EVCLIDIS
ELEMENTORVM LIBRI XV. GRAECE ET LATINE,

Quibus, cùm ad omnem Mathematicæ scientiæ partem, tùm ad quamlibet Geometriæ tractationem, facilis comparatur aditus.

Ἐπίγραμμα παλαιόν.

Σχήματα πέντε Πλάτωνος, ἃ Πυθαγόρας σοφὸς εὗρε.

Πυθαγόρας σοφὸς εὗρε, Πλάτων δ᾽ ἀρίδηλ᾽ ἐδίδαξεν,
Εὐκλείδης ἐπὶ τοῖσι κλέος περικαλλὲς ἔτευξεν.

COLONIAE,
Apud Maternum Cholinum.
M. D. LXIIII.

AD CANDIDVM LECTOREM ST. GRACILIS præfatio.

PERMAGNI referre semper existimaui, lector beneuole, quantum quisque studij & diligentiæ ad percipienda scientiarum elementa adhibeat, quibus non satis cognitis, aut perperam intellectis, si uel digitum progredi tentes, erroris caliginem animis offundas, non ueritatis lucem rebus obscuris adferas. Sed principiorum quanta sint in disciplinis momenta, haud facilè credat, qui rerum naturam ipsa specie, non uiribus metiatur. Vt enim corporum quæ oriuntur & intereunt, uilißima tenuißimáque uidentur initia: ita rerum æternarum & admirabilium, quibus nobilißimæ artes continentur, elementa ad speciem sunt exilia, ad uires & facultatẽ quàm maxima. Quis non uidet ex fici tantulo grano, ut ait Tullius, aut ex acino uinacco, aut ex cæterarum frugum aut stirpium minutißimis seminibus tantos truncos ramosq; procreari? Nam Mathematicorum initia illa quidem dictu audituq; perexigua, quantã theorematum syluam no-

bis pepererunt? Ex quo intelligi potest, ut in ipsis seminibus, sic & in artium principijs inesse uim earum rerum, quæ ex his progignuntur. Præclarè igitur Aristoteles, ut alia permulta, μέγιστον ἴσως ἀρχὴ παντός, καὶ ὅσῳ κράτιστον τῇ δυνάμει, τοσούτῳ μικρότατον ὂν τῷ μεγέθει χαλεπόν ἐστιν ὀφθῆναι. *Quocirca committendum non est, ut non bene prouisa & diligenter explorata sciētiarum principia, quibus propositarum quarumq; rerum ueritas sit demonstranda, uel constituas, uel constituta approbes. Cauendum etiam, ut ne tantulum quidem fallaci & captiosa interpretatione turpiter deceptus, à uera principiorum ratione temerè deflectas. Nam qui initiò fortè aberrauerit, is ut tandē in maximis uersetur erroribus necesse est: cum ex uno erroris capite, densiores sensim tenebræ rebus clarißimis obducantur. Quid tam uarias ueterum physiologorum sententias, non modò cum rerum ueritate pugnantes, sed uehementer etiam inter se dissentiētes nobis inuexit? Equidem haud scio fueritne ulla potior tanti dißidij causa, quàm quòd ex principijs partim falsis partim non consentaneis ductas rationes probando adhiberent. Fit enim plerunque, ut qui non rectè de artium rerumq; elementis sentiunt, ad præfinitas quasdā opiniones suas omnia reuocare studeant. Pythagorei, ut meminit Aristoteles, cum denarij numeri summam perfectionem cælo tribuerent, nec plures tamen quàm*

nouem

nouem sphæras cernerent, decimam affingere ausi sunt terræ aduersam, quã ἀντίχθονα appellarunt. Illi enim uniuersitatis rerumq; singularum naturam ex numeris ceu principijs æstimantes, ea protulerunt quæ φαινομένοις congruere nusquam sunt cognita. Nam ridicula Democriti, Anaximenis, Melißi, Anaxagoræ, Anaximandri, & reliquorum id genus physiologorum somnia, ex falsis illa quidem orta naturæ principijs, sed ad Mathematicum nihil aut parum spectantia, sciens prætereo. Nonnullos attingam, qui repetitis altius, uel aliter ac decuit positis rerum initijs, cum in physicis multa turbarunt, tum Mathematicos oppugnatione principiorum peßimè mulctarunt. Ex planis figuris corpora constituit Timæus: Geometrarum hîc quidem principia cuniculis oppugnantur. Nam & superficies seu extremitates craßitudinem habebunt, & lineæ latitudinem: denique puncta non erunt indiuidua, sed linearum partes. Prædicant Democritus atque Leucippus illas atomos suas, & indiuidua corpuscula. Concedit Xenocrates impartibiles quasdam magnitudines. Hic uerò Geometriæ fundamenta apertè petuntur, & funditus euertuntur: quibus dirutis nihil equidem aliud uideo restare, quàm ut amplißima Mathematicorum theatra repentè concidant. Iacebunt ergo, si dijs placet, tot præclara Geometrarum de asymmetris & alogis magnitudinibus theoremata. Quid enim causæ dicas cur indiuidua linea hanc quidem metiatur, illam uerò metiri non queat? Siquidem quod minimum in unoquoque genere reperitur, id cōmunis omnium men sura esse solet. Innumerabilia profectò sunt illa, quæ ex falsis eiusmodi decretis absurda cōsequuntur: & horum permulta quidem Mathematicus, sed longè plura colligit Physicus. Quid uaria ψευδογραφημάτων genera commemorem, quæ ex hoc uno fonte tam longè lateq; diffusa fluxisse uidentur? Notißimus est Antiphōtis tetragωnismus, qui Geometrarum & ipse principia non parum labefecit, cùm rectæ lineæ curuam posuit æqualem. Longum esset mihi singula percensere, præsertim ad alia properanti. Hoc ergo certum, fixum & in perpetuum ratum esse oportet, quod sapienter monet Aristoteles, σπουδαστέον ὅπως ὁρισθῶσι καλῶς αἱ ἀρχαί. μεγάλην γὰρ ἔχουσι ῥοπὴν πρὸς τὰ ἑπόμενα. Nam principijs illa congruere debent, quæ sequuntur. Quòd si tantum perspicitur in istis exilioribus Geometriæ initijs, quæ puncto, linea, superficie definiuntur, momētum, ut ne hæc quidē sine summo impēdētis ruinæ periculo conuelli aut oppugnari poßint: quanta quæso uis putanda est huius στοιχειώσεως, quā collatis tot præstātißimorum artificum inuētis, mira quadā ordinis solertia contexuit Euclides, uniuersæ Matheseως elemēta cōplexu suo coërcentē? Vt igitur omnib. rebus instructior & paratior quisq; ad hoc studium libētius dat, & singula uel minutißima exactius secum reputet atque perdiscat, operæprecium censui in primo institutionis aditu uestibulóque præcipua quædam capita, quibus tota ferè Mathematicæ scientiæ ratio intelligatur, breuiter explicare: tum ea quæ sunt Geometriæ propria, diligenter persequi: Euclidis denique in extruenda hac στοιχειώσει consilium sedulò ac fideliter exponere. Quæ ferè omnia ex Aristotelis potißimum ducta fontibus, nemini inuisa fore cõfido, qui modò ingenuum animi candorem ad legendum attulerit. Ac de Mathematicæ diuisione primum dicamus.

Mathematicæ in primis scientiæ studiosos fuisse Pythagoreos, nõ modò historicorum, sed etiam philosophorum libri declarant. His ergo placuit, ut in partes quatuor uniuersum distribuatur Mathematicæ scientiæ genus, quarum duas περὶ τὸ ποσὸν, reliquas περὶ τὸ πηλίκον uersari statuerunt. Nam & τὸ ποσὸν uel sine ulla comparatione ipsum per se cognosci, uel certa quadam ratione comparatum spectari: in illo Arithmeticam, in hoc uersari Musicam: & τὸ πηλίκον partim quiescere, partim moueri quidem: illud Geometriæ propositum esse: quod uerò sua sponte motu cietur, Astronomiæ. Sed ne quis falsò putet Mathematicam scientiam, quòd in utroque quanti genere cernitur, idcirco inanem uideri (si quidem non solum magnitudinis diuisio, sed etiam multitudinis accretio infinitè progredi potest) meminisse decet, τὸ πηλίκον καὶ τὸ ποσὸν, quæ subiecto Mathematicæ generi imposita sunt à Pythagoreis nomina, non cuiuscunque modi quantitatem significare, sed eā demum, qua tum multitudine tum magnitudine sit definita, & suis circunscripta terminis. Quis enim ullam infiniti scientiam defendat? Hoc scitum est, quod non semel docet Aristoteles, infinitum ne cogitatione quidem complecti quenquam posse. Itaque ex infinita multitudinis & magnitudinis δυνάμει, finitam hæc scientia decerpit & amplectitur naturam, quam tractet, & in qua uersetur. Nam de uulgari Geometrarum consuetudine quid sentiendum sit, cum data interdum magnitudine infinita aut fabricantur aliquid, aut proprias generis subiecti affectiones exquirunt, disertè monet Aristoteles, οὐδὲ νῦν (de Mathematicis loquens) δέονται τοῦ ἀπείρου, οὐδὲ χρῶνται, ἀλλὰ μόνον εἶναι ὅσην ἂν βούλωνται, πεπερασμένην. Quamobrem disputatio ea qua infinitum refellitur, Mathematicorum decretis rationibusq; non aduersatur, nec eorum apodixes labefacit. Etenim tali infinito opus illis nequaquā est, quod exitu nullo peragrari poßit, nec talem ponunt infinitam magnitudinem: sed quantamcunque uelit aliquis effingere, ea ut suppetat, infinitam præcipiunt. Quinetiam non modò immensa magnitudine opus non habent Mathematici, sed ne maxima quidem: cum instar maximæ minimæ queque in partes totidem pari ratione diuidi queat. Alteram Mathematicæ diuisionem attulit Geminus, uir (quantum ex Proclo conijcere licet) μαθημάτων laude clarißimus. Eam, quæ superiore plenior & accuratior fortè uisa est, cùm doctißimè pertractarit sua in decimum Euclidis præfatione P. Montaureus uir senatorius, & regiæ bibliothecæ præfectus, leuiter attingam. Nam ex duobus rerum uelut summis generibus, τῶν νοητῶν καὶ τῶν αἰσθητῶν, quæ res sub intelligentiam cadunt, Arithmeticæ & Geometriæ attribuit Geminus: quæ uerò in sensus incurrunt, Astrologiæ, Musicæ, Supputatrici, Opticæ, Geodæsiæ & Mechanicæ adiudicauit. Ad hanc certè diuisionem spectasse uidetur Aristoteles, cùm Astrologiam, Opticam, harmonicam φυσικωτέρας τῶν μαθημάτων nominat, ut quæ naturalibus & Mathematicis interiectæ sint, ac uelut ex utrisque mixtæ disciplinæ: Siquidem genera subiecta à Physicis mutuantur, causas uerò in demonstrationibus ex superiore aliqua scientia repetunt. Id quod Aristoteles ipse apertißimè testatur, ἐνταῦθα γὰρ, φησὶ. τὸ μὲν ὅτι, τῶν αἰσθητικῶν εἰδέναι, τὸ δὲ διότι, τῶν μαθηματικῶν. Sequitur, ut quid Mathematicæ conueniat cum Physica & prima Philosophia: quid ipsa ab utraque differat, paucis ostendamus. Illud quidem omnium commune est, quòd in ueri contemplatione sunt positæ, ob idq; θεωρητικαὶ à Græ eis dicuntur. Nam cùm διάνοια siue ratio & mens omnis sit uel πρακτική, uel ποιητική, uel θεωρητική, totidem scientiarum sint genera necesse est. Quòd si Physica, Mathematica, & prima Philosophia, nec in agendo, nec in efficiendo sunt occupatæ, hoc certè perspicuum est, eas omnes in cognitione contemplationéque necessariò uersari. Cùm enim rerum non modò agendarum, sed etiam efficiendarum principia in agente uel efficiente cõsistant, illarum quidem προαίρεσις, harum autem uel mens, uel ars, uel uis quædam & facultas: rerum profectò naturalium, Mathematicarum, atque diuinarum principia in rebus ipsis, non in philosophis inclusa latent. Atque hæc una in omnes ualet ratio, quæ θεωρητικὰς esse colligat. Iam uerò Mathematica separatim cum Physica cõgruit, quòd utraque uersatur in cognitione formarum corpori naturali inhærentium. Nã Mathematicus plana, solida, lõgitudines & puncta contẽplatur, quæ omnia in corpore naturali à naturali quoq; philosopho tractãtur. Mathematica itẽ & prima philosophia hoc inter se propriè cõueniunt, quòd cognitionẽ utraque persequitur formarum, quoad immobiles, & à cõcretione materiæ sunt liberæ. Nam tametsi Mathematicæ formæ re uera per se non cohærent, cogitatione tamen à materia & motu separantur, οὐδὲ γίνεται ψεῦδος χωριζόντων, ut ait Aristoteles. De cognatione & societate breuiter diximus. Iã

quid

quid intersit, uideamus. Vnaquæque mathematicarum certum quoddam rerum genus propositum habet, in quo uersetur, ut Geometria quantitatem & continuationem aliorum in unam partem, aliorum in duas, quorundam in tres: eorumq; quatenus quanta sunt & continua, affectiones cognoscit. Prima autem philosophia, cùm sit omnium communis, uniuersum Entis genus, quæq; ei accidunt & conueniunt hoc ipso quòd est, considerat. Ad hæc, Mathematica eam modò naturam amplectitur, quæ quanquam non mouetur, separari tamen seiungique nisi mente & cogitatione à materia non potest, ob eamq; causam ἐξ ἀφαιρέσεως dici consueuit. Sed Prima philosophia in ijs uersatur, quæ & seiuncta, & æterna, & ab omni motu per se soluta sunt ac libera. Ceterùm Physica & Mathematica quanquam subiecto discrepare non uidentur, modo tamen rationéque differunt cognitionis & contemplationis, unde dißimilitudo quoque scientiarum sequitur. Etenim mathematicæ species nihil re uera sunt aliud, quàm corporis naturalis extremitates, quas cogitatione ab omni motu & materia separatas Mathematicus contemplatur: sed easdem consectatur physicorum ars, quatenus cum materia comprehensæ sunt, & corpora motui obnoxia circunscribunt. Ex quo fit, ut quæcunque in Mathematicis incommoditates accidunt,

eædem

eadem etiam in naturalibus rebus uideantur accidere, non autem uicißim. Multa enim in naturalibus sequuntur incommoda, quæ nihil ad Mathematicum attinent, διὰ τὸ, inquit Aristoteles, τὰ μὲν ἐξ ἀφαιρέσεως λέγεται, τὰ μαθηματικὰ, τὰ δὲ φυσικὰ ἐκ προσθέσεως. Siquidem res cum materia deuinctas cōtemplatur physicus: Mathematicus uerò rem cognoscit circunscriptis ijs omnibus quæ sensu percipiuntur, ut grauitate, leuitate, duritie, mollitie, & prætereà calore, frigore, alijsq; contrariorum paribus quæ sub sensum subiecta sunt: tantùm autem relinquit quantitatem & continuum. Itaque Mathematicorum ars in ijs quæ immobilia sunt, cernitur (τὰ γὰρ μαθηματικὰ τῶν ὄντων ἄνευ κινήσεώς ἐστιν, ἔξω τῶν περὶ τὴν ἀστρολογίαν) quæ uerò in naturæ obscuritate posita est, res quidem quæ nec separari nec motu uacare possunt contemplatur. Id quod in utroque scientiæ genere perspicuum esse potest, siue res subiectas definias, siue proprietates earum demōstres. Etenim numerus, linea, figura, rectum, inflexum, æquale, rotundum, uniuersa denique Mathematicus quæ tractat & profitetur, absque motu explicari doceriq; possunt: χωριστὰ γὰρ τῇ νοήσει κινήσεώς ἐστι: Physicæ autem sine motione species nequaquam possunt intelligi. Quis enim hominis, plantæ, ignis, oßium, carnis naturam & proprietates sine motu qui materiam sequitur, perspiciat? Siquidem tantisper substantia

stantia quæque naturalis cõstare dici solet, quoad opus & munus suum, agendo patiendoq́; tueri ac sustinere ualeat: qua certè amissa δυνάμει, ne nomẽ quidem nisi ὁμωνύμως retinet. Sed Mathematico ad explicandas circuli aut trianguli proprietates, nullum adferre potest usum, materiæ ut auri, ligni, ferri, in qua insunt, consideratio: quin eò uerius eiusmodi rerum, quarum species tanquam materia uacantes efformemus animo, naturam complectemur, quòd coniunctione materiæ quasi adulterari deprauariq́; uidentur. Quocirca Mathematicæ species eodem modo quo κοιλὸν, siue concauitas, sine motu & subiecto, definitione explicari cognosciq́; possunt: naturales uerò cùm eam uim habeãt, quam, ut ita dicam, simitas, cum materia comprehensæ sunt, nec absque ea separatim possunt intelligi: quibus exemplis quid inter Physicas & Mathematicas species intersit, haud difficile est animaduertere. Illis certè non semel est usus Aristoteles. Valeant ergo Protagoræ sophismata, Geometras hoc nomine refellentis, ꝙ circulus normam puncto non attingat. Nã diuina Geometrarum theoremata qui sensu æstimabit, uix quicꝙ reperiet quod Geometræ cõcedendum uideatur. Quid enim ex his quæ sensum mouent, ita rectum aut rotundum dici potest, ut à Geometra ponitur? Nec uerò absurdum est aut uitiosum, quòd lineas in puluere descriptas pro rectis aut rotundis assumit, quæ nec rectæ

sunt

sunt nec rotundæ, ac ne latitudinis quidem expertes. Siquidem non iis utitur geometra quasi inde uim habeat conclusio, sed eorum quæ discenti intelligenda relinquuntur, rudem ceu imaginem proponit. Nam qui primùm instituuntur, hi ductu quodam & uelut χειραγωγίᾳ sensuum opus habent, ut ad illa quæ sola intelligentia percipiuntur, aditum sibi comparare queant. Sed tamen existimandum non est rebus Mathematicis omnino negari materiam, ac non eam tantùm quæ sensum afficit. Est enim materia alia quæ sub sensum cadit, alia quæ animo & ratione intelligitur. Illam αἰσθητὴν, hanc νοητὴν uocat Aristoteles. Sensu percipitur, ut æs, ut lignum, omnisq; materia quæ moueri potest. Animo & ratione cernitur ea quæ in rebus sensilibus inest, sed non quatenus sensu percipiuntur, quales sunt res Mathematicorum. Vnde ab Aristotele scriptum legimus ἐπὶ τῶν ἐν ἀφαιρέσει ὄντων rectum se habere ut simum: μετὰ συνεχοῦς γάρ: quasi uelit ipsius recti, quod Mathematicorum est, suam esse materiam, non minus quàm simi quod ad Physicos pertinet. Nam licet res Mathematicæ sensili uacent materia, non sunt tamen indiuiduæ, sed propter continuationem partitioni semper obnoxiæ, cuius ratione dici possunt sua materia non omnino carere: quin aliud uidetur τὸ εἶναι γραμμῇ, aliud quoad continuationi adiuncta intelligitur linea. Illud enim ceu forma in materia, proprietatum causa est, quas sine materia percipere non licet. Hæc est societatis & dißidij Mathematicæ cum Physica & prima Philosophia ratio. Nunc autẽ de nominis etymo & notatione pauca quædam afferamus. Nam si quæ iudicio & ratione imposita sunt rebus nomina, ea certè non temere indita fuisse credendum est, quibus scientias appellari placuit. Sed neque otiosa semp haberi debet ista etymologiæ indagatio, cùm ad rei etiam dubiæ fidem sæpe non parum ualeat recta nominis interpretatio. Sic enim Aristoteles ducto ex uerborum ratione argumento, αὐτομάτου, μεταβολῆς αἰθέρος, aliarumq́; rerum naturam ex parte cõfirmauit. Quoniã igitur Pythagoras Mathematicã sciẽtiã nõ modò studiosè coluit, sed etiam repetitis à capitè principijs, geometricam contemplationem in liberalis disciplinæ formam composuit, & perspectis absque materia, solius intelligẽtiæ adminiculo theorematibus, tractationem περὶ τῶν ἀλόγων, & κοσμικῶν σχημάτων constitutionem excogitauit: credibile est, Pythagorã, aut certè Pythagoreos, qui & ipsi doctoris sui studia libenter amplexi sunt, huic scientiæ id nomẽ dedisse, quod cum suis placitis atque decretis cõgrueret, rerumq́; propositarum naturam quoquo modo declararet. Ita cùm existimarẽt illi omnẽ disciplinã, quæ μάθησις dicitur, ἀνάμνησιν esse quandã. i. recordationẽ & repetitionẽ eius sciẽtiæ, cuius antè quã in corpus immigraret, compos fuerit anima, quemadmodum Plato quoque in Menone, Phædone, & alijs aliquot locis uidetur astruxisse: animaduerterent autem eiusmodi recordationem, quæ non posset multis ex rebus perspici, ex his potißimum scientijs demonstrari, si quis nimirum, ait Plato, ἐπὶ τὰ διαγράμματα ἄγῃ: probabile est equidem Mathematicas à Pythagoreis artes κατ᾽ ἐξοχὴν fuisse nominatas, ut ex quibus μάθησις, id est æternarum in anima rationum recordatio διαφερόντως & præcipuè intelligi posset. Cuius etiam rei fidem nobis diuinus fecit Plato, qui in Menone Socratē induxit hoc argumēti genere persuadere cupientem, discere nihil esse aliud quàm suarum ipsius rationum animum recordari. Etenim Socrates pusionē quendā, ut Tullij uerbis utar, interrogat de geometrica dimensione quadrati: ad ea sic ille respondet ut puer, & tamen tam faciles interrogationes sunt, ut gradatim respondens, eodem perueniat, quò si geometrica didicisset. Aliam nominis huius rationem Anatolius exposuit, ut est apud Rhodiginum, quòd cùm cæteræ disciplinæ deprehendi uel nō docēte aliquo poßint omnes, Mathematica sub nullius cognitionem ueniant, nisi præeunte aliquo, cuius solertia succidantur uepreta, uel exurantur, & superciliosa complanentur aspreta: Ita enim Cælius: quod quam uim habeat, non est huius loci curiosius perscrutari. Equidem M. Tullius Mathe-

maticos

maticos in magna rerum obscuritate, recondita arte, multiplicíq; ac subtili uersari scribit. sed quis nescit idipsum cum alijs grauioribus scientijs esse commune? Est enim, uel eodem auctore Tullio, omnis cognitio multis obstructa difficultatibus, maximaq; est & in ipsis rebus obscuritas, & in iudicijs nostris infirmitas: nec ullus est, modò interius paulò Physica penetrarit, qui non facilè sit expertus, quàm multi undique emergant, rerum naturalium causas inquirentibus, & inexplicabiles labyrinthi. Sunt qui ex demonstrationum firmitate nominari Mathematicas opinantur: cuius etiam rationis momentum alio seorsim loco expendendum fuerit. Quocirca primam uerbi notationem, quam sequutus est Proclus, nobis retinendam censeo. Hactenus de uniuerso Mathematicæ genere, quanta potui & perspicuitate & breuitate dixi. Sequitur, ut de Geometria separatim atque ordine ea disseram, quæ initiò sum pollicitus. Est autem Geometria, ut definit Proclus, scientia, quæ uersatur in cognitione magnitudinum, figurarum, & quibus hæ continentur, extremorum, item rationum & affectionum, quæ in illis cernuntur ac inhærent: ipsa quidem progrediens à puncto indiuiduo per lineas & superficies, dum ad solida conscendat, uariasq; ipsorum differentias patefaciat. Quumque omnis scientia demonstratiua, ut docet Aristoteles, tribus quasi momentis contineatur, genere subiecto, cuius proprietates ipsa scientia exquirit & contemplatur: caussis & principijs, ex quibus primis demonstrationes conficiuntur: & proprietatibus, quæ de genere subiecto per se enunciantur; Geometriæ quidē subiectum in lineis, triangulis, quadrangulis, circulis, planis, solidis, atque omnino figuris & magnitudinibus, earúmque extremitatibus consistit. His autem inhærent diuisiones, rationes, tactus, æqualitates, παραβολαί, ὑπερβολαί, ἐλλείψεις, atque alia generis eiusdem propè innumerabilia. Postulata uerò & Axiomata ex quibus hæc inesse demōstrantur, eiusmodi ferè sunt: Quouis cētro & interuallo circulum describere. Si ab æqualibus æqualia detrahas, quæ relinquuntur esse æqualia, cæteráq; id genus pmulta, quæ licet omnium sint cōmunia, ad demōstrandum tamen tum sunt accōmodata, cùm ad certum quoddā genus traducuntur. Sed cùm præcipua uideatur Arithmeticæ & Geometriæ inter Mathematicas dignatio, cur Arithmetica sit ἀκριβεστέρα & exactior quā Geometria, paucis explicandum arbitror. Hîc uerò & Aristotelem sequemur ducem, qui scientiam cum scientia ita cōparat, ut accuratiorem esse uelit eam, quæ rei caussam docet, quā quæ rē esse tātùm declarat: deinde quæ in rebus sub intelligentiam cadentibus uersatur, quàm quæ in rebus sensum mouentibus cernitur. Sic enim & Arithmetica

quàm

quàm Musica, & Geometria quàm Optica, & Stereometria quàm Mechanica exactior esse intelligitur. Postremò quæ ex simplicioribus initijs constat, quàm quæ aliqua adiectione compositis utitur. Atque hac quidem ratione Geometriæ præstat Arithmetica, quòd illius initium ex additione dicatur, huius sit simplicius. Est enim punctum, ut Pythagoreis placet, unitas quæ situm obtinet: unitas uerò punctum est quod situ uacat. Ex quo percipitur, numerorum quàm magnitudinum simplicius esse elementum, numerósque magnitudinibus esse puriores, & à concretione materiæ magis disiunctos. Hæc quanquam nemini sunt dubia, habet & ipsa tamen Geometria quo se plurimum efferat, opibúsque suis ac rerum ubertate multiplici uel cum Arithmetica certet: id quod tute facilè deprehēdas cùm ad infinitam magnitudinis diuisionem, quam respuit multitudo, animum converteris. Nunc quæ sit Arithmeticæ & Geometriæ societas, uideamus. Nam theorematum quæ demonstratione illustrãtur, quædam sunt utriusque sciētiæ communia, quædam uerò singularum propria. Etenim quòd omnis proportio sit ῥητὸς siue rationalis, Arithmeticæ soli conuenit, nequaquam Geometriæ, in qua sunt etiam ἄῤῥητοι, seu irrationales proportiones: item, quadratorum gnomonas minimo definitos esse, Arithmeticæ proprium (si quidem in Geometria nihil tale minimum esse potest) sed ad Geometriam propriè spectant situs, qui in numeris locum non habent: tactus, qui quidem à continuis admittuntur: ἄλογον, quoniam ubi diuisio infinitè procedit, ibi etiam τὸ ἄλογον esse solet. Communia porrò utriusque sunt illa, quæ ex sectionibus eueniunt, quas Euclides libro secundo est persequutus: nisi quòd sectio per extremam & mediam rationem in numeris nusquam reperiri potest. Iam uerò ex theorematibus eiusmodi communibus, alia quidem ex Geometria ad Arithmeticam traducuntur: alia contrà ex Arithmetica in Geometriam transferuntur: quædam uerò perinde utrique scientiæ conueniunt, ut quæ ex uniuersa arte Mathematica in utranque harum conueniant. Nam & alterna ratio, & rationum conuersiones, compositiones, diuisiones hoc modo cõmunia sunt utriusque. Quæ autem sunt περὶ συμμέτρων, id est, de commensurabilibus, Arithmetica quidem primùm cognoscit & contemplatur: secundo loco Geometria Arithmeticam imitata. Quare & commensurabiles magnitudines illæ dicuntur, quæ rationem inter se habent quàm numerus ad numerum, perinde quasi commensuratio & συμμετρία in numeris primùm consistat (Vbi enim numerus, ibi & σύμμετρον cernitur: & ubi σύμμετρον, illic etiam numerus) sed quæ triangulorum sunt & quadrangulorum, à

Geome-

Geometra primùm considerantur: tùm analogia quadam Arithmeticus eadem illa in numeris contemplatur. De Geometriæ diuisione hoc adijciendum puto, quòd Geometriæ pars altera in planis figuris cernitur, quæ solam latitudinem longitudini coniunctam habent: altera uerò solidas contemplatur, quæ ad duplex illud interuallum craßitudinem adsciscunt. Illā generali Geometriæ nomine ueteres appellarunt: hanc propriè Stereometriam dixerunt. Ita Geometriam cum Optica, & Stereometriam cum Mechanica non rarò comparat Aristoteles. Sed illius cognitio huius inuentionem multis seculis antecesßit, si modò Stereometriam ne Socratis quidem ætate ullam fuisse omnino uerum est, quemadmodum à Platone scriptum uidetur. Ad Geometriæ utilitatem accedo, quæ quanquam suapte ui & dignitate ipsa per se nititur, nullius usus aut actionis ministerio mancipata (ut de Mathematicis omnibus scientijs concedit in Politico Socrates) si quid ex ea tamen utilitatis externæ quæritur, Dij boni quàm lætos, quàm uberes, quàm uarios fructus fundit? Nec uerò audiendus est uel Aristippus, uel Sophistarum alius, qui Mathematicorum artes idcirco repudiet, quòd ex fine nihil docere uideantur, eiusq; quod melius aut deterius nullam habeant rationem. Vt enim nihil causæ dicas, cur sit melius, trianguli, uerbi gratia, tres angulos duobus esse rectis æquales: minimè tamen fuerit consentaneum, Geometriæ cognitionem ut inutilem exagitare, criminari, explodere, quasi quæ finē & bonum quò referatur, habeat nullum. Multas haud dubiè solius contemplationis beneficio citra materiæ contagionē adfert Geometria cōmoditates partim proprias, partim cum uniuerso genere cōmunes. Cùm enim Geometria, ut scripsit Plato, eius quod semper est cognitionē profiteatur, ad ueritatem excitabit illa quidem animum, & ad ritè philosophandum cuiusque mentem comparabit. Quinetiam ad disciplinas omnes facilius perdiscēdas, attigeris necne Geometriam, quanti referre cēses? Nā ubi cum materia cōiungitur, nonne præstātißimas procreat artes, Geodæsiā, Mechanicā, Opticam, quarum omnium usu, mortalium uitā summis beneficijs cōplectitur? Etenim bellica instrumenta, urbiúmque propugnacula, quibus munitæ urbes, hostium uim propulsarent, his adiutricibus fabricata est: montium ambitus & altitudines, locorúmque situs nobis indicauit: dimetiendorum & mari & terra itinerum rationē præscripsit: trutinas & stateras, quibus exacta numerorum æqualitas in ciuitate retineatur, composuit: uniuersi ordinem simulachris expreßit: multáque quæ hominum fidem superarent, omnibus persuasit. Vbique extant præclara in eam rem testimonia. Illud memorabile, quòd Archimedi rex Hiero tribuit. Nam extru-

cto uasta

cto uastæ molis nauigio, quod Hiero AEgyptiorum regi Ptolemæo mitteret, cum uniuersa Syracusanorum multitudo collectis simul uiribus nauem trahere non posset, effecissetque Archimedes ut solus Hiero illam subduceret, admiratus uiri scientiam rex ἀπὸ ταύτης, ἔφη, τῆς ἡμέρας, περὶ παντὸς ἀρχιμήδει λέγοντι πιστευτέον. Quid? quòd Archimedes idem, ut est apud Plutarchum, Hieroni scripsit datis uiribus datum pondus moueri posse? fretusq; demonstrationis robore, illud sæpe iactarit, si terram haberet alteram ubi pedem figeret, ad eam, nostram hanc se transmouere posse? Quid uaria αὐτομάτων machinarúmque genera, ad usus necessarios comparata memorem? Innumerabilia profectò sunt illa, & admiratiõe dignissima, quibus prisci homines incredibili quodã ad philosophandum studio concitati, inopem mortalium uitam artis huius præsidio subleuarunt: tametsi memoriæ sit proditum, Platonem Eudoxo & Archytæ uitio uertisse, quòd Geometrica problemata ad sensilia & organica abducerent. Sic enim corrumpi ab illis & labefieri Geometriæ præstantiam, quæ ab intelligibilibus & incorporeis rebus ad sensiles & corporeas prolaberetur. Quapropter ridicula idẽ scripsit Plato Geometrarum esse uocabula, quæ quasi ad opus & actionem spectent, ita sonare uidentur. Quid enim est quadrare, si non opus facere? Quid addere, producere, applicare? Multa quidem sunt eius modi nomina, quibus necessariò & tanquam coacti geometræ utuntur, quippe cùm alia desint in hoc genere commodiora. Sic ergo censuit Plato, sic Aristoteles, sic denique philosophi omnes, Geometriã ipsam cognitionis gratia exercendam, nec ex aliquo usu externo, sed ex rerum νοητῶν intelligentia æstimandam esse. Exposita breuius quàm res tanta dici poßit, utilitatis ratione, Geometriæ ortum, qui in hac rerum periodo ex historicorum monimentis nobis est cognitus, deinceps aperiamus. Geometria apud Aegyptios inuenta, (ne ab Adamo, Setho, Noah, quos cognitione rerum multiplici ualuisse constat, eam repetamus) ex terrarum dimensione, ut uerbi præ se fert ratio, ortum habuisse dicitur: cùm anniuersaria Nili inundatione & incrementis limo obducti agrorum termini confunderentur. Geometriam enim, sicut & reliquas disciplinas, in usu quàm in arte prius fuisse aiunt. Quod sanè mirum uideri non debet, ut & huius & aliarum scientiarum inuentio ab usu cœperit ac neceßitate. Etenim tempus, rerum usus, ipsa neceßitas ingenium excitat, & iguauiam acuit. Deinde quicquid ortum habuit (ut tradunt Physici) ab inchoato & imperfecto proceßit ad perfectum. Sic artium & scientiarum principia experientiæ beneficio collecta sunt: experientia uerò à memoria fluxit, quæ & ipsa

à senà sensu primùm manauit. Nam quod scribit Aristoteles, Mathematicas artes, comparatis rebus omnibus ad uitam necessarijs, in Aegypto fuisse constitutas, quòd ibi sacerdotes omnium concessu in otio degerēt: non negat ille adductos necessitate homines ad excogitandam, uerbi gratia, terræ dimetiendæ rationem, quæ theorematum deinde inuestigationi causam dederit: sed hoc confirmat, præclara eiusmodi theorematum inuenta, quibus extructa Geometriæ disciplina constat, ad usus uitæ necessarios ab illis nō esse expetita. Itaque uetus ipsum Geometriæ nomen ab illa terræ partiundæ finiumq; regundorum ratione posteà recessit, & in certa quadan affectionum magnitudini per se inhærentium scientia propriè remansit. Quemadmodum igitur in mercium & contractuum gratiam, supputandi ratio, quam secuta est accurata numerorum cognitio, à Phœnicibus initium duxit: ita etiam apud Aegyptios, ex ea quam commemoraui causa ortum habuit Geometria. Hanc certè, ut id obiter dicam, Thales in Græciam ex Aegypto primùm transtulit: cui non paucæ deinceps à Pythagora, Hippocrate Chio, Platone, Archyta Tarentino, alijsq; compluribus, ad Euclidis tempora factæ sunt rerum magnarum accessiones. Cæterùm de Euclidis ætate id solùm addam, quod à Proclo memoriæ mandatum accepimus. Is enim commemoratis aliquot Platonis tùm æqualibus tùm discipulis, subijcit, nõ multò ætate posteriorem illis fuisse Euclidem eum, qui Elementa cõscripsit, & multa ab Eudoxo collecta, in ordinem luculentum cõposuit, multáque à Theæteto inchoata perfecit, quæq; mollius ab alijs demonstrata fuerãt, ad firmissimas & certissimas apodíxeis reuocauit. Vixit autem, inquit ille, sub primo Ptolemæo. Etenim ferunt Euclidẽ à Ptolemæo quondã interrogatum, numqua esset uia ad Geometriã magis cõpendiaria, quàm sit ista σοιχείωσις, respondisse, μὴ εἶναι βασιλικὴν ἀτραπὸν ἐπὶ γεωμετρίαν. Deinde subiungit, Euclidẽ natu quidem esse minorem Platone, maiorem uerò Eratosthene & Archimede (hi enim æquales erant) cùm Archimedes Euclidis mentionem faciat. Quòd si quis egregiam Euclidis laudem, quam cùm ex alijs scriptionibus accuratissimis, tùm ex hac Geometrica σοιχειώσει cõsequutus est, in qua diuinus rerum ordo sapientissimis quibusque hominibus magnæ semper admirationi fuit, is Proclum studiosè legat, quò rei ueritatẽ illustriorẽ reddat grauissimi testis auctoritas. Superest igitur ut finem uideamus, quò Euclidis elementa referri, & cuius causa in id studium incumbere oporteat. Et quidem si res quæ tractantur, consyderes: in tota hac tractatione nihil aliud quæri dixeris, quàm ut κοσμικὰ quæ uocãtur, σχήματα (fuit enim Euclides professione & instituto Platonicus) Cubus, Icosaëdrum, Octaëdrum, Pyramis & Dodecaëdrum certa quadam suorum & inter se laterum, & ad sphaeræ dimetrum ratiõe eidem sphæræ inscripta comprehendantur. Huc enim pertinet Epigrãmation illud uetus, quod in Geometrica Michaëlis Pselli συνόψει scriptum legitur.

Σχήματα πέντε Πλάτωνος, ἃ Πυθαγόρας σοφὸς εὗρε,
Πυθαγόρας σοφὸς εὗρε, Πλάτων δ᾽ ἀρίδηλ᾽ ἐδίδαξεν,
Εὐκλείδης ἐπὶ τοῖσι κλέος περικαλλὲς ἔτευξεν.

Quòd si discentis institutionem spectes, illud certè fuerit propositum, ut huiusmodi elementorum cognitione informatus discentis animus, ad quãlibet nõ modò Geometriæ, sed & aliarum Mathematicæ partium tractationem idoneus paratúsq; accedat. Nam tametsi institutionem hanc solus sibi Geometra uendicare uidetur, & tanquam in possessionem suam uenerit, alios excludere posse: inde tamẽ permulta suo quodãmodo iure decerpit Arithmeticus, pleraque Musicus, non pauca detrahit Astrologus, Opticus, Logisticus, Mechanicus, itémque cæteri: nec ullus est denique artifex præclarus, qui in huius se possessionis societatẽ cupidè non offerat, partémque sibi concedi postulet. Hinc στοιχείωσις absolutum operi nomen, & στοιχειωτὴς dictus Euclides. Sed quid longius prouehor? Nam quod ad hanc rem attinet, tam copiosè

& eruditè scripsit (ut alia complura) eo ipso, quem dixi, loco P. Montaureus, ut nihil desiderio loci reliquerit. Quæ uerò ad dicendum nobis erant proposita, hactenus pro ingenij nostri tenuitate omnia mihi perfecisse uideor. Nam tametsi & hæc eadem & alia pleraque multo fortè præclariora ab hominibus doctißimis, qui tùm acumine ingenij, tùm admirabili quodam lepôre dicendi semper floruerunt, grauiùs, splendidiùs, uberiùs tractari posse scio: tamen experiri libuit num quid etiam nobis diuino sit concessum munere, quod rudes in hac philosophiæ parte discipulos adiuuare aut certè excitare queat. Huc acceßit quòd ista recens elementorum editio, in qua nihil nõ parum fuisset studij, aliquid à nobis efflagitare uidebatur, quod eius commendationem adaugeret. Cùm enim uir doctißimus Io. Magnienus Mathematicarum artium in hac Parrhisiorum Academia professor uerè regius, nostrum hunc typographum in excudendis Mathematicorum libris diligentißimum, ad hanc Elementorum editionem sæpè & multum esset adhortatus, eiusq; impulsu permulta sibi iam comparasset typographus ad hanc rem necessaria, citò interuenit, malùm, Ioannis Magnieni mors insperata, quæ tam graue inflixit Academiæ uulnus, cui ne post multos quidem annorum circuitus cicatrix obduci illa posse uideatur. Quamobrem amisso instituti huius operis duce, typographus, qui nec sumptus antea factos sibi perire, nec studiosos, quibus id muneris erat pollicitus, sua spe cadere uellet, ad me uenit, & impensè rogauit ut meam propositæ editioni operam & studium nauarem. quod cùm denegaret occupatio nostra, iuberet officij ratio: feci equidem rogatus, ut quæ subobscuræ uel parum commodè in sermonem latinum è græco translata uidebantur, clariore, aptiore & fideliore interpretatione nostra (quod cuiusque pace dictum uolo) lucem acciperent. Id quod in omnibus ferè libris posterioribus tute primo obtutu perspicias. Nam in sex prioribus non tantum temporis quantum in cæteris ponere nobis licuit: decimi autem interpretatio, qua melior nulla potuit adferri, P. Montaureo solida debetur. Atque ut ad perspicuitatem facilitatemq; nihil tibi deesse queraris, adscripta sunt propositionibus singulis uel lineares figuræ, uel punctorum tanquam unitatum notulæ, quæ Theonis apodixin illustrent: illæ quidem magnitudinum, hæ autem numerorum indices, subscriptis etiã ciphrarum, ut uocant, characteribus, qui propositum quemuis numerum exprimant: ob eamq; causam eiusmodi unitatum notulæ, quæ pro numeri amplitudine maius paginæ spatium occuparent, pauciores sæpius depictæ sunt, aut in lineas etiam commutatæ. Nam literarum, ut a, b, c, characteres non modò numeris & numero-

rum

rum partibus nominandis sunt accommodati, sed etiã generales esse nomerorum ut magnitudinum affectiones testantur. Adiecta sunt insuper quibusdam locis non pœnitenda Theonis scholia, siue mauis lemmata, quæ quidem longè plura accessissent, si plus otij & temporis uacui nobis fuisset relictum, quod huic studio impartiremus. Hanc igitur operam boni consule, & quæ obuia erunt impressionis uitia, candidus emenda. Vale.

Lutetiæ 4. Idus April. 1557.

FINIS.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM PRIMVM.

ὅροι.

α

Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.

DEFINITIONES.

1

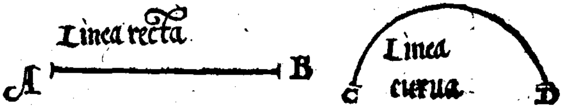
Punctum est, cuius pars nulla est. Punctum

β

Γραμμὴ δέ, μῆκος ἀπλατές.

2

Linea verò, longitudo latitudinis expers.



γ

Γραμμῆς δὲ πέρατα σημεῖα.

3

Lineæ autem termini, sunt puncta.

δ

Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.

4

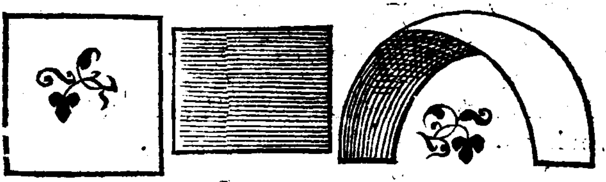
Recta linea est, quæ ex æquo sua interiacet puncta.

ε

Επιφάνεια δ᾽ ἐστὶν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.

5

Superficies est quæ longitudinem latitudinemque tantùm habet.



ϛ

Επιφανείας δὲ πέρατα, γραμμαί.

6

Superficiei extrema, sunt lineæ.

ζ

Επίπεδος ἐπιφάνειά, ἐστιν ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ᾽ ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται.

7

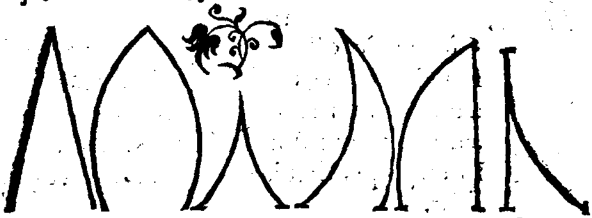
Plana superficies, est quæ ex æquo suas interiacet lineas.

