Proportio superfitierum ad angu-
los inter se./

Equilateri seu Isopleurj angulus ~~u~~ unus triens recti est.

Isosceles unum angulum si habeat rectum reliqui [illegible] se-
misse[m] recti continebunt.

Euclides

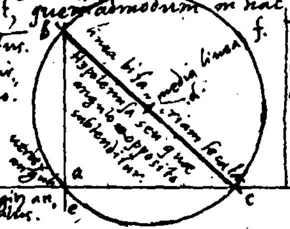
Ratio et demonstratio quomodo statim scire & explorare queas an angulus datus sit rectus, obtusus an acutus.

ex proposit: 31.a tertij Euclidis.

De angulo recto explorando.

Lineam rectam quae angulo de quo dubitatur subtenditur bifariam seca, et circumducto ex dimidia linea circulo, si tunc peripheria stringet verticem anguli de quo dubitatur angulus ille rectus erit, quemadmodum in hac figura cerni potest.

a.b.c. Trigonus datus.
b.c.e. peripheria cir, cunducta trigono.

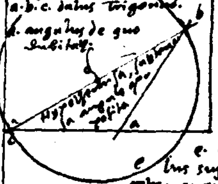


a. angulus de quo dubitatur
b.c. Hypothenusa subtensa.
d. media linea ex qua peri, pheria sive centrum.
e. vertex anguli stringitur à circumducta περιφερείᾳ.

De angulo obtuso investigando.

Si datur trigonus de cuius uno aliquo an, gulo dubitas an sit acutus an obtusus, sume eius anguli oppositum latus seu quod isti angulo subtenditur et seca bifariam ut in prio, ri figura, et circumduc circulum ex dimidia illa linea. Quod si peripheria supra sive extra verticem anguli attollatur, erit obtusus. ut vides in adiuncta figura.

a.b.c. datus trigonus.
a. angulus de quo dubitatur.

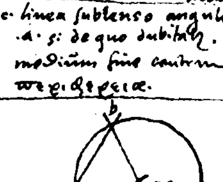


e. circulus supra vel extra anguli verticem.

b.c. linea subtensa angulo .a. si de quo dubitatur.
d. medium sive centrum περιφερείας.

De angulo acuto.

Eadem prorsus est ratio quae in angulo obtu, so explorando, nisi quod, peripheria quae circumdu, citur ex media linea subtensa isti angulo de quo du, bitatur, infra sive intra verticem anguli circum, ducatur. ~~obs~~ At in angulo obtuso περιφέρεια supra vel extra circumfertur.



a. angulus de quo dubitatur.
b.c. Hypothenusa.
d. medium sive centrum.
e. περιφέρεια intra verticem anguli

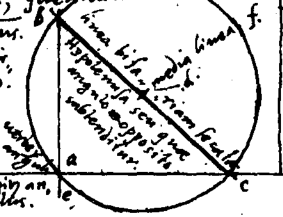
Ratio et demonstratio quomodo statim scire & explorare queas an angulus datus sit rectus, obtusus an acutus

proposit: 31.a tertij Euclidis.

De angulo recto explorando.

Lineam rectam quae angulo de quo dubitatur, subtenditur bifariam seca, et circumducto ex dimidia linea circulo, si tunc peripheria stringet verticem anguli de quo dubitatur angulus ille rectus erit, quemadmodum in hac figura cerni potest.

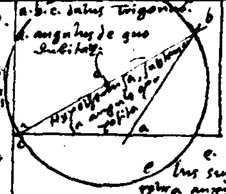
b.c. Trigonus datus.
e.e. peripheria cir, cunducta trigono.



a. angulus de quo dubitatur
b.c. Hypotenusa. subtensa.
d. media linea ex qua peri, pheria sive centrum.
e. vertex anguli stringitur. à circumducta περιφε, ρεια.

De angulo obtuso investigando.

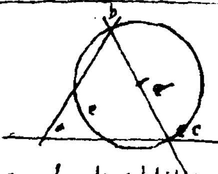
Si datur trigonus de cuius uno aliquo angulo dubitas an sit acutus an obtusus, sume eius anguli oppositum latus seu quod isti angulo subtenditur et seca bifariam ut in priori figura, et circumduc circulum ex dimidia illa linea. Quod si peripheria supra sive extra verticem anguli attollatur, erit obtusus. ut vides in adiuncta figura.



b.c. linea subtensa angulo .a. s: de quo dubitatur.
d. medium sive centrum περιφερειαε.

De angulo acuto.

Eadem prorsus est ratio quae in angulo obtu, so explorando, nisi quod, peripheria quae circumdu, citur ex media linea subtensa isti angulo de quo du, bitatur, infra sive intra verticem anguli circum, ducatur. At in angulo obtuso περιφερεια supra vel extra circumfertur.



a. angulus de quo dubitatur.
b.c. Hypotenusa.
d. medium seu centrum.
e. περιφερεια intra verticem anguli erga ex: acutus.

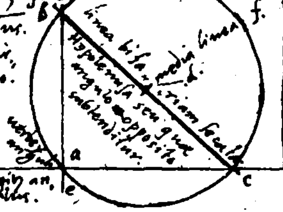
Ratio et demonstratio quomodo statim scire & explorare queas an angulus datus sit rectus, obtusus an acu[tus]

ex proposit: 31.a tertij Euclidis.

De angulo recto explorando.

Lineam rectam quae angulo de quo dubitas, subtenditur bifariam seca, et circumducto ex dimidia linea circulo, si tua peripheria stringet verticem anguli de quo dubitas angulus ille rectus erit, quemadmodum in hac figura cerni potest.

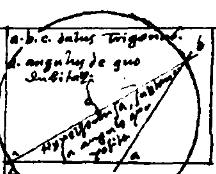
a.b.c. Trigonus datus.
b.f.c.e. peripheria circumducta trigono.



a. angulus de quo dubita[s]
b:c: Hypothenusa. subtensa
d. media linea ex qua pe[ri]pheria sive centrum.
e. vertex anguli stringit[ur] à circumducta περιφερεια.

De angulo obtuso investigando.

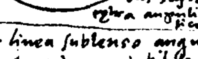
Si datur trigonus de cuius uno aliquo angulo dubitas an sit acutus an obtusus, summe eius anguli oppositum latus seu quod isti angulo subtenditur et seca bifariam ut in priori figura, et circumduc circulum ex dimidia illa linea. Quod si peripheria supra sive extra verticem anguli attollatur, erit obtusus. ut vides in adiuncta figura.



e. circulus supra extra angulum
b.c. linea subtensa angulo .a. s: de quo dubitas.
d. medium sive centrum περιφερειας.

De angulo acuto.

Eadem prorsus est ratio quae in angulo obtuso explorando, nisi quod, peripheria quae circumducitur ex media linea, subtensa isti angulo de quo dubitas, infra sive intra verticem anguli circumducatur. At in angulo obtuso περιφερεια supra vel extra circumfertur.



a. angulus de quo dubitas.
b.c. Hypothenusa.
d. medium sive centrum.
e. περιφερεια intra verticem anguli [illegible]

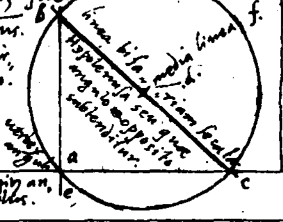
Ratio et demonstratio quomodo statim scire & explorare queas an angulus datus sit rectus, obtusus an acutus.

Ex proposit: 31.a tertij Euclidis.

De angulo recto explorando.

Lineam rectam quae angulo de quo dubitatur, subtenditur bifariam seca, et circumducto ex dimidia linea circulo, si tunc peripheria stringet verticem anguli de quo dubitatur angulus ille rectus erit, quemadmodum in hac figura cerni potest.

a.b.c. Trigonus datus.
f.e.e. peripheria circumducta trigono.

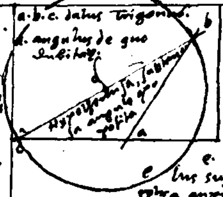


a. angulus de quo dubitatur
b.c. Hypothenusa. subtensa.
d. media linea ex qua peripheria siue centrum.
e. vertex anguli stringitur. à circumducta περιφερείᾳ.

De angulo obtuso investigando.

Si datur Trigonus de cuius uno aliquo angulo dubitas an sit acutus an obtusus, summe eius anguli oppositum latus seu quod isti angulo subtenditur et seca bifariam ut in priori figura, et circumduc circulum ex dimidia illa linea. Quod si peripheria supra siue extra verticem anguli attollatur, erit obtusus. ut vides in adiuncta figura.

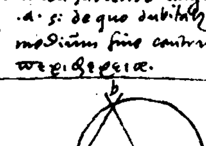
a.b.c. datus Trigonus.
a. angulus de quo dubitatur.



e. circulus supra vel extra anguli verticem.
b.c. linea subtensa angulo .a. s: de quo dubitatur.
d. medium siue centrum περιφερείας.

De angulo acuto.

Eadem prorsus est ratio quae in angulo obtuso explorando, nisi quod, peripheria quae circumducitur ex media linea subtensa isti angulo de quo dubitatur, infra siue intra verticem anguli circumducatur. ~~at~~ At in angulo obtuso περιφέρεια supra vel extra circumferetur.



a. angulus de quo dubitatur.
b.c. Hypothenusa.
d. medium seu centrum
e. περιφέρεια infra verticem anguli [illegible]

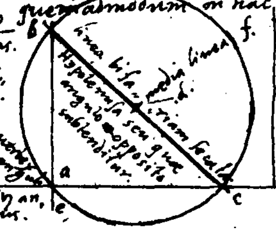
Ratio et demonstratio quomodo statim scire & explorare queas an angulus datus sit rectus, obtusus an acutus.

Ex proposit: 31.a tertij Euclidis.

De angulo recto explorando.

Lineam rectam quae angulo de quo dubitatur, subtenditur bifariam seca, et circumducto ex dimidia linea circulo, si tunc peripheria stringet verticem anguli de quo dubitatur angulus ille rectus erit, quemadmodum in hac figura cerni potest.

a.b.c. Trigonus datus.
f.e.e. peripheria circumducta trigono.

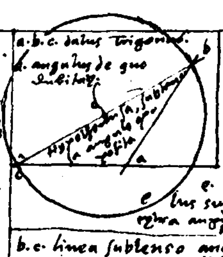


a. angulus de quo dubitatur.
b.c. Hypotenusa subtensa.
d. media linea ex qua peripheria siue centrum.
e. vertex anguli stringitur à circumducta περιφερεία.

De angulo obtuso inuestigando.

Si datur trigonus de cuius uno aliquo angulo dubitas an sit acutus an obtusus, sume eius anguli oppositum latus seu quod isti angulo subtenditur et seca bifariam ut in priori figura, et circumduc circulum ex dimidia illa linea. Quod si peripheria supra siue extra verticem anguli attollatur, erit obtusus. ut vides in adiuncta figura.

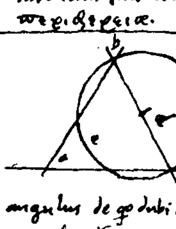
a.b.c. datus Trigonus.
a. angulus de quo dubitatur.



e. circulus supra vel extra anguli verticem.
b.c. linea subtensa angulo .a. s: de quo dubitatur.
d. medium siue centrum περιφερείας.

De angulo acuto.

Eadem prorsus est ratio quae in angulo obtuso explorando, nisi quod, peripheria quae circumducitur ex media linea subtensa isti angulo de quo dubitatur, infra siue intra verticem anguli circumducatur. At in angulo obtuso περιφερεία supra vel extra circumfertur.



a. angulus de quo dubitatur.
b.c. Hypotenusa.
d. medium siue centrum.
e. περιφερεία intra verticem anguli trigo...

EVCLIDIS
ELEMENTORVM LIBRI XV. GRAECE ET LATINE,

Quibus, cùm ad omnem Mathematicæ ſcientiæ partem, tùm ad quamlibet Geometriæ tractationem, facilis comparatur aditus.

Fratris Staingadensis.

Ἐπίγραμμα παλαιόν.

Σχήματα πέντε Πλάτωνος, ἃ Πυθαγόρας σοφὸς εὗρε.
Πυθαγόρας σοφὸς εὗρε, Πλάτων δ' ἀρίδηλ' ἐδίδαξεν,
Εὐκλείδης ἐπὶ τοῖσι κλέος περικαλλὲς ἔτευξεν.

BENEDICES CORONAE ANNI BENIGNITATIS TVAE. PSAL. 64

COLONIAE,
Apud Maternum Cholinum.
M. D. LXIIII.

AD CANDIDVM LECTOREM ST. GRACILIS præfatio.

PERMAGNI *referre semper existimaui, lector beneuole, quantum quisque studij & diligentiæ ad percipienda scientiarum elementa adhibeat, quibus non satis cognitis, aut perperam intellectis, si uel digitum progredi tentes, erroris caliginem animis offundas, non ueritatis lucem rebus obscuris adferas. Sed principiorum quanta sint in disciplinis momenta, haud facilè credat, qui rerum naturam ipsa specie, non uiribus metiatur. Vt enim corporum quæ oriuntur & intereunt, uilißima tenuißimáque uidentur initia: ita rerum æternarum & admirabilium, quibus nobilißimæ artes continentur, elementa ad speciem sunt exilia, ad uires & facultatē quàm maxima. Quis non uidet ex fici tantulo grano, ut ait Tullius, aut ex acino uinacco, aut ex cæterarum frugum aut stirpium minutißimis seminibus tantos truncos ramosq́; procreari? Nam Mathematicorum initia illa quidem dictu audituq́; perexigua, quantā theorematum syluam no-*

bis pepererunt? Ex quo intelligi poteſt, ut in ipſis ſeminibus, ſic & in artium principijs ineſſe uim earum rerum, quæ ex his progignuntur. Præclarè igitur Ariſtoteles, ut alia permulta, μέγιστον ἴσως ἀρχὴ παντός, καὶ ὅσῳ κράτιστον τῇ δυνάμει, τοσούτῳ μικρότατον ὂν τῷ μεγέθει χαλεπόν ἐστιν ὀφθῆναι. Quocirca committendum non eſt, ut non bene prouiſa & diligenter explorata ſciētiarum principia, quibus propoſitarum quarumq; rerum ueritas ſit demonſtranda, uel conſtituas, uel conſtituta approbes. Cauendum etiam, ut ne tantulum quidem fallaci & captioſa interpretatione turpiter deceptus, à uera principiorum ratione temerè deflectas. Nam qui initiò fortè aberrauerit, is ut tandē in maximis uerſetur erroribus neceſſe eſt: cum ex uno erroris capite, denſiores ſenſim tenebræ rebus clariſſimis obducantur. Quid tam uarias ueterum phyſiologorum ſententias, non modò cum rerum ueritate pugnantes, ſed uehementer etiam inter ſe diſſentiētes nobis inuexit? Equidem haud ſcio fueritne ulla potior tanti diſſidij cauſa, quàm quòd ex principijs partim falſis partim non conſentaneis ductas rationes probando adhiberent. Fit enim plerunque, ut qui non rectè de artium rerumq; elementis ſentiunt, ad præfinitas quaſdā opiniones ſuas omnia reuocare ſtudeant. Pythagorei, ut meminit Ariſtoteles, cum denarij numeri ſummam perfectionem cælo tribuerent, nec plures tamen quàm

nouem

nouem ſphæras cernerent, decimam affingere auſi ſunt terræ aduerſam, quā ἀντίχθονα appellarunt. Illi enim uniuerſitatis rerumq́; ſingularum naturam ex numeris ceu principijs æſtimantes, ea protulerunt quæ φαινομένοις congruere nuſquam ſunt cognita. Nam ridicula Democriti, Anaximenis, Melißi, Anaxagoræ, Anaximandri, & reliquorum id genus phyſiologorum ſomnia, ex falſis illa quidem orta naturæ principijs, ſed ad Mathematicum nihil aut parum ſpectantia, ſciens prætereo. Nonnullos attingam, qui repetitis altius, uel aliter ac decuit poſitis rerum initijs, cum in phyſicis multa turbarunt, tum Mathematicos oppugnatione principiorum peßimè mulctarunt. Ex planis figuris corpora conſtituit Timæus: Geometrarum hic quidem principia cuniculis oppugnantur. Nam & ſuperficies ſeu extremitates craßitudinem habebunt, & lineæ latitudinem: denique puncta non erunt indiuidua, ſed linearum partes. Prædicant Democritus atque Leucippus illas atomos ſuas, & indiuidua corpuſcula. Concedit Xenocrates impartibiles quaſdam magnitudines. Hic uerò Geometriæ fundamenta apertè petuntur, & funditus euertuntur: quibus dirutis nihil equidem aliud uideo reſtare, quàm ut amplißima Mathematicorum theatra repentè concidant. Iacebunt ergo, ſi dijs placet, tot præclara Geometrarum de aſymmetris & alogis magnitudinibus theoremata. Quid enim cauſæ

 dicas

dicas cur indiuidua linea hanc quidem metiatur, illam uerò metiri non queat? Siquidem quod minimum in unoquoque genere reperitur, id cõmunis omnium mensura esse solet. Innumerabilia profectò sunt illa, quæ ex falsis eiusmodi decretis absurda cõsequuntur: & horum permulta quidem Mathematicus, sed longè plura colligit Physicus. Quid uaria ψευδογραφημάτων genera commemorem, quæ ex hoc uno fonte tam longè lateq; diffusa fluxisse uidentur? Notißimus est Antiphõtis tetragωnismus, qui Geometrarum & ipse principia non parum labefecit, cùm rectæ lineæ curuam posuit æqualem. Longum esset mihi singula percensere, præsertim ad alia properanti. Hoc ergo certum, fixum & in perpetuum ratum esse oportet, quod sapienter monet Aristoteles, σπουδαστέον ὅπως ὁρισθῶσι καλῶς αἱ ἀρχαί. μεγάλην γὰρ ἔχουσι ῥοπὴν πρὸς ἑπόμενα. Nam principijs illa congruere debent, quæ sequuntur. Quòd si tantum perspicitur in istis exilioribus Geometriæ initijs, quæ puncto, linea, superficie definiuntur, momẽtum, ut ne hæc quidẽ sine summo impẽdẽtis ruinæ periculo conuelli aut oppugnari poßint: quanta quæso uis putanda est huius στοιχειώσεως, quã collatis tot præstãtißimorum artificum inuẽtis, mira quadã ordinis solertia contexuit Euclides, uniuersæ Matheseωs elemẽta cõplexu suo coërcentẽ? Vt igitur omnib. rebus instructior & paratior quisq; ad hoc studium libẽtius

accedat, & singula uel minutißima exactius secum reputet atque perdiscat, operæprecium censui in primo institutionis aditu uestibulóque præcipua quædam capita, quibus tota ferè Mathematicæ scientiæ ratio intelligatur, breuiter explicare: tum ea quæ sunt Geometriæ propria, diligenter persequi: Euclidis denique in extruenda hac στοιχειώσεως consilium sedulò ac fideliter exponere. Quæ ferè omnia ex Aristotelis potißimum ducta fontibus, nemini inuisa fore cõfido, qui modò ingenuum animi candorem ad legendum attulerit. Ac de Mathematicæ diuisione primum dicamus.

Mathematicæ in primis scientiæ studiosos fuisse Pythagoreos, nõ modò historicorum, sed etiam philosophorum libri declarant. His ergo placuit, ut in partes quatuor uniuersum distribuatur Mathematicæ scientiæ genus, quarum duas περὶ τὸ ποσὸν, reliquas περὶ τὸ πηλίκον uersari statuerunt. Nam & τὸ ποσὸν uel sine ulla comparatione ipsum per se cognosci, uel certa quadam ratione comparatum spectari: in illo Arithmeticam, in hoc uersari Musicam: & τὸ πηλίκον partim quiescere, partim moueri quidem: illud Geometriæ propositum esse: quod uerò sua sponte motu cietur, Astronomiæ. Sed ne quis falsò putet Mathematicam scientiam, quòd in utroque quanti genere cernitur, idcirco inanem uideri (si quidem non solùm magnitudinis diuisio, sed etiam multitudinis accretio infinitè progredi potest) meminisse decet, τὸ πηλίκον καὶ τὸ ποσὸν, quæ subiecto Mathematicæ generi imposita sunt à Pythagoreis nomina, non cuiuscunque modi quantitatem significare, sed eā demum, quæ tum multitudine tum magnitudine sit definita, & suis circunscripta terminis. Quis enim ullam infiniti scientiam defendat? Hoc scitum est, quod non semel docet Aristoteles, infinitum ne cogitatione quidem complecti quenquam posse. Itaque ex infinita multitudinis & magnitudinis δυνάμει, finitam hæc scientia decerpit & amplectitur naturam, quam tractet, & in qua uersetur. Nam de uulgari Geometrarum consuetudine quid sentiendum sit, cum data interdum magnitudine infinita aut fabricantur aliquid, aut proprias generis subiecti affectiones exquirunt, disertè monet Aristoteles, οὐδὲ νῦν (de Mathematicis loquens) δέονται τοῦ ἀπείρου, οὐδὲ χρῶνται, ἀλλὰ μόνον εἶναι ὅσην ἂν βούλωνται, πεπερασμένην. Quamobrem disputatio ea qua infinitum refellitur, Mathematicorum decretis rationibusq; non aduersatur, nec eorum apodixes labefacit. Etenim tali infinito opus illis nequaquā est, quod exitu nullo peragrari poßit, nec talem ponunt infinitam magnitudinem: sed quantamcunque uelit aliquis effingere, ea ut suppetat, infinitam præcipiunt. Quinetiam non modò immensa magnitudine opus non habent Mathematici, sed ne maxima quidem: cum instar

maximæ

maximæ minima quæque in partes totidem pari ratione diuidi queat. Alteram Mathematicæ diuisionem attulit Geminus, uir (quantum ex Proclo conijcere licet) μαθημάτων laude clarißimus. Eam, quæ superiore plenior & accuratior fortè uisa est, cùm doctißimè pertractarit sua in decimum Euclidis præfatione P. Montaureus uir senatorius, & regiæ bibliothecæ præfectus, leuiter attingam. Nam ex duobus rerum uelut summis generibus, τῶν νοητῶν καὶ τῶν αἰσθητῶν, quæ res sub intelligentiam cadunt, Arithmeticæ & Geometriæ attribuit Geminus: quæ uerò in sensus incurrunt, Astrologiæ, Musicæ, Supputatrici, Opticæ, Geodæsiæ & Mechanicæ adiudicauit. Ad hanc certè diuisionem spectasse uidetur Aristoteles, cùm Astrologiam, Opticam, harmonicam φυσικωτέρας τῶν μαθημάτων nominat, ut quæ naturalibus & Mathematicis interiectæ sint, ac uelut ex utrisque mixtæ disciplinæ: Siquidem genera subiecta à Physicis mutuantur, causas uerò in demonstrationibus ex superiore aliqua scientia repetunt. Id quod Aristoteles ipse apertißimè testatur, ἐνταῦθα γὰρ, φησὶ, τὸ μὲν ὅτι, τῶν αἰσθητικῶν εἰδέναι, τὸ δὲ διότι, τῶν μαθηματικῶν. Sequitur, ut quid Mathematicæ conueniat cum Physica & prima Philosophia: quid ipsa ab utraque differat, paucis ostendamus. Illud quidem omnium commune est, quòd in ueri contemplatione sunt positæ, ob idq; θεωρητικαὶ à Græ cis dicuntur. Nam cùm διάνοια siue ratio & mens omnis sit uel πρακτικὴ, uel ποιητικὴ, uel θεωρητικὴ, totidem scientiarum sint genera necesse est. Quòd si Physica, Mathematica, & prima Philosophia, nec in agendo, nec in efficiendo sunt occupatæ, hoc certè perspicuum est, eas omnes in cognitione contemplationéque necessariò uersari. Cùm enim rerum non modò agendarum, sed etiam efficiendarum principia in agente uel efficiente cõsistant, illarum quidem προαίρεσις, harum autem uel mens, uel ars, uel uis quædam & facultas: rerum profectò naturalium, Mathematicarum, atque diuinarum principia in rebus ipsis, non in philosophis inclusa latent. Atque hæc una in omnes ualet ratio, quæ θεωρητικὰς esse colligat. Iam uerò Mathematica separatim cum Physica cõgruit, quòd utraque uersatur in cognitione formarum corpori naturali inhærentium. Nã Mathematicus plana, solida, lõgitudines & puncta contẽplatur, quæ omnia in corpore naturali à naturali quoq; philosopho tractãtur. Mathematica itẽ & prima philosophia hoc inter se propriè cõueniunt, quòd cognitionẽ utraque persequitur formarum, quoad immobiles, & à cõcretione materiæ sunt liberæ. Nam tametsi Mathematicæ formæ re uera per se non cohærent, cogitatione tamen à materia & motu separantur, οὐδὲ γίνεται ψεῦδος χωριζόντων, ut ait Aristoteles. De cognatione & societate breuiter diximus. Iã

quid

quid intersit, uideamus. Vnaquæque mathematicarum certum quoddam rerum genus propositum habet, in quo uersetur, ut Geometria quantitatem & continuationem aliorum in unam partem, aliorum in duas, quorundam in tres: eorumq; quatenus quanta sunt & continua, affectiones cognoscit. Prima autem philosophia, cùm sit omnium communis, uniuersum Entis genus, quæq; ei accidunt & conueniunt hoc ipso quòd est, consyderat. Ad hæc, Mathematica eam modò naturam amplectitur, quæ quanquam non mouetur, separari tamen seiungique nisi mente & cogitatione à materia non potest, ob eamq; causam ἐξ ἀφαιρέσεως dici consueuit. Sed Prima philosophia in ijs uersatur, quæ & seiuncta, & æterna, & ab omni motu per se soluta sunt ac libera. Cæterùm Physica & Mathematica quanquam subiecto discrepare non uidentur, modo tamen rationéque differunt cognitionis & contemplationis, unde dißimilitudo quoque scientiarum sequitur. Etenim mathematicæ species nihil re uera sunt aliud, quàm corporis naturalis extremitates, quas cogitatione ab omni motu & materia separatas Mathematicus contemplatur: sed easdem consectatur physicorum ars, quatenus cum materia comprehensæ sunt, & corpora motui obnoxia circunscribunt. Ex quo fit, ut quæcunque in Mathematicis incommoditates accidunt, eadem etiam in naturalibus rebus uideantur accidere, non autem uicißim. Multa enim in naturalibus sequuntur incommoda, quæ nihil ad Mathematicum attinent, διὰ τὸ, inquit Aristoteles, τὰ μὲν ἐξ ἀφαιρέσεως λέγεται, τὰ μαθηματικὰ, τὰ δὲ φυσικὰ ἐκ προσθέσεως. Siquidem res cum materia deuinctas cõtemplatur physicus: Mathematicus uerò rem cognoscit circunscriptis ijs omnibus quæ sensu percipiuntur, ut grauitate, leuitate, duritie, mollitie, & præterea calore, frigore, alijsq; contrariorum paribus quæ sub sensum subiecta sunt: tantùm autem relinquit quantitatem & continuum. Itaque Mathematicorum ars in ijs quæ immobilia sunt, cernitur (τὰ γὰρ μαθηματικὰ τῶν ὄντων ἄνευ κινήσεώς ἐστιν, ἔξω τῶν περὶ τὴν ἀστρολογίαν) quæ uerò in naturæ obscuritate posita est, res quidem quæ nec separari nec motu uacare possunt contemplatur. Id quod in utroque scientiæ genere perspicuum esse potest, siue res subiectas definias, siue proprietates earum demõstres. Etenim numerus, linea, figura, rectum, inflexum, æquale, rotundum, uniuersa denique Mathematicus quæ tractat & profitetur, absque motu explicari doceriq; possunt: χωριστὰ γὰρ τῇ νοήσει κινήσεώς ἐστι: Physicæ autem sine motione species nequaquam possunt intelligi. Quis enim hominis, plantæ, ignis, oßium, carnis naturam & proprietates sine motu qui materiam sequitur, perspiciat? Siquidem tantisper sub-

stantia

stantia quęque naturalis cõstare dici solet, quoad opus & munus suum, agendo patiendoq; tueri ac sustinere ualeat: qua certè amissa δυνάμει, ne nomẽ quidem nisi ὁμωνύμως retinet. Sed Mathematico ad explicandas circuli aut trianguli proprietates, nullum adferre potest usum, materiæ ut auri, ligni, ferri, in qua insunt, consideratio: quin eò uerius eiusmodi rerum, quarum species tanquam materia uacantes efformemus animo, naturam complectemur, quòd coniunctione materiæ quasi adulterari deprauariq; uidentur. Quocirca Mathematicæ species eodem modo quo κοιλὸν, siue concauitas, sine motu & subiecto, definitione explicari cognosciq; possunt: naturales uerò cùm eam uim habeãt, quam, ut ita dicam, simitas, cum materia comprehensæ sunt, nec absque ea separatim possunt intelligi: quibus exemplis quid inter Physicas & Mathematicas species intersit, haud difficile est animaduertere. Illis certè non semel est usus Aristoteles. Valeant ergo Protagoræ sophismata, Geometras hoc nomine refellentis, quòd circulus normam puncto non attingat. Nã diuina Geometrarum theoremata qui sensu æstimabit, uix quicquam reperiet quod Geometræ cõcedendum uideatur. Quid enim ex his quæ sensum mouent, ita rectum aut rotundum dici potest, ut à Geometra ponitur? Nec uerò absurdum est aut uitiosum, quòd lineas in puluere descriptas pro rectis aut rotundis assumit, quæ nec rectæ

sunt

ſunt nec rotundæ, ac ne latitudinis quidem expertes. Siquidem non iis utitur geometra quasi inde uim habeat conclusio, ſed eorum quæ diſcenti intelligenda relinquuntur, rudem ceu imaginem proponit. Nam qui primùm instituuntur, hi ductu quodam & uelut χειραγωγία ſenſuum opus habent, ut ad illa quæ ſola intelligentia percipiuntur, aditum ſibi comparare queant. Sed tamen exiſtimandum non eſt rebus Mathematicis omnino negari materiam, ac non eam tantùm quæ ſenſum afficit. Eſt enim materia alia quæ ſub ſenſum cadit, alia quæ animo & ratione intelligitur. Illam αἰσθητὴν, hanc νοητὴν uocat Ariſtoteles. Senſu percipitur, ut æs, ut lingnum, omniſq; materia quæ moueri poteſt. Animo & ratione cernitur ea quæ in rebus ſenſilibus ineſt, ſed non quatenus ſenſu percipiuntur, quales ſunt res Mathematicorum. Vnde ab Ariſtotele ſcriptum legimus ἐπὶ τῶν ἐν ἀφαιρέσει ὄντων rectum ſe habere ut ſimum: μετὰ συνεχοῦς γάρ: quaſi uelit ipſius recti, quod Mathematicorum eſt, ſuam eſſe materiam, non minus quàm ſimi quod ad Phyſicos pertinet. Nam licet res Mathematicæ ſenſili uacent materia, non ſunt tamen indiuiduæ, ſed propter continuationem partitioni ſemper obnoxiæ, cuius ratione dici poſſunt ſua materia non omnino carere: quin aliud uidetur τὸ εἶναι γραμμῇ, aliud quoad continuationi adiuncta intelligitur linea. Illud enim ceu forma in

mate-

materia, proprietatum causa est, quas sine materia percipere non licet. Hæc est societatis & dißidij Mathematicæ cum Physica & prima Philosophia ratio. Nunc autē de nominis etymo & notatione pauca quædam asseramus. Nam si quæ iudicio & ratione imposita sunt rebus nomina, ea certè non temere indita fuisse credendum est, quibus scientias appellari placuit. Sed neque otiosa semp̄ haberi debet ista etymologiæ indagatio, cùm ad rei etiam dubiæ fidem sæpe non parum ualeat recta nominis interpretatio. Sic enim Aristoteles ducto ex uerborum ratione argumento, αὐτομάτου, μεταβολῆς, αἴθερος, aliarumq; rerum naturam ex parte cōfirmauit. Quoniā igitur Pythagoras Mathematicā scientiā nō modò studiosè coluit, sed etiam repetitis à capitè principijs, geometricam contemplationem in liberalis disciplinæ formam composuit, & perspectis absque materia, solius intelligētiæ adminiculo theorematibus, tractationem περὶ τῶν ἀλόγων, & κοσμικῶν σχημάτων constitutionem excogitauit: credibile est, Pythagorā, aut certè Pythagoreos, qui & ipsi doctoris sui studia libenter amplexi sunt, huic scientiæ id nomē dedisse, quod cum suis placitis atque decretis cōgrueret, rerumq; propositarum naturam quoquo modo declararet. Ita cùm existimarēt illi omnē disciplinā, quæ μάθησις dicitur, ἀνάμνησιν esse quandā. i. recordationē & repetitionē eius sciētiæ, cuius antè quā in corpus

immi-

immigraret, compos fuerit anima, quemadmodum Plato quoque in Menone, Phædone, & alijs aliquot locis uidetur astruxisse: animaduerterent autem eiusmodi recordationem, quæ non posset multis ex rebus perspici, ex his potißimum scientijs demonstrari, si quis nimirum, ait Plato, ἐπὶ τὰ διαγράμματα ἄγῃ: probabile est equidem Mathematicas à Pythagoreis artes κατ᾽ ἐξοχὴν fuisse nominatas, ut ex quibus μάθησις, id est æternarum in anima rationum recordatio διαφερόντως & præcipuè intelligi posset. Cuius etiam rei fidem nobis diuinus fecit Plato, qui in Menone Socratē induxit hoc argumēti genere persuadere cupientem, discere nihil esse aliud quàm suarum ipsius rationum animum recordari. Etenim Socrates pusionē quendā, ut Tullij uerbis utar, interrogat de geometrica dimensione quadrati: ad ea sic ille respondet ut puer, & tamen tam faciles interrogationes sunt, ut gradatim respondens, eodem perueniat, quò si geometrica didicisset. Aliam nominis huius rationem Anatolius exposuit, ut est apud Rhodiginum, quòd cùm cæteræ disciplinæ deprehendi uel nō docēte aliquo poßint omnes, Mathematica sub nullius cognitionem ueniant, nisi præeunte aliquo, cuius solertia succidantur uepreta, uel exurantur, & superciliosa complanentur aspreta. Ita enim Cælius: quod quam uim habeat, non est huius loci curiosius perscrutari. Equidem M. Tullius Mathematicos in magna rerum obſcuritate, recondita arte, multiplicíq; ac ſubtili uerſari ſcribit. ſed quis neſcit idipſum cum alijs grauioribus ſcientijs eſſe commune? Eſt enim, uel eodem auctore Tullio, omnis cognitio multis obſtructa difficultatibus, maximaq; eſt & in ipſis rebus obſcuritas, & in iudicijs noſtris infirmitas: nec ullus eſt, modò interius paulò Phyſica penetrarit, qui non facilè ſit expertus, quàm multi undique emergant, rerum naturalium cauſas inquirentibus, & inexplicabiles labyrinthi. Sunt qui ex demonſtrationum firmitate nominari Mathematicas opinantur: cuius etiam rationis momentum alio ſeorſim loco expendendum fuerit. Quocirca primam uerbi notationem, quam ſequutus eſt Proclus, nobis retinendam cenſeo. Hactenus de uniuerſo Mathematicæ genere, quanta potui & perſpicuitate & breuitate dixi. Sequitur, ut de Geometria ſeparatim atque ordine ea diſſeram, quæ initiò ſum pollicitus. Eſt autem Geometria, ut definit Proclus, ſcientia, quæ uerſatur in cognitione magnitudinum, figurarum, & quibus hæ continentur, extremorum, item rationum & affectionum, quæ in illis cernuntur ac inhærent: ipſa quidem progrediens à puncto indiuiduo per lineas & ſuperficies, dum ad ſolida conſcendat, uariaſq; ipſorum differentias patefaciat. Quúmque omnis ſcientia demonſtratiua, ut docet Ariſtoteles, tribus quaſi momentis contineatur, genere ſubiecto, cuius proprieta tes ipſa ſcientia exquirit & contemplatur: cauſis & principijs, ex quibus primis demonſtrationes conficiuntur: & proprietatibus, quæ de genere ſubiecto per ſe enunciantur: Geometriæ quidē ſubiectum in lineis, triangulis, quadrangulis, circulis, planis, ſolidis, atque omnino figuris & magnitudinibus, earúmque extremitatibus conſiſtit. His autem inhærent diuiſiones, rationes, tactus, æqualitates, παραβολαὶ, ὑπερβολαὶ, ἐλλείψεις, atque alia generis eiuſdem propè innumerabilia. Poſtulata uerò & Axiωmata ex quibus hæc ineſſe demōſtrantur, eiuſmodi ferè ſunt: Quouis cētro & interuallo circulum deſcribere. Si ab æqualibus æqualia detrahas, quæ relinquuntur eſſe æqualia, cæteraq́; id genus ꝑmulta, quæ licet omnium ſint cōmunia, ad demōſtrandum tamen tum ſunt accōmodata, cùm ad certum quoddā genus traducuntur. Sed cùm præcipua uideatur Arithmeticæ & Geometriæ inter Mathematicas dignatio, cur Arithmetica ſit ἀκριβεστέρα & exactior quā Geometria, paucis explicandum arbitror. Hîc uerò & Ariſtotelem ſequemur ducem, qui ſcientiam cum ſcientia ita cōparat, ut accuratiorem eſſe uelit eam, quæ rei cauſam docet, quā quæ rē eſſe tātùm declarat: deinde quæ in rebus ſub intelligentiam cadentibus uerſatur, quàm quæ in rebus ſenſum mouentibus cernitur. Sic enim & Arithmetica

quàm

quàm Musica, & Geometria quàm Optica, & Stereometria quàm Mechanica exactior esse intelligitur Postremò quæ ex simplicioribus initijs constat, quàm quæ aliqua adiectione compositis utitur. Atque hac quidem ratione Geometriæ præstat Arithmetica, quòd illius initium ex additione dicatur, huius sit simplicius. Est enim punctum, ut Pythagoreis placet, unitas quæ situm obtinet: unitas uerò punctum est quod situ uacat. Ex quo percipitur, numerorum quàm magnitudinum simplicius esse elementum; numerósque magnitudinibus esse puriores, & à concretione materiæ magis disiunctos. Hæc quanquam nemini sunt dubia, habet & ipsa tamen Geometria quo se plurimum efferat, opibúsque suis ac rerum ubertate multiplici uel cum Arithmetica certet: id quod tute facilè deprehēdas cùm ad infinitam magnitudinis diuisionem, quam respuit multitudo, animum conuerteris. Nunc quæ sit Arithmeticæ & Geometriæ societas, uideamus. Nam theorematum quæ demonstratione illustrātur, quædam sunt utriusque sciētiæ communia, quædam uerò singularum propria. Etenim quòd omnis proportio sit ῥητὸς siue rationalis, Arithmeticæ soli conuenit, nequaquam Geometriæ, in qua sunt etiam ἄρρητοι, seu irrationales proportiones: item, quadratorum gnomonas minimo definitos esse, Arithmeticæ proprium (si quidem in Geometria nihil tale minimum esse potest) sed ad Geometriam propriè spectant situs, qui in numeris locum non habent: tactus, qui quidem à continuis admittuntur: ἄλογον, quoniam ubi diuisio infinitè procedit, ibi etiam τὸ ἄλογον esse solet. Communia porrò utriusque sunt illa, quæ ex sectionibus eueniunt, quas Euclides libro secundo est persequutus: nisi quòd sectio per extremam & mediam rationem in numeris nusquam reperiri potest. Iam uerò ex theorematibus eiusmodi communibus, alia quidem ex Geometria ad Arithmeticam traducuntur: alia contrà ex Arithmetica in Geometriam transferuntur: quædam uerò perinde utrique scientiæ conueniunt, ut quæ ex uniuersa arte Mathematica in utranque harum conueniant. Nam & alterna ratio, & rationum conuersiones, compositiones, diuisiones hoc modo cõmunia sunt utriusque. Quæ autem sunt περὶ συμμέτρων, id est, de commensurabilibus, Arithmetica quidem primùm cognoscit & contemplatur: secundo loco Geometria Arithmeticam imitata. Quare & commensurabiles magnitudines illæ dicuntur, quæ rationem inter se habent quàm numerus ad numerum, perinde quasi commensuratio & συμμετρία in numeris primùm consistat (Vbi enim numerus, ibi & σύμμετρον cernitur: & ubi σύμμετρον, illic etiam nnmerus) sed quæ triangulorum sunt & quadrangulorum, à

Geome-

Geometra primùm considerantur: tùm analogia quadam Arithmeticus eadem illa in numeris contemplatur. De Geometriæ diuisione hoc adijciendum puto, quòd Geometriæ pars altera in planis figuris cernitur, quæ solam latitudinem longitudini coniunctam habent: altera uerò solidas contemplatur, quæ ad duplex illud interuallum craßitudinem adsciscunt. Illã generali Geometriæ nomine ueteres appellarunt: hanc propriè Stereometriam dixerunt. Ita Geometriam cum Optica, & Stereometriam cum Mechanica non rarò comparat Aristoteles. Sed illius cognitio huius inuentionem multis seculis anteceßit, si modò Stereometriam ne Socratis quidem ætate ullam fuisse omnino uerum est, quemadmodum à Platone scriptum uidetur. Ad Geometriæ utilitatem accedo, quæ quanquam suapte ui & dignitate ipsa per se nititur, nullius usus aut actionis ministerio mancipata (ut de Mathematicis omnibus scientijs concedit in Politico Socrates) si quid ex ea tamen utilitatis externæ quæritur, Dij boni quàm lætos, quàm uberes, quàm uarios fructus fundit? Nec uerò audiendus est uel Aristippus, uel Sophistarum alius, qui Mathematicorum artes idcirco repudiet, quòd ex fine nihil docere uideantur, eiusq; quod melius aut deterius nullam habeant rationem. Vt enim nihil causæ dicas, cur sit melius, trianguli, uerbi gratia, tres angulos duobus esse rectis æquales: minimè tamen fuerit consentaneum, Geometriæ cognitionem ut inutilem exagitare, criminari, explodere, quasi quæ finẽ & bonum quò referatur, habeat nullum. Multas haud dubiè solius contemplationis beneficio citra materiæ contagionẽ adfert Geometria cõmoditates partim proprias, partim cum uniuerso genere cõmunes. Cùm enim Geometria, ut scripsit Plato, eius quod semper est cognitionẽ profiteatur, ad ueritatem excitabit illa quidem animum, & ad ritè philosophandum cuiusque mentem comparabit. Quinetiam ad disciplinas omnes facilius perdiscẽdas, attigeris nécne Geometriam, quanti referre cẽses? Nã ubi cum materia cõiungitur, nónne præstãtißimas procreat artes, Geodæsiã, Mechanicã, Opticam, quarum omnium usu, mortalium uitã summis beneficijs cõplectitur? Etenim bellica instrumenta, urbiúmque propugnacula, quibus munitæ urbes, hostium uim propulsarent, his adiutricibus fabricata est: montium ambitus & altitudines, locorúmque situs nobis indicauit: dimetiendorum & mari & terra itinerum rationẽ præscripsit: trutinas & stateras, quibus exacta numerorum æqualitas in ciuitate retineatur, composuit: uniuersi ordinem simulachris expreßit: multáque quæ hominum fidem superarent, omnibus persuasit. Vbique extant præclara in eam rem testimonia. Illud memorabile, quòd Archimedi rex Hiero tribuit. Nam extructo uastæ cto uastæ molis nauigio, quod Hiero AEgyptiorum regi Ptolemæo mitteret, cùm uniuersa Syracusanorum multitudo collectis simul uiribus nauem trahere non posset, effecissetque Archimedes ut solus Hiero illam subduceret, admiratus uiri scientiam rex ἀπὸ ταύτης, ἔφη, τῆς ἡμέρας, περὶ παντὸς ἀρχιμήδει λέγοντι πιστευτέον. Quid? quòd Archimedes idem, ut est apud Plutarhum, Hieroni scripsit datis uiribus datum pondus moueri posse? fretusq; demonstrationis robore, illud sæpe iactarit, si terram haberet alteram ubi pedem figeret, ad eam, nostram hanc se transmouere posse? Quid uaria αὐτομάτων machinarùmque genera, ad usus necessarios comparata memorem? Innumerabilia profectò sunt illa, & admiratiõe dignissima, quibus prisci homines incredibili quodã ad philosophandum studio concitati, inopem mortalium uitam artis huius præsidio subleuarunt: tametsi memoriæ sit proditum, Platonem Eudoxo & Archytæ uitio uertiße, quòd Geometrica problemata ad sensilia & organica abducerent. Sic enim corrumpi ab illis & labefieri Geometriæ præstantiam, quæ ab intelligibilibus & incorporeis rebus ad sensiles & corporeas prolaberetur. Quapropter ridicula idẽ scripsit Plato Geometrarum esse uocabula, quæ quasi ad opus & actionem spectent, ita sonare uidentur Quid enim est quadrare, si non opus facere? Quid

 addere,

addere, producere, applicare? Multa quidem sunt eiuſmodi nomina, quibus neceſſariò & tanquam coacti geometræ utuntur, quippe cùm alia deſint in hoc genere commodiora. Sic ergo cenſuit Plato, ſic Ariſtoteles, ſic denique philoſophi omnes, Geometriã ipſam cognitionis gratia exercendam, nec ex aliquo uſu externo, ſed ex rerum νοητῶν intelligentia æſtimandam eſſe. Expoſita breuius quàm res tanta dici poßit, utilitatis ratione, Geometriæ ortum, qui in hac rerum periodo ex hiſtoricorum monimentis nobis eſt cognitus, deinceps aperiamus. Geometria apud Aegyptios inuenta, (ne ab Adamo, Setho, Noah, quos cognitione rerum multiplici ualuiſſe conſtat, eam repetamus) ex terrarum dimenſione, ut uerbi præ ſe fert ratio, ortum habuiſſe dicitur: cùm anniuerſaria Nili inundatione & incrementis limo obducti agrorum termini confunderentur. Geometriam enim, ſicut & reliquas disciplinas, in uſu quàm in arte prius fuiſſe aiunt. Quod ſanè mirum uideri non debet, ut & huius & aliarum ſcientiarum inuentio ab uſu cœperit ac neceßitate. Etenim tempus, rerum uſus, ipſa neceßitas ingenium excitat, & ignauiam acuit. Deinde quicquid ortum habuit (ut tradunt Phyſici) ab inchoato & imperfecto proceßit ad perfectum. Sic artium & ſcientiarum principia experientiæ beneficio collecta ſunt: experientia uerò à memoria fluxit, quæ & ipſa

à ſenà sensu primùm manauit. Nam quod scribit Aristoteles, Mathematicas artes, comparatis rebus omnibus ad uitam necessarijs, in Aegypto fuisse constitutas, quòd ibi sacerdotes omnium concessu in otio degerēt: non negat ille adductos necessitate homines ad excogitandam, uerbi gratia, terræ dimetiendæ rationem, quæ theorematum deinde inuestigationi causam dederit: sed hoc confirmat, præclara eiusmodi theorematum inuenta, quibus extructa Geometriæ disciplina constat, ad usus uitæ necessarios ab illis nō esse expetita. Itaque uetus ipsum Geometriæ nomen ab illa terræ partiundæ finiumq; regundorum ratione posteà recessit, & in certa quadan affectionum magnitudini per se inhærentium scientia propriè remansit. Quemadmodum igitur in mercium & contractuum gratiam, supputandi ratio, quam secuta est accurata numerorum cognitio, à Phœnicibus initium duxit: ita etiam apud Aegyptios, ex ea quam commemoraui causa ortum habuit Geometria. Hanc certè, ut id obiter dicam, Thales in Græciam ex Aegypto primùm transtulit: cui non paucæ deinceps à Pythagora, Hippocrate Chio, Platone, Archyta Tarentino, alijsq; compluribus, ad Euclidis tempora factæ sunt rerum magnarum accessiones. Cæterùm de Euclidis ætate id solùm addam, quod à Proclo memoriæ mandatum accepimus. Is enim commemoratis aliquot Platonis tùm æqualibus tùm discipulis, subijcit, nõ multò ætate posteriorem illis fuisse Euclidem eum, qui Elementa cõscripsit, & multa ab Eudoxo collecta, in ordinem luculentum cõposuit, multáque à Theæteto inchoata perfecit, quæq; mollius ab alijs demonstrata fuerãt, ad firmißimas & certißimas apodíxeis reuocauit. Vixit autem, inquit ille, sub primo Ptolemæo. Etenim ferunt Euclidẽ à Ptolemæo quondã interrogatum, nunquã esset uia ad Geometriã magis cõpendiaria, quàm sit ista στοιχείωσις, respondisse, μὴ εἶναι βασιλικὴν ἀτραπὸν ἐπὶ γεωμετρίαν. Deinde subiungit, Euclidẽ natu quidem esse minorem Platone, maiorem uerò Eratosthene & Archimede (hi enim æquales erant) cùm Archimedes Euclidis mentionem faciat. Quòd si quis egregiam Euclidis laudem, quam cùm ex alijs scriptionibus accuratißimis, tùm ex hac Geometrica στοιχειώσεως cosequutus est, in qua diuinus rerum ordo sapientißimis quibusque hominibus magnæ semper admirationi fuit, is Proclum studiosè legat, quò rei ueritatẽ illustriorẽ reddat grauißimi testis auctoritas. Superest igitur ut finem uideamus, quò Euclidis elementa referri, & cuius causa in id studium incumbere oporteat. Et quidem si res quæ tractantur, consyderes: in tota hac tractatione nihil aliud quæri dixeris, quàm ut κοσμικὰ quæ uocãtur, σχήματα (fuit enim Euclides profeßione & instituto Platonicus) Cubus, Icosaëdrum, Octaëdrum, Pyramis & Dodecaëdrum *certa quadam suorum & inter se laterum, & ad sphæræ diametrum ratiõe eidem sphæræ inscripta comprehendantur.* Huc *enim pertinet* Epigrãmation *illud uetus, quod in* Geometrica Michaëlis Pselli *o ιῶνο ψ scriptum legitur.*

Σχήματα πέντε Πλάτωνος, ἃ Πυθαγόρας σοφὸς εὗρε,
Πυθαγόρας σοφὸς εὗρε, Πλάτων δ᾽ ἀρίδηλ᾽ ἐδίδαξεν,
Εὐκλείδης ἐπὶ τοῖσι κλέος περικαλλὲς ἔτευξεν.

