ÆVCLIDIS ELEMENTORVM GEOMETRICORVM LIBRI

Sex priores breuiùs demonſtrati

A. P. GEORGIO FOVRNIER è Societate IESV.

SECVNDA EDITIO correctior.

PARISIIS,
Apud IOANNEM HENAVLT, Bibliopolam iuratum viâ Iacobæâ: ad inſigne S. Raphaëlis.

M. DC. LIV.

Cum Priuilegio Regis.

964

Ex. Comitis de Plasenc.

ILLVSTRISSIMO VIRO
Domino D.
NICOLAO FOVCQVET,
REGIA SECRETIORIBVS
Consiliis, Libellorúmque supplicum Magistro, Vicecomiti de Melun & de Vaux, &c.

QVAM leuem mole, tàm ponderosum dignitate Libellum ad te defero, (Vir Illustrissime) qui cùm ingeniosissimus sit, peruidere quid lateat in EVCLIDE, quid EVCLIDI lucis attulerim, facilè potes. Vt tenue hoc officij mei specimen tibi offerrem, duplex me caussa impulit: altera, à te; altera à spectatissimo quamdiu vixit, tota Gallia viro, Parente tuo. A te quidem, quem sanguis nobilem, doctrina spectabilem, vita æquabilitas mirabilem, prudentia illustrem, eximium pietas, quem *glia animi, corporisque tui dotes (quas hoc loco commemorare pudor tuus non sinit) Regi, regnique præcipuis ordinibus gratiosum, amabilem omnibus. & quod his optabilius est, Deo præpotenti gratum, acceptúmque reddunt. Parenti verò tuo quàm sit obstricta nostra SOCIETAS, quam is amabat vnicè, quantum ipsi debeat Parisiense Collegium, quem Christianissimus Rex Ludouicus, è duobus vnum esse iussit qui edicto suo de Scholis nostris instaurandis exequendo praeesset, ac nos Regia authoritate, in docendi possessionem longo interuallo recuperatam mitteret; hæc inquam & alia multa, est grati animi verbo declarare, cùm re non possim. Tametsi quid priuatim ordinem nostrum tuo parenti debere plurimum commemorem, qui de patria vniuersa, de summis & infimis meritus sit sua integritate, constantia, rerum gerẽdarum scientia, & vsu, omni deni-*

que genere virtutum. Illarum tibi imitationẽ cùm proposueris, magnum quiddam præstare videor, si votum faciam, vt qui paternorum bonorum heres es, idem omnia honoris ornamenta, singularẽque imprimis eius erga Ordinem nostrum vniuersum beneuolẽtiam, cum reliqua hereditate cernas. Hoc tibi vt optem facit non vulgare meũ, adeóq; totius SOCIETATIS studium erga te, Illustrissimúmque Baionensium Antistitem, fratrem charissimum, non nobilissima tuæ familiæ modò, sed etiam Ecclesiæ Gallicanæ decus & ornamentum; cuius prudentiam, cæterasque virtutes Pontificias tanti facit Ludouicus Rex Christianissimus, vt imitandum illum omnibus regni sui Præsulibus, admirandum multis iure pronunciauerit: Vt ita fore confidam, tuum iam magnum tam bonis initiis meritum facit.

Tibi addictissimus,

GEORGIVS FOVRNIER.

Quis Autor huius libri?

NON vnius modò, sed plurimorum hominũ vigiliis & industriæ, quorum alij aliis vixere temporibus, debetur hic Liber. De posteritate bene meritus Euclides, qui ea, siue Theoremata, siue Problemata quæ à maioribus acceperat, auctiora, & meliori digesta ordine reliquit. Thales Milesius, qui Princeps omnium Geometriam ex Ægypto in Græciam transtulit, demonstrauit angulum in semicirculo rectum esse: Trianguli Isoscelis angulos ad basim esse æquales; & alia nonnulla inuenit quæ in primo, & tertio Elementorum Euclidis legimus & admiramur. Pythagoras Samius, qui Mathematicæ ludum primus aperuit, Omnis trianguli dixit tres angulos duobus rectis esse æquales: tantisque elatus est lætitiis, vbi eam propositionem reperit, quæ primo Elemento, ordine quadragesima septima habetur, vt musis centū boues immolarit. Theodorus Cyreneus multis adinuentis Geometricam plurimum auxit supellectilem. Quis inuenta à Cratisto explicet, in quo tanta vis erat ingenij, vt nullum non Geometricum Problema illico resolueret. Si Laërtio credimus, Democritus Milesius, multa de lineis, vt vocant, irrationabilibus scripsit, multa de solidis, multa de numeris: Certè illud extra controuersiam, Eudoxum Gnidium quintum Elementum, quod appellant, de Proportionibus, integrum fecisse, & inuenisse. Theætetus de quinque solidis, primus libros scripsit, & decimæ propositionis decimi elementorum inuentor fuit.

Hæc à multis feliciter excogitata & dissipata passim, annis ante Christum circiter 550. Hippocrates Chius in Elementa Geometrica primus compegit ordinauitque. Postea Leo Neoclidis auditor, illa auxit: Tertius deinde Theudius Magnes. Hos sequutus est Hermotimus Colophonius qui ea fecit haud paulò vberiora. Tandem Euclides Megarensis, omnibus, partim à se adinuentis, partim ab aliis acceptis, vltimam manum his Elementis apposuit, tanta felicitate, vt non tantum Quintus, sed vnus præcellentiæ iure, Geometra sit appellatus. Insuper hoc ei laudis testimonium singulare Proclus, Pappus cæterique Methematici tribuere, vt de eo, quod de nemine mortalium ante illum, dixerint, *nusquam deceptus est*. Nec solum doctrina Euclidis fuit admirationi, sed etiam ipse ordo, quem perturbare adhuc ausus est nemo: certè omnis demonstrationis vim atque robur superat, ipsique quodammodo Geometriæ firmitatem illam, qua ceteris disciplinis antestat, dare videtur. Scripsit præterea Phænomena, Optica, Catoptrica, Musica, Data, Conicorum libros quatuor, & tres Porismatum. Vitam eius ad Ptolomæum vsque primum Ægypti Regem producunt Historiæ. An sit idem cum Euclide sectæ Megaticæ authore, nos, quia parum constat, rem in medio relinquimus.

Porrò quemadmodum Elementa appellantur ea, ex quibus omnia oriuntur, & fiunt, & in quæ eadem, cum intereunt, conuertuntur, & transeunt; sic propositiones eas quæ Mathematicis rebus efficiendis inseruiunt, & in quas resolui possunt demonstrationes Mathematicæ, dicimus Elementa Mathematica: vel certè quemadmodum qui literas & elementa nouit, libros potest legere, ita qui Geometriæ elementa tenebit, ſine labore percurret, & intelliget quæ tractantur in Opticis, Aſtronomicis, & aliis reconditioribus Mathematicæ partibus.

EVCLIDIS ELEMENTVM PRIMVM.

DEFINITIONES.

I. *Punctum est; cuius pars nulla.*

GRÆCE legitur σημεῖον, id est signum; cum enim sit omnis magnitudinis expers, illud quod exterius pingitur, signum est illius quod mente concipitur; estque idem quod vnitas in numero, instans in tempore; & sonus in musica.

2. Linea verò longitudo non lata.

Linea talis nulla existit à parte rei; sed sicut punctum, ita & linea quam ducimus, signum est illius quam mente concipimus. Si enim punctum quod concipimus, moueretur & relinqueret sui vestigium, illud esset linea, longum propter motum, non tamen latum, quia punctum à quo procedit, omnis expers est extensionis.

3. Lineæ autem termini sunt puncta.

Id est longitudinis vt longitudo est, principium & finis est punctum: quia magnitudinem non considerat mathematicus nisi vt finitam. Vnde cum infinitam lineam vocat Euclides, intelligit lineam cuiusuis magnitudinis, seu indeterminatam.

4. *Recta linea est, quæ ex æquo sua interiacet puncta.*

Siue cuius extrema obumbrant omnia media, vt dixit Plato: vel minima earum quę terminos habent eosdem, vt vult Archimedes. Cùm enim fluxu puncti concipiatur fieri linea, si ex æquo inter sua puncta fluat, aut per breuissimum spatium, dicetur recta. Si punctum feratur vniformi motu, & distantia à certo aliquo puncto, dicetur circularis; Si in motu hinc inde titubet, & hîc depressior sit, alibi altior, & extrema non obumbrēt omnia media, dicetur mixta. Hinc ingeniose dixit Aristoteles lib. 1. de Coelo tex. 5. iuxta triplicem hanc lineam, tres tantùm esse posse motus, duos simplices, rectum & circularem, tertium vero mixtum ex vtroque.

5. Superficies verò est quæ longitudinem latitudinémque tantùm habet.

Vt fluxu puncti producitur linea, prima species quantitatis continuæ; sic fluxu lineæ in transuersum, produci concipitur superficies, secunda species: quæ potest diuidi in longum vt linea, & præterea in latum. Vmbram concipe, ait Proclus, superficiem concipies longam. & latam, nullo tamen modo profundam.

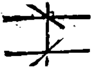
6. Superficiei autem extrema sũt lineæ.

Hæc definitio intelligenda est tantùm de superficie plana vel mixta, non autem de circulari:

quando enim habet extremum, lineam tãtùm habet, non lineas.

7. Plana superficies, est quæ ex æquo suas interiacet rectas.

Quæ dixi de linea recta, eadem de plana superficie sunt intelligenda.



8. Planus autem angulus est duarum linearum in plano se mutuò tangentium, & non in directum iacentium, alterius ad alteram inclinatio.

Hîc causæ anguli explicantur: Materialis, sunt duæ lineæ quæ se mutuo tangunt Formalis, est alterius in alteram inclinatio.

Vnde ſequitur primò, quòd illæ duæ lineæ non ita ſe debent tangere, vt iaceant in directum, id eſt vt vnicam rectam conſtituãt lineam; ſed altera debet in alteram inclinari.

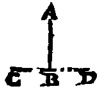
Sequitur 2. quod anguli quantitas conſiſtit in maiori vel minori linearum inclinatione, non in longitudine linearum.

Sequitur 3. non eſſe neceſſe, vt duæ lineæ poſt contactum productæ ſe mutuò ſecent, vt vult Pelletarius: id enim tantùm eſt verum in angulis rectilineis: ſed ſufficere, vt ſe tangant & mutuo inclinentur.

Denique ſi angulus ille fit in ſuperficie plana, dicetur planus. In omni vero figura, licet quemlibet angulum tribus litteris appellemus, ille tamen ſemper intelligitur, cui medius character appingitur.

9. Cum autem continẽtes angulum lineæ rectæ fuerint, rectilineus appellatur angulus.

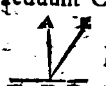
Si vtraque curua, curuilineus: si curua altera, altera recta, mixtus.



10. *Cum verò recta* AB. *super rectam* CD. *stans, eos qui sunt deinceps* ABC. ABD. *angulos, æquales inter se facit, rectus est vterque æqualium angulorum, & insistens recta* AB. *perpendicularis vocatur eius cui insistit* CD.

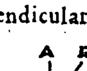
Tunc angulus vterque dicitur æqualis, quando recta A. B. non magis in C. quam in D. inclinat.

Quod autem Græci dicunt κά-θετος Latinè redditur perpendicularis; frequentius tamen vtuntur Mathematici verbo Græco quam Latino, maximè in Optica: vnde apud eos nihil vsitatius quàm πρὸς κάθετον, imo Latine reddunt Cathetum.



11. *Obtusus angulus* EBC. *est, qui maior recto* ABC.

Nempe quia recta EB. magis recedit à subiecta CD. quàm perpendicularis A B.



12. *Acutus vero* EBD. *qui minor recto* ABD

13. *Terminus est quod alicuius est extremum.*

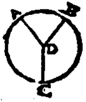
Talia ſunt, punctum, linea, ſuperficies: nempe punctum lineæ, linea ſuperficiei, & ſuperficies corporis.

14. *Figura eſt quæ ſub aliquo, vel ſub aliquibus terminis comprehenditur.*

Dixit ſub aliquo, nempe quia circulum & ellipſim, vnicus terminus, hoc eſt linea circularis, comprehendit: ad rectilineas verò figuras, plures ſemper termini requiruntur.

Porro notabis debere terminos, quantitatem, quæ figura dicitur, ambire & comprehendere, non verò tantùm terminare. Vnde ſequitur 1. Quod lineæ nulla proprie eſt figura, cùm puncta lineā non ambiant, ſed ſolum terminent. Sequitur 2. quod ſuperficiei infinitæ vel corporis infiniti, ſi quod dari poſſet, figura nulla ſit.

1. quia omnis figura debet ambire, & comprehendere figuratum. 2. quia terminis ambitur, terminus autem est extremũ rei. Quomodo verò id quod habet finem & extrema, erit infinitum?

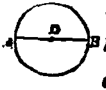


15. *Circulus est figura plana sub vna linea* A. B.C. *comprehensa, quæ vocatur peripheria: ad quam ab vno puncto, eorum quæ intra figuram sunt posita, omnes cadentes rectæ* DA. DB. DC. *æquales inter se sunt.*

16. *Centrum vero circuli punctum illud appellatur.*

Theodosius Sphæricorum lib. 1. deff. 1. & 2. idem habet, definitione verò 5. ſic polum deſcribit.

Polus circuli in Sphęra, eſt punctum in ſuperficie Sphęrę, à quo omnes rectę ad circuli peripheriam tendentes, ſunt inter ſe ęquales. Ex quibus colliges inter centrum, & polum hoc tantùm eſſe diſcriminis, quòd centrum concipiatur intra figuram poſitum: Polus verò in ſuperficie Sphęrę.



17. Diameter autem circuli eſt recta quædam A.B. *per centrum* D. *ducta, & terminata ex vtraq; parte, à circuli peripheria* A. *&* B. *quæ & bifariam ſecat circulum.*

Hîc tria obſeruabis 1. omnes Diametros eiuſdem circuli eſſe ęquales inter ſe, cùm earum medietates ex def. 15. ſint ęquales. 2. Quod ſequitur ex 1. eſt quòd licet in circulo poſſint infinitę duci rectę non tranſeuntes per centrum, ſolę tamen rectę per centrum ductę, & in peripheria terminatę dicũtur diametri, quia cum ſolę ſint omnes ęquales inter ſe, determinatęque longitudinis, alię vero inęquales ſemper & incertę: diameter ſola poteſt metiri circulum. Menſura enim cuiuſque rei, ait Ptolomęus, in Analemmate, debet eſſe ſtata determinatáque, non indefinita. Vnde non eſt quod mirentur tyrones ſi in feminino genere ponatur à Mathematicis. Idem enim eſt Diameter quod linea dimetiens, vel in duo ęqualia diuidens.

a Ariſtot. ſec. 15. probl. num. & 2. 3. Eſt, Diametrum bifariam ſecare circulum, quod ita demonſtrat Thales apud Proclum. Concipe animo portionẽ ſemicirculi ſic coaptari portioni reliquę vę diameter sit vtriusque basis. Si circumferentia vna congruat penitus circumferentiæ alteri, manifestum est illas duas portiones à diametro factas, esse inter se æquales, cùm neutra aliam excedat. Si verò circumferentia vna non congruat cum altera, sed vel extra eam cadat, vel intra, vel partim intra, partim extra: tunc rectæ ductæ à centro ad circumferentiam erunt æquales & non erunt.

18. *Semicirculus autem est figura quæ continetur sub diametro* AB. *& sub ea linea* ADB. *quæ aufertur de circuli peripheria.*

19. *Segmentum circuli est figura quæ cõtinetur sub recta & circuli peripheria.*

Per rectam hîc intellige omnem non diametrum, nisi item velis semicirculum dicere segmentum.

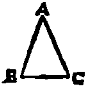
20 *Rectilineæ figuræ sunt quæ sub rectis continentur.*

21. *Trilateræ quidem quæ sub tribus.*

22. *Quadrilateræ verò quæ sub quatuor.*

23. *Multilateræ autem quæ sub pluribus quàm quatuor rectis comprehenduntur.*

24. Trilaterum porro figurarum, æquilaterũ triãgulum est quod tria latera habet aequalia.



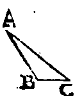
25. Isosceles autem, quod duo tãtùm habet aequalia AB. AC.

Σκέλος, τό, crus Græcis est, vnde compositum ἰσοσκελὴς qui æqualibus est cruribus: τρίγωνον ἰσοσκελές; quod è tribus lineis duas æquales habet, quibus quasi cruribus insistit.

26. Scalenum verò quod tria inæqualia habet latera.

Triangulorum hæ sunt species ex laterum ratione petitæ. Sequuntur aliæ ex angulorum differentiis emergentes.

27. *Ad haec etiam trilaterarum figurarum, rectangulum quidem triangulum est quod habet rectum angulum* ABC.



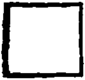
28. *Amblygoniū est quod habet obtusum angulum.* ABC.

Ἀ'γβλὺς εῖ'ς de obtuſo & hebete dicitur, propriè de ferro, cuius acies eſt obtuſa! vnde ἀγϐλυγώνιον quod obtuſum angulum habet ἀγβλεῖαν γωνίαν ἔχον.

29. *Oxygoniū vero quod tres acutos habet angulos.*

Not.

Not. In omni triangulo cuius duo quæcunque latera expreſsè nominantur, ſolet reliquum latus à Mathematicis, baſis dici, ſiue illud in ſitu locum infimum occupet, ſiue ſupremum.

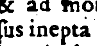


30. *Quadrilaterum autem figurarum quadratum quidẽ eſt quod æquilaterum eſt & rectangulũ.*

31. *Altera parte longior figura eſt, quae rectangula quidem, at aequilatera non eſt.*

32. *Rhombus autem, quæ æquilatera quidem, ſed rectangula non eſt.*

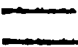
Ῥόμβος Græcis rota eſt, ſeu quiddam rotæ formam habens, à radice ῥέμβω, id eſt quod gyrum circumago; apud Mathematicos tamen cùm dicatur figura quadrangula, & lateribus conſtans æqualibus, ſed non etiam angulis, quæ vt apparet, nihil habet commune cum rotà, & ad motum circularem prorſus inepta eſt, multóque adhuc magis ῥομβοειδὴς figura alia de qua proxime, Rhombo ſimilis. Malim vtramque figuram, ita dictam à ſimilitudine quam habet cum Rhombo piſce.



33. Rhomboides verò quae aduerſa, & latera, & angulos aequalia inter ſe habens, neque aequilatera eſt, neque rectangula.

34. Praeter has autẽ reliqua quadrilatera, Trapezia appellentur.

Τράπεζα Græcis est mensa vnde diminutiuum τὸ τραπέζιον mensula, abaculus; hinc apud Mathematicos τὰ τραπέζια figuræ quadrilateræ quæ mensas aliquatenus referunt: Est vero Trapezium, vel isosceles, vel scalenum, vel irregulare.



35. Parallelae sũt rectae, quae in eodem plano existentes, & productae in infinitum ex vtraq; parte, in neutram mutuò incidunt.

Ad hoc vt duæ rectæ dicantur parallelæ, non ſufficit vt productæ in infinitum non concurrant. Sic enim duæ rectę in tranſuerſum poſitę media re aliqua, & non ſę tangentes, dicerentur parellelæ, quia nunquam concurrerent. Sed requiritur prætereà, vt ſint in eodem plano.

Poſtulata.

1. *Poſtuletur à quouis puncto* A. *ad quoduis punctum* B. *rectam lineam* A B. *ducere.*

2. Et terminatam rectam AB. *in continuum rectà producere in* C.

3. Et quouis centro, & interuallo circulũ deſcribere.

Cõmunes notiones ſeu Axiomata.

1. Quæ eidem æqualia, & inter ſe ſunt æqualia.

2. Et ſi æqualibus æqualia adiecta ſint, tota ſunt æqualia.

3. Et ſi ab æqualibus æqualia ablata ſint, quæ relinquuntur ſunt æqualia.

4. Et ſi inæqualibus æ-

qualia adiecta sint, tota sunt inæqualia.

5. Et si ab inæqualibus æqualia ablata sint, reliqua sunt inæqualia.

6. Et quæ eiusdẽ duplicia, inter se sunt æqualia.

7. Et quæ eiusdem dimidia, inter se sunt æqualia.

8. Quæ congruunt sibi mutuo, inter se æqualia sunt.

Id est, quæ collata, ita componuntur, vt pars parti respondeat, & terminus termino, æqualia sunt. Lineæ autem rectæ & æquales congruunt, vti & anguli.

9. Et totum parte maius est.

10. *Et omnes recti anguli æquales inter se sunt.*

11. *Si in duas rectas* AB. CD. *recta* EF. *incidens interiores, & ad easdem partes angulos* BEF. EFD. *duobus rectis minores faciat; productæ duæ illæ rectæ in infinitum, coincident inter se ad eas partes, in quibus sunt anguli duobus rectis minores.*

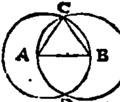
Scio principium hoc obscurum quibusdam, & à Gemino & Proclo reiectum à numero principiorum: verum non debet res aliqua à notionibus communibus reiici, quod vnus aut alter ei assensum neget: oporteret enim & nonum expungere. Iam enim sunt aliqui Philosophi adeo subtiles vt negent totum sua parte maius. His & illis sufficiat dicere Euclidem cæterosque omnes, hæc omnia ex sola terminorum notione, euidentia censuisse, & existimasse sensu communi carere, qui ea negaret. Ne scrupulus remaneat, illud demonstrat Clauius prop. 28. l. 1.

12. *Duæ rectæ spatium non comprehendunt.*

Id est ex omni parte concludunt.

PROPOSITIO I.

Problema I.



Super data recta terminata A B. *triangulum æquilaterum* A B C. *constituere.*

PRaxis. Ex centris A. & B. spatio A B. describe[a] duos circulos, & ex pũcto sectionis C. duc[b] rectas C A. C B Dico triangulum A B C. esse æquilaterum.

a 5. Post.

b 5. Post.

Probatur Recta A C. æqualis est[c] rectæ AB. & BC. eidem: ergo rectæ AC. BC. æquales eidem AB. æquales sunt[d] inter se. Ergo Triangulum A B C, est[e] æquilaterum, Quod erat faciendum.

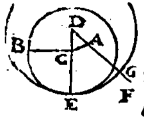
c 15. Def.

d 1. Ax.

e 24. Def.

PROPOSITIO II.

Prob. 2.



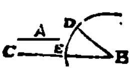
Ad datum punctum A. datæ rectæ BC. æqualem rectam AG. ponere.

a 1. Post. PRax. Iungatur [a] AC. Super ipsa AC. fac [b] triangulum æquilaterũ C D A. centro C. spatio BC. duc [c] circulũ: latus DC produc [d] in E. centro D. spatio DE. duc maiorem circulum: latus D A produc in G. Recta AG. æqualis est rectæ CB.

b 1. Prop.
c 3. Post.
d 2. Post.
e Ex const.
f 15. Def.
g 3. Ax.
h 1. Ax.

Prob. Rectæ DA. DC. sunt [e] æquales. Rectæ DE. æqualis [f] recta DG. [g] Ergo recta AG. rectæ CE. Rursum, recta [f] CE. æqualis est rectæ CB. [h] Ergo AG ipsi CB. Quicunque autem alii ponantur casus, eadem semper erit constructio & demonstratio, vt bene notat Clauius ex Proclo.

PROPOSITIO III.



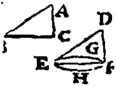
Datis duabus rectis inaequalibus A. *&* BC. *de maiori* B C *minori* A. *aequalem rectam* BE. *detrahere.* Prob. 3.

PRax. Ad datum punctum B. datae rectae A aequalem rectam DB. [a] pono. Centro B spatio BD duco [b] circulum, abscissa BE, est aequalis ipsi A. a 1. Prop. b 3. Post.

Prob. Recta BE. est [c] aequalis ipsi B.D. quae ponitur [d] aequalis ipsi A. Ergo abscissa BE. aequalis est [e] datae A. Quod erat faciendum. c 15. Def. d ex const. e 1. Ax.

PROPOSITIO IV.

Theorema 1.



Si duo triangula A. *&* D. *duo latera, duobus lateribus aequalia habeant vtrumque vtrique* hoc est AB. ipsi DE. & AC. ipsi DF. *habeantque angulos* A. *&* D. *lateribus illis contentos, aequales: Et Basim* BC. *basi* EF. *aequalem habebunt, & triangulum* ABC. *triangulo* DEF. *aequale erit, & reliqui anguli, reliquis angulis aequales erũt vterque vtrique,* hoc est angulus B. angulo E. & angulus C. angulo F. aequalis erit, *sub quibus aequalia latera* AB. ipsi DE. *&* AC. ipsi DF. *subtenduntur.*

PRob. Latus AB. lateri DE. & latus AC. ipsi DF. & angulus A. angulo D. ponuntur ęqualia: ergo si superponantur, a congruent: ergo & basis BC. basi EF. congruet. Lineæ enim rectæ sibi congruunt, quarum extrema congruunt: alias non ex æquo sua puncta b interiacerent. Deinde si negas; earum vna cadat vel supra EF. in G. vel infra in H. ergo duæ rectæ EGF. EF. spatium comprehendunt, quod est contra 12. axioma. Bases igitur & omnia latera congruunt; Ergo & anguli, cum anguli non sint aliud, c quam inclinationes ipsarum linearum, quæ supponuntur congruere. Omnia latera & anguli congruunt, ergo totum triangulum toti triangulo est æquale, &c. Quod erat demonstrandum.

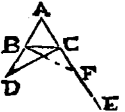
a 8. *Ax.*

b *Def.* 4.

c *Def.* 8

PROPOSITIO V.

Theor. 8



Isoscelis trianguli ABC. *qui ad basim sunt anguli* ABC. ACB. *inter se sunt æquales. & productis æqualibus rectis* AB. AC puta in D. & E. *qui sub basi sunt anguli* CBD. BCF. *inter se æquales sunt.*

PRæparatio. Ex lineis AB. AC. productis, accipio æqualia BD. CF. & duco rectas CD. BF.

Prob. Triangulorum BAF. CAD. vnum latus BA. Vni CA. & alterum FA. alteri DA. æquale est. a Et angulus BAC. vtrique est communis: ergo b Angulus ABF. æqualis est angulo ACD. & angulus AFB. angulo ADC. & basis BF. basi CD. æqualis. Rursus in triangulis BCD. CBF. latus CF. lateri BD. est æquale, & latus FB. probatum est æquale ipsi DC. & angulus D. angulo F. æqualis. Ergo b anguli CBD. BCF. infra basim sũt æquales & Anguli BCD. CBF. æquales, qui si tollantur ex æqualibus ABF. ACD. relinquent angulos ad basim ABC. ACB. æquales. quod erat demonstrandum. Thales fertur autor huius propositionis.

a *Ex hipot. & ax.*

b 4. *Prop.*

c 3. *Ax.*

Corollarium. Omne triangulum æquilaterum, est æqniangulum:

PROPOSITIO VI.

Si trianguli ABC. *duo anguli* ABC. ACB. *æquales inter se fuerint, & sub æqualibus angulis subtensa latera* AB. AC. *æqualia inter se erunt.* Tb. 3.

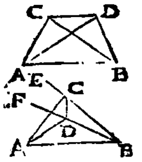
SI negas: pars vnius BD [a] fiat æqualis alteri CA: hoc posito; triangula DBC. ACB. se habent iuxta quartam; nam latus BC. commune, & latera BD. CA. æqualia, & anguli DBC. ACB. æquales. Ergo & totum triangulum æquale erit toti triangulo, hoc est totum parti: quod repugnat.[b]

a 3. Prop.

b Ax. 9

Coroll. Omne triangulum æquiangulum, est æquilaterum.

PROPOSITIO VII.



Super eadem recta AB, *duabus eisdem rectis* AC. BC. *aequales aliae duae rectae* AD. BD. *vtraque vtrique*, hoc est AC, ipsi AD, & BC, ipsi BD, *non constituentur ad aliud & aliud punctum*, puta D. *ad easdem partes, eosdem terminos* B. & A. *habentes, cũ duabus initio ductis rectis.*

ad 25. 1.

PRob. Quia si possint duci duæ aliæ, ducantur in D. Ergo triangulum CAD. a est Isosceles: ergo b anguli ACD. ADC. æquales. Rursus triangulum CBD, est Isosceles. Ergo b anguli BDC.

5. Prop.

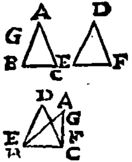
BCD sunt æquales, cùm tamen angulus CDA. pars anguli totalis CDB. probatus sit æqualis totali angulo ACD. Idémque sequetur incommodum vbicumque statuatur punctum versus easdem partes. Nam si ponatur punctum intra triangulum in D. vt in secunda figura, ductis AD. BDF. BCE. & DC. sic dico, Rectæ AD. AC. ponuntur æquales, ergo [a] anguli ADC. ACD. sunt æquales: similiter BD. BC. ponuntur æquales, ergo anguli infra basim ECD. FDC. sunt [a] æquales, ergo angulus FDC. maior est angulo ADC. quemadmodum ECD, maior est ipso ACD. quod repugnat.

a 5. Prop.

Denique non potest statui punctum in parte alicuius lineæ ex datis, alioqui pars esset æqualis toti, contra 9. ax.

PROPOSITIO VIII.

Th. 5.

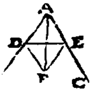


Si duo triangula A, D. *duo latera*, AB, AC, *duobus lateribus* DE. DF. *æqualia habeant, alterũ alteri: habeant etiam basim* BC, *basi* EF. *æqualem: Et angulum* A. *angulo* D. *æqualem habebunt, sub æqualibus rectis contentum.*

PRob. Quia si congruant latera, congruent & anguli: cum [a] angulus non sit aliud quàm inclinatio duarum linearum. Quod si quando superponentur non congruant, sed trianguli EFD. apex D. non cadat in A, sed in G. ergo tunc duæ rectæ duabus rectis æquales, super eadem recta BC. ducentur ad aliud punctum, contra præcedentem.

a 8. Def.

PROPOSITIO IX.



Datum angulum rectilineum BAC. *bifariam secare.* Prob. 4

PRax. Ex lateribus dati anguli BAC, sumo a rectam AD, & a 3. Prop.
ipsi æqualem AE. Iungo DE, constituo b triangulum æquilaterum DEF, duco rectam AF, b 1. Prop.
quam assero diuidere bifariam angulum A.

Prob. In triangulis DAE.EAF. rectæ AD. AE. sunt equales: AF, cõmunis est, & basis DF, basi EF, equalis: b ergo anguli FAD, FAE, sunt equales. Ergo angulus BAC, diuisus est bifariam. Quod faciendum erat. b 8. Prop.

