EVCLIDIS ELEMENTORVM GEOMETRICORVM LIBRI

Sex priores breuiùs demonstrati

A. P. GEORGIO FOVRNIER è Societate IESV.

SECVNDA EDITIO correctior.

PARISIIS,
Apud IOANNEM HENAVLT,
Bibliopolam iuratum viâ Iacobæâ: ad insigne S.Raphaëlis.

M. DC. LIV.

Cum Priuilegio Regis.

ILLVSTRISSIMO VIRO
Domino D.
NICOLAO FOVCQVET,
REGIA SECRETIORIBVS
Conſiliis, Libellorúmque ſupplicum Magiſtro, Vicecomiti de Melun & de Vaux, &c.

QVAM *leuem mole, tàm ponderoſum dignitate Libellum ad te defero, (Vir Illuſtriſſime) qui cùm ingenioſiſſimus ſit, peruidere quid lateat in EVCLIDE, quid EVCLIDI lucis attulerim, facilè potes. Vt tenue hoc officij mei ſpecimen tibi offerrem, duplex me cauſſa impulit: altera, à te; altera à ſpectatiſsimo quamdiu vixit, tota Gallia viro, Parente tuo. A te quidem, quem ſanguis nobilem, doctrina ſpectabilem, vita æquabilitas mirabilem, prudentia illuſtrem, eximium pietas, quem* *alia animi, corporisque tui dotes (quas hoc loco commemorare pudor tuus non sinit) Regi, regnique præcipuis ordinibus gratiosum, amabilem omnibus. & quod his optabilius est, Deo præpotenti gratum, acceptúmque reddunt. Parenti verò tuo quàm sit obstricta, nostra* SOCIETAS. *quam is amabat vnicè, quantum ipsi debeat Parisiense Collegium, quem Christianissimus Rex Ludouicus, è duobus vnum esse iussit qui edicto suo de Scholis nostris instaurandis exequendo praeesset, ac nos Regia authoritate, in docendi possessionem longo interuallo recuperatam mitteret; hæc inquam & alia multa, est grati animi verbo declarare, cùm re non possim. Tametsi quid priuatim ordinem nostrum tuo parenti debere plurimum commemorem, qui de patria vniuersa, de summis & infimis meritus sit sua integritate, constantia, rerum gerẽdarum scientia, & vsu, omni deni-*

que genere virtutum Illarum tibi imitationẽ cùm proposueris, magnum quiddam præstare videor, si votum faciam, vt qui paternorum bonorum heres es, idem omnia honoris ornamenta, singularẽque imprimis eius erga Ordinem nostrum vniuersum beneuolẽtiam, cum reliqua hereditate cernas. Hoc tibi vt optem facit non vulgare meũ, adeóq; totius SOCIETATIS studium erga te, Illustrissimúmque Baionensium Antistitem, fratrem charissimum, non nobilissima tua familia modò, sed etiam Ecclesiæ Gallicanæ decus & ornamentum; cuius prudentiam, cæterasque virtutes Pontificias tanti facit Ludouicus Rex Christianissimus, vt imitandum illum omnibus regni sui Præsulibus, admirandum multis iure pronunciauerit: Vt ita fore confidam, tuum iam magnum tam bonis initiis meritum facit.

Tibi addictissimus,

GEORGIVS FOVRNIER.

Quis Autor huius libri?

NON vnius modò, sed plurimorum hominũ vigiliis & industriæ, quorum alij aliis vixere temporibus, debetur hic Liber. De posteritate bene meritus Euclides, qui ea, siue Theoremata, siue Problemata quæ à maioribus acceperat, auctiora, & meliori digesta ordine reliquit. Thales Milesius, qui Princeps omnium Geometriam ex Ægypto in Græciam transtulit, demonstrauit angulum in semicirculo rectum esse: Trianguli Isoscelis angulos ad basim esse æquales: & alia nonnulla inuenit quæ in primo, & tertio Elementorum Euclidis legimus & admiramur. Pythagoras Samius, qui Mathematicæ ludum primus aperuit, Omnis trianguli dixit tres angulos duobus rectis esse æquales: tantisque elatus est lætitiis, vbi eam propositionem reperit, quæ primo Elemento, ordine quadragesima septima habetur, vt musis centū boues immolarit. Theodorus Cyreneus multis adinuentis Geometricam plurimum auxit supellectilem. Quis inuenta à Cratisto explicet, in quo tanta vis erat ingenij, vt nullum non Geometricum Problema illico resolueret. Si Laërtio credimus, Democritus Milesius, multa de lineis, vt vocant, irrationabilibus scripsit, multa de solidis, multa de numeris: Certè illud extra controuersiam, Eudoxum Gnidium quintum Elementum, quod appellant, de Proportionibus, integrum fecisse, & inuenisse. Theætetus de quinque solidis, primus libros scripsit, & decimæ propositionis decimi elementorum inuentor fuit.

Hæc à multis feliciter excogitata & dissipatá passim, annis ante Christum circiter 550. Hippocrates Chius in Elementa Geometrica primus compegit ordinauítque. Postea Leo Neoclidis auditor, illa auxit: Tertius deinde Theudius Magnes. Hos sequutus est Hermotimus Colophonius qui ea fecit haud paulò vberiora. Tandem Euclides Megarensis, omnibus, partim à se adinuentis, partim ab aliis acceptis, vltimam manum his Elementis apposuit, tanta felicitate, vt non tantum Quintus, sed vnus præcellentiæ iure, Geometra sit appellatus. Insuper hoc ei laudis testimonium singulare Proclus, Pappus cæterique Methematici tribuere, vt de eo, quod de nemine mortalium ante illum, dixerint, *nusquam deceptus est*. Nec solum doctrina Euclidis fuit admirationi, sed etiam ipse ordo, quem perturbare adhuc ausus est nemo: certè omnis demonstrationis vim atque robur superat, ipsique quodammodo Geometriæ firmitatem illam, qua ceteris disciplinis antestat, dare videtur. Scripsit præterea Phænomena, Optica, Catoptrica, Musica, Data, Conicorum libros quatuor, & tres Porismatum. Vitam eius ad Ptolomæum vsque primum Ægypti Regem producunt Historiæ. An sit idem cum Euclide sectæ Megaricæ authore, nos, quia parum constat, rem in medio relinquimus.

Porrò quemadmodum Elementa appellantur ea, ex quibus omnia oriuntur, & fiunt, & in quæ eadem, cum intereunt, conuertuntur, & transeunt; sic propositiones eas quæ Mathematicis rebus efficiendis inseruiunt, & in quas resolui possunt demonstrationes Mathematicæ, dicimus Elementa Mathematica: vel certè quemadmodum qui literas & elementa nouit, libros potest legere, ita qui Geometriæ elementa tenebit, sine labore percurret, & intelliget quæ tractantur in Opticis, Astronomicis, & aliis reconditioribus Mathematicæ partibus.

EVCLIDIS

EVCLIDIS ELEMENTVM PRIMVM.

DEFINITIONES.

I. *Punctum est; cuius pars nulla.*

GRÆCE legitur *σημεῖον*, id est signum; cum enim sit omnis magnitudinis expers, illud quod exterius pingitur, signum est illius quod mente concipitur; estque idem quod vnitas in numero, instans in tempore, & sonus in musica.

2. Linea verò longitudo non lata.

Linea talis nulla existit à parte rei; sed sicut punctum, ita & linea quam ducimus, signum est illius quam mente concipimus. Si enim punctum quod concipimus, moueretur & relinqueret sui vestigium, illud esset linea, longum propter motum, non tamen latum, quia punctum à quo procedit, omnis expers est extensionis.

3. Lineæ autem termini sunt puncta.

Id est longitudinis vt longitudo est, principium & finis est punctum: quia magnitudinem non considerat mathematicus nisi vt finitam. Vnde cum infinitam lineam vocat Euclides, intelligit lineam cuiusuis magnitudinis, ſeu indeterminatam.

4. Recta linea eſt, quæ ex æquo ſua interiacet puncta.

Siue cuius extrema obumbrant omnia media, vt dixit Plato: vel minima earum quę terminos habent eoſdem, vt vult Archimedes. Cùm enim fluxu puncti concipiatur fieri linea, ſi ex æquo inter ſua puncta fluat, aut per breuiſſimum ſpatium, dicetur recta. Si punctum feratur vniformi motu, & diſtantia à certo aliquo puncto, dicetur circularis; Si in motu hinc inde titubet, & hîc depreſſior ſit, alibi altior, & extrema non obumbrẽt omnia media, dicetur mixta. Hinc ingenioſe dixit Ariſtoteles lib. 1. de Coelo tex. 5. iuxta triplicem hanc lineam, tres tantùm eſſe poſſe motus, duos ſimplices, rectum & circularem, tertium vero mixtum ex vtroque.

5. Superficies verò est quæ longitudinem latitudinémque tantùm habet.

Vt fluxu puncti producitur linea, prima species quantitatis continuæ; sic fluxu lineæ in transuersum, produci concipitur superficies, secunda species: quæ potest diuidi in longum vt linea, & præterea in latum. Vmbram concipe, ait Proclus, superficiem concipies longam, & latam, nullo tamen modo profundam.

6. Superficiei autem extrema sũt lineæ.

Hæc definitio intelligenda est tantùm de superficie plana vel mixta, non autem de circulari:

quando enim habet extremum, lineam tãtùm habet, non lineas.

7. Plana superficies, est quæ ex æquo suas interiacet rectas.

Quæ dixi de linea recta, eadem de plana superficie sunt intelligenda.

8. Planus autem angulus est duarum linearum in plano se mutuò tangentium, & non in directum iacentium, alterius ad alteram inclinatio.

Hîc causæ anguli explicantur: Materialis, sunt duæ lineæ quæ se mutuo tangunt Formalis, est alterius in alteram inclinatio.

Vnde ſequitur primò, quòd illæ duæ lineæ non ita ſe debent tangere, vt iaceant in directum, id eſt vt vnicam rectam conſtituãt lineam; ſed altera debet in alteram inclinari.

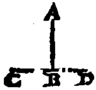
Sequitur 2. quod anguli quantitas conſiſtit in maiori vel minori linearum inclinatione, non in longitudine linearum.

Sequitur 3. non eſſe neceſſe, vt duæ lineæ poſt contactum productæ ſe mutuò ſecent, vt vult Pelletarius: id enim tantùm eſt verum in angulis rectilineis: ſed ſufficere, vt ſe tangant & mutuo inclinentur.

Denique ſi angulus ille ſit in ſuperficie plana, dicetur planus. In omni vero figura, licet quemlibet angulum tribus litteris appellemus, ille tamen ſemper intelligitur, cui medius character appingitur.

9. Cum autem continẽtes angulum lineæ rectæ fuerint, rectilineus appellatur angulus.

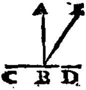
Si vtraque curua, curuilineus: si curua altera, altera recta, mixtus.



10. *Cum verò recta* AB. *super rectam* CD. *stans, eos qui sunt deinceps* ABC. ABD. *angulos, æquales inter se facit, rectus est vterque æqualium angulorum, & insistens recta* AB. *perpendicularis vocatur eius cui insistit* CD.

Tunc angulus vterque dicitur æqualis, quando recta A. B. non magis in C. quam in D. inclinat.

Quod autem Græci dicunt κάθετος Latinè redditur perpendicularis; frequentius tamen vtuntur Mathematici verbo Græco quam Latino, maximè in Optica: vnde apud eos nihil vsitatius quàm πρὸς κάθετον, imo Latine reddunt Cathetum.



11 *Obtusus angulus* EBC. *est, qui maior recto* ABC.

Nempe quia recta EB. magis recedit à subiecta CD. quàm perpendicularis A B.

12. *Acutus vero* EBD. *qui minor recto* ABD

13. *Terminus est quod alicuius est extremum.*

Talia ſunt, punctum, linea, ſuperficies: nempe punctum lineæ, linea ſuperficiei, & ſuperficies corporis.

14. *Figura eſt quæ ſub aliquo, vel ſub aliquibus terminis comprehenditur.*

Dixit ſub aliquo, nempe quia circulum & ellipſim, vnicus terminus, hoc eſt linea circularis, comprehendit: ad rectilineas verò figuras, plures ſemper termini requiruntur.

Porro notabis debere terminos, quantitatem, quæ figura dicitur, ambire & comprehendere, non verò tantùm terminare. Vnde ſequitur 1. Quod lineæ nulla proprie eſt figura, cùm puncta lineã, non ambiant, ſed ſolum terminent. Sequitur 2. quod ſuperficiei infinitæ vel corporis infiniti; ſi quod dari poſſet, figura nulla ſit.

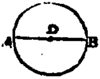
1. quia omnis figura debet ambire, & comprehendere figuratum. 2. quia terminis ambitur, terminus autem est extremũ rei. Quomodo verò id quod habet finem & extrema, erit infinitum?

15. *Circulus est figura plana sub vna linea* A. B.C. *comprehensa, quæ vocatur peripheria: ad quam ab vno puncto, eorum quæ intra figuram sunt posita, omnes cadentes rectæ* DA. DB. DC. *æquales inter se sunt.*

16. *Centrum vero circuli punctum illud appellatur.*

Theodosius Sphęricorum lib. 1. deff. 1. & 2. idem habet, definitione verò 5. sic polum describit.

Polus circuli in Sphęra, est punctum in superficie Sphęrę, à quo omnes rectę ad circuli peripheriam tendentes, sunt inter se ęquales. Ex quibus colliges inter centrum, & polum hoc tantùm esse discriminis, quòd centrum concipiatur intra figuram positum: Polus verò in superficie Sphęrę.



17. ***Diameter autem circuli est recta quadam* A.B. *per centrum* D. *ducta, & terminata ex vtraq; parte, à circuli peripheria* A. *&* B. *qua & bifariam secat circulum.***

Hîc tria obseruabis 1. omnes Diametros eiusdem circuli esse ęquales inter se, cùm earum me-

dietates ex def. 15. sint ęquales.
2. Quod sequitur ex 1. est quòd licet in circulo possint infinitę duci rectę non transeuntes per centrum, solę tamen rectę per centrum ductę, & in peripheria terminatę dicũtur diametri, quia cum solę sint omnes ęquales inter se, determinatęque longitudinis, alię vero inęquales semper & incertę: diameter sola potest metiri circulum. Mensura enim cuiusque rei, ait Ptolemęus, in Analemmate, debet esse stata determinatáque, non indefinita. Vnde non est quod mirentur tyrones si in feminino genere ponatur à Mathematicis. Idem enim est Diameter quod linea dimetiens, vel in duo ęqualia diuidens.

a Arist. sec. 15. probl. num. 1. & 2.

3. Est, Diametrum bifariam secare circulum, quod ita demonstrat Thales apud Proclum. Concipe animo portionẽ semicirculi sic coaptari portioni reliquę vt

diameter sit vtriusque basis. Si circumferentia vna congruat penitus circumferentiæ alteri, manifestum est illas duas portiones à diametro factas, esse inter se æquales, cùm neutra aliam excedat. Si verò circumferentia vna non congruat cum altera, sed vel extra eam cadat, vel intra, vel partim intra, partim extra: tunc rectæ ductæ à centro ad circumferentiam erunt æquales & non erunt.

18. *Semicirculus autem est figura quæ continetur sub diametro* AB. *& sub ea linea* ADB. *quæ aufertur de circuli peripheria.*

19. Segmentum circuli eſt figura quæ cõtinetur ſub recta & circuli peripheria.

Per rectam hîc intellige omnem non diametrum, niſi item velis ſemicirculum dicere ſegmentum.

20 Rectilineæ figuræ ſunt quæ ſub rectis continentur.

21. Trilateræ quidem quæ ſub tribus.

22. Quadrilateræ verò quæ ſub quatuor.

23. Multilateræ autem quæ ſub pluribus quàm quatuor rectis comprehenduntur.

24. Trilaterum porro figurarum, æquilaterũ triãgulum est quod tria latera habet aequalia.

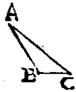
25. Isosceles autem, quod duo tãtùm habet aequalia A B. A C.

Σκέλος, τό, crus Græcis est, vnde compositum ἰσοσκελὴς qui æqualibus est cruribus: τρίγωνον ἰσοσκελές; quod è tribus lineis duas æquales habet, quibus quasi cruribus insistit.

26. Scalenum verò quod tria inæqualia habet latera.

Triangulorum hæ sunt species ex laterum ratione petitæ. Sequuntur aliæ ex angulorum differentiis emergentes.

27. *Ad haec etiam trilaterarum figurarum, rectangulum quidem triangulum eſt quod habet rectum angulum* ABC.



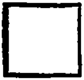
28. *Amblygoniū eſt quod habet obtuſum angulum.* ABC.

Ἀ'γβλὺς εὐς de obtuſo & hebete dicitur, propriè de ferro, cuius acies eſt obtuſa! vnde ἀγϐλυγώνιον quod obtuſum angulum habet ἀγβλεῖαν γωνίαν ἔχον.

29. *Oxygoniū vero quod tres acutos habet angulos.*

Not.

Not. In omni triangulo cuius duo quæcunque latera expreſsè nominantur, ſolet reliquum latus à Mathematicis, baſis dici, ſiue illud in ſitu locum infimum occupet, ſiue ſupremum.



30. Quadrilaterum autem figurarum quadratum quidẽ eſt quod æquilaterum eſt & rectangulũ.

31. Altera parte longior figura eſt, quae rectangula quidem, at aequilatera non eſt.

32. Rhombus autem, quæ æquilatera quidem, ſed rectangula non eſt.

Ῥόμβος Græcis rota eſt, ſeu quiddam rotæ formam habens, à radice ῥέμβω, id eſt quod gyrum circumago: apud Mathematicos tamen cùm dicatur figura quadrangula, & lateribus conſtans æqualibus, ſed non etiam angulis, quæ vt apparet, nihil habet commune cum rota, & ad motum circularem prorſus inepta eſt, multóque adhuc magis ῥομβοειδὴς figura alia de qua proxime, Rhombo ſimilis. Malim vtramque figuram, ita dictam à ſimilitudine quam habet cum Rhombo piſce.

33. Rhomboides verò quae aduerſa, & latera, & angulos aequalia inter ſe habens, neque aequilatera eſt, neque rectangula.

34. Praeter has autẽ reliqua quadrilateræ, Trapezia appellentur.

Τράπεζα Græcis est mensa vnde diminutiuum τὸ τραπέζιον mensula, abaculus, hinc apud Mathematicos τὰ τραπέζια figuræ quadrilateræ quæ mensas aliquatenus referunt: Est vero Trapezium, vel isosceles, vel scalenum, vel irregulare.

35. Parallelae sũt rectae, quae in eodem plano existentes, & productae in infinitum ex vtraq; parte, in neutram mutuò incidunt.

Ad hoc vt duæ rectæ dicantur parallelæ, non ſufficit vt productæ in infinitum non concurrant. Sic enim duæ rectę in tranſuerſum poſitę media re aliqua, & non ſe tangentes, dicerentur parellelæ, quia nunquam concurrerent. Sed requiritur præterea, vt ſint in eodem plano.

Poſtulata.

I. *Poſtuletur à quouis puncto* A. *ad quoduis punctum* B. *rectam lineam* A B. *ducere.*

2. Et terminatam rectam AB. *in continuum rectà producere in* C.

3. Et quouis centro, & interuallo circulũ deſcribere.

Cõmunes notiones ſeu Axiomata.

1. Quæ eidem æqualia, & inter ſe ſunt æqualia.

2. Et ſi æqualibus æqualia adiecta ſint, tota ſunt æqualia.

3. Et ſi ab æqualibus æqualia ablata ſint, quæ relinquuntur ſunt æqualia.

4. Et ſi inæqualibus æ-

qualia adiecta sint, tota sunt inæqualia.

5. Et si ab inæqualibus æqualia ablata sint, reliqua sunt inæqualia.

6. Et quæ eiusdẽ duplicia, inter se sunt æqualia.

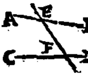
7. Et quæ eiusdem dimidia, inter se sunt æqualia.

8. Quæ congruunt sibi mutuo, inter se æqualia sunt.

Id est, quæ collata, ita componuntur, vt pars parti respondeat, & terminus termino, æqualia sunt. Lineæ autem rectæ & æquales congruunt, vti & anguli.

9. Et totum parte maius est.

10. *Et omnes recti anguli æquales inter ſe ſunt.*



11. *Si in duas rectas* AB. CD. *recta* EF. *incidens interiores, & ad eaſdem partes angulos* BEF. EFD. *duobus rectis minores faciat; productæ duæ illæ rectæ in infinitum, coincident inter ſe ad eas partes, in quibus ſunt anguli duobus rectis minores.*

Scio principium hoc obſcurum quibuſdam, & à Gemino & Proclo reiectum à numero principiorum: verum non debet res aliqua à notionibus communibus reiici, quod vnus aut alter ei assensum neget: oporteret enim & nonum expungere. Iam enim sunt aliqui Philosophi adeo subtiles vt negent totum sua parte maius. His & illis sufficiat dicere Euclidem cæterosque omnes, hæc omnia ex sola terminorum notione, euidentia censuisse, & existimasse sensu communi carere, qui ea negaret. Ne scrupulus remaneat, illud demonstrat Clauius prop. 28. l. 1.

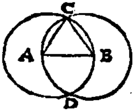
12. *Duæ rectæ spatium non comprehendunt.*

Id est ex omni parte concludunt.

PRO-

PROPOSITIO I.

Super data recta terminata A B. triangulum æquilaterum A B C. constituere. *Problema I.*



PRaxis. Ex centris A. & B. spatio A B. describe [a] duos circulos, & ex puncto sectionis C. duc [b] rectas CA. CB Dico triangulum A B C. esse æquilaterum.

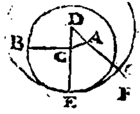
[a] 5. *Post.* [b] 1. *Post.*

Probatur Recta A C. æqualis est [c] rectæ AB. & BC. eidem: [c] ergo rectæ AC. BC. æquales eidem AB. æquales sunt [d] inter se. Ergo Triangulum A B C. est [e] æquilaterum. Quod erat faciendum.

[c] 15. *Def.* [d] 1. *Ax.* [e] 24. *Def.*

PROPOSITIO II.

Prob. 2.



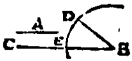
Ad datum punctum A. *datæ recta* BC. *æqualem rectam* AG. *ponere.*

a 1. Post. b 1. Prop. c 3. Post. d 2. Post. e Ex const. f 15. Def. g 3. Ax. h 1. Ax.

PRax. Iungatur [a] AC. Super ipsa AC. fac [b] triangulum æquilaterũ CDA. centro C. spatio BC. duc [c] circulũ: latus DC produc [d] in E. centro D. spatio DE. duc maiorem circulum: latus DA produc in G. Recta AG. æqualis est rectæ CB.

Prob. Rectæ DA. DC. sunt [e] æquales. Rectæ DE. æqualis [f] recta DG. [g] Ergo recta AG. rectæ CE. Rursum, recta [f] CE. æqualis est rectæ CB, [h] Ergo AG ipsi CB. Quicunque autem alii ponantur casus, eadem semper erit constructio & demonstratio, vt bene notat Clauius ex Proclo.

PROPOSITIO III.



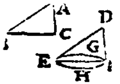
Datis duabus rectis inæqualibus A. *&* BC. *de maiori* BC *minori* A. *æqualem rectam* BE. *detrahere*. Prob. 33

PRax. Ad datum punctum B. datæ rectæ A. æqualem rectam DB. [a] pono. Centro B spatio BD duco [b] circulum, abscissa BE, est æqualis ipsi A. a 1. Prop. b 3. Post.

Prob. Recta BE. est [c] æqualis ipsi B,D. quæ ponitur [d] æqualis ipsi A. Ergo abscissa BE. æqualis est [e] datæ A. Quod erat faciendum. c 15. Def. d Ex const. e 1. Ax.

PROPOSITIO IV.

Theorema I.



Si duo triangula A. *&* D. *duo latera, duobus lateribus aequalia habeant utrumque utrique* hoc est AB. ipsi DE. & AC. ipsi DF. *habeantque angulos* A. *&* D. *lateribus illis contentos, aequales: Et Basim* BC. *basi* EF. *aequalem habebunt, & triangulum* ABC. *triangulo* DEF. *aequale erit, & reliqui anguli, reliquis angulis aequales erũt uterque utrique,* hoc est angulus B. angulo E. & angulus C. angulo F. æqualis erit, *sub quibus aequalia latera* AB. ipsi DE. *&* AC. ipsi DF. *subtenduntur.*

PRob. Latus AB. lateri DE. & latus AC. ipſi DF. & angulus A. angulo D. ponuntur ęqualia: ergo ſi ſuperponantur, a congruent.; ergo & baſis B C. baſi EF. congruet. Lineæ enim rectæ ſibi congruunt, quarum extrema congruunt: alias non ex æquo ſua puncta b interiacerent. Deinde ſi negas; earum vna cadat vel ſupra EF. in G. vel infra in H. ergo duæ rectæ EGF. EF. ſpatium comprehendunt, quod eſt contra 12. axioma. Baſes igitur & omnia latera congruunt; Ergo & anguli, cum anguli non ſint aliud, c quam inclinationes ipſarum linearum, quæ ſupponuntur congruere. Omnia latera & anguli congruunt, ergo totum triangulum toti triangulo eſt æquale, &c. Quod erat demonſtrandum.

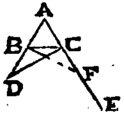
a 8. Ax.

b Def 4.

c Def. 8

PROPOSITIO V.

Theor. 8



Isoscelis trianguli ABC. *qui ad basim sunt anguli* ABC. ACB. *inter se sunt æquales*. & *productis æqualibus rectis* AB. AC puta in D. & E. *qui sub basi sunt anguli* CBD. BCF. *inter se æquales sunt*.

PRæparatio. Ex lineis AB. AC. productis, accipio æqualia BD. CF. & duco rectas CD. BF.

Prob. Triangulorum BAF. CAD. vnum latus BA. Vni CA. & alterum FA. alteri DA. æquale est. a Et angulus BAC. vtrique est communis: ergo b Angulus ABF. æqualis est angulo ACD. & angulus AFB. angulo ADC. & basis BF. basi CD. æqualis. Rursus in triangulis BCD. CBF. latus CF. lateri BD. est æquale, & latus FB. probatum est æquale ipsi DC. & angulus D. angulo F. æqualis. Ergo b anguli CBD. BCF. infra basim sũt æquales & Anguli BCD. CBF. æquales, qui si tollantur ex æqualibus ABF. ACD. relinquent angulos ad basim ABC. ACB. æquales. quod erat demonstrandum. Thales fertur autor huius propositionis.

a Ex hipot. & ax. 2

b 4. Prop.

c 3. Ax.

Corollarium. Omne triangulum æquilaterum, est æquiangulum.

PROPOSITIO VI.

Si trianguli ABC. *duo anguli* ABC. ACB. *æquales inter se fuerint, & sub æqualibus angulis subtensa latera* AB. AC. *æqualia inter se erunt.* Tb. 3.

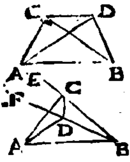
SI negas: pars vnius BD [a] fiat æqualis alteri CA: hoc posito; triangula DBC. ACB. se habent iuxta quartam; nam latus BC. commune, & latera BD. CA. æqualia, & anguli DBC. ACB. æquales. Ego & totum triangulum æquale erit toti triangulo, hoc est totum parti: quod repugnat. [b]

a 3. Prop.

b Ax. 9

Coroll. Omne triangulum æquiangulum, est æquilaterum.

PROPOSITIO VII.



Super eadem recta AB, *duabus eisdem rectis* AC. BC. *æquales aliæ duæ rectæ* AD. BD. *vtraque vtrique*, hoc est AC, ipsi AD, & BC, ipsi BD, *non constituentur ad aliud & aliud punctum*, puta D. *ad easdem partes*, *eosdem terminos* B & A. *habentes*, *cũ duabus initio ductis rectis*.

ad 25.

PRob. Quia si possint duci duæ
5. Prop. aliæ, ducantur in D. Ergo triangulum CAD. a est Isosceles: ergo b anguli ACD. ADC. æquales. Rursus triangulum CBD, est Isosceles. Ergo b anguli BDC.

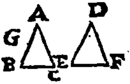
BCD sunt æquales, cùm tamen angulus CDA. pars anguli totalis CDB. probatus sit æqualis totali angulo ACD. Idémque sequetur incommodum vbicumque statuatur punctum versus easdem partes. Nam si ponatur punctum intra triangulum in D. vt in secunda figura, ductis AD. BDF. BCE. & DC sic dico, Rectæ AD. AC. ponuntur æquales, ergo [a] anguli ADC. ACD. sunt æquales: similiter BD. BC. ponuntur æquales, ergo anguli infra basim ECD. FDC. sunt [a] æquales, ergo angulus FDC. maior est angulo ADC. quemadmodum ECD, maior est ipso ACD. quod repugnat.

a 5. Prop.

Denique non potest statui punctum in parte alicuius lineæ ex datis, alioqui pars esset æqualis toti, contra 9. ax.

PROPOSITIO VIII.

Tb. 5.

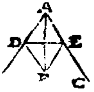


Si duo triangula A, D. *duo latera*, AB, AC, *duobus lateribus* DE. DF. *æqualia habeant, alterũ alteri: habeant etiam basim* BC, *basi* EF. *æqualem: Et angulum* A. *angulo* D. *æqualem habebunt, sub æqualibus rectis contentum.*

PRob. Quia si congruant latera, congruent & anguli: cum [a] angulus non sit aliud quàm inclinatio duarum linearum. Quod si quando superponentur non congruant, sed trianguli EFD. apex D. non cadat in A, sed in G. ergo tunc duæ rectæ duabus rectis æquales, super eadem recta BC. ducentur ad aliud punctum, contra præcedentem.

a 8. *Def.*

PROPOSITIO IX.



Datum angulum rectilineum BAC. *bifariam secare.* Prob. 4

PRax. Ex lateribus dati anguli BAC, sumo [a] rectam AD, & ipsi æqualem AE. Iungo DE, constituo [b] triangulum æquilaterum DEF, duco rectam AF, quam assero diuidere bifariam angulum A.

a 3. Prop.
b 1. Prop.