Q*uòd si discentis institutionem spectes, illud certè fuerit propositum, ut huiusmodi elementorum cognitione informatus discentis animus, ad quãlibet nõ modò* Geometriæ, *sed & aliarum* Mathematicæ *partium tractationem idoneus paratúsq; accedat.* Nam *tametsi institutionem hanc solus sibi* Geometra *uendicare uidetur, & tanquam in possessionem suam uenerit, alios excludere posse: inde tamẽ permulta suo quodãmodo iure decerpit* Arithmeticus, *pleraque* Musicus, *non pauca detrahit* Astrologus, Opticus, Logisticus, Mechanicus, *itémque cæteri: nec ullus est denique artifex præclarus, qui in huius se possessionis societatẽ cupidè non offerat, partémque sibi concedi postulet.* Hinc στοιχείωσις *absolutum operi nomen, &* στοιχειωτὴς *dictus* Euclides. *Sed quid longius prouehor?* Nam *quod ad hanc rem attinet, tam copiosè*

erudi-

& eruditè scripsit (ut alia complura) eo ipso, quem dixi, loco P. Montaureus, ut nihil desiderio loci reliquerit. Quæ uerò ad dicendum nobis erant proposita, hactenus pro ingenij nostri tenuitate omnia mihi perfecisse uideor. Nam tametsi & hæc eadem & alia pleraque multo fortè præclariora ab hominibus doctißimis, qui tùm acumine ingenij, tùm admirabili quodam lepôre dicendi semper floruerunt, grauiùs, splendidiùs, uberiùs tractari posse scio: tamen experiri libuit num quid etiam nobis diuino sit concessum munere, quod rudes in hac philosophiæ parte discipulos adiuuare aut certè excitare queat. Huc accesit quòd ista recens elementorum editio, in qua nihil nõ parum fuisset studij, aliquid à nobis efflagitare uidebatur, quod eius commendationem adaugeret. Cùm enim uir doctißimus Io. Magnienus Mathematicarum artium in hac Parrhisiorum Academia professor uerè regius, nostrum hunc typographum in excudendis Mathematicorum libris diligentißimum, ad hanc Elementorum editionem sæpè & multum esset adhortatus, eiusq; impulsu permulta sibi iam comparasset typographus ad hanc rem necessaria, citò interuenit, malùm, Ioannis Magnieni mors insperata, quæ tam graue inflixit Academiæ uulnus, cui ne post multos quidem annorum circuitus cicatrix obduci ulla posse uideatur. Quamobrem amisso instituti huius

ius operis duce, typographus, qui nec sumptus antea factos sibi perire, nec studiosos, quibus id muneris erat pollicitus, sua spe cadere uellet, ad me uenit, & impensè rogauit ut meam propositæ editioni operam & studium nauarem. quod cùm denegaret occupatio nostra, iuberet officij ratio: feci equidem rogatus, ut quæ subobscuræ uel parum commodè in sermonem latinum è græco translata uidebantur, clariore, aptiore & fideliore interpretatione nostra (quod cuiusque pace dictum uolo) lucem acciperent. Id quod in omnibus ferè libris posterioribus tute primo obtutu perspicias. Nam in sex prioribus non tantum temporis quantum in cæteris ponere nobis licuit: decimi autem interpretatio, qua melior nulla potuit adferri, P. Montaureo solida debetur. Atque ut ad perspicuitatem facilitatemq; nihil tibi deesse queraris, adscripta sunt propositionibus singulis uel lineares figuræ, uel punctorum tanquam unitatum notulæ, quæ Theonis apodixin illustrent: illæ quidem magnitudinum, hæ autem numerorum indices, subscriptis etiã ciphrarum, ut uocant, characteribus, qui propositum quemuis numerum exprimant: ob eamq; causam eiusmodi unitatum notulæ, quæ pro numeri amplitudine maius paginæ spatium occuparent, pauciores sæpius depictæ sunt, aut in lineas etiam commutatæ. Nam literarum, ut a, b, c, characteres non modò numeris & numero-

rum

rum partibus nominandis sunt accommodati, sed etiã generales esse nomerorum ut magnitudinum affectiones testantur. Adiecta *sunt insuper quibusdam locis non pœnitenda Theonis scholia, siue mauis lemmata, quæ quidem longè plura accessissent, si plus otij & temporis uacui nobis fuisset relictum, quod huic studio impartiremus.* Hanc igitur *operam boni consule, & quæ obuia erunt impressionis uitia, candidus emenda. Vale.*

Lutetiæ 4. Idus April. 1557.

FINIS.

Cuius pars nulla.) Mathematici segregant res crassas et minutas res in corporibus, re quod magis sensu et alio mentis quam oculis cernantur. similiter sic res magis mente comprehendunt quam ~~sensibus~~ usque applicata.

Longitudinem latitudinis expers.) quia cum punctum careat omni dimensione et linea ~~nihil~~ nihil aliud sit quam continuatio seu fluxus puncti, sequitur ipsam quoque lineam esse immensurabilem. punctum enim latitudinem nullam efficiet sed tantum constat longitudinem li-nea

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ.
EVCLIDIS ELEMENTVM PRIMVM.
ὅροι.

α

Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.

DEFINITIONES.

1

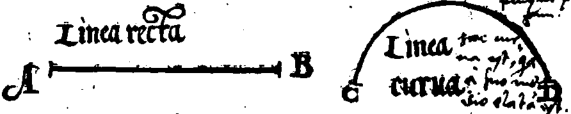
Punctum est, cuius pars nulla est.

Punctum

β

Γραμμὴ δὲ, μῆκος ἀπλατές.

Linea verò, longitudo latitudinis expers.



γ

Γραμμῆς δὲ πέρατα σημεῖα.

Lineæ autem termini, sunt puncta.

δ

Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.

4

Recta linea est, quæ ex æquo sua interiacet puncta.

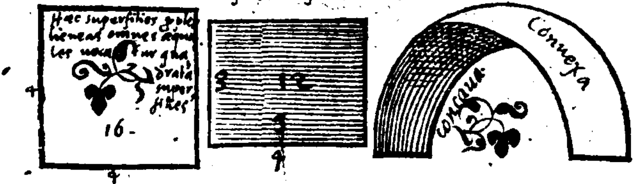
ε

Ἐπιφάνεια, ἐστὶν ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.

5

Superficies est quæ longitudinem latitudinemque tantùm habet.

superficies quadrilatera



ς

Ἐπιφανείας δὲ πέρατα, γραμμαί.

6

Superficiei extrema, sunt lineæ.

ζ

Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά, ἐστιν ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται.

7

Plana superficies, est quæ ex æquo suas interiacet lineas.

η

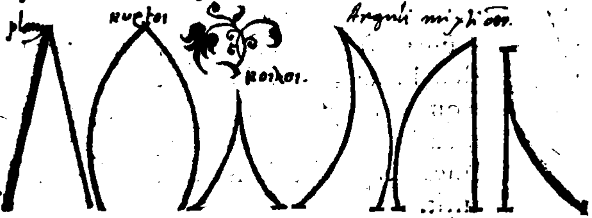
Ἐπίπεδος δὲ γωνία ἐστὶν, ἡ ἐν ἐπιπέδῳ, δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων, καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων, πρὸς μόνον.] Hoc addit ut segreget superficiem a corpore quod habet longitudinem latitudinem et profunditatem, igitur si addidisset profunditatem quoque tunc non superficiem sed corpus definiret.

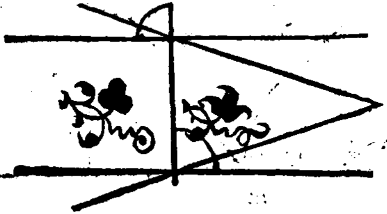
Superficies quadrilatera, s: quae habet latera opposita aequalia. Duplex autem est

Extrema sunt lineae.] quemadmodum supra definitione 3. dixit lineae extrema esse puncta, sic hic dicit superficiei per terminos vel extrema esse lineas et paulatim ad maiora ascendit. quemadmodum autem linea non est longior nisi quantum est spatium duobus punctis quasi limitibus terminatum sic superficies non est maior quam spatium quod lineis continetur, nihil dicitur superficies quod non fuit a lineis circumscribitur et includitur.

Plana.] Hoc addit ut segreget eam a convexa et concava omnibus superficiebus aut est plana, aut convexa aut concava, quarum extrema a medio attolluntur

πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.





8

Planus angulus est duarum linearum in plano se mutuò tãgentium, & nõ in directum iacentium, alterius ad alteram inclinatio.

θ

ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ, εὐθεῖαι ὦσιν, εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.

9

Cùm autem quæ angulum continent lineæ, rectæ fuerint, rectilineus ille angulus appellatur.

ι

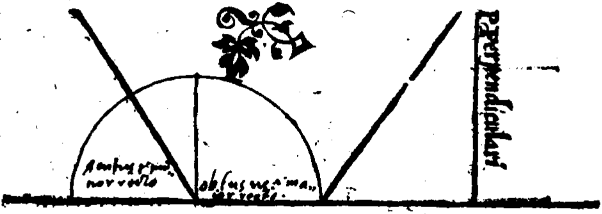
ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθεῖαν σταθεῖσα, τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἐστιν ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν: Καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα κάθετος καλεῖται

λεῖται ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

10

Cùm verò recta linea super rectam consistens lineam, eos qui sunt deinceps angulos æquales inter se fecerit: rectus est vterque æqualium angulorum: & quæ insistit recta linea, perpendicularis vocatur eius cui insistit.

Deinceps sunt qui utrinque à contactu linearum sunt.



ια

Ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶν, ἡ μείζων ὀρθῆς.

11

Obtusus angulus est, qui recto maior est.

ιβ

Ὀξεῖα δὲ ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.

12

Acutus verò, qui minor est recto.

ιγ

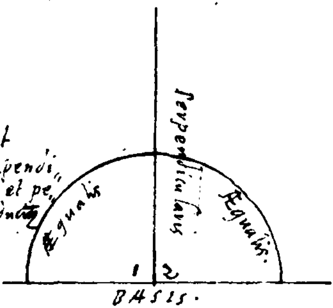
Ὅρος ἐστὶν, ὅ τινός ἐστι πέρας.

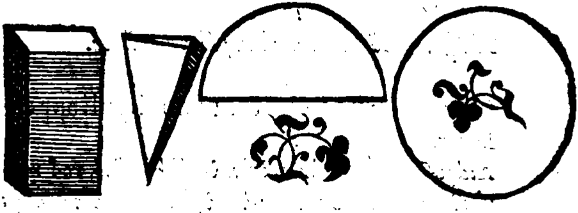
13

Terminus est, quod alicuius extremum est.

ιδ Εχῆ-

· 1. 2. isti duo anguli sunt
recti, qa linea erecta ppendi-
cula'riter alteri insistit et pe-
ripheriæ quæ angulis obtendu[ntur]
sunt aequales inter se.





ιδ

Σχῆμά ἐστι, τὸ ὑπό τινος, ἤ τινων ὅρων περιεχόμενον.

14

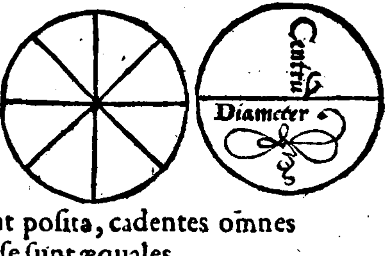
Figura est, quæ sub aliquo, vel aliquibus terminis comprehenditur.

ιε

Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον, ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον, ἣ καλεῖται περιφέρεια, πρὸς ἣν, ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων, πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. σημειων

15

Circulus est figura plana sub vna linea comprehēsa, quæ peripheria appellatur: ad quā ab vno puncto eorum, quæ intra figuram sunt posita, cadentes om̃nes rectæ lineæ inter se sunt æquales.



ιε

Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου, τὸ σημεῖον καλεῖται.

16

Hoc verò punctum, centrum circuli appellatur.

ιζ

Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν, εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

17

Diameter autem circuli, est recta quædam linea per centrum ducta, & ex vtraque parte in circuli peripheriam terminata, quæ circulum bifariam secat.

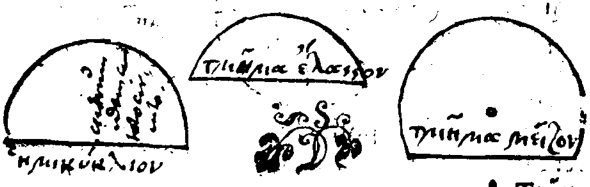
ιη

Semicirculus autem est figura contenta sub diametro et sub ea quae intercipitur ab ipsa circuli peripheria.

Ἡμικύκλιον δέ ἐστι, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς διαμέτρου, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἀπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας. κέντρον δὲ τοῦ ἡμικυκλίου τὸ αὐτὸ ὃ καὶ τοῦ κύκλου ἐστίν.

18

Semicirculus est figura, quæ continetur sub diametro, & sub ea linea, quæ de circuli peripheria aufertur.



ιθ Τμῆμα

ιθ

Τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

19

Segmentum circuli, est figura, quæ sub recta linea & circuli peripheria continetur.

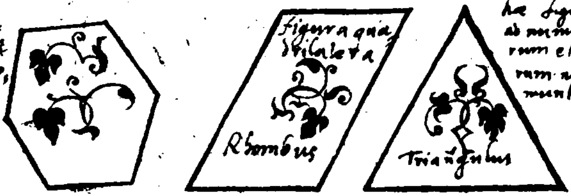
κ

Εὐθύγραμμα σχήματά ἐστι, τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα.

20

Rectilineæ figuræ, sunt quę sub rectis lineis continentur.

figura sex laterum et sex angulorum



hae figurae omnes a numero linearum et angulorum nomen sumunt.

κα

Τρίπλευρα μὲν, τὰ ὑπὸ τριῶν.

21

Trilateræ quidem, quæ sub tribus.

κβ

Τετράπλευρα δὲ, τὰ ὑπὸ τεσσάρων.

22

Quadrilateræ, quæ sub quatuor.

πολύπλευρα.) [illegible]

κγ

Πολύπλευρα δὲ, τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.

23

Multilateræ verò, quæ sub pluribus quàm quatuor rectis lineis comprehenduntur.

Rectis.) [illegible]

κδ

Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων, ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς.

24

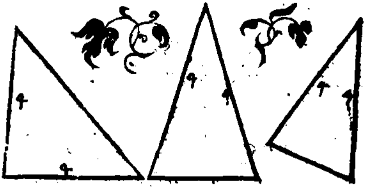
Tri laterarum porrò figurarum, æquilaterum est triangulum, quod tria latera habet æqualia.

κε

Ἰσοσκελὲς δὲ, τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς.

25

Isosceles autem, est quod duo tantum æqualia habet latera.



κϛ

Σκαληνὸν δὲ, τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσας ἔχον πλευράς.

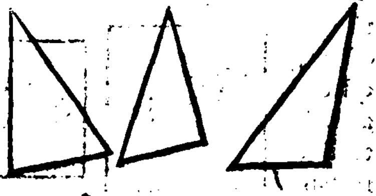
26 Sca-

24.

Trilaterarum.] Trilaterae figurae vel habent latera tria aequalia ut ~~τὸ~~ ἰσόπλευρον, vel duo ut ἰσοσκελὲς quod aequicrurium dicitur vel nulla, ut scalena. Ab angulis vero ita Trilaterae figurae distinguuntur. aut unum rectum habent, orthogonia vel rectangula dicta, aut unum obtusum, etiam amblygonia dicta sunt, aut tres acutos quae oxygonia dicuntur cuiusmodi sunt omnia ἰσόπλευρον.

26

Scalenum verò, est qđ tria inæqualia habet latera.



κξ

Ἔτι τε τῶν τριπλεύρων σχημάτων, ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν.

μιαν

27

Ad hæc etiam, trilaterarum figurarũ, rectangulum quidem triangulum est, quod rectũ angulum habet.

κη

Ἀμβλυγώνιον δέ, τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν.

μιαν

28

Amblygonium autem, quod obtusum angulum habet.

κθ

Ὀξυγώνιον δέ, τὸ τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

29

Oxygonium verò, quod tres habet acutos angulos.

λ

Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων, τετράγωνον μέν ἐστι, ὃ ἰσόπλευρόν τέ ἐστι, καὶ ὀρθογώνιον.

30

Quadrilaterarum autem figurarũ, quadratũ qui dẽ est, qđ & æquilaterũ & rectangulũ est.

λα

Ἑτερόμηκες δ᾽ ἐστὶ, ὃ ὀρθογώνιον μὲν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ.

31

Altera parte longior figura est, quæ rectangula quidem, at æquilatera non est.

λβ

Ῥόμβος δ᾽ ἐστὶ, ὃ ἰσόπλευρον μὲν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ.

32

Rhombus autẽ, q̃ æquilaterũ ſed rectangulũ non est.

λγ

Ῥομβοειδὲς δ᾽ ἐστὶ, τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν, οὔτε ὀρθογώνιον.

33

Rhomboides verò, quæ aduersa & latera & angulos habens inter se æqualia, neq; æquilatera est, neq; rectangula.

Quadrilateri ab angulorum rectitudine vel ob-
liquitate vel aequalitate vel inaequalitate late-
rum considerantur ut hoc loco prior figura in
superficies vocatur quadrata, quia latera 4 sunt
aequalia et anguli omnes 4 recti. Altera dicitur
quadrilatera eo quod latera sunt inaequalia. ita
quoque Rhombus dicitur qui habet 4 latera aequalia
et angulos inaequales. constat enim ex angulis acu-
tis et obtusis.

Trapezia.) quæ nullam habent æqualitatem
laterum definitam sed promiscuam, propter
quod anormia dicunt.

λδ

Τὰ ἢ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα, τραπέζια καλείσθω.

34

Præter has autem, reliquæ quadrilateræ figuræ, trapezia appellentur.

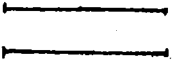
Hec possunt varie figura, maiores, minores, longiores, breviores [...] fari. Modo unum in hoc observet, ne figuram ullam muniam, [...] turam quam quatuor habeat latera et totidem angulos, et ut latera omnia sint inequalia.

λε

Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, καὶ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον, ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη, ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

35

Parallelæ rectæ lineæ sunt quæ, cùm in eodem sint plano, & ex vtraque parte in infinitum producantur, in neutram sibi muò incidunt.



Αἰτήματα.

α

Ἠτήσθω, ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Postu-

Postulata.

I

Postuletur, vt à quouis puncto in quoduis punctum, rectam lineam ducere cõcedatur.

β

Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν, κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ' εὐθείας ἐκβάλλειν.

2

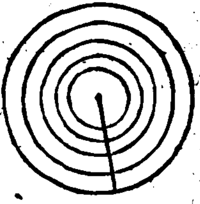
Et rectam lineam terminatam in cõtinuum rectà producere.

γ

Καὶ παντὶ κέντρῳ, καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.

3

In quouis centro & interuallo circulum describere.



Κοιναὶ ἔννοιαι.

α

Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

Communes notiones.

I

Quæ eidẽ æqualia, & inter se sunt æqualia.

β

Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

2

Et si æqualibus æqualia adiecta sint, tota sunt æqualia.

γ

Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.

3

Et si ab æqualibus æqualia ablata sint, quæ relinquuntur sunt æqualia.

δ

Καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα.

4

Et si inæqualibus æqualia adiecta sint, tota sunt inæqualia. 5 3 / 4 4 / 9 7

ε

Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀνίσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπά ἐστιν ἄνισα.

5

Et si ab inęqualibus ęqualia ablata sint, reliqua sunt inęqualia. *Hac est conversa superioris* 9 | 7 / 4 4 / 5 3

ϛ

Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

6

Quæ eiusdem duplicia sunt, inter se sunt æqualia. 6 3 6

ζ

Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἡμίση, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

7 Et

7

Et quæ eiuſdem ſunt dimidia, inter ſe æqualia ſunt.

η

Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ᾽ ἄλληλα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

8

Et quæ ſibi mutuò congruunt, ea inter ſe ſunt æqualia.

θ

Καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζόν ἐστι.

9

Totum eſt ſua parte maius. ut grege forum tota maior est quam eius Dominus.

ι

Καὶ πᾶσαι αἱ ὀρθαὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

10

Item, omnes recti anguli ſunt inter ſe æquales. quia singulorum peripheria in circuli ambitu sunt aequales.

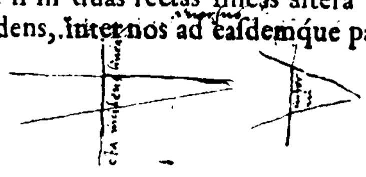
ια

Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλόμεναι αἱ δύο αὗται εὐθεῖαι ἐπ᾽ ἄπειρον, συμπεσοῦνται ἀλλήλαις ἐφ᾽ ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι.

11

Definit nunc lineas non parallelas, i. rectas eqdem sed non ubique aequali spatio distantes.

Et ſi in duas rectas lineas altera recta incidens, internos ad eaſdemque partes angulos



Duae rectae in omni area uel superficie ad minimum tria latera, uel tres rectae et totidem anguli sint necesse est, et erit Trigonus, aut unus tantum terminus et erit Circulus quod est unum tantum latus. aut quatuor et tunc pro ratione angulorum et laterum nomabitur aut Quadratum, aut Quadrilaterum aut Rhombus aut Rhomboides aut Trapezion. aut plura habebit latera, et plures quoque angulos. Totidem enim plane sunt anguli quot latera de quibus antea. Itaque si duae rectae etiam in infinitum procurrent nunquam aream conscribent et includent, quia nullum faciunt angulum quia sunt parallelae. Sed si, non sint parallelae et tandem concurrant angulumque constituant de quibus paulo ante. ii si communi sententia dicitur. tamen nondum spatium uel aream circumscribent quam omnis superficies ut iam dictum est quatuor habet latera et quatuor angulos, aut minus aut tres aut plures.

[illegible] Xiab Mob. [illegible]

gulos duobus rectis minores faciat, duæ illæ rectæ lineæ in infinitum productæ sibi mutuò incident ad eas partes, vbi sunt anguli duobus rectis minores.

ιβ

Καὶ δύο εὐθεῖαι, χωρίον οὐ περιέχουσιν. [illegible]

12 [illegible]

Duæ rectæ lineæ spatium non comprehendunt.

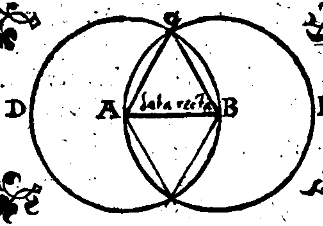
Προτάσεις.

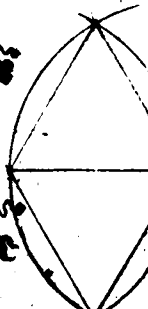
α

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης, τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

Problema 1. Propositio 1.

Super data recta linea terminata, triangulum æquilaterum constituere.





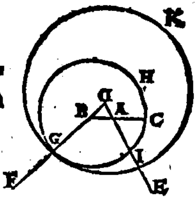
β

Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

Pro-

Problema 2. Propositio 2.

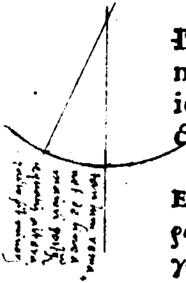
Ad datum punctum, datæ rectæ lineæ æqualem rectam lineam ponere.



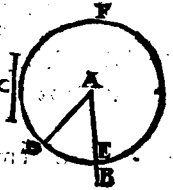
γ

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων ἀπὸ τῆς μείζονος τῇ ἐλάσσονι ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

Problema 3. Propositio 3.



Duabus datis rectis lineis inæqualibus, de maiore æqualem minori rectam lineam detrahere.



δ

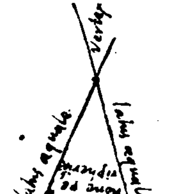
Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην: καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Euclides ideo à triangulis, angulis et lineis rectis incipit, propterea quod rectilinearum figurarum prima est trilatera in generatione rectilinearum figurarum rectilinearum.

Theorema primum. Propositio 4.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habeant, vtrunque vtrique, habeat verò & angulum angulo æqualem sub æqualibus rectis lineis contentum: & basim

basi

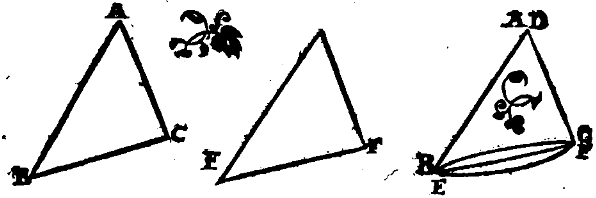


Problema 3. Propositio 3.

Ex hac propositione perficiuntur omnes Isosceles, quia omnis Isosceles duo habeat aequalia latera, et omnes lineae ab eodem centro in eandem peripheriam ductae, invicem sint aequales, necesse est si duabus lineis quae verticem fecerunt, ex eodem vertice circumscribas peripheriam, etiam ipsae lineae sint aequales. At ut perfectum Isoscelem describas, a ut tertium latus, duobus prioribus inaequale habeat, duc lineam rectam ab una illarum quibus peripheriam circumscripsisti, in alteram, eo scilicet loco ubi circulus circumscriptus [illegible] secant, quemadmodum vides in hac figura ad margi[nem] [illegible]

[illegible]que.

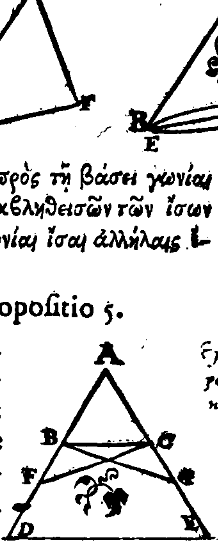
baſi æqualem habebunt, eritq́; triangulum triangulo æquale, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, vterque vtrique, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur.



Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. Καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν, αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

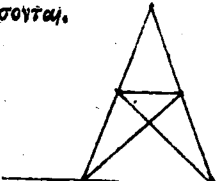
Theorema 2. Propoſitio 5.

Iſoſcelium triangulorũ qui ad baſim ſunt anguli, inter ſe ſunt æquales: & ſi vlterius productæ ſint æquales illæ rectæ lineæ, q̃ ſub baſi ſunt anguli, inter ſe æquales erunt.



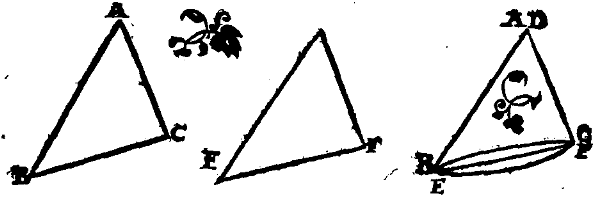
Ex hac p[ro]positione ... [illegible]

Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ, ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.



B Theo-

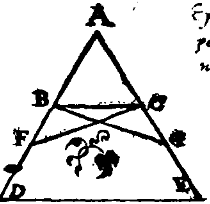
basi æqualem habebunt, eritq; triangulum triangulo æquale, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, vterque vtrique, sub quibus æqualia latera subtenduntur.



Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. Καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν, αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Theorema 2. Propositio 5.

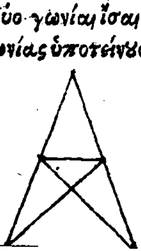
Isoscelium triangulorũ qui ad basim sunt anguli, inter se sunt æquales: & si vlterius productæ sint æquales illæ rectæ lineæ, q sub basi sunt anguli, inter se æquales erunt.

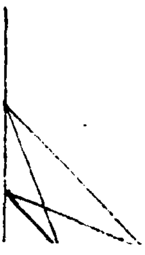


Ex hac propositione pendet propositio nona [illegible]

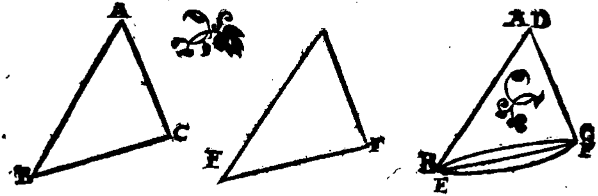
ϛ

Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ, ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.





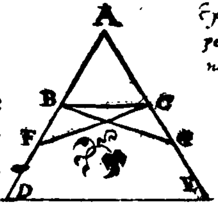
basi æqualem habebunt, eritq; triangulum triangulo æquale, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, vterque vtrique, sub quibus æqualia latera subtenduntur.



Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. Καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν, αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Theorema 2. Propositio 5.

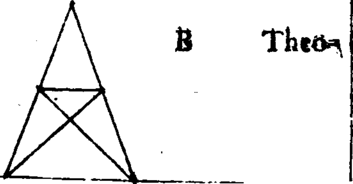
Isoscelium triangulorũ qui ad basim sunt anguli, inter se sunt æquales: & si vlterius productæ sint æquales illæ rectæ lineæ, q sub basi sunt anguli, inter se æquales erunt.

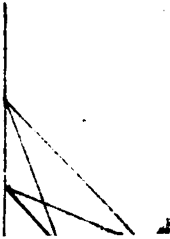


Ex hac ppositione pendet ppositio no- na infra [illegible]

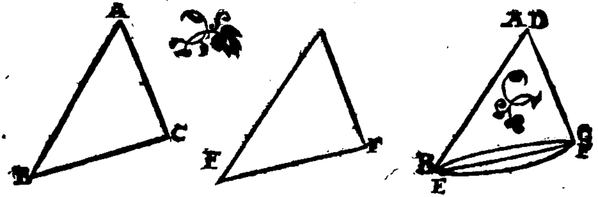
ϛ

Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ, ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.





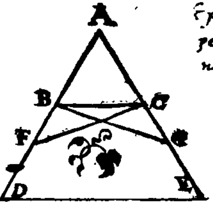
basi æqualem habebunt, eritq; triangulum triangulo æquale, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, vterque vtrique, sub quibus æqualia latera subtenduntur.



Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. Καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν, αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Theorema 2. Propositio 5.

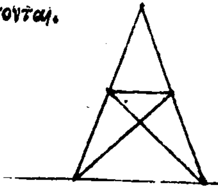
Isoscelium triangulorũ qui ad basim sunt anguli, inter se sunt æquales: & si vlterius productæ sint æquales illæ rectæ lineæ, quæ sub basi sunt anguli, inter se æquales erunt.

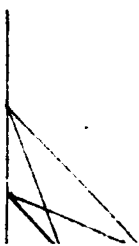


Ex hac ppositione pendet ppositio nona infra ... ubi

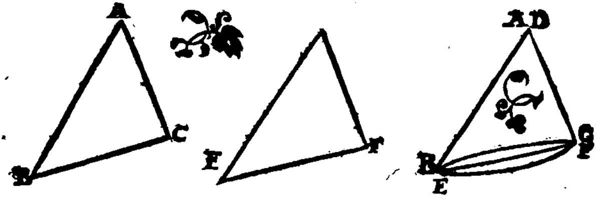
ϛ

Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ, ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.





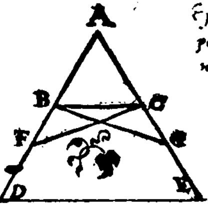
basi æqualem habebunt, eritq́; triangulum triangulo æquale, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, vterque vtrique, sub quibus æqualia latera subtenduntur.



Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. Καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν, αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Theorema 2. Propositio 5.

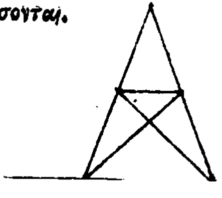
Isoscelium triangulorũ qui ad basim sunt anguli, inter se sunt æquales: & si vlterius productæ sint æquales illæ rectæ lineæ, q̃ sub basi sunt anguli, inter se æquales erunt.



Ex hac propositione [illegible]

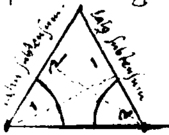
ς

Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ, ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

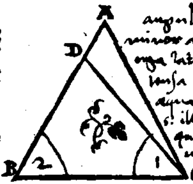


et circumducta peripheria angulis duobus, ut hic infra
videre in figura quam apposui est aequalis, ergo ipsi an-
guli sunt inter se aequales, iam ut propositioni satisfiat
sunt ... latera que angu-
lis ... subten-
duntur ... opposita
dico esse aequalia inter se
quod ... ponendum ...

Theorema 3. Propositio 6.



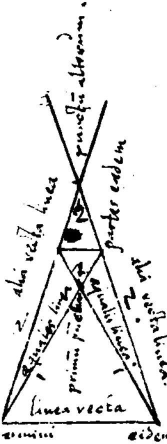
Si trianguli duo anguli æquales inter se fuerint: & sub æqualibus angulis subtēsa latera æqualia inter se erunt.



angulus 1 minor angulo 2 ergo latera subtensa sunt inaequalia magis illud erit quod angulo maiori subtenditur

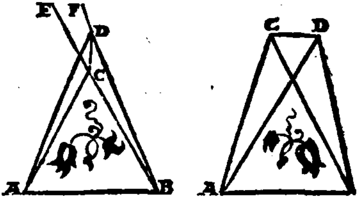
ζ

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, δυσὶ ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ οὐ συσταθήσονται, πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ, ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι, ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.



Theorema 4. Propositio 7.

Super eadem recta linea, duabus eisdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales, vtraque vtrique, non constituentur, ad aliud atque aliud pūctū, ad easdē partes, eosdemq́; terminos cum duabus initio ductis rectis lineis habentes.



η

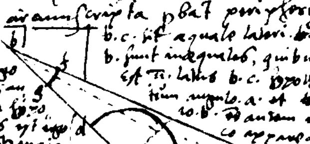
Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἔχῃ δὲ καὶ βάσιν τῇ βάσει ἴσην: καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει

τὴν

Propositio. 6.

Volo probare latera duo dati trianguli esse inter se inaequalia, circumscribo angulis istis quibus duo latera de quibus agitur subtenduntur partem peripheriae, quod si tum utraque peripheria erit inter se aequalis, et latera erunt aequalia, quod si minus, proinde et ipsa latera, subtensa angulis quibus circumscripsi περιφέρειαν, sunt inaequalia. Ut in isto exemplo ~~[illegible]~~ quod hic apponimus latera sunt inaequalia quia anguli sunt inter se inaequales, quod circumscripta probat peripheria. [illegible] angulo est [illegible] latus b.c. sit aequale lateri b.a. negatur, quia anguli a et b. sunt inaequales, quibus latera b.c. c.a. subtenduntur est enim latus b.c. [illegible] subtensum et oppositum angulo a. et ~~[illegible]~~ latus c.a. [illegible] angulo b. Quando autem inaequales angulos [illegible] appareat et circumscripta peripheriae pars docet.

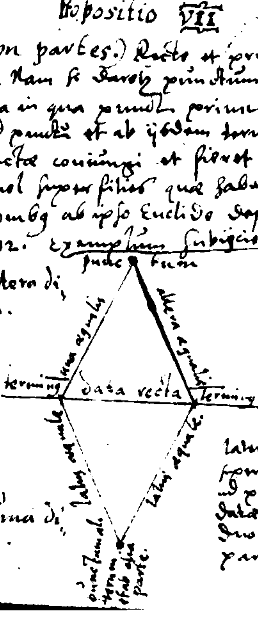
Peripheriae pars d.e. maior est illa g.f. ergo anguli inaequales. Si anguli inaequales, ergo [illegible] quod minus est ipso latere quod subtenditur maiori angulo.



Propositio VII

Easdem partes.) Recta et perpendiculari hoc addit Euclides. Nam si daretur punctum ab alia parte quam ~~[illegible]~~ illa in qua punctum primum fuit, tunc possent ad illud punctum et ab iisdem terminis datae lineae duae aliae rectae coniungi et fieret Rhombus, hoc est figura vel superficies quae habet 4 aequalia latera ut Rhombus ab ipso Euclide definitur supra definitione 32. Exemplum subiicimus.

pars altera diversa.



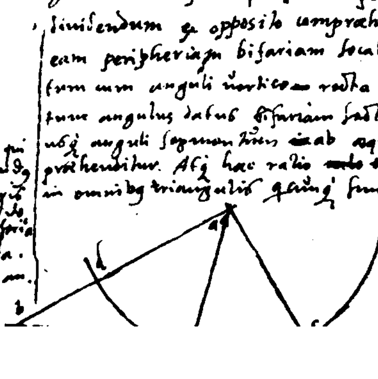
pars una diversa.

Duae hae inferiora latera sunt duobus prioribus et superioribus aequalia et ad aliud punctum et ab iisdem datae rectae terminis. Sed duo illa puncta sunt ad partes diversas.

Problema: 4. Propositio. 9

Quod si angulus erit obliquus non poteris ea methodo uti qua uti docet Euclides, ~~ita ut ang~~ verum ut angulus quoque obliquus modo rectilineus bifariam secetur sic operare. Ex vertice anguli quem bifariam sectum vis, secundum lateris alterius longitudinem describe peripheriae partem quae angulum dividendum ex opposito comprehendit: quod si hinc eam peripheriam bifariam secabis et sectionis punctum cum anguli vertice recta linea coniunxeris, tunc angulus datus bifariam sectus erit, quia utrique anguli segmentum ~~a~~ ab aequali peripheria comprehenditur. Atque haec ratio ~~modo~~ et structura valet in omnibus triangulis quaecunque sunt, figura sequitur.

a. vertex anguli qui bifariam secandus
c. longitudo lateris secundum quod describitur peripheria
d. peripheriae sectio.
linea quae secat angulum.



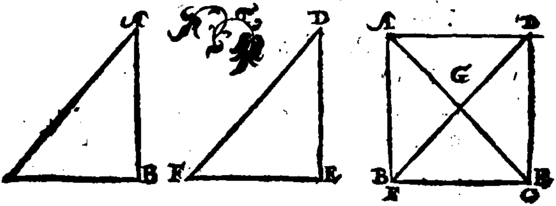
observandum autem aliud esse bifariam secare angulum rectilineum et aliud ... secare ~~angulum rectum~~

τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Theorema 5. Propositio 8.

Si duo triangula duo latera habuerint duobus lateribus, vtrunque vtrique, æqualia, habuerint verò & basim basi æqualem: angulũ quoque sub æqualibus rectis lineis contentum angulo æqualem habebunt.

composita est hæc ppositio ex 5. et 6. ppositione sequenti.

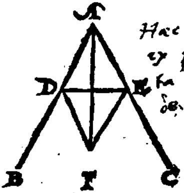


θ

Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον δίχα τεμεῖν.

Problema 4. Propositio 9.

Datum angulum rectilineum bifariam secare.

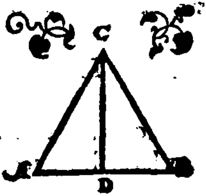


Hæc figura pendet ex propositione quinta superius, cum vide.

ι

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην, δίχα τεμεῖν.

Problema 5. Propositio 10.



Datam rectam lineam finitam bifariam secare.

ια

Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου, πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

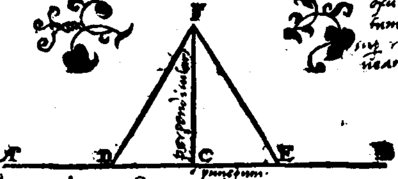
Problema 6. Propositio 11.

Data.] [illegible] habet [illegible] data recta linea

nihil aliud est quam perpendicularem excitare, ad datum punctum in rectam lineam.

Data recta linea, à puncto in ea dato, rectam lineam ad angulos rectos excitare.

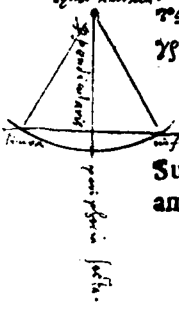
Observandum est [illegible] perpendicularis.



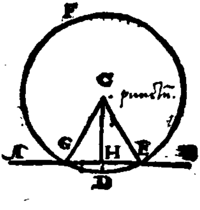
ιβ

punctum datum extra lineam

Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον, ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, ὃ μή ἐστιν ἐπ᾽ αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.



Problema 7. Propositio 12.



Super datam rectam lineam infinitam, à dato puncto

Propositio 10.

Linea recta & terminata bifariam secatur si . utroq termino excites perpendiculare in mediam lin quod perpendiculare coniunctum cum linea data ea bifariam secabit

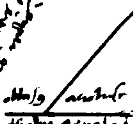
cto quod in ea nõ est, perpendicularem rectam deducere.

ιγ

Ὡς ἂν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα, γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθὰς, ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει.

Theorema 6. Propositio 13.

Cùm recta linea super rectam consistens lineã angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

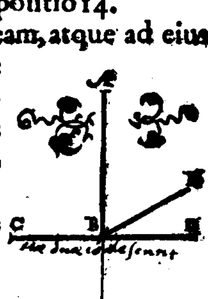


ιδ

Ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθεῖαι μὴ περὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι, τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

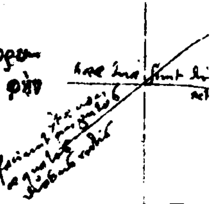
Theorema 7. Propositio 14.

Si ad aliquam rectam lineam, atque ad eius punctũ, duæ rectæ lineæ non ad easdem partes ductæ, eos qui sunt deinceps angulos duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt inter se ipsæ rectæ lineæ.



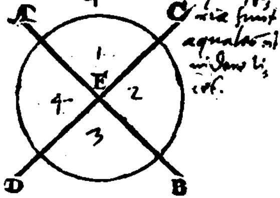
ιε

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυ-



φὴν γωνίας. ἴσας ἀλλήλαις ποιήσουσι.

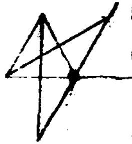
Theorema 8. Propositio 15.



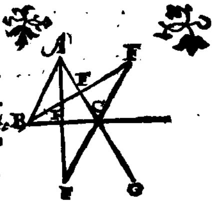
Si duæ rectæ lineæ se mutuò secuerint, angulos qui ad verticem sunt, æquales inter se efficient.

ις

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν ἐκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία, ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, μείζων ἐστίν.



Theorema 9. Propositio 16.

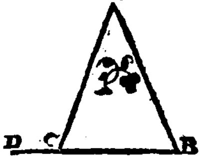


Cuiuscunq; trianguli vno latere producto, externus angulus vtroq; interno & opposito maior est.

ιζ

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Theorema 10. Propositio 17.



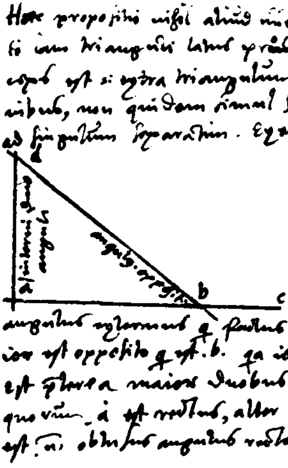
Cuiuscunque trianguli duo anguli duobus rectis sunt minores omnifariā sumpti.

ιη

Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν

Propositio .16.

Haec propositio nihil aliud vult quam si unum in conspectu eius trianguli latus producas, angulum qui deinceps est scilicet extra triangulum esse maiorem reliquis omnibus, non quidem simul sumptis sed comparatione ad singulos separatim. Exemplum tale esto. In hoc exemplo Trigonus datus est, a.d.b. At b.c. est latus productum quod angulum facit maiorem reliquis duobus. b. angulus oppositus. a. d. anguli duo interni. Caeterum b. c. scilicet angulus externus qui factus est producto latere. a.b. maior est opposito qui est b. quia is scilicet b. tantum acutus est. est praeterea maior duobus internis scilicet a. et d. quorum unus a est rectus, alter vero d. acutus. Maior est enim obtusus angulo recto.

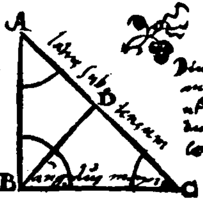


νίαν ὑποτείνει.

Theorema 11. Propoſitio 18.

Omnis trianguli maius la tus maiorem angulũ ſubtendit.

Longius



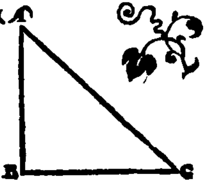
Dividit autem in duos angulum bifariam ut intelligas eum ē duobus ro[illegible] aequalem, ergo maiorem.

ιθ

Παντὸς τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει.

Theorema 12. Propoſitio 19.

Omnis trianguli maior angulus, maiori lateri ſub tenditur.

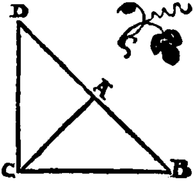


κ

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ, τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Theorema 13. Propoſitio 20.

Omnis trianguli duo late ra reliquo ſunt maiora, quomodocũq; aſſumpta.

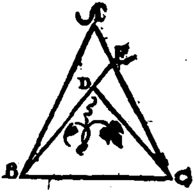


κα

Ἐὰν τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν, αἱ συσταθεῖσαι, τῶν λοι πῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ἐλάττονες μὲν ἔσονται, μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσι.

Theorema 14. Propositio 21.

Si super trianguli vno latere, ab extremitatibus duæ rectæ lineæ, interius constitutæ fuerint, hæ cõstitutæ reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem erunt, maiorem verò angulum continebunt.



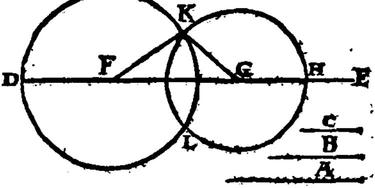
κβ

Ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις, τρίγωνον συστήσασθαι. Δεῖ δὴ τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντῃ μεταλαμβανομένας, διὰ τὸ καὶ παντὸς τριγώνου τὰς δύο πλευρὰς τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντῃ μεταλαμβανομένας.

ista desunt apud Proclum.

Problema 8. Propositio 22.

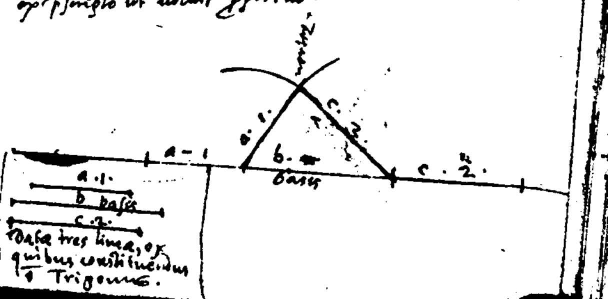
Ex tribus rectis lineis quę sunt tribus datis rectis lineis æquales, triangulum constituere. Oportet autem duas reliqua esse maiores omnifariã sumptas; quoniam vniuscuiusq; trianguli duo latera omnifariam



porte[illegible] hæc quæ sequuntur non sunt Euclidis sed ~~[illegible]~~ [illegible] alicuius [illegible] [illegible] Euclides 20 prop. [illegible] [illegible]

Propositio 22.

Proposita sunt tres lineae quarum due quelibet simul tertia sunt maiores, ex ijs constituetur triangulum tali ~~tali~~ descriptione. ducatur linea recta satis longa ad comprehendendas tres lineas datas: hinc ab una extremitate lineae singularum trium linearum, ex quibus constituendus est trigonus, longitudines per puncta distingues, ita ut quam ex illis tribus datis lineis, basim ex triangulo constituendo vis, eam mediam in linea longa constituas, reliquas duas ab extremis lineae constituas. inde si secundum intervallum extremarum linearum ~~[illegible]~~ peripheriae partes describas et ubi illae concurrent coniungeris rectas ab extremitatibus constitutum erit triangulum ex praescripto ut voluit propositio.



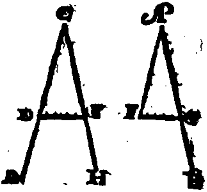
nifariam sumpta reliquo sunt maiora.

κγ

Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

Problema 9. Propositio 23.

Ad datam rectam lineam datumq; in ea punctum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum constituere.

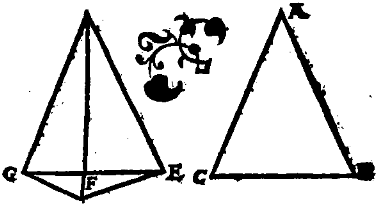


κδ

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει.

Theorema 15. Propositio 24.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, vtrunq; vtriq;, angulum verò angulo maiorem sub æqualibus rectis lineis contentum: & basin basi maiorem habebunt.

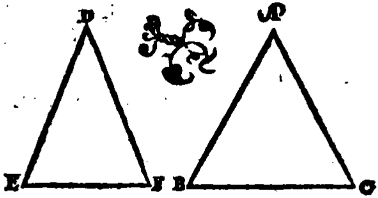


κε

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευ-
ραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν βάσιν δὲ τῆς βά-
σεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα
ἕξει, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Theorema 16. Propositio 25.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, vtrunque vtrique, basin verò basi maiorem: & angulum sub æqualib' rectis lineis contentū angulo maiorem habebunt.



κϛ

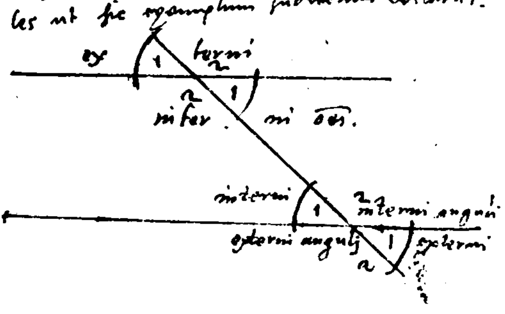
Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις
ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ
πλευρᾷ ἴσην, ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ ὑ-
ποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν: καὶ τὰς λοι-
πὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει, ἑκα-
τέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γω-
νίᾳ.