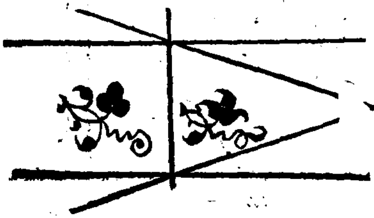
η

Επίπεδος δὲ γωνία ἐστὶν, ἡ ἐν ἐπιπέδῳ, δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων, καὶ μὴ ἐπ᾽ εὐθείας κειμένων,

πρὸς

πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.





8

Planus angulus est duarum linearum in plano se mutuò tágentium, & nõ in directum iacentium, alterius ad alteram inclinatio.

θ

ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ, εὐθεῖαι ὦσιν, εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.

9

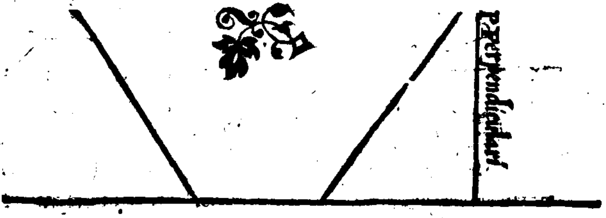
Cùm autem quæ angulum continent lineæ, rectæ fuerint, rectilineus ille angulus appellatur.

ι

ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα, τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἐστιν ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν: Καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα κάθετος καλεῖται ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

10

Cùm verò recta linea super rectam consistens lineam, eos qui sunt deinceps angulos æquales inter se fecerit: rectus est vterque æqualium angulorum: & quæ insistit recta linea, perpendicularis vocatur eius cui insistit.



ια

Ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶν, ἡ μείζων ὀρθῆς.

11

Obtusus angulus est, qui recto maior est.

ιβ

Ὀξεῖα δὲ ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.

12

Acutus verò, qui minor est recto.

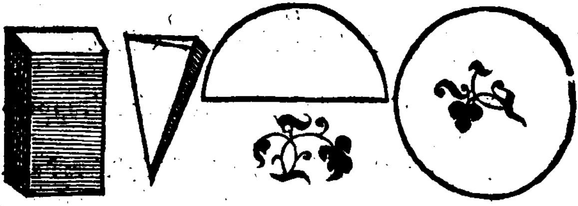
ιγ

Ὅρος ἐστὶν, ὅ τινός ἐστι πέρας.

13

Terminus est, quod alicuius extremum est.

ιδ Σχῆ-



ιδ

Σχῆμά ἐστι, τὸ ὑπό τινος, ἤ τινων ὅρων περιεχόμενον.

14

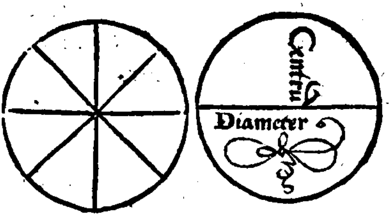
Figura eſt, quæ ſub aliquo, vel aliquibus terminis comprehenditur.

ιε

Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον, ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον, ἣ καλεῖται περιφέρεια, πρὸς ἣν, ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων, πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

15

Circulus eſt figura plana ſub vna linea comprehẽſa, quæ peripheria appellatur: ad quã ab vno puncto eorum, quæ



intra figuram ſunt poſita, cadentes omnes rectæ lineæ inter ſe ſunt æquales.

ις

Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου, τὸ σημεῖον καλεῖται.

16

Hoc verò punctum, centrum circuli appellatur.

ιζ

Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν, εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἥ τις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

17

Diameter autem circuli, est recta quædam linea per centrum ducta, & ex vtraque parte in circuli peripheriam terminata, quæ circulum bifariam secat.

ιη

ἡμικύκλιον δὲ ἐστὶ, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπότε τῆς διαμέτρου, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἀπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

18

Semicirculus est figura, quæ continetur sub diametro, & sub ea linea, quæ de circuli peripheria aufertur.

ιθ Τμῆμα

ιθ

Τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

19

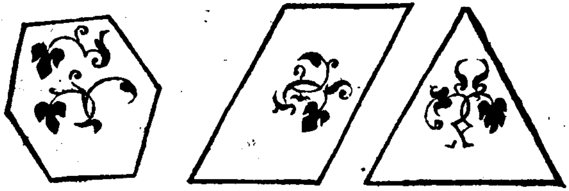
Segmentum circuli, eſt figura, quæ ſub recta linea & circuli peripheria continetur.

κ

Εὐθύγραμμα σχήματά ἐστι, τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα.

20

Rectilineæ figuræ, ſunt quę ſub rectis lineis continentur.



κα

Τρίπλευρα μὲν, τὰ ὑπὸ τριῶν.

21

Trilateræ quidem, quæ ſub tribus.

κβ

Τετράπλευρα δὲ, τὰ ὑπὸ τεσσάρων.

22

Quadrilateræ, quæ ſub quatuor.

κγ

Πολύπλευρα δέ, τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.

23

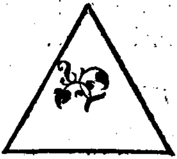
Multilateræ verò, quæ sub pluribus quàm quatuor rectis lineis comprehenduntur.

κδ

Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων, ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς.

24

Tri laterarum porrò figurarum, æquilaterum est triangulum, quod tria latera habet æqualia.

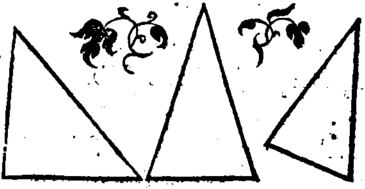


κε

Ἰσοσκελὲς δέ, τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς.

25

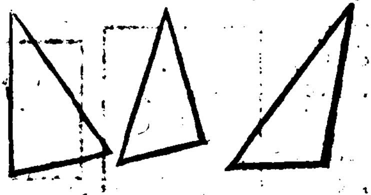
Isosceles autem, est quod duo tantum æqualia habet latera.



κϛ

Σκαληνὸν δέ, τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσας ἔχον πλευράς.

26
Scalenum verò, est qđ tria inęqualia habet latera.



κϛ

Ἔτι τε τῶν τριπλεύρων σχημάτων, ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν.

27

Ad hæc etiam, trilaterarum figurarũ, rectangulum quidem triangulum est, quod rectũ angulum habet.

κη

Ἀμβλυγώνιον δὲ, τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν.

28

Amblygonium autem, quod obtusum angulum habet.

κθ

Ὀξυγώνιον δὲ, τὸ τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

29

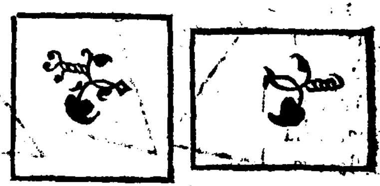
Oxygonium verò, quod tres habet acutos angulos.

λ

Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων, τετράγωνον μέν ἐστι, ὃ ἰσόπλευρόν τέ ἐστι, καὶ ὀρθογώνιον.

30

Quadrilaterarum autem figurarũ, quadratum tũ qui dẽ eſt, qđ & æquilaterũ & rectangulũ eſt.



λα

Ἑτερόμηκες ἐστι, ὃ ὀρθογώνιον μὲν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ.

31

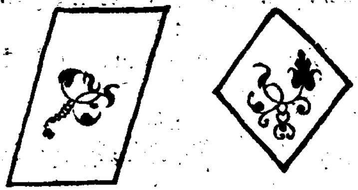
Altera parte longior figura eſt, quæ rectangula quidem, at æquilatera non eſt.

λβ

Ῥόμβος ἐστι, ὃ ἰσόπλευρον μὲν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ.

32

Rhombus autẽ, q̃ æquilaterũ & rectangulũ ẽ.



λγ

Ῥομβοειδὲς ἐστι, τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν, οὔτε ὀρθογώνιον.

33

Rhomboides verò, quæ aduerſa & latera & angulos habens inter ſe æqualia, neq; æquilatera eſt, neq; rectangula.

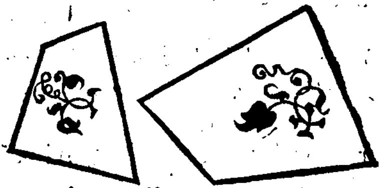
λδ Τὰ

λδ

Τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα, τραπέζια καλείσθω.

34

Præter has autem, reliquæ quadrilateræ



figuræ, trapezia appellentur.

λε

Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, καὶ ἐκβαλλόμεναι ἐπ' ἄπειρον, ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη, ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

35

Parallelæ rectæ lineæ ſunt quæ, cùm in eodem ſint plano, & ex vtraque parte in infinitum producantur, in neutram ſibi mutuò incidunt.

Αἰτήματα.

α

Ἠιτήσθω, ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Poſtu-

Poſtulata.

1

Poſtuletur, vt à quouis puncto in quoduis punctum, rectam lineam ducere cõcedatur.

β

Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν, κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ' εὐθείας ἐκβάλλειν.

2

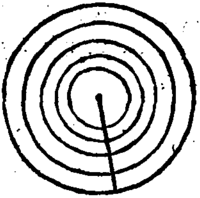
Et rectam lineam terminatam in cõtinuum rectà producere.

γ

Καὶ παντὶ κέντρῳ, καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.

3

In quouis centro & interuallo circulum deſcribere.



Κοιναὶ ἔννοιαι.

α

Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

Communes notiones.

1

Quæ eidẽ æqualia, & inter ſe ſunt æqualia.

β

Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

2 Et

2

Et si æqualibus æqualia adiecta sint, tota sunt æqualia.

γ

Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.

3

Et si ab æqualibus æqualia ablata sint, quæ relinquuntur sunt æqualia.

δ

Καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα.

4

Et si inæqualibus æqualia adiecta sint, tota sunt inæqualia.

ε

Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀνίσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπὰ ἐστὶν ἄνισα.

5

Et si ab inęqualibus ęqualia ablata sint, reliqua sunt inęqualia.

ϛ

Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

6

Quæ eiusdem duplicia sunt, inter se sunt æqualia.

ζ

Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἡμίση, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

7

Et quæ eiusdem sunt dimidia, inter se æqualia sunt.

η

Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἄλληλα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

8

Et quæ sibi mutuò congruunt, ea inter se sunt æqualia.

θ

Καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζόν ἐστι.

9

Totum est sua parte maius.

ι

Καὶ πᾶσαι αἱ ὀρθαὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

10

Item, omnes recti anguli sunt inter se æquales.

ια

Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλόμεναι αἱ δύο αὗται εὐθεῖαι ἐπ' ἄπειρον, συμπεσοῦνται ἀλλήλαις ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι.

11

Et si in duas rectas lineas altera recta incidens, internos ad easdemque partes angulos

gulos duobus rectis minores faciat, duæ illæ rectæ lineæ in infinitum productæ sibi mutuò incident ad eas partes, vbi sunt anguli duobus rectis minores.

ιβ

Καὶ δύο εὐθεῖαι, χωρίον οὐ περιέχουσιν.

12

Duæ rectæ lineæ spatium non comprehendunt.

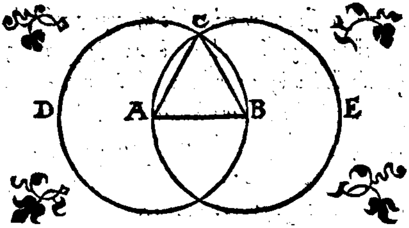
Προτάσεις.

α

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης, τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

Problema 1. Propositio 1.

Super data recta linea terminata, triangulum æquilaterum constituere.

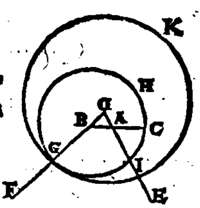


β

Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

Problema 2. Propositio 2.

Ad datum punctum, datæ rectæ lineæ æqualem rectam lineam ponere.

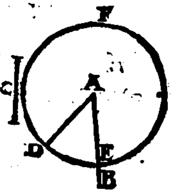


γ

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων ἀπὸ τῆς μείζονος τῇ ἐλάσσονι ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

Problema 3. Propositio 3.

Duabus datis rectis lineis inæqualibus, de maiore æqualem minori rectam lineam detrahere.



δ

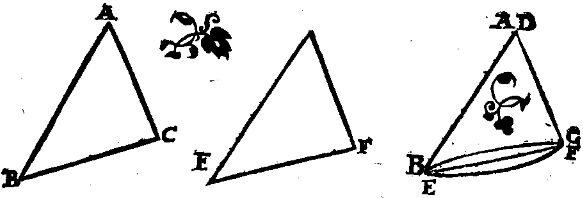
Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην: καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Theorema primum. Propositio 4.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habeant, vtrunque vtrique, habeat vero & angulum angulo equalem sub æqualibus rectis lineis contentum: & basin

basi

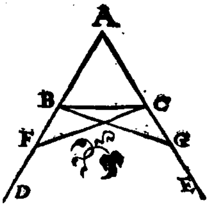
baſi æqualem habebunt, eritq; triangulum triangulo æquale, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, vterque vtrique, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur.



Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. Καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν, αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Theorema 2. Propoſitio 5.

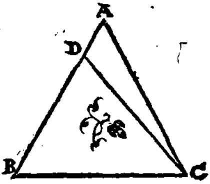
Iſoſcelium triangulorũ qui ad baſim ſunt anguli, inter ſe ſunt æquales: & ſi vlterius productæ ſint æquales illæ rectæ lineæ, q ſub baſi ſunt anguli, inter ſe æquales erunt.



ϛ

Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ, ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Theorema 3. Propositio 6.



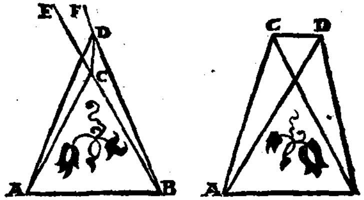
Si trianguli duo anguli æquales inter se fuerint: & sub æqualibus angulis subtēsa latera æqualia inter se erunt.

ζ

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, δυσὶ ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ οὐ συσταθήσονται, πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ, ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι, ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.

Theorema 4. Propositio 7.

Super eadem recta linea, duabus eisdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales, vtraque vtrique, non constituentur, ad aliud atque aliud pūctū, ad easdē partes, eosdemq; terminos cum duabus initio ductis rectis lineis habentes.



η

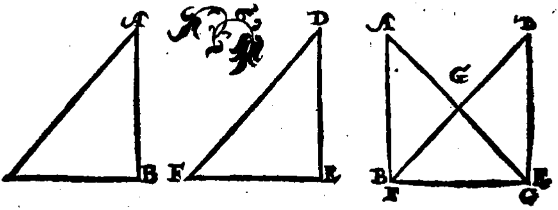
Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἔχῃ δὲ καὶ βάσιν τῇ βάσει ἴσην: καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει

τὴν

τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Theorema 5. Propositio 8.

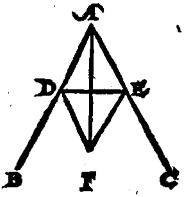
Si duo triangula duo latera habuerint duobus lateribus, vtrunque vtrique, æqualia, habuerint verò & basim basi æqualem: angulũ quoque sub æqualibus rectis lineis contentum angulo æqualem habebunt.



θ

Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον δίχα τεμεῖν.

Problema 4. Propositio 9.

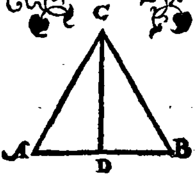


Datum angulum rectilineum bifariam secare.

ι

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην, δίχα τεμεῖν.

Problema 5. Propositio 10.

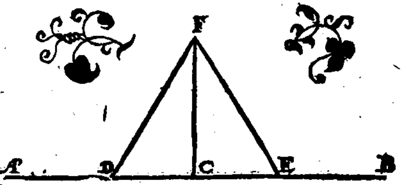


Datam rectam lineam finitam bifariam secare.

ια

Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου, πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

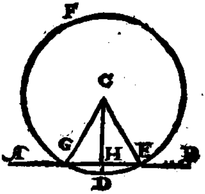
Problema 6. Propositio 11.



Data recta linea, à pũcto ĩ ea dato, rectam lineam ad angulos rectos excitare.

ιβ

Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον, ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, ὃ μή ἐστιν ἐπ᾽ αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.



Problema 7. Propositio 12.

Super datam rectam lineam infinitam, à dato puncto

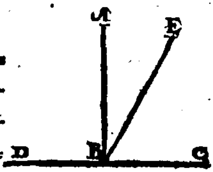
cto quod in ea nō est, perpendicularem rectam deducere.

ιγ

Ὡς ἂν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν ςαθεῖσα, γωνίας ποιῇ ἤτοι δύο ὀρθὰς, ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει.

Theorema 6. Propositio 13.

Cùm recta linea super rectam consistens lineã angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

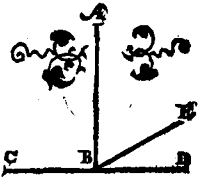


ιδ

Ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθεῖαι μὴ περὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι, τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 7. Propositio 14.

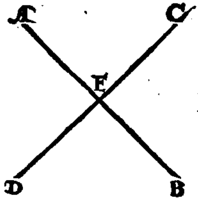
Si ad aliquam rectam lineam, atque ad eius punctũ, duæ rectæ lineæ non ad easdem partes ductæ, eos qui sunt deinceps angulos duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt inter se ipsæ rectæ lineæ.



ιε

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας, ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσι.

Theorema 8. Propositio 15.

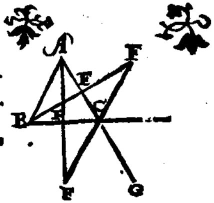


Si duæ rectæ lineæ se mutuò secuerīt, angulos qui ad verticem sunt, æquales inter se efficient.

ις

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν ἐκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία, ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, μείζων ἐστίν.

Theorema 9. Propositio 16.

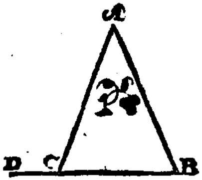


Cuiuscunq; trianguli vno latere producto, externus angulus vtroq; interno & opposito maior est.

ιζ

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Theorema 10. Propositio 17.



Cuiuscunque trianguli duo anguli duobus rectis sunt minores omnifariã sumpti.

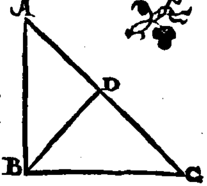
ιη

Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γω-

γίαν

νίαν ὑποτείνει.

Theorema 11. Propositio 18.

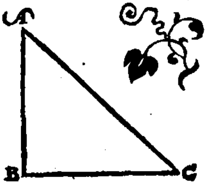


Omnis trianguli maius latus maiorem angulũ subtendit.

ιθ

Παντὸς τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει.

Theorema 12. Propositio 19.

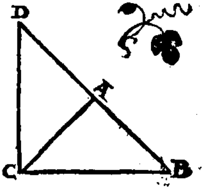


Omnis trianguli maior angulus, maiori lateri subtenditur.

κ

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ, τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Theorema 13. Propositio 20.



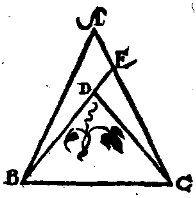
Omnis trianguli duo latera reliquo sunt maiora, quomodocũq; assumpta.

κα

Ἐὰν τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν, αἱ συσταθεῖσαι, τῶν λοι τῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ἐλάττονες μὲν ἔσονται, μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσι.

Theorema 14. Propositio 21.

Si super trianguli vno latere, ab extremitatibus duæ rectæ lineæ, interius constitutæ fuerint, hæ cõstitutæ reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem erunt, maiorem verò angulum continebunt.

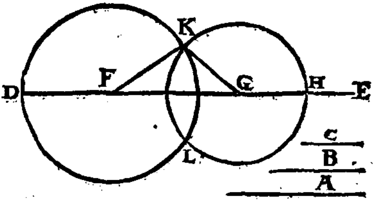


κβ

Ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις, τρίγωνον συστήσασθαι. Δεῖ δὴ τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντῃ μεταλαμβανομένας, διὰ τὸ καὶ παντὸς τριγώνου τὰς δύο πλευρὰς, τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντῃ μεταλαμβανομένας.

Problema 8. Propositio 22.

Ex tribus rectis lineis quę sunt tribus datis rectis lineis æquales, triangulum constituere. Oportet autem duas reliqua esse maiores omnifariã sumptas: quoniam vniuscuiusq; trianguli duo latera omnifariam



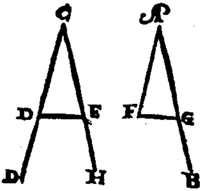
nifariam ſumpta reliquo ſunt maiora.

κγ

Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

Problema 9. Propoſitio 23.

Ad datam rectam lineam datumq; in ea punctum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum conſtituere.

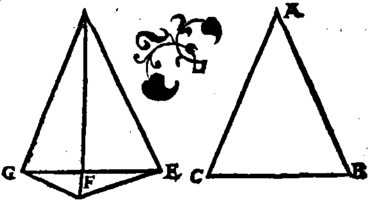


κδ

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει.

Theorema 15. Propoſitio 24.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, vtrunq; vtriq;, angulum verò angulo maiorem ſub æqualibus rectis lineis contentum: & baſin baſi maiorem habebunt.

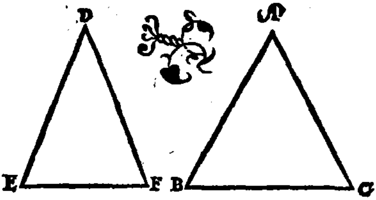


κε

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν βάσιν δὲ τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Theorema 16. Propositio 25.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, vtrunque vtrique, basin verò basi maiorem: & angulum sub æqualibꝰ rectis lineis contentũ angulo maiorem habebunt.



κϛ

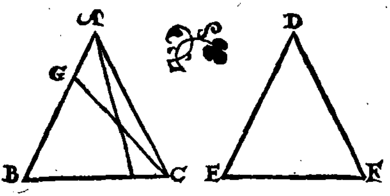
Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν: καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.

Theorema 17. Propositio 26.

Si duo triangula duos angulos duobus angulis æquales habuerint, vtrunque vtrique,

vnum-

vnumque latus vni lateri æquale, ſiue quod æqualibus adiacet angulis, ſeu quod vni æqualium angulorum ſubtenditur: & reliqua latera reliquis laterib. ęqualia, vtrumq; vtrique, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

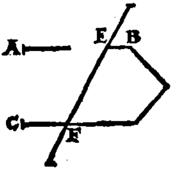


κζ

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 18. Propoſitio 27.

Si in duas rectas lineas recta incidens linea alternatim angulos æquales inter ſe fecerit: parallelæ erunt inter ſe illæ rectæ lineæ.



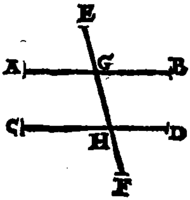
κη

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς, καὶ ἀπεναντίον, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ, ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theo-

Theorema 19. Propositio 28.

Si in duas rectas lineas recta incidens linea, externum angulum interno, & opposito, & ad easdem partes æqualem fecerit, aut internos & ad easdem partes duobus rectis æquales: parallelæ erunt inter se ipsæ rectæ lineæ.

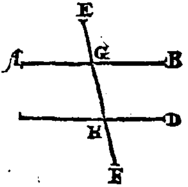


κθ

ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ, καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, ἴσην, καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

Theorema 20. Propositio 29.

In parallelas rectas lineas recta incidens linea, & alternatim angulos inter se æquales efficit & externũ interno & opposito & ad easdem partes ęqualem, & internos & ad easdem partes duobus rectis æquales facit.

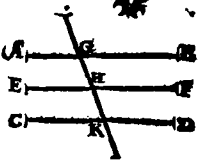


λ

Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι, καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

Theo-

Theorema 21. Propositio 30.

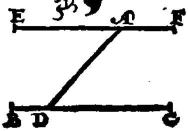


Quæ eidem rectæ lineæ, parallelæ, & inter se sunt parallelæ.

λα

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν

Problema 10. Propositio 31.

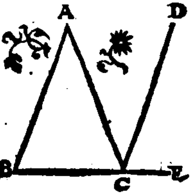


A dato puncto datæ rectę lineæ parallelam rectam lineam ducere.

λβ

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστί. Καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Theorema 22. Propositio 32.

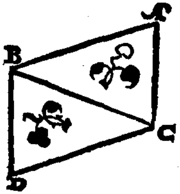


Cuiuscunque trianguli vno latere vlterius producto: externus angulus duobus internis & oppositis est æqualis. Et trianguli tres interni anguli duobus sunt rectis æquales.

λγ

Αἱ τὰς ἴσας καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι, καὶ αὗται ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν.

Theorema 23. Propositio 33.

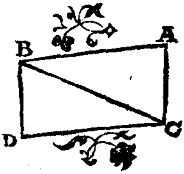


Rectæ lineæ quæ æquales & parallelas lineas ad partes easdē coniungunt, & ipsæ æquales & parallelę sunt.

λδ

Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί: καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.

Theorema 24. Propositio 34.



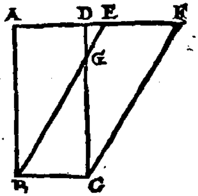
Parallelogrammorum spatiorum æqualia sunt inter se quę ex aduerso & latera & anguli: atque illa bifariam secat diameter.

λε

Τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theo-

Theorema 25. Propo-
sitio 35.



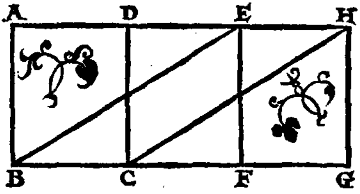
Parallelogrãma super eadem basi & in eisdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

λϛ

Τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Theorema 26. Propositio 36.

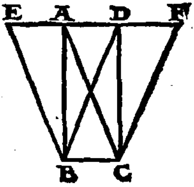
Parallelogramma super æqualibus basibus & in eisdẽ parallelis cõstituta, inter se sunt æqualia.



λζ

Τὰ τρίγωνα, τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 27. Propo-
sitio 38.



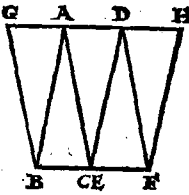
Triangula super eadem basi constituta, & in eisdem parallelis, inter se sunt æqualia.

λη Τὰ

λη

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις εἰσίν.

Theorema 28. Propositio 38.

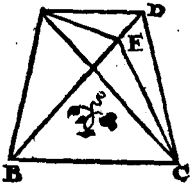


Triangula ſuper æqualibus baſibus conſtituta & in eiſdem parallelis, inter ſe ſunt æqualia.

λθ

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ βάσεως ὄντα, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Theorema 29. Propoſitio 38.

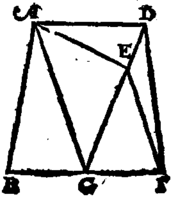


Triangula æqualia ſuper eadem baſi & ad eaſdem partes conſtituta: & in eiſdem ſunt parallelis.

μ

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Theorema 30. Propoſitio 40.



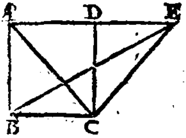
Triangula æqualia ſuper æqualibus baſibus & ad eaſdem partes conſtituta, & in eiſdē ſunt parallelis.

μα Ἐὰν

μα

Ἐὰν παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιον ἔσται τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου.

Theorema 31. Propoſitio 41.

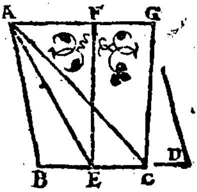


Si parallelogrammum cũ triangulo eandem baſin habuerit, in eiſdemq́; fuerit parallelis, duplum erit parallelogrammum ipſius trianguli.

μβ

Τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι, ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

Problema 11. Propoſitio 42.

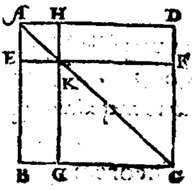


Dato triangulo æquale parallelogrammum conſtituere in dato angulo rectilineo.

μγ

Παντὸς παραλληλογράμμου, τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

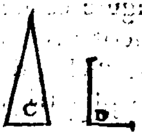
Theorema 32. Propositio 43.



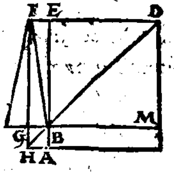
In omni parallelogrammo, complementa eorum quæ circa diametrū sunt parallelogrammorum, inter se sunt æqualia.

μδ

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν, τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.



Problema 12. Propositio 44.



Ad datam rectam lineam, dato triangulo æquale parallelogrammum applicare in dato angulo rectilineo.

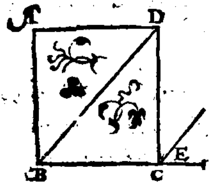
με

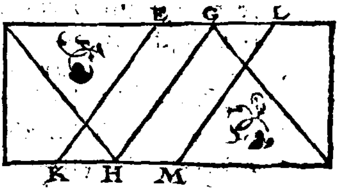
Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

Problema 13. Propositio 45.

Dato rectilineo æquale parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo.

μϛ Ἀπὸ

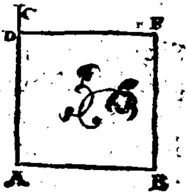




μϛ

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

Problema 14. Propositio 46.

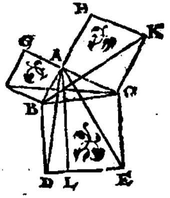


A data recta linea quadratum describere.

μζ

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

Theorema 33. Propositio 47.



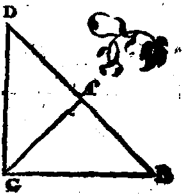
In rectangulis triangulis, quadratum quod à latere rectum angulum subtendente describitur, æquale est eis quæ à lateribus rectum angulum continentibus describuntur, quadratis.

μη

Ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν, ὀρθή ἐστι.

Theorema 34. Propositio 48.

Si quadratum quod ab vno laterum trianguli describitur, æquale sit eis quæ à reliquis trianguli lateribus describuntur, quadratis: angulus cõprehensus sub reliquis duobus trianguli lateribus, rectus est.



FINIS ELEMENTI I.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTUM SECUNDUM.

ὍΡΟΙ.

α

ΠΑΝ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν.

DEFINITIONES.

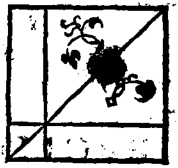
I

Omne parallelogrammum rectangulũ contineri dicitur sub rectis duabus lineis, quæ rectum comprehendunt angulum.

β

Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου, τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ, ἓν παραλληλογράμμων ὁποιονοῦν σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι, γνώμων καλείσθω.

In omni parallelogrammo ſpatio, vnumquodlibet eorum quæ circa diametrum illius ſunt parallelogrammorum, cũ duobus complementis, Gnomo vocetur.

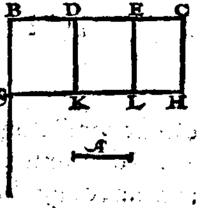


Πρότασις α.

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν εἰς ὅσα δηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν, ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.

Theorema 1. Propoſitio 1.

Si fuerint duæ rectæ lineæ, feceturque ipſarum altera in quotcunque ſegmenta: rectangulum comprehenſum ſub illis duabus rectis lineis, æquale eſt eis rectangulis quæ ſub inſecta & quolibet ſegmentorum comprehenduntur.

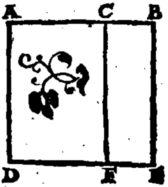


β

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε τὰ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ.

Theo-

Theorema 2. Propositio 2.



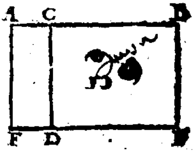
Si recta linea secta sit vtcunq;, rectangula quæ sub tota & quolibet segmentorum comprehenduntur, æqualia sunt ei, quod à tota fit, quadrato.

γ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ὡς ἔτυχε τμηθῇ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ.

Theorema 3. Propositio 3.

Si recta linea secta sit vtcunque, rectangulum sub tota & vno segmentorum comprehensum, equale est & illi quod sub segmentis comprehenditur rectangulo, & illi, quod à prædicto segmento describitur, quadrato.

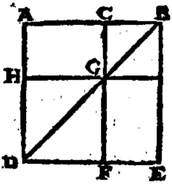


δ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Theorema 4. Propositio 4.

Si recta linea secta sit vtcunque: quadratum quod à tota describitur, æquale est & illis quæ à segmentis describuntur quadratis, & ei quod bis sub segmentis cōprehenditur, rectāgulo.

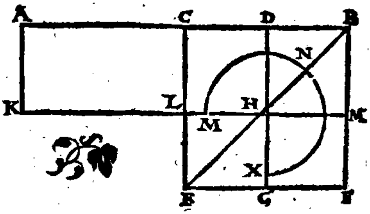


ε

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Theorema 5. Propositio 5.

Si recta linea secetur in æqualia & non æqualia: rectangulum sub inæqualibus segmentis totius compreheñsum, vnà cum quadrato, qd' ab intermedia sectionū, æquale est ei quod à dimidia describitur, quadrato.



ς

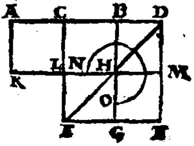
Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθείας, ὀρθογώνιον τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης

σὺν

σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς, ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Theorema 6. Propoſitio 6.

Si recta linea bifariam ſecetur, & illi recta quædam linea in rectum adijciatur, rectangulum comprehenſum ſub tota cum adiecta & adiecta ſimul cum quadrato à dimidia, æquale eſt quadrato à linea, quæ tum ex dimidia, tum ex adiecta componitur, tanquam ab vna deſcripto.

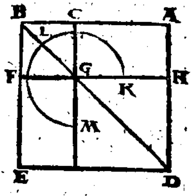


ζ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τὸ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων, τὰ συναμφότερα τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Theorema 7. Propoſitio 7.

Si recta linea ſecetur vtcunque: quod à tota, quodque ab vno ſegmentorum, vtraque simul quadrata, æqualia sunt & illi quod bis sub tota & dicto segmento comprehenditur, rectangulo, & illi quod à reliquo segmento fit, quadrato.

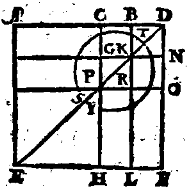


ζ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς, ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Theorema 8. Propositio 8.

Si recta linea secetur vtcunque: rectangulum quater comprehensum sub tota & vno segmentorum, cum eo quod à reliquo segmento fit, quadrato, æquale est ei quod à tota & dicto segmento, tanquam ab vna linea describitur, quadrato.



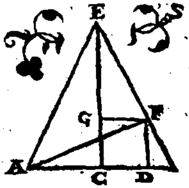
θ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου.

Theo-

Theorema 9. Propositio 9.

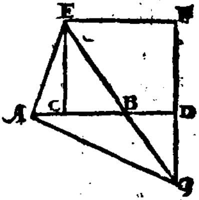
Si recta linea secetur in æqualia & non æqualia: quadrata quæ ab inæqualibus totius segmentis fiunt, duplicia sunt & eius quod à dimidia, & eius quod ab intermedia sectionum fit, quadratorum.



Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης τὰ συναμφότερα τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου.

Theorema 10. Propositio 10.

Si recta linea secetur bifariam, adijciatur autem ei in rectum quæpiam recta linea: quod à tota cum adiuncta, & quod ab adiuncta, vtraque simul quadrata, duplicia sunt & eius quod à dimidia, & eius quod à composita ex dimidia & adiuncta, tanquam ab vna descriptum sit, quadratorum.

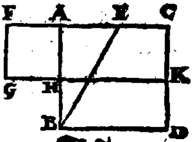


ια Τὸ

ια

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν, ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Problema 1. Propositio 11.



Datam rectam lineam secare, vt comprehensum sub tota & altero segmentorum rectangulum, æquale sit ei quod à reliquo segmento fit, quadrato.

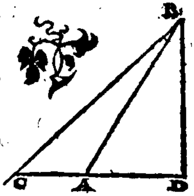
ιβ

Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, μεῖζόν ἐστι τῶν τὴν ἀμβλεῖαν περιεχουσῶν πλευρῶν, τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ᾽ ἣν ἐκβληθεῖσαν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ.

Theorema 11. Propositio 12.

In amblygonijs triangulis, quadratũ quod fit à latere angulum obtusum subtendente, maius est quadratis quę fiunt à lateribus obtusum angulum comprehendentibus, pro quan-

quantitate rectanguli bis comprehensi & ab vno laterum quæ sunt circa obtusum angulum, in quod, cùm protractum fuerit, cadit perpendicularis, & ab assumpta exterius linea sub perpendiculari prope angulum obtusum.



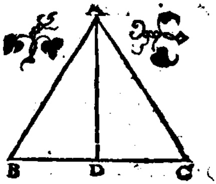
ιγ

Ἐν τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν, ἐφ᾿ ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

Theorema 12. Propositio 13.

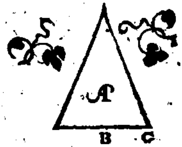
In oxygonijs triangulis, quadratum à latere angulum acutum subtendente, minus est quadratis quæ fiunt à lateribus acutum angulum comprehendentibus, pro quantitate rectanguli bis comprehensi, & ab vno laterum

rum, quæ sunt circa acutum angulum, in quod perpendicularis cadit, & ab assumpta interius linea sub perpendiculari prope acutum angulum.



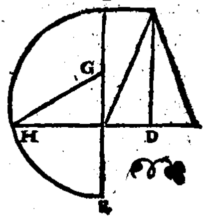
ιδ

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.



Problema 2. Propositio 14.

Dato rectilineo æquale quadratum constituere.



ELEMENTI II. FINIS.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕῖΟΝ
ΤΡΙΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMEN-
TVM TERTIVM.

ὅΡΟΙ.

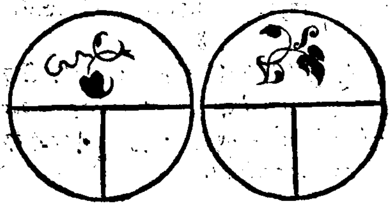
α

ΙΣΟΙ κύκλοι εἰσὶν, ὧν αἱ διάμετροι εἰσὶ ἴσαι: ἢ ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσίν.

DEFINITIONES.

I

Aequales circuli, ſunt quorũ diametri ſunt æquales, vel quorum quę ex cẽtris rectæ lineæ ſunt æquales.

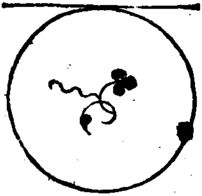


β

Εὐθεῖα κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥτις ἁπτομένη τοῦ κύκλου καὶ ἐκβαλλομένη, οὐ τέμνει τὸν κύκλον.

2 Recta

2



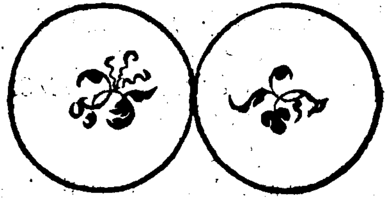
Recta linea circulum tangere dicitur, quę cùm circulum tangat, ſi producatur, circulum non ſecat.

γ

Κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους.

3

Circuli ſeſe mutuò tangere dicuntur: qui ſeſe mutuo tangentes, ſeſe mutuò non ſecant.

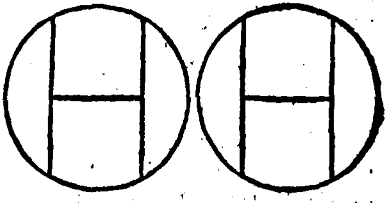


δ

Ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσι: μεῖζον δὲ ἀπέχειν λέγεται, ἐφ' ἣν ἡ μείζων κάθετος πίπτει.

4

In circulo, æqualiter diſtare à centro rectæ lineæ dicuntur, cùm perpendiculares, quæ à cenà centro in ipſas ducũtur, ſunt æquales. Longius autẽ abeſſe illa dicitur, in quam maior perpendicularis cadit.

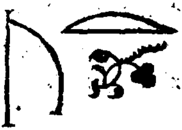


ε

Τμῆμα κύκλου ἐστὶ, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

5

Segmentum circuli eſt, figura quæ ſub recta linea & circuli peripheria comprehenditur.



ϛ

Τμήματος δὲ γωνία ἐστὶν, ἡ περιεχομένη ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

6

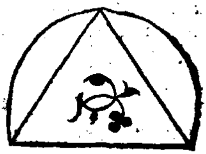
Segmenti autem angulus eſt, qui ſub recta linea & circuli peripheria comprehenditur.

ζ

Ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστὶν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος ληφθῇ τι σημεῖον, καὶ ἀπ᾽ αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας, ἥ ἐστι βάσις τῆς τμήματος, ἐπεζευχθῶσιν εὐθεῖαι, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν.

7

In ſegmento autem angulus eſt, cùm in ſegmenti peripheria ſumptum fuerit quodpiam punctum, & ab illo in terminos rectæ eius lineæ, quæ ſegmenti baſis eſt, adiunctæ fuerint rectæ lineæ: is, inquam, angulus ab adiunctis illis lineis comprehenſus.

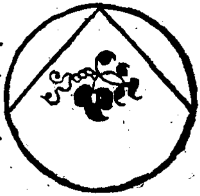


η

ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν εὐθεῖαι ἀπολαμβάνωσί τινα περιφέρειαν, ἐπ' ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι ἡ γωνία.

8

Cùm verò comprehendentes angulum rectæ lineæ aliquam aſſumunt peripheriam, illi angulus inſiſtere dicitur.



θ

Τομεὺς δὲ κύκλου ἐστὶν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ αὐτοῦ τοῦ κύκλου σταθῇ ἡ γωνία: τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν, περιφερείας.

9 Sector

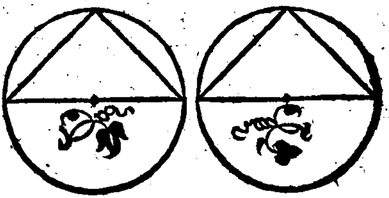
9

Sector autem circuli est, cùm ad ipsius circuli centrum constitutus fuerit angulus, comprehensa nimirum figura & à rectis lineis angulum continentibus, & à peripheria ab illis assumpta.

ὅμοια τμήματα κύκλου ἐστὶν, τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας: ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

10

Similia circuli segmenta sunt, quæ angulos capiunt æquales: aut in quibus anguli īter se sunt ęquales.



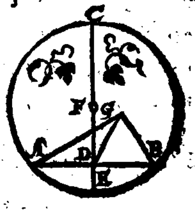
Προτάσεις.

α

Τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν.

Problema 1. Propositio 1.

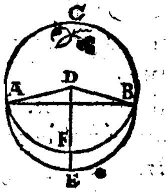
Dati circuli centrum reperire.



β

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ αὐτὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Theorema 1. Propositio 2.

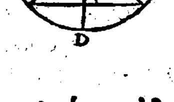


Si in circuli peripheria duo quælibet puncta accepta fuerint, recta linea quæ ad ipsa puncta adiungitur, intra circulum cadet.

γ

Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου, εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τεμεῖ. καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ δίχα αὐτὴν τεμεῖ.

Theorema 2. Propositio 3.



Si in circulo recta quædam linea per centrum extensa quandam nō per centrum extensam bifariam secet: & ad angulos rectos ipsam secabit. Et si ad angulos rectos eam fecer, bifariam quoque eam secabit.

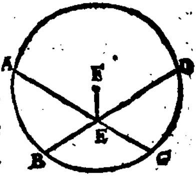
δ

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, μὴ διὰ

τοῦ

τοῦ κέντρου οὖσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

Theorema 3. Propositio 4.

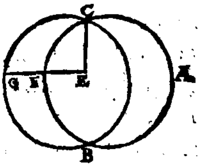


Si in circulo duæ rectæ lineæ sese mutuò secent nõ per centrum extensæ, sese mutuò bifariam non secabunt.

ε

Ἐὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Theorema 4. Propositio 5.