Prob. In triangulis DAE.EAF. rectæ AD. AE. sunt equales: AF, cõmunis est, & basis DF, basi EF, equalis: [b] ergo anguli FAD.FAE, sunt equales Ergo angulus BAC, diuisus est bifariam. Quod faciendum erat.

b 8. Prop.

PROPOSITIO X.

Prob. 5.

Datam rectam terminatam G H. *bifariam secare.*

a 1. Prop. b 9. Prop.

PRax. Supra rectam GH,[a] constituo triangulum æquilaterum GAH. cuius angulum A, diuido[b] bifariam, & ducta recta AF, dico rectam GH, diuisam bifariam.

Prob. Triangula GIA, HIA, se habent iuxta quartam ex constructione figuræ; ergo habent bases GI, IH, æquales. Ergo recta GH, diuisa est bifariam. Q. E. F.

PROPOSITIO XI.

Data recta DE. *à puncto* I. *in ea dato, ad rectos angulos, rectam lineam* IA. *excitare.* Prob. 6

PRrax. Ex linea DE, à puncto I, sumo [a] partes hinc inde æquales ID, IE, in DE, [b] constituo triangulum æquilaterum DAE. à puncto A, ad punctum I, duco rectam, quam assero perpendicularem. a 3. Prop. b 1. Prop.

Prob. Latus DI, [c] est equale lateri IE, & latus [d] DA, ipsi AE, & latus AI, commune. [e] Ergo anguli AID, AIE, erunt equales, [f] ergo recti; ergo [f] AI. perpendicularis. c Ex const. d 23. Def. e 8. Prop. f 10. Def.

PROPOSITIO XII.

Prob. 7

Super datam rectam infinitam DE. *à dato puncto* A. *quod in ea non est, perpendicularam rectam lineam* AI. *excitare.*

PRax. Centro A. duco circulum, qui secet rectam DE: à sectionibus duco rectas DA, EA, [a] diuido DE, bifariam in I, & duco rectam AI. quam dico perpendicularem.

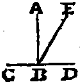
a 10. Prop.

Prob. Latera AD, AE, [b] sunt ęqualia, [c] latus DI, ęquale lateri IE, & AI, commune: [d] ergo anguli AID, AIE, sunt ęquales: [e] ergo recti: ergo AI, est [e] perpendicularis.

b 15. Def. c Ex const. d 8. Prop. e 10. Def.

Huius propositionis autor fertur Oenipedes Chius annis ante Christum circiter 550.

PROPOSITIO XIII.



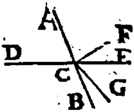
Cùm recta AB, *vel* EB, *supra rectam* CD, *consistens, angulos facit : aut duos rectos* ABC, ABD, *aut duobus rectis æquales* EBC, EBD. *facit.* Th. 6

PRob. Recta EB, cum recta DC, aut facit vtrinque ęquales angulos & [a] consequenter rectos; aut non facit : si non facit, [b] excitetur ex B. perpendicularis BA. Quoniã igitur angulo ABD, ęquales [c] sunt ABE, EBD, Si vtrisque addas rectum ABC, [d] erunt duo recti ABC ABD, ęquales tribus angulis ABC, ABE, EBD, qnibus etiam anguli *EBC. EBD.* sunt ęquales & consequenter hi duo sunt aequales duobus rectis Q.E.P.

a 10. *Def.*
b 11. *Prop.*
c 13. Ax.
d 2. Ax.

PROPOSITIO XIV.

Th. 7.



Si ad aliquam rectam AC, *& in ea pũctum* C. *duæ rectæ* DC, CE, *non ad easdem partes ductæ, eos qui sunt deinceps angulos* ACD, ACE, *duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt inter se rectæ*, hoc est DCE, erit vna linea recta.

a Per 2. Post.
b 13. Prop.
c Contra Ax. 9

PRob. Si rectæ DC, CE, non iacent in directum, [a] iaceat CF, aut alia quæpiam. Ergo anguli ACD, ACF, valent [b] duos rectos. Ergo [c] pars est æqualis toti. Nam prius ex hypothesi A C D, ACE. valebant duos rectos.

PROPO-

PROPOSITIO XV.

Si duæ rectæ AB, CD, *secent se inuicem, angulos ad verticem* AED, CEB. *æquales inter se facient.* Tb.8.

PRob. Nam angulo siue AED, siue CEB, addatur angulus medius DEB, [a] erit ęqualis duobus rectis, [b] ergo anguli CEB, AED, sunt ęquales. Idémque fiet si angulo AEC, vel DEB, adijciatur angulus AED. a 13. *Prop.* b 3. *Ax.*

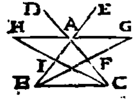
Thales Milesius fertur auctor huius propositionis.

Corol. 1. Duę rectę secantes se mutuo, efficiunt ad punctum sectionis, quatuor angulos, quatuor rectis ęquales.

Corol. 2. omnes anguli circa idem punctum constituti æquales sunt quatuor rectis.

PROPOSITIO XVI.

Th. 6



Trianguli A B C, *vno latere* BA, *producto* in E, *externus angulus* EAC, *vtrolibet interno & opposito* C, *vel* B, *maior est.*

PRob. Latus AC. [a] bifecetur in F, ducatur BG. ita vt BF. sit æqualis FG. iunge rectã AG. tunc triangula AFG. CFB. habent se iuxta 4. nam latus [b] AF. æquale est lateri CF. & latus FG lateri FB. & angulus AFG, [c] angulo CFB, ęqualis; [d] ergo & angulum GAF. angulo BCF. ęqualem habebunt, ergo angulus totalis EAC. externus maior est interno & opposito ACB. Quod si latus AB. bifecetur in I, idem fiet, & probabitur angulum externum DAB. maiorem esse angulo A B C. Ergo cum angulus EAC. [e] sit æqualis angulo DAB. erit angulus EAC. externus, maior quolibet interno & opposito nempe angulo C. vel B.

a 10. Prop.
b Ex const.
c 15. Prop.
d 4 Prop.
e 15. Prop.

PROPOSITIO XVII.

Trianguli ABC. *duo angu*li, B C A, CAB, vel alii quilibet, *quocunque modo sumpti, duobus rectis sunt minores.* Th. 10

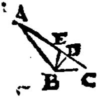
PRob. Producto BC. in D. externus angulus ACD. [a] maior est angulo A, vel B, sed anguli ACD, ACB, [b] valent tantùm duos rectos, ergo anguli B, & C, interni, siue CAB, BCA, sunt minores duobus rectis. Idem dicam de angulis A, & B, si producam latus, BA. a 10. Prop. b 13. Prop.

Coroll. 1. In omni triangulo, cuius vnus angulus fuerit rectus vel obtusus, reliqui sunt acuti.

Coroll. 2. Omnes anguli trianguli æquilateri & trianguli Isoscelis, anguli supra basim sunt acuti.

PROPOSITIO XVIII.

Th. 11.



Trianguli ABC, *maius latus* AC, *maiorem angulum* ABC, *subtendit*.

a 3. Prop. b 5. Prop. c 16. Prop. d 5. Prop. e 16. Prop. f 9. Ax.

SI negas: Ex maiori latere AC, a fac AD, ęquale ipsi AB, duc rectam BD, b erunt anguli ABD, ADB, ęquales. Est autem angulus ADB, hoc est ABD, externus & oppositus angulo C. c ergo maior. Multo ergo maior est totalis angulus ABC, angulo C. Maior item est angulo A. nam fac CE, ęqualem ipsi CB, d erunt anguli CEB, CBE, ęquales, e & angulus CEB, hoc est EBC, maior angulo A, f ergo angulus ABC, maior angulo A. Q. E. D.

PROPOSITIO XIX.

Trianguli ABC, *maius latus* AC, *sub maiori angulo* ABC, *subtenditur.* Th. 12.

SI negas latus AC, esse maius latere AB, sint equalia: a ergo anguli B, & C, sunt equales, contra hypothesim. Si latus AB, dicas maius latere AC. b ergo angulus C, maior erit angulo B, contra hypoth. Idem dicam de latere BC. Ex quibus sic dico latus AC, nec minus est nec equale lateribus AB, CB, ergo maius.

a 5. Prop.

b 18. Prop.

PROPOSITIO XX.

Th. 13.  *Trianguli* A B C, *duo latera* puta AB, AC, *quomodocunque ſumpta, reliquo* B C, *ſunt maiora.*

PRob. Produco CA, in D, ſic vt AD, ſit ęquale ipſi AB, & proinde [a] CD, ęqualis ipſis CA, AB, ducta recta DB, ſic dico: Rectæ AD, AB, ſunt æquales [b] ergo æquales anguli D, & DBA. [c] Maior ergo vtrolibet erit totus angulus DBC, ſed hunc angulum ſubtendit latus CD, hoc eſt CA, AB, [d] ergo recta CD, hoc eſt CA, AB, maior eſt quàm latus BC.

a 2. Ax.
b 5. Prop.
c 9. Ax.
d 19. Prop.

PROPOSITIO XXI.

Si super triãguli ABC, *uno latere* BC, *ab extremitatibus duæ rectæ* BD, DC, *interius constitutæ fuerint, hæ constitutæ, reliquis trianguli duobus lateribus* AB, AC, *minores quidem erunt, maiorem verò angulum continebunt*, id est angulus D. maior erit angulo A. Th. 14

PRob. 1. pars. Producto BD, in E, in triangulo, BAE, duo latera BA, AE, a maiora sunt tertio BE, ergo si addatur commune EC, erunt BA, AC, maiora quam BE, EC. Eodem modo in triangulo CED, latera CE, ED. maiora sunt tertio CD, ergo si commune addatur DB, erunt CE, EB, maiora quam BD, DC, sed AB, AC, probata sunt maiora quam BE, EC, ergo maiora quam BD, DC. a 20. Prop.

Prob. 2. angulus BDC, externus b maior est interno & opposito D EC & hic maior angulo A. interno & opposito, multo ergò maior angulus BDC, angulo A. Q. E. P. b 16. Prop.

PROPOSITIO XXII.

Prob. 8

Ex tribus rectis DF, FG. GH, quæ sunt æquales tribus datis rectis A. B. C. triangulum FIG, constituere. oportet autem duas quomodocunque sumptas, reliqua esse maiores: a quoniam omnis trianguli duo latera quomodocunque sumpta reliquo sunt maiora.

a 20 Prop.

PRax. Datis rectis ABC. sume ipsis ordine æquales DF. FG. GH centro F. spatio FD. duc circulum DI. & centro G. spatio GH, duc alium HI, iunge datas cum intersectione circulorum in I. lineis FI, GI, & factum est quod petitur.

Prob. in triangulo FIG, recta FI, aequalis est b ipsi DF. hoc est A, & GI, ipsi GH, hoc est C, & GF, ipsi B.

b 15. Def.

PROPO-

PROPOSITIO XXIII.

Ad datam rectam AB & pūctum C in ea datū, dato angulo rectilineo DEF *aequalem angulum rectilineum* GCB. *constituere.*

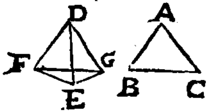
Problema 9.

SVme in rectis EH. EI. duo pūcta vtcunque, puta D. & F. quae recta DF. iunges. Tum [a] fiat triangulum CGB. habens latera aequalia lateribus triāguli EDF, singula singulis: hoc facto triangula se habent iuxta propositionem 8. ergo anguli E. & C. erunt aequales. Huius propositionis autor fertur Oenipes Chius.

a 22. Prop.

PROPOSITIO XXIV.

Th. 15.

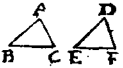


Si triãgulum ABC. *duo latera*, AB. AC. *duobus trianguli* DFE. *lateribus* DF. DE. *æqualia habuerit*, AB. *ipsi* DF. *&* AC. *ipsi* DE: *angulum vero* A. *maiorem angulo* D. *basim* BC. *basi* FE. *maiorem habebit.*

a 23. Prop.
b 4. Prop.
c 5. Prop.
d 19. Prop.

Ad rectã FD. & ad punctũ in ea datum [a] fiat angulus FDG. æqualis angulo A. & latus DG. ipsi DE. hoc est ipsi AC. sit æquale, [b] & cõsequenter basis BC. basi FG. iungãtur rectę GE. GF. anguli DGE. DEG. [c] æquales erunt. Ergo totus angulus FEG. maior quam DEG. maior etiam erit quam DGE. & multo maior quã FGE. [d] ergo recta GF. & huic æqualis BC. maior est quam EF.

PROPOSITIO XXV.



Si duo triangula A B C. DEF. *duo latera, duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri* hoc est AB ipsi ED. & AC. ipsi DF. *basim verò* BC. *basi* EF. *maiorem habuerint: & angulum* A. *angulo* D. *maiorem habebunt sub æqualibus rectis contentum.* Th.16.

PRob. Quia si angulus A. non est maior angulo D. erit vel æqualis, vel minor: si æqualis a ergo bases BC, EF, erunt æquales, quod est contra hypothesim. Si minor: cum latera AB, AC, sint æqualia ipsis DE, DF, basis EF, b maior erit base BC, contra hypoth.

a 4. Prop.
b 24. Prop.

PROPOSITIO XXVI.

Theo. 27.

Si duo triangula, duos angulos, duobus angulis æquales habuerint, alterum alteri; & vnum latus vni lateri æquale, siue quod adiacet æqualibus angulis, siue quod vni æqualium angulorum subtenditur, & reliqua latera, reliquis lateribus æqualia habebunt, alterum alteri, & reliquum angulum reliquo angulo.

PRob. sint in triangulis ABC. DEF. anguli B, & C, æquales angulis E, & F, sintque primo latera BC. EF (quæ adiacent angulis æqualibus) æqualia. Si latus ED, non est æquale ipsi BA, sit eo maius, & sumatur EG, æqualis ipsi BA, tum ducta FG, Duo latera triangulorum GEF, ABC, æqualia sunt, & anguli E, & B, æquales contenti inter latera æqualia, [a] Ergo anguli C,& CFE, sunt æquales, quod esse non potest; nam angulus GFE, est pars ipsius DFE, qui æqualis ponebatur ipsi C. non ergo D,E, maior est quam BA. Sed neque minor, aliàs lateri BA, eadem quæ prius applicaretur demonstratio. Ergo æqualis. Ergo triangula DEF, ABC, se habent iuxta 4. & latera lateribus, & anguli angulis correspondentibus sunt æquales. a 4. Prop.

Sint deinde latera AB, DE, subtendentia æquales angulos C, & EFD, inter se æqualia, dico latera CB, CA, ipsis FE, FD, esse æqualia, & angulum A, angulo D, æqualem. Si enim latus EF, sit maius latere BC, sume rectam EG, æqualem ipsi BC, duc rectam DG. quoniam igitur latera AB,

B C. sunt æqualia ipsis D E, EG, & anguli B, & E, sunt æquales ex hypoth. erit angulus C, angulo EGD, æqualis. [b] Igitur & angulus EGD, angulo EFD, erit æqualis, hoc est externus interno & opposito [c] quod est absurdum. Non est ergo latus EF. maius latere BC. sed neque ipse minus est, vt ostendit eadem demonstratio applicata lateri BC. ergo est ei æquale; ergo triangula ABC, DEF, se habent iuxta 4. cum latus AB. ipsi DE. & BC, ipsi EF, & angulus B. angulo E. sit æqualis & consequenter basis AC, basi DF. Thales Milesius autor huius.

b 4. Prop.

c 16. Prop.

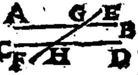
PROPOSITIO XXVII.

Si in duas rectas AB CD. *recta* EF. *incidens angulos alternos* AGH. DHG. *æquales inter ſe fecerit : parallelæ erunt inter ſe rectæ.* Tb. 18.

PRob. Si non ſunt parallelæ [a] coibunt tandem puta in I. & fiet triangulus GIH, cuius angulus externus AGH, erit [b] maior interno & oppoſito GHD, cui tamen ex hypotheſi erat æqualis. Similiter demonſtrabitur, ſi dicantur concurrere in K Ergo non concurrunt. Ergo ſunt parallelæ.

a 35. Def.
b 16. Prop.

PROPOSITIO XXVIII.

Fig. 19. 

Si in duas rectas AB. CD. *recta* EF. *incidens, externum angulum* AGE. *interno & opposito & ad easdem partes* GHC. *aequalem fecerit: aut internos & ad easdem partes* AGH. GHC. *duobus rectis aequales fecerit: parallelae erunt inter se rectae.*

PRobatur 1ª. pars. Angulo
a 15. Prop. AGE a æqualis est angulus
b 8. PGH, angulus CHG, æqualis po-
Ax. nitur angulo AGE, b ergo alterni
c 27. BGH, GHC, sunt æquales. c ergo
Prop. rectæ AB, CD, sunt parallelæ.

Probatur 2ª. Angulus EGA, cum angulo AGF, [d] valet duos rectos, anguli AGH, GHC, ponuntur æquales duobus rectis: [e] ergo anguli EGA, GHC, sunt æquales. Ergo rectæ AB, CD, sunt parallelæ per priorem partem huius. d 13. Prop. e 1. Ax.

Ex secunda parte huius propositionis, constat sufficienter de veritate vndecimi Axiomatis.

PROPOSITIO XXIX.

Th. 20.

In parallelas rectas AB. CD. *recta* EF. *incidens: & alternos angulos* BGH. GHC. *aquales inter se facit: & externum* EGB. *interno & opposito & ad easdem partes* EHD. *aqualem: & internos ad easdem partes* AGH. CHG. *duobus rectis aquales.*

PRobatur 1. pars. Anguli DHG. GHC, a valent duos rectos: anguli item DHG, BGH, b valent duos rectos c ergo anguli BGH, GHC, sunt æquales.

a 13. Prop. b 28. Prop. c 3. Ax.

Prob. 2. Anguli EGB, BGH, a valent duos rectos: anguli

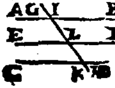
BGH, GHD, [b] valent duos rectos, ergo anguli EGB, EHD, sunt aequales.

Prob. 3. Rectæ AB, CD, ponuntur parallelæ [d] ergo neque versus A. neque versus B, concurrunt, ergo tam versus A, quam versus B. anguli interni ad easdē partes sunt aequales duobus rectis, [e] si enim ex aliqua parte essēt minores, ex ea concurrerent. d 35. *Def.* e 11. *Ax.*

Coroll. Omne parallelogrammum, habens vnum angulum rectum, est parallelogrammum rectangulum.

PROPOSITIO XXX.

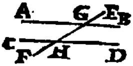
Th. 21.



Quæ eidem rectæ EF. *parallelæ* AB.CD. *& inter se sunt parallelæ.*

Prob. In has tres rectas in eodem plano positas si cadat recta GH, angulus AIL, aequa-
a 29. Prob. lis erit angulo ILF. a quia sunt alterni; & angulus externus ILF,
b 1. angulo LKD, interno & opposi-
Ax. to: b ergo anguli AIL, LKD, sunt
c 27. aequales: c ergo rectæ AB, CD,
Prop. sunt parallelæ.

PROPOSITIO XXXI.



A dato puncto G. *data recta* CD. *parallelam rectam lineam* AB. *ducere.* Prob. 10

EX G, in datam CD, duc rectam GH, vtcunque, & angulo GHD. [a] constituatur aequalis ad G, nempe angulus HGA, [b] erit recta AB, ipsi CD, parallela, quia anguli alterni AGH, DHG, sunt aequales.

a 23. Prop.
b 27. Prop.

PROPOSITIO XXXII.

Th. 22. 

Trianguli A B C. *uno latere* BC. *producto* in E *externus angulus* ACE. *duobus internis & oppositis* ABC. BAC. *aequalis est: & trianguli, tres interni anguli* A. B. C. *duobus rectis aequales sunt.*

PRob. prima pars, [a] Ducatur ex C. recta CD. parallela re-
a 31. Prop. ctæ AB. tunc quia recta AC. cadit in parallelas AB. CD. angulus A. aequalis est alterno ACD. Et quia BC. cadit in easdem, angulus ECD. externus [b] aequalis
b 29. Prop. est interno B. Totalis ergo ACE. aequalis est duobus internis & oppositis A. & B.

Prob. 2. Angulus A C B. cum externo ACE.[c] valet duos rectos, sed angulus ACE.[d] aequalis est angulis A & B. ergo angulus C. cum angulis A. & B. valent duos rectos, ergo tres anguli, &c. Huius propositionis autor fertur Pythagoras Samius circa annum ante Christ. 650. c 13. Prop. d 32. Prop.

Corol. 1. Omnes tres anguli vnius trianguli, sunt aequales tribus cuiuscunque alterius trianguli simul sumptis; & quando duo sunt aequales duobus, erit & reliquus reliquo.

Corol. 2. In triangulo Isoscele rectangulo, anguli ad basim sunt semirecti.

Corol. 3. Angulus trianguli æquilateri est vna tertia duorũ rectorũ, vel duæ tertiæ vnius recti.

Sch. Omnis figura rectilinea distribuitur in tot triangula, quot ipsa continet latera, demptis duobus, & anguli triangulorum, constituunt angulos figuræ.

PROPOSITIO XXXIII.

Th. 23. 

Recta AC. BD. *quæ æquales & parallelas* AB. CD. *ad easdem partes coniungunt: & ipsæ æquales & parallelæ sunt.*

PRob. Duc rectam DA. quae datas AB. CD. iungat [a] tunc anguli alterni DAB. ADC. erunt aequales: latus AB. ponitur aequale lateri CD. latus AD. est commune [b] ergo bases AC. DB. sunt aequales. [b] Ergo anguli CAD. ADB. sunt aequales: [c] ergo rectæ AC. DB. sunt parallelæ.

a 29. Prop.
b 4. Prop.
c. 27. Prop.

PROPO-

PROPOSITIO XXXIV.

Parallelogrammorum spatiorum quae ex aduerso & latera AB.CD: AC. BD. & anguli A. & D. B & C. aequalia sunt inter se, & diameter AD. illa bifariàm secat. Th.24

PRob. Rectæ AB. CD. ponuntur parallelæ, a ergo angulus BAD. angulo CDA. & angulus CAD. angulo ADB. sunt aequales, cùm sint alterni. Ergo triangula ABD ACD. habent duos angulos aequales alterum alteri, & ipsis commune latus AD. adiacet; b ergo & reliqui anguli B. & C. sunt aequales, & reliqua latera, AB ipsi CD & BD. ipsi AC. erunt aequalia, cum aequalibus angulis, nempe alternis opponantur. c Ergo triangula ABD. ACD. aequalia inter se.

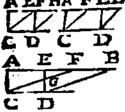
a 29. Prop.

b 26. Prop.

c 4. Prop.

PROPOSITIO XXXV.

Th. 25.



Parallelogramma AD. FD. *super eadem basi* CD. *& in iisdem parallelis* AB. CD. *constituta, inter se sunt æqualia.*

ID tribus modis potest contingere, si vt vides in 1. figura, sic
a 1. Ax. dico. Rectæ AE. FB. sunt a æquales,
b 34. Prop. les, quia sunt b aequales rectæ CD. Rectæ AC. ED. sunt aequa-
c 34. Prop. les: angulus CAE. d aequalis est angulo DFB, externus interno &
d 29. Prop. opposito, ergo triangulum CAE.
e 4. Prop. aequale est e triangulo DFB. f addito ergo communi FCD. fient
f 2. Ax. parallelogrāma AECD. FBCD. aequalia.

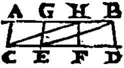
Si vt in 2a Rectæ AE. FB. sunt

aequales vt prius: [f] dempta igi- *f 3.*
tur communi FE. erunt aequales *Ax.*
AF. EB. Rectę AC. ED. sunt *g 34.*
[g] aequales: anguli A. & E. sunt *Prop.*
[h] aequales, [i] ergo triangula FAC. *h 29.*
BED. sunt aequalia. addito ergo *Prop.*
communi trapesio EFCD. paral- *i 4.*
lelogramma AECD. FBCD. e- *Prop.*
runt [l] aequalia. *l 2.*

Si vt in 3a. idem repeto. Rectæ *Ax.*
ABF. B. sunt [m] aequales ipsi CD. *m 34.*
[n] ergo & inter se: ergo recta [o] AF. *Prop.* *n 1.*
ęqualis est rectæ EB. Rectæ AC. *Ax.*
ED. sunt [p] aequales, anguli item *o 2.*
E. & A. sunt [q] æquales; ergo triã- *Ax.* *p 34.*
gula ACF. EDB. sunt [r] aequalia: *Prop.*
Ergo si ab vtroque tollas trian- *q 29.*
gulum EGF. relinques aequalia *Prop.*
trapezia ACGE, & FGDB. qui- *r 4.*
bus si addas commune triangu- *Prop.*
lum CGD. facies parallelogram-
ma AD, DF, aequalia.

PROPOSITIO XXXVI.

Tb. 26.

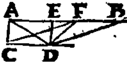


Parallelogramma AE.HD *super æqualibus basibus* CE FD. *& in iisdem parallelis* AB CD. *constituta, inter se sunt æqualia.*

a .4. Prop. b 35. Prop. c 1. Ax.

PRob. Connectantur parallelogramma rectis CH.EB [a] quae erunt aequales & parallelæ. Hoc posito, parallelogrammum AE. aequale est ipsi CB. [b] & parallelogrammum CB. ipsi HD. [c] ergo parallelogramma AE. HD. sunt aequalia.

PROPOSITIO XXXVII.



Triangula Th. 27.
ACD. FCD. *super eadem basi* CD. *& in iisdem parallelis* AB. CD. *constituta, sunt inter se aequalia.*

PRob. [a] Per D. ducas DE. parallelam rectæ CA. & DB. ipsi CF. parallelogramma AD. CB. [b] erunt aequalia: [c] sed eorum dimidia sunt triangula ACD. FCD. [d] ergo ipsa triangula ACD. FCD. sunt aequalia.

a 31. Prop.
b 15. Prop.
c 34. Prop.
d 7. Ax.

PROPOSITIO XXXVIII.

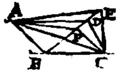
Tb.28.

Triangula ACE. BFD. *super æqualibus basibus* CE. FD. *& in iisdem parallelis* AB. CD. *æqualia sunt inter se.*

a 31. Prop. b 30. Prop. c 34. Prop. d 7. Ax.

PRob.. a Ducatur EG. parallela ipsi AC. & FH. ipsi BD. b erunt parallelogramma CG. HD. aequalia. c Horum dimidia sunt triangula ACE. BFD. d Ergo sunt inter se æqualia.

PROPOSITIO XXXIX.



Æqualia triangula A B C. DBC. *super eadem basi* BC. *& ad easdem partes constituta, in iisdem sunt parallelis.* Hoc est *A*D. est parallela BC. *Th. 29.*

PRob. Si negas AD. ipsi BC. esse parallelam [a] sit AE. cui recta BD. producta occurrat in E. Ducta ergo recta CE. [b] triangula ABC. EBC. erunt æqualia, quod fieri nequit: nam triangulum DBC. ponebatur æquale triangulo ABC. Quod si dices AF. & BC. esse parallelas, eadem repetetur demonstratio, & sequetur totum & partem esse æqualia.

a 31. Prop.

b 37. Prop.

PROPOSITIO XL.

Th. 30.

Æqualia triāguli A B C. D E F. *super æqualibus basibus* BC. EF. & *ad easdem partes, constituta, in iisdem sunt parallelis* AD. BF.

PRob. Si negas *AD.* ipsi *BF.* esse parallelam, sit *AG.* cui occurrat *ED.* producta in *G.* Tunc ducta *GF.* erunt [a] triangula *GEF. ABC.* æqualia: ponebantur autem æqualia triangula *ABC. DEF.* ergo totum *GEF.* & pars *DEF.* eidem triangulo *ABC.* erunt æqualia.

[a] 3. Prop.

PRO-

PROPOSITIO XLI.

Si parallelogrammum AE.CD. *communem cum triangulo* FCD. *basim* CD. *habuerit, & in iisdem parallelis* AF. CD. *fuerit: parallelogrammum ipsum erit duplum trianguli.* Th. 31

PRob. Ducatur diameter AD. Triangula FCD. ACD. [a] sunt æqualia; Parallelogrammum CE. [b] est duplum trianguli ACD. [c] ergo & trianguli FCD.

a 37. Prop.
b 34. Prop.
c 6. Prop.
Ax.

G

PROPOSITIO XLII.

Prob. 11 *Dato triangulo* ABC. *æquale parallelogrammum* GC. *constituere in dato rectilineo angulo D.*

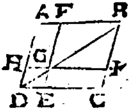
a 10. Prop. b 11. p. c 23. Prop. d 31. Prop.

DAti trianguli ABC. Basim BC. [a] diuide bifariàm in E. ductaque EA. [b] agatur per A. recta AH. parallela ipsi BC. Ad punctum E. [c] facto angulo GEC. ipsi D. æquali; educatur ex C. [d] recta CH. ipsi EG. parallela, tunc figura GC. erit parallelogramma, cùm latus GH. ponatur parallelũ ipsi EC. & latus CH. ipsi EG. Quod autẽ sit tale, quale petitur, sic

e 38. Prop. f 41. Prop. g 6. Ax.

Probatur. Triangula ABE. AEC. sunt [e] æqualia: triangulum AEC. est dimidium trianguli, ABC. & [f] dimidium parallelogrammi BC. super eadem basi EC. constituti: ergo triangulum ABC. est [g] æquale parallelogrammo GC. habet autem parallelogrammum ex constructione angulum GEC. æqualem dato augulo D. quod petebatur.

PROPOSITIO XLIII.



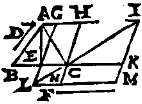
Omnis parallelogrammi, cōplementa eorū quæ circa diametrum sunt parallelogrammorum, inter se sunt æqualia. Th. 52.

IN hac figura, parallelogramma circa diametrum sunt, FK. HE: complementa verò eorum, parallelogramma AG. GC. hęc complementa dico esse æqualia.

Prob. triangula B A D. B C D. sunt [a] aequalia. Itémque triangula BKG. BFG. & GED. GHD. Ergo si ab aequalibus triangulis BAD, BCD. tollas aequalia, nēpe BCG. ipsi BFG. & GHD ipsi GED. complementa G A G C. quæ remanent, erunt aequalia. Q. E. P.

a 34 Prop.

Proble-
ma 11.



Ad datam rectam F. dato triangulo ABC. æquale parallelogrammum CM. applicare in dato angulo rectilineo D.

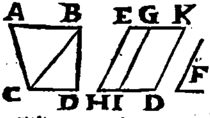
a 42. Prop. b 2. Prop. c 31. Prop.