Theorema 17. Propositio 26.

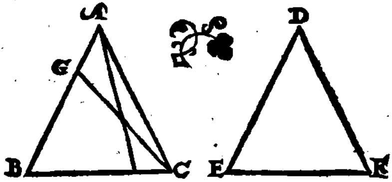
Si duo triangula duos angulos duobus angulis æquales habuerint, vtrunque vtrique,

vnum-

τὰς ἐναλλὰξ γωνίας.) αἱ ἐναλλὰξ γω-
νίαι vocantur duo anguli quos recta linea in duas
rectas aequabiliter distantes, transversim inci-
dens intra easdem lineas ultra utramque trans-
versam lineam infra & supra effecerint aequa-
les ut sic exemplum subiectum declarat.



vnumq́ue latus vni lateri æquale, siue quod æqualibus adiacet angulis, seu quod vni æqualium angulorum subtenditur: & reliqua latera reliquis laterib. ęqualia, vtrumq; vtrique, &



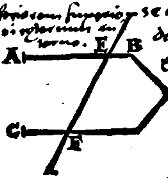
reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

κζ

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι. alternatim

Theorema 18. Propositio 27. De quadratorum in figurarum deformatione et inter se comparatione demum dasturus est, qua παραλληλογραμμα nocant, ipsi de parallelis primum.

Si in duas rectas lineas recta incidens linea alternatim angulos æquales inter se fecerit: parallelæ erunt inter se illæ rectæ lineæ.



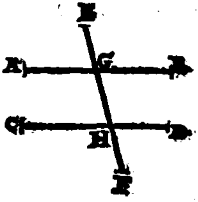
κη

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς, καὶ ἀπεναντίον, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ, ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι. externum

Theo-

Theorema 19. Propositio 28.

Si in duas rectas lineas recta incidens linea, externum angulum interno, & opposito, & ad easdem partes æqualem fecerit, aut internos & ad easdem partes duobus rectis æquales: parallelæ erunt inter se ipsæ rectæ lineæ.

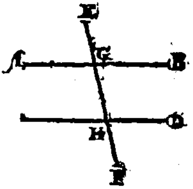


κθ

Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ, καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, ἴσην, καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

Theorema 20. Propositio 29.

In parallelas rectas lineas recta incidens linea, & alternatim angulos inter se æquales efficit & externũ interno & opposito & ad easdem partes ęqualem, & internos & ad easdem partes duobus rectis æquales facit.

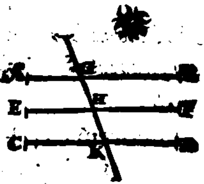


λ

Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι, καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

Theo-

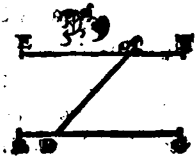
Theorema 21. Propositio 30.

Quæ eidem rectæ lineæ, parallelæ, & inter se sunt parallelæ.

λα

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν

Problema 10. Propositio 31.

A dato puncto datæ rectæ lineæ parallelam rectam lineam ducere.

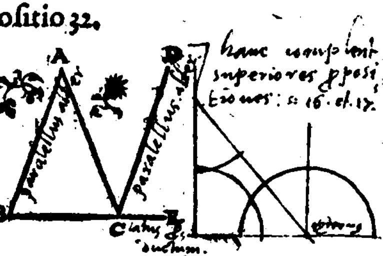


λβ

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστί. Καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Theorema 22. Propositio 32.

Cuiuscunque trianguli vno latere vlterius producto: externus angulus duobus internis & oppositis est æqualis. Et trianguli tres interni anguli duobus sunt rectis æquales.



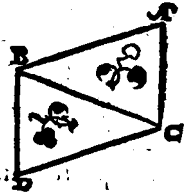
hanc complent superiores propositiones: s. 16. et 17.

λγ Aἰ

λγ

Αἱ τὰς ἴσας καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι, καὶ αὗται ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν.

Theorema 23. Propositio 33.



Rectæ lineæ quæ æquales & parallelas lineas ad partes easdẽ coniungunt, & ipsæ æquales & parallelę sunt.

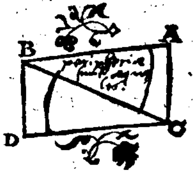
λδ

Χωρίων.) Χωρίον Euclidi saepe significat aream inclusam suis finibus.

Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί: καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.

Διάμετρος.) Est in circulo, postea vero dicitur illa linearum quae ab angulo in angulum oppositum ducta, diagonia appellatur.

Theorema 24. Propositio 34.



Parallelogramma sunt parallelis rectis lineis comprehensa superficies.

Parallelogrammorum spatiorum æqualia sunt inter se quę ex aduerso & latera & anguli: atque illa bifariam secat diameter.

λε

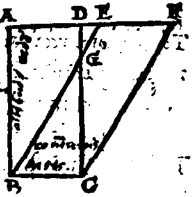
Τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theo-

Propositio. 34.

Commodius fortassis sic uerteres. In parallellogramis areis et latera & anguli ex opposito aequalia inuicem sunt: & ipsas areas diametros per aequalia secat.

Theorema 25. Propositio 35.



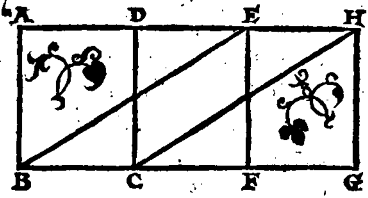
Parallelogrāma super eadem basi & in eisdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

λϛ

Τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐςί.

Theorema 26. Propositio 36.

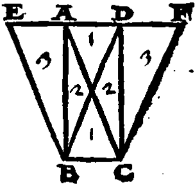
Parallelogramma super æqualibus basibus & in eisdē parallelis cōstituta, inter se sunt æqualia.



λζ

Τὰ τρίγωνα, τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐςίν.

Theorema 27. Propositio 38.



Triangula super eadem basi constituta, & in eisdem parallelis, inter se sunt æqualia.

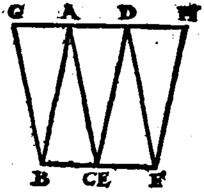
λη Τὰ

λη

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις εἰσίν.

Theorema 28. Propoſitio 38.

Triangula ſuper æqualibus baſibus conſtituta & in eiſdem parallelis, inter ſe ſunt æqualia.

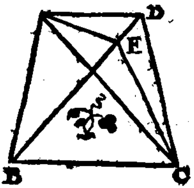


λθ

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐσίν.

Theorema 29. Propoſitio 38.

Triangula æqualia ſuper eadem baſi & ad eaſdem partes conſtituta: & in eiſdem ſunt parallelis. æqualia ſunt

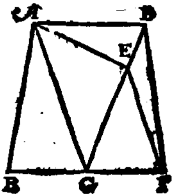


μ

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐσίν.

Theorema 30. Propoſitio 40.

Triangula æqualia ſuper æqualibus baſibus & ad eaſdem partes conſtituta, & in eiſdē ſunt parallelis.



μα Ἐὰν

Proclus.

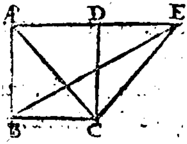
Propositio 38.

Et in eisdem sunt parallelis.) in eisdem parallelis & in eadem altitudine esse idem est, omnia enim quae sunt in iisdem parallelis sub eadem sunt altitudine et conversim. Altitudo enim & perpendicularis ab altero parallelo in alterum demissa est.

μα

Ἐὰν παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιον ἔσαι τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου.

Theorema 31. Propositio 41.

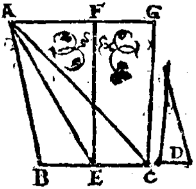


Si parallelogrammum cũ triangulo eandem basin habuerit, in eisdemq́; fuerit parallelis, duplum erit parallelogrammum ipsius trianguli.

μβ

Τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι, ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

Problema 11. Propositio 42.

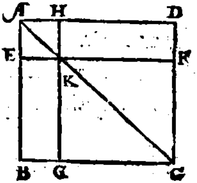


Dato triangulo æquale parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo.

μγ

Παντὸς παραλληλογράμμου, τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

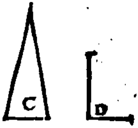
Theorema 32. Propositio 43.



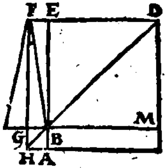
In omni parallelogrammo, complementa eorum quæ circa diametrū sunt parallelogrammorum, inter se sunt æqualia.

μδ

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν, τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.



Problema 12. Propositio 44.



Ad datam rectam lineam, dato triangulo æquale parallelogrammum applicare in dato angulo rectilineo.

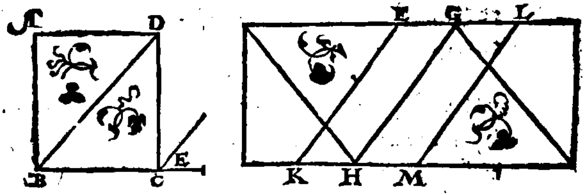
με

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

Problema 13. Propositio 45.

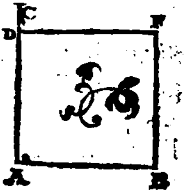
Dato rectilineo æquale parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo.

μϛ Ἀπὸ



μϛ

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

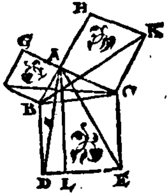


Problema 14. Propo-
ſitio 46.

A data recta linea quadratum deſcribere.

μζ

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.



Theorema 33. Propo-
ſitio 47.

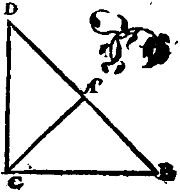
In rectangulis triangulis, quadratum quod à latere rectum angulum ſubtendente deſcribitur, æquale eſt eis quæ à lateribus rectum angulum continentibus describuntur, quadratis.

μη

Ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν, ὀρθή ἐστι.

Theorema 34. Propositio 48.

Si quadratum quod ab vno laterum trianguli describitur, æquale sit eis quæ à reliquis trianguli lateribus describuntur, quadratis: angulus cóprehensus sub reliquis duobus trianguli lateribus, rectus est.



FINIS ELEMENTI I.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕῖΟΝ
ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTUM SECVNDVM.

ὅροι.

α

Πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν.

DEFINITIONES.

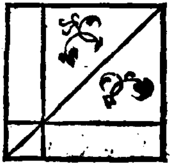
1

Omne parallelogrammum rectangulũ contineri dicitur sub rectis duabus lineis, quæ rectum comprehendunt angulum.

β

Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου, τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ, ἓν παραλληλογράμμων ὁποιονοῦν σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι, γνώμων καλείσθω.

In omni parallelogrammo ſpatio, vnumquodlibet eorum quæ circa diametrum illius ſunt parallelogrammorum, cũ duobus complementis, Gnomo vocetur.

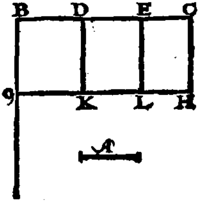


Πρότασις α.

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν εἰς ὅσα δηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν, ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.

Theorema 1. Propoſitio 1.

Si fuerint duæ rectæ lineæ, ſeceturque ipſarum altera in quotcunq; ſegmenta: rectangulum comprehenſum ſub illis duabus rectis lineis, equale eſt eis rectangulis quæ ſub inſecta & quolibet ſegmentorum comprehenduntur.

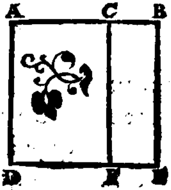


β

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὰ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ [redacted] τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ.

Theo-

Theorema 2. Propoſitio 2.

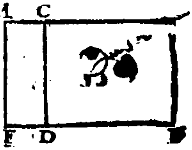


Si recta linea ſecta ſit vtcunq;, rectangula quæ ſub tota & quolibet ſegmentorum comprehenduntur, æqualia ſunt ei, quod à tota fit, quadrato.

γ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ὡς ἔτυχε τμηθῇ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ.

Theorema 3. Propoſitio 3.



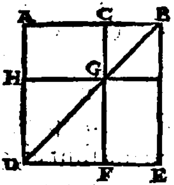
Si recta linea ſecta ſit vtcunque, rectangulum ſub tota & vno ſegmentorum comprehenſum, equale eſt & illi quod ſub ſegmentis comprehenditur rectangulo, & illi, quod à prædicto ſegmento deſcribitur, quadrato.

δ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Theorema 4. Propoſitio 4.

Si recta linea ſecta ſit vtcunque: quadratum quod à tota deſcribitur, æquale eſt & illis quæ à ſegmentis deſcribuntur quadratis, & ei quod bis ſub ſegmentis cõprehenditur, rectãgulo.

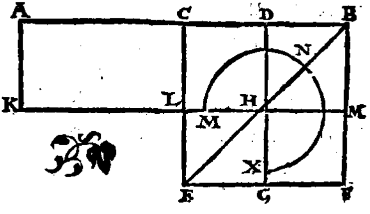


ε

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Theorema 5. Propoſitio 5.

Si recta linea ſecetur in æqualia & non æqualia: rectangulum ſub inæqualibus ſegmentis totius compreheſum, vnà cum quadrato, qđ ab intermedia ſectionũ, æquale eſt ei quod à dimidia deſcribitur, quadrato.



ϛ

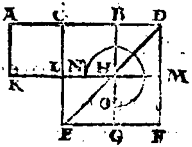
Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθείας, ὀρθογώνιον τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης

σὺν

σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς, ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Theorema 6. Propoſitio 6.

Si recta linea bifariam ſecetur, & illi recta quædam linea in rectum adijciatur, rectangulum comprehenſum ſub tota cum adiecta & adiecta, ſimul cum quadrato à dimidia, æquale eſt quadrato à linea, quæ tum ex dimidia, tum ex adiecta componitur, tanquam ab vna deſcripto.



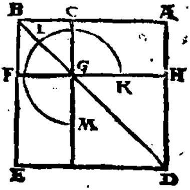
Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τὸ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων, τὰ συναμφότερα τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Theorema 7. Propoſitio 7.

Si recta linea ſecetur vtcunque: quod à tota, quodq́ue ab vno ſegmentorum, vtraque

 ſimul

ſimul quadrata, æqualia ſunt & illi quod bis ſub tota & dicto ſegmento comprehenditur, rectangulo, & illi quod à reliquo ſegmento fit, quadrato.

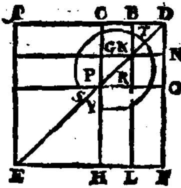


η

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς, ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Theorema 8. Propoſitio 8.

Si recta linea ſecetur vtcunque: rectangulum quater comprehenſum ſub tota & vno ſegmẽtorum, cum eo quod à reliquo ſegmento fit, quadrato; æquale eſt ei quod à tota & dicto ſegmento, tanquam ab vna linea deſcribitur, quadrato.



θ

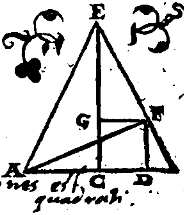
Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου.

Theo-

Theorema 9. Propositio 9.

Si recta linea secetur in æqualia & non æqualia: quadrata quæ ab inæqualibus totius segmentis fiunt, duplicia sunt & eius quod à dimidia, + & eius quod ab intermedia sectionum fit, quadrat[illegible].

et eius quod inter sectiones est quadrati.

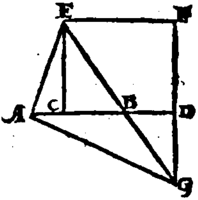


+ et eius quae inter sectiones est quadrati./

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης τὰ συναμφότερα τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου.

Theorema 10. Propositio 10.

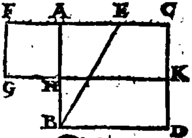
Si recta linea secetur bifariam, adijciatur autem ei in rectum quæpiam recta linea: quod à tota cum adiuncta, & quod ab adiuncta, vtraque simul quadrata, duplicia sunt & eius quod à dimidia, & eius quod à composita ex dimidia & adiuncta, tanquam ab vna descriptum sit, quadratorum.



ια

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν, ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Problema 1. Propositio 11.



Datam rectam lineam secare, vt comprehensum sub tota & altero segmentorum rectangulum, æquale sit ei quod à reliquo segmento fit, quadrato.

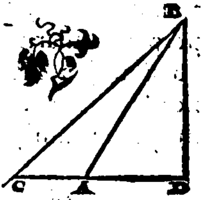
ιβ

Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, μεῖζόν ἐστι τῶν τὴν ἀμβλεῖαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἐκβληθεῖσαν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ.

Theorema 11. Propositio 12.

In amblygonijs triangulis, quadratũ quod fit à latere angulum obtusum subtendente, maius est quadratis quę fiunt à lateribus obtusum angulum comprehendentibus, pro quan-

quantitate rectanguli bis comprehensi & ab vno laterum quæ sunt circa obtusum angulum, in quod, cùm protractum fuerit, cadit perpendicularis, & ab assumpta exterius linea sub perpendiculari prope angulum obtusum.



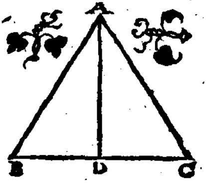
ιγ

Ἐν τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

Theorema 12. Propositio 13.

In oxygonijs triangulis, quadratum à latere angulum acutum subtendente, minus est quadratis quæ fiunt à lateribus acutum angulum comprehendentibus, pro quantitate rectanguli bis comprehensi, & ab vno laterum

rum, quæ ſunt circa acutum angulum, in quod perpendicularis cadit, & ab aſſumpta interius linea ſub perpendiculari prope acutum angulum.

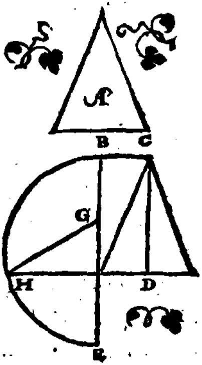


ιδ

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.

Problema 2. Propoſitio 14.

Dato rectilineo æquale quadratum conſtituere.



ELEMENTI II. FINIS.

ΕΥΚΛΕΙ-ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΤΡΙΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM TERTIVM.

ὅΡΟΙ.

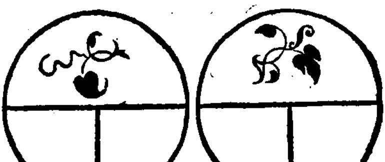
α

Ἴσοι κύκλοι εἰσὶν, ὧν αἱ διάμετροι εἰσὶ ἴσαι: ἢ ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσίν.

DEFINITIONES.

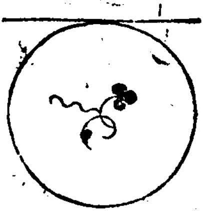
1

Aequales circuli, ſunt quorũ diametri ſunt æquales, vel quorum quę ex cẽtris rectæ lineæ ſunt æquales.



β

Εὐθεῖα κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥ τις ἁπτομένη τοῦ κύκλου, καὶ ἐκβαλλομένη, οὐ τέμνει τὸν κύκλον.



2

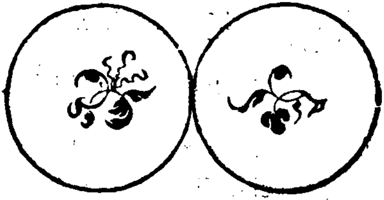
Recta linea circulum tangere dicitur, quę cùm circulum tangat, si producatur, circulum non secat.

γ

Κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους.

3

Circuli sese mutuò tangere dicuntur: qui sese mutuo



tangentes, sese mutuò non secant.

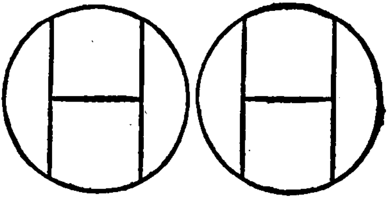
δ

Εν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσι: μεῖζον δὲ ἀπέχειν λέγεται, ἐφ' ἣν ἡ μείζων κάθετος πίπτει.

4

In circulo æqualiter distare à centro rectæ lineæ dicuntur, cùm perpendiculares, quæ

à cen-



à centro in ipſas ducũtur, ſunt æquales. Longius autẽ abeſſe illa dicitur, in quam maior perpendicularis cadit.

ε

Τμῆμα κύκλου ἐστὶ, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

5

Segmentum circuli eſt, figura quæ ſub recta linea & circuli peripheria comprehenditur.

ϛ

Τμήματος δὲ γωνία ἐστὶν, ἡ περιεχομένη ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

6

Segmenti autem angulus eſt, qui ſub recta linea & circuli peripheria comprehenditur.

ζ

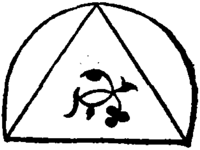
Ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστὶν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος ληφθῇ τι σημεῖον, καὶ ἀπ᾽ αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας, ἥ ἐστι βάσις τῆς τμή-

 ματος,

ματος, ἐπεζευχθῶσιν εὐθεῖαι, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν.

7

In ſegmento autem angulus eſt, cùm in ſegmenti peripheria ſumptum fuerit quodpiam punctum, & ab illo in terminos rectæ eius lineæ, quæ ſegmenti baſis eſt, adiunctæ fuerint rectæ lineæ: is, inquam, angulus ab adiunctis illis lineis comprehenſus.

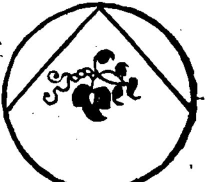


η

ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν εὐθεῖαι ἀπολαμβάνωσί τινα περιφέρειαν, ἐπ' ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι ἡ γωνία.

8

Cùm verò comprehendentes angulum rectæ lineæ aliquam aſſumunt peripheriam, illi angulus inſiſtere dicitur.

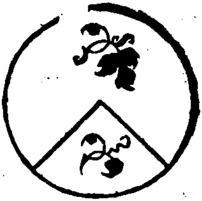


θ

Τομεὺς δὲ κύκλου ἐστίν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ αὐτοῦ τοῦ κύκλου σταθῇ ἡ γωνία: τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν, περιφερείας.

9

Sector autem circuli est, cùm ad ipsius circuli centrum constitutus fuerit angulus, comprehensa nimirum figura & à rectis lineis angulum continentibus, & à peripheria ab illis assumpta.

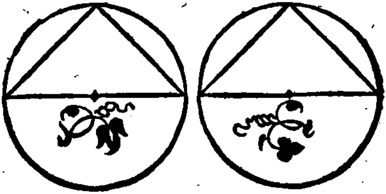


ι

ὅμοια τμήματα κύκλου ἐστὶν, τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας: ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

10

Similia circuli segmenta sunt, quæ angulos capiunt æquales: aut in quibus anguli inter se sunt equales.



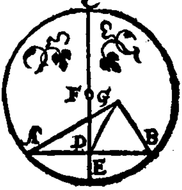
Προτάσεις.

α

Τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν.

Problema 1. Propositio 1.

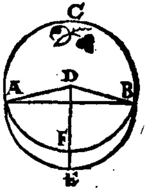
Dati circuli centrum reperire.



β

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ αὐτὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Theorema 1. Propositio 2.



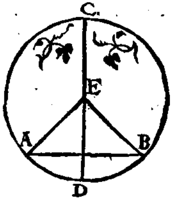
Si in circuli peripheria duo quælibet puncta accepta fuerint, recta linea quæ ad ipsa puncta adiungitur, intra circulum cadet.

γ

Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖα τὶς διὰ τοῦ κέντρου, εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τεμεῖ. καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ δίχα αὐτὴν τεμεῖ.

Theorema 2. Propositio 3.

Si in circulo recta quædam linea per centrum extensa quandam nō per centrum extensam bifariam secet: & ad angulos rectos ipsam secabit. Et si ad angulos rectos eam secet, bifariam quoque eam secabit.



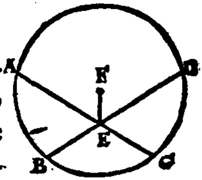
δ

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, μὴ διὰ

τοῦ

τοῦ κέντρου οὖσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

Theorema 3. Propositio 4.

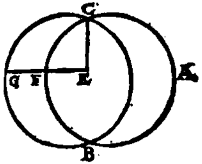


Si in circulo duæ rectæ lineæ sese mutuò secent nō per centrum extensæ, sese mutuò bifariam non secabunt.

ε

Ἐὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Theorema 4. Propositio 5.

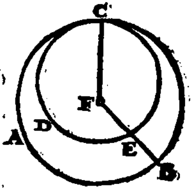


Si duo circuli sese mutuò secent, non erit illorum idem centrum.

ϛ

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντὸς, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Theorema 5. Propositio 6.



Si duo circuli sese mutuò interius tangant, eorum non erit idem centrum.

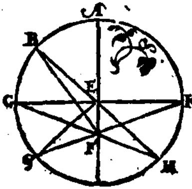
ζ

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου προσπίπίπτωσιν εὐθεῖαί τινες πρὸς τὸν κύκλον: μεγίστη μὲν ἔσται ἐφ' ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή· τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστί. Δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον, ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Theorema 6. Propositio 7.

Si in diametro circuli quodpiam sumatur punctum, quod circuli centrum non sit, ab eoque puncto in circulum quædam rectæ lineæ cadant: maxima quidem erit ea in qua centrum, minima verò reliqua: aliarum verò propinquior illi quæ per centrum ducitur, remotiore semper maior est. Duæ autem solùm rectæ lineæ æquales ab eodem puncto in circulum cadunt, ad vtrasque partes minimæ.

reliqua s: quae de in terys est, a dic to puncto usq; peripheriam.



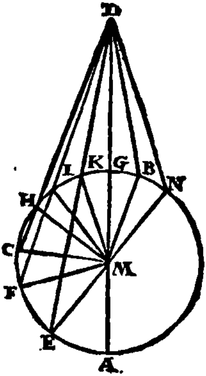
η

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαί τινες, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου, αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἔτυχε: τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, μεγίστη μὲν ἡ διὰ τοῦ κέντρου, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστί.

ἴσαι. τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, ἐλαχίστη μέν ἐστιν ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου. τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης, τῆς ἀπώτερόν ἐστι ἐλάττων. Δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι προσπεσοῦνται ἀπὸ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Theorema 7. Propoſitio 8.

Si extra circulum ſumatur punctum quodpiam, ab eoque puncto ad circulum deducantur rectæ quædam lineæ, quarũ vna quidem per centrum protendatur, reliquæ verò vt libet: in cauam peripheriam cadentiũ rectarum linearum maxima quidem eſt illa, quæ per centrum ducitur: aliarum autem propinquior ei, quæ per centrum tranſit, remotiore ſemper maior eſt. in conuexam verò peripheriã cadentiũ rectarũ linearũ, minima quidem eſt illa, quę inter punctũ & diametrum interponitur: aliarũm autẽ, ea quæ propinquior eſt minimæ, remotiore ſẽper minor eſt. Duæ autẽ tãtùm rectę lineę ęquales ab eo

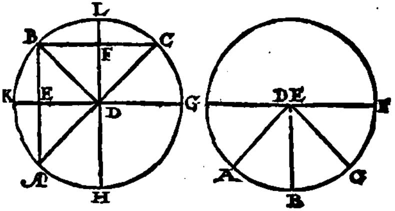


punĉto in ipſum circulum cadunt, ad vtraſque partes minimæ. ϑ

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν πλείους ἢ δύο εὐθεῖαι ἴσαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον, κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου.

Theorema 8. Propo. 9.

Si in circulo acceptum fuerit punĉtum aliquod, & ab eo punĉto ad circulum cadant plures quã duæ reĉtæ lineæ, æquales, acceptũ pũĉtum centrum ipſius eſt circuli.

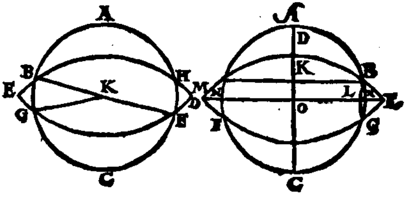


ι

Κύκλος οὐ τέμνει κύκλον κατὰ πλείονα σημεῖα, ἢ δύο.

Theorema 9. Propoſitio 10.

Circulus circulũ in plurib. quàm duob' pũĉtis non ſecat.

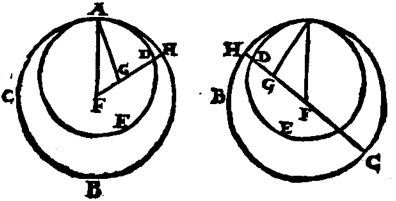


ια

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντὸς, ϗ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ϗ ἐκβαλλομένη, ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων.

Theorema 10. Propositio 11.

Si duo circuli sese intus contingant, atq; accepta fuerint eorũ cẽtra, ad eorũ cẽtra adiũcta recta linea



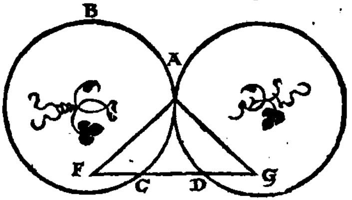
& producta in contactum circulorũ cadet.

ιβ

Ἐὰν δύο κύκλοι ἅπτωνται ἀλλήλων ἐκτὸς, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη, διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

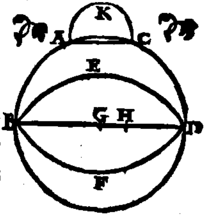
Theorema 11. Propositio 12.

Si duo circuli sese exterius cõtingant, linea recta q̃ ad cẽtra eorũ adiũgitur, per cõtactũ illũ trãsibit.



ιγ

Κύκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται πλείονα σημεῖα ἢ καθ' ἕν, ἐάντε ἐντὸς ἐάντε ἐκτος ἐφάπτηται.



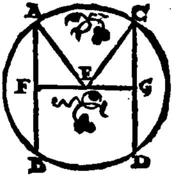
Theorema 12. Propositio 13.

Circulus circulum non tangit in pluribus punctis, quam vno, siue intus siue extra tangat.

ιδ

Ἐν κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Theorema 13. Propositio 14.



In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter distant à centro. Et quæ æqualiter distant à centro, æquales sunt inter se.

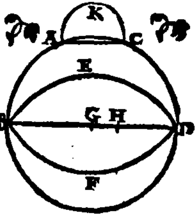
ιε

Ἐν κύκλῳ μεγίστη μὲν ἐστιν ἡ διάμετρος, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστιν.

Theo-

ιγ

Κύκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται πλείονα σημεῖα ἢ καθ' ἕν, ἐάντε ἐντὸς ἐάντε ἐκτος ἐφάπτηται.



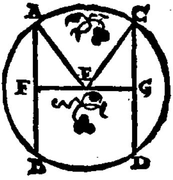
Theorema 12. Propositio 13.

Circulus circulum non tangit in pluribus punctis, quam vno, siue intus siue extra tangat.

ιδ

Ἐν κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Theorema 13. Propositio 14.



In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter distant à centro. Et quæ æqualiter distant à centro, æquales sunt inter se.

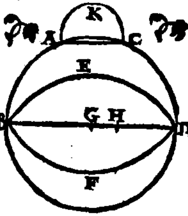
ιε

Ἐν κύκλῳ μεγίστη μέν ἐστιν ἡ διάμετρος, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστιν.

Theo-

ιγ

Κύκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται πλείονα σημεῖα ἢ καθ' ἕν, ἐάντε ἐντὸς ἐάντε ἐκτος ἐφάπτηται.



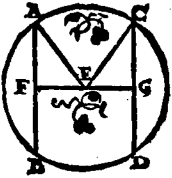
Theorema 12. Propositio 13.

Circulus circulum non tangit in pluribus punctis, quam vno, siue intus siue extra tangat.

ιδ

Ἐν κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Theorema 13. Propositio 14.



In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter distant à centro. Et quæ æqualiter distant à centro, æquales sunt inter se.

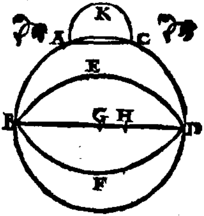
ιε

Ἐν κύκλῳ μεγίστη μὲν ἐστὶν ἡ διάμετρος, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν.

Theo-

ιγ

Κύκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται πλείονα σημεῖα ἢ καθ' ἕν, ἐάν τε ἐντὸς ἐάν τε ἐκτὸς ἐφάπτηται.



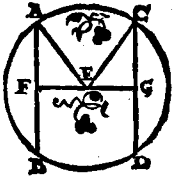
Theorema 12. Propositio 13.

Circulus circulum non tangit in pluribus punctis, quam vno, siue intus siue extra tangat.

ιδ

Ἐν κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Theorema 13. Propositio 14.



In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter distant à centro. Et quæ æqualiter distant à centro, æquales sunt inter se.

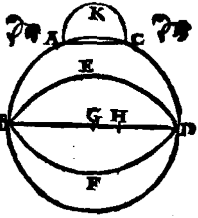
ιε

Ἐν κύκλῳ μεγίστη μὲν ἐστὶν ἡ διάμετρος, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν.

Theo-

ιγ

Κύκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται πλείονα σημεῖα ἢ καθ' ἕν, ἐάντε ἐντὸς ἐάντε ἐκτος ἐφάπτηται.



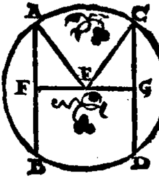
Theorema 12. Propositio 13.

Circulus circulum non tangit in pluribus punctis, quam vno, siue intus siue extra tangat.

ιδ

Εν κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Theorema 13. Propositio 14.



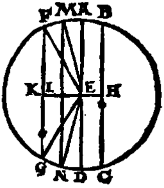
In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter distant à centro. Et quæ æqualiter distant à centro, æquales sunt inter se.

ιε

Εν κύκλῳ μεγίστη μὲν ἐστὶν ἡ διάμετρος, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν.

Theo-

Theorema 14. Propositio 15.



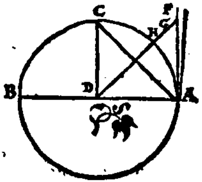
In circulo maxima quidẽ linea eſt diameter: aliarum autem propinquior centro, remotiore ſemper maior.

ις

ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη, ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου, καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας, ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται· καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία, ἁπάσης ὀξείας γωνίας εὐθυγράμμου μείζων ἐστὶν, ἡ δὲ λοιπὴ, ἐλάττων.

Theorema 15. Propoſitio 16.

Quæ ab extremitate diametri cuiuſque circuli ad angulos rectos ducitur, extra ipſum circulum cadet, & in locum inter ipſam rectam lineam & peripheriã comprehenſum, altera recta linea non cadet. Et ſemicirculi quidem angulus quouis angulo acuto rectilineo maior eſt, reliquus autem minor.

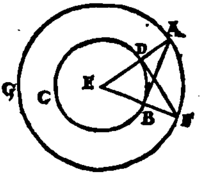


ιζ

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τοῦ δοθέντος κύκλου ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Pro-

Problema 2. Propo-
sitio 17.

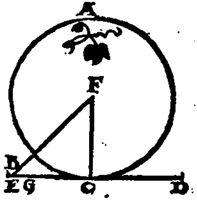


A dato puncto rectam lineam ducere, quæ datum tangat circulum.

ιη

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα, ἡ ἐπιζευχθεῖσα κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἁπτομένην.

Theorema 16. Propositio 18.



Si circulum tangat recta quæpiam linea, à cētro autem ad contactum adiungatur recta quædā linea: quæ adiuncta fuerit ad ipsam cōtingentem perpendicularis erit.

ιθ

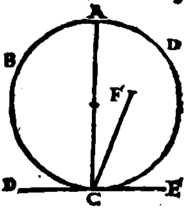
Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

Theorema 17. Propositio 19.

Si circulum tetigerit recta quæpiam linea, à

con-

contactu autem recta linea ad angulos rectos ipſi tangenti excitetur, in excitata erit centrum circuli.



κ

Ἐν κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία, διπλασίων ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν αἱ γωνίαι.

Theorema 18. Propoſitio 20.

In circulo angulus ad centrũ duplex eſt anguli ad peripheriam, cùm fuerit eadem peripheria baſis angulorum.

κα

Ἐν κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Theorema 19. Propoſitio 21.

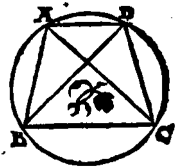
In circulo, qui in eodem ſegmẽto ſunt anguli, ſunt inter ſe æquales.

κβ

Τῶν ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι,

γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Theorema 20. Propo-
ſitio 22.

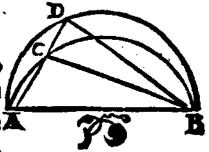


Quadrilaterorum in circulis deſcriptorum anguli qui ex aduerſo, duobus rectis ſunt æquales.

κγ

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα οὐ συσταθήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

Theorema 21. Propo-
ſitio 23.

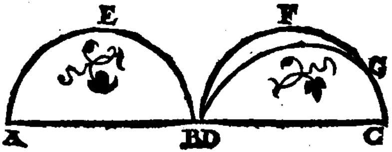


Super eadem recta linea, duo ſegmẽta circulorum ſimilia & inæqualia non conſtituentur ad eaſdem partes.

κδ

Τὰ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων, ἴσα ἀλλήλοις εἰσίν.

Theorema 22. Propoſitio 24.



Super æqualib. rectis lineis ſimilia circulorũ ſegmenta

ſunt

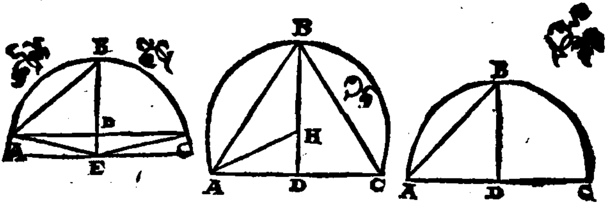
ſunt inter ſe æqualia.

κε

Κύκλου τμήματος δοθέντος, προσαναγράψαι τὸν κύκλον, οὗπερ ἐστὶ τμῆμα.

Problema 3. Propoſitio 25.

Circuli ſegmento dato, deſcribere circulū, cuius eſt ſegmentum.

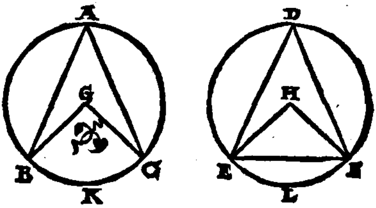


κϛ

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι γωνίαι, ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασι, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Theorema 23. Propoſitio 26.

In æqualibus circulis, æquales anguli æqualib. peripherijs inſiſtunt ſiue ad centra, ſiue ad



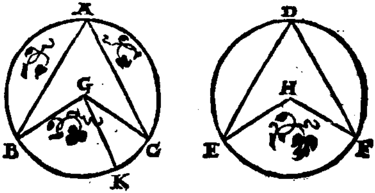
peripherias conſtituti inſiſtant.

κζ

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Theorema 24. Propoſitio 27.

In æqualibus circulis, anguli qui æqualibus periphe-rijs inſi-ſtũt, ſunt inter ſe æquales ſiue ad centra, ſi-ue ad peripherias conſtituti inſiſtant.

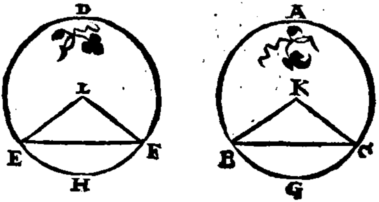


κη

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι, τὴν μὲν μείζονα, τῇ μείζονι, τὴν δὲ ἐλάττονα, τῇ ἐλάττονι.

Theorema 25. Propoſitio 28.

In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ æquales periphe-rias aufe-runt, ma-iorẽ qui-dem ma-iori, mi-norem autem minori.

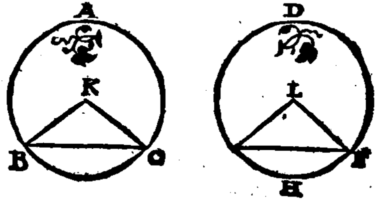


κθ

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις ὑπὸ τὰς ἴσας περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν.

Theorema 26. Propositio 29.

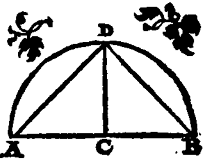
In ęqualibus circulis, æquales peripherias æquales rectæ lineæ subtendunt.



λ

Τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν δίχα τέμνειν.

Problema 4. Propositio 30.



Datam peripheriam bifariam secare.

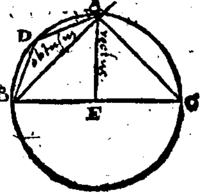
λα

Ἐν κύκλῳ, ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθή ἐστιν, ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι, ἐλάττων ὀρθῆς, ἡ δὲ ἐν τῷ ἐλάττονι, μείζων ὀρθῆς: καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία, μείζων ἐστὶν ὀρθῆς, ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία, ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς.

Theorema 27. Propositio 31.

In circulo angulus qui in semicirculo, rectus est: qui autem in maiore segmento, minor recto: qui verò in minore segmento, maior est recto. Et insuper angulus maioris segmenti, recto quidem maior est: minoris autem segmenti angulus, minor est recto.

angulus mixtus ex recta & curva linea.

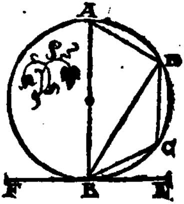


λβ

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς ἐπὶ τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα τέμνουσα τὸν κύκλον: ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ, ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις.

Theorema 28. Propositio 32.

Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem producatur quædam recta linea circulum secans: anguli quos ad contingentem facit, æquales sunt ijs qui in alternis circuli segmẽtis consistunt, angulis.



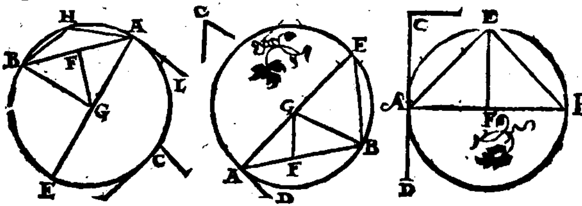
λγ

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Pro-

Problema 5. Propositio 33.

Super data recta linea describere segmentũ circuli quod capiat angulum æqualem dato angulo rectilineo.

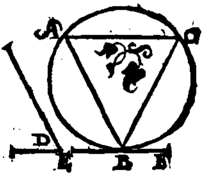


λδ

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου τμῆμα ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Problema 6. Propositio 34.

A dato circulo segmentum abscindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

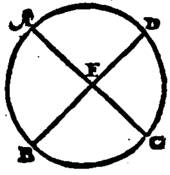


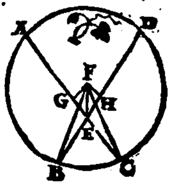
λε

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Theorema 29. Propositio 35.

Si in circulo duæ rectæ lineæ sese mutuò ſecuerint,rectangulum comprehenſum ſub ſegmentis vnius, æquale eſt ei, qđ ſub ſegmētis alterius cō prehenditur, rectangulo.



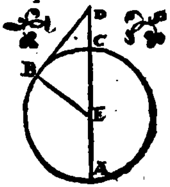


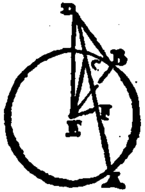
λϛ

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς καὶ ἀπ' αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφάπτηται: ἔσται τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.

Theorema 30. Propoſitio 36.

Si extra circulum ſumatur punctum aliquod, ab eoque in circulum cadant duæ rectæ lineæ, quarum altera quidem circulum ſecet, altera verò tangat: qđ ſub tota ſecāte & ex





terius

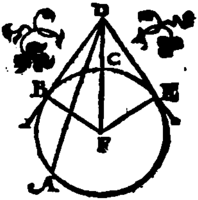
terius inter punctum & conuexam peripheriam aſſumpta comprehenditur rectangulum, æquale erit ei, quod à tangente deſcribitur, quadrato.

λζ

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τίμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ προσπίπτῃ, ᾖ δὲ τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης τεμνούσης, καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης: ἡ προσπίπτουσα ἐφάψεται τοῦ κύκλου.

Theorema 31. Propoſitio 37.

Si extra circulum ſumatur punctū aliquod, ab eoque puncto in circulum cadant duæ rectæ lineæ, quarum altera circulum ſecet, altera in eum incidat, ſit autem quod ſub tota ſecāte & exterius inter punctum & conuexam peripheriā aſſumpta, comprehenditur rectangulū, æquale ei, quod ab incidente deſcribitur quadrato: incidens ipſa circulum tanget.



Elementi tertij finis.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM QVARTVM.

ὅροι.

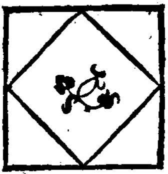
α

Σχῆμα εὐθύγραμμον εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη τῶν τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος γωνιῶν, ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται.

DEFINITIONES.

I

Figura rectilinea in figura rectilinea inſcribi dicitur, cùm ſinguli eius figuræ quæ inſcribitur, anguli ſingula latera eius, in qua inſcribitur, tangunt.



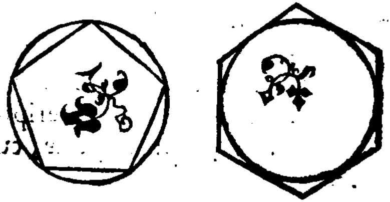
β Σχῆ-

β

Σχῆμα δὲ ὁμοίως περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου, ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται, ἅπτηται.

2

Similiter & figura circum figuram describi dicitur, quum singula eius quæ circunscribitur, latera singulos eius figuræ angulos tetigerint, circum quam illa describitur.



γ

Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον εἰς κύκλον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη γωνία τοῦ ἐγγραφομένου ἅπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

3

Figura rectilinea in circulo inscribi dicitur, quum singuli eius figuræ quæ inscribitur, anguli tetigerint circuli peripheriam.

δ

Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον περὶ κύκλον περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, τοῦ περιγραφομένου ἐφάπτηται.

4

Figura verò rectilinea circa circulum describi dicitur, quum singula latera eius, quę circum scribitur, circuli peripheriam tangũt.

ε

Κύκλος δὲ ὁμοίως εἰς σχῆμα λέγεται ἐγγράφεσθαι, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια, ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται, ἅπτηται.

ς

Similiter & circulus in figura rectilinea inscribi dicitur, quum circuli peripheria singula latera tangit eius figuræ, cui inscribitur.

ζ

Κύκλος δὲ περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια, ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται, ἅπτηται.

6

Circulus autem circum figuram describi dicitur, quum circuli peripheria singulos tangit eius figuræ, quam circunscribit, angulos.

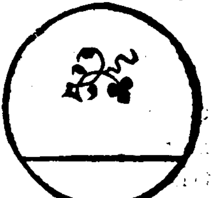
η

Εὐθεῖα εἰς κύκλον ἐναρμόζεσθαι λέγεται, ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς, ἐπὶ τῆς περιφερείας ᾖ τοῦ κύκλου.

7

Recta linea in circulo accommodari seu coaptari

aptari dicitur, quum eius extrema in circuli peripheria fuerint.

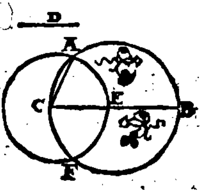


Προτάσεις

α

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου, ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι.

Problema 1. Propositio 1.

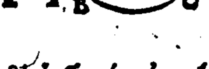


In dato circulo, rectam lineam accommodare æqualem datæ rectæ lineæ, quæ circuli diametro nõ sit maior.

β

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.

Problema 2. Propositio 2.



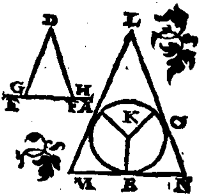
In dato circulo, triangulum describere dato triangulo æquiangulum.

γ

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.

Problema 3. Propositio 3.

Circa datum circulũ triangulũ, deſcribere dato triangulo ęquiangulum.

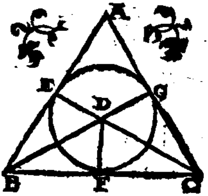


δ

Εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον, κύκλον ἐγγράψαι.

Problema 4. Propoſitio 4.

In dato triangulo circulum inſcribere.

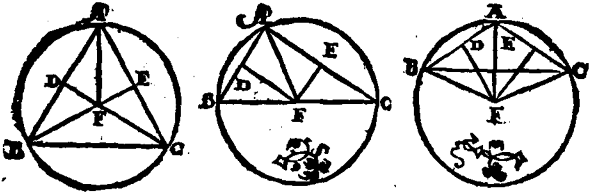


ε

Περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον, κύκλον περιγράψαι.

Problema 5. Propoſitio 5.

Circa datum triangulum, circulum deſcribere.

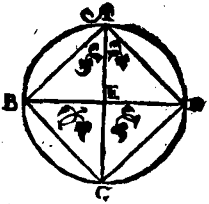


ς

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον ἐγγράψαι.

Pro

Problema 6. Propositio 6.

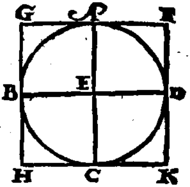


In dato circulo quadratũ describere.

ζ

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον περιγράψαι

Problema 7. Propositio 7.

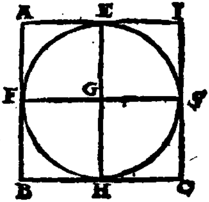


Circa datum circulum, quadratum describere.

η

Εἰς τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον ἐγγράψαι.

Problema 8. Propositio 8.



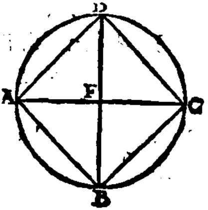
In dato quadrato circulum inscribere.

θ

Περὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον περιγράψαι.

Pro-

Problema 9. Propositio 9.

