EUCLIDIS

OPERA OMNIA.

EDIDERUNT

I. L. HEIBERG ET H. MENGE.

LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCCLXXXIV.

EUCLIDIS

Alexander Ziwet

ELEMENTA.

EDIDIT ET LATINE INTERPRETATUS EST

I. L. HEIBERG,

DR. PHIL.

UOL. II.

LIBROS V—IX CONTINENS.

LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCCLXXXIV.

LIPSIAE: TYPIS B. G. TEUBNERI.

PRAEFATIO.

In iis Elementorum libris, qui hoc continentur uolumine, emendandis pro fundamento habui codices PBFV, de quibus uideatur breuis, quam dedi uol. I p. VIII—IX, notitia; codicem Bodleianum B in libris VIII—IX[1]) contulit H. Menge. Parisino 2466 (p) in solo libro VII uti potui, neque magni est momenti. sed cum omnium Theoninorum optimus codex Laurentianus F inde a VII, 12 p. 216, 20 ad IX, 15 p. 378, 6 deficeret — nam eam codicis partem, quam littera φ significaui, prorsus inutilem esse, adparet, de qua re in prolegomenis uoluminis IV uberius agam —, et cum cod. Bononiensis b (u. uol. I p. IX) a Florentino in hac quidem parte non longe distaret, eum a VII, 13 ad IX, 15 hoc anno Bononiae contuli et hoc loco scripturae discrepantiam notabo. ad supplendum adparatum criticum in libris VIII—IX etiam cod. Parisin. Gr. 2344 (q) membran. saec. XII contuli, qui ut Hauniam transmitteretur, intercedente praefecto bibliothecae regiae Hauniensis a liberalitate bibliothecarii Parisiensis Leopoldi Delisle facile

1) In his duobus libris ab VIII, 17 de ν littera, quam ἐφελκυστικόν uocant, uel omissa uel addita in B nihil in collatione adnotatum erat.

impetraui. huius codicis scripturas inde a p. 372, 15 suis locis in adparatum recepi, reliquas ab initio libri VIII hic dabo.

p. 216, 24: ὤσι b.
p. 218, 9: τὰ αὐτά] om. b.
18: ἐν] καὶ ἐν b.
27: ἐστίν] om. b.
p. 220, 1: τὸν Z] Z b.
11: ἡ] uidetur eras. b.
26: ἔσται] ἔστιν b.
p. 222, 2: ἡγούμενοι] γούμενοι b.
7: ἡ] corr. ex ὁ m. 1 b.
14: Α] corr. ex Δ m. 1 b.
p. 224, 1: τῶν] τόν b.
24: πολλαπλασιάσασι b.
p. 226, 5: καί] om. b.
6: πεποίηκε b.
17: ἀριθμοί] ἄρα ἀριθμοί b.
25: πεποίηκε b.
p. 228, 2: ἀλλ' ὡς] ὡς δέ b.
6: πεποίηκε b.
21: sequitur p. 428, 23—430, 17 b (κ').
p. 430, 11: ἐστίν] om. b.
13: ὑπό] ἐκ b.[1])
16: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. b.
p. 230, 16: ΘΖ] supra scr. m. 1 b.
ἴσοι εἰσίν] punctis del. m. 2 b.
ἀριθμοί] ἴσοι b.
ἀλλήλοις] ἀλλήλοις εἰσίν b.
p. 232, 2: ἐστίν] om. b.
4: ΕΖ] ΕΖ ἄρα b.
7: sequitur p. 430, 19—432, 8 b. (κβ').
p. 432, 7: ἐστί] om. b.
8: κγ' b (κ' edit. = κα' cod.).

1) Recipiendum est.

p. 232, 9: ἀλλήλους] πολλούς b.
11: ἀλλήλους] πολλούς b.
14: μή] μή εἰσιν οἱ *A*, *B* ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς b.
18: μετροῦσι] syll. με- in ras. m. 1 b.
20: τὸν ἡ-] in ras. m. 1 b.

p. 234, 8: τοῖς] τῶι b.
11: κδ′ b et sic deinceps.
17: εἰσι] εἰσιν οἱ *A*, *B* b.
18: αὐτούς] τοὺς *A*, *B* b.
21: ἔστωσαν] litt. στ corr. ex η m. 1 b.

p. 236, 1: πεποίηκε b.
12: ὦσιν] εἰσιν comp. b.

p. 238, 3: ὦσι b.
12: ante τις est — in b. post *A*, *E* uacat linea in b.
13: δή] δέ b.
22: *A*, *E* πρῶτοι, οἱ δέ] om. b, in extrema pag.
26: τόν] πρὸς τόν b.

p. 240, 1: τόν] πρὸς τόν b.
2: post *E* est — in b.
B, *Γ*] *Γ*, *B* b.
24: ὦσι b.

p. 242, 4: τόν] τό b.
8: δή] δέ b.
E, *Δ*] *Δ*, *E* b.[1])
16: ὦσι b.

p. 244, 3: *E*] in ras. m. 1 b.
22: ὦσι b.

p. 246, 9: *ΓΑ*] *ΑΓ* b.

p. 248, 1: μή] supra scr. m. rec. b.
14: μετρῇ] μετρεῖ b.

p. 250, 1: ὁ *B*] τὸ *B* b.
6: ἡγούμενον] corr. ex ἡγούμενος m. 1 b.
9: sequitur p. 432, 10—20 b.
p. 432, 10: ἄλλως τὸ λβ′ τὸ ἑξῆς b.

---

1) Hoc ergo ex P recipiendum erat.

p. 432, 13: ἔστω] ἔστω ὁ b.
19: *B*] corr. ex *Γ* m. 1 b.
20: ἐστι] comp. b.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι] comp. b.

p. 250, 10: λγ′ b et sic deinceps.
17: γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν] δῆλον ἂν εἴη τὸ ζητούμενον b; item lin. 21.
24: εἰ] τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ὃς καὶ τὸν *Α* μετρήσει. εἰ b.

p. 252, 1: ἑτέρου] τοῦ ἑτέρου b.
13: ἐπιταχθέν] ζητούμενον b, mg. m. 1: γρ. τὸ ἐπάγγελμα.
19: τοὺς αὐτοὺς λόγους b; item lin. 22—23.

p. 256, 21: μετροῦσι b.
25: ὁ] καὶ ὁ b.

p. 258, 8: post ἑπόμενος reliqua pars lineae quasi ornamentis quibusdam expleta est in b.
9: τούς] τόν b.
13: τοῦ *Γ*] τοῦ *Γ*, ὅταν οἱ *Α*, *Β* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν b.
20: μετροῦσι b.
24: ἔστωσαν] ἔσονται b.
26: *Η*] e corr. m. 1 b.

p. 260, 4: ἄρα] ἄρα ὡς b.[1])
16: μετρῶσιν] μετρήσωσι b.
25: μετρήσουσι b.

p. 262, 11: δή] δέ b.
13: μετροῦσι b.
14: μετρήσουσι b.
16: μετροῦσι b; item lin. 17.
23: μετροῦσιν] μετρήσουσι b.
24: *Γ*] in ras. m. 1 b.

p. 264, 3: μετροῦσι b; item lin. 4, 7, 8.
13: τὸν *Ζ* — 14: μετρούμενος] om. b.

p. 266, 10: τὸ αὐτό — 11: ἀριθμοῦ] om. b.

p. 268, 9: ὑπό] ὁ ὑπό b.

---

1) P. 260, 14 errore typographico legitur ἔπει pro ἔδει.

p. 268, 11: ὁ *H* ἄρα] ἐπεὶ ὁ *H* ὑπὸ τῶν *Δ*, *E*, *Z* μετρεῖται, ὁ *H* b.
14: μή] μὴ ὁ *H* ἐλάχιστος ὢν ἔχει τὰ *A*, *B*, *Γ* μέρη b.
17: μέρεσι b.
19: τῶν] om. b.

VIII.

p. 270, 13: τῶν — 14: πλήθει] om. bq.
18: μείζων — 19: ὅ τε] om. bq.
p. 272, 12: τέσσαρες] *Δ* b.
20: ἔστιν] ἀριθμὸς δὴ ὁ *A* δύο τοὺς *A*, *B* πολλαπλασιάσας τοὺς *Γ*, *Δ* πεποίηκεν· ἔστιν bq.
20: ἄρα] om. b.
21: μέν] om. bq.
p. 274, 2: ὁ *Γ*] οὕτως ὁ *Γ* bq.
3: ὁ *Δ*] οὕτως ὁ *Δ* bq.
4: πολλασιάσας b.
8: ὁ *Z*] οὕτως ὁ *Z* bq.
10: ὁ *H*] οὕτως ὁ *H* bq.
11: ὁ *Λ*] οὕτως ὁ *Λ* bq.
15: ἀλλ'] ἐδείχθη δὲ καί bq.
23: εἰσί q.
οἱ *A*, *B* — 24: εἰσίν] supra scr. m. 1 q (εἰσί).
26: δὲ τῶν] δὲ τὸν bq.
p. 276, 3: τοῖς] corr. ex αὐτοῖς m. 1 q.
9: τέσσαρες] δ q.
11: ἐάν] supra scr. m. 1 b.
p. 278, 1: καὶ ἐπεί — 3: ἑαυτὸν μέν] οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ *Λ*, *Ξ* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐπεὶ γὰρ οἱ *E*, *Z* πρῶτοι, ἑκάτερος δὲ αὐτῶν ἑαυτόν bq.
6: καί] om. bq.
καὶ οἱ — 7: εἰσίν] πρῶτοι καὶ οἱ *Λ*, *Ξ* bq.
p. 278, 14: εἰσιν] ἐπεί bq.
ἀλλήλους] ἀλλήλους εἰσίν, ἴσος δὲ ὁ μὲν *Λ* τῷ *A*, ὁ δὲ *Ξ* τῷ *Δ* bq.

p. 278, 18: *ἀνάλογον*] om. b.
22: *Z*] in ras. m. 1 b.
23: *ἀνάλογον*] om. bq.
p. 280, 1: *καί*] om. bq.
6: *Θ*] e corr. m. 1 b.
10: *Θ, H*] *H, Θ* b.
ἀνάλογον] om. bq.
11: *καὶ ἐν*] *καὶ ἔν τε* bq.
13: *Θ, H*] *H, Θ* bq.
14: *ἀνάλογον*] om. b.
15: *ἐν τῷ*] *ἔτι* bq.
16: *λόγοις*] *λόγοις, ἔσονταί τινες τῶν H, Θ, K, Λ ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἔν τε τοῖς τοῦ A πρὸς τὸν B καὶ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι τοῦ E πρὸς τὸν Z λόγοις* q,
17: *οὕτως*] om. bq.
20: *ἐλάσσων*] *ἐλάττων* b.
ἐλάσσονα] *ἐλάττονα* bq.
21: *τε*] om. bq.
p. 282, 1: *B, Γ*] *Γ, B* bq.
2: *μετροῦσι* bq.
τῶν] *τόν* q.
4: *ὁ H*] (prius) supra scr. m. 1 b.
6: *Θ, H*] *H, Θ* bq.
8: *τὸν Z*] *Z* q.
9: *ὑπό*] *ὁ ὑπό* bq.
12: *Θ, H*] *H, Θ* bq.
14: *ἐπεί*] *καὶ ἐπεί* bq.
20: *ἰσάκις*] *ὁσάκις* q.
22: *ἀνάλογον*] om. bq.
ἐν] *ἔν τε* b.
τε] om. b.
23: *ἔτι*] om. bq.
24: *ἐν*] *εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ N, Ξ, M, O ἑξῆς ἐλάχιστοι* bq.
p. 284, 1: *εἰ γὰρ μή*] om. bq.
2: *ἀνάλογον*] om. bq.

p. 284, 5: *οὕτως*] bis q.
7: *τε*] om. bq.
10: *μετροῦσι* bq.; item lin. 15.
20: *ἀνάλογον*] om. bq.
21: *τόν*] om. bq.
22: *τόν*] (bis) om. bq.
23: *ἄρα*] om. b.
ἀνάλογον] om. bq.
p. 286, 10: *Γ, Ε, Δ*] in ras. m. 1 b.
15: *καί*] om. bq.[1]
16: *πεποίηκεν*] (prius) *πεποίηκε* q.
17: *Α*] e corr. m. rec. b.
18: *Α*] e corr. m. rec. b.
ὡς δέ — τὸν Θ] om. b.
p. 288, 7: *μετρῇ*] *μετρεῖ* q.
13: *μετροῦσιν*] *μετρήσουσι* bq.
14: *εἰ* — 15: *τὸν Γ*] *λέγω γάρ ὅτι οὐ μετρεῖ ὁ Α τὸν Γ* bq.
15: *καὶ ὅσοι*] *ὅσοι γάρ* bq
p. 288, 17: *τοῖς Α*] in ras. m. 1 b.
p. 290, 1: *ἥ*] *εἰ* q.
γάρ] *γὰρ Ζ* q.
6: *μετρήσει*] *μετρεῖ* bq.
9: *μετρῇ*] *μετρεῖ* q.
14: *οὐ*] *μή* q.
οὐδέ] *οὐδ'* q.
15: *μετρήσει*] *μετρήσει· ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ ὁ Α τὸν Δ μετρεῖν* q.
16: *ὅ*] *τό* q.
20: *μεταξύ — ἀνάλογον*] om. bq.
p. 292, 8: *Γ, Δ, Β*] *Β, Γ, Δ* bq.
10: *εἰσί* q.
11: *εἰσί* q.
14: *καί* — 15: *τὸν Ζ*] om. q.

---

1) Itaque quoniam bq p. 286, 13 sq. cum P consentiunt, nomen Theonis in adnotatione ad locum illum tollendum est.

p. 292, 18: ἔχοντας] ἔχοντας αὐτοῖς bq.
22: καί] καὶ ὁ q.
p. 294, 1: εἰσί q.
καὶ οἱ — 2: εἰσίν] om. b.
3: ἄρα] om. b.
10: ὡσι bq.
14: μεταξύ] ἑξῆς μεταξύ bq.
19: μεταξύ] supra scr. m. 1 b.
20: ἐμπεπτώκασιν] ἐμπίπτουσιν b.
21: τῆς] τῆς E bq.
p. 296, 1: πεποίηκε bq; item lin. 2, 3, 4.
6: Z, H] H, Z bq; item lin. 7.
p. 296, 10: τῶν] om. b.
ἐστὶν ὁ] ἐστὶ καὶ ὁ bq.
12: ἄρα τόν] ἄρα τό q.
μετρεῖ] om. b.
p. 298, 2: ἴσος — 3: A] ὁ δὲ M τῷ A ἐστιν ἴσος bq.
6: H] K, ut uidetur, q.
8: τοσοῦτοι] οὕτως b.
12: ι′] om. q.
ἑκατέρου] om. bq; γρ. ἑκατέρου mg. m. rec. b.
15: μεταξύ] ἑξῆς μεταξύ bq.
21: οἵ τε] corr. ex ὅτε q.[1])
p. 300, 8: ἄρα] om. b.
10: πεποίηκε bq.
11: E] e corr. m. rec. b.
13: δέ] om. q.
15: E] corr. ex Θ m. rec. b.
16: πεποίηκε bq; deinde add. b mg. m. rec.: τὸν δὲ Z πολλαπλασιάσας τὸν Θ πεποίηκε.
μέν] om. b.
17: πεποίηκε bq; item lin. 18, 19.
19: μέν] om. bq.
23: καὶ ὡς — 24: τὸν H] supra scr. m. 1 q.
25: τῶν] τόν q.

1) P. 298, 21 in adnot. addatur: τε] om. BVφ.

p. 300, 27: ἀλλ' ὡς ὁ E πρὸς τόν] in ras. m. 1 q.
p. 302, 2: τῶν] τόν q.
3: K] in ras. q.
Δ] in ras. q.
10: B] e corr. m. 1 b.
12: καὶ ὡς — 13: τὸν Δ] om. bq.
p. 304, 1: Γ γάρ] γὰρ Γ bq.
4: πεποίηκε bq.
8: διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καί] πάλιν ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν E πεποίηκεν, ὁ δὲ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκε, δύο δὴ ἀριθμοὶ οἱ Γ, Δ ἕνα καὶ τὸν αὐτὸν τὸν (om. b) Δ πολλαπλασιάσαντες τοὺς E, B πεποιήκασιν· ἔστιν ἄρα bq.
9: B] B. ἀλλ' ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν E bq.
10: ἄρα] om. q.
11: ἀριθμός] ἀριθμὸς ὁ E bq.
p. 306, 2: ἑαυτόν] ἑαυτὸν μέν bq.
4: τῶν] corr. ex τόν m. 1 q.
6: καὶ ὁ Γ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν E πεποίηκεν] om. bq.
7: μέν] om. bq.[1])
πεποίηκε bq; item lin. 8.
10: πεποίηκε q; item lin. 11.
27: Δ] Δ, οὕτως τε (om. q) ὁ K πρὸς τὸν B· ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ bq.
ὅ τε] τε ὁ bq.
p. 310, 4: τόν] om. q.
8: τῷ] om. q.
10: μὲν ὁ] ὁ μέν bq.
14: τετράγωνος πρὸς τετράγωνον] τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν bq.
22: εἰσιν] comp. ἐστιν corr. ex comp. εἰσιν b.

---

1) P. 306, 6 in adnot. scribatur: „6. καὶ ὁ — πεποίηκεν] P; om. Theon (BVφ). 7. μέν] om. BVφ."

p. 310, 23: *B*] e corr. m. 1 b.
p. 312, 1: *εἰσιν*] *εἰσι* bq.
4: *πάλιν — μετρείτω*] *ἀλλὰ δὴ μετρείτω ὁ I τὸν Δ* bq.
7: *B*] in ras. m. 1 b.
10: *A*, *E*] in ras. m. 1 b.
15: *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*] om. bq.
18: *καὶ ἐάν* — 20: *μετρήσει*] om. b.
25: *ὁ δὲ Δ* — 26: *τὸν Δ*] *καὶ ἔτι ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Z ποιείτω, ὁ δὲ Δ ἑαυτόν* bq.
26: *Z*] *H* bq.
p. 314, 5: *εἰσι* q.
10: *δή*] om. bq.
11: *οἱ*] *καὶ οἱ* bq.
12: *πρὸς τόν*] *πρός* bq.[1]
13: *ὡς*] supra scr. m. 1 b.
22: *ἀριθμοί*] om. bq.
24: *μετρεῖ*] *μετρήσει* b.
25: *εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Γ τὸν Δ, μετρήσει*] mg. m. rec. b; *εἰ γὰρ ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ, μετρήσει* q.
26: *οὐδέ*] *οὐδ'* bq.
p. 316, 3: *γάρ*] *γὰρ μή* b, sed *μή* eras.
καί] e corr. m. rec. b.
5: *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*] om. bq.
21: *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*] om. bq.
p. 318, 1: *ὅμοιοι*] om. q.
13: *πολυπλασιάσας* b, sed syll. *λυ* in ras. m. 1; item lin. 15, 17, 18.[2]
14: *πεποίηκε* bq; item lin. 17, 23.
17: *A*] corr. ex *H* m. rec. q.
22: *πολυπλασιάσας* b; item lin. 23.
28: *εἰσι* q.
p. 320, 4: *ἑξῆς*] *ἐξ ἀρχῆς* q.

1) Ergo *τόν* cum P omittendum.
2) Itaque fortasse haec forma uocabuli in hac prop. cum P seruanda est.

p. 320, 8: ὁ *Γ*] sic bq.[1])
9: ἤ] καί b.
16: οἱ] ἀριθμοὶ οἱ bq.
17: *E*] *E* ἀριθμοί q.
18: στερεοί] στερεοὶ ἀριθμοί b.
19: μὲν ὁ] sic bq.[2])
24: καί] ἤ bq.
25: γάρ] δή q.
τὸν *Δ*] sic bq.[3])

p. 322, 1: εἰσί q.
6: καί] ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *K* πρὸς τὸν *M*, ὁ *M* πρὸς τὸν *Λ*, καί q.
7: πεποίηκε bq; item lin. 23, 25.
10: *M*, *Λ*] *Λ*, *M* bq.
14: διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καί] πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ *Δ* πρὸς τὸν *E*, οὕτως ὁ *H* πρὸς τὸν *Θ*, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστίν bq.
16: *M*, *Λ*] *Λ*, *M* bq.
εἰσιν] om. b.
19: *N*] corr. ex *H* m. rec. b.
21: *Γ*, *Δ*, *E*] *Δ*, *E* q.
24: *Λ*] corr. ex *Δ* m. rec. b.
τόν] τὸν ἐκ τῶν *Z*, *H* τόν bq.
27: *N*] corr. ex *H* m. rec. b.
28: τόν] om. bq.
τόν] om. b.
N] corr. ex *H* m. rec. b.
30: *H*] e corr. m. rec. b.
καὶ ὡς] ὡς bq.

p. 324, 1: *Z*] in ras. m. 1 b.
5: *N*] corr. ex *H* m. rec. b.
6: *H*] *H* καὶ ὁ *E* πρὸς τὸν *Θ* q.
9: *N*] corr. ex *H* m. rec. b.

---

1) In adn. p. 320, 8 delendum „corr. ed. Basil.".
2) In adn. p. 320, 19 deleatur „ὁ μέν V φ"; habent μὲν ὁ.
3) In adn. p. 320, 25 addatur: „25. τὸν *Δ*] τὸν μὲν *Δ* B V φ."

p. 324, 11: *τόν*] bis b.
12: *Ξ*] *E* q. *B*] *Θ* q.
13: *καί*] *καὶ ὡς* b.
26: *ἀλλ' ὡς*] *ὡς δέ* b.
28: *ἄρα*] om. bq.
p. 326, 7: *οἱ*] om. bq.
10: *ἀριθμὸς ὁ Γ*] *ὁ Γ ἀριθμός* bq.
13: *A, Γ*] *A, B, Γ* mutat. in *A, Γ, B* m. rec. b; *A, Γ, B* q.
E] seq. *ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν E, ὁ A πρὸς τὸν Γ. ἀλλ' ὡς ὁ A πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Γ* (corr. ex *A* b) *πρὸς τὸν B. καὶ ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν E, ὁ Γ πρὸς τὸν B* q et mg. m. rec. b.
ἰσάκις] mut. in *ὁσάκις* m. rec. b.
ἄρα] mutat. in *δέ* m. rec. b.
14: *καὶ ὁ E* — 15: *μετρεῖ*] om. b.
δή] *δέ* q.[1])
16: *πεποίηκε* q. Seq. *τὸν δὲ E πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν* q et mg. m. rec. b.
17: *ἐστι* q. *οἱ*] *αἱ* q.
19: *Γ, B*] *B, Γ* bq.
p. 328, 3: *ὁ Z — τὸν Δ*] *ἑκάτερος τῶν Z, H τὸν E πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Γ, B* bq.
5: *Δ*] *Z* bq. *τὸν E*] *H* bq.
6: *A — ὁ*] om. bq.
τόν] om. bq.
πάλιν — 9: *τὸν B*] om. bq.
9: *τόν*] om. bq.
10: *τόν*] (prius) om. bq.
11: *τόν*] om. b.
καί — 12: *τὸν H*] om. bq.
13: *ἀριθμοί εἰσιν*] *εἰσιν ἀριθμοί* bq.[2])
17: *ὅμοιοι*] om. b.

---

1) In adn. p. 326, 14 addatur: „14. *δή*] corr. ex *δέ* B"; in adn. ad p. 326, 20 deleatur „et B (corr. m. 1)".
2) Ergo hic ordo uerborum cum P praeferendus erat.

p. 328, 23: *Δ*] *Δ*, *B* bq. *H*] *H*, *Θ* b, sed corr.
25: *εἰσί* q.
26: *ὁ Z — ἀριθμοί*] om. bq.
p. 330, 2: *τοῦ πρό*] om. bq.
4: *τόν*] om. bq.
5: *τόν*] om. bq.
καί] supra scr. m. rec. b.
6: *τοῖς*] *τοι* b.
καί — 7: *A*, *Γ*, *Δ*] om. bq.
12: *ὅ τε*] *ὅτι ὁ* q.
17: *N*] corr. ex *H* m. rec. b.
18: *πεποίηκε* bq.
20: *N*] corr. ex *H* m. rec. bq.
22: *δή*] *δέ* bq.
E] *H* bq.[1])
p. 332, 1: *Γ*] *B* bq[1])
5: *πεποίηκε* q.
6: *ἐστίν*] om. b. *εἰσιν*] om. bq.
7: *εἰσι* q.
8: *τόν*] corr. ex *τό* m. rec. b.
12: *τὸν M*] *M* q.
15: *Ξ*] post ras. 1 litt. b.
16: *ὅμοιοι*] *οἱ* q, om. b.
19: *τρίτος*] $\overline{\gamma}$ b.
22: *λέγω*] *λέγω δή* b.
24: *Γ*] e corr. m. rec. b.
25: *εἰσι* q.
26: *-τράγωνος δὲ ὁ A τε-*] mg. m. rec. b.
Γ] *B* bq.
p. 334, 7: *ἐστίν*] *ἔσται* bq.
12: *κδ′*] om. q.
14: *ὅν*] corr. ex *ἥ* m. rec. b.
15: *τετράγωνος ἧ*] *ἧ τετράγωνος* bq.
17: post *B* ins. *λόγον* m. rec. b.
λόγον] om. bq.

1) In adn. p. 330, 22 addatur: „*ὁ E τὸν Γ*] *ὁ H τὸν B* Theon (B V φ)“.

p. 334, 19: ἔστω] ἔσται q.
22: εἰσι q.
23: Γ] in ras. m. 1 b.
τόν] om. bq.
24: τόν] om. bq.
p. 336, 8: Δ] e corr. m. rec. b.
δή] δέ b; om. q.[1])
10: γὰρ οἱ] γὰρ ὁ b.
ὅμοιοι] ἄρα ὅμοιοι bq.
11: εἰσι q.
12: μεταξύ] in hoc uocabulo desinit q fol. 165ᵘ; λείπ. φύλλα η̄ mg.; rursus incipit p. 372, 15, u. u. adn. (ἐνταῦθα λείπουσι φύλλα η̄ mg. fol. 166ʳ).
p. 338, 5: τετράγωνοι] τεταραγμένοι b.
22: E] e corr. m. rec. b.
25: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. b.

IX.

p. 340, 9: A] e corr. m. rec. b.
10: πεποίηκε b.
14: δέ] om. b.
17: τῶν] corr. ex τόν m. rec. b.
19: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. b.
p. 342, 4: ἀριθμοί] om. b.
5: ἔστωσαν — 6: ποιείτω] δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ A, B πρὸς (mutat. in πολλαπλασιάσαντες m. rec.) ἀλλήλους τετράγωνον τὸν Γ ποιείτωσαν b.
11: ἔστιν ἄρα] om. b.
12: τόν] bis om. b.
14: ἐμπίπτει] ἐμπίπτει ἀριθμός b.
17: ἐάν — ἐμπίπτῃ] om. b; ὧν δὲ ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει mg. m. rec.
18: οἱ ἄρα] ἄρα οἱ b.

1) Itaque δή cum P delendum, ut suspicatus eram.

p. 344, 1: *πεποίηκε* b.
6: *πρὸς τόν*] *πρός* b.
12: *τὸν Δ*] *Δ* b.
13: *τοῦ A*] om. b; post *ἀριθμοῦ* ins. m. rec.
19: *τόν*] om. b.
22: *ἐμπίπτωσιν*] *ἐμπιπτέτωσαν* b.
23: *δεύτερος*] *τέταρτος* b.
24: *ἐστίν*] om. b.
p. 346, 4: *ὅτι*] om. b.
6: *γὰρ A*] *A γάρ* b.
11: *οἱ A, B*] ante ras. 2 litt. b.
p. 348, 4: *A*] corr. ex *Δ* m. 1 b.
κύβος ἄρα ἐστί] *ἔστιν ἄρα* b.
10: *A*] *πρῶτος* b.
11: *πεποίηκε* b.
13: *ἑαυτόν*] *ἑαυτὸν μέν* b.
14: *ὁ A* — 22: *τὸν B*] *τὸν δὲ B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν* b.
23: *καὶ ὡς*] *ὡς* b.
p. 350, 1: *ὁ A*] *οὕτως ὁ A* b, *A* e corr. m. rec.
3: *ἐστι κύβος*] *ἐστι ὁ κύβος* b, sed *ὁ* deletum.
11: *ὑπό*] corr. ex *ὑπέρ* m. rec. b.
14: *ἐπεί* — 15: *μονάδας*] om. b.
15: *πεποίηκε* b.
17: *ὁ ἐκ*] *ἐκ* b.
24: *ἔσται*] *ἐστί* b.
ὁ] *πάντες, ὁ* b.
p. 352, 1: *πάντες*] om. b.
2: post *διαλείποντες* add. *πάντες* b.
4: *ὅτι*] om. b.
6: *πάντες*] om. b.
8: *ἅμα*] *ἄρα* b.
Ante *τετράγωνος* eras. *ὁ* b.
9: *πάντες*] *ἅπαντες* b.
10: Post *ἡ* ras. 1 litt. b.
12: *μονάς*] *ἡ μονάς* b.
ἀριθμόν] om. b.

p. 352, 14: τῷ *A*] αὐτῷ b.
15: πεποίηκε b.
17: καὶ ὁ *Δ* ἄρα] ἄρα καὶ ὁ *Δ* b.
20: πάντες] om. b.
τέταρτος] $\overline{\Delta}$ b.
23: *A*] *A* ἀριθμόν b.
οὕτως — 24: ἀριθμόν] mg. m. rec. b.
p. 354, 3: πεποίηκε b; item lin. 4.
7: ὁ] m. rec. b.
8: μονάδος] μονάδος ὁ *Z* b.[1])
12: μονάδος] τῆς μονάδος b.
ἑξῆς — 13: ἀριθμοί] ἀριθμοὶ ἑξῆς b.
17: μονάδος] τῆς μονάδος b.
p. 356, 10: τέταρτος] $\overline{\Delta}$ b.
15: *B*] *B* μετρεῖ b.
21: εἰσι b.
p. 358, 8: μονάδος] τῆς μονάδος b.
ὁσοιδηποτοῦν] ὁποσοιδηποτοῦν b.
22: ὁμοίως — 23: ἐστι] om. b.
25: δή] om. b.
ἔστω ὁ *A*] corr. ex ἔστωσαν m. rec. b.
οὐδ'] οὐδέ b.
p. 360, 5: τόν] bis om. b.
16: τετάρτου] $\overline{\Delta}$ b.
19: μονάδος] τῆς μονάδος b.
20: ἐλάσσων b.
23: μονάδος] τῆς μονάδος b.
25: ἐλάχιστος] ἐλάσσων b.
p. 362, 8: πόρισμα — 11: αὐτοῦ] om. b.
17: ὁποσοιδηποτοῦν] ὁσοιδηποτοῦν b.
22: μὴ γάρ] μὴ γὰρ μετρείτω ὁ *E* τὸν *A* b.
p. 364, 1: *E*] corr. ex *A* m. 1 b.
3: μετρείτω] μετρείτω δέ b.
4: πεποίηκε b.

---

1) In adnotatione p. 354, 8 addatur: „μονάδος] μονάδος ὁ Z Theon (BVφ)“.

p. 364, 29: ἔχοντας] ἔχοντας αὐτοῖς b.
p. 366, 2: ἡγούμενον] τὸν ἡγούμενον b.
5: ὑπό] ἀριθμοὶ ὑπό b.
7: οὐ] om. b.
14: ἑξῆς] om. b.
p. 368, 5: πᾶς] ἅπας b.
6: ὁ E — 7: μετρεῖται] om. b.
22: ὁ Z οὐκ ἔστι] οὐκ ἔστιν ὁ Z b.
23: εἰ γάρ] εἰ γάρ ἐστι πρῶτος b.
p. 370, 2: ἅπας — 3: μετρεῖται] om. b.
3: ὁ Z ἄρα ὑπὸ πρώτου] ὑπὸ πρώτου ἄρα b.
21: ἀνάλογον] ἄλογον b.
p. 372, 1: ὑπό] ἐκ τῶν b.
6: Δ] e corr. m. rec. b.
7: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. b.
20: πεποίηκε b.
22: πολυπλασιάσαντες b.
23: τόν] corr. ex αἰτόν b.
25: μετρήσουσι b.
p. 374, 2: μετροῦσιν] μετρήσουσιν b.
14: ὁποιοιοῦν] ὁποιοῦν b.[1])
20: πεποίηκε b; item lin. 21, 22.
22: εἰσι b. 24: ὦσι b.
p. 376, 2: ἐστι b.
3: ἐὰν δέ — 5: ὥστε] καί b.
5: $Z\Delta$] ΔZ b, sed Z e corr. m. 1.
6: ΔE] ΔE ἄρα b.
ὥστε — 7: ἐστιν] om. b.
8: γάρ] δέ b. ἐκ] ἀπό b.
10: ἐστιν] ἐστιν. ὥστε ὁ ἐκ τῶν $Z\Delta$, ΔE καὶ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ EZ πρῶτός ἐστιν b.
13: ἐστιν] ἐστι b.
17: εἰσι b.
19: καί] ὥστε καί b. ἐκ] ὑπό b.
21: ἐκ] sic b.[2])

1) In adn. p. 374, 13 scribatur „ἐχοντων λόγον V“.
2) Ergo in adn. p. 376, 21 nomen Theonis deleatur.

p. 376, 22: οἱ] mutat. in ὁ b.
23: ὑπό] ἐκ b. ὑπὸ τῶν] ὑπό b.
πρῶτοί εἰσι] πρῶτός ἐστιν b.
24: οἱ] ι eras. b.
p. 378, 1: πρῶτοί εἰσιν] πρῶτός ἐστιν b.
2: ἔτι] om. b; καὶ ἔτι supra scr. m. rec.
οἱ] ι eras. b.
3: πρῶτοί εἰσιν] πρῶτός ἐστιν b.

Praeter errores supra suis locis in adnotationibus correctos, qui in collationibus codicum enotandis irrepserunt, unum deprehendi; nam p. 392 in adnotatione addendum est: „10. τῶν] ἄρα τῶν BFVq."

Quoniam collatio codicis Bodleiani in libro decimo, quam alius conficiendam suscepit, nondum finita est, quartum Elementorum uolumen libros stereometricos continens ante tertium prodibit et id ipsum fortasse paullo tardius, quia hoc quoque anno, Ministerio cultui scholisque praesidenti rursus liberalissime adiuuante, interuenit iter Italicum trium mensium, in quo codices scholiorum et operum minorum maxime Uaticanos perscrutatus sum. quem laborem ut tam breui tempore ad finem perducere possem, effecerunt summi uiri Mons. Ciccolini et P. Bollig S. J., bibliothecarii Uaticani, quorum humanitatem beneuolentiamque grato ac libenti animo agnosco.

Scr. Hauniae mense Decembri MDCCCLXXXIII.

ΣΤΟΙΧΕΙΑ.

ε'.

Ὅροι.

α'. **Μέρος** ἐστὶ μέγεθος μεγέθους τὸ ἔλασσον τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸ μεῖζον.

β'. **Πολλαπλάσιον** δὲ τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάττονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

γ'. **Λόγος** ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἡ κατὰ πηλικότητά ποια σχέσις.

δ'. **Λόγον ἔχειν** πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν.

ε'. Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγεται **εἶναι** πρῶτον πρὸς δεύτερον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰσάκις πολλαπλασίων καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν ἑκάτερον ἑκατέρου ἢ ἅμα ὑπερέχῃ ἢ ἅμα ἴσα ᾖ ἢ ἅμα ἐλλείπῃ ληφθέντα κατάλληλα.

ϛ'. Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον μεγέθη **ἀνάλογον** καλείσθω.

---

cf. Hankel, g.d.M. p.395 Note ***

Def. 1. Hero def. 120, 1. Barlaam logist. I def. 1. 2. Hero def. 121. Barlaam I def. 2. 3. Hero def. 127. Psellus p. 8. 4. Hero def. 123, 1. 5. Hero def. 124. 6. Hero def. 124.

---

1. ὅροι] om. PBFp. numeros om. codd. omnes. 2. ἔλαττον Hero. 4. ἐλάσσονος V, ut lin. 5. 7. ποια] P, Hero; πρὸς ἄλληλά ποια Theon (BFV p), Campanus. Post σχέσις add. ἀναλογία δὲ ἡ τῶν λόγων ταυτότης* Bp, Campanus; mg. m. 2 P V; mg. bis m. 1 et m. 2 F; om. Hero. 8. ἔχειν]

*) in vielen Ausg. als Def. 4 gez.

†) Not translated by Heiberg, but essential, viz. "for any M and N."

Liber V.

Definitiones.

1. Pars est minor magnitudo maioris, si maiorem metitur.

2. Multiplex autem maior est minoris, si minor eam metitur.

3. Ratio est duarum eiusdem generis magnitudinum secundum quantitatem quaelibet habitudo.

4. Rationem inter se habere magnitudines dicuntur, quae multiplicatae altera alteram superare possunt.

5. In eadem ratione magnitudines esse dicuntur prima ad secundam et tertia ad quartam, si primae et tertiae aeque multiplices secundae et quartae aeque multiplices aut simul superant aut simul aequales sunt aut simul minores sunt suo ordine[1]) sumptae.

6. Magnitudines autem eandem rationem habentes proportionales uocentur.

---

1) Hoc est: ita ut coniungantur prima secundae, tertia quartae et respondeat loco et ordine prima tertiae, secunda quartae. itaque si $Ma \gtreqless Nb$ et simul $Mc \gtreqless Nd$, erit $a : b = c : d$. cfr. Hankel: Zur Gesch. der Mathemat. p. 390.

ν supra m. 1 P. 9. ὑπερέχειν] -ειν in ras. V. 14. πολλαπλασιασμῶν P, corr. m. 1. 15. ὑπερέχει B. ἤ] supra m. 1 F. ἐλλείπει B. ληφθέντα] -η- e corr. m. 2 V. Deff. 6—7 permutauit P; ut nos BFVp, Campanus; ex Herone nihil concludi potest, cum etiam def. 8—9 ante def. 7 habeat. 17. ἔχοντα λόγον μεγέθη] λόγον ἔχοντα μεγέθη F; ἔχοντα μεγέθη λόγον V. ἀνάλογον] λόγον ἀνάλογον post ras. 7 litt. in mg. transit m. 2 F.

ζ΄. Ὅταν δὲ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων τὸ μὲν τοῦ πρώτου πολλαπλάσιον ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ δευτέρου πολλαπλασίου, τὸ δὲ τοῦ τρίτου πολλαπλάσιον μὴ ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ τετάρτου πολλαπλασίου, τότε τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον *μείζονα λόγον ἔχειν* λέγεται, ἤπερ τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον.

η΄. *Ἀναλογία* δὲ ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστη ἐστίν.

θ΄. Ὅταν δὲ τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον *διπλασίονα* λόγον ἔχειν λέγεται ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον.

ι΄. Ὅταν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τέταρτον *τριπλασίονα* λόγον ἔχειν λέγεται ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον, καὶ ἀεὶ ἑξῆς ὁμοίως, ὡς ἂν ἡ ἀναλογία ὑπάρχῃ.

ια΄. *Ὁμόλογα* μεγέθη λέγεται τὰ μὲν ἡγούμενα τοῖς ἡγουμένοις τὰ δὲ ἑπόμενα τοῖς ἑπομένοις.

ιβ΄. *Ἐναλλὰξ λόγος* ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον καὶ τοῦ ἑπομένου πρὸς τὸ ἑπόμενον.

ιγ΄. *Ἀνάπαλιν λόγος* ἐστὶ λῆψις τοῦ ἑπομένου ὡς ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον ὡς ἑπόμενον.

ιδ΄. *Σύνθεσις λόγου* ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου μετὰ τοῦ ἑπομένου ὡς ἑνὸς πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

---

7. Hero def. 125, 5. 8. Hero def. 124. 9. Hero def. 125, 1. 11. Hero def. 126. 12. Hero def. 127, 6. 13. Hero def. 127, 2. 14. Hero def. 127, 3.

---

2. *ὑπερέχει* P, sed corr. m. 1. 4. *τὸ*] supra m. 1 V. Post def. 7 seq. *ἀναλογία δέ ἐστιν ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης* Fp et V (del. punctis, sed puncta erasa); om. PB, Hero, Campanus. 7. *τρισίν*] *-ισ-* in ras. m. 2 V. *ἐλαχίστοις* V. Def. 10 om. Heron. 12. *τό*] om. P. *τριπλασίονα*] *τρι-* in ras. p. 13. *ἀεί*] *αἰεί* FV. *καὶ ἀεί* — 14: *ὑπάρχῃ*] om. Campanus. 13. *ὁμοίως*] P; *ἑνὶ πλείους* Theon (BFVp). 14. *ὡς*]

7. Sin ex aeque multiplicibus[1]) primae multiplex multiplicem secundae superat, tertiae autem multiplex multiplicem quartae non superat, tum prima ad secundam maiorem rationem habere dicitur quam tertia ad quartam.

8. Proportio autem in tribus terminis consistens minima est.

9. Si tres magnitudines proportionales[2]) sunt, prima ad tertiam duplicatam rationem quam ad secundam habere dicitur.

10. Sin quattuor magnitudines proportionales[3]) sunt, prima ad quartam triplicatam rationem quam ad secundam habere dicitur, et eodem modo semper deinceps, qualiscunque data est proportio.

11. Respondentes magnitudines dicuntur praecedentes praecedentibus, sequentes sequentibus.

12. Permutata ratio est, ubi sumitur praecedens ad praecedentem et sequens ad sequentem.

13. Inuersa ratio est, ubi sumitur sequens praecedentis loco ad praecedentem sequentis loco.

14. Compositio rationis est, ubi sumitur praecedens cum sequenti pro una ad solam sequentem.

---

1) Non omnes aeque multiplices esse debent, sed primae et tertiae aeque multiplices, secundae et quartae, ut in def. 5.

2) Sc. deinceps (κατὰ τὸ συνεχές), h. e. si $a : b = b : c$, erit $a : c = a^2 : b^2$.

3) Sc. deinceps (κατὰ τὸ συνεχές); cfr. XI, 33. h. e. si $a : b = b : c = c : d$, erit $a : d = a^3 : b^3$.

ἕως FV, p m. rec. 15. ἡγούμενα] ἡ- e corr. m. 2 V. 16. τὰ δὲ ἑπόμενα τοῖς] m. 2 in ras. V. 19. ἐστίν F. 21. ἐστίν B. τοῦ] insert. m. 2 F.

ιε'. Διαίρεσις λόγου ἐστὶ λῆψις τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου, πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

ιϛ'. Ἀναστροφὴ λόγου ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὴν ὑπεροχήν, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου.

ιζ'. Δι' ἴσου λόγος ἐστὶ πλειόνων ὄντων μεγεθῶν καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανομένων καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὅταν ᾖ ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσι τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσι τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον· ἢ ἄλλως· Λῆψις τῶν ἄκρων καθ' ὑπεξαίρεσιν τῶν μέσων.

ιη'. Τεταραγμένη δὲ ἀναλογία ἐστίν, ὅταν τριῶν ὄντων μεγεθῶν καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος γίνηται ὡς μὲν ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις ἄλλο τι πρὸς ἡγούμενον.

α'. *)

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων. *)

---

15. Hero def. 127, 4. 16. Hero def. 127, 5. 17. Hero def. 127, 7. 18. Hero def. 127, 7?

---

1. δὲ λόγου FVp. ἐστίν B. 4. ἐστίν BF. 7. ἐστίν PF. 10. μεγέθεσιν PB. 11. μεγέθεσιν PB. Post def. 17

*) $ma + mb + \dots = m(a+b+\dots)$.

15. Subtractio rationis est, ubi sumitur excessus, quo praecedens sequentem excedit, ad solam sequentem.

16. Conuersio rationis est, ubi sumitur praecedens ad excessum, quo praecedens sequentem excedit.

17. Datis compluribus magnitudinibus et aliis iis numero aequalibus, ita ut bini coniuncti in eadem ratione sint, ex aequo ratio est, ubi erit, ut in prioribus magnitudinibus prima ad extremam, ita in alteris magnitudinibus prima ad extremam. uel aliter: ubi termini exteriores sumuntur omissis mediis.[1])

18. Perturbata autem ratio est, ubi datis tribus magnitudinibus et aliis numero iis aequalibus est ut in prioribus magnitudinibus praecedens terminus ad sequentem, ita in alteris magnitudinibus praecedens ad sequentem, et ut in prioribus magnitudinibus sequens ad aliud, ita in alteris aliud ad praecedentem.[2])

I.

Si datae sunt quotlibet magnitudines quotlibet magnitudinum numero aequalium singulae singularum aeque multiplices, quoties multiplex est una magnitudo unius, toties etiam omnes omnium erunt multiplices.

---

1) Si $a : b : c = \alpha : \beta : \gamma$, ratio ex aequo erit $a : c = \alpha : \gamma$. cfr. prop. 22.

2) H. e. si datis $a, b, c, \alpha, \beta, \gamma$ est $a : b = \beta : \gamma$ et $b : c = \alpha : \beta$. cfr. prop. 23.

---

seq. *τεταγμένη* (*δέ* add. F et V m. 2) *ἀναλογία ἐστίν, ὅταν ᾖ ὡς ἡγούμενον πρὸς* (*τό* add. V) *ἑπόμενον οὕτως ἡγούμενον* (*ἡγούμενος* φ) *πρὸς* (*τό* add. V) *ἑπόμενον, ᾖ δὲ καὶ ὡς ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι οὕτως ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι* FVp, B m. 2, P m. rec.; om. PB m. 1, et cum sequenti Campanus; de Herone dubium est (def. 127, 7). nusquam usurpatur. 15. *ἴσων αὐτοῖς* V. *ἴσων*] *ἴσον* φ (non F). 16. *γένηται* FV. 25. *τοσαυταπλάσιοι* φ (non F).

Ἔστω ὁποσαοῦν μεγέθη τὰ *ΑΒ*, *ΓΔ* ὁποσωνοῦν μεγεθῶν τῶν *Ε*, *Ζ* ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον· λέγω, ὅτι ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ *ΑΒ* τοῦ *Ε*, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ *ΑΒ*, *ΓΔ* τῶν *Ε*, *Ζ*.

Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *ΑΒ* τοῦ *Ε* καὶ τὸ *ΓΔ* τοῦ *Ζ*, ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ *ΑΒ* μεγέθη ἴσα τῷ *Ε*, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ *ΓΔ* ἴσα τῷ *Ζ*. διῃρήσθω τὸ μὲν *ΑΒ* εἰς τὰ τῷ *Ε* μεγέθη ἴσα τὰ *ΑΗ*, *ΗΒ*, τὸ δὲ *ΓΔ* εἰς τὰ τῷ *Ζ* ἴσα τὰ *ΓΘ*, *ΘΔ*· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν *ΑΗ*, *ΗΒ* τῷ πλήθει τῶν *ΓΘ*, *ΘΔ*. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν *ΑΗ* τῷ *Ε*, τὸ δὲ *ΓΘ* τῷ *Ζ*, ἴσον ἄρα τὸ *ΑΗ* τῷ *Ε*, καὶ τὰ *ΑΗ*, *ΓΘ* τοῖς *Ε*, *Ζ*. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἴσον ἐστὶ τὸ *ΗΒ* τῷ *Ε*, καὶ τὰ *ΗΒ*, *ΘΔ* τοῖς *Ε*, *Ζ*· ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ *ΑΒ* ἴσα τῷ *Ε*, τοσαῦτα καὶ ἐν τοῖς *ΑΒ*, *ΓΔ* ἴσα τοῖς *Ε*, *Ζ*· ὁσαπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ *ΑΒ* τοῦ *Ε*, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ *ΑΒ*, *ΓΔ* τῶν *Ε*, *Ζ*.

Ἐὰν ἄρα ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

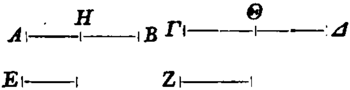
β′.

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλά-

---

6. πολαπλάσιον P. τοῦ] in ras. V. 7. ἐστίν] μεγέθη ἐστίν V. μεγέθη] om. V. 9. τῷ] corr. ex τῶν m. 1 B. ἴσα] corr. ex οὖσα m. 1 V. 10. εἰς] εἰ p. τῷ] corr. ex τῶν m. 1 B. 11. ἴσον] m. 2 V. *ΑΗ*, *ΗΒ*] Pφ; *ΓΘ*, *ΘΔ* BVp. 12. *ΓΘ*, *ΘΔ*] Pφ; *ΑΗ*, *ΗΒ* BVp. ἴσον] m. 2 V. 14. τό] in ras. p. Emendatio ed. Basil. lin. 13: ἴσα ἄρα καὶ τὰ *ΑΗ*, *ΓΘ* τοῖς *Ε*, *Ζ* et lin. 15: καὶ τὸ *ΘΔ* τῷ *Ζ*,

Sint quotlibet magnitudines AB, $\Gamma\Delta$ quotlibet magnitudinum E, Z numero aequalium singulae singularum aeque multiplices. dico, quoties multiplex sit AB magnitudinis E, toties multiplicem esse $AB + \Gamma\Delta$ magnitudinis $E + Z$.



nam quoniam AB magnitudinis E et $\Gamma\Delta$ magnitudinis Z aeque multiplices sunt, quot sunt in AB magnitudines magnitudini E aequales, totidem etiam in $\Gamma\Delta$ sunt magnitudini Z aequales. diuidatur AB in magnitudines magnitudini E aequales AH, HB et $\Gamma\Delta$ in magnitudines magnitudini Z aequales $\Gamma\Theta$, $\Theta\Delta$. itaque numerus magnitudinum AH, HB numero magnitudinum $\Gamma\Theta$, $\Theta\Delta$ aequalis erit. et quoniam $AH = E$ et $\Gamma\Theta = Z$, erit $AH = E$ et $AH + \Gamma\Theta = E + Z$. eadem de causa $HB = E$ et $HB + \Theta\Delta = E + Z$. itaque quot sunt in AB magnitudines magnitudini E aequales, totidem etiam sunt in $AB + \Gamma\Delta$ magnitudini $E + Z$ aequales. itaque quoties multiplex est AB magnitudinis E, toties multiplex erit etiam $AB + \Gamma\Delta$ magnitudinis $E + Z$.

Ergo si datae sunt quotlibet magnitudines quotlibet magnitudinum numero aequalium singulae singularum aeque multiplices, quoties multiplex est una magnitudo unius, toties etiam omnes omnium erunt multiplices; quod erat demonstrandum.

II.

Si prima secundae et tertia quartae aeque multi-

ἴσα ἄρα καὶ τὰ HB, $\Theta\Delta$ necessaria non est. 21. ἐστι V. 25. δευτέρου φ (non F).

σιον καὶ τρίτον τετάρτου, ᾖ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τετάρτου, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τετάρτου. *)

Πρῶτον γὰρ τὸ ΑΒ δευτέρου τοῦ Γ ἰσάκις ἔστω πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τὸ ΔΕ τετάρτου τοῦ Ζ, ἔστω δὲ καὶ πέμπτον τὸ ΒΗ δευτέρου τοῦ Γ ἰσάκις πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τὸ ΕΘ τετάρτου τοῦ Ζ· λέγω, ὅτι καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ ΑΗ δευτέρου τοῦ Γ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ ΔΘ τετάρτου τοῦ Ζ.

Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΒ τοῦ Γ καὶ τὸ ΔΕ τοῦ Ζ, ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΑΒ ἴσα τῷ Γ, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ΔΕ ἴσα τῷ Ζ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὅσα ἐστὶν ἐν τῷ ΒΗ ἴσα τῷ Γ, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ΕΘ ἴσα τῷ Ζ· ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν ὅλῳ τῷ ΑΗ ἴσα τῷ Γ, τοσαῦτα καὶ ἐν ὅλῳ τῷ ΔΘ ἴσα τῷ Ζ· ὁσαπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΗ τοῦ Γ, τοσαυταπλάσιον ἔσται καὶ τὸ ΔΘ τοῦ Ζ. καὶ συντεθὲν ἄρα πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ ΑΗ δευτέρου τοῦ Γ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ ΔΘ τετάρτου τοῦ Ζ.

Ἐὰν ἄρα πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τετάρτου, ᾖ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τετάρτου, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τετάρτου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

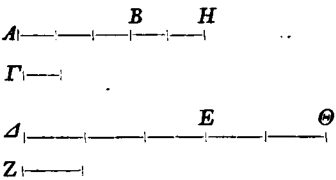
---

6. *δευτέρου*] corr. ex *δεύτερον* V. 13. *ἐστίν* P. 16. *Γ*] corr. ex *Α* m. 2 F. 17. *ΕΘ*] *ΕΒ*φ. 18. *ΔΘ*] corr. ex *ΑΗ* m. 1 P. *Ζ*] corr. ex *Γ* m. 1 P. 19. *ἐστίν* P. 20. *τὸ πρῶτον* P. 21. *ἔσται*] *ἔστω* B, *ἐστι* p.

*) $ma + na = (m+n)a$.

plices sunt, et quinta secundae sextaque quartae aeque multiplices, etiam prima quintaque compositae secundae et tertia sextaque compositae quartae aeque multiplices erunt.

nam prima AB secundae Γ et tertia ΔE quartae Z aeque multiplices sint, et quinta BH secundae Γ sextaque $E\Theta$ quartae Z aeque multiplices sint. dico, etiam primam quintamque compositas AH secundae Γ et tertiam sextamque compositas $\Delta\Theta$ quartae Z aeque multiplices esse.



nam quoniam AB magnitudinis Γ et ΔE magnitudinis Z aeque multiplices sunt, quot sunt in AB magnitudini Γ aequales, tot etiam in ΔE sunt magnitudini Z aequales. eadem de causa etiam, quot sunt in tota BH magnitudini Γ aequales, tot etiam in $E\Theta$ sunt magnitudini Z aequales. quare quot sunt in tota AH magnitudini Γ aequales, totidem etiam in tota $\Delta\Theta$ sunt magnitudini Z aequales. itaque quoties multiplex est AH magnitudinis Γ, toties multiplex erit etiam $\Delta\Theta$ magnitudinis Z. itaque etiam prima et quinta compositae AH secundae Γ aeque multiplices erunt ac tertia sextaque $\Delta\Theta$ quartae Z.

Ergo si prima secundae et tertia quartae aeque multiplices sunt, et quinta secundae sextaque quartae aeque multiplices, etiam prima quintaque compositae secundae et tertia sextaque compositae quartae aeque multiplices erunt; quod erat demonstrandum.

γ'.

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τετάρτου, ληφθῇ δὲ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου, καὶ δι' ἴσου τῶν ληφθέντων ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον τὸ μὲν τοῦ δευτέρου τὸ δὲ τοῦ τετάρτου. *)

Πρῶτον γὰρ τὸ Α δευτέρου τοῦ Β ἰσάκις ἔστω πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τὸ Γ τετάρτου τοῦ Δ, καὶ εἰλήφθω τῶν Α, Γ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΕΖ, ΗΘ· λέγω, ὅτι ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΕΖ τοῦ Β καὶ τὸ ΗΘ τοῦ Δ.

Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΕΖ τοῦ Α καὶ τὸ ΗΘ τοῦ Γ, ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΕΖ ἴσα τῷ Α, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ΗΘ ἴσα τῷ Γ. διῃρήσθω τὸ μὲν ΕΖ εἰς τὰ τῷ Α μεγέθη ἴσα τὰ ΕΚ, ΚΖ, τὸ δὲ ΗΘ εἰς τὰ τῷ Γ ἴσα τὰ ΗΛ, ΛΘ· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΕΚ, ΚΖ τῷ πλήθει τῶν ΗΛ, ΛΘ. καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ Α τοῦ Β καὶ τὸ Γ τοῦ Δ, ἴσον δὲ τὸ μὲν ΕΚ τῷ Α, τὸ δὲ ΗΛ τῷ Γ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΕΚ τοῦ Β καὶ τὸ ΗΛ τοῦ Δ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΚΖ τοῦ Β καὶ τὸ ΛΘ τοῦ Δ. ἐπεὶ οὖν πρῶτον τὸ ΕΚ δευτέρου τοῦ Β ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τὸ ΗΛ τετάρτου τοῦ Δ, ἔστι δὲ καὶ πέμπτον τὸ ΚΖ δευτέρου τοῦ Β ἰσάκις πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τὸ ΛΘ τετάρτου τοῦ Δ, καὶ συν-

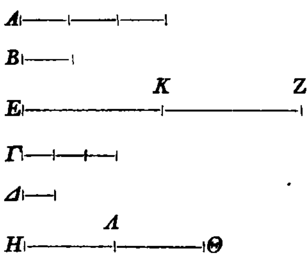
---

4. τε] om. BVp. 10. εἰλήφθωσαν p. 11. ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον] ὁσαπλάσιον P. B] in ras F. 14. ἐστίν] supra F. ἴσα] m. 2 P. 15. καί] δὴ καί V. 16. τό] m. 2 V. εἰς τά] in ras. m. 2 V. 20. δέ] (prius) supra m. 2 comp. V. 22. ἐστίν P. 23. τοῦ Δ] postea add. F. 25. ἐστίν P.

*) $m \cdot na = mn \cdot a$

III.

Si prima secundae et tertia quartae aeque multiplices sunt, et primae tertiaeque aeque multiplices sumuntur, etiam ex aequo[1]) magnitudinum sumptarum altera secundae altera quartae aeque multiplices erunt singulae singularum.



Nam prima A secundae B et tertia Γ quartae Δ aeque sint multiplices, et sumantur magnitudinum A, Γ aeque multiplices $EZ, H\Theta$. dico, EZ magnitudinis B et $H\Theta$ magnitudinis Δ aeque multiplices esse.

nam quoniam EZ magnitudinis A et $H\Theta$ magnitudinis Γ aeque multiplices sunt, quot sunt in EZ magnitudines magnitudini A aequales, totidem etiam in $H\Theta$ sunt magnitudini Γ aequales. diuidatur EZ in magnitudines magnitudini A aequales EK, KZ, et $H\Theta$ in magnitudines magnitudini Γ aequales $H\Lambda$, $\Lambda\Theta$. erit igitur numerus magnitudinum EK, KZ numero magnitudinum $H\Lambda$, $\Lambda\Theta$ aequalis. et quoniam A magnitudinis B et Γ magnitudinis Δ aeque multiplices sunt, et $EK = A$, $H\Lambda = \Gamma$, erunt EK magnitudinis B et $H\Lambda$ magnitudinis Δ aeque multiplices. eadem de causa KZ magnitudinis B et $\Lambda\Theta$ magnitudinis Δ aeque multiplices sunt. iam quoniam prima EK secundae B et tertia $H\Lambda$ quartae Δ aeque

1) Hic non proprie ad definitionem rationis δι' ἴσου (17) respicitur.

τεθὲν ἄρα πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ ΕΖ δευτέρου τοῦ Β ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ ΗΘ τετάρτου τοῦ Δ.

Ἐὰν ἄρα πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τετάρτου, ληφθῇ δὲ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια, καὶ δι' ἴσου τῶν ληφθέντων ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον τὸ μὲν τοῦ δευτέρου τὸ δὲ τοῦ τετάρτου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ'.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ληφθέντα κατάλληλα.*)

Πρῶτον γὰρ τὸ Α πρὸς δεύτερον τὸ Β τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον καὶ τρίτον τὸ Γ πρὸς τέταρτον τὸ Δ, καὶ εἰλήφθω τῶν μὲν Α, Γ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Ε, Ζ, τῶν δὲ Β, Δ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η, Θ· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ Ε πρὸς τὸ Η, οὕτως τὸ Ζ πρὸς τὸ Θ.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν Ε, Ζ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ, Λ, τῶν δὲ Η, Θ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Μ, Ν.

[Καὶ] ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ μὲν Ε

5. δὲ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ πρώτου καὶ τρίτου V; cfr. p. 12, 3—4. 8. δεῖξαι] ποιῆσαι V. 18. Γ] corr. ex Β F. 19. τά] postea add. m. 2 F. ἅ] m. 2 F. 20. ἐστίν] om. V. 21. Η ἐστιν V. 23. ἄλλα, ἃ ἔτυχεν] mg. m. 2 V. ἅ] supra F. 24. Ν] in ras. m. 1 p. 25. καί] m. 2 P. ἐστιν P.

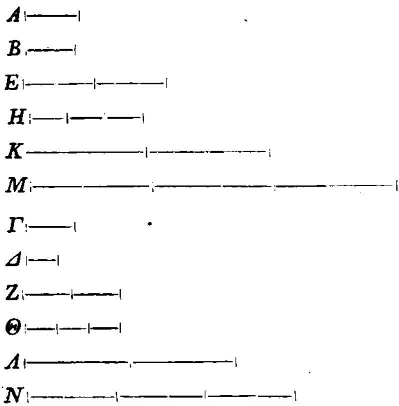
*) $(a:b = c:d) \supset (ma:nb = mc:nd)$.

multiplices sunt, et quinta KZ secundae B sextaque $\Delta\Theta$ quartae Δ aeque multiplices sunt, etiam prima quintaque compositae EZ secundae B et tertia sextaque compositae $H\Theta$ quartae Δ aeque multiplices erunt [prop. II].

Ergo si prima secundae et tertia quartae aeque multiplices sunt, et primae tertiaeque aeque multiplices sumuntur, etiam ex aequo magnitudinum sumptarum altera secundae altera quartae aeque multiplices erunt singulae singularum; quod erat demonstrandum.

IV.

Si prima ad secundam eandem rationem habet ac tertia ad quartam, etiam primae tertiaeque aeque multiplices ad secundae quartaeque aeque multiplices qualibet multiplicatione productas eandem rationem habebunt suo ordine sumptae.



Sit enim $A : B = \Gamma : \Delta$, et sumantur magnitudinum A, Γ aeque multiplices E, Z et magnitudinum B, Δ aliae quaeuis aeque multiplices H, Θ. dico, esse $E : H = Z : \Theta$.

sumantur enim magnitudinum E, Z aeque multiplices K, Λ et magnitudinum H, Θ aliae quaeuis aeque multiplices M, N. iam quoniam E magnitudinis A, et Z

τοῦ *Α*, τὸ δὲ Ζ τοῦ *Γ*, καὶ εἴληπται τῶν *Ε*, Ζ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ *Κ*, *Λ*, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *Κ* τοῦ *Α* καὶ τὸ *Λ* τοῦ *Γ*. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *Μ* τοῦ *Β* καὶ τὸ *Ν* τοῦ *Δ*. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ *Α* πρὸς τὸ *Β*, οὕτως τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Δ*, καὶ εἴληπται τῶν μὲν *Α*, *Γ* ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ *Κ*, *Λ*, τῶν δὲ *Β*, *Δ* ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ *Μ*, *Ν*, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ *Κ* τοῦ *Μ*, ὑπερέχει καὶ τὸ *Λ* τοῦ *Ν*, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν *Κ*, *Λ* τῶν *Ε*, Ζ ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ δὲ *Μ*, *Ν* τῶν *Η*, *Θ* ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ *Ε* πρὸς τὸ *Η*, οὕτως τὸ Ζ πρὸς τὸ *Θ*.

Ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν ληφθέντα κατάλληλα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ε'.

Ἐὰν μέγεθος μεγέθους ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος, καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ὅλον τοῦ ὅλου.*)

1. τῶν] τό F; corr. m. rec. 2. πολλαπλάσιον] πολλαπλάσια V, corr. m. 1. 5. οὔτω F. 6. μέν] om. Bp. 7. ἅ] supra F. 10. Post ἔλαττον in P repetuntur: καὶ ἐπεὶ ὑπερέχει τὸ *Κ* τοῦ *Μ* καὶ τὸ *Λ* τοῦ *Ν* καὶ εἰ ἴσον ἴσον καὶ εἰ ἔλαττον ἔλαττον. ἐστιν P. *Λ*] e corr. m. 2 F. 12. ἅ] supra m. 2 P. 16. τε πρώτου] τετάρτου φ (non F). 17. καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον Bp; cfr. p. 14 lin. 14—15. 19. δεῖξαι] corr. ex ποιῆσαι V. Deinde add. Theon: ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη, ὅτι, εἰ ὑπερέχει τὸ *Κ* τοῦ *Μ*, ὑπερέχει

*) $ma - mb = m(a-b)$.

magnitudinis Γ aeque multiplices sunt, et sumptae sunt magnitudinum E, Z aeque multiplices K, Λ, erit K magnitudinis A et Λ magnitudinis Γ aeque multiplex [prop. III]. eadem de causa M magnitudinis B et N magnitudinis Δ aeque multiplex est. et quoniam est $A : B = \Gamma : \Delta$, et sumptae sunt magnitudinum A, Γ aeque multiplices K, Λ et magnitudinum B, Δ aliae quaeuis aeque multiplices M, N, si K magnitudinem M superat, etiam Λ magnitudinem N superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. et K, Λ magnitudinum E, Z aeque multiplices sunt, M, N autem magnitudinum H, Θ aliae quaeuis aeque multiplices. itaque $E : H = Z : \Theta$ [def. 5].

Ergo si prima ad secundam eandem rationem habet ac tertia ad quartam, etiam primae tertiaeque aeque multiplices ad secundae quartaeque aeque multiplices qualibet multiplicatione productas eandem rationem habebunt suo ordine sumptae; quod erat demonstrandum.

V.

Si magnitudo magnitudinis aeque multiplex est atque ablata ablatae, etiam reliqua reliquae aeque multiplex erit ac tota totius.

καὶ τὸ Λ τοῦ N, καὶ εἰ ἴσον ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον ἔλαττον, cf. Heath
δῆλον ὅτι καὶ εἰ ὑπερέχει τὸ M τοῦ K, ὑπερέχει καὶ τὸ N τοῦ II p. 144.
Λ, καὶ εἰ ἴσον ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον ἔλαττον, καὶ διὰ τοῦτο ἔσται καὶ ὡς τὸ H πρὸς τὸ E, οὕτως τὸ Θ πρὸς τὸ Z. Πόρισμα. ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἀνάπαλιν ἀνάλογον ἔσται (FBV; primum *ὅτι* om. B; invertendo
οὕτω pro *οὕτως* F; semper *ἔλασσον* V; in p non exstant nisi ultima inde a *πόρισμα*); idem in P. mg. m. rec. (om. priore *ὅτι*); om. P m. 1, Campanus; cfr. ad prop. VII. 24. *τό*] corr. ex *τοῦ* m. 1 F. *τὸ ὅλον*] supra p.

Μέγεθος γὰρ τὸ ΑΒ μεγέθους τοῦ ΓΔ ἰσάκις ἔστω πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν τὸ ΑΕ ἀφαιρεθέντος τοῦ ΓΖ· λέγω, ὅτι καὶ λοιπὸν τὸ ΕΒ λοιποῦ τοῦ ΖΔ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ὅλον τὸ ΑΒ ὅλου τοῦ ΓΔ.

Ὁσαπλάσιον γάρ ἐστι τὸ ΑΕ τοῦ ΓΖ, τοσαυταπλάσιον γεγονέτω καὶ τὸ ΕΒ τοῦ ΓΗ.

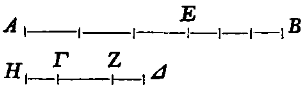
Καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΕ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΕΒ τοῦ ΗΓ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΕ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΑΒ τοῦ ΗΖ. κεῖται δὲ ἰσάκις πολλαπλάσιον τὸ ΑΕ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΑΒ τοῦ ΓΔ. ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΒ ἑκατέρου τῶν ΗΖ, ΓΔ· ἴσον ἄρα τὸ ΗΖ τῷ ΓΔ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΓΖ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΗΓ λοιπῷ τῷ ΖΔ ἴσον ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΕ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΕΒ τοῦ ΗΓ, ἴσον δὲ τὸ ΗΓ τῷ ΔΖ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΕ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΕΒ τοῦ ΖΔ. ἰσάκις δὲ ὑπόκειται πολλαπλάσιον τὸ ΑΕ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΑΒ τοῦ ΓΔ· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΕΒ τοῦ ΖΔ καὶ τὸ ΑΒ τοῦ ΓΔ. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ΕΒ λοιποῦ τοῦ ΖΔ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ὅλον τὸ ΑΒ ὅλου τοῦ ΓΔ.

Ἐὰν ἄρα μέγεθος μεγέθους ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος, καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ ὅλον τοῦ ὅλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

4. ΖΔ] ΔΖ Bp; ΖΔ, seq. ras. 1 litt. et Ζ in ras. V; ΕΖ in ras. F. ἐστιν] ἐστι τό F. 6. ἐστι] ἐστιν ὅλον, deleto ὅλον V. 8. καὶ ἐπεί — 9 : ΗΓ] om. p; mg. m. 2 B. 9. ΕΒ] Β in ras. F. ΗΓ] corr. m. 1 ex ΓΗ V; ΓΗ B; Γ̈Η̈ F.

Sit enim magnitudo AB magnitudinis $\Gamma\Delta$ aeque multiplex atque ablata AE ablatae ΓZ. dico, etiam reliquam EB reliquae $Z\Delta$ aeque multiplicem esse ac totam AB totius $\Gamma\Delta$.



nam quoties multiplex est AE magnitudinis ΓZ, toties multiplex fiat EB magnitudinis ΓH. et quoniam AE magnitudinis ΓZ et EB magnitudinis $H\Gamma$ aeque multiplex est, etiam AE magnitudinis ΓZ et AB magnitudinis HZ aeque multiplex erit [prop. I]. et posuimus AE magnitudinis ΓZ et AB magnitudinis $\Gamma\Delta$ aeque multiplices. itaque AB utriusque HZ, $\Gamma\Delta$ aeque multiplex est. quare $HZ = \Gamma\Delta$. subtrahatur, quae communis est, ΓZ. itaque $H\Gamma = Z\Delta$. et quoniam AE magnitudinis ΓZ et EB magnitudinis $H\Gamma$ aeque multiplex est, et $H\Gamma = \Delta Z$, erit AE magnitudinis ΓZ et EB magnitudinis $Z\Delta$ aeque multiplex. supposuimus autem, esse AE magnitudinis ΓZ et AB magnitudinis $\Gamma\Delta$ aeque multiplicem. itaque EB magnitudinis $Z\Delta$ et AB magnitudinis $\Gamma\Delta$ aeque multiplex est. itaque etiam reliqua EB reliquae $Z\Delta$ aeque multiplex est ac tota AB totius $\Gamma\Delta$.

Ergo si magnitudo magnitudinis aeque multiplex est atque ablata ablatae, etiam reliqua reliquae aeque multiplex erit ac tota totius; quod erat demonstrandum.

ἐστίν P. 10. AB] B in ras. F. HZ] in ras. BFV. 12. ἐστίν P F. 14. $Z\Delta$] P, F m. 1; ΔZ BVp, Fm. 2. 15. ἐστίν] P; comp. p; ἐστί BFV. πολλαπλασίων φ. 16. $H\Gamma$] (prius) seq. ras. 1 litt., H in ras. V. 17. ΔZ] $Z\Delta$ P. 20. ἐστίν P. $Z\Delta$] φ, ΔZ F. 26. ἐστιν P.

ς'.

Ἐὰν δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα ἐστὶν ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια.*)

Δύο γὰρ μεγέθη τὰ AB, $\Gamma\Delta$ δύο μεγεθῶν τῶν E, Z ἰσάκις ἔστω πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τὰ AH, $\Gamma\Theta$ τῶν αὐτῶν τῶν E, Z ἰσάκις ἔστω πολλαπλάσια· λέγω, ὅτι καὶ λοιπὰ τὰ HB, $\Theta\Delta$ τοῖς E, Z ἤτοι ἴσα ἐστὶν ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια.

Ἔστω γὰρ πρότερον τὸ HB τῷ E ἴσον· λέγω, ὅτι καὶ τὸ $\Theta\Delta$ τῷ Z ἴσον ἐστίν.

Κείσθω γὰρ τῷ Z ἴσον τὸ ΓK. ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ AH τοῦ E καὶ τὸ $\Gamma\Theta$ τοῦ Z, ἴσον δὲ τὸ μὲν HB τῷ E, τὸ δὲ $K\Gamma$ τῷ Z, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ AB τοῦ E καὶ τὸ $K\Theta$ τοῦ Z. ἰσάκις δὲ ὑπόκειται πολλαπλάσιον τὸ AB τοῦ E καὶ τὸ $\Gamma\Delta$ τοῦ Z· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ $K\Theta$ τοῦ Z καὶ τὸ $\Gamma\Delta$ τοῦ Z. ἐπεὶ οὖν ἑκάτερον τῶν $K\Theta$, $\Gamma\Delta$ τοῦ Z ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον, ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ $K\Theta$ τῷ $\Gamma\Delta$. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ $\Gamma\Theta$· λοιπὸν ἄρα τὸ $K\Gamma$ λοιπῷ τῷ $\Theta\Delta$ ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ Z τῷ $K\Gamma$ ἐστιν ἴσον· καὶ τὸ $\Theta\Delta$ ἄρα τῷ Z ἴσον ἐστίν. ὥστε εἰ τὸ HB τῷ E ἴσον ἐστίν, καὶ τὸ $\Theta\Delta$ ἴσον ἔσται τῷ Z.

Ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι, κἂν πολλαπλάσιον ᾖ

---

2. Ἐάν] seq. ras. 3 litt. F. 5. ἤτοι] sustulit resarcinatio in F. 7. ἔστωσαν p. 8. τῶν] (alt.) τό V, sed corr. 9. τὰ λοιπὰ τὰ F. HB] in ras. F. 11. HB] in ras. m. 2 V. 12. $\Theta\Delta$] $\Delta\Theta$ P. τῷ Z] om. P; post ἴσον add. m. 2. ἐστί BV. 13. τῷ] corr. ex τό m. 1 p. ΓK] corr. ex $K\Gamma$ m. 2 P. καὶ ἐπεί V. 14. ἐστίν PF. 15. $K\Gamma$] ΓK V. 16.

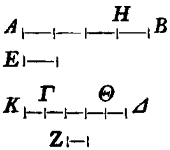
*) $(m > n) \supset (ma - na : a = mb - nb : b)$.

VI.

Si duae magnitudines duarum magnitudinum aeque multiplices sunt, et ablatae quaeuis magnitudines earundem aeque multiplices sunt, etiam reliquae iisdem aut aequales sunt aut aeque earum multiplices.

Nam duae magnitudines $AB, \Gamma\Delta$ duarum magnitudinum E, Z aeque sint multiplices, et ablatae magnitudines $AH, \Gamma\Theta$ earundem E, Z aeque multiplices sint. dico, reliquas $HB, \Theta\Delta$ aut aequales esse E, Z aut aeque earum multiplices.

nam prius sit $HB = E$. dico, esse etiam $\Theta\Delta = Z$.



ponatur enim $\Gamma K = Z$. quoniam AH magnitudinis E et $\Gamma\Theta$ magnitudinis Z aeque multiplex est, et $HB = E$, $K\Gamma = Z$, erit AB magnitudinis E et $K\Theta$ magnitudinis Z aeque multiplex [prop. II]. et supposuimus, esse AB magnitudinis E et $\Gamma\Delta$ magnitudinis Z aeque multiplicem. itaque $K\Theta$ magnitudinis Z et $\Gamma\Delta$ magnitudinis Z aeque multiplex est. iam quoniam utraque magnitudo $K\Theta$, $\Gamma\Delta$ magnitudinis Z aeque multiplex est, erit $K\Theta = \Gamma\Delta$. subtrahatur, quae communis est, $\Gamma\Theta$. itaque $K\Gamma = \Theta\Delta$. sed $Z = K\Gamma$. quare etiam $\Theta\Delta = Z$. itaque si $HB = E$, erit etiam $\Theta\Delta = Z$.

similiter demonstrabimus, si HB magnitudinis E

ἐστίν P. 18. τό] τοῦ V, corr. m. 1; om. φ (non F). ἐστίν P. 23. τό] P m. 1, F m. 1, Bp; τῷ P m. 2, F m. 2, V in ras. m. 2. Z] $K\Gamma$ V. τῷ] P m. 1, F m. 1, Bp; τό Pm. 2, Fm. 2, V in ras. m. 2. $K\Gamma$] Z V. τό] τῷ Bp. 24. $\Theta\Delta$] $\Delta\Theta$ F. τῷ] τό Bp. ἴσον ἐστίν] PB; ἐστιν ἴσον FVp. εἰ] P; ὅτε Theon (Bφ Vp). 25. ἐστίν] -ιν in ras. P; ἐστί BV; comp. p. καὶ τὸ $\Theta\Delta$ ἴσον ἔσται] mg. P. $\Theta\Delta$] corr. ex ΘA m. 2 P; Θ in ras. m. 2 V; $\Delta\Theta$ B.

τὸ ΗΒ τοῦ Ε, τοσαυταπλάσιον ἔσται καὶ τὸ ΘΔ τοῦ Ζ.

Ἐὰν ἄρα δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα ἐστὶν ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ΄.

Τὰ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα. *)

Ἔστω ἴσα μεγέθη τὰ Α, Β, ἄλλο δέ τι, ὃ ἔτυχεν, μέγεθος τὸ Γ· λέγω, ὅτι ἑκάτερον τῶν Α, Β πρὸς τὸ Γ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ τὸ Γ πρὸς ἑκάτερον τῶν Α, Β.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν Α, Β ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Δ, Ε, τοῦ δὲ Γ ἄλλο, ὃ ἔτυχεν, πολλαπλάσιον τὸ Ζ.

Ἐπεὶ οὖν ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ Δ τοῦ Α καὶ τὸ Ε τοῦ Β, ἴσον δὲ τὸ Α τῷ Β, ἴσον ἄρα καὶ τὸ Δ τῷ Ε. ἄλλο δέ, ὃ ἔτυχεν, τὸ Ζ. Εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Δ τοῦ Ζ, ὑπερέχει καὶ τὸ Ε τοῦ Ζ, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν Δ, Ε τῶν Α, Β ἰσάκις πολλαπλάσια, τὸ δὲ Ζ τοῦ Γ ἄλλο, ὃ ἔτυχεν, πολλαπλάσιον· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Β πρὸς τὸ Γ.

Λέγω [δή], ὅτι καὶ τὸ Ε πρὸς ἑκάτερον τῶν Α, Β τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον.

---

5. καὶ τά] τά in ras. P. ἐστίν] corr. ex ἔσται p. 10. ὅ] supra m. 2 F. ἔτυχε Vp. 14. μέν] PF; om. BVp. 15. ὅ] supra m. 2 F. ἔτυχε Vp. 16. τό] τοῦ m. 2 P. τοῦ] corr. ex τό P. 18. ὅ] m. 2 F. ἔτυχε Vp, et seq. ras. 1 litt. F. 20. καί] comp. F, dein add. καί φ. τά] e

*) $A = B . \supset . (A : C = B : C)$,
$A = B . \supset . (C : A = C : B)$.

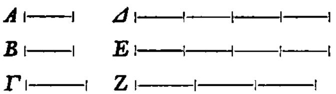
multiplex sit, aeque multiplicem esse $\Theta\varDelta$ magnitudinis Z.

Ergo si duae magnitudines duarum magnitudinum aeque multiplices sunt, et ablatae quaeuis magnitudines earundem aeque multiplices sunt, etiam reliquae iisdem aut aequales sunt aut aeque earum multiplices; quod erat demonstrandum.

VII.

Aequalia ad idem eandem habent rationem et idem ad aequalia.

Sint aequales magnitudines A, B et alia quaeuis magnitudo $\varGamma$. dico, utramque magnitudinem A, B ad $\varGamma$ eandem rationem habere, et $\varGamma$ ad utramque A, B.



sumantur enim magnitudinum A, B aeque multiplices $\varDelta$, E, et magnitudinis $\varGamma$ alia quaeuis multiplex Z. iam quoniam $\varDelta$ magnitudinis A et E magnitudinis B aeque multiplex est, et $A = B$, erit etiam $\varDelta = E$. et alia quaeuis magnitudo est Z. itaque si $\varDelta$ magnitudinem Z superat, etiam E magnitudinem Z superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor minor. et magnitudinum A, B aeque multiplices sunt $\varDelta$, E, et Z magnitudinis $\varGamma$ alia quaeuis est multiplex. erit igitur

$$A : \varGamma = B : \varGamma \text{ [def. 5].}$$

dico, etiam E ad utramque magnitudinem A, B eandem rationem habere.

---

corr. p. 21. Z] EZ F. 22. ὅ] om. F; add. m. 2 euan. ἔτυχε Vp. ἔστιν] bis P. 24. δή] om. P.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δείξομεν, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ Δ τῷ Ε· ἄλλο δέ τι τὸ Ζ· εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Ζ τοῦ Δ, ὑπερέχει καὶ τοῦ Ε, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὸ μὲν Ζ τοῦ Γ πολλαπλάσιον, τὰ δὲ Δ, Ε τῶν Α, Β ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Α, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Β.

Τὰ ἴσα ἄρα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν μεγέθη τινὰ ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἀνάπαλιν ἀνάλογον ἔσται. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η'.

Τῶν ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἔλαττον. καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον.

Ἔστω ἄνισα μεγέθη τὰ ΑΒ, Γ, καὶ ἔστω μεῖζον τὸ ΑΒ, ἄλλο δέ, ὃ ἔτυχεν, τὸ Δ· λέγω, ὅτι τὸ ΑΒ πρὸς τὸ Δ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, καὶ τὸ Δ πρὸς τὸ Γ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ ΑΒ.

Ἐπεὶ γὰρ μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΒ τοῦ Γ, κείσθω τῷ Γ ἴσον τὸ ΒΕ· τὸ δὴ ἔλασσον τῶν ΑΕ, ΕΒ πολλα-

---

VIII. Hero def. 125, 6. Schol. in Pappum III p. 1175, 21.

---

1. *ὁμοίως δή* P. 3. *καί*] (prius) *τὸ* Z *καί* P; *καὶ τὸ* Z F. 4. *ἔλασσον ἔλασσον* V. *καί ἐστι*] *καί ἐστιν* P; *ἔστι δέ* F. 6. *ἄλλα ἅ*] φ. *ἔτυχεν*] *ἐτ-* supra φ. 7. *οὕτως*] corr. ex *οὕτω* m. 2 F. 9. *τὰ ἴσα*] *τὰ ἴσα ὅπ-* φ. 10. *πόρισμα* — 12: *ἔσται*] P; om. Theon (BFVp); cfr. ad prop. IV.

$A > B . \supset . (A:C > B:C)$,
" " $(C:B > C:A)$.

nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus, esse $\varDelta = E$. et alia quaeuis magnitudo est Z. itaque si Z magnitudinem $\varDelta$ superat, etiam magnitudinem E superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor minor. et Z magnitudinis $\varGamma$ multiplex est, et $\varDelta, E$ magnitudinum A, B aliae quaeuis aeque multiplices. quare $\varGamma : A = \varGamma : B$ [def. 5].

Ergo aequalia ad idem eandem habent rationem et idem ad aequalia.

Corollarium.

Hinc manifestum est, si magnitudines proportionales sint, easdem e contrario proportionales esse.[1]) — quod erat demonstrandum.

VIII.

Ex inaequalibus magnitudinibus maior ad idem maiorem rationem habet quam minor; et idem ad minorem maiorem rationem habet quam ad maiorem.

Sint inaequales magnitudines $AB, \varGamma$, et maior sit AB, alia autem quaeuis magnitudo sit $\varDelta$. dico, esse $AB : \varDelta > \varGamma : \varDelta$ et $\varDelta : \varGamma > \varDelta : AB$.

Nam quoniam $AB > \varGamma$, ponatur $BE = \varGamma$. itaque minor magnitudinum AE, EB multiplicata aliquando

1) Quia et $A : \varGamma = B : \varGamma$ et $\varGamma : A = \varGamma : B$. ceterum hoc corollarium recte hic collocatur in P; nam si post prop. IV fuisset, ubi Theon id posuit, alteram partem demonstrationis p. 22, 24 sq. superuacuam futuram fuisse, acute obseruauit Augustus II p. 331. om. Campanus. cf. Heath II, p. 149

18. μεῖζον] τὸ μεῖζον P. 19. AB] P, Fm. 1, V m. 1; AB τοῦ $\varGamma$ Bp, F m. 2, V m. 2. ἔτυχε Vp. 20. τὸ $\varDelta$] (prius) τό in spatio 4 litt. φ. 23. AB] B in ras. p. τῷ] τό φ (non F). 24. τό] (prius) τῷ φ (non F).

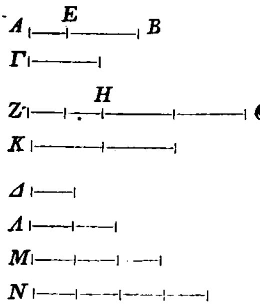
πλασιαζόμενον ἔσται ποτὲ τοῦ Δ μεῖζον. ἔστω πρότερον τὸ ΑΕ ἔλαττον τοῦ ΕΒ, καὶ πεπολλαπλασιάσθω τὸ ΑΕ, καὶ ἔστω αὐτοῦ πολλαπλάσιον τὸ ΖΗ μεῖζον ὂν τοῦ Δ, καὶ ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ΖΗ τοῦ ΑΕ, τοσαυταπλάσιον γεγονέτω καὶ τὸ μὲν ΗΘ τοῦ ΕΒ τὸ δὲ Κ τοῦ Γ· καὶ εἰλήφθω τοῦ Δ διπλάσιον μὲν τὸ Λ, τριπλάσιον δὲ τὸ Μ, καὶ ἑξῆς ἑνὶ πλεῖον, ἕως ἂν τὸ λαμβανόμενον πολλαπλάσιον μὲν γένηται τοῦ Δ, πρώτως δὲ μεῖζον τοῦ Κ. εἰλήφθω, καὶ ἔστω τὸ Ν τετραπλάσιον μὲν τοῦ Δ, πρώτως δὲ μεῖζον τοῦ Κ.

Ἐπεὶ οὖν τὸ Κ τοῦ Ν πρώτως ἐστὶν ἔλαττον, τὸ Κ ἄρα τοῦ Μ οὔκ ἐστιν ἔλαττον. καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΖΗ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ ΗΘ τοῦ ΕΒ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΖΗ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ ΖΘ τοῦ ΑΒ. ἰσάκις δέ ἐστι πολλαπλάσιον τὸ ΖΗ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ Κ τοῦ Γ· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΖΘ τοῦ ΑΒ καὶ τὸ Κ τοῦ Γ. τὰ ΖΘ, Κ ἄρα τῶν ΑΒ, Γ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια. πάλιν, ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΕΒ καὶ τὸ Κ τοῦ Γ, ἴσον δὲ τὸ ΕΒ τῷ Γ, ἴσον ἄρα καὶ τὸ ΗΘ τῷ Κ. τὸ δὲ Κ τοῦ Μ οὔκ ἐστιν ἔλαττον· οὐδ' ἄρα τὸ ΗΘ τοῦ Μ ἔλαττόν ἐστιν. μεῖζον δὲ τὸ ΖΗ τοῦ Δ· ὅλον ἄρα τὸ ΖΘ συναμφοτέρων τῶν Δ, Μ μεῖζόν ἐστιν. ἀλλὰ συναμφότερα τὰ Δ, Μ τῷ Ν ἐστιν ἴσα, ἐπειδήπερ τὸ Μ τοῦ Δ

---

1. ποτέ] mg. F. 3. ΑΕ] P; ΑΕ ἕως οὗ τὸ γενόμενον μεῖζον γένηται τοῦ Δ Theon (BFVp; in F οὗ corr. ex ἄν; γινόμενον V, F m. 2). 5. τὸ δέ] καὶ τό Bp. 6. τοῦ] (alt.) τόν π (non P); τό F, corr. m. 2. 7. πλεῖον] V m. 1; πλείους BFpπ, V m. 2. ἄν] οὗ P. 13. ΗΘ] ΘΗ Bp et FV in ras. m. 2. τοῦ] postea insert. F. 14. Ante ΖΗ ras. 1 litt. F. 15. ΖΘ] Ζ in ras. m. 2 V. ΑΒ] Α in ras. m. 2 V. 19. ἐστίν F. 20. ΕΒ] ΑΒ F. τό] (alt.) corr. ex τῷ m. 2 P.

maior erit magnitudine Δ [def. 4]. sit prius $AE < EB$, et multiplicetur AE, et sit multiplex eius ZH maior magnitudine Δ, et quoties multiplex est ZH magnitudinis AE, toties multiplex fiat $H\Theta$ magnitudinis EB et K magnitudinis Γ, et sumatur $\Lambda = 2\Delta$, $M = 3\Delta$, et deinceps multiplices per unum crescentes, donec sumpta magnitudo multiplex fiat magnitudinis Δ et prima maior magnitudine K. sumatur, et sit N, quadruplex magnitudinis Δ et prima maior magnitudine K.



iam quoniam K magnitudine N prima minor est, K magnitudine M minor non est. et quoniam ZH magnitudinis AE et $H\Theta$ magnitudinis EB aeque multiplex est, erit ZH magnitudinis AE et $Z\Theta$ magnitudinis AB aeque multiplex [prop. I]. uerum ZH magnitudinis AE et K magnitudinis Γ aeque multiplex est. itaque $Z\Theta$ magnitudinis AB et K magnitudinis Γ aeque multiplex est. quare $Z\Theta$, K magnitudinum AB, Γ aeque multiplices sunt. rursus quoniam $H\Theta$ magnitudinis EB et K magnitudinis Γ aeque multiplex est, et $EB = \Gamma$, erit etiam $H\Theta = K$. uerum K magnitudine M minor non est. itaque ne $H\Theta$ quidem magnitudine M minor est. sed $ZH > \Delta$. ergo $Z\Theta > \Delta + M$. sed $\Delta + M = N$, quoniam $M = 3\Delta$

---

22. οὐδέ comp. p. ἐστι PVp. 23. τό] (prius) om. V. 25. N] in ras. V. ἴσα ἐστίν F.

τριπλάσιόν ἐστιν, συναμφότερα δὲ τὰ Μ, Δ τοῦ Δ ἐστι τετραπλάσια, ἔστι δὲ καὶ τὸ Ν τοῦ Δ τετραπλάσιον· συναμφότερα ἄρα τὰ Μ, Δ τῷ Ν ἴσα ἐστίν. ἀλλὰ τὸ ΖΘ τῶν Μ, Δ μεῖζόν ἐστιν· τὸ ΖΘ ἄρα τοῦ Ν ὑπερέχει· τὸ δὲ Κ τοῦ Ν οὐχ ὑπερέχει. καί ἐστι τὰ μὲν ΖΘ, Κ τῶν ΑΒ, Γ ἰσάκις πολλαπλάσια, τὸ δὲ Ν τοῦ Δ ἄλλο, ὃ ἔτυχεν, πολλαπλάσιον· τὸ ΑΒ ἄρα πρὸς τὸ Δ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ.

Λέγω δή, ὅτι καὶ τὸ Δ πρὸς τὸ Γ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Δ πρὸς τὸ ΑΒ.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δείξομεν, ὅτι τὸ μὲν Ν τοῦ Κ ὑπερέχει, τὸ δὲ Ν τοῦ ΖΘ οὐχ ὑπερέχει. καί ἐστι τὸ μὲν Ν τοῦ Δ πολλαπλάσιον, τὰ δὲ ΖΘ, Κ τῶν ΑΒ, Γ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια· τὸ Δ ἄρα πρὸς τὸ Γ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Δ πρὸς τὸ ΑΒ.

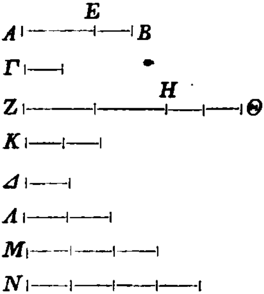
Ἀλλὰ δὴ τὸ ΑΕ τοῦ ΕΒ μεῖζον ἔστω. τὸ δὴ ἔλαττον τὸ ΕΒ πολλαπλασιαζόμενον ἔσται ποτὲ τοῦ Δ μεῖζον. πεπολλαπλασιάσθω, καὶ ἔστω τὸ ΗΘ πολλαπλάσιον μὲν τοῦ ΕΒ, μεῖζον δὲ τοῦ Δ· καὶ ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ΗΘ τοῦ ΕΒ, τοσαυταπλάσιον γεγονέτω καὶ τὸ μὲν ΖΗ τοῦ ΑΕ, τὸ δὲ Κ τοῦ Γ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι τὰ ΖΘ, Κ τῶν ΑΒ, Γ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια· καὶ εἰλήφθω ὁμοίως τὸ Ν πολλαπλάσιον μὲν τοῦ Δ, πρώτως δὲ μεῖζον τοῦ ΖΗ·

---

1. ἐστιν] B, comp. p; om. F; ἐστι PV. δέ] om. Fp; m. rec. B. Μ, Δ] Δ, Μ P. 2. τό] corr. ex τοῦ m. 1 V. 3. ἐστιν ἴσα FV. 4. τῶν] τῷ Κ V. Μ, Δ] Δ, Μ P. ἐστι BV. ΖΘ] ΖΕ φ. 7. ἔτυχε φ (non F) Vp. 8. ἄρα] m. 2 F. 12. δὴ δείξομεν P. 13. μέν] m. 2 F. 14. οὐχ] corr. ex οὐκ m. 2 P. 15. τά] τό Fp. ΖΘ, Κ] litt. Θ, Κ in

et $M + \Delta = 4\,\Delta$ et $N = 4\,\Delta$; itaque $M + \Delta = N$. sed $Z\Theta > M + \Delta$. itaque $Z\Theta$ magnitudinem N superat. K autem magnitudinem N non superat. et $Z\Theta$, K magnitudinum AB, Γ aeque multiplices sunt, N autem magnitudinis Δ alia quaeuis multiplex. itaque $AB : \Delta > \Gamma : \Delta$ [def. 7].

dico igitur, esse etiam $\Delta : \Gamma > \Delta : AB$. nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus, N magnitudinem K superare, $Z\Theta$ autem magnitudinem non superare. et N magnitudinis Δ multiplex est, $Z\Theta$, K autem magnitudinum AB, Γ aliae quaeuis aeque multiplices. itaque $\Delta : \Gamma > \Delta : AB$ [def. 7].



iam uero sit $AE > EB$. itaque minor magnitudo EB multiplicata aliquando magnitudine Δ maior erit [def. 4]. multiplicetur, et sit $H\Theta$ magnitudinis EB multiplex et magnitudine Δ maior. et quoties multiplex est $H\Theta$ magnitudinis EB, toties multiplex fiat ZH magnitudinis AE et K magnitudinis Γ. iam similiter demonstrabimus, $Z\Theta$, K magnitudinum AB, Γ aeque multiplices esse. et similiter sumatur N magnitudinis Δ multiplex et prima maior magnitudine ZH. quare rursus ZH

ras. m. 2 V. $\tilde{\alpha}$] m. 2 F. 18. *τοῦ EB μεῖζον ἔστω*] P; *μεῖζον ἔστω τοῦ EB* BVp; *τοῦ EB* m. 1 F, seq. *μεῖζον ἔστω τοῦ EB* φ. *τὸ δὴ ἔλαττον τὸ EB*] *πολλαπλα* φ. 20. *πεπολλαπλασιάσθω*] post *πε-* ras. 2 litt. F. 23. *μέν*] φ in spatio plurium litt. *τό*] in ras m. 1 p. 24. *τά*] *τό* φ (non F).

ὥστε πάλιν τὸ ΖΗ τοῦ Μ οὐκ ἔστιν ἔλασσον. μεῖζον δὲ τὸ ΗΘ τοῦ Δ· ὅλον ἄρα τὸ ΖΘ τῶν Δ, Μ, τουτέστι τοῦ Ν, ὑπερέχει. τὸ δὲ Κ τοῦ Ν οὐχ ὑπερέχει, ἐπειδήπερ καὶ τὸ ΖΗ μεῖζον ὂν τοῦ ΗΘ, τουτέστι τοῦ Κ, τοῦ Ν οὐχ ὑπερέχει. καὶ ὡσαύτως κατακολουθοῦντες τοῖς ἐπάνω περαίνομεν τὴν ἀπόδειξιν.

Τῶν ἄρα ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἔλαττον· καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ'.

Τὰ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἐκεῖνα ἴσα ἐστίν.*)

Ἐχέτω γὰρ ἑκάτερον τῶν Α, Β πρὸς τὸ Γ τὸν αὐτὸν λόγον· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ Α τῷ Β.

Εἰ γὰρ μή, οὐκ ἂν ἑκάτερον τῶν Α, Β πρὸς τὸ Γ τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον· ἔχει δέ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ Α τῷ Β.

Ἐχέτω δὴ πάλιν τὸ Γ πρὸς ἑκάτερον τῶν Α, Β τὸν αὐτὸν λόγον· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ Α τῷ Β.

Εἰ γὰρ μή, οὐκ ἂν τὸ Γ πρὸς ἑκάτερον τῶν Α, Β τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον· ἔχει δέ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ Α τῷ Β.

Τὰ ἄρα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἐκεῖνα ἴσα ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. οὐκ ἔστιν ἔλασσον] μὴ ἔλασσον εἶναι P. ἔλαττον Fp. 2. τῶν] τοῦ Bp. 3. τουτέστιν P. οὐχ ὑπερέχει] ὑπερέχει οὐδαμῶς V. 4. ἐπειδήπερ — 5: ὑπερέχει] mg. m. 1 F.

*) $(A:C = B:C) \supset (A = B)$,
$(C:A = C:B) \supset (A = B)$.

magnitudine M minor non est. et $H\Theta > \varDelta$. itaque $Z\Theta > \varDelta + M$, h. e. $Z\Theta > N$. K autem magnitudinem N non superat, quoniam ZH, quae maior est magnitudine $H\Theta$, h. e. maior magnitudine K, magnitudinem N non superat. et eodem modo superiora sequentes demonstrationem conficimus.

Ergo ex inaequalibus magnitudinibus maior ad idem maiorem rationem habet quam minor; et idem ad minorem maiorem rationem habet quam ad maiorem; quod erat demonstrandum.

IX.

Quae ad idem eandem habent rationem, inter se aequalia sunt; et ad quae idem eandem habet rationem, ea aequalia sunt.

A——— B———

Γ————

Sit enim $A : \Gamma = B : \Gamma$. dico, esse $A = B$.

nam si minus, non esset $A : \Gamma = B : \Gamma$ [prop. VIII]. at est. itaque $A = B$.

iam rursus sit $\Gamma : A = \Gamma : B$. dico, esse $A = B$.

nam si minus, non esset $\Gamma : A = \Gamma : B$ [prop. VIII]. at est. itaque $A = B$.

Ergo quae ad idem eandem habent rationem, inter se aequalia sunt; et ad quae idem eandem habet rationem, ea aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

---

4. *ὄν*] corr. ex *ὤν* m. 2 P. 5. *τοῦ*] (prius) P; *τό* BFVp. *κατακολουθοῦντες*] bis P; corr. m. 2. 6. *ἀπόδειξιν*] post *ἀπο-* spatium 1 litt., in quo m. 2 inser. *δε* F. 8. *τὸ ἔλαττον* — 9: *ἤπερ*] mg. m. 1 P. 13. *ἐστίν*] F; comp. p; *ἐστί* PBV. *ἅ*] euan. F. 14. *κἀκεῖνα* V. 17. *μή*] *μεῖζον* φ. 18. *εἶχε*] in ras. Pφ, *εἶχεν* B. *ἔχει*] *ἔχῃ* φ. 23. *εἶχε*] in ras. P; *ἔχει* B; *ἔχῃ* F. *ἐστίν* F. 26. *ἐστίν*] comp. Fp; *ἐστί* PBV. 27. *κἀκεῖνα* V.

ι'.

Τῶν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων τὸ μείζονα λόγον ἔχον ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστιν· πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν. *)

Ἐχέτω γὰρ τὸ Α πρὸς τὸ Γ μείζονα λόγον ἤπερ τὸ Β πρὸς τὸ Γ· λέγω, ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ Α τοῦ Β.

Εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴσον ἐστὶ τὸ Α τῷ Β ἢ ἔλασσον. ἴσον μὲν οὖν οὐκ ἐστι τὸ Α τῷ Β· ἑκάτερον γὰρ ἂν τῶν Α, Β πρὸς τὸ Γ τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον. οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ Α τῷ Β. οὐδὲ μὴν ἔλασσόν ἐστι τὸ Α τοῦ Β· τὸ Α γὰρ ἂν πρὸς τὸ Γ ἐλάσσονα λόγον εἶχεν ἤπερ τὸ Β πρὸς τὸ Γ. οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα ἔλασσόν ἐστι τὸ Α τοῦ Β. ἐδείχθη δὲ οὐδὲ ἴσον· μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ Α τοῦ Β.

Ἐχέτω δὴ πάλιν τὸ Γ πρὸς τὸ Β μείζονα λόγον ἤπερ τὸ Γ πρὸς τὸ Α· λέγω, ὅτι ἔλασσόν ἐστι τὸ Β τοῦ Α.

Εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴσον ἐστὶν ἢ μεῖζον. ἴσον μὲν οὖν οὐκ ἐστι τὸ Β τῷ Α· τὸ Γ γὰρ ἂν πρὸς ἑκάτερον τῶν Α, Β τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον. οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ Α τῷ Β. οὐδὲ μὴν μεῖζόν ἐστι τὸ Β τοῦ Α· τὸ Γ γὰρ ἂν πρὸς τὸ Β ἐλάσσονα λόγον εἶχεν ἤπερ πρὸς τὸ Α. οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα μεῖζόν ἐστι τὸ Β τοῦ Α. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἴσον· ἔλαττον ἄρα ἐστὶ τὸ Β τοῦ Α.

cf. Heath II, pp 156-7

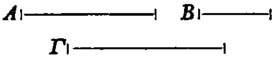
Τῶν ἄρα πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων τὸ μείζονα

2. τὸ τὸν μείζονα V. 3. ἐστιν] P, comp. p; ἐστι BFV. 7. τὸ Α μεῖζόν ἐστι Bp. τό] τοῦ V, sed corr. τοῦ] corr. ex τό V. Β] in ras. m. 2 P. 8. ἐστί] φ, ἐστίν F. τῷ] τοῦ P. ἔλαττον F. 9. οὖν] PV; om. BFp. ἐστιν B.

*) $(A:C > B:C) \Rightarrow (A > B)$,
$(C:A > C:B) \Rightarrow (A < B)$.

X.

Eorum, quae ad idem rationem habent, quod maiorem habet rationem, id maius est; et ad quod idem maiorem habet rationem, id minus est.



Sit enim $A : \Gamma > B : \Gamma$. dico, esse $A > B$.

nam si minus, aut $A = B$, aut $A < B$. uerum non est $A = B$; tum enim esset $A : \Gamma = B : \Gamma$ [prop. VII]. at non est. quare non est $A = B$. neque uero $A < B$; tum enim esset $A : \Gamma < B : \Gamma$ [prop. VIII]. at non est. quare non est $A < B$. sed demonstratum est, idem ne aequale quidem esse. itaque $A > B$.

sit rursus $\Gamma : B > \Gamma : A$. dico, esse $B < A$.

nam si minus, aut $B = A$ aut $B > A$. uerum non est $B = A$; tum enim esset $\Gamma : A = \Gamma : B$ [prop. VII]. at non est. itaque non est $A = B$. neque uero $B > A$; tum enim esset $\Gamma : B < \Gamma : A$ [prop. VIII]. at non est. quare non est $B > A$. sed demonstratum est, idem ne aequale quidem esse. itaque $B < A$.

Ergo eorum, quae ad idem rationem habent, quod

---

10. *εἶχε*] *ἔχει* B; F, corr. m. 2. 12. *ἔλαττον* F. 13. *τὸν ἐλάσσονα* V; *ἐλάττονα* F. *εἶχε λόγον* P. 14. *ἔλαττον* F. *ἐστι*] m. 2 F. 15. *δὲ ὅτι* V. Post *B* repetuntur in F: *ἐδείχθη δὲ οὐδὲ ἴσον· μεῖζον ἄρα τὸ A τοῦ B.* 17. *ἔλαττον* F. 20. *A*] in ras. m. 1 B. *γάρ*] insuper comp. add. m. 2 V; *ἄρα* B. 21. *εἶχε*] φ; *εἶχεν* PB; *ἔχει* F. 22. *ἐστί*] *ἐστίν* P; comp. F addito *ἐστί* φ. *τό*] *τῷ* V.. *τῷ*] *τό* V. 23. *ἐστιν* P. *τό*] (prius) *τοῦ* V, corr. m. 1. *ἐλάττονα* F. 25. *οὐδ'* φ (non F), -ε in ras. m. 1 B. 26. *ἔλαττον*] φ, seq. *ον* m. 1; *ἔλασσον* P. 27. *τό*] (alt.) om. φ. *μείζονα*] φ, seq. *ονα* m. 1, eras.

λόγον ἔχον μεῖζόν ἐστιν· καὶ πρὸς ὃ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια'.

Οἱ τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ αὐτοὶ καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί. *)

Ἔστωσαν γὰρ ὡς μὲν τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, ὡς δὲ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν Α, Γ, Ε ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η, Θ, Κ, τῶν δὲ Β, Δ, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Λ, Μ, Ν.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, καὶ εἴληπται τῶν μὲν Α, Γ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η, Θ, τῶν δὲ Β, Δ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Λ, Μ, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Η τοῦ Λ, ὑπερέχει καὶ τὸ Θ τοῦ Μ, καὶ εἰ ἴσον ἐστίν, ἴσον, καὶ εἰ ἐλλείπει, ἐλλείπει. πάλιν, ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, καὶ εἴληπται τῶν Γ, Ε ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Θ, Κ, τῶν δὲ Δ, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Μ, Ν, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Θ τοῦ Μ, ὑπερέχει καὶ τὸ Κ τοῦ Ν, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. ἀλλὰ εἰ ὑπερεῖχε τὸ Θ τοῦ Μ, ὑπερεῖχε καὶ τὸ Η τοῦ Λ, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον,

1. ἐστιν] B, comp. p; ἐστι PFV. 2. ἔλασσον PBVp. 4. λόγῳ] P m. 1, F, V m. 1; λόγοι Bp, P m. 2, φ, V m. 2. 6. οὕτω P. 11. Δ, Z] Z, Δ F. ἅ] e corr. F. 12. τά] τὰ Η, Θ, Κ τά P, corr. m. 1. 14. μέν] m. 2 FV. Γ] in ras. m. 2 P. 15. Η] in ras. m. 1 p. δέ] om. φ. Β, Δ] Η, Δ φ (non F). ἄλλα ἰσάκις πολλαπλάσια ἃ ἔτυχε V. ἅ]

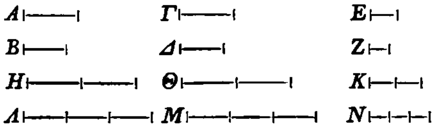
*) $(a : b = c : d) \frown (c : d = e : f) . \supset (a : b = e : f)$.

maiorem habet rationem, id maius est; et ad quod idem maiorem habet rationem, id minus est; quod erat demonstrandum.

XI.

Quae eidem rationi aequales sunt rationes, etiam inter se aequales sunt.

Sit enim $A : B = \Gamma : \varDelta$ et $\Gamma : \varDelta = E : Z$. dico,



esse $A : B = E : Z$. sumantur enim magnitudinum A, Γ, E aeque multiplices H, Θ, K et magnitudinum B, $\varDelta$, Z aliae quaeuis aeque multiplices $\varLambda$, M, N.

et quoniam $A : B = \Gamma : \varDelta$, et sumptae sunt magnitudinum A, Γ aeque multiplices H, Θ et magnitudinum B, $\varDelta$ aliae quaeuis aeque multiplices $\varLambda$, M, si H magnitudinem $\varLambda$ superat, etiam Θ magnitudinem M superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. rursus quoniam $\Gamma : \varDelta = E : Z$, et sumptae sunt magnitudinum Γ, E aeque multiplices Θ, K et magnitudinum $\varDelta$, Z aliae quaeuis aeque multiplices M, N, si Θ magnitudinem M superat, etiam K magnitudinem N superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. sed si Θ magnitudinem M superabat, etiam H magnitudinem $\varLambda$ superabat[1]),

1) Imperfectum recte se habet; refertur enim ad ea, quae iam lin. 16 sq. dicta sunt; cfr. p. 50, 13.

m. 2 F. 17. *H*] in ras m. 2 V. 20. *τῶν μέν* P. *K*, *Θ* p. 21. *Δ*] *K*, *Δ* F, sed corr. *α̃*] m. 2 F. 22. *τοῦ*] m. 2 V. 24. *ἀλλὰ εἰ* — 25: *ἔλαττον* (alt.)] mg. m. 2 FV (*ἀλλ'*). 24. *ὑπερεῖχε*] *ὑπερεῖχεν* corr. ex *ὑπερέχει* m. 1 P; *ὑπερέχει* BFVp. *ὑπερεῖχε*] p; *ὑπερεῖχεν* PB; *ὑπερέχει* FV.

ἔλαττον· ὥστε καὶ εἰ ὑπερέχει τὸ Η τοῦ Λ, ὑπερέχει καὶ τὸ Κ τοῦ Ν, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν Η, Κ τῶν Α, Ε ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ δὲ Λ, Ν τῶν Β, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.

Οἱ ἄρα τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ αὐτοὶ καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ΄.

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα.*)

Ἔστωσαν ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, καὶ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὰ Α, Γ, Ε πρὸς τὰ Β, Δ, Ζ.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν Α, Γ, Ε ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η, Θ, Κ, τῶν δὲ Β, Δ, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Λ, Μ, Ν.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, καὶ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, καὶ εἴληπται τῶν μὲν Α, Γ, Ε ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η, Θ, Κ τῶν δὲ Β, Δ, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Λ, Μ, Ν, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Η τοῦ Λ, ὑπερέχει καὶ τὸ Θ τοῦ Μ, καὶ τὸ Κ τοῦ Ν, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον,

---

XII. Eutocius in Archim. III p. 136, 25.

---

2. ἔλασσον, ἔλασσον V. 4. Ζ] Δ P. ἃ] supra F. 7. λόγῳ] P; λόγοι BFVp. 16. ἐστίν] om. F. 17. τά] τό F. τά]

*) $(a:a'=b:b'=\dots).\supset.(a:a'=b:b'=\dots=a+b+\dots:a'+b'+\dots)$

et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor. quare, si H magnitudinem Λ superat, etiam K magnitudinem N superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor. et H, K magnitudinum A, E aeque multiplices sunt, et Λ, N magnitudinum B, Z aliae quaevis aeque multiplices; erit igitur $A : B = E : Z$ [def. 5].

Ergo quae eidem rationi aequales sunt rationes, etiam inter se aequales sunt; quod erat demonstrandum.

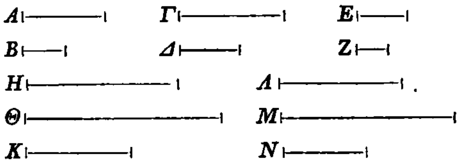
XII.

Si quotlibet magnitudines proportionales sunt, erit ut una praecedentium ad unam sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes.

Sint quotlibet magnitudines proportionales A, B, Γ, Δ, E, Z, ita ut sit $A : B = \Gamma : \Delta = E : Z$. dico, esse

$$A : B = A + \Gamma + E : B + \Delta + Z.$$

sumantur enim magnitudinum A, Γ, E aeque multi-



plices H, Θ, K et magnitudinum B, Δ, Z aliae quaevis aeque multiplices Λ, M, N. et quoniam est $A : B = \Gamma : \Delta = E : Z$, et sumptae sunt magnitudinum A, Γ, E aeque multiplices H, Θ, K et magnitudinum B, Δ, Z aliae quaevis aeque multiplices Λ, M, N, si H magnitudinem Λ superat, etiam Θ magnitudinem M superat

τό F, sed corr. B] postea insert. F. 19. ἃ] m. 2 F. 23. μέν] om. Bp. 24. ἃ] m. 2 F. 25. H] in ras. F.

καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. ὥστε καὶ εἰ ὑπερέχει τὸ Η τοῦ Λ, ὑπερέχει καὶ τὰ Η, Θ, Κ τῶν Λ, Μ, Ν, καὶ εἰ ἴσον, ἴσα, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττονα. καί ἐστι τὸ μὲν Η καὶ τὰ Η, Θ, Κ τοῦ Α καὶ τῶν Α, Γ, Ε ἰσάκις πολλαπλάσια, ἐπειδήπερ ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ Λ καὶ τὰ Λ, Μ, Ν τοῦ Β καὶ τῶν Β, Δ, Ζ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὰ Α, Γ, Ε πρὸς τὰ Β, Δ, Ζ.

Ἐὰν ἄρα ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιγ'.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον, καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον. *)

Πρῶτον γὰρ τὸ Α πρὸς δεύτερον τὸ Β τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον καὶ τρίτον τὸ Γ πρὸς τέταρτον τὸ Δ, τρίτον δὲ τὸ Γ πρὸς τέταρτον τὸ Δ μείζονα λόγον ἐχέτω ἢ πέμπτον τὸ Ε πρὸς ἕκτον τὸ Ζ. λέγω, ὅτι καὶ πρῶτον τὸ Α πρὸς δεύτερον τὸ Β μείζονα λόγον ἕξει ἤπερ πέμπτον τὸ Ε πρὸς ἕκτον τὸ Ζ.

1. ἔλασσον ἔλασσον V. 2. τά] τό P. τῶν] τοῦ P. 3. ἴσα] ἴσον PBp. ἔλασσον ἔλασσον P; ἔλαττον ἔλαττον Bp. 5. ἐάν] ἄν P. 6. ἴσων] ἴσον BF. 7. πολλαπλάσια V. 10. τοῦ B] litt. B e corr. F. ἐστί] ἔσται p. 11. τά] τό

*) $(a:b = c:d) \frown (c:d > e:f) .\supset. (a:b > e:f)$.

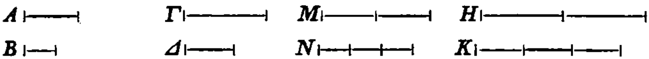
et K magnitudinem N, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. quare, si H magnitudinem A superat, etiam $H + \Theta + K$ magnitudines $A + M + N$ superant, et si aequalis, aequales sunt, et si minor, minores. iam H magnitudinis A et $H + \Theta + K$ magnitudinum $A + \Gamma + E$ aeque multiplices sunt, quoniam si datae sunt quotuis magnitudines quotuis magnitudinum numero aequalium singulae singularum aeque multiplices, quoties multiplex est una magnitudo unius, toties etiam omnes omnium erunt multiplices [prop. I]. eadem de causa etiam A magnitudinis B et $A + M + N$ magnitudinum $B + \Delta + Z$ aeque multiplices sunt. itaque

$$A : B = A + \Gamma + E : B + \Delta + Z \text{ [def. 5].}$$

Ergo si quotlibet magnitudines proportionales sunt, erit ut una praecedentium ad unam sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes; quod erat demonstrandum.

XIII.

Si prima ad secundam et tertia ad quartam eandem rationem habet, tertia autem ad quartam maiorem rationem habet quam quinta ad sextam, etiam prima ad secundam maiorem rationem habebit quam quinta ad sextam.



Sit enim $A : B = \Gamma : \Delta$ et $\Gamma : \Delta > E : Z$. dico, esse etiam $A : B > E : Z$.

FV. 12. τά] τό F. 15. ἅπαντα] (alt.) πάντα P. 20. ἤ] P; ἤπερ BFVp. 22. ἤ] P; ἤπερ BFVp. 23. μὲν γάρ P. τὸν B F. 26. ἤ] P, Fm. 1; ἤπερ BVp, Fm. 2. 28. ἕξει] ἔχει P. ἤπερ τὸ E πρὸς τὸ Z P.