Constitue triangulo ABC.[a] æquale parallelogrammum C G. habens angulum GEC. æqualem angulo dato D. tum produc B C. in K. sic vt CK. sit [b] æqualis datæ F. per K. agatur [c] KI. parallela ipsi CH. occurrens GH. productæ in I. Deinde ex I. ducatur per C. diameter IC. occurrens rectæ GE. productæ in L. & per L. ducatur LM. parallela ipsi EK. secans IK. productam in M. producatúrque HC. in F. dico parallelogrammum CM. esse quod petitur.

d 34. Prop. e 42. Prop. f 28. Prop.

Prob. Complementa GC. CM. sũt [d] çqualia: cõplementum GC. est [e] æquale triangulo ABC. ergo & cõplementum CM. habet autẽ lineam CK. æqualẽ datæ F. & angulum GNM. çqualem [f] angulo HCK. qui [f] æqualis est angulo GEC. qui ponitur çqualis dato angulo D. ergo parallelogrãmum CM. çquale est triangulo ABC. & habet lineam C K. çqualem datæ F. & angulum GNM. æqualem dato D. quod petebatur.

PROPOSITIO XLV.



Dato rectilineo AD. æquale parallelogrammum ED. constituere, in dato rectilineo angulo F. Prob. 13

DIuide rectilineum in triangula, fac parallelogrammũ EI. ęquale triangulo BCD. in angulo H. ęquali ipsi F. supra latus GI. a & parallelogrammum GD. ęquale triangulo ABC. habens in I. angulum GID. æqualem ipsi H. & factum est quod petitur. a 44. Prop.

Prob. Rectæ EH. KD. b eidem GI. ideoque & inter se sunt c parallelæ & d ęquales: angulus GID. e æqualis est angulo EHI. f angulus EHI. cum angulo HIG. valent duos rectos, ergo & anguli GIH. GID. valent duos rectos: ergo g lineę HI. ID. iacent in directum, similiterque EG. GK. & cum æqualibus HI. FG. ęquales additæ sint ID. GK. totę HD. EK. sunt æquales. ergo figura ED. est parallelogrammum cuius partes sunt ęquales partibus dati rectilinei & angulus H. æqualis dato F. ergo, &c. b Ex constr. c 30. Prop. d 34. Prop e 29. Prop. f 15. Prop. g 14. Prop.

PROPOSITIO XLVI.

Prob. 14

Datâ rectâ AB. *quadratum* ABDC. *describere.*

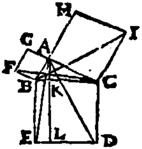
a 11. Prop.

EX A & B. [a] erige perpendiculares CA. DB. aequales ipsi AB. iungaturque recta CD. & factum est quod petitur.

b 10. Def. c 28. Prop. d Ex const. e 33. Prop. f 34. Prop.

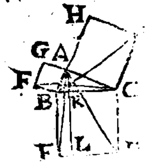
Prob. [b] Anguli A, & B, sunt recti: ergo rectę AC, BD, sunt [c] paralleleę. Vtraque [d] est aequalis ipsi AB ergo & inter se: [e] ergo & AB, & CD, parallelæ, sunt æquales: ergo AC, CD, DB, sunt aequales, & figura est parallelogramma: cumque anguli A, & B, sint recti, [f] erunt etiam oppositi C, & D, recti. Ergo ABDC, est quadratum. Q. E. F.

PROPOSITIO XLVII.



In rectangulo triangulo BAC. *quadratum* BD. *quod à latere* BC. *rectum angulum* BAC. *subtendente describitur; aequale est quadratis* BG. CH. *quae à lateribus* BA. AC. *rectum angulum* BAC. *continentibus, describuntur.* Th. 35.

PRob. Ex puncto A, duc a rectam AL. parallelam ipsi BE. & iunge rectas, AD, BI. Triangula ACD, ICB, se habent iuxta 4. nam latera CD, CA, b sunt aequalia ipsis CB, CI, & anguli contenti ICB, ACD, aequales: cùm anguli ICA, BCD, sint b recti & a 31. Prop. b 30. Def.



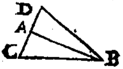
angulus ACB, communis: ergo triangula ACD, BCI, sunt aequalia. [c] Sed triãgulũ ACD. est dimidiũ parallelogrammi LC, cùm sint supra eamdem basim CD, & inter easdem parallelas A L. CD, & triangulum ICB, dimidium est quadrati CH, ob eandem causam. [d] Ergo quadratum GH, est ęquale parallelogrammo LC, cùm eorum dimidia sint aequalia.

c 41. Prop.

d 6. Ax.

Iam ducantur rectę AE, FC. Triangula FBC, ABE, sunt aequalia, cũ se habeãt iuxta 4. [e] & triangulum ABE, est dimidiũ parallelogrãmi BL, sicut triangulũ FBC, dimidiũ quadrati BG: ergo quadratum BG est ęqualę parallelogrammo BL Totum ergo quadratum BD, aequale est quadratis BG, CH, quod erat probãdum. *Huius propositionis auctor fertur Pythagoras Samius.*

PROPOSITIO XLVIII.



Si quadratum quod ab CB. *vno laterum trianguli* CAB. *describitur, aequale sit iis quae à reliquis duobus trianguli lateribus* AB. AC. *describuntur quadratis: angulus* CAB. *contentus sub reliquis duobus trianguli lateribus* AB. AC. *rectus est.* *Tb.34*

PRob. a ducatur ex A, ipsi AB. perpendicularis AD. ipsi AC. aequalis, iungaturque recta DB. hoc posito sic dico b Angulus DAB. rectus est, c ergo quadratū rectae DB, aequale est quadratis rectarum AB, AD, vel AC. *a 17. Prop.* *b 10. Def.* *c 47. Prop.*

Iam quadratum ipsius CB. ex hypoth. æquale est quadratis earundem CA. AB. [d] ergo rectæ CB.BD. sunt aequales. Ergo triangula CAB. ADB. habent tria latera aequalia, [e] & angulos qui aequalibus lateribus respondent aequalem. Ergo si angulus DAB. rectus est, erit etiam rectus CAB. cùm latera DB. BC. sint aequalia.

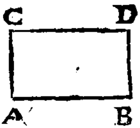
d 9 Ax.

e 8. Prop.

EVCLIDIS
ELEMENTVM II.

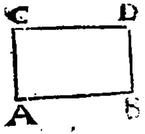
DEFINITIONES.

I.



Parallelogrammum rectangulum ABCD. *contineri dicitur sub duabus rectis* AB. BD. *quæ rectum angulum* ABD. *comprehendunt.*

QVemadmodum in circulo cognita diametro, tota eius area cognoſcitur, ſic expreſſis duabus lineis quæ angulũ rectũ continent in parallelogrammo rectangulo, ſtatim tota eius quantitas intelligitur, nimirum latitudo & longitudo.



Obſerua 1. Illud parallelogrammum dici rectangulũ quod vnum habet angulum rectum. Si enim vnus eſt rectus [a] [b] erunt & reliqui recti.

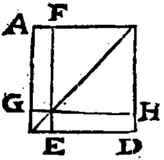
a 29. 1.
b 24. 1.

Obſerua 2. In ſequentibus nomine rectanguli, Eucl: dem ſemper intelligere parallelogrammum rectangulum, licet vis nominis id non exigat.

3. Geometras omne parallelogrammum exprimere duas tantum nominando literas, quę per diametrum opponuntur. Vt appoſitum parallelogrammum appellant. AD.

4. Cognitis lateribus rectanguli, inueniri eius aream ea multiplicatione numeri vnius lateris in numerum alterius lateris circa eundem angulum. Similitérque cognitą area rectanguli & vno laterum, inueniri alterum latus ſi diuidatur numerus areę per numerum lateris dati, quotiens enim erit latus quęſitum.

II.

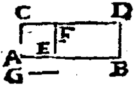


Omnis parallelogrãmi spatij vnumquodlibet eorum quæ circa diametrum illius sunt, parallelogrammorum, cum duobus complementis, gnomon vocetur.

IN parallelogrammo *AD.* parallelogrammum GE cum duobus complementis GE, EH, vocetur γνωμῶν, quod Latinè normam sonat, eius enim speciem nobis exhibet.

PROPOSITIO I.

Th. 1.



Si fuerint duæ rectæ G. *&* AB. *seceturque altera ipsarum* AB. *in quotcunque segmenta* AE. EB. *rectangulum* CB. *comprehensum sub duabus rectis* A C. *insectâ* hoc est G. & AB. *sectâ, æquale est rectangulis* CE. FB. *quæ sub insectâ* CA. *& quolibet segmentorum* AE. EB. *comprehenduntur.*

PRob. ex punctis A, & B, erige [a] perpendiculares AC. BD.
a 11. æquales datæ G. & ducatur recta
b 3. 1. CD, sicque fiat [b] [c] ex lineis C A,
c 28. 1. hoc est G. & A B. rectangu-
c 34. 1. lum CB. Rectam AB. vtcunque

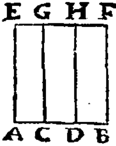
diuide in E. & fiat [d] EF. parallela & æqualis ipſi AC, erunt CE, FB, rectangula. Nam angulus FEB, rectus eſt [e] quia æqualis ipſi A, & conſequenter [f] reliqui anguli recti, & latera [g] lateribus oppoſitis æqualia. Hæc autem duo rectangula CF, BF, ſimul ſumpta ſunt ęqualia totali BC, hoc eſt partes toti. [h] Q. E. P.

d 31. 1. & 3. 1.
e 29. 1.
f 28. 1.
g 34. 1.
h 19. 2.

Idem patet in numeris, puta 6. & 2. diuide 6. in 2. & 4. dico 12. numerum productum ex 6. in 2. ęqualem eſſe duobus numeris 4. & 8. qui fiunt ex multiplicatione duorum in duo, & in quatuor.

PROPOSITIO VI.

Th. 2



Si recta linea AB. *secta sit vtcunque* puta in C. & D. *Rectangula* E C. GD. HB. *comprehensa sub tota* AE. hoc est AB. *& quolibet segmentorum* AC. CD. BD. *æqualia sunt, quadrato* AF. *quod à tota* AB. *fit.*

a 46. 1. b 31 1 & 3. 1

PROB. Ex AB, fiat [a] quadratum EB. ex C, & D, erigantur [b] CG. DH. parallelæ & aequales. ipsi AE. hoc posito, erit rectangulum E C. comprehensum sub tota AE. [c] hoc est AB. & segmento AC. & eodem modo rectangula GD, HB, sub tota &

c 30. Def.

vtro-

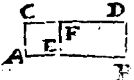
vtrolibet ſegmentorum. Cum ergo rectangula EC, GD, HB, ſint [d] partes omnes ſuo toti quadrato AF, æquales, patet rectangula comprehenſa ſub AE, hoc eſt AB, & ſegmentis AC, CD, DB, æqualia eſſe quadrato lineæ AB. Q. E. P.

d 19. ax.

In numeris diuide 10. in 7. & 3. dico 70. & 30. qui producuntur ex multiplicatione 10. in 7. & in 3. ęqualia eſſe 100. quadrato numeri 10.

PROPOSITIO III.

Th. 8.



Si recta linea AB. *secta sit vtcunque in* E. *Rectangulum* CB. *sub tota* AB, *& vno segmentum* AC. hoc est AE. *comprehensum, æquale est rectangulo* FB. *quod sub segmentis* BE FE. hoc est BA, *comprehenditur, & quod à prædicto segmento* AE. *describitur quadrato* CE.

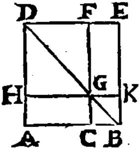
PRob. Datam AB. seco vtcunque in E. ex punctis AEB. erigo [a] perpendiculares AC. EF. BD. parallelas [b] inter se & æquales segmento AE. tum duco rectam à puncto C. ad D. quæ erit parallela [c] ipsi AB. Hoc posito sic dico, AC, est æqualis [d] ipsi AE. ergo

a 11. 1.
b 31. 1. & 3. 1.
c 33. 1.
d Ex const.

rectangulum AD. est cõprehensum sub tota AB, & vno segmentorum AC, hoc est AE. Rursus FE. est [d] æqualis ipsi EA. ergo rectangulum FB, est comprehensum sub segmento BE, EF, hoc est AE. Denique parallelogrammum AF, quadratum est [e] cum AC, EF, sint [d] perpendiculares ipsi AE, & eidem æquales. Ergo cum rectangulum AD. æquale sit quadrato AF, & rectangulo FB, patet rectangulum sub tota AB, & segmento AE, æquale esse rectangulo comprehenso sub segmentis AE, EB, & quadrato prędicti segmenti AE. Q. E. P. e 31. d. 1

In numeris diuide 10. in 7. & 3. numerus 70. productus ex 10. in 7. æqualis est numero 21. qui ex 7. in 3. producitur; vna cum 49. quadrato prioris partis 7.

PROPOSITIO IV.



Th. 4

Si recta linea AB. *secta sit vtcunque,* in C. *quadratū* AF. *quod à tota* AB. *describitur, æquale erit quadratis* HF. CK. *quæ à segmētis* AC. CB. *describuntur, & ei rectangulo quod bis sub segmentis* AC. GB. *comprehenditur* nempe rectangulis AG. GE.

a 46. 1. b. 31. 1. c 30. Def. d 5. 1. e 32. 1. f 29. 1.

PRob. Super datam AB. fiat [a] quadratum AE. duc diametrum DB. ex C. fiat CF. parallela [b] recta BE. secans diametrum in G. per quod age HK. parallelam [b] ipsi AB. hoc posito sic dico. Trianguli ABD. latera AD AB. sunt [c] equalia. ergo anguli ADB. ABD. sunt [d] equales, ergo semirecti, [e] cùm angulus A. sit rectus. Idémque dicendum de triangulo EDB. Rursus angulus DFG. rectus f est, angulus FDG. ostensus est semirectus, ergo angulus FGD. etiã semiréctus g est, ergo latera DF. FG. sunt h æqualia: sed ipsis etiam sunt æqualia i latera opposita DH. HG. ergo parallelogrammum FH. quadratum l est. Eadem de causa quadratum erit CK. ergo HF. CK. quadrata sunt segmentorum AC. CB. cùm latus HG. sit æquale. ipsi AC. Similiter rectangula AG. GE. continentur sub segmentis AC. AB. quia CG. GK. sunt æquales ipsi CB. cum CK. sit quadratum, & GF. item æqualis rectæ HG. ob quadratum HF. hoc est rectæ AC. Igitur cum quadratum AE. sit æquale quadratis HF. CK. & rectangulis AG. GE. verum est quadratum AE. super datam AB. æquale esse quadratis segmentorum AC. CB. & rectangulo comprehenso sub iisdem segmentis, bis sumpto.

g 32. 1.
h 6. 1.
i 34. 1.
l 30. Def.

Si diuidas 6. in 4. & 2. quadratum 6. hoc est 36. æquale est quadratis partium 4. & 2. hoc est 16. & 4. vna cum numero 8. bis repetito qui sit à partibus 2. & 4. in se multiplicatis,

PROPOSITIO V.

Th. 3. *Si recta linea* A B. *secetur in æqualia in* C. & *non æqualia in* D. *Rectangulũ* LD. *sub inæqualibus totius* AD. *segmentis* AD. DG. hoc est DB. *comprehensum, vna cum quadrato* HF. *quod ab intermedia sectionum* CD. *æquale est quadrato* CI. *quod à dimidia* CB. *describitur.*

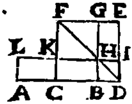
a 46. 1. b 31. 1. PRob. Super dimidia CB. fiat, a quadratum CI. ductaque diametro BE. agatur b per D. recta DF. ipsi BI. parallela: Ex eadem recta BI. sume BK. æqualem ipsi DB. & per punctum K. b agatur KL. ipsi AB. c 30. Def. parallela & addatur AL. parallela ipsi BK. hoc posito sic dico, triangu- d 5. 1. li ECB. angulus C. rectus est, c & latera CE, CB. æqualia, ergo d anguli E. & B. sunt æquales. Ergo e semirecti. Item, [f] anguli IEB. IBE. sunt æquales & semirecti [e] ob eandem rationem. Rursus in parallelogrammo DI. angulus DBI rectus est ex constructione, ergo [f] angulus BDF. rectus. Nunc in triangulo BDG. angulus D. rectus est: angulus DBG. probatus est semirectus, ergo [e] & angulus BGD. semirectus est: ergo [g] latera DB. DG. sunt æqualia: ergo [h] rectangulum ID. sub inæqualibus segmentis AD. DG. hoc est DB. contentum. Eodem modo demonstrabitur parallelogrammum AF. esse quadratum supra segmentum intermedium HG. hoc est CD. nam rectangulum LC. æquale est ipsi DI. cum vtrumque sit æquale ipsi CK. nam LC. & CK. sunt [i] supra æquales bases & inter easdem parallelas: CG vero & GI. sunt complementa [l] æqualia, quibus si addas commune DK. erunt æqualia CK. & DI. cætera autem nempe HF. CG. sunt communia.

e 32. 1.
f 29. 1.
g 6. 1.
h 1. Def. 1.
i 36. 1
l 43. 1.

Diuide 10 æqualiter in 5. & 5. inæqualiter in 7. & 3. eritque numerus 21. ex 7. in 3. vna cum quadrato numeri intermedij 2. quod est 4. æquale quadrato dimidij 5. hoc est numero 25.

PROPOSITIO VI.

Th. 7.



Si recta linea AB. *secetur bifariam* C. *eique recta quadam* BD. *in rectum adiiciatur, rectangulum* AI. *comprehensum sub tota* AB. *cum adiecta* BD. *& sub adiecta* DI. hoc est BD. *una cum quadrato* KG. *à dimidia* KH. hoc est CB. *aquale est quadrato* CE. *à linea* CD. *qua tum ex dimidia* CB. *tum ex adiuncta* BD. *componitur tanquam una linea, descripto.*

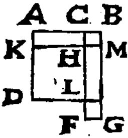
a 46.1. PRob. Super rectam CD. [a] fiat quadratum CE. per B. age BG.
b 31.1. parallelam [b] ipsi DE. sume DI. æqualem ipsi DB. & ex I. age IL. parallelam

lelam & æqualem ipsi D A. iungaturque recta L A, quo facto sic dico. Rectangula LC. KB. sunt inter easdem parallelas & supra æquales bases, b ergo æqualia. Eidem KB. c æquale est complementum HE. ergo erit & HE. æquale ipsi LC. & additis communibus CH. BI. gnomon GD. IC. æqualis erit toti rectangulo AI. quod continetur sub tota AB. cum adiecta BD. & sub adiecta DI. hoc est BD. Iam vero gnomon GD. IC. adiecto quadrato KG. partis dimidiæ KH. d hoc est CB. fit æqualis quadrato ipsius CD. quæ est pars dimidia cum adiuncta. Ergo parallelogrammum AI. adiecto eodem quadrato KG. fiet æquale eidem quadrato CE. b 36, 1. c 43. 1. d 34, 1.

In numeris. 10. secetur bifariàm in 5. & 5. addatur ei numerus 2. numerus 24. qui producitur, ducto composito 12. in adiunctum 2. vna cum quadrato 25. quadrato dimidiis æqualis est 49. quadrato numeri 7. qui ex dimidio 5. & adiecto 2. componitur.

PROPOSITIO VII.

Th. 7.



Si recta linea AB. *secetur vtcunque* in C. *quadrata totius & vtriusuis segmenti* CB. *simul sumpta, hoc est* AE. EF: *æqualia sunt bis sumpto rectangulo* AM. *quod sub tota* AB. *& sub dicto segmento* CB. *continetur, cum addito* KL. *alterius segmenti* AC *quadrato.*

PRob. Super AB. [a] fiat quadratum AE. sume BM. æqualem ipsi CB. ducantur CL. MK [b] parallelæ ipsis BE. AB. produc BE. in G. sic vt EG. sit æqualis ipsi BM, [c] hinc erit MG. æqualis ipsi BE. fiat quadratum EF.

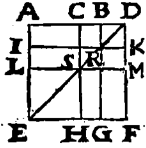
a 46. 1
b 36. 1
c 2. Ax.

hoc posito: quadratum totius *AB*. quod est AE. cum quadrato segmenti *CB*. d hoc est EF. æqualia sunt rectangulis AM.MF (quæ sunt sub tota *A* B. & segmento *BC*. cum *BM*. sit ipsi *BC*. æqualis; & in rectangulo *MF*. latera *MG*. *FG*. sint æqualia ipsis *BE*. *BM*. hoc est *AB*.*CB*) vnà cum quadrato alterius segmenti *AC*, quod est KL. totum videlicet partibus omnibus est æquale. d ex const.

Diuide 6. in 4. & 2. quadratum totius 6. nempe 36. vna cum quadrato ipsius 2. hoc est 4. æqualia sunt numero 40. qui fit ex numero 6. bis ducto in 2. hoc est 24. vnà cum quadrato alterius partis 4. quod est 16.

PROPOSITIO VIII.

Tb. 8.



Si recta linea AB. *secetur vtcunque* in C. *rectangulum* IB. *quater comprehensum sub tota* AB. *& vno segmentorum* BR. hoc est *BC. cum eo, quod à reliquo segmento AC.* hoc est LS. *fit, quadrato* LH. *æquale est quadrato* AF. *quod à tota* AB. *& dicto segmento* BD. hoc est *BC. tanquam ab vna* AD. *describitur.*

PRob. Rectæ AB. sectæ in C. adiiciatur in rectum BD. ipsi BC. æqualis. Super tota AB. & adiuncta BD. hoc est super AD. fiat quadratum ED. ex punctis B. & C. duc rectas BG. CH. ipsi DF. parallelas acceptisque

DK. KM. ipsis DB. BC. æqualibus, duc rectas KI. ML. ipsi DA. parallelas. Hoc posito sic dico, circa R. constituta sunt quadrata quatuor, quorum latera omnia ipsi BC. sunt [a] æqualia. Ducta diametro ED. complementa AR. RF. [b] sunt æqualia, suntque rectangula sub tota AB. & BR. hoc est segmento BC. Eodemque modo IS. SG. sunt complementa æqualia, quibus si addas quadrata æqualia SR. BK. fient rectãgula duobus precedentibus equalia, cum sint inter easdem parallelas & æquales bases: ergo quatuor illa rectangula sunt sub tota & vno segmento. Quod si quatuor illis rectangulis addas quadratum LH. alterius segmenti LS. hoc est AC. illa omnia simul sumpta erunt equalia quadrato ED. quod fit supra AD.

[a] *Ex const.*
[b] 31. 1.

Si *6.* secentur in 4. & 2. ducaturque quater numerus 6. in 2. fient 48. & addatur quadratum ipsius 4. hoc est 16. fiet numerus 64. equalis quadrato ipsius 8. qui numerus componitur ex toto 6. & parte 2.

PROPOSITIO IX.

Th. 9

Si recta linea AB. *secetur in æqualia* in C. *& non æqualia* in D. *quadrata quæ ab inæqualibus segmentis* AD DB. *fiunt dupla sunt, eorum quæ dimidia* AC. *& ab intermedia* CD. *fiunt.*

PRob. Ex C. erigatur CE. perpendicularis ipsi AB. & æqualis ipsi CA. vel CB. ducanturque rectæ EA EB. Deinde ex D. erigatur DF. ipsi EC. parallela secans EB. in F. & fiat recta FG. ipsi CD. parallela, ducaturque recta AF. hoc posito: Trianguli [a] Isoscelis ACE. anguli A. & E. sunt [b] æquales [c] & semirecti, cum angulus ACE. sit rectus. Idem dicendum de triangulo ECB. ergo totus angulus AEB. rectus est. Iam in triangulo EGF. angulus G. [d] æqualis est

a Ex const.
b 5. 1.
c 32. 1.

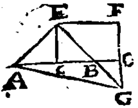
angulo ECB. a ergo rectus, ergo anguli E. & F. b æquales c quia angulus E. semirectus est: e ergo latera GE. GF. æqualia. Æqualis etiam vtrique est CD. a cum GD. sit parallelogrammum. Igitur si ab çqualibus CE. CB. tollantur æqualia GE. CD. restabit CG. f hoc est DF. ipsi DB æqualis. hçc prçparatio. En demonstratio. Quadratum rectç AF. g æquale est quadratis segmentorum inçqualium AD. DF. hoc est DB. Rursus quadratum rectç AF. g çquale est quadratis AE. EF. Est autem AE. çquale ipsis AC. CE. atque adeo duplum quadrati quod fit à dimidia AC. Et quadratum EF. æquale est quadratis EG. GF. atque adeo duplum quadrati quod fit ab ségmento medio GF. seu CD. quare quadrata quæ fiunt ab inçqualibus segmentis AD. DB. dupla sunt eorum quæ à dimidia AC. & ab intermedia sectione fiunt. Quod erat demonstrandum.

d 29.1.
e 6.
f 34.1
g 47.1.

Diuide 10. in 5. & 5 & in 7. & 3. media sectio 2. quadrata 49. & 9. partium inæqualium 7. & 3. sunt duplum quadratorum 25. & 4. & partis dimidiæ 5. & sectionis 2.

PROPOSITIO X.

Tb. 10.



Si recta AB. *secetur bifariã in* C. *eique adiiciatur in directum recta* BO. *quod à tota cum adiuncta* AO. *& quod ab adiuncta* BO. *vtraque simul quadrata dupla sunt quadrati à dimidia* AC. *& eius quod à composita* CO *ex dimidia* CB. *& adiuncta* BO. *tanquam vna describitur.*

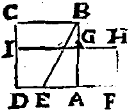
PRob. Ex C. erigatur perpendicularis CE. æqualis ipsi AG. iungatur rectæ AE. EB. ex E. fiat EF. parallela ipsi GO. per O. ducatur OF. parallela ipsi CE. occurrens rectæ EB. in G. iungaturque recta AG: In triangulo ACE, latera AC. EC, sunt æqualia, & angulus ad C. rectus: ergo reliqui semirecti: itidemque in triangulo ECB. Similiter in triangulo EFG. latera EF. GF. sunt æqualia. Et angulus ADF. rectus; ergo reliqui semirecti.

Hinc demonstratur quod quæritur. In triangulo AOG. angulus ad G. rectus est: ergo quadratum rectæ AG. æquale est quadratis rectarum AO. & OG. hoc est BO. 47.1.
rursus in triangulo AEG. angulus ad E. rectus est constans ex duobus semirectis: ergo quadratum ipsiusmet AE. æquale est quadratis AE. & EG. Est autem AE. duplum quadrati AC. & EG duplum quadrati EF. vel FG. ergo quadrata AO. & BO. dupla est ipsorum AC. & CO. quod erat demonstrandum.

Numerus 10. secetur in 5. & 5. cui addantur 3. quadrati 169. & 9. numerorum 13. & 3. dupli sunt numerorum quadratorum 25. & 64. qui ex numeris 5. & 8. gignuntur.

PROPOSITIO XI.

Prob. 1.



Datam rectā AB *ita secare in* G; *ut rectangulum* CG. *cōprehensum sub tota* AB. *& sub vno segmentorum* GB *sit æquale alterius segmenti* AG. *quadrato* GF.

PRaxis. Ad punctum A. excita perpendicularem AD. æqualem datæ AB. eam ſeca bifariam in E duc rectam EB & ipſi æqualem faciat EF. producendo EA. Ex AB. abſcindo AG æqualem & factum erit quod quæritur.

Prob. Supra datam AB. perfice quadratum AC. & ſupra rectam AF. quadratum FG & rectam HG. produc in I. hoc poſito ſic dico. Recta DA. [a] ſecta eſt bifa-

a Ex conſt.

riam in E. eique in directum adiecta est AF. b ergo rectangulum FI. quod factum est sub tota DF. & FH hoc est FA. vna cum quadrato mediæ EA æquale quadrato EF. hoc est EB Iam quadratum EB. c æquale est quadratis AB AE ergo quadrata AB AE. sunt æqualia rectangulo FI. cum quadrato EA. Ergo si commune quadratum AE. tollas, rectangulum FI remanebit æquale quadrato ipsius AB hoc est AC. Quod si ab æquali us AC. FI. tollas commune AF. remanebit CG rectangulum sub tota CB. hoc est BA & altero segmentorum GB. æquale quadrato GF. quod fit à reliqua parte GA, quod erat demonstrandum.

b 6. 2.

c 47. 1. Tb. 11.

PROPOSITIO XII.

Th. 11.

In amblygonio Triangulo ABC. *quadratum lateris* AC. *angulum* B. *obtuſum ſubtendentis, quadrata laterum* BA. BC. *angulum obtuſum comprehendentium, ſuperat bis ſumpto rectangulo ſub latere* BC. *& ſub ipſa* BD. *in directum ei addita vſque ad occurſum perpendicularis ab* A. *altero angulo acuto cadentis.*

PRob. demitte perpendicularem ex A. & rectam CB. produc vſque dum ei occurrat in D. Quia recta CD. diuiſa eſt vtcunque in B. [2] eſt quadratum ipſius CD. aequale quadratis rectarum DB. BC. cum duobus rectangulis sub DB. BC. addatur ergo vtrimque quadratum rectæ DA. erunt quadrata CD. DA, æqualia tribus quadratis CB. BD, DA. cum duobus illis rectangulis. atqui quadratum rectæ AC. est æquale quadratis ipsarum CD. DA. & quadratum ipsius AB. est æquale quadratis ipsarum BD, DA. ergo quadratum rectæ AC. est æquale duobus quadratis CB. BA. cum duobus illis rectangulis. Superat ergo quadrata ipsa, duobus ipsismet rectangulis. quod erat demonstrandum.

per 47. 1.

PROPOSITIO XIII.

Th. 12

In Oxygonio triangulo ABC. *quadratum lateris* AB. *angulum* C: *acutum subtendentis superatur à quadratis laterum* CA. CB. *eundem comprehendentium, bis sumpto rectangulo sub latere* CB. *& sub assumpta interiùs linea* DC. *vsque ad occursum perpendicularis ab* A. *altero angulo acuto cadentis.*

PRob. demitte perpendicularem AD. Recta BC. diuisa est vtcunque in D, ergo per 7. 2. quadrata rectarum BC. DC. æqualia sunt rectangulis duobus sub BC. CD. & quadrato reliqui segmenti BD. Adde vtrisque commune quadratum rectæ DA.

sic tria quadrata BC. DC. DA. æqualia sunt quadratis duobus BD. DA. & rectangulis duobus sub BC. DC. Nunc quadratis duobus DC. DA. [a] æquale est quadratum AC. Ergo duo quadrata rectarum BC. CA. æqualia sunt rectangulo bis sumpto sub BC. DC. & quadratis BD. DA. hoc est quadrato AB. Ergo quadratum rectæ BA. minus est quadratis AC. CB. rectangulo bis sumpto sub rectis BC. DC. quod erat probandum. a 47.

