZH$.



ducantur enim BE , ΓE , HE .
et quoniam cuiusvis trianguli duo
latera reliquo maiora sunt [I, 20],
erunt $EB + EZ > BZ$. sed

$$AE = BE.$$

quare $AZ > BZ$. rursus quoniam
 $BE = \Gamma E$, communis autem ZE ,
duae rectae BE , EZ duabus ΓE ,
 EZ aequales sunt. uerum etiam $\angle BEZ > \Gamma EZ$.
itaque $BZ > \Gamma Z$ [I, 24]. eadem de causa etiam

$$\Gamma Z > ZH.$$

rursus quoniam $HZ + ZE > EH$ [I, 20], et

$$EH = EA,$$

erunt $HZ + ZE > EA$. subtrahatur, quae communis
est, EZ . itaque $HZ > ZA$.¹⁾ itaque ZA maxima
est, $Z\Delta$ autem minima, et $ZB > Z\Gamma$, $Z\Gamma > ZH$.

dico etiam, duas solas aequales a puncto Z ad
circulum $AB\Gamma\Delta$ accidere in utraque parte rectae
minimae $Z\Delta$. construatur enim ad rectam EZ et
punctum eius E angulo HEZ aequalis $\angle ZE\Theta$ [I, 23],

1) Hoc Euclides ita demonstrat:

$$HZ + ZE = EA + x.$$

$EZ = EZ$. ergo $HZ = ZA + x$ [κ. ξν. 3], h. e. $HZ > ZA$.

δύο FV. 14. ἐστίν] PBF; comp. p; ἐστὶ V. 15. ZH] HZ
P. ἐστίν] PFP; ἐστὶ BV. 18. εἰσιν] PF; εἰσι BVp.
19. λοιπὴ τῇ p. ZΔ] supra m. 1 V. ἐστίν] PF; ἐστὶ BVp.
μείν] supra m. 1 F. 20. τῶν δ' ἄλλων μείζων μὲν ἢ ZB
p. 21. τῆς] τῇ V. 22. ἴσαι] PF; εὐθείαι ἴσαι BVp.
23. ABΓΔ] Δ add. m. 2 V. 24. ZΔ] om. p.

οὖν ἴση ἐστὶν ἡ HE τῇ $E\Theta$, κοινὴ δὲ ἡ EZ , δύο
 δὴ αἱ HE , EZ δυσὲ ταῖς ΘE , EZ ἴσαι εἰσὶν· καὶ
 γωνία ἡ ὑπὸ HEZ γωνία τῇ ὑπὸ ΘEZ ἴση· βάσεις
 ἄρα ἡ ZH βάσει τῇ $Z\Theta$ ἴση ἐστίν. λέγω δὴ, ὅτι τῇ
 5 ZH ἄλλη ἴση οὐ προσπесεῖται πρὸς τὸν κύκλον ἀπὸ
 τοῦ Z σημείου. εἰ γὰρ δυνατόν, προσπιπτέτω ἡ ZK .
 καὶ ἐπεὶ ἡ ZK τῇ ZH ἴση ἐστίν, ἀλλὰ ἡ $Z\Theta$ τῇ ZH
 [ἴση ἐστίν], καὶ ἡ ZK ἄρα τῇ $Z\Theta$ ἐστὶν ἴση, ἡ ἔγγιον
 τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῇ ἀπώτερον ἴση· ὅπερ ἀδύνατον.
 10 οὐκ ἄρα ἀπὸ τοῦ Z σημείου ἑτέρα τις προσπесεῖται
 πρὸς τὸν κύκλον ἴση τῇ HZ · μία ἄρα μόνη.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι ση-
 μεῖον, ὃ μὴ ἐστὶ κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ ση-
 μεῖου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν εὐθεαὶ τινες,
 15 μερίστη μὲν ἐστὶ, ἐφ' ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ
 λοιπή, τῶν δὲ ἄλλων αἰεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέν-
 τρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν, δύο δὲ μόνον ἴσαι
 ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπесοῦνται πρὸς τὸν κύ-
 κλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

20

η'.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ
 δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν
 εὐθεαὶ τινες, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου, αἱ
 δὲ λοιπαί, ὡς ἔτυχεν, τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην
 25 περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν μεγίστη

2. HE] EH F. εἰσὶν] PBF; εἰσὶ Vp. 4. ἐστὶν ἴση
 p. ἐστίν] ἐστὶ V. δη] om. V (γὰρ add. m. 2), δέ F.
 5. ZH] H eras. V. 6. ἡ] ὡς ἡ BFP. 7. ἡ ZK] e
 corr. m. 1 V. ἐστὶν ἴση Pp. ἀλλὰ] ἀλλ' BF; ἀλλὰ μὴν
 καὶ P. ZH] corr. ex ZE V m. 1. 8. ἴση ἐστίν] om. P;
 ἴση F; ἐστὶν ἴση Vp. ἄρα] om. F. $Z\Theta$] ΘZ P. ἴση

et ducatur $Z\Theta$. iam quoniam $HE = E\Theta$, et EZ communis est, duae rectae HE , EZ duabus ΘE , EZ aequales sunt. et $\angle HEZ = \Theta EZ$. itaque $ZH = Z\Theta$. dico igitur, nullam aliam rectae ZH aequalem a puncto Z ad circulum addidere. si enim fieri potest, addicat ZK . et quoniam $ZK = ZH$ et $Z\Theta = ZH$, erit etiam $ZK = Z\Theta$, propior remotiori; quod fieri non potest [u. supra]. itaque a puncto Z nulla alia rectae HZ aequalis ad circulum addidet. ergo una sola.

Ergo si in diametro circuli punctum aliquod sumitur, quod centrum circuli non est, et ab hoc puncto ad circulum rectae aliquot addidunt, maxima erit ea, in qua est centrum, minima autem reliqua, ceterarum autem proxima quaeque ei, quae per centrum ducta est, remotiore maior est, et duae solae aequales ad circulum addident a puncto illo in utraque parte minimae; quod erat demonstrandum.

VIII.

Si extra circulum punctum aliquod sumitur, et ab hoc puncto ad circulum rectae aliquot educuntur, quarum una per centrum, ceterae autem utcunque ductae sunt, earum rectarum, quae ad cauam partem am-

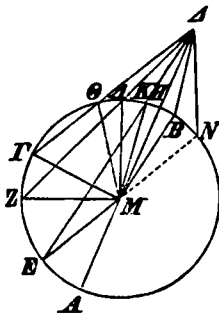
VIII. Eutocius in Apollon. p. 12.

$\epsilon\sigma\tau\iota$ V. $\eta]$ om. F. $\epsilon\gamma\gamma\epsilon\iota\sigma\iota\sigma$ P. 9. $\tau\eta]$ $\tau\eta\varsigma$ PBV ϕ .
 $\iota\sigma\eta]$ del. August. $\alpha\delta\upsilon\nu\alpha\tau\omega\sigma$] hic seq. demonstratio alia, quam
in app. recepi. 10. $\sigma\eta\mu\epsilon\iota\omega\sigma$] corr. ex $\sigma\eta\mu\epsilon\iota\alpha$ m. 1 V. 11.
 $HZ]$ EZ F. 13. δ $\mu\eta$ — 19. $\epsilon\lambda\alpha\chi\iota\sigma\tau\eta\varsigma$] $\kappa\alpha\iota$ $\tau\alpha$ $\epsilon\lambda\epsilon\gamma\gamma\iota\sigma\tau\eta\varsigma$ PBV
et F post ras. 1 litt. 16. $\delta\epsilon]$ δ' p. 17. $\alpha\pi\omega\tau\epsilon\rho\omega$ p.
 $\epsilon\sigma\tau\iota$ p. $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\iota\alpha\iota$ $\iota\sigma\alpha\iota$ p. 19. $\delta\epsilon\iota\chi\epsilon\iota\alpha\iota$] seq. $\epsilon\lambda\epsilon\gamma\gamma\iota\sigma\tau\eta\varsigma$ $\tau\omega$ $\theta\epsilon\omega\rho\eta\mu\alpha$
V. 22 $\delta\iota\alpha\chi\theta\omega\sigma\iota$ V. 24. $\epsilon\tau\upsilon\chi\epsilon$ V p. $\kappa\omicron\lambda\lambda\eta\eta\sigma\iota\varsigma$] λ eras. B;
 $\kappa\omicron\lambda$ in ras. m. 1 P.

- μέν ἐστιν ἡ διὰ τοῦ κέντρου, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν, τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν ἐλαχίστη μὲν
 5 ἐστὶν ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάττων, δύο δὲ μόνον ἴσαι ἀπὸ τοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.
- 10 Ἔστω κύκλος ὁ $ΑΒΓ$, καὶ τοῦ $ΑΒΓ$ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐκτὸς τὸ $Δ$, καὶ ἀπ' αὐτοῦ διήχθωσαν εὐθεῖαι τινες αἱ $ΔΑ$, $ΔΕ$, $ΔΖ$, $ΔΓ$, ἔστω δὲ ἡ $ΔΑ$ διὰ τοῦ κέντρου. λέγω, ὅτι τῶν μὲν πρὸς τὴν $ΑΕΖΓ$ κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν μεγίστη
 15 μὲν ἐστὶν ἡ διὰ τοῦ κέντρου ἡ $ΔΑ$, μείζων δὲ ἡ μὲν $ΔΕ$ τῆς $ΔΖ$ ἢ δὲ $ΔΖ$ τῆς $ΔΓ$, τῶν δὲ πρὸς τὴν $ΘΑΚΗ$ κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν ἐλαχίστη μὲν ἐστὶν ἡ $ΔΗ$ ἡ μεταξὺ τοῦ σημείου καὶ τῆς διαμέτρου τῆς $ΑΗ$, ἀεὶ

1. ἐστίν] ἔσται B. Post κέντρου add. P: ἐλαχίστη δὲ ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου προσπίπτουσα; idem p, omisso προσπίπτουσα; del. m. 2; ἐλαχίστη μὲν ἐστίν (hucusque φ) ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου F, supra scripto β m. 2; supra τῶν lln. 1 scr. α m. 2. δέ] δ' B. 2. ἔγγιον P. ἀπώτερων P, ἀπωτέρω p. 3. ἐστίν] PF; comp. p; ἐστὶ V; ἔσται B. 4. ἐλαχίστη — 5. διαμέτρου] mg. m. 2 P; om. p et F, supra εὐθειῶν est β m. 2. 5. ἐστίν] PV, ἔσται B. 6. τῶν δὲ ἄλλων] om. p, add. m. 2 PF. δ' B. ἔγγιον P. 7. ἀπωτέρω Pp. ἐλάττων (in ras. m. 1) ἐστίν p. ἔσται B. ἐλάσσων F. 8. ἴσαι] P m. 1, F; om. p; εὐθεῖαι ἴσαι B; ἴσαι εὐθεῖαι V, P m. 2. τοῦ] τοῦ αὐτοῦ B. 9. πρὸς] ἴσαι πρὸς p. 10. Post ἔστω ras. 1 litt. V. καὶ τοῦ $ΑΒΓ$] om. F. εἰλήφω φ. 12. τινες] P, F m. 1, V m. 1; τινες πρὸς τὸν κύκλον Bp, F m. 2, V m. 2. In ipsa propositione Augustus suo arbitrio ordinem uerborum

bitus adcidunt, maxima est, quae per centrum ducta est, ceterarum autem proxima quaeque ei, quae per centrum est, remotiore maior est, rectorum autem ad conuexam partem ambitus adcidantium minima est, quae inter punctum et diametrum posita est, ceterarum autem proxima quaeque minimae remotiore minor, et duae solae rectae a puncto illo ad circulum adcidunt in utraque parte minimae.



Sit circulus $AB\Gamma$, et extra $AB\Gamma$ sumatur punctum aliquod Δ , et ab eo rectae aliquot educantur ΔA , ΔE , ΔZ , $\Delta \Gamma$, et ΔA per centrum ducta sit. dico, rectorum ad cauam partem ambitus $AEZ\Gamma$ adcidantium maximam esse eam, quae per centrum ducta sit, ΔA , et $\Delta E > \Delta Z$, $\Delta Z > \Delta \Gamma$, earum autem, quae ad conuexam partem ambitus ΘAKH adcidant, minimam esse ΔH , quae inter punctum et diametrum AH posita sit, et proximam

mutauit, sed parum recte; neque enim Euclides demonstrat ΔA maximam, ΔH minimam esse omnium rectorum a Δ adcidantium, quod tamen inde facile sequitur, quod rectae ad ΘAKH adcidentes omnino minores sunt ceteris. Campanus omisit p. 182 l. 28: $\alpha\sigma\ \mu\alpha$ — 25. $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\iota\omega\sigma$, cetera ut nos praebet. Eutocius p. 182, 24—25 et p. 184, 3—4 ut nos legit.

15. Post ΔA add. $\epsilon\lambda\alpha\chi\iota\sigma\tau\eta$ $\delta\epsilon$ η $\mu\epsilon\tau\alpha\beta\epsilon\tau\omega\upsilon$ Δ $\sigma\eta\mu\epsilon\lambda\omicron\nu$ $\kappa\alpha\iota$ $\tau\eta\varsigma$ $\delta\iota\alpha\mu\epsilon\tau\epsilon\rho\omicron\nu$ $\tau\eta\varsigma$ AH BFV; idem P (ΔH pro AH) et p addito $\tau\epsilon$ ante Δ et supra $\mu\epsilon\tau\alpha\beta\epsilon\tau\omega$ scripto η ΔH ; $\epsilon\lambda\alpha\chi\iota\sigma\tau\eta$ $\delta\epsilon$ η $\mu\epsilon\tau\alpha\beta\epsilon\tau\omega$ $\tau\omicron\upsilon$ $\sigma\eta\mu\epsilon\lambda\omicron\nu$ $\kappa\alpha\iota$ $\tau\eta\varsigma$ $\delta\iota\alpha\mu\epsilon\tau\epsilon\rho\omicron\nu$ $\tau\eta\varsigma$ AH ed. Basil.

16. $\tau\eta\varsigma$] (alt.) $\tau\eta$ FV. 17. ΘAKH] K corr. ex H V m. 1.

18. $\epsilon\lambda\alpha\chi\iota\sigma\tau\eta$ — 19. AH] om. PBFVp, ed. Basil.; corr. Gregorius. 19. $\alpha\epsilon\iota$] $\alpha\lambda\epsilon\iota$ F.

δὲ ἡ ἔργιον τῆς ΔH ἐλαχίστης ἐλάττων ἐστὶ τῆς ἀπώ-
τερον, ἡ μὲν ΔK τῆς ΔA , ἡ δὲ ΔA τῆς $\Delta \Theta$.

Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου καὶ
ἔστω τὸ M · καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ME , MZ , $M\Gamma$, MK ,
5 MA , $M\Theta$.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ AM τῇ EM , κοινὴ προσ-
κεισθῶ ἡ MA · ἡ ἄρα AA ἴση ἐστὶ ταῖς EM , MA .
ἀλλ' αἱ EM , MA τῆς EA μείζονές εἰσιν· καὶ ἡ AA
ἄρα τῆς EA μείζων ἐστίν· πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ
10 ME τῇ MZ , κοινὴ δὲ ἡ MA , αἱ EM , MA ἄρα ταῖς
 ZM , MA ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ EMA γω-
νίας τῆς ὑπὸ ZMA μείζων ἐστίν· βάσις ἄρα ἡ EA
βάσεως τῆς ZA μείζων ἐστίν· ὁμοίως δὲ δεῖξομεν,
ὅτι καὶ ἡ ZA τῆς GA μείζων ἐστίν· μεγίστη μὲν
15 ἄρα ἡ AA , μείζων δὲ ἡ μὲν AE τῆς AZ , ἡ δὲ AZ
τῆς $\Delta\Gamma$.

Καὶ ἐπεὶ αἱ MK , KA τῆς MA μείζονές εἰσιν, ἴση
δὲ ἡ MH τῇ MK , λοιπὴ ἄρα ἡ KA λοιπῆς τῆς HA
μείζων ἐστίν· ὥστε ἡ HA τῆς KA ἐλάττων ἐστίν·
20 καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ MAA ἐπὶ μιᾷ τῶν πλευρῶν
τῆς MA δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συνεσταθήσαν αἱ MK ,
 KA , αἱ ἄρα MK , KA τῶν MA , AA ἐλάττονές εἰσιν·

1. δέ] om. PBFVp, ed. Basil.; corr. Gregorius. ἔγ-
γειον P, sed corr. ἐλάσσων ἐστίν PF. ἀπώτερον p. 4.
ME] corr. ex EM m. 2 V. MΓ] ME? φ (non F). 7.
ΔΜΡ. ἐστίν P. ταῖς] corr. ex τὰ m. 1 F. 8. ἀλλ' αἱ]
αἱ δέ P. τῆς] supra m. 1 P. εἰσιν] PBF; εἶσι Vp.
9. ἐστίν] PF; ἐστὶ vulgo. 10. EM τῇ ZM P. δέ] cum
Gregorio; προσκεισθῶ PBFVp. ἡ] om. V. 11. εἰσίν]
PBF; εἶσι Vp. καὶ γωνία] mutat. in γωνία δέ m. rec. F.
EMA] E supra m. 1 F. 12. ἐστίν] comp. p; ἐστὶ vulgo.
13. ἐστὶ P. 14. AZ P. ΓΔ] Δ in ras. V. ἐστίν] P;
comp. p; ἐστὶ vulgo. 15. μὲν AE] litt. μὲν Δ in ras. p.
19. ὥστε καὶ p. ΔH τῆς ΔK P. ἐλάττων] ἐλαχίστη F;

quamque minimae ΔH remotiore minorem, $\Delta K < \Delta A$, $\Delta A < \Delta \Theta$.¹⁾

sumatur enim centrum circuli $AB\Gamma$ [prop. I], et sit M . et ducantur ME , MZ , $M\Gamma$, MK , MA , $M\Theta$. et quoniam $AM = EM$, communis adiiciatur MA . itaque $AA = EM + MA$. uerum

$$EM + MA > EA \text{ [I, 20].}$$

quare etiam $AA > EA$. rursus quoniam $ME = MZ$, et communis est MA , erunt EM , MA et ZM , MA aequales.²⁾ et $\angle EMA > ZMA$. itaque $EA > ZA$ [I, 24]. similiter demonstrabimus, esse etiam $ZA > \Gamma A$. ergo maxima est ΔA , et $\Delta E > \Delta Z$, $\Delta Z > \Delta \Gamma$.

et quoniam $MK + KA > MA$ [I, 20], et

$$MH = MK,$$

erit $KA > HA$. quare etiam $HA < KA$. et quoniam in triangulo MAA in uno latere MA duae rectae MK , KA intra constitutae sunt, erunt

$$MK + KA < MA + AA \text{ [I, 21].}$$

1) Ne hic quidem emendationes Augusti a mutationibus ab eodem in propositione factis pendentes recipiendas esse duxi, sed emendatione Gregorii leniore, quamquam et ipsa ob consensum codicum incertissima, usus uerba *ἐλαχίστη μὲν — διαμέτρου τῆς AH* transposui a p. 184, 16 ad lin. 19 et huic loco adcommodavi. eodem ducit tenor et propositionis et demonstrationis. sine dubio et transpositio omnium codicum hoc loco et interpolatio nonnullorum p. 184, 1 (cfr. 4) satis antiquo tempore a mathematico imperito ad similitudinem prop. VII factae sunt, in quam rursus p. 178, 19 in F ex prop. VIII quaedam irrepererunt.

2) Lin. 10 error codicum iam ante Theonem ex lin. 6 ortus erat.

ἐλάσσαν Bp. *ἐστὶ* B. Post *ἐστὶν* add. *ἐλαχίστη ἄρα ἐστὶν* PV; om. BFP, Augustus. 21. *συνεστήκεσαν* p. 22. *αὶ ἄρα MK, KA* P. Ante *τῶν* in F lacun. 3 litt. *ἐλάττους* P, *ἐλάσσονες* F.

ιση δὲ ἡ MK τῇ MA . λοιπὴ ἄρα ἡ ΔK λοιπῆς τῆς ΔA ἐλάττων ἐστίν. ὁμοίως δὲ δεῖξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΔA τῆς $\Delta \Theta$ ἐλάττων ἐστίν· ἐλαχίστη μὲν ἄρα ἡ ΔH , ἐλάττων δὲ ἡ μὲν ΔK τῆς ΔA ἢ δὲ ΔA τῆς $\Delta \Theta$.

- 5 λέγω, ὅτι καὶ δύο μόνον ἴσαι ἀπὸ τοῦ Δ σημείου προσπесοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἐκάτερα τῆς ΔH ἐλαχίστης· συνεστήτω πρὸς τῇ MA εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ M τῇ ὑπὸ KMA γωνίᾳ ἴση γωνία ἡ ὑπὸ ΔMB , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΔB . καὶ ἐπεὶ
- 10 ἴση ἐστίν ἡ MK τῇ MB , κοινὴ δὲ ἡ MA , δύο δὲ αἱ KM , MA δύο ταῖς BM , MA ἴσαι εἰσὶν ἐκατέρω ἐκατέρω· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ KMA γωνία τῇ ὑπὸ BMA ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΔK βάσει τῇ ΔB ἴση ἐστίν. λέγω [δὴ], ὅτι τῇ ΔK εὐθείᾳ ἄλλη ἴση οὐ προσπесεῖται
- 15 πρὸς τὸν κύκλον ἀπὸ τοῦ Δ σημείου. εἰ γὰρ δυνατόν, προσπιπτέτω καὶ ἔστω ἡ ΔN . ἐπεὶ οὖν ἡ ΔK τῇ ΔN ἐστίν ἴση, ἀλλ' ἡ ΔK τῇ ΔB ἐστίν ἴση, καὶ ἡ ΔB ἄρα τῇ ΔN ἐστίν ἴση, ἡ ἔγγιον τῆς ΔH ἐλαχίστης τῇ ἀπώτερον [ἐστίν] ἴση· ὅπερ ἀδύνατον εἰδείχ-
- 20 θη. οὐκ ἄρα πλείους ἢ δύο ἴσαι πρὸς τὸν $\Delta B\Gamma$ κύκλον ἀπὸ τοῦ Δ σημείου ἐφ' ἐκάτερα τῆς ΔH ἐλαχίστης προσπесοῦνται.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαι τινες,

25 αἱ μὲν διὰ τοῦ κέντρου αἱ δὲ λοιπαί, ὡς ἐτυχεν,

1. ἴση δέ] PF; ὡς ἐστίν ἴση BV; ὡς p. MA] MA ἴση ἐστίν p.
 2. ἐλάσσων F, ut lin. 3. 3. ΔH] ΔH τῆς ΔK Fp et V eras.
 4. ἐλάσσων Bp. ἐλάττων δὲ ἡ μὲν] ἡ δέ F.
 5. καὶ] om. Bp. ἴσαι] P, F m. 1; ἴσαι εὐθεῖαι V, F m. 2; εὐθεῖαι ἴσαι Bp.
 7. γὰρ πρὸς F. 9. γωνία] om. p.
 10. MK] BM B, MB p et V e corr. MB] MK Bp et V e corr.
 11. δυοὶ BVp. ἐκατέρω] ἐκατέρω V. 13. ἴση]

uerum $MK = MA$. itaque $\angle K < \angle A$. similiter demonstrabimus, esse etiam $\angle A < \angle \Theta$. ergo minima est $\angle H$, et $\angle K < \angle A$, $\angle A < \angle \Theta$.

dico etiam, duas solas aequales a puncto A ad circulum addidere in utraque parte minimae $\angle H$. construatur ad rectam MA et punctum eius M angulo KMA aequalis $\angle AMB$ [I, 23], et ducatur AB . et quoniam $MK = MB$, et communis est MA , duae rectae KM, MA duabus BM, MA aequales sunt altera alteri; et $\angle KMA = \angle MBA$. itaque $\angle K = \angle B$ [I, 4]. dico, rectae AK aequalem aliam rectam non addidere ad circulum a puncto A . nam, si fieri potest, addidat et sit AN . iam quoniam $\angle K = \angle N$, et $\angle K = \angle B$, erit etiam $\angle B = \angle N$, propior minimae $\angle H$ remotiori; quod fieri non potest [u. supra]. quare plures quam duae aequales non addident ad circulum $AB\Gamma$ a A puncto in utraque parte minimae $\angle H$.

Ergo si extra circulum punctum aliquod sumitur, et ab hoc puncto ad circulum rectae aliquot educun-

(prius) P, F m. 1, p; $\iota\sigma\eta$ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$ V, F m. 2; $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\iota$ $\iota\sigma\eta$ B. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\iota$] P, comp. p, $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$ uulgo. 14. $\delta\eta$] om. Pp. $\angle K$] K in ras. V, B Δ F; $\angle B$ φ . 15. $\pi\rho\acute{o}\varsigma$] post $\kappa\alpha'$ m. 1 $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ φ ; mg. 'γρ. $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ τὸν κύκλον F. 16. $\pi\iota\pi\tau\acute{\epsilon}\tau\omega$ in ras. V. 17. $\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}$ P. $\angle K$] K Δ F. $\angle B$] B e corr. V. 18. $\acute{\alpha}\rho\alpha$] supra comp. F m. 2. $\acute{\epsilon}\gamma\gamma\epsilon\iota\omicron$ P, sed corr. 19. $\acute{\alpha}\pi\omega\tau\acute{\epsilon}\rho\omega$ p. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\iota$] deleo; cfr. p. 182, 9. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\iota$ $\iota\sigma\eta$] om. p, August. $\acute{\epsilon}\delta\epsilon\iota\chi\theta\eta$] om. B, August. Post hoc uerbum legitur alia demonstratio; u. append. 20. η $\delta\acute{\upsilon}\omega$ $\acute{\iota}\sigma\alpha\iota$] P et sine dubio F m. 1; $\acute{\alpha}\delta\acute{\upsilon}\nu\alpha\iota$ φ seq. ai m. 1 (pro $\acute{\alpha}\delta\acute{\upsilon}\nu$ habuit F η $\delta\acute{\upsilon}\omega$), supra scr. $\mu\acute{o}\nu\omicron\nu$ $\acute{\epsilon}\psi\theta\epsilon\iota\alpha\iota$ m. 2; η $\delta\acute{\upsilon}\omega$ $\mu\acute{o}\nu\omicron\nu$ $\acute{\epsilon}\psi\theta\epsilon\iota\alpha\iota$ $\acute{\iota}\sigma\alpha\iota$ B, et V, sed $\mu\acute{o}\nu\omicron\nu$ m. 2 supra scr. est; η $\delta\acute{\upsilon}\omega$ $\acute{\epsilon}\psi\theta\epsilon\iota\alpha\iota$ $\pi\rho\sigma\pi\epsilon\sigma\sigma\acute{o}\nu\tau\alpha\iota$ p. $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ — 21. $\sigma\eta\mu\acute{\epsilon}\iota\omicron\nu$] $\acute{\alpha}\nu\theta$ τοῦ Δ $\sigma\eta\mu\acute{\epsilon}\iota\omicron\nu$ $\pi\rho\sigma\pi\epsilon\sigma\sigma\acute{o}\nu\tau\alpha\iota$ $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ τὸν $AB\Gamma$ κύκλον B. 21. κύκλον] m. 2 F. Δ] corr. ex Γ V. 22. $\pi\rho\sigma\pi\epsilon\sigma\sigma\acute{o}\nu\tau\alpha\iota$] om. Bp. 23. $\acute{\alpha}\nu\theta$ $\delta\acute{\epsilon}$ — p. 190, 9: $\acute{\epsilon}\lambda\alpha\chi\acute{\iota}\sigma\tau\eta\varsigma$] καὶ τὰ $\acute{\epsilon}\xi\eta\varsigma$ PBFV. 25. $\acute{\epsilon}\tau\upsilon\chi\epsilon$ p.

τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν
 εὐθειῶν μεγίστη μὲν ἐστὶν ἡ διὰ τοῦ κέντρου, τῶν δὲ
 ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώ-
 5 τερον μείζων ἐστίν, τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέ-
 ρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν ἐλαχίστη μὲν ἐστὶν ἡ
 μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου, τῶν δὲ
 ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης τῆς ἀπώτερόν ἐστιν
 ἐλάττων, δύο δὲ μόνον ἴσαι ἀπὸ τοῦ σημείου προσ-
 πεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἐκάτερα τῆς ἐλαχίστης·
 10 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ'.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντός, ἀπο
 δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι
 πλείους ἢ δύο ἴσαι εὐθεῖαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον
 15 κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου.

Ἔστω κύκλος ὁ $AB\Gamma$, ἐντὸς δὲ αὐτοῦ σημεῖον τὸ
 Δ , καὶ ἀπὸ τοῦ Δ πρὸς τὸν $AB\Gamma$ κύκλον προσπιπτε-
 τωσαν πλείους ἢ δύο ἴσαι εὐθεῖαι αἱ ΔA , ΔB , $\Delta \Gamma$.
 λέγω, ὅτι τὸ Δ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου.
 20 Ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ AB , $B\Gamma$ καὶ τετμήσθωσαν
 δίχα κατὰ τὰ E , Z σημεία, καὶ ἐπιξηχθεῖσαι αἱ EA ,
 $Z\Delta$ διήχθωσαν ἐπὶ τὰ H , K , Θ , A σημεία.

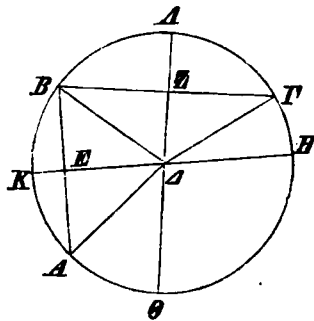
Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ AE τῇ EB , κοινὴ δὲ ἡ EA ,
 δύο δὴ αἱ AE , EA δύο ταῖς BE , EA ἴσαι εἰσὶν·
 25 καὶ βάσεις ἡ ΔA βάσει τῇ ΔB ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ

2. τῶν δὲ ἄλλων — 10. δεῖξαι] καὶ τὰ ἐξῆς p. 13. προσ-
 πίπτωσι] προσπίπτουσι Vp. 14. εὐθεῖαι ἴσαι BV. 18.
 εὐθεῖαι ἴσαι BVp. 22. $Z\Delta$ PBF, V m. 2; ΔZ p, V m. 1.
 K , H , A , Θ P. 24. δυοῖ Θ pp. εἰσὶν] PFV; εἰσὶ Bp.
 25. καί] m. 2 V. βάσεις ἄρα V. ἴση] P et postea inserto
 ἐστὶ F; ἴση ἐστὶ V; ἐστὶν ἴση Bp.

tur, quarum una per centrum, ceterae autem utcunque ductae sunt, earum rectarum, quae ad cauam partem ambitus addidunt, maxima est, quae per centrum ducta est, ceterarum autem proxima quaeque ei, quae per centrum est, remotiore maior est, rectarum autem ad conuexam partem ambitus addicentium minima est, quae inter punctum et diametrum posita est, ceterarum autem proxima quaeque minimae remotiore minor, et duae solae rectae a puncto illo ad circulum addicent in utraque parte minimae; quod erat demonstrandum.

IX.

Si intra circulum punctum aliquod sumitur, et ab hoc puncto ad circulum plures quam duae rectae aequales ad circulum addicunt, sumptum punctum centrum est circuli.



Sit circulus $AB\Gamma$, et intra eum punctum Δ , et a Δ ad $AB\Gamma$ circulum plures quam duae rectae aequales addicant ΔA , ΔB , $\Delta \Gamma$. dico, punctum Δ centrum esse circuli $AB\Gamma$.

ducantur enim AB , $B\Gamma$ et secentur in duas partes aequales in punctis E , Z , et ductae $E\Delta$, $Z\Delta$ educantur ad puncta H , K , Θ , A .

iam quoniam $AE = EB$, et communis est $E\Delta$, duae rectae AE , $E\Delta$ duabus BE , $E\Delta$ aequales sunt. et $\angle A = \angle B$. itaque $\angle AED = \angle BED$ [I, 8]. itaque

$\Delta Ε Δ$ γωνία τῇ ὑπὸ $Β Ε Δ$ ἴση ἐστίν· ὀρθὴ ἄρα ἐκ-
 τέρα τῶν ὑπὸ $\Delta Ε Δ$, $Β Ε Δ$ γωνιῶν· ἡ $Η Κ$ ἄρα τὴν
 $Α Β$ τέμνει δίχα καὶ πρὸς ὀρθάς. καὶ ἐπεὶ, ἐὰν ἐν κύ-
 κλῳ εὐθεῖά τις εὐθεϊάν τινα δίχα τε καὶ πρὸς ὀρθάς
 5 τέμνῃ, ἐπὶ τῆς τεμνούσης ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου,
 ἐπὶ τῆς $Η Κ$ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου. διὰ
 τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἐπὶ τῆς $\Theta Α$ ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ
 $Α Β Γ$ κύκλου. καὶ οὐδὲν ἕτερον κοινὸν ἔχουσιν αἱ
 $Η Κ$, $\Theta Α$ εὐθεῖαι ἢ τὸ Δ σημεῖον· τὸ Δ ἄρα σημεῖον
 10 κέντρον ἐστὶ τοῦ $Α Β Γ$ κύκλου.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντός, ἀπὸ δὲ
 τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι πλείους ἢ
 δύο ἴσαι εὐθεῖαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον κέντρον ἐστὶ
 τοῦ κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

15

ι'.

Κύκλος κύκλον οὐ τέμνει κατὰ πλείονα ση-
 μεῖα ἢ δύο.

Εἰ γὰρ δυνατόν, κύκλος ὁ $Α Β Γ$ κύκλον τὸν $\Delta Ε Ζ$
 τεμνέτω κατὰ πλείονα σημεία ἢ δύο τὰ $Β$, $Η$, $Ζ$, Θ ,
 20 καὶ ἐπιξενυχθεῖσαι αἱ $Β \Theta$, $Β Η$ δίχα τεμνέσθωσαν κατὰ
 τὰ $Κ$, Δ σημεία· καὶ ἀπὸ τῶν $Κ$, Δ ταῖς $Β \Theta$, $Β Η$

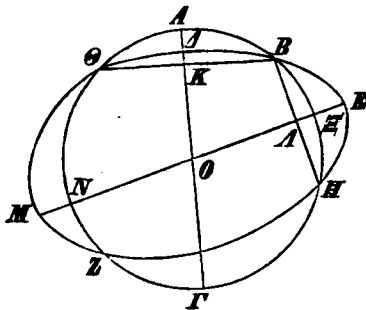
1. ἐστὶ V. ἄρα] PB, F in ras.; γὰρ p in ras., V m. 1;
 ἐστὶν ἄρα V m. 2. 2. ἢ] καὶ ἡ p. ἄρα] om. p. 3.
 τέμνει δίχα] P; δίχα τέμνει B, δίχα τέμνουσα V (sed -νουσα et
 seq. καὶ in ras.), p, F (δίχα τέμνουσι φ). ὀρθάς] ὀρθάς
 τέμνει Vp et F in ras. καὶ ἐπεὶ] in ras. F, seq. in mg.
 transeunt. καὶ ἐπεὶ — 5. τέμνῃ] mg. m. rec. P. τε] in
 fine lin., in mg. add. μνη m. 2 B. 5. τέμνῃ] τέμνει FV.
 τῆς] om. F? ἐστίν F. 6. ἐστίν B. 7. ἐστὶν P. 8.
 $Α Β Γ$] om. p. κύκλου] m. 2 F; om. B. 12. προσπίπτωσι
 — 14. κύκλου] καὶ τὰ ἐξῆς p. 12. -πίπτωσι in ras. F.
 13. εὐθεῖαι ἴσαι B. 14. Seq. alia demonstratio, de qua u.
 appendix. 15. ια' F, sed α eras. 18. $\Delta Ε Ζ$] corr. ex

uterque angulus $AE\Delta$, $BE\Delta$ rectus est [I, def. 10]. ergo HK rectam AB et in duas partes aequales et ad angulos rectos secat. et quoniam, si in circulo recta aliqua aliam rectam et in duas partes aequales et ad angulos rectos secat, in secanti erit centrum circuli [prop. I coroll.], centrum circuli in HK erit. eadem de causa etiam in ΘA erit centrum circuli $AB\Gamma$. nec ullum aliud commune punctum habent HK , ΘA rectae ac Δ punctum. itaque Δ centrum est circuli $AB\Gamma$.

Ergo si intra circulum punctum aliquod sumitur, et ab hoc puncto plures quam duae rectae aequales ad circulum addidunt, sumptum punctum centrum est circuli; quod erat demonstrandum.

X.

Circulus circulum non secat in pluribus punctis quam duobus.



nam, si fieri potest, circulus $AB\Gamma$ circulum ΔEZ in pluribus secet punctis quam duobus B , H , Z , Θ , et ductae $B\Theta$, BH in punctis K , Δ in duas partes aequales secantur, et a K , Δ ad $B\Theta$, BH perpendicu-

ΔEH m. 2 V. 19. Z , Θ] corr. ex Θ , Z m. 2 V. 20. $B\Theta$, BH] P; $B\Theta$, HB F m. 1; BH , ΘB F m. 2; BH , $B\Theta$ BVp. $\tau\epsilon\tau\mu\eta\sigma\theta\omega\sigma\alpha\nu$ διχα p. $\tau\epsilon\tau\mu\eta\sigma\theta\omega\sigma\alpha\nu$ P. 21. $B\Theta$, BH] BF, V m. 2; BH , $B\Theta$ Pp, V m. 1.

πρὸς ὀρθὰς ἀχθεῖσαι αἱ $K\Gamma$, AM διήχθωσαν ἐπὶ τὰ A , E σημεία.

- Ἐπεὶ οὖν ἐν κύκλῳ τῷ $AB\Gamma$ εὐθεῖά τις ἡ AG εὐθεϊάν τινα τὴν $B\Theta$ δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει,
 5 ἐπὶ τῆς AG ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου.
 πάλιν, ἐπεὶ ἐν κύκλῳ τῷ αὐτῷ τῷ $AB\Gamma$ εὐθεῖά τις ἡ $N\Xi$ εὐθεϊάν τινα τὴν BH δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, ἐπὶ τῆς $N\Xi$ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου. ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ τῆς AG , καὶ κατ' οὐδὲν
 10 συμβάλλουσιν αἱ AG , $N\Xi$ εὐθεῖαι ἢ κατὰ τὸ O . τὸ O ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου. ὁμοίως δὲ δεῖξομεν, ὅτι καὶ τοῦ ΔEZ κύκλου κέντρον ἐστὶ τὸ O . δύο ἄρα κύκλων τεμνόντων ἀλλήλους τῶν $AB\Gamma$, ΔEZ τὸ αὐτὸ ἐστὶ κέντρον τὸ O . ὅπερ ἐστὶν
 15 ἀδύνατον.

Οὐκ ἄρα κύκλος κύκλον τέμνει κατὰ πλείονα σημεία ἢ δύο· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια'.

- Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων ἐν-
 20 τὸς, καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα καὶ ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων.

- Δύο γὰρ κύκλοι οἱ $AB\Gamma$, $A\Delta E$ ἐφαπτέσθωσαν
 25 ἀλλήλων ἐντὸς κατὰ τὸ A σημεῖον, καὶ εἰλήφθω τοῦ

1. $K\Gamma$, AM] litt. Γ , A in ras. m. 2 F; KA , ΓM V, sed corr. m. 1. 2. A , E] in ras. p; AE , HA P. 3. τῷ] e corr. V m. 2. 4. δίχα τε BVp. καί] supra m. 2 F. 7. δίχα τέμνει καὶ πρὸς ὀρθὰς p. Ante ὀρθὰς ras. 1 litt. V. 8. τὸ κέντρον ἐστὶ BVp. 9. καί] (prius) m. 2 V. 10. εὐθεῖαι] om. p. ἢ] P, F m. 1; ἀλλήλαις ἢ BVp, F m. 2.

lares ducantur $K\Gamma$, AM et educantur ad A , E puncta. iam quoniam in circulo $AB\Gamma$ recta aliqua AF aliam rectam $B\Theta$ in duas partes aequales et ad angulos rectos secat, in AF erit centrum circuli $AB\Gamma$ [prop. I coroll.]. rursus quoniam in circulo eodem $AB\Gamma$ recta quaedam $N\Xi$ aliam rectam BH in duas partes aequales et ad angulos rectos secat, in $N\Xi$ erit centrum circuli $AB\Gamma$ [id.]. sed demonstratum est, idem in AF esse, nec usquam concurrunt rectae AF , $N\Xi$ excepto puncto O . O igitur centrum est circuli $AB\Gamma$. similiter demonstrabimus, O etiam circuli AEZ centrum esse. itaque duo circuli inter se secantes $AB\Gamma$, AEZ idem habent centrum O ; quod fieri non potest [prop. V].

Ergo circulus circulum non secat in pluribus punctis quam duobus; quod erat demonstrandum.

XI.

Si duo circuli intra contingunt inter se, et sumpta erunt centra eorum, recta centra eorum coniungens producta etiam¹⁾ in punctum contactus circulorum cadet.

nam duo circuli $AB\Gamma$, $A\Delta E$ intra contingant inter se in A puncto, et sumatur circuli $AB\Gamma$ cen-

1) Minus recte in B post *ἐκβαλλομένην* interpungitur; quamquam usus Euclidis potius *ἐκβαλλομένην καὶ* postulat; καὶ deleuit Gregorius.

13. δύο ἄρα — 14. τὸ O] om. P. 14. ἐστίν] om. p. 17. ἡ δύο] om. P. Sequitur alia demonstratio, u. appendix. 18. $\alpha\alpha$] om. φ . 19. ἐντός] mg. m. 1 P. 20. καὶ $\lambda\eta\phi\theta\eta$ αὐτῶν τὰ κέντρα] om. B. 21. καὶ] om. V. 22. πεσεῖται] litt. σείτ- in ras. m. 2 V. 24. ἀπέσθασαν Theon (BF Vp).

μὲν $ΑΒΓ$ κύκλου κέντρον τὸ Z , τοῦ δὲ $ΑΔΕ$ τὸ H · λέγω, ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ H ἐπὶ τὸ Z ἐπιξεννυμένη εὐθεΐα ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὸ A πεσεῖται.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, πιπτέτω ὡς ἡ $ZHΘ$,
 5 καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ AZ , AH .

Ἐπεὶ οὖν αἱ AH , HZ τῆς ZA , τουτέστι τῆς $ZΘ$, μείζονες εἰσιν, κοινὴ ἀφηρήσθω ἡ ZH · λοιπὴ ἄρα ἡ AH λοιπῆς τῆς $HΘ$ μείζων ἐστίν. Ἰση δὲ ἡ AH τῇ $HΔ$ · καὶ ἡ $HΔ$ ἄρα τῆς $HΘ$ μείζων ἐστίν ἢ ἐλάττω
 10 τῆς μείζονος· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Z ἐπὶ τὸ H ἐπιξεννυμένη εὐθεΐα ἐκτὸς πεσεῖται· κατὰ τὸ A ἄρα ἐπὶ τῆς συναφῆς πεσεῖται.

Ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων ἐντός, [καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα], ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν
 15 ἐπιξεννυμένη εὐθεΐα [καὶ ἐκβαλλομένη] ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ'.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων ἐκτός, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιξεννυμένη διὰ
 20 τῆς επαφῆς ἐλεύσεται.

Δύο γὰρ κύκλοι οἱ $ΑΒΓ$, $ΑΔΕ$ ἐφαπτόσθωσαν ἀλλήλων ἐκτὸς κατὰ τὸ A σημεῖον, καὶ εἰλήφθω τοῦ μὲν $ΑΒΓ$ κέντρον τὸ Z , τοῦ δὲ $ΑΔΕ$ τὸ H · λέγω,

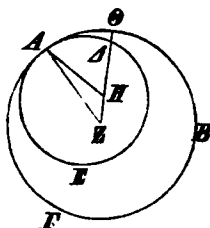
1. μὲν] om. B. τὸ κέντρον τό P. 3. Α σημεῖον FV, P m. rec. 4. $ZHΘ$] $ZΘ$ F, H supra scr. m. 2. 6. αἱ] ἡ P. ZA] in ras. m. 1 V. τῆς ZA] mg. m. 1 P. τουτέστιν P. 7. εἰσιν] P; εἰσι vulgo. ZH] H in ras. V. 8. ἴση δέ — 9. ἐστίν] mg. m. 2 B (ἐστι). ἴση δὲ ἡ AH τῇ $HΔ$] in ras. p. AH] PB, F m. 1, V m. 1; $ΔH$ p, F m. 2, V m. 2. 9. $HΔ$] PB, F m. 1, V m. 1; $ΔH$ p, F m. 2, V m. 2. ἐλάσσων Fp. 10. ἐστίν] PF; om. BVp. ἡ] supra m. 1 P. 11. Post ἐκτός add. τῆς κατὰ τὸ A συναφῆς Theon (BFVp),

trum Z , circuli autem $A\Delta E$ centrum H [prop. I]. dico, rectam H, Z coniungentem productam in A casuram esse.

ne cadat enim, sed si fieri potest, cadat ut ZH et ducantur AZ , AH . iam quoniam

$$AH + HZ > ZA \text{ [I, 20],}$$

h. e. $AH + HZ > Z\Theta$, subtrahatur,
 quae communis est, ZH . itaque
 $AH > H\Theta$. sed $AH = H\Delta$. itaque
 etiam $H\Delta > H\Theta$, minor maiore;
 quod fieri non potest. itaque recta
 Z, H coniungens extra non cadet.
 quare in A in punctum contactus cadet.



Ergo si duo circuli intra contingunt inter se, et sumpta erunt centra eorum, recta centra eorum coniungens producta etiam in punctum contactus circulo-
rum cadet; quod erat demonstrandum.

XII.

Si duo circuli extrinsecus contingunt inter se, recta
centra eorum coniungens per punctum contactus ibit.

nam duo circuli $AB\Gamma$, $A\Delta E$ extrinsecus contingant inter se in puncto A , et sumatur circuli $AB\Gamma$ centrum Z , circuli autem $A\Delta E$ centrum H [prop. I].

P m. rec. 12. κατὰ τὸ Ἄρα ἐπὶ τῆς συναφῆς πεσεῖται] P;
ἐπ' αὐτῆς ἄρα p; ἐπ' αὐτῆς B, ἄρα add. m. 2; ἐπ' αὐτὴν ἄρα
V; ἐπ' αὐτοῖς ἄρα F. 13. ἐφάπτονται] ἄπτονται PB, et F,
sed ἰφ- supra m. 1. 14. καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα] mg.
m. 2 F; om. PVp. 15. καὶ ἐκβαλλομένη] om. PFP. 16.
τῶν κύκλων] om. p. Seq. alia demonstratio; u. appendix.
17. ἰβ'] om. φ. 18. ἄπτονται Theon (BFVp). 19. εὐθεία
διὰ BV, F m. 2. 20. ΑΒΓ] e corr. F. Dein κύκλου add.
pφ, V m. 2.

ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ Z ἐπὶ τὸ H ἐπιξεννυμένη εὐθεῖα διὰ τῆς κατὰ τὸ A ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἐρχέσθω ὡς ἡ $ZΓΔH$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ AZ , AH .

5 Ἐπεὶ οὖν τὸ Z σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΑΒΓ$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ZA τῇ $ZΓ$. πάλιν, ἐπεὶ τὸ H σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΑΔΕ$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ HA τῇ $HΔ$. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ZA τῇ $ZΓ$ ἴση· αἱ ἄρα ZA , AH ταῖς $ZΓ$, $HΔ$ ἴσαι εἰσὶν· ὥστε ὅλη ἡ
10 ZH τῶν ZA , AH μείζων ἐστίν· ἀλλὰ καὶ ἐλάττων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Z ἐπὶ τὸ H ἐπιξεννυμένη εὐθεῖα διὰ τῆς κατὰ τὸ A ἐπαφῆς οὐκ ἐλεύσεται· δι' αὐτῆς ἄρα.

Ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων ἐκτός,
15 ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιξεννυμένη [εὐθεῖα] διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιγ'.

Κύκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ καθ' ἓν, εἴαν τε ἐντὸς εἴαν τε ἐκτὸς
20 ἐφάπτηται.

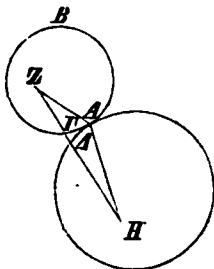
Εἰ γὰρ δυνατόν, κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$ κύκλου τοῦ $ΕΒΖΔ$ ἐφαπτέσθω πρότερον ἐντὸς κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἓν τὰ $Δ$, B .

