

Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres

EUCLIDIS
O P E R A O M N I A.

EDIDERUNT

I. L. HEIBERG ET H. MENGE.



LIPSIAE
IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.
MDCCCLXXXIV.

EUCLIDIS
E L E M E N T A.

EDIDIT ET LATINE INTERPRETATUS EST

I. L. HEIBERG,
DR. PHIL.

VOL. II.

LIBROS V—IX CONTINENS.



LIPSIAE
IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCLXXXIV.



LIPSIÆ: TYPIS B. G. TEUBNERI.

PRAEFATIO.

In iis Elementorum libris, qui hoc continentur uolumine, emendandis pro fundamento habui codices PBFV, de quibus uideatur breuis, quam dedi uol. I p. VIII—IX, notitia; codicem Bodleianum B in libris VIII—IX¹⁾ contulit H. Menge. Parisino 2466 (p) in solo libro VII uti potui, neque magni est momenti. sed cum omnium Theoninorum optimus codex Laurentianus F inde a VII, 12 p. 216, 20 ad IX, 15 p. 378, 6 deficeret — nam eam codicis partem, quam littera ϕ significauit, prorsus inutilem esse, adparet, de qua re in prolegomenis uoluminis IV uberius agam —, et cum cod. Bononiensis b (u. uol. I p. IX) a Florentino in hac quidem parte non longe distaret, eum a VII, 13 ad IX, 15 hoc anno Bononiae contuli et hoc loco scripturae discrepantiam notabo. ad supplendum adparatum criticum in libris VIII—IX etiam cod. Parisin. Gr. 2344 (q) membran. saec. XII contuli, qui ut Hauniam transmitteretur, intercedente praefecto bibliothecae regiae Hauniensis a liberalitate bibliothecarii Parisiensis Leopoldi Delisle facile

1) In his duobus libris ab VIII, 17 de ν littera, quam $\epsilon\phi\epsilon\lambda\kappa\upsilon\sigma\tau\iota\kappa\acute{o}\nu$ uocant, uel omissa uel addita in B nihil in collatione adnotatum erat.

impetraui. huius codicis scripturas inde a p. 372, 15 suis locis in adparatum recepi, reliquas ab initio libri VIII hic dabo.

- p. 216, 24: ὡσι b.
 p. 218, 9: τὰ αὐτά] om. b.
 18: ἐν] καὶ ἐν b.
 27: ἐστίν] om. b.
 p. 220, 1: τὸν Z] Z b.
 11: ἦ] uidetur eras. b.
 26: ἔσται] ἔστιν b.
 p. 222, 2: ἡγούμενοι] γούμενοι b.
 7: ἦ] corr. ex ó m. 1 b.
 14: A] corr. ex Δ m. 1 b.
 p. 224, 1: τῶν] τόν b.
 24: πολλαπλασιάσασαι b.
 p. 226, 5: καὶ] om. b.
 6: πεποίηκε b.
 17: ἀριθμοί] ἄρα ἀριθμοί b.
 25: πεποίηκε b.
 p. 228, 2: ἀλλ' ὥς] ὥς δέ b.
 6: πεποίηκε b.
 21: sequitur p. 428, 23—430, 17 b (κ').
 p. 430, 11: ἐστίν] om. b.
 13: ὑπό] ἐκ b.¹⁾
 16: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. b.
 p. 230, 16: ΘZ] supra scr. m. 1 b.
 ἴσοι εἰσίν] punctis del. m. 2 b.
 ἀριθμοί] ἴσοι b.
 ἀλλήλοις] ἀλλήλοις εἰσίν b.
 p. 232, 2: ἐστίν] om. b.
 4: EZ] EZ ἄρα b.
 7: sequitur p. 430, 19—432, 8 b. (κβ').
 p. 432, 7: ἐστίν] om. b.
 8: κγ' b (κ' edit. = κα' cod.).

1) Recipiendum est.

- p. 232, 9: ἀλλήλους] πολλούς b.
 11: ἀλλήλους] πολλούς b.
 14: μή] μή εἰσιν οἱ A, B ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐ-
 τὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς b.
 18: μετροῦσι] syll. με- in ras. m. 1 b.
 20: τὸν ἡ-] in ras. m. 1 b.
- p. 234, 8: τοῖς] τῶι b.
 11: κδ' b et sic deinceps.
 17: εἰσι] εἰσιν οἱ A, B b.
 18: αὐτούς] τοὺς A, B b.
 21: ἔστωσαν] litt. στ corr. ex η m. 1 b.
- p. 236, 1: πεποίηκε b.
 12: ὥσιν] εἰσιν comp. b.
- p. 238, 3: ὥσι b.
 12: ante τις est — in b. post A, E uacat linea in b.
 13: δῆ] δέ b.
 22: A, E πρῶτοι, οἱ δέ] om. b, in extrema pag.
 26: τόν] πρὸς τόν b.
- p. 240, 1: τόν] πρὸς τόν b.
 2: post E est — in b.
 B, Γ] Γ, B b.
 24: ὥσι b.
- p. 242, 4: τόν] τό b.
 8: δῆ] δέ b.
 E, Δ] Δ, E b.¹⁾
 16: ὥσι b.
- p. 244, 3: E] in ras. m. 1 b.
 22: ὥσι b.
- p. 246, 9: ΓΑ] ΑΓ b.
- p. 248, 1: μή] supra scr. m. rec. b.
 14: μετροῦ] μετρεῖ b.
- p. 250, 1: ὁ B] τὸ B b.
 6: ἡγούμενον] corr. ex ἡγούμενος m. 1 b.
 9: sequitur p. 432, 10—20 b.
 p. 432, 10: ἄλλως τὸ λβ' τὸ ἐξῆς b.

1) Hoc ergo ex P recipiendum erat.

- p. 432, 13: ἔστω] ἔστω ὁ. b.
 19: B] corr. ex Γ m. 1 b.
 20: ἔστι] comp. b.
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι] comp. b.
- p. 250, 10: λγ' b et sic deinceps.
 17: γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν] δῆλον ἂν εἴη τὸ
 ζητούμενον b; item lin. 21.
 24: εἰ] τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ὃς καὶ τὸν A μετρήσει. εἰ b.
- p. 252, 1: ἑτέρου] τοῦ ἑτέρου b.
 13: ἐπιταχθέν] ζητούμενον b, mg. m. 1: γρ. τὸ
 ἐπάγγελμα.
 19: τοὺς αὐτοὺς λόγους b; item lin. 22—23.
- p. 256, 21: μετροῦσι b.
 25: ὁ] καὶ ὁ b.
- p. 258, 8: post ἐπόμενος reliqua pars lineae quasi orna-
 mentis quibusdam expleta est in b.
 9: τοῦς] τόν b.
 13: τοῦ Γ] τοῦ Γ, ὅταν οἱ A, B πρῶτοι πρὸς
 ἀλλήλους ὦσιν b.
 20: μετροῦσι b.
 24: ἔστωσαν] ἔσονται b.
 26: H] e corr. m. 1 b.
- p. 260, 4: ἄρα] ἄρα ὥς b.¹⁾
 16: μετρῶσιν] μετρήσωσι b.
 25: μετρήσουσι b.
- p. 262, 11: δή] δέ b.
 13: μετροῦσι b.
 14: μετρήσουσι b.
 16: μετροῦσι b; item lin. 17.
 23: μετροῦσιν] μετρήσουσι b.
 24: Γ] in ras. m. 1 b.
- p. 264, 3: μετροῦσι b; item lin. 4, 7, 8.
 13: τὸν Z — 14: μετρούμενος] om. b.
- p. 266, 10: τὸ αὐτό — 11: ἀριθμοῦ] om. b.
- p. 268, 9: ὑπό] ὁ ὑπό b.

1) P. 260, 14 errore typographico legitur ἐπει pro ἔδει.

- p. 268, 11: ὁ *H* ἄρα] ἐπεὶ ὁ *H* ὑπὸ τῶν *A*, *E*, *Z* με-
 τρεῖται, ὁ *H* b.
 14: μῆ] μῆ ὁ *H* ἐλάχιστος ὧν ἔχει τὰ *A*, *B*, *Γ*
 μέρη b.
 17: μέρεσι b.
 19: τῶν] om. b.

VIII.

- p. 270, 13: τῶν — 14: πλήθει] om. bq.
 18: μέζων — 19: ὅ τε] om. bq.
 p. 272, 12: τέσσαρες] *A* b.
 20: ἔστιν] ἀριθμὸς δὴ ὁ *A* δύο τοὺς *A*, *B* πολ-
 λαπλασιάσας τοὺς *Γ*, *A* πεποίηκεν· ἔστιν bq.
 20: ἄρα] om. b.
 21: μέν] om. bq.
 p. 274, 2: ὁ *Γ*] οὕτως ὁ *Γ* bq.
 3: ὁ *A*] οὕτως ὁ *A* bq.
 4: πολλασιάσας b.
 8: ὁ *Z*] οὕτως ὁ *Z* bq.
 10: ὁ *H*] οὕτως ὁ *H* bq.
 11: ὁ *A*] οὕτως ὁ *A* bq.
 15: ἀλλ' ἐδείχθη δὲ καὶ bq.
 23: εἰσί q.
 οἱ *A*, *B* — 24: εἰσίν] supra scr. m. 1 q (εἰσί).
 26: δὲ τῶν] δὲ τὸν bq.
 p. 276, 3: τοῖς] corr. ex αὐτοῖς m. 1 q.
 9: τέσσαρες] δ q.
 11: εἰάν] supra scr. m. 1 b.
 p. 278, 1: καὶ ἐπεὶ — 3: ἐαυτὸν μὲν] οἱ ἄρα ἄκροι ἀν-
 τῶν οἱ *A*, *Ξ* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.
 ἐπεὶ γὰρ οἱ *E*, *Z* πρῶτοι, ἐκότερος δὲ ἀν-
 τῶν ἐαυτὸν bq.
 6: καὶ] om. bq.
 καὶ οἱ — 7: εἰσίν] πρῶτοι καὶ οἱ *A*, *Ξ* bq.
 p. 278, 14: εἰσιν] ἐπεὶ bq.
 ἀλλήλους] ἀλλήλους εἰσίν, ἴσος δὲ ὁ μὲν *A*
 τῷ *A*, ὁ δὲ *Ξ* τῷ *A* bq.

- p. 278, 18: ἀνάλογον] om. b.
 22: Z] in ras. m. 1 b.
 23: ἀνάλογον] om. bq.
- p. 280, 1: καί] om. bq.
 6: Θ] e corr. m. 1 b.
 10: Θ, H] H, Θ b.
 ἀνάλογον] om. bq.
 11: καὶ ἐν] καὶ ἐν τε bq.
 13: Θ, H] H, Θ bq.
 14: ἀνάλογον] om. b.
 15: ἐν τῷ] ἔτι bq.
 16: λόγοις] λόγοις, ἔσονται τινες τῶν H, Θ, K, A
 ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐν τε τοῖς τοῦ A πρὸς
 τὸν B καὶ τοῦ Γ πρὸς τὸν A καὶ ἔτι τοῦ
 E πρὸς τὸν Z λόγοις q.
 17: οὕτως] om. bq.
 20: ἐλάσσων] ἐλάττων b.
 ἐλάσσονα] ἐλάττονα bq.
- 21: τε] om. bq.
- p. 282, 1: B, Γ] Γ, B bq.
 2: μετροῦσι bq.
 τῶν] τόν q.
 4: ὁ H] (prius) supra scr. m. 1 b.
 6: Θ, H] H, Θ bq.
 8: τὸν Z] Z q.
 9: ὑπό] ὁ ὑπό bq.
 12: Θ, H] H, Θ bq.
 14: ἐπεὶ] καὶ ἐπεὶ bq.
 20: ἰσάκις] ὁσάκις q.
 22: ἀνάλογον] om. bq.
 ἐν] ἐν τε b.
 τε] om. b.
 23: ἔτι] om. bq.
 24: ἐν] εἰ γὰρ μὴ εἰσιν οἱ N, Ξ, M, O ἐξῆς
 ἐλάχιστοι bq.
- p. 284, 1: εἰ γὰρ μὴ] om. bq.
 2: ἀνάλογον] om. bq.

- p. 284, 5: οὕτως] bis q.
 7: τε] om. bq.
 10: μετροῦσι bq.; item lin. 15.
 20: ἀνάλογον] om. bq.
 21: τόν] om. bq.
 22: τόν] (bis) om. bq.
 23: ἄρα] om. b.
 ἀνάλογον] om. bq.
- p. 286, 10: Γ, E, Δ] in ras. m. 1 b.
 15: καί] om. bq.¹⁾
 16: πεποίηκεν] (prius) πεποίηκε q.
 17: Δ] e corr. m. rec. b.
 18: Δ] e corr. m. rec. b.
 ὥς δέ — τὸν Θ] om. b.
- p. 288, 7: μετρή] μετρεῖ q.
 13: μετροῦσιν] μετρήσουσι bq.
 14: εἰ — 15: τὸν Γ] λέγω γάρ ὅτι οὐ μετρεῖ ὁ A
 τὸν Γ bq.
 15: καὶ ὅσοι] ὅσοι γάρ bq.
- p. 288, 17: τοῖς Δ] in ras. m. 1 b.
- p. 290, 1: ἦ] εἰ q.
 γάρ] γὰρ Z q.
 6: μετρήσει] μετρεῖ bq.
 9: μετρή] μετρεῖ q.
 14: οὐ] μή q.
 οὐδέ] οὐδ' q.
 15: μετρήσει] μετρήσει· ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον· ὑπό-
 κείται γάρ ὁ A τὸν Δ μετρεῖν q.
 16: ὁ] τό q.
 20: μεταξύ — ἀνάλογον] om. bq.
- p. 292, 8: Γ, Δ, Β] Β, Γ, Δ bq.
 10: εἰσί q.
 11: εἰσί q.
 14: καὶ — 15: τὸν Ζ] om. q.

1) Itaque quoniam bq p. 286, 13 sq. cum P consentiunt, nomen Theonis in adnotatione ad locum illum tollendum est.

- p. 292, 18: ἔχοντας] ἔχοντας αὐτοῖς bq.
 22: καί] καὶ ὁ q.
- p. 294, 1: εἰσί q.
 καὶ οἱ — 2: εἰσίν] om. b.
 3: ἄρα] om. b.
 10: ὥσι bq.
 14: μεταξύ] ἐξῆς μεταξύ bq.
 19: μεταξύ] supra scr. m. 1 b.
 20: ἐμπεπτώκασιν] ἐμπίπτουσιν b.
 21: τῆς] τῆς E bq.
- p. 296, 1: πεποίηκε bq; item lin. 2, 3, 4.
 6: Z, H] H, Z bq; item lin. 7.
- p. 296, 10: τῶν] om. b.
 ἐστὶν ὁ] ἐστὶ καὶ ὁ bq.
 12: ἄρα τόν] ἄρα τό q.
 μετρεῖ] om. b.
- p. 298, 2: ἴσος — 3: A] ὁ δὲ M τῷ A ἐστὶν ἴσος bq.
 6: H] K, ut uidetur, q.
 8: τοσοῦτοι] οὕτως b.
 12: ἰ'] om. q.
 ἐκατέρου] om. bq; γρ. ἐκατέρου mg. m. rec. b.
 15: μεταξύ] ἐξῆς μεταξύ bq.
 21: οἷ τε] corr. ex ὅτε q.¹⁾
- p. 300, 8: ἄρα] om. b.
 10: πεποίηκε bq.
 11: E] e corr. m. rec. b.
 13: δέ] om. q.
 15: E] corr. ex Θ m. rec. b.
 16: πεποίηκε bq; deinde add. b mg. m. rec.: τὸν
 δὲ Z πολλαπλασιάσας τὸν Θ πεποίηκε.
 μέν] om. b.
 17: πεποίηκε bq; item lin. 18, 19.
 19: μέν] om. bq.
 23: καὶ ὡς — 24: τὸν H] supra scr. m. 1 q.
 25: τῶν] τόν q.

1) P. 298, 21 in adnot. addatur: τε] om. BVφ.

- p. 300, 27: ἀλλ' ὡς ὁ E πρὸς τόν] in ras. m. 1 q.
- p. 302, 2: τῶν] τόν q.
 3: K] in ras. q.
 A] in ras. q.
 10: B] e corr. m. 1 b.
 12: καὶ ὡς — 13: τὸν A] om. bq.
- p. 304, 1: Γ γάρ] γὰρ Γ bq.
 4: πεποίηκε bq.
 8: διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ] πάλιν ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Δ
 πολλαπλασιάσας τὸν E πεποίηκεν, ὁ δὲ Δ
 ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκε, δύο
 δὴ ἀριθμοὶ οἱ Γ, Δ ἕνα καὶ τὸν αὐτὸν τὸν
 (om. b) Δ πολλαπλασιάσας τοὺς E, B
 πεποιήκασιν· ἔστιν ἄρα bq.
 9: B] B. ἀλλ' ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ
 A πρὸς τὸν E bq.
 10: ἄρα] om. q.
 11: ἀριθμός] ἀριθμὸς ὁ E bq.
- p. 306, 2: ἑαυτόν] ἑαυτὸν μὲν bq.
 4: τῶν] corr. ex τόν m. 1 q.
 6: καὶ ὁ Γ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν E πε-
 ποίηκεν] om. bq.
 7: μὲν] om. bq.¹⁾
 πεποίηκε bq; item lin. 8.
 10: πεποίηκε q; item lin. 11.
 27: Δ] Δ, οὕτως τε (om. q) ὁ K πρὸς τὸν B·
 ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ bq.
 ὃ τε] τε ὁ bq.
- p. 310, 4: τόν] om. q.
 8: τῶ] om. q.
 10: μὲν ὁ] ὁ μὲν bq.
 14: τετράγωνος πρὸς τετράγωνον] τετράγωνος ἀριθ-
 μὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν bq.
 22: εἰσιν] comp. ἔστιν corr. ex comp. εἶδιν b.

1) P. 306, 6 in adnot. scribatur: „6. καὶ ὁ — πεποίηκεν]
 P; om. Theon (B V φ). 7. μὲν] om. B V φ.“

p. 310, 23: B] e corr. m. 1 b.

p. 312, 1: εἰσιν] εἰσι bq.

4: πάλιν — μετρεῖτω] ἀλλὰ δὴ μετρεῖτω ὁ I τὸν Δ bq.

7: B] in ras. m. 1 b.

10: A, E] in ras. m. 1 b.

15: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. bq.

18: καὶ ἑάν — 20: μετρήσει] om. b.

25: ὁ δὲ Δ — 26: τὸν Δ] καὶ ἔτι ὁ Γ τὸν Δ
πολλαπλασιάσας τὸν Z ποιεῖτω, ὁ δὲ Δ ἑαν-
τόν bq.

26: Z] H bq.*

p. 314, 5: εἰ q.

10: δὴ] om. bq.

11: οἱ] καὶ οἱ bq.

12: πρὸς τὸν] πρὸς bq.¹⁾

13: ὥς] supra scr. m. 1 b.

22: ἀριθμοί] om. bq.

24: μετρεῖ] μετρήσει b.

25: εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Γ τὸν Δ, μετρήσει] mg. m.
rec. b; εἰ γὰρ ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ, μετρήσει q.

26: οὐδέ] οὐδ' bq.

p. 316, 3: γὰρ] γὰρ μὴ b, sed μὴ eras.

καί] e corr. m. rec. b.

5: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. bq.

21: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. bq.

p. 318, 1: ὅμοιοι] om. q.

13: πολυπλασιάσας b, sed syll. λυ in ras. m. 1;
item lin. 15, 17, 18.²⁾

14: πεποίηκε bq; item lin. 17, 23.

17: A] corr. ex H m. rec. q.

22: πολυπλασιάσας b; item lin. 23.

28: εἰσι q.

p. 320, 4: ἐξῆς] ἐξ ἀρχῆς q.

1) Ergo τὸν cum P omittendum.

2) Itaque fortasse haec forma vocabuli in hac prop. cum P servanda est.

- p. 320, 8: ὁ Γ] sic bq.¹⁾
 9: ἦ] καί b.
 16: οἱ] ἀριθμοὶ οἱ bq.
 17: Ε] Ε ἀριθμοί q.
 18: στρεοί] στρεοὶ ἀριθμοί b.
 19: μὲν ὁ] sic bq.²⁾
 24: καί] ἦ bq.
 25: γάρ] δὴ q.
 τὸν Δ] sic bq.³⁾
- p. 322, 1: εἰσί q.
 6: καί] ἔστιν ἄρα ὡς ὁ K πρὸς τὸν M, ὁ M
 πρὸς τὸν Δ, καί q.
 7: πεποίηκε bq; item lin. 23, 25.
 10: M, Δ] Δ, M bq.
 14: διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καί] πάλιν ἐπεὶ ἔστιν ὡς ὁ
 Δ πρὸς τὸν E, οὕτως ὁ H πρὸς τὸν Θ,
 ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν bq.
 16: M, Δ] Δ, M bq.
 εἰσιν] om. b.
 19: N] corr. ex H m. rec. b.
 21: Γ, Δ, Ε] Δ, Ε q.
 24: Δ] corr. ex Δ m. rec. b.
 τόν] τὸν ἐκ τῶν Z, H τόν bq.
 27: N] corr. ex H m. rec. b.
 28: τόν] om. bq.
 τόν] om. b.
 N] corr. ex H m. rec. b.
 30: H] e corr. m. rec. b.
 καὶ ὡς] ὡς bq.
- p. 324, 1: Z] in ras. m. 1 b.
 5: N] corr. ex H m. rec. b.
 6: H] H καὶ ὁ E πρὸς τὸν Θ q.
 9: N] corr. ex H m. rec. b.

1) In adn. p. 320, 8 delendum „corr. ed. Basil.“.

2) In adn. p. 320, 19 deleatur „ὁ μὲν Vφ“; habent μὲν ὁ.

3) In adn. p. 320, 25 addatur: „25. τὸν Δ] τὸν μὲν Δ B Vφ.“

- p. 324, 11: τόν] bis b.
 12: Ε] E q. B] Θ q.
 13: καί] καὶ ὥς b.
 26: ἀλλ' ὥς] ὥς δέ b.
 28: ἄρα] om. bq.
- p. 326, 7: οἱ] om. bq.
 10: ἀριθμὸς ὁ Γ] ὁ Γ ἀριθμὸς bq.
 13: A, Γ] A, B, Γ mutat. in A, Γ, B m. rec. b;
 A, Γ, B q.
 E] seq. ἔστιν ἄρα ὥς ὁ A πρὸς τὸν E, ὁ A
 πρὸς τὸν Γ. ἀλλ' ὥς ὁ A πρὸς τὸν Γ,
 οὕτως ὁ Γ (corr. ex A b) πρὸς τὸν B.
 καὶ ὥς ἄρα ὁ A πρὸς τὸν E, ὁ Γ πρὸς
 τὸν B q et mg. m. rec. b.
 ἰσάκεις] mut. in ὁσάκεις m. rec. b.
 ἄρα] mutat. in δέ m. rec. b.
- 14: καὶ ὁ E — 15: μετρεῖ] om. b.
 δῆ] δέ q.¹⁾
- 16: πεποίηκε q. Seq. τὸν δὲ E πολλαπλασιάσας
 τὸν Γ πεποίηκεν q et mg. m. rec. b.
- 17: ἔστι q. οἱ] αἱ q.
 19: Γ, B] B, Γ bq.
- p. 328, 3: ὁ Z — τὸν A] ἐκάτερος τῶν Z, H τὸν E
 πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν Γ, B bq.
- 5: A] Z bq. τὸν E] H bq.
 6: A — ὁ] om. bq.
 τόν] om. bq.
 πάλιν — 9: τὸν B] om. bq.
- 9: τόν] om. bq.
 10: τόν] (prius) om. bq.
 11: τόν] om. b.
 καί — 12: τὸν H] om. bq.
- 13: ἀριθμοὶ εἰσιν] εἰσιν ἀριθμοὶ bq.²⁾
 17: ὅμοιοι] om. b.

1) In adn. p. 326, 14 addatur: „14. δῆ] corr. ex δέ B“,
 in adn. ad p. 326, 20 deleatur „et B (corr. m. 1)“.

2) Ergo hic ordo uerborum cum P praeferehdus erat.

p. 328, 23: Δ] Δ, B bq. H] H, Θ b, sed corr.

25: εἰσί q.

26: ὁ Z — ἀριθμοί] om. bq.

p. 330, 2: τοῦ πρό] om. bq.

4: τόν] om. bq.

5: τόν] om. bq.

καί] supra scr. m. rec. b.

6: τοῖς] τοι b.

καί — 7: Α, Γ, Δ] om. bq.

12: ὃ τε] ὅτι ὁ q.

17: N] corr. ex H m. rec. b.

18: πεποίηκε bq.

20: N] corr. ex H m. rec. bq.

22: δῆ] δέ bq.

E] H bq.¹⁾

p. 332, 1: Γ] B bq.¹⁾

5: πεποίηκε q.

6: ἐστίν] om. b. εἰσιν] om. bq.

7: εἰσι q.

8: τόν] corr. ex τό m. rec. b.

12: τὸν M] M q.

15: Ξ] post ras. 1 litt. b.

16: ὅμοιοι] οἱ q, om. b.

19: τρίτος] γ̃ b.

22: λέγω] λέγω δῆ b.

24: Γ] e corr. m. rec. b.

25: εἰσι q.

26: τετράγωνος δὲ ὁ Α τε-] mg. m. rec. b.

Γ] B bq.

p. 334, 7: ἐστίν] ἔσται bq.

12: κδ'] om. q.

14: ὄν] corr. ex ᾗ m. rec. b.

15: τετράγωνος ᾗ] ᾗ τετράγωνος bq.

17: post B ins. λόγον m. rec. b.

όν]

natur: „ὁ Ε τὸν Γ] ὁ Η τὸν Β

- p. 334, 19: ἔστω] ἔσται q.
 22: εἰσι q.
 23: Γ] in ras. m. 1 b.
 τόν] om. bq.
 24: τόν] om. bq.
 p. 336, 8: Δ] e corr. m. rec. b.
 δῆ] δέ b; om. q.¹⁾
 10: γὰρ οἱ] γὰρ ὁ b.
 ὅμοιοι] ἄρα ὅμοιοι bq.
 11: εἰσι q.
 12: μεταξύ] in hoc uocabulo desinit q fol. 165^u;
 λείπ. φύλλα ἡ mg.; rursus incipit p. 372, 15,
 u. u. adn. (ἐνταῦθα λείπουνσι φύλλα ἡ mg.
 fol. 166^r).
 p. 338, 5: τετράγωνοι] τεταραγμένοι b.
 22: Ε] e corr. m. rec. b.
 25: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. b.

IX.

- p. 340, 9: Δ] e corr. m. rec. b.
 10: πεποίηκε b.
 14: δέ] om. b.
 17: τῶν] corr. ex τόν m. rec. b.
 19: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. b.
 p. 342, 4: ἀριθμοί] om. b.
 5: ἔστωσαν — 6: ποιεῖτω] δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ
 Α, Β πρὸς (mutat. in πολλαπλασιάσαντες
 m. rec.) ἀλλήλους τετράγωνον τὸν Γ ποιεῖ-
 τωσαν b.
 11: ἔστιν ἄρα] om. b.
 12: τόν] bis om. b.
 14: ἐμπέπτει] ἐμπέπτει ἀριθμός b.
 17: εἰάν — ἐμπέπτῃ] om. b; ὧν δὲ ἀριθμῶν εἰς
 μέσος ἀνάλογον ἐμπέπτει mg. m. rec.
 18: οἱ ἄρα] ἄρα οἱ b.

1) Itaque δῆ cum P delendum, ut suspicatus eram.

