EVCLIDIS ELEMENTORVM GEOMETRICORVM LIBRI

Sex priores breuiùs demonstrati

A. P. GEORGIO FOVRNIER
è Societate IESV.

SECVNDA EDITIO
correctior.

PARISIIS,
Apud IOANNEM HENAVLT,
Bibliopolam iuratum viâ Iacobæâ: ad insigne S. Raphaëlis.

M. DC. LIV.

Cum Priuilegio Regis.

ILLVSTRISSIMO VIRO
Domino D.

NICOLAO FOVCQVET,

REGIA SECRETIORIBVS Consiliis, Libellorúmque supplicum Magistro, Vicecomiti de Melun & de Vaux, &c.

QVAM leuem mole, tàm ponderósum dignitate Libellum ad te defero, (Vir Illustrissime) qui cùm ingeniosissimus sit, peruidere quid lateat in EVCLIDE, quid EVCLIDI lucis attulerim, facilè potes. Vt tenue hoc officij mei specimen tibi offerrem, duplex me caussa impulit: altera, à te; altera à spectatissimo quamdiu vixit, tota Gallia viro, Parente tuo. A te quidem, quem sanguis nobilem, doctrina spectabilem, vitæ æquabilitas mirabilem, prudentia illustrem, eximium pietas, quem

ã

alia animi, corporisque tui dotes (quas hoc loco commemorare pudor tuus non sinit) Regi, regnique præcipuis ordinibus gratiosum, amabilem omnibus, & quod his optabilius est, Deo præpotenti gratum, acceptúmque reddunt. Parenti verò tuo quàm sit obstricta nostra SOCIETAS, quam is amabat vnicè, quantum ipsi debeat Parisiense Collegium, quem Christianissimus Rex Ludouicus, è duobus vnum esse iussit qui edicto suo de Scholis nostris instaurandis exequendo praeesset, ac nos Regia authoritate, in docendi possessionem longo interuallo recuperatam mitteret; hac inquam & alia multa, est grati animi verbo declarare, cùm re non possim. Tametsi quid priuatim ordinem nostrum tuo parenti debere plurimum commemorem, qui de patria vniuersa, de summis & infimis meritus sit sua integritate, constantia, rerum gerendarum scientia, & vsu, omni deni-

que genere virtutum. Illarum tibi imitationẽ cùm propo ſueris, magnum quiddam praſtáre videor, ſi votum faciam, vt qui paternorum bonorum heres es, idem omnia honoris ornamenta, ſingularẽque imprimis eius erga Ordinem noſtrum vniuerſum beneuolẽtiam, cum reliqua hereditate cernas. Hoc tibi vt optem facit non vulgare meũ, adeóq; totius SOCIETATIS ſtudium erga te, Illuſtriſsimúmque Baionenſium Antiſtitem, fratrem chariſsimum, non nobiliſsima tua familia modò, ſed etiam Eccleſia Gallicana decus & ornamentum; cuius prudentiam, caeteraſque virtutes Pontificias tanti facit Ludouicus Rex Chriſtianiſsimus, vt imitandum illum omnibus regni ſui Praſulibus, admirandum multis iure pronunciauerit: Vt ita fore confidam, tuum iam magnum tam bonis initiis meritum facit.

Tibi addictiſſimus,

GEORGIVS FOVRNIER.

Quis Autor huius libri?

NON vnius modò, sed plurimorum hominũ vigiliis & industriæ, quorum alij aliis vixere temporibus, debetur hic Liber. De posteritate bene meritus Euclides, qui ea, siue Theoremata, siue Problemata quæ à maioribus acceperat, auctiora, & meliori digesta ordine reliquit. Thales Milesius, qui Princeps omnium Geometriam ex Ægypto in Græciam transtulit, demonstrauit angulum in semicirculo rectum esse: Trianguli Isoscelis angulos ad basim esse æquales: & alia nonnulla inuenit quæ in primo, & tertio Elementorum Euclidis legimus & admiramur. Pythagoras Samius, qui Mathematicæ ludum primus aperuit, Omnis trianguli dixit tres angulos duobus rectis esse æquales: tantisque elatus est lætitiis, vbi eam propositionem reperit, quæ primo Elemento, ordine quadragesima septima habetur, vt musis centũ boues immolarit. Theodorus Cyreneus multis adinuentis Geometricam plurimum auxit supellectilem. Quis inuenta à Cratisto explicet, in quo tanta vis erat ingenij, vt nullum non Geometricum Problema illico resolueret. Si Laërtio credimus, Democritus Milesius, multa de lineis, vt vocant, irrationabilibus scripsit, multa de solidis, multa de numeris: Certè illud extra controuersiam, Eudoxum Gnidium quintum Elementum, quod appellant, de Proportionibus, integrum fecisse, & inuenisse. Theætetus de quinque solidis, primus libros scripsit, & decimæ propositionis decimi elementorum inuentor fuit.

Hæc à multis feliciter excogiſtata & diſſipata paſſim, annis ante Chriſtum circiter 550. Hippocrates Chius in Elementa Geometrica primus compegit ordinauítque. Poſtea Leo Neoclidis auditor, illa auxit: Tertius deinde Theudius Magnes. Hos ſequutus eſt Hermotimus Colophonius qui ea fecit haud paulò vberiora. Tandem Euclides Megarenſis, omnibus, partim à ſe adinuentis, partim ab aliis acceptis, vltimam manum his Elementis appoſuit, tanta felicitate, vt non tantum Quintus, ſed vnus præcellentiæ iure, Geometra ſit appellatus. Inſuper hoc ei laudis teſtimonium ſingulare Proclus, Pappus cæterique Methematici tribuere, vt de eo, quod de nemine mortalium ante illum, dixerint, *nuſquam deceptus eſt*. Nec ſolum doctrina Euclidis fuit admirationi, ſed etiam ipſe ordo, quem perturbare adhuc auſus eſt nemo: certè omnis demonstrationis vim atque robur superat, ipsique quodammodo Geometriæ firmitatem illam, qua ceteris disciplinis antestat, dare videtur. Scripsit præterea Phænomena, Optica, Catoptrica, Musica, Data, Conicorum libros quatuor, & tres Porismatum. Vitam eius ad Ptolomæum vsque primum Ægypti Regem producunt Historiæ. An sit idem cum Euclide sectæ Megaricæ authore, nos, quia parum constat, rem in medio relinquimus.

Porrò quemadmodum Elementa appellantur ea, ex quibus omnia oriuntur, & fiunt, & in quæ eadem, cum intereunt, conuertuntur, & transeunt; sic propositiones eas quæ Mathematicis rebus efficiendis inseruiunt, & in quas resolui possunt demonstrationes Mathematicæ, dicimus Elementa Mathematica: vel certè quemadmodum qui literas & elementa nouit, libros potest legere, ita qui Geometriæ elementa tenebit, ſine labore percurret, & intelliget quæ tractantur in Opticis, Aſtronomicis, & aliis reconditioribus Mathematicæ partibus.

EVCLIDIS

EVCLIDIS ELEMENTVM PRIMVM.

DEFINITIONES.

I. *Punctum est, cuius pars nulla.*

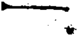
GRÆCE legitur *σημεῖον*, id est signum; cum enim sit omnis magnitudinis expers, illud quod exterius pingitur, signum est illius quod mente concipitur; estque idem quod vnitas in numero, instans in tempore, & sonus in musica.

2. Linea verò longitudo non lata.

Lineà talis nulla existit à parte rei; sed sicut punctum, ita & linea quam ducimus, signum est illius quam mente concipimus. Si enim punctum quod concipimus, moueretur & relinqueret sui vestigium, illud esset linea, longum propter motum, non tamen latum, quia punctum à quo procedit, omnis expers est extensionis.

3. Lineæ autem termini sunt puncta.

Id est longitudinis vt longitudo est, principium & finis est punctum: quia magnitudinem non considerat mathematicus nisi vt finitam. Vnde cum infinitam lineam vocat Euclides, intelligit lineam cuiusuis magnitudinis, seu indeterminatam.



4. *Recta linea est, quæ ex æquo sua interiacet puncta.*

Siue cuius extrema obumbrant omnia media, vt dixit Plato: vel minima earum quę terminos habent eosdem, vt vult Archimedes. Cùm enim fluxu puncti concipiatur fieri linea, si ex æquo inter sua puncta fluat, aut per breuissimum spatium, dicetur recta. Si punctum feratur vniformi motu, & distantia à certo aliquo puncto, dicetur circularis; Si in motu hinc inde titubet, & hîc depressior sit, alibi altior, & extrema non obumbrẽt omnia media, dicetur mixta. Hinc ingeniose dixit Aristoteles lib. 1. de Coelo tex. 5. iuxta triplicem hanc lineam, tres tantùm esse posse motus, duos simplices, rectum & circularem, tertium vero mixtum ex vtroque.

5. Superficies verò est quæ longitudinem latitudinémque tantùm habet.

Vt fluxu puncti producitur linea, prima species quantitatis continuæ; sic fluxu lineæ in transuersum, produci concipitur superficies, secunda species: quæ potest diuidi in longum vt linea, & præterea in latum. Vmbram concipe, ait Proclus, superficiem concipies longam, & latam, nullo tamen modo profundam.

6. Superficiei autem extrema sũt lineæ.

Hæc definitio intelligenda est tantùm de superficie plana vel mixta, non autem de circulari:

quando enim habet extremum, lineam tãtùm habet, non lineas.

7. Plana superficies, est quæ ex æquo suas interiacet rectas.

Quæ dixi de linea recta, eadem de plana superficie sunt intelligenda.

8. Planus autem angulus est duarum linearum in plano se mutuò tangentium, & non in directum iacentium, alterius ad alteram inclinatio.

Hîc causæ anguli explicantur: Materialis, sunt duæ lineæ quæ se mutuo tangunt. Formalis, est alterius in alteram inclinatio.

Vnde ſequitur primò, quòd illæ duæ lineæ non ita ſe debent tangere, vt iaceant in directum, id eſt vt vnicam rectam conſtituãt lineam; ſed altera debet in alteram inclinari.

Sequitur 2. quod anguli quantitas conſiſtit in maiori vel minori linearum inclinatione, non in longitudine linearum.

Sequitur 3. non eſſe neceſſe, vt duæ lineæ poſt contactum productæ ſe mutuò ſecent, vt vult Pelletarius: id enim tantùm eſt verum in angulis rectilineis: ſed ſufficere, vt ſe tangant & mutuo inclinentur.

Denique ſi angulus ille ſit in ſuperficie plana, dicetur planus. In omni vero figura, licet quemlibet angulum tribus litteris appellemus, ille tamen ſemper intelligitur, cui medius character appingitur.

9. Cum autem continẽtes angulum lineæ rectæ fuerint, rectilineus appellatur angulus.

Si vtraque curua, curuilineus: si curua altera, altera recta, mixtus.

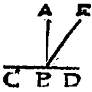
10. *Cum verò recta* AB. *super rectam* CD. *stans, eos qui sunt deinceps* ABC. ABD. *angulos, æquales inter se facit, rectus est vterque æqualium angulorum, & insistens recta* AB. *perpendicularis vocatur eius cui insistit* CD.

Tunc angulus vterque dicitur æqualis, quando recta A. B. non magis in C. quam in D. inclinat.

Quod autem Græci dicunt κάθετος Latinè redditur perpendicularis; frequentius tamen vtuntur Mathematici verbo Græco quam Latino, maximè in Optica: vnde apud eos nihil vsitatius quàm πρὸς κάθετον, imo Latine reddunt Cathetum.

11. *Obtusus angulus* EBC. *est, qui maior recto* ABC.

Nempe quia recta EB. magis recedit à subiecta CD. quàm perpendicularis A B.



12. *Acutus vero* EBD. *qui minor recto* ABD

13. *Terminus est quod alicuius est extremum.*

Talia sunt, punctum, linea, superficies: nempe punctum lineæ, linea superficiei, & superficies corporis.

14. *Figura est quæ sub aliquo, vel sub aliquibus terminis comprehenditur.*

Dixit sub aliquo, nempe quia circulum & ellipsim, vnicus terminus, hoc est linea circularis, comprehendit: ad rectilineas verò figuras, plures semper termini requiruntur.

Porro notabis debere terminos, quantitatem, quæ figura dicitur, ambire & comprehendere, non verò tantùm terminare. Vnde sequitur 1. Quod lineæ nulla proprie est figura, cùm puncta lineã, non ambiant, sed solum terminent. Sequitur 2. quod superficiei infinitæ vel corporis infiniti; si quod dari posset, figura nulla sit.

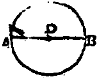
1. quia omnis figura debet ambire, & comprehendere figuratum. 2. quia terminis ambitur, terminus autem eſt extremũ rei. Quomodo verò id quod habet finem & extrema, erit infinitum?

15. *Circulus eſt figura plana ſub vna linea* A. B.C. *comprehenſa, quæ vocatur peripheria: ad quam ab vno puncto, eorum quæ intra figuram ſunt poſita, omnes cadentes rectæ* DA. DB. DC. *æquales inter ſe ſunt.*

16. *Centrum vero circuli punctum illud appellatur.*

Theodoſius Sphęricorum lib. 1. deff. 1. & 2. idem habet, definitione verò 5. sic polum describit.

Polus circuli in Sphera, est punctum in superficie Spheræ, à quo omnes rectæ ad circuli peripheriam tendentes, sunt inter se æquales. Ex quibus colliges inter centrum, & polum hoc tantùm esse discriminis, quòd centrum concipiatur intra figuram positum: Polus verò in superficie Spheræ.



17. *Diameter autem circuli est recta quadam* A. B. *per centrum* D. *ducta, & terminata ex vtraq; parte, à circuli peripheria* A. *&* B. *quæ & bifariam secat circulum.*

Hîc tria obseruabis 1. omnes Diametros eiusdem circuli esse æquales inter se, cùm earum me-

dietates ex def. 15. ſint ęquales.
2. Quod ſequitur ex 1. eſt quòd licet, in circulo poſſint infinitę duci rectę non tranſeuntes per centrum, ſolę tamen rectę per centrum ductę, & in peripheria terminatę dicũtur diametri, quia cum ſolę ſint omnes ęquales inter ſe, determinatęque longitudinis, alię vero inęqualęs ſemper & incertę: diameter ſola poteſt metiri circulum. Menſura enim cuiuſque rei, ait Ptolomęus, in Analemmate, debet eſſe ſtata determinatáque, non indefinita. Vnde non eſt quod mirentur tyrones ſi in feminino genere ponatur à Mathematicis. Idem enim eſt Diameter quod linea dimetiens, vel in duo ęqualia diuidens.

a *Ariſtot. ſec. 15. probl. num. 1. & 2.* 3. Eſt, Diametrum bifariam ſecare circulum, quod ita demonſtrat Thales apud Proclum. Concipe animo portionẽ ſemicirculi ſic coaptari portioni reliquę vt diameter sit vtriusque basis. Si circumferentia vna congruat penitus circumferentiæ alteri, manifestum est illas duas portiones à diametro factas, esse inter se æquales, cùm neutra aliam excedat. Si verò circumferentia vna non congruat cum altera, sed vel extra eam cadat, vel intra, vel partim intra, partim extra: tunc rectæ ductæ à centro ad circumferentiam erunt æquales & non erunt.

18. *Semicirculus autem est figura quæ continetur sub diametro* AB. *& sub ea linea* ADB. *quæ aufertur de circuli peripheria.*

19. *Segmentum*

circuli est figura quæ cõtinetur sub recta & circuli peripheria.

Per rectam hîc intellige omnem non diametrum, nisi item velis semicirculum dicere segmentum.

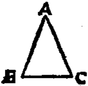
20 *Rectilineæ figuræ sunt quæ sub rectis continentur.*

21. *Trilateræ quidem quæ sub tribus.*

22. *Quadrilateræ verò quæ sub quatuor.*

23. *Multilateræ autem quæ sub pluribus quàm quatuor rectis comprehenduntur.*

24. Trilaterum porro figurarum, æquilaterũ triangulum est quod tria latera habet aequalia.

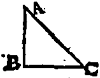


25. Isosceles autem, quod duo tãtùm habet aequalia A B. A C.

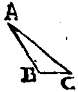
Σκέλος, τὸ, crus Græcis est, vnde compositum ἰσοσκελὴς qui æqualibus est cruribus: τρίγωνον ἰσοσκελής; quod è tribus lineis duas æquales habet, quibus quasi cruribus insistit.

26. Scalenum verò quod tria inæqualia habet latera.

Triangulorum hæ sunt species ex laterum ratione petitæ. Sequuntur aliæ ex angulorum differentiis emergentes.



27. Ad haec etiam trilaterarum figurarum, rectangulum quidem triangulum est quod habet rectum angulum ABC.



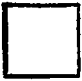
28. Amblygonium est quod habet obtusum angulum. ABC.

Ἀγβλὺς εὸς de obtuſo & hebete dicitur, propriè de ferro, cuius acies eſt obtuſa! vnde ἀγϐλυγώνιον quod obtuſum angulum habet ἀγβλεῖαν γωνίαν ἔχει.

29. Oxygonium vero quod tres acutos habet angulos.

Not.

Not. In omni triangulo cuius duo quæcunque latera expreſsè nominantur, ſolet reliquum latus à Mathematicis, baſis dici, ſiue illud in ſitu locum infimum occupet, ſiue ſupremum.



30. *Quadrilaterum autem figurarum quadratum quidẽ eſt quod æquilaterum eſt & rectangulũ.*

31. *Altera parte longior figura eſt, quae rectangula quidem, at aequilatera non eſt.*

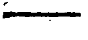
32. *Rhombus autem, qua æquilatera quidem, ſed rectangula non eſt.*

Ῥόμβος Græcis rota est, seu quiddam rotæ formam habens, à radice ῥέμβω, id est quod gyrum circumago: apud Mathematicos tamen cùm dicatur figura quadrangula, & lateribus constans æqualibus, sed non etiam angulis, quæ vt apparet, nihil habet commune cum rota, & ad motum circularem prorsus inepta est, multóque adhuc magis ῥομβοειδὴς figura alia de qua proxime, Rhombo similis. Malim vtramque figuram, ita dictam à similitudine quam habet cum Rhombo pisce.

33. Rhomboides verò quae aduersa, & latera, & angulos aequalia inter se habens, neque aequilatera est, neque rectangula.

34. Praeter has autẽ reliqua quadrilateræ, Trapezia appellentur.

Τράπεζα Græcis est mensa vnde diminutiuum τὸ τραπέζιον mensula, abaculus, hinc apud Mathematicos τὰ τραπέζια figuræ quadrilateræ quæ mensas aliquatenus referunt: Est vero Trapezium, vel isosceles, vel scalenum, vel irregulare.



35. Parallelae sũt rectae, quae in eodem plano existentes, & productae in infinitum ex vtraq; parte, in neutram mutuò incidunt.

Ad hoc vt duæ rectæ dicantur parallelæ, non sufficit vt productæ in infinitum non concurrant. Sic enim duæ rectę in transuersum positę media re aliqua, & non se tangentes, dicerentur parellelæ, quia nunquam concurrerent. Sed requiritur præterea, vt sint in eodem plano.

Postulata.

I. *Postuletur à quouis puncto* A. *ad quoduis punctum* B. *rectam lineam* A B. *ducere.*

2. Et terminatam rectam AB. *in continuum rectà producere in* C.

3. Et quouis centro, & interuallo circulũ describere.

Cõmunes notiones seu Axiomata.

1. *Quæ eidem æqualia, & inter se sunt æqualia.*
2. *Et si æqualibus æqualia adiecta sint, tota sunt æqualia.*
3. *Et si ab æqualibus æqualia ablata sint, quæ relinquuntur sunt æqualia.*
4. *Et si inæqualibus a-*

qualia adiecta sint, tota sunt inæqualia.

5. Et si ab inæqualibus æqualia ablata sint, reliqua sunt inæqualia.

6. Et quæ eiusdē duplicia, inter se sunt æqualia.

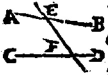
7. Et quæ eiusdem dimidia, inter se sunt æqualia.

8. Quæ congruunt sibi mutuo, inter se æqualia sunt.

Id est, quæ collata, ita componuntur, vt pars parti respondeat, & terminus termino, æqualia sunt. Lineæ autem rectæ & æquales congruunt, vti & anguli.

9. Et totum parte maius est.

10. *Et omnes recti anguli æquales inter se sunt.*



11. *Si in duas rectas* AB. CD. *recta* EF. *incidens interiores, & ad easdem partes angulos* BEF. EFD. *duobus rectis minores faciat; productæ duæ illæ rectæ in infinitum, coincident inter se ad eas partes, in quibus sunt anguli duobus rectis minores.*

Scio principium hoc obſcurum quibuſdam, & à Gemino & Proclo reiectum à numero principiorum: verum non debet res aliqua à notionibus communibus reiici, quod vnus aut alter ei assensum neget: oporteret enim & nonum expungere. Iam enim sunt aliqui Philosophi adeò subtiles vt negent totum sua parte maius. His & illis sufficiat dicere Euclidem cæterosque omnes, hæc omnia ex sola terminorum notione, euidentia censuisse, & existimasse sensu communi carere, qui ea negaret. Ne scrupulus remaneat, illud demonstrat Clauius prop. 28. l. 1.

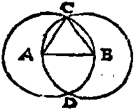
12. *Duæ rectæ spatium non comprehendunt.*

Id est ex omni parte concludunt.

PRO-

PROPOSITIO I.

Super data recta terminata A B. triangulum æquilaterum A B C. constituere. Problema I.

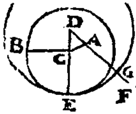


PRaxis. Ex centris A & B. spatio A B. describe a duos circulos, & ex pũcto sectionis C. duc b rectas C A. CB Dico triangulum A B C. esse æquilaterum. a 3. Post. b 1. Post.

Probatur Recta A C. æqualis est c rectæ AB. & BC. eidem: ergo rectæ AC. BC. æquales eidem AB. æquales sunt d inter se. Ergo Triangulum A B C. est e æquilaterum. Quod erat faciendum. c 15. Def. d 1. Ax. e 24. Def.

PROPOSITIO II.

Prob. 2.



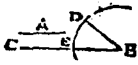
Ad datum punctum A. *datæ recta* BC. *æqualem rectam* AG. *ponere.*

a 1. Post. b 1. Prop. c 3. Post. d 2. Post. e Ex const. f 15. Def. g 3. 1 Ax. h 1. Ax.

PRax. Iungatur [a] AC. Super ipsa AC. fac [b] triangulum æquilaterũ CDA. centro C. spatio BC. duc [c] circulũ; latus DC produc [d] in E. centro D. spatio DE. duc maiorem circulum: latus DA produc in G. Recta AG. æqualis est rectæ CB.

Prob. Rectæ DA. DC. sunt [e] æquales. Rectæ DE. æqualis [f] recta DG. [g] Ergo recta AG. rectæ CE. Rursum, recta [f] CE. æqualis est rectæ CB, [h] Ergo AG ipsi CB. Quicunque autem alii ponantur casus, eadem semper erit constructio & demonstratio, vt bene notat Clauius ex Proclo.

PROPOSITIO III.



Datis duabus rectis inæqualibus A. *&* BC. *de maiori* B C *minori* A. *æqualem rectam* BE. *detrahere.* Prob. 3.

PRax. Ad datum punctum B. datæ rectæ A æqualem rectam DB. [a] pono. Centro B spatio BD duco [b] circulum, abscissa BE, est æqualis ipsi A.

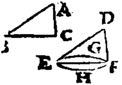
a 1. Prop. b 3. Post. c 15. Def.

Prob. Recta BE. est [c] æqualis ipsi B D. quæ ponitur [d] æqualis ipsi A. Ergo abscissa BE. æqualis est [e] datæ A. Quod erat faciendum.

d ex const. e 2. Ax.

PROPOSITIO IV.

Theorema 1.



Si duo triangula A. *&* D. *duo latera, duobus lateribus æqualia habeant vtrumque vtrique* hoc eſt AB. ipſi DE. & AC. ipſi DF. *habeantque angulos* A. *&* D. *lateribus illis contentos, æquales: Et Baſim* BC. *baſi* EF. *æqualem habebunt, & triangulum* ABC. *triangulo* DEF. *æquale erit, & reliqui anguli, reliquis angulis æquales erũt vterque vtrique,* hoc eſt angulus B. angulo E. & angulus C. angulo F. æqualis erit, *ſub quibus æqualia latera* AB. ipſi DE. *&* AC. ipſi DF. *ſubtenduntur.*

PRob. Latus AB. lateri DE. & latus AC. ipsi DF. & angulus A. angulo D. ponuntur æqualia: ergo si superponantur, a congruent: ergo & basis BC. basi EF. congruet. Lineæ enim rectæ sibi congruunt, quarum extrema congruunt: alias non ex æquo sua puncta b interiacerent. Deinde si negas; earum vna cadat vel supra EF. in G. vel infra in H. ergo duæ rectæ EGF. EF. spatium comprehendunt, quod est contra 12. axioma. Bases igitur & omnia latera congruunt; Ergo & anguli, cum anguli non sint aliud, c quam inclinationes ipsarum linearum, quæ supponuntur congruere. Omnia latera & anguli congruunt, ergo totum triangulum toti triangulo est æquale, &c. Quod erat demonstrandum.

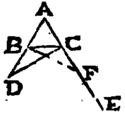
a 8. *Ax.*

b *Def.* 4.

c *Def.* 8

PROPOSITIO V.

Theor. 8



Isoscelis trianguli ABC. *qui ad basim sunt anguli* ABC. ACB. *inter se sunt æquales. & productis æqualibus rectis* AB. AC *puta in* D. & F. *qui sub basi sunt anguli* CBD. BCF. *inter se æquales sunt.*

PRaparatio. Ex lineis AB. AC. productis, accipio æqualia BD, CF. & duco rectas CD. BF.

Prob. Triangulorum BAF. CAD. vnum latus BA. Vni CA. & alterum FA. alteri DA. æquale est. a Et angulus BAC. vtrique est communis: ergo
a *Ex hipot. & ax.* b Angulus ABF. æqualis est angulo ACD. & angulus AFB. angulo ADC. & basis BF. basi CD. æqualis. Rursus in triangulis BCD. CBF. latus CF. lateri BD. est æquale, & latus FB. probatum est æquale ipsi DC. & angulus D. angulo F. æqualis. Ergo b anguli CBD. BCF. infra basim sũt æqua-
b 4. *Prop.* les & Anguli BCD. CBF. æquales. qui si tollantur ex æqualibus ABF. ACD. relinquent angulos c ad basim ABC. ACB. æquales. quod erat
c 3. *Ax.* demonstrandum. Thales fertur autor huius propositionis.

Corolarium. Omne triangulum æquilaterum, est æqniangulum:

PROPOSITIO VI.

Si trianguli ABC. *duo anguli* ABC. ACB. *æquales inter se fuerint, & sub æqualibus angulis subtensa latera* AB. AC. *æqualia inter se erunt.* Tb. 5.

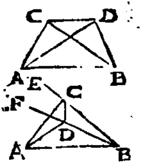
SI negas: pars vnius BD [a] fiat æqualis alteri CA: hoc posito; triangula DBC. ACB. se habent iuxta quartam; nam latus BC. commune, & latera BD. CA. æqualia, & anguli DBC. ACB. æquales. Ego & totum triangulum æquale erit toti triangulo, hoc est totum parti: quod repugnat. [b]

a 3. Prop.

b Ax. 9

Coroll. Omne triangulum æquiangulum, est æquilaterum.

PROPOSITIO VII.



Super eadem recta AB, *duabus eisdem rectis* AC. BC. *aequales aliae duae rectae* AD. BD. *vtraque vtrique*, hoc est AC, ipsi AD, & BC, ipsi BD, *non constituentur ad aliud & aliud punctum*, puta D. *ad easdem partes, eosdem terminos* B.& A. *habentes, cũ duabus initio ductis rectis.*

a d 25.

5. Prop.

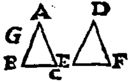
PRob. Quia si possint duci duæ aliæ, ducantur in D. Ergo triangulum CAD. a est Isosceles: ergo b anguli ACD. ADC. æquales. Rursus triangulum CBD, est Isosceles. Ergo b anguli BDC.

BCD ſunt æquales, cùm tamen angulus CDA. pars anguli totalis CDB. probatus ſit æqualis totali angulo ACD. Idémque ſequetur incommodum vbicumque ſtatuatur punctum verſus eaſdem partes. Nam ſi ponatur punctum intra triangulum in D. vt in ſecunda figura, ductis AD. BDF. BCE. & DC. ſic dico, Rectæ AD. AC. ponuntur æquales, ergo [a] anguli ADC. ACD. ſunt æquales: ſimiliter BD. BC. ponuntur æquales, ergo anguli infra baſim ECD. FDC. ſunt [a] æquales, ergo angulus FDC. maior eſt angulo ADC. quemadmodum ECD. maior eſt ipſo ACD. quod repugnat. a 5. Prop.

Denique non poteſt ſtatui punctum in parte alicuius lineæ ex datis, alioqui pars eſſet æqualis toti, contra 9. ax.

PROPOSITIO VIII.

Th. 5.



Si duo triangula A. D. *duo latera*, AB, AC, *duobus lateribus* DE. DF. *æqualia habeant, alterū alteri: habeant etiam basim* BC, *basi* EF. *æqualem: Et angulum* A. *angulo* D. *æqualem habebunt, sub æqualibus rectis contentum.*

PRob. Quia si congruant latera, congruent & anguli: cum [a] angulus non sit aliud quàm inclinatio duarum linearum. Quod si quando superponentur non congruant, sed trianguli EFD. apex D. non cadat in A, sed in G. ergo tunc duæ rectæ duabus rectis æquales, super eadem recta BC. ducentur ad aliud punctum, contra præcedentem.

a 8. Def.

PROPOSITIO IX.

Datum angulum rectilineum BAC. *bifariam secare.* Prob. 4

PRax. Ex lateribus dati anguli BAC, sumo a rectam AD, & a 3.
ipsi æqualem AE. Iungo DE, Prop.
constituo b triangulum æquilate- b 1.
rum DEF, duco rectam AF, Prop.
quam assero diuidere bifariam angulum A.

Prob. In triangulis DAE.EAF. rectæ AD. AE. sunt ęquales: AF, cõmunis est, & basis DF, basi EF, ęqualis: b ergo anguli FAD, FAE, b 8. Prop.
sunt ęquales. Ergo angulus BAC, diuisus est bifariam. Quod faciendum erat.

PROPOSITIO X.

Prob. 5.

Datam rectam terminatam GH. *bifariam secare.*

a 1. Prop. b 9. Prop.

PRax. Supra rectam GH,[a] constituo triangulum æquilaterum GAH, cuius angulum A, diuido[b] bifariam, & ducta recta AF, dico rectam GH, diuisam bifariam.

Prob. Triangula GIA, HIA, se habent iuxta quartam ex constructione figuræ: ergo habent bases GI, IH, æquales. Ergo recta GH, diuisa est bifariam. Q. E. F.

PROPOSITIO XI.

Prob. 6

Data recta DE. *à puncto* I. *in ea dato, ad rectos angulos, rectam lineam* IA. *excitare.*

PRrax. Ex linea DE, à puncto I, sumo [a] partes hinc inde æquales ID, IE, in DE, [b] constituo triangulum æquilaterum DAE. à puncto A, ad punctum I, duco rectam, quam assero perpendicularem.

a 3. Prop.
b 1. Prop.

Prob. Latus DI, [c] est çquale lateri IE, & latus [d] DA, ipsi AE, & latus AI, commune. [e] Ergo anguli AID, AIE, erunt çquales, [f] ergo recti: ergo [f] AI. perpendicularis.

c Ex const.
d 23. Def.
e 8. Prop.
f 10. Def.

PROPOSITIO XII.

Prob. 7

Super datam re-ctam infinitam DE. *à dato pun-cto* A. *quod in ea non est, perpendi-cularem rectam lineam* AI. *exci-tare.*

PRax. Centro A. duco circu-lum, qui secet rectam DE: à sectionibus duco rectas DA, EA, a diuido DE, bifariam in I, & du-co rectam AI. quam dico per-pendicularem.

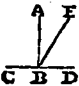
a 10. Prop.

Prob. Latera AD, AE, b sunt equalia, c latus DI, equale lateri IE, & AI, commune: d ergo anguli AID, AIE, sunt equales: e ergo re-cti: ergo AI, est e perpendicularis.

b 15. Def. c Ex const. d 8. Prop. e 10. Def.

Huius propositionis autor fer-tur Oenipodes Chius annis ante Christum circiter 550.

PROPOSITIO XIII.