PROPOSITIO XIV.

Th. 13

Dato rectilineo A. æquale quadratum C H. constituere.

PEr 45. 1. fiat rectangulum BD. æquale rectilineo A. D. rectanguli latera sint æqualia, erit quadratum quod petitur. Si inæqualia, producas vnum, puta DC. in F. sit vt CF. aequalis sit ipsi CB. seca bifariàm DF. in G. & centro G. spatio D. duc circulum DHF. produc latus BC. in H quadratum quod fiat ex CH. erit æquale rectangulo CE.

Prob. Recta DF. secta est aequaliter in G, & non aequaliter in C. ergo rectangulum CE. sub inæqualibus segmentis DC CB, hoc est CF. vna cum quadrato segmenti medii G C, a aequalia sunt quadrato rectæ GF, b hoc est GH, quadratum GH, c aequale est

a 5.2
b 15. Def. 1.
c 47. 1

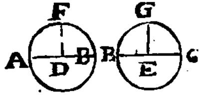
le est quadratis GC, CH, & consequenter quadrata GC, CH, aequalia sunt rectangulo CE, & quadrato GC. Ergo si tollas commune quadratum GC, remanebit quadratum rectę CH, aequale rectangulo CE, hoc est rectilineo *A*, quod erat faciendum.

MONITVM.

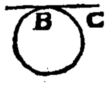
IN superioribus, frequenter adhibui numeros: cum tamen in demonstrationibus geometricis sępe vsui esse non possint; quia irrationales & incommensurabiles quantitates non explicant, Sed nota 1. Sēper in omnibus rpæponi geometricas demonstrationes 2. Non recipi quidem debere numeros in demonstrandis irrationalium aut incommensurabilium quantitatum habitudinibus & affectionibus quę sola quantitate continua cognoscuntur: verum nemo negarit in demonstrationibus quantitatis continuæ maioris lucis gratia, & explicandæ clarius propositionis, nos posse vti numeris, modo eos non accipiamus pro fundamento rationis. Vnde robur suum non accipit demonstratio à numeris, sed lucem tantum. Et vero iis vsus est Archimedes proposit. 2. de circuli dimensione & post eum omnes passim geometræ.

EVCLIDIS
ELEMENTVM III.

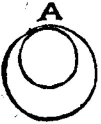
DEFINITIONES.



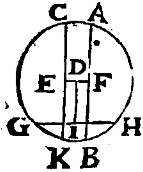
1. *Æquales circuli sunt, quorum diametri* AB. BC. *sunt æquales: vel quorum, quæ ex centris* D. & E. *rectæ lineæ* DF. EG. *sunt æquales.*



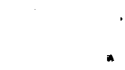
2. *Recta circulum tangere dicitur, quæ cum circulum tangat* puta in B. *si producatur* in C. *circulum non secat.*



3. *Circuli se mutuo tangere dicuntur qui se se mutuo tangentes vt* in A. *se se mutuo non secant.*

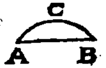


4. *In circulo æqualiter distare à centro rectæ dicũtur, cum perpendiculares* DE. DF. *à centro* D. *ad ipsas* AB. CK. *ductæ æquales sunt; longius autẽ abesse dicitur* GH. *in quam maior perpendicularis* DI. *cadit.*

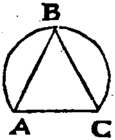


5. *Segmentum circuli, est figura quæ sub re-*

cta AB. *& circuli peripheria* ACB. *comprehenditur.*



6. *Segmenti autem angulus est* CAB. *qui sub recta linea* AB. *& circuli peripheria* CA. *comprehenditur.*



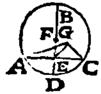
7. *In segmento autem angulus est* puta ABC. *cum in segmenti circumferentia sumptum fuerit punctum quodpiam* B, *& ab eo in terminos recta* AC. *segmentum terminantes, luna recta ut* BA.BC. *fuerint ducta.*

8. *Cum vero comprehendentes angulum* D A B. *recta* AD. AB. *aliquam assumunt peripheriam vt* BCD. *illi angulus dicitur insistere.*

9. *Sector circuli est, cum ab ipsius circuli centrum* A. *angulus* BAC. *fuerit constitutus: comprehensa nimirum figura & à rectis AB. AC. angulum BAC. continentibus, & à peripheria B C. ab illis assumpta.*

10. *Similia circuli segmenta sunt ABC. DEF. quæ angulos BAC. EDF. capiunt æquales, aut in quibus anguli CBA. FED. inter se sunt æquales.*

PROPOSITIO I.

Prob. I 

Dati circuli A B C. *centrum* F. *reperire.*

a 10.1 PRaxis ductam A C, a diuide
b 11.1. bifariam in F. Ad punctum
E, [b] erige perpendicularem attingentem ambitum in B & D. hanc *BD.* bifariam [a] ſeca in *F*, punctum F. erit centrum circuli.

Prob. Non eſt aliud punctum
c 15.1. Def. in recta *BD.* [c] cum centrum ibi ſit tantum vbi linea ſecatur bifariã. Neque erit extra rectam *BD.* Sit enim in G ducanturque *GA.GE.*
d Ex conſt. *GC.* in triangulis *GAE. GCE.* Latera *GA. AE.* ſunt [d] æqualia
e 8.1 ipſis GC. CE. & GE. commune. Ergo tota triangula [e] ſunt æqualia, & anguli CE*A*. GEC. æquales.
f 10.1 Def. [f] Ergo angulus *GEA* rectus: quod eſſe non poteſt cum eius
g Ex conſt. partialis *FEA.* [g] ſit rectus.

PROPO-

PROPOSITIO II.

Si in peripheria circuli ABC. *duo qualibet puncta* A. *&* C. *accepta fuerint, recta* AC: *quæ ad ipsa puncta adiungitur, intra circulum* ABC. *cadet.* Th. 1

PRob. Si non cadat intra, cadat extra, sitque recta ADC. Centro E. [a] reperto, ducantur rectæ EA.EC. ED. secétque ED. peripheriam in B. quia autem trianguli EADC. (qui rectilineus ad aduersario ponitur) latera EA. EC. sunt [b] æqualia, [c] erunt anguli EADC. ECDA. æquales. Est autem externus ADE. [d] maior interno DCE. & per cõsequens quam EAD. Ergo AE. & ei [b] æqualis EB. [e] maior erit quam ED. pars quam totum. Non ergo recta ex A. ad C. ducta, extra circulum cadet: ergo intra.

a 1. 3
b 15. Def 7.
c 5. 1
d 16. 1
e 19. 1

L

PROPOSITIO III.

Fi. 2.

Si in circulo CBD. *rectaquadam* C E. *per centrum* A. *rectam quandam* BD. *non per centrum, bifariàm in* F. *secet, & ad* (angulos) *rectos eam secabit: Et si ad rectos eam secet, bifariàm quoque eam secabit.*

PRob. 1a pars. Ductis à centro A.a æqualibus rectis AB AD. triangulis ABF, AFD, habent omnia latera æqualia singula singulis: b ergo anguli AFB, AFD, sunt æquales, c ergo recti

b 8.1
c 10.
d 1.

Prob. 2a pars, Latera AB. AD. sunt æqualia: angulus ABD. d æqualis est angulo ADB. & AFB. e ipsi AFD. Ergo latera BF. FD. sunt æqualia.

e Ex const.
f. 26.1

PROPOSITIO IV.

Si in circulo ADB. *duæ rectæ* AB.CD. *se se inuicem secent, non per centrum* F. *extensæ, non se se bifariàm secant.* Th 3.

PRob. Vis vt altera tantum per centrum transeat & alia non: [a] ergo altera alteram non secabit bifariam. Vis vt neutra transeat. Ex centro F. in punctum sectionis E. duco rectam FE, & sic dico. Vis rectas EA. EB, esse æquales. [b] Ergo anguli FEA. FEB. sunt recti. Similitérque vis rectas EC.ED, esse æquales: [b] ergo angulus FEC, rectus, quod repugnat, cum sit pars recti. FEB.

a 15. d 1. b 3.

PROPOSITIO V.

Tb. 4.

Si duo circuli DCB. ECB. *se se mutuo secent* in B. & C. *non erit illarum idem centrum.* A.

PRob. Ductis rectis AB. AD. hæ erunt æquales, cùm sint à centro ad circumferentiam. Rectæ etiam AE. AD. erunt æquales, cum etiam ducantur à centro ad circumferentiam : pars toti: quod repugnat.

PROPOSITIO VI.

Si duo circuli AB. CB. *se se mutuo interius tangant* in B. *eorum non erit idem centrum* D. Th. 5.

PRob. Ductis DB. DC. linea DA. est æqualis lineæ DB. cùm sint ductæ à centro ad circumferentiam. Lineæ DC. DB. sunt æquales ob eandem caussam. Ergo DA. DC. erunt æquales, pars toti, quod repugnat.

PROPOSITIO VII.

Tb.6

Si in circuli diametro AB. *sumatur aliquod punctum* G. *quod non sit centrum circuli: & à puncto* G. *quædam rectæ* GC. GD. GE. GN. *in circulum cadant: maxima quidem erit* GA *in qua centrum* F. *minima vero reliqua* GB. *aliarum vero semper eius, quæ per centrum ducitur, propior* GC *remotiore* GD. *maior erit: solum autem duæ rectæ* GE. GN. *ab illo puncto* G. *æquales in circulum cadunt ad vtrasque* (partes) *minimæ.*

PRob. 1a pars. Ductis rectis FG. FD. FE. FN. ex centro F. duo latera CF. FG. trianguli CFG. a maiora sunt tertio CG. at hæc sunt æqualia toti GA. ergo GA. est maius quam GC.

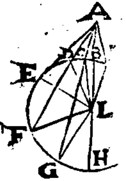
Prob. 2. Latera EG. GF. trianguli EGF. a maiora sunt tertio EF. ergo maiora sunt quàm sit linea FB. quę est ęqualis ipsi FE. ergo si dematur vtrique communis recta GF. remanebit GE. maior quam GB. a 20.1

Prob. 3. Triangula CFG. DFG. habent latera FC. FD. æqualia & latus FG. commune, angulus vero CFG. maior est angulo DFG. totum parte: ergo latus CG. b maius erit quam DG. b 29.1 c 4.1.

Prob. 4. Facto angulo GFN. æquali GFE. GN. GE. erunt c æquales. Nec à puncto G. alię duci possunt æquales ipsis GE, GN. erunt enim semper propiores ei quæ ducitur per centrum vel remotiores, & consequenter maiores vel minores, per tertiam partem huius.

PROPOSITIO VIII.

Th. 7.

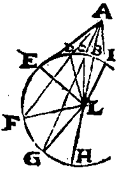


Si extra circulum BEH. *sumatur punctum quodpiam* A. *& à puncto ad circulum ducantur recta quædam* AF. AG. AH. *quarum vna quidem per centrum* L. *reliquæ verò vt libet. In cauam quidem peripheriam cadentium rectarum maxima* (erit) *quæ per centrum* L. (ducitur) *aliarum vero semper propior* (ei) *quæ per centrum* L. *remotiore maior erit. In connexam vero peripheriam cadentium rectarum minima quidem est* *illa quæ inter punctum* A. *& diametrum* BH. *(ponitur) aliarum vero ea quæ propior est minimæ* AB. *remotiore semper minor est. Duæ autem tantum rectæ æquales ab eo puncto* A. *cadent in circulum ad vtraque minimæ* AB. *latera.*

PRob. 1. pars. Ductis rectis LG LF. duo latera AL. LG. hoc est LH, [a] maiora sunt tertio AG. ergo AH, maior erit quam AG. a 20.1

Prob. 2. Latera AL, LG, trianguli ALG, sunt æqualia lateribus LF, LA, trianguli ALF; angulus autem ALG, maior est angulo ALF, [b] ergo latus AG, maius est latere AF. b 24.1

Prob. 3. Ductis rectis LC, LD, duo latera AC, LC, trianguli ACL, [a] maiora sunt tertio AL,



demantur æqualia L B. L C. remanebit A C, maior quàm BA.

Prob. 4. Quia intra triangulum A L D. duæ rectæ AC, CL, iunguntur [c] erunt lateribus trianguli
[c] 21.1 minores; demptis igitur qualibus LC, LD, remanebit DA, maior quam CA.

Prob. 5. Facto angulo A L I. æquali A L C. duo triangula illa [d] erunt æqualia: ergo latera AI,
[d] 4. 1. AC, æqualia; neque alia duci potest recta, his æqualis: erit enim semper propior minimæ AB, vel
[e] 21,1 remotior & consequenter [e] maior vel minor.

PROPOSITIO IX.

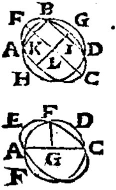
Si intra circulum BCD. *sumptum sit aliquod punctum* A. *à puncto vero ad circulum cadant plures quam duæ rectæ æquales* AB. AC. AD. *acceptum punctum, centrum est circuli.* Th. 8.

PRob. Ductis rectis BC, CD, diuisisque bifariàm per rectas AE, AF, triãgula ADF, ACF, [a] erũt æqualia: ergo anguli DFA, AFC, æquales: [b] ergo recti: ergo in linea FA, est circuli centrum. Rursùs cum idem sit de triangulis ACE, ABE, in recta AE, erit circuli centrum. Cum verò non sit in duobus locis, debet esse vbi se intersecant.

a 8. 1.
b 10. def. 1.
c 1. 3.

PROPOSITIO X.

Th. 9



Circulus A E F. *non secat circulum* F D C. *per plura puncta quam duo.*

PRob. Secet enim in tribus si vis. Circuli EFC. centro G.

a 1. 3 [a] inuento, ducantur rectæ GA, GC, GF, quæ quia sunt æquales, & attingunt ambitum circuli vtriusque, punctum G, [b] erit etiam

b 9. 3 centrum circuli vtriusque quod est absurdum per 5. huius.

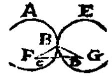
PROPOSITIO XI.

Si duo circuli ABC. AED. *contingant se se interius* A. *&* *sumpta fuerint eorum centra* GF. *ad eorum centra adiuncta recta linea* FA. *& producta, in contactum* A. *cadet circulorum.* Th. 10.

PRob. Ducta recta DE. cõiungent eorum centra, non incidat in contractum, à puncto F. centro circuli ADE. ducatur recta FA. & puncto G. centro circuli ABC. ducatur GA. duo latera GF. GA. [a] maiora sunt tertio FA. ergo maiora latere FD. cum FA. FD. ducantur à centro ad circumferentiam, dempto ergo communi FG, remanebit GA. maius latere GD. Est autem GA. æqualis lateri GB. ergo GB. maius erit quam GD. pars toto. a 20.1.

PROPOSITIO XII.

Th. 11



Si duo circuli ABC.EBD. *cõtingunt sc inuicem exterius* B. *qua adiungitur ad eorum centra, per contractum trahetur.*

a 20.1.

PRob. Si neges: sit recta FG. centra coniungens. Ductis FB. GB. latera BF. BG. [a] maiora sunt tertio FG. quod tamen maius probatur illis: nam FC, FB, sunt æqualia, cum sint à centro ad peripheriam: similiterque GD GB. ergo si illis addas CD, maius erit FG, quam FB. GB. ergo GF, non est recta iungens centra.

PROPOSITIO XIII.

Circulus circulum non tangit in pluribus punctis, quam vno, siue intus, siue extra tangit. Th. 12.

PRob. Tangat enim in duobus, puta A, & C, centrum [a] debebit esse in linea, quæ iunget contactum circulorum: vtriusque autem non [b] potest esse idem centrum. Ergo in illa recta erunt duo centra, puta G, & H, quod fieri non potest, cum linea in vnico puncto, possit tantum secari bifariàm.

a 11. & 12. 3.
b 6. 3.

PROPOSITIO XIV.

Th:13

In circulo ABC. *æquales recta* AB.DC. *æqualiter distant à centro* E. *& æqualiter distantes à centro, sunt sibi inuicem æquales.*

a 12. 1. PRob. A. centro E. in rectas AB. CD. a duc perpendiculares EF.
b 3.3 EG. rectæ AB. CD. sectæ b erunt bi-
c 47. 1. fariàm. Iunctis EA. ED. quadratum rectæ ED. c est æquale quadratis rectarum DG. GE. Demptis ergo æqualibus EA. ED. AF. GD. remanebit
d 4. recta FE. æqualis rectæ EG. & conse-
def. 3. quenter rectæ AB. CD. d æqualiter distant à centro.

Prob. 2. pars. Ex probatis quadrata EG. GD. sunt æqualia quadratis EF. FA. & quadratum EG. æquale quadrato EF. ergo quadratum FA.
e 7. æquale est quadrato GD. e ergo re-
Ax. 1. cta BA. æqualis est rectæ DC.

PRO-

PROPOSITIO XV.

In circulo AB *Tb.14.* C D. *maxima quidem est diameter* AF. *aliarum verò semper propior* BE. *centro* G. *erit maior remotiore* CD.

PRob. 1. pars. Ductis GB, GE, duo latera GB, GE, trianguli GBE, [a] maiora sunt tertio BE, at *a 20.* hæc sunt æqualia diametro AF. ergo AF, maior est quam BE.

Prob. 2. Ductis rectis GC, GD, duo latera GC, GD, sunt æqualia lateribus GB, GE, angulus vero BGE, maior est angulo CGD. [b] ergo latus BE, maius latere *b 24. 1.* CD.

PROPOSITIO XVI.

Th. 15. 

Quæ ab extremitate diametri AC. *ad rectos angulos linea* EF. *ducitur, cadet extra circulum* ABC. *&* *in locum inter ipsam* EF. *&* *circumferentiam,* AHB. *altera recta* GA. *non cadet: &* *semicirculi angulus* DAB. *maior erit omni acuto angulo rectilineo: reliquus autem* EAH. *minor.*

PRob. 1a pars. Si non cadat extra, cadat intra, vt recta BA. Tunc trianguli ADB. duo latera DA. DB.
a 15. a sunt æqualia: ergo anguli DAB.
b 1. DBA. b sunt æquales, quod esse non
c 5. 1 potest per 17.1. ponitur enim angulus DAB. rectus, ergo, &c.

Prob. 2. Vis posse duci GA. ducatur: [c] in eam ex centro D. poteris ducere perpendicularem DG. ducatur: tunc cum angulus DGA. sit rectus, minor recto [d] erit DAG. ac proinde latus DG. minus latere DA. per 19.1. totum videlicet parte, quod est absurdum. c 12. 1. d 17.1.

Prob. 3. Vt fieret angulus maior angulo DAB. deberet duci recta inter rectam EA. & peripheriam AB. quod iam probaui fieri non posse.

Prob. 4. Si enim aliquis angulus rectilineus constitui posset minor angulo EAB. duceretur recta inter AE. & peripheriam AB. quod vt iam dixi fieri non potest.

Corollarium.

Hinc communiter elicitur rectam ad extremum diametri perpendicularem, tangere circulum, & in vnico puncto geometrice tangere: nam si plura tangeret, caderet [e] intra circulum. e 2.3.

PROPOSITIO XVII.

Prob. 2.

A dato puncto A. rectam lineam AC. ducere, quæ datum tangat circulum BCD.

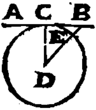
PRaxis. Centro D. spatio A. fiat pars circuli AE. ducatur recta DA, & ad punctum B, excitetur perpendicularis BE, iungaturque recta DE, à puncto A, ducatur recta AC, hanc dico tangere circulum BCD.

Prob. Triangula ADC, BED, se habent iuxta 4. 1. cum latera DA, DE, DB, DC, sint [a] æqualia & angulus D. communis. Ergo cum angulus EBD. sit rectus, rectus etiam erit DCA. ergo recta AC, [b] tanget circulum.

a 15. 1 Def.

b 16. 3

PROPOSITIO XVIII.



Si aliqua recta AB. tangat circulum DCE. *à centro vero* D. *ad contactum* C. *quadam recta* DC. *adiungatur: quæ adiungitur,* DC. *perpendicularis erit ad eam quæ continget AB.* Th. 16

PRob. Si negas: sit alia, puta DB. ergo cum angulus B, ponatur rectus, minor recto[a] erit angulus C. ergo latus DC, [b] maius erit latere DB, pars toto quod est absurdum.

a 17. 1.
b 19. 1.

PROPOSITIO XIX.

Th. 17.

Si circulum EDC. *contingat aliqua recta* AB. *à contactu vero* C. *tangenti* AB. *ad rectos angulos recta linea* E C. *ducta sit, inducta* EC. *erit centrum circuli* D.

a 18.3

PRob. Si negas, sit vbi est F, ducta FG, ipsi AB, a erit perpendicularis : ergo angulus rectus FCB, recto DCB, erit æqualis, pars toti quod est absurdum.

PROPOSITIO XX.

In circulo DFGA. *angulus* BEC. *ad centrum* E. *duplex est anguli* BAC. *ad peripheriam, cum fuerit eadem peripheria* BC. *basis angulorum.* Th.18.

PRob. Id tribus potest modis cõtingere. Includant 1. rectæ AB. AC. rectas EB.EC. ductaque AF.per centrum E. duo latera EA. EB. erunt æqualia a ergo anguli EBA. EAB. æquales: angulus autem BEF. duobus EAB. EBA. b est æqualis. ergo duplus anguli BAF. Idẽ dic de angulo FEC. respectu anguli EAC. ergo totus BEC. totius BAC. erit duplus. *a* 5. 1 *b* 32. 1.

2. Rectæ DG. DB. non includant rectas EG. EB. cum latera ED. EB. sint æqualia c anguli EDB. EBD. c erunt æquales. His autem duobus, angulus GEB. est d æqualis. Ergo idem erit duplus anguli GDB. *c* 5. 1. *d* 32. 1

3. Triangula BEC.BDC. sese intersecent, ducaturque rectaDG, per centrum E. totus angulus GEC. erit duplus totius GDC. angulus vero GEB. duplus est anguli GDB. ergo reliquum BEC. duplum erit reliqui BDC. quod erat probandum.

PROPOSITIO XXI.

b. 19.

In circulo AD. CB. *qui in eodem segmento* BC. *sunt anguli* BAC. BDC. *sunt inter se æquales.*

PRob. Angulus BEC, [a] est duplus anguli BAC. & duplus anguli BDC. [b] ergo anguli BAC. BDC. sunt inter se æquales.

a 20. 3.
b 1. Ax.

PRO-

PROPOSITIO XXII.

Quadrilaterorum in circulo A B C D. *(descriptorũ) oppositi anguli* DCB. DAB. *duobus rectis sunt æquales.* Th. 20

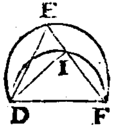
PRob. Diametris AC, DB, ductis, anguli ADB, ACB, in eadem portione [a] sunt æquales, similitérque anguli BAC, BDC: ergo totus angulus ADC, est æqualis angulis B C A, BAC; sed anguli BCA, BAC, cum tertio ABC, [b] valent duos rectos: ergo angulus ADC, æqualis ipsis BCA. BAC, cum angulo ABC, valebit duos rectos. Idem de aliis oppositis dicetur. Ergo, &c.

a 21.3
b 32.1

N

PROPOSITIO XXIII.

Th. 20

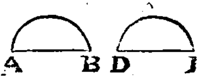


Super eadem recta DF. *duo segmenta circulorum similia* DIF. DEF. *& inaequalia non constituentur ad easdem partes.*

PRob. Sint enim si fieri potest DIF, DEF, similia segmenta, ductis rectis ED, EF, ID, anguli DIF, DEF, [a] erunt aequales, quod est absurdum per 16. 1.

a 10. Def. 3

PROPOSITIO XXIV.



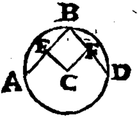
Super æqualibus rectis A B. Tb. 22.
DF. *ſimilia ſegmenta circulorum ſunt interſ: æqualia.*

PRob. Collocetur AB. ſuper DF. [a] congruent ergo ſi non congruant ſegmenta vel vnum totum extra aliud cadet, quod eſt abſurdum per 23, vel cadet partim intra, partim extra; & ſic circulus circulum ſecabit in pluribus pũctis quam duobus, quod repugnat per 10. 3.

a 8. Ax.

PROPOSITIO XXV.

Prob. 3.



Circuli AB D. *segmento dato* ABD. *describere circulum, cuius est segmentum.*

PRax. Accipiantur in dato segmento tria puncta ABD. ductisque rectis AB, BD, [a] diuisisque bifariàm & ad angulos rectos per rectas CE, CF, punctum G, in quo intersecant erit centrum.

a 10. & 11. 1

Prob. Per 1. 3. centrum est in vtraque CE, CF. ergo vbi se intersecant. circuli enim vnius, vnicum tantum potest esse centrum.

PROPOSITIO XXVI.

In æqualibus circulis A B C. D E F. *æquales anguli* G. *&* H. B. *&* E. *æqualibus peripheriis* A C. D F. *insi`unt, siue ad centra* G. *&* H. *siue ad peripherias* B. *&* E. *constituti sint.* Th. 13

PRima pars. Prob. Trianguli AGC, latera GA, GC, & angulus G, ponuntur æqualia lateribus HD, HF, & angulo H, a ergo bases AC, DF, sunt æquales. b Ergo peripheriæ AC, DF, erunt etiam æquales.

a 4. 1
b 24. 3.

Prob. 2a Anguli ABC, DEF, ponuntur æquales: c ergo segmenta ABC, DEF, sunt similia: d ergo Æqualia, cum rectæ AC DF, sint aequales. Ergo cum circuli ponantur æquales, remanebunt segmenta AC, DF, e æqualia.

c dif. 10. 3
d 23. 3
e 3. Ax.

PROPOSITIO XXVII.

Th. 24

In æqualibus circulis ABC. DEF. *anguli qui in æqualibus peripheriis* AC. DF. *insistunt sunt inter se æquales, siue ad centra* G. *&* H. *siue ad peripherias* B. *&* E. *constituti, insistant.*

Prob. si non sint aequales, sit
a 23.1. alter maior, puta AGC, [a] fiat-
b 26.3 que AGI, ipsi DHF, æqualis, peripheria AI, erit [b] aequalis peripheriæ DF, sed, peripheria DF, ponitur æqualis ipsi AC. ergo AC, & AI, erunt aequales, pars
c 7. Ax, toti: Idem [c] dic de angulis B, &
d 20.3 E, cum G, & H, [d] sint eorum dupli.

PROPOSITIO XXVIII.

In æqualibus circulis ABC. DEF. *æquales rectæ* AC. DF. *æquales peripherias* AC. DF. ABC. DEF. *auferunt, maiorem quidem maiori, minorem autem minori.* Th. 25.

PRob. Ductis rectis GA, GC, HD, HF, triangula AGC, DHF, [a] sunt æqualia. Ergo angulus G, angulo H, est æqualis: ergo peripheriæ AC, DF, [b] aequales. [c] ergo reliquæ ABC, DEF, sunt aequales.

a 8. 1.
b 26. 3.
c 3. *Ax.*

PROPOSITIO XXIX.

Tp.26

In æqualibus circulis A B C. D E F. *æquales peripherias* A B C. DEF. AC. DF. *æquales rectæ* AC. DF. *subtendunt.*

a 27.3. PRob. Ductis rectis GA, GC, HD, HF, anguli G, & H, a erũt aequales: latera etiam GA, GC, HD, HF, sunt aequalia ex sup-

b 4.1 positione: ergo bases AC, DF, b erunt æquales.

PROPOSITIO XXX.

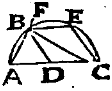
Datam peri-pheriam A B C. *secare bifariàm* puta in B. *Prob. 4.*

PRaxis. Ducatur recta AC, eam a diuide a bifariàm in D. per perpendicularem D B. erit peripheria secta bifariàm in B. *a 10. 1.*

Prob. Ductis rectis A B. C B. triangula ABD, DBC, se habent iuxta 4 1. ergo latera A B, C B, sunt æqualia, b Ergo peripheriæ quas subtendunt sunt aequales. *b 28. 3.*

PROPOSITIO XXXI.

Th.27



1 *In circulo* A BEC. *angulus* ABC. *qui in semicirculo rectus est:* 2 *qui autem in maiore segmento* B C A. *minor est recto:* 3 *qui vero in minore segmento* BEC. *maior recto:* 4 *& insuper angulus* CBA. ex recta CB. & peripheria BA. *maioris segmenti, recto quidem maior est;* 5 *minoris autem segmenti angulus* EBC. qui ex peripheria EB. & recta BC. *minor est recto.*

PRob. 1. pars. Centro D, ductis rectis DA, DB, DC, anguli DAB, DBA, a erunt æquales: itemque anguli DCB. DBC. ergo

a 5.1

totalis angulus ABC, est ęqualis angulis A, & DCB, sed his [b] est aequalis FBC, ergo angulus ABC, [c] est rectus. *b 32.1 c 13.1*

Prob. 2. Angulus ABC, est rectus: ergo angulus ACB, in maiore segmento [d] est minor recto. *d 32.1*

Prob. 3. Fiat quadrilaterū BA. angulus A, [e] minor est recto, ergo angulus BEC, in minori segmento [f] est maior recto. *e per 1. partem huius f. 22.3*

Prob. 4. Angulus ex peripheria AB, & recta CB, est maior angulo composito ex rectis AB, BC, totum videlicet parte.

Prob. 5. Angulus compositus ex peripheria EB, & recta CB, minor est angulo composito ex recta FB, BC, pars [f] toto. Huius propositionis autor fertur Thales Milesius annis ante Christum, 650.

PROPOSITIO XXXII.

Th. 28

Si circulũ CEF. *tetigerit aliqua recta* AB. *à tactu autem* C. *ducatur quædam recta, secans circulum* DC vel EC. *anguli quos ad tangentem* AB. *faciet, erunt æquales angulis qui sunt in alternis circuli portionibus*, id eſt angulus ACE. æqualis eſt angulo F. & angulus BCE. angulo G.