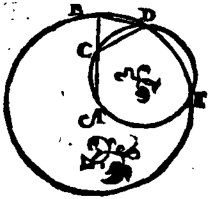


Circa datum quadratum, circulum describere.

ι

Ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι, ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν, διπλασίονα τῆς λοιπῆς.

Problema 10. Propositio 10.



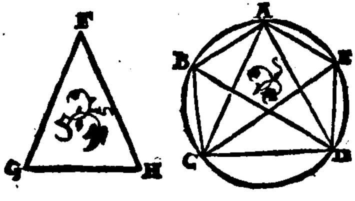
Isosceles triangulum constituere, quod habeat vtrunque eorum, qui ad basin sunt, angulorum, duplum reliqui.

ια

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

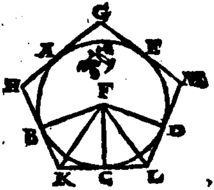
Theorema 11. Propositio 11.

In dato circulo, pentagωnum æquilaterum & æquiangulum inscribere.



ιβ

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι.

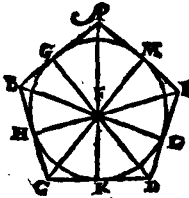


Problema 12. Propositio 12.

Circa datum circulum, pentagωnum æquilaterum & æquiangulum describere.

ιγ

Εἰς τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον ἐγγράψαι.



Problema 13. Propositio 13.

In dato pentagωno ęquilatero & æquiangulo, circulum inscribere.

ιδ

Περὶ τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον περιγράψαι.

Problema 14. Propositio 14.

Circa datum pentagωnū, æquilaterum & æquiangulū, circulū describere.

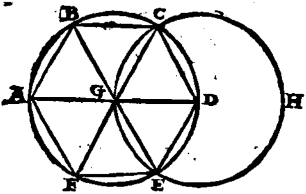
ιε Εἰς

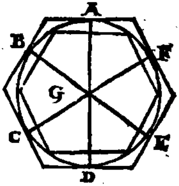
ιε

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Problema 15. Propositio 15.

In dato circulò hexagonum & ęquilaterum & æquiangulum inscribere.

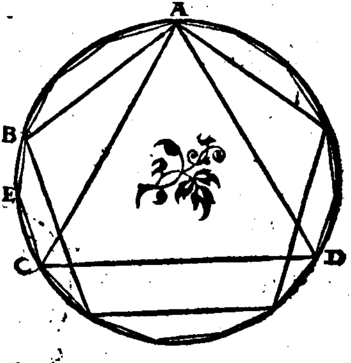




ιϛ

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πεντεκαιδεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Propo. 16.
Theor. 16.
In dato circulo quindecagωnum & æquilaterũ & æquiangulum describere.



Elementi quarti finis.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ
ΠΕΜΠΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM QVINTVM.

ὅΡΟΙ.

α

Μέρος ἐστὶ μέγεθος μεγέθους, τὸ ἔλασσον τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸ μεῖζον.

DEFINITIONES.

1

Pars est magnitudo magnitudinis minor maioris, quum minor metitur maiorem. [illegible]

β

Πολλαπλάσιον δὲ, τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος. [illegible]

2

Multiplex autem est maior minoris, cûm minor metitur maiorem.

γ

Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἡ κατὰ πηλικότητα πρὸς ἄλληλα ποιὰ σχέσις. [illegible] ὁμογενῶν [illegible]

3 Ratio

3

Ratio, est duarum magnitudinum eiusdem generis mutua quædam secundum quantitatem habitudo.

δ

Ἀναλογία δὲ ἐστιν, ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης.

4

Proportio verò, est rationum similitudo.

ε

Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν.

5

Rationem habere inter se magnitudinis dicuntur, quæ possunt multiplicatæ sese mutuò superare.

ϛ

Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγεται εἶναι, πρῶτον πρὸς δεύτερον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια, τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰτάκις πολλαπλασίων καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν, ἑκάτερον ἑκατέρου ἢ ἅμα ἐλλείπῃ, ἢ ἅμα ἴσα ᾖ, ἢ ἅμα ὑπερέχῃ ληφθέντα κατάλληλα.

6

In eadem ratione magnitudines dicuntur esse, prima ad secundam, & tertia ad quar-

quartam: cùm primæ & tertiæ æquè ~~multiplicia~~ multiplices à ſecundæ & quartæ æquè multiplicibus, qualiſcunque ſit hæc multiplicatio, vtranque ab vtraque, vel vnà deficiunt, vel vnà æqualia ſunt, vel vnà excedunt, ſi eæ ſumantur quæ inter ſe reſpondent.

ζ

Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα μεγέθη λόγον, ἀνάλογον καλείσθω.

7

Eandem autem habentes rationem magnitudines, proportionales vocentur.

η

Ὅταν δὲ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων, τὸ μὲν τοῦ πρώτου πολλαπλάσιον ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ δευτέρου πολλαπλασίου, τὸ δὲ τοῦ τρίτου πολλαπλάσιον, μὴ ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ τετάρτου πολλαπλασίου, τό τε πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον μείζονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον.

8

Cùm verò æquè multiplicium, multiplex primæ magnitudinis exceſſerit multiplicem ſecundæ, at multiplex tertiæ non exceſſerit multiplicem quartæ: tunc prima ad ſecundam, maiorem rationem habere dicetur, quàm tertia ad quartam.

θ

Ἀναλογία δὲ ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστοις ἐστίν.

F Pro-

9

Proportio autem in tribus terminis paucissimis consistit.

ι

Ὅταν δὲ τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον, διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον. ὅταν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τέταρτον, τριπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον, καὶ ἀεὶ ἑξῆς ἑνὶ πλεῖον, ἕως ἂν ἡ ἀναλογία ὑπάρχῃ.

10

Cùm autem tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiam, duplicatam rationem habere dicitur eius, quam habet ad secundam. At cùm quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartam, triplicatam rationem habere dicitur eius quam habet ad secundam: & semper deinceps vno amplius, quandiu proportio extiterit.

uplicatam.) tertiam semper esse quadratum ... vel lineae vel quandi numeri
riplicatam.) hoc est cubum ..., quartum primi ... scilicet ut 1. 2. 4. 8.

ια

ὁμόλογα μεγέθη λέγεται εἶναι, τὰ μὲν ἡγούμενα τοῖς ἡγουμένοις, τὰ δὲ ἑπόμενα τοῖς ἑπομένοις.

11

Homologæ, seu similes ratione magnitudines dicuntur, antecedentes quidem antecedentibus, consequentes verò consequentibus.

ιβ

Ἐναλλὰξ λόγος, ἐστὶν λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον, καὶ τοῦ ἑπομένου πρὸς τὸ ἑπόμενον.

12

Alterna ratio, eſt ſumptio antecedentis comparati ad antecedentem, & conſequentis ad conſequentem.

ιγ

Ἀνάπαλιν λόγος, ἐστὶ λῆψις τοῦ ἑπομένου ὡς ἡγουμένου, πρὸς τὸ ἡγούμενον ὡς ἑπόμενον.

13

Inuerſa ratio, eſt ſumptio conſequentis, ceu antecedentis, ad antecedentem velut ad conſequentem.

ιδ

Σύνθεσις λόγου, ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου μετὰ τοῦ ἑπομένου ὡς ἑνὸς πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

14

Compoſitio rationis, eſt ſumptio antecedentis cum conſequente ceu vnius, ad ipſum conſequentem.

ιε

Διαίρεσις δὲ λόγου, ἐστὶ λῆψις τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου, πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

15

Diuiſio rationis, eſt ſumptio exceſſus

quo consequentem superat antecedens ad ipsum consequentem.

ιϛ

Αναστροφὴ λόγου, ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου.

16

Conuersio rationis, est sumptio antecedentis ad excessum, quo superat antecedens ipsum consequentem.

ιζ

Δι' ἴσου λόγος ἐστὶ πλειόνων ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανομένων καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὅταν ᾖ ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον. ἢ ἄλλως, λῆψις τῶν ἄκρων, καθ' ὑπεξαίρεσιν τῶν μέσων.

17

Ex æqualitate ratio est, si plures duabus sint magnitudines, & his aliæ multitudine pares quæ binæ sumantur, & in eadem ratione: quum vt in primis magnitudinibus prima ad vltimam, sic & in secundis magnitudinibus prima ad vltimam sese habuerit. vel aliter, sumptio extremorum per subductionem mediorum.

ιη

Τεταγμένη ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν ᾖ ὡς ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἡγούμενον πρὸς τὸ ἑπόμενον,

νον, ἡ δὲ ὡς ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τὶ, οὕτως ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τί.

18

Ordinata proportio eſt, cùm fuerit quemadmodum antecedens ad conſequentem, ita antecedens ad conſequentem: fuerit etiam vt conſequens ad aliud quidpiam, ita conſequens ad aliud quidpiam.

ιθ

Τεταραγμένη δὲ ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν τριῶν ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων ἴσων αὐτοῖς τὸ πλῆθος γίνεται ὡς μὲν ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν, ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον: ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέγεσιν ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τὶ, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἄλλο τὶ πρὸς ἡγούμενον.

19

Perturbata autem proportio eſt, tribus poſitis magnitudinibus, & alijs quæ ſint his multitudine pares, cùm vt in primis quidem magnitudinibus ſe habet antecedens ad conſequentem, ita in ſecundis magnitudinibus antecedens ad conſequentem: vt autem in primis magnitudinibus conſequens ad aliud quidpiam, ſic in ſecundis magnitudinibus aliud quidpiam ad antecedentem.

Προτάσεις.

α

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος, ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων.

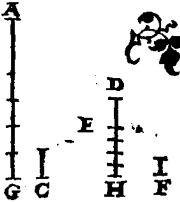
Theorema 1. Propoſitio 1.

Si ſint quotcunque magnitudines quotcunque magnitudinum æqualium numero, ſingulæ ſingularum æquè multiplices, quàm multiplex eſt vnius vna magnitudo, tam multiplices erunt & omnes omnium.

β

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τετάρτου, ᾖ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον, καὶ ἕκτον τετάρτου· καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον, δευτέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τετάρτου.

Theore. 2. Propo. 2.



Si prima ſecūdę æquè fuerit multiplex, atq; tertia quartæ, fuerit autem & quinta ſecūdæ æquè multiplex, atq; ſexta quartæ: erit & compoſita prima

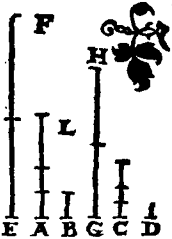
cum

cum quinta, ſecundæ æquè multiplex, atq; tertia cum ſexta, quartæ.

γ

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ληφθῇ δὲ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ πρώτου καὶ τρίτου: καὶ δι᾽ ἴσου, τῶν ληφθέντων ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, τὸ μὲν τοῦ δευτέρου, τὸ δὲ τοῦ τετάρτου.

Theorema 3. Propoſitio 3.



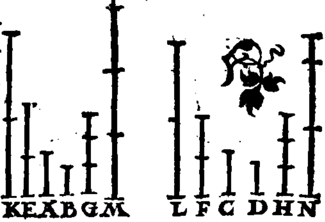
Si ſit prima ſecundæ ęquè multiplex atq; tertia quartæ, ſumantur autem æquè multiplices primæ & tertiæ: erit & ex ęquo ſumptarum vtraque vtriuſque æquè multiplex, altera quidem ſecundæ, altera autem quartæ.

δ

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον: καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου, πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου καθ᾽ ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ληφθέντα κατάλληλα.

Theorema 4. Propoſitio 4.

Si prima ad ſecundam, eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam: etiam æquè multiplices primæ & tertiæ, ad æquè multiplices ſecundæ & quartæ iuxta quanuis multiplicationem, eandem habebunt rationem, ſi prout inter ſe reſpondent, ita ſumptæ fuerint.

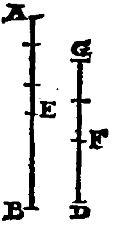


s

Ἐὰν μέγεθος μεγέθους ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος, καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ὅλον τοῦ ὅλου.

Theorema 5. Propoſitio 5.

Si magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex, atque ablata ablatæ: etiam reliqua reliquæ ita multiplex erit, vt tota totius.

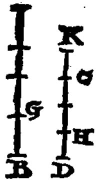


s Ἐὰν

ϛ

Ἐὰν δύο μεγέθη, δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια: καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα ἐστὶν, ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια.

Theorema 6. Propositio 6.

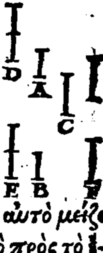


Si duæ magnitudines, duarum magnitudinum ſint æquè multiplices, & detractæ quædam ſint earundem æquè multiplices: & reliquæ eiſdem aut æquales ſunt, aut æquè ipſarũ multiplices.

ζ

Τὰ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον: καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

Theorema 7. Propoſitio 7.

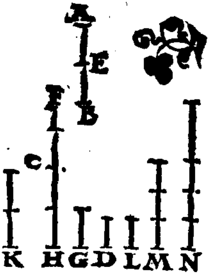


Aequales ad eandem, eandem habent rationem: & eadem ad æquales.

η

Τῶν ἀνίσων μεγεθῶν, τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἔλαττον: καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον.

Theorema 8. Propo ſitio 8.



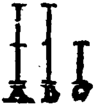
Inæqualium magnitudinum, maior ad eandem maiorem rationem habet, quàm minor: & eadem ad minorem, maiorem rationẽ habet, quàm ad maiorem.

9

Τὰ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶ: καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, κἀκεῖνα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 9. Propoſitio 9.

Quæ ad eandem, eandem habent rationem, æquales ſunt inter ſe: & ad quas eadem, eandem habet rationem, eæ quoque ſunt inter ſe æquales.



ι

Τῶν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων, τὸ τὸν μείζονα λόγον ἔχον, ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστι· πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν.

Theo-

Theorema 10. Propositio 10.

Ad eandem magnitudinem, rationem habentium, quæ maiorem rationem habet, illa maior est, ad quam autem eadem maiorem rationem habet, illa minor est.

ια

Οἱ τῷ αὐτῷ λόγοι οἱ αὐτοὶ, καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί.

Theorema 11. Propositio 11.

Quæ eidem sunt eædem rationes, & inter se sunt eædem.

ιβ

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα, πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα.

Theo-

Theorema 12. Propositio 12.

Si sint magnitudines quotcunque proportionales, quemadmodum se habuerit vna antecedentium ad v-

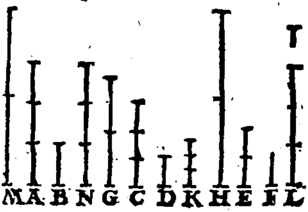
nam consequentium, ita se habebunt omnes antecedentes ad omnes consequentes.

ιγ

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον: καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον.

Theorema 13. Propositio 13.

Si prima ad secundam, eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam, tertia verò ad quartam, maiorem rationem habuerit, quàm quinta ad sextã: prima quoq; ad secundam maiorem rationem ha-



bebit, quàm quinta ad sextam.

Theorema 12. Propositio 12.

Si sint magnitudines quotcunque proportionales, quemadmodum se habuerit vna antecedentium ad v-

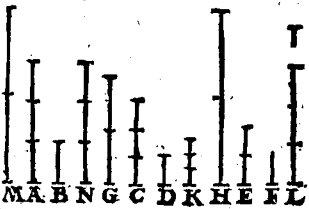
nam consequentium, ita se habebunt omnes antecedentes ad omnes consequentes.

ιγ

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον: καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον.

Theorema 13. Propositio 13.

Si prima ad secundam, eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam, tertia verò ad quartam, maiorem rationem habuerit, quàm quinta ad sextã: prima quoq; ad secundam maiorem rationem ha-



bebit, quàm quinta ad sextam.

ιδ Ἐὰν

Theorema 12. Propositio 12.

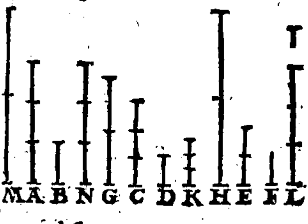
Si ſint magnitudines quotcunque proportionales, quemadmodum ſe habuerit vna antecedentium ad vnam conſequentium, ita ſe habebunt omnes antecedentes ad omnes conſequentes.

ιγ

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον: καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον.

Theorema 13. Propoſitio 13.

Si prima ad ſecundam, eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam, tertia verò ad quartam, maiorem rationem habuerit, quàm quinta ad ſextã: prima quoq; ad ſecundam maiorem rationem habebit, quàm quinta ad ſextam.



ιδ Ἐὰν

Theorema 12. Propositio 12.

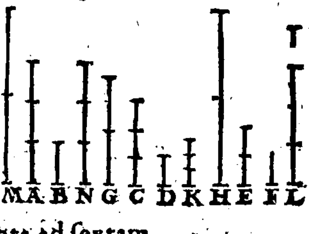
Si sint magnitudines quot cunque proportionales, quemadmodum se habuerit vna antecedentium ad vnam consequentium, ita se habebunt omnes antecedentes ad omnes consequentes.

ιγ

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον: καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον.

Theorema 13. Propositio 13.

Si prima ad secundam, eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam, tertia verò ad quartam, maiorem rationem habuerit, quàm quinta ad sextã: prima quoq; ad secundam maiorem rationem habebit, quàm quinta ad sextam.



ιδ Ἐὰν

Theorema 12. Propositio 12.

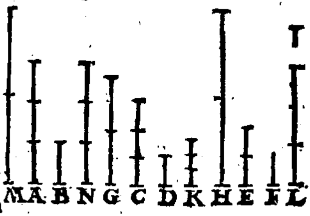
Si ſint magnitudines quotcunque proportionales, quemadmodum ſe habuerit vna antecedentium ad vnam conſequentium, ita ſe habebunt omnes antecedentes ad omnes conſequentes.

ιγ

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον: καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον.

Theorema 13. Propoſitio 13.

Si prima ad ſecundam, eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam, tertia verò ad quartam, maiorem rationem habuerit, quàm quinta ad ſextã: prima quoq; ad ſecundam maiorem rationem habebit, quàm quinta ad ſextam.



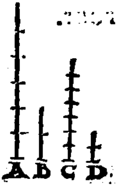
ιδ Ἐὰν

ιδ

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ: καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theorema 14. Propoſitio 14.

Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam, prima verò quàm tertia maior fuerit: erit & ſecúda maior quàm quarta. Quòd ſi prima fuerit æqualis tertiæ, erit & ſecunda æqualis quartæ: ſi verò minor, & minor erit.

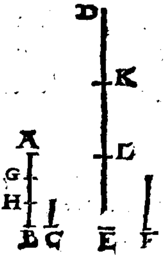


ιε

Τὰ μέρη, τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ληφθέντα κατάλληλα.

Theorema 15. Propoſitio 15.

Partes, cum pariter multiplicibus in eadem ſunt ratione, ſi prout ſibi mutuo reſpondent, ita ſumantur.



ις Ἐὰν

ιϛ

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται.

Theorema 19. Propositio 16.

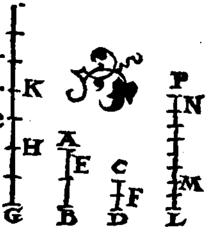
Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & vicissim proportionales erunt.

ιζ

Ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα, ἀνάλογον ἔσται.

Theorema 17. Propositio 17.

Si compositæ magnitudines proportionales fuerint, hæ quoque diuisæ proportionales erunt.



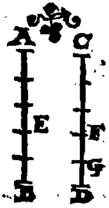
ιη

Ἐὰν διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Theo-

Theorema 18. Propositio 18.

Si diuisæ magnitudines sint proportionales, hæ quoque compositæ proportionales erunt.



ιθ

Ἐὰν ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθέν· καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται, ὡς ὅλον πρὸς ὅλον.

Theorema 19. Propositio 19.

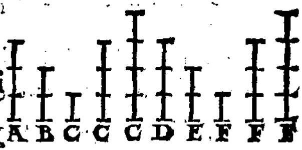
Si quemadmodum totum ad totum, ita ablatum se habuerit ad ablatum: & reliquum ad reliquum, vt totum ad totum se habebit.

κ

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, διίσου ᾖ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ· καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται· κἂν ἴσον, ἴσον· κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theo-

Theore. 20. Propositio 20.

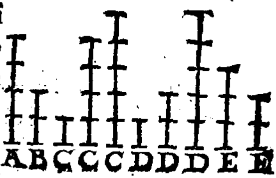


Si sint tres magnitudines, & aliæ ipsis æquales numero, quæ binæ & in eadem ratione sumantur, ex æquo autem prima quàm tertia maior fuerit: erit & quarta, quàm sexta maior. Quòd si prima tertiæ fuerit æqualis, erit & quarta æqualis sextæ: sin illa minor, hæc quoque minor erit.

κα.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι᾽ ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ· καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται· κἂν ἴσον, ἴσον· κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theorema 21. Propositio 21.



Si sint tres magnitudines, & aliæ ipsis æquales numero quæ binæ & in eadẽ ratiõe sumãtur, fueritq; per-

turbata earum proportio, ex æquo autem prima quàm tertia maior fuerit, erit & quarta quàm sexta maior. quòd si prima tertiæ fuerit æqualis, erit & quarta æqualis sextæ: sin illa minor, hæc quoque minor erit.

κβ

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Theorem. 22.
Prop. 22.

Si sint quotcunq; magnitudines, & aliæ ipsis ęquales numero, quæ binæ in eadem ratione sumantur, & ex æqualitate in eadem ratione erunt.

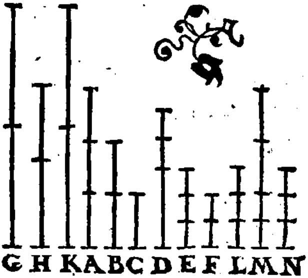
αγ

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

G Theo-

Theorema 23. Propositio 23.

Si ſint tres magnitudines, aliæq́; ipſis ęquales numero, quę binæ in eadem ratione ſumantur, fuerit auté perturbata earũ proportio: etiá ex æqualitate in eadem ratione erunt.

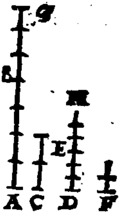


κδ

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχῃ δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον, καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον: καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

Theorema 24. Propoſitio 24.

Si prima ad ſecundam, eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam, habuerit autem & quinta ad ſecundam eandem rationem, quam ſexta ad quartam: etiam cópoſita prima cum quinta ad

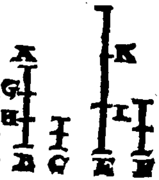


ta ad ſecundam eandem habebit rationem, quam tertia cum ſaxta ad quartam.

κε

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον καὶ τὸ ἐλάχιστον, δύο τῶν λοιπῶν μείζονά ἐστιν.

Theorema 25. Propoſitio 25.



Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima reliquis duabus maiores erunt.

Elementi quinti finis.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ
ΕΚΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMEN-
TVM SEXTVM.

ὅροι.

α

Ὅμοια σχήματα εὐθύγραμμά ἐστιν, ὅσα τάς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν, καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον.

DEFINITIONES.

1

Similes figuræ rectilineæ sunt, quæ & angulos singulos singulis æquales habent, atque etiam latera, quæ circum angulos ęquales, proportionalia.

β Ἀντι-

β

Ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι λόγοι ὦσιν.

2

Reciprocæ autem figuræ ſunt, cùm in vtraque figura antecedentes & conſequentes rationum termini fuerint.

γ

Ἄκρον καὶ μέσον λόγον εὐθεῖα τετμῆσθαι λέγεται, ὅταν ᾖ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα, οὕτως τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλασσον.

3

Secundum extremam & mediam rationem recta linea ſecta eſſe dicitur, cùm vt tota ad maius ſegmentum, ita maius ad minus ſe habuerit.

δ

Ὕψος ἐστὶ παντὸς σχήματος, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀγομένη.

4

Altitudo cuiuſque figuræ, eſt linea perpendicularis à vertice ad baſin deducta.

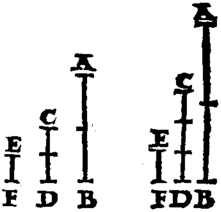
ε

Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι ποιῶσί τινα λόγον.

5

Ratio ex rationibus cō-poni dicitur, cùm ratio-num quantitates inter se multiplicatæ aliquam effecerint rationem.

multiplicatae non- ?r: cum multiplos rationum in termi- nos datos multipli- catur. ut 3-9-27-81.
1·2·3·4.

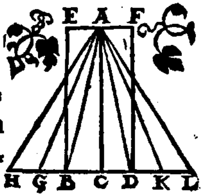


Προτάσεις.

α

Τὰ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψας ὄντα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις.

Theorema 1. Propositio 1.



Triangula & parallelogramma, quorum eadem fuerit altitudo, ita se habent inter se vt bases.

β

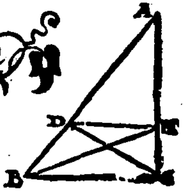
Ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα παράλληλος, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς. καὶ ἐὰν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται τοῦ τριγώνου πλευρὰν παράλληλος.

Theorema 2. Propositio 2.

Si ad vnum trianguli latus parallela du-

cta

cta fuerit recta quædam linea; hæc proportionaliter secabit ipsius trianguli latera. Et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint: quæ ad sectiones adiuncta fuerit recta linea, erit ad reliquum ipsius trianguli latus parallela.

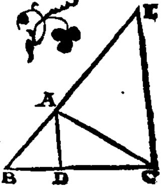


γ

Ἐὰν τριγώνου γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν, τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς. καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα, τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς, ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα δίχα τέμνει τὴν τοῦ τριγώνου γωνίαν.

Theorema 3. propositio 3.

Si trianguli angulus bifariam sectus sit, secans autem angulum recta linea secuerit & basim: basis segmenta eandem habebunt rationem, quam reliqua ipsius trianguli latera. Et si basis segmenta eandem habeant rationem quam reliqua ipsius trianguli latera, recta li-



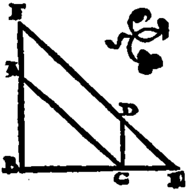
nea, quæ à vertice ad ſectionem producitur, ea bifariam ſecat trianguli ipſius angulum.

δ

Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων, ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί.

Theorema 4. Propoſitio 4.

Aequiangulorum triangulorum proportionalia ſunt latera, quæ circum æquales angulos, & homologa ſunt latera, quæ æqualibus angulis ſubtenduntur.

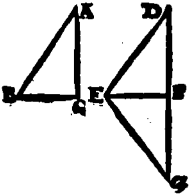


ε

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Theorema 5. Propoſitio 5.

Si duo triangula latera proportionalia habeant, ęquiangula erunt triangula, & æquales habebunt eos angulos, ſub quibus homologa latera ſubtenduntur.



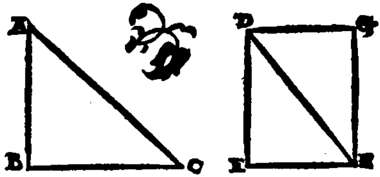
ς Ἐὰν

ϛ

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Theorema 6. Propositio 6.

Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem, & circum æquales angulos latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, æqualesq; habebunt angulos, sub quibus homologa latera subtenduntur.



ζ

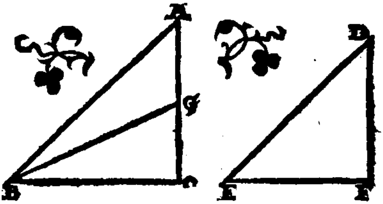
Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἄλλας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἤτοι ἐλάσσονα ἢ μὴ ἐλάσσονα ὀρθῆς, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί.

Theorema 7. Propositio 7.

Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem, circum autem alios angu-

 los

los latera proportionalia habeant, reliquorum verò ſimul vtrunque aut minorem aut nõ minorẽ recto: æquiãgula erunt triangula, & æquales habebunt eos angulos, circum quos proportionalia ſunt latera.

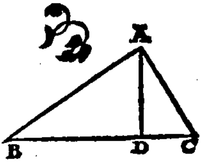


η

Ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστιν τῷ τε ὅλῳ, καὶ ἀλλήλοις.

Theorema 8. Propoſitio 8.

Si in triangulo rectangulo, ab angulo recto in baſin perpendicularis ducta ſit, quæ ad perpendicularem triangula, tum toti triangulo, tum ipſa inter ſe ſimilia ſunt.

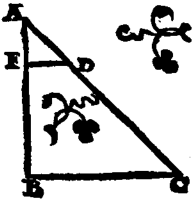


θ

Τῆς δοθείσης εὐθείας τὸ προσταχθὲν μέρος ἀφελεῖν.

Pro-

Problema 1. Propo-
ſitio 9.

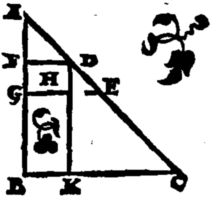


A data recta linea imperatam partem auferre.

ι

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄτμητον, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τετμημένῃ ὁμοίως τεμεῖν.

Problema 2. Propo-
ſitio 10.

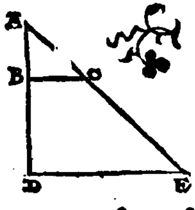


Datam rectam lineam inſectam ſimiliter ſecare, vt data altera recta ſecta fuerit:

ια

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Problema 3. Propo-
ſitio 11.



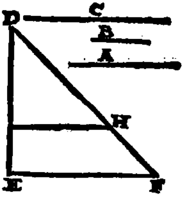
Duabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem adinuenire.

ιβ

Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Problema 4. Propositio 12.

Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalẽ adinuenire.

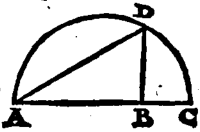


ιγ

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Problema 5. Propositio 13.

Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalem adinuenire.



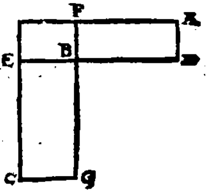
ιδ

Τῶν ἴσων τε καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν παραλληλογράμμων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὧν παραλληλογράμμων μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Theo-

Theorema 8. Propositio 14.

Aequalium, & vnum vni æqualem habentium angulum parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: & quorum parallelogrammorum vnum angulum vni angulo æqualem habentium reciproca sunt latera, quę circum æquales angulos, illa sunt æqualia.

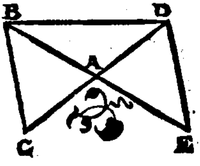


ιδ

Τῶν ἴσων, καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὧν μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Theorema 10. Propositio 15.

Aequalium, & vnum angulum vni æqualem habentium triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: & quorum triangulorum vnum angulum vni æqualem habentium reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, illa sunt æqualia.



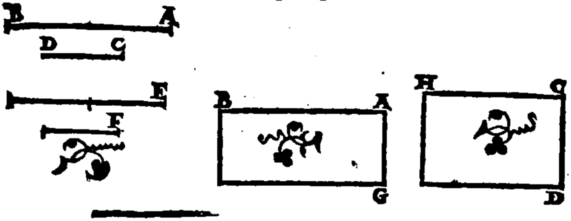
ιε Ἐὰν

ις

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. καὶ εἰ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον, ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theorema 11. Propoſitio 16.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis cõprehenditur rectangulũ, æquale eſt ei, quod ſub medijs cõprehẽditur rectãgulo. Et ſi ſub extremis cõprehenſum rectangulũ ęquale fuerit ei, qđ ſub medijs continetur rectangulo, illæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.



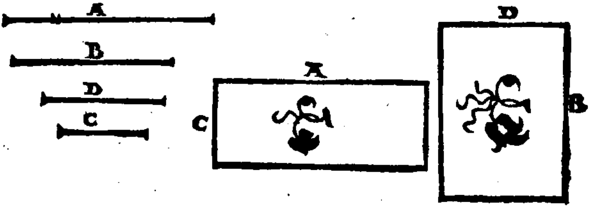
ιζ.

Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ: καὶ εἰ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theo-

Theorema 12. Propositio 17.

Si tres rectæ lineæ sint proportionales, quód sub extremis comprehenditur rectangulum æquale est ei, quod à media describitur quadrato: & si sub extremis comprehensum rectangulum æquale sit ei quod à media describitur quadrato, illæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

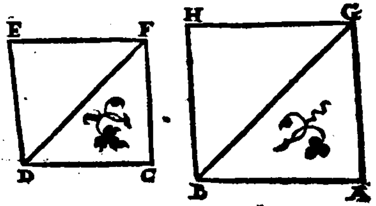


ιη

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

Probl. 6. Propositio 18.

A data recta linea, dato rectilineo simile similiterq; positú rectilineum describere.

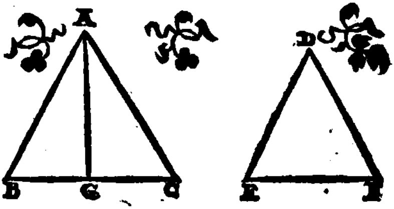


ιθ

Τὰ ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Theorema 13. Propoſitio 19.

Similia triangula īter ſe ſunt ī duplicata ratione laterū homologorum.

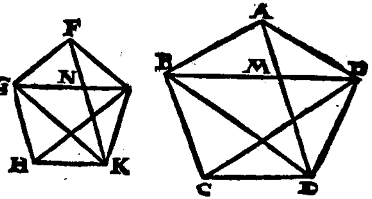


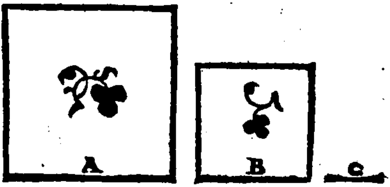
x

Τὰ ὅμοια πολύγωνα εἰς τὰ ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται, καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος, καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις: καὶ τὸ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

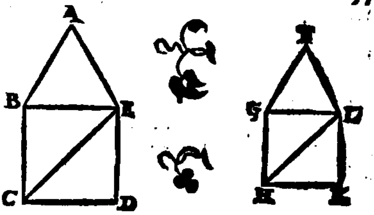
Theorema 14. Propoſitio 20.

Similia polygωna in ſimilia triangula diuiduntur, & numero æqualia, & homologa totis. Et polygωna





duplicatã habent eã inter se rationẽ, quã latus homologum ad homologum latus.

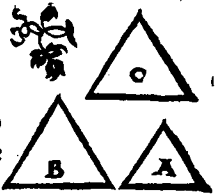


κα

Τὰ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια.

Theorema 15. Propositio 21.

Quæ eidem rectilineo sunt similia, & inter se sunt similia.

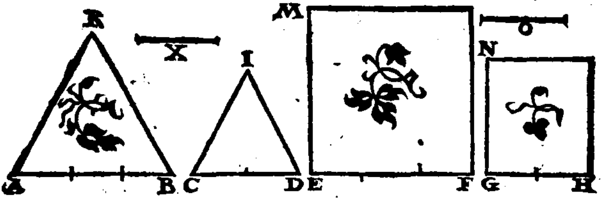


κβ

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ἔσται. κἂν τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theorema 16. Propositio 22.

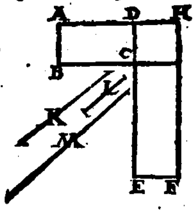
Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & ab eis rectilinea similia similiterquẽ descripta proportionalia erunt. Et si à rectis lineis ſimilia ſimiliterq́ue deſcripta rectilinea proportionalia fuerint, ipſæ etiam rectæ lineæ proportionales erunt.



κγ

Τὰ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Theorema 17. Propoſitio 23.



Aequiangula parallelogramma inter ſe rationẽ habent eam, quæ ex lateribus componitur.

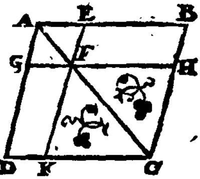
κδ

Παντὸς παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα, ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

Theorema 18. Propoſitio 24.

In

In omni parallelogrammo, quæ circa diametrum ſunt parallelogramma, & toti & inter ſe ſunt ſimilia.

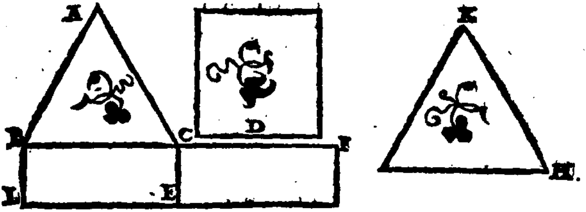


κε

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Problema 7. Propoſitio 25.

Dato rectilineo ſimile, & alteri dato æquale idem conſtituere.

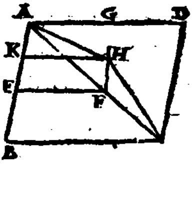


κς

Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον, κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τῷ ὅλῳ.

Theor. 19. Propo. 26.

Si à parallelogrãmo parallelogrãmum ablatum ſit & ſimile toti & ſimiliter poſitũ cõmunem cum eo



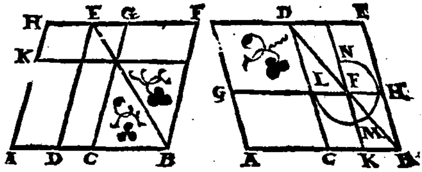
habens angulum, hoc circum eandem cum toto diametrum consistit.

κζ

Πάντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων παραλληλογράμμων, καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ, μέγιστόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον παραλληλόγραμμον, ὅμοιον ὂν τῷ ἐλλείμματι.

Theorema 20. Propositio 27.

Omnium parallelogrammorum secundum eandem rectam lineam applicatorum deficientiumque figuris parallelogrammis similibus similiterque positis ei, quod à dimidia describitur, maximum, id est, quod ad dimidiam applicatur parallelogrammum simile existens defectui.



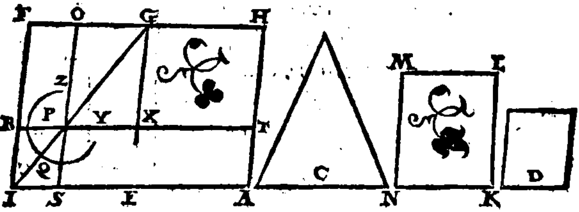
κη

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ ὄντι τῷ δοθέντι. δεῖ δὴ τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν,

βαλεῖν, μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομένου, ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων, τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ᾧ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν.

Problema 8. Propositio 28.

Ad datam lineam rectam, dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare deficiens figura parallelogramma, quæ similis sit alteri rectilineo dato. Oportet autem datum rectilineum, cui æquale applicandum est, non maius esse eo quod ad dimidiam applicatur, cùm similes sint defectus & eius quod à dimidia describitur, & eius cui simile deesse debet.



κθ

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι.

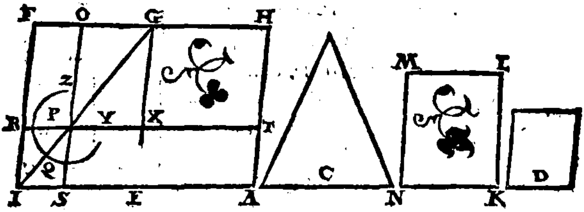
Problema 9. Propositio 29.

Ad datam rectam lineam, dato rectilineo

βαλεῖν, μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παρα-
βαλλομένου, ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων, τοῦ τε
ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ ᾧ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν.

Problema 8. Propositio 28.

Ad datam lineam rectam, dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare deficiens figura parallelogramma, quæ similis sit alteri rectilineo dato. Oportet autem datum rectilineum, cui æquale applicandum est, non maius esse eo quod ad dimidiam applicatur, cùm similes sint defectus & eius quod à dimidia describitur, & eius cui simile deesse debet.



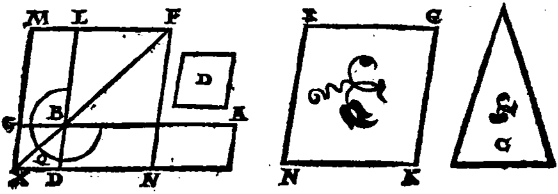
x θ

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι.

Problema 9. Propositio 29.

Ad datam rectam lineam, dato rectilineo

æquale parallelogrammum applicare, excedens figura parallelogramma, quæ similis sit parallelogrammo alteri dato.

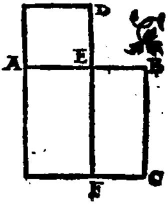


λ

Τὴν τιθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Problema 10. Propositio 30.

Propositam rectam lineam terminatam, extrema ac media ratione secare.



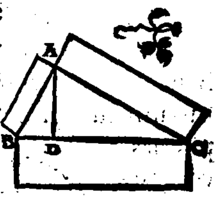
λα

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς εἶδος ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις.

Theorema 21. Propositio 31.

In rectangulis triangulis, figura quæuis à latere rectum angulum subtendēte descripta æqua-

æqualis eſt figuris, quæ priori illi ſimiles & ſimiliter poſitæ à lateribus rectum angulum continentibus deſcribuntur.

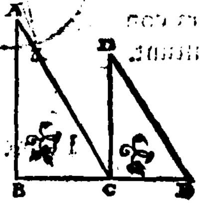


λβ

Ἐὰν δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνάλογον ἔχοντα, ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι, αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ ἐπ' εὐθείας ἔσονται.

Theorema 22. Propoſitio 32.

Si duo triangula, quæ duo latera duobus lateribus proportionalia habeant, ſecundum vnum angulum compoſita fuerint, ita vt homologa eorum latera ſint etiã parallela, tum reliqua illorum triangulorum latera in rectam lineam collocata reperientur.

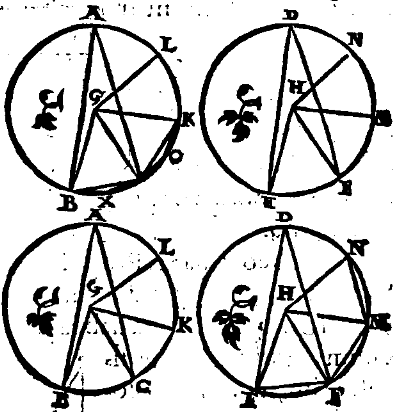


λγ

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι ταῖς περιφερείαις, ἐφ' ὧν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι. ἔτι δὲ καὶ οἱ τομεῖς, ἅτε πρὸς τοῖς κέντροις συνιστάμενοι,

Theorema 23. Propositio 33.

In æqualibus circulis anguli eandem habent rationem cum ipsis peripherijs in quibus insistunt, siue ad centra, siue ad peripherias cōstituti illis īsistāt peripheriis. Insuperverò & sectores, quippe qui ad centra consistunt,



Elementi sexti finis.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ
ΕΒΔΟΜΟΝ.

EVCLIDIS ELEMEN-
TVM SEPTIMVM.

ὅροι.

α

Μονάς ἐστι, καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἓν λέγεται.

DEFINITIONES.

1

Vnitas, est secũdum quam entium quodque dicitur vnum.

β

Ἀριθμὸς δὲ, τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος.

2

Numerus autem, ex vnitatibus composita multitudo.

γ

Μέρος ἐστὶν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸν μείζονα.

3

Pars, est numerus numeri minor maioris, cùm minor metitur maiorem.

δ

Μέρη δὲ, ὅταν μὴ καταμετρῇ.

4

Partes autem, cùm non metitur.

ε

Πολλαπλάσιος δὲ, ὁ μείζων τοῦ ἐλάττονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

5

Multiplex verò, maior minoris, cùm maiorem metitur minor.

ϛ

Ἄρτιος δὲ ἀριθμός ἐστιν, ὁ δίχα διαιρούμενος.

6

Par numerus, est qui bifariam diuiditur.

ζ

Περισσὸς δὲ, ὁ μὴ διαιρούμενος δίχα. ἢ, ὁ μονάδι διαφέρων ἀρτίου ἀριθμοῦ.

7

Impar verò, qui bifariam non diuiditur: vel, qui vnitate differt à pari.

η

Ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ

μοῦ μετρούμενος κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν.

8

Pariter par numerus, eſt quem par numerus metitur per numerum parem.

θ

Αρτιάκις ἢ περισσός ἐστιν, ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν ἀριθμόν.

9

Pariter autem impar, eſt quem par numerus metitur per numerum imparem.

ι

Περισσάκις ἢ περισσός ἐστιν ἀριθμὸς, ὁ ὑπὸ περισσοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν ἀριθμόν.

10

Impariter verò impar numerus, eſt quem impar numerus metitur per numerum imparem.

ια

Πρῶτος ἀριθμός ἐστιν, ὁ μονάδι μόνῃ μετρούμενος.

11

Primus numerus, eſt quem vnitas ſola metitur.

ιβ

Πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν, οἱ μονάδι μόνῃ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.

12

Primi inter ſe numeri ſunt, quos ſola vnitas menſura communis metitur.

ιγ Σύγ-

ιγ

Σύνθετος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ἀριθμῷ τινὶ μετρούμενος.

13

Compoſitus numerus eſt, quem numerus quiſpiam metitur.

ιδ

Σύνθετοι δὲ πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν, οἱ ἀριθμῷ τινὶ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.

14

Compoſiti autem inter ſe numeri, ſunt quos numerus aliquis menſura communis metitur.

ιε

Ἀριθμὸς ἀριθμὸν πολλαπλασιάζειν λέγεται, ὅταν ὅσαι εἰσὶν ἐν αὐτῷ μονάδες, τοσαυτάκις συντεθῇ ὁ πολλαπλασιαζόμενος, καὶ γένηταί τις.

15

Numerus numerum multiplicare dicitur, cùm toties compoſitus fuerit is qui multiplicatur, quot ſunt in illo multiplicante vnitates, & procreatus fuerit aliquis.

ιϛ

ὅταν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος ἐπίπεδος καλεῖται, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ, οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί.

16

Cùm autem duo numeri mutuò ſeſe multipli-

tiplicātes quempiam faciunt, qui factus erit planus appellabitur, qui verò numeri mutuò sese multiplicarint, illius latera dicētur.

ιζ

ὅταν ἢ τρεῖς ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσι τινά, ὁ γενόμενος στερεὸς καλεῖται, πλευραὶ ἢ αὐτοῦ οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί.

17

Cùm verò tres numeri mutuò sese multiplicantes quempiam faciunt, qui procreatus erit solidus appellabitur, qui autem nũmeri mutuò sese multiplicarint, illius latera dicentur,

ιη

Τετράγωνος ἀριθμός ἐστιν ὁ ἰσάκις ἴσος. ἤ, ὁ ὑπὸ δύο ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

18

Quadratus numerus, est qui æqualiter æqualis. vel, qui à duobus æqualibus numeris continetur.

ιθ

Κύβος ἢ, ὁ ἰσάκις ἴσος ἰσάκις. ἤ, ὁ ὑπὸ τριῶν ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

19

Cubus verò, qui æqualiter æqualis æqualiter. vel, qui à tribus æqualibus numeris continetur.

κ

Ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν, ὅταν ὁ πρῶτος τοῦ δευτέρου καὶ ὁ τρίτος τοῦ τετάρτου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιος, ἢ τὸ αὐτὸ μέρος, ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ὦσιν.

20

Numeri proportionales ſunt, cùm primus ſecundi, & tertius quarti æquè multiplex eſt, vel eadem pars, vel eædem partes.

κα

Ὅμοιοι ἐπίπεδοι καὶ στερεοὶ ἀριθμοί εἰσιν, οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς.

21

Similes plani & ſolidi numeri ſunt, qui proportionalia habent latera.

κβ

Τέλειος ἀριθμός ἐστιν, ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὤν.

22

Perfectus numerus, eſt qui ſuis ipſius partibus eſt æqualis.

Προτάσεις.

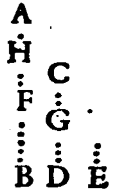
α

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος ὁ λειπόμενος μηδέποτε καταμετρῇ τὸν πρὸ ἑαυτοῦ ἕως οὗ ληφθῇ μονάς, οἱ ἐξαρχῆς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Theo-

Theorema 1. Propositio 1.

Duobus numeris inæqualibus propositis, si detrahatur semper minor de maiore, alterna quadam detractione, neque reliquus vnquam metiatur præcedentem quoad assumpta sit vnitas: qui principio propositi sunt numeri primi inter se erunt.

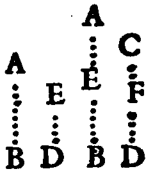


β

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Problema 1. Propo.2.

Duobus numeris datis non primis inter se, maximam eorum communem mensuram reperire.



γ

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλή-λους, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Problema 2. Prop.2.

A	B	C	D	E
8	6	4	2	3

Tribus numeris datis non primis

A	B	C	D	E	F
18	13	8	6	2	3

inter

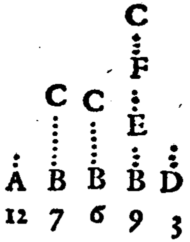
inter se, maximam eorum communem mensuram reperire.

δ

Πᾶς ἀριθμὸς παντὸς ἀριθμοῦ, ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος, ἤτοι μέρος ἐστὶν, ἢ μέρη.

Theorema 2. Propositio 4.

Omnis numerus, cuiusq; numeri minor maioris aut pars est, aut partes.

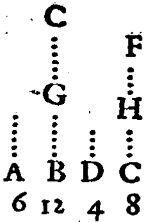


ε

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὸ αὐτὸ μέρος, καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ὅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός.

Theorema 3. Propositio 5.

Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & simul vterque vtriusque simul eadem pars erit, quæ vnus est vnius.

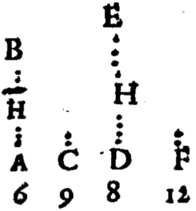


ς

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ᾖ, καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ἅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός.

Theor. 4. Propo. 6.

Si numerus ſit numeri partes, & alter alterius eę dem partes, & ſimul vter que vtriuſque ſimul eę dem partes erũt, quę ſunt vnus vnius.



ζ

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, ὅπερ ἀφαιρεθεὶς ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ αὐτὸ μέρος ἔσται ὅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου.