- p. 344, 1: πεποίηκε b.
 6: πρὸς τόν] πρὸς b.
 12: τὸν Δ] Δ b.
 13: τοῦ Α] om. b; post ἀριθμοῦ ins. m. rec.
 19: τόν] om. b.
 22: ἐμπίπτωσιν] ἐμπιπτεύωσαν b.
 23: δεύτερος] τέταρτος b.
 24: ἐστίν] om. b.
- p. 346, 4: ὅτι] om. b.
 6: γὰρ Α] Α γάρ b.
 11: οἱ Α, Β] ante ras. 2 litt. b.
- p. 348, 4: Α] corr. ex Δ m. 1 b.
 κύβος ἄρα ἐστὶ] ἔστιν ἄρα b.
 10: Α] πρῶτος b.
 11: πεποίηκε b.
 13: ἐαυτόν] ἐαυτὸν μὲν b.
 14: ὁ Α — 22: τὸν Β] τὸν δὲ Β πολλαπλασιάσας
 τὸν Γ πεποίηκεν b.
 23: καὶ ὥς] ὥς b.
- p. 350, 1: ὁ Α] οὕτως ὁ Α b, Α e corr. m. rec.
 3: ἐστὶ κύβος] ἐστὶ ὁ κύβος b, sed ὁ deletum.
 11: ὑπό] corr. ex ὑπέρ m. rec. b.
 14: ἐπεὶ — 15: μονάδας] om. b.
 15: πεποίηκε b.
 17: ὁ ἐκ] ἐκ b.
 24: ἔσται] ἐστὶ b.
 ὁ] πάντες, ὁ b.
- p. 352, 1: πάντες] om. b.
 2: post διαλείποντες add. πάντες b.
 4: ὅτι] om. b.
 6: πάντες] om. b.
 8: ἅμα] ἄρα b.
 Ante τετράγωνος eras. ὁ b.
 9: πάντες] ἅπαντες b.
 10: Post ἡ ras. 1 litt. b.
 12: μονάς] ἡ μονάς b.
 ἀριθμόν] om. b.

- p. 352, 14: τῷ *A*] αὐτῷ b.
 15: πεποίηκε b.
 17: καὶ ὁ *A* ἄρα] ἄρα καὶ ὁ *A* b.
 20: πάντες] om. b.
 τέταρτος] *A* b.
 23: *A*] *A* ἀριθμόν b.
 οὕτως — 24: ἀριθμόν] mg. m. rec. b.
- p. 354, 3: πεποίηκε b; item lin. 4.
 7: ὁ] m. rec. b.
 8: μονάδος] μονάδος ὁ *Z* b.¹⁾
 12: μονάδος] τῆς μονάδος b.
 ἐξῆς — 13: ἀριθμοὶ] ἀριθμοὶ ἐξῆς b.
 17: μονάδος] τῆς μονάδος b.
- p. 356, 10: τέταρτος] *A* b.
 15: *B*] *B* μετρεῖ b.
 21: εἰσι b.
- p. 358, 8: μονάδος] τῆς μονάδος b.
 ὁσοιοδηποτοῦν] ὁσοιοδηποτοῦν b.
 22: ὁμοίως — 23: ἐστι] om. b.
 25: δῆ] om. b.
 ἔστω ὁ *A*] corr. ex ἔστωσαν m. rec. b.
 οὐδ'] οὐδέ b.
- p. 360, 5: τόν] bis om. b.
 16: τετάρτου] *A* b.
 19: μονάδος] τῆς μονάδος b.
 20: ἐλάσσων b.
 23: μονάδος] τῆς μονάδος b.
 25: ἐλάχιστος] ἐλάσσων b.
- p. 362, 8: πόρισμα — 11: αὐτοῦ] om. b.
 17: ὁσοιοδηποτοῦν] ὁσοιοδηποτοῦν b.
 22: μὴ γάρ] μὴ γὰρ μετρεῖτω ὁ *E* τὸν *A* b.
- p. 364, 1: *E*] corr. ex *A* m. 1 b.
 3: μετρεῖτω] μετρεῖτω δέ b.
 4: πεποίηκε b.

1) In adnotatione p. 354, 8 addatur: „μονάδος] μονάδος ὁ *Z* Theon (BVφ)“.

- p. 364, 29: ἔχοντας] ἔχοντας αὐτοῖς b.
- p. 366, 2: ἡγούμενον] τὸν ἡγούμενον b.
 5: ὑπό] ἀριθμοὶ ὑπό b.
 7: οὐ] om. b.
 14: ἐξῆς] om. b.
- p. 368, 5: πᾶς] ἅπας b.
 6: ὁ E — 7: μετρεῖται] om. b.
 22: ὁ Z οὐκ ἔστι] οὐκ ἔστιν ὁ Z b.
 23: εἰ γάρ] εἰ γὰρ ἔστι πρῶτος b.
- p. 370, 2: ἅπας — 3: μετρεῖται] om. b.
 3: ὁ Z ἄρα ὑπὸ πρώτου] ὑπὸ πρώτου ἄρα b.
 21: ἀνάλογον] ἄλογον b.
- p. 372, 1: ὑπό] ἐκ τῶν b.
 6: Δ] e corr. m. rec. b.
 7: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. b.
 20: πεποίηκε b.
 22: πολυπλασιάσαντες b.
 23: τόν] corr. ex αἰτόν b.
 25: μετρήσουσι b.
- p. 374, 2: μετροῦσιν] μετρήσουσιν b.
 14: ὅποιοιοῦν] ὅποιον b.¹⁾
 20: πεποίηκε b; item lin. 21, 22.
 22: εἰσι b. 24: ὥσι b.
- p. 376, 2: ἔστι b.
 3: ἐὰν δέ — 5: ὥστε] καὶ b.
 5: ZΔ] ΔZ b, sed Z e corr. m. 1.
 6: ΔE] ΔE ἄρα b.
 ὥστε — 7: ἔστιν] om. b.
 8: γάρ] δέ b. ἐκ] ἀπό b.
 10: ἔστιν] ἔστιν. ὥστε ὁ ἐκ τῶν ZΔ, ΔE καὶ
 πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ EZ πρῶτός ἐστιν b.
 13: ἔστιν] ἔστι b.
 17: εἰσι b.
 19: καί] ὥστε καὶ b. ἐκ] ὑπό b.
 21: ἐκ] sic b.²⁾

1) In adn. p. 374, 13 scribatur „ἐχόντων λόγον V“.

2) Ergo in adn. p. 376, 21 nomen Theonis deleatur.

- p. 376, 22: *οί]* mutat. in *ὁ* b.
 23: *ὑπό]* *ἐκ* b. *ὑπὸ τῶν]* *ὑπό* b.
πρωτοί εἰσι] *πρωτός ἐστιν* b.
 24: *οί]* *ι* eras. b.
 p. 378, 1: *πρωτοί εἰσιν]* *πρωτός ἐστιν* b.
 2: *ἔτι]* om. b; *καὶ ἔτι* supra scr. m. rec.
οί] *ι* eras. b.
 3: *πρωτοί εἰσιν]* *πρωτός ἐστιν* b.

Praeter errores supra suis locis in adnotationibus correctos, qui in collationibus codicum enotandis irrepserunt, unum deprehendi; nam p. 392 in adnotatione addendum est: „10. τῶν] ἄρα τῶν BFVq.“

Quoniam collatio codicis Bodleiani in libro decimo, quam alius conficiendam suscepit, nondum finita est, quartum Elementorum uolumen libros stereometricos continens ante tertium prodibit et id ipsum fortasse paullo tardius, quia hoc quoque anno, Ministerio cultui scholisque praesidenti rursus liberalissime adiuvante, interuenit iter Italicum trium mensium, in quo codices scholiorum et operum minorum maxime Uaticanos perscrutatus sum. quem laborem ut tam breui tempore ad finem perducere possem, effecerunt summi uiri Mons. Ciccolini et P. Bollig S. J., bibliothecarii Uaticani, quorum humanitatem beneuolentiamque grato ac libenti animo agnosco.

Scr. Hauniae mense Decembri MDCCCLXXXIII.

ε'.

Ὅροι.

α'. Μέρος ἐστὶ μέγεθος μερέθους τὸ ἐλασσον τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸ μείζον.

β'. Πολλαπλάσιον δὲ τὸ μείζον τοῦ ἐλάττονος, ὅταν καταμετρῇται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

γ'. Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἢ κατὰ πηλικότητά ποια σχέσις.

δ'. Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μερέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν.

10 ε'. Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μερέθη λέγεται εἶναι πρῶτον πρὸς δευτέρον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκεις πολλαπλάσια τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰσάκεις πολλαπλασίων καθ' ὅποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν ἑκάτερον ἑκατέρου
15 ἢ ἅμα ὑπερέχῃ ἢ ἅμα ἴσα ἢ ἢ ἅμα ἐλλείπῃ ληφθέντα κατάλληλα.

ς'. Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον μερέθη ἀνάλογον καλεῖσθω.

Def. 1. Hero def. 120, 1. Barlaam logist. I def. 1. 2. Hero def. 121. Barlaam I def. 2. 3. Hero def. 127. Psellus p. 8. 4. Hero def. 123, 1. 5. Hero def. 124. 6. Hero def. 124.

1. ὅροι] om. PBFp. numeros om. codd. omnes. 2. ἐλαττον Hero. 4. ἐλάσσονος V, ut lin. 5. 7. ποια] P, Hero; πρὸς ἄλληλά ποια Theon (BFV p), Campanus. Post σχέσις add. ἀναλογία δὲ ἢ τῶν λόγων ταυτότης Bp, Campanus; mg. m. 2 P V; mg. bis m. 1 et m. 2 F; om. Hero. 8. ἔχειν]

ξ'. Ὅταν δὲ τῶν ἰσάκεις πολλαπλασίων τὸ μὲν τοῦ
 πρώτου πολλαπλάσιον ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ δευτέρου
 πολλαπλασίου, τὸ δὲ τοῦ τρίτου πολλαπλάσιον μὴ
 ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ τετάρτου πολλαπλασίου, τότε τὸ
 5 πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον μείζονα λόγον ἔχειν
 λέγεται, ἥπερ τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον.

η'. Ἀναλογία δὲ ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστη ἐστίν.

θ'. Ὅταν δὲ τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, τὸ πρῶτον
 πρὸς τὸ τρίτον διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται
 10 ἥπερ πρὸς τὸ δεύτερον.

ι'. Ὅταν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, τὸ πρῶ-
 τον πρὸς τὸ τέταρτον τριπλασίονα λόγον ἔχειν
 λέγεται ἥπερ πρὸς τὸ δεύτερον, καὶ αἰεὶ ἐξῆς ὁμοίως,
 ὡς ἂν ἡ ἀναλογία ὑπάρχῃ.

15 ια'. Ὁμόλογα μεγέθη λέγεται τὰ μὲν ἡγούμενα
 τοῖς ἡγουμένοις τὰ δὲ ἐπόμενα τοῖς ἐπομένοις.

ιβ'. Ἐναλλὰξ λόγος ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου
 • πρὸς τὸ ἡγούμενον καὶ τοῦ ἐπομένου πρὸς τὸ ἐπόμενον.

ιγ'. Ἀνάπαλιν λόγος ἐστὶ λῆψις τοῦ ἐπομένου
 20 ὡς ἡγούμενον πρὸς τὸ ἡγούμενον ὡς ἐπόμενον.

ιδ'. Σύνθεσις λόγου ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου
 μετὰ τοῦ ἐπομένου ὡς ἐνὸς πρὸς αὐτὸ τὸ ἐπόμενον.

7. Hero def. 125, 5. 8. Hero def. 124. 9. Hero
 def. 125, 1. 11. Hero def. 126. 12. Hero def. 127, 6.
 13. Hero def. 127, 2. 14. Hero def. 127, 3.

2. ὑπερέχει P, sed corr. m. 1. 4. τὸ] supra m. 1 V.
 Post def. 7 seq. ἀναλογία δὲ ἐστὶν ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης Fr
 et V (del. punctis, sed puncta erasa); om. PB, Hero, Cam-
 panus. 7. τρισὶν] -ισ- in ras. m. 2 V. ἐλαχίστοις V.
 Def. 10 om. Heron. 12. τό] om. P. τριπλασίονα] τρι- in
 ras. p. 13. αἰεὶ] αἰεὶ FV. καὶ αἰεὶ — 14: ὑπάρχῃ] om. Cam-
 panus. 13. ὁμοίως] P; ἐνὶ πλείους Theon (BFVp). 14. ὡς]

ιε'. Διαίρεσις λόγου ἐστὶ λῆψις τῆς ὑπεροχῆς, ἥ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἐπομένου, πρὸς αὐτὸ τὸ ἐπόμενον.

ισ'. Ἀναστροφὴ λόγου ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγούμενου
5 πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, ἥ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἐπομένου.

ιζ'. Δι' ἴσου λόγος ἐστὶ πλειόνων ὄντων μεγεθῶν καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενων καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὅταν ἡ ὥς ἐν τοῖς
10 πρῶτοις μεγέθεσι τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσι τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον· ἢ ἄλλως· Λῆψις τῶν ἄκρων καθ' ὑπεξάιρεσιν τῶν μέσων.

ιη'. Τεταραγμένη δὲ ἀναλογία ἐστίν, ὅταν
15 τριῶν ὄντων μεγεθῶν καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος γίνηται ὥς μὲν ἐν τοῖς πρῶτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἐπόμενον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἐπόμενον, ὥς δὲ ἐν τοῖς πρῶτοις μεγέθεσιν ἐπόμενον πρὸς ἄλλο τι, οὕτως ἐν
20 τοῖς δευτέροις ἄλλο τι πρὸς ἡγούμενον.

α'.

Ἐὰν ἡ ὁποσαοῦν μεγέθη ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἐκάστου ἰσάκεις πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἐν τῶν με-
25 γεθῶν ἑνός, τοσαυταπλάσια ἐσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων.

15. Hero def. 127, 4. 16. Hero def. 127, 5. 17. Hero def. 127, 7. 18. Hero def. 127, 7?

1. δὲ λόγου FVp. ἐστίν B. 4. ἐστίν BF. 7. ἐστίν PF. 10. μεγέθεσιν PB. 11. μεγέθεσιν PB. Post def. 17

Ἔστω ὅποσαοῦν μεγέθη τὰ $AB, \Gamma\Delta$ ὁποσωνοῦν
μεγεθῶν τῶν E, Z ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἑκάστου
ισάκεις πολλαπλάσιον· λέγω, ὅτι ὅσαπλάσιόν ἐστι τὸ
 AB τοῦ E , τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ $AB, \Gamma\Delta$
5 τῶν E, Z .

Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ AB τοῦ
 E καὶ τὸ $\Gamma\Delta$ τοῦ Z , ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ AB με-
γέθη ἴσα τῷ E , τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ $\Gamma\Delta$ ἴσα τῷ Z .
διηγήσθω τὸ μὲν AB εἰς τὰ τῷ E μεγέθη ἴσα τὰ
10 AH, HB , τὸ δὲ $\Gamma\Delta$ εἰς τὰ τῷ Z ἴσα τὰ $\Gamma\Theta, \Theta\Delta$.
ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν AH, HB τῷ πλῆθει
τῶν $\Gamma\Theta, \Theta\Delta$. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν AH τῷ
 E , τὸ δὲ $\Gamma\Theta$ τῷ Z , ἴσον ἄρα τὸ AH τῷ E , καὶ τὰ
 $AH, \Gamma\Theta$ τοῖς E, Z . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἴσον ἐστὶ τὸ
15 HB τῷ E , καὶ τὰ $HB, \Theta\Delta$ τοῖς E, Z . ὅσα ἄρα ἐστὶν
ἐν τῷ AB ἴσα τῷ E , τοσαῦτα καὶ ἐν τοῖς $AB, \Gamma\Delta$
ἴσα τοῖς E, Z . ὅσαπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ AB τοῦ E ,
τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ $AB, \Gamma\Delta$ τῶν E, Z .

Ἐὰν ἄρα ἡ ὁποσαοῦν μεγέθη ὁποσωνοῦν μεγε-
20 θῶν ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκεις πολλα-
πλάσιον, ὅσαπλάσιόν ἐστὶν ἐν τῶν μεγεθῶν ἐνός, το-
σαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων· ὅπερ
εἶδει δεῖξαι.

β'.

25 Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκεις ἡ πολλαπλά-

6. πολλαπλάσιον P. τοῦ] in ras. V. 7. ἐστίν] μεγέθη
ἐστίν V. μεγέθη] om. V. 9. τῷ] corr. ex τῶν m. 1 B.
ἴσα] corr. ex οὔσα m. 1 V. 10. εἰς] εἰ p. τῷ] corr.
ex τῶν m. 1 B. 11. ἴσον] m. 2 V. AH, HB] Pφ; $\Gamma\Theta$,
 $\Theta\Delta$ BVp. 12. $\Gamma\Theta, \Theta\Delta$] Pφ; AH, HB BVp. ἴσον] m.
2 V. 14. τό] in ras. p. Emendatio ed. Basil. lin. 18: ἴσα
ἄρα καὶ τὰ $AH, \Gamma\Theta$ τοῖς E, Z et lin. 15: καὶ τὸ $\Theta\Delta$ τῷ Z ,

Sint quotlibet magnitudines AB , $\Gamma\Delta$ quotlibet magnitudinum E , Z numero aequalium singulae singularum aequae multiplices. dico, quoties multiplex sit AB magnitudinis E , toties multiplicem esse $AB + \Gamma\Delta$ magnitudinis $E + Z$.

nam quoniam AB magnitudinis E et $\Gamma\Delta$ magnitudinis Z aequae multiplices sunt, quot sunt in AB magnitudines magnitudini E aequales, totidem etiam in $\Gamma\Delta$ sunt magnitudini Z aequales. diuidatur AB in magnitudines magnitudini E aequales AH , HB et $\Gamma\Delta$ in magnitudines magnitudini Z aequales $\Gamma\Theta$, $\Theta\Delta$. itaque numerus magnitudinum AH , HB numero magnitudinum $\Gamma\Theta$, $\Theta\Delta$ aequalis erit. et quoniam $AH = E$ et $\Gamma\Theta = Z$, erit $AH = E$ et $AH + \Gamma\Theta = E + Z$. eadem de causa $HB = E$ et $HB + \Theta\Delta = E + Z$. itaque quot sunt in AB magnitudines magnitudini E aequales, totidem etiam sunt in $AB + \Gamma\Delta$ magnitudini $E + Z$ aequales. itaque quoties multiplex est AB magnitudinis E , toties multiplex erit etiam $AB + \Gamma\Delta$ magnitudinis $E + Z$.

Ergo si datae sunt quotlibet magnitudines quotlibet magnitudinum numero aequalium singulae singularum aequae multiplices, quoties multiplex est una magnitudo unius, toties etiam omnes omnium erunt multiplices; quod erat demonstrandum.

II.

Si prima secundae et tertiae quartae aequae multi-

ἴσα ἄρα καὶ τὰ HB , $\Theta\Delta$ necessaria non est. 21. ἐστὶ V. 25.
 δευτέρου φ (non F).

σιον καὶ τρίτον τετάρτου, ἥ δὲ καὶ πέμπτον
 δευτέρου ἰσάκεις πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τε-
 τάρτου, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον
 δευτέρου ἰσάκεις ἔσται πολλαπλάσιον καὶ τρί-
 5 τον καὶ ἕκτον τετάρτου.

Πρῶτον γὰρ τὸ AB δευτέρου τοῦ Γ ἰσάκεις ἔστω
 πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τὸ ΔE τετάρτου τοῦ Z ,
 ἔστω δὲ καὶ πέμπτον τὸ BH δευτέρου τοῦ Γ ἰσάκεις
 πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τὸ $E\Theta$ τετάρτου τοῦ Z . λέγω,
 10 ὅτι καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ AH δευτέ-
 ρου τοῦ Γ ἰσάκεις ἔσται πολλαπλάσιον καὶ τρίτον καὶ
 ἕκτον τὸ $\Delta\Theta$ τετάρτου τοῦ Z .

Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ AB τοῦ
 Γ καὶ τὸ ΔE τοῦ Z , ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ AB ἴσα
 15 τῷ Γ , τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ΔE ἴσα τῷ Z . διὰ τὰ
 αὐτὰ δὴ καὶ ὅσα ἐστὶν ἐν τῷ BH ἴσα τῷ Γ , τοσαῦτα
 καὶ ἐν τῷ $E\Theta$ ἴσα τῷ Z . ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν ὅλῳ τῷ
 AH ἴσα τῷ Γ , τοσαῦτα καὶ ἐν ὅλῳ τῷ $\Delta\Theta$ ἴσα τῷ Z .
 ὁσαπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ AH τοῦ Γ , τοσανταπλάσιον
 20 ἔσται καὶ τὸ $\Delta\Theta$ τοῦ Z . καὶ συντεθὲν ἄρα πρῶτον
 καὶ πέμπτον τὸ AH δευτέρου τοῦ Γ ἰσάκεις ἔσται
 πολλαπλάσιον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ $\Delta\Theta$ τετάρτου τοῦ Z .

Ἐὰν ἄρα πρῶτον δευτέρου ἰσάκεις ἢ πολλαπλάσιον
 καὶ τρίτον τετάρτου, ἥ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου
 25 ἰσάκεις πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τετάρτου, καὶ συντεθὲν
 πρῶτον καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκεις ἔσται πολλαπλά-
 σιον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τετάρτου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

6. δευτέρου] corr. ex δεύτερον V. 13. ἐστίν P. 16. Γ] corr. ex A m. 2 F. 17. $E\Theta$] $EB\phi$. 18. $\Delta\Theta$] corr. ex AH m. 1 P. Z] corr. ex Γ m. 1 P. 19. ἐστίν P. 20. τὸ πρῶτον P. 21. ἔσται] ἔστω B, ἐστι p.

plices sunt, et quinta secundae sextaque quartae aequae multiplices, etiam prima quintaque compositae secundae et tertia sextaque compositae quartae aequae multiplices erunt.

nam prima AB secundae Γ et tertia ΔE quartae Z aequae multiplices sint, et quinta BH secundae Γ sextaque $E\Theta$ quartae Z aequae multiplices sint. dico, etiam primam quintamque compositas AH secundae Γ et tertiam sextamque compositas $\Delta\Theta$ quartae Z aequae multiplices esse.

nam quoniam AB magnitudinis Γ et ΔE magnitudinis Z aequae multiplices sunt, quot sunt in AB magnitudini Γ aequales, tot etiam in ΔE sunt magnitudini Z aequales. eadem de causa etiam, quot sunt in tota BH magnitudini Γ aequales, tot etiam in $E\Theta$ sunt magnitudini Z aequales. quare quot sunt in tota AH magnitudini Γ aequales, totidem etiam in tota $\Delta\Theta$ sunt magnitudini Z aequales. itaque quoties multiplex est AH magnitudinis Γ , toties multiplex erit etiam $\Delta\Theta$ magnitudinis Z . itaque etiam prima et quinta compositae AH secundae Γ aequae multiplices erunt ac tertia sextaque $\Delta\Theta$ quartae Z .

Ergo si prima secundae et tertia quartae aequae multiplices sunt, et quinta secundae sextaque quartae aequae multiplices, etiam prima quintaque compositae secundae et tertia sextaque compositae quartae aequae multiplices erunt; quod erat demonstrandum.

γ'.

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκεις ἢ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τετάρτου, ληφθῇ δὲ ἰσάκεις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου, καὶ
 5 δι' ἴσου τῶν ληφθέντων ἐκάτερον ἐκατέρου ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ μὲν τοῦ δευτέρου τὸ δὲ τοῦ τετάρτου.

Πρῶτον γὰρ τὸ *A* δευτέρου τοῦ *B* ἰσάκεις ἐστω πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τὸ *Γ* τετάρτου τοῦ *A*, καὶ
 10 εἰλήφθω τῶν *A*, *Γ* ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ *EZ*, *HΘ*. λέγω, ὅτι ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *EZ* τοῦ *B* καὶ τὸ *HΘ* τοῦ *A*.

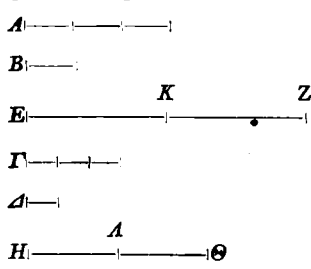
Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *EZ* τοῦ *A* καὶ τὸ *HΘ* τοῦ *Γ*, ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ *EZ* ἴσα
 15 τῷ *A*, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ *HΘ* ἴσα τῷ *Γ*. διηγήσθω τὸ μὲν *EZ* εἰς τὰ τῷ *A* μεγέθη ἴσα τὰ *EK*, *KZ*, τὸ δὲ *HΘ* εἰς τὰ τῷ *Γ* ἴσα τὰ *HA*, *AΘ*. ἐστὶ δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν *EK*, *KZ* τῷ πλῆθει τῶν *HA*, *AΘ*. καὶ ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *A* τοῦ *B* καὶ
 20 τὸ *Γ* τοῦ *A*, ἴσον δὲ τὸ μὲν *EK* τῷ *A*, τὸ δὲ *HA* τῷ *Γ*, ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *EK* τοῦ *B* καὶ τὸ *HA* τοῦ *A*. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *KZ* τοῦ *B* καὶ τὸ *AΘ* τοῦ *A*. ἐπεὶ οὖν πρῶτον τὸ *EK* δευτέρου τοῦ *B* ἰσάκεις ἐστὶ πολλα-
 25 πλάσιον καὶ τρίτον τὸ *HA* τετάρτου τοῦ *A*, ἐστὶ δὲ καὶ πέμπτον τὸ *KZ* δευτέρου τοῦ *B* ἰσάκεις πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τὸ *AΘ* τετάρτου τοῦ *A*, καὶ συν-

4. τε] om. BVp. 10. εἰλήφθωσαν p. 11. ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον] ὁσαπλάσιον P. B] in ras F. 14. ἐστίν] supra F. ἴσα] m. 2 P. 15. καὶ] δὴ καὶ V. 16. τό] m. 2 V. εἰς τὰ] in ras. m. 2 V. 20. δέ] (prius) supra m. 2 comp. V. 22. ἐστίν P. 23. τοῦ A] postea add. F. 25. ἐστίν P.

III.

Si prima secundae et tertia quartae aequae multiplices sunt, et primae tertiaeque aequae multiplices sumuntur, etiam ex aequo¹⁾ magnitudinum sumptarum altera secundae altera quartae aequae multiplices erunt singulae singularum.

Nam prima A secundae B
et tertia Γ quartae Δ aequae
sint multiplices, et sumantur
magnitudinum A, Γ aequae
multiplices $EZ, H\Theta$. dico,
 EZ magnitudinis B et $H\Theta$
magnitudinis Δ aequae multi-
plices esse.



The diagrams consist of several horizontal line segments with points marked on them. The first segment is labeled A and has three points. The second is labeled B and has one point. The third is labeled E and has points K and Z . The fourth is labeled Γ and has two points. The fifth is labeled Δ and has one point. The sixth is labeled H and has points A and Θ .

nam quoniam EZ magnitudinis A et $H\Theta$ magnitudinis Γ aequae multiplices sunt, quot sunt in EZ magnitudines magnitudini A aequales, totidem etiam in $H\Theta$ sunt magnitudini Γ aequales. diuidatur EZ in magnitudines magnitudini A aequales EK, KZ , et $H\Theta$ in magnitudines magnitudini Γ aequales $HA, A\Theta$. erit igitur numerus magnitudinum EK, KZ numero magnitudinum $HA, A\Theta$ aequalis. et quoniam A magnitudinis B et Γ magnitudinis Δ aequae multiplices sunt, et $EK = A, HA = \Gamma$, erunt EK magnitudinis B et HA magnitudinis Δ aequae multiplices. eadem de causa KZ magnitudinis B et $A\Theta$ magnitudinis Δ aequae multiplices sunt. iam quoniam prima EK secundae B et tertia HA quartae Δ aequae

1) Hic non proprie ad definitionem rationis $\delta\iota'$ $\iota\sigma\omicron\nu$ (17) respicitur.

ιε'. Διαίρεσις λόγου ἐστὶ λῆψις τῆς ὑπεροχῆς, ἣ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἐπομένου, πρὸς αὐτὸ τὸ ἐπόμενον.

ιβ'. Ἀναστροφὴ λόγου ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγούμενου
5 πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, ἣ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἐπομένου.