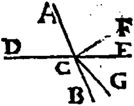
Cùm recta AB, vel EB, *supra rectam* CD, *consistens, angulos facit: aut duos rectos* ABC, ABD, *aut duobus rectis æquales* EBC, EBD. *facit.* Tb. 6

PRob. Recta EB, cum recta DC, aut facit vtrinque ęquales angulos & [a] consequenter rectos; aut non facit: si non facit, [b] excitetur ex B. perpendicularis BA. Quoniã igitur angulo ABD, ęquales [c] sunt ABE, EBD, Si vtrisque addas rectum ABC, [d] erunt duo recti ABC ABD, ęquales tribus angulis ABC, ABE, EBD, quibus etiam anguli *EBC. EBD.* sunt ęquales & consequenter hi duo sunt aequales duobus rectis Q. E. P.

a 10. Def.
b 11. Prop.
c 13. Ax.
d 2. Ax.

PROPOSITIO XIV.

Th. 7.



Si ad aliquam rectam AC, *& in ea pũctum* C. *duæ rectæ* DC, CE, *non ad easdem partes ductæ, eos qui sunt deinceps angulos* ACD, ACE, *duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt inter se rectæ*, hoc est DCE, erit vna linea recta.

a Per 2. Post. b 13. Prop. c Contra Ax. 9

PRob. Si rectæ DC, CE, non iacent in directum, [a] iaceat CF, aut alia quæpiam. Ergo anguli ACD, ACF, valent [b] duos rectos. Ergo [c] pars est æqualis toti. Nam prius ex hypothesi ACD, ACE. valebant duos rectos.

PROPO-

PROPOSITIO XV.

Si duæ rectæ AB, CD, *secent se inuicem, angulos ad verticem* AED, CEB. *æquales inter se facient.* Th. 8.

PRob. Nam angulo siue AED, siue CEB, addatur angulus medius DEB, [a] erit ęqualis duobus rectis, [b] ergo anguli CEB, AED, sunt ęquales. Idémque fiet si angulo AEC, vel DEB, adijciatur angulus AED.

a 13. Prop. b 3. Ax.

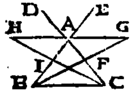
Thales Milesius fertur auctor huius propositionis.

Corol. 1. Duę rectę secantes se mutuo, efficiunt ad punctum sectionis, quatuor angulos, quatuor rectis ęquales.

Coroll. 2. omnes anguli circ idem punctum constituti æqual sunt quatuor rectis.

PROPOSITIO XVI.

Th. 6



Trianguli ABC, *vno latere* BA, *producto in* E, *externus angulus* EAC, *vtrolibet interno & opposito* C, *vel* B, *maior est.*

PRob. Latus AC. a bisecetur in F, ducatur BG. ita vt BF. sit æqualis FG. iunge rectã AG. tunc triangula AFG. CFB. habent se iuxta 4. nam latus b AF. æquale est lateri CF. & latus FG lateri FB. & angulus AFG, c angulo CFB, equalis; d ergo & angulum GAF. angulo BCF. equalem habebunt, ergo angulus totalis EAC. externus maior est interno & opposito ACB. Quod si latus AB. bisecetur in I, idem fiet, & probabitur angulum externum DAB. maiorem esse angulo ABC. Ergo cum angulus EAC. e sit æqualis angulo DAB. erit angulus EAC. externus, maior quoque interno & opposito nempe angulo C. vel B.

a 10. Prop.
b Ex conſt.
c 15. Prop.
d 4 Prop.

PROPOSITIO XVII.

Trianguli ABC. *duo anguli*, B C A, CAB, vel alii quilibet, *quocunque modo ſumpti, duobus rectis ſunt minores.* Th. 10.

PRob. Producto BC. in D. externus angulus ACD. [a] maior eſt angulo A, vel B, ſed anguli ACD, ACB, [b] valent tantùm duos rectos, ergo anguli B, & C, interni, ſiue CAB, BCA, ſunt minores duobus rectis. Idem dicam de angulis A, & B, ſi producam latus, BA.

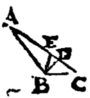
a 10. *Prop.*
b 13. *Prop.*

Coroll. 1. In omni triangulo, cuius vnus angulus fuerit rectus vel obtuſus, reliqui ſunt acuti.

Coroll. 2. Omnes anguli trianguli æquilateri & trianguli Iſoſcelis, anguli ſupra baſim ſunt acuti.

PROPOSITIO XVIII.

Tb. II.



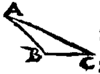
Trianguli ABC, *maius latus* AC, *maiorem angulum* ABC, *subtendit*.

a 3. Prop. b 5. Prop. c 16. Prop.

SI negas: Ex maiori latere AC, a fac AD, ęquale ipsi AB, duc rectam BD, b erunt anguli ABD, ADB, ęquales. Est autem angulus ADB, hoc est ABD, externus & oppositus angulo C. c ergo maior. Multo ergo maior est totalis angulus ABC, angulo C. Maior item est angulo A. nam fac CE, ęqualem ipsi CB, d erunt anguli CEB, CBE, ęquales, e & angulus CEB, hoc est EBC, maior angulo A, f ergo angulus ABC, maior angulo A. Q. E. D.

d 5. Prop. e 16. Prop. f 9. Ax.

PROPOSITIO XIX.



Trianguli ABC, *maius latus* AC, *sub maiori angulo* ABC, *subtenditur.* Th. 12.

SI negas latus AC, esse maius latere AB, sint ęqualia: a ergo anguli B, & C, sunt ęquales, contra hypothesim. Si latus AB, dicas maius latere AC. b ergo angulus C, maior erit angulo B, contra hypoth. Idem dicam de latere BC. *Ex* quibus sic dico latus AC, nec minus est nec ęquale lateribus AB, CB, ergo maius.

a 5. Prop.

b 18. Prop.

PROPOSITIO XX.

Tb. 13. 

Trianguli ABC, *duo latera* puta AB, AC, *quomodocunque sumpta, reliquo* BC, *sunt maiora.*

PRob. Produco CA, in D, sic vt AD, sit æquale ipsi AB, & proinde[a] CD, æqualis ipsis CA,
a 2 Ax. AB, ducta recta DB, sic dico: Rectæ AD, AB, sunt æquales[b] ergo
b 5. Prop. æquales anguli D, & DBA.[c] Maior ergo vtrolibet erit totus angulus DBC, sed hunc angulum subtendit latus CD, hoc est CA,
c 9. Ax.
d 19. Prop. AB,[d] ergo recta CD, hoc est CA, AB, maior est quàm latus BC.

PROPOSITIO XXI.

Si super triãguli ABC, *uno latere* BC, *ab extremitatibus duæ rectæ* BD, DC, *interius constitutæ fuerint, hæ constitutæ, reliquis trianguli duobus lateribus* AB, AC, *minores quidem erunt, maiorem verò angulum continebunt*, id est angulus D. maior erit angulo A. *Th.* 14

PRob. 1. pars. Producto BD, in E, in triangulo BAE, duo latera BA, AE, [a] maiora sunt tertio BE, ergo si addatur commune EC, erunt BA, AC, maiora quam BE, EC. Eodem modo in triangulo CED, latera CE, ED. maiora sunt tertio CD, ergo si commune addatur DB, erunt CE, EB, maiora quam BD, DC, sed AB, AC, probata sunt maiora quam BE, EC, ergo maiora quam BD, DC. *a* 28. *Prop.*

Prob. 2. angulus BDC, externus [b] maior est interno & opposito DEC & hic maior angulo A, interno & opposito, multo ergo maior angulus BDC, angulo A. Q. E. P. *b* 16. *Prop.*

PROPOSITIO XXII.

Prob. 8

Ex tribus rectis DF, FO, GH, quæ sunt æquales tribus datis rectis A. B. C. triangulum FIG, constituere. oportet autem duas quomodocunque sumptas, reliqua esse maiores: [a] *quoniam omnis trianguli duo latera quomodocunque sumpta reliquo sunt maiora.*

a 20 Prop.

PRax. Datis rectis ABC. sume ipsis ordine æquales DF. FG. GH centro F. spatio FD. duc circulum DI. & centro G. spatio GH, duc alium HI, iunge datas cum intersectione circulorum in I. lineis FI, GI, & factum est quod petitur.

Prob. in triangulo FIG, recta FI, aequalis est [b] ipsi DF. hoc est A, & GI, ipsi GH, hoc est C, & GF, ipsi B.

b 15. Def.

PROPO-

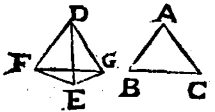
PROPOSITIO XXIII.

Ad datam rectam AB *&* *pūctum* C *in ea datū, dato angulo rectilineo* DEF. *aequalem angulum rectilineum* GCB. *constituere.* Problema 9.

SVme in rectis EH. EI. duo pūcta vtcunque, puta D. & F. quae recta DF. iunges. Tum [a] fiat triangulum CGB. habens latera aequalia lateribus triāguli EDF, singula singulis: hoc facto triangula se habent iuxta propositionem 8. ergo anguli E. & C. erunt aequales. Huius propositionis autor fertur Oenipes Chius. a 22. Prop.

PROPOSITIO XXIV.

Th. 15.

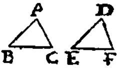


Si triãgulum ABC. *duo latera*, AB. AC. *duobus trianguli* DFE. *lateribus* DF. DE. *æqualia habuerit*, AB. *ipsi* DF. *&* AC. *ipsi* DE: *angulum vero* A. *maiorem angulo* D. *basim* BC. *basi* FE. *maiorem habebit.*

a 23. Prop. b 4. Prop. c 5. Prop. d 19. Prop.

AD rectã FD. & ad punctũ in ea datum [a] fiat angulus FDG. [b] æqualis angulo A. & latus DG. ipsi DE. hoc est ipsi AC. sit æquale, [b] & cõsequenter basis BC. basi FG. iungãtur rectę GE. GF. anguli DGE. DEG. [c] æquales erunt. Ergo totus angulus FEG. maior quam DEG. maior etiam erit quam DGE. & multo maior quã FGE. [d] ergo recta GF. & huic æqualis BC. maior est quam EF.

PROPOSITIO XXV.



Si duo triangula A B C. DEF. *duo latera, duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri* hoc est AB. ipsi ED. & AC. ipsi DF. *basim verò* BC. *basi* EF. *maiorem habuerint: & angulum* A. *angulo* D. *maiorem habebunt sub æqualibus rectis contentum.* Th. 16.

PRob. Quia si angulus A. non est maior angulo D. erit vel æqualis, vel minor: si æqualis: a ergo bases BC, EF, erunt æquales, quod est contra hypothesim. Si minor: cum latera AB, AC, sint æqualia ipsis DE, DF, basis EF, b maior erit base BC, contra hypoth.

a 4. Prop.

b 24. Prop.

PROPOSITIO XXVI.

Theo. 17. 5

Si duo triangula, duos angulos, duobus angulis æquales habuerint, alterum alteri; & vnum latus vni lateri æquale, siue quod adiacet æqualibus angulis, siue quod vni æqualium angulorum subtenditur, & reliqua latera, reliquis lateribus æqualia habebunt, alterum alteri, & reliquum angulum reliquo angulo.

PRob. sint in triangulis ABC. DEF. anguli B, & C, æquales angulis E, & F, sintque primo latera BC. EF (quæ adiacent angulis æqualibus) æqualia. Si latus ED, non est æquale ipsi BA, sit eo maius, & sumatur EG, æqualis ipsi BA, tum ducta FG, Duo latera triangulorum GEF, ABC, æqualia sunt, & anguli E, & B, æquales contenti inter latera æqualia, [a] Ergo anguli C,&CFE, sunt æquales, quod esse non potest: nam angulus GFE, est pars ipsius DFE, qui æqualis ponebatur ipsi C. non ergo D,E, maior est quam BA. Sed neque minor, aliàs fateri BA, eadem quæ prius applicaretur demonstratio. Ergo æqualis. Ergo triangula DEF, ABC, se habent iuxta 4. & latera lateribus, & anguli angulis correspondentibus sunt æquales. a 4. Prop.

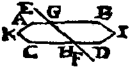
Sint deinde latera A B, DE, subtendentia æquales angulos C, & EFD, inter se æqualia, dico latera CB, CA, ipsis FE, FD, esse æqualia, & angulum A, angulo D, æqualem. Si enim latus EF, sit maius latere B C, sume rectam EG, æqualem ipsi BC, duc rectam DG. quoniam igitur latera AB,

D B C, sunt æqualia ipsis D E, E G, & anguli B, & E, sunt æquales ex hypoth. erit angulus C, angulo EGD, æqualis. [b] Igitur & angulus EGD, angulo EFD, erit æqualis, hoc est externus interno & opposito [c] quod est absurdum. Non est ergo latus EF. maius latere BC. sed neque ipse minus est, vt ostendit eadem demonstratio applicata lateri BC. ergo est ei æquale; ergo triangula A B C; D E F, se habent iuxta 4. cum latus AB. ipsi DE, & BC, ipsi EF, & angulus B. angulo E. sit æqualis & consequenter basis AC, basi DF. Thales Milesius autor huius.

b 4. Prop.

c 16. P. op.

PROPOSITIO XXVII.

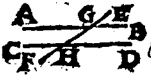


Si in duas rectas AB CD. *recta* EF. *incidens angulos alternos* AGH. DHG. *æquales inter se fecerit: parallelæ erunt inter se rectæ.* Tb. 18.

PRob. Si non sunt parallelæ [a] coibunt tandem puta in I. & fiet triangulus GIH, cuius angulus externus AGH, erit [b] maior interno & opposito GHD, cui tamen ex hypothesi erat æqualis. Similiter demonstrabitur, si dicantur concurrere in K Ergo non concurrunt. Ergo sunt parallelæ.

[a] 35. Def.
[b] 16. Prop.

PROPOSITIO XXVIII.

Fi. 19.  *Si in duas rectas* AB. CD. *recta* EF. *incidens, externum angulum* AGE. *interno & opposito & ad easdem partes* GHC. *æqualem fecerit: aut internos & ad easdem partes* AGH. GHC. *duobus rectis æquales fecerit: parallelæ erunt inter se rectæ.*

a 15. Prop. b 8. Ax. c 27. Prop.

PRobatur 1ª. pars. Angulo AGE a æqualis est angulus BGH, angulus CHG, æqualis ponitur angulo AGE, b ergo alterni BGH, GHC, sunt æquales. c ergo rectæ AB, CD, sunt parallelæ.

Probatur 2ª. Angulus EGA. cum angulo AGF, d valet duos rectos, anguli AGH, GHC, ponuntur æquales duobus rectis: e ergo anguli EGA, GHC, sunt æquales. Ergo rectæ AB, CD, sunt parallelæ per priorem partem huius.

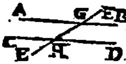
d 13. Prop.

e 1. Ax.

Ex secunda parte huius propositionis, constat sufficienter de veritate vndecimi Axiomatis.

PROPOSITIO XXIX.

Tb. 20.



In parallelas rectas AB. CD. *recta* EF. *incidens : & alternos angulos* BGH. GHC. *aquales inter se facit : & externum* EGB. *interno & opposito & ad easdem partes* EHD. *aqualem: & internos ad easdem partes* AGH. CHG. *duobus rectis aquales.*

PRobatur 1. pars. Anguli DHG. GHC, a valent duos rectos : anguli item D H G, BGH, b valent duos rectos, c ergo anguli BGH, GHC, sunt æquales.

a 13. Prop. b 28. Prop. c 3. Ax.

Prob. 2. Anguli EGB, BGH, a valent duos rectos ; anguli

BGH, GHD, [b] valent duos rectos, ergo anguli EGB, EHD, sunt aequales.

Prob. 3. Rectæ AB, CD, ponuntur parallelæ [d] ergo neque versus A. neque versus B, concurrunt, ergo tam versus A, quam versus B. anguli interni ad easdē partes sunt aequales duobus rectis, [e] si enim ex aliqua parte essēt minores, ex ea concurrerent.

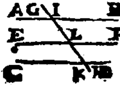
d 35. Def.

e 11. Ax.

Corell. Omns parallelogrammum, habens vnum angulum rectum, est parallelogrammum rectangulum.

PROPOSITIO XXX.

Tb. 21.

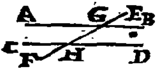


Quæ eidem rectæ EF. *parallelæ* AB. CD. *& inter se sunt parallelæ.*

PRob. In has tres rectas in eodem plano positas si cadat recta GH, angulus AIL, aequalis erit angulo ILF, a quia sunt alterni; & angulus externus ILF, angulo LKD, interno & opposito: b ergo anguli AIL, LKD, sunt aequales: c ergo rectæ AB, CD, sunt parallelæ.

a 29. Prob.
b 1. Ax.
c 27. Prop.

PROPOSITIO XXXI.



A dato puncto G. *data recta* CD. *parallelam rectam lineam* AB. *ducere.* Prob. 10

EX G, in datam CD, duc rectam GH, vtcunque, & angulo GHD. [a] constituatur aequalis ad G, nempe angulus HGA, [b] erit recta AB, ipsi CD, parallela, quia anguli alterni AGH, DHG, sunt aequales.

a 23. Prop.
b 27. Prop.

PROPOSITIO XXXII.

Th. 22. 

Trianguli A B C. *uno latere* BC. *producto* in E *externus angulus* ACE. *duobus internis & oppositis* ABC. BAC. *aequalis est: & trianguli, tres interni anguli* A. B. C. *duobus rectis aequales sunt*.

PRob. prima pars, Ducatur ex C. recta CD. parallela rectae AB. tunc quia recta AC. cadit in parallelas AB. CD. angulus A. aequalis est alterno ACD. Et quia BC. cadit in easdem, angulus ECD. externus [b] aequalis est interno B. Totalis ergo ACE. aequalis est duobus internis & oppositis A. & B.

a 31. Prop.

b 29. Prop.

Prob. 2. Angulus A C B. cum externo ACE.[c] valet duos rectos, sed angulus ACE.[d] aequalis est angulis A & B. ergo angulus C. cum angulis A. & B. valent duos rectos, ergo tres anguli, &c. Huius propositionis autor fertur Pythagoras Samius circa annum ante Christ. 650.

c 13. Prop.
d 32. Prop.

Corol. 1. Omnes tres anguli vnius trianguli, sunt aequales tribus cuiuscunque alterius trianguli simul sumptis; & quando duo sunt aequales duobus, erit & reliquus reliquo.

Corol. 2. In triangulo Isoscele rectangulo, anguli ad basim sunt semirecti.

Corol. 3. Angulus trianguli aequilateri est vna tertia duorũ rectorũ, vel duæ tertiæ vnius recti.

Sch. Omnis figura rectilinea distribuitur in tot triangula, quot ipsa continet latera, demptis duobus, & anguli triangulorum, constituunt angulos figuræ.

PROPOSITIO XXXIII.

Th. 23.  *Recta* AC. BD. *quæ æquales & parallelas* AB. CD. *ad easdem partes coniungunt: & ipsæ æquales & parallelæ sunt.*

PRob. Duc rectam DA. quae
29. Prop. datas AB. CD. iungat [a] tunc anguli alterni DAB. ADC. erunt aequales: latus AB. ponitur aequale lateri CD. latus AD. est commune [b] ergo bases AC. DB. sunt aequales. [b] Ergo anguli CAD. ADB. sunt aequales: [c] ergo rectæ AC. DB. sunt parallelæ.

b 4. Prop. c. 27. Prop.

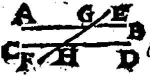
PROPOSITIO XXXIV.

Parallelogrammorum spatiorum quae ex aduerso & latera AB. CD: AC. BD. & anguli A. & D. B & C. aequalia sunt inter se, & diameter AD. illa bifariàm secat. Tb. 24

PRob. Rectae AB. CD. ponuntur parallelae, a ergo angulus BAD. angulo CDA. & angulus CAD. angulo ADB. sunt aequales, cum sint alterni. Ergo triangula ABD. ACD. habent duos angulos aequales alterum alteri, & ipsis commune latus AD. adiacet; b ergo & reliqui anguli B. & C. sunt aequales, & reliqua latera, AB ipsi CD. & BD. ipsi AC. erunt aequalia, cum aequalibus angulis, nempe alternis opponantur. c Ergo triangula ABD. ACD. aequalia inter se.

a 29. Prop.
b 26. Prop.
c 4. Prop.

PROPOSITIO XXVIII.

Fig. 19. 

Si in duas rectas AB. CD. *recta* EF. *incidens, externum angulum* AGE. *interno & opposito & ad easdem partes* GHC. *æqualem fecerit: aut internos & ad easdem partes* AGH. GHC. *duobus rectis æquales fecerit: parallelæ erunt inter se rectæ.*

a 15. Prop. b 8. Ax. c 27. Prop.

PRobatur 1ª. pars. Angulo AGE a æqualis est angulus BGH, angulus CHG æqualis ponitur angulo AGE, b ergo alterni BGH, GHC, sunt æquales. c ergo rectæ AB, CD, sunt parallelæ.

Probatur 2°. Angulus EGA, cum angulo AGF, [d] valet duos rectos, anguli AGH, GHC, ponuntur æquales duobus rectis: [e] ergo anguli EGA, GHC, sunt æquales. Ergo rectæ AB, CD, sunt parallelæ per priorem partem huius.

d 13. Prop.

e 1. Ax.

Ex secunda parte huius propositionis, constat sufficienter de veritate vndecimi Axiomatis.

PROPOSITIO XXIX.

Th. 20.

In parallelas rectas AB. CD. *recta* EF. *incidens: & alternos angulos* BGH. GHC. *æquales inter se facit: & externum* EGB. *interno & opposito & ad easdem partes* EHD. *æqualem: & internos ad easdem partes* AGH. CHG. *duobus rectis æquales.*

PRobatur 1. pars. Anguli DHG. GHC, a valent duos rectos: anguli item D H G, BGH, b valent duos rectos, c ergo anguli BGH, GHC, sunt æquales.

Prob. 2. Anguli EGB, BGH, a valent duos rectos; anguli

a 13. *Prop.* *b* 28. *Prop.* *c* 3. *Ax.*

BGH, GHD, [b] valent duos rectos, ergo anguli EGB, EHD, ſunt aequales.

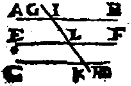
Prob. 3. Rectæ AB, CD, ponuntur parallelæ [d] ergo neq̃ue verſus A. neque verſus B, concurrunt, ergo tam verſus A, quam verſus B. anguli interni ad eaſdẽ partes ſunt aequales duobus rectis, [c] ſi enim ex aliqua parte eſsẽt minores, ex ea concurrerent.

d 35. Def.

e 11. Ax.

Corell. Omne parallelogrammum, habens vnum angulum rectum, eſt parallelogrammum rectangulum.

PROPOSITIO XXX.

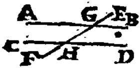
Th. 21. 

Quæ eidem rectæ EF. *parallelæ* AB. CD. *& inter se sunt parallelæ.*

PRob. In has tres rectas in eodem plano positas si cadat recta GH, angulus AIL, aequalis erit angulo ILF. a quia sunt alterni; & angulus externus ILF, angulo LKD, interno & opposito: b ergo anguli AIL, LKD, sunt aequales: c ergo rectæ AB, CD, sunt parallelæ.

a 29. Prop.
b 1. Ax.
c 27. Prop.

PROPOSITIO XXXI.



A dato puncto G. *data recta* CD. *parallelam rectam lineam* AB. *ducere.* Prob. 10

EX G, in datam CD, duc rectam GH, vtcunque, & angulo GHD. [a] constituatur aequalis ad G, nempe angulus HGA, [b] erit recta AB, ipsi CD, parallela, quia anguli alterni AGH, DHG, sunt aequales.

a 23. Prop.
b 27. Prop.

PROPOSITIO XXXII.

Th. 22. 

Trianguli A B C. *vno latere* BC. *producto* in E *externus angulus* ACE. *duobus internis & oppositis* ABC. BAC. *aequalis est: & trianguli, tres interni anguli* A. B. C. *duobus rectis aequales sunt.*

PRob. prima pars, Ducatur ex C. recta CD. parallela rectae AB. tunc quia recta AC. cadit in parallelas AB. CD. angulus A. aequalis est alterno ACD. Et quia BC. cadit in easdem, angulus ECD. externus [b] aequalis est interno B. Totalis ergo ACE. aequalis est duobus internis & oppositis A. & B.

a 31. Prop.

b 29. Prop.

Prob. 2. Angulus A C B. cum externo ACE.[c] valet duos rectos, sed angulus ACE.[d] aequalis est angulis A & B. ergo angulus C. cum angulis A. & B. valent duos rectos, ergo tres anguli, &c. Huius propositionis autor fertur Pythagoras Samius circa annum ante Christ. 650.

c 13. Prop.
d 32. Prop.

Corol. 1. Omnes tres anguli vnius trianguli, sunt aequales tribus cuiuscunque alterius trianguli simul sumptis; & quando duo sunt aequales duobus, erit & reliquus reliquo.

Corol. 2. In triangulo Isoscele rectangulo, anguli ad basim sunt semirecti.

Corol. 3. Angulus trianguli æquilateri est vna tertia duorũ rectorũ, vel duæ tertiæ vnius recti.

Sch. Omnis figura rectilinea distribuitur in tot triangula, quot ipsa continet latera, demptis duobus, & anguli triangulorum, constituunt angulos figuræ.

PROPOSITIO XXXIII.

Th. 23.

Recta AC. BD. *quæ æquales & parallelas* AB. CD. *ad easdem partes coniungunt: & ipsæ æquales & parallelæ sunt.*

PRob. Duc rectam DA. quae datas AB. CD. iungat [a] tunc anguli alterni DAB. ADC. erunt aequales: latus AB. ponitur aequale lateri CD. latus AD. est commune [b] ergo bases AC. DB. sunt aequales. [b] Ergo anguli CAD. ADB. sunt aequales: [c] ergo rectæ AC. DB. sunt parallelæ.

a 29. Prop.
b 4. Prop.
c. 27. Prop.

PROPOSITIO XXXIV.

Parallelogrammorum spatiorum quae ex aduerso & latera AB. CD: AC. BD. & anguli A. & D. B & C. aequalia sunt inter se, & diameter AD. illa bifariam secat. Th. 24

PRob. Rectae AB. CD. ponuntur parallelae, a ergo angulus BAD. angulo CDA. & angulus CAD. angulo ADB. sunt aequales, cum sint alterni. Ergo triangula ABD. ACD. habent duos angulos aequales alterum alteri, & ipsis commune latus AD. adiacet; b ergo & reliqui anguli B. & C. sunt aequales, & reliqua latera, AB ipsi CD. & BD. ipsi AC. erunt aequalia, cum aequalibus angulis, nempe alternis opponantur. c Ergo triangula ABD. ACD. aequalia inter se.

a 29. Prop.

b 26. Prop.

c 4. Prop.

PROPOSITIO XXXV.

Tb. 25.

Parallelogramma AD. FD. *super eadem basi* CD. *& in iisdem parallelis* AB. CD. *constituta, inter se sunt aequalia.*

ID tribus modis potest contingere, si vt vides in 1. figura, sic
a 1. Ax. dico. Rectæ AE FB. sunt a æquales, quia sunt b aequales rectæ
b 34. Prop. CD. Rectæ AC. ED. sunt aequales:
c 34. Prop. angulus CAE. d aequalis est
angulo DFB, externus interno &
d 29. Prop. opposito, ergo triangulum CAE.
aequale est e triangulo DFB. f ad-
e 4. Prop. dito ergo communi FCD. fient
f 2. Ax. parallelogrãma AECD. FBCD. aequalia.

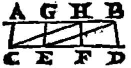
Si vt in 2a Rectæ AE. FB. sunt

aequales vt prius: [f] dempta igitur communi FE. erunt aequales AF. EB. Rectę AC. ED. sunt [g] aequales: anguli A. & E. sunt [h] aequales, [i] ergo triangula FAC. BED. sunt aequalia. addito ergo communi trapesio EFCD. parallelogramma AECD. FBCD. erunt [l] aequalia.

Si vt in 32. idem repeto. Rectæ ABF. B. sunt [m] aequales ipsi CD. [n] ergo & inter se: ergo recta AF. [o] ęqualis est rectæ EB. Rectæ AC. ED. sunt [p] aequales, anguli item E. & A. sunt [q] æquales: ergo triãgula ACF. EDB. sunt [r] aequalia: Ergo si ab vtroque tollas triangulum EGF relinques aequalia trapezia ACGE, & FGDB. quibus si addas commune triangulum CGD. facies parallelogramma AD, DF, aequalia.

f 32 Ax.
g 34. Prop.
h 29. Prop.
i 4. Prop.
l 2. Ax.
m 34. Prop.
n 1. Ax.
o 2. Ax.
p 34. Prop.
q 29. Prop.
r 4. Prop.

PROPOSITIO XXXVI.

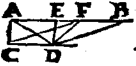
Tb. 26. 

Parallelogramma AE. HD *super aequalibus basibus* CE. FD. *& in iisdem parallelis* AB CD. *constituta, inter se sunt aequalia.*

a 4. Prop. b 35. Prop. c 1. Ax.

PRob. Connectantur parallelogramma rectis CH. EB [a] quae erunt aequales & parallelæ. Hoc posito, parallelogrammum AE. aequale est ipsi CB. & parallelogrammum CB. ipsi HD. [c] ergo parallelogramma AE. HD. sunt aequalia.

PROPOSITIO XXXVII.

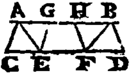


Triangula ACD. FCD. *super eadem basi* CD. *& in iisdem parallelis* AB. CD. *constituta, sunt inter se aequalia.* Th. 27.

PRob. [a] Per D. ducas DE. parallelam rectæ CA. & DB. ipsi CF. parallelogramma AD. CB. [b] erunt aequalia: [c] sed eorum dimidia sunt triangula ACD. FCD. [d] ergo ipsa triangula ACD. FCD. sunt aequalia.

a 31. Prop. b 15. Prop. c 34. Prop. d 7. Ax.

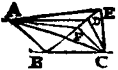
PROPOSITIO XXXVIII.

Th. 28. 

Triangula ACE. BFD. *super æqualibus basibus* CE. FD. *& in iisdem parallelis* AB. CD. *æqualia sunt inter se.*

a 31. Prop. PRob. a Ducatur EG. parallela ipsi AC. & FH. ipsi BD.
b 30. Prop. b erunt parallelogramma CG. HD aequalia. c Horum dimidia
c 34. Prop. sunt triangula ACE. BFD. d Ergo sunt inter se æqualia.
d 7. Ax.

PROPOSITIO XXXIX.



Aequalia triangula A B C. DBC. *super eadem basi* BC. *& ad easdem partes constituta, in iisdem sunt parallelis.* Hoc est AD. est parallela BC. *Th. 29.*

PRob. Si negas AD. ipsi BC. esse parallelam [a] sit AE. cui recta BD. producta occurrat in E. Ducta ergo recta C E. [b] triangula ABC. EBC. erunt aequalia, quod fieri nequit: nam triangulum DBC. ponebatur aequale triangulo ABC. Quod si dicas AF. & BC. esse parallelas, eadem repetetur demonstratio, & sequetur totum & partem esse aequalia.

a 31. Prop.

b 37. Prop.

PROPOSITIO XL.

Th. 30.

Æqualia triangula A B C. D E F. *super æqualibus basibus* BC. EF. *& ad easdem partes constituta, in iisdem sunt parallelis* AD. BF.

PRob. Si negas *AD.* ipsi *BF.* esse parallelam, sit *AG.* cui occurrat *ED.* producta in *G.* Tunc ducta *GF.* erunt [a] triangula *GEF. ABC.* æqualia: ponebantur autem æqualia triangula *ABC. DEF.* ergo totum *GEF.* & pars *DEF.* eidem triangulo *ABC.* erunt æqualia.

a 3. Prop.

PRO-

PROPOSITIO XLI.

Si parallelogrammum AE. CD. *communem cum triangulo* FCD. *basim* CD. *habuerit, & in iisdem parallelis* AF. CD. *fuerit: parallelogrammum ipsum erit duplum trianguli.* Th. 31.

PRob. Ducatur diameter AD. Triangula FCD. ACD. [a] sunt æqualia; Parallelogrammum CE. [b] est duplum trianguli ACD. [c] ergo & trianguli *FCD.*

a 37. Prop.
b 34. Prop.
c 6. Axi.

PROPOSITIO XLII.

Prob. 11 *Dato triangulo* ABC. *æquale parallelogrammum* GC. *constituere in dato rectilineo angulo* D.

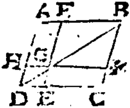
a 10. Prop. DAti trianguli ABC. Basim BC. [a] diuide bifariàm in E. ductaque EA. [b] agatur per A. recta AH. parallela ipsi BC. Ad punctum E. [c] facto angulo GEC. ipsi D. æquali; educatur ex C. recta CH. ipsi EG. parallela, [d] tunc figura GC. erit parallelogramma, cùm latus GH. ponatur parallelũ ipsi EC. & latus CH. ipsi EG. Quod autẽ sit tale, quale petitur, sic

b 11. p.
c 23. Prop.
d 31. Prop.

Probatur. Triangula ABE. AEC. sunt [e] æqualia: triangulum AEC. est dimidium trianguli, ABC. & [f] dimidium parallelogrammi BC. super eadem basi EC. constituti: ergo triangulum ABC. est [g] æquale parallelogrammo GC. habet autem parallelogrammum ex constructione angulum GEC. æqualem dato angulo D. quod petebatur.

e 38. Prop.
f 41. Prop.
g 6. Ax.