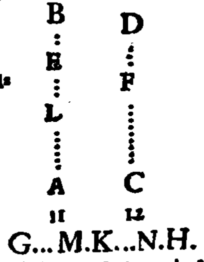
Theor. 5. Propo. 7.

SI numerus numeri eadẽ ſit pars quæ detractus detracti, & reliquus reliqui eadẽ pars erit quæ totus eſt totius.

η

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, ἅπερ ἀφαιρεθεὶς ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται ἅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου.

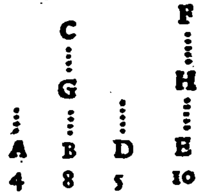
Theor.6.Proposit.8.



Si numerus numeri eædem sint partes quę detractus detracti, & reliquus reliqui eędem partes erunt, quæ sunt totus totius.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὸ αὐτὸ μέρος, καὶ ἐναλλὰξ, ὃ μέρος ἐστὶν ἢ μέρη ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου, τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου.

Theor.7.Proposit.9.



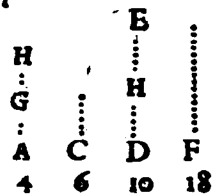
Si numerus numeri pars sit, & alter alterius eadē pars, & vicissim quę pars est vel partes primus tertij, eadem pars erit vel eædem partes & secundus quarti.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐναλλὰξ ἃ μέρη ἐστὶν ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου, ἢ μέρος.

Theor.

Theor. 8. Propo. 10.

Si numerus numeri partes sint, & alter alterius eædem partes, etiam vicissim quæ sunt partes aut pars primus tertij, eædem partes erunt vel pars & secundus quarti.



ια

Ἐὰν ᾖ ὅλος πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθεὶς πρὸς ἀφαιρεθέντα, καὶ ὁ λοιπὸς πρὸς τὸν λοιπὸν ἔσται ὡς ὅλος πρὸς ὅλον.

Theor. 9. Propo. 11.

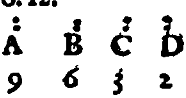
Si quemadmodum se habet totus ad totum, ita detractus ad detractum, & reliquus ad reliquum ita habebit vt totus ad totum.

ιβ

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον, ἔσται ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς τοὺς ἑπομένους.

Theor. 10. Propo. 12.

Si sint quotcunque numeri proportionales, quemadmodum se habet vnus



antecedentium ad vnum sequentium, ita se habebunt omnes antecedentes ad omnes consequentes.

ιγ

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσι, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσονται.

Theor.11. Propo.13.

Si quatuor numeri sint proportionales, & vicissim ꝓportionales erunt.

A	B	C	D
12	4	9	3

ιδ.

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ, καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

Theor.12.Propo.14.

Si sint quotcunque numeri & alij illis æquales multitudine, qui bini sumantur & in eadem ratione: etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt.

A	B	C	D	E	F
12	6	3	8	4	2

ιε

Ἐὰν μονὰς ἀριθμόν τινα μετρῇ, ἰσάκις δὲ ἕτερος ἀριθμὸς ἄλλον τινὰ ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἐναλλὰξ ἰσάκις ἡ μονὰς τὸν τρίτον ἀριθμὸν μετρήσει καὶ ὁ δεύτερος τέταρτον.

Theo-

Theor. 13. Propo. 15.

Si vnitas numerũ quempiam metiatur, alter verò numerus alium quẽdam numerũ æquè metiatur, & viciſſim vnitas tertium numerũ æquè metietur, atq; ſecundus quartum.

	C		F
			L
	H		K
	G		E
A	B	D	
1	3	2	6

ις

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσι τινὰς, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἴσοι ἀλλήλοις ἔσονται.

Theor. 14. Propo. 16.

Si duo numeri mutuò ſeſe multiplicantes faciant aliquos, q ex illis geniti fuerint, inter ſe ęquales erunt.

E	A	B	C	D
1	2	4	8	8

ιζ

Ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς πολλαπλασιάσας ποιῇ τινὰς, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι πολλαπλασιασθεῖσιν.

Theor. 15. Propo. 17.

Si numerus duos numeros multiplicans faciat aliquos, qui ex illis procreati erunt, eandẽ rationem habebunt, quam multiplicati.

I	A	B	C	D	E
1	3	4	5	12	15

ιη

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσαντες ποιῶσι τινάς, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν ἕξουσι λόγον τοῖς πολλαπλασιάσασι.

Theor. 16. Propo. 18.

Si duo numeri numerum quempiam multiplicantes faciant aliquos, geniti ex illis eandem habebunt rationem, quam qui illum multiplicarunt.

A	B	C	D	E
4	5	3	12	15

ιθ

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐκ τοῦ πρώτου καὶ τετάρτου γινόμενος ἀριθμὸς ἴσος ἔσται τῷ ἐκ τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου γινομένῳ ἀριθμῷ. καὶ ἐὰν ὁ ἐκ τοῦ πρώτου καὶ δευτέρου γενόμενος ἀριθμὸς ἴσος ᾖ τῷ ἐκ τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται.

Theorema 17. Propositio 19.

Si quatuor numeri ſint proportionales, qui ex primo & quarto fit, æqualis erit ei qui ex ſecundo & tertio: & ſi qui ex primo & quarto fit numerus æqualis ſit ei, qui ex ſecundo

& ter-

& tertio, illi quatuor numeri proportionales erũt.

A	B	C	D	E	F	G
6	4	3	2	12	12	18

x

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ἐςὶ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου. ἐὰν δὲ ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ᾖ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου, οἱ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται.

Theor. 18. Propo. 20.

Si tres numeri ſint proportionales, qui ab extremis continetur ęqualis eſt ei qui à medio efficitur. Et ſi qui ab extremis cõtinetur ęqualis ſit ei qui à medio deſcribitur, illi tres numeri proportionales erunt.

A	B	C
9	6	4

D
6

xa

Οἱ ἐλάχιςοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς ἰσάκις, ὅ, τε μείζων τὸν μείζονα, καὶ ὁ ἐλάττων τὸν ἐλάττονα.

Theor. 19. Propo. 21.

Minimi numeri omniũ, qui eandem cum eis rationem habẽt, ęqualiter metiuntur numeros ean-

D	L		
G	H		
C	E	A	B
4	3	8	6
I	4		

dem

dem rationem habentes, maior quidem maiorem, minor verò minorem.

κϛ

Ἐὰν ὦσι τρεῖς ἀριθμοὶ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενοι καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

Theor. 20. Propo. 22.

Si tres sint numeri & alij multitudine illis æquales, qui bini sumantur & in eadem ratione, sit autem perturbata eorum proportio, etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt.

A	B	C	D	E	F
6	4	3	12	8	6

κγ

Οἱ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ ἐλάχιστοι εἰσὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Theor. 21. Prop. 23.

Primi inter se numeri minimi sunt omnium eandem cum eis rationem habentiũ.

A	B	E	C	D
5	6	2	4	3

κδ

Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Theorema 22. Propositio 24.

Mini-

Minimi numeri omnium eandem cum eis rationem habentium, primi sunt inter se.

A	B	C	D	E
8	6	4	3	2

κε

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ὁ τὸν ἕνα αὐτῶν μετρῶν ἀριθμὸς πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτος ἔσται.

Theorema 23. Propo. 25.

Si duo numeri sint primi inter se, qui alterutrum illorum metitur numerus, is ad reliquũ primus erit.

A	B	C	D
6	7	3	4

κϛ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρός τινα ἀριθμὸν πρῶτοι ὦσιν, καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν αὐτὸν πρῶτος ἔσται.

Theor. 24. Propo. 26.

Si duo numeri ad quempiam numerũ primi sint, ad eũdem primus is quoque futurus est qui ab illis productus fuerit.

B				
3				
A	**C**	**D**	**E**	**F**
5	5	5	3	2

κζ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ὁ ἐκ τοῦ ἑνὸς αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτος ἔσται.

Theor.25.Propo.27.

Si duo numeri primi ſint inter ſe, qui ab vno eorum gignitur, ad reliquum primus erit.

B		
A	C	D
7	6	3

κη

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς δύο ἀριθμοὺς ἀμφότεροι πρὸς ἑκάτερον πρῶτοι ὦσι, καὶ οἱ ἐξ αὐτῶν γενόμενοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Theor. 26. Propo.28.

Si duo numeri ad duos numeros ambo ad vtrunque primi ſint, & qui ex eis gignentur, primi inter ſe erunt.

A	B	E	C	D	F
3	5	15	2	4	8

κθ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ πολλαπλασιάσας ἑκάτερος ἑαυτὸν ποιῇ τινά, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται. κἂν οἱ ἐξ ἀρχῆς τοὺς γενομένους πολλαπλασιάσαντες ποιῶσι τινάς, κἀκεῖνοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται, καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει.

Theor.27.Propo.29.

Si duo numeri primi ſint inter ſe, & multiplicans vterque ſeipſum procreet aliquem, qui

ex

ex ijs producti fuerint, primi inter se erunt. Quòd si numeri initio propositi multiplicantes eos qui producti sunt, effecerint aliquos, hi quoq; inter se primi erunt, & circa extremos idē hoc semper eueniet.

A	C	E	B	D	F
3	6	27	4	16	63

λ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ συναμφότερος πρὸς ἑκάτερον αὐτῶν πρῶτος ἔσαι. καὶ ἐὰν συναμφότερος πρὸς ἕνα ἱνὰ αὐτῶν πρῶτος ᾖ, καὶ οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Theor. 28. Propo. 30.

Si duo numeri primi sint inter se, etiam simul vterq; ad vtrunq; illorum primus erit, Et si simul vterq; ad vnum aliquem eorum primus sit, etiam qui initio positi sunt numeri, primi inter se erunt.

	C	
A	B	D
7	5	4

λα

Ἅπας πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς ἅπαντα ἀριθμὸν, ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός ἐστιν.

Theor. 29. Propo. 31.

Omnis primus numerus ad omnem numerum quem nō metitur, primus est.

A	B	C
7	10	5

λβ

Ἐὰν

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσι τινά, τὸν δὲ γενόμενον ἐξ αὐτῶν μετρῇ τις πρῶτος ἀριθμός, καὶ ἕνα τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρήσει.

Theor.30.Propo.31.

Si duo numeri sese mutuò multiplicantes faciant aliquem, hunc aũt ab illis productum metiatur primus quidam numerus, is alterum etiam metitur eorum qui initio positi erant.

A	B	C	D	E
2	6	12	3	4

λγ.

Ἅπας σύνθετος ἀριθμός, ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. Theor.31.Prop.33.

Omnem cõpositum numerũ aliquis primus metietur.

A	B	C
27	9	3

λδ.

Ἅπας ἀριθμὸς ἤτοι πρῶτός ἐστιν, ἢ ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. Theor.32.Prop.34.

Omnis numerus aut primus est, aut eũ aliquis primus metitur.

A	A	
3	6	3

λε

Ἀριθμῶν δοθέντων ὁποσωνοῦν εὑρεῖν τοὺς ἐλαχίστους τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Probl.3.Prop.35.

Numeris datis quotcunque, reperire minimos omnium qui eandem cum illis rationem habeant.

A B C D E F G H K I M
6 8 12 2 3 4 6 2 3 4 3

λς

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, εὑρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

Probl.4.Propo.36.

Duobus numeris datis, reperire quē quem illi minimū metiantur numerum.

B A C D E F
7 12 8 4 5

A F E C D G H
6 9 12 9 2 3

λζ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμόν τινα μετρῶσι, καὶ ὁ ἐλάχιστος ὑπ' αὐτῶν μετρούμενος τὸν αὐτὸν μετρήσει.

Theor.33.Propo.37.

Si duo numeri numerum quempiam metiantur, & minimus quem illi metiuntur eūdem metietur.

A B E F C
2 3 6 12

λη

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων, εὑρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν. Probl.5.Prop.38.

Tribus numeris datis reperire quē

A B C D E
3 4 6 12 8

mini-

minimum numerum illi metiantur.

A	B	C	D	E	F
3	6	8	12	24	16

λθ

Ἐὰν ἀριθμὸς ὑπό τινος ἀριθμοῦ μετρῆται, ὁ μετρούμενος ὁμώνυμον μέρος ἕξει τῷ μετροῦντι.

Theor.34.Proposit.39.

Si numerum quiſpiam numerus metiatur, menſus partem habebit metienti cognominem.

A	B	C	D
12	4	3	1

μ

Ἐὰν ἀριθμὸς μέρος ἔχῃ ὁτιοῦν, ὑπὸ ὁμωνύμου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται τῷ μέρει.

Theor.35.Propo.40.

Si numerus partem habuerit quamlibet, illum metietur numerus parti cognominis.

A	B	C	D
8	4	2	1

μα

Ἀριθμὸν εὑρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὢν ἕξει τὰ δοθέντα μέρη.

Problе. 6. Propoſit. 41.

Numerū reperire, qui minimus cùm ſit, datas habeat partes.

A	B	C	G	H
2	3	4	12	10

Elementi ſeptimi finis.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ͂ΟΝ
ὄγδοον.

EVCLIDIS ELEMEN-
TVM OCTAVVM.

α

Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Theor.1.Proposit.1.

Si sint quotcunq; numeri deinceps propor- tionales, quorum extremi sint inter se pri- mi, mini- mi sunt omnium eandem cum eis rationem habentium.

A	B	C	D	E	F	G	H.
8	12	18	27	6	8	12	18

β Ἀρι

β

Ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἀνάλογον ἐλαχίστους, ὅσους ἐπιτάξῃ τὶς ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ.

Problema 1. Propo. 2.

Numeros reperire deinceps proportionales minimos, quotcunque iusserit quispiam in data ratione.

A	B	C	D	E	F	G	H	K
3	4	9	12	16	27	36	49	64

γ

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Theor. 2. Prop. 3. Conuersa primę.

Si sint quotcunq; numeri deinceps proportionales minimi habẽtium eandem cum eis rationem, illorum extremi sunt inter se primi.

A	B	C	D	E	F	G	H	K	L	M	N	O
27	16	48	64	3	4	9	12	16	27	36	48	64

δ

Λόγων δοθέντων ὁποσωνοῦν ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς, ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἐλαχίστους ἐν τοῖς δοθεῖσι λόγοις.

Problema 2. Prop. 4.

Rationibus datis quotcunque in minimis numeris reperire numeros deinceps minimos in datis rationibus.

A	B	C	D	E	F	H	G	K	L	N	X	M	O
3	4	2	3	4	5	6	8	12	15	4	6	10	12

ε

Οἱ ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσι τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Theorema 3. Prop. 5.

Plani numeri rationem inter se habent ex lateribus compositam.

A	L	B	C	D	E	F	G	H	K
18	22	32	3	6	4	8	9	12	16

ϛ

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ὁ δὲ πρῶτος τὸν δεύτερον μὴ μετρῇ, οὐδεὶς ἄλλος οὐδένα μετρήσει.

Theorema 4. prop. 6.

Si ſint quotlibet numeri deinceps

A	B	C	D	E	F	G	H
16	24	36	54	82	4	6	9

proportionales, primus autem ſecundum non metiatur, neq; alius quiſquam vllum metietur.

ζ

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ὁ δὲ πρῶτος τὸν ἔσχατον μετρεῖ, καὶ τὸν δεύτερον μετρήσει.

Theore. 5. Propoſi. 7.

Si ſint quotcunque numeri deinceps proportionales, primus autem extremum metiatur, is etiam ſecundum metietur.

A	B	C	D
4	6	12	24

η

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοὶ, ὅσοι εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Theore. 6. Prop. 8.

Si inter duos numeros medij continua propor-

portione incidant numeri, quot inter eos medij continua proportione incidunt numeri, tot & inter alios eandem cum illis habentes rationem medij continua proportione incident.

A	C	D	B	G	H	K	L	E	M	N	F
4	9	27	81	1	3	9	27	2	6	18	54

S

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοὶ, ὅσοι εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἑκατέρου αὐτῶν καὶ μονάδος ἑξῆς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Theore.7. Proposi.9.

Si duo numeri sint inter se primi, & inter eos medij continua proportione incidant numeri, quot inter illos medij cõtinua proportione incidunt numeri, totidem & inter vtrunque eorum ac vnitatem deinceps medij continua proportione incident.

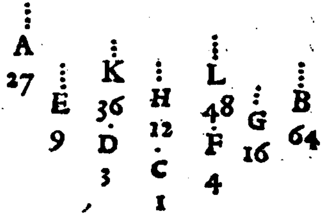
A	M	H	E	F	N	C	K	X	G	D	L	O	B
27	27	9	36	3	36	1	12	48	4	48	16	64	64

ι

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν καὶ μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι ἑκατέρου αὐτῶν καὶ μονάδος ἑξῆς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Theor.8.Prop.10.

Si inter duos numeros & vnitatem cōtinuè proportionales incidant numeri, quot inter vtrunq; ipsorum & vnitatem deinceps medij continua proportione incidūt numeri, totidem & inter illos medij continua proportione incident.



ια

Δύο τετραγώνων ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογός ἐστιν ἀριθμός, καὶ ὁ τετράγωνος πρὸς τὸν τετράγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν.

Theor.9.Proposi.11.

Duorum quadratorum numerorum vnus medius proportionalis est numerus: & quadra-

dratus ad quadratum duplicatam habet lateris ad latus rationem.

A	C	E	D	B
9	3	12	4	16

ιϐ

Δύο κύβων ἀριθμῶν δύο ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί, καὶ ὁ κύβος πρὸς τὸν κύβον τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν.

Theorema 10. Prop 12.

Duorum cuborum numerorum duo medij proportionales sunt numeri: & cubus ad cubum triplicatam habet lateris ad latus rationem.

A	H	K	B	C	D	E	F	G
27	36	48	64	3	4	9	12	16

ιγ

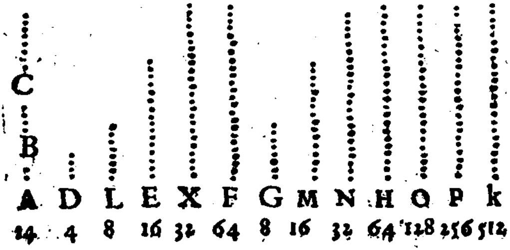
Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, καὶ πολλαπλασιάσας ἕκαστος ἑαυτὸν ποιῇ τινάς, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἀνάλογον ἔσονται. καὶ ἐὰν οἱ ἐξ ἀρχῆς τοὺς γινομένους πολλαπλασιάσαντες ποιῶσι τινάς, καὶ αὐτοὶ ἀνάλογον ἔσονται, καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει.

Theore. 11. Propo. 13.

Si sint quotlibet numeri deinceps proportionales, & multiplicans quisq; seipsum faciat

 ciat

ciat aliquos, qui ab illis producti fuerint, proportionales erunt: & si numeri primum positi, ex suo in procreatos ductu faciant aliquos, ipsi quoque proportionales erunt.



ιδ

Ἐὰν τετράγωνος τετράγωνον μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει. καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει.

Theor. 12. Prop. 14.

Si quadratus numerus quadratum numerum metiatur, & latus vnius metietur latus alterius. Et si vnius quadrati latus metiatur latus alteri', & quadratus quadratum metietur.

A	E	B	C	D
9	12	16	3	4

ιε

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει. καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει.

Theorema 13. Propo. 15.

Si cubus numerus cubum numerum metiatur, & latus vnius metietur alterius latus. Et si latus vnius cubi latus alterius metiatur, tum cubus cubum metietur.

A	H	k	B	C	D	E	F	G
8	16	28	64	2	4	4	8	16

ιϛ

Ἐὰν τετράγωνος ἀριθμὸς τετράγωνον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει, κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει.

Theor. 14. Propo. 16.

Si quadratus numerus quadratum numerum non metiatur, neq; latus vnius metietur alterius latus. Et si latus vnius quadrati non metiatur latus alterius, neq; quadratus quadratum metietur.

A	B	C	D
9	16	3	4

K 4 ιζ

ιζ

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδ' ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει. κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδ' ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει.

Theor.15.Propoſi.17.

Si cubus numerus cubum numerum nõ metiatur, neque latus vnius latus alterius metietur. Et ſi latus cubi alicuius latus alterius non metiatur, neq; cubus cubum metietur.

A B C D
8 27 9 11

ιη

Δύο ὁμοίων ἐπιπέδων ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογός ἐστιν ἀριθμός, καὶ ὁ ἐπίπεδος πρὸς τὸν ἐπίπεδον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Theore.16.Propo.18.

Duorum ſimilium planorum numerorum vnus medius proportionalis eſt numerus: & planus ad planum duplicatam habet lateris homologi ad latus homologum rationem.

A G B C D E F
12 18 27 2 6 3 9

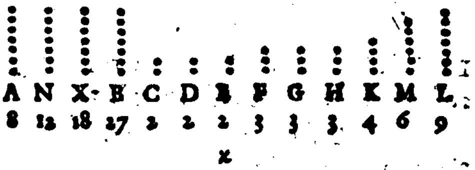
ιθ

Δύο

Δύο ὁμοίων στερεῶν ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. καὶ ὁ στερεὸς πρὸς τὸν ὅμοιον στερεὸν τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Theore.17.Propo.19.

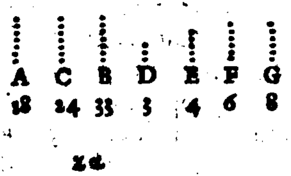
Inter duos similes numeros solidos, duo medij proportionales incidunt numeri: & solidus ad similem solidum triplicatam rationem habet lateris homologi ad latus homologum.



Ἐὰν δύο ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτῃ ἀριθμός, ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἔσονται ἀριθμοί.

Theore.18.Propo.20.

Si inter duos numeros vnus medius proportionalis incidat numerus, similes plani erūt illi numeri



Ἐὰν δύο ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοὶ, ὅμοιοι στερεοί εἰσιν οἱ ἀριθμοί.

Theor.19.Prop.21.

Si inter duos numeros duo medij proportionales incidant numeri, similes solidi sunt illi numeri.

A	C	D	B	E	F	G	H	k	L	M
27	36	44	64	9	12	16	3	3	3	4

κβ

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾖ, καὶ ὁ τρίτος τετράγωνος ἔσται.

Theore.20.Propo.22.

Si tres numeri deinceps sint proportionales, primus autem sit quadratus, & tertius quadratus erit.

A	B	D
9	15	25

κγ

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ, καὶ ὁ τέταρτος κύβος ἔσται.

Theore.21.Propo.23.

Si quatuor numeri deinceps sint proportionales, primus autem sit cubus, & quartus cubus erit.

A	B	C	D
8	12	18	27

κδ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν ὃν τε-
τράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμὸν, ὁ δὲ
πρῶτος τετράγωνος ᾖ, καὶ ὁ δεύτερος τετράγωνος ἔσται.

Theor.22.Propo.24.

Si duo numeri rationem habeant inter se, quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, primus autem sit quadratus, & secũdus quadratus erit.

A		B	C		D
4	6	9	16	24	36

κε

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν, ὃν κύ-
βος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμὸν, ὁ δὲ πρῶτος κύ-
βος ᾖ, καὶ ὁ δεύτερος κύβος ἔσται.

Theore.23.Propo.25.

Si numeri duo rationem inter se habeant, quam cubus numerus ad cubum numerum, primus autem cubus sit, & secundus cubus erit.

A	E	F	B	C			D
8	12	18	27	64	95	140	216

κς

κϛ

Οἱ ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν.

Theor.24.Propo.26.

Similes plani numeri rationem inter se habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

A	C	B	D	E	F
18	24	32	9	12	16

κζ

Οἱ ὅμοιοι στερεοὶ ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν.

Theore.25.Propo.27.

Similes solidi numeri rationem habent inter se, quam cubus numerus ad cubum numerum.

A	C	D	B	E	F	G	H
16	24	36	54	8	12	18	27

Elementi octaui finis.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΕΝ-
ΝΑΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMEN-
TVM NONVM.

α

Ἂν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσι τινά, ὁ γενόμενος τετράγωνος ἔσται.

Theore.1.Propo.1.

Si duo ſimiles plani numeri mutuò ſeſe multiplicantes quendã procreent, productus quadratus erit.

A	E	B	D		C
4	6	9	16	24	36

β

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσι τετράγωνον, ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσι.

Theorema 2. Prop. 2.

Si duo numeri mutuò sese multiplicantes quadratum faciant, illi similes sunt plani.

A		B	D		C
4	6	12	9	18	36

γ

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος κύβος ἔσται.

Theore. 3. Proposi. 3.

Si cubus numerus seipsum multiplicās procreet aliquē, productus cubus erit.

Vni	D	D	A			B
	3	4	8	16	32	64

δ

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος κύβος ἔσται.

Theorema 4. prop. 4.

Si cubus numerus cubū numerum multiplicans quendam procreet, procreatus cubus erit.

A	B	D	C
8	27	64	216

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ ὁ πολλαπλασιασθεὶς κύβος ἔσται.

Theor.5.Proposi.5.

Si cubus numerus numerum quendam multiplicans cubum procreet, & multiplicatus cubus erit.	A	B	D	C
	27	64	729	1728

ς

Ἐὰν ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ αὐτὸς κύβος ἔσται.

Theorema 6. Proposi.6.

Si numerus seipsum multiplicans cubum procreet, & ipse cubus erit.	A	B	C
	27	729	19683

ζ

Ἐὰν σύνθετος ἀριθμὸς ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος στερεὸς ἔσται.

Theorema 7.Prop.7.

Si compositus numerus quēdam numerum multiplicans quempiam procreet, productus solidus erit.	A	B	C	D	E
	6	8	48	2	3

η Ἐὰν

η

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ μὲν τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος τετράγωνός ἐστι, καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες πάντες, ὁ δὲ τέταρτος κύβος, καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες, ὁ δὲ ἕβδομος κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος, καὶ οἱ πέντε διαλείποντες πάντες.

Theore.8.Proposi.8.

Si ab vnitate quotlibet numeri deinceps proportionales sint, tertius ab vnitate quadratus est, & vnum intermittentes omnes: quartus autem cubus, & duobus intermissis omnes: septimus verò cubus simul & quadratus, & quinque vni intermissis omnes.

	Vni	A	B	C	D	E	F
		3	9	27	81	243	729

θ

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα τετράγωνος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοι ἔσονται. καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι ἔσονται.

Theorema 9. Proposi.9.

Si ab vnitate sint quotcunque numeri deinceps proportionales, sit autem quadratus is qui

qui vnitatem sequitur, & reliqui omnes quadrati erunt. Quòd si qui vnitatem sequitur cubus sit, & reliqui omnes cubi erunt.

quadrati		cubi
531441	F	7329069
59049	E	531441
6561	D	59049
729	C	6561
81	B	729
9	A	81

Vnitas.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα μὴ ᾖ τετράγωνος, οὐδ᾽ ἄλλος οὐδεὶς τετράγωνος ἔσαι, χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν ἕνα διαλειπόντων πάντων. καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος μὴ ᾖ, οὐδ᾽ ἄλλος οὐδεὶς κύβος ἔσαι. χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν δύο διαλειπόντων πάντων.

Theor. 10. Propo. 10.

Si ab vnitate numeri quotcunque proportionales sint, non sit autem quadratus is qui vnitatem sequitur, neq; alius vllus qua-

Vnitas.	A	B	C	D	E	F
	3	9	37	81	243	729
			E			

dratus

dratus erit, demptis tertio ab vnitate ac omnibus vnum intermittentibus. Quòd si qui vnitatem sequitur, cubus non sit, neque alius vllus cubus erit, demptis quarto ab vnitate ac omnibus duos intermittentibus.

ια

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐλάττων τὸν μείζονα μετρεῖ κατά τινα τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς.

Theore. 11. Propo. 11.

Si ab vnitate numeri quotlibet deinceps proportionales sint, minor maiorem metitur per quempiã eorum qui in proportionalibus sunt numeris.

A	B	C	D	E
1	2	4	8	16

ιβ

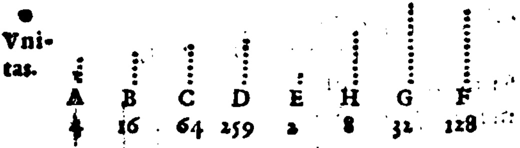
Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὑφ' ὅσων ἂν ὁ ἔσχατος πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν καὶ ὁ παρὰ τὴν μονάδα μετρηθήσεται.

Theore. 12. Propo. 12.

Si ab vnitate quotlibet numeri sint proportionales, quot primorum numerorum vlti-

mum

mum metiuntur, totidem & eum qui vnitati proximus est, metientur.

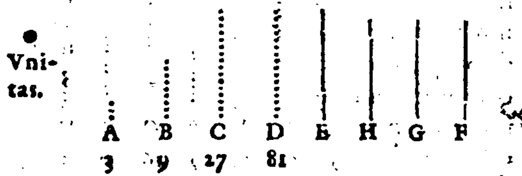


ιγ

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα πρῶτος ᾖ, ὁ μέγιστος ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται παρὲξ τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς.

Theore. 13. Propo. 13.

Si ab vnitate sint quotcunque numeri deinceps proportionales, primus autem sit qui vnitatem sequitur, maximum nullus alius metietur, ijs exceptis qui in proportionalibus sunt numeris.

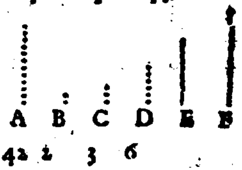


ιδ

Ἐὰν ἐλάχιστος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρὲξ τῶν ἐξαρχῆς μετρούντων.

Theor.14. Propo.14.

Si minimum numerum primi aliquot numeri metiantur, nullus alius numerus primus illum metietur, ijs exceptis qui primò metiuntur.

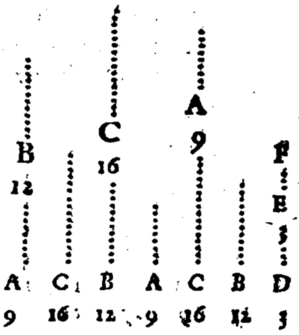


ιε

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, δύο ὁποιοῦν συντεθέντες πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτοι εἰσίν.

Theore.15. Propo.15.

Si tres numeri deinceps proportionales sint minimi, eãdem cũ ipsis habentium rationem, duo quilibet compositi ad tertium primi erunt.

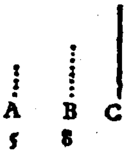


ις

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, οὐκ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, οὕτως ὁ δεύτερος πρὸς ἄλλον τινά.

Theor.16. Propo.16.

Si duo numeri sint inter se primi, non se habebit quēadmodum primus ad secundum, ita secundus ad quempiam alium.

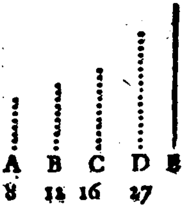


ιζ

Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, οὐκ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, οὕτως ὁ ἔσχατος πρὸς ἄλλον τινά.

Theore.17. Propo.17.

Si sint quotlibet numeri deinceps proportionales, quorum extremi sint inter se primi, non erit quemadmodum primus ad secundum, ita vltimus ad quempiam alium.

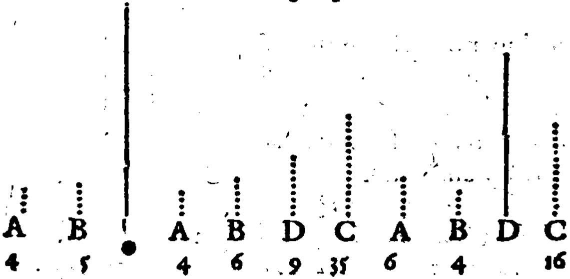


ιη

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, ἐπισκέψασθαι εἰ δυνατόν ἐστι αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Theor.18. Propo.18.

Duobus numeris datis, conſiderare poſsítne tertius illis inueniri proportionalis.

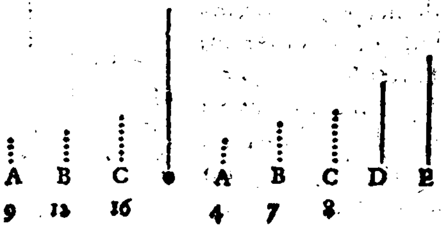


ιθ

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων, ἐπισκέψασθαι εἰ δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Theore.19. Propo.19.

Tribus numeris datis, conſiderare poſsítne quartus illis reperiri proportionalis.



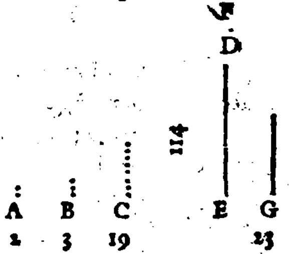
Oi

κ

Οἱ πρῶτοι ἀριθμοὶ πλείους εἰσὶ παντὸς τοῦ προτεθέντος πλήθους πρώτων ἀριθμῶν.

Theore.20. Propo.20.

Primi numeri plures sunt quacunque ppofita multitudine primorum numerorum.

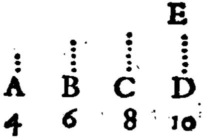


κα

Ἐὰν ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, ὁ ὅλος ἄρτιός ἐστι.

Theor.21. Propo.21.

Si pares numeri quotlibet compositi sint, totus est par.



κα

Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσι, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν ἄρτιον ᾖ, ὅλος ἄρτιος ἔσται.

Theor.22. Propo.22.

Si impares numeri quotlibet compositi

 sint,

ſint, ſit autem par illorum multitudo, totus par erit.

A	B	C	D
5	9	7	3

E

κγ

Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν περισσὸν ᾖ, καὶ ὅλος περισσὸς ἔσται.

Theore. 23. Propo. 23.

Si impares numeri quotcunq; compoſiti ſint, ſit autẽ impar illorum multitudo, & totus impar erit.

A	B	C	E
5	7	8	1

κδ

Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, καὶ ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

Theor. 24. Propo. 24.

Si de pari numero par detractus ſit, & reliquus par erit.

B

A	C
6	4

κε

Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαιρεθῇ, καὶ ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται.

Theo.

Theor. 25. Propo. 25.

Si de pari numero impar detractus sit, & reliquus impar erit.

B
A C D
8 1 4

κϛ

Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαιρεθῇ, καὶ ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

Theore. 26. Propo. 26.

Si de impari numero impar detractus sit, & reliquus par erit.

B
A C D
4 6 1.

κζ

Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται.

Theore. 27. Propo. 27.

Si ab impari numero par ablatus sit, reliquus impar erit.

B
A D C
1 4 4

κη

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον πολλαπλασιάσας ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος ἄρτιος ἔσται.

Theor. 28. Propo. 28.

Si impar numerus parem multiplicans, procreet quempiam, procreatus par erit.

A B C

3 4 12

κθ

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς περισσὸν ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος περισσὸς ἔσται.

Theor. 29. Propo. 29.

Si impar numerus imparem numerũ multiplicans quẽdã procreet, procreatus impar erit.

A B C

3 5 15

λ

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ τὸν ἥμισυν αὐτοῦ μετρήσει.

Theor. 30. Propo. 30.

Si impar numerus parem numerum metiatur, & illius dimidium metietur.

A C B

3 6 18

λα

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς πρός τινα ἀριθμὸν πρῶτος ᾖ, καὶ πρὸς τὸν διπλάσιον αὐτοῦ πρῶτος ἔσται.

Theore. 31. Propo. 31.

Si impar numerus ad numerum quempiã primus sit, & ad illius duplum primus erit.

A B C D

7 8 16

λβ

Τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ἀριθμῶν ἕκαστος ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μόνον.

Theore.32. Propo.32.

Numerorũ, qui à binario dupli ſunt, vnuſquiſq; pariter par eſt tantùm.

Vnitas.	A	B	C	D
	2	4	8	16

λγ

Ἐὰν ἀριθμὸς τὸν ἥμισυν ἔχῃ περισσόν, ἀρτιάκις περισσός ἐστι μόνον.

Theore.33. Propo.33.

Si numerus dimidium impar habeat, pariter impar eſt tantùm.

A
20

λδ

Ἐὰν ἄρτιος ἀριθμὸς μήτε τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ᾖ, μήτε τὸν ἥμισυν ἔχῃ περισσόν, ἀρτιάκις τε ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις περισσός.

Theore.34. Propo.34.

Si par numerus nec ſit duplus à binario, nec dimidium impar habeat, pariter par eſt, & pariter impar.

A
20

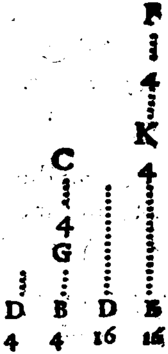
Ἐὰν

λε

Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ἀφαιρεθῶσι δὲ ἀπό τε τοῦ δευτέρου καὶ τοῦ ἐσχάτου ἴσοι τῷ πρώτῳ, ἔσται ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴ πρὸς τὸν πρῶτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ ἑαυτοῦ ἅπαντας.

Theor.35.Propo.35.

Si ſint quotlibet numeri deinceps proportionales, detrahantur autem de ſecundo & vltimo æquales ipſi primo, erit quemadmodum ſecundi exceſſus ad primum, ita vltimi exceſſus ad omnes qui vltimum antecedunt.



λϛ

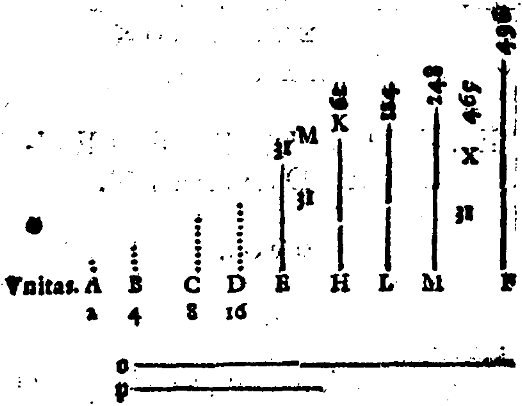
Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἐκτεθῶσιν ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ ἕως ἂν ὁ σύμπας συντεθεὶς πρῶτος γένηται, καὶ ὁ σύμπας ἐπὶ τὸν ἔσχατον πολλαπλασιασθεὶς ποιῇ τινὰ, ὁ γενόμενος τέλειος ἔσται.

Theor.36. Propo.36.

Si ab vnitate numeri quotlibet deinceps

expo-

expositi sunt in duplici proportione quoad totus compositus primus factus sit, isque totus in vltimum multiplicatus quempiã procreet, procreatus perfectus erit.



Elementi noni finis.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ'ΟΝ ΔΕ'ΚΑΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM DECIMVM.

ΟΡΟΙ.

α

Συμμετρα μεγέθη λέγεται, τὰ τῷ αὐτῷ μέτρῳ μετρούμενα.

DEFINITIONES.

I

Commenſurabiles magnitudines dicuntur illæ, quas eadem menſura metitur.

β

Ασύμμετρα δὲ, ὧν μηδὲν ἐνδέχεται κοινὸν μέτρον γενέσθαι.

In-

2

Incommensurabiles verò magnitudines dicuntur hæ, quarum nullam mensuram communem contingit reperiri.

γ

Εὐθεῖαι δυνάμει σύμμετροί εἰσιν, ὅταν τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα τῷ αὐτῷ χωρίῳ μετρῆται.

3

Lineæ rectæ potentia commensurabiles sunt, quarum quadrata vna eadem superficies siue area metitur.

δ

Ἀσύμμετροι δὲ, ὅταν τοῖς ἀπ' αὐτῶν τετραγώνοις μηδὲν ἐνδέχηται χωρίον κοινὸν μέτρον γενέσθαι.

4

Incommensurabiles verò lineæ sunt, quarũ quadrata, quæ metiatur area communis, reperiri nulla potest.

ε

Τούτων ὑποκειμένων, δείκνυται ὅτι τῇ προτεθείσῃ εὐθείᾳ ὑπάρχουσιν εὐθεῖαι πλήθει ἄπειροι, σύμμετροί τε καὶ ἀσύμμετροι, αἱ μὲν μήκει καὶ δυνάμει, αἱ δὲ δυνάμει μόνον. Καλείσθω δὲ ἡ μὲν προτεθεῖσα εὐθεῖα ῥητή.

5

Hæc cùm ita sint, ostendi potest quòd quantacunque linea recta nobis proponatur, ex-

existunt etiam aliæ lineæ innumerabiles eidem commensurabiles, aliæ item incommensurabiles, hæ quidem longitudine & potentia: illæ verò potentia tantùm. Vocetur igitur linea recta, quantacunque proponatur, ῥητὴ, id est rationalis.

ς

Καὶ αἱ ταύτῃ σύμμετροι εἴτε μήκει καὶ δυνάμει, εἴτε δυνάμει μόνον, ῥηταί.

6

Lineæ quoque illi ῥητῇ commensurabiles siue longitudine & potentia, siue potentia tantùm, vocentur & ipsæ ῥηταί, id est rationales.

ζ

Αἱ δὲ ταύτῃ ἀσύμμετροι, ἄλογοι καλείσθωσαν.

7

Quæ verò lineæ sunt incommensurabiles illi τῇ ῥητῇ, id est primo loco rationali, vocentur ἄλογοι, id est irrationales.

η

Καὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς προτεθείσης εὐθείας τετράγωνον, ῥητόν.

8

Et quadratum quod à linea proposita describitur, quam ῥητὴν vocari voluimus, vocetur ῥητόν.

Καὶ

θ

Καὶ τὰ τούτῳ σύμμετρα, ῥητά.

9

Et quæ ſunt huic commenſurabilia, vocentur ῥητά.

ι

Τὰ δὲ τούτῳ ἀσύμμετρα, ἄλογα καλείσθω.

10

Quæ verò ſunt illi quadrato ῥητῷ ſcilicet incommenſurabilia, vocentur ἄλογα, id eſt ſurda.

ια

Καὶ αἱ δυνάμεναι αὐτά, ἄλογοι. εἰ μὲν τετράγωνα εἴη, αὗται αἱ πλευραί. εἰ δὲ ἕτερα τινὰ εὐθύγραμμα, αἱ ἴσα αὐτοῖς τετράγωνα ἀναγράφουσαι.

11

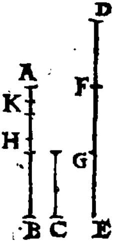
Et lineæ quæ illa incommenſurabilia deſcribunt, vocentur ἄλογοι. Et quidem ſi illa incommenſurabilia fuerint quadrata, ipſa eorum latera vocabūtur ἄλογοι lineæ. quòd ſi quadrata quidem non fuerint, verùm aliæ quæpiam ſuperficies ſiue figuræ rectilineæ, tunc verò lineæ illæ quæ deſcribunt quadrata æqualia figuris rectilineis, vocentur ἄλογοι.

Προτάσις. α.

Δύο μεγεθῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, ἐὰν ἀπὸ τοῦ μείζονος ἀφαιρεθῇ μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ, καὶ τοῦ καταλειπομένου μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ, καὶ τοῦτο ἀεὶ γίγνηται, λειφθήσεταί τι μέγεθος, ὅ ἐστιν ἔλασσον ἐκκειμένου ἐλάσσονος μεγέθους.

Theore. 1. Propo. 1.

Duabus magnitudinibus inæqualibus propositis, si de maiore detrahatur plus dimidio, & rursus de residuo iterum detrahatur plus dimidio, idque semper fiat: relinquetur quædam magnitudo minor altera minore ex duabus propositis.



β

Ἐὰν δύο μεγεθῶν ἐκκειμένων ἀνίσων, ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος, τὸ καταλειπόμενον μηδέποτε καταμετρῇ τὸ πρὸ ἑαυτοῦ, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη.

Theore. 2. Propo. 2.

Duabus magnitudinibus propositis inæqualibus, si detrahatur semper minor de maiore, alterna quadam detractione, neque residuum vnquam metiatur id quod

ante se metiebatur, incommensurabiles sunt illæ magnitudines.

γ

Δύο μεγεθῶν συμμέτρων δοθέντων, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Proble. 1. Proposi. 3.

Duabus magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam ipsarum communem mensuram reperire.

δ

Τριῶν μεγεθῶν συμμέτρων δοθέντων, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Proble. 2. Propo. 4.

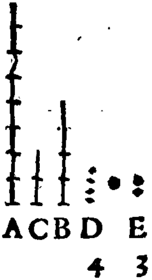
Tribus magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam ipsarum communem mensuram reperire.

ε

Τὰ σύμμετρα μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει, ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν.

Theore. 3. Propo. 5.

Commensurabiles magnitudines inter se proportionem eam habent, quam habet numerus ad numerum.

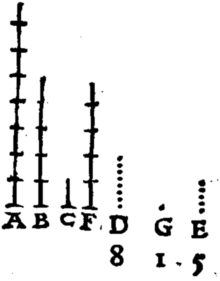


ϛ

Ἐὰν δύο μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν, σύμμετρά ἐστι τὰ μεγέθη.

Theore. 4. Propo. 6.

Si duæ magnitudines proportionem eam habent inter se quam numerus ad numerum, commensurabiles sunt illæ magnitudines.

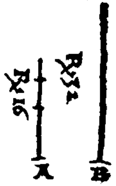


ζ

Τὰ ἀσύμμετρα μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον οὐκ ἔχει, ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν.

Theor.

Theore.5. Propo.7.



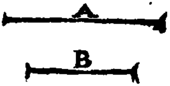
Incommenſurabiles magnitudines inter ſe proportionem non habent, quam numerus ad numerum.

η

Ἐὰν δύο μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον μὴ ἔχῃ ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη.

Theore.6. Propo.8.

Si duæ magnitudines inter ſe proportionem non habent quã numerus ad numerum, incõmenſurabiles illæ ſunt magnitudines.

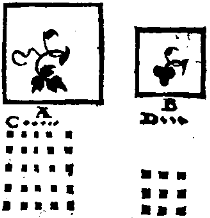


θ

Τὰ ἀπὸ τῶν μήκει συμμέτρων εὐθειῶν τετράγωνα, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος, ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. καὶ τὰ τετράγωνα τὰ πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχοντα ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, καὶ τὰς πλευρὰς ἕξει μήκει συμμέτρους. τὰ δὲ ἀπὸ τῶν μήκει ἀσυμμέτρων εὐθειῶν τετράγωνα πρὸς ἄλληλα λόγον οὐκ ἔχει ὅνπερ τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. καὶ τὰ τετράγωνα τὰ πρὸς ἄλληλα λόγον μὴ ἔχοντα ὅνπερ τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμὸν, οὐδὲ τὰς πλευρὰς ἕξει μήκει συμμέτρους.

Theore.7. Propo.9.

Quadrata, quæ describuntur à rectis lineis longitudine commensurabilibus, inter se proportionem habent quam numerus quadratus ad alium numerum quadratum. Et quadrata habentia proportionem inter se quam quadratus numerus ad numerum quadratum, habent quoque latera longitudine commensurabilia. Quadrata verò quæ describuntur à lineis longitudine incõmensurabilibus, proportionẽ non habent inter se quam quadratus numerus ad numerum alium quadratum. Et quadrata non habentia proportionem inter se quã numerus quadratus ad numerum quadratum, neque latera habebunt longitudine commensurabilia.



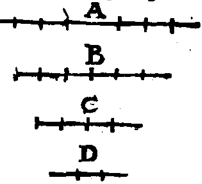
Ἐὰν

ι

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ δὲ πρῶτον τῷ δευτέρῳ σύμμετρον ᾖ, καὶ τὸ τρίτον τῷ τετάρτῳ σύμμετρον ἔσται. κἂν τὸ πρῶτον τῷ δευτέρῳ ἀσύμμετρον ᾖ, καὶ τὸ τρίτον τῷ τετάρτῳ ἀσύμμετρον ἔσται.

Theore.8. Propo.10.

Si quatuor magnitudines fuerint proportionales, prima verò secundæ fuerit commensurabilis, tertia quoq; quartæ commensurabilis erit. quòd si prima secundæ fuerit incommensurabilis, tertia quoque quartæ incommensurabilis erit.



ια

Τῇ προτεθείσῃ εὐθείᾳ προσευρεῖν δύο εὐθείας ἀσυμμέτρους, τὴν μὲν μήκει μόνον, τὴν δὲ καὶ δυνάμει.

Proble.3. Propo.11.

Propositæ lineæ rectæ (quam ῥητὴν vocari diximus) reperire duas lineas rectas incommensurabiles, hanc quidem longitudine tantùm, il-

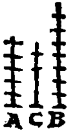
Iam verò non longitudine tantùm, ſed etiã potentia incommenſurabilem.

ιβ

Τὰ τῷ αὐτῷ μεγέθει σύμμετρα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶ σύμμετρα.

Theore. 9. Propo. 12.

Magnitudines quæ eidem magnitudini ſunt commenſurabiles, inter ſe quoq; ſunt commenſurabiles.



6D......4F..

4E.... 8G..

3H...

2K..

4L...

ιγ

Ἐὰν ᾖ δύο μεγέθη, καὶ τὸ μὲν σύμμετρον ᾖ τῷ αὐτῷ, τὸ δὲ ἕτερον ἀσύμμετρον, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη.

Theore. 10. Propo. 13.

Si ex duabus magnitudinibus hæc quidem commenſurabilis ſit tertiæ magnitudini, illa verò eidem incommenſurabilis, incommenſurabiles ſunt illæ duæ magnitudines.

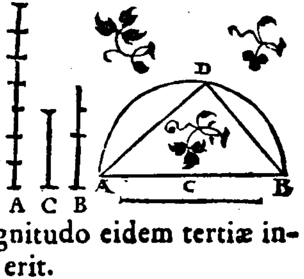
ιδ

Ἐὰν ᾖ δύο μεγέθη σύμμετρα, τὸ δὲ ἕτερον αὐτῶν με-

μεγέθει τινὶ ἀσύμμετρον ᾖ, καὶ τὸ λοιπὸν τῷ αὐτῷ ἀσύμμετρον ἔσται.