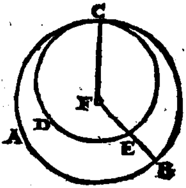


Si duo circuli sese mutuò secent, non erit illorum idem centrum.

ϛ

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντὸς, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Theorema 5. Propositio 6.



Si duo circuli sese mutuò interius tangant, eorum non erit idem centrum.

ζ

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου προσπίπτωσιν εὐθεῖαί τινες πρὸς τὸν κύκλον : μεγίστη μὲν ἔσται ἐφ' ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή: τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστί. Δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον, ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Theorema 6. Propoſitio 7.

Si in diametro circuli quodpiam ſumatur punctum, quod circuli centrum non ſit, ab eoque puncto in circulum quædam rectæ lineæ cadant: maxima quidem erit ea in qua centrum, minima verò reliqua: aliarum verò propinquior illi quæ per centrum ducitur, remotiore ſemper maior eſt. Duæ autem ſolùm rectæ lineæ æquales ab eodem puncto in circulum cadunt, ad vtraſque partes minimæ.

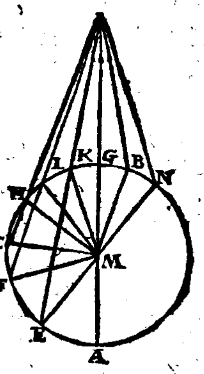
η

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαί τινες, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου, αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἔτυχε: τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, μεγίστη μὲν ἡ διὰ τοῦ κέντρου, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἔσται.

ἶσαι. τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, ἐλαχίστη μέν ἐστιν ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου. τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης, τῆς ἀπώτερόν ἐστι ἐλάττων. Δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι προσπεσοῦνται ἀπὸ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον ἐφ᾽ ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Theorema 7. Propositio 8.

Si extra circulum sumatur punctum quodpiam, ab eoque puncto ad circulum deducantur rectæ quædam lineæ, quarũ vna quidem per centrum protendatur, reliquæ vero vt libet: in cauam peripheriam cadentiũ rectarum linearum maxima quidem est illa, quæ per centrum ducitur: aliarum autem propinquior ei, quæ per centrum transit, remotiore semper maior est. in conuexam verò peripheriá cadentiũ rectarũ linearũ, minima quidem est illa, quę inter punctũ & diametrum interponitur: aliarum auté, ea quæ propinquior est minimæ, remotiore séper minor est. Duæ auté tãtùm rectę lineę ęquales ab eo



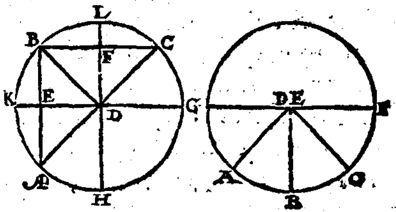
puncto in ipsum circulum cadunt, ad vtrasque partes minimæ.

θ

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν πλείους ἢ δύο εὐθεῖαι ἴσαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον, κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου.

Theorema 8. Propo. 9.

Si in circulo acceptum fuerit punctum aliquod, & ab eo puncto ad circulum cadant plures quá duæ rectæ lineæ, æquales, acceptú púctum centrum ipsius est circuli.

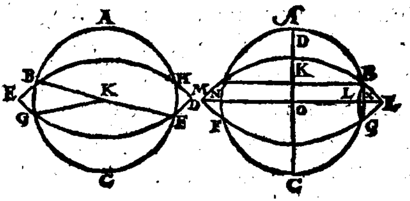


ι

Κύκλος οὐ τέμνει κύκλον κατὰ πλείονα σημεῖα, ἢ δύο.

Theorema 9. Propositio 10.

Circulus circulú in plurib. quàm duob' púctis non secat.

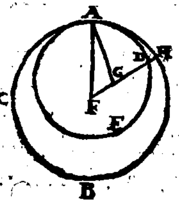


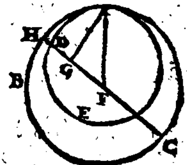
ια

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός, καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα καὶ ἐκβαλλομένη, ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων.

Theorema 10. Propoſitio 11.

Si duo circuli ſeſe intus contingant, atq; accepta fuerint eorũ cẽtra, ad eorũ cẽtra adiũcta recta linea & producta in contactum circulorũ cadet.



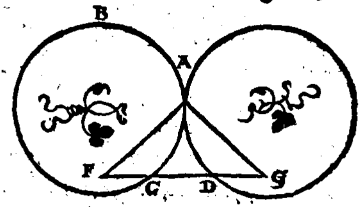


ιβ

Ἐὰν δύο κύκλοι ἅπτωνται ἀλλήλων ἐκτός, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη, διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

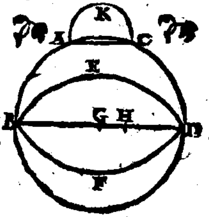
Theorema 11. Propoſitio 12.

Si duo circuli ſeſe exterius cõtingant, linea recta q̃ ad cẽtra eorũ adiũgitur, per cõtactũ illũ trãſibit.



ιγ

Κύκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται πλείονα σημεῖα ἢ καθ' ἕν, ἐάντε ἐντὸς ἐάντε ἐκτος ἐφάπτηται.



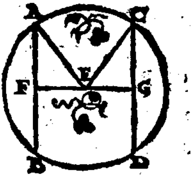
Theorema 12. Propositio 13.

Circulus circulum non tangit in pluribus punctis, quam vno, siue intus siue extra tangat.

ιδ

Ἐν κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Theorema 13. Propositio 14.



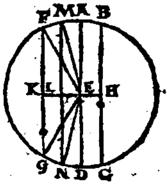
In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter distant à centro. Et quæ æqualiter distant à centro, æquales sunt inter se.

ιε

Ἐν κύκλῳ μεγίστη μὲν ἐστιν ἡ διάμετρος, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστι.

Theo-

Theorema 14. Propositio 15.



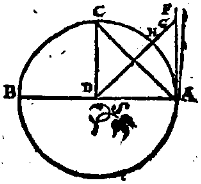
In circulo maxima quidẽ linea eſt diameter: aliarum autem propinquior centro remotiore ſemper maior.

ις

ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη, ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου, καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας, ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία, ἁπάσης ὀξείας γωνίας εὐθυγράμμου μείζων ἐστὶν, ἡ δὲ λοιπὴ, ἐλάττων.

Theorema 15. Propoſitio 16.

Quæ ab extremitate diametri cuiuſque circuli ad angulos rectos ducitur, extra ipſum circulum cadet, & in locum inter ipſam rectam lineam & peripheriã comprehenſum, altera recta linea non cadet. Et ſemicirculi quidem angulus quouis angulo acuto rectilineo maior eſt, reliquus autem minor.

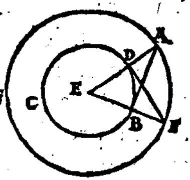


ιζ

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τοῦ δοθέντος κύκλου ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Pro-

Problema 2. Propositio 17.

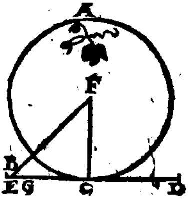


A dato puncto rectam lineam ducere, quæ datum tangat circulum.

ιη

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα, ἡ ἐπιζευχθεῖσα κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἁπτομένην.

Theorema 16. Propositio 18.



Si circulum tangat recta quæpiam linea, à cētro autem ad contactum adiungatur recta quædā linea: quæ adiuncta fuerit ad ipsam cōtingentem perpendicularis erit.

ιθ

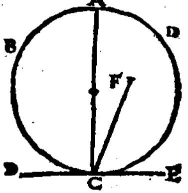
Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

Theorema 17. Propositio 19.

Si circulum tetigerit recta quæpiam linea, à

con-

contactu autem recta linea ad angulos rectos ipsi tangenti excitetur, in excitata erit centrum circuli.



x

Εν κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία, διπλασίων ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν αἱ γωνίαι.

Theorema 18. Propositio 20.

In circulo angulus ad centrū duplex est anguli ad peripheriam, cùm fuerit eadem peripheria basis angulorum.

xα

Εν κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Theorema 19. Propositio 21.

In circulo, qui in eodem segmēto sunt anguli, sunt inter se æquales.

xβ

Τῶν ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι,

γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

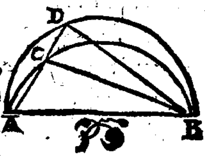
Theorema 20. Propositio 22.

Quadrilaterorum in circulis descriptorum anguli qui ex aduerso, duobus rectis sunt æquales.

κγ

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα οὐ συσταθήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

Theorema 21. Propositio 23.



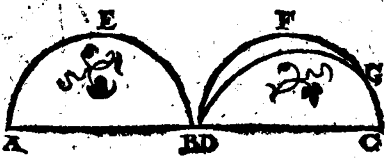
Super eadem recta linea, duo segmẽta circulorum similia & inæqualia non constituentur ad easdem partes.

κδ

Τὰ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων, ἴσα ἀλλήλοις εἰσίν.

Theorema 22. Propositio 24.

Super æqualib. rectis lineis simi lia circulorũ segmenta



sunt

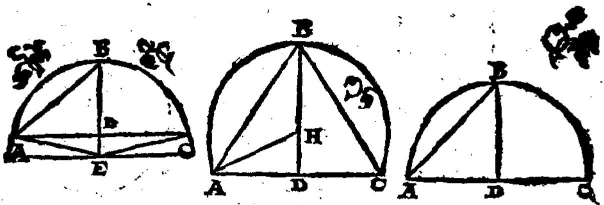
ſunt inter ſe æqualia.

κε

Κύκλου τμήματος δοθέντος, προσαναγράψαι τὸν κύκλον, οὗπερ ἐστὶ τμῆμα.

Problema 3. Propoſitio 25.

Circuli ſegmento dato, deſcribere circulũ, cuius eſt ſegmentum.

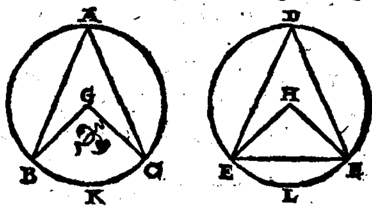


κϛ

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι γωνίαι, ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασι, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Theorema 23. Propoſitio 26.

In æqualibus circulis, æquales anguli æqualib. peripherijs inſiſtunt ſiue ad centra, ſiue ad



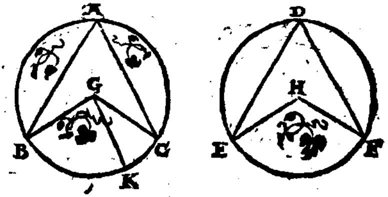
peripherias conſtituti inſiſtant.

κζ

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν, ἐάντε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάντε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Theorema 24. Propoſitio 27.

In æqualibus circulis, anguli qui æqualibus peripherijs inſiſtũt, ſunt inter ſe æquales ſiue ad centra, ſi



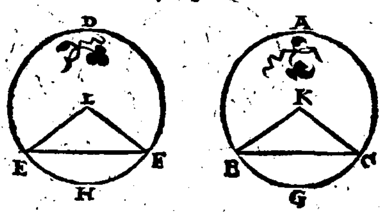
ue ad peripherias conſtituti inſiſtant.

κη

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι, τὴν μὲν μείζονα, τῇ μείζονι, τὴν δὲ ἐλάττονα, τῇ ἐλάττονι.

Theorema 25. Propoſitio 28.

In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ æquales peripherias auferunt, maiorē quidem maiori, mi



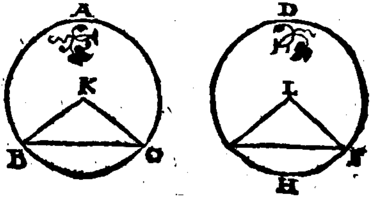
norem autem minori.

κθ

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις ὑπὸ τὰς ἴσας περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν.

Theorema 26. Propoſitio 29.

In æqualibus circulis, æquales peripherias æquales rectæ lineæ ſubtendunt.

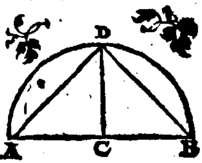


λ

Τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν δίχα τέμνειν.

Problema 4. Propoſitio 30.

Datam peripheriam bifariam ſecare.

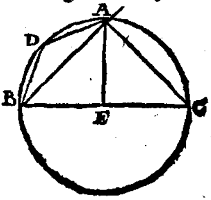


λα

Ἐν κύκλῳ, ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθή ἐστιν, ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι, ἐλάττων ὀρθῆς, ἡ δὲ ἐν τῷ ἐλάττονι, μείζων ὀρθῆς: καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία, μείζων ἐστὶν ὀρθῆς, ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία, ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς.

Theorema 27. Propoſitio 13.

In circulo angulus qui in ſemicirculo, rectus est: qui autem in maiore segmento, minor recto: qui verò in minore segmento, maior est recto. Et insuper angulus maioris segmenti, recto quidem maior est: minoris autem segmenti angulus, minor est recto.

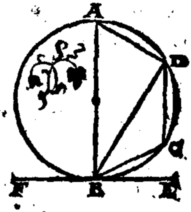


λβ

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς ἐπὶ τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα τέμνουσα τὸν κύκλον: ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ, ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις.

Theorema 28. Propositio 32.

Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem producatur quædam recta linea circulum secans: anguli quos ad contingentem facit, æquales sunt ijs qui in alternis circuli segmẽtis consistunt, angulis.



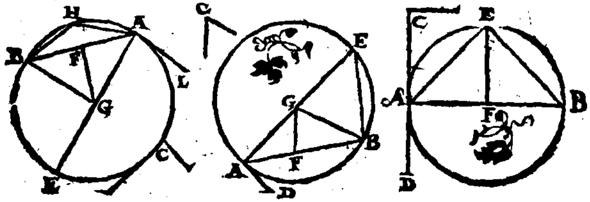
λγ

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Pro-

Problema 5. Propositio 33.

Super data recta linea describere segmentũ circuli quod capiat angulum æqualem dato angulo rectilineo.

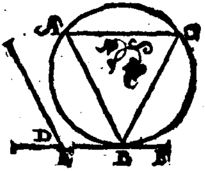


λδ

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου τμῆμα ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Problema 6. Propositio 34.

A dato circulo segmentum abscindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

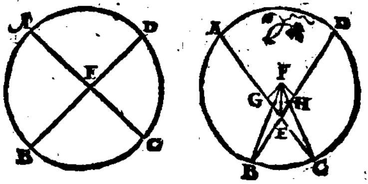


λε

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Theorema 29. Propositio 35.

Si in circulo duæ rectæ lineæ sese mutuò secuerint, rectangulum comprehensum sub segmentis vnius, æquale est ei, qd' sub segmētis alterius cō prehenditur, rectangulo.

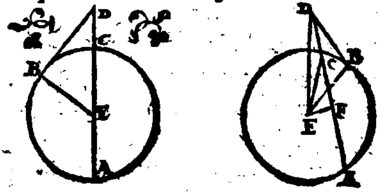


λϛ

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, καὶ ἀπ' αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφάπτηται: ἔσται τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.

Theorema 30. Propositio 36.

Si extra circulum sumatur punctum aliquod, ab eoque in circulum cadant duæ rectæ lineæ, quarum altera quidem circulum secet, altera verò tangat: qd sub tota secāte & ex



terius

terius inter punctum & conuexam peripheriam assumpta comprehenditur rectangulum, æquale erit ei, quod à tangente describitur, quadrato.

λζ

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τίμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ προσπίπτῃ, ᾖ δὲ τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης τεμνούσης, καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης: ἡ προσπίπτουσα ἐφάψεται τοῦ κύκλου.

Theorema 31. Propositio 37.

Si extra circulum sumatur punctū aliquod, ab eoque puncto in circulum cadant duæ rectæ lineæ, quarum altera circulum secet, altera in eum incidat, sit autem quod sub tota secāte & exterius inter punctum & conuexam peripheriā assumpta, comprehenditur rectangulū, æquale ei, quod ab incidente describitur quadrato; incidens ipsa circulum tanget.

Elementi tertij finis.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM QVARTVM.

ὅροι.

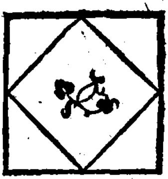
α

Σχῆμα εὐθύγραμμον εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη τῶν τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος γωνιῶν, ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται.

DEFINITIONES.

I

Figura rectilinea in figura rectilinea inſcribi dicitur, cùm ſinguli eius figuræ quæ inſcribitur, anguli ſingula latera eius, in qua inſcribitur, tangunt.



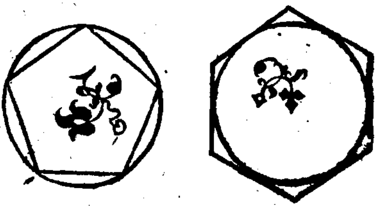
β Σχῆ-

β

Σχῆμα δὲ ὁμοίως περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου, ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται, ἅπτηται.

2

Similiter & figura circum figuram deſcribi dicitur, quum ſingula eius quæ circunſcribitur, latera ſingulos eius figuræ angulos tetigerint, circum quam illa deſcribitur.



γ

Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον εἰς κύκλον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη γωνία τοῦ ἐγγραφομένου ἅπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

3

Figura rectilinea in circulo inſcribi dicitur, quum ſinguli eius figuræ quæ inſcribitur, anguli tetigerint circuli peripheriam.

δ

Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον περὶ κύκλον περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, τοῦ περιγραφομένου ἐφάπτηται.

4

Figura verò rectilinea circa circulum describi dicitur, quum singula latera eius, quę circum scribitur, circuli peripheriam tangũt.

ε

Κύκλος ᾗ ὁμοίως εἰς σχῆμα λέγεται ἐγγράφεσθαι, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια, ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται, ἅπτηται.

5

Similiter & circulus in figura rectilinea inscribi dicitur, quum circuli peripheria singula latera tangit eius figuræ, cui inscribitur.

ϛ

Κύκλος ᾗ περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια, ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται, ἅπτηται.

6

Circulus autem circum figuram describi dicitur, quum circuli peripheria singulos tangit eius figuræ, quam circunscribit, angulos.

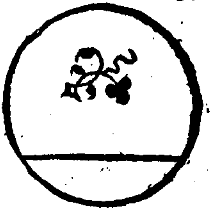
η

Εὐθεῖα εἰς κύκλον ἐναρμόζεσθαι λέγεται, ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς, ἐπὶ τῆς περιφερείας ᾖ τοῦ κύκλου.

7

Recta linea in circulo accommodari seu coaptari

aptari dicitur, quum eius extrema in circuli peripheria fuerint.

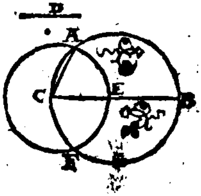


Προτάσεις

α

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου, ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι.

Problema 1. Propositio 1.

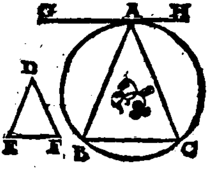


In dato circulo, rectam lineam accommodare æqualem datæ rectæ lineæ, quæ circuli diametro nõ sit maior.

β

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.

Problema 2. Propositio 2.



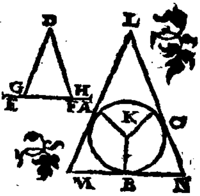
In dato circulo, triangulum describere dato triangulo æquiangulum.

γ

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.

Problema 3. Propositio 3.

Circa datum circulũ triangulũ, describere dato triangulo ęquiangulum.

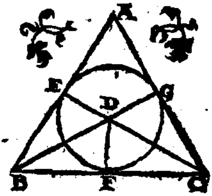


δ

Εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον, κύκλον ἐγγράψαι.

Problema 4. Propositio 4.

In dato triangulo circulum inscribere.

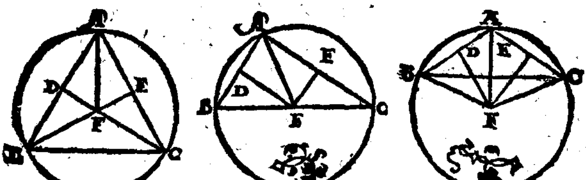


ε

Περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον, κύκλον περιγράψαι.

Problema 5. Propositio 5.

Circa datum triangulum, circulum describere.

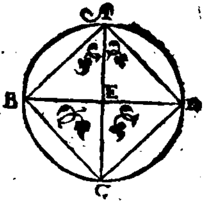


ϛ

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον ἐγγράψαι.

Pro-

Problema 6. Propositio 6.

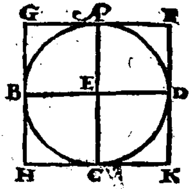


In dato circulo quadratū describere.

ζ

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον περιγράψαι.

Problema 7. Propositio 7.

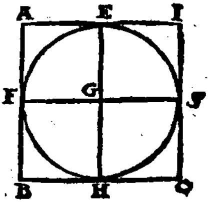


Circa datum circulum, quadratum describere.

η

Εἰς τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον ἐγγράψαι.

Problema 8. Propositio 8.



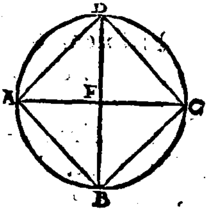
In dato quadrato circulum inscribere.

θ

Περὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον περιγράψαι.

Pro-

Problema 9. Propositio 9.

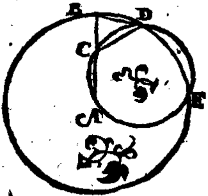


Circa datum quadratum, circulum describere.

ι

Ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι, ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν, διπλασίονα τῆς λοιπῆς.

Problema 10. Propositio 10.



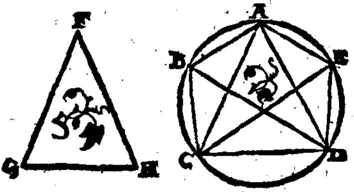
Isosceles triangulum constituere, quod habeat vtrunque eorum, qui ad basin sunt, angulorum, duplum reliqui.

ια

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Theorema 11. Propositio 11.

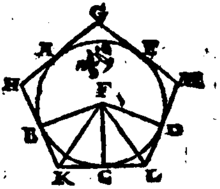
In dato circulo, pentagωnum æquilaterum & æquiangulum inscribere.



ιβ

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι.

Problema 12. Propoſitio 12.

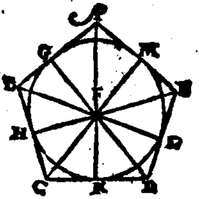


Circa datum circulum, pentagωnum æquilaterum & æquiangulum deſcribere.

ιγ

Εἰς τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον ἐγγράψαι.

Problema 13. Propoſitio 13.



In dato pentagωno ęquilatero & æquiangulo, circulum inſcribere.

ιδ

Περὶ τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον περιγράψαι.

Problema 14. Propoſitio 14.

Circa datum pentagωnũ, æquilaterum & æquiangulũ, circulũ deſcribere.

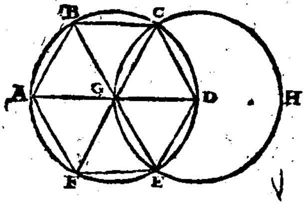
ιε Εἰς

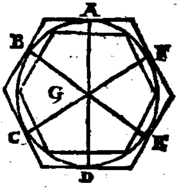
ιε

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Problema 15. Propositio 15.

In dato circulo hexagonum & ęquilaterum & æquiangulum inſcribere.

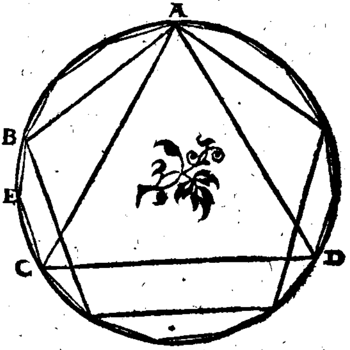




ιϛ

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πεντεκαιδεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Propo. 16.
Theor. 16.
In dato circulo quintidecagωnum & æquilaterũ & æquiangulum deſcribere.



Elementi quarti finis.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ
ΠΕΜΠΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMEN-
TVM QVINTVM.

ὅροι.

α

Μέρος ἐστὶ μέγεθος μεγέθους, τὸ ἔλασσον τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸ μεῖζον.

DEFINITIONES.

1

Pars est magnitudo magnitudinis minor maioris, quum minor metitur maiorem.

β

Πολλαπλάσιον δὲ, τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

2

Multiplex autem est maior minoris, cùm minor metitur maiorem.

γ

Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἡ κατὰ πηλικότητα πρὸς ἄλληλα ποιὰ σχέσις.

3 Ratio

3

Ratio, est duarum magnitudinum eiusdem generis mutua quædam secundum quantitatem habitudo.

δ

Αναλογία δὲ ἐστὶν, ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης.

4

Proportio verò, est rationum similitudo.

ε

Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν.

5

Rationem habere inter se magnitudinis dicuntur, quæ possunt multiplicatæ sese mutuò superare.

ς

Εν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγεται εἶναι, πρῶτον πρὸς δεύτερον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια, τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰσάκις πολλαπλασίων καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν, ἑκάτερον ἑκατέρου ἢ ἅμα ἐλλείπῃ, ἢ ἅμα ἴσα ᾖ, ἢ ἅμα ὑπερέχῃ ληφθέντα, κατάλληλα.

6

In eadem ratione magnitudines dicuntur esse, prima ad secundam, & tertia ad quar-

quartam: cùm primæ & tertiæ æquè multiplicia à secundæ & quartæ æquè multiplicibus, qualiscunque sit hæc multiplicatio, vtrunque ab vtroque, vel vnà deficiunt, vel vnà æqualia sunt, vel vnà excedunt, si ea sumantur quæ inter se respondent.

ξ

Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα μεγέθη λόγον, ἀνάλογον καλείσθω.

7

Eandem autem habentes rationem magnitudines, proportionales vocentur.

η

ὅταν δὲ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων, τὸ μὲν τοῦ πρώτου πολλαπλάσιον ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ δευτέρου πολλαπλασίου, τὸ δὲ τοῦ τρίτου πολλαπλάσιον, μὴ ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ τετάρτου πολλαπλασίου, τό τε πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον μείζονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον.

8

Cùm verò æquè multiplicium, multiplex primæ magnitudinis excesserit multiplicem secundæ, at multiplex tertiæ non excesserit multiplicem quartæ: tunc prima ad secundam, maiorem rationem habere dicetur, quàm tertia ad quartam.

θ

Αναλογία δὲ ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστοις ἐστίν.

9

Proportio autem in tribus terminis paucissimis consistit.

ι

Οταν δὲ τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον, διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον. ὅταν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τέταρτον, τριπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον, καὶ ἀεὶ ἑξῆς ἑνὶ πλεῖον, ἕως ἂν ἡ ἀναλογία ὑπάρχῃ.

10

Cùm autem tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiam, duplicatam rationem habere dicitur eius, quam habet ad secundam. At cùm quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartam, triplicatam rationem habere dicitur eius quam habet ad secundam: & semper deinceps vno amplius, quandiu proportio exstiterit.

ια

Ὁμόλογα μεγέθη λέγεται εἶναι, τὰ μὲν ἡγούμενα τοῖς ἡγουμένοις, τὰ δὲ ἑπόμενα τοῖς ἑπομένοις.

11

Homologæ, seu similes ratione magnitudines dicuntur, antecedentes quidem antecedentibus, consequentes verò consequentibus.

ιβ Εναλ-

ιβ

Ἐναλλὰξ λόγος, ἐστὶν λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον, καὶ τοῦ ἑπομένου πρὸς τὸ ἑπόμενον.

12.

Alterna ratio, eſt ſumptio antecedentis comparati ad antecedentem, & conſequentis ad conſequentem.

ιγ

Ἀνάπαλιν λόγος, ἐστὶ λῆψις τοῦ ἑπομένου ὡς ἡγουμένου, πρὸς τὸ ἡγούμενον ὡς ἑπόμενον.

13

Inuerſa ratio, eſt ſumptio conſequentis, ceu antecedentis, ad antecedentem velut ad conſequentem.

ιδ

Σύνθεσις λόγου, ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου μετὰ τοῦ ἑπομένου ὡς ἑνὸς πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

14

Compoſitio rationis, eſt ſumptio antecedentis cum conſequente ceu vnius, ad ipſum conſequentem.

ιε

Διαίρεσις δὲ λόγου, ἐστὶ λῆψις τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου, πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

15

Diuiſio rationis, eſt ſumptio exceſſus

quo consequentem superat antecedens ad ipsum consequentem.

ιϛ

Ἀναστροφὴ λόγου, ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου.

16

Conuersio rationis, est sumptio antecedentis ad excessum, quo superat antecedens ipsum consequentem.

ιζ

Δι᾽ ἴσου λόγος ἐστὶ πλειόνων ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανομένων καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὅταν ᾖ ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον. ἢ ἄλλως, λῆψις τῶν ἄκρων, καθ᾽ ὑπεξαίρεσιν τῶν μέσων.

17

Ex æqualitate ratio est, si plures duabus sint magnitudines, & his aliæ multitudine pares quæ binæ sumantur, & in eadem ratione: quum vt in primis magnitudinibus prima ad vltimam, sic & in secundis magnitudinibus prima ad vltimam sese habuerit. vel aliter, sumptio extremorum per subductionem mediorum.

ιη

Τεταγμένη ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν ᾖ ὡς ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἡγούμενον πρὸς τὸ ἑπόμενον,

νον, ἢ δὲ ὡς ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τὶ, οὕτως ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τί.

18

Ordinata proportio eſt, cùm fuerit quemadmodum antecedens ad conſequentem, ita antecedens ad conſequentem: fuerit etiam vt conſequens ad aliud quidpiam, ita conſequens ad aliud quidpiam.

ιθ

Τεταραγμένη δὲ ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν τριῶν ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων ἴσων αὐτοῖς τὸ πλῆθος γίνεται ὡς μὲν ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν, ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον: ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέγεσιν ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τὶ, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἄλλο τὶ πρὸς ἡγούμενον.

19

Perturbata autem proportio eſt, tribus poſitis magnitudinibus, & alijs quæ ſint his multitudine pares, cùm vt in primis quidem magnitudinibus ſe habet antecedens ad conſequentem, ita in ſecundis magnitudinibus antecedens ad conſequentem: vt autem in primis magnitudinibus conſequens ad aliud quidpiam, ſic in ſecundis magnitudinibus aliud quidpiam ad antecedentem.

Προτάσεις.

α

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος, ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνὸς, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων.

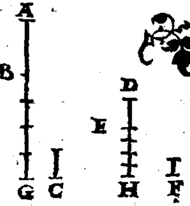
Theorema 1. Propoſitio 1.

Si ſint quotcunque magnitudines quotcunque magnitudinum æqualium numero, ſingulæ ſingularum æquè multiplices, quàm multiplex eſt vnius vna magnitudo, tam multiplices erunt & omnes omnium.

β

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τετάρτου, ᾖ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον, καὶ ἕκτον τετάρτου· καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον, δευτέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τετάρτου.

Theore. 2. Propo. 2.



Si prima ſecũdę æquè fuerit multiplex, atq; tertia quartæ, fuerit autem & quinta ſecũdæ æquè multiplex, atq; ſexta quartæ: erit & compoſita prima

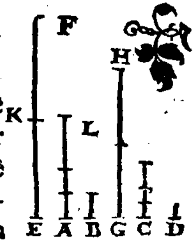
cum

cum quinta, ſecundæ æquè multiplex, atq; tertia cum ſexta, quartæ.

γ

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ληφθῇ δὲ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ πρώτου καὶ τρίτου: καὶ δι᾽ ἴσου, τῶν ληφθέντων ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, τὸ μὲν τοῦ δευτέρου, τὸ δὲ τοῦ τετάρτου.

Theorema 3. Propoſitio 3.



Si ſit prima ſecundæ ęquè multiplex atq; tertia quartæ, ſumantur autem æquè multiplices primæ & tertiæ: erit & ex ęquo ſumptarum vtraque vtriuſque æquè multiplex, altera quidem ſecundæ, altera autem quartæ.

δ

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον: καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου, πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου καθ᾽ ὁποιανοῦν πολλαπλασιασμόν, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ληφθέντα κατάλληλα.

Theorema 4. Propositio 4.

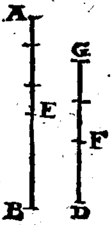
Si prima ad secundam, eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam: etiam æquè multiplices primæ & tertiæ, ad æquè multiplices secundæ & quartæ iuxta quamuis multiplicationem, eandem habebunt rationem, si prout inter se respondent, ita sumptæ fuerint.

ε

Ἐὰν μέγεθος μεγέθους ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος, καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ὅλον τοῦ ὅλου.

Theorema 5. Propositio 5.

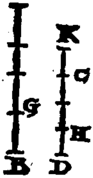
Si magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex, atque ablata ablatæ: etiam reliqua reliquæ ita multiplex erit, vt tota totius.



ϛ

Ἐὰν δύο μεγέθη, δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια: καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα ἐστίν, ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια.

Theorema 6. Propositio 6.



Si duæ magnitudines, duarum magnitudinum ſint æquè multiplices, & detractæ quædam ſint earundem æquè multiplices: & reliquæ eiſdem aut æquales ſunt, aut æquè ipſarũ multiplices.

ζ

Τὰ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον: καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

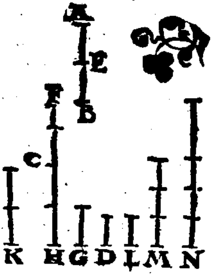
Theorema 7: Propositio 7.

Aequales ad eandem, eandem habent rationem: & eadem ad æquales.

η

Τῶν ἀνίσων μεγεθῶν, τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἔλαττον: καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον.

Theorema 8. Propositio 8.



Inæqualium magnitudinum, maior ad eandem maiorem rationem habet, quàm minor: & eadem ad minorem, maiorem rationẽ habet, quàm ad maiorem.

9

Τὰ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί: καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, κἀκεῖνα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 9. Propositio 9.

Quæ ad eandem, eandem habent rationem, æquales sunt inter se: & ad quas eadem, eandem habet rationem, eæ quoque sunt inter se æquales.

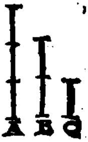
ι

Τῶν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων, τὸ τὸν μείζονα λόγον ἔχον, ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστι· πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν.

Theo-

Theorema 10. Propositio 10.

Ad eandem magnitudinem, rationem habentium, quæ maiorem rationem habet, illa maior est, ad quam autem eadem maiorem rationem habet, illa minor est.

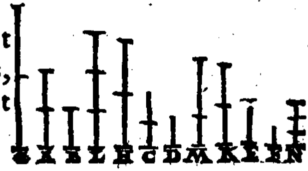


ια

Οἱ τῷ αὐτῷ λόγοι οἱ αὐτοὶ, καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί.

Theorema 11. Propositio 11.

Quæ eidem sunt eædem rationes, & inter se sunt eædem.



ιβ

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα, πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα.

Theo-

Theorema 12. Propositio 12.

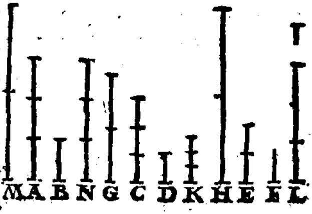
Si sint magnitudines quotcunque proportionales, quemadmodum se habuerit vna antecedentium ad vnam consequentium, ita se habebunt omnes antecedentes ad omnes consequentes.

ιγ

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον: καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον.

Theorema 13. Propositio 13.

Si prima ad secundam, eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam, tertia verò ad quartam, maiorem rationem habuerit, quàm quinta ad sextã: prima quoq; ad secundam maiorem rationem habebit, quàm quinta ad sextam.



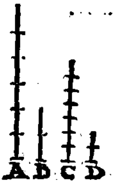
ιδ Ἐὰν

ιδ

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ: καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theorema 14. Propositio 14.

Si prima ad secundam eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam, prima verò quàm tertia maior fuerit: erit & secũda maior quàm quarta. Quòd si prima fuerit æqualis tertiæ, erit & secunda æqualis quartæ: si verò minor, & minor erit.

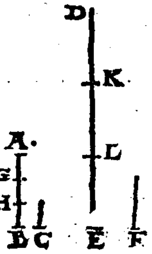


ιε

Τὰ μέρη, τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, λῆψις κατάλληλα.

Theorema 15. Propositio 15.

Partes, cum pariter multiplicibus in eadem sunt ratione, si prout sibi mutuo respondent, ita sumantur.



ις

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται.

Theorema 19. Propositio 16.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & vicissim proportionales erunt.

ιζ

Ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα, ἀνάλογον ἔσται.

Theorema 17. Propositio 17.

Si compositæ magnitudines proportionales fuerint, hæ quoque diuisæ proportionales erunt.

ιη

Ἐὰν διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Theo-

Theorema 18. Propositio 18.

Si diuisæ magnitudines sint proportionales, hæ quoque compositæ proportionales erunt.

ιθ

Ἐὰν ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθὲν: καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται, ὡς ὅλον πρὸς ὅλον.

Theorema 19. Propositio 19.

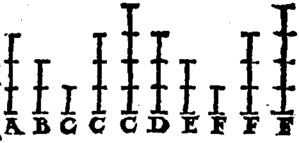
Si quemadmodum totum ad totum, ita ablatum se habuerit ad ablatum: & reliquúm ad reliquum, vt totum ad totum se habebit.

κ

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι᾽ ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ: καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται: κἂν ἴσον, ἴσον: κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theo-

Theore. 20. Propositio 20.

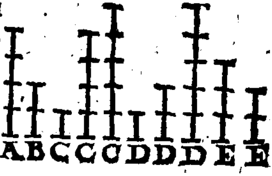


Si sint tres magnitudines, & aliæ ipsis ęquales numero, quæ binæ & in eadem ratione sumantur, ex æquo autem prima quàm tertia maior fuerit: erit & quarta, quàm sexta maior. Quòd si prima tertiæ fuerit æqualis, erit & quarta æqualis sextæ: sin illa minor, hæc quoque minor erit.

κα

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ: καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται: κἂν ἴσον, ἴσον: κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theorema 21. Propositio 21.



Si sint tres magnitudines, & aliæ ipsis æquales numero quæ binæ & in eadē ratiōe sumātur, fueritq; per-

turbata

turbata earum proportio, ex æquo autem prima quàm tertia maior fuerit, erit & quarta quàm sexta maior. quòd si prima tertiæ fuerit æqualis, erit & quarta æqualis sextæ: sin illa minor, hæc quoque minor erit.

κβ

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Theorem. 22.
Prop. 22.

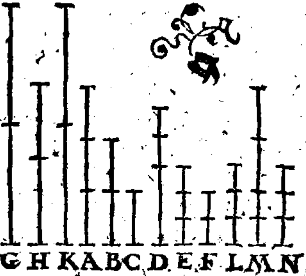
Si sint quotcunq; magnitudines, & aliæ ipsis æquales numero, quæ binæ in eadem ratione sumantur, & ex æqualitate in eadem ratione erunt.

κγ

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Theorema 23. Propoſitio 23.

Si ſint tres magnitudines, aliæq́; ipſis ęquales numero, quę binæ in eadem ratione ſumantur, fuerit autē perturbata earū proportio: etiā ex æqualitate in eadem ratione erunt.

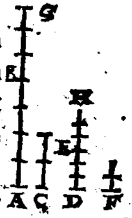


κδ.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχῃ δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον, καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον: καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

Theorema 24. Propoſitio 24.

Si prima ad ſecundam, eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam, habuerit autem & quinta ad ſecundam eandem rationem, quam ſexta ad quartam: etiam cópoſita prima cum quin-



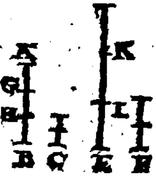
ta ad

ta ad ſecundam eandem habebit rationem, quam tertia cum ſaxta ad quartam.

κε

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον καὶ τὸ ἐλάχιστον, δύο τῶν λοιπῶν μείζονά ἐστιν.

Theorema 25. Propoſitio 25.



Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima reliquis duabus maiores erunt.

Elementi quinti finis.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΕΚΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM SEXTVM.

ὍΡΟΙ.

α.

Ὅμοια σχήματα εὐθύγραμμά ἐστιν, ὅσα τάς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν, καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον.

DEFINITIONES.

1

Similes figuræ rectilineæ sunt, quæ & angulos singulos singulis æquales habent, atque etiam latera, quæ circum angulos æquales, proportionalia.

β Αντι-

β

Ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι λόγοι ὦσιν.

2

Reciprocæ autem figuræ sunt, cùm in vtraque figura antecedentes & consequentes rationum termini fuerint.

γ

Ἄκρον καὶ μέσον λόγον εὐθεῖα τετμῆσθαι λέγεται, ὅταν ᾖ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα, οὕτως τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλασσον.

3

Secundum extremam & mediam rationem recta linea secta esse dicitur, cùm vt tota ad maius segmentum, ita maius ad minus se habuerit.

δ

Ὕψος ἐστὶ παντὸς σχήματος, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀγομένη.

4

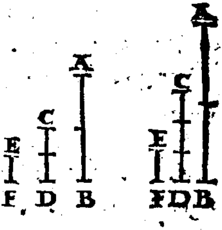
Altitudo cuiusque figuræ, est linea perpendicularis à vertice ad basin deducta.

ε

Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι ποιῶσί τινα λόγον.

5

Ratio ex rationibus cõponi dicitur, cùm ratiónum quantitates inter ſe multiplicatæ aliquam effecerint rationem.

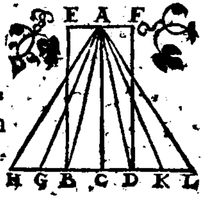


Προτάσεις.

α

Τὰ τρίγωνα ϗ τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις.

Theorema 1. Propoſitio 1.



Triangula & parallelogramma, quorum eadem fuerit altitudo, ita ſe habent inter ſe vt baſes.

β

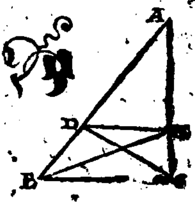
Ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα παράλληλος, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς. καὶ ἐὰν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται τοῦ τριγώνου πλευρὰν παράλληλος.

Theorema 2. Propoſitio 2.

Si ad vnum trianguli latus parallela du-

ćta

cta fuerit recta quædam linea: hæc proportionaliter secabit ipsius trianguli latera. Et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint: quæ ad sectiones adiuncta fuerit recta linea, erit ad reliquum ipsius trianguli latus parallela.

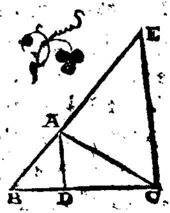


γ

Ἐὰν τριγώνου γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν, τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς. καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα, τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον. ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς, ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα δίχα τέμνει τὴν τοῦ τριγώνου γωνίαν.

Theorema 3. propositio 3.

Si trianguli angulus bifariam sectus sit, secans autem angulum recta linea secuerit & basim: basis segmenta eandem habebunt rationem, quam reliqua ipsius trianguli latera. Et si basis segmenta eandem habeant rationem quam reliqua ipsius trianguli latera, recta li-



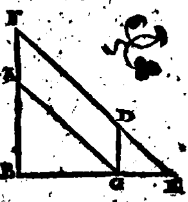
nea, quæ à vertice ad sectionem producitur, ea bifariam secat trianguli ipsius angulum.

δ

Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί.

Theorema 4. Propositio 4.

Aequiangulorum triangulorum proportionalia sunt latera, quæ circum æquales angulos, & homologa sunt latera, quæ æqualibus angulis subtenduntur.

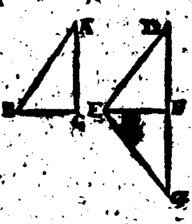


ε

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Theorema 5. Propositio 5.

Si duo triangula latera proportionalia habeant, equiangula erunt triangula, & æquales habebunt eos angulos, sub quibus homologa latera subtenduntur.