PROPOSITIO XLIII.

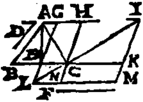


Omnis parallelogrammi, cõplementa corũ quæ circa diametrum sunt parallelogrammorum, inter se sunt æqualia. Tb. 32.

IN hac figura, parallelogramma circa diametrum sunt, FK. HE: complementa verò eorum, parallelogramma AG. GC. hęc complementa dico esse æqualia.

Prob. triangula B A D. B C D. sunt [a] aequalia. Itémque triangula BKG. BFG. & GED. GHD. Ergo si ab aequalibus triangulis BAD, BCD. tollas aequalia, nẽpe BCG. ipsi BFG. & GHD ipsi GED. complementa G A G C. quæ remanent, erunt aequalia. Q. E. P. a 34. Prop.

Proble-
ma 11.



Ad datam rectam F. dato triangulo ABC. aquale parallelogrammum CM. applicare in dato angulo rectilineo D.

a 42. Prop. b 2. Prop. c 31. Prop.

Constitue triangulo ABC.[a] æquale parallelogrammum C G. habens angulum GEC. æqualem angulo dato D. tum produc B C. in K. sic vt CK. sit [b] æqualis datæ F. per K. agatur [c] KI. parallela ipsi CH. occurrens GH. productæ in I. Deinde ex I. ducatur per C. diameter IC. occurrens rectæ GE. productæ in L. & per L. ducatur LM. parallela ipsi EK. secans IK. productam in M. producatúrque HC. in F. dico parallelogrammum CM. esse quod petitur.

d 34. Prop. e 42. Prop. f 18. Prop.

Prob. Complementa GC. CM. sūt [d] ęqualia: cōplementum GC. est [e] æquale triangulo ABC. ergo & cōplementum CM. habet autē lineam CK. [e] æqualē datæ F. & angulum GNM. ęqualem angulo HCK. qui [f] æqualis est angulo GEC. qui ponitur ęqualis dato angulo D. ergo parallelogrāmum CM. ęquale est triangulo ABC. & habet lineam C K. ęqualem datæ F. & angulum GNM. æqualem dato D. quod petebatur.

PROPOSITIO .XLV.

Dato rectilineo AD. æquale parallelogrammum ED. constituere, in dato rectilineo angulo F. Prob. 15

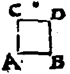
Diuide rectilineum in triangula, fac parallelogrammũ EI. æquale triangulo BCD. in angulo H. æquali ipsi F. supra latus GI. a & parallelogrammum GD. æquale triangulo ABC. habens in I. angulum GID. æqualem ipsi H. & factum est quod petitur.

a 44. Prop.

Prob. Rectæ EH. KD. b eidem GI. ideoque & inter se sunt c parallelæ & d æquales: angulus GID. e æqualis est angulo EHI. f angulus EHI. cum angulo HIG. valent duos rectos, ergo & anguli GIH. GID. valent duos rectos: ergo g lineæ HI. ID. iacent in directum, similiterque E . GK. & cum æqualibus HI. FG. æquales additæ sint ID. GK. totæ HD. EK. sunt æquales. ergo figura ED. est parallelogrammum cuius partes sunt æquales partibus dati rectilinei & angulus H. æqualis dato F. ergo, &c.

b Ex const. c 30. Prop. d 34. Prop. e 29. Prop. f 15. Prop. g 14. Prop.

PROPOSITIO XLVI.

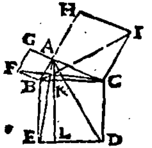
Prob[...] 

Data recta AB. *quadratum* ABDC. *describere.*

a 11. Prop. EX A & B. [a] erige perpendiculares CA. DB. aequales ipsi AB. iungaturque recta CD. & factum est quod petitur.

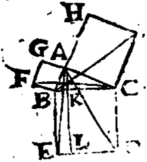
b 10. Def. Prob. [b] Anguli A, & B, sunt re-
c 28. Prop. cti: ergo rectę AC, BD, sunt [c] parallelę. Vtraque [d] est aequalis
d Ex const. ipsi AB, ergo & inter se: [e] ergo &
e 33. Prop. AB, & CD parallelæ, sunt æquales: ergo AC, CD, DB, sunt aequales, & figura est parallelogramma: cumque anguli A, & B,
f 34. Prop. sint recti, [f] erunt etiam oppositi C, & D, recti Ergo ABDC, est quadratum. Q. E. F.

PROPOSITIO XLVII.



In rectangulo triangulo BAC. *quadratum* BD. *quod à latere* BC. *rectum angulum* BAC. *subtendente describitur; æquale est quadratis* BG. CH. *quæ à lateribus* BA. AC. *rectum angulum* BAC. *continentibus, describuntur.* Th. 33.

PRob. Ex puncto A, duc a rectam AL. parallelam ipsi BE. a 31. Prop.
& iunge rectas, AD, BI. Triangula ACD, ICB, se habent iuxta 4. nam latera CD, CA, b sunt aequalia ipsis CB, CI, & anguli contenti ICB, ACD, aequales: cùm anguli ICA, BCD, sint b recti & b 30. Def.



angulus ACB, communis: ergo triangula ACD, BCI, sunt aequalia. c Sed triãgulũ ACD. est dimidiũ parallelogrammi LC, cùm sint supra eamdem basim CD. & inter easdem parallelas A L. CD, & triangulum ICB, dimidium est quadrati CH, ob eandem causam. d Ergo quadratum CH, est ęquale parallelogrammo LC, cùm eorum dimidia sint aequalia.

c 41. Prop.

d 6. Ax.

Iam ducantur rectę AE, FC. Triangula FBC, ABE, sunt aequalia, cũ se habeãt iuxta 4. c & triangulum ABE, est dimidiũ parallelogrãmi BL, sicut triangulũ FBC, dimidiũ quadrati BG: ergo quadratum BG est ęquale parallelogrammo BL. Totum ergo quadratum BD, aequale est quadratis BG, CH, quod erat probãdum. *Huius propositionis auctor fertur Pythagoras Samius.*

PROPOSITIO XLVIII.

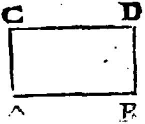
Si quadratum quod ab CB. *uno laterum trianguli* CAB. *describitur, æquale sit iis quæ à reliquis duobus trianguli lateribus* AB. AC. *describuntur quadratis: angulus* CAB. *contentus sub reliquis duobus trianguli lateribus* AB. AC. *rectus est.* Tb.34

PRob. [a] ducatur ex A, ipsi AB. perpendicularis AD. ipsi AC. æqualis, iungaturque recta DB. hoc posito sic dico [b] Angulus DAB. rectus est, [c] ergo quadratũ rectæ DB, aequale est quadratis rectarum AB, AD, vel AC.

a 11. Prop.
b 10. Def.
c 47. Prop.

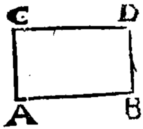
Iam quadratum ipsius CB. ex hypoth. æquale est quadratis earundem CA. AB. [d] ergo rectæ CB. BD. sint aequales. Ergo triangula CAB. ADB.
d 1. Ax. habent tria latera aequalia, [e] & angulos qui aequalibus lateribus
e 8. Prop. respondent aequalem. Ergo si angulus DAB. rectus est, erit etiam rectus CAB. cùm latera DB. BC. sint aequalia.

EVCLIDIS
ELEMENTVM II.
DEFINITIONES.
I.



Parallelogrammum rectangulum ABCD. *contineri dicitur sub duabus rectis* AB. BD. *quæ rectum angulum* ABD. *comprehendunt.*

QVemadmodum in circulo cognita diametro, tota eius area cognoſcitur, ſic expreſſis duabus lineis quæ angulũ rectũ continent in parallelogrammo rectangulo, ſtatim tota eius quantitas intelligitur, nimirum latitudo & longitudo.



Obserua 1. Illud parallelogrammum dici rectangulũ quod vnum habet angulum rectum. Si enim vnus est rectus ab erunt & reliqui recti.

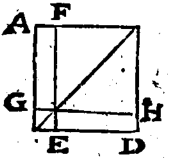
b 29. 1.
c 24. 1.

Obserua 2. In sequentibus nomine rectanguli, Euclidem semper intelligere parallelogrammum rectangulum, licet vis nominis id non exigat.

3. Geometras omne parallelogrammum exprimere duas tantum nominando literas, quę per diametrum opponuntur. Vt appositum parallelogrammum appellant. AD.

4. Cognitis lateribus rectanguli, inueniri eius aream ea multiplicatione numeri vnius lateris in numerum alterius lateris circa eundem angulum. Similiterque cognita area rectanguli & vno laterum, inueniri alterum latus si diuidatur numerus areę per numerum lateris dati, quotiens enim erit latus quęsitum.

II.

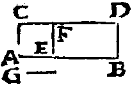


Omnis parallelogrāmi spatij vnumquodlibet eorum quæ circa diametrum illius sunt, parallelogrammorum, cum duobus complementis, gnomon dicetur.

IN parallelogrammo *AD.* parallelogrammum G E. cum duobus complementis GE, EH, vocetur γνωμῶν, quod Latinè normam sonat, eius enim speciem nobis exhibet.

PROPOSITIO I.

Th. I.



Si fuerint duæ rectæ G. *&* AB. *ſeceturque altera ipſarum* AB. *in quotcunque ſegmenta* AE. EB. *rectangulum* CB. *comprehenſum ſub duabus rectis* A C. *inſectâ* hoc eſt G. & AB. *ſectâ, æquale eſt rectangulis* CE. FB. *quæ ſub inſectâ* CA. *& quolibet ſegmentorum* AE. EB. *comprehenduntur.*

PRob. ex punctis A, & B, erige [a] perpendiculares AC. BD.
a 11. æquales datæ G. & ducatur recta
& 3. 1. CD, ſicque fiat [b] [c] ex lineis CA,
b 28. 1. hoc eſt G. & A B. rectangu-
c 34. 1. lum CB. Rectam AB. vtcunque

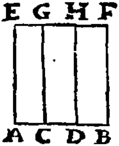
diuide in E. & fiat [d] EF. parallela & æqualis ipsi AC, erunt CE, FB, rectangula. Nam angulus FEB, rectus est [e] quia æqualis ipsi A, & consequenter [f] reliqui anguli recti, & latera [g] lateribus oppositis æqualia. Hæc autem duo rectangula CF, BF, simul sumpta sunt ęqualia totali B C, hoc est partes toti. [h] Q. E. P.

d 31. 1. & 3. 1.
e 29. 1.
f 28. 1.
g 34. 1.
h 19. ax.

Idem patet in numeris, puta *6.* & 2. diuide *6.* in 2. & 4. dico 12. numerum productum ex *6.* in 2. ęqualem esse duobus numeris 4. & 8. qui fiunt ex multiplicatione duorum in duo, & in quatuor.

PROPOSITIO VI.

Th. 1



Si recta linea AB. *secta sit vtcunque* puta in C. & D. *Rectangula* EC. GD. HB. *comprehensa sub tota* AE. hoc est AB. *& quolibet segmentorum* AC. CD. BD. *aequalia sunt, quadrato* AF. *quod à tota* AB. *fit*.

a 46. 1. b 31 1. & 3. 1 PROB. Ex AB, fiat [a] quadratum EB. ex C, & D, erigantur [b] CG. DH. parallelæ & aequales. ipsi AE. hoc posito, erit rectangulum EC. comprehensum sub tota AE. [c] hoc est AB. & c 30. Def. segmento AC. & eodem modo rectangula GD, HB. sub tota &

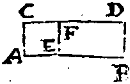
vtro-

vtrolibet ſegmentorum. Cum ergo rectangula EC, GD, HB, ſint d partes omnes ſuo toti quadrato AF, æquales, patet rectangula comprehenſa ſub AE, hoc eſt AB, & ſegmentis AC, CD, DB, æqualia eſſe quadrato lineæ AB. Q. E. P. d 19. a.

In numeris diuide 10. in 7. & 3. dico 70. & 30. qui producuntur ex multiplicatione 10. in 7. & in 3. ęqualia eſſe 100. quadrato numeri 10.

PROPOSITIO III.

Th. 8.



Si recta linea AB. *secta sit vtcunque in* E. *Rectangulum* CB. *sub tota* AB, *& vno segmentum* AC. hoc est AE. *comprehensum, æquale est rectangulo* FB. *quod sub segmentis* BE. FE. hoc est BA. *comprehenditur, & quod à prædicto segmento* AE. *describitur quadrato* CE.

PRob. Datam AB. seco vtcunque in E. ex punctis AEB. erigo [a] perpendiculares AC. EF. BD. parallelas [b] inter se & æquales segmento AE. tu[illegible] duco rectam à puncto C. ad D. qu[illegible] [illegible]it parallela [c] ipsi AB. Hoc posito li[illegible] AC, est æqualis [d] ipsi AE. erge

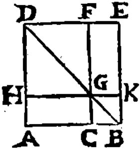
a 11. 1.
b 31. 1.
& 3. 1.
c 33. 1.
d Ex const.

rectangulum AD. est cōprehensum sub tota AB, & vnō segmentorum AC, hoc est AE. Rursus FE. est aequalis ipsi EA. ergo rectangulum FB, est comprehensum sub segmento BE, EF, hoc est AE. Denique parallelogrammum AF, quadratum est[c] cum AC, EF, sint[d] perpendiculares ipsi AE, & eidem aequales. Ergo cum rectangulum AD. aequale sit quadrato AF, & rectangulo FB, patet rectangulum sub tota AB, & segmento AE, aequale esse rectangulo comprehenso sub segmentis AE, EB, & quadrato predicti segmenti AE. Q. E. P. c 31. d. 1

In numeris diuide 10. in 7. & 3. numerus 70. productus ex 10. in 7. aequalis est numero 21. qui ex 7. in 3. producitur; vna cum 49. quadrato prioris partis 7.

PROPOSITIO IV.

Tb. 4



Si recta linea AB. secta sit vtcunque, in C. quadratū AF. quod à tota AB. describitur, æquale erit quadratis HF. CK. quæ à segmētis AC. CB. describuntur, & ei rectangulo quod bis sub segmentis AC. CB. comprehenditur nempe rectangulis AG. GE.

a 46. 1.
b. 31. 1.
c 30. Def.
d 5. 1.
e 32. 1.
f 29. 1.

PRob. Super datam AB. fiat [a] quadratum AE. duc diametrum DB. ex C. fiat CF. parallela [b] recta BE. secans diametrum in G. per quod age HK. parallelam [b] ipsi AB. hoc posito sic dico. Trianguli ABD. latera AD AB. sunt [c] equalia. ergo anguli ADB. ABD. sunt [d] equales, ergo semirecti, [e] cùm angulus A. sit rectus. Idémque dicendum de triangulo EDB. Rursus angulus DFG. re-

ctus f est, angulus FDG. ostensus est
semirectus, ergo angulus FGD. etiã
semirectus g est, ergo latera DF. FG. g 32. 1.
sunt h æqualia: sed ipsis etiam sunt h 6. 1.
æqualia i latera opposita DH. HG. er- i 34. 1.
go parallelogrammum FH. quadra- l 30.
tum l est. Eadem de causa quadra- Def.
tum erit CK. ergo HF. CK. quadrata sunt segmentorum AC. CB. cùm latus HG. sit æquale, ipsi AC. Similiter rectangula AG. GE. continentur sub segmentis AC. AB. quia CG. GK. sunt æquales ipsi CB. cum CK. sit quadratum, & GF. item æqualis rectæ HG. ob quadratum HF. hoc est rectæ AC. Igitur cum quadratum AE. sit æquale quadratis HF. CK. & rectangulis AG. GE. verum est quadratum AE. super datam AB. æquale esse quadratis segmentorum AC. CB. & rectangulo comprehenso sub iisdem segmentis, bis sumpto.

Si diuidat 6. in 4. & 2. quadratum 6. hoc est 36. æquale est quadratis partium 4. & 2. hoc est 16. & 4. vna cum numero 8. bis repetito qui fit à partibus 2. & 4. in se multiplicatis.

PROPOSITIO V.

Th. 3. *Si recta lineæ* AB. *secetur in æqualia in* C. *&* *non æqualia in* D. *Rectangulũ* LD. *sub inæqualibus totius* AD. *segmentis* AD. DG. hoc est DB. *comprehensum, vna cum quadrato* HF. *quod ab intermedia sectionum* CD. *æquale est quadrato* CI. *quod à dimidia* CB. *describitur.*

a 46. 1. b 31. 1. PRob. Super dimidia CB. fiat, [a] quadratum CI. ductaque diametro BE. agatur b per D. recta DF. ipsi BI. parallela: Ex eadem recta BI. sume BK. æqualem ipsi DB. & per punctum K. [b] agatur KL. ipsi AB. parallela & addatur AL. parallela ipsi BK. hoc posito sic dico, trianguli ECB. angulus C. rectus est, c & latera CE, CB. æqualia, ergo d anguli E. & B. sunt æquales. Ergo e semire-

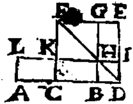
c 30. Def. d 5. 1.

cti. Item, [f] anguli IEB. IBE. sunt æquales & semirecti [e] ob eandem rationem. Rursus in parallelogrammo DI. angulus DBI. rectus est ex constructione, ergo [f] angulus BDF. rectus. Nunc in triangulo BDG. angulus D. rectus est: angulus DBG. probatus est semirectus, ergo [e] & angulus BGD. semirectus est: ergo [g] latera DB. DG. sunt æqualia: ergo [h] rectangulum ID. sub inęqualibus segmentis AD. DG. hoc est DB. contentum. Eodem modo demonstrabitur parallelogrammum AF. esse quadratum supra segmentum intermedium HG. hoc est CD. nam rectangulum LC. æquale est ipsi DI. cum vtrumque sit æquale ipsi CK. nam LC. & CK. sunt [i] supra æquales bases & inter easdem parallelas: CG vero & GI. sunt complementa [l] æqualia, quibus si addas commune DK. erunt æqualia CK. & DI. cætera autem nempe HF. CG. sunt communia.

e 32. 1.
f 29. 1.
g 6. 1.
h 1. Def. 1.
i 36. 1
l 43. 1.

Diuide 10 æqualiter in 5. & 5. inæqualiter in 7. & 3. eritque numerus 21. ex 7. in 3. vna cum quadrato numeri intermedij 2. quod est 4. æquale quadrato dimidii 5. hoc est numero 25.

PROPOSITIO VI.

Th. 7. 

Si recta linea AB. *ſecetur bifariam* C. *eique recta quadam* BD. *in rectum adyciatur, rectangulum* AI. *comprehenſum ſub tota* AB. *cum adiecta* BD. *& ſub adiecta* DI. hoc eſt BD. *una cum quadrato* KG. *à dimidia* KH. hoc eſt CB. *æquale eſt quadrato* CE. *à linea* CD. *quæ tum ex dimidia* CB. *tum ex adiuncta* BD. *componitur tanquam una linea, deſcripto.*

a 46.1. b 31.1. PRob. Super rectam CD. [a] fiat quadratum CE. per B. age BG. parallelam [b] ipſi DE. ſume DI. æqualem ipſi DB. & ex I. age IL. paral-

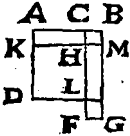
lelam

lelam & æqualem ipsi DA. iungaturque recta LA, quo facto sic dico. Rectangula LC. KB. sunt inter easdem parallelas & supra æquales bases, b ergo æqualia. Eidem KB. c æquale b 36. 1.
est complementum HE. ergo erit & c 43. 1.
HE. æquale ipsi LC. & additis communibus CH. BI. gnomon GD. IC. æqualis erit toti rectangulo AI. quod continetur sub tota AB. cum adiecta BD. & sub adiecta DI. hoc est BD. Iam vero gnomon GD. IC. adiecto quadrato KG. partis dimidiæ KH. d 34. 1.
d hoc est CB. fit æqualis quadrato ipsius CD. quæ est pars dimidia cum adiuncta. Ergo parallelogrammum AI. adiecto eodem quadrato KG. fiet æquale eidem quadrato CE.

In numeris, 10. secetur bifariam in 5. & 5. addatur ei numerus 2. numerus 24. qui producitur, ducto composito 12. in adiunctum 2. vna cum quadrato 25. quadrato dimidiis æqualis est 49. quadrato numeri 7. qui ex dimidio 5. & adiecto 2. componitur,

PROPOSITIO VII.

Tb. 7.



Si recta linea AB. *secetur vtcunque in* C. *quadrata totius & vtriusuis segmenti* CB. *simul sumpta, hoc est* AE. EF: *aequalia sunt bis sumpto rectangulo* AM. *quod sub tota* AB. *& sub dicto segmento* CB. *continetur, cum addito* KL. *alterius segmenti* AC. *quadrato.*

PRob. Super AB.[a] fiat quadratum AE. sume BM. æqualem ipsi CB. ducantur CL, MK [b] parallelæ ipsis BE. AB. produc BE. in G. sic vt EG. sit æqualis ipsi BM, [c] hinc erit MG. æqualis ipsi BE. fiat quadratum EF,

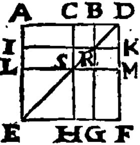
a 46. 1
b 36. 1.
c 2. Ax.

hoc posito: quadratum totius *AB* quod est AE. cum quadrato segmenti *CB* d hoc est EF. æqualia sunt rectangulis AM. MF (quæ sunt sub tota *A B.* & segmento *BC.* cum *BM.* sit ipsi *BC.* æqualis; & in rectangulo *MF.* latera *MG. FG.* sint æqualia ipsis *BE. BM.* hoc est *AB. CB*) vnà cum quadrato alterius segmenti *AC*, quod est K*L*. totum videlicet partibus omnibus est æquale. d ex const.

Diuide 6. in 4. & 2. quadratum totius 6. nempe 36. vna cum quadrato ipsius 2. hoc est 4. æqualia sunt numero 40. qui fit ex numero 6. bis ducto in 2. hoc est 24. vnà cum quadrato alterius partis 4. quod est 16.

PROPOSITIO VIII.

Tb. 8.



Si recta linea AB. *secetur vtcunque* in C. *rectangulum* IB. *quater comprehensum sub tota* AB. *& vno segmentorum* BR. hoc est *BC. cum eo, quod à reliquo segmento AC.* hoc est LS. *fit, quadrato* LH. *æquale est quadrato* AF. *quod à tota* AB. *& dicto segmento* BD. hoc est *BC. tanquam ab vna* AD. *describitur.*

PRob. Rectæ AB. sectæ in C. adiiciatur in rectum BD. ipsi BC. æqualis. Super tota AB. & adiuncta BD. hoc est super AD. fiat quadratum ED. ex punctis B & C. duc rectas BG. CH. ipsi DF. parallelas acceptisque

DK. KM. ipsis DB. BC. æqualibus, duc rectas KI. ML. ipsi DA. parallelas. Hoc posito sic dico, circa R. constituta sunt quadrata quatuor, quorum latera omnia ipsi BC. sunt [a] æqualia. Ducta diametro ED. complementa AR. RF. [b] sunt æqualia, suntque rectangula sub tota AB. & BR. hoc est segmento B C. Eodémque modo IS. SG. sunt complementa æqualia, quibus si addas quadrata ęqualia SR. BK. fient rectãgula duobus pręcedentibus ęqualia, cum sint inter easdem parallelas & æquales bases: ergo quatuor illa rectangula sunt sub tota & vno segmento. Quod si quatuor illis rectangulis addas quadratum LH. alterius segmenti LS. hoc est AC. illa omnia simul sumpta erunt ęqualia quadrato ED. quod fit supra AD.

a Ex const.
b 31. 1.

Si 6. secentur in 4. & 2. ducaturque quater numerus 6. in 2. fient 48. & addatur quadratum ipsius 4. hoc est 16. fiet numerus 64. ęqualis quadrato ipsius 8. qui numerus componitur ex toto 6. & parte 2.

PROPOSITIO IX.

Th. 9

Si recta linea AB. *secetur in æqualia* in C. *& non æqualia* in D. *quadrata quæ ab inæqualibus segmentis* AD. DB. *fiunt dupla sunt, eorum quæ dimidia* AC. *& ab intermedia* CD. *fiunt.*

PRob. Ex C. erigatur CE. perpendicularis ipsi AB. & æqualis ipsi CA. vel CB. ducanturque rectę EA EB. Deinde ex D. erigatur DF. ipsi EC. parallela secans EB. in F. & fiat recta FG. ipsi CD. parallela, ducaturque recta AF. hoc posito: Trianguli [a] Isoscelis ACE. anguli A. & E. sunt [b] ęquales [c] & semirecti, cum angulus ACE. sit rectus. Idem dicendum de triangulo ECB. ergo totus angulus AEB. rectus est. Iam in triangulo EGF. angulus G. [d] æqualis est

a Ex const.
b 5. 1.
c 32. 1.

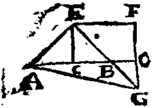
angulo ECB. a ergo rectus, ergo anguli E. & F. b æquales c quia angulus E. semirectus est: e ergo latera GE. GF. æqualia. Æqualis etiam vtrique est CD. a cum GD. sit parallelogrammum. Igitur si ab equalibus CE. CB. tollantur æqualia GE. CD. restabit CG. f hoc est DF. ipsi DB. æqualis. hęc pręparatio. En demonstratio. Quadratum rectę AF. g æquale est quadratis segmentorum inęqualium AD. DF. hoc est DB. Rursus quadratum rectę AF. g ęquale est quadratis AE. EF. Est autem AE. ęquale ipsis AC. CE. atque adeo duplum quadrati quod fit à dimidia AC. Et quadratum EF. æquale est quadratis EG. GF. atque adeo duplum quadrati quod fit ab segmento medio GF. seu CD. quare quadrata quæ fiunt ab inęqualibus segmentis AD. DB. dupla sunt eorum quæ à dimidia AC. & ab intermedia sectione fiunt. Quod erat demonstrandum.

d 29. 1.
e 6. 1.
f 34. 1
g 47. 1.

Diuide 10. in 5. & 5 & in 7. & 3. media sectio 2. quadrata 49. & 9. partium inæqualium 7. & 3. sunt duplum quadratorum 25. & 4. & partis dimidiæ 5. & sectionis 2.

PROPOSITIO X.

Th. 10.



Si recta AB. secetur bifariã in C. eique adiiciatur in directum recta BO. quod à tota cum adiuncta AO. & quod ab adiuncta BO. vtraque simul quadrata dupla sunt quadrati à dimidia AC. & eius quod à composita CO ex dimidia CB. & adiuncta BO. tanquam vna describitur.

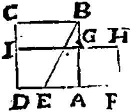
PRob. Ex C. erigatur perpendicularis CE. æqualis ipsi AG. iungatur rectæ AE. EB. ex E. fiat EF. parallela ipsi GO. per O. ducatur OF. parallela ipsi CE. occurrens rectæ EB. in G. iungaturque recta AG. In triangulo ACE. latera AC. EC. sunt æqualia, & angulus ad C. rectus: ergo reliqui semirecti: itidemque in triangulo ECB. Similiter in triangulo EFG. latera EF. GF. sunt æqualia. Et angulus ADF. rectus; ergo reliqui semirecti.

Hinc demonstratur quod quæritur. In triangulo AOG. angulus ad G. rectus est: ergo quadratum rectæ AG. æquale est quadratis rectarum AO. & OG. hoc est BO. rursus in triangulo AEG. angulus ad E. rectus est constans ex duobus semirectis: ergo quadratum ipsiusmet AE. æquale est quadratis AE. & EG. Est autem AE. duplum quadrati AC. & EG duplum quadrati EF. vel FG. ergo quadrata AO. & BO. dupla est ipsorum AC. & CO. quod erat demonstrandum. 47.14

Numerus 10. secetur in 5. & 5. cui addantur 3. quadrati 169. & 9. numerorum 13. & 3. dupli sunt numerorum quadratorum 25. & 64. qui ex numeris 5. & 8. gignuntur.

PROPOSITIO XI.

Prob. 1.



Datam rectã AB. *ita secare in* G; *vt rectangulum* CG. *cõprehensum sub tota* AB. *& sub vno segmentorum* GB. *sit æquale alterius segmenti* AG. *quadrato* GF.

PRaxis. Ad punctum A. excita perpendicularem AD. æqualem datæ AB. eam ſeca bifariam in E duc rectam EB & ipſi æqualem faciat EF. producendo EA. Ex AB. abſcindo AG æqualem & factum erit quod quæritur.

Prob. Supra datam AB. perfice quadratum AC. & ſupra rectam AF. quadratum FG. & rectam HG. produc in I. hoc poſito ſic dico. Recta DA. [a] ſecta eſt bifa-

[a] Ex conſt.

riam in E. eique in directum adiecta est AF. [b] ergo rectangulum FI. quod factum est sub tota DF. & FH hoc est FA. vna cum quadrato mediæ EA æquale quadrato EF. hoc est EB Iam quadratum EB. [c] æquale est quadratis AB. AE. ergo quadrata AB AE sunt æqualia rectangulo FI. cum quadrato EA. Ergo si commune quadratum AE. tollas, rectangulum FI remanebit æquale quadrato ipsius AB. hoc est AC. Quod si ab æquali us AC, FI. ollas commune AF. remanebit CG rectangulum sub tota CB. hoc est BA. & altero segmẽtorum GB. æquale quadrato GF. quod fit à reliqua parte GA, quod erat demonstrandum.

b 6. 2.

c 47. 1. Th. 11.

PROPOSITIO XII.

Th. 11. 

In amblygonio Triangulo ABC. *quadratum lateris* AC. *angulum* B. *obtusum subtendentis, quadrata laterum* BA. BC. *angulum obtusum comprehendentium, superat bis sumpto rectangulo sub latere* BC. *& sub ipsa* BD. *in directum ei addita vsque ad occursum perpendicularis ab* A. *altero angulo acuto cadentis.*

PRob. demitte perpendicularem ex A. & rectam CB. produc vsque dum ei occurrat in D. Quia recta CD. diuisa est vtcunque in B., est quadratum ipsius CD. aequale quadratis rectarum DB. BC. cum duobus rectangulis sub DB. BC. addatur ergo vtrimque quadratum rectæ DA. erunt quadrata CD. DA, æqualia tribus quadratis CB. BD, DA. cum duobus illis rectangulis. atqui quadratum rectæ AC. est æquale quadratis ipsarum CD. DA. & quadratum ipsius AB. est æquale quadratis ipsarum BD, DA. ergo quadratum rectæ AC. est æqualo duobus quadratis CB. BA. cum duobus illis rectangulis. Superat ergo quadrata ipsa, duobus ipsissimet rectangulis. quod erat demonstrandum.

per 47. 1.

PROPOSITIO XIII.

Th. 12

In Oxygonio triangulo ABC. *quadratum lateris* AB. *angulum* C: *acutum ſubtendentis ſuperatur à quadratis laterum* CA. CB. *eundem comprehendentium, bis ſumpto rectangulo ſub latere* CB. *& ſub aſſumpta interiùs linea* DC. *vſque ad occurſum perpendicularis ab* A. *altero angulo acuto cadentis.*

PRob. demitte perpendicularem AD. Recta BC. diuiſa eſt vtcunque in D, ergo per 7. 2. quadrata rectarum BC. DC. æqualia ſunt rectangulis duobus ſub BC. CD. & quadrato reliqui ſegmenti BD. Adde vtriſque commune quadratum rectæ DA, sic tria quadrata BC. DC. DA. æqualia sunt quadratis duobus BD. DA. & rectangulis duobus sub BC. DC. Nunc quadratis duobus DC. DA. [a] æquale est quadratum AC. Ergo duo quadrata rectarum BC. CA. æqualia sunt rectangulo bis sumpto sub BC. DC. & quadratis BD. DA. hoc est quadrato AB. Ergo quadratum rectæ BA. minus est quadratis AC. CB. rectangulo bis sumpto sub rectis BC. DC. quod erat probandum.

a 47.1.

PROPOSITIO XIV.

Th. 13

Dato rectilineo A. *æquale quadratum* C H. *constituere.*

PEr 45. 1. fiat rectangulum BD. æquale rectilineo A. D. rectanguli latera sint æqualia, erit quadratum quod petitur. Si inæqualia, producas vnum, puta DC. in F. sit vt CF. aequalis sit ipsi CB. seca bifariàm DF. in G. & centro G. spatio D. duc circulum DHF. produc latus BC. in H quadratum quod fiat ex CH. erit æquale rectangulo CE.

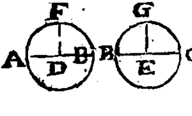
Prob. Recta DF. secta est aequaliter in G. & non aequaliter in C. ergo rectangulum CE. sub inæqualibus segmentis DC CB,
a 5. 2 hoc est CF. vna cum quadrato
b 15. Def. 1. segmenti medii G C, a aequalia
c 47. 1 sunt quadrato rectæ GF, b hoc est GH, quadratum GH, c aequale est

le est quadratis GC, CH, & consequenter quadrata GC, CH, aequalia sunt rectangulo CE, & quadrato GC. Ergo si tollas commune quadratum GC, remanebit quadratum rectę CH, aequale rectangulo CE, hoc est rectilineo *A*, quod erat faciendum.