Theore.11. Propo.14.

Si duarũ magnitudinum cómenſurabilium altera fuerit incommenſurabilis magnitudini alteri cuipiã tertiæ, re



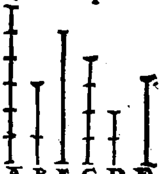
liqua quoque magnitudo eidem tertiæ incommenſurabilis erit.

ιε

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, δύνηται δὲ ἡ πρώτη τῆς δευτέρας μεῖζον τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, καὶ ἡ τρίτη τῆς τετάρτης μεῖζον δυνήσεται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει. καὶ ἐὰν ἡ πρώτη τῆς δευτέρας μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, καὶ ἡ τρίτη τῆς τετάρτης μεῖζον δυνήσεται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Theore. 12. Propo.15.

Si quatuor rectæ proportionales fuerint, poſsit autem prima pluſquam ſecunda tanto quantum eſt quadratum lineæ ſibi commenſurabilis longitudine: tertia quoque poterit pluſquàm quarta tanto quantum eſt quadratum lineæ ſibi commenſurabilis longitudine. Quòd si prima possit plusquam secunda quadrato lineæ sibi longitudine incommensurabilis, tertia quoque poterit plusquam quarta quadrato lineæ sibi incommensurabilis longitudine.

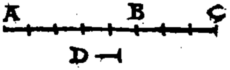


ιϛ

Ἐὰν δύο μεγέθη σύμμετρα συντεθῇ, καὶ τὸ ὅλον ἑκατέρῳ αὐτῶν σύμμετρον ἔσται. κἂν τὸ ὅλον ἑνὶ αὐτῶν σύμμετρον ᾖ, καὶ τὰ ἐξ ἀρχῆς μεγέθη σύμμετρα ἔσται.

Theore. 13. Propo. 16.

Si duæ magnitudines commensurabiles componantur, tota magnitudo composita singulis partibus cõmensurabilis erit. quòd si tota magnitudo composita alterutri parti commensurabilis fuerit, illæ duæ quoque partes commensurabiles erunt.



ιζ

Ἐὰν δύο μεγέθη ἀσύμμετρα συντεθῇ, καὶ τὸ ὅλον ἑκατέρῳ αὐτῶν ἀσύμμετρον ἔσται. κἂν τὸ ὅλον ἑνὶ αὐτῶν ἀσύμμετρον ᾖ, καὶ τὰ ἐξ ἀρχῆς μεγέθη ἀσύμμετρα ἔσται.

Theor.

Theor.14. Propo.17.

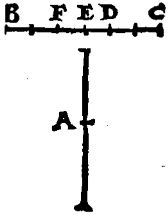
Si duæ magnitudines incommenſurabiles componantur, ipſa quoque tota magnitudo ſingulis partibus componentibus incommenſurabilis erit. Quòd ſi tota alteri parti incommenſurabilis fuerit, illæ quoque primæ magnitudines inter ſe incommenſurabiles erunt.

ιη

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παραλληλόγραμμον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, καὶ εἰς σύμμετρα αὐτὴν διαιρῇ μήκει, μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δυνήσεται, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει. καὶ ἐὰν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνηται, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παραλληλόγραμμον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, εἰς σύμμετρα αὐτὴν διαιρεῖ μήκει.

Theore.15. Propo.18.

Si fuerint duæ rectæ lineæ inæquales, & quartæ parti quadrati quod deſcribitur à minore, æquale parallelogrammum appliceplicetur ſecundum maiorem,ex qua maiore tantum excurrat extra latus parallelogrammi, quantum eſt alterum latus ipſius parallelogrammi: ſi prætereà parallelogrammum ſui applicatione diuidat lineam illam in partes inter ſe commenſurabiles longitudine, illa maior linea tanto plus poteſt quàm minor, quantum eſt quadratum lineæ ſibi commenſurabilis longitudine. Quòd ſi maior plus poſsit quàm minor, tanto quantum eſt quadratum lineæ ſibi commenſurabilis longitudine,& prætereà quartæ parti quadrati lineæ minoris æquale parallelogrammum applicetur ſecundum maiorem, ex qua maiore tantum excurrat extra latus parallelogrãmi, quantum eſt alterum latus ipſius parallelogrammi, parallelogrammum ſui applicatione diuidit maiorem in partes inter ſe longitudine commenſurabiles.



ιϑ

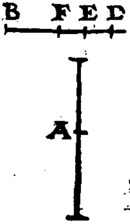
Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τοῦ

τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, καὶ εἰς ἀσύμμετρα αὐτὴν διαιρῇ μήκει, ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δυνήσεται, τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐὰν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ, τῷ δὲ τετάρτῳ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, εἰς ἀσύμμετρα αὐτὴν διαιρεῖ μήκει.

Theorе.16. Propoſ.19.

Si fuerint duæ rectæ inæquales, quartæ autem parti quadrati lineæ minoris æquale parallelogrammum ſecundum lineam maiorem applicetur, ex qua linea tantum excurrat extra latus parallelogrammi, quantum eſt alterum latus eiuſdem parallelogrammi: ſi parallelogrammum præterea ſui applicatione diuidat lineam in partes inter ſe longitudine incommenſurabiles, maior illa linea tantò plus poteſt quàm minor, quantum eſt quadratum lineæ ſibi maiori incommenſurabilis longitudine.
Quòd ſi maior linea tantò plus poſsit quàm minor, quantum eſt quadratum lineæ incommenſurabilis ſibi longitudine: & præterea quartæ parti quadrati lineæ minoris æquale parallelogrammum applicetur ſecun-

cundum maiorem, ex qua tantum excurrat extra latus parallelogrammi, quantum eſt alterum latus ipſius: parallelogrammum ſui applicatione diuidit maiorem in partes inter ſe incommenſurabiles longitudine.

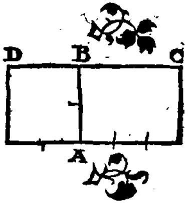


κ

Τὸ ὑπὸ ῥητῶν μήκει συμμέτρων κατά τινα τῶν προειρημένων τρόπων εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ῥητόν ἐστιν.

Theor. 17. Propo. 20.

Superficies rectangula contenta ex lineis rectis rationalibus longitudine commenſurabilibus ſecundum vnum aliquem modum ex antedictis, rationalis eſt.



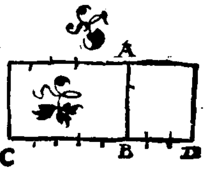
κα

Ἐὰν ῥητὸν παρὰ ῥητὴν παραβληθῇ, πλάτος ποιεῖ ῥητὴν καὶ σύμμετρον τῇ παρ' ἣν παράκειται, μήκει.

Theor.

Theore. 18. Propo. 21.

Si rationale ſecundum lineam rationalem applicetur, habebit alterum latus lineam rationalem & commenſurabilem longitudine lineæ cui rationale parallelogrammum applicatur.

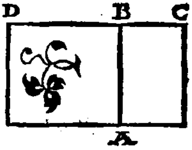


κβ

Τὸ ὑπὸ ῥητῶν δυνάμει μόνον συμμέτρων εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἄλογόν ἐστι, καὶ ἡ δυναμένη αὐτὸ, ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ Μέση.

Theor. 19. Propo. 22.

Superficies rectangula contenta duabus lineis rectis rationalibus potentia tantum commenſurabilibus, irrationalis eſt. Linea autem quę illam ſuperficiem poteſt, irrationalis & ipſa eſt; vocetur verò medialis.



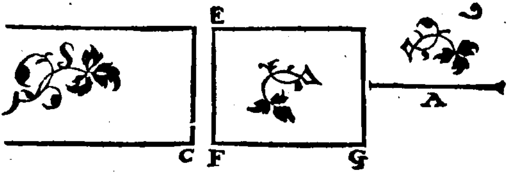
κγ

Τὸ ἀπὸ μέσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ ῥητὴν καὶ ἀσύμμετρον τῇ παρ' ἣν παράκειται, μήκει.

Theo.

Theor.20. Propo.23.

Quadrati lineæ medialis applicati secundum lineam rationalem, alterum latus est linea rationalis, & incommensurabilis longitudine lineæ secundum quam applicatur.

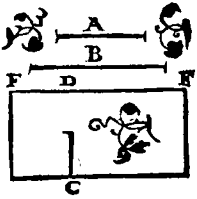


κδ

ἡ τῇ μέσῃ σύμμετρος, μέση ἐστίν.

Theor.21. Propo.24.

Linea recta mediali commensurabilis, est ipsa quoque medialis.

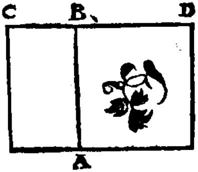


κε

Τὸ ὑπὸ μέσων μήκει συμμέτρων εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μέσον ἐστίν.

Theor.22. Propo.25.

Parallelogrammũ rectangulum contentum ex lineis medialibus longitudine commẽsurabilibus, mediale est.



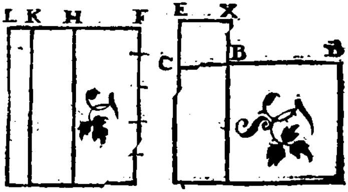
Τὸ ὑπὸ

κϛ

Τὸ ὑπὸ μέσων δυνάμει μόνον συμμέτρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἤτοι ῥητὸν, ἢ μέσον ἐστίν.

Theore.23.Propo.26.

Parallelogrammum rectangulum comprehensum duabus lineis medialibus potētia tantùm commenſurabilibus,



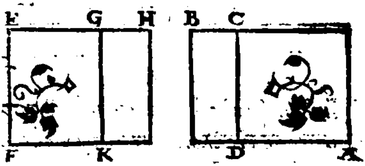
vel rationale eſt, vel mediale.

κζ

Μέσον μέσου οὐχ ὑπερέχει ῥητῷ.

Theor.24.Propo.27.

Mediale nō eſt maius quàm mediale ſuperficie rationali.

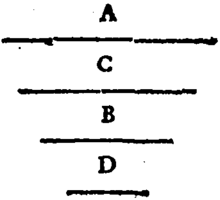


κη

Μέσας εὑρεῖν δυνάμει μόνον συμμέτρους, ῥητὸν περιεχούσας.

Proble. 4. Propo. 28.

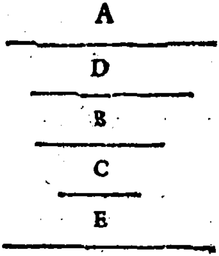
Mediales lineas inuenire potentia tã-tùm cõmensurabiles rationale comprehendentes.



κθ

Μέσας εὑρεῖν δυνάμει μόνον συμμέτρους μέσον περιεχούσας.

Probl. 5. Prop. 29.
Mediales lineas inuenire potentia tantùm commensurabiles mediale comprehendentes.



λ

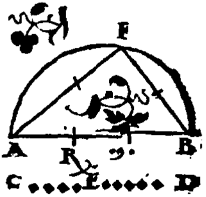
Εὑρεῖν δύο ῥητὰς δυνάμει μόνον συμμέτρους, ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάττονος μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Proble. 6. Propo. 30.

Reperire duas rationales potentia tantùm

com-

commenſurabiles huiuſ modi, vt maior ex illis poſsit plus quàm minor quadrato lineæ ſibi com menſurabilis longitudine.

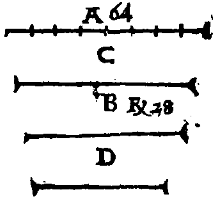


λα

Εὑρεῖν δύο μέσας δυνάμει μόνον συμμέτρους ῥητὸν περιεχούσας, ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Proble.- Propo.31.

Reperire duas lineas mediales potentia tantùm commenſurabiles ſuperficierationalem continentes, tales inquam, vt maior poſſit plus quàm minor quadrato lineæ ſibi commenſurabilis longitudine.



λβ

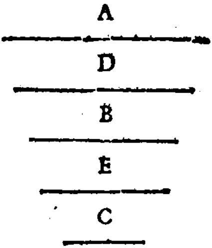
Εὑρεῖν δύο μέσας δυνάμει μόνον συμμέτρους μέσον περιεχούσας, ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάττονος μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ.

Proble.8. Propo.32.

Reperire duas lineas mediales potentia

 tan-

tantùm commenſurabiles medialem ſuperficiem continentes, huiuſmodi vt maior plus poſsit quàm minor quadrato lineæ ſibi cõmenſurabilis longitudine.

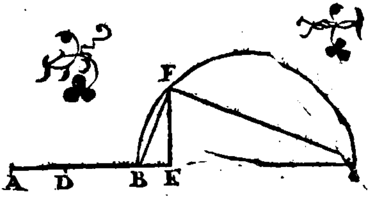


λγ

Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητόν, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν μέσον.

Proble. 9. Propo. 33.

Reperire duas rectas potentia incommenſurabiles, quarum quadrata ſimul addita faciant ſuperficiem rationalem, parallelogrammũ verò ex



ipſis contentum ſit mediale.

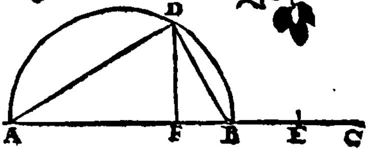
λδ

Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν ῥητόν.

Probl.

Probl.10. Propo.34.

Reperire lineas duas rectas potentia incommensurabiles, conficientes compositum ex ipsarũ quadratis mediale, parallelogrãmum verò ex ipsis cõtentum rationale.



λε

Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τό, τε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, καὶ τὸ ὑπ' αὐτῶν μέσον, καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων.

Probl. 11. Propo. 35.

Reperire duas lineas rectas potentia incommensurabiles, conficientes id quod ex ipsarum quadratis componitur mediale, simulque parallelogrammum ex ipsis cõtentum, mediale, quod præterea parallelogrammum sit incõmensurabile cõposito ex quadratis ipsarum.

ΑΡΧΗ ΤΩΝ ΚΑΤΑ ΣΥΝθεσιν ἑξάδων.

λϛ

Ἐὰν δύο ῥηταὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσιν, ἡ ὅλη ἄλογός ἐστιν. καλείσθω δὲ ἐκ δύο ὀνομάτων.

PRINCIPIVM SENARIOrum per compoſitionem.

Theor.25. Propo.36.

Si duæ rationales potentia tantùm commenſurabiles componantur, tota linea erit irrationalis. Vocetur autem Binomium.

λζ

Ἐὰν δύο μέσαι δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσι ῥητὸν περιέχουσαι, ἡ ὅλη ἄλογός ἐστι, καλείσθω δὲ ἐκ δύο μέσων πρώτη.

Theor.26. Propo.37.

Si duæ mediales potentia tantùm commenſurabiles rationale continentes componantur, tota linea eſt irrationalis, vocetur

autem

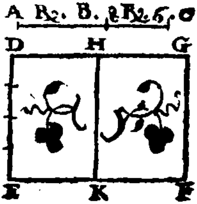
autem Bimediale prius.

λη

Ἐὰν δύο μέσαι δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσι μέσον περιέχουσαι, ἡ ὅλη ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἐκ δύο μέσων δευτέρα,

Theor. 27. Propo. 38.

Si duæ mediales potentia tantùm commensurabiles mediale continentes componantur, tota linea est irrationalis. vocetur autem Bimediale secundum.



λθ

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι συντεθῶσι ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητόν, τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν μέσον, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ μείζων.

Theor. 28. Propo. 39.

Si duæ rectæ potentia incommensurabiles componantur, conficientes compositum ex quadratis ipsarum rationale, parallelogrammum verò ex ipsis contentum mediale, tota linea recta est

irrationalis. Vocetur autem linea maior.

μ

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι συντεθῶσι,
ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν
τετραγώνων μέσον, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν ῥητόν, ἡ ὅλη εὐ-
θεῖα ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ῥητὸν καὶ μέσον δυνα-
μένη.

Theor.29.Propo.40.

Si duæ rectæ potentia incommensurabiles componantur, conficientes compositum ex ipsarum quadratis mediale, id verò quod fit ex ipsis, ra-

tionale, tota linea est irrationalis. Vocetur autem potens rationale & mediale.

μα

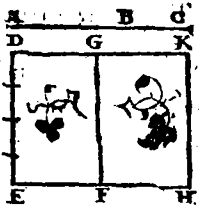
Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι συντεθῶσι
ποιοῦσαι τό, τε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τε-
τραγώνων μέσον, καὶ τὸ ὑπ' αὐτῶν μέσον, καὶ ἔτι ἀ-
σύμμετρον τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τε-
τραγώνων, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ δύο
μέσα δυναμένη.

Theor.30. Propo.41.

Si duæ rectæ potentia incommensurabiles componantur, conficientes compositum ex quadratis ipsarum mediale, & quod continetur ex ipsis, mediale, & præterea in-

com-

commenſurabile compoſito ex quadratis ipſarum, tota linea eſt irrationalis. Vocetur autem potens duo medialia.



μβ

Η ἐκ δύο ὀνομάτων καθ᾽ ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Theor. 31. Propo. 42.

Binomium in vnico tantùm puncto diuiditur in ſua nomina, id eſt in lineas ex quibus componitur.

μγ

Η ἐκ δύο μέσων πρώτη καθ᾽ ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

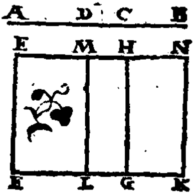
Theor. 32. Propo. 43.

Bimediale prius in vnico tantùm puncto diuiditur in ſua nomina.

μδ

Η ἐκ δύο μέσων δευτέρα καθ᾽ ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Theor. 33. Propo. 44.



Bimediale ſecundum in vnico tantùm puncto diuiditur in ſua nomina.

με

Ἡ μείζων κατὰ τὸ αὐτὸ μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Theor. 34. Propo. 45.

Linea maior in vnico tantùm puncto diuiditur in ſua nomina.

μϛ

Ἡ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Theor. 35. Propo. 46.

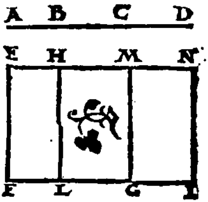
Linea potens rationale & mediale in vnico tantùm puncto diuiditur in ſua nomina.

μζ

Ἡ δύο μέσα δυναμένη καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Theor.

Theore. 36. Proposi. 47.



Linea potens duo medialia in vnico tantùm puncto diuiditur in sua nomina.

ΟΡΟΙ ΔΕΥΤΕΡΟΙ.

Ὑποκειμένης ῥητῆς, καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων διῃρημένης εἰς τὰ ὀνόματα, ἧς τὸ μεῖζον ὄνομα τοῦ ἐλάττονος μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῷ μήκει.

α

Ἐὰν μὲν τὸ μεῖζον ὄνομα σύμμετρον ᾖ μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ὅλη ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτη.

β

Ἐὰν δὲ τὸ ἔλασσον ὄνομα σύμμετρον ᾖ μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέρα.

γ

Ἐὰν δὲ μηδέτερον τῶν ὀνομάτων σύμμετρον ᾖ μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτη.

Πάλιν δὴ ἐὰν τὸ μεῖζον ὄνομα τοῦ ἐλάσσονος μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῷ μήκει.

Ἐὰν

δ

Ἐὰν μὲν τὸ μεῖζον ὄνομα σύμμετρον ᾖ μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτη.

ε

Ἐὰν δὲ τὸ ἔλαττον, πέμπτη.

ς

Ἐὰν δὲ μηδέτερον, ἕκτη.

DEFINITIONES secundæ.

Proposita linea rationali, & binomio diuiso in sua nomina, cuius binomij maius nomen, id est, maior portio poßit plusquam minus nomen quadrato lineæ sibi, maiori inquam nomini, commensurabilis longitudine:

1

Si quidem maius nomen fuerit commensurabile longitudine propositæ lineæ rationali, uocetur tota linea Binomium primum:

2

Si uerò minus nomen, id est minor portio Binomij, *fuerit commensurabile longitudine propositæ lineæ rationali, uocetur tota linea* Binomium secundum:

3

Si uerò neutrum nomen fuerit commensurabile longitudine propositæ lineæ rationali, uocetur Binomium *tertium.*

Rursus si maius nomen poßit plusquam minus nomen quadrato lineæ sibi incommensurabilis longitudine:

4

Si quidem maius nomen est commensurabile longitudine propositæ lineæ rationali, uocetur tota linea Binomium quartum:

5

Si uerò minus nomen fuerit commensurabile longitudine lineæ rationali, uocetur Binomium quintum:

6

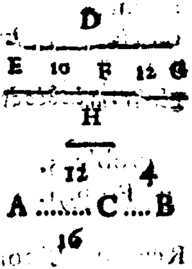
Si uerò neutrum nomen fuerit longitudine commensurabile lineæ rationali, uocetur illa Binomium sextum.

μη

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτην.

Proble. 12. Proposi. 48.

Reperire Binomium primum.

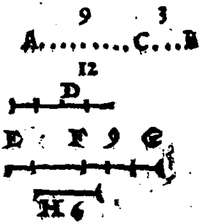


μθ

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέραν.

Pro-

Proble.13.Proposi. 49.

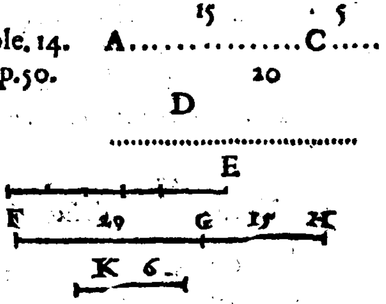


Reperire Binomium secundum.

ν

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτην.

Proble. 14.
Prop.50.

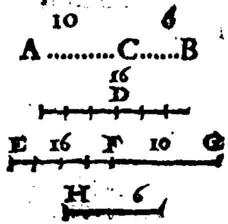


Reperire Binomium tertiũ.

να

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτην.

Proble.15.
Prop.51.



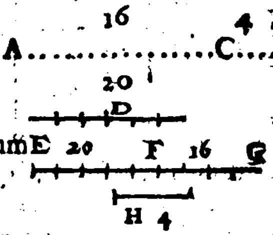
Reperire Binomium quartum.

Εὑρεῖν

νβ

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτην.

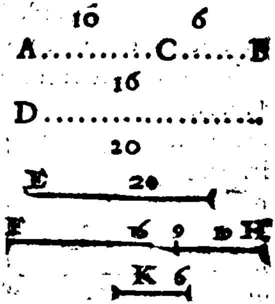
Probl.16. Proposi.52.



Reperire Binomium quintum.

νγ

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτην.



Probl.17. Proposi.53.

Reperire Binomiũ sextum.

νδ

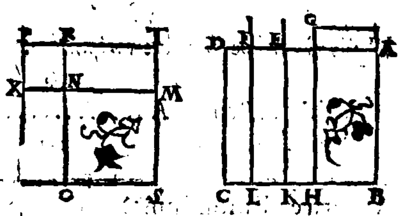
Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐκ δύο ὀνομάτων.

Theor.37. Propo.54.

Si superficies contenta fuerit ex rationa-

li &

li & Binomio primo, linea quæ illam superficiem potest, est irrationalis, quæ Binomium vocatur.

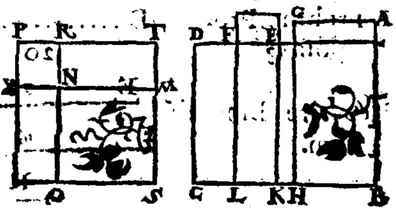


νέ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέρας, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐκ δύο μέσων πρώτη.

Theor. 38. Propo. 55.

Si superficies contenta fuerit ex linea rationali & Binomio secundo, linea potens illam superficiem est irrationalis, quæ Bimediale primum vocatur.



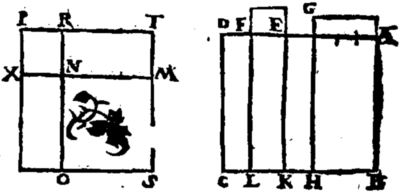
νϛ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐκ δύο μέσων δευτέρα.

Theore. 39. Propo. 56.

Si superficies contineatur ex rationali & Bino-

Binomio tertio, linea quæ illā superficiem potest, est



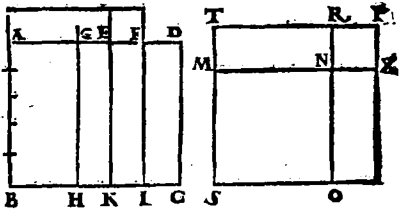
irrationalis, quę dicitur Bimediale secundū.

νζ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη μείζων.

Theor. 40. Propo. 57.

Si superficies contineatur ex rationali & Binomio quarto, linea potens superficiem illā,



est irrationalis, quæ dicitur maior.

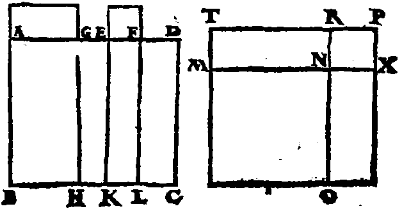
νη

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη.

Theor. 41. Propo. 58.

Si superficies contineatur ex rationali &

Binomio quinto, linea quæ illam superficiem potest est irrationalis, quę dicitur potés rationale & mediale.

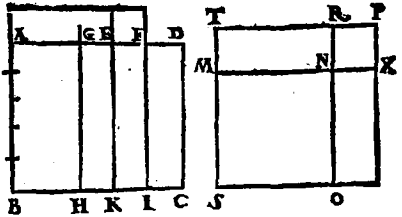


νθ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη δύο μέσα δυναμένη.

Theor.42. Propo.59.

Si superficies contineatur ex rationali & Binomio sexto, linea quę illam superficiem potest est irrationalis, quæ dicitur potens duo medialia.

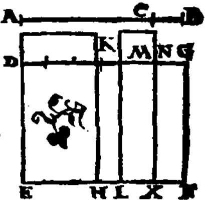


ξ

Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτην.

Theo.

Theore.43.Pro- posi. 60.

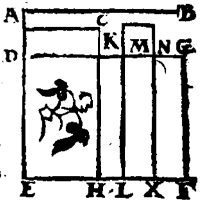


Quadratum Binomij secundum lineam rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium primum.

ξα

Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέραν.

Theo.44. Pro- posi. 61.

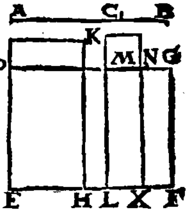


Quadratum Bimedialis primi secundum rationalem lineam applicatum, facit alterum latus Binomium secundum.

ξβ

Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτην.

Theor.45. Pro- posi.62.

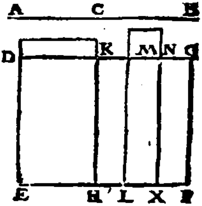


Quadratum Bimedialis secundi secundum rationalem applicatũ, facit alterũ latus Binomiũ tertiũ.

ξγ

Τὸ ἀπὸ τῆς μείζονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτην.

Theore.46.Prop.63.

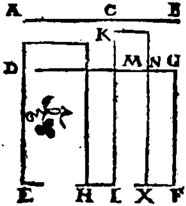


Quadratum lineæ maioris ſecundum lineam rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium quartum.

ξδ

Τὸ ἀπὸ τῆς ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτην.

Theor.47.Propo.64.



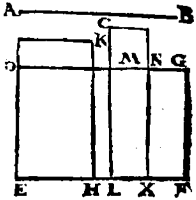
Quadratum lineæ potentis rationale & mediale ſecundum rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium quintum.

ξε

Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσα δυναμένης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτην.

Theo-

Theor.48. Propo.65.



Quadratum lineæ potentis duo medialia ſecundũ rationalem applicatum, facit alterum latus Binomiũ ſextum.

ξϛ

Ἡ τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων μήκει σύμμετρος, καὶ αὐτὴ ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Theor.49. Propo.66.

Linea longitudine commenſurabilis Binomio eſt & ipſa Binomium eiuſdẽ ordinis.

ξζ

Ἡ τῇ ἐκ δύο μέσων μήκει σύμμετρος, ἐκ δύο μέσων ἐστὶ, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Theor.50. Propo.67.

Linea longitudine commenſurabilis alteri bimedialium, eſt & ipſa bimediale etiam eiuſdem ordinis.

ξη

Ἡ τῇ μείζονι σύμμετρος, καὶ αὐτὴ μείζων ἐστίν.

Theor.51. Propo.68.

Linea commenſurabilis lineæ maiori, eſt & ipſa maior.

ξθ

Ἡ τῇ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένῃ σύμμετρος, καὶ αὐτὴ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη ἐστίν.

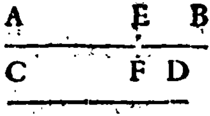
Theor.52. Propo.69.

Linea commenſurabilis lineæ potenti rationale & mediale, eſt & ipſa linea potens rationale & mediale.

ο

Ἡ τῇ δύο μέσα δυναμένῃ σύμμετρος, δύο μέσα δυναμένη ἐστίν.

Theor.53. Propo.70.



Linea commenſurabilis lineæ potenti duo medialia, eſt & ipſa linea potens duo medialia.

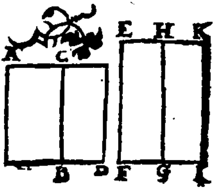
οα

Ῥητοῦ καὶ μέσου συντεθεμένου, τέσσαρες ἄλογοι γίνονται, ἢ ἐκ δύο ὀνομάτων, ἢ ἐκ δύο μέσων πρώτη, ἢ μείζων, ἢ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη.

Theor.

Theor. 54. Propo. 71.

Si duæ ſuperficies rationalis & medialis ſimul componantur, linea quæ totam ſuperficiem compoſitam poteſt, eſt vna ex quatuor irrationalibus, vel ea quæ dicitur Binomium, vel bimediale primum, vel linea maior, vel linea potens rationale & mediale.

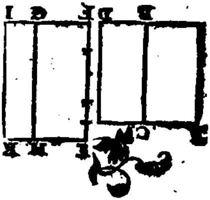


ο β

Δύο μέσων ἀσυμμέτρων ἀλλήλοις συντιθεμένων, αἱ λοιπαὶ δύο ἄλογοι γίνονται, ἤτοι ἡ ἐκ δύο μέσων δευτέρα, ἢ ἡ δύο μέσα δυναμένη.

Theor. 55. Propo. 72.

Si duæ ſuperficies mediales incommenſurabiles ſimul componantur, fiunt reliquæ duæ lineæ irrationales, vel bimediale ſecundum, vel linea potens duo medialia.



ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ἡ ἐκ δύο ὀνομάτων καὶ αἱ μετ' αὐτὴν ἄλογοι, οὔτε τῇ μέσῃ, οὔτε ἀλλήλαις εἰσὶν αἱ αὐταί.

Τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ μέσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ ῥητὴν, καὶ ἀσύμμετρον τῇ παρ' ἣν παράκειται, μήκει.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέραν.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς μείζονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένης παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς δύο μέσα δυναμένης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτην.

Ἐπεὶ οὖν τὰ εἰρημένα πλάτη διαφέρει τοῦτε πρώτου καὶ ἀλλήλων, τοῦ μὲν πρώτου, ὅτι ῥητή ἐστιν, ἀλλήλων δὲ, ὅτι τῇ τάξει οὐκ εἰσὶν αἱ αὐταὶ, δῆλον ὡς καὶ αὐταὶ αἱ ἄλογοι διαφέρουσιν ἀλλήλων.

SCHOLIVM.

Binomium & cæteræ consequentes lineæ irrationales, neque sunt eædem cum linea mediali, neque ipsæ inter se.

Nam quadratum lineæ medialis applicatum secundum lineam rationalem, facit alterum latus lineam rationalem, & longitudine incommensurabilem lineæ secundum quam applicatur, hoc est, lineæ rationali, per 23.

Quadratum uerò Binomij secundum rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium primum, per 60.

Quadratum uerò Bimedialis primi secundum rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium secundum, per 61.

Quadratum uerò Bimedialis secundi secundum rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium ter-

tium, per 62.

Quadratum uerò lineæ maioris secundum rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium *quartum, per 63.*

Quadratum uerò lineæ potentis rationale & mediale secundum rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium *quintum, per 64.*

Quadratum uerò lineæ potentis duo medialia secundum rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium *sextum, per 65.*

Cùm igitur dicta latera, quæ latitudines uocantur, differant & à prima latitudine, quoniã est rationalis, cùm inter se quoque differant, eo quia sunt Binomia *diuersorum ordinum: manifestum est ipsas lineas irrationales, differentes esse inter se.*

ΔΕΥΤΕΡΑ ΤΑΞΙΣ ΕΤΕΡΩΝ ΛΟγων τῶν καθ' ἀφαίρεσιν.

Ἀρχὴ τῶν κατ' ἀφαίρεσιν ἑξάδων.

ργ

Ἐὰν ἀπὸ ῥητῆς ῥητὴ ἀφαιρεθῇ δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἀποτομή.

SECVNDVS ORDO ALTErius sermonis, qui est de detractione.

Principium senariorũ per detractionem.

Theo-

Theor. 56. Propo. 73.

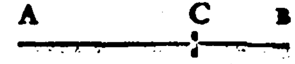
Si de linea rationali detrahatur rationalis potentia tantùm commensurabilis ipsi toti, residua est irrationalis, vocetur autem Residuum.

οδ

Ἐὰν ἀπὸ μέσης μέση ἀφαιρεθῇ δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ῥητὸν περιέχῃ, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ μέσης ἀποτομὴ πρώτη.

Theo. 57. Propo. 74.

Si de linea mediali detrahatur medialis potentia tantùm commensurabilis toti lineæ, quæ verò detracta est cum tota contineat superficiem rationalem, residua est irrationalis. Vocetur autem Residuum mediale primum.



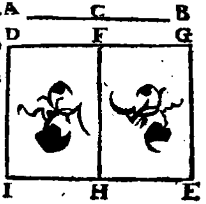
οε

Ἐὰν ἀπὸ μέσης μέση ἀφαιρεθῇ δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης μέσον περιέχῃ, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ μέσης ἀποτομὴ δευτέρα.

Theor.

Theor.58. Propo.75.

Si de linea mediali detrahatur medialis potentia tantùm commensurabilis toti, quæ verò detracta eſt, cùm tota contineat ſuperficiem medialem, reliqua eſt irrationalis. Vocetur autem Reſiduum mediale ſecũdum.



ος

Ἐὰν ἀπὸ εὐθείας εὐθεῖα ἀφαιρεθῇ δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν ἀπ' αὐτῶν ἅμα ῥητὸν, τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν μέσον, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἐλάσσων.

Theor.57. Propo.76.

Si de linea recta detrahatur recta potentia incommenſurabilis toti, compoſitum autem ex quadratis totius lineæ & lineæ detractæ ſit rationale, parallelogrammum verò ex iiſdem contentum ſit mediale, reliqua linea erit irrationalis. Vocetur autem linea minor.

οζ

Ἐὰν ἀπὸ εὐθείας εὐθεῖα ἀφαιρεθῇ δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν

συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, ῥητόν, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Theor. 58. Propo. 77.

Si de linea recta detrahatur recta potentia incommensurabilis toti lineæ, compositum autem ex quadratis totius & lineæ detractæ sit mediale, parallelogrammum verò bis ex eisdem contentum sit rationale, reliqua linea est irrationalis. Vocetur autem linea faciens cum superficie rationali totam superficiem medialem.

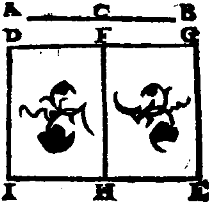
οη'

Ἐὰν ἀπὸ εὐθείας εὐθεῖα ἀφαιρεθῇ δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, μέσον, ἔτι δὲ τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα ἀσύμμετρα τῷ δὶς ὑπ' αὐτῶν, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἡ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Theor. 59. Propo. 78.

Si de linea recta detrahatur recta potentia incommensurabilis toti lineæ, compositum autem ex quadratis totius & lineæ detractæ sit mediale, parallelogrammum verò

verò bis ex ijſdem ſit etiam mediale: præterea ſint quadrata ipſarum incommenſurabilia parallelogrammo bis ex ijſdem contento, reliqua linea eſt irrationalis. Vocetur autem linea faciens cum ſuperficie mediali totam ſuperficiem medialem.



οθ

Τῇ ἀποτομῇ μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα ῥητή, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ.

Theor. 60. Propo. 79.

Reſiduo vnica tantùm linea recta coniungitur rationalis, potentia tantùm commenſurabilis toti lineæ.

π

Τῇ μέσῃ ἀποτομῇ πρώτῃ μόνον μία προσαρμόζει εὐθεῖα μέση, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ῥητὸν περιέχουσα.

Theor. 61. Propo. 80.

Reſiduo mediali primo vnica tantùm linea coniungitur medialis, potentia tantùm commenſurabilis toti, ipſa cum tota continens rationale.

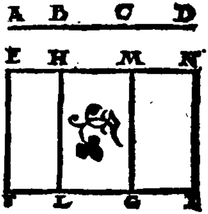
Τῇ

πα

Τῇ μέσῃ ἀποτομῇ δευτέρᾳ μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα μέση, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης μέσον περιέχουσα.

Theor. 62. Propo. 81.

Residuo mediali secundo vnica tantùm coniungitur medialis, potentia tantùm commensurabilia toti, ipsa cum tota continens mediale.

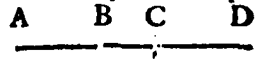


πβ

Τῇ ἐλάσσονι μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, ποιοῦσα μετὰ τῆς ὅλης τὸ μὲν ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, ῥητὸν, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, μέσον.

Theor. 63. Propo. 82.

Lineæ minori vnica tantùm recta coniungitur potentia incommensurabilis toti, faciens cum tota compositum ex quadratis ipsarum rationale, id verò parallelogrammum, quod bis ex ipsis fit, mediale.



πγ

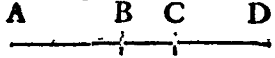
Τῇ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ

ὅλῃ

ὅλη, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, ῥητόν.

Theor. 64. Propo. 83.

Lineæ facienti cum superficie rationali totam superficiem medialem, vnica tantùm coniungitur linea recta potentia incommensurabilis toti, faciens autem cum tota compositum ex quadratis ipsarum, mediale, id verò quod fit bis ex ipsis, rationale.

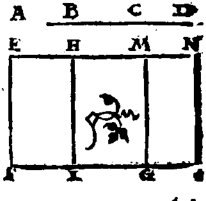


πδ

Τῇ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τό, τε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, μέσον, καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τῷ δὶς ὑπ' αὐτῶν.

Theor. 65. Propo. 84.

Lineæ cum mediali superficie facienti totam superficiem medialem, vnica tantùm coniungitur linea potentia toti incommensurabilis, faciens cum tota compositum ex quadratis ipsarũ mediale, id verò quod fit



bis

bis ex ipsis etiam mediale, & prætereà faciens compositum ex quadratis ipsarum incõmensurabile ei quod fit bis ex ipsis.

ΟΡΟΙ ΤΡΙΤΟΙ.

Ὑποκειμένης ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς.

α

Ἐὰν μὲν ὅλη τῆς προσαρμοζούσης μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, καὶ ἡ ὅλη σύμμετρος ᾖ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καλείσθω ἀποτομὴ πρώτη.

β

Ἐὰν δὲ ἡ προσαρμόζουσα σύμμετρος ᾖ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καὶ ἡ ὅλη τῆς προσαρμοζούσης μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ, καλείσθω ἀποτομὴ δευτέρα.

γ

Ἐὰν δὲ μηδετέρα σύμμετρος ᾖ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, ἡ δὲ ὅλη τῆς προσαρμοζούσης μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ, καλείσθω ἀποτομὴ τρίτη.

Πάλιν ἐὰν ἡ ὅλη τῆς προσαρμοζούσης μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

δ

Ἐὰν μὲν ἡ ὅλη σύμμετρος ᾖ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καλείσθω ἀποτομὴ τετάρτη.

ε

Ἐὰν ᾖ ἡ προσαρμόζουσα, πέμπτη.

ϛ

Ἐὰν ᾖ μηδετέρα, ἕκτη.

DEFINITIONES

TERTIAE.

Propoſita linea rationali & reſiduo.

1

Si quidem tota, nempe compoſita ex ipſo reſiduo & linea illi coniuncta, plus poteſt quàm coniuncta, quadrato lineæ ſibi commenſurabilis longitudine, fueritq; tota longitudine commenſurabilis lineæ propoſitæ rationali, reſiduum ipſum uocetur Reſiduum primum.

2

Si uerò coniuncta fuerit longitudine commenſurabilis rationali, ipſa autē tota plus poßit quam coniuncta, quadrato lineæ ſibi longitudine commenſurabilis, reſiduum uocetur Reſiduum ſecundum.

3

Si uerò neutra linearum fuerit longitudine commensurabilis rationali, poßit autem ipsa tota plusquam coniuncta, quadrato lineæ sibi longitudine commensurabilis, uocetur Residuum *tertium.*

Rursus si tota poßit plus quàm coniuncta, quadrato lineæ sibi longitudine incommensurabilis.

4

Et quidem si tota fuerit longitudine commensurabilis ipsi rationali, uocetur Residuum *quartum.*

5

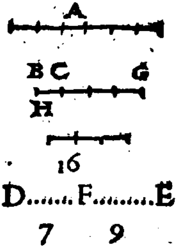
Si uerò coniuncta fuerit longitudine commensurabilis rationali, & tota plus poßit quàm coniuncta, quadrato lineæ sibi longitudine incommensurabilis, uocetur Residuum *quintum.*

6

Si uerò neutra linearum fuerit commensurabilis longitudine ipsi rationali, fueritq; tota potentior quàm coniuncta, quadrato lineæ sibi longitudine incommensurabilis, uocetur Residuum *sextum.*

πε

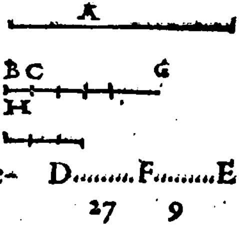
Εὑρεῖν τὴν πρώτην ἀποτομήν.

Proble. 18. Proposi. 85.

Reperire primum Residuum.

πϛ

Εὑρεῖν τὴν δευτέραν ἀποτομήν.

Probl. 19. Proposi. 86.

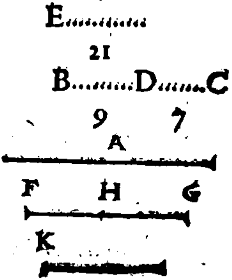


Reperire secundum Residuum.

πζ

Εὑρεῖν τὴν τρίτην ἀποτομήν.

Probl. 20. Proposi. 87.



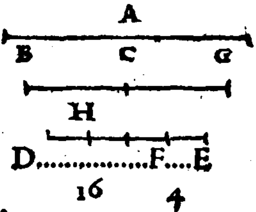
Reperire tertium Residuum.

πη

Εὑρεῖν τὴν τετάρτην ἀποτομήν.

Probl.21. Propoſi. 88.

Reperire quartum Reſiduũ.

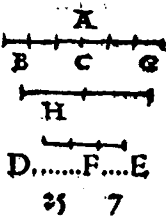


πθ

Εὑρεῖν τὴν πέμπτην ἀποτομήν.

Probl.22. Propoſi. 89.

Reperire quintum Reſiduum.

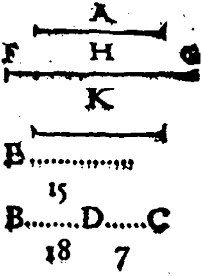


h

Εὑρεῖν τὴν ἕκτην ἀποτομήν.

Probl.23. Propoſi. 90.

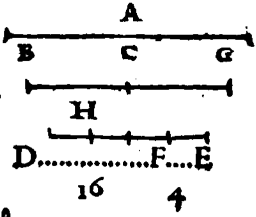
Reperire ſextum Reſiduum.



hα

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς πρώτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἀποτομή ἐστιν.

Probl. 21. Proposi. 88.

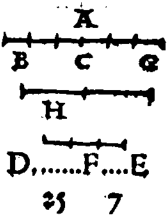


Reperire quartum Residuũ.

πθ

Εὑρεῖν τὴν τετάρτην ἀποτομήν.

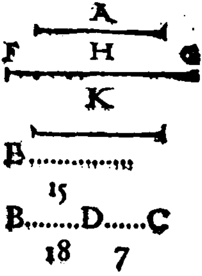
Probl. 22. Proposi. 89.



Reperire quintum Residuum.

h

Εὑρεῖν τὴν πέμπτην ἀποτομήν.



Probl. 23. Proposi. 90.

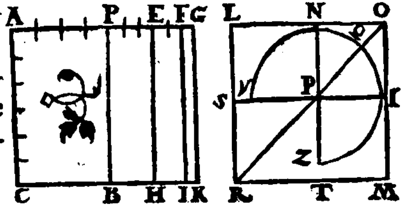
Reperire sextum Residuum.

hα

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς πρώτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἀποτομή ἐστιν.

Theor. 66. Propo. 91.

Si superficies contineatur ex linea rationali & residuo primo, linea quæ illam superficiē potest, est residuum.

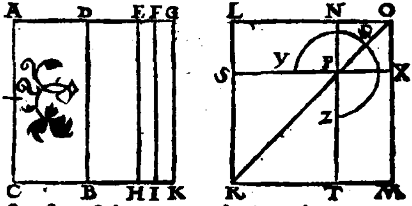


h6

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς δευτέρας, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, μέσης ἀποτομή ἐστι πρώτη.

Theor. 67. Propo. 92.

Si superficies contineatur ex linea rationali & residuo secundo, linea quæ illam superficiem potest, est residuum mediale primum.



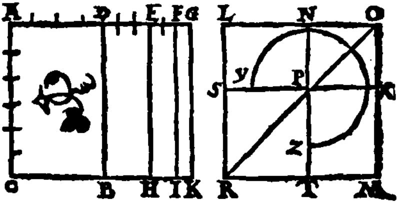
h γ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς τρίτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, μέσης ἀποτομή ἐστι δευτέρα.

Theor.

Theor.68.Propo.93.

Si superficies contineatur ex linea rationali & residuo tertio, linea quæ illã superficiem potest, est



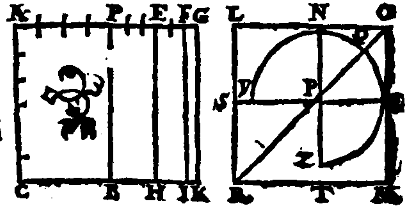
residuum mediale secundum.

h δ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς τετάρτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἐλάσσων ἐστί.

Theor.69.Propo.94.

Si superficies contineatur ex linea rationali & residuo quarto, linea quæ illã superficiem potest, est linea minor.

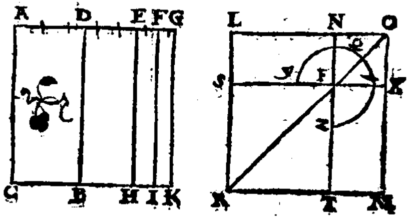


h ε

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς πέμπτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἡ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστι.

Theor. 70. Propo. 95.

Si superficies contineatur ex linea rationali & residuo quinto, linea quæ illam superficiē potest est ea quę dicitur cum rationali superficie faciens totam medialem.

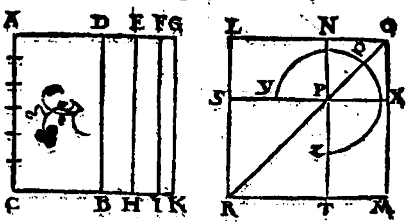


h ϛ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς ἕκτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστι.

Theore. 71. Propo. 96.

Si superficies contineatur ex linea rationali & residuo sexto, linea quę illam superficiem potest est ea quę dicitur faciēs cum mediali superficie totam medialem.

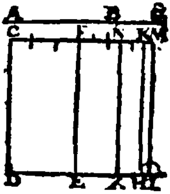


h ζ

Τὸ ἀπὸ ἀποτομῆς παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον,

πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν πρώτην.

Theore. 72. Proposi. 97.

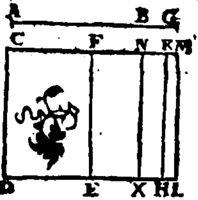


Quadratum reſidui ſecundum lineam rationalem applicatum, facit alterum latus reſiduum primum.

hη

Τὸ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν δευτέραν.

Theor. 73. Propo. 98.

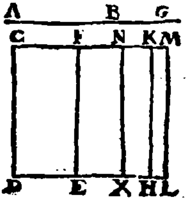


Quadratum reſidui medialis primi ſecundum rationalem applicatum, facit alterum latus reſiduū ſecundum.

hθ

Τὸ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν τρίτην.

Theor. 74. Proposi. 99.

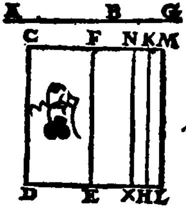


Quadratū reſidui medialis ſecundi ſecundum rationalem applicatum, facit alterum latus reſiduum tertium.

ρ

Τὸ ἀπὸ ἐλάσσονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν τετάρτην.

Theor. 75. Propo. 100.

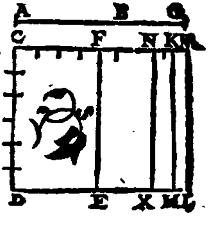


Quadratum lineæ minoris ſecundum rationalem applicatum, facit alterum latus reſiduum quartum.

ρα

Τὸ ἀπὸ τῆς μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν πέμπτην.

Theor. 76. Prop. 101.



Quadratum lineæ cum rationali ſuperficie facientis totam medialem, ſecundum rationalem applicatum, facit alterum latus reſiduum quintum.

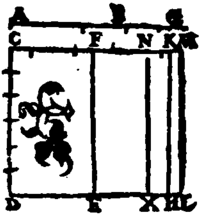
ρβ

Τὸ ἀπὸ τῆς μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν ἕκτην.