PROPOSITIO X.

Prob. 5.

Datam rectam terminatam GH. *bifariam secare.*

a 1. Prop.
b 9. Prop.

PRax. Supra rectam GH,[a] constituo triangulum æquilaterum GAH, cuius angulum A, diuido[b] bifariam, & ducta recta AF, dico rectam GH, diuisam bifariam.

Prob. Triangula GIA, HIA, se habent iuxta quartam ex constructione figuræ: ergo habent bases GI, IH, æquales. Ergo recta GH, diuisa est bifariam. Q. E. F.

PROPOSITIO XI.

Prob. 6

Data recta DE. *à puncto* I. *in ea dato, ad rectos angulos, rectam lineam* IA. *excitare.*

PRrax. Ex linea DE, à puncto I, sumo [a] partes hinc inde æquales ID, IE, in DE, [b] constituo triangulum æquilaterum DAE. à puncto A, ad punctum I, duco rectam, quam assero perpendicularem.

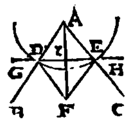
a 3. Prop. b 1. Prop.

Prob. Latus DI, [c] est çquale lateri IE, & latus [d] DA, ipsi AE, & latus AI, commune. [e] Ergo anguli AID, AIE, erunt çquales, [f] ergo recti: ergo [f] AI. perpendicularis.

c Ex const. d 23. Def. e 8. Prop. f 10. Def.

PROPOSITIO XII.

Prob. 7



Super datam rectam infinitam DE. *à dato puncto* A. *quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam* AI. *excitare.*

PRax. Centro A. duco circulum, qui secet rectam DE: à sectionibus duco rectas DA, EA, a diuido DE, bifariam in I, & duco rectam AI. quam dico perpendicularem.

a 10. Prop.

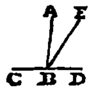
b 15. Def. Prob. Latera AD, AE, b sunt equalia, c latus DI, equale lateri

c Ex const. IE, & AI, commune: d ergo anguli

d 8. Prop. AID, AIE, sunt equales: e ergo recti: ergo AI, est e perpendicularis.

e 10. Def. Huius propositionis autor fertur Oenipedes Chius annis ante Christum circiter 550.

PROPOSITIO XIII.



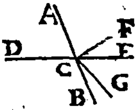
Cùm recta AB, *Tb.* 6
vel EB, *supra rectam* CD, *consistens, angulos facit: aut duos rectos* ABC, ABD, *aut duobus rectis aequales* EBC, EBD. *facit.*

PRob. Recta EB, cum recta DC, aut facit vtrinque ęquales angulos & [a] consequenter rectos; aut non facit: si non facit, [b] excitetur ex B: perpendicularis BA. Quoniã igitur angulo ABD, ęquales [c] sunt ABE, EBD, Si vtrisque addas rectum ABC, [d] erunt duo recti ABC ABD, ęquales tribus angulis ABC, ABE, EBD, qnibus etiam anguli *EBC*. *EBD*. sunt ęquales & consequenter hi duo sunt aequales duobus rectis Q.E.P.

a 10. *Def.* b 11. *Prop.* c 13. Ax. d 2. Ax.

PROPOSITIO XIV.

Th. 7.



Si ad aliquam rectam AC, *& in ea pũctum* C. *duæ rectæ* DC, CE, *non ad easdem partes ductæ, eqs qui sunt deinceps angulos* ACD, ACE, *duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt inter se rectæ,* hoc est DCE, erit vna linea recta.

a Per 2. Post. PRob. Si rectæ DC, CE, non iacent in directum, [a] iaceat
b 13. Prop. CF, aut alia quępiam. Ergo anguli ACD, ACF, valent [b] duos re-
c Contra Ax. 9. ctos. Ergo [c] pars est æqualis toti. Nam prius ex hypothesi A C D, ACE. valebant duos rectos.

PROPOSITIO XV.

Si duæ rectæ AB, CD, *secent se inuicem, angulos ad verticem* AED, CEB. *æquales inter se facient.* Th. 8.

PRob. Nam angulo siue AED, siue CEB, addatur angulus medius DEB, [a] erit ęqualis duobus rectis, [b] ergo anguli CEB, AED, sunt ęquales. Idémque fiet si angulo AEC, vel DEB, adijciatur angulus AED.

a 13. Prop.
b 3. Ax.

Thales Milesius fertur auctor huius propositionis.

Corol. 1. Duę rectę secantes se mutuo, efficiunt ad punctum sectionis, quatuor angulos, quatuor rectis ęquales.

Coroll. 2. omnes anguli circa idem punctum constituti æquales sunt quatuor rectis.

PROPOSITIO XVI.

Th. 6

Trianguli A B C, *vno latere* BA, *producto* in E, *externus angulus* EAC, *vtrolibet interno & opposito* C, *vel* B, *maior est.*

a 10. Prop. PRob. Latus AC. [a] bisecetur in F, ducatur BG. ita vt BF. sit æqualis FG. iunge rectã AG. tunc triangula AFG. CFB. habent se iuxta 4. nam la-
b Ex conft. tus [b] AF. æquale est lateri CF. & latus FG lateri FB. & angulus AFG, [c] an-
c 15. Prop. gulo CFB, equalis; [d] ergo & angulum GAF. angulo BCF. equalem ha-
d 4 Prop. bebunt, ergo angulus totalis EAC. externus maior est interno & opposito ACB. Quod si latus AB. bisecetur in I, idem fiet, & probabitur angulum externum DAB. maiorem esse angulo A B C. Ergo cum angulus
e 15. Prop. EAC. [e] sit æqualis angulo DAB. erit angulus EAC. externus, maior quolibet interno & opposito nempe angulo C. vel B.

PROPOSITIO XVII.

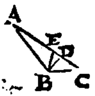
Trianguli ABC. *duo anguli*, B C A, CAB, vel alii quilibet, *quocunque modo sumpti, duobus rectis sunt minores.* Th. 10

PRob. Producto BC. in D. externus angulus ACD. [a] maior a 16. est angulo A, vel B, sed anguli Prop. ACD, ACB, b valent tantùm duos b 13. rectos, ergo anguli B, & C, interni, siue CAB, BCA, sunt minores duobus rectis. Idem dicam de angulis A, & B, si producam latus, BA. Prop.

Coroll. 1. In omni triangulo, cuius vnus angulus fuerit rectus vel obtusus, reliqui sunt acuti.

Coroll. 2. Omnes anguli trianguli æquilateri & trianguli Isoscelis, anguli supra basim sunt acuti.

PROPOSITIO XVIII.

Th. 11. 

Trianguli ABC, *maius latus* A C, *maiorem angulum* A B C, *subtendit.*

a 3. Prop. b 5. Prop. c 16. Prop. SI negas: Ex maiori latere AC, a fac AD, ęquale ipsi AB, duc rectam BD, b erunt anguli ABD, ADB, ęquales. Est autem angulus ADB, hoc est ABD, externus & oppositus angulo C. c ergo maior. Multo ergo maior est totalis angulus ABC, angulo C. Maior

d 5. Prop. e 16. Prop. f 9. Ax. item est angulo A. nam fac CE, ęqualem ipsi CB, d erunt anguli CEB, CBE, ęquales, e & angulus CEB, hoc est EBC, maior angulo A, f ergo angulus ABC, maior angulo A: Q. E. D.

PROPOSITIO XIX.

Trianguli ABC, *maius latus* AC, *sub maiori angulo* ABC, *subtenditur.* *Th. 12.*

SI negas latus AC, esse maius latere AB, sint ęqualia: a ergo anguli B, & C, sunt ęquales, contra hypothesim. Si latus AB, dicas maius latere AC. b ergo angulus C, maior erit angulo B, contra hypoth. Idem dicam de latere BC. Ex quibus sic dico latus AC, nec minus est nec ęquale lateribus AB, CB, ergo maius.

a 5. Prop.

b 18. Prop.

PROPOSITIO XX.

Th. 13.

Trianguli ABC, *duo latera* puta AB, AC, *quomodocunque sumpta, reliquo* BC, *sunt maiora.*

PRob. Produco CA, in D, sic vt AD, sit ęquale ipsi AB, & proinde [a] CD, ęqualis ipsis CA, AB, ducta recta DB, sic dico: Rectæ AD, AB, sunt æquales [b] ergo æquales anguli D, & DBA. [c] Maior ergo vtrolibet erit totus angulus DBC, sed hunc angulum subtendit latus CD, hoo est CA, AB, [d] ergo recta CD, hoc est CA, AB, maior est quàm latus BC.

a 2 Ax.
b 5. Prop.
c 9. Ax.
d 19. Prop.

PROPOSITIO XXI.

Si super triãguli ABC, *uno latere* BC, *ab extremitatibus duæ rectæ* BD, DC, *interius constitutæ fuerint, hæ constitutæ, reliquis trianguli duobus lateribus* AB, AC, *minores quidem erunt, maiorem verò angulum continebunt*, id est angulus D. maior erit angulo A. Tb. 14

PRob. 1. pars. Producto BD, in E, in triangulo BAE, duo latera BA, AE, [a] maiora sunt tertio BE, ergo si addatur commune EC, erunt BA, AC, maiora quam BE, EC. Eodem modo in triangulo CED, latera CE, ED. maiora sunt tertio CD, ergo si commune addatur DB, erunt CE, EB, maiora quam BD, DC, sed AB, AC, probata sunt maiora quam BE, EC, ergo maiora quam BD, DC.

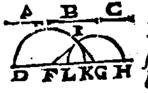
a 28. *Prop.*

Prob. 2. angulus BDC, externus [b] maior est interno & opposito D EC & hic maior angulo A. interno & opposito, multo ergo maior angulus BDC, angulo A. Q. E. P.

b 16. *Prop.*

PROPOSITIO XXII.

Prob. 8



Ex tribus rectis DF, FO, GH, quæ sunt æquales tribus datis rectis A. B. C. triangulum FIG. constituere. oportet autem duas quomodocunque sumptas, reliqua esse maiores: a quoniam omnis trianguli duo latera quomodocunque sumpta reliquo sunt maiora.

a 20 Prop.

PRax. Datis rectis ABC. sume ipsis ordine æquales DF. FG. GH centro F. spatio FD. duc circulum DI. & centro G. spatio GH, duc alium HI, iunge datas cum intersectione circulorum in I. lineis FI, GI, & factum est quod petitur.

b 15. Def.

Prob. in triangulo FIG. recta FI, aequalis est [b] ipsi DF. hoc est A, & GI, ipsi GH, hoc est C, & GF, ipsi B.

PROPO-

PROPOSITIO XXIII.

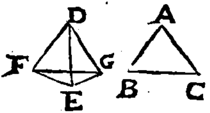
Ad datam rectam AB & pũctum C in ea datũ, dato angulo rectilineo DEF. aequalem angulum rectilineum GCB. constituere. Proble-ma 9.

SVme in rectis EH. EI. duo pũcta vtcunque, puta D. & F. quae recta DF. iunges. Tum [a] fiat triangulum CGB. habens latera aequalia lateribus triãguli EDF, singula singulis: hoc facto triangula se habent iuxta propositionem 8. ergo anguli E. & C. erunt aequales. Huius propositionis autor fertur Oenipes Chius.

a 22. Prop.

PROPOSITIO XXIV.

Th. 15.

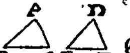


Si triãgulum ABC. *duo latera*, AB. AC. *duobus trianguli* DFE. *lateribus* DF. DE. *æqualia habuerit*, AB. *ipsi* DF. *&* AC. *ipsi* DE: *angulum vero* A. *maiorem angulo* D. *basim* BC. *basi* FE. *maiorem habebit*.

a 23. Prop.
b 4. Prop.
c 5. Prop.
d 19. Prop.

AD rectã FD. & ad punctũ in ea datum [a] fiat angulus FDG. [b] æqualis angulo A. & latus DG. ipsi DE. hoc est ipsi AC. sit æquale, [b] & cõsequenter basis BC. basi FG. iungãtur rectę GE. GF. anguli DGE. DEG. [c] æquales erunt. Ergo totus angulus FEG. maior quam DEG. maior etiam erit quam DGE. & multo maior quã FGE. [d] ergo recta GF. & huic æqualis BC. maior est quam EF.

PROPOSITIO XXV.



Si duo triangula A B C. DEF. *duo latera, duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri* hoc est AB ipsi ED. & AC. ipsi DF. *basim verò* BC. *basi* EF. *maiorem habuerint: & angulum* A. *angulo* D. *maiorem habebunt sub æqualibus rectis contentum.* Th.16.

PRob. Quia si angulus A. non est maior angulo D. erit vel æqualis, vel minor: si æqualis a ergo bases BC, EF, erunt æquales, quod est contra hypothesim. Si minor: cum latera AB, AC, sint æqualia ipsis DE, DF, basis EF, b maior erit base BC, contra hypoth.

a 4. Prop.

b 1 Prop.

PROPOSITIO XXVI.

Theo. 27.

Si duo triangula, duos angulos, duobus angulis æquales habuerint, alterum alteri; & vnum latus vni lateri æquale, siue quod adiacet æqualibus angulis, siue quod vni æqualium angulorum subtenditur, & reliqua latera, reliquis lateribus æqualia habebunt, alterum alteri, & reliquum angulum reliquo angulo.

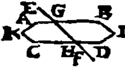
PRob. sint in triangulis ABC. DEF. anguli B, & C, æquales angulis E, & F, sintque primo latera BC. EF (quæ adiacent angulis æqualibus) æqualia. Si latus ED, non est æquale ipsi BA, sit eo maius, & sumatur EG, æqualis ipsi BA, tum ducta FG, Duo latera triangulorum GEF, ABC, æqualia sunt, & anguli E, & B, æquales contenti inter latera æqualia, [a] Ergo anguli C,&CFE, sunt æquales, quod esse non potest: nam angulus GFE, est pars ipsius DFE, qui æqualis ponebatur ipsi C. non ergo DE, maior est quam BA. Sed neque minor, aliàs lateri BA, eadem quæ prius applicaretur demonstratio. Ergo æqualis. Ergo triangula DEF, ABC, se habent iuxta 4. & latera lateribus, & anguli angulis correspondentibus sunt æquales.

[a] 4. Prop.

Sint deinde latera A B, DE, subtendentia æquales angulos C, & EFD, inter se æqualia, dico latera CB, CA, ipsis FE, FD, esse æqualia, & angulum A, angulo D, æqualem. Si enim latus EF, sit maius latere B C, sume rectam EG, æqualem ipsi BC, duc rectam DG. quoniam igitur latera AB,

B C, ſunt æqualia
ipſis D E, E G, &
anguli B, & E, ſunt
b 4. Prop. æquales ex hypoth. erit angulus
C, angulo EGD, æqualis. [b] gi-
tur & angulus EGD, angulo EFD,
erit æqualis, hoc eſt externus in-
terno & oppoſito [c] quod eſt ab-
ſurdum. Non eſt ergo latus EF.
c 16. P.op. maius latere BC. ſed neque ipſe
minus eſt, vt oſtendit eadem de-
monſtratio applicata lateri BC.
ergo eſt ei æquale; ergo trian-
gula ABC, DEF, ſe habent
juxta 4. cum latus AB, ipſi DE,
& BC, ipſi EF, & angulus B.
angulo E. ſit æqualis & conſe-
quenter baſis AC, baſi DF. Tha-
les Mileſius autor huius.

PROPOSITIO XXVII.



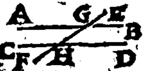
Si in duas rectas AB CD. *recta* EF. *incidens angulos alternos* AGH. DHG. *æquales inter ſe fecerit : parallelæ erunt inter ſe rectæ.* Tb. 18.

PRob. Si non ſunt parallelæ [a] coibunt tandem puta in I. & fiet triangulus GIH, cuius angulus externus AGH, erit [b] maior interno & oppoſito GHD, cui tamen ex hypotheſi erat æqualis. Similiter demonſtrabitur, ſi dicantur concurrere in K. Ergo non concurrunt. Ergo ſunt parallelæ.

a 35. Def.
b 16. Prop.

PROPOSITIO XXVIII.

Th. 19.



Si in duas rectas AB. CD. *recta* EF. *incidens, externum angulum* AGE. *interno & opposito & ad easdem partes* GHC. *aequalem fecerit: aut internos & ad easdem partes* AGH. GHC. *duobus rectis aequales fecerit: parallelae erunt inter se rectae.*

a 15. Prop. b 8. Ax. c 27. Prop.

PRobatur 1[a]. pars. Angulo AGE [a] æqualis est angulus FGH, angulus CHG, æqualis ponitur angulo AGE, [b] ergo alterni BGH, GHC. sunt æquales. [c] ergo rectæ AB, CD, sunt parallelæ.

Probatur 2ª. Angulus EGA. cum angulo AGF, [d] valet duos rectos, anguli AGH, GHC, ponuntur æquales duobus rectis: [e] ergo anguli EGA, GHC, sunt æquales. Ergo rectæ AB, CD, sunt parallelæ per priorem partem huius.

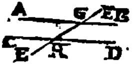
d 13. Prop.

e 1. Ax.

Ex secunda parte huius propositionis, constat sufficienter de veritate vndecimi Axiomatis.

PROPOSITIO XXIX.

Th. 10.



In parallelas rectas AB. CD. *recta* EF. *incidens: & alternos angulos* BGH. GHC. *aequales inter se facit: & externum* EGB. *interno & opposito & ad easdem partes* EHD. *aequalem: & internos ad easdem partes* AGH. CHG. *duobus rectis aequales.*

PRobatur 1. pars. Anguli DHG. GHC, a valent duos rectos: anguli item DHG, BGH, b valent duos rectos c ergo anguli BGH, GHC, sunt aequales.

a 15. Prop. b 28. Prop. c 3. Ax.

Prob. 2. Anguli EGB, BGH, a valent duos rectos: anguli

BGH, GHD, [b] valent duos rectos, ergo anguli EGB, EHD, ſunt aequales.

Prob. 3. Rectæ AB, CD, ponuntur parallelæ [d] ergo neque versus A. neque verſus B, concurrunt, ergo tam verſus A, quam verſus B. anguli interni ad eaſdẽ partes ſunt aequales duobus rectis,[e] ſi enim ex aliqua parte eſsẽt minores, ex ea concurrerent.

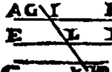
d 35. Def.

e 11. Ax.

Coroll. Omne parallelogrammum, habens vnum angulum rectum, eſt parallelogrammum rectangulum.

PROPOSITIO XXX.

Th. 31.

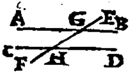


Quæ eidem rectæ EF. *parallelæ* AB. CD. *& inter se sunt parallelæ.*

PRob. In has tres rectas in eodem plano positas si cadat recta GH, angulus AIL, aequalis erit angulo ILF. a quia sunt alterni; & angulus externus ILF, angulo LKD, interno & opposito; b ergo anguli AIL, LKD, sunt aequales: c ergo rectæ AB, CD, sunt parallelæ.

a 29. Prob.
b 1. Ax.
c 27. Prop.

PROPOSITIO XXXI.



A dato puncto G. data recta CD. parallelam rectam lineam AB. ducere. Prob. 10

EX G, in datam CD, duc rectam GH, vtcunque, & angulo GHD. [a] constituatur aequalis ad G, nempe angulus HGA, [b] erit recta AB, ipsi CD, parallela, quia anguli alterni AGH, DHG, sunt aequales.

a 25. Prop.
b 27. Prop.

PROPOSITIO XXXII.

Th. 22.

Trianguli A B C. *vno latere* BC. *producto* in E *externus angulus* ACE. *duobus internis & oppositis* ABC. BAC. *aequalis est: & trianguli, tres interni anguli* A. B. C. *duobus rectis aequales sunt.*

PRob. prima pars, [a] Ducatur ex C. recta CD. parallela rectae AB. tunc quia recta AC. cadit in parallelas AB. CD. angulus A. aequalis est alterno ACD. Et quia BC. cadit in easdem, angulus ECD. externus [b] aequalis est interno B. Totalis ergo ACE. aequalis est duobus internis & oppositis A. & B.

a 31. Prop.

b 29. Prop.

Prob. 2. Angulus A C B. cum externo ACE.[c] valet duos rectos, sed angulus ACE.[d] aequalis est angulis A & B. ergo angulus C. cum angulis A. & B. valent duos rectos, ergo tres anguli, &c. Huius propositionis autor fertur Pythagoras Samius circa annum ante Christ. 650.

c 13. Prop.
d 32. Prop.

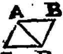
Corol. 1. Omnes tres anguli vnius trianguli, sunt aequales tribus cuiuscunque alterius trianguli simul sumptis; & quando duo sunt aequales duobus, erit & reliquus reliquo.

Corol. 2. In triangulo Isosceles rectangulo, anguli ad basim sunt semirecti.

Corol. 3. Angulus trianguli æquilateri est vna tertia duorũ rectorũ, vel duæ tertiæ vnius recti.

Sch. Omnis figura rectilinea distribuitur in tot triangula, quot ipsa continet latera, demptis duobus, & anguli triangulorum, constituunt angulos figuræ.

PROPOSITIO XXXIII.

Th. 23. 

Rectæ AC. BD. *quæ æquales & parallelas* AB. CD. *adeasdem partes coniungunt : & ipsæ æquales & parallelæ sunt.*

PRob. Duc rectam DA. quae datas AB.CD. iungat [a] tunc anguli alterni DAB. ADC. erunt aequales : latus AB. ponitur aequale lateri CD. latus AD. est commune [b] ergo bases AC. DB. sunt aequales. [b] Ergo anguli CAD. ADB sunt aequales : [c] ergo rectæ AC. DB. sunt parallelæ.

a 29. prop.

b 4. Prop.

c. 27. Prop.

PROPO-

PROPOSITIO XXXIV.

Parallelogrammorum spatiorum quae ex aduerso & latera AB. CD: AC. BD. & anguli A. & D. B & C. aequalia sunt inter se, & diameter AD. illa bifariàm secat. Th. 24

PRob. Rectæ AB. CD. ponuntur parallelæ, a ergo angulus BAD. angulo CDA. & angulus CAD. angulo ADB. sunt aequales, cum sint alterni. Ergo triangula ABD. ACD. habent duos angulos aequales alterum alteri, & ipsis commune latus AD. adiacet; b ergo & reliqui anguli B. & C. sunt aequales, & reliqua latera, AB ipsi CD. & BD. ipsi AC. erunt aequalia, cum aequalibus angulis, nempe alternis opponantur. c Ergo triangula ABD. ACD. aequalia inter se.

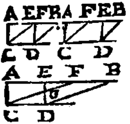
a 29. Prop.

b 26. Prop.

c 4. Prop.

PROPOSITIO XXXV.

Th. 25.



Parallelogramma AD. FD. *super eadem basi* CD. *& in iisdem parallelis* AB. CD. *constituta, inter se sunt aequalia.*

ID tribus modis potest contingere, si vt vides in 1. figura, sic dico. Rectæ AE FB. sunt a æquales, quia sunt b aequales rectæ CD. Rectæ AC. ED. sunt aequales: angulus CAE. d aequalis est angulo DFB, externus interno & opposito, ergo triangulum CAE. aequale est e triangulo DFB. f addito ergo communi FCD. fient parallelográma AECD. FBCD. aequalia.

a 1. Ax. b 34. Prop. c 34. Prop. d 29. Prop. e 4. Prop. f 2. Ax.

Si vt in 2a Rectæ AE. FB. sunt

aequales vt prius: [f] dempta igitur communi FE. erunt aequales AF. EB. Rectę AC. ED. sunt [g] aequales: anguli A. & E. sunt [h] aequales, [i] ergo triangula FAC. BED. sunt aequalia. addito ergo communi trapesio EFCD. parallelogramma AECD. FBCD. erunt [l] aequalia.

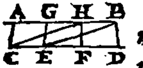
f 1. Ax. g 34. Prop. h 29. Prop. i 4. Prop. l 2. Ax.

Si vt in 32. idem repeto. Rectæ ABF. B. sunt [m] aequales ipsi CD. [n] ergo & inter se: ergo recta AF. [o] ęqualis est rectæ EB. Rectæ AC. ED. sunt [p] aequales, anguli item E. & A. sunt [q] æquales: ergo triãgula ACF. EDB. sunt [r] aequalia: Ergo si ab vtroque tollas triangulum EGF. relinques aequalia trapezia ACGE, & FGDB. quibus si addas commune triangulum CGD. facies parallelogramma AD, DF, aequalia.

m 34. Prop. n 1. Ax. o 2. Ax. p 34. Prop. q 29. Prop. r 4. Prop.

PROPOSITIO XXXVI.

Th. 26.

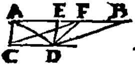


Parallelogramma AE. HD *super aequalibus basibus* CE. FD. *& in iisdem parallelis* AB CD. *constituta, inter se sunt aequalia.*

a 4. Prop. b 35. Prop. c 1. Ax.

PRob. Connectantur parallelogramma rectis CH. EB [a] quae erunt aequales & parallelæ. Hoc posito, parallelogrammum AE. aequale est ipsi CB. & parallelogrammum CB. ipsi HD. [c] ergo parallelogramma AE. HD. sunt aequalia.

PROPOSITIO XXXVII.



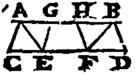
Triangula ACD.FCD. *super eadem basi* CD. *& in iisdem parallelis* AB.CD.*constituta, sunt inter se aequalia.* Th. 27.

PRob. [a] Per D. ducas DE. parallelam rectæ CA. & DB. ipsi CF. parallelogramma AD. CB. [b] erunt aequalia: [c] sed eorum dimidia sunt triangula ACD. FCD. [d] ergo ipsa triangula ACD. FCD. sunt aequalia.

a 31. Prop. b 15. Prop. c 34. Prop. d 7. Ax.

PROPOSITIO XXXVIII.

Tb. 28.

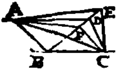


Triangula ACE. BFD. *super æqualibus basibus* CE. FD. *& in iisdem parallelis* AB. CD. *æqualia sunt inter se.*

a 31. Prop. b 30. Prop. c 34. Prop. d 7. Ax.

PRob. a Ducatur EG. parallela ipsi AC. & FH. ipsi BD. b erunt parallelogramma CG. HD aequalia. c Horum dimidia sunt triangula ACE. BFD. d Ergo sunt inter se æqualia.

PROPOSITIO XXXIX.



Aequalia triangula A B C. DBC. *super eadem basi* BC. *& ad easdem partes constituta, in iisdem sunt parallelis.* Hoc est *A*D. est parallela BC. Th. 29

PRob. Si negas AD. ipsi BC. esse parallelam [a] sit AE. cui recta BD. producta occurrat in E. Ducta ergo recta CE. [b] triangula ABC. EBC. erunt aequalia, quod fieri nequit: nam triangulum DBC. ponebatur aequale triangulo ABC. Quod si dicas AF. & BC. esse parallelas, eadem repetetur demonstratio, & sequetur totum & partem esse aequalia.

a 31. Prop.

b 37. Prop.

PROPOSITIO XL.

Th. 30.

Æqualia triãgula A B C. D E F. *super æqualibus basibus* BC. EF. *& ad easdem partes constituta, in iisdem sunt parallelis* AD. BF.

PRob. Si negas *AD.* ipsi *BF.* esse parallelam, fit *AG.* cui occurrat *ED.* producta in *G.* Tunc ducta *GF.* erunt [a] triangula *GEF. ABC.* æqualia: ponebantur autem æqualia triangula *ABC. DEF.* ergo totum *GEF.* & pars *DEF.* eidem triangulo *ABC.* erunt æqualia.

a 3. Prop.

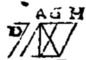
PRO-

PROPOSITIO XLI.

Si parallelogrammum AE. CD. *communem cum triangulo* FCD. *basim* CD. *habuerit, & in iisdem parallelis* AF. CD *fuerit: parallelogrammum ipsum erit duplum trianguli.* Th. 31.

PRob. Ducatur diameter AD. a 37. Prop.
Triangula FCD. ACD. [a] sunt b 34. Prop.
æqualia; Parallelogrammum
CE. [b] est duplum trianguli ACD. c 6.
[c] ergo & trianguli FCD. Prop. Axi.

PROPOSITIO XLII.

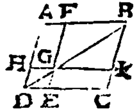


Prob. 11 *Dato triangulo* ABC. *æquale parallelogrammum* GC. *constituere in dato rectilineo angulo* D.

a 10. DAti trianguli ABC. Basim BC.
Prop. diuide a bifariàm in E. ductaque
b 11. p. EA. b agatur per A. recta AH. pa-
c 23. rallela ipsi BC. Ad punctum E. c fa-
Prop. cto angulo GEC. ipsi D. æquali; edu-
d 31. catur ex C. recta CH. ipsi EG. paral-
Prop. lela, tunc figura GC. erit parallelo-
gramma, cùm latus GH. ponatur pa-
rallelũ ipsi EC. & latus CH. ipsi EG.
Quod autẽ sit tale, quale petitur, sic

e 38. Probatur. Triangula ABE. AEC.
Prop. sunt e æqualia: triangulum AEC. est
f 41. dimidium trianguli, ABC. & f dimi-
Prop. dium parallelogrammi BC. super
g 6. eadem basi EC. constituti: ergo
Ax. triangulum ABC. est g æquale paral-
lelogrammo GC. habet autem parallelogrammum ex constructione angulum GEC. æqualem dato angulo D. quod petebatur.

PROPOSITIO XLIII.



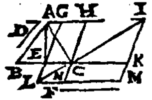
Omnis parallelogrammi, cõplementa eorũ quæ circa diametrum sunt parallelogrammorum, inter se sunt æqualia. Tb. 32.

IN hac figura, parallelogramma circa diametrum sunt, FK. HE: complementa verò eorum, parallelogramma AG. GC. hęc complementa dico esse æqualia.

Prob. triangula B A D. B C D. sunt [a] aequalia. Itémque triangula BKG. BFG. & GED. GHD. Ergo si ab aequalibus triangulis BAD, BCD. tollas aequalia, nẽpe BCG. ipsi BFG. & GHD. ipsi GED. complementa G A G C. quæ remanent, erunt aequalia. Q. E. P.

a 34 Prop.

Proble-ma 11.



Ad datam rectam F. dato triangulo ABC. æquale parallelogrammum CM. applicare in dato angulo rectilineo D.

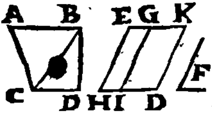
a 42. Prop. b 2. Prop. c 31. Prop.