Ἐπεὶ γάρ ἔστι τινὰ τῶν μὲν Γ, Ε ἰσάκις πολλαπλάσια, τῶν δὲ Δ, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια, καὶ τὸ μὲν τοῦ Γ πολλαπλάσιον τοῦ τοῦ Δ πολλαπλασίου ὑπερέχει, τὸ δὲ τοῦ Ε πολλαπλάσιον τοῦ τοῦ Ζ πολλαπλασίου οὐχ ὑπερέχει, εἰλήφθω, καὶ ἔστω τῶν μὲν Γ, Ε ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η, Θ, τῶν δὲ Δ, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ, Λ, ὥστε τὸ μὲν Η τοῦ Κ ὑπερέχειν, τὸ δὲ Θ τοῦ Λ μὴ ὑπερέχειν· καὶ ὁσαπλάσιον μέν ἐστι τὸ Η τοῦ Γ, τοσαυταπλάσιον ἔστω καὶ τὶ Μ τοῦ Α, ὁσαπλάσιον δὲ τὸ Κ τοῦ Δ, τοσαυταπλάσιον ἔστω καὶ τὸ Ν τοῦ Β.

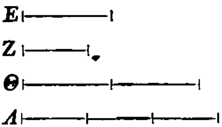
Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, καὶ εἴληπται τῶν μὲν Α, Γ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Μ, Η, τῶν δὲ Β, Δ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Ν, Κ, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Μ τοῦ Ν, ὑπερέχει καὶ τὸ Η τοῦ Κ, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. ὑπερέχει δὲ τὸ Η τοῦ Κ· ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸ Μ τοῦ Ν. τὸ δὲ Θ τοῦ Λ οὐχ ὑπερέχει· καί ἐστι τὰ μὲν Μ, Θ τῶν Α, Ε ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ δὲ Ν, Λ τῶν Β, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια· τὸ ἄρα Α πρὸς τὸ Β μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.

Ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ

---

1. Post γάρ add. Theon: τὸ Γ πρὸς τὸ Δ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ (BFVp); om. P. 2. τῶν δὲ Δ, Ζ — πολλαπλάσια] mg. m. 1 F. 3. τό] corr. ex τά m. 1 V. τοῦ] (alt.) postea insert. m. 2 F. 7. ἅ] supra F. 8. Ante ὑπερέχειν ras. 2 litt. V. 9. μή] P; οὐ μή F; οὐχ BVp. 15. ἅ] supra m. 2 F. 20. τά] corr. ex τό m. 1 V. Α] in ras. P. 21. τὰ δέ — 22: πολλαπλάσια] om. F. 22. τὸ ἄρα Α πρὸς τὸ Β] in ras. m. 2 F, seq. uestig. 12 litt. 24. ἔχει V.

nam quoniam sunt quaedam[1]) magnitudinum Γ, E



aeque multiplices, magnitudinum autem Δ, Z aliae quaeuis aeque multiplices, et multiplex magnitudinis Γ multiplicem magnitudinis Δ superat, multiplex autem magnitudinis E multiplicem magnitudinis Z non superat [def. 7], sumantur, et sint magnitudinum Γ, E aeque multiplices H, Θ, magnitudinum autem Δ, Z aliae quaeuis aeque multiplices K, Λ, ita ut H magnitudinem K superet, Θ autem magnitudinem Λ non superet. et quoties multiplex est H magnitudinis Γ, toties multiplex sit M magnitudinis A, quoties autem multiplex est K magnitudinis Δ, toties multiplex sit N magnitudinis B. et quoniam est $A : B = \Gamma : \Delta$, et sumptae sunt magnitudinum A, Γ aeque multiplices M, H, magnitudinum autem B, Δ aliae quaeuis aeque multiplices N, K, si M magnitudinem N superat, etiam H magnitudinem K superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. uerum H magnitudinem K superat; quare etiam M magnitudinem N superat. Θ autem magnitudinem Λ non superat. et M, Θ magnitudinum A, E aeque multiplices sunt, N, Λ autem magnitudinum B, Z aliae quaeuis aeque multiplices.[2]) itaque

$$A : B > E : Z.$$

Ergo si prima ad secundam et tertia ad quartam eandem rationem habet, tertia autem ad quar-

---

1) μέν et δέ lin. 1—2 inusitate quidem posita sunt, neque tamen ita, ut ferri nequeant.

2) Cfr. lin. 6—8 cum lin. 9 sq.

λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον, καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ΄.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον.*)

Πρῶτον γὰρ τὸ *Α* πρὸς δεύτερον τὸ *Β* τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον καὶ τρίτον τὸ *Γ* πρὸς τέταρτον τὸ *Δ*, μεῖζον δὲ ἔστω τὸ *Α* τοῦ *Γ*· λέγω, ὅτι καὶ τὸ *Β* τοῦ *Δ* μεῖζόν ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ *Α* τοῦ *Γ* μεῖζόν ἐστιν, ἄλλο δέ, ὃ ἔτυχεν, [μέγεθος] τὸ *Β*, τὸ *Α* ἄρα πρὸς τὸ *Β* μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Β*. ὡς δὲ τὸ *Α* πρὸς τὸ *Β*, οὕτως τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Δ*· καὶ τὸ *Γ* ἄρα πρὸς τὸ *Δ* μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Β*. πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλασσόν ἐστιν· ἔλασσον ἄρα τὸ *Δ* τοῦ *Β*· ὥστε μεῖζόν ἐστι τὸ *Β* τοῦ *Δ*.

Ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι κἂν ἴσον ᾖ τὸ *Α* τῷ *Γ*, ἴσον ἔσται καὶ τὸ *Β* τῷ *Δ*, κἂν ἔλασσον ᾖ τὸ *Α* τοῦ *Γ*, ἔλασσον ἔσται καὶ τὸ *Β* τοῦ *Δ*.

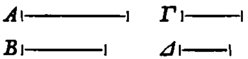
Ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

*) $(a:b=c:d) \cap a \gtreqless c \,.\supset.\, b \gtreqless d.$

tam maiorem rationem habet quam quinta ad sextam, etiam prima ad secundam maiorem rationem habebit quam quinta ad sextam; quod erat demonstrandum.

XIV.

Si prima ad secundam et tertia ad quartam eandem rationem habet, prima autem tertia maior est, etiam secunda quarta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor.



Sit enim $A : B = \Gamma : \Delta$, et $A > \Gamma$. dico, esse etiam $B > \Delta$.

nam quoniam est $A > \Gamma$, et alia quaeuis magnitudo est B, erit $A : B > \Gamma : B$ [prop. VIII]. uerum $A : B = \Gamma : \Delta$. quare etiam $\Gamma : \Delta > \Gamma : B$. sed ad quod idem maiorem rationem habet, id minus est [prop. X]. itaque $B > \Delta$.

similiter demonstrabimus, si $A = \Gamma$, esse etiam $B = \Delta$, et si $A < \Gamma$, esse etiam $B < \Delta$.

Ergo si prima ad secundam et tertia ad quartam eandem rationem habet, prima autem tertia maior est, etiam secunda quarta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor; quod erat demonstrandum.

---

2. τὸ τέταρτον B. ἔχει Vφ. ἤπερ Vφ. 3. ἤπερ Vφ. 9. κἄν] καὶ ἄν V. κἄν] καὶ ἄν Vφ. 13. A] Δ φ. 15. μεῖζόν ἐστι τὸ A τοῦ Γ P. τό] corr. ex τοῦ V. τοῦ] corr. ex τό V. 16. ἔτυχε Vp. μέγεθος] om. P. 20. ὅ] m. 2 P. ἔλαττον F. 21. ἔλαττον F. 23. ἤ] supra m. 1 F. 24. κἄν] καί, supra scr. ἐάν m. 2 V. ἔλαττον F. 25. ἔλαττον F. καί] om. V. 26. πρῶτον] -τον in ras. m. 2 V. 29. ἔλασσον ἔλασσον p.

ιε'.

Τὰ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ληφθέντα κατάλληλα. *)

Ἔστω γὰρ ἰσάκις πολλαπλάσιον τὸ AB τοῦ Γ καὶ το ΔE τοῦ Z· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Z, οὕτως τὸ AB πρὸς τὸ ΔE.

Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ AB τοῦ Γ καὶ τὸ ΔE τοῦ Z, ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ AB μεγέθη ἴσα τῷ Γ, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ΔE ἴσα τῷ Z. διῃρήσθω τὸ μὲν AB εἰς τὰ τῷ Γ ἴσα τὰ AH, $H\Theta$, ΘB, τὸ δὲ ΔE εἰς τὰ τῷ Z ἴσα τὰ ΔK, $K\Lambda$, ΛE· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν AH, $H\Theta$, ΘB τῷ πλήθει τῶν ΔK, $K\Lambda$, ΛE. καὶ ἐπεὶ ἴσα ἐστὶ τὰ AH, $H\Theta$, ΘB ἀλλήλοις, ἔστι δὲ καὶ τὰ ΔK, $K\Lambda$, ΛE ἴσα ἀλλήλοις, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ AH πρὸς τὸ ΔK, οὕτως τὸ $H\Theta$ πρὸς τὸ $K\Lambda$, καὶ τὸ ΘB πρὸς τὸ ΛE. ἔσται ἄρα καὶ ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ AH πρὸς τὸ ΔK, οὕτως τὸ AB πρὸς τὸ ΔE. ἴσον δὲ τὸ μὲν AH τῷ Γ, τὸ δὲ ΔK τῷ Z· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Z οὕτως τὸ AB πρὸς τὸ ΔE.

Τὰ ἄρα μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ληφθέντα κατάλληλα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

XV. Pappus V p. 338, 4.

---

5. ἐστίν] m. 2 F. 7. ἐστίν F. 8. μεγέθει V. 11. εἰς τὰ τῷ Z] in ras. m. 2 V. Z] seq. ras. 3 litt. V; Z μεγέθη Bp. 12. ΘB] $\Theta E\varphi$ (non F), $B\Theta$ B. 13. $K\Lambda$] $H\Lambda$ V. ἴσα ἀλλήλοις V. ἐστίν B. 14. ἀλλήλοις] om. V.

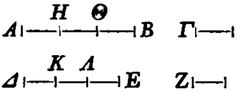
*) $a : b = ma : mb$.

XV.

Partes et similiter multiplices eandem rationem habent suo ordine sumptae.

Sit enim AB magnitudinis Γ et ΔE magnitudinis Z aeque multiplex. dico, esse $\Gamma : Z = AB : \Delta E$.

nam quoniam AB magnitudinis Γ et ΔE magnitudinis Z aeque multiplex est,



quot sunt in AB magnitudines magnitudini Γ aequales, tot etiam in ΔE sunt magnitudini Z aequales. diuidatur AB in partes magnitudini Γ aequales, AH, $H\Theta$, ΘB, et ΔE in partes magnitudini Z aequales, ΔK, $K\Lambda$, ΛE. erit igitur numerus magnitudinum AH, $H\Theta$, ΘB numero magnitudinum ΔK, $K\Lambda$, ΛE aequalis. et quoniam $AH = H\Theta = \Theta B$ et $\Delta K = K\Lambda = \Lambda E$, erit $AH : \Delta K = H\Theta : K\Lambda = \Theta B : \Lambda E$ [prop. VII]. quare etiam ut una praecedentium ad unam sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [prop. XII]. itaque $AH : \Delta K = AB : \Delta E$. uerum $AH = \Gamma$, $\Delta K = Z$. itaque

$$\Gamma : Z = AB : \Delta E.$$

Ergo partes et similiter multiplices eandem rationem habent suo ordine sumptae; quod erat demonstrandum.

ἐστίν B. δὲ καὶ τά] δή seq. lacuna φ. 16. ΘB] $B\Theta$ F. ΛE] post ras. 2 litt. P. 21. τό] corr. ex τῷ m. 1 p. ΔK] Δ in ras. m. 2 P. Z] corr. ex K m. 2 F. 24. ἕξει BFVp.

cf. lib. VII, 13

ιϛ'.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται. *)

Ἔστω τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον τὰ Α, Β, Γ, Δ, ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ· λέγω, ὅτι καὶ ἐναλλὰξ [ἀνάλογον] ἔσται, ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Β πρὸς τὸ Δ.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν Α, Β ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Ε, Ζ, τῶν δὲ Γ, Δ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η, Θ.

Καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ Ε τοῦ Α καὶ τὸ Ζ τοῦ Β, τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ. ὡς δὲ τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ· καὶ ὡς ἄρα τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ. πάλιν, ἐπεὶ τὰ Η, Θ τῶν Γ, Δ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Η πρὸς τὸ Θ. ὡς δὲ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, [οὕτως] τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· καὶ ὡς ἄρα τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, οὕτως τὸ Η πρὸς τὸ Θ. ἐὰν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Ε τοῦ Η, ὑπερέχει καὶ τὸ Ζ τοῦ Θ, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν Ε, Ζ τῶν Α, Β ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ δὲ Η, Θ τῶν

---

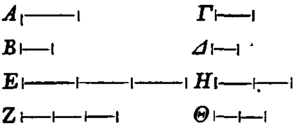
6. ἀνάλογον] om. P. ἔσται] ἐστιν P. τό] (alt.) om. F. 8. γάρ] supra F. 9. ἅ] supra F. 11. ἐστί] om. Bp. πολλαπλάσιον] -ον in ras. P. 13. λόγον] P; λόγον ληφθέντα κατάλληλα Theon (BFVp). 15. οὕτως] supra p; om. B. 16. Ζ] corr. ex Ξ m. 2 V. Η, Θ] Θ, Η Bp. 17. πολλα-

*) $(a:b=c:d) \supset (a:c=b:d)$.

XVI.

Si quattuor magnitudines proportionales sunt, etiam permutando proportionales erunt.

Sint quattuor magnitudines proportionales A, B, Γ, Δ, ita ut sit $A : B = \Gamma : \Delta$. dico, etiam permutando esse $A : \Gamma = B : \Delta$.



sumantur enim magnitudinum A, B aeque multiplices E, Z, magnitudinum autem Γ, Δ aliae quaeuis aeque multiplices H, Θ.

et quoniam E magnitudinis A et Z magnitudinis B aeque multiplex est, partes autem et similiter multiplices eandem rationem habent suo ordine sumptae [prop. XV], erit $A : B = E : Z$. uerum $A : B = \Gamma : \Delta$. quare etiam $\Gamma : \Delta = E : Z$ [prop. XI]. rursus quoniam H, Θ magnitudinum Γ, Δ aeque multiplices sunt, erit $\Gamma : \Delta = H : \Theta$ [prop. XV]. uerum $\Gamma : \Delta = E : Z$. itaque etiam $E : Z = H : \Theta$ [prop. XI]. si autem quattuor magnitudines proportionales sunt, et prima maior est tertia, etiam secunda maior erit quarta, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [prop. XIV]. itaque si E magnitudinem H superat, etiam Z magnitudinem Θ superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor. et E, Z magnitudinum A, B

πλάσια] seq. *τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ληφθέντα κατάλληλα* Bp. 18. *Γ*] in ras. m. 1 p. *ὡς δέ*] *ἀλλ' ὡς* F. 19. *οὕτως*] om. P. 20. *τό*] (alt.) e corr. V. 23. *ἔλασσον, ἔλασσον* V. 24. *Θ*] seq. ras. 1 litt. V. *καὶ εἰ*] *κἄν* Theon (BFVp). 25. *καὶ εἰ*] *κἄν* Theon (BFVp). *ἔστιν* F. 26. *τὰ δέ* — p. 48, 1: *πολλαπλάσια*] mg. m. rec. p.

Γ, Δ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Β πρὸς τὸ Δ.

Ἐὰν ἄρα τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιζ'.

Ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται. *)

Ἔστω συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον τὰ ΑΒ, ΒΕ, ΓΔ, ΔΖ, ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΕ, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ΔΖ· λέγω, ὅτι καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται, ὡς τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΕΒ, οὕτως τὸ ΓΖ πρὸς τὸ ΔΖ.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΗΘ, ΘΚ, ΛΜ, ΜΝ, τῶν δὲ ΕΒ, ΖΔ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΚΞ, ΝΠ.

Καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ ΘΚ τοῦ ΕΒ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ. ἰσάκις δέ ἐστι πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ ΛΜ τοῦ ΓΖ· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ καὶ τὸ ΛΜ τοῦ ΓΖ. πάλιν, ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΛΜ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΜΝ τοῦ ΖΔ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΛΜ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΛΝ τοῦ ΓΔ. ἰσάκις δὲ ἦν πολλαπλάσιον τὸ ΛΜ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ καὶ τὸ ΛΝ τοῦ ΓΔ. τὰ ΗΚ, ΛΝ ἄρα τῶν ΑΒ, ΓΔ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια.

---

1. ἃ] supra m. 2 F. 11. *ΕΒ*] *ΒΕ* Bp, et V e corr. τὸ *ΔΖ*] τὸ *ΖΔ* F, V m. 2; *ΔΖ* P. 12. *ΕΒ*] supra m. 2 F. 17. *ΗΚ*] *Η* in ras. m. 1 V. *ΑΒ*] *Α* e corr. m. 2 V. 18. *ΛΜ*] in ras. m. 2 V. 19. *ΓΖ*] *Γ* in ras. m. 2 V.

*) $(a+b : b = c+d : d) \supset (a : b = c : d)$.

aeque multiplices sunt, et H, Θ magnitudinum Γ, Δ aliae quaeuis aeque multiplices; itaque $A : \Gamma = B : \Delta$.

Ergo si quattuor magnitudines proportionales sunt, etiam permutando proportionales erunt; quod erat demonstrandum.

XVII.

Si compositae magnitudines proportionales sunt, etiam dirimendo proportionales erunt.

Sint compositae magnitudines proportionales AB, BE, $\Gamma\Delta$, ΔZ, ita ut sit $AB : BE = \Gamma\Delta : \Delta Z$. dico, etiam dirimendo esse $AE : EB = \Gamma Z : \Delta Z$.

sumantur enim magnitudinum AE, EB, ΓZ, $Z\Delta$ aeque multiplices $H\Theta$, ΘK, ΛM, MN et magnitudinum EB, $Z\Delta$ aliae quaeuis aeque multiplices $K\Xi$, $N\Pi$. et quoniam $H\Theta$ magnitudinis AE et ΘK magnitudinis EB aeque multiplex est, erit $H\Theta$ magnitudinis AE et HK magnitudinis AB aeque multiplex [prop. I]. uerum $H\Theta$ magnitudinis AE et ΛM magnitudinis ΓZ aeque multiplex est. itaque HK magnitudinis AB et ΛM magnitudinis ΓZ aeque multiplex est. rursus quoniam ΛM magnitudinis ΓZ et MN magnitudinis $Z\Delta$ aeque multiplex est, erit ΛM magnitudinis ΓZ et ΛN magnitudinis $\Gamma\Delta$ aeque multiplex [prop. I]. erat autem ΛM magnitudinis ΓZ et HK magnitudinis AB aeque multiplex. itaque HK magnitudinis AB et ΛN magnitudinis $\Gamma\Delta$ aeque multiplex est.

ἄρα] in ras. m. 2 V. HK] K in ras. m. 2 V; ΛM P. 20. AB] B in ras m. 2 V; ΓZ P. ΛM] HK P. ΓZ] AB P. πάλιν ἐπεί — 21: τοῦ ΓZ] mg. m. rec. B; om. p. 21. $Z\Delta$] ΔZ BVp. 23. ΛN] ΛH V e corr. m. 2. 24. τοῦ] (prius) bis p. AB] eras. p.

πάλιν, ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλασίον τὸ ΘΚ τοῦ ΕΒ καὶ τὸ ΜΝ τοῦ ΖΔ, ἔστι δὲ καὶ τὸ ΚΞ τοῦ ΕΒ ἰσάκις πολλαπλάσιον καὶ τὸ ΝΠ τοῦ ΖΔ, καὶ συντεθὲν τὸ ΘΞ τοῦ ΕΒ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον καὶ τὸ ΜΠ τοῦ ΖΔ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΕ, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ΔΖ, καὶ εἴληπται τῶν μὲν ΑΒ, ΓΔ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΗΚ, ΛΝ, τῶν δὲ ΕΒ, ΖΔ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΘΞ, ΜΠ, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ ΗΚ τοῦ ΘΞ, ὑπερέχει καὶ τὸ ΛΝ τοῦ ΜΠ, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. ὑπερεχέτω δὴ τὸ ΗΚ τοῦ ΘΞ, καὶ κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ΘΚ ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸ ΗΘ τοῦ ΚΞ. ἀλλα εἰ ὑπερεῖχε τὸ ΗΚ τοῦ ΘΞ, ὑπερεῖχε καὶ τὸ ΛΝ τοῦ ΜΠ· ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸ ΛΝ τοῦ ΜΠ, καὶ κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ΜΝ ὑπερέχει καὶ τὸ ΛΜ τοῦ ΝΠ· ὥστε εἰ ὑπερέχει τὸ ΗΘ τοῦ ΚΞ, ὑπερέχει καὶ τὸ ΛΜ τοῦ ΝΠ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι κἂν ἴσον ᾖ τὸ ΗΘ τῷ ΚΞ, ἴσον ἔσται καὶ τὸ ΛΜ τῷ ΝΠ, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν ΗΘ, ΛΜ τῶν ΑΕ, ΓΖ ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ δὲ ΚΞ, ΝΠ τῶν ΕΒ, ΖΔ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΕΒ, οὕτως τὸ ΓΖ πρὸς τὸ ΖΔ.

Ἐὰν ἄρα συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. ἐστίν FV. 3. ΖΔ] ΖΒ F. 4. τό] ἄρα τό Bp; ἄρα add. m. 2 F. 6. ΔΖ] ΖΔ BVp. 7. ΛΝ] e corr. m. 2 V. 8. ΖΔ] ΔΖ P. Seq. in Bp: ἄλλα ἃ ἔτυχεν; idem V m. 2, et F in ras. m. 2 (om ἅ), sed omisso ἰσάκις (fuit in mg. m. 2, sed euan.). 10. ἔλασσον, ἔλασσον p. 12. ἀλλά] ἀλλ' FV. 13. ὑπερεῖχε] PVp; ὑπερεῖχεν B; ὑπερέχει e corr. F. τὸ ΗΚ τοῦ ΘΞ ὑπερεῖχε] mg. m. 1 P. ὑπερεῖχε] p; ὑπερεῖχεν PB; ὑπερέχει FV. ΛΝ] ΛΗ in ras. m. 1 p. 16. ὑπερέχει] -έχει in ras. P. ΚΞ] in ras. V. 18. ἔσται] om. F.

itaque HK, $\varLambda N$ magnitudinum AB, $\Gamma\varDelta$ aeque multiplices sunt. rursus quoniam ΘK magnitudinis EB et MN magnitudinis $Z\varDelta$ aeque multiplex est, et $K\Xi$ magnitudinis EB aeque multiplex est ac $N\Pi$ magnitudinis $Z\varDelta$, etiam componendo $\Theta\Xi$ magnitudinis EB aeque multiplex est ac $M\Pi$ magnitudinis $Z\varDelta$ [prop. II]. et quoniam est $AB : BE = \Gamma\varDelta : \varDelta Z$, et sumptae sunt magnitudinum AB, $\Gamma\varDelta$ aeque multiplices HK, $\varLambda N$, et magnitudinum EB, $Z\varDelta$ aeque multiplices $\Theta\Xi$, $M\Pi$, si HK magnitudinem $\Theta\Xi$ superat, etiam $\varLambda N$ magnitudinem $M\Pi$ superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. itaque HK magnitudinem $\Theta\Xi$ superet, et ablata, quae communis est, ΘK, etiam $H\Theta$ magnitudinem $K\Xi$ superat. uerum si HK magnitudinem $\Theta\Xi$ superabat, etiam $\varLambda N$ magnitudinem $M\Pi$ superabat [lin. 8 sq.]. ergo etiam $\varLambda N$ magnitudinem $M\Pi$ superat, et ablata, quae communis est, MN, etiam $\varLambda M$ magnitudinem $N\Pi$ superat. quare si $H\Theta$ magnitudinem $K\Xi$ superat, etiam $\varLambda M$ magnitudinem $N\Pi$ superat. similiter demonstrabimus, si $H\Theta = K\Xi$, esse etiam $\varLambda M = N\Pi$, et si $H\Theta < K\Xi$, esse etiam $\varLambda M < N\Pi$. et $H\Theta$, $\varLambda M$ magnitudinum AE, ΓZ aeque multiplices sunt, $K\Xi$, $N\Pi$ autem magnitudinum EB, $Z\varDelta$ aliae quaeuis aeque multiplices. itaque

$$AE : EB = \Gamma Z : Z\varDelta \text{ [def. 5].}$$

Ergo si compositae magnitudines proportionales sunt, etiam dirimendo proportionales erunt; quod erat demonstrandum.

ἔλασσον, ἔλασσον Bp. 19. AE, ΓZ] ΓZ, AE Bp et F eraso Γ. 20. $K\Xi$] KZ φ. 21. ᾱ] supra m. 2 F. 22. $Z\varDelta$] Z in ras. V; $\varDelta Z$ Bp. 23. ἤ] ἔσται V, supra scr. m. 2 ἤ.

ιη'.

*Ἐὰν διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται.**)

Ἔστω διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον τὰ *ΑΕ*, *ΕΒ*, *ΓΖ*, *ΖΔ*, ὡς τὸ *ΑΕ* πρὸς τὸ *ΕΒ*, οὕτως τὸ *ΓΖ* πρὸς τὸ *ΖΔ*· λέγω, ὅτι καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται, ὡς τὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ *ΒΕ*, οὕτως τὸ *ΓΔ* πρὸς τὸ *ΖΔ*.

Εἰ γὰρ μή ἐστιν ὡς τὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ *ΒΕ*, οὕτως τὸ *ΓΔ* πρὸς τὸ *ΔΖ*, ἔσται ὡς τὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ *ΒΕ*, οὕτως τὸ *ΓΔ* ἤτοι πρὸς ἔλασσόν τι τοῦ *ΔΖ* ἢ πρὸς μεῖζον.

Ἔστω πρότερον πρὸς ἔλασσον τὸ *ΔΗ*. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ *ΒΕ*, οὕτως τὸ *ΓΔ* πρὸς τὸ *ΔΗ*, συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν· ὥστε καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ *ΑΕ* πρὸς τὸ *ΕΒ*, οὕτως τὸ *ΓΗ* πρὸς τὸ *ΗΔ*. ὑπόκειται δὲ καὶ ὡς τὸ *ΑΕ* πρὸς τὸ *ΕΒ*, οὕτως τὸ *ΓΖ* πρὸς τὸ *ΖΔ*. καὶ ὡς ἄρα τὸ *ΓΗ* πρὸς τὸ *ΗΔ*, οὕτως τὸ *ΓΖ* πρὸς τὸ *ΖΔ*. μεῖζον δὲ τὸ πρῶτον τὸ *ΓΗ* τοῦ τρίτου τοῦ *ΓΖ*· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ δεύτερον τὸ *ΗΔ* τοῦ τετάρτου τοῦ *ΖΔ*. ἀλλὰ καὶ ἔλαττον· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ *ΒΕ*, οὕτως τὸ *ΓΔ* πρὸς ἔλασσον τοῦ *ΖΔ*. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ πρὸς μεῖζον· πρὸς αὐτὸ ἄρα.

---

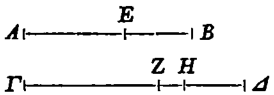
4. *ΑΕ*] *Α* PBFV. 5. *ΓΖ*] (prius) *Γ* PBFV. 6. *ΖΔ*] *ΔΖ* F. 7. τό] (alt.) om. P. *ΖΔ*] *ΔΖ* F. 9. τό] (alt.) om. P. *ΔΖ*] PF, V m. 2; *ΖΔ* Bp, V m. 1. ὡς τό — 10: τὸ *ΓΔ*] mg. m. 2 V. 10. ἔλασσόν τι] ἔλαττον φ, supra scr. τι m. 2. τοῦ] τὸ τοῦ F. *ΔΖ*] PF, V m. 2; *ΖΔ* Bp. 12. ἔλαττον F.

13. ὡς τό] ὡστ̀ p, ut iam lin. 9 et postea saepius. *ΒΕ*] *ΒΘ* φ. τό] (quartum) om. B. 14. ἐστιν] e corr. B. 16.

*) $(a:b=c:d) \supset (a+b:b=c+d:d)$.

XVIII.

Si diremptae magnitudines proportionales sunt, etiam compositae proportionales erunt.



Sint diremptae magnitudines proportionales AE, EB, ΓZ, $Z\Delta$, ita ut sit $AE : EB = \Gamma Z : Z\Delta$. dico, etiam compositas proportionales esse,

$$AB : BE = \Gamma\Delta : Z\Delta.$$

nam si non est $AB : BE = \Gamma\Delta : \Delta Z$, erit ut AB ad BE, ita $\Gamma\Delta$ aut ad minus magnitudine ΔZ aut ad maius.

prius ad minus ΔH aequalem rationem habeat. et quoniam est $AB : BE = \Gamma\Delta : \Delta H$, compositae magnitudines proportionales sunt. quare etiam diremptae proportionales erunt [prop. XVII]. erit igitur

$$AE : EB = \Gamma H : H\Delta.$$

supposuimus autem, esse etiam $AE : EB = \Gamma Z : Z\Delta$. quare etiam $\Gamma H : H\Delta = \Gamma Z : Z\Delta$ [prop. XI]. sed prima ΓH maior est tertia ΓZ; itaque etiam secunda $H\Delta$ maior est quarta $Z\Delta$ [prop. XIV]. uerum etiam minor est; quod fieri non potest. itaque non est ut AB ad BE, ita $\Gamma\Delta$ ad minus magnitudine $Z\Delta$. similiter demonstrabimus, ne ad maius quidem aequalem rationem habere $\Gamma\Delta$. itaque $\Gamma\Delta : Z\Delta = AB : BE$.

ΓH] ΓB φ (non F). 18. $Z\Delta$] ΔZ F. καὶ ὡς ἄρα — 19: τὸ $Z\Delta$] mg. m. 2 V. 18. τό] (tert.) om. B. 19. μείζονα P m. 2, sed corr. 21. τετάρτου] in ras. p. ἔλασσον Bp. 23. ἔλαττον F. $Z\Delta$] in ras. m. 2 V; ΔZ Bp.

'Εὰν ἄρα διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιθ'.

'Εὰν ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθέν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται ὡς ὅλον πρὸς ὅλον. *)

Ἔστω γὰρ ὡς ὅλον τὸ AB πρὸς ὅλον τὸ $\Gamma\Delta$, οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ AE πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ ΓZ· λέγω, ὅτι καὶ λοιπὸν τὸ EB πρὸς λοιπὸν τὸ $Z\Delta$ ἔσται ὡς ὅλον τὸ AB πρὸς ὅλον τὸ $\Gamma\Delta$.

'Επεὶ γάρ ἐστιν ὡς τὸ AB πρὸς τὸ $\Gamma\Delta$, οὕτως τὸ AE πρὸς τὸ ΓZ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ BA πρὸς τὸ AE, οὕτως τὸ $\Delta\Gamma$ πρὸς τὸ ΓZ. καὶ ἐπεὶ συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται, ὡς τὸ BE πρὸς τὸ EA, οὕτως τὸ ΔZ πρὸς τὸ ΓZ· καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ BE πρὸς τὸ ΔZ, οὕτως τὸ EA πρὸς τὸ $Z\Gamma$. ὡς δὲ τὸ AE πρὸς τὸ ΓZ, οὕτως ὑπόκειται ὅλον τὸ AB πρὸς ὅλον τὸ $\Gamma\Delta$. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ EB πρὸς λοιπὸν τὸ $Z\Delta$ ἔσται ὡς ὅλον τὸ AB πρὸς ὅλον τὸ $\Gamma\Delta$.

'Εὰν ἄρα ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθέν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται ὡς ὅλον πρὸς ὅλον [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

[Καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὡς τὸ AB πρὸς τὸ $\Gamma\Delta$, οὕτως τὸ EB πρὸς τὸ $Z\Delta$, καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ AB πρὸς τὸ BE οὕτως τὸ $\Gamma\Delta$ πρὸς τὸ $Z\Delta$, συγκείμενα ἄρα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν· ἐδείχθη δὲ ὡς τὸ BA πρὸς τὸ AE, οὕτως τὸ $\Delta\Gamma$ πρὸς τὸ ΓZ· καί ἐστιν ἀναστρέψαντι].
convertendo

1. ᾖ] ἔσται φ (non F). 2. ἔσται] eras. F. 8. ἀφαιρεθὲν τὸ AE πρός] mg. m. 2 F. 9. πρός] πρὸς τό φ. 10.

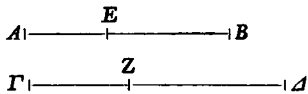
$(a:b=c:d,\ c<a,\ d<b).\supset.(a-c:b-d=a:b).$

Ergo si diremptae magnitudines proportionales sunt, ėtiam compositae proportionales erunt; quod erat demonstrandum.

XIX.

Si totum ad totum eandem rationem habet atque ablatum ad ablatum, etiam reliquum ad reliquum eandem rationem habebit ac totum ad totum.

Sit enim $AB : \Gamma\Delta = AE : \Gamma Z$. dico, esse etiam



$EB : Z\Delta = AB : \Gamma\Delta$.

nam quoniam est $AB : \Gamma\Delta = AE : \Gamma Z$, etiam permutando est $BA : AE = \Delta\Gamma : \Gamma Z$ [prop. XVI]. et quoniam compositae magnitudines proportionales sunt, etiam diremptae proportionales erunt,

$$BE : EA = \Delta Z : \Gamma Z \text{ [prop. XVII].}$$

et permutando [prop. XVI] $BE : \Delta Z = EA : Z\Gamma$. sed supposuimus, esse $AE : \Gamma Z = AB : \Gamma\Delta$. itaque etiam $EB : Z\Delta = AB : \Gamma\Delta$.

Ergo si totum ad totum eandem rationem habet atque ablatum ad ablatum, etiam reliquum ad reliquum eandem rationem habebit ac totum ad totum; quod erat demonstrandum.

ὅλον] (alt.) m. 2 V. 11. ἐστι φ (non F). ὅλον τὸ AB πρὸς ὅλον τό Theon (BVp, F euan.). 13. $\Delta\Gamma$] $\Gamma\Delta$ P. 14. ἐστιν] F; ἐστι PBVp. 15. Post ὡς add. ἄρα Pm. rec., V m. 2; Bp. 16. ΓZ] $Z\Gamma$ P. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστίν Theon (BFVp). 19. $Z\Delta$] ΔZ P. 21. πρὸς ἀφαιρεθέν] mg. F. 24. πόρισμα mg. m. 2 V. καὶ ἐπεὶ] euan., del. m. 2 F. 25. τὸ $Z\Delta$] $Z\Delta$ P. 26. τὸ $Z\Delta$] F; $Z\Delta$ P; τὸ ΔZ V, Bp in ras. 27. ἐστιν] in ras. m. 2 V; ἔσται Bp. δὲ καὶ ὡς P. τὸ AE] AE Bp. 28. τὸ ΓZ] ΓZ Pp.

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἀναστρέψαντι ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κ'.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. *)

Ἔστω τρία μεγέθη τὰ *Α*, *Β*, *Γ*, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ *Δ*, *Ε*, *Ζ*, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὡς μὲν τὸ *Α* πρὸς τὸ *Β*, οὕτως τὸ *Δ* πρὸς τὸ *Ε*, ὡς δὲ τὸ *Β* πρὸς τὸ *Γ*, οὕτως τὸ *Ε* πρὸς τὸ *Ζ*, δι' ἴσου δὲ μεῖζον ἔστω τὸ *Α* τοῦ *Γ*· λέγω, ὅτι καὶ τὸ *Δ* τοῦ *Ζ* μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον.

Ἐπεὶ γὰρ μεῖζόν ἐστι τὸ *Α* τοῦ *Γ*, ἄλλο δέ τι τὸ *Β*, τὸ δὲ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἔλαττον, τὸ *Α* ἄρα πρὸς τὸ *Β* μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Β*. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ *Α* πρὸς τὸ *Β*, [οὕτως] τὸ *Δ* πρὸς τὸ *Ε*, ὡς δὲ τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Β*, ἀνάπαλιν οὕτως τὸ *Ζ* πρὸς τὸ *Ε*· καὶ τὸ *Δ* ἄρα πρὸς τὸ *Ε* μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ *Ζ* πρὸς τὸ *Ε*. τῶν

---

1. *πόρισμα*] mg. PFBp; om V. 4. Seq. scholium; u. app. 7. *καί*] om. p; m. 2 B. 10. *κἄν*] *καὶ ἐάν* P. *κἄν*] *ἔσται, καὶ ἐάν* P. *ἔλασσον, ἔλασσον* Bp. 12. *καὶ ἐν* Bp; *καί* supra m. 2 F. 14. *Ε*] (alt.) ante ras. 1 litt. V. 17. *ἔλασσον ἔλασσον* Vp. 21. *ἀλλά* B. 22. *οὕτως*] om. P. *τὸ Ε*] *Ε* P. *τὸ Γ*] *Γ* P; *τό* add. m. rec.; *τὸ Ζ* φ. *τὸ Β*] *Β* P; *τὸ Ε* φ. 23. *ἀνάπαλιν*] *καὶ τὸ Δ* φ. *τὸ Ε*] *Ε* φ; sequentia euan. F.

*) $(a:b = d:e,\ b:c = e:f,\ a \gtreqless c) \supset d \gtreqless f.$

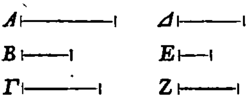
Corollarium.[1])

Hinc manifestum est, si compositae magnitudines proportionales sint, etiam conuertendo proportionales eas fore. — quod erat demonstrandum.

XX.

Si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae et in eadem proportione, ex aequo autem prima tertia maior est, etiam quarta sexta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor.

Sint tres magnitudines A, B, Γ et aliae iis numero aequales Δ, E, Z, binae coniunctae in eadem proportione, scilicet $A : B = \Delta : E$, et $B : \Gamma = E : Z$, et sit $A > \Gamma$. dico, esse etiam $\Delta > Z$, et si $A = \Gamma$, esse $\Delta = Z$, et si $A < \Gamma$, esse $\Delta < Z$.



nam quoniam $A > \Gamma$, et alia quaeuis magnitudo est B, et maius ad idem maiorem rationem habet quam minus [prop. VIII], erit $A : B > \Gamma : B$. uerum $A : B = \Delta : E$ et e contrario [prop. VII coroll.]

$$\Gamma : B = Z : E.$$

---

1) Quae praecedunt uerba p. 5~~7~~4, 24—28 immerito ab Simsono aliisque uituperantur; nam ueram continent demonstrationem conuersae rationis. demonstrauimus enim (p. 55, 19) $AB : \Gamma\Delta = EB : Z\Delta$, unde $AB : EB = \Gamma\Delta : Z\Delta$; sed simul erat (p. 55, 12) $BA : AE = \Delta\Gamma : \Gamma Z$; tum u. def. 16. nihilo minus hic locus interpolatus esse uideri potest (sed ante Theonem), quia Euclides numquam corollarii rationem reddit, id quod ipsius uocabuli πόρισμα notioni (Proclus in Eucl. p. 301. 303) aduersatur. huic loco similis est interpolatio Theonis post V, 4. cf. Heath II, p. 174.

δὲ πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων το μείζονα λόγον ἔχον μεῖζόν ἐστιν. μεῖζον ἄρα τὸ Δ τοῦ Ζ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι κἂν ἴσον ᾖ τὸ Α τῷ Γ, ἴσον ἔσται καὶ τὸ Δ τῷ Ζ, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον.

Ἐὰν ἄρα ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κα'.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. *)

Ἔστω τρία μεγέθη τὰ Α, Β, Γ καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Δ, Ε, Ζ, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἔστω δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, ὡς μὲν τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, ὡς δὲ τὸ Β πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε, δι' ἴσου δὲ τὸ Α τοῦ Γ μεῖζον ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ τὸ Δ τοῦ Ζ μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον.

---

1. *τὸ αὐτό*] *αὐτό* Bp; in p supra scr. *τό*. 2. *ἐκεῖνο μεῖζον* Theon (BFVp). *ἐστιν*] P; comp. p; *ἐστι* BFV. *μεῖζον*] corr. ex *μείζων* V. 3. *τὸ Α*] mg. m. rec. F. 4. *τό*] corr. ex *τῷ* P. *ἔλασσον, ἔλασσον* p. 8. *ἴσον ἔσται, κἄν* P. 9. *ἔλασσον, ἔλασσον* p. 16. *ἔλασσον, ἔλασσον* FVp. 17. *μεγέθη ἀνάλογον* PBFVp; corr. Gregorius. *τά*] e corr. V m. 2. 19. *ἡ*] om. B; euan. F; *ὡς* φ. 22. *τὸ Α*]

*) $(a:b = e:f,\ b:c = d:e,\ a \gtreqless c) \,.\!\supset\!.\, d \gtreqless f.$

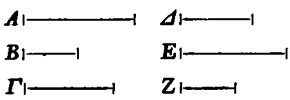
itaque etiam $\varDelta : E > Z : E$. eorum autem, quae ad idem rationem habent, maius est, quod maiorem rationem habet [prop. X]. itaque $\varDelta > Z$. similiter demonstrabimus, si $A = \Gamma$, esse etiam $\varDelta = Z$, et si $A < \Gamma$, esse etiam $\varDelta < Z$.

Ergo si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae et in eadem proportione, ex aequo autem prima tertia maior est, etiam quarta sexta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor; quod erat demonstrandum.

XXI.

Si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae et in eadem proportione, et perturbata est earum proportio, et ex aequo prima tertia maior est, etiam quarta sexta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor.

Sint tres magnitudines A, B, Γ et aliae iis numero aequales $\varDelta$, E, Z, binae simul coniunctae et in eadem proportione, et perturbata sit earum proportio, ita ut sit $A : B = E : Z$ et $B : \Gamma = \varDelta : E$ [def. 18], et ex aequo sit $A > \Gamma$. dico, esse etiam $\varDelta > Z$, et si $A = \Gamma$, esse $\varDelta = Z$, et si $A < \Gamma$, esse $\varDelta < Z$.



corr. ex τοῦ Α V. 23. κἄν] (alt.) καί P. ἔλασσον, ἔλασσον V.

Ἐπεὶ γὰρ μεῖζόν ἐστι τὸ *Α* τοῦ *Γ*, ἄλλο δέ τι τὸ *Β*, τὸ *Α* ἄρα πρὸς τὸ *Β* μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Β*. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ *Α* πρὸς τὸ *Β*, οὕτως τὸ *Ε* πρὸς τὸ *Ζ*, ὡς δὲ τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Β*, ἀνάπαλιν οὕτως τὸ *Ε* πρὸς τὸ *Δ*. καὶ τὸ *Ε* ἄρα πρὸς τὸ *Ζ* μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ *Ε* πρὸς τὸ *Δ*. πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλασσόν ἐστιν· ἔλασσον ἄρα ἐστὶ τὸ *Ζ* τοῦ *Δ*· μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ *Δ* τοῦ *Ζ*. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι κἂν ἴσον ᾖ τὸ *Α* τῷ *Γ*, ἴσον ἔσται καὶ τὸ *Δ* τῷ *Ζ*, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον.

Ἐὰν ἄρα ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'.

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται. *)

Ἔστω ὁποσαοῦν μεγέθη τὰ *Α*, *Β*, *Γ* καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ *Δ*, *Ε*, *Ζ*, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὡς μὲν τὸ *Α* πρὸς τὸ *Β*, οὕτως τὸ *Δ* πρὸς τὸ *Ε*, ὡς δὲ τὸ *Β* πρὸς τὸ *Γ*, οὕτως τὸ *Ε* πρὸς τὸ *Ζ*· λέγω, ὅτι καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

2. *Α*] supra P. *Β*] seq. ras. 1 litt. V. 7. ἐκεῖνο] -ο add. m. 1 p. ἔλαττον F. 8. ἔλασσον] om. F; ἔλαττον B. ἐστί] (alt.) om. FV. 9. ᾖ] om. B. 10. καί] om. F. ἔλασσον, ἔλασσον Vp. 11. ᾖ] om. φ. καί] ᾖ καί FV.

*) $(a:b=d:e,\ b:c=e:f).\Rightarrow.(a:c=d:f).$

nam quoniam $A > \Gamma$, et alia quaedam magnitudo est B, erit $A : B > \Gamma : B$ [prop. VIII]. uerum

$$A : B = E : Z.$$

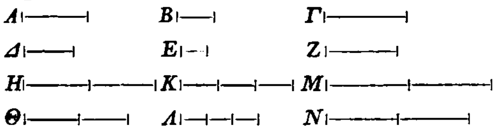
et e contrario [prop. VII coroll.] $\Gamma : B = E : \Delta$. itaque etiam $E : Z > E : \Delta$. sed ad quod idem maiorem rationem habet, id minus est [prop. X]. itaque $Z < \Delta$. quare $\Delta > Z$. similiter demonstrabimus, si $A = \Gamma$, esse etiam $\Delta = Z$, et si $A < \Gamma$, esse $\Delta < Z$.

Ergo si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae et in eadem proportione, et perturbata est earum proportio, et ex aequo prima tertia maior est, etiam quarta sexta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor; quod erat demonstrandum.

XXII.

Si datae sunt quotlibet magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae et in eadem proportione, etiam ex aequo in eadem proportione erunt.

Sint quotlibet magnitudines A, B, Γ et aliae iis nu-



mero aequales Δ, E, Z, binae simul coniunctae in eadem proportione, ita ut sit $A : B = \Delta : E$ et $B : \Gamma = E : Z$. dico, eas etiam ex aequo in eadem proportione fore.[1])

---

1) H. e. $A : \Gamma = \Delta : Z$ (def. 17).

---

15. ἔλασσον, ἔλασσον V. 19. καί] om. Bp. 25. τό] (primum) -ό in ras. m. 1 B. 27. ἔσονται Bp. Dein add. Theon: ὡς τὸ A πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Z (BFVp; om. P).

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν Α, Δ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η, Θ, τῶν δὲ Β, Ε ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ, Λ, καὶ ἔτι τῶν Γ, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Μ, Ν.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς το Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε, καὶ εἴληπται τῶν μὲν Α, Δ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η, Θ, τῶν δὲ Β, Ε ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ, Λ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Η πρὸς τὸ Κ, οὕτως τὸ Θ πρὸς τὸ Λ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς τὸ Κ πρὸς τὸ Μ, οὕτως τὸ Λ πρὸς τὸ Ν. ἐπεὶ οὖν τρία μεγέθη ἐστὶ τὰ Η, Κ, Μ, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Θ, Λ, Ν, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου ἄρα, εἰ ὑπερέχει τὸ Η τοῦ Μ, ὑπερέχει καὶ τὸ Θ τοῦ Ν, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν Η, Θ τῶν Α, Δ ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ δὲ Μ, Ν τῶν Γ, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ζ.

Ἐὰν ἄρα ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κγ΄.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται. *)

---

2. *δέ*] om. p. In F in hac pag. complura euan. $\tilde{\alpha}$] om. F? 3. $\tilde{\alpha}$] om. F. 5. *πρὸς τό*] in ras. p. 7. *δέ*] m. rec. p. $\tilde{\alpha}$] m. 2 F. 9. *πρός*] om. φ. 12. *τὰ Θ, Λ, Ν*] om. p; m. 2 V; mg. m. rec. B. 15. *ἔλασσον, ἔλασσον* p.

*) $(a:b = e:f,\ b:c = d:e) \supset (a:c = d:f)$.

Sumantur enim magnitudinum A, Δ aeque multiplices H, Θ, et magnitudinum B, E aliae quaeuis aeque multiplices K, Λ et praeterea magnitudinum Γ, Z aliae quaeuis aeque multiplices M, N. et quoniam est $A : B = \Delta : E$, et sumptae sunt magnitudinum A, Δ aeque multiplices H, Θ et magnitudinum B, E aliae quaeuis aeque multiplices K, Λ, erit $H : K = \Theta : \Lambda$ [prop. IV]. eadem de causa etiam $K : M = \Lambda : N$. iam quoniam datae sunt tres magnitudines H, K, M et aliae iis numero aequales Θ, Λ, N, binae simul coniunctae et in eadem proportione, ex aequo, si H magnitudinem M superat, etiam Θ magnitudinem N superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [prop. XX]. et H, Θ magnitudinum A, Δ aeque multiplices sunt, M, N autem magnitudinum Γ, Z aliae quaeuis aeque multiplices. itaque $A : \Gamma = \Delta : Z$ [def. 5].

Ergo si datae sunt quotlibet magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae in eadem proportione, etiam ex aequo in eadem proportione erunt; quod erat demonstrandum.

XXIII.

Si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales binae simul coniunctae in eadem proportione, et perturbata est earum proportio, etiam ex aequo in eadem proportione erunt.

---

16. $\tilde{\alpha}$] m. 2 F. 18. Γ] in ras. m. 2 P. Δ] in ras. m. 2 P. Post Z in P add. *καὶ ἐναλλὰξ* (*ἄρα ἐστίν* mg. m. 1) *ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Δ* (in ras. m. 2), *οὕτως τὸ Γ* (in ras. m. 2) *πρὸς τὸ Ζ*. 23. *ἤ*] om. p; m. 2 B. 24. Supra *ἐν* add. *καί* F. 26. *ἔσονται* BFVp.

Ἔστω τρία μεγέθη τὰ Α, Β, Γ καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ τὰ Δ, Ε, Ζ, ἔστω δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, ὡς μὲν τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, ὡς δὲ τὸ Β πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ζ.

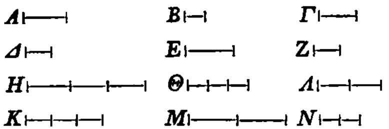
Εἰλήφθω τῶν μὲν Α, Β, Δ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η, Θ, Κ, τῶν δὲ Γ, Ε, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Λ, Μ, Ν.

Καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια τὰ Η, Θ τῶν Α, Β, τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Η πρὸς τὸ Θ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, οὕτως τὸ Μ πρὸς τὸ Ν· καί ἐστιν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· καὶ ὡς ἄρα τὸ Η πρὸς τὸ Θ, οὕτως τὸ Μ πρὸς τὸ Ν. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε, καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Ε. καὶ ἐπεὶ τὰ Θ, Κ τῶν Β, Δ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια, τὰ δὲ μέρη τοῖς ἰσάκις πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Θ πρὸς τὸ Κ. ἀλλ᾽ ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Ε· καὶ ὡς ἄρα τὸ Θ πρὸς τὸ Κ, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Ε. πάλιν, ἐπεὶ τὰ Λ, Μ τῶν Γ, Ε ἰσάκις ἐστι πολλαπλάσια, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Ε, οὕτως τὸ Λ πρὸς τὸ Μ. ἀλλ᾽ ὡς τὸ Γ

---

2. Supra *ἐν* add. *καί* m. 2 F. 3. *τετεταραγμένη* P, sed corr. 7. *Δ*] e corr. p. 8. *ἃ ἔτυχεν*] mg. m. 2 post lacunam 5 litt. F. 10. *Η*] post ras. 1 litt. F. 12. *καί ἐστιν* F. 14. *οὕτως*] *καί* B; om. p. 15. *οὕτως*] om BVp. Post hoc uerbum rep. F lin. 13: *τὸ Η* — 15: *τὸ Β*. 16. *οὕτως*]

Sint tres magnitudines A, B, Γ et aliae iis numero aequales binae simul coniunctae in eadem proportione Δ, E, Z, et perturbata sit



earum proportio, ita ut sit $A : B = E : Z$, et $B : \Gamma = \Delta : E$ [def. 18]. dico, esse $A : \Gamma = \Delta : Z$.

sumantur magnitudinum A, B, Δ aeque multiplices H, Θ, K et magnitudinum Γ, E, Z aliae quaeuis aeque multiplices Λ, M, N. et quoniam H, Θ magnitudinum A, B aeque multiplices sunt, partes autem et aeque multiplices eandem rationem habent, erit $A : B = H : \Theta$ [prop. XV]. eadem de causa erit $E : Z = M : N$. et $A : B = E : Z$. itaque etiam $H : \Theta = M : N$ [prop. XI]. et quoniam $B : \Gamma = \Delta : E$, etiam permutando erit $B : \Delta = \Gamma : E$ [prop. XVI]. et quoniam Θ, K magnitudinum B, Δ aeque multiplices sunt, partes autem et aeque multiplices eandem rationem habent, erit

$$B : \Delta = \Theta : K \text{ [prop. XV].}$$

uerum est $B : \Delta = \Gamma : E$. itaque etiam

$$\Theta : K = \Gamma : E \text{ [prop. XI].}$$

rursus quoniam Λ, M magnitudinum Γ, E aeque multiplices sunt, erit $\Gamma : E = \Lambda : M$ [prop. XV]. uerum

---

om. BFVp. 17. οὕτως] om. BFVp. 18. Post E add. καὶ εἴληπται τῶν μὲν B, Δ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Θ, K τῶν δὲ Γ, E ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Λ, M, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Θ πρὸς τὸ Λ, οὕτως τὸ K πρὸς τὸ M Bp et V mg. m. 2. 18. ὡς] om. F. B] seq. ras. 3 litt. F. οὕτως] om. BFVp. 19. B, Δ] in ras. p. 21. οὕτως] om. FV. 22. οὕτως] om. BFVp. 23. ὡς ἄρα τὸ Θ] in ras. m. 2 V. 24. οὕτως] om. BFVp. 26. οὕτως] om. F.

πρὸς τὸ Ε, οὕτως τὸ Θ πρὸς τὸ Κ· καὶ ὡς ἄρα το Θ πρὸς τὸ Κ, οὕτως τὸ Λ πρὸς τὸ Μ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ Θ πρὸς τὸ Λ, τὸ Κ πρὸς τὸ Μ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ Η πρὸς τὸ Θ, οὕτως τὸ Μ πρὸς τὸ Ν. ἐπεὶ οὖν τρία μεγέθη ἐστὶ τὰ Η, Θ, Λ, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τα Κ, Μ, Ν σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καί ἐστιν αὐτῶν τεταραγμένη ἡ ἀναλογία, δι᾽ ἴσου ἄρα, εἰ ὑπερέχει τὸ Η τοῦ Λ, ὑπερέχει καὶ τὸ Κ τοῦ Ν, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν Η, Κ τῶν Α, Δ ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ δὲ Λ, Ν τῶν Γ, Ζ. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ζ.

Ἐὰν ἄρα ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι᾽ ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κδ΄.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχῃ δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον. *)

---

2. οὕτως] om. BFVp. Hic quoque nonnulla in F ita euanuerunt, ut legi non possint. 4. καί] supra V. οὕτως] om. BFVp. 5. ἐστὶν ἀνάλογον Theon (BFVp). ἄλλα] supra F. 7. Ante ἐν m. 2 insert. καί F, in quo hic nonnulla sustulit resarcinatio. 8. ἡ] om. P. 10. ἔλασσον, ἔλασσον BVp. 11. Λ, Ν τῶν Γ, Ζ] in mg. transeunt m. 1, seq. in mg. ἄλλα ᾱ ἔτυχεν ἰσάκις, dein in textu πολλαπλάσια F;

*) (a : b = c : d, e : b = f : d) . ⊃ . (a+e : b = c+f : d).

$\Gamma : E = \Theta : K$. quare etiam $\Theta : K = \Lambda : M$ [prop. XI], et permutando [prop. XVI] $\Theta : \Lambda = K : M$. sed demonstratum est, esse etiam $H : \Theta = M : N$. iam quoniam datae sunt tres magnitudines H, Θ, Λ et aliae iis numero aequales K, M, N, binae simul coniunctae in eadem proportione, et perturbata est earum proportio [def. 18], ex aequo, si H magnitudinem Λ superat, etiam K magnitudinem N superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [prop. XXI]. et H, K magnitudinum A, Δ aeque multiplices sunt, Λ, N autem magnitudinum Γ, Z. itaque $A : \Gamma = \Delta : Z$ [def. 5].

Ergo si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae in eadem proportione, et perturbata est earum proportio, etiam ex aequo in eadem proportione erunt; quod erat demonstrandum.

XXIV.

Si prima ad secundam eandem rationem habet ac tertia ad quartam, et etiam quinta ad secundam eandem rationem habet ac sexta ad quartam, etiam compositae prima et quinta ad secundam eandem rationem habebunt ac tertia sextaque ad quartam.

ἰσάκις πολλαπλάσια add. Bp. 12. Γ] corr. ex B m. 2 P. 14. καὶ ἐν P; καί add. in mg. m. 2 F, sed euan. 16. ἔσται] om. P. 18. ἔχῃ] ἔχει P.

Πρῶτον γὰρ τὸ ΑΒ πρὸς δεύτερον τὸ Γ τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον καὶ τρίτον τὸ ΔΕ πρὸς τέταρτον τὸ Ζ, ἐχέτω δὲ καὶ πέμπτον τὸ ΒΗ πρὸς δεύτερον τὸ Γ τὸν αὐτὸν λόγον καὶ ἕκτον τὸ ΕΘ πρὸς τέταρτον τὸ Ζ· λέγω, ὅτι καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ ΑΗ πρὸς δεύτερον τὸ Γ τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ ΔΘ πρὸς τέταρτον τὸ Ζ.

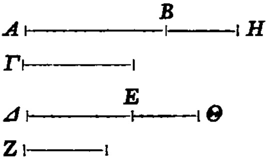
Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς τὸ ΒΗ πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ ΕΘ πρὸς τὸ Ζ, ἀνάπαλιν ἄρα ὡς το Γ πρὸς τὸ ΒΗ, οὕτως τὸ Ζ πρὸς τὸ ΕΘ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ ΔΕ πρὸς τὸ Ζ, ὡς δὲ τὸ Γ πρὸς τὸ ΒΗ, οὕτως τὸ Ζ πρὸς τὸ ΕΘ, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΗ, οὕτως τὸ ΔΕ πρὸς το ΕΘ. καὶ ἐπεὶ διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΗ πρὸς τὸ ΗΒ, οὕτως τὸ ΔΘ πρὸς τὸ ΘΕ. ἔστι δὲ καὶ ὡς τὸ ΒΗ πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ ΕΘ πρὸς τὸ Ζ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ΑΗ πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ ΔΘ πρὸς τὸ Ζ.

Ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχῃ δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κε'.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον [αὐτῶν] καὶ τὸ ἐλάχιστον δύο τῶν λοιπῶν μείζονά ἐστιν. *)

*) $(a : b = c : d$, a max., d min.$). \supset. (a+d > b+c)$.



Sit enim $AB : \Gamma = \Delta E : Z$, et $BH : \Gamma = E\Theta : Z$. dico, esse etiam $AH : \Gamma = \Delta\Theta : Z$.

nam quoniam est $BH : \Gamma = E\Theta : Z$, e contrario erit [prop. VII coroll.] $\Gamma : BH = Z : E\Theta$. iam quoniam est $AB : \Gamma = \Delta E : Z$, et $\Gamma : BH = Z : E\Theta$, ex aequo erit $AB : BH = \Delta E : E\Theta$ [prop. XXII]. et quoniam diremptae magnitudines proportionales sunt, etiam compositae proportionales erunt [prop. XVIII]. itaque $AH : HB = \Delta\Theta : \Theta E$. uerum etiam

$$BH : \Gamma = E\Theta : Z.$$

itaque ex aequo $AH : \Gamma = \Delta\Theta : Z$ [prop. XXII].

Ergo si prima ad secundam eandem rationem habet ac tertia ad quartam, et etiam quinta ad secundam eandem rationem habet ac sexta ad quartam, etiam compositae prima et quinta ad secundam eandem rationem habebunt ac tertia sextaque ad quartam; quod erat demonstrandum.

XXV.

Si quattuor magnitudines proportionales sunt, maxima et minima duabus reliquis maiores sunt.

XXV. Eutocius in Apollon. p. 139.

---

1. *μὲν γάρ* P. 5. *τὸ πρῶτον* FV. *πέμπτον τὸ* AH] *πεμ* (ex *καί*) *πέμπτον, τὸ* AH supra φ. 8. *καὶ ἐπεὶ γάρ* F, *καί* del. *ἐστι* F. 12. *ἄρα*] supra F. 14. *ἐστιν*] PF; comp. p; *ἐστι* BV. 15. *ἔστιν ἄρα ὡς*] P; *ὡς ἄρα* Theon? (BFVp). 16. HB] BH P. *ἐστιν* B. 21. *ἔχῃ δέ* — 25: *δεῖξαι*] *καὶ τὰ λοιπά* p. 21. *ἔχει* P. 22. *καὶ ἕκτον* — 25: *δεῖξαι*] *καὶ τὰ λοιπά* B. 28. *αὐτῶν*] om. P, Eutocius. *δύο*] Eutocius, V; *τὰ δύο* Pφp, et B, sed *τά* del. m. 2. *τῶν*] om φ.

Ἔστω τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον τὰ *ΑΒ*, *ΓΔ*, *Ε*, *Ζ*, ὡς τὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ *ΓΔ*, οὕτως τὸ *Ε* πρὸς τὸ *Ζ*, ἔστω δὲ μέγιστον μὲν αὐτῶν τὸ *ΑΒ*, ἐλάχιστον δὲ τὸ *Ζ*· λέγω, ὅτι τὰ *ΑΒ*, *Ζ* τῶν *ΓΔ*, *Ε* μείζονά ἐστιν.

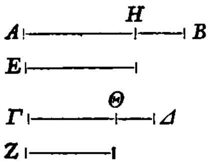
Κείσθω γὰρ τῷ μὲν *Ε* ἴσον τὸ *ΑΗ*, τῷ δὲ *Ζ* ἴσον τὸ *ΓΘ*.

Ἐπεὶ [οὖν] ἐστιν ὡς τὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ *ΓΔ*, οὕτως τὸ *Ε* πρὸς τὸ *Ζ*, ἴσον δὲ τὸ μὲν *Ε* τῷ *ΑΗ*, τὸ δὲ *Ζ* τῷ *ΓΘ*, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ *ΓΔ*, οὕτως τὸ *ΑΗ* πρὸς τὸ *ΓΘ*. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὅλον τὸ *ΑΒ* πρὸς ὅλον τὸ *ΓΔ*, οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ *ΑΗ* πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ *ΓΘ*, καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ *ΗΒ* πρὸς λοιπὸν τὸ *ΘΔ* ἔσται ὡς ὅλον τὸ *ΑΒ* πρὸς ὅλον τὸ *ΓΔ*. μεῖζον δὲ τὸ *ΑΒ* τοῦ *ΓΔ*· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ *ΗΒ* τοῦ *ΘΔ*. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν *ΑΗ* τῷ *Ε*, τὸ δὲ *ΓΘ* τῷ *Ζ*, τὰ ἄρα *ΑΗ*, *Ζ* ἴσα ἐστὶ τοῖς *ΓΘ*, *Ε*. Καὶ [ἐπεὶ] ἐὰν [ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἄνισά ἐστιν, ἐὰν ἄρα] τῶν *ΗΒ*, *ΘΔ* ἀνίσων ὄντων καὶ μείζονος τοῦ *ΗΒ* τῷ μὲν *ΗΒ* προστεθῇ τὰ *ΑΗ*, *Ζ*, τῷ δὲ *ΘΔ* προστεθῇ τὰ *ΓΘ*, *Ε*, συνάγεται τὰ *ΑΒ*, *Ζ* μείζονα τῶν *ΓΔ*, *Ε*.

Ἐὰν ἄρα τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον αὐτῶν καὶ τὸ ἐλάχιστον δύο τῶν λοιπῶν μείζονά ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

2. *Ε*] (alt.) *Θ* π. 4. ἐστιν] PF; comp. p; ἐστι BV. 5. τῷ] τό V φ (non F). τό] τῷ Vφ. τῷ] τό V. 6. τό] τῷ V; om. P. 7. οὖν] om. P. 8. *Ζ*] in ras. m. 2 V. 12. *ΓΘ*] *Θ* e corr. V. Post καί 2 litt. euan. F. *ΗΒ*] *ΑΒ* π. 13. *ΘΔ*] *Δ* eras. F. ἔσται] seq. ras. F, in qua ἔσται ins. φ. *ΑΒ*] *Β* e corr. F. 15. *ΑΗ*] *Η* corr. ex *Β* V m. 2. 16. δέ] m. rec. p. *ΑΗ*] P, *ΒΗ* π, *ΑΚ* φ. 17. ὅλα] supra m. 1 V. 19. τῷ] τό V; corr. m. 2. μέν] m. 2 V. 21. μείζωνα φ. 22. ἄρα] om. p. ἀνάλογον — 24:



Sint quattuor magnitudines proportionales $AB, \Gamma\Delta, E, Z$, ita ut sit $AB : \Gamma\Delta = E : Z$, et maxima earum sit AB, minima autem Z. dico, esse

$$AB + Z > \Gamma\Delta + E.$$

ponatur enim $AH = E$ et $\Gamma\Theta = Z$.[1]) iam quoniam est $AB : \Gamma\Delta = E : Z$, et $E = AH$, $Z = \Gamma\Theta$, erit $AB : \Gamma\Delta = AH : \Gamma\Theta$. et quoniam est

$$AB : \Gamma\Delta = AH : \Gamma\Theta,$$

erit etiam [prop. XIX] $HB : \Theta\Delta = AB : \Gamma\Delta$. sed $AB > \Gamma\Delta$. quare etiam $HB > \Theta\Delta$.[2]) et quoniam $AH = E$ et $\Gamma\Theta = Z$, erit $AH + Z = \Gamma\Theta + E$. et si datis magnitudinibus HB, $\Theta\Delta$ inaequalibus, quarum maior est HB, magnitudini HB adiicitur $AH + Z$, $\Theta\Delta$ autem magnitudini magnitudo $\Gamma\Theta + E$, concluditur

$$AB + Z > \Gamma\Delta + E.^{3)}$$

---

1) Nam cum $AB > E$, erit $\Gamma\Delta > Z$ (prop. 14).

2) Cum $HB : \Theta\Delta = AB : \Gamma\Delta$, erit (prop. 16) $AB : HB = \Gamma\Delta : \Theta\Delta$; tum u. prop. 14.

3) Cum I κοιν. ἐνν. 4 subditiua sit, uerba ἐπεί et ἀνίσοις — ἐὰν ἄρα lin. 17—18 necessario delenda sunt, praesertim cum haec postulati forma ad demonstrandum propositum non sufficiat, et offendat orationis forma ob repetitum ἐάν permolesta; ad quam molestiam leuandam ἐπεί lin. 17 sustulit Augustus. sed fortasse Euclides ipse lin. 17 sq. haec sola scripserat: ὥστε τὰ AB, Z τῶν $\Gamma\Delta$, E μείζονά ἐστιν; nam συνάγεται lin. 20 inusitatum est. de demonstratione, qua uti poterat Euclides, cfr. uol. I p. 181 not.

δεῖξαι] καὶ τὰ λοιπά p. τὸ μέγιστον — 24: δεῖξαι] καὶ τὰ λοιπά B. 23. ἐλάχιστον] ἔλαττον V. In fine: Εὐκλείδου στοιχείων τῆς Θέωνος ἐκδόσεως ε' F; Εὐκλείδου στοιχείων ε' PB.

22 I 17

ϛ'.

Ὅροι.

α'. Ὅμοια σχήματα εὐθύγραμμά ἐστιν, ὅσα τάς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον.

[β'. Ἀντιπεπονθότα*) δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἐν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι λόγοι ὦσιν.]

γ'. Ἄκρον καὶ μέσον λόγον εὐθεῖα τετμῆσθαι λέγεται, ὅταν ᾖ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα, οὕτως τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλαττον.

δ'. Ὕψος ἐστὶ παντὸς σχήματος ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀγομένη.

[ε'. Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι ποιῶσί τινα.]

α'.

Τὰ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ

Def. 1. Hero def. 118, 1. 2. Hero def. 118, 1. 4. Cfr. Hero def. 73. [5. Theon in Ptolem. I p. 235 ed. Halma. Eutocius in Archim III p. 140, 23. Barlaam logist. V def. 2]. Prop. I. Proclus p. 245, 5. 405, 11. Pappus V p. 432, 23. VIII p. 1106, 23.

---

1. *ὅροι*] om. codd. numeros om. codd. 5. *σχήματα εὐθύγραμμά ἐστιν* F. 7. *λόγοι*] P, F supra scr. *ὅροι* m. 1; *ὅροι* Bp et V in ras., supra scr. *λόγοι* m. 2; *λόγων ὅροι* Candalla, Peyrardus; *λόγοι* iam Hero. *εἰσιν* F, *ὦσι* p. Dein seq.

*) Обратно пропорциональны (Ващ.-Зах. р. 212): A и B обр. проп. D и C если A:D=C:B или A:C=D:B

VI.

Definitiones.

I. Figurae rectilineae similes sunt, quaecunque et angulos singulos aequales habent et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia.

[II. Reciprocae autem figurae sunt, ubi in utraque figura et praecedentes et sequentes rationes sunt].[1])

III. Secundum extremam ac mediam rationem recta linea secari dicitur, ubi tota ad partem maiorem eandem rationem habet ac maior pars ad minorem.

IV. Cuiusuis figurae altitudo est recta a uertice ad basim perpendicularis ducta.[2])

I.

Trianguli et parallelogramma sub eadem altitudine posita eandem inter se rationem habent ac bases.

1) Haec definitio nusquam ab Euclide usurpatur; neque enim ad illustrandam locutionem λόγον ἀντιπεπονθότα ἔχειν aut opus est, aut, si opus esset, sufficeret. praeterea λόγοι lin. 7 obscurum est. itaque puto, Simsonum p. 370 iure eam damnasse. fortasse ex Herone sumpta est, apud quem legitur.

2) Def. 4 om. Campanus. Def. 5 sine dubio interpolata est; nam nusquam usurpatur nec apud Campanum exstat neque in ipsis codd. locum eundem obtinet. sed cum P a manu prima addito signo, quo in textum referatur, eam in mg. habeat, fortasse ante Theonem interpolata est. u. Simson p. 372 sq. + Heiberg St. ü. E. p. 178-9.

def. 5 in Bp. 9. ἤ] om. PBp. τό] om. F. 10. ἔλασσον FV. 13—15. mg. m. 1 P; om. hoc loco Bp. 17. τά] (alt.) supra m. 1 F.

ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις.

Ἔστω τρίγωνα μὲν τὰ ΑΒΓ, ΑΓΔ, παραλληλόγραμμα δὲ τὰ ΕΓ, ΓΖ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος τὸ ΑΓ· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΓΔ βάσιν, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΓΔ τρίγωνον, καὶ τὸ ΕΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλόγραμμον.

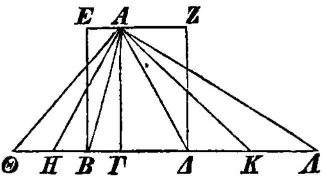
Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΒΔ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Θ, Λ σημεῖα, καὶ κείσθωσαν τῇ μὲν ΒΓ βάσει ἴσαι [ὁσαιδηποτοῦν] αἱ ΒΗ, ΗΘ, τῇ δὲ ΓΔ βάσει ἴσαι ὁσαιδηποτοῦν αἱ ΔΚ, ΚΛ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΗ, ΑΘ, ΑΚ, ΑΛ.

Καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΓΒ, ΒΗ, ΗΘ ἀλλήλαις, ἴσα ἐστὶ καὶ τὰ ΑΘΗ, ΑΗΒ, ΑΒΓ τρίγωνα ἀλλήλοις. ὁσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΓ βάσις τῆς ΒΓ βάσεως, τοσαυταπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ ΑΘΓ τρίγωνον τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὁσαπλασίων ἐστὶν ἡ ΛΓ βάσις τῆς ΓΔ βάσεως, τοσαυταπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ ΑΛΓ τρίγωνον τοῦ ΑΓΔ τριγώνου· καὶ εἰ ἴση ἐστὶν ἡ ΘΓ βάσις τῇ ΓΛ βάσει, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ΑΘΓ τρίγωνον τῷ ΑΓΛ τριγώνῳ, καὶ εἰ ὑπερέχει ἡ ΘΓ βάσις τῆς ΓΛ βάσεως, ὑπερέχει καὶ τὸ ΑΘΓ τρίγωνον τοῦ ΑΓΛ τριγώνου, καὶ εἰ ἐλάσσων, ἔλασσον. τεσσάρων δὴ ὄντων μεγεθῶν δύο μὲν βάσεων τῶν ΒΓ, ΓΔ, δύο δὲ τριγώνων τῶν ΑΒΓ, ΑΓΔ εἴληπται ἰσάκις πολλαπλάσια τῆς μὲν ΒΓ βάσεως καὶ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἥ τε ΘΓ βάσις καὶ τὸ

---

4. ΓΖ] Ζ e corr. m. 2 F. ὕψος] P; ὕψος ὄντα Theon (BVp, F in ras. m. 2). τὸ ΑΓ] P; τὴν ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ

Sint trianguli $AB\Gamma$, $A\Gamma\Delta$, parallelogramma autem $E\Gamma$, ΓZ sub eadem altitudine posita $A\Gamma$. dico, esse $B\Gamma : \Gamma\Delta = AB\Gamma : A\Gamma\Delta = E\Gamma : \Gamma Z$.



producatur enim $B\Delta$ in utramque partem ad puncta Θ, Λ, et ponantur basi $B\Gamma$ aequales quotlibet rectae BH, $H\Theta$ et basi $\Gamma\Delta$ aequales quotlibet rectae ΔK, $K\Lambda$, et ducantur AH, $A\Theta$, AK, $A\Lambda$.

et quoniam $\Gamma B = BH = H\Theta$, erit etiam

$$\triangle\, A\Theta H = AHB = AB\Gamma \text{ [I, 38]}.$$

itaque quoties multiplex est basis $\Theta\Gamma$ basis $B\Gamma$, toties multiplex est etiam triangulus $A\Theta\Gamma$ trianguli $AB\Gamma$. eadem de causa, quoties multiplex est basis $\Lambda\Gamma$ basis $\Gamma\Delta$, toties multiplex est etiam triangulus $A\Lambda\Gamma$ trianguli $A\Gamma\Delta$. et si $\Theta\Gamma = \Gamma\Lambda$, erit etiam $\triangle\, A\Theta\Gamma = A\Gamma\Lambda$ [I, 38], et si $\Theta\Gamma > \Gamma\Lambda$, erit etiam $\triangle\, A\Theta\Gamma > A\Gamma\Lambda$, et si $\Theta\Gamma < \Gamma\Lambda$, erit $\triangle\, A\Theta\Gamma < A\Gamma\Lambda$. itaque datis quattuor magnitudinibus, duabus basibus $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ et duobus triangulis $AB\Gamma$, $A\Gamma\Delta$ sumptae sunt aeque muliplices basis $B\Gamma$

τὴν $B\Delta$ κάθετον ἀγομένην Theon (BVp, F in ras. m. 2); sed cfr. def. 4. 5. λέγω, ὅτι] in ras. m. 2 F. ἐστὶν ὡς ἡ $B\Gamma$] in mg. transeunt m. 1 F. βάσις] -ις in ras. F. 9. $B\Delta$] ΔB Bp, V m. 2. 11. ὁσαιδηποτοῦν] om. P. 12. ΔK] in ras. V. 14. BH, $H\Theta$] e corr. p. 15. ἐστίν P; comp. p. $AH\Theta$ Fp. 18. $AB\Gamma$] corr. ex $A\Theta\Gamma$ m. 2 F. 19. $\Lambda\Gamma$] $\Gamma\Lambda$ P, sed Λ in ras. $\Gamma\Delta$] $\Delta\Gamma$ Bp. 20. $A\Gamma\Delta$] $A\Delta\Gamma$ Bp. τρίγωνον π (non P). 21. $\Gamma\Lambda$] inter Γ et Λ ras. 1 litt. FV. ἐστίν P, comp. p. 22. $A\Lambda\Gamma$ Bp. 23. $\Gamma\Lambda$] inter Γ et Λ ras. 1 litt. V. 24. $A\Gamma\Lambda$] PV, B in ras. m. 1; $A\Lambda\Gamma$ p; $AB\Gamma$ F. ἔλαττον ἔλαττον BF (ἐλάττων F m. 2).

ΑΘΓ τρίγωνον, τῆς δὲ ΓΔ βάσεως καὶ τοῦ ΑΔΓ τριγώνου ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια ἥ τε ΛΓ βάσις καὶ τὸ ΑΛΓ τρίγωνον· καὶ δέδεικται, ὅτι, εἰ ὑπερέχει ἡ ΘΓ βάσις τῆς ΓΛ βάσεως, ὑπερέχει καὶ τὸ ΑΘΓ τρίγωνον τοῦ ΑΛΓ τριγώνου, καὶ εἰ ἴση, ἴσον, καὶ εἰ ἐλάσσων, ἔλασσον· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΓΔ βάσιν, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΓΔ τρίγωνον.

Καὶ ἐπεὶ τοῦ μὲν ΑΒΓ τριγώνου διπλάσιόν ἐστι τὸ ΕΓ παραλληλόγραμμον, τοῦ δὲ ΑΓΔ τριγώνου διπλάσιόν ἐστι τὸ ΖΓ παραλληλόγραμμον, τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΓΔ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΕΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΖΓ παραλληλόγραμμον. ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη, ὡς μὲν ἡ ΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΓΔ τρίγωνον, ὡς δὲ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΓΔ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΕΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλόγραμμον, καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΓΔ βάσιν, οὕτως τὸ ΕΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΖΓ παραλληλόγραμμον.

Τὰ ἄρα τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

β'.

Ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τρι-

---

2. ἃ] supra F. 3. ΛΓ] ΓΛ P. 4. ΓΛ] Λ in ras. m. 2 P; ΛΓ F. 6. ἴση] ἴσον B, et F, corr. m. 2. ἐλάσσων]

triangulique $AB\Gamma$ basis $\Theta\Gamma$ et triangulus $A\Theta\Gamma$, et basis $\Gamma\Delta$ triangulique $A\Delta\Gamma$ aliae quaeuis aeque multiplices basis $\Delta\Gamma$ et triangulus $A\Delta\Gamma$; et demonstratum est, si $\Theta\Gamma$ basis basim $\Gamma\Delta$ superet, etiam triangulum $A\Theta\Gamma$ triangulum $A\Delta\Gamma$ superare, et si aequalis sit, aequalem esse, et si minor, minorem. itaque erit

$$B\Gamma : \Gamma\Delta = AB\Gamma : A\Gamma\Delta \text{ [V def. 5].}$$

et quoniam $E\Gamma = 2\,AB\Gamma$ et $Z\Gamma = 2\,A\Gamma\Delta$ [I, 34], et partes eandem rationem habent atque aeque multiplices [V, 15], erit $\triangle\, AB\Gamma : A\Gamma\Delta = E\Gamma : Z\Gamma$. iam quoniam demonstratum est, esse

$$B\Gamma : \Gamma\Delta = AB\Gamma : A\Gamma\Delta$$

et $AB\Gamma : A\Gamma\Delta = E\Gamma : \Gamma Z$, erit etiam

$$B\Gamma : \Gamma\Delta = E\Gamma : Z\Gamma \text{ [V, 11].}$$

Ergo trianguli et parallelogramma sub eadem altitudine posita eandem inter se rationem habent ac bases; quod erat demonstrandum.

II.

Si in triangulo uni laterum parallela ducitur recta, latera trianguli proportionaliter secabit; et si latera

---

II. Schol. in Archim. III p. 383.

ἔλασσον P; ἔλαττον B, et F, corr. m. 2; ἐλάττων p. ἔλαττον BFp. 9. μὲν τοῦ V. 10. δέ] m. 2 V. 11. ἐστιν P; comp. p. 12. πολλαπλασίοις] παραπλησίοις B; corr. m. 2. 15. $Z\Gamma$] ΓZ BFp, V m. 2. 16. ἡ μέν p. $AB\Gamma$] $A\Gamma B$ P. 17. $A\Gamma\Delta$] corr. ex $A\Delta\Gamma$ F. τρίγωνον] om. V. 18. τρίγωνον] om. V. $A\Gamma\Delta$] e corr. F. τρίγωνον] m. 2 V. 19. ΓZ] P, V m. 1; $Z\Gamma$ BFp, V m. 2. 20. $\Gamma\Delta$] $\Delta\Gamma$ p. 21. παραλληλόγραμμον] (alt.) om. V. 27. παρὰ μίαν] mutat. in παράλληλος μιᾷ B m. recentissima; in V supra scr. m. 2: ἤτοι μιᾷ τῶν πλευρῶν παράλληλος.

γώνου πλευράς· καὶ ἐὰν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται τοῦ τριγώνου πλευράν.

Τριγώνου γὰρ τοῦ *ΑΒΓ* παράλληλος μιᾷ τῶν πλευρῶν τῇ *ΒΓ* ἤχθω ἡ *ΔΕ*· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ *ΒΔ* πρὸς τὴν *ΔΑ*, οὕτως ἡ *ΓΕ* πρὸς τὴν *ΕΑ*.

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ *ΒΕ*, *ΓΔ*.

Ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ *ΒΔΕ* τρίγωνον τῷ *ΓΔΕ* τριγώνῳ· ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς ἐστι τῆς *ΔΕ* καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς *ΔΕ*, *ΒΓ*· ἄλλο δέ τι τὸ *ΑΔΕ* τρίγωνον. τὰ δὲ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ *ΒΔΕ* τρίγωνον πρὸς τὸ *ΑΔΕ* [τρίγωνον], οὕτως τὸ *ΓΔΕ* τρίγωνον πρὸς τὸ *ΑΔΕ* τρίγωνον. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ *ΒΔΕ* τρίγωνον πρὸς τὸ *ΑΔΕ*, οὕτως ἡ *ΒΔ* πρὸς τὴν *ΔΑ*· ὑπὸ γὰρ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα τὴν ἀπὸ τοῦ *Ε* ἐπὶ τὴν *ΑΒ* κάθετον ἀγομένην πρὸς ἄλληλά εἰσιν ὡς αἱ βάσεις. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὡς τὸ *ΓΔΕ* τρίγωνον πρὸς τὸ *ΑΔΕ*, οὕτως ἡ *ΓΕ* πρὸς τὴν *ΕΑ*· καὶ ὡς ἄρα ἡ *ΒΔ* πρὸς τὴν *ΔΑ*, οὕτως ἡ *ΓΕ* πρὸς τὴν *ΕΑ*.

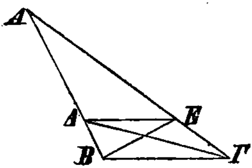
Ἀλλὰ δὴ αἱ τοῦ *ΑΒΓ* τριγώνου πλευραὶ αἱ *ΑΒ*, *ΑΓ* ἀνάλογον τετμήσθωσαν, ὡς ἡ *ΒΔ* πρὸς τὴν *ΔΑ*, οὕτως ἡ *ΓΕ* πρὸς τὴν *ΕΑ*, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ *ΔΕ*· λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ *ΔΕ* τῇ *ΒΓ*.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεί ἐστιν

---

1. Ante *ἐάν* 2 litt. eras. V. 3. *παρὰ τὴν λοιπήν*] mutat. in *παράλληλος τῇ λοιπῇ* B m. recentiss.; in F supra scr. m. 2 *παράλληλος*. 4. *πλευράν*] mutat. in *πλευρᾷ* m. recentiss. B. 7. *τήν*] postea insert. φ. *τήν*] postea insert. φ. *ΕΑ*]

trianguli proportionaliter secantur, recta ad puncta sectionum ducta reliquo lateri trianguli parallela erit.



Nam in triangulo $AB\Gamma$ uni laterum $B\Gamma$ parallela ducatur ΔE. dico, esse
$$B\Delta : \Delta A = \Gamma E : EA.$$
ducantur enim BE, $\Gamma\Delta$. itaque $\triangle B\Delta E = \Gamma\Delta E$; nam in eadem basi sunt ΔE et in iisdem parallelis ΔE, $B\Gamma$ [I, 38]. alia autem quaedam magnitudo est $\triangle A\Delta E$. et aequalia ad idem eandem rationem habent [V, 7]. erit igitur $B\Delta E : A\Delta E = \Gamma\Delta E : A\Delta E$. uerum $B\Delta E : A\Delta E = B\Delta : \Delta A$; nam cum sub eadem altitudine positi sint, ea quae ab E ad AB perpendicularis ducitur, eandem inter se rationem habent ac bases [prop. I]. eadem de causa erit etiam
$$\triangle \Gamma\Delta E : A\Delta E = \Gamma E : EA.$$
quare etiam $B\Delta : \Delta A = \Gamma E : EA$ [V, 11].

iam uero trianguli $AB\Gamma$ latera AB, $A\Gamma$ proportionaliter secentur, ita ut sit $B\Delta : \Delta A = \Gamma E : EA$, et ducatur ΔE. dico, ΔE rectae $B\Gamma$ parallelam esse.

AB F. 8. *γάρ*] supra m. 1 V. 9. *ἄρα*] *δή* P. *ἐστίν* P, comp. p. 11. $B\Gamma$] EZ φ (non F). 14. *τό*] corr. ex *τῷ* m. 2 V. $A\Delta E$] ΔAE P. *τρίγωνον*] om. P. *τρίγωνον*] om. V. 16. $A\Delta E$] Δ e corr. m. 2 V. *ἤ*] φ; add. supra etiam m. rec. 19. Post *βάσεις* add. V: *ὡς δὲ τὸ* $\Gamma\Delta E$ *πρὸς τὸ* $A\Delta E$ *τρίγωνον*. *δή*] om. F; uidetur add. fuisse m. 2, sed euan.; *δὴ καί* P. *ὡς τό*] om. V; *ὡς δὲ τό* φ. $\Gamma\Delta E$ *τρίγωνον πρὸς τὸ* $A\Delta E$] om. V. 20. EA] AE p. 21. ΓE] ΓB F? 23. *αἱ* AB, $A\Gamma$] m. 2 V; *αἱ* om. F, add. φ. 24. Ante *ὡς* hab. Bp: *κατὰ τὰ* Δ, E *σημεῖα*; idem P mg. m. 2. *ὡς ἄρα* Bp. 25. ΓE] mutat. in $E\Gamma$ m. 2 V.

ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΑ, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως τὸ ΒΔΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ τρίγωνον, ὡς δὲ ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΑ, οὕτως τὸ ΓΔΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ τρίγωνον, καὶ ὡς ἄρα τὸ ΒΔΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΓΔΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ τρίγωνον. ἑκάτερον ἄρα τῶν ΒΔΕ, ΓΔΕ τριγώνων πρὸς τὸ ΑΔΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΔΕ τρίγωνον τῷ ΓΔΕ τριγώνῳ· καί εἰσιν ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΔΕ. τὰ δὲ ἴσα τρίγωνα καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΒΓ.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς· καὶ ἐὰν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται τοῦ τριγώνου πλευράν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

γ'.

Ἐὰν τριγώνου ἡ γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν, τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς· καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα δίχα τεμεῖ τὴν τοῦ τριγώνου γωνίαν.

---

3. τρίγωνον] (alt.) om. V. 4. τὴν ΕΑ] τὸ ΕΑ seq. ras. 1 litt. F. 5. καὶ ὡς ἄρα — 7: ΑΔΕ τρίγωνον] mg. m. 2 V. 6.

nam iisdem comparatis quoniam est $B\Delta : \Delta A = \Gamma E : EA$, et $B\Delta : \Delta A = \triangle B\Delta E : A\Delta E$, et $\Gamma E : EA = \triangle \Gamma\Delta E : A\Delta E$ [prop. I], erit etiam $\triangle B\Delta E : A\Delta E = \triangle \Gamma\Delta E : A\Delta E$ [V, 11]. itaque uterque triangulus $B\Delta E$, $\Gamma\Delta E$ ad $A\Delta E$ eandem rationem habet. itaque $\triangle B\Delta E = \Gamma\Delta E$ [V, 9]. et in eadem basi sunt ΔE. trianguli autem, qui aequales sunt et in eadem basi positi, etiam in iisdem parallelis sunt [I, 39]. itaque ΔE rectae $B\Gamma$ parallela est.

Ergo si in triangulo uni laterum parallela ducitur recta, latera trianguli proportionaliter secabit; et si latera trianguli proportionaliter secantur, recta ad puncta sectionum ducta reliquo lateri trianguli parallela erit; quod erat demonstrandum.

III.

Si angulus trianguli in duas partes aequales diuiditur, et recta angulum secans etiam basim secat, partes basis eandem rationem habebunt ac reliqua latera trianguli; et si partes basis eandem rationem habent ac reliqua latera trianguli, recta a uertice ad punctum sectionis ducta angulum trianguli in duas partes aequales secabit.

III. Theon in Ptolem. p. 201. Eutocius in Archim. III p. 272, 11. Schol. in Pappum III p. 1175, 16, 25 al.

τρίγωνον] (prius) om. BFVp. 7. τρίγωνον] comp. F. 8. πρὸς τὸ $A\Delta E$] supra m. 1 F; πρὸς τὸ $A\Delta E$ τρίγωνον V. 9. ἐστίν FV. 11. καί] (prius) τά F. 12. παράλληλος V; corr. m. 2. ἐστίν] (prius) PFV; ἐστί B, et p (ι in ras.); εἰσί V m. 2. 14. πλευρῶν] mg. m. 1 P. 20. ἡ] om. V. τμηθῇ] in ras. m. 2 V. δέ] supra m. 1 F. 21. τέμνῃ] τέμνει eras. ι V. 24. καὶ ἐὰν τά — 25: πλευραῖς] mg. m. 2 V. 24. ἔχῃ] corr. ex ἔχει m. 1 p. 27. τεμεῖ] P, F m. 2, V m. 2; τέμνει Bp, F m. 1, V m. 1.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ τετμήσθω ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία δίχα ὑπὸ τῆς ΑΔ εὐθείας· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ.

Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Γ τῇ ΔΑ παράλληλος ἡ ΓΕ, καὶ διαχθεῖσα ἡ ΒΑ συμπιπτέτω αὐτῇ κατὰ τὸ Ε.

Καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς ΑΔ, ΕΓ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΑΓ, ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΓΕ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΓΑΔ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΓΑΔ τῇ ὑπὸ ΒΑΔ ὑπόκειται ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ ἄρα τῇ ὑπὸ ΑΓΕ ἐστιν ἴση. πάλιν, ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τας ΑΔ, ΕΓ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΒΑΕ, ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΔ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς τῇ ὑπὸ ΑΕΓ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ τῇ ὑπὸ ΒΑΔ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ ΑΕΓ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΑΕ πλευρᾷ τῇ ΑΓ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΒΓΕ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΕΓ ἦκται ἡ ΑΔ, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΕ. ἴση δὲ ἡ ΑΕ τῇ ΑΓ· ὡς ἄρα ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ.

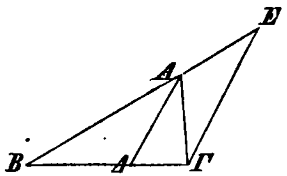
Ἀλλὰ δὴ ἔστω ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ· λέγω, ὅτι δίχα τέτμηται ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία ὑπὸ τῆς ΑΔ εὐθείας.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΒΑ

---

1. καί] supra F. 3. ΓΔ] ΔΓ P. 7. εὐθείας V. 8. ἐνέπεσεν] P φ Bp; ἐμπέπτωκεν V. ἐστίν P; comp. p. 9. ἀλλά P. 11. εὐθεῖα] εὐθείας addito εὐθεῖα in mg. m.

Sit triangulus $AB\Gamma$, et $\angle\, BA\Gamma$ in duas partes aequales secetur recta $A\Delta$. dico, esse



$$B\Delta : \Gamma\Delta = BA : A\Gamma.$$

ducatur enim per Γ rectae ΔA parallela ΓE, et producta BA cum ea concurrat in E [I αἰτ. 5]. et quoniam in rectas parallelas $A\Delta$, $E\Gamma$ recta incidit $A\Gamma$, erit $\angle\, A\Gamma E = \Gamma A\Delta$ [I, 29]. sed supposuimus $\angle\, \Gamma A\Delta = BA\Delta$. quare etiam $\angle\, BA\Delta = A\Gamma E$. rursus quoniam in rectas parallelas $A\Delta$, $E\Gamma$ recta incidit BAE, erit $\angle\, BA\Delta = AE\Gamma$ exterior angulus interiori [I, 29]. demonstratum est autem, esse etiam $\angle\, A\Gamma E = BA\Delta$. quare etiam $\angle\, A\Gamma E = AE\Gamma$. quare etiam $AE = A\Gamma$ [I, 6]. et quoniam in triangulo $B\Gamma E$ uni laterum $E\Gamma$ parallela ducta est $A\Delta$, erit $B\Delta : \Delta\Gamma = BA : AE$ [prop. II]. sed $AE = A\Gamma$. itaque erit

$$B\Delta : \Delta\Gamma = BA : A\Gamma.$$

iam uero sit $B\Delta : \Delta\Gamma = BA : A\Gamma$, et ducatur $A\Delta$. dico, $\angle\, BA\Gamma$ in duas partes aequales secari recta $A\Delta$.

nam iisdem comparatis quoniam est $B\Delta : \Delta\Gamma = BA : A\Gamma$, uerum etiam $B\Delta : \Delta\Gamma = BA : AE$ (nam

---

2 V; εὐθείας εὐθεῖα Bp. 12. ἐνέπεσε V. BAE] litt. E in ras. m. 2 P. ἡ] (tert.) in ras. V. 13. ἴση] -η e corr. m. 2 P. $AE\Gamma$] litt. $E\Gamma$ in ras. P. 14. $BA\Delta$] corr. ex $B\Delta\Delta$ m. 1 p. ἄρα γωνία] om. V. 16. AE] $A\Theta$ π (non P), EA φ. πλευράν π (non P). 18. πρὸς τήν] τήν comp. scriptum cum πρόσ coaluit in F, πρός φ, et sic in seq. saepius. 20. ὡς ἄρα] P; ἔστιν ἄρα ὡς Theon? (BFVp); cfr. p. 68, 15. 22. $B\Delta$] Δ corr. p. $\Delta\Gamma$] $\Gamma\Delta$ F. 26. ἐπεὶ γάρ φ. 27. $A\Gamma$ — p. 84, 1: πρὸς τήν] om. Bp. 28. τήν] om. F (inser. m. rec., sed eras.).

πρὸς τὴν ΑΕ· τριγώνου γὰρ τοῦ ΒΓΕ παρὰ μίαν τὴν ΕΓ ἦκται ἡ ΑΔ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΕ. ἴση ἄρα ἡ ΑΓ τῇ ΑΕ· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΓ τῇ ὑπὸ ΑΓΕ ἐστιν ἴση. ἀλλ' ἡ μὲν ὑπὸ ΑΕΓ τῇ ἐκτὸς τῇ ὑπὸ ΒΑΔ [ἐστιν] ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΕ τῇ ἐναλλὰξ τῇ ὑπὸ ΓΑΔ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ ἄρα τῇ ὑπὸ ΓΑΔ ἐστιν ἴση. ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΑΓ γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΑΔ εὐθείας.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου ἡ γωνία δίχα τμηθῇ, η δὲ τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν, τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς· καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα δίχα τέμνει τὴν τοῦ τριγώνου γωνίαν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ'.

Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι.

Ἔστω ἰσογώνια τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΓΕ ἴσην ἔχοντα τὴν μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΔΓΕ, τὴν δὲ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΓΔΕ καὶ ἔτι τὴν ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΓΕΔ· λέγω, ὅτι τῶν ΑΒΓ, ΔΓΕ τριγώνων

IV. Psellus p. 70.

3. *οὕτως*] m. 2 V. *ΑΕ*] *ΑΓ* φ. 4. *ΑΕ*] *ΕΑ* φ. *τῇ*] PBp; *γωνίᾳ τῇ* FV. 5. *ἀλλά* P. 6. *ΒΑΔ*] *Β* supra m. 1 F. *ἐστιν*] om. P. *ἡ δέ*] *ἴση δὲ καὶ ἡ* V. *ΑΓΕ*] supra *Γ* ras. est in V; *ΑΕΓ* F. 7. *ἐστιν ἴση*] om. V. *καὶ ἡ ὑπό — 8:*

in triangulo $B\Gamma E$ uni laterum $E\Gamma$ parallela ducta est $A\Delta$) [prop. II], erit etiam $BA : A\Gamma = BA : AE$ [V, 11]. quare $A\Gamma = AE$ [V, 9]. quare etiam $\angle AE\Gamma = A\Gamma E$ [I, 5]. sed $\angle AE\Gamma = BA\Delta$ exteriori [I, 29], et $\angle A\Gamma E = \Gamma A\Delta$ alterno [id.]. quare etiam $\angle BA\Delta = \Gamma A\Delta$. itaque $\angle BA\Gamma$ recta $A\Delta$ in duas partes aequales sectus est.

Ergo si angulus trianguli in duas partes aequales diuiditur, et recta angulum secans etiam basim secat, partes basis eandem rationem habebunt ac reliqua latera trianguli; et si partes basis eandem rationem habent ac reliqua latera trianguli, recta a uertice ad punctum sectionis ducta angulum trianguli in duas partes aequales secabit; quod erat demonstrandum.

IV.

In triangulis aequiangulis latera aequales angulos comprehendentia proportionalia sunt et correspondentia, quae sub aequalibus angulis subtendunt.

Sint trianguli aequianguli $AB\Gamma$, $\Delta\Gamma E$ habentes $\angle AB\Gamma = \Delta\Gamma E$, $BA\Gamma = \Gamma\Delta E$, $A\Gamma B = \Gamma E\Delta$. dico,

---

ἔστιν ἴση] om. B et V (ras. est quartae partis lineae); in mg. transeunt in ras. p. 10. *ἡ*] om. V. *δίχα*] om. F. 11. *τὴν γωνίαν*] P; *αὐτήν* BFVp. *εὐθεῖα*] mg. m. 1 P. *τέμνει* F et seq. ras. 1 litt. V. 12. *τά*] m. 2 F. 13. *καὶ ἐάν* — 17: *δεῖξαι*] in ras. m. 1 F. 14. *ἔχῃ*] corr. ex *ἔχει* p. *λόγον ἔχῃ* V. 16. *τοῦ τριγώνου*] om. FV. 17. *γωνίαν*] *εὐθεῖαν* p. 20. *αἱ περί*] e corr. V. *ἴσας*] m. rec. F. 21. *πλευραὶ ὑποτείνουσαι* Bp, *ὑποτείνουσαι πλευραί* FV. 22. *ἔστωσαν* V. $\Delta\Gamma E$] $\Gamma\Delta E$ Bp, V m. 2. 23. $AB\Gamma$] $BA\Gamma$ P. *γωνίαν*] comp. mg. P. $\Delta\Gamma E$] $\Gamma\Delta E$ P. 24. $BA\Gamma$] BFp, V m. 2; $B\Gamma A$ P; $A\Gamma B$ V m. 1. $\Gamma\Delta E$] BFp, V m. 2; $\Gamma E\Delta$ P. $A\Gamma B$] Bp, V in ras. m. 2; $AB\Gamma$ PF. 25. $\Gamma E\Delta$] BFp; $\Delta E\Gamma$ in ras. m. 2 V; $\Delta\Gamma E$ P.

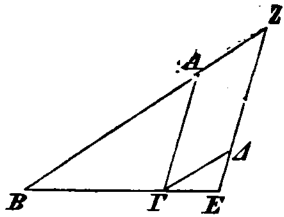
ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι.

Κείσθω γὰρ ἐπ' εὐθείας ἡ ΒΓ τῇ ΓΕ. καὶ ἐπεὶ αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΓΒ γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάττονές εἰσιν, ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΕΓ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΔΕΓ δύο ὀρθῶν ἐλάττονές εἰσιν· αἱ ΒΑ, ΕΔ ἄρα ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Ζ.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΓΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΓ, παράλληλός ἐστιν ἡ ΒΖ τῇ ΓΔ. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΕΓ, παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΓ τῇ ΖΕ. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΑΓΔ· ἴση ἄρα ἡ μὲν ΖΑ τῇ ΔΓ, ἡ δὲ ΑΓ τῇ ΖΔ. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΖΒΕ παρὰ μίαν τὴν ΖΕ ἦκται ἡ ΑΓ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΖ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΕ. ἴση δὲ ἡ ΑΖ τῇ ΓΔ· ὡς ἄρα ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΕ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ. πάλιν, ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΓΔ τῇ ΒΖ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως ἡ ΖΔ πρὸς τὴν ΔΕ. ἴση δὲ ἡ ΖΔ τῇ ΑΓ· ὡς ἄρα ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΔΕ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΔ. ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ, ὡς δὲ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΔ, δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΕ.

---

4. δύο] αἱ δύο P, corr. m. 1. ἐλάσσονες V. 6. ἐλάσσονες V. 10. ἐστιν] P, F m. 1; ἄρα ἐστίν BVp, F m. 2. Sequentia in ras. m. 1 p. 12. ἐστί] ἐστίν P, comp. p. 13. ΖΑΓΔ] Γ in ras. B. ΔΓ] Γ in ras. p; ΓΔ V, corr. m. 2. 14. ΖΔ]



in triangulis $AB\Gamma$, $\Delta\Gamma E$ latera aequales angulos comprehendentia aequalia esse et correspondentia, quae sub aequalibus angulis subtendant.

ponatur enim $B\Gamma$ in producta ΓE, et quoniam $\angle AB\Gamma + A\Gamma B$ duobus rectis minores sunt [I, 17] et $\angle A\Gamma B = \Delta E\Gamma$, erunt $\angle AB\Gamma + \Delta E\Gamma$ duobus rectis minores. itaque BA, $E\Delta$ productae concurrent [I *αἰτ.* 5]. producantur et concurrant in Z.

et quoniam $\angle \Delta\Gamma E = AB\Gamma$, erit BZ rectae $\Gamma\Delta$ parallela [I, 28]. rursus quoniam $\angle A\Gamma B = \Delta E\Gamma$, erit $A\Gamma$ rectae ZE parallela [id.]. $ZA\Gamma\Delta$ igitur parallelogrammum est. quare $ZA = \Delta\Gamma$, $A\Gamma = Z\Delta$ [I, 34]. et quoniam in triangulo ZBE uni lateri ZE parallela ducta est $A\Gamma$, erit $BA : AZ = B\Gamma : \Gamma E$ [prop. II]. sed $AZ = \Gamma\Delta$. itaque $BA : \Gamma\Delta = B\Gamma : \Gamma E$ et permutando [V, 16] $AB : B\Gamma = \Delta\Gamma : \Gamma E$. rursus quoniam $\Gamma\Delta$ rectae BZ parallela est, erit $B\Gamma : \Gamma E = Z\Delta : \Delta E$ [prop. II]. sed $Z\Delta = A\Gamma$. itaque $B\Gamma : \Gamma E = A\Gamma : \Delta E$, et permutando [V, 16] $B\Gamma : \Gamma A = \Gamma E : E\Delta$. iam quoniam demonstratum est, esse $AB : B\Gamma = \Delta\Gamma : \Gamma E$ et $B\Gamma : \Gamma A = \Gamma E : E\Delta$, ex aequo erit $BA : A\Gamma = \Gamma\Delta : \Delta E$ [V, 22].

ΔZ P. ZBE] PF, V m. 1; BZE Bp, V m. 2. *μίαν τῶν πλευρῶν* V. 15. *ἡ*] (alt.) om. P. *τήν*] om. BFp. 16. *τήν*] om. BFp. 17. *τήν*] om. BFp. *τήν*] om. φ. 18. AB] BA p. *πρὸς τήν*] PV; *πρός* BFp, et sic deinde per totam propositionem. 21. $Z\Delta$] (alt.) ΔZ V m. 1; corr. m. 2. 23. *καὶ ἐναλλάξ*] P; *ἐναλλὰξ ἄρα* Theon? (BFVp); cfr. lin. 18. 24. *ἐπεὶ οὖν*] *καὶ ἐπεί* P. *ἡ μέν* P. 27. *καὶ δι' ἴσου* P.

Τῶν ἄρα ἰσογωνίων τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

εʹ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχοντα, ὡς μὲν τὴν ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὴν ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ, ὡς δὲ τὴν ΒΓ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως τὴν ΕΖ πρὸς τὴν ΖΔ, καὶ ἔτι ὡς τὴν ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως τὴν ΕΔ πρὸς τὴν ΔΖ. λέγω, ὅτι ἰσογώνιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ καὶ ἴσας ἕξουσι τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν, τὴν μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, τὴν δὲ ὑπὸ ΒΓΑ τῇ ὑπὸ ΕΖΔ καὶ ἔτι τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ.

Συνεστάτω γὰρ πρὸς τῇ ΕΖ εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς Ε, Ζ τῇ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΖΕΗ, τῇ δὲ ὑπο ΑΓΒ ἴση ἡ ὑπὸ ΕΖΗ· λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Α λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Η ἐστιν ἴση.

ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ το ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΕΗΖ [τριγώνῳ]. τῶν ἄρα ΑΒΓ, ΕΗΖ τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ ὁμό-

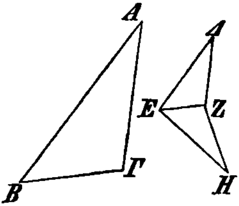
3. ὑπό] περί p. γωνίας] bis p. πλευραὶ ὑποτείνουσαι BFp, ὑποτείνουσαι πλευραί V. 7. τάς] m. rec. F. 10. τὴν ΒΓ] ΒΓ BFp. 11. τὴν ΕΖ] ΕΖ BFp. τὴν ΓΑ] ΓΑ BFp. 12. οὕτω B. τὴν ΖΔ] P, V m. 1; τὴν ΔΖ V m. 2; ΔΖ BFp. 13. οὕτω Bp. τὴν ΔΖ] V; τὴν ΖΔ P; ΔΖ BFp. 14. ἐστιν P, comp. p. 16. ὑποτείνουσι Vp.

Ergo in triangulis aequiangulis latera aequales angulos comprehendentia proportionalia sunt et correspondentia, quae sub aequalibus angulis subtendunt; quod erat demonstrandum.

V.

Si duo trianguli latera proportionalia habent, aequianguli erunt trianguli et eos angulos aequales habebunt, sub quibus correspondentia latera subtendunt.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ latera proportionalia habentes, ita ut sit $AB : B\Gamma = \Delta E : EZ$, $B\Gamma : \Gamma A = EZ : Z\Delta$, $BA : A\Gamma = E\Delta : \Delta Z$. dico, triangulos $AB\Gamma$, ΔEZ aequiangulos fore et eos angulos aequales habituros esse, sub quibus correspondentia latera subtendant, $\angle AB\Gamma = \Delta EZ$, $B\Gamma A = EZ\Delta$, $BA\Gamma = E\Delta Z$.



construatur enim ad rectam EZ et puncta eius E, Z angulo $AB\Gamma$ aequalis $\angle ZEH$ et angulo $A\Gamma B$ aequalis EZH [I, 23]. itaque qui relinquitur, angulus ad A positus reliquo angulo ad H posito aequalis est [I, 32]. itaque $AB\Gamma$, EHZ trianguli aequianguli sunt. quare in triangulis $AB\Gamma$, EHZ latera aequales angulos comprehendentia proportionalia sunt et corre-

21. $A\Gamma B$] e corr. V. 22. πρὸς τῷ A] P; ὑπὸ $BA\Gamma$ Theon (BFVp). πρὸς τῷ H] P; ὑπὸ EHZ Theon (Bp; ὑπὸ EZ supra scr. H V, ὑπὸ EZH F). 23. ἰσογώνι° F in fine lin. ἐστίν P, comp. p. EHZ] P, V m. 1; ZEH Bp, V m. 2, F eras. Z et H. 24. τριγώνῳ] om. P. EHZ] P, V m. 1; ZEH BFp, V m. 2.

λογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, [οὕτως] ἡ ΗΕ πρὸς τὴν ΕΖ. ἀλλ' ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ὑπόκειται ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ· ὡς ἄρα ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἡ ΗΕ πρὸς τὴν ΕΖ. ἑκατέρα ἄρα τῶν ΔΕ, ΗΕ πρὸς τὴν ΕΖ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΗΕ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΔΖ τῇ ΗΖ ἐστιν ἴση. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΕΗ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΖ, δύο δὴ αἱ ΔΕ, ΕΖ δυσὶ ταῖς ΗΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις ἡ ΔΖ βάσει τῇ ΖΗ [ἐστιν] ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΗΕΖ ἐστιν ἴση, καὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον τῷ ΗΕΖ τριγώνῳ ἴσον, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΔΖΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΗΖΕ, ἡ δὲ ὑπὸ ΕΔΖ τῇ ὑπὸ ΕΗΖ. καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΖΕΔ τῇ ὑπὸ ΗΕΖ ἐστιν ἴση, ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΗΕΖ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ, καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστιν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστιν ἴση, καὶ ἔτι ἡ πρὸς τῷ Α τῇ πρὸς τῷ Δ· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ϛʹ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γω-

---

1. γωνίας] m. 2 F. πλευραὶ ὑποτείνουσαι Theon (BVFp). 2. τήν] om. BFp. οὕτως] om. P. 3. τήν] om. BFp. ἀλλ' — 4: ΕΖ] mg. m. 1 F. 3. τήν] om. BFp. 4. τήν]

spondentia, quae sub aequalibus angulis subtendunt [prop. IV]. erit igitur $AB : B\Gamma = HE : EZ$. sed $AB : B\Gamma = \Delta E : EZ$, ut supposuimus. quare $\Delta E : EZ = HE : EZ$ [V, 11]. itaque utraque $\Delta E, HE$ ad EZ eandem rationem habet. ergo $\Delta E = HE$ [V, 9]. eadem de causa etiam $\Delta Z = HZ$. iam quoniam $\Delta E = EH$, et communis est EZ, duae rectae $\Delta E, EZ$ duabus HE, EZ aequales sunt; et $\Delta Z = ZH$. itaque $\angle \Delta EZ = HEZ$ [I, 8], et $\triangle \Delta EZ = \triangle HEZ$, et reliqui anguli reliquis angulis aequales, sub quibus aequalia latera subtendunt [I, 4]. itaque $\angle \Delta ZE = HZE$, $\angle E\Delta Z = EHZ$. et quoniam $\angle ZE\Delta = HEZ$, et $\angle HEZ = AB\Gamma$, erit etiam $\angle AB\Gamma = \Delta EZ$. eadem de causa erit etiam $\angle A\Gamma B = \Delta ZE$, et praeterea angulus ad A positus angulo ad Δ posito. itaque trianguli $AB\Gamma, \Delta EZ$ aequianguli sunt.

Ergo si duo trianguli latera proportionalia habent, aequianguli erunt trianguli et eos angulos aequales habebunt, sub quibus correspondentia latera subtendunt; quod erat demonstrandum.

VI.

Si duo trianguli unum angulum uni angulo aequalem

---

om. BFp. *καὶ ὡς ἄρα* P. 5. *τήν*] bis om. BFp. 6. HE] EH V. 7. *τά*] om. p. 8. *ἴση ἐστίν* p. 10. *εἰσί* Vp. ΔZ] $Z\Delta$ P. ZH] post ras. 1 litt. V. 11. *ἐστιν*] om. P. 13. Post *ἴσον* add. *ἐστί* Bp, F m. 2, V m. 2. 14. Post *ἴσαι* add. *ἔσονται* Bp, F m. 2. 15. *ἐστίν* PB. ΔZE] ΔEZ F. HZE] H supra m. 1 F. 17. *ἴση ἐστίν* φ. *ἀλλά* P. 18. $AB\Gamma$] (prius) $AB\Gamma$ *ἐστιν ἴση* V. 19. *ἡ*] *ἡ μέν* P. $A\Gamma B$] $AB\Gamma$ p. 20. *ἔτι*] e corr. V. *τῷ*] bis *τό* B et V (corr. m. 2). 21. Δ *ἐστιν ἴση* FV. *ἐστίν* P.

νίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ μίαν γωνίαν τὴν ὑπὸ ΒΑΓ μιᾷ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴσην ἔχοντα, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὡς τὴν ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως τὴν ΕΔ πρὸς τὴν ΔΖ· λέγω, ὅτι ἰσογώνιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ καὶ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, τὴν δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ.

Συνεστάτω γὰρ πρὸς τῇ ΔΖ εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς Δ, Ζ ὁποτέρᾳ μὲν τῶν ὑπὸ ΒΑΓ, ΕΔΖ ἴση ἡ ὑπὸ ΖΔΗ, τῇ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ ἴση ἡ ὑπὸ ΔΖΗ· λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Β γωνία λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Η ἴση ἐστίν.

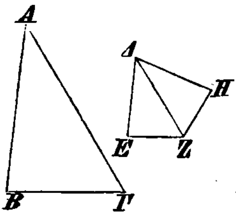
Ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΗΖ τριγώνῳ. ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΗΔ πρὸς τὴν ΔΖ. ὑπόκειται δὲ καὶ ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΖ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΖ, οὕτως ἡ ΗΔ πρὸς τὴν ΔΖ. ἴση ἄρα ἡ ΕΔ τῇ ΔΗ· καὶ κοινὴ ἡ ΔΖ· δύο δὴ αἱ ΕΔ, ΔΖ δυσὶ ταῖς ΗΔ, ΔΖ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΔΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΗΔΖ [ἐστιν] ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΕΖ βάσει τῇ ΗΖ ἐστιν ἴση, καὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον τῷ ΗΔΖ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ

---

7. ἴσας] m. 2 V. 8. τὴν ΑΓ] ΑΓ BFp. πρός] supra m. rec. P. τήν] om. BFp. ΔΖ] eras. V; mutat. in ΔΕ F; ΖΔ Bp. 9. ἐστιν P, comp. p. 10. τῶν ΑΒΓ F. 11. τήν] τῇ V, corr. m. rec. ΑΓΒ] e corr. m. 2 V. 12. πρὸς μέν BFVp. τὴν ΔΖ εὐθεῖαν V, corr. m. 2. 13. αὐτῆς B.

habent et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia, aequianguli erunt trianguli et eos angulos aequales habebunt, sub quibus correspondentia latera subtendunt.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ unum angulum $BA\Gamma$ uni angulo $E\Delta Z$ aequalem habentes et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia, ita ut sit $BA : A\Gamma = E\Delta : \Delta Z$. dico, triangulos $AB\Gamma$, ΔEZ aequiangulos esse et habituros esse $\angle AB\Gamma = \Delta EZ$, $\angle A\Gamma B = \Delta ZE$.



construatur enim ad rectam ΔZ et puncta eius Δ, Z utrique angulo $BA\Gamma$, $E\Delta Z$ aequalis $\angle Z\Delta H$ et $\angle \Delta ZH = A\Gamma B$ [I, 23]. itaque qui relinquitur angulus ad B positus reliquo angulo ad H posito aequalis est [I, 32]. itaque trianguli $AB\Gamma$, ΔHZ aequianguli sunt. quare erit $BA : A\Gamma = H\Delta : \Delta Z$ [prop. IV]. supposuimus autem, esse etiam $BA : A\Gamma = E\Delta : \Delta Z$. quare [V, 11] $E\Delta : \Delta Z = H\Delta : \Delta Z$. itaque $E\Delta = \Delta H$ [V, 9]; et communis est ΔZ. itaque duae rectae $E\Delta$, ΔZ duabus $H\Delta$, ΔZ aequales sunt; et $\angle E\Delta Z = H\Delta Z$. quare $EZ = HZ$ et $\triangle \Delta EZ = H\Delta Z$, et reliqui anguli reliquis aequales erunt,

---

14. $E\Delta Z$ γωνία ἴση V. 15. τῷ] τό V, corr. m. 2. γωνία] post ras. 1 litt. P; om. Theon (BFVp). 16. τῷ] τό V, corr. m. 2. 17. ἐστίν Pφ, comp. p. ΔHZ] ΔEZ φ. 18. τήν] om. BFp. 19. $H\Delta$] litt. H m. 2 V; $E\Delta$ B, corr. m. 2. τήν] om. BFp. 20. τήν] bis om. BFp. $E\Delta$] ΔE F; $H\Delta$ B, corr. m. 2. 21. $E\Delta$] $B\Delta$ φ. τήν] om. BFp. ΔZ] $Z\Delta$ V, corr. m. 2. $H\Delta$] ex ΔH m. rec. P. 22. τήν] om. BFp. 23. εἰσί Vp. 24. γωνία ἄρα F. ἐστιν] om. P. 25. HZ] ZH P. 26. ἐστι BV, comp. p.

αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΔΖΗ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ, ἡ δὲ ὑπὸ ΔΗΖ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΔΖΗ τῇ ὑπο ΑΓΒ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστιν ἴση. ὑπόκειται δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Β λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Ε ἴση ἐστίν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ ἄλλας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἤτοι ἐλάσσονα ἢ μὴ ἐλάσσονα ὀρθῆς, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχοντα τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ, περὶ δὲ ἄλλας γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὡς τὴν ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὴν ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ, τῶν δὲ λοιπῶν τῶν

---

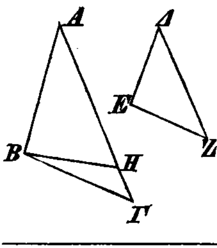
1. ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ Theon (BFVp). 3. ὑπὸ ΔΗΖ] Peyrardus, ὑπὸ ΔΕΖ P; πρὸς τῷ Η Theon (BFVp; τό pro τῷ V, corr. m. 2). 4. ὑπὸ ΔΕΖ] Peyrardus; ὑπὸ ΔΗΖ P; πρὸς τῷ Ε Theon (BFVp; τό pro τῷ V, corr. m. 2). ἀλλά P. ΑΓΒ] ΒΓΑ P, Α in ras. 6. καὶ ἡ — ἔστιν ἴση]

sub quibus aequalia latera subtendunt [I, 4]. itaque $\angle \Delta ZH = \Delta ZE$, $\angle \Delta HZ = \Delta EZ$. uerum $\angle \Delta ZH = A\Gamma B$. quare etiam $\angle A\Gamma B = \Delta ZE$. supposuimus autem, esse etiam $\angle BA\Gamma = E\Delta Z$. itaque etiam qui relinquitur angulus ad B positus, reliquo angulo ad E posito aequalis est [I, 32]. itaque trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ aequianguli sunt.

Ergo si duo trianguli unum angulum uni angulo aequalem habent et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia, aequianguli erunt trianguli et eos angulos aequales habebunt, sub quibus correspondentia latera subtendunt; quod erat demonstrandum.

VII.

Si duo trianguli unum angulum uni angulo aequalem habent et latera alios duos angulos comprehendentia proportionalia et reliquos angulos singulos simul aut minores aut non minores recto, trianguli aequianguli erunt et eos angulos aequales habebunt, quos latera proportionalia comprehendunt.



Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ unum angulum uni angulo aequalem habentes, $\angle BA\Gamma = E\Delta Z$, et latera alios duos angulos comprehendentia proportionalia, $AB : B\Gamma = \Delta E : EZ$, et reliquos angulos, qui ad Γ, Z positi sunt, prius singulos simul recto

---

om. p. 7. τῷ] τό P. τῷ] e corr. P. 8. ἐστί] ἐστίν P, comp. p. 19. ἐλάττονα bis F. Prius ἐλάσσονα corr. ex ἔλασσον m. 2 P. 23. μιᾷ γωνίᾳ] punctis notat. F. 24. $E\Delta Z$] corr. ex ΔEZ m. rec. P. $AB\Gamma$] $BA\Gamma$ φ; $AB\Delta$ p. 25. τὴν $B\Gamma$] $B\Gamma$ BFp. 26. τήν EZ] EZ BFp.

πρὸς τοῖς Γ, Ζ πρότερον ἑκατέραν ἅμα ἐλάσσονα ὀρθῆς· λέγω, ὅτι ἰσογώνιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ, καὶ ἴση ἔσται ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, καὶ λοιπὴ δηλονότι ἡ πρὸς τῷ Γ λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Ζ ἴση.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ ΑΒΓ. καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Β τῇ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΑΒΗ.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν Α γωνία τῇ Δ, ἡ δὲ ὑπὸ ΑΒΗ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΗΒ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστιν ἴση. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΗ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΗ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ. ὡς δὲ ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ, [οὕτως] ὑπόκειται ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ· ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς ἑκατέραν τῶν ΒΓ, ΒΗ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴση ἄρα ἡ ΒΓ τῇ ΒΗ. ὥστε καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ Γ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΗΓ ἐστιν ἴση. ἐλάττων δὲ ὀρθῆς ὑπόκειται ἡ πρὸς τῷ Γ· ἐλάττων ἄρα ἐστὶν ὀρθῆς καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΓ· ὥστε ἡ ἐφεξῆς αὐτῇ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΗΒ μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. καὶ ἐδείχθη ἴση οὖσα τῇ πρὸς τῷ Ζ· καὶ ἡ πρὸς τῷ Ζ ἄρα μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. ὑπόκειται δὲ ἐλάσσων ὀρθῆς· ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ· ἴση

1. ἐλάττονα F. 2. ἐστιν P, comp. p. 3. ἔσται] ἐστίν F. 10. ΑΒΗ] Η e corr. p. 12. γωνίᾳ τῇ V. 13. λοιπῇ] supra m. 1 F. ἐστί] comp. p; ἐστίν PF. 15. τήν] bis om. BFp. 16. ὡς δέ] ὑπόκειται δὲ καὶ ὡς Bp. τήν] om. BFp. οὕτως ὑπόκειται] ὑπόκειται FV; οὕτως Bp; ὑπόκειται οὕτως P. 17. τήν] om. BFp. Post ΒΓ add.

minores. dico, aequiangulos esse triangulos $AB\Gamma$, ΔEZ, et $\angle AB\Gamma = \Delta EZ$, et, ut inde adparet, qui relinquitur angulus ad Γ positus, reliquo angulo ad Z posito aequalem esse.

nam si $\angle AB\Gamma$ angulo ΔEZ inaequalis est, alteruter eorum maior est. sit maior $\angle AB\Gamma$, et construatur ad rectam AB et punctum eius B $\angle ABH = \Delta EZ$ [I, 23]. et quoniam $\angle A = \angle \Delta$ et $\angle ABH = \Delta EZ$, erit $\angle AHB = \Delta ZE$ [I, 32]. itaque trianguli ABH, ΔEZ aequianguli sunt. quare $AB : BH = \Delta E : EZ$ [prop. IV]. sed supposuimus, esse $\Delta E : EZ = AB : B\Gamma$. itaque AB ad utramque $B\Gamma$, BH eandem rationem habet [V, 11]. quare $B\Gamma = BH$ [V, 9]. itaque etiam angulus ad Γ positus angulo $BH\Gamma$ aequalis est [I, 5]. supposuimus autem, angulum ad Γ positum minorem esse recto; quare etiam $\angle BH\Gamma$ minor est recto. itaque angulus deinceps positus AHB maior est recto [I, 13]. et demonstratum est, eum angulo ad Z posito aequalem esse. quare etiam angulus ad Z positus maior est recto. supposuimus autem, eum recto minorem esse; quod absurdum est. itaque $\angle AB\Gamma$ angulo ΔEZ inaequalis non est; aequalis igitur. uerum etiam angulus ad A positus angulo ad Δ posito aequalis est. quare etiam qui relinquitur angulus ad Γ positus, reliquo angulo ad Z posito aequalis est [I, 32]. ergo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ aequianguli sunt.

Theon: *καὶ ὡς ἄρα ἡ* AB *πρὸς τὴν* $B\Gamma$, *οὕτως ἡ* AB *πρὸς τὴν* BH (V et bis omisso *τήν* BFp). 18. *ἄρα ἐστίν* P. 19. *πρὸς τῷ* Γ] corr. ex *ὑπὸ* $BH\Gamma$ m. 2 V. $BH\Gamma$] corr. ex $B\Gamma H$ m. 2 V. 20. *ἐλάσσων* p. 21. *καί*] om. P. 22. *αὐτῆς* P. 23. *τῷ*] corr. ex *τό* m. 1 B. 25. *ἐλάττων* F. *ἐστίν*] om. V. 26. ΔEZ] $E\Delta Z$ p.

ἄρα. ἔστι δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ Α ἴση τῇ πρὸς τῷ Δ· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Γ λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Ζ ἴση ἐστίν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

Ἀλλὰ δὴ πάλιν ὑποκείσθω ἑκατέρα τῶν πρὸς τοῖς Γ, Ζ μὴ ἐλάσσων ὀρθῆς· λέγω πάλιν, ὅτι καὶ οὕτως ἐστὶν ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δείξομεν, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΒΗ· ὥστε καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ Γ τῇ ὑπὸ ΒΗΓ ἴση ἐστίν. οὐκ ἐλάττων δὲ ὀρθῆς ἡ πρὸς τῷ Γ· οὐκ ἐλάττων ἄρα ὀρθῆς οὐδὲ ἡ ὑπὸ ΒΗΓ. τριγώνου δὴ τοῦ ΒΗΓ αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν οὔκ εἰσιν ἐλάττονες· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα πάλιν ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ· ἴση ἄρα. ἔστι δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ Α τῇ πρὸς τῷ Δ ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Γ λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Ζ ἴση ἐστίν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ ἄλλας γωνίας τας πλευρὰς ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἐλάττονα ἢ μὴ ἐλάττονα ὀρθῆς, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ηʹ.

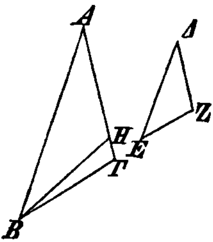
Ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ

---

1. *ἐστίν* B. Post *Α* add. *σημείῳ* Bp, supra F, m. 2 V. 3. *ἐστί*] *ἐστίν* P, comp. p. 6. *ἐλάττων* F. *πάλιν ὅτι*] m. 2 V. 7. *ἰσογώνιόν ἐστιν* P. 8. *ὁμοίως δή* BVp. 10. *ἐλάσσων* p. 11. *ἐλάσσων* p. 12. *οὐδέ*] om. V. *ἡ*] m.

iam rursus supponamus, utrumque angulum ad Γ, Z positum recto minorem non esse. dico rursus, sic quoque triangulos $AB\Gamma$, ΔEZ aequiangulos esse.

nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus, esse $B\Gamma = BH$. quare etiam angulus ad Γ positus angulo $BH\Gamma$ aequalis est [I, 5]. angulus autem ad Γ positus recto minor non est. quare ne $\angle\, BH\Gamma$ quidem recto minor est. itaque trianguli $BH\Gamma$ duo anguli duobus rectis minores non sunt; quod fieri non potest [I, 17]. rursus igitur $\angle\, AB\Gamma$ angulo ΔEZ inaequalis non est; aequalis igitur. uerum etiam angulus ad A positus angulo ad Δ posito aequalis est. itaque qui relinquitur angulus ad Γ positus, reliquo angulo ad Z posito aequalis est [I, 32]. ergo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ aequianguli sunt.



Ergo si duo trianguli unum angulum uni angulo aequalem habent et latera alios duos angulos comprehendentia proportionalia et reliquos angulos singulos simul aut minores aut non minores recto, trianguli aequianguli erunt et eos angulos aequales habebunt, quos latera proportionalia comprehendunt; quod erat demonstrandum.

VIII.

Si in triangulo rectangulo ab angulo recto ad

---

2 P. δή] δέ V. 13. ἐλάσσονες V. 15. ἐστίν PB; comp. p. 16. ἴση] insert. postea F. 17. ἐστί] ἐστίν PF; comp. p. 20. ἔχῃ] corr. ex ἔχει m. 2 P. τάς] om. V. 21. ἅμα ἤτοι V. 26. ἀπό] ὑπό V; corr. m. 2.

πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

Ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὴν ΒΓ κάθετος ἡ ΑΔ· λέγω, ὅτι ὅμοιόν ἐστιν ἑκάτερον τῶν ΑΒΔ, ΑΔΓ τριγώνων ὅλῳ τῷ ΑΒΓ καὶ ἔτι ἀλλήλοις.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΑΔΒ· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· καὶ κοινὴ τῶν δύο τριγώνων τοῦ τε ΑΒΓ καὶ τοῦ ΑΒΔ ἡ πρὸς τῷ Β, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΒ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΒΑΔ ἐστιν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ ὑποτείνουσα τὴν ὀρθὴν τοῦ ΑΒΓ τριγώνου πρὸς τὴν ΒΑ ὑποτείνουσαν τὴν ὀρθὴν τοῦ ΑΒΔ τριγώνου, οὕτως αὐτὴ ἡ ΑΒ ὑποτείνουσα τὴν πρὸς τῷ Γ γωνίαν τοῦ ΑΒΓ τριγώνου πρὸς τὴν ΒΔ ὑποτείνουσαν τὴν ἴσην τὴν ὑπὸ ΒΑΔ τοῦ ΑΒΔ τριγώνου, καὶ ἔτι ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΑΔ ὑποτείνουσαν τὴν πρὸς τῷ Β γωνίαν κοινὴν τῶν δύο τριγώνων. τὸ ΑΒΓ ἄρα τρίγωνον τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ ἰσογώνιόν τέ ἐστι καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει. ὅμοιον ἄρα [ἐστὶ] τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ τῷ ΑΔΓ τριγώνῳ ὅμοιόν ἐστι τὸ

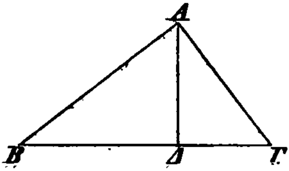
---

1. *ἐστιν* F. 4. *γωνίαν*] om. p. 5. *ΒΓ*] *ΑΓ* V. *ΑΔ*] *ΔΑ* P. *ἐστι* FV. 8. *ὑπό*] postea ins. F. *ΒΑΓ γωνία* FV. *ΑΔΒ*] *ΑΒΔ* V, corr. m. 2. 12. *τῷ*] corr. ex *τῶν* m. 1 P. *ΑΒΔ*] *Β* supra m. 1 F. 13. *ΒΓ*] *ΓΒ* B et seq. ras. 1 litt. F. *τήν*] post ras. 1 litt. V. 14. *ΑΒΓ*] *Γ* in ras. m. 2 V. *ΒΑ*] in ras. m. 2 V. *ὑποτείνουσαν*] corr. ex *ὑποτείνουσα* m. rec. P; in ras. m. 2 V. 15. *ὑποτείνουσαι* F, *ι* eras. 17. *ΒΔ*] *ΒΔ τήν* F. *ὑποτείνουσαν τὴν ἴσην τῇ πρὸς τῷ Γ* in

basim perpendicularis ducitur, trianguli ad perpendicularem positi similes erunt et toti et inter se.

Sit triangulus rectangulus $AB\Gamma$ rectum habens angulum $BA\Gamma$, et ab A ad $B\Gamma$ perpendicularis ducatur $A\Delta$. dico, utrumque triangulum $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ et toti $AB\Gamma$ et inter se similes esse.

nam quoniam $\angle BA\Gamma = A\Delta B$ (uterque enim rectus est), et duorum triangulorum $AB\Gamma$, $AB\Delta$ communis est angulus ad B positus, erit $\angle A\Gamma B = BA\Delta$ [I, 32]. itaque trianguli $AB\Gamma$, $AB\Delta$ aequianguli



sunt. erit igitur $B\Gamma : BA = AB : B\Delta = A\Gamma : A\Delta$ [prop. IV]; nam $B\Gamma$ sub recto angulo trianguli $AB\Gamma$ subtendit et BA sub recto angulo trianguli $AB\Delta$, et rursus AB in triangulo $AB\Gamma$ sub angulo ad Γ posito subtendit et $B\Delta$ in triangulo $AB\Delta$ sub angulo ei aequali $BA\Delta$, et $A\Gamma$, $A\Delta$ sub angulo ad B posito utriusque trianguli communi subtendunt. itaque trianguli $AB\Gamma$, $AB\Delta$ et aequianguli sunt et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia habent. itaque $\triangle AB\Gamma \sim AB\Delta$ [def. 1]. similiter demonstrabimus,

---

ras. m. 2 V. ἴσην αὐτῆς F. 18. $AB\Delta$] $AB\Gamma$ P. ἡ] inter duas ras. F. Post $A\Gamma$ add. F: ὑποτείνουσα τὴν πρὸς τῷ B γωνίαν τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου, sed del. m. 1. 19. ὑποτείνουσαι (ι in ras.) post ras. 1 litt. F, ὑποτείνουσα Bp. B] seq. ras. 1 litt. F. 20. αὐτῶν τῶν V. ἄρα] postea ins. F; m. 2 V. $AB\Delta$ ἄρα V. 21. ἐστιν P, comp. p. 22. ἐστί] om. P. 24. ἐστιν P; comp. p.

ΑΒΓ τρίγωνον· ἑκάτερον ἄρα τῶν ΑΒΔ, ΑΔΓ [τριγώνων] ὅμοιόν ἐστιν ὅλῳ τῷ ΑΒΓ.

Λέγω δή, ὅτι καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια τὰ ΑΒΔ, ΑΔΓ τρίγωνα.

Ἐπεὶ γὰρ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΒΔΑ ὀρθῇ τῇ υπὸ ΑΔΓ ἐστιν ἴση, ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ τῇ πρὸς τῷ Γ ἐδείχθη ἴση, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Β λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΑΓ ἐστιν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον τῷ ΑΔΓ τριγώνῳ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΔ τοῦ ΑΒΔ τριγώνου ὑποτείνουσα τὴν ὑπὸ ΒΑΔ πρὸς τὴν ΔΑ τοῦ ΑΔΓ τριγώνου ὑποτείνουσαν τὴν πρὸς τῷ Γ ἴσην τῇ ὑπὸ ΒΑΔ, οὕτως αὐτὴ ἡ ΑΔ τοῦ ΑΒΔ τριγώνου ὑποτείνουσα τὴν πρὸς τῷ Β γωνίαν πρὸς τὴν ΔΓ ὑποτείνουσαν τὴν ὑπὸ ΔΑΓ τοῦ ΑΔΓ τριγώνου ἴσην τῇ πρὸς τῷ Β, καὶ ἔτι ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ ὑποτείνουσαι τὰς ὀρθάς· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον τῷ ΑΔΓ τριγώνῳ.

Ἐὰν ἄρα ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ την βάσιν κάθετος ἀχθῇ, ἡ ἀχθεῖσα τῶν τῆς βάσεως τμημάτων μέση ἀνάλογόν ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι [καὶ ἔτι τῆς

1. *τρίγωνον*] om. BFp. 2. *τριγώνων*] om. P. *ὅμοιόν ἐστιν ὅλῳ*] om. V. *ΑΒΓ τριγώνῳ ὅλῳ ὅμοιόν ἐστιν* V. 5. *ΒΔΑ*] *Β* e corr. m. 2 V. 7. *λοιπῇ*] corr. ex *λοιπῆς* m. 1 F. 8. *ἐστί*] *ἐστίν* PF. 11. *τὴν ΔΑ*] *τῇ ΔΑ* F; corr.

esse etiam $\triangle A\Delta\Gamma \sim AB\Gamma$. ergo uterque triangulus $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ triangulo toti $AB\Gamma$ similis est.

iam dico, triangulos $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ etiam inter se similes esse.

nam quoniam $\angle B\Delta A = A\Delta\Gamma$ (recti enim), et demonstratum est, $\angle BA\Delta$ angulo ad Γ posito aequalem esse, etiam qui relinquitur angulus ad B positus, angulo $\Delta A\Gamma$ aequalis erit [I, 32]. itaque trianguli $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ aequianguli sunt. est igitur $B\Delta : \Delta A = A\Delta : \Delta\Gamma = BA : A\Gamma$ [prop. IV]; nam $B\Delta$ in triangulo $AB\Delta$ sub $BA\Delta$ subtendit et ΔA in triangulo $A\Delta\Gamma$ sub angulo ad Γ posito subtendit angulo $BA\Delta$ aequali, et $A\Delta$ in triangulo $AB\Delta$ sub angulo ad B posito subtendit, $\Delta\Gamma$ autem in triangulo $A\Delta\Gamma$ sub $\Delta A\Gamma$ angulo ad B posito aequali, et praeterea BA, $A\Gamma$ sub rectis angulis subtendunt. itaque $\triangle AB\Delta \sim A\Delta\Gamma$ [def. 1].

Ergo si in triangulo rectangulo ab angulo recto ad basim perpendicularis ducitur, trianguli ad perpendicularem positi similes erunt et toti et inter se.

Corollarium.

Hinc manifestum est, si in triangulo rectangulo ab angulo recto ad basim perpendicularis ducatur,

---

m. rec. 14. ὑποτείνουσαν] -ν eras. F. 15. τῇ] corr. ex τῆς m. rec. P; seq. ras. 1 litt. V. 16. πρὸς τὴν $A\Gamma$] in ras. F. ὑποτείνουσα F. 20. ἐστιν F. 23. ἐν] om. p. 25. τμημάτων] om. p. 26. ἐστι B, comp. p. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. BFp. καὶ ἔτι — p. 104, 2: ἐστιν] postea ins. m. 1 F in ras; mg. m. 2 V.

βάσεως καὶ ἑνὸς ὁποιουοῦν τῶν τμημάτων ἡ πρὸς τῷ τμήματι πλευρὰ μέση ἀνάλογόν ἐστιν].

θʹ.

Τῆς δοθείσης εὐθείας τὸ προσταχθὲν μέρος ἀφελεῖν.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ· δεῖ δὴ τῆς ΑΒ τὸ προσταχθὲν μέρος ἀφελεῖν.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸ τρίτον. [καὶ] διήχθω τις ἀπὸ τοῦ Α εὐθεῖα ἡ ΑΓ γωνίαν περιέχουσα μετὰ τῆς ΑΒ τυχοῦσαν· καὶ εἰλήφθω τυχὸν σημεῖον ἐπὶ τῆς ΑΓ τὸ Δ, καὶ κείσθωσαν τῇ ΑΔ ἴσαι αἱ ΔΕ, ΕΓ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ, καὶ διὰ τοῦ Δ παράλληλος αὐτῇ ἤχθω ἡ ΔΖ.

Ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ ΑΒΓ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΒΓ ἦκται ἡ ΖΔ, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς τὴν ΖΑ. διπλῆ δὲ ἡ ΓΔ τῆς ΔΑ· διπλῆ ἄρα καὶ ἡ ΒΖ τῆς ΖΑ· τριπλῆ ἄρα ἡ ΒΑ τῆς ΑΖ.

Τῆς ἄρα δοθείσης εὐθείας τῆς ΑΒ τὸ ἐπιταχθὲν τρίτον μέρος ἀφῄρηται τὸ ΑΖ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιʹ.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄτμητον τῇ δοθείσῃ τετμημένῃ ὁμοίως τεμεῖν.

X. Simplicius in phys. fol. 114v, 119.

---

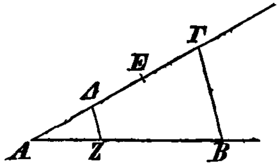
1. *ὁποτερουουν* F. 2. Post *ἐστιν* seq. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι* BFp, V m. 2. 8. *τρίτον*] ante *-τον* ras. 2 litt. F. *καί*] om. P. *τις εὐθεῖα ἀπὸ τοῦ Α ἡ* V. 11. *κείσθωσαν*] mg. m. rec. P. 14. Supra *παρά* in P scr. m. rec. *παράλληλος*. 15. *τήν*] *τῇ* p. *ΖΔ*] mutat. in *ΔΖ* m. 2 V; *ΔΖ* Bp. 16. *τὴν ΔΑ*] *τῇ ΔΑ* B, *ΔΑ* Fp. *τήν*] om. BFp. 17. *τῆς*] *τῇ* p. *καὶ ἡ ΒΖ τῆς ΖΑ· τριπλῆ ἄρα*] mg. m. 1 P. 18. *ΒΑ*] *Α* in ras. P. 19. *τῆς*] *τῇ* p. *τῆς*] corr. ex *τῇ* m. 1 p.

ductam rectam mediam inter partes basis proportionalem fore. — quod erat demonstrandum.[1])

IX.

A data recta linea partem quamuis datam abscindere. Sit data recta AB. oportet igitur ab AB quamuis datam partem abscindere.

sit data pars tertia, et ducatur a puncto A recta $A\Gamma$ cum AB quemlibet angulum comprehendens, et sumatur in $A\Gamma$ quoduis punctum Δ, et ponatur $\Delta E = A\Delta = E\Gamma$, et ducatur $B\Gamma$, et per Δ rectae $B\Gamma$ parallela ducatur ΔZ [I, 31].



iam quoniam in triangulo $AB\Gamma$ uni laterum $B\Gamma$ parallela ducta est $Z\Delta$, erit [prop. II]

$\Gamma\Delta : \Delta A = BZ : ZA$. sed $\Gamma\Delta = 2\,\Delta A$. quare etiam $BZ = 2\,ZA$. itaque $BA = 3\,AZ$.

Ergo a data recta AB tertia pars AZ abscisa est, ut iussi eramus; quod oportebat fieri.

X.

Datam rectam lineam non sectam datae sectae congruenter secare.

1) Nam demonstrauimus p. 102, 9 sq. $B\Delta : \Delta A = A\Delta : \Delta\Gamma$. reliqua pars corollarii p. 102, 26 sq. sine dubio interpolata est; nam et post sollemnem illum finem demonstrationum corollariorumque ὅπερ ἔδει δεῖξαι p. 102, 26 additur et a bonis codd. Theoninis aberat nec usquam usui est. habet tamen Campanus et P, quamquam sine clausula illa. itaque et in nonnullis codd. ante Theonem et in quibusdam Theoninis simul sponte interpolata est.

20. τρίτον] in ras. F. 22. δοθείσῃ] P, Simplicius, Campanus; δοθείσῃ εὐθείᾳ Theon (BFVp).

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἄτμητος ἡ ΑΒ, ἡ δὲ τετμημένη ἡ ΑΓ κατὰ τὰ Δ, Ε σημεῖα, καὶ κείσθωσαν ὥστε γωνίαν τυχοῦσαν περιέχειν, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΒ, καὶ διὰ τῶν Δ, Ε τῇ ΒΓ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ ΔΖ, ΕΗ, διὰ δὲ τοῦ Δ τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΘΚ.

Παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΖΘ, ΘΒ· ἴση ἄρα ἡ μὲν ΔΘ τῇ ΖΗ, ἡ δὲ ΘΚ τῇ ΗΒ. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΔΚΓ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΚΓ εὐθεῖα ἦκται ἡ ΘΕ, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΔ, οὕτως ἡ ΚΘ πρὸς τὴν ΘΔ. ἴση δὲ ἡ μὲν ΚΘ τῇ ΒΗ, ἡ δὲ ΘΔ τῇ ΗΖ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΔ, οὕτως ἡ ΒΗ πρὸς τὴν ΗΖ. πάλιν, ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΑΗΕ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΗΕ ἦκται ἡ ΖΔ, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς τὴν ΖΑ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΔ, οὕτως ἡ ΒΗ πρὸς τὴν ΗΖ· ἔστιν ἄρα ὡς μὲν ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΔ, οὕτως ἡ ΒΗ πρὸς τὴν ΗΖ, ὡς δὲ ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς τὴν ΖΑ.

Ἡ ἄρα δοθεῖσα εὐθεῖα ἄτμητος ἡ ΑΒ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τετμημένῃ τῇ ΑΓ ὁμοίως τέτμηται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι·

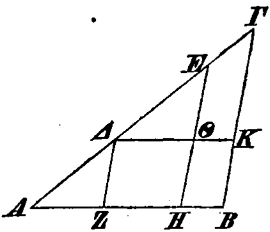
ια'.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

---

2. Post ΑΓ add. V: *δεῖ δὴ τὴν ΑΒ ἄτμητον τῇ ΑΓ τετμημένῃ ὁμοίως τεμεῖν. ἔστω τετμημένη ἡ ΑΓ.* 4. ΓΒ] ΒΓ Bp, V e corr. m. 2. 5. *δέ*] om. p. 8. ΗΒ] ΜΒ F, corr.

Sit data recta linea non secta AB, recta autem $A\Gamma$ secta in punctis Δ, E, et ponantur ita, ut quemlibet angulum comprehendant, et ducatur ΓB, et per Δ, E rectae $B\Gamma$ parallelae ducantur ΔZ, EH, et per Δ rectae AB parallela ducatur $\Delta\Theta K$ [I, 31]. itaque utrumque $Z\Theta$, ΘB parallelogrammum est. quare



$\Delta\Theta = ZH$ et $\Theta K = HB$

[I, 34]. et quoniam in triangulo $\Delta K\Gamma$ uni lateri $K\Gamma$ parallela ducta est recta ΘE, erit $\Gamma E : E\Delta = K\Theta : \Theta\Delta$ [prop. II]. sed $K\Theta = BH$, $\Theta\Delta = HZ$. itaque $\Gamma E : E\Delta = BH : HZ$. rursus quoniam in triangulo AHE uni lateri HE parallela ducta est $Z\Delta$, erit $E\Delta : \Delta A = HZ : ZA$ [prop. II]. et demonstratum est, esse etiam $\Gamma E : E\Delta = BH : HZ$. itaque

$\Gamma E : E\Delta = BH : HZ$ et $E\Delta : \Delta A = HZ : ZA$.

Ergo data recta linea non secta AB datae rectae lineae sectae $A\Gamma$ congruenter secta est; quod oportebat fieri.

XI.

Datis duabus rectis tertiam proportionalem inuenire.

---

m. 2. 9. καί] postea ins. F. 11. τὴν $E\Delta$] $E\Delta$ Bp et in ras. F. $K\Theta$] corr. m. 2 ex ΘK V. 12. τήν] om. BFp. 13. πρὸς τήν] πρός BFp, et sic deinde per totam prop. 15. HE] corr. ex EH m. 2 V. 17. ἡ] postea ins. F. 18. οὕτως] m. 2 V. ἔστιν ἄρα ὡς — 20: τὴν HZ] postea insert. in ras. m. 1 F; mg. m. 2 V. 19. τὴν HZ] HZ etiam V. 20. $E\Delta$] corr. ex ΔE m. rec. P. πρὸς ΔA οὕτως bis F. ἡ] ins. m. rec. P. 24. ποιῆσαι] in ras. m. 1 P.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι [δύο εὐθεῖαι] αἱ ΒΑ, ΑΓ καὶ κείσθωσαν γωνίαν περιέχουσαι τυχοῦσαν. δεῖ δὴ τῶν ΒΑ, ΑΓ τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν. ἐκβεβλήσθωσαν γὰρ ἐπὶ τὰ Δ, Ε σημεῖα, καὶ κείσθω τῇ ΑΓ ἴση ἡ ΒΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ, καὶ διὰ τοῦ Δ παράλληλος αὐτῇ ἤχθω ἡ ΔΕ.

Ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ ΑΔΕ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΔΕ ἦκται ἡ ΒΓ, ἀνάλογόν ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΕ. ἴση δὲ ἡ ΒΔ τῇ ΑΓ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΕ.

Δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΑΒ, ΑΓ τρίτη ἀνάλογον αὐταῖς προσεύρηται ἡ ΓΕ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιβ'.

Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι τρεῖς εὐθεῖαι αἱ Α, Β, Γ· δεῖ δὴ τῶν Α, Β, Γ τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

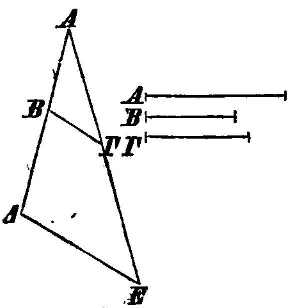
Ἐκκείσθωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ ΔΕ, ΔΖ γωνίαν περιέχουσαι [τυχοῦσαν] τὴν ὑπὸ ΕΔΖ· καὶ κείσθω τῇ μὲν Α ἴση ἡ ΔΗ, τῇ δὲ Β ἴση ἡ ΗΕ, καὶ ἔτι τῇ Γ ἴση ἡ ΔΘ· καὶ ἐπιζευχθείσης τῆς ΗΘ παράλληλος αὐτῇ ἤχθω διὰ τοῦ Ε ἡ ΕΖ.

Ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ ΔΕΖ παρὰ μίαν τὴν

---

1. δύο εὐθεῖαι] om. P, εὐθεῖαι supra scr. m. rec. 3. ΒΑ] e corr. V. εὑρεῖν P. 4. γὰρ αἱ ΑΒ, ΑΓ Theon (BVp; γὰρ αἱ ΒΑ, ΑΓ F). 5. ΒΓ] ΓΒ p. 8. ΔΕ] ΑΕ φ. 9. τὴν] bis om. BFp. ΒΔ] ΒΑ F. ΑΓ] Α in ras. m. 1 B. 11. τήν] om. Bp. τήν] om. Bp. ΓΕ] Γ in ras. V. 13. αὐτῆς P, corr. m. 2. 20. ἐκκείσθω τῶν φ (non F). 21.

Sint datae rectae BA, $A\Gamma$ et ponantur ita, ut quemlibet angulum comprehendant. oportet igitur rectarum BA, $A\Gamma$ tertiam proportionalem inuenire.

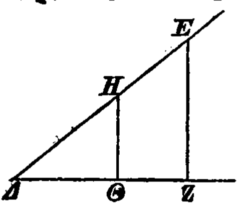


producantur enim ad puncta Δ, E, et ponatur $A\Gamma = B\Delta$, et ducatur $B\Gamma$, et per Δ ei parallela ducatur ΔE [I, 31]. iam quoniam in triangulo $A\Delta E$ uni lateri ΔE parallela ducta est $B\Gamma$, erit $AB : B\Delta = A\Gamma : \Gamma E$ [prop. II]. sed $B\Delta = A\Gamma$. itaque $AB : A\Gamma = A\Gamma : \Gamma E$. Ergo datis duabus rectis AB, $A\Gamma$ tertia earum proportionalis inuenta est ΓE; quod oportebat fieri.

XII.

Datis tribus rectis lineis quartam proportionalem inuenire.

Sint datae rectae A, B, Γ. oportet igitur rectarum A, B, Γ quartam proportionalem inuenire.



ponantur duae rectae ΔE, ΔZ ita, ut quemlibet angulum comprehendant $E\Delta Z$, et ponatur $\Delta H = A$, $HE = B$, $\Delta\Theta = \Gamma$. et ducta recta $H\Theta$ ei parallela per E ducatur EZ [I, 31].

iam quoniam in triangulo ΔEZ uni lateri EZ

τυχοῦσαν] om. P. καί] om. p. τῇ] εη φ. 25. μίαν τῶν πλευρῶν Theon (BFVp).

ΕΖ ἦκται ἡ ΗΘ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΗ πρὸς τὴν ΗΕ, οὕτως ἡ ΔΘ προς την ΘΖ. ἴση δὲ ἡ μὲν ΔΗ τῇ Α, ἡ δὲ ΗΕ τῇ Β, ἡ δὲ ΔΘ τῇ Γ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν ΘΖ.

Τριῶν ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν Α, Β, Γ τετάρτη ἀνάλογον προσεύρηται ἡ ΘΖ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιγʹ.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΒΓ· δεῖ δὴ τῶν ΑΒ, ΒΓ μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Κείσθωσαν ἐπ' εὐθείας, καὶ γεγράφθω ἐπὶ τῆς ΑΓ ἡμικύκλιον τὸ ΑΔΓ, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Β σημείου τῇ ΑΓ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΓ.

Ἐπεὶ ἐν ἡμικυκλίῳ γωνία ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΔΓ, ὀρθή ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ τῷ ΑΔΓ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἦκται ἡ ΔΒ, ἡ ΔΒ ἄρα τῶν τῆς βάσεως τμημάτων τῶν ΑΒ, ΒΓ μέση ἀνάλογόν ἐστιν.

Δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΑΒ, ΒΓ μέση ἀνάλογον προσεύρηται ἡ ΔΒ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιδʹ.

Τῶν ἴσων τε καὶ ἰσογωνίων παραλληλο-

XIII. Philoponus in Aristot. de anima g II. XIV. Philopon. in anal. post. fol. 117ᵛ.

---

1. *ΕΖ*] corr. ex *ΗΘ* m. rec. P; *ΗΘ* Bp. *ΗΘ*] corr. ex *ΖΕ* m. rec. P; *ΕΖ* Bp; *ΘΗ* V m. 2. *ἡ*] om. V. *ΔΗ*] in ras. B. *τήν*] om. BFp. 2. *τήν*] om. BFp. *ΘΖ*] e corr. V; *ΖΘ* P. 4. *ΘΖ*] Ζ in ras. F; *ΖΘ* P. 14. *εὐ-*

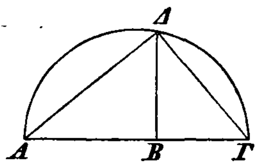
parallela ducta est $H\Theta$, erit $\varDelta H : HE = \varDelta\Theta : \Theta Z$. sed $\varDelta H = A$, $HE = B$, $\varDelta\Theta = \Gamma$. itaque $A : B = \Gamma : \Theta Z$.

Ergo datis tribus rectis lineis A, B, Γ quarta proportionalis inuenta est ΘZ; quod oportebat fieri.

XIII.

Datis duabus rectis lineis mediam proportionalem inuenire.

Sint duae rectae datae $AB, B\Gamma$. oportet igitur rectarum AB, $B\Gamma$ mediam proportionalem inuenire.



ponantur in eadem recta, et in $A\Gamma$ describatur semicirculus $A\varDelta\Gamma$, et a B puncto ducatur ad rectam $A\Gamma$ perpendicularis $B\varDelta$, et ducantur $A\varDelta, \varDelta\Gamma$.

iam quoniam in semicirculo est $\angle A\varDelta\Gamma$, rectus est [III, 31]. et quoniam in triangulo rectangulo $A\varDelta\Gamma$ a recto angulo ad basim perpendicularis ducta est $\varDelta B$, $\varDelta B$ partium basis AB, $B\Gamma$ media proportionalis est [prop. VIII coroll.].

Ergo datis duabus rectis lineis $AB, B\Gamma$ media proportionalis inuenta est $\varDelta B$; quod oportebat fieri.

XIV.

In parallelogrammis aequalibus et aequiangulis

θείᾳ] om. Bp. 16. *καὶ ἐπεί* V. 19. $\varDelta B$] $B\varDelta$ F; V, corr. m. 2. $\varDelta B$] $B\varDelta$ V, corr. m. 2. 21. *μέσην* P, sed corr. 22. *προσηύρηται* F. 24. *τε*] om. p. *καί*] m. 2 F. *ἰσογωνίων*] P, Philoponus; *μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν* Theon (BVp; in F om. *μίαν* et supra scr. *μια* seq. ras. 1 litt.), P supra m. rec.

γράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Ἔστω ἴσα τε καὶ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒ, ΒΓ ἴσας ἔχοντα τὰς πρὸς τῷ Β γωνίας, καὶ κείσθωσαν ἐπ' εὐθείας αἱ ΔΒ, ΒΕ· ἐπ' εὐθείας ἄρα εἰσὶ καὶ αἱ ΖΒ, ΒΗ. λέγω, ὅτι τῶν ΑΒ, ΒΓ ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, τουτέστιν, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΕ, οὕτως ἡ ΗΒ πρὸς τὴν ΒΖ.

Συμπεπληρώσθω γὰρ τὸ ΖΕ παραλληλόγραμμον. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒ παραλληλόγραμμον τῷ ΒΓ παραλληλογράμμῳ, ἄλλο δέ τι τὸ ΖΕ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΖΕ, οὕτως τὸ ΒΓ πρὸς τὸ ΖΕ. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΖΕ, οὕτως ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΕ, ὡς δὲ τὸ ΒΓ πρὸς τὸ ΖΕ, οὕτως ἡ ΗΒ πρὸς τὴν ΒΖ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΕ, οὕτως ἡ ΗΒ πρὸς τὴν ΒΖ. τῶν ἄρα ΑΒ, ΒΓ παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας.

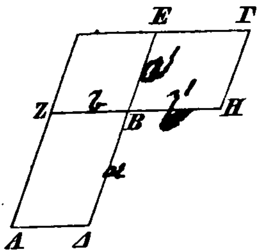
Ἀλλὰ δὴ ἔστω ὡς ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΕ, οὕτως ἡ ΗΒ πρὸς τὴν ΒΖ· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒ παραλληλόγραμμον τῷ ΒΓ παραλληλογράμμῳ.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΕ, οὕτως ἡ ΗΒ προς τὶν ΒΖ, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΔΒ πρὸς τὴν

---

2. ἰσογωνίων] om. Theon (BFVp); del. m. rec. P. Post παραλληλογράμμων add. Theon: μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἐχόντων (BFp; μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν V). 5. τε καὶ ἰσογώνια] om. Theon (BFVp); del. m. rec. P. 7. κείσθω V. 8. εἰσίν PBp. 10. ἐστίν] om. p. τήν] om.

latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sunt; et parallelogramma aequiangula, quorum latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sint, aequalia sunt. i.e. are reciprocally prop. i.e. the product of the proportions is 1.



Sint aequalia et aequiangula parallelogramma AB, $B\Gamma$ aequales habentia angulos ad B positos, et ponantur in eadem recta ΔB, BE. itaque etiam ZB, BH in eadem recta sunt. dico, in AB, $B\Gamma$ latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione esse, h. e. esse $\Delta B : BE = HB : BZ$. $ab = a'b'$, i.e. $\frac{a}{a'} \cdot \frac{b}{b'} = 1$

expleatur enim ZE parallelogrammum. iam quoniam $AB = B\Gamma$, et alia quaedam magnitudo est ZE, erit $AB : ZE = B\Gamma : ZE$ [V, 7]. sed $AB : ZE = \Delta B : BE$ [prop. I], et $B\Gamma : ZE = HB : BZ$ [id.]. quare etiam $\Delta B : BE = HB : BZ$. itaque in parallelogrammis AB, $B\Gamma$ latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sunt.

iam uero sit $\Delta B : BE = HB : BZ$. dico, esse $AB = B\Gamma$.

nam quoniam est $\Delta B : BE = HB : BZ$, et $\Delta B : BE$

BFp. BE] corr. ex $B\Theta$ m. rec. P. 11. τήν] om. BFp. BZ] ZB P. 12. ZE] EZ p. 17. τήν] om. BF; τό p. τὸ ZE] ZE BF; Z in ras. m. 2 V. 18. πρὸς τήν] πρός BFp, et sic deinde per totam prop. ὡς ἄρα] ὥσπερ V. ΔB] $B\Delta$ p. 19. ἄρα] supra m. 1, sed post $B\Gamma$ P. 22. ἀλλὰ δή] in ras. m. 1 p. Post δή add. Theon: ἀντιπεπονθέτωσαν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καί (BFVp). 23. BZ] ZB P. ἐστίν P. 25. τήν] corr. ex τῇ m. 2 V. 26. ὡς] e corr. F. ἡ] om. F.

ΒΕ, οὕτως τὸ ΑΒ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΖΕ παραλληλόγραμμον, ὡς δὲ ἡ ΗΒ πρὸς τὴν ΒΖ, οὕτως τὸ ΒΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΖΕ παραλληλόγραμμον, καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΖΕ, οὕτως τὸ ΒΓ πρὸς τὸ ΖΕ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒ παραλληλόγραμμον τῷ ΒΓ παραλληλογράμμῳ.

Τῶν ἄρα ἴσων τε καὶ ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιεʹ.

Τῶν ἴσων καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τας ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΑΔΕ μίαν μιᾷ ἴσην ἔχοντα γωνίαν τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΔΑΕ· λέγω, ὅτι τῶν ΑΒΓ, ΑΔΕ τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, τουτέστιν, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΔ, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς τὴν ΑΒ.

Κείσθω γὰρ ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν ΓΑ τῇ ΑΔ· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΕΑ τῇ ΑΒ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ.

---

1. *πρὸς τό* — 2: *ὡς δέ*] insert. in ras. F. 2. *παραλληλόγραμμον*] om. V. 3. ΖΕ *παραλληλόγραμμον*] P; ΖΕ Theon (BFVp). 5. *ἐστίν* P, comp. p. 7. *ἴσων ἄρα* p. *τε*] om. Bp. *ἰσογωνίων*] PBFp; in P supra scr. m. rec. *ἴσην γωνίαν μίαν μιᾷ ἐχόντων*; *μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν* V, sed

$= AB : ZE$, $HB : BZ = B\Gamma : ZE$ [prop. I], erit etiam $AB : ZE = B\Gamma : ZE$ [V, 11]. itaque $AB = B\Gamma$ [V, 9].

Ergo in parallelogrammis aequalibus et aequiangulis latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sunt; et parallelogramma aequiangula, quorum latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sint, aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

XV.

In triangulis aequalibus, et qui unum angulum uni aequalem habeant, latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sunt; et trianguli unum angulum uni aequalem habentes, et in quibus latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sint, aequales sunt.

Sint aequales trianguli $AB\Gamma$, $A\Delta E$ unum angulum uni aequalem habentes, $\angle BA\Gamma = \Delta AE$. dico, in triangulis $AB\Gamma$, $A\Delta E$ latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione esse, h. e. esse $\Gamma A : A\Delta = EA : AB$.

ponantur enim ita, ut ΓA et $A\Delta$ in eadem recta sint. itaque etiam EA et AB in eadem recta sunt. et ducatur $B\Delta$. iam quoniam $\triangle AB\Gamma = A\Delta E$, et

---

μίαν μιᾷ punctis del. 9. ἰσογωνίων παραλληλογράμμων] PB, F (post ἰσο- ras. 1 litt.), p; in P m. rec. supra scr. ἴσην γωνίαν μίαν μιᾷ ἐχόντων; μίαν μιᾷ (punctis del.) ἴσην ἐχόντων γωνίαν παραλληλογράμμων V. 15. αἵ] m. 2 P. ὧν τριγώνων F. 16. τριγώνων] om. FV. 20. τῇ] corr. ex τῆς m. rec. P. λέγω, ὅτι] et seq. insert. in ras. F. 22. αἱ περί] περί P, corr. m. 2. 23. πρὸς τήν] bis πρός BFp. 24. ΓA] $A\Gamma$ P, V in ras. 25. ἐστίν PBF, comp. p.

Ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΔΕ τριγώνῳ, ἄλλο δέ τι τὸ ΒΑΔ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΓΑΒ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΕΑΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ΓΑΒ πρὸς τὸ ΒΑΔ, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΔ, ὡς δὲ τὸ ΕΑΔ πρὸς τὸ ΒΑΔ, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς τὴν ΑΒ. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΔ, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς τὴν ΑΒ. τῶν ΑΒΓ, ΑΔΕ ἄρα τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας.

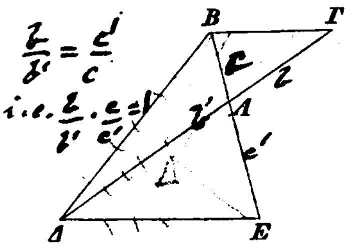
Ἀλλὰ δὴ ἀντιπεπονθέτωσαν αἱ πλευραὶ τῶν ΑΒΓ, ΑΔΕ τριγώνων, καὶ ἔστω ὡς ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΔ, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς τὴν ΑΒ· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΔΕ τριγώνῳ.

Ἐπιζευχθείσης γὰρ πάλιν τῆς ΒΔ, ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΔ, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς τὴν ΑΒ, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΔ, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον, ὡς δὲ ἡ ΕΑ πρὸς τὴν ΑΒ, οὕτως τὸ ΕΑΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον, ὡς ἄρα τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΕΑΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον. ἑκάτερον ἄρα τῶν ΑΒΓ, ΕΑΔ πρὸς τὸ ΒΑΔ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ [τρίγωνον] τῷ ΕΑΔ τριγώνῳ.

Τῶν ἄρα ἴσων καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν

---

2. τι] om. BFVp. ΒΑΔ] in ras. m. 2 V. 3. ΓΑΒ] '''Γ''Α'Β F; ΒΑΓ Bp, V m. 2. οὕτως] οὕτω P, οὕτως ἄρα F. 4. ΕΑΔ] BFp, V m. 2; ΑΔΕ V m. 1; ΔΑΕ P. ΒΑΔ] litt. ΒΑ in ras. m. 2 V. τρίγωνον] comp. V. 7. τήν] (prius)



alia quaedam magnitudo est $BA\Delta$, erit $\triangle \Gamma AB : BA\Delta = EA\Delta : BA\Delta$ [V, 7]. sed [prop. I] $\Gamma AB : BA\Delta = A\Gamma : A\Delta$ et $EA\Delta : BA\Delta = EA : AB$. quare etiam $\Gamma A : A\Delta = EA : AB$. itaque triangulorum $AB\Gamma$, $A\Delta E$ latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sunt.

cf. Fig. in Heath II, p. 220

iam uero latera triangulorum $AB\Gamma$, $A\Delta E$ in contraria proportione sint, et sit $\Gamma A : A\Delta = EA : AB$. dico, esse $\triangle AB\Gamma = \triangle A\Delta E$.

ducta enim rursus $B\Delta$, quoniam est $\Gamma A : A\Delta = EA : AB$, et $\Gamma A : A\Delta = \triangle AB\Gamma : \triangle BA\Delta$, et $EA : AB = \triangle EA\Delta : \triangle BA\Delta$ [prop. I], erit $\triangle AB\Gamma : \triangle BA\Delta = \triangle EA\Delta : \triangle BA\Delta$. itaque uterque triangulus $AB\Gamma$, $EA\Delta$ ad $BA\Delta$ eandem rationem habet. quare $\triangle AB\Gamma = \triangle EA\Delta$ [V, 9].

Ergo in triangulis aequalibus, et qui unum angulum uni aequalem habeant, latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sunt; et trianguli unum angulum uni aequalem habentes, et in quibus latera aequales angulos comprehendentia

---

corr. ex *τόν* m. 1 F. 8. *ἄρα τριγώνων*] *τριγώνων ἄρα* V; *ἄρα γωνιῶν* p. 12. *τριγώνων*] *γωνιῶν* p. *ὡς*] postea insert. m. 1 P; om. F. *πρὸς τήν*] *πρός* BFp, et sic deinde per totam prop. 16. ΓA] $A\Gamma$ p. 19. *τήν*] om. etiam V. 20. $AB\Gamma$] $BA\Gamma$ P. Post *τρίγωνον* add. F: *οὕτως τὸ* $EA\Delta$ *τρίγωνον*, sed del. m. 1. 21. *τρίγωνον*] om. V. *οὕτως*] om. F. *τὸ* $EA\Delta$ *τρίγωνον πρὸς τὸ* $BA\Delta$ *τρίγωνον*] om. BFp. 22. *ἄρα*] om. Bp. 23. *ἐστίν* P, comp. p. 24. *τρίγωνον*] om. P. 26. *πλευραὶ αἱ*] om. F. 27. *γωνίας πλευραί* F.

τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἐκεῖνα ἴσα ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιϛ'.

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· κἂν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Ἔστωσαν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον αἱ AB, $\Gamma\Delta$, E, Z, ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ E πρὸς τὴν Z· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν AB, Z περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν $\Gamma\Delta$, E περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἤχθωσαν [γὰρ] ἀπὸ τῶν A, Γ σημείων ταῖς AB, $\Gamma\Delta$ εὐθείαις πρὸς ὀρθὰς αἱ AH, $\Gamma\Theta$, καὶ κείσθω τῇ μὲν Z ἴση ἡ AH, τῇ δὲ E ἴση ἡ $\Gamma\Theta$. καὶ συμπεπληρώσθω τὰ BH, $\Delta\Theta$ παραλληλόγραμμα.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ E πρὸς τὴν Z, ἴση δὲ ἡ μὲν E τῇ $\Gamma\Theta$, ἡ δὲ Z τῇ AH, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ $\Gamma\Theta$ πρὸς τὴν AH. τῶν BH, $\Delta\Theta$ ἄρα παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. ὧν δὲ ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας,

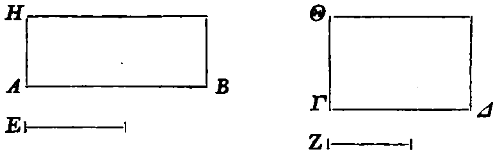
2. ἐστίν] εἰσίν V. 4. ὦσι PBp. 7. κἂν] καὶ εἰ V. 11. αἱ τέσσαρες P. ἀνάλογον] om. V. 12. Z ἀνάλογον V. τήν] om. Bp. 13. AB] B in ras. m. 2 V. Z] eras. F. 14. ἐστίν P, comp. p. E] postea add. m. 1 p; eras. F.

in contraria proportione sint, aequales sunt; quod erat demonstrandum.

XVI.

Si quattuor rectae proportionales sunt, rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est rectangulo mediis comprehenso; et si rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est rectangulo mediis comprehenso, quattuor rectae proportionales sunt.

Sint quattuor rectae proportionales AB, $\Gamma\Delta$, E, Z, ita ut sit $AB : \Gamma\Delta = E : Z$. dico, esse $AB \times Z = \Gamma\Delta \times E$.



ducantur a punctis A, Γ ad rectas AB, $\Gamma\Delta$ perpendiculares AH, $\Gamma\Theta$, et ponatur $AH = Z$ et $\Gamma\Theta = E$. et expleantur parallelogramma BH, $\Delta\Theta$.

et quoniam est $AB : \Gamma\Delta = E : Z$, et $E = \Gamma\Theta$, $Z = AH$, erit $AB : \Gamma\Delta = \Gamma\Theta : AH$. itaque in parallelogrammis BH, $\Delta\Theta$ latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sunt. parallelogramma autem aequiangula, quorum latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione

16. γάρ] om. P. 18. συμπεπληρώσθωσαν BFVp. 22. AH] corr. ex $A\Delta$ m. rec. P. 23. AH] post ras. 1 litt., H e corr. V; corr. ex $A\Theta$ m. rec. P. ἄρα] m. 2 V. 24. αἱ περί] περί P.

ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΗ παραλληλόγραμμον τῷ ΔΘ παραλληλογράμμῳ. καί ἐστι τὸ μὲν ΒΗ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, Ζ· ἴση γὰρ ἡ ΑΗ τῇ Ζ· τὸ δὲ ΔΘ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΔ, Ε· ἴση γὰρ ἡ Ε τῇ ΓΘ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ, Ζ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΓΔ, Ε περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἀλλὰ δὴ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, Ζ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἔστω τῷ ὑπὸ τῶν ΓΔ, Ε περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· λέγω, ὅτι αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται, ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ Ε πρὸς τὴν Ζ.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, Ζ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΓΔ, Ε, καί ἐστι τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΒ, Ζ τὸ ΒΗ· ἴση γάρ ἐστιν ἡ ΑΗ τῇ Ζ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΓΔ, Ε τὸ ΔΘ· ἴση γαρ ἡ ΓΘ τῇ Ε· τὸ ἄρα ΒΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ΔΘ. καί ἐστιν ἰσογώνια. τῶν δὲ ἴσων καὶ ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΓΘ πρὸς τὴν ΑΗ. ἴση δὲ ἡ μὲν ΓΘ τῇ Ε, ἡ δὲ ΑΗ τῇ Ζ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ Ε πρὸς τὴν Ζ.

Ἐὰν ἄρα τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· κἂν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

4. ΓΔ, Ε] seq. περιεχόμενον ὀρθογώνιον V, punctis delet. Ε] corr. ex ΓΘ m. 2 V. ΓΘ] corr. ex Ε m. 2 V. 6.

sint, aequalia sunt [prop. XIV]. itaque $BH = \Delta\Theta$. et $BH = AB \times Z$ (nam $AH = Z$) et $\Delta\Theta = \Gamma\Delta \times E$ (nam $E = \Gamma\Theta$). itaque $AB \times Z = \Gamma\Delta \times E$.

iam uero sit $AB \times Z = \Gamma\Delta \times E$. dico, quattuor rectas proportionales esse, $AB : \Gamma\Delta = E : Z$.

nam iisdem comparatis, quoniam $AB \times Z = \Gamma\Delta \times E$, et $AB \times Z = BH$ (nam $AH = Z$), et $\Gamma\Delta \times E = \Delta\Theta$ (nam $\Gamma\Theta = E$), erit $BH = \Delta\Theta$. eadem autem aequiangula sunt. et in parallelogrammis aequalibus et aequiangulis latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sunt [prop. XIV]. itaque $AB : \Gamma\Delta = \Gamma\Theta : AH$. sed $\Gamma\Theta = E$, $AH = Z$. quare $AB : \Gamma\Delta = E : Z$.

Ergo si quattuor rectae proportionales sunt, rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est rectangulo mediis comprehenso; et si rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est rectangulo mediis comprehenso quattuor rectae proportionales sunt; quod erat demonstrandum.

περιεχομένων ὀρθογωνίων F, sed corr. 8. *τῶν*] mutat. in *τῶι* F. 9. *ὀρθογωνίων* F, sed corr. 14. *ἐστιν*] om. V. *ἡ* AH *τῇ* Z] *τῇ* Z *ἡ* AH V; in F m. 2 ex *τῆι* Z fecit *τῇ* HZ. 15. *ἴση γὰρ ἡ* — 16: *τῷ* $\Delta\Theta$] mg. m. rec. P. 16. *ἐστιν*] P; *εἰσιν* BFVp. 19. *ἡ*] (alt.) postea ins. m. 1 p. 20. $\Gamma\Theta$] corr. ex $H\Theta$ m. 1 p. AH] corr. ex ZH m. 1 p. 23. *ὦσι* PBVp. 25. *κἄν*] *καὶ εἰ* V. 26. *ἡ*] *ἐστί* F. 27. *τέσσαρες*] seq. ras. 2 litt. F.

ιζ΄.

Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ· κἂν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Ἔστωσαν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον αἱ Α, Β, Γ, ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Β πρὸς τὴν Γ· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν Α, Γ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Β τετραγώνῳ.

Κείσθω τῇ Β ἴση ἡ Δ.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Β πρὸς τὴν Γ, ἴση δὲ ἡ Β τῇ Δ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, ἡ Δ πρὸς τὴν Γ. ἐὰν δὲ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον [ὀρθογώνιον] ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Α, Γ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν Β, Δ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν Β, Δ τὸ ἀπὸ τῆς Β ἐστιν· ἴση γὰρ ἡ Β τῇ Δ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Α, Γ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Β τετραγώνῳ.

Ἀλλὰ δὴ τὸ ὑπὸ τῶν Α, Γ ἴσον ἔστω τῷ ἀπὸ τῆς Β· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Β πρὸς τὴν Γ.

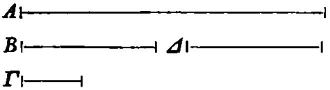
Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν Α, Γ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Β, ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς Β τὸ ὑπὸ τῶν Β, Δ ἐστιν· ἴση γὰρ ἡ Β τῇ Δ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Α, Γ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν Β, Δ.

1. ιζ΄] et litt. initialis m. 2 V. 2. ὦσι codd. 4. κἂν] καὶ εἰ V. 6. τῆς] insert. postea F. 8. αἱ τρεῖς P.

XVII.

Si tres rectae proportionales sunt, rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est quadrato medii; et si rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est quadrato medii, tres rectae proportionales erunt.

Sint tres rectae proportionales $\varDelta$, B, Γ, ita ut sit $A : B = B : \Gamma$. dico, esse $A \times \Gamma = B^2$.



ponatur $\varDelta = B$. et quoniam est $A : B = B : \Gamma$, et $B = \varDelta$, erit $A : B = \varDelta : \Gamma$. sin quattuor rectae proportionales sunt, rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est rectangulo mediis comprehenso [prop. XVI]. itaque $A \times \Gamma = B \times \varDelta$. uerum $B \times \varDelta = B^2$; nam $B = \varDelta$. quare

$$A \times \Gamma = B^2.$$

iam uero sit $A \times \Gamma = B^2$. dico, esse $A : B = B : \Gamma$.

nam iisdem comparatis, quoniam $A \times \Gamma = B^2$, et $B^2 = B \times \varDelta$ (nam $B = \varDelta$), erit $A \times \Gamma = B \times \varDelta$. sin rectangulum extremis terminis comprehensum

XVII. Philoponus in Arist. de anima g II.

12. *κείσθω γάρ* P. $\varDelta$] post ras. 1 litt. F. 16. *ὧσι* codd. 17. *ὀρθογώνιον*] om. P. 19. B, $\varDelta$] (prius) in ras. m. 2 V. *ἀλλά* — B, $\varDelta$] insert. m. 1 F. 20. *ἐστιν· ἴση*] eras. F. 24. A] B *π*. 26. *ἐπεί*] corr. ex *ἐπί* m. 2 V. 27. *ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς B τὸ ὑπὸ τῶν B, Δ ἐστιν*] PBp; idem, sed *τῷ ὑπό* V, F mg.; *τουτέστιν τῷ ὑπὸ τῶν B, Δ* F. 28. *ἴση*] -*η* in ras. B. *τῇ* $\varDelta$] in mg. transit m. 1 V (supra est ras.).

ἐὰν δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰσιν. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Δ πρὸς τὴν Γ. ἴση δὲ ἡ Β τῇ Δ· ὡς ἄρα ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Β πρὸς τὴν Γ.

Ἐὰν ἄρα τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ· κἂν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιηʹ.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ ΓΕ· δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς ΑΒ εὐθείας τῷ ΓΕ εὐθυγράμμῳ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΔΖ, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς Α, Β τῇ μὲν πρὸς τῷ Γ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΗΑΒ, τῇ δὲ ὑπὸ ΓΔΖ ἴση ἡ ὑπὸ ΑΒΗ. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΖΔ τῇ ὑπὸ ΑΗΒ ἐστιν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΓΔ τρίγωνον τῷ ΗΑΒ τριγώνῳ. ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΖΔ πρὸς τὴν ΗΒ, οὕτως ἡ ΖΓ πρὸς τὴν ΗΑ, καὶ ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΑΒ. πάλιν συνεστάτω πρὸς τῇ ΒΗ εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς Β,

---

6. *ὦσι* PFVp. 7. *ἐστίν* P. 8. *κἂν* — 10: *ἔσονται*] om. p. 9. *ᾖ*] *ἐστί* comp. F, supra scr. *ᾖ*. 18. *ὁμοίως*]

aequale est rectangulo mediis comprehenso, quattuor rectae proportionales sunt [prop. XVI]. itaque

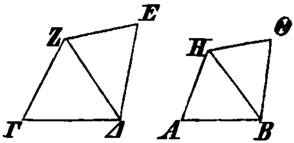
$A : B = \varDelta : \Gamma$. sed $B = \varDelta$. itaque $A : B = B : \Gamma$.

Ergo si tres rectae proportionales sunt, rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est quadrato medii; et si rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est quadrato medii, tres rectae proportionales erunt; quod erat demonstrandum.

XVIII.

In data recta datae figurae rectilineae similem et similiter positam figuram rectilineam construere.

Sit data recta AB et data figura rectilinea ΓE. oportet igitur in recta AB figurae rectilineae ΓE similem et similiter positam figuram rectilineam construere.



ducatur $\varDelta Z$ et ad rectam AB et puncta eius A, B angulo ad Γ posito aequalis construatur $\angle HAB$, angulo autem $\Gamma \varDelta Z$ aequalis $\angle ABH$ [I, 23]. itaque $\angle \Gamma Z \varDelta = AHB$ [I, 32]. quare $\triangle Z\Gamma\varDelta$ triangulo HAB aequiangulus est. itaque $Z\varDelta : HB = Z\Gamma : HA = \Gamma\varDelta : AB$ [prop. IV]. rursus ad rectam BH et

---

ὁμοίας π (non P). 20. $\varDelta Z$] $Z\varDelta$ P. συνεστάτω π (non P). 22. τῷ] τῇ P. ἴση] om. V. HAB] BAH P; AB F; HAB ἴση V. 23. ἴση] om. V. τῇ] λοιπῇ τῇ V. 24. AHB] $A''B'H$ F. ἐστί] om. V. 26. ὡς] supra F. 28. τῇ] corr. ex τῆς m. 1 p. BH] H supra scr. V.

Η τῇ μὲν ὑπὸ ΔΖΕ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΒΗΘ, τῇ δὲ ὑπὸ ΖΔΕ ἴση ἡ ὑπὸ ΗΒΘ. λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Ε λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Θ ἐστιν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΔΕ τρίγωνον τῷ ΗΘΒ τριγώνῳ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΖΔ πρὸς τὴν ΗΒ, οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΗΘ καὶ ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΘΒ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ ΖΔ πρὸς τὴν ΗΒ, οὕτως ἡ ΖΓ πρὸς τὴν ΗΑ καὶ ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΑΒ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΖΓ πρὸς τὴν ΑΗ, οὕτως ἥ τε ΓΔ πρὸς τὴν ΑΒ καὶ ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΗΘ καὶ ἔτι ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΘΒ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΓΖΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΗΒ, ἡ δὲ ὑπὸ ΔΖΕ τῇ ὑπὸ ΒΗΘ, ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΖΕ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΑΗΘ ἐστιν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΓΔΕ τῇ ὑπὸ ΑΒΘ ἐστιν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἡ μὲν πρὸς τῷ Γ τῇ πρὸς τῷ Α ἴση, ἡ δὲ πρὸς τῷ Ε τῇ πρὸς τῷ Θ. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΘ τῷ ΓΕ· καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας αὐτῶν πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΘ εὐθύγραμμον τῷ ΓΕ εὐθυγράμμῳ.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης ἄρα εὐθείας τῆς ΑΒ τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ ΓΕ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγέγραπται τὸ ΑΘ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιθ'.

Τὰ ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

XIX coroll. Philoponus in anal. post. 117 v. Psellus p. 57.

---

1. ΒΗΘ] "Β'Η'"Θ F. 2. ὑπό] om. Bp. ἴση] om. B. 4. ΗΘΒ] PF; ΗΒΘ B, V e corr. m. 2, p corr. ex ΗΘΘ m. 1. 5. ΖΔ] ΔΖ P. ΖΕ] in ras. m. 2 V. 6. ΗΘ]

puncta eius B, H angulo $\varDelta Z E$ aequalis construatur $\angle B H \Theta$ et angulo $Z \varDelta E$ aequalis $\angle H B \Theta$ [I, 23]. itaque qui relinquitur angulus ad E positus, reliquo angulo ad Θ posito aequalis est [I, 32]. itaque $\triangle Z \varDelta E$ triangulo $H \Theta B$ aequiangulus est. quare $Z \varDelta : H B = Z E : H \Theta = E \varDelta : \Theta B$ [prop. IV]. demonstrauimus autem, esse etiam $Z \varDelta : H B = Z \Gamma : H A = \Gamma \varDelta : A B$. quare etiam $Z \Gamma : A H = \Gamma \varDelta : A B = Z E : H \Theta = E \varDelta : \Theta B$. et quoniam $\angle \Gamma Z \varDelta = A H B$, et $\angle \varDelta Z E = B H \Theta$, erit $\angle \Gamma Z E = A H \Theta$. eadem de causa etiam $\angle \Gamma \varDelta E = A B \Theta$. et praeterea angulus ad Γ positus angulo ad A posito aequalis est, et angulus ad E positus angulo ad Θ posito aequalis. itaque $A \Theta$ aequiangula est figurae ΓE. et latera, quae aequales angulos comprehendunt, proportionalia habent; itaque figura rectilinea $A \Theta$ similis est figurae rectilineae ΓE.

Ergo in data recta $A B$ datae figurae rectilineae ΓE similis et similiter posita figura rectilinea constructa est $A \Theta$; quod oportebat fieri.

XIX.

Similes trianguli inter se duplicatam rationem habent quam latera correspondentia.

Θ in ras. m. 2 V. ΘB] $B \Theta$ P. *καὶ ἡ* $E \varDelta$ *πρὸς τὴν* ΘB] bis F, sed corr. 7. *ἥ τε* $Z \Gamma$ P. 8. *καὶ ὡς ἄρα* — 9: *τὴν* $A B$] om. p. 10. $E \varDelta$] $''\varDelta'E$ F. 12. $\varDelta Z E$] $''Z'\varDelta'''E$ F. 13. *διὰ τὰ αὐτά* — 15: *πρὸς τῷ* A *ἴση*] insert. in ras. F. 16. *πρός*] eras. V. *ἐστίν* F. 17. *αὐτῶν*] P; *αὐτῷ* BFVp; om. Augustus. 18. $A \Theta$] ΓE P. ΓE] $A \Theta$ P. 20. *τῆς* $A B$ — 23: *ποιῆσαι*] *καὶ τὰ ἑξῆς* p. 21. ΓE *ὅμοιόν τε*] eras. V. 22. *τὸ* $A \Theta$] punctis notat. F; om. B. 26. *ἐστίν* B, eras. *v*.

Ἔστω ὅμοια τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ ἴσην ἔχοντα τὴν πρὸς τῷ Β γωνίαν τῇ πρὸς τῷ Ε, ὡς δὲ τὴν ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὴν ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ, ὥστε ὁμόλογον εἶναι τὴν ΒΓ τῇ ΕΖ· λέγω, ὅτι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΔΕΖ τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ.

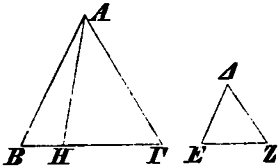
Εἰλήφθω γὰρ τῶν ΒΓ, ΕΖ τρίτη ἀνάλογον ἡ ΒΗ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως τὴν ΕΖ πρὸς τὴν ΒΗ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΗ.

Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ. ἀλλʼ ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΕΖ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΕΖ πρὸς ΒΗ. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς ΔΕ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς ΒΗ· τῶν ΑΒΗ, ΔΕΖ ἄρα τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. ὧν δὲ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΗ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΒΗ, ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν δευτέραν, ἡ ΒΓ ἄρα πρὸς τὴν ΒΗ διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΕΖ. ὡς δὲ ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΗ, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΒΗ τρίγωνον·

---

2. *τῷ Β*] *τὸ Β* V, et F, sed corr. 3. *τὴν ΒΓ*] *ΒΓ* Bp; *τὴν ΓΔ* F; litt. *Β* in ras. m. 2 V. *τὴν ΕΖ*] *ΕΖ* Bp. 8. *οὕτω* PBp. 10. *ΑΒ*] *Β* in ras. PF. *τήν*] om. BFp. *οὕτω* P. 11. *τήν*] om. BFp. 12. *τήν*] bis om. BFp. 13. *πρὸς ΕΖ*] supra m. 2 F; *πρὸς τὴν ΕΖ* V. *τὴν ΒΗ* V.

Sint similes trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ angulum ad B positum angulo ad E posito aequalem habentes,



et $AB : B\Gamma = \Delta E : EZ$, ita ut $B\Gamma$ lateri EZ respondeat. dico, esse $AB\Gamma : \Delta EZ = B\Gamma^2 : EZ^2$.

sumatur enim rectarum $B\Gamma$, EZ tertia proportionalis BH [prop. XI], ita ut sit $B\Gamma : EZ = EZ : BH$; et ducatur AH.

iam quoniam est $AB : B\Gamma = \Delta E : EZ$, permutando erit $AB : \Delta E = B\Gamma : EZ$ [V, 16]. sed $B\Gamma : EZ = EZ : BH$. quare $AB : \Delta E = EZ : BH$. itaque in triangulis ABH, ΔEZ latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sunt. trianguli autem unum angulum uni aequalem habentes et quorum latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sint, aequales sunt [prop. XV]. itaque $\triangle\, ABH = \Delta EZ$. et quoniam est $B\Gamma : EZ = EZ : BH$, et si tres rectae proportionales sunt, prima ad tertiam duplicatam rationem habet quam ad secundam [V def. 9], erit $B\Gamma : BH = \Gamma B^2 : EZ^2$. sed $\Gamma B : BH = AB\Gamma : ABH$ [prop. I]. itaque etiam

---

14. AB] B eras. F. τὴν ΔE V. τὴν BH V. 15. ἄρα] supra m. 1 p. 17. τριγώνων] om. Theon (BFVp). 19. ΔEZ] Z paene eras. V. 22. διπλασιοναονα P, sed corr. m. rec. 23. ἔχῃ P. $B\Gamma$] ΓB seq. ras. 1 litt. P. 24. BH] seq. ras. 1 litt. P. 25. ΓB] (prius) $B\Gamma$ V.

καὶ τὸ ΑΒΓ ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΒΗ διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ. ἴσον δὲ τὸ ΑΒΗ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· καὶ τὸ ΑΒΓ ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸ ΔΕΖ τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ.

Τὰ ἄρα ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι, ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἔστιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον [ἐπείπερ ἐδείχθη, ὡς ἡ ΓΒ πρὸς ΒΗ, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΒΗ τρίγωνον, τουτέστι τὸ ΔΕΖ]. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κʹ.

Τὰ ὅμοια πολύγωνα εἴς τε ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις, καὶ τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Ἔστω ὅμοια πολύγωνα τὰ ΑΒΓΔΕ, ΖΗΘΚΛ, ὁμόλογος δὲ ἔστω ἡ ΑΒ τῇ ΖΗ· λέγω, ὅτι τὰ ΑΒΓΔΕ,

---

XX coroll. Eutocius in Archim. III p. 52, 28.

---

1. ἄρα] om. P. ΑΒΗ] Β supra m. 2 in ras. V. 7. ἐστίν BF. 9. ἐάν] ἐ- in ras. m. 2 V. 10. ἔστιν] om. Bp. 11. εἶδος] P; τρίγωνον Theon (BFVp), comp. supra P m. rec. 13. τὴν ΒΗ V. 14. τό] om. V. τουτέστιν P. τό] supra m. 2 F. 15. δεῖξαι] ποιῆσαι V. 19. ὅλοις] post ὅ- 1 litt. eras. p. 20. ἡ] om. B. 22. ΑΒΓΔΕ] ΑΒΓΔΕΖ P, sed. corr.

$AB\Gamma : ABH = B\Gamma^2 : EZ^2$. erat autem $ABH = \Delta EZ$. quare etiam $AB\Gamma : \Delta EZ = B\Gamma^2 : EZ^2$.

Ergo similes trianguli inter se duplicatam rationem habent quam latera correspondentia.

Corollarium.

Hinc manifestum est, si tres rectae proportionales sint, esse ut prima ad tertiam, ita figuram in prima descriptam ad figuram in secunda similem et similiter descriptam.[1]) — quod erat demonstrandum.

XX.

Similia polygona in triangulos et similes et aequales numero et totis correspondentes diuiduntur, et polygonum ad polygonum duplicatam rationem habet quam latus correspondens ad latus correspondens.

Sint similia polygona $AB\Gamma\Delta E$, $ZH\Theta K\Lambda$, et AB lateri ZH respondeat. dico, polygona $AB\Gamma\Delta E$,

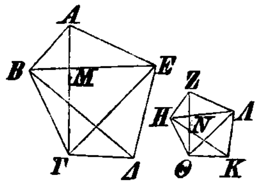
1) Hoc ex proportione $AB\Gamma : \Delta EZ = B\Gamma : BH$ concludi uoluit Euclides, paullo audacius sane; nam huic corollario post prop. 20 demum locus erat. sed τρίγωνον lin. 11 sine dubio Theoni soli debetur; nam εἶδος tuentur P et Campanus et aliquatenus saltem Philoponus et Psellus (hic corollarium suo numero citat) τετράγωνον praebentes, quod cum scriptura εἶδος conciliari potest, cum τρίγωνον non potest. et prop. 20 coroll. 2 in P in mg. additum et a Campano omissum a Theone interpolatum merito uideri potest, id quod et ipsum sententiam meam de huius corollarii forma confirmat. tum Pappus VIII p. 1100, 15 nostrum locum respicere putandus est, et sane scriptura eius loci tam incerta est, ut inde de numero, quem indicat, corollarii nihil adfirmari possit. itaque puto, Euclidem ipsum εἶδος scripsisse et Theonem, quo corollarium facilius pateret, nostrum locum mutasse et prop. 20 coroll. 2 addidisse. sed uerba ἐπείπερ lin. 12 — ΔEZ lin. 14 interpolata esse putauerim, neque Campanus ea habuit; sed Theone antiquiora sunt.

ΖΗΘΚΛ πολύγωνα εἴς τε ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις, καὶ τὸ ΑΒΓΔΕ πολύγωνον πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΗ.

Ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΕ, ΕΓ, ΗΛ, ΛΘ.

Καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔΕ πολύγωνον τῷ ΖΗΘΚΛ πολυγώνῳ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΗΖΛ. καί ἐστιν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς ΖΛ. ἐπεὶ οὖν δύο τρίγωνά ἐστι τὰ ΑΒΕ, ΖΗΛ μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχοντα, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΖΗΛ τριγώνῳ· ὥστε καὶ ὅμοιον· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΗΛ. ἔστι δὲ καὶ ὅλη ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΖΗΘ ἴση διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν πολυγώνων· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΛΗΘ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΑΒΕ, ΖΗΛ τριγώνων ἐστὶν ὡς ἡ ΕΒ πρὸς ΒΑ, οὕτως ἡ ΛΗ πρὸς ΗΖ, ἀλλὰ μὴν καὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν πολυγώνων ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΖΗ πρὸς ΗΘ, δι᾽ ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΕΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΛΗ πρὸς ΗΘ, καὶ περὶ τὰς ἴσας γωνίας τὰς ὑπὸ ΕΒΓ, ΛΗΘ αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσιν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΒΓ τρίγωνον τῷ ΛΗΘ τριγώνῳ· ὥστε καὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΕΒΓ τρίγωνον τῷ ΛΗΘ τριγώνω. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΕΓΔ τρίγωνον ὅμοιόν ἐστι τῷ ΛΘΚ τριγώνῳ. τὰ ἄρα

5. ΛΘ] mutat. in ΑΒ F. 7. ἐστί seq. ras. 8 litt. F. 8. ΗΖΛ] ΖΗΛ F. τὴν ΑΕ V. 9. ΗΖ] ΖΗ P. τὴν ΖΛ V. 10. γωνίᾳ] γωνίαν Vφ. 11. δέ] om. F. 13. ἴση] corr. ex ἴσον m. rec. P. 15. ΖΗΘ] Η uidetur corr. V.



$Z H \Theta K \Lambda$ in triangulos et similes et aequales numero et totis correspondentes diuidi, et esse $A B \Gamma \Delta E : Z H \Theta K \Lambda = A B^2 : Z H^2$.

ducantur $BE, E\Gamma, H\Lambda, \Lambda\Theta$. et quoniam $AB\Gamma\Delta E \sim ZH\Theta K\Lambda$, erit $\angle BAE = HZ\Lambda$ [def. 1]. et $BA : AE = HZ : Z\Lambda$ [id.]. iam quoniam duo trianguli sunt ABE, $ZH\Lambda$ unum angulum uni angulo aequalem habentes et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia, erit $\triangle\, ABE$ triangulo $ZH\Lambda$ aequiangulus [prop. VI]. quare etiam similes sunt [prop. IV; def. 1]. itaque $\angle\, ABE = ZH\Lambda$. uerum etiam $\angle\, AB\Gamma = ZH\Theta$ propter similitudinem polygonorum. itaque $\angle\, EB\Gamma = \Lambda H\Theta$. et quoniam propter similitudinem triangulorum ABE, $ZH\Lambda$ est $EB : BA = \Lambda H : HZ$, et praeterea propter similitudinem polygonorum $AB : B\Gamma = ZH : H\Theta$, ex aequo erit $EB : B\Gamma = \Lambda H : H\Theta$ [V, 22], et latera aequales angulos $EB\Gamma$, $\Lambda H\Theta$ comprehendentia proportionalia sunt; itaque $\triangle\, EB\Gamma$ triangulo $\Lambda H\Theta$ aequiangulus est [prop. VI]. quare $\triangle\, EB\Gamma \sim \Lambda H\Theta$ [prop. IV; def. 1]. eadem de causa etiam $\triangle\, E\Gamma\Delta \sim \Lambda\Theta K$. itaque similia polygona

---

16. *τῇ*] P, F m. 1; *λοιπῇ τῇ* BVp, F m. 2. 17. *ἴση ἐστίν* F. 18. *τὴν* BA V. 19. ΛH] ΛB φ. *τὴν* HZ V. 20. *τὴν* $B\Gamma$ V. 21. ZH] HZ P. *τὴν* $H\Theta$ V. $H\Theta$, *δι' ἴσου*] φ; uidetur fuisse alia scriptura a m. 1. EB] B e corr. F. 22. *τὴν* $B\Gamma$ V. *τὴν* $H\Theta$ V. 23. *εἰσιν*] om. V. 24. $\Lambda H\Theta$] $\Lambda\Theta H$ P. 25. *ἐστι*] om. BVp. *τὸ* $EB\Gamma$ — 26: *τριγώνῳ*] mg. m. 2 V; F haec uerba ut cett. codd. in textu habet, sed dein in mg. m. 1 : *ὥστε καὶ ὅμοιον τὸ* $EB\Gamma$ *τῷ* $\Lambda H\Theta$ *τριγώνῳ*. 27. $\Lambda\Theta K$] $\Lambda\Theta H$ φ; corr. ex $\Lambda K\Theta$ m. 1 p.

ὅμοια πολύγωνα τὰ *ΑΒΓΔΕ*, *ΖΗΘΚΛ* εἴς τε ὅμοια τρίγωνα διῄρηται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος.

Λέγω, ὅτι καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις, τουτέστιν ὥστε ἀνάλογον εἶναι τὰ τρίγωνα, καὶ ἡγούμενα μὲν εἶναι τὰ *ΑΒΕ*, *ΕΒΓ*, *ΕΓΔ*, ἑπόμενα δὲ αὐτῶν τὰ *ΖΗΛ*, *ΛΗΘ*, *ΛΘΚ*, καὶ ὅτι τὸ *ΑΒΓΔΕ* πολύγωνον πρὸς τὸ *ΖΗΘΚΛ* πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἡ *ΑΒ* πρὸς τὴν *ΖΗ*.

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ *ΑΓ*, *ΖΘ*. καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν πολυγώνων ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ *ΑΒΓ* γωνία τῇ ὑπὸ *ΖΗΘ*, καί ἐστιν ὡς ἡ *ΑΒ* πρὸς *ΒΓ*, οὕτως ἡ *ΖΗ* πρὸς *ΗΘ*, ἰσογώνιόν ἐστι τὸ *ΑΒΓ* τρίγωνον τῷ *ΖΗΘ* τριγώνῳ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ *ΒΑΓ* γωνία τῇ ὑπὸ *ΗΖΘ*, ἡ δὲ ὑπὸ *ΒΓΑ* τῇ ὑπὸ *ΗΘΖ*. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ *ΒΑΜ* γωνία τῇ ὑπὸ *ΗΖΝ*, ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ *ΑΒΜ* τῇ ὑπὸ *ΖΗΝ* ἴση, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ *ΑΜΒ* λοιπῇ τῇ ὑπὸ *ΖΝΗ* ἴση ἐστίν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ *ΑΒΜ* τρίγωνον τῷ *ΖΗΝ* τριγώνῳ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ τὸ *ΒΜΓ* τρίγωνον ἰσογώνιόν ἐστι τῷ *ΗΝΘ* τριγώνῳ. ἀνάλογον ἄρα ἐστίν, ὡς μὲν ἡ *ΑΜ* πρὸς *ΜΒ*, οὕτως ἡ *ΖΝ* πρὸς *ΝΗ*, ὡς δὲ ἡ *ΒΜ* πρὸς *ΜΓ*, οὕτως ἡ *ΗΝ* πρὸς *ΝΘ*· ὥστε καὶ δι' ἴσου, ὡς ἡ *ΑΜ* πρὸς *ΜΓ*, οὕτως ἡ *ΖΝ* πρὸς

---

2. *διαιρεῖται* φ. *εἰς*] om. BV. 5. *ΑΒΕ*] *Ε* in ras. P. *αὐτῶν*] sic φ, sed *αὐτοῖς* F. 6. *ΛΘΚ*] *ΘΚΛ* F. *ὅτι*] -*ι* in ras. P. 7. *πολύγωνον*] -*νον* sustulit lacuna pergam., supra scr. *τῷ* m. 2 F. 12. *τὴν ΒΓ* BFVp. 13. *τὴν ΗΘ* V. *ἐστι*] *ἄρα ἐστί* F. 14. *ἴση*] -*η* in ras. P. *ΒΑΓ*] *ΑΒΓ* F. 15. *ΗΖΘ*] *Η* corr. ex *Ζ* p; *ΖΗΘ* F. *ΗΘΖ*] *ΘΗΖ* F. 16. *ΒΑΜ*] PVp, B m. 1; *"Α'ΒΜ* F; *ΑΒΜ* B m. rec. *ΗΖΝ*] *ΖΗΝ* in ras. m. 2 B. *ἔστι*] P; *ἐδείχθη* Theon (BFVp).

$AB\Gamma\Delta E$, $ZH\Theta K\Lambda$ in triangulos et similes et aequales numero diuisa sunt.

dico, eos etiam totis correspondere, h. e. ita ut trianguli proportionales sint et praecedentes ABE, $EB\Gamma$, $E\Gamma\Delta$ et eorum termini sequentes[1]) $ZH\Lambda$, $\Lambda H\Theta$, $\Lambda\Theta K$, et praeterea polygona rationem duplicatam habere quam latera correspondentia, h. e. esse

$$AB\Gamma\Delta E : ZH\Theta K\Lambda = AB^2 : ZH^2.$$

ducantur enim $A\Gamma$, $Z\Theta$. et quoniam propter similitudinem polygonorum est $\angle AB\Gamma = ZH\Theta$, et $AB : B\Gamma = ZH : H\Theta$, erit $\triangle AB\Gamma$ aequiangulus triangulo $ZH\Theta$ [prop. VI]. itaque $\angle BA\Gamma = HZ\Theta$ et $\angle B\Gamma A = H\Theta Z$. et quoniam $\angle BAM = HZN$ et $\angle ABM = ZHN$ [p. 132, 13], erit etiam $\angle AMB = ZNH$ [I, 32]; quare $\triangle ABM$ aequiangulus est triangulo ZHN. similiter demonstrabimus, etiam $\triangle BM\Gamma$ aequiangulum esse triangulo $HN\Theta$. itaque $AM : MB = ZN : NH$, $BM : M\Gamma = HN : N\Theta$ [prop. IV]. quare etiam ex aequo $AM : M\Gamma = ZN : N\Theta$ [V, 22].

---

1) In αὐτῶν lin. 5 nonnihil offensionis est; sed cum ἑπόμενα idem sit ac ὅροι ἑπόμενοι, genetiuus ferri potest. et additum uidetur uocabulum, ut significetur, $ZH\Lambda$ esse terminum sequentem trianguli ABE, $\Lambda H\Theta$ autem trianguli $EB\Gamma$, $\Lambda\Theta K$ autem trianguli $E\Gamma\Delta$. ceterum commemorandum est, tum demum adparere, triangulos totis (h. e. polygonis $AB\Gamma\Delta E$, $ZH\Theta K\Lambda$) correspondere, cum demonstratum erit, esse $AB\Gamma\Delta E : ZH\Theta K\Lambda = AB^2 : ZH^2$, h. e. $= ABE : ZH\Lambda = EB\Gamma : \Lambda H\Theta = E\Gamma\Delta : \Lambda\Theta K$.

---

17. ABM] mutat. in BAM m. 2 B. ZHN] mutat. in HZN m. 2 B. AMB] $\dot{A}\ddot{B}\dot{M}$ punctis supra A et M deletis F. 20. ἐστιν F. 21. ἡ μέν p. 22. AM] M corr. ex B m. 2 V. τὴν MB V. NH] N in ras. m. 2 V. 23. οὕτως καί p.

ΝΘ. ἀλλ' ὡς ἡ ΑΜ πρὸς ΜΓ, οὕτως τὸ ΑΒΜ [τρίγωνον] πρὸς τὸ ΜΒΓ, καὶ τὸ ΑΜΕ πρὸς τὸ ΕΜΓ· πρὸς ἄλληλα γάρ εἰσιν ὡς αἱ βάσεις. καὶ ὡς ἄρα ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπόμενων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα· ὡς ἄρα τὸ ΑΜΒ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΜΓ, οὕτως τὸ ΑΒΕ πρὸς τὸ ΓΒΕ. ἀλλ' ὡς τὸ ΑΜΒ πρὸς τὸ ΒΜΓ, οὕτως ἡ ΑΜ πρὸς ΜΓ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΜ πρὸς ΜΓ, οὕτως τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΕΒΓ τρίγωνον. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ ΖΝ πρὸς ΝΘ, οὕτως τὸ ΖΗΛ τρίγωνον πρὸς τὸ ΗΛΘ τρίγωνον. καί ἐστιν ὡς ἡ ΑΜ πρὸς ΜΓ, οὕτως ἡ ΖΝ πρὸς ΝΘ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΕΓ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΖΗΛ τρίγωνον πρὸς τὸ ΗΛΘ τρίγωνον, καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΗΛ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΒΕΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΗΛΘ τρίγωνον. ὁμοίως δὴ δείξομεν ἐπιζευχθεισῶν τῶν ΒΔ, ΗΚ, ὅτι καὶ ὡς τὸ ΒΕΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΛΗΘ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΕΓΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΛΘΚ τρίγωνον. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΗΛ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΕΒΓ πρὸς τὸ ΛΗΘ, καὶ ἔτι τὸ ΕΓΔ πρὸς τὸ ΛΘΚ, καὶ ὡς ἄρα ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΗΛ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΑΒΓΔΕ πολύγωνον πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ πολύγωνον. ἀλλὰ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΗΛ τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΒ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ΖΗ ὁμόλογον πλευράν· τὰ γὰρ ὅμοια τρίγωνα ἐν

---

1. *ὡς μέν* P. *οὕτως καί* p. 2. *τρίγωνον*] om. P. *πρὸς τὸ ΜΒΓ, καὶ τὸ ΑΜΕ*] mg. m. 1 om. priore *τό* P.

sed [prop. I] $AM : M\Gamma = ABM : MB\Gamma = AME : EM\Gamma$; nam eandem inter se rationem habent quam bases. itaque etiam ut unus terminorum praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [V, 12]. itaque $AMB : BM\Gamma = ABE : \Gamma BE$. sed $AMB : BM\Gamma = AM : M\Gamma$. quare etiam $AM : M\Gamma = ABE : EB\Gamma$. eadem de causa erit etiam $ZN : N\Theta = ZH\Lambda : H\Lambda\Theta$. et $AM : M\Gamma = ZN : N\Theta$. quare etiam $ABE : BE\Gamma = ZH\Lambda : H\Lambda\Theta$, et permutando [V, 16] $ABE : ZH\Lambda = BE\Gamma : H\Lambda\Theta$. similiter demonstrabimus ductis $B\Delta$, HK, esse $BE\Gamma : \Lambda H\Theta = E\Gamma\Delta : \Lambda\Theta K$. et quoniam est $ABE : ZH\Lambda = EB\Gamma : \Lambda H\Theta = E\Gamma\Delta : \Lambda\Theta K$, erit etiam, ut unus terminorum praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [V, 12]. itaque $ABE : ZH\Lambda = AB\Gamma\Delta E : ZH\Theta K\Lambda$. sed $ABE : ZH\Lambda = AB^2 : ZH^2$; nam similes trianguli duplicatam inter

---

τό] om. P. 4. ἄρα] om. V. 8. τὴν $M\Gamma$ V. 9. τὴν $M\Gamma$ V. 10. $N\Theta$] N in ras. B; $H\Theta$ φ (non F); τὴν $N\Theta$ V. 11. τό] om. P. 12. τὴν $M\Gamma$ BFVp. τὴν $N\Theta$ FV. 14. $H\Lambda\Theta$] corr. ex $H\Theta\Lambda$ m. 2 V. 16. $BE\Gamma$] $EB\Gamma$ V. $H\Lambda\Theta$] mutat. in $\Lambda H\Theta$ m. 2 V. 18. $BE\Gamma$] P, V m. 1; $EB\Gamma$ BFp, V m. 2. 19. $E\Gamma\Delta$ τρίγωνον] P; $E\Gamma\Delta$ Theon? (BFVp). 20. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς] mg. m. rec. P. 25. $ZH\Lambda$] $'H''Z\Lambda$ F. Post οὕτως eras. πρός V. 29. γάρ] ἄρα φ.

διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. καὶ τὸ ΑΒΓΔΕ ἄρα πολύγωνον πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΒ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ΖΗ ὁμόλογον πλευράν.

Τὰ ἄρα ὅμοια πολύγωνα εἴς τε ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις, καὶ τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

Πόρισμα.

Ὡσαύτως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν [ὁμοίων] τετραπλεύρων δειχθήσεται, ὅτι ἐν διπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ τῶν τριγώνων· ὥστε καὶ καθόλου τὰ .ὅμοια εὐθύγραμμα σχήματα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[Πόρισμα β'.

Καὶ ἐὰν τῶν ΑΒ, ΖΗ τρίτην ἀνάλογον λάβωμεν τὴν Ξ, ἡ ΒΑ πρὸς τὴν Ξ διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΗ. ἔχει δὲ καὶ τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον ἢ τὸ τετράπλευρον πρὸς τὸ τετράπλευρον διπλασίονα λόγον ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΗ· ἐδείχθη δὲ τοῦτο καὶ ἐπὶ τῶν τριγώνων· ὥστε καὶ καθόλου φανερόν, ὅτι, ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἔσται ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον.]

---

1. *ἐστίν* F. 2. *πολύγωνον*] (alt.) *πολύγονον* p. 7. *πολύγωνον*] (alt.) *πολυγώνιον* φ. 10. *πόρισμα*] om. PBV; *κα'* Fp. 11.

se rationem habent quam latera correspondentia [prop. XIX]. quare etiam

$$AB\Gamma\Delta E : ZH\Theta K\Lambda = AB^2 : ZH^2.$$

Ergo similia polygona in triangulos et similes et aequales numero et totis correspondentes diuiduntur, et polygonum ad polygonum duplicatam rationem habet quam latus correspondens ad latus correspondens.

Corollarium.

Et similiter etiam in quadrilateris demonstrabitur, ea duplicatam rationem habere quam latera correspondentia; et idem in triangulis demonstratum est. quare omnino similes figurae rectilineae inter se duplicatam rationem habent quam latera correspondentia. — quod erat demonstrandum.

ὡσαύτως] *ὡ-* m. 2 V. *ὁμοίων*] supra m. rec. P. 12. *εἰσίν* F, *ἐστί* Bp. 15. *εἰσί*] PV, F m. 2, p; *εἰσιν* B; *ἐστι* F m. 1. 16. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*] P; om. Theon (BFVp). Totum corollarium om. Campanus. 17. *πόρισμα β'*] om. codd., seq. cum coroll. priore coniunctis. lin. 18—28 in mg. inferiore m. 1 P pro scholio, signo ☍ huc relatum. 18. ZH] H in ras. F. 19. *τὴν* Ξ] seq. ras. 1 litt. V; corr. ex *τῆι* $N\Xi$ F. *ἡ* BA] e corr. F. Ξ] post ras. F, ante ras. V (1 litt.). 20. AB] BA P. 21. *ἤ*] corr. ex *καί* m. 2 V; om. Bp. 23. *πλευράν*] P, om. BFVp. 25. *πόρισμα* mg. BVp. *καὶ φανερόν* p. 27. *εἶδος*] sequente ras. 1 litt. *φ* (uestigia sunt syllabae *-ον* F). *πρός*] supra V. 28. Sequitur alia demonstratio secundae partis propositionis, quae u. in appendice.

κα'.

Τὰ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια.

Ἔστω γὰρ ἑκάτερον τῶν Α, Β εὐθυγράμμων τῷ Γ ὅμοιον· λέγω, ὅτι καὶ τὸ Α τῷ Β ἐστιν ὅμοιον.

Ἐπεὶ γὰρ ὅμοιόν ἐστι τὸ Α τῷ Γ, ἰσογώνιόν τέ ἐστιν αὐτῷ καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει. πάλιν, ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ Β τῷ Γ, ἰσογώνιόν τέ ἐστιν αὐτῷ καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει. ἑκάτερον ἄρα τῶν Α, Β τῷ Γ ἰσογώνιόν τέ ἐστι καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει [ὥστε καὶ τὸ Α τῷ Β ἰσογώνιόν τέ ἐστι καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει]. ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ Α τῷ Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'.

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ἔσται· κἂν τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

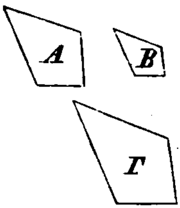
Ἔστωσαν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον αἱ ΑΒ, ΓΔ,

---

1. κα'] m. 2 V; κγ' Fp. 4. τῷ Γ] τὸ Γ BF, p, sed corr. m. 1. 6. ἐστιν ὅμοιον V. 7. γωνίας] supra F. 8. πάλιν ἐπεί] in ras. m. 2 F. ἐστιν φ. 9. ἐστιν αὐτῷ] ἐστι F. 11. τε] om. V. 12. ἴσας] supra m. 1 V. ὥστε καὶ τὸ Α—14: ἀνάλογον ἔχει] Theon? (BFVp); om. P. 14. τὸ Α τῷ Β] Pp, V m. 1; τὸ Β τῷ Α B; τῷ Β τὸ Α V m. 2; τὸ Α τὸ Α τῷ Β F m. 1; τὸ Β τῷ Α τῷ Β F m. 2, del. τῷ Β. Deinde propositionem repetit Augustus, ut fieri solet. 16.

XXI.[1]

Quae eidem figurae rectilineae similes sunt figurae, etiam inter se similes sunt.



Sit enim utraque figura rectilinea A, B figurae Γ similis. dico, etiam figuras A, B similes esse.

nam quoniam A figurae Γ similis est, et aequiangula est ei, et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia habent [def. 1]. rursus quoniam B figurae Γ similis est, et aequiangula est ei, et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia habent [def. 1]. itaque utraque figura A, B et aequiangula est figurae Γ, et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia habent. quare $A \sim B$ [def. 1]; quod erat demonstrandum.

XXII.

Si quattuor rectae proportionales sunt, etiam figurae rectilineae in iis similes et similiter descriptae proportionales erunt; et si figurae rectilineae in iis similes et similiter descriptae proportionales sunt, etiam ipsae rectae proportionales erunt.

Sint quattuor rectae proportionales AB, $\Gamma\Delta$, EZ,

---

1) Nam coroll. 2 p. 138, 17—28 Theoni uidetur deberi; u. p. 131 not. 1; om. Campanus (sed is quidem etiam coroll. 1 omisit), et in B adscribitur mg. m. rec. ἐν ἄλλῳ οὐ γράφεται τοῦτο.

κβ΄] κδ΄ p et F, sed corr. m. rec. 17. ὦσιν] P et B, sed ν eras.; ὦσι F V p. 23. εὐθεῖα F.

ΕΖ, ΗΘ, ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ, καὶ ἀναγεγράφθωσαν ἀπὸ μὲν τῶν ΑΒ, ΓΔ ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα τὰ ΚΑΒ, ΛΓΔ, ἀπὸ δὲ τῶν ΕΖ, ΗΘ ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα τὰ ΜΖ, ΝΘ· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ΚΑΒ πρὸς τὸ ΛΓΔ, οὕτως τὸ ΜΖ πρὸς τὸ ΝΘ.

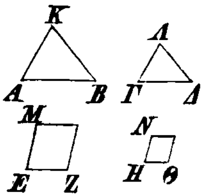
Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν ΑΒ, ΓΔ τρίτη ἀνάλογον ἡ Ξ, τῶν δὲ ΕΖ, ΗΘ τρίτη ἀνάλογον ἡ Ο. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ, ὡς δὲ ἡ ΓΔ πρὸς τὴν Ξ, οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὴν Ο, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν Ξ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν Ο. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν Ξ, οὕτως [καὶ] τὸ ΚΑΒ πρὸς τὸ ΛΓΔ, ὡς δὲ ἡ ΕΖ πρὸς τὴν Ο, οὕτως τὸ ΜΖ πρὸς τὸ ΝΘ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΚΑΒ πρὸς τὸ ΛΓΔ, οὕτως τὸ ΜΖ πρὸς τὸ ΝΘ.

Ἀλλὰ δὴ ἔστω ὡς τὸ ΚΑΒ πρὸς τὸ ΛΓΔ, οὕτως τὸ ΜΖ πρὸς τὸ ΝΘ· λέγω, ὅτι ἐστὶ καὶ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ. εἰ γὰρ μή ἐστιν, ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ, ἔστω ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΠΡ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΠΡ ὁποτέρῳ τῶν ΜΖ, ΝΘ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον τὸ ΣΡ.

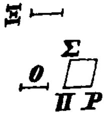
Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως

---

1. *ΑΒ*] *Β* supra m. 1 P; postea insert. F. *ΕΖ*] in ras. m. 2 V; *ΖΕ* Fp. 2. *ἀναγεγράφωσαν* p. 5. *ΜΖ*] *Ζ* e corr. F. Post *ὅτι* ras. 2 litt. F. 6. *ΛΓΔ*] litt. *ΛΓ* in ras. m. 2 V. 11. *ΓΔ*] *Δ* eras. V. 13. *ΕΖ*] e corr. Vφ. 14. *καί*] om. P. *ΛΓΔ*] litt. *ΛΓ* in ras. m. 2 V, *ΓΛΔ* p. 16. *καὶ ὡς ἄρα* — 17: *τὸ ΝΘ*] om. BVp. 16. *ΛΓΔ*] *ΓΛΔ* φ. 18.



$H\Theta$, ita ut sit $AB:\Gamma\Delta = EZ:H\Theta$, et in AB, $\Gamma\Delta$ similes et similiter positae figurae rectilineae describantur KAB, $\Lambda\Gamma\Delta$, in EZ, $H\Theta$ autem similes et similiter positae figurae rectilineae MZ, $N\Theta$. dico, esse $KAB:\Lambda\Gamma\Delta = MZ:N\Theta$.



Sumatur enim rectarum AB, $\Gamma\Delta$ tertia proportionalis Ξ, rectarum autem EZ, $H\Theta$ tertia proportionalis O [prop. XI]. et quoniam est $AB:\Gamma\Delta = EZ:H\Theta$ et $\Gamma\Delta:\Xi = H\Theta:O$[1]), ex aequo erit [V, 22] $AB:\Xi = EZ:O$. sed $AB:\Xi = KAB:\Lambda\Gamma\Delta$ [prop. XIX coroll.] et $EZ:O = MZ:N\Theta$ [id.]. itaque etiam

$$KAB:\Lambda\Gamma\Delta = MZ:N\Theta.$$

Uerum sit $KAB:\Lambda\Gamma\Delta = MZ:N\Theta$. dico, esse etiam $AB:\Gamma\Delta = EZ:H\Theta$. nam si non est $AB:\Gamma\Delta = EZ:H\Theta$, sit $AB:\Gamma\Delta = EZ:\Pi P$ [prop. XII], et in ΠP utrique MZ, $N\Theta$ similis et similiter posita construatur figura rectilinea ΣP [prop. XVIII et XXI].

Iam quoniam est $AB:\Gamma\Delta = EZ:\Pi P$, et in AB,

1) Nam ex hypothesi est $AB:\Gamma\Delta = \Gamma\Delta:\Xi$ et $EZ:H\Theta = H\Theta:O$; et $AB:\Gamma\Delta = EZ:H\Theta$.

$\Lambda\Gamma\Delta$] $\Gamma\Lambda\Delta$ F. 19. τό] (prius) eras. F. ἐστίν PB; comp. p. 20. εἰ γὰρ μή ἐστιν, ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν $H\Theta$] mg. m. 1 P; om. Theon (BFVp). 22. ἔστω ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν ΠP καὶ ἀναγεγράφθω] P; γεγονέτω γὰρ ὡς κτλ. Theon (BFVp), P mg. m. rec. 23. ἀναγεγραφ^ω p. 24. ὁποτέρᾳ φ (non F). 25. εὐθύγραμμον] om. BFp.

ἡ EZ πρὸς τὴν $ΠP$, καὶ ἀναγέγραπται ἀπὸ μὲν τῶν $AB, ΓΔ$ ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα τὰ $KAB, ΛΓΔ$, ἀπὸ δὲ τῶν $EZ, ΠP$ ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα τὰ $MZ, ΣP$, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ KAB πρὸς τὸ $ΛΓΔ$, οὕτως τὸ MZ πρὸς τὸ $ΣP$. ὑπόκειται δὲ καὶ ὡς τὸ KAB πρὸς τὸ $ΛΓΔ$, οὕτως τὸ MZ πρὸς τὸ $NΘ$· καὶ ὡς ἄρα τὸ MZ πρὸς τὸ $ΣP$, οὕτως τὸ MZ πρὸς τὸ $NΘ$. τὸ MZ ἄρα πρὸς ἑκάτερον τῶν $NΘ, ΣP$ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ $NΘ$ τῷ $ΣP$. ἔστι δὲ αὐτῷ καὶ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον· ἴση ἄρα ἡ $HΘ$ τῇ $ΠP$. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $ΓΔ$, οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν $ΠP$, ἴση δὲ ἡ $ΠP$ τῇ $HΘ$, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $ΓΔ$, οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν $HΘ$.

Ἐὰν ἄρα τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ἔσται· κἂν τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[Λῆμμα.]

[Ὅτι δέ, ἐὰν εὐθύγραμμα ἴσα ᾖ καὶ ὅμοια, αἱ ὁμόλογοι αὐτῶν πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, δείξομεν οὕτως.

Ἔστω ἴσα καὶ ὅμοια εὐθύγραμμα τὰ $NΘ, ΣP$, καὶ ἔστω ὡς ἡ $ΘH$ πρὸς τὴν HN, οὕτως ἡ $PΠ$ πρὸς τὴν $ΠΣ$· λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ $PΠ$ τῇ $ΘH$.

Εἰ γὰρ ἄνισοί εἰσιν, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν.

---

2. $KAB, ΛΓΔ$] $B, ΛΓ$ litt. in ras. m. 2 V. 3. Post $ΠP$ duae litt. del. m. rec. P. 7. $NΘ$] in ras. m. 1 P. $ΣP$]

$\Gamma\Delta$ similes et similiter positae descriptae sunt KAB, $A\Gamma\Delta$, in EZ, ΠP autem similes et similiter positae MZ, ΣP, erit $KAB : A\Gamma\Delta = MZ : \Sigma P$ [u. supra]. sed supposuimus, esse etiam $KAB : A\Gamma\Delta = MZ : N\Theta$. itaque $MZ : \Sigma P = MZ : N\Theta$. itaque MZ ad utramque $N\Theta$, ΣP eandem rationem habet. quare $N\Theta = \Sigma P$ [V, 9]. uerum etiam ei similis est et similiter posita. itaque $H\Theta = \Pi P$.[1]) et quoniam est $AB : \Gamma\Delta = EZ : \Pi P$, et $\Pi P = H\Theta$, erit $AB : \Gamma\Delta = EZ : H\Theta$.

Ergo si quattuor rectae proportionales sunt, etiam figurae rectilineae in iis similes et similiter descriptae proportionales erunt; et si figurae rectilineae in iis similes et similiter descriptae proportionales sunt, etiam ipsae rectae proportionales erunt; quod erat demonstrandum.

---

1) Nam cum $N\Theta : \Sigma P = H\Theta^2 : \Pi P^2$ [prop. 20] et $N\Theta = \Sigma P$, erit $\Pi P^2 = H\Theta^2$; h. e. $\Pi P = H\Theta$. et hoc ipsum uia indirecta in lemmate ostenditur; sed cum a ratione Euclidis abhorreat, eius modi res postea demum demonstrare nec suo loco in demonstratione insertas, puto, lemma subditiuum esse (sed Theone antiquius est); om. Campanus, nec res propria demonstratione eget.

---

corr. ex EP P, in ras. V; supra hoc uocabulum et proxime sequentia in V ras. est. MZ] in ras. V; Z insert. m. 1 F. 8. $N\Theta$] in ras. V. 9. *λόγον ἔχει* p. *ἐστίν* P, comp. p. 10. *αὐτό* p. 11. *ἄρα*] supra add. *καί* m. 2 comp. F; *ἄρα ἐστίν* V. 15. *ὦσι* V. 16. *ἀναγεγραμμένα*] seq. insert. in ras. m. 1 F. 18. *καί*] m. 2 V. 21. *λῆμμα*] *κε´* p et ε eraso F; m. rec. PBV. 22. *δέ*] m. rec. P. *ἤ*] om. V. Post *ὅμοια* add. V m. 2: *ἐστιν*. 23. *εἰσί* BFVp. *δείξομεν*] corr. ex *δείξωμεν* m. 1 P. 25. *τά*] e corr. V. $N\Theta$, ΣP] inter N et Θ ras. 1 litt., item inter Σ et P V. 26. $P\Pi$] mutat. in ΠP m. 2 V; ΠP Bp. 27. *τήν*] om. F. 28. *ἄνισος* V. *εἴσιν*] PB; *εἰσι* Fp; *ἐστιν* V.

ἔστω μείζων ἡ ΡΠ τῆς ΘΗ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΡΠ πρὸς ΠΣ, οὕτως ἡ ΘΗ πρὸς τὴν ΗΝ, καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΡΠ πρὸς τὴν ΘΗ, οὕτως ἡ ΠΣ πρὸς τὴν ΗΝ, μείζων δὲ ἡ ΠΡ τῆς ΘΗ, μείζων ἄρα καὶ ἡ ΠΣ τῆς ΗΝ· ὥστε καὶ τὸ ΡΣ μεῖζόν ἐστι τοῦ ΘΝ. ἀλλὰ καὶ ἴσον· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ΠΡ τῇ ΗΘ· ἴση ἄρα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.]

κγ΄.

Τὰ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Ἔστω ἰσογώνια παραλληλόγραμμα τὰ ΑΓ, ΓΖ ἴσην ἔχοντα τὴν ὑπὸ ΒΓΔ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΕΓΗ· λέγω, ὅτι τὸ ΑΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλόγραμμον λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Κείσθω γὰρ ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν ΒΓ τῇ ΓΗ· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΔΓ τῇ ΓΕ. καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΔΗ παραλληλόγραμμον, καὶ ἐκκείσθω τις εὐθεῖα ἡ Κ, καὶ γεγονέτω ὡς μὲν ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΗ, οὕτως ἡ Κ πρὸς τὴν Λ, ὡς δὲ ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως ἡ Λ πρὸς τὴν Μ.

Οἱ ἄρα λόγοι τῆς τε Κ πρὸς τὴν Λ καὶ τῆς Λ πρὸς τὴν Μ οἱ αὐτοί εἰσι τοῖς λόγοις τῶν πλευρῶν, τῆς τε ΒΓ πρὸς τὴν ΓΗ καὶ τῆς ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ. ἀλλ' ὁ τῆς Κ πρὸς Μ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς Κ πρὸς Λ λόγου καὶ τοῦ τῆς Λ πρὸς Μ· ὥστε καὶ ἡ Κ πρὸς τὴν Μ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον

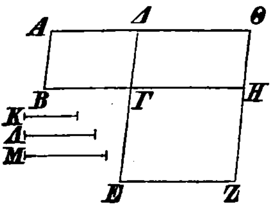
XXIII. Theon in Ptolem. p. 235. Eutoc. in Apollon. p. 32, id. in Archimed. III p. 236, 23.

---

1. *μείζων* — 4: *μείζων ἄρα*] insert. in ras. F. 1. *ΡΠ*] *ΠΡ* P. 2. *ΡΠ*] *ΠΡ* P. *τὴν ΠΣ* V. *πρὸς τήν*] *πρός* BFp. 3.

XXIII.

Parallelogramma aequiangula inter se rationem ex rationibus laterum compositam habent.



Sint parallelogramma aequiangula $\varDelta\Gamma$, ΓZ habentia

$$\angle B\Gamma\varDelta = E\Gamma H.$$

dico, parallelogramma $\varDelta\Gamma$, ΓZ rationem ex rationibus[1]) laterum compositam habere.

ponantur enim ita, ut in eadem recta sint $B\Gamma$, ΓH. itaque etiam $\varDelta\Gamma$, ΓE in eadem recta sunt. et expleatur parallelogrammum $\varDelta H$, et ponatur recta K, et sit

$$B\Gamma : \Gamma H = K : \Lambda \text{ et } \varDelta\Gamma : \Gamma E = \Lambda : M.$$

itaque rationes $K : \Lambda$ et $\Lambda : M$ eaedem sunt ac rationes laterum, $B\Gamma : \Gamma H$ et $\varDelta\Gamma : \Gamma E$. sed $K : M = K : \Lambda \times \Lambda : M$. quare K ad M rationem ex rationibus laterum compositam habet. et quoniam est

1) Ἐκ τῶν πλευρῶν per totam propositionem neglegentius dicitur pro ἐκ τῶν τῶν πλευρῶν (λόγων); sed cum semper ita in codicibus traditum sit et idem apud Theonem et Eutocium seruatum sit, de errore librarii cogitandum non est.

$P[I]$] ΠP P. τήν] om. BFp. οὕτως] om. BFp. 4. τήν] om. BFp. ΠP] P, V m. 1; $P\Pi$ Bp, V m. 2, F? μείζων ἄρα] bis p. 5. μειζων F. 6. ΘN] N e corr. m. 2 V, eras. F. 7. $H\Theta$] ΘH P. ἄρα ἐστίν P. 8. κς′ p et deleto ς F. 11. ἴσον V, corr. m. 2. 12. $E\Gamma H$] mutat. in $E\Gamma\Theta$ B. 13. ΓZ] in ras. m. 1 V. 14. πλευρῶν] P; πλευρῶν τοῦ τε ὃν ἔχει ἡ $B\Gamma$ (corr. ex ΓB p) πρὸς ΓH (τῇ ΓH V, ΓH mutat. in $\Gamma\Theta$ B) καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἡ $\varDelta\Gamma$ πρὸς ΓE (τὴν ΓE V) Theon (BFVp). 16. ΓH] mutat. in $\Gamma\Theta$ B. ἐστίν B. 17. $\varDelta H$] mutat. in $\varDelta\Theta$ B. 18. K] post ras. 1 litt. F. 19. ΓH] mutat. in $\Gamma\Theta$ B. 21. τήν] om. BFp. 22. τήν] om. BFp. εἰσιν PF. 23. τήν] om. Bp. ΓH] mutat. in $\Gamma\Theta$ B. τήν] om. Bp.

ἐκ τῶν πλευρῶν. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΗ, οὕτως τὸ ΑΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΘ, ἀλλ' ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΗ, οὕτως ἡ Κ πρὸς τὴν Λ, καὶ ὡς ἄρα ἡ Κ πρὸς τὴν Λ, οὕτως τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΓΘ. πάλιν, ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ, ἀλλ' ὡς ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως ἡ Λ πρὸς τὴν Μ, καὶ ὡς ἄρα ἡ Λ πρὸς τὴν Μ, οὕτως τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλόγραμμον. ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη, ὡς μὲν ἡ Κ πρὸς τὴν Λ, οὕτως τὸ ΑΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον, ὡς δὲ ἡ Λ πρὸς τὴν Μ, οὕτως τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλόγραμμον, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ Κ πρὸς τὴν Μ, οὕτως τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλόγραμμον. ἡ δὲ Κ πρὸς τὴν Μ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· καὶ τὸ ΑΓ ἄρα πρὸς τὸ ΓΖ λόγον ἔχει τον συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Τὰ ἄρα ἰσογώνια παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κδ'.