PRob. Ducta perpendiculari DC. cum angulus ACD. ſit rectus, angulus qui fieret in ſe-
a 31.3. micirculo, illi a eſſet æqualis: ſi vero non ſit rectus vt ACB. primo duc rectam DC, per cẽtrum, deinde accipe in peripheria ali-

quod punctum puta G, [a] ducanturque rectæ DE, EG, GC, cum angulus DEC, in semicirculo [b] sit rectus. reliqui duo puta ECD, EDC, [c] valent vnum rectum : sed anguli ACE, & ECD, valent etiã vnum rectum, cum recta DC, sit perpendicularis : dempto igitur communi ECD, remanebit ACE, æqualis angulo EDC, qui [d] æqualis est angulo CFE, ergo & angulus ACE, angulo CFE, æqualis. Rursus, cum quadrilateri DG, anguli in circulo oppositi EDC, EGC, [e] valeant duos rectos, sicut & anguli ACE, ECB, qui [f] valent etiam duos rectos & angulus CDE, sit [g] æqualis angulo ACE, remanebit angulus G, angulo ECB, æqualis.

b 31. 3.
c 32. 1
d 27. 3
e 22. 3.
f 13. 1
g per 1. partem huius.

PROPOSITIO XXXIII.

Prob. 5.

Super data recta AB. *portionem circuli describere, quæ capiat angulum dato angulo rectilineo æqualem.*

SI datus angulus sit rectus, qualis est E, recta AB, diuisa bifariàm in D, centro D, spatio, DA, si fiat semicirculus AFCB, ductis rectis AC, CB, angulus C,
a 31. 3. a erit æqualis dato angulo E, quia erit in semicirculo. Si angulus sit acutus vt C, sitque data recta BA,
b 23. 1. ad punctum A, fiat angulus D AB, b æquale angulo C, ductaque ad punctū A, perpendiculari FA, fiat angulus EBA, æqualis angu-
c 6. 1. lo EAB, latera EB, EA, c erunt

æqualia: quare ſipuncto E, ſpatio EA, fiat circulus, trăſibit per punctum B, quo poſito ſic probatur. Cum recta FA, ſit diameter, & recta DA, ad eius extremum ſit ei perpĕdicularis, d tanget circulū: ergo angulus DAB, e erit angulo cuicunque, qui fiet in alterna circuli portione, puta angulo AGB, æqualis: ergo portio AHGB, continet angulum æqualem angulo dato C. Si vero angulus ſit obtuſus puta H, eadem erit demonſtratio: angulus enim AIB ipſi H, e erit æqualis.

d per corol. 16.3.
e 32.3

PROPOSITIO XXXIV.

A dato circulo ABC, ſegmentum CBA, abſcindere capiens angulum B. æqualem dato angulo rectilineo D.

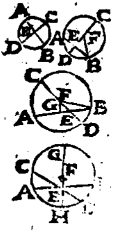
Prob. 6

Dᵃ Vcatur tangens EF. ad pŭctum A. ᵇ fiat angulus CAE, æqualis dato D. portio ABC, c capiet angulum B. æqualem dato.

a 17.3
b 23.1
c 32.3

PROPOSITIO XXXV.

Tb. 29.



Si in circulo ABDC, *duæ rectæ* AB CD, *se mutuo in* E, *secuerint, rectangulum comprehensum sub segmentis vnius* AE, EB, *æquale est ei quod sub segmentis alterius* CE, ED, *comprehenditur rectangulo.*

PRob. 1. Rectæ ABCD. secent se in centro E. rectangulum vnum, alteri erit æquales: cum omnes rectæ sint æquales.

2. Sola CD. transeat per centrum F. diuidatque, rectam AB. bifariam in B, a ac proinde ad angulos rectos, ducaturque recta FB. quo facto, cum recta CD, secetur in æqualia in F, & non æqualia in E. erit rectangulum sub inæqualibus segmentis CE. ED. cum quadrato segmenti intermedii FE. b æquale quadrato dimidiæ FD. vel FB. sed quadratum FB. est c æquale quadratis DE, EF. Idémque FB.

a 3. 3
b 5. 2
c 47. 1.

est

eſt ęquale rectangulo CE. ED. cum drato EF. Dempto igitur communi FE. remanebit rectangulum CE, ED. ęquale quadrato BF. hoc eſt rectãgulo ſub BE. EA. cũ ponantur æquales.

3. Recta CD. tranſiens per centrũ F. rectam AB. non diuidat bifariã in E, ductaque recta FB. & perpendiculari FG. rectangulum ſub CE, ED, cum quadrato FE, [d] erit æquale quadrato FD. vel FB. rectangulum etiam ſub AE. EB, cum quadrato GE. [d] eſt æquale quadrato GB. adde quadratũ FG. cum quadratum FB. ſit ęquale quadratis FG. GB. erit rectangulum AE. EB. cum quadratis EG. GF. æquale quadrato FB. hoc eſt rectangulo CE. ED. & quadrato FE. ergo cum quadratum FE. ſit æquale quadratis FG. GF. ſi ab vno demas FE. & ab alio EG. GF. remanebunt æqualia rectangula CE. ED. & AE. EB.

d 5. 2

4. Si neutra tranſeat per centrum & ſe ſecent vtcunque, ducatur ad interſectionem E. recta GH. tranſiens per centrum: cum rectangulum ſub CE. ED. [e] ſit æquale ei quod ſub HE. EG. Idemque AE. EB. ſit æquale ipſi GE. EH. erunt æqualia rectangula ſub CE. ED. & AE. EB.

e per 3. partem huius.

PROPOSITIO XXXVI.

Th. 30.

Si extra circulum FBE, *sumatur punctum aliquod* A. *ab eoque in circulum cadãt dua recta: & hac quidem* AB. *secet circulum* in C. *illa autem* AF. *tangat* in F. *Quod sub tota secante* AB. *& exterius assumpta* AC. *inter punctum* A. *& connexam peripheriam* C. *comprehenditur rectangulum, aquale erit ei, quod à tangente* AF. *describitur quadrato.*

PRob. Transeat 1°. recta AB per centrum D. ductaque recta DF. cum recta CB. bifariam secta sit in D. & ei recta AC. adiiciatur, rectangulũ sub AB. & AC. contentum, vna cum

a 6. 2. quadrato DC. vel DF. a æquale est ei quod à DC. cum AC. tanquam vna

b 47. 1. linea sit quadrato. Sed quadratũ DA.

c 8. 3. b est æquale quadratis DF. FA. ergo dempto cõmuni FD. remanebit quadratum FA. æquale rectangulo ſub AB. & CA.

2. Si recta AE. non tranſeat per centrum, centro D. duc perpendicularem DG. hæc ſecabit rectam EI. bifariàm, cum igitur recta EI. ſit ſecta bifariàm in G. & ei IA. adiiciatur, erit rectangulum ſub AE. & ſub AI. cum quadrato GI. æquale quadrato GA. addito ergo quadrato DG. erit rectangulum ſub AE. & ſub IA. cum quadratis IG. GD. hoc eſt quadrato DI. æquale quadrato DA. ſed DA. eſt ęquale quadratis FA. FD. demptis ergo ęqualibus DF. DI. remanebit quadratum FA. ęquale rectangulo ſub AE & AI.

Coroll. 1. Hinc ſequitur, ſi à puncto quouis extra circulum ſumpto, plures rectæ circulum ſecantes ducantur, rectangula comprehenſa ſub totis lineis & partibus exterioribus, inter ſe eſſe ęqualia.

Coroll. 2. Duæ rectæ, ab eodem puncto ductæ, quæ circulum tangunt, ſunt inter ſe æquales.

Coroll. 3. Ab eodem puncto extra circulum ſumptó, duci tantum poſſunt duæ rectæ quæ circulum tangant.

O ij

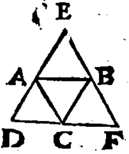
PROPOSITIO XXXVII.

Th. 31

Si extra circulum EHIF. *sumatur pũctum aliquod* A. *ab eoque puncto in circulum cadant duæ rectæ* AF. AB. *vel* AE. *& hæc quidem* AB. *secet circulum: illa autem* AF. *incidat: sit autem quod sub tota secante* AB. *& exterius assumpta* CA. *inter punctum & conuexam peripheriam, æquale ei quod ab incidente* AF. *describitur: incidens illa circulum tanget.*

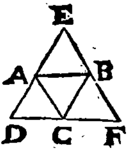
a 17. 3. PRob. a Duc tangentem AH. & ad H. rectam DH. cum ergo quadra-
b 36. 3 rum AH. b sit ęquale rectangulo sub AB. CA. & idem rectangulum sub AB. CA. ponatur æquale quadrato FA. lineæ FA. HA. erunt æquales, latera item FD. HD. sunt æqualia & basis AD. communis: ergo tota triãgula c sunt æqualia. Ergo cum angu-
c 8. 1 lus AHD. sit d rectus, rectus etiam
d 18. 3. erit AFD. ergo AF. circulum tanget per coroll. 16. æ. 3.

EVCLIDIS
ELEMENTVM IV.
DEFINITIONES.



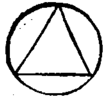
1. Figura rectilinea, in figura rectilinea inscribi dicitur, cum singuli, eius figuræ, quæ inscribitur, anguli, singula latera eius quæ inscribitur tangunt.

Vt triangulum ABC. inscriptum est triangulo DEF. quia anguli A. B. C. tangunt latera DE. EF. DF.

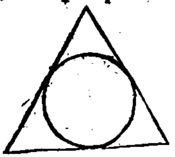


2. Similiter & figura circum figuram describi dicitur, cum singula eius quæ circumscribitur, latera, singulos eius figuræ angulos tetigerint, circum quam illa describitur.

Vt triangulum DEF. dicitur propriè describi circa triangulum A B C, quia singula latera maioris trianguli, singulos angulos minoris tangunt. Dixi propriè, quia vt impropriè dicatur figura aliqua inscribi vel describi, sufficit, vt bene aduertit illustrissimus Princeps Flussates Cādalla vt nullus sit angulus interioris figuræ, qui non tangat angulum aliquem, vel latus vel planū figuræ exterioris; & eo sensu intelligendæ sunt propositiones Hypsiclis lib. 15. elementorum.

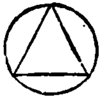


3. Figura autem rectilinea, in circulo inscribi dicitur, cum singuli, eius figuræ, quæ inscribitur, anguli, tetigerint circuli peripheriam.

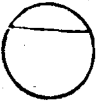


4. Figura vero rectilinea circa circulum describi dicitur, cum singula latera eius quæ circumscribitur, circuli peripheriam tangunt.

5. Similiter & circulus in figura inscribi dicitur, cum circuli peripheria singula latera tangit eius figuræ in qua inscribitur.



6. Circulus autem circum figuram describi dicitur, cum circuli peripheria, singulos tangit eius figuræ, quam circumscribit angulos.



7. Recta in circulo accommodari, seu coaptari dicitur, cum eius extrema in circuli peripheria fuerint.

PRO-

PROPOSITIO I.

In dato circulo ABC. *accommodare rectam* BA. *æqualem datæ rectæ* D. *quæ circuli diametro* BC. *non sit maior.* a Prob. 1

DAti circuli ducas diametrum BC. si data recta D. æqualis sit diametro BC. factum est quod petitur. Si D. minor sit diametro: [b] abscindatur BE. æqualis ipsi D. & centro B. spatio E. fiat circulus EA. iuncta enim recta BA. aptata erit [c] in circulo BAC, & [d] æqualis erit ipsi BE. & consequenter ipsi D.

b 3. 1.
c 7. D f.
d 15. def. 1.

PROPOSITIO II.

Prob.2. 

In dato circulo AIB. *triangulum* ABC. *describere, dato triangulo* DEF. *æquiangulum.*

a 16.3 Fa Iat tangens GH. ad punctum A. fiat angulus HAC.

b 23.1 b æqualis angulo E. & GAB. angulo F. ducta recta BC. factum esse quod petitur.

Prob. Angulus HAC. æqualis

c 32.3 est c angulo B. & similiter angulus GAB. angulo C. ergo & angulus E. angulo B. & angulus F. angulo C. & consequenter angulus D. angulo A. d æqualis. Ergo

d 32.1 triangulum triangulo æquiangulum descripsi in dato circulo.

PROPOSITIO III.

Circa datum circulum ANB. *describere triangulum* LMO. *æquiangulum dato triangulo* D. F. A. Prob. 3.

DAti trianguli latus AF. produc in G.& H. angulo DFH. a 23.1. æqualis fiat ad centrum angulus CIB. & angulo DAG. angulus A b 11.1. IB,& ad pũcta ABC b ducas per c Ex 16.3. pẽdiculares quæ c tãgentes erunt scilicet MO. ML. LO. & coëuntes peritũ triãgulum constituent. Quod enim concurrãt patet; nam vterque angulorum ad A.& vterque eorum qui sunt ad C. est rectus: ergo si intelligatur duci linea AC. erunt duo anguli versus O. minores duobus rectis: d ergo d 11. in illam partẽ protractæ tãgentes Ax. concurrent, similiterque aliæ in alias partes protractæ: ergo fiet

triangulum circa datum circulum. Quod autem sit dato triangulo æquiangulum, sic probo. In quadrilatero CIBM. anguli ad B & C. [e] sunt recti: ergo reliqui CIB. CMB. duobus rectis sunt æquales: probatur, concipe duci rectam IM. duo triangula IMB. IMC. [f] habent angulos æquales quatuor rectis: ergo cum duo ad C, & B, sint recti, reliqui sunt duobus rectis æquales. Iam angulus CIB. æqualis ponitur ipsi DFH. ergo angulus CMB. æqualis est angulo DFA. [g] cum anguli circa latus DF. valeant duos rectos: eodemque modo ostendi potest in quadrilateris AIBL. AICO. angulos L. & O. æquales angulis A. & D. Ergo circa datum, &c.

e 18.3.
f 32.1.
g 13.1.

PROPOSITIO IV.

In dato triangulo Prob. 4
ABC. *circulum*
GEF. *describere.*

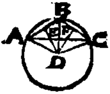
DIuide duos eius angulos B. & C. bifariã per rectas CD. BD. & ex puncto in quo concurrent puta D [b] ducas perpendiculares DE DG. DF. ad tria latera dati trianguli, & quia triangulorũ FCD. GCD. angulus C. vnius, ponitur ęqualis angulo C. alterius, & vterque angulorum G. & F, rectus est, & latus CD, commune: linea DG.[c] erit æqualis lineæ DF similiterque ostendetur rectas DE. DF. esse æquales. Posito ergo centro in D. descriptus circulus spatio DG [d] transibit per puncta EGF. & quia per coroll. 16. 3 vnaquęque linearum AB. BC. CA. tanget circulum, patet perfectum esse propositum.

a 9. 1.
b 12. 1.
c 26 1
d 9. 3

PROPOSITIO V.

Probl. 5.

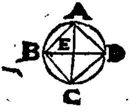
Circa datum triangulum ABC. circulum describere.



CViuscunque dati triãguli, duo aliqua latera puta AB. BC. [a] diuide bifariàm in E. & F. [b] ad quæ puncta excitabis perpendiculares quę coïbunt in D. vel intra triangulum, vel in tertio latere, vel extra (ducta enim EF. fient anguli DEF. DFE. minores duobus rectis: ergo coïbunt) duc præterea rectas DB. DA. DC. Nunc quia triangulorum BED. AED. latera BE. EA. sunt æqualia & DE. commune & anguli ad E. recti erunt & bases AD. DB. æquales. Eodemque modo [c] erunt æquales bases DB. DC. centro igitur D. spatio BD. ducetur circulus AEBC. qui transibit per puncta A. B. C. Circa datum ergo triangulum, circulum descripsimus.

a 10. 1.
b 11. 1.
c 4. 1.

PROPOSITIO VI.



In dato circulo ABCD. *quadratum describere.* Prob. 6.

DVcantur duæ diametri AC BD. secantes se ad angulos rectos in centro E. & iungantur rectæ AB. BC.CD.DA. & factum est quod petitur.

Prob. Quatuor anguli ad centrum E. ponuntur recti. & quatuor lineæ EA. EB. EC. ED. æquales. a 4. 1
[a] ergo & quatuor bases AB. BC. CD. DA. sunt æquales. Omnia ergo quadrati latera sunt æqualia. Anguli vero his lateribus contenti sunt omnes in semicirculo: [b] ergo recti: Erit igitur AB. CD. quadratum per definitionem b 31. 3
30. 1.

PROPOSITIO VII.

Prob. 7

Circa datum circulum, quadratum describere.

Ductis duabus diametris AC. BD. secantibus se ad rectos in cẽtro E. per earum extrema si ducantur perpendiculares YG. FI IH. HG. coëuntes petitum dabunt quadratum.

Prob. Anguli quatuor ad E. ponũtur recti, sicut & anguli ad ABCD.

a 28. 1 a ergo rectæ FG. BD. HI. sunt parallelæ, similiterque rectę FI. AC. GH.

b 34. 1. b ergo figura FGIH. est parallelogramma. Angulus ACH. est rectus:

c 34. 1. c ergo Angulus HGA. est rectus, eodem modo ostendetur angulos F. I. H. esse rectos.

De lateribus sic dico, latus IH. est æquale lateri BD. & latus HG. lateri AC. hoc est BD. ergo latera IH. HG. sunt ęqualia: ergo quatuor latera sunt æqualia. Ergo est quadratũ cuius latera circulum tangunt per coroll. 16. pr. 3. Ergo circa datum, &c.

PROPOSITIO VIII.

In dato quadrato, circulum describere. Prob. 8.

Latera quadrati a diuide bifariā in ABCD. duc rectas AC. BD. secantes se in puncto E. quod dico esse centrum circuli, qui si describatur spatio EB. erit quod petitur. a 10. 1.

Prob. Rectæ AF. IG. sunt parallelæ & equales: ergo rectę AC. FI. b sunt parallelæ & æquales, & similiter rectę AC. HG. eodemque modo rectæ FG. IH. ipsi BD. c sunt igitur parallelogramma FE. EI. EH. EG. Nunc sic dico. Rectæ BF. FA. AC. sunt æquales, cum sint medietates ęqualiū ipsis vero d sunt ęquales rectę BE. EA. ED. ergo rectæ BE. EA. ED. sūt ęquales. e Ergo E. est centrum, ex quo si spatio EA. describatur circulus, tanget puncta ABCD. & consequenter omnia quadrati latera per coroll. pr. 16. l. 3. f cum anguli ad ABCD. sint recti. In dato ergo, &c.

b 33. 1.
c 34. 1.
d 34. 1.
e 9. 3.
f 29. 1.

PROPOSITIO IX.

Prob. 9

Circa datum quadratum, circulum deſcribere.

DVcantur diametri AC. BD. ſecãtes ſe in puncto E. quod dico eſſe centrum deſcribendi circuli.

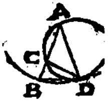
a 5. 1 Prob. Rectæ AB. AD. ſunt æ-
b 31. 3 quales: [a] ergo & anguli A B D
c 32. 1 ADB. Angulus BAD. [b] eſt rectus, [c] ergo anguli ABD. ADB. ſunt ſinguli ſemirecti; ſimiliter quilibet partialium angulorum ad AB. CD. eſt ſemirectus: ergo om-
d 6. 1 nes inter ſe æquales. [d] Ergo latera EA. EB. EC. ED. æqualibus angulis ſubtenſa ſunt æqualia.
e 9. 5 [e] Ergo E. eſt centrum circuli, qui ſi deſcribatur ſpatio EA. tranſibit per puncta quadrati ABCD. Ergo circa datum, &c.

PROPOSITIO X.

Isosceles triangulum ABD. *cõstituere, quod habeat vtrumque eorum qui ad basim sunt, angulorum* B. & D. *duplum reliqui* A. Prob. 10

SVme rectam quamlibet AB. quæ sic a diuidatur in C. vt rectangulum sub AB.BC. æquale sit quadrato rectę AC. tum centro A. spatio B. ducatur circulus, in quo b accommodetur recta BD. æqualis ipsi AC. iungaturque recta AD. dico triangulum ABD. fore isosceles, cùm rectæ AB. AD. sint ęquales, & angulos ad basim B. & D. duplos reliqui A. quod sic probo. a 11. 2. b 1. 4

Ducta recta CD. c describe circulum ACD. circa triangulum DAC. rectangulum sub AB. BC. æquale ponitur quadrato CA. ergo & quadrato BD. Ergo cum à puncto B. c 5. 4



ducatur secansBA. recta BD. ab eodem puncto ducta incidens in circulum
d37. 3 ACD. d eum tanget in D. ergo angulus
e32.3 CDB. e çqualis est ipsi A. in alterno segmento, ergo communi CDA. addito, duo anguli A. & CDA. æquales sunt duobus BDC. & CDA. hoc est toti ADB. vel ABD. Nunc angulus externus BCD. duobus internis A. & ADC f æqualis est: ergo idem BCD.
f32. 1. erit æqualis ipsi CBD. vel ADB. ergo
g6.1 recta DC. DB. g æquales, cum æquales angulos subtendant. Sed BD. ponitur æqualis ipsi CA. ergo CD. CA. æquales erunt: ergo anguli
h5.1 A. & CDA. h æquales. ergo externus angulus BCD. duplus est ipsius A. ergo eiusdem quoque dupli sunt CBD. ADB. cum singuli externo BCD. çquales sint. Triangulum ergo, &c.

PROPOSITIO XI.

In dato circulo EHFG. *pentagonum æquilaterum & æquiangulum inscribere.* Prob. 11

Fiat triangulum Isosceles quicũque, cuius anguli ad basim sint dupli eius qui ad verticem & ipsi æquiangulus b inscribatur in dato circulo, sitque EFG. Vtcumque angulum ad basim diuide bifariàm ductis rectis IF. HG. & quinque puncta E. H. F. G. I. iunge lineis totidem, & factum esse quod petitur, sic probo. Quinque anguli FEG. EGH. HGF. IFG. EFI. ponuntur æquales: c ergo arcus quibus insistunt, sunt æquales. d Ergo æquales rectæ quæ æquales peripherias subtendunt. Arcus EH. æqualis est arcui FG. ergo si addas communem HF. erunt peripheriæ EHF. HFG. æquales: ergo & reliqua segmenta FG. IE. GI. EH. ęqualia: e ergo anguli EHF. HFG. ęquales. Idemque dicendum de reliquis. Ergo pentagonum æquilaterum & æquiangulum inscripsi. Q. E. F.

a 10.4
b 2.4
c 26.3.
d 29.3.
e 27.3.

PROPOSITIO XII.

Prob. 12 

Circa datum circulum ABCD pentagonum GHIKL. aequilaterum & aequiangulum describere.

QVasi iuxta propositionem 11. inscripsissem pentagonũ in dato circulo, reperiam centrum F. & notabo in peripheria quinque linearum FA. FB. &c. quinque puncta an-
a corol. gularia ABCDE. & ab iisdem pun-
16.3. ctis [a] ducam tangentes quae [b] con-
b 11. current in punctis GHIKL. à quibus
Ax. si duxero ad centrum rectas GF. HF. sic demonstrabo factum esse quod
c 32. 1. petitur. Et primo quidem quod anguli omnes sint aequales. In quadrilatero AFBH. quatuor anguli [c] valent quatuor rectos cum cuiuslibet trianguli AHF. HFB. tres anguli valeant duos rectos: similiterque in quadrilatero BF. CI. & sic de aliis: ergo cum anguli A. & B. sint recti, anguli AHB. AFB. valent duos rectos; similiterque anguli BIC. CFB. & sic de aliis. Sed anguli AFB. BFC.
d 27.3. sunt [d] aequales ob aequales arcus: ergo reliqui H. & I. sunt aequales, idem-

que dicendum de aliis. Ergo omnes pentagoni anguli sunt æquales.

Quod autem latera etiam sint æqualia sic probo. Quadratum FI e est æquale quadratis tam ipsarum FB. FI. quam ipsarum IC. CF. sublatis ergo quadratis æqualium FB.FC. remanent æqualia quadrata BI. IC. ergo rectæ BI. IC. sunt æquales. Nunc anguli FBI. FCI. & continentia latera sunt æqualia : ergo se habent iuxta 4. ergo anguli BIF. FIC. sunt æquales. Eodemque modo dicam de triangulis CFK. KFD & de aliis omnibus. Ergo cum anguli BFC. GFD. f sint æquales, & anguli IFC. CFK. sint eorum dimidia, æquales erunt anguli IFC.CFK. Ergo cũ in triangulis IFC.CFK. anguli IFC. FCI. æquales sint duobus angulis CFK.FCK. alter alteri & latus FC. sit commune, reliqua latera g erunt æqualia. Ergo rectæ IC. CK. sunt æquales, & dimidiæ ipsius IK. eodem modo ostendam IB. esse dimidiam ipsius IH. & sic de aliis ; ergo cum dimidiæ IC. IB. ostensæ sint æquales, erunt tota latera HI. IK. æqualia, idemque dicendum de aliis.

e 47. 1

f 27. 3.

g 26. 1.

PROPOSITIO XIII.

Prob. 13

In dato pentagono quod est æquilaterum & æquiangulum, circulum inscribere.

a 9. 1

b 11. *Ax.*

D[a]Iuidantur bifariam duo anguli proximi BAE ABC. rectis AF. BF. quæ [b] coibunt, puta in F. cum nullius anguli medietas valeat rectum. Idem fiat reliquis angulis. Quoniam igitur triangulorum ABF. FBC. æqualia sūt latera BA. BC, & BF, commune,

c Ex const.

& anguli ad B. [c] sunt pares, an-

d 4. 1

guli BAF, BCF, & bases AF, CF, [d] erunt æquales. Cum igitur anguli BAE, BCD, ponantur æquales & BAF, dimidium sit anguli BAE, erit & BCF, dimidium anguli BCD. Hic ergo angulus & reli-

reliqui in orbem secti sunt bifariàm. Ducantur similiter ex F. ad singula pentagoni latera perpendiculares FG, FH, &c. Quia triangulorum GFB, BFL, duo anguli F G B, GBF, duobus FLB, FBL, sunt æquales, & latus FB, commune, æqualia etiam [e] erunt latera FG, FL, & his FK, FI, FH, quare centro F, spatio FG, [f] si ducatur circulus, transibit per puncta H. I.K. L. existentia in lateribus pentagoni, [g] quæ etiam tangent circulum, cùm sint super extremitate diametri ad rectos constitutæ.

e 26.1

f 15. def. 1.

g corol. 16.3.

PROPOSITIO XIV.

Prob. 14

Circa datum pentagonum quod est æquilaterum & æquiangulum, circulum describere.

a 9. 1 ANgulos A, & E, [a] diuido bifariam rectis AF. FE, quæ b 11. Ax. alicubi [b] concurrent, puta in F, hinc ad reliquos angulos duco rectas FD, FC, FB, quæ eos secare bifariã probatur vt in proxima propositione. Ergo cum anguli totales ponantur æquales, c. 1 æquales erunt dimidii, & [c] consequenter æquales FA, FB, h sque æquales omnes rectæ FC, FD, FE. Ergo centro F, spatio FA, d 2. 3 descriptus circulus, transibit per angulos pentagoni, nec vllum eius latus [d] secabit, cum omnia cadant intra circulum.

PROPOSITIO XV.

In dato circulo, hexagonum, & æquilaterum & æquiangulum inscribere. Prob. 15

SIt diameter AD, cētro D spatio semidiametri DG, fiat circulus CGE, secans datum circulum in C, & E, per centrum G, ductis CF, EB, iungantur AB, B C, C D, &c. eritque inscriptum hexagonum æquilaterum & aequiangulum.

Prob. Rectæ GC, GD, à centro G, & rectæ CD, DG, à centro D, sunt æquales, ergo triangulum DGC, est æquilaterum. [a] Ergo & æquiangulum. Hi tres anguli, [b] valent duos rectos: ergo quilibet eorum est pars tertia duorum rectorum. Similiterque angulus DGE. Ergo cum CGE, EGF, [c] va-

a 5. 1
b 32. 1.
c 13. 1.

leant duos rectos. EGF. erit etiam pars tertia duorum rectorum. Sed illis [d] æquales sunt anguli ad verticem. Ergo sex anguli ad centrum G, sunt æquales. Ergo omnes rectæ & circumferentiæ AB. BC, &c quibus insistunt [e] sunt æquales. Est ergo hexagonum æquilaterum. Quod vero sit æquiangulum patet, cum omnium angulorum medietates sint ostensæ æquales & constare duabus tertiis duorum rectorum.

d 15. 1.

e 26. & 29. 3.

Coroll. Hexagoni latus, æquale est semidiametro.

PROPOSITIO XVI.

In dato circulo quindecagonum & æquilaterum & æquiangulum, describere. Prob. 16

I[a]Nscribe in dato circulo pentagonum æquilaterum AEFGH. & eidẽ ad punctum A. b inscribe triangulum æquilaterum ABC. hoc posito cum tertiam partem circumferentiæ c subtẽdat AB. hoc est quinque quindenas, duo vero pentagoni latera, AE EF. earumdem quindecimarum subtendant sex. Si ab ipsis AE. EF. subtendentibus sex, ipsam AB. subtendentem quinque tollas, supererit BF. subtendẽs vnam decimamquintam totius. Ergo si quatuordecim ei æquales in circulo d accommodentur, erit quindecagonum æquilaterum & æquiangulum e cum singuli anguli subtendant arcus æquales tredecim laterum quindecagoni. Q. E. F.

a 11.4
b 2.4
c 26. vel 28.3
d 1.4
e 27.3

EVCLIDIS ELEMENTVM V.

Huius Elementi quinti Vitruuius autorem prædicat Eudoxium Gnidium, qui Platonem, comitatus est in Ægyptum.

DEFINITIONES.

Pars est magnitudo magnitudinis, minor maioris, cùm metitur maiorem.