2. κατὰ τὸ A] supra m. 2 V. 4. AZ] ZA P. 6. ZA] A V. 8. AH F. Ante $HΔ$ 1 litt. eras. F. 9. $ZΓ$] Z V, corr. ex $Γ$ m. 1. $HΔ$] $ΔH$ Pp. 10. ἐλάττων] ἐλάσσων F; ἡ ἐλάττων V. 11. ἐστίν] om. p. τοῦ] τό B. 12. H] M φ (non F). 13. αὐτῆς φ. ἄρα] om. B. 14. Ἐὰν] ἄν V. 15. ἡ ἐπὶ] in ras. m. 2 V. εὐθεῖα διὰ] PBF V. 14. εἴαν ἄρα — 16. ἐλεύσεται] om. p. 16. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] :~ BF. 17. ιγ'] ιε' F; corr. m. 2.

dico, rectam Z, H coniungentem per punctum contactus A ire.

ne eat enim, sed si fieri potest, cadat ut $Z\Gamma\Delta H$, et ducantur AZ, AH . iam quoniam Z punctum centrum est circuli $AB\Gamma$, erit $ZA = Z\Gamma$. rursus quoniam H punctum centrum est circuli $A\Delta E$, erit

$$AH = H\Delta.$$



sed demonstratum est, etiam

$$ZA = Z\Gamma. \text{ itaque}$$

$$ZA + AH = Z\Gamma + H\Delta.$$

quare $ZH > ZA + AH$. verum etiam $ZH < ZA + AH$ [I, 20]; quod fieri non potest. itaque recta Z, H coniungens extra punctum contactus A non ibit. quare per A ibit.

Ergo si duo circuli extrinsecus contingunt inter se recta centra eorum coniungens per punctum contactus ibit; quod erat demonstrandum.

XIII.

Circulus circulum non contingit in pluribus punctis quam in uno, siue intra siue extrinsecus contingit.

nam si fieri potest, circulus $AB\Gamma\Delta$ circulum $EBZ\Delta$ prius intra contingat in pluribus punctis quam

18. οὐκ] supra m. 2 PV. κατὰ τὰ V, sed corr. 19. ἐντός] ἐντός ἐφάπτεται P; ἐκτός B et V m. 2 (ἐντός m. 1). ἐκτός] ἐντός BV. 20. ἐφάπτεται] om. P. 21. $AB\Gamma\Delta$] $AB\Gamma$ lac. 1 litt. φ. 22. EZ, ZΔ P, corr. m. rec. ἀπὸ τοῦ Bp et F m. 1 (corr. m. 2). 23. Δ, B] B, Δ Pp.

Καὶ εἰλίφθω τοῦ μὲν $ΑΒΓΔ$ κύκλου κέντρον τὸ H , τοῦ δὲ $ΕΒΖΔ$ τὸ $Θ$.

Ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ H ἐπὶ τὸ $Θ$ ἐπιζευγνυμένη ἐπὶ τὰ B , $Δ$ πεσεῖται. πιπτέτω ὡς ἡ $BHΘΔ$. καὶ ἐπεὶ τὸ
 5 H σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ BH τῇ $HΔ$. μείζων ἄρα ἡ BH τῆς $ΘΔ$. πολλῶν ἄρα μείζων ἡ $BΘ$ τῆς $ΘΔ$. πάλιν, ἐπεὶ τὸ $Θ$ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΕΒΖΔ$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ $BΘ$ τῇ $ΘΔ$. ἐδείχθη δὲ αὐτῆς καὶ πολλῶν μείζων· ὅπερ ἀδύ-
 10 νατον· οὐκ ἄρα κύκλος κύκλου ἐφάπτεται ἐντὸς κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἓν.

Λέγω δὴ, ὅτι οὐδὲ ἐκτός.

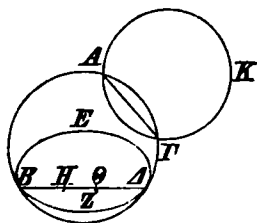
Εἰ γὰρ δυνατόν, κύκλος ὁ $ΑΓΚ$ κύκλου τοῦ $ΑΒΓΔ$ ἐφαπτεσθῶ ἐκτός κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἓν τὰ A , $Γ$,
 15 καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΑΓ$.

Ἐπεὶ οὖν κύκλων τῶν $ΑΒΓΔ$, $ΑΓΚ$ εἴληπται ἐπὶ τῆς περιφερείας ἑκατέρου δύο τυχόντα σημεῖα τὰ A , $Γ$, ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς ἑκατέρου πεσεῖται· ἀλλὰ τοῦ μὲν $ΑΒΓΔ$ ἐντὸς ἐπεσεν,
 20 τοῦ δὲ $ΑΓΚ$ ἐκτός· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα κύκλος κύκλου ἐφάπτεται ἐκτός κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἓν. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἐντός.

Κύκλος ἄρα κύκλου οὐκ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα

1. $ΑΒΓΔ$] P, F in ras., V m. 2 ($Δ$ in ras.), p m. 2; $ΑΒΓ$ B, V m. 1, p m. 1. 3. $Θ$] in ras. F. ἐπὶ] PB, F m. 1; εὐθεῖα ἐπὶ Vp, F m. 2. 4. πιπτέτω φ. 6. BH] (alt.) $ΔH$ P, corr. m. rec. τῆς] corr. ex τῇ m. 2 P. $ΘΔ$] post ras. 1 litt., $Δ$ postea insert. m. 1 V. 8. ἐστὶν ἴση V. 9. ὅπερ ἐστὶν F. 12. δὴ] m. 2 V. 13. δυνατόν γάρ p. $ΑΓΚ$] $ΑΚΓ$ Fp, $ΑΓΚΑ$ B, P m. 2. $ΑΒΔΓ$ Bp; $ΔΓ$ litt. in ras. V, eras. F. $ΑΓΚ$] $ΑΚΓ$ p, $ΑΓΚΑ$ B, P m. 2, V in ras. m. 2. 17. δύο] supra scr. m. 1 F. τὰ A — 18: σημεῖα] mg. m. 1 P. 18. ἡ ἄρα P. τὰ αὐτά B. 19. $ΑΒΔΓ$

uno Δ , B . et sumatur circuli $AB\Gamma\Delta$ centrum H , circuli autem $EBZ\Delta$ centrum Θ .



itaque recta H, Θ coniungens in B, Δ cadet [prop. XI]. cadat ut $BH\Theta\Delta$. et quoniam H punctum centrum est circuli $AB\Gamma\Delta$, erit $BH = H\Delta$. itaque $BH > \Theta\Delta$. quare multo magis $B\Theta > \Theta\Delta$.

rursus quoniam Θ punctum centrum est circuli $EBZ\Delta$, erit $B\Theta = \Theta\Delta$. sed demonstratum est, eandem multo maiorem esse; quod fieri non potest. itaque circulus circulum intra non contingit in pluribus punctis quam uno.

dico igitur, ne extrinsecus quidem hoc fieri. nam si fieri potest, circulus $A\Gamma K$ circulum $AB\Gamma\Delta$ extrinsecus contingat in pluribus punctis quam uno A, Γ , et ducatur $A\Gamma$. iam quoniam in ambitu utriusque circuli $AB\Gamma\Delta$, $A\Gamma K$ duo quaelibet puncta sumpta sunt A, Γ , recta ea coniungens intra utrumque cadet [prop. II]. sed intra circulum $AB\Gamma\Delta$ et extra circulum $A\Gamma K$ cecidit [def. 3]; quod absurdum est. itaque circulus circulum extrinsecus non contingit in pluribus punctis quam uno. demonstratum autem, ne intra quidem hoc fieri.

Ergo circulus circulum non contingit in pluribus

Fp. $\epsilon\pi\epsilon\sigma\sigma$ Vp. 20. $A\Gamma K$] K in ras. m. 1 P. 21. $\epsilon\phi\acute{\alpha}\psi\epsilon\tau\alpha\iota$ B, V supra scr. m. 2. 23. $\sigma\acute{\upsilon}\kappa$] supra scr. F. $\epsilon\phi\alpha\psi\epsilon\tau\alpha\iota$ BF, V e corr. m. 2.

σημεῖα ἢ [καθ'] ἐν, εἰάν τε ἐντός εἰάν τε ἐκτός ἐφάπτηται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ'.

Ἐν κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεται ἴσον ἀπέχουσιν
 5 ἀπὸ τοῦ κέντρου, καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ
 τοῦ κέντρου ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Ἔστω κύκλος ὁ $ABΓΔ$, καὶ ἐν αὐτῷ ἴσαι εὐθεται
 ἕστωσαν αἱ AB , $ΓΔ$ · λέγω, ὅτι αἱ AB , $ΓΔ$ ἴσον
 ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου.

10 Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ $ABΓΔ$ κύκλου
 καὶ ἕστω τὸ E , καὶ ἀπὸ τοῦ E ἐπὶ τὰς AB , $ΓΔ$ κά-
 θετοι ἤχθωσαν αἱ EZ , EH , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ
 AE , $ΕΓ$.

Ἐπεὶ οὖν εὐθεῖαί τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ EZ εὐ-
 15 θεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν AB πρὸς ὀρθὰς
 τέμνει, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει. ἴση ἄρα ἡ AZ τῇ ZB ·
 διπλῇ ἄρα ἡ AB τῆς AZ . διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ἡ $ΓΔ$
 τῆς $ΓH$ ἐστὶ διπλῇ· καὶ ἔστιν ἴση ἡ AB τῇ $ΓΔ$ ·
 ἴση ἄρα καὶ ἡ AZ τῇ $ΓH$. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ AE
 20 τῇ $ΕΓ$, ἴσον καὶ τὸ ἀπὸ τῆς AE τῷ ἀπὸ τῆς $ΕΓ$.
 ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς AE ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν AZ , EZ ·
 ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ Z γωνία· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς $ΕΓ$
 ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν EH , $HΓ$ · ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ H
 γωνία· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν AZ , ZE ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ

1. καθ'] om. PBFVp. ἐντός] ἐκτός BV. ἐκτός] ἐντός
 BV. Post ἐντός in F est ἡ. 2. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] : ~ BF,
 om. P. 3. ιδ'] ις' F; corr. m. 2. 4. ἐν] inter s et v 1 litt.
 eras. P. 7. $ABΔΓ$ p. 8. ὅτι αἱ AB , $ΓΔ$] P; ὅτι Theon
 (BFVp). 10. $ABΔΓ$ p. 12. αἱ EZ —ἐπεξεύχθωσαν] mg. m. 1 P.
 13. AE] litt. A in ras. m. 2 V. $ΕΓ$] $ΓΕ$ Pp. 16. τέμνει]
 (alt.) τεμεῖ FV. ZB] BZ P, $ZΘ$ φ (non F). 18. ἐστὶ]

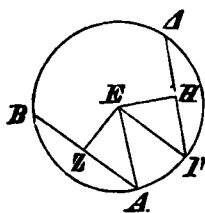
punctis quam in uno, siue intra siue extrinsecus contingit; quod erat demonstrandum.

XIV.

In circulo aequales rectae aequali spatjo a centro distant, et aequali spatjo distantes a centro inter se aequales sunt.

Sit circulus $AB\Gamma A$, et in eo aequales rectae sint $AB, \Gamma A$. dico, $AB, \Gamma A$ aequali spatjo a centro distare.

sumatur enim centrum circuli $AB\Gamma A$ [prop. I], et sit E , et ab E ad $AB, \Gamma A$ perpendiculares ducantur EZ, EH , et ducantur $AE, E\Gamma$.



iam quoniam recta quaedam per centrum ducta EZ aliam rectam non per centrum ductam AB ad angulos rectos secat, etiam in duas partes aequales eam secat [prop. III]. itaque $AZ = ZB$. ergo $AB = 2 AZ$.

eadem de causa erit etiam $\Gamma A = 2 EH$. et

$$AB = \Gamma A.$$

itaque etiam $AZ = EH$.¹⁾ et quoniam $AE = E\Gamma$, erit $AE^2 = E\Gamma^2$. uerum $AZ^2 + EZ^2 = AE^2$ (nam angulus ad Z positus rectus est) [I, 47], et

$$EH^2 + H\Gamma^2 = E\Gamma^2$$

(nam angulus ad H positus rectus est) [id.]. quare

1) I κοιν. ξνν. 6, quae cum genuina non sit, Euclides usus erat I κοιν. ξνν. 3.

ἔστιν B. 19. ἐπεὶ] ἐπὶ φ (non F). 20. AE] mutat. in ΓE V; m. 2, ΓE in ras. B; eras. F, in quo seq. γωνον (post lacun.) περιγώνον. EΓ] AE B et e corr. V; in F euan. 21. μὲν] om. B. ἵσα ἐστὶ B. EZ] ZE Pp. 22. ἵσα ἐστὶ B. HΓ] corr. ex ΓH V. H] Z φ (non F). 24. ἔστιν P.

τῶν ΓΗ, ΗΕ, ὧν τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ
 τῆς ΓΗ· ἴση γὰρ ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΓΗ· λοιπὸν ἄρα
 τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΗ ἴσον ἐστίν· ἴση ἄρα
 ἡ ΕΖ τῇ ΕΗ. ἐν δὲ κύκλῳ ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ
 5 κέντρου εὐθεῖται λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου
 ἐπ' αὐτάς κἀθετοὶ ἀγόμεναι ἴσαι ᾖσιν· αἱ ἄρα ΑΒ,
 ΓΔ ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου.

Ἀλλὰ δὴ αἱ ΑΒ, ΓΔ εὐθεῖται ἴσον ἀπεχέτωσαν ἀπὸ
 τοῦ κέντρου, τουτέστιν ἴση ἔστω ἡ ΕΖ τῇ ΕΗ. λέγω,
 10 ὅτι ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δει-
 ξομεν, ὅτι διπλῇ ἐστὶν ἡ μὲν ΑΒ τῆς ΑΖ, ἡ δὲ ΓΔ
 τῆς ΓΗ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΓΕ, ἴσον ἐστὶ
 τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΕ· ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ
 15 τῆς ΑΕ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΕΖ, ΖΑ, τῷ δὲ ἀπὸ
 τῆς ΓΕ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΕΗ, ΗΓ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν
 ΕΖ, ΖΑ ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΕΗ, ΗΓ· ὧν τὸ ἀπὸ
 τῆς ΕΖ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΗ ἐστὶν ἴσον· ἴση γὰρ ἡ ΕΖ
 τῇ ΕΗ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ ἴσον ἐστὶ τῷ
 20 ἀπὸ τῆς ΓΗ· ἴση ἄρα ἡ ΑΖ τῇ ΓΗ· καὶ ἐστὶ τῆς
 μὲν ΑΖ διπλῇ ἡ ΑΒ, τῆς δὲ ΓΗ διπλῇ ἡ ΓΔ· ἴση
 ἄρα ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

Ἐν κύκλῳ ἄρα αἱ ἴσαι εὐθεῖται ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ
 τοῦ κέντρου, καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου
 25 ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὅπερ εἶδει δεῖξαι.

8. τῷ] P, V m. 1; λοιπῷ τῷ BFP, V m. 2. Ante τῷ in
 V est ἴσον ἐστὶ. ἴσον ἐστίν] om. V, ἐστὶν ἴσον Pp. ἄρα
 καὶ ἡ P. 4. ΕΖ] ΖΕ P. 5. αἱ] om. p. 8. ἀλλὰ δὴ]
 πάλιν Bp. 9. ΕΖ] corr. ex ΑΖ m. 2 P. 10. ἐστίν P.
 11. ὁμοίως δὴ BFP. 13. ἐστὶ] om. BV, καὶ p, ἐστίν P.
 14. ἀλλὰ] m. 2 V. 15. ἐστίν P. 17. ἴσα] ἴσαι φ. ἐστίν
 P. τὸ ἀπὸ τῆς] mg. m. 2 V. 18. ΕΖ] P, F m. 1; ΕΗ
 Bp, F m. 2, V mg. m. 2. Deinde in p seq. ἴσον ἐστὶ. τῷ]

$$AZ^2 + ZE^2 = \Gamma H^2 + HE^2.$$

sed $AZ^2 = \Gamma H^2$; nam $AZ = \Gamma H$. itaque

$$ZE^2 = EH^2.$$

quare $EZ = EH$. in circulo autem aequali spatio a centro distare dicuntur rectae, si rectae a centro ad eas perpendiculares ductae aequales sunt [def. 4]. ergo AB , ΓA aequali spatio distant a centro.

Uerum rectae AB , ΓA aequali spatio distent a centro, h. e. sit $EZ = EH$. dico, esse $AB = \Gamma A$.

nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus esse $AB = 2 AZ$, $\Gamma A = 2 \Gamma H$. et quoniam

$$AE = \Gamma E,$$

erit etiam $AE^2 = \Gamma E^2$. uerum

$$EZ^2 + ZA^2 = AE^2 \text{ [I, 47]},$$

et $EH^2 + H\Gamma^2 = \Gamma E^2$ [id.]. itaque

$$EZ^2 + ZA^2 = EH^2 + H\Gamma^2.$$

sed $EZ^2 = EH^2$; nam $EZ = EH$. itaque

$$AZ^2 = \Gamma H^2.$$

quare $AZ = \Gamma H$. et erat

$$AB = 2 AZ, \Gamma A = 2 \Gamma H.$$

ergo $AB = \Gamma A$.¹⁾

Ergo in circulo aequales rectae aequali spatio a centro distant, et aequali spatio distantes a centro inter se aequales sunt; quod erat demonstrandum.

1) I $\kappa\omicron\iota\nu$. $\acute{\epsilon}\nu\nu$. 5. Euclides ad I $\kappa\omicron\iota\nu$. $\acute{\epsilon}\nu\nu$. 2 prouocare poterat.

corr. ex $\tau\acute{o}$ m. 2 V. EH] P, F m. 1; EZ BVp, F m. 2. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ $\iota\sigma\omicron\nu$] PBF; om. p; $\iota\sigma\omicron\nu$ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$ V. Deinde seq. in V: $\tau\acute{\omega}$ $\acute{\alpha}\pi\omicron$ $\tau\eta\varsigma$ EH punctis deletum (itaque V a m. prima habuit idem quod P). EZ] ZE p. 19. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ P. 20. $\acute{\alpha}\rho\alpha$] corr. ex $\gamma\acute{\alpha}\rho$ m. 2 V. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ P. 21. $\acute{\eta}$] (prius) supra m. 1 V. ΓA] $A A$ $\varnothing$ (non F). 23. $\acute{\alpha}\iota$] om. P. 25. $\acute{\alpha}\lambda\lambda\acute{\eta}\lambda\omicron\iota\varsigma$ P.

ιε'.

Ἐν κύκλῳ μεγίστη μὲν ἡ διάμετρος τῶν
δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἑγγιον τοῦ κέντρου τῆς ἀπώ-
τερον μείζων ἐστίν.

- 5 Ἔστω κύκλος ὁ $ABΓΔ$, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω
ἡ $ΑΔ$, κέντρον δὲ τὸ E , καὶ ἑγγιον μὲν τῆς $ΑΔ$
διαμέτρου ἔστω ἡ $ΒΓ$, ἀπώτερον δὲ ἡ ZH . λέγω, ὅτι
μεγίστη μὲν ἐστίν ἡ $ΑΔ$, μείζων δὲ ἡ $ΒΓ$ τῆς ZH .
Ἦχθωσαν γὰρ ἀπὸ τοῦ E κέντρου ἐπὶ τὰς $ΒΓ$, ZH
10 κάθετοι αὖ $ΕΘ$, EK . καὶ ἐπεὶ ἑγγιον μὲν τοῦ κέντρου
ἐστὶν ἡ $ΒΓ$, ἀπώτερον δὲ ἡ ZH , μείζων ἄρα ἡ EK
τῆς $ΕΘ$. κείσθω τῇ $ΕΘ$ ἴση ἡ $ΕΑ$, καὶ διὰ τοῦ A
τῇ EK πρὸς ὀρθὰς ἀχθεῖσα ἡ $ΑΜ$ διήχθω ἐπὶ τὸ N ,
καὶ ἐπεξεύχθωσαν αὖ ME , EN , ZE , EH .
15 Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $ΕΘ$ τῇ $ΕΑ$, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ
 $ΒΓ$ τῇ MN . πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν $ΑΕ$ τῇ $ΕΜ$,
ἡ δὲ $ΕΑ$ τῇ $ΕΝ$, ἡ ἄρα $ΑΔ$ ταῖς ME , EN ἴση ἐστίν.
ἀλλ' αὖ μὲν ME , EN τῆς MN μείζονες εἰσιν [καὶ ἡ
 $ΑΔ$ τῆς MN μείζων ἐστίν], ἴση δὲ ἡ MN τῇ $ΒΓ$.
20 ἡ $ΑΔ$ ἄρα τῆς $ΒΓ$ μείζων ἐστίν. καὶ ἐπεὶ δύο αὖ
 ME , EN δύο ταῖς ZE , EH ἴσαι εἰσίν, καὶ γωνία
ἡ ὑπὸ MEN γωνίας τῆς ὑπὸ ZEH μείζων [ἐστίν],
βάσεις ἄρα ἡ MN βάσεως τῆς ZH μείζων ἐστίν. ἀλλὰ

1. ιε' eras. F. 2. μὲν ἐστίν BVp. 3. δέ] δ' Bp.
ἑγγιον P, sed corr., ut lin. 6. 10. τῆς διὰ τοῦ V. ἀπώ-
τερον p. 5. ἔστω] om. p. 7. Post διαμέτρου ras. 3 litt. F.
9. E] supra m. 2 V. 12. ΕΘ. κείσθω τῇ ΕΘ] mg. m. 2
V. καὶ κείσθω B. ἴση ἡ ΕΑ] in ras. ante lacunam 4 litt.
V. 14. EM BVp. EZ p. HE P. 15. ἐστὶ] ἐστίν
PBF. 16. μὲν] m. 2 V. 17. ΕΑ] Δ m. 2 V. EN]
(alt.) N e corr. V m. 2. 18. ἀλλὰ P. μὲν] om. BVp.
EN, EM F; EM, EN p. μείζονες p. εἰσιν] PBF; εἰσι
Vp. 19. ἄρα τῆς p. ἐστὶ V. ἴση δὲ ἡ — 20: μείζων

XV.

In circulo maxima est diameter, ceterarum autem proxima quaeque centro remotiore maior est.

Sit circulus $AB\Gamma\Delta$, et diameter eius sit $A\Delta$, centrum autem E , et diametro $A\Delta$ propior sit $B\Gamma$, remotior autem ZH . dico, maximam esse $A\Delta$, et

$$B\Gamma > ZH.$$

ducantur enim a centro E ad $B\Gamma$, ZH perpendiculares $E\Theta$, $E\Kappa$. et quoniam $B\Gamma$ centro propior est, remotior autem ZH , erit $E\Kappa > E\Theta$ [def. 4]. ponatur $E\Lambda = E\Theta$, et per Λ ad $E\Kappa$ perpendicularis ducta AM educatur ad N , et ducantur ME , EN ,

ZE , EH . et quoniam $E\Theta = E\Lambda$, erit etiam $B\Gamma = MN$ [prop. XIV]. rursus quoniam $AE = EM$ et $E\Lambda = EN$, erit $A\Delta = ME + EN$. sed

$$ME + EN > MN \text{ [I, 20],}$$

et $MN = B\Gamma$. itaque¹⁾ $A\Delta > B\Gamma$. et quoniam duae rectae ME , EN duabus ZE , EH aequales sunt, et

$$\angle MEN > ZEH,$$

erit $MN > ZH$ [I, 24]. sed demonstrandum est

1) Cum ἀρα lin. 19 in deterrimo solo codice servatum sit, coniecturae deberi videtur; quare puto, verba καὶ ἡ $A\Delta$ τῆς MN μεῖζον εἶναι glossema antiquum esse. idem de verbis καὶ ἡ $B\Gamma$ τῆς ZH μεῖζον εἶναι p. 208, 1–2 iudico.

εἶναι] om. BVp. 20. τῆς] τῆς F. 21. ME] EM p. εἶναι] PF; εἶναι vulgo. 22. εἶναι] om. P; comp. Fp; εἶναι BV. 23. ἀλλ' F.

ἡ MN τῇ $BΓ$ ἐδείχθη ἴση [καὶ ἡ $BΓ$ τῆς ZH μείζων ἐστίν]. μεγίστη μὲν ἄρα ἡ AA διάμετρος, μείζων δὲ ἡ $BΓ$ τῆς ZH .

Ἐν κύκλῳ ἄρα μεγίστη μὲν ἐστὶν ἡ διάμετρος, 5 τῶν δὲ ἄλλων αἰεὶ ἡ ἑγγιον τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ις'.

Ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου, καὶ 10 εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται, καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία ἀπάσης γωνίας ὀξείας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν, ἡ δὲ λοιπὴ ἐλάττω.

Ἐστω κύκλος ὁ $ABΓ$ περὶ κέντρον τὸ A καὶ 15 διάμετρον τὴν AB . λέγω, ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ A τῇ AB πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, πιπτέτω ἐντὸς ὡς ἡ $ΓA$, 20 καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $ΔΓ$.

Ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ AA τῇ $ΔΓ$, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $AAΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΑΓΔ$. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ $ΔΑΓ$ · ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ $ΑΓΔ$ · τριγώνου δὴ τοῦ $ΑΓΔ$ αἱ δύο γωνίαι αἱ ὑπὸ $ΔΑΓ$, $ΑΓΔ$ δύο ὀρθαῖς 25 ἴσαι εἰσὶν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ

XVI. Eutocius in Apollonium p. 44. 59.

1. ἐδείχθη] in ras. V. $BΓ$] $ΓB$ B; $BΓ$ ἄρα p. 2.
ἐστὶ BV. μὲν] m. 2 V. 4. δέ] δ' BF. 5. αἰεὶ FV.
ἑγγιον P, sed corr. τοῦ κέντρου] τῆς διαμέτρου P. 7.
ις'] ιη' F; corr. m. 2. 9. ἀγομένη εὐθεῖα F et B m. rec.

$MN = BF$. itaque maxima est diameter AA , et
 $BF > ZH$.

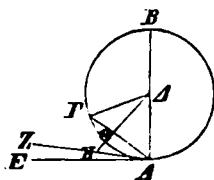
Ergo in circulo maxima est diameter, ceterarum
autem proxima quaeque centro remotiore maior est;
quod erat demonstrandum.

XVI

Recta, quae ad diametrum circuli in termino perpendicularis erigitur, extra circulum cadet, nec in spatium inter rectam et ambitum ulla alia recta interponetur, et angulus semicirculi quovis acuto angulo rectilineo maior est, reliquus autem minor.

Sit circulus $AB\Gamma$ circum centrum A et diametrum AB descriptus. dico, rectam ad AB in A termino perpendicularem erectam extra circulum cadere.

ne cadat enim, sed, si fieri potest, intra cadat ut AG , et ducatur AD . quoniam $AA = AG$, erit etiam



$\angle AAG = AGA$ [I, 5]. uerum $\angle AAG$ rectus est. itaque etiam $\angle AGA$ rectus. ergo trianguli AGA duo anguli $\angle AAG + \angle AGA$ duobus rectis aequales sunt; quod fieri non potest [I, 17]. itaque recta ad BA in

12. πάσης B. 13. ἐστίν] ἐσται in ras. V. 16. AB] (prius)
inter A et B 1 litt. eras. in V. 19. ὅς] supra m. 2 F.
 AG p. 21. ἐπεὶ] ἐπεὶ οὖν p, ante ἐπεὶ add. καὶ m. 2 FV.
ἴση ἐστί] om. P. γωνία] om. BVp. 22. AGD ἐστὶν ἴση P.
23. $\angle AAG$] $\angle$ eras. p. ἄρα] om. B. ἡ] supra m. 1 F.
τριγώνου δὴ τοῦ AGA αἱ δύο γωνίαι αἱ] P (AG pro AGD);
αἱ ἄρα Theon? (BFVp; ἄρα et seq. ὑπὸ supra m. 2 F). 24.
δοσὶν V. 25. εἶσιν ἴσαι B. ἐστίν] om. p. τοῦ] om. V.

Α σημείου τῇ *ΒΑ* πρὸς ὀρθὰς ἀγομένη ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου. ὁμοίως δὲ δεξιόμεν, ὅτι οὐδ' ἐπὶ τῆς περιφερείας· ἐκτὸς ἄρα.

Πιπτέτω ὡς ἡ *ΑΕ*· λέγω δὴ, ὅτι εἰς τὸν μεταξὺ
 5 τόπον τῆς τε *ΑΕ* εὐθείας καὶ τῆς *ΓΘΑ* περιφερείας
 ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται.

Εἰ γὰρ δυνατόν, παρεμπιπτέτω ὡς ἡ *ΖΑ*, καὶ ἦχθω
 ἀπὸ τοῦ *Α* σημείου ἐπὶ τὴν *ΖΑ* κάθετος ἡ *ΔΗ*. καὶ
 ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ *ΑΗΔ*, ἐλάττων δὲ ὀρθῆς ἡ
 10 ὑπὸ *ΔΑΗ*, μείζων ἄρα ἡ *ΑΔ* τῆς *ΔΗ*. ἴση δὲ ἡ *ΔΑ*
 τῇ *ΔΘ*· μείζων ἄρα ἡ *ΔΘ* τῆς *ΔΗ*, ἡ ἐλάττων τῆς
 μείζονος· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα εἰς τὸν με-
 ταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας ἑτέρα
 εὐθεῖα παρεμπεσεῖται.

15 Λέγω, ὅτι καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία ἡ περι-
 εχομένη ὑπὸ τε τῆς *ΒΑ* εὐθείας καὶ τῆς *ΓΘΑ* περι-
 φερείας ἀπάσης γωνίας ὀξείας εὐθυγράμμου μείζων
 ἐστίν, ἡ δὲ λοιπὴ ἡ περιεχομένη ὑπὸ τε τῆς *ΓΘΑ* περι-
 φερείας καὶ τῆς *ΑΕ* εὐθείας ἀπάσης γωνίας ὀξείας
 20 εὐθυγράμμου ἐλάττων ἐστίν.

Εἰ γὰρ ἐστί τις γωνία εὐθύγραμμος μείζων μὲν
 τῆς περιεχομένης ὑπὸ τε τῆς *ΒΑ* εὐθείας καὶ τῆς
ΓΘΑ περιφερείας, ἐλάττων δὲ τῆς περιεχομένης ὑπὸ
 τε τῆς *ΓΘΑ* περιφερείας καὶ τῆς *ΑΕ* εὐθείας, εἰς τὸν
 25 μεταξὺ τόπον τῆς τε *ΓΘΑ* περιφερείας καὶ τῆς *ΑΕ*
 εὐθείας εὐθεῖα παρεμπεσεῖται, ἣτις ποιήσει μείζονα
 μὲν τῆς περιεχομένης ὑπὸ τε τῆς *ΒΑ* εὐθείας καὶ
 τῆς *ΓΘΑ* περιφερείας ὑπὸ εὐθειῶν περιεχομένην,

1. ἀπ' ἄκρας ἀγομένη p. 2. οὐδέ B F p. 4. δὴ] om.
 V. 4. ΓΘΑ] corr. ex ΓΒΑ m. 2 V. 6. οὐκ ἐμπεσεῖται
 F; παρ- add. m. 2. 7. παρεμπιπτέτω, add. μ m. 1, F. ἡ]

A puncto perpendicularis erecta intra circulum non cadet. similiter demonstrabimus, eam ne in ambitum quidem cadere. extra igitur cadet.

cadat ut AE . dico, in spatium inter rectam AE et ambitum $\Gamma\Theta A$ aliam rectam interponi non posse.

nam, si fieri potest, interponatur ut ZA , et a A puncto ad ZA perpendicularis ducatur ΔH . et quoniam $\angle AHA$ rectus est, et $\angle ZAH$ minor recto, erit $AA > \Delta H$ [I, 19]. sed $AA = \Delta\Theta$. ergo $\Delta\Theta > \Delta H$, minor maiore; quod fieri non potest. itaque in spatium inter rectam et ambitum positum alia recta non interponetur.

dico etiam, angulum semicirculi recta BA et arcu $\Gamma\Theta A$ comprehensum quovis acuto angulo rectilineo maiorem esse, reliquum autem arcu $\Gamma\Theta A$ et recta AE comprehensum quovis acuto angulo rectilineo minorem esse.

nam si quis erit angulus rectilineus angulo comprehenso recta BA et arcu $\Gamma\Theta A$ maior, et idem minor angulo comprehenso arcu $\Gamma\Theta A$ et recta AE , in spatium inter arcum $\Gamma\Theta A$ et rectam AE positum recta interponetur, quae angulum efficiat rectis comprehensum maiorem angulo comprehenso recta BA et arcu $\Gamma\Theta A$ et alium minorem angulo comprehenso arcu

in ras. m. 2 V. 9. ἐλάσσων p. 10. ΔA] ΔA P. 11. $\tau\eta$] $\tau\eta\varsigma$ φ. $\Delta\Theta$] Θ in ras. p. $\alpha\alpha$] $\alpha\alpha$ καὶ p. ἐλάσ-
σων p φ. 12. ἐστίν] om. Bp. 13. $\tau\epsilon$] om. V. 16. $\tau\epsilon$] om. BVp. $\Gamma\Theta A$] Γ om. B; m. 2 V. 17. ὀξείας γωνίας
p. 18. η] (alt.) om. P, m. rec. B. $\tau\epsilon$] om. Bp. 19. ὀξείας
γωνίας p. ὀξείας] om. B; m. 2 V. 21. ἐστίν P. $\tau\iota\varsigma$] om. p; m. rec. B. 22. $\tau\epsilon$] om. p. BA] AB p. 23. ἐλάσ-
σων F. 24. $\tau\epsilon$ $\tau\eta\varsigma$] om. B; $\tau\eta\varsigma$ p. 25. τόπον] supra m. 1
P. 26. εὐθεία] om. p; m. rec. B. εὐθεία, ἥτις p. 28.
ὅπό] $\tau\eta\eta$ ὅπό B, ὅπό $\tau\epsilon$ F ($\tau\epsilon$ eras.). ὅπό εὐθειῶν περιεχο-
μένη] om. p. περιεχομένη] -ν m. 2 V; περιεχομένη P.

ἐλάττωνα δὲ τῆς περιεχομένης ὑπὸ τε τῆς $\Gamma\Theta A$ περι-
 φερείας καὶ τῆς AE εὐθείας. οὐ παρεμπίπτει δέ·
 οὐκ ἄρα τῆς περιεχομένης γωνίας ὑπὸ τε τῆς BA
 εὐθείας καὶ τῆς $\Gamma\Theta A$ περιφερείας ἔσται μείζων ὁξεῖα
 5 ὑπὸ εὐθειῶν περιεχομένη, οὐδὲ μὴν ἐλάττων τῆς περι-
 εχομένης ὑπὸ τε τῆς $\Gamma\Theta A$ περιφερείας καὶ τῆς AE
 εὐθείας.

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ
 10 κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη ἐφάπτεται
 τοῦ κύκλου [καὶ ὅτι εὐθεῖα κύκλου καθ' ἓν μόνον
 ἐφάπτεται σημείον, ἐπειδήπερ καὶ ἡ κατὰ δύο αὐτῷ
 συμβάλλουσα ἐντὸς αὐτοῦ πίπτουσα ἐδείχθη]· ὅπερ
 ἔδει δεῖξαι.

15

ιξ'.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ δοθέντος
 κύκλου ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ A , ὁ δὲ δοθεὶς
 κύκλος ὁ $B\Gamma A$. δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ A σημείου τοῦ $B\Gamma A$
 20 κύκλου ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ E , καὶ
 ἐπεξεύχθω ἡ AE , καὶ κέντρῳ μὲν τῷ E διαστήματι
 δὲ τῷ EA κύκλος γεγράφθω ὁ AZH , καὶ ἀπὸ τοῦ

XVI. πόρισμα. Simplicius in phys. fol. 12^v.

1. ἐλάττωνα p. τε] m. 2 V. 3. τε] om. Br. 5. ἡ
 ὑπὸ V m. 2. οὐ μὴν οὐδέ F. 6. τε] om. p. 8. πόρισμα]
 comp. Br, V m. 2; om. PF, V m. 1. 9. τούτων p. ἡ]
 supra m. 1 P. 11. καὶ ὅτι — 14. δεῖξαι] mg. m. rec. P. 12.

$\Gamma\Theta A$ et recta AE . uerum non interponitur recta [u. supra]. itaque nullus angulus acutus rectis comprehensus maior erit angulo comprehenso recta BA et arcu $\Gamma\Theta A$ nec minor angulo comprehenso arcu $\Gamma\Theta A$ et recta AE .

Corollarium.

Hinc manifestum est, rectam ad diametrum circuli in termino perpendicularem erectam circumulum continere [def. 2].¹⁾ — quod erat demonstrandum.

XVII.

A dato puncto datum circumulum contingentem rectam lineam ducere.

Sit datum punctum A , datus autem circumulus $B\Gamma\Delta$. oportet igitur a puncto A circumulum $B\Gamma\Delta$ contingentem rectam lineam ducere.

sumatur enim centrum circuli E , et ducatur AE , et centro E radio autem EA describatur circumulus AZH ,

1) Pars altera corollarii, per se quoque suspecta, sine dubio a Theone addita est; om. praeter P m. 1 etiam Campanus. et re uera corollarium genuinum eodem reddit. itaque e uerbis Simplicii concludi nequit, eum partem alteram legisse.

ἀπτεται FV. 13. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] postea insert. F. 15. εἰ'] εἰδ' F; corr. m. 2. 18. ἔστω — 20. ἀγαγεῖν] εἰλήφθω γὰρ τοῦ δοθέντος κύκλου τοῦ $B\Gamma\Delta$ τὸ δοθὲν σημεῖον τὸ A , καὶ ἔστω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ E . V; in mg. m. 2: ἐν ἄλλῳ οὕτως γράφεται: ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ A ὃ δὲ δοθὲν κύκλος ὁ $B\Gamma\Delta$. δεῖ δὴ ἀπὸ δοθέντος σημείου τοῦ A τοῦ δοθέντος κύκλου τοῦ $B\Gamma\Delta$ ἐφαπτομένην εὐθείαν γραμμὴν ἀγαγεῖν, et ita B, et p (ἀπὸ τοῦ δοθέντος). 19. A] om. p. 21. εἰλήφθω — τὸ E] mg. m. 2 V. 22. κέντρον φ. 23. EA] P in ras. m. 1; F; AE BVp.

Δ τῇ EA πρὸς ὀρθὰς ἤχθῳ ἡ ΔZ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ EZ , AB . λέγω, ὅτι ἀπὸ τοῦ A σημείου τοῦ $B\Gamma\Delta$ κύκλου ἐφαπτομένη ἦται ἡ AB .

Ἐπεὶ γὰρ τὸ E κέντρον ἐστὶ τῶν $B\Gamma\Delta$, AZH
 5 κύκλων, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν EA τῇ EZ , ἡ δὲ $E\Delta$
 τῇ EB . δύο δὲ αἱ AE , EB δύο ταῖς ZE , $E\Delta$ ἴσαι
 εἰσίν· καὶ γωνίαν κοινὴν περιέχουσι τὴν πρὸς τῷ E .
 βάσεις ἄρα ἡ ΔZ βάσει τῇ AB ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΔEZ
 τριγώνον τῷ $EB\Delta$ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ
 10 γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ $E\Delta Z$
 τῇ ὑπὸ $EB\Delta$. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ $E\Delta Z$. ὀρθὴ ἄρα καὶ
 ἡ ὑπὸ $EB\Delta$. καὶ ἐστὶν ἡ EB ἐκ τοῦ κέντρου· ἡ δὲ
 τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγο-
 μένη ἐφάπτεται τοῦ κύκλου· ἡ AB ἄρα ἐφάπτεται τοῦ
 15 $B\Gamma\Delta$ κύκλου.

Ἀπὸ τοῦ ἄρα δοθέντος σημείου τοῦ A τοῦ δο-
 θέντος κύκλου τοῦ $B\Gamma\Delta$ ἐφαπτομένη εὐθεῖα γραμμὴ
 ἦται ἡ AB . ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιη'.

20 Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηται τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ
 τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἀφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐ-
 θεῖα, ἡ ἐπιζευχθεῖσα κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν
 ἐφαπτομένην.

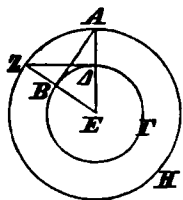
Κύκλου γὰρ τοῦ $AB\Gamma$ ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ
 25 ΔE κατὰ τὸ Γ σημείον, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον

XVIII. Simplicius in Aristot. de coelo fol. 131ⁿ.

1. EA] AE p. 2. $B\Delta\Gamma$ F. 3. κύκλου] m. 2 post ἐφαπτομένη F, sed add. β—α. 4. ἐστὶ] ἐντὶ P. AZH] Z e corr. F. 6. AE] EA F. 7. αἱ V. 8. EZ] EZ B et V m. 2. 9. εἰσίν] P F, εἰσὶ vulgo. 10. περιέχουσιν P. 11. τὴν]

et a Δ ad EA perpendicularis ducatur ΔZ , et ducantur EZ , AB . dico, ab A puncto circulum $B\Gamma\Delta$ contingentem ductam esse AB .

nam quoniam E centrum est circulorum $B\Gamma\Delta$, AZH , erit $EA = EZ$, et $E\Delta = EB$. itaque duae rectae AE , EB duabus ZE , $E\Delta$ aequales sunt. et communem angulum comprehendunt eum, qui ad E positus est. itaque $\Delta Z = AB$, et



$$\Delta \Delta EZ = EBA,$$

et reliqui anguli reliquis angulis aequales [I, 4]. itaque $\angle E\Delta Z = EBA$. uerum $\angle E\Delta Z$ rectus est. itaque etiam $\angle EBA$ rectus. et EB radius est; quae autem ad diametrum circuli in termino perpendicularis erigitur, circulum contingit [prop. XVI coroll.]. ergo AB circulum $B\Gamma\Delta$ contingit.

Ergo a dato puncto A datum circulum $B\Gamma\Delta$ contingens ducta est recta linea AB ; quod oportebat fieri.

XVIII.

Si recta circulum contingit, et a centro ad punctum contactus ducitur recta, ducta recta ad contingentem perpendicularis est.

nam circulum $AB\Gamma$ contingat recta ΔE in puncto

om. P. 8. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$] PF; comp. p; $\epsilon\sigma\tau\iota$ BV ΔEZ] $E\Delta Z$
P. 9. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$] PF; om. p; $\epsilon\sigma\tau\iota$ BV. 10. η] $\tau\eta$ B. $E\Delta Z$] EBA
e corr. V; EBA p. 11. $\tau\eta$] η B; corr. ex $\tau\eta\varsigma$ F. EBA] EBA
e corr. V; EBA $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ F; $E\Delta Z$ p. $\delta\phi\theta\eta$ $\delta\epsilon$ η $\upsilon\pi\omicron$ $E\Delta Z$] EBA
om. p. $\kappa\alpha\iota$] om. p. 13. $\alpha\pi'$ $\alpha\kappa\tau\alpha\varsigma$] om. B. 14. η AB
 $\alpha\kappa\tau\alpha$ $\epsilon\phi\acute{\alpha}\nu\tau\epsilon\tau\alpha\iota$] om. F. 15. $B\Gamma\Delta$ P. $\kappa\upsilon\kappa\lambda\omicron\nu$] om. F.
16. $\alpha\kappa\tau\alpha$ $\delta\omicron\delta\epsilon\iota\kappa\tau\omicron\varsigma$] PF; $\delta\omicron\delta\epsilon\iota\kappa\tau\omicron\varsigma$ $\alpha\kappa\tau\alpha$ BVp. 18. η] m. rec.
P. 19. $\iota\eta$] κ' F, euan. 24. $\alpha\pi\tau\epsilon\sigma\theta\omega$ p.

τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου τὸ Z , καὶ ἀπὸ τοῦ Z ἐπὶ τὸ Γ ἐπεξεύχθω ἡ $Z\Gamma$. λέγω, ὅτι ἡ $Z\Gamma$ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔE .

Εἰ γὰρ μή, ἤχθω ἀπὸ τοῦ Z ἐπὶ τὴν ΔE κάθετος
5 ἡ ZH .

Ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ZHG γωνία ὀρθή ἐστιν, ὁξεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ZGH . ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει· μείζων ἄρα ἡ $Z\Gamma$ τῆς ZH . ἴση δὲ ἡ $Z\Gamma$ τῇ ZB . μείζων ἄρα καὶ ἡ ZB τῆς ZH
10 ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ ZH κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔE . ὁμοίως δὲ δεῖξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλη τις πλὴν τῆς $Z\Gamma$. ἡ $Z\Gamma$ ἄρα κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔE .

Ἐὰν ἄρα κύκλου ἐφάπτηται τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ
15 τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἀφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα, ἡ ἐπιζευχθεῖσα κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιθ'.

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηται τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ
20 τῆς ἀφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς [γωνίας] εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

Κύκλου γὰρ τοῦ $AB\Gamma$ ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ ΔE κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ τῇ ΔE πρὸς
25 ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΓA . λέγω, ὅτι ἐπὶ τῆς $A\Gamma$ ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

1. τὸ Z] καὶ ἔστω τὸ Z V. 6. ὑπὸ] supra m. 2 F.

7. ZGH] PB, $\tilde{Z} \tilde{\Gamma} \tilde{H}$ F; $H\Gamma Z$ Vp. Seq. μείζων ἄρα ἐστὶν

ἡ ὑπὸ ZHG τῆς ὑπὸ ZGH V et om. ἐστὶν F (in mg. transit); in V in ras. sunt $H\Gamma$ et ΓH . 9. καί] m. 2 V, om. p.

10. ἡ] postea add. V. ἐλάσσων F. ἐστὶν] om. p. 11.

δὴ] corr. ex δεῖ m. 2 F. 12. οὐδέ Bp. 13. τὴν] τῆς F.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Z , καὶ ἐπεξεύχ-
θω ἡ ΓZ .

Ἐπεὶ [οὖν] κύκλου τοῦ $ΑΒΓ$ ἐφάπτεται τις εὐθεῖα
ἡ $ΔΕ$, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἀφὴν ἐπέξενκται
5 ἡ $ZΓ$, ἡ $ZΓ$ ἄρα κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν $ΔΕ$. ὁρθὴ
ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ZΓΕ$. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ $ΑΓΕ$ ὁρθή.
ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ZΓΕ$ τῇ ὑπὸ $ΑΓΕ$ ἡ ἐλάττων
τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ Z κέντρον
ἐστὶ τοῦ $ΑΒΓ$ κύκλου. ὁμοίως δὲ δεῖξομεν, ὅτι οὐδ'
10 ἄλλο τι πλὴν ἐπὶ τῆς $ΑΓ$.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ἐφάπτεται τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ
τῆς ἀφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὁρθὰς εὐθεῖα γραμμὴ
ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

15

κ'.

Ἐν κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία διπλα-
σίῳν ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὴν
αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν αἱ γωνίαι.

Ἐστω κύκλος ὁ $ΑΒΓ$, καὶ πρὸς μὲν τῷ κέντρῳ
20 αὐτοῦ γωνία ἔστω ἡ ὑπὸ $ΒΕΓ$, πρὸς δὲ τῇ περιφερείᾳ
ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$, ἐχέωσαν δὲ τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βά-
σιν τὴν $ΒΓ$. λέγω, ὅτι διπλασίῳν ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΒΕΓ$
γωνία τῆς ὑπὸ $ΒΑΓ$.

Ἐπιξενχθεῖσα γὰρ ἡ $ΑΕ$ διήχθω ἐπὶ τὸ Z .

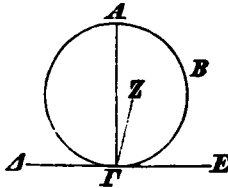
25 Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ $ΕΑ$ τῇ $ΕΒ$, ἴση καὶ γωνία
ἡ ὑπὸ $ΕΑΒ$ τῇ ὑπὸ $ΕΒΑ$. αἱ ἄρα ὑπὸ $ΕΑΒ$, $ΕΒΑ$

1. ἔστω τὸ Z] in ras. F. 2. ΓZ] Z e corr. V; $Z\Gamma$ p.
3. οὖν] om. P. κύκλου] -λου in ras. F. 6. $Z\Gamma E$] $Z\Gamma A$
P. ἐστὶν P. $ΑΓΔ$ P. ὁρθή — 7. $ΑΓΕ$] mg. m. 1 P
(ἐστὶν om., $Z\Gamma A$, $ΑΓΔ$). 7. $Z\Gamma E$] $Z\Gamma F$ m. 1, $ΕΓ$ eras.
ἐλάσσων p. 8. ἐστὶν] om. Bp. Z] Z σημείον V. 9.

ne sit enim, sed, si fieri potest, sit Z , et ducatur ΓZ .

quoniam circulum $AB\Gamma$ contingit recta AE , et a centro ad punctum contactus ducta est $Z\Gamma$, $Z\Gamma$ ad AE perpendicularis est [prop. XVIII]. itaque $\angle Z\Gamma E$ rectus est. uerum etiam $\angle A\Gamma E$ rectus. quare

$$\angle Z\Gamma E = A\Gamma E,$$



minor maiori; quod fieri non potest. itaque Z centrum circuli $AB\Gamma$ non est. similiter demonstrabimus, ne aliud quidem ullum punctum extra $A\Gamma$ positum centrum esse.