Theo.

Theo.77.Propo.102.

Quadratum lineæ cum mediali superficie facientis totam medialem, secundum rationalem applicatum, facit alterum latus residuum sextum.

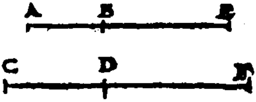


ργ

Η τῇ ἀποτομῇ μήκει σύμμετρος, ἀποτομή ἐστι, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Theor.78.Propo.103.

Linea residuo commensurabilis longitudine, est & ipsa residuum, & eiusdem ordinis.

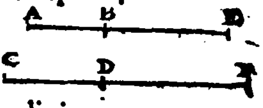


ρδ

Η τῇ μέσης ἀποτομῇ σύμμετρος, μέσης ἀποτομή ἐστι, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Theor.79. Prop.104.

Linea commensurabilis residuo mediali, est & ipsa residuũ mediale, & eiusdem ordinis.



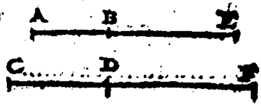
Η τῇ

ρε.

Ἡ τῇ ἐλάσσονι σύμμετρος, ἐλάσσων ἐστίν.

Theore.80.Prop.105.

Linea commensurabilis lineæ minori, est & ipsa linea minor.

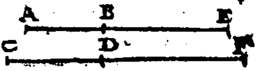


ρϛ

Ἡ τῇ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ σύμμετρος, καὶ αὐτὴ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα ἐστίν.

Theore.81.Propo.106.

Linea commensurabilis lineæ cum rationali superficie facienti totam medialem, est & ipsa linea cum rationali superficie faciens totam medialem.

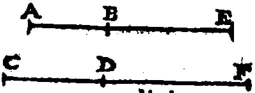


ρζ

Ἡ τῇ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ σύμμετρος, καὶ αὐτὴ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστιν.

Theor.87. Prop.107.

Linea commensurabilis lineæ cum mediali superficie facienti totam medialem, est & ipsa cum mediali superficie faciens totam medialem.



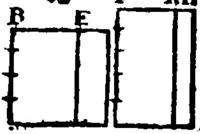
Ἀπὸ

ρη

Ἀπὸ ῥητοῦ, μέσου ἀφαιρουμένου, ἡ τὸ λοιπὸν χωρίον δυναμένη, μία δύο ἀλόγων γίνεται, ἤτοι ἀποτομή, ἢ ἐλάττων.

Theor.83.Propo.108.

Si de superficie rationali detrahatur superficies medialis, linea quæ reliquam superficiẽ potest, est alterutra ex duabus irrationalibus, aut residuũ, aut linea minor.

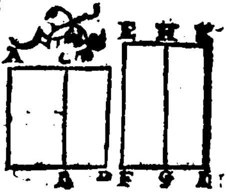


ρθ

Ἀπὸ μέσου, ῥητοῦ ἀφαιρουμένου, ἄλλαι δύο ἄλογοι γίνονται, ἤτοι μέσης ἀποτομὴ πρώτη, ἢ μετὰ ῥητοῦ τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Theor.84.Propo.109.

Si de superficie mediali detrahatur superficies rationalis, aliæ duæ irrationales fiunt, aut residuũ mediale primũ, aut cum rationali superficiẽ faciens totam medialem.



ρι

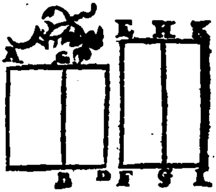
Ἀπὸ μέσου, μέσου ἀφαιρουμένου ἀσυμμέτρου τῷ ὅλῳ,

αἱ

αἱ λοιπαὶ δύο ἄλογοι γίνονται, ἤτοι μέση ἀποτομὴ δευτέρα, ἢ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Theor.85. Propo. 110.

Si de superficie mediali detrahatur superficies medialis quæ sit incommensurabilis toti, reliquæ duæ fiunt irrationales, aut residuum mediale secundum, aut cum mediali superficie faciẽs totam medialem.

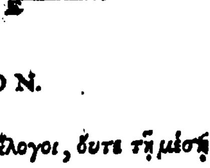


ρια

Η ἀποτομὴ οὐκ ἔστιν ἡ αὐτὴ τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων.

Theor. 86. Proposit. 111.

Linea quæ Residuum dicitur, non est eadem cum ea quæ dicitur Binomiũ.



ΣΧΟΛΙΟΝ.

Η ἀποτομὴ καὶ αἱ μετ' αὐτὴν ἄλογοι, οὔτε τῇ μέσῃ οὔτε ἀλλήλαις εἰσὶν αἱ αὐταί.

Τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ μέσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον,

λόμδυον, πλάτος ποιεῖ, ῥητὴν καὶ ἀσύμμετρον τῇ παρ' ἣν παράκειται, μήκει.

Τὸ δὲ ἀπὸ ἀποτομῆς παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν πρώτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμδυον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν δευτέραν.

Τὸ δὲ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμδυον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν τρίτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ ἐλάττονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν τετάρτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμδυον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν πέμπτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμδυον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν ἕκτην.

Ἐπεὶ οὖν τὰ εἰρημένα πλάτη διαφέρει τοῦ τε πρώτου καὶ ἀλλήλων (τοῦ μὲν πρώτου, ὅτι ῥητή ἐστιν, ἀλλήλων δὲ, ὅτι τάξει οὐκ εἰσὶν αἱ αὐταὶ) δῆ-

λον

λον ὡς καὶ αὐταὶ αἱ ἄλογοι διαφέρουσιν ἀλλή-
λων. καὶ ἐπεὶ δέδεικται ἡ ἀποτομὴ οὐκ οὖσα ἡ
αὐτὴ τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων, ποιοῦσι δὲ πλάτη
παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμεναι μὲν αἱ μετὰ τὴν
ἀποτομὴν, ἀποτομὰς ἀκολούθως τῇ τάξει κα-
θαυτὴν, αἱ δὲ μετὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων, τὰς ἐκ
δύο ὀνομάτων, καί αὗται τῇ τάξει ἀκολούθως,
ἕτεραι ἄρα εἰσὶν αἱ μετὰ τὴν ἀποτομὴν, καὶ ἕτε-
ραι αἱ μετὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων, ὡς εἶναι τῇ τά-
ξει πάσας ἀλόγους ιγ.

α	Μέσην.	η	Ἀποτομήν.
β	Ἐκ δύο ὀνομάτων.	θ	Μέσην ἀποτομὴν πρώτην.
γ	Ἐκ δύο μέσων πρώτην.	ι	Μέσην ἀποτομὴν δευτέραν.
δ	Ἐκ δύο μέσων δευτέραν.	ια	Ἐλάττονα.
ε	Μείζονα.	ιβ	Μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσαν.
ϛ	Ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένην.	ιγ	Μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσαν.
ζ	Δύο μέσα δυναμένην.		

SCHO-

SCHOLIVM.

Linea quæ Residuum dicitur, & ceteræ quinque eam consequentes irrationales, neque lineæ mediali neque sibi ipsæ inter se sunt eædem. Nam quadratum lineæ medialis secundum rationalem applicatum, facit alterum latus, rationalem lineam longitudine incommensurabilem ei, secundum quam applicatur, per 23.

Quadratum uerò residui secundum rationalem applicatum, facit alterum latus residuum primum, per 97.

Quadratum uerò residui medialis primi secundum rationalem applicatum, facit alterum latus residuum secundum, per 98.

Quadratum uerò residui medialis secundi, facit alterum latus residuum tertium, per 99.

Quadratum uerò lineæ minoris facit alterum latus residuum quartum, per 100.

Quadratum uerò lineæ cum rationali superficie facientis totam medialem, facit alterum latus residuum quintum, per 101.

Quadratum uerò lineæ cum mediali superficie facientis totam medialem, secundum rationalem applicatum, facit alterum latus residuum sextum, per 102.

Cùm igitur dicta latera, quæ sunt latitudines cuiusque parallelogrammi unicuique quadrato æqualis & secundum rationalem applicati, differant & à primo latere, & ipsa inter se (nam à primo differunt, quoniam sunt residua non eiusdem ordinis) constat ipsas quoque lineas irrationales inter se differentes esse. Et quoniam demonstratum est Residuum non esse idem quod Binomium, quadrata autem residui & quinque linearum irrationalium illud consequentium, secundum rationalem applicata, faciunt altera latera ex residuis eiusdem ordinis cuius sunt et residua, quorum quadrata applicantur rationali: similiter & quadrata Binomij & quinque linearum irrationalium illud consequentium, secundum rationalem applicata, faciunt altera latera ex Binomijs eiusdem ordinis cuius sunt & Binomia, quorum quadrata applicantur rationali. Ergo lineæ irrationales quæ consequuntur Binomium, & quæ consequuntur residuum, sunt inter se differentes. Quare dictæ lineæ omnes irrationales sunt numero 13.

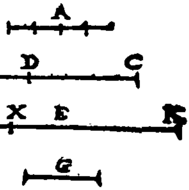
1 *Medialis.*
2 *Binomium.*
3 *Bimediale primum.*
4 *Bimediale secundũ.*
5 *Maior.*
6 *Potens rationale & mediale.*
7 *Potẽs duo medialia.*
8 *Residuum.*
9 *Residuum mediale primum.*
10 *Residuum mediale secundum.*
11 *Minor.*
12 *Faciens cum rationali superficie totam medialem.*
13 *Faciens cum mediali superficie totam medialem.*

ριϐ

Τὸ ἀπὸ ῥητῆς παρὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν, ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων ὀνόμασι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. καὶ ἔτι ἡ γινομένη ἀποτομὴ τὴν αὐτὴν ἔχει τάξιν τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων.

Theore.87. Propo.112.

Quadratum lineæ rationalis secundum Binomium applicatũ, facit alterum latus residuum, cuius nomina sunt commensurabilia Binomij nominibus, & in eadem proportione:



præterea id quod fit Residuum, eundem

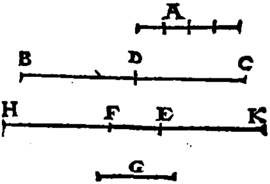
ordinem retinet quem Binomium.

ριγ

Τὸ ἀπὸ ῥητῆς παρὰ ἀποτομὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς τῆς ἀποτομῆς ὀνόμασι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. ἔτι δὲ ἡ γινομένη ἐκ δύο ὀνομάτων, τὴν αὐτὴν τάξιν ἔχει τῇ ἀποτομῇ.

Theor.88. Propo.113.

Quadratum lineæ rationalis ſecundum reſiduum applicatum, facit alterum latus Binomium, cuius nomina ſunt commenſurabilia nominibus reſidui & in eadem proportione: prætereà id quod fit Binomium, eſt eiuſdē ordinis, cuius & Reſiduum.



ριδ

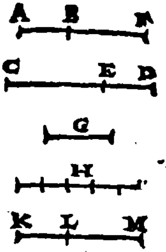
Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ἀποτομῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων, ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς τῆς ἀποτομῆς ὀνόμασι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ῥητή ἐστι.

Theor.89. Propo.114.

Si parallelogrammum cōtineatur ex reſi-

duo

duo & Binomio, cuius nomina ſunt commenſurabilia nominibus reſidui & in eadem proportione, linea quæ illam ſuperficiem poteſt, eſt rationalis.

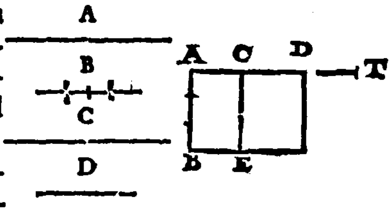


ϛιδ

Ἀπὸ μέσης ἄπειροι ἄλογοι γίνονται, καὶ οὐδεμία οὐδεμιᾷ τῶν πρότερον ἡ αὐτή.

Theor.90.Propo.115.

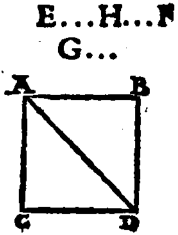
Ex linea mediali naſcuntur lineæ irrationales innumerabiles, quarum nulla vlli antedictarum eadem ſit.



ϛιϛ

Προκείσθω ἡμῖν δεῖξαι, ὅτι ἐπὶ τῶν τετραγώνων σχημάτων, ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ διάμετρος τῇ πλευρᾷ μήκει.

Propo. 116.



Propoſitum nobis eſto demonſtrare in figuris quadratis diametrum eſſe longitudine incommenſurabilem ipſi lateri.

Elementi decimi finis,

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ
ΙΑ ΚΑῚ ΣΤΕΡΕΩ͂Ν
ΠΡΩ͂ΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMEN-
TVM VNDECIMVM,
ET SOLIDORVM
primum.

ΟΡΟΙ.

α.

Στερεόν ἐστι τὸ μῆκος, καὶ πλάτος, καὶ βάθος ἔχον.

DEFINITIONES

I

Solidum, est quod longitudinem, latitudinem, & crassitudinem habet.

β

Στερεοῦ δὲ πέρας, ἐπιφάνεια.

2

Solidi autem extremum eſt ſuperficies.

γ

Εὐθεῖα πρὸς ἐπίπεδον ὀρθή ἐστιν, ὅταν πρὸς πάσας τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας, καὶ οὔσας ἐν τῷ αὐτῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, ὀρθὰς ποιῇ γωνίας.

3

Linea recta eſt ad planum recta, cùm ad rectas omnes lineas, à quibus illa tangitur, quæque in propoſito ſunt plano, rectos angulos efficit.

δ

Επίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστιν, ὅταν αἱ τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ἐπιπέδων πρὸς ὀρθὰς ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἐνὶ τῶν ἐπιπέδων, τῷ λοιπῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ὦσιν.

4

Planum ad planum rectum eſt, cùm rectæ lineæ, quæ communi planorum ſectioni ad rectos angulos in vno planorum ducuntur, alteri plano ad rectos ſunt angulos.

ε

Εὐθείας πρὸς ἐπίπεδον κλίσις ἐστὶν, ὅταν ἀπὸ τοῦ μετεώρου πέρατος τῆς εὐθείας ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον κάθετος ἀχθῇ, καὶ ἀπὸ τοῦ γενομένου σημείου, καὶ ἀπὸ τοῦ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ πέρατος τῆς εὐθείας, εὐθεῖα

ἐπι-

ἐπιζευχθῇ, ἡ περιεχομένη ὀξεῖα γωνία ὑπὸ τῆς ἀχθείσης καὶ τῆς ἐφεστώσης.

5

Rectæ lineæ ad planum inclinatio, acutus est angulus ipsa insistente linea & adiuncta altera comprehensus, cùm à sublimi rectæ illius lineæ termino deducta fuerit perpendicularis, atque à puncto quod perpendicularis in ipso plano fecerit, ad propositæ illius lineæ extremum, quod in eodem est plano, altera recta linea fuerit adiuncta.

ϛ

Ἐπιπέδου πρὸς ἐπίπεδον κλίσις ἐστὶν, ἡ περιεχομένη ὀξεῖα γωνία ὑπὸ τῶν πρὸς ὀρθὰς τῇ κοινῇ τομῇ ἀγομένων πρὸς τῷ αὐτῷ σημείῳ ἐν ἑκατέρῳ τῶν ἐπιπέδων.

6

Plani ad planum inclinatio, acutus est angulus rectis lineis contentus, quæ in vtroq; planorum ad idem communis sectionis punctum ductæ, rectos ipsi sectioni angulos efficiunt.

ζ

Ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὁμοίως κεκλίσθαι λέγεται, καὶ ἕτερον πρὸς ἕτερον, ὅταν αἱ εἰρημέναι τῶν κλίσεων γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι.

7

Planum similiter inclinatum esse ad planum, atque alterum ad alterum dicitur, cùm dicti inclinationum anguli inter se sunt æquales.

η

Παράλληλα ἐπίπεδά ἐστι τὰ ἀσύμπτωτα.

8

Parallela plana, sunt quæ eodem non incidunt, nec concurrunt.

θ

Ὅμοια στερεὰ σχήματά ἐστι, τὰ ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων περιεχόμενα ἴσων τὸ πλῆθος.

9

Similes figuræ solidæ, sunt quæ similibus planis, multitudine æqualibus continentur.

ι

Ἴσα δὲ καὶ ὅμοια στερεὰ σχήματά ἐστι, τὰ ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων περιεχόμενα ἴσων τῷ πλήθει καὶ τῷ μεγέθει.

10

Aequales & similes figuræ solidæ sunt, quæ similibus planis, multitudine & magnitudine æqualibus continentur.

ια

Στερεὰ γωνία ἐστὶν, ἡ ὑπὸ πλειόνων ἢ δύο γραμμῶν ἁπτο-

ἁπτομένων ἀλλήλων καὶ μὴ ἐν τῇ αὐτῇ ἐπιφανείᾳ οὐσῶν, πρὸς πάσαις ταῖς γραμμαῖς κλίσις.

11

Solidus angulus, eſt plurium quàm duarum linearum, quæ ſe mutuò contingant, nec in eadem ſint ſuperficie, ad omnes lineas inclinatio.

ἄλλως.

Στερεὰ γωνία ἐστὶν, ἡ ὑπὸ πλειόνων ἢ δύο ἐπιπέδων γωνιῶν περιεχομένη, μὴ οὐσῶν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνισταμένων.

Aliter.

Solidus angulus, eſt qui pluribus quàm duobus planis angulis in eodem non conſiſtentibus plano, ſed ad vnum punctum collectis, continetur.

ιβ

Πυραμίς ἐστι σχῆμα στερεὸν ἐπιπέδοις περιεχόμενον, ἀπὸ ἑνὸς ἐπιπέδου πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνεστώς.

12

Pyramis, eſt figura ſolida quæ planis continetur, ab vno plano ad vnum punctum collecta.

ιγ

Πρίσμα ἐστὶ σχῆμα στερεὸν ἐπιπέδοις περιεχόμενον, ὧν δύο τὰ ἀπεναντίον ἴσα τε καὶ ὅμοιά ἐστι, καὶ παράλληλα, τὰ δὲ λοιπὰ παραλληλόγραμμα.

Priſma,

13

Prisma, figura est solida quæ planis continetur, quorum aduersa duo sunt & æqualia & similia & parallela, alia verò parallelogramma.

ιδ

Σφαῖρά ἐστιν, ὅταν ἡμικυκλίου μενούσης τῆς διαμέτρου, περιενεχθὲν τὸ ἡμικύκλιον, εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα.

14

Sphæra est figura, quæ conuerso circumquiescentem diametrum semicirculo continetur, cùm in eundem rursus locum restitutus fuerit, vnde moueri cœperat.

ιε

Ἄξων δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶν, ἡ μένουσα εὐθεῖα, περὶ ἣν τὸ ἡμικύκλιον στρέφεται.

15

Axis autem sphæræ, est quiescens illa linea circum quam semicirculus conuertitur.

ιϛ

Κέντρον δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶ τὸ αὐτὸ, ὃ καὶ τοῦ ἡμικυκλίου.

16

Centrum verò Sphæræ est idem, quod & semicirculi.

Δια-

ιζ

Διάμετρος δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶν, εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

17

Diameter autem Sphæræ, eſt recta quædam linea per centrum ducta, & vtrinque à ſphæræ ſuperficie terminata.

ιη

Κῶνός ἐστιν, ὅταν ὀρθογωνίου τριγώνου μενούσης πλευρᾶς τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν, περιενεχθὲν τὸ τρίγωνον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα. κἂν ἡ μένουσα εὐθεῖα ἴση ᾖ τῇ λοιπῇ τῇ περὶ τὴν ὀρθὴν περιφερομένῃ ὀρθογώνιος ἔσαι κῶνος. ἐὰν δὲ ἐλάττων, ἀμβλυγώνιος. ἐὰν δὲ μείζων, ὀξυγώνιος.

18

Cωnus eſt figura, quæ conuerſo circumquieſcens alterum latus eorum quæ rectum angulum continent, orthogωnio triangulo continetur, cùm in eundem rurſus locum illud triangulum reſtitutum fuerit, vnde moueri cœperat. Atque ſi quieſcens recta linea æqualis ſit alteri, quæ circum rectum angulum cõuertitur, rectangulus erit Cωnus: ſin minor, amblygωnius: ſi verò maior, oxygωnius.

Ἄξων

ιθ

ἄξων δὲ τοῦ κώνου ἐστὶν ἡ μένουσα, περὶ ἣν τὸ τρίγωνον στρέφεται.

19

Axis autem Coni, est quiescens illa linea, circum quam triangulum vertitur.

κ

Βάσις δὲ, ὁ κύκλος ὁ ὑπὸ τῆς περιφερομένης εὐθείας γραφόμενος.

20

Basis verò Coni, circulus est qui à circunducta linea recta describitur.

κα

Κύλινδρος δὲ, ὅταν ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου μενούσης μιᾶς πλευρᾶς τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν, περιενεχθὲν τὸ παραλληλόγραμμον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα.

21

Cylindrus figura est, quæ conuerso circum quiescens alterum latus eorum quæ rectum angulum continent, parallelogrammo orthogonio comprehenditur, cùm in eundem rursus locum restitutum fuerit illud parallelogrammum, vnde moueri cœperat.

κβ

ἄξων δὲ τοῦ κυλίνδρου ἐστὶν ἡ μένουσα εὐθεῖα, περὶ

ἣν τὸ

ἣν τὸ παραλληλόγραμμον στρέφεται.

22

Axis autem Cylindri, eſt quieſcens illa recta linea, circum quam parallelogrammum vertitur.

κγ

Βάσεις δὲ, οἱ κύκλοι οἱ ὑπὸ τῶν ἀπεναντίον περιαγομένων δύο πλευρῶν γραφόμενοι.

23

Baſes verò cylindri, ſunt circuli à duobus aduerſis lateribus quæ circumaguntur, deſcripti.

κδ

Ὅμοιοι κῶνοι καὶ κύλινδροί εἰσιν, ὧν οἵ τε ἄξονες καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων ἀνάλογόν εἰσιν.

24

Similes coni & cylindri, ſunt quorum & axes & baſium diametri proportionales ſunt.

κε

Κύβος ἐστὶ σχῆμα στερεὸν, ὑπὸ ἓξ τετραγώνων ἴσων περιεχόμενον.

25

Cubus eſt figura ſolida, quæ ſex quadratis æqualibus continetur.

κϛ

Τετράεδρόν ἐστι σχῆμα ὑπὸ τεττάρων τριγώνων

ἴσων

ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

26

Tetraëdrum eſt figura, quæ triangulis quatuor æqualibus & æquilateris continetur.

κζ

Ὀκτάεδρόν ἐστι σχῆμα στερεὸν ὑπὸ ὀκτὼ τριγώνων ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

27

Octaëdrum figura eſt ſolida, quæ octo triangulis æqualibus & æquilateris continetur.

κη

Δωδεκάεδρόν ἐστι σχῆμα στερεὸν ὑπὸ δώδεκα πενταγώνων ἴσων, καὶ ἰσοπλεύρων, καὶ ἰσογωνίων περιεχόμενον.

28

Dodecaëdrum figura eſt ſolida, quæ duodecim pentagonis æqualibus, æquilateris, & æquiangulis continetur.

κθ

Εἰκοσάεδρόν ἐστι σχῆμα στερεὸν ὑπὸ εἴκοσι τριγώνων ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

29

Eicoſaëdrum figura eſt ſolida, quæ triangulis viginti æqualibus & æquilateris continetur.

Προτάσεις.

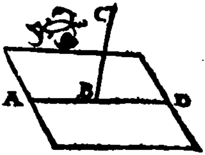
Προτάσεις.

α

Εὐθείας γραμμῆς μέρος μὲν τι οὐκ ἔστιν ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μέρος δέ τι ἐν τῷ μετεώρῳ.

Theorema 1. Propo. 1.

Quędam rectæ lineæ pars in subiecto quidem non est plano, quædam verò in sublimi.

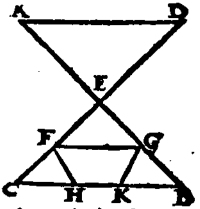


β

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, ἐν ἑνί εἰσιν ἐπιπέδῳ, καὶ πᾶν τρίγωνον ἐν ἑνί ἐστιν ἐπιπέδῳ.

Theor. 2. Propo 2.

Si duæ rectæ lineæ se mutuò secēt, in vno sunt plano: atq; triangulú omne in vno est plano.

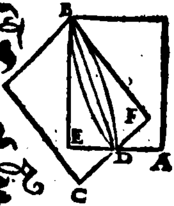


γ

Ἐὰν δύο ἐπίπεδα τέμνῃ ἄλληλα, ἡ κοινὴ αὐτῶν τομὴ εὐθεῖά ἐστι.

Theor. 3. Propositio 3.

Si duo plana se mutuò secēt, communis eorum sectio est recta linea.

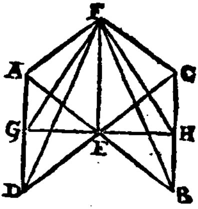


δ

Ἐὰν εὐθεῖα δυσὶ εὐθείαις τεμνούσαις ἀλλήλας, πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς ἐπισταθῇ καὶ τῷ δι' αὐτῶν ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσαι.

Theor. 4. Prop. 4.

Si recta linea rectis duabus lineis ſe mutuò ſecãtibus, in communi ſectione ad rectos angulos inſiſtat illa ducto etiam per ipſas plano ad angulos rectos erit.

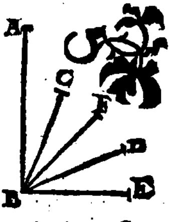


ε

Ἐὰν εὐθεῖα τρισὶν εὐθείαις ἁπτομέναις ἀλλήλων, πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς ἐπισταθῇ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἐν ἑνί εἰσιν ἐπιπέδῳ.

Theor. 5. Prop. 5.

Si recta linea rectis tribus lineis ſe mutuò tangentibus, in communi ſectione ad rectos angulos inſiſtat, illę tres rectæ in vno ſunt plano.



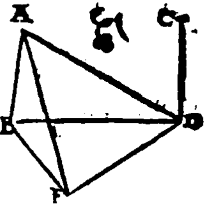
ς

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ὦσι, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι.

Theo.

Theorema 6. Prop. 6.

Si duæ rectæ lineæ eidem plano ad rectos sint angulos, parallelæ erunt illæ rectæ lineæ.

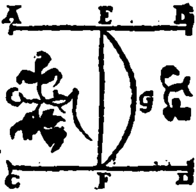


ζ

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι παράλληλοι, ληφθῇ δὲ ἐφ' ἑκατέρας αὐτῶν τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ἐστὶ ταῖς παραλλήλοις.

Theorema 7. Prop. 7.

Si duæ sint parallelæ rectę lineæ, in quarum vtraque sumpta sint quęlibet púncta, illa linea quæ ad hæc puncta adiungitur, in eodem est cum parallelis plano.



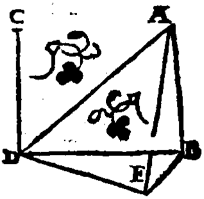
η

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι παράλληλοι, ἡ δὲ ἑτέρα αὐτῶν ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ ἡ λοιπὴ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

Theorema 8. Prop. 8.

Si duæ sint parallelæ rectæ lineæ, quarum alte-

altera ad rectos cuidam plano sit angulos, & reliqua eidē plano ad rectos angulos erit.

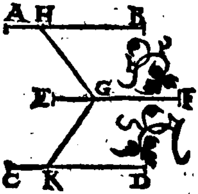


9

Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι, καὶ μὴ οὖσαι αὐτῇ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

Theor.9.Prop.9.

Quæ eidem rectæ lineæ sunt parallelę, sed non in eodem cum illa plano, hę quoque sunt inter se parallelæ.

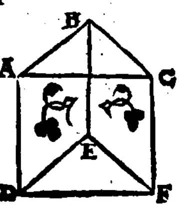


ι

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι ἁπτόμεναι ἀλλήλων παρὰ δύο εὐθείας ἁπτομένας ἀλλήλων ὦσι, μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, ἴσας γωνίας περιέξουσι.

Theor.10.Propo.10.

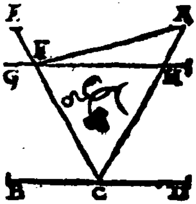
Si duæ rectæ lineæ se mutuò tangentes ad duas rectas se mutuò tangentes sint parallelæ, non autem in eodem plano, illæ angulos æquales comprehendent.



ια

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου μετεώρου, ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Probl.1.Proposi.11.



A dato sublimi pũcto, in subiectum planum perpendicularem rectam lineam ducere.

ιβ

Τῷ δοθέντι ἐπιπέδῳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτοῦ δοθέντος σημείου, πρὸς ὀρθὰς εὐθεῖαν γραμμὴν ἀναστῆσαι.

Problema 2.Propo.12.

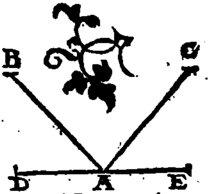
Dato plano, à puncto quod in illo datum est, ad rectos angulos rectam lineam excitare.

ιγ

Τῷ δοθέντι ἐπιπέδῳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῷ σημείου, δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς οὐκ ἀναστήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

Theorema 11. Propositio 13.

Dato plano, à pũcto quod in illo datum eſt, duæ rectæ lineæ ad rectos angulos non excitabuntur ad eaſdem partes.

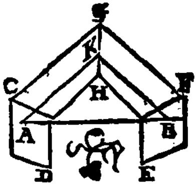


ιδ

Πρὸς ἃ ἐπίπεδα ἡ αὐτὴ εὐθεῖα ὀρθή ἐστι, παράλληλα ἐστι τὰ ἐπίπεδα.

Theor. 12. Prop. 14.

Ad quæ plana, eadem recta linea recta eſt, illa ſunt parallela.

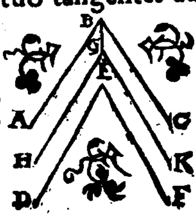


ιε

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι ἁπτόμεναι ἀλλήλων, παρὰ δύο εὐθείας ἁπτομένας ἀλλήλων ὦσι μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, παράλληλά ἐστι τὰ δι' αὐτῶν ἐπίπεδα.

Theorema 13. Prop. 15.

Si duæ rectæ lineæ ſe mutuò tangentes ad duas rectas ſe mutuò tangentes ſint parallelæ, non in eodem conſiſtentes plano, parallela ſunt quæ per illas ducuntur plana.



ις

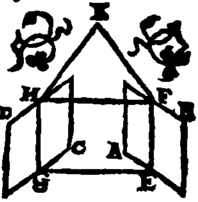
Ἐὰν

Ἐὰν δύο ἐπίπεδα παράλληλα ὑπὸ ἐπιπέδου τινὸς τέμνηται, αἱ κοιναὶ αὐτῶν τομαὶ παράλληλοί εἰσι.

Theore. 14. Prop. 16.

Si duo plana parallela plano quopiam ſecentur, cómunes illorum ſectiones ſunt parallelæ.

ιϛ

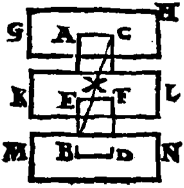


Ἐὰν δύο εὐθεῖαι ὑπὸ παραλλήλων ἐπιπέδων τέμνωνται, εἰς τοὺς αὐτοὺς λόγους τμηθήσονται.

Theor. 15. Propo. 17.

Si duæ rectæ lineæ parallelis planis ſecétur, in eaſdem rationes ſecabuntur.

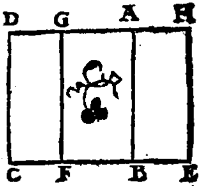
ιη



Ἐὰν εὐθεῖα ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ πάντα τὰ δι' αὐτῆς ἐπίπεδα, τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσαι.

Theorema 16. Propoſitio 18.

Si recta linea plano cuipiam ad rectos ſit angulos, illa etiam omnia quæ per ipſam plana, ad rectos eidem plano angulos erunt.

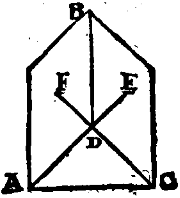


ιθ

Ἐὰν δύο ἐπίπεδα τέμνοντα ἄλληλα ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ ἡ κοινὴ αὐτῶν τομὴ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

Theore. 17. Propo. 19.

Si duo plana ſe mutuò ſecantia plano cuidam ad rectos ſint angulos, communis etiam illorum ſectio ad rectos eidem plano angulos erit.

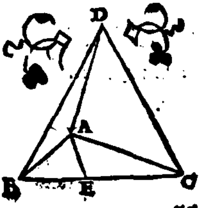


κ

Ἐὰν στερεὰ γωνία ὑπὸ τριῶν γωνιῶν ἐπιπέδων περιέχηται, δύο ὁποιαιοῦν τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Theor. 18. Prop. 20.

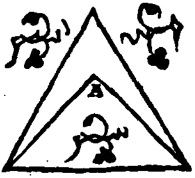
Si angulus ſolidus planis tribus angulis contineatur, ex his duo quilibet vtut aſſumpti tertio ſunt maiores.



κα.

Ἅπασα στερεὰ γωνία ὑπὸ ἐλασσόνων ἢ τεσσάρων ὀρθῶν γωνιῶν ἐπιπέδων περιέχεται.

Theor.19. Propositio 21.



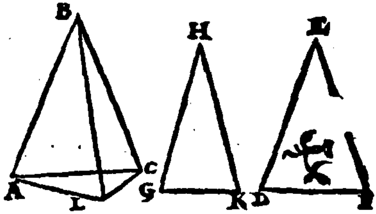
Solidus omnis angulus minoribus continetur, quàm rectis quatuor angulis planis.

κβ

Ἐὰν ὦσι τρεῖς γωνίαι ἐπίπεδοι, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, περιέχωσι δὲ αὐτὰς ἴσαι εὐθεῖαι, δυνατόν ἐστιν ἐκ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς ἴσας εὐθείας τρίγωνον συστήσασθαι.

Theor.20. Propo.22.

Si plani tres anguli ęqualibus rectis cõtineantur lineis, quorum duo vt libet assumpti, tertio sint maiores, triangulum constitui potest ex lineis æquales illas rectas coniungentibus.



κγ

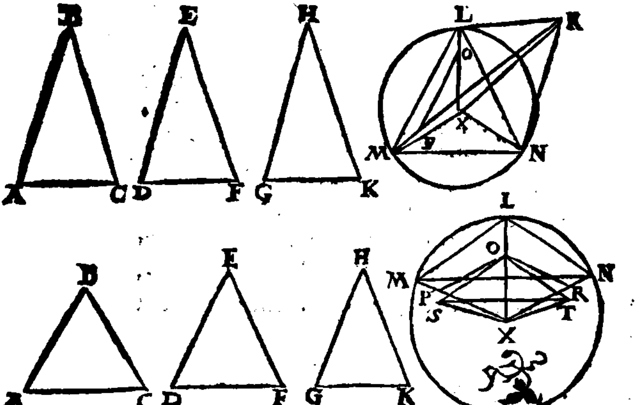
Ἐκ τριῶν γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, στερεὰν γω-

 νίαν

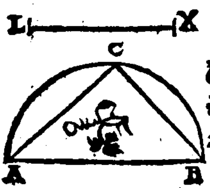
νίαν συςήσασθαι. δεῖ δὴ τὰς τρεῖς τεσσάρων ὀρθῶν ἐλάσσονας εἶναι.

Probl.3.Propo.23.

Ex planis tribus angulis, quorum duo vt libet assumpti tertio sint maiores, solidum angulum constituere. Decet autem illos tres angulos rectis quatuor esse minores.



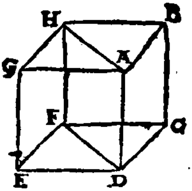
κδ



Ἐὰν στερεὸν ὑπὸ παραλλήλων
ἐπιπέδων περιέχηται, τὰ ἀπ'
ἐναντίον αὐτοῦ ἐπίπεδα, ἴσα τε
καὶ παραλληλόγραμμά ἐστι.

Theor.

Theor.21.Propo.24.

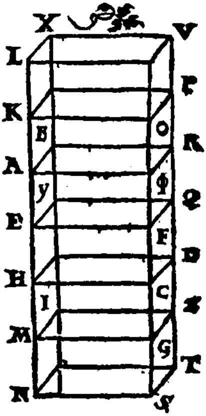


Si solidum parallelis planis contineatur, aduersa illi⁹ plana & æqualia sunt & parallelogramma.

κδ

Ἐὰν στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις, ἔσται ὡς ἡ βάσις πρὸς τὴν βάσιν, οὕτω τὸ στερεὸν πρὸς τὸ στερεόν.

Theor.22. Proposit.25.



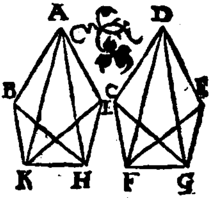
Si solidum parallelis planis contentum plano secetur aduersis planis parallelo, erit quemadmodum basis ad basim, ita solidum ad solidum.

κε

Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, τῇ δοθείσῃ στερεᾷ γωνίᾳ ἴσην στερεὰν γωνίαν συστήσασθαι.

Probl. 4. Propoſit. 26.

Ad datam rectam lineam eiuſque punctum, angulum ſolidum conſtituere ſolido angulo dato ęqualem.

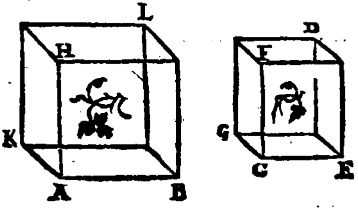


κζ

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἀναγράψαι.

Probl. 5. Propoſitio 27.

A data recta, dato ſolido parallelis planis comprehenſo ſimile & ſimiliter poſitum ſolidum parallelis planis contentum deſcribere.



κη

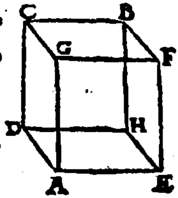
Ἐὰν στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἐπιπέδῳ τμηθῇ κατὰ τὰς διαγωνίους τῶν ἀπεναντίον ἐπιπέδων, δίχα τμηθήσεται τὸ στερεὸν ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου.

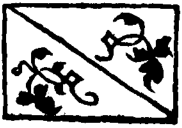
Theorema 23. Propoſit. 28.

Si ſolidum parallelis planis comprehenſum,

ducto

ducto per aduersorum planorū diagωnios plano sectum sit, illud solidū ab hoc plano bifariàm secabitur.



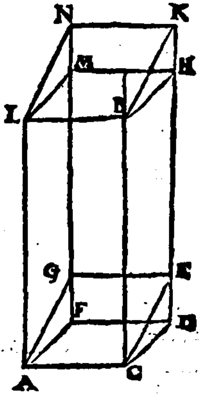


κθ

Τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ὧν αἱ ἐφεστῶσαι ἐπὶ τῶν αὐτῶν εἰσὶν εὐθειῶν, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theor.24.Propositio 29.

Solida parallelis planis comprehensa, quæ super eandem basim & in eadē sunt altitudine, quorum insistentes lineæ in ijsdem collocantur rectis lineis, illa sunt inter se æqualia.



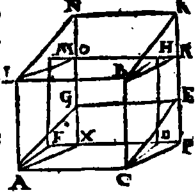
λ

Τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα,

πεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ὧν αἱ ἐφεστῶσαι οὐκ εἰσὶν ἐπὶ τῶν αὐτῶν εὐθειῶν, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Theor.25.Prop.30.

Solida parallelis planis circunſcripta, quę ſuper eandem baſim & in eadem ſunt altitudine, quorum inſiſtentes lineæ non in ijſdem reperiuntur rectis lineis, illa ſunt inter ſe æqualia.

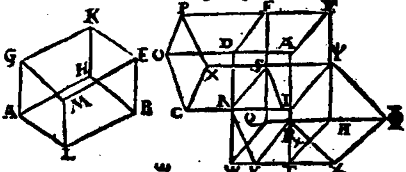


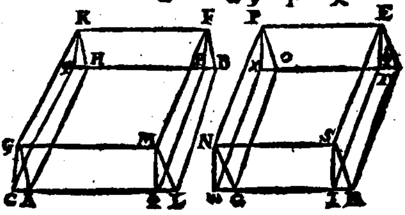
λα

Τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Theor.26.Propo.31.

Solida parallelis planis circunſcripta, quę in eadẽ ſunt altitudine, æqualia ſunt inter ſe.



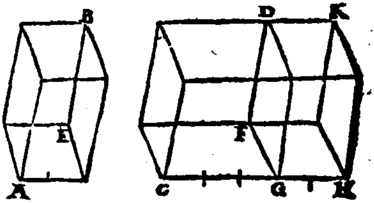


λβ

Τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν, ὡς αἱ βάσεις.

Theor.27.Propo.32.

Solida parallelis planis circunſcripta quæ eiuſdem ſunt altitudinis, eam habent inter ſe rationem, quam baſes.

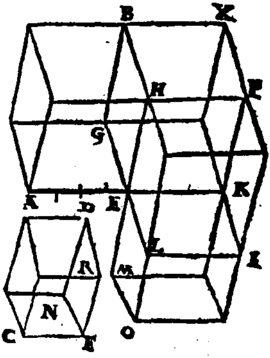


λγ

Τὰ ὅμοια στερεὰ παραλληλεπίπεδα, πρὸς ἄλληλα ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Theor.28.Prop.33.

Similia ſolida parallelis planis circunſcripta habent inter ſe rationem homologorum laterum triplicatam.



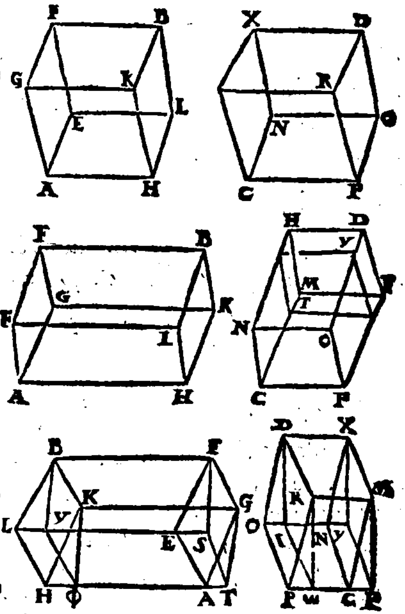
λδ

Τῶν

Τῶν ἴσων στερεῶν παραλληλεπιπέδων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι. καὶ ὧν στερεῶν παραλληλεπιπέδων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Theor.29.Proposit.34.

Aequaliū solidorū parallelis planis cōtentorū bases cū altitudinibus reciprocantur. Et solida parallelis planis contēta, quorum bases cū altitudinibus reciprocantur, illa sunt æqualia.



λε

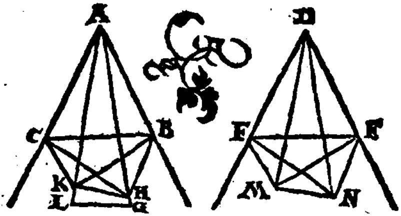
Ἐὰν ὦσι δύο γωνίαι ἐπίπεδοι ἴσαι, ἐπὶ δὲ τῶν κορυφῶν αὐτῶν μετέωροι εὐθεῖαι ἐπισταθῶσιν ἴσας γω-

νίας

νίας περιέχουσαι μετὰ τῶν ἐξ ἀρχῆς εὐθειῶν, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἐπὶ δὲ τῶν μετεώρων ληφθῇ τυχόντα σημεῖα, καὶ ἀπ' αὐτῶν ἐπὶ τὰ ἐπίπεδα, ἐν οἷς εἰσὶν αἱ ἐξ ἀρχῆς γωνίαι, κάθετοι ἀχθῶσιν, ἀπὸ δὲ τῶν γενομένων σημείων ὑπὸ τῶν καθέτων ἐπὶ τοῖς ἐπιπέδοις, ἐπὶ τὰς ἐξ ἀρχῆς γωνίας ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, ἴσας γωνίας περιέξουσι μετὰ τῶν μετεώρων.

Theorema 30. Proposi. 35.

Si duo plani sint anguli æquales, quorum verticibus sublimes rectæ lineæ insistant, quæ cum lineis primò positis angulos contineant æquales, vtrunque vtrique, in sublimibus autem lineis quęlibet sumpta sint pũcta, & ab his ad plana in quibus consistunt anguli primùm positi, ductæ sint perpendiculares, ab earum verò punctis, quę in planis signata fuerint, ad angulos primùm positos adiunctę sint rectę lineę, hę cũ sublimib' æquales angulos comprehendent.

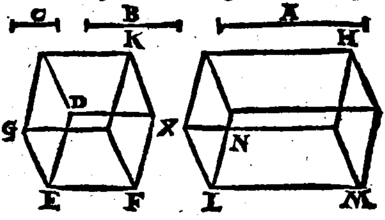


λϛ

Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ, ἰσοπλεύρῳ μὲν, ἰσογωνίῳ δὲ τῷ προειρημένῳ.

Theor.31.Prop.36.

Si rectę tres lineę ſint proportionales, quod ex his tribus fit ſolidum parallelis planis cõtentum, æquale eſt deſcripto à media linea ſolido parallelis planis comprehenſo, quod ęquilaterum quidẽ ſit, ſed antedicto æquiangulum.



λζ

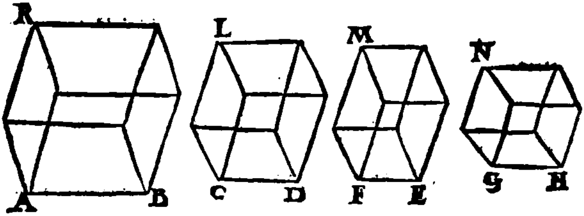
Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν παραλληλεπίπεδα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενα, ἀνάλογον ἔσαι, καὶ ἐὰν τὰ ἀπ' αὐτῶν στερεὰ παραλληλεπίπεδα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theor.32.Prop.37.

Si rectæ quatuor lineæ ſint proportionales, illa quoq; ſolida parallelis planis contenta, quæ ab ipſis lineis & ſimilia & ſimiliter deſcribuntur, proportionalia erunt. Et ſi ſolida parallelis planis comprehenſa, quæ & ſimilia & ſimiliter deſcribuntur, ſint propor-

tio-

tionalia, illæ quoq; rectæ lineæ proportionales erunt.

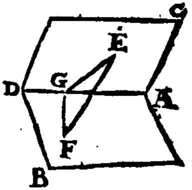


λη

Ἐὰν ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὀρθὸν ᾖ, καὶ ἀπό τινος σημείου τῶν ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων ἐπὶ τὸ ἕτερον ἐπίπεδον κάθετος ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς πεσεῖται τῶν ἐπιπέδων ἡ ἀγομένη κάθετος.

Theor.33.Prop.38.

Si planum ad planum rectū sit, & à quodam puncto eorum quæ in vno sunt planorum perpendicularis ad alterum ducta sit, illa quæ ducitur perpendicularis, in communem cadet planorum sectionem.

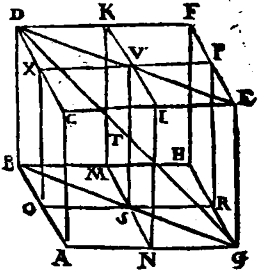


λθ

Ἐὰν στερεοῦ παραλληλεπιπέδου τῶν ἀπεναντίον ἐπιπέδων αἱ πλευραὶ δίχα τμηθῶσι, διὰ δὲ τῶν τομῶν ἐπίπεδα ἐκβληθῇ, ἡ κοινὴ τομὴ τῶν ἐπιπέδων καὶ ἡ τοῦ στερεοῦ παραλληλεπιπέδου διάμετρος, δίχα τέμνουσιν ἀλλήλας.

Theor.34.Propo.39.

Si in ſolido parallelis planis circunſcripto, aduerſorum planorum lateribus bifariàm ſectis, educta ſint per ſectiones plana, communis illa planorũ ſectio & ſolidi parallelis plani circũſcripti diameter, ſe mutuò bifariàm ſecant.

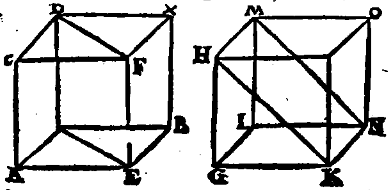


μ

Ἐὰν ᾖ δύο πρίσματα ἰσοϋψῆ, καὶ τὸ μὲν ἔχῃ βάσιν παραλληλόγραμμον, τὸ δὲ τρίγωνον, διπλάσιον δὲ ᾖ τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου, ἴσα ἔσται τὰ πρίσματα.

Theor.35.Propo.40.

Si duo ſint ęqualis altitudinis priſmata, quorum hoc quidem baſim habeat parallelogrammum, illud verò triangulum, ſit autem parallelogrammũ trianguli duplum, illa priſmata erunt æqualia.



Elementi vndecimi finis.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΙΒ ΚΑΙ ΣΤΕΡΕΩΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM DVODECIMVM, ET SOLIDORVM SECVNDVM.

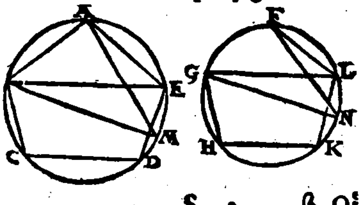
Προτάσεις.

α.

Τὰ ἐν τοῖς κύκλοις ὅμοια πολύγωνα πρὸς ἄλληλά ἐστιν, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα.

Theor.1.Prop.1.

Similia, quæ ſunt in circulis polygωna, rationem habent inter ſe, quam deſcripta à diametris quadrata.