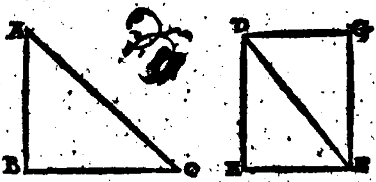


ς

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Theorema 6. Propositio 6.

Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem, & circum æquales angulos latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, æqualesq; habebunt angulos, sub quibus homologa latera subtendantur.



ζ

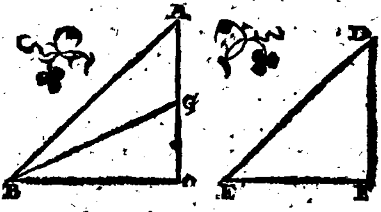
Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἄλλας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἤτοι ἐλάσσονα ἢ μὴ ἐλάσσονα ὀρθῆς, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί.

Theorema 7. Propositio 7.

Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem, circum autem alios angulos

 los

los latera proportionalia habeant, reliquorum verò simul vtrunque aut minorem aut nõ minorẽ recto: ęquiágula erunt triangula, & æquales habebunt eos angulos, circum quos proportionalia sunt latera.

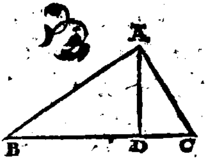


η

Ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστιν τῷ τε ὅλῳ, καὶ ἀλλήλοις.

Theorema 8. Propositio 8.

Si in triangulo rectangulo, ab angulo recto in basin perpendicularis ducta sit, quæ ad perpendicularem triangula, tum toti triangulo, tum ipsa inter se similia sunt.

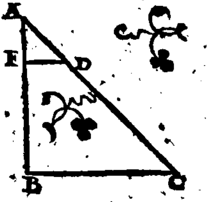


θ

Τῆς δοθείσης εὐθείας τὸ προσταχθὲν μέρος ἀφελεῖν.

Pro-

Problema 1. Propositio 9.

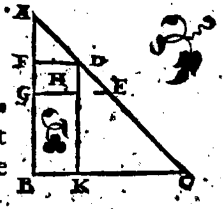


A data recta linea imperatam partem auferre.

ι

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄτμητον, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τετμημένῃ ὁμοίως τεμεῖν.

Problema 2. Propositio 10.

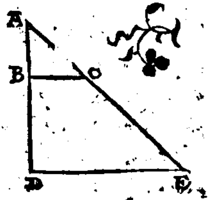


Datam rectam lineam insectam similiter secare, vt data altera recta secta fuerit.

ια

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Problema 3. Propositio 11.

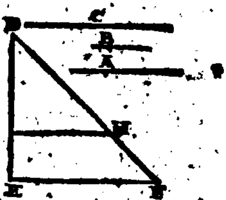


Duabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem adinuenire.

ιβ. Τριῶν

ιβ

Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.



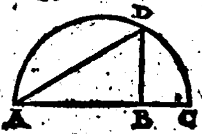
Problema 4. Propositio 12.

Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalē adinuenire.

ιγ

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Problema 5. Propositio 13.



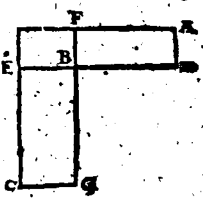
Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalem adinuenire.

ιδ

Τῶν ἴσων τε καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν παραλληλογράμμων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν παραλληλογράμμων μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Theorema 8. Propositio 14.

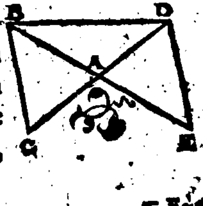
Aequalium, & vnum vni æqualem habentium angulum parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: & quorum parallelogrammorum vnum angulum vni angulo æqualem habentium reciproca sunt latera, quę circum æquales angulos, illa sunt æqualia.



Τῶν ἴσων, καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν ζιγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὧν μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Theorema 10. Propositio 15.

Aequalium, & vnum angulum vni æqualem habentium triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: & quorum triangulorum vnum angulum vni æqualem habentium reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, illa sunt æqualia.



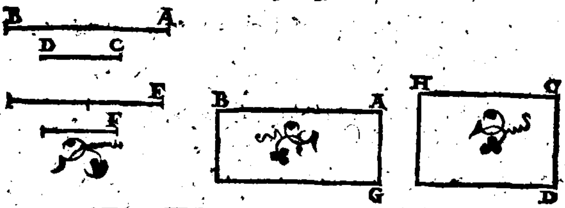
Εὰν

ις

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσόν ἐστι τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. καὶ εἰ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον, ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theorema 11. Propositio 16.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis cõprehenditur rectangulũ, æquale est ei, quod sub medijs cõprehẽditur rectãgulo. Et si sub extremis cõprehensum rectangulũ ęquale fuerit ei, qđ sub medijs continetur rectangulo, illæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.



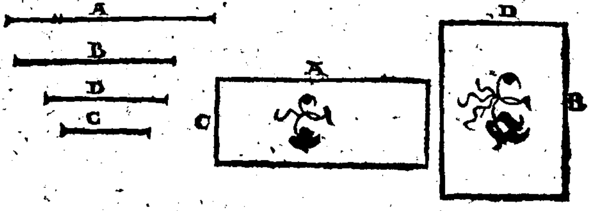
ιζ

Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ: καὶ εἰ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theo-

Theorema 12. Propositio 17.

Si tres rectæ lineæ ſint proportionales, quod ſub extremis comprehenditur rectangulum æquale eſt ei, quod à media deſcribitur quadrato: & ſi ſub extremis comprehenſum rectangulum æquale ſit ei quod à media deſcribitur quadrato, illæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

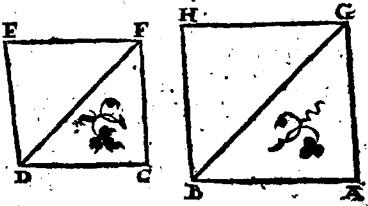


ιη

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

Probl. 6. Propoſitio 18.

A data recta linea, dato rectilineo ſimile ſimiliterq; poſitũ rectilineum deſcribere.

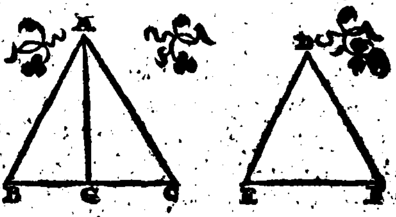


ιθ

Τὰ ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Theorema 13. Propositio 19.

Similia triangula iter se sunt ī duplicata ratione laterū homologorum.

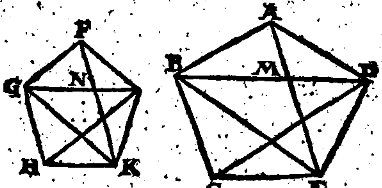


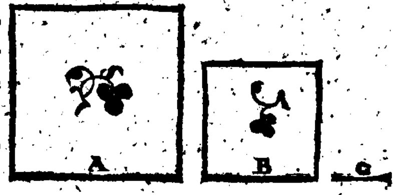
x

Τὰ ὅμοια πολύγωνα εἰς τὰ ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται, καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος, καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις: καὶ τὸ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Theorema 14. Propositio 20.

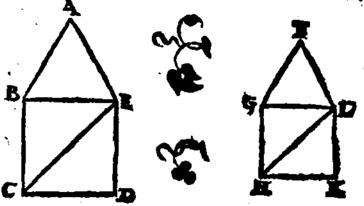
Similia polygωna in similia triangula diuiduntur, & numero æqualia, & homologa totis. Et polygωna





dupli-

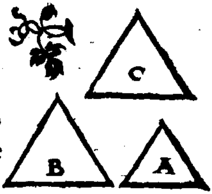
duplicatā habent eā inter se rationē, quā latus homologum ad homologum latus.



χα

Τὰ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια.

Theorema 15. Propositio 21.



Quæ eidem rectilineo sunt similia, & inter se sunt similia.

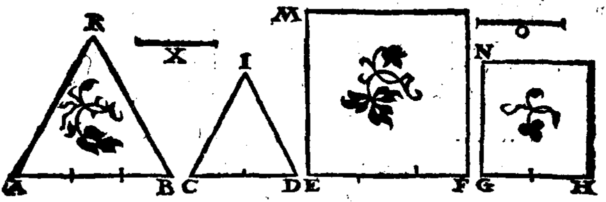
χβ

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ἔσται. κἂν τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theorema 16. Propositio 22.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & ab eis rectilinea similia similiterque descripta proportionalia erunt. Et si à rectis

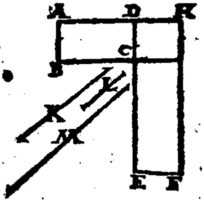
lineis similia similiterque descripta rectili-
nea proportionalia fuerint, ipsæ etiam re-
ctæ lineæ proportionales erunt.



κγ

Τὰ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Theorema 17. Propositio 23.



Aequiangula parallelogramma inter se rationē habent eam, quæ ex lateribus componitur.

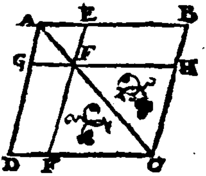
κδ

Παντὸς παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα, ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

Theorema 18. Propositio 24.

In

In omni parallelogrammo, quæ circa diametrum ſunt parallelogramma, & toti & inter ſe ſunt ſimilia.

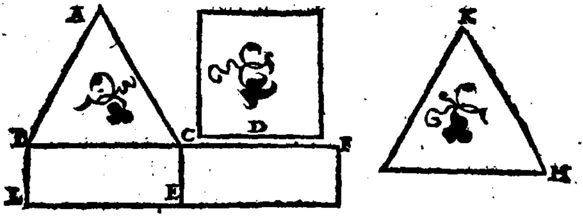


κε

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Problema 7. Propoſitio 25.

Dato rectilineo ſimile, & alteri dato æquale idem conſtituere.

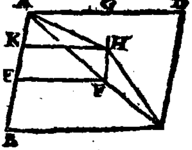


κϛ

Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον, κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τῷ ὅλῳ.

Theor. 19. Propo. 26.

Si à parallelogrãmo parallelogrãmum ablatum ſit & ſimile toti & ſimiliter poſitũ cõmunem cum eo



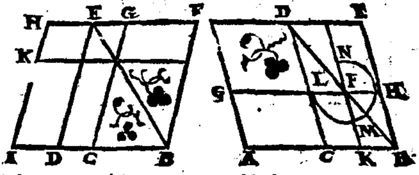
habens angulum, hoc circum eandem cum toto diametrum consistit.

κζ

Πάντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων παραλληλογράμμων, καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ, μέγιστόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον παραλληλόγραμμον, ὅμοιον ὂν τῷ ἐλλείμματι.

Theorema 20. Propositio 27.

Omnium parallelogrammorum secundum eandem rectam lineam applicatorum deficientiumque figuris parallelogrammis similibus similiterque positis ei, quod à dimidia describitur, maximum, id est, quod



ad dimidiam applicatur parallelogrammum simile existens defectui.

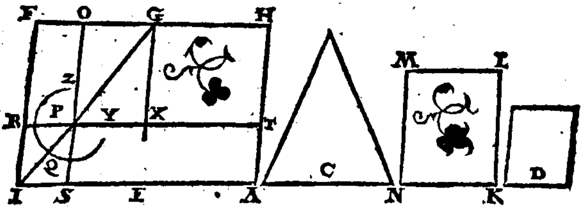
κη

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ ὄντι τῷ δοθέντι. δεῖ δὴ τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν,

βαλεῖν, μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομένου, ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων, τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ ᾧ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν.

Problema 8. Propositio 28,

Ad datam lineam rectam, dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare deficiens figura parallelogramma, quæ similis sit alteri rectilineo dato. Oportet autem datum rectilineum, cui æquale applicandum est, non maius esse eo quod ad dimidiam applicatur, cùm similes sint defectus & eius quod à dimidia describitur, & eius cui simile deesse debet.



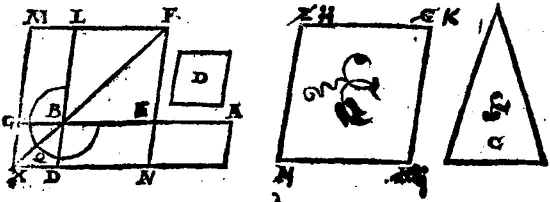
κθ

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι.

Problema 9. Propositio 29.

Ad datam rectam lineam, dato rectilineo

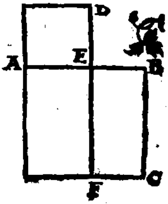
æquale parallelogrammum applicare, excedens figura parallelogramma, quæ similis sit parallelogrammo alteri dato.



λ

Τὴν τεθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Problema 10. Propositio 30.



Propositam rectam lineam terminatam, extrema ac media ratione secare.

λα.

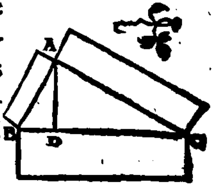
Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς εἶδος ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις.

Theorema 21. Propositio 31.

In rectangulis triangulis, figura quæuis à latere rectum angulum subtendēte descripta

æqua-

æqualis eſt figuris, quæ priori illi ſimiles & ſimiliter poſitæ à lateribus rectum angulum continentibus deſcribuntur.

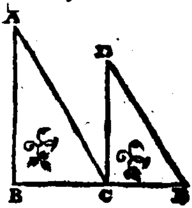


λβ

Ἐὰν δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνάλογον ἔχοντα, ὥς τε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι, αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ ὑπ' εὐθείας ἔσονται.

Theorema 22. Propoſitio 32.

Si duo triangula, quæ duo latera duobus lateribus proportionalia habeant, ſecundum vnum angulum compoſita fuerint, ita vt homologa eorum latera ſint etiã parallela, tum reliqua illorum triangulorum latera in rectam lineam collocata reperientur.

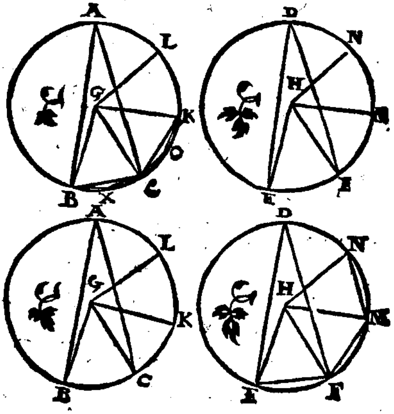


λγ

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι ταῖς περιφερείαις, ἐφ' ὧν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι. ἔτι δὲ καὶ οἱ τομεῖς, ἅτε πρὸς τοῖς κέντροις συνιστάμενοι.

Theorema 23. Propoſitio 33.

In æqualibus circulis anguli eandem habent rationem cum ipſis peripherijs in quibus inſiſtunt, ſiue ad centra, ſiue ad peripherias cóſtituti illis īſiſtát peripheriis. Inſuper verò & ſectores, quippe qui ad centra conſiſtunt.



Elementi ſexti finis.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ
ΕΒΔΟΜΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM SEPTIMVM.

ὅροι.

α

Μονάς ἐστι, καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἓν λέγεται.

DEFINITIONES.

1

Vnitas, est secũdum quam entium quodque dicitur vnum.

β

Ἀριθμὸς δὲ, τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος.

2

Numerus autem, ex vnitatibus composita multitudo.

γ

Μέρος ἐστὶν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸν μείζονα.

3

Pars, eſt numerus numeri minor maioris, cùm minor metitur maiorem.

δ

Μέρη δέ, ὅταν μὴ καταμετρῇ.

4

Partes autem, cùm non metitur.

ε

Πολλαπλάσιος δέ, ὁ μείζων τοῦ ἐλάττονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

5

Multiplex verò, maior minoris, cùm maiorem metitur minor.

ϛ

Ἄρτιος δὲ ἀριθμός ἐστιν, ὁ δίχα διαιρούμενος.

6

Par numerus, eſt qui bifariam diuiditur.

ζ

Περισσὸς δέ, ὁ μὴ διαιρούμενος δίχα. ἢ, ὁ μονάδι διαφέρων ἀρτίου ἀριθμοῦ.

7

Impar verò, qui bifariam non diuiditur: vel, qui vnitate differt à pari.

η

Ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθ-
μοῦ

μοῦ μετρούμενος κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν.

8

Pariter par numerus, eſt quem par numerus metitur per numerum parem.

θ

Ἀρτιάκις δὲ περισσός ἐστιν, ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν ἀριθμόν.

9

Pariter autem impar, eſt quem par numerus metitur per numerum imparem.

ι

Περισσάκις δὲ περισσός ἐστιν ἀριθμὸς, ὁ ὑπὸ περισσοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν ἀριθμόν.

10

Impariter verò impar numerus, eſt quem impar numerus metitur per numerum imparem.

ια

Πρῶτος ἀριθμός ἐστιν, ὁ μονάδι μόνῃ μετρούμενος.

11

Primus numerus, eſt quem vnitas ſola metitur.

ιβ

Πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν, οἱ μονάδι μόνῃ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.

12

Primi inter ſe numeri ſunt, quos ſola vnitas menſura communis metitur.

ιγ Σύν-

ιγ

Σύνθετος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ἀριθμῷ τινὶ μετρούμενος.

13

Compositus numerus eſt, quem numerus quiſpiam metitur.

ιδ

Σύνθετοι δὲ πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν, οἱ ἀριθμῷ τινὶ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.

14

Compoſiti autem inter ſe numeri, ſunt quos numerus aliquis menſura communis metitur.

ιε

Ἀριθμὸς ἀριθμὸν πολλαπλασιάζειν λέγεται, ὅταν ὅσαι εἰσὶν ἐν αὐτῷ μονάδες, τοσαυτάκις συντεθῇ ὁ πολλαπλασιαζόμενος, καὶ γένηταί τις.

15

Numerus numerum multiplicare dicitur, cùm toties compoſitus fuerit is qui multiplicatur, quot ſunt in illo multiplicante vnitates, & procreatus fuerit aliquis.

ιϛ

Ὅταν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος ἐπίπεδος καλεῖται, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ, οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί.

16

Cùm autem duo numeri mutuò ſeſe multiplitiplicátes quempiam faciunt, qui factus erit planus appellabitur, qui verò numeri mutuò sese multiplicarint, illius latera dicetur.

ιζ

ὅταν δὲ τρεῖς ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος στερεὸς καλεῖται, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί.

17

Cùm verò tres numeri mutuò sese multiplicantes quempiam faciunt, qui procreatus erit solidus appellabitur, qui autem numeri mutuò sese multiplicarint, illius latera dicentur,

ιη

Τετράγωνος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ἰσάκις ἴσος. ἢ, ὁ ὑπὸ δύο ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

18

Quadratus numerus, est qui æqualiter æqualis. vel, qui à duobus æqualibus numeris continetur.

ιθ

Κύβος δὲ, ὁ ἰσάκις ἴσος ἰσάκις. ἢ, ὁ ὑπὸ τριῶν ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

19

Cubus verò, qui æqualiter æqualis æqualiter. vel, qui à tribus æqualibus numeris continetur.

κ

Ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν, ὅταν ὁ πρῶτος τοῦ δευτέρου καὶ ὁ τρίτος τοῦ τετάρτου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιος, ἢ τὸ αὐτὸ μέρος, ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ὦσιν.

20

Numeri proportionales ſunt, cùm primus ſecundi, & tertius quarti æquè multiplex eſt, vel eadem pars, vel eædem partes.

κα

Ὅμοιοι ἐπίπεδοι καὶ στερεοὶ ἀριθμοί εἰσιν, οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς.

21

Similes plani & ſolidi numeri ſunt, qui proportionalia habent latera.

κβ

Τέλειος ἀριθμός ἐστιν, ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὤν.

22

Perfectus numerus, eſt qui ſuis ipſius partibus eſt æqualis.

Προτάσεις.

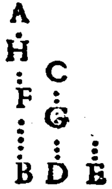
α

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος ὁ λειπόμενος μηδέποτε καταμετρῇ τὸν πρὸ ἑαυτοῦ ἕως οὗ λειφθῇ μονάς, οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Theo-

Theorema 1. Propositio 1.

Duobus numeris inæqualibus propositis, si detrahatur semper minor de maiore, alterna quadam detractione, neque reliquus vnquam metiatur præcedentem quoad assumpta sit vnitas: qui principio propositi sunt numeri primi inter se erunt.

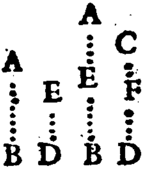


β

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Problema 1. Propo.2.

Duobus numeris datis non primis inter se, maximam eorum communem mensuram reperire.



γ

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Problema 2. Prop.2.

A	B	C	D	E
8	6	4	2	3

Tribus numeris datis non primis

A	B	C	D	E	F
18	13	8	6	2	3

inter

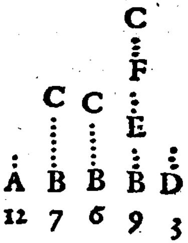
inter se, maximam eorum communem mensuram reperire.

δ

Πᾶς ἀριθμὸς παντὸς ἀριθμοῦ, ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος, ἤτοι μέρος ἐστὶν, ἢ μέρη.

Theorema 2. Propositio 4.

Omnis numerus, cuiusq; numeri minor maioris aut pars est, aut partes.

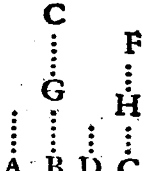


ε

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὸ αὐτὸ μέρος, καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ὅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός.

Theorema 3. Propositio 5.

Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & simul vterque vtriusque simul eadem pars erit, quæ vnus est vnius.

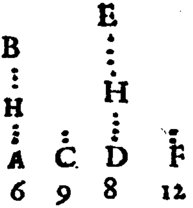


ς

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ᾖ, καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ὅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός.

Theor. 4. Propo. 6.

Si numerus ſit numeri partes, & alter alterius eæ-dem partes, & ſimul vterque vtriuſque ſimul eædem partes erũt, quę ſunt vnus vnius.

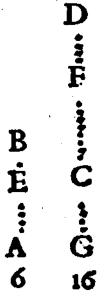


ζ

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ ὅπερ ἀφαιρεθεὶς ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ αὐτὸ μέρος ἔσται ὅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου.

Theor. 5. Propo. 7.

Si numerus numeri eadẽ ſit pars quæ detractus detracti, & reliquus reliqui eadẽ pars erit quæ totus eſt totius.

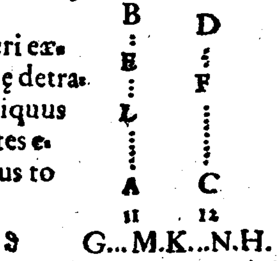


η

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ ἅπερ ἀφαιρεθεὶς ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται ἅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου.

Theor. 6. Proposit. 8.

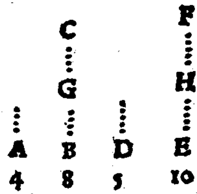
Si numerus numeri eædem sint partes quę detractus detracti, & reliquus reliqui eędem partes erunt, quæ sunt totus totius.



Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὸ αὐτὸ μέρος, καὶ ἐναλλὰξ, ὃ μέρος ἐστὶν ἢ μέρη ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου, τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου.

Theor. 7. Proposit. 9.

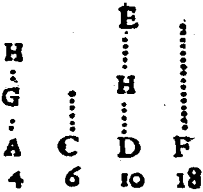
Si numerus numeri pars sit, & alter alterius eadē pars, & vicissim quę pars est vel partes primus tertij, eadem pars erit vel eædem partes & secundus quarti.



Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐναλλὰξ ἃ μέρη ἐστὶν ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου, ἢ μέρος.

Theor. 8. Propo. 10.

Si numerus numeri partes sint, & alter alterius eædem partes, etiam vicissim quæ sunt partes aut pars primus tertij, eædem partes erunt vel pars & secundus quarti.

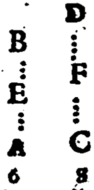


ια

Ἐὰν ᾖ ὅλος πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθεὶς πρὸς ἀφαιρεθέντα, καὶ ὁ λοιπὸς πρὸς τὸν λοιπὸν ἔσται ὡς ὅλος πρὸς ὅλον.

Theor. 9. Propo. 11.

Si quemadmodum se habet totus ad totum, ita detractus ad detractum, & reliquus ad reliquum ita habebit vt totus ad totum.

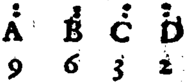


ιβ

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον, ἔσται ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς τοὺς ἑπομένους.

Theor. 10. Propo. 12.

Si sint quotcunque numeri proportionales, quemadmodum se habet vnus antecedentium ad vnum sequentium, ita se



1 2 habe-

habebunt omnes antecedentes ad omnes consequentes.

ιγ

Εὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσι, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσονται.

Theor.11. Propo.13.

Si quatuor numeri sint proportionales, & vicissim pportionales erunt.

A	B	C	D
12	4	9	3

ιδ.

Εὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ, καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι᾽ ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

Theor.12.Propo.14.

Si sint quotcunque numeri & alij illis æquales multitudine, qui bini sumantur & in eadem ratione: etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt.

A	B	C	D	E	F
12	6	3	8	4	2

ιε

Ἐὰν μονὰς ἀριθμόν τινα μετρῇ, ἰσάκις δὲ ἕτερος ἀριθμὸς ἄλλον τινὰ ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἐναλλὰξ ἰσάκις ἡ μονὰς τὸν τρίτον ἀριθμὸν μετρήσει καὶ ὁ δεύτερος τέταρτον.

Theo-

Theor. 13. Propo. 15.

Si vnitas numerũ quempiam metiatur, alter verò numerus alium quẽdam numerũ æquè metiatur, & viciſſim vnitas tertium numerũ æquè metietur, atq; ſecundus quartum.

A	B	D	E
	G		K
	H		L
	C		F
1	3	2	6

ιϛ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσι τινὰς, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἴσοι ἀλλήλοις ἔσονται.

Theor. 14. Propo. 16.

Si duo numeri mutuò ſeſe multiplicantes faciant aliquos, q ex illis geniti fuerint, inter ſe ęquales erunt.

E	A	B	C	D
1	2	4	8	8

ιζ

Ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς πολλαπλασιάσας ποιῇ τινὰς, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι πολλαπλασιασθεῖσιν.

Theor. 15. Propo. 17.

Si numerus duos numeros multiplicans faciat aliquos, qui ex illis procreati erunt, eandē rationem habebunt, quam multiplicatı.

I	A	B	C	D	E
1	3	4	5	12	15

ιη

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσαντες ποιῶσι τινάς, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν ἕξουσι λόγον τοῖς πολλαπλασιάσασι.

Theor. 16. Propo. 18.

Si duo numeri numerum quempiam multiplicantes faciant aliquos, geniti ex illis eandem habebunt rationem, quam qui illum multiplicarunt.

A	B	C	D	E
4	5	3	12	15

ιθ

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐκ τοῦ πρώτου καὶ τετάρτου γινόμενος ἀριθμὸς ἴσος ἔσται τῷ ἐκ τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου γινομένῳ ἀριθμῷ. καὶ ἐὰν ὁ ἐκ τοῦ πρώτου καὶ δευτέρου γενόμενος ἀριθμὸς ἴσος ᾖ τῷ ἐκ τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται.

Theorema 17. Propositio 19.

Si quatuor numeri sint proportionales, qui ex primo & quarto fit, æqualis erit ei qui ex secundo & tertio: & si qui ex primo & quarto fit numerus æqualis sit ei qui ex secundo & ter-

& tertio, illi quatuor numeri proportionales erũt.

:	:	:	:	:	:	:
A	B	C	D	E	F	G
6	4	3	2	12	12	18

x

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ἐςὶ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου. ἐὰν δὲ ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ᾖ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου, οἱ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται.

Theor.18.Propo.20.

Si tres numeri ſint proportionales, qui ab extremis continetur ęqualis eſt ei qui à medio efficitur. Et ſi qui ab extremis cõtinetur ęqualis ſit ei qui à medio deſcribitur, illi tres numeri proportionales erunt.

:	:	:
A	B	C
9	6	4
:		
D		
6		

xa

Οἱ ἐλάχιςοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς ἰσάκις, ὅ, τε μείζων τὸν μείζονα, καὶ ὁ ἐλάττων τὸν ἐλάττονα.

Theor. 19. Propo. 21.

Minimi numeri omniũ, qui eandem cum eis rationem habẽt, ęqualiter metiuntur numeros eandem

D	L		
:	:		
G	H		
:	:	:	:
C	E	A	B
4	3	8	6
I	4		

dem rationem habentes, maior quidem maiorem, minor verò minorem.

κβ

Ἐὰν ὦσι τρεῖς ἀριθμοὶ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενοι καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

Theor. 20. Propo. 22.

Si tres ſint numeri & alij multitudine illis æquales, qui bini ſumantur & in eadem ratione, ſit autem perturbata eorum proportio, etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt.

A	B	C	D	E	F
6	4	3	12	8	6

κγ

Οἱ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ ἐλάχιστοι εἰσὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Theor. 21. Prop. 23.

Primi inter ſe numeri minimi ſunt omnium eandem cum eis rationem habentiū.

A	B	E	C	D
5	6	2	4	3

κδ

Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων, αὐτοῖς πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Theorema 22. Propoſitio 24.

Mini-

Minimi numeri omnium eandem cum eis rationem habentium, primi sunt inter se.

A	B	C	D	E
8	6	4	3	2

κε

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ὁ τὸν ἕνα αὐτῶν μετρῶν ἀριθμὸς πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτος ἔσται.

Theorema 23. Propo. 25.

Si duo numeri sint primi inter se, qui alterutrum illorum metitur numerus, is ad reliquũ primus erit.

A	B	C	D
6	7	3	4

κϛ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρός τινα ἀριθμὸν πρῶτοι ὦσιν, καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν αὐτὸν πρῶτος ἔσται.

Theor. 24. Propo. 26.

Si duo numeri ad quempiam numerũ primi sint, ad eũdem primus is quoque futurus est qui ab illis productus fuerit.

B				
3				

A	C	D	E	F
5	5	5	3	2

κζ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ὁ ἐκ τοῦ ἑνὸς αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτος ἔσται.

Theor.25.Propo.27.

Si duo numeri primi sint inter se, qui ab vno eorum gignitur, ad reliquum primus erit.

B
A C D
7 6 3

κη

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς δύο ἀριθμοὺς ἀμφότεροι πρὸς ἑκάτερον πρῶτοι ὦσι, καὶ οἱ ἐξ αὐτῶν γενόμενοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Theor. 26. Propo. 28.

Si duo numeri ad duos numeros ambo ad vtrunque primi sint, & qui ex eis gignentur, primi inter se erunt.

A B E C D F
3 5 15 2 4 8

κθ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ πολλαπλασιάσας ἑκάτερος ἑαυτὸν ποιῇ τινά, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν πρῶτοι πρός ἀλλήλους, ἔσονται. κἂν οἱ ἐξ ἀρχῆς τοὺς γενομένους πολλαπλασιάσαντες ποιῶσι τινάς, κἀκεῖνοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται, καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει.

Theor.27.Propo.29.

Si duo numeri primi sint inter se, & multipli cans vterque seipsum procreet aliquem, qui ex ijs producti fuerint, primi inter se erunt. Quòd si numeri initio propositi multiplicantes eos qui producti sunt, effecerint aliquos, hi quoq; inter se primi erunt, & circa extremos idẽ hoc semper eueniet.

A	C	E	B	D	F
3	6	27	4	16	63

λ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ συναμφότερος πρὸς ἑκάτερον αὐτῶν πρῶτος ἔσται. καὶ ἐὰν συναμφότερος πρὸς ἕνα τινὰ αὐτῶν πρῶτος ᾖ, καὶ οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Theor. 28. Propo. 30.

Si duo numeri primi sint inter se, etiam simul vterq; ad vtrunq; illorum primus erit. Et si simul vterq; ad vnum aliquem eorum primus sit, etiam qui initio positi sunt numeri, primi inter se erunt.

C

A	B	D
7	5	4

λα

ἅπας πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς ἅπαντα ἀριθμόν, ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός ἐστιν.

Theor. 29. Propo. 31.

Omnis primus numerus ad omnem numerum quem nõ metitur, primus est.

A	B	C
7	10	5

λβ

Ἐὰν

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσι τινά, τὸν δὲ γενόμενον ἐξ αὐτῶν μετρῇ τις πρῶτος ἀριθμός, καὶ ἕνα τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρήσει.

Theor.30.Propo.31.

Si duo numeri ſeſe mutuò multiplicantes faciant aliquem, hunc aũt ab illis productum metiatur primus quidam numerus, is alterum etiam metitur eorum qui initio poſiti erant.

A	B	C	D	E
2	6	12	3	4

λγ

Ἅπας σύνθετος ἀριθμός, ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. Theor.31.Prop.33.

Omnem cõpoſitum numerũ aliquis primus metietur.

A	B	C
27	9	3

λδ.

Ἅπας ἀριθμὸς ἤτοι πρῶτός ἐστιν, ἢ ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. Theor.32.Prop.34.

Omnis numerus aut primus eſt, aut eũ aliquis primus metitur.

A	A	
3	6	3

λε

Ἀριθμῶν δοθέντων ὁποσωνοῦν εὑρεῖν τοὺς ἐλαχίστους τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Probl.3.Prop.35.

Numeris datis quotcunque, reperire minimos omnium qui eandem cum illis rationem habeant.

A	B	C	D	E	F	G	H	K	I	M
6	8	12	2	3	4	6	2	3	4	3

λϛ

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, εὑρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

Probl.4.Propo.36.

B				
A	C	D	E	F
7	12	8	4	5

Duobus numeris datis, reperire quẽ quem illi minimũ metiantur numerum.

A	B			
F	E	C	D	G	H
6	9	12	9	2	3

λζ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμόν τινα μετρῶσι, καὶ ὁ ἐλάχιστος ὑπ' αὐτῶν μετρούμενος τὸν αὐτὸν μετρήσει.

Theor.33.Propo.37.

Si duo numeri numerum quempiam metiantur, & minimus quem illi metiuntur eũdem metietur.

			F
A	B	E	C
2	3	6	12

λη

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων, εὑρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν. Probl.5.Prop.38.

Tribus numeris datis reperire quẽ

A	B	C	D	E
3	4	6	12	8

mini-

minimum numerum illi metiantur.

A	B	C	D	E	F
3	6	8	12	24	16

λθ

Ἐὰν ἀριθμὸς ὑπό τινος ἀριθμοῦ μετρῆται, ὁ μετρούμενος ὁμώνυμον μέρος ἕξει τῷ μετροῦντι.

Theor.34.Proposit.39.

Si numerum quispiam numerus metiatur, mensus partem habebit metienti cognominem.

A	B	C	D
12	4	3	1

μ

Ἐὰν ἀριθμὸς μέρος ἔχῃ ὁτιοῦν, ὑπὸ ὁμωνύμου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται τῷ μέρει.

Theor.35.Propo.40.

Si numerus partem habuerit quamlibet, illum metietur numerus parti cognominis.

A	B	C	D
8	4	2	1

μα

Ἀριθμὸν εὑρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὢν ἕξει τὰ δοθέντα μέρη.

Proble.6.Proposit.41.

Numerũ reperire, qui minimus cùm sit, datas habeat partes.

A	B	C	G	H
2	3	4	12	10

Elementi septimi finis.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ̃ΟΝ
ὄγδοον.

EVCLIDIS ELEMENTVM OCTAVVM.

α

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Theor.1.Proposit.1.

Si sint quotcunq; numeri deinceps proportionales, quorum extremi sint inter se primi, minimi sunt omnium

A	B	C	D	E	F	G	H
8	12	18	27	6	8	12	18

eandem cum eis rationem habentium.

β Ἀρι

β

Αριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἀνάλογον ἐλαχίστους, ὅσους ἐπιτάξῃ τις ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ.

Problema 1. Propo. 2.

Numeros reperire deinceps proportionales minimos, quotcunque iusserit quispiam in data ratione.

A	B	C	D	E	F	G	H	K
3	4	9	12	16	27	36	49	64

γ

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Theor. 2. Prop. 3. Conuersa primę.

Si sint quotcunq; numeri deinceps proportionales minimi habẽtium eandem cum eis rationem, illorum extremi sunt inter se primi.

A	B	C	D	E	F	G	H	K	L	M	N	O
27	16	48	64	3	4	9	12	16	27	36	48	64

δ

Λόγων δοθέντων ὁποσωνοῦν ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς, ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἐλαχίστους ἐν τοῖς δοθεῖσι λόγοις.

Pro-

Problema 2. Prop. 4.

Rationibus datis quotcunque in minimis numeris reperire numeros deinceps minimos in datis rationibus.

A	B	C	D	E	F	H	G	K	L	N	X	M	O
3	4	2	3	4	5	6	8	12	15	4	6	10	12

ε

Οἱ ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσι τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Theorema 3. Prop. 5.

Plani numeri rationem inter ſe habent ex lateribus compoſitam.

A	L	B	C	D	E	F	G	H	K
18	22	32	3	6	4	8	9	12	16

ϛ

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ὁ δὲ πρῶτος τὸν δεύτερον μὴ μετρεῖ, οὐδεὶς ἄλλος οὐδένα μετρήσει.

Theorema 4. prop. 6.

Si ſint quotlibet numeri deinceps proportionales, primus autem ſecundum non metiatur, neq; alius quiſquam vllum metietur.

A	B	C	D	E	F	G	H
16	24	36	54	82	4	6	9

ζ

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ὁ δὲ πρῶτος τὸν ἔσχατον μετρεῖ, καὶ τὸν δεύτερον μετρήσει.

Theore.5.Propoſi.7.

Si ſint quotcunque numeri deinceps proportionales, primus autem extremum metiatur, is etiam ſecundum metietur.

A	B	C	D
4	6	12	24

η

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Theore. 6. Prop.8.

Si inter duos numeros medij continua proportionales portione incidant numeri, quot inter eos medij continua proportione incidunt numeri, tot & inter alios eandem cum illis habentes rationem medij continua proportione incident.

A	C	D	B	G	H	K	L	C	M	N	F
4	9	27	81	1	3	9	27	2	6	18	54

S

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ ἑκατέρου αὐτῶν καὶ μονάδος ἑξῆς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Theore. 7. Proposi. 9.

Si duo numeri sint inter se primi, & inter eos medij continua proportione incidant numeri, quot inter illos medij cōtinua proportione incidunt numeri, totidem & inter vtrunque eorum ac vnitatem deinceps medij continua proportione incident.

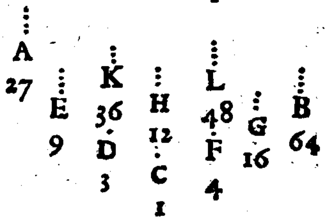
A	M	H	E	F	N	C	K	X	G	D	L	O	B
27	27	9	36	3	36	1	12	48	4	48	16	64	64

ι

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν καὶ μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι ἑκατέρου αὐτῶν καὶ μονάδος ἑξῆς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Theor.8.Prop.10.

Si inter duos numeros & vnitatem cõtinuè proportionales incidant numeri, quot inter vtrunq; ipsorum & vnitatem deinceps medij continua proportione incidũt numeri, totidem & inter illos medij continua proportione incident.



ια

Δύο τετραγώνων ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογός ἐστιν ἀριθμός, καὶ ὁ τετράγωνος πρὸς τὸν τετράγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν.

Theor.9.Proposi.11.

Duorum quadratorum numerorum vnus medius proportionalis est numerus; & qua-

dra-

dratus ad quadratum duplicatam habet lateris ad latus rationem.

A	C	E	D	B
9	3	12	4	16

ιβ

Δύο κύβων ἀριθμῶν δύο ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί, καὶ ὁ κύβος πρὸς τὸν κύβον τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν.

Theorema 10. Prop 12.

Duorum cuborum numerorum duo medij proportionales sunt numeri: & cubus ad cubum triplicatam habet lateris ad latus rationem.

A	H	K	B	C	D	E	F	G
27	36	48	64	3	4	9	12	16

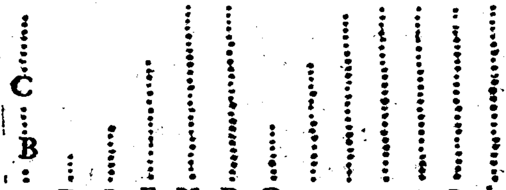
ιγ

Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, καὶ πολλαπλασιάσας ἕκαστος ἑαυτὸν ποιῇ τινάς, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἀνάλογον ἔσονται. καὶ ἐὰν οἱ ἐξ ἀρχῆς τοὺς γινομένους πολλαπλασιάσαντες ποιῶσι τινάς, καὶ αὐτοὶ ἀνάλογον ἔσονται, καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει.

Theore. 11. Propo. 13.

Si sint quotlibet numeri deinceps proportionales, & multiplicans quisq; seipsum faciat

ciat aliquos, qui ab illis producti fuerint, proportionales erunt: & si numeri primùm positi, ex suo in procreatos ductu faciant aliquos, ipsi quoque proportionales erunt.



A	D	L	E	X	F	G	M	N	H	O	P	k
24	4	8	16	32	64	8	16	32	64	128	256	512

ιδ

Ἐὰν τετράγωνος τετράγωνον μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει. καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει.

Theor.12.Prop.14.

Si quadratus numerus quadratum numerum metiatur, & latus vnius metietur latus alterius. Et si vnius quadrati latus metiatur latus alteri', & quadratus quadratum metietur.

A	E	B	C	D
9	12	16	3	4

ιε

Ἐὰν

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει. καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει.

Theorema 13. Propo. 15.

Si cubus numerus cubum numerum metiatur, & latus vnius metietur alterius latus. Et si latus vnius cubi latus alterius metiatur, tum cubus cubum metietur.

A	H	k	B	C	D	E	F	G
8	16	28	64	2	4	4	8	16

ις

Ἐὰν τετράγωνος ἀριθμὸς τετράγωνον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει, κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει.

Theor. 14. Propo. 16.

Si quadratus numerus quadratum numerum non metiatur, neq; latus vnius metietur alterius latus. Et si latus vnius quadrati non metiatur latus alterius, neq; quadratus quadratum metietur.

A	B	C	D
9	16	3	4
	K 4		

ιζ

ιζ

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδ' ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει. κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδ' ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει.

Theor.15.Proposi.17.

Si cubus numerus cubum numerum nó metiatur, neque latus vnius latus alterius metietur. Et si latus cubi alicuius latus alterius non metiatur, neq; cubus cubum metietur.

A	B	C	D
8	27	9	11

ιη

Δύο ὁμοίων ἐπιπέδων ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογός ἐστιν ἀριθμός, καὶ ὁ ἐπίπεδος πρὸς τὸν ἐπίπεδον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Theore.16.Propo.18.

Duorum similium planorum numerorum vnus medius proportionalis est numerus: & planus ad planum duplicatam habet lateris homologi ad latus homologum rationem.

A	G	B	C	D	E	F
12	18	27	2	6	3	9

ιθ

Δύο

Δύο ὁμοίων στερεῶν ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. καὶ ὁ στερεὸς πρὸς τὸν ὅμοιον στερεὸν τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Theore.17.Propo.19.

Inter duos similes numeros solidos, duo medij proportionales incidunt numeri: & solidus ad similem solidum triplicatam rationem habet lateris homologi ad latus homologum.

A	N	X	B	C	D	E	F	G	H	K	M	L
8	12	18	27	2	2	2	3	3	3	4	6	9

x

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτῃ ἀριθμός, ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἔσονται ἀριθμοί.

Theore.18.Propo.20.

Si inter duos numeros vnus medius proportionalis incidat numerus, similes plani erũt illi numeri

A	C	B	D	E	F	G
18	24	32	3	4	6	8

κα

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοὶ, ὅμοιοι στερεοί εἰσιν οἱ ἀριθμοί.