Ergo si recta circulum contingit, et a puncto contactus ad contingentem perpendicularis ducitur recta linea, centrum circuli in ducta recta positum est; quod erat demonstrandum.

XX.

In circulo angulus ad centrum positus duplo maior est angulo ad ambitum posito, si anguli eundem arcum basim habent.

Sit circulus $AB\Gamma$, et ad centrum eius angulus sit $B\Gamma E$, ad ambitum autem $B\Gamma$, et eundem arcum basim habeant $B\Gamma$. dico, esse $\angle BE\Gamma = 2 B\Gamma$.

ducta enim AE ad Z educatur. iam quoniam

$$EA = EB,$$

erit $\angle EAB = EBA$ [I, 5]. itaque

$\delta\eta$] corr. ex $\delta\epsilon\iota$ m. rec. P. $\alpha\acute{o}\delta\epsilon$ Bp. 10. $\acute{\epsilon}\pi\acute{\iota}$] om. Bfp.
 11. $\acute{\alpha}\pi\tau\eta\tau\alpha\iota$ F m. 1; corr. m. 2. 12. $\delta\phi\theta\acute{\alpha}\varsigma$ $\gamma\omega\nu\iota\alpha\varsigma$ Vp.
 15. $\kappa\beta'$ F. 16. $\pi\theta\acute{o}\varsigma$] $\acute{\epsilon}\nu$ p. 17. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ B. 22. $B\Gamma$] ΓB
 F. $B\Gamma$ $\gamma\omega\nu\iota\alpha$ $\tau\eta\varsigma$] $B\Gamma$ $\acute{\lambda}\acute{\epsilon}\gamma\omega$ $\delta\tau\iota$ seq. ras. 3 litt. ϕ . 24.
 $\gamma\acute{\alpha}\rho$] $\delta\acute{\epsilon}$ F; corr. m. 2. 25. $\tau\eta$ $\kappa\alpha\acute{\iota}$] $\tau\eta$ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ $\kappa\alpha\acute{\iota}$ p.

γωνίαι τῆς ὑπὸ EAB διπλασίους εἰσίν. ἴση δὲ ἡ ὑπὸ BEZ ταῖς ὑπὸ EAB , EBA · καὶ ἡ ὑπὸ BEZ ἄρα τῆς ὑπὸ EAB ἐστὶ διπλῇ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ZEG τῆς ὑπὸ EAG ἐστὶ διπλῇ. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ BEG ὅλης
 5 τῆς ὑπὸ BAG ἐστὶ διπλῇ.

Κεκλάσθω δὴ πάλιν, καὶ ἔστω ἑτέρα γωνία ἡ ὑπὸ BAG , καὶ ἐπιγευχθεῖσα ἡ AE ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ H . ὁμοίως δὴ δεῖξομεν, ὅτι διπλῇ ἐστὶν ἡ ὑπὸ HEG γωνία τῆς ὑπὸ EAG , ὥν ἡ ὑπὸ HEB διπλῇ ἐστὶ τῆς
 10 ὑπὸ EAB · λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ BEG διπλῇ ἐστὶ τῆς ὑπὸ BAG .

Ἐν κύκλῳ ἄρα ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία διπλασίον ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν [αἱ γωνίαι]· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

15

κα'.

Ἐν κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Ἐστω κύκλος ὁ $ABGA$, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι τῷ $BAEA$ γωνίαι ἔστωσαν αἱ ὑπὸ BAA , BEA .
 20 λέγω, ὅτι αἱ ὑπὸ BAA , BEA γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Εἰλήφθω γὰρ τοῦ $ABGA$ κύκλου τὸ κέντρον, καὶ ἔστω τὸ Z , καὶ ἐπεγεύχθωσαν αἱ BZ , ZA .

Καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ὑπὸ BZA γωνία πρὸς τῷ κέντρῳ
 25 ἐστίν, ἡ δὲ ὑπὸ BAA πρὸς τῇ περιφερείᾳ, καὶ ἔχουσιν

1. διπλασίαι εἰσίν FV; in διπλασίαι ult. i e corr. V; εἰσι διπλασίαι p. 2. ἡ] om. p. 3. ἐστὶν P; διπλῇ ἐστὶ V.
 4. EAG] in ras. V; corr. ex EZG m. 2 F. ἐστὶν F.
 BEG] litt. BE in ras. F. 5. ἐστὶν P. 6. γωνία ἑτέρα Bp.
 8. ἡ ὑπὸ HEG — 9. ἐστὶ] mg. m. 1 P. 9. EAG] EAG
 γωνίας F. ὥν] supra m. 2 F. HEB] e corr. V. 10.

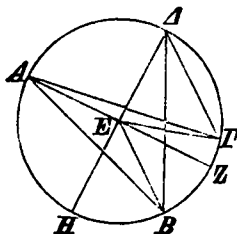
$$\angle EAB + EBA = 2 EAB.$$

sed $\angle BEZ = EAB + EBA$ [I, 32]. quare

$$\angle BEZ = 2 EAB.$$

eadem de causa etiam $\angle ZEG = 2 EAG$. itaque

$$\angle BEG = 2 BAG.$$



rursus infringatur recta, et sit alius angulus BAG , et ducta AE producat ad H . similiter demonstrabimus, esse

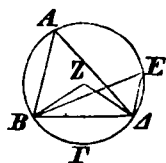
$$\angle HEG = 2 EAG,$$

quorum $\angle HEB = 2 EAB$. itaque. $\angle BEG = 2 BAG$.

Ergo in circulo angulus ad centrum positus duplo maior est angulo ad ambitum posito, si anguli eundem arcum basim habent; quod erat demonstrandum.

XXI.

In circulo anguli in eodem segmento positi inter se aequales sunt.



Sit circulus $ABGD$, et in eodem segmento $BAED$ anguli sint BAD , BED . dico, esse $\angle BAD = BED$.

sumatur enim centrum circuli $ABGD$, et sit Z , et ducantur BZ , ZD .

et quoniam $\angle BZD$ ad centrum positus est, et $\angle BAD$ ad ambitum, et eundem arcum BGD basim

$\epsilon\sigma\tau\iota$] comp. supra scr. F. 11. $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}$] om. B; add. m. rec.
 12. $\delta\iota\pi\lambda\alpha\sigma\iota\acute{\omega}\nu$] $\rightarrow$ supra scr. m. 1 P. 14. $\alpha\acute{\iota}\gamma\omega\nu\lambda\alpha\iota$] m. rec.
 P; m. 2 V; om. B; in ras. F. 15. $\alpha\alpha'$] euan. F. 16. $\alpha\acute{\iota}$] om. ϕ .
 19. $BAED$] E supra scr. P. 20. $\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\alpha\iota\varsigma\ \epsilon\iota\sigma\iota\omega$
 $\epsilon\iota\sigma\iota\omega$] F m. 1. 24. BZD] B om. ϕ , Z e corr. m. 2 V. 25.
 $\epsilon\chi\omicron\upsilon\sigma\iota\omega$] PB.

τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν τὴν $B\Gamma\Delta$, ἡ ἄρα ὑπὸ $BZ\Delta$ γωνία διπλασίων ἐστὶ τῆς ὑπὸ $BA\Delta$. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ ἡ ὑπὸ $BZ\Delta$ καὶ τῆς ὑπὸ $BE\Delta$ ἐστὶ διπλασίων· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ $BA\Delta$ τῇ ὑπὸ $BE\Delta$.

- 5 Ἐν κύκλῳ ἄρα αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'.

Τῶν ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι δυσὲν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν.

- 10 Ἐστω κύκλος ὁ $AB\Gamma\Delta$, καὶ ἐν αὐτῷ τετράπλευρον ἔστω τὸ $AB\Gamma\Delta$. λέγω, ὅτι αἱ ἀπεναντίον γωνίαι δυσὲν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν.

Ἐπεξεύχθωσαν αἱ $A\Gamma$, $B\Delta$.

- Ἐπεὶ οὖν παντὸς τριγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι δυσὲν
15 ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν, τοῦ $AB\Gamma$ ἄρα τριγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ ΓAB , $AB\Gamma$, $B\Gamma A$ δυσὲν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν. ἴση δὲ ἡ μὲν ὑπὸ ΓAB τῇ ὑπὸ $B\Delta\Gamma$. ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματι εἰσι τῷ $BA\Delta\Gamma$. ἡ δὲ ὑπὸ $A\Gamma B$ τῇ ὑπὸ $A\Delta B$. ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματι εἰσι τῷ $A\Delta\Gamma B$.
20 Ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ $A\Delta\Gamma$ ταῖς ὑπὸ $BA\Gamma$, $A\Gamma B$ ἴση ἐστίν. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ $AB\Gamma$. αἱ ἄρα ὑπὸ $AB\Gamma$, $BA\Gamma$, $A\Gamma B$ ταῖς ὑπὸ $AB\Gamma$, $A\Delta\Gamma$ ἴσαι εἰσὶν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ $AB\Gamma$, $BA\Gamma$, $A\Gamma B$ δυσὲν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν. καὶ αἱ ὑπὸ $AB\Gamma$, $A\Delta\Gamma$ ἄρα δυσὲν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν.

XXII. Boetius p. 388, 3?

8. ἡ] om. p. $BZ\Delta$] corr. ex $\Gamma Z\Delta$ m. 1 V. 5. αἱ] αἱ εἰσὶν B. αὐτῷ] om. B; supra scr. m. rec. 6. εἰσὶν] om. B. 7. κδ' F, eras. 8. ἀπεναντίων P, sed corr. 11. Ante γωνίαι add. αὐτοῦ BVp, P m. rec. 13. $A\Gamma$, $B\Delta$] litt. Γ , $B\Delta$ e corr. F. 14. ἐπεὶ οὖν] καὶ ἐπεὶ p. 15. εἰσὶν Vp.

habent, erit [prop. XX] $\angle BZ\Delta = 2\angle BAA$. eadem de causa etiam $\angle BZ\Delta = 2\angle BEA$. quare

$$\angle BAA = \angle BEA.$$

Ergo in circulo anguli in eodem segmento positi inter se aequales sunt; quod erat demonstrandum.

XXII.

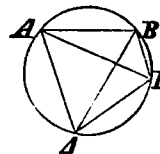
In quadrilateris in circulis positis anguli oppositi duobus rectis aequales sunt.

Sit circulus $AB\Gamma\Delta$, et in eo quadrilaterum sit $AB\Gamma\Delta$. dico, angulos eius oppositos duobus rectis aequales esse.

ducantur $A\Gamma$, $B\Delta$. iam quoniam cuiusvis trianguli tres anguli duobus rectis aequales sunt [I, 32], trianguli $AB\Gamma$ tres anguli $\Gamma AB + AB\Gamma + B\Gamma A$ duobus rectis aequales sunt. sed $\angle \Gamma AB = \angle A\Gamma\Delta$; nam in eodem sunt segmento $BAA\Gamma$ [prop. XXI], et

$$\angle A\Gamma B = \angle A\Delta B;$$

nam in eodem sunt segmento $A\Delta\Gamma B$.
quare $\angle A\Delta\Gamma = \angle B\Gamma A + \angle A\Gamma B$. communis adiciatur $\angle AB\Gamma$. itaque
 $AB\Gamma + B\Gamma A + A\Gamma B = AB\Gamma + \angle A\Delta\Gamma$.
uerum $AB\Gamma + B\Gamma A + A\Gamma B$ duobus rectis aequales sunt. quare etiam $AB\Gamma + \angle A\Delta\Gamma$ duobus rectis sunt



τριγώνου] om. B. 16. γωνία δὲ εἰν ὀρθαῖς ἴσαι εἰν αἱ ὑπὸ ΓAB , $AB\Gamma$, $B\Gamma A$ V. 17. εἰν] euan. F. ΓAB ΓAB P.
 $B\Gamma\Gamma$ $B\Gamma\Gamma$ P (ante Γ ras. 1 litt.). 18. εἰν PBF.
19. γὰρ] supra m. 2 euan. F. εἰν] supra m. 2 euan. F;
εἰν PB. 20. εἰν] PF; comp. p; εἰν BV. 21. Post προσ-
κεῖσθαι in B add. ταῖς δύο ὁμοῦ τῇ πρὸς τὸ A καὶ Γ καὶ ᾗ-
ως τῇ μιᾷ τῇ πρὸς τὸ Δ. ὑπὸ] (alt.) om. φ, m. rec. B.
22. $AB\Gamma$] $B\Gamma$ e corr. V. εἰν B. ἀλλὰ P. ἀλλ' αἱ —
23. εἰν] om. B. 23. $B\Gamma\Gamma$, $A\Gamma B$ $B\Gamma A$, ΓAB p. εἰν]
PF; εἰν vulgo. 24. ἀρα] om. BFV.

ὁμοίως δὴ δεῖξομεν, ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ $ΒΑΔ$, $ΔΓΒ$ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Τῶν ἄρα ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὅπερ ἔδει
5 δεῖξαι.

κγ'.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα οὐ συσταθήσεται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

10 Εἰ γὰρ δυνατόν, ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς $ΑΒ$ δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα συνεστάτω ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ $ΑΓΒ$, $ΑΔΒ$, καὶ διήχθω ἡ $ΑΓΔ$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΓΒ$, $ΔΒ$.

Ἐπεὶ οὖν ὁμοίον ἐστὶ τὸ $ΑΓΒ$ τμήμα τῷ $ΑΔΒ$
15 τμήματι, ὅμοια δὲ τμήματα κύκλων ἐστὶ τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΑΓΒ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΑΔΒ$ ἢ ἐκτὸς τῇ ἐντός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

Οὐκ ἄρα ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα συσταθήσεται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη·
20 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κδ'.

Τὰ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ἴμοια τμήματα κύκλων ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστωσαν γὰρ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν τῶν $ΑΒ$, $ΓΔ$ ὅμοια
25 τμήματα κύκλων τὰ $ΑΕΒ$, $ΓΖΔ$ · λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ $ΑΕΒ$ τμήμα τῷ $ΓΖΔ$ τμήματι.

1. αἱ] ἡ V, corr. m. 2. 2. εἰσίν] PFP; εἰσί BV. 6. κγ'] non liquet in F. 7. κύκλου F. 8. συσταθήσεται] PBFp; συσταθήσονται Vφ. ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη] mg. m. 2 V. 11. ἄνισα] -σα eras. F. 12. ΑΓΒ] corr. ex ΑΒΓ p m. 1. 13. ΓΒ] corr. ex ΓΔ V m. 2. 14. ἐστὶν P. 16.

aequales. similiter demonstrabimus, etiam

$$\angle BAA + \angle \Gamma B$$

duobus rectis aequales esse.

Ergo in quadrilateris in circulis positis anguli oppositi duobus rectis aequales sunt; quod erat demonstrandum.

XXIII.

In eadem recta duo segmenta circulorum similia et inaequalia in eandem partem construi nequeunt.

nam si fieri potest, in eadem recta AB duo segmenta circulorum similia et inaequalia in eandem partem construantur $\angle \Gamma B$, $\angle \Delta B$, et educatur $\angle \Gamma \Delta$, et ducantur ΓB , ΔB .



iam quoniam segmentum $\angle \Gamma B$ simile est segmento $\angle \Delta B$, similia autem segmenta circulorum sunt, quae aequales angulos capiunt [def. 11], erit $\angle \angle \Gamma B = \angle \Delta B$, exterior interiori; quod fieri non potest [I, 16].

Ergo in eadem recta duo segmenta circulorum similia et inaequalia in eandem partem construi nequeunt; quod erat demonstrandum.

XXIV.

Similia segmenta circulorum in aequalibus rectis posita inter se aequalia sunt.

nam in aequalibus rectis AB , $\Gamma \Delta$ similia segmenta circulorum sint $\angle \Gamma B$, $\angle \Delta B$. dico, esse

$$\angle \Gamma B = \angle \Delta B.$$

[$\alpha\alpha\epsilon$] seq. spatium 3 litt. F. $\epsilon\sigma\iota\nu$] om. B. $\gamma\omega\nu\alpha$] m. 2 V. 17. $\eta \epsilon\pi\tau\acute{o}\varsigma \tau\eta \epsilon\pi\tau\acute{o}\varsigma$ p. $\epsilon\sigma\iota\nu$] om. p. 24. $\gamma\acute{\alpha}\rho$] supra m. 2 F. $\Gamma\Delta$] Δ e corr. m. 1 F. 25. $\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda\omicron\nu$ ϕ . $\epsilon\sigma\iota\nu$ P.

Ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ $ΑΕΒ$ τμήματος ἐπὶ τὸ $ΓΖΔ$ καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν $Α$ σημείου ἐπὶ τὸ $Γ$ τῆς δὲ $ΑΒ$ εὐθείας ἐπὶ τὴν $ΓΔ$, ἐφαρμόσει καὶ τὸ $Β$ σημείον ἐπὶ τὸ $Δ$ σημείον διὰ τὸ ἴσιν εἶναι τὴν $ΑΒ$
 5 τῇ $ΓΔ$. τῆς δὲ $ΑΒ$ ἐπὶ τὴν $ΓΔ$ ἐφαρμοσάσης ἐφαρμόσει καὶ τὸ $ΑΕΒ$ τμήμα ἐπὶ τὸ $ΓΖΔ$. εἰ γὰρ ἡ $ΑΒ$ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν $ΓΔ$ ἐφαρμόσει, τὸ δὲ $ΑΕΒ$ τμήμα ἐπὶ τὸ $ΓΖΔ$ μὴ ἐφαρμόσει, ἥτοι ἐντὸς αὐτοῦ πεσεῖται ἢ ἐκτὸς ἢ παραλλάξει ὥς τὸ $ΓΗΔ$, καὶ κύκλος κύ-
 10 κλον τέμνει κατὰ πλείονα σημεία ἢ δύο· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἐφαρμοζομένης τῆς $ΑΒ$ εὐθείας ἐπὶ τὴν $ΓΔ$ οὐκ ἐφαρμόσει καὶ τὸ $ΑΕΒ$ τμήμα ἐπὶ τὸ $ΓΖΔ$. ἐφαρμόσει ἄρα, καὶ ἴσιν αὐτῶ ἔσται.

Τὰ ἄρα ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων
 15 ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

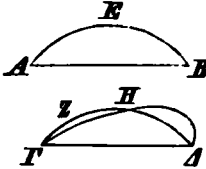
κε'.

Κύκλου τμήματος δοθέντος προσαναγράψαι τὸν κύκλον, οὗ πέρ ἐστι τμήμα.

Ἔστω τὸ δοθὲν τμήμα κύκλου τὸ $ΑΒΓ$. δεῖ δὴ
 20 τοῦ $ΑΒΓ$ τμήματος προσαναγράψαι τὸν κύκλον, οὗ πέρ ἐστι τμήμα.

1. ἐφαρμοζομένου B, sed corr.; alt. o in ras. V. 3. καί] om. B. 5. τῇ] τὴν V; corr. m. 2. ἐφαρμοσάσης δὲ (δὴ B) τῆς $ΑΒ$ εὐθείας ἐπὶ τὴν $ΓΔ$ BFVp; sed in F ante ἐφαρμοσάσης legitur: ἢ δὲ $ΑΒ$ ἐπὶ τὴν $ΓΔ$; idem in mg. m. 1: εἰ δὲ τῆς $ΑΒ$ εὐθείας ἐπὶ τὴν $ΓΔ$ ἐφαρμοσάσης καὶ τὸ $ΑΕ$ τμήμα ἐπὶ τὸ $ΓΖ$ μὴ ἐφαρμόσῃ. 6. $ΓΖΔ$] $ΖΔ$ in ras. F. εἰ] in ras. P. ἡ $ΑΒ$ εὐθεῖα — 8. $ΓΖΔ$] om. B. 7. $ΓΔ$] $Δ$ e corr. V m. 2. 8. τὸ $ΓΖΔ$] in ras. m. 1 p. ἐφαρμοσῇ PF. ἥτοι ἐντὸς αὐτοῦ πεσεῖται ἢ ἐκτὸς ἢ] P; ἀλλὰ Theon (BF Vp). 9. παραλλάξῃ F. καὶ κύκλος κύκλον τέμνει] P; κύκλος δὲ κύκλον οὐ τέμνει Theon (BFVp; in V δὲ supra scr. m. 1). Campanus hic prorsus aberrat. 10. δύο] P; δύο, ἀλλὰ καὶ τέμνει ὁ $ΓΗΔ$ τὸν $ΓΖΔ$ κατὰ πλείονα σημεία ἢ δύο

adplicato enim segmento AEB ad segmentum $\Gamma Z \Delta$ et posito A puncto in Γ , recta autem AB in $\Gamma \Delta$, etiam B punctum in Δ cadet, quia $AB = \Gamma \Delta$. adplicata autem recta AB rectae $\Gamma \Delta$ etiam segmentum AEB in $\Gamma Z \Delta$ cadet. nam si recta AB cum $\Gamma \Delta$ congruet, segmentum autem AEB cum $\Gamma Z \Delta$ non congruet, aut intra id cadet aut extra¹⁾, aut excedet ut $\Gamma H \Delta$, et circulus circum-



lum in pluribus punctis quam duobus secabit; quod fieri non potest [prop. X]. itaque recta AB cum $\Gamma \Delta$ congruente fieri non potest, quin etiam segmentum AEB cum $\Gamma Z \Delta$ congruat. congruet igitur, et aequale ei erit [I κοιν. εἰς. 8].

Ergo similia segmenta circulorum in aequalibus rectis posita inter se aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

XXV.

Segmento circuli dato circum supple, cuius est segmentum.

Sit datum segmentum circuli $AB\Gamma$. oportet igitur segmenti $AB\Gamma$ circum supple, cuius est segmentum.

1) Id quod ob prop. XXIII fieri non potest. et hoc adiciere debuit Euclides; sed non dubito, quin ipse ita scripserit, ut praebet cod. P. nam haec ipsa forma imperfecta Theoniansam dedit emendationis parum felix.

τὰ Γ , H , Δ Theon (BFVp; καὶ m. 2 V; δ e corr. p). ἐστίν] P; om. BV; πάλιν F; ἐστὶ πάλιν p. 18. τὸ] τῆς p. $\Gamma Z \Delta$] ΓZ litt. in ras. V. Dein in FV add. τμήμα m. 2. αὐτὸ V. 14. τὰ ἄρα] ἄρα τὰ F; ante ἄρα m. 2 add. τὰ. τῶν ἴσων p. 16. καὶ F; corr. m. 2. 18. τὸ τμήμα Fp. 19. τὸ δοθέν] om. B, m. 2 V. κύκλου τμήμα B. 21. τὸ τμήμα PF.

Τετμήσθω γὰρ ἡ $ΑΓ$ δίχα κατὰ τὸ $Δ$, καὶ ῥηθῶ ἀπὸ τοῦ $Δ$ σημείου τῇ $ΑΓ$ πρὸς ὀρθὰς ἡ $ΔΒ$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $ΑΒ$. ἡ ὑπὸ $ΑΒΔ$ γωνία ἄρα τῆς ὑπὸ $ΒΑΔ$ ἥτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἴση ἢ ἐλάττω.

- 5 Ἐστω πρότερον μείζων, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ $ΒΑ$ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ $Α$ τῇ ὑπὸ $ΑΒΔ$ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ $ΒΑΕ$, καὶ διήχθω ἡ $ΔΒ$ ἐπὶ τὸ $Ε$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $ΕΓ$. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΑΒΕ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΒΑΕ$, ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ
- 10 $ΕΒ$ εὐθεία τῇ $ΕΑ$. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $ΑΔ$ τῇ $ΔΓ$, κοινὴ δὲ ἡ $ΔΕ$, δύο δὲ αἱ $ΑΔ$, $ΔΕ$ δύο ταῖς $ΓΔ$, $ΔΕ$ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρω κατέρω· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $ΑΔΕ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΓΔΕ$ ἐστὶν ἴση· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρω· βάσεις ἄρα ἡ $ΑΕ$ βάσει τῇ $ΓΕ$ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ
- 15 ἡ $ΑΕ$ τῇ $ΒΕ$ ἐδείχθη ἴση· καὶ ἡ $ΒΕ$ ἄρα τῇ $ΓΕ$ ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ $ΑΕ$, $ΕΒ$, $ΕΓ$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν· ὁ ἄρα κέντρον τῷ $Ε$ διαστήματι δὲ ἐνὶ τῶν $ΑΕ$, $ΕΒ$, $ΕΓ$ κύκλος γραφόμενος ῥῆξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ ἔσται προσαναγεγραμμένος.
- 20 κύκλου ἄρα τμήματος δοθέντος προσαναγέγραπται ὁ κύκλος. καὶ δῆλον, ὥς τὸ $ΑΒΓ$ τμήμα ἐλαττόν ἐστὶν ἡμικυκλίου διὰ τὸ τὸ $Ε$ κέντρον ἐκτὸς αὐτοῦ τυγχάνειν.

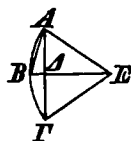
- Ὁμοίως [δὲ] καὶ ἡ ἡ ὑπὸ $ΑΒΔ$ γωνία ἴση τῇ ὑπὸ
- 25 $ΒΑΔ$, τῆς $ΑΔ$ ἴσης γενομένης ἑκατέρω τῶν $ΒΔ$, $ΔΓ$ αἱ τρεῖς αἱ $ΔΑ$, $ΔΒ$, $ΔΓ$ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται,

1. γὰρ] om. p. διήχθω F. 3. ἄρα γωνία p. τῆς] τῇ p. 7. Post $ΔΒ$ eras. καὶ V. 8. ἐστίν] comp. supra F m. 2. 9. ὑπὸ $ΑΒΕ$ — 10. ἴση ἐστὶν ἡ] om. B. $ΒΑΕ$] B in ras. p. ἐστίν F. 10. $ΕΒ$] $ΒΕ$ P. τῇ] εὐθεία τῇ P. $ΕΑ$] P, F m. 1, V m. 1; $ΑΕ$ F m. 2, V m. 2, p. 11. δύο] (alt.) δυοί V. 14. βάσεις] P; καὶ βάσεις B V p; in F καὶ supra

nam AG in duas partes aequales secetur in Δ , et a Δ puncto ad AG perpendicularis ducatur AB , et ducatur AB . ergo $\angle ABA$ aut maior est angulo BAA aut aequalis aut minor.

Sit prius maior, et ad rectam BA et punctum eius A construatur $\angle BAE = ABA$ [I, 23], et educatur AB ad E , et ducatur EF . iam quoniam

$$\angle ABE = BAE,$$



erit etiam $EB = EA$ [I, 6]. et quoniam

$AA = \Delta G$, et ΔE communis est, duae rectae AA , ΔE duabus GA , ΔE aequales sunt altera alteri; et $\angle AAE = \angle GAE$;

nam uterque rectus est. itaque $AE = GE$ [I, 4]. uerum demonstratum est, esse $AE = BE$. quare etiam $BE = GE$. itaque tres rectae AE, EB, EF inter se aequales sunt. ergo circulus centro E , radio autem qualibet rectarum AE, EB, EF descriptus etiam per reliqua puncta ibit et erit suppletus [prop. IX]. ergo dato segmento circuli suppletus est circulus; et adparet, segmentum ABG minus esse semicirculo, quia centrum E extra id positum est.

Similiter si $\angle ABA = BAA$, tres rectae AA, AB, AG inter se aequales erunt, cum $AA = BA$

scr. $\alpha\lambda\lambda\alpha'$ P, V m. 1; $\alpha\lambda\lambda'$ F; $\alpha\lambda\lambda\alpha$ καί Bp, V m. 2. 15. AE] AB F. BE] (prius) bis F (semel m. 2). 16. $\iota\sigma\eta$ $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ p. EA P. $\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\alpha\iota\varsigma$] om. V. 18. καί] om. P. 19. $\pi\rho\sigma\sigma\alpha\nu\alpha\gamma\rho\alpha\phi\acute{o}\mu\epsilon\nu\omicron\varsigma$ F; mg. m. 1: $\gamma\epsilon$. $\pi\rho\sigma\sigma\alpha\nu\alpha\gamma\rho\alpha\mu\acute{\epsilon}\nu\omicron\varsigma$. 20. $\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda\omicron\nu$] $\acute{o}$ $\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda\omicron\varsigma$. $\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda\omicron\nu$ P. In B mg. lin. 6: $\epsilon\lambda\alpha\tau\tau\omicron\nu$ $\eta\mu\iota\kappa\upsilon\kappa\lambda\omicron\nu$, lin. 24: $\eta\mu\iota\kappa\upsilon\kappa\lambda\omicron\nu$, p. 230, 3: $\mu\epsilon\iota\zeta\omicron\nu$ $\eta\mu\iota\kappa\upsilon\kappa\lambda\omicron\nu$. 21. $\epsilon\lambda\alpha\tau\tau\omicron\nu$] mg. m. 1 P. 22. $\tau\acute{o}$ E] in ras. p; E P m. 1, B. 24. $\delta\epsilon$] in ras. V; om. P. $\kappa\acute{\alpha}\nu$ η] καί $\epsilon\alpha\nu$ P; $\kappa\acute{\alpha}\nu$ seq. η in spatío 4 litt. ϕ . $AB\Delta$] corr. ex ABG m. 1 P; $B\Delta$ in ras. V. $\iota\sigma\eta$ η P. 25. ΔG] Δ in ras. p. 26. $\tau\rho\epsilon\iota\varsigma$] P m. 1, F, V seq. ras.; $\tau\rho\epsilon\iota\varsigma$ $\acute{\alpha}\rho\alpha$ Bp, P m. rec.

καὶ ἔσται τὸ Δ κέντρον τοῦ προσαναπεπληρωμένου κύκλου, καὶ δηλαδὴ ἔσται τὸ $AB\Gamma$ ἡμικύκλιον.

Ἐὰν δὲ ἡ ὑπὸ $AB\Delta$ ἐλάττων ἢ τῆς ὑπὸ $B\Delta\Delta$, καὶ συστησώμεθα πρὸς τῇ BA εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ A τῇ ὑπὸ $AB\Delta$ γωνίᾳ ἴσην, ἐντὸς τοῦ $AB\Gamma$ τμήματος πεσεῖται τὸ κέντρον ἐπὶ τῆς ΔB , καὶ ἔσται δηλαδὴ τὸ $AB\Gamma$ τμήμα μείζον ἡμικυκλίου.

Κύκλον ἄρα τμήματος δοθέντος προσαναγράφεται ὁ κύκλος· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

10

κς'.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, εἴαν τε πρὸς τοῖς κέντροις εἴαν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὥσι βεβηκῇται.

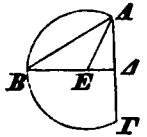
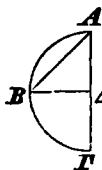
15 Ἐστῶσαν ἴσοι κύκλοι οἱ $AB\Gamma$, ΔEZ καὶ ἐν αὐτοῖς ἴσαι γωνίαι ἔστῶσαν πρὸς μὲν τοῖς κέντροις αἱ ὑπὸ $B\eta\Gamma$, $E\theta Z$, πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις αἱ ὑπὸ $B\Lambda\Gamma$, $E\lambda Z$. λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ $BK\Gamma$ περιφέρεια τῇ $E\lambda Z$ περιφερείᾳ.

20 Ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ $B\Gamma$, EZ .

Καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ $AB\Gamma$, ΔEZ κύκλοι, ἴσαι εἰσὶν αἱ ἐκ τῶν κέντρων· δύο δὲ αἱ BH , $H\Gamma$ δύο ταῖς $E\theta$, θZ ἴσαι· καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ H γωνία

3. $AB\Delta$] seq. spatium 3 litt. φ. 4. συστησώμεθα P; συστησώμεθα BFVP; corr. B m. rec. πρὸς αὐτῇ] P; A Theon (BFVP). 5. τῷ A] P; om. Theon (BFVP). γωνίαν FVP. ἴσην] corr. ex ἴση m. rec. B. 6. ΔB] B in ras. p. Dein add. ὡς τὸ E mg. m. 2 P; ὡς τὸ θ supra m. rec. B, mg. m. 2 V. 7. ἡμικυκλίου] seq. spat. 2 litt. φ. 8. κύκλου] om. Bp. τμήματος ἄρα Bp. προσ- om. BVP. 9. κύκλος

[I, 6] et $AA = A\Gamma$; et A centrum erit circuli suppleti, et $AB\Gamma$ semicirculus erit.



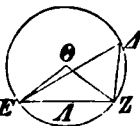
Sin $\angle ABA < BAA$, et ad rectam BA et punctum eius A construimus angulum aequalem angulo ABA [I, 23], centrum in recta AB intra segmentum $AB\Gamma$ cadet, et segmentum $AB\Gamma$

maius erit semicirculo.

Ergo segmento circuli dato suppletus est circulus; quod oportebat fieri.

XXVI.

In aequalibus circulis aequales anguli in aequalibus arcibus consistunt, siue ad centra siue ad ambitus consistunt.



Sint aequales circuli $AB\Gamma$, AEZ , et in iis aequales anguli sint ad centra $BH\Gamma$, $E\Theta Z$, ad ambitus autem $BA\Gamma$, EAZ . dico, aequales esse arcus $BK\Gamma$, EAZ .

ducantur enim $B\Gamma$, EZ . et quoniam aequales sunt circuli $AB\Gamma$, AEZ , etiam radii aequales sunt. ergo duae rectae BH , $H\Gamma$ duabus $E\Theta$, ΘZ aequales sunt;

οὐπὲρ ἔστι τὸ τμήμα V. ποιῆσαι] δεῖξαι PF; in F mg. m. 1: γρ. ποιῆσαι. 10. κς' sic φ. 13. ὡς B. 14. βεβηκυῖαι] postea add. m. 1 F; m. rec. P. 15. ἔστωσαν γάρ P. καὶ πρὸς μὲν τοῖς κέντροις ἴσαι γωνίαι ἔστωσαν P. 17. BHΓ] post ras. 1 litt. F. 22. BH] HB BVP. δύο] (alt.) δύο V; δυσὶν p. 23. EΘ] ΘE V, corr. m. 2. ἴσαι] P, F m. 1; ἴσαι εἰς BVP, F m. 2. τῶ] τὸ B.

- τῇ πρὸς τῷ Θ ἴση· βάσεις ἄρα ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ
 ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ Α γωνία τῇ
 πρὸς τῷ Δ, ὁμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΑΓ τμήμα τῷ ΕΔΖ
 τμήματι· καὶ εἰσιν ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν [τῶν ΒΓ, ΕΖ].
 5 τὰ δὲ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων ἴσα
 ἀλλήλοις ἐστίν· ἴσον ἄρα τὸ ΒΑΓ τμήμα τῷ ΕΔΖ.
 ἐστὶ δὲ καὶ ὁλος ὁ ΑΒΓ κύκλος ὅλῳ τῷ ΔΕΖ κύκλῳ
 ἴσος· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΚΓ περιφέρεια τῇ ΕΔΖ περι-
 φερεία ἐστὶν ἴση.
 10 Ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων
 περιφερειῶν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν
 τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὥσι βεβηκῶνται· ὅπερ ἔδει
 δεῖξαι.

κξ'.

- 15 Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἐπὶ ἴσων περι-
 φερειῶν βεβηκῶνται γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν,
 ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς
 περιφερείαις ὥσι βεβηκῶνται.
 Ἐν γὰρ ἴσοις κύκλοις τοῖς ΑΒΓ, ΔΕΖ ἐπὶ ἴσων
 20 περιφερειῶν τῶν ΒΓ, ΕΖ πρὸς μὲν τοῖς Η, Θ κέν-
 τροις γωνίαι βεβηκέτωσαν αἱ ὑπὸ ΒΗΓ, ΕΘΖ, πρὸς
 δὲ ταῖς περιφερείαις αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΕΔΖ· λέγω, ὅτι
 ἡ μὲν ὑπὸ ΒΗΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΘΖ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ
 ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστὶν ἴση.

XXVII. Boetius p. 388, 5.

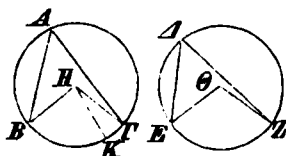
1. τῷ] τό B. ἴση] PV, F m. 1; ἐστὶν ἴση Bp; ἴση ἐστὶ
 F m. 2. 2. τῷ] τό B. 3. τῷ] (prius) τό B. ἐστὶν P.
 4. τῶν ΒΓ, ΕΖ] mg. m. rec. P. 5. τὰ δέ — εὐθειῶν] mg.
 m. 1 P. 6. ΒΑΓ] litt. ΒΑ e corr. p. τῷ seq. ras.
 1 litt. F. ΕΔΖ] mutat. in ΕΖΔ m. 2 V. 7. ἐστὶν PB.
 ΔΕΖ] E insert. m. 1 F; ΕΔΖ Bp; ΔΕΖ mg. m. 2 V.

et angulus ad H positus angulo ad Θ posito aequalis est. itaque $B\Gamma = EZ$ [I, 4]. et quoniam angulus ad A positus angulo ad Δ posito aequalis est, segmentum $BA\Gamma$ segmento $E\Delta Z$ simile est [def. 11]. et in aequalibus rectis posita sunt. segmenta autem similia in aequalibus rectis posita inter se aequalia sunt [prop. XXIV]. itaque $BA\Gamma = E\Delta Z$. uerum etiam totus circulus $AB\Gamma$ toti circulo ΔEZ aequalis est. quare qui relinquitur arcus $BK\Gamma$ arcui $E\Delta Z$ aequalis est.

Ergo in aequalibus circulis aequales anguli in aequalibus arcubus consistent, siue ad centra siue ad ambitus consistent; quod erat demonstrandum.

XXVII.

In aequalibus circulis anguli in aequalibus arcubus consistentes inter se aequales sunt, siue ad centra siue ad ambitus consistent.



nam in aequalibus circulis $AB\Gamma$, ΔEZ in aequalibus arcubus $B\Gamma$, EZ ad centra H , Θ anguli consistant $BH\Gamma$, $E\Theta Z$, ad ambitus autem $BA\Gamma$, $E\Delta Z$. dico, esse $\angle BH\Gamma = E\Theta Z$, et $\angle BA\Gamma = E\Delta Z$.

$\kappa\acute{o}\kappa\lambda\omega$] in ras. m. 2 V. 8. $\tau\eta$] $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ $\iota\sigma\eta$ $\tau\eta$ P. $E\Delta Z$] litt. ΔZ in ras. V. 9. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ $\iota\sigma\eta$] om. P. 10. $\epsilon\sigma$] inter ϵ et ν 1 litt. eras. V. 12. $\acute{\omega}\sigma\tau\iota\nu$ F. 14. $\kappa\acute{\epsilon}$] sic ϕ . 18. $\acute{\omega}\sigma\tau\iota\nu$ P. 19. $\kappa\alpha\iota$ $\acute{\epsilon}\pi\iota$ F. 23. $\gamma\alpha\nu\iota\alpha$] P; om. Theon (BFVp). $E\Theta Z$] corr. ex EBZ m. rec. P; $BH\Gamma$ ϕ . 24. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ $\iota\sigma\eta$] P; om. Theon (BFVp).

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ $B\Gamma$ τῇ ὑπὸ $E\Theta Z$,
 μία αὐτῶν μελίων ἐστίν. ἔστω μελίων ἡ ὑπὸ $B\Gamma$,
 καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ $B\Gamma$ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ
 ῥημείῳ τῷ H τῇ ὑπὸ $E\Theta Z$ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ BHK .
 5 αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν,
 ὅταν πρὸς τοῖς κέντροις ᾧσιν· ἴση ἄρα ἡ BK περι-
 φέρεια τῇ EZ περιφερείᾳ. ἀλλὰ ἡ EZ τῇ $B\Gamma$ ἐστὶν
 ἴση· καὶ ἡ BK ἄρα τῇ $B\Gamma$ ἐστὶν ἴση ἡ ἐλάττων τῇ
 μελίῳ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν
 10 ἡ ὑπὸ $B\Gamma$ γωνία τῇ ὑπὸ $E\Theta Z$. ἴση ἄρα. καὶ ἐστὶ
 τῆς μὲν ὑπὸ $B\Gamma$ ἡμίσεια ἡ πρὸς τῷ A , τῆς δὲ ὑπὸ
 $E\Theta Z$ ἡμίσεια ἡ πρὸς τῷ Δ . ἴση ἄρα καὶ ἡ πρὸς τῷ
 A γωνία τῇ πρὸς τῷ Δ .

Ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἐπὶ ἴσων περιφε-
 15 ρειῶν βεβηκνύται γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐάν τε
 πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ᾧσι
 βεβηκνύται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κη'.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖται ἴσας
 20 περιφερείας ἀφαιροῦσι τὴν μὲν μελίονα τῇ μελί-
 ζονι τὴν δὲ ἐλάττονα τῇ ἐλάττονι.

Ἐστῶσαν ἴσοι κύκλοι οἱ $AB\Gamma$, ΔEZ , καὶ ἐν τοῖς
 κύκλοις ἴσαι εὐθεῖται ἔστωσαν αἱ AB , ΔE τὰς μὲν
 $A\Gamma B$, ΔZE περιφερείας μελίονας ἀφαιροῦσαι τὰς δὲ

1. εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ $B\Gamma$ τῇ ὑπὸ $E\Theta Z$] PF; om. V; εἰ μὲν οὖν ἡ ὑπὸ $B\Gamma$ ἴση ἐστί (ἐστίν B) τῇ ὑπὸ $E\Theta Z$, φανερόν, ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ $BA\Gamma$ ἴση ἐστί (ἐστίν B, om. V) τῇ ὑπὸ $E\Delta Z$. εἰ δὲ οὐ. Bp; in V eadem mg. m. 2 exceptis εἰ δὲ οὐ, quae in textu sunt m. 1 (εἰ δ' οὐ). γρ. καὶ οὕτως· εἰ μὲν — $BA\Gamma$ τῇ ὑπὸ $E\Delta Z$ ἴση ἐστίν· εἰ δὲ οὐ, μία αὐτῶν μελίον ἡ ὑπὸ $B\Gamma$, καὶ συνεστάτω καὶ καθ' ἑξῆς ὡς ἐν τῷ κειμένῳ mg. m. rec. P. Campanus cum PF concordat. 2. μελίον ἐστίν] Bp; ἐστὶ μελίον FV; μελίον ἐστὶ P. ἔστω μελίον] om. F,

nam si $\angle BHT$ angulo $E\Theta Z$ inaequalis est, alteruter eorum maior est. sit maior $\angle BHT$, et ad rectam BH et punctum eius H angulo $E\Theta Z$ aequalis construatur BHK [I, 23]. et aequales anguli in aequalibus arcibus consistunt, si ad centra sunt positi [prop. XXVI]. ergo arc. $BK = EZ$. sed $EZ = B\Gamma$. quare etiam $BK = B\Gamma$, minor maiori; quod fieri non potest. itaque $\angle BHT$ angulo $E\Theta Z$ inaequalis non est; aequalis igitur. et angulus ad A positus dimidius est anguli BHT , angulus autem ad A positus dimidius anguli $E\Theta Z$ [prop. XX]. itaque angulus ad A positus angulo ad A posito aequalis est.

Ergo in aequalibus circulis anguli in aequalibus arcibus consistentes inter se aequales sunt, siue ad centra siue ad ambitus consistunt; quod erat demonstrandum.

XXVIII.

In aequalibus circulis aequales rectae aequales arcus abscindunt maiorem maiori, minorem autem minori.

Sint aequales circuli $AB\Gamma$, ΔEZ , et in circulis aequales rectae sint AB , ΔE , arcus $A\Gamma B$, ΔZE

add. $\sim$, cui nunc nihil respondet. 3. $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\lambda\alpha$] om. p; mg. m. 2 V. 4. $E\Theta Z$] in ras. m. 2 V. 7. $\alpha\lambda\lambda'$ Bp. $\iota\sigma\eta$ $\epsilon\sigma\tau\iota$ V ϕ . 8. $B\Gamma$ $\tau\eta$ BK B m. 1, Fp, V m. 1. 10. $\epsilon\sigma\tau\iota$ P. 12. $\iota\sigma\eta$ $\alpha\pi\alpha$ $\kappa\alpha\iota$ — 13. $\tau\phi$ Δ] om. F. 13. $\tau\phi$] $\tau\phi$ B. 14. $\epsilon\pi$ $\alpha\pi\alpha$] e corr. m. 2 V. 15. $\beta\epsilon\beta\eta\kappa\upsilon\iota\alpha\iota$ $\gamma\omega\nu\iota\alpha\iota$] ϕ , seq. ai m. 1; in P $\gamma\omega\nu\iota\alpha\iota$ supra scr. m. 1. 16. $\beta\epsilon\beta\eta\kappa\upsilon\iota\alpha\iota$ $\omega\sigma\iota\nu$ P. 18. λ' F. 19. $\iota\sigma\alpha\varsigma$] $\iota\sigma\alpha\iota$ ϕ (non F). 20. $\alpha\phi\alpha\iota\epsilon\upsilon\sigma\iota\nu$ P. $\alpha\phi\epsilon\epsilon\upsilon\sigma\iota\nu$ ϕ . 21. $\epsilon\lambda\alpha\sigma\sigma\omicron\nu\alpha$ $\tau\eta$ $\epsilon\lambda\alpha\sigma\sigma\omicron\nu\iota$ V. 22. $\tau\omicron\iota\varsigma$ $\kappa\upsilon\kappa\lambda\omicron\iota\varsigma$] P; $\alpha\upsilon\tau\omicron\iota\varsigma$ Theon (BFVp). 23. AB , ΔE] P; $B\Gamma$, EZ Theon (BFVp). 24. $A\Gamma B$] P, F m. 1; $BA\Gamma$ BVp, F m. 2. ΔZE] P; $E\Delta Z$ Bp, V e corr. m. 2; ΔZ inter duas ras. F. $\alpha\phi\epsilon\epsilon\upsilon\sigma\iota\nu$ P; $\phi\epsilon\epsilon\upsilon\sigma\iota\nu$ V, corr. m. 2.

AHB, *ΔΘΕ* ἐλάττονας· λέγω, ὅτι ἡ μὲν *ΑΓΒ* μείζων περιφέρεια ἴση ἐστὶ τῇ *ΔΖΕ* μείζονι περιφερείᾳ, ἡ δὲ *AHB* ἐλάττων περιφέρεια τῇ *ΔΘΕ*.

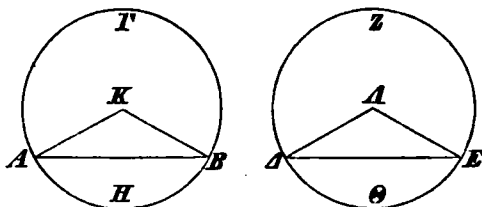
Εἰλήφθω γὰρ τὰ κέντρα τῶν κύκλων τὰ *K*, *Α*, καὶ
5 ἐπεζεύχθωσαν αἱ *AK*, *KB*, *ΔΑ*, *ΔΕ*.

Καὶ ἐπεὶ ἴσοι κύκλοι εἰσὶν, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων· δύο δὴ αἱ *AK*, *KB* δυσὶ ταῖς *ΔΑ*, *ΔΕ* ἴσαι εἰσὶν· καὶ βάσις ἡ *AB* βάσει τῇ *ΔΕ* ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ *AKB* γωνία τῇ ὑπὸ *ΔΑΕ* ἴση ἐστίν. αἱ δὲ
10 ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, ὅταν πρὸς τοῖς κέντροις ᾧσιν· ἴση ἄρα ἡ *AHB* περιφέρεια τῇ *ΔΘΕ*. ἐστὶ δὲ καὶ ὁλος ὁ *ΑΒΓ* κύκλος ὅλῳ τῷ *ΔΕΖ* κύκλῳ ἴσος· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ *ΑΓΒ* περιφέρεια λοιπῇ τῇ *ΔΖΕ* περιφερείᾳ ἴση ἐστίν.