Παντὸς παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ, περὶ δὲ τὴν ΑΓ παραλληλόγραμμα ἔστω τὰ ΕΗ, ΘΚ· λέγω, ὅτι ἑκάτερον τῶν ΕΗ, ΘΚ παραλληλογράμμων ὅμοιόν ἐστι ὅλῳ τῷ ΑΒΓΔ καὶ ἀλλήλοις.

1. τήν] m. 2 F. 2. ΓΗ] mutat. in ΓΘ B. ΓΘ] mutat. in ΓΗ B. 3. ἡ] om. p. τήν] om. BFp. ΓΗ]

$B\Gamma : \Gamma H = A\Gamma : \Gamma\Theta$ [prop. I], et $B\Gamma : \Gamma H = K : \Lambda$, erit etiam $K : \Lambda = A\Gamma : \Gamma\Theta$. rursus quoniam est $\Delta\Gamma : \Gamma E = \Gamma\Theta : \Gamma Z$ [prop. I], et $\Delta\Gamma : \Gamma E = \Lambda : M$, erit etiam $\Lambda : M = \Gamma\Theta : \Gamma Z$. iam quoniam demonstratum est, esse $K : \Lambda = A\Gamma : \Gamma\Theta$ et $\Lambda : M = \Gamma\Theta : \Gamma Z$, ex aequo [V, 22] erit $K : M = A\Gamma : \Gamma Z$. sed K ad M rationem ex rationibus laterum compositam habet. quare etiam $A\Gamma$ ad ΓZ rationem ex rationibus laterum compositam habet.

Ergo parallelogramma aequiangula inter se rationem ex rationibus laterum compositam habent; quod erat demonstrandum.

XXIV.

In quouis parallelogrammo parallelogramma circum diametrum posita similia sunt et toti et inter se.

Sit parallelogrammum $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius $A\Gamma$, et parallelogramma circum $A\Gamma$ posita sint EH, ΘK. dico, parallelogramma EH, ΘK similia esse et toti $AB\Gamma\Delta$ et inter se.

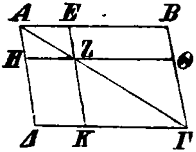
---

mutat. in $\Gamma\Theta$ B. 4. τό] ἡ p. $A\Gamma$] AK e corr. V; Γ mutat. in Δ m. recentissima p. 5. τό] τήν p. $\Gamma\Theta$] mutat. in ΓH B; Γ mutat. in Δ m. recentiss. p. 6. $\Gamma\Theta$] mutat. in ΓH B. 7. τήν] om. BFp. τήν] om. P. 10. ἡ μέν p. 11. $\Gamma\Theta$] mutat. in ΓH B. ἡ] τό φ (non F). 12. $\Gamma\Theta$] mutat. in $E\Theta$ F, in ΓH B. 14. $A\Gamma$] PV; $A\Gamma$ παραλληλόγραμμον Bp et comp. F. In figura litterae H, Θ in B permutatae sunt a m. 1, sed mutationes in textu huc spectantes a m. 2 uidentur esse. 16. ἄρα] m. 2 V. 17. συγκειμένων P, corr. m. 1. 21. κζ' Fp. 23. ἐστιν PB; comp. p. 27. EH] (alt.) in ras. F. 28. ἐστιν PBF; comp. p. ὅλῳ] m. 2 V.

Ἐπεὶ γὰρ τριγώνου τοῦ ΑΒΓ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΒΓ ἦκται ἡ ΕΖ, ἀνάλογόν ἐστιν ὡς ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΕΑ, οὕτως ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΖΑ. πάλιν, ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΑΓΔ παρὰ μίαν τὴν ΓΔ ἦκται ἡ ΖΗ, ἀνάλογόν ἐστιν ὡς ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΖΑ, οὕτως ἡ ΔΗ πρὸς τὴν ΗΑ. ἀλλʼ ὡς ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΖΑ, οὕτως ἐδείχθη καὶ ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΕΑ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΕΑ, οὕτως ἡ ΔΗ πρὸς τὴν ΗΑ, καὶ συνθέντι ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως ἡ ΔΑ πρὸς ΑΗ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς τὴν ΑΗ. τῶν ἄρα ΑΒΓΔ, ΕΗ παραλληλογράμμων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὴν κοινὴν γωνίαν τὴν ὑπὸ ΒΑΔ. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΗΖ τῇ ΔΓ, ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΑΖΗ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΓΑ· καὶ κοινὴ τῶν δύο τριγώνων τῶν ΑΔΓ, ΑΗΖ ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνία· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΓ τρίγωνον τῷ ΑΗΖ τριγώνῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΑΓΒ τρίγωνον ἰσογώνιόν ἐστι τῷ ΑΖΕ τριγώνῳ, καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΗ παραλληλογράμμῳ ἰσογώνιόν ἐστιν. ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ΗΖ, ὡς δὲ ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς τὴν ΖΑ, ὡς δὲ ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ, οὕτως ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΕ, καὶ ἔτι ὡς ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΑ, οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΕΑ.

2. *τήν*] in ras. m. 2 V, corr. ex *τῇ* m. 2 P. *ΕΖ*] *ΗΖ* m. rec. p. 3. *ΒΕ*] mutat. in *ΒΗ* m. rec. p. *ΕΑ*] mutat. in *ΗΑ* m. rec. p; *ΒΔ* φ. 4. *ΑΓΔ*] PF, V m. 1; *ΑΔΓ* Bp, V m. 2. 5. *ΖΗ*] mutat. in *ΖΕ* m. rec. p. 6. *ΔΗ*] mutat. in *ΔΕ* m. rec. p. 8. *ΕΑ*] (prius) *ΕΔ* φ (non F). Seq. in p: *οὕτως ἡ ΔΗ πρὸς τὴν ΗΑ καὶ συνθέντι ἄρα*, del. m. 1. *οὕτως καί* p. 9. *ἄρα*] om. P. 10. *τὴν ΑΕ* V. *οὕτως*] om., BFp. *τὴν ΑΗ* V. *ΒΑ*] *ΑΒ* p. 12. *ἄρα*] P; om.

nam quoniam in triangulo $AB\Gamma$ uni lateri $B\Gamma$ parallela ducta est EZ, erit $BE : EA = \Gamma Z : ZA$ [prop. II]. rursus quoniam in triangulo $A\Gamma\Delta$ uni lateri $\Gamma\Delta$ parallela ducta est ZH, erit



$$\Gamma Z : ZA = \Delta H : HA$$

[id.]. sed demonstratum est, esse $\Gamma Z : ZA = BE : EA$. quare etiam $BE : EA = \Delta H : HA$, et componendo [V, 18]

$$BA : AE = \Delta A : AH,$$

et permutando [V,16] $BA : A\Delta = EA : AH$. itaque latera communem angulum $BA\Delta$ comprehendentia parallelogrammorum $AB\Gamma\Delta$, EH proportionalia sunt. et quoniam HZ rectae $\Delta\Gamma$ parallela est, erit $\angle AZH = \Delta\Gamma A$ [I, 29]; et duorum triangulorum $A\Delta\Gamma$, AHZ communis est $\angle \Delta A\Gamma$. itaque triangulus $A\Delta\Gamma$ aequiangulus est triangulo AHZ [I, 32]. eadem de causa etiam triangulus $A\Gamma B$ triangulo AZE aequiangulus est, et totum parallelogrammum $AB\Gamma\Delta$ parallelogrammo EH aequiangulum est. itaque[1]) erit $A\Delta : \Delta\Gamma = AH : HZ$, $\Delta\Gamma : \Gamma A = HZ : ZA$ et $A\Gamma : \Gamma B = AZ : ZE$, $\Gamma B : BA = ZE : EA$ [prop. IV].

1) Hoc ἄρα lin. 21 non ad ultima uerba, sed ad proxime antecedentia lin. 17—19 refertur.

BFVp. EH] E postea insert. F; deinde ἄρα add. m. 2 BFV. 13. αἱ] (alt.) om. F. 14. ἴση] ἴση δέ F. 15. AZH] P; AHZ Theon (BFVp). γωνία] m. 2 V. τῇ] P; τῇ ὑπὸ $A\Delta\Gamma$ ἡ δὲ ὑπὸ HZA (ZHA F) τῇ Theon (BFVp). 16. AHZ] PF, V m. 1; AZH Bp, V m. 2. 17. γωνία] om. Bp. τὸ $A\Delta\Gamma$] P, V m. 1; om. F; τὸ $\Delta A\Gamma$ Bp, V m. 2. 18. AHZ] litt. HZ e corr. p. $A\Gamma B$] $AB\Gamma$ V. 19. ὅλον] ὅλον ἄρα V. 20. ἰσογώνιόν ἐστι τῷ EH παραλληλογράμμῳ V. 25. EA] AE, eraso E F.

καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὡς μὲν ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς τὴν ΖΑ, ὡς δὲ ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ, οὕτως ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΕ, δι᾽ ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΒ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς τὴν ΖΕ. τῶν ἄρα ΑΒΓΔ, ΕΗ παραλληλογράμμων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΗ παραλληλογράμμῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον καὶ τῷ ΚΘ παραλληλογράμμῳ ὅμοιόν ἐστιν· ἑκάτερον ἄρα τῶν ΕΗ, ΘΚ παραλληλογράμμων τῷ ΑΒΓΔ [παραλληλογράμμῳ] ὅμοιόν ἐστιν. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια· καὶ τὸ ΕΗ ἄρα παραλληλόγραμμον τῷ ΘΚ παραλληλογράμμῳ ὅμοιόν ἐστιν.

Παντὸς ἄρα παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κεʹ.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιον καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ὅμοιον συστήσασθαι, τὸ ΑΒΓ, ᾧ δὲ δεῖ ἴσον, τὸ Δ· δεῖ δὴ τῷ μὲν ΑΒΓ ὅμοιον, τῷ δὲ Δ ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

XXV. Hero def. 116. Eutocius in Apollon. p. 53.

---

1. ΓΑ] Γ eras. F. 2. ΗΖ] ΖΗ Fp. ΑΓ] eras. F. 3. ΓΒ] Β eras. F. 4. ΓΒ] ΒΓ P. 6. εἰσιν] εἰ- eras. F. 7. τό] corr. ex τῷ m. 2 V. παραλληλόγραμμον] corr. ex παραλληλογράμμῳ m. 2 V. τῷ] corr. ex τό m. 2 V. παραλληλόγραμμον V, corr. m. 2. 8. δή] δὴ καί F; καί add. V m. 2. 9. καί] m. 2 F. ΚΘ] ΘΚ P. 11. παραλλη-

et quoniam demonstratum est, esse $\Delta\Gamma : \Gamma A = HZ : ZA$ et $A\Gamma : \Gamma B = AZ : ZE$, ex aequo erit [V, 22] $\Delta\Gamma : \Gamma B = HZ : ZE$. ergo in parallelogrammis $AB\Gamma\Delta$, EH latera aequales angulos comprehendentia proportionalia sunt.[1]) itaque $AB\Gamma\Delta \sim EH$ [def. 1].[2]) eadem de causa etiam $AB\Gamma\Delta \sim K\Theta$. itaque utrumque parallelogrammum EH, ΘK parallelogrammo $AB\Gamma\Delta$ simile est. quae autem eidem figurae rectilineae similes sunt figurae, etiam inter se similes sunt [prop. XXI]. quare etiam $EH \sim \Theta K$.

Ergo in quouis parallelogrammo parallelogramma circum diametrum posita similia sunt et toti et inter se; quod erat demonstrandum.

XXV.

Datae figurae rectilineae similem et alii figurae datae aequalem eandem figuram construere.

Sit data figura rectilinea, cui similem figuram oporteat construere, $AB\Gamma$, cui autem aequalem oporteat, Δ. oportet igitur figuram construere figurae $AB\Gamma$ similem, figurae autem Δ eandem aequalem.

---

1) Nam demonstrauimus $BA : A\Delta = EA : AH$ (p. 150, 10), $A\Delta : \Delta\Gamma = AH : HZ$ (p. 150, 21), $HZ : ZE = \Delta\Gamma : \Gamma B$ (lin. 4), $ZE : EA = \Gamma B : BA$ (p. 150, 25).

2) Nam etiam aequiangula sunt (p. 150, 20). — hac ratione diluuntur, opinor, cauillationes Simsoni p. 378; quamquam confitendum est, Euclidem hic nonnihil a solito ordine dilucido defecisse.

λογράμμῳ] om. P. *ἐστιν*] F, comp. p; *ἐστι* PBV. 12. *ἐστίν*] *εἰσιν* V. 13. *ἄρα*] om. p. ΘK] Θ in ras. V. 14. *ἐστιν*] comp. Vp; *ἐστι* PBF. 16. *τε*] m. 2 F. 18. *κη´* Fp. 20. *συνστήσασθαι* P; corr. m. rec. 21. Post *ᾧ* eras. *δέ* B. 22. *συνστήσασθαι* P; corr. m. rec. *δὲ δεῖ ἴσον*] in ras. m. 2 V. 23. *τῷ*] (prius) corr. ex *τό* m. 1 p; *τό* F. *συνστήσασθαι* P; corr. m. rec.

Παραβεβλήσθω γὰρ παρὰ μὲν τὴν ΒΓ τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΒΕ, παρὰ δὲ τὴν ΓΕ τῷ Δ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΓΜ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΓΕ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ ὑπὸ ΓΒΔ. ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΒΓ τῇ ΓΖ, ἡ δὲ ΛΕ τῇ ΕΜ. καὶ εἰλήφθω τῶν ΒΓ, ΓΖ μέση ἀνάλογον ἡ ΗΘ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΗΘ τῷ ΑΒΓ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ ΚΗΘ.

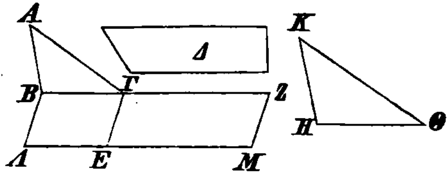
Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΗΘ, οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΓΖ, ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἔστιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΖ, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΚΗΘ τρίγωνον. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΖ, οὕτως τὸ ΒΕ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΕΖ παραλληλόγραμμον. καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΚΗΘ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΒΕ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΕΖ παραλληλόγραμμον· ἐναλλὰξ ἄρα ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΕ παραλληλόγραμμον, οὕτως τὸ ΚΗΘ τρίγωνον πρὸς τὸ ΕΖ παραλληλόγραμμον. ἴσον δὲ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΒΕ παραλληλογράμμῳ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ΚΗΘ τρίγωνον τῷ ΕΖ παραλληλογράμμῳ. ἀλλὰ τὸ ΕΖ παραλληλόγραμμον τῷ Δ ἐστιν ἴσον· καὶ τὸ ΚΗΘ ἄρα τῷ Δ ἐστιν ἴσον. ἔστι δὲ τὸ ΚΗΘ καὶ τῷ ΑΒΓ ὅμοιον.

Τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ ΑΒΓ ὅμοιον

---

1. τῷ ΑΒΓ] supra F. 4. ΓΒΔ] ΓΒΑ φ. 5. ΒΓ] Pφ, V m. 1; ΓΒ Bp, V m. 2. 6. καὶ εἰλήφθω] περιειλήφθω φ post ras. 7. ΗΘ] (prius) eras. F. τῷ] τό F.

Nam rectae $B\Gamma$ triangulo $AB\Gamma$ aequale adplicetur parallelogrammum BE [I, 44], rectae autem ΓE



figurae Δ aequale parallelogrammum ΓM in angulo $Z\Gamma E$ aequali angulo $\Gamma B\Lambda$ [I, 45]. itaque $B\Gamma$, ΓZ in eadem recta sunt et item ΛE, EM. et sumatur rectarum $B\Gamma$, ΓZ media proportionalis $H\Theta$ [prop. XIII], et in $H\Theta$ triangulo $AB\Gamma$ similis et similiter positus construatur $KH\Theta$ [prop. XVIII]. et quoniam est $B\Gamma : H\Theta = H\Theta : \Gamma Z$, et si tres rectae proportionales sunt, est ut prima ad tertiam, ita figura in prima descripta ad figuram in secunda similem et similiter descriptam [prop. XIX coroll.], erit

$$B\Gamma : \Gamma Z = AB\Gamma : KH\Theta.$$

uerum etiam $B\Gamma : \Gamma Z = BE : EZ$ [prop. I]. quare etiam $AB\Gamma : KH\Theta = BE : EZ$. permutando igitur [V, 16] $AB\Gamma : BE = KH\Theta : EZ$. sed $AB\Gamma = BE$. itaque etiam $KH\Theta = EZ$. sed $EZ = \Delta$. quare etiam $KH\Theta = \Delta$. erat autem etiam $KH\Theta \sim AB\Gamma$.

Ergo datae figurae rectilineae $AB\Gamma$ similis et

---

8. τε] om. V. 10. ἡ] eras. F. 11. ἐστιν] om. P. 15. τρίγωνον] om. V. Supra $B\Gamma$ scr. βάσις et supra ΓZ lin. 16 βάσιν m. rec. P. 17. καὶ ὡς ἄρα — 19: παραλληλόγραμμον] bis p; corr. m. 1. 19. EZ] ZE p (sed in repetitione EZ). 25. ἴσον· καί] in mg. transit F. $KH\Theta$] in ras. m. 2 F. ἄρα τῷ Δ ἐστιν ἴσον] om. F. 26. ἔστι δὲ τό] φ cum ras. 2 litt. ante τό.

καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι τῷ Δ ἴσον το αὐτὸ συνέσταται τὸ ΚΗΘ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

κϛ'.

Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τῷ ὅλῳ.

Ἀπὸ γὰρ παραλληλογράμμου τοῦ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον ἀφῃρήσθω τὸ ΑΖ ὅμοιον τῷ ΑΒΓΔ καὶ ὁμοίως κείμενον κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ τὴν ὑπὸ ΔΑΒ· λέγω, ὅτι περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ τῷ ΑΖ.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω [αὐτῶν] διάμετρος ἡ ΑΘΓ, καὶ ἐκβληθεῖσα ἡ ΗΖ διήχθω ἐπὶ τὸ Θ, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Θ ὁποτέρᾳ τῶν ΑΔ, ΒΓ παράλληλος ἡ ΘΚ.

Ἐπεὶ οὖν περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ τῷ ΚΗ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΑ πρὸς τὴν ΑΒ, οὕτως ἡ ΗΑ πρὸς τὴν ΑΚ. ἔστι δὲ καὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΑΒΓΔ, ΕΗ καὶ ὡς ἡ ΔΑ πρὸς τὴν ΑΒ, οὕτως ἡ ΗΑ πρὸς τὴν ΑΕ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΗΑ πρὸς τὴν

---

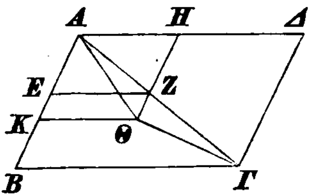
1. *τῷ Δ*] P, V m. 2; om. Theon (BFp, V m. 1). *συνίσταται* V. 3. *κθ'* Fp. 4. *παραλληλόγραμον* P. 5. *ἀφαιρεθέν* φ. *τῷ ὅλῳ*] *τὸ ὅλλον* φ in ras. 8. *παραλληλογράμμου γάρ* P. 9. *ΑΖ*] supra 2 litt. eras. sunt in V; *ΑΕΖΗ* Bp. *τῷ*] *τό* φ. 11. *ἐστιν* F. 12. *τό*] *τῷ* V, corr. m. 2. *ΑΒΓΔ* V. 13. *αὐτῶν*] om. FV. 14. *ΑΘΓ*] φ; *σσ* inter duas ras. F. *καὶ ἐκβληθεῖσα* — 15: *τὸ Θ*] P; om. Theon (BFVp). 18. Post *ΚΗ* add. Theon: *ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ τῷ ΚΗ* (BFVp). 21. *καὶ ὡς ἄρα* — p. 158 1: *πρὸς τὴν ΑΕ*] om. Bp. *ΗΑ*] *ΆΗ* F.

alii figurae datae Δ aequalis eadem constructa est figura $KH\Theta$; quod oportebat fieri.

XXVI.

Si a parallelogrammo aufertur parallelogrammum toti simile et similiter positum et communem angulum habens, circum eandem diametrum positum est ac totum.

Nam a parallelogrammo $AB\Gamma\Delta$ auferatur parallelogrammum AZ simile parallelogrammo $AB\Gamma\Delta$ et similiter positum et communem habens angulum ΔAB. dico, $AB\Gamma\Delta$ et AZ circum eandem diametrum posita esse.



ne sint enim, sed, si fieri potest, diametrus sit $A\Theta\Gamma$.[1]) et producta HZ ad Θ educatur[2]), et per Θ utrique $A\Delta$, $B\Gamma$ parallela ducatur ΘK [I, 31 et 30]. iam quoniam $AB\Gamma\Delta$ et KH circum eandem diametrum sunt posita, erit $\Delta A : AB = HA : AK$.[3]) sed propter similitudinem parallelogrammorum $AB\Gamma\Delta$, EH erit etiam [def. 1] $\Delta A : AB = HA : AE$. itaque etiam

1) Debuit ita dicere: nam si $AZ\Gamma$ diametrus parallelogrammi $A\Gamma$ non est, sit $A\Theta\Gamma$. adparet, αὐτῶν lin. 13 ferri non posse, sed malim cum FV delere quam cum Peyrardo in αὐτοῦ corrigere; glossema sponte et in P et in Theoninis nonnullis ortum esse potest.

2) Uerba καὶ ἐκβληθεῖσα cet. lin. 14—15 om. Theon, quia in figura codd. permutatae sunt litterae E, Z et K, Θ; cfr, p. 158, 3. ego cum Augusto his uerbis retentis errorem p. 158, 3 et figuram corrigere malui. Campani figura nostrae similior est.

3) Nam similia sunt (prop. 24); tum u. def. 1.

ΑΚ, οὕτως ἡ ΗΑ πρὸς τὴν ΑΕ. ἡ ΗΑ ἄρα πρὸς ἑκατέραν τῶν ΑΚ, ΑΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΑΚ ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οὔκ ἐστι περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρον τὸ ΑΒΓΔ τῷ ΑΖ· περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα ἐστὶ διάμετρον τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΑΖ παραλληλογράμμῳ.

Ἐὰν ἄρα ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τῷ ὅλῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κζ'.

Πάντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων παραλληλογράμμων καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ μέγιστόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον [παραλληλόγραμμον] ὅμοιον ὂν τῷ ἐλλείμματι.

Ἔστω εὐθεῖα ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ, καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΑΒ εὐθεῖαν τὸ ΑΔ παραλληλόγραμμον ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ τῷ ΔΒ ἀναγραφέντι ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς ΑΒ, τουτέστι τῆς ΓΒ· λέγω, ὅτι πάντων τῶν παρὰ τὴν ΑΒ παραβαλλομένων παραλληλογράμμων καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι [παραλληλογράμμοις] ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις

---

1. ΑΚ] P; ΑΕΚ, Ε in ras., F; ΑΕ V. ΑΕ] ΑΒ P, corr. m. rec.; ΑΚ V. ἄρα] om. P. 3. ΑΕ] ΑΚ PFBp, V m. 2. ΑΚ] ΑΕ PBFp, V m. 2. ἐλάτων F, corr. m. 2. 4. οὔκ] (alt.) om. BVp. ἐστιν PFB. 5. ΑΖ] Pφ; ΑΘ

$HΔ : AK = HΔ : AE$. ergo $HΔ$ ad utramque AK, AE eandem rationem habet. quare $AE = AK$ [V, 9] minor maiori; quod fieri non potest. quare fieri non potest, ut $ABΓΔ$, AZ circum eandem diametrum posita non sint. ergo parallelogramma $ABΓΔ$, AZ circum eandem diametrum posita sunt.

Ergo si a parallelogrammo aufertur parallelogrammum toti simile et similiter positum et communem angulum habens, circum eandem diametrum positum est ac totum; quod erat demonstrandum.

XXVII.

Omnium parallelogrammorum eidem rectae adplicatorum et deficientium figuris parallelogrammis similibus et similiter positis ei, quae in dimidia describitur, maximum est parallelogrammum dimidiae adplicatum defectui simile.

Sit recta AB et in duas partes aequales secetur in $Γ$, et rectae AB adplicetur parallelogrammum $AΔ$ deficiens figura parallelogramma $ΔB$ in dimidia rectae AB, hoc est in $ΓB$, descripta. dico, omnium parallelogrammorum rectae AB adplicatorum et figuris

---

BVp. 6. *ἐστίν* P. 10. *ἔχον γωνίαν* V. *αὐτήν*] supra m. 1 p. 12. *λ´* Fp. 17. *τε ἐστι* p. 18. *παραλαμβανόμενον* P; corr. m. rec. *παραλληλόγραμμον*] m. rec. P. *ὅμοιον*] corr. ex *ὅμοι* P. 19. *ὃν τῷ*] *ὃν τό* φ in ras. *ἐλλείματι* p. 21. *τήν*] *τὴν αὐτήν* P. $AΔ$] $Δ$ in ras. m. 2 V; AB φ. 23. $ΔB$] $ΔΘ$ φ (non F). Post hoc uocab. add. Theon: *ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφέντι* (F; pro *ὁμοίῳ* Bpφ, V m. 2 hab. *ὅμοιον*; pro *ἀναγραφέντι* Bp: *ἀναγραφέν*, V *κειμεν* seq. ras.; -*τι* in F punctis del.). *ἀναγραφέντι*] P; *τῷ* Theon (BFVp). *ἡμισείας*] *ἡμισείας ἀναγραφέντι* FV. AB] $AΔ$ φ (non F). *τουτέστιν* P. 25. *εἴδεσι*] φ (aliud uerbum habuit F); *εἴδεσιν* P. 26. *παραλληλογράμμοις*] om. P.

τῷ ΔΒ μέγιστόν ἐστι τὸ ΑΔ. παραβεβλήσθω γὰρ παρὰ τὴν ΑΒ εὐθεῖαν τὸ ΑΖ παραλληλόγραμμον ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ τῷ ΖΒ ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ΔΒ· λέγω, ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΔ τοῦ ΑΖ.

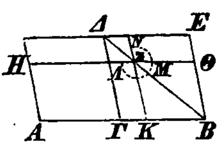
Ἐπεὶ γὰρ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΔΒ παραλληλόγραμμον τῷ ΖΒ παραλληλογράμμῳ, περὶ τὴν αὐτήν εἰσι διάμετρον. ἤχθω αὐτῶν διάμετρος ἡ ΔΒ, καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα.

Ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΓΖ τῷ ΖΕ, κοινὸν δὲ τὸ ΖΒ, ὅλον ἄρα τὸ ΓΘ ὅλῳ τῷ ΚΕ ἐστιν ἴσον. ἀλλὰ τὸ ΓΘ τῷ ΓΗ ἐστιν ἴσον, ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ. καὶ τὸ ΗΓ ἄρα τῷ ΕΚ ἐστιν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΓΖ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΖ τῷ ΛΜΝ γνώμονί ἐστιν ἴσον· ὥστε τὸ ΔΒ παραλληλόγραμμον, τουτέστι τὸ ΑΔ, τοῦ ΑΖ παραλληλογράμμου μεῖζόν ἐστιν.

Πάντων ἄρα τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων παραλληλογράμμων καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ μέγιστόν ἐστι τὸ ἀπὶ τῆς ἡμισείας παραβληθέν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. *τῷ*] *τό* F. *παραβελήσθω* p. 2. *ΑΒ*] *Β* e corr. m. 1 p. 3. *παραλληλογράμῳ* p. 7. *περὶ ἄρα τήν* Bp. 10. *ἴσον*] supra m. 1 V. ΖΕ] corr. ex ΖΘ m. rec. P. *δέ*] P; *προσκείσθω* Theon (BFVp). 11. *ΓΘ*] e corr. P m. rec. *ΚΕ*] corr. ex *ΚΘ* m. rec. P. 12. *ΓΘ*] corr. ex *ΓΕ* P m. rec. 13. *ΓΒ*] PF; *ἐστιν ἴση* supra add. V; *ΓΒ ἴση ἐστίν* Bp. *ΕΚ*] e corr. P m. rec. 14. *ὅλον*] seq. ras. 2—3 litt. F. 16. *ΑΖ*] inter *Α* et Ζ ras. 1 litt. F. 17. *ἐστι* B. 18. *αὐτήν*] om. p. 19. *παραλληλογράμμων* — 22: *δεῖξαι*] *καὶ τὰ ἑξῆς* p. 22. *δεῖξαι*] seq. in omnibus codd. demonstratio alia, quam in appendicem reiecimus; u. p. 161 not. 2.



similibus et similiter positis figurae ΔB deficientium maximum esse $A\Delta$. adplicetur enim rectae AB parallelogrammum AZ deficiens figura parallelogramma ZB simili et similiter posita figurae ΔB. dico, esse $A\Delta > AZ$.

nam quoniam $\Delta B \sim ZB$, circum eandem diametrum sunt posita [prop. XXVI]. ducatur eorum diametrus ΔB, et describatur figura.[1]) iam quoniam $\Gamma Z = ZE$ [I, 43] et commune est ZB, erit $\Gamma\Theta = KE$. sed $\Gamma\Theta = \Gamma H$, quoniam $A\Gamma = \Gamma B$ [prop. I]. quare etiam $H\Gamma = EK$. commune adiiciatur ΓZ. itaque $AZ = \Lambda MN$. quare $\Delta B > AZ$, h. e. $A\Delta > AZ$.

Ergo omnium parallelogrammorum eidem rectae adplicatorum et deficientium figuris parallelogrammis similibus et similiter positis ei, quae in dimidia describitur, maximum est, quod dimidiae adplicatur; quod erat demonstrandum.[2])

---

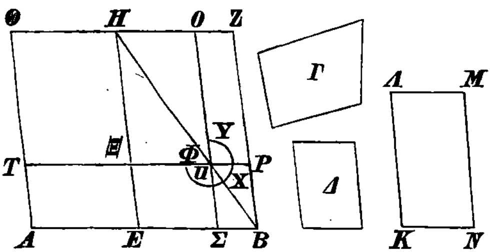
1) H. e. producantur HZ ad Θ et KZ usque ad ΔE; cfr. II, 7, 8.

2) Itaque is solus casus tractatur, ubi $AK > A\Gamma$, nec opus est alterum, ubi $AK < A\Gamma$, propria demonstratione ostendere nec hoc moris est Euclidis. sane in codd. omnibus additur demonstratio huius quoque casus. sed apertissime interpolata est; nam primum ante lin. 18 sq., non post eas inserenda erat, deinde iam ab initio in praeparatione duo casus respiciendi erant nec hoc unquam neglexit Euclides, ubi plures casus habet; ita etiam in altero casu eaedem litterae, quae in priore, usurpatae essent, quod iure postulat Simsonus p. 380. Campanus VI, 26 utrumque casum demonstrat.

κη′.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι· δεῖ δὲ τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον [ᾧ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν] μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένου ὁμοίου τῷ ἐλλείμματι [τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ ᾧ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν].

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ *ΑΒ*, τὸ δὲ δοθὲν εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ἴσον παρὰ τὴν *ΑΒ* παραβαλεῖν, τὸ *Γ* μὴ μεῖζον [ὂν] τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς *ΑΒ* ἀναγραφομένου ὁμοίου τῷ ἐλλείμματι, ᾧ δὲ δεῖ ὅμοιον



ἐλλείπειν, το *Δ*· δεῖ δὴ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν *ΑΒ* τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ *Γ* ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ ὄντι τῷ *Δ*.

Τετμήσθω ἡ *ΑΒ* δίχα κατὰ τὸ *Ε* σημεῖον, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς *ΕΒ* τῷ *Δ* ὅμοιον καὶ ὁμοίως

---

1. κη′] om. F; λβ′ p. 2. εὐθεῖαν] mg. m. 1 P. 3. παραβάλλειν V. 5. τῷ] ὄντι τῷ V. δέ] δή PBFVp;

XXVIII.

Datae rectae datae figurae rectilineae aequale parallelogrammum adplicare deficiens figura parallelogramma datae simili. oportet autem, figuram rectilineam datam[1]) maiorem non esse figura in dimidia recta descripta defectui simili.[2])

Sit data recta AB, et data figura rectilinea, cui aequalem figuram rectae AB adplicare oportet, Γ non maior figura in dimidia AB descripta simili defectui, ea autem, cui similem figuram deficere oportet, sit Δ. oportet igitur datae rectae AB datae figurae rectilineae Γ aequale parallelogrammum adplicare deficiens figura parallelogramma simili figurae Δ.

secetur enim AB in duas partes aequales in puncto E, et in EB describatur figurae Δ similis et

---

1) Uerba a Theone lin. 6 interpolata ideo parum necessaria sunt, quod *τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον* ad *τῷ δοθέντι* (sc. *εἴδει*) lin. 5 referri non possunt, sed necessario a quouis lectore ad *τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ* lin. 2 trahuntur.

2) Hunc *διορισμόν* statim praebet prop. 27. — Campanum VI, 27: „quod secundum eiusdem suum esse parallelogrammo super dimidiam datae lineae collocato minime maius existat" non intellego, uidetur tamen potius cum P consentire.

---

corr. Augustus. 6. *ᾧ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν*] add. Theon (BFVp); m. rec. P. *παραβάλλειν* FV. 7. *ἀναγραφομένου*] P; *παραβαλλομένου* Theon (BFVp). *ὁμοίου*] P; *ὁμοίων ὄντων* Theon (BFVp), P m. rec. *τῷ ἐλλείμματι*] P; *τῶν ἐλλειμμάτων* Theon (BFVp), P m. rec. 8. *τοῦ τε* — 9: *ἐλλείπειν*] add. Theon (BFVp); m. rec. P. 12. *ὄν*] om. P. *τοῦ*] *τῷ* φ. *τῆς* AB] P; om. Theon (BFVp). 13. *ἀναγραφομένου*] P; *παραβαλλομένου* Theon (BFVp). *ὁμοίου τῷ ἐλλείμματι*] P; *ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων* Theon (BFVp). 18. *τό* E] euan. F.

κείμενον τὸ ΕΒΖΗ, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΑΗ παραλληλόγραμμον.

Εἰ μὲν οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΗ τῷ Γ, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν· παραβέβληται γὰρ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΑΗ ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ τῷ ΗΒ ὁμοίῳ ὄντι τῷ Δ. εἰ δὲ οὔ, μεῖζόν ἔστω τὸ ΘΕ τοῦ Γ. ἴσον δὲ τὸ ΘΕ τῷ ΗΒ· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ΗΒ τοῦ Γ. ᾧ δὴ μεῖζόν ἐστι τὸ ΗΒ τοῦ Γ, ταύτῃ τῇ ὑπεροχῇ ἴσον, τῷ δὲ Δ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ αὐτὸ συνεστάτω τὸ ΚΛΜΝ. ἀλλὰ τὸ Δ τῷ ΗΒ [ἐστιν] ὅμοιον· καὶ τὸ ΚΜ ἄρα τῷ ΗΒ ἐστιν ὅμοιον. ἔστω οὖν ὁμόλογος ἡ μὲν ΚΛ τῇ ΗΕ, ἡ δὲ ΛΜ τῇ ΗΖ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΗΒ τοῖς Γ, ΚΜ, μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΒ τοῦ ΚΜ· μείζων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ μὲν ΗΕ τῆς ΚΛ, ἡ δὲ ΗΖ τῆς ΛΜ. κείσθω τῇ μὲν ΚΛ ἴση ἡ ΗΞ, τῇ δὲ ΛΜ ἴση ἡ ΗΟ, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΞΗΟΠ παραλληλόγραμμον· ἴσον ἄρα καὶ ὅμοιόν ἐστι [τὸ ΗΠ] τῷ ΚΜ [ἀλλὰ τὸ ΚΜ τῷ ΗΒ ὅμοιόν ἐστιν]. καὶ τὸ ΗΠ ἄρα τῷ ΗΒ ὅμοιόν ἐστιν· περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα διάμετρόν ἐστι τὸ ΗΠ τῷ ΗΒ. ἔστω αὐτῶν διάμετρος ἡ ΗΠΒ, καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα.

---

1. ΕΒΖΗ] ΒΕΖΗ F? 2. Post παραλληλόγραμμον add. Theon: τὸ δὴ ΑΗ ἤτοι ἴσον ἐστὶ τῷ Γ ἢ μεῖζον αὐτοῦ διὰ τὸν διορισμόν (BVp, F mg. m. 1; pro διορισμόν habent FV ὁρισμόν; in V corr. m. 2). 3. ἐστίν P; in F cum τὸ ΑΗ euan. 6. ΑΗ] euan. F. 8. δέ] δ' F. ἔστω] PF; ἔσται Bp; ἐστι V. δὲ τό] δὲ τοῦ B. 9. τῷ] τό B. ΗΒ] Η supra m. 1 V. δή] δὲ uel δεῖ B; δεῖ p. 12. ἐστιν] om. P. 13. ΚΜ] inter Κ et Μ una litt. (ε?) euan. F. 14. ΚΛ] ΛΚ Bp. 15. ΗΒ] e corr. m. 1 p. 17. ΚΛ] ΛΚ Bp.

similiter posita $EBZH$ [prop. XVIII], et expleatur parallelogrammum AH. iam si $AH = \Gamma$, effectum erit propositum. nam datae rectae AB datae figurae rectilineae Γ aequale parallelogrammum adplicatum est AH deficiens figura parallelogramma HB simili figurae Δ. sin minus, sit $\Theta E > \Gamma$.[1]) sed $\Theta E = HB$. itaque $HB > \Gamma$. iam excessui, quo maius est HB figura Γ, aequale et parallelogrammo Δ simile et similiter positum idem construatur $K\Lambda MN$ [prop. XXV]. sed $\Delta \sim HB$. quare etiam $KM \sim HB$ [prop. XXI]. iam correspondeant inter se $K\Lambda$, HE et ΛM, HZ. et quoniam $HB = \Gamma + KM$, erit $HB > KM$. quare etiam $HE > K\Lambda$, $HZ > \Lambda M$.[2]) ponatur $H\Xi = K\Lambda$ et $HO = \Lambda M$, et expleatur parallelogrammum $\Xi HO\Pi$. itaque aequale et simile[3]) est parallelogrammo KM. quare etiam $H\Pi \sim HB$ [prop. XXI, cfr. lin. 13]. itaque $H\Pi$, HB circum eandem diametrum posita sunt [prop. XXVI]. sit eorum diametrus $H\Pi B$, et describatur figura [p. 161 not. 1].

---

1) Ex hypothesi; quare debuit esse ἔσται lin. 8, sed ἔστω ferri posse negare non ausim.

2) Nam per prop. 20 erit $HB : KM = HE^2 : K\Lambda^2 = HZ^2 : \Lambda M^2$. iam cum $HB > KM$, erit $HE^2 > K\Lambda^2$, $HZ^2 > \Lambda M^2$, h. e. $HE > K\Lambda$, $HZ > \Lambda M$.

3) Quia $HB \sim KM$, erit $\angle OH\Xi = K\Lambda M$. itaque $H\Pi$, KM aequiangula sunt. quare et similia sunt (def. 1) et aequalia (prop. 14). cfr. p. 144, 11.

τῇ μὲν $K\Lambda$] Bp; τῇ $K\Lambda$ μέν PF; μὲν τῇ $K\Lambda$ V. 18. HO] corr. ex $H\Theta$ m. rec. P; O e corr. m. 2 V; $H\Theta$ F? 20. τὸ $H\Pi$] om. P. τῷ] e corr. P. ἀλλὰ τὸ KM τῷ HB ὅμοιόν ἐστιν] τὸ $H\Pi$. ἀλλὰ τὸ KM τῷ HB ὅμοιόν ἐστι supra m. rec. P. KM] K in ras. m. 2 V. 21. ἐστι BVp. ἔστι BFV, comp. p.

ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ *ΒΗ* τοῖς *Γ*, *ΚΜ*, ὧν τὸ *ΗΠ* τῷ *ΚΜ* ἐστιν ἴσον, λοιπὸς ἄρα ὁ *ΥΧΦ* γνώμων λοιπῷ τῷ *Γ* ἴσος ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ *ΟΡ* τῷ *ΞΣ*, κοινὸν προσκείσθω τὸ *ΠΒ*· ὅλον ἄρα τὸ *ΟΒ* ὅλῳ τῷ *ΞΒ* ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ *ΞΒ* τῷ *ΤΕ* ἐστιν ἴσον, ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἡ *ΑΕ* πλευρᾷ τῇ *ΕΒ* ἐστιν ἴση· καὶ τὸ *ΤΕ* ἄρα τῷ *ΟΒ* ἐστιν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω τὸ *ΞΣ*· ὅλον ἄρα τὸ *ΤΣ* ὅλῳ τῷ *ΦΧΥ* γνώμονί ἐστιν ἴσον. ἀλλ' ὁ *ΦΧΥ* γνώμων τῷ *Γ* ἐδείχθη ἴσος· καὶ τὸ *ΤΣ* ἄρα τῷ *Γ* ἐστιν ἴσον.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν *ΑΒ* τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ *Γ* ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ *ΣΤ* ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ τῷ *ΠΒ* ὁμοίῳ ὄντι τῷ *Δ* [ἐπειδήπερ τὸ *ΠΒ* τῷ *ΗΠ* ὅμοιόν ἐστιν]· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

κθʹ.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι.

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ *ΑΒ*, τὸ δὲ δοθὲν εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ἴσον παρὰ τὴν *ΑΒ* παραβαλεῖν, τὸ *Γ*, ᾧ δὲ δεῖ ὅμοιον ὑπερβάλλειν, τὸ *Δ*· δεῖ δὴ παρὰ τὴν *ΑΒ* εὐθεῖαν τῷ *Γ* εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ *Δ*.

---

1. *ΒΗ*] in ras. m. 2 V; *ΗΒ* p. 2. *ἴσον ἐστίν* p. *λοιπόν* P, corr. m. rec. *ΥΧΦ*] *ΥΦΧ* P V. 3. *ἐστιν ἴσος* F. *ἐστίν*] *ἐστί* V, comp. p. *ἐστί*] *ἐστίν* P. 5. *ΟΒ*] euan. F. 6. *ἴσον ἐστίν* B. Ante *ἐπεί* add. φ: *ἐπϊ*. 7. *ΟΒ*] *Ο* in

iam quoniam $BH = \Gamma + KM$, quorum $H\Pi = KM$, erit etiam $\Upsilon X\Phi = \Gamma$. et quoniam $OP = \Xi\Sigma$ [I, 43], commune adiiciatur ΠB. itaque $OB = \Xi B$. sed $\Xi B = TE$, quoniam $AE = EB$ [prop. I]. quare etiam $TE = OB$. commune adiiciatur $\Xi\Sigma$. itaque $T\Sigma = \Phi X\Upsilon$. sed demonstratum est, esse $\Phi X\Upsilon = \Gamma$. quare etiam $T\Sigma = \Gamma$.

Ergo datae rectae AB datae figurae rectilineae Γ aequale parallelogrammum adplicatum est ΣT deficiens figura parallelogramma ΠB, quae figurae Δ similis est[1]); quod oportebat fieri.

XXIX.

Datae rectae datae figurae rectilineae aequale parallelogrammum adplicare excedens figura parallelogramma simili datae.

Sit data recta AB, data autem figura rectilinea, cui aequalem figuram rectae AB adplicare oportet, sit Γ, ea autem, cui similem figuram excedere oportet, sit Δ. oportet igitur rectae AB figurae rectilineae Γ aequale parallelogrammum adplicare excedens figura parallelogramma simili figurae Δ.

---

1) Nam $\Pi B \sim HB$ (prop. 24) $\sim \Delta$. uerba ἐπειδήπερ — ἐστιν, ubi sine causa de $H\Pi$ mentio iniicitur, spuria sunt. alia res est p. 170, 7.

---

ras. m. 2 V. 8. $T\Sigma$] TB corr. ex $T\Gamma$ m. 1 p. 9. ἀλλά Bp. 10. $T\Sigma$] $A\Pi$ P. 11. ἄρα] om. F. 13. Supra ΣT ras. est in V. 14. τῷ] (tert.) postea insert. m. 1 F. 16. κϑ′] λγ′ p et F, corr. m. rec. 18. παραλληλόγραμμον] παραλληλο- sustulit resarcinatio in F. 22. δεῖ] δή Fp. 23. ὑπερβαλεῖν F. δεῖ δή] sustulit lac. pergameni F. 24. παρά — εὐϑυγράμμῳ] mg. m. 1 F. ἴσον] in ras. F.

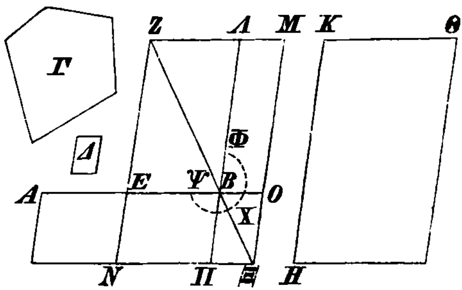
Τετμήσθω ἡ ΑΒ δίχα κατὰ τὸ Ε, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΕΒ τῷ Δ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον παραλληλόγραμμον τὸ ΒΖ, καὶ συναμφοτέροις μὲν τοῖς ΒΖ, Γ ἴσον, τῷ δὲ Δ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ αὐτὸ συνεστάτω τὸ ΗΘ. ὁμόλογος δὲ ἔστω ἡ μὲν ΚΘ τῇ ΖΛ, ἡ δὲ ΚΗ τῇ ΖΕ. καὶ ἐπεὶ μεῖζόν ἐστι τὸ ΗΘ τοῦ ΖΒ, μείζων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ μὲν ΚΘ τῆς ΖΛ, ἡ δὲ ΚΗ τῆς ΖΕ. ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΖΛ, ΖΕ, καὶ τῇ μὲν ΚΘ ἴση ἔστω ἡ ΖΛΜ, τῇ δὲ ΚΗ ἴση ἡ ΖΕΝ, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΜΝ· τὸ ΜΝ ἄρα τῷ ΗΘ ἴσον τέ ἐστι καὶ ὅμοιον. ἀλλὰ τὸ ΗΘ τῷ ΕΛ ἐστιν ὅμοιον· καὶ τὸ ΜΝ ἄρα τῷ ΕΛ ὅμοιόν ἐστιν· περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα διάμετρόν ἐστι τὸ ΕΛ τῷ ΜΝ. ἤχθω αὐτῶν διάμετρος ἡ ΖΞ, καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα.

Ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΗΘ τοῖς ΕΛ, Γ, ἀλλὰ τὸ ΗΘ τῷ ΜΝ ἴσον ἐστίν, καὶ τὸ ΜΝ ἄρα τοῖς ΕΛ, Γ ἴσον ἐστίν. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΕΛ· λοιπὸς ἄρα ὁ ΨΧΦ γνώμων τῷ Γ ἐστιν ἴσος. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΕΒ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ΑΝ τῷ ΝΒ, τουτέστι τῷ ΛΟ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΕΞ· ὅλον ἄρα τὸ

---

3. *ΒΖ*] corr. ex *ΗΖ* m. 2 V. 4. *ΒΖ, Γ*] Ζ et *Γ* e corr. p; *ΗΖ, Γ* V. *Δ*] e corr. F. 5. *ΗΘ*] PF; *ΗΘ· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΘ τῷ ΖΒ* Bp, V mg. m. 2. 6. *ΖΕ*] *ΕΖ* F. 8. *ΚΘ*] *ΘΚ* F. 10. *ΚΗ*] corr. ex *ΚΒ* m. rec. P. 11. *τε*] om. V. *ἐστιν* P. 12. *τό*] (alt.) *τῷ* F, sed corr. 13. *ΕΛ*] *Λ* F. *ἐστιν ὅμοιον* V. *ἐστιν*] P, comp. p; *ἐστι* BFV. 14. *ἐστι*] supra F. *αὐτῶν*] *αὐτῶν ἡ* V. 16. *ἐπεὶ οὖν* FV. *τό*] (prius) *τῷ* F. 17. *ἐστί* PBV, comp. p. 18. *ἐστί* BV, comp. p. *ΕΛ*] mutat. in *ΘΛ* m. 1 F. 20. *ΑΕ*] in ras. m. 2 V. *τουτέστιν* P; comp. p. 21. *ΛΟ*] *Ο* e corr. m. 1 F.

secetur AB in duas partes aequales in puncto E, et in EB figurae $\varDelta$ simile et similiter positum construatur parallelogrammum BZ, et $BZ + \varGamma$ magni-



tudini aequale, parallelogrammo $\varDelta$ autem simile et similiter positum idem construatur $H\Theta$ [prop. XXV]. correspondeant[1]) autem $K\Theta$, $Z\varLambda$ et KH, ZE. et quoniam $H\Theta > ZB$, erit etiam $K\Theta > Z\varLambda$ et $KH > ZE$ [p. 165 not. 2]. producantur $Z\varLambda$, ZE, et sit

$$Z\varLambda M = K\Theta, \; ZEN = KH,$$

et expleatur parallelogrammum MN. itaque MN et aequale et simile est parallelogrammo $H\Theta$ [p. 165 not. 3]. sed $H\Theta \sim E\varLambda$. quare etiam $MN \sim E\varLambda$ [prop. XXI]. itaque circum eandem diametrum posita sunt $E\varLambda$, MN [prop. XXVI]. ducatur eorum diametrus $Z\Xi$, et describatur figura.

iam quoniam $H\Theta = E\varLambda + \varGamma$ et $H\Theta = MN$, erit etiam $MN = E\varLambda + \varGamma$. subtrahatur, quod commune est, $E\varLambda$. itaque est $\Psi X\Phi = \varGamma$. et quoniam $AE = EB$, erit $AN = NB = \varLambda O$ [I, 43]. commune adiiciatur

1) Sc. in ΘH, $E\varLambda$ parallelogrammis, quae figurae $\varDelta$ similia sunt; unde etiam inter se similia sunt (prop. 21).

ΑΞ ἴσον ἐστὶ τῷ ΦΧΨ γνώμονι. ἀλλὰ ὁ ΦΧΨ γνώμων τῷ Γ ἴσος ἐστίν· καὶ τὸ ΑΞ ἄρα τῷ Γ ἴσον ἐστίν.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ ΑΞ ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ τῷ ΠΟ ὁμοίῳ ὄντι τῷ Δ, ἐπεὶ καὶ τῷ ΕΛ ἐστιν ὅμοιον τὸ ΟΠ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

λ'.

Sectio aurea

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ ΑΒ· δεῖ δὴ τὴν ΑΒ εὐθεῖαν ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ ΒΓ, καὶ παραβεβλήσθω παρὰ την ΑΓ τῷ ΒΓ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΓΔ ὑπερβάλλον εἴδει τῷ ΑΔ ὁμοίῳ τῷ ΒΓ.

Τετράγωνον δέ ἐστι τὸ ΒΓ· τετράγωνον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΑΔ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΓ τῷ ΓΔ, κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΓΕ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΒΖ λοιπῷ τῷ ΑΔ ἐστιν ἴσον. ἔστι δὲ αὐτῷ καὶ ἰσογώνιον· τῶν ΒΖ, ΑΔ ἄρα ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΕΔ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΕΒ. ἴση δὲ ἡ μὲν ΖΕ τῇ ΑΒ, ἡ δὲ ΕΔ τῇ ΑΕ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς

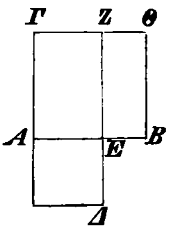
1. ἀλλ' F. 2. ἴσος] ἴσον φ (non F). ἐστίν] F, comp. p; ἐστί PBV. 3. ἐστί B. 4. ἄρα] supra comp. F. εὐθεῖαν ἐστι F. 7. τῷ] (alt.) τό F, et V, corr. m. 2. 9. λδ'] p; F, sed corr. m. rec. 11. τεμεῖν] supra scr. ν m. 1 F. 14. γὰρ ἀπό FV. Post ΑΒ ras. magna F. 15. ΑΓ] corr. ex ΑΒ m. 1 F. 20. ΒΖ] corr. ex ΒΓ m. 1 p. 21. τῷ] τό φ

$E\Xi$. itaque $A\Xi = \Phi X\Psi$. sed $\Phi X\Psi = \Gamma$. quare etiam $A\Xi = \Gamma$.

Ergo datae rectae AB datae figurae rectilineae Γ aequale adplicatum est parallelogrammum $A\Xi$ excedens figura parallelogramma ΠO, quae similis est figurae $\varDelta$, quia $O\Pi \sim E\varDelta$ [prop. XXIV]; quod oportebat fieri.

XXX.

Datam rectam terminatam secundum rationem extremam ac mediam secare.



Sit data recta terminata AB. oportet igitur rectam AB secundum extremam ac mediam rationem secare.

describatur enim in AB quadratum $B\Gamma$, et rectae $A\Gamma$ adplicetur parallelogrammum $\Gamma\varDelta$ quadrato $B\Gamma$ aequale et excedens figura $A\varDelta$ simili figurae $B\Gamma$ [prop. XXIX]. quadratum autem est $B\Gamma$; itaque etiam $A\varDelta$ quadratum est. et quoniam $B\Gamma = \Gamma\varDelta$, subtrahatur, quod commune est, ΓE. quare $BZ = A\varDelta$. uerum etiam aequiangulum ei est.[1]) quare in parallelogrammis BZ, $A\varDelta$ latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sunt [prop. XIV]. itaque $ZE : E\varDelta = AE : EB$. sed $ZE = AB$[2]) et

1) Nam utrumque rectangulum est.
2) Nam $ZE = A\Gamma$ (I, 34) et $A\Gamma = AB$.

(non F). ἴσον ἐστίν F. 23. τήν] om. BFp. 24. AE] AB φ. τήν] om. BFp. ZE τῇ $A\Gamma$, τουτέστι τῇ AB Theon (BFVp). 25. AE] AB φ.

τὴν *ΑΕ*, οὕτως ἡ *ΑΕ* πρὸς τὴν *ΕΒ*. μείζων δὲ ἡ *ΑΒ* τῆς *ΑΕ*· μείζων ἄρα καὶ ἡ *ΑΕ* τῆς *ΕΒ*.

Ἡ ἄρα *ΑΒ* εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ *Ε*, καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆμά ἐστι τὸ *ΑΕ*· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

λα'.

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς εἶδος ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις.

Ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ *ΑΒΓ* ὀρθὴν ἔχον τὴν υπὸ *ΒΑΓ* γωνίαν· λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς *ΒΓ* εἶδος ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν *ΒΑ*, *ΑΓ* εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις.

Ἤχθω κάθετος η *ΑΔ*.

Ἐπεὶ οὖν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ τῷ *ΑΒΓ* ἀπὸ τῆς πρὸς τῷ *Α* ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν *ΒΓ* βάσιν κάθετος ἦκται η *ΑΔ*, τὰ *ΑΒΔ*, *ΑΔΓ* πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ τῷ *ΑΒΓ* καὶ ἀλλήλοις. καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ *ΑΒΓ* τῷ *ΑΒΔ*, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ *ΓΒ* πρὸς τὴν *ΒΑ*, οὕτως ἡ *ΑΒ* πρὸς τὴν *ΒΔ*. καὶ ἐπεὶ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰσιν, ἔστιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον. ὡς ἄρα ἡ *ΓΒ*

XXXI. Proclus p. 426, 14.

4. κατά] κα p. καὶ τό] καί p. ἐστιν P, comp. p. 5. τό] ἡ P. Sequitur alia demonstratio, u. app. 6. λα'] non liquet in F; om. p. 10. εἴδεσιν PB. τε] om. BFVp.

$E\Delta = AE$. itaque $B A : AE = AE : EB$. sed $AB > AE$. quare etiam [V, 14] $AE > EB$.

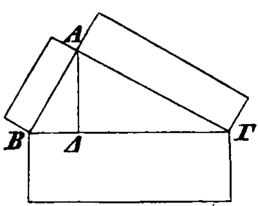
Ergo recta AB secundum extremam ac mediam rationem secta est in E [def. 3], et maior eius pars est AE; quod oportebat fieri.

XXXI.

In triangulis rectangulis figura descripta in latere sub recto angulo subtendenti aequalis est figuris in lateribus rectum angulum comprehendentibus similibus et similiter descriptis.

Sit triangulus rectangulus $AB\Gamma$ angulum $BA\Gamma$ rectum habens. dico, figuram in $B\Gamma$ descriptam aequalem esse figuris in BA, $A\Gamma$ similibus et similiter descriptis.

ducatur perpendicularis $A\Delta$. iam quoniam in triangulo rectangulo $AB\Gamma$ ab angulo recto ad A posito ad basim $B\Gamma$ perpendicularis ducta est $A\Delta$, trianguli $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ ad perpendicularem positi et toti $AB\Gamma$ et inter se similes sunt [prop. VIII]. et quoniam



$AB\Gamma \sim AB\Delta$, erit [def. 1] $\Gamma B : BA = AB : B\Delta$. et quoniam tres rectae proportionales sunt, erit ut prima ad tertiam, ita figura in prima descripta ad figuram in secunda similem et similiter descriptam

13. ὑπὸ τό p. 14. εἴδεσιν P. 15. ὁμοίως] ὁμοίοις V. 18. τῷ] τό FV, sed corr. m. 2. 19. $A\Delta\Gamma$] corr. ex $A\Delta B$ m. rec. P. ἄρα πρός V. 20. ἐστιν P. 25. τό] (alt.) om. F; inser. m. 2, sed euan.

πρὸς τὴν $B\Delta$, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΓB εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς BA τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ $B\Gamma$ πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς $B\Gamma$ εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓA. ὥστε καὶ ὡς ἡ $B\Gamma$ πρὸς τὰς $B\Delta$, $\Delta\Gamma$, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς $B\Gamma$ εἶδος πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν BA, $A\Gamma$ τὰ ὅμοια καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενα. ἴση δὲ ἡ $B\Gamma$ ταῖς $B\Delta$, $\Delta\Gamma$· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς $B\Gamma$ εἶδος τοῖς ἀπὸ τῶν BA, $A\Gamma$ εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις.

Ἐν ἄρα τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς εἶδος ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λβ'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνάλογον ἔχοντα ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι, αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ ἐπ' εὐθείας ἔσονται.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ $AB\Gamma$, $\Delta\Gamma E$ τὰς δύο πλευρὰς τὰς BA, $A\Gamma$ ταῖς δυσὶ πλευραῖς ταῖς $\Delta\Gamma$, ΔE ἀνάλογον ἔχοντα, ὡς μὲν τὴν AB πρὸς τὴν $A\Gamma$, οὕτως τὴν $\Delta\Gamma$ πρὸς τὴν ΔE, παράλληλον δὲ τὴν

2. ἀναγραφόμενον] -γρ- in ras. φ. 4. τὸ ἀπὸ τῆς ΓA — 6: εἶδος πρός] om. p. 5. $B\Delta$, $\Delta\Gamma$] ΔB, $\Delta\Gamma$ φ. 6. τῶν] τῆς φ. 9. BA] A e corr. m. 2 V. εἴδεσιν P. ἀναγραφομένος (sic) P. 11. ἐν ἄρα] in ras. post ras. 3 litt. m. 1 B. τριγώνοις] om. p. 13. ἐστι] ταῖς φ. 14. εἴδεσιν P. Sequitur alia demonstratio, u. app. 16. λη' F p. 17. συν-

[prop. XIX coroll.]. quare ut $\Gamma B : B\Delta$, ita figura in ΓB descripta ad figuram in BA similem et similiter descriptam. eadem de causa erit etiam ut $B\Gamma : \Gamma\Delta$, ita figura in $B\Gamma$ descripta ad figuram in ΓA descriptam.[1]) quare etiam ut $B\Gamma : B\Delta + \Delta\Gamma$, ita figura in $B\Gamma$ descripta ad figuras in BA et $A\Gamma$ similes et similiter descriptas.[2]) sed $B\Gamma = B\Delta + \Delta\Gamma$. itaque etiam figura in $B\Gamma$ descripta aequalis est figuris in BA, $A\Gamma$ similibus et similiter descriptis.[3])

Ergo in triangulis rectangulis figura descripta in latere sub recto angulo subtendenti aequalis est figuris in lateribus rectum angulum comprehendentibus similibus et similiter descriptis; quod oportebat fieri.

XXXII.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus proportionalia habentes in uno angulo coniunguntur, ita ut correspondentia latera etiam parallela sint, reliqua latera triangulorum in eadem recta erunt posita.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, $\Delta\Gamma E$ duo latera BA, $A\Gamma$ duobus lateribus $\Delta\Gamma$, ΔE proportionalia habentes, ita ut sit $AB : A\Gamma = \Delta\Gamma : \Delta E$, et AB parallelum

---

1) Nam $AB\Gamma \sim A\Delta\Gamma$. itaque $B\Gamma : \Gamma A = \Gamma A : \Gamma\Delta$.

2) Sint figurae in $B\Gamma$, $A\Gamma$, AB descriptae a, b, c. demonstrauimus $B\Gamma : B\Delta = a : c$, $B\Gamma : \Gamma\Delta = a : b$. itaque
$$B\Gamma : a = \Gamma\Delta : b = B\Delta : c. \quad \Gamma\Delta : B\Delta = b : c.$$
$$\Gamma\Delta + B\Delta : B\Delta = b + c : c.$$
$$\Gamma\Delta + B\Delta : b + c = B\Delta : c = B\Gamma : a. \quad B\Gamma : \Gamma\Delta + B\Delta = a : b + c.$$

3) Nam $B\Gamma : a = \Gamma\Delta + B\Delta : b + c = B\Gamma : b + c$. quare $a = b + c$ [V, 9].

τεθῇ] προστεθῇ V, corr. m. 2. 20. τοῦ τριγώνου V. 23. $\Delta\Gamma$] $\Gamma\Delta$ V. ΔE] ΓE P. 24. AB] BA FV. $A\Gamma$] A e corr. m. 2 V. 25. οὕτω P. $\Delta\Gamma$] e corr. m. 2 V.

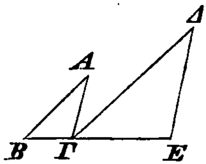
μὲν ΑΒ τῇ ΔΓ, τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΕ· λέγω, ὅτι ἐπ' εὐθείας ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΓΕ.

Ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΔΓ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ ΑΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΓΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΓΔΕ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ ἴση ἐστίν. ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΓΔΕ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ δύο τρίγωνά ἐστι τὰ ΑΒΓ, ΔΓΕ μίαν γωνίαν τὴν πρὸς τῷ Α μιᾷ γωνίᾳ τῇ πρὸς τῷ Δ ἴσην ἔχοντα, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὡς τὴν ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως τὴν ΓΔ πρὸς τὴν ΔΕ, ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΓΕ τριγώνῳ· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΓΕ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΔ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΕ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΑΓ ἴση ἐστίν. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΓΕ, ΑΓΒ ταῖς ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΓΒ, ΓΒΑ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΒΓ, ΑΓΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΑΓΕ, ΑΓΒ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. πρὸς δή τινι εὐθείᾳ τῇ ΑΓ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Γ δύο εὐθεῖαι αἱ ΒΓ, ΓΕ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΓΕ, ΑΓΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΓΕ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν

---

3. *ΔΓ*] *ΑΓ* φ (non F). 4. *αἱ*] mutat. in *καί* m. rec. F, *καί* p. 5. *ΒΑΓ*] "*ΑΒΓ*' F. *εἰσί* Vp. 6. *ΑΓΔ*] "*Α'ΓΔ* F. *ἐστιν ἴση* V. 10. *δέ*] comp. supra m. 1 F. 11. *ΒΑ*] *ΑΒ* P. *ΑΓ*] in ras. m. rec. V, *ΓΑ* F. 12. *ἐστίν* P. *ΔΓΕ*] P; "*Δ'ΓΕ* F; *ΓΔΕ* Bp et in ras. m. 2 V. 13. *ΔΓΕ γωνία* V. 14. *ΒΑΓ*] *ΓΑ* supra scr. *Β* m. 1 F. 15. *ἴση ἐστίν*] P, V m. 1, comp. p; *ἴση ἐστί* BF; *ἴσαι εἰσίν* V m. 2. 17. *ΒΑΓ*]



lateri $\Delta\Gamma$, $A\Gamma$ autem lateri ΔE parallelum. dico, $B\Gamma$ et ΓE in eadem recta esse.

nam quoniam AB rectae $\Delta\Gamma$ parallela est, et in eas incidit recta $A\Gamma$, alterni anguli $BA\Gamma$, $A\Gamma\Delta$ aequales sunt [I, 29]. eadem de causa etiam

$\angle\,\Gamma\Delta E = A\Gamma\Delta$. quare etiam $\angle\,BA\Gamma = \Gamma\Delta E$.

et quoniam duo trianguli sunt $AB\Gamma$, $\Delta\Gamma E$ unum angulum, qui ad A positus est, uni angulo, qui ad Δ positus est, aequalem habentes et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia,

$BA : A\Gamma = \Gamma\Delta : \Delta E$, erit $\triangle\ AB\Gamma$

triangulo $\Delta\Gamma E$ aequiangulus [prop. VI]. quare

$$\angle\,AB\Gamma = \Delta\Gamma E.$$

sed demonstratum est, esse etiam $\angle\,A\Gamma\Delta = BA\Gamma$. quare erit $\angle\,A\Gamma E = AB\Gamma + BA\Gamma$. communis adiiciatur $\angle\,A\Gamma B$. itaque

$$A\Gamma E + A\Gamma B = BA\Gamma + A\Gamma B + \Gamma BA.$$

uerum $BA\Gamma + AB\Gamma + A\Gamma B$ duobus rectis aequales sunt. quare etiam $A\Gamma E + A\Gamma B$ duobus rectis aequales sunt. itaque ad rectam $A\Gamma$ et punctum eius Γ duae rectae $B\Gamma$, ΓE non ad eandem partem positae angulos deinceps positos $A\Gamma E$, $A\Gamma B$ duobus rectis aequales efficiunt; itaque $B\Gamma$ et ΓE in eadem recta sunt [I, 14].

Ergo si duo trianguli duo latera duobus lateribus

P; $B''A'\Gamma$ F; ΓAB BVp. $A\Gamma B$] $AB\Gamma$ P. ΓBA] supra scr. F; $A\Gamma B$ P. 18. ἀλλ' αἱ — 19: εἰσίν] om. P. $AB\Gamma$] $A\Gamma B$ V. $A\Gamma B$] ΓBA V. 19. εἰσί BVp. 20. εἰσί BV.

τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνάλογον ἔχοντα ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι, αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ ἐπ' εὐθείας ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λγʹ.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς περιφερείαις, ἐφ' ὧν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι οἱ $AB\Gamma$, ΔEZ, καὶ πρὸς μὲν τοῖς κέντροις αὐτῶν τοῖς H, Θ γωνίαι ἔστωσαν αἱ ὑπὸ $BH\Gamma$, $E\Theta Z$, πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις αἱ ὑπὸ $BA\Gamma$, $E\Delta Z$· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ $B\Gamma$ περιφέρεια πρὸς τὴν EZ περιφέρειαν, οὕτως ἥ τε ὑπὸ $BH\Gamma$ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ $E\Theta Z$ καὶ ἡ ὑπὸ $BA\Gamma$ πρὸς τὴν ὑπὸ $E\Delta Z$.

Κείσθωσαν γὰρ τῇ μὲν $B\Gamma$ περιφερείᾳ ἴσαι κατὰ τὸ ἑξῆς ὁσαιδηποτοῦν αἱ ΓK, $K\Lambda$, τῇ δὲ EZ περιφερείᾳ ἴσαι ὁσαιδηποτοῦν αἱ ZM, MN, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ HK, $H\Lambda$, ΘM, ΘN.

Ἐπεὶ οὖν ἴσαι εἰσὶν αἱ $B\Gamma$, ΓK, $K\Lambda$ περιφέρειαι

XXXIII. Cfr. Zenodorus ap. Theon. in Ptolem. p. 11 Bas.

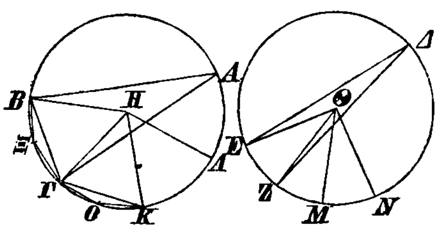
3. πλευραί] om. p. 5. λθʹ p et F, corr. m. rec. 7. λόγον ἔχουσι V. τὰς περιφερείας, corr. m. 2 V. 8. ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις] mg. m. rec. P. 9. ὦσιν PB. βεβηκυῖαι] post hoc uocabulum add. Theon: ἔτι δὲ καὶ οἱ τομεῖς ἅτε (οἵτε F) πρὸς τοῖς κέντροις συνιστάμενοι (συνεστάμενοι F) (BFVp), P m. rec. 12. $BH\Gamma$] litt. $H\Gamma$ in ras. F. $E\Theta Z$] E in ras. m. 1 B. 16. Post $E\Delta Z$ add. Theon: καὶ ἔτι (ἔστι comp. p) ὁ $HB\Xi\Gamma$ (in ras. m. 2 V, $HBZ\Gamma$ P et seq. ras. F) τομεὺς πρὸς τὸν $\Theta E\Pi Z$ (in ras. m. 2 V) τομέα (BFVp);

aequalia habentes in uno angulo coniunguntur, ita ut correspondentia latera etiam parallela sint, reliqua latera triangulorum in eadem recta erunt posita; quod erat demonstrandum.

XXXIII.

In circulis aequalibus anguli eandem habent rationem quam arcus, in quibus consistunt, siue ad centra siue ad ambitus positi sunt.[1])

Sint aequales circuli $AB\Gamma$, ΔEZ, et ad centra eorum H, Θ positi sint anguli $BH\Gamma$, $E\Theta Z$, ad ambitus



autem $BA\Gamma$, $E\Delta Z$. dico, esse

arc. $B\Gamma$: arc. $EZ = \angle\, BH\Gamma : E\Theta Z = BA\Gamma : E\Delta Z$.

ponantur enim deinceps arcui $B\Gamma$ aequales quotlibet arcus ΓK, $K\Lambda$, arcui autem EZ quotlibet aequales ZM, MN, et ducantur HK, $H\Lambda$, ΘM, ΘN.

iam quoniam arcus $B\Gamma = \Gamma K = K\Lambda$, erit etiam

1) De interpolationibus Theonis lin. 9 et lin. 16 cfr. p. 183 not. 1; om. Campanus VI, 32.

m. rec. P. 21. ἴσαι] καί P, corr. m. rec. εἰσίν] om. p. ΓK] ''K'Γ F.

ἀλλήλαις, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ὑπὸ ΒΗΓ, ΓΗΚ, ΚΗΛ γωνίαι ἀλλήλαις· ὁσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΛ περιφέρεια τῆς ΒΓ, τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΛ γωνία τῆς ὑπὸ ΒΗΓ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁσαπλασίων ἐστὶν ἡ ΝΕ περιφέρεια τῆς ΕΖ, τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ ἡ υπὸ ΝΘΕ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΘΖ. εἰ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ΒΛ περιφέρεια τῇ ΕΝ περιφερείᾳ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΗΛ τῇ ὑπὸ ΕΘΝ, καὶ εἰ μείζων ἐστὶν ἡ ΒΛ περιφέρεια τῆς ΕΝ περιφερείας, μείζων ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΛ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΘΝ, καὶ εἰ ἐλάσσων, ἐλάσσων. τεσσάρων δὴ ὄντων μεγεθῶν, δύο μὲν περιφερειῶν τῶν ΒΓ, ΕΖ, δύο δὲ γωνιῶν τῶν ὑπὸ ΒΗΓ, ΕΘΖ, εἴληπται τῆς μὲν ΒΓ περιφερείας καὶ τῆς ὑπὸ ΒΗΓ γωνίας ἰσάκις πολλαπλασίων ἥ τε ΒΛ περιφέρεια καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΛ γωνία, τῆς δὲ ΕΖ περιφερείας καὶ τῆς ὑπὸ ΕΘΖ γωνίας ἥ τε ΕΝ περιφέρεια καὶ ἡ ὑπὸ ΕΘΝ γωνία. καὶ δέδεικται, ὅτι εἰ ὑπερέχει ἡ ΒΛ περιφέρεια τῆς ΕΝ περιφερείας, ὑπερέχει καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΛ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΘΝ γωνίας, καὶ εἰ ἴση, ἴση, καὶ εἰ ἐλάσσων, ἐλάσσων. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΒΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἡ ὑπὸ ΒΗΓ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΘΖ. ἀλλ' ὡς ἡ ὑπὸ ΒΗΓ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΘΖ, οὕτως η ὑπὸ ΒΑΓ πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΔΖ· διπλασία γὰρ ἑκατέρα ἑκατέρας. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΕΖ περιφέρειαν, οὕτως ἥ τε ὑπὸ ΒΗΓ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΘΖ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΔΖ.

---

1. *ἴσαι ἀλλήλαις* PV; in P *ἴσαι* del. m. rec. *εἰσίν* PBF. 2. ΒΛ] Λ eras. F. 3. *ἐστίν* P. 5. *ἐστί* F. 6. *ὑπὸ* ΕΘΖ] ΕΘΖ BFp. 8. *ἐστίν* P. *εἰ*] in ras. P. 10. *ἐστίν* P.

$\angle\ BH\Gamma = \Gamma HK = KH\varDelta$ [III, 27]. itaque quoties multiplex est $B\varDelta$ arcus $B\Gamma$, toties multiplex est etiam $\angle\ BH\varDelta$ anguli $BH\Gamma$. eadem de causa quoties multiplex est NE arcus EZ, toties multiplex est etiam $\angle\ N\Theta E$ anguli $E\Theta Z$. iam si $B\varDelta = EN$, erit etiam $\angle\ BH\varDelta = E\Theta N$, et si $B\varDelta > EN$, erit etiam $\angle\ BH\varDelta > E\Theta N$, et si $B\varDelta < EN$, erit

$$\angle\ BH\varDelta < E\Theta N.$$

ergo datis quattuor magnitudinibus, duobus arcubus $B\Gamma$, EZ et duobus angulis $BH\Gamma$, $E\Theta Z$, sumpti sunt arcus $B\Gamma$ et anguli $BH\Gamma$ aeque multiplices arcus $B\varDelta$ et angulus $BH\varDelta$, arcus autem EZ et anguli $E\Theta Z$ arcus EN et angulus $E\Theta N$. et demonstratum est, si arcus $B\varDelta$ arcum EN superet, etiam $\angle\ BH\varDelta$ angulum $E\Theta N$ superare, et si aequalis sit, aequalem esse, et si minor, minorem. itaque [V def. 5] erit arc. $B\Gamma$: arc. $EZ = \angle\ BH\Gamma : E\Theta Z$. sed

$$\angle\ BH\Gamma : E\Theta Z = \angle\ B\varDelta\Gamma : E\varDelta Z \text{ [V, 15];}$$

nam uterque utroque duplo maior est [III, 20]. quare etiam

$$\text{arc. } B\Gamma : \text{arc. } EZ = \angle\ BH\Gamma : E\Theta Z = B\varDelta\Gamma : E\varDelta Z.$$

---

11. ἐλάττων ἐλάττων F. 12. μέν] supra F. δέ] supra F. 13. ΕΘΖ] ΘΕΖ F. 17. γωνία] add. m. 2 F. 20. γωνίας] P; om. Theon (BFVp). ἐλάττων F. 21. ἐλάσσων] comp. F. ἡ] om. V. 22. $BH\Gamma$] Γ add. m. 2 V. 24. διπλασίων V. 25. γάρ ἐστιν Bp. 27. ὑπὸ ΕΘΖ] ΕΘΖ P. ὑπό] ὑ- supra m. 1 P.

Ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς περιφερείαις, ἐφ' ὧν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. Ἐν] inter ε et ν ras. 1 litt. V; ἐ seq. ras. 2 litt. F. 2. βεβήκασι p. 3. ἐάν τε — 4: βεβηκυῖαι] καὶ τὰ ἑξῆς p. 3. κέντροις] κύκλοις B. τὰς περιφερείας V. 4. ὦσιν B. In fine libri Εὐκλείδου στοιχείων ϛ' PB, Εὐκλείδου στοιχείων τῆς Θέωνος ἐκδόσεως ϛ' F.

Ergo in circulis aequalibus anguli eandem habent rationem quam arcus, in quibus consistunt, siue ad centra siue ad ambitus positi sunt; quod erat demonstrandum.[1]

1) Sequitur additamentum Theonis in BFVp, de quo ipse profitetur comm. in Ptolemaeum I p. 201 ed. Halma = p. 50 ed. Basil.; om. P m. 1 (add. manus recens in mg.) et Campanus; huc pertinent etiam additamenta p. 178, 9 et 16. demonstratio u. in app.

ζ'.

Ὅροι.

α'. Μονάς ἐστιν, καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἓν λέγεται.

β'. Ἀριθμὸς δὲ τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος.

cf. Eucl. El. V Def. 1

γ'. Μέρος ἐστὶν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸν μείζονα.

* cf. Def. κα' ... δ', ς', η'

δ'. Μέρη* δέ, ὅταν μὴ καταμετρῇ.

μέρη = proper fraction

ε'. Πολλαπλάσιος δὲ ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάσσονος.

ς'. Ἄρτιος ἀριθμός ἐστιν ὁ δίχα διαιρούμενος.

ζ'. Περισσὸς δὲ ὁ μὴ διαιρούμενος δίχα ἢ [ὁ] μονάδι διαφέρων ἀρτίου ἀριθμοῦ.

η'. Ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμός**) ἐστιν ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν.

θ'. Ἀρτιάκις δὲ περισσός ἐστιν ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν ἀριθμόν.

Def. 3—5: Psellus p. 7. 6—7: Martianus Capella VII, 748. 8. Iamblichus in Nicom. p. 27. Philop. in Nicom. ed. Hoche 1864 p. 16. 9. Iamblichus p. 31.

---

1. ὅροι] om. PB. numeros om. codd. 2. ἐστι PBFp. ἣν] ὃ BFV. 10. ἐλάττονος V. 12. ὁ] om. P. 14. προσυπακουστέον· μόνον P mg. m. 1. 16. ἐστιν] ἀριθμός ἐστιν P, ἐστιν ἀριθμός p. κἀνταῦθα προσυπακουστέον· μόνον mg. m. 1 P. τοῦ ἀρτίου deleto τοῦ V.

**) Bei den Pyth. sind dies nur die Potenzen von 2, cf. Nicom. I 8,4.

VII.

Definitiones.

1. Unitas est ea, secundum quam unaquaeque res una nominatur.

2. Numerus autem est multitudo ex unitatibus composita.

3. Pars est minor numerus maioris, ubi maiorem metitur.

4. Partes autem, ubi non metitur.

5. Multiplex autem maior minoris, ubi minor eum metitur.

6. Par numerus est, qui in duas partes aequales diuiditur.

7. Impar autem, qui in duas partes aequales non diuiditur, siue qui unitate differt a pari numero.

8. Pariter par est numerus, quem par numerus secundum parem numerum metitur.[1])

9. Pariter autem impar est, quem par numerus secundum imparem numerum metitur.[2])

---

1) Def. 8 scriptor nescio quis, qui Philoponi commentarium in Nicomachum retractauit, apud Hoche Philop. 1865 p. V in quibusdam ἀντιγράφοις ita inuenit expressam: ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστιν ἀριθμὸς ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ κατὰ ἄρτιον ἀριθμὸν μόνως μετρούμενος, de qua scriptura falsa u. Studien p. 200.

2) De def. ι' interpolata u. Studien p. 198 sq.; om. ed Basil. et Gregorius.

[ι'. *Περισσάκις ἀρτιός ἐστιν ὁ ὑπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν*].

ια'. *Περισσάκις δὲ περισσὸς ἀριθμός ἐστιν ὁ ὑπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν ἀριθμόν.*

ιβ'. *Πρῶτος ἀριθμός ἐστιν ὁ μονάδι μόνῃ μετρούμενος.*

ιγ'. *Πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν οἱ μονάδι μόνῃ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.*

ιδ'. *Σύνθετος ἀριθμός ἐστιν ὁ ἀριθμῷ τινι μετρούμενος.*

ιε'. *Σύνθετοι δὲ πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν οἱ ἀριθμῷ τινι μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.*

ιϛ'. *Ἀριθμὸς ἀριθμὸν πολλαπλασιάζειν λέγεται, ὅταν, ὅσαι εἰσὶν ἐν αὐτῷ μονάδες, τοσαυτάκις συντεθῇ ὁ πολλαπλασιαζόμενος, καὶ γένηταί τις.*

ιζ'. *Ὅταν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος ἐπίπεδος καλεῖται, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί.*

ιη'. *Ὅταν δὲ τρεῖς ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος στερεός ἐστιν, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί.*

---

12. Iamblichus p. 42. Martianus Capella VII, 751. Philop. in anal. post. fol. 15v. 13. Alexander Aphrod. in anal. pr. fol. 87. Martianus Capella VII, 751. Philop. in anal. post. fol. 15v. 14. Philop. in anal. post. fol. 15v. 16—17. Psellus p. 6. 18—20. Psellus p. 7.

---

1. δὲ ἄρτιος P, litt. ἀρτ- in ras. ἄρτιος ἀριθμός p. προσυπακουστέον· καί κατὰ ἄρτιον mg. m. 1 P. 3. ἀριθμός]

[cf. M. Cantor "Gesch. d. Math." where Theo Smyrnaeus is quoted. (I, p. 139)

10. Impariter autem impar numerus est, quem impar numerus secundum imparem numerum metitur.

11. Primus numerus est, quem unitas sola metitur.

12. Primi inter se numeri sunt, quos unitas sola communis mensura metitur.

13. Compositus numerus est, quem numerus aliquis metitur.

14. Compositi inter se numeri sunt, quos numerus aliquis communis mensura metitur.

15. Numerus numerum multiplicare dicitur, ubi quot sunt in eo unitates, toties componitur numerus multiplicatus, et oritur aliquis numerus.

16. Ubi autem duo numeri inter se multiplicantes numerum aliquem efficiunt, numerus inde ortus planus uocatur, latera autem eius numeri inter se multiplicantes.

17. Ubi autem tres numeri inter se multiplicantes numerum aliquem efficiunt, numerus inde ortus solidus est, latera autem eius numeri inter se multiplicantes.

18. Quadratus numerus est aequaliter aequalis, siue qui duobus aequalibus numeris comprehenditur.

---

om. V. 8. *δὲ πρός* P. 14. *πολυπλασιάζειν* PBp. 16. *πολλαπλασιαζόμενος*] -*ζόμενος* e corr. m. 2 p. 18. *ποιῶσιν* PB. 22. *ποιῶσιν* B. *ἐστιν*] F, comp. p; *ἐστι* P, Psellus; *καλεῖται* BV. 23. Supra *οἱ* in P m. rec. *δύο*.

ιθ'. Τετράγωνος ἀριθμός ἐστιν ὁ ἰσάκις ἴσος ἢ [ὁ] ὑπὸ δύο ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

κ'. Κύβος δὲ ὁ ἰσάκις ἴσος ἰσάκις ἢ [ὁ] ὑπὸ τριῶν ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

κα'. Ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν, ὅταν ὁ πρῶτος τοῦ δευτέρου καὶ ὁ τρίτος τοῦ τετάρτου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιος ἢ τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ὦσιν.

κβ'. Ὅμοιοι ἐπίπεδοι καὶ στερεοὶ ἀριθμοί εἰσιν οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς.

κγ'. Τέλειος ἀριθμός ἐστιν ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὤν.

α'.

Δύο ἀριθμῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, ἀνθυφαιρουμένου δὲ ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος, ἐὰν ὁ λειπόμενος μηδέποτε καταμετρῇ τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ἕως οὗ λειφθῇ μονάς, οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Δύο γὰρ [ἀνίσων] ἀριθμῶν τῶν ΑΒ, ΓΔ ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος ὁ λειπόμενος μηδέποτε καταμετρείτω τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ἕως οὗ λειφθῇ μονάς· λέγω, ὅτι οἱ ΑΒ, ΓΔ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, τουτέστιν ὅτι τοὺς ΑΒ, ΓΔ μονὰς μόνη μετρεῖ.

Εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ ΑΒ, ΓΔ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρείτω, καὶ

---

23. Martianus Capella VII, 753.

---

2. ὁ] om. PB. 3. ὁ] om. P. 4. ἴσων] om. P; mg. m. 1 V, supra m. 2 B; hab. Psellus, Fp. ἀριθμῶν ἴσων P. 6. Ante ἰσάκις in F add. ᾖ; idem V supra scr. m. 1. 10.

19. Cubus autem est aequaliter aequalis aequaliter, siue qui tribus aequalibus numeris comprehenditur.

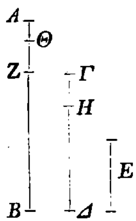
20. Numeri proportionales sunt, ubi primus secundi et tertius quarti aut aeque multiplex est aut eadem pars aut eaedem partes.

21. Similes numeri plani et solidi sunt, qui latera proportionalia habent.

22. Perfectus numerus est, qui partibus suis aequalis est.

I.

Datis duobus numeris inaequalibus et minore semper uicissim a maiore subtracto, si reliquus nunquam proxime antecedentem metitur, donec relinquitur unitas, numeri ab initio dati primi erunt inter se.



Nam duorum numerorum AB, $\Gamma\Delta$ minore semper uicissim a maiore subtracto reliquus ne metiatur unquam proxime antecedentem, donec relinquitur unitas. dico, numeros AB, $\Gamma\Delta$ inter se primos esse, hoc est, unitatem solam numeros AB, $\Gamma\Delta$ metiri.

nam si AB, $\Gamma\Delta$ inter se primi non erunt, aliquis numerus eos metietur. metiatur et sit E. et $\Gamma\Delta$

ἑαυτοῦ] *αὐτοῖς* V, corr. in *αὐτοῦ* m. 2. 12. *α'*] om. V. 13. *δύο*] P; *ἐὰν δύο* Theon (BFVp). *ἐκκειμένων*] *ἐκ-* eras. F. *ἀνθυφαιρομένου* V; corr. m. 2. 14. *δέ*] P; om. Theon (BFVp). 15. *ἐάν*] P; om. Theon (BFVp). Post *λειπόμενος* ras. 2 litt. V. 16. *ληφθῇ* V. 19. *ἀνίσων*] om. P. *τῶν*] *τῶ* F, *ν* add. m. 2. *ἀνθυφαιρομένου* F. 21. *πρό*] supra m. 2 V. 22. *ληφθῇ* V. 23. *εἰσί* Vp. 26. *ἀριθμὸς αὐτούς* F. *μετρήτω* P, corr. m. rec.

ἔστω ὁ Ε· καὶ ὁ μὲν ΓΔ τὸν ΒΖ μετρῶν λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν ΖΑ, ὁ δὲ ΑΖ τὸν ΔΗ μετρῶν λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν ΗΓ, ὁ δὲ ΗΓ τὸν ΖΘ μετρῶν λειπέτω μονάδα τὴν ΘΑ.

Ἐπεὶ οὖν ὁ Ε τὸν ΓΔ μετρεῖ, ὁ δὲ ΓΔ τὸν ΒΖ μετρεῖ, καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν ΒΖ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν ΒΑ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν ΑΖ μετρήσει. ὁ δὲ ΑΖ τὸν ΔΗ μετρεῖ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν ΔΗ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν ΔΓ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν ΓΗ μετρήσει. ὁ δὲ ΓΗ τὸν ΖΘ μετρεῖ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν ΖΘ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν ΖΑ· καὶ λοιπὴν ἄρα τὴν ΑΘ μονάδα μετρήσει ἀριθμὸς ὤν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς ΑΒ, ΓΔ ἀριθμοὺς μετρήσει τις ἀριθμός· οἱ ΑΒ, ΓΔ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

β'.

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ μὴ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ ΑΒ, ΓΔ. δεῖ δὴ τῶν ΑΒ, ΓΔ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

---

1. *ΒΖ*] PF; *ΑΒ* BVp, P m. rec.; *γρ. τὸν ΑΒ* F mg. m. 1. 2. *ΔΗ*] PF; *ΔΓ* BVp, P m. rec., *γρ. τὸν ΔΓ* mg. m. 1 F. 3. *ΗΓ*] *ΓΗ* P. *ΗΓ*] *ΓΗ* P. *ΖΘ*] PF; *ΖΑ* Bp et *Α* in ras. V, P m. rec., F m. 2. 5. *ΓΔ*] *ΔΓ* V in ras., p. *ΒΖ*] *ΖΒ* P. 6. *ΒΖ*] *ΖΒ* P. 7. *τόν*] *τό* p. *ΒΑ*] *ΑΒ* Pp. *ἄρα*] supra comp. F. *τόν*] *τό* p. *μετρήσει ὁ Ε* V. 9. *μετρεῖ*] (prius) PF; *μετρήσει* BVp, F e corr. m. 1. *τόν*] *τό* p. *ΔΓ*] *ΓΔ* P. 10. *τόν*] *τό* p. *μετρήσει ὁ Ε* V. 11. *μετρεῖ*] (prius) supra m. 2 V. *καί*] bis F. 21.

numerum BZ metiens relinquat[1]) se ipso minorem $Z\varDelta$, $\varDelta Z$ autem numerum $\varDelta H$ metiens se ipso minorem relinquat $H\Gamma$, $H\Gamma$ autem numerum $Z\Theta$ metiens relinquat unitatem $\Theta\varDelta$.

iam quoniam E metitur $\Gamma\varDelta$, et $\Gamma\varDelta$ metitur BZ, etiam E metitur BZ. uerum etiam totum $B\varDelta$ metitur; quare etiam reliquum $\varDelta Z$ metietur. sed $\varDelta Z$ metitur $\varDelta H$. quare etiam E metitur $\varDelta H$. uerum etiam totum $\varDelta\Gamma$ metitur. quare etiam reliquum ΓH metietur. sed ΓH metitur $Z\Theta$. quare etiam E metitur $Z\Theta$. uerum etiam totum $Z\varDelta$ metitur. quare etiam quae relinquitur, unitatem $\varDelta\Theta$ metietur, cum ipse numerus sit; quod fieri non potest. itaque non metietur numeros $\varDelta B$, $\Gamma\varDelta$ numerus aliquis. ergo $\varDelta B$, $\Gamma\varDelta$ inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.[2])

II.

Datis duobus numeris non inter se primis maximam mensuram communem inuenire.

Sint duo numeri dati non primi inter se $\varDelta B$, $\Gamma\varDelta$. oportet igitur numerorum $\varDelta B$, $\Gamma\varDelta$ maximam mensuram communem inuenire.

1) Sc. ex $\varDelta B$. neque enim dubitari potest, quin BZ in P et optimo Theoninorum seruatum uera sit scriptura, cum μετρεῖν semper apud Euclidem significet: sine residuo metiri, cfr. lin. 5, 8. eadem est ratio lin. 2—3 et p. 192, 11 sq.

2) Retinui in libris VII—IX figuras codd., id quod ipsa res suadere uidebatur, uelut statim ratio prop. I; nam ii, qui pro lineis puncta substituunt, et in alias difficultates incurrunt et ad certos numeros confugere coguntur, quod ab Euclide alienissimum est.

Post prius $\Gamma\varDelta$ add. V: καὶ ἔστω ἐλάσσων ὁ $\Gamma\varDelta$. 22. κοινόν] κοι- in ras V.

Εἰ μὲν οὖν ὁ ΓΔ τὸν ΑΒ μετρεῖ, μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν, ὁ ΓΔ ἄρα τῶν ΓΔ, ΑΒ κοινὸν μέτρον ἐστίν. καὶ φανερόν, ὅτι καὶ μέγιστον· οὐδεὶς γὰρ μείζων τοῦ ΓΔ τὸν ΓΔ μετρήσει.

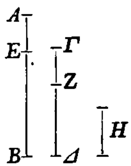
Εἰ δὲ οὐ μετρεῖ ὁ ΓΔ τὸν ΑΒ, τῶν ΑΒ, ΓΔ ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος λειφθήσεταί τις ἀριθμός, ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ. μονὰς μὲν γὰρ οὐ λειφθήσεται· εἰ δὲ μή, ἔσονται οἱ ΑΒ, ΓΔ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. λειφθήσεταί τις ἄρα ἀριθμός, ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ. καὶ ὁ μὲν ΓΔ τὸν ΒΕ μετρῶν λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν ΕΑ, ὁ δὲ ΕΑ τὸν ΔΖ μετρῶν λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν ΖΓ, ὁ δὲ ΓΖ τὸν ΑΕ μετρείτω. ἐπεὶ οὖν ὁ ΓΖ τὸν ΑΕ μετρεῖ, ὁ δὲ ΑΕ τὸν ΔΖ μετρεῖ, καὶ ὁ ΓΖ ἄρα τὸν ΔΖ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν· καὶ ὅλον ἄρα τὸν ΓΔ μετρήσει. ὁ δὲ ΓΔ τὸν ΒΕ μετρεῖ· καὶ ὁ ΓΖ ἄρα τὸν ΒΕ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν ΕΑ· καὶ ὅλον ἄρα τὸν ΒΑ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν ΓΔ· ὁ ΓΖ ἄρα τοὺς ΑΒ, ΓΔ μετρεῖ. ὁ ΓΖ ἄρα τῶν ΑΒ, ΓΔ κοινὸν μέτρον ἐστίν. λέγω δή, ὅτι καὶ μέγιστον. εἰ γὰρ μή ἐστιν ὁ ΓΖ τῶν ΑΒ, ΓΔ μέγιστον κοινὸν μέτρον, μετρήσει τις τοὺς ΑΒ, ΓΔ ἀριθμοὺς ἀριθμὸς μείζων ὢν τοῦ ΓΖ. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ Η. καὶ ἐπεὶ ὁ Η τὸν ΓΔ μετρεῖ, ὁ δὲ ΓΔ τὸν ΒΕ με-

---

2. *ΓΔ, ΑΒ*] *ΑΒ, ΓΔ* P. *ἐστι* BFV; comp. p. 5. *δέ*] *δ'* F. 6. *αἰεί* Theon (BFVp). *ἐλάττονος* FV. 7. *ληφθήσεται* Vp, corr. m. 1. 8. *ληφθήσεται* p; P, corr. m. rec. 10. *ληφθήσεται* p. *ἄρα*] supra m. 1 F. *ἄρα τις* V. *ὅς*] supra m. 1 F; mg. m. rec. B. 11. *ΒΕ*] PF; *ΑΒ* BVp, P m. rec., *γρ. τὸν ΑΒ* mg. m. 1 F. 12. *ΔΖ*] PF; *ΓΔ* p; *ΔΓ* B, V in ras. m. 2, P m. rec; *τὸν ΔΓ* F mg. m. 1. 13.

iam si $\Gamma\Delta$ metitur AB, et etiam se ipsum metitur, $\Gamma\Delta$ communis erit mensura numerorum $\Gamma\Delta$, AB. et adparet, eum etiam maximam esse. neque enim ullus numerus numero $\Gamma\Delta$ maior metietur $\Gamma\Delta$.

at si $\Gamma\Delta$ non metitur AB, minore numerorum AB, $\Gamma\Delta$ semper uicissim a maiore subtracto relinquetur numerus aliquis, qui proxime antecedentem metietur. unitas enim non relinquetur; sin minus, AB, $\Gamma\Delta$ inter se primi erunt [prop. I]; quod contra hypothesim est. ergo numerus aliquis relinquetur, qui proxime antecedentem metietur. et $\Gamma\Delta$ metiens BE relinquat se ipso minorem EA, EA autem ΔZ metiens relinquat se ipso minorem $Z\Gamma$, ΓZ autem AE metiatur. iam quoniam ΓZ metitur AE, AE autem ΔZ metitur, etiam ΓZ metietur ΔZ. uerum etiam se ipsum metitur. quare etiam totum $\Gamma\Delta$ metietur. sed $\Gamma\Delta$ metitur BE; quare etiam ΓZ metitur BE. uerum etiam EA metitur. quare etiam totum BA metietur. uerum etiam $\Gamma\Delta$ metitur. ergo ΓZ metitur AB, $\Gamma\Delta$. itaque ΓZ communis est mensura numerorum AB, $\Gamma\Delta$. dico iam, eum etiam maximam esse. nam si ΓZ numerorum AB, $\Gamma\Delta$ communis mensura maxima non est, aliquis numerus maior numero ΓZ numeros AB, $\Gamma\Delta$ metietur. metiatur, et sit H. et quoniam H metitur $\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta$ autem BE



$Z\Gamma$] ΓZ BVp. δέ] om. B. 14. Ante ἐπεί in V est: ὁ δὲ EA (in ras. m. 2) ἑαυτοῦ ἐλάσσονα οὐ μετρεῖ τὸ (τὸν m. 2) ΓZ. 21. ἐστί BV, comp. p.

τρεῖ, καὶ ὁ Η ἄρα τὸν ΒΕ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν ΒΑ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν ΑΕ μετρήσει. ὁ δὲ ΑΕ τὸν ΔΖ μετρεῖ· καὶ ὁ Η ἄρα τὸν ΔΖ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν ΔΓ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν ΓΖ μετρήσει ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τοὺς ΑΒ, ΓΔ ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει μείζων ὢν τοῦ ΓΖ· ὁ ΓΖ ἄρα τῶν ΑΒ, ΓΔ μέγιστόν ἐστι κοινὸν μέτρον [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς μετρῇ, καὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

γ'.

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες τρεῖς ἀριθμοὶ μὴ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ Α, Β, Γ· δεῖ δὴ τῶν Α, Β, Γ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Εἰλήφθω γὰρ δύο τῶν Α, Β τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ὁ Δ· ὁ δὴ Δ τὸν Γ ἤτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. μετρείτω πρότερον· μετρεῖ δὲ καὶ τοὺς Α, Β· ὁ Δ ἄρα τοὺς Α, Β, Γ μετρεῖ· ὁ Δ ἄρα τῶν Α, Β, Γ κοινὸν μέτρον ἐστίν. λέγω δή, ὅτι καὶ μέγιστον.

---

3. μετρεῖ· καί] corr. ex μετρήσει m. 1 p. τὸν ΔΖ ἄρα F. μετρήσει] μετρεῖ P. 4. τόν] corr. ex τό m. 1 p. ΔΓ] ΓΔ p. 5. ἐστίν] om. B. 8. ἐστιν PV. 10. τοῦτο P, sed corr. 12. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] P; om. BFVp. 19. μέτρον] bis p. 20. δύο γάρ p. 22. μετρεῖ] (alt.) om. F. 24. ἐστίν] comp. Fp; ἐστί PBV. δή] om. P.

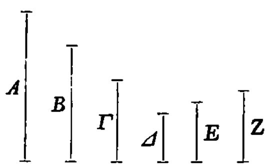
metitur, etiam H metitur BE. uerum etiam totum BA metitur. quare etiam reliquum AE metietur. sed AE metitur ΔZ. quare etiam H metietur ΔZ. uerum etiam totum $\Delta\Gamma$ metitur. quare etiam reliquum ΓZ metietur maior minorem; quod fieri non potest. ergo numeros AB, $\Gamma\Delta$ non metietur numerus maior numero ΓZ. ergo ΓZ maxima est communis mensura numerorum AB, $\Gamma\Delta$.

Corollarium.

Hinc manifestum est, si numerus duos numeros metiatur, eum etiam maximam eorum mensuram communem mensurum esse.[1] — quod erat demonstrandum.

III.

Datis tribus numeris non primis inter se maximam mensuram communem inuenire.



Sint tres numeri dati non primi inter se A, B, Γ. oportet igitur numerorum A, B, Γ maximam mensuram communem inuenire.

sumatur enim duorum numerorum A, B maxima mensura communis Δ [prop. II]. Δ igitur aut metitur Γ aut non metitur. prius metiatur. metitur autem etiam A, B. Δ igitur numeros A, B, Γ meti-

1) Nam H et AB, $\Gamma\Delta$ et communem eorum mensuram maximam ΓZ metitur (p. 194, 5).

εἰ γὰρ μή ἐστιν ὁ Δ τῶν Α, Β, Γ μέγιστον κοινὸν μέτρον, μετρήσει τις τοὺς Α, Β, Γ ἀριθμοὺς ἀριθμὸς μείζων ὢν τοῦ Δ. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ Ε. ἐπεὶ οὖν ὁ Ε τοὺς Α, Β, Γ μετρεῖ, καὶ τοὺς Α, Β ἄρα μετρήσει· καὶ τὸ τῶν Α, Β ἄρα μέγιστον κοινὸν μέτρον μετρήσει. τὸ δὲ τῶν Α, Β μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστὶν ὁ Δ· ὁ Ε ἄρα τὸν Δ μετρεῖ ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς Α, Β, Γ ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει μείζων ὢν τοῦ Δ· ὁ Δ ἄρα τῶν Α, Β, Γ μέγιστόν ἐστι κοινὸν μέτρον.

Μὴ μετρείτω δὴ ὁ Δ τὸν Γ· λέγω πρῶτον, ὅτι οἱ Γ, Δ οὔκ εἰσι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. ἐπεὶ γὰρ οἱ Α, Β, Γ οὔκ εἰσι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. ὁ δὴ τοὺς Α, Β, Γ μετρῶν καὶ τοὺς Α, Β μετρήσει, καὶ τὸ τῶν Α, Β μέγιστον κοινὸν μέτρον τὸν Δ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Γ· τοὺς Δ, Γ ἄρα ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει· οἱ Δ, Γ ἄρα οὔκ εἰσι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. εἰλήφθω οὖν αὐτῶν τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ὁ Ε. καὶ ἐπεὶ ὁ Ε τὸν Δ μετρεῖ, ὁ δὲ Δ τοὺς Α, Β μετρεῖ, καὶ ὁ Ε ἄρα τοὺς Α, Β μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Γ· ὁ Ε ἄρα τοὺς Α, Β, Γ μετρεῖ· ὁ Ε ἄρα τῶν Α, Β, Γ κοινόν ἐστι μέτρον. λέγω δή, ὅτι καὶ μέγιστον. εἰ γὰρ μή ἐστιν ὁ Ε τῶν Α, Β, Γ τὸ μέγιστον κοινὸν

---

1. γάρ] corr. ex γα m. 2 P. κοινὸν μέγιστον V. 3. ὤν] om. V. 4. οὖν] om. BFp. 7. Ε] corr. ex Γ m. 2 F. 8. ἐστίν] om. Fp. 9. ἀριθμός] om. F. τις] om. P. ὤν] om. P. 12. μή] supra F. 13. Γ, Δ] Δ, Γ BVp. 15. ἀριθμὸς αὐτούς F. τούς] corr. ex τοῦ m. rec. F. 17. τόν] τό FV. μετρήσει τὸν Δ p. 18. ἀριθμούς] m. 2 V; om. BF. ἀριθμός] F, ἀριθμούς φ. 21. μετρεῖ] (alt.)

tur. quare $\varDelta$ communis mensura est numerorum A, B, Γ. dico, eundem maximam esse. nam si $\varDelta$ numerorum A, B, Γ maxima mensura communis non est, numerus aliquis numero $\varDelta$ maior numeros A, B, Γ metietur. metiatur et sit E. iam quoniam E numeros A, B, Γ metitur, etiam A, B metietur. quare etiam maximam mensuram communem numerorum A, B metietur [prop. II coroll.]. uerum maxima mensura communis numerorum A, B est $\varDelta$. itaque E metitur $\varDelta$ maior minorem; quod fieri non potest. itaque numeros A, B, Γ non metietur numerus maior numero $\varDelta$. ergo $\varDelta$ maxima est mensura communis numerorum A, B, Γ.

iam ne metiatur $\varDelta$ numerum Γ. dico primum, numeros Γ, $\varDelta$ non esse primos inter se. nam quoniam A, B, Γ primi non sunt inter se, numerus aliquis eos metietur. qui autem A, B, Γ metitur, etiam A, B metietur, et $\varDelta$ maximam mensuram communem numerorum A, B metietur [prop. II coroll.]. uerum etiam Γ metitur. quare numeros $\varDelta$, Γ numerus aliquis metietur. itaque $\varDelta$, Γ primi non sunt inter se. sumatur igitur eorum maxima mensura communis E [prop. II]. et quoniam E metitur $\varDelta$, $\varDelta$ autem A, B metitur, etiam E metitur A, B. uerum etiam Γ metitur. E igitur A, B, Γ metitur. quare E numerorum A, B, Γ communis est mensura. iam dico, eundem maximam esse. nam si E numerorum A, B, Γ

---

bis F. καὶ ὁ Ε ἄρα τοὺς Α, Β μετρεῖ] mg. m. 2 B. 23. Γ] insert. m. rec. B. κοινόν] bis P, sed. corr. 24. δή] om. P. 25. τό] om. p.

μέτρον, μετρήσει τις τοὺς Α, Β, Γ ἀριθμοὺς ἀριθμὸς μείζων ὢν τοῦ Ε. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ Ζ. καὶ ἐπεὶ ὁ Ζ τοὺς Α, Β, Γ μετρεῖ, καὶ τοὺς Α, Β μετρεῖ· καὶ τὸ τῶν Α, Β ἄρα μέγιστον κοινὸν μέτρον μετρήσει. τὸ δὲ τῶν Α, Β μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστὶν ὁ Δ· ὁ Ζ ἄρα τὸν Δ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Γ· ὁ Ζ ἄρα τοὺς Δ, Γ μετρεῖ· καὶ τὸ τῶν Δ, Γ ἄρα μέγιστον κοινὸν μέτρον μετρήσει. τὸ δὲ τῶν Δ, Γ μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστὶν ὁ Ε· ὁ Ζ ἄρα τὸν Ε μετρεῖ ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς Α, Β, Γ ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει μείζων ὢν τοῦ Ε· ὁ Ε ἄρα τῶν Α, Β, Γ μέγιστόν ἐστι κοινὸν μέτρον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ'.

Ἅπας ἀριθμὸς παντὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος ἤτοι μέρος ἐστὶν ἢ μέρη.

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ Α, ΒΓ, καὶ ἔστω ἐλάσσων ὁ ΒΓ· λέγω, ὅτι ὁ ΒΓ τοῦ Α ἤτοι μέρος ἐστὶν ἢ μέρη.

Οἱ Α, ΒΓ γὰρ ἤτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ἢ οὔ. ἔστωσαν πρότερον οἱ Α, ΒΓ πρῶτοι πρὸς

---

1. *ἀριθμούς*] om. P. 4. *ἄρα*] om. V. *μέτρον*] om. P. 7. *τόν*] *τό* F, sed corr. *τό*] supra m. 1 P. *Δ, Γ*] e corr. m. 2 V. 11. *ἀριθμούς*] comp. F; om. Vp. 13. *ἔστιν* V. Post *μέτρον* add. BV: *τριῶν ἄρα ἀριθμῶν δοθέντων ηὕρηται τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον.* *δεῖξαι*] P; *ποιῆσαι* Theon (BFVp). Seq. in p, B in mg. imo m. 1, V mg. m. 2: *πόρισμα. ἐκ δή* (eras. B) *τούτου* (*τούτων* V) *φανερόν, ὅτι ἐὰν ἀριθμὸς τρεῖς ἀριθμοὺς μετρῇ, καὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μετρήσει. ὁμοίως δὲ καὶ πλειόνων ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους τὸ μέγιστον αὐτῶν* (om. Vp) *κοινὸν μέτρον εὑρίσκεται καὶ τὸ πόρισμα προχωρήσει.* Praeterea V in textu

maxima non est mensura communis, numerus aliquis maior numero E numeros A, B, Γ metietur. metiatur et sit Z. et quoniam Z numeros A, B, Γ metitur, etiam A, B metitur; quare etiam maximam numerorum A, B mensuram communem metietur [prop. II coroll.]. uerum numerorum A, B maxima mensura communis est Δ. Z igitur Δ metitur. uerum etiam Γ metitur. Z igitur Δ, Γ metitur. quare etiam numerorum Δ, Γ maximam mensuram communem metitur. uerum numerorum Δ, Γ maxima mensura communis est E. Z igitur E metitur maior minorem; quod fieri non potest. itaque numeros A, B, Γ non metietur numerus maior numero E. ergo E maxima est communis mensura numerorum A, B Γ; quod erat demonstrandum.[1])

IV.

Minor numerus maioris semper aut pars est aut partes.

Sint duo numeri A, $B\Gamma$, et minor sit $B\Gamma$. dico $B\Gamma$ numeri A aut partem aut partes esse.

nam A, $B\Gamma$ aut primi sunt inter se aut non primi. prius A, $B\Gamma$ primi sint inter se. diuiso igitur $B\Gamma$

1) Cfr. p. 194, 12. proprie nec δεῖξαι nec ποιῆσαι, sed εὑρεῖν dicendum erat (Studien p. 62); nam propp. II—III πορίσματα sunt (ib. p. 61). inde consecuta est uariatio scripturae.

habet: τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον καὶ πλειόνων ἀριθμῶν δοθέντων τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὑρήσομεν. 15. Ἅπας] Ἅ littera initialis add. m. 2, ut semper fere, V; eras. B; habent Ppφ. 17. ἐλάττων F. 18. λέγω ὅτι] in ras. φ. ὁ $B\Gamma$ τοῦ A] eras. F. 21. πρότεροι V. οἱ A, $B\Gamma$] mg. V.

ἀλλήλους. διαιρεθέντος δὴ τοῦ *ΒΓ* εἰς τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας ἔσται ἑκάστη μονὰς τῶν ἐν τῷ *ΒΓ* μέρος τι τοῦ *Α*· ὥστε μέρη ἐστὶν ὁ *ΒΓ* τοῦ *Α*.

Μὴ ἔστωσαν δὴ οἱ *Α*, *ΒΓ* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους· ὁ δὴ *ΒΓ* τὸν *Α* ἤτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. εἰ μὲν οὖν ὁ *ΒΓ* τὸν *Α* μετρεῖ, μέρος ἐστὶν ὁ *ΒΓ* τοῦ *Α*. εἰ δὲ οὔ, εἰλήφθω τῶν *Α*, *ΒΓ* μέγιστον κοινὸν μέτρον ὁ *Δ*, καὶ διῃρήσθω ὁ *ΒΓ* εἰς τοὺς τῷ *Δ* ἴσους τοὺς *ΒΕ*, *ΕΖ*, *ΖΓ*. καὶ ἐπεὶ ὁ *Δ* τὸν *Α* μετρεῖ, μέρος ἐστὶν ὁ *Δ* τοῦ *Α*· ἴσος δὲ ὁ *Δ* ἑκάστῳ τῶν *ΒΕ*, *ΕΖ*, *ΖΓ*· καὶ ἕκαστος ἄρα τῶν *ΒΕ*, *ΕΖ*, *ΖΓ* τοῦ *Α* μέρος ἐστίν· ὥστε μέρη ἐστὶν ὁ *ΒΓ* τοῦ *Α*.

Ἅπας ἄρα ἀριθμὸς παντὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος ἤτοι μέρος ἐστὶν ἢ μέρη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ε'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ᾖ, καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ὅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός.

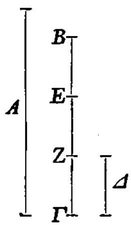
Ἀριθμὸς γὰρ ὁ *Α* [ἀριθμοῦ] τοῦ *ΒΓ* μέρος ἔστω, καὶ ἕτερος ὁ *Δ* ἑτέρου τοῦ *ΕΖ* τὸ αὐτὸ μέρος, ὅπερ ὁ *Α* τοῦ *ΒΓ*· λέγω, ὅτι καὶ συναμφότερος ὁ *Α*, *Δ* συναμφοτέρου τοῦ *ΒΓ*, *ΕΖ* τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ ὁ *Α* τοῦ *ΒΓ*.

Ἐπεὶ γάρ, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ *Α* τοῦ *ΒΓ*, τὸ αὐτὸ

---

1. δή] γάρ, supra scr. δή F. ἑαυτῷ p et F (corr. φ). 2. τι] F; τό φ. 4. οἱ *Α*, *ΒΓ*] om. V. ἀλλήλους οἱ *Α*, *ΒΓ* V. 7. τὸ μέγιστον BFp. 8. ὁ *ΒΓ*] F; *ΑΒΓ* φ. τῷ] corr. ex τό p. 9. καί] om. BFp. 10. δέ] δή P. ἑκατέρῳ Vφ. 11. καί] F; ὁ φ. ἄρα τοῦ V. 13. ἐλάττων φ. 18. ᾖ] P; om. BFVp. 21. ἀριθμοῦ] om. P. μέρος] F, μόνος φ.

in suas unitates unaquaeque unitas in $B\Gamma$ comprehensa pars aliqua erit numeri A; quare $B\Gamma$ numeri A partes erunt.

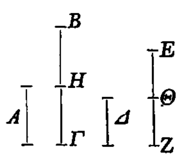


iam ne sint A, $B\Gamma$ inter se primi. itaque $B\Gamma$ aut metitur A aut non metitur. iam si $B\Gamma$ metitur A, pars est $B\Gamma$ numeri A. sin minus, sumatur numerorum A, $B\Gamma$ maxima mensura communis Δ [prop. II], et diuidatur $B\Gamma$ in partes numero Δ aequales, BE, EZ, $Z\Gamma$. et quoniam Δ metitur A, pars est Δ numeri A. sed $\Delta = BE = EZ = Z\Gamma$. quare etiam unusquisque numerorum BE, EZ, $Z\Gamma$ pars est numeri A. quare $B\Gamma$ partes sunt numeri A.

Ergo minor numerus maioris semper aut pars est aut partes; quod erat demonstrandum.

V.

Si numerus numeri pars est, et alius numerus alius numeri eadem pars, etiam uterque utriusque eadem pars erit, quae unus unius.



nam numerus A numeri $B\Gamma$ pars sit, et alius numerus Δ alius numeri EZ eadem pars sit, quae A numeri $B\Gamma$. dico, etiam $A + \Delta$ numeri $B\Gamma + EZ$ eandem partem esse, quae sit A numeri $B\Gamma$.

nam quoniam quae pars est A numeri $B\Gamma$, eadem

---

22. μέρος] μέρος ἐστίν (-ιν m. 2 e corr.) V. 23. λέγω — 25: $B\Gamma$] mg. m. 2 V. 24. EZ] F, BZ φ. 26. ὅ] supra m. 1 V. τὸ αὐτό] τοῦτο P.

μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Δ τοῦ ΕΖ, ὅσοι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ ΒΓ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Α, τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τῷ ΕΖ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Δ. διῃρήσθω ὁ μὲν ΒΓ εἰς τοὺς τῷ Α ἴσους τους ΒΗ, ΗΓ, ὁ δὲ ΕΖ εἰς τοὺς τῷ Δ ἴσους τοὺς ΕΘ, ΘΖ· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΒΗ, ΗΓ τῷ πλήθει τῶν ΕΘ, ΘΖ. καὶ ἐπεὶ ἴσος ἐστὶν ὁ μὲν ΒΗ τῷ Α, ὁ δὲ ΕΘ τῷ Δ, καὶ οἱ ΒΗ, ΕΘ ἄρα τοῖς Α, Δ ἴσοι. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ οἱ ΗΓ, ΘΖ τοῖς Α, Δ. ὅσοι ἄρα [εἰσὶν] ἐν τῷ ΒΓ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Α, τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τοῖς ΒΓ, ΕΖ ἴσοι τοῖς Α, Δ. ὁσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ὁ ΒΓ τοῦ Α, τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ συναμφότερος ὁ ΒΓ, ΕΖ συναμφοτέρου τοῦ Α, Δ. ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ ΒΓ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφότερος ὁ Α, Δ συναμφοτέρου τοῦ ΒΓ, ΕΖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ϛʹ.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ᾖ, καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ὅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ ΑΒ ἀριθμοῦ τοῦ Γ μέρη ἔστω, καὶ ἕτερος ὁ ΔΕ ἑτέρου τοῦ Ζ τὰ αὐτὰ μέρη, ἅπερ ὁ ΑΒ τοῦ Γ· λέγω, ὅτι καὶ συναμφότερος ὁ ΑΒ, ΔΕ

---

1. ἐστίν F. καί] in ras. m. 2 p, insert. m. 2 F. Δ] corr. ex Α m. 2 p. ἄρα] ἄρα ἀριθμοί V. 2. ἀριθμοί] om. V. Α] Δ φ. εἴσιν PB. 7. Post Δ add. Theon: ὁ ΒΗ ἄρα τῷ Α ἴσος ἐστί (ἐστίν B) (BFVp). 8. ἄρα] om. Theon (BFVp). ἴσοι] om. Theon (BFVp). τὰ αὐτά] ταῦτα V. Post δή add. Theon: καὶ ὁ ΗΓ τῷ Α ἴσος (F, ἴσον φ) ἐστίν (ἐστί V, comp. p) (BFVp). In V praeterea add. καὶ ὁ ΘΖ τῷ Δ. οἱ ΗΓ, ΘΖ τοῖς Α, Δ] ὁ ΗΓ τῷ Α ἴσος ἐστίν, ὁ δὲ ΘΖ τῷ Δ P; ὁ ΗΓ τοῖς ΑΔ φ (non F). In emendatione praeiuit

pars est etiam $\varDelta$ numeri EZ, quot sunt in $B\Gamma$ numeri numero A aequales, totidem etiam in EZ numeri sunt numero $\varDelta$ aequales. diuidatur $B\Gamma$ in numeros numero A aequales BH, $H\Gamma$, EZ autem in $E\Theta$, ΘZ numero $\varDelta$ aequales. erit igitur multitudo numerorum BH, $H\Gamma$ multitudini numerorum $E\Theta$, ΘZ aequalis. et quoniam est $BH = A$, $E\Theta = \varDelta$, erunt $BH + E\Theta = A + \varDelta$. eadem de causa etiam

$$H\Gamma + \Theta Z = A + \varDelta.$$

itaque quot sunt in $B\Gamma$ numeri numero A aequales, totidem sunt etiam in $B\Gamma + EZ$ numeris $A + \varDelta$ aequales. quare quoties multiplex est $B\Gamma$ numeri A, toties multiplex est etiam $B\Gamma + EZ$ numerorum $A + \varDelta$. itaque quae pars est A numeri $B\Gamma$, eadem pars etiam $A + \varDelta$ sunt numerorum $B\Gamma + EZ$; quod erat demonstrandum.

VI.

Si numerus numeri partes sunt, et alius numerus alius numeri eaedem partes, etiam uterque utriusque eaedem partes erunt, quae unus unius.

Nam numerus AB partes sint numeri Γ, et alius $\varDelta E$ alius Z eaedem partes, quae AB numeri Γ.

Augustus. 9. τοὶς] ἄρα τοῖς V. $\varDelta$] $\varDelta$ ἴσοι εἰσίν V. ὅσοι] ὅσ- in ras. m. 2 F; ἴση φ (non F). εἰσίν] om. P. 10. εἴσιν PB. 12. ἐστίν P. 13. ὅ] om. φ (non F). μέρος] F, μέν φ. 15. δεῖξαι] ποιῆσαι V. 17. μέρος p. 21. ἀριθμοῦ] ἀριθμόν φ (non F). 22. $\varDelta E$] E supra m. 1 V. 23. ὅτι συναμφότεροι οἱ p.

συναμφοτέρου τοῦ Γ, Ζ τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν, ἅπερ ὁ ΑΒ τοῦ Γ.

Γ = ma
AB = na
Z = mb
ΔE = nb

Ἐπεὶ γάρ, ἃ μέρη ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ Γ, τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ὁ ΔΕ τοῦ Ζ, ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΑΒ μέρη τοῦ Γ, τοσαῦτά ἐστι καὶ ἐν τῷ ΔΕ μέρη τοῦ Ζ. διῃρήσθω ὁ μὲν ΑΒ εἰς τὰ τοῦ Γ μέρη τὰ ΑΗ, ΗΒ, ὁ δὲ ΔΕ εἰς τὰ τοῦ Ζ μέρη τὰ ΔΘ, ΘΕ· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΑΗ, ΗΒ τῷ πλήθει τῶν ΔΘ, ΘΕ. καὶ ἐπεί, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ Γ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΔΘ τοῦ Ζ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ Γ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφότερος ὁ ΑΗ, ΔΘ συναμφοτέρου τοῦ Γ, Ζ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΗΒ τοῦ Γ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφότερος ὁ ΗΒ, ΘΕ συναμφοτέρου τοῦ Γ, Ζ. ἃ ἄρα μέρη ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ Γ, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ συναμφότερος ὁ ΑΒ, ΔΕ συναμφοτέρου τοῦ Γ, Ζ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζʹ.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, ὅπερ ἀφαιρεθεὶς ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ὅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου.

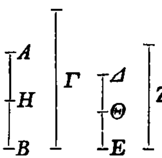
Ἀριθμὸς γὰρ ὁ ΑΒ ἀριθμοῦ τοῦ ΓΔ μέρος ἔστω, ὅπερ ἀφαιρεθεὶς ὁ ΑΕ ἀφαιρεθέντος τοῦ ΓΖ· λέγω, ὅτι καὶ λοιπὸς ὁ ΕΒ λοιποῦ τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ ὅλος ὁ ΑΒ ὅλου τοῦ ΓΔ.

---

4. ΔΕ] Ε e corr. m. 2 F. 5. ἐστι] om. B. 6. ΑΗ] Α corr. ex Δ F. 7. ΔΕ] ΕΔ p. 10. ἐστίν BF. 11. ἐστίν] ἐστὶν καί F, sed καί del. καί] καὶ ὁ p. 13. δή] del. m. 2 P. ἐστί V. τὸ αὐτὸ μέρος ἐστί] καὶ ὁ ΕΘ τοῦ Ζ· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶ τὸ ΗΒ τοῦ Γ P. 14. καί] καὶ ὁ p. 15. ἅ] supra m. 1 V. 16. ἐστίν PB. 18. ζʹ] om. V, in

dico, etiam $AB + \Delta E$ numerorum $\Gamma + Z$ easdem partes esse, quae sit AB numeri Γ.

nam quoniam quae partes est AB numeri Γ, eaedem est ΔE numeri Z, quot sunt in AB partes numeri Γ, totidem etiam in ΔE sunt partes numeri Z. diuidatur AB in AH, HB partes numeri Γ, ΔE autem in $\Delta\Theta$, ΘE partes numeri Z. itaque multitudo numerorum AH, HB multitudini numerorum $\Delta\Theta$, ΘE aequalis erit. et quoniam quae pars est AH numeri Γ, eadem est etiam $\Delta\Theta$ numeri Z, $AH + \Delta\Theta$ eadem pars erit numerorum $\Gamma + Z$, quae AH numeri Γ [prop. V]. eadem de causa etiam quae pars est HB numeri Γ, eadem pars est $HB + \Theta E$ numerorum $\Gamma + Z$. ergo quae partes est AB numeri Γ, eaedem partes sunt $AB + \Delta E$ numerorum $\Gamma + Z$; quod erat demonstrandum.



VII.

Si numerus numeri eadem pars est, quae ablatus numerus ablati, etiam reliquus reliqui eadem pars erit, quae totus totius.

Nam numerus AB numeri $\Gamma\Delta$ eadem sit pars, quae ablatus numerus AE ablati ΓZ. dico, etiam reliquum EB reliqui $Z\Delta$ eandem esse partem, quae totus AB sit totius $\Gamma\Delta$.

---

quo haec prop. a. m. 1 solo signo : ~ a priore dirempta erat; corr. m. 2. 20. ὁ] supra m. 1 P. 21. ὁ] supra m. 1 P, om. F. ὅλου] in ras. F. 23. AE] A eras. V. 24. καί] καὶ ὁ BFVp. 25. ὅλος] ὁ ὅλος B.

Ὃ γὰρ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος ἔστω καὶ ὁ ΕΒ τοῦ ΓΗ. καὶ ἐπεί, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΕΒ τοῦ ΓΗ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΗΖ. ὃ δὲ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος ὑπόκειται καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΗΖ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ τοῦ ΓΔ· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΗΖ τῷ ΓΔ. κοινὸς ἀφῃρήσθω ὁ ΓΖ· λοιπὸς ἄρα ὁ ΗΓ λοιπῷ τῷ ΖΔ ἐστιν ἴσος. καὶ ἐπεί, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος [ἐστὶ] καὶ ὁ ΕΒ τοῦ ΗΓ, ἴσος δὲ ὁ ΗΓ τῷ ΖΔ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΕΒ τοῦ ΖΔ. ἀλλὰ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΕΒ λοιποῦ τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ ὅλος ὁ ΑΒ ὅλου τοῦ ΓΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, ἅπερ ἀφαιρεθεὶς ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ἅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου.

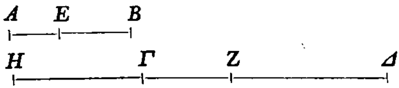
AB = ma
ΓΔ = na
AE = mb
ΓZ = nb

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ ΑΒ ἀριθμοῦ τοῦ ΓΔ μέρη ἔστω, ἅπερ ἀφαιρεθεὶς ὁ ΑΕ ἀφαιρεθέντος τοῦ ΓΖ· λέγω,

---

7. ἐστίν PB, comp. p. ΗΖ] corr. ex ΗΓ m. 1 F. 8. καί] καὶ ὁ ΑΒ Theon (BFVp); ὁ ΑΒ add. in mg. m. rec. P. Post ΓΔ add. Theon: ὁ ΑΒ ἄρα ἑκατέρου τῶν ΗΖ, ΓΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν (BFVp); idem P, mg. m. rec. ΗΖ] ΖΗ Vp. 9. κοινῶς P, corr. m. 1 et insuper m. rec. 10. ἴσος ἐστί V. 11. ἐστί] om. P. 12. ΗΓ] Γ in ras. F. δέ] δὲ καί Vp. ὁ ΗΓ τῷ ΔΖ F in ras. ἄρα] om. F. 13. ἐστίν P. ΕΒ τοῦ ΖΔ] ΑΒ τοῦ ΓΔ F, corr. m. 2. 14. ἀλλ' P, corr. m. 1.

nam quae pars est *AE* numeri *ΓZ*, eadem pars sit *EB* numeri *ΓH*. et quoniam quae pars est *AE* numeri *ΓZ*, eadem pars est *EB* numeri *ΓH*, etiam *AB* numeri *HZ* eadem pars est, quae *AE* numeri *ΓZ* [prop. V]. supposuimus autem, *AB* numeri *ΓΔ* eandem partem esse, quae sit *AE* numeri *ΓZ*. itaque quae pars est *AB* numeri *HZ*, eadem idem pars est numeri *ΓΔ*. itaque *HZ* = *ΓΔ*. subtrahatur, qui communis est, *ΓZ*. itaque *HΓ* = *ZΔ*. et quoniam quae pars est *AE* numeri *ΓZ*, eadem est *EB* numeri *HΓ*, et *HΓ* = *ZΔ*, quae pars est *AE* numeri *ΓZ*, eadem est *EB* numeri *ZΔ*. uerum quae pars est *AE* numeri *ΓZ*, eadem est *AB* numeri *ΓΔ*. ergo etiam reliquus *EB* reliqui *ZΔ* eadem pars est, quae totus *AB* totius *ΓΔ*; quod erat demonstrandum.



VIII.

Si numerus numeri partes sunt eaedem, quae ablatus numerus ablati, etiam reliquus reliqui eaedem partes erunt, quae totus totius.

Nam numerus *AB* numeri *ΓΔ* eaedem partes sint, quae ablatus *AE* ablati *ΓZ*. dico, etiam reliquum

---

ἀλλὰ ὅ] in ras. m. 2 F; ὃ ἄρα post ras. plus quam 2 linn. V. *AE*] *EB* V; e corr. F. *ΓZ*] in ras. F; *ZΔ* V. 15. Post *ΓΔ* add. Bp: ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ *EB* τοῦ *ZΔ*, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ *AB* τοῦ *ΓΔ*; idem P mg. m. rec. καὶ λοιπὸς ἄρα] καί mutat in ὅ et in mg. add. ἄρα μέρος ἐστίν F m. 2 (λοιπὸς ἄρα in init. lin. seq. (a m. 1) intactum relinquitur). 16. ἐστί V. 17. *ΓΔ*] *BΓ* F. 21. ὁ] om. Pp; m. 2 F. 22. *ΓΔ*] *Γ* add. m. rec. P.

ὅτι καὶ λοιπὸς ὁ ΕΒ λοιποῦ τοῦ ΖΔ τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν, ἅπερ ὅλος ὁ ΑΒ ὅλου τοῦ ΓΔ.

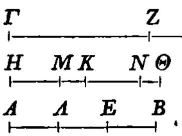
Κείσθω γὰρ τῷ ΑΒ ἴσος ὁ ΗΘ. ἃ ἄρα μέρη ἐστὶν ὁ ΗΘ τοῦ ΓΔ, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ. διῃρήσθω ὁ μὲν ΗΘ εἰς τὰ τοῦ ΓΔ μέρη τὰ ΗΚ, ΚΘ, ὁ δὲ ΑΕ εἰς τὰ τοῦ ΓΖ μέρη τὰ ΑΛ, ΛΕ· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΗΚ, ΚΘ τῷ πλήθει τῶν ΑΛ, ΛΕ. καὶ ἐπεί, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΗΚ τοῦ ΓΔ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΛ τοῦ ΓΖ, μείζων δὲ ὁ ΓΔ τοῦ ΓΖ, μείζων ἄρα καὶ ὁ ΗΚ τοῦ ΑΛ. κείσθω τῷ ΑΛ ἴσος ὁ ΗΜ. ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΗΚ τοῦ ΓΔ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΗΜ τοῦ ΓΖ· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΜΚ λοιποῦ τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ ὅλος ὁ ΗΚ ὅλου τοῦ ΓΔ. πάλιν ἐπεί, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΚΘ τοῦ ΓΔ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΕΛ τοῦ ΓΖ, μείζων δὲ ὁ ΓΔ τοῦ ΓΖ, μείζων ἄρα καὶ ὁ ΘΚ τοῦ ΕΛ. κείσθω τῷ ΕΛ ἴσος ὁ ΚΝ. ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΚΘ τοῦ ΓΔ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΚΝ τοῦ ΓΖ· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΝΘ λοιποῦ τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ ὅλος ὁ ΚΘ ὅλου τοῦ ΓΔ. ἐδείχθη δὲ καὶ λοιπὸς ὁ ΜΚ λοιποῦ τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ὤν, ὅπερ ὅλος ὁ ΗΚ ὅλου τοῦ ΓΔ· καὶ συναμφότερος ἄρα ὁ ΜΚ, ΝΘ τοῦ ΔΖ τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν, ἅπερ ὅλος ὁ ΘΗ ὅλου

---

1. καί] καὶ ὁ V. ΖΔ] Δ add. m. 2 F. 2. ὅλος] ὁ ὅλος B. 4. ἐστί] ἐστίν F. 8. ΛΕ] in ras. V. 9. ΗΚ] Κ postea insert. V. ἐστίν PV. καί] om. P. 11. ΗΜ] ΜΗ Vp. 11. ἐστίν PF. 16. ἐστίν F. τοῦ ΓΖ] m. 2 supra scr. F. 17. ΘΚ] ΚΘ P. 18. ΚΝ] corr. ex ΚΗ m. rec. p; mutat. in ΚΗ m. 2 V. 19. μεμέρος P; corr. m. 2. ἐστίν F. καὶ λοιπός] λοιπός V. 20. ΝΘ] corr. ex ΗΘ m. rec. p. ΖΔ] Δ eras. V. ὅπερ] m. 2 V. 21. ἐδείχθη δέ — 23: ΓΔ] mg. V. 21. καί] καὶ ὁ BFV. ὁ] om. p.

EB reliqui $Z\Delta$ easdem partes esse, quae sit totus AB totius $\Gamma\Delta$.

ponatur enim $H\Theta = AB$. itaque quae partes est $H\Theta$ numeri $\Gamma\Delta$, eaedem est etiam AE numeri ΓZ. diuidatur $H\Theta$ in HK, $K\Theta$ partes numeri $\Gamma\Delta$, AE autem in $A\Lambda$, ΛE partes numeri ΓZ. itaque multitudo numerorum HK, $K\Theta$ multitudini numerorum $A\Lambda$, ΛE aequalis est. et quoniam quae pars est HK numeri $\Gamma\Delta$, eadem est $A\Lambda$ numeri ΓZ, et



$\Gamma\Delta > \Gamma Z$, erit etiam $HK > A\Lambda$. ponatur $HM = A\Lambda$. itaque quae pars est HK numeri $\Gamma\Delta$, eadem est HM numeri ΓZ. quare etiam reliquus MK reliqui $Z\Delta$ eadem pars est, quae totus HK totius $\Gamma\Delta$ [prop. VII]. rursus quoniam quae pars est $K\Theta$ numeri $\Gamma\Delta$, eadem est $E\Lambda$ numeri ΓZ, et $\Gamma\Delta > \Gamma Z$, erit etiam $\Theta K > E\Lambda$. ponatur $KN = E\Lambda$. itaque quae pars est $K\Theta$ numeri $\Gamma\Delta$, eadem est KN numeri ΓZ. quare etiam reliquus $N\Theta$ reliqui $Z\Delta$ eadem pars est, quae totus $K\Theta$ totius $\Gamma\Delta$ [prop. VII]. demonstrauimus autem, esse etiam reliquum MK reliqui $Z\Delta$ eandem partem, quae totus HK totius sit $\Gamma\Delta$. quare etiam $MK + N\Theta$ eaedem partes sunt numeri ΔZ, quae totus ΘH totius

22. ὧν] om. p, ὃν V. HK] KH P. 23. $\Gamma\Delta$] $\Delta\Gamma$ FVp. MK] eras. V. $N\Theta$] corr. ex $H\Theta$ m. 2 p. 24. ΔZ] ΛZ F; $Z\Delta$ Vp. ΘH] $H\Theta$ FVp.

τοῦ $ΓΔ$. ἴσος δὲ συναμφότερος μὲν ο $ΜΚ$, $ΝΘ$ τῷ $ΕΒ$, ὁ δὲ $ΘΗ$ τῷ $ΒΑ$· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ $ΕΒ$ λοιποῦ τοῦ $ΖΔ$ τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν, ἅπερ ὅλος ὁ $ΑΒ$ ὅλου τοῦ $ΓΔ$· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ᾖ, καὶ ἐναλλάξ, ὃ μέρος ἐστὶν ἢ μέρη ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου, τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται ἢ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ $Α$ ἀριθμοῦ τοῦ $ΒΓ$ μέρος ἔστω, καὶ ἕτερος ὁ $Δ$ ἑτέρου τοῦ $ΕΖ$ τὸ αὐτὸ μέρος, ὅπερ ὁ $Α$ τοῦ $ΒΓ$· λέγω, ὅτι καὶ ἐναλλάξ, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ $Α$ τοῦ $Δ$ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ $ΒΓ$ τοῦ $ΕΖ$ ἢ μέρη.

Ἐπεὶ γὰρ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ $Α$ τοῦ $ΒΓ$, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ $Δ$ τοῦ $ΕΖ$, ὅσοι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ $ΒΓ$ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ $Α$, τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τῷ $ΕΖ$ ἴσοι τῷ $Δ$. διῃρήσθω ὁ μὲν $ΒΓ$ εἰς τοὺς τῷ $Α$ ἴσους τοὺς $ΒΗ$, $ΗΓ$, ὁ δὲ $ΕΖ$ εἰς τοὺς τῷ $Δ$ ἴσους τοὺς $ΕΘ$, $ΘΖ$· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν $ΒΗ$, $ΗΓ$ τῷ πλήθει τῶν $ΕΘ$, $ΘΖ$.

Καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ $ΒΗ$, $ΗΓ$ ἀριθμοὶ ἀλλήλοις, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ $ΕΘ$, $ΘΖ$ ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοις,

---

1. $ΓΔ$] $ΔΓ$ BF. δέ] V corr. ex δή; δή PBFp. μὲν ὁ] ὁ μέν V. $ΜΚ$, $ΝΘ$] mutat. in $ΗΜ$, $ΚΝ$ m. 2 V; λοιπὸς ἄρα ὁ $ΜΚ$, $ΝΘ$ τῷ $ΕΒ$ ἴσος ἐστίν mg. m. 2 V. 2. τῷ] e corr. m. 1 F. $ΕΒ$] $ΒΕ$ V m. 1, $ΑΕ$ m. 2. $ΘΗ$] $ΘΝ$ p. $ΒΑ$] mutat. in $ΜΚ$ m. rec. p. 3. $ΖΔ$] corr. ex $ΔΖ$ m. 2 V, $ΔΖ$ F. 6. Post ἕτερος ras. 5 litt., dein τοῦ πρώτου μείζονος τοῦ δευτέρου punctis del. F; totam protasin ita, ut apud nos legitur, in mg. repetit m. 2. 7. ᾖ] P; om. BFVp. 9.

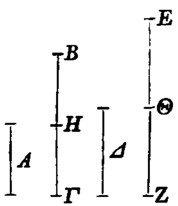
$\Gamma\varDelta$. sed $MK + N\Theta = EB$[1]) et $\Theta H = BA$. ergo etiam reliquus EB reliqui $Z\varDelta$ eaedem partes sunt, quae totus AB totius $\Gamma\varDelta$; quod erat demonstrandum.

IX.

Si numerus numeri pars est et alius numerus alius numeri eadem pars, etiam permutatim, quae pars uel partes primus est tertii, eadem pars uel partes erit secundus quarti.

Nam numerus A numeri $B\Gamma$ pars sit, et alius $\varDelta$ alius numeri EZ eadem pars sit, quae A numeri $B\Gamma$. dico, etiam permutatim numerum $B\Gamma$ eandem partem uel partes esse numeri EZ, quae pars uel partes sit A numeri $\varDelta$.

Nam quoniam quae pars est A numeri $B\Gamma$, eadem est $\varDelta$ numeri EZ, quot sunt in $B\Gamma$ numeri numero A aequales, totidem etiam in EZ sunt numero $\varDelta$ aequales. diuidatur $B\Gamma$ in numeros BH, $H\Gamma$ numero A aequales, EZ autem in $E\Theta$, ΘZ numero $\varDelta$ aequales. itaque multitudo numerorum BH, $H\Gamma$ multitudini numerorum $E\Theta$, ΘZ aequalis est. et quoniam $BH = H\Gamma$ et $E\Theta = \Theta Z$, et multitudo numerorum



1) Nam $HM + MK + KN + N\Theta = AA + AE + EB$, et $HM = AA$, $KN = EA$.

ἔσται] ἐστι comp. p. 11. Post ἔστω add. V: ἢ τὰ αὐτὰ μέρη punctis del. μέρος ἔσται p. 13. Post $B\Gamma$ add. BVp, F mg. m. 2: ἐλάττων δὲ ἔστω ὁ A τοῦ $\varDelta$ ($\varDelta$ in ras. m. 1 B). ὅ] supra ὅ scr. ὅπερ m. 1 p. 14. ἐστίν F. 17. ἐστίν PF. καί] om. P. 18. εἰσιν PB. 21. ἔσται] ἐστί F, corr. m. 2. 24. εἰσίν P. $E\Theta$] EZ p.

καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΒΗ, ΗΓ τῷ πλήθει τῶν ΕΘ, ΘΖ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΒΗ τοῦ ΕΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΗΓ τοῦ ΘΖ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ὥστε καὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΒΗ τοῦ ΕΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφότερος ὁ ΒΓ συναμφοτέρου τοῦ ΕΖ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. ἴσος δὲ ὁ μὲν ΒΗ τῷ Α, ὁ δὲ ΕΘ τῷ Δ· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ Δ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΒΓ τοῦ ΕΖ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ι'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ᾖ, καὶ ἐναλλάξ, ἃ μέρη ἐστὶν ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου ἢ το αὐτὸ μέρος.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ ΑΒ ἀριθμοῦ τοῦ Γ μέρη ἔστω, καὶ ἕτερος ὁ ΔΕ ἑτέρου τοῦ Ζ τὰ αὐτὰ μέρη· λέγω, ὅτι καὶ ἐναλλάξ, ἃ μέρη ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ ΔΕ ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Ζ ἢ τὸ αὐτὸ μέρος.

Ἐπεὶ γάρ, ἃ μέρη ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ Γ, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ ΔΕ τοῦ Ζ, ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΑΒ μέρη τοῦ Γ, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ΔΕ μέρη τοῦ Ζ. διῃρήσθω ὁ μὲν ΑΒ εἰς τὰ τοῦ Γ μέρη τὰ ΑΗ, ΗΒ, ὁ δὲ ΔΕ εἰς τὰ τοῦ Ζ μέρη τὰ ΔΘ, ΘΕ· ἔσται

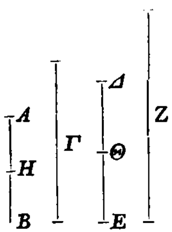
2. ΕΘ] corr. ex ΕΖ m. 1 F. 4. ὥστε] -τε in ras. V. 7. δέ] δή P. 12. ᾖ] P; om. BFVp. 13. Ante ᾖ in p del. καί. μέρος] corr. ex μέρη p. 14. ἔσται μέρη V. καί] m. 2 F. 16. ΑΒ] inter Α et Β duae litt. eras. V. ἔστω] φ, ἔσται? F. 17. Post μέρη add. BFVp: ἔστω δέ (δέ m. 2 F; ἐλάττων δὲ ἔστω B) ὁ ΑΒ τοῦ ΔΕ ἐλάσσων (m.

BH, *HΓ* multitudini numerorum *EΘ*, *ΘZ* aequalis est, erit etiam *HΓ* numeri *ΘZ* eadem pars uel partes, quae *BH* numeri *EΘ*. quare etiam quae pars uel partes est *BH* numeri *EΘ*, eadem pars uel partes est *BΓ* numeri *EZ* [prop. V et VI]. sed *BH* = *A*, *EΘ* = *Δ*. ergo quae pars uel partes est *A* numeri *Δ*, eadem pars uel partes est etiam *BΓ* numeri *EZ*; quod erat demonstrandum.

X.

Si numerus numeri partes sunt, et alius numerus alius numeri eaedem partes, etiam permutatim quae partes uel pars primus est tertii, eaedem partes uel pars est secundus quarti.

Numerus enim *AB* numeri *Γ* partes sint, et alius *ΔE* alius numeri *Z* eaedem partes. dico, etiam permutatim numerum *Γ* easdem partes uel partem esse numeri *Z*, quae *AB* numeri *ΔE*.



nam quoniam quae partes est *AB* numeri *Γ*, eaedem est etiam *ΔE* numeri *Z*, quot sunt in *AB* partes numeri *Γ*, totidem partes numeri *Z* in *ΔE* sunt. diuidatur *AB* in *AH*, *HB* partes numeri *Γ*, *ΔE* autem in *ΔΘ*, *ΘE* partes numeri *Z*. erit

---

2 F, om. B). 18. ᾱ] om. F. 19. ἐστίν F. τοῦ] om. p. 21. ᾱ] m. 2 B. 22. ἄρα] m. 2 F. 24. *Γ*] in ras. 4 litt. e corr. F. 25. *HB*] *H* e corr. V. *ΔE*] *E* in ras. P. *ΔΘ*] *Δ* e corr. p; post ras. 2 litt. V; *AΘ* F (sed *A* e corr.). *ΘE*] *E* eras.; fuit *EΘ* F.

δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΑΗ, ΗΒ τῷ πλήθει τῶν ΔΘ, ΘΕ. καὶ ἐπεί, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ Γ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΔΘ τοῦ Ζ, καὶ ἐναλλάξ, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ ΔΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Ζ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καί, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΗΒ τοῦ ΘΕ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Ζ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ὥστε καί [ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ ΔΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΗΒ τοῦ ΘΕ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· καὶ ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ ΔΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΔΕ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ἀλλ' ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ ΔΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐδείχθη καὶ ὁ Γ τοῦ Ζ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ] ἃ [ἄρα] μέρη ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ ΔΕ ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Ζ ἢ τὸ αὐτὸ μέρος· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια´.

Ἐὰν ᾖ ὡς ὅλος πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθεὶς πρὸς ἀφαιρεθέντα, καὶ ὁ λοιπὸς πρὸς τὸν λοιπὸν ἔσται, ὡς ὅλος πρὸς ὅλον.

Ἔστω ὡς ὅλος ὁ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸν ΓΔ, οὕτως ἀφαιρεθεὶς ὁ ΑΕ πρὸς ἀφαιρεθέντα τὸν ΓΖ· λέγω, ὅτι καὶ λοιπὸς ὁ ΕΒ πρὸς λοιπὸν τὸν ΖΔ ἐστιν, ὡς ὅλος ὁ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸν ΓΔ.

Ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ ΑΒ πρὸς τὸν ΓΔ, οὕτως ὁ ΑΕ

---

1. δή] δέ p. ΑΗ, ΗΒ] in ras. φ. 2. ΔΘ, ΘΕ] eras. F. 3. καί] (alt.) Pp, B m. rec.; om. FV. 4. ΔΘ] ΘΔ P. 5. Γ] post ras. 1 litt. F. τὰ αὐτά] om. p. διὰ τὰ — 7: μέρη] om. V; ὥστε καὶ ὁ ΗΒ τοῦ ΘΕ τὸ αὐτό ἐστι μέρος ἢ μέρη, ὅπερ ὁ ἴσος τῷ ΗΒ, τουτέστιν ὁ ΑΗ, τῷ ἴσῳ τῷ ΔΘ, τουτέστιν τῷ ΘΕ p; idem V mg. m. 1 bis (μέρος ἐστίν, τοῦ ΗΒ τουτέστι). 6. ΗΒ] ΒΗ F. τὸ αὐτὸ μέρος] bis P,

igitur multitudo numerorum AH, HB multitudini numerorum $\varDelta\Theta$, ΘE aequalis. et quoniam quae pars est AH numeri Γ, eadem est $\varDelta\Theta$ numeri Z, permutatim quae pars uel partes est AH numeri $\varDelta\Theta$, eadem pars uel partes est etiam Γ numeri Z [prop. IX]. eadem de causa etiam quae pars uel partes est HB numeri ΘE, eadem pars uel partes est Γ numeri Z. quare etiam quae partes uel pars est AB numeri $\varDelta E$, eaedem partes uel pars est etiam Γ numeri Z[1]); quod erat demonstrandum.

XI.

Si est ut totus ad totum, ita ablatus ad ablatum, etiam reliquus ad reliquum erit, ut totus ad totum.

Sit $AB : \Gamma\varDelta = AE : \Gamma Z$. dico, esse etiam

$$EB : Z\varDelta = AB : \Gamma\varDelta.$$

quoniam est $AB : \Gamma\varDelta = AE : \Gamma Z$, erit AE eadem

1) Nam AH eadem pars uel partes est numeri $\varDelta\Theta$, quae HB numeri ΘE. ergo (prop. V et VI) AB numeri $\varDelta E$ eadem pars uel partes est, quae AH numeri $\varDelta\Theta$ siue quae Γ numeri Z. — sed quae hanc ipsam ratiocinationem continent uerba lin. 8—13, merito auctoritate codicis P Theoni tribuenda esse uideri possunt (Campanus in his libris arithmeticis tanto opere a Graecis discrepat, ut perraro ex eo documenta peti possint).

corr. m. 2. 7. *μέρος*] eras. F. *ἐστὶ καί*] om. F. 8. *ὃ μέρος* — 13: *μέρη καί*] mg. m. rec. P. 8. *ὃ ἄρα μέρος* F. 9. *ἄρα μέρος* Vp. HB *τοῦ* — 11: *καὶ ὁ*] om. Vp. HB] $H\Theta$ F. 10. $\varDelta\Theta$] $A\Theta$ F. 11. AB] $A\Theta$ F. $\varDelta E$] AE F. 13. *ἄρα*] m. rec. P. 14. *ἐστίν*] *ἐστὶ καί* Vp. 15. *ἐστίν* P. 17. *ὡς*] om. p. 22. *ὁ λοιπὸς ὁ* V. Post *πρός* add. V: *ὅλον τὸν* $\Gamma\varDelta$ *πρὸς τόν*, del. m. 1. $Z\varDelta$] $\varDelta Z$ P. 24. Post *ἐπεί* add. *γάρ* FV m. 2, P m. rec. *ὁ*] (alt.) in ras. m. 1 B.

πρὸς τὸν ΓΖ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΕΒ λοιποῦ τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ μέρη, ἅπερ ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΕΒ πρὸς τὸν ΖΔ, οὕτως ὁ ΑΒ πρὸς τὸν ΓΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβʹ.

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον, ἔσται ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἑπομένους.

Ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, Δ, ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως οἱ Α, Γ πρὸς τοὺς Β, Δ.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ Β ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Δ ἢ μέρη. καὶ συναμφότερος ἄρα ὁ Α, Γ συναμφοτέρου τοῦ Β, Δ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, ἅπερ ὁ Α τοῦ Β. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως οἱ Α, Γ πρὸς τοὺς Β, Δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

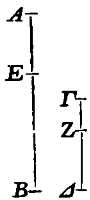
ιγʹ.

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσονται.

XIII. Philop. in anal. post. fol. 18.

---

1 τόν] om. V. 2. ἐστίν F. 3. λοιπός] λοιπόν p. ΖΔ] ΔΖ P. 4. ἅπερ] -περ eras. F. ὁ] bis p. 12. ἀνάλογον] om. Vp, euan. F. 13. ὁ Γ] δέ φ. ὁ Γ — 14: Β, οὕτως]



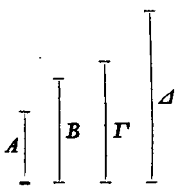
pars uel partes numeri ΓZ, quae AB numeri $\Gamma\Delta$ [def. 20]. quare etiam reliquus EB reliqui $Z\Delta$ eadem pars uel partes erit, quae AB numeri $\Gamma\Delta$ [prop. VII. VIII]. ergo

$$EB : Z\Delta = AB : \Gamma\Delta$$

[def. 20]; quod erat demonstrandum.

XII.

Si quotlibet numeri proportionales sunt, erunt, ut unus praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes.



Sint quotlibet numeri proportionales A, B, Γ, Δ, ita ut sit

$$A : B = \Gamma : \Delta.$$

dico, esse $A : B = A + \Gamma : B + \Delta$.

nam quoniam est $A : B = \Gamma : \Delta$, quae pars uel partes est A numeri B, eadem pars uel partes est etiam Γ numeri Δ [def. 20]. quare etiam $A + \Gamma$ eadem pars uel partes sunt numerorum $B + \Delta$, quae A numeri B [prop. V. VI]. ergo

$$A : B = A + \Gamma : B + \Delta \text{ [def. 20];}$$

quod erat demonstrandum.

XIII.

Si quattuor numeri proportionales sunt, etiam permutatim proportionales erunt.

---

om. p. 16. A] in ras. m. rec. P. τόν] τό φ. 17. ὅ] ἤ φ (non F). τοῦ] τόν φ. 19. ὁ] e corr. V, m. 2 F. 20. ἐστίν] comp. F, euan. Dein in F seq. 23 folia pergameni recentissimi (φ); incip. ἐστὶν ἤ κτλ., desin. IX, 15 fin.: δεῖξαι. 21. Post ἔστιν in B: ὅ, del. m. 2. 24. ὥσι Vpφ.

Ἔστωσαν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, Δ, ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· λέγω, ὅτι καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσονται, ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Δ.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ Β ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Δ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. ἐναλλὰξ ἄρα, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ Γ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Β τοῦ Δ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ'.

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

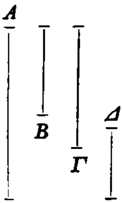
Ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, Γ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ Δ, Ε, Ζ, ὡς μὲν ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, ὡς δὲ ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ· λέγω, ὅτι καὶ δι' ἴσου ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Ε. πάλιν, ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ. ὡς δὲ ὁ Β πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Δ· καὶ

---

9. Β] e corr. V. μέρη τὰ αὐτα p. 15. καί] om. Vpφ. λόγῳ] m. rec. B. 17. Γ] Γ, Δ p. 27. ὡς] om. p.

Sint quattuor numeri proportionales A, B, Γ, Δ, ita ut sit $A : B = \Gamma : \Delta$. dico, esse etiam permutatim $A : \Gamma = B : \Delta$.

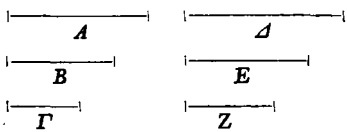


nam quoniam est $A : B = \Gamma : \Delta$, quae pars uel partes est A numeri B, eadem pars uel partes erit etiam Γ numeri Δ [def. 20]. itaque permutatim quae pars uel partes est A numeri Γ, eadem pars uel partes est etiam B numeri Δ [prop. X]. ergo $A : \Gamma = B : \Delta$ [def. 20]; quod erat demonstrandum.

XIV.

Si quotlibet numeri dati sunt et alii iis numero aequales bini simul coniuncti et in eadem proportione, etiam ex aequo in eadem proportione erunt.

Sint quotlibet numeri A, B, Γ et alii iis numero aequales bini simul coniuncti in eadem proportione



Δ, E, Z, ita ut sit $A : B = \Delta : E$ et $B : \Gamma = E : Z$. dico, esse etiam ex aequo $A : \Gamma = \Delta : Z$.

nam quoniam est $A : B = \Delta : E$, permutatim erit $A : \Delta = B : E$ [prop. XIII]. rursus quoniam est

$$B : \Gamma = E : Z,$$

permutatim erit $B : E = \Gamma : Z$ [id.]. sed $B : E = A : \Delta$.

ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιεʹ.

Ἐὰν μονὰς ἀριθμόν τινα μετρῇ, ἰσάκις δὲ ἕτερος ἀριθμὸς ἄλλον τινὰ ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἐναλλὰξ ἰσάκις ἡ μονὰς τὸν τρίτον ἀριθμὸν μετρήσει καὶ ὁ δεύτερος τὸν τέταρτον.

Μονὰς γὰρ ἡ Α ἀριθμόν τινα τὸν ΒΓ μετρείτω, ἰσάκις δὲ ἕτερος ἀριθμὸς ὁ Δ ἄλλον τινὰ ἀριθμὸν τὸν ΕΖ μετρείτω· λέγω, ὅτι καὶ ἐναλλὰξ ἰσάκις ἡ Α μονὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ ΒΓ τὸν ΕΖ.

Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκις ἡ Α μονὰς τὸν ΒΓ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Δ τὸν ΕΖ, ὅσαι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ ΒΓ μονάδες, τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τῷ ΕΖ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Δ. διῃρήσθω ὁ μὲν ΒΓ εἰς τὰς ἐν ἑαυτῷ μονάδας τὰς ΒΗ, ΗΘ, ΘΓ, ὁ δὲ ΕΖ εἰς τοὺς τῷ Δ ἴσους τοὺς ΕΚ, ΚΛ, ΛΖ. ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΒΗ, ΗΘ, ΘΓ τῷ πλήθει τῶν ΕΚ, ΚΛ, ΛΖ. καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΒΗ, ΗΘ, ΘΓ μονάδες ἀλλήλαις, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ ΕΚ, ΚΛ, ΛΖ ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοις, καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΒΗ, ΗΘ, ΘΓ μονάδων τῷ πλήθει τῶν ΕΚ, ΚΛ, ΛΖ ἀριθμῶν, ἔσται ἄρα ὡς ἡ ΒΗ μονὰς πρὸς τὸν ΕΚ ἀριθμόν, οὕτως ἡ ΗΘ μονὰς πρὸς τὸν ΚΛ ἀριθμὸν καὶ ἡ ΘΓ μονὰς πρὸς τὸν ΛΖ ἀριθμόν. ἔσται ἄρα καὶ ὡς εἷς

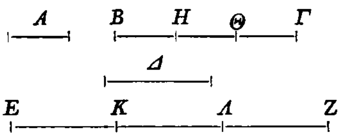
2. ἐναλλὰξ ἄρα] in ras. m. 1 p. Δ] in ras. φ. 6. ἀριθμόν] om. p. 7. ἀριθμόν] om. B. 8. μετρεῖ B. 9. τινα] e corr. V. μετρήτω B φ. 10. δέ] supra m. 1 V. ὁ Δ] supra m. 1 V. τινά] τινὰ μετρείτω V, τινὰ μετρήτω φ.

quare etiam $A : \Delta = \Gamma : Z$. ergo permutatim erit $A : \Gamma = \Delta : Z$ [id.]; quod erat demonstrandum.

XV.

Si unitas numerum aliquem metitur, et alius numerus alium numerum aequaliter metitur, etiam permutatim unitas tertium numerum et secundus quartum aequaliter metietur.

Nam unitas A numerum aliquem $B\Gamma$ metiatur, et alius numerus Δ alium numerum EZ aequaliter metiatur. dico, etiam permutatim unitatem A numerum Δ et $B\Gamma$ numerum EZ aequaliter metiri.



nam quoniam unitas A numerum $B\Gamma$ et Δ numerum EZ aequaliter metitur, quot sunt in $B\Gamma$ unitates, tot etiam in EZ numeri sunt numero Δ aequales. diuidatur $B\Gamma$ in unitates suas BH, $H\Theta$, $\Theta\Gamma$ et EZ in numeros EK, $K\Lambda$, ΛZ numero Δ aequales. erit igitur multitudo numerorum BH, $H\Theta$, $\Theta\Gamma$ multitudini numerorum EK, $K\Lambda$, ΛZ aequalis. et quoniam

$$BH = H\Theta = \Theta\Gamma$$

et etiam $EK = K\Lambda = \Lambda Z$, et multitudo unitatum BH, $H\Theta$, $\Theta\Gamma$ multitudini numerorum EK, $K\Lambda$, ΛZ aequalis est, erit $BH : EK = H\Theta : K\Lambda = \Theta\Gamma : \Lambda Z$.

11. *μετρείτω*] om. V φ. *ἰσάκις*] om. p. 12. *μετρεῖ ἰσάκις* p. 15. *εἰσίν* PB. *ἀριθμῷ* p. 16. *ὁ*] *ἡ* φ. *ἑαυτῷ*] PB, *αὐτῷ* Vpφ. 18. *δή*] *δέ* p. 19. $K\Lambda$] K e corr. V. 23. *τῶν* EK] *τῷ* M, EK φ. 24. *ὡς*] m. 2 V. *τόν*] om. p. *οὕτως*] in ras. m. 2 V. 25. $H\Theta$] in ras. m. 2 V. $K\Lambda$] in ras. m. 2 V. *καὶ ἡ* — 26: *ἀριθμόν*] mg. m. 2 V. 26. *ἀριθμόν*] om. B. *ἔσται*] *ἔστιν* comp. p.

τῶν ἡγουμένων πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἑπομένους· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΗ μονὰς πρὸς τὸν ΕΚ ἀριθμόν, οὕτως ὁ ΒΓ πρὸς τὸν ΕΖ. ἴση δὲ ἡ ΒΗ μονὰς τῇ Α μονάδι, ὁ δὲ ΕΚ ἀριθμὸς τῷ Δ ἀριθμῷ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Α μονὰς πρὸς τὸν Δ ἀριθμόν, οὕτως ὁ ΒΓ πρὸς τὸν ΕΖ. ἰσάκις ἄρα ἡ Α μονὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ ΒΓ τὸν ΕΖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιϛʹ.

αλ-λα

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἴσοι ἀλλήλοις ἔσονται.

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, καὶ ὁ μὲν Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω, ὁ δὲ Β τὸν Α πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω· λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ Γ τῷ Δ.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ὁ Β ἄρα τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ Ε μονὰς τὸν Α ἀριθμὸν κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκις ἄρα ἡ Ε μονὰς τὸν Α ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Β τὸν Γ. ἐναλλὰξ ἄρα ἰσάκις ἡ Ε μονὰς τὸν Β ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Α τὸν Γ. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Β τὸν Α πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ Α ἄρα τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ Ε μονὰς τὸν Β κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκις ἄρα ἡ Ε μονὰς τὸν Β ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Α τὸν Δ. ἰσάκις δὲ ἡ Ε μονὰς τὸν Β ἀριθμὸν ἐμέτρει καὶ ὁ Α τὸν Γ·

---

3. *ἄρα*] *ἄρα καί* p. *πρός*] bis P. 4. *ὁ*] *ἡ* p. *μονάδι*] *-δι* in ras. V. 7. *ἡ*] *ὁ* P. *Α*] supra m. 2 V. *μο-*

erit autem etiam, ut unus praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [prop. XII]. quare $BH : EK = B\Gamma : EZ$. sed $BH = A$, et $EK = \Delta$. quare erit $A : \Delta = B\Gamma : EZ$. ergo unitas A numerum Δ et $B\Gamma$ numerum EZ aequaliter metitur; quod erat demonstrandum.

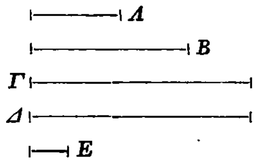
XVI.

Si duo numeri alter alterum multiplicans numeros aliquos efficiunt, numeri effecti inter se aequales erunt.

Sint duo numeri A, B, et sit

$$A \times B = \Gamma,\ B \times A = \Delta.$$

dico, esse $\Gamma = \Delta$.



nam quoniam $A \times B = \Gamma$, B numerum Γ secundum unitates numeri A metitur. uerum etiam unitas E numerum A secundum unitates eius metitur. itaque unitas E numerum A et B numerum Γ aequaliter metitur. itaque permutatim unitas E numerum B et A numerum Γ aequaliter metitur [prop. XV]. rursus quoniam $B \times A = \Delta$, A numerum Δ secundum unitates numeri B metitur. uerum etiam unitas E numerum B secundum unitates eius metitur. itaque unitas E numerum B et A numerum Δ aequaliter metitur. uerum unitas E numerum B et A numerum Γ aequa-

---

νάς] om. P. ἀριθμόν] om. P. μετρῇ φ. 11. ποιῶσιν B. 14. ποιήτω V, sed corr. 19. ἡ] supra m. 1 p. E] e corr. p. 20. αὐτῇ p. ἄρα] in ras. V. 21. ἰσάκις ἄρα P m. 1, corr. m. rec. 22. ἰσάκις] om. p. μονὰς ἰσάκις p. 23. A] in ras. m. 1 B. 25. τῷ] αὐτῷ P, corr. m. rec. 27. τὸν Δ — 28: καὶ ὁ A] om. p. 28. ἐμέτρει] P; μετρεῖ BVφ.

ἰσάκις ἄρα ὁ Α ἑκάτερον τῶν Γ, Δ μετρεῖ. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Γ τῷ Δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιζʹ.

ma : mb = a : b

Ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς πολλαπλασιάσας ποιῇ τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν ἕξουσι λόγον τοῖς πολλαπλασιασθεῖσιν.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α δύο ἀριθμοὺς τοὺς Β, Γ πολλαπλασιάσας τοὺς Δ, Ε ποιείτω· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ Β ἄρα τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ Ζ μονας τὸν Α ἀριθμὸν κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκις ἄρα ἡ Ζ μονὰς τὸν Α ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Β τὸν Δ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Ζ μονὰς πρὸς τὸν Α ἀριθμόν, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Δ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ Ζ μονὰς πρὸς τὸν Α ἀριθμόν, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Ε· καὶ ὡς ἄρα ὁ Β πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Ε. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιηʹ.

m : bm = a : b

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσαντες ποιῶσί τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν ἕξουσι λόγον τοῖς πολλαπλασιάσασιν.

---

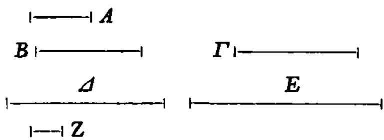
1. ὁ Α] om. p. τῶν] τόν p. 5. τὸν αὐτόν] supra V. 7. πολλαπλασιασθεῖσι p. 8. τούς] in ras. V. 11. τῷ] αὐτῷ P, αὐτῷ τῷ m. rec. 13. αὐτῇ p. 15. ἡ] supra m. 1 p. ἀριθμόν] om. P. 17. καὶ ὡς — 18: πρὸς τὸν Ε] om. P. 18.

liter metiebatur [p. 222, 22]. itaque A utrumque numerum Γ, Δ aequaliter metitur. ergo $\Gamma = \Delta$; quod erat demonstrandum.

XVII.

Si numerus duos numeros multiplicans numeros aliquos efficit, numeri ex iis effecti eandem rationem habebunt, quam habent numeri multiplicati.

Nam numerus A duos numeros B, Γ multiplicans numeros Δ, E efficiat. dico, esse $B : \Gamma = \Delta : E$.



quoniam enim A numerum B multiplicans Δ effecit, B numerum Δ metitur secundum unitates numeri A. uerum etiam Z unitas numerum A secundum unitates eius metitur. itaque unitas Z numerum A et B numerum Δ aequaliter metitur. quare $Z : A = B : \Delta$ [def. 20]. eadem de causa erit etiam $Z : A = \Gamma : E$. quare etiam $B : \Delta = \Gamma : E$. itaque permutando [prop. XIII] $B : \Gamma = \Delta : E$; quod erat demonstrandum.

XVIII.

Si duo numeri numerum aliquem multiplicantes numeros aliquos efficiunt, numeri inde effecti eandem rationem habebunt, quam multiplicantes.

τὸν Δ] *Δ* V φ. 24. *ἔχουσι* P. *πολλαπλασιάσασι* p, *πολλαπλασιάζουσι* V φ. Dein seq. in V: *δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ A, B ἀριθμόν τινα τὸν Γ πολλαπλασιάσαντες ποιῶσί τινας οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν ἕξουσι τοῖς πολλαπλασιασα* (ras. 2 litt.); punctis del. m. 1.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α, Β ἀριθμόν τινα τὸν Γ πολλαπλασιάσαντες τοὺς Δ, Ε ποιείτωσαν· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, καὶ ο Γ ἄρα τὸν Α πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Γ τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν. ἀριθμὸς δὴ ὁ Γ δύο ἀριθμοὺς τοὺς Α, Β πολλαπλασιάσας τοὺς Δ, Ε πεποίηκεν. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιθ'.

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐκ πρώτου καὶ τετάρτου γενόμενος ἀριθμὸς ἴσος ἔσται τῷ ἐκ δευτέρου καὶ τρίτου γενομένῳ ἀριθμῷ· καὶ ἐὰν ὁ ἐκ πρώτου καὶ τετάρτου γενόμενος ἀριθμὸς ἴσος ᾖ τῷ ἐκ δευτέρου καὶ τρίτου, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται.

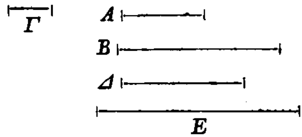
Ἔστωσαν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, Δ, ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ο Γ πρὸς τὸν Δ, καὶ ὁ μὲν Α τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω, ὁ δὲ Β τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποιείτω· λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ Ε τῷ Ζ.

Ὁ γὰρ Α τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Η ποιείτω. ἐπεὶ οὖν ὁ Α τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Η πεποίηκεν, τον δὲ Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν, ἀριθμὸς δη ὁ Α δύο ἀριθμοὺς τοὺς Γ, Δ πολλαπλασιάσας

---

1. *τὸν Γ*] om. p. 2. *τὸν Γ τούς* p. *ποιήτωσαν* φ. 3. *ὡς ἐστιν* p. 5. *καί*] m. 2 V; om. p. *ἄρα*] del. V, om. φ. 6. *διὰ τὰ — 8: πεποίηκεν*] mg. m. 2 V, om. φ. 7. *δύο*]

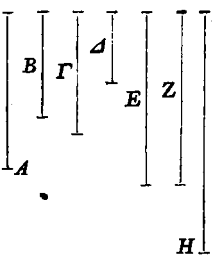
Duo enim numeri A, B numerum aliquem Γ multiplicantes Δ, E efficiant. dico, esse $A : B = \Delta : E$.



nam quoniam A numerum Γ multiplicans numerum Δ effecit, etiam Γ numerum A multiplicans numerum Δ effecit [prop. XVI]. eadem de causa etiam Γ numerum B multiplicans numerum E effecit. itaque numerus Γ duos numeros A, B multiplicans numeros Δ, E effecit. itaque erit $A : B = \Delta : E$ [prop. XVII]; quod erat demonstrandum.

XIX.

Si quattuor numeri proportionales sunt, numerus ex primo quartoque effectus aequalis erit numero ex secundo tertioque effecto; et si numerus ex primo quartoque effectus aequalis est numero ex secundo tertioque effecto, quattuor numeri proportionales erunt.



Sint quattuor numeri proportionales A, B, Γ, Δ, ita ut sit $A : B = \Gamma : \Delta$, et $A \times \Delta = E$, $B \times \Gamma = Z$. dico, esse $E = Z$.

nam sit $A \times \Gamma = H$. iam quoniam $A \times \Gamma = H$ et $A \times \Delta = E$, numerus A duos numeros Γ, Δ mul-

euan. V. 11. *ιθ'*] om. φ, ut semper deinceps. 13. *ἀριθμός*] om. p. 14. *ἐκ δευτέρου*] PB, *ἐκ τοῦ δευτέρου* Vφ; *δευτέρῳ* p. *τρίτῳ συγκειμένῳ ἀριθμῷ* p. 17. *ἀριθμοί*] om. p. *ἀνάλογοι* p. 21. E] in ras. V. Post *ποιείτω* ras. 3 litt. V. 25. *πεποίηκε* Vφ. 26. *δέ*] supra V.

τοὺς Η, Ε πεποίηκεν. ἔστιν ἄρα ως ο Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Ε. ἀλλʼ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α προς τὸν Β, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Ε. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Α τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Η πεποίηκεν, ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Β τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ πεποίηκεν, δύο δὴ ἀριθμοὶ οἱ Α, Β ἀριθμόν τινα τὸν Γ πολλαπλασιάσαντες τοὺς Η, Ζ πεποιήκασιν. ἔστιν ἄρα ὡς ο Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Ζ. ἀλλὰ μὴν καὶ ὡς ο Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Ε· καὶ ὡς ἄρα ὁ Η πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Ζ. ὁ Η ἄρα πρὸς ἑκάτερον τῶν Ε, Ζ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ε τῷ Ζ.

Ἔστω δὴ πάλιν ἴσος ὁ Ε τῷ Ζ· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ ἴσος ἐστὶν ὁ Ε τῷ Ζ, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Η πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Ζ. ἀλλʼ ὡς μὲν ὁ Η πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὡς δὲ ο Η πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β. καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

2. οὕτως ὁ Η — τὸν Δ] mg. m. 2 V. 2. Η] Δ p. ἀλλʼ ὡς] P; ὡς δέ Bpφ. 3. καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως] οὕτως δέ V, om. φ. ὡς ἄρα] ὥσπερ P. 4. οὕτως καί p. ὁ Η πρὸς τὸν Ε] om. φ. Post Ε in V add. m. 2: ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β. Hic φ mg.: οὕτως δὲ καὶ ὁ Η πρὸς τὸν Ε ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β. 6. πεποίηκε Vφ. 12. ἑκάτερα φ. 16. ἐπεί] del. m. rec. P, adscripto λείπει. Post ἐπεί add. Vpφ: ὁ Α τοὺς (πρὸς τούς p) Γ, Δ πολλαπλασιάσας τοὺς Η, Ε πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Ε; idem praemisso ἐπεί P mg. m. rec. et item praemisso ἐπεί et additis: ἴσος δέ ἐστιν ὁ Ε τῷ Ζ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Η πρὸς τὸν Ε B mg. m. 2, deletis lin. 16: ἴσος ἐστίν — 17: τὸν Ε. ἴσος] ἴσος δέ Vpφ. 17. ἐστίν] mutat. in δέ m. rec. P. Ε]

tiplicans numeros H, E effecit. erit igitur
$$\Gamma : \Delta = H : E \text{ [prop. XVII].}$$
uerum $\Gamma : \Delta = A : B$. quare etiam $A : B = H : E$. rursus quoniam $A \times \Gamma = H$ et $B \times \Gamma = Z$, duo numeri A, B numerum aliquem Γ multiplicantes numeros H, Z effecerunt. itaque $A : B = H : Z$ [prop. XVIII]. uerum etiam $A : B = H : E$. quare etiam $H : E = H : Z$. H igitur ad utrumque E, Z eandem rationem habet. ergo $E = Z$ [V, 9].

Sit rursus $E = Z$. dico, esse $A : B = \Gamma : \Delta$.

nam iisdem comparatis quoniam $E = Z$, erit
$$H : E = H : Z \text{ [V, 7].}^{1)}$$
uerum $H : E = \Gamma : \Delta$ [prop. XVII] et $H : Z = A : B$ [prop. XVIII]. quare etiam $A : B = \Gamma : \Delta$; quod erat demonstrandum.

---

1) Cum Euclides plerasque propositiones libri V propria demonstratione usus de numeris iterum demonstrauerit, in quibusdam hoc neglexit, uelut V prop. 11 in his propositionibus saepissime utitur, p. 228, 13 eiusdem libri prop. 9, nostro loco prop. 7, et similiter in aliis. cf. Heath II, p. 314, & p. 320.

---

e corr. m. 1 p. ἔστιν ἄρα — 18: τὸν Z] mg. m. 2 V. ἔστιν] ἔστι φ. E] Z φ. 18. Z] E φ. 19. Δ] in ras. V. Post Δ add. Vpφ: καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ H πρὸς τὸν Z; idem inser. B m. 2, mg. m. rec. P. 20. καί] om. Vφ. 21. Sequitur in Vpφ propositio de tribus numeris proportionalibus; om. P m. 1 (in mg. adscripsit m. recens) et Campanus (u. p. 231 not.); in B in mg. legitur a manu 1. itaque Theoni tribuenda esse uideri potest; u. appendix. cf. p. 231 note) κ'.

Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα.

Ἔστωσαν γὰρ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Β οἱ ΓΔ, ΕΖ· λέγω, ὅτι ἰσάκις ὁ ΓΔ τὸν Α μετρεῖ καὶ ὁ ΕΖ τὸν Β.

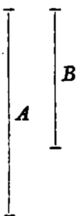
Ὁ ΓΔ γὰρ τοῦ Α οὐκ ἔστι μέρη. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω· καὶ ὁ ΕΖ ἄρα τοῦ Β τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν, ἅπερ ὁ ΓΔ τοῦ Α. ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΓΔ μέρη τοῦ Α, τοσαῦτά ἐστι καὶ ἐν τῷ ΕΖ μέρη τοῦ Β. διῃρήσθω ὁ μὲν ΓΔ εἰς τὰ τοῦ Α μέρη τὰ ΓΗ, ΗΔ, ὁ δὲ ΕΖ εἰς τὰ τοῦ Β μέρη τὰ ΕΘ, ΘΖ· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΓΗ, ΗΔ τῷ πλήθει τῶν ΕΘ, ΘΖ. καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ ΓΗ, ΗΔ ἀριθμοὶ ἀλλήλοις, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ ΕΘ, ΘΖ ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοις, καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΓΗ, ΗΔ τῷ πλήθει τῶν ΕΘ, ΘΖ, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΓΗ πρὸς τὸν ΕΘ, οὕτως ὁ ΗΔ πρὸς τὸν ΘΖ. ἔσται ἄρα καὶ ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἑπομένους. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΓΗ πρὸς τὸν ΕΘ, οὕτως ὁ ΓΔ πρὸς τὸν ΕΖ· οἱ ΓΗ, ΕΘ ἄρα τοῖς ΓΔ, ΕΖ ἐν

---

1. κ'] κα' Vpφ, P m. rec.; in B non liquet. 8. τόν Α] corr. ex τὸ Α V. 9. ἔστιν B. 10. ἔστω ὁ ΓΔ τοῦ Α μέρη Vpφ. τοῦ Β] postea add. V. 11. ὅπερ B, corr. m. 2. 12. ἔστιν B. τοῦ] bis V. 14. ΘΖ] ΘΗ P; corr. m. rec. ἴσον δὴ ἔσται p. δή] in ras. φ. 16. καὶ ἐπεί — 19: τῶν ΕΘ, ΘΖ] del. V, om. φ. 16. ἴσοι εἰσίν] om. V. ἀλλήλοις] ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν V. 17. εἰσί] εἰσίν P, ἴσοι p. ἴσοι] om. p. 19. ΕΘ] Θ e corr. V. 22. ἅπατες P, corr. m. rec.

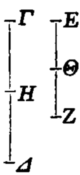
XX.[1])

Numeri minimi eorum, qui eandem ac ipsi rationem habent, numeros eandem rationem habentes aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem.



Sint enim $\Gamma\Delta$, EZ minimi numeri eorum, qui eandem rationem habent, quam A, B. dico, $\Gamma\Delta$ numerum A et EZ numerum B aequaliter metiri.

nam $\Gamma\Delta$ numeri A non est partes. nam si fieri potest, sit. quare etiam EZ numeri B eaedem partes sunt, quae $\Gamma\Delta$ numeri A [prop. XIII, def. 20]. itaque quot sunt in $\Gamma\Delta$ partes numeri A, tot etiam sunt in EZ numeri B partes. diuidatur $\Gamma\Delta$ in ΓH, $H\Delta$ partes numeri A, EZ autem in $E\Theta$, ΘZ partes numeri B. erit igitur multitudo numerorum ΓH, $H\Delta$ multitudini numerorum $E\Theta$, ΘZ aequalis. et quoniam $\Gamma H = H\Delta$ et $E\Theta = \Theta Z$, et multitudo numerorum ΓH, $H\Delta$ aequalis est multitudini numerorum $E\Theta$, ΘZ, erit



$$\Gamma H : E\Theta = H\Delta : \Theta Z.$$

quare etiam ut unus praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [prop. XII]. quare $\Gamma H : E\Theta = \Gamma\Delta : EZ$. itaque ΓH, $E\Theta$

1) De propositione hic omissa haec habet Campanus VII, 20 add.: non proponit autem Euclides de tribus numeris continue proportionalibus, quod ille qui ex ductu primi in tertium producitur, sit aequalis quadrato medii, et si ille qui ex primo in tertium producitur, fuerit aequalis quadrato medii, quod illi tres numeri sint continue proportionales, sicut proponit in 16 sexti de tribus lineis. hoc enim facile demonstratur per hanc 20 cett.

τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν ἐλάσσονες ὄντες αὐτῶν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· ὑπόκεινται γὰρ οἱ ΓΔ, ΕΖ ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς. οὐκ ἄρα μέρη ἐστὶν ὁ ΓΔ τοῦ Α· μέρος ἄρα. καὶ ὁ ΕΖ τοῦ Β τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ ὁ ΓΔ τοῦ Α· ἰσάκις ἄρα ὁ ΓΔ τὸν Α μετρεῖ καὶ ὁ ΕΖ τὸν Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κα'.

Οἱ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Ἔστωσαν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ οἱ Α, Β· λέγω, ὅτι οἱ Α, Β ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Εἰ γὰρ μή, ἔσονταί τινες τῶν Α, Β ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς Α, Β. ἔστωσαν οἱ Γ, Δ.

Ἐπεὶ οὖν οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάττων τὸν ἐλάττονα, τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον, ἰσάκις ἄρα ὁ Γ τὸν Α μετρεῖ καὶ ο Δ τὸν Β. ὁσάκις δὴ ὁ Γ τὸν Α μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ε. καὶ

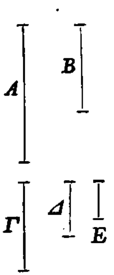
---

1. ὄντες] om. φ. 2. ἐστίν] P, om. BVpφ. 3. τόν] om. B. αὐτόν] om. φ. 4. ΕΖ] P; ΕΖ ἄρα BVpφ. 5. ἰσάκις ἄρα ὁ ΓΔ τὸν Α] mg. φ. Sequitur propositio quaedam noua in BVpφ, a Theone interpolata; om. P (add. mg. m. rec.) et Campanus (u. p. 233 not.); u. app. 8. κα'] κγ' BVp, P m. rec. 10. εἰσιν PB. 12. εἰσιν P. 14. Post μή add. Theon: εἰσιν οἱ Α, Β ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς (BVpφ). 15. Β] corr. ex Γ m. 1 p. 18. ἐχόντων αὐτοῖς Vpφ. 19. ὅ τε] ὅτι φ. ἐλάσσων Vpφ. 20. ἐλάσσονα Vpφ. τουτέστι φ.

minores numeris $\Gamma\Delta$, EZ in eadem proportione sunt; quod fieri non potest; nam supposuimus, $\Gamma\Delta$, EZ minimos esse eorum, qui eandem habeant rationem. itaque $\Gamma\Delta$ non est partes numeri A. pars igitur erit [prop. IV]. et EZ numeri B eadem pars est ac $\Gamma\Delta$ numeri A [prop. XIII; def. 20]. ergo $\Gamma\Delta$ numerum A et EZ numerum B aequaliter metitur; quod erat demonstrandum.

XXI.[1])

Numeri inter se primi minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent.



Sint primi inter se numeri A, B. dico, numeros A, B minimos esse eorum, qui eandem rationem habeant.

nam si minus, erunt numeri aliqui minores numeris A, B, qui in eadem proportione sint ac A, B. sint Γ, Δ. iam quoniam numeri minimi eorum, qui eandem rationem habent, eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [prop. XX], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem, Γ numerum A et Δ numerum B aequaliter metitur. quoties igitur Γ numerum A metitur, tot sint in E unitates.

1) Propositionem omissae similem habet Campanus in additamento suo VII, 19: hic autem demonstrare uolumus aequam proportionalitatem in quotlibet numeris duorum ordinum indirectae proportionalitatis, quam demonstrat Euclides per 23. quinti in quantitatibus in genere. dicimus ergo: si quotlibet numeri totidem aliis fuerint indirecte proportionales, extremi quoque in eadem proportione proportionales erunt, cett.

ὁ Δ ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ε μονάδας. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ε μονάδας, καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Γ μονάδας. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὁ Ε καὶ τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας. ὁ Ε ἄρα τοὺς Α, Β μετρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσονταί τινες τῶν Α, Β ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς Α, Β. οἱ Α, Β ἄρα ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'.

Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Ἔστωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς οἱ Α, Β· λέγω, ὅτι οἱ Α, Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Εἰ γὰρ μή εἰσι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ Γ. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ Γ τὸν Α μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Δ, ὁσάκις δὲ ὁ Γ τὸν Β μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ε.

Ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας, ὁ Γ ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α

XXII. Alexander Aphrod. in anal. pr. fol. 87.

---

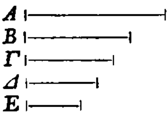
2. *καὶ ἐπεί — μονάδας*] om. P (abesse non possunt). *Ε*] supra φ. 4. *τὰ αὐτά*] *ταῦτα* B. *ὁ Ε καί*] *καὶ ὁ Ε* Vφ. 9. *εἰσιν* PB. 11. *κδ'* BVp, P m. rec. 12. *αὐτῶν* P, corr. m. 1. 13. *αὐτοῖς*] om. Alexander. 15. Post *ἐχόντων* in V *ἀλλήλοις* delet. 16. *εἰσί* φ. 17. *εἰσιν* B. *πρῶτοι*] *οἱ Α, Β πρῶτοι* Bp. *ἀλλήλους οἱ Α, Β* Vφ. 18.

quare etiam *Δ* numerum *B* metitur secundum unitates numeri *E*. et quoniam *Γ* numerum *A* secundum unitates numeri *E* metitur, etiam *E* numerum *A* metitur secundum unitates numeri *Γ* [prop. XV]. eadem de causa *E* etiam numerum *B* metitur secundum unitates numeri *Δ* [prop. XV]. itaque *E* numeros *A*, *B* metitur, qui primi sunt inter se; quod fieri non potest [def. 12]. itaque non erunt numeri quidam numeris *A*, *B* minores, qui in eadem proportione sint ac *A*, *B*. ergo *A*, *B* minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent; quod erat demonstrandum.

XXII.

Minimi numeri eorum, qui eandem rationem habent, inter se primi sunt.

Minimi numeri eorum, qui eandem rationem habent, sint *A*, *B*. dico, *A*, *B* numeros inter se primos esse.



nam si primi non sunt inter se, numerus aliquis eos metietur. metiatur et sit *Γ*. et quoties *Γ* numerum *A* metitur, tot unitates sint in *Δ*, quoties autem *Γ* numerum *B* metitur, tot unitates sint in *E*.

quoniam enim *Γ* numerum *A* secundum unitates numeri *Δ* metitur, *Γ* numerus numerum *Δ* multiplicans numerum *A* effecit [def. 15]. eadem de causa

---

αὐτούς] τοὺς *A*, *B* Theon (BVpφ). ἔστω] om. φ. 20. *B*] in ras. m. 2 P. 22. ἐπεὶ γάρ P, ἐπεὶ οὖν V m. 2, φ. 23. *Γ*] *Δ* V in ras., φ. *Δ*] *Γ* in ras. V, φ. Ante τόν ras. 1/4 lin. V.

πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Γ τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. ἀριθμὸς δὴ ὁ Γ δύο ἀριθμοὺς τοὺς Δ, Ε πολλαπλασιάσας τους Α, Β πεποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β· οἱ Δ, Ε ἄρα τοῖς Α, Β ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν ἐλάσσονες ὄντες αὐτῶν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς Α, Β ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει. οἱ Α, Β ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κγ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ὁ τὸν ἕνα αὐτῶν μετρῶν ἀριθμὸς πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτος ἔσται.

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ Α, Β, τὸν δὲ Α μετρείτω τις ἀριθμὸς ὁ Γ· λέγω, ὅτι καὶ οἱ Γ, Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ Γ, Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει [τις] τοὺς Γ, Β ἀριθμός. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ Δ. ἐπεὶ ὁ Δ τὸν Γ μετρεῖ, ὁ δὲ Γ τὸν Α μετρεῖ, καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Α μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Β· ὁ Δ ἄρα τοὺς Α, Β μετρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς Γ, Β ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει. οἱ Γ, Β ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. πεποίηκε V φ. Γ] mutat. in Ε V; Ε φ. Ε] Γ V in ras., φ. 2. ἀριθμός] mut. in ἀριθμοί V, ἀριθμοί φ. ὁ Γ δύο] οἱ Δ, Ε in ras. V, φ. 3. ἀριθμὸν τὸν Γ πολλαπλασιάσαντες V e corr., φ. πεποιήκασιν in ras. V, φ. 6. εἰσί p. 10. κε' BVp, P m. rec. 12. πρῶτος πρὸς τὸν λοιπόν p. 15. λέγω, ὅτι] λέγω post ras. P. 18. τις] m. rec. P. τοὺς Γ, Β] om. p. Post Β add. V: ἀριθμούς, idem

erit etiam $\Gamma \times E = B$. itaque numerus Γ duos numeros Δ, E multiplicans numeros A, B effecit. erit igitus $\Delta : E = A : B$ [prop. XVII]. itaque Δ, E numeris A, B minores in eadem proportione sunt; quod fieri non potest. itaque numeros A, B nullus numerus metietur. ergo numeri A, B inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXIII.

Si duo numeri inter se primi sunt, qui alterum eorum metitur numerus, ad reliquum primus erit.

Sint duo numeri inter se primi A, B, et numerum A metiatur numerus aliquis Γ. dico, etiam Γ, B inter se primos esse.

nam si Γ, B inter se primi non sunt, numerus aliquis Γ, B metietur. metiatur, et sit Δ. quoniam Δ numerum Γ metitur, et Γ numerum A metitur, etiam Δ numerum A metitur. uerum etiam numerum B metitur. Δ igitur numeros A, B metitur, qui primi sunt inter se; quod fieri non potest. itaque numeros Γ, B nullus numerus metietur. ergo Γ, B inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

φ mg. m. 1. *ἀριθμὸς τοὺς Γ, B ἀριθμούς* p. *μετρήτω* φ. 19. *ἐπεί*] *καὶ ἐπεί* V, *ἐπεὶ εἰς* φ. 21. *τοὺς*] corr. ex *τό* m. 1 P, *τόν* p. 23. *Γ, B*] (prius) *B, Γ* Vφ.

κδ'.

a, b
ab

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρός τινα ἀριθμὸν πρῶτοι ὦσιν, καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν αὐτὸν πρῶτος ἔσται.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α, Β πρός τινα ἀριθμὸν τὸν Γ πρῶτοι ἔστωσαν, καὶ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω· λέγω, ὅτι οἱ Γ, Δ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

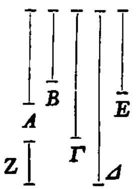
Εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ Γ, Δ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει [τις] τοὺς Γ, Δ ἀριθμός. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ Ε. καὶ ἐπεὶ οἱ Γ, Α πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, τὸν δὲ Γ μετρεῖ τις ἀριθμὸς ὁ Ε, οἱ Α, Ε ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ὁσάκις δὴ ὁ Ε τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ζ· καὶ ὁ Ζ ἄρα τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ε μονάδας. ὁ Ε ἄρα τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Ε, Ζ τῷ ἐκ τῶν Α, Β. ἐὰν δὲ ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Ζ. οἱ δὲ Α, Ε πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον

---

1. κϛ' BVp, P m. rec. 2. Post ἀριθμοί add. V (in ras.) et φ: πρῶτοι. ἀριθμόν] mg. m. 2 V. πρῶτοι] om. V φ. 3. ὦσι PVpφ. πρῶτος ἔσται πρὸς τὸν αὐτόν p. 7. ποιήτω φ, sed corr. Γ, Δ] e corr. m. 2 p. 10. τις] om. P;

XXIV.

Si duo numeri ad numerum aliquem primi sunt, etiam numerus ex iis productus ad eundem primus erit.



Nam duo numeri A, B ad numerum aliquem Γ primi sint, et sit $A \times B = \Delta$. dico, etiam Γ, Δ inter se primos esse.

nam si Γ, Δ inter se primi non sunt, numerus aliquis numeros Γ, Δ metietur. metiatur et sit E. et quoniam Γ, A inter se primi sunt, et numerum Γ numerus aliquis E metitur, numeri A, E inter se primi sunt [prop. XXIII]. quoties igitur E numerum Δ metitur, tot unitates sint in Z. quare etiam Z numerum Δ metitur secundum unitates numeri E [prop. XV]. itaque $E \times Z = \Delta$ [def. 15]. uerum etiam $A \times B = \Delta$. itaque $E \times Z = A \times B$. uerum ubi numerus ex extremis productus numero ex mediis producto aequalis est, quattuor numeri proportionales sunt [prop. XIX]. itaque $E : A = B : Z$. sed A, E primi sunt, primi autem etiam minimi sunt [prop. XXI], minimi autem numeri eorum, qui eandem rationem habent, numeros eandem rationem habentes aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [prop. XX], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque E nume-

---

add. m. rec. Post Δ add. Vφ: ἀριθμούς. ἀριθμός] corr. ex ἀριθμούς m. rec. P. 11. οἱ Γ, A] corr. ex ὁ Γ φ, ex οἱ Γ, Δ p m. 2; οἱ A, Γ P. 12. εἰσί Vpφ. A, E] E, A p. 13. ἄρα] om. Vφ. 19. ἴσος] ἴσον φ. 20. οἱ] ἀεί? P, del. m. rec. ἀνάλογοι p. 25. ἐλάττων P. 26. ἐλάττονα P.

καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· ὁ *Ε* ἄρα τὸν *Β* μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν *Γ*· ὁ *Ε* ἄρα τοὺς *Β*, *Γ* μετρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς *Γ*, *Δ* ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει. οἱ *Γ*, *Δ* ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κεʹ.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ὁ ἐκ τοῦ ἑνὸς αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτος ἔσται.

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ *Α*, *Β*, καὶ ὁ *Α* ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* ποιείτω· λέγω, ὅτι οἱ *Β*, *Γ* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Κείσθω γὰρ τῷ *Α* ἴσος ὁ *Δ*. ἐπεὶ οἱ *Α*, *Β* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, ἴσος δὲ ὁ *Α* τῷ *Δ*, καὶ οἱ *Δ*, *Β* ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἑκάτερος ἄρα τῶν *Δ*, *Α* πρὸς τὸν *Β* πρῶτός ἐστιν· καὶ ὁ ἐκ τῶν *Δ*, *Α* ἄρα γενόμενος πρὸς τὸν *Β* πρῶτος ἔσται. ὁ δὲ ἐκ τῶν *Δ*, *Α* γενόμενος ἀριθμός ἐστιν ὁ *Γ*. οἱ *Γ*, *Β* ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κϛʹ.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς δύο ἀριθμοὺς ἀμφότεροι πρὸς ἑκάτερον πρῶτοι ὦσιν, καὶ οἱ ἐξ αὐτῶν γενόμενοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ *Α*, *Β* πρὸς δύο ἀριθμοὺς τοὺς *Γ*, *Δ* ἀμφότεροι πρὸς ἑκάτερον πρῶτοι ἔστω-

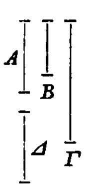
---

2. τούς] τόν p. *Β*, *Γ*] *Γ*, *Β* Bφ, in ras. V. 4. ἀριθμός] om. φ. 7. κζʹ BVp, P m. rec. 12. *Α* ἑαυτόν] corr.

rum B metitur. uerum etiam numerum Γ metitur. itaque E numeros B, Γ metitur, qui inter se primi sunt; quod fieri non potest. itaque numeros Γ, Δ nullus numerus metitur. ergo Γ, Δ inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXV.

Si duo numeri inter se primi sunt, numerus ex altero eorum productus ad reliquum primus erit.



Sint duo numeri inter se primi A, B, et sit $A^2 = \Gamma$. dico, numeros B, Γ inter se primos esse.

ponatur enim $\Delta = A$. quoniam A, B inter se primi sunt, et $A = \Delta$, etiam Δ, B inter se primi sunt. itaque uterque Δ, A ad B primus est. quare etiam $\Delta \times A$ ad B primus erit [prop. XXIV]. uerum $\Delta \times A = \Gamma$. ergo Γ, B inter se primi sunt; quot erat demonstrandum.

XXVI.

Si duo numeri ad duos numeros singuli ad singulos primi sunt, etiam numeri ex iis producti inter se primi erunt.

Nam duo numeri A, B ad duos numeros Γ, Δ

---

ex *AE* *αὐτόν* B. 13. *B*, *Γ*] *Γ*, *B* P. *εἰσί* Vpφ. 14. *καὶ ἐπεί* Vφ; *ἐπεὶ οὖν* p. 15. *ἴσος δέ* — 16: *ἀλλήλους εἰσίν*] om. B, mg. m. 2 V. 16. *B*] in ras. Vp. *πρός*] *ἀπ' αρ* φ. 17. *ἐστιν*] PB; comp. p; *ἐστι* Vφ. 18. *ἄρα*] supra V, *ἔτι* φ. *γινόμενος* B. Post hoc uerbum ras. dimid. lin. V. 22. *κη'* BVp, P m. rec. 23. *ἀριθμούς*] om. p. 24. *ὧσι* PVpφ.

σαν, καὶ ὁ μὲν Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω, ὁ δὲ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποιείτω· λέγω, ὅτι οἱ Ε, Ζ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Ἐπεὶ γὰρ ἑκάτερος τῶν Α, Β πρὸς τὸν Γ πρῶτός ἐστιν, καὶ ὁ ἐκ τῶν Α, Β ἄρα γενόμενος πρὸς τὸν Γ πρῶτος ἔσται. ὁ δὲ ἐκ τῶν Α, Β γενόμενός ἐστιν ὁ Ε· οἱ Ε, Γ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ οἱ Ε, Δ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἑκάτερος ἄρα τῶν Γ, Δ πρὸς τὸν Ε πρῶτός ἐστιν. καὶ ὁ ἐκ τῶν Γ, Δ ἄρα γενόμενος πρὸς τὸν Ε πρῶτος ἔσται. ὁ δὲ ἐκ τῶν Γ, Δ γενόμενός ἐστιν ὁ Ζ. οἱ Ε, Ζ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κζʹ.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, καὶ πολλαπλασιάσας ἑκάτερος ἑαυτὸν ποιῇ τινα, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται, κἂν οἱ ἐξ ἀρχῆς τοὺς γενομένους πολλαπλασιάσαντες ποιῶσί τινας, κἀκεῖνοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται [καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει].

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ

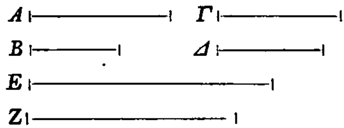
XXVII. Alexand. Aphrod. in anal. pr. fol. 87.

1. Ε — 2: πολλαπλασιάσας τόν] mg. m. 2 P. 5. ἐστι codd. ὁ] om. φ. γενόμενος ἄρα Vφ. 7. ὁ Ε ἐστιν p. εἰσί Vφ. 8. διὰ τά — 9: εἰσίν] πάλιν B. 8. τὰ αὐτά] ταῦτα Vφ. Ε, Δ] Δ, Ε P. 9. ἄρα] om. B. τῶν] τόν φ. 10. ἐστι BVφ; comp. p. 11. ἔσται] ἐστι comp. p. Γ, Δ] Δ, Γ Vφ. ὁ Ζ ἐστιν p. 14. κθʹ BVp, P m. rec. 16. ὦσι Pp. 17. αὐτῶν] -ῶν in ras. φ. 21. τοῦτο] corr. ex τὸ αὐτό m. 2 B. 22. δύο] supra m. 2 V. ἀριθμοὶ δύο P.

singuli ad singulos primi sint, et sit

$$A \times B = E, \ \Gamma \times \Delta = Z.$$

dico, etiam E, Z inter se primos esse.



nam quoniam uterque A, B ad Γ primus est, etiam $A \times B$ ad Γ primus erit [prop. XXIV]. sed $A \times B = E$. quare E, Γ inter se primi sunt. eadem de causa etiam E, Δ inter se primi sunt. itaque uterque Γ, Δ ad E primus est. itaque etiam $\Gamma \times \Delta$ ad E primus erit. sed $\Gamma \times \Delta = Z$. ergo E, Z inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXVII.

Si duo numeri inter se primi sunt, et uterque se ipse multiplicans numerum aliquem effecerit, numeri ex iis effecti inter se primi erunt, et si numeri ab initio sumpti numeros productos multiplicantes numeros aliquos effecerint, ii quoque inter se primi erunt [et semper in extremis[1]) hoc accidit].

---

1) ἄκροι hoc loco satis insolenter positum est. neque enim aliud significat nisi: ultimos, ultimo loco productos. praeterea mirum est, haec uerba in demonstratione ne uerbo quidem respici, nedum demonstrentur. quare puto, uerba καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει lin. 20—21 ante Theonem interpolata esse; omisit Campanus VII, 28 (sed in demonstratione addit: sicque si infinities duceretur utrumque productorum in suum principium, essent omnes producti contra se primi; et non solum, sed quilibet eductus ab *a* ad quemlibet eductum a *b*).

Α, *Β*, καὶ ὁ *Α* ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* ποιείτω, τὸν δὲ *Γ* πολλαπλασιάσας τὸν *Δ* ποιείτω, ὁ δὲ *Β* ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν *Ε* ποιείτω, τὸν δὲ *Ε* πολλαπλασιάσας τὸν *Ζ* ποιείτω· λέγω, ὅτι οἵ τε *Γ*, *Ε* καὶ οἱ *Δ*, *Ζ* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Ἐπεὶ γὰρ οἱ *Α*, *Β* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, καὶ ὁ *Α* ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* πεποίηκεν, οἱ *Γ*, *Β* ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐπεὶ οὖν οἱ *Γ*, *Β* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, καὶ ὁ *Β* ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν *Ε* πεποίηκεν, οἱ *Γ*, *Ε* ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ οἱ *Α*, *Β* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, καὶ ὁ *Β* ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν *Ε* πεποίηκεν, οἱ *Α*, *Ε* ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐπεὶ οὖν δύο ἀριθμοὶ οἱ *Α*, *Γ* πρὸς δύο ἀριθμοὺς τοὺς *Β*, *Ε* ἀμφότεροι πρὸς ἑκάτερον πρῶτοί εἰσιν, καὶ ὁ ἐκ τῶν *Α*, *Γ* ἄρα γενόμενος πρὸς τὸν ἐκ τῶν *Β*, *Ε* πρῶτός ἐστιν. καί ἐστιν ὁ μὲν ἐκ τῶν *Α*, *Γ* ὁ *Δ*, ὁ δὲ ἐκ τῶν *Β*, *Ε* ὁ *Ζ*. οἱ *Δ*, *Ζ* ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κη'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, καὶ συναμφότερος πρὸς ἑκάτερον αὐτῶν πρῶτος ἔσται· καὶ ἐὰν συναμφότερος πρὸς ἕνα τινὰ αὐτῶν πρῶτος ᾖ, καὶ οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Συγκείσθωσαν γὰρ δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ *ΑΒ*, *ΒΓ*· λέγω, ὅτι καὶ συναμφότερος ὁ *ΑΓ* πρὸς ἑκάτερον τῶν *ΑΒ*, *ΒΓ* πρῶτός ἐστιν.

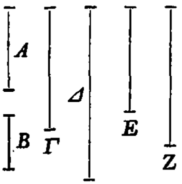
---

1. μέν] om. Vφ. 2. ποιείτω] ποιεῖ p. ποιείτω τὸν Δ Vφ (ποιήτω, sed corr., φ). 3. μέν] in ras. P. 5. τε]

Sint duo numeri inter se primi $\varDelta$, B et sit

$$A \times A = \Gamma \text{ et } A \times \Gamma = \varDelta,$$
$$B \times B = E \text{ et } B \times E = Z.$$

dico, et Γ, E et $\varDelta$, Z inter se primos esse.



nam quoniam A, B inter se primi sunt, et $A \times A = \Gamma$, erunt Γ, B inter se primi [prop. XXV]. iam quoniam Γ, B inter se primi sunt, et

$$B \times B = E,\ \text{erunt}\ \Gamma,\ E$$

inter se primi [id.]. rursus quoniam A, B inter se primi sunt, et $B \times B = E$, erunt A, E inter se primi [id.]. iam quoniam duo numeri A, Γ ad duos numeros B, E singuli ad singulos primi sunt, etiam $A \times \Gamma$ ad $B \times E$ primus est [prop. XXVI]. et $A \times \Gamma = \varDelta$, $B \times E = Z$. ergo $\varDelta$, Z inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXVIII.

Si duo numeri inter se primi sunt, etiam uterque simul ad utrumuis primus erit. et si uterque simul ad alterutrum primus est, etiam numeri ab initio sumpti inter se primi erunt.

Componantur enim duo numeri inter se primi AB, $B\Gamma$. dico, etiam $A\Gamma$ ad utrumuis AB, $B\Gamma$ primum esse.

---

om. Vφ. εἰσί Vφ. 6. ἐπεί — εἰσίν] mg. m. 1 V. εἰσί BVpφ. 8. εἰσί Vpφ. ἐπεὶ οὖν — 9: εἰσίν] om. p, mg. m. 1 V. 9. εἰσί BVpφ. 11. εἰσί V φ. 12. εἰσί PVpφ. 14. ἐπεί] καὶ ἐπεί B. 15. B] corr. ex A V. 16. εἰσι Vpφ. 17. τόν] τῶν φ. ἐστι Vφ, comp. p. 20. λ' BVpφ, P m. rec. 22. ὡσι PVpφ. συναμφότερον αὐτῶν πρὸς ἑκάτερον Vφ. 26. συγκείσθωσαν φ. 28. τῶν] τόν P.

Εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ ΓΑ, ΑΒ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις τοὺς ΓΑ, ΑΒ ἀριθμός. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ Δ. ἐπεὶ οὖν ὁ Δ τοὺς ΓΑ, ΑΒ μετρεῖ, καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν ΒΓ μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν ΒΑ· ὁ Δ ἄρα τοὺς ΑΒ, ΒΓ μετρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς ΓΑ, ΑΒ ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει· οἱ ΓΑ, ΑΒ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ οἱ ΑΓ, ΓΒ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ὁ ΓΑ ἄρα πρὸς ἑκάτερον τῶν ΑΒ, ΒΓ πρῶτός ἐστιν.

Ἔστωσαν δὴ πάλιν οἱ ΓΑ, ΑΒ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους· λέγω, ὅτι καὶ οἱ ΑΒ, ΒΓ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ ΑΒ, ΒΓ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις τοὺς ΑΒ, ΒΓ ἀριθμός. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ Δ. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ ἑκάτερον τῶν ΑΒ, ΒΓ μετρεῖ, καὶ ὅλον ἄρα τὸν ΓΑ μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν ΑΒ· ὁ Δ ἄρα τοὺς ΓΑ, ΑΒ μετρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς ΑΒ, ΒΓ ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει. οἱ ΑΒ, ΒΓ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

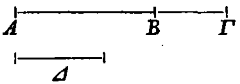
κθʹ.

Ἅπας πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς ἅπαντα ἀριθμόν, ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός ἐστιν.

---

1. ΓΑ] ΑΓ p. 2. ΓΑ] Α e corr. p. ΑΒ] ΑΒ ἀριθμούς Vφ. ἀριθμός] mutat. in ἀριθμούς p. 5. Δ] in ras. φ. 8. διὰ τά — 9: εἰσίν] mg. V. 8. διά] seq. ras. 2 litt. φ. 9. οἱ] αἱ V, ὁ φ. ΑΓ, ΓΒ] in ras. p; ΓΑ, ΓΒ Vφ. ΓΑ] ΑΓ Vpφ. 10. τῶν] e corr. P. 12. καί] supra V. ΑΒ] e corr. p m. 1. 15. ΒΓ] ΒΓ ἀριθμούς Vφ. μετρήτω φ.

nam si *ΓΑ*, *ΑΒ* inter se primi non sunt, numerus aliquis numeros *ΓΑ*, *ΑΒ* metietur. metiatur et sit *Δ*. iam quoniam *Δ* numeros *ΓΑ*, *ΑΒ* metitur, etiam reliquum *ΒΓ* metietur.[1]) uerum etiam *ΒΑ* metitur.



Δ igitur *ΑΒ*, *ΒΓ* numeros metitur, qui inter se primi sunt; quod fieri non potest. itaque numeros *ΓΑ*, *ΑΒ* nullus numerus metitur. ergo *ΓΑ*, *ΑΒ* inter se primi sunt. eadem de causa etiam *ΑΓ*, *ΓΒ* inter se primi sunt. *ΓΑ* igitur ad utrumuis *ΑΒ* *ΒΓ* primus est.

iam rursus *ΓΑ*, *ΑΒ* inter se primi sint; dico, etiam *ΑΒ*, *ΒΓ* inter se primos esse.

nam si *ΑΒ*, *ΒΓ* inter se primi non sunt, numerus aliquis eos metietur. metiatur et sit *Δ*. et quoniam *Δ* utrumque *ΑΒ*, *ΒΓ* metitur, etiam totum *ΓΑ* metietur.[1]) uerum etiam *ΑΒ* metitur. *Δ* igitur *ΓΑ*, *ΑΒ* metitur, qui primi sunt inter se; quod fieri non potest. itaque numeros *ΑΒ*, *ΒΓ* nullus numerus metietur. ergo *ΑΒ*, *ΒΓ* inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXIX.

Quiuis numerus primus ad quemuis numerum, quem non metitur, primus est.

---

1) Neque hoc, neque quo lin. 17 utitur, usquam apud Euclidem demonstratum est; pro axiomatis ea habuit. cfr. Clavius II p. 12 nr. X et XII.

---

23. λα′ BVpφ, P m. rec. 24. ἅπαντα] seq. lacuna 6 litt. V. 25. ὅν — ἐστιν] in ras. m. 1 p. μετρῇ P, corr. m. rec.

Ἔστω πρῶτος ἀριθμὸς ὁ A καὶ τὸν B μὴ μετρείτω· λέγω, ὅτι οἱ B, A πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ B, A πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρείτω ὁ Γ. ἐπεὶ ὁ Γ τὸν B μετρεῖ, ὁ δὲ A τὸν B οὐ μετρεῖ, ὁ Γ ἄρα τῷ A οὐκ ἔστιν ὁ αὐτός. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τοὺς B, A μετρεῖ, καὶ τὸν A ἄρα μετρεῖ πρῶτον ὄντα μὴ ὢν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς B, A μετρήσει τις ἀριθμός. οἱ A, B ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, τὸν δὲ γενόμενον ἐξ αὐτῶν μετρῇ τις πρῶτος ἀριθμός, καὶ ἕνα τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρήσει.

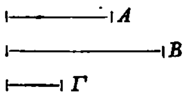
Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ A, B πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους τὸν Γ ποιείτωσαν, τὸν δὲ Γ μετρείτω τις πρῶτος ἀριθμὸς ὁ Δ· λέγω, ὅτι ὁ Δ ἕνα τῶν A, B μετρεῖ.

Τὸν γὰρ A μὴ μετρείτω· καί ἐστι πρῶτος ὁ Δ· οἱ A, Δ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ὁσάκις ὁ Δ τὸν Γ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ E. ἐπεὶ οὖν ὁ Δ τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ E μονάδας, ὁ Δ ἄρα τὸν E πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Δ, E τῷ ἐκ

---

3. B, A] A, B p. 4. ἀριθμός] -ός in ras. φ. μετρήτω φ. ἐπεί] καὶ ὁ Γ οὐκ ἔστι μονάς. ἐπεὶ οὖν Vφ et om. καί p. Ante ἐπεί add. P m. rec. καί. 6. τῷ] e corr. P. B, A] in ras. φ; B supra m. 1 V. 8. αὐτὸς οὐδὲ μονάς Vφp.

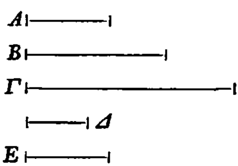
Sit numerus primus A et numerum B ne metiatur. dico, numeros B, A inter se primos esse.



nam si numeri B, A inter se primi non sunt, numerus aliquis eos metietur. metiatur numerus Γ. quoniam Γ numerum B metitur, A autem B non metitur, Γ et A iidem non sunt. et quoniam Γ numeros B, A metitur, etiam numerum A, qui primus est, metitur, quamquam idem non est; quod fieri non potest. itaque numeros B, A nullus numerus metietur. ergo A, B inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXX.

Si duo numeri inter se multiplicantes numerum aliquem effecerint, et numerum ex iis productum primus aliquis numerus metitur, etiam alterutrum numerorum ab initio sumptorum metietur.



Duo enim numeri A, B inter se multiplicantes numerum Γ efficiant, et numerum Γ metiatur primus aliquis numerus Δ. dico, Δ alterutrum A, B metiri.

nam numerum A ne metiatur. et Δ primus est. itaque A, Δ inter se primi sunt [prop. XXIX]. et quoties Δ numerum Γ metitur, tot unitates sint in E. iam quoniam Δ numerum Γ secundum unitates numeri E metitur, erit $\Delta \times E = \Gamma$ [def. 15]. uerum etiam $A \times B = \Gamma$. itaque $\Delta \times E = A \times B$. quare

9. B, A] A, B pφ. 11. λβ′ BVpφ. 18. ἀριθμὸς πρῶτος Vφ. 20. μή] supra V. 21. A] in ras. φ. εἰσι Vpφ.

τῶν Α, Β. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Ε. οἱ δὲ Δ, Α πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· ὁ Δ ἄρα τὸν Β μετρεῖ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἐὰν τὸν Β μὴ μετρῇ, τὸν Α μετρήσει. ὁ Δ ἄρα ἕνα τῶν Α, Β μετρεῖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λα'.

Ἅπας σύνθετος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Ἔστω σύνθετος ἀριθμὸς ὁ Α· λέγω, ὅτι ὁ Α ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Ἐπεὶ γὰρ σύνθετός ἐστιν ὁ Α, μετρήσει τις αὐτὸν ἀριθμός. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ Β. καὶ εἰ μὲν πρῶτός ἐστιν ὁ Β, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν. εἰ δὲ σύνθετος, μετρήσει τις αὐτὸν ἀριθμός. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ Γ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Β μετρεῖ, ὁ δὲ Β τὸν Α μετρεῖ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Α μετρεῖ. καὶ εἰ μὲν πρῶτός ἐστιν ὁ Γ, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν. εἰ δὲ σύνθετος, μετρήσει τις αὐτὸν ἀριθμός. τοιαύτης δὴ γινομένης ἐπισκέψεως ληφθήσεταί τις πρῶτος ἀριθμός, ὃς μετρήσει. εἰ γὰρ οὐ ληφθήσεται, μετρήσουσι

---

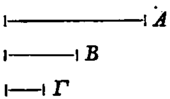
3. *καί*] om. p. *οἱ δὲ ἐλάχιστοι*] supra P, in mg. m. 1 Vφ. 4. *μείζων τόν*] mg. φ (*τόν* in ras.). 6. *τόν*] (prius) in ras. φ. 8. *Β μή*] in ras. p; *μή* supra V m. 2. Post *μετρῇ* ras. 1 litt. p. 9. Sequitur in BVpφ alia demonstratio prop. XXXI a Theone addita; u. app. 10. *λγ'* BVφ, P m. rec.; *λδ'* p. 14. *μετρῆται* P, corr. m. 2. 17. *δῆλον ἂν εἴη τὸ ζητούμενον* Theon (BVpφ). 20. *μετρεῖ*] (prius)

[prop. XIX] $\Delta : A = B : E$. uerum Δ, A primi sunt, primi autem etiam minimi sunt [prop. XXI], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [prop. XX], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque Δ numerum B metitur. similiter demonstrabimus, Δ numerum, si B numerum non metiatur, numerum A metiri. ergo Δ alterutrum numerorum A, B metitur; quod erat demonstrandum.

XXXI.

Quemuis numerum compositum primus aliquis numerus metitur.

Sit numerus compositus A. dico, primum aliquem numerum numerum A metiri.



nam quoniam A compositus est, numerus aliquis eum metietur. metiatur et sit B. et si B primus est, factum erit id, quod iussi sumus.[1]) sin compositus est, numerus aliquis eum metietur. metiatur et sit Γ. et quoniam Γ numerum B metitur, et B numerum A metitur, etiam Γ numerum A metitur. et si Γ primus est, factum erit, quod iussi sumus; sin compositus,

1) Sc. primum numerum numerum A metientem inuenire. quamquam haec formula in problemata magis cadit, id quod magis etiam de p. 252, 12 ualet.

om. p. 21. δῆλον ἂν εἴη τὸ ζητούμενον Theon (BVpφ). 22. Post ἀριθμός add. p: μετρείτω καὶ ἔστω ὁ Γ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Β μετρεῖ ὁ δὲ Β τὸν Α μετρεῖ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Α μετρεῖ. 23. δή] corr. ex δέ V, δέ pφ. 24. ὅς] supra m. 2 P. Post μετρήσει add. Theon τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, (huc usque etiam P mg. m. rec.) ὅς καὶ τὸν Α μετρήσει (BVpφ). εἰ] corr. ex ἤ m. rec. P. οὐ] μή August.

τὸν *Α* ἀριθμὸν ἄπειροι ἀριθμοί, ὧν ἕτερος ἑτέρου ἐλάσσων ἐστίν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον ἐν ἀριθμοῖς. ληφθήσεταί τις ἄρα πρῶτος ἀριθμός, ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ὃς καὶ τὸν *Α* μετρήσει.

Ἅπας ἄρα σύνθετος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λβ'.

Ἅπας ἀριθμὸς ἤτοι πρῶτός ἐστιν ἢ ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Ἔστω ἀριθμὸς ὁ *Α*· λέγω, ὅτι ὁ *Α* ἤτοι πρῶτός ἐστιν ἢ ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Εἰ μὲν οὖν πρῶτός ἐστιν ὁ *Α*, γεγονὸς ἂν εἴη τό ἐπιταχθέν. εἰ δὲ σύνθετος, μετρήσει τις αὐτὸν πρῶτος ἀριθμός.

Ἅπας ἄρα ἀριθμὸς ἤτοι πρῶτός ἐστιν ἢ ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λγ'.

Ἀριθμῶν δοθέντων ὁποσωνοῦν εὑρεῖν τοὺς ἐλαχίστους τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ οἱ *Α*, *Β*, *Γ*· δεῖ δὴ εὑρεῖν τοὺς ἐλαχίστους τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς *Α*, *Β*, *Γ*.

Οἱ *Α*, *Β*, *Γ* γὰρ ἤτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν

---

1. ὁ ἕτερος Vφ. τοῦ ἑτέρου BVpφ. 2. ἐστίν] (prius) om. B. 3. πρῶτος ἀριθμός] supra m. 2 V, ἀριθμὸς πρῶτος p. 7. λδ' BV, P m. rec.; λε' p. 8. πᾶς P. 11. ἐστι Vφ. 12. γεγονός] Pp, δῆλον BVφ. 13. ἐπιταχθέν] ζητούμενον Theon (BVpφ). 17. λε' BV, P m. rec.; λϛ' p. 19. τοὺς αὐτοὺς λόγους Bp. 22. τοὺς αὐτοὺς λόγους BVpφ.

numerus aliquis eum metietur. hac igitur ratiocinatione procedente inuenietur primus aliquis numerus, qui metietur.[1]) nam si non inuenietur, infiniti numeri numerum *A* metientur, alter semper altero deinceps minores; quod in numeris fieri non potest. itaque inuenietur primus aliquis numerus proxime antecedentem metiens, qui etiam numerum *A* metiatur.

Ergo quemuis numerum compositum primus aliquis numerus metitur; quod erat demonstrandum.

XXXII.

Quiuis numerus aut primus est, aut primus numerus eum metitur.

Sit numerus *A*. dico, numerum *A* aut primum esse aut primum aliquem numerum eum metiri. iam si primus est *A*, factum erit, quod iussi sumus; sin compositus, primus aliquis numerus eum metietur [prop. XXXI].

Ergo quiuis numerus aut primus est, aut primus numerus eum metitur; quod erat demonstrandum.

XXXIII.

Datis quotlibet numeris minimos eorum, qui eandem rationem habent, inuenire.

Dati sint quotlibet numeri *A*, *B*, *Γ*. oportet igitur minimos eorum inuenire, qui eandem rationem habeant ac *A*, *B*, *Γ*.

A, *B*, *Γ* enim aut inter se primi sunt aut non

1) Sc. numerum praecedentem et ea de causa numerum *A* (cfr. lin. 4). et puto, haec audiri posse. etsi fieri potest, ut haec uerba in P mero errore ob ὁμοιοτέλευτον exciderint.

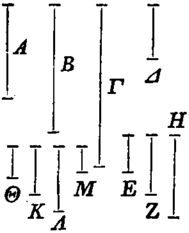
ἢ οὔ. εἰ μὲν οὖν οἱ *Α*, *Β*, *Γ* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

εἰ δὲ οὔ, εἰλήφθω τῶν *Α*, *Β*, *Γ* τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ὁ *Δ*, καὶ ὁσάκις ὁ *Δ* ἕκαστον τῶν *Α*, *Β*, *Γ* μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν ἑκάστῳ τῶν *Ε*, *Ζ*, *Η*. καὶ ἕκαστος ἄρα τῶν *Ε*, *Ζ*, *Η* ἕκαστον τῶν *Α*, *Β*, *Γ* μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ *Δ* μονάδας. οἱ *Ε*, *Ζ*, *Η* ἄρα τοὺς *Α*, *Β*, *Γ* ἰσάκις μετροῦσιν· οἱ *Ε*, *Ζ*, *Η* ἄρα τοῖς *Α*, *Β*, *Γ* ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν. λέγω δή, ὅτι καὶ ἐλάχιστοι. εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ *Ε*, *Ζ*, *Η* ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς *Α*, *Β*, *Γ*, ἔσονται [τινες] τῶν *Ε*, *Ζ*, *Η* ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς *Α*, *Β*, *Γ*. ἔστωσαν οἱ *Θ*, *Κ*, *Λ*· ἰσάκις ἄρα ὁ *Θ* τὸν *Α* μετρεῖ καὶ ἑκάτερος τῶν *Κ*, *Λ* ἑκάτερον τῶν *Β*, *Γ*. ὁσάκις δὲ ὁ *Θ* τὸν *Α* μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ *Μ*· καὶ ἑκάτερος ἄρα τῶν *Κ*, *Λ* ἑκάτερον τῶν *Β*, *Γ* μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ *Μ* μονάδας. καὶ ἐπεὶ ὁ *Θ* τὸν *Α* μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ *Μ* μονάδας, καὶ ὁ *Μ* ἄρα τὸν *Α* μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ *Θ* μονάδας. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὁ *Μ* καὶ ἑκάτερον τῶν *Β*, *Γ* μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν ἑκατέρῳ τῶν *Κ*, *Λ* μονάδας· ὁ *Μ* ἄρα τοὺς *Α*, *Β*, *Γ* μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ *Θ* τὸν *Α* μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ *Μ* μονάδας, ὁ *Θ* ἄρα τὸν *Μ* πολλαπλασιάσας τὸν *Α*

---

6. ἐν] om. P. 7. ἕκαστος] ἕκαστον p. 10. τοῖς] corr. ex τοι m. rec. P. εἰσί Vφ. 11. καί] καὶ οἱ p. 12. τοῖς] corr. ex τοι m. 1 P. 13. τινες] om. P. 16. *Β*, *Γ*] *Γ*, *Β* corr. ex *Α*, *Β* m. 1 p. δέ] δή? 18. τῶν *Β*, *Γ*] τὸν *Γ*, *Β* p. 20. *Α*] *Θ* p. 21. καὶ ὁ *Μ* Vφ.

primi. iam si A, B, Γ inter se primi sunt, minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent [prop. XXI].



sin minus, sumatur numerorum A, B, Γ maxima mensura communis Δ [prop. III][1]), et quoties Δ singulos numeros A, B, Γ metitur, tot unitates sint in singulis E, Z, H. quare etiam singuli E, Z, H singulos A, B, Γ secundum unitates numeri Δ metiuntur [prop. XV]. itaque E, Z, H numeros A, B, Γ aequaliter metiuntur. itaque E, Z, H et A, B, Γ in eadem ratione sunt [def. 20]. iam dico, E, Z, H etiam minimos esse. nam si E, Z, H minimi non sunt eorum, qui eandem rationem habent ac A, B, Γ, erunt numeri numeris E, Z, H minores, qui in eadem ratione sint ac A, B, Γ. sint Θ, K, Λ. itaque Θ numerum A et uterque K, Λ utrumque B, Γ aequaliter metitur. quoties autem Θ numerum A metitur, tot unitates sint in M. quare etiam uterque K, Λ utrumque B, Γ secundum unitates numeri M metitur. et quoniam Θ numerum A secundum unitates numeri M metitur, etiam M numerum A secundum unitates numeri Θ metitur [prop. XV]. eadem de causa M etiam utrumque B, Γ secundum unitates utriusque K, Λ metitur. M igitur numeros A, B, Γ metitur. et quoniam Θ numerum A secundum unitates numeri M metitur, erit $\Theta \times M = A$ [def. 15]. eadem de

1) Cum πόρισμα prop. 3 spurium sit, Euclides tacite eam ad quotlibet numeros transtulit; cfr. p. 269 not.

πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Ε τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Ε, Δ τῷ ἐκ τῶν Θ, Μ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Μ πρὸς τὸν Δ. μείζων δὲ ὁ Ε τοῦ Θ· μείζων ἄρα καὶ ὁ Μ τοῦ Δ. καὶ μετρεῖ τοὺς Α, Β, Γ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· ὑπόκειται γὰρ ὁ Δ τῶν Α, Β, Γ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον. οὐκ ἄρα ἔσονταί τινες τῶν Ε, Ζ, Η ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς Α, Β, Γ. οἱ Ε, Ζ, Η ἄρα ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Β, Γ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λδ'.

Find the l.c.m. Δύο ἀριθμῶν δοθέντων εὑρεῖν, ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ οἱ Α, Β· δεῖ δὴ εὑρεῖν, ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

Οἱ Α, Β γὰρ ἤτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ἢ οὔ. ἔστωσαν πρότερον οἱ Α, Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, καὶ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· καὶ ὁ Β ἄρα τὸν Α πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. οἱ Α, Β ἄρα τὸν Γ μετροῦσιν. λέγω δή, ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ γὰρ μή, μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν οἱ Α, Β ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Γ. μετρείτωσαν τὸν Δ. καὶ ὁσάκις ὁ Α τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ε, ὁσάκις δὲ ὁ Β τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ζ· ὁ μὲν Α ἄρα τὸν Ε πολλα-

1. πεποίηκε Vφ. διὰ τά — 2: πεποίηκεν] om. p. 8. ὄντες ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ p. 9. εἰσιν P. 12. λϛ' BV, P m. rec.; λζ' p. 15. δύο ἀριθμοὶ οἱ δοθέντες p. 16. ἀριθμόν] om. Vφ. 19. τὸν Γ — 20: πολλαπλασιάσας] mg. m. 2 B. 20. ἄρα] comp. supra V, ἔτι φ. 21. καὶ οἱ P. μετροῦσι Vφ. 22.

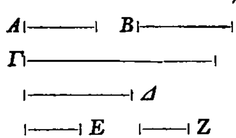
causa erit etiam $E \times \varDelta = A$. itaque $E \times \varDelta = \Theta \times M$. quare erit [prop. XIX] $E : \Theta = M : \varDelta$. uerum $E > \Theta$. quare etiam $M > \varDelta$ [prop. XIII. V, 14]. et M numeros A, B, Γ metitur; quod fieri non potest. nam suppositum est, $\varDelta$ maximam mensuram communem esse numerorum A, B, Γ. itaque non erunt numeri numeris E, Z, H minores, qui in eadem ratione sint ac A, B, Γ. ergo E, Z, H minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent ac A, B, Γ; quod erat demonstrandum.

XXXIV.

Datis duobus numeris, quem minimum metiuntur numerum, inuenire.

Sint duo numeri dati A, B. oportet igitur, quem minimum metiüntur numerum, inuenire.

A, B enim aut inter se primi sunt aut non primi. prius A, B inter se primi sint, et sit $A \times B = \Gamma$. quare etiam $B \times A = \Gamma$ [prop. XVI]. itaque A, B numerum Γ metiuntur. iam dico, eos eum etiam



minimum metiri. nam si minus, A, B numerum aliquem numero Γ minorem metientur. metiantur numerum $\varDelta$. et quoties A numerum $\varDelta$ metitur, tot unitates sint in E, quoties autem B numerum $\varDelta$ metitur, tot unitates sint in Z. itaque erit $A \times E = \varDelta$,

μετρήσουσιν PB. 25. ὁσάκις δέ] καὶ ὁσάκις Vφ, ὁσάκις δὲ καί p. $\varDelta$] e corr. m. 2 p.

πλασιάσας τὸν $Δ$ πεποίηκεν, ὁ δὲ B τὸν Z πολλαπλασιάσας τὸν $Δ$ πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν A, E τῷ ἐκ τῶν B, Z. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν B, οὕτως ὁ Z πρὸς τὸν E. οἱ δὲ A, B πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα· ὁ B ἄρα τὸν E μετρεῖ, ὡς ἑπόμενος ἑπόμενον. καὶ ἐπεὶ ὁ A τοὺς B, E πολλαπλασιάσας τοὺς $Γ$, $Δ$ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ B πρὸς τὸν E, οὕτως ὁ $Γ$ πρὸς τὸν $Δ$. μετρεῖ δὲ ὁ B τὸν E· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ $Γ$ τὸν $Δ$ ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ A, B μετροῦσί τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ $Γ$. ὁ $Γ$ ἄρα ἐλάχιστος ὢν ὑπὸ τῶν A, B μετρεῖται.

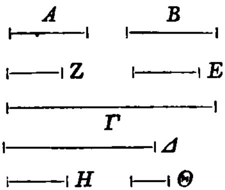
Μὴ ἔστωσαν δὴ οἱ A, B πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, καὶ εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς A, B οἱ Z, E· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν A, E τῷ ἐκ τῶν B, Z. καὶ ὁ A τὸν E πολλαπλασιάσας τὸν $Γ$ ποιείτω· καὶ ὁ B ἄρα τὸν Z πολλαπλασιάσας τὸν $Γ$ πεποίηκεν· οἱ A, B ἄρα τὸν $Γ$ μετροῦσιν. λέγω δή, ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ γὰρ μή, μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν οἱ A, B ἐλάσσονα ὄντα τοῦ $Γ$. μετρείτωσαν τὸν $Δ$. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ A τὸν $Δ$ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ H, ὁσάκις δὲ ὁ B τὸν $Δ$ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ $Θ$. ὁ μὲν A ἄρα τὸν H πολλαπλασιάσας τὸν $Δ$ πεποίηκεν, ὁ δὲ B τὸν $Θ$ πολλαπλασιάσας τὸν $Δ$ πεποίηκεν. ἴσος

---

3. A] (prius) corr. ex $Δ$ V. 5. μετροῦσιν B. 9. $Γ$, $Δ$] $Γ$ postea insert. m. 1 p, post $Δ$ 1 litt. eras. 11. ἄρα] δὲ ἄρα p. τὸν $Δ$] τὴν $Δ$ P. 13. μετρήσουσιν P. Post τοῦ $Γ$ add. Theon: ὅταν οἱ A, B πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν (BVpφ,

$B \times Z = \varDelta$ [def. 15]. itaque $A \times E = B \times Z$. quare erit $A : B = Z : E$ [prop. XIX]. uerum A, B primi sunt, primi autem etiam minimi sunt [prop. XXI], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [prop. XX]. itaque B numerum E metitur, ut sequens sequentem. et quoniam A numeros B, E multiplicans numeros $\Gamma, \varDelta$ effecit, erit $B : E = \Gamma : \varDelta$ [prop. XVII]. uerum B numerum E metitur. quare etiam Γ numerum $\varDelta$ metitur [def. 20], maior minorem; quod fieri non potest. itaque A, B nullum numerum numero Γ minorem metiuntur. ergo Γ numerum minimum metiuntur A, B.

Ne sint igitur A, B inter se primi, et sumantur



Z, E minimi eorum, qui eandem rationem habent ac A, B [prop. XXXIII]. itaque $A \times E = B \times Z$ [prop. XIX]. et sit $A \times E = \Gamma$. itaque etiam $B \times Z = \Gamma$. quare A, B numerum Γ metiuntur. iam dico, eos eum etiam minimum metiri. nam si minus, A, B numerum aliquem numero Γ minorem metientur. metiantur numerum $\varDelta$. et quoties A numerum $\varDelta$ metitur, tot unitates sint in H, quoties autem B numerum $\varDelta$ metitur, tot unitates sint in Θ. itaque $A \times H = \varDelta$, $B \times \Theta = \varDelta$ [def. 15]. quare

---

P m. rec.) 15. δή] δέ p. 17. Z, E] corr. ex E, Z V. 19. τὸν Γ — πολλαπλασιάσας] mg. m. 1 p. ποιείτω — 20: τὸν Γ] mg. φ. 20. πεποίηκε p. μετροῦσι Vφ. 22. μετρήσουσιν PB, μετρήσουσι δή p. 24. H, ὁσάκις — 25: ἐν τῷ] om. p. 26. $\varDelta$] corr. ex A p. 27. ὁ δὲ B — πεποίηκεν] om. p.

ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Α, Η τῷ ἐκ τῶν Β, Θ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Η. ὡς δὲ ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε· καὶ ὡς ἄρα ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Η. οἱ δὲ Ζ, Ε ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα· ὁ Ε ἄρα τὸν Η μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Α τοὺς Ε, Η πολλαπλασιάσας τοὺς Γ, Δ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. ὁ δὲ Ε τὸν Η μετρεῖ· καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Δ μετρεῖ ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ Α, Β μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Γ. ὁ Γ ἄρα ἐλάχιστος ὢν ὑπὸ τῶν Α, Β μετρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λε'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμόν τινα μετρῶσιν, καὶ ὁ ἐλάχιστος ὑπ' αὐτῶν μετρούμενος τὸν αὐτὸν μετρήσει.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α, Β ἀριθμόν τινα τὸν ΓΔ μετρείτωσαν, ἐλάχιστον δὲ τὸν Ε· λέγω, ὅτι καὶ ὁ Ε τὸν ΓΔ μετρεῖ.

Εἰ γὰρ οὐ μετρεῖ ὁ Ε τὸν ΓΔ, ὁ Ε τὸν ΔΖ μετρῶν λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν ΓΖ. καὶ ἐπεὶ οἱ Α, Β τὸν Ε μετροῦσιν, ὁ δὲ Ε τὸν ΔΖ μετρεῖ, καὶ οἱ Α, Β ἄρα τὸν ΔΖ μετρήσουσιν. μετροῦσι δὲ καὶ

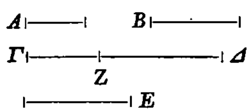
---

2. ὡς] insert. m. 1 p. Η] in ras. φ. 3. οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε] mg. φ. Post Ε add. P: ἀλλ' ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Η; del. m. rec. καὶ ὡς ἄρα] ἔστιν ἄρα ὡς p. 4. Ζ] Θ P, corr. m. rec. Ε] Η P, corr. m. rec. Θ] Ζ P, corr. m. rec. Η] Ε P, corr. m. rec. 8. τούς] τόν p. Ε, Η] Η, Ε B. 12. μετρήσουσιν B. 13.

$A \times H = B \times \Theta$. itaque $A : B = \Theta : H$ [prop. XIX]. uerum $A : B = Z : E$. itaque etiam $Z : E = \Theta : H$. uerum Z, E minimi sunt, minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [prop. XX]. itaque E numerum H metitur. et quoniam A numeros E, H multiplicans numeros Γ, Δ effecit, erit $E : H = \Gamma : \Delta$ [prop. XVII]. uerum E numerum H metitur. quare etiam Γ numerum Δ metitur [def. 20] maior minorem; quod fieri non potest. itaque A, B nullum numerum numero Γ minorem metiuntur. ergo Γ numerum minimum metiuntur A, B; quod erat demonstrandum.

XXXV.

Si duo numeri numerum aliquem metiuntur, etiam quem minimum metiuntur numerum, eundem metietur.



Duo enim numeri A, B numerum aliquem $\Gamma\Delta$ metiantur, minimum autem E numerum. dico, etiam E numerum numerum $\Gamma\Delta$ metiri.

Nam si E numerum $\Gamma\Delta$ non metitur, E numerum ΔZ metiens relinquat se minorem ΓZ. et quoniam A, B numerum E metiuntur, E autem numerum ΔZ metitur, etiam A, B numerum ΔZ metientur.

ὄντα] om. V φ. 15. λζ′ BV, P m. rec., λη′ p. 16. Post ἐάν ras. 3 litt. BV. μετρήσωσι p, μετρῶσι PVφ. 20. καί] supra m. 1 P. 22. οὐ] μή August. $\Gamma\Delta$] Γ B. ΔZ] $Z\Delta$ p, $\Gamma\Delta$ V in ras., φ. 25. μετρήσουσιν. μετροῦσι] -σι μετροῦ- add. m. 2 B; μετρήσουσι μετροῦσι Vpφ; μετροῦσιν. μετροῦσι P.

ὅλον τὸν ΓΔ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν ΓΖ μετρήσουσιν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Ε· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οὐ μετρεῖ ὁ Ε τὸν ΓΔ· μετρεῖ ἄρα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λϛ'.

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων εὑρεῖν, ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες τρεῖς ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, Γ· δεῖ δὴ εὑρεῖν, ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

Εἰλήφθω γὰρ ὑπὸ δύο τῶν Α, Β ἐλάχιστος μετρούμενος ὁ Δ. ὁ δὴ Γ τὸν Δ ἤτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. μετρείτω πρότερον. μετροῦσι δὲ καὶ οἱ Α, Β τὸν Δ· οἱ Α, Β, Γ ἄρα τὸν Δ μετροῦσιν. λέγω δή, ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ γὰρ μή, μετρήσουσιν [τινα] ἀριθμὸν οἱ Α, Β, Γ ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Δ. μετρείτωσαν τὸν Ε. ἐπεὶ οἱ Α, Β, Γ τὸν Ε μετροῦσιν, καὶ οἱ Α, Β ἄρα τὸν Ε μετροῦσιν. καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν Α, Β μετρούμενος [τὸν Ε] μετρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν Α, Β μετρούμενός ἐστιν ὁ Δ· ὁ Δ ἄρα τὸν Ε μετρήσει ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ Α, Β, Γ μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Δ· οἱ Α, Β, Γ ἄρα ἐλάχιστον τὸν Δ μετροῦσιν.

Μὴ μετρείτω δὴ πάλιν ὁ Γ τὸν Δ, καὶ εἰλήφθω

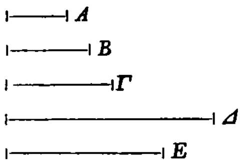
---

5. λη' BV, λθ' p. 9. μετρήσουσιν P. 10. τῶν] in ras. φ. 11. δή] δέ P. 13. ἄρα Α, Β, Γ Vφ. μετροῦσι Vpφ, μετρήσουσιν P. δή] om. Vφ. 14. μετρήσουσι V et corr. ex μετρείσουσι φ. τινα] om. Pp. 15. ἀριθμόν] om. p. ἐλάσσονα] τινα ἀριθμὸν ἐλάττονα p. 16. ἐπεὶ οὖν Vφ. μετροῦσι PVpφ. 17. μετρήσουσιν P et comp. p; μετροῦσι Vφ. 18. τὸν Ε] om. P. 20. μετρήσει] comp. p, in ras. φ. 21. Γ] insert. postea φ. μετρήσουσιν B, μετροῦσι Vφ.

uerum etiam totum $\Gamma\Delta$ metiuntur. quare etiam reliquum ΓZ metientur numero E minorem; quod fieri non potest. itaque fieri non potest, ut E numerum $\Gamma\Delta$ non metiatur. ergo metitur; quod erat demonstrandum.

XXXVI.

Datis tribus numeris, quem minimum metiuntur numerum, inuenire.



Sint tres numeri dati A, B, Γ. oportet igitur, quem minimum metiuntur numerum, inuenire.

sumatur enim, quem duo numeri A, B minimum metiuntur, Δ [prop. XXXIV]. Γ igitur numerum Δ aut metitur aut non metitur. metiatur prius. uerum etiam A, B numerum Δ metiuntur. itaque A, B, Γ numerum Δ metiuntur. iam dico, eos eum etiam minimum metiri. nam si minus, A, B, Γ numerum numero Δ minorem metientur. metiantur numerum E. quoniam A, B, Γ numerum E metiuntur, etiam A, B numerum E metientur. quare etiam, quem minimum metiuntur A, B, numerum E metietur [prop. XXXV]. quem autem A, B minimum metiuntur, est Δ. Δ igitur numerum E metitur, maior minorem; quod fieri non potest. itaque A, B, Γ nullum numerum numero Δ minorem metientur. ergo A, B, Γ numerum Δ minimum metiuntur.

rursus ne metiatur Γ numerum Δ, et sumatur,

---

22. Γ] om. P. 23. μετρήσουσιν P, comp. p; μετροῦσι Vφ. 24. δή] δέ p.

ὑπὸ τῶν Γ, Δ ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ Ε. ἐπεὶ οἱ Α, Β τὸν Δ μετροῦσιν, ὁ δὲ Δ τὸν Ε μετρεῖ, καὶ οἱ Α, Β ἄρα τὸν Ε μετροῦσιν. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Γ [τὸν Ε· καὶ] οἱ Α, Β, Γ ἄρα τὸν Ε μετροῦσιν. λέγω δή, ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ γὰρ μή, μετρήσουσί τινα οἱ Α, Β, Γ ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Ε. μετρείτωσαν τὸν Ζ. ἐπεὶ οἱ Α, Β, Γ τὸν Ζ μετροῦσιν, καὶ οἱ Α, Β ἄρα τὸν Ζ μετροῦσιν· καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν Α, Β μετρούμενος τὸν Ζ μετρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν Α, Β μετρούμενός ἐστιν ὁ Δ· ὁ Δ ἄρα τὸν Ζ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Γ τὸν Ζ· οἱ Δ, Γ ἄρα τον Ζ μετροῦσιν· ὥστε καὶ ὁ ἐλάχιστος ὑπὸ τῶν Δ, Γ μετρούμενος τὸν Ζ μετρήσει. ὁ δὲ ἐλάχιστος ὑπὸ τῶν Γ, Δ μετρούμενός ἐστιν ὁ Ε· ὁ Ε ἄρα τὸν Ζ μετρεῖ ὁ μείζων τον ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ Α, Β, Γ μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Ε. ὁ Ε ἄρα ἐλάχιστος ὢν ὑπὸ τῶν Α, Β, Γ μετρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

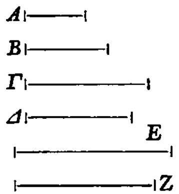
λζ'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ὑπό τινος ἀριθμοῦ μετρῆται, ὁ μετρούμενος ὁμώνυμον μέρος ἕξει τῷ μετροῦντι.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α ὑπό τινος ἀριθμοῦ τοῦ Β με-

1. ἀριθμός] om. p. 2. μετροῦσι Vφ. Δ] corr. ex Α p m. 2. 3. Post Β in p m. 2 insert. Γ. μετρήσουσιν P, μετροῦσι Vφ, comp. p. μετρεῖ — 4: μετροῦσιν] om. p. 4. τὸν Ε. καί] om. P. Γ] supra m. 2 V. μετρήσουσι P, μετροῦσι Vφ. 5. δή] om. Vφ. μετρήσουσιν B, comp. p; μετροῦσι Vφ. 6. τινα] om. p. τινα ἐλάττονα ἀριθμὸν ὄντα p. 7. μετροῦσιν, καὶ οἱ Α, Β ἄρα τὸν Ζ] mg. φ (μετροῦσι). μετροῦσι Vp. καὶ οἱ Α, Β ἄρα τὸν Ζ μετροῦσιν] mg. m. 2 V. 8. μετροῦσιν] μετρήσουσι V, comp. p, in ras. φ.

quem Γ, $\varDelta$ minimum metiuntur numerum, E [prop. XXXIV]. quoniam A, B numerum $\varDelta$ metiuntur, et $\varDelta$ numerum E metitur, etiam A, B numerum E metiuntur. uerum etiam Γ numerum E metitur. itaque A, B, Γ numerum E metiuntur. iam dico, eos eum etiam minimum metiri. nam si minus, A, B, Γ numerum aliquem minorem numero E metientur. metiantur numerum Z. quoniam A, B, Γ numerum Z metiuntur, etiam A, B numerum Z metiuntur. quare etiam, quem minimum metiuntur A, B, numerum Z metietur [prop. XXXV]. uerum quem minimum metiuntur A, B, est $\varDelta$. $\varDelta$ igitur numerum Z metitur. uerum etiam Γ numerum Z metitur. itaque $\varDelta$, Γ numerum Z metiuntur. quare etiam quem minimum metiuntur $\varDelta$, Γ, numerum Z metietur [id.]. uerum quem minimum metiuntur Γ, $\varDelta$, est E. itaque E numerum Z metitur, maior minorem; quod fieri non potest. itaque numeri A, B, Γ nullum numerum numero E minorem metientur. ergo E minimus est, quem A, B, Γ metiuntur; quod erat demonstrandum.



XXXVII.

Si numerum numerus aliquis metitur, is, quem metitur, partem habebit a metiente denominatam.

Numerum enim A numerus aliquis B metiatur.

---

9. τὸν Z — 10: μετρούμενος] om. p. 12. μετρήσουσι p. ὥστε] om. P. ἄρα ὑπό P. Γ, $\varDelta$ p. 14. Γ, $\varDelta$] Pp; $\varDelta$, Γ BVφ. 16. B] om. p. μετρήσουσι] PB, comp. p; μετροῦσι Vφ. ἐλάττονα τοῦ E ὄντα p. 19. λθ' B (post add. m. 1, ut posthac saepius), V, P m. rec., μ' p. 20. μετρεῖται φ.

τρείσθω· λέγω, ὅτι ὁ *Α* ὁμώνυμον μέρος ἔχει τῷ *Β*.

Ὁσάκις γὰρ ὁ *Β* τον *Α* μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ *Γ*. ἐπεὶ ὁ *Β* τὸν *Α* μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ *Γ* μονάδας, μετρεῖ δὲ καὶ ἡ *Δ* μονὰς τὸν *Γ* ἀριθμὸν κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας, ἰσάκις ἄρα ἡ *Δ* μονὰς τὸν *Γ* ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ *Β* τὸν *Α*. ἐναλλὰξ ἄρα ἰσάκις ἡ *Δ* μονὰς τὸν *Β* ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ *Γ* τὸν *Α*· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ἡ *Δ* μονὰς τοῦ *Β* ἀριθμοῦ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ *Γ* τοῦ *Α*. ἡ δὲ *Δ* μονὰς τοῦ *Β* ἀριθμοῦ μέρος ἐστὶν ὁμώνυμον αὐτῷ· καὶ ὁ *Γ* ἄρα τοῦ *Α* μέρος ἐστὶν ὁμώνυμον τῷ *Β*. ὥστε ὁ *Α* μέρος ἔχει τον *Γ* ὁμώνυμον ὄντα τῷ *Β*· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λη'.

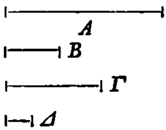
Ἐὰν ἀριθμὸς μέρος ἔχῃ ὁτιοῦν, ὑπὸ ὁμωνύμου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται τῷ μέρει.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ *Α* μέρος ἐχέτω ὁτιοῦν τὸν *Β*, καὶ τῷ *Β* μέρει ὁμώνυμος ἔστω [ἀριθμὸς] ὁ *Γ*· λέγω, ὅτι ὁ *Γ* τὸν *Α* μετρεῖ.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ *Β* τοῦ *Α* μέρος ἐστὶν ὁμώνυμον τῷ *Γ*, ἔστι δὲ καὶ ἡ *Δ* μονὰς τοῦ *Γ* μέρος ὁμώνυμον αὐτῷ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ἡ *Δ* μονὰς τοῦ *Γ* ἀριθμοῦ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ *Β* τοῦ *Α*· ἰσάκις ἄρα ἡ *Δ* μονὰς τὸν *Γ* ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ *Β* τὸν *Α*. ἐναλλὰξ

2. τῷ] corr. ex το m. 2 V. 4. τῷ] om. φ. *Γ*] eras. V. 10. μέρος] mg. φ. 13. *Γ*] in ras. φ. ὁμώνυμον τὸν *Γ* p. ὄντα] ὄν- supra m. 1 P; om. p. 15. μ' BV, P m. rec.; μα' p. 16. ὑπό] m. 2 B. 18. τόν] τό Pφ, et e corr. V. 19. ὁμώνυμον p. ἀριθμός] om. Pp. 20. *Α*] corr. ex *Β* p m. 2. 21. ἐστίν] ἐστὶ καί Vφ. 22. ἔστιν PB, comp. p. 23. μέρος ἄρα P.

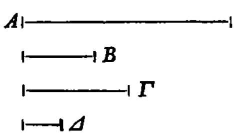
dico, numerum A partem habiturum esse a numero B denominatam.



Nam quoties B numerum A metitur, tot sint unitates in Γ. quoniam B numerum A secundum unitates numeri Γ metitur, et etiam unitas Δ numerum Γ secundum unitates eius metitur, Δ unitas numerum Γ et B numerum A aequaliter metitur. itaque permutatim Δ unitas numerum B et Γ numerum A aequaliter metitur [prop. XV]. itaque quae pars est Δ unitas numeri B, eadem pars est etiam Γ numeri A. uerum Δ unitas numeri B pars est ab ipso denominata. ergo etiam Γ numeri A pars est a B denominata. quare A partem habet Γ a B denominatam; quod erat demonstrandum.

XXXVIII.

Si numerus partem quamlibet habet, numerus a parte denominatus eum metietur.



Numerus enim A partem quamlibet habeat B, et a parte B denominatus sit Γ. dico, numerum Γ numerum A metiri.

Nam quoniam B numeri A pars est a Γ denominata, et etiam Δ unitas pars est numeri Γ ab ipso denominata, quae pars est Δ unitas numeri Γ, eadem pars est etiam B numeri A. itaque Δ unitas numerum Γ et B numerum A aequaliter metitur. itaque ἄρα ἰσάκις ἡ Δ μονὰς τὸν Β ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Γ τὸν Α. ὁ Γ ἄρα τὸν Α μετρεῖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λθ'.

Ἀριθμὸν εὑρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὢν ἕξει τὰ δοθέντα μέρη.

Ἔστω τὰ δοθέντα μέρη τὰ Α, Β, Γ· δεῖ δὴ ἀριθμὸν εὑρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὢν ἕξει τὰ Α, Β, Γ μέρη.

Ἔστωσαν γὰρ τοῖς Α, Β, Γ μέρεσιν ὁμώνυμοι ἀριθμοὶ οἱ Δ, Ε, Ζ, καὶ εἰλήφθω ὑπὸ τῶν Δ, Ε, Ζ ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ Η.

Ὁ Η ἄρα ὁμώνυμα μέρη ἔχει τοῖς Δ, Ε, Ζ. τοῖς δὲ Δ, Ε, Ζ ὁμώνυμα μέρη ἐστὶ τὰ Α, Β, Γ· ὁ Η ἄρα ἔχει τὰ Α, Β, Γ μέρη. λέγω δή, ὅτι καὶ ἐλάχιστος ὤν. εἰ γὰρ μή, ἔσται τις τοῦ Η ἐλάσσων ἀριθμός, ὃς ἕξει τὰ Α, Β, Γ μέρη. ἔστω ὁ Θ. ἐπεὶ ὁ Θ ἔχει τὰ Α, Β, Γ μέρη, ὁ Θ ἄρα ὑπὸ ὁμωνύμων ἀριθμῶν μετρηθήσεται τοῖς Α, Β, Γ μέρεσιν. τοῖς δὲ Α, Β, Γ μέρεσιν ὁμώνυμοι ἀριθμοί εἰσιν οἱ Δ, Ε, Ζ· ὁ Θ ἄρα ὑπὸ τῶν Δ, Ε, Ζ μετρεῖται. καί ἐστιν ἐλάσσων τοῦ Η· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσται τις τοῦ Η ἐλάσσων ἀριθμός, ὃς ἕξει τὰ Α, Β, Γ μέρη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

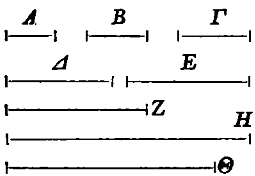
---

1. *ἰσάκις*] om. p. 3. *μα'* BV, P m. rec.; *μβ* p. 6. *ἔστω τὰ δοθέντα μέρη*] supra m. 1 p. 8. *ἔστωσαν*] *-σαν* supra V. *γάρ*] om. BVpφ. 9. *καὶ εἰλήφθω ὑπὸ τῶν Δ, Ε, Ζ*] mg. φ. *ὁ ὑπὸ* BVpφ. 10. Post *ὁ Η* add. Theon: *ἐπεὶ* (*ἐπεὶ οὖν* Vφ, *καὶ ἐπεί* P m. rec.) *ὁ Η ὑπὸ τῶν Δ, Ε, Ζ μετρεῖται* (BVpφ, P m. rec.). 11. *ἄρα*] Pp, om. BVφ. 12. *ἐστί*] *ἐστίν* PB, om. p. *τά*] om. P. *Γ*] supra m. 1 V. 14. Post *μή* add. Theon: *ὁ Η ἐλάχιστος ὢν ἔχει τὰ Α, Β, Γ μέρη* (BVpφ, *εἰ γὰρ μὴ ὁ Η ἐλάχιστος ὤν* mg. φ). *ἔσται*] *ἔστω* Pp. *τις*] supra m. 2 V. 15. *μέρη*] om. P. 19. *ἐλάττων* P. 21. Ante *ἀριθμός* eras. *ὅς* V. In fine: *Εὐκλείδου στοιχείων ζ'* PB.

permutatim Δ unitas numerum B et Γ numerum A aequaliter metitur [prop. XV]. ergo Γ numerum A metitur; quod erat demonstrandum.

XXXIX.

Numerum inuenire minimum, qui datas partes habeat.



Sint datae partes A, B, Γ. oportet igitur numerum inuenire minimum, qui partes A, B, Γ habeat.

A partibus enim A, B, Γ denominati sint numeri Δ, E, Z, et sumatur[1]) numerus H, quem Δ, E, Z minimum metiantur. H igitur partes habet a numeris Δ, E, Z denominatas [prop. XXXVII]. uerum a Δ, E, Z denominatae partes sunt A, B, Γ. itaque H partes A, B, Γ habet. iam dico, eum etiam minimum esse. nam si minus, erit numerus aliquis numero H minor, qui partes A, B, Γ habeat. sit Θ. quoniam Θ partes A, B, Γ habet, numerum Θ metientur numeri a partibus A, B, Γ denominati [prop. XXXVIII]. uerum a partibus A, B, Γ denominati sunt numeri Δ, E, Z. itaque Θ numerum numeri Δ, E, Z metiuntur. et minor est numero H; quod fieri non potest. ergo non erit numerus numero H minor, qui partes A, B, Γ habeat; quod erat demonstrandum.

1) Itaque Euclides hic quoque prop. 36 de tribus tantum numeris demonstratam tacite ad quamlibet numerorum multitudinem transtulit, sicuti supra in prop. 33 eodem modo prop. 3 tacite dilatauit (u. p. 255 not.).

16 VI 13
24 I 17

η'.

α'.

i.e. in geom'l progr.

Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, Δ, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν οἱ Α, Δ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔστωσαν· λέγω, ὅτι οἱ Α, Β, Γ, Δ ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Εἰ γὰρ μή, ἔστωσαν ἐλάττονες τῶν Α, Β, Γ, Δ οἱ Ε, Ζ, Η, Θ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες αὐτοῖς. καὶ ἐπεὶ οἱ Α, Β, Γ, Δ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ τοῖς Ε, Ζ, Η, Θ, καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος [τῶν Α, Β, Γ, Δ] τῷ πλήθει [τῶν Ε, Ζ, Η, Θ], δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Δ, ὁ Ε πρὸς τὸν Θ. οἱ δὲ Α, Δ πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον. μετρεῖ ἄρα ὁ Α τὸν Ε ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα

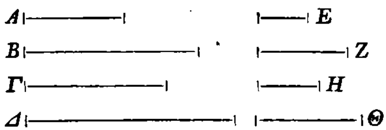
Εὐκλείδου στοιχείων ζ : η V. Post titulum in textu scholium ad VII, 39 habent Vpφ; u. app. 4. ὦσιν] om. Vφ. εἰσιν PB. 9. εἰσιν B. 11. Η] postea insert. V. 12. Δ] postea insert. V. εἰσίν B. 13. καί ἐστιν — 14: Θ] mg. m. 2 V. 13. τῶν Α, Β, Γ, Δ] om. P. 14. τῶν Ε, Ζ, Η, Θ]

VIII.

I.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et extremi eorum inter se primi sunt, minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent.

Sint quotlibet numeri inter se proportionales deinceps A, B, Γ, Δ, et eorum extremi A, Δ inter se primi sint. dico, numeros A, B, Γ, Δ minimos esse eorum, qui eandem rationem habeant.



Nam si minus, numeri E, Z, H, Θ numeris A, B, Γ, Δ minores sint eandem rationem habentes. et quoniam A, B, Γ, Δ et E, Z, H, Θ in eadem ratione sunt, et multitudo multitudini aequalis est, ex aequo erit [VII, 14] $A : \Delta = E : \Theta$. uerum A, Δ primi sunt, primi autem etiam minimi sunt [VII, 21], minimi autem numeri eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [VII, 20], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque A numerum E metitur, maior

---

om. P. 18. ὅ τε μείζων — 19: τουτέστιν] P; om. Theon (BVφ). 21. ἀδύνατον] ἄτοπον Vφ.

οἱ Ε, Ζ, Η, Θ ἐλάσσονες ὄντες τῶν Α, Β, Γ, Δ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν αὐτοῖς. οἱ Α, Β, Γ, Δ ἄρα ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

β'.

Ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἀνάλογον ἐλαχίστους, ὅσους ἂν ἐπιτάξῃ τις, ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ.

Ἔστω ὁ δοθεὶς λόγος ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς ὁ τοῦ Α πρὸς τὸν Β· δεῖ δὴ ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἀνάλογον ἐλαχίστους, ὅσους ἄν τις ἐπιτάξῃ, ἐν τῷ τοῦ Α πρὸς τὸν Β λόγῳ.

Ἐπιτετάχθωσαν δὴ τέσσαρες, καὶ ὁ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω, τὸν δὲ Β πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω, καὶ ἔτι ὁ Β ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω, καὶ ἔτι ὁ Α τοὺς Γ, Δ, Ε πολλαπλασιάσας τοὺς Ζ, Η, Θ ποιείτω, ὁ δὲ Β τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Κ ποιείτω.

Καὶ ἐπεὶ ὁ Α ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, τὸν δὲ Β πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, [οὕτως] ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. πάλιν, ἐπεὶ ὁ μὲν Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ δὲ Β ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν, ἑκάτερος ἄρα τῶν Α, Β τὸν Β πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Δ, Ε πεποίηκεν.

---

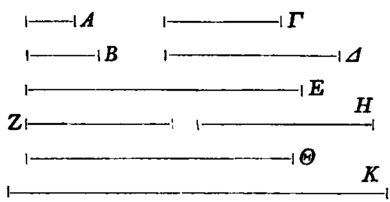
3. εἴσιν P. αὐτοῖς] om. Vφ. 7. τις ἐπιτάξῃ P. 9. ἑξῆς] supra m. 2 V, om. φ. 10. ἐπιτάξῃ τις Vφ. 12. τέσσαρες] δ P et post ras. 1 litt. B. 13. τὸν δὲ Β — 14: ποιείτω] om. φ. 18. μέν] om. Vφ. 19. πεποίηκεν] (prius) πεποίηκε Vφ. 20. Ante ἔστιν add. Theon: ἀριθμὸς δὴ ὁ Α δύο τοὺς Α, Β πολλαπλασιάσας τοὺς Γ, Δ πεποίηκεν (BVφ). τόν] insert. φ. οὕτως] om. P. 21. μέν] P, om. BVφ. 24. τῶν] τόν P.

minorem; quod fieri non potest. itaque E, Z, H, Θ eandem rationem non habent ac A, B, Γ, Δ, quibus minores sunt. ergo A, B, Γ, Δ minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent; quod erat demonstrandum.

II.

Numeros inuenire minimos deinceps proportionales in data proportione, quotcunque propositum erit.

Sit data proportio in numeris minimis[1]) $A : B$. oportet igitur numeros inuenire minimos deinceps proportionales in proportione $A : B$, quotcunque propositum erit. — propositum sit, ut quattuor inueniamus, et sit $A \times A = \Gamma$, $A \times B = \Delta$, $B \times B = E$, $A \times \Gamma = Z$, $A \times \Delta = H$, $A \times E = \Theta$, $B \times E = K$.



et quoniam $A \times A = \Gamma$ et $A \times B = \Delta$, erit

$$A : B = \Gamma : \Delta \text{ [VII, 17].}$$

rursus quoniam $A \times B = \Delta$ et $B \times B = E$, uterque A, B numerum B multiplicans utrumque Δ, E effecit.

1) Si proportio data minimis numeris proposita non est, per VII, 33 minimos inueniemus eorum, qui eandem rationem habent.

ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν B, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν E. ἀλλ' ὡς ὁ A πρὸς τὸν B, ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὁ Δ πρὸς τὸν E. καὶ ἐπεὶ ὁ A τοὺς Γ, Δ πολλαπλασιάσας τοὺς Z, H πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, [οὕτως] ὁ Z πρὸς τὸν H. ὡς δὲ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ἦν ὁ A πρὸς τὸν B· καὶ ὡς ἄρα ὁ A πρὸς τὸν B, ὁ Z πρὸς τὸν H. πάλιν, ἐπεὶ ὁ A τοὺς Δ, E πολλαπλασιάσας τοὺς H, Θ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν E, ὁ H πρὸς τὸν Θ. ἀλλ' ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν E, ὁ A πρὸς τὸν B. καὶ ὡς ἄρα ὁ A πρὸς τὸν B, οὕτως ὁ H πρὸς τὸν Θ. καὶ ἐπεὶ οἱ A, B τὸν E πολλαπλασιάσαντες τοὺς Θ, K πεποιήκασιν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν B, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν K. ἀλλ' ὡς ὁ A πρὸς τὸν B, οὕτως ὅ τε Z πρὸς τὸν H καὶ ὁ H πρὸς τὸν Θ. καὶ ὡς ἄρα ὁ Z πρὸς τὸν H, οὕτως ὅ τε H πρὸς τὸν Θ καὶ ὁ Θ πρὸς τὸν K· οἱ Γ, Δ, E ἄρα καὶ οἱ Z, H, Θ, K ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ A πρὸς τὸν B λόγῳ. λέγω δή, ὅτι καὶ ἐλάχιστοι. ἐπεὶ γὰρ οἱ A, B ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ δὲ ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, οἱ A, B ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἑκάτερος μὲν τῶν A, B ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Γ, E πεποίηκεν, ἑκάτερον δὲ τῶν Γ, E πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Z, K πεποίηκεν· οἱ Γ, E ἄρα καὶ οἱ Z, K πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐὰν δὲ ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς

2. ὁ Γ] οὕτως ὁ Γ V φ. 3. καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ] mg. m. 2 V addito in fine οὕτως. ὁ Δ] καὶ ὁ Δ V, οὕτως

itaque $A : B = \Delta : E$ [VII, 18]. uerum $A : B = \Gamma : \Delta$. quare etiam $\Gamma : \Delta = \Delta : E$. et quoniam $A \times \Gamma = Z$ et $A \times \Delta = H$, erit $\Gamma : \Delta = Z : H$ [VII, 17]. uerum erat $\Gamma : \Delta = A : B$. quare etiam $A : B = Z : H$. rursus quoniam $A \times \Delta = H$ et $A \times E = \Theta$, erit [VII, 17] $\Delta : E = H : \Theta$. uerum $\Delta : E = A : B$.* quare etiam $A : B = H : \Theta$. et quoniam

$$A \times E = \Theta \text{ et } B \times E = K,$$

erit [VII, 18] $A : B = \Theta : K$. uerum

$$A : B = Z : H = H : \Theta.$$

quare etiam $Z : H = H : \Theta = \Theta : K$. itaque Γ, Δ, E et Z, H, Θ, K proportionales sunt in proportione $A : B$. iam dico, eos etiam minimos esse. nam quoniam A, B minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent, minimi autem eorum qui eandem rationem habent, inter se primi sunt [VII, 22], A, B inter se primi sunt. et uterque A, B se ipsum multiplicans utrumque Γ, E effecit, utrumque autem Γ, E multiplicans utrumque Z, K effecit. itaque Γ, E et Z, K inter se primi sunt [VII, 27].[1]) sin quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et extremi eorum inter se primi sunt, minimi sunt eorum,

---

1) H. e. Γ et E primi sunt inter se et item Z et K. numeros Γ, E, Δ corollarii causa per totam propositionem respicit.

καὶ ὁ Δ φ. E] e corr. V. 4. τούς] corr. ex τοῦ V. τούς] corr. ex τοῦ V. 5. οὕτως] om. P. 8. H] seq. ras. 1 litt. V. 10. ὁ H] οὕτως ὁ H φ et m. 2 V. ἀλλ' ὡς] ὡς δέ P. 12. οὕτως καί P. 14. οὕτως] om. BVφ. 15. ἀλλ'] ἐδείχθη δὲ καί Theon (BVφ). 17. τε] om. P. 19. λόγῳ] supra m. 2 B. 21. εἰσιν P. αὐτοῖς — 22: ἐχόντων] om. P. 22. Post ἐχόντων add. αὐτοῖς Vφ, et supra m. 2 B. 24. εἰσί Vφ. 27. K] (alt.) H φ. 29. δέ] om. φ.

ἀλλήλους ὦσιν, ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς. οἱ Γ, Δ, Ε ἄρα καὶ οἱ Ζ, Η, Θ, Κ ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι ὦσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ ἄκροι αὐτῶν τετράγωνοί εἰσιν, ἐὰν δὲ τέσσαρες, κύβοι.

γ'.

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς οἱ Α, Β, Γ, Δ· λέγω, ὅτι οἱ ἄκροι αὐτῶν οἱ Α, Δ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Εἰλήφθωσαν γὰρ δύο μὲν ἀριθμοὶ ἐλάχιστοι ἐν τῷ τῶν Α, Β, Γ, Δ λόγῳ οἱ Ε, Ζ, τρεῖς δὲ οἱ Η, Θ, Κ, καὶ ἑξῆς ἑνὶ πλείους, ἕως τὸ λαμβανόμενον πλῆθος ἴσον γένηται τῷ πλήθει τῶν Α, Β, Γ, Δ. εἰλήφθωσαν καὶ ἔστωσαν οἱ Λ, Μ, Ν, Ξ.

---

1. *εἰσιν* PB. 2. *Κ*] corr. ex *Γ* m. 2 V. 5. *πόρισμα*] mg. m. 2 V, om. φ. 6. *ἐάν*] *ἄν* seq. ras. 2 litt. P. 7. *ὦσιν ἐλάχιστοι* Vφ. *ὦσιν* B. *λόγον*] mg. φ. 9. *δέ*] supra m. 2 V. *τέσσαρες*] *δ* B. 17. *Γ*] postea insert. m. 1 V. 20. *οἱ Η*] corr. ex *οἱ* m. 2 B. 21. *Κ*] in ras. P. *καί*] supra add. *αἱ* m. 1 P; *καὶ ἀεί* B. *ἕως οὗ* Theon (BVφ), *ἕως ἄν* August. 23. *ἔστωσαν*] *-ν* e corr. m. rec. P.

qui eandem rationem habent [prop. I]. ergo Γ, Δ, E et Z, H, Θ, K minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent ac A, B; quod erat demonstrandum.

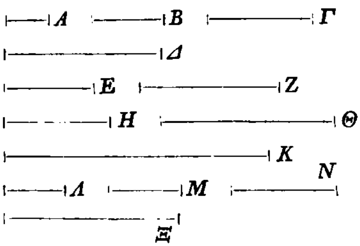
Corollarium.

Hinc manifestum est, si tres numeri deinceps proportionales minimi sint eorum, qui eandem rationem habeant, extremos eorum quadratos esse, sin quattuor, cubos.[1])

III.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt minimi eorum, qui eandem rationem habent, extremi eorum inter se primi sunt.

Sint quotlibet numeri deinceps proportionales A, B, Γ, Δ minimi eorum, qui eandem rationem habent. dico, extremos eorum A, Δ inter se primos esse.



sumantur enim duo numeri minimi in proportione numerorum A, B, Γ, Δ [VII, 33] E, Z, tres autem H, Θ, K et deinceps uno plures [prop. II], donec multitudo sumpta aequalis fiat multitudini numerorum A, B, Γ, Δ. sumantur et sint Λ, M, N, Ξ. et quoniam E, Z minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent, inter se primi sunt

1) Nam $A : B = \Gamma : \Delta = \Delta : E$ et $\Gamma = A^2$, $E = B^2$. praeterea $A : B = Z : H = H : \Theta = \Theta : K$ et $Z = A \times \Gamma = A^3$, $K = B \times E = B^3$.

Καὶ ἐπεὶ οἱ Ε, Ζ ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ἑκάτερος τῶν Ε, Ζ ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Η, Κ πεποίηκεν, ἑκάτερον δὲ τῶν Η, Κ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Λ, Ξ πεποίηκεν, καὶ οἱ Η, Κ ἄρα καὶ οἱ Λ, Ξ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐπεὶ οἱ Α, Β, Γ, Δ ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ Λ, Μ, Ν, Ξ ἐλάχιστοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς Α, Β, Γ, Δ, καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν Α, Β, Γ, Δ τῷ πλήθει τῶν Λ, Μ, Ν, Ξ, ἕκαστος ἄρα τῶν Α, Β, Γ, Δ ἑκάστῳ τῶν Λ, Μ, Ν, Ξ ἴσος ἐστίν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν Α τῷ Λ, ὁ δὲ Δ τῷ Ξ. καί εἰσιν οἱ Λ, Ξ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. καὶ οἱ Α, Δ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ'.

Λόγων δοθέντων ὁποσωνοῦν ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἀνάλογον ἐλαχίστους ἐν τοῖς δοθεῖσι λόγοις.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες λόγοι ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς ὅ τε τοῦ Α πρὸς τὸν Β καὶ ὁ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι ὁ τοῦ Ε πρὸς τὸν Ζ· δεῖ δὴ ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἀνάλογον ἐλαχίστους ἔν τε τῷ τοῦ Α πρὸς τὸν Β λόγῳ καὶ ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι ἐν τῷ τοῦ Ε πρὸς τὸν Ζ.

Εἰλήφθω γὰρ ὁ ὑπὸ τῶν Β, Γ ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ Η. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ Β τὸν Η

1. καὶ ἐπεί — 3: ἑαυτὸν μέν] οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ Λ, Ξ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐπεὶ γὰρ οἱ Ε, Ζ πρῶτοι ἑκάτερος δὲ αὐτῶν ἑαυτόν Theon (BVφ). 1. εἰσιν P. 4. Κ] eras. V. 5. τῶν Λ] τὸν Λ P. 6. καί] om. BVφ. καὶ οἱ Λ, Ξ — 7:

[VII, 22]. et quoniam $E \times E = H$, $Z \times Z = K$ [prop. II coroll.] et $E \times H = \Lambda$, $Z \times K = \Xi$ [id.], et H, K et Λ, Ξ inter se primi sunt [VII, 27]. et quoniam A, B, Γ, Δ minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent, et etiam Λ, M, N, Ξ minimi sunt in eadem ratione ac A, B, Γ, Δ, et multitudo numerorum A, B, Γ, Δ multitudini numerorum Λ, M, N, Ξ aequalis est, singuli A, B, Γ, Δ singulis Λ, M, N, Ξ aequales sunt. itaque $A = \Lambda$, $\Delta = \Xi$. et Λ, Ξ inter se primi sunt. ergo etiam A, Δ inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

IV.

Datis quotlibet rationibus in numeris minimis numeros inuenire minimos deinceps proportionales[1]) in rationibus datis.

Sint datae rationes in numeris minimis $A : B$, $\Gamma : \Delta$, $E : Z$. oportet igitur numeros minimos inuenire deinceps proportionales in rationibus

$$A : B, \ \Gamma : \Delta, \ E : Z.$$

sumatur enim, quem minimum metiuntur B, Γ, numerus H [VII, 34]. et quoties B numerum H me-

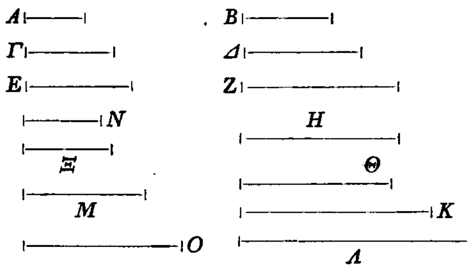
1) Uerba ἑξῆς ἀνάλογον hoc loco proprio sensu usurpata non sunt; neque enim rationes inter se aequales sunt. significat Euclides, terminum sequentem prioris rationis praecedentem esse posterioris. habet idem Campanus.

εἰσίν] πρῶτοι καὶ οἱ Λ, Ξ Theon (BVφ). 7. καὶ ἐπεί — 8: εἰσι] mg. m. 1 P. 7. Δ] om. B. 8. εἰσί] εἰσιν P; ὦσι Vφ. 9. ἐλάχιστοι] om. Vφ. 14. εἰσιν] P; ἐπεί Theon (BVφ). Post ἀλλήλους add. Theon: εἰσίν, ἴσος δὲ ὁ μὲν Λ τῷ A ὁ δὲ Ξ τῷ Δ (BVφ). 18. ἀνάλογον] P; V mg. m. 1, del. m. rec.; om. Bφ. 19. δοθεῖσιν B. 21. τόν] corr. ex τό V. 22. δή] seq. ras. 2 litt. V. 23. ἀνάλογον] om. BVφ.

μετρεῖ, τοσαυτάκις καὶ ὁ Α τὸν Θ μετρείτω, ὁσάκις δὲ ὁ Γ τὸν Η μετρεῖ, τοσαυτάκις καὶ ὁ Δ τὸν Κ μετρείτω. ὁ δὲ Ε τὸν Κ ἤτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. μετρείτω πρότερον. καὶ ὁσάκις ὁ Ε τὸν Κ μετρεῖ, τοσαυτάκις καὶ ὁ Ζ τὸν Λ μετρείτω. καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ὁ Α τὸν Θ μετρεῖ καὶ ὁ Β τὸν Η, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Η. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Κ, καὶ ἔτι ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ· οἱ Θ, Η, Κ, Λ ἄρα ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἔν τε τῷ τοῦ Α πρὸς τὸν Β καὶ ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι ἐν τῷ τοῦ Ε πρὸς τὸν Ζ λόγῳ. λέγω δή, ὅτι καὶ ἐλάχιστοι. εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ Θ, Η, Κ, Λ ἑξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι ἔν τε τοῖς τοῦ Α πρὸς τὸν Β καὶ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἐν τῷ τοῦ Ε πρὸς τὸν Ζ λόγοις, ἔστωσαν οἱ Ν, Ξ, Μ, Ο. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ, οἱ δὲ Α, Β ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον, ὁ Β ἄρα τὸν Ξ μετρεῖ. διὰ

1. Θ] eras. V. 2. καί] om. Vφ. 9. ἔτι ὡς] in ras. m. rec. P. 10. Θ, Η] e corr. post ras. 2 litt. V; Η, Θ B. ἀνάλογον] P; om. BVφ. 11. τε] om. Vφ. 13. Θ] eras. V. Θ, Η] Η, Θ B. 14. ἀνάλογον] P; mg. m. 1 V, del. m. rec.; om. Bφ. τε] om. BVφ. 15. καί] καὶ ἐν τῷ P. ἐν τῷ] ἔτι τῷ B, ἔτι ἐν τῷ Vφ. 16. Post λόγοις add. Vφ: ἔσονταί τινες τῶν Η, Θ, Κ, Λ ἑξῆς (mg. V) ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἔν τε τοῖς τοῦ Α πρὸς τὸν Β καὶ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι (supra V) τοῦ Ε πρὸς τὸν Ζ λόγοις; idem B mg. m. 2 om. ἑξῆς et ἔτι. 17. ὡς] supra m. 2 V. Ν] Η φ. 18. οἱ δὲ ἐλάχιστοί] om. P. μετροῦσιν Vφ. 20. ἐλάττων τὸν ἐλάττονα Vφ. 21. τε] om. P. 22. ἄρα] ἔτι φ.

titur, toties etiam A numerum Θ metiatur, quoties autem Γ numerum H metitur, toties etiam $\varDelta$ numerum K metiatur. E igitur[1]) numerum K aut metitur



aut non metitur. prius metiatur. et quoties E numerum K metitur, toties etiam Z numerum $\varLambda$ metiatur. et quoniam A numerum Θ et B numerum H aequaliter metitur, erit $A : B = \Theta : H$ [VII def. 20. VII, 13]. eadem de causa erit etiam $\Gamma : \varDelta = H : K$ et praeterea $E : Z = K : \varLambda$. itaque Θ, H, K, $\varLambda$ deinceps proportionales sunt in rationibus $A : B$, $\Gamma : \varDelta$, $E : Z$. iam dico, eos etiam minimos esse. nam si Θ, H, K, $\varLambda$ non sunt minimi deinceps proportionles in rationibus $A : B$, $\Gamma : \varDelta$, $E : Z$, minimi sint N, Ξ, M, O. et quoniam est $A : B = N : \Xi$, et A, B minimi sunt, minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem, h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem [VII, 20], B numerus numerum Ξ metitur. eadem

1) Uidetur enim pro δέ lin. 3 scribendum esse δή; cfr. p. 194, 23. 262, 11.

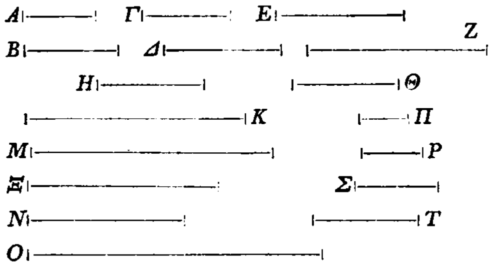
τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Γ τὸν Ξ μετρεῖ· οἱ Β, Γ ἄρα τὸν Ξ μετροῦσιν· καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν Β, Γ μετρούμενος τὸν Ξ μετρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν Β, Γ μετρεῖται ὁ Η· ὁ Η ἄρα τὸν Ξ μετρεῖ ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσονταί τινες τῶν Θ, Η, Κ, Λ ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἔν τε τῷ τοῦ Α πρὸς τὸν Β καὶ τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι τῷ τοῦ Ε πρὸς τὸν Ζ λόγῳ.

Μὴ μετρείτω δὴ ὁ Ε τὸν Κ. καὶ εἰλήφθω ὑπὸ τῶν Ε, Κ ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ Μ. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ Κ τὸν Μ μετρεῖ, τοσαυτάκις καὶ ἑκάτερος τῶν Θ, Η ἑκάτερον τῶν Ν, Ξ μετρείτω, ὁσάκις δὲ ὁ Ε τὸν Μ μετρεῖ, τοσαυτάκις καὶ ὁ Ζ τὸν Ο μετρείτω. ἐπεὶ ἰσάκις ὁ Θ τὸν Ν μετρεῖ καὶ ὁ Η τὸν Ξ, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Θ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ. ὡς δὲ ὁ Θ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ξ πρὸς τὸν Μ. πάλιν, ἐπεὶ ἰσάκις ὁ Ε τὸν Μ μετρεῖ καὶ ὁ Ζ τὸν Ο, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Μ πρὸς τὸν Ο· οἱ Ν, Ξ, Μ, Ο ἄρα ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τοῖς τοῦ τε Α πρὸς τὸν Β καὶ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι τοῦ Ε πρὸς τὸν Ζ λόγοις. λέγω δή, ὅτι καὶ ἐλάχιστοι ἐν

1. Β, Γ] Γ, Β BVφ. 2. μετροῦσι Vφ. ὑπό] ὁ ὑπό P. 4. μετρεῖται ὁ Η. ὁ Η ἄρα] del. m. 2 B, mg. μετρούμενός ἐστιν ὁ Η· ὁ Η ἄρα τὸν Ξ μετρεῖ. 6. Θ, Η] Η, Θ Bφ et in ras. V. 7. Post ἑξῆς in B insert. m. 1: ἀνάλογον. τε] om. P. 8. Δ] Δ λόγῳ Vφ. λόγῳ] om. Vφ. 11. μέν] m. 2 V. Μ] μή φ. 12. Θ, Η] corr. ex Η, Θ V; Η, Θ PBφ. 13. Μ] μή φ. 14. ἐπεί] καὶ ἐπεί V m. 2, φ. 20. ἔστιν ἄρα — 21: τὸν Ο] mg. φ. 22. ἀνάλογον] om. BVφ. τοῦ] τῶν P. τε] om. Vφ. 23. ἔτι] om BVφ.

de causa etiam Γ numerum Ξ metitur. itaque B, Γ numerum Ξ metiuntur. quare etiam, quem minimum metiuntur B, Γ, numerum Ξ metitur [VII, 35]. minimum autem B, Γ metiuntur numerum H. itaque H numerum Ξ metitur, maior minorem; quod fieri non potest. itaque nulli numeri numeris Θ, H, K, Λ minores deinceps in rationibus $A : B$, $\Gamma : \Delta$, $E : Z$ erunt.

ne metiatur igitur E numerum K. et sumatur, quem minimum metiuntur E, K, numerus M [VII, 34].



et quoties K numerum M metitur, toties uterque Θ, H utrumque N, Ξ metiatur, quoties autem E numerum M metitur, toties etiam Z numerum O metiatur. quoniam Θ numerum N et H numerum Ξ aequaliter metitur, erit $\Theta : H = N : \Xi$ [VII def. 20. VII, 13]. uerum $\Theta : H = A : B$. quare etiam $A : B = N : \Xi$. eadem de causa etiam $\Gamma : \Delta = \Xi : M$. rursus quoniam E numerum M et Z numerum O aequaliter metitur, erit $E : Z = M : O$ [VII def. 20. VII, 13]. itaque N, Ξ, M, O deinceps proportionales sunt in rationibus

$$A : B,\ \Gamma : \Delta,\ E : Z.$$

24. ἐλάχιστοί εἰσιν Vφ. Dein add. BVφ: εἰ γὰρ μή εἰσιν ἐλάχιστοι (om. B) οἱ N, Ξ, M, O ἑξῆς (ἐλάχιστοι add. B).

τοῖς Α Β, Γ Δ, Ε Ζ λόγοις. εἰ γὰρ μή, ἔσονταί τινες τῶν Ν, Ξ, Μ, Ο ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ἐν τοῖς Α Β, Γ Δ, Ε Ζ λόγοις. ἔστωσαν οἱ Π, Ρ, Σ, Τ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Π πρὸς τὸν Ρ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β, οἱ δὲ Α, Β ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς ἰσάκις ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον, ὁ Β ἄρα τὸν Ρ μετρεῖ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Γ τὸν Ρ μετρεῖ· οἱ Β, Γ ἄρα τὸν Ρ μετροῦσιν. καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν Β, Γ μετρούμενος τὸν Ρ μετρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν Β, Γ μετρούμενός ἐστιν ὁ Η· ὁ Η ἄρα τὸν Ρ μετρεῖ. καί ἐστιν ὡς ὁ Η πρὸς τὸν Ρ, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Σ· καὶ ὁ Κ ἄρα τὸν Σ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Ε τὸν Σ· οἱ Ε, Κ ἄρα τὸν Σ μετροῦσιν. καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν Ε, Κ μετρούμενος τὸν Σ μετρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν Ε, Κ μετρούμενός ἐστιν ὁ Μ· ὁ Μ ἄρα τὸν Σ μετρεῖ ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσονταί τινες τῶν Ν, Ξ, Μ, Ο ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ἔν τε τοῖς τοῦ Α πρὸς τὸν Β καὶ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι τοῦ Ε πρὸς τὸν Ζ λόγοις· οἱ Ν, Ξ, Μ, Ο ἄρα ἑξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοί εἰσιν ἐν τοῖς Α Β, Γ Δ, Ε Ζ λόγοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. *Δ*, E, Z] om. B. *εἰ γὰρ μή*] om. BV*φ*. 2. *N*] *H φ*. *ἀνάλογον*] om. BV*φ*. 7. *τε*] om. BV*φ*. 10. *μετροῦσι* V*φ*. 11. *ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν Β, Γ μετρούμενος*] *ὁ δὲ ἐλάχιστος* V*φ*. 12. *H*] mutat. in *Θ* m. 2, supra *H* m. 2 B. *H*] item B. *μετρήσει* V*φ*. 13. *H*] uti supra B. 15. *ἄρα*] *ἔτι φ*. 18. *Σ*] corr. ex E V. 20. *ἀνάλογον*] om. BV*φ*. 21. *τόν*] om. B. 22. *τόν*] om. B. *ἔτι*] *εἰ* P. *τόν*] om. B. 23. *ἀνάλογον*] om. BV*φ*. *ἐν*] om. P.

iam dico, eos etiam minimos esse in rationibus

$$\varDelta : B,\ \Gamma : \varDelta,\ E : Z.$$

nam si minus, numeri numeris N, Ξ, M, O minores deinceps proportionales erunt in rationibus

$$\varDelta : B,\ \Gamma : \varDelta,\ E : Z.$$

sint Π, P, Σ, T. et quoniam est $\Pi : P = \varDelta : B$, et $\varDelta$, B minimi sunt, minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur praecedens praecedentem et sequens sequentem [VII, 20], B numerus numerum P metitur. eadem de causa etiam Γ numerum P metitur. itaque B, Γ numerum P metiuntur. quare etiam quem minimum metiuntur B, Γ, numerum P metietur [VII, 35]. quem autem minimum metiuntur B, Γ, est H. itaque H numerum P metitur. et $H : P = K : \Sigma$.[1]) quare etiam K numerum Σ metitur [VII def. 20]. uerum etiam E numerum Σ metitur [VII, 20]. itaque E, K numerum Σ metiuntur. quare etiam quem minimum metiuntur E, K, numerum Σ metietur [VII, 35]. quem autem minimum metiuntur E, K, est M. itaque M numerum Σ metitur, maior minorem; quod fieri non potest. itaque nulli numeri numeris N, Ξ, M, O minores deinceps proportionales erunt in rationibus $\varDelta : B$, $\Gamma : \varDelta$, $E : Z$. ergo N, Ξ, M, O minimi sunt deinceps proportionales in rationibus $\varDelta : B$, $\Gamma : \varDelta$, $E : Z$; quod erat demonstrandum.

---

1) Nam $H : K = \Gamma : \varDelta$ (p. 280, 8) $= P : \Sigma$. tum u. VII, 13.

ε'.

Οἱ ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσι τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Ἔστωσαν ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, καὶ τοῦ μὲν Α πλευραὶ ἔστωσαν οἱ Γ, Δ ἀριθμοί, τοῦ δὲ Β οἱ Ε, Ζ· λέγω, ὅτι ὁ Α πρὸς τὸν Β λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Λόγων γὰρ δοθέντων τοῦ τε ὃν ἔχει ὁ Γ πρὸς τὸν Ε καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ εἰλήφθωσαν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἐλάχιστοι ἐν τοῖς Γ Ε, Δ Ζ λόγοις, οἱ Η, Θ, Κ, ὥστε εἶναι ὡς μὲν τὸν Γ πρὸς τὸν Ε, οὕτως τὸν Η πρὸς τὸν Θ, ὡς δὲ τὸν Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως τὸν Θ πρὸς τὸν Κ. καὶ ὁ Δ τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Λ ποιείτω.

Καὶ ἐπεὶ ὁ Δ τὸν μὲν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν, τὸν δὲ Ε πολλαπλασιάσας τὸν Λ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Λ. ὡς δὲ ὁ Γ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Θ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Η πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Λ. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Ε τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Λ πεποίηκεν, ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν Β. ἀλλ' ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Κ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Θ πρὸς τὸν Κ, οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν Β. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ Η πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Λ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν

---

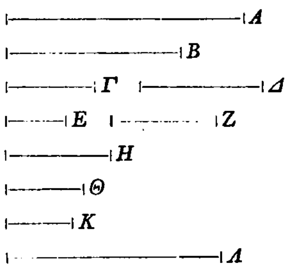
4. *μέν*] om. P. 8. *γάρ*] *ἀεί* φ. 11. *τὸν Η*] *ὁ Η* P. 12. *τὸν Δ*] *ὁ Δ* P. 13. *καὶ ὁ Δ* — 14: *ποιείτω*] om. Theon (B V φ). eorum loco habent B V φ: *οἱ ἄρα Η, Θ, Κ πρὸς ἀλλήλους ἔχουσι τοὺς τῶν πλευρῶν λόγους. ἀλλ' ὁ τοῦ Η πρὸς τὸν Κ λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ τοῦ Η πρὸς τὸν Θ καὶ τοῦ τοῦ*

V.

Numeri plani inter se rationem habent ex lateribus compositam.

Sint plani numeri A, B, et numeri A latera sint Γ, Δ, numeri B autem E, Z. dico, esse

$$A : B = \Gamma : E \times \Delta : Z.$$



nam datis rationibus $\Gamma : E$ et $\Delta : Z$[1]) sumantur numeri deinceps minimi in rationibus $\Gamma : E$ et $\Delta : Z$ [prop. IV] H, Θ, K, ita ut sit $\Gamma : E = H : \Theta$ et $\Delta : Z = \Theta : K$. et sit $\Delta \times E = \Lambda$.

et quoniam $\Delta \times \Gamma = A$ et $\Delta \times E = \Lambda$, erit $\Gamma : E = A : \Lambda$ [VII, 17]. uerum $\Gamma : E = H : \Theta$. quare etiam $H : \Theta = A : \Lambda$. rursus quoniam $E \times \Delta = \Lambda$ [VII, 16] et $E \times Z = B$, erit $\Delta : Z = \Lambda : B$ [VII, 17]. uerum $\Delta : Z = \Theta : K$. quare etiam $\Theta : K = \Lambda : B$. demonstrauimus autem, esse etiam $H : \Theta = A : \Lambda$. ergo

1) Si hae rationes minimis numeris propositae non sunt, per VII, 33 minimos numeros inueniemus, qui easdem rationes habent.

Θ πρὸς τὸν Κ. ὁ Η ἄρα πρὸς τὸν Κ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν. λέγω οὖν, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β (in ras. B), οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Κ; punctis del. V. Dein add. BVφ: ὁ Δ γάρ (B, V m. 1; καὶ ὁ Δ V m. 2; καὶ ὁ Δ πρός φ) τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Λ ποιείτω. 15. καί] om. BVφ. ὁ Δ] δέ φ. 16. πεποίηκε Vφ. 17. Ε] postea insert. V. 20. ὁ] ὁ μέν P. 22. οὕτως ὁ Α — 23: πρὸς τὸν Ζ] mg. φ.

ὡς ὁ Η πρὸς τὸν Κ, [οὕτως] ὁ Α πρὸς τὸν Β. ὁ δὲ Η πρὸς τὸν Κ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· καὶ ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ς'.

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ὁ δὲ πρῶτος τὸν δεύτερον μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει.

Ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, ὁ δὲ Α τὸν Β μὴ μετρείτω· λέγω, ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει.

Ὅτι μὲν οὖν οἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε ἑξῆς ἀλλήλους οὐ μετροῦσιν, φανερόν· οὐδὲ γὰρ ὁ Α τὸν Β μετρεῖ. λέγω δή, ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει. εἰ γὰρ δυνατόν, μετρείτω ὁ Α τὸν Γ. καὶ ὅσοι εἰσὶν οἱ Α, Β, Γ, τοσοῦτοι εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Β, Γ οἱ Ζ, Η, Θ. καὶ ἐπεὶ οἱ Ζ, Η, Θ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ τοῖς Α, Β, Γ, καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν Α, Β, Γ τῷ πλήθει τῶν Ζ, Η, Θ, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Θ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Η, οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Α τὸν Β, οὐ μετρεῖ ἄρα οὐδὲ ὁ Ζ τὸν

---

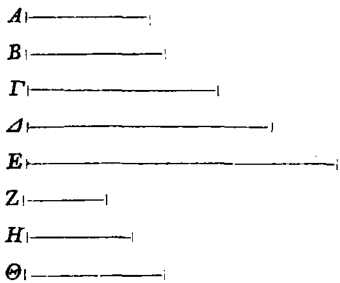
1. οὕτως] om. P. Α] in ras. P. τόν] om. P. 2. τὸν Κ] Κ P. τόν] corr. ex τό φ. 8. μετρεῖσει φ, sed corr. 12. Ε] om. φ. οὐ] m. rec. P. 13. μετροῦσι P m. 1, Vφ; μετρήσουσι P m. rec. 14. εἰ γὰρ δυνατόν, μετρείτω ὁ Α τὸν Γ] λέγω γάρ, ὅτι οὐ μετρεῖ ὁ Α τὸν Γ Theon (B V φ). 15. καὶ ὅσοι] ὅσοι γάρ Theon (B V φ). 18. εἰσίν PB. 21. Ζ] Ζ, Η B.

ex aequo erit [VII, 14] $H : K = A : B$. uerum
$$H : K = \Gamma : E \times \Delta : Z.$$[1]
ergo etiam $A : B = \Gamma : E \times \Delta : Z$; quod erat demonstrandum.

VI.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et primus secundum non metitur, ne alius quidem ullus alium metietur.

Sint quotlibet numeri deinceps proportionales A, B, Γ, Δ, E, et A numerum B ne metiatur. dico, ne alium quidem ullum alium mensurum esse.



iam hoc quidem manifestum est, numeros A, B, Γ, Δ, E deinceps inter se non metiri. nam A numerum B non metitur. dico, ne alium quidem ullum alium mensurum esse. nam si fieri potest, A numerum Γ metiatur. et quot sunt A, B, Γ, tot sumantur minimi numeri eorum, qui eandem ac A, B, Γ rationem habent Z, H, Θ [VII, 33]. et quoniam Z, H, Θ in eadem ratione sunt ac A, B, Γ, et multitudo numerorum A, B, Γ aequalis est multitudini numerorum Z, H, Θ, ex aequo erit $A : \Gamma = Z : \Theta$ [VII, 14]. et quoniam est $A : B = Z : H$, et A numerum B non me-

1) Nam $H : K = H : \Theta \times \Theta : K$ et $H : \Theta = \Gamma : E$, $\Theta : K = \Delta : Z$.

Η· οὐκ ἄρα μονάς ἐστιν ὁ Ζ· ἡ γὰρ μονὰς πάντα ἀριθμὸν μετρεῖ. καί εἰσιν οἱ Ζ, Θ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους [οὐδὲ ὁ Ζ ἄρα τὸν Θ μετρεῖ]. καί ἐστιν ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Γ· οὐδὲ ὁ Α ἄρα τὸν Γ μετρεῖ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ'.

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ [ἑξῆς] ἀνάλογον, ὁ δὲ πρῶτος τὸν ἔσχατον μετρῇ, καὶ τὸν δεύτερον μετρήσει.

Ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, Δ, ὁ δὲ Α τὸν Δ μετρείτω· λέγω, ὅτι καὶ ὁ Α τὸν Β μετρεῖ.

Εἰ γὰρ οὐ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β, οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει· μετρεῖ δὲ ὁ Α τὸν Δ. μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Α τὸν Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η'.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας [αὐτοῖς] μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν Α, Β μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπιπτέτωσαν ἀριθμοὶ οἱ Γ, Δ,

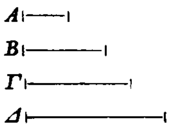
---

2. μετρεῖ ἀριθμόν Vφ. καί εἰσιν] om. φ. 3. οὐδὲ ὁ Ζ ἄρα τὸν Θ μετρεῖ] om. P. 6. μετρεῖ BVφ. 8. ἑξῆς] om. P. 9. ἔσχατον] in ras. V. 10. δεύτερον] in ras. V. 12. καί] om. φ. 14. οὐ] μή BVφ. 15. Post

titur, ne Z quidem numerum H metitur [VII def. 20]. itaque Z unitas non est; nam unitas omnem numerum metitur. et Z, Θ inter se primi sunt [prop. III]. et est $Z : \Theta = A : \Gamma$. itaque [VII def. 20] ne A quidem numerum Γ metitur. similiter demonstrabimus, ne alium quidem ullum alium mensurum esse; quod erat demonstrandum.

VII.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et primus ultimum metitur, etiam secundum metitur.



Sint quotlibet numeri deinceps proportionales A, B, Γ, Δ, et A numerum Δ metiatur. dico, A etiam numerum B metiri.

nam si A numerum B non metitur, ne alius quidem ullus alium metietur [prop. VI]. metitur autem A numerum Δ. ergo A etiam numerum B metitur; quod erat demonstrandum.

VIII.

Si inter duos numeros secundum proportionem continuam numeri aliquot interponuntur, quot inter eos secundum proportionem continuam interponuntur numeri, totidem etiam inter eos, qui eandem rationem habent, secundum proportionem continuam interponentur.

Nam inter duos numeros A, B secundum proportionem continuam numeri aliquot Γ, Δ interponantur

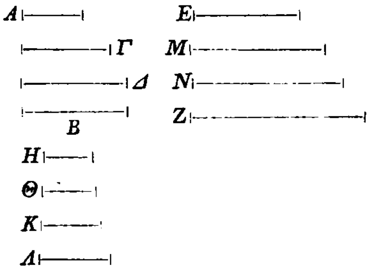
---

μετρήσει add. Vφ: ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ ὁ Α τὸν Δ μετρεῖν; idem B mg. m. 2. 22. αὐτοῖς] om. P. 25. Γ] in ras. V.

καὶ πεποιήσθω ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ· λέγω, ὅτι ὅσοι εἰς τοὺς Α, Β μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς Ε, Ζ μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Ὅσοι γάρ εἰσι τῷ πλήθει οἱ Α, Β, Γ, Δ, τοσοῦτοι εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Γ, Δ, Β οἱ Η, Θ, Κ, Λ· οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ Η, Λ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐπεὶ οἱ Α, Γ, Δ, Β τοῖς Η, Θ, Κ, Λ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν, καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν Α, Γ, Δ, Β τῷ πλήθει τῶν Η, Θ, Κ, Λ, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Λ. ὡς δὲ ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Η πρὸς τὸν Λ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ. οἱ δὲ Η, Λ πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον. ἰσάκις ἄρα ὁ Η τὸν Ε μετρεῖ καὶ ὁ Λ τὸν Ζ. ὁσάκις δὴ ὁ Η τὸν Ε μετρεῖ, τοσαυτάκις καὶ ἑκάτερος τῶν Θ, Κ ἑκάτερον τῶν Μ, Ν μετρείτω· οἱ Η, Θ, Κ, Λ ἄρα τοὺς Ε, Μ, Ν, Ζ ἰσάκις μετροῦσιν. οἱ Η, Θ, Κ, Λ ἄρα τοῖς Ε, Μ, Ν, Ζ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν. ἀλλὰ οἱ Η, Θ, Κ, Λ τοῖς Α, Γ, Δ, Β ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ

3. τό] τόν φ. 6. εἰσιν B. 7. οἱ ἐλάχιστοι Vφ. 8. Γ, Δ, Β] Β, Γ, Δ BVφ. οἱ] corr. ex τούς m. 1 V. 9. οἱ] om. P. 10. εἰσίν] εἰσί Vφ. καὶ ἐπεί — 11: εἰσίν] om. φ. 10. Γ] in ras. B, post ras. 1 litt. V. 11. εἰσί V. 13. τὸν Λ] Λ B. 18. ἔχοντας αὐτοῖς BVφ. 19. τε] om. P.



et fiat $A : B = E : Z$. dico, quot inter A, B secundum proportionem continuam interponantur numeri, totidem etiam inter E, Z secundum proportionem continuam interpositum iri.

nam quot sunt numero A, B, Γ, Δ, totidem sumantur numeri minimi eorum, qui eandem rationem habent ac A, Γ, Δ, B [VII, 33] H, Θ, K, Λ. itaque extremi eorum H, Λ inter se primi sunt [prop. III]. et quoniam A, Γ, Δ, B et H, Θ, K, Λ in eadem ratione sunt, et multitudo numerorum A, Γ, Δ, B multitudini numerorum H, Θ, K, Λ aequalis est, ex aequo erit [VII, 14] $A : B = H : \Lambda$. uerum $A : B = E : Z$. quare etiam $H : \Lambda = E : Z$. sed H, Λ primi sunt, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem numeri eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [VII, 20], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque H numerum E et Λ numerum Z aequaliter metitur. iam quoties H numerum E metitur, toties uterque Θ, K utrumque M, N metiatur. itaque H, Θ, K, Λ numeros E, M, N, Z aequaliter metiuntur. itaque H, Θ, K, Λ et E, M, N, Z in eadem ratione sunt [VII def. 20]. uerum H, Θ, K, Λ et A, Γ, Δ, B

---

24. τούς] corr. ex τοῖς V. Z] in ras. V. ἰσάκις — 25: Z] mg. m. 1 V, om. φ. 26. K] e corr. V.

εἰσίν· καὶ οἱ Α, Γ, Δ, Β ἄρα τοῖς Ε, Μ, Ν, Ζ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν. οἱ δὲ Α, Γ, Δ, Β ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν· καὶ οἱ Ε, Μ, Ν, Ζ ἄρα ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν. ὅσοι ἄρα εἰς τοὺς Α, Β μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς Ε, Ζ μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θʹ.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ ἑκατέρου αὐτῶν καὶ μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ Α, Β, καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπιπτέτωσαν οἱ Γ, Δ, καὶ ἐκκείσθω ἡ Ε μονάς· λέγω, ὅτι ὅσοι εἰς τοὺς Α, Β μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ ἑκατέρου τῶν Α, Β καὶ τῆς μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Εἰλήφθωσαν γὰρ δύο μὲν ἀριθμοὶ ἐλάχιστοι ἐν τῷ τῶν Α, Γ, Δ, Β λόγῳ ὄντες οἱ Ζ, Η, τρεῖς δὲ οἱ Θ, Κ, Λ, καὶ ἀεὶ ἑξῆς ἑνὶ πλείους, ἕως ἂν ἴσον γένηται τὸ πλῆθος αὐτῶν τῷ πλήθει τῶν Α, Γ, Δ, Β. εἰλήφθωσαν, καὶ ἔστωσαν οἱ Μ, Ν, Ξ, Ο. φανερὸν

1. εἰσίν] om. P. καὶ οἱ — 2: λόγῳ εἰσίν] mg. m. 1 V, om. φ. 3. εἰσιν] (prius) εἰσι Vφ. 10. ὦσι PVφ. 11.

in eadem ratione sunt. quare etiam A, Γ, Δ, B et E, M, N, Z in eadem ratione sunt. uerum A, Γ, Δ, B deinceps proportionales sunt. quare etiam E, M, N, Z deinceps proportionales sunt. ergo quot inter A, B secundum proportionem continuam interpositi sunt numeri, totidem etiam inter E, Z secundum proportionem continuam interpositi sunt numeri; quod erat demonstrandum.

IX.

Si duo numeri inter se primi sunt et inter eos secundum proportionem continuam interponuntur numeri aliquot, quot inter eos secundum proportionem continuam interponuntur numeri, totidem etiam inter singulos et unitatem secundum proportionem continuam interponentur.

Sint duo numeri inter se primi A, B, et inter eos secundum proportionem continuam interponantur Γ, Δ, et ponatur unitas E. dico, quot inter A, B secundum proportionem continuam interponantur numeri, totidem etiam inter singulos A, B et unitatem secundum proportionem continuam interpositum iri.

sumantur enim duo numeri minimi in ratione A, Γ, Δ, B numerorum Z, H, tres autem Θ, K, Λ et semper deinceps uno plures, donec fiat multitudo eorum multitudini numerorum A, Γ, Δ, B aequalis [prop. II]. sumantur et sint M, N, Ξ, O. manifestum igitur

---

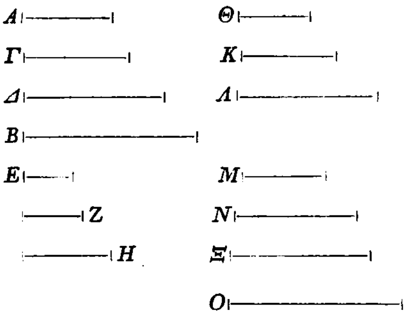
-σιν ἀριθμοὶ ὅσοι] in ras. m. 1 B. 12. ἐμπίπτωσιν P. 14. μεταξύ] ἑξῆς μεταξύ Theon (BV φ). 24. τῶν] corr. ex τόν V.

δή, ὅτι ὁ μὲν Ζ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Θ πεποίηκεν, τὸν δὲ Θ πολλαπλασιάσας τὸν Μ πεποίηκεν, καὶ ὁ Η ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Λ πεποίηκεν, τὸν δὲ Λ πολλαπλασιάσας τὸν Ο πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ οἱ Μ, Ν, Ξ, Ο ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Ζ, Η, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ Α, Γ, Δ, Β ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Ζ, Η, καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν Μ, Ν, Ξ, Ο τῷ πλήθει τῶν Α, Γ, Δ, Β, ἕκαστος ἄρα τῶν Μ, Ν, Ξ, Ο ἑκάστῳ τῶν Α, Γ, Δ, Β ἴσος ἐστίν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν Μ τῷ Α, ὁ δὲ Ο τῷ Β. καὶ ἐπεὶ ὁ Ζ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Θ πεποίηκεν, ὁ Ζ ἄρα τὸν Θ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ζ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ Ε μονὰς τὸν Ζ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκις ἄρα ἡ Ε μονὰς τὸν Ζ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Ζ τὸν Θ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Ε μονὰς πρὸς τὸν Ζ ἀριθμόν, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Θ. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Ζ τὸν Θ πολλαπλασιάσας τὸν Μ πεποίηκεν, ὁ Θ ἄρα τὸν Μ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ζ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ Ε μονὰς τὸν Ζ ἀριθμὸν κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκις ἄρα ἡ Ε μονὰς τὸν Ζ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ο Θ τὸν Μ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Ε μονὰς πρὸς τὸν Ζ ἀριθμόν, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Μ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ Ε μονὰς πρὸς τὸν Ζ ἀριθμόν, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Θ·

---

1. πεποίηκε Vφ. 2. πεποίηκε Vφ. 3. πεποίηκε Vφ. 4. πεποίηκε Vφ. 5. εἰσιν P. 6. Ζ, Η] Η, Ζ BVφ. εἰσίν B. 7. τόν] corr. ex τῶν m. 1 P. Ζ, Η] Η, Ζ BVφ; Ε, Ζ P. 10. ἴσος] (prius) corr. ex ἴσον m. rec. P. 12. Ζ] eras. V. 13. τῷ Ζ] αὐτῷ Vφ, τῷ Ζ supra m. 2 V. 18. ἄρα] ἔτι φ. 21. Θ] e corr. V; Ε P. 22. ὡς] supra m. 1 B. 24. πρός] (prius) supra m. 2 B.

est, esse $Z \times Z = \Theta$, $Z \times \Theta = M$, $H \times H = \Lambda$, $H \times \Lambda = O$ [prop. II coroll.]. et quoniam M, N, Ξ, O minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent ac Z, H, uerum etiam A, Γ, Δ, B minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent ac Z, H [prop. III], et multitudo numerorum M, N, Ξ, O multitudini numerorum A, Γ, Δ, B aequalis est, singuli M, N, Ξ, O singulis A, Γ, Δ, B aequales sunt. itaque $M = A$, $O = B$. et quoniam $Z \times Z = \Theta$, numerus Z numerum Θ secundum unitates numeri Z metitur [VII def. 15]. uerum etiam unitas E numerum Z secundum unitates ipsius metitur. itaque unitas E numerum Z et Z numerum Θ aequaliter metitur. itaque



$$E : Z = Z : \Theta \text{ [VII def. 20].}$$

rursus quoniam $Z \times \Theta = M$, numerus Θ numerum M secundum unitates numeri Z metitur [VII def. 15]. uerum etiam unitas E numerum Z secundum unitates ipsius metitur. itaque E unitas numerum Z et Θ numerum M aequaliter metitur. quare

$$E : Z = \Theta : M \text{ [VII def. 20].}$$

demonstrauimus autem, esse etiam $E : Z = Z : \Theta$.

καὶ ὡς ἄρα ἡ Ε μονὰς πρὸς τὸν Ζ ἀριθμόν, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Θ καὶ ὁ Θ πρὸς τὸν Μ. ἴσος δὲ ὁ Μ τῷ Α· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Ε μονὰς πρὸς τὸν Ζ ἀριθμόν, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Θ καὶ ὁ Θ πρὸς τὸν Α. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ Ε μονὰς πρὸς τὸν Η ἀριθμόν, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Λ καὶ ὁ Λ πρὸς τὸν Β. ὅσοι ἄρα εἰς τοὺς Α, Β μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ ἑκατέρου τῶν Α, Β καὶ μονάδος τῆς Ε μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ι'.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν ἑκατέρου καὶ μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι ἑκατέρου αὐτῶν καὶ μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

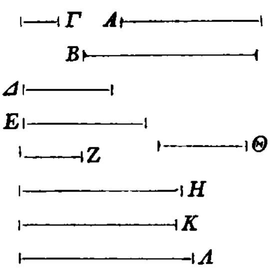
Δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν Α, Β καὶ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπιπτέτωσαν ἀριθμοὶ οἵ τε Δ, Ε καὶ οἱ Ζ, Η· λέγω, ὅτι ὅσοι ἑκατέρου τῶν Α, Β καὶ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς Α, Β μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

2. πρὸς τὸν Μ — 4: πρὸς τὸν Α] add. m. 2 B; sed πρὸς τὸν Α lin. 4 etiam in textu sunt a m. 1. 2. ἴσος δὲ ὁ Μ τῷ Α] ὁ δὲ Μ (μή φ) τῷ Α ἐστιν ἴσος BVφ; in V haec uerba et seq. ad πρὸς τὸν Α lin. 4 in mg. sunt m. 2. 3. ἡ] corr. ex ὁ φ. 13. ἑκατέρου] om. Theon (BVφ). 15. ἑξῆς μεταξύ Theon (BVφ). 16. τό] om. V. 18. ἀνάλογον] m. 2 B, om. Vφ.

quare etiam $E : Z = Z : \Theta = \Theta : M$. uerum $M = A$. itaque erit $E : Z = Z : \Theta = \Theta : A$. eadem de causa etiam $E : H = H : \Lambda = \Lambda : B$. ergo quot inter A, B secundum proportionem continuam interpositi sunt numeri, totidem etiam inter singulos A, B et unitatem E secundum proportionem continuam interpositi sunt numeri; quod erat demonstrandum.

X.

Si inter duos numeros[1]) et unitatem secundum proportionem continuam numeri aliquot interpositi sunt, quot inter singulos et unitatem secundum proportionem continuam interpositi sunt numeri, totidem etiam inter ipsos secundum proportionem continuam interponentur.



Nam inter duos numeros A, B et unitatem Γ secundum proportionem continuam interponantur numeri Δ, E et Z, H. dico, quot inter singulos A, B et unitatem Γ secundum proportionem continuam interpositi sint numeri, totidem etiam inter A, B secundum proportionem continuam interpositum iri.

1) Scripturam codicis P lin. 13 (ἑκατέρου) etiam Campanus habuisse uidetur; apud eum enim VIII, 10 ita legimus: si inter utrumque eorum et unitatem quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint, ambobus numeris totidem continua proportionalitate interesse necesse est.

Ὁ Δ γὰρ τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Θ ποιείτω, ἑκάτερος δὲ τῶν Δ, Ζ τὸν Θ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Κ, Λ ποιείτω.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Γ μονὰς πρὸς τὸν Δ ἀριθμόν, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, ἰσάκις ἄρα ἡ Γ μονὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Δ τὸν Ε. ἡ δὲ Γ μονὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας· καὶ ὁ Δ ἄρα ἀριθμὸς τὸν Ε μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας· ὁ Δ ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν. πάλιν, ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Γ [μονὰς] πρὸς τὸν Δ ἀριθμὸν, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Α, ἰσάκις ἄρα ἡ Γ μονὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Ε τὸν Α. ἡ δὲ Γ μονὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας· ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ μὲν Ζ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Η πεποίηκεν, τὸν δὲ Η πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν, τὸν δὲ Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Θ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τον Θ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Η. καὶ ὡς ἄρα ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Η. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Δ ἑκάτερον τῶν Ε, Θ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Α, Κ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Κ. ἀλλ' ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α

---

4. *ἐστιν*] supra m. 1 V. 8. *καὶ ὁ Δ ἄρα* — 9: *μονάδας*] mg. m. 1 Pφ. 8. *ἄρα*] om. B. *ἀριθμός*] om. Vφ. 10. *πεποίηκε* Vφ. *μονάς*] om. P. 12. *Γ*] e corr. V. 11.

sit enim $\Delta \times Z = \Theta$, $\Delta \times \Theta = K$, $Z \times \Theta = \Lambda$. et quoniam est $\Gamma : \Delta = \Delta : E$, unitas Γ numerum Δ et Δ numerum E aequaliter metitur [VII def. 20]. uerum unitas Γ numerum Δ secundum unitates numeri Δ metitur. quare etiam numerus Δ numerum E metitur secundum unitates numeri Δ. itaque $\Delta \times \Delta = E$. rursus quoniam est $\Gamma : \Delta = E : A$, unitas Γ numerum Δ et E numerum A aequaliter metitur. uerum unitas Γ numerum Δ secundum unitates numeri Δ metitur. quare etiam E numerum A secundum unitates numeri Δ metitur. itaque $\Delta \times E = A$. eadem de causa etiam $Z \times Z = H$ et $Z \times H = B$. et quoniam $\Delta \times \Delta = E$ et

$\Delta \times Z = \Theta$, erit [VII, 17] $\Delta : Z = E : \Theta$.

eadem de causa erit etiam $\Delta : Z = \Theta : H$ [VII, 18].[1]) quare etiam $E : \Theta = \Theta : H$. rursus quoniam $\Delta \times E = A$ et $\Delta \times \Theta = K$, erit $E : \Theta = A : K$ [VII, 17]. uerum $E : \Theta = \Delta : Z$. quare etiam

$$\Delta : Z = A : K.$$

1) Cum habeamus $\Delta \times Z = \Theta$ et $Z \times Z = H$, proprie citanda est VII, 18, non VII, 17, ut in praecedenti ratiocinatione; sed cum $\Delta \times Z = Z \times \Delta$ (VII, 16), adparet, Euclidem sine errore dicere posse lin. 21 sq.: διὰ τὰ αὐτά.

ἰσάκις — 12: τὸν A] bis V (corr.), φ. 14. καὶ ὁ E — 15: μονάδας] mg. m. 1 P. 14. A] in ras. m. 1 B. 16. πεποίηκε V φ. 17. πεποίηκε V φ. 18. πολλασιάσας φ. 19. πεποίηκε V φ. 24. τῶν E — 25: ἑκάτερον] mg. m. 1 P. 25. τὸν A, H φ. 27. ἀλλά P.

πρὸς τὸν Κ. πάλιν, ἐπεὶ ἑκάτερος τῶν Δ, Ζ τὸν Θ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Κ, Λ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ. ἀλλ' ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Κ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Κ, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ. ἔτι ἐπεὶ ὁ Ζ ἑκάτερον τῶν Θ, Η πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Λ, Β πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Θ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν Β. ὡς δὲ ὁ Θ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν Β. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὅ τε Α πρὸς τὸν Κ καὶ ὁ Κ πρὸς τὸν Λ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Κ, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ καὶ ὁ Λ πρὸς τὸν Β. οἱ Α, Κ, Λ, Β ἄρα κατὰ τὸ συνεχὲς ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον. ὅσοι ἄρα ἑκατέρου τῶν Α, Β καὶ τῆς Γ μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς Α, Β μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἐμπεσοῦνται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια'.

Δύο τετραγώνων ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός, καὶ ὁ τετράγωνος πρὸς τὸν τετράγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν.

Ἔστωσαν τετράγωνοι ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, καὶ τοῦ μὲν Α πλευρὰ ἔστω ὁ Γ, τοῦ δὲ Β ὁ Δ· λέγω, ὅτι τῶν Α, Β εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός, καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ.

---

1. καὶ πάλιν, deleto καί P. Δ, Ζ] Ζ, Δ B. 3. Ζ] in ras. φ. 10. ἐδείχθη δέ] mg. φ. 12. καὶ ὡς ἄρα — 13:

rursus quoniam $\Delta \times \Theta = K$ et $Z \times \Theta = \Lambda$, erit $\Delta : Z = K : \Lambda$ [VII, 18]. uerum $\Delta : Z = A : K$. quare etiam $A : K = K : \Lambda$. praeterea quoniam $Z \times \Theta = \Lambda$ et $Z \times H = B$, erit [VII, 17] $\Theta : H = \Lambda : B$. uerum $\Theta : H = \Delta : Z$. quare etiam $\Delta : Z = \Lambda : B$. demonstrauimus autem, esse etiam

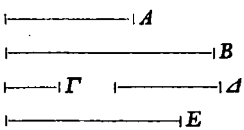
$$\Delta : Z = A : K = K : \Lambda.$$

itaque erit $A : K = K : \Lambda = \Lambda : B$. itaque A, K, Λ, B deinceps in continua proportione sunt. quot igitur inter singulos A, B et Γ unitatem secundum proportionem continuam interponuntur numeri, totidem etiam inter A, B deinceps interponentur; quod erat demonstrandum.

XI.

Inter duos numeros quadratos unus medius est proportionalis numerus, et quadratus ad quadratum duplicatam rationem habet quam latus ad latus.

Sint numeri quadrati A, B, et numeri A latus sit Γ, numeri autem B latus Δ. dico, inter A, B



unum medium esse proportionalem numerum, et esse

$$A : B = \Gamma^2 : \Delta^2.$$

πρὸς τὸν Λ] om. BVφ. 15. Γ] in ras. φ. 17. Ante καί ras. 1 litt. V. 26. τῶν] corr. ex τόν V.

Ὁ Γ γὰρ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω. καὶ ἐπεὶ τετράγωνός ἐστιν ὁ Α, πλευρὰ δὲ αὐτοῦ ἐστιν ὁ Γ, ὁ Γ ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. ἐπεὶ οὖν ὁ Γ ἑκάτερον τῶν Γ, Δ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Α, Ε πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ο Α πρὸς τὸν Ε. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Β. καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Β. τῶν Α, Β ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός.

Λέγω δή, ὅτι καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. ἐπεὶ γὰρ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν οἱ Α, Ε, Β, ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Α πρὸς τὸν Ε. ὡς δὲ ὁ Α πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ Γ πλευρὰ πρὸς τὴν Δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ'.

Δύο κύβων ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί, καὶ ὁ κύβος πρὸς τὸν κύβον τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν.

Ἔστωσαν κύβοι ἀριθμοὶ οἱ Α, Β καὶ τοῦ μὲν Α πλευρὰ ἔστω ὁ Γ, τοῦ δὲ Β ὁ Δ· λέγω, ὅτι τῶν Α, Β δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί, καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ.

---

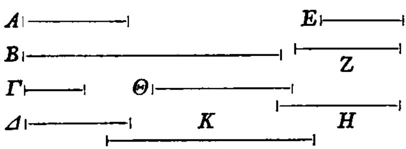
1. γάρ] m. 2 B, post ras. 1 litt. V. 4. πεποίηκε Vφ. 8. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καί] P; πάλιν ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν, ὁ δὲ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν

sit enim $\Gamma \times \Delta = E$. et quoniam quadratus est A et latus eius Γ, erit $\Gamma \times \Gamma = A$. eadem de causa etiam $\Delta \times \Delta = B$. iam quoniam $\Gamma \times \Gamma = A$ et $\Gamma \times \Delta = E$, erit $\Gamma : \Delta = A : E$ [VII, 17]. eadem de causa[1]) erit etiam $\Gamma : \Delta = E : B$. quare etiam $A : E = E : B$. ergo inter A, B unus medius est proportionalis numerus.

Iam dico, esse etiam $A : B = \Gamma^2 : \Delta^2$. nam quoniam tres numeri proportionales sunt A, E, B, erit $A : B = A^2 : E^2$ [V def. 9]. uerum $A : E = \Gamma : \Delta$. itaque $A : B = \Gamma^2 : \Delta^2$; quod erat demonstrandum.

XII.

Inter duos cubos numeros duo medii proportionales sunt numeri, et cubus ad cubum triplicatam rationem habet quam latus ad latus.



Sint cubi numeri A, B, et latus numeri A sit Γ, numeri B autem Δ. dico, inter A, B duos medios proportionales esse numeros, et esse $A : B = \Gamma^3 : \Delta^3$.

1) Nam $\Gamma \times \Delta = E$ et $\Delta \times \Delta = B$. itaque proportio illa proprie per VII, 18 (non VII, 17) efficitur. sed cfr. p. 300, 21 sq. et p. 301 not. uerba lin. 8 interpolata etiam ipsa orationis forma (ἕνα καὶ τὸν αὐτόν) redarguuntur.

Β πεποίηκεν (πεποίηκε Vφ), δύο δὴ ἀριθμοὶ οἱ Γ, Δ ἕνα καὶ τὸν αὐτὸν τὸν Δ πολλαπλασιάσαντες τοὺς Ε, Β πεποιήκασιν· ἔστιν ἄρα Theon (BVφ). 9. Post B add. Theon: ἀλλ' ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ε (BVφ). 10. τῶν] τοῦ in ras. comp. V. 11. ἀριθμὸς ὁ Ε Theon (BVφ). 18. Δ πλευράν Vφ. 20. μέσους P, corr. m. rec.

Ὁ γὰρ Γ ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω, τὸν δὲ Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποιείτω, ὁ δὲ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Η ποιείτω, ἑκάτερος δὲ τῶν Γ, Δ τὸν Ζ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Θ, Κ ποιείτω.

Καὶ ἐπεὶ κύβος ἐστὶν ὁ Α, πλευρὰ δὲ αὐτοῦ ὁ Γ, καὶ ὁ Γ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν, ὁ Γ ἄρα ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν, τὸν δὲ Ε πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Δ ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Η πεποίηκεν, τὸν δὲ Η πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ ἑκάτερον τῶν Γ, Δ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Ε, Ζ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Η. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Γ ἑκάτερον τῶν Ε, Ζ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Α, Θ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Θ. ὡς δὲ ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Θ. πάλιν, ἐπεὶ ἑκάτερος τῶν Γ, Δ τὸν Ζ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Θ, Κ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Κ. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Δ ἑκάτερον τῶν Ζ, Η πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Κ, Β πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Β. ὡς δὲ ὁ Ζ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὅ τε Α πρὸς τὸν Θ καὶ ὁ Θ πρὸς τὸν Κ καὶ ὁ Κ πρὸς τὸν Β. τῶν Α, Β ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν οἱ Θ, Κ.

---

4. Ζ] eras. V. 6. *πεποίηκε* Vφ. 7. *πεποίηκε* Vφ. 8. *πεποίηκε* Vφ. 10. *πεποίηκε* Vφ. 11. *πεποίηκε* Vφ. 17.

sit enim $\Gamma \times \Gamma = E$, $\Gamma \times \Delta = Z$, $\Delta \times \Delta = H$, $\Gamma \times Z = \Theta$, $\Delta \times Z = K$. et quoniam A cubus est, latus autem eius Γ et $\Gamma \times \Gamma = E$, erit $\Gamma \times \Gamma = E$ et $\Gamma \times E = A$. eadem de causa erit etiam $\Delta \times \Delta = H$ et $\Delta \times H = B$. et quoniam $\Gamma \times \Gamma = E$ et $\Gamma \times \Delta = Z$, erit $\Gamma : \Delta = E : Z$ [VII, 17]. eadem de causa erit etiam $\Gamma : \Delta = Z : H$ [VII, 18].[1]) rursus quoniam $\Gamma \times E = A$ et $\Gamma \times Z = \Theta$, erit $E : Z = A : \Theta$ [VII, 17]. uerum $E : Z = \Gamma : \Delta$. quare etiam $\Gamma : \Delta = A : \Theta$. rursus quoniam $\Gamma \times Z = \Theta$ et $\Delta \times Z = K$, erit [VII, 18] $\Gamma : \Delta = \Theta : K$. rursus quoniam $\Delta \times Z = K$ et $\Delta \times H = B$, erit

$$Z : H = K : B \text{ [VII, 17]}.$$

uerum $Z : H = \Gamma : \Delta$. quare etiam

$$\Gamma : \Delta = A : \Theta = \Theta : K = K : B.^{2)}$$

ergo inter A, B duo medii proportionales sunt Θ, K.

---

1) Nam $\Gamma \times \Delta = Z$ et $\Delta \times \Delta = H$; u. p. 306 not.

2) Euclides hic paullo breuior est, quam solet. sed recepto supplemento codicum deteriorum lin. 27 falsa illa efficitur forma orationis, quam p. 302, 12—13 cum P sustulimus. cui ut mederetur, Augustus lin. 28 post prius K interposuit: ὡς ἄρα ὁ A πρὸς τὸν Θ οὕτως ὅ τε A πρὸς τὸν K (!); ego malui codd. PB sequi.

οὕτως — 18: πρὸς τόν Z] m. 2 B. 20. ἐπεί] om. P. 25. B] H φ. 27. Post Δ add. Vφ: οὕτως ὁ K πρὸς τὸν B· ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ; idem B mg. m. 2. ὅ τε] τε ὁ B. 28. τῶν] corr. ex τόν V. 29. οἱ] ἀριθμοὶ οἱ B.

Λέγω δή, ὅτι καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. ἐπεὶ γὰρ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν οἱ Α, Θ, Κ, Β, ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Α πρὸς τὸν Θ. ὡς δὲ ὁ Α πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ ὁ Α [ἄρα] πρὸς τὸν Β τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιγ'.

Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, καὶ πολλαπλασιάσας ἕκαστος ἑαυτὸν ποιῇ τινα, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἀνάλογον ἔσονται· καὶ ἐὰν οἱ ἐξ ἀρχῆς τοὺς γενομένους πολλαπλασιάσαντες ποιῶσί τινας, καὶ αὐτοὶ ἀνάλογον ἔσονται [καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει].

Ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ Α, Β, Γ, ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ, καὶ οἱ Α, Β, Γ ἑαυτοὺς μὲν πολλαπλασιάσαντες τοὺς Δ, Ε, Ζ ποιείτωσαν, τοὺς δὲ Δ, Ε, Ζ πολλαπλασιάσαντες τοὺς Η, Θ, Κ ποιείτωσαν· λέγω, ὅτι οἵ τε Δ, Ε, Ζ καὶ οἱ Η, Θ, Κ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν.

Ὁ μὲν γὰρ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Λ ποιείτω, ἑκάτερος δὲ τῶν Α, Β τὸν Λ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Μ, Ν ποιείτω. καὶ πάλιν ὁ μὲν Β τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Ξ ποιείτω, ἑκάτερος δὲ τῶν Β, Γ τὸν Ξ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Ο, Π ποιείτω.

---

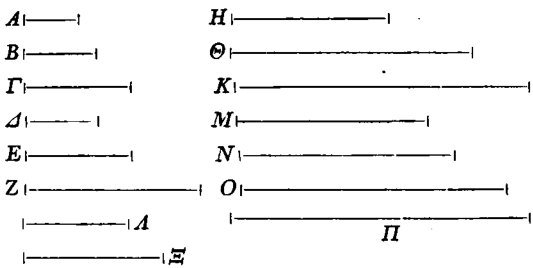
1. *τριπλασίονα*] *τρ-* e corr. V. 5. *ὡς δὲ ὁ Α πρὸς τὸν Θ*] mg. *φ*. 6. *ἄρα*] om. P, m. 2 B. 11. *ποιεῖ* V*φ*. *τινας* V*φ*. 12. *γινομένους* V. 13. *ποιῶσιν* B. 22. *τὸν Λ* — 23: *πολλαπλασιάσας ἑ-*] mg. *φ*. 26. *τῶν*] *τόν* P. *Ο*] in ras. m. 1 B.

Iam dico, esse etiam $A : B = \Gamma^3 : \Delta^3$. nam quoniam quattuor numeri proportionales sunt A, Θ, K, B, erit $A : B = A^3 : \Theta^3$ [V def. 10]. uerum $A : \Theta = \Gamma : \Delta$. ergo $A : B = \Gamma^3 : \Delta^3$; quod erat demonstrandum.

XIII.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et singuli se ipsos multiplicantes numeros aliquos effecerint, numeri ex iis producti proportionales erunt; et si numeri ab initio sumpti numeros productos multiplicantes numeros aliquos effecerint, hi et ipsi proportionales erunt.[1])

Sint quotlibet numeri deinceps proportionales A, B, Γ, ita ut sit $A : B = B : \Gamma$, et sit $A \times A = \Delta$, $B \times B = E$, $\Gamma \times \Gamma = Z$, $A \times \Delta = H$, $B \times E = \Theta$, $\Gamma \times Z = K$. dico, et numeros Δ, E, Z et H, Θ, K deinceps proportionales esse.



nam sit $A \times B = \Lambda$, $A \times \Lambda = M$, $B \times \Lambda = N$, et rursus sit $B \times \Gamma = \Xi$, $B \times \Xi = O$, $\Gamma \times \Xi = \Pi$.

1) Uerba sequentia καὶ ἀεί lin. 14 — συμβαίνει lin. 15 subditiua uidentur; cfr. ad VII, 27. habet ea Campanus VIII, 12.

Ὁμοίως δὴ τοῖς ἐπάνω δείξομεν, ὅτι οἱ Δ, Λ, Ε καὶ οἱ Η, Μ, Ν, Θ ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τῷ τοῦ Α πρὸς τὸν Β λόγῳ, καὶ ἔτι οἱ Ε, Ξ, Ζ καὶ οἱ Θ, Ο, Π, Κ ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τῷ τοῦ Β πρὸς τὸν Γ λόγῳ. καί ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ· καὶ οἱ Δ, Λ, Ε ἄρα τοῖς Ε, Ξ, Ζ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ καὶ ἔτι οἱ Η, Μ, Ν, Θ τοῖς Θ, Ο, Π, Κ. καί ἐστιν ἴσον τὸ μὲν τῶν Δ, Λ, Ε πλῆθος τῷ τῶν Ε, Ξ, Ζ πλήθει, τὸ δὲ τῶν Η, Μ, Ν, Θ τῷ τῶν Θ, Ο, Π, Κ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς μὲν ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, ὡς δὲ ὁ Η πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Κ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ'.

Ἐὰν τετράγωνος τετράγωνον μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει.

Ἔστωσαν τετράγωνοι ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, πλευραὶ δὲ αὐτῶν ἔστωσαν οἱ Γ, Δ, ὁ δὲ Α τὸν Β μετρείτω· λέγω, ὅτι καὶ ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ.

Ὁ Γ γὰρ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω· οἱ Α, Ε, Β ἄρα ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ λόγῳ. καὶ ἐπεὶ οἱ Α, Ε, Β ἑξῆς ἀνάλο-

---

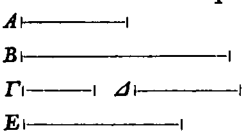
1. *Λ, Ε*] e corr. V. 2. *Ν*] e corr. V; supra m. 2 B, id. mg. m. 2: *καὶ οἱ Η, Μ, Ν, Θ.* 3. *Β*] Ζ φ. *λόγῳ*] corr. ex *λόγον* φ. 5. *καί ἐστιν* — 6: *τὸν Γ*] mg. φ. 7. *εἰσίν* PB. 8. *τῶν*] om. P. *Λ, Ε*] e corr. V. 10. *καὶ δι' ἴσου* P. *μὲν ὁ*] *ὁ μέν* BVφ. 14. Post *τετράγωνος* add. *ἀριθμός* supra m. 1 B φ, m. 2 V. Supra *τετράγωνον* add. *ἀριθμόν* B m. 2. 18. *πλευρά* φ. 23. *λόγῳ*] corr. ex *λόγον* φ.

iam eodem modo, quo supra[1]), demonstrabimus, numeros Δ, Λ, E et H, M, N, Θ deinceps proportionales esse in ratione $A : B$, et praeterea E, Ξ, Z et Θ, O, Π, K deinceps proportionales esse in ratione $B : \Gamma$. et $A : B = B : \Gamma$. quare etiam Δ, Λ, E et E, Ξ, Z in eadem ratione sunt et praeterea H, M, N, Θ et Θ, O, Π, K. et multitudo numerorum Δ, Λ, E multitudini numerorum E, Ξ, Z aequalis est et multitudo numerorum H, M, N, Θ multitudini numerorum Θ, O, Π, K. ex aequo igitur erit $\Delta : E = E : Z$ et $H : \Theta = \Theta : K$ [VII, 14]; quod erat demonstrandum.

XIV.

Si numerus quadratus quadratum numerum metitur, etiam latus latus metietur; et si latus latus metitur, etiam quadratus quadratum metietur.

Sint numeri quadrati A, B, latera autem eorum sint Γ, Δ, et A numerum B metiatur. dico, etiam Γ numerum Δ metiri.



sit enim $\Gamma \times \Delta = E$; itaque A, E, B deinceps proportionales sunt in ratione $\Gamma : \Delta$ [prop. XI]. et quoniam A, E, B deinceps proportionales

---

1) Uelut in prop. 12, scilicet per VII, 17—18. cum enim $A \times A = \Delta$ et $A \times B = \Lambda$, erit $A : B = \Delta : \Lambda$. cum $A \times B = \Lambda$ et $B \times B = E$, erit $A : B = \Lambda : E$. itaque $A : B = \Delta : \Lambda = \Lambda : E$. et cum $A \times \Delta = H$, $A \times \Lambda = M$, erit $\Delta : \Lambda = H : M$; cum $A \times \Lambda = M$, $B \times \Lambda = N$, erit $A : B = M : N = H : M$. cum $B \times \Lambda = N$, $B \times E = \Theta$, erit $\Lambda : E = N : \Theta = A : B = H : M = M : N$ cett.

γόν εἰσιν, καὶ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β, μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Α τὸν Ε. καί ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ.

Πάλιν δὴ ὁ Γ τὸν Δ μετρείτω· λέγω, ὅτι καὶ ὁ Α τὸν Β μετρεῖ.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δείξομεν, ὅτι οἱ Α, Ε, Β ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ λόγῳ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ε, μετρεῖ δὲ ὁ Γ τὸν Δ, μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Α τὸν Ε. καί εἰσιν οἱ Α, Ε, Β ἑξῆς ἀνάλογον· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Α τὸν Β.

Ἐὰν ἄρα τετράγωνος τετράγωνον μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε'.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει.

Κύβος γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α κύβον τὸν Β μετρείτω, καὶ τοῦ μὲν Α πλευρὰ ἔστω ὁ Γ, τοῦ δὲ Β ὁ Δ· λέγω, ὅτι ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ.

Ὁ Γ γὰρ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω, ὁ δὲ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Η ποιείτω, καὶ ἔτι ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ [ποιείτω], ἑκά-

---

1. *εἰσι* Vφ. 2. Ε] seq. ras. 1 litt. V. 3. *μετρεῖ — τόν Δ*] om. P. 4. *πάλιν δή*] *ἀλλὰ δὴ μετρείτω* BVφ. *ὁ*] *καὶ ὁ* Vφ. *μετρείτω*] om. BVφ. 9. *μετρεῖ* — 10: *τὸν Ε*] om. P. 10. *ἄρα*] post ras. 2 litt. B. 12. Supra *τετράγωνος* et *τετράγωνον* in B scr. compp. *ἀριθμός* et *ἀριθμόν*.

sunt, et A numerum B metitur, A etiam numerum E metitur [prop. VII]. est autem $A : E = \Gamma : \Delta$. ergo etiam Γ numerum Δ metitur [VII def. 20].

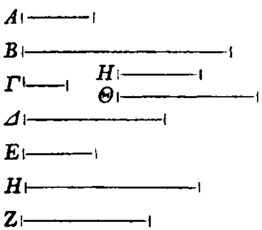
Rursus Γ numerum Δ metiatur. dico, etiam A numerum B metiri.

nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus, numeros A, E, B deinceps proportionales esse in ratione $\Gamma : \Delta$. et quoniam est $\Gamma : \Delta = A : E$, et Γ numerum Δ metitur, etiam A numerum E metitur [VII def. 20]. et A, E, B deinceps proportionales sunt. quare etiam A numerum B metitur.[1])

Ergo si numerus quadratus quadratum numerum metitur, etiam latus latus metietur; et si latus latus metitur, etiam quadratus quadratum metietur.

XV.

Si cubus numerus cubum numerum metitur, etiam latus latus metietur; et si latus latus metitur, etiam cubus cubum metietur.



Nam cubus numerus A cubum B metiatur, et numeri A latus sit Γ, numeri B autem Δ. dico, Γ numerum Δ metiri.

sit enim $\Gamma \times \Gamma = E$, $\Delta \times \Delta = H$, $\Gamma \times \Delta = Z$,

1) Nam E numerum B metitur (VII def. 20) et A numerum E.

15. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. PB. 21. μετρησείω φ. 22. Γ] A φ. 23. ὁ Γ] καὶ ὁ Γ Vφ. μετρήσει BVφ. 25. ὁ δὲ Δ ἑαυτόν] καὶ ἔτι ὁ Γ τὸν Δ BVφ. H] Z BVφ. καὶ ἔτι ὁ Γ τὸν Δ] ὁ δὲ Δ ἑαυτόν BVφ. 26. Z] H BVφ. ποιείτω] om. P.

τερος δὲ τῶν Γ, Δ τὸν Ζ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Θ, Κ ποιείτω. φανερὸν δή, ὅτι οἱ Ε, Ζ, Η καὶ οἱ Α, Θ, Κ, Β ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ λόγῳ. καὶ ἐπεὶ οἱ Α, Θ, Κ, Β ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, καὶ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β, μετρεῖ ἄρα καὶ τὸν Θ. καί ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ.

Ἀλλὰ δὴ μετρείτω ὁ Γ τὸν Δ· λέγω, ὅτι καὶ ο Α τὸν Β μετρήσει.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οἱ Α, Θ, Κ, Β ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ λόγῳ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ, καί ἐστιν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Θ, καὶ ὁ Α ἄρα τὸν Θ μετρεῖ· ὥστε καὶ τὸν Β μετρεῖ ὁ Α· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιϛ΄.

Ἐὰν τετράγωνος ἀριθμὸς τετράγωνον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει.

Ἔστωσαν τετράγωνοι ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, πλευραὶ δὲ αὐτῶν ἔστωσαν οἱ Γ, Δ, καὶ μὴ μετρείτω ὁ Α τὸν Β· λέγω, ὅτι οὐδὲ ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ.

Εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Γ τὸν Δ, μετρήσει καὶ ὁ Α τον Β. οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Α τὸν Β· οὐδὲ ἄρα ὁ Γ τὸν Δ μετρήσει.

---

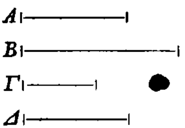
3. οἱ] om. Vφ. 5. εἰσι Vφ. 6. Θ] om. φ. 7. μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ] mg. m. 1 P. 9. μετρείσει φ. 10. αὐτόν φ. δή] om. B. 12. τόν] om. P. καί] m.

$\Gamma \times Z = \Theta$, $\Delta \times Z = K$. manifestum igitur, numeros E, Z, H et A, Θ, K, B deinceps proportionales esse in ratione $\Gamma : \Delta$ [prop. XII]. et quoniam A, Θ, K, B deinceps proportionales sunt, et A numerum B metitur, etiam numerum Θ metitur [prop. VII]. uerum $A : \Theta = \Gamma : \Delta$. ergo etiam Γ numerum Δ metitur.

Rursus metiatur Γ numerum Δ. dico, etiam A numerum B metiri. nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus, numeros A, Θ, K, B deinceps proportionales esse in ratione $\Gamma : \Delta$. et quoniam Γ numerum Δ metitur, et $\Gamma : \Delta = A : \Theta$, etiam A numerum Θ metitur [VII def. 20]. quare etiam numerum B[1]) metitur A; quod erat demonstrandum.

XVI.

Si numerus quadratus quadratum numerum non metitur, ne latus quidem latus metietur; et si latus latus non metitur, ne quadratus quidem quadratum metietur.



Sint numeri quadrati A, B, latera autem eorum sint Γ, Δ, et A numerum B ne metiatur. dico, ne Γ quidem numerum Δ metiri.

nam si Γ numerum Δ metitur, etiam A numerum B metietur [prop. XIV]. at A numerum B non metitur. ergo ne Γ quidem numerum Δ metietur.

1) Cfr. p. 313 not.

2 B, om. Vφ. 19. μή] supra V. 22. ἀριθμοί] m. 2 B, om. Vφ. 23. μή] supra V. 24. λέγω δέ P. οὐδ' V. μετρήσει Vφ. μετρεῖ — 25: τὸν Δ] mg. m. 1 P. 26. οὐδ' B.

Μὴ μετρείτω [δὴ] πάλιν ὁ Γ τὸν Δ· λέγω, ὅτι οὐδὲ ὁ Α τὸν Β μετρήσει.

Εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β, μετρήσει καὶ ο Γ τὸν Δ. οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Γ τὸν Δ· οὐδ' ἄρα ο Α τὸν Β μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιζ'.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει.

Κύβος γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α κύβον ἀριθμὸν τὸν Β μὴ μετρείτω, καὶ τοῦ μὲν Α πλευρὰ ἔστω ο Γ, τοῦ δὲ Β ὁ Δ· λέγω, ὅτι ὁ Γ τὸν Δ οὐ μετρήσει.

Εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Γ τὸν Δ, καὶ ὁ Α τὸν Β μετρήσει. οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Α τὸν Β· οὐδ' ἄρα ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ.

Ἀλλὰ δὴ μὴ μετρείτω ὁ Γ τὸν Δ· λέγω, ὅτι οὐδὲ ὁ Α τὸν Β μετρήσει.

Εἰ γὰρ ο Α τὸν Β μετρεῖ, καὶ ὁ Γ τὸν Δ μετρήσει. οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Γ τὸν Δ· οὐδ' ἄρα ὁ Α τὸν Β μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιη'.

ab, cd ·

4 a:b=c:d

Δύο ὁμοίων ἐπιπέδων ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός· καὶ ὁ ἐπίπεδος πρὸς τὸν ἐπίπεδον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

---

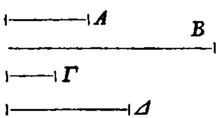
1. δή] om. P. 3. *εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β*] mg. m. 1 P. *μετρήσει*] om. P. 4. Δ] eras. V. *οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Γ τὸν Δ*] m. 2 B. 5. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*] om. B. 9. *μετρῇ*] -ῇ

Rursus *Γ* numerum *Δ* ne metiatur. dico, ne *A* quidem numerum *B* metiri.

nam si *A* numerum *B* metitur, etiam *Γ* numerum *Δ* metietur [prop. XIV]. at *Γ* numerum *Δ* non metitur. ergo ne *A* quidem numerum *B* metietur; quod erat demonstrandum.

XVII.

Si cubus numerus cubum numerum non metitur, ne latus quidem latus metietur; et si latus latus non metitur, ne cubus quidem cubum metietur.



Nam cubus numerus *A* cubum numerum *B* ne metiatur, et numeri *A* latus sit *Γ*, numeri *B* autem *Δ*. dico, *Γ* numerum *Δ* non metiri.

nam si *Γ* numerum *Δ* metitur, etiam *A* numerum *B* metietur [prop. XV]. at *A* numerum *B* non metitur. ergo ne *Γ* quidem numerum *Δ* metitur.

Uerum *Γ* numerum *Δ* ne metiatur. dico, ne *A* quidem numerum *B* metiri.

nam si *A* numerum *B* metitur, etiam *Γ* numerum *Δ* metietur [prop. XV]. at *Γ* numerum *Δ* non metitur. ergo ne *A* quidem numerum *B* metietur; quod erat demonstrandum.

XVIII.

Inter duos similes numeros planos unus medius est proportionalis numerus; et planus ad planum

---

in ras. φ. 13. ὁ] (prius) corr. ex τοῦ V. 14. μετρεῖ] μετρήσει Vφ. 15. οὐδέ Vφ. 20. ὁ *A*] supra m. 2 V. 21. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. BVφ.

Ἔστωσαν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, καὶ τοῦ μὲν Α πλευραὶ ἔστωσαν οἱ Γ, Δ ἀριθμοί, τοῦ δὲ Β οἱ Ε, Ζ. καὶ ἐπεὶ ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ. λέγω οὖν, ὅτι τῶν Α, Β εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός, καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Ε ἢ ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, τουτέστιν ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον [πλευράν].

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Ε, ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ. καὶ ἐπεὶ ἐπίπεδός ἐστιν ὁ Α, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ Γ, Δ, ὁ Δ ἄρα τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Ε τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. ὁ Δ δη τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Η ποιείτω. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ τὸν μὲν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν, τὸν δὲ Ε πολλαπλασιάσας τὸν Η πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Η. ἀλλ' ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Ε, [οὕτως] ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Η. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Ε τὸν μὲν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Η πεποίηκεν, τὸν δὲ Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Β. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Η· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Β. οἱ Α, Η, Β ἄρα ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν. τῶν Α, Β ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός.

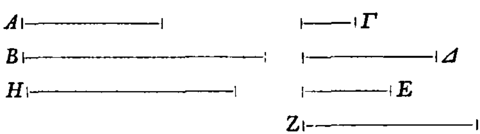
---

1. *ἀριθμοί*] om. Vφ. 9. *πλευράν*] om. P. 11. *Γ*] in ras. φ. 13. *πολυπλασιάσας* P. 14. *πεποίηκε* Vφ. 15. Ζ]

duplicatam rationem habet quam latera correspondentia.

Sint duo numeri plani similes A, B, et latera numeri A sint Γ, Δ, numeri B autem E, Z. et quoniam similes plani numeri ii sunt, qui latera proportionalia habent [VII def. 21], erit $\Gamma : \Delta = E : Z$. dico, inter A, B unum medium esse proportionalem numerum, et esse $A : B = \Gamma^2 : E^2 = \Delta^2 : Z^2$.

iam quoniam est $\Gamma : \Delta = E : Z$, permutando erit $\Gamma : E = \Delta : Z$ [VII, 13]. et quoniam A planus est,



latera autem eius Γ, Δ, erit $\Delta \times \Gamma = A$. eadem de causa erit etiam $E \times Z = B$. iam sit $\Delta \times E = H$. et quoniam $\Delta \times \Gamma = A$ et $\Delta \times E = H$, erit $\Gamma : E = A : H$ [VII, 17]. uerum $\Gamma : E = \Delta : Z$. quare etiam $\Delta : Z = A : H$. rursus quoniam

$$E \times \Delta = H \text{ et } E \times Z = B, \text{ erit } \Delta : Z = H : B$$

[VII, 17]. demonstrauimus autem, esse etiam

$$\Delta : Z = A : H.$$

quare etiam $A : H = H : B$. itaque A, H, B deinceps proportionales sunt. ergo inter A, B unus medius proportionalis est numerus.

---

in ras. φ. *πολυπλασιάσας* P. 16. *πολυπλασιάσας* P. 17. *μέν*] supra m. 2 V. *πολυπλασιάσας* P. *πεποίηκε* Vφ. 18. *πολυπλασιάσας* P. 19. *ἀλ'* φ. 20. *οὕτως*] om. P. Z] seq. *οὕτως ὁ A* P, del. m. 1. *καὶ ὡς ἄρα ὁ Δ πρός*] in ras. φ. 22. *μέν*] om. P. *πολυπλασιάσας* P. 23. *πεποίηκε* Vφ. *πολυπλασιάσας* P. 24. Z] in ras. φ. 28. *εἰσι* Vφ.

Λέγω δή, ὅτι καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Ε ἢ ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ. ἐπεὶ γὰρ οἱ Α, Η, Β ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, ὁ Α πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸν Η. καί ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Η, οὕτως ὅ τε Γ πρὸς τὸν Ε καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ. καὶ ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Ε ἢ ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιθ'.

Δύο ὁμοίων στερεῶν ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί· καὶ ὁ στερεὸς πρὸς τὸν ὅμοιον στερεὸν τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Ἔστωσαν δύο ὅμοιοι στερεοὶ οἱ Α, Β, καὶ τοῦ μὲν Α πλευραὶ ἔστωσαν οἱ Γ, Δ, Ε, τοῦ δὲ Β οἱ Ζ, Η, Θ. καὶ ἐπεὶ ὅμοιοι στερεοί εἰσιν οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς, ἔστιν ἄρα ὡς μὲν ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Η, ὡς δὲ ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Θ. λέγω, ὅτι τῶν Α, Β δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Η καὶ ἔτι ὁ Ε πρὸς τὸν Θ.