Theor.19.Prop.21.

Si inter duos numeros duo medij propor- tionales incidant numeri, ſimiles ſolidi ſunt illi numeri.

A	C	D	B	E	F	G	H	k	L	M
27	36	44	64	9	12	16	3	3	3	4

κϐ

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾖ, καὶ ὁ τρίτος τετράγωνος ἔσται.

Theore.20.Propo.22.

Si tres numeri deinceps ſint proportionales, primus autem ſit quadratus, & tertius quadratus erit.

A	B	D
9	15	25

κγ

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ, καὶ ὁ τέταρτος κύβος ἔσται.

Theore.21.Propo.23.

Si quatuor numeri dein- ceps ſint proportionales, primus autem ſit cubus, & quartus cubus erit.

A	B	C	D
8	12	18	27

κδ

κδ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, ὁ δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾖ, καὶ ὁ δεύτερος τετράγωνος ἔσται.

Theor.22.Propo.24.

Si duo numeri rationem habeant inter se, quam quadratus numerus ad quadratū numerum, primus autem sit quadratus, & secūdus quadratus erit.

A		B	C		D
4	6	9	16	24	36

κε

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ, καὶ ὁ δεύτερος κύβος ἔσται.

Theore.23.Propo.25.

Si numeri duo rationem inter se habeant, quam cubus numerus ad cubum numerum, primus autem cubus sit, & secundus cubus erit.

A	E	F	B	C			D
8	12	18	27	64	95	140	216

κϛ

Οἱ ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν.

Theor.24.Propo.26.

Similes plani numeri rationem inter se habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

A	C	B	D	E	F
18	24	32	9	12	16

κζ

Οἱ ὅμοιοι στερεοὶ ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν.

Theore.25.Propo.27.

Similes solidi numeri rationem habent inter se, quam cubus numerus ad cubum numerum.

A	C	D	B	E	F	G	H
16	24	36	54	8	12	18	27

Elementi octaui finis.

ΕΥΚΛΕΙ-ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ͂ΟΝ ἘΝ-ΝΑΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM NONVM.

α

ΕΑν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσι τινὰ, ὁ γενόμενος τετράγωνος ἔσαι.

Theore.1.Propo.1.

Si duo similes plani numeri mutuò sese multiplicantes quendã procreent, productus quadratus erit.

A	E	B	D		C
4	6	9	16	24	36

β

Ἐὰν

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσι τετράγωνον, ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσι.

Theorema 2. Prop. 2.

Si duo numeri mutuò ſeſe multiplicantes quadratum faciant, illi ſimiles ſunt plani.

A		B	D		C
4	6	12	9	18	36

γ

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος κύβος ἔσται.

Theore. 3. Propoſi. 3.

Si cubus numerus ſeipſum multiplicãs procreet aliquẽ, productus cu tas bus erit.

Vni	D	D	A			B
	3	4	8	16	32	64

δ

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος κύβος ἔσται.

Theorema 4. prop. 4.

Si cubus numerus cubũ numerum multiplicans quendam procreet, procreatus cubus erit.

A	B	D	C
8	27	64	216

ε

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ ὁ πολλαπλασιασθεὶς κύβος ἔσται.

Theor.5.Proposi.5.

Si cubus numerus numerum quendam multiplicans cubum procreet, & multiplicatus cubus erit.

A	B	D	C
27	64	729	1728

ϛ

Ἐὰν ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ αὐτὸς κύβος ἔσται.

Theorema 6. Proposi.6.

Si numerus seipsum multiplicans cubum procreet, & ipse cubus erit.

A	B	C
27	729	19683

ζ

Ἐὰν σύνθετος ἀριθμὸς ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος στερεὸς ἔσται.

Theorema 7.Prop.7.

Si compositus numerus quẽdam numerum multiplicans quempiam procreet, productus solidus erit.

A	B	C	D	E
6	8	48	2	3

η Ἐὰν

η

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ μὲν τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος τετράγωνός ἐστι, καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες πάντες, ὁ δὲ τέταρτος κύβος, καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες, ὁ δὲ ἕβδομος κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος, καὶ οἱ πέντε διαλείποντες πάντες.

Theore.8.Proposi.8.

Si ab vnitate quotlibet numeri deinceps proportionales sint, tertius ab vnitate quadratus est, & vnum intermittentes omnes: quartus autem cubus, & duobus intermissis omnes: septimus verò cubus simul & quadratus, & quinque intermissis omnes.

Vnitas	A	B	C	D	E	F
	3	9	27	81,	243	729

θ

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα τετράγωνος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοι ἔσονται. καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι ἔσονται.

Theorema 9. Proposi.9.

Si ab vnitate sint quotcunque numeri deinceps proportionales, sit autem quadratus is

qui

qui vnitatem sequitur, & reliqui omnes quadrati erunt. Quòd si qui vnitatem sequitur cubus sit, & reliqui omnes cubi erunt.

quadrati			cubi
531441	F	7329969	
59049	E	531441	
6561	D	59049	
729	C	6561	
81	B	729	
9	A	81	
	•		
	Vnitas.		

ι

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα μὴ ᾖ τετράγωνος, οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς τετράγωνος ἔσται, χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν ἕνα διαλειπόντων πάντων. καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος μὴ ᾖ, οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς κύβος ἔσται, χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν δύο διαλειπόντων πάντων.

Theor. 10. Propo. 10.

Si ab vnitate numeri quotcunque proportionales sint, non sit autem quadratus is qui vnitatem sequitur, neq; alius vllus qua-

• Vnitas.	A	B	C	D	E	F
	3	9	36	81	243	729

L dratus

dratus erit, demptis tertio ab vnitate ac omnibus vnum intermittentibus. Quòd si qui vnitatem sequitur, cubus non sit, neque alius vllus cubus erit, demptis quarto ab vnitate ac omnibus duos intermittentibus.

ια

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐλάττων τὸν μείζονα μετρεῖ κατά τινα τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς.

Theore. 11. Propo. 11.

Si ab vnitate numeri quotlibet deinceps proportionales sint, minor maiorem metitur per quempiā eorum qui in proportionalibus sunt numeris.

A	D	C	D	E
1	2	4	8	16

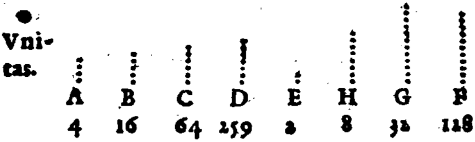
ιβ

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὑφ᾽ ὅσων ἂν ὁ ἔσχατος πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν καὶ ὁ παρὰ τὴν μονάδα μετρηθήσεται.

Theore. 12. Propo. 12.

Si ab vnitate quotlibet numeri sint proportionales, quot primorum numerorum vltimum

mum metiuntur, totidem & eum qui vnitati proximus est, metientur.

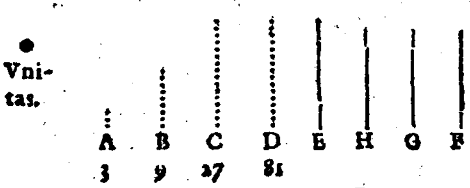


ιγ

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα πρῶτος ᾖ, ὁ μέγιστος ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται παρὲξ τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς.

Theore. 13. Propo. 13.

Si ab vnitate sint quotcunque numeri deinceps proportionales, primus autem sit qui vnitatem sequitur, maximum nullus alius metietur, ijs exceptis qui in proportionalibus sunt numeris.

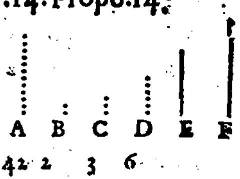


ιδ

Ἐὰν ἐλάχιστος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, ὑπ᾽ οὐδενὸς ἄλλου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρὲξ τῶν ἐξαρχῆς μετρούντων.

Theor.14. Propo.14.

Si minimum numerum primi aliquot numeri metiantur, nullus alius numerus primus illum metietur, ijs exceptis qui primò metiuntur.

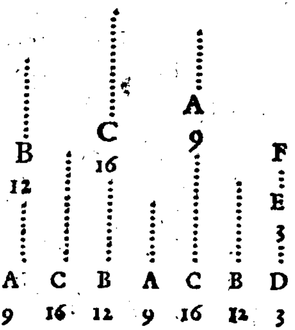


ιε

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, δύο ὁποιοῦν συντεθέντες πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτοι εἰσίν.

Theore.15. Propo.15.

Si tres numeri deinceps proportionales sint minimi, eādem cū ipsis habentium rationem, duo quilibet compositi ad tertium primi erunt.

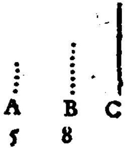


ις

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, οὐκ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, οὕτως ὁ δεύτερος πρὸς ἄλλον τινά.

Theor.16. Propo.16.

Si duo numeri sint inter se primi, non se habebit quemadmodum primus ad secundum, ita secundus ad quempiam alium.

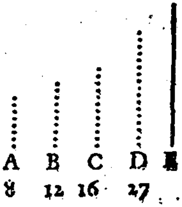


ιζ

Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, οὐκ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, οὕτως ὁ ἔσχατος πρὸς ἄλλον τινά.

Theore.17. Propo.17.

Si sint quotlibet numeri deinceps proportionales, quorum extremi sint inter se primi, non erit quemadmodum primus ad secundum, ita vltimus ad quempiam alium.

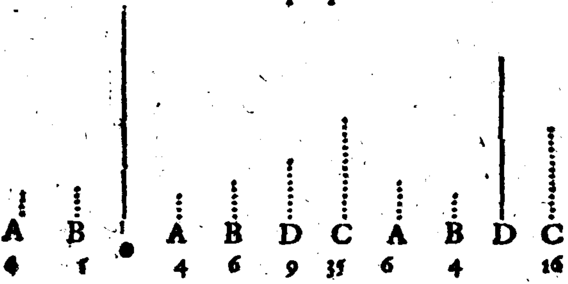


ιη

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, ἐπισκέψασθαι εἰ δυνατόν ἐστι αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Theor.18. Propo.18.

Duobus numeris datis, conſiderare poſsítne tertius illis inueniri proportionalis.

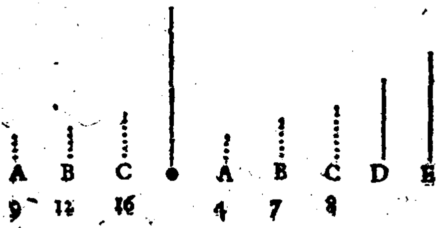


ιθ

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων, ἐπισκέψασθαι εἰ δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Theore.19. Propo.19.

Tribus numeris datis, conſiderare poſsítne quartus illis reperiri proportionalis.

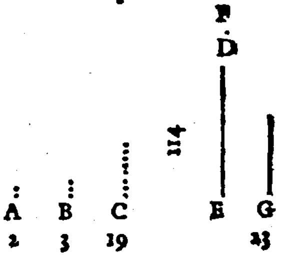


κ

Οἱ πρῶτοι ἀριθμοὶ πλείους εἰσὶ παντὸς τοῦ προτεθέντος πλήθους πρώτων ἀριθμῶν.

Theore.20. Propo.20.

Primi numeri plures ſunt quacunque propoſita multitudine primorum numerorum.

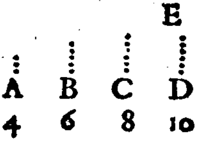


κα

Ἐὰν ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, ὁ ὅλος ἄρτιός ἐστι.

Theor. 21. Propo.21.

Si pares numeri quotlibet compoſiti ſint, totus eſt par.



κα

Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσι, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν ἄρτιον ᾖ, ὅλος ἄρτιος ἔσται.

Theor.22. Propo.22.

Si impares numeri quotlibet compoſiti

ſint, ſit autem par illorum multitudo, totus par erit.

E

A B C D

5 9 7 3

κγ

Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν περισσὸν ᾖ, καὶ ὅλος περισσὸς ἔσται.

Theore.23. Propo.23.

Si impares numeri quotcunq; compoſiti ſint, ſit autẽ impar illorum multitudo, & totus impar erit.

A B C E

5 7 8 1

κδ

Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, καὶ ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

Theor.24. Propo.24.

Si de pari numero par detractus ſit, & reliquus par erit.

B

A C

6 4

κε

Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαιρεθῇ, καὶ ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται.

Theo-

Theor.25. Propo. 25.

Si de pari numero impar detractus sit, & reliquus impar erit.

A C D B
8 1 4

κϛ

Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαιρεθῇ, καὶ ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

Theore.26.Propo.26.

Si de impari numero impar detractus sit, & reliquus par erit.

A C D B
4 6 1

κζ

Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται.

Theore.27.Propo.27.

Si ab impari numero par ablatus sit, reliquus impar erit.

A D C B
1 4 4

κη

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος ἄρτιος ἔσται.

Theor. 28. Propo. 28.

Si impar numerus parem multiplicans, procreet quempiam, procreatus par erit.

A B C
3 4 12

κθ

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς περισσὸν ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος περισσὸς ἔσται.

Theor. 29. Propo. 29.

Si impar numerus imparem numerũ multiplicans quẽdã procreet, procreatus impar erit.

A B C
3 5 15

λ

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ τὸν ἥμισυν αὐτοῦ μετρήσει.

Theor. 30. Propo. 30.

Si impar numerus parem numerum metiatur, & illius dimidium metietur.

A C B
3 6 18

λα

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς πρός τινα ἀριθμὸν πρῶτος ᾖ, καὶ πρὸς τὸν διπλάσιον αὐτοῦ πρῶτος ἔσται.

Theore. 31. Propo. 31.

Si impar numerus ad numerum quempiã primus sit, & ad illius duplum primus erit.

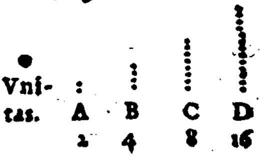
A B C D
7 8 16

λβ

Τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ἀριθμῶν ἕκαστος ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μόνον.

Theore.32. Propo.32.

Numerorú, qui à binario dupli ſunt, vnuſquiſq; pariter par eſt tantùm.



λγ

Ἐὰν ἀριθμὸς τὸν ἥμισυν ἔχῃ περισσὸν, ἀρτιάκις περισσός ἐστι μόνον.

Theore.33. Propo.33.

Si numerus dimidium impar habeat, pariter impar eſt tantùm.

λδ

Ἐὰν ἄρτιος ἀριθμὸς μήτε τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ᾖ, μήτε τὸν ἥμισυν ἔχῃ περισσὸν, ἀρτιάκις τὲ ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις περισσός.

Theore.34. Propo.34.

Si par numerus nec ſit duplus à binario, nec dimidium impar habeat, pariter par eſt, & pariter impar.

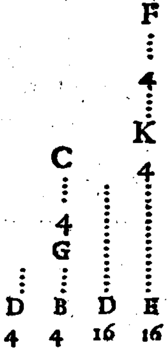
Ἐὰν

λε

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ἀφαιρεθῶσι δὲ ἀπό τε τοῦ δευτέρου καὶ τοῦ ἐσχάτου ἴσοι τῷ πρώτῳ, ἔσται ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴ πρὸς τὸν πρῶτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ ἑαυτοῦ ἅπαντας.

Theor.35.Propo.35.

Si ſint quotlibet numeri deinceps proportionales, detrahantur autem de ſecundo & vltimo æquales ipſi primo, erit quemadmodum ſecundi exceſſus ad primum, ita vltimi exceſſus ad omnes qui vltimum antecedunt.



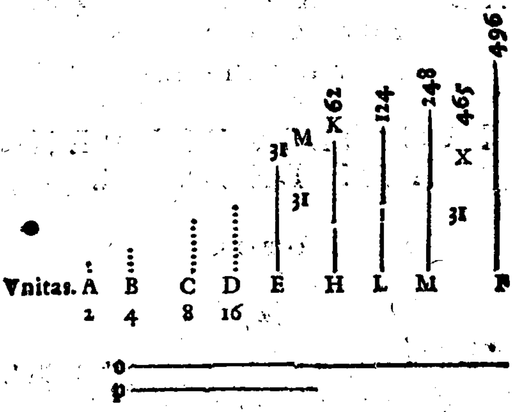
λϛ

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἐκτεθῶσιν ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ, ἕως οὗ ὁ σύμπας συντεθεὶς πρῶτος γένηται, καὶ ὁ σύμπας ἐπὶ τὸν ἔσχατον πολλαπλασιασθεὶς ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος τέλειος ἔσται.

Theor.36. Propo.36.

Si ab vnitate numeri quodlibet deinceps expo-

expositi sunt in duplici proportione quoad totus compositus primus factus sit, isque totus in vltimum multiplicatus quempiã procreet, procreatus perfectus erit.



Elementi noni finis.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ
ΔΕΚΑΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM DECIMVM.

ΟΡΟΙ.

α

Σύμμετρα μεγέθη λέγεται, τὰ τῷ αὐτῷ μέτρῳ μετρούμενα.

DEFINITIONES.

I

Commenſurabiles magnitudines dicuntur illæ, quas eadem menſura metitur.

β

Ασύμμετρα δὲ, ὧν μηδὲν ἐνδέχεται κοινὸν μέτρον γενέσθαι.

In-

2

Incommensurabiles verò magnitudines dicuntur hæ, quarum nullam mensuram communem contingit reperiri.

γ

Εὐθεῖαι δυνάμει σύμμετροί εἰσιν, ὅταν τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα τῷ αὐτῷ χωρίῳ μετρῆται.

3

Lineæ rectæ potentia commẽsurabiles sunt, quarum quadrata vna eadem superficies siue area metitur.

δ

Ασύμμετροι δὲ, ὅταν τοῖς ἀπ' αὐτῶν τετραγώνοις μηδὲν ἐνδέχηται χωρίον κοινὸν μέτρον γενέσθαι.

4

Incommensurabiles verò lineæ sunt, quarũ quadrata, quæ metiatur area communis, reperiri nulla potest.

ε

Τούτων ὑποκειμένων, δείκνυται ὅτι τῇ προτεθείσῃ εὐθείᾳ ὑπάρχουσιν εὐθεῖαι πλήθει ἄπειροι, σύμμετροί τε καὶ ἀσύμμετροι, αἱ μὲν μήκει καὶ δυνάμει, αἱ δὲ δυνάμει μόνον. Καλείσθω δὲ ἡ μὲν προτεθεῖσα εὐθεῖα ῥητή.

5

Hæc cùm ita sint, ostendi potest quòd quantacunque linea recta nobis proponatur, ex-

existunt etiam aliæ lineæ innumerabiles eidem commensurabiles, aliæ item incommensurabiles, hæ quidem longitudine & potentia: illæ verò potentia tantùm. Vocetur igitur linea recta, quantacunque proponatur, ῥητὴ, id est rationalis.

ϛ

Καὶ αἱ ταύτῃ σύμμετροι εἴτε μήκει καὶ δυνάμει, εἴτε δυνάμει μόνον, ῥηταί.

6

Lineæ quoque illi ῥητῇ commensurabiles siue longitudine & potentia, siue potentia tantùm, vocentur & ipsæ ῥηταί, id est rationales.

ζ

Αἱ δὲ ταύτῃ ἀσύμμετροι, ἄλογοι καλείσθωσαν.

7

Quæ verò lineæ sunt incommensurabiles illi τῇ ῥητῇ, id est primo loco rationali, vocentur ἄλογοι, id est irrationales.

η

Καὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς προτεθείσης εὐθείας τετράγωνον, ῥητόν.

8

Et quadratum quod à linea proposita describitur, quam ῥητὴν vocari voluimus, vocetur ῥητόν.

Καὶ

θ

Καὶ τὰ τούτῳ σύμμετρα, ῥητά.

9

Et quæ sunt huic commensurabilia, vocentur ῥητά.

ι

Τὰ δὲ τούτῳ ἀσύμμετρα, ἄλογα καλείσθω.

10

Quæ verò sunt illi quadrato ῥητῷ scilicet incommensurabilia, vocentur ἄλογα, id est surda.

ια

Καὶ αἱ δυνάμεναι αὐτά, ἄλογοι. εἰ μὲν τετράγωνα εἴη, αὗται αἱ πλευραί. εἰ δ' ἕτερα τινὰ εὐθύγραμμα, αἱ ἴσα αὐτοῖς τετράγωνα ἀναγράφουσαι.

11

Et lineæ quæ illa incommensurabilia describunt, vocentur ἄλογοι. Et quidem si illa incommensurabilia fuerint quadrata, ipsa eorum latera vocabūtur ἄλογοι lineæ. quòd si quadrata quidem non fuerint, verùm aliæ quæpiam superficies siue figuræ rectilineæ, tunc verò lineæ illæ quæ describunt quadrata æqualia figuris rectilineis, vocentur ἄλογοι.

Πρότασις. α.

Δύο μεγεθῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, ἐὰν ἀπὸ τοῦ μείζονος ἀφαιρεθῇ μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ, καὶ τοῦ καταλειπομένου μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ, καὶ τοῦτο ἀεὶ γίγνηται, λειφθήσεταί τι μέγεθος, ὅ ἐστιν ἔλασσον ἐκκειμένου ἐλάσσονος μεγέθους.

Theore. 1. Propo. 1.

Duabus magnitudinibus inæqualibus propositis, si de maiore detrahatur plus dimidio, & rursus de residuo iterum detrahatur plus dimidio, idque semper fiat: relinquetur quædam magnitudo minor altera minore ex duabus propositis.

β

Ἐὰν δύο μεγεθῶν ἐκκειμένων ἀνίσων, ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος, τὸ καταλειπόμενον μηδέποτε καταμετρῇ τὸ πρὸ ἑαυτοῦ, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη.

Theore. 2. Propo. 2.

Duabus magnitudinibus propositis inæqualibus, si detrahatur semper minor de maiore, alterna quadam detractione, neque residuum vnquam metiatur id quod

ante

ante se metiebatur, incommensurabiles sunt illæ magnitudines.

γ

Δύο μεγεθῶν συμμέτρων δοθέντων, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

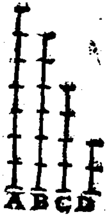
Proble. 1. Proposi. 3.

Duabus magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam ipsarum communem mensuram reperire.

δ

Τριῶν μεγεθῶν συμμέτρων δοθέντων, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Proble. 2. Propo. 4.



Tribus magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam ipsarum communem mensuram reperire.

ε

Τὰ σύμμετρα μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει, ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν.

Theore. 3. Propo. 5.

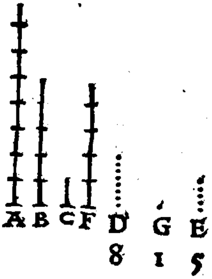
Commensurabiles magnitudines inter se proportionem eam habent, quam habet numerus ad numerum.

ϛ

Ἐὰν δύο μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν, σύμμετρά ἐστι τὰ μεγέθη.

Theore. 4. Propo. 6.

Si duæ magnitudines proportionem eam habent inter se quam numerus ad numerum, commensurabiles sunt illæ magnitudines.

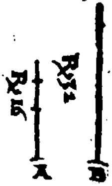


Τὰ ἀσύμμετρα μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον οὐκ ἔχει, ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν.

Theor.

Theore.5. Propo.7.

Incommenſurabiles magnitudines inter ſe proportionem non habent, quam numerus ad numerum.

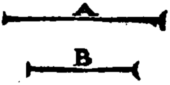


η

Ἐὰν δύο μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον μὴ ἔχῃ ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη.

Theore.6. Propo.8.

Si duæ magnitudines inter ſe proportionem non habent quã numerus ad numerum, incõmenſurabiles illæ ſunt magnitudines.

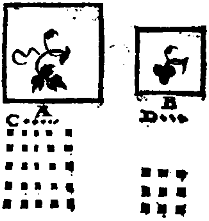


θ

Τὰ ἀπὸ τῶν μήκει συμμέτρων εὐθειῶν τετράγωνα, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. καὶ τὰ τετράγωνα τὰ πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχοντα ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, καὶ τὰς πλευρὰς ἕξει μήκει συμμέτρους. τὰ δὲ ἀπὸ τῶν μήκει ἀσυμμέτρων εὐθειῶν τετράγωνα πρὸς ἄλληλα λόγον οὐκ ἔχει ὅνπερ τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. καὶ τὰ τετράγωνα τὰ πρὸς ἄλληλα λόγον μὴ ἔχοντα ὅνπερ τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, οὐδὲ τὰς πλευρὰς ἕξει μήκει συμμέτρους.

Theore. 7. Propo. 9.

Quadrata, quæ deſcribuntur à rectis lineis longitudine commenſurabilibus, inter ſe proportionem habent quam numerus quadratus ad alium numerum quadratum. Et quadrata habentia proportionem inter ſe quam quadratus numerus ad numerum quadratum, habent quoque latera longitudine commenſurabilia. Quadrata verò quæ deſcribuntur à lineis longitudine incõmenſurabilibus, proportionẽ non habent inter ſe quam quadratus numerus ad numerum alium quadratum. Et quadrata non habentia proportionem inter ſe quã numerus quadratus ad numerum quadratum, neque latera habebunt longitudine commenſurabilia.



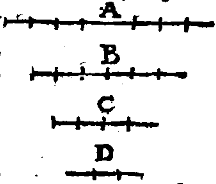
Εὰν

ι

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ δὲ πρῶτον τῷ δευτέρῳ σύμμετρον ᾖ, καὶ τὸ τρίτον τῷ τετάρτῳ σύμμετρον ἔσται. κἂν τὸ πρῶτον τῷ δευτέρῳ ἀσύμμετρον ᾖ, καὶ τὸ τρίτον τῷ τετάρτῳ ἀσύμμετρον ἔσται.

Theore.8. Propo.10.

Si quatuor magnitudines fuerint proportionales, prima verò secundæ fuerit commensurabilis, tertia quoq; quartæ commensurabilis erit. quòd si prima secundæ fuerit incommensurabilis, tertia quoque quartæ incommensurabilis erit.



ια

Τῇ προτεθείσῃ εὐθείᾳ προσευρεῖν δύο εὐθείας ἀσυμμέτρους, τὴν μὲν μήκει μόνον, τὴν δὲ καὶ δυνάμει.

Proble.3. Propo.11.

Propositæ lineæ rectæ (quam ῥητὴν vocari diximus) reperire duas lineas rectas incommensurabiles, hanc quidem longitudine tantùm, il-

Iam verò non longitudine tantùm, ſed etiã potentia incommenſurabilem.

ιβ

Τὰ τῷ αὐτῷ μεγέθει σύμμετρα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶ σύμμετρα.

Theore. 9. Propo. 12.

Magnitudines quæ eidem magnitudini ſunt commenſurabiles, inter ſe quoq; ſunt commenſurabiles.

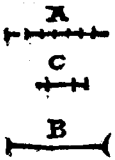
6D...... 4F..
4E.... 8G..
3H...
2K..
4L...

ιγ

Ἐὰν ᾖ δύο μεγέθη, καὶ τὸ μὲν σύμμετρον ᾖ τῷ αὐτῷ, τὸ δὲ ἕτερον ἀσύμμετρον, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη.

Theore. 10. Propo. 13.

Si ex duabus magnitudinibus hæc quidem commenſurabilis ſit tertiæ magnitudini, illa verò eidem incommenſurabilis, incommenſurabiles ſunt illæ duæ magnitudines.



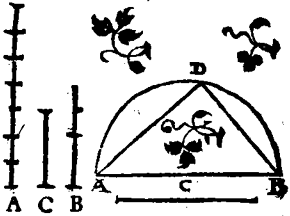
ιδ

Ἐὰν ᾖ δύο μεγέθη σύμμετρα, τὸ δὲ ἕτερον αὐτῶν με-

μεγέθει τινὶ ἀσύμμετρον ᾖ, καὶ τὸ λοιπὸν τῷ αὐτῷ ἀσύμμετρον ἔσται.

Theore. 11. Propo. 14.

Si duarũ magnitudinum cõmensurabilium altera fuerit incommensurabilis magnitudini alteri cuipiã tertiæ, reliqua quoque magnitudo eidem tertiæ incommensurabilis erit.

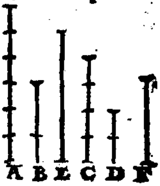


ιε

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, δύνηται δὲ ἡ πρώτη τῆς δευτέρας μεῖζον τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, καὶ ἡ τρίτη τῆς τετάρτης μεῖζον δυνήσεται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει. καὶ ἐὰν ἡ πρώτη τῆς δευτέρας μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, καὶ ἡ τρίτη τῆς τετάρτης μεῖζον δυνήσεται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Theore. 12. Propo. 15.

Si quatuor rectæ proportionales fuerint, possit autem prima plusquam secunda tanto quantum est quadratum lineæ sibi commensurabilis longitudine: tertia quoque poterit plusquàm quarta tanto quantum est quadratum lineæ sibi commensurabilis longitudine. Quòd ſi prima poſsit plusquam ſecunda quadrato lineæ ſibi longitudine incommenſurabilis; tertia quoque poterit plusquam quarta quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis longitudine.

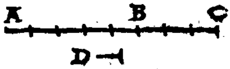


ις

Ἐὰν δύο μεγέθη σύμμετρα συντεθῇ, καὶ τὸ ὅλον ἑκατέρῳ αὐτῶν σύμμετρον ἔσται. κἂν τὸ ὅλον ἑνὶ αὐτῶν σύμμετρον ᾖ, καὶ τὰ ἐξ ἀρχῆς μεγέθη σύμμετρα ἔσται.

Theore.13. Propo.16.

Si duæ magnitudines commenſurabiles componantur, tota magnitudo compoſita ſingulis partibus cōmenſurabilis erit. quòd ſi tota magnitudo compoſita alterutri parti commenſurabilis fuerit, illæ duæ quoque partes commenſurabiles erunt.



ιζ

Ἐὰν δύο μεγέθη ἀσύμμετρα συντεθῇ, καὶ τὸ ὅλον ἑκατέρῳ αὐτῶν ἀσύμμετρον ἔσται. κἂν τὸ ὅλον ἑνὶ αὐτῶν ἀσύμμετρον ᾖ, καὶ τὰ ἐξ ἀρχῆς μεγέθη ἀσύμμετρα ἔσται.

Theor.

Theor.14. Propo.17.

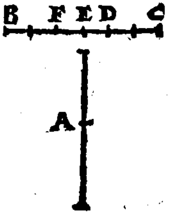
Si duæ magnitudines incommenſurabiles componantur, ipſa quoque tota magnitudo ſingulis partibus componentibus incommenſurabilis erit. Quòd ſi tota alteri parti incommenſurabilis fuerit, illæ quoque primæ magnitudines inter ſe incommenſurabiles erunt.

ιη

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παραλληλόγραμμον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, καὶ εἰς σύμμετρα αὐτὴν διαιρῇ μήκει, μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δυνήσεται, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει. καὶ ἐὰν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνηται, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παραλληλόγραμμον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, εἰς σύμμετρα αὐτὴν διαιρεῖ μήκει.

Theore.15. Propo.18.

Si fuerint duæ rectæ lineæ inæquales, & quartæ parti quadrati quod deſcribitur à minore, æquale parallelogrammum appliceplicetur secundum maiorem, ex qua maiore tantum excurrat extra latus parallelogrammi, quantum est alterum latus ipsius parallelogrammi: si prætereà parallelogrammum sui applicatione diuidat lineam illam in partes inter se commensurabiles longitudine, illa maior linea tanto plus potest quàm minor, quantum est quadratum lineæ sibi commensurabilis longitudine. Quòd si maior plus posit quàm minor, tanto quantum est quadratum lineæ sibi commensurabilis longitudine, & prætereà quartæ parti quadrati lineæ minoris æquale parallelogrammum applicetur secundum maiorem, ex qua maiore tantum excurrat extra latus parallelogrãmi, quantum est alterum latus ipsius parallelogrammi, parallelogrammum sui applicatione diuidit maiorem in partes inter se longitudine commensurabiles.

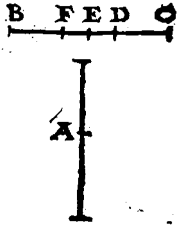


Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει
τοῦ

τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, καὶ εἰς ἀσύμμετρα αὐτὴν διαιρῇ μήκει, ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δυνήσεται, τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐὰν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ, τῷ δὲ τετάρτῳ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, εἰς ἀσύμμετρα αὐτὴν διαιρεῖ μήκει.

Theorē. 16. Propo. 19.

Si fuerint duæ rectæ inæquales, quartæ autem parti quadrati lineæ minoris æquale parallelogrammum secundum lineam maiorem applicetur, ex qua linea tantum excurrat extra latus parallelogrammi, quantum est alterum latus eiusdem parallelogrammi: si parallelogrammum præterea sui applicatione diuidat lineam in partes inter se longitudine incommensurabiles, maior illa linea tantò plus potest quàm minor, quantum est quadratum lineæ sibi maiori incommensurabilis longitudine. Quòd si maior linea tantò plus posit quàm minor, quantum est quadratum lineæ incommensurabilis sibi longitudine: & prætèrea quartæ parti quadrati lineæ minoris æquale parallelogrammum applicetur secund cundum maiorem, ex qua tantum excurrat extra latus parallelogrammi, quantum est alterum latus ipsius: parallelogrammum sui applicatione diuidit maiorem in partes inter se incommensurabiles longitudine.

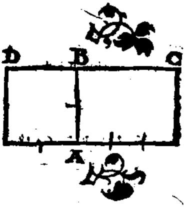


κ

Τὸ ὑπὸ ῥητῶν μήκει συμμέτρων κατά τινα τῶν προειρημένων τρόπων εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ῥητόν ἐστιν.

Theor. 17. Propo. 20.

Superficies rectangula contenta ex lineis rectis rationalibus longitudine commensurabilibus secundum vnum aliquem modum ex antedictis, rationalis est.



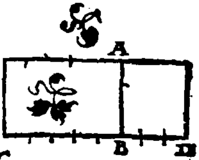
κα

Ἐὰν ῥητὸν παρὰ ῥητὴν παραβληθῇ, πλάτος ποιεῖ ῥητὴν καὶ σύμμετρον τῇ παρ' ἣν παράκειται, μήκει.

Theor.

Theore. 18. Propo. 21.

Si rationale secundum lineam rationalem applicetur, habebit alterum latus lineam rationalem & commensurabilem longitudine lineæ cui rationale parallelogrammum applicatur.

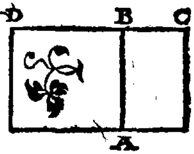


κβ

Τὸ ὑπὸ ῥητῶν δυνάμει μόνον συμμέτρων εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἄλογόν ἐστι, καὶ ἡ δυναμένη αὐτὸ, ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ Μέση.

Theor. 19. Propo. 22.

Superficies rectangula contenta duabus lineis rectis rationalibus potentia tantum commensurabilibus, irrationalis est. Linea autem quę illam superficiem potest, irrationalis & ipsa est: vocetur verò medialis.



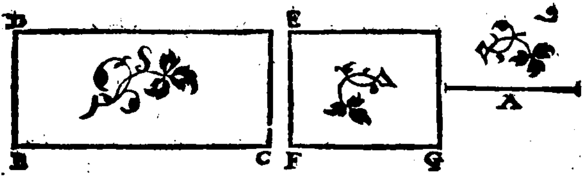
κγ

Τὸ ἀπὸ μέσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ ῥητὴν καὶ ἀσύμμετρον τῇ παρ' ἣν παράκειται, μήκει.

Theo-

Theor. 20. Propo. 23.

Quadrati lineæ medialis applicati secundum lineam rationalem, alterum latus est linea rationalis, & incommensurabilis longitudine lineæ secundum quam applicatur.

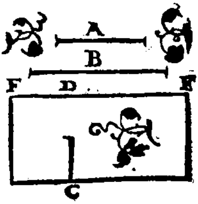


κδ

ἡ τῇ μέσῃ σύμμετρος, μέση ἐστίν.

Theor. 21. Propo. 24.

Linea recta mediali commensurabilis, est ipsa quoque medialis.

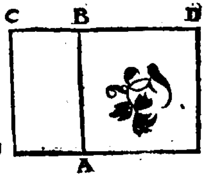


κε

Τὸ ὑπὸ μέσων μήκει συμμέτρων εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μέσον ἐστίν.

Theor. 22. Propo. 25.

Parallelogrammū rectangulum contentum ex lineis medialibus longitudine commēsurabilibus, mediale est.



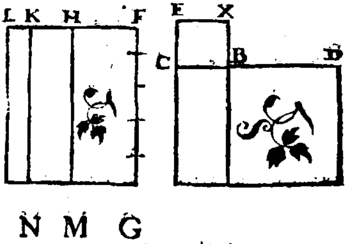
Τὸ ὑπὸ

κϛ

Τὸ ὑπὸ μέσων δυνάμει μόνον συμμέτρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἤτοι ῥητόν, ἢ μέσον ἐστίν.

Theore.23.Propo.26.

Parallelogrammum rectangulum comprehensum duabus lineis medialibus potentia tantùm commensurabilibus, vel rationale est, vel mediale.

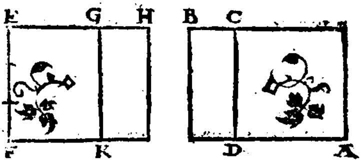


κζ

Μέσον μέσου οὐχ ὑπερέχει ῥητῷ.

Theor.24.Propo.27.

Mediale nō est maius quàm mediale superficie rationali.

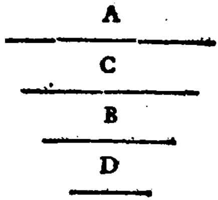


κη

Μέσας εὑρεῖν δυνάμει μόνον συμμέτρους, ῥητὸν περιεχούσας.

Proble.4. Propo.28.

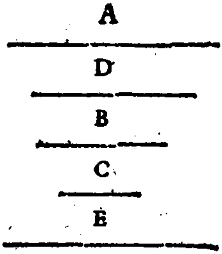
Mediales lineas inuenire potentia tãtùm cõmensurabiles rationale comprehendentes.



κθ

Μέσας εὑρεῖν δυνάμει μόνον συμμέτρους μέσον περιεχούσας.

Probl.5. Prop.29.
Mediales lineas inuenire potentia tantùm commensurabiles mediale comprehendentes.



λ

Εὑρεῖν δύο ῥητὰς δυνάμει μόνον συμμέτρους, ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάττονος μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Proble.6. Propo.30.

Reperire duas rationales potentia tantùm com-

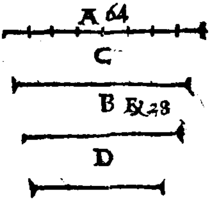
commensurabiles huiusmodi, vt maior ex illis poſsit plus quàm minor quadrato lineæ ſibi commenſurabilis longitudine.

λα

Εὑρεῖν δύο μέσας δυνάμει μόνον συμμέτρους ῥητὸν περιεχούσας, ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Proble.7. Propo.31.

Reperire duas lineas mediales potentia tantùm commenſurabiles rationalem ſuperficiem continentes, tales inquam, vt maior poſſit plus quàm minor quadrato lineæ ſibi commenſurabilis longitudine.



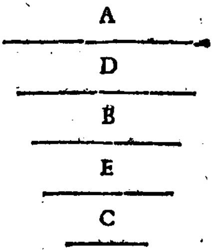
λβ

Εὑρεῖν δύο μέσας δυνάμει μόνον συμμέτρους μέσον περιεχούσας, ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάττονος μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ.

Proble.8. Propo.32.

Reperire duas lineas mediales potentia

tantùm commensurabiles medialem superficiem continentes, huiusmodi vt maior plus posſit quàm minor quadrato lineæ ſibi cõmenſurabilis longitudine.

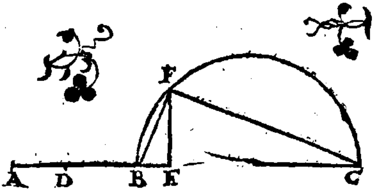


λγ

Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητὸν, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν μέσον.

Proble.9. Propo.33.

Reperire duas rectas potentia incommenſurabiles, quarum quadrata ſimul addita faciant ſuperficiem rationalem, parallelogrammũ verò ex ipſis contentum ſit mediale.

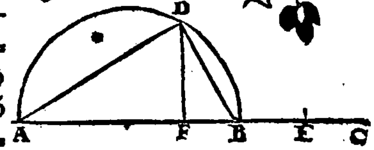


λδ

Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν ῥητόν.

Probl. 10. Propo. 34.

Reperire lineas duas rectas potentia incommensurabiles, conficientes compositum ex ipsarũ quadratis mediale, parallelogrãmum verò ex ipsis cõtentum rationale,



λε

Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τό, τε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, καὶ τὸ ὑπ' αὐτῶν μέσον, καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων.

Probl. 11. Propo. 35.

Reperire duas lineas rectas potentia incommensurabiles, conficientes id quod ex ipsarum quadratis componitur mediale, simulque parallelogrammum ex ipsis cõtentum, mediale, quod præterea parallelogrammum sit incõmensurabile cõposito ex quadratis ipsarum.

ΑΡΧΗ ΤΩΝ ΚΑΤΑ ΣΥΝ-θεσιν ἑξάδων.

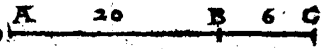
λϛ

Ἐὰν δύο ῥηταὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσιν, ἡ ὅλη ἄλογός ἐστιν. καλείσθω δὲ ἐκ δύο ὀνομάτων.

PRINCIPIVM SENARIOrum per compositionem.

Theor.25. Propo.36.

Si duæ rationales potentia tantùm commensurabiles componantur, tota linea erit irrationalis. Vocetur autem Binomium.



λζ

Ἐὰν δύο μέσαι δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσι ῥητὸν περιέχουσαι, ἡ ὅλη ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἐκ δύο μέσων πρώτη.

Theor.26. Propo.37.

Si duæ mediales potentia tantùm commensurabiles rationale continentes componantur, tota linea est irrationalis, vocetur

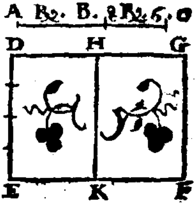
autem

autem Bimediale prius.

λη

Ἐὰν δύο μέσαι δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσι μέσον περιέχουσαι, ἡ ὅλη ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἐκ δύο μέσων δευτέρα,

Theor. 27. Propo. 38.



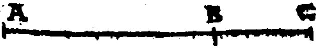
Si duæ mediales potentia tantùm commensurabiles mediale continentes componantur, tota linea est irrationalis. vocetur autem Bimediale secundum,

λθ

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι συντεθῶσι ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητὸν, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν μέσον, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ μείζων.

Theor. 28. Propo. 39.

Si duæ rectæ potentia incommensurabiles componantur, conficientes compositum ex quadratis ipsarum rationale, parallelogrammum verò ex ipsis contentum mediale, tota linea recta est



irrationalis. Vocetur autem linea maior.

μ

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι συντεθῶσι, ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν ῥητόν, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη.

Theor.29.Propo.40.

Si duæ rectæ potentia incommenſurabiles componantur, conficientes compoſitum ex ipſarum quadratis mediale, id verò quod fit ex ipſis, ra-

tionale, tota linea eſt irrationalis. Vocetur autem potens rationale & mediale.

μα

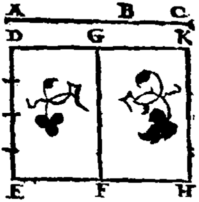
Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι συντεθῶσι ποιοῦσαι τό, τε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, καὶ τὸ ὑπ' αὐτῶν μέσον, καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ δύο μέσα δυναμένη.

Theor.30. Propo.41.

Si duæ rectæ potentia incommenſurabiles componantur, conficientes compoſitum ex quadratis ipſarum mediale, & quod continetur ex ipſis, mediale, & præterea in-

com-

commensurabile compo sito ex quadratis ipsarum, tota linea est irrationalis. Vocetur autem potens duo medialia.



μβ

Η ἐκ δύο ὀνομάτων καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Theor. 31. Propo. 42.