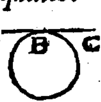
MONITVM.

IN superioribus, frequenter adhibui numeros: cum tamen in demonstrationibus geometricis sæpe vsui esse non possint; quia irrationales & incommensurabiles quantitates non explicant, Sed nota 1. Sẽper in omnibus præponi geometricas demonstrationes 2. Non recipi quidem debere numeros in demonstrandis irrationalium aut incommensurabilium quantitatum habitudinibus & affectionibus quę sola quantitate continua cognoscuntur: verum nemo negauit in demonstrationibus quantitatis continuæ maioris lucis gratia, & explicandæ clarius propositionis, nos posse vti numeris, modo eos non accipiamus pro fundamento rationis. Vnde robur suum non accipit demonstratio à numeris, sed lucem tantum. Et vero iis vsus est Archimedes proposit. 2. de circuli dimensione & post eum omnes passim geometræ.

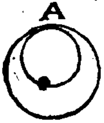
EVCLIDIS
ELEMENTVM III.
DEFINITIONES.



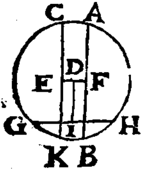
1. *Æquales circuli ſunt, quorum diametri* AB. BC. *ſunt æquales: vel quorum, quæ ex centris* D. & E. *rectæ lineæ* DF. EG. *ſunt æquales.*



2. *Recta circulum tangere dicitur, quæ cum circulum tangat* puta in B. *ſi producatur* in C. *circulum non ſecat.*



3. *Circuli se mutuo tangere dicuntur qui se se mutuo tangentes vt* in A. *se se mutuo non secant.*

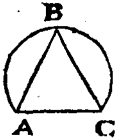


4. *In circulo æqualiter distare à centro rectæ dicuntur, cum perpendiculares* D E. D F. *à centro* D. *ad ipsas* AB. CK. *ductæ æquales sunt; longius autē abesse dicitur* GH. *in quam maior perpendicularis* DI. *cadit.*

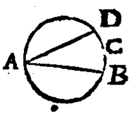
5. *Segmentum circuli, est figura quæ sub re-*

cta AB. *& circuli peripheria* ACB. *comprehenditur.*

6. Segmenti autem angulus est CAB. *qui sub recta linea* AB. *& circuli peripheria* CA. *comprehenditur.*



7. In segmento autem angulus est puta ABC. *cum in segmenti circumferentia sumptum fuerit punctum quodpiam* B, *& ab eo in terminos recta* AC. *segmentum terminantes, luna recta vt* BA. BC. *fuerint ducta.*



8. *Cum vero comprehendentes angulum* D A B. *recta* AD. AB. *aliquam assumunt peripheriam vt* BCD. *illi angulus dicitur insistere.*

9. *Sector circuli est, cum ab ipsius circuli centrum* A. *angulus* BAC. *fuerit constitutus: comprehensa nimirum figura & à rectis AB. AC. angulum BAC. continentibus, & à peripheria BC. ab illis assumpta.*

10. *Similia circuli segmenta sunt* A B C. D E F. *quæ angulos* B A C. E D F. *capiunt æquales, aut in quibus anguli* C B A. F E D. *inter se sunt æquales.*

PROPOSITIO I.

Prob. 1

Dati circuli A *B* C. *centrum* F. *reperire.*

a 10. 1. b 11. 1. PRaxis ductam A C, a diuide bifariam in F. Ad punctum E, b erige perpendicularem attingentem ambitum in B. & D. hanc *BD*. bifariam a seca in *F*, punctum *F*. erit centrum circuli.

c 15. 1. Def. Prob. Non est aliud punctum in recta *BD*. c cum centrum ibi sit tantum vbi linea secatur bifariã. Neque erit extra rectam *BD*. Sit enim in G ducanturque *GA*. *GE*. d Ex const. *GC*. in triangulis *GAE*. *GCE*. Latera *GA*. *AE*. sunt d æqualia e 8. 1 ipsis GC. CE. & GE. commune. Ergo tota triangula e sunt æqualia, & anguli CE*A*. GEC. æquales. f 10. 1 Def. f Ergo angulus *GEA* rectus: g Ex const. quod esse non potest cum eius partialis *FEA*. g sit rectus.

PROPO-

PROPOSITIO II.

Tā. 1

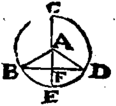
Si in peripheria circuli ABC. *duo quælibet puncta* A. *&* C. *accepta fuerint, recta* AC. *quæ ad ipsa puncta adiungitur, intra circulum* ABC. *cadet.*

PRob. Si non cadat intra, cadat extra, sitque recta ADC. Centro E. [a] reperto, ducantur rectæ EA. EC. ED. secétque ED. peripheriam in B. quia autem trianguli EADC. (qui rectilineus ad aduersario ponitur) latera EA. EC. sunt [b] æqualia, [c] erunt anguli EADC. ECDA. æquales. Est autem externus ADE. [d] maior interno DCE. & per cõsequens quam EAD. Ergo AE. & ei [b] æqualis FB. [e] maior erit quam ED. pars quam totum. Non ergo recta ex A. ad C. ducta, extra circulum cadet: ergo intra.

a 1. 3
b 15. Def 7.
c. 5. 1
d 16. 1
e 19. 1

3 PROPOSITIO III.

Tb.2.



Si in circulo CBD. *recta quadam* C E. *per centrum* A. *rectam quandam* BD. *non per centrum, bifariàm in* F. *secet, & ad* (angulos) *rectos eam secabit : Et si ad rectos eam secet, bifariàm quoque eam secabit.*

PRob. 1[a] pars. Ductis à centro A.[a] æqualibus rectis AB AD.
b 8.1 triangulis ABF, AFD, habent omnia latera æqualia singula singu-
c 10. lis: [b] ergo anguli AFB, AFD, sunt
d 1. æquales, [c] ergo recti

Prob. 2[a] pars, Latera AB. AD.
e Ex sunt æqualia: angulus ABD. [d] æ-
const. qualis est angulo ADB. & AFB.
f. 26. 1 e ipsi AFD. Ergo latera BF. FD. sunt æqualia.

PROPOSITIO IV. 4

Si in circulo ADB. *duæ rectæ* AB.CD. *se se inuicem secent, non per centrum* F. *extensæ, non se se bifariam secant.* Th 3.

PRob. Vis vt altera tantum per centrum transeat & alia non: [a] ergo altera alteram non secabit bifariam. Vis vt neutra transeat. Ex centro F. in punctum sectionis E, duco rectam FE, & sic dico. Vis rectas EA. EB, esse æquales. [b] Ergo anguli FEA. FEB. sunt recti. Similitérque vis rectas EC, ED, esse æquales: [b] ergo angulus FEC, rectus, quod repugnat, cum sit pars recti. FEB. a 15. d 1. b 3.

PROPOSITIO V.

Th. 4.

Si duo circuli DCB. ECB. *ſe ſe mutuo ſecent* in B. & C. *non erit illarum idem centrum.* A.

PRob. Ductis rectis AB. AD. hæ erunt æquales, cùm ſint à centro ad circumferentiam. Rectæ etiam AE. AD. erunt æquales, cum etiam ducantur à centro ad circumferentiam: pars toti; quod repugnat.

PROPOSITIO VI. 6

Si duo circuli Th. 5.
AB. CB. *se se mutuo interius tangant* in B. *eorum non erit idem centrum* D.

PRob. Ductis DB. DC. linea DA. est æqualis lineæ DB. cùm sint ductæ à centro ad circumferentiam. Lineæ DC. DB. sunt æquales ob eandem caussam. Ergo DA. DC. erunt æquales, pars toti, quod repugnat.

PROPOSITIO VII.

Tb.6

Si in circuli diametro AB. *sumatur aliquod punctum* G. *quod non sit centrum circuli: & à puncto* G. *quædam recta* GC, GD. GE. GN. *in circulum cadant: maxima quidem erit* GA. *in qua centrum* F. *minima vero reliqua* GB. *aliarum vero, semper eius, quæ per centrum ducitur, propior* GC. *remotiore* GD. *maior erit: solum autem duæ rectæ* GE. GN. *ab illo puncto* G. *æquales in circulum cadunt ad vtrasque* (partes) *minima.*

PRob. 1a pars. Ductis rectis FG. FO. FE. FN. ex centro F. duo latera CF. FG. trianguli CFG. a maiora sunt tertio CG. at hæc sunt æqualia toti G A. ergo G A. est maius quam GC.

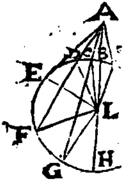
Prob. 2. Latera EG. GF. trianguli EGF. a maiora sunt tertio EF. ergo maiora sunt quàm sit linea FB. quę est ęqualis ipsi FE. ergo si dematur vtrique communis recta GF. remanebit GE. maior quam GB. a 20.1

Prob. 3. Triangula CFG. DFG. habent latera FC. FD. æqualia & latus FG. commune, angulus vero CFG. maior est angulo DFG. totum parte: ergo latus CG. b maius erit quam DG. b 29.1 c 4.1.

Prob. 4. Facto angulo GFN. æquali GFE. GN. GE. erunt c æquales. Nec à puncto G. alię duci possunt æquales ipsis GE, GN. erunt enim semper propiores ei quæ ducitur per centrum vel remotiores, & consequenter maiores vel minores, per tertiam partem huius.

PROPOSITIO VIII.

Th. 7

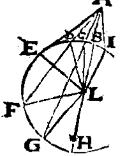


Si extra circulum BEH. *sumatur punctum quodpiam* A. *& à puncto ad circulum ducantur rectæ quadam* AF. AG. AH. *quarum una quidem per centrum* L. *reliquæ verò vt libet. In cauam quidem peripheriam cadentium rectarum maxima* (erit) *quæ per centrum* L. (ducitur) *aliarum vero semper propior* (ei) *quæ per centrum* L. *remotiore maior erit. In connexam vero peripheriam cadentium rectarum minima quidem est* *illa quæ inter punctum* A. *&* *diametrum* BH. *(ponitur) aliarum vero ea quæ propior est minimæ* AB. *remotiore semper minor est. Duæ autem tantum rectæ æquales ab eo puncto* A. *cadent in circulum ad vtraque minimæ* AB. *latera.*

PRob. 1. pars. Ductis rectis LG. LF. duo latera AL. LG. a 20.1 hoc est LH, a maiora sunt tertio AG. ergo AH, maior erit quam AG.

Prob. 2. Latera AL, LG, trianguli ALG, sunt æqualia lateribus b 24.1 LF, LA, trianguli ALF; angulus autem ALG, maior est angulo ALF, b ergo latus AG, maius est latere AF.

Prob. 3. Ductis rectis LC, LD, duo latera AC, LC, trianguli ACL, a maiora sunt tertio AL,



demantur æqualia L B. L C. remanebit A C, maior quàm BA.

Prob. 4. Quia intra triangulum A L D. duæ rectæ AC, CL, iunguntur : c erunt lateribus trianguli minores; demptis igitur qualibus LC, LD, remanebit DA, maior quam CA.

c 21.1

Prob. 5. Facto angulo A L I. æquali A L C. duo triangula illa d erunt æqualia : ergo latera AI, AC, æqualia; neque alia duci potest recta, his æqualis: erit enim semper propior minimæ AB, vel remotior & consequenter e maior vel minor.

d 4. 1.

e 21,1

PROPOSITIO IX. 9

Si intra circulum BCD. *sumptum sit aliquod punctum* A. *à puncto vero ad circulum cadant plures quam duæ rectæ æquales* AB. AC. AD. *acceptum punctum, centrum est circuli.* Th.8.

PRob. Ductis rectis BC, CD, diuisisque bifariàm per rectas AE, AF, triãgula ADF, ACF, [a] erũt æqualia: ergo anguli DFA, AFC, æquales; [b] ergo recti: ergo in linea FA, est circuli centrum. Rursùs cum idem sit de triangulis ACE, ABE, in recta AE, erit circuli centrum. Cum verò non sit in duobus locis, debet esse vbi se intersecant.

a 8. 1. b 10. def. 1. c 1. 3.

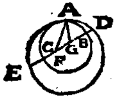
10 # PROPOSITIO X.

Tb.9

Circulus A E F. *non secat circulum* F D C. *per plura puncta quam duo.*

PRob. Secet enim in tribus si vis. Circuli EFC. centro G,
a 1. 3 [a] inuento, ducantur rectæ GA, GC, GF, quæ quia sunt æquales, & attingunt ambitum circuli v-
b 9. 3 triusque, punctum G, [b] erit etiam centrum circuli vtriusque quod est absurdum per 5. huius.

PROPOSITIO XI. 11



Si duo circuli ABC. AED. *contingant se se interius* A. *&* Th. 10.
sumpta fuerint eorum centra GF. *ad eorum centra adiuncta recta linea* FA. *& producta, in contactum* A. *cadet circulorum.*

PRob. Ducta recta DE. cõiungent eorum centra, non incidat in contractum, à puncto F. centro circuli ADE. ducatur recta FA. & puncto G. centro circuli ABC. ducatur GA. duo latera GF. GA. a maiora sunt tertio FA. ergo maiora latere FD. cum FA. FD. ducantur à centro ad circumferentiam, dempto ergo communi FG, remanebit GA. maius latere GD. Est autem GA. æqualis lateri GB. ergo GB. maius erit quam GD. pars toto. a 20.1.

12

PROPOSITIO XII.

Th. 11

Si duo circuli ABC. EBD. *cõtingunt se inuicem exterius* B. *quæ adiungitur ad eorum centra, per contractum trahetur.*

a 20. 1.

PRob. Si neges: ſit recta FG. centra coniungens. Ductis FB. GB. latera BF. BG. [a] maiora ſunt tertio FG quod tamen maius probatur illis: nam FC, FB, ſunt æqualia, cum ſint à centro ad peripheriam: ſimiliterque GD GB. ergo ſi illis addas CD, maius erit FG. quam FB. GB. ergo GF. non eſt recta iungens centra.

PROPOSITIO XIII. 13

Circulus circulum non tangit in pluribus punctis, quàm vno, ſiue intus, ſiue extra tangit. Th. 12.

PRob. Tangat enim in duobus, puta A, & C, centrum [a] debebit eſſe in linea, quæ iunget contactum circulorum : vtriuſque autem non [b] poteſt eſſe idem centrum. Ergo in illa recta erunt duo centra, puta G, & H, quod fieri non poteſt, cum linea in vnico puncto, poſſit tantum ſecari bifariàm.

a 11. & 12. 3.
b 6. 3.

PROPOSITIO XIV.

Tb.13

In circulo ABC. *æquales rectæ* AB.DC. *æqualiter distant à centro* E. *& æqualiter distantes à centro, sunt sibi inuicem æquales.*

PRob. A. centro E. in rectas AB.
a 12. 1. CD. a duc perpendiculares EF.
b 3.3 EG. rectæ AB. CD. sectæ b erunt bifariàm.
c 47. 1. Iunctis EA. ED. quadratum rectæ ED. c est æquale quadratis rectarum DG.GE. Demptis ergo æqualibus EA. ED. AF. GD. remanebit
d 4. recta FE. æqualis rectæ EG. & conse-
def.3. quenter rectæ AB. CD. d æqualiter distant à centro.

Prob. 2. pars. Ex probatis quadrata EG. GD. sunt æqualia quadratis EF. FA. & quadratum EG. æquale quadrato EF. ergo quadratum FA.
e 7. æquale est quadrato GD. e ergo re-
Ax. 1. cta BA. æqualis est rectæ DC.

PRO-

PROPOSITIO XV. 14.

In circulo AB *Th. 14* CD. *maxima quidem est diameter* AF. *aliarum verò semper propior* BE. *centro* G. *erit maior remotiore* CD.

PRob. 1a pars. Ductis GB, GE, duo latera GB, GE, trianguli GBE, [a] maiora sunt tertio BE, at *a 20.1* hæc sunt æqualia diametro AF. ergo AF, maior est quam BE.

Prob. 2. Ductis rectis GC, GD, duo latera GC, GD, sunt æqualia lateribus GB, GE, angulus vero BGE, maior est angulo CGD. [b] ergo latus BE, maius latere *b 24.1.* CD.

15 ## PROPOSITIO XVI.

Tb. 15. 

Quæ ab extremitate diametri AC. *ad rectos angulos linea* EF. *ducitur, cadet extra circulum* ABC. *&* *in locum inter ipsam* EF. *&* *circumferentiam*, AHB. *altera recta* GA. *non cadet: &* *semicirculi angulus* DAB. *maior erit omni acuto angulo rectilineo: reliquus autem* EAH. *minor.*

PRob. 1a pars. Si non cadat extra, cadat intra, vt recta B A. Tunc trianguli ADB. duo latera DA. DB.
a 15. a sunt æqualia: ergo anguli DAB.
b 1. DBA, b sunt æquales, quod esse non
c 5. 1 potest per 17. 1. ponitur enim angulus DAB. rectus, ergo, &c.

Prob. 2. Vis posse duci GA. ducatur: c in eam ex centro D. poteris ducere perpendicularem DG. ducatur: tunc cum angulus DGA. sit rectus, minor recto d erit DAG. ac proinde latus DG. minus latere DA. per 19.1. totum videlicet parte, quod est absurdum. c 12.1. d 17.1.

Prob. 3. Vt fieret angulus maior angulo DAB. deberet duci recta inter rectam EA. & peripheriam AB. quod iam probaui fieri non posse.

Prob. 4. Si enim aliquis angulus rectilineus constitui posset minor angulo EAB. duceretur recta inter AE. & peripheriam AB. quod vt iam dixi fieri non potest.

Corollarium.

Hinc communiter elicitur rectam ad extremum diametri perpendicularem, tangere circulum, & in vnico puncto geometrice tangere: nam si plura tangeret, caderet e intra circulum. e 2.3.

16 PROPOSITIO XVII.

Prob. 2.

A dato puncto A. rectam lineam A C. ducere, quæ datum tangat circulum BCD.

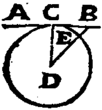
PRaxis. Centro D. ſpatio A. fiat pars circuli AE. ducatur recta DA, & ad punctum B, excitetur perpendicularis BE, iungaturque recta DE, à puncto A, ducatur recta AC, hanc dico tangere circulum BCD.

Prob. Triangula ADC, BED, ſe habent iuxta 4. 1. cum latera DA, DE, DB, DC, ſint [a] æqualia & angulus D. communis. Ergo cum angulus EBD. ſit rectus, rectus etiam erit DCA. ergo recta AC, [b] tanget circulum.

a 15. 1 Def.

b 16. 3

PROPOSITIO XVIII. 17



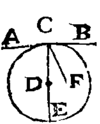
Si aliqua recta Th.16
AB. tangat circulum DCE. *à centro vero* D. *ad contactum* C. *quædam recta* DC. *adiungatur: quæ adiungitur* DC. *perpendicularis erit ad eam quæ continget AB.*

PRob. Si negas: sit alia, puta DB. ergo cum angulus B, ponatur rectus, minor recto[a] erit angulus C. ergo latus DC, [b] maius erit latere DB, pars toto quod est absurdum.

a 17.1.
b 19.1.

PROPOSITIO XIX.

Tb.17.



Si circulum EDC. *contingat aliqua recta* AB. *à contactu vero* C. *tangenti* AB. *ad rectos angulos recta linea* E C. *ducta sit, inducta* EC. *erit centrum circuli* D.

PRob. Si negas, ſit vbi eſt F, ducta FG, ipſi AB, [a] erit perpendicularis : ergo angulus rectus FCB, recto DCB, erit æqualis, pars toti quod eſt abſurdum.

[a] 18.3

PROPOSITIO XX.

In circulo DFGA. *angulus* BEC. *ad centrum* E. *duplex est anguli* BAC. *ad peripheriam, cum fuerit eadem peripheria* BC. *basis angulorum.* Th.18.

PRob. Id tribus potest modis cõtingere. Includant 1. rectæ AB. AC. rectas EB.EC. ductaque AF. per centrum E. duo latera EA. EB. erunt æqualia, a ergo anguli EBA. EAB. æquales: angulus autem BEF. duobus EAB. EBA. b est æqualis. ergo duplus anguli BAF. Idẽ dic de angulo FEC. respectu anguli EAC. ergo totus BEC. totius BAC. erit duplus. a 5. 1 b 32. 1.

2. Rectę DG. DB. non includant rectas EG. EB. cum latera ED. EB. sint æqualia c anguli EDB. EBD. c erunt æquales. His autem duobus, angulus GEB. est d æqualis. Ergo idem erit duplus anguli GDB. c 5. 1. d 32. 1

3. Triangula BEC.BDC. sese intersecent, ducaturque rectaDG, per centrum E. totus angulus GEC. erit duplus totius GDC. angulus vero GEB. duplus est anguli GDB. ergo reliquum BEC. duplum erit reliqui BDC. quod erat probandum.

PROPOSITIO XXI.

Th. 19.

In circulo AD. CB. *qui in eodem segmento* BC. *sunt anguli* BAC. BDC. *sunt inter se æquales.*

PRob. Angulus BEC, [a] est duplus anguli BAC. & duplus anguli BDC. [b] ergo anguli BAC. BDC. sunt inter se æquales.

a 20. 3.
b 1. Ax.

PRO-

PROPOSITIO XXII.

Quadrilaterorum in circulo ABCD. *(descriptoru̅) oppositi anguli* DCB. DAB. *duobus rectis sunt æquales.* Th. 18

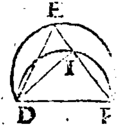
PRob. Diametris AC, DB, ductis, anguli ADB, ACB, in eadem portione [a] sunt æquales, similitérque anguli BAC, BDC: ergo totus angulus ADC, est æqualis angulis BCA, BAC; sed anguli BCA, BAC, cum tertio ABC, [b] valent duos rectos: ergo angulus ADC, æqualis ipsis BCA, BAC, cum angulo ABC, valebit duos rectos. Idem de aliis oppositis dicetur. Ergo, &c.

a 21.3

b 32.1

23 Th. 20

PROPOSITIO XXIII.



Super eadem recta DF: *duo segmenta circulorum similia* DIF. DEF. *& inaequalia non constituentur ad easdem partes.*

PRob. Sint enim si fieri potest DIF; DEF, similia segmenta, ductis rectis ED; EF, ID, anguli DIF, DEF,[a] erunt aequales, quod est absurdum per 16. 1.

a 10. Def. 3

PROPOSITIO XXIV. 20.

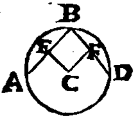
Super aqua-libus rectis A B. DF. *similia segmenta circulorum sunt inter se aqualia.* Tb.22.

PRob. Collocetur AB. super DF. [a] congruent ergo si non congruant segmenta vel vnum totum extra aliud cadet, quod est absurdum per 23, vel cadet partim intra, partim extra; & sic circulus circulum secabit in pluribus pūctis quam duobus, quod repugnat per 10. 3.

a 8. Ax.

Prop. ... PROPOSITIO XXV.

Prob. 3.



Circuli AB D. *segmento dato* ABD. *describere circulum, cuius est segmentum.*

PRax. Accipiantur in dato segmento tria puncta A:D. ductisque rectis AB, BD, a diuisisque bifariàm & ad angulos rectos per rectas CE, CF, punctum G, in quo intersecant erit centrum.

a 10. & 11. 1

Prob. Per 1. 3. centrum est in vtraque CE, CF. ergo vbi se intersecant. circuli enim vnius, vnicum tantum potest esse centrum.

PROPOSITIO XXVI.

In æqualibus circulis A B C. D E F. *æquales anguli* G. *&* H. B. *&* E. *æqualibus peripheriis* A C, DF. *insistunt, siue ad centra* G. *&* H. *siue ad peripherias* B. *&* E. *constituti sint.* Th. 13.

PRima pars. Prob. Trianguli AGC, latera GA, GC, & angulus G, ponuntur æqualia lateribus HD, HF, & angulo H, a ergo bases AC, DF, sunt æquales. b Ergo peripheriæ AC, DF, erunt etiam æquales. a 4. 1 b 24. 3.

Prob. 2a Anguli ABC, DEF, ponuntur æquales: c ergo segmenta ABC, DEF, sunt similia: d ergo Æqualia, cum rectæ AC DF, sint aequales. Ergo cùm circuli ponantur æquales, remanebunt segmenta AC, DF, e æqualia. c dif. 10. 3. d 23. 3. e 3. Ax.

PROPOSITIO XXVII.

Tb. 24

In æqualibus circulis ABC.DEF. *anguli qui in æqualibus peripheriis* AC. DF. *insistunt sunt inter se æquales, siue ad centra* G. & H. *siue ad peripherias* B. & E. *constituti, insistant.*

PRob. si non sint aequales, sit alter maior, puta AGC, [a] fiatque AGI, ipsi DHF, æqualis, peripheria AI, erit [b] aequalis peripheriæ DF, sed peripheria DF, ponitur æqualis ipsi AC. ergo AC, & AI, erunt aequales, pars toti: Idem [c] dic de angulis B, & E, cum G, & H, [d] sint eorum dupli.

a 23.1.
b 26.3
c 7. Ax,
d 20.3

PROPOSITIO XXVIII. 23

In æqualibus circulis ABC. DEF. *æquales rectæ* AC.DF. *æquales peripherias* AC. DF. ABC. DEF. *auferunt, maiorem quidem maiori, minorem autem minori.* Th.25.

PRob. Ductis rectis GA, GC, HD, HF, triangula AGC, DHF, [a] sunt æqualia. Ergo angulus G, angulo H, est æqualis: ergo peripheriæ AC, DF, [b] aequales. [c] ergo reliquæ ABC, DEF, sunt aequales.

a 8.1.
b 26.3.
c 3. Ax.

PROPOSITIO XXIX.

Th. 26

In æqualibus circulis A B C. D E F. *æquales peripherias* A B C. D E F. A C. D F. *æquales recta* A C. D F. *subtendunt.*

PRob. Ductis rectis GA, GC, a 27.3. HD, HF, anguli G, & H, a erũt aequales: latera etiam GA, GC, HD, HF, sunt aequalia ex suppositione: ergo bases AC, DF, b 4.1 b erunt æquales.

PROPOSITIO XXX. 24

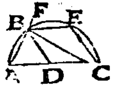
Datam peripheriam A B C. *secare bifariàm* puta in B. Prob. 4.

PRaxis. Ducatur recta AC, eam a diuide bifariàm in D. per perpendicularem D B. erit peripheria secta bifariàm in B. a 10. 1.

Prob. Ductis rectis A B, C B. triangula ABD, DBC, se habent iuxta 4 1. ergo latera A B, C B, sunt aequalia, b Ergo peripheriae quas subtendunt sunt aequales. b 28. 3.

PROPOSITIO XXXI.

Tb.27



1 *In circulo* A BEC. *angulus* ABC. *qui in semicirculo rectus est:* 2 *qui autem in maiore segmento* B C A. *minor recto:* 3 *qui vero in minore segmento* BEC. *maior recto:* 4 *& insuper angulus* CBA. ex recta CB. & peripheria BA. *maioris segmenti, recto quidem maior est;* 5 *minoris autem segmenti angulus* EBC. qui ex peripheria EB. & recta BC. *minor est recto.*

PRob. 1. pars. Centro D, ductis rectis DA, DB, DC, anguli DAB, DBA, a erunt æquales a 5.1 itemque anguli DCB. DBC. ergo totalis angulus ABC, est ęqualis angulis A, & DCB, sed his [b] est aequalis *F* B C, ergo angulus ABC, [c] est rectus. *b* 32.1. c 13.1

Prob. 2. Angulus ABC, est rectus: ergo angulus ACB, in maiore segmento [d] est minor recto. *d* 32.1.

Prob. 3. *F*iat quadrilaterũ BA. angulus A, [e] minor est recto, ergo angulus BEC, in minori segmento [f] est maior recto. *e per 1. partem huius* *f.* 22.3.

Prob. 4. Angulus ex peripheria AB, & recta CB, est maior angulo composito ex rectis A B, BC, totum videlicet parte.

Prob. 5. Angulus compositus ex peripheria EB, & recta CB, minor est angulo composito ex recta *F*B, BC, pars toto. Huius propositionis autor fertur Thales Milesius annis ante Christum, 650.

PROPOSITIO XXXII.

Th. 28

Si circulū CEF. *tetigerit aliqua recta* AB. *à tactu autem* C. *ducatur quædam recta, secans circulum* DC vel EC. *anguli quos ad tangentem* AB. *faciet, erunt æquales angulis qui sunt in alternis circuli portionibus*, id est angulus ACE. æqualis est angulo F. & angulus BCE. angulo G.

PRob. Ducta perpendiculari DC. cum angulus ACD. sit rectus, angulus qui fieret in semicirculo, illi a esset æqualis: si vero non sit rectus vt ACB. primo duc rectam DC, per cētrum, deinde accipe in peripheria ali-

a 31.3.

quod punctum puta G, ducanturque rectæ DE, EG, GC, cum angulus DEC, in semicirculo [b] sit rectus, reliqui duo puta ECD, EDC, [c] valent vnum rectum: sed anguli ACE, & ECD, valent etiã vnum rectum, cum recta DC, sit perpendicularis: dempto igitur communi ECD, remanebit ACE, æqualis angulo EDC, qui [d] æqualis est angulo CFE, ergo & angulus ACE, angulo CFE, æqualis. Rursus, cum quadrilateri DG, anguli in circulo oppositi EDC, EGC, [e] valeant duos rectos, sicut & anguli ACE, ECB, qui [f] valent etiam duos rectos & angulus CDE, sit [g] æqualis angulo ACE, remanebit angulus G, angulo ECB, æqualis.

b 31. 3.
c 32. 1
d 27 3
e 22. 3.
f 13. 1
g per 1. partem huius.

PROPOSITIO XXXIII.

Prob. 5.

Super data recta AB. *portionem circuli describere, quæ capiat angulum dato angulo rectilineo æqualem.*

SI datus angulus sit rectus, qualis est E, recta AB, diuisa bifariàm in D, centro D, spatio, DA, si fiat semicirculus AFCB, ductis rectis AC, CB, angulus C,

a 31. 3. [a] erit æqualis dato angulo E, quia erit in semicirculo. Si angulus sit acutus vt C, sitque data recta BA, ad punctum A, fiat angulus D

b 23. 1. AB, [b] æquale angulo C, ductaque ad punctũ A, perpendiculari FA, fiat angulus EBA, æqualis angu-

c 6. 1. lo EAB, latera EB, EA, [c] erunt æqualia: quare ſipuncto E, ſpatio EA, fiat circulus, trãſibit per punctum B, quo poſito ſic probatur. Cum recta FA, ſit diameter, & recta DA, ad eius extremum ſit ei perpẽdicularis, [d] tanget circulũ: ergo angulus DAB, [e] erit angulo cuicunque, qui fiet in alterna circuli portione, puta angulo AGB, æqualis: ergo portio AHGB, continet angulum æqualem angulo dato C. Si vero angulus ſit obtuſus puta H, eadem erit demonſtratio: angulus enim AIB ipſi H, [e] erit æqualis.

d per corol. 16.3.
e 32.3

PROPOSITIO XXXIV.

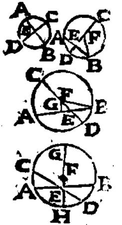
A dato circulo ABC, ſegmentum CBA, abſcindere capiens angulum B. æqualem dato angulo rectilineo D. *Prob. 6*

D[a]Vcatur tangens EF. ad pũctum A. [b] fiat angulus CAE, æqualis dato D. portio ABC, [c] capiet angulum B. æqualem dato.

a 17.3
b 23.1
c 32.3

PROPOSITIO XXXV.

Th. 29.



Si in circulo AD BC, *duæ rectæ* AB CD, *se mutuo in* E, *secuerint, rectangulum comprehensum sub segmentis vnius* AE, EB, *æquale est ei quod sub segmentis alterius* CE, ED, *comprehenditur rectangulo.*

PRob. 1. Rectæ ABCD. secent se in centro E. rectangulum vnum, alteri erit æquales: cum omnes rectæ sint æquales.

2. Sola CD. transeat per centrum F. diuidatque rectam AB. bifariam in B, a ac proinde ad angulos rectos, ducaturque recta FB. quo facto, cum recta CD, secetur in æqualia in F, & non æqualia in E. erit rectangulum sub inæqualibus segmentis CE. ED. cum quadrato segmenti intermedii FE. b æquale quadrato dimidiæ FD. vel FB. sed quadratum FB. est c æquale quadratis BE, EF. Idemque FB.

a 3. 3
b 5. 2
c 47. 1.

est

est æquale rectangulo CE. ED. cum drato EF. Dempto igitur communi FE. remanebit rectangulum CE, ED. æquale quadrato BF. hoc est rectãgulo sub BE. EA. cũ ponantur æquales.