ιζ'. Δι' ἴσου λόγος ἐστὶ πλειόνων ὄντων μεγεθῶν καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενων καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὅταν ἡ ὥς ἐν τοῖς
10 πρῶτοις μεγέθεσι τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσι τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον· ἢ ἄλλως· Λῆψις τῶν ἄκρων καθ' ὑπεξαίρεσιν τῶν μέσων.

ιη'. Τεταραγμένη δὲ ἀναλογία ἐστίν, ὅταν
15 τριῶν ὄντων μεγεθῶν καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος γίνηται ὥς μὲν ἐν τοῖς πρῶτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἐπόμενον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἐπόμενον, ὥς δὲ ἐν τοῖς πρῶτοις μεγέθεσιν ἐπόμενον πρὸς ἄλλο τι, οὕτως ἐν
20 τοῖς δευτέροις ἄλλο τι πρὸς ἡγούμενον.

α'.

Ἐὰν ἡ ὁποσαοῦν μεγέθη ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἐκάστου ἰσάκεις πολλαπλάσιον, ὅσαπλάσιόν ἐστίν ἐν τῶν με-
25 γεθῶν ἐνός, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων.

15. Hero def. 127, 4. 16. Hero def. 127, 5. 17. Hero def. 127, 7. 18. Hero def. 127, 7?

1. δὲ λόγου FVp. ἐστίν B. 4. ἐστίν BF. 7. ἐστίν PF. 10. μεγέθεσιν PB. 11. μεγέθεσιν PB. Post def. 17

15. Subtractio rationis est, ubi sumitur excessus, quo praecedens sequentem excedit, ad solam sequentem.

16. Conuersio rationis est, ubi sumitur praecedens ad excessum, quo praecedens sequentem excedit.

17. Datis compluribus magnitudinibus et aliis iis numero aequalibus, ita ut bini coniuncti in eadem ratione sint, ex aequo ratio est, ubi erit, ut in prioribus magnitudinibus prima ad extremam, ita in alteris magnitudinibus prima ad extremam. uel aliter: ubi termini exteriores sumuntur omissis mediis.¹⁾

18. Perturbata autem ratio est, ubi datis tribus magnitudinibus et aliis numero iis aequalibus est ut in prioribus magnitudinibus praecedens terminus ad sequentem, ita in alteris magnitudinibus praecedens ad sequentem, et ut in prioribus magnitudinibus sequens ad aliud, ita in alteris aliud ad praecedentem.²⁾

I.

Si datae sunt quotlibet magnitudines quotlibet magnitudinum numero aequalium singulae singularum aequae multiplices, quoties multiplex est una magnitudo unius, toties etiam omnes omnium erunt multiplices.

1) Si $a : b : c = \alpha : \beta : \gamma$, ratio ex aequo erit $a : c = \alpha : \gamma$.
cfr. prop. 22.

2) H. e. si datis $a, b, c, \alpha, \beta, \gamma$ est $a : b = \beta : \gamma$ et $b : c = \alpha : \beta$.
cfr. prop. 23.

seq. τεταγμένη (δέ add. F et V m. 2) ἀναλογία ἐστίν, ὅταν ἢ ὥς ἡγούμενον πρὸς (τό add. V) ἐπόμενον οὕτως ἡγούμενον (ἡγούμενος φ) πρὸς (τό add. V) ἐπόμενον, ἢ δὲ καὶ ὥς ἐπόμενον πρὸς ἄλλο τι οὕτως ἐπόμενον πρὸς ἄλλο τι FVp, B m. 2, P m. rec.; om. PB m. 1, et cum sequenti Campanus; de Herone dubium est (def. 127, 7). nusquam usurpatur. 15. ἴσων αὐτοῖς V. ἴσων] ἴσων φ (non F). 16. γένηται FV. 25. τοσανταπλάσιοι φ (non F).

σιον καὶ τρίτον τετάρτου, ἥ δὲ καὶ πέμπτου
 δευτέρου ἰσάκεις πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τε-
 τάρτου, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτου
 δευτέρου ἰσάκεις ἔσται πολλαπλάσιον καὶ τρί-
 5 τον καὶ ἕκτον τετάρτου.

Πρῶτον γὰρ τὸ AB δευτέρου τοῦ Γ ἰσάκεις ἔστω
 πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τὸ ΔE τετάρτου τοῦ Z ,
 ἔστω δὲ καὶ πέμπτου τὸ BH δευτέρου τοῦ Γ ἰσάκεις
 πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τὸ $E\Theta$ τετάρτου τοῦ Z . λέγω,
 10 ὅτι καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτου τὸ AH δευτέ-
 ρου τοῦ Γ ἰσάκεις ἔσται πολλαπλάσιον καὶ τρίτον καὶ
 ἕκτον τὸ $\Delta\Theta$ τετάρτου τοῦ Z .

Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ AB τοῦ
 Γ καὶ τὸ ΔE τοῦ Z , ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ AB ἴσα
 15 τῷ Γ , τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ΔE ἴσα τῷ Z . διὰ τὰ
 αὐτὰ δὴ καὶ ὅσα ἐστὶν ἐν τῷ BH ἴσα τῷ Γ , τοσαῦτα
 καὶ ἐν τῷ $E\Theta$ ἴσα τῷ Z . ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν ὅλῳ τῷ
 AH ἴσα τῷ Γ , τοσαῦτα καὶ ἐν ὅλῳ τῷ $\Delta\Theta$ ἴσα τῷ Z .
 ὁσαπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ AH τοῦ Γ , τοσανταπλάσιον
 20 ἔσται καὶ τὸ $\Delta\Theta$ τοῦ Z . καὶ συντεθὲν ἄρα πρῶτον
 καὶ πέμπτου τὸ AH δευτέρου τοῦ Γ ἰσάκεις ἔσται
 πολλαπλάσιον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ $\Delta\Theta$ τετάρτου τοῦ Z .

Ἐὰν ἄρα πρῶτον δευτέρου ἰσάκεις ἢ πολλαπλάσιον
 καὶ τρίτον τετάρτου, ἥ δὲ καὶ πέμπτου δευτέρου
 25 ἰσάκεις πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τετάρτου, καὶ συντεθὲν
 πρῶτον καὶ πέμπτου δευτέρου ἰσάκεις ἔσται πολλαπλά-
 σιον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τετάρτου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

6. δευτέρου] corr. ex δεύτερον V. 13. ἐστίν P. 16. Γ] corr. ex A m. 2 F. 17. $E\Theta$] $EB\Phi$. 18. $\Delta\Theta$] corr. ex AH m. 1 P. Z] corr. ex Γ m. 1 P. 19. ἐστίν P. 20. τὸ πρῶτον P. 21. ἔσται] ἔστω B, ἐστὶ p.

plices sunt, et quinta secundae sextaque quartae aequae multiplices, etiam prima quintaque compositae secundae et tertia sextaque compositae quartae aequae multiplices erunt.

nam prima AB secundae Γ et tertia ΔE quartae Z aequae multiplices sint, et quinta BH secundae Γ

A ——— B H

Γ ———

Δ ——— E

Z ———

sextaque $E\Theta$ quartae Z

aequae multiplices sint.

dico, etiam primam quin-

Θ tamque compositas AH se-

cundae Γ et tertiam sex-

tamque compositas $\Delta\Theta$

quartae Z aequae multiplices esse.

nam quoniam AB magnitudinis Γ et ΔE magnitudinis Z aequae multiplices sunt, quot sunt in AB magnitudini Γ aequales, tot etiam in ΔE sunt magnitudini Z aequales. eadem de causa etiam, quot sunt in tota BH magnitudini Γ aequales, tot etiam in $E\Theta$ sunt magnitudini Z aequales. quare quot sunt in tota AH magnitudini Γ aequales, totidem etiam in tota $\Delta\Theta$ sunt magnitudini Z aequales. itaque quoties multiplex est AH magnitudinis Γ , toties multiplex erit etiam $\Delta\Theta$ magnitudinis Z . itaque etiam prima et quinta compositae AH secundae Γ aequae multiplices erunt ac tertia sextaque $\Delta\Theta$ quartae Z .

Ergo si prima secundae et tertia quartae aequae multiplices sunt, et quinta secundae sextaque quartae aequae multiplices, etiam prima quintaque compositae secundae et tertia sextaque compositae quartae aequae multiplices erunt; quod erat demonstrandum.

Μέγεθος γὰρ τὸ AB μεγέθους τοῦ $\Gamma\Delta$ ἰσάκεις
 ἔστω πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν τὸ AE ἀφαιρε-
 θέντος τοῦ ΓZ · λέγω, ὅτι καὶ λοιπὸν τὸ EB λοιποῦ
 τοῦ $Z\Delta$ ἰσάκεις ἔσται πολλαπλάσιον, ὅσαπλάσιόν ἐστιν
 5 ὅλον τὸ AB ὅλου τοῦ $\Gamma\Delta$.

Ὅσαπλάσιον γάρ ἐστι τὸ AE τοῦ ΓZ , τοσαυ-
 ταπλάσιον γεγονέτω καὶ τὸ EB τοῦ ΓH .

Καὶ ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ AE τοῦ
 ΓZ καὶ τὸ EB τοῦ $H\Gamma$, ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλαπλά-
 10 σιον τὸ AE τοῦ ΓZ καὶ τὸ AB τοῦ HZ . κείται δὲ
 ἰσάκεις πολλαπλάσιον τὸ AE τοῦ ΓZ καὶ τὸ AB τοῦ
 $\Gamma\Delta$. ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ AB ἐκατέρου
 τῶν $HZ, \Gamma\Delta$ · ἴσον ἄρα τὸ HZ τῷ $\Gamma\Delta$. κοινὸν ἀφη-
 ρήσθω τὸ ΓZ · λοιπὸν ἄρα τὸ $H\Gamma$ λοιπῷ τῷ $Z\Delta$
 15 ἴσον ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ
 AE τοῦ ΓZ καὶ τὸ EB τοῦ $H\Gamma$, ἴσον δὲ τὸ $H\Gamma$ τῷ
 ΔZ , ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ AE τοῦ ΓZ
 καὶ τὸ EB τοῦ $Z\Delta$. ἰσάκεις δὲ ὑπόκειται πολλαπλά-
 σιον τὸ AE τοῦ ΓZ καὶ τὸ AB τοῦ $\Gamma\Delta$ · ἰσάκεις ἄρα
 20 ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ EB τοῦ $Z\Delta$ καὶ τὸ AB τοῦ
 $\Gamma\Delta$. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ EB λοιποῦ τοῦ $Z\Delta$ ἰσάκεις
 ἔσται πολλαπλάσιον, ὅσαπλάσιόν ἐστιν ὅλον τὸ AB
 ὅλου τοῦ $\Gamma\Delta$.

Ἐὰν ἄρα μέγεθος μεγέθους ἰσάκεις ἢ πολλαπλάσιον,
 25 ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος, καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ
 λοιποῦ ἰσάκεις ἔσται πολλαπλάσιον, ὅσαπλάσιόν ἐστι
 καὶ τὸ ὅλον τοῦ ὅλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

4. $Z\Delta$] ΔZ Bp; $Z\Delta$, seq. ras. 1 litt. et Z in ras. V; EZ
 in ras. F. ἐστίν] ἐστι τό F. 6. ἐστίν] ἐστίν ὅλον, delete
 ὅλον V. 8. καὶ ἐπεὶ — 9 : $H\Gamma$] om. p; mg. m. 2 B. 9.
 EB] B in ras. F. $H\Gamma$] corr. m. 1 ex ΓH V; ΓH B; ΓH F.

Sit enim magnitudo AB magnitudinis $\Gamma\Delta$ aequae
 A $\overline{\quad\quad\quad E \quad\quad\quad}$ B multiplex atque ablata AE
 H $\overline{\quad\quad\quad \Gamma \quad\quad\quad Z \quad\quad\quad}$ Δ ablatae ΓZ . dico, etiam reli-
 quam EB reliquae $Z\Delta$ aequae
 multiplicem esse ac totam AB totius $\Gamma\Delta$.

nam quoties multiplex est AE magnitudinis ΓZ ,
 toties multiplex fiat EB magnitudinis ΓH . et quo-
 niam AE magnitudinis ΓZ et EB magnitudinis $H\Gamma$
 aequae multiplex est, etiam AE magnitudinis ΓZ et AB
 magnitudinis HZ aequae multiplex erit [prop. I]. et
 posuimus AE magnitudinis ΓZ et AB magnitudinis
 $\Gamma\Delta$ aequae multiplices. itaque AB utriusque HZ , $\Gamma\Delta$
 aequae multiplex est. quare $HZ = \Gamma\Delta$. subtrahatur,
 quae communis est, ΓZ . itaque $H\Gamma = Z\Delta$. et quo-
 niam AE magnitudinis ΓZ et EB magnitudinis $H\Gamma$
 aequae multiplex est, et $H\Gamma = \Delta Z$, erit AE magni-
 tudinis ΓZ et EB magnitudinis $Z\Delta$ aequae multiplex.
 supposuimus autem, esse AE magnitudinis ΓZ et AB
 magnitudinis $\Gamma\Delta$ aequae multiplicem. itaque EB magni-
 tudinis $Z\Delta$ et AB magnitudinis $\Gamma\Delta$ aequae multiplex
 est. itaque etiam reliqua EB reliquae $Z\Delta$ aequae mul-
 tiplex est ac tota AB totius $\Gamma\Delta$.

Ergo si magnitudo magnitudinis aequae multiplex
 est atque ablata ablatae, etiam reliqua reliquae aequae
 multiplex erit ac tota totius; quod erat demon-
 strandum.

ἐστίν P. 10. AB] B in ras. F. HZ] in ras. BFV. 12.
 ἐστίν P F. 14. $Z\Delta$] P, F m. 1; ΔZ BVp, Fm. 2. 15.
 ἐστίν] P; comp. p; ἐστὶ BFV. πολλαπλασίων φ. 16. $H\Gamma$]
 (prius) seq. ras. 1 litt., H in ras. V. 17. ΔZ] $Z\Delta$ P. 20.
 ἐστίν P. $Z\Delta$] φ, ΔZ F. 26. ἐστίν P.

ς'.

Ἐὰν δύο μερέθῃ δύο μεγεθῶν ισάκεις ἢ
 πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν
 ισάκεις ἢ πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς
 5 ἦτοι ἴσα ἐστὶν ἢ ισάκεις αὐτῶν πολλαπλάσια.

Δύο γὰρ μερέθῃ τὰ $AB, ΓΔ$ δύο μεγεθῶν τῶν
 E, Z ισάκεις ἔστω πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τὰ
 $AH, ΓΘ$ τῶν αὐτῶν τῶν E, Z ισάκεις ἔστω πολλαπλά-
 σια· λέγω, ὅτι καὶ λοιπὰ τὰ $HB, ΘΔ$ τοῖς E, Z ἦτοι
 10 ἴσα ἐστὶν ἢ ισάκεις αὐτῶν πολλαπλάσια.

Ἐστω γὰρ πρότερον τὸ HB τῷ E ἴσον· λέγω,
 ὅτι καὶ τὸ $ΘΔ$ τῷ Z ἴσον ἐστίν.

Κείσθω γὰρ τῷ Z ἴσον τὸ $ΓΚ$. ἐπεὶ ισάκεις
 ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ AH τοῦ E καὶ τὸ $ΓΘ$ τοῦ Z ,
 15 ἴσον δὲ τὸ μὲν HB τῷ E , τὸ δὲ $ΚΓ$ τῷ Z , ισάκεις
 ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ AB τοῦ E καὶ τὸ $ΚΘ$
 τοῦ Z . ισάκεις δὲ ὑπόκειται πολλαπλάσιον τὸ AB
 τοῦ E καὶ τὸ $ΓΔ$ τοῦ Z · ισάκεις ἄρα ἐστὶ πολλα-
 πλάσιον τὸ $ΚΘ$ τοῦ Z καὶ τὸ $ΓΔ$ τοῦ Z . ἐπεὶ
 20 οὖν ἐκάτερον τῶν $ΚΘ, ΓΔ$ τοῦ Z ισάκεις ἐστὶ πολλα-
 πλάσιον, ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΚΘ$ τῷ $ΓΔ$. κοινὸν
 ἀφηρήσθω τὸ $ΓΘ$ · λοιπὸν ἄρα τὸ $ΚΓ$ λοιπῷ τῷ $ΘΔ$
 ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ Z τῷ $ΚΓ$ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ
 $ΘΔ$ ἄρα τῷ Z ἴσον ἐστίν. ὥστε εἰ τὸ HB τῷ E
 25 ἴσον ἐστίν, καὶ τὸ $ΘΔ$ ἴσον ἔσται τῷ Z .

Ὅμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι, καὶ πολλαπλάσιον ἢ

2. Ἐάν] seq. ras. 3 litt. F. 5. ἦτοι] sustulit resarcinatio
 in F. 7. ἔστωσαν p. 8. τῶν] (alt.) τό V, sed corr. 9. τὰ
 λοιπὰ τὰ F. HB] in ras. F. 11. HB] in ras. m. 2 V.
 12. $ΘΔ$] $ΔΘ$ P. τῷ Z] om. P; post ἴσον add. m. 2. ἐστί
 BV. 13. τῷ] corr. ex τό m. 1 p. $ΓΚ$] corr. ex $ΚΓ$ m.
 2 P. καὶ ἐπεὶ V. 14. ἐστίν PF. 15. $ΚΓ$] $ΓΚ$ V. 16.

VI.

Si duae magnitudines duarum magnitudinum aequae multiplices sunt, et ablatae quaevis magnitudines earundem aequae multiplices sunt, etiam reliquae iisdem aut aequales sunt aut aequae earum multiplices.

Nam duae magnitudines $AB, \Gamma\Delta$ duarum magnitudinum E, Z aequae sint multiplices, et ablatae magnitudines $AH, \Gamma\Theta$ earundem E, Z aequae multiplices sint. dico, reliquas $HB, \Theta\Delta$ aut aequales esse E, Z aut aequae earum multiplices.

nam prius sit $HB = E$. dico, esse etiam $\Theta\Delta = Z$.

A $\frac{H}{B}$ ponatur enim $\Gamma K = Z$. quoniam AH
 E $\frac{\Gamma}{\Theta}$ magnitudinis E et $\Gamma\Theta$ magnitudinis Z
 K $\frac{\Gamma}{\Theta}$ aequae multiplex est, et $HB = E$,
 Z $\frac{\Gamma}{\Theta}$ $K\Gamma = Z$, erit AB magnitudinis E et
 $K\Theta$ magnitudinis Z aequae multiplex
 [prop. II]. et supposuimus, esse AB magnitudinis
 E et $\Gamma\Delta$ magnitudinis Z aequae multiplicem. itaque
 $K\Theta$ magnitudinis Z et $\Gamma\Delta$ magnitudinis Z aequae
 multiplex est. iam quoniam utraque magnitudo $K\Theta$,
 $\Gamma\Delta$ magnitudinis Z aequae multiplex est, erit $K\Theta = \Gamma\Delta$.
 subtrahatur, quae communis est, $\Gamma\Theta$. itaque $K\Gamma = \Theta\Delta$.
 sed $Z = K\Gamma$. quare etiam $\Theta\Delta = Z$. itaque si $HB = E$,
 erit etiam $\Theta\Delta = Z$.

similiter demonstrabimus, si HB magnitudinis E

$\xi\sigma\tau\iota\nu$ P. 18. $\tau\acute{o}$ $\tau\omicron\upsilon$ V, corr. m. 1; om. φ (non F).
 $\xi\sigma\tau\iota\nu$ P. 23. $\tau\acute{o}$ P m. 1, F m. 1, Bp; $\tau\tilde{\omega}$ P m. 2, F m. 2,
 V in ras. m. 2. Z] $K\Gamma$ V. $\tau\tilde{\omega}$ P m. 1, F m. 1, Bp; $\tau\acute{o}$
 Pm. 2, Fm. 2, V in ras. m. 2. $K\Gamma$] Z V. $\tau\acute{o}$] $\tau\tilde{\omega}$ Bp.
 24. $\Theta\Delta$] $\Delta\Theta$ F. $\tau\tilde{\omega}$] $\tau\acute{o}$ Bp. $\xi\sigma\sigma\nu \xi\sigma\tau\iota\nu$] PB; $\xi\sigma\tau\iota\nu$
 $\xi\sigma\sigma\nu$ FVp. $\xi\iota$] P; $\delta\tau\epsilon$ Theon (B φ Vp). 25. $\xi\sigma\tau\iota\nu$] $\cdot\iota\nu$
 in ras. P; $\xi\sigma\tau\iota$ BV; comp. p. $\kappa\alpha\iota \tau\acute{o} \Theta\Delta \xi\sigma\sigma\nu \xi\sigma\tau\iota\alpha\iota$] mg. P.
 $\Theta\Delta$] corr. ex ΘA m. 2 P; Θ in ras. m. 2 V; $\Delta\Theta$ B.

τὸ HB τοῦ E , τοσαυταπλάσιον ἔσται καὶ τὸ ΘA τοῦ Z .

Ἐὰν ἄρα δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκῃς ἢ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκῃς ἢ
 5 πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἦτοι ἴσα ἔστιν ἢ ἰσάκῃς αὐτῶν πολλαπλάσια· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ'.

Τὰ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

10 Ἐστω ἴσα μεγέθη τὰ A, B , ἄλλο δέ τι, ὃ ἔτυχεν, μέγεθος τὸ Γ · λέγω, ὅτι ἐκάτερον τῶν A, B πρὸς τὸ Γ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ τὸ Γ πρὸς ἐκάτερον τῶν A, B .

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν A, B ἰσάκῃς πολλαπλάσια
 15 τὰ Δ, E , τοῦ δὲ Γ ἄλλο, ὃ ἔτυχεν, πολλαπλάσιον τὸ Z .

Ἐπεὶ οὖν ἰσάκῃς ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ Δ τοῦ A καὶ τὸ E τοῦ B , ἴσον δὲ τὸ A τῷ B , ἴσον ἄρα καὶ τὸ Δ τῷ E . ἄλλο δέ, ὃ ἔτυχεν, τὸ Z . Εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Δ τοῦ Z , ὑπερέχει καὶ τὸ E τοῦ Z , καὶ
 20 εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καὶ ἐστὶ τὰ μὲν Δ, E τῶν A, B ἰσάκῃς πολλαπλάσια, τὸ δὲ Z τοῦ Γ ἄλλο, ὃ ἔτυχεν, πολλαπλάσιον· ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ A πρὸς τὸ Γ , οὕτως τὸ B πρὸς τὸ Γ .

Λέγω [δὴ], ὅτι καὶ τὸ E πρὸς ἐκάτερον τῶν A, B
 25 τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον.

5. καὶ τὰ] τὰ in ras. P. ἐστίν] corr. ex ἔσται p. 10.
 6] supra m. 2 F. ἔτυχε Vp. 14. μὲν] PF; om. BVp.
 15. 6] supra m. 2 F. ἔτυχε Vp. 16. τό] τοῦ m. 2 P.
 τοῦ] corr. ex τό P. 18. 6] m. 2 F. ἔτυχε Vp, et seq.
 ras. 1 litt. F. 20. καί] comp. F, dein add. καί φ. τὰ] e

multiplex sit, aequae multiplicem esse $\odot A$ magnitudinis Z .

Ergo si duae magnitudines duarum magnitudinum aequae multiplices sunt, et ablatae quaevis magnitudines earundem aequae multiplices sunt, etiam reliquae iisdem aut aequales sunt aut aequae earum multiplices; quod erat demonstrandum.

VII.

Aequalia ad idem eandem habent rationem et idem ad aequalia.

Sint aequales magnitudines A, B et alia quaevis magnitudo Γ . dico, utramque magnitudinem A, B ad Γ eandem rationem habere, et Γ ad utramque A, B .

sumantur enim magnitudinum A, B aequae multiplices Δ, E , et magnitudinis Γ alia quaevis multiplex Z . iam quoniam Δ magnitudinis A et E magnitudinis B aequae multiplex est, et $A = B$, erit etiam $\Delta = E$. et alia quaevis magnitudo est Z . itaque si Δ magnitudinem Z superat, etiam E magnitudinem Z superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor minor. et magnitudinum A, B aequae multiplices sunt Δ, E , et Z magnitudinis Γ alia quaevis est multiplex. erit igitur

$$A : \Gamma = B : \Gamma [\text{def. 5}].$$

dico, etiam E ad utramque magnitudinem A, B eandem rationem habere.

corr. p. 21. $Z]$ EZ F. 22. $\delta]$ om. F; add. m. 2 euan.
 $\xi\tau\upsilon\chi\epsilon$ Vp. $\xi\sigma\tau\iota\upsilon$] bis P. 24. $\delta\eta]$ om. P.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δεί-
 ξομεν, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ Δ τῷ E · ἄλλο δέ τι τὸ Z ·
 εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Z τοῦ Δ , ὑπερέχει καὶ τοῦ E , καὶ
 εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καὶ ἐστὶ τὸ
 5 μὲν Z τοῦ Γ πολλαπλάσιον, τὰ δὲ Δ, E τῶν A, B
 ἄλλα, ἃ ἐτυχεν, ἰσάκως πολλαπλάσια· ἐστὶν ἄρα ὥς τὸ
 Γ πρὸς τὸ A , οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ B .

Τὰ ἴσα ἄρα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον
 καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

10

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν μεγέθη τινὰ ἀνά-
 λογον ἢ, καὶ ἀνάπαλιν ἀνάλογον ἔσται. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η'.

Τῶν ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μείζον πρὸς τὸ
 15 αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ τὸ ἔλαττον.
 καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον μείζονα λόγον
 ἔχει ἢπερ πρὸς τὸ μείζον.

Ἐστω ἄνισα μεγέθη τὰ AB, Γ , καὶ ἔστω μείζον
 τὸ AB , ἄλλο δέ, ὃ ἐτυχεν, τὸ Δ · λέγω, ὅτι τὸ AB
 20 πρὸς τὸ Δ μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ ,
 καὶ τὸ Δ πρὸς τὸ Γ μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ πρὸς
 τὸ AB .

Ἐπεὶ γὰρ μείζον ἐστὶ τὸ AB τοῦ Γ , κείσθω τῷ
 Γ ἴσον τὸ BE · τὸ δὴ ἔλασσον τῶν AE, EB πολλα-

VIII. Hero def. 125, 6. Schol. in Pappum III p. 1175, 21.

1. ὁμοίως δὴ P . 3. καί] (prius) τὸ Z καὶ P ; καὶ τὸ Z F .
 4. ἔλασσον ἔλασσον V . καὶ ἐστὶ] καὶ ἐστὶν P ; ἐστὶ δέ F .
 6. ἄλλα ἃ] ϕ . ἐτυχεν] ἐτ- supra ϕ . 7. οὕτως] corr.
 ex οὕτω m . 2 F . 9. τὰ ἴσα] τὰ ἴσα ὅπ- ϕ . 10. πόρισμα — 12:
 ἔσται] P ; om. Theon ($BFVp$); cfr. ad prop. IV.

nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus, esse $A = E$. et alia quaevis magnitudo est Z . itaque si Z magnitudinem A superat, etiam magnitudinem E superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor minor. et Z magnitudinis Γ multiplex est, et A, E magnitudinum A, B aliae quaevis aequae multiplices. quare $\Gamma : A = \Gamma : B$ [def. 5].

Ergo aequalia ad idem eandem habent rationem et idem ad aequalia.

Corollarium.

Hinc manifestum est, si magnitudines proportionales sint, easdem e contrario proportionales esse.¹⁾ — quod erat demonstrandum.

VIII.

Ex inaequalibus magnitudinibus maior ad idem maiorem rationem habet quam minor; et idem ad minorem maiorem rationem habet quam ad maiorem.

Sint inaequales magnitudines AB, Γ , et maior sit AB , alia autem quaevis magnitudo sit A . dico, esse $AB : A > \Gamma : A$ et $A : \Gamma > A : AB$.