CONstitue triangulo ABC.[a] æquale parallelogrammum C G. habens angulum GEC. æqualem angulo dato D. tum produc B C. in K. sic vt CK. sit [b] æqualis datæ F. per K. agatur [c] KI. parallela ipsi CH. occurrens GH. productæ in I. Deinde ex I. ducatur per C. diameter IC. occurrens rectæ GE. productæ in L. & per L. ducatur LM. parallela ipsi EK. secans IK. productam in M. producatúrque HC. in F. dico parallelogrammum CM. esse quod petitur.

d 34. Prop. e 42. Prop. f 28. Prop.

Prob. Complementa GC. CM. sũt [d] æqualia: cõplementum GC. est [e] æquale triangulo ABC. ergo & cõplementum CM. habet autẽ lineam CK. [e] æqualẽ datæ F. & angulum GNM. æqualem [f] angulo HCK. qui [f] æqualis est angulo GEC. qui ponitur æqualis dato angulo D. ergo parallelogrãmum CM. æquale est triangulo ABC. & habet lineam C K. æqualem datæ F. & angulum GNM. æqualem dato D. quod petebatur.

PROPOSITIO XLV.



Dato rectilineo AD. *æquale parallelogrammum* ED. *constituere, in dato rectilineo angulo* F. Prob. 13

Diuide rectilineum in triangula, fac parallelogrammũ EI. ęquale triangulo BCD. in angulo H. ęquali ipsi F. supra latus GI. a & parallelogrammum GD. ęquale triangulo ABC. habens in I. angulum GID. æqualem ipsi H. & factum est quod petitur.

a 44. Prop.

Prob. Rectæ EH. KD. b eidem GI. ideoque & inter se sunt c parallelæ & d ęquales: angulus GID. e æqualis est angulo EHI. f angulus EHI. cum angulo HIG. valent duos rectos, ergo & anguli GIH. GID. valent duos rectos: ergo g lineę HI. ID. iacent in directum, similiterque EG. GK. & cum æqualibus HI. FG. ęquales additæ sint ID. GK. totę HD. EK. sunt æquales. ergo figura ED. est parallelogrammum cuius partes sunt ęquales partibus dati rectilinei & angulus H. æqualis dato F. ergo, &c.

b Ex const. c 30. Prop. d 34. Prop e 29. Prop. f 15. Prop. g 14. Prop.

PROPOSITIO XLVI.

Prob. 14

Datâ rectâ AB. quadratum ABDC. describere.

a 11. Prop.

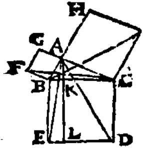
EX A & B.[a] erige perpendiculares CA. DB. aequales ipsi AB. iungaturque recta CD.& factum est quod petitur.

b 10. Def. c 28. Prop. d Ex constr. e 33. Prop.

Prob.[b] Anguli A, & B, sunt recti: ergo rectę AC, BD, sunt[c] parallelę. Vtraque[d] est aequalis ipsi AB, ergo & inter se:[e] ergo & AB,& CD parallelæ, sunt æquales: ergo AC, CD, DB, sunt aequales, & figura est parallelogramma: cumque anguli A, & B, sint recti, [f] erunt etiam oppositi C, & D, recti Ergo ABDC, est quadratum. Q. E. F.

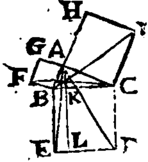
f 34. Prop.

PROPOSITIO XLVII.



In rectangulo triangulo BAC. *quadratum* BD. *quod à latere* BC. *rectum angulum* BAC. *subtendente describitur; aequale est quadratis* BG. CH. *quae à lateribus* BA. AC. *rectum angulum* BAC. *continentibus, describuntur.* Th. 33.

PRob. Ex puncto A. duc [a] rectam AL. parallelam ipsi BE. & iunge rectas, AD, BI. Triangula ACD, ICB, se habent iuxta 4. nam latera CD, CA, [b] sunt aequalia ipsis CB, CI, & anguli contenti ICB, ACD, aequales: cùm anguli ICA, BCD, sint [b] recti & a 31. Prop. b 30. D



angulus ACB, communis: ergo triangula ACD, BCI, sunt aequalia. [c] Sed triãgulũ ACD. est dimidiũ parallelogrammi LC, cùm sint supra eamdem basim CD, & inter easdem parallelas AL, CD, & triangulum ICB, dimidium est quadrati CH, ob eandem causam. [d] Ergo quadratum CH, est ęquale parallelogrammo LC, cùm eorum dimidia sint aequalia.

c 41. Prop.

d 6. Ax.

Iam ducantur rectæ AE, FC. Triangula FBC, ABE, sunt aequalia, cũ se habeãt iuxta 4. [e] & triangulum ABE, est dimidiũ parallelogrãmi BL, sicut triangulũ FBC, dimidiũ quadrati BG: ergo quadratum BG est ęquale parallelogrammo BL. Totum ergo quadratum BD, aequale est quadratis BG, CH, quod erat probãdum. *Huius propositionis auctor fertur Pythagoras Samius.*

PROPOSITIO XLVIII.

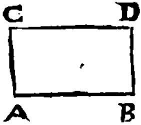
Si quadratum quod ab CB. *vno laterum trianguli* CAB. *describitur, æquale sit iis quæ à reliquis duobus trianguli lateribus* AB. AC. *describuntur quadratis: angulus* CAB. *contentus sub reliquis duobus trianguli lateribus* AB. AC. *rectus est.* Th.34

PRob. a ducatur ex A, ipsi AB. perpendicularis AD. ipsi AC. æqualis, iungaturque recta DB. hoc posito sic dico b Angulus DAB. rectus est, c ergo quadratū rectæ DB, aequale est quadratis rectarum AB, AD, vel AC.

a 17. Prop. b 10. Def. c 47. Prop.

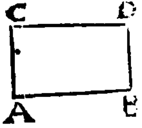
Iam quadratum ipsius CB. ex hypoth. æquale est quadratis earundem CA. AB. [d] ergo rectæ CB.BD. sint aequa-
d 1. les. Ergo triangula CAB. ADB.
Ax. habent tria latera aequalia, [e] & angulos qui aequalibus lateribus
e 8. respondent aequalem. Ergo si an-
Prop. gulus DAB. rectus est, erit etiam rectus CAB. cùm latera DB. BC. sint aequalia.

EVCLIDIS
ELEMENTVM II.
DEFINITIONES.
I.



Parallelogrammum rectangulum ABCD. *contineri dicitur sub duabus rectis* AB. BD. *quæ rectum angulum* ABD. *comprehendunt.*

QVemadmodum in circulo cognita diametro, tota eius area cognoſcitur, ſic expreſſis duabus lineis quæ angulũ rectũ continent in parallelogrammo rectangulo, ſtatim tota eius quantitas intelligitur, nimirum latitudo & longitudo.



Obſerua 1. Illud parallelogrammum dici rectangulũ quod vnum habet angulum rectum. Si enim vnus eſt rectus [a] [b] erunt & reliqui recti.

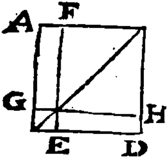
a 29. 1.
b 34. 1.

Obſerua 2. In ſequentibus nomine rectanguli, Euclidem ſemper intelligere parallelogrammum rectangulum, licet vis nominis id non exigat.

3. Geometras omne parallelogrammum exprimere duas tantum nominando literas, quę per diametrum opponuntur. Vt appoſitum parallelogrammum appellant. AD.

4. Cognitis lateribus rectanguli, inueniri eius aream ea multiplicatione numeri vnius lateris in numerum alterius lateris circa eundem angulum. Similiterque cognita area rectanguli & vno laterum, inueniri alterum latus ſi diuidatur numerus areę per numerum lateris dati, quotiens enim erit latus quęſitum.

II.

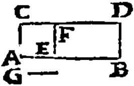


Omnis parallélogrãmi spatij vnumquodlibet eorum quæ circa diametrum illius sunt, parallelogrammorum, cum duobus complementis, gnomon vocetur.

IN parallelogrammo AD. parallelogrammum GE cum duobus complementis GF, EH, vocetur γνωμῶν, quod Latinè normam sonat, eius enim speciem nobis exhibet.

PROPOSITIO I.

Th.1.



Si fuerint duæ recta G. *&* AB. *seceturque altera ipsarum* AB. *in quotcunque segmenta* AE. EB. *rectangulum* CB. *comprehensum sub duabus rectis* A C. *insecta* hoc est G. & AB. *secta, æquale est rectangulis* CE. FB. *quæ sub insecta* CA. *& quolibet segmentorum* AE. EB. *comprehenduntur.*

PRob. ex punctis A, & B, erige [a] perpendiculares AC. BD.
a 11. & 3. 1. æquales datæ G. & ducatur recta
b 28. 1. CD, sicque fiat [b] [c] ex lineis C A,
c 34. 1. hoc est G. & A B. rectangulum CB. Rectam AB. vtcunque

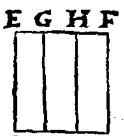
diuide in E. & fiat [d] EF. parallela & æqualis ipsi AC, erunt CE, FB, rectangula. Nam angulus FEB, rectus est [e] quia æqualis ipsi A, & consequenter [f] reliqui anguli recti, & latera [g] lateribus oppositis æqualia. Hæc autem duo rectangula CF, BF, simul sumpta sunt ęqualia totali B C, hoc est partes toti. [h] Q. E. P.

d 31. 1. & 3. 1.
e 29. 1.
f 28. 1.
g 34. 1.
h 19. a.

Idem patet in numeris, puta 6. & 2. diuide 6. in 2. & 4. dico 12. numerum productum ex 6. in 2. ęqualem esse duobus numeris 4. & 8. qui fiunt ex multiplicatione duorum in duo, & in quatuor.

.11.

PROPOSITIO VI.



Th. 2 *Si recta linea* AB. *secta sit vtcunque* puta in C. & D. *Rectangula* EC. GD. HB. *comprehensa sub tota* AE. hoc est AB. *& quolibet segmentorum* AC. CD. BD. *æqualia sunt, quadrato* AF. *quod à tota* AB. *fit.*

a 46. 1. b 31 1. & 3. 1 PROB. Ex AB, fiat [a] quadratum EB. ex C, & D, erigantur [b] CG. DH. parallelæ & aequales. ipsi AE. hoc posito, erit rectangulum EC. comprehensum sub tota AE. [c] hoc est AB. &
c 30. Def. segmento AC. & eodem modo rectangula GD, HB. sub tota &

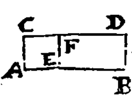
vtro-

vtrolibet ſegmentorum. Cum ergo rectangula EC, GD, HB, ſint partes omnes ſuo toti quadrato AF, æquales, patet rectangula comprehenſa ſub AE, hoc eſt AB, & ſegmentis AC, CD, DB, æqualia eſſe quadrato lineæ AB. Q. E. P. d 19. a.

In numeris diuide 10. in 7. & 3. dico 70. & 30. qui producuntur ex multiplicatione 10. in 7. & in 3. ęqualia eſſe 100. quadrato numeri 10.

PROPOSITIO III.

Tb. 8.



Si recta linea AB. *secta sit vtcunque in* E. *Rectangulum* CB. *sub tota* AB, *& vno segmentum* AC. hoc est AE. *comprehensum, æquale est rectangulo* FB. *quod sub segmentis* BE. FE. hoc est BA. *comprehenditur, & quod à prædicto segmento* AE. *describitur quadrato* CE.

PRob. Datam AB. seco vtcunque in E. ex punctis AEB. erigo [a] perpendiculares AC. EF. BD. parallelas [b] inter se & æquales segmento AE. tum duco rectam à puncto C ad D. quæ erit parallela [c] ipsi AB. Hoc posito sic dico, AC. est æqualis [d] ipsi AE. ergo

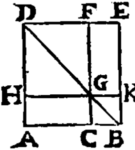
a 11. 1. b 31. 1. & 3. 1. c 33. 1. d Ex const.

rectangulum AD. est cõprehensum sub tota AB, & vno segmentorum AC, hoc est AE Rursus FE. est [d] æqualis ipsi EA. ergo rectangulum FB, est comprehensum sub segmento BE, EF, hoc est AE. Denique parallelogrammum AF, quadratum est [e] cum AC, EF, sint [d] perpendiculares ipsi AE, & eidem æquales. Ergo cum rectangulum AD. æquale sit quadrato AF, & rectangulo FB, patet rectangulum sub tota AB, & segmento AE, æquale esse rectangulo comprehenso sub segmentis AE, EB, & quadrato prędicti segmenti AE. Q. E. P. e 31. d 1

In numeris diuide 10. in 7. & 3. numerus 70. productus ex 10. in 7. æqualis est numero 21. qui ex 7. in 3. producitur; vna cum 49. quadrato prioris partis 7.

PROPOSITIO IV.

Fb. 4



Si recta linea AB. *secta sit vtcunque*, in C. *quadratũ* AF. *quod à tota* AB. *describitur, æquale erit quadratis* HF. CK. *quæ à segmẽtis* AC. CB. *describuntur, & ei rectangulo quod bis sub segmentis* AC. GB. *cõprehenditur* nempe rectangulis AG. GE.

a 46. 1. PRob. Super datam AB. fiat [a] quadratum AE. duc diametrum DB.
b. 31. 1. ex C. fiat CF. parallela [b] recta BE.
c 30. Def. secans diametrum in G. per quod age HK. parallelam [b] ipsi AB. hoc
d 5. 1. posito sic dico. Trianguli ABD. latera AD AB. sunt [c] æqualia. ergo an-
e 32. 1. guli ADB. ABD. sunt [d] æquales, er-
f 29. 1. go semirecti, [e] cùm angulus A. sit rectus. Idémque dicendum de triangulo EDB. Rursus angulus DFG. re-

ctus f est, angulus FDG. ostensus est semirectus, ergo angulus FGD. etiã semiréctus g est, ergo latera DF. FG. g 32. 1.
sunt h æqualia: sed ipsis etiam sunt h 6. 1.
æqualia i latera opposita DH. HG. er- i 34. 1.
go parallelogrammum FH. quadra- l 30.
tum l est. Eadem de causa quadra- Def.
tum erit CK. ergo HF. CK. quadrata sunt segmentorum AC. CB. cùm latus HG. sit æquale. ipsi AC. Similiter rectangula AG. GE. continentur sub segmentis AC. AB. quia CG. GK. sunt æquales ipsi CB. cum CK. sit quadratum, & GF. item æqualis rectæ HG. ob quadratum HF. hoc est rectæ AC. Igitur cum quadratum AE. sit æquale quadratis HF. CK. & rectangulis AG. GE. verum est quadratum AE. super datam AB. æquale esse quadratis segmentorum AC. CB. & rectangulo comprehenso sub iisdem segmentis, bis sumpto.

Si diuidat 6. in 4. & 2. quadratum 6. hoc est 36. æquale est quadratis partium 4. & 2. hoc est 16. & 4. vna cum numero 8. bis repetito qui sit à partibus 2. & 4. in se multiplicatis,

PROPOSITIO V.

Th.3. *Si recta linea A B. secetur in æqualia in C. & non æqualia in D. Rectangulũ LD. sub inæqualibus totius AD. segmentis AD.DG. hoc est DB. comprehensum, vna cum quadrato HF. quod ab intermedia sectionum CD. æquale est quadrato CI. quod à dimidia CB. describitur.*

a 46.1. b 31.1. PRob. Super dimidia CB. fiat, a quadratum CI. ductaque diametro BE. agatur b per D. recta DF. ipsi BI. parallela: Ex eadem recta BI. sume BK. æqualem ipsi DB. & per punctum K. b agatur KL. ipsi AB. parallela & addatur AL. parallela ipsi BK. hoc posito sic dico, trianguli ECB. angulus C. rectus est, c & latera CE, CB. æqualia, ergo d anguli E. & B. sunt æquales. Ergo e semire-

c 30. Def. d 5.1.

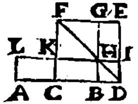
cti. Item, f anguli IEB. IBE. sunt æquales & semirecti e ob eandem rationem. Rursus in parallelogrammo DI. angulus DBI. rectus est ex constructione, ergo f angulus BDF. rectus. Nunc in triangulo BDG. angulus D. rectus est: angulus DBG. probatus est semirectus, ergo e & angulus BGD. semirectus est: ergo g latera DB. DG. sunt æqualia: ergo h rectangulum ID. sub inæqualibus segmentis AD. DG. hoc est DB. contentum. Eodem modo demonstrabitur parallelogrammum A F. esse quadratum supra segmentum intermedium HG. hoc est CD. nam rectangulum LC. æquale est ipsi D I. cum vtrumque sit æquale ipsi CK. nam LC. & CK. sunt i supra æquales bases & inter easdem parallelas: CG vero & GI. sunt complementa l æqualia, quibus si addas commune DK. erunt æqualia CK. & D I. cætera autem nempe HF. CG. sunt communia.

e 32. 1.
f 29. 1.
g 6. 1.
h 1. Def. 1.
i 36. 1
l 43. 1.

Diuide 10 æqualiter in 5. & 5. inæqualiter in 7. & 3. eritque numerus 21. ex 7. in 3. vna cum quadrato numeri intermedij 2. quod est 4. æquale quadrato dimidii 5. hoc est numero 25.

PROPOSITIO VI.

Th. 7.



Si recta linea AB. *secetur bifariam* C. *eique recta quadam* BD. *in rectum adyciatur, rectangulum* AI. *comprehensum sub tota* AB. *cum adiecta* BD. *& sub adiecta* DI. hoc est BD. *una cum quadrato* KG. *à dimidia* KH. hoc est CB. *æquale est quadrato* CE. *à linea* CD. *quæ tum ex dimidia* CB. *tum ex adiuncta* BD. *componitur tanquam una linea, descripto.*

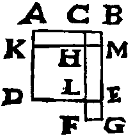
a 46.I. b 31.I. PRob. Super rectam CD. [a] fiat quadratum CE. per B. age BG. parallelam [b] ipsi DE. sume DI. æqualem ipsi DB. & ex I. age IL. parallelam

lelam & æqualem ipsi D A. iungaturque recta L A, quo facto sic dico. Rectangula LC. KB. sunt inter easdem parallelas & supra æquales bases, b ergo æqualia. Eidem KB. c æquale est complementum HE. ergo erit & HE. æquale ipsi LC. & additis communibus CH. BI. gnomon GD. IC. æqualis erit toti rectangulo AI. quod continetur sub tota AB. cum adiecta BD. & sub adiecta DI. hoc est BD. Iam vero gnomon GD. IC. adiecto quadrato KG. partis dimidiæ KH. d hoc est CB. fit æqualis quadrato ipsius CD. quæ est pars dimidia cum adiuncta. Ergo parallelogrammum AI. adiecto eodem quadrato KG. fiet æquale eidem quadrato CE. b 36. 1. c 43. 1. d 34. 1.

In numeris. 10. secetur bifariàm in 5. & 5. addatur ei numerus 2. numerus 24. qui producitur, ducto composito 12. in adiunctum 2. vna cum quadrato 25. quadrato dimidiis, æqualis est 49. quadrato numeri 7. qui ex dimidio 5. & adiecto 2. componitur,

PROPOSITIO VII.

Th. 7.



Si recta linea AB. *secetur vtcunque* in C. *quadrata totius & vtriusuis segmenti* CB. *simul sumpta, hoc est* AE. EF: *æqualia sunt bis sumpto rectangulo* AM. *quod sub tota* AB. *& sub dicto segmento* CB. *continetur, cum addito* KL. *alterius segmenti* AC. *quadrato.*

PRob. Super AB. [a] fiat quadratum AE. sume BM. æqualem ipsi CB. ducantur CL. MK [b] parallelæ ipsis BE. AB. produc BE. in G. sic vt EG. sit æqualis ipsi BM, [c] hinc erit MG. æqualis ipsi BE. fiat quadratum EF.

a 46. 1
b 36. 1
c 2

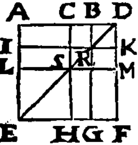
hoc posito : quadratum totius *AB*. quod est AE. cum quadrato segmenti *CB* d hoc est EF. æqualia sunt rectangulis AM.MF (quæ sunt sub tota *AB*. & segmento *BC*. cum *BM*. sit ipsi *BC*. æqualis; & in rectangulo *MF*. latera *MG*. *FG*. sint æqualia ipsis *BE*. *BM*. hoc est *AB*.*CB*) vnà cum quadrato alterius segmenti *AC*, quod est K*L*.totum videlicet partibus omnibus est æquale.

d ex const.

Diuide 6. in 4. & 2. quadratum totius *6*. nempe 36. vna cum quadrato ipsius 2. hoc est 4. æqualia sunt numero 40. qui fit ex numero 6. bis ducto in 2. hoc est 24. vnà cum quadrato alterius partis 4. quod est 16.

PROPOSITIO VIII.

Th.8.



Si recta linea AB. *secetur vtcunque* in C. *rectangulum* IB. *quater comprehensum sub tota* AB. *& vno segmentorum* BR. hoc est *BC. cum eo, quod à reliquo segmento AC.* hoc est LS. *fit, quadrato* LH. *æquale est quadrato* AF. *quod à tota* AB. *& dicto segmento* BD. hoc est *BC. tanquam ab vna* AD. *describitur.*

PRob. Rectæ AB. sectæ in C. adiiciatur in rectum BD. ipsi BC. æqualis. Super tota AB. & adiuncta BD. hoc est super AD. fiat quadratum ED. ex punctis B. & C. duc rectas BG. CH. ipsi DF. parallelas acceptisque

DK. KM. ipsis DB. BC. æqualibus, duc rectas KI. ML. ipsi DA. parallelas. Hoc posito sic dico, circa R. constituta sunt quadrata quatuor, quorum latera omnia ipsi BC. sunt [a] æqualia. Ducta diametro ED. complementa AR. RF. [b] sunt æqualia, suntque rectangula sub tota AB. & BR. hoc est segmento BC. Eodemque modo IS. SG. sunt complementa æqualia, quibus si addas quadrata æqualia SR. BK. fient rectãgula duobus precedentibus equalia, cum sint inter easdem parallelas & æquales bases: ergo quatuor illa rectangula sunt sub tota & vno segmento. Quod si quatuor illis rectangulis addas quadratum LH. alterius segmenti LS. hoc est AC. illa omnia simul sumpta erunt equalia quadrato ED. quod fit supra AD.

[a] Ex const.
[b] 31. 1.

Si 6. secentur in 4. & 2. ducaturque quater numerus 6. in 2. fient 48. & addatur quadratum ipsius 4. hoc est 16. fiet numerus 64. equalis quadrato ipsius 8. qui numerus componitur ex toto 6. & parte 2.

PROPOSITIO IX.

Th. 9

Si recta linea AB. *secetur in æqualia* in C. *& non æqualia* in D. *quadrata quæ ab inæqualibus segmentis* AD DB. *fiunt dupla sunt, eorum quæ dimidia* AC. *& ab intermedia* CD. *fiunt.*

PRob. Ex C. erigatur CE. perpendicularis ipsi AB. & æqualis ipsi CA. vel CB. ducanturque rectę EA EB. Deinde ex D. erigatur DF. ipsi EC. parallela secans EB. in F. & fiat recta FG. ipsi CD. parallela, ducaturque recta AF. hoc posito: Trianguli [a] Isoscelis ACE. anguli A. & E. sunt [b] ęquales [c] & semirecti, cum angulus ACE. sit rectus. Idem dicendum de trianguloECB. ergo totus angulus AEB. rectus est. Iam in triãgulo EGF. angulus G. [d] æqualis est

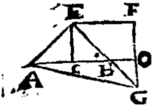
a Ex constr.
b 5. 1.
c 32. 1.

angulo ECB. [a] ergo rectus, ergo anguli E. & F. [b] æquales [c] quia angulus E. semirectus est: [e] ergo latera GE. GF. æqualia. Æqualis etiam vtrique est CD. [a] cum GD. sit parallelogrammum. Igitur si ab æqualibus CE. CB. tollantur æqualia GE. CD. restabit CG. [f] hoc est DF. ipsi DB æqualis. hęc pręparatio. En demonstratio. Quadratum rectę AF. [g] æquale est quadratis segmentorum inęqualium AD. DF. hoc est DB. Rursus quadratum rectę AF. [g] ęquale est quadratis AE. EF. Est autem AE. ęquale ipsis AC. CE. atque adeo duplum quadrati quod fit à dimidia AC. Et quadratum EF. æquale est quadratis EG. GF. atque adeo duplum quadrati quod fit ab segmento medio GF. seu CD. quare quadrata quæ fiunt ab inęqualibus segmentis AD. DB. dupla sunt eorum quæ à dimidia AC. & ab intermedia sectione fiunt. Quod erat demonstrandum. d 29.1. e 6.1. f 34.1 g 47.1.

Diuide 10. in 5. & 5 & in 7. & 3. media sectio 2. quadrata 49. & 9. partium inæqualium 7. & 3. sunt duplum quadratorum 25. & 4. partis dimidiæ 5. & sectionis 2.

PROPOSITIO X.

Th. 10



Si recta AB. *secetur bifariã* in C. *eique adiiciatur in directum recta* BO. *quod à tota cum adiuncta* AO. *& quod ab adiuncta* BO. *vtraque simul quadrata dupla sunt quadrati à dimidia* AC. *& eius quod à composita* CO *ex dimidia* CB. *& adiuncta* BO. *tanquam vna describitur.*

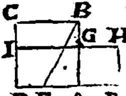
PRob. Ex C. erigatur perpendicularis CE. æqualis ipsi AC. iungatur recta [illegible] EB. ex E. fiat EF. parallela ipsi [illegible]O. per O. ducatur OF. parallela ipsi CE. occurrens rectæ EB. in G. iungaturque recta AG. In triangulo ACE. latera AC. EC, sunt æqualia, & angulus ad C. rectus: ergo reliqui semirecti: itidemque in triangulo ECB. Similiter in triangulo EFG. latera EF. GF. sunt æqualia. Et angulus A[illegible]F. rectus; ergo reliqui semirecti.

Hinc demonstratur quod queritur. In triangulo AOG. angulus ad 47.1.
G. rectus est: ergo quadratum rectæ A[illegible] æquale est quadratis rectarum AO. & OG. hoc est BO. rursus in triangulo AEG. angulus ad E. rectus est constans ex duobus semirectis: ergo quadratum ipsiusmet A[illegible] æquale est quadratis AE. & EG. Est autem AE. duplum quadrati AC. & EG duplum quadrati EF. vel FG. ergo quadrata AO. & BO. dupla est ipsorum AC. & CO. quod erat demonstrandum.

Numerus 10. secetur in 5. & 5. cui addantur 3. quadrati 169. & 9. numerorum 13. & 3. dupli sunt numerorum quadratorum 25. & 64. qui ex numeris 5. & 8. gignuntur.

PROPOSITIO XI.

Prob. I.



Datam rectā AB. *ita secare in* G; *vt rectangulum* CG. *cōprehensum sub tota* AB. *& sub vno segmentorum* GB *sit æquale alterius segmenti* AG. *quadrato* GF.

PRaxis. Ad punctum A. excita perpendicularem AD. æqualem datæ AB. eam seca bifariam in E. duc rectam EB. & ipsi æqualem faciat EF. producendo EA. Ex AB. abscindo AG æqualem & factum erit quod quæritur.

Prob. Supra datam AB. perfice quadratum AC. & supra rectam AF. quadratum FG & rectam HG. produc in I. hoc posito sic dico. Recta DA. [a] secta est bifa-

[a] Ex const.

riam in E. eique in directum adiecta est AF. [b] ergo rectangulum FI. quod factum est sub tota DF. & FH hoc est FA. vna cum quadrato mediæ EA æquale quadrato EF. hoc est EB Iam quadratum EB. [c] æquale est quadratis AB AE. ergo quadrata AB AE. sunt æqualia rectangulo FI. cum quadrato EA. Ergo si commune quadratum AE. tollas, rectangulum FI remanebit æquale quadrato ipsius AB. hoc est AC. Quod si ab æqualibus AC. FI. tollas commune AI. remanebit CG rectangulum sub tota CB. hoc est BA & altero segmentorum GB. æquale quadrato GF. quod fit à reliqua parte GA, quod erat demonstrandum.

b 6. 2.

c 47. 1. Th. 11.

PROPOSITIO XII.

Th. 11.

In amblygonio Triangulo ABC. *quadratum lateris* AC. *angulum* B. *obtusum subtendentis, quadrata laterum* BA. BC. *angulum obtusum comprehendentium, superat bis sumpto rectangulo sub latere* BC. *& sub ipsa* BD. *in directum ei addita vsque ad occursum perpendicularis ab* A. *altero angulo acuto cadentis.*

PRob. demitte perpendicularem ex A. & rectam CB. produc vsque dum ei occurrat in D. Quia recta CD. diuisa est vtcunque in B. ₂ est quadratum ipsius CD. aequale quadratis rectarum DB. BC. cum duobus rectangulis sub DB. BC. addatur ergo vtrimque quadratum rectæ DA. erunt quadrata CD. DA, æqualia tribus quadratis CB. BD, DA. cum duobus illis rectangulis. atqui quadratum rectæ AC. est æquale quadratis ipsarum CD. DA. & quadratum ipsius AB. est æquale quadratis ipsarum BD, DA. ergo quadratum rectæ AC. est æquale duobus quadratis CB. BA. cum duobus illis rectangulis. Superat ergo quadrata ipsa, duobus ipsismet rectangulis. quod erat demonstrandum.

per 47. 1.

PROPOSITIO XIII.

Th. 12

In Oxygonio triangulo ABC. *quadratum lateris* AB. *angulum* C: *acutum subtendentis superatur à quadratis laterum* CA. CB. *eundem comprehendentium, bis sumpto rectangulo sub latere* CB. *& sub assumpta interiùs linea* DC. *vsque ad occursum perpendicularis ab* A. *altero angulo acuto cadentis.*

PRob. demitte perpendicularem AD. Recta BC. diuisa est vtcunque in D, ergo per 7. 2. quadrata rectarum BC. DC. æqualia sunt rectangulis duobus sub BC. CD. & quadrato reliqui segmenti BD. Adde vtrisque commune quadratum rectæ DA.

sic tria quadrata BC. DC. DA. æqualia sunt quadratis duobus BD. DA. & rectangulis duobus sub BC. DC. Nunc quadratis duobus DC. DA. [a] æquale est quadratum AC. Ergo duo quadrata rectarum BC. CA. æqualia sunt rectangulo bis sumpto sub BC. DC. & quadratis BD. DA. hoc est quadrato AB. Ergo quadratum rectæ BA. minus est quadratis AC. CB. rectangulo bis sumpto sub rectis BC. DC. quod erat probandum. a 47.