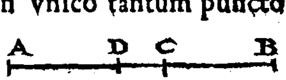
Binomium in vnico tantùm puncto diuiditur in sua nomina, id est in lineas ex quibus componitur.

μγ

Η ἐκ δύο μέσων πρώτη καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Theor. 32. Propo. 43.

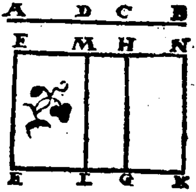
Bimediale prius in vnico tantùm puncto diuiditur in sua nomina.



μδ

Η ἐκ δύο μέσων δευτέρα καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Theor. 33. Propo. 44.



Bimediale ſecundum in vnico tantùm punĉto diuiditur in ſua nomina.

με

Η μείζων κατὰ τὸ αὐτὸ μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Theor. 34. Propo. 45.

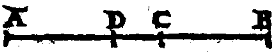
Linea maior in vnico tantùm punĉto diuiditur in ſua nomina.

μϛ

Η ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Theor. 35. Propo. 46.

Linea potens rationale & mediale in vnico tantùm punĉto diuiditur in ſua nomina.

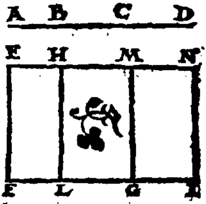


μζ

Η δύο μέσα δυναμένη καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Theor.

Theore. 36. Proposi. 47.



Linea potens duo medialia in vnico tantùm puncto diuiditur in sua nomina.

ΟΡΟΙ ΔΕΥΤΕΡΟΙ.

Ὑποκειμένης ῥητῆς, καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων διῃρημένης εἰς τὰ ὀνόματα, ἧς τὸ μεῖζον ὄνομα τοῦ ἐλάττονος μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

α

Ἐὰν μὲν τὸ μεῖζον ὄνομα σύμμετρον ᾖ μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ὅλη ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτη.

β

Ἐὰν δὲ τὸ ἔλασσον ὄνομα σύμμετρον ᾖ μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέρα.

γ

Ἐὰν δὲ μηδέτερον τῶν ὀνομάτων σύμμετρον ᾖ μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτη.

Πάλιν δὴ ἐὰν τὸ μεῖζον ὄνομα τοῦ ἐλάσσονος μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Ἐὰν

δ

Ἐὰν μὲν τὸ μεῖζον ὄνομα σύμμετρον ᾖ μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτη.

ε

Ἐὰν ᾖ τὸ ἔλαττον, πέμπτη.

ς

Ἐὰν ᾖ μηδέτερον, ἕκτη.

DEFINITIONES secundæ.

Propoſita linea rationali, & binomio diuiſo in ſua nomina, cuius binomij maius nomen, id eſt, maior portio poßit pluſquam minus nomen quadrato lineæ ſibi, maiori inquam nomini, commenſurabilis longitudine:

1

Si quidem maius nomen fuerit commenſurabile longitudine propoſitæ lineæ rationali, uocetur tota linea Binomium primum:

2

Si uerò minus nomen, id eſt minor portio Binomij, *fuerit commenſurabile longitudine propoſitæ lineæ rationali, uocetur tota linea* Binomium *ſecundum:*

3

Si uerò neutrum nomen fuerit commenſurabile longitudine propoſitæ lineæ rationali, uocetur Binomium *tertium.*

Rurſus

Rursus si maius nomen poßit plusquam minus nomen quadrato lineæ sibi incommensurabilis longitudine:

4

Si quidem maius nomen est commensurabile longitudine propositæ lineæ rationali, uocetur tota linea Binomium quartum:

5

Si uerò minus nomen fuerit commensurabile longitudine lineæ rationali, uocetur Binomium quintum:

6

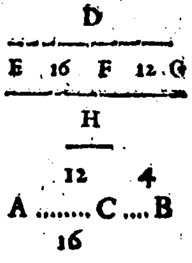
Si uerò neutrum nomen fuerit longitudine commensurabile lineæ rationali, uocetur illa Binomium sextum.

μη

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτην.

Proble. 12. Proposi. 48.

Reperire Binonium primum.

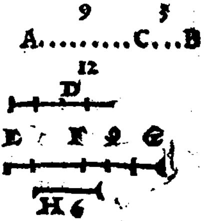


μθ

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέραν.

Præ

Proble.13.Propoſi. 49.

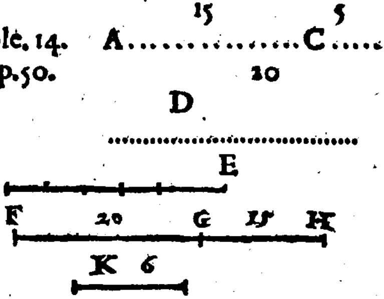


Reperire Binomium ſecundum.

ν

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτην.

Proble. 14. Prop.50.

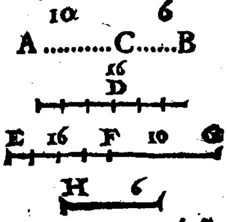


Reperire Binomium tertiũ.

να

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτην.

Proble.15. Prop.51.



Reperire Binomium quartum.

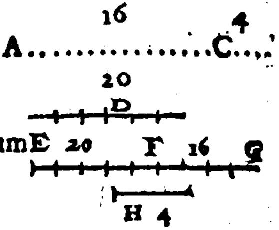
Εὑρεῖν

νβ

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτην.

Probl.16.Propo-
posi.52.

Reperire Binomium quintum.

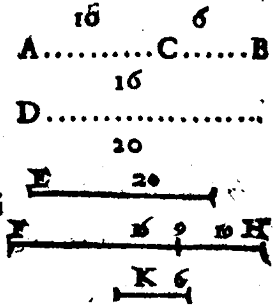


νγ

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτην.

Probl.17.Pro-
posi.53.

Reperire Binomiũ sextum.



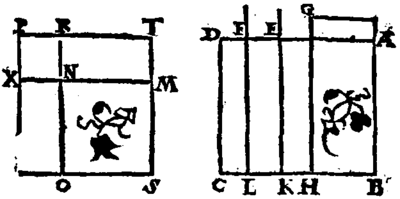
νδ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομά-των πρώτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐκ δύο ὀνομάτων.

Theor.37.Propo 54.

Si superficies contenta fuerit ex rationa-li &

li & Binomio primo, linea quæ illam superficiem potest, est irrationalis, quæ Binomium vocatur.

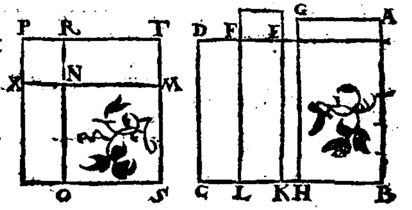


νε

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέρας, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐκ δύο μέσων πρώτη.

Theor. 38. Propo. 55.

Si superficies contenta fuerit ex linea rationali & Binomio secundo, linea potens illam superficiem est irrationalis, quæ Bimediale primum vocatur.



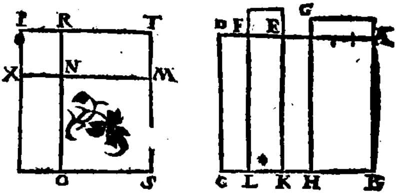
νϛ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐκ δύο μέσων δευτέρα.

Theore. 39. Propo. 56.

Si superficies contineatur ex rationali & Bino-

Binomio tertio, linea quæ illã superficiem potest, est



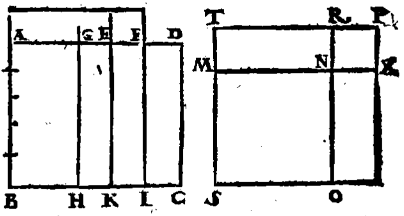
irrationalis, quę dicitur Bimediale secundũ.

νζ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη μείζων.

Theor. 40. Propo. 57.

Si superficies contineatur ex rationali & Binomio quarto, linea potens superficiem illã,



est irrationalis, quæ dicitur maior.

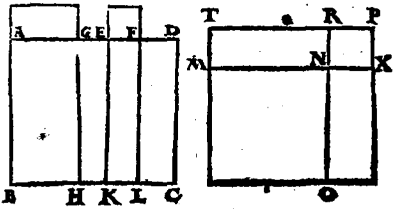
νη

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη.

Theor. 41. Propo. 58.

Si superficies contineatur ex rationali &

Binomio quinto, linea quæ illam superficiem potest est irrationalis, quæ dicitur potens rationale & mediale.

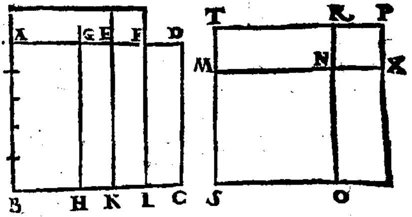


νθ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη δύο μέσα δυναμένη.

Theor. 42. Propo. 59.

Si superficies contineatur ex rationali & Binomio sexto, linea quę illam superficiem potest est irrationalis, quæ dicitur potens duo medialia.



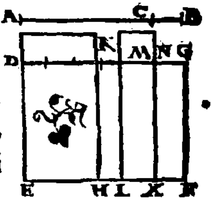
ξ

Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτην.

Theo.

Theore.43.Pro-
posi.60.

Quadratum Binomij secundum lineam rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium primum.

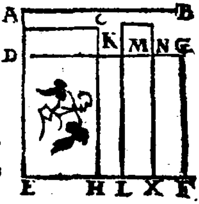


ξα

Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέραν.

Theo.44. Pro-
posi.61.

Quadratum Bimedialis primi secundum rationalem lineam applicatum, facit alterum latus Binomium secundum.

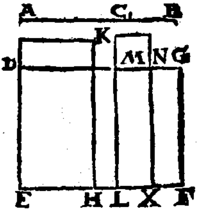


ξβ

Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτην.

Theor.45.Pro-
posi.62.

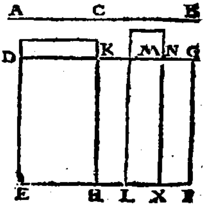
Quadratum Bimedialis secundi secundum rationalem applicatũ, facit alterũ latus Binomiũ tertiũ.



ξγ

Τὸ ἀπὸ τῆς μείζονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτην.

Theore.46.Prop.63.

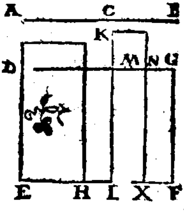


Quadratum lineæ maioris ſecundum lineam rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium quartum.

ξδ

Τὸ ἀπὸ τῆς ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτην.

Theor.47.Propo.64.



Quadratum lineæ potentis rationale & mediale ſecundum rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium quintum.

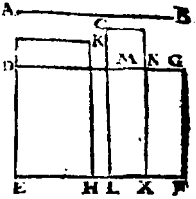
ξε

Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσα δυναμένης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτην.

Theo-

Theor.48. Propo.65.

Quadratum lineæ potentis duo medialia secundũ rationalem applicatum, facit alterum latus Binomiũ sextum.



ξϛ

Ἡ τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων μήκει σύμμετρος, καὶ αὐτὴ ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Theor.49. Propo.66.

Linea longitudine commensurabilis Binomio est & ipsa Binomium eiusdẽ ordinis.

ξζ

Ἡ τῇ ἐκ δύο μέσων μήκει σύμμετρος, ἐκ δύο μέσων ἐστὶ, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

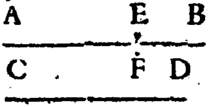
Theor.50. Propo.67.

Linea longitudine commensurabilis alteri bimedialium, est & ipsa bimediale etiam eiusdem ordinis.

ξη

Ἡ τῇ μείζονι σύμμετρος, καὶ αὐτὴ μείζων ἐστίν.

Theor.51. Propo.68.



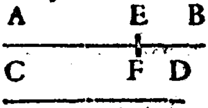
Linea commenſurabilis lineæ maiori, eſt & ipſa maior.

ξθ

Ἡ τῇ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένῃ σύμμετρος, καὶ αὐτὴ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη ἐστίν.

Theor.52. Propo.69.

Linea commenſurabilis lineæ potenti rationale & mediale, eſt & ipſa linea potens rationale & mediale.

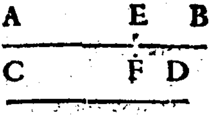


ο

Ἡ τῇ δύο μέσα δυναμένῃ σύμμετρος, δύο μέσα δυναμένη ἐστίν.

Theor.53. Propo.70.

Linea commenſurabilis lineæ potenti duo medialia, eſt & ipſa linea potens duo medialia.



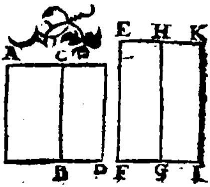
οα

Ῥητοῦ καὶ μέσου συντιθεμένου, τέσσαρες ἄλογοι γίνονται, ἢ ἐκ δύο ὀνομάτων, ἢ ἐκ δύο μέσων πρώτη, ἢ μείζων, ἢ καὶ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη.

Theor.

Theor. 54. Propo. 71.

Si duæ superficies rationalis & medialis simul componantur, linea quæ totam superficiem compositam potest, est vna ex quatuor irrationalibus, vel ea quæ dicitur Binomium, vel bimediale primum, vel linea maior, vel linea potens rationale & mediale.

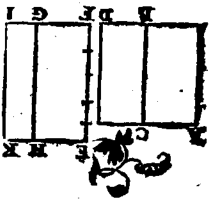


οβ

Δύο μέσων ἀσυμμέτρων ἀλλήλοις συντιθεμένων, αἱ λοιπαὶ δύο ἄλογοι γίνονται, ἤτοι ἡ ἐκ δύο μέσων δευτέρα, ἢ ἡ δύο μέσα δυναμένη.

Theor. 55. Propo. 72.

Si duæ superficies mediales incommensurabiles simul componantur, fiunt reliquæ duæ lineæ irrationales, vel bimediale secundum, vel linea potens duo medialia.



ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ἡ ἐκ δύο ὀνομάτων καὶ αἱ μετ' αὐτὴν ἄλογοι, οὔτε τῇ μέσῃ, οὔτε ἀλλήλαις εἰσὶν αἱ αὐταί.

Τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ μέσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ ῥητὴν, καὶ ἀσύμμετρον τῇ παρ' ἣν παράκειται, μήκει.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέραν.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς μείζονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένης παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτην.

Τὸ

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς δύο μέσα δυναμένης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτην.

Ἐπεὶ οὖν τὰ εἰρημένα πλάτη διαφέρει τοῦ τε πρώτου καὶ ἀλλήλων, τοῦ μὲν πρώτου, ὅτι ῥητή ἐστιν, ἀλλήλων δὲ, ὅτι τῇ τάξει οὐκ εἰσὶν αἱ αὐταὶ, δῆλον ὡς καὶ αὐταὶ αἱ ἄλογοι διαφέρουσιν ἀλλήλων.

SCHOLIVM.

Binomium & cæteræ consequentes lineæ irrationales, neque sunt eædem cum linea mediali, neque ipsæ inter se.

Nam quadratum lineæ medialis applicatum secundum lineam rationalem, facit alterum latus lineam rationalem, & longitudine incommensurabilem lineæ secundum quam applicatur, hoc est, lineæ rationali, per 23.

Quadratum uerò Binomij *secundum rationalem applicatum, facit alterum latus* Binomium *primum, per 60.*

Quadratum uerò Bimedialis *primi secundum rationalem applicatum, facit alterum latus* Binomium *secundum, per 61.*

Quadratum uerò Bimedialis *secundi secundum rationalem applicatum, facit alterum latus* Binomium *ter-*

tium, per 62.

Quadratum uerò lineæ maioris secundum rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium *quartum, per 63.*

Quadratum uerò lineæ potentis rationale & mediale secundum rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium *quintum, per 64.*

Quadratum uerò lineæ potentis duo medialia secundum rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium *sextum, per 65.*

Cùm igitur dicta latera, quæ latitudines uocantur, differant & à prima latitudine, quoniã est rationalis, cùm inter se quoque differant, eo quia sunt Binomia *diuersorum ordinum: manifestum est ipsas lineas irrationales, differentes esse inter se.*

ΔΕΥΤΕΡΑ ΤΑΞΙΣ ΕΤΕΡΩΝ ΛΟΓΩΝ τῶν καθ' ἀφαίρεσιν.

Ἀρχὴ τῶν κατ' ἀφαίρεσιν ἑξάδων.

ογ

Ἐὰν ἀπὸ ῥητῆς ῥητὴ ἀφαιρεθῇ δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἀποτομή.

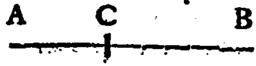
SECVNDVS ORDO ALTErius sermonis, qui est de detractione.

Principium senariorũ per detractionem.

Theo-

Theor. 56. Propo. 73.

Si de linea rationali detrahatur rationalis potentia tantùm commensurabilis ipsi toti, residua est irrationalis, vocetur autem Residuum.

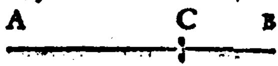


οδ

Ἐὰν ἀπὸ μέσης μέση ἀφαιρεθῇ δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ῥητὸν περιέχῃ, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ μέσης ἀποτομὴ πρώτη.

Theo. 57. Propo. 74.

Si de linea mediali detrahatur medialis potentia tantùm commensurabilis toti lineæ, quæ verò detracta est cum tota contineat superficiem rationalem, residua est irrationalis. Vocetur autem Residuum mediale primum.

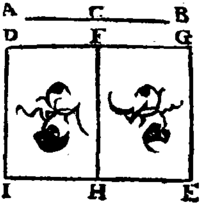


οε

Ἐὰν ἀπὸ μέσης μέση ἀφαιρεθῇ δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης μέσον περιέχῃ, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ μέσης ἀποτομὴ δευτέρα.

Theor.58. Propo.75.

Si de linea mediali detrahatur medialis potentia tantùm commensurabilis toti, quæ verò detracta eſt, cùm tota contineat ſuperficiem medialem, reliqua eſt irrationalis. Vocetur autem Reſiduum mediale ſecũdum.



οϛ

Ἐὰν ἀπὸ εὐθείας εὐθεῖα ἀφαιρεθῇ δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν ἀπ' αὐτῶν ἅμα ῥητὸν, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν μέσον, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἐλάσσων.

Theor.57. Propo.76.

Si de linea recta detrahatur recta potentia incommenſurabilis toti, compoſitum autem ex quadratis totius lineæ & lineæ detractæ ſit rationale, parallelogrammum verò ex ijſdem contentum ſit mediale, reliqua linea erit irrationalis. Vocetur autem linea minor.

οζ

Ἐὰν ἀπὸ εὐθείας εὐθεῖα ἀφαιρεθῇ δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν

συγκεί-

συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, ῥητόν, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Theor.58.Propo.77.

Si de linea recta detrahatur recta potentia incommensurabilis toti lineæ, compositum autem ex quadratis totius & lineæ detractæ sit mediale, parallelogrammum verò bis ex eisdem contentum sit rationale, reliqua linea est irrationalis. Vocetur autem linea faciens cum superficie rationali totam superficiem medialem.

A C B

οη

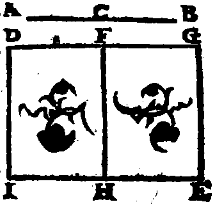
Ἐὰν ἀπὸ εὐθείας εὐθεῖα ἀφαιρεθῇ δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, μέσον, ἔτι δὲ τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα ἀσύμμετρα τῷ δὶς ὑπ' αὐτῶν, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἡ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Theor.59. Propo.78.

Si de linea recta detrahatur recta potentia incommensurabilis toti lineæ, compositum autem ex quadratis totius & lineæ detractæ sit mediale, parallelogrammum

verò

verò bis ex ijſdem ſit etiam mediale: præterea ſint quadrata ipſarum incommenſurabilia parallelogrammo bis ex ijſdem contento, reliqua linea eſt irrationalis. Vocetur autem linea faciens cum ſuperficie mediali totam ſuperficiem medialem.



οθ

Τῇ ἀποτομῇ μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα ῥητή, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ.

Theor.60.Propo.79.

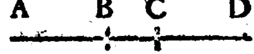
Reſiduo vnica tantùm linea recta coniungitur rationalis, potentia tantùm commenſurabilis toti lineæ.

π

Τῇ μέσῃ ἀποτομῇ πρώτῃ μόνον μία προσαρμόζει εὐθεῖα μέση, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ῥητὸν περιέχουσα.

Theor.61.Propo.80.

Reſiduo mediali primo vnica tantùm linea coniungitur medialis, potentia tantùm commenſurabilis toti, ipſa cum tota continens rationale.

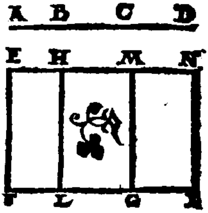


πα

Τῇ μέσῃ ἀποτομῇ δευτέρᾳ μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα μέση, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης μέσον περιέχουσα.

Theor. 62. Propo. 81.

Reſiduo mediali ſecundo vnica tantùm coniungitur medialis, potentia tantùm commenſurabilis toti, ipſa cum tota continens mediale.

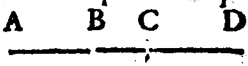


πβ

Τῇ ἐλάσσονι μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, ποιοῦσα μετὰ τῆς ὅλης τὸ μὲν ἐκ τῶν ἀπ᾽ αὐτῶν τετραγώνων, ῥητὸν, τὸ δὲ δὶς ὑπ᾽ αὐτῶν, μέσον.

Theor. 63. Propo. 82.

Lineæ minori vnica tantùm recta coniungitur potentia incommenſurabilis toti, faciens cum tota compóſitum ex quadratis ipſarum rationale, id verò parallelogrammum, quod bis ex ipſis fit, mediale.



πγ

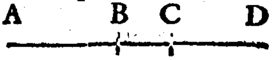
Τῇ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ

ὅλῃ

ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, ῥητόν.

Theor. 64. Propo. 83.

Lineæ facienti cum superficie rationali totam superficiem medialem, vnica tantùm coniungitur linea recta potentia incommensurabilis toti, faciens autem cum tota compositum ex quadratis ipsarum, mediale, id verò quod fit bis ex ipsis, rationale.

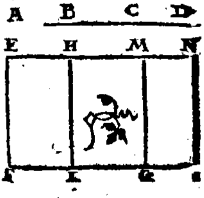


πδ

Τῇ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τό, τε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, μέσον, καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τῷ δὶς ὑπ' αὐτῶν.

Theor. 65. Propo. 84.

Lineæ cum mediali superficie facienti totam superficiem medialem, vnica tantùm coniungitur linea potentia toti incommensurabilis, faciens cum tota compositum ex quadratis ipsarũ mediale, id verò quod fit



bis

bis ex ipsis etiam mediale, & prætereà faciens compositum ex quadratis ipsarum incõmensurabile ei quod fit bis ex ipsis.

ΟΡΟΙ ΤΡΙΤΟΙ.

Ὑποκειμένης ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς.

α

Ἐὰν μὲν ὅλη τῆς προσαρμοζούσης μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, καὶ ἡ ὅλη σύμμετρος ᾖ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καλείσθω ἀποτομὴ πρώτη.

β

Ἐὰν δὲ ἡ προσαρμόζουσα σύμμετρος ᾖ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καὶ ἡ ὅλη τῆς προσαρμοζούσης μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ, καλείσθω ἀποτομὴ δευτέρα.

γ

Ἐὰν δὲ μηδετέρα σύμμετρος ᾖ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, ἡ δὲ ὅλη τῆς προσαρμοζούσης μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ, καλείσθω ἀποτομὴ τρίτη.

Πάλιν ἐὰν ἡ ὅλη τῆς προσαρμοζούσης μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

δ

Ἐὰν μὲν ἡ ὅλη σύμμετρος ᾖ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καλείσθω ἀποτομὴ τετάρτη.

ε

Ἐὰν δὲ ἡ προσαρμόζουσα, πέμπτη.

ϛ

Ἐὰν δὲ μηδετέρα, ἕκτη.

DEFINITIONES

TERTIÆ.

Propoſita linea rationali & reſiduo.

1

Si quidem tota, nempe compoſita ex ipſo reſiduo & linea illi coniuncta, plus poteſt quàm coniuncta, quadrato lineæ ſibi commenſurabilis longitudine, fueritq́; tota longitudine commenſurabilis lineæ propoſitæ rationali, reſiduum ipſum uocetur Reſiduum primum.

2

Si uerò coniuncta fuerit longitudine commenſurabilis rationali, ipſa autē tota plus poßit quam coniuncta, quadrato lineæ ſibi longitudine commenſurabilis, reſiduum uocetur Reſiduum ſecundum.

Si uerò

3

Si uerò neutra linearum fuerit longitudine commensurabilis rationali, poßit autem ipsa tota plusquam coniuncta, quadrato lineæ sibi longitudine commensurabilis, uocetur Residuum tertium.

Rursus si tota poßit plus quàm coniuncta, quadrato lineæ sibi longitudine incommensurabilis.

4

Et quidem si tota fuerit longitudine commensurabilis ipsi rationali, uocetur Residuum quartum.

5

Si uerò coniuncta fuerit longitudine commensurabilis rationali, & tota plus poßit quàm coniuncta, quadrato lineæ sibi longitudine incommensurabilis, uocetur Residuum quintum.

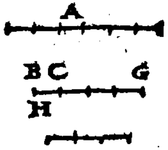
6

Si uerò neutra linearum fuerit commensurabilis longitudine ipsi rationali, fueritq; tota potentior quàm coniuncta, quadrato lineæ sibi longitudine incommensurabilis, uocetur Residuum sextum.

πε

Εὑρεῖν τὴν πρώτην ἀποτομήν.

Proble. 18. Proposi. 85.



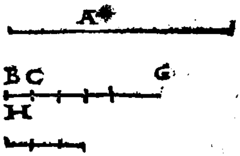
16
D.......F.........E
7 9

Reperire primum Residuum.

πϛ

Εὑρεῖν τὴν δευτέραν ἀποτομήν.

Probl. 19. Proposi. 86.



D.........F.........E
27 9

Reperire secundum Residuum.

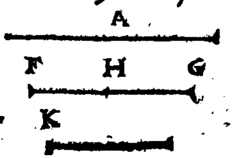
πζ

Εὑρεῖν τὴν τρίτην ἀποτομήν.

E..........
21
B.........D.......C
9 7

Probl. 20. Proposi. 87.

Reperire tertium Residuum.

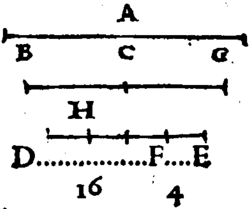


πη

Εὑρεῖν τὴν τετάρτην ἀποτομήν.

Probl. 21. Proposi. 88.

Reperire quartum Residuū.

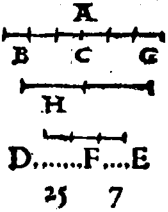


πθ

Εὑρεῖν τὴν πέμπτην ἀποτομήν.

Probl. 22. Proposi. 89.

Reperire quintum Residuum.

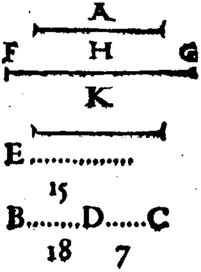


ϟ

Εὑρεῖν τὴν ἕκτην ἀποτομήν.

Probl. 23. Proposi. 90.

Reperire sextum Residuum.

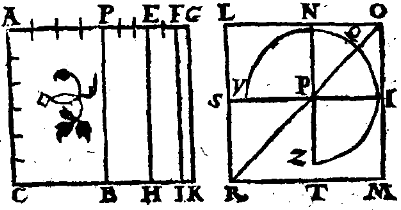


ϟα

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς πρώτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἀποτομή ἐστιν.

Theor. 66. Propo. 91.

Si superficies contineatur ex linea rationali & residuo primo, linea quæ illam superficiẽ potest, est residuum.

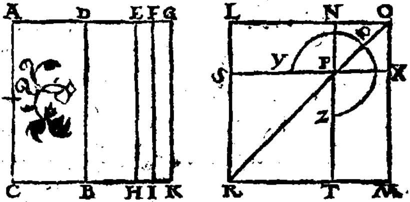


ϟϐ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς δευτέρας, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, μέσης ἀποτομή ἐστι πρώτη.

Theor. 67. Propo. 92.

Si superficies contineatur ex linea rationali & residuo secundo, linea quæ illam superficiem potest, est residuum mediale primum.



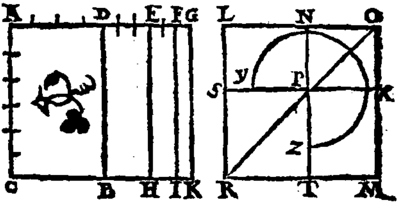
ϟγ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς τρίτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, μέσης ἀποτομή ἐστι δευτέρα.

Theor.

Theor.68.Propo.93.

Si ſuperficies contineatur ex linea rationali & reſiduo tertio, linea quæ illā ſuperficiem poteſt, eſt reſiduum mediale ſecundum.

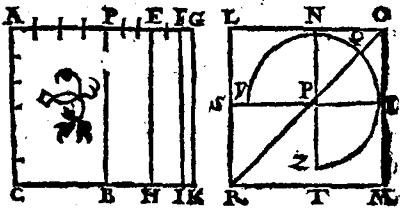


h δ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς τετάρτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἐλάσσων ἐστί.

Theor.69.Propo.94.

Si ſuperficies contineatur ex linea rationali & reſiduo quarto, linea quæ illā ſuperficiem poteſt, eſt linea minor.

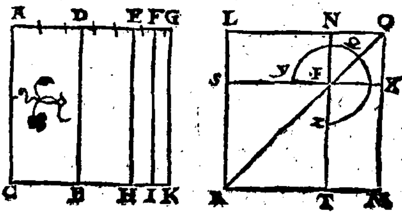


h ε

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς πέμπτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἡ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστι.

Theor. 70. Propo, 95.

Si superficies contineatur ex linea rationali & residuo quinto, linea quæ illam superficiẽ potest est ea quę di citur cum ra tiona- li su- perfi - cie faciens totam medialem.

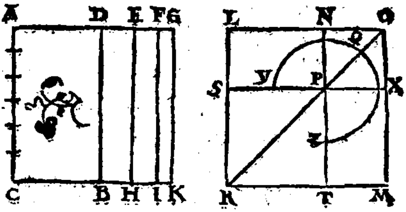


h ϛ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς ἕκτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστι.

Theore, 71. Propo. 96.

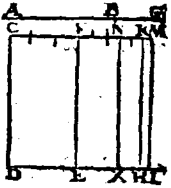
Si superficies contineatur ex linea rationali & residuo sexto, linea quę illam superficiem potest est ea quędi citur faciẽs cum media li superficie totam medialem.



h ξ

Τὸ ἀπὸ ἀποτομῆς παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν πρώτην.

Theore. 72. Proposi. 97.

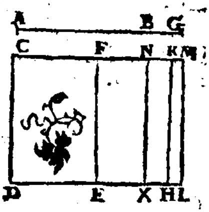


Quadratum residui secundum lineam rationalem applicatum, facit alterum latus residuum primum.

hη

Τὸ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν δευτέραν.

Theor. 73. Propo. 98.

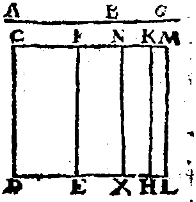


Quadratum residui medialis primi secundum rationalem applicatum, facit alterum latus residuũ secundum.

hϑ

Τὸ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν τρίτην.

Theor. 74. Proposi. 99.

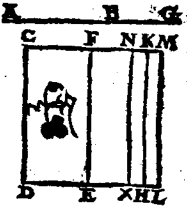


Quadratũ residui medialis secundi secundum rationalem applicatum, facit alterum latus residuum tertium.

ρ

Τὸ ἀπὸ ἐλάσσονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν τετάρτην.

Theor.75. Propo.100.

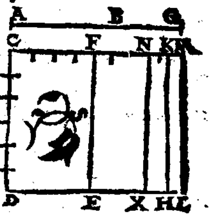


Quadratum lineæ minoris ſecundum rationalem applicatum, facit alterum latus reſiduum quartum.

ρα

Τὸ ἀπὸ τῆς μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν πέμπτην.

Theor.76. Prop.101.



Quadratum lineæ cum rationali ſuperficie facientis totam medialem, ſecundum rationalem applicatum, facit alterum latus reſiduum quintum.

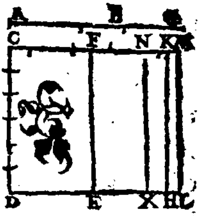
ρβ

Τὸ ἀπὸ τῆς μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν ἕκτην.

Theo.

Theo.77.Propo.102.

Quadratum lineæ cum mediali superficie facientis totam medialem, secundum rationalem applicatum, facit alterum latus residuum sextum.

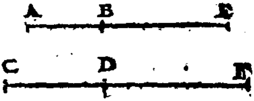


ργ

Η τῇ ἀποτομῇ μήκει σύμμετρος, ἀποτομή ἐστι, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Theor.78.Propo.103.

Linea residuo commensurabilis longitudine, est & ipsa residuum, & eiusdem ordinis.

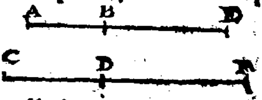


ρδ

Η τῇ μέσῃ ἀποτομῇ σύμμετρος, μέσῃ ἀποτομή ἐστι, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Theor.79. Prop.104.

Linea commensurabilis residuo mediali, est & ipsa residuũ mediale, & eiusdem ordinis.



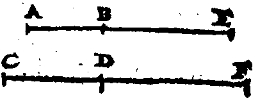
Η τῇ

ρε

Ἡ τῇ ἐλάσσονι σύμμετρος, ἐλάσσων ἐστίν.

Theore.80.Prop.105.

Linea commensurabilis lineæ minori, est & ipsa linea minor.

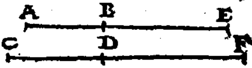


ρϛ

Ἡ τῇ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ σύμμετρος, καὶ αὐτὴ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστιν.

Theore.81.Propo.106.

Linea commensurabilis lineæ cum rationali superficie facienti totam medialem, est & ipsa linea cum rationali superficie faciens totam medialem.

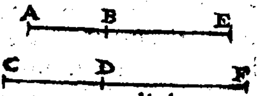


ρζ

Ἡ τῇ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ σύμμετρος, καὶ αὐτὴ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστιν.

Theor.87. Prop.107.

Linea commensurabilis lineæ cum mediali superficie facienti totam medialem, est & ipsa cum mediali superficie faciens totam medialem.



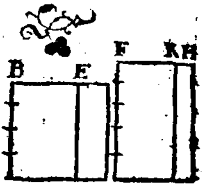
Ἀπὸ

ρη

Ἀπὸ ῥητοῦ, μέσου ἀφαιρουμένου, ἡ τὸ λοιπὸν χωρίον δυναμένη, μία δύο ἀλόγων γίνεται, ἤτοι ἀποτομή, ἢ ἐλάττων.

Theor.83.Propo.108.

Si de superficie rationali detrahatur superficies medialis, linea quæ reliquam superficiē potest, est alterutra ex duabus irrationalibus, aut residuū, aut linea minor.

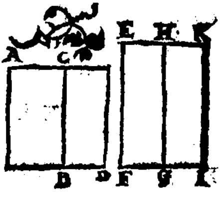


ρθ

Ἀπὸ μέσου, ῥητοῦ ἀφαιρουμένου, ἄλλαι δύο ἄλογοι γίνονται, ἤτοι μέση ἀποτομὴ πρώτη, ἢ μετὰ ῥητοῦ τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Theor.84.Propo.109.

Si de superficie mediali detrahatur superficies rationalis, aliæ duæ irrationales fiunt, aut residuū mediale primū, aut cum rationali superficiē faciens totam medialem.

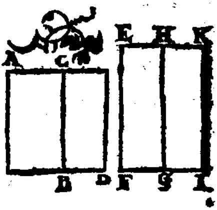


ρι

Ἀπὸ μέσου, μέσου ἀφαιρουμένου ἀσυμμέτρου τῷ ὅλῳ, αἱ αἱ λοιπαὶ δύο ἄλογοι γίνονται, ἤτοι μέση ἀποτομὴ δευτέρα, ἢ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Theor.85. Propo.110.

Si de superficie mediali detrahatur superficies medialis quæ sit incommensurabilis toti, reliquæ duæ fiunt irrationales, aut residuum mediale secundum, aut cum mediali superficie faciés totam medialem.

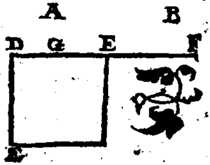


ρια

Ἡ ἀποτομὴ οὐκ ἔστιν ἡ αὐτὴ τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων.

Theor.86. Posit.111.

Linea quæ Residuum dicitur, non est eadem cum ea quæ dicitur Binomiũ.



ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ἡ ἀποτομὴ καὶ αἱ μετ' αὐτὴν ἄλογοι, οὔτε τῇ μέσῃ οὔτε ἀλλήλαις εἰσὶν αἱ αὐταί.

Τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ μέσης παρὰ ῥητὴν παραβαλ-

λόμενον

λόμενον, πλάτος ποιεῖ, ῥητὴν καὶ ἀσύμμετρον τῇ παρ' ἣν παράκειται, μήκει.

Τὸ δὲ ἀπὸ ἀποτομῆς παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν πρώτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν δευτέραν.

Τὸ δὲ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, *πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν τρίτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ ἐλάττονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν τετάρτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν πέμπτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν ἕκτην.

Ἐπεὶ οὖν τὰ εἰρημένα πλάτη διαφέρει τοῦ τε πρώτου καὶ ἀλλήλων (τοῦ μὲν πρώτου, ὅτι ῥητή ἐστιν, ἀλλήλων δὲ, ὅτι τάξει οὐκ εἰσὶν αἱ αὐταί) δῆ-

λον

λον ὡς καὶ αὗται αἱ ἄλογοι διαφέρουσιν ἀλλήλων. καὶ ἐπεὶ δέδεικται ἡ ἀποτομὴ οὐκ οὖσα ἡ αὐτὴ τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων, ποιοῦσι δὲ πλάτη παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμεναι μὲν αἱ μετὰ τὴν ἀποτομὴν, ἀποτομὰς ἀκολούθως τῇ τάξει καθ' αὑτὴν, αἱ δὲ μετὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων, τὰς ἐκ δύο ὀνομάτων, καὶ αὗται τῇ τάξει ἀκολούθως, ἕτεραι ἄρα εἰσὶν αἱ μετὰ τὴν ἀποτομὴν, καὶ ἕτεραι αἱ μετὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων, ὡς εἶναι τῇ τάξει πάσας ἀλόγους ιγ.

α Μέσην.
β Ἐκ δύο ὀνομάτων.
γ Ἐκ δύο μέσων πρώτην.
δ Ἐκ δύο μέσων δευτέραν.
ε Μείζονα.
ς Ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένην.
ζ Δύο μέσα δυναμένην.
η Ἀποτομήν.
θ Μέσης ἀποτομὴν πρώτην.
ι Μέσης ἀποτομὴν δευτέραν.
ια Ἐλάττονα.
ιβ Μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσαν.
ιγ Μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσαν.

SCHO-

SCHOLIVM.

Linea quæ Residuum dicitur, & cæteræ quinque eam consequentes irrationales, neque lineæ mediali neque sibi ipsæ inter se sunt eædem. Nam *quadratum lineæ medialis secundum rationalem applicatum, facit alterum latus, rationalem lineam longitudine incommensurabilem ei, secundum quam applicatur, per 23.*

Quadratum uerò residui secundum rationalem applicatum, facit alterum latus residuum primum, per 97.

Quadratum uerò residui medialis primi secundum rationalem applicatum, facit alterum latus residuum secundum, per 98.

Quadratum uerò residui medialis secundi, facit alterum latus residuum tertium, per 99.

Quadratum uerò lineæ minoris facit alterum latus residuum quartum, per 100.

Quadratum uerò lineæ cum rationali superficie facientis totam medialem, facit alterum latus residuum quintum, per 101.

Quadratum uerò lineæ cum mediali superficie facientis totam medialem, secundum rationalem applicatum, facit alterum latus residuum sextum, per 102.

Q Cum

Cùm igitur dicta latera, quæ sunt latitudines cuiusque parallelogrammi unicuique quadrato æqualis & secundum rationalem applicati, differant & à primo latere, & ipsa inter se (nam à primo differunt, quoniam sunt residua non eiusdem ordinis) constat ipsas quoque lineas irrationales inter se differentes esse. Et quoniam demonstratum est Residuum *non esse idem quod* Binomium, *quadrata autem residui & quinque linearum irrationalium illud consequentium, secundum rationalem applicata, faciunt altera latera ex residuis eiusdem ordinis cuius sunt et residua, quorum quadrata applicantur rationali: similiter & quadrata* Binomij *& quinque linearum irrationalium illud consequentium, secundum rationalem applicata, faciunt altera latera ex* Binomijs *eiusdem ordinis cuius sunt &* Binomia, *quorum quadrata applicantur rationali. Ergo lineæ irrationales quæ consequuntur* Binomium, *& quæ consequuntur residuum, sunt inter se differentes. Quare dictæ lineæ omnes irrationales sunt numero 13.*

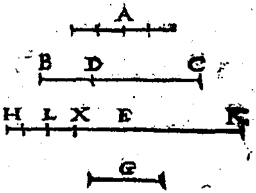
1 *Medialis.*
2 *Binomium.*
3 *Bimediale primum.*
4 *Bimediale secundũ.*
5 *Maior.*
6 *Potens rationale & mediale.*
7 *Potẽs duo medialia.*
8 *Residuum.*
9 *Residuum mediale primum.*
10 *Residuum mediale secundum.*
11 *Minor.*
12 *Faciens cum rationali superficie totam medialem.*
13 *Faciens cum mediali superficie totam medialem.*

ριϐ

Τὸ ἀπὸ ῥητῆς παρὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν, ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων ὀνόμασι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. καὶ ἔτι ἡ γινομένη ἀποτομὴ τὴν αὐτὴν ἔχει τάξιν τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων.

Theore.87. Propo.112.

Quadratum lineæ rationalis secundum Binomium applicatũ, facit alterum latus residuum, cuius nomina sunt commensurabilia Binomij nominibus, & in eadem proportione: præterea id quod fit Residuum, eundem



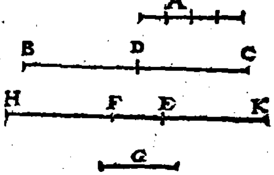
ordinem retinet quem Binomium.

ριγ

Τὸ ἀπὸ ῥητῆς παρὰ ἀποτομὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς τῆς ἀποτομῆς ὀνόμασι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. ἔτι δὲ ἡ γινομένη ἐκ δύο ὀνομάτων, τὴν αὐτὴν τάξιν ἔχει τῇ ἀποτομῇ.

Theor.88. Propo.113.

Quadratum lineæ rationalis ſecundum reſiduum applicatum, facit alterum latus Binomium, cuius nomina ſunt commenſurabilia nominibus reſidui & in eadem proportione: præterea id quod fit Binomium, eſt eiuſdē ordinis, cuius & Reſiduum.



ριδ

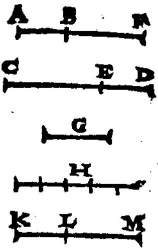
Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ἀποτομῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων, ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς τῆς ἀποτομῆς ὀνόμασι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ῥητή ἐστι.

Theor.89. Propo.114.

Si parallelogrammum contineatur ex reſiduo

duo

duo & Binomio, cuius nomina ſunt commenſurabilia nominibus reſidui & in eadem proportione, linea quæ illam ſuperficiem poteſt, eſt rationalis.