ID est, quæ aliquoties sumpta, maiorem ipsam præcisè constituit: sic vnitas, est pars ternarij, quia ter sumpta facit ternarium. Atque hæc est pars propriè cta & quæ vocatur *Aliquota.* Improprie verò dicta pars, est *ua aliquoties sumpta, vel suum tum excedit, vel ab eo deficit:* c binarius numerus, est improriè dicta pars septenarii, quia er sumptus, deficit: quater autem sumptus excedit; atque hæc pars dicitur *Aliquanta.* Imo Euclides libro 7. non vocat partem, sed partes, & benè quia quatuor non est pars numeri sex, sed eius duæ partes tertiæ. In genere sic posset definiri. *Pars est minor & homogenea quantitas, quæ aliquoties repetita, metitur vel excedit suum totum.*

Similiter & si definitio Partis, prout traditur ab Euclide, tantum conueniat quantitati continuæ; quæ sola propriè secundùm Philosophum appellatur Magnitudo, cùm tamen numeros suis quoque constitui partibus dubium sit nemini, sic forte commodius potuisset exprimi. *Pars* *est minor quantitas, qua metitur maiorem.* Vt vt sit, in sequentibus, partis nomine vtar, cum in quantitate continua tum in discreta; imò breuitatis gratiâ frequentius vtar numeris, quorum tamen loco poterit quilibet magnitudines tot palmorum intelligere quot numeris exprimentur.

2. *Multiplex autem est maior, quam metitur minor.*

MVltiplex idem est ac multum simplex, quando videlicet vnum simplex hoc est pars, metitur multum, hoc est maiorem quantitatem: sic 12. est multiplex ipsius 6. & 2. bis enim continet 6. sexies vero 2. sex autem respectu duodenarii dicitur *sub-multiplex*. *Æquemultiplices* dicuntur quantitates quæ æquè multoties continent suas submultiplices, vt 9. respectu 3. & 12. res-

12. respectu 4. quia prima quantitas secundam rei continet, & similiter tertia quartam. Hinc vides quomodo pars & multiplex sint relata.

3. *Ratio est duarum quantitatum eiusdem generis, mutua quadam secundum mensuram habitudo.*

QVod Euclides dixit λόγος hoc Campanus vertit *Proportio*, melius alii *Ratio*. Sensus vero hic est, quando duæ quantitates eiusdem generis, vt duo numeri, duę lineæ, duę superficies, duo solida (nec enim linea cum superficie, aut linea alba cum sonora, vt sic, possent conferri, cum sint diuersi generis) inter se comparantur, secundum capacitatem hoc est excessum, defectum aut aequalitatem, appellatur hęc comparatio aut habitudo mutua. Ratio. Obseruabis verò, requiri semper duas quantitates: nihil enim habet rationem ad seipsum, & decempeda solitariè considerata, nec maior est, minor, aut aequalis.

Hæc porrò omnis comparatio in capacitate quantitatis fundatur, secundùm quam vna quantitas aliam continet vel accuratè, vel ex parte tantum, vel cum excessu. Si enim vna, partem tantum alterius continet vt bipeda tripedam, minor inæqualitas siue minor ratio appellatur: si adæquate totam vt sexpeda sexpedam, Æqualitas dicitur: si denique plusquam totam vt sexpeda bipedam, maior inæqualitas seu maior ratio dicitur. Cùm autem in omni ratione duo sint termini *Antecedens* & *Consequens* qui ad inuicem referuntur: Ille in nominatiuo efferri solet, hic in alio casu: exempli gratia linea sex palmorum est dupla lineæ trium;

antecedens est linea sex palmorum: consequens, lineę trium. Excessus antecedentis supra consequentem vel consequẽtis supra antecedentem dicitur *Differentia terminorum*. *Ratio Rationalis* est quę est inter quantitates commensurabiles & numeris potest exprimi, vt ratio dupla, tripla, &c. *Ratio Irrationalis* est ea quæ est inter magnitudines quarum nulla est communis mensura quæ vllo numero possit exprimi: exẽpli gratia inter latus quadrati & eius diametrum.

4. *Proportio est rationum similitudo.*

GRæcè dicitur ἀναλογία, sensus verò hic est. Quemadmodum comparatio capacitatis duarum quantitatum dicitur ratio: Ita similitudo duarum vel plurium rationum dicitur Proportio. Ex gr. Cum similis sit ratio 12. ad 4. quæ 9. ad 3. ideo dico inter has quantitates esse proportionem, quia est similitudo rationum.

Proportio diuiditur in *Arithmeticam*, *Geometricam*, *& Musicam*. *Arithmetica est quando tres vel plures numeri per eandem differentiam progrediuntur*, vt hi numeri 4. 7. 10. est enim differentia 4. & 7. ęqualis differentiæ 7. & 10. hęc proportio dicitur Arithmetica quia inuenitur inter numeros in ordine suo naturali sumptos puta 1. 2. 3. 4. 5. &c.

Geometrica est similitudo rationum quæ fit inter tres, vel plures quantitates vt inter numeros 2. 6. 18. est enim ratio 2. ad 6. similes rationi 6. ad 18. nam vtraque ratio est tripla. Hæcque sola est propriè dicta proportio, & quam hic definit Euclides.

Proportio Musica est quando tres magnitudines ita ordinan-

tur vt eadem sit ratio prima ad tertiam, qua differentia prima & secunda, ad differentiam secunda est tertia, vt 3. 4. 6. Sunt in proportione musica quia eadem est ratio primi numeri 3. ad tertium 6. quæ differentiæ primi & secundi, quæ est 1. ad differentiam secundi & tertii, quæ est 2. dicitur vero harmonica quia consonantes facit sonos inter quos inuenitur.

5. *Rationem habere inter se quantitates dicuntur, quæ possunt multiplicatæ se se mutuo superare.*

QVia ratio est duarum quantitatum eiusdem generis mutua secundùm mensuram habitudo, propterea quãtitates quę rationem habent inter se, debent esse tales vt se mutuo superare possint: nam quantitas quæ metitur alteram, poteſt eam ſuperare. hinc

Colligitur 1. inter lineam & ſuperficiem, inter ſuperficiem & corpus, inter lineam finitam & infinitam, inter angulum rectilineum & contactus, nullam eſſe rationem, quia quantumuis horum vnum multiplices, nunquam tamen aliud ſuperabit.

Coll. 2. Inter diagonalem & latus quadrati eſſe rationem, quia ita poteſt multiplicari vt latus excedat diagonalem, ſed hæc ratio dicitur irrationalis quia non poteſt exprimi numeris.

Coll. 3. Inter curuilinea & rectilinea eſſe rationem cum inter ea ſit aequalitas & inaequalitas: nã Hippocrates Chius Lunulam creſcentem, & Archimedes Parabolam quadrauit, & Proclus inter angulos rectilineos & curuilineos aequalitatem demonſtrauit lib. 3. in primum Euclid. ad 12. axioma.

6. In eadem ratione quantitates dicuntur esse, prima ad secundam, & tertia ad quartam, cum primæ & tertiæ æquemultiplicia, à secundæ & quartæ æquemultiplicibus, qualiscunque sit hæc multiplicatio, vtrumque ab vtroque, vel vnà deficiunt, vel vnà æqualia sunt, vel vnà excedunt, si ea sumantur, quæ inter se respondent.

A Signo ostēdit Euclides quomodo possimus cognoscere vtrum quatuor quantitates sint in eadem ratione. 1°. Æquemultiplica, inquit, primam quantitatem & tertiam. 2°. Æquemultiplica secundam & quartam. 3°. conferas multiplicem primæ cum multiplici secundæ, & multiplicem tertiæ cum multiplici quartæ; & vide, vtrum quotiescunque multiplex primae deficit à multiplici secundæ, vel aequalis est, vel excedit, etiam multiplex tertiae tunc deficiat à multiplici quartae, vel aequalis sit vel excedat: tunc enim si id fiat, certò concludas, has quatuor quantitates esse in eadem ratione, si non fiat, nega esse.

8	6	12	9
4	2	6	3
A.	B.	C.	D.

Exemplum: volo scire vtrum hę quantitates A. B. C. D. sint proportionales: 1°. aequemultiplico A. & C. puta per binarium. 2°. aequemultiplico B. & D. puta per ternarium, vt factum vides superius. 3°. confero multiplicem primae 8. cum multiplici secundę 6. & multiplicem tertię 12. cum multiplici quartę 9. &

video non tantùm multiplicem secundæ deficere à multiplici primæ, sed multiplicem quartæ deficere à multiplici tertiæ.

12 12 18 18

4 2 6 3

A B C D.

Deinde iterum ęquemultiplico A. & C. puta per ternarium; similiter aequemultiplico B. & D, puta per senarium eadem est ratio de quocunque numero per quem æquemultiplices) tum video multipſicem primæ æqualem esse multiplici secundæ; & multiplicem tertiæ, multiplici quartæ.

8 16 12 24

4 2 6 3

A B C D

Tertio aequemultiplico A, & C, puta per binarium, aequemultiplico etiam B, & D, puta per octonarium & aduerto multiplicem primae 8. deficere à multiplici secundae 16, & multiplicem tertiae 12. à multiplici quartae 24. & quia qualitercunque aequemultiplicem illas quantitates, semper se habet multiplex primae ad multiplicem secundæ, vt se habet multiplex tertiae ad multiplicem quartae, id est simul deficiunt vel excedunt vel sunt aequales, propterea concludo esse quatuor illas quantitates proportionales & earum primam in eadem ratione esse ad secundam, in qua est tertia ad quartam.

16	15	24	25
4	3	6	5
A	F	C	D.

Alterum exemplum. Proponantur aliae quatuor A B C D. r•aequemultiplico A, & C, puta per quaternarium. 2°. aequemultiplico B. & D. puta per quinarium. 3°. Video multiplicem primæ 16. superare multiplicem secundae 15. multiplicem verò tertiae 24. superari à multiplici quartae 25. quare concludo duas quantitates non esse in eadem ratione, quia si essent in eadem ratione, quadruplum tertiæ superaret quadruplũ 4ª. Sicut quadruplum primæ, superat quadruplum secundæ. Id enim fieri debet qualiscunque sit multiplicatio. Quare licet duplum primae superet duplum secundae, & similiter duplum tertiae superet duplum quartae. Tamen non potest inde colligi quod sint proportionales; quia vt sint proportionales oportet ita fieri facta quauis multiplicatione.

SCHOLIVM.

HÆc sunt quæ ad verba & sensum Euclidis nunc occurrunt. Quod ad rem ipsam, nunquam iudicaui definitionem illam posse inseruire tyronibus: cum tradatur per obscurius. Sic itaque illam aliter enúcio. *Quatuor quantitates dicuntur esse proportionales, cùm prima eodem modo continet secundam, vel continetur à secunda, quo tertia continet quartam vel continetur à quarta.* Nam quatuor quantitates esse proportionales, est primam ita se habere ad secundam, sicut tertia se habet ad quartam: hoc autem aliud nihil est, quàm primam ita esse maiorem vel minorem secunda, sicut tertia maior est vel minor quarta. Si autem res ita se habet, prima eodem modo continebit secundam, vel à secunda continebitur, quo tertia continebit quartam vel à quarta continebitur. Igitur quatuor quantitates dicuntur proportionales, cum prima eodem modo continet secundam, vel continetur à ſecunda, quo tertia continet quartam vel continetur à quarta.

Nota hanc definitionem conuenire tum quantitatibus rationalibus, tùm irrationalibus. Supereſt tantum explicandus ille modus continentiae vel contentionis qui dicitur idem. Ille autem modus dicitur idem dupliciter, primo cum prima quantitas continet 2^m. aut continetur à ſecunda toties exactè, quoties tertia continet quartam, aut continetur à quarta exactè, itaut nulla pars ſuperſit v. g. linea duorum pedum toties continet lineam vnius pedis, quoties linea 6. pedum continet lineam 3. pedum. Similiterque linea vnius pedis toties continetur in linea duorum pedum, quoties linea 3. pedum continetur in linea 6. pedum. Et proinde 4. illæ lineæ dicuntur proportionales.

Secundo, ille modus continentiae vel cõtentionis dicitur idem cùm prima secundam, & tertia quartam aeque continet; & præterea eandem partem, vel easdem partes; vel cùm prima, cum tali sui parte aut talibus partibus cõtinetur in secunda, quoties tertia cum eadem, aut talibus partibus continetur in quarta. Vt linea 10. pedum continet toties lineam 3. pedum & talem insuper eius partem quoties lineam 6. pedum qualemue eius partem continet linea 20. pedum. Nam linea 10. continet ter lineam trium pedum & insuper trientem ipsius ternarii, sicut linea 20. pedum continet ter 6. & insuper trientem ipsius senarii. Similiter linea 12. pedum toties continet lineam 5. pedum & tales eius partes, quoties lineam 10. pedum qualesve eius partes continet linea 24. Rursus linea 3. pedum cum tali sui parte continetur in linea 10. pedum sicut linea 6. pedum cum tali sui parte continetur in linea 20. pedum. Similiter linea 5. pedum cum talibus sui partibus continetur in linea 12. pedum, sicut linea 10. pedum cum talibus sui partibus continetur in linea 24. pedum.

7. Eandem autem habentem rationem quantitates, vocentur proportionales.

NAm quæ habent eandem rationem, habent rationum similitudinem seu proportionem. Quod si proportio non interrumpitur, dicitur continua proportio, qualis est in his numeris 4. 8. 16. 32. qui propterea dicuntur continuè proportionales: secus autem dicuntur tantùm proportionales vt 4. 2. 6. 3.

8. *Cum verò æquemultiplicium, multiplex primæ, excesserit multiplicem secundæ: at multiplex tertiæ, non excesserit multiplicem quartæ: tunc prima ad secundam, maiorem rationem habere dicetur, quam tertia, ad quartam.*

16.	15.	24.	25.
4.	3.	6.	5.
A	B	C	D.

PVtà si proponantur quatuor quantitates ABCD. quia quadruplum primæ superat quintuplum secundæ, quadruplum autem tertiæ, non superat quintuplum quartæ, dicemus maiorem esse rationem primæ ad secundam, quàm tertiæ ad quartam.

9. Pro-

9. Proportio vero in tribus minimum terminis consistit.

CVm proportio sit rationum similitudo : ratio autem sit duarum magnitudinum eiusdem generis comparatio, quarum vna dicitur antecedens, alia consequens: in proportione, ad minimum duo requiruntur antecedentia, & duo consequentia: quia tamen medius terminus potest esse consequens primæ & antecedens secundę rationis, propterea proportio potest esse in tribus terminis, nimirum quæ continua est vt 16. 8. 4. quæ vero non est continua, postulat quatuor terminos vt 16. 4. 12. 3.

10. *Cùm autem tres quantitates proportionales fuerint; prima ad tertiam dicitur duplicatam habere rationem, eam quam habet ad secundam. At cum quatuor quantitates continuè proportionales fuerint; prima ad quartam dicitur triplicatam habere rationem, eam quam habet ad secundam: & semper deinceps vno amplius, quandiu proportio extiterit.*

Differunt ratio dupla & ratio duplicata, itemque ratio tripla, & ratio triplicata, vt ista ostendunt exempla.

64. 16. 4. 1.

A. B. C. D.

Primum sint quatuor quantitates A. B. C. D. continuè proportionales, nulla ex ipsis erit ratio dupla vel tripla, & erit nihilominus in ipsis vna ratio duplicata & vna triplicata: quia ratio primæ ad secundam erit inter primam & tertiam triplicata. Erit porrò illa ratio primæ ad secundam quadrupla. Quartæ ad tertiam quadrupla duplicata, id est quater quadrupla seu sexdecupla. Primæ ad quartam quadrupla triplicata, id est quater quater quadrupla, id est quater sexdecupla, id est, sexagequadrupla.

Secundum. Sint quantitates

1. 2. 4. 8.
quatuor E. F. G. H. continuè proportionales, erit prima subdupla secundæ. Secunda tertię. Tertia quartę: Erit tamen ratio primae ad tertiam dupla rationis quam habet prima ad secundam. Erit item ratio primae ad quartam, tripla rationis quam habet

prima ad secundam, nec tamen erit prima dupla tertię, sed eius subquadrupla: nec prima est tripla quartae, sed eius suboctupla.

Vno verbo discrimen aperio. Inter duas quantitates non dicitur esse ratio dupla nisi vna præcisè bis alteram contineat: dicitur autem esse ratio duplicata, quamcumque habeant inęqualitatem, modo bis ea repetatur comparatio quae est inter primũ & 2m. terminos: & triplicata, si tertiò eadem instituatur.

II. *Homologæ quantitates dicuntur esse antecedentes quidem antecedentibus, consequentes verò consequentibus.*

1. 4. 8. 21.

SI proportionales sunt ABCD. & vt prima ad secundam, ita tertia ad quartam: homologę dicentur prima & tertia inter se, ſecunda item & quarta inter ſe, quia eaſdem vices gerunt prima & tertia, & ſimiliter ſecunda & quarta.

Sequuntur modi argumentandi in proportionibus, qui inferius ſuis locis demonſtrabuntur.

12. ***Alterna ratio, eſt ſumptio antecedentis ad antecedentem, & conſequentis ad conſequentem.***

QVia Geometrę quinque diuerſas concluſiones colligunt ex vna quatuor quantitatum proportione, propterea quinque modos, quinque illarum concluſionum nunc definit Euclides. Prima eſt alterna, hoc eſt permutata ratio, ſeu permutando quantitates & comparando ipſas antecedentes inter ſe, & ipſas conſequentes inter ſe.

9. 3. 6. 2.
A. B. C. D.

puta ex eo quod proportionales sunt A B C D. estque vt A. ad B. ita C. ad D. inferam ergo permutando vt A. ad C. ita B, ad D.

13. *Inuersa ratio, est sumptio consequentis ceu antecedentis, ad antecedentem velut consequentem.*

SEcunda species seu modus argumentandi dicitur inuersa ratio, quando consequens instar antecedentis sumitur, inuertendo scilicet terminos proportionis, & ad antecedens velut ad consequens comparatur. Nam quia est vt A. ad B. ita C. ad D. Ergo inuertendo inferam vt B. ad A. ita D. ad C.

14. *Compoſitio rationis, eſt ſumptio antecedentis cum conſequente, ceu vnius, ad ipſum conſequentem.*

TErtia ſpecies dicitur compoſitio rationis, cùm antecedens ſimul cum conſequente inſtar vnius ſumitur, & ad conſequens comparatur. Sic, Quia eſt vt $\overset{9}{A}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{6}{C}$. ad $\overset{2}{D}$. ergo componendo erit, vt $\overset{12}{AB}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{8}{CD}$. ad $\overset{2}{D}$.

15. *Diuiſio rationis eſt ſumptio exceſſus, quo conſequentem ſuperat antecedens, ad ipſum conſequentem.*

HOc eſt comparatio differentię terminorum cum alterutro ipſorum.

Vt quia est vt $\overset{9}{\text{A}}$. ad $\overset{3}{\text{B}}$. ita $\overset{6}{\text{C}}$. ad $\overset{2}{\text{D}}$.
erit diuidendo vt 6. ad 3. ita 4. ad 2
vel vt 6. ad 9. ita 4. ad 6.

16. *Conuersio rationis, est sumptio antecedentis ad excessum, quo superat antecedens ipsum consequens.*

HOc est est, comparatio vnius termini cum differentia terminorum.

vt quia est vt $\overset{9}{\text{A}}$. ad $\overset{3}{\text{B}}$. ita $\overset{6}{\text{C}}$. ad $\overset{2}{\text{D}}$.
Erit conuertendo rationem
vt 9. ad 6. ita 6. ad 4.
vel vt 3. ad 6. ita 2. ad 4.
Vnde vides quod conuersio est diuisionis inuersio.

17. *Ex æqualitate ratio est, si plures duabus sint quantitates, & his aliæ multitudine pares, quæ binæ sumantur & in eadem ratione: cum vt*

in primis

in primis magnitudinibus prima ad vltimam, sic & in secundis magnitudinibus, prima ad vltimã se habebit. Vel.

SVmptio extremorum, per subductionem mediorum. Vt si sint plures magnitudines.

12 4
A B C

Et aliæ totidem.

6 2
D E F binæ & binæ in eadem ratione hoc est vt

12 6
A. ad B. quidpiam, ita D. ad E. quidpiam, & vt B. ad C. ita E. ad F. erit ex aequo vt in prioribus

12 4
A. ad vltimam C. ita in poste-

6 2
rioribus D. ad F. Nullum numerum oportet opponere ipsis B. & E. quia hîc non agitur de ipso, sed in sequentibus. Continet au-

tem aequalitas rationis duos modos argumentandi ex proportione plurium, quam quatuor quantitatum : hos duæ sequentes definitiones explicant.

18. *Ordinata proportio est, cum fuerit quemadmodum antecedens ad consequentem, ita antecedens ad consequentem ; fuerit etiam vt consequens ad aliud quidpiam, ita consequens ad aliud quidpiam.*

DIcitur ordinata proportio, quia duę partes proportionis eundem seruant suarum rationum ordinem.

12	6	4
A	B	C
6	3	2
D	E	F.

Exemplum ; esto vtriusque partis prima ratio eſt dupla, ſecunda ratio eſt ſeſquialtera. Concluditur quod vt eſt $\overset{12}{A}$. ad $\overset{4}{C}$, ita eſt $\overset{6}{D}$. ad $\overset{2}{F}$.

19. *Perturbata autem proportio eſt, cum tribus poſitis magnitudinibus, & aliis quæ ſint his multitudine pares; vt in primis quidem magnitudinibus ſe habet antecedens ad conſequentem: ita in ſecundis magnitudinibus antecedens ad conſequentem: vt autem in primis magnitudinibus, conſequens ad aliud quidpiam: ſic in ſecundis magnitudinibus quidpiam ad antecedentem.*

Hoc eſt, cùm vt in primis, prima ſe habet ad ſecundam, ita in ſecundis ſecunda ad tertiam;& vt in primis ſecunda ad tertiam, ita in ſecundis, prima ſe habet ad ſecundam, dicitur hæc proportio perturbata, quia vna proportionis pars non ſeruat ordinem rationum alterius partis. Exemplum eſto.

12	6	4
A	B	C
6	4	2
D	E	F

In prima propoſitionis parte, ratio dupla præcedit ſeſquialteram.

In ſecunda parte ſequitur,

Concluditur tamen perindeatque in proportione ordinata. Quod vt eſt

	12		4
	A	ad	C
Sic eſt	6		2
	D	ad	F

PROPOSITIO I.

3. 1. 3. 1. *Si sint quotcunque* A.E.C.F. *magnitudines quotcunque* 6. 2. *que magnitudinum æ-* G.H. *qualium numero, singula singularum, æquemultiplices; quam multiplex est vnius vna magnitudo, tam multiplices erunt & omnes omnium.* Th.1.

ID est quia [a] æquemultiplices sunt A. ad E. & C. ad F. Si A. & C. iungantur in G. similiterque E. & F. in H, quam multiplex erat A. ipsius E. & C. ipsius F. tam multiplex erit G. ipsius H. a def.2. 5.

Prob. Maiora aut minora [a] sunt tota, quam suæ omnes partes propriè dictę. Ergo non potest totum aggregatum G. pluries vel pauciore numero continere totum aggregatum H. quam A. & C. partes omnes totius H. Et vero quoties E. numerat A. & F. numerat C. toties H. numerat G. hoc est ter. Id vero intelligendum non tantum de multiplici increscente, sed etiam de decrescente & mixto.

PROPOSITIO II.

Tb. 2

6	3	4	2
A.	B.	C.	D.
9	6	15	10
E.	F.	G	H

Si prima A. secunda B, æquè fuerit multiplex, atque tertia C. quarta D. fuerit autem & quinta E. secunda B. æquè multiplex, atque sexta F. quarta D. erit & composita prima cum quinta E. nempe *G. secunda B. æquemultiplex, atque tertia* C. *cum sexta F.* nempe *H. quarta D.*

PRob. ex hypothesi secunda B. & quarta D. pari numero continentur in suis multiplicibus A. & C. nempe bis. Similiterque eadem secunda, B. & quarta D. pari numero continentur in suis aliis multiplicibus E. & F. nempe ter. Ergo per præcedentem, continebuntur etiam pari numero in multiplicibus collectis, hoc est si componantur A. & E. vt fiat G. similiterque F. & G. vt fiat H. quemadmodum G. 15. continet B. 3. quinquies. Ita H. 10. continebit D. 2. quinquies.

PROPOSITIO III.

4	2	6	3
A	B	C	D
8		12	
E		F	

Si sit prima A. *secunda* B. *aquè multiplex, atque tertia* C. *quartæ* D. *sumantur autem æquemultiplices* E. *&* F. *prima* A. *&* *tertiæ* C: *erit ex æquo sumptarum, vtraque vtriusque æque multiplex, altera quidem* E. *secundæ* B. *altera autem* F. *quartæ* D. Th. 3.

PRob. Ponuntur B. & D. aequaliter contineri in singulis A. B C. ergo æqualiter a continentur etiam in iisdem pari numero multiplicatis in E. & F. a 1.5.

ELEMENTVM IV.

4	2	6	3
A	B	C	D
8	6	12	9
E	F	G	H

Th. 4 *Si prima ad secundam, eandem habuerit rationẽ, & tertia ad quartam: etiam æquè multiplices primæ & tertiæ, ad æquè multiplices secundæ, & quartæ, iuxta quamuis multiplicationem, eandem habebunt rationem, si prout inter se respondent, ita sumptæ fuerint.*

Posita & explicata superius à nobis definitione 6. hanc propositionem sic breuiter perstringo.

Si prima A. ad secundam B. habuerit eam rationem, quam habet tertia C. ad quartam D. sumanturque primæ A. & tertiæ C. æquemultiplices E. & G Item secundæ B. & quartæ D. iisdem vel aliis æquemultiplicibus F. & H erit E. multiplex ipsius A. ad F. multiplicem ipsius B. sicut

6. multiplex tertiæ C. ad H, multiplicem quartæ D. idque iuxta non vnam tantum aut alteram multiplicationem, sed iuxta quamcumque vt ibi diximus, & multiplicia primæ & tertiæ non solum vna deficient à multiplicibus secundæ & quartæ, aut vna æqualia erunt, aut vnà excedent, sed prætereà eandem quoque habebunt rationem.

Ratio est quia ex definit. 6. idem est quatuor magnitudines in eadem esse ratione & earum æquemultiplicia vel vnà deficere, vel vnà excedere, vel vnà æqualia esse. Idemque est vel conferre singulas B. & D. ad singulas A. & C. atque B. & D. æqualiter multiplicatas ad A. & C. pari inter se numero multiplicatas.

Corollarium.

Hinc etiam patet veritas rationis conuersæ. Nam si A. est ita maius ipso B. sicut C. ipso D. est euidens B. ita minus fore ipso A. sicut D. ipso C. minus est. Nec minus foret euidens si A. & C. sumpta essent æqualia, aut minora ipsis B. & D.

PROPOSITIO V.

Th. 5 E 4 F 2 *Si magnitudo* A. C 8 D 4 *magnitudinis* B. *ita* A 12 B 6 *multiplex fuerit: vt ablata* C. *ablata* D. *etiam reliqua* E. *reliqua* F. *ita multiplex erit, vt tota* A. *totius* B.

PAtet. Sit enim A. duplum ipsius B. & pars ablata C. dupla similiter partis ablatæ D. ergo si residua E. non est duplex residuæ F. omnes partes totius B. non continentur in omnibus partibus totius A. sicut totum in toto. Est ergo residua residuæ ita multiplex, vt tota totius.

PROPOSITIO VI.

G	2	H	3	G	8	H	12
E	10	F	15	E	4	F	6
A	12	B	18	A	12	B	18
C	2	D	3	C	2	D	3

Si duæ magnitudines A. & B. *duarum magnitudinum* C. & D. *sint æquemultiplices: & detractæ quædam* EF. *sint earundem* CD. *æquemultiplices. Reliquæ* GH. *iisdem* CD: *aut æquales sunt æquemultiplices.* Th.9

PRob. C. & D. in totis A. & B. & in eorum aliquibus partibus assumptis B & F. æqualiter continentur ex hypothesi: [a] ergo æqualiter etiam continebuntur in reliquis G. & H. Ergo reliquæ eisdem, aut aequales, sunt aut aequemultiplices. a 5.5

PROPOSITIO VII.

Th. 7

24	24	8
A	B	C
12	12	4

Æquales AB. *ad eandem* C. *eandem habent rationem: & eadem* C. *ad æquales* AB.

Patet ex terminis. Geometricè verò vt demonstretur, concipe magnitudinem C. bis sumi, quasi diceretur, vt se habet A. ad C. ita B. ad C. hoc posito sic dico 12. & 12. æquemultiplicia primæ magnitudinis A. & tertiæ B. [a] sunt æqualia iam sumatur quodcunque multiplex ipsius C. puta 8. Ergo cum æquemultiplicia ipsorum A, & B. quocunque modo multiplicentur, sint æqualia semper: vel vna deficient à multiplici C, vel vnà æqualia erunt, vel vnà excedent, vt in assumpto exemplo. [b] Ergo in eadem sunt ratione. Eodem modo dicam multiplicem ipsius C. puta 8. vel minorem esse 12. & 12. æquemultiplicibus A. & B. vel vtrisque æqualem vel minorem.

a 6. Ax.

b Def. 6. 5

PROPOSITIO VIII.

16	8	4
A	B	C
6	4	8

Inæqualium magnitudinum A.B *maior* A. *ad eandem* C. *maiorem rationem habet, quã minor* B: *Et eadem* C. *ad minorem* B. *maiorem habet rationem, quam ad maiorem* A. Th.8.

PRob. 1ª pars. Si A, esset æqualis B, vel si A, & B, aequaliter continerent C, eandem rationem haberent ᵃ ad, C, & C, eandem ad A, & B, per præcedentem: sed maior ponitur A, hoc est pluries continere G. ergo per definitionem 8. A. maiorem habet rationem ad C. Prob. 2. Et quia C, pluries continetur ab A, quam à B, minorem habebit ad A, rationem quam ad B, per 8. def.

a 6. Def. 5

PROPOSITIO IX.

Th.9.

A B C *Quæ* AB. *ad eandem* C. *eandem habent rationem, æquales sunt inter se, & ad quas* AB. *eadem* C. *eandem habet rationem, hæ quoque* AB. *æquales sunt inter se.*

25 15 4

a 8.5

SI enim dicas A. esse maius quam B. [a] ergo maior erit ratio maioris A. ad eandem C. quàm minoris B. ad eandem C. Item maior ratio ipsius C, ad B, quam ad A, quod est contra hypothesim.

PROPOSITIO X.

16 8 4 *Earum magnitudi-* Th.10
A B C *num* AB. *quæ ad eandem* C. *habent rationem: quæ* A. *rationem maiorem habet, hæc maior est: ad quam autem* B. *eadem* C. *maiorem rationem habet, hæc* B. *minor est.*

SI enim B, esset aequalis aut maior quam A, [a] haberent A, & B. eandem rationem ad C, vel B, [b] haberet maiorem, quod est contra hypothesim. Item si C. habet maiorem rationem ad A. quam ad B. minor est A, quam B, vel vtrumque, quod dixi, sequetur absurdum. Hæc conuertit 8.

a 7.5
b 8.5

PROPOSITIO XI.