PROPOSITIO XIV.

Tb. 13.

Dato rectilineo A. *æquale quadratum* C H: *constituere.*

PEr 45. 1. fiat rectangulum BD. æquale rectilineo A. D. rectanguli latera sint æqualia; erit quadratum quod petitur. Si inæqualia, producas vnum, puta DC. in F. sit vt CF. aequalis sit ipsi CB. seca bifariàm DF. in G. & centro G. spatio D. duc circulum DHF. produc latus BC. in H quadratum quod fiat ex CH. erit æquale rectangulo CE.

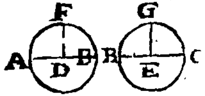
Prob. Recta DF. secta est aequaliter in G, & non aequaliter in C. ergo rectangulum CE. sub inæqualibus segmentis DC CB,
a 5. 2 hoc est CF. vna cum quadrato
b 15. Def. 1. segmenti medii G C, a aequalia
c 47. 1 sunt quadrato rectæ GF, b hoc est GH, quadratum GH, c aequale est

le est quadratis GC, CH, & consequenter quadrata GC, CH, aequalia sunt rectangulo CE, & quadrato GC. Ergo si tollas commune quadratum GC, remanebit quadratum rectę CH, aequale rectangulo CE, hoc est rectilineo *A*, quod erat faciendum.

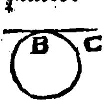
MONITVM.

IN superioribus, frequenter adhibui numeros: cum tamen in demonstrationibus geometricis sepe vsui esse non possint; quia irrationales & incommensurabiles quantitates non explicant, Sed nota 1. Sēper in omnibus rpæponi geometricas demonstrationes 2. Non recipi quidem debere numeros in demonstrandis irrationalium aut incommensurabilium quantitatum habitudinibus & affectionibus quę sola quantitate continua cognoscuntur: verum nemo negarit in demonstrationibus quantitatis continuæ maioris lucis gratia, & explicandæ clarius propositionis, nos posse vti numeris, modo eos non accipiamus pro fundamento rationis. Vnde robur suum non accipit demonstratio à numeris, sed lucem tantum. Et vero iis vsus est Archimedes proposit. 2. de circuli dimensione & post eum omnes passim geometræ.

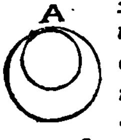
EVCLIDIS
ELEMENTVM III.
DEFINITIONES.



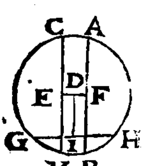
1. *Æquales circuli sunt, quorum diametri* AB. BC. *sunt æquales : vel quorum, quæ ex centris* D. & E. *rectæ lineæ* DF. EG. *sunt æquales.*



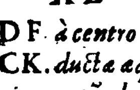
2. *Recta circulum tangere dicitur, quæ cum circulum tangat* puta in B. *si producatur* in C. *circulum non secat.*



3. Circuli se mutuo tangere dicuntur qui se se mutuo tangentes vt in A. *se se mutuo non secant.*



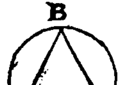
4. In circulo æqualiter distare à centro rectæ dicũtur, cum perpendiculares DE. DF *à centro* D. *ad ipsas* AB. CK. *ductæ æquales sunt; longius autẽ abesse dicitur* GH. *in quam maior perpendicularis* DI. *cadit.*



5. Segmentum circuli, est figura quæ sub re-

Eta AB. *& circuli peripheria* ACB. *comprehenditur.*

6. Segmenti autem angulus est CAB. *qui sub recta linea* AB. *& circuli peripheria* CA. *comprehenditur.*



7. In segmento autem angulus est puta ABC. *cum in segmenti circumferentia sumptum fuerit punctum quodpiam* B, *& ab eo in terminos recta* AC. *segmentum terminantes, luna recta vt* BA. BC. *fuerint ducta.*

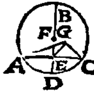
8. *Cum vera comprehendentes angulum* D A B. *recta* AD. AB. *aliquam assumunt peripheriam vt* BCD. *illi angulus dicitur insistere.*

9. *Sector circuli est, cum ab ipsius circuli centrum* A. *angulus* BAC. *fuerit constitutus: comprehensa nimirum figura & à rectis AB. AC. angulum BAC. continentibus, & à peripheria B C. ab illis assumpta.*

10. *Similia circuli segmenta sunt A B C. D E F. quæ angulos B A C. E D F. capiunt æquales, aut in quibus anguli C B A. F E D. inter se sunt æquales.*

PROPOSITIO I.

Prob. 1



Dati circuli A *B* C. *centrum* F. *reperire.*

a 10.1
b 11.1.

PRaxis ductam A C, a diuide bifariam in F. Ad punctum E, b erige perpendicularem attingentem ambitum in B. & D. hanc *BD* bifariam a seca in *F*, punctum F. erit centrum circuli.

c 15.1. Def.

Prob. Non est aliud punctum in recta *BD*. c cum centrum ibi sit tantum vbi linea secatur bifariã. Neque erit extra rectam *BD*. Sit enim in G ducanturque *GA*. *GE*. *GC*. in triangulis *GAE*. *GCE*. Latera *GA*. *AE*. sunt d æqualia ipsis GC CE. & GE. commune. Ergo tota triangula e sunt æqualia, & anguli CE*A*. GEC. æquales. f Ergo angulus *GEA* rectus: quod esse non potest cum eius partialis *FEA*. g sit rectus.

d Ex const.
e 8.1
f 10.1 Def
g Ex const.

PROPO-

PROPOSITIO II.

Si in peripheria circuli ABC. duo quælibet puncta A. & C. accepta fuerint, recta AC. quæ ad ipsa puncta adiungitur, intra circulum ABC. cadet. Th. 1.

PRob. Si non cadat intra; cadat extra, sitque recta ADC. Centro E. [a] reperto, ducantur rectæ EA. EC. ED. secétque ED. peripheriam in B. quia [a] autem trianguli EADC. (qui rectilineus ad aduersario ponitur) latera EA. EC. sunt [b] æqualia, [c] erunt anguli EADC. ECDA. æquales. Est autem externus ADE. [d] maior interno DCE. & per cōsequens quam EAD. Ergo AE. & ei [b] æqualis EB. [e] maior erit quam ED. pars quàm totum. Non ergo recta ex A. ad C. ducta, extra circulum cadet: ergo intra.

a 1. 3.
b 15. Def. 1.
c. 5. 1.
d 16. 1.
e 19. 1.

PROPOSITIO III.

Th.2.

Si in circulo CBD. *rectaquadam* C E. *per centrum* A. *rectam quandam* BD. *non per centrum, bifariàm in* F. *secet, & ad* (angulos) *rectos eam secabit : Et si ad rectos eam secet, bifariàm quoque eam secabit.*

PRob. 1[a] pars. Ductis à centro A.[a] æqualibus rectis AB AD.
b 8.1 triangulis ABF, AFD, habent omnia latera æqualia singula singulis: [b] ergo anguli AFB, AFD, sunt æquales, [c] ergo recti
c 10.
d 1.

Prob. 2[a] pars, Latera AB. AD. sunt æqualia: angulus ABD. [d] æqualis est angulo ADB. & AFB. [e] ipsi AFD. Ergo latera BF. FD. sunt æqualia.

e Ex const.
f 26.1

PROPOSITIO IV.

Si in circulo ADB. *duæ rectæ* AB. CD. *se se inuicem secent, non per centrum* F. *extensæ, non se se bifariam secant.* Th 3.

PRob. Vis vt altera tantum per centrum transeat & alia non: [a] ergo altera alteram non secabit bifariam. Vis vt neutra transeat. Ex centro F. in punctum sectionis E, duco rectam FE, & sic dico. Vis rectas EA. EB, esse æquales. [b] Ergo anguli FEA. FEB. sunt recti. Similitérque vis rectas EC, ED, esse æquales: [b] ergo angulus FEC, rectus, quod repugnat, cum sit pars recti. FEB.

a 15.
d 11.
b 3.

PROPOSITIO V.

Si duo circuli DCB. ECB. *se se mutuo secent* in B. & C. *non erit illarum idem centrum.* A.

Th. 4.

PRob. Ductis rectis AB. AD. hæ erunt æquales, cùm sint à centro ad circumferentiam. Rectæ etiam AE. AD. erunt æquales, cum etiam ducantur à centro ad circumferentiam : pars toti: quod repugnat.

PROPOSITIO VI.

Si duo circuli AB. CB. *se se mutuo interius tangant* in B. *eorum non erit idem centrum* D.

PRob. Ductis DB. DC. linea DA. est æqualis lineæ DB. cùm sint ductæ à centro ad circumferentiam. Lineæ DC. DB. sunt æquales ob eandem caussam. Ergo DA. DC. erunt æquales, pars toti, quod repugnat.

PROPOSITIO VII.

Tb.6

Si in circuli diametro A.B. *ſumatur aliquod punctum* G. *quod non ſit centrum circuli: & à puncto* G. *quædam recta* G C. G D. G E. GN. *in circulum cadant: maxima quidem erit* GA. *in qua centrum* F. *minima vero reliqua* GB. *aliarum vero, ſemper eius, quæ per centrum ducitur, propior* GC. *remotiore* GD. *maior erit: ſolum autem duæ rectæ* GE. GN. *ab illo puncto* G. *æquales in circulum cadunt ad vtraſque* (partes) *minimæ.*

PRob. 1a pars. Ductis rectis FG. FD. FE. FN. ex centro F. duo latera CF. FG. trianguli CFG. a maiora sunt tertio CG. at hæc sunt æqualia toti G A. ergo G A. est maius quam GC.

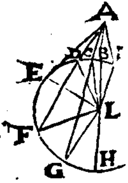
Prob. 2. Latera EG. GF. trianguli EGF. a maiora sunt tertio EF. ergo maiora sunt quàm sit linea FB. quę est ęqualis ipsi FE. ergo si dematur vtrique communis recta GF. remanebit GE. maior quam GB. a 20.1

Prob. 3. Triangula CFG. DFG. habent latera FC. FD. æqualia & latus FG. commune, angulus vero CFG. maior est angulo DFG. totum parte: ergo latus C G. b maius erit quam DG. b 29.1 c 4.1.

Prob. 4. Facto angulo GFN. æquali GFE. GN. GE. erunt c æquales. Nec à puncto G. alię duci possunt æquales ipsis G E, GN. erunt enim semper propiores ei quæ ducitur per centrum vel remotiores, & consequenter maiores vel minores, per tertiam partem huius.

PROPOSITIO VIII.

Th. 7.

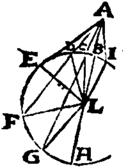


Si extra circulum BEH. *sumatur punctum quodpiam* A. *& à puncto ad circulum ducantur recta quædam* AF. AG. AH. *quarum vna quidem per centrum* L. *reliquæ verò vt libet. In cauam quidem peripheriam cadentium rectarum maxima* (erit) *quæ per centrum* L. (ducitur) *aliarum vero semper propior* (ei) *quæ per centrum* L. *remotiore maior erit. In connexam vero peripheriam cadentium rectarum minima quidem est* *illa quæ inter punctum* A. *& diametrum* BH. (*ponitur*) *aliarum vero ea quæ propior est minimæ* AB. *remotiore semper minor est. Duæ autem tantum rectæ æquales ab eo puncto* A. *cadent in circulum ad vtraque minimæ* AB. *latera.*

PRob. 1. pars. Ductis rectis LG. LF. duo latera AL. LG. hoc est LH, [a] maiora sunt tertio AG. ergo AH, maior erit quam AG. a 20.1

Prob. 2. Latera AL, LG, trianguli ALG, sunt æqualia lateribus LF, LA, trianguli ALF; angulus autem ALG, maior est angulo ALF, [b] ergo latus AG, maius est latere AF. b 24.1

Prob. 3. Ductis rectis LC, LD, duo latera AC, LC, triang[u]li ACL, [a] maiora sunt tertio AL,



demantur æqualia LB. LC. remanebit AC, maior quàm BA.

Prob. 4. Quia intra triangulum ALD: duæ rectæ AC, CL, iunguntur: c erunt lateribus trianguli minores; demptis igitur qualibus LC, LD, remanebit DA, maior quam CA.

c 21.1

Prob. 5. Facto angulo ALI. æquali A'L C. duo triangula illa d erunt æqualia: ergo latera AI, AC, æqualia; neque alia duci potest recta, his æqualis: erit enim semper propior minimæ AB, vel remotior & consequenter e maior vel minor.

d 4.1.

e 21.1

PROPOSITIO IX.

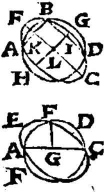
Si intra circulum BCD. *sumptum sit aliquod punctum* A. *à puncto vero ad circulum cadant plures quam duæ rectæ æquales* A B. AC. A D. *acceptum punctum, centrum est circuli.* Th.8.

PRob. Ductis rectis BC, CD, diuisisque bifariàm per rectas AE, AF, triãgula ADF, ACF, [a] erũt æqualia: ergo anguli DFA, AFC, æquales: [b] ergo recti: ergo in linea FA, est circuli centrum. Rursùs cum idem sit de triangulis ACE, ABE, in recta AE, erit circuli centrum. Cum verò non sit in duobus locis, debet esse vbi se intersecant.

a 8.1
b 10. def.1.
c 1. 3.

PROPOSITIO X.

Th. 9



Circulus AEF. *non secat circulum* FDC. *per plura puncta quam duo.*

PRob. Secet enim in tribus si
a 1. 3 vis. Circuli EFC. centro G.
a inuento, ducantur rectæ GA;
GC, GF, quæ quia sunt æquales,
& attingunt ambitum circuli v-
b 9. 3 triusque, punctum G, b erit etiam
centrum circuli vtriusque quod
est absurdum per 5. huius.

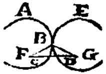
PROPOSITIO XI.

Si duo circuli ABC. AED. *contingant se se interius* A. *& sumpta fuerint eorum centra* GF. *ad eorum centra adiuncta recta linea* FA. *& producta, in contactum* A. *cadet circulorum.* Th. 10.

PRob. Ducta recta DE. cõiungent eorum centra, non incidat in contractum, à puncto F. centro circuli ADE. ducatur recta FA. & puncto G. centro circuli ABC. ducatur GA. duo latera GF, GA. [a] maiora sunt tertio FA. ergo maiora latere FD. cum FA. FD. ducantur à centro ad circumferentiam, dempto ergo communi FG, remanebit GA. maius latere GD. Est autem GA. æqualis lateri GB. ergo GB. maius erit quam GD. pars toto. a 20. 1.

PROPOSITIO XII.

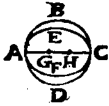
Tb. 11



Si duo circuli ABC.EBD. *cõtingunt se inuicem exterius* B. *quæ adiungitur ad eorum centra, per contractum trahetur.*

a 20.1. PRob. Si neges: sit recta FG. centra coniungens. Ductis FB. GB. latera BF. BG. [a] maiora sunt tertio FG quod tamen maius probatur illis: nam FC, FB, sunt æqualia, cum sint à centro ad peripheriam: similiterque GD GB. ergo si illis addas CD, maius erit FG, quam FB. GB. ergo GF, non est recta iungens centra.

PROPOSITIO XIII.



Circulus circulum non tangit in pluribus punctis, quam vno, siue intus, siue extra tangit. Th. 12.

PRob. Tangat enim in duobus, puta A, & C, centrum [a] debebit esse in linea, quæ iunget contactum circulorum: vtriusque autem non [b] potest esse idem centrum. Ergo in illa recta erunt duo centra, puta G, & H, quod fieri non potest, cum linea in vnico puncto, possit tantum secari bifariàm.

a 11. & 12. 3.
b 6. 3.

PROPOSITIO XIV.

Th:13 

In circulo ABC, *æquales rectæ* AB. DC. *æqualiter distant à centro* E. *& æqualiter distantes à centro, sunt sibi inuicem æquales.*

PRob. A centro E. in rectas AB.
a 12. 1. CD. a duc perpendiculares EF.
b 3.3 EG. rectæ AB. CD. sectæ b erunt bi-
c 47.1. fariàm. Iunctis EA. ED. quadratum rectæ ED. c est æquale quadratis rectarum DG. GE. Demptis ergo æqualibus EA. ED. AF. GD. remanebit
d 4. recta FE. æqualis rectæ EG. & conse-
def. 3. quenter rectæ AB. CD. d æqualiter distant à centro.

Prob. 2. pars. Ex probatis quadrata EG. GD. sunt æqualia quadratis EF. FA. & quadratum EG. æquale
e 7. quadrato EF. ergo quadratum FA.
Ax. 1. æquale est quadrato GD. e ergo recta BA. æqualis est rectæ DC.

PRO-

PROPOSITIO XVI.

In circulo AB *Tb.34* C D. *maxima quidem est diameter* AF. *aliarum verò semper propior* BE. *centro* G. *erit maior remotiore* CD.

PRob. 1a pars. Ductis GB, GE, duo latera GB, GE, trianguli GBE, a maiora sunt tertio BE, at *a 20.* hæc sunt æqualia diametro AF. ergo AF, maior est quam BE.

Prob. 2. Ductis rectis GC, GD, duo latera GC, GD, sunt æqualia lateribus GB, GE, angulus vero BGE, maior est angulo CGD. b. ergo latus BE, maius latere *b 24.1.* CD.

PROPOSITIO XVI.

Th. 15.

Quæ ab extremitate diametri AC. *ad rectos angulos linea* EF. *ducitur, cadet extra circulum* ABC. *&* *in locum inter ipsam* EF. *&* *circumferentiam,* AHB. *altera recta* GA. *non cadet: &* *semicirculi angulus* DAB. *maior erit omni acuto angulo rectilineo: reliquus autem* EAH. *minor.*

PRob. 1a pars. Si non cadat extra, cadat intra, vt recta BA. Tunc trianguli ADB. duo latera DA. DB.
a 15. a sunt æqualia: ergo anguli DAB.
b 1. DBA. b sunt æquales, quod esse non
c 5. 1 potest per 17. 1. ponitur enim angulus DAB. rectus, ergo, &c.

Prob. 2. Vis posse duci GA. ducatur: [c] in eam ex centro D. poteris ducere perpendicularem DG. ducatur: tunc cum angulus DGA. sit rectus, minor recto [d] erit DAG. ac proinde latus DG. minus latere DA. per 19.1. totum videlicet parte, quod est absurdum.

c 12. 1.

d 17. 1.

Prob. 3. Vt fieret angulus maior angulo DAB. deberet duci recta inter rectam EA. & peripheriam AB. quod iam probaui fieri non posse.

Prob. 4. Si enim aliquis angulus rectilineus constitui posset minor angulo EAB. duceretur recta inter AE. & peripheriam AB. quod vt iam dixi fieri non potest.

Corollarium.

Hinc communiter elicitur rectam ad extremum diametri perpendicularem, tangere circulum, & in vnico puncto geometrice tangere: nam si plura tangeret, caderet [e] intra circulum.

e 2.3.

PROPOSITIO XVII.

Prob. 2.

A dato puncto A. rectam lineam AC. ducere, quæ datum tangat circulum BCD.

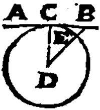
PRaxis. Centro D. ſpatio A. fiat pars circuli AE. ducatur recta DA, & ad punctum B, excitetur perpendicularis BE, iungaturque recta DE, à puncto A, ducatur recta AC, hanc dico tangere circulum BCD.

Prob. Triangula ADC, BED, ſe habent iuxta 4. 1. cum latera DA, DE, DB, DC, ſint [a] æqualia & angulus D communis. Ergo cum angulus EBD. ſit rectus, rectus etiam erit DCA. ergo recta AC, [b] tanget circulum.

a 15. 1 Def.

b 16. 3

PROPOSITIO XVIII.



Si aliqua recta AB. tangat circulum D C E. *à centro vero* D. *ad contactum* C. *quædam recta* D C. *adiungatur : quæ adiungitur,* D C. *perpendicularis erit ad eam quæ continget AB.* Th. 16.

PRob. Si negas : sit alia, puta DB. ergo cum angulus B, ponatur rectus, minor recto [a] erit angulus C. ergo latus DC, [b] maius erit latere DB, pars toto quod est absurdum. a 17. 1. b 19. 1.

PROPOSITIO XIX.

Tb.174

Si circulum EDC. *contingat aliqua recta* AB. *à contactu vero* C. *tangenti* AB. *ad rectos angulos recta linea* E C. *ducta sit, inducta* EC. *erit centrum circuli* D.

PRob. Si negas, sit vbi est F, ducta FG, ipsi AB, [a] erit per-
a18.3 pendicularis : ergo angulus rectus FCB, recto DCB, erit æqualis, pars toti quod est absurdum.

PROPOSITIO XX.

In circulo DFGA. *angulus* BEC. *ad centrum* E. *duplex est anguli* BAC. *ad peripheriam, cum fuerit eadem peripheria* BC. *basis angulorum.* Th.18.

PRob. Id tribus potest modis cõtingere. Includant 1. rectæ AB. AC. rectas EB. EC. ductaque AF. per centrum E. duo latera EA. EB. erunt æqualia, a ergo anguli EBA. EAB. æquales: angulus autem BEF. duobus EAB. EBA. b est equalis. ergo duplus anguli BAF. Idẽ dic de angulo FEC. respectu anguli EAC. ergo totus BEC. totius BAC. erit duplus. a 5. 1 b 32. 1.

2. Rectę DG. DB. non includant rectas EG. EB. cum latera ED. EB. sint æqualia c anguli EDB. EBD. c erunt æquales. His autem duobus, angulus GEB. est d æqualis. Ergo idem erit duplus anguli GDB. c 5. 1. d 32. 1.

3. Triangula BEC. BDC. sese intersecent, ducaturque recta DG, per centrum E. totus angulus GEC. erit duplus totius GDC. angulus vero GEB. duplus est anguli GDB. ergo reliquum BEC. duplum erit reliqui BDC, quod erat probandum,

PROPOSITIO XXI.

Th. 19.

In circulo AD. CB. *qui in eodem segmento* BC. *sunt anguli* BAC. BDC. *sunt inter se æquales.*

PRob. Angulus BEC, [a] est duplus anguli BAC. & duplus anguli BDC. [b] ergo anguli BAC. BDC. sunt inter se æquales.

a 20. 3.
b 1. Ax.

PRO-

PROPOSITIO XXII.

Quadrilateorum in circulo A B C D. *(descriptoru)* *oppositi anguli* DCB. DAB. *duobus rectis sunt aequales.* Ta. 10

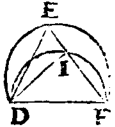
PRob. Diametris AC, DB, ductis, anguli ADB, ACB, in eadem portione [a] sunt æquales, similitérque anguli BAC, BDC: ergo totus angulus ADC, est æqualis angulis B C A, BAC; sed anguli BCA, BAC, cum tertio ABC, [b] valent duos rectos: ergo angulus ADC, æqualis ipsis BCA, BAC, cum angulo ABC, valebit duos rectos. Idem de aliis oppositis dicetur. Ergo, &c.

a 21.3

b 32.1

PROPOSITIO XXIII.

Th. 20



Super eadem recta DF. *duo segmenta circulorum similia* DIF. DEF. *& inæqualia non constituentur ad easdem partes.*

PRob. Sint enim si fieri potest DIF, DEF, similia segmenta, ductis rectis ED; EF, ID, anguli DIF, DEF, [a] erunt æquales, quod est absurdum per 16. 1.

a 10. Def. 3

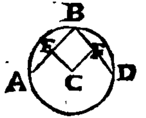
PROPOSITIO XXIV.

Super Tb.22. *æqualibus rectis* AB. DF. *similia segmenta circulorum sunt inter se æqualia.*

PRob. Collocetur AB. super DF. [a] congruent ergo si non congruant segmenta vel vnum totum extra aliud cadet, quod est absurdum per 23, vel cadet partim intra, partim extra; & sic. circulus circulum secabit in pluribus pũctis quam duobus, quod repugnat per 10. 3. a 8. Ax.

PROPOSITIO XXV.

Prob. 3.



Circuli AB D. *segmento dato* ABD. *describere circulum, cuius est segmentum.*

PRax. Accipiantur in dato segmento tria puncta ABD. ductisque rectis AB, BD, a diuisisque bifariàm & ad angulos rectos per rectas CE, CF, punctum G, in quo intersecant erit centrum.

a 10. & 11. 1

Prob. Per 1. 3. centrum est in vtraque CE, CF. ergo vbi se intersecant. circuli enim vnius, vnicum tantum potest esse centrum.

PROPOSITIO XXVI.

In æqualibus circulis A B C. D E F. *æquales anguli* G. & H. B. & E. *æqualibus peripheriis* A C. DF. *insistunt, siue ad centra* G. & H. *siue ad peripherias* B. & E. *constituti sint.* Th. 13.

PRima pars. Prob. Trianguli AGC, latera GA, GC, & angulus G, ponuntur æqualia lateribus HD, HF, & angulo H, a ergo bases AC, DF, sunt æquales. b Ergo peripheriæ AC, DF, erunt etiam æquales. a 4. 1 b 24. 3.

Prob. 2a Anguli ABC, DEF, ponuntur æquales: c ergo segmenta ABC, DEF, sunt similia: d ergo Æqualia, cum rectæ AC DF, sint aequales. Ergo cùm circuli ponantur æquales, remanebunt segmenta AC, DF, e æqualia. c dif. 10. 3 d 23. 3 e 3. Ax.

PROPOSITIO XXVII.

Th.24 

In æqualibus circulis ABC.DEF. *anguli qui in æqualibus peripheriis* AC. DF. *insistunt sunt inter se æquales, siue ad centra* G. & H. *siue ad peripherias* B. & E. *constituti, insistant.*

PRob. si non sint aequales, sit
a 23.1. alter maior, puta AGC, [a] fiat-
b 25.3 que AGI, ipsi DHF, æqualis, peripheria AI, erit [b] aequalis peripheriæ DF, sed peripheria DF, ponitur æqualis ipsi AC. ergo AC, & AI, erunt aequales, pars
c 7. Ax, toti : Idem [c] dic de angulis B, &
d 20.3 E, cum G, & H, [d] sint eorum dupli.

PROPOSITIO XXVIII.

In æqualibus circulis ABC. DEF. *æquales rectæ* AC. DF. *æquales peripherias* AC. DF. ABC. DEF. *auferunt, maiorem quidem maiori, minorem autem minori.* Th. 25.

PRob. Ductis rectis GA, GC, HD, HF, triangula AGC, DHF, [a] sunt æqualia. Ergo angulus G, angulo H, est æqualis: ergo peripheriæ AC, DF, [b] aequales. [c] ergo reliquæ ABC, DEF, sunt aequales.

a 8.1.
b 26.3.
c 3. Ax.

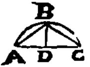
PROPOSITIO XXIX.

Tb.26

In æqualibus circulis A B C. D E F. *æquales peripherias* A B C. D E F. A C. D F. *æquales rectæ* A C. D F. *subtendunt.*

PRob. Ductis rectis GA, GC,
a 27.3. HD, HF, anguli G, & H, a erũt
aequales: latera etiam GA, GC,
HD, HF, ſunt aequalia ex ſup-
b 4.1 poſitione: ergo baſes AC, DF,
b erunt æquales.

PROPOSITIO XXX.



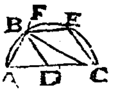
Datam peripheriam A B C. *secare bifariàm* puta in B. Prob. 4.

PRaxis. Ducatur recta AC, eam a diuide bifariàm in D. per perpendicularem D B. erit peripheria secta bifariàm in B. a 10. 1.

Prob. Ductis rectis A B, C B, triangula ABD, DBC, se habent iuxta 4 1. ergo latera A B, C B, sunt æqualia, b Ergo peripheriæ quas subtendunt sunt aequales. b 28. 3.

PROPOSITIO XXXI.

Th.27



1 *In circulo* A BEC. *angulus* ABC. *qui in semicirculo rectus est:* 2 *qui autem in maiore segmento* B C A. *minor recto:* 3 *qui vero in minore segmento* BEC. *maior recto:* 4 *& insuper angulus* CBA. ex recta CB. & peripheria BA. *maioris segmenti, recto quidem maior est;* 5 *minoris autem segmenti angulus* EBC. qui ex peripheria EB. & recta BC. *minor est recto.*

PRob. 1. pars. Centro D, ductis rectis DA, DB, DC, anguli DAB, DBA, a erunt æquales:
a 5.1
itemque anguli DCB. DBC. ergo

totalis angulus ABC, est ęqualis angulis A, & DCB, sed his [b] est æqualis FBC, ergo angulus ABC, [c] est rectus. b 32.1. c 13.1

Prob. 2. Angulus ABC, est rectus: ergo angulus ACB, in maiore segmento [d] est minor recto. d 32.1.

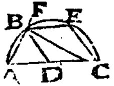
Prob. 3. Fiat quadrilaterũ BA. angulus A, [e] minor est recto, ergo angulus BEC, in minori segmento [f] est maior recto. e per 1. partem huius f. 22. 3.

Prob. 4. Angulus ex peripheria AB, & recta CB, est maior angulo composito ex rectis AB, BC, totum videlicet parte.

Prob. 5 Angulus compositus ex peripheria EB, & recta CB, minor est angulo composito ex recta FB, BC, pars toto. Huius propositionis autor fertur Thales Milesius annis ante Christum, 650.

PROPOSITIO XXXI.

Th.27



1 *In circulo* ABEC. *angulus* ABC. *qui in semicirculo rectus est:* 2 *qui autem in maiore segmento* BCA. *minor recto:* 3 *qui vero in minore segmento* BEC. *maior recto:* 4 *& insuper angulus* CBA. ex recta CB. & peripheria BA. *maioris segmenti, recto quidem maior est;* 5 *minoris autem segmenti angulus* EBC. qui ex peripheria EB. & recta BC. *minor est recto.*

PRob. 1. pars. Centro D, ductis rectis DA, DB, DC, anguli DAB, DBA, [a] erunt æquales: itemque anguli DCB. DBC. ergo totalis angulus ABC, eſt ęqualis angulis A, & DCB, ſed his [b] eſt aequalis FBC, ergo angulus ABC, [c] eſt rectus. *b 32.1.* c 13.1

Prob. 2. Angulus ABC, eſt rectus: ergo angulus ACB, in maiore ſegmento [d] eſt minor recto. *d 32.1.*

Prob. 3. Fiat quadrilaterũ BA. angulus A, [e] minor eſt recto, ergo angulus BEC, in minori ſegmento [f] eſt maior recto. *e per 1. partem huius* *f. 22. 3.*

Prob. 4. Angulus ex peripheria AB, & recta CB, eſt maior angulo compoſito ex rectis AB, BC, totum videlicet parte.