3. Recta CD. transiens per centrũ F. rectam AB. non diuidat bifariã in E, ductaque recta FB. & perpendiculari FG. rectangulum sub CE, ED, cum quadrato FE, [d] erit æquale quadrato FD. vel FB. rectangulum etiam sub AE. EB, cum quadrato GE. [d] est æquale quadrato GB. adde quadratũ FG. cum quadratum FB. sit æquale quadratis FG. GB. erit rectangulum AE. EB. cum quadratis EG. GF. æquale quadrato FB. hoc est rectangulo CE. ED. & quadrato FE. ergo cum quadratum FE. sit æquale quadratis FG. GF. si ab vno demas FE. & ab alio EG. GF. remanebunt æqualia rectangula CE. ED. & AE. EB.

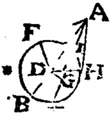
d 5. 2.

4. Si neutra transeat per centrum & se secent vtcunque, ducatur ad intersectionem E. recta GH. transiens per centrum: cum rectangulum sub CE. ED. [e] sit æquale ei quod sub HE. EG. Idemque AE. EB. sit æquale ipsi GE. EH. erunt æqualia rectangula sub CE. ED. & AE. EB.

e per 3. partem huius.

PROPOSITIO XXXVI.

Fi. 30.



Si extra circulum FBE, *sumatur punctum aliquod* A. *ab eoque in circulum cadãt duæ rectæ: & hæc quidem* AB. *secet circulum* in C. *illa autem* AF. *tangat* in F. *Quod sub tota secante* AB. *& exterius assumpta* AC. *inter punctum* A. *& conuexam peripheriam* C. *comprehenditur rectangulum, æquale erit ei, quod à tangente* AF. *describitur quadrato.*

PRob. Transeat 1°. recta AB per centrum D. ductaque recta DF. cum recta CB. bifariam secta sit in D. & ei recta AC. adiiciatur, rectangulũ sub AB. & AC. contentum, vna cum
a 6. 2. quadrato DC. vel DF. a æquale est ei quod à DC. cum AC. tanquam vna
b 47. 1. linea fit quadrato. Sed quadratũ DA.
c 8. 3. b est æquale quadratis DF. FA. ergo dempto cõmuni FD, remanebit qua-

dratum FA. æquale rectangulo sub AB. & CA.

2. Si recta AE. non transeat per centrum, centro D. duc perpendicularem DG, hæc secabit rectam EI. c3.3 bifariàm, cum igitur recta EI. sit secta bifariàm in G.& ei IA.adiiciatur, erit rectangulum sub AE. & sub AI. cum quadrato GI. æquale quadrato GA. addito ergo quadrato DG. erit rectangulum sub AE. & sub IA. cum quadratis IG. GD. hoc est quadrato DI. æquale quadrato DA. sed DA, est ęquale quadratis FA. FD. demptis ergo ęqualibus DF. DI. remanebit quadratum FA. ęquale rectangulo sub AE & AI.

Coroll. 1. Hinc sequitur, si à puncto quouis extra circulum sumpto, plures rectæ circulum secantes ducantur, rectangula comprehensa sub totis lineis & partibus exterioribus, inter se esse ęqualia.

Coroll. 2. Duæ rectæ, ab eodem puncto ductæ, quæ circulum tangunt, sunt inter se æquales.

Coroll. 3. Ab eodem puncto extra circulum sumpto, duci tantùm possunt duæ rectæ quæ circulum tangant.

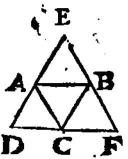
PROPOSITIO XXXVII.

Ib.31 *Si extra circulum* EHIF. *sumatur pũctum aliquod* A. *ab eoque puncto in circulum cadant duæ rectæ* AF. AB. vel AE. *& hæc quidem* AB. *secet circulum: illa autem* AF. *incidat: sit autem quod sub tota secante* AB. *& exterius assumpta* CA. *inter punctum & conuexam peripheriam, æquale ei quod ab incidente* AF. *describitur: incidens illa circulum tanget.*

a 17.3. PRob. a Duc tangentem AH. & ad
b 36.3 H. rectam DH. cum ergo quadratum AH. b sit ęquale rectangulo sub AB. CA. & idem rectangulum sub AB. CA. ponatur æquale quadrato FA. lineæ FA. HA. erunt æquales, latera item FD. HD. sunt æqualia & basis AD. communis: ergo tota triãgula c sunt æqualia. Ergo cum angu-
c 8.1 lus AHD. sit d rectus, rectus etiam
d 18.3. erit AFD. ergo AF. circulum tanget per coroll. 16. æ. 3.

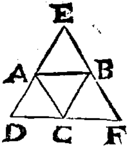
EVCLIDIS
ELEMENTVM IV.

DEFINITIONES.



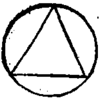
1. Figura rectilinea, in figura rectilinea inscribi dicitur, cum singuli, eius figuræ, quæ inscribitur, anguli, singula latera eius quæ inscribitur tangunt.

Vt triangulum ABC. inscriptum est triangulo DEF. quia anguli A. B. C. tangunt latera DE. EF. DF.

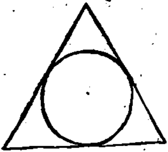


2. Similiter & figura circum figuram describi dicitur, cum singula eius quæ circumscribitur, latera, singulos eius figuræ angulos tetigerint, circum quam illa describitur.

Vt triangulum DEF. dicitur propriè describi circa triangulum ABC, quia singula latera maioris trianguli, singulos angulos minoris tangunt. Dixi propriè, quia vt impropriè dicatur figura aliqua inscribi vel describi, sufficit, vt bene aduertit illustrissimus Princeps Flussates Cãdalla vt nullus sit angulus interioris figuræ, qui non tangat angulum aliquem, vel latus vel planũ figuræ exterioris; & eo sensu intelligendæ sunt propositiones Hypsiclis lib. 15. elementorum.

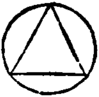


3. Figura autem rectilinea, in circulo inscribi dicitur, cum singuli, eius figuræ, quæ inscribitur, anguli, tetigerint circuli peripheriam.

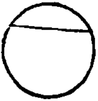


4. Figura vero rectilinea circa circulum describi dicitur, cum singula latera eius quæ circumscribitur, circuli peripheriam tangunt.

5. Similiter & circulus in figura inscribi dicitur, cum circuli peripheria singula latera tangit eius figuræ in qua inscribitur.



6. Circulus autem circum figuram describi dicitur, cum circuli peripheria, singulos tangit eius figuræ, quam circumscribit angulos..



7. Recta in circulo accommodari, seu coaptari dicitur, cum eius extrema in circuli peripheria fuerint.

PRO-

PROPOSITIO I.

In dato circulo ABC. *accommodare rectam* BA. *æqualem datæ rectæ* D. *quæ circuli diametro* BC. *non sit maior.* a

Prob. 9.

DAti circuli ducas diametrum BC. si data recta D. æqualis sit diametro BC. factum est quod petitur. Si D. minor sit diametro: [b] abscindatur BE. æqualis ipsi D. & centro B. spatio E. fiat circulus EA. iuncta enim recta BA. aptata erit [c] in circulo BAC, & [d] æqualis erit ipsi BE. & consequenter ipsi D.

b 3. 1.
c 7. Def.
d 15. def. 1.

PROPOSITIO II.

Prob. 2.

In dato circulo AIB. *triangulum* ABC. *describere, dato triangulo* DEF. *æquiangulum.*

a 16. 3 Fiat tangens GH. ad punctum A. fiat angulus HAC.
b 23. 1. b æqualis angulo E. & GAB. angulo F. ducta recta BC. factum esse quod petitur.

Prob. Angulus HAC. æqualis
c 32. 3 est c angulo B. & similiter angulus GAB. angulo C. ergo & angulus E. angulo B. & angulus F. angulo C. & consequenter angulus D. angulo A. d æqualis. Ergo
d 32. 1 triangulum triangulo æquiangulum descripsi in dato circulo.

PROPOSITIO III.

Circa datum circulum ANB. *describere triangulum* LMO. *æquiangulum dato triangulo* D. F. A. Prob. 31

DAti trianguli latus AF. produc in G. & H. angulo DFH a 23. 1.
æqualis fiat ad centrum angulus CIB. & angulo DAG. angulus A b 11. 1.
IB, & ad pũcta ABC. b ducas per c Ex
pẽdiculares, quæ c tãgentes erunt 16. 3.
scilicet MO. ML. LO. & coëuntes petitũ triãgulum constituent. Quod enim concurrãt patet; nam vterque angulorum ad A. & vterque eorum qui sunt ad C. est rectus: ergo si intelligatur duci linea AC. erunt duo anguli versus O. minores duobus rectis; d ergo d 11.
in illam partẽ protractæ tãgentes Ax.
concurrent, similiterque aliæ in alias partes protractæ: ergo fiet

triangulum circa datum circulum. Quod autem sit dato triangulo æquiangulum, sic probo. In quadrilatero CIBM.
e 18, 3. anguli ad B & C. e sunt recti: ergo reliqui CIB. CMB. duobus rectis sunt æquales: probatur, concipe duci rectam IM. duo
f 32, 1. triangula IMB. IMC. f habent angulos æquales quatuor rectis: ergo cum duo ad C, & B, sint recti, reliqui sunt duobus rectis æquales. Iam angulus CIB. æqualis ponitur ipsi DFH. ergo angulus CMB. æqualis est angulo DFA. g cum anguli circa latus
g 13. 1. DF. valeant duos rectos: eodemque modo ostendi potest in quadrilateris AIBL. AICO. angulos L. & O. æquales angulis A. & D. Ergo circa datum, &c.

PROPOSITIO IV.

In dato triangulo A B C *circulum* GEF. *describere.* *Prob. 4*

DIuide duos eius angulos B. & C. bifariã per rectas CD. BD. & ex puncto in quo concurrent puta D ᵇ ducas perpendiculares DE DG DF. ad tria latera dati trianguli, & quia triangulorũ FCD. GCD. angulus C. vnius, ponitur ęqualis angulo C. alterius, & vterque angulorum G. & F, rectus est, & latus CD, commune: linea DG.ᶜ erit æqualis lineæ DF. similiterque ostendetur rectas DE. DF. esse æquales. Posito ergo centro in D. descriptus circulus spatio DG. ᵈ transibit per puncta EGF. & quia per coroll. 15. 3. vnaquęque linearum AB. BC. CA. tanget circulum, patet perfectum esse propositum.

a 9. 1. *b 12. 1.* *c 26 1* *d 9. 3*

PROPOSITIO XXXVII.

Fb.31 

Si extra circulum EHIF. sumatur pũctum aliquod A. ab eoque puncto in circulum cadant duæ rectæ AF. AB. vel AE. *& hæc quidem* AB. *secet circulum: illa autem* AF. *incidat: sit autem quod sub tota secante* AB. *& exterius assumpta* CA. *inter punctum & conuexam peripheriam, æquale ei quod ab incidente* AF. *describitur: incidens illa circulum tanget.*

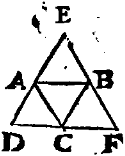
a 17.3. b 36.3 PRob. a Duc tangentem AH. & ad H. rectam DH. cum ergo quadratum AH. b sit æquale rectangulo sub AB. CA. & idem rectangulum sub AB. CA. ponatur æquale quadrato FA. lineæ FA. HA. erunt æquales, latera item FD. HD. sunt æqualia & basis AD. communis: ergo tota triãgula c sunt æqualia. Ergo cum angu-

c 8.1 lus AHD. sit d rectus, rectus etiam

d 18.3. erit AFD. ergo AF. circulum tanget per coroll. 16. æ. 3.

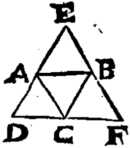
EVCLIDIS
ELEMENTVM IV.

DEFINITIONES.



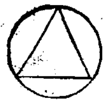
1. *Figura rectilinea, in figura rectilinea inscribi dicitur, cum singuli, eius figuræ, quæ inscribitur, anguli, singula latera eius quæ inscribitur tangunt.*

Vt triangulum ABC. inscriptum est triangulo DEF. quia anguli A. B. C. tangunt latera DE. EF. DF.

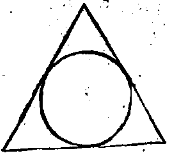


2. Similiter & figura circum figuram describi dicitur, cum singula eius quæ circumscribitur, latera, singulos eius figuræ angulos tetigerint, circum quam illa describitur.

Vt triangulum DEF. dicitur propriè describi circa triangulum A B C, quia singula latera maioris trianguli, singulos angulos minoris tangunt. Dixi propriè, quia vt impropriè dicatur figura aliqua inscribi vel describi, sufficit, vt bene aduertit illustrissimus Princeps Flussates Cādalla vt nullus sit angulus interioris figuræ, qui non tangat angulum aliquem, vel latus vel planũ figuræ exterioris; & eo sensu intelligendæ sunt propositiones Hypsiclis lib. 15. elementorum.

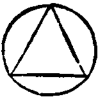


3. Figura autem rectilinea, in circulo inscribi dicitur, cum singuli, eius figuræ, quæ inscribitur, anguli, tetigerint circuli peripheriam.

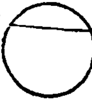


4. Figura vero rectilinea circa circulum describi dicitur, cum singula latera eius quæ circumscribitur, circuli peripheriam tangunt.

5. Similiter & circulus in figura inscribi dicitur, cum circuli peripheria singula latera tangit eius figuræ in qua inscribitur.



6. Circulus autem circum figuram describi dicitur, cum circuli peripheria, singulos tangit eius figuræ, quam circumscribit angulos..



7. Recta in circulo accommodari, seu coaptari dicitur, cum eius extrema in circuli peripheria fuerint.

PRO-

PROPOSITIO I.

In dato circulo ABC. *accommodare rectam* BA. *æqualem datæ rectæ* D. *quæ circuli diametro* BC. *non sit maior.* a   Prob. 9.

DAti circuli ducas diametrum BC. si data recta D. æqualis sit diametro BC. factum est quod petitur. Si D. minor sit diametro: [b] abscindatur BE. æqualis ipsi D. & centro B. spatio E. fiat circulus EA. iuncta enim recta BA. aptata erit [c] in circulo BAC. & [d] æqualis erit ipsi BE. & consequenter ipsi D.

b 3. 1.
c 7. Def. 4.
d 15. def. 1.

PROPOSITIO II.

Prob. 2.

In dato circulo AIB. *triangulum* ABC. *describere, dato triangulo* DEF, *æquiangulum.*

a 16.3 Fiat tangens GH. ad punctum A. fiat angulus HAC. b æqualis angulo E. & GAB. an-
b 23.1. gulo F. ducta recta BC. factum esse quod petitur.

Prob. Angulus HAC. æqualis
c 32.3 est [c] angulo B. & similiter angulus GAB. angulo C. ergo & angulus E. angulo B. & angulus F. angulo C. & consequenter angulus D. angulo A. [d] æqualis. Ergo
d 32.1 triangulum triangulo æquiangulum descripsi in dato circulo.

PROPOSITIO III.

Circa datum circulum ANB. *describere triangulum* LMO. *æquiangulum dato triangulo* D.F.A. *Prob.31*

DAti trianguli latus AF. produc in G.& H. angulo DFH [a] æqualis fiat ad centrum angulus CIB. & angulo DAG. angulus A [b] IB,& ad pũcta ABC [b] ducas perpẽdiculares quæ [c] tãgentes erunt scilicet MO. ML. LO. & coëuntes petitũ triãgulum constituent. Quod enim concurrãt patet; nam vterque angulorum ad A.& vterque eorum qui sunt ad C. est rectus: ergo si intelligatur duci linea AC. erunt duo anguli versus O. minores duobus rectis: [d] ergo in illam partẽ protractæ tãgentes concurrent, similiterque aliæ in alias partes protractæ: ergo fiet

a 23.1.
b 11.1.
c Ex 16.3.
d 11. Ax.

triangulum circa datum circulum. Quod autem sit dato triangulo æquiangulum, sic probo. In quadrilatero CIBM. anguli ad B & C. [e] sunt recti: ergo reliqui CIB. CMB. duobus rectis sunt æquales: probatur, concipe duci rectam IM. duo triangula IMB. IMC. [f] habent angulos æquales quatuor rectis: ergo cum duo ad C, & B, sint recti, reliqui sunt duobus rectis æquales. Iam angulus CIB. æqualis ponitur ipsi DFH. ergo angulus CMB. æqualis est angulo DFA. [g] cum anguli circa latus DF. valeant duos rectos: eodemque modo ostendi potest in quadrilateris AIBL. AICO. angulos L. & O. æquales angulis A. & D. Ergo circa datum, &c.

e 18. 3.

f 32. 1.

g 13. 1.

PROPOSITIO IV.

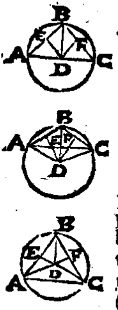
In dato triangulo A B C *circulum* GEF. *describere.* *Prob.* 4

DIuide duos eius angulos B. & C. bifariā per rectas CD. BD. & ex puncto in quo concurrent puta D [b] ducas perpendiculares DE DG DF. ad tria latera dati trianguli, & quia triangulorū FCD. GCD. angulus C. vnius, ponitur ęqualis angulo C. alterius, & vterque angulorum G. & F, rectus est, & latus CD, commune: linea DG.[c] erit æqualis lineæ DF similiterque ostendetur rectas DE. DF. esse æquales. Posito ergo centro in D. descriptus circulus spatio DG. [d] transibit per puncta EGF. & quia per coroll. 15. 3. vnaquęque linearum AB. BC. CA. tanget circulum, patet perfectum esse propositum.

a 9. 1.
b 12. 1.
c 26 1
d 9. 3

PROPOSITIO V.

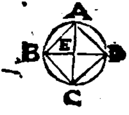
Prob.5.



Circa datum triangulum ABC. circulum describere.

CVjuscunque dati triãguli, duo aliqua latera puta AB. BC. a diuide bifariàm
a 10. 1.
b 11. 1.
in E. & F. b ad quæ puncta excitabis perpendiculares quę coïbunt in D. vel intra triangulum, vel in tertio latere, vel extra (ducta enim EF. fient anguli DEF. DFE, minores duobus rectis: ergo coïbunt) duc præterea rectas DB. DA. DC. Nunc quia triangulorum BED. AED. latera BE. EA. sunt æqualia & DE. commune & anguli ad E. recti erunt & bases AD.
c 4.1
DB. æquales. Eodemque modo c erunt æquales bases DB. DC. centro igitur D. spatio BD. ducetur circulus AEBC. qui transibit per puncta A. B. C. Circa datum ergo triangulum, circulum descripsimus.

PROPOSITIO VI.



In dato circulo A B C D. *quadratum describere.* *Prob. 6.*

DVcantur duæ diametri AC BD. secantes se ad angulos rectos in centro E. & iungantur rectæ AB BC.CD.DA. & factum est quod petitur.

Prob. Quatuor anguli ad centrum E.ponuntur recti.& quatuor lineæ EA EB. EC. ED. æquales. [a] ergo & quatuor bases AB. BC. CD. DA sunt æquales. Omnia ergo quadrati latera sunt æqualia. Anguli vero his lateribus contenti sunt omnes in semicirculo: [b] ergo recti: Erit igitur AB. CD. quadratum per definitionem 30 1.

a 4. 1

b 31. 3

PROPOSITIO VII.

Prob. 7

Circa datum circulum, quadratum describere.

DVctis duabus diametris AC. BD. secantibus se ad rectos in centro E. per earum extrema si ducantur perpendiculares YG. FI IH. HG. coëuntes petitum dabunt quadratum.

Prob. Anguli quatuor ad E. ponũtur recti, sicut & anguli ad ABCD.
a 28. 1 a ergo rectæ FG. BD. HI. sunt parallelæ, similiterque rectę FI. AC. GH.
b 34. 1. b ergo figura FGIH. est parallelogramma. Angulus ACH. est rectus:
c 34. 1. c ergo Angulus HGA. est rectus, eodem modo ostendetur angulos F. I. H. esse rectos.

De lateribus sic dico, latus IH. est æquale lateri BD. & latus HG. lateri AC. hoc est BD. ergo latera IH. HG. sunt ęqualia: ergo quatuor latera sunt æqualia. Ergo est quadratũ cujus latera circulum tangunt per coroll. 16. pr. 3. Ergo circa datum, &c.

PROPOSITIO VIII.

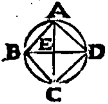
In dato quadrato, circulum describere. Prob. 8.

Latera quadrati a diuide bifariã in ABCD. duc rectas AC.BD.secantes se in puncto E. quod dico esse centrum circuli, qui si describatur spatio EB. erit quod petitur. a 10. 1

Prob. Rectæ AF.IG.sunt parallelæ & equales: ergo rectę AC. FI. b sunt parallelæ & æquales, & similiter rectę AC. HG. eodemque modo rectæ FG.IH. ipsi BD. c sunt igitur parallelogramma FE. EI EH. EG. Nunc sic dico. Rectæ BF. FA. AC. sunt æquales, cum sint medietates ęqualiũ ipsis vero d sunt ęquales rectę BE.EA ED. ergo rectæ BE. EA. ED. sũt ęquales. e Ergo E. est centrum, ex quo si spatio EA. describatur circulus, tanget puncta ABCD. & consequenter omnia quadrati latera per coroll. pr 16. l. 3. f cum anguli ad ABCD. sint recti. In dato ergo, &c. b 33. 1 c 34. 1. d 34. 1 e 9. 3. f 29. 1

PROPOSITIO IX.

Prob. 9



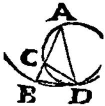
Circa datum quadratum, circulum describere.

DVcantur diametri AC. BD. secãtes se in puncto E. quod dico esse centrum describendi circuli.

a 5. 1
b 31. 3
c 32. 1
Prob. Rectæ AB. AD. sunt æquales: [a] ergo & anguli A B D ADB. Angulus BAD. [b] est rectus, [c] ergo anguli ABD. ADB. sunt singuli semirecti; similiter quilibet partialium angulorum ad AB. CD. est semirectus: ergo omnes inter se æquales. [d] Ergo latera EA. EB. EC. ED' æqualibus angulis subtensa sunt æqualia.

d 6. 1
e 9. 3
[e] Ergo E. est centrum circuli, qui si describatur spatio EA. transibit per puncta quadrati ABCD. Ergo circa datum, &c.

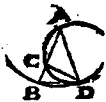
PROPOSITIO X.



Isosceles triangulum ABD. *cõstituere, quod habeat vtrumque eorum qui ad basim sunt, angulorum* B. & D. *duplum reliqui* A. Prob. 10

SVme rectam quamlibet AB. quæ sic [a] diuidatur in C. vt rectangulum sub AB.BC. æquale sit quadrato rectę AC. tum centro A. spatio B. ducatur circulus, in quo [b] accommodetur recta BD. æqualis ipsi AC. iungaturque recta AD. dico triangulum ABD. fore isosceles, cùm rectæ AB. AD. sint ęquales, & angulos ad basim B. & D. duplos reliqui A. quod sic probo. a 11. 2. b 1. 4

Ducta recta CD. [c] describe circulum ACD. circa triangulum DAC. rectangulum sub AB. BC. æquale ponitur quadrato CA. ergo & quadrato BD. Ergo cum à puncto B, c 5. 4.



ducatur secans BA. recta BD. ab eodem puncto ducta incidens in circulum
d 37. 3 ACD. d eum tanget in D. ergo angulus
e 32. 3 CDB. e æqualis est ipsi A. in alterno segmento, ergo communi CDA. addito, duo anguli A. & CDA. æquales sunt duobus BDC. & CDA. hoc est toti ADB vel ABD. Nunc angulus externus BCD. duobus internis A. & ADC f æqualis est: ergo idem BCD.
f 32. 1. erit æqualis ipsi CBD. vel ADB. ergo rectæ DC. DB. g æquales, cum
g 6. 1 æquales angulos subtendant. Sed BD. ponitur æqualis ipsi CA. ergo CD. CA. æquales erunt: ergo anguli A. & CDA. h æquales. ergo externus
h 5. 1 angulus BCD. duplus est ipsius A. ergo eiusdem quoque dupli sunt CBD. ADB. cum singuli externo BCD. æquales sint. Triangulum ergo, &c.

PROPOSITIO XI.

In dato circulo EHFG. *pentagonum æquilaterum & æquiangulum inscribere.* Prob: 11

F[a]iat triangulum Isosceles quicũque, cuius anguli ad basim sint dupli eius qui ad verticem & ipsi æquiangulus b inscribatur in dato circulo, sitque EFG. Vtcumque angulum ad basim diuide bifariam ductis rectis IF. HG & quinque puncta E. H. F. G. I. iunge lineis totidem, & factum esse quod petitur, sic probo. Quinque anguli FEG. EGH. HGF. IFG. EFI. ponuntur æquales : c ergo arcus quibus insistunt, sunt æquales. d Ergo æquales rectæ quæ æquales peripherias subtendunt. Arcus EH. æqualis est arcui FG ergo si addas communem HF. erunt peripheriæ EHF. HFG. æquales : ergo & reliqua segmenta FG. IE. GI. EH. ęqualia: e ergo anguli EHF. HFG. ęquales. Idemque dicendum de reliquis. Ergo pentagonum æquilaterum & æquiangulum inscripsi. Q. E. F.

a 10.4
b 2.4
c 26.3
d 29.3
e 27.3

PROPOSITIO XII.

Prob.12

Circa datum circulum ABCD pentagonum GHIKL æquilaterum & æquiangulum describere.

QVasi iuxta propositionem 11. inscripsissem pentagonũ in dato circulo, reperiam centrum F. & notabo in peripheria quinque linearum FA. FB. &c. quinque puncta angularia ABCDE. & ab iisdem punctis [a] ducam tangentes quæ [b] concurrent in punctis GHIKL. à quibus si duxero ad centrum rectas GF. IF. sic demonstrabo factum esse quod petitur. Et primo quidem quod anguli omnes sint æquales. In quadrilatero AFBH. quatuor anguli [c] valent quatuor rectos cum cuiuslibet trianguli AHF. HFB. tres anguli valeant duos rectos: similiterque in quadrilatero BF. CI. & sic de aliis: ergo cum anguli A. & B. sint recti, anguli AHB. AFB. valent duos rectos, similiterque anguli BIC. CFB. & sic de aliis. Sed anguli AFB. BFC. sunt [d] æquales ob æquales arcus. ergo reliqui H. & I. sunt æquales, idem-

a corol. 16.3.
b 11.
Ax.
c 32.1.
d 27.3.

que dicendum de aliis. Ergo omnes pentagoni anguli sunt æquales.

Quod autem latera etiam sint æqualia sic probo. Quadratum FI e est æquale quadratis tam ipsarum FB. e 47. 1
BI. quam ipsarum IC. CF. sublatis ergo quadratis æqualium FB.FC. remanent æqualia quadrata BI. IC. ergo rectæ BI. IC. sunt æquales. Nunc anguli FBI. FCI. & continentia latera sunt æqualia : ergo se habent iuxta 4. ergo anguli BIF. FIC. sunt æquales. Eodemque modo dicam de triangulis CFK. KFD & de aliis omnibus. Ergo cum anguli BFC. GFD. f 27.3.
f sint æquales, & anguli IFC. CFK. sint eorum dimidia, æquales erunt anguli IFC.CFK. Ergo cū in triangulis IFC.CFK. anguli IFC. FCI. æquales sint duobus angulis CFK.FCK. alter alteri & latus FC. sit commune, g 26.1.
reliqua latera g erunt æqualia. Ergo rectæ IC. CK. sunt æquales, & dimidiæ ipsius IK. eodem modo ostendam IB. esse dimidiam ipsius IH. & sic de aliis ; ergo cum dimidiæ IC. IB. ostensæ sint æquales, erunt tota latera HI. IK. æqualia, idemque dicendum de aliis.

PROPOSITIO XIII.

Prob. 13

In dato pentagono quod est æquilaterum & æquiangulum, circulum inscribere.

a 9. 1

b 11. Ax. Diuidantur bifariàm duo anguli proximi BAE ABC. rectis AF. BF. quæ b coibunt, puta in F. cum nullius anguli medietas valeat rectum. Idem fiat reliquis angulis. Quoniam igitur triangulorum ABF. FBC. æqualia sũt

c Ex constr. latera BA. BC, & BF, commune, & anguli ad B. c sunt pares, an-

d 4. 1 guli BAF, BCF. & bases AF, CF, d erunt æquales. Cum igitur anguli BAE, BCD, ponantur æquales & BAF, dimidium sit anguli BAE, erit & BCF, dimidium anguli BCD. Hic ergo angulus &

reli-

reliqui in orbem secti sunt bifariàm. Ducantur similiter ex F. ad singula pentagoni latera perpendiculares FG, FH, &c. Quia triangulorum GFB, BFL, duo anguli F G B, GBF, duobus FLB, FBL, sunt æquales, & latus FB, commune, æqualia etiam [e] erunt latera FG, FL, & his FK, FI, FH, quare centro F, spatio FG, [f] si ducatur circulus, transibit per puncta H. I.K. L. existentia in lateribus pentagoni, [g] quæ etiam tangent circulum, cùm sint super extremitatę diametri ad rectos constitutæ.

e 26.1

f 15. def. 1.

g corol. 16.3.

PROPOSITIO XIV.

Prob. 14

Circa datum pentagonum quod est æquilaterum & æquiangulum, circulum describere.

a 9. 1 ANgulos A, & E, [a] diuido bifariàm rectis AF. FE, quæ

b 11. Ax. alicubi [b] concurrent, puta in F, hinc ad reliquos angulos duco rectas FD, FC, FB, quæ eos secare bifariã probatur vt in proxima propositione. Ergo cum anguli totales ponantur æquales,

c 6. 1 æquales erunt dimidii, & [c] consequenter æquales FA, FB, hisque æquales omnes rectæ FC, FD, FE. Ergo centro F, spatio FA,

d 2. 3 descriptus circulus transibit per angulos pentagoni, nec vllum eius latus [d] secabit, cum omnia cadant intra circulum.

PROPOSITIO XV.

In dato circulo, hexagonum, & æquilaterum & æquiangulum inscribere. Prob. 15

SIt diameter AD, cētro D spatio semidiametri DG, fiat circulus CGE, secans datum circulum in C, & E, per centrum G, ductis CF, EB, iungantur AB, B C, C D, &c. eritque inscriptum hexagonum æquilaterum & aequiangulum.

Prob. Rectæ GC, GD, à centro G, & rectæ CD, DG, à centro D, sunt æquales, ergo triangulum DGC, est æquilaterum. [a] Ergo & æquiangulum. Hi tres anguli, [b] valent duos rectos: ergo quilibet eorum est pars tertia duorum rectorum. Similiterque angulus DGE. Ergo cum CGE, EGF, [c] va- a 5. 1 / b 32. 1. / c 13. 3.

ſeãnt duos rectos. EGF. erit etiam pars tertia duorum re-

d 15. 1. ctorum. Sed illis d æquales ſunt anguli ad verticem. Ergo ſex anguli ad centrum G. ſunt æquales. Ergo omnes rectæ & circumferentiæ

e 26. & 29. 3. AB. BC, &c quibus inſiſtunt e ſunt æquales. Eſt ergo hexagonum æquilaterum. Quod vero ſit æquiangulum patet, cum omnium angulorum medietates ſint oſtenſæ æquales & conſtare duabus tertiis duorum rectorum.

Coroll. Hexagoni latus, æquale eſt ſemidiametro.

PROPOSITIO XVI.

In dato circulo quindecagonum & æquilaterum & æquiangulum, describere. Prob. [illegible]

I aNscribe in dato circulo pentagonum æquilaterum AEFGH. & eidē ad punctum A. b inscribe triangulum æquilaterum ABC. hoc posito cum tertiam partem circumferentiæ c subtendat AB. hoc est quinque quindenas, duo vero pentagoni latera, AE EF. earundem quindecimarum subtendant sex. Si ab ipsis AE. EF. subtendentibus sex, ipsam AB. subtendentem quinque tollas, supererit BF. subtendens vnam decimamquintam totius. Ergo si quatuordecim ei d æquales in circulo accommodentur, erit quindecagonum æquilaterum & æquiangulum e cum singuli anguli subtendant arcus æquales tredecim laterum quindecagoni. Q. E. F.

a 11. 4
b 2. 4
c 26. vel 28. 3
d 1. 4
e 27. 3

EVCLIDIS
ELEMENTVM V.

Huius Elementi quinti Vitruuius autorem prædicat Eudoxium Gnidium, qui Platonem, comitatus est in Ægyptum.

DEFINITIONES.

Pars est magnitudo magnitudinis, minor maioris, cùm metitur maiorem.