Nam quoniam $AB > \Gamma$, ponatur $BE = \Gamma$. itaque minor magnitudinum AE, EB multiplicata aliquando

1) Quia et $A : \Gamma = B : \Gamma$ et $\Gamma : A = \Gamma : B$. ceterum hoc corollarium recte hic collocatur in P; nam si post prop. IV fuisset, ubi Theon id posuit, alteram partem demonstrationis p. 22, 24 sq. supervacuam futuram fuisse, acute observavit Augustus II p. 331. om. Campanus.

18. $\mu\epsilon\iota\zeta\omicron\nu$] $\tau\acute{o}$ $\mu\epsilon\iota\zeta\omicron\nu$ P. 19. AB] P, Fm. 1, V m. 1; AB $\tau\omicron\upsilon$ Γ Bp, F m. 2, V m. 2. $\xi\tau\nu\chi\epsilon$ Vp. 20. $\tau\acute{o}$ A] (prius) $\tau\acute{o}$ in spatio 4 litt. ϕ . 23. AB] B in ras. p. $\tau\phi$] $\tau\acute{o}$ ϕ (non F). 24. $\tau\acute{o}$] (prius) $\tau\phi$ ϕ (non F).

πλασιαζόμενον ἔσται ποτὲ τοῦ Δ μείζον. ἔστω πρό-
 τερον τὸ AE ἔλαττον τοῦ EB , καὶ πεπολλαπλασιάσθω
 τὸ AE , καὶ ἔστω αὐτοῦ πολλαπλάσιον τὸ ZH μείζον
 ὄν τοῦ Δ , καὶ ὁσαπλάσιόν ἐστί τὸ ZH τοῦ AE , τοσαυ-
 5 ταπλάσιον γερονέτω καὶ τὸ μὲν $H\Theta$ τοῦ EB τὸ δὲ
 K τοῦ Γ · καὶ εἰλήφθω τοῦ Δ διπλάσιον μὲν τὸ Δ ,
 τριπλάσιον δὲ τὸ M , καὶ ἐξῆς ἐνὶ πλείον, ἕως ἄν τὸ
 λαμβανόμενον πολλαπλάσιον μὲν γένηται τοῦ Δ , πρῶ-
 τως δὲ μείζον τοῦ K . εἰλήφθω, καὶ ἔστω τὸ N
 10 τετραπλάσιον μὲν τοῦ Δ , πρῶτως δὲ μείζον τοῦ K .
 Ἐπεὶ οὖν τὸ K τοῦ N πρῶτως ἐστὶν ἔλαττον, τὸ
 K ἄρα τοῦ M οὐκ ἐστὶν ἔλαττον. καὶ ἐπεὶ ἰσάκεις
 ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ZH τοῦ AE καὶ τὸ $H\Theta$ τοῦ
 EB , ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ZH τοῦ AE
 15 καὶ τὸ $Z\Theta$ τοῦ AB . ἰσάκεις δὲ ἐστὶ πολλαπλάσιον
 τὸ ZH τοῦ AE καὶ τὸ K τοῦ Γ · ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ
 πολλαπλάσιον τὸ $Z\Theta$ τοῦ AB καὶ τὸ K τοῦ Γ . τὰ
 $Z\Theta$, K ἄρα τῶν AB , Γ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσια.
 πάλιν, ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ $H\Theta$ τοῦ
 20 EB καὶ τὸ K τοῦ Γ , ἴσον δὲ τὸ EB τῷ Γ , ἴσον
 ἄρα καὶ τὸ $H\Theta$ τῷ K . τὸ δὲ K τοῦ M οὐκ ἐστὶν
 ἔλαττον· οὐδ' ἄρα τὸ $H\Theta$ τοῦ M ἔλαττόν ἐστιν.
 μείζον δὲ τὸ ZH τοῦ Δ · ὅλον ἄρα τὸ $Z\Theta$ συναμ-
 φοτέρων τῶν Δ , M μείζον ἐστὶν. ἀλλὰ συναμφοτέρα
 25 τὰ Δ , M τῷ N ἐστὶν ἴσα, ἐπειδήπερ τὸ M τοῦ Δ

1. ποτέ] mg. F. 3. AE] P; AE ἕως οὗ τὸ γενόμενον
 μείζον γένηται τοῦ Δ Theon (BFVp; in F οὗ corr. ex ἄν;
 γινόμενον V, F m. 2). 5. τὸ δέ] καὶ τό Bp. 6. τοῦ] (alt.)
 τὸν π (non P); τό F, corr. m. 2. 7. πλείον] V m. 1; πλείους
 BFpπ, V m. 2. ἄν] οὐ P. 13. $H\Theta$] ΘH Bp et FV in
 ras. m. 2. τοῦ] postea insert. F. 14. Ante ZH ras. 1
 litt. F. 15. $Z\Theta$] Z in ras. m. 2 V. AB] A in ras. m. 2 V.
 19. ἐστίν F. 20. EB] AB F. τό] (alt.) corr. ex τῷ m. 2 P.

maior erit magnitudine Δ [def. 4]. sit prius $AE < EB$,

$A \xrightarrow{\quad E \quad} B$

$\Gamma \xrightarrow{\quad} \quad$

$Z \xrightarrow{\quad H \quad} \Theta$

$K \xrightarrow{\quad} \quad$

$\Delta \xrightarrow{\quad} \quad$

$A \xrightarrow{\quad} \quad$

$M \xrightarrow{\quad} \quad$

$N \xrightarrow{\quad} \quad$

et multiplicetur AE , et sit multiplex eius ZH maior magnitudine Δ , et quoties multiplex est

ZH magnitudinis AE , toties multiplex fiat $H\Theta$ magnitudinis EB et K magnitudinis Γ , et sumatur $A = 2 \Delta$, $M = 3 \Delta$, et deinceps multiplices per unum crescentes, donec sumpta magnitudo multiplex fiat magnitudinis Δ et prima maior magnitudine K . sumatur, et sit N , quadruplex magnitudinis Δ et prima maior magnitudine K .

iam quoniam K magnitudine N prima minor est, K magnitudine M minor non est. et quoniam ZH magnitudinis AE et $H\Theta$ magnitudinis EB aequae multiplex est, erit ZH magnitudinis AE et $Z\Theta$ magnitudinis AB aequae multiplex [prop. I]. uerum ZH magnitudinis AE et K magnitudinis Γ aequae multiplex est. itaque $Z\Theta$ magnitudinis AB et K magnitudinis Γ aequae multiplex est. quare $Z\Theta$, K magnitudinum AB , Γ aequae multiplices sunt. rursus quoniam $H\Theta$ magnitudinis EB et K magnitudinis Γ aequae multiplex est, et $EB = \Gamma$, erit etiam $H\Theta = K$. uerum K magnitudine M minor non est. itaque ne $H\Theta$ quidem magnitudine M minor est. sed $ZH > \Delta$. ergo $Z\Theta > \Delta + M$. sed $\Delta + M = N$, quoniam $M = 3 \Delta$

22. οὐδέ comp. p. ἐστὶ PVp.

25. N] in ras. V. καὶ ἐστὶν F.

23. τό] (prius) om. V.

τριπλάσιόν ἐστιν, συναμφότερα δὲ τὰ M , Δ τοῦ Δ ἐστὶ τετραπλάσια, ἔστι δὲ καὶ τὸ N τοῦ Δ τετραπλάσιον· συναμφότερα ἄρα τὰ M , Δ τῷ N ἴσα ἐστίν. ἀλλὰ τὸ $Z\Theta$ τῶν M , Δ μείζον ἐστίν· τὸ $Z\Theta$ ἄρα
 5 τοῦ N ὑπερέχει· τὸ δὲ K τοῦ N οὐχ ὑπερέχει. καὶ ἐστὶ τὰ μὲν $Z\Theta$, K τῶν AB , Γ ἰσάκεις πολλαπλάσια, τὸ δὲ N τοῦ Δ ἄλλο, ὃ ἐτυχεν, πολλαπλάσιον· τὸ AB ἄρα πρὸς τὸ Δ μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ .

10 Λέγω δὴ, ὅτι καὶ τὸ Δ πρὸς τὸ Γ μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ τὸ Δ πρὸς τὸ AB .

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δεί-
 ξομεν, ὅτι τὸ μὲν N τοῦ K ὑπερέχει, τὸ δὲ N τοῦ
 15 $Z\Theta$ οὐχ ὑπερέχει. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν N τοῦ Δ πολλα-
 πλάσιον, τὰ δὲ $Z\Theta$, K τῶν AB , Γ ἄλλα, ἃ ἐτυχεν,
 ἰσάκεις πολλαπλάσια· τὸ Δ ἄρα πρὸς τὸ Γ μείζονα
 λόγον ἔχει ἥπερ τὸ Δ πρὸς τὸ AB .

Ἀλλὰ δὴ τὸ AE τοῦ EB μείζον ἐστὶν. τὸ δὴ
 ἔλαττον τὸ EB πολλαπλασιαζόμενον ἐστὶν ποτὲ τοῦ
 20 Δ μείζον. πεπολλαπλασιασθῶ, καὶ ἐστω τὸ $H\Theta$
 πολλαπλάσιον μὲν τοῦ EB , μείζον δὲ τοῦ Δ · καὶ
 ὁσαπλάσιόν ἐστὶ τὸ $H\Theta$ τοῦ EB , τοσανταπλάσιον
 γεγονέτω καὶ τὸ μὲν ZH τοῦ AE , τὸ δὲ K τοῦ Γ .
 ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι τὰ $Z\Theta$, K τῶν AB , Γ ἰσάκεις
 25 ἐστὶ πολλαπλάσια· καὶ εἰλήφθω ὁμοίως τὸ N πολλα-
 πλάσιον μὲν τοῦ Δ , πρώτως δὲ μείζον τοῦ ZH .

1. ἐστιν] B, comp. p; om. F; ἐστὶ PV. δέ] om. Fp;
 m. rec. B. M , Δ] Δ , M P. 2. τό] corr. ex τοῦ m. 1 V.
 3. ἐστὶν ἴσα FV. 4. τῶν] τῷ K V. M , Δ] Δ , M P.
 ἐστὶ BV. $Z\Theta$] ZE φ. 7. ἐτυχε φ (non F) Vp. 8. ἄρα]
 m. 2 F. 12. δὴ δεῖξομεν P. 13. μὲν] m. 2 F. 14. οὐχ]
 corr. ex οὐκ m. 2 P. 15. τὰ] τό Fp. $Z\Theta$, K] litt. Θ , K in

et $M + \Delta = 4 \Delta$ et $N = 4 \Delta$; itaque $M + \Delta = N$. sed $Z\Theta > M + \Delta$. itaque $Z\Theta$ magnitudinem N superat. K autem magnitudinem N non superat. et $Z\Theta$, K magnitudinum AB , Γ aequae multiplices sunt, N autem magnitudinis Δ alia quaevis multiplex. itaque $AB : \Delta > \Gamma : \Delta$ [def. 7].

dico igitur, esse etiam $\Delta : \Gamma > \Delta : AB$. nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus, N magnitudinem K superare, $Z\Theta$ autem magnitudinem non superare. et N magnitudinis Δ multiplex est, $Z\Theta$, K autem magnitudinum AB , Γ aliae quaevis aequae multiplices. itaque $\Delta : \Gamma > \Delta : AB$ [def. 7].

E
 $A|-----|B$

$\Gamma|-----|$

$Z|-----|H|-----|\Theta$

$K|-----|$

$\Delta|-----|$

$A|-----|$

$M|-----|$

$N|-----|$

iam uero sit $AE > EB$. itaque minor magnitudo EB multiplicata aliquando magnitudine Δ maior erit [def. 4]. multiplicetur, et sit $H\Theta$ magnitudinis EB multiplex et magnitudine Δ maior. et quoties multiplex est $H\Theta$ magnitudinis EB , toties multiplex fiat ZH magnitudinis

AE et K magnitudinis Γ . iam similiter demonstrabimus, $Z\Theta$, K magnitudinum AB , Γ aequae multiplices esse. et similiter sumatur N magnitudinis Δ multiplex et prima maior magnitudine ZH . quare rursus ZH

ras. m. 2 V. $\tilde{\alpha}$ m. 2 F. 18. τοῦ EB μείζον ἔστω] P; μείζον ἔστω τοῦ EB BVp; τοῦ EB m. 1 F, seq. μείζον ἔστω τοῦ EB φ. τὸ δὲ ἑλάττω τὸ EB] πολλαπλα φ. 20. πεπολλαπλασιάσθω] post πε- ras. 2 litt. F. 23. μέν] φ in spatio plurium litt. τό] in ras m. 1 p. 24. τά] τό φ (non F).

ὥστε πάλιν τὸ ZH τοῦ M οὐκ ἐστὶν ἔλασσον. μείζον δὲ τὸ $H\Theta$ τοῦ Δ · ὅλον ἄρα τὸ $Z\Theta$ τῶν Δ, M , τουτέστι τοῦ N , ὑπερέχει. τὸ δὲ K τοῦ N οὐχ ὑπερέχει, ἐπειδήπερ καὶ τὸ ZH μείζον ὢν τοῦ $H\Theta$, τουτέστι 5 τοῦ K , τοῦ N οὐχ ὑπερέχει. καὶ ὡσαύτως κατακολουθοῦντες τοῖς ἐπάνω περαίνομεν τὴν ἀπόδειξιν.

Τῶν ἄρα ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μείζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ τὸ ἔλαττον· καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ πρὸς τὸ 10 μείζον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ'.

Τὰ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἐκεῖνα ἴσα ἐστίν.

15 Ἐχέτω γὰρ ἐκάτερον τῶν A, B πρὸς τὸ Γ τὸν αὐτὸν λόγον· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ A τῷ B .

Εἰ γὰρ μή, οὐκ ἂν ἐκάτερον τῶν A, B πρὸς τὸ Γ τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον· ἔχει δέ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ A τῷ B .

20 Ἐχέτω δὴ πάλιν τὸ Γ πρὸς ἐκάτερον τῶν A, B τὸν αὐτὸν λόγον· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ A τῷ B .

Εἰ γὰρ μή, οὐκ ἂν τὸ Γ πρὸς ἐκάτερον τῶν A, B τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον· ἔχει δέ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ A τῷ B .

25 Τὰ ἄρα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἐκεῖνα ἴσα ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. οὐκ ἐστὶν ἔλασσον] μὴ ἔλασσον εἶναι P. ἔλαττον Fp.

2. τῶν] τοῦ Bp.

3. τουτέστιν P. οὐχ ὑπερέχει] ὑπερέχει οὐδαμῶς V.

4. ἐπειδήπερ — 5: ὑπερέχει] mg. m. 1 F.

magnitudine M minor non est. et $H\Theta > \Delta$. itaque $Z\Theta > \Delta + M$, h. e. $Z\Theta > N$. K autem magnitudinem N non superat, quoniam ZH , quae maior est magnitudine $H\Theta$, h. e. maior magnitudine K , magnitudinem N non superat. et eodem modo superipra sequentes demonstrationem conficimus.

Ergo ex inaequalibus magnitudinibus maior ad idem maiorem rationem habet quam minor; et idem ad minorem maiorem rationem habet quam ad maiorem; quod erat demonstrandum.

IX.

Quae ad idem eandem habent rationem, inter se aequalia sunt; et ad quae idem eandem habet rationem, ea aequalia sunt.

A ————— B ————— Sit enim $A : \Gamma = B : \Gamma$. dico,
 Γ ————— esse $A = B$.

nam si minus, non esset $A : \Gamma = B : \Gamma$ [prop. VIII].
 at est. itaque $A = B$.

iam rursus sit $\Gamma : A = \Gamma : B$. dico, esse $A = B$.

nam si minus, non esset $\Gamma : A = \Gamma : B$ [prop. VIII].
 at est. itaque $A = B$.

Ergo quae ad idem eandem habent rationem, inter se aequalia sunt; et ad quae idem eandem habet rationem, ea aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

4. ὄν] corr. ex ὦν m. 2 P. 5. τοῦ] (prius) P; τό BFV p.
 κατακολουθοῦντες] bis P; corr. m. 2. 6. ἀπόδειξιν] post
 ἀπο- spatium 1 litt., in quo m. 2 inser. δε F. 8. τὸ ἐλαττον
 — 9: ἥπερ] mg. m. 1 P. 13. ἐστίν] F; comp. p; ἐστί PBV.
 α] euan. F. 14. κἀκεῖνα V. 17. μὴ] μείζον φ. 18.
 εἴχε] in ras. P φ, εἴχεν B. εἴχει] εἴχη φ. 23. εἴχε] in ras. P;
 εἴχει B; εἴχη F. ἐστίν F. 26. ἐστίν] comp. Fp; ἐστί PBV.
 27. κἀκεῖνα V.

ι'.

Τῶν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἔχόντων τὸ μείζονα λόγον ἔχον ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστιν· πρὸς δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἑλαττόν ἐστιν.

Ἐχέτω γὰρ τὸ *A* πρὸς τὸ *Γ* μείζονα λόγον ἥπερ τὸ *B* πρὸς τὸ *Γ*· λέγω, ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ *A* τοῦ *B*.

Εἰ γὰρ μή, ἦτοι ἴσον ἐστὶ τὸ *A* τῷ *B* ἢ ἑλάσσον. ἴσον μὲν οὖν οὐκ ἐστι τὸ *A* τῷ *B*· ἐκότερον γὰρ ἂν τῶν *A*, *B* πρὸς τὸ *Γ* τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον. οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ *A* τῷ *B*. οὐδὲ μὴν ἑλασσόν ἐστι τὸ *A* τοῦ *B*· τὸ *A* γὰρ ἂν πρὸς τὸ *Γ* ἐλάσσονα λόγον εἶχεν ἥπερ τὸ *B* πρὸς τὸ *Γ*. οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα ἑλασσόν ἐστι τὸ *A* τοῦ *B*.
15 ἐδείχθη δὲ οὐδὲ ἴσον· μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ *A* τοῦ *B*.

Ἐχέτω δὴ πάλιν τὸ *Γ* πρὸς τὸ *B* μείζονα λόγον ἥπερ τὸ *Γ* πρὸς τὸ *A*· λέγω, ὅτι ἑλασσόν ἐστι τὸ *B* τοῦ *A*.

Εἰ γὰρ μή, ἦτοι ἴσον ἐστὶν ἢ μεῖζον. ἴσον μὲν οὖν οὐκ ἐστι τὸ *B* τῷ *A*· τὸ *Γ* γὰρ ἂν πρὸς ἐκότερον τῶν *A*, *B* τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον. οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ *A* τῷ *B*. οὐδὲ μὴν μεῖζόν ἐστι τὸ *B* τοῦ *A*· τὸ *Γ* γὰρ ἂν πρὸς τὸ *B* ἐλάσσονα λόγον εἶχεν ἥπερ πρὸς τὸ *A*. οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα
25 μεῖζόν ἐστι τὸ *B* τοῦ *A*. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἴσον· ἑλαττον ἄρα ἐστὶ τὸ *B* τοῦ *A*.

Τῶν ἄρα πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἔχόντων τὸ μείζονα

2. τὸ τὸν μείζονα V. 3. ἐστίν] P, comp. p; ἐστι B F V.
7. τὸ *A* μεῖζόν ἐστι B p. τό] τοῦ V, sed corr. τοῦ]
corr. ex τό V. B] in ras. m. 2 P. 8. ἐστίν] φ, ἐστίν F.
τῷ] τοῦ P. ἑλαττον F. 9. οὖν] P V; om. B F p. ἐστίν B.

X.

Eorum, quae ad idem rationem habent, quod maiorem habet rationem, id maius est; et ad quod idem maiorem habet rationem, id minus est.

$A \text{ ————— } B \text{ ————— }$ Sit enim $A : \Gamma > B : \Gamma$. dico,
 $\Gamma \text{ ————— }$ esse $A > B$.

nam si minus, aut $A = B$, aut $A < B$. uerum non est $A = B$; tum enim esset $A : \Gamma = B : \Gamma$ [prop. VII]. at non est. quare non est $A = B$. neque uero $A < B$; tum enim esset $A : \Gamma < B : \Gamma$ [prop. VIII]. at non est. quare non est $A < B$. sed demonstratum est, idem ne aequale quidem esse. itaque $A > B$.

sit rursus $\Gamma : B > \Gamma : A$. dico, esse $B < A$.

nam si minus, aut $B = A$ aut $B > A$. uerum non est $B = A$; tum enim esset $\Gamma : A = \Gamma : B$ [prop. VII]. at non est. itaque non est $A = B$. neque uero $B > A$; tum enim esset $\Gamma : B < \Gamma : A$ [prop. VIII]. at non est. quare non est $B > A$. sed demonstratum est, idem ne aequale quidem esse. itaque $B < A$.

Ergo eorum, quae ad idem rationem habent, quod

10. εἴχε] ἔχει B; F, corr. m. 2. 12. ἑλάττω F. 13. τὸν
 ἐλάσσονα V; ἐλάττω F. εἴχε λόγον P. 14. ἑλάττω F.
 ἐστὶ] m. 2 F. 15. δὲ ὅτι V. Post B repetuntur in F:
 ἐδείχθη δὲ οὐδὲ ἴσον· μείζον ἄρα τὸ A τοῦ B. 17. ἑλάττω
 F. 20. A] in ras. m. 1 B. γάρ] insuper comp. add. m.
 2 V; ἄρα B. 21. εἴχε] φ; εἶχεν PB; ἔχει F. 22. ἐστὶ]
 ἐστίν P; comp. F addito ἐστὶ φ. τό] τῷ V.. τῷ] τό V.
 23. ἐστίν P. τό] (prius) τοῦ V, corr. m. 1. ἐλάττω F.
 25. οὐδ' φ (non F), -ε in ras. m. 1 B. 26. ἑλάττω] φ, seq.
 on m. 1; ἐλάσσον P. 27. τό] (alt.) om. φ. μείζονα] φ,
 seq. ονα m. 1, eras.

λόγον ἔχον μείζον ἐστίν· καὶ πρὸς ὃ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἑλαττόν ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια'.

Οἱ τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ αὐτοὶ καὶ ἀλλήλοις
5 εἰσὶν οἱ αὐτοί.

Ἔστωσαν γὰρ ὡς μὲν τὸ *A* πρὸς τὸ *B*, οὕτως τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Δ*, ὡς δὲ τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Δ*, οὕτως τὸ *E* πρὸς τὸ *Z*· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ *A* πρὸς τὸ *B*, οὕτως τὸ *E* πρὸς τὸ *Z*.

10 Εἰλήφθω γὰρ τῶν *A, Γ, E* ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ *H, Θ, K*, τῶν δὲ *B, Δ, Z* ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ *Λ, Μ, Ν*.

Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ *A* πρὸς τὸ *B*, οὕτως τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Δ*, καὶ εἰληπται τῶν μὲν *A, Γ* ἰσάκεις
15 πολλαπλάσια τὰ *H, Θ*, τῶν δὲ *B, Δ* ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ *Λ, Μ*, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ *H* τοῦ *Λ*, ὑπερέχει καὶ τὸ *Θ* τοῦ *Μ*, καὶ εἰ ἴσον ἐστίν, ἴσον, καὶ εἰ ἐλλείπει, ἐλλείπει. πάλιν, ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Δ*, οὕτως τὸ *E* πρὸς τὸ *Z*,
20 καὶ εἰληπται τῶν *Γ, E* ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ *Θ, K*, τῶν δὲ *Δ, Z* ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ *Μ, Ν*, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ *Θ* τοῦ *Μ*, ὑπερέχει καὶ τὸ *K* τοῦ *Ν*, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἑλαττον, ἑλαττον. ἀλλὰ εἰ ὑπερεῖχε τὸ *Θ* τοῦ *Μ*, ὑπερεῖχε
25 καὶ τὸ *H* τοῦ *Λ*, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἑλαττον,

1. ἐστίν] B, comp. p; ἐστι PFV. 2. ἑλασσον PBVp.
4. λόγῳ] P m. 1, F, Vm. 1; λόγοι Bp, Pm. 2, φ, Vm. 2.
6. οὕτω P. 11. Δ, Z] Z, Δ F. α] e corr. F. 12. τὰ]
τὰ *H, Θ, K* τὰ *P*, corr. m. 1. 14. μὲν] m. 2 FV. Γ] in
ras. m. 2 P. 15. H] in ras. m. 1 p. δέ] om. φ. B, Δ]
H, Δ φ (non F). ἄλλα ἰσάκεις πολλαπλάσια ἃ ἔτυχε V. α]

maiolem habet rationem, id maius est; et ad quod idem maiolem habet rationem, id minus est; quod erat demonstrandum.

XI.

Quae eidem rationi aequales sunt rationes, etiam inter se aequales sunt.

Sit enim $A : B = \Gamma : \Delta$ et $\Gamma : \Delta = E : Z$. dico,

A ——— | Γ ——— | E — | esse $A : B = E : Z$.
 B ——— | Δ ——— | Z — | sumantur enim
 H ——— | Θ ——— | K ——— | magnitudinum A ,
 A ——— | M ——— | N ——— | Γ , E aequae multi-
 plices H , Θ , K et magnitudinum B , Δ , Z aliae quaeuis
 aequae multiplices A , M , N .

et quoniam $A : B = \Gamma : \Delta$, et sumptae sunt magnitudinum A , Γ aequae multiplices H , Θ et magnitudinum B , Δ aliae quaeuis aequae multiplices A , M , si H magnitudinem A superat, etiam Θ magnitudinem M superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. rursus quoniam $\Gamma : \Delta = E : Z$, et sumptae sunt magnitudinum Γ , E aequae multiplices Θ , K et magnitudinum Δ , Z aliae quaeuis aequae multiplices M , N , si Θ magnitudinem M superat, etiam K magnitudinem N superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. sed si Θ magnitudinem M superabat, etiam H magnitudinem A superabat¹⁾,

1) Imperfectum recte se habet; refertur enim ad ea, quae iam lin. 16 sq. dicta sunt; cfr. p. 50, 13.

m. 2 F. 17. H] in ras m. 2 V. 20. $\tau\omega\upsilon\ \mu\acute{\epsilon}\nu$ P. K , Θ p.
 21. Δ] K , Δ F, sed corr. $\tilde{\alpha}$] m. 2 F. 22. $\tau\omicron\upsilon$] m. 2 V.
 24. $\acute{\alpha}\lambda\lambda\acute{\alpha}\ \epsilon\iota$ — 25: $\acute{\epsilon}\lambda\alpha\tau\tau\omicron\nu$ (alt.)] mg. m. 2 FV ($\acute{\alpha}\lambda\lambda$). 24.
 $\upsilon\pi\epsilon\rho\epsilon\iota\chi\epsilon$] $\upsilon\pi\epsilon\rho\epsilon\iota\chi\epsilon\nu$ corr. ex $\upsilon\pi\epsilon\rho\epsilon\chi\epsilon\iota$ m. 1 P; $\upsilon\pi\epsilon\rho\epsilon\chi\epsilon\iota$ BFVp.
 $\upsilon\pi\epsilon\rho\epsilon\iota\chi\epsilon$] p; $\upsilon\pi\epsilon\rho\epsilon\iota\chi\epsilon\nu$ PB; $\upsilon\pi\epsilon\rho\epsilon\chi\epsilon\iota$ FV.

ἐλαττον· ὥστε καὶ εἰ ὑπερέχει τὸ H τοῦ A , ὑπερέχει καὶ τὸ K τοῦ N , καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἐλαττον, ἐλαττον. καὶ ἐστὶ τὰ μὲν H, K τῶν A, E ἰσάκεις πολλαπλάσια, τὰ δὲ A, N τῶν B, Z ἄλλα, ἃ ἐτυχευ, 5 ἰσάκεις πολλαπλάσια· ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ A πρὸς τὸ B , οὕτως τὸ E πρὸς τὸ Z .

Οἱ ἄρα τῶν αὐτῶν λόγων οἱ αὐτοὶ καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ'.

10 Ἐὰν ἡ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἐστὶ ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἐπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἐπόμενα.