Prob. 5 Angulus compoſitus ex peripheria EB, & recta CB, minor eſt angulo compoſito ex recta FB, BC, pars toto. Huius propoſitionis autor fertur Thales Mileſius annis ante Chriſtum, 650.

PROPOSITIO XXXII.

Tf. 28

Si circulũ CEF. *tetigerit aliqua recta* AB. *à tactu autem* C. *ducatur quædam recta, secans circulum* DC vel EC. *anguli quos ad tangentem* AB. *faciet, erunt æquales angulis qui sunt in alternis circuli portionibus*, id est angulus ACE. æqualis est angulo F. & angulus BCE. angulo G.

PRob. Ducta perpendiculari DC. cum angulus ACD. sit rectus, angulus qui fieret in semicirculo, illi a esset æqualis: si vero non sit rectus vt ACB. primo duc rectam DC, per cẽtrum, deinde accipe in peripheria ali-

a 31. 3.

quod punctum puta G, ducanturque rectæ DE, EG, GC, cum angulus DEC, in ſemicirculo [b] ſit rectus, reliqui duo puta ECD, EDC, [c] valent vnum rectum: ſed anguli ACE, & ECD, valent etiã vnum rectum, cum recta DC, ſit perpendicularis: dempto igitur communi ECD, remanebit ACE, æqualis angulo EDC, qui [d] æqualis eſt angulo CFE, ergo & angulus ACE, angulo CFE, æqualis. Rurſus, cum quadrilateri DG, anguli in circulo oppoſiti EDC, EGC, [e] valeant duos rectos, ſicut & anguli ACE, ECB, qui [f] valent etiam duos rectos & angulus CDE, ſit [g] æqualis angulo ACE, remanebit angulus G, angulo ECB, æqualis.

b 31. 3.
c 32. 1
d 27. 3
e 22. 3.
f 13. 1
g per 1. partem huius.

PROPOSITIO XXXIII.

Prob. 5.

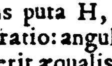
Super data recta AB. *portionem circuli describere, quæ capiat angulum dato angulo rectilineo æqualem.*

SI datus angulus sit rectus, qualis est E, recta AB, diuisa bifariàm in D, centro D, spatio, DA, si fiat semicirculus AFCB, ductis rectis AC, CB, angulus C,
a 31. 3. a erit æqualis dato angulo E, quia erit in semicirculo. Si angulus sit acutus vt C, sitque data recta BA,
b 23. 1. ad punctum A, fiat angulus D AB, b æquale angulo C, ductaque ad punctū A, perpendiculari FA, fiat angulus EBA, æqualis angu-
c 1. lo EAB, latera EB, EA, c erunt

æqualia: quare si puncto E, spatio EA, fiat circulus, trāsibit per punctum B, quo posito sic probatur. Cum recta FA, sit diameter, & recta DA, ad eius extremum sit ei perpēdicularis, [d] tanget circulū: ergo angulus DAB, [e] erit angulo cuicunque, qui fiet in alterna circuli portione, puta angulo AGB, æqualis: ergo portio AHGB, continet angulum æqualem angulo dato C. Si vero angulus sit obtusus puta H, eadem erit demonstratio: angulus enim AIB ipsi H, erit æqualis.

d per corol. 16.3.
e 32.3

PROPOSITIO XXXIV.



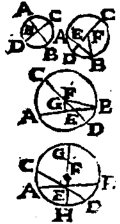
A dato circulo ABC, segmentum CBA, abscindere capiens angulum B. æqualem dato angulo rectilineo D. Prob. 6

D[a] Vcatur tangens EF. ad pūctum A. [b] fiat angulus CAE, æqualis dato D. portio ABC, [c] capiet angulum B. æqualem dato.

a 17.3
b 23.1
c 32.3

PROPOSITIO XXXV.

Th 29.



Si in circulo AD BC, *dua recta* AB CD, *se mutuo* in E, *secuerint, rectangulum comprehensum sub segmentis vnius* AE, EB, *aquale est ei quod sub segmentis alterius* CE, ED, *comprehenditur rectangulo.*

PRob. 1. Rectæ ABCD. secent se in centro E. rectangulum vnum, alteri erit æquales: cum omnes rectæ sint æquales.

2. Sola CD. transeat per centrum F. diuidatque; rectam AB. bifariam
a 3. 3 in B, a ac proinde ad angulos rectos, ducaturque recta FB. quo facto, cum recta CD, secetur in æqualia in F, & non æqualia in E. erit rectangulum sub inæqualibus segmentis CE. ED, cum quadrato segmenti intermedii
b 5. 2 FE. b æquale quadrato dimidię FD.
c 47. 1. vel FB. sed quadratum FB. est c æquale quadratis BE, EF. Idemque FB.

est

eſt ęquale rectangulo CE. ED. cum drato EF. Dempto igitur communi FE. remanebit rectangulum CE, ED. ęquale quadrato BF. hoc eſt rectãgulo ſub BE. EA. cũ ponantur æquales.

3. Recta CD. tranſiens per centrũ F. rectam AB. non diuidat bifariã in E, ductaque recta FB. & perpendiculari FG. rectangulum ſub CE, ED, cum quadrato FE, [d] erit æquale quadrato FD. vel FB. rectangulum etiam ſub AE. EB, cum quadrato GE. [d] eſt æquale quadrato GB. adde quadratũ FG. cum quadratum FB. ſit ęquale quadratis FG. GB. erit rectangulum AE. EB. cum quadratis EG. GF. æquale quadrato FB. hoc eſt rectangulo CE. ED. & quadrato FE. ergo cum quadratum FE. ſit æquale quadratis FG. GF. ſi ab vno demas FE. & ab alio EG. GF. remanebunt æqualia rectangula CE. ED. & AE. EB. d 5. 2.

4. Si neutra tranſeat per centrum & ſe ſecent vtcunque, ducatur ad interſectionem E. recta GH. tranſiens per centrum: cum rectangulum ſub CE. ED. [e] ſit æquale ei quod ſub HE. EG. Idemque AE. EB. ſit æquale ipſi GE. EH. erunt æqualia rectangula ſub CE. ED. & AE. EB. e per 3. partem huius

O

PROPOSITIO XXXVI.

Fi. 30.

Si extra circulum FBE, *sumatur punctum aliquod* A. *ab eoque in circulum cadant duæ rectæ: & hæc quidem* AB. *secet circulum* in C. *illa autem* AF. *tangat* in F. *Quod sub tota secante* A B. *& exterius assumpta* AC. *inter punctum* A. *& conuexam peripheriam* C. *comprehenditur rectangulum, æquale erit ei, quod à tangente* AF. *describitur quadrato.*

Prob. Transeat 1°. recta A B per centrum D. ductaque recta DF. cum recta CB. bifariam secta sit in D. & ei recta AC. adjiciatur, rectangulũ sub AB. & AC. contentum, vna cum
a 6. 2 quadrato DC. vel DF. a æquale est ei quod à DC. cum AC. tanquam vna
b 47. 1. linea sit quadrato Sed quadratũ DA.
c 8. 3. b est æquale quadratis DF. FA. ergo dempto cõmuni FD. remanebit qua-

dratum FA. æquale rectangulo ſub AB. & CA.

2. Si recta AE. non tranſeat per centrum, centro D. duc perpendicularem DG. hæc ſecabit rectam EI. c3.3
bifariàm, cum igitur recta EI. ſit ſecta bifariàm in G. & ei IA. adiiciatur, erit rectangulum ſub AE. & ſub AI. cum quadrato GI. æquale quadrato GA. addito ergo quadrato DG. erit rectangulum ſub AE. & ſub IA. cum quadratis IG. GD. hoc eſt quadrato DI. æquale quadrato DA. ſed DA. eſt æquale quadratis FA. FD. demptis ergo æqualibus DF DI. remanebit quadratum FA. æquale rectangulo ſub AE & AI.

Coroll. 1. Hinc ſequitur, ſi à puncto quouis extra circulum ſumpto, plures rectæ circulum ſecantes ducantur, rectangula comprehenſa ſub totis lineis & partibus exterioribus, inter ſe eſſe æqualia.

Coroll. 2. Duæ rectæ, ab eodem puncto ductæ, quæ circulum tangunt, ſunt inter ſe æquales.

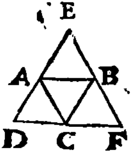
Coroll. 3. Ab eodem puncto extra circulum ſumpto, duci tantum poſſunt duæ rectæ quæ circulum tangant.

PROPOSITIO XXXVII.

Tb.31 *Si extra circulum* EHIF. *sumatur pũctum aliquod* A. *ab eoque puncto in circulum cadant duæ rectæ* AF. AB. vel AE. *& hæc quidem* AB. *secet circulum: illa autem* AF. *incidat: sit autem quod sub tota secante* AB. *& exterius assumpta* CA. *inter punctum & conuexam peripheriam, æquale ei quod ab incidente* AF. *describitur: incidens illa circulum tanget.*

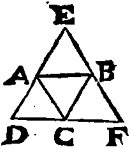
a 17.3. PRob. a Duc tangentem AH. & ad H. rectam DH. cum ergo quadra-
b 36.3 rum AH. b sit ęquale rectangulo sub AB. CA. & idem rectangulum sub AB. CA. ponatur æquale quadrato FA. lineæ FA. HA. erunt æquales, latera item FD. HD. sunt æqualia & basis AD. communis: ergo tota triãgula c sunt æqualia. Ergo cum angu-
c 8.1 lus AHD. sit d rectus, rectus etiam
d 18.3. erit AFD. ergo AF. circulum tanget per coroll. 16. æ. 3.

EVCLIDIS
ELEMENTVM IV.
DEFINITIONES.



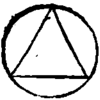
1. *Figura rectilinea, in figura rectilinea inscribi dicitur, cum singuli, eius figuræ, quæ inscribitur, anguli, singula latera eius quæ inscribitur tangunt.*

Vt triangulum ABC. inscriptum est triangulo DEF. quia anguli A. B. C. tangunt latera DE. EF. DF.

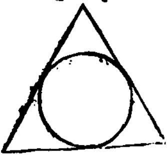


2. Similiter & figura circum figuram describi dicitur, cum singula eius quæ circumscribitur, latera, singulos eius figuræ angulos tetigerint, circum quam illa describitur.

Vt triangulum DEF. dicitur propriè describi circa triangulum A B C, quia singula latera maioris trianguli, singulos angulos minoris tangunt. Dixi propriè, quia vt impropriè dicatur figura aliqua inscribi vel describi, sufficit, vt bene aduertit illustrissimus Princeps Flussates Cãdalla vt nullus sit angulus interioris figuræ, qui non tangat angulum aliquem, vel latus vel planũ figuræ exterioris; & eo sensu intelligendæ sunt propositiones Hypsiclis lib. 15. elementorum.

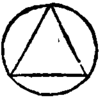


3. *Figura autem rectilinea, in circulo inscribi dicitur, cum singuli, eius figuræ, quæ inscribitur, anguli, tetigerint circuli peripheriam.*

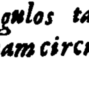


4. *Figura vero rectilinea circa circulum describi dicitur, cum singula latera eius quæ circumscribitur, circuli peripheriam tangunt.*

5. *Similiter & circulus in figura inscribi dicitur, cum circuli peripheria singula latera tangit eius figuræ in qua inscribitur.*



6. Circulus autem circum figuram describi dicitur, cum circuli peripheria, singulos tangit eius figura, quam circumscribit angulos.



7. Recta in circulo accommodari, seu coaptari dicitur, cum eius extrema in circuli peripheria fuerint.

PRO-

PROPOSITIO I.

In dato circulo ABC. *accommodare rectam* BA. *æqualem datæ rectæ* D. *quæ circuli diametro* BC. *non sit maior.* a — Prob. 1.

DAti circuli ducas diametrum BC. si data recta D. æqualis sit diametro BC. factum est quod petitur. Si D. minor sit diametro: [b] abscindatur BE. æqualis ipsi D. & centro B. spatio E. fiat circulus EA. iuncta enim recta BA. aptata erit [c] in circulo BAC, & [d] æqualis erit ipsi BE. & consequenter ipsi D.

b 3. 1.
c 5. D f.
d 15. def. 1.

PROPOSITIO II.

Prob. 2.

In dato circulo AIB. *triangulum* ABC. *describere, dato triangulo* DEF. *æquiangulum.*

a 16.3 Fa fiat tangens GH. ad punctum A. fiat angulus HAC.
b 23.1. b æqualis angulo E. & GAB. angulo F. ducta recta BC. factum esse quod petitur.

Prob. Angulus HAC. æqualis
c 32.3 est c angulo B. & similiter angulus GAB. angulo C ergo & angulus E. angulo B. & angulus F. angulo C. & consequenter angulus D. angulo A. d æqualis. Ergo
d 32.1 triangulum triangulo æquiangulum descripsi in dato circulo.

PROPOSITIO III.

Circa datum circulum ANB. *describere triangulum* LMO. *æquiangulum dato triang lo* D. F. A. Prob. 3.

DAti trianguli latus AE. produc in G. & H. angulo DEH a 23. 1.
æqualis fiat ad centrum angulus CIB. & angulo DAG. angulus A b 11. 1.
IB, & ad pūcta ABC [b] ducas per c Ex
pēdiculares quæ [c] tãgentes erunt 16. 3.
scilicet MO. ML LO. & coëuntes petitũ triãgulum constituent. Quod enim concurrãt patet; nam vterque angulorum ad A. & vterque eorum qui sunt ad C. est rectus: ergo si intelligatur duci linea AC. erunt duo anguli versus O. minores duobus rectis: [d] ergo d 11.
in illàm partẽ protractæ tãgentes Ax.
concurrent, similiterque aliæ in alias partes protractæ: ergo fiet

triangulum circa datum circulum. Quod autem sit dato triangulo æquiangulum, sic probo. In quadrilatero CIBM.
e 18.3. anguli ad B & C. e sunt recti: ergo reliqui CIB. CMB duobus rectis sunt æquales: probatur, concipe duci rectam IM. duo
f 32. 1. triangula IMB. IMC. f habent angulos æquales quatuor rectis: ergo cum duo ad C, & B, sint recti, reliqui sunt duobus rectis æquales. Iam angulus CIB. æqualis ponitur ipsi DEH. ergo angulus CMB. æqualis est angulo DFA. g cum anguli circa latus
g 13.1. DE. valeant duos rectos: eodemque modo ostendi potest in quadrilateris AIBL. AICO. angulos L. & O. æquales angulis A. & D. Ergo circa datum, &c.

PROPOSITIO IV.

In dato triangulo ABC. *circulum* GEF. *describere.* *Prob. 4*

DIuide duos eius angulos B. & C. bifariã per rectas CD. BD. & ex puncto in quo concurrent puta D [b] ducas perpendiculares DE DG DF. ad tria latera dati trianguli, & quia triangulorũ FCD. GCD. angulus C. vnius, ponitur ęqualis angulo C. alterius, & vterque angulorum G. & F, rectus est, & latus CD, commune: linea DG. [c] erit æqualis lineæ DF similiterque ostendetur rectas DE. DF. esse æquales. Posito ergo centro in D. descriptus circulus spatio DG [d] transibit per puncta EGF. & quia per coroll. 16. 3. vnaquęque linearum AB. BC. CA. tanget circulum, patet perfectum esse propositum.

a 9. 1.
b 12. 1.
c 26 1
d 9. 3

PROPOSITIO V.

Prob. 5.

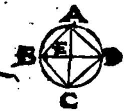
Circa datum triangulum ABC. circulum describere.

a 10. 1.
b 11. 1.

CVIuscunque dati triãguli, duo aliqua latera puta AB. BC. a diuide bifariàm in E. & F. b ad quæ puncta excitabis perpendiculares quę coïbunt in D. vel intra triangulum, vel in tertio latere, vel extra (ducta enim EF. fient anguli DEF. DFE. minores duobus rectis: ergo coïbunt) duc præterea rectas DB. DA. DC. Nunc quia triangulorum BED. AED. latera BE. EA. sunt æqualia & DE. commune & anguli ad E. recti erunt & bases AD. DB. æquales. Eodemque modo c erunt æquales bases DB. DC. centro igitur D. spatio BD. ducetur circulus AEBC. qui transibit per puncta A. B. C. Circa datum ergo triangulum, circulum descripsimus.

c 4. 1.

PROPOSITIO VI.



In dato circulo ABCD. *quadratum describere.* Prob. 6.

DVcantur duæ diametri AC BD. secantes se ad angulos rectos in centro E. & iungantur rectæ AB. BC. CD. DA. & factum est quod petitur.

Prob. Quatuor anguli ad centrum E. ponuntur recti, & quatuor lineæ EA. EB. EC. ED. æquales. [a] ergo & quatuor bases AB. BC. CD. DA. sunt æquales. Omnia ergo quadrati latera sunt æqualia. Anguli vero his lateribus contenti sunt omnes in semicirculo: [b] ergo recti: Erit igitur AB. CD. quadratum per definitionem 30 1.

a 4.1

b 31.3

PROPOSITIO VII.

Prob. 7

Circa datum circulum, quadratum describere.

DVctis duabus diametris AC. BD. secantibus se ad rectos in cētro E. per earum extrema si ducantur perpendiculares YG. FI IH. HG. coëuntes petitum dabunt quadratum.

Prob. Anguli quatuor ad E. ponūtur recti, sicut & anguli ad ABCD.
a 28. 1 a ergo rectæ FG. BD. HI. sunt parallelæ, similiterque rectę FI. AC. GH.
b 34. 1. b ergo figura FGIH. est parallelogramma. Angulus ACH. est rectus:
c 34. 1. c ergo Angulus HGA. est rectus, eodem modo ostendetur angulos F. I. H. esse rectos.

De lateribus sic dico, latus IH. est æquale lateri BD. & latus HG. lateri AC. hoc est BD. ergo latera IH. HG. sunt ęqualia: ergo quatuor latera sunt æqualia. Ergo est quadratū cuius latera circulum tangunt per coroll. 16. pr. 3. Ergo circa datum, &c.

PROPOSITIO VIII.

In dato quadrato, circulum describere. Prob. 8.

Latera quadrati a diuide bifariā in ABCD. duc rectas AC.BD.secantes se in puncto E. quod dico esse centrum circuli, qui si describatur spatio EB. erit quod petitur. a 10. 1.

Prob. Rectæ AF.IG.sunt parallelæ & æquales: ergo rectę AC. FI. b sunt parallelæ & æquales & similiter rectę AC.HG. eodemque modo rectæ FG.IH. ipsi BD. c sunt igitur parallelogramma FE. EI EH. EG. Nunc sic dico. Rectæ BF. FA. AC. sunt æquales, cum sint medietates ęqualiū ipsis vero d sunt ęquales rectę BE.EA ED. ergo rectæ BE. EA. ED sūt ęquales. e Ergo E. est centrum, ex quo si spatio EA describatur circulus, tanget puncta ABCD. & consequenter omnia quadrati latera per coroll. pr.16. l.3. f cum anguli ad ABCD. sint recti. In dato ergo, &c. b 33. 1. c 34. 1. d 34. 1. e 9. 3. f 29. 1.

PROPOSITIO IX.

Prob. 9

Circa datum quadratum, circulum describere.

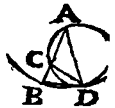
DVcantur diametri AC. BD. secãtes se in puncto E. quod dico esse centrum describendi circuli.

a 5. 1
b 31. 3
c 32. 1

Prob. Rectæ AB. AD. sunt æquales: [a] ergo & anguli ABD ADB. Angulus BAD. [b] est rectus, [c] ergo anguli ABD. ADB. sunt singuli semirecti; similiter quilibet partialium angulorum ad AB. CD. est semirectus: ergo omnes inter se æquales. [d] Ergo latera EA. EB. EC. ED. æqualibus angulis subtensa sunt æqualia. [e] Ergo E. est centrum circuli, qui si describatur spatio EA. transibit per puncta quadrati ABCD. Ergo circa datum, &c.

d 6. 1
e 9. 3

PROPOSITIO X.



Isosceles triangulum ABD. *cōstituere, quod habeat vtrumque eorum qui ad basim sunt, angulorum* B. & D. *duplum reliqui* A. Prob. 10

SVme rectam quamlibet AB. quæ sic a diuidatur in C. vt rectangulum sub AB.BC. æquale sit quadrato rectę AC. tum centro A. spatio B. ducatur circulus, in quo b accommodetur recta BD. æqualis ipsi AC. iungaturque recta AD. dico triangulum ABD. fore isosceles, cùm rectæ AB. AD. sint ęquales, & angulos ad basim B. & D. duplos reliqui A. quod sic probo. a 11. 2. b 1. 4

Ducta recta CD. c describe circulum ACD. circa triangulum DAC. rectangulum sub AB. BC. æquale ponitur quadrato CA. ergo & quadrato BD. Ergo cum à puncto B. c 5. 4.

ducatur secans BA. recta BD. ab eodem puncto ducta incidens in circulum
d47. 3 ACD. d eum tanget in D. ergo angulus
e32.3 CDB. e equalis est ipsi A. in alterno segmento, ergo communi CDA. addito, duo anguli A.& CDA. æquales sunt duobus BDC. & CDA. hoc est toti ADB. vel ABD. Nunc angulus externus BCD. duobus internis A. &
f32. 1. ADC f æqualis est: ergo idem BCD. erit æqualis ipsi CBD. vel ADB. er-
g6.1 go rectæ DC. DB. g æquales, cum æquales angulos subtendant. Sed BD. ponitur æqualis ipsi CA. ergo CD. CA. æquales erunt: ergo anguli
h5.1 A. & CDA. h æquales. ergo externus angulus BCD. duplus est ipsius A. ergo eiusdem quoque dupli sunt CBD. ADB. cum singuli externo BCD. æquales sint. Triangulum ergo, &c.

PROPOSITIO XI.

In dato circulo EHFG. pentagonum æquilaterum & æquiangulum inscribere. Prob. 11

Fiat triangulum Isosceles quicunque, cuius anguli ad basim sint dupli eius qui ad verticem & ipsi æquiangulus b inscribatur in dato circulo, sitque EFG. Vtcumque angulum ad basim diuide bifariam ductis rectis IF. HG. & quinque puncta E. H. F. G. I. iunge lineis totidem, & factum esse quod petitur, sic probo. Quinque anguli FEG. EGH. HGF. IFG. EFI. ponuntur æquales: c ergo arcus quibus insistunt, sunt æquales. d Ergo æquales rectæ quæ æquales peripherias subtendunt. Arcus EH. æqualis est arcui FG ergo si addas communem HF. erunt peripheriæ EHF. HFG. æquales: ergo & reliqua segmenta FG. IE. GI. EH. æqualia: e ergo anguli EHF HFG. æquales. Idemque dicendum de reliquis. Ergo pentagonum æquilaterum & æquiangulum inscripsi. Q. E. F.

a 10. 4
b 2. 4
c 26. 3.
d 29. 3.
e 27. 3.

PROPOSITIO XII.

Prob. 12

Circa datum circulum ABCD pentagonum GHIKL. aequilaterum & aequiangulum describere.

QVasi iuxta propositionem 11. inscripsissem pentagonũ in dato circulo, reperiam centrum F. & notabo in peripheria quinque linearum FA. FB. &c. quinque puncta angularia ABCDE. & ab iisdem punctis [a] ducam tangentes quae [b] concurrent in punctis GHIKL. à quibus si duxero ad centrum rectas GF. HF. sic demonstrabo factum esse quod petitur. Et primo quidem quod anguli omnes sint aequales. In quadrilatero AFBH. quatuor anguli [c] valent quatuor rectos cum cuiuslibet trianguli AHF. HFB, tres anguli valeant duos rectos: similitérque in quadrilatero BF. CI. & sic de aliis: ergo cum anguli A. & B. sint recti, anguli AHB. AFB. valent duos rectos, similiterque anguli BIC. CFB. & sic de aliis. Sed anguli AFB. BFC. sunt [d] aequales ob aequales arcus. ergo reliqui H. & I. sunt aequales, idem-

a coroll. 16.3.
b 11. Ax.
c 32. 1.
d 27.3.

que dicendum de aliis. Ergo omnes pentagoni anguli sunt æquales.

Quod autem latera etiam sint æqualia sic probo. Quadratum FI e est æquale quadratis tam ipsarum FB. FI. quam ipsarum IC. CF. sublatis ergo quadratis æqualium FB.FC. remanent æqualia quadrata BI. IC. ergo rectæ BI. IC. sunt æquales. Nunc anguli FBI. FCI. & continentia latera sunt æqualia : ergo se habent iuxta 4. ergo anguli BIF. FIC. sunt æquales. Eodemque modo dicam de triangulis CFK. KFD & de aliis omnibus. Ergo cum anguli BFC. GFD. f sint æquales, & anguli IFC. CFK. sint eorum dimidia, æquales erunt anguli IFC.CFK. Ergo cũ in triangulis IFC.CFK. anguli IFC. FCI. æquales sint duobus angulis CFK.FCK. alter alteri & latus FC. sit commune, reliqua latera g erunt æqualia. Ergo rectæ IC. CK. sunt æquales, & dimidiæ ipsius IK. eodem modo ostendam IB. esse dimidiam ipsius IH. & sic de aliis ; ergo cum dimidiæ IC. IB. ostensæ sint æquales, erunt tota latera HI. IK. æqualia, idemque dicendum de aliis.

e 47. 1

f 17. 4.

g 26. 1.

PROPOSITIO XIII.

Prob. 14

In dato pentagono quod est æquilaterum & æquiangulum, circulum inscribere.

a 9. 1

b 11. Ax.

Diuidantur bifariàm duo anguli proximi BAE ABC. rectis AF. BF. quæ b coibunt, puta in F. cum nullius anguli medietas valeat rectum. Idem fiat reliquis angulis. Quoniam igitur triangulorum ABF. FBC. æqualia sūt latera BA. BC, & BF, commune, & anguli ad B. c sunt pares, anguli BAF, BCF, & bases AF, CF, d erunt æquales. Cum igitur anguli BAE, BCD, ponantur æquales & BAF, dimidium sit anguli BAE, erit & BCF, dimidium anguli BCD. Hic ergo angulus & reli-

c Ex const.

d 4. 1

reliqui in orbem secti sunt bifariàm. Ducantur similiter ex F. ad singula pentagoni latera perpendiculares FG, FH, &c. Quia triangulorum GFB, BFL, duo anguli F G B, GBF, duobus FLB, FBL, sunt æquales, & latus FB, commune, æqualia etiam [e] erunt latera FG, FL, & his FK, FI, FH, quare centro *F*, spatio FG, [f] si ducatur circulus, transibit per puncta H. I.K. L. existentia in lateribus pentagoni, [g] quæ etiam tangent circulum, cùm sint super extremitate diametri ad rectos constitutæ.

e 26.1

f 15. def. 1.

g corol. 16.3.

PROPOSITIO XIV.

Prob. 14

Circa datum pentagonum quod est æquilaterum & æquiangulum, circulum describere.

Angulos A, & E, [a] diuido bifariàm rectis AF. FE, quæ alicubi [b] concurrent, puta in F, hinc ad reliquos angulos duco rectas FD, FC, FB, quæ eos secare bifariã probatur vt in proxima propositione. Ergo cum anguli totales ponantur æquales, æquales erunt dimidii, & [c] consequenter æquales FA, FB, hisque æquales omnes rectæ FC, FD, FE. Ergo centro F, spatio FA, descriptus circulus, transibit per angulos pentagoni, nec vllum eius latus [d] secabit, cum omnia cadant intra circulum.

a 9. 1
b 11. Ax.
c . 1
d 2. 3

PROPOSITIO XV.

In dato circulo, hexagonum, & æquilaterum & æquiangulum inscribere. Prob. 14

SIt diameter AD, cẽtro D. spatio semidiametri DG, fiat circulus CGE, secans datum circulum in C, & E, per centrum G, ductis CF, EB, iungantur AB, B C, C D, &c. eritque inscriptum hexagonum æquilaterum & æquiangulum.

Prob. Rectæ GC, GD, à centro G, & rectæ CD, DG, à centro D, sunt æquales, ergo triangulum DGC, est æquilaterum. [a] Ergo & æquiangulum. Hi tres anguli, [b] valent duos rectos: ergo quilibet eorum est pars tertia duorum rectorum. Similiterque angulus DGE. Ergo cum CGE, EGF, [c] va-

a 5. 1
b 32. 1.
c 13. 3.

leant duos rectos. EGF. erit etiam pars tertia duorum rectorum. Sed illis [d] æquales sunt anguli ad verticem. Ergo sex anguli ad centrum G. sunt æquales. Ergo omnes rectæ & circumferentiæ AB. BC, &c quibus insistunt [e] sunt æquales. Est ergo hexagonum æquilaterum. Quod vero sit æquiangulum patet, cum omnium angulorum medietates sint ostensæ æquales & constare duabus tertiis duorum rectorum.

d 15. 1.

e 26. & 29. 3.

Coroll. Hexagoni latus, æquale est semidiametro.

PROPOSITIO XVI.

In dato circulo quindecagonum & æquilaterum & æquiangulum, describere. Prob. 16

I [a]Nscribe in dato circulo pentagonum æquilaterum AEFGH. & [b] eidē ad punctum A. inscribe triangulum æquilaterum ABC. hoc posito cum tertiam partem circumferentiæ [c] subtendat AB. hoc est quinque quindenas, duo vero pentagoni latera, AE EF. earumdem quindecimarum subtendant sex. Si ab ipsis AE. EF. subtendentibus sex, ipsam AB, subtendentem quinque tollas, supererit BF. subtendēs vnam decimamquintam totius. Ergo si quatuordecim ei ęquales in circulo [d] accommodentur, erit quindecagonum æquilaterum & æquiangulum [e] cum singuli anguli subtendant arcus æquales tredecim laterum quindecagoni. Q. E. F.

a 11.4.
b 2.4.
c 26. vel 28.3.
d 1.4.
e 27.3.

EVCLIDIS
ELEMENTVM V.

Huius Elementi quinti Vitruuius autorem prædicat Eudoxium Gnidium, qui Platonem, comitatus est in Ægyptum.

DEFINITIONES.

Pars est magnitudo magnitudinis, minor maioris, cùm metitur maiorem.