15 Ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι τὴν μὲν μείζονα τῇ μείζονι τὴν δὲ ἐλάττονα τῇ ἐλάττονι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. *AHB*] P; *BHΓ* BVp, F in ras. *ΔΘΕ*] P; *ΕΘΖ* BVp. *ΑΓΒ*] PF; *ΒΑΓ* BVp. 2. ἐστὶ] om. B. *ΔΖΕ* — 3. τῇ] om. B; τῇ *ΕΔΖ* μείζονι περιφερείᾳ ἡ δὲ *AHB* (euan.) ἐλάττων περιφέρεια ἴση τῇ mg. m. rec. *ΔΖΕ*] PF; *ΕΔΖ* BVpφ. 3. *AHB*] P (B?); *BHΓ* Vp, F in ras. ἴση τῇ BVp, ἴση ἐστὶ τῇ V. *ΔΘΕ*] P; *ΕΘΖ* ἐλάττονι Bp; *ΕΘΖ* ἐλάττονι περιφερείᾳ V, F (*ΕΘΖ* in ras.). 5. ἐπεζεύχθωσαν φ. *AK*] P; *KB* BV, F in ras., p (*K* in ras.) *KB*] P; *ΚΓ* BVp, F in ras. *ΔΑ*] P; *ΔΕ* V e corr. m. 2, F in ras.; *ΕΑ* Bp. *ΔΕ*] P; *ΔΖ* BVp, F in ras. 6. ἴσαι εἰσὶ] m. rec. P. αἱ] supra m. 1 P, m. 2 B. 7. *AK*, *KB*] P; *KB*, *ΚΓ* BVp, F in ras. δυσὶ] δύο F, corr. m. 2; δυσὶν p. *ΔΑ*, *ΔΕ*] P (*ΔΑ* corr. ex *ΔΑ* m. rec.); *ΕΑ*, *ΔΖ* BVp, F in ras. 8. ἴσαι εἰσὶν] PF; ἴσαι εἰσὶ V et add. m. 2 Bp. *ΑΒ*] P; *ΒΓ* BVp. *ΔΕ*] P; *ΕΖ* BVpφ. 9. ὑπὸ] om. Bp. *ΑΚΒ*] P; *ΒΚΓ* BVp, F in ras. *ΔΑΕ*] P; *ΕΔΖ* BVp, F in ras. 11. *AHB*] *BHΓ* V, in ras. Fp; ὑπὸ *BHΓ* B, ὑπὸ del. περιφέρεια] om. B; in ras. p. 12. *ΔΘΕ*] P; *ΕΘΖ* p, post ras. V, in ras. F; ὑπὸ *ΕΘΖ*, del. ὑπὸ et add. m. rec.

maiores abscondentes, AHB , $\angle \Theta E$ autem minores. dico, esse arc. $AGB = \angle ZE$, $AHB = \angle \Theta E$.



sumantur enim centra circulorum K , A , et ducantur AK , KB , AA , AE . et quoniam aequales circuli sunt, etiam radii aequales sunt [def. 1]. itaque duae rectae AK , KB duabus AA , AE aequales sunt; et $AB = AE$. itaque $\angle AKB = \angle AAE$ [I, 8]. sed aequales anguli in aequalibus arcibus consistunt, si ad centra sunt positi [prop. XXVI]. itaque arc.

$$AHB = \angle \Theta E.$$

uerum etiam totus circulus $AB\Gamma$ toti circulo $\angle EZ$ aequalis est. quare etiam qui relinquitur arcus AGB reliquo arcui $\angle ZE$ aequalis est.

Ergo in aequalibus circulis aequales rectae aequales arcus abscondunt maiorem maiori minorem autem minori; quod erat demonstrandum.

περιφέρεια B. ἐστὶν P. $AB\Gamma$] in ras. F. 13. $\angle EZ$] E
supra m. 1 F; $EZ\angle$ P. ἴσος] insert. m. 2 F. καὶ] PF;
om. BVp. AGB] F; $AB\Gamma$ P; $BA\Gamma$ BVp. περιφέρεια]
om. V. 14. λοιπὴ τῇ] in mg. transit, antecedit ἴση in spatio
plurium litt. φ. $\angle ZE$] scripsi; $\angle EZ$ PF; $E\angle Z$ BVp.
15. [αὐτὰς εὐθεΐαι] in ras. F. 16. ἀφαιρούσιν F, -φα- e
corr. V m. 2. μείζονι] post lac. 8 litt. in mg. transiens φ.

κθ'.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις τὰς ἴσας περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν.

Ἐστῶσαν ἴσοι κύκλοι οἱ $ABΓ$, $ΔEZ$, καὶ ἐν αὐ-
 5 τοῖς ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλήφθωσαν αἱ $BHΓ$, $ΕΘΖ$,
 καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $BΓ$, EZ εὐθεῖαι· λέγω, ὅτι ἴση
 ἐστὶν ἡ $BΓ$ τῇ EZ .

Εἰλήφθω γὰρ τὰ κέντρα τῶν κύκλων, καὶ ἔστω
 τὰ K , $Λ$, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ BK , $KΓ$, $ΕΛ$, $ΛΖ$.

10 Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $BHΓ$ περιφέρεια τῇ $ΕΘΖ$
 περιφερείᾳ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $BKΓ$ τῇ ὑπὸ
 $ΕΛΖ$. καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ $ABΓ$, $ΔEZ$ κύκλοι, ἴσαι
 εἰσὶ καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων· δύο δὴ αἱ BK , $KΓ$ δυοὶ
 ταῖς $ΕΛ$, $ΛΖ$ ἴσαι εἰσὶν· καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν·
 15 βάσεις ἄρα ἡ $BΓ$ βάσει τῇ EZ ἴση ἐστίν.

Ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις τὰς ἴσας περιφερείας
 ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λ'.

Τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν δίχα τεμεῖν.

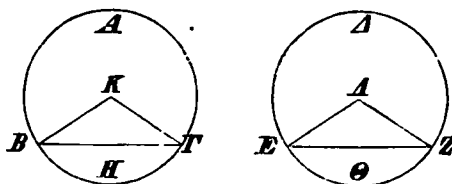
XXX. Proclus p. 272, 15. Boetius p. 388, 8.

1. λ α' F; corr. m. 2. 2. ὑπὸ τὰς FV. 3. ἴσαι εὐ-
 θεῖαι] εὐθεῖαι V, ζεῖαι F, quod in εὐθεῖαι corrigere conata
 est m. 2. ὑποτείνουσιν] ὑποτείνουσιν ἴσαι V; ὑποτείνουσι
 (in ras. m. 2, punctis del.) εὐθεῖαι ὑπο (mg. m. 2), dein τε-
 νουσιν m. 1 F. 4. ἴσοι] supra m. 2 V. ἐν] ἀπειλήφθωσαν
 ἐν V. 5. ἴσαι περιφε- in mg. m. 2 post 7 litt. euan. F.
 ἀπειλήφθωσαν] om. V. 6. $BΓ$, EZ εὐθεῖαι] e corr. m. 2 F.
 7. $BΓ$] $BΓ$ εὐθεῖα BVp; εὐθεῖα in P add. m. rec., in F in
 mg. m. 1. EZ εὐθεῖα V m. 2. 8. εἰλήφθω — 9. $ΛΖ$] om.
 V. εἰλήφθωσαν p. καὶ ἔστω] P, ἔστω F (sed κύκλων re-
 nouatum); om. BVp. 10. καὶ ἐπεὶ] ἐπεὶ Bp; εἰ γὰρ V m. 1,
 ἐπεὶ γὰρ V m. 2. 11. ἐστίν P. $BKΓ$] K e corr. m. 2 V.

XXIX.

In aequalibus circulis sub aequalibus arcibus aequales rectae subtendunt.

Sint aequales circuli $AB\Gamma$, ΔEZ , et in iis aequales arcus abscindantur $BH\Gamma$, $E\Theta Z$, et ducantur rectae $B\Gamma$, EZ . dico, esse $B\Gamma = EZ$.



sumantur enim centra circulorum et sint K , A , et ducantur BK , $K\Gamma$, EA , AZ . et quoniam arc.

$$BH\Gamma = E\Theta Z,$$

erit etiam $\angle B K \Gamma = E A Z$ [prop. XXVII]. et quoniam circuli $AB\Gamma$, ΔEZ aequales sunt, etiam radii aequales sunt [def. 1]. itaque duae rectae BK , $K\Gamma$ duabus EA , AZ aequales sunt; et aequales angulos comprehendunt. itaque $B\Gamma = EZ$ [I, 4].

Ergo in aequalibus circulis sub aequalibus arcibus aequales rectae subtendunt; quod erat demonstrandum.

XXX.

Datum arcum in duas partes aequales secare.

13. εἰσὶν PF. αἰ] om. P. ἐκ] om. p. 14. εἰσὶν] PBF; εἰσὶ Vp. ἴσας γωνίας Bp. περιέχουσιν] PB, περιέχουσι pφ, περιφύουσιν V. 16. ὑπὸ τῆς BFVp. 17. αἰ ἴσαι V. ὅπερ εἶδει δεῖξαι] m. 2 F. 18. λ'] non liquet F.

Ἐστω ἡ δοθεῖσα περιφέρεια ἡ $A\Delta B$. δεῖ δὲ τὴν $A\Delta B$ περιφέρειαν δίχα τεμεῖν.

Ἐπεζεύχθω ἡ AB , καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ , καὶ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου τῇ AB εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ $\Gamma\Delta$, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $A\Delta$, ΔB .

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ AG τῇ GB , κοινὴ δὲ ἡ $\Gamma\Delta$, δύο δὲ αἱ AG , $\Gamma\Delta$ δυοὶ ταῖς $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ ἴσαι εἰσὶν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $AG\Delta$ γωνία τῇ ὑπὸ $B\Gamma\Delta$ ἴση· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· βάσεις ἄρα ἡ $A\Delta$ βάσει τῇ ΔB ἴση ἐστίν. αἱ δὲ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι τὴν μὲν μείζονα τῇ μείζονι τὴν δὲ ἐλάττωνα τῇ ἐλάττω· καὶ ἐστὶν ἑκατέρα τῶν $A\Delta$, ΔB περιφερειῶν ἐλάττων ἡμικυκλίου· ἴση ἄρα ἡ $A\Delta$ περιφέρεια τῇ ΔB περιφερείᾳ.

Ἡ ἄρα δοθεῖσα περιφέρεια δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Δ σημείου· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

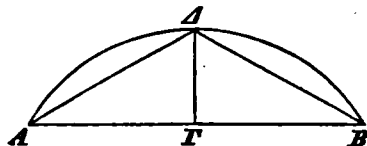
λα'.

Ἐν κύκλῳ ἡ μὲν ἐν $\tau\omega$ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθὴ ἐστίν, ἡ δὲ ἐν $\tau\omega$ μείζονι τμήματι ἐλάττω τῶν ὀρθῆς, ἡ δὲ ἐν $\tau\omega$ ἐλάττω τμήματι μείζων ὀρθῆς· καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία μείζων ἐστὶν ὀρθῆς, ἡ δὲ τοῦ ἐλάττωνος τμήματος γωνία ἐλάττω ὀρθῆς.

XXXI. [Euclid.] opt. 47 (Studien p. 122). Alexander Aphrod. in metaph. p. 318. Simplicius in phys. fol. 14^a. Philop. in anal. II fol. 85^a. Boetius p. 388, 10.

1. $A\Delta B$] litt. ΔB in ras. V; AB corr. ex AGP . 2. $AB\Delta$ Bp; ABP . 3. $\delta\epsilon\chi\alpha$] ἡ AB $\delta\epsilon\chi\alpha$ V. 5. $\Gamma\Delta$] sic φ, e corr. m. 2 V. καί] om. φ. ΔB] B corr. ex Θ m. 1 F. 8. εἰσὶν] PBF; εἰσὶ V p. 9. καὶ βάσεις Bp, V m. 2. ἄρα] om. V. 10. ἐστὶ V. 11. ἀφαιροῦσιν B; in

Sit datus arcus $A\Delta B$. oportet igitur arcum $A\Delta B$ in duas partes aequales secare.



ducatur AB et in duas partes aequales secetur in Γ [I, 10], et a puncto Γ ad rectam AB perpendicularis ducatur $\Gamma\Delta$, et ducantur $A\Delta$, ΔB . et quoniam $A\Gamma = \Gamma B$, et communis est $\Gamma\Delta$, duae rectae $A\Gamma$, $\Gamma\Delta$ duabus $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ aequales sunt; et

$$\angle A\Gamma\Delta = B\Gamma\Delta;$$

nam uterque rectus est. itaque $A\Delta = \Delta B$ [I, 4]. uerum aequales rectae aequales arcus abscindunt maiorem maiori minorem autem minori [prop. XXVIII]. et uterque arcus $A\Delta$, ΔB minor est semicirculo. itaque arc. $A\Delta = \Delta B$.

Ergo datus arcus in duas partes aequales sectus est in puncto Δ ; quod oportebat fieri.

XXXI.

In circulo angulus in semicirculo positus rectus est, qui autem in segmento maiore positus est, minor recto, qui autem in segmento minore positus est, maior recto, et praeterea angulus segmenti maioris maior est recto, minoris autem segmenti angulus minor recto.

ras. m. 1 P. 12. ἐλάττωι P. ἐκαστέραν φ. τῶν] τοῦ φ.
 ΔB] om. F. 14. ΔB] in ras. V. περιφερεία] om. V. περι-
 φέρειαν φ. 15. ἡ] in ras. V. 16. ποιῆσαι] δεῖξαι P.
 17. λγ' F. 18. ἐν] post ras. 1 litt. V. 22. γωνία] m. 2
 V. 23. ὀρθῆς] PF; ἐστὶν ὀρθῆς Bp; ὀρθῆς ἐστὶν V.

Ἐστω κύκλος ὁ $ABΓΔ$, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἡ $ΒΓ$, κέντρον δὲ τὸ $Ε$, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $ΒΑ$, $ΑΓ$, $ΑΔ$, $ΔΓ$. λέγω, ὅτι ἡ μὲν ἐν τῷ $ΒΑΓ$ ἡμικυκλίῳ γωνία ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ ὀρθή ἐστίν, ἡ δὲ ἐν τῷ $ΑΒΓ$ μείζονι τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι γωνία ἡ ὑπὸ $ΑΒΓ$ ἐλάττων ἐστίν ὀρθῆς, ἡ δὲ ἐν τῷ $ΑΔΓ$ ἐλάττονι τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι γωνία ἡ ὑπὸ $ΑΔΓ$ μείζων ἐστίν ὀρθῆς.

Ἐπεζεύχθω ἡ $ΑΕ$, καὶ διήχθω ἡ $ΒΑ$ ἐπὶ τὸ $Ζ$.

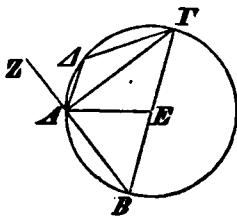
10 Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $ΒΕ$ τῇ $ΕΑ$, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $ΑΒΕ$ τῇ ὑπὸ $ΒΑΕ$. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $ΓΕ$ τῇ $ΕΑ$, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ $ΑΓΕ$ τῇ ὑπὸ $ΓΑΕ$. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ δυοὶ ταῖς ὑπὸ $ΑΒΓ$, $ΑΓΒ$ ἴση ἐστίν. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ $ΖΑΓ$ ἐκτὸς τοῦ $ΑΒΓ$ τριγώνου δυοὶ ταῖς ὑπὸ $ΑΒΓ$, $ΑΓΒ$ γωνίαις ἴση· ἴση ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΖΑΓ$. ὀρθὴ ἄρα ἑκατέρα· ἡ ἄρα ἐν τῷ $ΒΑΓ$ ἡμικυκλίῳ γωνία ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ ὀρθή ἐστίν.

Καὶ ἐπεὶ τοῦ $ΑΒΓ$ τριγώνου δύο γωνίαι αἱ ὑπὸ $ΑΒΓ$, $ΒΑΓ$ δύο ὀρθῶν ἐλάττονές εἰσιν, ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$, ἐλάττων ἄρα ὀρθῆς ἐστίν ἡ ὑπὸ $ΑΒΓ$ γωνία· καὶ ἐστὶν ἐν τῷ $ΑΒΓ$ μείζονι τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι.

Καὶ ἐπεὶ ἐν κύκλῳ τετράπλευρόν ἐστι τὸ $ΑΒΓΔ$,

1. ἔστω] (alt.) om. V. 2. Post δέ add. αὐτοῦ m. rec. P. E] supra hanc litt. eras. Γ V; seq. in F: καὶ (m. 1) ἐλήφθω ἐπὶ τῆς περιφερείας (in ras. m. 2) δύο τεχόντα σημεία τὰ Α, Δ (in mg. transit m. 1); eadem omnia B mg. m. rec. καὶ—ΒΑ] in mg. transit m. 1 F. 3. ΑΓ, ΑΔ, ΔΓ] φ, seq. uestig. Α m. 1. 4. ἡ ὑπὸ ΒΑΓ] P; om. Theon (BFVp). 5. μείζονι] -ονι in ras. V; corr. ex μείζων m. 2 B. 6. ΑΒΓ] B in ras. V. 7. ἡ ὑπὸ ΑΔΓ] om. p; mg. m. rec. B. 10. ἐστὶ] ἐστίν P. 11. ΑΒΕ] P, F m. 1, V m. 1; ΕΑΒ Bp, F m. 2, V m. 2.

Sit circulus $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius sit $B\Gamma$, centrum autem E , et ducantur BA , $A\Gamma$, AA , $\Delta\Gamma$. dico, angulum in $B\Delta\Gamma$ semicirculo positum $\angle B\Delta\Gamma$



rectum esse, qui autem in segmento $AB\Gamma$ maiore, quam est semicirculus, positus est, $\angle AB\Gamma$ minorem recto, qui autem in segmento $A\Delta\Gamma$ minore, quam est semicirculus, positus est, $\angle A\Delta\Gamma$ maiorem recto esse.

ducatur AE , et educatur BA ad Z . et quoniam $BE = EA$, erit etiam $\angle ABE = BAE$ [I, 5]. rursus quoniam $\Gamma E = EA$, erit etiam $\angle AGE = \Gamma AE$. ergo $\angle B\Delta\Gamma = AB\Gamma + A\Gamma B$. verum etiam angulus exterior trianguli $AB\Gamma$, $\angle Z\Delta\Gamma = AB\Gamma + A\Gamma B$ [I, 32]. itaque $\angle B\Delta\Gamma = Z\Delta\Gamma$. rectus igitur est uterque [I, def. 10]. ergo angulus $B\Delta\Gamma$ in semicirculo $B\Delta\Gamma$ positus rectus est.

et quoniam trianguli $AB\Gamma$ duo anguli $AB\Gamma$, $B\Delta\Gamma$ duobus rectis minores sunt [I, 17], et $\angle B\Delta\Gamma$ rectus est, $\angle AB\Gamma$ minor est recto; et in segmento $AB\Gamma$ maiore, quam est semicirculus, positus est.

et quoniam in circulo quadrilaterum est $AB\Gamma\Delta$,

BAE] P; EBA Bp, e corr. FV. 12. ΓE] P; AE F, V in ras. m. 2; EA Bp. EA] P; $E\Gamma$ Bp, in ras. m. 2 FV. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ PB. $\kappa\alpha\iota$] om P. $\gamma\omega\nu\iota\alpha$ η FV (supra $\gamma\omega\nu\iota\alpha$ in V ras. est). 13. ΓAE] in ras. m. 2 V. 15. $AB\Gamma$] (alt.) Γ in ras. m. 2 V. $\gamma\omega\nu\iota\alpha\iota\varsigma$] m. 2 V. 16. $\{\sigma\eta\}$ (prius) m. 2 F. 17. $AB\Gamma$ P. 18. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$] PB, comp. p; $\epsilon\sigma\tau\iota$ FV. 19. $\delta\upsilon\sigma\sigma\iota$ supra add. al m. 1 F. 20. $AB\Gamma$, $B\Delta\Gamma$] $AB\Gamma$ in spatio 6 litt. m. 2 F. $\epsilon\lambda\acute{\alpha}\sigma\sigma\omega\nu\epsilon\varsigma$ FV. 21. $B\Delta\Gamma$] PFV; $B\Delta\Gamma$ $\gamma\omega\nu\iota\alpha$ Bp. $\epsilon\lambda\acute{\alpha}\sigma\sigma\omega\nu$ V.

τῶν δὲ ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον
γωνίαι δυσὲν ὁρθαῖς ἴσαι εἰσὶν [αἱ ἄρα ὑπὸ $ABΓ$,
 $AΔΓ$ γωνίαι δυσὲν ὁρθαῖς ἴσαι εἰσὶν], καὶ ἐστὶν ἡ ὑπὸ
 $ABΓ$ ἐλάττων ὁρθῆς· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $AΔΓ$ γωνία
5 μείζων ὁρθῆς ἐστὶν· καὶ ἐστὶν ἐν τῷ $AΔΓ$ ἐλάττονι
τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι.

Λέγω, ὅτι καὶ ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία
ἡ περιεχομένη ὑπὸ [τε] τῆς $ABΓ$ περιφερείας καὶ
τῆς $AΓ$ εὐθείας μείζων ἐστὶν ὁρθῆς, ἡ δὲ τοῦ ἐλάτ-
10 τονος τμήματος γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ [τε] τῆς
 $AΔ[Γ]$ περιφερείας καὶ τῆς $AΓ$ εὐθείας ἐλάττων ἐστὶν
ὁρθῆς. καὶ ἐστὶν αὐτόθεν φανερόν. ἐπεὶ γὰρ ἡ ὑπὸ
τῶν BA , $AΓ$ εὐθειῶν ὁρθὴ ἐστὶν, ἡ ἄρα ὑπὸ τῆς
 $ABΓ$ περιφερείας καὶ τῆς $AΓ$ εὐθείας περιεχομένη
15 μείζων ἐστὶν ὁρθῆς. πάλιν, ἐπεὶ ἡ ὑπὸ τῶν $AΓ$, AZ
εὐθειῶν ὁρθὴ ἐστὶν, ἡ ἄρα ὑπὸ τῆς $ΓA$ εὐθείας καὶ
τῆς $AΔ[Γ]$ περιφερείας περιεχομένη ἐλάττων ἐστὶν
ὁρθῆς.

Ἐν κύκλῳ ἄρα ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ὁρθὴ
20 ἐστὶν, ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι ἐλάττων ὁρθῆς, ἡ
δὲ ἐν τῷ ἐλάττονι [τμήματι] μείζων ὁρθῆς, καὶ ἐτι ἡ
μὲν τοῦ μείζονος τμήματος [γωνία] μείζων [ἐστὶν] ὁρθῆς,

2. αἱ ἄρα — 3. εἰσὶν] mg. m. rec. P. 8. γωνίαι] om.
Bp. εἰσὶν] BF; εἰσὶν P Vp. 4. λοιπὴ] m. 2 F. γωνία]
PF; om. BVp. 5. ὁρθῆς ἐστὶν] PF; ὁρθῆς ἐστὶ V; ἐστὶν
ὁρθῆς Bp. ἐστὶν] (alt.) om. V (supra καὶ ἐν ras.). $AΔΓ$]
P, F, V (ras. supra); om. Bp. ἐλάττονι P. 7. ὅτι] P, F
m. 1; δὴ, ὅτι BVp, F m. 2 (euan.). 8. τε] P; om. BFVp.
 $ABΓ$] P; AHB P m. rec., BF, V m. 2, p m. 1; $ABΓ$ cum
ras. 1 litt. inter A et B V m. 1; Γ add. p m. rec. 9. $AΓ$]
Γ in ras. m. rec. B. μείζων] μείζ- in ras. m. rec. B. 10.
τε] P; om. BFVp. 11. $AΔΓ$] Γ insert. m. 1 F. ἐλάττων]
in ras. m. rec. B. 12. ἡ] ἡ περιεχομένη γωνία V. 13.
ὁρθῆ] PFV (in F ante ὁρθῆ inser. περιεχομένη γωνία mg. m.

et in quadrilateris in. circulis positis oppositi anguli duobus rectis aequales sunt [prop. XXII], et angulus $AB\Gamma$ minor est recto, reliquus angulus $A\Delta\Gamma$ maior est recto; et in $A\Delta\Gamma$ segmento minore, quam est semicirculus, positus est.

dico etiam, angulum maioris segmenti arcu $AB\Gamma$ et recta $A\Gamma$ comprehensum maiorem esse recto, minoris autem segmenti angulum arcu $A\Delta\Gamma$ et recta $A\Gamma$ comprehensum minorem esse recto. et hoc statim adparet. nam quoniam angulus rectis BA , $A\Gamma$ comprehensus rectus est, angulus arcu $AB\Gamma$ et recta $A\Gamma$ comprehensus maior est recto. rursus quoniam angulus rectis $A\Gamma$, AZ comprehensus rectus est, angulus recta ΓA et arcu $A\Delta\Gamma$ comprehensus minor est recto.

Ergo in circulo angulus in semicirculo positus rectus est, qui autem in segmento maiore positus est, minor recto, qui autem in segmento minore positus est, maior recto, et praeterea angulus segmenti ma-

1; idem mg. m. rec. P); *περιεχομένη ὀρθή γωνία* Bp. 14. $AB\Gamma$] $AH\Gamma$ P; AHB BF, V m. 2, p m. 1; Γ add. p m. rec., $AB\Theta$ cum ras. inter A et B V m. 1. $A\Gamma$] Γ in ras. m. rec. B. 15. $\mu\epsilon\lambda\lambda\omega\upsilon\varsigma$] $\mu\epsilon\lambda\lambda\omega\upsilon\varsigma$ in ras. m. rec. B. 16. $A\Gamma$] ΓA V. $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\iota\omega\upsilon\varsigma$ *περιεχομένη* in ras. m. 2 V. 17. $A\Delta\Gamma$] $A\Delta$ P. $\epsilon\lambda\alpha\tau\tau\omega\upsilon\varsigma$] e corr. B m. rec., praeced. ϵ m. 1; post ras. 1 litt. V. 20. $\epsilon\lambda\alpha\tau\tau\omega\upsilon\varsigma$ $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ BV. 21. $\tau\mu\acute{\eta}\mu\alpha\tau\iota$] om. PB FVp. $\mu\epsilon\lambda\lambda\omega\upsilon\varsigma$ $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ BVp. 22. $\gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha$] om. P, m. 2 F. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] om. P; m. 2 F.

ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος [γωνία] ἐλάττων ὀρθῆς·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[Πόρισμα.

Ἐκ δὲ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν [ἡ] μία γωνία τρι-
5 γώνου ταῖς δυοῖν ἴση ᾗ, ὀρθή ἐστὶν ἡ γωνία διὰ
τὸ καὶ τὴν ἐκείνης ἐκτὸς ταῖς αὐταῖς ἴσην εἶναι· ἐὰν
δὲ αἱ ἐφεξῆς ἴσαι ᾧσιν, ὀρθαὶ εἰσιν.]

λβ'.

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηται τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ
10 τῆς ἀφῆς εἰς τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα
τέμνουσα τὸν κύκλον, ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ
ἐφαπτομένῃ, ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ
τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις.

Κύκλου γὰρ τοῦ $AB\Gamma\Delta$ ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα
15 ἡ EZ κατὰ τὸ B σημεῖον, καὶ ἀπὸ τοῦ B σημείου
διήχθω τις εὐθεῖα εἰς τὸν $AB\Gamma\Delta$ κύκλον τέμνουσα
αὐτὸν ἡ $B\Delta$. λέγω, ὅτι ἃς ποιεῖ γωνίας ἡ $B\Delta$ μετὰ
τῆς EZ ἐφαπτομένης, ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλ-
λάξ τμήμασι τοῦ κύκλου γωνίαις, τουτέστιν, ὅτι ἡ μὲν
20 ὑπὸ $ZB\Delta$ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ $B\Delta\Delta$ τμήματι
συνισταμένῃ γωνίᾳ, ἡ δὲ ὑπὸ $EB\Delta$ γωνία ἴση ἐστὶ
τῇ ἐν τῷ $\Delta\Gamma B$ τμήματι συνισταμένῃ γωνίᾳ.

Ἦχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ B τῇ EZ πρὸς ὀρθὰς ἡ $B\Delta$,

XXXII. Boetius p. 388, 16.

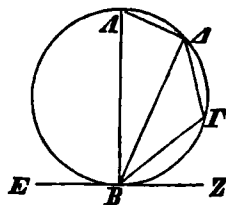
1. γωνία] om. PBFVp. 2. Seq. alia demonstratio; u.
appendix. 3. πόρισμα — 7. εἰσιν] mg. m. 1 Pfb; eras. V.
4. ὅτι] γ. F. ἡ] om. P. τριγώνου ἡ μία γωνία Bp. 5.
δυο P. ἔστι B. ἡ γωνία] Pb; om. Bfp. 6. καί] e corr.
F. ἐκτός] Pb, B m. rec.; ἐφεξῆς Fp, B m. 1. ἐάν] Pfb; ὅταν
FBp. 7. αἱ] om. Pb. γωνίαι ἴσαι F. 8. λδ' F; corr.
m. 2. 9. ἐφ- m. 2 F. 10. εἰς τὸν κύκλον] om. FV.

ioris maior est recto minoris autem segmenti angulus minor recto; quod erat demonstrandum.¹⁾

XXXII.

Si recta circulum contingit, et a puncto contactus in circulum producitur recta secans circulum, anguli, quos haec cum contingenti efficit, aequales erunt angulis in alternis segmentis circuli positis.

nam circulum $AB\Gamma\Delta$ contingat recta EZ in puncto B , et a B puncto recta $B\Delta$ circulum $AB\Gamma\Delta$ secans in eum producat. dico, angulos, quos $B\Delta$ cum contingenti EZ efficiat, aequales fore angulis in alternis segmentis circuli positis, h. e. $\angle ZB\Delta$ aequalem esse angulo in segmento $B\Delta\Delta$ constructo, et $\angle EB\Delta$ angulo in segmento $\Delta\Gamma B$ constructo aequalem.



ducatur enim a B ad EZ perpendicularis BA , et

1) Corollarium per se parum necessarium hic prorsus prae collocatur, cum minime e propositione pendeat. si Euclides id adicere voluisset, post I, 32 ponere debuit. etiam collocatio uerborum $\delta\pi\epsilon\sigma\ \xi\delta\epsilon\iota\ \delta\epsilon\iota\chi\alpha\iota$ et ratio codicum interpolatore arguant; omisit Campanus. post Theonem demum additum esse uidetur.

$\delta\iota\alpha\chi\theta\eta$] -α- in ras. V. 11. $\tau\eta\sigma\ \epsilon\varphi\alpha\pi\tau\omicron\mu\acute{\epsilon}\nu\eta\sigma$ V; corr. m. 2.
 17. $\alpha\upsilon\tau\acute{o}\ \varphi$. 18. $\epsilon\varphi\alpha\pi\tau\omicron\mu\acute{\epsilon}\nu\eta\sigma$] -ς postea add. F. 19. $\tau\omicron\upsilon\ \kappa\upsilon\lambda\omicron\nu\ \tau\mu\eta\mu\alpha\sigma\iota$ V. $\tau\mu\eta\mu\alpha\sigma\iota\sigma\iota$ P. $\delta\tau\iota$] om. p. 20. $ZB\Delta$] ΔBZ F; corr. m. 2. $\gamma\omega\nu\iota\alpha$] om. Bp. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P. $\acute{\epsilon}\nu\ \tau\omicron\phi$] in ras. V m. 2. $BA\Delta$] PF, V e corr. m. 2; ΔAB Bp.
 21. $\gamma\omega\nu\iota\alpha$] seq. $\tau\eta\ \acute{\upsilon}\pi\omicron\ \Delta AB$, sed eras. V. $EB\Delta$] Δ in ras. V; ΔBE F, corr. m. 2. $\gamma\omega\nu\iota\alpha$] PF, V in ras. m. 2; om. Bp. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P. 22. $\Delta\Gamma B$] Γ e corr. m. 2 V. $\gamma\omega\nu\iota\alpha$] seq. $\tau\eta\ \acute{\upsilon}\pi\omicron\ \Delta\Gamma B$ V (eras.), idem mg. m. 2 F.

καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς $ΒΔ$ περιφερείας τυχὸν σημεῖον
τὸ $Γ$, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $ΑΔ$, $ΔΓ$, $ΓΒ$.

Καὶ ἐπεὶ κύκλου τοῦ $ΑΒΓΔ$ ἐφάπτεται τις εὐθεῖα
ἡ $ΕΖ$ κατὰ τὸ $Β$, καὶ ἀπὸ τῆς ἀφῆς ἦκται τῇ ἐφ-
5 απομένῃ πρὸς ὀρθὰς ἡ $ΒΑ$, ἐπὶ τῆς $ΒΑ$ ἄρα τὸ
κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου. ἡ $ΒΑ$ ἄρα διάμε-
τρός ἐστι τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου· ἡ ἄρα ὑπὸ $ΑΔΒ$ γω-
νία ἐν ἡμικυκλίῳ οὕσα ὀρθή ἐστίν. λοιπαὶ ἄρα αἱ
ὑπὸ $ΒΑΔ$, $ΑΒΔ$ μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσίν. ἐστὶ δὲ καὶ
10 ἡ ὑπὸ $ΑΒΖ$ ὀρθή· ἡ ἄρα ὑπὸ $ΑΒΖ$ ἴση ἐστὶ ταῖς
ὑπὸ $ΒΑΔ$, $ΑΒΔ$. κοινὴ ἀφηρησθῶ ἡ ὑπὸ $ΑΒΔ$.
λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $ΔΒΖ$ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐν-
αλλὰξ τμήματι τοῦ κύκλου γωνία τῇ ὑπὸ $ΒΑΔ$. καὶ
ἐπεὶ ἐν κύκλῳ τετράπλευρόν ἐστι τὸ $ΑΒΓΔ$, αἱ ἀπ-
15 εναντίον αὐτοῦ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. εἰσὶ
δὲ καὶ αἱ ὑπὸ $ΔΒΖ$, $ΔΒΕ$ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· αἱ ἄρα
ὑπὸ $ΔΒΖ$, $ΔΒΕ$ ταῖς ὑπὸ $ΒΑΔ$, $ΒΓΔ$ ἴσαι εἰσίν,
ᾧν ἡ ὑπὸ $ΒΑΔ$ τῇ ὑπὸ $ΔΒΖ$ ἐδείχθη ἴση· λοιπὴ
ἄρα ἡ ὑπὸ $ΔΒΕ$ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμή-
20 ματι τῷ $ΔΓΒ$ τῇ ὑπὸ $ΔΓΒ$ γωνία ἐστὶν ἴση.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ἐφάπτηται τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ
τῆς ἀφῆς εἰς τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα τέμνουσα
τὸν κύκλον, ὥς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ,
ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι
25 γωνίαις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. $ΒΔ$] in ras. m. 1 P; inter B et Δ insert. Γ m. 2 F.
2. $ΔΓ$, $ΓΒ$] litt. $ΓΓΒ$ in ras. m. 2 p. 4. καὶ ἀπὸ] ἀπὸ δὲ
P. τῆς] P; τῆς κατὰ τὸ B Theon (BFVp). 5. $ΒΑ$] (bis)
 $ΑΒ$ F. 6. ἐστίν P. 6. ἡ $ΒΑ$ — 7. κύκλου] om. Bp. 7.
ἐστίν P, ut lin. 9. 10. 12. 14. ἡ ἄρα ἡ V. 8. ἐστίν] PV,
comp. p; ἐστι BF. 9. μιᾷ ὀρθῇ] mg. P. 14. αἱ] καὶ αἱ
FV. 15. γωνίαι] post hoc uocabulum in FV mg. m. 2 add.

in arcu BA sumatur quodlibet punctum Γ , et ducantur AA , $\angle\Gamma$, ΓB . et quoniam circulum $AB\Gamma A$ contingit recta EZ in B , et a puncto contactus ad contingentem perpendicularis ducta est BA , in BA centrum erit circuli $AB\Gamma A$ [prop. XIX]. itaque BA diametrus est circuli $AB\Gamma A$. quare $\angle AAB$, qui in semicirculo positus est, rectus est [prop. XXXI]. ergo reliqui

$$BA\angle + AB\angle$$

uni recto aequales sunt [I, 32]. uerum etiam $\angle ABZ$ rectus est. itaque $\angle ABZ = BA\angle + AB\angle$. subtrahatur, qui communis est, $\angle ABA$. itaque

$$\angle ABZ = BA\angle,$$

qui in alterno segmento circuli positus est. et quoniam quadrilaterum in circulo positum est $AB\Gamma A$, oppositi anguli eius duobus rectis aequales sunt [prop. XXII]. sed etiam $\angle ABZ + \angle BE$ duobus rectis sunt aequales [I, 13]. itaque

$$\angle BZ + \angle BE = BA\angle + B\Gamma A,$$

quorum $\angle BAA = \angle BZ$, ut demonstratum est. itaque $\angle ABE = \angle \Gamma B$, qui in alterno segmento circuli $A\Gamma B$ positus est.

Ergo si recta circulum contingit, et a puncto contactus in circulum producit recta secans circulum, anguli, quos haec cum contingenti efficit, aequales erunt angulis in alternis segmentis circuli positis; quod erat demonstrandum.

$\alpha\iota$ ὑπὸ $BA\angle$, $\angle\Gamma B$. 15. εἰσι δὲ — 16. ἴσαι] P (εἰσιν); om. Theon (BFVp). 17. $\angle BZ$] litt. $\angle B$ e corr. m. 1 F. In p seq. mg. m. 1: $\alpha\iota$ εἰσι δυοῖν ὁρθαῖς ἴσαι διὰ τὸ εὐθείαν τῇ ΔB εἶναι εὐθείαν (-αν non liquet) τῇ EZ ὡς ἔτι γε ἰσχύει. 24. τοῖς] insert. m. 2 F.

λγ'.

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας γράψαι τμήμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμω.

5 Ἔστω ἡ δοθείσα εὐθεῖα ἡ AB , ἡ δὲ δοθείσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ πρὸς τῷ Γ . δεῖ δὴ ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας τῆς AB γράψαι τμήμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῷ Γ .

Ἡ δὴ πρὸς τῷ Γ [γωνία] ἦτοι ὀξεῖα ἐστὶν ἢ ὀρθή
10 ἢ ἀμβλεία· ἔστω πρότερον ὀξεῖα, καὶ ὥς ἐπὶ τῆς πρώτης καταγραφῆς συνεστήτω πρὸς τῇ AB εὐθείᾳ καὶ τῷ A σημείῳ τῇ πρὸς τῷ Γ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ BAD . ὀξεῖα ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ BAD . ἤχθω τῇ AD πρὸς ὀρθᾶς ἡ AE , καὶ τετμήσθω ἡ AB δίχῃ κατὰ τὸ Z , καὶ
15 ἤχθω ἀπὸ τοῦ Z σημείου τῇ AB πρὸς ὀρθᾶς ἡ ZH , καὶ ἐπεξέχθω ἡ HB .

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ AZ τῇ ZB , κοινὴ δὲ ἡ ZH , δύο δὴ αἱ AZ , ZH δύο ταῖς BZ , ZH ἴσαι εἰσὶν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ AZH [γωνία] τῇ ὑπὸ BZH ἴση·
20 βάσεις ἄρα ἡ AH βάσει τῇ BH ἴση ἐστίν. ὁ ἄρα κέντρον μὲν τῷ H διαστήματι δὲ τῷ HA κύκλος γραφόμενος ἦξει καὶ διὰ τοῦ B . γεγράφθω καὶ ἔστω ὁ ABE , καὶ ἐπεξέχθω ἡ EB . ἐπεὶ οὖν ἀπ' ἁκρας τῆς AE διαμέτρου ἀπὸ τοῦ A τῇ AE πρὸς ὀρθᾶς ἐστὶν

XXXIII. [Euclid.] opt. 47 (Studien p. 122). Simplicius in phys. fol. 14. Boetius p. 388, 20—21?

1. λγ' F. 5. ἡ] (primum) om. p. 8. τῷ] τῇ PF. Γ] P; Γ γωνία Theon (BFVp). 9. δῆ] scripsi; δέ P; ἄρα m. 2 FV; γὰρ Bp, F m. 1. γωνία] P; om. BFVp; in F add. m. rec. ἡ] supra scr. m. 2 V. 10. πρότερον] πρώτον V. καὶ ὥς] P, F (καὶ del. m. 2); ὥς Bp, e corr. V.

ἡ $ΑΔ$, ἡ $ΑΔ$ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ $ΑΒΕ$ κύκλου· ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ $ΑΒΕ$ ἐφάπτεται τις εὐθεΐα ἡ $ΑΔ$, καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ $Α$ ἀφῆς εἰς τὸν $ΑΒΕ$ κύκλου διηκταί τις εὐθεΐα ἡ $ΑΒ$, ἡ ἄρα ὑπὸ $ΔΑΒ$ γωνία ἴση ἐστὶ
 5 τῇ ἐν τῷ ἐναλλάξ τοῦ κύκλου τμήματι γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $ΑΕΒ$. ἀλλ' ἡ ὑπὸ $ΔΑΒ$ τῇ πρὸς τῷ $Γ$ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ πρὸς τῷ $Γ$ ἄρα γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ $ΑΕΒ$.

Ἐπὶ τῆς δοθείσης ἄρα εὐθείας τῆς $ΑΒ$ τμήμα κύκλου γέγραπται τὸ $ΑΕΒ$ δεχόμενον γωνίαν τὴν ὑπὸ
 10 $ΑΕΒ$ ἴσην τῇ δοθείσῃ τῇ πρὸς τῷ $Γ$.

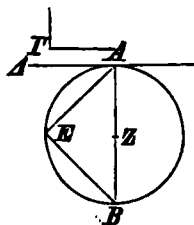
Ἄλλὰ δὴ ὀρθὴ ἔστω ἡ πρὸς τῷ $Γ$ · καὶ δεόν πάλιν ἔστω ἐπὶ τῆς $ΑΒ$ γράψαι τμήμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῷ $Γ$ ὀρθῇ [γωνίᾳ]. συνεστῆται [πάλιν] τῇ πρὸς τῷ $Γ$ ὀρθῇ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ $ΒΑΔ$,
 15 ὥς ἔχει ἐπὶ τῆς δευτέρας καταγραφῆς, καὶ τετμησθῶ ἡ $ΑΒ$ δίχα κατὰ τὸ $Ζ$, καὶ κέντρῳ τῷ $Ζ$, διαστήματι δὲ ὁποτέρῳ τῶν $ΖΑ$, $ΖΒ$, κύκλος γεγράφθω ὁ $ΑΕΒ$.

Ἐφάπτεται ἄρα ἡ $ΑΔ$ εὐθεΐα τοῦ $ΑΒΕ$ κύκλου
 20 διὰ τὸ ὀρθὴν εἶναι τὴν πρὸς τῷ $Α$ γωνίαν. καὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΒΑΔ$ γωνία τῇ ἐν τῷ $ΑΕΒ$ τμήματι· ὀρθὴ γὰρ καὶ αὐτὴ ἐν ἡμικυκλίῳ οὔσα. ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ $ΒΑΔ$ τῇ πρὸς τῷ $Γ$ ἴση ἐστίν. καὶ ἡ ἐν τῷ $ΑΕΒ$ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ $Γ$.

1. $ΑΕΒ$] om. Bp; supra est ras. in V. ἐπεὶ οὖν] PFV (γρ. καὶ ἐπεὶ F mg.), καὶ ἐπεὶ Bp. 2. τοῦ $ΑΒΕ$ κύκλου Bp. $ΑΒΕ$] $ΑΕΒ$ e corr. V. 4. ἐστίν PB. 5. ἐν τῷ] om. P. 6. ἀλλά P. $ΔΑΒ$] litt. $ΔΑ$ in ras. m. 1 P, dein add. τῇ ὑπὸ $ΑΕΒ$, del. m. 1. 7. ἐστίν P. 8. ἐπὶ] -ι e corr. m. 2 V. $ΑΒ$] $Α$ eras. p. τμήμα κύκλου F. 9. $ΕΑΒ$ F. 10. τῇ] (alt.) om. F. 11. ἔστω πάλιν P. 13. γωνίᾳ] P; om. BFVp. 14. πάλιν] F; om. P; γὰρ πάλιν BVp. 16. μὲν τῷ V. 19. $ΑΒΕ$] corr. ex $ΑΒΓ$ m. 1 P. 20. γωνίαν]

perpendicularis ducta est AA , recta AA circumulum ABE contingit [prop. XVI πρόφ.]. iam quoniam circumulum ABE contingit recta AA , et ab A puncto contactus in circumulum ABE producta est recta AB , erit $\angle AAB = AEB$, qui in alterno segmento circuli positus est [prop. XXXII]. uerum $\angle AAB$ angulo ad Γ posito aequalis est. itaque angulus ad Γ positus angulo AEB aequalis est. ergo in data recta AB segmentum circuli AEB descriptum est, quod angulum capiat AEB angulo dato, qui ad Γ positus est, aequalem.

iam uero angulus ad Γ positus rectus sit. et rursus propositum sit, ut in recta AB segmentum circuli describatur, quod capiat angulum recto angulo ad Γ posito aequalem. construatur rursus angulus BAA recto angulo ad Γ posito aequalis, ut in secunda figura factum est, et AB in Z in duas partes aequales secetur, et centro Z radio autem alterutra rectarum ZA, ZB circulus describatur AEB . itaque recta



AA circumulum ABE contingit, quia angulus ad A positus rectus est [prop. XVI πρόφ.]. et $\angle BAA$ angulo in segmento AEB posito aequalis est; nam hic et ipse rectus est, quia in semicirculo positus est [prop. XXXI]. uerum $\angle BAA$ etiam angulo ad Γ posito aequalis est. ergo etiam angulus in segmento AEB positus aequalis est an-

m. 2 V. [ση] PF; om. BVp. 21. τμήματι [ση] BVp; supra τμήματι in F duae litt. eras. (γω?). 22. ἐν] m. rec. P. καί] PF; om. BVp. 23. ἐστίν [ση] BVp. καί — 24. τῷ Γ] om. Bp; supra est ras. in V. 24. AEB] in ras. m. 2 V. Dein add. τμήματι P m. rec. [ση ἐστίν] P (ἐστίν); om. V; ras. 6 litt. F. Γ] P, F m. 1; [ση ἐστίν] add. F m. 2; Γ ἐστίν [ση] V.

Γέγραπται ἄρα πάλιν ἐπὶ τῆς AB τμήμα κύκλου
τὸ AEB δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῷ Γ .

Ἄλλα δὴ ἡ πρὸς τῷ Γ ἀμβλεία ἔστω· καὶ συν-
εστάτω αὐτῇ ἴση πρὸς τῇ AB εὐθεία καὶ τῷ A ση-
5 μείω ἡ ὑπὸ BAA , ὥς ἔχει ἐπὶ τῆς τρίτης καταγραφῆς,
καὶ τῇ AA πρὸς ὀρθὰς ἦχθω ἡ AE , καὶ τετμήσθω
πάλιν ἡ AB δίχα κατὰ τὸ Z , καὶ τῇ AB πρὸς ὀρθὰς
ἦχθω ἡ ZH , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ HB .

Καὶ ἐπεὶ πάλιν ἴση ἐστὶν ἡ AZ τῇ ZB , καὶ κοινὴ
10 ἡ ZH , δύο δὴ αἱ AZ , ZH δύο ταῖς BZ , ZH ἴσαι
εἰσὶν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ AZH γωνία τῇ ὑπὸ BZH
ἴση· βάσις ἄρα ἡ AH βάσει τῇ BH ἴση ἐστίν· ὁ ἄρα
κέντρον μὲν τῷ H διαστήματι δὲ τῷ HA κύκλος γρα-
φόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ B . ἐρχέσθω ὥς ὁ AEB .
15 καὶ ἐπεὶ τῇ AE διαμέτρῳ ἀπ' ἄκρας πρὸς ὀρθὰς ἐστὶν
ἡ AA , ἡ AA ἄρα ἐφάπτεται τοῦ AEB κύκλου. καὶ
ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ A ἐπαφῆς διῆκται ἡ AB · ἡ ἄρα ὑπὸ
 BAA γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου
τμήματι τῷ $A\Theta B$ συνισταμένῃ γωνίᾳ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ
20 BAA γωνία τῇ πρὸς τῷ Γ ἴση ἐστίν. καὶ ἡ ἐν τῷ
 $A\Theta B$ ἄρα τμήματι γωνία ἴση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ Γ .