Ἔστωσαν ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον τὰ A, B, Γ , 15 Δ, E, Z , ὡς τὸ A πρὸς τὸ B , οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ , καὶ τὸ E πρὸς τὸ Z · λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ A πρὸς τὸ B , οὕτως τὰ A, Γ, E πρὸς τὰ B, Δ, Z .

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν A, Γ, E ἰσάκεις πολλαπλά- 20 σια τὰ H, Θ, K , τῶν δὲ B, Δ, Z ἄλλα, ἃ ἐτυχευ, ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ A, M, N .

Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ A πρὸς τὸ B , οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ , καὶ τὸ E πρὸς τὸ Z , καὶ εἰληπται τῶν μὲν A, Γ, E ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ H, Θ, K τῶν δὲ B, Δ, Z ἄλλα, ἃ ἐτυχευ, ἰσάκεις πολλαπλάσια 25 τὰ A, M, N , εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ H τοῦ A , ὑπερέχει καὶ τὸ Θ τοῦ M , καὶ τὸ K τοῦ N , καὶ εἰ ἴσον, ἴσον,

XII. Eutocius in Archim. III p. 136, 25.

2. ἔλασσον, ἔλασσον V. 4. $Z] \Delta$ P. ἃ] supra F. 7. λόγων] P; λόγοι BFVp. 16. ἐστίν] om. F. 17. τὰ] τό F. τὰ]

et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor. quare, si H magnitudinem A superat, etiam K magnitudinem N superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor. et H, K magnitudinum A, E aequae multiplices sunt, et A, N magnitudinum B, Z aliae quaevis aequae multiplices; erit igitur $A : B = E : Z$ [def. 5].

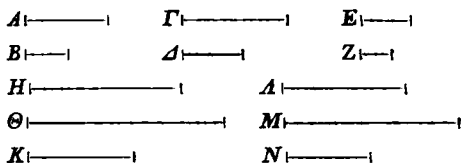
Ergo quae eidem rationi aequales sunt rationes, etiam inter se aequales sunt; quod erat demonstrandum.

XII.

Si quotlibet magnitudines proportionales sunt, erit ut una praecedentium ad unam sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes.

Sint quotlibet magnitudines proportionales $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$, ita ut sit $A : B = \Gamma : \Delta = E : Z$. dico, esse $A : B = A + \Gamma + E : B + \Delta + Z$.

sumantur enim magnitudinum A, Γ, E aequae multi-



plices H, Θ, K et magnitudinum B, Δ, Z aliae quaevis aequae multiplices A, M, N . et quoniam est $A : B = \Gamma : \Delta = E : Z$, et sumptae sunt magnitudinum A, Γ, E aequae multiplices H, Θ, K et magnitudinum B, Δ, Z aliae quaevis aequae multiplices A, M, N , si H magnitudinem A superat, etiam Θ magnitudinem M superat

$\rho\acute{o}$ F, sed corr. B] postea insert. F. 19. $\tilde{\alpha}$] m. 2 F. 23.
 $\mu\acute{\epsilon}\nu$] om. Bp. 24. $\tilde{\alpha}$] m. 2 F. 25. H] in ras. F.

καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. ὥστε καὶ εἰ ὑπερέχει τὸ
 Η τοῦ Α, ὑπερέχει καὶ τὰ Η, Θ, Κ τῶν Α, Μ, Ν,
 καὶ εἰ ἴσον, ἴσα, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττονα. καὶ ἐστὶ
 τὸ μὲν Η καὶ τὰ Η, Θ, Κ τοῦ Α καὶ τῶν Α, Γ, Ε
 5 ἰσάκεις πολλαπλάσια, ἐπειδήπερ ἔαν ἡ ὀποσαοῦν μεγέθη
 ὀποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἐκάστου
 ἰσάκεις πολλαπλάσιον, ὅσαπλάσιόν ἐστὶν ἐν τῶν μεγε-
 θῶν ἑνός, τοσανταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν
 πάντων. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ Α καὶ τὰ Α, Μ, Ν
 10 τοῦ Β καὶ τῶν Β, Δ, Ζ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσια·
 ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὰ Α, Γ, Ε
 πρὸς τὰ Β, Δ, Ζ.

Ἐὰν ἄρα ἡ ὀποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται
 ὡς ἐν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἐν τῶν ἐπομένων, οὕτως
 15 ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἐπόμενα· ὅπερ
 ἔδει δεῖξαι.

ιγ'.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη
 λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ
 20 πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχη ἢ πέμπτου
 πρὸς ἕκτου, καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα
 λόγον ἔξει ἢ πέμπτου πρὸς ἕκτου.

Πρῶτον γὰρ τὸ Α πρὸς δεύτερον τὸ Β τὸν αὐτὸν
 ἔχέτω λόγον καὶ τρίτον τὸ Γ πρὸς τέταρτον τὸ Δ,
 25 τρίτον δὲ τὸ Γ πρὸς τέταρτον τὸ Δ μείζονα λόγον
 ἔχέτω ἢ πέμπτου τὸ Ε πρὸς ἕκτου τὸ Ζ. λέγω, ὅτι
 καὶ πρῶτον τὸ Α πρὸς δεύτερον τὸ Β μείζονα λόγον
 ἔξει ἢ πεμπτου τὸ Ε πρὸς ἕκτου τὸ Ζ.

1. ἔλασσαν ἔλασσαν V. 2. τὰ] τό P. τῶν] τοῦ P.
 3. ἴσα] ἴσον PBr. ἔλασσαν ἔλασσαν P; ἔλαττον ἔλαττον Br.
 5. ἔάν] ἄν P. 6. ἴσων] ἴσον BF. 7. πολλαπλάσια V.
 10. τοῦ B] litt. B e corr. F. ἐστὶ] ἔσται p. 11. τὰ] τό

et K magnitudinem N , et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. quare, si H magnitudinem A superat, etiam $H + \Theta + K$ magnitudines $A + M + N$ superant, et si aequalis, aequales sunt, et si minor, minores. iam H magnitudinis A et $H + \Theta + K$ magnitudinum $A + \Gamma + E$ aequae multiplices sunt, quoniam si datae sunt quotuis magnitudines quotuis magnitudinum numero aequalium singulae singularum aequae multiplices, quoties multiplex est una magnitudo unius, toties etiam omnes omnium erunt multiplices [prop. I]. eadem de causa etiam A magnitudinis B et $A + M + N$ magnitudinum $B + \Delta + Z$ aequae multiplices sunt. itaque

$$A : B = A + \Gamma + E : B + \Delta + Z \text{ [def. 5].}$$

Ergo si quotlibet magnitudines proportionales sunt, erit ut una praecedentium ad unam sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes; quod erat demonstrandum.

XIII.

Si prima ad secundam et tertia ad quartam eandem rationem habet, tertia autem ad quartam maiorem rationem habet quam quinta ad sextam, etiam prima ad secundam maiorem rationem habebit quam quinta ad sextam.

A |———| Γ |———| M |———| H |———|
 B |———| Δ |———| N |———| K |———|

Sit enim $A : B = \Gamma : \Delta$ et $\Gamma : \Delta > E : Z$. dico, esse etiam $A : B > E : Z$.

FV. 12. $\tau\acute{\alpha}$] τό F. 15. $\acute{\alpha}\pi\alpha\nu\tau\alpha$] (alt.) πάντα P. 20. $\tilde{\eta}$] P; $\tilde{\eta}\pi\epsilon\rho$ BFVp. 22. $\tilde{\eta}$] P; $\tilde{\eta}\pi\epsilon\rho$ BFVp. 23. $\mu\acute{\epsilon}\nu$ γάρ P. τὸν B F. 26. $\tilde{\eta}$] P, Fm. 1; $\tilde{\eta}\pi\epsilon\rho$ BVp, Fm. 2. 28. $\xi\acute{\xi}\epsilon\iota$] $\xi\chi\epsilon\iota$ P. $\tilde{\eta}\pi\epsilon\rho$ τὸ E πρὸς τὸ Z P.

Ἐπεὶ γὰρ ἔστι τινὰ τῶν μὲν Γ, Ε ἰσάνικς πολλα-
 πλάσια, τῶν δὲ Δ, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάνικς πολλα-
 πλάσια, καὶ τὸ μὲν τοῦ Γ πολλαπλάσιον τοῦ τοῦ Δ
 πολλαπλασίον ὑπερέχει, τὸ δὲ τοῦ Ε πολλαπλάσιον
 5 τοῦ τοῦ Ζ πολλαπλασίον οὐχ ὑπερέχει, εἰλήφθω,
 καὶ ἔστω τῶν μὲν Γ, Ε ἰσάνικς πολλαπλάσια τὰ Η, Θ,
 τῶν δὲ Δ, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάνικς πολλαπλάσια
 τὰ Κ, Λ, ὥστε τὸ μὲν Η τοῦ Κ ὑπερέχειν, τὸ δὲ Θ
 τοῦ Λ μὴ ὑπερέχειν· καὶ ὁσαπλάσιον μὲν ἔστι τὸ
 10 Η τοῦ Γ, τοσαυταπλάσιον ἔστω καὶ τὸ Μ τοῦ Α,
 ὁσαπλάσιον δὲ τὸ Κ τοῦ Δ, τοσαυταπλάσιον ἔστω
 καὶ τὸ Ν τοῦ Β.

Καὶ ἐπεὶ ἔστιν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ
 πρὸς τὸ Δ, καὶ εἰληπται τῶν μὲν Α, Γ ἰσάνικς πολλα-
 15 πλάσια τὰ Μ, Η, τῶν δὲ Β, Δ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσά-
 νικς πολλαπλάσια τὰ Ν, Κ, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Μ
 τοῦ Ν, ὑπερέχει καὶ τὸ Η τοῦ Κ, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον,
 καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. ὑπερέχει δὲ τὸ Η τοῦ Κ·
 ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸ Μ τοῦ Ν. τὸ δὲ Θ τοῦ Α οὐχ
 20 ὑπερέχει· καὶ ἔστι τὰ μὲν Μ, Θ τῶν Α, Ε ἰσάνικς
 πολλαπλάσια, τὰ δὲ Ν, Λ τῶν Β, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν,
 ἰσάνικς πολλαπλάσια· τὸ ἄρα Α πρὸς τὸ Β μείζονα
 λόγον ἔχει ἢ περ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.

Ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔξη

1. Post γὰρ add. Theon: τὸ Γ πρὸς τὸ Δ μείζονα λόγον
 ἔχει ἢ περ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ (BFVp); om. P. 2. τῶν δὲ Δ, Ζ
 — πολλαπλάσια] mg. m. 1 F. 3. τό] corr. ex τὰ m. 1 V.
 τοῦ] (alt.) postea insert. m. 2 F. 7. ἃ] supra F. 8.
 Ante ὑπερέχειν ras. 2 litt. V. 9. μὴ] P; οὐ μὴ F; οὐχ
 BVp. 15. ἃ] supra m. 2 F. 20. τὰ] corr. ex τὸ m. 1 V.
 Α] in ras. P. 21. τὰ δέ — 22: πολλαπλάσια] om. F. 22.
 τὸ ἄρα Α πρὸς τὸ Β] in ras. m. 2 F, seq. uestig. 12 litt.
 24. ἔχει V.

nam quoniam sunt quaedam¹⁾ magnitudinum Γ, E

E |————|

Z |————|

Θ |————|————|

A |————|————|————|

aeque multiplices, magnitudinum autem Δ, Z aliae quaevis aequae multiplices, et multiplex magnitudinis Γ multiplicem magnitudinis Δ superat, mul-

tiplex autem magnitudinis E multiplicem magnitudinis Z non superat [def. 7], sumantur, et sint magnitudinum Γ, E aequae multiplices H, Θ , magnitudinum autem Δ, Z aliae quaevis aequae multiplices K, A , ita ut H magnitudinem K superet, Θ autem magnitudinem A non superet. et quoties multiplex est H magnitudinis Γ , toties multiplex sit M magnitudinis A , quoties autem multiplex est K magnitudinis Δ , toties multiplex sit N magnitudinis B . et quoniam est $A : B = \Gamma : \Delta$, et sumptae sunt magnitudinum A, Γ aequae multiplices M, H , magnitudinum autem B, Δ aliae quaevis aequae multiplices N, K , si M magnitudinem N superat, etiam H magnitudinem K superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. uerum H magnitudinem K superat; quare etiam M magnitudinem N superat. Θ autem magnitudinem A non superat. et M, Θ magnitudinum A, E aequae multiplices sunt, N, A autem magnitudinum B, Z aliae quaevis aequae multiplices.²⁾ itaque

$$A : B > E : Z.$$

Ergo si prima ad secundam et tertia ad quartam eandem rationem habet, tertia autem ad quar-

1) $\mu\acute{\epsilon}\nu$ et $\delta\acute{\epsilon}$ lin. 1—2 inusitate quidem posita sunt, neque tamen ita, ut ferri nequeant.

2) Cfr. lin. 6—8 cum lin. 9 sq.

λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχη ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον, καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἔξει ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

ιδ'.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μείζον ἢ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μείζον ἔσται, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον.

10

Πρῶτον γὰρ τὸ A πρὸς δεύτερον τὸ B τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον τὸ Γ πρὸς τέταρτον τὸ Δ , μείζον δὲ ἔστω τὸ A τοῦ Γ . λέγω, ὅτι καὶ τὸ B τοῦ Δ μείζον ἔστιν.

15

Ἐπεὶ γὰρ τὸ A τοῦ Γ μείζον ἔστιν, ἄλλο δέ, ὃ ἔτυχεν, [μέγεθος] τὸ B , τὸ A ἄρα πρὸς τὸ B μείζονα λόγον ἔχει ἢ περὶ τὸ Γ πρὸς τὸ B . ὥς δὲ τὸ A πρὸς τὸ B , οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ . καὶ τὸ Γ ἄρα πρὸς τὸ Δ μείζονα λόγον ἔχει ἢ περὶ τὸ Γ πρὸς τὸ B . πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκείνο ἐλασσόν ἔστιν· ἐλασσον ἄρα τὸ Δ τοῦ B . ὥστε μείζον ἔσται τὸ B τοῦ Δ .

20

Ὅμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἴσον ἢ τὸ A τῷ Γ , ἴσον ἔσται καὶ τὸ B τῷ Δ , καὶ ἐλασσον ἢ τὸ A τοῦ Γ , ἐλασσον ἔσται καὶ τὸ B τοῦ Δ .

25

Ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μείζον ἢ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μείζον ἔσται, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

30

tam maiorem rationem habet quam quinta ad sextam, etiam prima ad secundam maiorem rationem habebit quam quinta ad sextam; quod erat demonstrandum.

XIV.

Si prima ad secundam et tertia ad quartam eandem rationem habet, prima autem tertia maior est, etiam secunda quarta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor.

A ———— | Γ ———— | Sit enim $A : B = \Gamma : \Delta$, et
 B ———— | Δ ———— | $A > \Gamma$. dico, esse etiam $B > \Delta$.

nam quoniam est $A > \Gamma$, et alia quaevis magnitudo est B , erit $A : B > \Gamma : B$ [prop. VIII]. uerum $A : B = \Gamma : \Delta$. quare etiam $\Gamma : \Delta > \Gamma : B$. sed ad quod idem maiorem rationem habet, id minus est [prop. X]. itaque $B > \Delta$.

similiter demonstrabimus, si $A = \Gamma$, esse etiam $B = \Delta$, et si $A < \Gamma$, esse etiam $B < \Delta$.

Ergo si prima ad secundam et tertia ad quartam eandem rationem habet, prima autem tertia maior est, etiam secunda quarta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor; quod erat demonstrandum.

2. τὸ τέταρτον B. ἔχει Vφ. ἥπερ Vφ. 3. ἥπερ Vφ.
 9. καὶ] καὶ ἄν V. καὶ] καὶ ἄν Vφ. 13. A] Δ φ.
 15. μείζον ἐστι τὸ A τοῦ Γ P. τό] corr. ex τοῦ V. τοῦ]
 corr. ex τό V. 16. ἔτυχε Vp. μέγεθος] om. P. 20. ὅ]
 m. 2 P. ἔλαττον F. 21. ἔλαττον F. 23. ἥ] supra m. 1 F. 24.
 καὶ] καί, supra scr. ἔάν m. 2 V. ἔλαττον F. 25. ἔλατ-
 τον F. καί] om. V. 26. πρῶτον] -τον in ras. m. 2 V. 29.
 ἑλασσον ἑλασσον p.

ιε'.

Τὰ μέρη τοῖς ὁσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ληφθέντα κατάλληλα.

Ἐστω γὰρ ἰσάνεις πολλαπλάσιον τὸ AB τοῦ Γ καὶ
5 το ΔE τοῦ Z · λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Z ,
οὕτως τὸ AB πρὸς τὸ ΔE .

Ἐπεὶ γὰρ ἰσάνεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ AB τοῦ
 Γ καὶ τὸ ΔE τοῦ Z , ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ AB με-
γέθη ἴσα τῷ Γ , τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ΔE ἴσα τῷ Z .
10 διηγήσθω τὸ μὲν AB εἰς τὰ τῷ Γ ἴσα τὰ $AH, H\Theta,$
 ΘB , τὸ δὲ ΔE εἰς τὰ τῷ Z ἴσα τὰ $\Delta K, KA, \Delta E$.
ἐστὶ δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν $AH, H\Theta, \Theta B$ τῷ πλή-
θει τῶν $\Delta K, KA, \Delta E$. καὶ ἐπεὶ ἴσα ἐστὶ τὰ $AH,$
 $H\Theta, \Theta B$ ἀλλήλοις, ἐστὶ δὲ καὶ τὰ $\Delta K, KA, \Delta E$
15 ἴσα ἀλλήλοις, ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ AH πρὸς τὸ ΔK ,
οὕτως τὸ $H\Theta$ πρὸς τὸ KA , καὶ τὸ ΘB πρὸς τὸ ΔE .
ἐστὶ ἄρα καὶ ὡς ἐν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἐν τῶν
ἐπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα
τὰ ἐπόμενα· ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ AH πρὸς τὸ ΔK ,
20 οὕτως τὸ AB πρὸς τὸ ΔE . ἴσον δὲ τὸ μὲν AH
τῷ Γ , τὸ δὲ ΔK τῷ Z · ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς
τὸ Z οὕτως τὸ AB πρὸς τὸ ΔE .

Τὰ ἄρα μέρη τοῖς ὁσαύτως πολλαπλασίοις τὸν
αὐτὸν ἔχει λόγον ληφθέντα κατάλληλα· ὅπερ ἔδει
25 δεῖξαι.

XV: Pappus V p. 338, 4.

5. ἐστίν] m. 2 F. 7. ἐστίν F. 8. μεγέθει V. 11.
εἰς τὰ τῷ Z] in ras. m. 2 V. Z] seq. ras. 3 litt. V; Z
μεγέθει Bp. 12. ΘB] $\Theta E\phi$ (non F), $B\Theta$ B. 13. KA] HA V. ἴσα ἀλλήλοις V. ἐστίν B. 14. ἀλλήλοις] om. V.

XV.

Partes et similiter multiplices eandem rationem habent suo ordine sumptae.

Sit enim AB magnitudinis Γ et ΔE magnitudinis Z aequae multiplex. dico, esse $\Gamma : Z = AB : \Delta E$.

nam quoniam AB magnitudinis Γ et ΔE magni-

$\begin{array}{c} H \quad \Theta \\ A \text{---} | \text{---} | \text{---} | B \end{array} \quad \Gamma \text{---} |$

$\begin{array}{c} K \quad \Lambda \\ \Delta \text{---} | \text{---} | \text{---} | E \end{array} \quad Z \text{---} |$

tudinis Z aequae multiplex est, quot sunt in AB magnitudines magnitudini Γ aequales, tot etiam in ΔE sunt magnitudini

Z aequales. diuidatur AB in partes magnitudini Γ aequales, $AH, H\Theta, \Theta B$, et ΔE in partes magnitudini Z aequales, $\Delta K, K\Lambda, \Lambda E$. erit igitur numerus magnitudinum $AH, H\Theta, \Theta B$ numero magnitudinum $\Delta K, K\Lambda, \Lambda E$ aequalis. et quoniam $AH = H\Theta = \Theta B$ et $\Delta K = K\Lambda = \Lambda E$, erit $AH : \Delta K = H\Theta : K\Lambda = \Theta B : \Lambda E$ [prop. VII]. quare etiam ut una praecedentium ad unam sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [prop. XII]. itaque $AH : \Delta K = AB : \Delta E$. uerum $AH = \Gamma$, $\Delta K = Z$. itaque

$$\Gamma : Z = AB : \Delta E.$$

Ergo partes et similiter multiplices eandem rationem habent suo ordine sumptae; quod erat demonstrandum.

ἐστίν B. δὲ καὶ τὰ] δὴ seq. lacuna φ. 16. ΘB] BΘ F.
 ΔE] post ras. 2 litt. P. 21. τὸ] corr. ex τῶ m. 1 p.
 ΔK] Δ in ras. m. 2 P. Z] corr. ex K m. 2 F. 24.
 ξέει BFVp.

ις'.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, καὶ ἐναλλάξ ἀνάλογον ἔσται.

Ἐστω τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον τὰ *A, B, Γ, Δ*,
 5 ὥς τὸ *A* πρὸς τὸ *B*, οὕτως τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Δ*. λέγω,
 ὅτι καὶ ἐναλλάξ [ἀνάλογον] ἔσται, ὥς τὸ *A* πρὸς τὸ
Γ, οὕτως τὸ *B* πρὸς τὸ *Δ*.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν *A, B* ἰσάκεις πολλαπλάσια
 τὰ *E, Z*, τῶν δὲ *Γ, Δ* ἄλλα, ἃ ἐτυχεν, ἰσάκεις πολλα-
 10 πλάσια τὰ *H, Θ*.

Καὶ ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *E* τοῦ *A*
 καὶ τὸ *Z* τοῦ *B*, τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλα-
 σίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὥς τὸ *A* πρὸς
 τὸ *B*, οὕτως τὸ *E* πρὸς τὸ *Z*. ὥς δὲ τὸ *A* πρὸς τὸ
 15 *B*, οὕτως τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Δ*. καὶ ὥς ἄρα τὸ *Γ* πρὸς
 τὸ *Δ*, οὕτως τὸ *E* πρὸς τὸ *Z*. πάλιν, ἐπεὶ τὰ *H, Θ*
 τῶν *Γ, Δ* ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσια, ἔστιν ἄρα ὥς τὸ
Γ πρὸς τὸ *Δ*, οὕτως τὸ *H* πρὸς τὸ *Θ*. ὥς δὲ τὸ *Γ*
 πρὸς τὸ *Δ*, [οὕτως] τὸ *E* πρὸς τὸ *Z*. καὶ ὥς ἄρα τὸ
 20 *E* πρὸς τὸ *Z*, οὕτως τὸ *H* πρὸς τὸ *Θ*. ἐὰν δὲ τέσ-
 σαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου
 μείζον ᾗ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μείζον ἔσται,
 καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον. εἰ ἄρα ὑπερ-
 ἔχει τὸ *E* τοῦ *H*, ὑπερέχει καὶ τὸ *Z* τοῦ *Θ*, καὶ εἰ
 25 ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καὶ ἐστὶ τὰ μὲν
E, Z τῶν *A, B* ἰσάκεις πολλαπλάσια, τὰ δὲ *H, Θ* τῶν

6. ἀνάλογον] om. P. ἔσται] ἔστιν P. τό] (alt.) om. F.
 8. γάρ] supra F. 9. ᾗ] supra F. 11. ἐστὶ] om. Bp.
 πολλαπλάσιον] -ον in ras. P. 13. λόγον] P; λόγον ληφ-
 θέντα κατάλληλα Theon (BFVp). 15. οὕτως] supra p; om. B.
 16. Z] corr. ex Ξ m. 2 V. H, Θ] Θ, H Bp. 17. πολλα-

XVI.

Si quattuor magnitudines proportionales sunt, etiam permutando proportionales erunt.

Sint quattuor magnitudines proportionales A, B, Γ, Δ , ita ut sit $A : B = \Gamma : \Delta$.

A ——— | Γ ——— | dico, etiam permutando esse
 B ——— | Δ ——— |

E ——— | ——— | ——— | H ——— | ——— | $A : \Gamma = B : \Delta$.

Z ——— | ——— | Θ ——— | ——— | sumantur enim magnitudinum A, B aequae multiplices

E, Z , magnitudinum autem Γ, Δ aliae quaevis aequae multiplices H, Θ .

et quoniam E magnitudinis A et Z magnitudinis B aequae multiplex est, partes autem et similiter multiplices eandem rationem habent suo ordine sumptae [prop. XV], erit $A : B = E : Z$. uerum $A : B = \Gamma : \Delta$. quare etiam $\Gamma : \Delta = E : Z$ [prop. XI]. rursus quoniam H, Θ magnitudinum Γ, Δ aequae multiplices sunt, erit $\Gamma : \Delta = H : \Theta$ [prop. XV]. uerum $\Gamma : \Delta = E : Z$. itaque etiam $E : Z = H : \Theta$ [prop. XI]. si autem quattuor magnitudines proportionales sunt, et prima maior est tertia, etiam secunda maior erit quarta, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [prop. XIV]. itaque si E magnitudinem H superat, etiam Z magnitudinem Θ superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor. et E, Z magnitudinum A, B

πλάσια] seq. τὰ δὲ μέρη τοῖς ὁσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ληφθέντα κατάλληλα Bp. 18. Γ] in ras. m. 1 p. ὡς δέ] ἀλλ' ὡς F. 19. οὕτως] om. P. 20. τό] (alt.) e corr. V. 23. ἔλασσον, ἔλασσον V. 24. Θ] seq. ras. 1 litt. V. καὶ εἰ] καὶ Theon (BFVp). 25. καὶ εἰ] καὶ Theon (BFVp). εἰσιν F. 26. τὰ δέ — p. 48, 1: πολλαπλάσια] mg. m. rec. p.

Γ, Δ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Β πρὸς τὸ Δ.

Ἐὰν ἄρα τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, καὶ ἐναλλάξ ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

ιζ'.

Ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Ἔστω συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον τὰ ΑΒ, ΒΕ, ΓΔ, ΔΖ, ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΕ, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς
10 τὸ ΔΖ· λέγω, ὅτι καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται, ὡς τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΕΒ, οὕτως τὸ ΓΖ πρὸς τὸ ΔΖ.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ ΗΘ, ΘΚ, ΑΜ, ΜΝ, τῶν δὲ ΕΒ, ΖΔ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ ΚΞ, ΝΠ.

15 Καὶ ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ ΘΚ τοῦ ΕΒ, ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ. ἰσάκεις δὲ ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ ΑΜ τοῦ ΓΖ· ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΚ τοῦ
20 ΑΒ καὶ τὸ ΑΜ τοῦ ΓΖ. πάλιν, ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΜ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΜΝ τοῦ ΖΔ, ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΜ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΑΝ τοῦ ΓΔ. ἰσάκεις δὲ ἦν πολλαπλάσιον τὸ ΑΜ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ· ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολ-
25 λαπλάσιον τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ καὶ τὸ ΑΝ τοῦ ΓΔ. τὰ ΗΚ, ΑΝ ἄρα τῶν ΑΒ, ΓΔ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσια.

1. ᾗ] supra m. 2 F. 11. ΕΒ] ΒΕ Bp, et V e corr.
τὸ ΔΖ] τὸ ΖΔ F, V m. 2; ΔΖ P. 12. ΕΒ] supra m.
2 F. 17. ΗΚ] Η in ras. m. 1 V. ΑΒ] Α e corr. m. 2 V.
18. ΑΜ] in ras. m. 2 V. 19. ΓΖ] Γ in ras. m. 2 V.

aeque multiplices sunt, et H, Θ magnitudinum Γ, Δ aliae quaevis aequae multiplices; itaque $A : \Gamma = B : \Delta$.

Ergo si quattuor magnitudines proportionales sunt, etiam permutando proportionales erunt; quod erat demonstrandum.

XVII.

Si compositae magnitudines proportionales sunt, etiam dirimendo proportionales erunt.