ID est, quæ aliquoties sumpta, maiorem ipsam præcisè constituit: sic vnitas, est pars ternarij, quia ter sumpta facit ternarium. Atque hæc est pars propriè dicta & quæ vocatur *Aliquota.* Impropriè verò dicta pars, est *qua aliquoties sumpta, vel suum totum excedit, vel ab eo deficit:* sic binarius numerus, est impropriè dicta pars septenarii, quia ter sumptus, deficit: quater autem sumptus excedit; atque hæc pars dicitur *Aliquanta.* Imo Euclides libro 7. non vocat partem, sed partes, & benè quia quatuor non est pars numeri sex, sed eius duæ partes tertiæ. In genere sic posset definiri. *Pars est minor & homogenea quantitas, quæ aliquoties repetita, metitur vel excedit suum totum.*

Similiter & si definitio Partis, prout traditur ab Euclide, tantum conueniat quantitati continuæ; quæ sola propriè secundùm Philosophum appellatur Magnitudo, cùm tamen numeros suis quoque constitui partibus dubium sit nemini, sic forte commodius potuisset exprimi. *Pars* *est minor quantitas, qua metitur maiorem.* Vt vt sit, in sequentibus, partis nomine vtar, cum in quantitate continua tum in discreta; imò breuitatis gratiâ frequentius vtar numeris, quorum tamen loco poterit quilibet magnitudines tot palmorum intelligere quot numeris exprimentur.

2. *Multiplex autem est maior, quam metitur minor.*

MVltiplex idem est ac multum simplex, quando videlicet vnum simplex hoc est pars, metitur multum, hoc est maiorem quantitatem: sic 12. est multiplex ipsius 6. & 2. bis enim continet 6. sexies vero 2. sex autem respectu duodenarii dicitur *sub-multiplex*. *Æquemultiplices* dicuntur quantitates quæ æquè multoties continent suas submultiplices, vt 9. respectu 3. & 12. ref-

12. respectu 4. quia prima quantitas secundam rei continet, & similiter tertia quartam. Hinc vides quomodo pars & multiplex sint relata.

3. *Ratio est duarum quantitatum eiusdem generis, mutua quadam secundùm mensuram habitudo.*

QVod Euclides dixit λόγος hoc Campanus vertit *Proportio*; melius alii *Ratio*. Sensus vero hic est, quando duæ quantitates eiusdem generis; vt duo numeri, duę lineæ, duę superficies, duo solida (nec enim linea cum superficie, aut linea albà cum sonora, vt sic, possent conferri, cum sint diuersi generis) inter se comparantur, secundùm capacitatem hoc est excessum, defectum aut aequalitatem; appellatur hęc comparatio aut habitudo mutua. Ratio. Obſeruabis verò, requiri ſemper duas quantitates: nihil enim habet rationem ad ſeipſum, & decempeda ſolitariè conſiderata, nec maior eſt, minor, aut aequalis.

Hæc porrò omnis comparatio in capacitate quantitatis fundatur, ſecundùm quam vna quantitas aliam continet vel accuratè, vel ex parte tantum, vel cum exceſſu. Si enim vna, partem tantum alterius continet vt bipeda tripedam, minor inęqualitas ſiue minor ratio appellatur: ſi adæquate totam vt ſexpeda ſexpedam, Æqualitas dicitur: ſi denique pluſquam totam vt ſexpeda bipedam, maior inæqualitas ſeu maior ratio dicitur. Cùm autem in omni ratione duo ſint termini *Antecedens* & *Conſequens* qui ad inuicem referuntur: Ille in nominati..o efferri ſolet, hic in alio caſu: exempli gratia linea ſex palmorum eſt dupla lineæ trium:

antecedens est linea sex palmorum: consequens, lineę trium. Excessus antecedentis supra consequentem vel consequẽtis supra antecedentem dicitur *Differentia terminorum*. *Ratio Rationalis* est quę est inter quantitates commensurabiles & numeris potest exprimi, vt ratio dupla, tripla, &c. *Ratio Irrationalis* est ea quæ est inter magnitudines quarum nulla est communis mensura quæ vllo numero possit exprimi: exẽpli gratia inter latus quadrati & eius diametrum.

4. *Proportio est rationum similitudo.*

GRæcè dicitur ἀναλογία, sensus verò hic est. Quemadmodum comparatio capacitatis duarum quantitatum dicitur ratio: Ita similitudo duarum vel plurium rationum dicitur Proportio. Ex gr. Cum similis sit ratio 12. ad 4. quæ 9. ad 3. ideo dico inter has quantitates esse proportionem, quia est similitudo rationum.

Proportio diuiditur in *Arithmeticam*, *Geometricam*, *& Musicam. Arithmetica est quando tres vel plures numeri per eandem differentiam progrediuntur*, vt hi numeri 4. 7. 10. est enim differentia 4. & 7. æqualia differentiæ 7. & 10. hęc proportio dicitur Arithmetica quia inuenitur inter numeros in ordine suo naturali sumptos puta 1. 2. 3. 4. 5. &c.

Geometrica est similitudo rationum quæ fit inter tres, vel plures quantitates vt inter numeros 2. 6. 18. est enim ratio 2. ad 6. similes rationi 6. ad 18. nam vtraque ratio est tripla. Hæcque sola est propriè dicta proportio, & quam hic definit Euclides.

Proportio Musica est quando tres magnitudines, ita ordinan-

tur vt eadem sit ratio prima ad tertiam, quæ differentia primæ & secundæ, ad differentiam secundæ est tertia, vt 3. 4. 6. Sunt in proportione musica quia eadem est ratio primi numeri 3. ad tertium 6. quæ differentiæ primi & secundi, quæ est 1. ad differentiam secundi & tertii, quæ est 2. dicitur vero harmonica quia consonantes facit sonos inter quos inuenitur.

5. *Rationem habere inter se quantitates dicuntur, quæ possunt multiplicatæ se se mutuo superare.*

QVia ratio est duarum quantitatum eiusdem generis mutua secundùm mensuram habitudo, propterea quãtitates quę rationem habent inter se, debent esse tales vt se mutuo superare possint: nam quantitas quæ metitur alteram, poteſt eam ſuperare. hinc

Colligitur 1. inter lineam & ſuperficiem, inter ſuperficiem & corpus, inter lineam finitam & infinitam, inter angulum rectilineum & contactus, nullam eſſe rationem, quia quantumuis horum vnum multiplices, nunquam tamen aliud ſuperabit.

Coll. 2. Inter diagonalem & latus quadrati eſſe rationem, quia ita poteſt multiplicari vt latus excedat diagonalem, ſed hæc ratio dicitur irrationalis quia non poteſt exprimi numeris.

Coll. 3. Inter curuilinea & rectilinea eſſe rationem cum inter ea ſit aequalitas & inaequalitas: nã Hippocrates Chius Lunulam creſcentem, & Archimedes Parabolam quadrauit, & Proclus inter angulos rectilineos & curuilineos aequalitatem demonſtrauit lib. 3. in primum Euclid. ad 12. axioma.

6. In eadem ratione quantitates dicuntur esse, prima ad secundam, & tertia ad quartam, cum primæ & tertiæ æquemultiplicia, à secundæ & quartæ æquemultiplicibus, qualiscunque sit hac multiplicatio, vtrumque ab vtroque, vel vnà deficiunt, vel vnà æqualia sunt, vel vnà excedunt, si ea sumantur, quæ inter se respondent.

A Signo ostẽdit Euclides quomodo possimus cognoscere vtrum quatuor quantitates sint in eadem ratione. 1°. Æquemultiplica, inquit, primam quantitatem & tertiam. 2°. Æquemultiplica secundam & quartam. 3°. conferas multiplicem primæ cum multiplici secundæ, & multiplicem tertiæ cum multiplici quartæ; & vide, vtrum quotiescunque multiplex primae deficit à multiplici secundæ, vel aequalis est, vel excedit, etiam multiplex tertiae tunc deficiat à multiplici quartae, vel aequalis sit vel excedat: tunc enim si id fiat, certò concludas, has quatuor quantitates esse in eadem ratione, si non fiat, nega esse.

8	6	12	9
4	2	6	3
A.	B.	C.	D.

Exemplum: volo scire vtrum hę quantitates A. B. C. D. sint proportionales: 1°. aequemultiplico A. & C. puta per binarium. 2°. aequemultiplico B. & D. puta per ternarium, vt factum vides superius. 3°. confero multiplicem primae 8. cum multiplici secundę 6. & multiplicem tertię 12. cum multiplici quartę 9. &

Video non tantùm multiplicem secundæ deficere à multiplici primæ, sed multiplicem quartæ deficere à multiplici tertiæ.

12 12 18 18

4 2 6 3

A B C D.

Deinde iterum æquemultiplico A. & C. puta per ternarium: similiter aequemultiplico B. & D. puta per senarium eadem est ratio de quocunque numero per quem æquemultiplices) tum video multiplicem primæ æqualem esse multiplici secundæ: & multiplicem tertiæ, multiplici quartæ.

8 16 12 24

4 2 6 3

A B C D

Tertiò aequemultiplico A, & C, puta per binarium, aequemultiplico etiam B, & D, puta per octonarium & aduerto multiplicem primae 8. deficere à multiplici secundae 16, & multiplicem tertiae 12. à multiplici quartae 24. & quia qualitercunque aequemultiplicem illas quantitates, semper se habet multiplex primae ad multiplicem secundæ, vt se habet multiplex tertiae ad multiplicem quartae, id est simul deficiunt vel excedunt vel sunt aequales, propterea concludo esse quatuor illas quantitates proportionales & earum primam in eadem ratione esse ad secundam, in qua est tertia ad quartam.

16	15	24	25
4	3	6	5
A	F	C	D.

Alterum exemplum. Proponantur aliae quatuor A B C D. 1°. aequemultiplico A, & C, puea per quaternarium. 2°. aequemultiplico B. & D. puta per quinarium. 3°. Video multiplicem primæ 16. superare multiplicem secundae 15. multiplicem verò tertiae 24. superari à multiplici quartae 25. quare concludo duas quantitates non esse in eadem ratione, quia si essent in eadem ratione, quadruplum tertiæ superaret quadruplũ 4ª. Sicut quadruplum primæ, superat quadruplum secundae. Id enim fieri debet qualiscunque sit multiplicatio. Quare licet duplum primae superet duplum secundae, & similiter duplum tertiae superet duplum quartae. Tamen non potest inde colligi quod sint proportionales; quia vt sint proportionales oportet ita fieri facta quauis multiplicatione.

SCHOLIVM.

HÆc sunt quæ ad verba & sensum Euclidis nunc occurrunt. Quod ad rem ipsam, nũquam iudicaui definitionem illam posse inseruire tyronibus: cum tradatur per obscurius. Sic itaque illam aliter enũcio. *Quatuor quantitates dicuntur esse proportionales, cùm prima eodem modo continet secundam, vel continetur à secunda, quo tertia continet quartam vel continetur à quarta.* Nam quatuor quantitates esse proportionales, est primam ita se habere ad secundam, sicut tertia se habet ad quartam: hoc autem aliud nihil est, quàm primam ita esse maiorem vel minorem secunda, sicut tertia maior est vel minor quarta. Si autem res ita se habet, prima eodem modo continebit secundam, vel à secunda continebitur, quo tertia continebit quartam vel à quarta continebitur. Igitur quatuor quantitates dicuntur proportionales, cum prima eodem modo continet secundam, vel continetur à ſecunda, quo tertia continet quartam vel continetur à quarta.

Nota hanc definitionem conuenire tum quantitatibus rationalibus, tùm irrationalibus. Superest tantum explicandus ille modus continentiae vel contentionis qui dicitur idem. Ille autem modus dicitur idem dupliciter, primo cum prima quantitas continet 2m. aut continetur à secunda toties exactè, quoties tertia continet quartam, aut continetur à quarta exactè; itaut nulla pars ſuperſit v. g. linea duorum pedum toties continet lineam vnius pedis, quoties linea 6. pedum continet lineam 3. pedum. Similiterque linea vnius pedis toties continetur in linea duorum pedum, quoties linea 3. pedum continetur in linea 6. pedum. Et proinde 4. illæ lineæ dicuntur proportionales.

Secundo, ille modus continentiae vel cōtentionis dicitur idem cùm prima ſecundam, & tertia quartam aeque continet; & præterea eandem partem, vel eaſdem partes; vel cùm prima, cum tali ſui parte aut talibus partibus cōtinetur in ſecunda, quoties tertia cum eadem, aut talibus partibus continetur in quarta. Vt *linea 10.* pedum continet toties lineam 3. pedum & talem inſuper eius partem quoties lineam 6. pedum qualemue eius partem continet linea 20. pedum. Nam *linea 10.* continet ter lineam trium pedum & inſuper trientem ipſius ternarii, ſicut linea 20. pedum continet ter 6. & inſuper trientem ipſius ſenarii. Similiter linea 12. pedum toties continet lineam 5. pedum & tales eius partes, quoties lineam 10. pedum qualeſve eius partes continet linea 24. Rurſus linea 3. pedum cum tali ſui parte continetur in linea 10. pedum ſicut linea 6. pedum cum tali ſui parte continetur in linea 20. pedum. Similiter linea 5. pedum cum talibus sui partibus continetur in linea 12. pedum, sicut linea 10. pedum cum talibus sui partibus continetur in linea 24. pedum.

7. *Eandem autem habentem rationem quantitates, vocentur proportionales.*

NAm quæ habent eandem rationem, habent rationum similitudinem seu proportionem. Quod si proportio non interrumpitur, dicitur continua proportio, qualis est in his numeris 4. 8. 16. 32. qui propterea dicuntur continuè proportionales: secus autem dicuntur tantùm proportionales vt 4. 2. 6. 3.

8. Cum verò æquemultiplicium, multiplex primæ, excesserit multiplicem secundæ: at multiplex tertiæ, non excesserit multiplicem quartæ: tunc prima ad secundam, maiorem rationem habere dicetur, quam tertia, ad quartam.

16.	15.	24.	25.
4.	3.	6.	5.
A	B	C	D.

PVta si proponantur quatuor quantitates A B C D. quia quadruplum primæ superat quintuplum secundæ; quadruplum autem tertiæ, non superat quintuplum quartæ, dicemus maiorem esse rationem primæ ad secundam, quàm tertiæ ad quartam.

9. Pro-

9. *Proportio vero in tribus minimum terminis consistit.*

CVm proportio ſit rationum ſimilitudo : ratio autem ſit duarum magnitudinum eiuſdem generis comparatio, quarum vna dicitur antecedens, alia conſequens: in proportione, ad minimum duo requiruntur antecedentia, & duo conſequentia: quia tamen medius terminus poteſt eſſe conſequens primæ & antecedens ſecundę rationis, propterea proportio poteſt eſſe in tribus terminis, nimirum quæ continua eſt vt 16. 8. 4. quæ vero non eſt continua, poſtulat quatuor terminos vt 16. 4. 12. 3.

10. *Cùm autem tres quantitates proportionales fuerint: prima ad tertiam dicitur duplicatam habere rationem, eam quam habet ad secundam. At cum quatuor quantitates continuè proportionales fuerint; prima ad quartam dicitur triplicatam habere rationem, eam quam habet ad secundam: & semper deinceps vno amplius, quandiu proportio extiterit.*

DIfferunt ratio dupla & ratio duplicata, itemque ratio tripla, & ratio triplicata, vt ista ostendunt exempla.

64. 16. 4. 1.

A. B. C. D.

Primum sint quatuor quantitates A, B, C. D. continuè proportionales, nulla ex ipsis erit ratio dupla vel tripla, & erit nihilominus in ipsis vna ratio duplicata & vna triplicata: quia ratio primæ ad secundam erit inter primam & tertiam; triplicata. Erit porrò illa ratio primæ ad secundam quadrupla. Quartæ ad tertiam quadrupla duplicata, id est quater quadrupla seu sexdecupla. Primæ ad quartam quadrupla triplicata, id est quater quater quadrupla, id est quater sexdecupla, id est, sexagequadrupla.

Secundum. Sint quantitates quatuor E. F. G. H. (1. 2. 4. 8.) continuè proportionales, erit prima subdupla secundæ. Secunda tertię, Tertia quartę: Erit tamen ratio primae ad tertiam dupla rationis quam habet prima ad secundam. Erit item ratio primae ad quartam, tripla rationis quam habet prima ad ſecundam, nec tamen erit prima dupla tertię, ſed eius ſubquadrupla: nec prima eſt tripla quartae, ſed eius ſuboctupla.

Vno verbo diſcrimen aperio. Inter duas quantitates non dicitur eſſe ratio dupla niſi vna præcisè bis alteram contineat: dicitur autem eſſe ratio duplicata, quamcumque habeant inęqualitatem, modo bis ea repetatur comparatio quae eſt inter primũ & 2m. terminos: & triplicata, ſi tertiò eadem inſtituatur.

II. *Homologæ quantitates dicuntur eſſe antecedentes quidem antecedentibus, conſequentes verò conſequentibus.*

r. 4. 8. 31.

SI proportionales ſunt A B C D. & vt prima ad ſecundam, ita tertia ad quartam: homologę dicentur prima & tertia inter ſe, ſecunda item & quarta inter ſe, quia eaſdem vices gerunt prima & tertia, & ſimiliter ſecunda & quarta.

Sequuntur modi argumentandi in proportionibus, qui inferius ſuis locis demonſtrabuntur.

12. *Alterna ratio, eſt ſumptio antecedentis ad antecedentem, & conſequentis ad conſequentem.*

QVia Geometrę quinque diuerſas concluſiones colligunt ex vna quatuor quantitatum proportione, propterea quinque modos, quinque illarum concluſionum nunc definit Euclides. Prima eſt alterna, hoc eſt permutata ratio, ſeu permutando quantitates & comparando ipſas antecedentes inter ſe, & ipſas conſequentes inter ſe.

9. 3. 6. 2.
A. B. C. D.

puta ex eo quod proportionales sunt A B C D. estque vt A. ad B. ita C. ad D. inferam ergo permutando vt A. ad C, ita B, ad D.

13. *Inuersa ratio, est sumptio consequentis ceu antecedentis, ad antecedentem velut consequentem.*

SEcunda species seu modus argumentandi dicitur inuersa ratio, quando consequens instar antecedentis sumitur, inuertendo scilicet terminos proportionis, & ad antecedens velut ad consequens comparatur. Nam quia est vt $\overset{9}{A}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{6}{C}$. ad $\overset{2}{D}$. Ergo inuertendo inferam vt $\overset{3}{B}$. ad $\overset{9}{A}$. ita $\overset{2}{D}$. ad $\overset{6}{C}$.

14. *Compositio rationis, est sumptio antecedentis cum consequente, ceu unius, ad ipsum consequentem.*

TErtia species dicitur compositio rationis, cùm antecedens simul cum consequente instar vnius sumitur, & ad consequens comparatur. Sic, Quia est vt $\overset{9}{A}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{6}{C}$. ad $\overset{2}{D}$. ergo componendo erit, vt $\overset{12}{AB}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{8}{CD}$. ad $\overset{2}{D}$.

15. *Diuisio rationis est sumptio excessus, quo consequentem superat antecedens, ad ipsum consequentem.*

HOc est comparatio differentię terminorum cum alterutro ipsorum.

Vt quia est vt $\overset{9}{A}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{6}{C}$. ad $\overset{2}{D}$.
erit diuidendo vt 6. ad 3. ita 4. ad 2.
vel vt 6. ad 9. ita 4. ad 6.

16. *Conuersio rationis, est sumptio antecedentis ad excessum, quo superat antecedens ipsum consequens.*

Hoc est est, comparatio vnius termini cum differentia terminorum.

vt quia est vt $\overset{9}{A}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{6}{C}$. ad $\overset{2}{D}$.
Erit conuertendo rationem
vt 9. ad 6. ita 6. ad 4.
vel vt 3. ad 6. ita 2. ad 4.
Vnde vides quod conuersio est diuisionis inuersio.

17. *Ex æqualitate ratio est, si plures duabus sint quantitates, & his aliæ multitudine pares, quæ binæ sumantur & in eadem ratione: cum vt in primis*

in primis magnitudinibus prima ad vltimam, sic & in secundis magnitudinibus, prima ad vltimã se habebit. Vel.

SVmptio extremorum, per subductionem mediorum. Vt si sint plures magnitudines.

12 4

A B C

Et aliæ totidem.

6 2

D E F binæ & binæ in eadem ratione hoc est vt A. (12) ad B. quidpiam. ita D. (6) ad E. quidpiam, & vt B. ad C. ita E. ad F. erit ex aequo vt in prioribus A. (12) ad vltimam C. (4) ita in posterioribus D. (6) ad F. (2) Nullum numerum oportet opponere ipsis B. & E. quia hîc non agitur de ipso; sed in sequentibus. Continet autem aequalitas rationis duos modos argumentandi ex proportione plurium, quam quatuor quantitatum: hos duæ ſequentes definitiones explicant.

18. *Ordinata proportio eſt, cum fuerit quemadmodum antecedens ad conſequentem, ita antecedens ad conſequentem; fuerit etiam vt conſequens ad aliud quidpiam, ita conſequens ad aliud quidpiam.*

DIcitur ordinata proportio, quia duę partes proportionis eundem ſeruant ſuarum rationum ordinem.

12	6	4
A	B	C
6	3	2
D	E	F.

Exemplum; eſto vtriuſque partis prima ratio est dupla, secunda ratio est sesquialtera. Concluditur quod vt est $\overset{11}{A}$. ad $\overset{4}{C}$. ita est $\overset{5}{D}$. ad $\overset{:}{F}$.

19. *Perturbata autem proportio est, cum tribus positis magnitudinibus, & aliis quae sint his multitudine pares; vt in primis quidem magnitudinibus se habet antecedens ad consequentem: ita in secundis magnitudinibus antecedens ad consequentem: vt autem in primis magnitudinibus, consequens ad aliud quidpiam: sic in secundis magnitudinibus quidpiam ad antecedentem.*

HOc est, cùm vt in primis, prima se habet ad secundam, ita in secundis secunda ad tertiam; & vt in primis secunda ad tertiam, ita in secundis, prima se habet ad secundam, dicitur hæc proportio perturbata, quia vna proportionis pars non seruat ordinem rationum alterius partis. Exemplum esto.

12	6	4
A	B	C
6	4	2
D	E	F

In prima propositionis parte, ratio dupla præcedit sesquialteram.

In secunda parte sequitur,

Concluditur tamen perindeatque in proportione ordinata. Quod vt est

	12		4
	A	ad	C
Sic est	6		2
	D	ad	F

PROPOSITIO I.

3. 1. 3. 1. *Si sint quotcunque* A.E.C.F. *magnitudines quotcunque* 6. 2. *magnitudinum æ-* G.H. *qualium numero, singula singularum, æquemultiplices; quam multiplex est vnius vna magnitudo, tam multiplices erunt & omnes omnium.* Th. 1.

ID est quia [a] æquemultiplices sunt A. ad E. & C. ad F. Si A. & C. iungantur in G. similiterque E. & F. in H, quam multiplex erat A. ipsius E. & C. ipsius F. tam multiplex erit G. ipsius H. a def. 2. 5.

Prob. Maiora aut minora a sunt tota, quam suæ omnes partes propriè dictę. Ergo non potest totum aggregatum G. pluries vel pauciore numero continere totum aggregatum H. quam A. & C. partes omnes totius H. Et vero quoties E. numerat A. & F. numerat C. toties H. numerat G. hoc est ter. Id vero intelligendum non tantum de multiplici increscente, sed etiam de decrescente & mixto.

PROPOSITIO II.

Tb. 2

6	3	4	2
A.	B.	C.	D.
9	6	15	10
E.	F.	G	H

Si prima A. secundæ B. aquè fuerit multiplex, atque tertia C. quartæ D. fuerit autem & quinta E. secundæ B. aquè multiplex, atque sexta F. quartæ D. erit & composita prima cum quinta E. nempe *G. secundæ B. aquemultiplex, atque tertia* C. *cum sexta* F. nempe *H. quarta D.*

PRob. ex hypothesi secunda B. & quarta D. pari numero continentur in suis multiplicibus A. & C. nempe bis. Similiterque eadem secunda B. & quarta D. pari numero continentur in suis aliis multiplicibus E. & F. nempe ter. Ergo per præcedentem, continebuntur etiam pari numero in multiplicibus collectis, hoc est si componantur A. & E. vt fiat G. similiterque F. & G. vt fiat H. quemadmodum G. 15. continet B. 3. quinquies. Ita H. 10. continebit D. 2. quinquies.

PROPOSITIO III.

4	2	6	3
A	B	C	D
8		12	
E		F	

Si sit prima A. secunda B. aequè multiplex, atque tertia C. quartae D. sumantur autem aequemultiplices E. & F. primae A. & tertiae C: erit ex aequo sumptarum, vtraque vtriusque aeque multiplex, altera quidem E. secundae B. altera autem F. quartae D. T. 2.

PRob. Ponuntur B. & D. aequaliter contineri in singulis A. B C. ergo aequaliter a continentur etiam in iisdem pari numero multiplicatis in E. & F. a 1.5.

ELEMENTVM IV.

4	2 . 6	3	
A	B	C	D
8	6	12	9
E	F	G	H

Th. 4 *Si prima ad secundam, eandem habuerit ratione̅, & tertia ad quartam: etiam æquè multiplices primæ & tertiæ, ad æquè multiplices secundæ, & quartæ, iuxta quamuis multiplicationem, eandem habebunt rationem, si prout inter se respondent, ita sumpta fuerint.*

POsita & explicata superius à nobis definitione 6. hanc propositionem se breuiter perstringo.

Si prima A. ad secundam B. habuerit eam rationem, quam habet tertia C. ad quartam D. sumanturque primæ A. & tertiæ C. æquemultiplices E. & G Item secundæ B. & quartæ D. iisdem vel aliis æquemultiplicibus F. & H erit E. multiplex ipsius A. ad F. multiplicem ipsius B. sicut

G. multiplex tertiæ C. ad H. multiplicem quartæ D. idque iuxta non vnam tantum aut alteram multiplicationem, sed iuxta quamcumque vt ibi diximus, & multiplicia primæ & tertiæ non solum vna deficient à multiplicibus secundæ & quartæ, aut vna æqualia erunt, aut vna excedent, sed præterea eandem quoque habebunt rationem.

Ratio est quia ex definit. 6. idem est quatuor magnitudines in eadem esse ratione & earum æquemultiplicia vel vnà deficere, vel vnà excedere, vel vnà æqualia esse. Idemque est vel conferre singulas B. & D. ad singulas A. & C. atque B. & D. æqualiter multiplicatas ad A. & C. pari inter se numero multiplicatas.

Corollarium.

Hinc etiam patet veritas rationis conuersæ. Nam si A. est ita maius ipso B. sicut C. ipso D. est euidens B. ita minus fore ipso A. sicut D. ipso C. minus est. Nec minus foret euidens si A. & C. sumpta essent æqualia, aut minora ipsis B. & D.

PROPOSITIO V.

Th. 5 E 4 F 2 *Si magnitudo* A. C 8 D 4 *magnitudinis* B. *ita* A 12 B 6 *multiplex fuerit: vt ablata* C. *ablata* D. *etiam reliqua* E. *reliqua* F. *ita multiplex erit, vt tota* A. *totius* B.

PAtet. Sit enim A. duplum ipsius B. & pars ablata C. dupla similiter partis ablatæ D. ergo si residua E. non est duplex residuæ F. omnes partes totius B. non continentur in omnibus partibus totius A. sicut totum in toto. Est ergo residua residuæ ita multiplex, vt tota totius.

PROPOSITIO VI.

G 2	H 3	G 8	H 12
E 10	F 15	E 4	F 6
A 12	B 18	A 12	B 18
C 2	D 3	C 2	D 3

Si duæ magnitudines A. & B. *duarum magnitudinum* C. & D. *sint æquemultiplices: & detractæ quædam* EF. *sint earundem* CD. *æquemultiplices. Reliquæ* GH. *iisdem* CD. *aut æquales sunt æquemultiplices.* Th. 6

PRob. C. & D. in totis A. & B. & in eorum aliquibus partibus assumptis B & F. æqualiter continentur ex hypothesi:[a] ergo æqualiter etiam continebuntur in reliquis G. & H. Ergo reliquæ eisdem, aut aequales, sunt aut aequemultiplices. a 5.5

PROPOSITIO VII.

Th.7

24	24	8
A	B	C
12	12	4

Æquales AB. *ad eandem* C. *eandem habent rationem: & eadem* C. *ad æquales* AB.

PAtet ex terminis. Geometricè verò vt demonstretur, concipe magnitudinem C. bis sumi, quasi diceretur, vt se habet A. ad C. ita B. ad C. hoc posito sic dico 12. & 12. æquemultiplicia primæ magnitudinis A. & tertię B. [a] sunt æqualia iam sumatur quodcunque multiplex ipsius C. puta 8. Ergo cum æquemultiplicia ipsorum A, & B. quocunque modo multiplicentur, sint æqualia semper: vel vna deficient à multiplici C. vel vnà æqualia erunt, vel vnà excedent, vt in assumpto exemplo. [b] Ergo in eadem sunt ratione. Eodem modo dicam multiplicem ipsius C. puta 8. vel minorem esse 12. & 12. æquemultiplicibus A. & B. vel vtrisque æqualem vel minorem.

a 6. Ax.

b Def. 6. 5

PROPOSITIO VIII. ✱

16	8	4
A	B	C
6	4	8

Inaequalium magnitudinum A.B *maior* A. *ad eandem* C. *maiorem rationem habet, quā minor* B: *Et eadem* C. *ad minorem* B. *maiorem habet rationem, quam ad maiorem* A. Th.8.

PRob. 1ª pars. Si A, esset aequalis B, vel si A, & B, aequaliter continerent C, eandem rationem haberent ₐ ad C. & C, eandem ad A, & B, per praecedentem: sed maior ponitur A, hoc est pluries continere C. ergo per definitionem 8. A. maiorem habet rationem ad C. Prob. 2. Et quia C, pluries continetur ab A, quam à B, minorem habebit ad A, rationem quam ad B, per 8. def. a 6. Def. 5

PROPOSITIO IX.

Th.9.

A B C *Quæ* AB. *ad eandem* C. *eandem habent rationem, æquales sunt*
15 15 4
inter se, & ad quas AB. *eadem* C. *eandem habet rationem, hæ quoque* AB. *æquales sunt inter se.*

a 8.5 SI enim dicas A. esse maius quam B. [a] ergo maior erit ratio maioris A. ad eandem C. quàm minoris B. ad eandem C. Item maior ratio ipsius C. ad B, quam ad A, quod est contra hypothesim.

PROPOSITIO X. *

16 8 4 *Earum magnitudi-* Th.10
A B C *num* AB. *quæ ad ean-*
dem C. *habent rationem: quæ*
A. *rationem maiorem habet,*
hæc maior est: ad quam au-
tem B. *eadem* C. *maiorem ra-*
tionem habet, hæc B. *minor*
est.