ID est, quæ aliquoties sumpta, maiorem ipsam præcisè constituit: sic vnitas, est pars ternarij, quia ter sumpta facit ternarium. Atque hæc est pars propriè dicta & quæ vocatur *Aliquota*. Impropriè verò dicta pars, est *quæ aliquoties sumpta, vel suum totum excedit, vel ab eo deficit*: sic binarius numerus, est impropriè dicta pars septenarii, quia ter sumptus, deficit: quater autem sumptus excedit; atque hæc pars dicitur *Aliquanta*. Imo Euclides libro 7. non vocat partem, sed partes, & benè quia quatuor non est pars numeri sex, sed eius duæ partes tertiæ. In genere sic posset definiri. *Pars est minor & homogenea quantitas, quæ aliquoties repetita, metitur vel excedit suum totum.*

Similiter & si definitio Partis, prout traditur ab Euclide, tantum conueniat quantitati continuæ: quæ sola propriè secundùm Philosophum appellatur Magnitudo, cùm tamen numeros suis quoque constitui partibus dubium sit nemini, sic fortè commodius potuisset exprimi. *Pars* *est minor quantitas, quæ metitur maiorem.* Vt vt sit, in sequentibus, partis nomine vtar, cum in quantitate continua tum in discreta; imò breuitatis gratiâ frequentius vtar numeris, quorum tamen loco poterit quilibet magnitudines tot palmorum intelligere quot numeris exprimentur.

2. *Multiplex autem est maior, quam metitur minor.*

MVltiplex idem est ac multum simplex, quando videlicet vnum simplex hoc est pars, metitur multum, hoc est maiorem quantitatem: sic 12. est multiplex ipsius 6. & 2. bis enim continet 6. sexies vero 2. sex autem respectu duodenarii dicitur *sub-multiplex*. *Æquemultiplices* dicuntur quantitates quæ æquè multoties continent suas submultiplices, vt 9. respectu 3. &

12. ref-

12. respectu 4. quia prima quantitas secundam rei continet, & similiter tertia quartam. Hinc vides quomodo pars & multiplex sint relata.

3. *Ratio est duarum quantitatum eiusdem generis, mutua quædam secundum mensuram habitudo.*

QVod Euclides dixit λόγος hoc Campanus vertit *Proportio*, melius alii *Ratio*. Sensus vero hic est, quando duæ quantitates eiusdem generis, vt duo numeri, duę lineæ, duę superficies, duo solida (nec enim linea cum superficie, aut linea alba cum sonora, vt sic, possent conferri, cum sint diuersi generis) inter se comparantur, secundùm capacitatem hoc est excessum, defectum aut aequalitatem, appellatur hęc comparatio aut habitudo mutua. Ratio. Obseruabis verò, requiri semper duas quantitates: nihil enim habet rationem ad seipsum, & decempeda solitariè considerata, nec maior est, minor, aut aequalis.

Hæc porrò omnis comparatio in capacitate quantitatis fundatur, secundùm quam vna quantitas aliam continet vel accuratè, vel ex parte tantum, vel cum excessu. Si enim vna, partem tantum alterius continet vt bipeda tripedam, minor inęqualitas siue minor ratio appellatur: si adæquate totam vt sexpeda sexpedam, Æqualitas dicitur: si denique plusquam totam vt sexpeda bipedam, maior inæqualitas seu maior ratio dicitur. Cùm autem in omni ratione duo sint termini *Antecedens* & *Consequens* qui ad inuicem referuntur: Ille in nominatiuo efferri solet, hic in alio casu: exempli gratia linea sex palmorum est dupla lineæ trium:

antecedens est linea sex palmorum: consequens, lineę trium. Excessus antecedentis supra consequentem vel consequẽtis supra antecedentem dicitur *Differentia terminorum. Ratio Rationalis* est quę est inter quantitates commensurabiles & numeris potest exprimi, vt ratio dupla, tripla, &c. *Ratio Irrationalis* est ea quæ est inter magnitudines quarum nulla est communis mensura quæ vllo numero possit exprimi: exẽpli gratia inter latus quadrati & eius diametrum.

4. *Proportio est rationum similitudo.*

GRæcè dicitur ἀναλογία, sensus verò hic est. Quemadmodum comparatio capacitatis duarum quantitatum dicitur ratio: Ita similitudo duarum vel plurium rationum dicitur Proportio. Ex gr. Cum similis sit ratio 12. ad 4. quæ 9. ad 3. ideo dico inter has quantitates esse proportionem, quia est similitudo rationum.

Proportio diuiditur in *Arithmeticam*, *Geometricam*, *& Musicam. Arithmetica est quando tres vel plures numeri per eandem differentiam progrediuntur*, vt hi numeri 4. 7. 10. est enim differentia 4. & 7. æqualia differentiæ 7. & 10. hæc proportio dicitur Arithmetica quia inuenitur inter numeros in ordine suo naturali sumptos puta 1. 2. 3. 4. 5. &c.

Geometrica est similitudo rationum quæ fit inter tres, vel plures quantitates vt inter numeros 2. 6. 18. est enim ratio 2. ad 6. similes rationi 6. ad 18. nam vtraque ratio est tripla. Hæcque sola est propriè dicta proportio, & quam hic definit Euclides.

Proportio Musica est quando tres magnitudines ita ordinan-

tur vt eadem ſit ratio prima ad tertiam, quæ differentia prima & ſecunda, ad differentiam ſecunda eſt tertia, vt 3. 4. 6. Sunt in proportione muſica quia eadem eſt ratio primi numeri 3. ad tertium 6. quæ differentiæ primi & ſecundi, quæ eſt 1. ad differentiam ſecundi & tertii, quæ eſt 2. dicitur vero harmonica quia conſonantes facit ſonos inter quos inuenitur.

5. *Rationem habere inter ſe quantitates dicuntur, quæ poſſunt multiplicatæ ſe ſe mutuo ſuperare.*

Quia ratio eſt duarum quantitatum eiuſdem generis mutua ſecundùm menſuram habitudo, propterea quãtitates quę rationem habent inter ſe, debent eſſe tales vt ſe mutuo ſuperare poſſint: nam quantitas quæ metitur alteram, poteſt eam ſuperare. hinc

Colligitur 1. inter lineam & ſuperficiem, inter ſuperficiem & corpus, inter lineam finitam & infinitam, inter angulum rectilineum & contactus, nullam eſſe rationem, quia quantumuis horum vnum multiplices, nunquam tamen aliud ſuperabit.

Coll. 2. Inter diagonalem & latus quadrati eſſe rationem, quia ita poteſt multiplicari vt latus excedat diagonalem, ſed hæc ratio dicitur irrationalis quia non poteſt exprimi numeris.

Coll. 3. Inter curuilinea & rectilinea eſſe rationem cum inter ea ſit aequalitas & inaequalitas: nã Hippocrates Chius Lunulam creſcentem, & Archimedes Parabolam quadrauit, & Proclus inter angulos rectilineos & curuilineos aequalitatem demonſtrauit lib. 3. in primum Euclid. ad 12. axioma.

6. In eadem ratione quantitates dicuntur esse, prima ad secundam, & tertia ad quartam, cum primæ & tertiæ æquemultiplicia, à secunda & quarta æquemultiplicibus, qualiscunque sit hac multiplicatio, vtrumque ab vtroque, vel vnà deficiunt, vel vnà æqualia sunt, vel vnà excedunt, si ea sumantur, quæ inter se respondent.

A Signo ostẽdit Euclides quomodo possimus cognoscere vtrum quatuor quantitates sint in eadem ratione. 1°. Æquemultiplica, inquit, primam quantitatem & tertiam. 2°. Æquemultiplica secundam & quartam. 3°. conferas multiplicem primæ cum multiplici secundæ, & multiplicem tertiæ cum multiplici quartæ; & vide, vtrum quotiesſcunque multiplex primae deficit à multiplici ſecundæ, vel aequalis eſt, vel excedit, etiam multiplex tertiae tunc deficiat à multiplici quartae, vel aequalis ſit vel excedat: tunc enim ſi id fiat, certò concludas, has quatuor quantitates eſſe in eadem ratione, ſi non fiat, nega eſſe.

8	6	12	9
4	2	6	3
A.	B.	C.	D.

Exemplum: volo ſcire vtrum hę quantitates A. B. C. D. ſint proportionales: 1°. aequemultiplico A. & C. puta per binarium. 2°. aequemultiplico B. & D. puta per ternarium, vt factum vides ſuperius. 3°. confero multiplicem primae 8. cum multiplici ſecundę 6. & multiplicem tertię 12. cum multiplici quartę 9. &

video non tantùm multiplicem secundæ deficere à multiplici primæ, sed multiplicem quartæ deficere à multiplici tertiæ.

12	12	18	18
4	2	6	3
A	B	C	D.

Deinde iterum æquemultiplico A. & C. puta per ternarium; similiter aequemultiplico B. & D, puta per senarium eadem est ratio de quocunque numero per quem æquemultiplices) tum video multiplicem primæ æqualem esse multiplici secundæ; & multiplicem tertiæ, multiplici quartæ.

8	16	12	24
4	2	6	3
A	B	C.	D

Tertio aequemultiplico A, & C, puta per binarium, aequemultiplico etiam B, & D, puta per octonarium & aduerto multiplicem primae 8. deficere à multiplici secundae 16, & multiplicem tertiae 12. à multiplici quartae 24. & quia qualitercunque aequemultiplicem illas quantitates, semper se habet multiplex primae ad multiplicem secundæ, vt se habet multiplex tertiae ad multiplicem quartae, id est simul deficiunt vel excedunt vel sunt aequales, propterea concludo esse quatuor illas quantitates proportionales & earum primam in eadem ratione esse ad secundam, in qua est tertia ad quartam.

16	15	24	25
4	3	6	5
A	F	C	D.

Alterum exemplum. Proponantur aliae quatuor A B C D. 1°. aequemultiplico A, & C, puta per quaternarium. 2°. aequemultiplico B.& D. puta per quinarium. 3°. Video multiplicem primæ 16. superare multiplicem secundae 15. multiplicem verò tertiae 24. superari à multiplici quartae 25. quare concludo duas quantitates non esse in eadem ratione, quia si essent in eadem ratione, quadruplum tertiæ superaret quadruplũ 4ª. Sicut quadruplum primæ, superat quadruplum secundae. Id enim fieri debet qualiscunque sit multiplicatio. Quare licet duplum primae superet duplum secundae, & similiter duplum tertiae superet duplum quartae. Tamen non potest inde colligi quod sint proportionales; quia vt sint proportionales oportet ita fieri facta quauis multiplicatione.

SCHOLIVM.

HÆc sunt quæ ad verba & sensum Euclidis nunc occurrunt. Quod ad rem ipſam, nũquam iudicaui definitionem illam poſſe inſeruire tyronibus: cum tradatur per obſcurius. Sic itaque illam aliter enũcio. *Quatuor quantitates dicuntur eſſe proportionales, cùm prima eodem modo continet ſecundam, vel continetur à ſecunda, quo tertia continet quartam vel continetur à quarta.* Nam quatuor quantitates eſſe proportionales, eſt primam ita ſe habere ad ſecundam, ſicut tertia ſe habet ad quartam: hoc autem aliud nihil eſt, quàm primam ita eſſe maiorem vel minorem ſecunda, ſicut tertia maior eſt vel minor quarta. Si autem res ita ſe habet, prima eodem modo continebit ſecundam, vel à ſecunda continebitur, quo tertia continebit quartam vel à quarta continebitur. Igitur quatuor quantitates dicuntur proportionales, cum prima eodem modo continet ſecundam, vel continetur à secunda, quo tertia continet quartam vel continetur à quarta.

Nota hanc definitionem conuenire tum quantitatibus rationalibus, tùm irrationalibus. Superest tantum explicandus ille modus continentiae vel contentionis qui dicitur idem. Ille autem modus dicitur idem dupliciter, primo cum prima quantitas continet 2m. aut continetur à secunda toties exactè, quoties tertia continet quartam, aut continetur à quarta exactè, ita ut nulla pars supersit v. g. linea duorum pedum toties continet lineam vnius pedis, quoties linea 6. pedum continet lineam 3. pedum. Similiterque linea vnius pedis toties continetur in linea duorum pedum, quoties linea 3. pedum continetur in linea 6. pedum. Et proinde 4. illæ lineæ dicuntur proportionales.

Secundo, ille modus continentiae vel cõtentionis dicitur idem cùm prima ſecundam, & tertia quartam aeque continet; & prætereà eandem partem, vel eaſdem partes; vel cùm prima, cum tali ſui parte aut talibus partibus cõtinetur in ſecunda, quoties tertia cum eadem, aut talibus partibus continetur in quarta. Vt linea 10. pedum continet toties lineam 3. pedum & talem inſuper eius partem quoties lineam 6. pedum qualemue eius partem continet linea 20. pedum. Nam linea 10. continet ter lineam trium pedum & inſuper trientem ipſius ternarii, ſicut linea 20. pedum continet ter 6. & inſuper trientem ipſius ſenarii. Similiter linea 12. pedum toties continet lineam 5. pedum & tales eius partes, quoties lineam 10. pedum qualeſve eius partes continet linea 24. Rurſus linea 3. pedum cum tali ſui parte continetur in linea 10. pedum ſicut linea 6. pedum cum tali ſui parte continetur in linea 20. pedum. Similiter linea 5. pedum cum talibus sui partibus continetur in linea 12. pedum, sicut linea 10. pedum cum talibus sui partibus continetur in linea 24. pedum.

7. Eandem autem habentem rationem quantitates, vocentur proportionales.

NAm quæ habent eandem rationem, habent rationum similitudinem seu proportionem. Quod si proportio non interrumpitur, dicitur continua proportio, qualis est in his numeris 4. 8. 16. 32. qui propterea dicuntur continuè proportionales: secus autem dicuntur tantùm proportionales vt 4. 2. 6. 3.

8. *Cum verò æquemultiplicium, multiplex primæ, excesserit multiplicem secundæ: at multiplex tertiæ, non excesserit multiplicem quartæ: tunc prima ad secundam, maiorem rationem habere dicetur, quam tertia, ad quartam.*

16.	15.	24.	25.
4.	3.	6.	5.
A	B	C	D.

PVta si proponantur quatuor quantitates A B C D. quia quadruplum primæ superat quintuplum secundæ, quadruplum autem tertiæ, non superat quintuplum quartæ, dicemus maiorem esse rationem primæ ad secundam, quàm tertiæ ad quartam.

9. Pro-

9. Proportio vero in tribus minimum terminis consistit.

CVm proportio sit rationum similitudo : ratio autem sit duarum magnitudinum eiusdem generis comparatio, quarum vna dicitur antecedens, alia consequens: in proportione, ad minimum duo requiruntur antecedentia, & duo consequentia: quia tamen medius terminus potest esse consequens primæ & antecedens secundę rationis, propterea proportio potest esse in tribus terminis, nimirum quæ continua est vt 16. 8. 4. quæ vero non est continua, postulat quatuor terminos vt 16. 4. 12. 3.

10. *Cùm autem tres quantitates proportionales fuerint: prima ad tertiam dicitùr duplicatam habere rationem, eam quam habet ad secundam. At cum quatuor quantitates continuè proportionales fuerint; prima ad quartam dicitur triplicatam habere rationem, eam quam habet ad secundam: & semper deinceps vno amplius, quandiu proportio extiterit.*

Differunt ratio dupla & ratio duplicata, itemque ratio tripla, & ratio triplicata, vt ista ostendunt exempla.

64. 16. 4. 1.

A. B. C. D.

Primum sint quatuor quantitates A. B. C. D. continuè proportionales, nulla ex ipsis erit ratio dupla vel tripla, & erit nihilominus in ipsis vna ratio duplicata & vna triplicata: quia ratio primæ ad secundam erit inter primam & tertiam triplicata. Erit porrò illa ratio primæ ad secundam quadrupla. Quartæ ad tertiam quadrupla duplicata, id est quater quadrupla seu sexdecupla. Primæ ad quartam quadrupla triplicata, id est quater quater quadrupla, id est quater sexdecupla, id est, sexagequadrupla.

Secundum. Sint quantitates quatuor E. F. G. H. continuè proportionales, erit prima subdupla secundæ. Secunda tertię. Tertia quartę: Erit tamen ratio primae ad tertiam dupla rationis quam habet prima ad secundam. Erit item ratio primae ad quartam, tripla rationis quam habet

1. 2. 4. 8.

prima ad secundam, nec tamen erit prima dupla tertię, sed eius subquadrupla: nec prima est tripla quartae, sed eius suboctupla.

Vno verbo discrimen aperio. Inter duas quantitates non dicitur esse ratio dupla nisi vna præcisè bis alteram contineat: dicitur autem esse ratio duplicata, quamcumque habeant inęqualitatem, modo bis ea repetatur comparatio quae est inter primũ & 2^{m}. terminos: & triplicata, si tertiò eadem instituatur.

11. *Homologæ quantitates dicuntur esse antecedentes quidem antecedentibus, consequentes verò consequentibus.*

1. 4. 8. 32.

SI proportionales sunt A B C D. & vt prima ad secundam, ita tertia ad quartam: homologę dicentur prima & tertia inter se, ſecunda item & quarta inter ſe, quia eaſdem vices gerunt prima & tertia, & ſimiliter ſecunda & quarta.

Sequuntur modi argumentandi in proportionibus, qui inferius ſuis locis demonſtrabuntur.

12. *Alterna ratio, eſt ſumptio antecedentis ad antecedentem, & conſequentis ad conſequentem.*

Quia Geometrę quinque diuerſas concluſiones colligunt ex vna quatuor quantitatum proportione, propterea quinque modos, quinque illarum concluſionum nunc definit Euclides. Prima eſt alterna, hoc eſt permutata ratio, ſeu permutando quantitates & comparando ipſas antecedentes inter ſe, & ipſas conſequentes inter ſe.

9. 3. 6. 2.
A. B. C. D.

puta ex eo quod proportionales sunt A B C D. estque vt A. ad B. ita C. ad D. inferam ergo permutando vt A. ad C. ita B, ad D.

13. *Inuersa ratio, est sumptio consequentis ceu antecedentis, ad antecedentem velut consequentem.*

SEcunda species seu modus argumentandi dicitur inuersa ratio, quando consequens instar antecedentis sumitur, inuertendo scilicet terminos proportionis, & ad antecedens velut ad consequens comparatur. Nam quia est vt $\overset{9}{A}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{6}{C}$. ad $\overset{2}{D}$. Ergo inuertendo inferam vt $\overset{3}{B}$. ad $\overset{9}{A}$. ita $\overset{2}{D}$. ad $\overset{6}{C}$.

14. *Compositio rationis, est sumptio antecedentis cum consequente, ceu vnius, ad ipsum consequentem.*

Tertia species dicitur compositio rationis, cùm antecedens simul cum consequente instar vnius sumitur, & ad consequens comparatur. Sic; Quia est vt $\overset{9}{A}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{6}{C}$. ad $\overset{2}{D}$. ergo componendo erit, vt $\overset{12}{AB}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{8}{CD}$. ad $\overset{2}{D}$.

15. *Diuisio rationis est sumptio excessus, quo consequentem superat antecedens, ad ipsum consequentem.*

Hoc est comparatio differentię terminorum cum alterutro ipsorum.

Vt quia est vt $\overset{9}{A}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{6}{C}$. ad $\overset{2}{D}$.
erit diuidendo vt 6. ad 3. ita 4. ad 2.
vel vt 6. ad 9. ita 4. ad 6.

16. *Conuersio rationis, est sumptio antecedentis ad excessum, quo superat antecedens ipsum consequens.*

HOc est est, comparatio vnius termini cum differentia terminorum.

vt quia est vt $\overset{9}{A}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{6}{C}$. ad $\overset{2}{D}$.
Erit conuertendo rationem
vt 9. ad 6. ita 6. ad 4.
vel vt 3. ad 6. ita 2. ad 4.
Vnde vides quod conuersio est diuisionis inuersio.

17. *Ex æqualitate ratio est, si plures duabus sint quantitates, & his aliæ multitudine pares, quæ binæ sumantur & in eadem ratione: cum vt in primis*

in primis magnitudinibus prima ad vltimam, sic & in secundis magnitudinibus, prima ad vltimã se habebit. vel.

SVmptio extremorum, per subductionem mediorum. Vt si sint plures magnitudines,

12		4
A	B	C

Et aliæ totidem.

6		2
D	E	F

binæ & binæ in eadem ratione hoc est vt A. ad B. quidpiam. ita D. ad E. quidpiam, & vt B. ad C. ita E. ad F. erit ex aequo vt in prioribus A. ad vltimam C. ita in posterioribus D. ad F. Nullum numerum oportet opponere ipsis B. & E. quia hîc non agitur de ipso, sed in sequentibus. Continet autem aequalitas rationis duos modos argumentandi ex proportione plurium, quam quatuor quantitatum : hos duæ ſequentes definitiones explicant.

18. *Ordinata proportio eſt, cum fuerit quemadmodum antecedens ad conſequentem, ita antecedens ad conſequentem ; fuerit etiam vt conſequens ad aliud quidpiam, ita conſequens ad aliud quidpiam.*

Dicitur ordinata proportio, quia duę partes proportionis eundem ſeruant ſuarum rationum ordinem.

12	6	4
A	B	C
6	3	2
D	E	F.

Exemplum ; eſto vtriuſque partis prima ratio eſt dupla, ſecunda ratio eſt ſeſquialtera. Concluditur quod vt eſt $\overset{11}{A}$. ad $\overset{4}{C}$. ita eſt $\overset{6}{D}$. ad $\overset{3}{F}$.

19. *Perturbata autem proportio eſt, cum tribus poſitis magnitudinibus, & aliis quæ ſint his multitudine pares; vt in primis quidem magnitudinibus ſe habet antecedens ad conſequentem: ita in ſecundis magnitudinibus antecedens ad conſequentem: vt autem in primis magnitudinibus, conſequens ad aliud quidpiam: ſic in ſecundis magnitudinibus quidpiam ad antecedentem.*

HOc eſt, cùm vt in primis, prima ſe habet ad ſecundam, ita in ſecundis ſecunda ad tertiam; & vt in primis secunda ad tertiam, ita in secundis, prima se habet ad secundam, dicitur hæc proportio perturbata, quia vna proportionis pars non seruat ordinem rationum alterius partis. Exemplum esto.

12	6	4
A	B	C
6	4	2
D	E	F

In prima propositionis parte, ratio dupla præcedit sesquialteram. In secunda parte sequitur, Concluditur tamen perindeatque in proportione ordinata. Quod vt est

	12		4
	A	ad	C
Sic est	6		2
	D	ad	F

PROPOSITIO I.

3. 1. 3. 1. *Si sint quotcunque* A.E.C.F. *magnitudines quotcun-* Th.1.
6. 2. *que magnitudinum a-* G.H. *qualium numero, singula singularum, aquemultiplices; quam multiplex est vnius vna magnitudo, tam multiplices erunt & omnes omnium.*

ID est quia [a] æquemultiplices sunt A. ad E. & C. ad F. Si A. & C. iungantur in G. similiterque E. & F. in H, quam multiplex erat A. ipsius E. & C. ipsius F. tam multiplex erit G. ipsius H. *a def. a. 5.*

Prob. Maiora aut minora [a] sunt tota, quam suæ omnes partes propriè dictę. Ergo non potest totum aggregatum G. pluries vel pauciore numero continere totum aggregatum H. quam A. & C. partes omnes totius H. Et vero quoties E. numerat A. & F. numerat C. toties H. numerat G. hoc est ter. Id vero intelligendum non tantum de multiplici increscente, sed etiam de decrescente & mixto.

PROPOSITIO II.

2	6	3	4	2
A.	B.	C.	D.
9	6	15	10
E.	F.	G	H

Si prima A. secunda B, æquè fuerit multiplex, atque tertia C. quartæ D. fuerit autem & quinta E. secundæ B. æquè multiplex, atque sexta F. quartæ D. erit & composita prima cum quinta E. nempe *G. secundæ B. æquemultiplex, atque tertia C. cum sexta F.* nempe *H. quarta D.*

PRob. ex hypothesi secunda B. & quarta D. pari numero continentur in suis multiplicibus A. & C. nempe bis. Similiterque eadem secunda B. & quarta D. pari numero continentur in suis aliis multiplicibus E. & F. nempe ter. Ergo per præcedentem, continebuntur etiam pari numero in multiplicibus collectis, hoc est si componantur A. & E. vt fiat G. similiterque F. & G. vt fiat H. quemadmodum G. 15. continet B. 3. quinquies. Ita H. 10. continebit D. 2. quinquies.

PROPOSITIO III.

4	2	6	3
A	B	C	D
8		12	
E		F	

Si sit prima A. *secundæ* B. *æquè multiplex, atque tertia* C. *quartæ* D. *sumantur autem æquemultiplices* E. *&* F. *primæ* A. *&* *tertiæ* C: *erit ex æquo sumptarum, vtraque vtriusque æque multiplex, altera quidem* E. *secundæ* B. *altera autem* F. *quartæ* D. T'.;.

PRob. Ponuntur B. & D. aequaliter contineri in singulis A. B. C. ergo æqualiter a continentur etiam in iisdem pari numero multiplicatis in E. & F. a 1.5.

ELEMENTVM IV.

4	2	6	3
A	B	C	D
8	6	12	9
E	F	G	H

Th.4 *Si prima ad secundam, eandem habuerit rationẽ, & tertia ad quartam: etiam æquè multiplices primæ & tertiæ, ad æquè multiplices secundæ, & quartæ, iuxta quamuis multiplicationem, eandem habebunt rationem, si prout inter se respondent, ita sumpta fuerint.*

POsita & explicata superius à nobis definitione 6. hanc propositionem sic breuiter perstringo.

Si prima A. ad secundam B. habuerit eam rationem, quam habet tertia C. ad quartam D. sumanturque primæ A. & tertiæ C. æquemultiplices E. & G Item secundæ B. & quartæ D. iisdem vel aliis æquemultiplicibus F. & H. erit E, multiplex ipsius A. ad F. multiplicem ipsius B. sicut

6. multiplex tertiæ C. ad H. multiplicem quartæ D. idque iuxta non vnam tantum aut alteram multiplicationem, sed iuxta quamcumque vt ibi diximus, & multiplicia primæ & tertiæ non solum vna deficient à multiplicibus secundæ & quartæ, aut vna æqualia erunt, aut vnà excedent, sed præterea eandem quoque habebunt rationem.

Ratio est quia ex definit. 6. idem est quatuor magnitudines in eadem esse ratione & earum æquemultiplicia vel vnà deficere, vel vnà excedere, vel vnà æqualia esse Idemque est vel conferre singulas B. & D. ad singulas A. & C. atque B. & D. æqualiter multiplicatas ad A. & C. pari inter se numero multiplicatas.

Corollarium.

Hinc etiam patet veritas rationis conuersæ. Nam si A. est ita maius ipso B. sicut C. ipso D. est euidens B. ita minus fore ipso A. sicut D. ipso C. minus est. Nec minus fore euidens si A. & C. sumpta essent æqualia, aut minora ipsis B. & D.

PROPOSITIO V.

Th.5 E 4 F 2 *Si magnitudo* A.
C 8 D 4 *magnitudinis* B. *ita*
A 12 B 6 *multiplex fuerit: vt ablata* C. *ablatæ* D. *etiam reliqua* E. *reliquæ* F. *ita multiplex erit, vt tota* A. *totius* B.

PAtet. Sit enim A. duplum ipsius B. & pars ablata C. dupla similiter partis ablatæ D. ergo si residua E. non est duplex residuæ F. omnes partes totius B. non continentur in omnibus partibus totius A. sicut totum in toto. [illegible] ergo residua residuæ ita multiplex, vt tota totius.

PROPOSITIO VI.

G 2	H 3			G 8	H 12		
E 10	F 15			E 4	F 6		
A 12	B 18			A 12	B 18		
C 2,	D 3			C 2	D 3		

Si duæ magnitudines A. & B. *duarum magnitudinum* C. & D. *sint æquemultiplices: & detractæ quædam* EF. *sint earundem* CD. *æquemultiplices. Reliquæ* GH. *iisdem* CD. *aut æquales sunt æquemultiplices.* Th. 9

PRob. C. & D. in totis A. & B. & in eorum aliquibus partibus assumptis B & F. æqualiter continentur ex hypothesi: [a] ergo æqualiter etiam continebuntur in reliquis G, & H. Ergo reliquæ eisdem, aut aequales, sunt aut aequemultiplices. a 5. 5

PROPOSITIO VII.

24	24	8	
A	B	C	
12	12	4	

Th. 7 *Æquales* AB. *ad eandem* C. *eandem habent rationem; & eadem* C. *ad æquales* AB.

Patet ex terminis. Geometricè verò vt demonstretur, concipe magnitudinem C. bis sumi, quasi diceretur, vt se habet A. ad C. ita B. ad C. hoc posito sic dico 12. & 12. æquemultiplicia primæ magnitudinis A. & tertię B. [a] sunt æqualia iam sumatur quodcunque multiplex ipsius C. puta 8. Ergo cum æquemultiplicia ipsorum A, & B. quocunque modo multiplicentur, sint æqualia semper: vel vna deficient à multiplici C. vel vnà æqualia erunt, vel vnà excedent, vt in assumpto exemplo. [b] Ergo in eadem sunt ratione. Eodem modo dicam multiplicem ipsius C. puta 8. vel minorem esse 12. & 12. æquemultiplicibus A, & B. vel vtrisque æqualem vel minorem.

a 6. Ax.

b Def. 6. 5

PROPOSITIO VIII.

16	8	4
A	B	C
6	4	8

Inæqualium magnitudinum A.B *maior* A. *ad eandem* C. *maiorem rationem habet, quã minor* B: *Et eadem* C. *ad minorem* B. *maiorem habet rationem, quam ad maiorem* A: Th. 8.

PRob. 1ª pars. Si A, esset æqualis B, vel si A, & B, aequaliter continerent C, eandem rationem haberent a ad C, & C, eandem ad A, & B, per præcedentem: sed maior ponitur A, hoc est pluries continere C. ergo per definitionem 8. A. maiorem habet rationem ad C. Prob. 2. Et quia C, pluries continetur ab A, quam à B, minorem habebit ad A, rationem quam ad B, per 8. def.

a 6. Def. 5

PROPOSITIO IX.

Th. 9.

A B C *Quæ* AB. *ad eandem* C. *eandem habent rationem, æquales sunt inter se, & ad quas* AB. *eadem* C. *eandem habet rationem, hæ quoque* AB. *æquales sunt inter se.*

15 15 4

a 8.5 SI enim dicas A. esse maius quam B. [a] ergò maior erit ratio maioris A. ad eandem C. quàm minoris B. ad eandem C. Item maior ratio ipsius C. ad B. quam ad A, quod est contra hypothesim.

PROPOSITIO X.

16 8 4 *Earum magnitudi-* Th.10
A B C *num* AB. *quæ ad eandem* C. *habent rationem: quæ* A. *rationem maiorem habet, hæc maior eſt: ad quam autem* B. *eadem* C. *maiorem rationem habet, hæc* B. *minor eſt.*

SI enim B, eſſet aequalis aut maior quam A, [a] haberent A, & B. eandem rationem ad C, vel B, [b] haberet maiorem, quod eſt contra hypotheſim. Item ſi C. habet maiorem rationem ad A. quam ad B. minor eſt A, quam B, vel vtrumque, quod dixi, ſequetur abſurdum. Hæc conuertit 8.

a 7.5
b 8.5

PROPOSITIO II.

2	6	3	4	2
	A.	B.	C.	D.
	9	6	15	10
	E.	F.	G	H

Si prima A. secunda B, æquè fuerit multiplex, atque tertia C. quarta D. fuerit autem & quinta E. secunda B. æquè multiplex, atque sexta F. quarta D. erit & composita prima cum quinta E. nempe *G. secunda B. æquemultiplex, atque tertia* C. *cum sexta F.* nempe *H. quarta D.*

PRob. ex hypothesi secunda B. & quarta D. pari numero continentur in suis multiplicibus A. & C. nempe bis. Similiterque eadem secunda B. & quarta D. pari numero continentur in suis aliis multiplicibus E. & F. nempe ter. Ergo per præcedentem, continebuntur etiam pari numero in multiplicibus collectis, hoc est si componantur A. & E. vt fiat G. similiterque F. & G. vt fiat H. quemadmodum G. 15. continet B. 3. quinquies. Ita H. 10. continebit D. 2. quinquies.

PROPOSITIO III.

4	2	6	3
A	B	C	D
8		12	
E		F	

Si sit prima A. *secunda* B. *aquè multiplex, atque tertia* C. *quartæ* D. *sumantur autem æquemultiplices* E. *&* F. *primæ* A. *&* *tertiæ* C: *erit ex æquo sumptarum, vtraque vtriusque æque multiplex, altera quidem* E. *secundæ* B. *altera autem* F. *quartæ* D. T. 5.

PRob. Ponuntur B. & D. æqualiter contineri in singulis A. B. C. ergo æqualiter a continentur etiam in iisdem pari numero multiplicatis in E. & F. a 1. 5.

ELEMENTVM IV.

4	2	6	3
A	B	C	D
8	6	12	9
E	F	G	H

Th. 4

Si prima ad secundam, eandem habuerit rationẽ, & tertia ad quartam: etiam æquè multiplices primæ & tertiæ, ad æquè multiplices secundæ, & quartæ, iuxta quamuis multiplicationem, eandem habebunt rationem, si prout inter se respondent, ita sumpta fuerint.