Sint compositae magnitudines proportionales $AB, BE, \Gamma\Delta, \Delta Z$, ita ut sit $AB : BE = \Gamma\Delta : \Delta Z$. dico, etiam dirimendo esse $AE : EB = \Gamma Z : \Delta Z$.

sumantur enim magnitudinum $AE, EB, \Gamma Z, \Delta\Delta$ aequae multiplices $H\Theta, \Theta K, \Lambda M, MN$ et magnitudinum $EB, \Delta\Delta$ aliae quaevis aequae multiplices $K\Xi, N\Pi$. et quoniam $H\Theta$ magnitudinis AE et ΘK magnitudinis EB aequae multiplex est, erit $H\Theta$ magnitudinis AE et HK magnitudinis AB aequae multiplex [prop. I]. verum $H\Theta$ magnitudinis AE et ΛM magnitudinis ΓZ aequae multiplex est. itaque HK magnitudinis AB et ΛM magnitudinis ΓZ aequae multiplex est. rursus quoniam ΛM magnitudinis ΓZ et MN magnitudinis $\Delta\Delta$ aequae multiplex est, erit ΛM magnitudinis ΓZ et ΛN magnitudinis $\Gamma\Delta$ aequae multiplex [prop. I]. erat autem ΛM magnitudinis ΓZ et HK magnitudinis AB aequae multiplex. itaque HK magnitudinis AB et ΛN magnitudinis $\Gamma\Delta$ aequae multiplex est.

$\alpha\phi\alpha$] in ras. m. 2 V. HK] K in ras. m. 2 V; ΛM P.
 20. AB] B in ras m. 2 V; ΓZ P. ΛM] HK P. ΓZ] AB P.
 $\pi\acute{\alpha}\lambda\iota\nu \acute{\epsilon}\pi\epsilon\iota$ — 21: $\tau\omicron\upsilon \Gamma Z$] mg. m. rec. B; om. p.
 21. $\Delta\Delta$] ΔZ B V p. 23. ΛN] ΛH V e corr. m. 2. 24. $\tau\omicron\upsilon$] (prius) bis p. AB] eras. p.

πάλιν, ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλασίον τὸ ΘK τοῦ EB
 καὶ τὸ MN τοῦ $Z\Delta$, ἔστι δὲ καὶ τὸ $K\Xi$ τοῦ EB
 ἰσάκεις πολλαπλάσιον καὶ τὸ $N\Pi$ τοῦ $Z\Delta$, καὶ συν-
 τεθὲν τὸ $\Theta\Xi$ τοῦ EB ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον καὶ
 5 τὸ $M\Pi$ τοῦ $Z\Delta$. Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ AB πρὸς τὸ
 BE , οὕτως τὸ $\Gamma\Delta$ πρὸς τὸ ΔZ , καὶ ἐλλήπται τῶν μὲν
 AB , $\Gamma\Delta$ ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ HK , ΛN , τῶν δὲ
 EB , $Z\Delta$ ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ $\Theta\Xi$, $M\Pi$, εἰ ἄρα
 ὑπερέχει τὸ HK τοῦ $\Theta\Xi$, ὑπερέχει καὶ τὸ ΛN τοῦ
 10 $M\Pi$, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. ὑπερ-
 εχέτω δὴ τὸ HK τοῦ $\Theta\Xi$, καὶ κοινοῦ ἀφαιρεθέντος
 τοῦ ΘK ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸ $H\Theta$ τοῦ $K\Xi$. ἄλλα
 εἰ ὑπερεῖχε τὸ HK τοῦ $\Theta\Xi$, ὑπερεῖχε καὶ τὸ ΛN τοῦ
 $M\Pi$. ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸ ΛN τοῦ $M\Pi$, καὶ κοινοῦ
 15 ἀφαιρεθέντος τοῦ MN ὑπερέχει καὶ τὸ ΛM τοῦ $N\Pi$.
 ὥστε εἰ ὑπερέχει τὸ $H\Theta$ τοῦ $K\Xi$, ὑπερέχει καὶ τὸ ΛM
 τοῦ $N\Pi$. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἴσον ἢ τὸ $H\Theta$
 τῷ $K\Xi$, ἴσον ἔσται καὶ τὸ ΛM τῷ $N\Pi$, καὶ ἔλαττον,
 ἔλαττον. καὶ ἐστὶ τὰ μὲν $H\Theta$, ΛM τῶν AE , ΓZ
 20 ἰσάκεις πολλαπλάσια, τὰ δὲ $K\Xi$, $N\Pi$ τῶν EB , $Z\Delta$
 ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια· ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ
 AE πρὸς τὸ EB , οὕτως τὸ ΓZ πρὸς τὸ $Z\Delta$.

Ἐὰν ἄρα συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ἦ, καὶ διαι-
 ρεθέντα ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. ἐστὶν FV. 3. $Z\Delta$] ZB F. 4. τό] ἄρα τό Bp; ἄρα
 add. m. 2 F. 6. ΔZ] $Z\Delta$ BVp. 7. ΛN] e corr. m. 2 V.
 8. $Z\Delta$] ΔZ P. Seq. in Bp: ἄλλα ἃ ἔτυχεν; idem V m. 2,
 et F in ras. m. 2 (om α), sed omisso ἰσάκεις (fuit in mg. m.
 2, sed euan.). 10. ἔλασσον, ἔλασσον p. 12. ἀλλά] ἄλλ FV.
 13. ὑπερεῖχε] PVp; ὑπερεῖχεν B; ὑπερέχει e corr. F. τὸ
 HK τοῦ $\Theta\Xi$ ὑπερεῖχε] mg. m. 1 P. ὑπερεῖχε] p; ὑπερεῖχεν
 PB; ὑπερέχει FV. ΛN] ΛH in ras. m. 1 p. 16. ὑπερέχει]
 -έχει in ras. P. $K\Xi$] in ras. V. 18. ἔσται] om. F.

itaque HK , AN magnitudinum AB , ΓA aequae multiplices sunt. rursus quoniam ΘK magnitudinis EB et MN magnitudinis $Z A$ aequae multiplex est, et $K\Xi$ magnitudinis EB aequae multiplex est ac $N\Pi$ magnitudinis $Z A$, etiam componendo $\Theta\Xi$ magnitudinis EB aequae multiplex est ac $M\Pi$ magnitudinis $Z A$ [prop. II]. et quoniam est $AB:BE = \Gamma A:AZ$, et sumptae sunt magnitudinum AB , ΓA aequae multiplices HK , AN , et magnitudinum EB , $Z A$ aequae multiplices $\Theta\Xi$, $M\Pi$, si HK magnitudinem $\Theta\Xi$ superat, etiam AN magnitudinem $M\Pi$ superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. itaque HK magnitudinem $\Theta\Xi$ superet, et ablata, quae communis est, ΘK , etiam $H\Theta$ magnitudinem $K\Xi$ superat. uerum si HK magnitudinem $\Theta\Xi$ superabat, etiam AN magnitudinem $M\Pi$ superabat [lin. 8 sq.]. ergo etiam AN magnitudinem $M\Pi$ superat, et ablata, quae communis est, MN , etiam AM magnitudinem $N\Pi$ superat. quare si $H\Theta$ magnitudinem $K\Xi$ superat, etiam AM magnitudinem $N\Pi$ superat. similiter demonstrabimus, si $H\Theta = K\Xi$, esse etiam $AM = N\Pi$, et si $H\Theta < K\Xi$, esse etiam $AM < N\Pi$. et $H\Theta$, AM magnitudinum AE , ΓZ aequae multiplices sunt, $K\Xi$, $N\Pi$ autem magnitudinum EB , $Z A$ aliae quaeuis aequae multiplices. itaque $AE:EB = \Gamma Z:Z A$ [def. 5].

Ergo si compositae magnitudines proportionales sunt, etiam dirimendo proportionales erunt; quod erat demonstrandum.

$\xi\lambda\alpha\sigma\sigma\sigma\nu$, $\xi\lambda\alpha\sigma\sigma\sigma\nu$ Bp. 19. AE , ΓZ] ΓZ , AE Bp et F eraso
 Γ . 20. $K\Xi$] KZ φ . 21. $\tilde{\alpha}$] supra m. 2 F. 22. $Z A$] Z
in ras. V; AZ Bp. 23. $\tilde{\eta}$] $\xi\sigma\tau\alpha\iota$ V, supra scr. m. 2 $\tilde{\eta}$.

ιη'.

Ἐὰν διηρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Ἐστω διηρημένα μεγέθη ἀνάλογον τὰ AE , EB ,
5 ΓZ , $Z\Delta$, ὡς τὸ AE πρὸς τὸ EB , οὕτως τὸ ΓZ πρὸς
τὸ $Z\Delta$. λέγω, ὅτι καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται,
ὡς τὸ AB πρὸς τὸ BE , οὕτως τὸ $\Gamma\Delta$ πρὸς τὸ $Z\Delta$.

Εἰ γὰρ μὴ ἔστιν ὡς τὸ AB πρὸς τὸ BE , οὕτως
τὸ $\Gamma\Delta$ πρὸς τὸ ΔZ , ἔσται ὡς τὸ AB πρὸς τὸ BE ,
10 οὕτως τὸ $\Gamma\Delta$ ἤτοι πρὸς ἑλασσόν τι τοῦ ΔZ ἢ πρὸς
μεῖζον.

Ἐστω πρότερον πρὸς ἑλασσον τὸ ΔH . καὶ ἐπεὶ
ἔστιν ὡς τὸ AB πρὸς τὸ BE , οὕτως τὸ $\Gamma\Delta$ πρὸς τὸ
 ΔH , συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν· ὥστε καὶ
15 διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ AE
πρὸς τὸ EB , οὕτως τὸ ΓH πρὸς τὸ $H\Delta$. ὑπόκειται
δὲ καὶ ὡς τὸ AE πρὸς τὸ EB , οὕτως τὸ ΓZ πρὸς
τὸ $Z\Delta$. καὶ ὡς ἄρα τὸ ΓH πρὸς τὸ $H\Delta$, οὕτως τὸ
 ΓZ πρὸς τὸ $Z\Delta$. μεῖζον δὲ τὸ πρῶτον τὸ ΓH τοῦ
20 τρίτου τοῦ ΓZ · μεῖζον ἄρα καὶ τὸ δεύτερον τὸ $H\Delta$
τοῦ τετάρτου τοῦ $Z\Delta$. ἀλλὰ καὶ ἑλαττον· ὅπερ ἐστὶν
ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἔστιν ὡς τὸ AB πρὸς τὸ BE ,
οὕτως τὸ $\Gamma\Delta$ πρὸς ἑλασσον τοῦ $Z\Delta$. ὁμοίως δὲ δεί-
ξομεν, ὅτι οὐδὲ πρὸς μεῖζον· πρὸς αὐτὸ ἄρα.

4. $AE]$ A PBFV. 5. $\Gamma Z]$ (prius) Γ PBFV. 6. $Z\Delta]$
 ΔZ F. 7. τό] (alt.) om. P. $Z\Delta]$ ΔZ F. 9. τό] (alt.) om. P.
 $\Delta Z]$ PF, V m. 2; $Z\Delta$ Bp, Vm. 1. ὡς τό — 10: τὸ $\Gamma\Delta]$
mg. m. 2 V. 10. ἑλασσόν τι] ἑλαττον φ, supra scr. τι m. 2.
τοῦ] τὸ τοῦ F. $\Delta Z]$ PF, Vm. 2; $Z\Delta$ Bp. 12. ἑλαττον F.

13. ὡς τό] ὡς p, ut iam lin. 9 et postea saepius. BE]
B ⊕ φ. τό] (quartum) om. B. 14. ἔστιν] e corr. B. 16.

XVIII.

Si diremptae magnitudines proportionales sunt, etiam compositae proportionales erunt.

Sint diremptae magnitudines proportionales $AE, EB, \Gamma Z, Z\Delta$, ita ut sit $AE:EB = \Gamma Z:Z\Delta$. dico, etiam compositas proportionales esse,

$$AB:BE = \Gamma\Delta:Z\Delta.$$

nam si non est $AB:BE = \Gamma\Delta:Z\Delta$, erit ut AB ad BE , ita $\Gamma\Delta$ aut ad minus magnitudine $Z\Delta$ aut ad maius.

prius ad minus ΔH aequalem rationem habeat. et quoniam est $AB:BE = \Gamma\Delta:\Delta H$, compositae magnitudines proportionales sunt. quare etiam diremptae proportionales erunt [prop. XVII]. erit igitur

$$AE:EB = \Gamma H:H\Delta.$$

supposuimus autem, esse etiam $AE:EB = \Gamma Z:Z\Delta$. quare etiam $\Gamma H:H\Delta = \Gamma Z:Z\Delta$ [prop. XI]. sed prima ΓH maior est tertia ΓZ ; itaque etiam secunda $H\Delta$ maior est quarta $Z\Delta$ [prop. XIV]. uerum etiam minor est; quod fieri non potest. itaque non est ut AB ad BE , ita $\Gamma\Delta$ ad minus magnitudine $Z\Delta$. similiter demonstrabimus, ne ad maius quidem aequalem rationem habere $\Gamma\Delta$. itaque $\Gamma\Delta:Z\Delta = AB:BE$.

$\Gamma H]$ ΓB φ (non F). 18. $Z\Delta]$ ΔZ F. καὶ ὡς ἄρα — 19: $\tauὸ Z\Delta]$ mg. m. 2 V. 18. $\tauὸ]$ (tert.) om. B. 19. $\muείζονα$ P m. 2, sed corr. 21. $\tauετάρτου]$ in ras. p. $\xiλασσον$ Bp. 23. $\xiλαττον$ F. $Z\Delta]$ in ras. m. 2 V; ΔZ Bp.

Ἐὰν ἄρα διηρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, καὶ συν-
τεθέντα ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιθ'.

Ἐὰν ᾗ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν
5 πρὸς ἀφαιρεθὲν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοι-
πὸν ἔσται ὡς ὅλον πρὸς ὅλον.

Ἔστω γάρ ὡς ὅλον τὸ AB πρὸς ὅλον τὸ ΓA , οὕ-
τως ἀφαιρεθὲν τὸ AE πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ ΓZ · λέγω,
ὅτι καὶ λοιπὸν τὸ EB πρὸς λοιπὸν τὸ $Z A$ ἔσται ὡς
10 ὅλον τὸ AB πρὸς ὅλον τὸ ΓA .

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς τὸ AB πρὸς τὸ ΓA , οὕτως τὸ
 AE πρὸς τὸ ΓZ , καὶ ἐναλλάξ ὡς τὸ BA πρὸς τὸ
 AE , οὕτως τὸ $\Delta \Gamma$ πρὸς τὸ ΓZ . καὶ ἐπεὶ συγκείμενα
μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον
15 ἔσται, ὡς τὸ BE πρὸς τὸ EA , οὕτως τὸ ΔZ πρὸς
τὸ ΓZ · καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ BE πρὸς τὸ ΔZ , οὕτως
τὸ EA πρὸς τὸ $Z \Gamma$. ὡς δὲ τὸ AE πρὸς τὸ ΓZ , οὕ-
τως ὑπόκειται ὅλον τὸ AB πρὸς ὅλον τὸ ΓA . καὶ
λοιπὸν ἄρα τὸ EB πρὸς λοιπὸν τὸ $Z A$ ἔσται ὡς ὅλον
20 τὸ AB πρὸς ὅλον τὸ ΓA .

Ἐὰν ἄρα ᾗ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν
πρὸς ἀφαιρεθὲν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται
ὡς ὅλον πρὸς ὅλον [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

[Καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὡς τὸ AB πρὸς τὸ ΓA , οὕτως
25 τὸ EB πρὸς τὸ $Z A$, καὶ ἐναλλάξ ὡς τὸ AB πρὸς τὸ
 BE οὕτως τὸ ΓA πρὸς τὸ $Z A$, συγκείμενα ἄρα μεγέθη
ἀνάλογόν ἐστιν· ἐδείχθη δὲ ὡς τὸ BA πρὸς τὸ AE ,
οὕτως τὸ $\Delta \Gamma$ πρὸς τὸ ΓZ · καὶ ἐστὶν ἀναστρέψαντι].

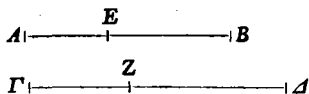
1. ᾗ] ἔσται φ (non F). 2. ἔσται] eras. F. 8. ἀφαιρε-
θὲν τὸ AE πρὸς] mg. m. 2 F. 9. πρὸς] πρὸς τό φ. 10.

Ergo si diremptae magnitudines proportionales sunt, etiam compositae proportionales erunt; quod erat demonstrandum.

XIX.

Si totum ad totum eandem rationem habet atque ablatum ad ablatum, etiam reliquum ad reliquum eandem rationem habebit ac totum ad totum.

Sit enim $AB : \Gamma\Delta = AE : \Gamma Z$. dico, esse etiam



$$EB : Z\Delta = AB : \Gamma\Delta.$$

nam quoniam est $AB : \Gamma\Delta = AE : \Gamma Z$, etiam permutando est $BA : AE = \Delta\Gamma : \Gamma Z$ [prop. XVI]. et quoniam compositae magnitudines proportionales sunt, etiam diremptae proportionales erunt,

$$BE : EA = \Delta Z : \Gamma Z \text{ [prop. XVII].}$$

et permutando [prop. XVI] $BE : \Delta Z = EA : Z\Gamma$. sed supposuimus, esse $AE : \Gamma Z = AB : \Gamma\Delta$. itaque etiam $EB : Z\Delta = AB : \Gamma\Delta$.

Ergo si totum ad totum eandem rationem habet atque ablatum ad ablatum, etiam reliquum ad reliquum eandem rationem habebit ac totum ad totum; quod erat demonstrandum.

ὅλον] (alt.) m. 2 V. 11. ἐστὶ φ (non F). ὅλον τὸ AB πρὸς ὅλον τὸ Theon (BVp, F euan.). 13. ΔΓ] ΓΔ P. 14. ἐστὶν] F; ἐστὶ PBVp. 15. Post ὡς add. ἄρα Pm. rec., V m. 2; Bp. 16. ΓZ] ZΓ P. ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν Theon (BFVp). 19. ZΔ] ΔZ P. 21. πρὸς ἀφαιρέσειν] mg. F. 24. πορίσµα mg. m. 2 V. καὶ ἐπεὶ] euan., del. m. 2 F. 25. τὸ ZΔ] ZΔ P. 26. τὸ ZΔ] F; ZΔ P; τὸ ΔZ V, Bp in ras. 27. ἐστὶν] in ras. m. 2 V; ἔσται Bp. δὲ καὶ ὡς P. τὸ AE] AE Bp. 28. τὸ ΓZ] FZ Pp.

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾦ, καὶ ἀναστρέψαντι ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

κ'.

Ἐὰν ᾦ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλήθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσον δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μείζον ᾦ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἔκτου μείζον ἔσται,
10 καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον.

Ἔστω τρία μεγέθη τὰ *A*, *B*, *Γ*, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλήθος τὰ *Δ*, *E*, *Z*, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὥς μὲν τὸ *A* πρὸς τὸ *B*, οὕτως τὸ *Δ* πρὸς τὸ *E*, ὥς δὲ τὸ *B* πρὸς τὸ *Γ*, οὕτως τὸ *E* πρὸς
15 τὸ *Z*, δι' ἴσον δὲ μείζον ἔστω τὸ *A* τοῦ *Γ*. λέγω, ὅτι καὶ τὸ *Δ* τοῦ *Z* μείζον ἔσται, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον.

Ἐπεὶ γὰρ μείζον ἔστι τὸ *A* τοῦ *Γ*, ἄλλο δέ τι τὸ *B*, τὸ δὲ μείζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει
20 ἢ περ τὸ ἔλαττον, τὸ *A* ἄρα πρὸς τὸ *B* μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸ *Γ* πρὸς τὸ *B*. ἀλλ' ὥς μὲν τὸ *A* πρὸς τὸ *B*, [οὕτως] τὸ *Δ* πρὸς τὸ *E*, ὥς δὲ τὸ *Γ* πρὸς τὸ *B*, ἀνάπαλιν οὕτως τὸ *Z* πρὸς τὸ *E*. καὶ τὸ *Δ* ἄρα πρὸς τὸ *E* μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸ *Z* πρὸς τὸ *E*. τῶν

1. πόρισμα] mg. PFBp; om V. 4. Seq. scholium; u. app. 7. καί] om. p; m. 2 B. 10. καὶ] καὶ ἐάν P. καὶ] ἔσται, καὶ ἐάν P. ἔλασσον, ἔλασσον Bp. 12. καὶ ἐν Bp; καί supra m. 2 F. 14. E] (alt.) ante ras. 1 litt. V. 17. ἔλασσον ἔλασσον Vp. 21. ἀλλά B. 22. οὕτως] om. P. τὸ E] E P. τὸ Γ] Γ P; τό add. m. rec.; τὸ Z φ. τὸ B] B P; τὸ E φ. 23. ἀνάπαλιν] καὶ τὸ Δ φ. τὸ E] E φ; sequentia euan. F.

Corollarium.¹⁾

Hinc manifestum est, si compositae magnitudines proportionales sint, etiam conuertendo proportionales eas fore. — quod erat demonstrandum.

XX.

Si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae et in eadem proportionem, ex aequo autem prima tertia maior est, etiam quarta sexta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor.

Sint tres magnitudines A, B, Γ et aliae iis numero aequales Δ, E, Z , binae coniunctae in eadem proportionem, scilicet $A : B = \Delta : E$, et $B : \Gamma = E : Z$, et sit $A > \Gamma$. dico, esse etiam $\Delta > Z$, et si $A = \Gamma$, esse $\Delta = Z$, et si $A < \Gamma$, esse $\Delta < Z$.

nam quoniam $A > \Gamma$, et alia quaeuis magnitudo est B , et maius ad idem maiorem rationem habet quam minus [prop. VIII], erit $A : B > \Gamma : B$. uerum $A : B = \Delta : E$ et e contrario [prop. VII coroll.]

$$\Gamma : B = Z : E.$$

1) Quae praecedunt uerba p. 55, 24—28 immerito ab Simsono aliisque uituperantur; nam ueram continent demonstrationem conuersae rationis. demonstraui enim (p. 55, 19) $AB : \Gamma\Delta = EB : Z\Delta$, unde $AB : EB = \Gamma\Delta : Z\Delta$; sed simul erat (p. 55, 12) $BA : AE = \Delta\Gamma : \Gamma Z$; tum u. def. 16. nihilo minus hic locus interpolatus esse uideri potest (sed ante Theonem), quia Euclides numquam corollarii rationem reddit, id quod ipsius uocabuli *νόμισμα* notioni (Proclus in Encl. p. 301. 303) aduersatur. huic loco similis est interpolatio Theonis post V, 4.

δὲ πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἔχόντων το μείζονα λόγον ἔχον μείζον ἔστιν. μείζον ἄρα τὸ Δ τοῦ Z . ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἴσον ἢ τὸ A τῷ Γ , ἴσον ἔσται καὶ τὸ Δ τῷ Z , καὶ ἔλαττον, ἔλαττον.

- 5 Ἐὰν ἄρα ἢ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μείζον ἢ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἑκτου μείζον ἔσται, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

10

κα'.

- Ἐὰν ἢ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἢ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μείζον ἢ, καὶ
15 τὸ τέταρτον τοῦ ἑκτου μείζον ἔσται, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον.

- Ἔστω τρία μεγέθη τὰ A , B , Γ καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Δ , E , Z , σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἔστω δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ
20 ἀναλογία, ὥς μὲν τὸ A πρὸς τὸ B , οὕτως τὸ E πρὸς τὸ Z , ὥς δὲ τὸ B πρὸς τὸ Γ , οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ E , δι' ἴσου δὲ τὸ A τοῦ Γ μείζον ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ τὸ Δ τοῦ Z μείζον ἔσται, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον.

1. τὸ αὐτό] αὐτό Bp; in p supra scr. τό. 2. ἐκείνο μείζον Theon (BFVp). ἔστιν] P; comp. p; ἔστι BFV. μείζον] corr. ex μείζων V. 3. τὸ Δ] mg. m. rec. F. 4. τό] corr. ex τῷ P. ἔλασσαν, ἔλασσαν p. 8. ἴσον ἔσται, καὶ P. 9. ἔλασσαν, ἔλασσαν p. 16. ἔλασσαν, ἔλασσαν FVp. 17. μεγέθη ἀνάλογον PBFVp; corr. Gregorius. τὰ] e corr. V m. 2. 19. ἢ] om. B; euan. F; ὡς φ. 22. τὸ Δ]

itaque etiam $\Delta : E > Z : E$. eorum autem, quae ad idem rationem habent, maius est, quod maiorem rationem habet [prop. X]. itaque $\Delta > Z$. similiter demonstrabimus, si $A = \Gamma$, esse etiam $\Delta = Z$, et si $A < \Gamma$, esse etiam $\Delta < Z$.

Ergo si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae et in eadem proportionem, ex aequo autem prima tertia maior est, etiam quarta sexta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor; quod erat demonstrandum.

XXI.

Si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae et in eadem proportionem, et perturbata est earum proportio, et ex aequo prima tertia maior est, etiam quarta sexta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor.

Sint tres magnitudines A, B, Γ et aliae iis numero aequales Δ, E, Z , binae simul coniunctae et in eadem proportionem, et perturbata sit earum proportio, ita ut sit $A : B = E : Z$ et $B : \Gamma = \Delta : E$ [def. 18], et ex aequo sit $A > \Gamma$. dico, esse etiam $\Delta > Z$, et si $A = \Gamma$, esse $\Delta = Z$, et si $A < \Gamma$, esse $\Delta < Z$.

Ἐπεὶ γὰρ μείζον ἐστὶ τὸ *A* τοῦ *Γ*, ἄλλο δέ τι τὶ
B, τὸ *A* ἄρα πρὸς τὸ *B* μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸ
Γ πρὸς τὸ *B*. ἀλλ' ὥς μὲν τὶ *A* πρὸς τὸ *B*, οὕτως
τὸ *E* πρὸς τὸ *Z*, ὥς δὲ τὸ *Γ* πρὸς τὸ *B*, ἀνάπαλιν
5 οὕτως τὸ *E* πρὸς τὸ *Δ*. καὶ τὸ *E* ἄρα πρὸς τὸ *Z*
μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸ *E* πρὸς τὸ *Δ*. πρὸς δ'
δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλασσόν ἐστιν·
ἐλασσον ἄρα ἐστὶ τὸ *Z* τοῦ *Δ*. μείζον ἄρα ἐστὶ τὸ *Δ*
τοῦ *Z*. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἴσον ἢ τὸ *A* τῷ
10 *Γ*, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ *Δ* τῷ *Z*, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον.

Ἐὰν ἄρα ἢ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ
πληθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ,
ἢ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου δὲ τὸ
πρῶτον τοῦ τρίτου μείζον ἢ, καὶ τὸ τέταρτον τοῖ
15 ἔκτου μείζον ἐστὶ, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλατ-
τον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'.

Ἐὰν ἢ ὅποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς
ἴσα τὸ πληθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν
20 τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ
ἐστὶ.

Ἐστω ὅποσαοῦν μεγέθη τὰ *A*, *B*, *Γ* καὶ ἄλλα αὐ-
τοῖς ἴσα τὸ πληθος τὰ *Δ*, *E*, *Z*, σύνδυο λαμβανόμενα
ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὥς μὲν τὸ *A* πρὸς τὸ *B*, οὕτως
25 τὸ *Δ* πρὸς τὸ *E*, ὥς δὲ τὸ *B* πρὸς τὸ *Γ*, οὕτως τὸ *E*
πρὸς τὸ *Z*. λέγω, ὅτι καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ
ἐστὶ.