SI enim B, esset aequalis aut maior quam A, [a] haberent A, & B. eandem rationem ad C. vel B, [b] haberet maiorem, quod est contra hypothesim. Item si C. habet maiorem rationem ad A. quam ad B. minor est A, quam B, vel vtrumque, quod dixi, sequetur absurdum. Hæc conuertit 8.

a 7.5
b 8.5

*

PROPOSITIO XI.

Tb.11

	27		18		16
G	36	I	24	H	48
	18		12		24
A	9	E	6	C	12
B	6	F	4	D	8
	24.		16.		32
K	36.	M.	24.	L.	48
	12		8		16

Quæ eidem ſunt eædem rationes, & inter ſe ſunt eædem.

SInt rationes A. ad B. & C. ad D. eædem, rationi E, ad F: etiam A, ad B, & C, ad D. eædem inter ſe erunt. Prob. per 6. def. huius. Si enim ſumantur ad omnes antecedentes A. C. E. æquemultiplices GHI, & ad conſequentes BDF, equemultiplices KLM. ſemper vel vnà deficient, vel vnà aequales erunt, vel vnà excedent, vt patet in ſchemate.

PGO-

PROPOSITIO XII.

4	2	6	3
A	B	C	D
10	5		
A	C	B	D

Si sint quotcunque Tb.12. *magnitudines proportionales* ABCD *quemadmodum se habuerit vna antecedentium* A. *ad vnam consequentium* B. *ita omnes antecedentes* A C. *ad omnes consequentes* BD.

QVod prop. 1. de proportione multiplici demõstratur, hîc de omni proportione etiam irrationali ostenditur per eandẽ primam & defin. 6. si sumantur antecedentium & consequentium æquemultiplices. Ratio autem generalis est, quia cum tota nihil sint aliud quam omnes suæ partes, quæ erit ratio A, ad B, & C, ad D, eadem erit & AC, ad BD.

V.

PROPOSITIO XIII.

Tb.13 6 4 3 2 4 3 *Si prima A. ad*
A B C D E F *ſecundam B. eã-dem habuerit rationem, quam tertia C. ad quartam D. tertia verò ad quartam, maiorem habuerit rationem, quàm quinta E. ad ſextam F. prima quoque A. ad ſecundam B. maiorem rationem habebit quam quinta E. ad ſextam F.*

PRob. Rationes A, ad B, & C, ad D, ſunt ſimiles ex hypoth, vt qui ſeſquialteræ. Ratio C, ad D, maior eſt quàm E, ad F, ſeſquitertia. Ergo ratio A, ad B, maior eſt quam E, ad F, per 11. & patet à ſigno cum denominator A, ad B, $1.\frac{1}{2}$, ſit maior quam E, ad F. $\frac{1}{3}$

PROPOSITIO XIV.

2	3	8	12
9	9	9	9
12	8	6	4
A	B	C	D

Si prima A. *ad* *secundam* B. *eandem habuerit rationem, quam tertia* C. *ad quartam* D. *prima verò* A. *quam tertia* C. *maior fuerit, erit & secunda* B. *maior quam quarta* D. *Quod si prima* A. *fuerit æqualis tertiæ* C. *erit & secunda* B. *æqualis quartæ* D. *Si verò minor, & minor erit.* Th. 14.

PRob. Sit A. maior, C. minor: a 8. 5
a ergo ratio A. ad B. maior est quam C, ad B. Rursus est C, ad D, sicut A, ad B. ratio autem A, ad B, maior est, quam C, ad B, b maior ergo est ratio C, primi b 13. 5
ad D, secundum, quam C, quinti

2	3	8	12	ad B, sextum. Minor
9	9	9	9	c ergo est D. quam B.
12	8	6	4	Sit A. æqualis C, e-
A	B	C	D	rit: d ergo A, ad B, vt

c 10. 5. C, ad D. & quia C, ad D, & C, ad B, rationes, eæ-
d 7. 5. dem sunt rationi A, ad B, e erunt quoque C, ad D, & C, ad B, eæ-
e 9. 5 dem inter se.

f 13 5 Sit A, quam C, minor, a maior erit ratio C, ad B, quam A, ad B. Et cum f minor sit ratio C, primi ad D, secundum, quam C, quinti
g 10. 5. ad B, sextum, minor g erit B, quam D.

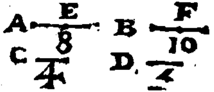
PROPOSITIO XV. *

A 5 B 7 *Partes* AB. *cum* *Th.* 15.
C 25 D 35 *pariter multiplicibus* CD. *in eadem sunt ratione, si prout sibi mutuo respondent, ita sumantur.*

SIt A, pars ipsius C,& B, ipsius D, continet C, toties A, quoties D, continet ipsam B. Quia ergo vt vna antecedentium A, ad vnam consequentium B, ita [a] omnes antecedentes C, ad omnes consequentes D. Ergo vt C, ad D, ita A, ad B. a 12. 5.

* # PROPOSITIO XVI.

Th. 16

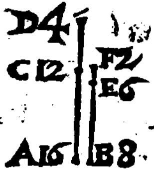


Si quatuor magnitudines ABCD. *proportionales fuerint & vicissim proportionales erunt.*

HOc eſt, ſi ſit A, ad C, ſicut B, ad D, erit permutando vt A, ad B, ita C, ad D.

Prob. Supponamus enim A. continere C, bis, ſicut continet D, ſi diuidamus A, in E, bifariàm & B, in F, erit E, æqualis C, & F, æqualis D, ſed vt E, ad F, ſic dupla A, ad B, per 12. Ergo vt dupla A, ad duplam B, ſic G, æqualis ipſi E, ad D, æqualem ipſi F.

PROPOSITIO XVII.



Si composita magnitudines, proportionales fuerint, hæ quoque diuisæ proportionales erunt. Th. 17.

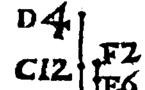
HOc est A. compositum ex CD. & B. ex EF. dentur: & sit vt A. 16. ad sui partem D. 4. ita B. 8. ad F. 2. erit & vt C, 12. ad D, 4. ita E. 6. ad F. 2.

Id probant Theon & alii per æquemultiplices. Dibualdus quod aliàs sequeretur partem esse æqualem toti. Nos sic breuiter A. & B. ponuntur proportionales: [a] ergo si- go simili ratione continent partes D. & F. puta quater: ergo si eædem è suis singulę totis auferantur, similiter in residuis AC. BE. continebuntur: erit ergo vt AC. ad CD, ita BE. ad EF. a 4. Def.

PROPOSITIO XVIII.

*

Th.18



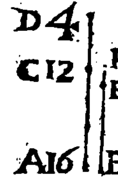
Si diuisæ magnitudines sim. proportionales, hæ quoque cõpositæ proportionales erunt.

SIt vt DC, ad CA, ita FE, ad EB. Erit & AD, ad DC, v BF, ad EF.

Prob. Ex hypothesi partes AC, BE, simili ratione continent partes DC. FE. ergo si hæ, illis addantur, tota AD, BF, adhuc simili ratione continebunt suas partes DC. FE,

PRO-

PROPOSITIO XIX. *



Si quemadmodum totum A. *ad totum* B. *ita ablatum* CD. *se habuerit ad ablatum* EF. *& reliquum* CA *ad reliquum* B. *vt totum* AD. *ad totum* BF. *se habebit.* Th.19

PRob. AD. BF. CD. EF ponuntur proportionalees; erit aergo vt FB. ad EF. ita AD. ad CD. Ergo [b] erit vt FE ad EB ita DC. ad CA. Ergo vt FE. ad DC. ita BE. ad AC. hoc est vt tota AD. ad totam BF cum posita sit AD. ad BF vt CD. ad EF. a 16.5. b 17.5.

Breuius quia aliter omnes partes essent maiores omnibus partibus, quàm totum toto.

PROPOSITIO XX.

12	9	6
A	B	C
8	6	4
D	E	F

Th.20 *Si sint tres magnitudines* ABC. *& aliæ* DEF. *ipsis æquales numero, quæ binæ & in eadem ratione sumantur* (hoc est vt A. ad B. ita D. ad E. & vt B. ad C. ita E. ad F.) *Ex æquo autem prima* A. *quàm tertia* C. *maior fuerit, erit & quarta* D. *quàm sexta* F. *maior. Quod si prima tertiæ æqualis fuerit, erit & quarta æqualis sextæ, sin illa minor, hæc quoque minor erit.*

a 8.5 PRob. Sit maior A. quam C. [a] ergo maior erit ratio ipsius A. ad B. quam C. ad B. est autem vt A. ad B. ita D. ad E. & vt B. ad C. ita E. ad F. Ergo conuertendo est vt C. ad B. ita F. ad E. Ergo D. ad E maiorē b habet rationem quam F. ad E. quare maior c est D. quam F. Haud secus concludam si A. ipsi C. æqualis ponatur aut minor. Interpretes idem probant de quotcunque magnitudinibus, non de tribus tantum. b 13. 5 c 10. 5.

PROPOSITIO XXI.

Th. 21.

18	12	4
A	B	C
27	9	6
D	E	F

Si sint tres magnitudines ABC *&* *ipsis æquales numero* DEF. *quæ binæ & in eadem ratione sumantur, fueritque perturbata earum proportio* (hoc est vt A. ad B. sic E. ad F. & vt B. ad C. sic D. ad E.) *Ex æquo autem prima* A. *quam tertia* C. *maior fuerit: erit & quarta* D. *quam sexta* F. *maior. Quod si prima tertiæ fuerit æqualis, erit & quarta æqualis sextæ, sin illa minor, hæc quoque minor erit.*

PRob. Sit A. maior quam C. ergo A. ad B. maiorem[a] habet rationem quam C. ad B; Est autem vt A. ad B. ita E. ad F. Ergo[b] maior est ratio E. ad F. quam C. ad B. Et quia vt B. ad C. ita D. ad E. ergo conuertendo vt C. ad B. ita E. ad D. Ergo maior est ratio E. ad F. quam E. ad D. [c] Ergo maior est D. quam F. Idem ostendetur si A. minor sit, aut æqualis.

a 8.5
b 13.5
c 10.5

PROPOSITIO XXII.

12	9	6	8	6	4
A	B	C	D	E	F
24	18	12	16	12	8
G	H	I	L	M	N

Th. 22. *Si fuerint quotcunque magnitudines* ABC. *& aliæ ipsis æquales numero* DEF. *quæ binæ in eadem ratione sumantur* (hoc est vt A. ad B. ita D. ad E. & vt B. ad C. ita E. ad F.) *& ex æqualitate in eadem ratione erũt.* Hoc est erit A. ad C. sicut D. ad F.

PRob. Sumantur ipsarum ABC. æquemultiplicia GHI. & ipsarum DEF. æquemultiplicia LMN. cum
a 15. 5. simplicia sint in eadem ratione A. ad B. vt D. ad E. & B. ad C. vt E. ad F. [a] erunt eorum multiplicia G. ad H. & H. ad I. vt L. ad M. & M. ad N.
b 20. 5 Ergo si quotuis magnitudines GHI.
c 6. & aliæ totidem LMN. binæ sumantur
Def. in eadem ratione quarum [b] primæ vltimam in vtroque ordine simul excedunt, æquantur, vel deficiunt, earum simplices A. ad C. [c] erunt vt D. ad F.

PROPOSITIO XXIII.

18	12	4
A	B	C
27	9	6
D	E	F

Si fuerint tres magnitudines ABC. *aliaeque ipsis aequales numero* DEF. *quae binae in eadem ratione sumantur, fuerit autem perturbata eadem ratio* (hoc est sit A. ad B. vt E. ad F. & vt B. ad C. ita D. ad E.) *etiam ex aequalitate in eadem ratione erunt* hoc est vt A. ad C. ita D. ad F.) Th. 23.

PRob. a Si A. excedit C. aequatur vel deficit; D. excedet F. aequabitur, vel deficiet. b Idemque fiet in aequemultiplicibus. Ergo ex c aequalitate in d eadem ratione est vt A. ad C. ita D. ad F.

a 21. 5
b 15. 5
c 17. Def.
d 6. Def.

PROPOSITIO XXIV.

Th.24.

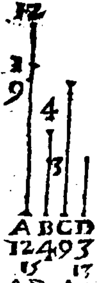
4	2	6
A	B	C
3	10	15
D	E	F
14	21	
G	H	

Si prima A. ad secundam B. eandem habuerit rationem, quam tertia C. ad quartam D. habuerit autem & quinta E. ad secundam B. eandem rationem quam sexta F. ad quartam D. Etiam G. composita prima cũ quinta, ad secundam B. eandem habebit rationem, quam H. tertia cum sexta, ad quartam D.

PRob. Ex hypothesi B. est talis pars singularum A. & E. qualis est D. singularum C. & F. Ergo [a] erit quoque B. talis pars cõpositarum A. & E in G. qualis est ipsarum CF. compositarum in H.

a 18.5

PROPOSITIO XXV.



Si quatuor magnitudines ABC D. *proportionales fuerint: maxima* A. *& minima* D. *reliquis duabus* BC. *maiores erunt.* Th. 25

PRob. Ex hypoth. v A. ad B. ita C. ad D. sit A. maior, ab e auferatur A. 9. æqualis ipsi C & à B. tollatur B. 3. æqualis minimæ D. Erit igitur vt totalis A. 12. ad partialem A. totalis B. 4. ad partialem B. 3. & a reliqua 9. 12. scilicet 3. ad reliquam 3. 4. scilicet 1. vt A. 12. ad B. 4. Itaque maior erit 3. quam 1. Ex 3. abscindatur 9. 1. hoc est 1. æqualis 3. 4. hoc est 1. Ergo A. 1. hoc est 10, cõtinet magnitudines C. 9. & 3. 4. hoc est 1. Ergo A. 1. & D. hoc est 13. æquales sunt magnitudinibus C. 9. & B. 4. Ergo si addatur 1. 12. hoc est 2. magnitudo A. 12. & D. 13. hoc est 15. maiores sunt quam B. 4. & C. 9. hoc est 13. a. 19. 5.

PROPOSITIO XXVI.

Tb.26. 8 4 5 3 *Si prima* A. *ad secundam* B. *habuerit maiorem rationem, quàm tertia* C. *ad quartam* D. *habebit conuertendo, secunda* B. *ad primam* A. *minorem rationem, quàm quartam* D. *ad tertiam* C.
A B C D

HÆc & reliquæ octo propositiones, cùm non sint Euclidis, eas non aliter demonstrabimus quàm indicando propositiones Euclidis in quibus virtute continentur.

Hanc vero, propositione 4. huius elementi contineri, patet manifestè.

PROPOSITIO XXVII.

8 4 5 3 *Si prima* A. *ad se-*
A B C D *cundam* B. *habuerit* Th. 27.
maiorem rationem, quam tertia C. *ad quartam* D. *habebit quoque vicissim prima* A. *ad tertiam* C. *maiorem rationem, quam secunda* B. *ad quartam* D.

Continetur prop. 16.

PROPOSITIO XXVIII.

8 4 5 3 *Si prima* A. *ad secun-*
A B C D *dam* B. *habuerit ma-*
E 12 F 8 *iorem rationem, quam* Th. 28.
tertia C. *ad quartam* D. *habebit quoque composita prima cùm secunda* E. *ad secundam* B. *maiorem rationem, quam composita tertia cum quarta* F. *ad quartam* D.

Continetur prop. 18.

PROPOSITIO XXIX.

Th. 29 8 4 5 3 *Si composita E. prima cum secunda, ad*
A B C D
E 12 F 8 *secundam B. maiorem habuerit rationem, quàm composita F. tertia cum quarta ad quartam D. habebit quoque diuidendo, prima A. ad secundam B. maiorem rationem quàm tertia C. ad quartam D.*

Continetur propositione 17.

PROPOSITIO XXX.

Th. 30. 8 4 5 3 *Si composita E prima cum secunda, ad secundam B. habuerit maiorem rationem,*
A B C D
E 12 F 8 *quam composita F. tertia cum quarta, ad quartam D. habebit per conuersionem rationis, prima cum secunda E. ad primam A. minorem rationem, quam tertia cum quarta F. ad tertiam C.*

Continetur prop. 19.

PROPOSITIO XXXI.

16	8	4.	9	5	3	
A	B	C.	D	E	F	

Si ſint tres magnitudines ABC. *& aliæ ipſis æquales numero* DEF. *ſitque maior ratio primæ priorum* A. *ad ſecundam* B. *quam primæ poſteriorum* D. *ad ſecundam* E. *Item ſecundæ priorum* B. *ad tertiam* C. *maior quam ſecundæ poſteriorum* E. *ad tertiam* F. *erit quoque ex æqualitate maior ratio primæ priorum* A. *ad tertiam* C. *quam primæ poſteriorum* D. *ad tertiam* F. Th. 31.

Continetur prop. 20. & 22.

PROPOSITIO XXXII.

16	8	4	
A	B	C	
9	6	4	
D	E	F	

Th.32

Si sint tres magnitudines ABC & alia ipsis æquales numero DEF. sitque maior ratio prima priorum A. ad secũdam B. quam secunda posteriorum E. ad tertiam F. Item secũda priorum B. ad tertiam C. quàm prima posteriorum D. ad secundam E. Erit quoque ex æqualitate, maior ratio prima priorum A. ad tertiam C. quam prima posteriorum D. ad tertiam F.

Continetur prop. 21. & 23.

PROPOSITIO XXXIII.

12	6
A	B
4	3
C	D
8	3
E	F

Th.33

Si fuerit maior ratio totius A. ad totum B. quam ablati C. ad ablatum D. erit & reliqui E. ad reliquum F. maior ratio, quam totius A. ad totum B.

Continetur propositione 18.

PROPOSITIO XXXIV.

12	8	4.	6	5	3
A	B	C.	D	E	F

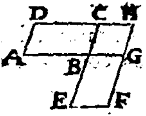
Si sint quotcunque magnitudines ABC. *& aliæ ipsis æquales numero* DEF. *sitque maior ratio prima priorum* A. *ad primã posteriorũ* D. *quam secundæ* B. *ad secundam* E. *& hæc* B. *ad* E. *maior, quam tertiæ* C. *ad tertiã* F. *& sic deinceps: habebunt omnes priores simul* ABC. *ad omnes posteriores simul* DEF. *maiorẽ rationẽ, quã omnes priores* BC. *relicta prima* A. *ad omnes posteriores,* EF. *relicta quoque prima* D. *minorẽ autẽ, quam prima priorum* A. *ad primam posteriorũ* F. *maiorẽ denique etiã quã vltima priorum.* C. *ad vltimam posteriorum* F. Tb.34

EVCLIDIS
ELEMENTVM VI.
DEFINITIONES.

1. *Similes figuræ rectilineæ sunt, quæ & angulos singulos singulis æquales habent, atque etiam latera, quæ circum angulos æquales proportionalia.*

DVas conditiones requirit, 1°. vt anguli sint ęquales singuli singulis, vt hic A. & D. B. & E. C. & F. 2°. vt latera circa æquales angulos sint proportionalia, hoc est ita se habeat BA, ad AC, vt ED, ad DF· quod si harum

rum altera desit, non dicentur similes. Sic quadratum & altera parte longius non sunt similes figuræ.



2. *Reciprocæ autem figuræ sunt, cum in vtraque figura, antecedentes & consequentes rationum termini fuerint.*

Hoc patet maxime in parallelogrammis & triangulis: nam si qua ratione AB est ad BG. in eadem sit BE, ad BC. erunt reciprocæ figuræ. nam in vtreque est antecedens & consequens diuersarum rationum.

3. Secundum extremam & mediam rationem, recta AB. *secta esse dicitur, cum vt tota* AB. *ad maius segmentum* AC. *ita maius* AC. *ad minus* CB. *se habuerit.*

Ob miram sui vtilitatem, hæc proportio, diuina communiter appellatur.

4. Altitudo cuiusque figuræ, est linea perpendicularis AD. *à vertice ad basim deducta.*

Cum, vt ait Ptol. lib. de Anal. mensura cuiusque rei debeat esse stata, merito Euclides à perpendiculari altitudinem petit cuiusuis figuræ: sola enim perpendicularis est statæ & certæ longitudinis: hanc vero altitudinem lib. 1. vocauit esse in iisdem parallelis.

5. Ratio ex rationibus componi dicitur, cùm rationum quantitates, inter se multiplicata, aliquam effecerint rationem.

Quod Euclides vocat quantitates rationum, solent Geometræ vocare Denominatorem. Numerus enim est à quo petitur nomen proportionis; sic 4. est denominator rationis quadruplæ: 3. triplæ. Ratio igitur ex rationibus componi dicitur, quando harum denominatores seu quantitates rationum inter se multiplicatæ aliquam aliam rationem fecerint. Sic ex ratione dupla & tripla componitur sextupla, quæ est ratio ex rationibus: nam sex componitur ex denominatore duplæ 2. & triplæ 3. inter se enim multiplicati faciunt 6. denominatorem rationis sextuplæ compositæ.

PROPOSITIO I.

Th. 1

Triangula ABC. DEF. *&* *parallelogramma* CG. DF. *quorum* [a] *eadem fuerit altitudo* GH. BF. *ita se habent inter se, vt bases* BC. EF.

a def. 4

ID est, eam inter se habent rationẽ quam bases. Prob. Triãgula eiusdem altitudinis [a] possũt inter parallelas constitui: [b] tunc autem quæ æqualem habebunt basim, erunt æqualia, quæ maiorem maiora, quæ minorem minora. Idemque [c] est de æquemultiplicibus. Ergo absolutè triangula se habent vt bases, similiterque parallelogramma; cum sint dupla [d] triangulorum.

a def. 4
b 36.
c 15. 5.
d 34. 1.

PROPOSITIO II.

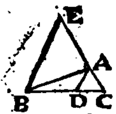
Si ad trianguli ABC. *latus unum* CB *parallela ducatur* ED. *hæc proportionaliter secabit ipsius trianguli latera* AC. AB. *Et si trianguli latera, proportionaliter secta sint, recta* DE. *per sectiones ducta, erit parallela ad reliquum ipsius trianguli latus* CB. Th. I.

PRob. Ductis duabus rectis EB, DC. a erunt triangula EDC. EDB. super eadem basim ED. & inter easdem parallelas ED. CB. equalia. b Ergo vt AED. ad ECD. ita AE. ad EC. c (sunt enim in eadem altitudine) & vt ADE. ad DBE. ita AD. ad DB. d ergo vt AE. ad EC. ita AD. ad DB. Ponantur vero latera AC. AB. proportionaliter secta in ED. cum AED. ad DEC. eandem habere rationem, quã ad EDB. (nam est vt AE. ad EC, sic AD. ad DB. cum triangula sint eiusdem altitudinis) erunt DEC. EDB. e æqualia, & quia sunt in eadem basi f erunt inter parallelas.

a 37. I.
b I. 6
c def. 4
d 7. 5
e 9. 5
f 39. I.

PROPOSITIO III.

Th. 3



Si trianguli ABC. *angulus* A. *bifariàm sectus sit: secans autem angulum recta* AD. *secet & basim* BC. *basis segmenta* BD. DC. *eandem habebunt rationem, quam reliqua trianguli latera* BA. AC. *& si basis segmenta* BD. DC. *eandem habeant rationem, quam reliqua trianguli latera* BA. AC. *recta* AD. *quæ à vertice* A. *ad sectionem* D. *producitur, bifariàm secat trianguli ipsius angulum* A.

a 31. 1. b 17. & 29. 1. c 29. 1.

PRob. Ad punctum B. [a] agatur BE. ipsi DA. parallela, cui CA. producta [b] occurrat in E. tunc erit EBA. [c] æqualis alterno BAD. & E. externo DAC. ergo cum anguli BAD. CAD. æquales po-

pantur, erunt anguli EBA. & E. æquales, & rectæ BA.AE. [d] æqua- d 6. 1.
les. Ergo cum in triangulo EBC. rectæ DA.BE. parallelæ sint, vt EA. hoc est BA. ad AC. [e] ita BD. ad DC. Sit rursus vt BA. ad AC. e 2.6
sic BD. ad DC. vt autem BD. ad DC. ita [f] est EA. ad AC. [g] Ergo f 2.6.
vt BA. ad AC. ita EA ad AC. [h] æ- g 11.5
quales ergo BA. EA. & [i] anguli h 9.5
ABE. & E. Cum ergo ABE. al- i 5.1
terno BAD. æqualis sit & E. externo DAC. erunt anguli BAD. DAC. æquales.

PROPOSITIO IV.

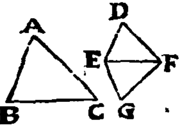
Th.5.

Æquiangulorum triangulorũ ACB. DBE. *proportionalia sunt latera* (hoc eſt vt AC. ad CB. ita DB. ad BE.) *quæ circa æquales angulos* C. & B. *& homologa ſunt latera* BA. ED. *quæ æqualibus angulis* C. & B. *ſubtenduntur.*

PRob. Sic in directum ſtatue rectas CB. BE. vt angulus extern.
a 28.1 DBE. interno C. ſit æqualis: tunc DB.
& AC. [a] erunt parallelæ: ſimiliterque
ED. BA. cum anguli E. & ABC. ſint
æquales. Et quia anguli ACB. ABC.
b 29.1. hoc [b] eſt DEB. minores ſunt [c] duo-
c 17. 1 bus rectis, ſi producantur ED. CA.
d Ax. conuenient [d] puta in F. [e] Eritque
11, DA. parallelogrammum. Cum igi-
e 34.1. tur in triangulo FCE. rectæ DB. FC.
f 2.6 ſint parallelæ, [f] erit vt ED. ad DF. hoc
eſt BA. ita EB. ad BC. Cumque BA
EF. ſint item parallelæ, erit CB. ad
BE. vt CA. ad AF. hoc eſt BD, & vt
AB. ad BE. ita FD, hoc eſt AB. ad
DE.

PRO-

PROPOSITIO V.



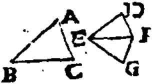
Si duo triãgula A B C. DEF. *latera* AB. BC. *proportionalia* (ipsis DE. EF) *habuerint, erunt æquiangula, eosdemque angulos*, DA. EB. CF. *habebunt æquales, quibus homologa latera subtenduntur.* Th. 5]

PRob. Super recta EF. ad punctum E. a ponatur angulus FEG. angulo B. æqualis & ad F. alius ipsi C. & consequenter reliquus G. reliquo A. b æqualis, sicque fiant triangula ABC, EFG. æquiangula; Tunc circa æquales angulos A. & G. c erunt proportionalia latera AB. ad AC. vt GE. ad GF. & AB. ad BC. vt GE. ad EF. & AC. ad CB. vt GF. ad FE: sed triãguli DEF. latera in eadem ratione supponuntur. æquale d ergo erit DE. ipsi EG. & DF. ipsi FG. & triangula DEF. æquiangulum ipsi ABC.

a 23. 1
b 32. 1
c 4. 6
d 9. 5
e 8. 1
f Ax. 1

PROPOSITIO VI.

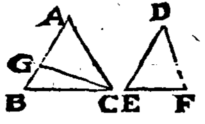
Tb.6.



Si duo triangula ABC. DEF. *vnum habeant æqualem angulum* A. D. *& latera circa eum proportionalia* (vt BA. ad AC. ita ED. ad DF.) *erunt æquiangula, angulosque habebũt æquales* BE. CF. *quibus homologa latera* BA. ED. AC. DF. *subtenduntur.*

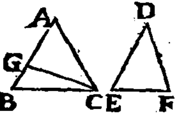
a 4. 6. PRob. Ad rectam EF. angulos FEG. EFG. fac æquales ipsis BC. erit & G. æqualis A. quia ergo æquiangula sunt ABC. GEF. [a] erunt vt AB. ad AC. ita GE. ad GF. propor-
b 11. tionalia: sed sunt etiam proportio-
c 9. 5. nalia AB. AC. & DE. DF. [b] sunt er-
c 8. 1 go latera DE. DF. ipsis GE. GF. æ-
d Ax. 1 qualia. Cumque basis EF. sit communis, triangula DEF. EEG. [c] æquiangula sunt: [d] ergo etiam æquiangula ABC. DEF.

PROPOSITIO VII.



Si duo trianguli ABC.DEF *vnum angulum* A. Th.7.
vni angulo D. *æqualem, circum autem, alteros angulos* C.F. *latera proportionalia habeant* (vt AC. ad CB. ita DF. ad FE.) *reliquorum vero* B.E. *simul vtrumque, aut minorem aut non minorem, recto: æquiangula erunt triãgula, & æquales habebunt angulos ACB.DFE circum quos sunt proportionalia latera,* & angulos B. & E. æquales.

PRob. Sit enim B. & E. minor recto, tunc si anguli ACB. & F. non sunt æquales, sit ACB. maior quam *F* fiatque ipsi *F.* æqualis ACG. cum igitur angulus A. angulo D. ponatur æqualis [a] erit a 32.1. & reliquus AGC. reliquo E. æqualis, ideoque triangula AGC.



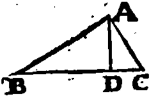
DEF. æquiangula erũt. b Ergo vt AC. ad CG. ita erit DF, ad FE, sed vt DF, ad FE. ita ponitur AC. ad CB, vt c igitur AC, ad CG, ita AC, ad CB, ac propterea d æquales CG, CB, & e anguli CBG, CGB, aequales. Cum igitur angulus B, sit recto minor, erit & CGB, minor recto, & ei deinceps AGC, f maior recto. Est autem ostensus angulus AGC, angulo E, aequalis. Maior igitur est recto angulus E, qui minor ponebatur.

b 4.6 | c 11.5 | d 9.5. | e 5.1 | f 13.1

Iã sit angulus B, & E, recto non minor, probabitur vt prius rectas CB, CG, esse aequales, & g consequenter angulos CBG, CGB, esse aequales, & non minores duobus rectis, h quod est absurdum. Non ergo inæquales sũt anguli ACB, & F, sed aequales, & consequenter reliqui anguli B, & E. i æquales, quod erat probandum.

g 5.1 | h 17.1 | i 32.1

PROPOSITIO VIII.



Si in triangulo rectangulo BAC. *ab angulo recto* A. *in basim* BC. *perpendicularis* AD. *ducta sit: quæ ad perpendicularem triangula* ADC. ADB. *tum toti triangulo* ABC. *tum ipsa* ADC. ABD *inter se sunt similia.* Th.8

PRob. In triangulis ABC. BAD. anguli BAC. [1]ADB. recti sunt & angulus B. communis: ergo [a]reliqui ACB. BAD. æquales: ergo triangula ABC. ADB. [b] similia. Non aliter ostendetur ADC. simile ABC. & ADC. triangulo ADB. a 32.1 b 1. Def.