Ἐπὶ τῆς ἄρα δοθείσης εὐθείας τῆς AB γέγραπται
τμήμα κύκλου τὸ $A\Theta B$ δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ
πρὸς τῷ Γ · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

2. ABE P. Γ ὀρθῇ V, F m. rec. 4. [ἴση] m. rec. P.
A] ἐπ' αὐτῇ m. 2 supra scr. F. 9. ZB] in ras. F. καὶ
κοινῇ] κοινὴ δέ FV. 10. ZH] (alt.) H in ras. m. 1 B.
δύο] PB, δυοὶ F m. 1; δυοὶ Vp. 11. εἰσὶ V[p. 12. Post
ἴση add. ἐστὶ V, F m. 2. 13. HA] corr. ex A m. rec. P.
15. ἐπεὶ] corr. ex ἐπὶ m. 2 F. ἐστὶν] P; cfr. p. 250, 24;
ἦται Theon (BFVp). 16. AEB] litt. EB in ras. F. 17. ἡ]
(prius) in ras. m. 2 V. 18. ἐστὶν P. 19. $A\Theta B$] litt. ΘB

λδ'.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου τμήμα ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

- 5 Ἐστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ $ABΓ$, ἡ δὲ δοθείσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ πρὸς τῷ $Δ$. δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ $ABΓ$ κύκλου τμήμα ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ πρὸς τῷ $Δ$.

- Ἦχθω τοῦ $ABΓ$ ἐφαπτομένη ἡ EZ κατὰ τὸ B
 10 σημείον, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ZB εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ B τῇ πρὸς τῷ $Δ$ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ $ZBΓ$.

- Ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ $ABΓ$ ἐφάπτεται τις εὐθεία ἡ EZ , καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ B ἐπαφῆς διῆκται ἡ $BΓ$,
 15 ἡ ὑπὸ $ZBΓ$ ἄρα γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ BAG ἐναλλὰξ τμήματι συνισταμένῃ γωνίᾳ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ $ZBΓ$ τῇ πρὸς τῷ $Δ$ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ἐν τῷ BAG ἄρα τμήματι ἴση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ $Δ$ [γωνίᾳ].

- Ἀπὸ τοῦ δοθέντος ἄρα κύκλου τοῦ $ABΓ$ τμήμα
 20 ἀφήρηται τὸ BAG δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ πρὸς τῷ $Δ$. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

λε'.

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ἐπὶ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχό-

1. λς' F. 6. δεῖ δὴ — 7. ἀφελεῖν] om. F; add. m. 2 mg. 7. γωνία φ. τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ] P; om. Theon (BFVp). 8. $Δ$] $Δ$ γωνία Bp, F m. 2, V m. 2. 9. $ABΓ$ κύκλου V, sed κύκλου punctis notat. ἡ] εὐθεῖα ἡ V, F m. rec. B] corr. ex Γ m. 2 F. 10. ZB] BZ P. 11. τῷ] (alt.) τῇ p; corr. m. 2. 13. $ABΓ$ κατὰ τὸ B V, F m. rec. τις] m. 2 F. 15. γωνίᾳ] om. Bp. ἴση ἐστὶ] om.

μενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἐτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἐν γὰρ κύκλῳ τῷ $ΑΒΓΔ$ δύο εὐθεῖαι αἱ $ΑΓ$, $ΒΔ$ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ $Ε$ σημεῖον· λέγω, 5 ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΕ$, $ΕΓ$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν $ΔΕ$, $ΕΒ$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Εἰ μὲν οὖν αἱ $ΑΓ$, $ΒΔ$ διὰ τοῦ κέντρου εἰσὶν ὥστε τὸ $Ε$ κέντρον εἶναι τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου, φανε- 10 ρόν, ὅτι ἴσων οὐσῶν τῶν $ΑΕ$, $ΕΓ$, $ΔΕ$, $ΕΒ$ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΕ$, $ΕΓ$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν $ΔΕ$, $ΕΒ$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Μὴ ἔστωσαν δὴ αἱ $ΑΓ$, $ΔΒ$ διὰ τοῦ κέντρου, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ $ΑΒΓΔ$, καὶ ἔστω τὸ $Ζ$, καὶ 15 ἀπὸ τοῦ $Ζ$ ἐπὶ τὰς $ΑΓ$, $ΔΒ$ εὐθείας κάθετοι ἤχθωσαν αἱ $ΖΗ$, $ΖΘ$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΖΒ$, $ΖΓ$, $ΖΕ$.

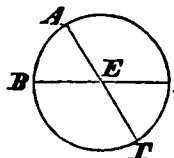
Καὶ ἐπεὶ εὐθεία τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ $ΗΖ$ εὐ- 20 θεϊάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν $ΑΓ$ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει· ἴση ἄρα ἡ $ΑΗ$ τῇ $ΗΓ$.
ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ $ΑΓ$ τέμνεται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ $Η$, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ $Ε$, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $ΑΕ$, $ΕΓ$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $ΕΗ$ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $ΗΓ$ · [κοινὸν] προσ- 25 κείσθω τὸ ἀπὸ τῆς $ΗΖ$ · τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $ΑΕ$, $ΕΓ$ μετὰ τῶν ἀπὸ τῶν $ΗΕ$, $ΗΖ$ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν $ΓΗ$, $ΗΖ$. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν $ΕΗ$, $ΗΖ$ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΖΕ$, τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν $ΓΗ$, $ΗΖ$ ἴσον

3. γὰρ] γὰρ τῷ $ΒΓ$ $ΒΓ$ litt. $Γ$, $Β$ in ras. m. 2 V; $Γ$, $ΒΔ$ in ras. m. 1 B; $ΑΓ$, $ΔΒ$ F. 6. τῶν] om. P. 8. $ΒΔ$ $ΔΒ$ F. εἰσὶν] ὥσιν V. 10. $ΕΓ$] in ras. m. 2 V. 13. μὴ ἔστωσαν δὴ] P, F (mg. m. 2: γρ. ἔστωσαν δὴ); ἔστωσαν δὴ $ΒΓ$ p. $ΑΓ$, $ΔΒ$] litt. $Γ$, $ΔΒ$ in ras. m. 2 V. διά] PF, V m. 1, p

gulum comprehensum partibus alterius aequale est rectangulo comprehenso partibus alterius.

nam in circulo $AB\Gamma\Delta$ duae rectae $A\Gamma$, $B\Delta$ inter se secant in E puncto. dico, esse

$$AE \times E\Gamma = \Delta E \times EB.$$



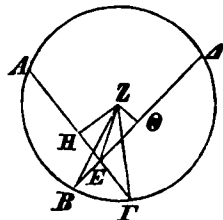
iam si $A\Gamma$, $B\Delta$ per centrum ductae sunt, ita ut E centrum sit circuli

$AB\Gamma\Delta$, manifestum est, esse

$$AE \times E\Gamma = \Delta E \times EB,$$

cum aequales sint AE , $E\Gamma$, ΔE , EB .

ne sint igitur $A\Gamma$, ΔB per centrum ductae. et sumatur centrum circuli $AB\Gamma\Delta$, et sit Z , et a Z ad rectas $A\Gamma$, ΔB perpendiculares ducantur ZH , $Z\Theta$ et ducantur ZB , $Z\Gamma$, ZE . et quoniam recta per centrum ducta HZ aliam rectam $A\Gamma$



non per centrum ductam ad rectos angulos secat, eadem eam in duas partes aequales secat [prop. III]. itaque $AH = H\Gamma$. iam quoniam recta $A\Gamma$ in partes aequales diuisa est in H , in inaequaliss autem in

E , erit $AE \times E\Gamma + HE^2 = H\Gamma^2$ [II, 5]. commune adiiciatur HZ^2 . itaque

$$AE \times E\Gamma + HE^2 + HZ^2 = \Gamma H^2 + HZ^2.$$

uerum $ZE^2 = EH^2 + HZ^2$ et

m. 1; $\mu\eta$ $\delta\acute{\iota}\alpha$ B, V m. 2, p m. 2. καί mg. m. 2 F. 14. $AB\Gamma\Delta$] litt. $\Gamma\Delta$ in ras. m. 2 V. Dein add. κύκλον P m. rec., F postea insert., V m. 2. 17. HZ] ZH P. 18. $\mu\eta$] postea insert. F. 19. τέμνει] (alt.) PFV; τέμει Bp (F m. 2). 22. HE V m. 1, corr. m. 2. 23. $H\Gamma$ τετραγώνω V. κοινόν] om. P, post προσκείμε add. m. rec. 25. HE , HZ] alt. H e corr. m. 2 V; ZH , HE P (ZH corr. ex ZE m. rec.). ἴσα P. ἴσιν PB.

ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς $Z\Gamma$ · τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν AE , $E\Gamma$ μετὰ
 τοῦ ἀπὸ τῆς ZE ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $Z\Gamma$. ἴση δὲ
 ἡ $Z\Gamma$ τῇ ZB · τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν AE , $E\Gamma$ μετὰ τοῦ
 ἀπὸ τῆς EZ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ZB . διὰ τὰ
 5 αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν AE , EB μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς
 ZE ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ZB . ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ
 ὑπὸ τῶν AE , $E\Gamma$ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ZE ἴσον τῷ
 ἀπὸ τῆς ZB · τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν AE , $E\Gamma$ μετὰ τοῦ ἀπὸ
 τῆς ZE ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν AE , EB μετὰ τοῦ
 10 ἀπὸ τῆς ZE . κοινὸν ἀφηγήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ZE ·
 λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν AE , $E\Gamma$ περιεχόμενον ὀρ-
 θογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν AE , EB περιεχο-
 μένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἐὰν ἄρα ἐν κύκλῳ εὐθεῖται δύο τέμνωσιν ἀλλήλας,
 15 τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθο-
 γώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἐτέρας τμημάτων
 περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λς'.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, καὶ
 20 ἀπ' αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο
 εὐθεῖται, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνη τὸν κύκλον,
 ἡ δὲ ἐφάπτεται, ἔσται τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνού-
 σης καὶ τῆς ἐκτός ἀπολαμβανομένης μεταξὺ
 τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας
 25 ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.

Κύκλου γὰρ τοῦ $AB\Gamma$ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐκτός
 τὸ Δ , καὶ ἀπὸ τοῦ Δ πρὸς τὸν $AB\Gamma$ κύκλον προσ-

6. ἐδείχθη δέ] ὥστε P; mg. m. rec.: γρ. ἐδείχθη δέ.
 ἐδείχθη — 8. ZB] om. p. 11. περιεχόμενον ὀρθογώνιον] mg.
 m. 2 V. 12. τῷ] τὸ φ. 15. ὑπὸ τῆς μιᾶς τῶν P. 16.

$$Z\Gamma^2 = \Gamma H^2 + HZ^2 \text{ [I, 47].}$$

itaque $AE \times E\Gamma + ZE^2 = Z\Gamma^2$. sed $Z\Gamma = ZB$.
itaque $AE \times E\Gamma + ZE^2 = ZB^2$. eadem de causa¹⁾
erit $AE \times EB + ZE^2 = ZB^2$. sed demonstratum est
etiam $AE \times E\Gamma + ZE^2 = ZB^2$. itaque

$$AE \times E\Gamma + ZE^2 = AE \times EB + ZE^2.$$

subtrahatur, quod commune est, ZE^2 . itaque

$$AE \times E\Gamma = AE \times EB.$$

Ergo si in circulo duae rectae inter se secant,
rectangulum comprehensum partibus alterius aequale
est rectangulo comprehenso partibus alterius; quod
erat demonstrandum.

XXXVI.

Si extra circulum punctum sumitur, et ab eo ad
circulum addidunt duae rectae, et altera harum circulum
secat, altera contingit, rectangulum comprehensum
tota recta secanti et parte eius extrinsecus inter punctum
et partem ambitus convexam abscisa aequale erit
quadrato contingentis.

Nam extra circulum $AB\Gamma$ sumatur punctum Δ ,
et a Δ ad circulum $AB\Gamma$ addicant duae rectae $\Delta\Gamma\Delta$,

$$1) B\Theta = \Theta\Delta \text{ (prop. III). } BE \times E\Delta + E\Theta^2 = B\Theta^2 \text{ (II, 5).}$$

$$BE \times E\Delta + E\Theta^2 + Z\Theta^2 = B\Theta^2 + Z\Theta^2 = BZ^2$$

$$= BE \times E\Delta + ZE^2 \text{ (I, 47).}$$

τμημάτων] τῶν τμημάτων p. 17. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] ὅπερ φ.
18. 1η F; corr. m. 2. 20. προσπίπτωσιν P. 22. ἔσται]
om. FV. τῆς ὅλης τῆς p, F m. 2. 24. περιφερείας] PBF p;
add. περιεχόμενον ὀρθογωνιον V, F mg. m. 1. 25. ἔστι
ἔστι FV.

πιπτέτωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ $\Delta\Gamma$ [Δ], ΔB · καὶ ἡ μὲν $\Delta\Gamma\Delta$ τεμνέτω τὸν $AB\Gamma$ κύκλον, ἡ δὲ $B\Delta$ ἐφαπτέσθω· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν $\Delta\Delta$, $\Delta\Gamma$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔB τετραγώνῳ.

- 5 Ἡ ἄρα [Δ] $\Gamma\Delta$ ἦτοι διὰ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ οὐ· ἐστω πρότερον διὰ τοῦ κέντρου, καὶ ἐστω τὸ Z κέντρον τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου, καὶ ἐπεξέχθω ἡ ZB · ὀρθῇ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ZB\Delta$. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ $\Delta\Gamma$ δίχα τέμνεται κατὰ τὸ Z , πρόσκειται δὲ αὐτῇ ἡ $\Gamma\Delta$, τὸ
10 ἄρα ὑπὸ τῶν $\Delta\Delta$, $\Delta\Gamma$ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $Z\Gamma$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $Z\Delta$. ἴση δὲ ἡ $Z\Gamma$ τῇ ZB · τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $\Delta\Delta$, $\Delta\Gamma$ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ZB ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $Z\Delta$. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς $Z\Delta$ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ZB , $B\Delta$ · τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $\Delta\Delta$, $\Delta\Gamma$ μετὰ
15 τοῦ ἀπὸ τῆς ZB ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ZB , $B\Delta$. κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ZB · λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν $\Delta\Delta$, $\Delta\Gamma$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔB ἐφαπτομένης.

- ἀλλὰ δὴ ἡ $\Delta\Gamma\Delta$ μὴ ἐστω διὰ τοῦ κέντρου τοῦ
20 $AB\Gamma$ κύκλου, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τὸ E , καὶ ἀπὸ τοῦ E ἐπὶ τὴν $\Delta\Gamma$ κάθετος ἦχθω ἡ EZ , καὶ ἐπεξέχθωσαν αἱ EB , $E\Gamma$, $E\Delta$ · ὀρθῇ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ $EB\Delta$. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ EZ εὐθειάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν $\Delta\Gamma$ πρὸς ὀρ-
25 θὰς τέμνει, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει· ἡ AZ ἄρα τῇ $Z\Gamma$ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ $\Delta\Gamma$ τέμνεται δίχα

1. $\Delta\Gamma\Delta$] $\Delta\Gamma$ F, P (postea insert. Δ). 2. ΔB B. 3. $\Delta\Delta$] in ras. p; Δ in ras. m. 2 V, insert. m. 2 B, m. rec. P. $\Delta\Gamma$] Γ F; corr. m. 2; $\Gamma\Delta$ in ras. p. 5. ἄρα] om. B F V p. $\Delta\Gamma\Delta$] $\Gamma\Delta$ P, $\Delta\Delta\Gamma$ F, sed corr. 8. $\Delta\Gamma$] Γ e corr. m. 2 V. 10. $\Delta\Delta$] Δ in ras. m. 2 V. $\Delta\Gamma$] supra m. 2 F; Γ P, corr. m. rec. τοῦ ἀπὸ τῆς] τὸ ὑπὸ F; corr. m. 2. 11. $Z\Delta$] ZA F?

κατὰ τὸ Z σημείον, πρόσκειται δὲ αὐτῇ ἡ $\Gamma\Delta$, τὸ
 ἄρα ὑπὸ τῶν $ΑΔ$, $\Delta\Gamma$ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $Z\Gamma$ ἴσον
 ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $Z\Delta$. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ
 τῆς ZE . τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $ΑΔ$, $\Delta\Gamma$ μετὰ τῶν ἀπὸ
 5 τῶν ΓZ , ZE ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν $Z\Delta$, ZE . τοῖς
 δὲ ἀπὸ τῶν ΓZ , ZE ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς $E\Gamma$. ὁρθὴ
 γὰρ [ἐστίν] ἡ ὑπὸ $EZ\Gamma$ [γωνία]. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΔZ ,
 ZE ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς $E\Delta$. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $ΑΔ$,
 $\Delta\Gamma$ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $E\Gamma$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $E\Delta$.
 10 ἴση δὲ ἡ $E\Gamma$ τῇ EB . τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $ΑΔ$, $\Delta\Gamma$ με-
 τὰ τοῦ ἀπὸ τῆς EB ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $E\Delta$. τῷ
 δὲ ἀπὸ τῆς $E\Delta$ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν EB , $B\Delta$. ὁρθὴ
 γὰρ ἡ ὑπὸ $EB\Delta$ γωνία. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $ΑΔ$, $\Delta\Gamma$
 μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς EB ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν EB ,
 15 $B\Delta$. κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς EB . λοιπὸν ἄρα
 τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΔ$, $\Delta\Gamma$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔB .

Ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημείον ἐκτός, καὶ ἀπ'
 αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ
 ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφάπτεται,
 20 ἔσται τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτός ἀπο-
 λαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς
 περιφερείας ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λξ'.

25 Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημείον ἐκτός, ἀπὸ
 δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι
 δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύ-

1. σημείον] om. Bp. 2. $Z\Gamma$] ΓZ P. 4. τό] corr. in
 τὰ m. 1 B, τὰ p. $\Delta\Delta$] in ras. m. 2 V. 5. τῶν] (prius) τῆς
 F. ἴσον] P; ἴσα BFVp. ἐστίν F. ἀπὸ τῶν] insert. m. 1

$$AA \times \Delta\Gamma + Z\Gamma^2 + Z\Delta^2 \text{ [II, 6].}$$

commune adiciatur ZE^2 . quare

$$AA \times \Delta\Gamma + \Gamma Z^2 + ZE^2 = Z\Delta^2 + ZE^2.$$

sed $E\Gamma^2 = \Gamma Z^2 + ZE^2$ [I, 47]; nam $\angle EZ\Gamma$ rectus
est. et $E\Delta^2 = \Delta Z^2 + ZE^2$ [id.]. itaque

$$AA \times \Delta\Gamma + E\Gamma^2 = E\Delta^2.$$

sed $E\Gamma = EB$. quare $AA \times \Delta\Gamma + EB^2 = E\Delta^2$.

sed $EB^2 + B\Delta^2 = E\Delta^2$ [I, 47]; nam $\angle EB\Delta$ rectus
est. itaque $AA \times \Delta\Gamma + EB^2 = EB^2 + B\Delta^2$. sub-
trahatur, quod commune est, EB^2 . itaque

$$AA \times \Delta\Gamma = \Delta B^2.$$

Ergo si extra circulum punctum sumitur, et ab eo
ad circulum adcidunt duae rectae, et altera harum
circulum secat, altera contingit, rectangulum compre-
hensum tota recta secanti et parte eius extrinsecus
inter punctum et partem ambitus conuexam abscisa
aequale erit quadrato contingentis; quod erat demon-
strandum.

XXXVII.

Si extra circulum punctum sumitur, et ab eo ad
circulum adcidunt duae rectae, et altera harum cir-
culum secat, altera adcidit tantum, et rectangulum

F. $Z\Delta$] ΔZ P. $\tau\omicron\iota\varsigma \delta\acute{\epsilon}$] $\acute{\alpha}\lambda\lambda\acute{\alpha} \tau\omicron\iota\varsigma$ P. 6. ΓZ] P; ΔZ F;
 $Z\Delta$ BVp. $E\Gamma$] P; ΓE p m. 1; $E\Delta$ BFV, p e corr. 7.
 $\acute{o}\phi\theta\eta \gamma\acute{\alpha}\phi$ — 8. $\tau\eta\varsigma E\Delta$] mg. p. 7. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\upsilon$] P, om. BFVp. $EZ\Gamma$]
supra Γ scr. Δ m. 2 V. $\gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha$] P; om. BFVp. ΔZ] P;
 ΓZ BFVp. 8. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$] om. V. $E\Delta$] P; ΓE BFVp. 9.
 $\tau\tilde{\omega}$] F, $\tau\acute{o} \phi$. 10. $E\Gamma$] ΓE F. 11. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\upsilon$ P, ut lin. 12.
 $E\Delta$] E corr. in Δ m. rec. F. 12. $\tau\tilde{\omega}\nu$] ina. m. rec. F.
13. $\gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha$] m. 2 V. 17. $\kappa\alpha\iota \acute{\alpha}\pi'$ $\alpha\upsilon\tau\omicron\upsilon$ — 22. $\tau\epsilon\tau\alpha\gamma\omega\acute{\nu}\omega\phi$]
 $\kappa\alpha\iota \tau\acute{\alpha} \acute{\epsilon}\xi\eta\varsigma$ PBFV. 20. $\tau\eta\varsigma \acute{o}\lambda\eta\varsigma \tau\eta\varsigma$ p. 24. $\iota\theta'$ F.
27. $\tau\acute{\epsilon}\mu\upsilon\epsilon\iota$ F, corr. m. 1.

κλον, ἡ δὲ προσπίπτῃ, ἥ δὲ τὸ ὑπὸ [τῆς] ὅλης
τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβάνομένης
μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφε-
ρείας ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης, ἡ προσ-
5 πίπτουσα ἐφάπτεται τοῦ κύκλου.

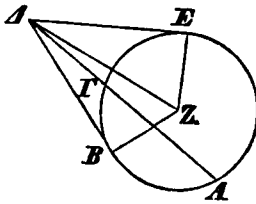
κύκλου γὰρ τοῦ $ABΓ$ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐκτὸς
τὸ Δ , καὶ ἀπὸ τοῦ Δ πρὸς τὸν $ABΓ$ κύκλον προσ-
πιπτέωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ $\Delta ΓΑ$, $\Delta Β$, καὶ ἡ μὲν
 $\Delta ΓΑ$ τεμνέτω τὸν κύκλον, ἡ δὲ $\Delta Β$ προσπιπτέτω, ἔστω
10 δὲ τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΔ$, $\Delta Γ$ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς $\Delta Β$. λέγω,
ὅτι ἡ $\Delta Β$ ἐφάπτεται τοῦ $ABΓ$ κύκλου.

Ἦχθω γὰρ τοῦ $ABΓ$ ἐφαπτομένη ἡ $\Delta Ε$, καὶ εἰ-
λήφθω τὸ κέντρον τοῦ $ABΓ$ κύκλου, καὶ ἔστω τὸ Z ,
καὶ ἐπεεὐχθώσαν αἱ $ΖΕ$, $ΖΒ$, $ΖΑ$. ἡ ἄρα ὑπὸ $ΖΕΑ$
15 ὀρθὴ ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἡ $\Delta Ε$ ἐφάπτεται τοῦ $ABΓ$ κύ-
κλου, τέμνει δὲ ἡ $\Delta ΓΑ$, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $ΑΔ$, $\Delta Γ$
ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $\Delta Ε$. ἣν δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν
 $ΑΔ$, $\Delta Γ$ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς $\Delta Β$. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς $\Delta Ε$
ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $\Delta Β$. ἴση ἄρα ἡ $\Delta Ε$ τῇ $\Delta Β$.
20 ἐστὶ δὲ καὶ ἡ $ΖΕ$ τῇ $ΖΒ$ ἴση. δύο δὲ αἱ $\Delta Ε$, $ΕΖ$
δύο ταῖς $\Delta Β$, $ΒΖ$ ἴσαι εἰσίν. καὶ βάσεις αὐτῶν κοινὴ
ἡ $ΖΑ$. γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ $\Delta ΕΖ$ γωνία τῇ ὑπὸ $\Delta ΒΖ$
ἐστίν ἴση. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ $\Delta ΕΖ$. ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ
 $\Delta ΒΖ$. καὶ ἐστίν ἡ $ΖΒ$ ἐκβαλλομένη διάμετρος. ἡ δὲ
25 τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγο-

1. τῆς] deleo; m. 2 V. ὅλ- in ras. m. 2 V. 2. τῆς]
(prius) PF, V in ras., B m. rec.; om. p. 6. κύκλου] supra m. 1
F. 10. $ΑΔ$] $Α F$ m. 1, V m. 1; Δ supra scr. FV m. 2.
 $\Delta Γ$] $Γ P$; corr. m. rec. 13. κέντρον] P, F m. 1, post ras.
V; Z κέντρον Bp, F m. 2 (euan.). κύκλου] m. 2 V. καὶ
ἔστω τὸ Z] PFV; om. Bp. 14. ὑπό] ἡ ὑπό V, del. ἡ m. 1.
15. ἐστι V. 17. ἣν δὲ καί] P; ὑπόκειται δὲ Theon (BFVp).

comprehensum tota recta secanti et parte eius extrinsecus inter punctum et partem ambitus conuexam abscisa aequale est quadrato addidentis, recta addicens circumulum continget.

nam extra circumulum $AB\Gamma$ sumatur punctum Δ , et



a Δ ad circumulum $AB\Gamma$ addicant duae rectae $\Delta\Gamma A$, ΔB , et $\Delta\Gamma A$ circumulum secet, ΔB autem addicat, et sit

$$\Delta\Delta \times \Delta\Gamma = \Delta B^2.$$

dico, rectam ΔB circumulum $AB\Gamma$ contingere.

ducatur enim circumulum $AB\Gamma$ contingens ΔE [prop. XVII], et sumatur centrum circuli $AB\Gamma$, et sit Z , et ducantur ZE , ZB , $Z\Delta$. itaque $\angle ZEA$ rectus est [prop. XVIII]. et quoniam ΔE circumulum $AB\Gamma$ contingit, secat autem $\Delta\Gamma A$, erit $\Delta\Delta \times \Delta\Gamma = \Delta E^2$ [prop. XXXVI]. erat autem etiam $\Delta\Delta \times \Delta\Gamma = \Delta B^2$. itaque $\Delta E^2 = \Delta B^2$; quare $\Delta E = \Delta B$. uerum etiam $ZE = ZB$. itaque duae rectae ΔE , EZ duabus ΔB , BZ aequales sunt; et basis earum communis est $Z\Delta$. itaque $\angle \Delta EZ = \angle BZ$ [I, 8]. uerum $\angle \Delta EZ$ rectus est. quare etiam $\angle \Delta BZ$ rectus; et ZB producta diametrus est; quae autem ad diametrum circuli in

19. $\alpha\phi\alpha$] $\delta\epsilon$ $\alpha\phi\alpha$, del. $\delta\epsilon$ m. 1 F. 20. $\epsilon\sigma\tau\epsilon$ B. ZE] litt. Z in ras. F. 21. $\delta\sigma\sigma\iota$ Vp. $\Delta B, BZ$] corr. ex $\Delta E, EZ$ m. 2 F. $\epsilon\iota\sigma\iota$ Vp. 22. $Z\Delta$] litt. Δ in ras. m. 2 V. 23. $\epsilon\sigma\eta$ $\epsilon\sigma\tau\epsilon$ V. 24. ZB] B, F post ras. 1 litt. (mg. m. 1: $\gamma\epsilon$. η ΔZ); BZ P, et V corr. ex ZB m. 2; EZB in ras. p.

μένη ἐφάπτεται τοῦ κύκλου· ἡ $\triangle AB$ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ $\triangle AB\Gamma$ κύκλου. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, καὶ τὸ κέντρον ἐπὶ τῆς $A\Gamma$ τυγχάνη.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ δὲ
 5 τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐ-
 θεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ προσ-
 πίπτῃ, ἣ δὲ τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς
 ἐκτός ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ
 τῆς κυρτῆς περιφερείας ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτού-
 10 σης, ἡ προσπίπτουσα ἐφάπτεται τοῦ κύκλου· ὅπερ ἔδει
 δεῖξαι.

1. τοῦ] τοῦ $\triangle AB\Gamma$ Vp, F m. 2. τοῦ κύκλου· ἡ $\triangle AB$ ἄρα
 ἐφάπτεται] mg. m. 1 B; item P, addito καὶ ante τοῦ. ἡ $\triangle AB$
 — 2. κύκλου] om. p; mg. m. 2 V. 2. δῆ] δέ V, corr. m. 2.
 3. $A\Gamma$] Γ in ras. m. 1 B. τυγχάνει P, corr. m. 1. 4. ἀπὸ
 δὲ — 10. κύκλου] καὶ τὰ ἐξῆς PBFVp. 11. Εὐκλείδου στοι-
 χείων γ PB, Εὐκλείδου στοιχείων τῆς Θέωνος ἐκδόσεως γ F.

termino perpendicularis ducta est, circulum contingit [prop. XVI πόρ.]. itaque AB circulum $AB\Gamma$ contingit. similiter demonstrabitur, etiam si centrum in $A\Gamma$ cadit.

Ergo si extra circulum punctum sumitur, et ab eo ad circulum adcidunt duae rectae, et altera harum circulum secat, altera adcidit tantum, et rectangulum comprehensum tota recta secanti et parte eius extrinsecus inter punctum et partem ambitus conuexam abs-cisa aequale est quadrato adcidentis, recta adcidens circulum continget; quod erat demonstrandum.

δ'.

Όροι.

α'. Σχήμα εὐθύγραμμον εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἐκάστη τῶν τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος γωνιῶν ἐκάστης πλευρᾶς τοῦ, εἰς ὃ ἐγγράφεται, ᾗπτηται.

β'. Σχήμα δὲ ὁμοίως περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἐκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου ἐκάστης γωνίας τοῦ, περὶ ὃ περιγράφεται, ᾗπτηται.

10 γ'. Σχήμα εὐθύγραμμον εἰς κύκλον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἐκάστη γωνία τοῦ ἐγγραφομένου ᾗπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

δ'. Σχήμα δὲ εὐθύγραμμον περὶ κύκλον περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἐκάστη πλευρὰ τοῦ 15 περιγραφομένου ἐφάπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

ε'. Κύκλος δὲ εἰς σχῆμα ὁμοίως ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἐκάστης πλευρᾶς τοῦ, εἰς ὃ ἐγγράφεται, ᾗπτηται.

20 ς'. Κύκλος δὲ περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἐκάστης γωνίας τοῦ, περὶ ὃ περιγράφεται, ᾗπτηται.

1. ὅροι] om. BFP. Numeros om. PBF. 4. γωνιῶν]
post ras. 1 litt. V. 8. περιγράφεται] inter ι et γ 2 litt.

IV.

Definitiones.

1. Figura rectilinea in figuram rectilineam inscribi dicitur, cum singuli anguli figurae inscriptae singula latera eius, in quam inscribitur, tangunt.

2. Similiter figura circum figuram circumscribi dicitur, cum singula latera circumscriptae singulos angulos eius, circum quam circumscribitur, tangunt.

3. Figura rectilinea in circulum inscribi dicitur, cum singuli anguli inscriptae ambitum circuli tangunt.

4. Figura autem rectilinea circum circulum circumscribi dicitur, cum singula latera circumscriptae ambitum circuli contingunt.

5. Similiter autem circulus in figuram inscribi dicitur, cum ambitus circuli singula latera eius, in quam inscribitur, tangit.

6. Circulus autem circum figuram circumscribi dicitur, cum ambitus circuli singulos angulos eius, circum quam circumscribitur, tangit.

Def. 1. Boetius p. 379, 19.

2. Boetius p. 379, 22.

eras. F. 11. ἐπιγραφόμενον P. 15. ἐφάπτεται] Bp; ἐφάπτεται P; ἄπτεται FV. 17. δέ] δὲ ὁμοίως p. ὁμοίως] PB; om. p; εὐδύγραμμον, supra scr. ὁμοίως m. 2, FV. 20. σχῆμα εὐδύγραμμον FV.

ζ'. *Εὐθεία εἰς κύκλον ἐναρμόξεσθαι λέγεται, ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς ἐπὶ τῆς περιφερείας ἢ τοῦ κύκλου.*

α'.

*Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ
5 μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου
ἴσην εὐθείαν ἐναρμόσαι.*

*Ἐστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ $ΑΒΓ$, ἡ δὲ δοθείσα εὐ-
θεία μὴ μείζων τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου ἡ $Δ$. δεῖ
δὴ εἰς τὸν $ΑΒΓ$ κύκλον τῇ $Δ$ εὐθείᾳ ἴσην εὐθείαν
10 ἐναρμόσαι.*

*Ἦχθω τοῦ $ΑΒΓ$ κύκλου διάμετρος ἡ $ΒΓ$. εἰ μὲν
οὖν ἴση ἐστὶν ἡ $ΒΓ$ τῇ $Δ$, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπι-
ταχθέν· ἐνήρμοσται γὰρ εἰς τὸν $ΑΒΓ$ κύκλον τῇ $Δ$
εὐθείᾳ ἴση ἡ $ΒΓ$. εἰ δὲ μείζων ἐστὶν ἡ $ΒΓ$ τῆς $Δ$,
15 κείσθω τῇ $Δ$ ἴση ἡ $ΓΕ$, καὶ κέντρον τῷ $Γ$ διαστήματι
δὲ τῷ $ΓΕ$ κύκλος γεγράφθω ὁ $ΕΑΖ$, καὶ ἐπεξέχθω
ἡ $ΓΑ$.*

*Ἐπεὶ οὖν το $Γ$ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΕΑΖ$
κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ $ΓΑ$ τῇ $ΓΕ$. ἀλλὰ τῇ $Δ$ ἡ $ΓΕ$
20 ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ $Δ$ ἄρα τῇ $ΓΑ$ ἐστὶν ἴση.*

*Εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον τὸν $ΑΒΓ$ τῇ δο-
θείσῃ εὐθείᾳ τῇ $Δ$ ἴση ἐνήρμοσται ἡ $ΓΑ$ · ὅπερ ἔδει
ποιῆσαι.*

β'.

25 *Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῷ δοθέντι τρι-
γώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.*

I. Boetius p. 388, 23. II. Boetius p. 388, 26.

1. εἰς] e corr. m. 2 P. ἐναρμόξεσθαι] ἐν- m. 2 V.
2. ἐπὶ τῆς περιφερείας ἢ τοῦ κύκλου] PBr, V mg. m. rec.;
συμβάλλῃ τῇ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ F, V m. 1. 8. μή] ἡ Δ

7. Recta in circulum aptari dicitur, cum termini eius in ambitu circuli sunt.

I.

In datum circulum datae rectae non maiori, quam est diametrus circuli, aequalem rectam aptare.

Sit datus circulus $AB\Gamma$, data autem recta non maior diametro circuli sit Δ . oportet igitur in $AB\Gamma$ circulum rectae Δ aequalem rectam aptare.

ducatur circuli $AB\Gamma$ diametrus $B\Gamma$. iam si

$$B\Gamma = \Delta,$$

effectum erit, quod propositum est; nam in circulum $AB\Gamma$ rectae Δ aequalis aptata est $B\Gamma$. sin $B\Gamma > \Delta$, ponatur $\Gamma E = \Delta$, et centro Γ , radio autem ΓE circulus describatur EAZ ,

et ducatur ΓA .

iam quoniam Γ punctum centrum est circuli EAZ , erit $\Gamma A = \Gamma E$. sed $\Gamma E = \Delta$. quare etiam $\Delta = \Gamma A$.

Ergo in datum circulum $AB\Gamma$ datae rectae Δ aequalis aptata est ΓA ; quod oportebat fieri.

II.

- In datum circulum triangulum dato triangulo aequiangulum inscribere.

$\mu\eta$ V. η Δ] om. V; in F euan. 13. $\epsilon\nu\epsilon\lambda\epsilon\mu\sigma\tau\alpha\iota$ B.
 $\gamma\alpha\rho$] supra m. 1 P. Δ] F; B φ . 14. $\delta\epsilon$] P, Campanus;
 $\delta\epsilon$ $\sigma\theta$ Theon (BFp; δ' $\sigma\theta$ V). 15. $\kappa\epsilon\lambda\epsilon\sigma\theta\omega$] $\kappa\alpha\iota$ $\kappa\epsilon\lambda\epsilon\sigma\theta\omega$ Bp.
 $\kappa\epsilon\lambda\epsilon\tau\omega\varphi$ $\mu\epsilon\nu$ BVp. 16. EAZ] PF; in ras. m. 2 V; AZ Bp.
18. EAZ] $A EZ$ P. 19. $\tau\eta$ Δ] PF, V m. 2; η Δ Bp, V m. 1;
 Δ in ras. V. η ΓE] PF, V m. 2; $\tau\eta$ ΓE Bp, V m. 1; ΓE
in ras. V. 20. Δ] seq. ras. 1 litt. F. ΓA] $\Delta\Gamma$ FV.
 $\iota\sigma\eta$ $\epsilon\iota\sigma\iota\nu$ F. 22. Post $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\lambda\alpha$ add. $\mu\eta$ $\mu\epsilon\lambda\iota\sigma\iota\nu$ $\sigma\upsilon\sigma\eta$ $\tau\eta\varsigma$ $\tau\omicron\upsilon$
 $\kappa\acute{o}\nu\kappa\lambda\omicron\nu$ $\delta\iota\alpha\mu\epsilon\tau\epsilon\rho\omicron\nu$ Bp, m. 2 mg. FV. $\epsilon\nu\epsilon\lambda\epsilon\mu\sigma\tau\alpha\iota$ B.

Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ $AB\Gamma$, τὸ δὲ δοθὲν τριγώνον τὸ $\triangle EZ$. δεῖ δὴ εἰς τὸν $AB\Gamma$ κύκλον τῷ $\triangle EZ$ τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.

Ἦχθω τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου ἐφαπτομένη ἡ $H\Theta$ κατὰ
 5 τὸ A , καὶ συνεστιάτω $\tilde{\alpha}$ πρὸς τῇ $A\Theta$ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ A τῇ ὑπὸ $\triangle EZ$ γωνίᾳ ἴση ἢ ὑπὸ $\Theta A\Gamma$, πρὸς δὲ τῇ AH εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ A τῇ ὑπὸ $\triangle ZE$ [γωνίᾳ] ἴση ἢ ὑπὸ HAB , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $B\Gamma$.

10 Ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ $AB\Gamma$ ἐφάπτεται τις εὐθεῖα ἡ $A\Theta$, καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ A ἐπαφῆς εἰς τὸν κύκλον διῆκται εὐθεῖα ἡ $A\Gamma$, ἡ ἄρα ὑπὸ $\Theta A\Gamma$ ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλάξ τοῦ κύκλου τμήματι γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $AB\Gamma$. ἀλλ' ἡ ὑπὸ $\Theta A\Gamma$ τῇ ὑπὸ $\triangle EZ$ ἐστὶν ἴση.

15 καὶ ἡ ὑπὸ $AB\Gamma$ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ $\triangle EZ$ ἐστὶν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ $A\Gamma B$ τῇ ὑπὸ $\triangle ZE$ ἐστὶν ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $B A\Gamma$ λοιπῇ τῇ ὑπὸ $E A Z$ ἐστὶν ἴση [ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ $\triangle EZ$ τριγώνῳ, καὶ ἐγγέγραπται εἰς τὸν $AB\Gamma$ κύκλον].

20 Εἰς τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

γ'.

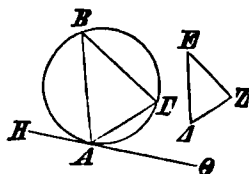
Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.

III. Boetius p. 388, 28.

1. δέ] m. rec. F. 3. $\triangle EZ$] Z postea insert. m. 1 F.
 4. $H\Theta$] P (H in ras.), F, V m. 1; $H A\Theta$ Bp, V m. 2. 5.
 πρὸς] πρὸς μὲν Bp. $A\Theta$] $H\Theta$ F. 6. $\triangle EZ$] $\triangle$ in ras. P.
 ὑπὸ] m. 2 F. 7. πρὸς δέ] πάλιν πρὸς P. AH] $H A$ P.
 8. γωνίᾳ] om. P. 10. ἄπτεται BV. 11. $A\Theta$] P; $H A\Theta$ F
 et V (H in ras.); ΘA Bp. καὶ ἀπὸ] ἀπὸ δέ Bp. κατὰ

Sit datus circulus $AB\Gamma$, datus autem triangulus ΔEZ . oportet igitur in $AB\Gamma$ circulum triangulo ΔEZ aequiangulum triangulum inscribere.

ducatur circulus $AB\Gamma$ in A contingens $H\Theta$ [III, 17], et ad $A\Theta$ rectam et



punctum eius A angulo ΔEZ aequalis construat $\angle \Theta A\Gamma$, et ad AH rectam et punctum eius A angulo ΔZE aequalis $\angle HAB$ [I, 23], et ducatur $B\Gamma$.

iam quoniam circulus $AB\Gamma$ contingit recta $A\Theta$, et ab A puncto contactus in circulum producta est recta $A\Gamma$, erit $\angle \Theta A\Gamma = \angle AB\Gamma$, qui in alterno segmento positus est [III, 32]. sed $\angle \Theta A\Gamma = \angle EZ$. quare etiam $\angle AB\Gamma = \angle EZ$. eadem de causa etiam

$$\angle A\Gamma B = \angle ZE.$$

itaque etiam $\angle B A \Gamma = \angle E Z$ [I, 32]. itaque triangulus $AB\Gamma$ aequiangulus est triangulo ΔEZ , et in circulum $AB\Gamma$ inscriptus est.

Ergo in datum circulum dato triangulo aequiangulus triangulus inscriptus est; quod oportebat fieri.

III.

Circum datum circulum dato triangulo aequiangulum triangulum circumscribere.

τὸ A ἐπαφῆς εἰς τὸν κύκλον] ἀφῆς Bp. 12. εὐθεία] τις Bp.

Post $\Theta A\Gamma$ in B ins. γωνία m. rec. 14. ἀλλὰ F. 15.

ἄρα γωνία] in ras. m. 2 V; γωνία ἄρα F. ΔEZ] litt. ΔE

in ras. m. 2 V. 16. διὰ τὰ αὐτὰ — 17. ἴση] mg. m. 1 F.

16. $A\Gamma B$] ΓB e corr. m. 1 p. ΔZE] E in ras. m. 2 V. 17.

λοιπῇ] m. 2 V. $E\Delta Z$] E ins. m. 1 p; ΔEZ F. 18. ἴση

ἴσιν Bfp. ἰσογώνιον — 19. κύκλον] om. P. 21. ἰσόγωνον F; corr. m. 1. ποιῆσαι] δεῖξαι BV; ἐν ἄλλῳ δεῖξαι m.

1 mg. F.

Ἐστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ $ΑΒΓ$, τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον τὸ $ΔΕΖ$. δεῖ δὴ περὶ τὸν $ΑΒΓ$ κύκλον τῷ $ΔΕΖ$ τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγεράσαι.

Ἐκβεβλήσθω ἡ $ΕΖ$ ἐφ' ἐκάτερα τὰ μέρη κατὰ
 5 τὰ $Η, Θ$ σημεία, καὶ εἰλήφθω τοῦ $ΑΒΓ$ κύκλου κέντρον
 τὸ $Κ$, καὶ διήχθω, ὥς ἐτυχεν, εὐθεία ἡ $ΚΒ$, καὶ συνε-
 σταίτω πρὸς τῇ $ΚΒ$ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ
 τῷ $Κ$ τῇ μὲν ὑπὸ $ΔΕΗ$ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ $ΒΚΑ$, τῇ
 δὲ ὑπὸ $ΔΖΘ$ ἴση ἡ ὑπὸ $ΒΚΓ$, καὶ διὰ τῶν $Α, Β, Γ$
 10 σημείων ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι τοῦ $ΑΒΓ$ κύκλου αἱ
 $ΑΜ, ΜΒΝ, ΝΓΑ$.

Καὶ ἐπεὶ ἐφάπτονται τοῦ $ΑΒΓ$ κύκλου αἱ $ΑΜ$,
 $ΜΝ, ΝΑ$ κατὰ τὰ $Α, Β, Γ$ σημεία, ἀπὸ δὲ τοῦ $Κ$
 κέντρου ἐπὶ τὰ $Α, Β, Γ$ σημεία ἐπεζευγμέναι εἰσὶν
 15 αἱ $ΚΑ, ΚΒ, ΚΓ$, ὁρθαὶ ἄρα εἰσὶν αἱ πρὸς τοῖς $Α, Β,$
 $Γ$ σημείοις γωνίαι. καὶ ἐπεὶ τοῦ $ΑΜΒΚ$ τετραπλεύ-
 ρου αἱ τέσσαρες γωνίαι τέτρασιν ὁρθαῖς ἴσαι εἰσὶν,
 ἐπειδὴ περ καὶ εἰς δύο τρίγωνα διαιρεῖται τὸ $ΑΜΒΚ$,
 καὶ εἰσιν ὁρθαὶ αἱ ὑπὸ $ΚΑΜ, ΚΒΜ$ γωνίαι, λοιπαὶ
 20 ἄρα αἱ ὑπὸ $ΑΚΒ, ΑΜΒ$ δυσὶν ὁρθαῖς ἴσαι εἰσὶν.
 εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ $ΔΕΗ, ΔΕΖ$ δυσὶν ὁρθαῖς ἴσαι·
 αἱ ἄρα ὑπὸ $ΑΚΒ, ΑΜΒ$ ταῖς ὑπὸ $ΔΕΗ, ΔΕΖ$
 ἴσαι εἰσὶν, ὧν ἡ ὑπὸ $ΑΚΒ$ τῇ ὑπὸ $ΔΕΗ$ ἐστὶν ἴση·
 λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $ΑΜΒ$ λοιπῇ τῇ ὑπὸ $ΔΕΖ$ ἐστὶν
 25 ἴση. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ $ΑΝΒ$

1. δέ] om. p, supra F. 4. κατὰ] PBFp; ἐπί V. 5.
 Η, Θ] in ras. P; H in ras. m. 2 V. 6. ΚΒ] BK F. 8.
 ΒΚΑ] litt. ΚΑ in ras. m. 2 V. 9. ἴση] m. 2 V. 13. ΜΝ]
 N add. m. 2 post ras. V. ΝΑ] Α add. m. 2 post ras. V.
 σημεία] supra F; om. Bp. ἀπὸ δὲ τοῦ — 14. σημεία] καὶ
 P. 14. ἐπεζευγμέναι] P; ἐπιζευγνύμεναι BFVp. 19. καὶ
 εἰσὶν ὁρθαί] P; τετράπλευρον, ὧν Theon (BFV; corr. ex τε-
 τράγωνον ὧν m. 1 p). αἱ] supra m. 1 P. ΜΑΚ P.

τῇ ὑπὸ $\triangle ZE$ ἐστὶν ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $\triangle MAN$ [λοιπῇ] τῇ ὑπὸ $\triangle EZ$ ἐστὶν ἴση. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $\triangle AMN$ τρίγωνον τῷ $\triangle EZ$ τριγώνῳ· καὶ περιγέγραπται περὶ τὸν $\triangle AB\Gamma$ κύκλον.

- 5 Περὶ τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

δ'.

Εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

- 10 Ἔστω τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ $\triangle AB\Gamma$ · δεῖ δὴ εἰς τὸ $\triangle AB\Gamma$ τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

Τετμήσθωσαν αἱ ὑπὸ $\triangle AB\Gamma$, $\triangle \Gamma B$ γωνίαι διχα ταῖς $B\Delta$, $\Gamma\Delta$ εὐθείαις, καὶ συμβαλλέτωσαν ἀλλήλαις κατὰ τὸ Δ σημεῖον, καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὰς

- 15 AB , $B\Gamma$, ΓA εὐθείας κάθετοι αἱ ΔE , ΔZ , ΔH .