2. *A*] supra P. B] seq. ras. 1 litt. V. 7. ἐκεῖνο] -ο
add. m. 1 p. ἔλαττον F. 8. ἐλασσον] om. F; ἔλαττον B.
ἐστὶ] (alt.) om. FV. 9. ἢ] om. B. 10. καὶ] om. F. ἐλασ-
σον, ἐλασσον Vp. 11. ἢ] om. φ. καί] ἢ καί FV.

nam quoniam $A > \Gamma$, et alia quaedam magnitudo est B , erit $A : B > \Gamma : B$ [prop. VIII]. uerum

$$A : B = E : Z.$$

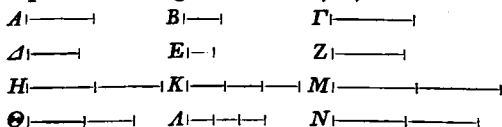
et e contrario [prop. VII coroll.] $\Gamma : B = E : A$. itaque etiam $E : Z > E : A$. sed ad quod idem maiorem rationem habet, id minus est [prop. X]. itaque $Z < A$. quare $A > Z$. similiter demonstrabimus, si $A = \Gamma$, esse etiam $A = Z$, et si $A < \Gamma$, esse $A < Z$.

Ergo si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae et in eadem proportionem, et perturbata est earum proportio, et ex aequo prima tertia maior est, etiam quarta sexta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor; quod erat demonstrandum.

XXII.

Si datae sunt quotlibet magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae et in eadem proportionem, etiam ex aequo in eadem proportionem erunt.

Sint quotlibet magnitudines A, B, Γ et aliae iis nu-



mero aequales Δ, E, Z , binae simul coniunctae in eadem proportionem, ita ut sit $A : B = \Delta : E$ et $B : \Gamma = E : Z$. dico, eas etiam ex aequo in eadem proportionem fore.¹⁾

1) H. e. $A : \Gamma = \Delta : Z$ (def. 17).

15. $\xi\lambda\alpha\sigma\sigma\omicron\nu$, $\xi\lambda\alpha\sigma\sigma\omicron\nu$ V. 19. $\kappa\alpha\iota$] om. Bp. 25. $\tau\acute{o}$] (primum) - $\acute{o}$ in ras. m. 1 B. 27. $\xi\sigma\omicron\nu\tau\alpha\iota$ Bp. Dein add. Theon: $\acute{\omega}\varsigma$ τὸ A πρὸς τὸ Γ , οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Z (BFVp; om. P).

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν A, Δ ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ H, Θ , τῶν δὲ B, E ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ K, Λ , καὶ ἔτι τῶν Γ, Z ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ M, N .

- 5 Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς το A πρὸς τὸ B , οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ E , καὶ εἰληπται τῶν μὲν A, Δ ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ H, Θ , τῶν δὲ B, E ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ K, Λ , ἔστιν ἄρα ὡς τὸ H πρὸς τὸ K , οὕτως τὸ Θ πρὸς τὸ Λ . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς
10 τὸ K πρὸς τὸ M , οὕτως τὸ Λ πρὸς τὸ N . ἐπεὶ οὖν τρία μεγέθη ἐστὶ τὰ H, K, M , καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Θ, Λ, N , σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου ἄρα, εἰ ὑπερέχει τὸ H τοῦ M , ὑπερέχει καὶ τὸ Θ τοῦ N , καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ
15 ἔλαττον, ἔλαττον. καὶ ἐστὶ τὰ μὲν H, Θ τῶν A, Δ ἰσάκεις πολλαπλάσια, τὰ δὲ M, N τῶν Γ, Z ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ A πρὸς τὸ Γ , οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Z .

- Ἐὰν ἄρα ἡ ὁποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ
20 πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κγ'.

- Ἐὰν ἡ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ
πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ,
25 ἡ δὲ τετραγαμμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

2. δέ] om. p. In F in hac pag. complura euan. ᾗ]
om. F? 3. ᾗ] om. F. 5. πρὸς τό] in ras. p. 7. δέ]
m. rec. p. ᾗ] m. 2 F. 9. πρὸς] om. φ. 12. τὰ Θ, Λ ,
N] om. p; m. 2 V; mg. m. rec. B. 15. ἔλασσον, ἔλασσον p.

Sumantur enim magnitudinum A, Δ aequae multiplices H, Θ , et magnitudinum B, E aliae quaevis aequae multiplices K, Λ et praeterea magnitudinum Γ, Z aliae quaevis aequae multiplices M, N . et quoniam est $A : B = \Delta : E$, et sumptae sunt magnitudinum A, Δ aequae multiplices H, Θ et magnitudinum B, E aliae quaevis aequae multiplices K, Λ , erit $H : K = \Theta : \Lambda$ [prop. IV]. eadem de causa etiam $K : M = \Lambda : N$. iam quoniam datae sunt tres magnitudines H, K, M et aliae iis numero aequales Θ, Λ, N , binae simul coniunctae et in eadem proportionem, ex aequo, si H magnitudinem M superat, etiam Θ magnitudinem N superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [prop. XX]. et H, Θ magnitudinum A, Δ aequae multiplices sunt, M, N autem magnitudinum Γ, Z aliae quaevis aequae multiplices. itaque $A : \Gamma = \Delta : Z$ [def. 5].

Ergo si datae sunt quotlibet magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae in eadem proportionem, etiam ex aequo in eadem proportionem erunt; quod erat demonstrandum.

XXIII.

Si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales binae simul coniunctae in eadem proportionem, et perturbata est earum proportio, etiam ex aequo in eadem proportionem erunt.

16. $\tilde{\alpha}$] m. 2 F. 18. Γ] in ras. m. 2 P. Δ] in ras. m. 2 P. Post Z in P add. $\kappa\alpha\iota \epsilon\nu\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\xi$ ($\tilde{\alpha}\rho\alpha \epsilon\iota\sigma\iota\nu$ mg. m. 1) $\acute{\omega}\varsigma$ $\tau\acute{o}$ A $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ $\tau\acute{o}$ Δ (in ras. m. 2), $\omicron\upsilon\tau\omega\varsigma$ $\tau\acute{o}$ Γ (in ras. m. 2) $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ $\tau\acute{o}$ Z . 23. η] om. p; m. 2 B. 24. Supra $\epsilon\nu$ add. $\kappa\alpha\iota$ F. 26. $\epsilon\sigma\sigma\upsilon\tau\alpha\iota$ BFVp.

Ἔστω τρία μεγέθη τὰ A, B, Γ καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ τὰ Δ, E, Z , ἔστω δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, ὥς μὲν τὸ A πρὸς τὸ B , οὕτως τὸ E πρὸς τὸ Z , ὥς δὲ τὸ B πρὸς τὸ Γ , οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ E . λέγω, ὅτι ἐστὶν ὥς τὸ A πρὸς τὸ Γ , οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Z .

Εἰλήφθω τῶν μὲν A, B, Δ ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ H, Θ, K , τῶν δὲ Γ, E, Z ἄλλα, ἃ ἐτυχευ, ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ Λ, M, N .

- 10 Καὶ ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσια τὰ H, Θ τῶν A, B , τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίους τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὥς τὸ A πρὸς τὸ B , οὕτως τὸ H πρὸς τὸ Θ . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὥς τὸ E πρὸς τὸ Z , οὕτως τὸ M πρὸς τὸ N . καὶ ἐστὶν ὥς τὸ
- 15 A πρὸς τὸ B , οὕτως τὸ E πρὸς τὸ Z . καὶ ὥς ἄρα τὸ H πρὸς τὸ Θ , οὕτως τὸ M πρὸς τὸ N . καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὥς τὸ B πρὸς τὸ Γ , οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ E , καὶ ἐναλλάξ ὥς τὸ B πρὸς τὸ Δ , οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ E . καὶ ἐπεὶ τὰ Θ, K τῶν B, Δ ἰσάκεις ἐστὶ πολ-
- 20 λαπλάσια, τὰ δὲ μέρη τοῖς ἰσάκεις πολλαπλασίους τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὥς τὸ B πρὸς τὸ Δ , οὕτως τὸ Θ πρὸς τὸ K . ἀλλ' ὥς τὸ B πρὸς τὸ Δ , οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ E . καὶ ὥς ἄρα τὸ Θ πρὸς τὸ K , οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ E . πάλιν, ἐπεὶ τὰ Λ, M τῶν
- 25 Γ, E ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσια, ἔστιν ἄρα ὥς τὸ Γ πρὸς τὸ E , οὕτως τὸ Λ πρὸς τὸ M . ἀλλ' ὥς τὸ Γ

2. Supra ἐν add. καὶ m. 2 F. 3. τεταραγμένη P, sed corr. 7. Δ] e corr. p. 8. ἃ ἐτυχευ] mg. m. 2 post lacunam 5 litt. F. 10. H] post ras. 1 litt. F. 12. καὶ ἐστὶν F. 14. οὕτως] καὶ B; om. p. 15. οὕτως] om BVP. Post hoc uerbum rep. F lin. 13: τὸ H — 15: τὸ B . 16. οὕτως]

Sint tres magnitudines A, B, Γ et aliae iis numero

A —	B —	Γ —	aequales binae simul coniunctae in eadem proportionem A, E, Z , et perturbata sit
Δ —	E —	Z —	
H — — —	Θ — — —	A — — —	
K — — —	M — — —	N — — —	

earum proportio, ita ut sit $A : B = E : Z$, et $B : \Gamma = \Delta : E$ [def. 18]. dico, esse $A : \Gamma = \Delta : Z$.

sumantur magnitudinum A, B, Δ aequae multiplices H, Θ, K et magnitudinum Γ, E, Z aliae quaevis aequae multiplices A, M, N . et quoniam H, Θ magnitudinum A, B aequae multiplices sunt, partes autem et aequae multiplices eandem rationem habent, erit $A : B = H : \Theta$ [prop. XV]. eadem de causa erit $E : Z = M : N$. et $A : B = E : Z$. itaque etiam $H : \Theta = M : N$ [prop. XI]. et quoniam $B : \Gamma = \Delta : E$, etiam permutando erit $B : \Delta = \Gamma : E$ [prop. XVI]. et quoniam Θ, K magnitudinum B, Δ aequae multiplices sunt, partes autem et aequae multiplices eandem rationem habent, erit

$$B : \Delta = \Theta : K \text{ [prop. XV].}$$

uerum est $B : \Delta = \Gamma : E$. itaque etiam

$$\Theta : K = \Gamma : E \text{ [prop. XI].}$$

rursus quoniam A, M magnitudinum Γ, E aequae multiplices sunt, erit $\Gamma : E = A : M$ [prop. XV]. uerum

om. B F V p. 17. οὕτως] om. B F V p. 18. Post E add. καὶ εἰληπται τῶν μὲν B, Δ ἰσάνεις πολλαπλάσια τὰ Θ, K τῶν δὲ Γ, E ἄλλα, ἃ ἐντυχεν, ἰσάνεις πολλαπλάσια τὰ A, M , ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Θ πρὸς τὸ A , οὕτως τὸ K πρὸς τὸ M B p et V mg. m. 2. 18. ὡς] om. F. B] seq. ras. 3 litt. F. οὕτως] om. B F V p. 19. B, Δ] in ras. p. 21. οὕτως] om. F V. 22. οὕτως] om. B F V p. 23. ὡς ἄρα τὸ Θ] in ras. m. 2 V. 24. οὕτως] om. B F V p. 26. οὕτως] om. F.

πρὸς τὸ *E*, οὕτως τὸ *Θ* πρὸς τὸ *K*. καὶ ὥς ἄρα τὸ
Θ πρὸς τὸ *K*, οὕτως τὸ *A* πρὸς τὸ *M*, καὶ ἐναλλάξ
ὥς τὸ *Θ* πρὸς τὸ *A*, τὸ *K* πρὸς τὸ *M*. ἐδείχθη δὲ
καὶ ὥς τὸ *H* πρὸς τὸ *Θ*, οὕτως τὸ *M* πρὸς τὸ *N*.
5 ἐπεὶ οὖν τρία μεγέθη ἐστὶ τὰ *H*, *Θ*, *A*, καὶ ἄλλα
αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ *K*, *M*, *N* σύνδυο λαμβανό-
μενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ ἐστὶν αὐτῶν τεταραγμένη
ἢ ἀναλογία, δι' ἴσου ἄρα, εἰ ὑπερέχει τὸ *H* τοῦ *A*,
ὑπερέχει καὶ τὸ *K* τοῦ *N*, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ
10 ἔλαττον, ἔλαττον. καὶ ἐστὶ τὰ μὲν *H*, *K* τῶν *A*, *Δ*
ἰσάνεις πολλαπλάσια, τὰ δὲ *A*, *N* τῶν *Γ*, *Z*. ἐστὶν ἄρα
ὥς τὸ *A* πρὸς τὸ *Γ*, οὕτως τὸ *Δ* πρὸς τὸ *Z*.

Ἐὰν ἄρα ἡ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ
πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἡ δὲ
15 τεταραγμένη αὐτῶν ἢ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ
αὐτῷ λόγῳ ἐστὶ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κδ'.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη
λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχη δὲ καὶ
20 πέμπτου πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον καὶ
ἕκτον πρὸς τέταρτον, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ
πέμπτου πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον
καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

2. οὕτως] om. B F V p. Hic quoque nonnulla in F ita
evanuerunt, ut legi non possint. 4. καί] supra V. οὐ-
τως] om. B F V p. 5. ἐστὶν ἀνάλογον Theon (B F V p). ἄλλα]
supra F. 7. Ante ἐν m. 2 insert. καί F, in quo hic nonnulla
sustulit resarcinatio. 8. ἡ] om. P. 10. ἔλασσον, ἔλασσον
B V p. 11. *A*, *N* τῶν *Γ*, *Z*] in mg. transeunt m. 1, seq. in
mg. ἄλλα α̃ ἐτυχεν ἰσάνεις, dein in textu πολλαπλάσια F;

$\Gamma : E = \Theta : K$. quare etiam $\Theta : K = A : M$ [prop. XI], et permutando [prop. XVI] $\Theta : A = K : M$. sed demonstratum est, esse etiam $H : \Theta = M : N$. iam quoniam datae sunt tres magnitudines H, Θ, A et aliae iis numero aequales K, M, N , binae simul coniunctae in eadem proportione, et perturbata est earum proportio [def. 18], ex aequo, si H magnitudinem A superat, etiam K magnitudinem N superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [prop. XXI]. et H, K magnitudinum A, A aequae multiplices sunt, A, N autem magnitudinum Γ, Z . itaque $A : \Gamma = A : Z$ [def. 5].

Ergo si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae in eadem proportione, et perturbata est earum proportio, etiam ex aequo in eadem proportione erunt; quod erat demonstrandum.

XXIV.

Si prima ad secundam eandem rationem habet ac tertia ad quartam, et etiam quinta ad secundam eandem rationem habet ac sexta ad quartam, etiam compositae prima et quinta ad secundam eandem rationem habebunt ac tertia sextaque ad quartam.

ισάνεις πολλαπλάσια add. Bp. 12. Γ] corr. ex B m. 2 P.
 14. καὶ ἐν P; καὶ add. in mg. m. 2 F, sed euan. 16. ἔσται]
 om. P. 18. ἔχη] ἔχει P.

Πρῶτον γὰρ τὸ AB πρὸς δεύτερον τὸ Γ τὸν αὐτὸν ἔχέτω λόγον καὶ τρίτον τὸ ΔE πρὸς τέταρτον τὸ Z , ἔχέτω δὲ καὶ πέμπτον τὸ BH πρὸς δεύτερον τὸ Γ τὸν αὐτὸν λόγον καὶ ἕκτον τὸ $E\Theta$ πρὸς τέταρτον τὸ Z .
 5 Z · λέγω, ὅτι καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ AH πρὸς δεύτερον τὸ Γ τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ $\Delta\Theta$ πρὸς τέταρτον τὸ Z .

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς τὸ BH πρὸς τὸ Γ , οὕτως τὸ $E\Theta$ πρὸς τὸ Z , ἀνάπαλιν ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ BH ,
 10 οὕτως τὸ Z πρὸς τὸ $E\Theta$. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ AB πρὸς τὸ Γ , οὕτως τὸ ΔE πρὸς τὸ Z , ὡς δὲ τὸ Γ πρὸς τὸ BH , οὕτως τὸ Z πρὸς τὸ $E\Theta$, δι' ἴσον ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ AB πρὸς τὸ BH , οὕτως τὸ ΔE πρὸς τὸ $E\Theta$. καὶ ἐπεὶ διηρημένα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν, καὶ
 15 συντεθέντα ἀνάλογον ἐστὶν· ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ AH πρὸς τὸ HB , οὕτως τὸ $\Delta\Theta$ πρὸς τὸ ΘE . ἐστὶ δὲ καὶ ὡς τὸ BH πρὸς τὸ Γ , οὕτως τὸ $E\Theta$ πρὸς τὸ Z . δι' ἴσον ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ AH πρὸς τὸ Γ , οὕτως τὸ $\Delta\Theta$ πρὸς τὸ Z .

20 Ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχη δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς
 25 τέταρτον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κε'.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, τὸ μέγιστον [αὐτῶν] καὶ τὸ ἐλάχιστον δύο τῶν λοιπῶν μείζονά ἐστιν.

$A \text{-----} B \text{-----} H$ Sit enim $AB : \Gamma = \Delta E : Z$,
 $\Gamma \text{-----}$ et $BH : \Gamma = E\Theta : Z$. dico, esse
 etiam $AH : \Gamma = \Delta\Theta : Z$.

$\Delta \text{-----} E \text{-----} \Theta$ nam quoniam est $BH : \Gamma$
 $Z \text{-----}$ $= E\Theta : Z$, e contrario erit
 [prop. VII coroll.] $\Gamma : BH = Z : E\Theta$. iam quo-
 niam est $AB : \Gamma = \Delta E : Z$, et $\Gamma : BH = Z : E\Theta$, ex
 aequo erit $AB : BH = \Delta E : E\Theta$ [prop. XXII]. et
 quoniam diremptae magnitudines proportionales sunt,
 etiam compositae proportionales erunt [prop. XVIII].
 itaque $AH : HB = \Delta\Theta : \Theta E$. uerum etiam

$$BH : \Gamma = E\Theta : Z.$$

itaque ex aequo $AH : \Gamma = \Delta\Theta : Z$ [prop. XXII].

Ergo si prima ad secundam eandem rationem habet ac tertia ad quartam, et etiam quinta ad secundam eandem rationem habet ac sexta ad quartam, etiam compositae prima et quinta ad secundam eandem rationem habebunt ac tertia sextaue ad quartam; quod erat demonstrandum.

XXV.

Si quattuor magnitudines proportionales sunt, maxima et minima duabus reliquis maiores sunt.

XXV. Eutocius in Apollon. p. 139.

1. μὲν γάρ P. 5. τὸ πρῶτον FV. πέμπτον τὸ AH]
 πεμ (ex καὶ) πέμπτον, τὸ AH supra φ. 8. καὶ ἐπεὶ γάρ F,
 καὶ del. ἐστὶ F. 12. ἄρα] supra F. 14. ἐστὶν] PF; comp.
 p; ἐστὶ BV. 15. ἐστὶν ἄρα ὥς] P; ὥς ἄρα Theon? (BFV p).
 16. HB] BH P. ἐστὶν B. 21. ἐχῆθαι δέ — 25: δεῖξαι] καὶ
 τὰ λοιπὰ p. 21. ἐχει P. 22. καὶ ἔκτον — 25: δεῖξαι] καὶ τὰ
 λοιπὰ B. 28. ἀντὶν] om. P, Eutocius. δύο] Eutocius, V;
 τὰ δύο P φ p, et B, sed τὰ del. m. 2. τῶν] om φ.

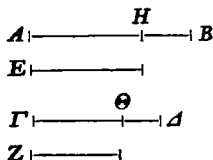
Ἐστω τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον τὰ $AB, \Gamma\Delta, E, Z$, ὡς τὸ AB πρὸς τὸ $\Gamma\Delta$, οὕτως τὸ E πρὸς τὸ Z , ἔστω δὲ μέγιστον μὲν αὐτῶν τὸ AB , ἐλάχιστον δὲ τὸ Z . λέγω, ὅτι τὰ AB, Z τῶν $\Gamma\Delta, E$ μείζονά ἐστιν.

5 Κείσθω γὰρ τῷ μὲν E ἴσον τὸ AH , τῷ δὲ Z ἴσον τὸ $\Gamma\Theta$.

Ἐπεὶ [οὖν] ἐστὶν ὡς τὸ AB πρὸς τὸ $\Gamma\Delta$, οὕτως τὸ E πρὸς τὸ Z , ἴσον δὲ τὸ μὲν E τῷ AH , τὸ δὲ Z τῷ $\Gamma\Theta$, ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ AB πρὸς τὸ $\Gamma\Delta$, οὕτως
 10 τὸ AH πρὸς τὸ $\Gamma\Theta$. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὅλον τὸ AB πρὸς ὅλον τὸ $\Gamma\Delta$, οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ AH πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ $\Gamma\Theta$, καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ HB πρὸς λοιπὸν τὸ $\Theta\Delta$ ἐστὶν ὡς ὅλον τὸ AB πρὸς ὅλον τὸ $\Gamma\Delta$. μείζον δὲ τὸ AB τοῦ $\Gamma\Delta$. μείζον ἄρα καὶ τὸ HB
 15 τοῦ $\Theta\Delta$. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν AH τῷ E , τὸ δὲ $\Gamma\Theta$ τῷ Z , τὰ ἄρα AH, Z ἴσα ἐστὶ τοῖς $\Gamma\Theta, E$. Καὶ [ἐπεὶ] ἐὰν [ἀνίστοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἄνιστά ἐστιν, ἐὰν ἄρα] τῶν $HB, \Theta\Delta$ ἀνίστων ὄντων καὶ μείζονος τοῦ HB τῷ μὲν HB προστεθῇ τὰ AH, Z , τῷ
 20 δὲ $\Theta\Delta$ προστεθῇ τὰ $\Gamma\Theta, E$, συνάγεται τὰ AB, Z μείζονα τῶν $\Gamma\Delta, E$.

Ἐὰν ἄρα τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, τὸ μέγιστον αὐτῶν καὶ τὸ ἐλάχιστον δύο τῶν λοιπῶν μείζονά ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

2. E] (alt.) Θ π. 4. ἐστὶν] PF; comp. p; ἐστὶ BV.
 5. τῷ] τό V φ (non F). τό] τῷ V φ. τῷ] τό V. 6.
 τό] τῷ V; om. P. 7. οὖν] om. P. 8. Z] in ras. m. 2 V.
 12. $\Gamma\Theta$] Θ e corr. V. Post καὶ 2 litt. evan. F. HB]
 AB π. 18. $\Theta\Delta$] Δ eras. F. ἔσται] seq. ras. F, in qua
 ἔσται ins. φ. AB] B e corr. F. 15. AH] H corr. ex B
 V m. 2. 16. δέ] m. rec. p. AH] P, BH π, AK φ. 17.
 ὅλα] supra m. 1 V. 19. τῷ] τό V; corr. m. 2. μὲν]
 m. 2 V. 21. μείζονα φ. 22. ἄρα] om. p. ἀνάλογον — 24:



Sint quattuor magnitudines
proportionales $AB, \Gamma\Delta, E, Z$,
ita ut sit $AB : \Gamma\Delta = E : Z$,
et maxima earum sit AB , mi-
nima autem Z . dico, esse

$$AB + Z > \Gamma\Delta + E.$$

ponatur enim $AH = E$ et $\Gamma\Theta = Z$.¹⁾ iam quo-
niam est $AB : \Gamma\Delta = E : Z$, et $E = AH$, $Z = \Gamma\Theta$,
erit $AB : \Gamma\Delta = AH : \Gamma\Theta$. et quoniam est

$$AB : \Gamma\Delta = AH : \Gamma\Theta,$$

erit etiam [prop. XIX] $HB : \Theta\Delta = AB : \Gamma\Delta$. sed
 $AB > \Gamma\Delta$. quare etiam $HB > \Theta\Delta$.²⁾ et quoniam
 $AH = E$ et $\Gamma\Theta = Z$, erit $AH + Z = \Gamma\Theta + E$. et
si datis magnitudinibus $HB, \Theta\Delta$ inaequalibus, qua-
rum maior est HB , magnitudini HB adicitur $AH + Z$,
 $\Theta\Delta$ autem magnitudini magnitudo $\Gamma\Theta + E$, concluditur

$$AB + Z > \Gamma\Delta + E$$
.³⁾

1) Nam cum $AB > E$, erit $\Gamma\Delta > Z$ (prop. 14).

2) Cum $HB : \Theta\Delta = AB : \Gamma\Delta$, erit (prop. 16) $AB : HB = \Gamma\Delta : \Theta\Delta$; tum u. prop. 14.

3) Cum I κοιν. ἐνν. 4 subditiva sit, uerba ἐπεὶ et ἀντί-
σοις — εἰάν ἄρα lin. 17—18 necessario delenda sunt, prae-
sertim cum haec postulati forma ad demonstrandum propo-
situm non sufficiat, et offendat orationis forma ob repetitum
εἰάν permolestia; ad quam molestiam lenandam ἐπεὶ lin. 17
sustulit Augustus. sed fortasse Euclides ipse lin. 17 sq.
haec sola scripserat: ὥστε τὰ AB, Z τῶν $\Gamma\Delta, E$ μείζονά ἐστιν;
nam συνάγεται lin. 20 inusitatum est. de demonstratione, qua
uti poterat Euclides, cfr. uol. I p. 181 not.

δείξαι] καὶ τὰ λοιπά p. τὸ μέγιστον — 24: δείξαι] καὶ τὰ
λοιπά B. 23. ἐλάχιστον] ἐλαττον V. In fine: Εὐκλείδου
στοιχείων τῆς Θέωνος ἐκδόσεως ε' F; Εὐκλείδου στοιχείων ε' PB.

5'.

Ὅροι.

α'. Ὅμοια σχήματα εὐθύγραμμά ἐστιν, ὅσα τὰς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον.

5 [β'. Ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἐν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἐπόμενοι λόγοι ᾧσιν.]

γ'. Ἄκρον καὶ μέσον λόγον εὐθεῖα τετμη-
σθαι λέγεται, ὅταν ἡ ὥς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μείζον
10 τμημα, οὕτως τὸ μείζον πρὸς τὸ ἔλαττον.

δ'. Ὑψος ἐστὶ πάντος σχήματος ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀγομένη.

[ε'. Λόγος ἐκ λόγων συγκείσθαι λέγεται, ὅταν αἱ
τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖ-
15 σαι ποιῶσί τινα.]

α'.

Τὰ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ

Def. 1. Hero def. 118, 1. 2. Hero def. 118, 1. 4. Cfr. Hero def. 73. [5. Theon in Ptolem. I p. 235 ed. Halma. Eutocius in Archim III p. 140, 23. Barlaam logist. V def. 2]. Prop. I. Proclus p. 245, 5. 405, 11. Pappus V p. 432, 23. VIII p. 1106, 23.

1. ὅροι] om. codd. numeros om. codd. 5. σχήματα εὐ-
θύγραμμά ἐστιν F. 7. λόγοι] P, F supra scr. ὅροι m. 1;
ὅροι Bp et V in ras., supra scr. λόγοι m. 2; λόγων ὅροι Can-
dalla, Peyrardus; λόγοι iam Hero. εἰσιν F, ᾧσι p. Dein seq.

VI.

Definitiones.

I. Figurae rectilineae similes sunt, quaecunque et angulos singulos aequales habent et latera aequales angulos comprehendunt proportionalia.

[II. Reciprocae autem figurae sunt, ubi in utraque figura et praecedentes et sequentes rationes sunt].¹⁾

III. Secundum extremam ac mediam rationem recta linea secari dicitur, ubi tota ad partem maiorem eandem rationem habet ac maior pars ad minorem.

IV. Cuiusvis figurae altitudo est recta a uertice ad basim perpendicularis ducta.²⁾

I.

Trianguli et parallelogramma sub eadem altitudine posita eandem inter se rationem habent ac bases.