Ὁ Γ γὰρ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Κ ποιείτω, ὁ δὲ Ζ τὸν Η πολλαπλασιάσας τὸν Λ ποιείτω. καὶ

---

4. *τόν*] *τήν* P. 6. *τόν*] (alt.) corr. ex *τό* m. 2 P. 8. *ἄρα διπλασίονα λόγον ἔχει πρὸς τὸν Β* Vφ. *ὁ Γ*] *ὅ τε Γ* PBVφ; corr. ed. Basil. 11. *μέσοι*] *ὅμοιοι* V (corr. m. rec.), φ. 16. *οἱ*] *ἀριθμοὶ οἱ* φ, Vm. 2. 17. *μέν*] om. B, supra m.

Iam dico, esse etiam $A : B = \Gamma^2 : E^2 = \Delta^2 : Z^2$. nam quoniam A, H, B deinceps proportionales sunt, erit [V def. 9] $A : B = A^2 : H^2$.

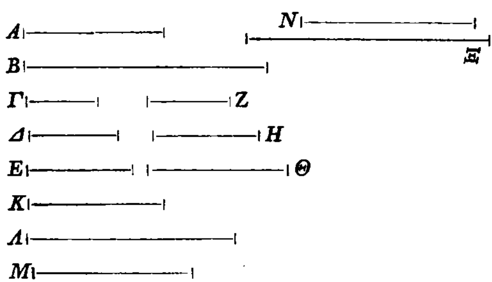
$$\text{et } A : H = \Gamma : E = \Delta : Z.$$

quare etiam $A : B = \Gamma^2 : E^2 = \Delta^2 : Z^2$; quod erat demonstrandum.

XIX.

Inter duos similes numeros solidos duo medii proportionales numeri interponuntur; et solidus ad solidum similem triplicatam rationem habet quam latera correspondentia.

Sint duo solidi similes A, B et numeri A latera sint Γ, Δ, E, numeri B autem Z, H, Θ. et quoniam



similes solidi ii sunt, qui latera proportionalia habent [VII def. 21], erit $\Gamma : \Delta = Z : H$, $\Delta : E = H : \Theta$. dico, inter A, B duos medios proportionales numeros interponi, et esse $A : B = \Gamma^3 : Z^3 = \Delta^3 : H^3 = E^3 : \Theta^3$.

sit enim $\Gamma \times \Delta = K$, $Z \times H = \Lambda$. et quoniam

---

2 V. 18. ἀριθμοί οἵ V φ. 19. μὲν ὁ] ὁ μέν V φ, ὁ B. 24. καί] (prius) om. B, mg. ἤ. ἔτι] ἐστι φ.

ἐπεὶ οἱ Γ, Δ τοῖς Ζ, Η ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν, καὶ ἐκ μὲν τῶν Γ, Δ ἐστιν ὁ Κ, ἐκ δὲ τῶν Ζ, Η ὁ Λ, οἱ Κ, Λ [ἄρα] ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί· τῶν Κ, Λ ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός. ἔστω ὁ Μ. ὁ Μ ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Δ, Ζ, ὡς ἐν τῷ πρὸ τούτου θεωρήματι ἐδείχθη. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ τὸν μὲν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Κ πεποίηκεν, τὸν δὲ Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Μ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Μ. ἀλλ' ὡς ὁ Κ πρὸς τὸν Μ, ὁ Μ πρὸς τὸν Λ. οἱ Κ, Μ, Λ ἄρα ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Ζ λόγῳ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Η, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Η. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Θ. οἱ Κ, Μ, Λ ἄρα ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἔν τε τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Ζ λόγῳ καὶ τῷ τοῦ Δ πρὸς τὸν Η καὶ ἔτι τῷ τοῦ Ε πρὸς τὸν Θ. ἑκατερος δὴ τῶν Ε, Θ τὸν Μ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Ν, Ξ ποιείτω. καὶ ἐπεὶ στερεός ἐστιν ὁ Α, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ Γ, Δ, Ε, ὁ Ε ἄρα τὸν ἐκ τῶν Γ, Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. ὁ δὲ ἐκ τῶν Γ, Δ ἐστιν ὁ Κ· ὁ Ε ἄρα τὸν Κ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Θ τὸν Λ πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ ο Ε τὸν Κ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν, ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν Μ πολλαπλασιάσας τὸν Ν πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Κ πρὸς τὸν Μ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ν. ὡς δὲ ὁ Κ πρὸς τὸν Μ, οὕτως ὅ τε Γ πρὸς τὸν Ζ καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Η καὶ ἔτι ὁ Ε πρὸς τὸν Θ· καὶ ὡς ἄρα ο

1. οἱ] corr. ex ὁ m. 2 P. εἰσί Vφ. 3. ἄρα] om. P.

Γ, Δ et Z, H in eadem ratione sunt, et $\Gamma \times \Delta = K$, $Z \times H = \Lambda$, numeri K, Λ similes plani sunt [VII def. 21]. itaque inter K, Λ unus medius est proportionalis numerus [prop. XVIII]. sit M. itaque $M = \Delta \times Z$, ut in propositione praecedenti demonstratum est [p. 318, 15; 26]. et quoniam

$$\Delta \times \Gamma = K \text{ et } \Delta \times Z = M, \text{ erit } \Gamma : Z = K : M$$

[VII, 17]. uerum $K : M = M : \Lambda$. itaque K, M, Λ deinceps proportionales sunt in ratione $\Gamma : Z$. et quoniam est $\Gamma : \Delta = Z : H$, permutando erit

$$\Gamma : Z = \Delta : H \text{ [VII, 13].}$$

eadem de causa erit etiam $\Delta : H = E : \Theta$. itaque K, M, Λ deinceps proportionales sunt in rationibus $\Gamma : Z$, $\Delta : H$, $E : \Theta$. iam sit $E \times M = N$ et $\Theta \times M = \Xi$. et quoniam A solidus est, et latera eius sunt Γ, Δ, E, erit $E \times \Gamma \times \Delta = A$. uerum $\Gamma \times \Delta = K$. itaque $E \times K = A$. eadem de causa etiam $\Theta \times \Lambda = B$. et quoniam $E \times K = A$, et $E \times M = N$, erit $K : M = A : N$ [VII, 17]. uerum

$$K : M = \Gamma : Z = \Delta : H = E : \Theta.$$

---

6. Post *ἐδείχθη* add. V φ: *ἔστιν ἄρα* (*ἔτι* φ) *ὡς ὁ K πρὸς τὸν M, ὁ M πρὸς τὸν Λ*; idem B mg. m. 2. 7. *πεποίηκε* V φ. 9. *ἀλλ' ὡς ὁ K πρὸς τὸν M*] mg. φ. 10. *ὁ*] *οὕτως ὁ* V φ. 11. *εἰσιν*] om. P, supra m. 1 V. 14. *διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καί*] P; *πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν E, οὕτως ὁ H πρὸς τὸν Θ, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστίν* Theon (B V φ). 16. *K, Λ, M* V φ. *ἄρα*] *ἔτι* φ. *ἀνάλογόν εἰσιν* V φ. 17. *λόγῳ*] om. V φ. *τῷ*] om. V φ. 21. *Γ*] (prius) eras. V. 22. *Δ*] seq. in P: *πολλαπλασιάσας*, sed delet. 23. *πεποίηκε* V φ. 24. Post *πολλαπλασιάσας* add. Theon: *τὸν ἐκ τῶν Z, H* (B V φ). 25. *πεποίηκε* V φ. 30. *ἔτι*] corr. ex *ὅτι* m. 1 P; *ἔστιν* φ, mg. *ἔτι*. *καὶ ὡς*] *ὡς* B V φ.

Γ πρὸς τὸν Ζ καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Η καὶ ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ν. πάλιν, ἐπεὶ ἑκάτερος τῶν Ε, Θ τὸν Μ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Ν, Ξ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ο Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ. ἀλλ' ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὅ τε Γ πρὸς τὸν Ζ καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Η· καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Η καὶ ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὅ τε Α πρὸς τὸν Ν καὶ ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Θ τὸν Μ πολλαπλασιάσας τὸν Ξ πεποίηκεν, ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν Α πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Μ πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Ξ πρὸς τὸν Β. ἀλλ' ὡς ὁ Μ πρὸς τὸν Α, οὕτως ὅ τε Γ πρὸς τὸν Ζ καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Η καὶ ὁ Ε πρὸς τὸν Θ. καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Η καὶ ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως οὐ μόνον ὁ Ξ πρὸς τὸν Β, ἀλλὰ καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Ν καὶ ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ. οἱ Α, Ν, Ξ, Β ἄρα ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τοῖς εἰρημένοις τῶν πλευρῶν λόγοις.

Λέγω, ὅτι καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἤπερ ὁ Γ ἀριθμὸς πρὸς τὸν Ζ ἢ ὁ Δ πρὸς τὸν Η καὶ ἔτι ὁ Ε πρὸς τὸν Θ. ἐπεὶ γὰρ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν οἱ Α, Ν, Ξ, Β, ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Α πρὸς τὸν Ν. ἀλλ' ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ν, οὕτως ἐδείχθη ὅ τε Γ πρὸς τὸν Ζ καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Η καὶ ἔτι ὁ Ε πρὸς τὸν Θ. καὶ ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν

---

2. *Ν*] corr. ex *Κ* V. 6. Post *Η* add. P: *καὶ ὁ Ε πρὸς τὸν Θ. καὶ ὡς* — 8: *τὸν Θ*] del. P et m. 1 et m. 2. 8. *τε*] om. P. 9. *Ξ*] Ζ φ. 14. *Θ. καί ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τόν*]

quare etiam erit $\Gamma : Z = \varDelta : H = E : \Theta = \varLambda : N$. rursus quoniam est $E \times M = N$ et $\Theta \times M = \Xi$, erit $E : \Theta = N : \Xi$ [VII, 18]. uerum

$$E : \Theta = \Gamma : Z = \varDelta : H.$$

quare etiam $\Gamma : Z = \varDelta : H = E : \Theta = \varLambda : N = N : \Xi$. rursus quoniam est $\Theta \times M = \Xi$ et $\Theta \times \varLambda = B$, erit $M : \varLambda = \Xi : B$ [VII, 17]. uerum

$$M : \varLambda = \Gamma : Z = \varDelta : H = E : \Theta.$$

quare etiam

$$\Gamma : Z = \varDelta : H = E : \Theta = \Xi : B = \varLambda : N = N : \Xi.$$

itaque $\varLambda, N, \Xi, B$ deinceps proportionales sunt in rationibus laterum, quas indicauimus.

Dico, esse etiam

$$\varLambda : B = \Gamma^3 : Z^3 = \varDelta^3 : H^3 = E^3 : \Theta^3.$$

nam quoniam quattuor numeri deinceps proportionales sunt, $\varLambda, N, \Xi, B$, erit $\varLambda : B = \varLambda^3 : N^3$ [V def. 10]. uerum $\varLambda : N = \Gamma : Z = \varDelta : H = E : \Theta$, ut demon-

---

mg. φ. 16. Ξ] Z φ. 17. Ξ] corr. ex Z φ. 22. πλε-ρὰν φ. 28. ἄρα] om. φ, πρός V.

Β τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἤπερ ὁ Γ ἀριθμὸς πρὸς τὸν Ζ καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Η καὶ ἔτι ὁ Ε πρὸς τὸν Θ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτῃ ἀριθμός, ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἔσονται οἱ ἀριθμοί.

Δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν Α, Β εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπιπτέτω ἀριθμὸς ὁ Γ· λέγω, ὅτι οἱ Α, Β ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί.

Εἰλήφθωσαν [γὰρ] ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Γ οἱ Δ, Ε· ἰσάκις ἄρα ὁ Δ τὸν Α μετρεῖ καὶ ὁ Ε τὸν Γ. ὁσάκις δὴ ὁ Δ τὸν Α μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ζ· ὁ Ζ ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. ὥστε ο Α ἐπίπεδός ἐστιν, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ Δ, Ζ. πάλιν, ἐπεὶ οἱ Δ, Ε ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Γ, Β, ἰσάκις ἄρα ὁ Δ τὸν Γ μετρεῖ καὶ ὁ Ε τὸν Β. ὁσάκις δὴ ὁ Ε τὸν Β μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Η. ὁ Ε ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Η μονάδας· ὁ Η ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. ὁ Β ἄρα

---

1. πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον] mg. φ. 6. ἐμπίπτει V, corr. m. 1. 9. μέσον B. ἀνάλογον] om. BVφ. In B supra scr. m. 2: εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπιπτέτω ὁ Γ ἀριθμός, ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, ὁ Γ πρὸς τὸν Β. 12. γάρ] om. P. 13. Α, Γ] Α, Γ, Β Bφ, et V deleto Β. Post E in Vφ add. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, ὁ Α πρὸς τὸν Γ. ὡς δὲ ὁ Α πρὸς τὸν Γ, ὁ Γ πρὸς τὸν Β (Θ φ). καὶ ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, ὁ Γ πρὸς τὸν Β; idem B mg. m. 2 (δή pro δέ). 16. πε-

strauimus. quare etiam

$$A : B = \Gamma^3 : Z^3 = \Delta^3 : H^3 = E^3 : \Theta^3;$$

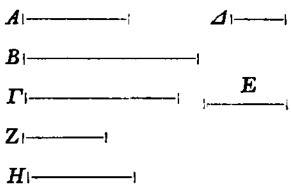
quod erat demonstrandum.

XX.

Si inter duos numeros unus medius proportionalis interponitur numerus, numeri plani similes erunt.

Nam inter duos numeros A, B unus medius proportionalis interponatur numerus Γ. dico, A, B esse similes numeros planos.

sumantur Δ, E minimi numeri eorum, qui eandem rationem habent ac A, Γ [VII, 33]. itaque Δ



numerum A et E numerum Γ aequaliter metitur [VII, 20]. iam quoties Δ numerum A metitur, tot unitates sint in Z. itaque $Z \times \Delta = A$ [VII def. 15]. quare A planus est, latera autem eius Δ, Z. rursus quoniam Δ, E minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent ac Γ, B[1]), Δ numerum Γ et E numerum B aequaliter metitur [VII, 20]. iam quoties E numerum B metitur, tot unitates sint in H. itaque E numerum B metitur secundum unitates numeri H. itaque $H \times E = B$ [VII def. 15]. itaque B planus

1) Nam $A : \Gamma = \Gamma : B$.

ποίηκε Vφ. Seq. in Vφ: τὸν δὲ E πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν; idem B m. 2. 17. ἐστι Vφ. 18. εἰσιν P. 19. Γ, B] B, Γ φ. 20. δή] δέ P, et B (corr. m. 1). 21. ἔστωσαν] bis φ, sed corr. ὁ E] e corr. V, καὶ ὁ E P.

ἐπίπεδός ἐστι, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ Ε, Η. οἱ Α, Β ἄρα ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί. λέγω δή, ὅτι καὶ ὅμοιοι. ἐπεὶ γὰρ ὁ Ζ τὸν μὲν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν, τὸν δὲ Ε πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ο Α πρὸς τὸν Γ, τουτέστιν ὁ Γ πρὸς τὸν Β. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Ε ἑκάτερον τῶν Ζ, Η πολλαπλασιάσας τοὺς Γ, Β πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ο Ζ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Β. ὡς δὲ ὁ Γ πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε· καὶ ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Η. καὶ ἐναλλὰξ ὡς ο Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Η. οἱ Α, Β ἄρα ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοί εἰσιν· αἱ γὰρ πλευραὶ αὐτῶν ἀνάλογόν εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

cf. Heath II p. 376

κα'.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅμοιοι στερεοί εἰσιν οἱ ἀριθμοί.

Δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν Α, Β δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπιπτέτωσαν ἀριθμοὶ οἱ Γ, Δ· λέγω, ὅτι οἱ Α, Β ὅμοιοι στερεοί εἰσιν.

Εἰλήφθωσαν γὰρ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Γ, Δ τρεῖς οἱ Ε, Ζ, Η· οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ Ε, Η πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐπεὶ τῶν Ε, Η εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπέπτωκεν ἀριθμὸς ὁ Ζ, οἱ Ε, Η ἄρα ἀριθμοὶ ὅμοιοι

---

1. *ἐπίπεδος*] in ras. φ. 3. *ἐπεὶ γάρ* — 4: *Γ πεποίηκεν*] del. B; *ἐπεὶ γὰρ ἑκάτερον* (ex *ἑκάτερος* V) *τῶν Δ*, Ε ὁ Ζ (*Δ*, Ε ὁ Ζ in ras. V) *πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Α*, *Γ* (in ras. V) *πεποίηκεν* Vφ; *ἐπεὶ γὰρ ἑκάτερος τῶν Ζ*, Η *τὸν* Ε *πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Γ*, Β *πεποίηκεν* mg. B. In P mg. m. 1

est, et latera eius sunt E, H. ergo A, B plani sunt numeri.

Iam dico, eos etiam similes esse. nam quoniam est $Z \times \varDelta = A$ et $Z \times E = \Gamma$[1]), erit

$$\varDelta : E = A : \Gamma = \Gamma : B.$$

rursus quoniam $E \times Z = \Gamma$, $E \times H = B$, erit $Z : H = \Gamma : B$ [VII, 17]. uerum $\Gamma : B = \varDelta : E$. quare etiam $\varDelta : E = Z : H$, et permutando $\varDelta : Z = E : H$ [VII, 13]. ergo A, B similes sunt numeri plani; latera enim eorum proportionalia sunt [VII def. 21]; quod erat demonstrandum.

XXI.

Si inter duos numeros duo medii proportionales numeri interponuntur, numeri similes sunt solidi.

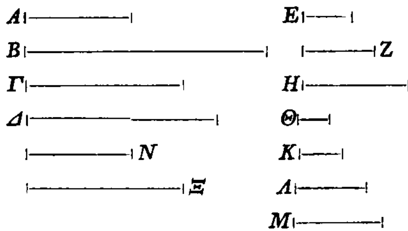
Nam inter duos numeros A, B duo medii proportionales interponantur numeri $\Gamma, \varDelta$. dico, numeros A, B similes esse solidos.

sumantur enim E, Z, H numeri minimi eorum, qui in eadem ratione sunt ac $A, \Gamma, \varDelta$ [prop. II]. itaque extremi eorum E, H inter se primi sunt [prop. III]. et quoniam inter E, H unus medius proportionalis interponitur numerus Z, numeri E, H similes plani

1) Nam $\varDelta : A = 1 : Z = E : \Gamma$.

add. ⁓ ἰσάκις ἄρα ὁ $\varDelta$ τὸν A μετρεῖ καὶ ὁ E τὸν Γ (signo ⁓ nullum in textu respondit). 5. ὡς] om. P. 7. ἑκάτερον τῶν Z, H ὁ E ·V φ. Z, H πολλαπλασιάσας τούς] om. B. τούς] ἑκάτερον τῶν V φ. 10. καὶ ὡς — E] mg. φ. ἄρα] om. P. 11. καὶ ἐναλλάξ — 12: τὸν H] om. Theon (B V φ). 13. εἰσιν ἀριθμοί P. 16. ἐμπίπτουσιν φ, sed corr. 17. ἀριθμοί, ὅμοιοι] bis φ. οἵ] om. P. 20. Γ, $\varDelta$] $\varDelta$, Γ φ. λέγω γάρ V, deleto γάρ. 23. $\varDelta$] $\varDelta$, B V φ. 25. εἰσί V φ. ἀνάλογος P. 26. ὁ Z] om. φ.

ἐπίπεδοί εἰσιν. ἔστωσαν οὖν τοῦ μὲν Ε πλευραὶ οἱ Θ, Κ, τοῦ δὲ Η οἱ Λ, Μ. φανερὸν ἄρα ἐστὶν ἐκ τοῦ πρὸ τούτου, ὅτι οἱ Ε, Ζ, Η ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἔν



τε τῷ τοῦ Θ πρὸς τὸν Λ λόγῳ καὶ τῷ τοῦ Κ πρὸς τὸν Μ. καὶ ἐπεὶ οἱ Ε, Ζ, Η ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Γ, Δ, καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν Ε, Ζ, Η τῷ πλήθει τῶν Α, Γ, Δ, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Δ. οἱ δὲ Ε, Η πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· ἰσάκις ἄρα ὁ Ε τὸν Α μετρεῖ καὶ ὁ Η τὸν Δ. ὁσάκις δὴ ὁ Ε τὸν Α μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ν. ὁ Ν ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. ο δὲ Ε ἐστιν ὁ ἐκ τῶν Θ, Κ· ὁ Ν ἄρα τὸν ἐκ τῶν Θ, Κ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. στερεὸς ἄρα ἐστὶν ὁ Α, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ Θ, Κ, Ν. πάλιν, ἐπεὶ οἱ Ε, Ζ, Η ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Γ, Δ, Β, ἰσάκις ἄρα ὁ Ε τὸν Γ μετρεῖ καὶ ὁ Η τὸν Β. ὁσάκις δὴ ὁ Ε

---

2. *τοῦ πρό*] om. BVφ. 3. *ἀνάλογόν εἰσιν* Vφ. 4.

sunt [prop. XX]. sint Θ, K latera numeri E, et Λ, M latera numeri H. itaque ex praecedenti propositione manifestum est, numeros E, Z, H deinceps proportionales esse in ratione $\Theta : \Lambda$ et $K : M$.[1]) et quoniam E, Z, H minimi[2]) sunt eorum, qui eandem rationem habent ac A, Γ, Δ, et multitudo numerorum E, Z, H aequalis est multitudini numerorum A, Γ, Δ, ex aequo erit $E : H = A : \Delta$ [VII, 14]. sed E, H primi sunt, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [VII, 20], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque E numerum A et H numerum Δ aequaliter metitur. iam quoties E numerum A metitur, tot unitates sint in N. itaque $N \times E = A$ [VII def. 15]. uerum $E = \Theta \times K$. itaque

$$N \times \Theta \times K = A.$$

ergo A solidus est, latera autem eius Θ, K, N. rursus quoniam E, Z, H minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent ac Γ, Δ, B[3]), E numerum Γ et H numerum B aequaliter metitur [VII, 20]. iam quoties

1) Nam in prop. 20 demonstratum est
$$A : \Gamma = \Gamma : B = \Delta : E = Z : H.$$

2) Hoc solum utitur, quod numeri E, Z, H et A, Γ, Δ proportionales sunt.

3) Nam $A : \Gamma = \Gamma : \Delta = \Delta : B = E : Z = Z : H$, et E, Z, H minimi sunt in ratione $A : \Gamma$ et $\Gamma : \Delta$.

τόν] om. B. 5. τόν] om. B. εἰσιν P. 6. καί ἐστιν — 7: A, Γ, Δ] om. Theon (BV φ). 15. δή] δέ V φ. 18. πεποίηκε V φ. 20. N] in ras. V. 22. H] in ras. φ. δή] δέ BV φ.

τὸν $Γ$ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ $Ξ$. ὁ $Η$ ἄρα τὸν $Β$ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ $Ξ$ μονάδας· ὁ $Ξ$ ἄρα τὸν $Η$ πολλαπλασιάσας τὸν $Β$ πεποίηκεν. ὁ δὲ $Η$ ἐστιν ὁ ἐκ τῶν $Λ$, $Μ$· ὁ $Ξ$ ἄρα τὸν ἐκ τῶν $Λ$, $Μ$ πολλαπλασιάσας τὸν $Β$ πεποίηκεν. στερεὸς ἄρα ἐστὶν ὁ $Β$, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ $Λ$, $Μ$, $Ξ$· οἱ $Α$, $Β$ ἄρα στερεοί εἰσιν.

Λέγω [δή], ὅτι καὶ ὅμοιοι. ἐπεὶ γὰρ οἱ $Ν$, $Ξ$ τὸν $Ε$ πολλαπλασιάσαντες τοὺς $Α$, $Γ$ πεποιήκασιν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ $Ν$ πρὸς τὸν $Ξ$, ὁ $Α$ πρὸς τὸν $Γ$, τουτέστιν ὁ $Ε$ πρὸς τὸν $Ζ$. ἀλλ' ὡς ὁ $Ε$ πρὸς τὸν $Ζ$, ο $Θ$ πρὸς τὸν $Λ$ καὶ ὁ $Κ$ πρὸς τὸν $Μ$· καὶ ὡς ἄρα ὁ $Θ$ πρὸς τὸν $Λ$, οὕτως ο $Κ$ πρὸς τὸν $Μ$ καὶ ο $Ν$ πρὸς τὸν $Ξ$. καί εἰσιν οἱ μὲν $Θ$, $Κ$, $Ν$ πλευραὶ τοῦ $Α$, οἱ δὲ $Ξ$, $Λ$, $Μ$ πλευραὶ τοῦ $Β$. οἱ $Α$, $Β$ ἄρα ἀριθμοὶ ὅμοιοι στερεοί εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'.

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾖ, καὶ ὁ τρίτος τετράγωνος ἔσται.

Ἔστωσαν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ $Α$, $Β$, $Γ$, ο δὲ πρῶτος ὁ $Α$ τετράγωνος ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ ὁ τρίτος ὁ $Γ$ τετράγωνός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ τῶν $Α$, $Γ$ εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμὸς ὁ $Β$, οἱ $Α$, $Γ$ ἄρα ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν. τετράγωνος δὲ ὁ $Α$· τετράγωνος ἄρα καὶ ὁ $Γ$· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

2. ὁ] καὶ ὁ P. κατά] insert. postea V. 4. τόν] corr. ex τῶν V. 5. πεποίηκε Vφ. Seq. in Vφ: τὸν δὲ Ε πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκε; idem B m. 2. 7. εἰσι Vφ. 8.

E numerum Γ metitur, tot unitates sint in Ξ. itaque H numerum B metitur secundum unitates numeri Ξ.[1]) itaque $\Xi \times H = B$. uerum $H = \Lambda \times M$. itaque $\Xi \times \Lambda \times M = B$. ergo B solidus est, latera autem eius sunt Λ, M, Ξ. ergo A, B solidi sunt.

Dico, eos etiam similes esse. nam quoniam

$$N \times E = A \text{ et } \Xi \times E = \Gamma^{2)}, \text{ erit}$$

$$N : \Xi = A : \Gamma \text{ [VII, 18] } = E : Z.$$

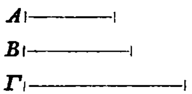
uerum $E : Z = \Theta : \Lambda = K : M$. quare etiam

$$\Theta : \Lambda = K : M = N : \Xi.$$

et Θ, K, N latera sunt numeri A, et Ξ, Λ, M[3]) latera numeri B. ergo A, B similes sunt numeri solidi [VII def. 21]; quod erat demonstrandum.

XXII.

Si tres numeri deinceps proportionales sunt, et primus quadratus est, etiam tertius quadratus erit.



Sint tres numeri deinceps proportionales A, B, Γ, et primus A quadratus sit. dico, etiam tertium Γ quadratum esse.

nam quoniam inter A, Γ unus medius est proportionalis numerus B, A et Γ similes plani sunt [prop. XX]. uerum A quadratus est. ergo etiam Γ quadratus est [VII def. 21]; quod erat demonstrandum.

1) Nam $E : \Gamma = 1 : \Xi = H : B$.
2) Nam $E : \Gamma = 1 : \Xi$.
3) Debuit dici Λ, M, Ξ. sed respicit ad. p. 332, 4.

δή] om. P. N] e corr. V. 10. Ξ] corr. ex Z φ. 19. καί ὁ] ὁ insert. m. 2 P. 24. ἀνάλογος V, sed corr. m. 1. 25. εἰσι Vφ. 26. Γ] in ras. P.

κγ'.

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ, καὶ ὁ τέταρτος κύβος ἔσται.

Ἔστωσαν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, Δ, ὁ δὲ Α κύβος ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ ὁ Δ κύβος ἐστίν.

Ἐπεὶ γὰρ τῶν Α, Δ δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοὶ οἱ Β, Γ, οἱ Α, Δ ἄρα ὅμοιοί εἰσι στερεοὶ ἀριθμοί. κύβος δὲ ὁ Α· κύβος ἄρα καὶ ὁ Δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κδ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, ὁ δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾖ, καὶ ὁ δεύτερος τετράγωνος ἔσται.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α, Β πρὸς ἀλλήλους λόγον ἐχέτωσαν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς ὁ Γ πρὸς τετράγωνον ἀριθμὸν τὸν Δ, ὁ δὲ Α τετράγωνος ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ ὁ Β τετράγωνός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ οἱ Γ, Δ τετράγωνοί εἰσιν, οἱ Γ, Δ ἄρα ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν. τῶν Γ, Δ ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. καί ἐστιν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὁ Α πρὸς τὸν Β· καὶ τῶν Α, Β ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. καί ἐστιν ὁ Α τετράγωνος· καὶ ὁ Β ἄρα τετράγωνός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

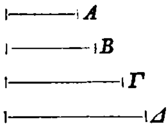
---

7. ἔσται BVφ. 9. Β, Γ] Γ, Β φ. εἰσιν P. 14. τετράγωνος ἀριθμὸς πρός] mg. φ. τετράγωνος φ, sed corr. 15. ἀριθμός φ, sed corr. ᾖ τετράγωνος BVφ. 16. δεύτερος] λοιπός P. 22. εἰσι Vφ. 23. καί] καὶ ἐπεί P. τόν] om. B. 24. τόν] om. B. 25. ὁ] ὡς ὁ P.

XXIII.

Si quattuor numeri deinceps proportionales sunt, et primus cubus est, etiam quartus cubus erit.

Sint quattuor numeri deinceps proportionales A, B, Γ, Δ, et A cubus sit. dico, etiam Δ cubum esse.



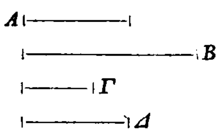
nam quoniam inter A, Δ duo medii proportionales sunt numeri B, Γ, A et Δ similes sunt solidi numeri [prop. XXI]. uerum A cubus est. ergo etiam Δ cubus est [VII def. 21]; quod erat demonstrandum.

XXIV.

Si duo numeri inter se rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, et primus quadratus est, etiam secundus quadratus erit.

Duo enim numeri A, B inter se rationem habeant, quam quadratus numerus Γ ad quadratum numerum Δ, et A quadratus sit. dico, etiam B quadratum esse.

nam quoniam Γ, Δ quadrati sunt, Γ, Δ similes sunt plani. itaque inter Γ, Δ unus medius proportionalis interponitur numerus [prop. XVIII]. est autem $\Gamma : \Delta = A : B$. quare etiam inter A, B unus medius proportionalis interponitur numerus [prop. VIII]. et A quadratus est. ergo etiam B quadratus est [prop. XXII]; quod erat demonstrandum.



κε'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ, καὶ ὁ δεύτερος κύβος ἔσται.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α, Β πρὸς ἀλλήλους λόγον ἐχέτωσαν, ὃν κύβος ἀριθμὸς ὁ Γ πρὸς κύβον ἀριθμὸν τὸν Δ, κύβος δὲ ἔστω ὁ Α· λέγω [δή], ὅτι καὶ ὁ Β κύβος ἐστίν.

Ἐπεὶ γὰρ οἱ Γ, Δ κύβοι εἰσίν, οἱ Γ, Δ ὅμοιοι στερεοί εἰσιν· τῶν Γ, Δ ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. ὅσοι δὲ εἰς τοὺς Γ, Δ μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς· ὥστε καὶ τῶν Α, Β δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. ἐμπιπτέτωσαν οἱ Ε, Ζ. ἐπεὶ οὖν τέσσαρες ἀριθμοὶ οἱ Α, Ε, Ζ, Β ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, καί ἐστι κύβος ὁ Α, κύβος ἄρα καὶ ὁ Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κϛ'.

Οἱ ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν.

Ἔστωσαν ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ Α, Β· λέγω, ὅτι ὁ Α πρὸς τὸν Β λόγον ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν.

---

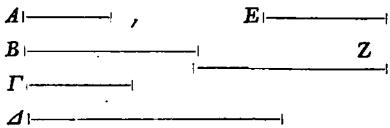
3. πρὸς κύβον ἀριθμόν] bis φ, sed corr. 8. δή] om. P. 10. ὅμοιοι] ἄρα ὅμοιοι BVφ. 11. εἰσί Vφ. 12. δέ] δή? 13. ἐμπίπτουσι PVφ. 15. τῶν] τόν φ. 17. εἰσιν] εἰσι Vφ. ἐστι] ἐστιν P. 24. Α] seq. ras. 1 litt. V. ἀριθμός om. Vφ.

XXV.

Si duo numeri inter se rationem habent, quam cubus numerus ad cubum numerum, et primus cubus est, etiam secundus cubus erit.

Duo enim numeri A, B inter se rationem habeant, quam cubus numerus Γ ad cubum numerum $\varDelta$, et cubus sit A. dico, etiam B cubum esse.

nam quoniam Γ, $\varDelta$ cubi sunt, Γ, $\varDelta$ similes solidi sunt. itaque inter Γ, $\varDelta$ duo medii proportionales interponuntur numeri [prop. XIX]. iam quot inter Γ, $\varDelta$ secundum proportionem continuam interponun-



tur numeri, totidem etiam inter eos, qui eandem rationem habent, interponuntur [prop. VIII]. quare etiam inter A, B duo medii proportionales interponuntur numeri. interponantur E, Z. iam quoniam quattuor numeri A, E, Z, B deinceps proportionales sunt, et cubus est A, etiam B cubus est [prop. XXIII]; quod erat demonstrandum.

XXVI.

Similes numeri plani inter se eam rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Sint similes numeri plani A, B. dico, A ad B eam rationem habere, quam quadratus numerus habeat ad quadratum numerum.

Ἐπεὶ γὰρ οἱ Α, Β ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν, τῶν Α, Β ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. ἐμπιπτέτω καὶ ἔστω ὁ Γ, καὶ εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Γ, Β οἱ Δ, Ε, Ζ· οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ Δ, Ζ τετράγωνοί εἰσιν. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β, καί εἰσιν οἱ Δ, Ζ τετράγωνοι, ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β λόγον ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κζ'.

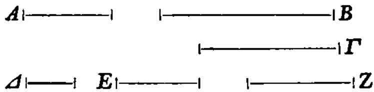
Οἱ ὅμοιοι στερεοὶ ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν.

Ἔστωσαν ὅμοιοι στερεοὶ ἀριθμοὶ οἱ Α, Β· λέγω, ὅτι ὁ Α πρὸς τὸν Β λόγον ἔχει, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν.

Ἐπεὶ γὰρ οἱ Α, Β ὅμοιοι στερεοί εἰσιν, τῶν Α, Β ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. ἐμπιπτέτωσαν οἱ Γ, Δ, καὶ εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Γ, Δ, Β ἴσοι αὐτοῖς τὸ πλῆθος οἱ Ε, Ζ, Η, Θ· οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ Ε, Θ κύβοι εἰσίν. καί ἐστιν ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β· καὶ ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β λόγον ἔχει, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. εἰσι Vφ. 4. τοῖς] corr. ex τοι m. 2 P. Γ, Β] Β, Γ P. 6. εἰσι Vφ. 11. οἱ] om. P. 17. εἰσι Vφ. 18. μέσοι] -οι e corr. m. 1 P. 19. ἀριθμοί] om. B. 20. Β] Ζ φ. 22. εἰσί Vφ. 23. καὶ ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β] mg. φ. 25. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. B. In fine Εὐκλείδου στοιχείων η' P.

nam quoniam A, B similes plani sunt, inter A, B unus medius proportionalis interponitur numerus [prop. XVIII]. interponatur, et sit Γ, et sumantur numeri Δ, E, Z minimi eorum, qui eandem rationem habent ac A, Γ, B [prop. II]. itaque extremi eorum Δ, Z quadrati sunt [prop. II coroll.]. et quoniam est $\Delta : Z = A : B$, et Δ, Z quadrati sunt, A ad B rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum; quod erat demonstrandum.

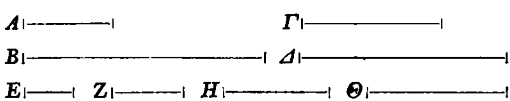


XXVII.

Similes numeri solidi inter se rationem habent, quam cubus numerus ad cubum numerum.

Sint similes numeri solidi A, B. dico, A ad B eam rationem habere, quam cubus numerus habeat ad cubum numerum.

nam quoniam A, B similes sunt solidi, inter A, B duo medii proportionales interponuntur numeri



[prop. XIX]. interponantur Γ, Δ, et sumantur minimi numeri eorum, qui eandem rationem habent ac A, Γ, Δ, B iis aequales multitudine E, Z, H, Θ [prop. II]. itaque extremi eorum E, Θ cubi sunt [prop. II coroll.]. et $E : \Theta = A : B$. ergo A ad B eam rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum; quod erat demonstrandum.

25 I 17

θ'.

α'.

Ἐὰν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος τετράγωνος ἔσται.

Ἔστωσαν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ *Α*, *Β*, καὶ ὁ *Α* τὸν *Β* πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* ποιείτω· λέγω, ὅτι ὁ *Γ* τετράγωνός ἐστιν.

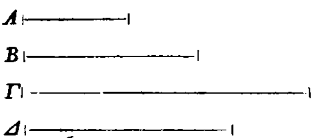
Ὁ γὰρ *Α* ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν *Δ* ποιείτω. ὁ *Δ* ἄρα τετράγωνός ἐστιν. ἐπεὶ οὖν ὁ *Α* ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν *Δ* πεποίηκεν, τὸν δὲ *Β* πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *Α* πρὸς τὸν *Β*, οὕτως ὁ *Δ* πρὸς τὸν *Γ*. καὶ ἐπεὶ οἱ *Α*, *Β* ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί, τῶν *Α*, *Β* ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. ἐὰν δὲ δύο ἀριθμῶν μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐτοὺς ἐμπίπτουσι, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας· ὥστε καὶ τῶν *Δ*, *Γ* εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. καί ἐστι τετράγωνος ὁ *Δ*· τετράγωνος ἄρα καὶ ὁ *Γ*· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ'] corr. ex η' V. Post titulum, ante prop. I in textu scholium habent Vφ, u. app. 9. ἐπεὶ οὖν] καὶ ἐπεί Vφ. 10. μέν] om. B. *Δ*] in ras. P. πεποίηκε Vφ. 11. *Γ*] in ras. P. 14. δέ] supra m. 2 V. μεταξὺ ἀριθμῶν Vφ. 16. ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐτοὺς ἐμπίπτουσι] mg. m. 2 B. 17.

IX.

I.

Si duo similes numeri plani inter se multiplicantes numerum aliquem effecerint, numerus ex iis productus quadratus erit.



Sint duo similes numeri plani A, B, et sit

$$A \times B = \Gamma.$$

dico, numerum Γ quadratum esse.

sit enim $A \times A = \Delta$. Δ igitur quadratus est. iam quoniam $A \times A = \Delta$ et $A \times B = \Gamma$, erit $A : B = \Delta : \Gamma$ [VII, 17]. et quoniam A, B similes sunt numeri plani, inter A, B unus medius proportionalis interponitur numerus [VIII, 18]. sin inter duos numeros secundum proportionem continuam numeri aliquot interponuntur, quot inter eos interponuntur, totidem etiam inter eos interponuntur, qui eandem rationem habent [VIII, 8]. quare etiam inter Δ, Γ unus medius proportionalis interponitur numerus. et quadratus est Δ. ergo etiam Γ quadratus est [VIII, 22]; quod erat demonstrandum.

ἔχοντας αὐτοῖς φ, αὐτοῖς mg. m. 2 V. 18. ἐστιν P. 19. ὁ Δ· τετράγωνος] mg. m. 1 P. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] m. 2 V, om. B.

β'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσι τετράγωνον, ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί.

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ *Α*, *Β*, καὶ ὁ *Α* τὸν *Β* πολλαπλασιάσας τετράγωνον τὸν *Γ* ποιείτω· λέγω, ὅτι οἱ *Α*, *Β* ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί.

Ὁ γὰρ *Α* ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν *Δ* ποιείτω· ὁ *Δ* ἄρα τετράγωνός ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ὁ *Α* ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν *Δ* πεποίηκεν, τὸν δὲ *Β* πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *Α* πρὸς τὸν *Β*, ὁ *Δ* πρὸς τὸν *Γ*. καὶ ἐπεὶ ὁ *Δ* τετράγωνός ἐστιν, ἀλλὰ καὶ ὁ *Γ*, οἱ *Δ*, *Γ* ἄρα ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν. τῶν *Δ*, *Γ* ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει. καί ἐστιν ὡς ὁ *Δ* πρὸς τὸν *Γ*, οὕτως ὁ *Α* πρὸς τὸν *Β*· καὶ τῶν *Α*, *Β* ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει. ἐὰν δὲ δύο ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτῃ, ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν [οἱ] ἀριθμοί· οἱ ἄρα *Α*, *Β* ὅμοιοί εἰσιν ἐπίπεδοι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

γ'.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος κύβος ἔσται.

Κύβος γὰρ ἀριθμὸς ὁ *Α* ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν *Β* ποιείτω· λέγω, ὅτι ὁ *Β* κύβος ἐστίν.

Εἰλήφθω γὰρ τοῦ *Α* πλευρὰ ὁ *Γ*, καὶ ὁ *Γ* ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν *Δ* ποιείτω. φανερὸν δή ἐστιν,

---

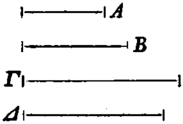
3. εἰσι Vφ. 4. ἀριθμοί] om. BVφ. 5. ἔστωσαν — 6: ποιείτω] *δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α, Β πολλαπλασιάσαντες* (m. 2 B) *ἀλλήλους τετράγωνον τὸν Γ ποιείτωσαν* Theon (BVφ). 9. ἐστι Vφ. *Α*] supra m. 1 V. μέν] om. φ. 10. πεποίηκε Vφ.

II.

Si duo numeri inter se multiplicantes quadratum effecerint, similes erunt numeri plani.

Sint duo numeri A, B, et A numerum B multiplicans numerum Γ quadratum efficiat. dico, A, B similes esse numeros planos.

nam sit $A \times A = \Delta$. itaque Δ quadratus est. et quoniam $A \times A = \Delta$ et $A \times B = \Gamma$, erit



$A : B = \Delta : \Gamma$ [VII, 17]. et quoniam Δ quadratus est, uerum etiam Γ, numeri Δ, Γ similes plani sunt. itaque inter Δ, Γ unus medius proportionalis interponitur [VIII, 18]. est autem $\Delta : \Gamma = A : B$. quare etiam inter A, B unus medius proportionalis interponitur [VIII, 8]. sin inter duos numeros unus medius proportionalis interponitur, similes plani sunt numeri [VIII, 20]. ergo A, B similes plani sunt; quod erat demonstrandum.

III.

Si cubus numerus se ipsum multiplicans numerum aliquem effecerit, numerus productus cubus erit.

Cubus enim numerus A se ipsum multiplicans B numerum efficiat. dico, B numerum cubum esse.

sumatur enim Γ latus numeri A, et sit $\Gamma \times \Gamma = \Delta$.

---

12. *τόν*] om. B. *οὕτως ὁ* B. *τόν*] om. B. 14. *εἰσι* V φ. Post *ἐμπίπτει* in V φ: *ἀριθμός*; idem B m. 2. 16. *τῶν*] corr. ex *τόν* φ. *ἀνάλογος* V, sed corr. 17. *ἐὰν δέ — ἐμπίπτῃ*] mg. m. 2 B, addito *ἀριθμός* ante *ἐάν*. *ἐμπίπτει* B; et V φ, sed corr. m. 1. 18. *οἵ*] (prius) om. P. 19. *ἐπίπεδοι*] om. P. 26. Δ] corr. ex B m. 1 P.

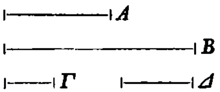
ὅτι ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ Γ ἄρα τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ μονὰς τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Γ, ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν, ὁ Δ ἄρα τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Γ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν Γ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Γ, ὁ Δ πρὸς τὸν Α. ἀλλ' ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Γ, ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ ὡς ἄρα ἡ μονὰς πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Α. τῆς ἄρα μονάδος καὶ τοῦ Α ἀριθμοῦ δύο μέσοι ἀνάλογον κατὰ τὸ συνεχὲς ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοὶ οἱ Γ, Δ. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν, ὁ Α ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν Α κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α, ὁ Α πρὸς τὸν Β. τῆς δὲ μονάδος καὶ τοῦ Α δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί· καὶ τῶν Α, Β ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται ἀριθμοί. ἐὰν δὲ δύο ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ, καὶ ὁ δεύτερος κύβος ἔσται. καί ἐστιν ὁ Α κύβος· καὶ ὁ Β ἄρα κύβος ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ'.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν πολ-

1. πεποίηκε Vφ. 2. πεποίηκε Vφ. ὁ Γ] postea insert. B. 5. τόν] om. B. οὕτως ὁ B. 6. τόν] (prius) om. B. 7. Δ] seq. ras. 1 litt. φ. 13. καὶ τοῦ] bis φ, sed corr. 18. οὕτως ὁ B. 19. τόν] om. B. 20. ἀνάλωγον φ. ἀριθμοὶ ἐμ-

manifestum igitur, esse $\Gamma \times \Delta = A$. et quoniam $\Gamma \times \Gamma = \Delta$, Γ numerum Δ secundum unitates suas metitur [VII def. 15]. uerum etiam unitas numerum Γ secundum unitates ipsius metitur. itaque [VII def. 20] $1 : \Gamma = \Gamma : \Delta$. rursus quoniam $\Gamma \times \Delta = A$, Δ numerum A secundum unitates numeri Γ metitur. uerum etiam unitas numerum Γ secundum unitates ipsius metitur. erit igitur



$$1 : \Gamma = \Delta : A. \quad \text{uerum } 1 : \Gamma = \Gamma : \Delta.$$

itaque $1 : \Gamma = \Gamma : \Delta = \Delta : A$. itaque inter unitatem et numerum A duo medii proportionales interponuntur numeri Γ, Δ secundum proportionem continuam. rursus quoniam est $A \times A = B$, A numerum B secundum unitates suas metitur. uerum etiam unitas numerum A secundum unitates ipsius metitur. erit igitur $1 : A = A : B$. sed inter unitatem et A duo medii proportionales interponuntur numeri. itaque etiam inter A, B duo medii proportionales interponentur numeri [VIII, 8].[1]) sin inter duos numeros duo medii proportionales interponuntur, et primus cubus est, etiam secundus cubus erit [VIII, 23]. et A cubus est. ergo etiam B cubus est; quod erat demonstrandum.

IV.

Si cubus numerus cubum numerum multiplicans

1) VIII, 8 de duobus numeris proportionalibus demonstratur; sed demonstratio eadem tum quoque ualet, si alter unitas est.

πεπτώκασιν P. τῶν] corr. ex τόν V. 22. ἐμπίπτωσιν] e corr. V. 23. δεύτερος] τέταρτος Theon (BVφ).

λαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος κύβος ἔσται.

Κύβος γὰρ ἀριθμος ὁ Α κύβον ἀριθμὸν τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· λέγω, ὅτι ὁ Γ κύβος ἐστίν.

Ὁ γὰρ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω· ὁ Δ ἄρα κύβος ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ὁ Α ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, τὸν δὲ Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Γ. καὶ ἐπεὶ οἱ Α, Β κύβοι εἰσίν, ὅμοιοι στερεοί εἰσιν οἱ Α, Β. τῶν Α, Β ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί· ὥστε καὶ τῶν Δ, Γ δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται ἀριθμοί. καί ἐστι κύβος ὁ Δ· κύβος ἄρα καὶ ὁ Γ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ε'.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ ὁ πολλαπλασιασθεὶς κύβος ἔσται.

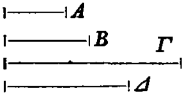
Κύβος γὰρ ἀριθμος ὁ Α ἀριθμόν τινα τὸν Β πολλαπλασιάσας κύβον τὸν Γ ποιείτω· λέγω, ὅτι ὁ Β κύβος ἐστίν.

Ὁ γὰρ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω· κύβος ἄρα ἐστίν ὁ Δ. καὶ ἐπεὶ ὁ Α ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, τὸν δὲ Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, ὁ Δ πρὸς τὸν Γ. καὶ ἐπεὶ οἱ Δ, Γ κύβοι εἰσίν, ὅμοιοι στερεοί εἰσιν. τῶν Δ, Γ ἄρα δύο μέσοι ἀνά-

---

6. *γὰρ Α*] *Α γάρ* BVφ. 7. *Δ*] seq. ras. 1 litt. φ. *ἐστί* Vφ. 8. *πεποίηκε* Vφ. 10. *τόν*] bis om. B. 11. *εἰσι* Vφ. *οἱ Α, Β*] om. BVφ. 13. *τῶν*] e corr. V. 14.

numerum aliquem effecerit, numerus productus cubus erit.

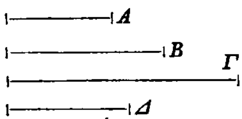


Cubus enim numerus A cubum numerum B multiplicans efficiat Γ. dico, Γ cubum esse.

sit enim $A \times A = \Delta$. Δ igitur cubus est [prop. III]. et quoniam $A \times A = \Delta$ et $A \times B = \Gamma$, erit $A : B = \Delta : \Gamma$ [VII, 17]. et quoniam A, B cubi sunt, A, B similes sunt solidi. itaque inter A, B duo medii proportionales interponuntur numeri [VIII, 19]. quare etiam inter Δ, Γ duo medii proportionales interponuntur numeri [VIII, 8]. et cubus est Δ. ergo etiam Γ cubus est [VIII, 23]; quod erat demonstrandum.

V.

Si cubus numerus numerum aliquem multiplicans cubum effecerit, etiam numerus multiplicatus cubus erit.



Cubus enim numerus A numerum aliquem B multiplicans cubum Γ efficiat. dico, etiam B cubum esse.

nam sit $A \times A = \Delta$. itaque Δ cubus est [prop. III]. et quoniam $A \times A = \Delta$ et $A \times B = \Gamma$, erit $A : B = \Delta : \Gamma$ [VII, 17]. et quoniam Δ, Γ cubi sunt, similes sunt solidi. itaque inter Δ, Γ duo medii proportionales interponuntur numeri [VIII, 19]. est

ἐστιν P. Prop. 5 in Vφ bis scribitur, secundo loco (V_2 φ_2) sine numero. τὸ ε̅ δὶς ἐγράφη κατὰ λήθην τοῦ γραφέως V mg. 21. B] supra V_2. 23. Δ] in ras. V_2. 24. μέν] om. φ. 25. πεποίηκε Vφ V_2 φ_2. 27. οὕτως ὁ V. Δ, Γ] eras. V. 28. ὅμοιοι οἱ φ. εἰσι Vφ V_2 φ_2. Δ, Γ] eras. V.

λογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. καί ἐστιν ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β· καὶ τῶν Α, Β ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. καί ἐστι κύβος ὁ Α· κύβος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ϛ'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ αὐτὸς κύβος ἔσται.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον τὸν Β ποιείτω· λέγω, ὅτι καὶ ὁ Α κύβος ἐστίν.

Ὁ γὰρ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω. ἐπεὶ οὖν ὁ Α ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν, τὸν δὲ Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ὁ Γ ἄρα κύβος ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ὁ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν, ὁ Α ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν Α κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β. καὶ ἐπεὶ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ὁ Β ἄρα τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν Α κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ. ἀλλ' ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, ὁ Β πρὸς τὸν Γ. καὶ ἐπεὶ οἱ Β, Γ κύβοι εἰσίν, ὅμοιοι στερεοί εἰσιν. τῶν Β, Γ ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί. καί

---

1. καί ἐστιν — 3: ἀριθμοί] mg. m. 2 V; in textu ὥστε καὶ τῶν Δ, Γ δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται ἀριθμοί, sed delet. V. 2. ἄρα] ἔτι φ. 3. ἐμπίπτουσιν ἀριθμοὶ ἀνάλογον BVφ, V_2 $φ_2$. ἐστιν P. 4. Α] eras. V. κύβος] m. 2 B. ἐστί] om. Vφ, ἐστίν $φ_2$. Β] eras. V. 5. ϛ']

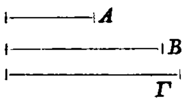
autem $\varDelta : \Gamma = A : B$. itaque etiam inter A, B duo medii proportionales interponuntur numeri [VIII, 8]. et cubus est A. ergo etiam B cubus est [VIII, 23]; quod erat demonstrandum.

VI.

Si numerus se ipsum multiplicans cubum effecerit, et ipse cubus erit.

Numerus enim A se ipsum multiplicans efficiat cubum B. dico, etiam A cubum esse.

sit enim $A \times B = \Gamma$. iam quoniam $A \times A = B$ et $A \times B = \Gamma$, Γ cubus est. et quoniam $A \times A = B$, A numerum B secundum unitates suas metitur. uerum etiam unitas numerum A secundum unitates ipsius metitur. itaque $1 : A = A : B$. et quoniam $A \times B = \Gamma$, B numerum Γ secundum unitates numeri A metitur. uerum etiam unitas numerum A secundum unitates ipsius metitur. itaque $1 : A = B : \Gamma$. sed



$$1 : A = A : B.$$

quare etiam $A : B = B : \Gamma$. et quoniam B, Γ cubi sunt, similes sunt solidi. itaque inter B, Γ duo medii proportionales sunt numeri [VIII, 19]. est autem

---

sic Vφ. 11. πεποίηκε Vφ. 13. ἐστί Vφ. ἑαυτὸν μέν BVφ. 14. πεποίηκε Vφ. ὁ A ἄρα — 22: οὕτως ὁ A πρὸς τὸν B] P, τὸν δὲ B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν Theon (BVφ). 22. B] in ras. P. 23. καί] om. BVφ. ὁ B] supra φ. 24. εἰσι Vφ. 25. B, Γ] A, B P.

ἐστιν ὡς ὁ *Β* πρὸς τὸν *Γ*, ὁ *Α* πρὸς τὸν *Β*. καὶ τῶν *Α*, *Β* ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί. καί ἐστι κύβος ὁ *Β*· κύβος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ *Α*· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ'.

Ἐὰν σύνθετος ἀριθμὸς ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος στερεὸς ἔσται.

Σύνθετος γὰρ ἀριθμὸς ὁ *Α* ἀριθμόν τινα τὸν *Β* πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* ποιείτω· λέγω, ὅτι ὁ *Γ* στερεός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ *Α* σύνθετός ἐστιν, ὑπὸ ἀριθμοῦ τινος μετρηθήσεται. μετρείσθω ὑπὸ τοῦ *Δ*, καὶ ὁσάκις ὁ *Δ* τὸν *Α* μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ *Ε*. ἐπεὶ οὖν ὁ *Δ* τὸν *Α* μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ *Ε* μονάδας, ὁ *Ε* ἄρα τὸν *Δ* πολλαπλασιάσας τὸν *Α* πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ ὁ *Α* τὸν *Β* πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* πεποίηκεν, ὁ δὲ *Α* ἐστιν ὁ ἐκ τῶν *Δ*, *Ε*, ὁ ἄρα ἐκ τῶν *Δ*, *Ε* τὸν *Β* πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* πεποίηκεν. ὁ *Γ* ἄρα στερεός ἐστιν, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ *Δ*, *Ε*, *Β*· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ μὲν τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος τετράγωνος ἔσται καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες, ὁ δὲ τέταρτος κύβος καὶ οἱ δύο διαλείποντες

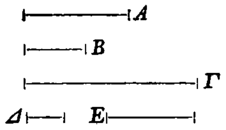
---

1. οὕτως ὁ *Α* BVφ. 3. ἐστιν P. κύβος] (alt.) om. φ. ἐστίν P. 15. ἐπεὶ ουν — 16: μονάδας] om. Vφ. 16. πεποίηκε Vφ. 18. ὁ] (alt.) om. BVφ. 19. Post πεποίηκεν add. φ, VB mg. m. 2: καὶ (om. B) ὁ *Β* ἄρα (ἔτι φ) τὸν ἐκ τῶν

$B : \Gamma = A : B$. quare etiam inter A, B duo medii proportionales sunt [VIII, 8]. et cubus est B. quare etiam A cubus est;[1]) quod erat demonstrandum.

VII.

Si compositus numerus numerum aliquem multiplicans alium aliquem effecerit, numerus productus solidus erit.



Compositus enim numerus A numerum aliquem B multiplicans numerum Γ efficiat. dico, numerum Γ solidum esse.

nam quoniam A compositus est, numerus aliquis eum metietur. metiatur numerus Δ, et quoties Δ numerum A metitur, tot unitates sint in E. iam quoniam Δ numerum A secundum unitates numeri E metitur, erit $E \times \Delta = A$ [VII def. 15]. et quoniam $A \times B = \Gamma$, et $A = \Delta \times E$, erit

$$\Delta \times E \times B = \Gamma.$$

ergo Γ solidus est, latera autem eius sunt Δ, E, B; quod erat demonstrandum.

VIII.

Si quotlibet numeri inde ab unitate deinceps proportionales sunt, tertius ab unitate quadratus erit et

1) Nam $A : x = x : y = y : B$, siue (VII, 13)
$$B : y = y : x = x : A.$$
tum u. VIII, 23.

Δ, E πολλαπλασιάσας τὸν A (*τὸν A* om. B) *τὸν Γ πεποίηκεν.* 20. *ἔστι* Vφ. *Δ*] e corr. V. *E*] om. B. 25. *ἔσται*] *ἔστι* BVφ. *ὃ*] *πάντες, ὃ* BVφ.

πάντες, ὁ δὲ ἕβδομος κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος καὶ οἱ πέντε διαλείποντες.

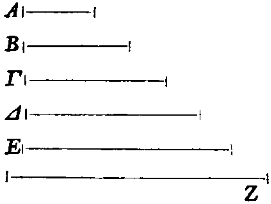
Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ· λέγω, ὅτι ὁ μὲν τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ Β τετράγωνός ἐστι καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες πάντες, ὁ δὲ τέταρτος ὁ Γ κύβος καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες, ὁ δὲ ἕβδομος ὁ Ζ κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος καὶ οἱ πέντε διαλείποντες πάντες.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β, ἰσάκις ἄρα ἡ μονὰς τὸν Α ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Α τον Β. ἡ δὲ μονὰς τὸν Α ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· καὶ ὁ Α ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας. ὁ Α ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν· τετράγωνος ἄρα ἐστὶν ὁ Β. καὶ ἐπεὶ οἱ Β, Γ, Δ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, ὁ δὲ Β τετράγωνός ἐστιν, καὶ ὁ Δ ἄρα τετράγωνός ἐστιν. διὰ τὰ αὐτὰ δη καὶ ὁ Ζ τετράγωνός ἐστιν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες πάντες τετράγωνοί εἰσιν. λέγω δή, ὅτι καὶ ὁ τέταρτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ Γ κύβος ἐστὶ καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ, ἰσάκις ἄρα ἡ μονὰς τὸν Α ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Β τὸν Γ. ἡ δὲ μονὰς τὸν Α ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας· καὶ ὁ Β

1. *πάντες*] om. BVφ. 2. *διαλείποντες πάντες* BVφ. 4. *ὅτι*] om. Vφ. 6. *πάντες*] om. BVφ. 7. *πάντες*] om. φ. 9. *ἅπαντες* Vφ. 12. *ἀριθμόν*] om. BVφ. 14. *τῷ Α*] *αὐτῷ* φ. 15. *πεποίηκε* V et -*κε* in ras. φ. 17. *ἐστι* PVφ. 18. *ἐστι* V. *διὰ τά* — 19: *ἐστιν*] om. φ. 20. *πάντες*] om. BVφ. *εἰσι* Vφ. 21. *ἐστίν* P. 25. *τῷ Α*] *αὐτῷ* φ.

item, qui[1]) uno loco distant, quartus autem cubus et item omnes, quicunque duobus locis distant, septimus uero simul et cubus et quadratus et item, qui quinque locis distant.

Sint quotlibet numeri inde ab unitate deinceps proportionales $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$. dico, tertium ab unitate B quadratum esse et item omnes, quicunque uno loco distent, quartum autem Γ cubum et item omnes, quicunque duobus locis distent, septimum uero Z simul et cubum et quadratum et item omnes, quicunque quinque locis distent.



nam quoniam est $1 : A = A : B$, unitas numerum A et A numerum B aequaliter metitur [VII def. 20]. sed unitas numerum A secundum unitates ipsius metitur. quare etiam A numerum B secundum unitates numeri A metitur. itaque [VII def. 15] $A \times A = B$. ergo B quadratus est. et quoniam B, Γ, Δ deinceps proportionales sunt, et B quadratus est, etiam Δ quadratus est [VIII, 22]. eadem de causa etiam Z quadratus est. similiter demonstrabimus, etiam omnes, quicunque uno loco distent, quadratos esse. iam dico, quartum ab unitate Γ cubum esse et item omnes, quicunque duobus locis distent. nam quoniam est $1 : A = B : \Gamma$, unitas numerum A et B numerum Γ aequaliter metitur.

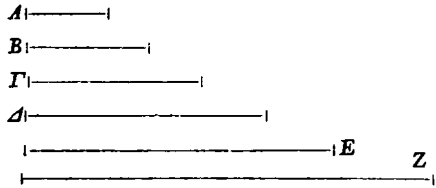
1) Cum πάντες post διαλείποντες facillime intercidere potuerit, nec in hoc uocabulo uel omittendo uel ponendo constans sit codicum P et Theoninorum consensus aut dissensus, fortasse πάντες ubique recipiendum.

ἄρα τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας· ὁ Α ἄρα τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ἐπεὶ οὖν ὁ Α ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν, τὸν δὲ Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, κύβος ἄρα ἐστὶν ὁ Γ. καὶ ἐπεὶ οἱ Γ, Δ, Ε, Ζ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, ὁ δὲ Γ κύβος ἐστίν, καὶ ὁ Ζ ἄρα κύβος ἐστίν. ἐδείχθη δὲ καὶ τετράγωνος· ὁ ἄρα ἕβδομος ἀπὸ τῆς μονάδος κύβος τέ ἐστι καὶ τετράγωνος. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ οἱ πέντε διαλείποντες πάντες κύβοι τέ εἰσι καὶ τετράγωνοι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἑξῆς κατὰ τὸ συνεχὲς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα τετράγωνος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοι ἔσονται. καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι ἔσονται.

Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ἑξῆς ἀνάλογον ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, ὁ δὲ μετὰ τὴν



μονάδα ὁ Α τετράγωνος ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοι ἔσονται.

Ὅτι μὲν οὖν ὁ τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ Β τετράγωνός ἐστι καὶ οἱ ἕνα διαπλείποντες πάντες, δέ-

1. τῷ Α] αὐτῷ, supra scr. Α φ. 3. μέν] om. P. πε-

unitas autem numerum A secundum unitates numeri A metitur. quare etiam B numerum Γ secundum unitates numeri A metitur. itaque $A \times B = \Gamma$. iam quoniam $A \times A = B$ et $A \times B = \Gamma$, Γ cubus est. et quoniam Γ, Δ, E, Z deinceps proportionales sunt, et Γ cubus est, etiam Z cubus est [VIII, 23].[1]) demonstrauimus autem, eundem etiam quadratum esse. ergo septimus ab unitate et cubus et quadratus est. similiter demonstrabimus, etiam omnes, quicunque quinque locis distent, et cubos et quadratos esse; quod erat demonstrandum.

IX.

Si quotlibet numeri deinceps in proportione continua proportionales sunt inde ab unitate, et unitati proximus quadratus est, etiam reliqui omnes quadrati erunt. et si proximus unitati cubus est, etiam reliqui omnes cubi erunt.

Sint quotlibet numeri inde ab unitate deinceps proportionales A, B, Γ, Δ, E, Z, et unitati proximus A quadratus sit. dico, etiam reliquos omnes quadratos esse. tertium quidem ab unitate B quadratum esse et omnes, qui uno loco distent, demonstratum est [prop. VIII]. dico, etiam reliquos omnes quadratos esse.

1) Et similiter de omnibus, qui duobus locis distant, quod uix opus est, ut cum Augusto diserte addamus.

ποίηκε Vφ. 4. πεποίηκε Vφ. 6. ἐστίν] (prius) ἐστί Vφ. 7. καί] om. φ. 8. τέ] supra m. 1 P. ἐστιν P. δή] in ras. P; δέ φ. 10. τέ] om. P. εἰσιν P. 12. ἑξῆς κατὰ τὸ συνεχὲς ἀριθμοί] ἀριθμοὶ ἑξῆς Theon (BVφ). 17. ὁσοιδηποτοῦν] PBVφ; ὁποσοιοῦν edd. 21. B] δεύτερος V, del. et ins. β m. 2; β δεύτερος φ.

δεικται· λέγω [δή], ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοί εἰσιν. ἐπεὶ γὰρ οἱ A, B, Γ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, καί ἐστιν ὁ A τετράγωνος, καὶ ὁ Γ [ἄρα] τετράγωνος ἐστιν. πάλιν, ἐπεὶ [καὶ] οἱ B, Γ, Δ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, καί ἐστιν ὁ B τετράγωνος, καὶ ὁ Δ [ἄρα] τετράγωνός ἐστιν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοί εἰσιν.

Ἀλλὰ δὴ ἔστω ὁ A κύβος· λέγω, ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι εἰσίν.

Ὅτι μὲν οὖν ὁ τέταρτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ Γ κύβος ἐστὶ καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες, δέδεικται· λέγω [δή], ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι εἰσίν. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν A, οὕτως ὁ A πρὸς τὸν B, ἰσάκις ἄρα ἡ μονὰς τὸν A μετρεῖ καὶ ὁ A τὸν B. ἡ δὲ μονὰς τὸν A μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· καὶ ὁ A ἄρα τὸν B μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ὁ A ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκεν. καί ἐστιν ὁ A κύβος. ἐὰν δὲ κύβος ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος κύβος ἐστίν· καὶ ὁ B ἄρα κύβος ἐστίν. καὶ ἐπεὶ τέσσαρες ἀριθμοὶ οἱ A, B, Γ, Δ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, καί ἐστιν ὁ A κύβος, καὶ ὁ Δ ἄρα κύβος ἐστίν. δια τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ E κύβος ἐστίν, καὶ ὁμοίως οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ι΄.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ [ἑξῆς]

---

1. δή] om. P. 2. εἰσιν] (alt.) εἰσι Vφ. 3. τετράγωνος· καὶ ὁ Γ ἄρα] mg. φ. ἄρα] om. P. 4. ἐστίν] P et V sed ν delet.; ἐστι φ. καί] om. P. 5. εἰσιν] -ν delet. V. Δ] eras. V. ἄρα] om. P. 12. δή] om. P. 15. B] B μετρεῖ Vφ. ἐν]

nam quoniam A, B, Γ deinceps proportionales sunt, et A quadratus est, etiam Γ quadratus est [VIII, 22]. rursus quoniam B, Γ, Δ deinceps proportionales sunt, et B quadratus est, etiam Δ quadratus est [VIII, 22]. similiter demonstrabimus, etiam reliquos omnes quadratos esse.

at rursus A cubus sit. dico, etiam reliquos omnes cubos esse.

quartum quidem ab unitate Γ cubum esse et item omnes, qui duobus locis distent, demonstratum est [prop. VIII]. dico, etiam reliquos omnes cubos esse.

nam quoniam est $1 : A = A : B$, unitas numerum A et A numerum B aequaliter metitur. unitas autem numerum A secundum unitates ipsius metitur. quare etiam A numerum B secundum unitates suas metitur. itaque $A \times A = B$. et A cubus est. sin cubus numerus se ipsum multiplicans numerum aliquem efficit, numerus productus cubus est [prop. III]. ergo etiam B cubus est. et quoniam quattuor numeri A, B, Γ, Δ deinceps proportionales sunt, et A cubus est, etiam Δ cubus est [VIII, 23]. eadem de causa etiam E cubus est, et similiter reliqui omnes cubi sunt; quod erat demonstrandum.

X.

Si quotlibet numeri ab unitate deinceps proportio-

ἐν τῷ Vφ. 16. καὶ ὁ A — 17: μονάδας] mg. m. 1 P. 16. αὐτῷ] τῷ supra scr. αὐτῷ V; τῷ αὐτῷ φ. 18. πεποίηκε Vφ. ὁ] ὡς ὁ P, sed corr. m. 1. 20. ἐστί Vφ. καὶ ὁ B ἄρα κύβος ἐστίν] om. P. ἐστί Vφ. 21. εἰσι Vφ. 22. ἐστίν] (alt.) ἐστί Vφ. 23. ἐστί Vφ. 24. ὅπερ] ὁ- in ras. φ. 26. ἑξῆς] om. P.

ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα μὴ ᾖ τετράγωνος, οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς τετράγωνος ἔσται χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν ἕνα διαλειπόντων πάντων. καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος μὴ ᾖ, οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς κύβος ἔσται χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν δύο διαλειπόντων πάντων.

Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ἑξῆς ἀνάλογον ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα ὁ Α μη ἔστω τετράγωνος· λέγω, ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς τετράγωνος ἔσται χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ τῆς μονάδος [καὶ τῶν ἕνα διαλειπόντων].

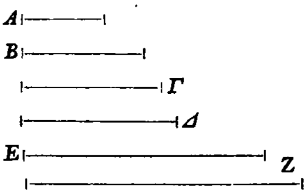
Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ὁ Γ τετράγωνος. ἔστι δὲ καὶ ὁ Β τετράγωνος· οἱ Β, Γ ἄρα πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. καί ἐστιν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, ὁ Α πρὸς τὸν Β· οἱ Α, Β ἄρα πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ὥστε οἱ Α, Β ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν. καί ἐστι τετράγωνος ὁ Β· τετράγωνος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ Α· ὅπερ οὐχ ὑπέκειτο. οὐκ ἄρα ὁ Γ τετράγωνός ἐστιν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς τετράγωνός ἐστι χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν ἕνα διαλειπόντων.

Ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστω ὁ Α κύβος. λέγω, ὅτι οὐδ'

---

8. *ἔστωσαν γάρ* P. *ἑξῆς*] in ras. φ. *ὁσοιδηποτοῦν*] P; *ὁποσοιδηποτοῦν* BVφ. 10. *ὁ Α*] om. Vφ. *λέγω*] *ὁ Α. λέγω* Vφ. 11. *χωρίς*] *πλήν* Vφ. 12. *καὶ τῶν ἕνα διαλειπόντων*] om. P. 13. *ἔστι*] *ἔστιν* P. 15. *πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν*] m. rec. P. 16. *ὁ Α*] *οὕτως ὁ Α* B. 17. *τόν*] om. B. 18. *ἀριθμόν* P, corr. m. 1. 19. *ὥστε — εἰσιν*] in V deleta (*εἰσι*); om. φ. 21. *ὑπόκειται* Vφ. 22. *τετράγωνός ἐστι*] om. Vφ. 25. *οὐδέ* V. *οὐδὲ ἄλλος* mg. φ.

nales sunt, et unitati proximus quadratus non est, ne alius quidem ullus quadratus erit praeter tertium ab unitate et omnes, quicunque uno loco distant. et si unitati proximus cubus non est, ne alius quidem ullus cubus erit praeter quartum ab unitate et omnes, quicunque duobus locis distant.



Sint quotlibet numeri ab unitate deinceps proportionales A, B, Γ, Δ, E, Z, et unitati proximus A quadratus ne sit. dico, ne alium quidem ullum quadratum esse praeter tertium ab unitate.

nam si fieri potest, Γ quadratus sit. est autem etiam B quadratus [prop. VIII]. itaque B, Γ inter se rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. et est $B : \Gamma = A : B$. itaque A, B inter se rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. quare A, B similes plani sunt [VIII, 26].[1]) et B quadratus est. itaque etiam A quadratus est. quod est contra hypothesim. ergo Γ quadratus non est. similiter demonstrabimus, ne alium quidem ullum quadratum esse praeter tertium ab unitate, et quicunque uno loco distent.

at A cubus ne sit. dico, ne alium quidem ullum

---

1) Fortasse lin. 14: *οἱ* B, Γ — 16: *ἀριθμόν* et lin. 19: *ὥστε* — *εἰσίν* spuria sunt. poterat enim uti VIII, 24 melius quam VIII, 26 conuersa; cfr. p. 360, 7.

ἄλλος οὐδεὶς κύβος ἔσται χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν δύο διαλειπόντων.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ὁ Δ κύβος. ἔστι δὲ καὶ ὁ Γ κύβος· τέταρτος γάρ ἐστιν ἀπὸ τῆς μονάδος. καί ἐστιν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὁ Β πρὸς τὸν Γ· καὶ ὁ Β ἄρα πρὸς τὸν Γ λόγον ἔχει, ὃν κύβος πρὸς κύβον. καί ἐστιν ὁ Γ κύβος· καὶ ὁ Β ἄρα κύβος ἐστίν. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α, ὁ Α πρὸς τὸν Β, ἡ δὲ μονὰς τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας, καὶ ὁ Α ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ὁ Α ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον τὸν Β πεποίηκεν. ἐὰν δὲ ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ αὐτὸς κύβος ἔσται. κύβος ἄρα καὶ ὁ Α· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. οὐκ ἄρα ὁ Δ κύβος ἐστίν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς κύβος ἐστὶ χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν δύο διαλειπόντων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐλάττων τὸν μείζονα μετρεῖ κατά τινα τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς.

Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος τῆς Α ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ Β, Γ, Δ, Ε· λέγω, ὅτι τῶν Β, Γ, Δ, Ε ὁ ἐλάχιστος ὁ Β τὸν Ε μετρεῖ κατά τινα τῶν Γ, Δ.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ Α μονὰς πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, ἰσάκις ἄρα ἡ Α μονὰς τὸν Β

---

3. ἔστι] -ι in ras. V, ἔστιν P. 5. τόν] bis om. B. Γ] (alt.) supra φ. 6. ἄρα] supra m. 1 P. 7. ἐστί Vφ. 8.

cubum esse praeter quartum ab unitate, et quicunque duobus locis distent.

nam si fieri potest, sit Δ cubus. est autem etiam Γ cubus [prop. VIII]; quartus enim est ab unitate. et $\Gamma : \Delta = B : \Gamma$. quare etiam B ad Γ rationem habet, quam cubus ad cubum. et Γ cubus est. itaque etiam B cubus est [VII, 13. VIII, 25]. et quoniam est $1 : A = A : B$, et unitas numerum A secundum unitates ipsius metitur, etiam A numerum B secundum unitates suas metitur. itaque erit $A \times A = B$. sin numerus se ipsum multiplicans cubum effecerit, et ipse cubus erit [prop. VI]. itaque A cubus est; quod est contra hypothesim. ergo Δ cubus non est. similiter demonstrabimus, ne alium quidem ullum cubum esse praeter quartum ab unitate, et quicunque duobus locis distent; quod erat demonstrandum.

XI.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt ab unitate, minor maiorem secundum aliquem eorum metitur, qui inter numeros proportionales exstant.

Sint quotlibet numeri ab unitate A deinceps proportionales B, Γ, Δ, E. dico, ex numeris B, Γ, Δ, E minimum B numerum E secundum aliquem numerorum Γ, Δ metiri.

nam quoniam est $A : B = \Delta : E$, A unitas nume-

τόν] om. B. οὗτως ὁ B. 14. καί] supra m. 1 P. 15. οὐδέ V φ. 20. ἐλάσσων P. 23. ὁποιοιοῦν P; corr. m. rec. 24. B, Γ] (prius) in ras. φ. 25. ἐλάσσων Theon (BV φ). ὁ] e corr. V.

ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Δ τὸν Ε· ἐναλλὰξ ἄρα ἰσάκις ἡ Α μονὰς τὸν Δ μετρεῖ καὶ ὁ Β τὸν Ε. ἡ δὲ Α μονὰς τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· καὶ ὁ Β ἄρα τὸν Ε μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας· ὥστε ὁ ἐλάσσων ὁ Β τὸν μείζονα τὸν Ε μετρεῖ κατά τινα ἀριθμὸν τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς.

Πόρισμα.

Καὶ φανερόν, ὅτι ἣν ἔχει τάξιν ὁ μετρῶν ἀπὸ μονάδος, τὴν αὐτὴν ἔχει καὶ ὁ καθ' ὃν μετρεῖ ἀπὸ τοῦ μετρουμένου ἐπὶ τὸ πρὸ αὐτοῦ. — ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὑφ' ὅσων ἂν ὁ ἔσχατος πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν καὶ ὁ παρὰ τὴν μονάδα μετρηθήσεται.

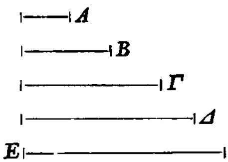
Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, Δ· λέγω, ὅτι ὑφ' ὅσων ἂν ὁ Δ πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν καὶ ὁ Α μετρηθήσεται.

Μετρείσθω γὰρ ὁ Δ ὑπό τινος πρώτου ἀριθμοῦ τοῦ Ε· λέγω, ὅτι ὁ Ε τὸν Α μετρεῖ. μὴ γάρ· καί ἐστιν ὁ Ε πρῶτος, ἅπας δὲ πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς

---

2. δὲ Α] δέ φ. 4. τῷ Δ] αὐτῷ φ. 8. πόρισμα — 11: πρὸ αὐτοῦ] om. Theon (BVφ). 8. πόρισμα] om. P. 11. ἐπὶ τό] scripsi; κατὰ τόν P. αὐτοῦ] scripsi; αὐτοῦ ὡς τὸν Δ P. 14. ὅσων] corr. ex ὧν m. rec. P. 15. μετρεῖται BVφ. 17. ὁσοιδηποτοῦν BVφ. 18. ὑπὸ ὅσω P, ν add. m. rec. 19. μετρεῖται Vφ. 22. τόν] καὶ τόν Vφ et, ut uidetur, B m. rec. μὴ γὰρ μετρείτω ὁ Ε τὸν Α Theon (BVφ).

rum B et Δ numerum E aequaliter metitur. itaque



permutando A unitas numerum Δ et B numerum E aequaliter metitur [VII, 15]. uerum A unitas numerum Δ secundum unitates ipsius metitur. itaque etiam B numerum E secundum unitates numeri Δ metitur. ergo minor B maiorem E secundum aliquem numerum metitur eorum, qui inter numeros proportionales exstant.

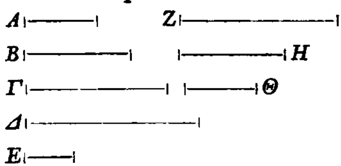
Corollarium.

Et manifestum est, quem obtineat locum metiens ab unitate, eandem etiam eum, secundum quem metiatur, ante eum, quem metiatur, obtinere. — quod erat demonstrandum.

XII.

Si quotlibet numeri ab unitate deinceps proportionales sunt, quicunque numeri primi ultimum metiuntur, iidem etiam unitati proximum metientur.

Sint quotlibet numeri ab unitate proportionales



A, B, Γ, Δ. dico, quicunque numeri primi numerum Δ metiantur, eosdem etiam numerum A mensuros esse.

nam primus numerus E numerum Δ metiatur. dico, E numerum A metiri. nam ne metiatur. et E primus est, omnis autem primus numerus ad omnem numerum, quem non metitur, primus est [VII, 29].

ἅπαντα, ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός ἐστιν· οἱ Ε, Α ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ὁ Ε τὸν Δ μετρεῖ, μετρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν Ζ· ὁ Ε ἄρα τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Α τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Γ μονάδας, ὁ Α ἄρα τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Ε τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν· ὁ ἄρα ἐκ τῶν Α, Γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Ε, Ζ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ε, ὁ Ζ πρὸς τὸν Γ. οἱ δὲ Α, Ε πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· μετρεῖ ἄρα ὁ Ε τὸν Γ. μετρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν Η· ὁ Ε ἄρα τὸν Η πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν διὰ τὸ πρὸ τούτου καὶ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ὁ ἄρα ἐκ τῶν Α, Β ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Ε, Η. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ε, ὁ Η πρὸς τὸν Β. οἱ δὲ Α, Ε πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς ἰσάκις ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· μετρεῖ ἄρα ὁ Ε τὸν Β. μετρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν Θ· ὁ Ε ἄρα τὸν Θ πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν· ὁ ἄρα ἐκ τῶν Ε, Θ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ Α. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Α, ὁ Α πρὸς τὸν Θ. οἱ δὲ Α, Ε πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε ἡγούμενος

---

2. εἰσι Vφ. 4. πεποίηκε Vφ. 9. οὕτως ὁ Ζ Β. 10. οἱ δὲ ἐλάχιστοι] m. 2 B. 11. τόν] om. B. 12. τε] in ras. φ.

itaque E, A inter se primi sunt. et quoniam E numerum Δ metitur, eum secundum Z metiatur. itaque $E \times Z = \Delta$. rursus quoniam A numerum Δ secundum unitates numeri Γ metitur[1]), erit $A \times \Gamma = \Delta$. uerum $E \times Z = \Delta$. itaque $A \times \Gamma = E \times Z$. itaque $A : E = Z : \Gamma$ [VII, 19]. uerum A, E primi, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque E numerum Γ metitur. metiatur eum secundum H. itaque $E \times H = \Gamma$. uerum propter propositionem praecedentem etiam $A \times B = \Gamma$ [prop. XI coroll.]. itaque $A \times B = E \times H$. quare

$$A : E = H : B \text{ [VII, 19].}$$

uerum A, E primi, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem numeri eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque E numerum B metitur. metiatur eum secundum Θ. itaque $E \times \Theta = B$. uerum etiam $A \times A = B$ [prop. VIII]. itaque

$$E \times \Theta = A \times A.$$

itaque $E : A = A : \Theta$ [VII, 19]. uerum A, E primi sunt, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter

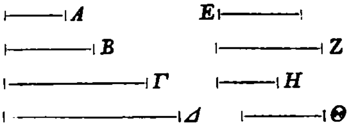
1) Ex coroll. prop. XI, quod omnino necessarium est ad definiendum, secundum quotum quisque numerum alium quempiam metiatur.

ἡγούμενον φ, sed corr. τὸν ἡγούμενον] mg. φ. 13. αὐτῷ V, sed corr. 20. τόν] in ras. φ. 25. ὁ ἄρα] ἔστιν ἄρα ὁ Vφ. 26. Θ, E B. ἐστί] om. Vφ. 27. E, A P. 29. ἔχοντας αὐτοῖς Theon (BVφ).

τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· μετρεῖ ἄρα ὁ Ε τὸν Α ὡς ἡγούμενος ἡγούμενον. ἀλλὰ μὴν καὶ οὐ μετρεῖ· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ Ε, Α πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. σύνθετοι ἄρα. οἱ δὲ σύνθετοι ὑπὸ [πρώτου] ἀριθμοῦ τινος μετροῦνται. καὶ ἐπεὶ ὁ Ε πρῶτος ὑπόκειται, ὁ δὲ πρῶτος ὑπὸ ἑτέρου ἀριθμοῦ οὐ μετρεῖται ἢ ὑφ' ἑαυτοῦ, ὁ Ε ἄρα τοὺς Α, Ε μετρεῖ· ὥστε ὁ Ε τὸν Α μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ· ὁ Ε ἄρα τοὺς Α, Δ μετρεῖ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι ὑφ' ὅσων ἂν ὁ Δ πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν καὶ ὁ Α μετρηθήσεται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιγ'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα πρῶτος ᾖ, ὁ μέγιστος ὑπ' οὐδενὸς [ἄλλου] μετρηθήσεται παρὲξ τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς.



Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, Δ, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα ὁ Α πρῶτος ἔστω· λέγω, ὅτι ὁ μέγιστος αὐτῶν ὁ Δ ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται παρὲξ τῶν Α, Β, Γ.

Εἰ γὰρ δυνατόν, μετρείσθω ὑπὸ τοῦ Ε, καὶ ὁ Ε

2. ὡς] ὡς ὁ φ. τὸν ἡγούμενον BVφ. 3. Α, Ε B. 4. εἰσί Vφ. ἄρα· οἱ δὲ σύνθετοι] mg. φ. 5. πρώτου] om. P. Post μετροῦνται add. V mg. m. 2: οἱ Α, Ε ἄρα ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετροῦνται; idem B mg. m. 2. 6. καὶ ἐπεί — 7: ἑαυτοῦ] m. 2 V. 7. μετρῆται P, corr. m. rec. 8. Post

metiuntur [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque E numerum A metitur, ut praecedens praecedentem. uerum etiam non metitur; quod fieri non potest. itaque E, A inter se primi non sunt. ergo compositi. compositos autem numerus aliquis metitur [VII def. 14]. et quoniam suppositum est, E primum esse, primum autem nullus alius numerus metitur praeter ipsum [VII def. 11], E numeros A, E metitur. quare E numerum A metitur. uerum etiam $\varDelta$ numerum metitur.[1]) ergo E numeros A, $\varDelta$ metitur. similiter demonstrabimus, quicunque primi numeri numerum $\varDelta$ metiantur, eosdem etiam numerum A mensuros esse; quod erat demonstrandum.

XIII.

Si quotlibet numeri ab unitate deinceps proportionales sunt, et unitati proximus primus est, maximum nullus metietur numerus praeter eos, qui inter proportionales exstant.

Sint quotlibet numeri ab unitate deinceps proportionales A, B, Γ, $\varDelta$, et unitati proximus A primus sit. dico, maximum eorum $\varDelta$ nullos alios mensuros esse praeter A, B, Γ.

nam si fieri potest, metiatur numerus E, neu E

1) Propter expositionis genus (p. 362, 22) uerba lin. 8: μετρεῖ δὲ καὶ — 9: μετρεῖ superuacua sunt, et fortasse subditiua.

ὥστε add. καί in ras B. 9. καί] supra φ. $\varDelta$] (alt.) in ras. V. 11. μετρεῖται Vφ. 16. ἄλλον] om. P.

μηδενὶ τῶν *Α*, *Β*, *Γ* ἔστω ὁ αὐτός. φανερὸν δή, ὅτι ο *Ε* πρῶτος οὐκ ἔστιν. εἰ γὰρ ὁ *Ε* πρῶτός ἐστι καὶ μετρεῖ τὸν *Δ*, καὶ τὸν *Α* μετρήσει πρῶτον ὄντα μὴ ὢν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ὁ *Ε* πρῶτός ἐστιν. σύνθετος ἄρα. πᾶς δὲ σύνθετος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται· ὁ *Ε* ἄρα ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. λέγω δή, ὅτι ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου πρώτου μετρηθήσεται πλὴν τοῦ *Α*. εἰ γὰρ ὑφ' ἑτέρου μετρεῖται ὁ *Ε*, ὁ δὲ *Ε* τὸν *Δ* μετρεῖ, κἀκεῖνος ἄρα τὸν *Δ* μετρήσει· ὥστε καὶ τὸν *Α* μετρήσει πρῶτον ὄντα μὴ ὢν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ὁ *Α* ἄρα τὸν *Ε* μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ *Ε* τὸν *Δ* μετρεῖ, μετρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν *Ζ*. λέγω, ὅτι ὁ *Ζ* οὐδενὶ τῶν *Α*, *Β*, *Γ* ἐστιν ὁ αὐτός. εἰ γὰρ ὁ *Ζ* ἑνὶ τῶν *Α*, *Β*, *Γ* ἐστιν ὁ αὐτὸς καὶ μετρεῖ τὸν *Δ* κατὰ τὸν *Ε*, καὶ εἷς ἄρα τῶν *Α*, *Β*, *Γ* τὸν *Δ* μετρεῖ κατὰ τὸν *Ε*. ἀλλὰ εἷς τῶν *Α*, *Β*, *Γ* τὸν *Δ* μετρεῖ κατά τινα τῶν *Α*, *Β*, *Γ*· καὶ ὁ *Ε* ἄρα ἑνὶ τῶν *Α*, *Β*, *Γ* ἐστιν ὁ αὐτός· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. οὐκ ἄρα ὁ *Ζ* ἑνὶ τῶν *Α*, *Β*, *Γ* ἐστιν ὁ αὐτός. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι μετρεῖται ὁ *Ζ* ὑπὸ τοῦ *Α*, δεικνύντες πάλιν, ὅτι ὁ *Ζ* οὐκ ἔστι πρῶτος. εἰ γάρ, καὶ μετρεῖ τὸν *Δ*, καὶ τὸν *Α* μετρήσει πρῶτον ὄντα μὴ ὢν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύ-

---

2. ἐστι] ἐστιν P. 3. μή] καὶ μή φ. 5. ἐστι Vφ. ἅπας B. 6. ὁ E ἄρα — 7: μετρεῖται] om. BVφ. 7. δή] om. Vφ. 8. πλήν] e corr. V. 10. μετρεῖ] om. Vφ. 13. καί] m. 2 V. αὐτῶν φ, sed corr. 15. εἰ γάρ — 16: αὐτός] m. rec. B. 21. ὅτι — 22: πάλιν] mg. m. 2 B. 22. ὅτι] ὅτι οὐκ ἐστι BVφ. ὁ Z — 23: τὸν Δ] m. 2 V. 22. οὐκ ἐστι] om. BVφ. 23. εἰ γάρ] εἰ γάρ ἐστι πρῶτος BV, idem φ in mg. 24. ἐστίν] om. Vφ.

ulli numerorum A, B, Γ aequalis sit. manifestum est igitur, E primum non esse. nam si E primus est et numerum Δ metitur, etiam numerum A metietur [prop. XII], qui primus est, quamquam ei aequalis non est; quod fieri non potest. itaque E primus non est. compositus igitur. quemuis autem numerum compositum primus aliquis numerus metitur [VII, 32]. itaque numerum E primus aliquis numerus metitur. dico, nullum alium E numerum metiri praeter A. nam si alius numerum E metitur, E autem numerum Δ metitur, ille quoque numerum Δ metietur. quare etiam numerum A metietur, qui primus est [prop. XII], quamquam ei aequalis non est[1]); quod fieri non potest. itaque A numerum E metitur. et quoniam E numerum Δ metitur, secundum Z metiatur. dico, Z nulli numerorum A, B, Γ aequalem esse. nam si Z alicui numerorum A, B, Γ aequalis est, et numerum Δ secundum E metitur, etiam aliquis numerorum A, B, Γ numerum Δ secundum E metitur. uerum quiuis numerorum A, B, Γ numerum Δ secundum aliquem numerorum A, B, Γ metitur [prop. XI]. quare E alicui numerorum A, B, Γ aequalis est; quod est contra hypothesim. ergo Z nulli numerorum A, B, Γ aequalis est. similiter demonstrabimus, numerum A numerum Z metiri, rursus demonstrantes, numerum Z primum non esse. nam si primus est et numerum Δ metitur, etiam A metietur [prop. XII], qui primus est, quamquam ei aequalis non est; quod

1) Nam si numerus numeros E, Δ metiens alicui numerorum A, B, Γ aequalis esset, constaret propositum. idem de p. 370, 8 dicendum.

νατον· οὐκ ἄρα πρῶτός ἐστιν ὁ Ζ· σύνθετος ἄρα. ἅπας δὲ σύνθετος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται· ὁ Ζ ἄρα ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. λέγω δή, ὅτι ὑφ' ἑτέρου πρώτου οὐ μετρηθήσεται πλὴν τοῦ *Α*. εἰ γὰρ ἕτερός τις πρῶτος τὸν Ζ μετρεῖ, ὁ δὲ Ζ τὸν *Δ* μετρεῖ, κἀκεῖνος ἄρα τὸν *Δ* μετρήσει· ὥστε καὶ τὸν *Α* μετρήσει πρῶτον ὄντα μὴ ὢν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ὁ *Α* ἄρα τὸν Ζ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ *Ε* τὸν *Δ* μετρεῖ κατὰ τὸν Ζ, ὁ *Ε* ἄρα τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν *Δ* πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ *Α* τὸν *Γ* πολλαπλασιάσας τὸν *Δ* πεποίηκεν· ὁ ἄρα ἐκ τῶν *Α*, *Γ* ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν *Ε*, Ζ. ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ *Α* πρὸς τὸν *Ε*, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν *Γ*. ὁ δὲ *Α* τὸν *Ε* μετρεῖ· καὶ ὁ Ζ ἄρα τὸν *Γ* μετρεῖ. μετρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν *Η*. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι ὁ *Η* οὐδενὶ τῶν *Α*, *Β* ἐστιν ὁ αὐτός, καὶ ὅτι μετρεῖται ὑπὸ τοῦ *Α*. καὶ ἐπεὶ ὁ Ζ τὸν *Γ* μετρεῖ κατὰ τὸν *Η*, ὁ Ζ ἄρα τὸν *Η* πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ *Α* τὸν *Β* πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* πεποίηκεν· ὁ αρα ἐκ τῶν *Α*, *Β* ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Ζ, *Η*. ἀνάλογον ἄρα ὡς ὁ *Α* πρὸς τὸν Ζ, ὁ *Η* πρὸς τὸν *Β*. μετρεῖ δὲ ὁ *Α* τὸν Ζ· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ *Η* τὸν *Β*. μετρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν *Θ*. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι ὁ *Θ* τῷ *Α* οὐκ ἔστιν ὁ αὐτός. καὶ ἐπεὶ ὁ *Η* τὸν *Β* μετρεῖ κατὰ τὸν *Θ*, ὁ *Η* ἄρα τὸν *Θ* πολλαπλασιάσας τὸν *Β* πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ *Α* ἑαυτὸν πολ-

---

2. ἅπας δέ — 3: μετρεῖται] om. Theon (BVφ). 3. ὁ Ζ ἄρα ὑπὸ πρώτου] ὁ ἄρα Ζ ὑπὸ πρώτου Vφ; ὑπὸ πρώτου ἄρα B. 4. οὐ] insert. m. 1 B. 6. δέ Ζ] corr. ex Ζ ἄρα m. 2 V. Ζ] in ras. P. *Δ*] in ras. P. 7. *Δ*] seq. ras.

fieri non potest. ergo Z primus non est. compositus igitur. quemuis autem numerum compositum primus aliquis numerus metitur [VII, 32]. itaque numerum Z primus aliquis numerus metitur. dico, nullum alium eum metiri praeter A. nam si alius numerus primus numerum Z metitur, et Z numerum Δ metitur, ille quoque numerum Δ metietur. quare etiam numerum A metietur [prop. XII], qui primus est, quamquam ei aequalis non est; quod fieri non potest. ergo A numerum Z metitur. et quoniam E numerum Δ secundum Z metitur, erit $E \times Z = \Delta$. uerum etiam $A \times \Gamma = \Delta$ [prop. XI]. itaque $A \times \Gamma = E \times Z$. itaque $A : E = Z : \Gamma$ [VII, 19]. uerum A numerum E metitur. itaque etiam Z numerum Γ metitur. metiatur secundum H. similiter demonstrabimus, numerum H nulli numerorum A, B aequalem esse, et numerum A eum metiri. et quoniam Z numerum Γ secundum H metitur, erit $Z \times H = \Gamma$. uerum etiam $A \times B = \Gamma$ [prop. XI]. itaque $A \times B = Z \times H$. quare $A : Z = H : B$ [VII, 19]. uerum A numerum Z metitur. itaque etiam H numerum B metitur. metiatur secundum Θ. similiter demonstrabimus, numerum Θ numero A aequalem non esse. et quoniam H numerum B secundum Θ metitur, erit

$$H \times \Theta = B.$$

---

1 litt. φ. 12. ἐστίν P. 15. μετρεῖ] insert. m. 2 B. 16. οὐδετέρῳ Theon (B V φ). 21. ἐστίν P. 22. A] in ras. V.

λαπλασιάσας τὸν B πεποίηκεν· ὁ ἄρα ὑπὸ Θ, H ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ A τετραγώνῳ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Θ πρὸς τὸν A, ὁ A πρὸς τὸν H. μετρεῖ δὲ ὁ A τὸν H· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Θ τὸν A πρῶτον ὄντα μὴ ὢν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ αρα ὁ μέγιστος ὁ Δ ὑπὸ ἑτέρου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρὲξ τῶν A, B, Γ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδʹ.

Ἐὰν ἐλάχιστος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, ὑπ᾽ οὐδενὸς ἄλλου πρώτου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρὲξ τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρούντων.

Ἐλάχιστος γὰρ ἀριθμὸς ὁ A ὑπὸ πρώτων ἀριθμῶν τῶν B, Γ, Δ μετρείσθω· λέγω, ὅτι ὁ A ὑπ᾽ οὐδενὸς ἄλλου πρώτου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρὲξ τῶν B, Γ, Δ.

Εἰ γὰρ δυνατόν, μετρείσθω ὑπὸ πρώτου τοῦ E, καὶ ὁ E μηδενὶ τῶν B, Γ, Δ ἔστω ὁ αὐτός. καὶ ἐπεὶ ὁ E τὸν A μετρεῖ, μετρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν Z· ὁ E ἄρα τὸν Z πολλαπλασιάσας τὸν A πεποίηκεν. καὶ μετρεῖται ὁ A ὑπὸ πρώτων ἀριθμῶν τῶν B, Γ, Δ. ἐὰν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, τὸν δὲ γενόμενον ἐξ αὐτῶν μετρῇ τις πρῶτος ἀριθμός, καὶ ἕνα τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρήσει· οἱ B, Γ, Δ ἄρα ἕνα τῶν E, Z μετρήσουσιν. τὸν

1. ὑπό] ἐκ τῶν Theon (BVφ). 3. ὁ] (prius) supra m. 1 P. 4. τὸν A] τὸν τὸν A φ, sed corr. 7. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. B. 10. πρώτου] om. B. 14. B] post ras. 1 litt. V. 15. παρέξ] in hoc uocabulo incipit Paris. 2344 fol. 166 (q). 19. καὶ κατά Vφ, καί del. V. 20. ἄρα τὸν Z] insert. m. 1 B. πεποίηκε Vφq. 21. ὑπό] ὑπὸ τῶν P. 22. πολυπλασιά-

uerum etiam $A \times A = B$ [prop. VIII]. itaque

$$\Theta \times H = A \times A.$$

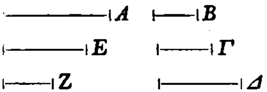
quare erit [VII, 19] $\Theta : A = A : H$. uerum A numerum H metitur. quare etiam Θ numerum A metitur, qui primus est, quamquam ei aequalis non est; quod absurdum est. ergo maximum $\varDelta$ nullus alius numerus metietur praeter[1]) A, B, Γ; quod erat demonstrandum.

XIV.

Si primi aliqui numeri numerum quendam minimum metiuntur, nullus alius primus numerus eum metietur praeter eos, qui ab initio metiuntur.

Nam primi numeri B, Γ, $\varDelta$ numerum A minimum metiantur. dico, nullum alium primum numerum A numerum mensurum esse praeter B, Γ, $\varDelta$.

nam si fieri potest, metiatur primus numerus E,



neue E ulli numerorum B, Γ, $\varDelta$ aequalis sit. et quoniam E numerum A metitur, secundum Z metiatur. itaque $E \times Z = A$. et numerum A primi numeri B, Γ, $\varDelta$ metiuntur. sin duo numeri inter se multiplicantes numerum aliquem efficiunt, et numerum ex iis productum primus aliquis numerus metitur, etiam unum eorum, qui ab initio sumpti sunt, metietur [VII, 30]. itaque B, Γ, $\varDelta$ alterutrum numerorum E,

1) Ii autem metiuntur propter prop. XI.

σαντες q. 23. μετρεῖ q. 25. $\varDelta$] m. 2 V. τῶν] corr. ex τῷ V. μετρήσουσι P V φ q.

μὲν οὖν Ε οὐ μετρήσουσιν· ὁ γὰρ Ε πρῶτός ἐστι καὶ οὐδενὶ τῶν Β, Γ, Δ ὁ αὐτός. τὸν Ζ ἄρα μετροῦσιν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Α· ὅπερ ἀδύνατον. ὁ γὰρ Α ὑπόκειται ἐλάχιστος ὑπὸ τῶν Β, Γ, Δ μετρούμενος. οὐκ ἄρα τὸν Α μετρήσει πρῶτος ἀριθμὸς παρὲξ τῶν Β, Γ, Δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε'.

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, δύο ὁποιοιοῦν συντεθέντες πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτοί εἰσιν.

Ἔστωσαν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς οἱ Α, Β, Γ· λέγω, ὅτι τῶν Α, Β, Γ δύο ὁποιοιοῦν συντεθέντες πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτοί εἰσιν, οἱ μὲν Α, Β πρὸς τὸν Γ, οἱ δὲ Β, Γ πρὸς τὸν Α καὶ ἔτι οἱ Α, Γ πρὸς τὸν Β.

Εἰλήφθωσαν γὰρ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Β, Γ δύο οἱ ΔΕ, ΕΖ· φανερὸν δή, ὅτι ὁ μὲν ΔΕ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν, τὸν δὲ ΕΖ πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν, καὶ ἔτι ὁ ΕΖ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ οἱ ΔΕ, ΕΖ ἐλάχιστοί εἰσιν, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐὰν δὲ δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, καὶ συναμφότερος πρὸς ἑκάτερον πρῶτός ἐστιν· καὶ ὁ ΔΖ ἄρα πρὸς ἑκάτερον

---

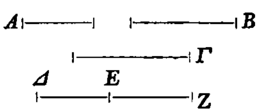
1. *μετρήσουσι* Vφ; *μετροῦσιν* B. *ἐστιν* P. 2. *μετρήσουσιν* Vφ. 3. *ὅπερ ἐστίν* BVφ. 7. *ιε'*] om. φ. 9. *τῶν*] om. φ. 10. *ὁποσοιοῦν* q et supra scripto *ὁποιοῦν* B. 13 *ἐχόντων λόγον* φ. 14. *λέγω, ὅτι τῶν Α, Β, Γ*] mg. m. 1 φ. *τῶν Α, Β, Γ*] om. B, m. 2 V. *δύο*] om. B. *ὁποσοιοῦν* q

Z metientur. E quidem numerum non metientur; nam E primus est nec ulli numerorum B, Γ, Δ aequalis. itaque numerum Z metiuntur, qui minor est numero A; quod fieri non potest. nam suppositum est, numerum A minimum metiri numeros B, Γ, Δ. ergo nullus primus numerus numerum A metietur praeter B, Γ, Δ; quod erat demonstrandum.

XV.

Si tres numeri deinceps proportionales sunt minimi eorum, qui eandem rationem habent, duo quilibet coniuncti ad reliquum primi sunt.

Sint tres numeri deinceps proportionales minimi eorum, qui eandem rationem habent, A, B, Γ. dico, numerorum A, B, Γ duos quoslibet coniunctos ad reliquum primos esse, $A + B$ ad Γ, $B + \Gamma$ ad A, $A + \Gamma$ ad B.



sumantur enim minimi eorum, qui eandem rationem habent ac A, B, Γ, duo numeri ΔE, EZ [VIII, 2]. manifestum igitur est, esse

$$\Delta E \times \Delta E = A, \quad \Delta E \times EZ = B, \quad EZ \times EZ = \Gamma$$

[VIII, 2]. et quoniam ΔE, EZ minimi sunt, inter se primi sunt [VII, 22]. sin duo numeri inter se primi sunt, etiam uterque simul ad utrumuis primus est [VII, 28]. quare etiam ΔZ ad utrumque

---

et supra scr. ὁποιοῦν B. 16. A] corr. ex Δ φ. A, Γ] Γ, A P. 20. πεποίηκε Vφq. 21. πεποίηκε Vφq. ἔτι ὁ] in ras. V. 22. πεποίηκε Vφq. εἰσι Vφq. 24. ὦσι Vφq. 25. ἔστι Vφq.

τῶν ΔΕ, ΕΖ πρῶτός ἐστιν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ ΔΕ πρὸς τὸν ΕΖ πρῶτός ἐστιν· οἱ ΔΖ, ΔΕ ἄρα πρὸς τὸν ΕΖ πρῶτοί εἰσιν. ἐὰν δὲ δύο ἀριθμοὶ πρός τινα ἀριθμὸν πρῶτοι ὦσιν, καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτός ἐστιν· ὥστε ὁ ἐκ τῶν ΖΔ, ΔΕ πρὸς τὸν ΕΖ πρῶτός ἐστιν· ὥστε καὶ ὁ ἐκ τῶν ΖΔ, ΔΕ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ ΕΖ πρῶτός ἐστιν. [ἐὰν γὰρ δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ὁ ἐκ τοῦ ἑνὸς αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτός ἐστιν]. ἀλλ' ὁ ἐκ τῶν ΖΔ, ΔΕ ὁ ἀπὸ τοῦ ΔΕ ἐστι μετὰ τοῦ ἐκ τῶν ΔΕ, ΕΖ· ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ ΔΕ μετὰ τοῦ ἐκ τῶν ΔΕ, ΕΖ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ ΕΖ πρῶτός ἐστιν. καί ἐστιν ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ ΔΕ ὁ Α, ὁ δὲ ἐκ τῶν ΔΕ, ΕΖ ὁ Β, ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ ΕΖ ὁ Γ· οἱ Α, Β ἄρα συντεθέντες πρὸς τὸν Γ πρῶτοί εἰσιν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ οἱ Β, Γ πρὸς τὸν Α πρῶτοί εἰσιν. λέγω δή, ὅτι καὶ οἱ Α, Γ πρὸς τὸν Β πρῶτοί εἰσιν. ἐπεὶ γὰρ ὁ ΔΖ πρὸς ἑκάτερον τῶν ΔΕ, ΕΖ πρῶτός ἐστιν, καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ ΔΖ πρὸς τὸν ἐκ τῶν ΔΕ, ΕΖ πρῶτός ἐστιν. ἀλλὰ τῷ ἀπὸ τοῦ ΔΖ ἴσοι εἰσὶν οἱ ἀπὸ τῶν ΔΕ, ΕΖ μετὰ τοῦ δὶς ἐκ τῶν ΔΕ, ΕΖ· καὶ οἱ ἀπὸ τῶν ΔΕ, ΕΖ ἄρα μετὰ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΔΕ, ΕΖ πρὸς τὸν ὑπὸ τῶν ΔΕ, ΕΖ πρῶτοί [εἰσι]. διελόντι οἱ ἀπὸ τῶν ΔΕ, ΕΖ μετὰ τοῦ

---

2. *πρῶτοί εἰσι πρὸς τὸν* ΕΖ Vφ. *πρὸς τὸν* ΕΖ] om. B. 3. *εἰσι* q. *ἐὰν δέ* — 5: *πρῶτός ἐστιν*] om. Theon (BVφq). 5. *ὥστε*] *καί* Theon (BVφq). ΖΔ] ΔΖφq et in ras. V. 6. ΔΕ *ἄρα* Theon (BVφq). 6. *ὥστε καί* — 7: *πρῶτός ἐστίν*] om. Theon (BVφq). 8. *γάρ*] *δέ* Theon (BVφq). *ἐκ*] *ἀπό* Theon (BVφq). 10. *ἐστιν*] add. Theon: *ὥστε ὁ ἐκ τῶν* ΖΔ, ΔΕ *καὶ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ* ΕΖ *πρῶτός ἐστιν* (BVφq). *ἀλλά* P. *ἐστιν* PVφ. 11. *ἐκ*] *ὑπό* q et supra scr. m. 2 V. *ὁ*

ΔE, EZ primus est. uerum etiam ΔE ad EZ primus est. itaque ΔZ, ΔE ad EZ primi sunt. sin duo numeri ad numerum aliquem primi sunt, etiam numerus ex iis productus ad reliquum primus est [VII, 24]. quare $Z\Delta \times \Delta E$ ad EZ primus est. quare etiam $Z\Delta \times \Delta E$ ad EZ^2 primus est [VII, 25].[1]) uerum $Z\Delta \times \Delta E = \Delta E^2 + \Delta E \times EZ$ [II, 3]. itaque $\Delta E^2 + \Delta E \times EZ$ ad EZ^2 primus est. et $\Delta E^2 = A$, $\Delta E \times EZ = B$, $EZ^2 = \Gamma$. itaque $A + B$ ad Γ primi sunt. similiter demonstrabimus, etiam $B + \Gamma$ ad A primos esse. iam dico, etiam $A + \Gamma$ ad B primos esse. nam quoniam ΔZ ad utrumque ΔE, EZ primus est, etiam ΔZ^2 ad $\Delta E \times EZ$ primus est [VII, 25]. uerum [II, 4] $\Delta Z^2 = \Delta E^2 + EZ^2 + 2\Delta E \times EZ$. quare etiam erit $\Delta E^2 + EZ^2 + 2\Delta E \times EZ$ ad $\Delta E \times EZ$ primus. subtrahendo $\Delta E^2 + EZ^2 + \Delta E \times EZ$ ad

1) Lin. 7: *ἐάν* — 10: *ἐστιν* suspecta sunt, quia praepostere causam subiiciunt; praeterea iis deletis id quoque adipiscimur, ut origo scripturae Theonis facilius explicari possit.

ἄρα — 12: ΔE, EZ] m. 2 B. 12. *τῶν*] corr. ex *τοῦ* φ. 13. *ἐστιν*] (prius) *ἐστι* Vφq; seq. in φ: *καί ἐστι*, sed delet. 17. *εἰσι* Vφ. *λέγω* — 18: *εἰσιν*] om. q. 19. *καί*] August; *ὥστε καὶ* PBVφ; *ὁ ἀπὸ τοῦ* ΔZ *ἐστιν ὁ* KE *ὁ δὲ ὑπὸ τῶν* ΔE, EZ *ὁ* ϛ *ὥστε καί* q. *ἐκ*] P; *ὑπό* Theon (BVφq). 21 *ἐκ*] P; *ὑπό* Theon (BVφq). 22. *καὶ οἵ*] *καὶ ὁ* q; *οἵ ἄρα* φ et eraso ι V. *ἄρα μετά* — 23: *τὸν ὑπὸ τῶν* ΔE, EZ] m. 2 B. 22. *ἄρα*] om. Vφ. 23. *ὑπό*] *ἐκ* Bq. *ὑπὸ τῶν*] *ὑπό* Bq. *πρῶτός ἐστιν* q. 24. *εἰσι*] om. P. *οἵ*] *ὁ* Bq.

ἅπαξ ὑπὸ ΔΕ, ΕΖ πρὸς τὸν ὑπὸ ΔΕ, ΕΖ πρῶτοί εἰσιν. ἔτι διελόντι οἱ ἀπὸ τῶν ΔΕ, ΕΖ ἄρα πρὸς τὸν ὑπὸ ΔΕ, ΕΖ πρῶτοί εἰσιν. καί ἐστιν ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ ΔΕ ὁ Α, ὁ δὲ ὑπὸ τῶν ΔΕ, ΕΖ ὁ Β, ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ ΕΖ ὁ Γ. οἱ Α, Γ ἄρα συντεθέντες πρὸς τὸν Β πρῶτοί εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιϛ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, οὐκ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, οὕτως ὁ δεύτερος πρὸς ἄλλον τινά.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α, Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔστωσαν· λέγω, ὅτι οὐκ ἔστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς ἄλλον τινά.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, ὁ Β πρὸς τὸν Γ. οἱ δὲ Α, Β πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· μετρεῖ ἄρα ὁ Α τὸν Β ὡς ἡγούμενος ἡγούμενον. μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν· ὁ Α ἄρα τοὺς Α, Β μετρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἔσται ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιζ'.

Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνά-

---

1. ὑπό] ὑπὸ τῶν Vφ (bis). πρῶτός ἐστιν Vφq. 2. οἱ] ὁ q. 3. ὑπὸ τῶν V. πρῶτός ἐστι Vφq. 5. ἀπό] ὑπό Bφ, V m. 1 (corr. m. 2). τοῦ] τῶν Vφ. 7. ιϛ'] hinc rursus incipit F. 8. δύο] m. 2 F. 14. ὁ] (prius) ἡ φ (non F). 17. ἔχοντας αὐτοῖς V. ὅ τε — 18: ἑπόμενον] om. Theon (BFVq). 18.

$\varDelta E \times EZ$ primus est.[1]) et rursus subtrahendo $\varDelta E^2 + EZ^2$ ad $\varDelta E \times EZ$ primus est. et

$$\varDelta E^2 = A,\ \varDelta E \times EZ = B,\ EZ^2 = \Gamma.$$

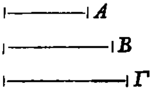
ergo $A + \Gamma$ ad B primi sunt; quod erat demonstrandum.

XVI.

Si duo numeri inter se primi sunt, non erit ut primus ad secundum, ita secundus ad alium aliquem.

Nam duo numeri A, B inter se primi sint. dico, non esse, ut A ad B, ita B ad alium aliquem numerum.

Nam si fieri potest, sit $A : B = B : \Gamma$. uerum A, B primi sunt, primi autem etiam minimi [VII, 21],



minimi autem numeri eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque A numerum B metitur ut praecedens praecedentem. uerum etiam se ipsum metitur. itaque A numeros A, B metitur, qui inter se primi sunt; quod absurdum est. ergo non erit $A : B = B : \Gamma$; quod erat demonstrandum.

---

1) Hoc ita demonstrat Commandinus fol. 114: si

$$\varDelta E^2 + EZ^2 + \varDelta E \times EZ \text{ ad } \varDelta E \times EZ$$

primus non est, metiatur eos x. ergo etiam metietur $\varDelta E^2 + EZ^2 + 2\varDelta E \times EZ$ et $\varDelta E \times ZE$. at ii inter se primi sunt. eodem modo de lin. 2 — 3 ratiocinandum.

μετρεῖ] om. F. ἄρα ὁ A] ἄρα BA φ. 19. τὸν B μετρεῖ F. τὸν ἡγούμενον F. καί] insert. m. 1 V. 20. ἑαυτόν] corr. ex αὐτόν B. 21. ἄτοπόν ἐστιν V. ἔσται] om. V, ἐστίν Bq. 22. τὸν B ἐστιν V. 24. ὁσοιδηποται φ (non F).

λογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, οὐκ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, οὕτως ὁ ἔσχατος πρὸς ἄλλον τινά.

Ἔστωσαν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ*, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν οἱ *Α*, *Δ* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔστωσαν· λέγω, ὅτι οὐκ ἔστιν ὡς ὁ *Α* πρὸς τὸν *Β*, οὕτως ὁ *Δ* πρὸς ἄλλον τινά.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ὡς ὁ *Α* πρὸς τὸν *Β*, οὕτως ὁ *Δ* πρὸς τὸν *Ε*· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ *Α* πρὸς τὸν *Δ*, ὁ *Β* πρὸς τὸν *Ε*. οἱ δὲ *Α*, *Δ* πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον. μετρεῖ ἄρα ὁ *Α* τὸν *Β*. καί ἐστιν ὡς ο *Α* πρὸς τὸν *Β*, ὁ *Β* πρὸς τὸν *Γ*. καὶ ὁ *Β* ἄρα τὸν *Γ* μετρεῖ· ὥστε καὶ ὁ *Α* τον *Γ* μετρεῖ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ *Β* προς τον *Γ*, ὁ *Γ* προς τον *Δ*, μετρεῖ δὲ ὁ *Β* τον *Γ*, μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ *Γ* τὸν *Δ*. ἀλλ' ὁ *Α* τον *Γ* ἐμέτρει· ὥστε ὁ *Α* καὶ τον *Δ* μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν. ὁ *Α* ἄρα τοὺς *Α*, *Δ* μετρεῖ πρώτους ὄντας προς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσται ὡς ὁ *Α* πρὸς τὸν *Β*, οὕτως ὁ *Δ* προς ἄλλον τινά· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιη'.