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $\triangle AB\Delta$ γωνία τῇ ὑπὸ $\triangle B\Delta$, ἐστὶ δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ $\triangle BE\Delta$ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ $\triangle BZ\Delta$ ἴση, δύο δὴ τρίγωνα ἐστὶ τὰ $\triangle EB\Delta$, $\triangle ZB\Delta$ τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχοντα καὶ μίαν 20 πλευρὰν μὲν πλευρὰ ἴσην τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν κοινὴν αὐτῶν τὴν $B\Delta$ · καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἔξουσιν· ἴση ἄρα ἡ ΔE τῇ ΔZ . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΔH τῇ ΔZ ἐστὶν ἴση. αἱ τρεῖς ἄρα εὐθεῖαι αἱ ΔE ,

IV. Pappus VII p. 646, 7. Boetius p. 389, 1?

1. $\triangle ZE$] $\triangle EZ$ F. 2. λοιπῇ] om. P; γωνία λοιπῇ FV.
 $\triangle EZ$] $\triangle EZ$ F. ἐστὶν P. 12. $\triangle \Gamma B$] PF, V m. 2; $\triangle \Gamma A$ Bp, V m. 1. 18. συμβαλλέτωσαν] alt. λ supra m. 1 P.
 15. ΓA] A in ras. p, corr. ex $\triangle B$. 16. $\triangle B\Delta$] B in ras. P.
 17. $\triangle B\Delta$] $\triangle \Gamma B$, corr. m. 2 in $\triangle BZ$ P. τέτμηται γὰρ δίχα mg. p. ἐστὶν B. 18. ἐστὶ] ἐστὶν P; εἰσι V. $\triangle B\Delta$] PF, V m. 2 in ras.; $\triangle BZ$ Bp. 19. ταῖς] mg. m. 2 F; om. Bp.

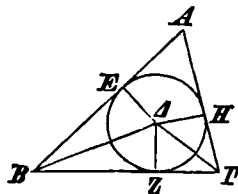
quare etiam $\angle MAN = \angle EZ$. itaque triangulus AMN triangulo $\triangle EZ$ aequiangulus est; et circum $AB\Gamma$ circulum circumscriptus est.

Ergo circum datum circulum dato triangulo aequiangulus triangulus circumscriptus est; quod oportebat fieri.

IV.

In datum triangulum circulum inscribere.

Sit datus triangulus $AB\Gamma$. oportet igitur in triangulum $AB\Gamma$ circulum inscribere.



secentur enim anguli $AB\Gamma$, $\angle \Gamma B$ in duas partes aequales rectis $B\Delta$, $\Gamma\Delta$ [I, 9], quae concurrant in Δ puncto [I *α* l. 5], et a Δ ad rectas AB , $B\Gamma$, ΓA perpendiculares ducantur ΔE , ΔZ , ΔH . et quoniam

$$\angle AB\Delta = \angle \Gamma B\Delta,$$

et $\angle BE\Delta = \angle BZ\Delta$, quia recti sunt, duo trianguli $EB\Delta$, $ZB\Delta$ duos angulos duobus angulis aequales habent, et unum latus uni lateri aequale, quod sub altero aequalium angulorum subtendit commune utriusque $B\Delta$. itaque etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia habebunt [I, 26]. itaque $\angle E = \angle Z$. eadem de causa etiam $\angle H = \angle Z$.¹⁾ ergo tres rectae ΔE , ΔZ , ΔH inter se aequales sunt. itaque qui centro

1) Nam $\angle \Delta \Gamma H = \angle \Gamma Z$, $\angle H \Gamma = \angle Z \Gamma$, $\Delta \Gamma = \Delta \Gamma$; tum u. I, 26.

ἔχοντες V, corr. m. 2. 20. *τῆν*] om. Bp. 24. *τῆ*] seq. ras. 1 litt. B. Post *ἔσῃ* add. Theon: *ὥστε καὶ ἡ ΔΕ τῇ ΔΗ ἴσιν ἔσῃ* (Bfp et om. *ἴσιν* V); om. P, Campanus. *αὐτῶς* — 280, 1: *ἀλλήλαις ἴσιν*] om. p; mg. m. rec. B. *εὐθείαι*] om. V.

ΔZ , ΔH ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὁ ἄρα κέντρον τῷ Δ καὶ διαστήματι ἐνὶ τῶν E , Z , H κύκλος γραφόμενος ἦξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ ἐφάπεται τῶν AB , $B\Gamma$, ΓA εὐθειῶν διὰ τὸ ὀρθὰς εἶναι τὰς πρὸς
 5 τοῖς E , Z , H σημείοις γωνίας. εἰ γὰρ τεμεῖ αὐτάς, ἔσται ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη ἐντὸς πίπτουσα τοῦ κύκλου· ὅπερ ἄτοπον ἐδείχθη· οὐκ ἄρα ὁ κέντρον τῷ Δ διαστήματι δὲ ἐνὶ τῶν E , Z , H γραφόμενος κύκλος τεμεῖ τὰς AB ,
 10 $B\Gamma$, ΓA [εὐθείας·] ἐφάπεται ἄρα αὐτῶν, καὶ ἔσται ὁ κύκλος ἐγγεγραμμένος εἰς τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον. ἐγγεγράφθω ὡς ὁ ZHE .

Εἰς ἄρα τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ $AB\Gamma$ κύκλος ἐγγεγράφεται ὁ EZH · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

15

ε'.

Περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον περιγράφαι.

Ἔστω τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ $AB\Gamma$ · δεῖ δὲ περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ $AB\Gamma$ κύκλον περιγράψαι.

20

Τετμήσθωσαν αἱ AB , $A\Gamma$ εὐθείαι δίχα κατὰ τὰ Δ , E σημεία, καὶ ἀπὸ τῶν Δ , E σημείων ταῖς AB , $A\Gamma$ πρὸς ὀρθὰς ἡχθῶσαν αἱ ΔZ , EZ · συμπεσοῦνται δὴ ἦτοι ἐντὸς τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου ἢ ἐπὶ τῆς $B\Gamma$ εὐθείας ἢ ἐκτὸς τῆς $B\Gamma$.

V. Pappus VII p. 646, 7. Simplicius in phys. fol. 14^a.

1. [ἴσαι] εὐθείαι ἴσαι V. εἰσὶ V. 2. καί] m. 2 V.
 ἐν] δὲ ἐν V et m. rec. B. E, Z, H] PBr; ΔH , ΔZ , ΔE
 in ras. V et, ut uidetur, F; γρ. καί· καὶ ἐν τῶν ΔH , ΔZ , ΔE
 mg. m. rec. B. γραφόμενος P. 5. γωνίας] m. 2 V.
 τέμν B. 6. ἀπ'] litt. α- in ras. m. 2 V. 7. ὅπερ ἐστὶν Vp.
 8. ἐδείχθη] P, B m. rec.; om. Vp; καὶ ἐδείχθη F. δ] om. P.

Δ et radio qualibet rectarum ΔE , ΔZ , ΔH ¹⁾ describitur circulus, etiam per reliqua puncta ueniet et rectas AB , $B\Gamma$, ΓA continget, quia recti sunt anguli ad puncta E , Z , H positi. nam si eas secat, recta ad diametrum circuli in termino perpendicularis ducta intra circulum cadet; quod demonstratum est absurdum esse [III, 16]. itaque circulus centro Δ et radio qualibet rectarum ΔE , ΔZ , ΔH descriptus rectas AB , $B\Gamma$, ΓA non secabit. itaque eas continget, et circulus in triangulum $AB\Gamma$ inscriptus erit. inscribatur ut ZHE .

Ergo in datum triangulum $AB\Gamma$ circulus inscriptus est EZH ; quod oportebat fieri.

V.

Circum datum triangulum circulum circumscribere.

Sit datus triangulus $AB\Gamma$. oportet igitur circum datum triangulum $AB\Gamma$ circulum circumscribere.

secentur rectae AB , $A\Gamma$ in duas partes aequales in punctis Δ , E [I, 10], et a punctis Δ , E ad AB , $A\Gamma$ perpendiculares ducantur ΔZ , EZ . concurrent igitur aut intra triangulum $AB\Gamma$ aut in recta $B\Gamma$ aut ultra $B\Gamma$.

1) Graecam locutionem satis miram et negligentem saepius (p. 280, 9. 282, 8. 290, 22. 292, 8) praebent boni codd., quam ut corrigere audeam.

9. E , Z , H] PBFVp, ed. Basil.; ΔE , ΔZ , ΔH Gregorius.
 δ κύκλος P. $\tau\epsilon\mu\epsilon\iota$] PV, F m. 2; $\tau\epsilon\mu\epsilon\iota$ Bp, F m. 1. 10.
 ΓA] $\Gamma \Delta$ e corr. m. 2 V. δ] om. Bp. 11. $\epsilon\gamma\gamma\epsilon\gamma\epsilon\alpha\phi\theta\omega$ $\omega\varsigma$
 δ ZHE] P; om. Theon (BFVp). 12. $\epsilon\lambda\varsigma$] $\alpha\sigma$ post ras. 2 litt.
F; corr. m. 1. $\delta\alpha\theta\acute{\iota}\nu\tau\iota$ P, corr. m. 1. $\gamma\acute{\epsilon}\gamma\gamma\alpha\pi\tau\alpha\iota$ F.
14. δ] om. P. 20. AB] BA P. $\tau\acute{\alpha}$] $\tau\acute{o}$ F, sed corr. 22.
 $A\Gamma$] Δ e corr. P; $A\Gamma$ $\sigma\upsilon\theta\epsilon\iota\alpha\iota\varsigma$ F m. rec. EZ] ZE P.
23. $\delta\eta$] P; $\delta\epsilon$ BFVp. η] supra m. 1 F.

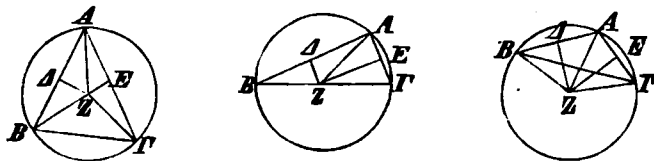
Συμπιπτεύωσαν πρότερον ἐντὸς κατὰ τὸ Z , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ZB , $Z\Gamma$, ZA . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $A\Delta$ τῇ ΔB , κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔZ , βάσις ἄρα ἡ AZ βάσει τῇ ZB ἐστὶν ἴση. ὁμοίως δὲ δείξομεν,
 5 ὅτι καὶ ἡ ΓZ τῇ AZ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ZB τῇ $Z\Gamma$ ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ZA , ZB , $Z\Gamma$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν. ὁ ἄρα κέντρον τῷ Z διαστήματι δὲ ἐνὶ τῶν A , B , Γ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων, καὶ ἔσται περιγεγραμμένος ὁ
 10 κύκλος περὶ τὸ $AB\Gamma$ τριγώνον. περιγεγράφθω ὡς ὁ $AB\Gamma$.

ἀλλὰ δὴ αἱ ΔZ , EZ συμπιπτεύωσαν ἐπὶ τῆς $B\Gamma$ εὐθείας κατὰ τὸ Z , ὥς ἔχει ἐπὶ τῆς δευτέρας καταγραφῆς, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ AZ . ὁμοίως δὲ δείξομεν,
 15 ὅτι τὸ Z σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ περὶ τὸ $AB\Gamma$ τριγώνον περιγεγραμμένου κύκλου.

Ἀλλὰ δὴ αἱ ΔZ , EZ συμπιπτεύωσαν ἐκτὸς τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου κατὰ τὸ Z πάλιν, ὥς ἔχει ἐπὶ τῆς τρίτης καταγραφῆς, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ AZ , BZ ,
 20 ΓZ . καὶ ἐπεὶ πάλιν ἴση ἐστὶν ἡ $A\Delta$ τῇ ΔB , κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔZ , βάσις ἄρα ἡ AZ βάσει τῇ BZ ἐστὶν ἴση. ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΓZ τῇ

1. συμπίπτωσαν F. πρότερον ἐντὸς] οὐν ἐντὸς πρότερον P. 2. $Z\Gamma$] litt. Z in ras. m. 2 V, in Γ mutat. m. 2 F. 3. ΔB] $B\Delta$ P. ΔZ] AZ ? F. 4. ZB] in ras. p. ἐστὶν ἴση] PF; ἴση ἐστὶν BV p. 5. ΓZ] $Z\Gamma$ Bp. 6. ἐστὶν] om. V. Post ἴση ras. 6 litt. F. 8. A , B , Γ] P; ZA , ZB , $Z\Gamma$ Theon (BFV p). καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων] om. p; mg. m. rec. B. 9. ὁ] insert. m. 1 V. 10. καὶ περιγεγράφθω V; καὶ etiam in F add. m. 2 (euan.). 12. $B\Gamma$] $A\Gamma$ F; corr. m. 2. 14. AZ] Z in ras. p. 19. AZ] AZ F. BZ , ΓZ] P; BZ , ΓZ F; ZB , $Z\Gamma$ BV p. 20. καὶ] eras. V. 22. BZ] PF, V m. 1; ZB Bp, V m. 2. ΓZ] $Z\Gamma$ P.

prius igitur intra concurrant in Z , et ducantur ZB , $Z\Gamma$, ZA . et quoniam $\angle A\Delta = \angle B$, communis autem et perpendicularis ΔZ , erit $AZ = ZB$ [I, 4]. similiter demonstrabimus, esse etiam $\Gamma Z = AZ$; quare etiam $ZB = Z\Gamma$. ergo tres rectae ZA , ZB , $Z\Gamma$ inter se aequales sunt. itaque qui centro Z et radio qualibet rectarum ZA , ZB , $Z\Gamma$ describitur circulus, etiam per reliqua puncta ueniet et erit circum triangulum $AB\Gamma$ circumscriptus. circumscribatur ut $AB\Gamma$.



iam uero ΔZ , EZ in recta $B\Gamma$ concurrant in Z , sicut factum est in figura altera, et ducatur AZ . similiter demonstrabimus, punctum Z centrum esse circuli circum triangulum $AB\Gamma$ circumscripti.¹⁾

iam uero ΔZ , EZ ultra triangulum $AB\Gamma$ concurrant²⁾ in Z , sicut factum est in figura tertia, et ducantur AZ , BZ , ΓZ . et quoniam rursus $\angle A\Delta = \angle B$, et ΔZ communis est et perpendicularis, erit [I, 4] $AZ = BZ$. similiter demonstrabimus, esse etiam

$$\Gamma Z = AZ.$$

1) Hunc casum segregauit Euclides, quia hic sola AZ duenda est.

2) Quamquam offensionis non nihil habet inconstantia, qua modo *ἐκτός τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου* (p. 282, 17. 284, 15) scribitur modo *ἐκτός τῆς $B\Gamma$* (p. 280, 24), tamen *τῆς $B\Gamma$* contra codices p. 280, 24 nix cum Gregorio in *τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου* corrigendum est (p. 282, 15 iam ex P correctum est), cum optime intellegi possit, modo *ἐκτός* uertamus: ultra.

AZ ἔστιν ἴση· ὥστε καὶ ἡ BZ τῇ $ZΓ$ ἔστιν ἴση· ὁ
 ἄρα [πάλιν] κέντρον τῷ Z διαστήματι δὲ ἐνὶ τῶν
 ZA , ZB , $ZΓ$ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοι-
 πῶν σημείων, καὶ ἔσται περιγεγραμμένος περὶ τὸ $ABΓ$
 5 τριγώνον.

Περὶ τὶ δοθὲν ἄρα τρίγωνον κύκλος περιγέγραπται·
 ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

[Πόρισμα.]

Καὶ φανερόν, ὅτι, ὅτε μὲν ἐντὸς τοῦ τριγώνου
 10 πίπτει τὸ κέντρον τοῦ κύκλου, ἡ ὑπὸ $BAΓ$ γωνία ἐν
 μέζονι τμήματι τοῦ ἡμικυκλίου τυγχάνουσα ἐλάττων
 ἐστὶν ὀρθῆς· ὅτε δὲ ἐπὶ τῆς $BΓ$ εὐθείας τὸ κέντρον
 πίπτει, ἡ ὑπὸ $BAΓ$ γωνία ἐν ἡμικυκλίῳ τυγχάνουσα
 ὀρθή ἐστίν· ὅτε δὲ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου ἐκτὸς
 15 τοῦ τριγώνου πίπτει, ἡ ὑπὸ $BAΓ$ ἐν ἐλάττονι τμή-
 ματι τοῦ ἡμικυκλίου τυγχάνουσα μέζων ἐστὶν ὀρθῆς.
 [ὥστε καὶ ὅταν ἐλάττων ὀρθῆς τυγχάνῃ ἡ διδομένη
 γωνία, ἐντὸς τοῦ τριγώνου πεσοῦνται αἱ AZ , EZ ,
 ὅταν δὲ ὀρθή, ἐπὶ τῆς $BΓ$, ὅταν δὲ μέζων ὀρθῆς,
 20 ἐκτὸς τῆς $BΓ$ · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.]

ε'.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τετράγωνον ἐγ-
 γράψαι.

VI. Boetius p. 389, 3.

1. AZ] in ras. m. 2 V. BZ] ZB P. $ZΓ$] $ΓZ$ BFp.
 Post ἴση in F insert. in ras. αἱ τρεῖς ἄρα ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν;
 idem B mg. m. rec. 2. πάλιν] om. P. 5. Post τρίγωνον
 Theon add. περιγεγράφθω ὡς ὁ $ABΓ$ (BFVp; γεγράφθω F m. 1,
 p; καὶ γεγράφθω V, F m. 2; ἡ $ABΓ$ F, corr. m. 2). 8. πό-

quare etiam $BZ = Z\Gamma$. itaque qui centro Z et radio qualibet rectarum ZA , ZB , $Z\Gamma$ describitur circulus, etiam per reliqua puncta ueniet, et circum triangulum $AB\Gamma$ circumscriptus erit.

Ergo circum datum triangulum circulus circumscriptus est; quod oportebat fieri.

Et adparet, si centrum circuli intra triangulum ceciderit, angulum $BA\Gamma$ in segmento maiore, quam est semicirculus, positum minorem esse recto, sin centrum in recta $B\Gamma$ ceciderit, angulum $BA\Gamma$ in semicirculo positum rectum esse, sin centrum circuli ultra triangulum ceciderit, angulum $BA\Gamma$ in segmento minore, quam est semicirculus, positum maiorem esse recto¹⁾ [III, 31].

VI.

In datum circulum quadratum inscribere.

1) Finem (lin. 17—20) genuinum esse uix putauerim; parum enim necessarius uidetur, et ἡ δεδομένη γωνία lin. 17 falsum est, ut observauit Simsonus p. 853, cui obsecuti locum corrigere conati sunt Gregorius et Augustus. haec uerba ideo quoque suspecta sunt, quod speciem corollarii efficiunt, cum tamen uerba lin. 9 sqq. non corollarium sint, sed additio ei similis, quam in III, 25 inuenimus; nam neque in optimis codd. titulum πρόρισμα habent, neque a Proclo ut corollarium agnosci uidentur (u. ad IV, 15 πρόρισμα).

ρισμα] om. P; mg. m. 2 BF; mg. m. 1 Vp. 9. ὅτι, ὅτε] ὅταν F. 10. πίπτει] πίπτει F; πίπτει P. γωνία] m. 2 V. 12. εὐθείας — 13. γωνία] P; om. Theon (BFVp). 14. ἐστίν] P, F supra m. 1; ἐσται BVp. τὸ κέντρον τοῦ κύκλου] P; om. Theon (BFVp). 15. τοῦ τριγώνου] August; τριγώνου P; τῆς BΓ εὐθείας τὸ κέντρον BVp; τοῦ BΓ τὸ κέντρον, postea addito εὐθείας et τοῦ in τῆς mutato m. 2 F. πίπτει F. Post BAΓ in BFp add. γωνία; idem V m. 2. 18. τοῦ] om. F. πεσόνται] P; συμπεσόνται BVp, et F, sed del. συμ-. 20. ποιῆσαι] PF; δειξαι BVp; γρ. δειξαι mg. m. 1 F.

Ἐστω ἡ δοθεὶς κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$. δεῖ δὴ εἰς τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον τετράγωνον ἐγγράψαι.

Ἦχθωσαν τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ $ΑΓ$, $ΒΔ$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΑΒ$,
 5 $ΒΓ$, $ΓΔ$, $ΔΑ$.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $ΒΕ$ τῇ $ΕΔ$. κέντρον γὰρ τὸ $Ε$. κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ $ΕΑ$, βάσεις ἄρα ἡ $ΑΒ$ βάσει τῇ $ΑΔ$ ἴση ἐστίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρω τῶν $ΒΓ$, $ΓΔ$ ἑκατέρω τῶν $ΑΒ$, $ΑΔ$ ἴση ἐστίν.
 10 ἰσοπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΑΒΓΔ$ τετράπλευρον. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ ἡ $ΒΔ$ εὐθεῖα διάμετρος ἐστὶ τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου, ἡμικύκλιον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΒΑΔ$. ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $ΒΑΔ$ γωνία. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ $ΑΒΓ$, $ΒΓΔ$, $ΓΔΑ$ ὀρθή
 15 ἐστίν. ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΑΒΓΔ$ τετράπλευρον. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσοπλευρον. τετράγωνον ἄρα ἐστίν. καὶ ἐγγέγραπται εἰς τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον.

Εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον τετράγωνον ἐγγέγραπται τὸ $ΑΒΓΔ$. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

20

ξ'.

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον τετράγωνον περιγράψαι.

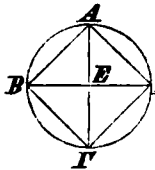
Ἐστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$. δεῖ δὴ περὶ τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον τετράγωνον περιγράψαι.

25 Ἦχθωσαν τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ $ΑΓ$, $ΒΔ$, καὶ διὰ τῶν $Α$, $Β$, $Γ$, $Δ$

3. ἡ ἦχθωσαν p. τοῦ] γὰρ τοῦ Bp; εἰς τὸν F. κύκλον F. δύο] om. BVp. 5. $ΔΑ$] corr. ex $ΓΑ$ m. 1 F.
 7. ἄρα] om. Bp. 8. ἐστίν] F; comp. p; ἐστὶ PVB. 10. ἐστίν P, comp. p. 12. ἐστὶ] ἐστίν P. 13. γωνία] m. 2 V.
 16. ἐστίν] P, comp. p; ἐστὶ BFV. 18. ἄρα] om. V. δο-

Sit datus circulus $AB\Gamma\Delta$. oportet igitur in circulum $AB\Gamma\Delta$ quadratum inscribere.

ducantur circuli $AB\Gamma\Delta$ duae diametri inter se perpendiculares $A\Gamma$, $B\Delta$, et ducantur AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔA .



et quoniam $BE = E\Delta$ (nam E centrum est), et EA communis est et perpendicularis; erit $AB = A\Delta$ [I, 4]. eadem de causa $B\Gamma = AB$ et $\Gamma\Delta = A\Delta$. itaque quadrilaterum $AB\Gamma\Delta$ aequilaterum est. dico, idem rectangulum esse.

nam quoniam recta $B\Delta$ diametrus est circuli $AB\Gamma\Delta$, semicirculus est $B\Delta\Delta$. itaque $\angle B\Delta\Delta$ rectus est [III, 31]. eadem de causa etiam singuli anguli $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta A$ recti sunt. itaque rectangulum est quadrilaterum $AB\Gamma\Delta$. sed demonstratum est, idem aequilaterum esse. itaque quadratum est [I def. 22]. et in circulum $AB\Gamma\Delta$ inscriptum est.

Ergo in datum circulum quadratum inscriptum est $AB\Gamma\Delta$; quod oportebat fieri.

VII.

Circum datum circulum quadratum circumscribere.

Sit datus circulus $AB\Gamma\Delta$. oportet igitur circum $AB\Gamma\Delta$ circulum quadratum circumscribere.

ducantur circuli $AB\Gamma\Delta$ duae diametri inter se perpendiculares $A\Gamma$, $B\Delta$. et per A , B , Γ , Δ puncta du-

$\theta\acute{\iota}\nu\tau\alpha$] $AB\Gamma\Delta$ Bp; $\delta\omicron\theta\acute{\epsilon}\nu\tau\alpha$ $\acute{\alpha}\rho\alpha$ V. Post $\kappa\acute{\upsilon}\nu\lambda\omicron\nu$ add. $\tau\omicron\nu$ $AB\Gamma\Delta$ V et F m. 2. 19. $\kappa\omicron\iota\eta\sigma\alpha\iota$] in ras. p. 24. $\tau\epsilon\tau\rho\acute{\alpha}\kappa\iota\sigma\tau\omicron\nu$ P. 25. $\gamma\acute{\alpha}\rho$ $\tau\omicron\upsilon$ Bp. $\delta\acute{\upsilon}\omicron$] om. p. 26. $\alpha\iota$] om. P.

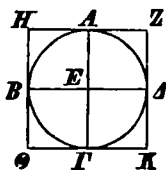
σημείων ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου αἱ $ZH, HΘ, ΘK, KZ$.

Ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται ἡ ZH τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ E κέντρου ἐπὶ τὴν κατὰ τὸ A ἐπαφήν
 5 ἐπέξενκται ἡ EA , αἱ ἄρα πρὸς τῷ A γωνίαι ὀρθαί
 εἰσιν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ πρὸς τοῖς $B, Γ, Δ$
 σημείοις γωνίαι ὀρθαί εἰσιν. καὶ ἐπεὶ ὀρθὴ ἐστὶν ἡ
 ὑπὸ $ΑΕΒ$ γωνία, ἐστὶ δὲ ὀρθὴ καὶ ἡ ὑπὸ $ΕΒΗ$,
 παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ $HΘ$ τῇ $ΑΓ$. διὰ τὰ αὐτὰ
 10 δὴ καὶ ἡ $ΑΓ$ τῇ ZK ἐστὶ παράλληλος. ὥστε καὶ ἡ
 $HΘ$ τῇ ZK ἐστὶ παράλληλος. ὁμοίως δὴ δείξομεν,
 ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν $HZ, ΘK$ τῇ $ΒΕΔ$ ἐστὶ παρά-
 λληλος. παραλληλόγραμμα ἄρα ἐστὶ τὰ $HK, ΗΓ, AK,$
 ZB, BK . Ἰση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν HZ τῇ $ΘK$, ἡ δὲ
 15 $HΘ$ τῇ ZK . καὶ ἐπεὶ ἰση ἐστὶν ἡ $ΑΓ$ τῇ $ΒΔ$, ἀλλὰ
 καὶ ἡ μὲν $ΑΓ$ ἑκατέρᾳ τῶν $HΘ, ZK$, ἡ δὲ $ΒΔ$ ἑκα-
 τέρᾳ τῶν $HZ, ΘK$ ἐστὶν ἰση [καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν
 $HΘ, ZK$ ἑκατέρᾳ τῶν $HZ, ΘK$ ἐστὶν ἰση], ἰσόπλευρον
 ἄρα ἐστὶ τὸ $ZHΘK$ τετράπλευρον. λέγω δὴ, ὅτι
 20 καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμὸν ἐστὶ
 τὸ $HBEA$, καὶ ἐστὶν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ $ΑΕΒ$, ὀρθὴ ἄρα
 καὶ ἡ ὑπὸ $ΑΗΒ$. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ αἱ
 πρὸς τοῖς $Θ, K, Z$ γωνίαι ὀρθαί εἰσιν. ὀρθογώνιον
 ἄρα ἐστὶ τὸ $ZHΘK$. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον.

2. KZ] in ras. F; mutat. in ZK m. 2 V. 4. ἐπαφήν] ἐπιφάνειαν p et B m. 1 (corr. m. rec.). 5. τῷ] τὸ B. 6. εἰσι BVP. 7. εἰσι Vp. 8. $ΑΕΒ$] B in ras. F. $ΕΒΗ$] B in ras. F. 10. παράλληλός ἐστιν V. ὥστε — 11. παρ-
 ἀλληλος] Pp (in ZK litt. Z in ras. p); om. V; mg. m. 1 F, m. 2 B; habet Campanus. 18. Post παράλληλος add. ὥστε καὶ ἡ HZ τῇ $ΘK$ ἐστὶ παράλληλος Fp, B m. rec. HK] eras. F. 14. ZB] in ras. F; B e corr. m. 2 V. BK] in ras. F. 15. ἀλλὰ καί] P; ἀλλ' BFVp. 16. ZK] ZK ἐστὶν ἰση

cantur circulum $AB\Gamma A$ contingentes ZH , $H\Theta$, ΘK , KZ [III, 17].

iam quoniam ZH circulum $AB\Gamma A$ contingit, et ab E centro ad punctum contactus A ducta est EA , anguli ad A positi recti sunt [III, 18]. eadem de causa anguli ad puncta B , Γ , A positi recti sunt. et quoniam $\angle AEB$ rectus est, et $\angle EBH$ et ipse rectus, erit $H\Theta$ rectae $A\Gamma$ parallela [I, 29]. eadem de causa etiam $A\Gamma$ rectae ZK parallela est. quare etiam $H\Theta$ rectae ZK parallela est [I, 30]. similiter demonstrabimus, etiam utramque HZ , ΘK rectae BEA paral-



lelam esse. itaque parallelogramma sunt HK , $H\Gamma$, AK , ZB , BK . itaque [I, 34]

$$HZ = \Theta K, H\Theta = ZK.$$

et quoniam $A\Gamma = B\Delta$, et

$$A\Gamma = H\Theta = ZK$$

et $B\Delta = HZ = \Theta K$ [I, 34], aequilate-

rum est quadrilaterum $ZH\Theta K$. dico, idem rectangulum esse. nam quoniam parallelogrammum est $HBEA$, et $\angle AEB$ rectus est, etiam $\angle AHB$ rectus est [I, 34]. similiter demonstrabimus, etiam angulos ad Θ , K , Z , positos rectos esse. itaque $ZH\Theta K$ rectangulum est. et demonstratum est, idem aequilaterum esse. ergo

BFVp. 17. καὶ ἐκτέτρα — 18. [ση] om. P. 17. καὶ] om. p. ἀρα] supra F. 18. $H\Theta$] Θ e corr. p. 20. ἐστὶ] ἐστὶν P. 21. $HBEA$] $H\Delta EA$, sed Δ e corr. m. 1 F. AEB] B in ras. F. 22. AHB] mg. m. 1 P. 22. AHB] B in ras. F. 23. Θ , Z , K F. 24. ἐστὶν PB, comp. p. τὸ $ZH\Theta K$] P, F m. 1; om. Bp; τὸ $ZH\Theta K$ τετράπλευρον V, F m. 2.

τετράγωνον ἄρα ἐστίν. καὶ περιγέγραπται περὶ τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον.

Περὶ τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον τετράγωνον περιγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

5

η'.

Εἰς τὸ δοθὲν τετράγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

Ἐστω τὸ δοθὲν τετράγωνον τὸ $ΑΒΓΔ$ · δεῖ δὲ εἰς τὸ $ΑΒΓΔ$ τετράγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

Τετμήσθω ἑκατέρα τῶν $ΑΔ$, $ΑΒ$ δίχα κατὰ τὰ
 10 $Ε$, $Ζ$ σημεία, καὶ διὰ μὲν τοῦ $Ε$ ὁποτέρᾳ τῶν $ΑΒ$, $ΓΔ$ παράλληλος ἦχθω ὁ $ΕΘ$, διὰ δὲ τοῦ $Ζ$ ὁποτέρᾳ τῶν $ΑΔ$, $ΒΓ$ παράλληλος ἦχθω ἡ $ΖΚ$ · παραλληλό-
 γραμμον ἄρα ἐστὶν ἕκαστον τῶν $ΑΚ$, $ΚΒ$, $ΑΘ$, $ΘΔ$, $ΑΗ$, $ΗΓ$, $ΒΗ$, $ΗΔ$, καὶ αἱ ἀπεναντίον αὐτῶν πλε-
 15 ραὶ ὀρθονότι ἴσαι [εἰσίν]. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $ΑΔ$ τῇ $ΑΒ$, καὶ ἐστὶ τῆς μὲν $ΑΔ$ ἡμίσεια ἡ $ΑΕ$, τῆς δὲ $ΑΒ$ ἡμίσεια ἡ $ΑΖ$, ἴση ἄρα καὶ ἡ $ΑΕ$ τῇ $ΑΖ$ · ὥστε καὶ αἱ ἀπεναντίον· ἴση ἄρα καὶ ἡ $ΖΗ$ τῇ $ΗΕ$. ἰμοίως δὲ δειξομεν, ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν $ΗΘ$, $ΗΚ$
 20 ἑκατέρᾳ τῶν $ΖΗ$, $ΗΕ$ ἐστὶν ἴση· αἱ τέσσαρες ἄρα αἱ $ΗΕ$, $ΗΖ$, $ΗΘ$, $ΗΚ$ ἴσαι ἀλλήλαις [εἰσίν]. ὁ ἄρα κέντρον μὲν τῷ $Η$ διαστήματι δὲ ἐνὶ τῶν $Ε$, $Ζ$, $Θ$, $Κ$ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων· καὶ ἐφάπεται τῶν $ΑΒ$, $ΒΓ$, $ΓΔ$, $ΔΑ$ εὐθειῶν διὰ
 25 τὸ ὀρθὰς εἶναι τὰς πρὸς τοῖς $Ε$, $Ζ$, $Θ$, $Κ$ γωνίας· εἰ γὰρ τεμεῖ ὁ κύκλος τὰς $ΑΒ$, $ΒΓ$, $ΓΔ$, $ΔΑ$, ἡ τῇ

VIII. Boetius p. 389, 5.

1. ἐστίν] comp. p; ἐστὶ PBFV. 5. η'] m. 2 V. 12.
 ἡ $ΖΚ$ ἦχθω p. 13. $ΚΒ$] B mutat. in E m. 2 F; $ΒΚ$ Bp.
 14. $ΒΗ$, $ΗΔ$] e corr. F. 15. εἰσίν] F; εἰσὶ BVp; om. P.

quadratum est [I, def. 22]. et circum $AB\Gamma\Delta$ circumscriptum est.

Ergo circum datum circum quadratum circumscriptum est; quod oportebat fieri.

VIII.

In datum quadratum circum inscribere.

Sit datum quadratum $AB\Gamma\Delta$. oportet igitur in $AB\Gamma\Delta$ quadratum circum inscribere.

secetur utraque AA , AB in duas partes aequales in E , Z punctis, et per E utrique AB , $\Gamma\Delta$ parallela ducatur $E\Theta$ [I, 31 et 30], per Z autem utrique AA , $B\Gamma$ parallela ducatur ZK . itaque parallelogramma sunt AK , KB , $A\Theta$, $\Theta\Delta$, AH , $H\Gamma$, BH , $H\Delta$, et latera eorum opposita inter se aequalia sunt [I, 34]. et quoniam $AA = AB$, et $AE = \frac{1}{2}AA$, $AZ = \frac{1}{2}AB$, erit $AE = AZ$. ergo etiam opposita.

quare $ZH = HE$. similiter demonstrabimus, etiam esse $H\Theta = ZH$, $HK = HE$. itaque quattuor rectae HE , HZ , $H\Theta$, HK inter se aequales sunt. quare qui centro H radio autem quolibet rectarum HE , HZ , $H\Theta$, HK describitur circulus, etiam per reliqua puncta ueniet. et rectas AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔA continget, quia recti sunt anguli ad E , Z , Θ , K positi. nam si circulus rectas AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔA secabit, recta ad diametrum circuli in termino

16. AB] B in ras. F. 18. $\acute{\alpha}\nu\epsilon\sigma\alpha\tau\acute{\iota}\omega\nu$] P; $\acute{\alpha}\nu\epsilon\sigma\alpha\tau\acute{\iota}\omega\nu$ [scilicet] F (sed [scilicet] postea insert. comp.); $\acute{\alpha}\nu\epsilon\sigma\alpha\tau\acute{\iota}\omega\nu$ [scilicet] $\epsilon\lambda\epsilon\gamma$ BVp. [scilicet] $\acute{\alpha}\rho\alpha$] in ras. m. 2 seq. lacuna 3 litt. F. HE] EH F, et V corr. m. 2 ex HE. 20. ZH] HZ F. at] (alt.) seq. ras. 2 litt. F. 21. $\epsilon\lambda\epsilon\gamma$] om. P. 22. HE, HZ, HΘ, HK Gregorius. 24. ΔA] mutat. in $\Delta \Gamma$ m. 2 FV. 26. $\tau\acute{\epsilon}\mu\eta$ B.

διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένην ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου· ὅπερ ἄτοπον ἐδείχθη. οὐκ ἄρα ὁ κέντρον τῷ H διαστήματι δὲ ἐνὶ τῶν E, Z, Θ, K κύκλος γραφόμενος τεμεῖ τὰς $AB, BG, \Gamma A, \Delta A$ 5 εὐθείας. ἐφάπτεται ἄρα αὐτῶν καὶ ἔσται ἐγγεγραμμένος εἰς τὸ $AB\Gamma A$ τετράγωνον.

Εἰς ἄρα τὸ δοθὲν τετράγωνον κύκλος ἐγγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

θ'.

10 Περὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον κύκλον περιγράφαι.

Ἐστω τὸ δοθὲν τετράγωνον τὸ $AB\Gamma A$ · δεῖ δὴ περὶ τὸ $AB\Gamma A$ τετράγωνον κύκλον περιγράφαι.

Ἐπιτευχθεῖσαι γὰρ αἱ AG, BA τεμνέτωσαν ἀλ- 13 λήλας κατὰ τὸ E .

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔA τῇ AB , κοινὴ δὲ ἡ AG , δύο δὴ αἱ $\Delta A, AG$ δυοὶ ταῖς BA, AG ἴσαι εἰσὶν· καὶ βάσεις ἡ ΔG βάσει τῇ BG ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔAG γωνία τῇ ὑπὸ BAG ἴση ἐστὶν· ἡ ἄρα ὑπὸ 20 ΔAB γωνία δίχα τέμνεται ὑπὸ τῆς AG . ὁμοίως δὴ δειξομεν, ὅτι καὶ ἐκάστη τῶν ὑπὸ $ABG, BGA, \Gamma A A$ δίχα τέμνεται ὑπὸ τῶν $AG, \Delta B$ εὐθειῶν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔAB γωνία τῇ ὑπὸ ABG , καὶ ἔστι τῆς μὲν ὑπὸ ΔAB ἡμίσεια ἡ ὑπὸ EAB , τῆς

2. ἐδείχθη] PF; om. BVp. 3. κέντρον μὲν P. HE, HZ, HΘ, HK ed. Basil. 4. Post K add. σημείων F m. rec. τεμεῖ] PF; τέμνει BVp. ΔA] ΔA P. 6. $AB\Gamma P$. 7. ἄρα τὸ δοθὲν] P; τὸ δοθὲν ἄρα Theon (BFVp). 9. θ'] om. φ; θ' et litt. initialis postea add. in V, ut in sequentibus semper fere. 14. ἐπιτευχθεῖσαι Vp; ἐπιτευχθήσονται φ. BΔ] ΔB P. 15. E] Θ P. 16. ΔA] ΔA F. 18. εἰσὶν] PF; εἰσὶ BVp. Dein mg. in V add. ἑκατέρω ἑκατέρω. καὶ βάσεις]

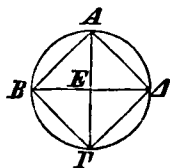
perpendicularis intra circulum cadet; quod demonstratum est absurdum esse [III, 16]. itaque circulus centro H et radio qualibet rectarum HE , HZ , $H\Theta$, HK descriptus rectas AB , BF , ΓA , ΔA non secabit. quare eas continget, et in quadratum $AB\Gamma\Delta$ inscriptus erit.

Ergo in datum quadratum circulus inscriptus est; quod oportebat fieri.

IX.

Circum datum quadratum circulum circumscribere.

Sit datum quadratum $AB\Gamma\Delta$. oportet igitur circum $AB\Gamma\Delta$ quadratum circulum circumscribere.



ductae enim $A\Gamma$, $B\Delta$ inter se secant in E . et quoniam $\Delta A = AB$, et $A\Gamma$ communis est, duae rectae ΔA , $A\Gamma$ duabus BA , $A\Gamma$ aequales sunt; et $\Delta\Gamma = B\Gamma$.

itaque $\angle \Delta A\Gamma = B A\Gamma$. ergo $\angle \Delta A B$ recta $A\Gamma$ in duas partes aequales diuisus est. similiter demonstrabimus, etiam angulos $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta A$ rectis $A\Gamma$, ΔB in duas partes aequales diuisos esse. et quoniam $\angle \Delta A B = AB\Gamma$, et $\angle E A B = \frac{1}{2} \Delta A B$, $\angle E B A = \frac{1}{2} AB\Gamma$,

ἐκαστέρα in ras. m. 2 F, supra scr. *ἐκαστέρα ἐκαστέρα* m. 1 F. *ἔστιν ἴση* FV. 19. *ὅπό*] (tert.) m. 2 F. 20. $\Delta A B$] B in ras. m. 2 V. 21. $AB\Gamma$] P m. 1, F m. 2, V (Γ in ras. m. 2), p (Γ in ras.); AB , $B\Gamma B$, P m. 2, F m. 1. $B\Gamma\Delta$] P m. 1, F m. 2, V (B in ras. m. 2), p (B in ras.); $B\Gamma$, $\Gamma\Delta B$ (punctis del. m. 2; $B\Gamma$ in ras. m. 1); $\Gamma\Delta$ P m. 2, F m. 1. $\Gamma\Delta A$] Γ in ras. m. 2 V, Γ insert. Fp; ΓA P m. 1; ΔA P m. 2; $\Gamma\Delta$, $\Delta A B$; in B mg. m. rec. γρ. καὶ ὅπό $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta A$. 22. ΔB] ΓB φ (non F). 24. *ἔστιν* P. $\Delta A B$] $A\Delta B$ F. *ἡμισείας* P, corr. m. 1. $E A B$] litt. AB e corr. m. 2 V; AEB P; corr. m. 2.

δὲ ὑπὸ $ABΓ$ ἡμίσεια ἢ ὑπὸ $EBΑ$, καὶ ἢ ὑπὸ EAB
 ἄρα τῇ ὑπὸ $EBΑ$ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἢ
 EA τῇ EB ἐστὶν ἴση. ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ
 ἑκατέρα τῶν EA , EB [εὐθειῶν] ἑκατέρᾳ τῶν $EΓ$,
 5 $EΔ$ ἴση ἐστίν. αἱ τέσσαρες ἄρα αἱ EA , EB , $EΓ$,
 $EΔ$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα κέντρον τῷ E καὶ
 διαστήματι ἐνὶ τῶν A , B , $Γ$, $Δ$ κύκλος γραφόμενος
 ἦξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ ἔσται περιγε-
 γραμμένος περὶ τὸ $ABΓΔ$ τετράγωνον. περιγεγράφθω
 10 ὡς ὁ $ABΓΔ$.

Περὶ τὸ δοθὲν ἄρα τετράγωνον κύκλος περιγέ-
 γραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ι'.

Ἴσοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι ἔχον ἑκα-
 15 τέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν διπλασίονα
 τῆς λοιπῆς.

Ἐκκείσθω τις εὐθεῖα ἢ AB , καὶ τετμήσθω κατὰ
 τὸ $Γ$ σημείον, ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν AB , $BΓ$ περιεχό-
 μενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς $ΓΑ$ τετρα-
 20 γώνῳ· καὶ κέντρον τῷ A καὶ διαστήματι τῷ AB κύ-
 κλος γεγράφθω ὁ $BΔE$, καὶ ἐνηρμόσθω εἰς τὸν $BΔE$
 κύκλον τῇ $ΑΓ$ εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὕσῃ τῆς τοῦ $BΔE$
 κύκλου διαμέτρου ἴση εὐθεῖα ἢ $BΔ$ · καὶ ἐπεξεύχθωσαν

X. Proclus p. 204, 1.

1. ἡμίσεια] e corr. m. 2 P. EAB] EBA F. 2. ἄρα]
 om. p. ὥστε καὶ πλευρὰ] καὶ Bp. 3. EA] A in ras. m. 2
 V; AE F; EB ἄρα Bp. Post EA in V add. πλευρὰ; idem
 F m. 2. EB] B in ras. m. 2 V; EA Bp. 4. EA , EB] P,
 F m. 2, V in ras. m. 2; $EΓ$, $EΔ$ B, F m. 1, p. εὐθειῶν]
 om. P. $EΓ$, $EΔ$] P, F m. 2, V in ras. m. 2; EA , EB B,

αὶ $ΑΔ$, $ΔΓ$, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ $ΑΓΔ$ τρίγωνον κύκλος ὁ $ΑΓΔ$.

Καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΒ$, $ΒΓ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $ΑΓ$, ἴση δὲ ἡ $ΑΓ$ τῇ $ΒΔ$, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $ΑΒ$,
 5 $ΒΓ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $ΒΔ$. καὶ ἐπεὶ κύκλου τοῦ $ΑΓΔ$ εἰληπταί τι σημεῖον ἐκτὸς τὸ $Β$, καὶ ἀπὸ τοῦ $Β$ πρὸς τὸν $ΑΓΔ$ κύκλον προσπεπτώκασι δύο εὐθεῖαι αὶ $ΒΑ$, $ΒΔ$, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνει, ἡ δὲ προσπίπτει, καὶ ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΒ$, $ΒΓ$ ἴσον τῷ ἀπὸ
 10 τῆς $ΒΔ$, ἡ $ΒΔ$ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ $ΑΓΔ$ κύκλου. ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται μὲν ἡ $ΒΔ$, ἀπὸ δὲ τῆς κατὰ το $Δ$ ἐπαφῆς διῆκται ἡ $ΔΓ$, ἡ ἄρα ὑπὸ $ΒΔΓ$ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήματι γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $ΔΑΓ$. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΒΔΓ$ τῇ ὑπὸ
 15 $ΔΑΓ$, κοινὴ προσκεισθῶ ἡ ὑπὸ $ΓΔΑ$. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ $ΒΔΑ$ ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ὑπὸ $ΓΔΑ$, $ΔΑΓ$. ἀλλὰ ταῖς ὑπὸ $ΓΔΑ$, $ΔΑΓ$ ἴση ἐστὶν ἡ ἐκτὸς ἡ ὑπὸ $ΒΓΔ$. καὶ ἡ ἐπὶ $ΒΔΑ$ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ $ΒΓΔ$. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ $ΒΔΑ$ τῇ ὑπὸ $ΓΒΔ$ ἐστὶν ἴση, ἐπεὶ καὶ πλευρὰ
 20 ἡ $ΑΔ$ τῇ $ΑΒ$ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ $ΔΒΑ$ τῇ ὑπὸ $ΒΓΔ$ ἐστὶν ἴση. αὶ τρεῖς ἄρα αὶ ὑπὸ $ΒΔΑ$, $ΔΒΑ$, $ΒΓΔ$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΔΒΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΒΓΔ$, ἴση ἐστὶ καὶ πλευρὰ ἡ $ΒΔ$ πλευρᾷ τῇ $ΔΓ$. ἀλλὰ ἡ $ΒΔ$ τῇ $ΓΑ$ ὑπόκειται

1. $ΑΔ$] in ras. m. 2 V. $ΔΓ$] $ΓΔ$ P. $ΑΓΔ$] $ΓΔ$ in ras. m. 1 B, ut etiam supra quaedam. 3. $ΑΒΓ$ PB Fp, in PFP m. 1 insert. B. 4. τῆς $ΑΓ$ — 5. τῷ ἀπὸ] bis P, sed corr. 4. Post prius $ΑΓ$ in F add. □ m. 2 et in mg. τετραγώνω m. 1. $ΒΔ$] $ΔΒ$ F. $ΑΒ$, $ΒΓ$] Pp, prius B m. 2 in ras. V; $ΑΒΓ$ B, corr. m. 2; F, corr. m. 1. 6. τὸ B] corr. ex τῇ B seq. ras. 8 litt. V. 7. προσπεπτώκασιν B. 8. $ΒΔ$] P; $ΒΓΑ$ Bp, V ($Α$ in ras. m. 2), F ($ΓΑ$ in ras. intercedente ras. 1 litt.). 9. ἐστὶν P. τῶν] om. P. $ΑΒ$, $ΒΓ$] alt. B

et ducantur AA , AG , et circum AG triangulum circumscribatur circulus AG [prop. V].

et quoniam $AB \times BG = AG^2$, et $AG = BA$, erit $AB \times BG = BA^2$. et quoniam extra circulum AG sumptum est punctum quoddam B , et a B ad circulum AG addidunt duae rectae BA , BA , et altera earum secat, altera addidit tantum, et $AB \times BG = BA^2$, recta BA contingit circulum AG [III, 37]. iam quoniam BA contingit, et a A puncto contactus producta est AG , erit $\angle BAG = \angle AAG$, qui in alterno segmento positus est [III, 32]. iam quoniam

$$\angle BAG = \angle AAG,$$

communis adiciatur $\angle GAA$. itaque

$$\angle BAA = \angle GAA + \angle AAG.$$

sed $\angle GAA + \angle AAG = \angle BAG$ extrinsecus posito [I, 32]. quare etiam $\angle BAA = \angle BAG$. uerum

$$\angle BAA = \angle BAG,$$

quia $AA = AB$ [I, 5]. quare etiam $\angle ABA = \angle BAG$. itaque tres anguli BAA , ABA , BAG inter se aequales sunt. et quoniam $\angle ABG = \angle BAG$, erit etiam

$$BA = AG$$
 [I, 6].

in ras. m. 2 V; ABG PB (corr. m. 2), Fp (corr. m. 1). 10. BA Δ e corr. F. η BA] supra m. rec. F. 11. $\epsilon\pi\epsilon\lambda\ \sigma\upsilon\nu$ $\kappa\alpha\iota\ \epsilon\pi\alpha\lambda$ P. $\mu\acute{\epsilon}\nu$] PF ($\tau\omicron\upsilon\delta\ \kappa\upsilon\kappa\lambda\omicron\upsilon\ \eta\ BA\ \epsilon\upsilon\theta\epsilon\iota\alpha\ \kappa\alpha\tau\grave{\alpha}\ \tau\omicron\delta\ \Delta$ mg. F); om. V; $\tau\omicron\upsilon\delta\ \kappa\upsilon\kappa\lambda\omicron\upsilon$ Bp. 12. $\acute{\alpha}\phi\eta\varsigma$ Theon (BFVp). 13. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P. $\tau\eta\ \acute{\epsilon}\nu$] m. 2 V. 14. BA Γ] P, V m. 1; Γ BA Bp, V m. 2, F in ras. 15. $\angle AAG$] Γ in ras. m. 2 V. 16. BA Δ BA in ras. m. 1 B. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P. 16. $\angle AAG$] $\angle AHA$ ϕ (non F). 17. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu\ \eta$] in ras. m. 1 p. $\acute{\epsilon}\kappa\tau\omicron\varsigma$] om. p. 18. $\kappa\alpha\iota\ \eta$] $\eta\ \acute{\alpha}\rho\alpha$ P. BA Δ] Δ BA P. $\acute{\alpha}\rho\alpha$] om. P, m. rec. F. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ $\iota\sigma\eta$ F. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ PB. $\acute{\alpha}\lambda\lambda'$ FV. 19. Γ BA] V m. 1; AB Δ V m. 2. $\iota\sigma\eta\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ BFp. 20. $\iota\sigma\eta\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ p. Δ BA] BA Δ P, F m. 1 (corr. m. 2). 22. $\acute{\epsilon}\iota\sigma\acute{\iota}\nu$] PF; $\acute{\epsilon}\iota\sigma\acute{\iota}$ BVp. 23. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ V, sed ν eras. 24. $\kappa\lambda\epsilon\upsilon\phi\eta$] om. p., m. 2 B. $\acute{\alpha}\lambda\lambda'$ F.