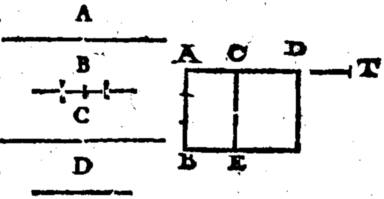


ριε

Ἀπὸ μέσης ἄπειροι ἄλογοι γίνονται, καὶ οὐδεμία οὐδεμιᾷ τῶν πρότερον ἡ αὐτή.

Theor.90.Propo.115.

Ex linea mediali naſcuntur lineæ irrationales innumerabiles, quarum nulla vlli antedictarum eadem ſit.

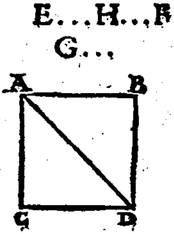


ρις

Προκείσθω ἡμῖν δεῖξαι, ὅτι ἐπὶ τῶν τετραγώνων σχημάτων, ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ διάμετρος τῇ πλευρᾷ μήκει.

Propo. 116.

Propoſitum nobis eſto demonſtrare in figuris quadratis diametrum eſſe longitudine incommenſurabilem ipſi lateri.



Elementi decimi finis.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕῖΟΝ ΙΑ ΚΑὶ ΣΤΕΡΕῶΝ ΠΡῶΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM VNDECIMVM, ET SOLIDORVM primum.

ΟΡΟΙ.

α

Στερεόν ἐστι τὸ μῆκος, καὶ πλάτος, καὶ βάθος ἔχον.

DEFINITIONES

I

Solidum, est quod longitudinem, latitudinem, & crassitudinem habet.

β

Στερεοῦ δὲ πέρας, ἐπιφάνεια.

2

Solidi autem extremum est superficies.

γ

Εὐθεῖα πρὸς ἐπίπεδον ὀρθή ἐστιν, ὅταν πρὸς πάσας τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας, καὶ οὔσας ἐν τῷ αὐτῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, ὀρθὰς ποιῇ γωνίας.

3

Linea recta est ad planum recta, cùm ad rectas omnes lineas, à quibus illa tangitur, quæque in proposito sunt plano, rectos angulos efficit.

δ

Επίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστιν, ὅταν αἱ τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ἐπιπέδων πρὸς ὀρθὰς ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἐνὶ τῶν ἐπιπέδων, τῷ λοιπῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ὦσιν.

4

Planum ad planum rectum est, cùm rectæ lineæ, quæ communi planorum sectioni ad rectos angulos in vno planorum ducuntur, alteri plano ad rectos sunt angulos.

ε

Εὐθείας πρὸς ἐπίπεδον κλίσις ἐστὶν, ὅταν ἀπὸ τοῦ μετεώρου πέρατος τῆς εὐθείας ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον κάθετος ἀχθῇ, καὶ ἀπὸ τοῦ γενομένου σημείου, καὶ ἀπὸ τοῦ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ πέρατος τῆς εὐθείας, εὐθεῖα ἐπι-

ἐπιζευχθῇ, ἡ περιεχομένη ὀξεῖα γωνία ὑπὸ τῆς ἀχθείσης καὶ τῆς ἐφεστώσης.

5

Rectæ lineæ ad planum inclinatio, acutus est angulus ipsa insistente linea & adiuncta altera comprehensus, cùm à sublimi rectæ illius lineæ termino deducta fuerit perpendicularis, atque à puncto quod perpendicularis in ipso plano fecerit, ad propositæ illius lineæ extremum, quod in eodem est plano, altera recta linea fuerit adiuncta.

ς

Ἐπιπέδου πρὸς ἐπίπεδον κλίσις ἐστίν, ἡ περιεχομένη ὀξεῖα γωνία ὑπὸ τῶν πρὸς ὀρθὰς τῇ κοινῇ τομῇ ἀγομένων πρὸς τῷ αὐτῷ σημείῳ ἐν ἑκατέρῳ τῶν ἐπιπέδων.

6

Plani ad planum inclinatio, acutus est angulus rectis lineis contentus, quæ in vtroq; planorum ad idem communis sectionis punctum ductæ, rectos ipsi sectioni angulos efficiunt.

ζ

Ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὁμοίως κεκλίσθαι λέγεται, καὶ ἕτερον πρὸς ἕτερον, ὅταν αἱ εἰρημέναι τῶν κλίσεων γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι.

7

Planum ſimiliter inclinatum eſſe ad planum, atque alterum ad alterum dicitur, cùm dicti inclinationum anguli inter ſe ſunt æquales.

η

Παράλληλα ἐπίπεδά ἐστι τὰ ἀσύμπτωτα.

8

Parallela plana, ſunt quæ eodem non incidunt, nec concurrunt.

θ

Ὅμοια στερεὰ σχήματά ἐστι, τὰ ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων περιεχόμενα ἴσων τὸ πλῆθος.

9

Similes figuræ ſolidæ, ſunt quæ ſimilibus planis, multitudine æqualibus continentur.

ι

Ἴσα δὲ καὶ ὅμοια στερεὰ σχήματά ἐστι, τὰ ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων περιεχόμενα ἴσων τῷ πλήθει καὶ τῷ μεγέθει.

10

Aequales & ſimiles figuræ ſolidæ ſunt, quæ ſimilibus planis, multitudine & magnitudine æqualibus continentur.

ια

Στερεὰ γωνία ἐστὶν, ἡ ὑπὸ πλειόνων ἢ δύο γραμμῶν ἁπτο-

ἁπτομένων ἀλλήλων καὶ μὴ ἐν τῇ αὐτῇ ἐπιφανείᾳ οὐσῶν, πρὸς πάσαις ταῖς γραμμαῖς κλίσις.

11

Solidus angulus, eſt plurium quàm duarum linearum, quæ ſe mutuò contingant, nec in eadem ſint ſuperficie, ad omnes lineas inclinatio.

ἄλλως.

Στερεὰ γωνία ἐστὶν, ἡ ὑπὸ πλειόνων ἢ δύο ἐπιπέδων γωνιῶν περιεχομένη, μὴ οὐσῶν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνισταμένων.

Aliter.

Solidus angulus, eſt qui pluribus quàm duobus planis angulis in eodem non conſiſtentibus plano, ſed ad vnum punctum collectis, continetur.

ιβ

Πυραμίς ἐστι σχῆμα στερεὸν ἐπιπέδοις περιεχόμενον, ἀπὸ ἑνὸς ἐπιπέδου πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνεστώς.

12

Pyramis, eſt figura ſolida quæ planis continetur, ab vno plano ad vnum punctum collecta.

ιγ

Πρίσμα ἐστὶ σχῆμα στερεὸν ἐπιπέδοις περιεχόμενον, ὧν δύο τὰ ἀπεναντίον ἴσα τε καὶ ὅμοιά ἐστι, καὶ παράλληλα, τὰ δὲ λοιπὰ παραλληλόγραμμα.

Priſma,

13

Prisma, figura est solida quæ planis continetur, quorum aduersa duo sunt & æqualia & similia & parallela, alia verò parallelogramma.

ιδ

Σφαῖρά ἐστιν, ὅταν ἡμικυκλίου μενούσης τῆς διαμέτρου, περιενεχθὲν τὸ ἡμικύκλιον, εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα.

14

Sphæra est figura, quæ conuerso circumquiescentem diametrum semicirculo continetur, cùm in eundem rursus locum restitutus fuerit, vnde moueri cœperat.

ιε

Ἄξων δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶν, ἡ μένουσα εὐθεῖα, περὶ ἣν τὸ ἡμικύκλιον στρέφεται.

15

Axis autem sphæræ, est quiescens illa linea circum quam semicirculus conuertitur.

ις

Κέντρον δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶ τὸ αὐτὸ, ὃ καὶ τοῦ ἡμικυκλίου.

16

Centrum verò Sphæræ est idem, quod & semicirculi.

Διά-

ιζ

Διάμετρος δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶν, εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

17

Diameter autem Sphæræ, est recta quædam linea per centrum ducta, & vtrinque à sphæræ superficie terminata.

ιη

Κῶνός ἐστιν, ὅταν ὀρθογωνίου τριγώνου μενούσης πλευρᾶς τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν, περιενεχθὲν τὸ τρίγωνον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα. κἂν ἡ μένουσα εὐθεῖα ἴση ᾖ τῇ λοιπῇ τῇ περὶ τὴν ὀρθὴν περιφερομένη, ὀρθογώνιος ἔσται κῶνος. ἐὰν δὲ ἐλάττων, ἀμβλυγώνιος. ἐὰν δὲ μείζων, ὀξυγώνιος.

18

Cωnus est figura, quæ conuerso circumquiescens alterum latus eorum quæ rectum angulum continent, orthogωnio triangulo continetur, cùm in eundem rursus locum illud triangulum restitutum fuerit, vnde moueri cœperat. Atque si quiescens recta linea æqualis sit alteri, quæ circum rectum angulum cõuertitur, rectangulus erit Cωnus: sin minor, amblygωnius: si verò maior, oxygωnius.

Αξων

ιθ

ἄξων δὲ τοῦ κώνου ἐστὶν ἡ μένουσα, περὶ ἣν τὸ τρίγωνον στρέφεται.

19

Axis autem Coni, est quiescens illa linea, circum quam triangulum vertitur.

κ

Βάσις δὲ, ὁ κύκλος ὁ ὑπὸ τῆς περιφερομένης εὐθείας γραφόμενος.

20

Basis verò Coni, circulus est qui à circunducta linea recta describitur.

κα

Κύλινδρος δὲ, ὅταν ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου μενούσης μιᾶς πλευρᾶς τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν, περιενεχθὲν τὸ παραλληλόγραμμον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα.

21

Cylindrus figura est, quæ conuerso circum quiescens alterum latus eorum quæ rectum angulum continent, parallelogrammo orthogonio comprehenditur, cùm in eundem rursus locum restitutum fuerit illud parallelogrammum, vnde moueri cœperat.

κβ

ἄξων δὲ τοῦ κυλίνδρου ἐστὶν ἡ μένουσα εὐθεῖα, περὶ

ἣν τὸ

ἣν τὸ παραλληλόγραμμον στρέφεται.

22

Axis autem Cylindri, eſt quieſcens illa recta linea, circum quam parallelogrammum vertitur.

κγ

Βάσεις δὲ, οἱ κύκλοι οἱ ὑπὸ τῶν ἀπεναντίον περιαγομένων δύο πλευρῶν γραφόμενοι.

23

Baſes verò cylindri, ſunt circuli à duobus aduerſis lateribus quæ circumaguntur, deſcripti.

κδ

Ὅμοιοι κῶνοι καὶ κύλινδροί εἰσιν, ὧν οἵτε ἄξονες καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων ἀνάλογόν εἰσιν.

24

Similes coni & cylindri, ſunt quorum & axes & baſium diametri proportionales ſunt.

κε

Κύβος ἐστὶ σχῆμα στερεὸν, ὑπὸ ἓξ τετραγώνων ἴσων περιεχόμενον.

25

Cubus eſt figura ſolida, quæ ſex quadratis æqualibus continetur.

κϛ

Τετράεδρόν ἐστι σχῆμα ὑπὸ τεττάρων τριγώνων

ἴσων

ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

26

Tetraëdrum est figura, quæ triangulis quatuor æqualibus & æquilateris continetur.

κζ

Ὀκτάεδρόν ἐστι σχῆμα στερεὸν ὑπὸ ὀκτὼ τριγώνων ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

27

Octaëdrum figura est solida, quæ octo triangulis æqualibus & æquilateris continetur.

κη

Δωδεκάεδρόν ἐστι σχῆμα στερεὸν ὑπὸ δώδεκα πενταγώνων ἴσων, καὶ ἰσοπλεύρων, καὶ ἰσογωνίων περιεχόμενον.

28

Dodecaëdrum figura est solida, quæ duodecim pentagonis æqualibus, æquilateris, & æquiangulis continetur.

κθ

Εἰκοσάεδρόν ἐστι σχῆμα στερεὸν ὑπὸ εἴκοσι τριγώνων ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

29

Eicosaëdrum figura est solida, quæ triangulis viginti æqualibus & æquilateris continetur.

Προτάσεις.

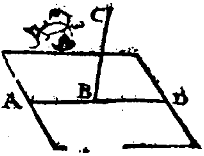
Προτάσεις.

α

Εὐθείας γραμμῆς μέρος μὲν τι οὐκ ἔστιν ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μέρος δέ τι ἐν τῷ μετεώρῳ.

Theorema 1. Propo. 1.

Quędam rectæ lineæ pars in subiecto quidem non est plano, quædam verò in sublimi.

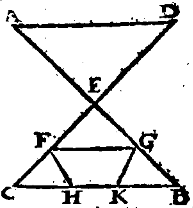


β

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, ἐν ἑνί εἰσιν ἐπιπέδῳ, καὶ πᾶν τρίγωνον ἐν ἑνί ἐστιν ἐπιπέδῳ.

Theor. 2. Propo 2.

Si duæ rectæ lineæ se mutuò secēt, in vno sunt pla no: atq; triangulū omne in vno est plano.

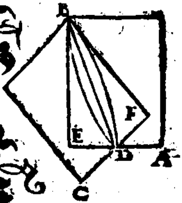


γ

Ἐὰν δύο ἐπίπεδα τέμνῃ ἄλληλα, ἡ κοινὴ αὐτῶν τομὴ εὐθεῖά ἐστι.

Theor. 3. Propo sitio 3.

Si duo plana se mutuò secēt, communis eorum sectio est recta linea.

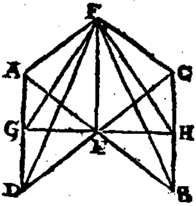


δ

Ἐὰν εὐθεῖα δυσὶ εὐθείαις τεμνούσαις ἀλλήλας, πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς ἐπισταθῇ καὶ τῷ δι' αὐτῶν ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

Theor. 4. Prop. 4.

Si recta linea rectis duabus lineis ſe mutuò ſecãtibus, in communi ſectione ad rectos angulos inſiſtat illa ducto etiam per ipſas plano ad angulos rectos erit.

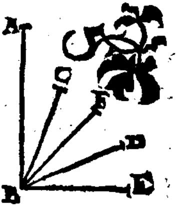


ε

Ἐὰν εὐθεῖα τρισὶν εὐθείαις ἁπτομέναις ἀλλήλων, πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς ἐπισταθῇ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἐν ἑνί εἰσιν ἐπιπέδῳ.

Theor. 5. Prop. 5.

Si recta linea rectis tribus lineis ſe mutuò tangentibus, in communi ſectione ad rectos angulos inſiſtat, illę tres rectæ in vno ſunt plano.



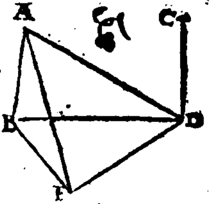
ς

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ὦσι, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι.

Theo.

Theorema 6. Prop. 6.

Si duæ rectæ lineæ eidem plano ad rectos sint angulos, parallelæ erunt illæ rectæ lineæ.

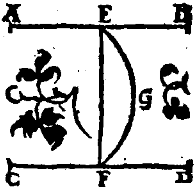


ζ

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι παράλληλοι, ληφθῇ δὲ ἐφ' ἑκατέρας αὐτῶν τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ἐστὶ ταῖς παραλλήλοις.

Theorema 7. Prop. 7.

Si duæ sint parallelæ rectę lineæ, in quarum vtraque sumpta sint quęlibet pūcta, illa linea quæ ad hæc puncta adiungitur, in eodem est cum parallelis plano.

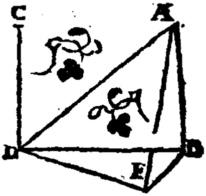


η

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι παράλληλοι, ἡ δὲ ἑτέρα αὐτῶν ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ ἡ λοιπὴ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

Theorema 8. Prop. 8.

Si duæ sint parallelæ rectæ lineæ, quarum altera ad rectos cuidam plano sit angulos, & reliqua eidē plano ad rectos angulos erit.

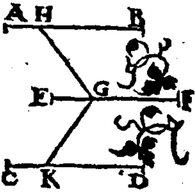


θ

Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι, καὶ μὴ οὖσαι αὐτῇ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

Theor.9.Prop.9.

Quæ eidem rectæ lineæ sunt parallelę, sed non in eodem cum illa plano, hę quoque sunt inter se parallelæ.

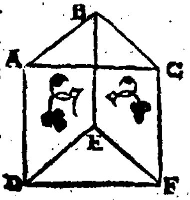


ι

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι ἁπτόμεναι ἀλλήλων παρὰ δύο εὐθείας ἁπτομένας ἀλλήλων ὦσι, μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, ἴσας γωνίας περιέξουσι.

Theor.10.Propo.10.

Si duæ rectæ lineæ se mutuò tangentes ad duas rectas se mutuò tangentes sint parallelæ, non autem in eodem plano, illæ angulos æquales comprehendent.

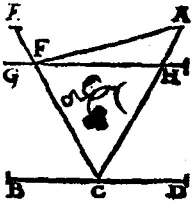


ια

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου μετεώρου, ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Probl.1.Proposi.11.

A dato sublimi pũcto, in subiectum planum perpendicularem rectam lineam ducere.

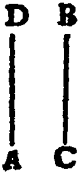


ιβ

Τῷ δοθέντι ἐπιπέδῳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτοῦ δοθέντος σημείου, πρὸς ὀρθὰς εὐθεῖαν γραμμὴν ἀναστῆσαι.

Problema 2.Propo.12.

Dato plano, à puncto quod in illo datum est, ad rectos angulos rectam lineam excitare.

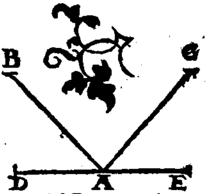


ιγ

Τῷ δοθέντι ἐπιπέδῳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῷ σημείου, δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς οὐκ ἀναστήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

Theorema 11. Propositio 13.

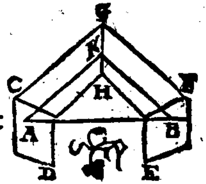
Dato plano, à pũcto quod in illo datum est, duæ rectæ lineæ ad rectos angulos non excitabuntur ad easdem partes.



ιδ

Πρὸς ἃ ἐπίπεδα ἡ αὐτὴ εὐθεῖα ὀρθή ἐστι, παράλληλά ἐστι τὰ ἐπίπεδα.

Theor.12.Prop.14.



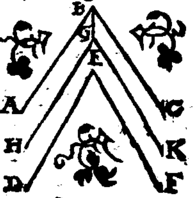
Ad quæ plana, eadem recta linea recta est, illa sunt parallela.

ιε

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι ἁπτόμεναι ἀλλήλων, παρὰ δύο εὐθείας ἁπτομένας ἀλλήλων ὦσι μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, παράλληλά ἐστι τὰ δι' αὐτῶν ἐπίπεδα.

Theorema 13. Prop. 15.

Si duæ rectæ lineæ se mutuò tangentes ad duas rectas se mutuò tangentes sint parallelæ, non in eodem consistentes plano, parallela sunt quæ per illas ducuntur plana.



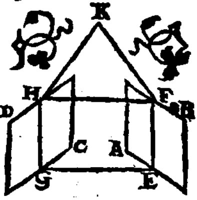
ις

Ἐὰν

Ἐὰν δύο ἐπίπεδα παράλληλα ὑπὸ ἐπιπέδου τινὸς τέμνηται, αἱ κοιναὶ αὐτῶν τομαὶ παράλληλοί εἰσι.

Theore. 14. Prop. 16.

Si duo plana parallela plano quopiam secentur, cómunes illorum sectiones sunt parallelæ.

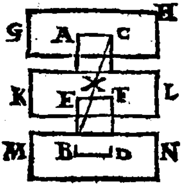


ιζ

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι ὑπὸ παραλλήλων ἐπιπέδων τέμνονται, εἰς τοὺς αὐτοὺς λόγους τμηθήσονται.

Theor. 15. Propo. 17.

Si duæ rectæ lineæ parallelis planis secétur, in easdem rationes secabuntur.

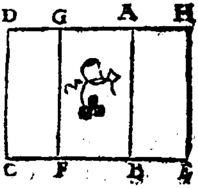


ιη

Ἐὰν εὐθεῖα ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ πάντα τὰ δι' αὐτῆς ἐπίπεδα, τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

Theorema 16. Propositio 18.

Si recta linea plano cuipiam ad rectos sit angulos, illa etiam omnia quæ per ipsam plana, ad rectos eidem plano angulos erunt.

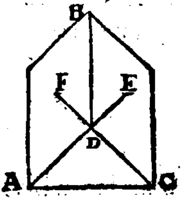


ιθ

Ἐὰν δύο ἐπίπεδα τέμνοντα ἄλληλα ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ ἡ κοινὴ αὐτῶν τομὴ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

Theore. 17. Propo. 19.

Si duo plana se mutuò secantia plano cuidam ad rectos sint angulos, communis etiam illorum sectio ad rectos eidem plano angulos erit.

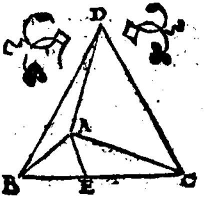


κ

Ἐὰν στερεὰ γωνία ὑπὸ τριῶν γωνιῶν ἐπιπέδων περιέχηται, δύο ὁποιαιοῦν τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Theor. 18. Prop. 20.

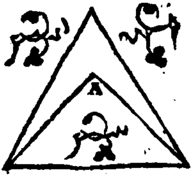
Si angulus solidus planis tribus angulis contineatur, ex his duo quilibet vtut assumpti tertio sunt maiores.



κα

Ἅπασα στερεὰ γωνία ὑπὸ ἐλασσόνων ἢ τεσσάρων ὀρθῶν γωνιῶν ἐπιπέδων περιέχεται.

Theor. 19. Propositio 21.



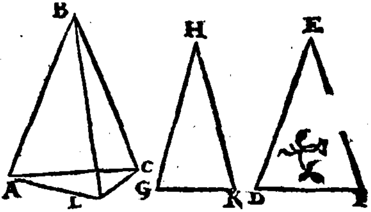
Solidus omnis angulus minoribus continetur, quàm rectis quatuor angulis planis.

κβ

Ἐὰν ὦσι τρεῖς γωνίαι ἐπίπεδοι, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, περιέχωσι δὲ αὐτὰς ἴσαι εὐθεῖαι, δυνατόν ἐστιν ἐκ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς ἴσας εὐθείας τρίγωνον συστήσασθαι.

Theor. 20. Propo. 22.

Si plani tres anguli ęqualibus rectis cõtineantur lineis, quorum duo vt libet assumpti, tertio sint maiores, triangulum constitui potest ex lineis æquales illas rectas coniungentibus.

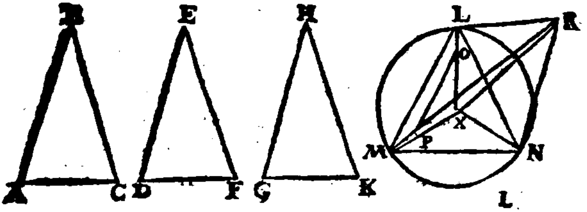


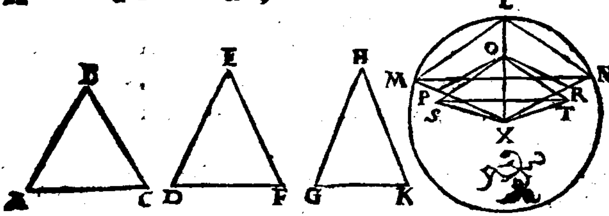
κγ

Ἐκ τριῶν γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, στερεὰν γωνίαν συστήσασθαι. δεῖ δὴ τὰς τρεῖς τεσσάρων ὀρθῶν ἐλάσσονας εἶναι.

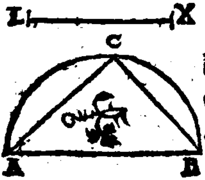
Probl. 3. Propo. 23.

Ex planis tribus angulis, quorum duo vt libet assumpti tertio sint maiores, solidum angulum constituere. Decet autem illos tres angulos rectis quatuor esse minores.





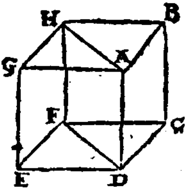
κδ



Ἐὰν στερεὸν ὑπὸ παραλλήλων ἐπιπέδων περιέχηται, τὰ ἀπ᾽ ἐναντίον αὐτοῦ ἐπίπεδα, ἴσα τε καὶ παραλληλόγραμμά ἐστι.

Theor.

Theor.21.Propo.24.

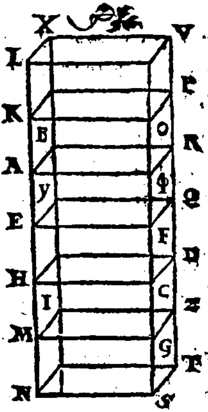


Si ſolidum parallelis planis contineatur, aduerſa illi' plana & æqualia ſunt & parallelogramma.

κε

Ἐὰν στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις, ἔσται ὡς ἡ βάσις πρὸς τὴν βάσιν, οὕτω τὸ στερεὸν πρὸς τὸ στερεόν.

Theor.22. Propoſit.25.



Si ſolidum parallelis planis contentum plano ſecetur aduerſis planis parallelo, erit quemadmodum baſis ad baſim, ita ſolidum ad ſolidum.*

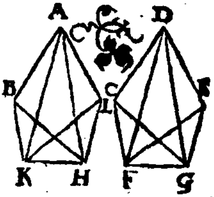
κϛ

Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, τῇ δοθείσῃ στερεᾷ γωνίᾳ ἴσην στερεὰν γωνίαν συστήσασθαι.

Pro-

Probl. 4. Proposit. 26.

Ad datam rectam lineam eiusque punctum, angulum solidum constituere solido angulo dato equalem.

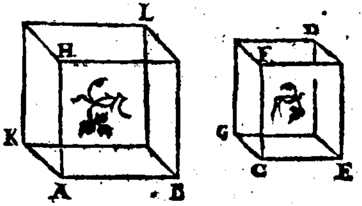


κζ

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ ὁμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἀναγράψαι.

Probl. 5. Propositio 7.

A data recta, dato solido parallelis planis comprehenso simile & similiter positum solidum parallelis planis contentum describere.



κη

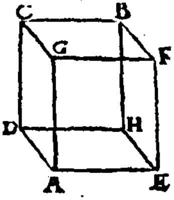
Ἐὰν στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἐπιπέδῳ τμηθῇ κατὰ τὰς διαγωνίους τῶν ἀπεναντίον ἐπιπέδων, δίχα τμηθήσεται τὸ στερεὸν ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου.

Theorema 25. Proposit. 28.

Si solidum parallelis planis comprehensum,

ducto

ducto per aduersorum planorũ diagωnios plano se≈ ctum sit, illud so lidũ ab hoc pla- no bifa≈ riàm se- cabitur.

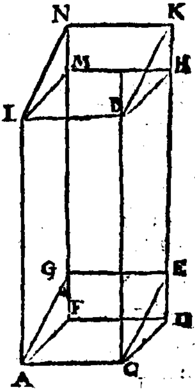


χθ

Τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα στερεὰ παραλληλεπί-
πεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ὧν αἱ ἐφεστῶσαι ἐπὶ τῶν
αὐτῶν εἰσὶν εὐθειῶν, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theor. 24. Proposi≈ tio 29.

Solida parallelis planis comprehensa, quæ super eandem basim & in ea≈ dẽ sunt altitudine, quo≈ rum insistentes lineæ in ijsdem collocantur re- ctis lineis, illa sunt inter se æqualia.



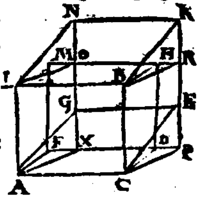
λ

Τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα στερεὰ παραλληλεπί-
πεδα,

πεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ὧν αἱ ἐφεςῶσαι οὐκ εἰσὶν ἐπὶ τῶν αὐτῶν εὐθειῶν, ἴσα ἀλλήλοις ἐςί.

Theor.25.Prop.30.

Solida parallelis planis circunſcripta, quę ſuper eandem baſim & in eadem ſunt altitudine, quorum inſiſtentes lineæ non in ijſdem reperiuntur rectis lineis, illa ſunt inter ſe æqualia.

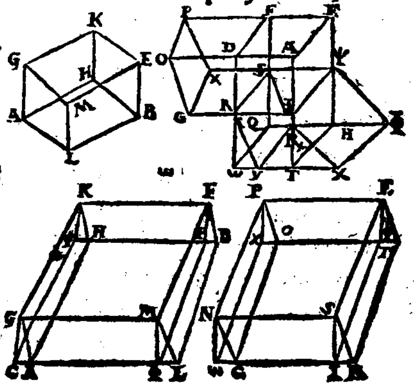


λα

Τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα ςερεὰ παραλληλεπίπεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ἴσα ἀλλήλοις ἐςίν.

Theor.26.Propo.31.

Solida parallelis planis circunſcripta, quę in eadē ſunt altitudine, æqualia ſunt inter ſe.

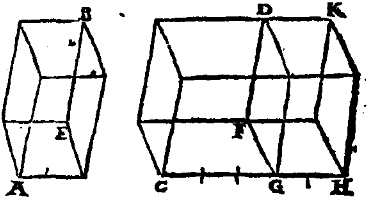


Τὰ

Τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν, ὡς αἱ βάσεις.

Theor.27.Propo.32.

Solida parallelis planis circunſcripta quæ eiuſdem ſunt altitudinis, eam habent inter ſe rationem, quam baſes.

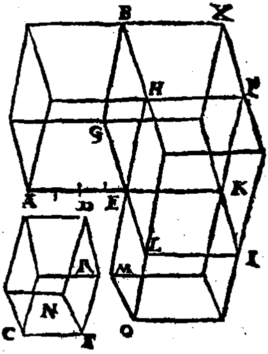


λγ

Τὰ ὅμοια στερεὰ παραλληλεπίπεδα, πρὸς ἄλληλα ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Theor.28.Prop.33.

Similia ſolida parallelis planis circunſcripta habent inter ſe rationem homologorum laterum triplicatam.



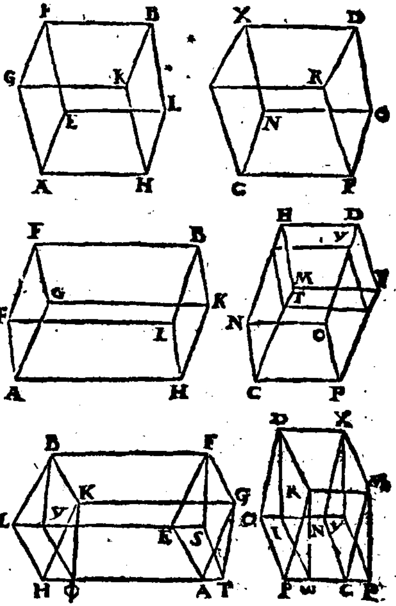
λδ

Τῶν

Τῶν ἴσων στερεῶν παραλληλεπιπέδων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι. καὶ ὧν στερεῶν παραλληλεπιπέδων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Theor.29.Propoſit.34.

Aequaliũ ſolidorũ parallelis planiſq́ contentorũ baſes cũ altitudinibus reciprocantur. Et ſolida parallelis planis contẽta, quorum baſes cũ altitudinibus reciprocantur, illa ſunt æqualia.



λε

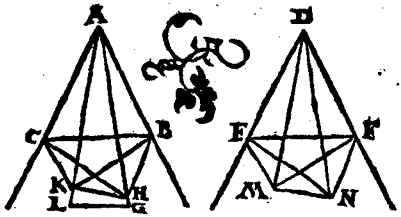
Ἐὰν ὦσι δύο γωνίαι ἐπίπεδοι ἴσαι, ἐπὶ δὲ τῶν κορυφῶν αὐτῶν μετέωροι εὐθεῖαι ἐπισταθῶσιν ἴσας γω-

νίας

νίας περιέχουσαι μετὰ τῶν ἐξ ἀρχῆς εὐθειῶν, ἑκα-τέραν ἑκατέρᾳ, ἐπὶ δὲ τῶν μετεώρων ληφθῇ τυχόντα σημεῖα, καὶ ἀπ' αὐτῶν ἐπὶ τὰ ἐπίπεδα, ἐν οἷς εἰσὶν αἱ ἐξ ἀρχῆς γωνίαι, κάθετοι ἀχθῶσιν, ἀπὸ δὲ τῶν γε-νομένων σημείων ὑπὸ τῶν καθέτων ἐπὶ τοῖς ἐπιπέ-δοις, ἐπὶ τὰς ἐξ ἀρχῆς γωνίας ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, ἴσας γωνίας περιέξουσι μετὰ τῶν μετεώρων.

Theorema 30. Proposi. 35.

Si duo plani ſint anguli æquales, quorum verticibus ſublimes rectæ lineæ inſiſtant, quæ cum lineis primò poſitis angulos continеant æquales, vtrunque vtrique, in ſublimibus autem lineis quęlibet ſumpta ſint pũcta, & ab his ad plana in quibus conſiſtunt anguli primùm poſiti, ductæ ſint perpendiculares, ab earum verò punctis, quę in planis ſignata fuerint, ad angulos primùm poſitos adiunctę ſint rectę lineę, hę cũ ſublimib' æquales angulos comprehendent.

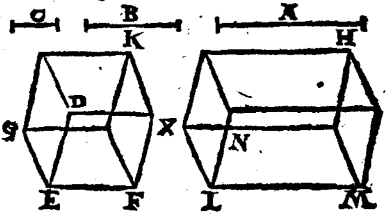


λϛ

Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ἐκ τῶν τριῶν στε-ρεὸν παραλληλεπίπεδον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ, ἰσοπλεύρῳ μὲν, ἰσογωνίῳ δὲ τῷ προειρημένῳ.

Theor.31.Prop.36.

Si rectę tres lineę ſint proportionales, quod ex his tribus fit ſolidum parallelis planis cō-tentum, æquale eſt deſcripto à media linea ſolido parallelis planis comprehenſo, quod ęquilaterum quidē ſit, ſed antedicto æquiangulum.



λζ

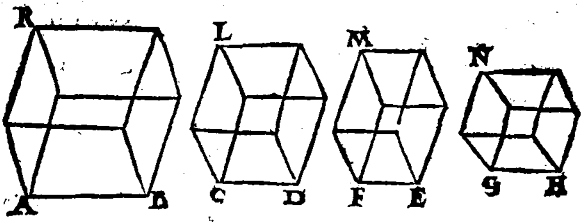
Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν παραλληλεπίπεδα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενα, ἀνάλογον ἔσται, καὶ ἐὰν τὰ ἀπ' αὐτῶν στερεὰ παραλληλεπίπεδα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theor.32.Prop.37.

Si rectæ quatuor lineæ ſint proportionales, illa quoq; ſolida parallelis planis contenta, quæ ab ipſis lineis & ſimilia & ſimiliter deſcribuntur, proportionalia erunt. Et ſi ſolida parallelis planis comprehenſa, quæ & ſimilia & ſimiliter deſcribuntur, ſint propor-

tio-

tionalia, illæ quoq; rectæ lineæ proportionales erunt.

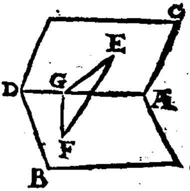


λη

Ἐὰν ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὀρθὸν ᾖ, καὶ ἀπό τινος σημείου τῶν ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων ἐπὶ τὸ ἕτερον ἐπίπεδον κάθετος ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς πεσεῖται τῶν ἐπιπέδων ἡ ἀγομένη κάθετος.

Theor.33.Prop.38.

Si planum ad planum rectũ sit, & à quodam puncto eorum quæ in vno sunt planorum perpendicularis ad alterum ducta sit, illa quæ ducitur perpendicularis, in communem cadet planorum sectionem.

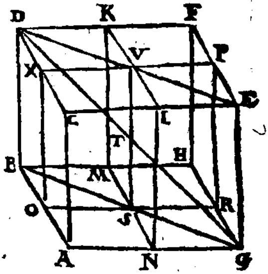


λθ

Ἐὰν στερεοῦ παραλληλεπιπέδου τῶν ἀπεναντίον ἐπιπέδων αἱ πλευραὶ δίχα τμηθῶσι, διὰ δὲ τῶν τομῶν ἐπίπεδα ἐκβληθῇ, ἡ κοινὴ τομὴ τῶν ἐπιπέδων καὶ ἡ τοῦ στερεοῦ παραλληλεπιπέδου διάμετρος, δίχα τέμνουσιν ἀλλήλας.

Theor.34.Propo.39.

Si in ſolido parallelis planis circunſcripto, aduerſorum planorum lateribus bifariàm ſectis, educta ſint per ſectiones plana, communis illa planorũ ſectio & ſolidi parallelis plani circũſcripti diameter, ſe mutuò bifariàm ſecant.

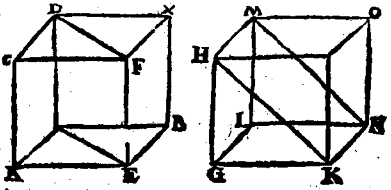


μ

Ἐὰν ᾖ δύο πρίσματα ἰσοϋψῆ, καὶ τὸ μὲν ἔχῃ βάσιν παραλληλόγραμμον, τὸ δὲ τρίγωνον, διπλάσιον δὲ ᾖ τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου, ἴσα ἔσται τὰ πρίσματα.

Theor.35.Propo.40.

Si duo ſint ęqualis altitudinis priſmata, quorum hoc quidem baſim habeat parallelogrammum, illud verò triangulum, ſit autem parallelogrammũ trianguli duplum, illa priſmata erunt æqualia.



Elementi vndecimi finis.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΙΒ ΚΑΙ ΣΤΕΡΕΩΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM DVODECIMVM, ET SOLIDORVM SECVNDVM.

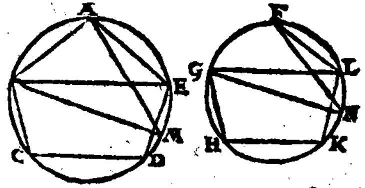
Προτάσεις.

α.

Τὰ ἐν τοῖς κύκλοις ὅμοια πολύγωνα πρὸς ἄλληλά ἐστιν, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα.

Theor.1.Prop.1.

Similia, quæ sunt in circulis polygωna, rationem habent inter se, quam descripta à diametris quadrata.

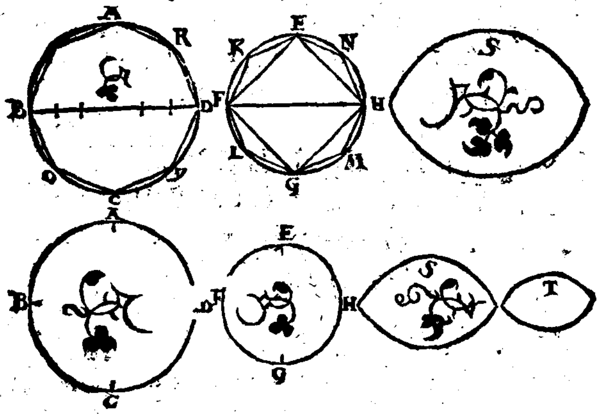


β

Οἱ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα.

Theor.2.Prop.2.

Circuli eam inter ſe rationem habent, quam deſcripta à diametris quadrata.



γ

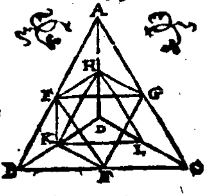
Πᾶσα πυραμὶς τρίγωνον ἔχουσα βάσιν, διαιρεῖται εἰς δύο πυραμίδας ἴσας τε καὶ ὁμοίας ἀλλήλαις, τριγώνους βάσεις ἐχούσας, καὶ ὁμοίας τῇ ὅλῃ. καὶ εἰς δύο πρίσματα ἴσα. καὶ τὰ δύο πρίσματα μείζονά ἐστιν, ἢ τὸ ἥμισυ τῆς ὅλης πυραμίδος.

Theor.3.Prop.3.

Omnis pyramis trigωnam habens baſim, in duas diuiditur pyramidas non tãtùm ęqua-

les

les & ſimiles inter ſe, ſed toti etiam pyramidi ſimiles, quarum trigωnæ ſunt baſes, atq; in duo priſmata æqualia, quæ duo priſmata dimidio pyramidis totius ſunt maiora.

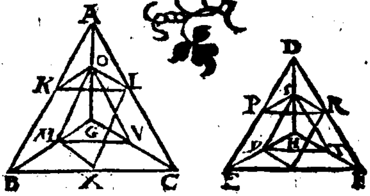


δ

Ἐὰν ὦσι δύο πυραμίδες ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, τριγώνους ἔχουσαι βάσεις, διαιρεθῇ δὲ ἑκατέρα αὐτῶν εἴς τε δύο πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις καὶ ὁμοίας τῇ ὅλῃ, καὶ εἰς δύο πρίσματα ἴσα, καὶ τῶν γενομένων πυραμίδων ἑκατέρα τὸν αὐτὸν τρόπον, καὶ τοῦτο ἀεὶ γίνηται, ἔστιν ὡς ἡ τῆς μιᾶς πυραμίδος βάσις, πρὸς τὴν τῆς ἑτέρας πυραμίδος βάσιν, οὕτως καὶ τὰ ἐν τῇ μιᾷ πυραμίδι πρίσματα πάντα, πρὸς τὰ ἐν τῇ ἑτέρᾳ πυραμίδι πρίσματα πάντα ἰσοπληθῆ.

Theorema 4. Propoſi. 4.

Si duæ eiuſdem altitudinis pyramides trigωnas habeant baſes, ſit autem illarum vtraq; diuiſa & in duas pyramidas inter ſe æquales totique ſimiles, & in duo priſmata æqualia, ac eodem modo diuidatur vtraque pyramidum quæ ex ſuperiore diuiſione natę ſunt, idq; perpetuò fiat: quemadmodum ſe habet vnius pyramidis baſis ad alterius pyramidis basim, ita & omnia quę in vna pyramide prismata, ad omnia quę in altera pyramide, prismata multitudine æqualia.

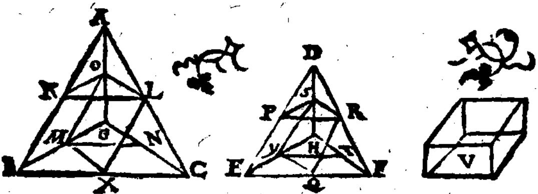


ε

Αἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος οὖσαι πυραμίδες, καὶ τριγώνους ἔχουσαι βάσεις, πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.

Theorema 5. Propo. 5.

Pyramides eiusdem altitudinis, quarum trigonæ sunt bases, eam inter se rationem habent, quam ipsæ bases.



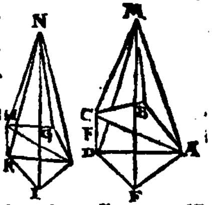
ϛ

Αἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος οὖσαι πυραμίδες, καὶ πολυγώνους ἔχουσαι βάσεις, πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.

Theor. 6. Prop. 6.

Pyra-

Pyramides eiuſdem altitudinis, quarum polygωnæ ſunt baſes, eam inter ſe rationem habẽt, quam ipſæ baſes.

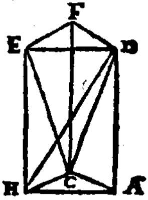


ζ

Πᾶν πρίσμα τρίγωνον ἔχον βάσιν, διαιρεῖται εἰς τρεῖς πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις, τριγώνους βάσεις ἐχούσας.

Theorema 7. Prop. 7.

Omne priſma trigωnam habens baſim, diuiditur in tres pyramidas inter ſe æquales, quarum trigωnę ſunt baſes.

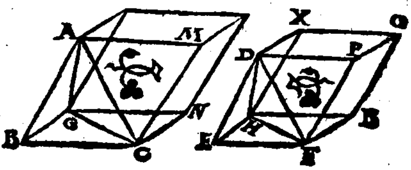


η

Αἱ ὅμοιαι πυραμίδες, καὶ τριγώνους ἔχουσαι βάσεις, ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Theor. 8. Propo. 8.