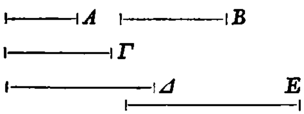
Δύο ἀριθμῶν δοθέντων ἐπισκέψασθαι, εἰ

---

5. *Δ*] (alt.) corr. ex *B* F. 8. τόν] om. F. 9. ἐστίν] om. V. 11. ἀριθμοί] om. V. 12. ἔχοντας αὐτοῖς V. 15. καί] m. 2 F. 16. *A*] e corr. V. 17. ὁ] (tert.) τό φ. 19. ἐμέτρει] P, μετρεῖ Theon (BFVq). Deinde add. B: ὥστε ὁ *A* τὸν *Γ* μετρεῖ, sed del. m. 1. ὁ *A* καί] καὶ ὁ *A* F; ὁ *A* q. μετρεῖ] (prius) om. F. 22. *Δ*] *B* φ (non F).

XVII.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et extremi eorum inter se primi sunt, non erit ut primus ad secundum, ita extremus ad alium aliquem.



Sint quotlibet numeri deinceps proportionales A, B, Γ, Δ, et eorum extremi A, Δ inter se primi sint. dico, non esse, ut A ad B, ita Δ ad alium aliquem.

Nam si fieri potest, sit $A : B = \Delta : E$. itaque permutando $A : \Delta = B : E$ [VII, 13]. uerum A, Δ primi sunt, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem numeri eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque A numerum B metitur. est autem $A : B = B : \Gamma$. quare etiam B numerum Γ metitur [VII def. 20]. itaque etiam A numerum Γ metitur. et quoniam est $B : \Gamma = \Gamma : \Delta$, et B numerum Γ metitur, etiam Γ numerum Δ metitur [VII def. 20]. uerum A numerum Γ metiebatur. quare etiam numerum Δ metitur. uerum etiam se ipsum metitur. itaque A numeros A, Δ metitur, qui inter se primi sunt; quod fieri non potest. ergo non erit ut A ad B, ita Δ ad alium aliquem; quod erat demonstrandum.

XVIII.

Datis duobus numeris, num fieri possit, ut tertius eorum proportionalis inueniatur, inquirere.

δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ οἱ A, B, καὶ δέον ἔστω ἐπισκέψασθαι, εἰ δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Οἱ δὴ A, B ἤτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ἢ οὔ. καὶ εἰ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, δέδεικται, ὅτι ἀδύνατόν ἐστιν αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστωσαν οἱ A, B πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, καὶ ὁ B ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω. ὁ A δὴ τὸν Γ ἤτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. μετρείτω πρότερον κατὰ τὸν Δ· ὁ A ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ B ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν· ὁ ἄρα ἐκ τῶν A, Δ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ B. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν B, ὁ B πρὸς τὸν Δ· τοῖς A, B ἄρα τρίτος ἀριθμὸς ἀνάλογον προσηύρηται ὁ Δ.

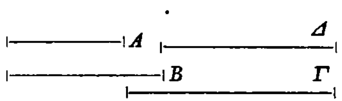
Ἀλλὰ δὴ μὴ μετρείτω ὁ A τὸν Γ· λέγω, ὅτι τοῖς A, B ἀδύνατόν ἐστι τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν ἀριθμόν. εἰ γὰρ δυνατόν, προσηυρήσθω ὁ Δ. ο ἄρα ἐκ τῶν A, Δ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ B. ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ B ἐστιν ὁ Γ· ὁ ἄρα ἐκ τῶν A, Δ ἴσος ἐστὶ τῷ Γ. ὥστε ὁ A τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν· ὁ A ἄρα τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὸν Δ. ἀλλα μὴν ὑπόκειται καὶ μὴ μετρῶν· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα δυνατόν ἐστι τοῖς A, B τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν ἀριθμόν, ὅταν ὁ A τὸν Γ μη μετρῇ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

4. *ἐπισκέψασα* φ (non F). 6. *δέ* φ (non F). *πρῶτοι*] postea add. B. 7. *καὶ εἰ*] P, *καὶ εἰ μέν* F; *εἰ μὲν οὖν* BVq. *εἰσίν*] comp. F; *εἰσί* PVq. Post *δέδεικται* add. F: „*ἐν τῷ*

Sint dati duo numeri A, B. et propositum sit, ut inquiramus, num tertius eorum proportionalis inueniri possit.

Numeri A, B igitur aut inter se primi sunt aut non primi. et si inter se primi sunt, demonstratum est, tertium eorum proportionalem inueniri non posse [prop. XVI]. uerum ne sint A, B inter se primi, et sit $B \times B = \Gamma$. A igitur numerum Γ aut metitur aut non metitur. prius eum secundum Δ metiatur. itaque $A \times \Delta = \Gamma$. uerum etiam $B \times B = \Gamma$. itaque $A \times \Delta = B^2$. quare $A : B = B : \Delta$ [VII, 19]. ergo numerorum A, B tertius proportionalis inuentus est Δ.



Uerum ne metiatur A numerum Γ. dico, numerorum A, B tertium proportionalem inueniri non posse. nam si fieri potest, inueniatur Δ. itaque

$$A \times \Delta = B^2 \text{ [VII, 19]};$$

sed $B^2 = \Gamma$. itaque $A \times \Delta = \Gamma$. quare A numerum Δ multiplicans numerum Γ effecit. itaque A numerum Γ secundum Δ metitur. at supposuimus, eundem non metiri; quod absurdum est. ergo fieri non potest, ut numerorum A, B tertius proportionalis inueniatur numerus, si A numerum Γ non metitur; quod erat demonstrandum.

ιϛ θεωρήματι". 11. ἤτοι] supra m. 1 P. 12. πρότερον τὸν Γ F. 15. ἀπό] ἐκ V. 17. προσευρηται BFq. 19. ἀνάλογον] om. V. 20. ἀριθμὸν ἀνάλογον V. προσευρήσθω BFV. 26. ἐστιν P. 27. A] B q. μετρεῖ q. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. BFq.

ιθ'.

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων ἐπισκέψασθαι, πότε δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες τρεῖς ἀριθμοὶ οἱ A, B, Γ, καὶ δέον ἔστω ἐπισκέψασθαι, πότε δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Ἤτοι οὖν οὐκ εἰσιν ἑξῆς ἀνάλογον, καὶ οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, ἢ ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον, καὶ οἱ ἄκροι αὐτῶν οὐκ εἰσι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, ἢ οὔτε ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον, οὔτε οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, ἢ καὶ ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον, καὶ οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι προς ἀλλήλους εἰσίν.

Εἰ μὲν οὖν οἱ A, B, Γ ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον, καὶ οἱ ἄκροι αὐτῶν οἱ A, Γ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, δέδεικται, ὅτι ἀδύνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν ἀριθμόν. μὴ ἔστωσαν δη οἱ A, B, Γ ἑξῆς ἀνάλογον τῶν ἀκρῶν πάλιν ὄντων πρώτων πρὸς

3. *πότε*] *εἰ* Theon (BFVq). 6. *πότε*] *εἰ* Theon (BFVq). 8. *ἤτοι οὖν*] scripsi; *ἢ* P; *οἱ δὴ A, B, Γ* Theon (BFVq), P mg. m. rec. *οὐκ εἰσιν ἑξῆς*] *ἤτοι ἑξῆς εἰσιν* Theon (BFVq). *οἱ*] om. V. 9. *αὐτῶν οἱ A, Γ* Theon (BFVq). *ἢ ἑξῆς* — 13: *πρὸς ἀλλήλους εἰσίν*] *ἢ οὔ* Theon (BFq, in ras. V). In V in mg. magna ras. est. 15. *καὶ εἰ* F. *καί*] m. 2 V. 16. *εἰσί* Vq. 18. *μὴ ἔστωσαν* — p. 386, 19: *ὁ γὰρ B*] *εἰ δὲ οὔ, ὁ B* Theon (Fq; idem B (*οὐκ* supra) et V (*εἰ δὲ οὔ* eras.)).

XIX.

Datis tribus numeris, quando fieri possit, ut quartus eorum proportionalis inueniatur, inquirere.

Sint dati tres numeri A, B, Γ, et propositum sit, ut inquiramus, quando quartus eorum proportionalis inueniri possit.

Itaque aut non sunt deinceps proportionales et extremi eorum inter se primi sunt, aut deinceps proportionales sunt et extremi eorum inter se primi non sunt, aut neque deinceps proportionales sunt nec extremi eorum inter se primi, aut et deinceps proportionales et extremi eorum inter se primi.

Iam si A, B, Γ deinceps proportionales sunt et extremi eorum A, Γ inter se primi, demonstratum est, quartum eorum proportionalem inueniri non posse [prop. XVII]. ne sint igitur A, B, Γ deinceps proportionales extremis rursus inter se primis manentibus. dico, ne sic quidem quartum eorum proportionalem inueniri posse.[1]) nam si fieri potest, inueniatur

---

1) Hoc quidem falsum esse, quis non uidet? uerum dedit scholiasta Uaticanus (u. adn. crit.); erroris originem indicauit August II p. 351. neque enim E inueniri potest (p. 386, 4) inuento $\varDelta$. sed quod idem scripturam Theonis recepit, male rem egit; ea enim propositioni plene minime respondet. equidem ut adfirmare non ausim, Euclidem talem errorem commisisse, ita scripturam codicis P retinendam puto, quia apertissime sic iam Theonis temporibus ferebatur (ideo enim ipsum eam mutauit), nec habemus, quo modo aliqua saltem probabilitate restituatur. nam Campanus (siue potius Arabes) liberrime, ut solet, locum mutauit. habet IX, 20: „datis tribus numeris continue proportionalibus, an sit aliquis quartus eis continue proportionalis inquirere“. deinde: „idem potes perscrutari quotlibet continue proportional. propositis.“

ἀλλήλους. λέγω, ὅτι καὶ οὕτως ἀδύνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν. εἰ γὰρ δυνατόν, προσευρήσθω ὁ Δ, ὥστε εἶναι ὡς τὸν Α πρὸς τὸν Β, τὸν Γ πρὸς τὸν Δ, καὶ γεγονέτω ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, ὁ Δ πρὸς τὸν Ε. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς μὲν ὁ Α πρὸς τὸν Β, ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὡς δὲ ὁ Β πρὸς τὸν Γ, ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, δι' ἴσου ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, ὁ Γ πρὸς τὸν Ε. οἱ δὲ Α, Γ πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον. μετρεῖ ἄρα ὁ Α τὸν Γ ὡς ἡγούμενος ἡγούμενον. μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν· ὁ Α ἄρα τοὺς Α, Γ μετρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοῖς Α, Β, Γ δυνατόν ἐστι τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

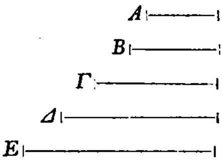
Ἀλλὰ δὴ πάλιν ἔστωσαν οἱ Α, Β, Γ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ Α, Γ μὴ ἔστωσαν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. λέγω, ὅτι δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν. ὁ γὰρ Β τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω· ὁ Α ἄρα τὸν Δ ἤτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. μετρείτω αὐτὸν πρότερον κατὰ τὸν Ε· ὁ Α ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Β τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν· ὁ ἄρα ἐκ τῶν Α, Ε ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Β, Γ. ἀνάλογον ἄρα [ἐστὶν] ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, ὁ Γ πρὸς τὸν Ε· τοῖς Α, Β, Γ ἄρα τέταρτος ἀνάλογον προσηύρηται ὁ Ε.

Ἀλλὰ δὴ μὴ μετρείτω ὁ Α τὸν Δ· λέγω, ὅτι ἀδύ-

---

1. Post *ἀλλήλους* add. in P: ϑ´ *λέγω, ὅτι καὶ οὕτως δυνατόν· εἰ γὰρ ὁ Α τὸν ὑπὸ Β, Γ μετρεῖ, προβήσεται ἡ δεῖξις ὁμοίως τοῖς ἑξῆς. εἰ δὲ οὐ μετρεῖ ὁ Α τὸν ὑπὸ Β, Γ, ἀδύνατον*

$\varDelta$, ita ut sit $A : B = \Gamma : \varDelta$, et fiat $B : \Gamma = \varDelta : E$. et quoniam est $A : B = \Gamma : \varDelta$, et $B : \Gamma = \varDelta : E$, ex



aequo erit $A : \Gamma = \Gamma : E$ [VII, 14]. sed A, Γ primi sunt, primi autem etiam minimi sunt [VII, 21], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, metiuntur [VII, 20] praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque A numerum Γ metitur ut praecedens praecedentem. uerum etiam se ipsum metitur. itaque A numeros A, Γ metitur, qui inter se primi sunt; quod fieri non potest. ergo numerorum A, B, Γ quartus proportionalis inueniri non potest. at rursus numeri A, B, Γ deinceps proportionales sint, ne sint autem A, Γ inter se primi. dico, fieri posse, ut quartus eorum proportionalis inueniatur. sit enim $B \times \Gamma = \varDelta$. A igitur numerum $\varDelta$ aut metitur aut non metitur. prius eum metiatur secundum E. itaque $A \times E = \varDelta$. uerum etiam $B \times \Gamma = \varDelta$. quare erit $A \times E = B \times \Gamma$. itaque $A : B = \Gamma : E$ [VII, 19]. ergo numerorum A, B, Γ quartus proportionalis inuentus est E. at ne metiatur A numerum $\varDelta$. dico,

---

αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν. οἷον ἔστω ὁ μὲν Α τριῶν τινων, ὁ δὲ Β ἕξ, ὁ δὲ Γ ἕπτα. καὶ δῆλον, ὅτι δυνατόν. εἰ δὲ ὁ Α εἴη πέντε, οὐκέτι δυνατόν. καὶ ἁπλῶς, ὅτε μὲν ὁ Β πολλαπλάσιός ἐστι τοῦ Α, δυνατόν ἐστι τέταρτον ἀνάλογον εὑρεῖν· εἰ δὲ μή, ἀδύνατον; mg. m. 1: *ἰστέον, ὅτι τὰ ὀβελισμένα σχόλιά εἰσιν.* 15. *ἔστιν* P. 16. *Γ*] om. P. 20. *Α ἄρα*] P; *δὴ Α* Theon (BFVq). *ἤτοι*] om. V. 21. *αὐτόν*] PF; om. BVq. 25. *ἐστίν*] om. P. 26. *ἀνάλογον εἷς* P. *προσεύρηται* B.

νατόν ἐστι τοῖς Α, Β, Γ τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν ἀριθμόν. εἰ γὰρ δυνατόν, προσευρήσθω ὁ Ε· ὁ ἄρα ἐκ τῶν Α, Ε ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Β, Γ. ἀλλὰ ὁ ἐκ τῶν Β, Γ ἐστιν ὁ Δ· καὶ ὁ ἐκ τῶν Α, Ε ἄρα ἴσος ἐστὶ τῷ Δ. ὁ Α ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν· ὁ Α ἄρα τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὸν Ε· ὥστε μετρεῖ ὁ Α τὸν Δ. ἀλλὰ καὶ οὐ μετρεῖ· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα δυνατόν ἐστι τοῖς Α, Β, Γ τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν ἀριθμόν, ὅταν ὁ Α τὸν Δ μὴ μετρῇ. ἀλλὰ δὴ οἱ Α, Β, Γ μήτε ἑξῆς ἔστωσαν ἀνάλογον μήτε οἱ ἄκροι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. καὶ ὁ Β τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι εἰ μὲν μετρεῖ ὁ Α τὸν Δ, δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς ἀνάλογον προσευρεῖν, εἰ δὲ οὐ μετρεῖ, ἀδύνατον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κʹ.

Οἱ πρῶτοι ἀριθμοὶ πλείους εἰσὶ παντὸς τοῦ προτεθέντος πλήθους πρώτων ἀριθμῶν.

Ἔστωσαν οἱ προτεθέντες πρῶτοι ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, Γ· λέγω, ὅτι τῶν Α, Β, Γ πλείους εἰσὶ πρῶτοι ἀριθμοί.

Εἰλήφθω γὰρ ὁ ὑπὸ τῶν Α, Β, Γ ἐλάχιστος μετρούμενος καὶ ἔστω ὁ ΔΕ, καὶ προσκείσθω τῷ ΔΕ μονὰς ἡ ΔΖ. ὁ δὴ ΕΖ ἤτοι πρῶτός ἐστιν ἢ οὔ.

---

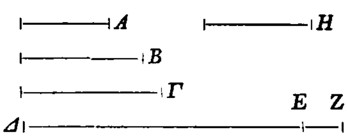
1. ἐστιν P. 2. προσηυρήσθω FV. 3. ἀλλ' BFV. 10. μή] supra m. 1 F, οὐ supra m. 2 V. μετρήσῃ F, μετρεῖ q. ἀλλὰ δή — 15: ἀδύνατον] om. BVq. 10. δή] μήτε F. ἑξῆς] οἱ ἑξῆς F. 12. ποιήτω φ (non F). 14. αὐτοῖς] αὐτοῖς τετάρτοις F. εἰ δέ] οὐδ' F. 15. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. Bq. 17. πρῶτοι ἀριθμοί] del. et supra scr. πρώτων ἀριθμῶν m. 2 B. 18. προστεθέντος F. 23. καί] m. 2 B, om. V. 24. ΔΖ] ΑΖ F.

numerorum A, B, Γ quartum proportionalem inueniri non posse. nam si fieri potest, inueniatur E. itaque $A \times E = B \times \Gamma$ [VII, 19]. uerum $B \times \Gamma = \Delta$. quare $A \times E = \Delta$. itaque A numerum E multiplicans numerum Δ effecit. A igitur numerum Δ secundum E metitur. itaque A numerum Δ metitur. uerum etiam non metitur; quod absurdum est. ergo numerorum A, B, Γ quartus proportionalis inueniri non potest, ubi A numerum Δ non metitur. uerum A, B, Γ ne sint deinceps proportionales neu extremi inter se primi. et sit $B \times \Gamma = \Delta$. similiter demonstrabimus, si A numerum Δ metiatur, fieri posse, ut eorum quartus[1]) inueniatur proportionalis, sin non metiatur, fieri non posse; quod erat demonstrandum.

XX.

Primi numeri plures sunt quauis data multitudine primorum numerorum.

Sint dati numeri primi A, B, Γ. dico, plures esse primos numeros quam A, B, Γ. sumatur enim, quem



minimum metiuntur A, B, Γ [VII, 36] et sit ΔE, et numero ΔE adiiciatur unitas ΔZ. EZ igitur aut primus est aut non primus. prius sit primus. ergo in-

1) Uidetur scribendum esse lin. 14: αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον; cfr. F.

ἔστω πρότερον πρῶτος· εὑρημένοι ἄρα εἰσὶ πρῶτοι ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, Γ, ΕΖ πλείους τῶν Α, Β, Γ.

Ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστω ὁ ΕΖ πρῶτος· ὑπὸ πρώτου ἄρα τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. μετρείσθω ὑπὸ πρώτου τοῦ Η· λέγω, ὅτι ὁ Η οὐδενὶ τῶν Α, Β, Γ ἐστιν ὁ αὐτός. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω. οἱ δὲ Α, Β, Γ τὸν ΔΕ μετροῦσιν· καὶ ὁ Η ἄρα τὸν ΔΕ μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν ΕΖ· καὶ λοιπὴν τὴν ΔΖ μονάδα μετρήσει ὁ Η ἀριθμὸς ὤν· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ὁ Η ἑνὶ τῶν Α, Β, Γ ἐστιν ὁ αὐτός. καὶ ὑπόκειται πρῶτος. εὑρημένοι ἄρα εἰσὶ πρῶτοι ἀριθμοὶ πλείους τοῦ προτεθέντος πλήθους τῶν Α, Β, Γ οἱ Α, Β, Γ, Η· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κα'.

Ἐὰν ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, ὁ ὅλος ἄρτιός ἐστιν.

Συγκείσθωσαν γὰρ ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν οἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ· λέγω, ὅτι ὅλος ὁ ΑΕ ἄρτιός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ἕκαστος τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ ἄρτιός ἐστιν, ἔχει μέρος ἥμισυ· ὥστε καὶ ὅλος ὁ ΑΕ ἔχει μέρος ἥμισυ. ἄρτιος δὲ ἀριθμός ἐστιν ὁ δίχα διαιρούμενος· ἄρτιος ἄρα ἐστὶν ὁ ΑΕ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

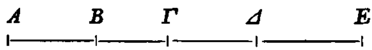
1. Supra πρῶτος add. ἢ ΕΖ m. rec. V. εἰσίν P, εἰσὶν οἱ q. 2. ἀριθμοί] om. F. Γ] (prius) ΓΔ F, Δ del. m. 1. 6. δυνατόν, ἔστω] ὁ Η ἑνὶ τῶν Α, Β, Γ ἐστιν ὁ αὐτός Theon (BFVq). 7. ΔΕ] ΖΕ F. μετροῦσι BFVq. ΔΕ] ΖΕ F. 8. καί] καὶ ὁ Η F. ΕΖ] ΔΕ F. 10. καί] ὁ αὐτὸς δὲ καί P. 11. εἰσί] εἰσὶν οἱ V. 13. Η] Η ἄρα ante ras. 6 litt. F. 15. συν — supra scr. B. 16. ἐστί Vq, comp. F. 17. ὁποσοιοῦν] e corr. V. 18. ΒΓ] in ras. P. ΓΔ] m. 2 V. 21. καί] supra lac. pergam. m. rec. F. 23. ὁ ΑΕ ἄρα ἐστίν F. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. B.

uenti sunt primi numeri A, B, Γ, EZ plures numeris A, B, Γ. uerum ne sit EZ primus. itaque primus aliquis numerus eum metitur [VII, 31]. metiatur primus numerus H. dico, numerum H nulli numerorum A, B, Γ aequalem esse. nam si fieri potest, sit. uerum A, B, Γ numerum ΔE metiuntur. itaque etiam H numerum ΔE metitur. uerum etiam numerum EZ metitur. quare etiam[1]) quae relinquitur, unitatem ΔZ metietur H, qui numerus est; quod absurdum est. ergo H nulli numerum A, B, Γ aequalis est. et suppositum est, H primum esse. ergo inuenti sunt primi numeri A, B, Γ, H plures data multitudine A, B, Γ; quod erat demonstrandum.

XXI.

Si quotlibet numeri pares componuntur, totus par erit.

Componantur enim quotlibet numeri pares AB, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE. dico, etiam totum AE parem esse.



nam quoniam singuli numeri AB, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE pares sunt, partem dimidiam habent [VII def. 6]. quare etiam totus AE partem dimidiam habet. par autem numerus is est, qui in duas partes aequales diuiditur [id.]. ergo AE par est; quod erat demonstrandum.

1) U. ad VII, 28.

κβ'.

Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν ἄρτιον ᾖ, ὁ ὅλος ἄρτιος ἔσται.

Συγκείσθωσαν γὰρ περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁσοιδηποτοῦν ἄρτιοι τὸ πλῆθος οἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ· λέγω, ὅτι ὅλος ὁ ΑΕ ἄρτιός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ἕκαστος τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ περιττός ἐστιν, ἀφαιρεθείσης μονάδος ἀφ' ἑκάστου ἕκαστος τῶν λοιπῶν ἄρτιος ἔσται· ὥστε καὶ ὁ συγκείμενος ἐξ αὐτῶν ἄρτιος ἔσται. ἔστι δὲ καὶ τὸ πλῆθος τῶν μονάδων ἄρτιον. καὶ ὅλος ἄρα ὁ ΑΕ ἄρτιός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κγ'.

Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν περισσὸν ᾖ, καὶ ὁ ὅλος περισσὸς ἔσται.

Συγκείσθωσαν γὰρ ὁποσοιοῦν περισσοὶ ἀριθμοί, ὧν τὸ πλῆθος περισσὸν ἔστω, οἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ· λέγω, ὅτι καὶ ὅλος ὁ ΑΔ περισσός ἐστιν.

Ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ΓΔ μονὰς ἡ ΔΕ· λοιπὸς ἄρα ὁ ΓΕ ἄρτιός ἐστιν. ἔστι δὲ καὶ ὁ ΓΑ ἄρτιος· καὶ ὅλος ἄρα ὁ ΑΕ ἄρτιός ἐστιν. καί ἐστι μονὰς ἡ ΔΕ. περισσὸς ἄρα ἐστὶν ὁ ΑΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

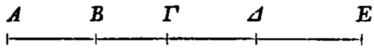
---

2. *συντεθῶσι* FVq. 3. ὁ] om. PVq. 4. *ἐστιν* F. 5. *γάρ*] m. 2 F. 6. *ἄρτιοι*] om. F. 8. *ἑκάτερος* F, corr. m. 2. 11. *ἔστι*] *ἔστω* P. 13. Inter *ἐστιν* et *ὅπερ* aliam demonstr. habet F; u. app. 15. *ὁποσοιοῦν*] om. V. *συντεθῶσι* Vq. 17. ὁ] om. PBFVq; corr. August. 18. *περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν* V. 19. *οἱ*] ὁ F. 22. *ἐστιν*] *ἐστιν δὲ τῶν πρὸ αὐτοῦ* F. *ΓΑ*] *ΑΓ* BVq. 23. *ἐστιν*] P,

XXII.

Si quotlibet numeri impares componuntur, et multitudo eorum par est, totus par erit.

Componantur enim quotlibet numeri impares numero pares AB, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE. dico, totum AE parem esse.

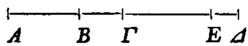


nam quoniam singuli numeri AB, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE impares sunt, unitate a singulis subtracta, qui relinquuntur, singuli pares erunt [VII def. 7]. quare etiam numerus ex iis compositus par erit [prop. XXI]. uerum etiam multitudo unitatum par est. ergo etiam totus AE par est [id.]; quod erat demonstrandum.

XXIII.

Si quotlibet numeri impares componuntur, et multitudo eorum impar est, etiam totus impar erit.

Componantur enim quotlibet numeri impares, quorum multitudo impar sit, AB, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$. dico, etiam totum $A\Delta$ imparem esse.



subtrahatur a $\Gamma\Delta$ unitas ΔE. itaque qui relinquitur, ΓE par est [VII def. 7]. uerum etiam ΓA par est [prop. XXII]. quare etiam totus AE par est [prop. XXI]. et ΔE unitas est. ergo $A\Delta$ impar est [VII def. 7]; quod erat demonstrandum.

---

comp. F; ἐστι Vq. ἐστι] seq. ras. 1 litt. V, ἐστιν B. 24. ἄρα] om. q. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. BFq.

κδ'.

Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

Ἀπὸ γὰρ ἀρτίου τοῦ ΑΒ ἄρτιος ἀφηρήσθω ὁ ΒΓ· λέγω, ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ ΓΑ ἄρτιός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ ΑΒ ἄρτιός ἐστιν, ἔχει μέρος ἥμισυ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ ΒΓ ἔχει μέρος ἥμισυ· ὥστε καὶ λοιπὸς [ὁ ΓΑ ἔχει μέρος ἥμισυ] ἄρτιος [ἄρα] ἐστὶν ὁ ΑΓ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κε'.

Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται.

Ἀπὸ γὰρ ἀρτίου τοῦ ΑΒ περισσὸς ἀφηρήσθω ὁ ΒΓ· λέγω, ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ ΓΑ περισσός ἐστιν.

Ἀφηρήσθω γὰρ ἀπὸ τοῦ ΒΓ μονὰς ἡ ΓΔ· ὁ ΔΒ ἄρα ἄρτιός ἐστιν. ἔστι δὲ καὶ ὁ ΑΒ ἄρτιος· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΑΔ ἄρτιός ἐστιν. καί ἐστι μονὰς ἡ ΓΔ· ὁ ΓΑ ἄρα περισσός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κϛ'.

Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

Ἀπὸ γὰρ περισσοῦ τοῦ ΑΒ περισσὸς ἀφηρήσθω ὁ ΒΓ· λέγω, ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ ΓΑ ἄρτιός ἐστιν.

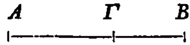
---

4. *ἀφηρήσθω ἄρτιος* P. 5. *ΓΑ*] *Γ* P. *ἔσται* F. 7. *ΒΓ*] *ΓΒ* F. 8. *ὁ ΓΑ — ἥμισυ*] om. P. *ΓΑ*] e corr. V. *ἄρα*] om. P. 9. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*] om. BVq. 11. Post *περισσός* add. F: *ἀριθμός* (comp.). 14. *ὅτι*] *ὅτι καί* V. 15. *ὁ*] seq. ras. 2 litt. P. 16. *ἔστι δέ — 17: ἐστιν*] bis F, corr. m. 1. 16. *ἔστι*] *ἔστιν* P. 17. *ἐστιν*] P; comp. F; *ἐστι* Vq.

XXIV.

Si a numero pari par subtrahitur, reliquus par erit.

Nam a pari numero AB par subtrahatur $B\Gamma$. dico, reliquum ΓA parem esse.

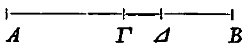


nam quoniam AB par est, partem dimidiam habet [VII def. 6]. eadem de causa etiam $B\Gamma$ partem dimidiam habet. ergo etiam reliquus $A\Gamma$ par est; quod erat demonstrandum.

XXV.

Si a numero pari impar subtrahitur, reliquus impar erit.

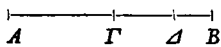
Nam a pari numero AB impar subtrahatur $B\Gamma$. dico, reliquum ΓA imparem esse.



subtrahatur enim a $B\Gamma$ unitas $\Gamma\Delta$. itaque ΔB par est [VII def. 7]. uerum etiam AB par est. quare etiam reliquus $A\Delta$ par est [prop. XXIV]. et unitas est $\Gamma\Delta$. ergo ΓA impar est [VII def. 7]; quod erat demonstrandum.

XXVI.

Si a numero impari impar subtrahitur, reliquus par erit.



Nam ab impari numero AB impar subtrahatur $B\Gamma$. dico, reliquum ΓA parem esse.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ ΑΒ περισσός ἐστιν, ἀφῃρήσθω μονὰς ἡ ΒΔ· λοιπὸς ἄρα ὁ ΑΔ ἄρτιός ἐστιν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ ΓΔ ἄρτιός ἐστιν· ὥστε καὶ λοιπὸς ὁ ΓΑ ἄρτιός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κζ'.

Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται.

Ἀπὸ γὰρ περισσοῦ τοῦ ΑΒ ἄρτιος ἀφῃρήσθω ὁ ΒΓ· λέγω, ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ ΓΑ περισσός ἐστιν.

Ἀφῃρήσθω [γὰρ] μονὰς ἡ ΑΔ· ὁ ΔΒ ἄρα ἄρτιός ἐστιν. ἔστι δὲ καὶ ὁ ΒΓ ἄρτιος· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΓΔ ἄρτιός ἐστιν. περισσὸς ἄρα ὁ ΓΑ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κη'.

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος ἄρτιος ἔσται.

Περισσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α ἄρτιον τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· λέγω, ὅτι ὁ Γ ἄρτιός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ὁ Γ ἄρα σύγκειται ἐκ τοσούτων ἴσων τῷ Β, ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ Α μονάδες. καί ἐστιν ὁ Β ἄρτιος· ὁ Γ ἄρα σύγκειται ἐξ ἀρτίων. ἐὰν δὲ ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, ὁ ὅλος ἄρτιός ἐστιν. ἄρτιος ἄρα ἐστὶν ὁ Γ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

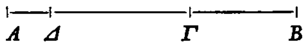
2. *ἐστιν*] P, comp. F; *ἐστι* Vq. 4. *ΓΑ*] *ΑΓ* BVq. 7. *ἔσται*] *ἐστιν* comp. F. 9. *ὁ*] (alt.) om. q. *ΓΑ*] e corr. V. 10. *γάρ*] om. P. *ἄρα*] om. q. 12. *ἐστι* q. Seq. in V: *ἔστι δὲ καὶ μονὰς ἡ ΔΑ.* *ἄρα ἐστίν* V. 14. *περισσός*] supra F. 16. *περισσὸς γὰρ ἀριθμός*] *ἀριθμὸς γάρ* F. 23. *τεθῶσιν* P. *ὁ*] om. q.

nam quoniam AB impar est, subtrahatur unitas $B\Delta$. itaque reliquus $A\Delta$ par est. eadem de causa etiam $\Gamma\Delta$ par est [VII def. 7].[1]) ergo etiam qui relinquitur, ΓA par est [prop. XXIV]; quod erat demonstrandum.

XXVII.

Si a numero impari par subtrahitur, reliquus impar erit.

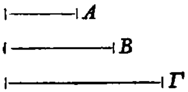
Nam a numero impari AB par subtrahatur $B\Gamma$. dico, reliquum ΓA imparem esse.



nam subtrahatur unitas $A\Delta$. itaque ΔB par est [VII def. 7]. uerum etiam $B\Gamma$ par est. quare etiam reliquus $\Gamma\Delta$ par est [prop. XXIV]. ergo ΓA impar est [VII def. 7]; quod erat demonstrandum.

XXVIII.

Si numerus impar parem multiplicans numerum aliquem effecerit, numerus productus par erit.



Nam impar numerus A parem B multiplicans numerum Γ efficiat. dico, numerum Γ parem esse.

nam quoniam $A \times B = \Gamma$, numerus Γ ex totidem numeris numero B aequalibus compositus est, quot sunt unitates in A [VII def. 15]. et B par est. Γ igitur ex paribus compositus est. sin quotlibet numeri pares componuntur, totus par est [prop. XXI]. ergo Γ par est; quod erat demonstrandum.

---

1) Nam supposuimus, ΓB imparem esse.

κθ'.

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς περισσὸν ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος περισσὸς ἔσται.

Περισσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α περισσὸν τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· λέγω, ὅτι ὁ Γ περισσός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ὁ Γ ἄρα σύγκειται ἐκ τοσούτων ἴσων τῷ Β, ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ Α μονάδες. καί ἐστιν ἑκάτερος τῶν Α, Β περισσός· ὁ Γ ἄρα σύγκειται ἐκ περισσῶν ἀριθμῶν, ὧν τὸ πλῆθος περισσόν ἐστιν. ὥστε ὁ Γ περισσός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λ'.

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ τὸν ἥμισυν αὐτοῦ μετρήσει.

Περισσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α ἄρτιον τὸν Β μετρείτω· λέγω, ὅτι καὶ τὸν ἥμισυν αὐτοῦ μετρήσει.

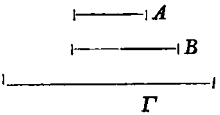
Ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Β μετρεῖ, μετρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν Γ· λέγω, ὅτι ὁ Γ οὐκ ἔστι περισσός. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω. καὶ ἐπεὶ ὁ Α τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὸν Γ, ὁ Α ἄρα τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. ὁ Β ἄρα σύγκειται ἐκ περισσῶν ἀριθμῶν, ὧν τὸ πλῆθος περισσόν ἐστιν. ὁ Β ἄρα περισσός ἐστιν· ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ ἄρτιος. οὐκ ἄρα

---

3. ποιεῖ F, sed corr. 12. ὧν] om. B, περισσῶν V m. 2 e corr. τό] m. 2 V. περισσόν ἐστιν] ὁ δὲ συγκείμενος ἐκ περισσῶν ἀριθμῶν περισσῶν (add. m. 2) τὸ πλῆθος περισσός ἐστιν V. 16. ἥμισυ Fq. 17. περισσός — 18: μετρήσει]

XXIX.

Si impar numerus imparem numerum multiplicans numerum aliquem effecerit, numerus productus impar erit.



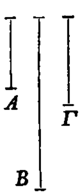
Nam impar numerus A imparem numerum B multiplicans numerum Γ efficiat. dico, numerum Γ imparem esse.

nam quoniam $A \times B = \Gamma$, numerus Γ ex totidem numeris numero B aequalibus compositus est, quot unitates sunt in A [VII def. 15]. et uterque A, B impar est. itaque Γ compositus est ex imparibus numeris, quorum multitudo impar est. ergo Γ impar est [prop. XXIII]; quod erat demonstrandum.

XXX.

Si numerus impar parem numerum metitur, etiam dimidium eius metietur.

Nam impar numerus A parem B metiatur. dico, eum etiam dimidium eius metiri.



nam quoniam A numerum B metitur, metiatur secundum Γ. dico, Γ imparem non esse. nam si fieri potest, impar sit. et quoniam A numerum B secundum Γ metitur, erit

$$A \times \Gamma = B.$$

itaque B compositus est ex numeris imparibus, quorum multitudo impar est. itaque B impar est [prop. XXIII]; quod absurdum est; nam supposuimus,

mg. m. 1 F. 18. τόν] corr. ex τό m. 1 F. 21. ἔσται φ. 22. ἄρα] om. V. 23. ἄρα B V.

ὁ Γ περισσός ἐστιν· ἄρτιος ἄρα ἐστὶν ὁ Γ. ὥστε ὁ Α τὸν Β μετρεῖ ἀρτιάκις. διὰ δὴ τοῦτο καὶ τὸν ἥμισυν αὐτοῦ μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λα′.

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς πρός τινα ἀριθμὸν πρῶτος ᾖ, καὶ πρὸς τὸν διπλασίονα αὐτοῦ πρῶτος ἔσται.

Περισσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α πρός τινα ἀριθμὸν τὸν Β πρῶτος ἔστω, τοῦ δὲ Β διπλασίων ἔστω ὁ Γ· λέγω, ὅτι ὁ Α [καὶ] πρὸς τὸν Γ πρῶτός ἐστιν.

Εἰ γὰρ μή εἰσιν [οἱ Α, Γ] πρῶτοι, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ Δ. καί ἐστιν ὁ Α περισσός· περισσὸς ἄρα καὶ ὁ Δ. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ περισσὸς ὢν τὸν Γ μετρεῖ, καί ἐστιν ὁ Γ ἄρτιος, καὶ τὸν ἥμισυν ἄρα τοῦ Γ μετρήσει [ὁ Δ]. τοῦ δὲ Γ ἥμισύ ἐστιν ὁ Β· ὁ Δ ἄρα τὸν Β μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Α. ὁ Δ ἄρα τοὺς Α, Β μετρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Γ πρῶτος οὔκ ἐστιν. οἱ Α, Γ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λβ′.

Τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ἀριθμῶν ἕκαστος ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μόνον.

Ἀπὸ γὰρ δυάδος τῆς Α δεδιπλασιάσθωσαν ὁσοι-

---

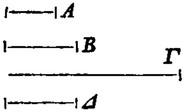
1. ἐστὶν ὁ Γ] ὁ Γ V, ἐστίν F. 2. τοῦτον φ. τόν] τό P. 3. ἥμισυ PF. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] m. 2 V, om. BFq. 6. διπλάσιον BV. 9. διπλάσιος Vq. 10. καί] om. P. 11. οἱ Α, Γ] supra m. 1 P. 12. καί ἐστιν — 13: ὁ Δ] mg. m. 2 V. 12. ἐστιν] ἐπεί ἐστιν F; ἔστω q. 13. περισσὸς ἄρα] ἔστιν ἄρα περισσός F. 15. ἥμισυ F. ὁ Δ] om. P. 16.

eum parem esse. itaque Γ impar non est. par igitur est Γ. quare A numerum B secundum parem numerum metitur. ergo[1]) etiam dimidium eius metietur; quod erat demonstrandum.

XXXI.

Si impar numerus ad numerum aliquem primus est, etiam ad duplicem eius primus erit.

Nam impar numerus A ad numerum aliquem B primus sit, et sit $\Gamma = 2B$. dico, A ad Γ primum



esse. nam si non sunt primi, numerus aliquis eos metietur. metiatur, et sit Δ. et A impar est. itaque etiam Δ impar est. et quoniam Δ impar numerum Γ metitur, et Γ par est, etiam dimidium numeri Γ metietur. uerum $B = \frac{1}{2}\Gamma$. itaque Δ numerum B metitur. uerum etiam numerum A metitur. Δ igitur numeros A, B metitur, qui inter se primi sunt; quod fieri non potest. itaque fieri non potest, ut A ad Γ primus non sit. ergo A, Γ inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXXII.

Qui inde a binario semper conduplicando producuntur numeri, singuli solum pariter pares sunt.

Nam a binario A quotlibet numeri semper condu-

---

1) Nam dimidium secundum numerum dimidium metietur quam totum.

ἥμισυς BVq. 19. τόν] τό F. Γ] corr. ex B V. Post A in F del. B. 22. δι- in ras. 6 litt. V. 23. ἐστιν P. 24. A] non liquet F.

δηποτοῦν ἀριθμοὶ οἱ Β, Γ, Δ· λέγω, ὅτι οἱ Β, Γ, Δ ἀρτιάκις ἄρτιοί εἰσι μόνον.

Ὅτι μὲν οὖν ἕκαστος [τῶν Β, Γ, Δ] ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστιν, φανερόν· ἀπὸ γὰρ δυάδος ἐστὶ διπλασιασθείς. λέγω, ὅτι καὶ μόνον. ἐκκείσθω γὰρ μονάς. ἐπεὶ οὖν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα ὁ Α πρῶτός ἐστιν, ὁ μέγιστος τῶν Α, Β, Γ, Δ ὁ Δ ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται παρὲξ τῶν Α, Β, Γ. καί ἐστιν ἕκαστος τῶν Α, Β, Γ ἄρτιος· ὁ Δ ἄρα ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μόνον. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι [καὶ] ἑκάτερος τῶν Β, Γ ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μόνον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λγ'.

Ἐὰν ἀριθμὸς τὸν ἥμισυν ἔχῃ περισσόν, ἀρτιάκις περισσός ἐστι μόνον.

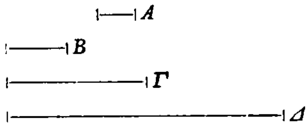
Ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α τὸν ἥμισυν ἐχέτω περισσόν· λέγω, ὅτι ὁ Α ἀρτιάκις περισσός ἐστι μόνον.

Ὅτι μὲν οὖν ἀρτιάκις περισσός ἐστιν, φανερόν· ὁ γὰρ ἥμισυς αὐτοῦ περισσὸς ὢν μετρεῖ αὐτὸν ἀρτιάκις. λέγω δή, ὅτι καὶ μόνον. εἰ γὰρ ἔσται ὁ Α καὶ ἀρτιάκις ἄρτιος, μετρηθήσεται ὑπὸ ἀρτίου κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν· ὥστε καὶ ὁ ἥμισυς αὐτοῦ μετρηθήσεται ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ περισσὸς ὤν· ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον. ὁ Α ἄρα ἀρτιάκις περισσός ἐστι μόνον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. Β] (bis) Α, Β F. 3. οὖν] om. P. τῶν Β, Γ, Δ] om. P. Α, Β F. ἄρτιον, -ον eras. V. 4. ἐστιν] comp. Fq; ἐστι PV. ἀπὸ γάρ] αὐτό (e corr.) γὰρ ἀπό F. ἐστί] ἐστίν ἕκαστος F. 5. λέγω δή BVq. μονὰς ἡ Ε Vq; ἡ Ε postea insert. B. 11. καί] om. P. ἕκαστος P. 15. ἥμισυ F. 16. ἐστιν P. 17. ἥμισυ F. 18. ἐστιν P. 19. ἐστιν] P, comp. F; ἐστι Vq. 20. ἥμισυ F. αὐτός φ (non F). 22. καί] om. F. Post ἄρτιος add. V: ὁ ἥμισυς αὐτοῦ ἄρτιός ἐστι καί; idem B m. rec. 23. ἥμισυ F.

plicando producantur *B*, *Γ*, *Δ*. dico, numeros *B*, *Γ*, *Δ* solum pariter pares esse.

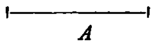


iam singulos numeros *B*, *Γ*, *Δ* pariter pares esse, manifestum est. nam a binario semper conduplicando producti sunt [VII def. 8]. dico, eos etiam solum pariter pares esse. sumatur enim unitas. iam quoniam ab unitate quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et unitati proximus *A* primus est, maximum numerorum *A*, *B*, *Γ*, *Δ* numerum *Δ* nullus alius metietur praeter *A*, *B*, *Γ* [prop. XIII]. et singuli numeri *A*, *B*, *Γ* pares sunt. ergo *Δ* solum pariter par est [VII def. 8]. similiter demonstrabimus, etiam utrumque *B*, *Γ* solum pariter parem esse; quod erat demonstrandum.

XXXIII.

Si numerus aliquis dimidium imparem habet, solum pariter impar est.

Nam numerus *A* dimidium habeat imparem. dico,



numerum *A* solum pariter imparem esse. iam pariter imparem eum esse, manifestum est; nam dimidius eius, qui impar est, eum pariter metitur [VII def. 9]. dico, eum etiam solum pariter imparem esse. nam si *A* etiam pariter par erit, par eum numerus secundum parem numerum metietur [VII def. 8]. quare etiam dimidium eius, qui impar est, par numerus metietur; quod absurdum est. ergo *A* solum pariter impar est; quod erat demonstrandum.

λδ΄.

Ἐὰν ἀριθμὸς μήτε τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ᾖ μήτε τὸν ἥμισυν ἔχῃ περισσόν, ἀρτιάκις τε ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις περισσός.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α μήτε τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ἔστω μήτε τὸν ἥμισυν ἐχέτω περισσόν· λέγω, ὅτι ὁ Α ἀρτιάκις τέ ἐστιν ἄρτιος καὶ ἀρτιάκις περισσός.

Ὅτι μὲν οὖν ὁ Α ἀρτιάκις ἐστὶν ἄρτιος, φανερόν· τὸν γὰρ ἥμισυν οὐκ ἔχει περισσόν. λέγω δή, ὅτι καὶ ἀρτιάκις περισσός ἐστιν. ἐὰν γὰρ τὸν Α τέμνωμεν δίχα καὶ τὸν ἥμισυν αὐτοῦ δίχα καὶ τοῦτο ἀεὶ ποιῶμεν, καταντήσομεν εἴς τινα ἀριθμὸν περισσόν, ὃς μετρήσει τὸν Α κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν. εἰ γὰρ οὔ, καταντήσομεν εἰς δυάδα, καὶ ἔσται ὁ Α τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. ὥστε ὁ Α ἀρτιάκις περισσός ἐστιν. ἐδείχθη δὲ καὶ ἀρτιάκις ἄρτιος. ὁ Α ἄρα ἀρτιάκις τε ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις περισσός· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λε΄.

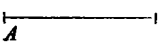
Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ἀφαιρεθῶσι δὲ ἀπό τε τοῦ δευτέρου

---

2. *ἐάν*] *ἄν* q. Deinde add. *ἄρτιος* B m. rec., V in ras. m. 2. *διπλασιαζόμενον* P. 3. *τόν*] *τό* F m. 1, corr. m. 2; *το φ.* *ἥμισυ* F. 4. *ἐστιν* P. 6. *ἥμισυ* F. *ἔχων* V. 7. *ὅτι*] m. 2 V. *τε*] om. q et P_2 (u. p. 408, 5 adn. crit.). *ἄρτιός ἐστι* V. 9. *ἄρτιός ἐστι* V. *φανερόν*] in ras. m. 1 q. 10. *ἥμισυ* F, et q, sed corr. m. 1. 11. *τέμωμεν* BVq. 12. *ἥμισυ* F. *ποιῶμεν ἀεί* F. 13. *ποιοῦμεν* P, P_2. *καταντήσωμεν* P_2. *περισσόν*] om. q. 14. *κατὰ τόν* V, sed *τόν* del. *εἰ γὰρ οὔ*] om. P_2. Post *οὔ* add. Theon: *καταντήσομεν εἴς τινα ἀριθμὸν*

XXXIV.

Si numerus aliquis nec ex iis est, qui a binario semper conduplicando producuntur, nec dimidium imparem habet, et pariter par est et pariter impar.[1])



Nam numerus *A* ne sit ex iis, qui a binario semper conduplicando producuntur, neue dimidium imparem habeat. dico, numerum *A* et pariter parem et pariter imparem esse.

iam numerum *A* pariter parem esse, manifestum est [VII def. 8]; nam dimidium imparem non habet. dico, eundem pariter imparem esse. nam si *A* in duas partes aequales diuiserimus et rursus dimidium et idem semper deinceps fecerimus, aliquando ad numerum perueniemus, qui numerum *A* secundum numerum parem metitur. nam si minus, ad binarium perueniemus, et *A* ex iis erit, qui a binario semper conduplicando producuntur; quod est contra hypothesim. quare *A* pariter impar erit [VII def. 9]. sed demonstratum est, eundem pariter parem esse. ergo *A* et pariter par et pariter impar est; quod erat demonstrandum.

XXXV.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et a secundo et ultimo numeri primo aequales sub-

1) Propp. 33—34 aliter citat Iamblichus in Nicom. p. 32. de hoc loco et de Euclidis diuisione numerorum u. Studien p. 197 sq.

περισσόν, ὃς μετρήσει τὸν A κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν (BFVq). 15. *καταντήσωμεν* P_2, *καταν-* in ras. m. 2 V. 16. *ὥστε*] *ὥσπερ* P_2. 17. *A καί* BVq. *περισσός — ἀρτιάκις* m. rec. B. 18. *A*] *Δ* φ. *τε*] om. VP_2. 22. *τε*] *τοῦ* φ (non F), om. BVq.

καὶ τοῦ ἐσχάτου ἴσοι τῷ πρώτῳ, ἔσται ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴ πρὸς τὸν πρῶτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ ἑαυτοῦ πάντας.

Ἔστωσαν ὁποσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ Α, ΒΓ, Δ, ΕΖ ἀρχόμενοι ἀπὸ ἐλαχίστου τοῦ Α, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ΒΓ καὶ τοῦ ΕΖ τῷ Α ἴσος ἑκάτερος τῶν ΒΗ, ΖΘ· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ ΗΓ πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ ΕΘ πρὸς τοὺς Α, ΒΓ, Δ.

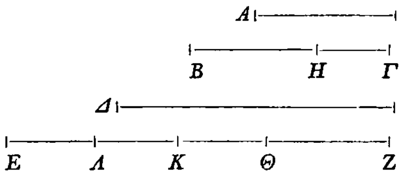
Κείσθω γὰρ τῷ μὲν ΒΓ ἴσος ὁ ΖΚ, τῷ δὲ Δ ἴσος ο ΖΛ. καὶ ἐπεὶ ὁ ΖΚ τῷ ΒΓ ἴσος ἐστίν, ὧν ὁ ΖΘ τῷ ΒΗ ἴσος ἐστίν, λοιπὸς ἄρα ὁ ΘΚ λοιπῷ τῷ ΗΓ ἐστιν ἴσος. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ ΕΖ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν ΒΓ καὶ ὁ ΒΓ πρὸς τὸν Α, ἴσος δὲ ὁ μὲν Δ τῷ ΖΛ, ὁ δὲ ΒΓ τῷ ΖΚ, ὁ δὲ Α τῷ ΖΘ, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΕΖ πρὸς τὸν ΖΛ, οὕτως ὁ ΛΖ πρὸς τὸν ΖΚ καὶ ὁ ΖΚ πρὸς τὸν ΖΘ. διελόντι, ὡς ὁ ΕΛ πρὸς τὸν ΛΖ, οὕτως ὁ ΛΚ πρὸς τὸν ΖΚ καὶ ὁ ΚΘ πρὸς τὸν ΖΘ. ἔστιν ἄρα καὶ ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἑπομένους· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΚΘ πρὸς τὸν ΖΘ, οὕτως οἱ ΕΛ, ΛΚ, ΚΘ πρὸς τοὺς ΛΖ, ΖΚ, ΘΖ. ἴσος δὲ ὁ μὲν ΚΘ τῷ ΓΗ, ὁ δὲ ΖΘ τῷ Α, οἱ δὲ ΛΖ, ΖΚ, ΘΖ

---

1. τοῦ] om. V. 2. τόν] τό φ (non F). 4. ἅπαντας F, ὕπαντας φ. 5. ὁσοιδηποτοῦν V, in F -δη- a φ in -δε- mutat. 6. ἀπὸ τοῦ φ, post ἀπό ras. 3 litt. B. Α] Δ φ (non F). 7. τοῦ] (alt.) postea insert F. 8. ΒΗ] P; ΓΗ F, ΗΓ BVq. ἐστίν] om. F. ΗΓ] P, ΒΗ BFVq. 10. τῷ] τῶν Bq. μέν] om. BV; in B m. 2 ex τῶν fecit τῷ μέν. ΖΚ] ΖΗ φ (non F). 12. ΒΗ] P, ΓΗ F, ΗΓ BVq. ἐστί q. 13. ΗΓ] P, ΗΒ BFVq. ἐπεί] om. F. 14. τόν] (alt.) τό φ (non F). 16. ΕΖ] ΘΖ φ (non F). ΖΛ] ΛΖ Bq.

trahuntur, erit ut excessus secundi ad primum, ita excessus ultimi ad omnes praecedentes.

Sint quotlibet numeri deinceps proportionales A, $B\Gamma$, Δ, EZ ab A minimo incipientes, et ab $B\Gamma$, EZ



numero A aequales subtrahantur BH, $Z\Theta$. dico, esse $H\Gamma : A = E\Theta : A + B\Gamma + \Delta$.

ponatur enim $ZK = B\Gamma$ et $Z\Lambda = \Delta$. et quoniam est $ZK = B\Gamma$ et $Z\Theta = BH$, erit $\Theta K = H\Gamma$. et quoniam est $EZ : \Delta = \Delta : B\Gamma = B\Gamma : A$ [VII, 13], et $\Delta = Z\Lambda$, $B\Gamma = ZK$, $A = Z\Theta$, erit

$$EZ : Z\Lambda = \Lambda Z : ZK = ZK : Z\Theta.$$

subtrahendo [VII, 11. 13] erit

$$E\Lambda : \Lambda Z = \Lambda K : ZK = K\Theta : Z\Theta.$$

itaque etiam ut unus praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [VII, 12]. itaque erit

$$K\Theta : Z\Theta = E\Lambda + \Lambda K + K\Theta : \Lambda Z + ZK + \Theta Z.$$

uerum est $K\Theta = \Gamma H$, $Z\Theta = A$,

$$\Lambda Z + ZK + \Theta Z = \Delta + B\Gamma + A.$$

---

17. ΛZ] $Z\Lambda$ FV. ZK] (alt.) KZ P. 18. ἄρα ὡς V. τόν] om. q. 19. ZK] KZ F. $K\Theta$] Θ e corr. m. 1 q. καί] om. V. 22. τόν] om. F. οἱ] ὁ F. 23. ΛZ] corr. ex AZ m. 1 q. ZK] KZ BVq. ΘZ] $Z\Theta$ P. 24. ΓH] P, BH BFVq. δέ] (prius) m. 2 V. ZK] KZ BVq. ΘZ] $Z\Theta$ P.

τοῖς $Δ$, $ΒΓ$, $Α$· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ $ΓΗ$ πρὸς τὸν $Α$, οὕτως ὁ $ΕΘ$ πρὸς τοὺς $Δ$, $ΒΓ$, $Α$. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴ πρὸς τὸν πρῶτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ ἑαυτοῦ πάντας· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λϛ'. *)

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἐκτεθῶσιν ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ, ἕως οὗ ὁ σύμπας συντεθεὶς πρῶτος γένηται, καὶ ὁ σύμπας ἐπὶ τὸν ἔσχατον πολλαπλασιασθεὶς ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος τέλειος ἔσται.

Ἀπὸ γὰρ μονάδος ἐκκείσθωσαν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ, ἕως οὗ ὁ σύμπας συντεθεὶς πρῶτος γένηται, οἱ $Α$, $Β$, $Γ$, $Δ$, καὶ τῷ σύμπαντι ἴσος ἔστω ὁ $Ε$, καὶ ὁ $Ε$ τὸν $Δ$ πολλαπλασιάσας τὸν $ΖΗ$ ποιείτω. λέγω, ὅτι ὁ $ΖΗ$ τέλειός ἐστιν.

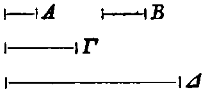
Ὅσοι γάρ εἰσιν οἱ $Α$, $Β$, $Γ$, $Δ$ τῷ πλήθει, τοσοῦτοι ἀπὸ τοῦ $Ε$ εἰλήφθωσαν ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ οἱ $Ε$, $ΘΚ$, $Λ$, $Μ$· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ $Α$ πρὸς τὸν $Δ$, οὕτως ὁ $Ε$ πρὸς τὸν $Μ$. ὁ ἄρα ἐκ τῶν $Ε$, $Δ$ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν $Α$, $Μ$. καί ἐστιν ὁ ἐκ τῶν $Ε$, $Δ$ ὁ $ΖΗ$· καὶ ὁ ἐκ τῶν $Α$, $Μ$ ἄρα ἐστὶν ὁ $ΖΗ$. ὁ $Α$ ἄρα τὸν $Μ$ πολλαπλασιάσας τὸν $ΖΗ$ πεποίηκεν· ὁ $Μ$ ἄρα τὸν $ΖΗ$ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ

1. ἔστιν ἄρα — 2: $Δ$, $ΒΓ$, $Α$] om. q. 1. $ΓΗ$] P; $ΗΒ$ F; $ΒΗ$ BV. 2. $ΕΘ$] $Ε$ postea insert. F. τούς] om. F. 4. ἅπαντας F. 5. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. Bq. Post δεῖξαι in P add. lin. 7 — 21: τὸν $Μ$ cum quibusdam discrepantiis (P_2), dein περιττὸν ἐχέτω, et deinde p. 404, 7 — 19 (P_2), in mg. περιττόν et in fine τὸ περιττὸν τοῦτο σφάλμα ἐστίν. 9. σύμπας σὺν τῇ μονάδι F. 11. ἔσται τέλειος q. 12. ὁσοιδη-

*Cf. J. J. Sylvester's "Note on a proposed addition to the vocabulary of ordinary arithmetic", in Nature vol. 37 p. 152-3 (No. 946, Dec. 15, '87).

itaque $\Gamma H : A = E\Theta : \Delta + B\Gamma + A$. ergo est ut excessus secundi ad primum, ita excessus ultimi ad omnes praecedentes; quod erat demonstrandum.

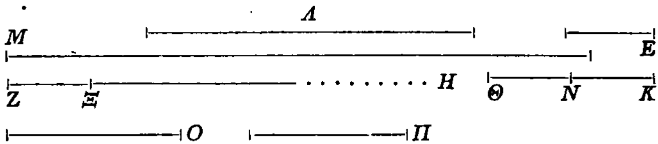
XXXVI.



Si ab unitate quotlibet numeri deinceps in proportione duplicata proponuntur, donec totus ex omnibus compositus primus fiat, et totus ultimum multiplicans numerum aliquem effecerit, numerus inde productus perfectus erit.

(i.e. $2^{n}(2^{n}-1)$ is perfect if $2^{n}-1$ be prime.

Nam ab unitate proponantur quotlibet numeri in proportione duplicata, donec totus ex omnibus compositus primus fiat,



A, B, Γ, Δ, et toti aequalis sit E, et sit $E \times \Delta = ZH$. dico, ZH perfectum esse.

nam quot sunt A, B, Γ, Δ multitudine, totidem ab E sumantur in proportione duplicata E, ΘK, Λ, M. itaque ex aequo erit [VII, 14] $A : \Delta = E : M$. itaque $E \times \Delta = A \times M$ [VII, 19]. et $E \times \Delta = ZH$. quare $A \times M = ZH$. A igitur numerum M multiplicans numerum ZH effecit. quare M numerum ZH

ποτοῦν] P_2 BFVq, ὁποσοιοῦν P. 13. οὖ] om. P_2. σύμπας σὺν τῇ μονάδι F. 14. Γ, Δ] om. P_2. 15. σύμπαντι σὺν τῇ μονάδι F. 19. ἀναλογίαν φ (non F). 20. ΘK] K in ras. m. 2 V.

Λ μονάδας. καί ἐστι δυὰς ὁ Λ· διπλάσιος ἄρα ἐστὶν ὁ ΖΗ τοῦ Μ. εἰσὶ δὲ καὶ οἱ Μ, Λ, ΘΚ, Ε ἑξῆς διπλάσιοι ἀλλήλων· οἱ Ε, ΘΚ, Λ, Μ, ΖΗ ἄρα ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ. ἀφῃρήσθω δὴ ἀπὸ τοῦ δευτέρου τοῦ ΘΚ καὶ τοῦ ἐσχάτου τοῦ ΖΗ τῷ πρώτῳ τῷ Ε ἴσος ἑκάτερος τῶν ΘΝ, ΖΞ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ἀριθμοῦ ὑπεροχὴ πρὸς τὸν πρῶτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ ἑαυτοῦ πάντας. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΝΚ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ ΞΗ πρὸς τοὺς Μ, Λ, ΚΘ, Ε. καί ἐστιν ὁ ΝΚ ἴσος τῷ Ε· καὶ ὁ ΞΗ ἄρα ἴσος ἐστὶ τοῖς Μ, Λ, ΘΚ, Ε. ἔστι δὲ καὶ ὁ ΖΞ τῷ Ε ἴσος, ὁ δὲ Ε τοῖς Α, Β, Γ, Δ καὶ τῇ μονάδι. ὅλος ἄρα ὁ ΖΗ ἴσος ἐστὶ τοῖς τε Ε, ΘΚ, Λ, Μ καὶ τοῖς Α, Β, Γ, Δ καὶ τῇ μονάδι· καὶ μετρεῖται ὑπ' αὐτῶν. λέγω, ὅτι καὶ ὁ ΖΗ ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται παρὲξ τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, ΘΚ, Λ, Μ καὶ τῆς μονάδος. εἰ γὰρ δυνατόν, μετρείτω τις τὸν ΖΗ ὁ Ο, καὶ ὁ Ο μηδενὶ τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, ΘΚ, Λ, Μ ἔστω ὁ αὐτός. καὶ ὁσάκις ὁ Ο τὸν ΖΗ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Π· ὁ Π ἄρα τὸν Ο πολλαπλασιάσας τὸν ΖΗ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Ε τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν ΖΗ πεποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Π, ο Ο πρὸς τὸν Δ. καὶ ἐπεὶ ἀπὸ μονάδος ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν οἱ Α, Β, Γ, Δ, ὁ Δ ἄρα ὑπ' οὐδενὸς

---

2. Ε] om. F. 3. Post Ε in F insert. Θ m. 2. ἑξῆς] om. F. 5. δή] corr. ex δέ m. 1 F. 6. τῶν] ὁ in ras. P. 10. ὁ] (alt.) ὡς ὁ F. 11. τῷ Ε ἴσος F. ἐστίν P. 12. ἔστιν P. ΖΞ] ΞΖ P. 13. ἴσος ἐστί] supra m. 1 F. 18. ὁ Ο] (alt.) supra m. 1 F. 19. ὁ] om. B. 21. Π] (alt.) Ο P. Ο] Π P. 22. ΖΗ] Η supra m. 1 F. 23. ΖΗ] Ζ eras. V. Post πεποίηκεν add. F: ὁ ἄρα ἐκ τῶν Ε, Δ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν

secundum unitates numeri $\varLambda$ metitur. et $\varLambda$ binarius est. ergo $ZH = 2M$. uerum etiam M, $\varLambda$, ΘK, E deinceps inter se duplices sunt. quare E, ΘK, $\varLambda$, M, ZH deinceps proportionales sunt in proportione duplicata. iam a secundo ΘK et ultimo ZH primo E aequales subtrahantur ΘN, $Z\Xi$. itaque erit ut excessus secundi ad primum, ita excessus ultimi ad omnes praecedentes [prop. XXXV]. erit igitur

$$NK : E = \Xi H : M + \varLambda + K\Theta + E.$$

est autem $NK = E$.[1]) quare etiam

$$\Xi H = M + \varLambda + \Theta K + E.$$

uerum etiam

$$Z\Xi = E \text{ et } E = A + B + \Gamma + \varDelta + 1.$$

quare erit totus

$$ZH = E + \Theta K + \varLambda + M + A + B + \Gamma + \varDelta + 1.$$

et hi eum metiuntur. dico, etiam nullum alium ZH numerum metiri praeter A, B, Γ, $\varDelta$, E, ΘK, $\varLambda$, M et unitatem. nam si fieri potest, metiatur O numerum ZH, neu O ulli numerorum A, B, Γ, $\varDelta$, E, ΘK, $\varLambda$, M aequalis sit. et quoties O numerum ZH metitur, tot unitates sint in Π. ergo $\Pi \times O = ZH$. uerum etiam $E \times \varDelta = ZH$. quare est [VII, 19] $E : \Pi = O : \varDelta$. et quoniam ab unitate deinceps proportionales sunt A, B, Γ, $\varDelta$, numerum $\varDelta$ nullus alius metietur nume-

1) Nam $\Theta K = 2E$ et $\Theta N = E$.

Π, O. ἄρα] om. F. 25. εἰσιν ἀνάλογον BV. ἀριθμοὶ οἵ Theon (BFVq). Post Γ, $\varDelta$ add. BV: ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα ὁ A πρῶτός ἐστι· δυὰς γάρ.

ἄλλου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρὲξ τῶν Α, Β, Γ. καὶ ὑπόκειται ὁ Ο οὐδενὶ τῶν Α, Β, Γ ὁ αὐτός· οὐκ ἄρα μετρήσει ὁ Ο τὸν Δ. ἀλλ' ὡς ὁ Ο πρὸς τὸν Δ, ὁ Ε πρὸς τὸν Π· οὐδὲ ὁ Ε ἄρα τὸν Π μετρεῖ. καί ἐστιν ὁ Ε πρῶτος· πᾶς δὲ πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς ἅπαντα, ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός [ἐστιν]. οἱ Ε, Π ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· καί ἐστιν ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Π, ὁ Ο πρὸς τὸν Δ· ἰσάκις ἄρα ὁ Ε τὸν Ο μετρεῖ καὶ ὁ Π τὸν Δ. ὁ δὲ Δ ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρεῖται παρὲξ τῶν Α, Β, Γ· ὁ Π ἄρα ἑνὶ τῶν Α, Β, Γ ἐστιν ὁ αὐτός. ἔστω τῷ Β ὁ αὐτός. καὶ ὅσοι εἰσὶν οἱ Β, Γ, Δ τῷ πλήθει τοσοῦτοι εἰλήφθωσαν ἀπὸ τοῦ Ε οἱ Ε, ΘΚ, Λ. καί εἰσιν οἱ Ε, ΘΚ, Λ τοῖς Β, Γ, Δ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Δ, ὁ Ε πρὸς τὸν Λ. ὁ ἄρα ἐκ τῶν Β, Λ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Δ, Ε· ἀλλ' ὁ ἐκ τῶν Δ, Ε ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Π, Ο· καὶ ὁ ἐκ τῶν Π, Ο ἄρα ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Β, Λ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Π πρὸς τὸν Β, ὁ Λ πρὸς τὸν Ο. καί ἐστιν ὁ Π τῷ Β ὁ αὐτός· καὶ ὁ Λ ἄρα τῷ Ο ἐστιν ὁ αὐτός· ὅπερ ἀδύνατον· ὁ γὰρ Ο ὑπόκειται μηδενὶ τῶν ἐκκειμένων ὁ αὐτός. οὐκ ἄρα τὸν ΖΗ μετρήσει τις ἀριθμὸς παρὲξ τῶν

---

1. καὶ ὑπόκειται ὁ] ὁ δέ BFVq. 2. Γ] Γ ἐστιν FVq. 3. Ο] (prius) Π B. 4. τὸν] (prius) om. F. μετρήσει V. 5. πᾶς] ἅπας BVq. πᾶς δὲ πρῶτος] om. F. 6. μετρῇ F. ἐστιν] om. P. 9. ἔχοντας αὐτοῖς V. 11. Ο] Π φ (non F). Ε] corr. ex Ο m. 1 F. Ο] e corr. F. 13. Β] (alt.) om. q. 16. Β] Ε B. 19. Δ, Ε] Ε, Δ q. ἀλλά P. Δ, Ε] Ε,

rus praeter A, B, Γ [prop. XIII]. et suppositum est, O nulli numerorum A, B, Γ aequalem esse. quare O numerum Δ non metietur. est autem $O : \Delta = E : \Pi$. itaque ne E quidem numerum Π metitur [VII def. 20]. et E primus est. omnis autem primus numerus ad omnem, quem non metitur, primus est [VII, 29]. ergo E, Π inter se primi sunt. primi autem etiam minimi sunt [VII, 21], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem; et est

$$E : \Pi = O : \Delta.$$

itaque E numerum O et Π numerum Δ aequaliter metitur. Δ autem numerum nullus alius metitur praeter A, B, Γ. itaque Π alicui numerorum A, B, Γ aequalis est. sit $\Pi = B$. et quot sunt multitudine B, Γ, Δ, totidem sumantur ab E numeri $E, \Theta K, \Lambda$. et $E, \Theta K, \Lambda$ in eadem ratione sunt ac B, Γ, Δ. itaque ex aequo erit [VII, 14] $B : \Delta = E : \Lambda$. quare

$$B \times \Lambda = \Delta \times E \text{ [VII, 19].}$$

sed $\Delta \times E = \Pi \times O$. quare etiam

$$\Pi \times O = B \times \Lambda.$$

itaque $\Pi : B = \Lambda : O$ [VII, 19]. et $\Pi = B$. itaque etiam $\Lambda = O$; quod fieri non potest. nam suppositum est, O nulli numerorum propositorum aequalem esse. itaque nullus numerus numerum ZH me-

---

Δ q. 22. B] (prius) e corr. q. 23. Λ] O φ (non F). O] Λ φ (non F.). 24. ἐγκειμένων FV. 25. μετρεῖ P.

Α, Β, Γ, Δ, Ε, ΘΚ, Λ, Μ καὶ τῆς μονάδος. καὶ ἐδείχθη ὁ ΖΗ τοῖς Α, Β, Γ, Δ, Ε, ΘΚ, Λ, Μ καὶ τῇ μονάδι ἴσος. τέλειος δὲ ἀριθμός ἐστιν ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὤν· τέλειος ἄρα ἐστὶν ὁ ΖΗ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. *Λ, Μ*] insert. m. 2 in fine lin. F; leg. m. 1 in init. seq., del. m. 2. Post *μονάδος* add. Theon: *οἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, ΘΚ, Λ, Μ ἄρα μόνοι καὶ ἡ μονὰς μετροῦσι τὸν ΖΗ* (BFVq). In fine: *Εὐκλείδου στοιχείων θʹ* P, *Εὐκλείδου στοιχείων τῆς Θέωνος ἐκδο. θʹ* F.

titur praeter A, B, Γ, Δ, E, ΘK, Λ, M et unitatem.[1]) et demonstratum est, esse
$$ZH = A + B + \Gamma + \Delta + E + \Theta K + \Lambda + M + 1.$$
perfectus autem numerus is est, qui partibus suis aequalis est [VII def. 22]. ergo ZH perfectus est; quod erat demonstrandum.

---

1) Ii autem metiuntur numerum ZH; p. 410, 15.

APPENDIX.

V, 19 πόρ.

Γεγόνασι δὲ οἱ λόγοι καὶ ἐπὶ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων καὶ ἐπὶ τῶν ἀναλογιῶν, ἐπειδήπερ ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τετάρτου, ἔσται καὶ ὡς τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον, οὕτως τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον. οὐκέτι δὲ καὶ ἀντιστρέφει· ἐὰν ᾖ ὡς πρῶτον πρὸς δεύτερον, οὕτως τρίτον πρὸς τέταρτον, οὐ πάντως ἔσται καὶ τὸ μὲν πρῶτον τοῦ δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον τὸ δὲ τρίτον τοῦ τετάρτου, καθάπερ ἐπὶ τῶν ἡμιολίων ἢ ἐπιτρίτων λόγων ἢ τῶν τοιούτων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

VI, 20.

Ἄλλως.

Δείξομεν δὴ καὶ ἑτέρως προχειρότερον ὁμόλογα τὰ τρίγωνα.

Ἐκκείσθωσαν γὰρ πάλιν τὰ ΑΒΓΔΕ, ΖΗΘΚΛ πολύγωνα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΕ, ΕΓ, ΗΛ, ΛΘ. λέγω, ὅτι ὡς τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΗΛ, οὕτως τὸ ΕΒΓ πρὸς τὸ ΛΗΘ καὶ τὸ ΓΔΕ πρὸς τὸ

---

1. In textu post *δεῖξαι* p. 56, 3 habent BFVp, ed. Basil.; mg. m. 1 P. 3. *ἐπί*] om. F. *πρῶτος* P. 4. *πολλαπλάσιον ᾖ* F. 5. *ἔσται καί*] corr. ex *καὶ ἔσται* m. 1 V. *τό*] (alt.) om. F. 7. *ἀναστρέφει* P. *ἐὰν γάρ* ed. Basil. *ὡς τό* P, ed. Basil. *πρὸς τό* P. 8. *τὸ τρίτον πρὸς τό* P. 10. *ἡμιολίων λόγων* p. 11. *λόγων*] φ, om. *ἢ τῶν τοιούτων*, sed in lin. seq. leg. a m. 1: *λόγων ἢ τῶν τοιούτων* (euan.); om. P. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*] *ὅπερ* F; om. P. 12. PBFVp; cfr. Campanus.

V, 19 coroll.

Hae rationes autem et de aeque multiplicibus et de proportionibus ualent, quoniam si primum secundi aeque multiplex est ac tertium quarti, erit etiam ut primum ad secundum, ita tertium ad quartum. uerum conuerti non potest; neque enim si est ut primum ad secundum, ita tertium ad quartum, ideo semper erit primum secundi aeque multiplex et tertium quarti, uelut in rationibus sesqualteris uel sesquitertiis uel similibus; quod erat demonstrandum.

VI, 20.

Aliter.[1]

Iam aliter quoque promptius demonstrabimus, triangulos correspondentes esse.

ponantur enim rursus polygona $AB\Gamma\Delta E$, $ZH\Theta K\Lambda$, et ducantur BE, $E\Gamma$, $H\Lambda$, $\Lambda\Theta$. dico, esse

$$ABE : ZH\Lambda = EB\Gamma : \Lambda H\Theta = \Gamma\Delta E : \Theta K\Lambda.$$

1) Campanus VI, 18: „aliter potest demonstrari secundum." deinde eodem modo, quo hic fit, demonstrat, triangulos correspondentes esse, et inde concludit de polygonis totis.

13. ἄλλως] om. B, m. 2 FV; κβ´ p, F mg. m. 1. 16. γάρ] m. 2 F. Post Θ ras. 1 litt. V. 18. Post ὅτι add. ἐστίν BVp, F m. 2. $Z\Lambda H$ F, Λ in ras. m. 2 V.

ΘΚΛ. ἐπεὶ γὰρ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΖΗΛ τριγώνῳ, τὸ ΑΒΕ ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΗΛ διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΗΛ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΒΕΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΗΛΘ τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΗΛ. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΗΛ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΒΕΓ πρὸς τὸ ΗΛΘ. πάλιν ἐπεὶ ὅμοιόν [ἐστι] τὸ ΕΒΓ τρίγωνον τῷ ΛΗΘ τριγώνῳ, τὸ ΕΒΓ ἄρα πρὸς τὸ ΛΗΘ διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΕ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΘΛ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὶ ΕΓΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΛΘΚ τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΘΛ. ἔστιν ἄρα ὡς τὶ ΒΕΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΛΗΘ, οὕτως τὸ ΓΕΔ πρὸς τὸ ΛΘΚ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ ΕΒΓ πρὸς τὸ ΛΗΘ, οὕτως τὸ ΑΒΕ πρὸς τὸ ΖΗΛ. καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒΕ πρὸς τὸ ΖΗΛ, οὕτως τὶ ΒΕΓ πρὸς τὸ ΗΛΘ καὶ τὸ ΕΓΔ πρὸς τὸ ΛΘΚ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

VI, 27.

Ἄλλως.

Ἔστω γὰρ πάλιν ἡ ΑΒ τμηθεῖσα δίχα κατὰ τὸ Γ

---

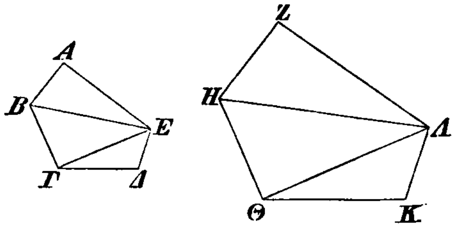
1. ἐστι] m. 2 F. 2. ἄρα] om. V. 4. ΒΕΓ] Ἐ'ΒΓ F. 7. Post ΒΕΓ add. τρίγωνον Bp, m. 2 FV. 8. ἐστι] om. P. 10. εὐθεῖα] m. 2 V. 11. ΕΓΔ] corr. ex ΓΕΔ m. 1 p. πρὸς τὸ ΛΘΚ τρίγωνον] mg. m. 2 B, om. p; διπλασίονα λόγον ἔχει πρός in ras. m. 2 F; seq. τὸ ΛΘΚ τρίγωνον m. 1. 12. διπλασίονα λόγον ἔχει] in ras. m. rec. F. 13. ΒΕΓ] ΕΒΓ P. 14. ΓΕΔ] ΕΓΔ P. 15. ΑΒΕ πρός] in ras. m. 2 V, seq. πρός m. 1. 16. καὶ ὡς ἄρα — 17: ΒΕΓ πρός] in ras. F. 17. ΒΕΓ] Β in ras. m. 2 V. Post ΛΘΚ add. BVp: καὶ ὡς ἄρα ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα καὶ τὰ λοιπά ὡς ἐν τῇ προτέρᾳ δείξει; idem F, sed postea insert. in ras. 19. Post

nam quoniam $AB E \sim ZH\Lambda$, erit [VI, 19]

$$AB E : ZH\Lambda = BE^2 : H\Lambda^2.$$

eadem de causa erit etiam

$$BE\Gamma : H\Lambda\Theta = BE^2 : H\Lambda^2.$$



itaque $ABE : ZH\Lambda = BE\Gamma : H\Lambda\Theta$. rursus quoniam $EB\Gamma \sim \Lambda H\Theta$, erit $EB\Gamma : \Lambda H\Theta = \Gamma E^2 : \Theta\Lambda^2$. eadem de causa etiam erit $E\Gamma\Delta : \Lambda\Theta K = \Gamma E^2 : \Theta\Lambda^2$. itaque $BE\Gamma : \Lambda H\Theta = \Gamma E\Delta : \Lambda\Theta K$. sed demonstratum est etiam $EB\Gamma : \Lambda H\Theta = ABE : ZH\Lambda$. ergo etiam

$$ABE : ZH\Lambda = BE\Gamma : H\Lambda\Theta = E\Gamma\Delta : \Lambda\Theta K;$$

quod erat demonstrandum.

VI, 27.

Aliter.[1])

Nam rursus AB in Γ in duas partes aequales di-

1) Est alter casus prop. 27. locum interpolatum esse, supra demonstraui. cum in P in mg. m. rec. addatur, ueri simile est, eum a Theone profectum esse. Campanus VI, 26: „idem etiam esset, si superficies *af* (= AE) fieret altior superficie *cd* (= $A\Lambda$), ut uidere potes in secunda figura".

δεῖξαι VI, 27 extr. BFVp; mg. m. rec. P; similia habet Campanus VI, 26. 21. λα' mg. p.

καὶ παραβληθὲν τὸ ΑΛ ἐλλεῖπον εἴδει τῷ ΛΒ, καὶ παραβεβλήσθω πάλιν παρὰ τὴν ΑΒ τὸ ΑΕ παραλληλόγραμμον ἐλλεῖπον τῷ ΕΒ ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῷ ΛΒ. λέγω, ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβληθὲν τὸ ΑΛ τοῦ ΑΕ.

Ἐπεὶ γὰρ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΕΒ τῷ ΛΒ, περὶ τὴν αὐτήν εἰσι διάμετρον. ἔστω αὐτῶν διάμετρος ἡ ΕΒ καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΛΖ τῷ ΛΘ, ἐπεὶ καὶ ἡ ΖΗ τῇ ΗΘ, μεῖζον ἄρα τὸ ΛΖ τοῦ ΚΕ. ἴσον δὲ τὶ ΛΖ τῷ ΔΛ. μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ΔΛ τοῦ ΕΚ. κοινὸν [προσκείσθω] τὸ ΚΔ. ὅλον ἄρα τὸ ΑΛ ὅλου τοῦ ΑΕ μεῖζόν ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

VI, 30.

Ἄλλως.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ. δεῖ δὴ τὴν ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

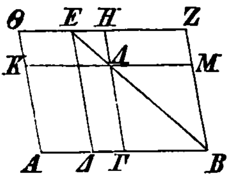
Τετμήσθω γὰρ ἡ ΑΒ κατὰ τὸ Γ ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς ΓΑ τετραγώνῳ. ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΑ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ. ἡ ΑΒ ἄρα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Γ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

---

1. *ΛΒ*] *ΑΒ φ* (non F). 2. *ΑΕ*] *ΔΘ* corr. ex *ΑΘ* FV. 3. *τῷ*] *τό* F. 4. *τῷ ΛΒ*] PBp; mutat. in *τῆς ΑΒ* m. 2 F; *τῆς ΒΑ* (supra est ras.) *τῷ ΛΒ* V. 10. *ΛΖ*] corr. ex *ΑΖ* m. rec. F. 11. *ΚΕ*] in ras. m. 2 V. *ἴσον δέ* — 12: *τοῦ ΕΚ*] bis Bp et V mg. m. 2. 12. *καί*] supra m. 1 p (priore loco, in repetitione in textu est). *προσκείσθω*] Pp; om. BF; *ἔστω* V. 15. PBFVp. 16. *ἄλλως*] mg. Fp, iidem add. *λε'* (in F del. m. rec.). 17. *τὴν ΑΒ εὐθεῖαν* FV. 20. *ΓΑ*]

uidatur, et adplicetur $A\Lambda$ deficiens figura ΛB, et rursus rectae AB adplicetur parallelogrammum AE deficiens figura EB simili et similiter posita quadrato dimidiae AB. dico, esse $A\Lambda > AE$.

nam quoniam $EB \sim \Lambda B$, circum eandem diametrum sunt [VI, 26]. eorum diametrus sit EB, et describatur figura [p. 161 not. 1]. et quoniam est $\Lambda Z = \Lambda\Theta$, quoniam $ZH = H\Theta$, erit $\Lambda Z > KE$. uerum $\Lambda Z = \Delta\Lambda$ [I, 43]. quare etiam $\Delta\Lambda > EK$. commune adiiciatur $K\Delta$. ergo $A\Lambda > AE$; quod erat demonstrandum.

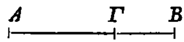


VI, 30.

Aliter.[1])

Sit data recta AB. oportet igitur rectam AB secundum rationem extremam et mediam secare.

secetur enim AB in Γ ita, ut sit



$$AB \times B\Gamma = \Gamma A^2 \text{ [II, 11]}.$$

iam quoniam $AB \times B\Gamma = \Gamma A^2$, erit [VI, 17]

$$BA : A\Gamma = A\Gamma : \Gamma B.$$

itaque AB in Γ secundum extremam et mediam rationem secta est; quod oportebat fieri.

1) Habet Campanus VI, 29: „idem etiam potest demonstrari ex 11 secundi."

A e corr. F; $A\Gamma$ P. 22. BA] AB P. 23. ἄρα] om. B ἄρα AB V.

VI, 31.

Ἄλλως.

Ἐπεὶ τὰ ὅμοια σχήματα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν, τὸ ἀπὸ τῆς $BΓ$ ἄρα εἶδος προς τὸ ἀπὸ τῆς BA εἶδος διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ $ΓB$ πρὸς τὴν BA. ἔχει δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς $BΓ$ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς BA τετράγωνον διπλασίονα λόγον ἤπερ ἡ $ΓB$ πρὸς τὴν BA. καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς $ΓB$ εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς BA εἶδος, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς $ΓB$ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς BA τετράγωνον. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς $BΓ$ εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς $ΓA$ εἶδος, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς $BΓ$ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς $ΓA$ τετράγωνον. ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς $BΓ$ εἶδος πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν BA, $AΓ$ εἴδη, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς $BΓ$ τετράγωνον πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν BA, $AΓ$ τετράγωνα. ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς $BΓ$ τετράγωνον τοῖς ἀπὸ τῶν BA, $AΓ$ τετραγώνοις. ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς $BΓ$ εἶδος τοῖς ἀπὸ τῶν BA, $AΓ$ εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις [τε] καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

VI, 33.

Λέγω, ὅτι καὶ ὡς ἡ $BΓ$ περιφέρεια πρὸς τὴν EZ περιφέρειαν, οὕτως ὁ $HBΓ$ τομεὺς πρὸς τὸν $ΘEZ$ τομέα.

---

1. PBFVp. 3. λζ′ Fp. ἐστί] εἰσί V. 5. ἔχῃ φ. 6. $ΓB$] in ras. V m. 2. 7. τό] τήν φ. 8. $ΓB$] mut. in $BΓ$ m. 2 V. BA. καί] $BΓ$ φ (non F). 9. $ΓB$] in ras. m. 2 V, $ΓA$ φ (non F). εἶδος — 10: $ΓB$] mg. m. 1 F. 10. εἶδος] om. V. $ΓB$] in ras. m. 2 V. 11. δή] om. P. 12. εἶδος] (alt.) om. V. 13. $BΓ$] e corr. m. 1 p. 14. $ΓA$] e corr.

VI, 31.

Aliter.[1]

Quoniam similes figurae in duplicata ratione sunt laterum correspondentium [VI, 20] figura in $B\Gamma$ descripta ad figuram in BA descriptam duplicatam rationem habebit quam $\Gamma B : BA$. uerum etiam quadratum in $B\Gamma$ descriptum ad quadratum in BA descriptum duplicatam rationem habebit quam ΓB ad BA. quare etiam figura in ΓB descripta ad figuram in BA descriptam eandem rationem habebit quam $\Gamma B^2 : BA^2$. eadem de causa etiam figura in $B\Gamma$ descripta ad figuram in ΓA descriptam eandem rationem habebit quam $B\Gamma^2 : \Gamma A^2$. quare etiam ut figura in $B\Gamma$ descripta ad figuras in BA, $A\Gamma$ descriptas, ita erit

$$B\Gamma^2 : BA^2 + A\Gamma^2.$$

uerum $B\Gamma^2 = BA^2 + A\Gamma^2$ [I, 47]. ergo etiam figura in $B\Gamma$ descripta aequalis est figuris in BA, $A\Gamma$ similibus et similiter descriptis; quod erat demonstrandum.

VI, 33.[2]

Dico, esse etiam

$$\text{arc. } B\Gamma : \text{arc. } EZ = \text{sect. } HB\Gamma : \text{sect. } \Theta EZ.$$

1) U. fig. VI, 31.
2) Additamentum est Theonis post finem VI, 33; u. ibid. not.

m. 1 p. ὡς] insert. m. 1 p. 15. εἴδη] εἶδος φ (non F). 16. τετράγωνα] τετράγων̄ F, τετράγωνον φ. 19. εἴδεσιν BFp. τοῖς] om. Bp. 20. τε] om. BFVp. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. BFVp. 21. BFVp, P mg. m. rec. 22. μʹ mg. p. καί] om. p. 23. ΘEZ] litt. EZ in ras. m. 1 V.

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΓ, ΓΚ. καὶ ληφθέντων ἐπὶ τῶν ΒΓ, ΓΚ περιφερειῶν τῶν Ξ, Ο σημείων ἐπεζεύχθωσαν καὶ αἱ ΒΞ, ΞΓ, ΓΟ, ΟΚ.

Καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΒΗ, ΗΓ δυσὶ ταῖς ΓΗ, ΗΚ ἴσαι εἰσὶ καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν, καὶ βάσις ἡ ΒΓ τῇ ΓΚ ἐστιν ἴση, ἴσον ἄρα [ἐστὶ] καὶ τὸ ΗΒΓ τρίγωνον τῷ ΗΓΚ τριγώνῳ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ περιφέρεια τῇ ΓΚ περιφερείᾳ, καὶ ἡ λοιπὴ εἰς τὸν ὅλον κύκλον περιφέρεια ἴση ἐστὶ τῇ λοιπῇ εἰς τὸν ὅλον κύκλον περιφερείᾳ· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΞΓ τῇ ὑπὸ ΓΟΚ ἐστιν ἴση· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΞΓ τμῆμα τῷ ΓΟΚ τμήματι. καί εἰσιν ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν τῶν ΒΓ, ΓΚ. τὰ δὲ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων ἴσα ἀλλήλοις εἰσίν· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΞΓ τμῆμα τῷ ΓΟΚ τμήματι. ἔστι δὲ καὶ τὸ ΗΒΓ τρίγωνον τῷ ΗΓΚ τριγώνῳ ἴσον· καὶ ὅλος ἄρα ὁ ΒΗΓ τομεὺς ὅλῳ τῷ ΗΓΚ τομεῖ ἴσος ἐστίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ ΗΚΛ τομεὺς ἑκατέρῳ τῶν ΗΒΓ, ΗΓΚ ἴσος ἐστίν. οἱ τρεῖς ἄρα τομεῖς οἱ ΗΒΓ, ΗΓΚ, ΗΛΚ ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ οἱ ΘΕΖ, ΘΖΜ, ΘΜΝ τομεῖς ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν. ὁσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ ΛΒ περιφέρεια τῆς ΒΓ περιφερείας, τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ ὁ ΗΒΛ τομεὺς τοῦ ΗΒΓ τομέως. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁσαπλασίων

2. Ante *ἐπί* del. *τῶν* p. *ΓΚ*] *Γ* corr. ex *Κ* m. 1 p. 4. *ΗΚ*] *Κ* e corr. m. 2 V. 5. *εἰσίν* BF. *περιέχουσι* PFp; *περιέχουσαι* V, corr. m. 2. 6. *ἐστί*] om. BVp, insert. m. 1 F. *ΒΗΓ* P. 7. Post *τριγώνῳ* add. Bp: *καὶ ἡ ΒΓ περιφέρεια τῇ ΓΚ περιφερείᾳ.* 8. *ἡ λοιπή*] F; *λοιπή* Bp; *ἡ λοιπὴ ἡ* PV. 9. *ὅλον*] *ΛΒΓ* PV. *ἴση*] *ἡ ΚΛΓ ἴση* F. *ἐστί*] om. P, *ἐστίν* B. *τῇ*] om. V. *λοιπῇ*] om. P; *λοιπῇ τῇ* V. 10. *ὅλον*] Bp, *αὐτὸν ΛΒΓ* PV, om. F. *ὥστε*] post ras. 1 litt. V, *τῇ ΓΛΒ· ὥστε* F. 11. *γωνίᾳ τῇ* V. 13. *ΓΚ*] *ΚΓ* m. 2 V.

Ducantur enim $B\Gamma$, ΓK[1]), et in arcubus $B\Gamma$, ΓK sumptis punctis Ξ, O ducantur etiam $B\Xi$, $\Xi\Gamma$, ΓO, OK. et quoniam $BH = HK$ et $H\Gamma = H\Gamma$, et aequales angulos comprehendunt, et $B\Gamma = \Gamma K$ [III, 29], erit etiam $\triangle H B \Gamma = H\Gamma K$ [I, 4]. et quoniam

$$\text{arc. } B\Gamma = \text{arc. } \Gamma K,$$

erit etiam arc. $B\Lambda\Gamma =$ arc. $\Gamma\Lambda K$. quare etiam

$$\angle B\Xi\Gamma = \angle \Gamma O K \text{ [III, 27].}$$

ergo segmentum $B\Xi\Gamma$ simile est segmento $\Gamma O K$ [III def. 11]. et in aequalibus sunt rectis $B\Gamma$, ΓK. quae autem in aequalibus rectis sunt segmenta circulorum similia, inter se aequalia sunt [III, 24]. ergo

$$\text{segm. } B\Xi\Gamma = \text{segm. } \Gamma O K.$$

uerum etiam $\triangle H B\Gamma = \triangle H\Gamma K$. itaque

$$\text{sect. } BH\Gamma = \text{sect. } H\Gamma K.$$

eadem de causa etiam sect. $HK\Lambda =$ sect. $HB\Gamma =$ sect. $H\Gamma K$. itaque tres sectores $HB\Gamma$, $H\Gamma K$, $H\Lambda K$ inter se aequales sunt. eadem de causa etiam sectores $\Theta E Z$, $\Theta Z M$, $\Theta M N$ inter se aequales sunt. itaque quoties arcus ΛB multiplex est arcus $B\Gamma$, toties etiam sector $HB\Lambda$ sectoris $HB\Gamma$ multiplex est. eadem de

1) U. fig. VI, 33.

δέ] *δ'* F. 14. *ἀλλήλοις*] *-λοις* in ras. F. *ἐστίν* F. 15. $HB\Gamma$] HB in ras. m. 2 V. 16. *-γωνον τῷ* $H\Gamma K$ *τριγώνῳ ἴσον* in ras. m. 2 F. 17. $BH\Gamma$] $HB\Gamma$ P, V m. 2. $HK\Gamma$ P, V m. 2. *ἐστί* BV, comp. Pp. 18. $HB\Gamma$, $H\Gamma K$] prius Γ et K e corr. m. 2 V, $B\Gamma$, HK Bp. 19. *ἐστί* V. *οἱ*] (alt.) *ὁ* P. $HB\Gamma$] HB corr. ex BH V m. 2, in ras. F. $H\Gamma K$] $H\Gamma$ corr. ex ΓH m. 2 V. 20. $H\Lambda K$] $KHK\Lambda$ P, $HK\Lambda$ corr. ex $KH\Lambda$ m. 2 V. *εἰσί* Vp. *διά* — 21: *εἰσίν*] om. P. 20. *οἱ*] corr. ex *ὁ* m. 1 F. 21. $\Theta Z M$] M insert. m. 1 F. 22. ΛB] Λ in ras. V. $B\Gamma$] in ras. m. 2 V. 23. $HB\Lambda$] B add. m. recentiss. P; $H\Lambda B$ Bp, V in ras. m. 2.

ἐστὶν ἡ ΝΕ περιφέρεια τῆς ΕΖ περιφερείας, τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ ὁ ΘΕΝ τομεὺς τοῦ ΘΕΖ τομέως. εἰ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ΒΔ περιφέρεια τῇ ΕΝ περιφερείᾳ, ἴσος ἐστὶ καὶ ὁ ΒΗΔ τομεὺς τῷ ΕΘΝ τομεῖ, καὶ εἰ ὑπερέχει ἡ ΒΔ περιφέρεια τῆς ΕΝ περιφερείας, ὑπερέχει καὶ ὁ ΒΗΔ τομεὺς τοῦ ΘΕΝ τομέως, καὶ εἰ ἐλλείπει, ἐλλείπει. τεσσάρων δὴ ὄντων μεγεθῶν δύο μὲν τῶν ΒΓ, ΕΖ περιφερειῶν, δύο δὲ τῶν ΗΒΓ, ΕΘΖ τομέων εἴληπται ἰσάκις πολλαπλάσια τῆς μὲν ΒΓ περιφερείας καὶ τοῦ ΗΒΓ τομέως ἥ τε ΒΔ περιφέρεια καὶ ὁ ΗΒΔ τομεύς, τῆς δὲ ΕΖ περιφερείας καὶ τοῦ ΘΕΖ τομέως ἰσάκις πολλαπλάσια ἥ τε ΕΝ περιφέρεια καὶ ὁ ΘΕΝ τομεύς· καὶ δέδεικται, ὅτι εἰ ὑπερέχει ἡ ΒΔ περιφέρεια τῆς ΕΝ περιφερείας, ὑπερέχει καὶ ὁ ΒΗΔ τομεὺς τοῦ ΕΘΝ τομέως, καὶ εἰ ἴση, ἴσος, καὶ εἰ ἐλλείπει, ἐλλείπει. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ὁ ΗΒΓ τομεὺς πρὸς τὸν ΘΕΖ τομέα.

[Πόρισμα.]

Καὶ δῆλον, ὅτι καὶ ὡς ὁ τομεὺς πρὸς τὸν τομέα, οὕτως καὶ ἡ γωνία πρὸς τὴν γωνίαν.

Uulgo VII, 20.

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου. καὶ ἐὰν ὁ ὑπὸ

---

1. τοσαυταπλάσιος PBp. 3. περιφερείᾳ] om. V. 4. ΕΘΝ] BFp, ΕΘΗ φ et e corr. PV. 5. ΒΔ] Β eras. B. 6. ΒΗΔ] ΒΗ in ras. m. 2 V, ΗΒΔ P. ΘΕΝ] ΕΘΝ Fp. 7. δή] δέ p. 8. μέν] m. 2 F. 10. ΒΓ] Β e corr. m. 1 p. 12. πολλαπλάσιον V. 13. εἰ] corr. ex ἡ V m. 2. 14. ΒΔ]

causa etiam quoties arcus NE multiplex est arcus EZ, toties etiam sector ΘEN sectoris ΘEZ multiplex est. ergo si arc. $B\Delta$ = arc. EN, erit sect. $BH\Delta$ = sect. $E\Theta N$, et si arc. $B\Delta >$ arc. EN, erit sect. $BH\Delta >$ sect. ΘEN, et si arc. $B\Delta <$ arc. EN, erit etiam sect. $BH\Delta <$ sect. $E\Theta N$. datis igitur quattuor magnitudinibus duobus arcubus $B\Gamma$, EZ et duobus sectoribus $HB\Gamma$, $E\Theta Z$, arcus $B\Gamma$ et sectoris $HB\Gamma$ sumpti sunt aeque multiplices arcus $B\Delta$ et sector $HB\Delta$, arcus autem EZ et sectoris ΘEZ aeque multiplices arcus EN et sector ΘEN. et demonstratum est, si arc. $B\Delta >$ arc. EN, esse etiam sect. $BH\Delta >$ sect. $E\Theta N$, si aequalis sit, aequalem, si minor, minorem: ergo arc. $B\Gamma$: arc. EZ = sect. $HB\Gamma$: sect. ΘEZ [V def. 5]. — Corollarium. — et adparet, esse etiam, ut sector ad sectorem, ita angulum ad angulum.[1])

Uulgo VII, 20.

Si tres numeri proportionales sunt, productum extremorum aequale est quadrato medii. et si productum extremorum aequale est quadrato medii, tres numeri illi proportionales sunt.

1) Hoc corollarium, quod e genuina propositione Euclidis facile deriuatur, iam a Zenodoro usurpatur (ap. Theonem in Ptolem. p. 12 ed. Basil.: ὡς δ' ὁ τομεὺς πρὸς τὸν τομέα, ἡ ὑπὸ $E\Theta\Delta$ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ $M\Theta\Delta$), nisi ibi Theon ipse p. 12, 4 sq. addidit.

Δ in ras. m. 2 V. 16. ἴσος] ἴση V. 18. ΘEZ] ΘE P. 19. πόρισμα] om. PBFVp. 22. FVp, B mg. m. 1, P mg. m. rec. κ' FVp. 24. ὁ] supra P.

τῶν ἄκρων ἴσος ᾖ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου, οἱ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν. ἔστωσαν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ *A*, *B*, *Γ*, ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *B* πρὸς τὸν *Γ*. λέγω, ὅτι ὁ ἐκ τῶν *A*, *Γ* ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ *B*. κείσθω γὰρ τῷ *B* ἴσος ὁ *Δ*. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *Δ* πρὸς τὸν *Γ*. ὁ ἄρα ἐκ τῶν *A*, *Γ* ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν *B*, *Δ*. ὁ δὲ ἐκ τῶν *B*, *Δ* ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ *B*· ἴσος γὰρ ὁ *B* τῷ *Δ*. ὁ ἄρα ἐκ τῶν *A*, *Γ* ἴσος τῷ ἀπὸ τοῦ *B*.

Ἀλλὰ δὴ ὁ ἐκ τῶν *A*, *Γ* ἴσος ἔστω τῷ ἀπὸ τοῦ *B*. λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *B* πρὸς τὸν *Γ*. ἐπεὶ γὰρ ὁ ἐκ τῶν *A*, *Γ* ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ *B*, ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ *B* ἴσος τῷ ὑπὸ [τῶν] *B*, *Δ*, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *Δ* πρὸς τὸν *Γ*. ἴσος δὲ ὁ *B* τῷ *Δ*. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *B* πρὸς τὸν *Γ*· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Uulgo VII, 22.

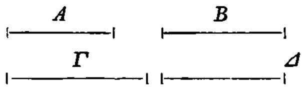
Ἐὰν ὦσι τρεῖς ἀριθμοὶ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

Ἔστωσαν τρεῖς ἀριθμοὶ οἱ *A*, *B*, *Γ* καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος οἱ *Δ*, *E*, *Z* σύνδυο λαμβανόμενοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἔστω δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, ὡς μὲν ὁ *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *E* πρὸς τὸν *Z*, ὡς δὲ ὁ *B* πρὸς τὸν *Γ*, οὕτως ὁ *Δ* πρὸς τὸν *E*. λέγω, ὅτι καὶ δι' ἴσου ἐστὶν ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *Γ*, οὕτως ὁ *Δ* πρὸς τὸν *Z*.

---

2. οἱ τρεῖς FV. ἀνάλογοι p. 3. οἱ] ὁ BFV. ὁ *B*]

Sint tres numeri proportionales A, B, Γ, ita ut sit $A : B = B : \Gamma$. dico, esse $A \times \Gamma = B^2$. pona-



tur enim $\Delta = B$. est igitur $A : B = \Delta : \Gamma$. itaque $A \times \Gamma = B \times \Delta$ [VII, 19]. sed $B \times \Delta = B^2$; nam $B = \Delta$. ergo $A \times \Gamma = B^2$.

Iam uero sit $A \times \Gamma = B^2$. dico, esse $A : B = B : \Gamma$.

Nam quoniam $A \times \Gamma = B^2$, et $B^2 = B \times \Delta$, erit [VII, 19] $A : B = \Delta : \Gamma$. sed $B = \Delta$. ergo $A : B = B : \Gamma$; quod erat demonstrandum.

Uulgo VII, 22.

Si tres numeri dati sunt et alii iis multitudine aequales, duo simul coniuncti et in eadem ratione, et proportio eorum perturbata est, etiam ex aequo in eadem ratione erunt.

Dati sint tres numeri A, B, Γ et alii iis multitudine aequales Δ, E, Z, duo simul coniuncti in eadem ratione, et proportio eorum perturbata sit, ita ut sit $A : B = E : Z$ et $B : \Gamma = \Delta : E$. dico, etiam ex aequo esse $A : \Gamma = \Delta : Z$.

ὁ δεύτερος supra scr. β P. 4. ὁ] supra P. 7. ἐστίν V, comp. B. ἐκ τῶν] ἀπὸ τοῦ p. 8. ἐστίν V, comp. B. γάρ] corr. ex ἄρα V. 9. ἴσος ἐστί FV. 10. ἔστω] ἐστι comp. p. 12. γρ. ὑπὸ $E\Delta$ mg. F. 13. ἴσος ἐστί FV. ὑπό] ἀπό p, om. B. τῶν] τοῦ p, om. BFV. 14. B] (prius) AF, ΓB. 16. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. Pp. 17. BFVp, P mg. m. rec., add. a Theone post VII, 20. κβ' PBFVp. 19. ὦσιν FV. 25. καὶ ἐν P. 29. τὸν Γ] corr. ex τὸ Γ V.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ο Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, ὁ ἄρα ἐκ τῶν Α, Ζ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Β, Ε. πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, ὁ ἄρα ἐκ τῶν Δ, Γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Β, Ε. ἐδείχθη δὲ καὶ ὁ ἐκ τῶν Α, Ζ ἴσος τῷ ἐκ τῶν Β, Ε. καὶ ὁ ἐκ τῶν Α, Ζ ἄρα ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Δ, Γ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

VII, 31.

Ἄλλως.

Ἔστω σύνθετος ἀριθμὸς ὁ Α. λέγω, ὅτι ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. ἐπεὶ γὰρ σύνθετός ἐστιν ὁ Α, μετρηθήσεται ὑπὸ ἀριθμοῦ, καὶ ἔστω ἐλάχιστος τῶν μετρούντων αὐτὸν ὁ Β. λέγω, ὅτι ὁ Β πρῶτός ἐστιν. εἰ γὰρ μή, σύνθετός ἐστιν. μετρηθήσεται ἄρα ὑπὸ ἀριθμοῦ τινος. μετρείσθω ὑπὸ τοῦ Γ. ὁ Γ ἄρα τοῦ Β ἐλάσσων ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Β μετρεῖ, ἀλλ' ὁ Β τὸν Α μετρεῖ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Α μετρεῖ ἐλάσσων ὢν τοῦ Β· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ὁ Β σύνθετός ἐστι. πρῶτος ἄρα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

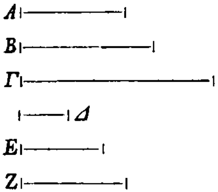
Scholium ad VII, 39.

Τοῦ λθ'. πολλῶν ἀριθμῶν ὄντων καὶ ἐχόντων τὰ

---

2. τῷ ἐκ] τῷ ὑπό FV. 3. ὡς] om. p. 4. Δ, Γ] Γ, Δ B. 5. ὁ ἐκ] ὁ p. 6. καί] om. p. ὁ] ὁ ἄρα FV. ἄρα] om. FV. 9. BVpφ. ante prop. 31; add. Theon. 10. ἄλλως] om. p, ἄλλως τὸ λβ τὸ ἑξῆς B mg. m. 1. 11. ἔστω — 13: ἐστιν ὁ Α] om. p. 13. καί] τινος· μετρείσθω, καί B. ἔστω ὁ p. 15. σύνθετός ἐστιν] ἐστιν ὁ Β πρῶτος Bφ, V in ras. 16. ἄρα] om. B. ὑπὸ τοῦ Γ] in ras. V, seq. ras. magna. 17. ἐστίν] ἐστί Vφ, comp. p. 18. ἀλλά Vφ. 20. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. Bp. 21. Post

Nam quoniam est $A : B = E : Z$, erit



$A \times Z = B \times E$ [VII, 19]. rursus quoniam est $B : \Gamma = \Delta : E$, erit $\Delta \times \Gamma = B \times E$ [id.]. demonstratum est autem, esse etiam $A \times Z = B \times E$. quare etiam $A \times Z = \Delta \times \Gamma$. ergo erit

$$A : \Gamma = \Delta : Z \text{ [VII, 19];}$$

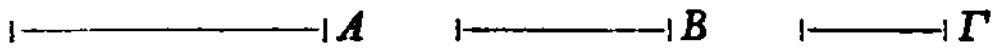
quod erat demonstrandum.

VII, 31.

Aliter.

Sit numerus compositus A. dico, primum numerum eum metiri.

Nam quoniam A compositus est, numerus aliquis eum metietur, et minimus eorum, qui eum metiuntur, sit B. dico, numerum B primum esse. nam si mi-



nus, compositus est. itaque numerus aliquis eum metietur. metiatur numerus Γ. itaque $\Gamma < B$. et quoniam Γ numerum B metitur, B autem numerum A metitur, etiam Γ numerum A metitur, quamquam $\Gamma < B$; quod absurdum est. itaque B compositus non est. ergo primus; quod erat demonstrandum.

Scholium ad VII, 39.

Propositionis XXXIX.[1]) Cum multi numeri sint,

1) Ergo hoc scholium scriptum est ante VII, 20 et 22 interpolatas.

titulum libri VIII V φp (in V in spatio uacuo inter libb. VII et VIII postea insert.). 22. α′ p (qui numeros propp. libri VIII uno maiores deinceps habet).

αὐτα μέρη, οἷον εἰ τύχοι δίδοσθαι ϛ′ γ′ δ′ ε′, εὑρεῖν τον ἐλάχιστον ἀριθμὸν πάντων τῶν τὰ αὐτὰ μέρη ἐχόντων αὐτοῖς. ἀριθμὸν ευρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὢν ἕξει τὰ δοθέντα μέρη τὸ ϛ′ γ′ δ′ ε′ ϛ′ ζ′ η′ ϑ′ ι′ ια′ ιβ′ καὶ εἰς ἄπειρον. δεῖ οὖν λαβεῖν τοὺς ὁμωνύμους αὐτῶν ἀριθμούς, τουτέστι τοῦ μὲν ἥμισυ το α̅, τοῦ δὲ γ′ τα γ̅, τοῦ δὲ δ′ τα δ̅ καὶ ε′ καὶ ϛ̅ καὶ ζ̅ η̅ ϑ̅ ι̅ ι̅α̅ ι̅β̅ καὶ πολλαπλασιάσαι τον α̅ ἐπὶ τα γ̅· γίνονται γ̅· τα γ̅ ἐπὶ τὰ δ̅· γίνονται ι̅β̅· τὰ ι̅β̅ ἐπὶ τα ε̅· γίνονται ξ̅· τα ξ̅ ἐπὶ τα ϛ̅· γίνονται τ̅ξ̅· τα τ̅ξ̅ ἐπὶ τα ζ̅· γίνονται ͵β̅φ̅κ̅· οὗτος ἔχει τα ι̅ μέρη το ϛ′ γ′ δ′ ε′ ϛ′ καὶ τα λοιπά. πάλιν αὐτον πολλαπλασιάσαι ἐπὶ τον ι̅α̅· γίνονται $\mu^{\upsilon}\beta$ ͵ζ̅ψ̅κ̅· οὗτος ὁ ἀριθμὸς ἔχει τα δοθέντα μέρη το ϛ′ γ′ δ′ ε′ ϛ′ ζ′ η′ ϑ′ ι′ ια′ ιβ′. ἐπὶ πάντων τῶν διδομένων οὕτως δεῖ πολλαπλασιάζειν καὶ εὑρίσκειν τὸν ἀριθμον τον ἐλάχιστον ἔχοντα ταῦτα τα μέρη.

IX init.

Εὑρίσκομεν τὸν συγκείμενον λόγον ἐκ λόγων διὰ ε′ τοῦ η′· τὴν δὲ διαίρεσιν τοῦ λόγου εὑρίσκομεν οὕτως· ἔστω ο A τοῦ B διπλοῦς, καὶ ἀπ’ αὐτοῦ ἀφελεῖν τριπλοῦν. ἔστω ὁ $A\ \Gamma$ τριπλοῦς. λοιπος ἄρα ὁ $\Gamma\ B$. λέγω, ὅτι ὁ $\Gamma\ B$ ἡμιόλιός ἐστιν. μη

1. τύχῃ p. ϛ′] ϛ̅ p. 2. ἀριθμόν] comp. V; καί φ. τῶν] τόν φ. αὐτά] ή̈— V φ. 3. ἔχοντα φ. ἀριθμόν] comp. V; καί φ. ὅς] ὡς V φ. 4. τό] τά p. ϛ′] in ras. m. 1 p. 6. αὐτῶν] ή τῶν V φ. 7. α̅] πρῶτον V p φ. καὶ ϛ καί] τὰ ε̅ καὶ τὰ ϛ̅ p. 8. ι̅] om. V φ. πολλαπλασιάσας V p φ. α̅] πρῶτον V p φ. 9. γ̅] τρία V p φ. γίνονται] semper comp. V φ, γίνεται p. γ̅ τά] τρία· τά p. γ̅] τρία p. γίνεται p. ι̅β̅] (prius) ιζ φ. 10. γίνονται] (prius)

qui easdem partes habeant, uelut $^1/_2$ $^1/_3$ $^1/_4$ $^1/_5$, inuenire minimum numerum omnium, qui easdem partes habent.

numerum inuenire minimum, qui datas partes $^1/_2$ $^1/_3$ $^1/_4$ $^1/_5$ $^1/_6$ $^1/_7$ $^1/_8$ $^1/_9$ $^1/_{10}$ $^1/_{11}$ $^1/_{12}$ cett. habeat. oportet igitur numeros iis cognomines sumere, h. e. parti dimidiae numerum 1, tertiae 3, quartae 4, quintae 5 et 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12; et multiplicare $1 \times 3 = 3$, $3 \times 4 = 12$, $12 \times 5 = 60$, $60 \times 6 = 360$, $360 \times 7 = 2520$, qui habet decem partes $^1/_2$ $^1/_3$ $^1/_4$ $^1/_5$ $^1/_6$ cett. rursus $2520 \times 11 = 27720$, qui habet datas partes $^1/_2$ $^1/_3$ $^1/_4$ $^1/_5$ $^1/_6$ $^1/_7$ $^1/_8$ $^1/_9$ $^1/_{10}$ $^1/_{11}$ $^1/_{12}$. in omnibus datis ita oportet multiplicare et numerum minimum inuenire, qui has habeat partes.

Scholium. IX init.[1])

Rationem ex rationibus compositam per VIII, 5 inuenimus, rationis autem diuisionem ita inuenimus.

Sit $A : B = 2 : 1$, et ab ea oporteat auferre $3 : 1$.[2]) sit $A : \Gamma = 3 : 1$. relinquitur igitur $\Gamma : B$. dico, esse $\Gamma : B = 2 : 3$. ne sit enim, sed si fieri potest, sit

1) Uidetur esse scholium ad VIII, 5.
2) H. e. 2 : 1 per 3 : 1 diuidere.

γίνεται p. 11. ͵βφκ] μφη φ. οὕτως V φ. ι] δέκα p. 12. γ′ δ′ ε′ ϛ′] γγδ φ. πολλαπλασιάσας V p φ. 13. τόν] τῶν p. β ͵ζψκ] μβψκ p, β′ γζψκ φ. οὗτος] οὗ τό p. 15. ι] om. φ. δεδομένων p. 16. ἀριθμόν] comp. V, καί φ. ἐλάττονα V p φ. 18. V φ post titulum libri IX (in V in spatio uacuo inter libb. VIII et IX postea insert.).

γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω διπλοῦς ὁ Γ τοῦ Β. ἔστι δὲ καὶ ο Α τοῦ Γ τριπλοῦς· γενήσεται ἄρα καὶ ὁ Α τοῦ Β ἑξαπλοῦς. ὑπόκειται δὲ διπλοῦς· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἔσται ὁ Γ τοῖ Β διπλοῦς. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλον λόγον ἔχει ὁ Β πρὸς τὸν Γ παρὲξ τοῦ ἡμιολίου.

IX, 22.

Ἄλλως.

Ἢ καὶ οὕτως· ἐπεὶ οὖν ὁ ΑΒ περιττός ἐστιν, ἀφῃρήσθω ἀπ' αὐτοῦ μονὰς ἡ ΖΒ· λοιπὸς ἄρα ὁ ΑΖ ἄρτιός ἐστιν. πάλιν ἐπεὶ ὁ ΒΓ περιττός ἐστιν, καί ἐστι μονὰς ἡ ΖΒ, ἄρτιος ἄρα ὁ ΖΓ. ἔστι δὲ καὶ ὁ ΑΖ ἄρτιος. καὶ ὅλος ἄρα ὁ ΑΓ ἄρτιός ἐστιν. διὰ τὰ αὐτὰ δη καὶ ὁ ΓΕ ἄρτιός ἐστιν. ὥστε καὶ ὅλος ὁ ΑΕ ἄρτιός ἐστιν.

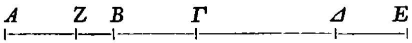
---

4. ἄρα] πτι φ. διπλοῦς] τριπλοῦς Vφ. 7. F solus post ἐστιν, ante ὅπερ p. 392, 13. 8. ἄλλως] om. F.

$\Gamma = 2B$. est autem etiam $A = 3\Gamma$. erit igitur $A = 6B$. sed supposuimus, esse $A = 2B$; quod absurdum est. ergo non erit $\Gamma = 2B$. similiter demonstrabimus, ne aliam quidem rationem habere B ad Γ praeter $2:3$.

IX, 22.

Uel etiam ita: quoniam AB impar est, ab eo auferatur unitas ZB. itaque qui relinquitur, AZ par est. rursus quoniam $B\Gamma$ impar est, et unitas est ZB, par est $Z\Gamma$. uerum etiam AZ par est. itaque etiam totus $A\Gamma$ par est [IX, 21]. eadem de causa etiam ΓE par est. ergo etiam totus AE par est [IX, 21].[1]



1) De figura cfr. IX, 22.