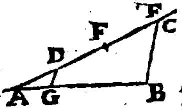
Coroll. 1. *Perpendicularis ab angulo recto in basim, est media proportionalis inter duo basis segmenta.*

[c] Nam vt BD. ad DA. ita DA. ad DC. quod est rectam DA. esse mediam proportionalem inter basis partes BD. DC. c 4.6

Corol. 2. Hinc etiam patet vtrumlibet laterum angulum rectum ambientium, medium proportionale inter totam basim & illud segmentum basis quod ei lateri adiacet.

PROPOSITIO IX.

Prob. 1.



A data recta AB. *imperatã partẽ* puta tertiam AG. auferre.

PRax. Ex A, ducatur recta AC, vtcunque faciens angulum, & ex AC, sumatur quævis pars, puta AD, ac duæ aliæ addantur æquales DE, EF, iungatur FB, cui ex D parallela fiat DG, eritque ablata AG, pars tertia ipsius AB.

Prob. in triangulo AFB, lateri

a 2.6. BF, parallela est linea GD. [a] ergo

b 18.5 erit vt FD, ad DA, ita BG, ad GA, & [b] componendo vt FA, ad DA, ita BA, ad GA. Est autem AD pars tertia ipsius AF. Ergo AG, erit pars tertia ipsius AB.

PROPOSITIO X.

Datam rectam insectam AB. *similiter secare, vt data altera recta* AC. *secta fuerit* in D. & E. Prob. 2.

PRax. iungantur datæ lineæ in A, connectantur recta BC, & ex D, & E, agantur DF, EG, ipsi CB, parallelæ, & factum est quod petitur.

Prob. In triangulo ABC, ductæ sunt DF, EF, parallelæ lateri BC. a ergo vt AD, ad DE, ita AF, ad FG: Proportionales ergo sũt partes AF, FG, partibus AD, DE. Iam si ducatur DH, parallela ipsi AB, erit vt DE, ad EC, ita DI, ad IH, b hoc est FG, ad GB, quare proportionales sunt partes FG, GB, partibus DE, EC.

a 2.6

b 34.1.

PROPOSITIO XI.

Prob. 3. 

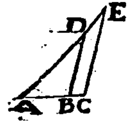
Datis duabus rectis AB. AC. *tertiam proportionalem* CE. *inuenire.*

PRax. Ex datis AB, AC, fac angulum CAB: iunge vtramque recta CB, produc latera AB, AC, sume ipsi AC, æqualem BD, duc DE, ipsi BC, parallelam. Recta CE, erit tertia proportionalis quæsita.

Prob. Rectæ BC, DE, sunt parallelæ: [a] ergo vt se habet AB, ad BD, ita AC, ad CE. Est autem BD, ipsi AC, æqualis: [b] ergo vt se habet AB, ad AC, ita BD. hoc est AC, ad CE, quod est CE, tertiam esse proportionalem.

a 2.6.
b 7.5.

PROPOSITIO XII.



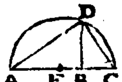
Tribus datis rectis AB. BC. AD. *quartam proportionalem* DE. *inuenire.* Prob. 4

PRax. Ex datis, duas AC, BC, in directum colloca, ex reliqua AD, & totali AC, fac angulum DAC, iunge recta BD, & fac ipsi parallelam CE, quarta DE, proportionalis erit.

a Prob. CE, BD, sunt parallelæ; ergo vt se habet AB, ad BC, ita AD, ad DE. Ergo DE, quarta est proportionalis. a 2.6

PROPOSITIO XIII.

Prob. 5



Datis duabus rectis AB. BC. *mediam proportionalem* BD. *inuenire.*

PRax. Colloca in directum AB, BC, super AC, duc semicirculum ADC. In *B*, excita perpendicularem BD, ad sectionem semicirculi, illa erit quæsita.

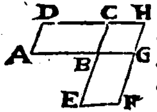
Prob. Ductis rectis AD, CD, [a] erit angulus ADC, in semicirculo rectus, & à vertice D, ad basim AC, ducta perpendicularis DB. facit [b] ergo duo triangula æquiangula: [c] ergo proportionalia: ergo vt AB, ad *B*D, ita *B*D, ad *B*C. est ergo *B*D. media proportionalis inter A*B*. *B*C.

a 31. 3

b 8. 6.

c 4. 6

PROPOSITIO XIV.



Æqualium AB, BE, & unum A BC, uni EBG, æqualem habentiũ angulum, parallelogrammorum, reciproca sunt latera AB, BG, EB, BC, quæ circum æquales angulos: & quorum parallelogrammorum, unum angulum uni angulo, æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, illa sunt æqualia. Th. 9

Prob. Iungantur parallelogramma ad angulum æqualem B. ita vt AB & BG. iaceant in directum a iacebunt & reliquæ EB. BC. perficiatur parallelogrammum BH: ergo vt FB. ad BH. ita b erit BD. ad BH. sed vt FB. ita c est EB. ad BC. & vt DB. ad BH. ita AB. ad BG. igitur vt EB. ad BC. d ita est AB. ad BG.

a 14. & 15. 1
b 7. 5
c 1 6
d 11. 5

Prob. 2. pars. Ex hypoth. EB. ad BC. est vt AB. ad BG: ergo e BB. ad BH. est vt DB. ad BH. f ergo parallelogramma æqualia sunt.

e 1. 6
f 9. 5.

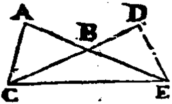
O XVI.

quatuor recta
E B, propor- Th. 12
ales fuerint:
i sub extremis
. BC, compre-
AC, aqua-
ijs EF, FG;
ngulo EG.
BC, com-
m AC, a-
sub mediis
rectangulo
proportio-

li recti B;
vt se habet
C. ergo la-
gulos B, &
parallelo- a 14.6
qualia.
tãgula A,
æquales;
go [b] latera b 14.6
eciproca:

PROPOSITIO XV.

Tb. 10.

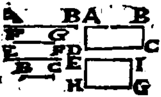


Æqualium ABC. DBE. *& vnum* B. *vni* B *æqualem habentium, angulum, triangulorum, reciproca sunt latera* vt AB. ad BE. ita DB. ad BC. *quæ circum æquales angulos B. & quorum triangulorum, vnum angulum vni, æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, illa sunt æqualia.*

PRob. Sic iunge triangula ad angulum æqualem B. vt AB. BE. Iaceant in directum, ducta CE. a erit vt ABC. ad BCE. ita DBE. ad BCE. sed vt ABC. ad BCE. ita AB. ad BE. & vt DBE. ad BCE. ita BD. ad BC. pariterque demonstratur ABC. DBE. esse æqualia, si sit vt AB. ad BE. ita DB. ad BC. Nam cum ponatur vt AB. ad BE. ita DB. ad BC. & vt AB. ad BE. ita triangulum ABC. ad BCE. & vt DB. ad BC. ita DBE. ad BCE. erit vt ABC. ad BCE. ita DBE. ad BCE. ergo triangula ABC. DBE. c sunt equalia.

a 7. 5.
b 1. 6.
c 9. 5.

PROPOSITIO XVI.



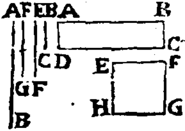
Si quatuor rectæ A F E B, proportionales fuerint: quod sub extremis AB, BC, comprehenditur rectangulum AC, æquale est ei, quod sub mediis EF, FG, comprehenditur, rectangulo EG. Et si sub extremis AB, BC, comprehensum rectangulum AC, æquale fuerit ei quod sub mediis FG, EF, continetur rectangulo EG, illæ quatuor rectæ proportionales sunt. Th. 11

PRob. 1: pars Anguli recti *B*, & I, sūt ęquales, & vt se habet AB, ad IG, ita EI, ad BC. ergo latera circa æquales angulos *B*, & I, sūt reciproca,[a] ergo parallelogramma AC, EC, sunt æqualia. a 14.6

Prob 2. Æqualia sūt rectāgula A, C, EG, & habēt angulos æquales, nempe rectos *B*, & *I*. ergo [b] latera circa hos angulos erūt reciproca: b 14.6

PROPOSITIO XVII.

Th. 12



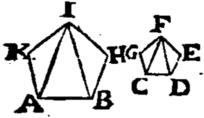
Si tres rectæ A F B, sint proportionales: quod sub extremis A B, BC, comprehenditur rectangulum AC, æquale est ei, quod à media, F describitur quadrato EG. *Et si sub extremis AB*, AC, *comprehensum rectangulum A C, æquale sit ei quod à media F, describitur quadrato EG, illæ tres rectæ proportionales erunt.*

PRob. 1a. pars. Sume rectam EF. qualem ipsi FG. erunt quatuor rectæ AFEB. proportionales, eritque quadratum EG. comprehensum sub mediis FG EF. a ergo rectangulum AC. æquale erit quadrato.

a 16. 6

Prob. 2. Quadratum EG. mediæ EF. (vocemus parallelogrammum) rectangulo AC. sub externis AB. BC, æquale ponitur, & habent angulos æquales: ergo latera vt proxime dixi, circa hos angulos erunt reciproca.

PROPOSITIO XVIII.



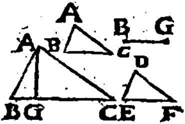
Super data recta AB. *dato rectilineo* CDEFG. *simile, similiterque positum rectilineum* ABHIK. *describere.* Prob. 6

DAtum rectilineum resolue in triangula, ductis rectis puta CF. DF. Ad punctum A. a fiat angulus IAB. æqualis ipsi FCD. & ipsi FDC. æqualis IBA. & b consequenter reliquus reliquo: Æquiangula ergo erunt triangula FCD. IAB & similia c & vt CF. ad AI. ita CD. ad AB. Ad rectam AI. fac similiter triangulum IKA. æquiangulum triangulo FGC. & quia anguli BAI. IAK. æquales sunt angulis DCF. FCG. totales KAB. GCD. æquales erunt, & latera proportionalia. Idemque repetendum, donec omnia triangula eodem ordine quo iacent absoluantur, sicque totum rectilineum toti rectilineo d simile erit, & super datam AB. similiter descriptum.

a 32. 1.
b 32. 1
c 4. 6
d 1. Def.

PROPOSITIO XIX.

Th. 13.



Similia triangula ABC. DEF. *inter se sunt in duplicata ratione laterum homologorum.*

QVando triangula sunt æqualia, hoc est quando BC; EF, nec non tertia proportionalis BG, sunt æquales, res est manifesta.

Quando vero latera BC, EF, sunt inęqualia; demonstratur, hoc modo. Sit BC, latus, latere EF, maius, & ex BC; abscindatur [a] rectis BC, EF, tertia proportionalis

a 11. 6 BG, ducaturque recta AG. Quia igitur angulus B, est æqualis E, & propter similitudinem triangulorum, vt AB, ad BC, ita DE, ad EF;

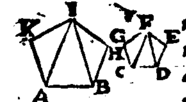
&

& permutando vt AB ad DE, ita BC, ad EF, hoc est EF, ad BG, erunt circa angulos æquales B E, latera reciprocè proportionalia. Quare per 14 triangula ABC, DEF, erunt æqualia; & per 7. quinti vt triangulum ABC, ad ABG, ita erit idem triangulum ABC, ad DEF, vt autem ABC, ad ABG, ita est per 1. huius BC, ad BG. Ergo ABC, ad DEF, erit vt BC, ad BG.

Corollarium. Si tres lineæ fuerint proportionales, vt prima ad tertiam, ita triangulum super primam ad simile triangulum super secundam.

PROPOSITIO XX.

Th.14



Similia poligona in similia triangula diuiduntur, & numero æqualia, & totis homologa: & polygona duplicatam habent eam inter se rationem, quam latus homologum ad homologum latus.

SInt polygona similia A B H I K. C D E F G. habentia angulos æquales K. G. Itemque I. F. & sic deinceps, & latera proportionalia circa angulos æquales, puta vt AB. ad BH. ita CD. ad DE. &c.

Dico 1°. illa diuidi in triangula similia & numero æqualia. Prob. ab angulis I. & F. duc rectas ad angulos oppositos AB. CD. diuisa erunt illa polygona in triãgula numero æqualia. Quod etiam in similia.

Prob. Anguli K. & G. sunt æquales, & circa ipsos latera sunt proportionalia. ᵃ ergo æquiangula sunt triangula IKA. FGC. ergo similia. Eadem

b 6.6 ratione erunt similia triangula IHB. FED. Et ᶜ quia est vt IB. ad BH. ita

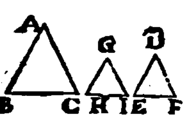
FD. ad DE. vt autem HB. ad BA. ita ED. ponitur ad DC. [c] erit ex æquo vt c 22.5
IB. ad BA. ita FD, ad DC. & quoniam angulus HBA. ipsi EDC. est æqualis, & ablatus HBI. ablato EDF. erunt reliqui IBA. FDC. æquales. [d] Ergo d 6.6
triangula IBA. FDC. æquiangula erunt & similia, eademque ratio de omnibus.

Dico 2. quod sicut vnum triangulum ad triangulum sibi respondens alterius polygoni: ita esse polygona tota inter se.

Prob. Quia omnia triangula sunt similia, singula singulis: ergo sunt in e 19.6
duplicata ratione laterum homolo- f 12.5
gorum; cumque singula singulis probata sint proportionalia, sic vt in triangulo vnius sint omnia antecedentia, in alio consequentia proportionum, [f] vt vnum antecedens est ad vnum consequens ita omnia ad omnia. Est ergo polygonum ad polygonum vt triangulum ad triangulum: ergo ea triangula sunt totis homologa, & quia triangula sunt in duplicata ratione laterum homologorum, erunt & polygona in eadem ratione duplicata laterum homologorum puta AB. CD.

PROPOSITIO XXI.

Th.15



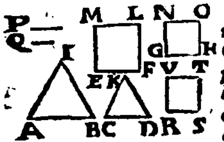
Quæ eidem rectilineo GHI. sunt similia ABC. DEF. *& inter se sunt similia.*

PRob. Anguli A. & D. ponuntur æquales vni G: ergo & inter se, eodemque modo singuli singulis: [a] latera etiam circa eos ponuntur proportionalia, quia lateribus eiusdem tertii sunt proportionalia: ergo cum habeant angulos æquales & latera circa eos proportionalia, [b] sunt similia.

a 11.5.

b 1. Def.6

PROPOSITIO XXII.

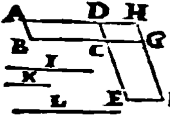


Si quatuor rectæ AB. CD.EF.GH. *proportionales fuerint; & ab eis rectilinea similia similiterque descripta* ABI. CDK. & MF. NH. *proportionalia erunt. Et si à rectis lineis, similia, similiterque descripta rectilinea proportionalia fuerint, ipsæ rectæ proportionales erunt.* Th.16

PRob. a Sumatur ipsarum AB. & a 11.6
CD. tertia proportionalis P. & b 19.6.
ipsarum & F.& GH.tertia Q. b erit vt
AB. ad P. ita triangulum IAB. ad
triagulum KCD id est in ratione du-
plicata,& vt EF.ad Q ita MF.ad NH.
sed vt AB. ad CD. ita EF. ad GH. &
vt CD. ad P. ita GH.ad Q. c Ergo ex c 22.5.
æquo vt AB. ad P ita EF. ad Q. d er- d 11.5.
go vt ABI. ad CDK. ita MF. ad NH.
Iā vero si figuræ proportionales & si-
miles similiterque positæ sint, & re-
ctę super quas positæ sunt, propor-
tionales erūt:nam ratio vnius figuræ
ad alteram e est rectæ ad rectā dupli- e 19.&
cata: f ergo ratio laterū eadem erit, 20.6
nēpe vt AB.ad CD.ita EF. ad GH. er- f 7.5
go illarū latera proportionalia sunt.

PROPOSITIO XXIII.

Th. 17.

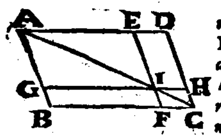


Æquiangula C. parallelogrāma AC. CF. *inter se rationem habent eam, quæ ex lateribus componitur* BC. *ad* CG. *&* EC. *ad* CD.

SInt parallelográma AC. CF. habentia angulos ad C. æquales, & ita diſpoſita vt DC. ipſi CE. & BC. ipſi CG. [a] iaceant in directum, compleaturque parallelogrammum CH. [b] Cum ergo ſit vt AC. ad CH. ita BC. ad CG. & vt CH. ad CF. ita DC. ad CE. ratio enim AC. ad CF. [c] componitur ex intermediis AC. ad CH. & CH. ad CF: componetur quoque eadē ratio AC, ad CF, ex rationibus BC, ad CG, & DC, ad CE, quæ illis intermediis ſunt æquales.

a *per conuerſum* 15. 1.
b 1, 6
c *def.* 5

PROPOSITIO XXIV.



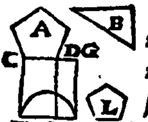
In omni parallelogrammo DB. *quæ circa diametrum* AC. *sunt parallelogramma* GE. FH. *& toti* DB. *& inter se sunt similia.* Tb.18

PArallelogrãmum GE. habet angulum A. communem cum toto: angulus externus AEI. æqualis est interno ADC. similiterq; angulus AGI. angulo ABC. & angulus EIG. angulo EFB. & angulus IFB. angulo FCH. ergo parallelogramma GE. FH. & toti & inter se sunt æquiangula. Quod autem latera circa æquales angulos sint etiam proportionalia sic probo. a Triangula AGI. ABC. sunt æquiangula, similiterque triangula AEI. ADC. erit b ergo vt AB. ad BC. ita AG. ad GI. & vt BC. ad CA. ita GI. ad IA. item vt CA. ad CD. ita IA. ad IE. c Ergo ex æquo vt BC. ad DC. ita est GI. ad IE. ergo latera circa æquales angulos BCD. GIE. sunt proportionalia. Idemque demonstrabitur de lateribus circa alios angulos, & de parallelogrammo FH. ergo similia.

a 29.1.
b 4.6
c 22.5

PROPOSITIO XXV.

Prob. 7.



Dato rectilineo A. simile, similiterque positum & alteri dato B. æquale L. constituere.

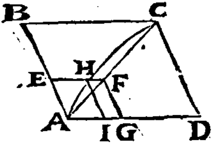
PRax. Ad dati rectilinei A. latus CD. a fiat rectangulum CE. æquale ipsi A. Producatur CD. versus G super DE. in angulo EDG. fiat rectangulum DH. b æquale ipsi B: c fiat inter CD. DG media proportionalis IK, super quam fiat d rectilineum L. simile ipsi A. similiterque positum eritque rectilineum L. æquale dato B. & simile ipsi A.

a 45. 1.
b 44. 1
c 13. 6
d 18. 6
e Ex conſt.
f 19. & 20. 6.
g 1. 6.
h 12. 5
i 9. 5.

Prob. Rectæ CD. IK DG. e sunt proportionales: f ergo erit vt prima CD. ad tertiam DG. ita rectilineum super primam, id est A. ad rectilineũ super secundam, id est L. sed vt CD. ad DG. g ita parallelogrammum CE. hoc est A. ad DH. hoc est B. h ergo erit vt A. ad B. ita A. ad L. i Ideoque rectilinea B. & L. erunt æqualia.

PRO-

PROPOSITIO XXVI.



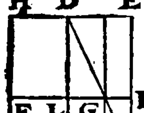
Si à parallelogrãmo BD. *parallelogrãmũ* EG. *ablatum sit, & simile toti, & similiter positum, communem cum eo habens angulum* EAG, *ipsũ circa eandem cum toto diametrum* AG. *consistet.* Theo. 18.

SI neges: sit alia AHC. Agatur ex H. recta HI. parallela FG. tune parallelogramma BD. EI. circa eandem diametrum AHC. [a] erunt similia: [b] quare erit vt BA. ad AD. ita EA. ad AI. Sed vt BA. ad AD. ita est EA. ad AG. cùm BD. EG. ponantur similia. [c] Igitur erit vt EA. ad AI. ita EA. ad AG. [d] Ac propterea æquales AI. AG. pars & totum.

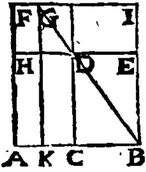
a 24.6. b 1. def. 6. c 15.5. d 9.5.

PROPOSITIO XXVII.

Theo. 19.



Omnium parallelogrammorum secundum eandem rectam applicatorum deficientiumque figuris parallelogrammis similibus, similiterque positis, ei quod à dimidia describitur, maximum est, id quod ad dimidiam applicatur parallelogrammum simile existens defectui.



SVPER AC. semissem totius AB. applicatum sit parallelogrammum AD. ita vt à toto AE.

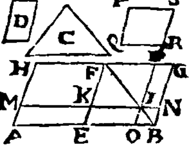
Reficiat parallelogrammo C E. quod semper est æquale & simile ipsi AD. Deinde ad quoduis aliud segmentum A K. sit applicatum aliud parallelogrammum AG. ita deficiens, vt defectus sit parallelogrammum KI simile ipsi CE. hoc est circa communem diametrum BGD. Dico AG. minus esse parallelogrammo AD. Probatur.

1. Quando punctum K. est inter C & B. tūc parallelogrammū LH. quod est [a] æquale ipsi LE. maius est quam GC. quia LE. maius est quam GE. & GE. GC. sunt [b] æqualia. Addito ergo LA. erit AD. maius quam AG. *a* 36. 1. *b* 43. 1.

Quando verò punctum K. est inter A & C. tūc DF. DI. sunt æqualia, quia sūt super æquales bases; & DI. DK. complementa, sunt æqualia: ergo & DF. DK. sunt æqualia, & GH. minus DK: adiectoque communi KH. totum AG. minus toto AD.

PROPOSITIO XXVIII.

Prob. 8.



Ad datam rectā AB. dato recti- lineo C. æquale parallelogrammum AI. applicare deficiens figura parallelogramma ON. quæ similis sit alteri parallelogrammo dato D. Oportet autem datum rectilineū C. cui æquale applicandum est AI. non maius esse eo, quod ad dimidiam AE. applicatur, cū similes fuerint defectus, & eius quod ad dimidiam applicatur, & eius cui simile deesse debet.

18.6. REctam AB. vt prius bisseca in E. super mediā EB. fac a parallelogrammum EG. simile ipsi D. similiterque positum:&comple parallelogrāmum BH. SEH. ipsi C. est æquale, factum est quod petitur: nam est applicatum ad AB.&deficit parallelogrāmo EG. simili ipsi D. Si EH.& ipsi æquale b EG. sit maius quā C.(nā minus esse non debet, cum EH. sit c maximū eorū quæ applicari possunt ad AB.) si in quā sit maius, d reperta quātitate excessus, e fac parallelogrammum PR. æquale excessui, & simile similiterque positum ipsi D. & parallelogrammo P R. aliud æquale similiter positum KL. f quod erit circa diametrum, sicque remanebit gnomō LBK. æquale rectilineo C. Iam productis LI. KI. erit parallelogrammum AI. ad rectam AB. applicatum & deficiens parallelogrammo ON. g simili ipsi EG. hoc est ipsi D. Quod autem AI. sit æquale ipsi C. sic probo. Complementa LN. KO. h sunt æqualia, ergo addito communi NO. erit OG. æquale ipsi LN. b hoc est A K. Ergo si æqualibus AK. OG. addas commune KO. erit AI. æquale gnomoni LBK. hoc est rectilineo C. vt probaui.

b 36.1.
c 27.6.
d 45.1. aut arte quacūque.
e 25.6.
f 44. 1.
g 24.6.
h 43.1.

PROPOSITIO XXXIX.

Prou. 9.

Ad datā rectā AB. dato rectilineo C. æquale parallelogrammum applicare, excedens rectā datam AB. figura parallelogramma P.O. quæ sit similis dato alteri parallelogrammo D.

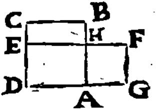
SVper rectam EB. mediam da-
a 18.6. tæ AB. [a] fiat parallelogrammum EC. simile ipsi D. similitérque positum: tum rectilineo C.
b 25.6. & parallelogrammo EC. fiat [b] æquale aliud parallelogrammum NM. simile ipsi D. habeatque an-

gulum EFC. communem parallelogrammo EC. Completis parallelogrammis QE. NB. PO. cum NM. sit positum æquale ipsis EC. & D ablato communi EC. gnomon ERC. ipsi C. erit æqualis. Et quia æqualia c sunt QE. NB. & æqualia d NB. BM. si loco ipsius BM. substituatur æquale QE. erit parallelogrammum AR. æquale gnomoni ERC. ideoque etiam rectilineo C. Quare ad rectam AB. applicatum est parallelogrammum AR. æquale dato rectilineo C. excedens rectam AB. figura parallelogramma PO. quæ similis est dato parallelogrammo D. cum sit circa eandem diametrum cum ipso EC. quod positum est simile ipsi D.

c 36. 1.
d 43. 1.

PROPOSITIO XXX.

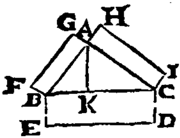
Prob. 10.



Propositam rectam terminatã A B. extrema ac media ratione secare in H.

a 11. 2. DIVIDATVR AB. in H. ita vt rectangulum CH. sub tota AB. & segmento BH. sit æquale quadrato AF. alterius segmenti AH. tunc enim tres rectæ pro-
b 17. 6. portionales [b] erunt; & erit vt tota BA. ad HA. ita AH. ad HB.
c 3. def. Ergo AB. secta est in H. [c] secundum extremam, & mediam rationem.

PROPOSITIO XXXI.



In triangulo rectangulo A B C. *figura quauis* BD. *descripta à* BC. *subtēdente rectum angulum* BAC. *æqualis est figuris* F A. A I. *quæ priori illi similes & similiter posita à lateribus* BA.CA. *rectum angulum continentibus, describuntur.* Theo. 20.

POLYGONAE figuræ FA.AI BD. ponuntur similes, ergo sunt [a] in ea laterum homologorum duplicata ratione, in qua essent eorumdem laterum quadrata. Ergo cum quadrata BA.AC. [b] habeant rationem æqualitatis cum tertio BC. habebunt & polygona FA. AI. rationem æqualitatis cum tertio BD. [c] ergo eidem erunt æqualia.

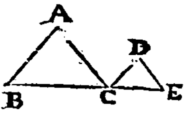
a 20.

b 47.1.

c 9.5.

PROPOSITIO XXXII.

Theo. 21.



Si duo triangula ABC. DCE. *quæ duo latera* AB. AC. *duobus lateribus* DC. DE. *proportionalia habeant, secundum vnum angulum* ACD. *composita fuerint, ita vt homologa eorum latera* AB. DC. AC. DE. *sint etiam parellela, tum reliqua illorum triangulorum latera* BC. CE. *in rectam lineam* BE. *collocata reperientur.*

PROB. Latera homologa AB. DC. AC. DE. ponuntur parallela,[a] ergo anguli alterni A.& ACD. sunt æquales & D. eidem

a. 29.1.

ACD ergo A. & D. æquales. Hos æquales angulos circunſtant latera proportionalia ex hypoth. [b] ergo triangula ſunt æquiangula, habentque æquales angulos B. & DCE. additis ergo æqualibus A. & A CD. erunt B. & A. duobus angulis DCE. ACD. hoc eſt angulo ACE. æquales. Ergo addito communi A C B. erunt tres anguli A B C. duobus ACE. A C B. æquales, [c] illi autem tres valent duos rectos, ergo & hi duo. Ergo [d] BC. CE. vnam rectam conſtituunt.

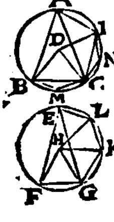
b. 6. 6.

c 32. 1.

d 14. 1.

PROPOSITIO XXXIII.

Theo. 22.



In æqualibus circulis DB. HF. *anguli* A. E. D. H. *eandem habent rationem, cum ipsis peripheriis* BC. FG. *quibus insistunt: siue ad centra* D. H. *siue ad peripherias* A. E. *constituti insistant: insuper vero & sectores* BDC. FHG. *quippe qui ad centra, insistunt.*

a.14. PRob. Ductis BC. FG. ad C. a applica CI æqualem ipsi BC. & ad G. & K. GK KL. æquales singulas ipsi FG. ductis ID. KH LH. sic dico, Rectæ
28.3. BC. CI. ponuntur æquales, b er-

go & arcus BC. CI. [c] ergo & anguli BDC. CDI. æquales. Idemque est de arcubus FG. GK. KL. & angulis ad H. qui ipsis insistunt. Ergo quam multiplex est arcus BCI. ipsius BC. tam multiplex erit angulus BDI. ipsius BDC. & quam multiplex arcus FGKL. ipsius FG. tam multiplex erit angulus FHL. ipsius FHG. [d] ergo si arcus BCI. FGKL. sint æquales, erunt & anguli BDI. FHL. æquales. Si eorum arcuum vnus sit maior, maior erit & angulus, si minor, minor. [e] Ergo cum æquemultiplicia vel vna excedant, vel vna deficiant, quæ erit ratio arcus BC. ad FG. eadem erit anguli BDC. ad FHG. Et quia anguli ad D. & H. sunt [f] dupli angulorum ad A. & E. [g] eadem erit ratio angulorum A. & E. quæ D. ad H. & sic eadem anguli A. ad angulum E. quæ arcus BC. ad arcum FG.

c 27. 3.

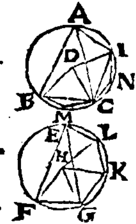
d 27. 3.

e 6. def. 5.

f 20. 3.

g 15. 5.

Rursus, in æqualibus segmen-



tis BC. CI. ſi fiant anguli BMC. CNI. [h] æquales erunt, cum inſiſtant æqualibus arcubus BAC. CAI. ergo [i] ſimilia ſunt ſegméta BMC. CNI. & æqualia, cum ſint ſuper æquales BC. CI. additis ergo triangulis BDC. CDI. [k] quæ æqualia ſunt, erunt ſectores BDC. CDI. æquales. Ergo tam multiplex eſt ſector BDI. ſectoris BDC. quã multiplex arcus BCI arcus BMC. Idem oſtendetur de ſectore FHL. Ergo ſi æqualis ſit arcus BCI. arcui FGL. ſector quoque BDI. æqualis erit ſectori FHL. ſi deficiat, deficiet, ſi excedat, excedet. Ergo quæ eſt ratio arcus BC. ad arcum FG. eadem erit & ſectoris BDC. ad ſectorem FHG. quod erat prob.

h 27. 3.

i 24. 3.

Laus Deo, B. V. & S. Ignatio.