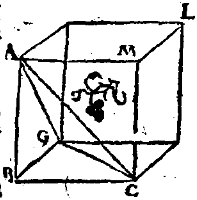
Similes pyramides q̃ trigωnas habent baſes, in triplicata ſunt homologorũ laterũ ratiõe.

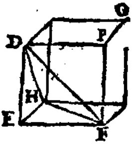


Τῶν ἴσων πυραμίδων, καὶ τριγώνους βάσεις ἐχουσῶν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις ταῖς ὕψεσι. καὶ ὧν πυραμίδων τριγώνους βάσεις ἐχουσῶν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις ταῖς ὕψεσιν, ἴσαι εἰσὶν ἐκεῖναι.

Theorema 9. Prop. 9.

Aequalium pyramidũ & trigωnas baſes habentium reciprocantur baſes cum altitudinibus. Et quarum pyramidum trigωnas baſes habentium reciprocãtur baſes cũ altitudinibus, illæ ſunt ęquales.

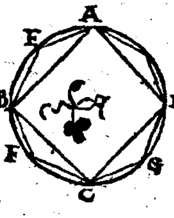


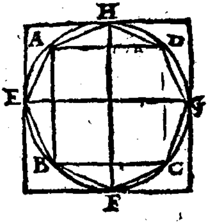


Πᾶς κῶνος, κυλίνδρου τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον.

Theor. 10. Propo. 10.

Omnis cωnus tertia pars eſt cylindri eãdem cum ipſo cωno baſim habẽtis, & altitudinẽ ęqualem.



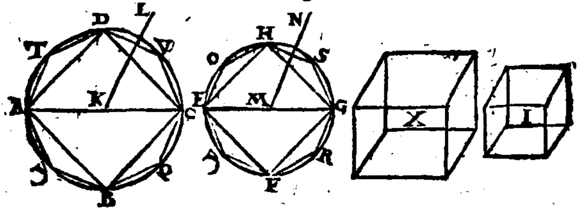


ια

Οἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.

Theor.11.Proposi.11.

Coni & cylindri eiusdem altitudinis, eam inter se rationem habent, quam bases.

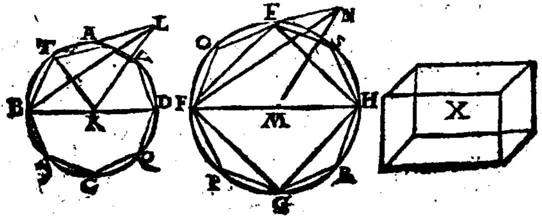


ιβ

Οἱ ὅμοιοι κῶνοι καὶ κύλινδροι, ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων.

Theore.12.Propo.12.

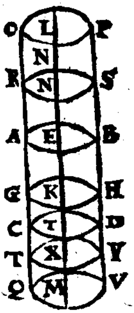
Similes coni & cylindri, triplicatam habent inter se rationem diametrorum, quæ sunt in basibus.



ιγ

Ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις, ἔσται ὡς ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον, οὕτως ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα.

Theor. 13. Propositio 13.



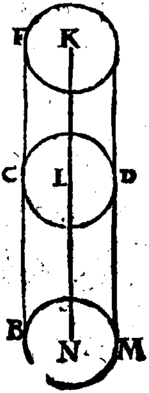
Si cylindrus plano sectus sit aduersis planis parallelo, erit quemadmodum cylindrus ad cylindrum, ita axis ad axem.

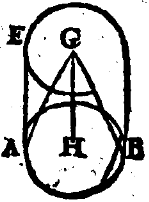
ιδ

Οἱ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη.

Theor. 14. Propo. 14.

Coni & cylindri qui in æqualibus sunt basibus, eam habent inter se rationem, quam altitudines.



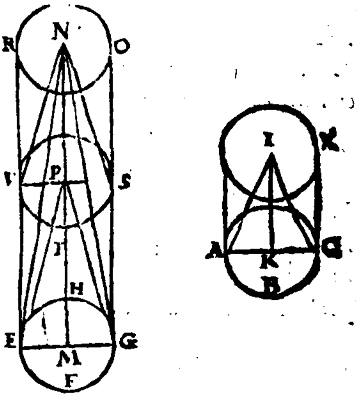


ιε

Τῶν ἴσων κώνων καὶ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι. καὶ ὧν κώνων καὶ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσὶν ἐκεῖνοι.

Theor.15.Prop.15.

Aequalium conorum & cylindrorum bases cum altitudinibus reciprocantur. Et quorum conorum & cylindrorum bases cum altitudinibus reciprocantur, illi sunt aequales.

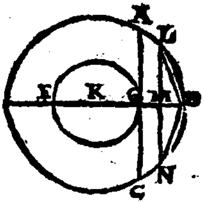


ις

Δύο κύκλων περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ὄντων, εἰς τὸν μείζονα κύκλον, πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλευρον ἐγγράψαι, μὴ ψαῦον τοῦ ἐλάσσονος κύκλου.

Problema 1. Propositio 16.

Duobus circulis circum idem centrum consistenſiſtentibus, in maiore circulo polygωnum æqualium pariumq́; laterum inſcribere, quod minorem circulum non tangat.

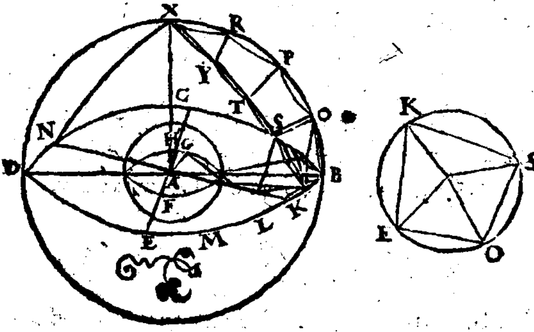


ιζ

Δύο σφαιρῶν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον οὐσῶν, εἰς τὴν μείζονα σφαῖραν στερεὸν πολύεδρον ἐγγράψαι, μὴ ψαῦον τῆς ἐλάσσονος σφαίρας κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν.

Probl. 2. Prop. 17.

Duabus ſphæris circum idem centrum conſiſtẽtibus, in maiore ſphæra ſolidum polyedrum inſcribere, quod minoris ſphæræ ſuperficiem non tangat.

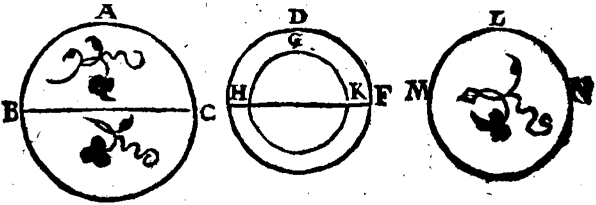


ιη

Αἱ σφαῖραι πρὸς ἀλλήλας ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἰδίων διαμέτρων.

Theorema 16. Proposi-tio 18.

Sphæræ inter se rationem habent suarum diametrorum triplicatam.



Elementi duodecimi finis.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΙΓ, ΚΑΙ ΣΤΕΡΕΩΝ ΤΡΙΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM DECIMVMTERTIVM, ET SOLIDORVM TERTIVM.

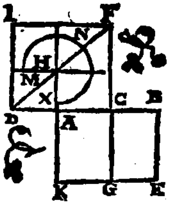
Προτάσεις

α

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, τὸ μεῖζον τμῆμα προσλαβὸν τὴν ἡμίσειαν τῆς ὅλης, πενταπλάσιον δύναται τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς ὅλης.

Theorema 1. Propo. 1.

Si recta linea per extremã & mediam rationem secta sit, maius segmentũ quod totius lineæ dimidium assumpserit, quintuplum potest eius quadrati, quod à totius dimidia describit.



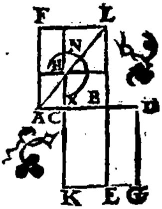
β Ἐὰν

β

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ, τμήματος ἑαυτῆς πενταπλάσιον δύνηται, τῆς διπλασίας τοῦ εἰρημένου τμήματος ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης, τὸ μεῖζον τμῆμα τὸ λοιπὸν μέρος ἐστὶ τῆς ἐξαρχῆς εὐθείας.

Theore. 2. Propo. 2.

Si recta linea ſui ipſius ſegmenti quintuplum poſſit, & dupla ſegmenti huius linea per extremam & mediã rationem ſecetur, maius ſegmẽtum reliqua pars eſt lineæ primùm poſitæ.

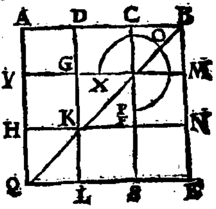


γ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, τὸ ἔλασσον τμῆμα προσλαβὸν τὴν ἡμίσειαν τοῦ μείζονος τμήματος, πενταπλάσιον δύναται τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τοῦ μείζονος, τετραγώνου.

Theor. 3. Propo. 3.

Si recta linea per extremã & mediã rationẽ ſecta ſit, minus ſegmẽtũ quod maioris ſegmẽti dimidiũ aſſumpſerit,



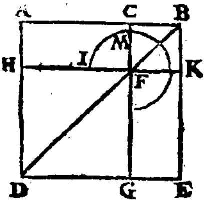
T quin-

quintuplum poteſt eius, quod à maioris ſegmenti dimidio deſcribitur, quadrati.

δ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἐλάττονος τμήματος, τὰ συναμφότερα τετράγωνα, τριπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τοῦ μείζονος τμήματος τετραγώνου.

Theore.4. Propo.4.

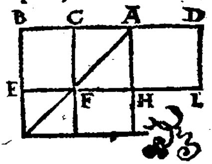


Si recta linea per extremam & mediam rationē ſecta ſit, quod à tota, quodq; à minore ſegmento ſimul vtraq; quadrata, tripla ſunt eius, quod à maiore ſegmento deſcribitur, quadrati.

ε

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, καὶ προστεθῇ ἴση τῷ μείζονι τμήματι, ὅλη ἡ εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται, καὶ τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν, ἡ ἐξαρχῆς εὐθεῖα.

Theore.5. Propo.5.



Si ad rectam lineā, quę per extremam & mediam rationem ſecetur, adiuncta ſit altera ſegmento maiori æqualis, tota hæc linea re-

cta

&a per extremam & mediam rationem ſecta eſt, eſtque maius ſegmentum linea primùm poſita.

ϛ

Ἐὰν εὐθεῖα ῥητὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, ἑκάτερον τῶν τμημάτων ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἀποτομή.

Theore. 6. Propo. 6.

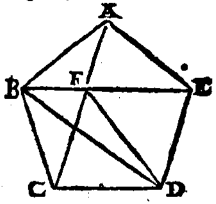
Si recta linea ῥητὴ ſiue rationalis, per extremam & mediam rationem ſecta ſit, vtrunque ſegmentorum ἄλογος ſiue irrationalis eſt linea, quæ dicitur Reſiduum.

ζ

Ἐὰν πενταγώνου ἰσοπλεύρου αἱ τρεῖς γωνίαι, ἤτοι αἱ κατὰ τὸ ἑξῆς, ἢ αἱ μὴ κατὰ τὸ ἑξῆς, ἴσαι ὦσιν, ἰσογώνιον ἔσται τὸ πεντάγωνον.

Theore. 7. Propo. 7.

Si pentagωni æquilateri tres ſint æquales anguli, ſiue qui deinceps, ſiue q̃ nõ deinceps ſequũtur, illud pentagωnum erit æquiangulũ.

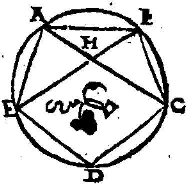


η

Ἐὰν πενταγώνου ἰσοπλεύρου καὶ ἰσογωνίου τὰς κατὰ τὸ ἑξῆς δύο γωνίας ὑποτείνωσιν εὐθεῖαι, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέμνουσιν ἀλλήλας, καὶ τὰ μείζονα αὐτῶν τμήματα ἴσα ἐστὶ τῇ τοῦ πενταγώνου πλευρᾷ.

Theore.8. Propo. 8.

Si pentagωni æquilateri & æquianguli duos qui deinceps sequuntur angulos rectę subtendant lineæ, illæ per extremam & mediam ratione͂ se mutuò secant, earumque maiora segmenta, ipsius pentagωni lateri sunt ęqualia.

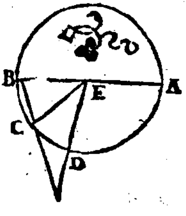


θ

Ἐὰν ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρὰ καὶ ἡ τοῦ δεκαγώνου, εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων συντεθῶσιν, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται, καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆμά ἐστιν ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρά.

Theore.9. Propo. 9.

Si latus hexagωni & latus decagωni eidem circulo inscriptorum composita sint, tota recta linea per extremam & mediam rationem secta est, eiusque segmentum maius, est hexagωni latus.



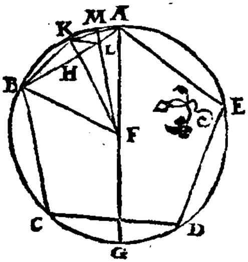
ι

Ἐὰν εἰς κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ,

ἡ τοῦ

ἡ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ δύναται τήν τε τοῦ ἑξαγώνου καὶ τὴν τοῦ δεκαγώνου, τῶν εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων.

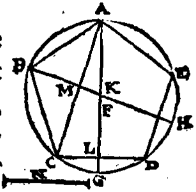
Theor.10.Prop.10.
Si circulo pentagωnum æquilaterum inſcriptum ſit, pentagωni latus poteſt & latus hexagωni & latus decagωni, eidem circulo inſcriptorum.



ι α

Ἐὰν εἰς κύκλον ῥητὴν ἔχοντα τὴν διάμετρον, πεντάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ, ἡ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἐλάσσων.

Theore.11. Propo.11.
Si in circulo ῥητὴν habente diametrum, inſcriptum ſit pentagωnum ęquilaterum, pentagωni latus irrationalis eſt linea, quæ vocatur Minor.

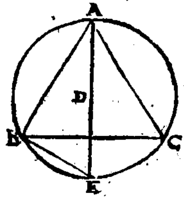


ι β

Ἐὰν εἰς κύκλον τρίγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ, ἡ τοῦ τριγώνου πλευρὰ, δυνάμει τριπλασίων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου.

Theore.12. Propo.12.

Si in circulo inſcriptum ſit triangulum æquilaterum, huius triãguli latus potentia triplũ eſt eius lineæ, quæ ex circuli centro ducitur.

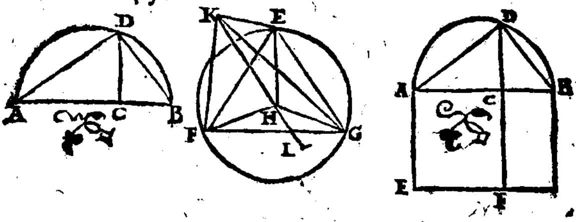


ιγ

Πυραμίδα συϛήσασθαι, καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν τῇ δοθείσῃ, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διαμέτρος, δυνάμει ἡμιολία ἐϛὶ τῆς πλευρᾶς τῆς πυραμίδος.

Problem. 1. Propo. 13.

Pyramidem conſtituere, & data ſphera complecti, atque docere illius ſphæræ diametrum potentia ſeſquialteram eſſe lateris ipſius pyramidis.

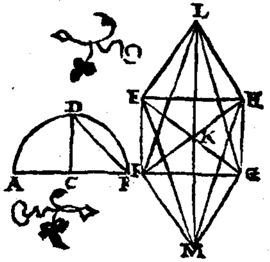


ιδ

Οκτάεδρον συϛήσασθαι, καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν ᾗ καὶ τὴν πυραμίδα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος μεῖζος δυνάμει διπλασία ἐστὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ ὀκταέδρου.

Proble.2. Propo.14.

Octaëdrum constituere, eaq; sphæra qua pyramidē complecti, atque probare illius sphęræ diametrum potentia duplam esse lateris ipsius octaēdri.

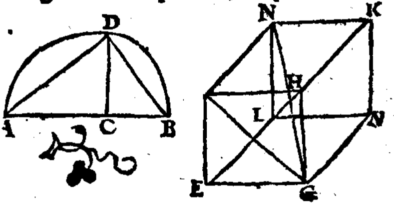


ιε

Κύβον συστήσασθαι, καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν ᾗ καὶ τὰ πρότερα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει τριπλῆ ἐστὶ τῆς τοῦ κύβου πλευρᾶς.

Proble.3. Propo.15.

Cubum constituere, eaque sphæra qua & superiores figuras complecti, atque docere illius sphæræ diametrum potentia triplam esse lateris ipsius cubi.

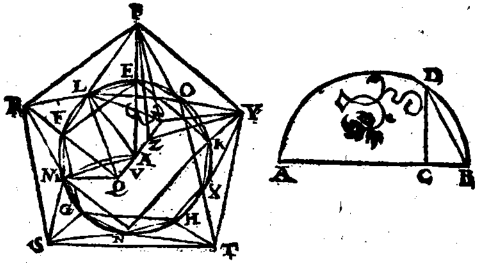


ιϛ

Εἰκοσάεδρον συςήσασθαι καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν, ᾗ καὶ τὰ προειρημένα σχήματα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου πλευρὰ ἄλογός ἐστι, ἡ καλουμένη ἐλάττων.

Probl. 4. Propo. 16.

Icoſaëdrum conſtituere, eademque ſphæra qua & antedictas figuras complecti, atque probare, Icoſaëdri latus irrationalem eſſe lineam, quæ vocatur Minor.

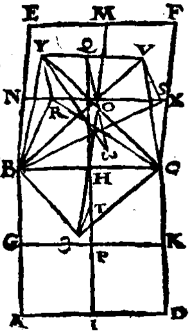


ιζ

Δωδεκάεδρον συςήσασθαι καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν, ᾗ καὶ τὰ προειρημένα σχήματα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τοῦ δωδεκαέδρου πλευρὰ ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἀποτομή.

Probl. 5. Propo. 17.

Dodecaëdrum conſtituere, eademque ſphæra qua & antedictas figuras complecti, atque probare dωdecaëdri latus irrationalem esse lineam, quæ vocatur Residuum.

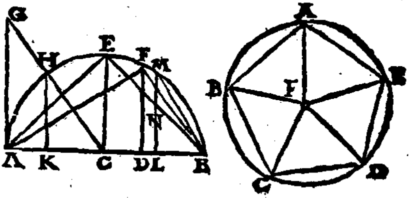


ιη

Τὰς πλευρὰς τῶν πέντε σχημάτων ἐκθέσθαι, καὶ συγκρῖναι πρὸς ἀλλήλας.

Proble. 6. Propo. 18.

Quinque figurarũ latera ꝑponere, & inter se comparare.



ΣΧΟΛΙΟΝ.

Λέγω δὴ ὅτι παρὰ τὰ εἰρημένα ε̄ σχήματα οὐ συσταθήσεται ἕτερον σχῆμα, περιεχόμενον ὑπὸ ἰσοπλεύρων τε καὶ ἰσογωνίων, ἴσων ἀλλήλοις. ὑπὸ

μὲν γὰρ δύο τριγώνων, ἀλλ' οὐδὲ ἄλλων δύο ἐπι-
πέδων στερεὰ γωνία οὐ συσταθήσεται.

ὑπὸ δὲ τριῶν τριγώνων, ἡ τῆς πυραμίδος.

ὑπὸ δὲ τεσσάρων, ἡ τοῦ ὀκταέδρου.

ὑπὸ δὲ ε, ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου.

ὑπὸ δὲ ἓξ τριγώνων ἰσοπλεύρων τε καὶ ἰσογωνίων πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνισταμένων, οὐκ ἔσται στερεὰ γωνία. οὔσης γὰρ τῆς τοῦ ἰσοπλεύρου τριγώνου γωνίας διμοίρου ὀρθῆς, ἔσονται αἱ ἓξ τέτταρσιν ὀρθαῖς ἴσαι, ὅπερ ἀδύνατον. ἅπασα γὰρ στερεὰ γωνία, ὑπὸ ἐλασσόνων ἢ τεσσάρων ὀρθῶν περιέχεται. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ οὐδὲ ὑπὸ πλειόνων ἢ ἓξ γωνιῶν ἐπιπέδων στερεὰ γωνία συνίσταται.

ὑπὸ δὲ τετραγώνων τριῶν, ἡ τοῦ κύβου γωνία περιέχεται.

ὑπὸ δὲ τεσσάρων, ἀδύνατον. ἔσονται γὰρ πάλιν τέσσαρες ὀρθαί.

ὑπὸ δὲ πενταγώνων ἰσοπλεύρων καὶ ἰσογωνίων, ὑπὸ μὲν τριῶν, ἡ τοῦ δωδεκαέδρου.

ὑπὸ δὲ τεσσάρων, ἀδύνατον. οὔσης γὰρ τῆς τοῦ ἰσοπλεύρου πενταγώνου γωνίας ὀρθῆς καὶ πέμπτου, ἔσονται αἱ τέσσαρες γωνίαι τεσσάρων ὀρθῶν μείζους, ὅπερ ἀδύνατον. οὐδὲ μὴν ὑπὸ πολυγώνων ἑτέρων

σχη-

σχημάτων περισχεθήσεται στερεὰ γωνία, διὰ τὸ ἄτοπον. οὐκ ἄρα παρὰ τὰ εἰρημένα ε̄ σχήματα ἕτερον σχῆμα στερεὸν συσταθήσεται, ὑπὸ ἰσοπλεύρων καὶ ἰσογωνίων περιεχόμενον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

SCHOLIVM.

Aio uerò, præter dictas quinque figuras non posse aliam constitui figuram solidam, quæ planis & æquilateris & æquiangulis continεatur, inter se æqualibus. Non enim ex duobus triangulis, sed neque ex alijs duabus figuris solidus constituetur angulus.

Sed ex tribus triangulis, constat Pyramidis angulus.

Ex quatuor autem, Octaëdri.

Ex quinque uerò, Icosaëdri.

Nam ex triangulis sex & æquilateris & æquiangulis ad idem punctum coëuntibus, non fiet angulus solidus. Cùm enim trianguli æquilateri angulus, recti unius bessem contineat, erunt eiusmodi sex anguli rectis quatuor æquales. Quod fieri non potest. Nam solidus omnis angulus, minoribus quàm rectis quatuor angulis continetur, per 21.11.

Ob easdem sanè causas, neque ex pluribus quàm planis sex eiusmodi angulis solidus constat.
Sed ex tribus quadratis, Cubi angulus continetur.
Ex quinque, nullus potest. Rursus enim recti quatuor erunt.
Ex tribus autem pentagωnis æquilateris & æquiangulis, Dωdecaëdri angulus continetur.
Sed ex quatuor, nullus potest. Cùm enim pentagωni æquilateri angulus rectus sit, & quinta recti pars, erunt quatuor anguli rectis quatuor maiores. Quod fieri nequit. Nec sanè ex alijs polygωnis figuris solidus angulus continebitur, quòd hinc quoque absurdum sequatur. Quamobrem perspicuum est, præter dictas quinque figuras aliam figuram solidam non posse constitui, quæ ex planis æquilateris & æquiangulis contineatur.

Elementi decimitertij finis.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΙΔ ΚΑῚ ΣΤΕΡΕΩ͂Ν ΤΕ´ΤΑΡΤΟΝ,

ὡς οἴονταί τινες, ὡς ἄλλοι δὲ, ΥΨΙ-
ΚΛΕ´ΟΥΣ Ἀλεξανδρέως,
περὶ τῶν ε σωμάτων,
πρῶτον.

ΒΑσιλείδης ὁ τύριος, ὦ πρώταρχε, παραγενηθεὶς εἰς ἀλεξάνδρειαν, καὶ συσταθεὶς τῷ πατρὶ ἡμῶν διὰ τὴν ἀπὸ τοῦ μαθήματος συγγένειαν, συνδιέτριψεν αὐτῷ τὸν πλεῖστον τῆς ἐπιδημίας χρόνον. καί ποτε διελοῦντες τὸ ὑπὸ ἀπολλωνίου γραφὲν περὶ τῆς συγκρίσεως τοῦ δωδεκαέδρου καὶ τοῦ εἰκοσαέδρου, τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων, τίνα λόγον ἔχει ταῦτα πρὸς ἄλληλα, ἔδοξαν ταῦτα μὴ ὀρθῶς γεγραφέναι τὸν ἀπολλώνιον. αὐτοὶ δὲ ταῦτα διακαθάραντες, ἔγραψαν, ὡς ἦν ἀκούειν τοῦ πατρός. ἐγὼ δὲ ὕστερον περιέπεσον ἑτέρῳ βιβλίῳ ὑπὸ ἀπολλωνίου ἐκδεδομένῳ, καὶ

περιέ-

περιέχοντι ἀπόδειξιν ὑγιῶς περὶ τοῦ ὑποκειμένου, καὶ μεγάλως ἐψυχαγωγήθην ἐπὶ τῇ προβλήματος ζητήσει. τὸ μὲν ὑπὸ ἀπολλωνίου ἐκδοθὲν ἔοικε κοινῇ σκοπεῖν. καὶ γὰρ περιφέρεται. τὸ δὲ ὑφ' ἡμῶν δοκοῦν ὕστερον γεγραφέναι φιλοπόνως, ὅσα δοκεῖν, ὑπομνηματισάμενος ἔκρινα προσφωνῆσαί σοι, διὰ τὴν ἐν ἅπασι μαθήμασι, μάλιστα δὲ ἐν γεωμετρίᾳ προκοπὴν, ἐμπείρως κρίνοντι τὰ ῥηθησόμενα, διὰ δὲ τὴν πρὸς τὸν πατέρα συνήθειαν, καὶ τὴν πρὸς ἡμᾶς εὔνοιαν, εὐμενῶς ἀκουομένῳ τῆς πραγματείας. καιρὸς δὲ ἂν εἴη προοιμίου μὲν πεπαῦσθαι, τῆς δὲ συντάξεως ἄρχεσθαι.

EVCLIDIS ELEMENTVM DECIMVMQVARTVM, VT QVIDAM

arbitrantur, vt alij verò, Hypsiclis Alexandrini, de quinque corporibus.

LIBER PRIMVS.

BAsilides Tyrius, Protarche, Alexandriam profectus, patriq; nostro ob disciplinæ societatem commendatus, longißimo peregrinationis tempore cum eo uersatus est. Cumq; differerent aliquando de scripta ab Apollonio comparatione Dodecaëdri & Icosaëdri eidem sphæræ inscriptorum, quam hæc inter se habeant rationem, censuerunt ea non rectè tradidisse Apollonium: quæ à se emendata, ut de patre audire erat, literis prodiderunt. Ego autem postea incidi in alterum librum ab Apollonio editum, qui demonstra-

monstrationem accuratè complecteretur de re proposita, ex eiusq́; problematis indagatione magnam equidem cœpi uoluptatem. Illud certè ab omnibus perspici potest, quod scripsit Apollonius, cùm sit in omnium manibus. Quod autem diligenti, quantum conijcere licet, studio nos pòstea scripsisse uidemur, id monimentis consignatum tibi nuncupandum duximus, ut qui feliciter cùm in omnibus disciplinis tum uel maximè in Geometria uersatus, scitè ac prudenter iudices ea quæ dicturi sumus: ob eam uerò, quæ tibi cum patre fuit, uitæ consuetudinem, quáque nos complecteris, beneuolentiam, tractationem ipsam libenter audias. Sed iam tempus est, ut procemio modum facientes, hanc syntaxim aggrediamur.

Προτάσεις.

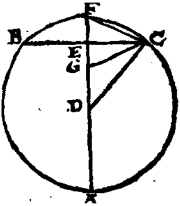
α

Ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου κύκλου τινὸς, ἐπὶ τὴν τοῦ πενταγώνου πλευρὰν, τοῦ εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένου κάθετος ἀγομένη, ἡμίσειά ἐστι συναμφοτέρου, τῆς τε ἐκ τοῦ κέντρου καὶ τῆς τοῦ δεκαγώνου, τῶν εἰς τὸν κύκλον ἐγγραφομένων.

Theore.1. Propo.1.

Perpendicularis linea, quæ ex circuli cuiu-
spiam

ſpiam centro in latus pentagωni ipſi circulo inſcripti ducitur, dimidiā eſt vtriuſque ſimul lineæ, & eius quæ ex centro, & lateris decagωni in eodem circulo inſcripti.

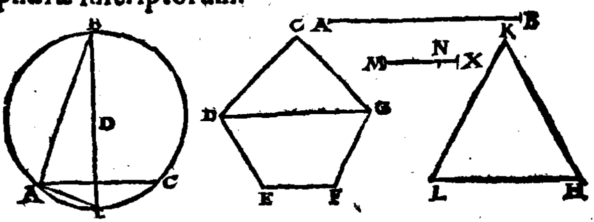


β

Ο αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει τό τε τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον, καὶ τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων.

Theor. 2. Propoſit. 2.

Idem circulus comprehendit & dωdecaëdri pentagωnū & icoſaëdri triangulum, eidem ſphæræ inſcriptorum.

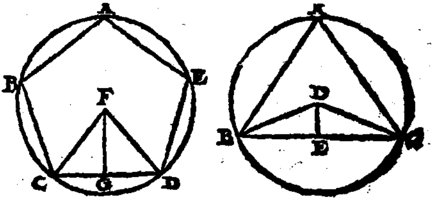


γ

Εὰν ᾖ πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, καὶ περὶ τοῦτο κύκλος, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετος ἐπὶ μίαν πλευρὰν ἀχθῇ, τὸ τριακοντάκις ὑπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν καὶ τῆς καθέτου, ἴσον ἐστὶ τῇ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφανείᾳ.

Theorema 3. Prop. 3.

Si pentagωno & æquilatero & æquiangulo circunscriptus sit circulus, ex cuius centro in vnum pentagωni latus ducta sit perpendicularis: quod vno laterum & perpendiculari trigesies cōtinetur, illud ęquale est dωdecaëdri superficiei.



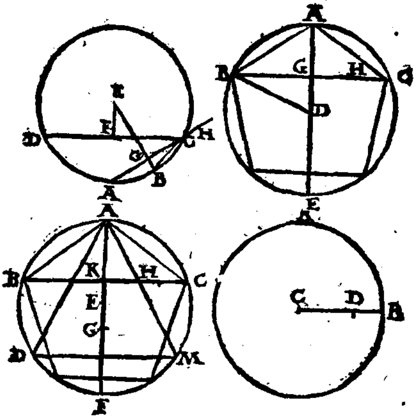
δ

Τούτου δήλου ὄντος, δεικτέον ὅτι ἔσται ὡς ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτως ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου πλευράν.

Theor. 4. Propo. 4.

Hoc perspicuum cùm sit, probandum est, quemadmodum se habet dωdecaëdri superficies

ficies ad icosaëdri superficiem, ita se habere cubi latus ad icosaëdri latus.



Cubi latus.

E

Dodecaëdri.

F

Icosaëdri.

G

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Δεικτέον δὴ νῦν, ὅτι ὡς ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτω τὸ στερεὸν τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὸ στερεὸν τοῦ εἰκοσαέδρου. ἐπεὶ γὰρ ἴσοι κύκλοι περιλαμβάνουσι τό, τε τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον καὶ τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον, τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων, ἐν δὲ ταῖς σφαίραις οἱ ἴσοι κύκλοι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. αἱ γὰρ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὰ τῶν κύκλων ἐπίπεδα κάθετοι ἀγόμεναι, ἴσαι τε εἰσὶν καὶ ἐπὶ τὰ κέντρα τῶν κύκλων πίπτουσιν, ὥς τε αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τοῦ περιλαμβάνοντος τό τε τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον καὶ τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον, ἴσαι εἰσί, τουτέστι αἱ κάθετοι. ἰσοϋψεῖς ἄρα εἰσὶν αἱ πυραμίδες αἱ βάσεις ἔχουσαι τὰ τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνα, καὶ αἱ βάσεις ἔχουσαι τὰ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνα. αἱ δὲ ἰσοϋψεῖς πυραμίδες πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις. ὡς ἄρα τὸ πεντάγωνον πρὸς τὸ τρίγωνον, οὕτως ἡ πύραμις ἧς βάσις μὲν ἐστὶ τὸ τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, πρὸς τὴν πυραμίδα ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας. καὶ ὡς ἄρα δώδεκα πεν-

τάγω-

τάγωνα πρὸς εἴκοσι τρίγωνα, οὕτω δώδεκα πυραμίδες πενταγώνων βάσεις ἔχουσαι πρὸς εἴκοσι πυραμίδας τριγώνους βάσεις ἐχούσας. καὶ δώδεκα πεντάγωνα ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνειά ἐστιν, εἴκοσι δὲ τρίγωνα ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου ἐπιφάνειά ἐστιν. ἔστι ἄρα ὡς ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου ἐπιφάνειαν, οὕτω δώδεκα πυραμίδες πενταγώνους βάσεις ἔχουσαι πρὸς εἴκοσι πυραμίδας τριγώνους βάσεις ἐχούσας, καὶ εἰσὶ δώδεκα μὲν πυραμίδες πενταγώνους βάσεις ἔχουσαι, τὸ στερεὸν τοῦ δωδεκαέδρου, εἴκοσι δὲ πυραμίδες τριγώνους βάσεις ἔχουσαι, τὸ στερεὸν τοῦ εἰκοσαέδρου. καὶ ὡς ἄρα ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτω τὸ στερεὸν τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὸ στερεὸν τοῦ εἰκοσαέδρου. ὡς δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτως ἐδείχθη ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου πλευράν. καὶ ὡς ἄρα ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου πλευράν, οὕτω τὸ στερεὸν τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὸ στερεὸν τοῦ εἰκοσαέδρου.

SCHOLIVM.

Nunc autem probandũ eſt, quemadmodũ ſe habet cubi latus ad icoſaedri latus, ita se habere solidum dωdecaëdri ad Icosaëdri solidum. Cùm enim æquales circuli comprehendant & dωdecaëdri pentagωnũ & Icosaëdri triãgulum, eidem sphæræ inscriptorum: in sphæris autem æquales circuli æquali interuallo distẽt à centro (siquidẽ perpendiculares à sphæræ centro ad circulorũ plana ductæ & æquales sunt, & ad circulorũ centra cadunt) idcirco lineæ, hoc est perpendiculares quæ à sphæræ centro ducũtur ad centrum circuli cõprehendentis & triangulum Icosaëdri & pentagωnũ dωdecaëdri, sunt æquales. Sunt igitur æqualis altitudinis Pyramides, quæ bases habẽt ipsa dωdecaëdri pentagωna, & quæ Icosaëdri triangula. At æqualis altitudinis pyramides rationem inter se habent eam quam bases, ex 5. & 6.11. Quemadmodũ igitur pentagωnũ ad triangulum, ita pyramis, cuius basis quidem est dωdecaëdri pentagωnum, vertex autem, sphæræ centrum, ad pyramida cuius basis quidem est Icosaëdri triangulum, vertex autem, sphæræ centrum.

trum. Quamobrem vt se habẽt duodecim pentagωna ad viginti triangula, ita duodecim pyramides quorũ pentagωnæ sint bases, ad viginti pyramidas, quę trigωnas habeant bases. At pentagωna duodecim sunt dωdecaëdri superficies, viginti autem triangula, Icosaëdri. Est igitur vt dωdecaëdri superficies ad Icosaëdri superficiẽ, ita duodecim pyramides, quæ pentagωnas habeant bases, ad viginti pyramidas, quarũ trigωnæ sunt bases. Sunt autem duodecim quidẽ pyramides, quę pentagωnas habeãt bases, solidum dωdecaëdri: viginti autem pyramides, quæ trigωnas habeant bases, Icosaëdri solidum. Quare ex 11.5. vt dωdecaëdri superficies ad Icosaëdri superficiem, ita solidũ dωdecaëdri ad Icosaëdri solidũ. Vt autem dωdecaëdri superficies ad Icosaëdri superficiem, ita probatũ est cubi latꝰ ad Icosaëdri latus. Quẽadmodũ igitur cubi latus ad Icosaëdri latus, ita se habet solidũ dωdecaëdri ad Icosaëdri solidum.

Elementi decimiquarti finis.

ΕΥΚΛΕΙ-

ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΙΕ ΚΑΙ ΣΤΕΡΕΩΝ ΠΕΜΠΤΟΝ,

ὡς οἴονταί τινες, ὡς ἄλλοι δὲ ΥΨΙΚΛΕ-
ΟΥΣ Ἀλεξανδρέως, περὶ τῶν
ε. σωμάτων, δεύτε-
ρον.

EVCLIDIS ELEMENTVM DECIMVMQVINTVM, ET SOLIDORVM QVINTVM,

vt nõnulli putant: vt autem alij,
Hypsiclis Alexandrini, de
quinque corpo-
ribus,

LIBER II.

Προτάσεις.

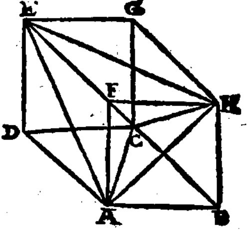
α

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πυραμίδα ἐγγράψαι.

Pro-

Problema 1. Propositio 1.

In dato cubo pyramida inscribere.

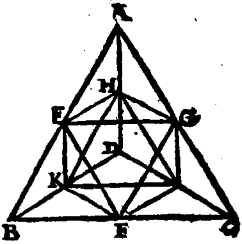


β

Εἰς τὴν δοθεῖσαν πυραμίδα ὀκτάεδρον ἐγγράψαι.

Problema 2. Posit. 2.

In data pyramide octaëdrum inscribere.

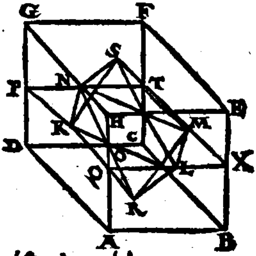


γ

Εἰς τὸν δοθέντα κύβον ὀκτάεδρον ἐγγράψαι.

Probl. 3. Propositio 3.

In dato cubo octaëdrum inscribere.

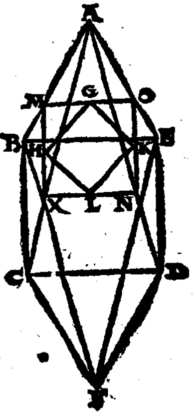


δ

Εἰς τὸ δοθὲν ὀκτάεδρον κύβον ἐγγράψαι.

Problema 4. Propositio 4.

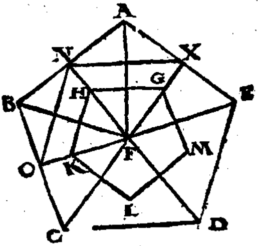
In dato octaëdro cubum inscribere.

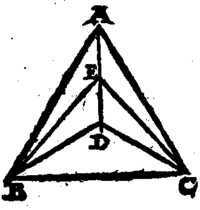


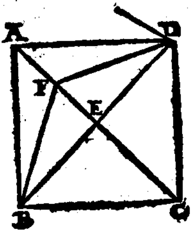
Εἰς τὸ δοθὲν εἰκοσάεδρον δωδεκάεδρον ἐγγράψαι.

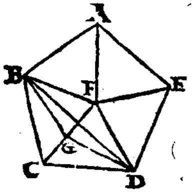
Probl. 5. Proposi. 5.

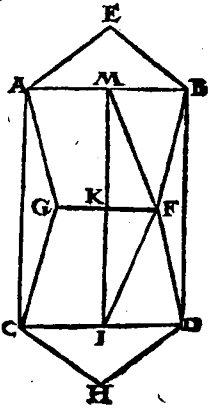
In dato Icosaëdro dodecaëdrum inscribere.

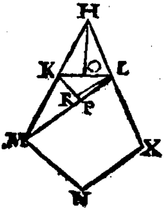












ΣΧΟ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Δεῖ εἰδέναι ἡμᾶς, ὅτι ἐάν τις ἐρεῖ ἡμῖν πόσας πλευρὰς ἔχει τὸ εἰκοσάεδρον, φήσομεν οὕτως. φανερὸν ὅτι ὑπὸ εἴκοσι τριγώνων περιέχεται τὸ εἰκοσάεδρον, καὶ ὅτι ἕκαστον τρίγωνον ὑπὸ τριῶν εὐθειῶν περιέχεται. δεῖ οὖν ἡμᾶς πολλαπλασιάσαι τὰ εἴκοσι τρίγωνα ἐπὶ τὰς πλευρὰς τοῦ τριγώνου, γίνεται δὲ ἑξήκοντα, ὧν ἥμισυ γίνεται τριάκοντα. ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ δωδεκαέδρου. πάλιν ἐπειδὴ δώδεκα πεντάγωνα περιέχουσι τὸ δωδεκάεδρον, πάλιν δὲ ἕκαστον πεντάγωνον ἔχει πέντε εὐθείας, ποιοῦμεν δωδεκάκις πέντε, γίνεται ἑξήκοντα. πάλιν τὸ ἥμισυ γίνεται τριάκοντα. Διὰ τί δὲ τὸ ἥμισυ ποιοῦμεν, ἐπειδὴ ἑκάστη πλευρά, κἄντε ᾖ τριγώνου, ἢ πενταγώνου ἢ τετραγώνου, ὡς ἐπὶ κύβου, ἐκ δευτέρου λαμβάνεται. ὁμοίως δὲ τῇ αὐτῇ μεθόδῳ καὶ ἐπὶ κύβου, καὶ ἐπὶ τῆς πυραμίδος, καὶ τοῦ ὀκταέδρου τὰ αὐτὰ ποιήσας εὑρήσεις τὰς πλευράς. εἰ δὲ βουληθείης πάλιν ἑκάστου τῶν πέντε σχημάτων εὑρεῖν τὰς γωνίας, πάλιν τὰ αὐτὰ ποιήσας, μέριζε παρὰ τὰ ἐπίπεδα τὰ περιέχοντα μίαν γωνίαν τοῦ στερεοῦ, οἷον ἐπειδὴ τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου γωνίαν περιέχουσι ε τρίγωνα, μέριζε παρὰ τὰ ε, γίνονται δώδεκα γωνίαι τοῦ εἰκοσαέδρου.

δρου, ἐπὶ δὲ τοῦ δωδεκαέδρου, τρία πεντάγωνα περιέχουσι τὴν γωνίαν, μέγιστον παρὰ τὰ ζία, καὶ ἕξεις κ γωνίας οὔσας τοῦ δωδεκαέδρου. ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν εὑρήσεις τὰς γωνίας.

Τέλος Εὐκλείδου στοιχείων.

SCHOLIVM.

Meminiſſe decet, ſi quis nos roget quot Icoſaëdrum habeat latera, ita reſpondendum eſſe. Patet Icoſaëdrum viginti contineri triangulis, quodlibet verò triangulum rectis tribus conſtare lineis. Quare multiplicãda ſunt nobis viginti triangula in trianguli vnius latera, fiuntq́ue ſexaginta, quorum dimidium eſt triginta. Ad eundem modum & in dωdecaedro. Cùm enim rurſus duodecim pentagωna dωdecaëdrũ cõprehẽdant, itemq; pentagωnum quoduis rectis quinque conſtet lineis, quinque

que duodecies multiplicamus, fiũt sexaginta, quorum rursus dimidium est triginta. Sed cur dimidiũ capimus? Quoniam vnũquodq; latus siue sit trianguli siue pẽtagωni, siue quadrati, vt in cubo, iteratò sumitur. Similiter autẽ eadẽ via & in cubo & in pyramide & in octaëdro latera inuenies. Quòd si item velis singularum quoque figurarũ angulos reperire, facta eadem multiplicatione numerum procreatũ partire in numerum planorum quæ vnum solidum angulum includunt: vt quoniam triangula quinque vnum Icosaëdri angulum continent, partire 60. in quinque, nascuntur duodecim anguli Icosaëdri. In dωdecaëdro autem tria pentagωna angulum comprehendunt. partire ergo 60. in tria, & habebis dωdecaëdri angulos viginti. Atque simili ratione in reliquis figuris angulos reperies.

Finis Elementorum Euclidis.