Ιση· καὶ ἡ ΓΑ ἄρα τῇ ΓΔ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ γωνία
 ἡ ὑπὸ ΓΔΑ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΑΓ ἐστὶν ἴση· αἱ ἄρα
 ὑπὸ ΓΔΑ, ΔΑΓ τῆς ὑπὸ ΔΑΓ εἰσι διπλασίους.
 ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΒΓΔ ταῖς ὑπὸ ΓΔΑ, ΔΑΓ· καὶ
 5 ἡ ὑπὸ ΒΓΔ ἄρα τῆς ὑπὸ ΓΑΔ ἐστὶ διπλῇ. ἴση
 δὲ ἡ ὑπὸ ΒΓΔ ἑκατέρω τῶν ὑπὸ ΒΔΑ, ΔΒΑ· καὶ
 ἑκατέρω ἄρα τῶν ὑπὸ ΒΔΑ, ΔΒΑ τῆς ὑπὸ ΔΑΒ
 ἐστὶ διπλῇ.

Ἰσοσκελὲς ἄρα τρίγωνον συνέσταται τὸ ΑΒΔ ἔχον
 10 ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ ΔΒ βάσει γωνιῶν διπλασίονα
 τῆς λοιπῆς· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ια'.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πεντάγωνον ἰσό-
 πλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

15 Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔΕ· δεῖ δὴ εἰς τὸν
 ΑΒΓΔΕ κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσο-
 γώνιον ἐγγράψαι.

Ἐκκείσθω τρίγωνον ἰσοσκελὲς τὸ ΖΗΘ διπλασίονα
 ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τοῖς Η, Θ γωνιῶν τῆς πρὸς
 20 τῷ Ζ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν ΑΒΓΔΕ κύκλον τῷ
 ΖΗΘ τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον τὸ ΑΓΔ, ὥστε
 τῇ μὲν πρὸς τῷ Ζ γωνίᾳ ἴσην εἶναι τὴν ὑπὸ ΓΑΔ,
 ἑκατέραν δὲ τῶν πρὸς τοῖς Η, Θ ἴσην ἑκατέρω τῶν

XI. Boetius p. 389, 10.

1. ΓΑ] Ρφ, V in ras. m. 2; ΑΓ Bp. 2. γωνία] om. V.
 3. ΔΑΓ] (alt.) P, F (supra m. 2: ΓΔΑ), V in ras. m. 2; ΓΑΔ
 Bp. διπλάσιοι F. 4. δέ] δὲ καὶ V. ἡ] supra m. 2 P.
 ΓΔΑ] Ρφ; in ras. m. 2 V; ΓΑΔ Bp. ΔΑΓ] ΓΔΑ Bp.
 καὶ] διπλῇ ἄρα Bp. 5. ἄρα] om. Bp. ΓΑΔ] in ras. V,
 Γ e corr. F. ἐστὶν PB, comp. p. διπλῇ] om. Bp. 6.
 καὶ] om. P. 7. ΔΑΒ] ΒΑΔ P. 9. συνέσταται V. ΑΒΔ]

uerum supposuimus, esse $B\Delta = \Gamma A$. itaque etiam

$$\Gamma A = \Gamma \Delta;$$

quare etiam $\angle \Gamma \Delta A = \Delta A \Gamma$ [I, 5]. itaque

$$\Gamma \Delta A + \Delta A \Gamma = 2 \Delta A \Gamma.$$

sed $B\Gamma \Delta = \Gamma \Delta A + \Delta A \Gamma$. itaque etiam

$$B\Gamma \Delta = 2 \Gamma \Delta A.$$

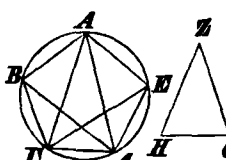
sed $B\Gamma \Delta = B\Delta A = \Delta B A$. ergo uterque $B\Delta A$, $\Delta B A$ duplo maior est angulo $\Delta A B$.

Ergo triangulus aequicrurius constructus est $AB\Delta$ utrumque angulum ad ΔB basim positum duplo maiorem habens reliquo; quod oportebat fieri.

XI.

In datum circulum quinquangulum aequilaterum et aequiangulum inscribere.

Sit datus circulus $AB\Gamma\Delta E$. oportet igitur in circulum $AB\Gamma\Delta E$ quinquangulum aequilaterum et aequiangulum inscribere.

 construatur triangulus aequicrurius $ZH\Theta$ utrumque angulum ad H , Θ positum duplo maiorem habens angulo ad Z posito [prop. Θ X], et in circulum $AB\Gamma\Delta E$ triangulo $ZH\Theta$ aequiangulus inscribatur triangulus $A\Gamma\Delta$, ita ut sit $\angle \Gamma A \Delta$ angulo ad Z posito aequalis, uterque autem $A\Gamma \Delta$, $\Gamma \Delta A$ utrique angulorum ad

Bpφ; V m. 2; $\Delta \Delta B$ P. 10. $B \Delta$ p. 15. $\epsilon\sigma\tau\omega$ — 17. $\epsilon\gamma\gamma\rho\acute{\alpha}\phi\alpha\iota$] om. P. 19. $\epsilon\kappa\alpha\tau\acute{\epsilon}\rho\alpha\upsilon$] om. F. $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ τοῖς H , Θ $\gamma\omega\gamma\iota\omega\upsilon$] $\lambda\omicron\iota\pi\acute{\omega}\nu$ P. 20. $\tau\tilde{\omega}$] (prius) τό B, F m. 1 (corr. m. 2). 22. $\tau\tilde{\omega}$] τό B. 23. $\epsilon\kappa\alpha\tau\acute{\epsilon}\rho\alpha\upsilon$] $\epsilon\kappa\alpha\tau\acute{\epsilon}\rho\alpha$ (α in ras.) p, $\epsilon\kappa\alpha\tau\acute{\epsilon}\rho\alpha$ P. $\tau\tilde{\omega}\nu$] in ras. p; $\tau\eta\tilde{\nu}$ B. $\epsilon\kappa\alpha\tau\acute{\epsilon}\rho\alpha$] $\epsilon\kappa\alpha\tau\acute{\epsilon}\rho\alpha\upsilon$ P et e corr. p. $\tau\tilde{\omega}\nu$] φ, $\acute{\alpha}\rho\alpha$ τῶν F.

ὑπὸ $ΑΓΔ$, $ΓΔΑ$ · καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ $ΑΓΔ$,
 $ΓΔΑ$ τῆς ὑπὸ $ΓΑΔ$ ἐστὶ διπλῇ. τετμήσθω δὴ ἑκα-
 τέρα τῶν ὑπὸ $ΑΓΔ$, $ΓΔΑ$ δίχα ὑπὸ ἑκατέρας τῶν
 $ΓΕ$, $ΔΒ$ εὐθειῶν, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $ΑΒ$, $ΒΓ$,
 5 $[ΓΔ]$, $ΔΕ$, $ΕΑ$.

Ἐπεὶ οὖν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ $ΑΓΔ$, $ΓΔΑ$ γωνιῶν
 διπλασίων ἐστὶ τῆς ὑπὸ $ΓΑΔ$, καὶ τετμημέναι εἰσὶ
 δίχα ὑπὸ τῶν $ΓΕ$, $ΔΒ$ εὐθειῶν, αἱ πέντε ἄρα γω-
 νίαι αἱ ὑπὸ $ΔΑΓ$, $ΑΓΕ$, $ΕΓΔ$, $ΓΔΒ$, $ΒΔΑ$ ἴσαι ἀλ-
 10 λήλαις εἰσὶν. αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν
 βεβήκασιν· αἱ πέντε ἄρα περιφέρειαί αἱ $ΑΒ$, $ΒΓ$,
 $ΓΔ$, $ΔΕ$, $ΕΑ$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν. ὑπὸ δὲ τὰς ἴσας
 περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν· αἱ πέντε ἄρα
 εὐθεῖαι αἱ $ΑΒ$, $ΒΓ$, $ΓΔ$, $ΔΕ$, $ΕΑ$ ἴσαι ἀλλήλαις
 15 εἰσὶν· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΑΒΓΔΕ$ πεντάγωνον.
 λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἰσογώνιον. ἐπεὶ γὰρ ἡ $ΑΒ$ περι-
 φέρεια τῇ $ΔΕ$ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση, κοινὴ προσκείσθω
 ἡ $ΒΓΔ$ · ὅλη ἄρα ἡ $ΑΒΓΔ$ περιφέρεια ὅλη τῇ $ΕΔΓΒ$
 περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση. καὶ βέβηκεν ἐπὶ μὲν τῆς $ΑΒΓΔ$
 20 περιφερείας γωνία ἡ ὑπὸ $ΑΕΔ$, ἐπὶ δὲ τῆς $ΕΔΓΒ$
 περιφερείας γωνία ἡ ὑπὸ $ΒΑΕ$ · καὶ ἡ ὑπὸ $ΒΑΕ$
 ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ $ΑΕΔ$ ἐστὶν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ
 δὴ καὶ ἐκάστη τῶν ὑπὸ $ΑΒΓ$, $ΒΓΔ$, $ΓΔΕ$ γωνιῶν
 ἑκατέρας τῶν ὑπὸ $ΒΑΕ$, $ΑΕΔ$ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον
 25 ἄρα ἐστὶ τὸ $ΑΒΓΔΕ$ πεντάγωνον. εἰδείχθη δὲ καὶ
 ἰσόπλευρον.

1. Post $ΓΔΑ$ mg. m. 2 add. γωνιῶν F. 2. τῆς ὑπὸ $ΓΑΔ$
 om. p. δῆ] om. Bp. 3. ἑκατέρας] mg. m. 2 V. 4. $ΓΕ$
 E e corr. F. $ΔΒ$ $ΔΕ$ F; corr. m. rec. 5. $ΓΔ$] om. V.
 7. ἐστὶν P. εἰσὶν P. 9. $ΕΓΔ$] $Δ$ in ras. m. 2 P. $ΓΔΒ$
 in ras. F; $Γ$ in ras. m. 2 P. $ΒΔΑ$] in ras. F, e corr. m. 2
 V. ἀλλήλαις εἰσὶν] ἀλλῇ in ras. F, reliqua absumpta ob per-

H , $\odot$ positorum aequalis [prop. II]. quare etiam

$$\angle A\Gamma A = \Gamma A A = 2 \Gamma A \Delta.$$

iam $\angle A\Gamma A$, $\Gamma A A$ rectis ΓE , ΔB in binas partes aequales secantur [I, 9], et ducantur AB , $B\Gamma$, ΔE , EA .¹⁾ iam quoniam anguli $A\Gamma A$, $\Gamma A A$ duplo maiores sunt angulo $\Gamma A \Delta$ et rectis ΓE , ΔB in binas partes aequales secti sunt, erit $\Delta A \Gamma = A \Gamma E = E \Gamma \Delta = \Gamma \Delta B = B \Delta A$. et anguli aequales in aequalibus arcibus consistunt [III, 26]. itaque quinque arcus AB , $B\Gamma$, $\Gamma \Delta$, ΔE , EA inter se aequales sunt. et sub aequalibus arcibus aequales rectae subtendunt [III, 29]. itaque quinque rectae AB , $B\Gamma$, $\Gamma \Delta$, ΔE , EA inter se aequales sunt. itaque quinquangulum $AB\Gamma \Delta E$ aequilaterum est. dico, idem aequiangulum esse. nam quoniam arc. $AB = \Delta E$, communis adiaciatur arc. $B\Gamma \Delta$. itaque arc. $AB\Gamma \Delta = E \Delta \Gamma B$. et in arcu $AB\Gamma \Delta$ angulus $AE \Delta$ consistit, in $E \Delta \Gamma B$ autem $\angle BAE$. quare etiam $\angle BAE = AE \Delta$ [III, 27]. eadem de causa etiam singuli anguli $AB\Gamma$, $B\Gamma \Delta$, $\Gamma \Delta E$ utrique angulo BAE , $AE \Delta$ aequales sunt. quare aequiangulum est quinquangulum $AB\Gamma \Delta E$. sed demonstratum est, idem aequilaterum esse.

1) Lin. 5 uidetur delendum esse ΓA cum Gregorio.

gam. ruptum. 10. $\delta\epsilon$] δ' BV. 12. $\epsilon\iota\sigma\iota\nu$] $\epsilon\sigma\iota\nu$ V. 16. $\lambda\sigma\gamma\acute{\alpha}\nu\iota\omicron\nu$] litt. $\lambda\sigma\gamma$ in ras. m. 2 V. 17. $\tau\eta$ ΔE $\pi\epsilon\pi\iota\phi\epsilon\pi\epsilon\iota\alpha$] om. F. supra m. 2: $\tau\eta$ $E \Delta$ $\pi\epsilon\pi\iota\phi\epsilon\pi\epsilon\iota\alpha$. 18. $\lambda\sigma\eta$ $\epsilon\sigma\iota\nu$ V. 19. $\lambda\sigma\eta$ $\epsilon\sigma\iota$ V. 20. $E \Delta \Gamma B$] $B \Gamma \Delta E$ F. 21. η $\upsilon\pi\omicron$ BAE] mg. m. 2 F. $\kappa\alpha\iota$] comp. supra scr. m. 2 F. 22. $\gamma\omega\gamma\iota\alpha$ $\acute{\alpha}\rho\alpha$ V. $\lambda\sigma\eta$ $\epsilon\sigma\iota$ V. 23. $\kappa\alpha\iota$] om. BV. 25. $\epsilon\sigma\iota\nu$ PF.

Εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον πεντάγωνον ἰσό-
πλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράφεται· ὅπερ ἔδει
ποιῆσαι.

ιβ'.

5 Περί τὸν δοθέντα κύκλον πεντάγωνον ἰσό-
πλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι.

Ἔστω ὁ δοθείς κύκλος ὁ $ΑΒΓΔΕ$ · δεῖ δὲ περί
τὸν $ΑΒΓΔΕ$ κύκλον πεντάγωνον ἰσοπλευρόν τε καὶ
ἰσογώνιον περιγράψαι.

10 Νενοήσθω τοῦ ἐγγεγραμμένου πενταγώνου τῶν
γωνιῶν σημεῖα τὰ $A, B, Γ, Δ, E$, ὥστε ἴσας εἶναι
τὰς $ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΑ$ περιφερείας· καὶ διὰ
τῶν $A, B, Γ, Δ, E$ ἤχθωσαν τοῦ κύκλου ἐφαπτόμεναι
αἱ $HΘ, ΘΚ, ΚΑ, ΑΜ, ΜΗ$, καὶ εἰλήφθω τοῦ $ΑΒΓΔΕ$
15 κύκλου κέντρον τὸ Z , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ZB, ZK,$
 $ZΓ, ZΔ, ZΔ$.

Καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν $ΚΑ$ εὐθεῖα ἐφάπτεται τοῦ $ΑΒΓΔΕ$
κατὰ τὸ $Γ$, ἀπὸ δὲ τοῦ Z κέντρον ἐπὶ τὴν κατὰ τὸ
 $Γ$ ἐπαφὴν ἐπέξενεται ἡ $ZΓ$, ἡ $ZΓ$ ἄρα κάθετός ἐστιν
20 ἐπὶ τὴν $ΚΑ$ · ὁρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρω τῶν πρὸς τῷ
 $Γ$ γωνιῶν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ πρὸς τοῖς $B, Δ$
σημείοις γωνίαι ὀρθαί εἰσιν. καὶ ἐπεὶ ὁρθὴ ἐστὶν ἡ
ὑπὸ $ZΓΚ$ γωνία, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ZK ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ
τῶν $ZΓ, ΓΚ$. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τοῖς ἀπὸ τῶν
25 ZB, BK ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ZK · ὥστε τὰ ἀπὸ τῶν

XII. Boetius p. 389, 8.

1. κύκλον] corr. ex κύκλος m. 2 F. 2. τε] om. V. 3.
ποιῆσαι] δεῖξαι V; γρ. δεῖξαι mg. m. 2 F. 7. $ΑΒΓΔΕ$] E
in ras. m. 2 V. 8. $ΑΒΓΔΕ$] E in ras. m. 2 V. 11. ση-
μεῖα] -α in ras. m. 2 V. 13. $ΑΒ, ΓΔ, ΔΕ$ P. 14. $ΜΗ$]
 MN F; corr. m. 2. 15. ZB] B e corr. m. 2 F. ZK] ZH

Ergo in datum circulum quinquangulum aequilaterum et aequiangulum inscriptum est; quod oportebat fieri.

XII.

Circum datum circulum quinquangulum aequilaterum et aequiangulum circumscribere.

Sit datus circulus $AB\Gamma\Delta E$. oportet igitur circum $AB\Gamma\Delta E$ circulum quinquangulum aequilaterum et aequiangulum circumscribere.

figamus, puncta angulorum quinquanguli inscripti [prop. XI] esse A, B, Γ, Δ, E , ita ut arcus $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta E, EA$ inter se aequales sint; et per A, B, Γ, Δ, E circulum contingentes ducantur $H\Theta, \Theta K, KA, AM, MH$ [III, 17], et sumatur circuli $AB\Gamma\Delta E$ centrum Z [III, 1], et ducantur $ZB, ZK, Z\Gamma, ZA, Z\Delta$.

et quoniam recta KA circulum $AB\Gamma\Delta E$ contingit in Γ , et a Z centro ad Γ punctum contactus $Z\Gamma$ ducta est, $Z\Gamma$ ad KA perpendicularis est [III, 18]. itaque uterque angulus $\angle Z\Gamma K$ ad Γ positus rectus est. eadem de causa etiam anguli ad B, Δ puncta positi recti sunt. et quoniam $\angle Z\Gamma K$ rectus est, erit

$$ZK^2 = Z\Gamma^2 + \Gamma K^2 \text{ [I, 47].}$$

eadem de causa etiam $ZK^2 = ZB^2 + BK^2$. quare

φ . $Z\Gamma$] Γ in ras. F. ZA] ZA φ . 17. η] $\epsilon\iota$ φ , supra η m. 2. Post $AB\Gamma\Delta E$ add. $\kappa\upsilon\kappa\lambda\omicron\nu$ V, supra P (comp.), F. 20. $\tau\eta\nu$] $\tau\omega\nu$ comp. V. Post KA in F add. m. 2: $\epsilon\nu\theta\epsilon\iota\alpha\nu$. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$] PF; om. BVp. 21. $\kappa\alpha\iota$] m. 2 V. 23. $Z\Gamma K$] K m. 2, ante Z ras. 1 litt. V. $\tau\eta\varsigma$] om. Bp. 24. $\tau\omega\nu$] $\tau\eta\varsigma$ comp. V. $Z\Gamma, \Gamma K$] Γ prius et K m. 2 V. 25. $\iota\sigma\omicron\nu$ $\epsilon\sigma\tau\iota$] om. V. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ F. ZK $\iota\sigma\omicron\nu$ V. $\omega\sigma\tau\epsilon$ $\tau\alpha$] PF; $\tau\alpha$ $\acute{\alpha}\rho\alpha$ BVp. $\tau\omega\nu$] om. Bp; $\tau\eta\varsigma$ V.

ΖΓ, ΓΚ τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΒ, ΒΚ ἐστὶν ἴσα, ὧν τὸ
 ἀπὸ τῆς ΖΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΒ ἐστὶν ἴσον· λοιπὸν
 ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΓΚ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΚ ἐστὶν ἴσον. ἴση
 ἄρα ἡ ΒΚ τῇ ΓΚ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΖΒ τῇ ΖΓ,
 5 καὶ κοινὴ ἡ ΖΚ, δύο δὴ αἱ ΒΖ, ΖΚ δυοὶ ταῖς ΓΖ,
 ΖΚ ἴσαι εἰσὶν· καὶ βάσεις ἡ ΒΚ βάσει τῇ ΓΚ [ἐστὶν]
 ἴση· γωνία ἄρα ἡ μὲν ὑπὸ ΒΖΚ [γωνία] τῇ ὑπὸ
 ΚΖΓ ἐστὶν ἴση· ἡ δὲ ὑπὸ ΒΚΖ τῇ ὑπὸ ΖΚΓ·
 διπλῇ ἄρα ἡ μὲν ὑπὸ ΒΖΓ τῆς ὑπὸ ΚΖΓ, ἡ δὲ ὑπὸ
 10 ΒΚΓ τῆς ὑπὸ ΖΚΓ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ μὲν
 ὑπὸ ΓΖΔ τῆς ὑπὸ ΓΖΑ ἐστὶ διπλῇ, ἡ δὲ ὑπὸ ΔΑΓ
 τῆς ὑπὸ ΖΑΓ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ περιφέρεια
 τῇ ΓΔ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΖΓ τῇ ὑπὸ ΓΖΔ.
 καὶ ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΒΖΓ τῆς ὑπὸ ΚΖΓ διπλῇ, ἡ
 15 δὲ ὑπὸ ΔΖΓ τῆς ὑπὸ ΑΖΓ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ
 ΚΖΓ τῇ ὑπὸ ΑΖΓ· ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΓΚ γωνία
 τῇ ὑπὸ ΖΓΑ ἴση. δύο δὴ τριγωνα ἐστὶ τὰ ΖΚΓ,
 ΖΑΓ τὰς δύο γωνίας ταῖς δυοὶ γωνίαις ἴσας ἔχοντα
 καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην κοινήν αὐτῶν
 20 τὴν ΖΓ· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς
 πλευραῖς ἴσας ἔξει καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ
 γωνίᾳ· ἴση ἄρα ἡ μὲν ΚΓ εὐθεῖα τῇ ΓΑ, ἡ δὲ ὑπὸ
 ΖΚΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΑΓ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ

2. ΖΓ] ΖΒ P. ΖΒ] ΖΓ P. 3. τῆς ΓΚ] in ras. V;
 Γ in ras. F; τῆς ΚΓ B. Ante τῷ in F add. m. 2: λοιπῷ.
 ΒΚ] B in ras. F. ἴσον ἐστὶν V. 4. ΒΚ] ΓΚ P. ΓΚ]
 ΒΚ P. 5. δυοί] δύο P; δυοί V. 6. εἰς BVp. ΓΚ]
 ante Γ ras. 1 litt., K m. 2 V; ΚΓ P. ἐστὶν] om. P. 7.
 μὲν] m. 2 V. ΒΖΚ] P; ΒΚΖ Bp et FV (sed ΚΖ in ras.).
 γωνία] om. P. 8. ΚΖΓ] e corr. P m. 2; ΓΚΖ Bp; ΖΚΓ
 in ras. FV. ΒΚΖ] P; ΒΖΚ Bp et e corr. FV. ΖΚΓ]
 P; ΓΖΚ Bp, e corr. FV. 9. ΚΖΓ] K in ras. F; K et Γ

$Z\Gamma^2 + \Gamma K^2 = ZB^2 + BK^2$,
 quorum $Z\Gamma^2 = ZB^2$. itaque $\Gamma K^2 = BK^2$. itaque

$$BK = \Gamma K.$$

et quoniam $ZB = Z\Gamma$, et ZK communis est, duae
 rectae BZ , ZK duabus ΓZ , ZK aequales sunt; et
 $BK = \Gamma K$. itaque $\angle BZK = KZ\Gamma$ [I, 8]; et

$$\angle BKZ = ZK\Gamma$$
 [I, 32].

itaque $\angle BZ\Gamma = 2 KZ\Gamma$, $\angle B K \Gamma = 2 ZK\Gamma$. eadem
 de causa etiam $\angle \Gamma Z A = 2 \Gamma Z A$, $\angle A \Gamma \Gamma = 2 Z A \Gamma$.
 et quoniam arc. $B\Gamma = \Gamma A$, erit etiam

$$\angle BZ\Gamma = \Gamma Z A$$
 [III, 27].

et $\angle BZ\Gamma = 2 KZ\Gamma$, $\angle A Z \Gamma = 2 A Z \Gamma$. itaque

$$\angle KZ\Gamma = A Z \Gamma.$$

uerum etiam $\angle Z\Gamma K = Z\Gamma A$. itaque duo trianguli
 $ZK\Gamma$, $Z A \Gamma$ duos angulos duobus angulis aequales
 habent, et unum latus uni lateri aequale, quod utri-
 usque commune est $Z\Gamma$; itaque etiam reliqua latera
 reliquis lateribus aequalia habebunt et reliquum an-
 gulum reliquo angulo [I, 26]. itaque

$$K\Gamma = \Gamma A, \angle ZK\Gamma = Z A \Gamma.$$

in ras. m. 2 V. 10. $BK\Gamma$ $\epsilon\eta\varsigma$] litt. $K\Gamma$ $\epsilon\eta\varsigma$ in ras. m. 1 B.
 11. $\Gamma Z A$] A in ras. m. 2 P. $A \Gamma \Gamma$] in ras. m. 2 V; A in
 ras. m. 2 P. 12. $Z A \Gamma$] in ras. m. 2 V. 13. Post ΓA in
 F m. 2 add. $\pi\epsilon\pi\iota\sigma\tau\epsilon\lambda\iota\alpha$. $\epsilon\sigma\tau\iota\varsigma$ P. $BZ\Gamma$] in ras. ϕ .
 14. $BZ\Gamma$] in ras. F; $BZ\Gamma$ $\delta\iota\pi\lambda\eta$ p. $\delta\iota\pi\lambda\eta$] om. p. 15.
 $A Z \Gamma$] in ras. V; $\Gamma Z A$ $\delta\iota\pi\lambda\eta$ Bp; $\delta\iota\pi\lambda\eta$ in F add. m. 2.
 $A Z \Gamma$] $A Z$ in ras. m. 1 p. 16. $KZ\Gamma$] KZ in ras. P; $KZ\Gamma$
 $\gamma\omega\nu\iota\alpha$ BFp, V m. 2. $\epsilon\tau\eta$] $\epsilon\tau\eta\varsigma$ P. $A Z \Gamma$] A et Γ in ras.
 m. 2 V. $\epsilon\sigma\tau\iota$ $\delta\epsilon$ — 17. $\epsilon\sigma\eta$] P; om. Theon (BFVp). 17.
 $Z\Gamma A$] A in ras. P. $\epsilon\sigma\tau\iota$] om. P. 18. $Z A \Gamma$] $\Gamma Z A$ P;
 $Z\Gamma A$ F. $\delta\upsilon\sigma\iota$] $\delta\upsilon\sigma\iota\varsigma$ V, $\delta\upsilon\sigma\iota$ B. Post $\epsilon\chi\omicron\sigma\tau\alpha$ hab. V:
 $\epsilon\kappa\alpha\tau\epsilon\gamma\alpha\nu$ $\epsilon\kappa\alpha\tau\epsilon\gamma\alpha\nu$, idem F mg. m. 1. 19. $\mu\iota\grave{\alpha}$ $\pi\lambda\epsilon\upsilon\sigma\sigma\grave{\alpha}$] supra
 m. 1 F. 22. ΓA] $A \Gamma$ P. 23. $\gamma\omega\nu\iota\alpha$] om. p. Post $Z A \Gamma$
 ras. 1 litt. V, $\gamma\omega\nu\iota\alpha$ supra scr. m. 2 F.

ΚΓ τῇ ΓΑ, διπλῇ ἄρα ἡ ΚΑ τῆς ΚΓ. διὰ τὰ αὐτὰ
 δὴ δειχθήσεται καὶ ἡ ΘΚ τῆς ΒΚ διπλῇ. καὶ ἐστὶν
 ἡ ΒΚ τῇ ΚΓ ἴση· καὶ ἡ ΘΚ ἄρα τῇ ΚΑ ἐστὶν ἴση.
 ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ ἐκάστη τῶν ΘΗ, ΗΜ,
 5 ΜΑ ἐκατέρᾳ τῶν ΘΚ, ΚΑ ἴση· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ
 τὸ ΗΘΚΑΜ πεντάγωνον. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἰσογώνιον.
 ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΚΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΑΓ,
 καὶ ἐδείχθη τῆς μὲν ὑπὸ ΖΚΓ διπλῇ ἡ ὑπὸ ΘΚΑ,
 τῆς δὲ ὑπὸ ΖΑΓ διπλῇ ἡ ὑπὸ ΚΑΜ, καὶ ἡ ὑπὸ
 10 ΘΚΑ ἄρα τῇ ὑπὸ ΚΑΜ ἐστὶν ἴση. ὁμοίως δὴ δειχ-
 θήσεται καὶ ἐκάστη τῶν ὑπὸ ΚΘΗ, ΘΗΜ, ΗΜΑ
 ἐκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΘΚΑ, ΚΑΜ ἴση· αἱ πέντε ἄρα
 γωνίαι αἱ ὑπὸ ΗΘΚ, ΘΚΑ, ΚΑΜ, ΑΜΗ, ΜΗΘ
 ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΘΚΑΜ
 15 πεντάγωνον. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον, καὶ περι-
 γέγραπται περὶ τὸν ΑΒΓΔΕ κύκλον.

[Περὶ τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον πεντάγωνον ἰσό-
 πλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγέγραπται]· ὅπερ ἔδει
 ποιῆσαι.

20

ιγ'.

Εἰς τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὃ ἐστὶν ἰσόπλευ-
 ρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον ἐγγράψαι.

Ἔστω τὸ δοθὲν πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ
 ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕ· δεῖ δὴ εἰς τὸ ΑΒΓΔΕ πεντά-
 25 γωνον κύκλον ἐγγράψαι.

XIII. Proclus p. 172, 11.

1. ΚΓ] (prius) ΓΚ F. 2. δειχθήσεται] notat. punctis F. καὶ] om. p. Ante διπλῇ m. 2 add. ἐστὶν F. ἐστὶν] P; ἐπεὶ ἐδείχθη ἴση Theon (BFVp). 3. [ση] P; καὶ ἐστὶ διπλῇ ἡ μὲν ΚΑ τῆς ΚΓ ἢ δὲ ΘΚ τῆς ΒΚ Theon (BFVp). τῇ] τῆς comp. p. 4. Ante καὶ in F add. ὅτι m. 2. ΘΗ] P;

et quoniam $K\Gamma = \Gamma A$, erit $KA = 2 K\Gamma$. eadem ratione demonstrabimus, esse etiam $\Theta K = 2 BK$. et $BK = K\Gamma$. quare etiam $\Theta K = KA$. similiter demonstrabimus, esse etiam singulas rectas ΘH , HM , MA utrique ΘK , KA aequales. itaque quinquangulum $H\Theta KAM$ aequilaterum est. dico, idem aequiangulum esse. nam quoniam $\angle ZK\Gamma = \angle A\Gamma$, et demonstratum est, esse $\angle \Theta KA = 2 \angle ZK\Gamma$, et $KAM = 2 \angle A\Gamma$, erit etiam $\angle \Theta KA = KAM$. similiter demonstrabimus, etiam singulos angulos $K\Theta H$, ΘHM , HMA utrique angulo ΘKA , KAM aequales esse. itaque quinque anguli $H\Theta K$, ΘKA , KAM , AMH , $MH\Theta$ inter se aequales sunt. itaque aequiangulum est quinquangulum $H\Theta KAM$. sed demonstratum est, idem aequilaterum esse, et circum circulum $AB\Gamma\Delta E$ circumscriptum est.

Ergo circum datum circulum quinquangulum aequilaterum et aequiangulum circumscriptum est; quod oportebat fieri.

XIII.

In datum quinquangulum, quod aequilaterum et aequiangulum est, circulum inscribere.

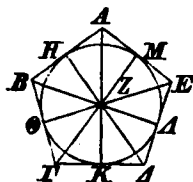
Sit datum quinquangulum aequilaterum et aequiangulum $AB\Gamma\Delta E$. oportet igitur in quinquangulum $AB\Gamma\Delta E$ circulum inscribere.

ΘH F; $H\Theta$ BVp. 5. MA] M in ras. m. 2 V. Ante $\iota\sigma\eta$ add. F m. 2: $\iota\sigma\iota\nu$. $\iota\sigma\iota\lambda$] $\iota\sigma\iota\nu$ P. 9. η] (prius) om. p. 10. $\alpha\pi\alpha$] $\iota\sigma\iota\nu$, supra scr. $\alpha\pi\alpha$ m. 2 F. $\tau\eta$] $\tau\eta\varsigma$ Bp. $\iota\sigma\iota\nu$] om. F. 11. Ante $\kappa\alpha\iota$ F m. 2 ins. $\sigma\iota$. $K\Theta H$] e corr. F; litt. ΘH in ras. m. 2 V; ΘKA P. 12. Ante $\iota\sigma\eta$ insert. $\iota\sigma\iota\nu$ F m. 2. 15. $\pi\epsilon\pi\iota\gamma\epsilon\gamma\alpha\pi\tau\alpha\iota$] om. Bp. 17. $\pi\epsilon\pi\iota$ — 18. $\pi\epsilon\pi\iota\gamma\epsilon\gamma\alpha\pi\tau\alpha\iota$] om. codd.; add. Augustus. 23. Post $\pi\epsilon\pi\iota\gamma\alpha\omega\omega\upsilon\upsilon$ add. δ $\iota\sigma\iota\nu$ BVp, F m. 2. 24. $\epsilon\iota\varsigma$ $\tau\acute{o}$] seq. ras. 1 litt. P.

- Τετμήσθω γὰρ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ $BΓΔ$, $ΓΔΕ$ γωνιῶν δίχα ὑπὸ ἑκατέρας τῶν $ΓΖ$, $ΔΖ$ εὐθειῶν· καὶ ἀπὸ τοῦ Z σημείου, καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἀλλήλαις αἱ $ΓΖ$, $ΔΖ$ εὐθεῖαι, ἐπεξεύχθωσαν αἱ ZB , ZA , ZE εὐθεῖαι. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $BΓ$ τῇ $ΓΔ$, κοινὴ δὲ ἡ $ΓΖ$, δύο δὴ αἱ $BΓ$, $ΓΖ$ δυοὶ ταῖς $ΔΓ$, $ΓΖ$ ἴσαι εἰσὶν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $BΓΖ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΔΓΖ$ [ἐστὶν] ἴση· βάσις ἄρα ἡ BZ βάσει τῇ $ΔΖ$ ἐστὶν ἴση, καὶ τὸ $BΓΖ$ τρίγωνον τῷ $ΔΓΖ$ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον,
- 10 καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὅφ' ἂς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ $ΓΒΖ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΓΔΖ$. καὶ ἐπεὶ διπλὴ ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΓΔΕ$ τῆς ὑπὸ $ΓΔΖ$, ἴση δὲ ἡ μὲν ὑπὸ $ΓΔΕ$ τῇ ὑπὸ $ΑΒΓ$, ἡ δὲ ὑπὸ $ΓΔΖ$ τῇ ὑπὸ $ΓΒΖ$, καὶ ἡ
- 15 ὑπὸ $ΓΒΑ$ ἄρα τῆς ὑπὸ $ΓΒΖ$ ἐστὶ διπλὴ· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ $ΑΒΖ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΖΒΓ$ · ἡ ἄρα ὑπὸ $ΑΒΓ$ γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς BZ εὐθείας. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ $ΒΑΕ$, $ΑΕΔ$ δίχα τέτμηται ὑπὸ ἑκατέρας τῶν $ΖΑ$, $ΖΕ$ εὐθειῶν.
- 20 ἤχθωσαν δὴ ἀπὸ τοῦ Z σημείου ἐπὶ τὰς $ΑΒ$, $ΒΓ$, $ΓΔ$, $ΔΕ$, $ΕΑ$ εὐθείας κάθετοι αἱ ZH , $ZΘ$, ZK , $ΖΑ$, ZM . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΘΓΖ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΚΓΖ$, ἐστὶ δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ $ΖΘΓ$ [ὀρθῇ] τῇ ὑπὸ $ΖΚΓ$ ἴση, δύο δὴ τριγωνα ἐστὶ τὰ $ΖΘΓ$, $ΖΚΓ$
- 25 τὰς δύο γωνίας δυοὶ γωνίαις ἴσας ἔχοντα καὶ μίαν πλευρὰν μὲν πλευρᾷ ἴσην κοινὴν αὐτῶν τὴν $ZΓ$ ὑπο-

2. ὀρθῇ] om. φ. $ΔΖ$] $ZΔ$ Bp, V in ras. m. 2. 6. ἴσαι — 8. ἴση (prius)] mg. m. 1 F. 7. εἰσὶν] P; εἰσὶ B F V p. 8. ἐστὶν ἴση] F in textu m. 1, Bp; ἴση ἐστὶ V, F mg.; ἴση P. $ΔΖ$] $ΔΘ$ F, corr. m. rec. 9. $BΓΖ$] in ras. V. $ΔΓΖ$] $ΔΖ$ Γ P. ἴσον ἐστὶ V. 12. $ΓΒΖ$] $BΓΖ$ p; $ΓΒΖ$ F m. 1, $ΑΒΖ$ φ, corr. m. rec. διπλῇ] om. V. 13. $ΓΔΖ$ διπλῇ seq. ras. 2 litt.

secetur enim uterque angulus $B\Gamma A, \Gamma A E$ in binas partes aequales utraque recta $\Gamma Z, A Z$, et a Z puncto, in quo rectae $\Gamma Z, A Z$ inter se concurrunt, ducantur rectae ZB, ZA, ZE . et quoniam $B\Gamma = \Gamma A$, et ΓZ communis est, duae rectae $B\Gamma, \Gamma Z$ duabus $A\Gamma, \Gamma Z$ aequales sunt; et $\angle B\Gamma Z = \angle \Gamma Z A$. itaque $BZ = AZ$



[I, 4], et $\triangle B\Gamma Z = \triangle \Gamma Z A$ [id.], et reliqui anguli reliquis angulis aequales erunt, sub quibus aequalia latera subtendunt [id.]. itaque

$$\angle \Gamma B Z = \angle \Gamma A Z.$$

et quoniam $\angle \Gamma A E = 2 \angle \Gamma A Z$, et $\angle \Gamma A E = \angle A B \Gamma$, $\angle \Gamma A Z = \angle \Gamma B Z$, erit etiam $\angle \Gamma B A = 2 \angle \Gamma B Z$. itaque $\angle A B Z = \angle Z B \Gamma$.¹⁾ itaque $\angle A B \Gamma$ recta BZ in duas partes aequales diuisus est. similiter demonstrabimus, etiam utrumque angulum $B A E, A E A$ utraque recta ZA, ZE in binas partes aequales diuisum esse. ducantur igitur a Z puncto ad rectas $AB, B\Gamma, \Gamma A, A E, E A$ perpendiculares $ZH, Z\Theta, ZK, ZA, ZM$. et quoniam

$$\angle \Theta \Gamma Z = \angle K \Gamma Z,$$

et $\angle Z \Theta \Gamma = \angle Z K \Gamma$, quia recti sunt, duo trianguli $Z \Theta \Gamma, Z K \Gamma$ duos angulos duobus angulis aequales habent et unum latus uni lateri aequale, quod utriusque commune est $Z\Gamma$ sub altero aequalium angulorum sub-

¹⁾ $\angle A B \Gamma = 2 \angle \Gamma B Z$, $\angle \Gamma B Z = \angle \Gamma B Z$, tum subtrahendo $\angle A B Z = \angle \Gamma B Z$.

V. 17. BZ] ZB e corr. F. 18. $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}$] supra F. 21. ZH] e corr. m. 2 V. 22. ZA] in ras. F. $\Theta \Gamma Z$] in ras. p. 23. $\acute{\iota}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ B. $\acute{o}\rho\theta\eta$] om. P; $\acute{o}\rho\theta\eta \acute{\alpha}\rho\alpha$ V ($\acute{\alpha}\rho\alpha$ eras.). 24. $Z\Theta \Gamma$] Γ in ras. B. 25. $\tau\alpha\iota\varsigma$ $\delta\upsilon\omega\iota$ V.

τείνουσιν ὑπὸ μίαν τῶν ἰσων γωνιῶν· καὶ τὰς λοι-
 πὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἔξει· ἴση
 ἄρα ἡ $Z\Theta$ κάθετος τῇ ZK καθέτω. ὁμοίως δὴ δειχ-
 θήσεται, ὅτι καὶ ἐκάστη τῶν ZA , ZM , ZH ἐκατέρω
 5 τῶν $Z\Theta$, ZK ἴση ἐστίν· αἱ πάντε ἄρα εὐθεῖαι αἱ
 ZH , $Z\Theta$, ZK , ZA , ZM ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα
 κέντρον τῷ Z διαστήματι δὲ ἐνὶ τῶν H , Θ , K , A , M
 κύκλος γραφόμενος ἦξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων
 καὶ ἐφάπεται τῶν AB , BF , GA , AE , EA εὐθειῶν
 10 διὰ τὸ ὀρθὰς εἶναι τὰς πρὸς τοῖς H , Θ , K , A , M
 σημείοις γωνίας. εἰ γὰρ οὐκ ἐφάπεται αὐτῶν, ἀλλὰ
 τεμεῖ αὐτάς, συμβήσεται τὴν τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου
 πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένην ἐντὸς πίπτειν τοῦ
 κύκλου· ὅπερ ἄτοπον ἐδείχθη. οὐκ ἄρα ὁ κέντρον τῷ
 15 Z διαστήματι δὲ ἐνὶ τῶν H , Θ , K , A , M σημείων
 γραφόμενος κύκλος τεμεῖ τὰς AB , BF , GA , AE ,
 EA εὐθείας· ἐφάπεται ἄρα αὐτῶν. γεγράφθω ὡς ὁ
 $H\Theta KAM$.

Εἰς ἄρα τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὃ ἐστὶν ἰσόπλευ-
 20 ρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλος ἐγγέγραπται· ὅπερ ἔδει
 ποιῆσαι.

ιδ'.

Περὶ τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὃ ἐστὶν ἰσό-
 πλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον περιγράψαι.
 Ἔστω τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὃ ἐστὶν ἰσόπλευρόν
 25 τε καὶ ἰσογώνιον, τὸ $ABGAE$ · δεῖ δὴ περὶ τὸ $ABGAE$
 πεντάγωνον κύκλον περιγράψαι.

4. ZH] MH P. 5. ἐστὶν ἴση V. 7. H] m. 2 V. ZH ,
 $Z\Theta$, ZK , ZA , ZM Gregorius. 10. M] om. P. 11. σημεί-
 οῖς] om. Bp. 12. εἴη] ἡ Bp. 13. ἀγομένη Bp. 14.
 ἐδείχθη] om. Bp. 15. καὶ διαστήματι ἐνὶ Bp. ZH , $Z\Theta$,

tendens. itaque etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia habebunt. itaque $Z\Theta = ZK$. similiter demonstrabimus, etiam singulas rectas ZA , ZM , ZH utrique $Z\Theta$, ZK aequales esse. itaque quinque rectae ZH , $Z\Theta$, ZK , ZA , ZM inter se aequales sunt. itaque qui centro Z radio autem qualibet rectarum ZH , $Z\Theta$, ZK , ZA , ZM describitur circulus, etiam per reliqua puncta ueniet et rectas AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE , EA continget, quia anguli ad puncta H , Θ , K , A , M positi recti sunt. nam si non continget, sed eas secabit, accidet, ut recta ad diametrum circuli in termino perpendicularis ducta intra circulum cadat, quod demonstratum est absurdum esse [III, 16]. itaque circulus centro Z radio autem qualibet rectarum ZH , $Z\Theta$, ZK , ZA , ZM descriptus rectas AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE , EA non secabit; ergo eas continget. describatur ut $H\Theta KAM$.

Ergo in datum quinquangulum, quod aequilaterum et aequiangulum est, circulus inscriptus est; quod oportebat fieri.

XIV.

Circum datum quinquangulum, quod aequilaterum et aequiangulum est, circulum circumscribere.

Sit datum quinquangulum, quod aequilaterum et aequiangulum est, $AB\Gamma\Delta E$. oportet igitur circum $AB\Gamma\Delta E$ quinquangulum circulum circumscribere.

ZK , ZA , ZM εὐθειῶν Gregorius. 16. κύκλος] m. 2 V.
 17. γεγραφθῶ ὥς] καὶ ἐστὶ ἐγγεγραμμένος ὥς in ras. m. 2 F.
 ὁ $H\Theta KAM$] in ras. F; litt. $H\Theta$ e corr. m. 1 p. 20. γέ-
 γραπται V, ἐπιγεγραπται F. 24. ὃ ἐστίν] om. Bp. 26.
 πεντάγωνον] mg. m. 1 F.

- Τετμήσθω δὴ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ $BΓΔ$, $ΓΔΕ$ γωνιῶν δίχα ὑπὸ ἑκατέρας τῶν $ΓΖ$, $ΔΖ$, καὶ ἀπὸ τοῦ Z σημείου, καθ' ὃ συμβάλλουσιν αἱ εὐθεῖαι, ἐπὶ τὰ B , A , E σημεία ἐπεξεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ ZB , ZA , ZE . ὁμοίως δὴ τῷ πρὸ τούτου δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ $ΓΒΑ$, $ΒΑΕ$, $ΑΕΔ$ γωνιῶν δίχα τέτμηται ὑπὸ ἑκάστης τῶν ZB , ZA , ZE εὐθειῶν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $BΓΔ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΓΔΕ$, καὶ ἐστὶ τῆς μὲν ὑπὸ $BΓΔ$ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ $ΖΓΔ$, τῆς δὲ ὑπὸ $ΓΔΕ$ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ $ΓΔΖ$, καὶ ἡ ὑπὸ $ΖΓΔ$ ἄρα τῇ ὑπὸ $ΖΔΓ$ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ $ZΓ$ πλευρᾷ τῇ $ZΔ$ ἐστὶν ἴση. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ZB , ZA , ZE ἑκατέρα τῶν $ZΓ$, $ZΔ$ ἐστὶν ἴση· αἱ πέντε ἄρα εὐθεῖαι αἱ ZA , ZB , $ZΓ$, $ZΔ$, ZE ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα κέντρον τῷ Z καὶ διαστήματι ἐνὶ τῶν ZA , ZB , $ZΓ$, $ZΔ$, ZE κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ ἔσται περιγεγραμμένος. περιγεγράφθω καὶ ἔστω ὁ $ΑΒΓΔΕ$.
- 20 Περὶ ἄρα τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὃ ἐστὶν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλος περιγράφεται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

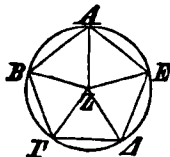
ιε'.

- Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον ἐξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ $ΑΒΓΔΕΖ$. δεῖ δὴ εἰς τὸν $ΑΒΓΔΕΖ$ κύκλον ἐξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

1. $BΓΔ$] $ΑΒΔ$ in ras. F, seq. uestig. Δ. 2. $ΔΖ$] in ras. m. 2 V; $ΔΖ$ εὐθείαν F (εὐθείαν m. 2 in mg. transit). ἀπὸ] corr. in ὑπὸ m. rec. F. 4. B, A, E] "A, B, E" F. 5. τῷ]

secetur igitur uterque angulus $B\Gamma A$, $\Gamma A E$ in binas partes aequales utraque recta ΓZ , $A Z$, et a puncto Z , in quo rectae concurrunt, ad puncta B , A , E ducantur rectae ZB , ZA , ZE . iam eodem modo, quo in praecedenti propositione demonstrabimus [p. 308, 16], etiam singulos angulos $\Gamma B A$, $B A E$, $A E A$ singulis rectis ZB , ZA , ZE in binas partes aequales diuidi. et quoniam $\angle B\Gamma A = \Gamma A E$, et $\angle Z\Gamma A = \frac{1}{2} B\Gamma A$, $\angle \Gamma A Z = \frac{1}{2} \Gamma A E$, erit etiam $\angle Z\Gamma A = \angle A Z \Gamma$. quare etiam $Z\Gamma = Z A$ [I, 6]. similiter demonstrabimus,



etiam singulas rectas ZB , ZA , ZE utriusque rectae $Z\Gamma$, $Z A$ aequales esse. itaque quinque rectae ZA , ZB , $Z\Gamma$, $Z A$, ZE inter se aequales sunt. quare qui centro Z et radio qualibet rectarum ZA , ZB , $Z\Gamma$, $Z A$, ZE describitur circulus, etiam per reliqua puncta ueniet, et erit circumscriptus. circumscribatur et sit $AB\Gamma A E$.

Ergo circum datum quinquangulum, quod aequilaterum et aequiangulum est, circulus circumscriptus est; quod oportebat fieri.

XV.

In datum circulum sexangulum aequilaterum et aequiangulum inscribere.

Sit datus circulus $AB\Gamma A EZ$. oportet igitur in circulum $AB\Gamma A EZ$ sexangulum aequilaterum et aequiangulum inscribere.

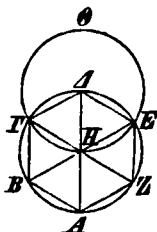
$\tau\acute{o}$ B. $\kappa\alpha\iota$] om. Bp. 7. ZB , ZA , ZE] Pp; $\bar{Z}A$, $\bar{Z}B$, $\bar{Z}\Gamma$ ($Z\Gamma$ eras.) F; BZ , ZA , ZE BV. 9. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ P. 15. $Z A$, $Z E$] om. P; corr. m. rec. 16. $\kappa\alpha\iota$] comp. insert. m. 1 F. $\delta\acute{\epsilon}$ $\acute{\epsilon}\nu\acute{\epsilon}$ F. 20. $\acute{\alpha}\rho\alpha$] PV et F, sed punctis notat.; om. Bp. $\delta\omicron\theta\acute{\epsilon}\nu$ $\acute{\alpha}\rho\alpha$ Bp, in F $\acute{\alpha}\rho\alpha$ insert. m. 2. 24. $\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda\omicron$ F. 27. $\acute{\epsilon}\xi\acute{\alpha}\gamma\omega\gamma\omicron\nu$] mg. F.

Ἦχθω τοῦ $ΑΒΓΔΕΖ$ κύκλου διάμετρος ἡ $ΑΔ$,
καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ $Η$, καὶ κέν-
τρον μὲν τῷ $Δ$ διαστήματι δὲ τῷ $ΔΗ$ κύκλος γεγράφ-
θω ὁ $ΕΗΓΘ$, καὶ ἐπιγευχθεῖσαι αἱ $ΕΗ$, $ΓΗ$ διήχ-
5 θωσαν ἐπὶ τὰ $Β$, $Ζ$ σημεία, καὶ ἐπεγευχθωσαν αἱ
 $ΑΒ$, $ΒΓ$, $ΓΔ$, $ΔΕ$, $ΕΖ$, $ΖΑ$. λέγω, ὅτι τὸ $ΑΒΓΔΕΖ$
ἐξάγωνον ἰσόπλευρόν τε ἐστὶ καὶ ἰσογώνιον.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ $Η$ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΑΒΓΔΕΖ$
κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ $ΗΕ$ τῇ $ΗΔ$. πάλιν, ἐπεὶ τὸ $Δ$
10 σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΗΓΘ$ κύκλου, ἴση ἐστὶν
ἡ $ΔΕ$ τῇ $ΔΗ$. ἀλλ' ἡ $ΗΕ$ τῇ $ΗΔ$ ἐδείχθη ἴση· καὶ
ἡ $ΗΕ$ ἄρα τῇ $ΕΔ$ ἴση ἐστίν· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ
τὸ $ΕΗΔ$ τρίγωνον· καὶ αἱ τρεῖς ἄρα αὐτοῦ γωνίαι
αἱ ὑπὸ $ΕΗΔ$, $ΗΔΕ$, $ΔΕΗ$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐπει-
15 δὴπερ τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γω-
νίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· καὶ εἰσιν αἱ τρεῖς τοῦ τρι-
γώνου γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· ἡ ἄρα ὑπὸ $ΕΗΔ$
γωνία τρίτον ἐστὶ δύο ὀρθῶν. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται
καὶ ἡ ὑπὸ $ΔΗΓ$ τρίτον δύο ὀρθῶν. καὶ ἐπεὶ ἡ $ΓΗ$
20 εὐθεῖα ἐπὶ τὴν $ΕΒ$ σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς
ὑπὸ $ΕΗΓ$, $ΓΗΒ$ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιεῖ, καὶ λοιπὴ
ἄρα ἡ ὑπὸ $ΓΗΒ$ τρίτον ἐστὶ δύο ὀρθῶν· αἱ ἄρα
ὑπὸ $ΕΗΔ$, $ΔΗΓ$, $ΓΗΒ$ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν·
ὥστε καὶ αἱ κατὰ κορυφὴν αὐταῖς αἱ ὑπὸ $ΒΗΑ$,

1. $ΑΒΓΔ$ B. $ΑΔ$] e corr. m. rec. F. 2. $Η$] post ras.
1 litt. F. 3. $Δ$] non liquet ob ras. in F. $ΔΗ$] $Δ$ e corr. m.
rec. F. 4. $ΕΗΓΘ$] e corr. m. rec. F. ἐπιγευχθωσαι F,
corr. m. 1. 5. $Β$] in ras. m. 2 FV. 6. Post λέγω add. δὴ
m. rec. F. 8. $ΑΒΓΔ$ Bp. 9. $Δ$] E F. 10. $ΗΓΘ$] P;
 $ΗΘΚ$ F; $ΕΗΓΘ$ BVp; in V seq. ras. 1 litt. 11. $ΔΕ$] $ΕΔ$
F. $ΔΗ$] $ΕΗ$ F. ἀλλά P. 12. ἄρα] m. 2 V. ἐστίν
ἴση Vp. ἐστὶ] ἐστίν PF. 15. ἰσοσκελῶν F, sed corr.
αἱ] αἱ τρεῖς αἱ F. 16. εἰσίν] εἰσὶ V. καὶ εἰσίν] om. B

ducatur circuli $AB\Gamma\Delta EZ$ diametrus AA , et sumatur H centrum circuli, et centro Δ radio autem ΔH circulus describatur $E\text{H}\Gamma\Theta$, et ductae EH , ΓH ad puncta B , Z educantur, et ducantur AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE , EZ , ZA . dico, sexangulum $AB\Gamma\Delta EZ$ aequilaterum et aequiangulum esse.



nam quoniam punctum H centrum est circuli $AB\Gamma\Delta EZ$, erit $HE = H\Delta$. rursus quoniam Δ punctum centrum est circuli $E\text{H}\Gamma\Theta$, erit $\Delta E = \Delta H$. sed demonstratum est, esse $HE = H\Delta$. itaque etiam $HE = E\Delta$. itaque triangulus $EH\Delta$ aequilaterum est. quare etiam tres anguli eius $EH\Delta$, $H\Delta E$, ΔEH inter se aequales sunt, quia in triangulis aequicruriis anguli ad basim positi inter se aequales sunt [I, 5]. et tres simul anguli trianguli duobus rectis aequales sunt [I, 32]. itaque $\angle EH\Delta$ tertia pars est duorum rectorum. similiter demonstrabimus, etiam $\angle \Delta H\Gamma$ tertiam partem duorum rectorum esse. et quoniam recta ΓH in EB constituta angulos deinceps positos $E\text{H}\Gamma$, $\Gamma H B$ duobus rectis aequales efficit [I, 13], etiam reliquus $\angle \Gamma H B$ tertia pars est duorum rectorum. quare anguli $EH\Delta$, $\Delta H\Gamma$, $\Gamma H B$ inter se aequales sunt; quare etiam qui ad uertices eorum sunt,

(add. m. rec., sed *είσιν* eras); *ἀλλά* p. 17. *ἔσσι* *είσιν* Bp.
 $\alpha\alpha\alpha$] $\alpha\alpha\alpha$ η , sed η del. m. 1 F. 18. *τρίτον*] *τῶν* φ . 19.
 $\Delta H\Gamma$] Γ in ras. p. *τρίτον* P. 20. *σταθεῖσαν*, sed ν del.
F. 22. *τρίτον* P. *είσιν* PF. 24. *αἱ*] om. B. *αὐτῶς*
 φ ; *ἐαυταῖς* B.

AHZ, ZHE ἴσαι εἰσὶν [ταῖς ὑπὸ $EH\Delta, \Delta H\Gamma, \Gamma H\theta$].
 αἱ $\xi\zeta$ ἄρα γωνίαι αἱ ὑπὸ $EH\Delta, \Delta H\Gamma, \Gamma H\theta, \theta H\Lambda,$
 AHZ, ZHE ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν. αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι
 ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν· αἱ $\xi\zeta$ ἄρα περιφέρειαι
 5 αἱ $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta E, EZ, ZA$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν.
 ὑπὸ δὲ τὰς ἴσας περιφερείας αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτεί-
 νουσιν· αἱ $\xi\zeta$ ἄρα εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν· ἰσό-
 πλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ $AB\Gamma\Delta EZ$ ἐξάγωνον. λέγω δὴ,
 ὅτι καὶ ἰσογώνιον. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ZA περι-
 10 φέρεια τῇ $E\Delta$ περιφέρειᾳ, κοινὴ προσκεῖσθω ἡ $AB\Gamma\Delta$
 περιφέρεια· ὅλη ἄρα ἡ $ZAB\Gamma\Delta$ ὅλη τῇ $E\Delta\Gamma\theta A$
 ἐστὶν ἴση· καὶ βέβηκεν ἐπὶ μὲν τῆς $ZAB\Gamma\Delta$ περι-
 φερείας ἡ ὑπὸ $ZE\Delta$ γωνία, ἐπὶ δὲ τῆς $E\Delta\Gamma\theta A$
 περιφερείας ἡ ὑπὸ AZE γωνία· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ AZE
 15 γωνία τῇ ὑπὸ ΔEZ . ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ
 αἱ λοιπαὶ γωνίαι τοῦ $AB\Gamma\Delta EZ$ ἐξαγώνου κατὰ μίαν
 ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρω τῶν ὑπὸ $AZE, ZE\Delta$ γωνιῶν· ἰσο-
 γώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $AB\Gamma\Delta EZ$ ἐξάγωνον. ἐδείχθη
 δὲ καὶ ἰσόπλευρον· καὶ ἐγγέγραπται εἰς τὸν $AB\Gamma\Delta EZ$
 20 κύκλον.

Εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον ἐξάγωνον ἰσόπλευρόν
 τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

1. ἴσαι ἀλλήλαις V, sed ἀλλήλαις del. m. 2; habet ed. Ba-
 sil. εἰσὶν] εἰσι BVp. ταῖς ὑπὸ $EH\Delta, \Delta H\Gamma, \Gamma H\theta$] mg.
 m. 2 V; om. ed. Basil., Augustus. $EH\Delta$] Δ e corr. F.
 Post $\Delta H\Gamma$ ras. 3 litt. V. 2. αἱ $\xi\zeta$ — 3. ἀλλήλαις εἰσὶν] mg.
 m. 2 V, om. ed. Basil. 4. αἱ $\xi\zeta$ ἄρα] in ras. m. 2 V. 5.
 EZ] $EZZEZ$ P, sed corr. m. 1. 6. δέ] supra m. 1 F.
 αἱ] om. V. Post εὐθεῖαι F mg. m. 1: αἱ $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta E,$
 EZ, ZA ; idem coni. Augustus. 8. ἐστὶ] om. Bp. δὴ]
 supra m. 1 P. 9. γὰρ] postea insert. in F. ZA] PF; AZ
 BVp. 11. $ZAB\Gamma\Delta$] pro B in P m. 1 est Z; corr. m. 2.
 Seq. in F περιφέρεια supra scr. m. 1. Post $E\Delta\Gamma\theta A$ in F

BHA , AHZ , ZHE aequales sunt [I, 15]. itaque sex anguli EHA , AHG , GHB , BHA , AHZ , ZHE inter se aequales sunt. aequales autem anguli in aequalibus arcibus consistunt [III, 26]. itaque sex arcus AB , BG , GA , AE , EZ , ZA inter se aequales sunt. et sub aequalibus arcibus aequales rectae subtendunt [III, 29]. quare sex rectae inter se aequales sunt. ergo sexangulum $ABGAEZ$ aequilaterum est. dico, idem aequiangulum esse. nam quoniam arc. $ZA = EA$, communis adiiciatur arcus $ABGA$. itaque $ZABGA = EAGBA$. et in arcu $ZABGA$ consistit $\angle ZEA$, in $EAGBA$ autem arcu $\angle AZE$. itaque

$$\angle AZE = \angle EZ [III, 27].$$

similiter demonstrabimus, etiam reliquos angulos sexanguli $ABGAEZ$ singulos aequales esse utrique angulo AZE , $ZE A$. itaque sexangulum $ABGAEZ$ aequiangulum est. demonstratum autem, idem aequilaterum esse; et in circulum $ABGAEZ$ inscriptum est.

Ergo in datum circulum sexangulum aequilaterum et aequiangulum inscriptum est; quod oportebat fieri.

supra scr. m. 1: περιφερεια. 12. $ZABGA$] seq. ras. 1 litt., Γ in ras. V; B postea add. Bp. 14. AZE] $\angle ZE F$; corr. m. 2. 15. $\angle EZ$] $ZE A$ P. Post $\kappa\alpha\iota$ in P del. s m. 1.
17. $ZE A$] $\angle \ddot{E} Z$ F. 18. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ F.

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἡ τοῦ ἐξαγώνου πλευρὰ ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρον τοῦ κύκλου.

Ὁμοίως δὲ τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώνου ἂν διὰ τῶν κατὰ
 5 τὸν κύκλον διαιρέσεων ἐφαπτομένης τοῦ κύκλου ἀγά-
 γωμεν, περιγραφήσεται περὶ τὸν κύκλον ἐξάγωνον
 ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἀκολουθῶς τοῖς ἐπὶ τοῦ
 πενταγώνου εἰρημένοις. καὶ ἔτι διὰ τῶν ὁμοίων τοῖς
 ἐπὶ τοῦ πενταγώνου εἰρημένοις εἰς τὸ δοθὲν ἐξάγωνον
 10 κύκλον ἐγγράφομεν τε καὶ περιγράφομεν· ὅπερ ἔδει
 ποιῆσαι.

ις'.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πεντεκαίδεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

15 Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ *ΑΒΓΔ*. δεῖ δὴ εἰς τὸν
ΑΒΓΔ κύκλον πεντεκαίδεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ
 ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Ἐγγεγράφθω εἰς τὸν *ΑΒΓΔ* κύκλον τριγώνου μὲν
 ἰσοπλεύρου τοῦ εἰς αὐτὸν ἐγγραφομένου πλευρὰ ἡ

XV πόρισμα. Simplicius in phys. fol. 15; cfr. p. 319 not. 1.

1. πόρισμα] m. 2 V. 3. ἐστὶ] om. p. 4. ὁμοίως — 10. περιγράφομεν] non habuit Campanus; sed u. p. 320, 14 sq.
 4. ὁμοίως δὲ τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώνου] P; καὶ Theon (BFVp).
 κατὰ τὸν κύκλον διαιρέσεων] P; *Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ σημείων*
 Theon (BFVp); *Γ* in ras. V. 5. τόν] scripsi; om. P.
 ἐφαπτομένης B. Ante ἀγάγωμεν in F add. *ε* (in fin. lin.) *ς*
 (in init. sequentis). 8. ὁμοίως Bp. 10. κύκλου] supra m.
 1 F. τε καὶ περιγράφομεν] om. P. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι]
 mg. F, in quo omisso numero quattuor prima uerba prop. 16
 cum antecedentibus coniuncta sunt, ita ut *Π* pro litt. initiali
 sit; postea corr. m. 1 uel 2. 13. πεντεκαίδεκάγωνον P, ut
 lin. 16. 18. ἐγγεγράφθω] PF; γεγράφθω BVp; ἐνηρημέθω
 Augustus. 19. τοῦ] om. P. αὐτόν] corr. ex αὐτό m. 1 F.

Corollarium.¹⁾

Hinc manifestum est, latus sexanguli aequale esse radio circuli.

Et eodem modo, quo²⁾ in quinquangulo, si per puncta diuisionis in circulo posita rectas circum contingentes duxerimus, circum circum sexangulum aequilaterum et aequiangulum circumscribetur secundum ea, quae in quinquangulo explicauimus [prop. XII]. et praeterea simili ratione ei, quam in quinquangulo explicauimus [prop. XIII—XIV], in datum sexangulum circum inscribemus et circumscribemus; quod oportebat fieri.

XVI.

In datum circum figuram quindecim angulorum aequilateram et aequiangulam inscribere.³⁾

Sit datus circum $AB\Gamma\Delta$. oportet igitur in $AB\Gamma\Delta$ circum figuram quindecim angulorum aequilateram et aequiangulam inscribere.

inscribatur⁴⁾ in $AB\Gamma\Delta$ circum $A\Gamma$ latus trianguli aequilateri in eum inscripti [prop. II], et AB latus

1) Huc refero Procli uerba p. 304, 2: τὸ δὲ ἐν τῷ δευτέρῳ βιβλίῳ κείμενον (sc. πρόγραμμα) προβλήματος; nam cum neque cum II, 4 πρός., quod theorematibus est et insuper subditium, concordent neque cum alio ullo — τὸ enim ostendit, in eo libro, de quo agitur, unum solum corollarium fuisse —, pro δευτέρῳ scribendum δ', h. e. τετάρτῳ. hinc sequitur, Proclum IV, 5 [πρός.] pro corollario non habuisse.

2) Mutauit Theon, quia cum lin. 7 sq. synonyma esse putauit; quod secus est; dicit enim: si ut in quinquangulo contingentes duxerimus, eodem modo demonstrabimus cet.

3) Cfr. Proclus p. 269, 11.

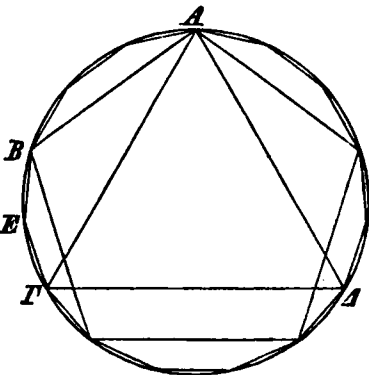
4) Ἐγγεγραμένῳ ideo ferri posse uidetur, quod latus trianguli in circum aptamus triangulum inscribendo.

$ΑΓ$, πενταγώνου δὲ ἰσοπλεύρου ἢ $ΑΒ$. οἷον ἄρα
 ἐστὶν ὁ $ΑΒΓΔ$ κύκλος ἴσων τμημάτων δεκαπέντε,
 τοιούτων ἢ μὲν $ΑΒΓ$ περιφέρεια τρίτον οὔσα τοῦ
 κύκλου ἐστὶ πέντε, ἢ δὲ $ΑΒ$ περιφέρεια πέμpton οὔσα
 5 τοῦ κύκλου ἐστὶ τριῶν· λοιπὴ ἄρα ἢ $ΒΓ$ τῶν ἴσων
 δύο. τετμήσθω ἱ, $ΒΓ$ δίχα κατὰ τὸ $Ε$ · ἐκατέρω ἄρα
 τῶν $ΒΕ$, $ΕΓ$ περιφερειῶν πεντεκαιδέκατόν ἐστι τοῦ
 $ΑΒΓΔ$ κύκλου.

Ἐὰν ἄρα ἐπιζεύξαντες τὰς $ΒΕ$, $ΕΓ$ ἴσας αὐταῖς κατὰ
 10 τὸ συνεχὲς εὐθείας ἐναρμόσωμεν εἰς τὸν $ΑΒΓΔ[Ε]$
 κύκλον, ἐστὶ εἰς αὐτὸν ἐγγεγραμμένον πεντεκαιδεκά-
 γωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον· ὅπερ ἔδει ποι-
 ῆσαι.

Ὁμοίως δὲ τοῖς ἐπὶ
 15 τοῦ πενταγώνου ἐὰν διὰ
 τῶν κατὰ τὸν κύκλον
 διαιρέσεων ἐφαπτομέ-
 νας τοῦ κύκλου ἀγά-
 γωμεν, περιγραφήσεται
 20 περὶ τὸν κύκλον πεντε-
 καιδεκάγωνον ἰσόπλευ-
 ρόν τε καὶ ἰσογώνιον.
 ἔτι δὲ διὰ τῶν ὁμοίων
 τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώ-

25 νου δείξωμεν καὶ εἰς τὸ δοθὲν πεντεκαιδεκάγωνον κύκλον
 ἐγγράψομεν τε καὶ περιγράψομεν· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.



5. ἐστὶ] -αι in ras. V. ἄρα] om. P; m. 2 V, supra F.
 ΒΓ] Γ in ras. F. 6. δύο] β' P. 7. ἐστὶ] om. Bp; ἐστὶ
 P. 9. ΕΓ] P; ΕΓ εὐθείας Theon (BFVp). αὐταῖς] corr.
 ex αὐτάς m. 2 B. 10. ΑΒΓΔ p, ed. Basil. 11. πεντεκαι-
 δεκάγωνον] mg. B. 12. ποιῆσαι] δεῖξαι BVp. 14—26
 habuit Campanus IV, 16. 16. τόν] om. P. 18. τοῦ] τὰς τοῦ F.

quinquanguli aequilateri. itaque si $AB\Gamma\Delta$ circulus quindecim partibus aequalibus aequalis ponitur, earum quinque aequalis erit arcus $AB\Gamma$, qui tertia pars est circuli, arcus autem AB , qui quinta pars est circuli, tribus. itaque reliquus arcus $B\Gamma$ duabus partium aequalium aequalis est. secetur arc. $B\Gamma$ in duas partes aequales in E [III, 30]. itaque uterque arcus BE , $E\Gamma$ quinta decima pars est circuli $AB\Gamma\Delta$. itaque si ductis rectis BE , $E\Gamma$ semper deinceps rectas aequales in circulum $AB\Gamma\Delta$ aptauerimus [prop. I], in eum inscripta erit¹⁾ figura quindecim angulorum aequilatera et aequiangula; quod oportebat fieri.

Eodem autem modo, quo in quinquangulo, si per puncta diuisionis in circulo posita rectas circulum contingentes duxerimus, figura quindecim angulorum aequilatera et aequiangula circum circulum circumscribetur [prop. XII]. et praeterea per demonstrationes similes iis, quibus in quinquangulo usi sumus, etiam in datam figuram quindecim angulorum circulum inscribemus et circumscribemus [prop. XIII—XIV]; quod oportebat fieri.

1) Aequilaterum fore figuram inscriptam, patet. tum eandem aequiangulam esse, simili ratione demonstrabimus, qua usus est Euclides p. 316, 9 sq. — memorabilis est in hac propositione usus vocabuli $\kappa\acute{\alpha}\lambda\omicron\varsigma$, quod contra I def. 15 pro $\pi\epsilon\rho\iota\phi\epsilon\rho\epsilon\iota\alpha$ ponitur (p. 320, 2. 4. 5. 8.).

23. $\xi\tau\iota$ in ras. V. $\delta\epsilon$ m. 2 V. $\tau\omega\upsilon\sigma\ \delta\mu\omicron\iota\omega\upsilon\sigma\alpha\iota$ corr. ex $\tau\omicron\ \delta\mu\omicron\iota\omega\upsilon\sigma$ m. 2 B. 25. $\kappa\alpha\iota$ postea insert. F. Post $\pi\epsilon\upsilon\tau\epsilon\kappa\alpha\iota\delta\epsilon\kappa\acute{\alpha}\gamma\omega\sigma\sigma\alpha\iota$ add. Theon: $\delta\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu\ \iota\sigma\acute{o}\pi\lambda\epsilon\upsilon\sigma\tau\omicron\varsigma\ \tau\epsilon\ \kappa\alpha\iota\ \iota\sigma\omicron\gamma\acute{\omega}\nu\iota\omega\upsilon\sigma$ (BFVp; $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$ p), sed cfr. p. 318, 9. 26. $\acute{\epsilon}\gamma\gamma\rho\acute{\alpha}\psi\alpha\mu\epsilon\upsilon\sigma$ P. $\pi\epsilon\rho\iota\gamma\rho\acute{\alpha}\psi\alpha\mu\epsilon\upsilon\sigma$ P. $\acute{o}\pi\epsilon\rho\ \acute{\epsilon}\delta\epsilon\iota\ \pi\omicron\iota\eta\theta\epsilon\alpha\iota$ P; om. Theon (BFVp). In fine: $\text{Εὐκλείδου στοιχείων δ' P et B; Εὐκλείδου στοιχείων τῆς Θέωνος ἐκδόσεως δ' F. In fig. ιξ' P, ις' F.}$

APPENDIX.

DEMONSTRATIONES ALTERAE.

1.

Ad lib. II prop. 4.

Ἄλλως.

Αἰγώ, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς AB τετράγωνον ἴσον ἐστὶ
 τοῖς τε ἀπὸ τῶν AG , GB τετραγώνοις καὶ τῷ δις
 ὑπὸ τῶν AG , GB περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.
 5 Ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ
 BA τῇ AD , ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ABD τῇ
 ὑπὸ ADB · καὶ ἐπεὶ παντὸς τριγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι
 δυοῖν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν, τοῦ ADB ἄρα τριγώνου αἱ
 τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ ADB , BAD , DBA δυοῖν ὀρ-
 10 θαῖς ἴσαι εἰσὶν. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ BAD · λοιπαὶ ἄρα
 αἱ ὑπὸ ABD , ADB μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσὶ· καὶ εἰσιν
 ἴσαι· ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ ABD , ADB ἡμίσειά ἐστιν
 ὀρθῆς. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ BGH · ἴση γάρ ἐστι τῇ ἀπ-
 15 εναντίον τῇ πρὸς τῷ A · λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ GHB ἡμί-
 σεία ἐστὶν ὀρθῆς· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ GHB γωνία τῇ ὑπὸ
 GHB · ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ BF τῇ GH ἐστὶν ἴση. ἀλλ'

Addidit Theon (BFVp); mg. m. rec. P; de Campano u. p. 129 not. 1.

1. καὶ ἄλλως P. 3. τε] m. 2 p. AG] corr. ex AB F.
 6. BA] AB p. ἐστὶ] om. V. 7. ἐπεὶ] non liquet in F.
 8. εἰσὶ PB. τοῦ ADB — 10. εἰσὶν] mg. m. 2 Vp. 8. ADB] ABD Pp. 9. ADB] ABD Pp. BA] ADB P, DBA p.

II, 4.

Aliter.¹⁾

Dico, esse $AB^2 = AG^2 + GB^2 + 2 AG \times GB$.

nam in eadem figura [p. 127], quoniam $BA = AD$, erit etiam $\angle ABD = ADB$ [I, 5]. et quoniam cuiusvis trianguli tres anguli duobus rectis aequales sunt, erunt tres anguli trianguli ADB , scilicet

$$ADB + BAD + DAB$$

duobus rectis aequales [I, 32]. uerum $\angle BAD$ rectus est. itaque reliqui $ABD + ADB$ uni recto aequales sunt. et inter se aequales sunt. itaque uterque ABD , ADB dimidius est recti. rectus autem $\angle BGH$. nam aequalis est opposito, ei qui ad A positus est [tum u. I, 31]. itaque reliquus $\angle GHB$ dimidius est recti [I, 32]. itaque $\angle GHB = GBH$. quare etiam

$$BG = GH \text{ [I, 6].}$$

1) Haec demonstratio parum differt a genuina; nam praeter initium demonstrationis, qua ostenditur, FK quadratum esse, cetera eadem.

ADB] BAD Pp. 11. $\epsilon\iota\sigma\iota$] non liquet in F. $\kappa\alpha\iota \epsilon\iota\sigma\iota\upsilon \iota\sigma\alpha\iota$] om. F. 12. ADB , ABD p. 13. $\acute{\alpha}\nu\epsilon\nu\alpha\nu\tau\iota\alpha\varsigma$ p. 14. $\tau\tilde{\omega}$] corr. ex $\tau\acute{o}$ V. 15. GBH] GHB P, F e corr., V sed corr., p. $\gamma\omega\nu\iota\alpha$] om. p. 16. GHB] B, F eras., V corr. ex GBH m. 2; GBH Pp. $\acute{\alpha}\lambda\lambda\acute{\alpha}$ p.

ἡ μὲν ΓB τῇ HK ἴσιν, ἡ δὲ ΓH τῇ BK . ἰσό-
 πλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓK . ἔχει δὲ καὶ ὀρθὴν τὴν ὑπὸ
 $\Gamma B K$ γωνίαν· τετραγώνον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓK · καὶ ἐστὶν
 ἀπὸ τῆς ΓB . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ $Z\Theta$ τετραγώνον
 5 ἐστὶ, καὶ ἐστὶν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς AG . τὰ ἄρα ΓK ,
 ΘZ τετραγώνά ἐστι, καὶ ἐστὶν ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν AG ,
 ΓB . καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ AH τῷ HE , καὶ ἐστὶ τὸ
 AH τὸ ὑπὸ τῶν AG , ΓB . ἴση γὰρ ἡ ΓH τῇ ΓB .
 καὶ τὸ EH ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν AG , ΓB . τὰ
 10 ἄρα AH , HE ἴσα ἐστὶ τῷ δις ὑπὸ τῶν AG , ΓB . ἐστὶ
 δὲ καὶ τὰ ΓK , ΘZ ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν AG , ΓB . τὰ
 ἄρα ΓK , ΘZ , AH , HE ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν
 AG , ΓB καὶ τῷ δις ὑπὸ τῶν AG , ΓB . ἀλλὰ τὰ ΓK ,
 ΘZ καὶ τὰ AH , HE ὅλον ἐστὶ τὸ AE , ὃ ἐστὶν ἀπὸ
 15 τῆς AB τετραγώνον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς AB τετραγώνον
 ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν AG , ΓB τετραγώνοις καὶ
 τῷ δις ὑπὸ τῶν AG , ΓB περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ·
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

2.

Ad lib. III prop. 7.

Ἡ καὶ οὕτως. ἐπεξεύχθω ἡ EK . καὶ ἐπεὶ ἴση
 20 ἐστὶν ἡ HE τῇ EK , κοινὴ δὲ ἡ ZE , καὶ βάσεις ἡ ZH
 βάσει τῇ ZK ἴση, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ HEZ γωνία τῇ
 ὑπὸ KEZ ἴση ἐστὶν. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ HEZ τῇ ὑπὸ ΘEZ
 ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΘEZ ἄρα τῇ ὑπὸ KEZ ἐστὶν
 ἴση, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

III, 7. Insertum inter ἀδύνατον et οὐκ p. 182, 9 PBFVp.

1. ἐστὶν] comp. supra scr. F. 2. καί] absumptam ob rupt.
 pergam. F. 3. ἐστὶν] ἐστὶ τό F. 4. ΓB] $B\Gamma$ Fp. $Z\Theta$].
 ΘZ Pp. ἐστὶ τετραγώνον p. 5. ἐστὶ] ἐστὶν F; om. P; in

uerum $\Gamma B = HK$ [I, 34] et $\Gamma H = BK$ [id.]. itaque aequilaterum est ΓK . habet autem etiam $\angle \Gamma B K$ rectum. itaque quadratum est ΓK ; et in ΓB constructum est. eadem de causa etiam $Z\Theta$ quadratum est; et aequale est $A\Gamma^2$. ergo ΓK , ΘZ quadrata sunt et aequalia sunt $A\Gamma^2$ et ΓB^2 . et quoniam $AH = HE$ [I, 43] et $AH = A\Gamma \times \Gamma B$ (nam $\Gamma H = \Gamma B$), erit etiam $EH = A\Gamma \times \Gamma B$. itaque

$$AH + HE = 2 A\Gamma \times \Gamma B.$$

uerum etiam $\Gamma K + \Theta Z = A\Gamma^2 + \Gamma B^2$. ergo
 $\Gamma K + \Theta Z + AH + HE = A\Gamma^2 + \Gamma B^2 + 2 A\Gamma \times \Gamma B$.
 sed $\Gamma K + \Theta Z + AH + HE = AE = AB^2$. ergo
 $AB^2 = A\Gamma^2 + \Gamma B^2 + 2 A\Gamma \times \Gamma B$;
 quod erat demonstrandum.

III, 7.

Uel etiam ita: ducatur EK . et quoniam

$$HE = EK,$$

et ZE communis est, et $ZH = ZK$, erit etiam

$$\angle HEZ = KEZ \text{ [I, 8].}$$

uerum $\angle HEZ = \Theta EZ$. quare etiam

$$\angle \Theta EZ = KEZ,$$

minor maiori; quod fieri non potest [u. fig. p. 181].

ras. V. τῷ] τό B et V (corr. m. 2). 6. ἐστὶ] ἐστὶν F.
 7. τῷ] mg. m. 2 F. HE] EH B et FV m. 2. 8. ὑπὸ]
 corr. ex ἀπὸ p. ἴση ἐστὶ γὰρ P. 9. EH] HE p. ἀρα]
 om. P. ὑπὸ] ἀπὸ P. 12. ΓΚ] om. F (ras.). HE] EH
 F. τε] supra m. 1 p. 13. ΑΓ] ΓΑ F (prius). 14. ΑΕ]
 in ras. p. 19. mg. ἄλλως p. 20. HE] in ras. φ, EH p.
 ZE] EZ P. ZH] PF; HZ BV p. 21. γωνία] om. B.
 22. ἐστὶν ἴση Bp. ἀλλ' FV. HEZ] corr. ex EEZ m. 1
 F; corr. ex EZ P. ΘEZ] ZEΘ P. Post hoc uerbum in
 FV m. 2 insert. γωνία comp. 23. ΘEZ] ZEΘ P. 24. ἡ
 ἐλάττω τῇ μελλόντι] in ras. V. ἐλάττω F. ἐστὶν] om. p.

3.

Ad lib. III prop. 8.

Ἡ καὶ ἄλλως. ἐπεξεύχθω ἡ MN . ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ KM τῇ MN , κοινὴ δὲ ἡ $M\Delta$, καὶ βάσεις ἡ ΔK βάσει τῇ ΔN ἴση, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ $KM\Delta$ γωνία τῇ ὑπὸ ΔMN ἐστὶν ἴση. ἀλλ' ἡ ὑπὸ $KM\Delta$ τῇ ὑπὸ $BM\Delta$ 5 ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ $BM\Delta$ ἄρα τῇ ὑπὸ $NM\Delta$ ἐστὶν ἴση, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

4.

Ad lib. III prop. 9.

Ἄλλως.

Κύκλου γὰρ τοῦ $AB\Gamma$ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐντὸς τὸ Δ , ἀπὸ δὲ τοῦ Δ πρὸς τὸν $AB\Gamma$ κύκλον προσ- 10 πιπτεύωσαν πλείους ἢ δύο ἴσαι εὐθεταὶ αἱ AA , ΔB , $\Delta\Gamma$. λέγω, ὅτι τὸ ληφθὲν σημεῖον τὸ Δ κέντρον ἐστὶ τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ E , καὶ ἐπιξεν-
θεῖσα ἡ ΔE διήχθω ἐπὶ τὰ Z , H σημεία. ἡ ZH 15 ἄρα διάμετρος ἐστὶ τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου. ἐπεὶ οὖν κύ-
κλου τοῦ $AB\Gamma$ ἐπὶ τῆς ZH διαμέτρου εἰληπταὶ τι
σημεῖον, ὃ μὴ ἐστὶ κέντρον τοῦ κύκλου, τὸ Δ , μεγίστη
μὲν ἐστὶ ἡ ΔH , μείζων δὲ ἡ μὲν $\Delta\Gamma$ τῆς ΔB , ἡ
δὲ ΔB τῆς ΔA . ἀλλὰ καὶ ἴση· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· 20 οὐκ ἄρα τὸ E κέντρον ἐστὶ τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου. ὁμοίως

III, 8. Insertum inter ἐδείχθη et οὐκ p. 188, 20 in PBFVp.

III, 9. Post genuinam PBFVp; om. Campanus.

1. ἐπεὶ οὖν p. 2. $M\Delta$] $\Delta M B$. 3. ἐστὶν ἴση p.
 $KM\Delta$] $K\Delta M F$; corr. m. 2. γωνία] om. p. 4. ΔMN] $NM\Delta$ P. ἴση ἐστὶν BV; ἐστὶ ἴση φ. ἀλλὰ P. 5. ἄρα]

III, 8.

Uel etiam aliter: ducatur MN . quoniam

$$KM = MN,$$

et $\angle A$ communis est, et $\angle K = \angle N$, erit

$$\angle KMA = \angle MN [I, 8].$$

uerum $\angle KMA = \angle BMA$. quare etiam

$$\angle BMA = \angle NMA,$$

minor maiori; quod fieri non potest [u. fig. p. 185].

III, 9.

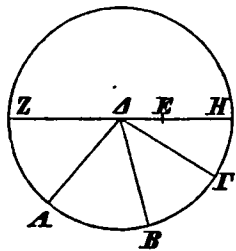
Nam intra circulum $AB\Gamma$ sumatur punctum Δ , et a Δ ad circulum $AB\Gamma$ plures quam duae rectae aequales addicant ΔA , ΔB , $\Delta \Gamma$. dico, sumptum punctum Δ centrum esse circuli $AB\Gamma$.

Ne sit enim, sed, si fieri potest, sit E , et ducta ΔE producat ad puncta Z, H .

ergo ZH diametrus est circuli $AB\Gamma$. iam quoniam in circulo $AB\Gamma$ in diametro ZH sumptum est punctum quoddam Δ , quod non est centrum circuli, maxima erit ΔH , et

$$\Delta \Gamma > \Delta B, \Delta B > \Delta A [\text{prop. VII}].$$

uerum etiam aequales sunt; quod fieri non potest. ergo punctum E centrum circuli $AB\Gamma$ non est. similiter



om. P, supra scr. comp. m. 2 BF. 6. $\epsilon\lambda\alpha\sigma\omega\nu$ Fp. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ om. p. 7. $\alpha\lambda\lambda\omega\varsigma$ mg. m. 1—2 F, qui in mg. habet ϵ , sed eras. In B ante $\epsilon\lambda\lambda\omega\varsigma$ ras. 1 litt. 8. Post $\gamma\alpha\phi$ ras. 5 litt. F. 10. $\epsilon\sigma\tau\iota$ supra m. 2 F. $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\sigma\iota\alpha\iota$ $\epsilon\sigma\tau\iota$ V. $\Delta\Delta$ PBF; ΔA e corr. m. 2 V, p. q. 12. $\epsilon\sigma\tau\iota$ om. B. 14. Z, H] H, Z V. 15. $\epsilon\sigma\tau\iota$ $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ FV. 16. Post $AB\Gamma$ in P del. $\kappa\upsilon\kappa\lambda\omicron\nu$. $\tau\eta\varsigma$ ς eras. F. 17. $\sigma\eta\mu\epsilon\iota\omega\nu$ $\tau\acute{o}$ Δ P. $\tau\acute{o}$ Δ om. P. 18. $\epsilon\sigma\tau\iota$ in ras. m. 2 V.

δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλο τι πλὴν τοῦ Δ · τὸ Δ ἄρα σημείον κέντρον ἐστὶ τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου· ὥπερ ἔδει δεῖξαι.

5.

Ad lib. III prop. 10.

Ἄλλως.

5 Κύκλος γὰρ πάλιν ὁ $AB\Gamma$ κύκλον τὸν ΔEZ τεμνέτω κατὰ πλείονα σημεία ἢ δύο τὰ B, H, Θ, Z καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου τὸ K , καὶ ἐπευχθώσαν αἱ KB, KH, KZ .

Ἐπεὶ οὖν κύκλον τοῦ ΔEZ εἰληπταί τι σημείον
10 ἐντὸς τὸ K , καὶ ἀπὸ τοῦ K πρὸς τὸν ΔEZ κύκλον προσπεπτώκασι πλείους ἢ δύο ἴσαι εὐθεῖαι αἱ KB, KZ, KH , τὸ K ἄρα σημείον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔEZ κύκλου. ἔστι δὲ καὶ τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου κέντρον τὸ K .
15 δύο ἄρα κύκλων τεμνόντων ἀλλήλους τὸ αὐτὸ κέντρον ἐστὶ τὸ K . ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα κύκλος κύκλον τέμνει κατὰ πλείονα σημεία ἢ δύο· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

6.

Ad lib. III prop. 11.

Ἀλλὰ δὴ πιπτέτω ὡς ἡ $HZ\Gamma$, [καὶ] ἐκβεβλήσθω

III, 10. Post genuinam PBFVp; om. Campanus.

III, 11. Post genuinam PBFVp; non habet Campanus.

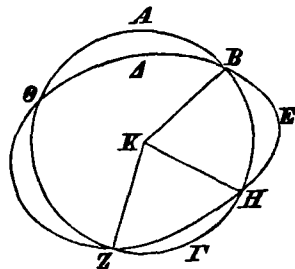
1. οὐδέ V. 2. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] Pp; :~ B; om. FV.
4. εἰς mg. F, sed eras. 6. Θ, Z] Z, Θ BVp. 9. ΔEZ] in ras. V. 10. ἐντὸς] om. F. 11. προσπεπτώκασιν P. εὐθεῖαι ἴσαι P. 12. KZ, KH] KH, KZ F m. 1, V m. 1; corr. m. 2. ἄρα K F. 13. ἔστιν P. 14. ἀλλήλων P; corr. m. rec. 15. ἐστίν] om. p. 16. τέμνει]

demonstrabimus, ne aliud quidem ullum centrum esse praeter Δ . ergo Δ punctum centrum est circuli $AB\Gamma$; quod erat demonstrandum.

III, 10.

Nam rursus circulus $AB\Gamma$ circulum ΔEZ in pluribus quam duobus secet punctis B, H, Θ, Z , et sumatur centrum circuli $AB\Gamma$ et sit K , et ducantur KB, KH, KZ .

iam quoniam intra circulum ΔEZ sumptum est punctum K , et a K ad circulum ΔEZ plures quam duae rectae aequales ad circulum ΔEZ adcidunt KB, KZ, KH , punctum K centrum erit circuli ΔEZ [prop. IX]. uerum K etiam circuli $AB\Gamma$ centrum est. ergo duo circuli inter se secantes idem centrum habent K ; quod fieri non potest [prop. V]. ergo circulus circulum non secat in pluribus punctis quam duobus; quod erat demonstrandum.



III, 11.

Uerum cadat ut $HZ\Gamma$, et producat ΓZH in directum ad Θ punctum, et ducantur AH, AZ .¹⁾

1) Haec demonstratio casus alterius post genuinam parum necessaria est.

$\tau\epsilon\mu\epsilon\iota$ F; om. p. $\tau\epsilon\mu\pi\epsilon\iota$ σημεία p. $\tilde{\eta}$ δύο] supra m. 2 V. 17. ἄλλως add. V p, mg. m. 2 F. Post $\delta\eta$ ras. 2 litt. F. $\tilde{\eta}$] supra m. 2 V. $HZ\Gamma$] litt. H in ras. F, om. p; Γ in ras. p. καί] om. P (F?). $\pi\rho\sigma\sigma\epsilon\kappa\beta\epsilon\lambda\eta\sigma\theta\omega$ BV p (F?).

ἐπ' εὐθείας ἡ ΓΖΗ ἐπὶ τὸ Θ σημεῖον, καὶ ἐπεξεύχ-
θωσαν αἱ ΑΗ, ΑΖ.

Ἐπεὶ οὖν αἱ ΑΗ, ΗΖ μείζους εἰσὶ τῆς ΑΖ, ἀλλὰ ἡ
ΖΑ ἴση[έστι] τῇ ΖΓ, τουτέστι τῇ ΖΘ, κοινὴ ἀφηρησθῶ
5 ἡ ΖΗ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΗ λοιπῆς τῆς ΗΘ μείζων ἐστίν,
τουτέστιν ἡ ΗΔ τῆς ΗΘ, ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος·
ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ὁμοίως, καὶ ἐκτὸς ἡ τοῦ μι-
κροῦ τὸ κέντρον τοῦ μείζονος κύκλου, δεῖξομεν [τὸ]
ἄτοπον.

7.

Ad lib. III prop. 31.

10

Ἄλλως

ἡ ἀπόδειξις τοῦ ὁρθοῦ εἶναι τὴν ὑπὸ ΒΑΓ.

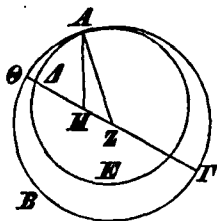
Ἐπεὶ διπλῇ ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΕΓ τῆς ὑπὸ ΒΑΕ·
ἴση γὰρ δυεῖ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον· ἐστὶ δὲ καὶ
ἡ ὑπὸ ΑΕΒ διπλῇ τῆς ὑπὸ ΕΑΓ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΕΒ,
15 ΑΕΓ διπλασίονές εἰσι τῆς ὑπὸ ΒΑΓ. ἀλλ' αἱ ὑπὸ
ΑΕΒ, ΑΕΓ δυεῖν ὁρθαῖς ἴσαι εἰσὶν· ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΑΓ
ὁρθὴ ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

III, 31. Insert. p. 246, 2 post δεῖξαι in PBFVp.

1. ἡ] in ras. F. HZΓ P; ΓHZ B. 3. μείζονες p.
εἰσιν PF. ἀλλ' F. 4. ΖΑ] PF; ΑΖ BVp. ἐστὶ] om.
P. τῇ] τῆς B. ΖΓ] PF; ΓΖ BVp. τουτέστιν P.
5. ἐστὶ P BV. 6. ἐλάσσων Pp. 7. ἐστίν] om. p. καὶ
in ras. V. 8. τό] om. P; corr. in αὐτό m. 2 F; αὐτό B; τὸ
αὐτό p. 9. ἄτοπον] ἀτοπιώτερον F. In fine: ὅπερ ἔδει
δεῖξαι P. 12. ΑΕΓ] corr. ex ΕΑΓ F. 13. ἐστὶν P.
14. ΕΑΓ] ΑΕΓ F; corr. m. 2. 15. εἰσιν P. ἀλλά P.
17. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] in mg. transit φ. δεῖξαι] ποιῆσαι BV.

iam quoniam $AH + HZ > AZ$ [I, 20], uerum

$ZA = Z\Gamma$, h. e. $ZA = Z\Theta$, subtrahatur, quae communis est, ZH . itaque $AH > H\Theta$, h. e. $HA > H\Theta$, minor maiore; quod fieri non potest. similiter, etiam si centrum maioris circuli extra minorem fuerit positum, absurdum esse de-



monstrabimus.

III, 31.

Alia demonstratio, angulum $B\hat{A}F$ rectum esse¹⁾
[u. fig. p. 243].

quoniam $\angle AEF = 2 BAE$ (nam

$$AEG = BAE + EBA \text{ [I, 32)],}$$

et etiam $\angle AEB = 2 EAF$ [id.], erunt

$$\angle E B + \angle E \Gamma = 2 \angle A \Gamma.$$

uerum $\angle AEB + \angle AEF$ duobus rectis aequales sunt [I, 13]. ergo $\angle BAF$ rectus est; quod erat demonstrandum.

1) Cfr. Campanus III, 30.