Tb.11

27 18 16
G 36 I 24 H 48
18 12 24
A 9 E 6 C 12
B 6 F 4 D 8
24. 16. 32
K 36. M. 24. L. 48
12 8 16

Quæ eidem sunt eædem rationes, & inter se sunt eædem.

SInt rationes A, ad B, & C. ad D. eædem, rationi E, ad F: etiam A, ad B, & C, ad D. eædem inter ſe erunt. Prob. per 6. def. huius. Si enim ſumantur ad omnes antecedentes A. C. E. æquemultiplices GHI, & ad conſequentes BDF, equemultiplices KLM. ſemper vel vnà deficient, vel vnà aequales erunt, vel vnà excedent, vt patet in ſchemate.

PGO-

PROPOSITIO XII.

4 2 6 3
A B C D
10 5
A C B D

Si sint quotcunque magnitudines proportionales ABCD *quemadmodum se habuerit vna antecedentium* A. *ad vnam consequentium* B. *ita omnes antecedentes* A C. *ad omnes consequentes* BD. Th. 12.

QVod prop. 1. de proportione multiplici demõstratur, hîc de omni proportione etiam irrationali ostenditur per eandẽ primam & defin. 6. si sumantur antecedentium & consequentium æquemultiplices. Ratio autem generalis est, quia cum tota nihil sint aliud quam omnes suæ partes, quæ erit ratio A, ad B, & C, ad D, eadem erit & AC, ad BD.

PROPOSITIO XIIII.

Eb.13 6 4 3 2 4 3 *Si prima* A. *ad*
A B C D E F *secundam* B. *eādem habuerit rationem, quam tertia* C. *ad quartam* D. *tertia verò ad quartam, maiorem habuerit rationem, quàm quinta* E. *ad sextam* F. *prima quoque* A. *ad secundam* B. *maiorem rationem habebit quam quinta* E. *ad sextam* F.

PRob. Rationes A, ad B, & C, ad D, sunt similes ex hypoth. vt qui sesquialteræ. Ratio C, ad D, maior est quàm E, ad F, sesquitertia. Ergo ratio A, ad B, maior est quam E, ad F, per 11. & patet à signo cum denominator A, ad B, $1.\frac{1}{2}$, sit maior quam E, ad F, $\frac{1}{3}$.

PROPOSITIO XIV.

2	3	8	12
9	9	9	9
12	8	6	4
A	B	C	D

Si prima A. *ad *secundam* B. *eandem habuerit rationem, quam tertia* C. *ad quartam* D. *prima verò* A. *quam tertia* C. *maior fuerit, erit & secunda* B. *maior quam quarta* D. *Quod si prima* A. *fuerit æqualis tertiæ* C. *erit & secunda* B. *æqualis quartæ* D. *Si verò minor, & minor erit.* Th. 14.

PRob. Sit A. maior, C. minor: a ergo ratio A. ad B. maior est quam C, ad B. Rursus est C, ad D, sicut A, ad B. ratio autem A, ad B, maior est, quam C, ad B, b maior ergo est ratio C, primi ad D, secundum, quam C, quinti a 8. 5 b 13. 5

2	3	8	12	ad B, sextum. Minor
9	9	9	9	c ergo est D. quam B.
12	8	6	4	Sit A. æqualis C, e-
A	B	C	D	rit: d ergo A, ad B, vt

c 10. 5. d 7. 5. C, ad D. & quia C, ad D, & C, ad B, rationes, eædem sunt rationi A, ad B, e erunt quoque C, ad D, & C, ad B, eædem inter se.

e 9. 5

Sit A, quam C, minor, a maior erit ratio C, ad B, quam A, ad B.

f 13. 5 Et cum f minor sit ratio C, primi ad D, secundum, quam C, quinti

g 10. 5. ad B, sextum, minor g erit B, quam D.

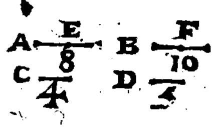
PROPOSITIO XV.

A 5 B 7 *Partes* AB.*cum* C 25 D 35 *pariter multiplicibus* CD. *in eadem sunt ratione, si prout sibi mutuo respondent, ita sumantur.* Th. 15.

SIt A, pars ipsius C,& B, ipsius D, continet C, toties A, quoties D, continet ipsam B. Quia ergo vt vna antecedentium A, ad vnam consequentium B, ita a omnes antecedentes C, ad omnes consequentes D. Ergo vt C,ad D, ita A,ad B. a 12. 5

PROPOSITIO XVI.

Th. 16

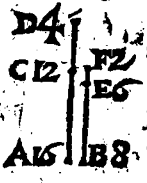


Si quatuor magnitudines ABCD. *proportionales fuerint & vicissim proportionales erunt.*

HOc est, si sit A, ad C, sicut B, ad D, erit permutando vt A, ad B, ita C, ad D.

Prob. Supponamus enim A. continere C, bis, sicut continet D, si diuidamus A, in E, bifariàm & B, in F, erit E, æqualis C, & F, æqualis D, sed vt E, ad F, sic dupla A, ad B, per 12. Ergo vt dupla A, ad duplam B, sic G, æqualis ipsi E, ad D, æqualem ipsi F.

PROPOSITIO XVII.



Si compositæ magnitudines, proportionales fuerint, hæ quoque diuisæ proportionales erunt. Th. 17.

Hoc est A. compositum ex CD. & B. ex EF. dentur: & sit vt A. 16. ad sui partem D. 4. ita B. 8. ad F. 2. erit & vt C. 12. ad D. 4. ita E. 6. ad F. 2.

Id probant Theon & alij per æque multiplices. Dibualdus quod aliàs sequeretur partem esse æqualem toti. Nos sic breuiter A. & B. ponuntur proportionales: [a] ergo sigo simili ratione continent partes D. & F. puta quater: ergo si eædem è suis singulę totis auferantur, similiter in residuis AC. BE. continebuntur: erit ergo vt AC. ad CD. ita BE. ad EF.

a 4. Def.

PROPOSITIO XVIII.

Th.18

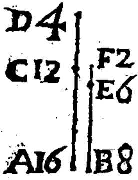
Si diuisæ magnitudines sint proportionales, hæ quoque cõpositæ proportionales erunt.

SIt vt DC, ad CA, ita FE, ad EB. Erit & AD, ad DC, vt BF, ad EF.

Prob. Ex hypothesi partes AC, BE, simili ratione continent partes DC. FE. ergo si hæ, illis addantur, tota AD, BF, adhuc simili ratione continebunt suas partes DC. FE,

PRO-

PROPOSITIO XIX.



Si quemadmodum totum A. *ad totum* B. *ita ablatum* CD. *se habuerit ad ablatum* EF. *& reliquum* CA. *ad reliquum* FB. *vt totum* AD. *ad totum* BF. *se habebit.* Th.19

PRob. AD. BF. CD. EF. ponuntur proportionalees; erit a ergo vt FB. ad EF. ita AD. ad CD. Ergo b erit vt FE. ad EB. ita DC. ad CA. Ergo vt FE. ad DC. ita BE. ad AC. hoc est vt tota AD. ad totam BF. cum posita sit AD. ad BF vt CD. ad EF. a 16.5. b 17.5

Breuius quia aliter omnes partes essent maiores omnibus partibus, quàm totum toto.

✠

PROPOSITIO XX.

Th.20

12	9	6
A	B	C
8	6	4
D	E	F

Si sint tres magnitudines ABC. *& aliæ* DEF. *ipsis æquales numero, quæ binæ & in eadem ratione sumantur* (hoc est vt A. ad B. ita D. ad E. & vt B. ad C. ita E. ad F.) *Ex æquo autem prima* A. *quam tertia* C. *maior fuerit, erit & quarta* D. *quàm sexta* F. *maior. Quod si prima tertiæ æqualis fuerit, erit & quarta æqualis sextæ, sin illa minor, hæc quoque minor erit.*

a 8.5 PRob. Sit maior A. quam C. [a] ergo maior erit ratio ipsius A. ad B. quam C. ad B. est autem vt A. ad B. ita D. ad E. & vt B. ad C. ita E. ad F. Ergo conuertendo est vt C. ad B. ita F. ad E. Ergo D. ad E maiorē [b] habet rationem quam F. ad E. quare maior [c] est D. quam F. Haud secus concludam si A. ipsi C. æqualis ponatur aut minor. Interpretes idem probant de quotcunque magnitudinibus, non de tribus tantum.

b 13. 5
c 10. 5.

PROPOSITIO XXI.

Th. 21.	18	12	4
	A	B	C
	27	9	6
	D	E	F

Si sint tres magnitudines A B C. *&* *ipsis æquales numero* DEF. *quæ binæ &* *in eadem ratione sumantur, fueritque perturbata earum proportio* (hoc eſt vt A. ad B. ſic E. ad F. & vt B. ad C. ſic D. ad E.) *Ex æquo autem prima* A. *quam tertia* C. *maior fuerit: erit & quarta* D. *quam sexta* F. *maior. Quod si prima tertiæ fuerit æqualis, erit & quarta æqualis sextæ, sin illa minor, hæc quoque minor erit.*

PRob. Sit A. maior quam C. ergo A. ad B. maiorem [a] habet rationem quam C. ad B; Est autem vt A. ad B. ita E. ad F. Ergo [b] maior est ratio E. ad F. quam C. ad B. Et quia vt B. ad C. ita D. ad E. ergo conuertendo vt C. ad B ita E. ad D. Ergo maior est ratio E. ad F. quam E. ad D. [c] Ergo maior est D. quam F. Idem ostendetur si A. minor sit, aut æqualis.

a 8.5

b 13.5

c 10.5

PROPOSITIO XXII.

Th. 22.

12	9	6	8	6	4
A	B	C	D	E	F
24	18	12	16	12	8
G	H	I	L	M	N

Si fuerint quotcunque magnitudines ABC. *& aliæ ipsis æquales numero* DEF. *quæ binæ in eadem ratione sumantur* (hoc est vt A. ad B. ita D. ad E. & vt B. ad C. ita E. ad F.) *& ex æqualitate in eadem ratione erũt.* Hoc est erit A. ad C. sicut D. ad F.

a 15. 5.
b 20. 5
c 6. Def.

PRob. Sumantur ipsarum ABC. æquemultiplicia GHI. & ipsarum DEF. æquemultiplicia LMN. cum simplicia sint in eadem ratione A. ad B. vt D. ad E. & B. ad C. vt E. ad F. a erunt eorum multiplicia G. ad H. & H. ad I. vt L. ad M. & M. ad N. Ergo si quotuis magnitudines GHI. & aliæ totidem LMN. binæ sumantur in eadem ratione quarum b primæ vltimam in vtroque ordine simul excedunt, æquantur, vel deficiunt, earum simplices A. ad C. c erunt vt D. ad F.

PROPOSITIO XXIII.

18	12	4
A	B	C
27	9	6
D	E	F

Si fuerint tres magnitudines ABC. *aliæque ipsis æquales numero* DEF. *quæ binæ in eadem ratione sumantur, fuerit autem perturbata eadem ratio* (hoc est sit A. ad B. vt E. ad F. & vt B. ad C. ita D. ad E.) *etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt* hoc est vt A. ad C. ita D. ad F.) *Th.* 23.

PRob. [a] Si A. excedit C. æquatur vel deficit; D. excedet F. æquabitur, vel deficiet. [b] Idemque fiet in æquemultiplicibus. Ergo ex [c] æqualitate in [d] eadem ratione est vt A. ad C. ita D. ad F.

a 21. 5
b 15. 5
c 17. Def.
d 6. Def.

PROPOSITIO XXIV.

Th. 24.

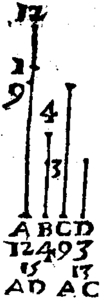
4	2	6
A	B	C
3	10	15
D	E	F
14	21	
G	H	

Si prima A. ad secundam B. eandem habuerit rationem, quam tertia C. ad quartam D. habuerit autem & quinta E. ad secundam B. eandem rationem quam sexta F. ad quartam D. Etiam G. composita prima cũ quinta, ad secundam B. eandem habebit rationem, quam H. tertia cum sexta, ad quartam D.

PRob. Ex hypothesi B. est talis pars singularum A. & E. qualis est D. singularum C. & F. Ergo [a] erit quoque B. talis pars cõpositarum A. & E. in G. qualis est ipsarum CF. compositarum in H.

a 18.5

PROPOSITIO XXV.



Si quatuor magnitudines ABC D. *proportionales fuerint : maxima* A. *& minima* D. *reliquis duabus* BC. *maiores erunt.* Th. 25

PRob. Ex hypoth. v e d A. ad B. ita C. a a D. sit A. maior, ab e auferatur A. 9. æqualis ipsi C & à B t tollatur B. 3. æqualis minimæ D. Eri igitur vt totalis A. 12. ad partialem A. totalis B. 4. ad partialem B. 3. & a reliqua 9. 12. scilicet 3. ad reliquam 3. 4. scilicet 1. vt A. 12. ad B. 4. Itaque maior erit 3. quam 1. Ex 3. abscindatur 9. 1. hoc est 1. æqualis 3. 4. hoc est 1. Ergo A. 1. hoc est 10, cōtinet magnitudines C. 9. & 3. 4. hoc est 1. Ergo A. 1. & D. hoc est 13. æquales sunt magnitudinibus C 9. & B. 4. Ergo si addatur 1. 12. hoc est 2. magnitudo A. 12. & D. 13. hoc est 15. maiores sunt quam B. 4. & C. 9. hoc est 13. a. 19. 5.

PROPOSITIO XXVI.

Tb.26. 8 4 5 3 *Si prima* A. *ad secun-*
A B C D *dam* B. *habuerit maio-*
rem rationem, quàm tertia C. *ad quartam* D. *habebit conuertendo, secunda* B. *ad primam* A. *minorem rationem, quàm quartam* D. *ad tertiam* C.

HÆc & reliquæ octo propositiones, cùm non sint Euclidis, eas non aliter demonstrabimus quàm indicando propositiones Euclidis in quibus virtute continentur.

Hanc vero, propositione 4. huius elementi contineri, patet manifestè.

PROPOSITIO XXVII.

8 4 5 3 *Si prima* A. *ad se-*
A B C D *cundam* B. *habuerit* Th.5.27.
maiorem rationem, quam tertia C. *ad quartam* D. *habebit quoque vicissim prima* A. *ad tertiam* C. *maiorem rationem, quam secunda* B. *ad quartam* D.

Continetur prop. 16.

PROPOSITIO XXVIII.

8 4 5 3 *Si prima* A. *ad secun-*
A B C D *dam* B. *habuerit ma-*
E 12 F 8 *iorem rationem, quam* Th.28.
tertia C. *ad quartam*
D. *habebit quoque composita prima cùm secunda* E. *ad secundam* B. *maiorem rationem, quam composita tertia cum quarta* F. *ad quartam* D.

Continetur prop. 18.

PROPOSITIO XXIX.

Th. 29

8 4 5 3
A B C D
E 12 F 8

Si composita E. prima cum secunda, ad secundam B. maiorem habuerit rationem, quàm composita F. tertia cum quarta ad quartam D. habebit quoque diuidendo, prima A. ad secundam B. maiorem rationem quàm tertia C. ad quartam D.

Continetur propositione 17.

PROPOSITIO XXX.

Th. 30.

8 4 5 3
A B C D
E 12 F 8

Si composita E prima cũ secunda, ad secundam B. habuerit maiorem rationem, quam composita F. tertia cũ quarta, ad quartam D. habebit per conuersionem rationis, prima cum secunda E. ad primam A. minorem rationem, quam tertia cum quarta F. ad tertiam C.

Continetur prop. 19.

PROPOSITIO XXXI.

16	8	4.	9	5	3
A	B	C.	D	E	F

Si sint tres magnitudines ABC. *& aliæ ipsis æquales numero* DEF. *sitque maior ratio primæ priorum* A. *ad secundam* B. *quam primæ posteriorum* D. *ad secundam* E. *Item secundæ priorum* B. *ad tertiam* C. *maior quam secundæ posteriorum* E. *ad tertiam* F. *erit quoque ex æqualitate maior ratio primæ priorum* A. *ad tertiam* C. *quam primæ posteriorum* D. *ad tertiam* F. Th. 31.

Continetur prop. 20. & 22.

PROPOSITIO XXXII.

16	8	4
A	B	C
9	6	4
D	E	F

Tb.32

Si sint tres magnitudines ABC. & alia ipsis æquales numero DEF. sitque maior ratio prima priorum A. ad secũdam B. quam secunda posteriorum E. ad tertiam F. Item secũda priorum B. ad tertiam C. quàm prima posteriorum D. ad secundam E. Erit quoque ex æqualitate, maior ratio prima priorum A. ad tertiam C. quam prima posteriorum D. ad tertiam F.

Continetur prop. 21. & 23.

PROPOSITIO XXXIII.

12	6
A	B
4	3
C	D
8	3
E	F

Tb.33

Si fuerit maior ratio totius A. ad totum B. quam ablati C. ad ablatum D. erit & reliqui E. ad reliquum F. maior ratio, quam totius A. ad totum B.

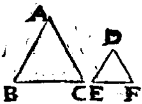
Continetur propositione 18.

PROPOSITIO XXXIV.

12 8 4. 6 5 3
A B C. D E F

Si sint quotcunque magnitudines ABC. *& aliæ ipsis æquales numero* DEF. *sitque maior ratio prima priorum* A. *ad primã posteriorũ* D. *quam secunda* B. *ad secundam* E. *& hæc* B. *ad* E. *maior, quam tertia* C. *ad tertiã* F. *& sic deinceps: habebunt omnes priores simul* ABC. *ad omnes posteriores simul* DEF. *maiorẽ rationẽ, quã omnes priores* BC. *relicta prima* A. *ad omnes posteriores,* EF. *relicta quoque prima* D. *minorẽ autẽ, quam prima priorum* A. *ad primam posteriorũ* F. *maiorẽ denique etiã quã vltima priorum.* C. *ad vltimam posteriorum* F. Th.34

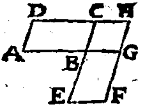
EVCLIDIS
ELEMENTVM VI.
DEFINITIONES.



1. Similes figuræ rectilineæ sunt, quæ & angulos singulos singulis æquales habent, atque etiam latera, quæ circum angulos æquales proportionalia.

DVas conditiones requirit, 1°. vt anguli sint æquales singuli singulis, vt hic A. & D. B. & E. C. & F. 2°. vt latera circa æquales angulos sint proportionalia, hoc est ita se habeat BA, ad AC, vt ED, ad DF· quod si harum

rum altera desit, non dicentur similes. Sic quadratum & altera parte longius non sunt similes figuræ.

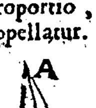


2. *Reciprocæ autem figuræ sunt, cum in vtraque figura, antecedentes & consequentes rationum termini fuerint.*

HOc patet maxime in parallelogrammis & triangulis: nam si qua ratione AB est ad BG. in eadem sit BE. ad BC. erunt reciprocæ figuræ. nam in vtroque est antecedens & consequens diuersarum rationum.

3. Secundum extremam & mediam rationem, recta AB. *secta esse dicitur, cum vt tota* AB. *ad maius segmentum* AC. *ita maius* AC. *ad minus* CB. *se habuerit.*

Ob miram sui vtilitatem, hæc proportio, diuina communiter appellatur.



4. Altitudo cuiusque figuræ, est linea perpendicularis AD. *à vertice ad basim deducta.*

Cum vt ait Ptol. lib. de Anal. mensura cuiusque rei debeat esse stata, merito Euclides à perpendiculari altitudinem petit cuiusuis figuræ: sola enim perpendicularis est statæ & certæ longitudinis: hanc vero altitudinem lib. 1. vocauit esse in iisdem parallelis, *5. Ratio ex rationibus componi dicitur, cùm rationum quantitates, inter se multiplicatæ, aliquam effecerint rationem.*

Quod Euclides vocat quantitates rationum, solent Geometræ vocare Denominatorem. Numerus enim est à quo petitur nomen proportionis; sic 4. est denominator rationis quadruplæ: 3. triplæ. Ratio igitur ex rationibus componi dicitur, quando harum denominatores seu quantitates rationum inter se multiplicatæ aliquam aliam rationem fecerint. Sic ex ratione dupla & tripla componitur sextupla, quæ est ratio ex rationibus: nam sex componitur ex denominatore duplæ 2. & triplæ 3. Inter se enim multiplicati faciunt 6. denominatorem rationis sextuplæ compositæ.

PROPOSITIO I.

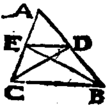
Fi. 1

Triangula A B C. D E F. *&* *parallelogramma*
a def. 4 CG DF. *quorum* [a] *eadem fuerit altitudo* GH. BF. *ita se habent inter se, vt bases* BC. EF.

ID est, eam inter se habent rationẽ quam bases. Prob. Triãgula eiusdem altitudinis [a] possũt inter parallelas constitui: [b] tunc autem quæ æqualem habebunt basim, erunt æqualia, quæ maiorem maiora, quæ minorem minora. Idemque [c] est de æquemultiplicibus. Ergo absolutè triangula se habent vt bases, similiterque parallelogramma; cum sint dupla [d] triangulorum.

a def. 4
b 36.
c 15. 5.
d 34. 1.

PROPOSITIO II.

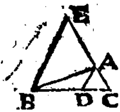


Si ad trianguli ABC. *latus unum* CB *parallela ducatur* ED. *hac proportionaliter secabit ipsius trianguli latera* AC. AB. *Et si trianguli latera, proportionaliter secta sint, recta* DE. *per sectiones ducta, erit parallela ad reliquum ipsius trianguli latus* CB. Th. I.

PRob. Ductis duabus rectis EB. DC. a erunt triangula EDC. EDB. super eãdem basim ED. & inter easdem parallelas ED. CB. ęqualia. b Ergo vt AED. ad ECD. ita AE. ad EC. c (sunt enim in eadem altitudine) & vt ADE. ad DBE. ita AD. ad DB. d ergo vt AE. ad EC. ita AD. ad DB. Ponantur vero latera AC. AB. proportionaliter secta in ED. cum AED. ad DEC. eandem habere rationem, quã ad EDB. (nam est vt AE. ad EC. sic AD. ad DB. cum triangula sint eiusdem altitudinis) erunt DEC. EDB. æqualia, & quia sunt in eadem basi f erunt inter parallelas.

a 37. I. b I. 6 c def. 4 d 7. 5 e 9. 5 f 39. I.

PROPOSITIO III.



Th.3 *Si trianguli* ABC. *angulus* A. *bifariàm sectus sit: secans autem angulum recta* AD. *secet & basim* BC. *basis segmenta* BD. DC. *eandem habebunt rationem, quam reliqua trianguli latera* BA. AC. *& si basis segmenta* BD DC. *eandem habeant rationem, quam reliqua trianguli latera* BA. AC. *recta* AD. *quæ à vertice* A. *ad sectionem* D. *producitur, bifariàm secat trianguli ipsius angulum* A.

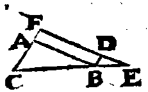
a 31. 1. PRob. Ad punctum B. [a] agatur
b 17. & BE. ipsi DA. parallela, cui CA.
29. 1. producta [b] occurrat in E. tunc
c 29. 1. erit EBA. [c] æqualis alterno BAD.
& E. externo DAC. ergo cum anguli BAD. CAD. æquales po-

nantur, erunt anguli EBA. & E. æquales, & rectæ BA.AE. [d] æquales. Ergo cum in triangulo EBC. rectæ DA.BE. parallelæ sint, vt EA. hoc est BA. ad AC. [e] ita BD. ad DC. Sit rursus vt BA. ad AC. sic BD. ad DC. vt autem BD. ad DC. ita [f] est EA. ad AC, [g] Ergo vt BA. ad AC. ita EA. ad AC. [h] æquales ergo BA. EA. & [i] anguli ABE. & E. Cum ergo ABE. alterno BAD. æqualis sit & E. externo DAC. erunt anguli BAD. DAC. æquales.

d 6. 1
e 2. 6
f 2. 6.
g 11. 5
h 9. 5
i 5. 1

PROPOSITIO IV.

Th. 5.

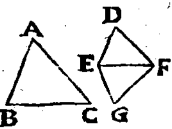


Æquiangulorum triangulorũ ACB. DBE. *proportionalia sunt latera* (hoc est vt AC. ad CB. ita DB. ad BE.) *quæ circa æquales angulos* C. *&* B. *& homologa sunt latera* BA. ED. *quæ æqualibus angulis* C. *&* B. *subtenduntur.*

PRob. Sic in directum statue rectas CB. BE. vt angulus extern. DBE. interno C. sit æqualis: tunc DB.
a 28. 1 & AC. [a] erunt parallelæ: similiterque ED. BA. cum anguli E. & ABC. sint æquales. Et quia anguli ACB. ABC.
b 29. 1. hoc [b] est DEB. minores sunt [c] duo-
c 17. 1 bus rectis, si producantur ED. CA.
d *Ax.* conuenient [d] puta in F. [e] Eritque
11. DA. parallelogrammum. Cum igi-
e 34. 1. tur in triangulo FCE. rectæ DB. FC.
f 2. 6 sint parallelæ, [f] erit vt ED. ad DF. hoc est BA, ita EB. ad BC. Cumque BA. EF. sint item parallelæ, erit CB. ad BE. vt CA. ad AF. hoc est BD, & vt AB. ad BE. ita FD, hoc est AB. ad DE.

PRO-

PROPOSITIO V.

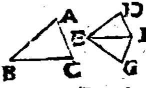


Si duo triã-gula ABC. Th. 5.
DEF *latera* AB. BC. *proportionalia* (ipsis DE. EF) *habuerint, erunt æquiangula, eosdemque angulos,* DA. EB. CF. *habebunt æquales, quibus homologa latera subtenduntur.*

PRob. Super recta EF. ad punctum E. a ponatur angulus FEG. angulo B. æqualis & ad F. alius ipsi C. a 23. 1
& consequenter reliquus G. reliquo A. b æqualis, sicque fiant triangula b 32. 1
ABC, EFG. æquiangula; Tunc circa æquales angulos A. & G. c erunt proportionalia latera AB. ad AC. vt GE. ad GF. & AB. ad BC. vt GE. ad EF. c 4. 6
& AC. ad CB. vt GF. ad FE: sed triãguli DEF. latera in eadem ratione d 9. 5
supponuntur. æquale d ergo erit DE. e 8. 1
ipsi EG. & DF. ipsi FG. & triangula f Ax. 1
DEF. æquiangulum ipsi ABC.

PROPOSITIO VI.

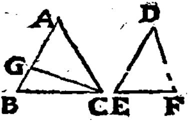
Tb.6



Si duo triangula ABC. DEF. *vnum habeant æqualem angulum* A.D. *& latera circa eum proportionalia* (vt BA. ad AC. ita ED. ad DF.) *erunt æquiangula, angulosque habebũt æquales* BE. CF. *quibus homologa latera* BA. ED. AC. DF. *subtenduntur.*

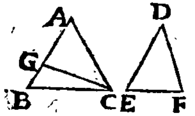
PRob. Ad rectam EF. angulos
a 4. 6. FEG. EFG. fac æquales ipsis BC. erit & G. æqualis A. quia ergo æquiangula sunt ABC. GEF. [a] erunt vt AB. ad AC. ita GE. ad GF. propor-
b 11. tionalia: sed sunt etiam proportio-
& 9. 5. nalia AB. AC. & DE. DF. [b] sunt er-
c 8. 1 go latera DE. DF. ipsis GE. GF. æ-
d Ax. 1 qualia Cumque basis EF. sit communis, triangula DEF. EFG. [c] æquiangula sunt: [d] ergo etiam æquiangula ABC. DEF.

PROPOSITIO VII.



Si duo trianguli ABC.DEF Th.7. *vnum angulum* A. *vni angulo* D. *æqualem, circum autem, alteros angulos* C. F. *latera proportionalia habeant* (vt AC. ad CB. ita DF. ad FE.) *reliquorum vero* B. E. *simul vtrumque, aut minorem aut non minorem, recto: æquiangula erunt triãgula, & æquales habebunt angulos ACB.DFE. circum quos sunt proportionalia latera,* & angulos B. & E. æquales.

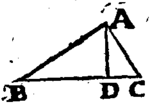
PRob. Sit enim B. & E. minor recto, tunc si anguli ACB. & F. non sunt æquales, sit ACB. maior quam *F* fiatque ipsi *F*. æqualis ACG. cum igitur angulus A. angulo D. ponatur æqualis [a] erit a 32.1 & reliquus AGC. reliquo E. æqualis, ideoque triangula AGC.



b 4.6 DEF. æquiangula erũt. [b] Ergo vt AC. ad CG. ita erit DF, ad FE, ſed vt DF, ad
c 11.5 FE. ita ponitur AC. ad CB, vt
d 9.5. [c] igitur AC, ad CG, ita AC, ad CB,
e 5.1 ac propterea [d] æquales CG, CB, & [e] anguli CBG, CGB, aequales. Cum igitur angulus B, ſit recto
f 13.1 minor, erit & CGB, minor recto, & ei deinceps AGC, [f] maior recto. Eſt autem oſtenſus angulus AGC, angulo E, aequalis. Maior igitur eſt recto angulus E, qui minor ponebatur.

g 5.1 Iã ſit angulus B, & E, recto nõ minor, probabitur vt prius rectas CB, CG, eſſe aequales, & [g] conſequenter angulos CBG, CGB, eſſe
h 17.1 aequales, & non minores duobus rectis, [h] quod eſt abſurdum. Non ergo inæquales sũt anguli ACB,
i 32.1 & F, ſed aequales, & conſequenter reliqui anguli B, & E, [i] ęquales, quod erat probandum.

PROPOSITIO VIII.



Si in triangulo rectangulo BAC. *ab angulo recto* A. *in basim* BC. *perpendicularis* AD. *ducta sit :: quæ ad perpendicularem triangula* ADC. ADB. *tum toti triangulo* ABC. *tum ipsa* ADC. ABD *inter se sunt similia.* Th.8

PRob. In triangulis ABC. BAD. anguli BAC. ADB. recti sunt & angulus B. communis: ergo [a] reliqui ACB. BAD. æquales: ergo triangula ABC. ADB. [b] similia. Non aliter ostendetur ADC. simile ABC. & ADC. triangulo ADB. a 32.1 b 1. Def.