POsita & explicata superius à nobis definitione 6. hanc propositionem sic breuiter perstringo.

Si prima A. ad secundam B. habuerit eam rationem, quam habet tertia C. ad quartam D. sumanturque primæ A. & tertiæ C. æquemultiplices F. & G Item secundæ B. & quartæ D. iisdem vel aliis æquemultiplicibus F. & H. erit E, multiplex ipsius A. ad F. multiplicem ipsius B. sicut

6. multiplex tertiæ C. ad H. multiplicem quartæ D. idque iuxta non vnam tantum aut alteram multiplicationem, ſed iuxta quamcumque vt ibi diximus, & multiplicia primæ & tertiæ non ſolum vna deficient à multiplicibus ſecundæ & quartæ, aut vna æqualia erunt, aut vnà excedent, ſed prætereà eandem quoque habebunt rationem.

Ratio eſt quia ex definit. 6. idem eſt quatuor magnitudines in eadem eſſe ratione & earum æquemultiplicia vel vnà deficere, vel vnà excedere, vel vnà æqualia eſſe Idemque eſt vel conferre ſingulas B. & D. ad ſingulas A. & C. atque B. & D. æqualiter multiplicatas ad A. & C. pari inter ſe numero multiplicatas.

Corollarium.

Hinc etiam patet veritas rationis conuerſæ. Nam ſi A. eſt ita maius ipſo B. ſicut C. ipſo D. eſt euidens B. ita minus fore ipſo A. ſicut D. ipſo C. minus eſt. Nec minus fore euidens ſi A. & C. ſumpta eſſent æqualia, aut minora ipſis B. & D.

PROPOSITIO V.

Th. 5 E 4 F 2 *Si magnitudo* A.
C 8 D 4 *magnitudinis* B. *ita*
A 12 B 6 *multiplex fuerit: vt ablata* C. *ablatæ* D. *etiam reliqua* E. *reliquæ* F. *ita multiplex erit, vt tota* A. *totius* B.

PAtet. Sit enim A. duplum ipsius B. & pars ablata C. dupla similiter partis ablatæ D. ergo si residua E. non est duplex residuæ F. omnes partes totius B. non continentur in omnibus partibus totius A. sicut totum in toto. [illegible] ergo residua residuæ ita multiplex, vt tota totius.

PROPOSITIO VI.

G 2	H 3	G 8	H 12
E 10	F 15	E 4	F 6
A 12	B 18	A 12	B 18
C 2,	D 3	C 2	D 3

Si duæ magnitudines A. & B. *duarum magnitudinum* C. & D. *sint æquemultiplices: & detractæ quædam* EF. *sint earundem* CD. *æquemultiplices. Reliquæ* GH. *iisdem* CD. *aut æquales sunt æquemultiplices.* Th. 9

PRob. C. & D. in totis A. & B. & in eorum aliquibus partibus assumptis B & F. æqualiter continentur ex hypothesi: [a] ergo æqualiter etiam continebuntur in reliquis G, & H. Ergo reliquæ eisdem, aut aequales, sunt aut aequemultiplices. a 5.5

PROPOSITIO VII.

Th. 7

24	24	8
A	B	C
12	12	4

Æquales AB: *ad eandem* C. *eandem habent rationem; & eadem* C. *ad æquales* AB.

PAtet ex terminis. Geometricè verò vt demonſtretur, concipe magnitudinem C. bis ſumi, quaſi diceretur, vt ſe habet A. ad C. ita B. ad C. hoc poſito ſic dico 12. & 12. æquemultiplicia primæ magnitudinis A. & tertię B. [a] ſunt æqualia iam ſumatur quodcunque multiplex ipſius C. puta 8. Ergo cum æquemultiplicia ipſorum A, & B. quocunque modo multiplicentur, ſint æqualia ſemper: vel vna deficient à multiplici C. vel vnà æqualia erunt, vel vnà excedent, vt in aſſumpto exemplo. [b] Ergo in eadem ſunt ratione. Eodem modo dicam multiplicem ipſius C. puta 8. vel minorem eſſe 12. & 12. æquemultiplicibus A, & B. vel vtriſque æqualem vel minorem.

a 6. Ax.

b Def. 6. 5

PROPOSITIO VIII.

16	8	4
A	B	C
6	4	8

Inæqualium magnitudinum A.B *maior* A. *ad eandem* C. *maiorem rationem habet, quã minor* B: *Et eadem* C. *ad minorem* B. *maiorem habet rationem, quam ad maiorem* A: Th. 8.

PRob. 1ª pars. Si A, esset æqualis B, vel si A, & B, aequaliter continerent C, eandem rationem haberent ad C, & C, eandem ad A, & B, per præcedentem: sed maior ponitur A, hoc est pluries continere G. ergo per definitionem 8. A. maiorem habet rationem ad C. Prob. 2. Et quia C, pluries continetur ab A, quam à B, minorem habebit ad A, rationem quam ad B, per 8. def.

a 6. Def. 5

PROPOSITIO IX.

Th.9.

A B C *Quæ* AB. *ad eandem* C. *eandem habent rationem, æquales sunt inter se, & ad quas* AB. *eadem* C. *eandem habet rationem, hæ quoque* AB. *æquales sunt inter se.*

15 15 4

Si enim dicas A. esse maius quam B. [a] ergo maior erit ratio maioris A. ad eandem C. quàm minoris B. ad eandem C. Item maior ratio ipsius C. ad B, quam ad A, quod est contra hypothesim.

a 8.5

PROPOSITIO X.

16 8 4 *Earum magnitudi-* Th.10
A B C *num* AB. *quæ ad eandem* C. *habent rationem: quæ* A. *rationem maiorem habet, hæc maior est: ad quam autem* B. *eadem* C. *maiorem rationem habet, hæc* B. *minor est.*

SI enim B, esset aequalis aut maior quam A, [a] haberent A, & B. eandem rationem ad C, vel B, [b] haberet maiorem, quod est contra hypothesim. Item si C. habet maiorem rationem ad A. quam ad B. minor est A, quam B, vel vtrumque, quod dixi, sequetur absurdum. Hæc conuertit 8.

a 7.5
b 8.5

PROPOSITIO XI.

Fb.11

	27		18		16
G	36	I	24	H	48
	18		12		24
A	9	E	6	C	12
B	6	F	4	D	8
	24.		16.		32
K	36.	M.	24.	L.	48
	12		8		16

Quæ eidem sunt eædem rationes, & inter se sunt eædem.

SInt rationes A. ad B. & C. ad D. eædem, rationi E, ad F: etiam A, ad B, & C, ad D. eædem inter se erunt. Prob. per 6. def. huius. Si enim sumantur ad omnes antecedentes A. C. E. æquemultiplices GHI, & ad consequentes BDF, equemultiplices KLM. semper vel vnà deficient, vel vnà aequales erunt, vel vnà excedent, vt patet in schemate.

PGO-

PROPOSITIO XII.

4	2	6	3
A	B	C	D
	10	5	
A	C	B	D

Si sint quotiunque magnitudines pro-portionales ABCD *quemadmodum se habuerit vna antecedentium* A. *ad vnam consequentium* B. *ita omnes antecedentes* A C. *ad omnes consequentes* BD. Tb.12.

QVod prop. 1. de proportione multiplici demõstratur, hîc de omni proportione etiam irrationali ostenditur per eandẽ primam & defin. 6. si sumantur antecedentium & consequentium æquemultiplices. Ratio autem generalis est, quia cum tota nihil sint aliud quam omnes suæ partes, quæ erit ratio A, ad B, & C, ad D, eadem erit & AC, ad BD.

PROPOSITIO XIII.

Th. 13

6 4 3 2 4 3
A B C D E F

Si prima A. *ad secundam* B. *eãdem habuerit rationem, quam tertia* C. *ad quartam* D. *tertia verò ad quartam, maiorem habuerit rationem, quàm quinta* E. *ad sextam* F. *prima quoque* A. *ad secundam* B. *maiorem rationem habebit quam quinta* E. *ad sextam* F.

PRob. Rationes A, ad B, & C, ad D, sunt similes ex hypoth. vt qui sesquialteræ. Ratio C, ad D, maior est quàm E, ad F, sesquitertia. Ergo ratio A, ad B, maior est quam E, ad F, per 11. & patet à signo cum denominator A, ad B, $1\frac{1}{2}$, sit maior quam E, ad F. $1\frac{1}{3}$

PROPOSITIO XIV.

2	3	8	12
9	9	9	9
12	8	6	4
A	B	C	D

Si prima A. *ad secundam* B. *eandem habuerit rationem, quam tertia* C. *ad quartam* D. *prima verò* A. *quam tertia* C. *maior fuerit, erit & secunda* B. *maior quam quarta* D. *Quod si prima* A. *fuerit æqualis tertiæ* C. *erit & secunda* B. *æqualis quartæ* D. *Si verò minor, & minor erit.* Th. 14.

PRob. Sit A. maior, C. minor: [a] ergo ratio A. ad B. maior est quam C, ad B. Rursus est C, ad D, sicut A, ad B. ratio autem A, ad B, maior est, quam C, ad B, [b] maior ergo est ratio C, primi ad D, secundum, quam C, quinti a 8. 5 b 13. 5

2	3	8	12	ad B, sextum. Minor
9	9	9	9	c ergo est D. quam B.
12	8	6	4	Sit A. equalis C, e-
A	B	C	D	rit: d ergo A, ad B, vt

c 10. 5. C, ad D. & quia C, ad D, & C, ad B, rationes, eædem sunt rationi A, ad B, e erunt quoque C, ad D, & C, ad B, eædem inter se.

d 7. 5.

e 9. 5

Sit A, quam C, minor, a maior erit ratio C, ad B, quam A, ad B. Et cum f minor sit ratio C, primi ad D, secundum, quam C, quinti ad B, sextum, minor g erit B, quam D.

f 13 5

g 10. 5.

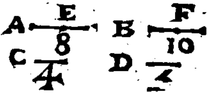
PROPOSITIO XV.

A 5 B 7 *Partes* AB.*cum* Fb. 15.
C 25 D 35 *pariter multiplicibus* CD. *in eadem sunt ratione, si prout sibi mutuo respondent, ita sumantur.*

SIt A, pars ipsius C,& B, ipsius D, continet C, toties A, quoties D, continet ipsam B. Quia ergo vt vna antecedentium A, ad vnam consequentium B, ita a omnes antecedentes C, ad omnes consequentes D. Ergo vt C, ad D, ita A, ad B. a 12. 5

PROPOSITIO XVI.

Tb,16

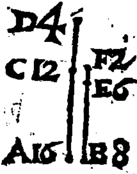


Si quatuor magnitudines ABC D. *proportionales fuerint & vicissim proportionales erunt.*

HOc est, si sit A, ad C, sicut B, ad D, erit permutando vt A, ad B, ita C, ad D.

Prob. Supponamus enim A. continere C, bis, sicut continet D, si diuidamus A, in E, bifariàm & B, in F, erit E, æqualis C, & F, æqualis D, sed vt E, ad F, sic dupla A, ad B, per 12. Ergo vt dupla A, ad duplam B, sic C, æqualis ipsi E, ad D, æqualem ipsi F.

PROPOSITIO XVII.



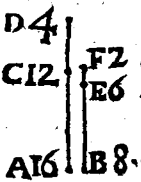
Si compositæ magnitudines, proportionales fuerint, hæ quoque diuisæ proportionales erunt. Th. 17

HOc est A. compositum ex CD. & B. ex EF. dentur: & sit vt A. 16. ad sui partem D. 4. ita B. 8. ad F. 2. erit & vt C. 12. ad D. 4. ita E. 6. ad F. 2.

Id probant Theon & alii per æque multiplices. Dibualdus quod aliàs sequeretur partem esse æqualem toti. Nos sic breuiter A. & B. ponuntur proportionales: [a] ergo simili ratione continent partes D. & F. puta quater: ergo si eædem è suis singulę totis auferantur, similiter in residuis AC. BE. continebuntur: erit ergo vt AC. ad CD, ita BE. ad EF. a 4. Def.

PROPOSITIO XVIII.

Th. 18



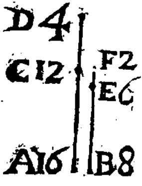
Si diuisæ magnitudines sint proportionales, hæ quoque cōposita proportionales erunt.

Sit vt DC, ad CA, ita FE, ad EB. Erit & AD, ad DC, vt BF, ad EF.

Prob. Ex hypothesi partes AC, BE, simili ratione continent partes DC. FE. ergo si hæ, illis addantur, tota AD, BF, adhuc simili ratione continebunt suas partes DC. FE,

PRO-

PROPOSITIO XIX.



Si quemadmodum totum A. *ad totum* B. *ita ablatum* CD. *se habuerit ad ablatum* EF. *& reliquum* CA. *ad reliquum* EB. *vt totum* AD. *ad totum* BF. *se habebit.* Th. 19

PRob. AD. BF. CD. EF. ponuntur proportionalees; erit a ergo vt FB. ad EF ita AD. ad CD. Ergo b erit vt FE ad EB. ita DC. ad CA. Ergo vt FE. ad DC: ita BE. ad AC. hoc est vt tota AD. ad totam BF. cum posita sit AD. ad BF vt CD. ad EF. a 16. 5. b 17. 5.

Breuius quia aliter omnes partes essent maiores omnibus partibus, quàm totum toto.

PROPOSITIO XX.

Th.20

12	9	6
A	B	C
8	6	4
D	E	F

Si *sint tres magnitudines* ABC. *& aliæ* DEF. *ipsis æquales numero, quæ binæ & in eadem ratione sumantur* (hoc est vt A. ad B. ita D. ad E. & vt B. ad C. ita E. ad F.) *Ex æquo autem prima* A. *quam tertia* C. *maior fuerit, erit & quarta* D. *quàm sexta* F. *maior. Quod si prima tertiæ æqualis fuerit, erit & quarta æqualis sextæ, sin illa minor, hæc quoque minor erit.*

Prob. Sit maior A. quam C. a 8.5 [a] ergo maior erit ratio ipsius A. ad B. quam C. ad B. est autem vt A. ad B. ita D. ad E. & vt B. ad C. ita E. ad F. Ergo conuertendo est vt C. ad B. ita F. ad E. Ergo D. ad E maiorem [b] habet rationem quam F. ad E. quare maior [c] est D. quam F. Haud secus concludam si A. ipsi C. æqualis ponatur aut minor. Interpretes idem probant de quotcunque magnitudinibus, non de tribus tantum.

b 13.
c 10.

PROPOSITIO XXI.

Th.21.	18	12	4
	A	B	C
	27	9	6
	D	E	F

Si sint tres magnitudines A B C. *& ipsis æquales numero* DEF. *quæ binæ & in eadem ratione sumantur, fueritque perturbata earum proportio* (hoc est vt A. ad B. sic E. ad F. & vt B. ad C. sic D. ad E.) *Ex æquo autem prima* A. *quam tertia* C. *maior fuerit: erit & quarta* D. *quam sexta* F. *maior. Quod si prima tertiæ fuerit æqualis, erit & quarta æqualis sextæ, sin illa minor, hæc quoque minor erit.*

PRob. Sit A. maior quam C. ergo A. ad B. maiorem [a] habet rationem quam C. ad B; Est autem vt A. ad B. ita E. ad F. Ergo [b] maior est ratio E. ad F. quam C. ad B. Et quia vt B. ad C. ita D. ad E. ergo conuertendo vt C. ad B ita E. ad D. Ergo maior est ratio E. ad F. quam E. ad D. [c] Ergo maior est D. quam F. Idem ostendetur si A. minor sit, aut æqualis.

a 8.5
b 13.5
c 10.5

PROPOSITIO XXII.

	12	9	6	8	6	4
	A	B	C	D	E	F
Th. 22.	24	18	12	16	12	8
	G	H	I	L	M	N

Si fuerint quotcunque magnitudines ABC. *& alia ipsis aquales numero* DEF. *qua bina in eadem ratione sumantur* (hoc est vt A. ad B. ita D. ad E. & vt B. ad C. ita E. ad F.) *& ex aqualitate in eadem ratione erũt.* Hoc est erit A. ad C. sicut D. ad F.

PRob. Sumantur ipsarum ABC. æquemultiplicia GHI. & ipsarum DEF. æquemultiplicia LMN. cum
a 15. 5. simplicia sint in eadem ratione A. ad B. vt D. ad E. & B. ad C. vt E. ad F. a erunt eorum multiplicia G. ad H. & H. ad I. vt L. ad M. & M. ad N.
b 20. 5 Ergo si quotuis magnitudines GHI.
c 6. & aliæ totidem LMN. binæ sumantur
Def. in eadem ratione quarum b primæ vltimam in vtroque ordine simul excedunt, æquantur, vel deficiunt, earum simplices A. ad C. c erunt vt D. ad F.

PROPOSITIO XXIII.

18	12	4
A	B	C
27	9	6
D	E	F

Si fuerint tres magnitudines ABC. *aliæque ipsis æquales numero* DEF. *quæ binæ in eadem ratione sumantur, fuerit autem perturbata eadem ratio* (hoc est sit A. ad B. vt E. ad F. & vt B. ad C. ita D. ad E.) *etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt* hoc est vt A. ad C. ita D. ad F.) *Th. 23.*

PRob. [a] Si A. excedit C. æquatur vel deficit; D. excedet F. æquabitur, vel deficiet. [b] Idemque fiet in æquemultiplicibus. Ergo ex [c] æqualitate in [d] eadem ratione est vt A. ad C. ita D. ad F. a 21. 5 b 15. 5 c 17. Def. d 6. Def.

PROPOSITIO XXIV.

Th. 24.

4	2	6
A	B	C
3	10	15
D	E	F
14	21	
G	H	

Si prima A. ad secundam B. eandem habuerit rationem, quam tertia C. ad quartam D. habuerit autem & quinta E. ad secundam B. eandem rationem quam sexta F. ad quartam D. Etiam G. composita prima cũ quinta, ad secundam B. eandem habebit rationem, quam H. tertia cum sexta, ad quartam D.

PRob. Ex hypothesi B. est talis pars singularum A. & E. qualis est D. singularum C. & F. Ergo [a] erit quoque B. talis pars cõpositarum A. & E. in G. qualis est ipsarum CF. compositarum in H.

a 18.5

PROPOSITIO XXV.

Si quatuor magnitudines ABCD. *proportionales fuerint: maxima* A. *& minima* D. *reliquis duabus* BC. *maiores erunt.* Th. 25.

PRob. Ex hypoth. vt A. ad B. ita C. ad D. sit A. maior, ab e auferatur A. 9. æqualis ipsi C & à B tollatur B. 3. æqualis minimæ D. Eri igitur vt totalis A. 12. ad partialem A. totalis B. 4. ad partialem B. 3. & a reliqua 9. 12. scilicet 3, ad reliquam 3. 4. scilicet 1. vt A. 12. ad B. 4. Itaque maior erit 3. quam 1. Ex 3. abscindatur 9. 1. hoc est 1. æqualis 3. 4. hoc est 1. Ergo A. 1. hoc est 10, cõtinet magnitudines C. 9. & 3. 4. hoc est 1. Ergo A. 1. & D. hoc est 13. æquales sunt magnitudinibus C 9. & B. 4. Ergo si addatur 1. 12. hoc est 2. magnitudo A. 12. & D. 13. hoc est 15. maiores sunt quam B. 4. & C. 9. hoc est 13. a. 19. 5.

PROPOSITIO XXVI.

Th. 26. 8 4 5 3 *Si prima* A. *ad secun-*
A B C D *dam* B. *habuerit maiorem rationem, quàm tertia* C. *ad quartam* D. *habebit conuertendo, secunda* B. *ad primam* A. *minorem rationem, quàm quartam* D. *ad tertiam* C.

HÆc & reliquæ octo propositiones, cùm non sint Euclidis, eas non aliter demonstrabimus quàm indicando propositiones Euclidis in quibus virtute continentur.

Hanc vero, propositione 4. huius elementi contineri, patet manifestè.

PROPOSITIO XXVII.

8	4	5	3
A	B	C	D

Si prima A. *ad secundam* B. *habuerit maiorem rationem, quam tertia* C. *ad quartam* D. *habebit quoque vicissim prima* A. *ad tertiam* C. *maiorem rationem, quam secunda* B. *ad quartam* D. Th. 27.

Continetur prop. 16.

PROPOSITIO XXVIII.

8	4	5	3
A	B	C	D
E	12	F	8

Si prima A. *ad secundam* B. *habuerit maiorem rationem, quam tertia* C. *ad quartam* D. *habebit quoque composita prima cùm secunda* E. *ad secundam* B. *maiorem rationem, quam composita tertia cum quarta* F. *ad quartam* D. Th. 28.

Continetur prop. 18.

PROPOSITIO XXIX.

Th. 29. 8 4 5 3 *Si composita E. prima cum secunda, ad*
A B C D
E 12 F 8 *secundam B. maiorem hebuerit rationem, quàm composita F. tertia cum quarta ad quartam D. habebit quoque diuidendo, prima A. ad secundam B. maiorem rationem quàm tertia C. ad quartam D.*

Continetur propositione 17.

PROPOSITIO XXX.

Th. 30. 8 4 5 3 *Si composita E prima cũ secunda, ad secundam B. habuerit maiorem rationem,*
A B C D
E 12 F 8 *quam composita F. tertia cũ quarta, ad quartam D. habebit per conuersionem rationis, prima cum secunda E. ad primam A. minorem rationem, quam tertia cum quarta F. ad tertiam C.*

Continetur prop. 19.

PROPOSITIO XXXI.

16 8 4. 9 5 3 *Si sint tres* Th.31.
A B C. D E F *magnitudines* ABC. *& aliæ ipsis æquales numero* DEF. *sitque maior ratio primæ priorum* A. *ad secundam* B. *quam primæ posteriorum* D. *ad secundam* E. *Item secundæ priorum* B. *ad tertiam* C. *maior quam secundæ posteriorum* E. *ad tertiam* F. *erit quoque ex æqualitate maior ratio primæ priorum* A. *ad tertiam* C. *quam primæ posteriorum* D. *ad tertiam* F.

Continetur prop. 10. & 22.

PROPOSITIO XXXII.

16	8	4
A	B	C
9	6	4
D	E	F

Th. 32

Si sint tres magnitudines ABC. & alia ipsis æquales numero DEF. sitque maior ratio prima priorum A. ad secũdam B. quam secunda posteriorum E. ad tertiam F. Item secũda priorum B. ad tertiam C. quàm prima posteriorum D. ad secundam E. Erit quoque ex æqualitate, maior ratio prima priorum A. ad tertiam C. quam prima posteriorum D. ad tertiam F.

Continetur prop. 21. & 23.

PROPOSITIO XXXIII.

12	6
A	B
4	3
C	D
8	3
E	F

Th. 33

Si fuerit maior ratio totius A. ad totum B. quam ablati C. ad ablatum D. erit & reliqui E. ad reliquum F. maior ratio, quam totius A. ad totum B.

Continetur propositione 18.

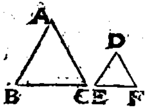
PROPOSITIO XXXIV.

12. 8 4. 6 5 3
A B C. D E F

Si sint quotcunque magnitudines ABC. *& aliæ ipsis æquales numero* DEF. *sitque maior ratio primæ priorum* A. *ad primã posteriorũ* D. *quam secunda* B. *ad secundam* E. *& hæc* B. *ad* E. *maior, quam tertiæ* C. *ad tertiã* F. *& sic deinceps: habebunt omnes priores simul* ABC. *ad omnes posteriores simul* DEF. *maiorẽ rationẽ, quã omnes priores* BC. *relicta prima* A. *ad omnes posteriores,* EF. *relicta quoque prima* D. *minorẽ autẽ, quam prima priorum* A. *ad primam posteriorũ* F. *maiorẽ denique etiã quã vltima priorum.* C. *ad vltimam posteriorum* F. Tb.34

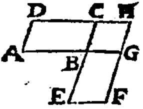
EVCLIDIS ELEMENTVM VI.

DEFINITIONES.



1. *Similes figuræ rectilineæ sunt, quæ & angulos singulos singulis æquales habent, atque etiam latera, quæ circum angulos æquales proportionalia.*

DVas conditiones requirit; 1°. vt anguli sint ęquales singuli singulis, vt hic A. & D. B. & E. C. & F. 2°. vt latera circa æquales angulos sint proportionalia, hoc est ita se habeat BA, ad AC, vt ED, ad DF· quod si harum altera desit, non dicentur similes. Sic quadratum & altera parte longius non sunt similes figuræ.



2. *Reciprocæ autem figuræ sunt, cum in vtraque figura, antecedentes & consequentes rationum termini fuerint.*

HOc patet maxime in parallelogrammis & triangulis: nam si qua ratione AB est ad BG. in eadem sit BE. ad BC. erunt reciprocæ figuræ. nam in vtroque est antecedens & consequens diuersarum rationum.

3. Secundum extremam & mediam rationem, recta AB. *ſecta eſſe dicitur, cum vt tota* AB. *ad maius ſegmentum* AC. *ita maius* AC. *ad minus* CB. *ſe habuerit.*

Ob miram ſui vtilitatem, hæc proportio, diuina communiter appellatur.

4. Altitudo cuiuſque figuræ, eſt linea perpendicularis AD. *à vertice ad baſim deducta.*

Cum, vt ait Ptol. lib. de Anal. menſura cuiuſque rei debeat eſſe ſtata, merito Euclides à perpendiculari altitudinem petit cuiuſuis figuræ: ſola enim perpendicularis eſt ſtatæ & certæ longitudinis: hanc vero altitudinem lib. 1. vocauit eſſe in iiſdem parallelis.

5. Ratio ex rationibus componi dicitur, cùm rationum quantitates, inter se multiplicata, aliquam effecerint rationem.

Quod Euclides vocat quantitates rationum, solent Geometræ vocare Denominatorem. Numerus enim est à quo petitur nomen proportionis; sic 4. est denominator rationis quadruplæ: 3. triplæ. Ratio igitur ex rationibus componi dicitur, quando harum denominatores seu quantitates rationum inter se multiplicatæ aliquam aliam rationem fecerint. Sic ex ratione dupla & tripla componitur sextupla, quæ est ratio ex rationibus: nam sex componitur ex denominatore duplæ 2. & triplæ 3. inter se enim multiplicati faciunt 6. denominatorem rationis sextuplæ compositæ.

PROPOSITIO I.

Th. 1

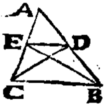
Triangula ABC. DEF. & *parallelogramma* CG DF. *quorum* [a] *eadem fuerit altitudo* GH. BF. *ita se habent inter se, vt bases* BC. EF.

a def. 4

ID est, eam inter se habent rationẽ quam bases. Prob. Triãgula eiusdem altitudinis [a] possũt inter parallelas constitui: [b] tunc autem quæ æqualem habebunt basim, erunt æqualia, quæ maiorem maiora, quæ minorem minora. Idemque [c] est de æquemultiplicibus. Ergo absolutè triangula se habent vt bases, similiterque parallelogramma; cum sint dupla [d] triangulorum.

a def. 4
b 36.
c 15. 5.
d 34. 1.

PROPOSITIO II.



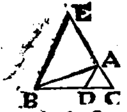
Si ad trianguli ABC. *latus unum* CB *parallela ducatur* ED. *hac proportionaliter secabit ipsius trianguli latera* AC. AB. *Et si trianguli latera, proportionaliter secta sint, recta* DE. *per sectiones ducta, erit parallela ad reliquum ipsius trianguli latus* CB. Th. 2

PRob. Ductis duabus rectis EB, DC. a erunt triangula EDC, EDB, super eãdem basim ED. & inter easdem parallelas ED. CB. ęqualia. b Ergo vt AED. ad ECD. ita AE. ad EC. c (sunt enim in eadem altitudine) & vt ADE. ad DBE. ita AD. ad DB. d ergo vt AE. ad EC. ita AD. ad DB. Ponantur vero latera AC. AB. proportionaliter secta in ED. cum AED. ad DEC. eandem habere rationem, quã ad EDB. (nam est vt AE. ad EC. sic AD. ad DB. cum triangula sint eiusdem altitudinis) erunt DEC. EDB. e æqualia, & quia sunt in eadem basi f erunt inter parallelas.

a 37.1
b 1.6
c def.4
d 7.5
e 9.5
f 39.1

PROPOSITIO III.

Th. 3



Si trianguli ABC. *angulus* A. *bifariàm sectus sit: secans autem angulum recta* AD. *secet & basim* BC, *basis segmenta* BD. DC. *eandem habebunt rationem, quam reliqua trianguli latera* BA. AC. *& si basis segmenta* BD. DC. *eandem habeant rationem, quam reliqua trianguli latera* BA. AC. *recta* AD. *quæ à vertice* A. *ad sectionem* D. *producitur, bifariàm secat trianguli ipsius angulum* A.

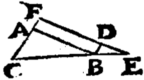
a 31. 1. Prob. Ad punctum B. [a] agatur BE. ipsi DA. parallela, cui CA.
b 17. & 29. 1. producta [b] occurrat in E. tunc
c 29. 1. erit EBA. [c] æqualis alterno BAD. & E. externo DAC. ergo cum anguli BAD. CAD. æquales po-

nantur, erunt anguli EBA. & E. æquales, & rectæ BA.AE. [d] æquales. Ergo cum in triangulo EBC. rectæ DA.BE. parallelæ sint, vt EA. hoc est BA. ad AC. [e] ita BD. ad DC. Sit rursus vt BA. ad AC. sic BD. ad DO. vt autem BD. ad DC. ita [f] est EA. ad AC, [g] Ergo vt BA. ad AC. ita EA. ad AC. [h] æquales ergo BA. EA. & [i] anguli ABE. & E. Cum ergo ABE. alterno BAD. æqualis sit & E. externo DAC. erunt anguli BAD. DAC. æquales.

d 6. 1
e 2. 6
f 2. 6
g 11. 5
h 9. 5
i 5. 1

PROPOSITIO IV.

Th. 5.

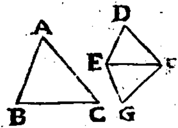


Æquiangulorum triangulorũ ACB. DBE. *proportionalia sunt latera* (hoc est vt AC. ad CB. ita DB. ad BE.) *quæ circa æquales angulos* C. *&* B. *& homologa sunt latera* BA. ED. *quæ æqualibus angulis* C. *&* B. *subtenduntur.*

PRob. Sic in directum statue rectas CB. BE. vt angulus extern.
a 28.1 DBE. interno C. sit æqualis: tunc DB. & AC. [a] erunt parallelæ: similiterque ED. BA. cum anguli E. & ABC. sint æquales. Et quia anguli ACB. ABC.
b 29.1. hoc [b] est DEB. minores sunt [c] duo-
c 17. 1 bus rectis, si producantur ED. CA.
d Ax. conuenient [d] puta in F. [e] Eritque
11. DA. parallelogrammum. Cum igi-
e 34.1. tur in triangulo FCE. rectæ DB. FC.
f 2.6 sint parallelæ, [f] erit vt ED. ad DF. hoc est BA. ita EB. ad BC. Cumque BA. EF. sint item parallelæ, erit CB. ad BE. vt CA. ad AF. hoc est BD, & vt AB. ad BE. ita FD. hoc est AB. ad DE.

PRO-

PROPOSITIO V.



Si duo triãgula ABC. DEF *latera* AB. BC. *proportionalia* (ipsis DE. EF) *habuerint, erunt æquiangula, eosdemque angulos,* DA. EB. CF. *habebunt æquales, quibus homologa latera subtenduntur.* Th. 5

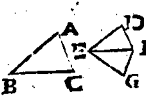
PRob. Super recta EF. ad punctum E. a ponatur angulus FEG. angulo B. æqualis & ad F. alius ipsi C. & consequenter reliquus G. reliquo A. b æqualis, sicque fiant triangula ABC, EFG. æquiangula; Tunc circa æquales angulos A. & G. c erunt proportionalia latera AB. ad AC. vt GE. ad GF. & AB. ad BC. vt GE. ad EF. & AC. ad CB. vt GF. ad FE: sed triãguli DEF. latera in eadem ratione d supponuntur. æquale e ergo erit DE. ipsi EG. & DF. ipsi FG. & triangula f DEF. æquiangulum ipsi ABC.

a 23. 1
b 32. 1
c 4. 6
d 9. 5
e 8. 1
f Ax. 1

Z

PROPOSITIO VI.

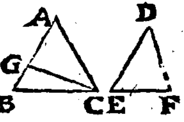
Th.6



Si duo triangula ABC DEF. *unum habeant aequalem angulum* A. D. *& latera circa eum proportionalia* (*ut* BA. ad AC. ita ED. ad DF.) *erunt aequiangula, angulosque habebũt aequales* BE. CF. *quibus homologa latera* BA. ED. AC. DF. *subtenduntur.*

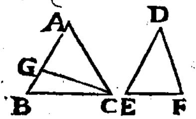
Prob. Ad rectam EF. angulos
a 4. 6. FEG. EFG. fac aequales ipsis BC. et G aequalis A. quia ergo aequiangula sunt ABC. GEF. a erunt ut AB. ad AC. ita GE. ad GF. propor-
b 11. tionalia: sed sunt etiam proportio-
& 4. 5. nalia AB. AC. & DE. DF. b sunt er-
c 8. 1 go latera DF. DF. ip is GE. GF. ae-
d Ax. 1 qualia Cumque basis EF. sit communis, triangula DEF. EFG. c aequiangula sunt: d ergo etiam aequiangula ABC. DEF.