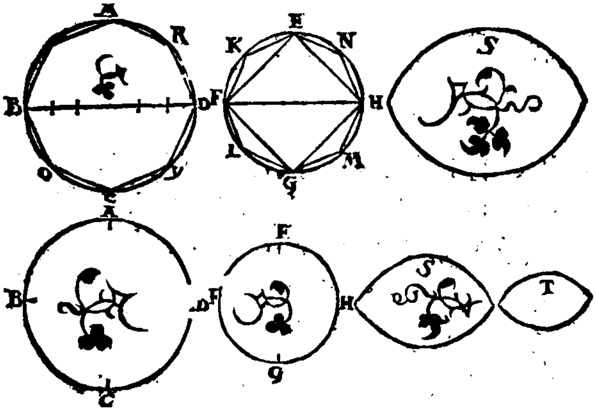


β

Οἱ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα.

Theor.2.Prop.2.

Circuli eam inter ſe rationem habent, quam deſcripta à diametris quadrata.



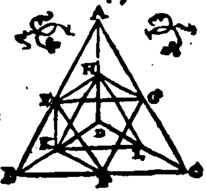
γ

Πᾶσα πυραμὶς τρίγωνον ἔχουσα βάσιν, διαιρεῖται εἰς δύο πυραμίδας ἴσας τε καὶ ὁμοίας ἀλλήλαις, τριγώνους βάσεις ἐχούσας, καὶ ὁμοίας τῇ ὅλῃ. καὶ εἰς δύο πρίσματα ἴσα. καὶ τὰ δύο πρίσματα μείζονά ἐστιν, ἢ τὸ ἥμισυ τῆς ὅλης πυραμίδος.

Theor.3.Prop.3.

Omnis pyramis trigωnam habens baſim, in duas diuiditur pyramidas non tátùm ęquales

les & ſimiles inter ſe, ſed toti etiam pyramidi ſimiles, quarum trigonæ ſunt baſes, atq; in duo priſmata æqualia, quæ duo priſmata dimidio pyramidis totius ſunt maiora.



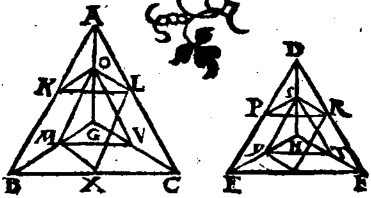
δ

Ἐὰν ὦσι δύο πυραμίδες ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, τριγώνους ἔχουσαι βάσεις, διαιρεθῇ δὲ ἑκατέρα αὐτῶν εἰς τε δύο πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις καὶ ὁμοίας τῇ ὅλῃ, καὶ εἰς δύο πρίσματα ἴσα καὶ τῶν γενομένων πυραμίδων ἑκατέρα τὸν αὐτὸν τρόπον, καὶ τοῦτο ἀεὶ γίνηται, ἔστιν ὡς ἡ τῆς μιᾶς πυραμίδος βάσις, πρὸς τὴν τῆς ἑτέρας πυραμίδος βάσιν, οὕτως καὶ τὰ ἐν τῇ μιᾷ πυραμίδι πρίσματα πάντα, πρὸς τὰ ἐν τῇ ἑτέρᾳ πυραμίδι πρίσματα πάντα ἰσοπληθῆ.

Theorema 4. Propoſi. 4.

Si duæ eiuſdem altitudinis pyramides trigonas habeant baſes, ſit autem illarum vtraq; diuiſa & in duas pyramidas inter ſe æquales totique ſimiles, & in duo priſmata æqualia, ac eodem modo diuidatur vtraque pyramidum quæ ex ſuperiore diuiſione natę ſunt, idq; perpetuò fiat: quemadmodum ſe habet vnius pyramidis baſis ad alterius pyramidis

basim, ita & omnia quę in vna pyramide pri
smata, ad omnia quę in altera pyramide, pri-
smata multitudine æqualia.

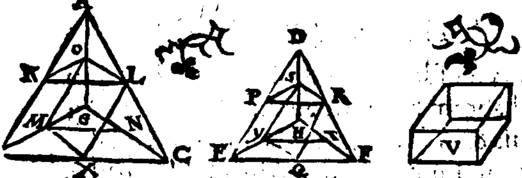


ε

Αἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος οὖσαι πυραμίδες, καὶ τριγώνους
ἔχουσαι βάσεις, πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.

Theorema 5, Propo. 5.

Pyramides eiusdem altitudinis, quarum tri-
gωnæ sunt bases, eam inter se rationem ha-
bent, quam ipsæ bases.



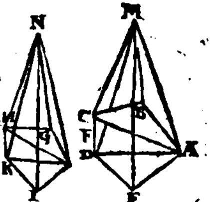
ϛ

Αἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος οὖσαι πυραμίδες, καὶ πολυ-
γώνους ἔχουσαι βάσεις, πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ βά-
σεις.

Theor. 6. Prop. 6.

Pyra-

Pyramides eiuſdem altitudinis, quarum polygωnæ ſunt baſes, eam inter ſe rationem habēt, quam ipſæ baſes.

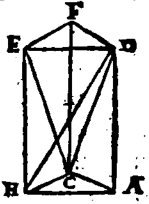


ζ

Πᾶν πρίσμα τρίγωνον ἔχον βάσιν, διαιρεῖται εἰς τρεῖς πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις, τριγώνους βάσεις ἐχούσας.

Theorema 7. Prop. 7.

Omne priſma trigωnam habens baſim, diuiditur in tres pyramidas inter ſe æquales, quarum trigωnę ſunt baſes.

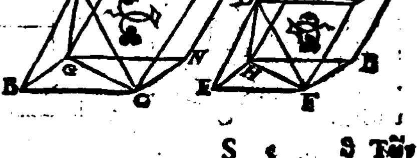


η

Αἱ ὅμοιαι πυραμίδες, καὶ τριγώνους ἔχουσαι βάσεις, ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Theor. 8. Propo. 8.

Similes pyramides q̄ trigωnas habent baſes, in triplicata ſunt homologorū laterū ratiōe.

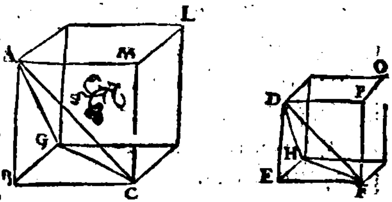


θ

Τῶν ἴσων πυραμίδων, καὶ τριγώνους βάσεις ἐχουσῶν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι. καὶ ὧν πυραμίδων τριγώνους βάσεις ἐχουσῶν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσαι εἰσὶν ἐκεῖναι.

Theorema 9. Prop. 9.

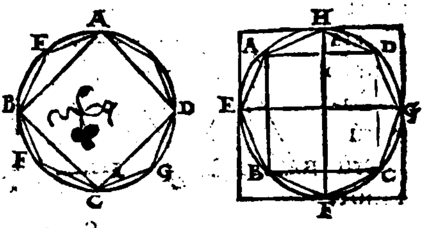
Aequalium pyramidũ & trigωnas baſes habentium reciprocantur baſes cum altitudinibus. Et quarum pyramidum trigωnas baſes habentium recipcãtur baſes cũ altitudinibus, illæ ſunt ęquales.



Πᾶς κῶνος, κυλίνδρου τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον.

Theor. 10. Propo. 10.

Omnis cωnus tertia pars eſt cylindri eãdem cum ipſo cωno baſim habẽtis, & altitudinẽ ęqualem.

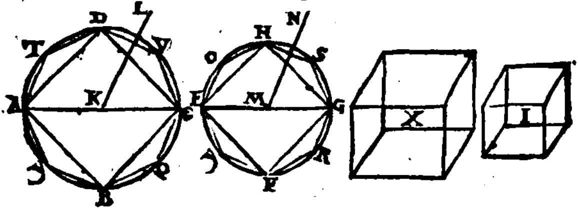


ια

Οἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.

Theor.11.Propoſi.11.

Coni & cylindri eiuſdem altitudinis, eam inter ſe rationem habent, quam baſes.

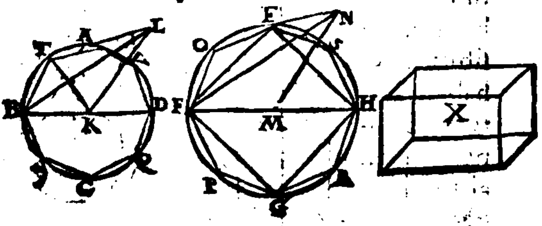


ιβ

Οἱ ὅμοιοι κῶνοι καὶ κύλινδροι, ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων.

Theore.12.Propo.12.

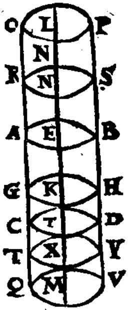
Similes coni & cylindri, triplicatam habent inter ſe rationem diametrorum, quæ ſunt in baſibus.



ιγ

Ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις, ἔσαι ὡς ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον, οὕτως ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα.

Theor.13.Propositio 13.



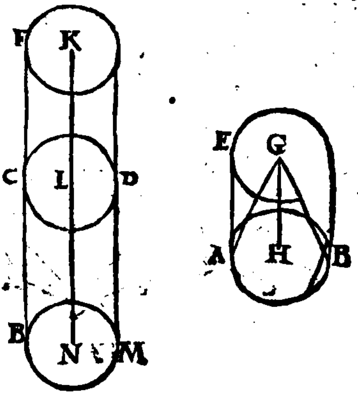
Si cylindrus plano sectus sit aduersis planis parallelo, erit quemadmodum cylindrus ad cylindrum, ita axis ad axem.

ιδ

Οἱ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη.

Theor.14.Propo.14.

Coni & cylindri qui in æqualibus sunt basibus, eam habent inter se rationem, quam altitudines.

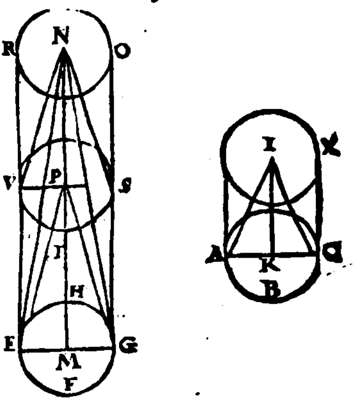


ιε

Τῶν ἴσων κώνων καὶ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις ταῖς ὕψεσι. καὶ ὧν κώνων καὶ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσὶν ἐκεῖνοι.

Theor.15.Prop.15.

Aequalium conorum & cylindrorum bases cum altitudinibus reciprocantur. Et quorum conorum & cylindrorum bases cum altitudinibus reciprocantur, illi sunt aequales.



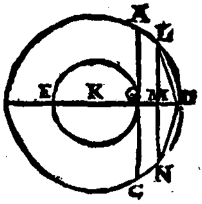
ις

Δύο κύκλων περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ὄντων, εἰς τὸν μείζονα κύκλον, πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλευρον ἐγγράψαι, μὴ ψαῦον τοῦ ἐλάσσονος κύκλου.

Problema 1. Propositio 16.

Duobus circulis circum idem centrum con sisten-

ſiſtentibus, in maiore circulo polygωnum æqualium pariumq́; laterum inſcribere, quod minorem circulum non tangat.

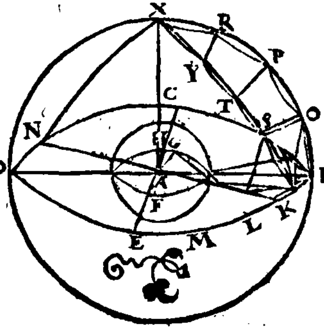


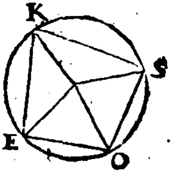
ιζ

Δύο σφαιρῶν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον οὐσῶν, εἰς τὴν μείζονα σφαῖραν στερεὸν πολύεδρον ἐγγράψαι, μὴ ψαῦον τῆς ἐλάσσονος σφαίρας κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν.

Probl. 2. Prop. 17.

Duabus ſphæris circum idem centrum conſiſtētibus, in maiore ſphæra ſolidum polyedrum inſcribere, quod minoris ſphæræ ſuperficiem non tangat.



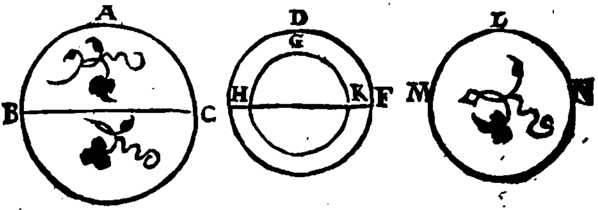


ιη

Αἱ σφαῖραι πρὸς ἀλλήλας ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἰδίων διαμέτρων.

Theorema 16. Propositio 18.

Sphæræ inter ſe rationem habent ſuarum diametrorum triplicatam.



Elementi duodecimi finis.

ΕΥΚΛΕΙ-ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΙΓ, ΚΑΙ ΣΤΕΡΕΩΝ ΤΡΙΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM DECIMVMTERTIVM, ET SOLIDORVM TERTIVM.

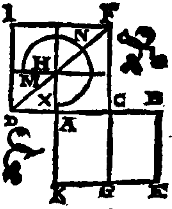
Προτάσεις

α

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, τὸ μεῖζον τμῆμα προσλαβὸν τὴν ἡμίσειαν τῆς ὅλης, πενταπλάσιον δύναται τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς ὅλης.

Theorema 1. Propo. 1.

Si recta linea per extremã & mediam rationem secta sit, maius segmentũ quod totius lineæ dimidium assumpserit, quintuplum potest eius quadrati, quod à totius dimidia describit.



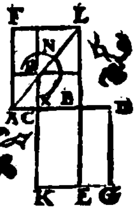
β Ἐὰν

β

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ, τμήματος ἑαυτῆς πενταπλάσιον δύνηται, τῆς διπλασίας τοῦ εἰρημένου τμήματος ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης, τὸ μεῖζον τμῆμα τὸ λοιπὸν μέρος ἐστὶ τῆς ἐξαρχῆς εὐθείας.

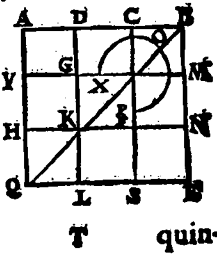
Theore. 2. Propo. 2.

Si recta linea sui ipsius segmenti quintuplum possit, & dupla segmenti huius linea per extremam & mediã rationem secetur, maius segmẽtum reliqua pars est lineæ primùm positæ.



γ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, τὸ ἔλασσον τμῆμα προσλαβὸν τὴν ἡμίσειαν τοῦ μείζονος τμήματος, πενταπλάσιον δύναται τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τοῦ μείζονος, τετραγώνου.



Theor. 3. Propo. 3.

Si recta linea per extremã & mediã rationẽ secta sit, minus segmẽtũ quod maioris segmẽti dimidiũ assumpserit,

T quin-

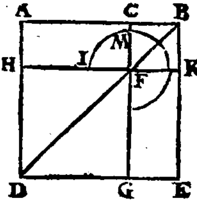
quintuplum poteſt eius, quod à maioris ſegmenti dimidio deſcribitur, quadrati.

δ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἐλάττονος τμήματος, τὰ συναμφότερα τετράγωνα, τριπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τοῦ μείζονος τμήματος τετραγώνου.

Theore.4. Propo.4.

Si recta linea per extremam & mediam rationẽ ſecta ſit, quod à tota, quodq; à minore ſegmento ſimul vtraq; quadrata, tripla ſunt eius, quod à maiore ſegmento deſcribitur, quadrati.

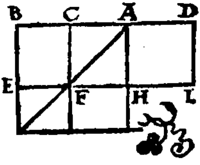


ε

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, καὶ προστεθῇ ἴση τῷ μείζονι τμήματι, ὅλη ἡ εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται, καὶ τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν, ἡ ἐξ ἀρχῆς εὐθεῖα.

Theore.5. Propo.5.

Si ad rectam lineã, quę per extremam & mediam rationem ſecetur, adiuncta ſit altera ſegmento maiori æqualis, tota hæc linea re-



cta

cta per extremam & mediam rationem secta est, estque maius segmentum linea primùm posita.

ϛ

Ἐὰν εὐθεῖα ῥητὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, ἑκάτερον τῶν τμημάτων ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἀποτομή.

Theore. 6. Propo. 6.

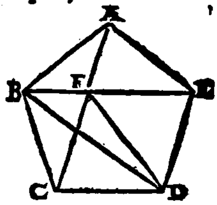
Si recta linea ῥητὴ siue rationalis, per extremam & mediam rationem secta sit, vtrunque segmentorum ἄλογος siue irrationalis est linea, quæ dicitur Residuum.

ζ

Ἐὰν πενταγώνου ἰσοπλεύρου αἱ τρεῖς γωνίαι, ἤτοι αἱ κατὰ τὸ ἑξῆς, ἢ αἱ μὴ κατὰ τὸ ἑξῆς, ἴσαι ὦσιν, ἰσογώνιον ἔσται τὸ πεντάγωνον.

Theore. 7. Propo. 7.

Si pentagωni æquilateri tres sint æquales anguli, siue qui deinceps, siue q̃ nõ deinceps sequũtur, illud pentagωnum erit æquiangulũ.

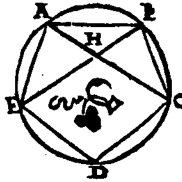


η

Ἐὰν πενταγώνου ἰσοπλεύρου καὶ ἰσογωνίου τὰς κατὰ τὸ ἑξῆς δύο γωνίας ὑποτείνωσιν εὐθεῖαι, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέμνουσιν ἀλλήλας, καὶ τὰ μείζονα αὐτῶν τμήματα ἴσα ἐστὶ τῇ τοῦ πενταγώνου πλευρᾷ.

Theore. 8. Propo. 8.

Si pentagωni æquilateri & æquianguli duos qui deinceps sequuntur angulos rectę subtendant lineæ, illæ per extremam & mediam rationē se mutuò secant, earumque maiora segmenta, ipsius pentagωni lateri sunt ęqualia.

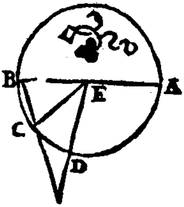


9

Ἐὰν ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρὰ καὶ ἡ τοῦ δεκαγώνου, εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων, συντεθῶσιν, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται, καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆμά ἐστιν ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρά.

Theore. 9. Propo. 9.

Si latus hexagωni & latus decagωni eidem circulo inscriptorum composita sint, tota recta linea per extremam & mediam rationem secta est, eiusque segmentum maius, est hexagωni latus.



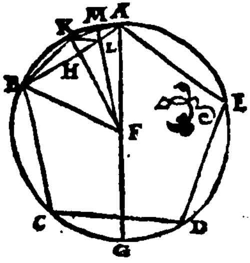
ι

Ἐὰν εἰς κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ,

ἡ τοῦ

ἡ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ δύναται τήν τε τοῦ ἑξαγώνου καὶ τὴν τοῦ δεκαγώνου, τῶν εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων.

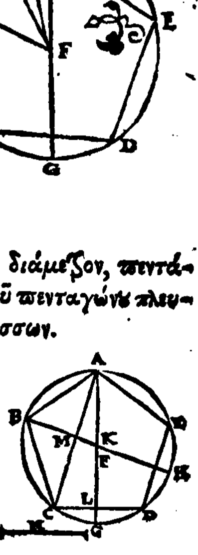
Theor.10.Prop.10.
Si circulo pentagonum æquilaterum inſcriptum ſit, pentagωni latus poteſt & latus hexagωni & latus decagωni, eidem circulo inſcriptorum.



ια

Ἐὰν εἰς κύκλον ῥητὴν ἔχοντα τὴν διάμετρον, πεντάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ, ἡ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἐλάσσων.

Theore.11. Propo.11.
Si in circulo ῥητὴν habente diametrum, inſcriptum ſit pentagωnum ęquilaterum, pentagωni latus irrationalis eſt linea, quæ vocatur Minor.

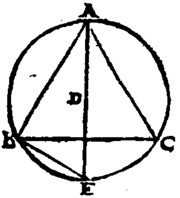


ιβ

Ἐὰν εἰς κύκλον τρίγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ, ἡ τοῦ τριγώνου πλευρὰ, δυνάμει τριπλασίων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου.

Theore.12. Propo.12.

Si in circulo inſcriptum ſit triangulum æquilaterum, huius triãguli latus potentia triplũ eſt eius lineæ, quæ ex circuli centro ducitur.

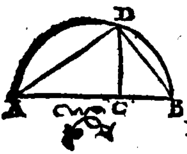


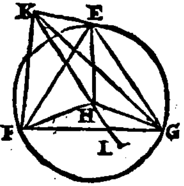
ιγ

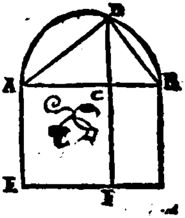
Πυραμίδα συστήσασθαι, καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν τῇ δοθείσῃ, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διαμέτρος, δυνάμει ἡμιολία ἐστὶ τῆς πλευρᾶς τῆς πυραμίδος.

Problem.1.Propo.13.

Pyramidem conſtituere,& data ſphera complecti, atque docere illius ſphæræ diametrum potentia ſeſquialteram eſſe lateris ipſius pyramidis.







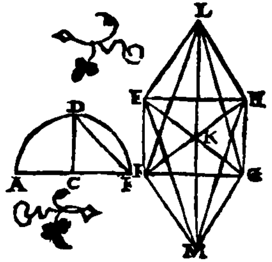
ιδ

Ὀκτάεδρον συστήσασθαι, καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν ᾗ καὶ τὴν πυραμίδα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διά-
μετρος

μετρος δυνάμει διπλασία ἐστὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ ὀκταέδρου.

Proble.2. Propo.14.

Octaëdrum constituere, eaq; sphæra qua pyramidē complecti, atque probare illius sphę ræ diametrum potentia duplam esse lateris ipsius octaē dri.

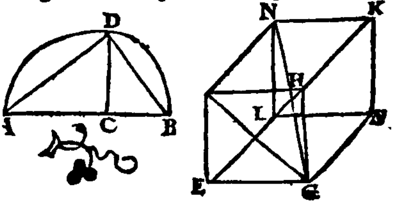


ιε

Κύβον συστήσασθαι, καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν ᾗ καὶ τὰ πρότερα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει τριπλῆ ἐστὶ τῆς τοῦ κύβου πλευρᾶς.

Proble.3. Propo.15.

Cubum constituere, eaque sphæra qua & superiores figuras complecti, atque docere illius sphæræ diametrum potentia triplam esse lateris ipsius cubi.

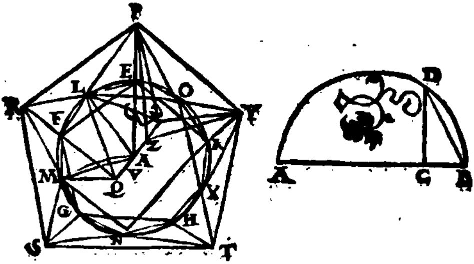


ις

Εἰκοσάεδρον συστήσασθαι καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν, ᾗ καὶ τὰ προειρημένα σχήματα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου πλευρὰ ἄλογός ἐστι, ἡ καλουμένη ἐλάττων.

Probl.4. Propo.16.

Icosaëdrum constituere, eademque sphæra qua & antedictas figuras complecti, atque probare, Icosaëdri latus irrationalem esse lineam, quæ vocatur Minor.



ιζ

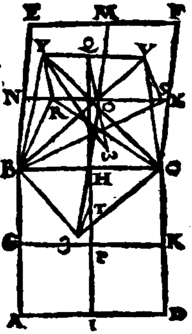
Δωδεκάεδρον συστήσασθαι καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν, ᾗ καὶ τὰ προειρημένα σχήματα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τοῦ δωδεκαέδρου πλευρὰ ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἀποτομή.

Probl.5. Propo.17.

Dodecaëdrum constituere, eademque sphæ-

ra

ra qua & antedictas figuras complecti, atque probare dodecaëdri latus irrationalem esse lineam, quæ vocatur Residuum.

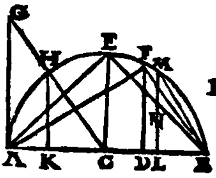


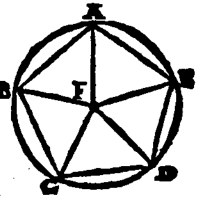
ιη

Τὰς πλευρὰς τῶν πέντε σχημάτων ἐκθέσθαι, καὶ συγκρῖναι πρὸς ἀλλήλας.

Proble.6. Propo.18.

Quinque figurarũ latera proponere, & inter se comparare.





ΣΧΟΛΙΟΝ.

Λέγω δὴ ὅτι παρὰ τὰ εἰρημένα ε̄ σχήματα οὐ συσταθήσεται ἕτερον σχῆμα, περιεχόμενον ὑπὸ ἰσοπλεύρων τε καὶ ἰσογωνίων, ἴσων ἀλλήλοις. ὑπὸ μὲν γὰρ δύο τριγώνων, ἀλλ' οὐδὲ ἄλλων δύο ἐπιπέδων στερεὰ γωνία οὐ συσταθήσεται.

ὑπὸ δὲ τριῶν τριγώνων, ἡ τῆς πυραμίδος.

ὑπὸ δὲ τεσσάρων, ἡ τοῦ ὀκταέδρου.

ὑπὸ δὲ ε, ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου.

ὑπὸ δὲ ἓξ τριγώνων ἰσοπλεύρων τε καὶ ἰσογωνίων πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνισταμένων, οὐκ ἔσται στερεὰ γωνία. οὔσης γὰρ τῆς τοῦ ἰσοπλεύρου τριγώνου γωνίας διμοίρου ὀρθῆς, ἔσονται αἱ ἓξ τέτταρσιν ὀρθαῖς ἴσαι, ὅπερ ἀδύνατον. ἅπασα γὰρ στερεὰ γωνία, ὑπὸ ἐλασσόνων ἢ τεσσάρων ὀρθῶν περιέχεται. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ οὐδὲ ὑπὸ πλειόνων ἢ ἓξ γωνιῶν ἐπιπέδων στερεὰ γωνία συνίσταται.

ὑπὸ δὲ τετραγώνων τριῶν, ἡ τοῦ κύβου γωνία περιέχεται.

ὑπὸ δὲ τεσσάρων, ἀδύνατον. ἔσονται γὰρ πάλιν τέσσαρες ὀρθαί.

ὑπὸ δὲ πενταγώνων ἰσοπλεύρων καὶ ἰσογωνίων, ὑπὸ μὲν τριῶν, ἡ τοῦ δωδεκαέδρου.

ὑπὸ δὲ τεσσάρων, ἀδύνατον. οὔσης γὰρ τῆς τοῦ ἰσοπλεύρου πενταγώνου γωνίας ὀρθῆς καὶ πέμπτου, ἔσονται αἱ τέσσαρες γωνίαι τεσσάρων ὀρθῶν μείζους, ὅπερ ἀδύνατον. οὐδὲ μὴν ὑπὸ πολυγώνων ἑτέρων

σχη-

σχημάτων περιεχεθήσεται στερεὰ γωνία, διὰ τὸ ἄτοπον. οὐκ ἄρα παρὰ τὰ εἰρημένα ε σχήματα ἕτερον σχῆμα στερεὸν συσταθήσεται, ὑπὸ ἰσοπλεύρων καὶ ἰσογωνίων περιεχόμενον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

SCHOLIVM.

Aio uerò, præter dictas quinque figuras non posse aliam constitui figuram solidam, quæ planis & æquilateris & æquiangulis contineatur, inter se æqualibus. Non *enim ex duobus triangulis, sed neque ex alijs duabus figuris solidus constituetur angulus.*

Sed ex tribus triangulis, constat Pyramidis *angulus.*

Ex *quatuor autem,* Octaëdri.

Ex *quinque uerò,* Icosaëdri.

N*am ex triangulis sex & æquilateris & æquiangulis ad idem punctum coëuntibus, non fiet angulus solidus. Cùm enim trianguli æquilateri angulus, recti unius bessem contineat, erunt eiusmodi sex anguli rectis quatuor æquales.* Q*uod fieri non potest.* N*am solidus omnis angulus, minoribus quàm rectis quatuor angulis continetur, per 21.11.*

O b

Ob easdem sanè causas, neque ex pluribus quàm planis sex eiusmodi angulis solidus constat.

Sed ex tribus quadratis, Cubi angulus continetur.

Ex quinque, nullus potest. Rursus enim recti quatuor erunt.

Ex tribus autem pentagωnis æquilateris & æquiangulis, Dωdecaëdri angulus continetur.

Sed ex quatuor, nullus potest. Cùm enim pentagωni æquilateri angulus rectus sit, & quinta recti pars; erunt quatuor anguli rectis quatuor maiores. Quod fieri nequit. Nec sanè ex alijs polygωnis figuris solidus angulus continebitur, quòd hinc quoque absurdum sequatur. Quamobrem perspicuum est, præter dictas quinque figuras aliam figuram solidam non posse constitui, quæ ex planis æquilateris & æquiangulis contineatur.

Elementi decimitertij finis.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΙΔ ΚΑΙ ΣΤΕΡΕΩΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ,

ὡς οἴονταί τινες, ὡς ἄλλοι δὲ, ΥΨΙΚΛΕΟΥΣ Ἀλεξανδρέως, περὶ τῶν ε σωμάτων, πρῶτον.

Βασιλείδης ὁ τύριος, ὦ πρώταρχε, παραγενηθεὶς εἰς ἀλεξάνδρειαν, καὶ συσταθεὶς τῷ πατρὶ ἡμῶν διὰ τὴν ἀπὸ τοῦ μαθήματος συγγένειαν, συνδιέτριψεν αὐτῷ τὸν πλεῖστον τῆς ἐπιδημίας χρόνον. καί ποτε διελοῦντες τὸ ὑπὸ ἀπολλωνίου γραφὲν περὶ τῆς συγκρίσεως τοῦ δωδεκαέδρου καὶ τοῦ εἰκοσαέδρου, τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων, τίνα λόγον ἔχει ταῦτα πρὸς ἄλληλα, ἔδοξαν ταῦτα μὴ ὀρθῶς γεγραφέναι τὸν ἀπολλώνιον. αὐτοὶ δὲ ταῦτα διακαθάραντες, ἔγραψαν, ὡς ἦν ἀκούειν τοῦ πατρός. ἐγὼ δὲ ὕστερον περιέπεσον ἑτέρῳ βιβλίῳ ὑπὸ ἀπολλωνίου ἐκδεδομένῳ, καὶ

περιέ-

περιέχοντι ἀπόδειξιν ὑγιῶς περὶ τοῦ ὑποκειμένου, καὶ μεγάλως ἐψυχαγωγήθημεν ἐπὶ τῇ προβλήματος ζητήσει. τὸ μὲν ὑπὸ ἀπολλωνίου ἐκδοθὲν ἔοικε κοινῇ σκοπεῖν. καὶ γὰρ περιφέρεται. τὸ δὲ ὑφ᾽ ἡμῶν δοκοῦν ὕστερον γεγραφέναι φιλοπόνως, ὅσα δοκεῖν, ὑπομνηματισάμενος ἔκρινα προσφωνῆσαί σοι, διὰ τὴν ἐν ἅπασι μαθήμασι, μάλιστα δὲ ἐν γεωμετρίᾳ προκοπὴν, ἐμπείρως κρίνοντι τὰ ῥηθησόμενα, διὰ δὲ τὴν πρὸς τὸν πατέρα συνήθειαν, καὶ τὴν πρὸς ἡμᾶς εὔνοιαν, εὐμενῶς ἀκουσομένῳ τῆς πραγματείας. καιρὸς δὲ ἂν εἴη προοιμίου μὲν πεπαῦσθαι, τῆς δὲ συντάξεως ἄρχεσθαι.

EVCLIDIS ELEMENTVM DECIMVM QVARTVM, VT QVIDAM arbitrantur, vt alij verò, Hypſiclis Alexandrini, de quinque corporibus.

LIBER PRIMVS.

Baſilides Tyrius, Protarche, Alexandriam profectus, patriq; noſtro ob diſciplinæ ſocietatem commendatus, longiſsimo peregrinationis tempore cum eo uerſatus eſt. Cumq; differerent aliquando de ſcripta ab Apollonio comparatione Dodecaëdri & Icoſaëdri eidem ſphæræ inſcriptorum, quam hæc inter ſe habeant rationem, cenſuerunt ea non rectè tradidiſſe Apollonium: quæ à ſe emendata, ut de patre audire erat, literis prodiderunt. Ego autem poſtea incidi in alterum librum ab Apollonio editum, qui demonſtra-

monstrationem accuratè complecteretur de re proposita, ex eiusq; problematis indagatione magnam equidem cepi uoluptatem. Illud certè ab omnibus perspici potest, quod scripsit Apollonius, cùm sit in omnium manibus. Quod autem diligenti, quantum conijcere licet, studio nos postea scripsisse uidemur, id monimentis consignatum tibi nuncupandum duximus, ut qui feliciter cùm in omnibus disciplinis tum uel maximè in Geometria uersatus, scitè ac prudenter iudices ea quæ dicturi sumus: ob eam uerò, quæ tibi cum patre fuit, uitæ consuetudinem, quáque nos complecteris, beneuolentiam, tractationem ipsam libenter audias. Sed iam tempus est, ut procemio modum facientes, hanc syntaxim aggrediamur.

Προτάσεις.

α.

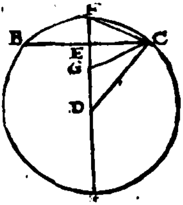
Ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου κύκλου τινὸς, ἐπὶ τὴν τοῦ πενταγώνου πλευρὰν, τοῦ εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένου κάθετος ἀγομένη, ἡμίσειά ἐστι συναμφοτέρου, τῆς τε ἐκ τοῦ κέντρου καὶ τῆς τοῦ δεκαγώνου, τῶν εἰς τὸν κύκλον ἐγγραφομένων.

Theore.1. Propo.1.

Perpendicularis linea, quæ ex circuli cuiu-

spiam

ſpiam centro in latus pentagωni ipſi circulo inſcripti ducitur, dimidia eſt vtriuſque ſimul lineæ, & eius quæ ex centro, & lateris decagωni in eodem circulo inſcripti.

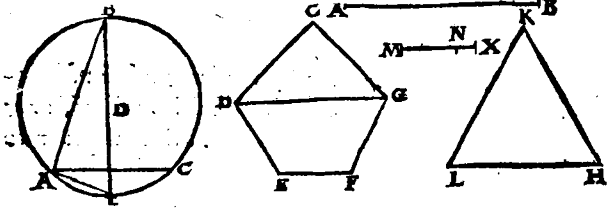


β

Ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει τό τε τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον, καὶ τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων.

Theor. 2. Propoſit. 2.

Idem circulus comprehendit & dωdecaëdri pentagωnũ & icoſaëdri triangulum, eidem ſphæræ inſcriptorum.

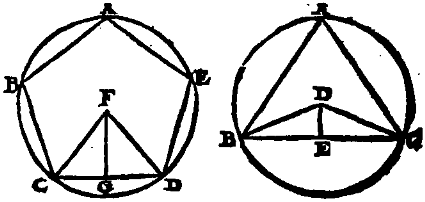


γ

Ἐὰν ᾖ πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, καὶ περὶ τοῦτο κύκλος, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετος ἐπὶ μίαν πλευρὰν ἀχθῇ, τὸ τριακοντάκις ὑπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν καὶ τῆς καθέτου, ἴσον ἐστὶ τῇ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφανείᾳ.

Theorema 3. Prop. 3.

Si pentagωno & æquilatero & æquiangulo circunscriptus sit circulus, ex cuius centro in vnum pentagωni latus ducta sit perpendicularis: quod vno laterum & perpendiculari trigesies cõtinet, illud ęquale est dωdecaëdri superficiei.



δ'

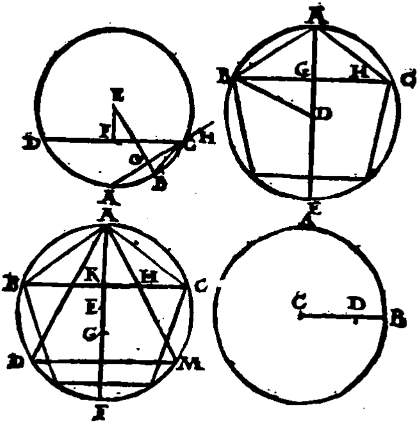
Τούτου δήλου ὄντος, δεικτέον ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτως ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου πλευράν.

Theor. 4. Propo. 4.

Hoc perspicuum cùm sit, probandum est, quemadmodum se habet dωdecaêdri super-

ficies

ficies ad icoſaëdri ſuperficiem, ita ſe habere cubi latus ad icoſaëdri latus.



Cubi latus.

E————————

Dodecaëdri.

F——————

Icoſaëdri.

G————————

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Δεικτέον δὴ νῦν, ὅτι ὡς ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτω τὸ στερεὸν τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὸ στερεὸν τοῦ εἰκοσαέδρου. ἐπεὶ γὰρ ἴσοι κύκλοι περιλαμβάνουσι τό, τε τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον καὶ τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον, τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων, ἐν δὲ ταῖς σφαίραις οἱ ἴσοι κύκλοι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. αἱ γὰρ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὰ τῶν κύκλων ἐπίπεδα κάθετοι ἀγόμεναι, ἴσαι τε εἰσὶν καὶ ἐπὶ τὰ κέντρα τῶν κύκλων πίπτουσιν, ὥς τε αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τοῦ περιλαμβάνοντος τό τε τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον καὶ τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον, ἴσαι εἰσὶ, τουτέστι αἱ κάθετοι. ἰσοϋψεῖς ἄρα εἰσὶν αἱ πυραμίδες αἱ βάσεις ἔχουσαι τὰ τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνα, καὶ αἱ βάσεις ἔχουσαι τὰ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνα. αἱ δὲ ἰσοϋψεῖς πυραμίδες πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις. ὡς ἄρα τὸ πεντάγωνον πρὸς τὸ τρίγωνον, οὕτως ἡ πύραμις ἧς βάσις μὲν ἐστὶ τὸ τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, πρὸς τὴν πυραμίδα ἧς βάσις μὲν ἐστι τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας. καὶ ὡς ἄρα δώδεκα πεντάγωνα

τάγω-

τάγωνα πρὸς εἴκοσι τρίγωνα, οὕτω δώδεκα πυραμίδες πενταγώνων βάσεις ἔχουσαι πρὸς εἴκοσι πυραμίδας τριγώνους βάσεις ἐχούσας. καὶ δώδεκα πεντάγωνα ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνειά ἐστιν, εἴκοσι δὲ τρίγωνα ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου ἐπιφάνειά ἐστιν. ἔστι ἄρα ὡς ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου ἐπιφάνειαν, οὕτω δώδεκα πυραμίδες πενταγώνους βάσεις ἔχουσαι πρὸς εἴκοσι πυραμίδας τριγώνους βάσεις ἐχούσας, καὶ εἰσὶ δώδεκα μὲν πυραμίδες πενταγώνους βάσεις ἔχουσαι, τὸ στερεὸν τοῦ δωδεκαέδρου, εἴκοσι δὲ πυραμίδες τριγώνους βάσεις ἔχουσαι, τὸ στερεὸν τοῦ εἰκοσαέδρου. καὶ ὡς ἄρα ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτω τὸ στερεὸν τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὸ στερεὸν τοῦ εἰκοσαέδρου. ὡς δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτως ἐδείχθη ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου πλευράν. καὶ ὡς ἄρα ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου πλευράν, οὕτω τὸ στερεὸν τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὸ στερεὸν τοῦ εἰκοσαέδρου.

SCHOLIVM.

Nunc autem probandũ eſt, quemadmodũ ſe habet cubi latus ad icoſaedri

 latus,

latus, ita ſe habere ſolidum dωdecaëdri ad Icoſaëdri ſolidum. Cùm enim æquales circuli comprehendant & dωdecaëdri pentagωnũ & Icoſaëdri triãgulum, eidem ſphærę inſcriptorum: in ſphæris autem æquales circuli æquali interuallo diſtẽt à centro (ſiquidẽ perpendiculares à ſphæræ centro ad circulorũ plana ductæ & æquales ſunt, & ad circulorũ centra cadunt) idcirco lineæ, hoc eſt perpendiculares quæ à ſphæræ centro ducũtur ad centrum circuli cõprehendentis & triangulum Icoſaëdri & pentagωnũ dωdecaëdri, ſunt æquales. Sunt igitur æqualis altitudinis Pyramides, quæ baſes habẽt ipſa dωdecaëdri pentagωna, & quæ Icoſaëdri triangula. At ęqualis altitudinis pyramides rationem inter ſe habent eam quam baſes, ex 5. & *6*.11. Quemadmodũ igitur pentagωnũ ad triangulum, ita pyramis, cuius baſis quidem eſt dωdecaëdri pentagωnum, vertex autem, ſphærę centrum, ad pyramida cuius baſis quidem eſt Icoſaëdri triangulum, vertex autem, ſphæræ centrum.

trum. Quamobrem vt se habēt duodecim pentagωna ad viginti triangula, ita duodecim pyramides quorū pentagωnæ sint bases, ad viginti pyramidas, quę trigωnas habeant bases. At pentagωna duodecim sunt dωdecaëdri superficies, viginti autem triangula, Icosaëdri. Est igitur vt dωdecaëdri superficies ad Icosaëdri superficiē, ita duodecim pyramides, quæ pentagωnas habeant bases, ad viginti pyramidas, quarū trigωnæ sunt bases. Sunt autem duodecim quidē pyramides, quę pentagωnas habeāt bases, solidum dωdecaëdri: viginti autem pyramides, quæ trigωnas habeant bases, Icosaëdri solidum. Quare ex 11.5. vt dωdecaëdri superficies ad Icosaëdri superficiem, ita solidū dωdecaëdri ad Icosaëdri solidū. Vt autem dωdecaëdri superficies ad Icosaëdri superficiem, ita probatū est cubi lat9 ad Icosaëdri latus. Quēadmodū igitur cubi latus ad Icosaëdri latus, ita se habet solidū dωdecaëdri ad Icosaëdri solidum.

Elementi decimiquarti finis.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ͂ΟΝ ΙΕ ΚΑΙ ΣΤΕΡΕΩΝ ΠΕΜΠΤΟΝ,

ὡς διονταί τινες, ὡς ἄλλοι δὲ ΥΨΙΚΛΕ-
ΟΥΣ Ἀλεξανδρέως, περὶ τῶν
ε. σωμάτων, δεύτε-
ρον.

EVCLIDIS ELEMEN-
TVM DECIMVMQVINTVM, ET SOLIDORVM QVINTVM,

vt nónulli putant: vt autem alij,
Hypſiclis Alexandrini, de
quinque corpo-
ribus,

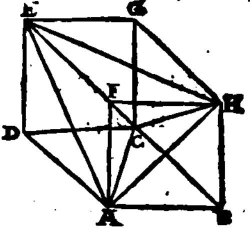
LIBER II.

Προτάσεις.

α.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πυραμίδα ἐγγράψαι.

Pro-

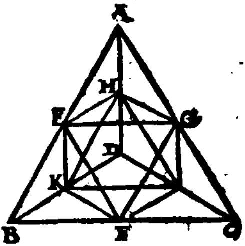


Problema 1. Propositio 1.

In dato cubo pyramida inſcribere.

β

Εἰς τὴν δοθεῖσαν πυραμίδα ὀκτάεδρον ἐγγράψαι.

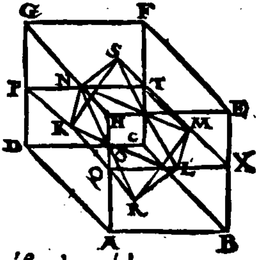


Problema 2. Poſit. 2.

In data pyramide octaëdrum inſcribere.

γ

Εἰς τὸν δοθέντα κύβον ὀκτάεδρον ἐγγράψαι.



Probl. 3. Propoſitio 3.

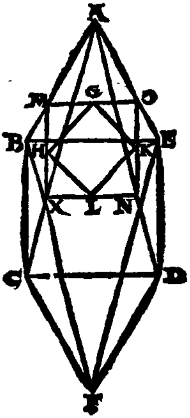
In dato cubo octaëdrum inſcribere.

δ

Εἰς τὸ δοθὲν ὀκτάεδρον κύβον ἐγγράψαι.

Problema 4. Propositio 4.

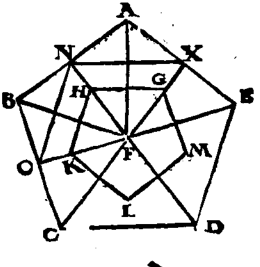
In dato octaëdro cubum inscribere.

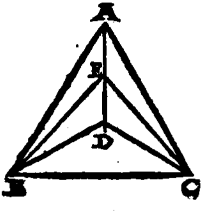


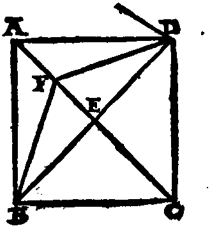
Εἰς τὸ δοθὲν εἰκοσάεδρον δωδεκάεδρον ἐγγράψαι.

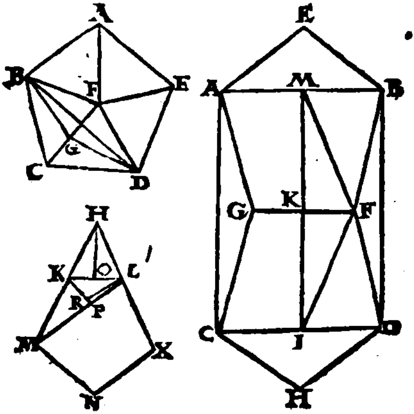
Probl. 5. Proposi. 5.

In dato Icosaëdro dodecaëdrum inscribere.









ΣΧΟ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Δεῖ εἰδέναι ἡμᾶς, ὅτι ἐάν τις ἐρεῖ ἡμῖν πόσας πλευρὰς ἔχει τὸ εἰκοσάεδρον, φήσομεν οὕτως. φανερὸν ὅτι ὑπὸ εἴκοσι τριγώνων περιέχεται τὸ εἰκοσάεδρον, καὶ ὅτι ἕκαστον τρίγωνον ὑπὸ τριῶν εὐθειῶν περιέχεται. δεῖ οὖν ἡμᾶς πολλαπλασιάσαι τὰ εἴκοσι τρίγωνα ἐπὶ τὰς πλευρὰς τοῦ τριγώνου, γίνεται δὲ ἑξήκοντα, ὧν ἥμισυ γίνεται τριάκοντα. ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ δωδεκαέδρου. πάλιν ἐπειδὴ δώδεκα πεντάγωνα περιέχουσι τὸ δωδεκάεδρον, πάλιν δὲ ἕκαστον πεντάγωνον ἔχει πέντε εὐθείας, ποιοῦμεν δωδεκάκις πέντε, γίνεται ἑξήκοντα. πάλιν τὸ ἥμισυ γίνεται τριάκοντα. Διὰ τί δὲ τὸ ἥμισυ ποιοῦμεν, ἐπειδὴ ἑκάστη πλευρά, κἄν τε ᾖ τριγώνου, ἢ πενταγώνου ἢ τετραγώνου, ὡς ἐπὶ κύβου, ἐκ δευτέρου λαμβάνεται. ὁμοίως δὲ τῇ αὐτῇ μεθόδῳ καὶ ἐπὶ κύβου, καὶ ἐπὶ τῆς πυραμίδος, καὶ τοῦ ὀκταέδρου τὰ αὐτὰ ποιήσας εὑρήσεις τὰς πλευράς. εἰ δὲ βουληθείης πάλιν ἑκάστου τῶν πέντε σχημάτων εὑρεῖν τὰς γωνίας, πάλιν τὰ αὐτὰ ποιήσας, μέριζε παρὰ τὰ ἐπίπεδα τὰ περιέχοντα μίαν γωνίαν τοῦ στερεοῦ, οἷον ἐπειδὴ τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου γωνίαν περιέχουσι ε τρίγωνα, μέριζε παρὰ τὰ ε, γίνονται δώδεκα γωνίαι τοῦ εἰκοσαέδρου,

δρου, ἐπὶ δὲ τοῦ δωδεκαέδρου, τρία πεντάγωνα περιέχουσι τὴν γωνίαν, μέγιστον παρὰ τὰ ζία, καὶ ἕξεις κ γωνίας οὔσας τοῦ δωδεκαέδρου. ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν εὑρήσεις τὰς γωνίας.

Τέλος Εὐκλείδου στοιχείων.

SCHOLIVM.

Meminiſſe decet, ſi quis nos roget quot Icoſaëdrum habeat latera, ita reſpondendum eſſe. Patet Icoſaëdrum viginti contineri triangulis, quodlibet verò triangulum rectis tribus conſtare lineis. Quare multiplicāda ſunt nobis viginti triangula in trianguli vnius latera, fiuntque ſexaginta, quorum dimidium eſt triginta. Ad eundem modum & in dωdecaedro. Cùm enim rurſus duodecim pentagωna dωdecaëdrũ cōprehēdant, itemq; pentagωnum quoduis rectis quinque conſtet lineis, quinque

que duodecies multiplicamus, fiũt sexaginta, quorum rursus dimidium est triginta. Sed cur dimidiũ capimus? Quoniam vnũquodq; latus siue sit trianguli siue pẽtagωni, siue quadrati, vt in cubo, iteratò sumitur. Similiter autẽ eadẽ via & in cubo & in pyramide & in octaëdro latera inuenies. Quòd si item velis singularum quoque figurarũ angulos reperire, facta eadem multiplicatione numerum procreatũ partire in numerum planorum quæ vnum solidum angulum includunt: vt quoniam triangula quinque vnum Icosaëdri angulum continent, partire 60. in quinque, nascuntur duodecim anguli Icosaëdri. In dωdecaëdro autem tria pentagωna angulum comprehendunt. partire ergo 60. in tria, & habebis dωdecaëdri angulos viginti. Atque simili ratione in reliquis figuris angulos reperies.

Finis Elementorum Euclidis.