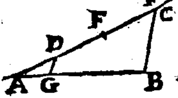
Coroll. 1. *Perpendicularis ab angulo recto in basim, est media proportionalis inter duo basis segmenta.*

[c] Nam vt BD. ad DA. ita DA. ad DC. quod est rectam DA. esse mediam proportionalem inter basis partes BD. DC. c 4.6

Corol'. 2. Hinc etiam patet vtrumlibet laterum angulum rectum ambientium, medium proportionale inter totam basim & illud segmentum basis quod ei lateri adiacet.

PROPOSITIO IX.

Prob. 1.



A data recta AB. *imperatã partẽ* puta tertiam AG. auferre.

PRax. Ex A, ducatur recta AC, vtcunque faciens angulum, & ex AC, sumatur quæuis pars, puta AD, ac duæ aliæ addantur æquales DE, EF, iungatur FB, cui ex D parallela fiat DG, eritque ablata AG, pars tertia ipsius AB.

Prob. in triangulo AFB, lateri
a 2.6. BF, parallela est linea GD. [a] ergo
b 18.5 erit vt FD, ad DA, ita BG, ad GA, & [b] componendo vt FA, ad DA, ita BA, ad GA. Est autem AD pars tertia ipsius AF. Ergo AG, erit pars tertia ipsius AB.

PROPOSITIO X.

Datam rectam infectam AB. *similiter secare, vt data altera recta* AC. *secta fuerit* in D. & E. Prob. 2.

PRax. iungantur datæ lineæ in A, connectantur recta BC, & ex D, & E, agantur DF, EG, ipsi CB, parallelæ, & factum est quod petitur.

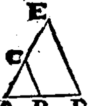
Prob. In triangulo ABC, ductæ sunt DF, EF, parallelæ lateri BC. a ergo vt AD, ad DE, ita AF, ad FG: Proportionales ergo sūt partes AF, FG, partibus AD, DE. Iam si ducatur DH, parallela ipsi AB, erit vt DE, ad EC, ita DI, ad IH, b hoc est FG, ad GB, quare proportionales sunt partes FG, GB, partibus DE, EC.

a 2.6

b 34.1.

PROPOSITIO XI.

Prob. 5.



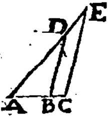
Datis duabus rectis AB. AC. *tertiam proportionalem* CE. *inuenire.*

PRax. Ex datis AB, AC, fac angulum CAB: iunge vtramque recta CB, produc latera AB, AC, sume ipsi AC, æqualem BD, duc DE, ipsi BC, parallelam. Recta CE, erit tertia proportionalis quæsita.

Prob. Rectæ BC, DE, sunt parallelæ: [a] ergo vt se habet AB, ad BD, ita AC, ad CE. Est autem BD, ipsi AC, æqualis: [b] ergo vt se habet AB, ad AC, ita BD. hoc est AC, ad CE, quod est CE, tertiam esse proportionalem.

a 2.6.
b 7.5.

PROPOSITIO XII.



Tribus datis rectis AB. BC. AD. *quartam proportionalem* DE. *inuenire.* Prob. 4

PRax. Ex datis, duas AC, BC, in directum, colloca, ex reliqua AD, & totali AC, fac angulum DAC, iunge recta BD, & fac ipsi parallelam CE, quarta DE, proportionalis erit.

a Prob. CE, BD, sunt parallelæ: ergo vt se habet AB, ad BC, ita AD, ad DE. Ergo DE, quarta est proportionalis. a 2.6

PROPOSITIO XIII.

Prob. 5

Datis duabus rectis AB. BC. *mediam proportionalem* BD. *inuenire.*

PRax. Colloca in directum AB, BC, ſuper AC, duc ſemicirculum ADC. In B, excita perpendicularem BD, ad ſectionem ſemicirculi, illa erit quæſita.

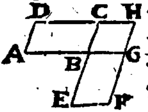
Prob. Ductis rectis AD, CD, [a] erit angulus ADC, in ſemicirculo rectus, & à vertice D, ad baſim AC, ducta perpendicularis DB. facit [b] ergo duo triangula æquiangula: [c] ergo proportionalia: ergo vt AB, ad BD, ita BD, ad BC. eſt ergo BD. media proportionalis inter AB. BC.

a 31.3

b 8.6.

c 4.6

PROPOSITIO XIV.



Æqualium AB, BE, & vnum ABC, vni EBG, æqualem habentiũ angulum, parallelogrammorum, reciproca sunt latera AB, BG, EB, BC, quæ circum æquales angulos: & quorum parallelogrammorum, vnum angulum vni angulo, æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, illa sunt æqualia. Th. 9

PRob. Iungantur parallelogramma ad angulum æqualem B. ita vt AB & BG. iaceant in directum a iacebunt & reliquæ EB. BC. perficiatur parallelogrammum BH: ergo vt IB. ad BH. ita b erit BD. ad BH. sed vt FB. ita c est EB. ad BC. & vt DB. ad BH. ita AB. ad BG. igitur vt EB. ad BC. d ita est AB. ad BG.

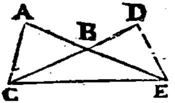
a 14. & 15. 1
b 7. 5
c 1 6
d 11. 5

Prob. 2. pars. Ex hypoth. EB. ad BC. est vt AB. ad BG: ergo e BB. ad BH. est vt DB. ad BH. f ergo parallelogramma æqualia sunt.

e 1. 6
f 9. 5.

PROPOSITIO XV.

Th. 10.

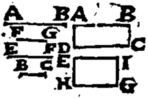


Æqualium ABC. DBE. *& vnum* B. *vni* B. *æqualem habentium, angulum, triangulorum, reciproca sunt latera* vt AB. ad BE. ita DB. ad BC. *quæ circum æquales angulos* B. *& quorum triangulorum, vnum angulum vni, æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, illa sunt æqualia.*

PRob. Sic iunge triangula ad angulum æqualem B. vt AB. BE. Iaceant in directum, ducta CE. [a] erit vt ABC. ad BCE. ita DBE. ad BCE. sed vt ABC. ad BCE. ita AB. ad BE. & vt DBE ad BCE. ita BD. ad BC. pariterque demonstratur ABC. DBE. esse æqualia, si sit vt AB. ad BE. ita DB. ad BC. Nam cum ponatur vt AB. ad BE. ita DB. ad BC. & vt AB. ad BE. ita triangulum ABC. ad BCE. & vt DB. ad BC. ita DBE. ad BCE. erit vt ABC. ad BCE. ita DBE. ad BCE. ergo triangula ABC. DBE. [c] sunt æqualia.

a 7. 5.
b 1. 6.
c 9. 5.

PROPOSITIO XVI.

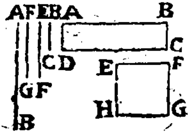


Si quatuor recta A F E B, proportionales fuerint: quod sub extremis AB, BC, comprehenditur rectangulum AC, aquale est ei, quod sub mediis EF, FG, comprehenditur, rectangulo EG. Et si sub extremis AB, BC, comprehensum rectangulum AC, aquale fuerit ei quod sub mediis FG, EF, continetur rectangulo EG, illa quatuor recta proportionales sunt. Th. 11

PRob. 1. pars Anguli recti B, & I, sũt ęquales, & vt se habet AB, ad IG, ita EI, ad BC. ergo latera circa æquales angulos B, & I, sũt reciproca, [a] ergo parallelogramma AC, EC, sunt æqualia. a 14. 6

Prob 2, Æqualia sũt rectãgula A, C, EG, & habẽt angulos æquales, nempe rectos B, & I. ergo [b] latera circa hos angulos erũt reciproca. b 14. 6

PROPOSITIO XVII.



Tb. 12

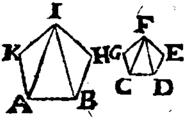
Si tres rectæ A F B, sint proportionales: quod sub extremis A B, BC, comprehenditur rectangulum AC, æquale est ei, quod à media, F, describitur quadrato EG. Et si sub extremis AB, AC, comprehensum rectangulum A C, æquale sit ei quod à media F, describitur quadrato EG, illæ tres rectæ proportionales erunt.

PRob. 1a. pars. Sume rectam EF. qualem ipsi FG. erunt quatuor rectæ AFEB. proportionales, eritque quadratum EG. comprehensum sub mediis FG EF. [a] ergo rectangulum AC. æquale erit quadrato.

a 16. 6

Prob. 2. Quadratum EG. mediæ EF. (vocemus parallelogrammum) rectangulo AC. sub externis AB. BC. æquale ponitur, & habent angulos æquales: ergo latera vt proxime dixi, circa hos angulos erunt reciproca.

PROPOSITIO XVIII.

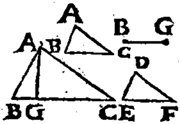


Super data recta AB. *dato rectilineo* CDE FG. *simile, similiterque positum rectilineum* ABHIK. *describere.* Prob. 6

DAtum rectilineum resolue in triangula, ductis rectis puta CF. DF. Ad punctum A. a fiat angulus IAB. æqualis ipsi FCD. & ipsi FDC. æqualis IBA. & b consequenter reliquus reliquo: Æquiangula ergo erunt triangula FCD. IAB & similia c & vt CF. ad AI. ita CD. ad AB. Ad rectam AI. fac similiter triangulum IKA. æquiangulum triangulo FGC. & quia anguli BAI. IAK. æquales sunt angulis DCF. FCG. totales KAB. GCD. æquales erunt, & latera proportionalia. Idemque repetendum, donec omnia triangula eodem ordine quo iacent absoluantur, sicque totum rectilineum toti rectilineo d simile erit, & super datam AB. similiter descriptum.

a 32. 1.
b 32. 1
c 4. 6
d 1. Def.

PROPOSITIO XIX.



Th. 13. *Similia triangula* A B C. D E F. *interse sunt in duplicata ratione laterum homologorum.*

QVando triangula ſunt æqualia, hoc eſt quando BC, EF, nec non tertia proportionalis BG, ſunt æquales, res eſt manifeſta.

Quando vero latera BC, EF, ſunt inęqualia, demonſtratur, hoc modo. Sit BC, latus, latere EF, maius, & ex BC, abſcindatur [a] rectis BC, EF, tertia proportionalis:

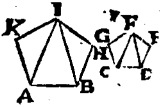
a 11. 6 BG, ducaturque recta AG. Quia igitur angulus B, eſt æqualis E, & propter ſimilitudinem triangulorum, vt AB, ad BC, ita DE, ad EF, &

& permutando vt AB ad DE, ita BC, ad EF, hoc est EF, ad BG, erunt circa angulos æquales B, E, latera reciprocè proportionalia. Quare per 14. triangula ABC, DEF, erunt æqualia; & per 7. quinti vt triangulum ABC, ad ABG, ita erit idem triangulum ABC, ad DEF, vt autem ABC, ad ABG, ita est per 1. huius BC, ad BG. Ergo ABC, ad DEF, erit vt BC, ad BG.

Corollarium. Si tres lineæ fuerint proportionales, vt prima ad tertiam, ita triangulum super primam ad simile triangulum super secundam.

PROPOSITIO XX.

Th.14



Similia poligona in similia triangula diuiduntur, & numero æqualia, & totis homologa: & polygona duplicatam habent eam inter se rationem, quam latus homologum ad homologum latus.

SInt polygona similia A B H I K. CDEFG. habentia angulos æquales K.G.Itemque I.F. & sic deinceps, & latera proportionalia circa angulos æquales, puta vt AB. ad BH. ita CD. ad DE. &c.

Dico 1°. illa diuidi in triangula similia & numero æqualia. Prob. ab angulis I.& F. duc rectas ad angulos oppositos AB. CD. diuisa erunt illa polygona in triãgula numero æqualia. Quod etiam in similia.

Prob. Anguli K. & G. sunt æquales, & circa ipsos latera sunt proportionalia. a ergo æquiangula sunt triangula IKA. FGC. ergo similia. Eadem
b 6.6 ratione erunt similia triangula IHB. FED. Et c quia est vt IB. ad BH. ita

FD. ad DE. vt autem HB. ad BA. ita ED. ponitur ad DC. [e] erit ex æquo vt IB. ad BA. ita FD. ad DC. & quoniam angulus HBA. ipsi EDC. est æqualis, & ablatus HBI. ablato EDF. erunt reliqui IBA. FDC. æquales. [d] Ergo triangula IBA. FDC. æquiangula erunt & similia, eademque ratio de omnibus.

c 22.5

d 6.6

Dico 2. quod sicut vnum triangulum ad triangulum sibi respondens alterius polygoni: ita esse polygona tota inter se.

Prob. Quia omnia triangula sunt similia, singula singulis: ergo sunt in duplicata ratione laterum homologorum; cumque singula singulis probata sint proportionalia, sic vt in triangulo vnius sint omnia antecedentia, in alio consequentia proportionum, [f] vt vnum antecedens est ad vnum consequens ita omnia ad omnia. Est ergo polygonum ad polygonum vt triangulum ad triangulum: ergo ea triangula sunt totis homologa, & quia triangula sunt in duplicata ratione laterum homologorum, erunt & polygona in eadem ratione duplicata laterum homologorum puta AB. CD.

e 19. 6

f 12. 5

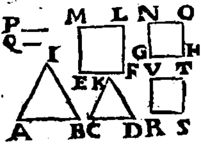
PROPOSITIO XXI.

Tb.15

Quæ eidem rectilineo GHI. *sunt similia* ABG. DEF. *& inter se sunt similia.*

PRob. Anguli A. & D. ponuntur æquales vni G: ergo & inter se, eodemque modo singuli
a 11.5. singulis: [a] latera etiam circa eos ponuntur proportionalia, quia lateribus eiusdem tertii sunt proportionalia: ergo cum habeant angulos æquales & latera circa
b 1. Def.6 eos proportionalia, [b] sunt similia.

PROPOSITIO XXII.



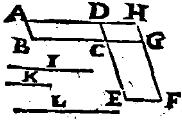
Si quatuor rectæ AB. CD. EF. GH. *proportionales fuerint: & ab eis rectilinea similia similiterque descripta* ABI. CDK. & MF. NH. *proportionalia erunt. Et si à rectis lineis, similia, similiterque descripta rectilinea proportionalia fuerint, ipsæ rectæ proportionales erunt.* Th.16

PRob. a Sumatur ipsarum AB. & CD. tertia proportionalis P. & ipsarum EF. & GH. tertia Q. b erit vt AB. ad P. ita triangulum IAB. ad triagulum KCD. id est in ratione duplicata, & vt EF. ad Q. ita MF. ad NH. sed vt AB. ad CD. ita EF. ad GH. & vt CD. ad P. ita GH. ad Q. c Ergo ex æquo vt AB. ad P. ita EF. ad Q. d ergo vt ABI. ad CDK. ita MF. ad NH. Iã vero si figuræ proportionales & similes similiterque positæ sint, & rectæ super quas positæ sunt, proportionales erũt: nam ratio vnius figuræ ad alteram e est rectæ ad rectã duplicata: f ergo ratio laterũ eadem erit, nẽpe vt AB. ad CD. ita EF. ad GH. ergo illarũ latera proportionalia sunt.

a 11.6
b 19.6.
c 22.5.
d 11.5.
e 19. & 20.6
f 7.5

PROPOSITIO XXIII.

Tb. 17.

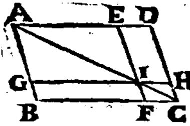


Æquiangula C. *parallelogrāma* AC. CF. *inter se rationem habent eam, quæ ex lateribus componitur* BC. *ad* CG. *&* EC. *ad* CD.

Sint parallelogrāma AC. CF. habentia angulos ad C. æquales, & ita diſpoſita vt DC. ipſi CE. & BC. ipſi CG. [a] iaceant in directum, compleaturque parallelogrammum CH. [b] Cum ergo ſit vt AC. ad CH. ita BC. ad CG. & vt CH. ad CF. ita DC. ad CE ratio enim AC. ad CF. [c] componitur ex intermediis AC. ad CH. & CH. ad CF: componetur quoque eadē ratio AC, ad CF, ex rationibus BC, ad CG, & DC, ad CE, quæ illis intermediis ſunt æquales.

a per conuerſum 15. 1.
b 1, 6
c def. 5

PROPOSITIO XXIV.



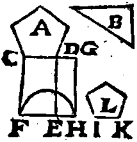
In omni parallelogrammo DB. *quæ circa diametrum* AC. *sunt parallelogramma* GE. FH. *& toti* DB. *& inter se sunt similia.* Tb. 18

PArallelogrãmum GE. habet angulum A. communem cum toto: angulus externus AEI. æqualis est interno ADC. similiterq; angulus AGI. angulo ABC. & angulus EIG. angulo EFB. & angulus IFB. angulo FCH. ergo parallelogramma GE. FH. & toti & inter se sunt æquiangula. Quod autem latera circa æquales angulos sint etiam proportionalia sic probo. a Triangula AGI. ABC. sunt æquiangula, similiterque triangula AEI. ADC. erit b ergo vt AB. ad BC. ita AG. ad GI. & vt BC. ad CA. ita GI. ad IA. item vt CA. ad CD. ita IA. ad IE. c Ergo ex æquo vt BC. ad DC. ita est GI. ad IE. ergo latera circa æquales angulos BCD. GIE. sunt proportionalia. Idemque demonstrabitur de lateribus circa alios angulos, & de parallelogrammo FH. ergo similia.

a 29.1
b 4.6
c 22.5

PROPOSITIO XXV.

Prob. 7.



Dato rectilineo A. *simile, similiterque positum, & alteri dato* B. *æquale* L. *constituere.*

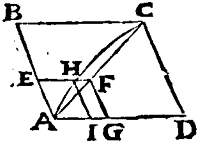
PRax. Ad dati rectilinei A. latus CD. a fiat rectangulum CE. æquale ipsi A. Producatur CD. versus G. super DE. in angulo EDG. fiat rectangulum DH. b æquale ipsi B: c fiat inter CD. DG. media proportionalis IK. super quam fiat d rectilineum L. simile ipsi A. similiterque positum eritque rectilineum L. æquale dato B. & simile ipsi A.

a 45.1.
b 44.1
c 13.6
d 18. 6
e Ex const.
f 19. & 20. 6.
g 1. 6.
h 12. 5
i 9. 5.

Prob. Rectæ CD. IK. DG. e sunt proportionales: f ergo erit vt prima CD. ad tertiam DG. ita rectilineum super primam, id est A. ad rectilineũ super secundam, id est L. sed vt CD. ad DG. g ita parallelogrammum CE. hoc est A. ad DH. hoc est B. h ergo erit vt A. ad B. ita A. ad L. i Ideoque rectilinea B. & L. erunt æqualia.

PRO-

PROPOSITIO XXVI.



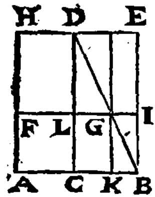
Si à parallelogrãmo BD.*parallelogrãmũ* EG.*ablatum sit, & simile toti, & similiter positum, communem cum eo habens angulum* EAC, *ipsũ circa eandem cum toto diametrum* AG. *consistet.* Theo. 18.

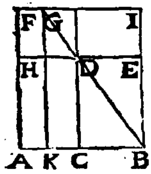
SI neges: sit alia AHC. Agatur ex H. recta HI. parallela FG. tunc parallelogramma BD. EI. circa eandem diametrum AHC. [a] erunt similia:[b] quare erit vt BA. ad AD. ita EA. ad AI. Sed vt BA. ad AD. ita est EA. ad AG. cùm BD. EG. ponantur similia.[c] Igitur erit vt EA. ad AI. ita EA. ad AG. [d] Ac propterea æquales AI. AG. pars & totum.

a 24.6.
b 1. def. 6.
c 15. 5.
d 9. 5.

PROPOSITIO XXVII.

Theo. 19.





Omnium parallelogrammorum secundum eandem rectam applicatorum deficientiumque figuris parallelogrammis similibus, similiterque positis, ei quod à dimidia describitur, maximum est, id quod ad dimidiam applicatur parallelogrammum simile existens defectui.

SVPER AC. semissem totius AB. applicatum sit parallelogrammum AD. ita vt à toto AE.

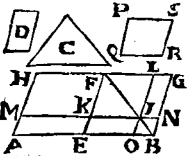
deficiat parallelogrammo CE, quod semper est æquale & simile ipsi AD. Deinde ad quoduis aliud segmentum AK. sit applicatum aliud parallelogrammum AG. ita deficiens, vt defectus sit parallelogrammum KI simile ipsi CE. hoc est circa communem diametrum BGD. Dico AG. minus esse parallelogrammo AD. Probatur.

1. Quando punctum K. est inter C & B. tūc parallelogrammū LH. quod est [a] æquale ipsi LE. maius est quam GC. quia LE. maius est quam GE. & GE. GC. sunt [b] æqualia. Addito ergo LA. erit AD. maius quam AG. a 36. 1. b 43. 1.

Quando verò punctum K. est inter A & C tūc DF. DI. sunt æqualia, quia sūt super æquales bases; & DI. DK. complementa, sunt æqualia: ergo & DF. DK sunt ęqualia, & GH. minus DK: adiectoque communi KH. totum AG. minus toto AD.

PROPOSITIO XXVIII.

Prob. 8.



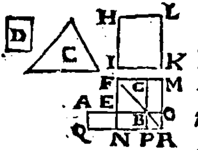
Addatam rectā AB. *dato rectilineo* C. *aequale parallelogrammum* AI. *applicare: deficiens figura parallelogramma* ON. *quae similis sit alteri parallelogrammo dato* D. *Oportet autem datum rectilineū* C. *cui aequale applicandum est* AI. *non maius esse eo, quod ad dimidiam* AE. *applicatur, cū similes fuerint defectus, & eius quod ad dimidiam applicatur, & eius cui simile deesse debet.*

a 18.6. Rectam AB. vt prius bisseca in E. super mediā EB. fac a parallelogrammum EG. simile ipsi D. similiter-

que positum:&comple parallelogrã-
mum BH. SEH. ipsi C. est æquale,fa-
ctum est quod petitur:nam est appli-
catum ad AB.&deficit parallelogrã-
mo EG. simili ipsi D. Si EH.& ipsi æ-
quale b EG.sit maius quã C.(nã mi- *b 36.1.*
nus esse non debet,cum EH.sit c ma- *c 27.6.*
ximũ eorũ quæ applicari possunt ad
AB.)siinquã sit maius,d reperta quã- *d 45.1.*
titate excessus, e fac parallelogram- *aut ar-*
mum PR.æquale excessui,& simile si- *te quã-*
militerque positum ipsi D. & paral- *cũque.*
lelogrammo P R. aliud æquale si- *e 25.6.*
militer positum KL.f quod erit circa *f 44. 1.*
diametrum,sicque remanebit gnomõ
LBK. æquale rectilineo C. Iam pro-
ductis LI.KI.erit parallelogrammum
AI. ad rectam AB. applicatum & de-
ficiens parallelogrammo ON.g simili *g 24.6.*
ipsi EG. hoc est ipsi D. Quod autem
AI.sit æquale ipsi C.sic probo.Com
plementa LN.KO. h sunt æqualia, er- *h 43. 1.*
go addito communi NO. erit OG.æ-
quale ipsi EN. b hoc est AK. Ergo
si æqualibus AK.OG.addas commu-
ne KO.erit AI. æquale gnomoni LBK.
hoc est rectilineo C. vt probaui.

PROPOSITIO XXXIX.

Prim. 9.



Ad datã rectã AB. *dato rectilineo* C. *æquale parallelogrammum applicare, excedens rectã datam* AB. *figura parallelogramma* PO. *quæ sit similis dato alteri parallelogrammo* D.

SVper rectam EB. mediam datæ AB. [a] fiat parallelogrammum EC. simile ipsi D. similitérque positum: tum rectilineo C. & parallelogrammo EC. fiat [b] æquale aliud parallelogrammum NM. simile ipsi D. habeatque an-

a 18. 6.

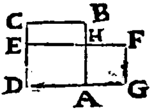
b 25. 6.

gulum EFC. communem parallelogrammo EC. Completis parallelogrammis QE. NB. PO. cum NM. sit positum æquale ipsis E C. & D ablato communi E C. gnomon ERC. ipsi C. erit æqualis. Et quia æqualia [c] sunt QE. N B. & æqualia [d] NB. BM. si loco ipsius BM. substituatur æquale Q E. erit parallelogrammum A R. æquale gnomoni ERC. ideoque etiam rectilineo C. Quare ad rectam AB. applicatum est parallelogrammum AR. æquale dato rectilineo C. excedens rectam A B. figura parallelogramma PO. quæ similis est dato parallelogrammo D. cum sit circa eandem diametrum cum ipso E C. quod positum est simile ipsi D.

c 36. 1.
d 43. 1.

PROPOSITIO XXX.

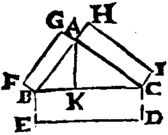
Prob. 10.



Propositam rectam terminatã A B. extrema ac media ratione secare in H.

a 11. 2. DIVIDATVR AB. in H. ita vt rectangulum C H. sub tota AB. & segmento B H. sit æquale quadrato A F. alterius segmenti A H. tunc enim tres rectæ pro-
b 17. 6. portionales [b] erunt; & erit vt tota BA. ad HA. ita A H. ad HB.
c 3. def. Ergo AB. secta est in H. [c] secundum extremam, & mediam rationem.

PROPOSITIO XXXI.



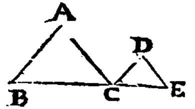
In triangulo rectangulo A B C. *figura quauis* BD. *descripta à* BC. *subtēdente rectum angulum* BAC. *æqualis est figuris* F A. A I. *quæ priori illi similes & similiter positæ à lateribus* BA.CA. *rectum angulum continentibus describuntur.* Theo. 20.

POLYGONAE figuræ FA. AI BD. ponuntur similes, [a] ergo sunt in ea laterum homologorum duplicata ratione, in qua essent eorumdem laterum quadrata. Ergo cum quadrata BA.AC. [b] habeant rationem æqualitatis cum tertio BC. habebunt & polygona FA. AI. rationem æqualitatis cum tertio BD. [c] ergo eidem erunt æqualia.

a 20.
b 47.1.
c 9.5.

PROPOSITIO XXXII.

Theo. 41.



Si duo triangula ABC. DCE. *quæ duo latera* AB. AC. *duobus lateribus* DC. DE. *proportionalia habeant, secundum vnum angulum* ACD. *compoſita fuerint, ita vt homologa eorum latera* AB. DC. AC. DE. *ſint etiam parellela, tum reliqua illorum triangulorum latera* BC. CE. *in rectam lineam* BE. *collocata reperientur.*

PROB. Latera homologa AB. DC. AC. DE. ponuntur parallela,[a] ergo anguli alterni A. & ACD. ſunt æquales & D. eidem

a. 29.1.

ACD ergo A. & D. æquales. Hos æquales angulos circunstant latera proportionalia ex hypoth. [b] ergo triangula sunt æquiangula, habentque æquales angulos B. & DCE. additis ergo æqualibus A. & A C D. erunt B. & A. duobus angulis DCE. ACD. hoc est angulo ACE. æquales. Ergo addito communi A C B. erunt tres anguli A B C. duobus ACE. A C B. æquales, [c] illi autem tres valent duos rectos, ergo & hi duo. Ergo [d] BC. CE. vnam rectam constituunt.

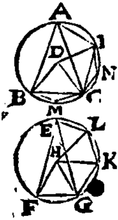
b. 6. 6.

c 32. 1.

d 14. 1.

PROPOSITIO XXXIII.

Theo. 22.

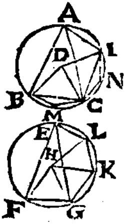


In æqualibus circulis DB. HF. *anguli* A. E. D. H. *eandem habent rationem, cum ipsis peripheriis* BC. FG. *quibus insistunt: siue ad centra* D. H. *siue ad peripherias* A. E. *constituti insistant: insuper vero & sectores* BDC. FHG. *quippe qui ad centra, insistunt.*

a.14. PROB. Ductis BC. FG. ad C. a applica CI æqualem ipsi BC. & ad G. & K. GK KL. æquales singulas ipsi FG. ductis ID. KH LH sic dico, Rectæ b 28. 3. BC. CI. ponuntur æquales, b ergo & arcus BC. CI. [c] ergo & anguli BDC. CDI. æquales. Idemque est de arcubus FG. GK. KL. & angulis ad H. qui ipsis insistunt. Ergo quam multiplex est arcus BCI. ipsius BC. tam multiplex erit angulus BDI. ipsius BDC. & quam multiplex arcus FGKL. ipsius FG. tam multiplex erit angulus FHL. ipsius FHG. [d] ergo si arcus BCI. FGKL. sint æquales, erunt & anguli BDI. FHL. æquales. Si eorum arcuum vnus sit maior, maior erit & angulus, si minor, minor. [e] Ergo cum æquemultiplicia vel vna excedant, vel vna deficiant, quæ erit ratio arcus BC. ad FG. eadem erit anguli BDC. ad FHG. Et quia anguli ad D. & H. sunt [f] dupli angulorum ad A. & E. [g] eadem erit ratio angulorum A & E. quæ D. ad H. & sic eadem anguli A. ad angulum E. quæ arcus BC. ad arcum FG.

c 27. 3.
d 27. 3.
e 6. def. 5.
f 20. 3.
g 15. 5.

Rursus, in æqualibus segmen-



tis BC. CI. si fiant anguli BMC. CNI.
h 27.3. [h] æquales erunt, cum insistant æqualibus arcubus BAC.
i 24.3. AI. ergo [i] similia sunt segmẽta BMC. CNI & æqualia, cum sint super æquales BC.CI. additis ergo triangulis BDC.CDI. [K] quæ æqualia sunt, erunt sectores BDC. CDI. æquales. Ergo tam multiplex est sector BDI. sectoris BDC. quã multiplex arcus BCI arcus BMC. Idem ostendetur de sectore FHL. Ergo si æqualis sit arcus BCI. arcui FGL. sector quoque BDI: æqualis erit sectori FHL. si deficiat, deficiet, si excedat, excedet. Ergo quæ est ratio arcus BC. ad arcum FG. eadem erit & sectoris BDC. ad sectorem FHG. quod erat prob.

Laus Deo, B. V. & S. Ignatio.