PROPOSITIO VII.



Si duo trianguli ABC.DEF *vnum angulum* A. *vni angulo* D. *aequalem, circum autem, alteros angulos* C. F. *latera proportionalia habeant* (vt AC. ad CB. ita DF. ad FE.) *reliquorum vero* B. E. *simul vtrumque, aut minorem aut non minorem, recto: aequiangula erunt triãgula, & aequales habebunt angulos ACB.DFE. circum quos sunt proportionalia latera,* & angulos B. & E. æqu les. Th.7.

PRob. Sit enim B. & E minor recto, tunc si anguli ACB. & F. non sunt æquales, sit ACB. maior quam F fiatque ipsi F. æqualis ACG. cum igitur angulus A. angulo D. ponatur æqualis a erit & reliquus AGC. reliquo E. æqualis, ideoque triangula AGC. a 32.1



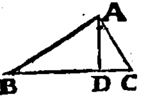
DEF. æquiangula erũt. b Ergo vt AC. ad CG. ita erit DF, ad FE, sed vt DF, ad FE. ita ponitur AC. ad CB, vt c igitur AC, ad CG, ita AC, ad CB, ac propterea d æquales CG, CB, & e anguli CBG, CGB, aequales. Cum igitur angulus B, sit recto minor, erit & CGB, minor recto, & ei deinceps AGC, f maior recto. Est autem ostensus angulus AGC, angulo E, aequalis. Maior igitur est recto angulus E, qui minor ponebatur.

b 4.6
c 11.5
d 9.5.
e 5.1
f 13.1

Iã sit angulus B, & E, recto non minor, probabitur vt prius rectas CB, CG, esse aequales, & g consequenter angulos CBG, CGB, esse aequales, & non minores duobus rectis, h quod est absurdum. Non ergo inæquales sũt anguli ACB, & F, sed aequales, & consequenter reliqui anguli B, & E, i ęquales, quod erat probandum.

g 5.1
h 17.1
i 32 1

PROPOSITIO VIII.



Si in triangulo rectangulo BAC. *ab angulo recto* A. *in basim* BC. *perpendicularis* AD. *ducta sit: quae ad perpendicularem triangula* ADC. ADB. *tum toti triangulo* ABC. *tum ipsa* ADC. ABD *inter se sunt similia.* Th. 8

Prob. In triangulis ABC. BAD. anguli BAC. ADB. recti sunt & angulus B. communis: ergo a reliqui ACB. BAD. aequales: ergo triangula ABC. ADB. b similia. Non aliter ostendetur ADC. simile ABC. & ADC. triangulo ADB. a 32. 1 b 1. Def.

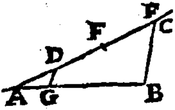
Coroll. 1. *Perpendicularis ab angulo recto in basim, est media proportionalis inter duo basis segmenta.*

c Nam vt BD. ad DA. ita DA. ad DC. quod est rectam DA. esse mediam proportionalem inter basis partes BD. DC. c 4. 6

Corol. 2. Hinc etiam patet vtrumlibet laterum angulum rectum ambientium, medium proportionale inter totam basim & illud segmentum basis quod ei lateri adiacet.

PROPOSITIO IX.

Prob. 1.



A data recta AB. *imperatā partē* puta tertiam AG. auferre.

PRax. Ex A, ducatur recta AC, vtcunque faciens angulum, & ex AC, sumatur quæuis pars, puta AD, ac duæ aliæ addantur æquales DE, EF, iungatur FB, cui ex D parallela fiat DG, eritque ablata AG, pars tertia ipsius AB.

Prob. in triangulo AFB lateri BF, parallela est linea GD [a] ergo erit vt FD, ad DA, ita BG, ad GA, & [b] componendo vt FA, ad DA, ita BA, ad GA Est autem AD pars tertia ipsius AF. Ergo AG, erit pars tertia ipsius AB.

a 2. 6.
b 18. 5.

PROPOSITIO X.

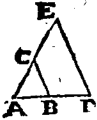
Datam rectam insectam AB. *similiter secare, vt data altera recta* AC. *secta fuerit* in D. & E. Prob. 2.

PRax. iungantur datæ lineæ in A, connectantur recta BC, & ex D, & E, agantur DF, EG. ipsi CB, parallelæ, & factum est quod petitur.

Prob. In triangulo ABC, ductæ sunt DF, EF, parallelæ lateri BC. a 2.6
a ergo vt AD. ad DE, ita AF, ad FG: proportionales ergo sũt partes AF, FG, partibus AD, DE. Iam si ducatur DH, parallela ipsi AB, erit vt DE, ad EC, ita DI, ad IH, b hoc est FG. ad GB, quare b 34.1.
proportionales sunt partes FG, GB, partibus DE, EC.

PROPOSITIO XI.

Prob. 3.

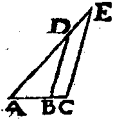


Datis duabus rectis AB. AC. *tertiam proportionalem* CE. *inuenire.*

PRax. Ex datis AB, AC, fac angulum CAB: iunge vtramque recta CB, produc latera AB, AC, sume ipsi AC, æqualem BD, duc DE, ipsi BC, parallelam. Recta CE, erit tertia proportionalis quæsita.

Prob. Rectæ BC, DE, sunt pa-
a 2.6. rallelæ: a ergo vt se habet AB, ad
b 7.5. BD, ita AC, ad CE. Est autem BD, ipsi AC, æqualis: b ergo vt se habet AB, ad AC, ita BD. hoc est AC, ad CE, quod est CE, tertiam esse proportionalem.

PROPOSITIO XII.



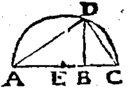
Tribus datis re-ctis AB. BC. AD. *quartam proportionalem* DE. *inuenire.* Prob. 4

PRax. Ex datis, duas AC, BC, in directum colloca, ex reliqua AD, & totali AC, fac angulum DAC, iunge recta BD, & fac ipsi parallelam CE, quarta DE, proportionalis erit.

a Prob. CE, BD, sunt parallelæ: ergo vt se habet AB, ad BC, ita AD, ad DE. Ergo DE, quarta est proportionalis. a 2 6

PROPOSITIO XIII.

Prob. 5

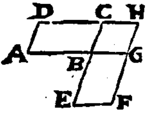


Datis duabus rectis AB BC, *mediam proportionalem* BD. *inuenire.*

PRax. Colloca in directum AB, BC, super AC, duc semicirculum ADC. In B, excita perpendicularem BD, ad sectionem semiciculi, illa erit quæsita.

Prob. Ductis rectis AD, CD, a erit angulus ADC, in semicirculo
a 31.3 rectus. & à vertice D, ad basim AC, ducta perpendicularis
b 8.6. DB. facit b ergo duo triangula æquiangula: c ergo proportionalia
c 4.6 lia: ergo vt AB, ad BD, ita BD, ad BC. est ergo BD. media proportionalis inter AB. BC.

PROPOSITIO XIV.



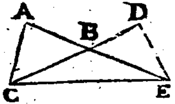
Æqualium AB, BE, & unum A BC, uni EBG, aqualem habentiũ angulum, parallelogrammorum, reciproca sunt latera AB, BG, EB BC, qua circum aquales angulos: & quorum parallelogrammorum, unum angulum uni angulo, aqualem habentium, reciproca sunt latera, qua circum aquales angulos, illa sunt aqualia. Tb.9

Prob. Iungantur parallelogramma ad angulum æqualem B. ita vt AB & BG. iaceant in directum [a] ia- a 14.
cebunt & rel quæ EB.BC. perficiatur & 15. 1
parallelogrammum BH: ergo vt IB. b 7.5
ad BH. ita [b] erit BD. ad BH. sed vt c 1 6
EB. ita [c] est EB. ad BC. & vt DB. ad BH ita AB. ad BG. igitur vt EB. ad BC. [d] ita est AB. ad BG. d 11.5

Prob. 2. pars. Ex hypoth. EB. ad BC. est vt AB. ad BG: ergo [e] BB. ad e 1.6
BH. est vt DB. ad BH. [f] ergo paral- f 9.5.
lelogramma æqualia sunt.

PROPOSITIO XV.

Th. 10.

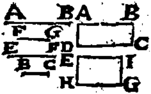


Æqualium ABC. DBE. *&* *vnum* B. *vni* B. *æqualem habentium, angulum, triangulorum, reciproca sunt latera* vt AB. ad BE. ita DB. ad BC. *quæ circum æquales angulos* B. *&* *quorum triangulorum, vnum angulum vni, æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, illa sunt æqualia.*

PRob. Sic iunge triangula ad angulum æqualem B. vt AB. BE. Iaceant in directum, ducta CE. [a] erit vt ABC. ad BCE. ita DBE. ad BCE. sed vt ABC. ad BCE. ita AB. ad BE. & vt DBE. ad BCE. ita BD. ad BC. pariterque demonstratur ABC. DBE. esse æqualia, si sit vt AB. ad BE. ita DB. ad BC. Nam cum ponatur vt AB. ad BE. ita DB. ad BC. & vt AB. ad BE. ita triangulum ABC. ad BCE. & vt DB. ad BC. ita DBE. ad BCE. erit vt ABC. ad BCE. ita DBE. ad BCE. ergo triangula ABC, DBE. [c] sunt æqualia.

a 7. 5.
b 1. 6.
c 9. 5.

PROPOSITIO XVI.

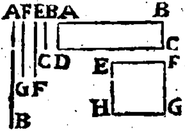


Si quatuor recta AFEB proportionales fuerint: quod sub extremis AB, BC, comprehenditur rectangulum AC, æquale est ei, quod sub mediis EF, FG, comprehenditur, rectangulo EG. Et si sub extremis AB, BC, comprehensum rectangulum AC, æquale fuerit ei quod sub mediis FG, EF, continetur rectangulo EG, illa quatuor recta proportionales sunt. Th. 11

PRob. 1. pars Anguli recti B, & I, sũt ęquales, & vt se habet AB, ad IG, ita EI, ad BC. ergo latera circa æquales angulos *B*, & I, sũt reciproca,[a] ergo parallelogramma AC, EC, sunt æqualia. a 14. 6

Prob 2. Æqualia sũt rectãgula A, C, EG, & habẽt angulos æquales, nempe rectos *B*, & I. ergo [b] latera circa hos angulos erũt reciproca. b 14. 6

PROPOSITIO XVII.



Th. 12

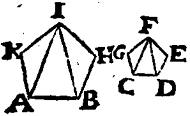
Si tres rectæ A F B. sint proportionales: quod sub extremis A B, BC, comprehenditur rectangulum AC, æquale est ei, quod à media, F, describitur quadrato EG. Et si sub extremis AB, AC, comprehensum rectangulum AC, æquale sit ei quod à media F, describitur quadrato EG, illæ tres rectæ proportionales erunt.

PRob. 1a. pars. Sume rectam EF, qualem ipsi FG. erunt quatuor rectæ AFEB. proportionales, eritque quadratum EG. comprehensum sub mediis FG EF. [a] ergo rectangulum AC. æquale erit quadrato.

a 16.6

Prob. 2. Quadratum EG. mediæ EF. (vocemus parallelogrammum) rectangulo AC. sub externis AB, BC. æquale ponitur, & habent angulos æquales: ergo latera vt proxime dixi, circa hos angulos erunt reciproca.

PROPOSITIO XVIII.



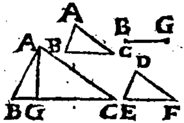
Super data recta AB. *dato rectilineo* CDEFG. *simile, similiterque positum rectilineum* ABHIK. *describere.* Prob. 6

DAtum rectilineum resolue in triangula ductis rectis puta CF. DF. Ad punctum A. a fiat angulus IAB. æqualis ipsi FCD & ipsi FDC. æqualis IBA. & b consequenter reliquus reliquo : Æquiangula ergo erunt triangula FCD. IAB & similia c & vt CF. ad AI. ita CD. ad AB. Ad rectam AI. fac similiter triangulum IKA. æquiangulum triangulo FGC. & quia anguli BAI. IAK. æquales sunt angulis DCF. FCG. totales KAB. GCD. æquales erunt, & latera proportionalia. Idemque repetendum, donec omnia triangula eodem ordine quo iacent absoluantur, sicque totum rectilineum toti rectilineo d simile erit. & super datam AB. similiter descriptum.

a 32.1.
b 32.1
c 4.6
d 1. Def.

PROPOSITIO XIX.

Th. 13.



Similia triangula ABC. DEF. *interse sunt in duplicata ratione laterum homologorum.*

QVando triangula sunt æqualia, hoc est quando BC, EF, nec non tertia proportionalis BG, sunt æquales, res est manifesta.

Quando vero latera BC, EF, sunt inæqualia, demonstratur, hoc modo. Sit BC, latus, latere EF, maius, & ex BC, abscindatur [a] rectis BC, EF, tertia proportionalis BG, ducaturque recta AG. Quia igitur angulus B, est æqualis E, & propter similitudinem triangulorum, vt AB, ad BC, ita DE, ad EF,

a 11. 6

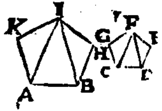
&

& permutando vt AB ad DE, ita BC, ad EF, hoc est EF, ad BG, erunt circa angulos æquales B, E, latera reciprocè proportionalia. Quare per 14. triangula ABC, DEF, erunt æqualia; & per 7. quinti vt triangulum ABC, ad ABG, ita erit idem triangulum ABC, ad DEF, vt autem ABC, ad ABG, ita est per 1. huius BC, ad BG. Ergo ABC, ad DEF, erit vt BC, ad BG.

Corollarium. Si tres lineæ fuerint proportionales, vt prima ad tertiam, ita triangulum super primam ad simile triangulum super secundam.

PROPOSITIO XX.

Tb. 14



Similia poligona in similia triangula diuiduntur, & numero æqualia, & totis homologa: & polygona duplicatam habent eam inter se rationem, quam latus homologum ad homologum latus.

Sint polygona similia A B H I K. C D E F G. habentia angulos æquales K. G. Itemque I. F. & sic deinceps, & latera proportionalia circa angulos æquales, puta vt AB. ad BH. ita CD. ad DE. &c.

Dico 1°. illa diuidi in triangula similia & numero æqualia. Prob. ab angulis I. & F. duc rectas ad angulos oppositos AB. CD. diuisa erunt illa polygona in triãgula numero æqualia. Quod etiam in similia.

Prob. Anguli K. & G. sunt æquales, & circa ipsos latera sunt proportionalia. a ergo æquiangula sunt triangula IKA. FGC. ergo similia. Eadem

b 6. 6 ratione erunt similia triangula IHB, FED. Et c quia est vt IB. ad BH. ita

FD. ad DE. vt autem HB. ad BA. ita ED. ponitur ad DC. [c] erit ex æquo vt IB. ad BA. ita FD, ad DC. & quoniam angulus HBA. ipsi EDC. est æqualis, & ablatus HBI. ablato EDF. erunt reliqui IBA. FDC. æquales. [d] Ergo triangula IBA. FDC. æquiangula erunt & similia, eademque ratio de omnibus. c 22. 5. d 6. 6.

Dico 2. quod sicut vnum triangulum ad triangulum sibi respondens alterius polygoni: ita esse polygona tota inter se.

Prob. Quia omnia triangula sunt similia, singula singulis: ergo sunt in duplicata ratione laterum homologorum; cumque singula singulis probata sint proportionalia, sic vt in triangulo vnius sint omnia antecedentia, in alio consequentia proportionum, [f] vt vnum antecedens est ad vnum consequens ita omnia ad omnia. Est ergo polygonum ad polygonum vt triangulum ad triangulum: ergo ea triangula sunt totis homologa, & quia triangula sunt in duplicata ratione laterum homologorum, erunt & polygona in eadem ratione duplicata laterum homologorum puta AB. CD. e 19. 6 f 12. 5

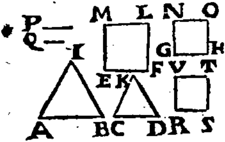
PROPOSITIO XXI.

Tb.15

Quæ eidem rectilineo GHI. *sunt similia* ABC. DEF. *& inter se sunt similia.*

PRob. Anguli A. & D. ponuntur æquales vni G: ergo & inter ſe, eodemque modo ſinguli
a 11.5. ſingulis: [a] latera etiam circa eos ponuntur proportionalia, quia lateribus eiuſdem tertii ſunt proportionalia: ergo cum habeant angulos æquales & latera circa
b 1. Def.6 eos proportionalia, [b] ſunt ſimilia.

PROPOSITIO XXII.



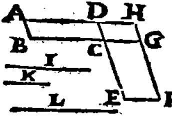
Si quatuor rectæ AB. CD.EF.GH. *proportionales fuerint: & ab eis rectilinea similia similiterque descripta* ABI. CDK. & MF. NH. *proportionalia erunt. Et si à rectis lineis, similia, similiterque descripta rectilinea proportionalia fuerint, ipsæ rectæ proportionales erunt.* Th.16

PRob. a Sumatur ipsarum AB. & CD. tertia proportionalis P. & ipsarum & F.& GH. tertia Q. b erit vt AB. ad P. ita triangulum IAB. ad triagulum KCD. id est in ratione duplicata, & vt EF. ad Q. ita MF. ad NH. sed vt AB. ad CD. ita EF. ad GH. & vt CD. ad P. ita GH. ad Q. c Ergo ex æquo vt AB. ad P. ita EF. ad Q. d ergo vt ABI. ad CDK. ita MF. ad NH. Iā vero si figuræ proportionales & similes similiterque positæ sint, & rectę super quas positæ sunt, proportionales erūt: nam ratio vnius figuræ ad alteram e est rectæ ad rectā duplicata: f ergo ratio laterū eadem erit, nēpe vt AB. ad CD. ita EF. ad GH. ergo illarū latera proportionalia sunt.

a 11.6
b 19.6.
c 22.5.
d 11.5.
e 19.& 20.6
f 7.5

PROPOSITIO XXIII.

b. 17.

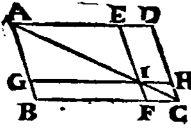


Æquiangula C. *parallelogrãma* AC. CF. *inter se rationem habent eam, quæ ex lateribus componitur* BC. *ad* CG. *&* EC. *ad* CD.

Sint parallelogrãma AC. CF. habentia angulos ad C. æquales, & ita disposita vt DC. ipsi CE. & BC. ipsi CG. [a] iaceant in directum, compleaturque parallelogrammum CH. [b] Cum ergo sit vt AC. ad CH. ita BC. ad CG. & vt CH. ad CF. ita DC. ad CE. ratio enim AC. ad CF. [c] componitur ex intermediis AC. ad CH. & CH. ad CF: componetur quoque eadẽ ratio AC, ad CF, ex rationibus BC, ad CG, & DC, ad CE, quæ illis intermediis sunt æquales.

a *per conuersum* 15. 1.
b 1, 6
c *def.* 5

PROPOSITIO XXIV.



In omni parallelogrammo DB. *quæ circa diametrum* AC. *sunt parallelogramma* GE. FH. *& toti* DB. *& inter se sunt similia.* Th. 18

PArallelogrãmum GE. habet angulum A. communem cum toto: angulus externus AEI. æqualis est interno ADC. similiterq; angulus AGI. angulo ABC. & angulus EIG. angulo EFB. & angulus IFB. angulo FCH. ergo parallelogramma GE. FH. & toti & inter se sunt æquiangula. Quod autem latera circa æquales angulos sint etiam proportionalia sic probo. a Triangula AGI. ABC. sunt æquiangula, similiterque triangula AEI. ADC. erit b ergo vt AB. ad BC. ita AG. ad GI. & vt BC. ad CA. ita GI. ad IA. item vt CA. ad CD. ita IA. ad IE. c Ergo ex æquo vt BC. ad DC. ita est GI. ad IE. ergo latera circa æquales angulos BCD. GIE. sunt proportionalia. Idemque demonstrabitur de lateribus circa alios angulos, & de parallelogrammo FH. ergo similia.

a 29. 1.
b 4. 6
c 22. 5

PROPOSITIO XXV.

Prob. 7.

Dato rectilineo A. *simile, similiterque positum, & alteri dato* B. *æquale* L. *constituere.*

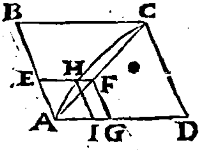
PRax. Ad dati rectilinei A. latus CD. [a] fiat rectangulum CE. æquale ipsi A. Producatur CD. versus G. super DE. in angulo EDG. fiat rectangulum DH. [b] æquale ipsi B: [c] fiat inter CD. DG. media proportionalis IK. super quam fiat [d] rectilineum L. simile ipsi A. similiterque positum eritque rectilineum L. æquale dato B. & simile ipsi A.

a 45.1.
b 44.1
c 13.6
d 18.6
e Ex conft.
f 19. & 20.6.
g 1.6.
h 12.5
i 9.5.

Prob. Rectæ CD. IK DG. [e] sunt proportionales: [f] ergo erit vt prima CD. ad tertiam DG. ita rectilineum super primam, id est A. ad rectilineũ super secundam, id est L. sed vt CD. ad DG. [g] ita parallelogrammum CE. hoc est A. ad DH. hoc est B. [h] ergo erit vt A. ad B. ita A. ad L. [i] Ideoque rectilinea B. & L. erunt æqualia.

PRO-

PROPOSITIO XXVI.



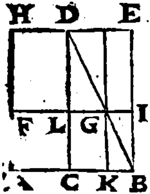
Si à parallelogrãmo BD. parallelogrãmũ EG. ablatum sit, & simile toti, & similiter positum, communem cum eo habens angulum EAG, ipsũ circa eandem cum toto diametrum AG. consistet. Theo. 18.

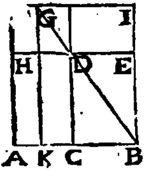
SI neges: sit alia AHC. Agatur ex H. recta HI. parallela FG. tunc parallelogramma BD. EI. circa eandem diametrum AHC. [a] erunt similia:[b] quare erit vt BA. ad AD. ita EA. ad AI. Sed vt BA. ad AD. ita est EA. ad AG. cùm BD. EG. ponantur similia.[c] Igitur erit vt EA. ad AI. ita EA. ad AG. [d] Ac propterea æquales AI. AG. pars & totum.

a 24.6.
b 1. def. 6.
c 15. 5.
d 9. 5.

PROPOSITIO XXVII.

Theo. 9.





Omnium parallelogrammorum secundum eandem rectam applicatorum deficientiumque figuris parallelogrammis similibus, similiterque positis, ei quod à dimidia describitur, maximum est, id quod ad dimidiam applicatur parallelogrammum simile existens defectui.

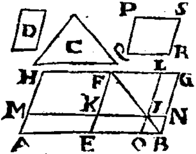
SVPER AC. semissem totius AB. applicatum sit parallelogrammum AD. ita vt à toto AB.

deficiat parallelogrammo C E, quod semper est æquale & simile ipsi AD. Deinde ad quoduis aliud segmentum A K. sit applicatum aliud parallelogrammum AG. ita deficiens, vt defectus sit parallelogrammum KI. simile ipsi CE. hoc est circa communem diametrum BGD. Dico AG. minus esse parallelogrammo AD. Probatur.

1. Quando punctum K. est inter C & B. tūc parallelogrammū LH. quod est [a] æquale ipsi LE. maius est quam GC quia LE. maius est quam GE. & GE. GC. sunt [b] æqualia. Addito ergo LA. erit AD. maius quam AG. a 36. 1. b 43. 1.

Quando verò punctum K. est inter A & C tūc DF. DI. sunt æqualia, quia sūt super æquales bases; & DI. DK. complementa, sunt æqualia: ergo & DF. DK sunt æqualia, & GH. minus DK: adiectoque communi KH. totum AG. minus toto AD.

PROPOSITIO XXVIII.

Prob.8. 

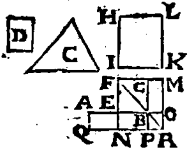
Addatam rectā AB. *dato rectilineo* C. *æquale parallelogrammum* AI. *applicare: deficiens figura parallelogramma* ON. *quæ similis sit alteri parallelogrammo dato* D. *Oportet autem datum rectilineũ* C. *cui æquale applicandum est* AI *non maius esse eo, quod ad dimidiam* AE. *applicatur, cũ similes fuerint defectus, & eius quod ad dimidiam applicatur, & eius cui simile deesse debet.*

a 18.6. Rectam AB. vt prius bisseca in E. super mediã EB. fac a parallelogrammum EG. simile ipsi D. similiter que positum:&comple parallelogrãmum BH. SEH. ipsi C. est æquale, factum est quod petitur: nam est applicatum ad AB.&deficit parallelogrãmo EG. simili ipsi D. Si EH.& ipsi æquale b EG.sit maius quã C. (nã minus esse non debet, cum EH. sit c maximũ eorũ quæ applicari possunt ad AB.) si inquã sit maius, d reperta quãtitate excessus, e fac parallelogrammum PR. æquale excessui, & simile similiterque positum ipsi D. & parallelogrammo P R. aliud æquale similiter positum KL. f quod erit circa diametrum, sicque remanebit gnomõ LBK. æquale rectilineo C. Iam productis LI. KI. erit parallelogrammum AI. ad rectam AB. applicatum & deficiens parallelogrammo ON. g simili ipsi EG. hoc est ipsi D. Quod autem AI. sit æquale ipsi C. sic probo. Complementa LN. KO. h sunt æqualia, ergo addito communi NO. erit OG. æquale ipsi EN. b hoc est A K. Ergo si æqualibus AK. OG. addas commune KO. erit AI. æquale gnomoni LBK, hoc est rectilineo C. vt probaui.

b 36. 1.
c 27. 6.
d 45. 1. *aut artè quãque.*
e 25. 6.
f 44. 1.
g 24. 6.
h 43. 1.

PROPOSITIO XXXIX.

Prob. 9.



Ad datã rectã A B. *dato rectilineo* C. *æquale parallelogrammum applicare, excedens rectã datam* AB. *figura parallelogramma* PO. *quæ sit similis dato alteri parallelogrammo* D.

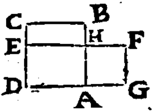
a 18.6. SVper rectam EB. mediam datæ AB. [a] fiat parallelogrammum EC. simile ipsi D. similitérque positum: tum rectilineo C.
b 25.6. & parallelogrammo EC. fiat [b] æquale aliud parallelogrammum NM. simile ipsi D. habeatque an-

gulum EFC. communem parallelogrammo EC. Completis parallelogrammis QE. NB. PO. cum NM. sit positum æquale ipsis E C. & D. ablato communi E C. gnomon ERC. ipsi C. erit æqualis. Et quia æqualia [c] sunt QE. N B. & æqualia [d] NB. BM. si loco ipsius BM. substituatur æquale Q E. erit parallelogrammum A R. æquale gnomoni ERC. ideoque etiam rectilineo C. Quare ad rectam AB. applicatum est parallelogrammum AR. æquale dato rectilineo C. excedens rectam A B. figura parallelogramma PO. quæ similis est dato parallelogrammo D. cum sit circa eandem diametrum cum ipso E C. quod positum est simile ipsi D.

c 36. 1.
d 43. 1.

PROPOSITIO XXX.

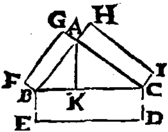
Prob. 10.



Propositam rectam terminatã A B. extrema ac media ratione secare in H.

a 11. 2. DIVIDATVR AB. in H. ita vt rectangulum CH. sub tota AB. & segmento BH. sit æquale quadrato AF. alterius segmenti AH. tunc enim tres rectæ pro-
b 17.6. portionales [b] erunt; & erit vt tota BA. ad HA. ita AH. ad HB.
c 3. def. Ergo AB. secta est in H. [c] secundum extremam, & mediam rationem.

PROPOSITIO XXXI.



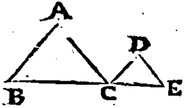
In triangulo rectangulo A B C. *figura quauis* BD. *descripta à* BC. *subtēdente rectum angulum* BAC. *æqualis est figuris* F A. A I. *quæ priori illi similes & similiter positæ à lateribus* BA.CA. *rectum angulum continentibus describuntur.* Theo. 20.

POLYGONAE figuræ FA.AI BD. ponuntur similes, a ergo sunt in ea laterum homologorum duplicata ratione, in qua essent eorumdem laterum quadrata. Ergo cum quadrata BA.AC. b habeant rationem ęqualitatis cum tertio BC. habebunt & polygona FA. AI. rationem ęqualitatis cum tertio BD. c ergo eidem erunt æqualia.

a 20. 6.
b 47. 1.
c [illegible]

PROPOSITIO XXXII.

Theo. 21.



Si duo triangula ABC. DCE. *quæ duo latera* AB. AC. *duobus lateribus* DC. DE. *proportionalia habeant, secundum vnum angulum* ACD. *composita fuerint, ita vt homologa eorum latera* AB. DC. AC. DE. *sint etiam parellela, tum reliqua illorum triangulorum latera* BC. CE. *in rectam lineam* BE. *collocata reperientur.*

PROB. Latera homologa AB. DC. AC. DE. ponuntur parallela,[a] ergo anguli alterni A. & ACD. sunt æquales & D. eidem

a. 29.1.

ACD ergo A. & D. æquales. Hos æquales angulos circunstant latera proportionalia ex hypoth. [b] ergo triangula sunt æquiangula, habentque æquales angulos B. & DCE. additis ergo æqualibus A. & A C D. erunt B. & A. duobus angulis DCE. ACD. hoc est angulo ACE. æquales. Ergo addito communi A C B. erunt tres anguli A B C. duobus ACE. A C B. æquales, [c] illi autem tres valent duos rectos, ergo & hi duo. Ergo [d] BC. CE. vnam rectam constituunt.

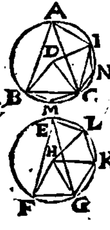
b. 6. 6.

c 32. 1.

d 14. 1.

PROPOSITIO XXXIII.

Theo. 22.



In æqualibus circulis DB. HF. *anguli* A. E. D. H. *eandem habent rationem, cum ipsis peripheriis* BC. FG. *quibus insistunt: siue ad centra* D. H. *siue ad peripherias* A. E. *constituti insistant: insuper vero & sectores* BDC. FHG. *quippe qui ad centra, insistunt.*

a. 14. PROB. Ductis BC. FG. ad C. [a] applica CI æqualem ipsi BC. & ad G. & K. GK KL. æquales singulas ipsi FG. ductis ID. KH LH. sic dico, Rectæ

b 28. 3. BC. CI. ponuntur æquales, [b] ergo & arcus BC. CI. [c] ergo & anguli BDC. CDI. æquales. Idemque est de arcubus FG. GK. KL. & angulis ad H. qui ipsis insistunt. Ergo quam multiplex est arcus BCI. ipsius BC. tam multiplex erit angulus BDI. ipsius BDC. & quam multiplex arcus FGKL. ipsius FG. tam multiplex erit angulus FHL. ipsius FHG. [d] ergo si arcus BCI. FGKL. sint æquales, erunt & anguli BDI. FHL. æquales. Si eorum arcuum vnus sit maior, maior erit & angulus, si minor, minor. [e] Ergo cum æquemultiplicia vel vna excedant, vel vna deficiant, quæ erit ratio arcus BC. ad FG. eadem erit anguli BDC. ad FHG. Et quia anguli ad D. & H. sunt [f] dupli angulorum ad A. & E. [g] eadem erit ratio angulorum A & E. quæ D. ad H. & sic eadem anguli A. ad angulum E. quæ arcus BC. ad arcum FG.

c 27. 3.

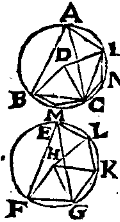
d 27. 3.

e 6. def. 5.

f 20. 3.

g 15. 5.

Rursus, in æqualibus segmen-



h 27.3. tis BC. CI. si fiant anguli BMC. CNI. [h] æquales erunt, cum insistant æqualibus arcubus BAC. CAI. ergo [i] similia
i 24.3. sunt segmẽta BMC. CNI & æqualia, cum sint super æquales BC. CI. additis ergo triangulis BDC. CDI.[K] quæ æqualia sunt, erunt sectores BDC. CDI. æquales. Ergo tam multiplex est sector BDI. sectoris BDC. quã multiplex arcus BCI arcus BMC. Idem ostendetur de sectore FHL. Ergo si æqualis sit arcus BCI. arcui FGL, sector quoque BDI. æqualis erit sectori FHL. si deficiat, deficiet, si excedat, excedet. Ergo quæ est ratio arcus BC. ad arcum FG. eadem erit & sectoris BDC. ad sectorem FHG. quod erat prob.

Laus Deo, B. V. & S. Ignatio.