1) Haec definitio nusquam ab Euclide usurpatur; neque enim ad illustrandam locutionem *λόγον ἀντιπεπονηότα ἔχειν* aut opus est, aut, si opus esset, sufficeret. praeterea *λόγοι* lin. 7 obscurum est. itaque puto, Simsonum p. 370 iure eam damnasse. fortasse ex Herone sumpta est, apud quem legitur.

2) Def. 4 om. Campanus. Def. 5 sine dubio interpolata est; nam nusquam usurpatur nec apud Campanum exstat neque in ipsis codd. locum eundem obtinet. sed cum P a manu prima addito signo, quo in textum referatur, eam in mg. habeat, fortasse ante Theonem interpolata est. u. Simson p. 372 sq.

def. 5 in Bp. 9. ἡ] om. PBp. τό] om. F. 10. ἑλασσον
FV. 13 — 15. mg. m. 1 P; om. hoc loco Bp. 17. τὰ] (alt.)
supra m. 1 F.

υπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις.

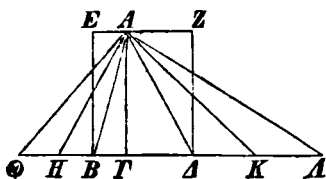
Ἐστω τρίγωνα μὲν τὰ $ABΓ$, $ΑΓΔ$, παραλληλό-
 γραμμα δὲ τὰ $ΕΓ$, $ΓΖ$ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος τὸ $ΑΓ$.
 5 λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ $ΒΓ$ βάσις πρὸς τὴν $ΓΔ$ βάσιν,
 οὕτως τὸ $ΑΒΓ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $ΑΓΔ$ τρίγωνον,
 καὶ τὸ $ΕΓ$ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ $ΓΖ$ παραλ-
 ληλόγραμμον.

Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ $ΒΔ$ ἐφ' ἐκάτερα τὰ μέρη
 10 ἐπὶ τὰ $Θ$, $Α$ σημεῖα, καὶ κείσθωσαν τῇ μὲν $ΒΓ$ βά-
 σει ἴσαι [ὁσαιδηποτοῦν] αἱ $ΒΗ$, $ΗΘ$, τῇ δὲ $ΓΔ$ βά-
 σει ἴσαι ὁσαιδηποτοῦν αἱ $ΔΚ$, $ΚΑ$, καὶ ἐπεξεύχθω-
 σαν αἱ $ΑΗ$, $ΑΘ$, $ΑΚ$, $ΑΛ$.

Καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ $ΓΒ$, $ΒΗ$, $ΗΘ$ ἀλλήλαις,
 15 ἴσα ἐστὶ καὶ τὰ $ΑΘΗ$, $ΑΗΒ$, $ΑΒΓ$ τρίγωνα ἀλλή-
 λοις. ὁσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ $ΘΓ$ βάσις τῆς $ΒΓ$
 βάσεως, τοσαυταπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ $ΑΘΓ$ τρίγωνον
 τοῦ $ΑΒΓ$ τριγώνου. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὁσαπλασίων
 ἐστὶν ἡ $ΑΓ$ βάσις τῆς $ΓΔ$ βάσεως, τοσαυταπλάσιόν
 20 ἐστὶ καὶ τὸ $ΑΛΓ$ τρίγωνον τοῦ $ΑΓΔ$ τριγώνου· καὶ
 εἰ ἴση ἐστὶν ἡ $ΘΓ$ βάσις τῇ $ΓΔ$ βάσει, ἴσον ἐστὶ
 καὶ τὸ $ΑΘΓ$ τρίγωνον τῷ $ΑΓΔ$ τριγώνῳ, καὶ εἰ
 ὑπερέχει ἡ $ΘΓ$ βάσις τῆς $ΓΔ$ βάσεως, ὑπερέχει καὶ
 τὸ $ΑΘΓ$ τρίγωνον τοῦ $ΑΓΔ$ τριγώνου, καὶ εἰ ἐλάσ-
 25 σων, ἔλασσον. τεσσάρων δὴ ὄντων μεγεθῶν δύο
 μὲν βάσεων τῶν $ΒΓ$, $ΓΔ$, δύο δὲ τριγώνων τῶν $ΑΒΓ$,
 $ΑΓΔ$ εἴληπται ἰσάκεις πολλαπλάσια τῆς μὲν $ΒΓ$ βά-
 σεως καὶ τοῦ $ΑΒΓ$ τριγώνου ἢ τε $ΘΓ$ βάσις καὶ τὸ

4. $ΓΖ$] Z e corr. m. 2 F. ὕψος] P; ὕψος ὄντα Theon
 (BVp, F in ras. m. 2). τὸ $ΑΓ$] P; τὴν ἀπὸ τοῦ $Α$ ἐπὶ

Sint trianguli $AB\Gamma$, $A\Gamma\Delta$, parallelogramma autem



$E\Gamma$, ΓZ sub eadem altitudine posita $A\Gamma$. dico, esse $B\Gamma : \Gamma\Delta = AB\Gamma : A\Gamma\Delta = E\Gamma : \Gamma Z$.

producatur enim $B\Delta$ in utramque partem ad puncta Θ , Λ , et ponantur basi $B\Gamma$ aequales quotlibet rectae BH , $H\Theta$ et basi $\Gamma\Delta$ aequales quotlibet rectae $\Delta K'$, $K\Lambda$, et ducantur AH , $A\Theta$, AK , $A\Lambda$.

et quoniam $\Gamma B = BH = H\Theta$, erit etiam

$$\triangle A\Theta H = AHB = AB\Gamma \text{ [I, 38].}$$

itaque quoties multiplex est basis $\Theta\Gamma$ basis $B\Gamma$, toties multiplex est etiam triangulus $A\Theta\Gamma$ trianguli $AB\Gamma$. eadem de causa, quoties multiplex est basis $\Lambda\Gamma$ basis $\Gamma\Delta$, toties multiplex est etiam triangulus $A\Lambda\Gamma$ trianguli $A\Gamma\Delta$. et si $\Theta\Gamma = \Gamma\Delta$, erit etiam $\triangle A\Theta\Gamma = A\Gamma\Delta$ [I, 38], et si $\Theta\Gamma > \Gamma\Delta$, erit etiam $\triangle A\Theta\Gamma > A\Gamma\Delta$, et si $\Theta\Gamma < \Gamma\Delta$, erit $\triangle A\Theta\Gamma < A\Gamma\Delta$. itaque datis quattuor magnitudinibus, duabus basibus $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ et duobus triangulis $AB\Gamma$, $A\Gamma\Delta$ sumptae sunt aequae multiplices basis $B\Gamma$

τὴν $B\Delta$ καθέτων ἀγομένην Theon (BVp, F in ras. m. 2); sed cfr. def. 4. 5. λέγω, ὅτι] in ras. m. 2 F. ἐστὶν ὡς ἡ $B\Gamma$] in mg. transeunt m. 1 F. βάσεις] -ες in ras. F. 9. $B\Delta$] ΔB Bp, V m. 2. 11. ὁσαιοηποτοῦν] om. P. 12. ΔK] in ras. V. 14. BH , $H\Theta$] e corr. p. 15. ἐστὶν P; comp. p. $AH\Theta$ Fp. 18. $AB\Gamma$] corr. ex $A\Theta\Gamma$ m. 2 F. 19. $\Lambda\Gamma$] $\Gamma\Delta$ P, sed Λ in ras. $\Gamma\Delta$] $\Delta\Gamma$ Bp. 20. $A\Gamma\Delta$] $A\Delta\Gamma$ Bp. τρίγωνον π (non P). 21. $\Gamma\Delta$] inter Γ et Δ ras. 1 litt. F V. ἐστὶν P, comp. p. 22. $A\Delta\Gamma$ Bp. 23. $\Gamma\Delta$] inter Γ et Δ ras. 1 litt. V. 24. $A\Gamma\Delta$] P V, B in ras. m. 1; $A\Delta\Gamma$ p; $AB\Gamma$ F. ἑλάττων ἑλάττων BF (ἐλάττων F m. 2).

$AΘΓ$ τρίγωνον, τῆς δὲ $ΓΔ$ βάσεως καὶ τοῦ $ΑΔΓ$ τριγώνου ἄλλα, ἃ ἐτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια ἢ τε $ΑΓ$ βάσις καὶ τὸ $ΑΑΓ$ τρίγωνον· καὶ δέδεικται, ὅτι, εἰ ὑπερέχει ἡ $ΘΓ$ βάσις τῆς $ΓΔ$ βάσεως, ὑπερέχει
 5 καὶ τὸ $ΑΘΓ$ τρίγωνον τοῦ $ΑΑΓ$ τριγώνου, καὶ εἰ ἴση, ἴσον, καὶ εἰ ἐλάσσων, ἐλάσσον· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ $ΒΓ$ βάσις πρὸς τὴν $ΓΔ$ βάσιν, οὕτως τὸ $ΑΒΓ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $ΑΓΔ$ τρίγωνον.

Καὶ ἐπεὶ τοῦ μὲν $ΑΒΓ$ τριγώνου διπλάσιόν ἐστι
 10 τὸ $ΕΓ$ παραλληλόγραμμον, τοῦ δὲ $ΑΓΔ$ τριγώνου διπλάσιόν ἐστι τὸ $ΖΓ$ παραλληλόγραμμον, τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ $ΑΒΓ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $ΑΓΔ$ τρίγωνον, οὕτως τὸ $ΕΓ$ παραλληλόγραμμον
 15 πρὸς τὸ $ΖΓ$ παραλληλόγραμμον. ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη, ὡς μὲν ἡ $ΒΓ$ βάσις πρὸς τὴν $ΓΔ$, οὕτως τὸ $ΑΒΓ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $ΑΓΔ$ τρίγωνον, ὡς δὲ τὸ $ΑΒΓ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $ΑΓΔ$ τρίγωνον, οὕτως τὸ $ΕΓ$ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ $ΖΓ$ παραλληλόγραμμον,
 20 καὶ ὡς ἄρα ἡ $ΒΓ$ βάσις πρὸς τὴν $ΓΔ$ βάσιν, οὕτως τὸ $ΕΓ$ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ $ΖΓ$ παραλληλόγραμμον.

Τὰ ἄρα τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ
 25 βάσεις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

β'.

Ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τρι-

2. ᾧ] supra F. 3. $ΑΓ$] $ΓΔ$ P. 4. $ΓΔ$] $Α$ in ras. m. 2 P; $ΑΓ$ F. 6. ἴση] ἴσον B, et F, corr. m. 2. ἐλάσσων]

triangulique $AB\Gamma$ basis $\Theta\Gamma$ et triangulus $A\Theta\Gamma$, et basis $\Gamma\Delta$ triangulique $A\Delta\Gamma$ aliae quaevis aequae multiples basis $\Delta\Gamma$ et triangulus $A\Delta\Gamma$; et demonstratum est, si $\Theta\Gamma$ basis basim $\Gamma\Delta$ superet, etiam triangulum $A\Theta\Gamma$ triangulum $A\Delta\Gamma$ superare, et si aequalis sit, aequalem esse, et si minor, minorem. itaque erit

$$B\Gamma : \Gamma\Delta = AB\Gamma : A\Delta\Gamma \text{ [V def. 5].}$$

et quoniam $E\Gamma = 2 AB\Gamma$ et $Z\Gamma = 2 A\Delta\Gamma$ [I, 34], et partes eandem rationem habent atque aequae multiples [V, 15], erit $\Delta AB\Gamma : A\Delta\Gamma = E\Gamma : Z\Gamma$. iam quoniam demonstratum est, esse

$$B\Gamma : \Gamma\Delta = AB\Gamma : A\Delta\Gamma$$

et $AB\Gamma : A\Delta\Gamma = E\Gamma : \Gamma Z$, erit etiam

$$B\Gamma : \Gamma\Delta = E\Gamma : Z\Gamma \text{ [V, 11].}$$

Ergo trianguli et parallelogramma sub eadem altitudine posita eandem inter se rationem habent ac bases; quod erat demonstrandum.

II

Si in triangulo uni laterum parallela ducitur recta, latera trianguli proportionaliter secabit; et si latera

II. Schol. in Archim. III p. 383.

ἑλάττω P; *ἑλάττω* B, et F, corr. m. 2; *ἑλάττω* p. *ἑλάττω* B F p. 9. *μὲν τοῦ* V. 10. *δὲ*] m. 2 V. 11. *τοῦ* P; comp. p. 12. *παρακλυστοῖς*] *παρὰκλυστοῖς* B; corr. m. 2. 15. $Z\Gamma$] ΓZ B F p., V m. 2. 16. *ἡ μὲν* p. *AB\Gamma*] *A\Gamma B* P. 17. $A\Gamma\Delta$] corr. ex $A\Delta\Gamma F$. *τετραγώνου*] om. V. 18. *τετραγώνου*] om. V. $A\Gamma\Delta$ e corr. F. *τετραγώνου*] m. 2 V. 19. ΓZ] P, V m. 1; $Z\Gamma$ B F p., V m. 2. 20. $\Gamma\Delta$] $\Delta\Gamma$ p. 21. *παρὰκλυστοῖς*] (alt., cm. V. 27. *παρακλυστοῖς*] m. 2: *ἔτσι αὐτὸ τῶν κλεινῶν παρὰκλυστοῖς*.

γώνου πλευράς· καὶ ἐὰν αἱ τοῦ τριγώνου πλευ-
ραι ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς
ἐπιξευγνυμένη εὐθεῖα παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται
τοῦ τριγώνου πλευράν.

- 5 Τριγώνου γὰρ τοῦ $ABΓ$ παράλληλος μὲν τῶν
πλευρῶν τῇ $BΓ$ ἤχθω ἡ $ΔΕ$ · λέγω, ὅτι ἔστιν ὡς ἡ
 $BΔ$ πρὸς τὴν $ΔΑ$, οὕτως ἡ $ΓΕ$ πρὸς τὴν $ΕΑ$.

Ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ $BE, ΓΔ$.

- Ἴσον ἄρα ἔστι τὸ $BΔΕ$ τρίγωνον τῷ $ΓΔΕ$ τρι-
10 γώνῳ· ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἔστι τῆς $ΔΕ$ καὶ
ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς $ΔΕ, BΓ$ · ἄλλο δέ
τι τὸ $ΑΔΕ$ τρίγωνον. τὰ δὲ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν
αὐτὸν ἔχει λόγον· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ $BΔΕ$ τρίγωνον
πρὸς τὸ $ΑΔΕ$ [τρίγωνον], οὕτως τὸ $ΓΔΕ$ τρίγωνον
15 πρὸς τὸ $ΑΔΕ$ τρίγωνον. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ $BΔΕ$
τρίγωνον πρὸς τὸ $ΑΔΕ$, οὕτως ἡ $BΔ$ πρὸς τὴν
 $ΔΑ$ · ὑπὸ γὰρ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα τὴν ἀπὸ τοῦ E
ἐπὶ τὴν AB κάθετον ἀγομένην πρὸς ἄλληλά εἰσιν
ὡς αἱ βάσεις. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὡς τὸ $ΓΔΕ$ τρίγωνον
20 πρὸς τὸ $ΑΔΕ$, οὕτως ἡ $ΓΕ$ πρὸς τὴν $ΕΑ$ · καὶ
ὡς ἄρα ἡ $BΔ$ πρὸς τὴν $ΔΑ$, οὕτως ἡ $ΓΕ$ πρὸς
τὴν $ΕΑ$.

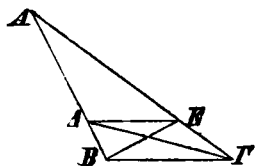
- Ἀλλὰ δὴ αἱ τοῦ $ABΓ$ τριγώνου πλευραὶ αἱ $AB,$
 $ΑΓ$ ἀνάλογον τετμήσθωσαν, ὡς ἡ $BΔ$ πρὸς τὴν $ΔΑ$,
25 οὕτως ἡ $ΓΕ$ πρὸς τὴν $ΕΑ$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΔΕ$ ·
λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ $ΔΕ$ τῇ $BΓ$.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ ἔστιν

1. Ante ἐάν 2 litt. eras. V. 3. παρὰ τὴν λοιπήν] mutat.
in παράλληλος τῇ λοιπῇ B m. recentiss.; in F supra scr. m. 2
παράλληλος. 4. πλευράν] mutat. in πλευρᾷ m. recentiss. B.

7. τήν] postea insert. φ. τήν] postea insert. φ. ΕΑ]

trianguli proportionaliter secantur, recta ad puncta sectionum ducta reliquo lateri trianguli parallela erit.



Nam in triangulo $AB\Gamma$ uni laterum $B\Gamma$ parallela ducatur ΔE . dico, esse

$$B\Delta : \Delta A = \Gamma E : EA.$$

ducantur enim BE , $\Gamma\Delta$. itaque $\triangle B\Delta E = \Gamma\Delta E$; nam

in eadem basi sunt ΔE et in iisdem parallelis ΔE , $B\Gamma$ [I, 38]. alia autem quaedam magnitudo est $\triangle A\Delta E$. et aequalia ad idem eandem rationem habent [V, 7]. erit igitur $B\Delta E : A\Delta E = \Gamma\Delta E : A\Delta E$. uerum $B\Delta E : A\Delta E = B\Delta : \Delta A$; nam cum sub eadem altitudine positi sint, ea quae ab E ad AB perpendicularis ducitur, eandem inter se rationem habent ac bases [prop. I]. eadem de causa erit etiam

$$\triangle \Gamma\Delta E : A\Delta E = \Gamma E : EA.$$

quare etiam $B\Delta : \Delta A = \Gamma E : EA$ [V, 11].

iam uero trianguli $AB\Gamma$ latera AB , $A\Gamma$ proportionaliter secantur, ita ut sit $B\Delta : \Delta A = \Gamma E : EA$, et ducatur ΔE . dico, ΔE rectae $B\Gamma$ paralelam esse.

ABF . 8. γάq] supra m. 1 V. 9. ἄρα] δὴ P. ἐστὶν P, comp. p. 11. $B\Gamma$] EZ φ (non F). 14. τό] corr. ex τῷ m. 2 V. $\Delta\Delta E$] $\Delta\Delta E$ P. τετράγωνον] om. P. τετράγωνον] om. V. 16. $\Delta\Delta E$] Δ e corr. m. 2 V. ἦ] φ; add. supra etiam m. rec. 19. Post βύσις add. V: ὡς δὲ τὸ $\Gamma\Delta E$ πρὸς τὸ $\Delta\Delta E$ τετράγωνον. δὴ] om. F; uidetur add. fuisse m. 2, sed enan.; δὴ καὶ P. ὡς τό] om. V; ὡς δὲ τό φ. $\Gamma\Delta E$ τετράγωνον πρὸς τὸ $\Delta\Delta E$] om. V. 20. EA] AE p. 21. ΓE] ΓB F? 23. αὐτὰ AB , $A\Gamma$] m. 2 V; αὐτὰ om. F, add. φ. 24. Ante ὡς hab. Bp: κατὰ τὰ Δ , E σημεία; idem P mg. m. 2. ὡς ἄρα Bp. 25. ΓE] mutat in $E\Gamma$ m. 2 V.

ὥς ἡ $B\Delta$ πρὸς τὴν ΔA , οὕτως ἡ ΓE πρὸς τὴν EA ,
 ἀλλ' ὥς μὲν ἡ $B\Delta$ πρὸς τὴν ΔA , οὕτως τὸ $B\Delta E$
 τρίγωνον πρὸς τὸ $A\Delta E$ τρίγωνον, ὥς δὲ ἡ ΓE πρὸς
 τὴν EA , οὕτως τὸ $\Gamma\Delta E$ τρίγωνον πρὸς τὸ $A\Delta E$
 5 τρίγωνον, καὶ ὥς ἄρα τὸ $B\Delta E$ τρίγωνον πρὸς τὸ
 $A\Delta E$ τρίγωνον, οὕτως τὸ $\Gamma\Delta E$ τρίγωνον πρὸς τὸ
 $A\Delta E$ τρίγωνον. ἐκάτερον ἄρα τῶν $B\Delta E$, $\Gamma\Delta E$
 τριγώνων πρὸς τὸ $A\Delta E$ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. ἴσον
 ἄρα ἐστὶ τὸ $B\Delta E$ τρίγωνον τῷ $\Gamma\Delta E$ τριγώνῳ· καὶ
 10 εἰσὶν ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΔE . τὰ δὲ ἴσα
 τρίγωνα καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς
 αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ
 ΔE τῇ $B\Gamma$.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ
 15 τις εὐθεῖα, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς·
 καὶ ἐὰν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν,
 ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιξευγνυμένη εὐθεῖα παρὰ τὴν λοι-
 πὴν ἔσται τοῦ τριγώνου πλευράν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

γ'.

20 Ἐὰν τριγώνου ἡ γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ
 τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα τέμνη καὶ τὴν
 βάσιν, τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἔξει
 λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς·
 καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἔχη
 25 λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς,
 ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν ἐπιξευγνυ-
 μένη εὐθεῖα δίχα τεμεῖ τὴν τοῦ τριγώνου
 γωνίαν.

3. τρίγωνον] (alt.) om. V. 4. τὴν EA] τὸ EA seq. ras. 1 litt. F.
 5. καὶ ὥς ἄρα — 7: $A\Delta E$ τρίγωνον] mg. m. 2 V. 6.

nam iisdem comparatis quoniam est
 $B\Delta : \Delta A = \Gamma E : EA$, et $B\Delta : \Delta A = \triangle B\Delta E : A\Delta E$,
 et $\Gamma E : EA = \triangle \Gamma\Delta E : A\Delta E$ [prop. I], erit etiam
 $\triangle B\Delta E : A\Delta E = \triangle \Gamma\Delta E : A\Delta E$ [V, 11]. itaque
 uterque triangulus $B\Delta E$, $\Gamma\Delta E$ ad $A\Delta E$ eandem
 rationem habet. itaque $\triangle B\Delta E = \Gamma\Delta E$ [V, 9]. et
 in eadem basi sunt ΔE . trianguli autem, qui aequales
 sunt et in eadem basi positi, etiam in iisdem parallelis
 sunt [I, 39]. itaque ΔE rectae $B\Gamma$ parallela est.

Ergo si in triangulo uni laterum parallela ducitur
 recta, latera trianguli proportionaliter secabit; et si
 latera trianguli proportionaliter secantur, recta ad
 puncta sectionum ducta reliquo lateri trianguli paral-
 lela erit; quod erat demonstrandum.

III.

Si angulus trianguli in duas partes aequales
 diuiditur, et recta angulum secans etiam basim secat,
 partes basis eandem rationem habebunt ac reliqua
 latera trianguli; et si partes basis eandem rationem
 habent ac reliqua latera trianguli, recta a uertice
 ad punctum sectionis ducta angulum trianguli in duas
 partes aequales secabit.

III. Theon in Ptolem. p. 201. Eutocius in Archim. III
 p. 272, 11. Schol. in Pappum III p. 1175, 16, 25 al.

τρίγωνον] (prius) om. BFV p. 7. *τρίγωνον*] comp. F. 8.
πρὸς τὸ AΔE] supra m. 1 F; *πρὸς τὸ AΔE τρίγωνον* V. 9.
ἔστιν FV. 11. *καί*] (prius) *τά* F. 12. *παράλληλος* V; corr.
 m. 2. *ἔστιν*] (prius) PFV; *ἔστί* B, et p (ι in ras.); *εἰσὶ* V
 m. 2. 14. *πλευρῶν*] mg. m. 1 P. 20. *ἡ*] om. V. *τμήθῃ*]
 in ras. m. 2 V. *δέ*] supra m. 1 F. 21. *τέμνη*] *τέμνει*
 eras. i V. 24. *καὶ ἂν τά* — 25: *πλευραῖς*] mg. m. 2 V. 24.
ἔχῃ] corr. ex *ἔχει* m. 1 p. 27. *τεμεῖ*] P, F m. 2, V m. 2;
τέμνει Bp, F m. 1, V m. 1.

"Εστω τρίγωνον τὸ $ΑΒΓ$, καὶ τετμήσθω ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ γωνία δίχα ὑπὸ τῆς $ΑΔ$ εὐθείας· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ $ΒΔ$ πρὸς τὴν $ΓΔ$, οὕτως ἡ $ΒΑ$ πρὸς τὴν $ΑΓ$.

- 5 "Ηχθω γὰρ διὰ τοῦ $Γ$ τῇ $ΔΑ$ παράλληλος ἡ $ΓΕ$, καὶ διαχθεῖσα ἡ $ΒΑ$ συμπίπτει αὐτῇ κατὰ τὸ $Ε$.

- Καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς $ΑΔ$, $ΕΓ$ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ $ΑΓ$, ἡ ἄρα ὑπὸ $ΑΓΕ$ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ $ΓΑΔ$. ἀλλ' ἡ ὑπὸ $ΓΑΔ$ τῇ ὑπὸ $ΒΑΔ$ ὑπό-
 10 κείται ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ $ΒΑΔ$ ἄρα τῇ ὑπὸ $ΑΓΕ$ ἐστὶν ἴση. πάλιν, ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς $ΑΔ$, $ΕΓ$ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ $ΒΑΕ$, ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ $ΒΑΔ$ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς τῇ ὑπὸ $ΑΕΓ$. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ $ΑΓΕ$ τῇ ὑπὸ $ΒΑΔ$ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ $ΑΓΕ$ ἄρα
 15 γωνία τῇ ὑπὸ $ΑΕΓ$ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ $ΑΕ$ πλευρᾷ τῇ $ΑΓ$ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ $ΒΓΕ$ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν $ΕΓ$ ἥκται ἡ $ΑΔ$, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ $ΒΔ$ πρὸς τὴν $ΔΓ$, οὕτως ἡ $ΒΑ$ πρὸς τὴν $ΑΕ$. ἴση δὲ ἡ $ΑΕ$ τῇ $ΑΓ$.
 20 ὡς ἄρα ἡ $ΒΔ$ πρὸς τὴν $ΔΓ$, οὕτως ἡ $ΒΑ$ πρὸς τὴν $ΑΓ$.

- Ἀλλὰ δὴ ἔστω ὡς ἡ $ΒΔ$ πρὸς τὴν $ΔΓ$, οὕτως ἡ $ΒΑ$ πρὸς τὴν $ΑΓ$, καὶ ἐπεξέυχθω ἡ $ΑΔ$ · λέγω, ὅτι δίχα τέμνεται ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ γωνία ὑπὸ τῆς $ΑΔ$
 25 εὐθείας.

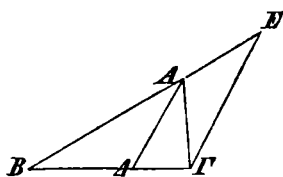
Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ $ΒΔ$ πρὸς τὴν $ΔΓ$, οὕτως ἡ $ΒΑ$ πρὸς τὴν $ΑΓ$, ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ $ΒΔ$ πρὸς τὴν $ΔΓ$, οὕτως ἐστὶν ἡ $ΒΑ$

1. καί] *supra* F. 3. $ΓΔ$] $ΔΓ$ P. 7. εὐθείας V.
 8. ἐνέπεσεν] P φ Bp; ἐμπέτωκεν V. ἐστὶν P; comp. p.
 9. ἀλλά P. 11. εὐθεῖα] εὐθείας addito εὐθεῖα in mg. m.

Sit triangulus $AB\Gamma$, et $\angle B\Lambda\Gamma$ in duas partes
aequales secetur recta $\Delta\Delta$.
dico, esse

$$B\Delta : \Gamma\Delta = BA : A\Gamma.$$

ducatur enim per Γ rectae
 $\Delta\Delta$ parallela ΓE , et pro-
ducta BA cum ea concurrat



in E [I *alt.* 5]. et quoniam in rectas parallelas $\Delta\Delta$,
 $E\Gamma$ recta incidit $A\Gamma$, erit $\angle A\Gamma E = \Gamma\Delta\Delta$ [I, 29]. sed
supposuimus $\angle \Gamma\Delta\Delta = B\Delta\Delta$. quare etiam $\angle B\Delta\Delta$
 $= A\Gamma E$. rursus quoniam in rectas parallelas $\Delta\Delta$, $E\Gamma$
recta incidit BAE , erit $\angle B\Delta\Delta = A\Gamma E$ exterior angu-
lus interiori [I, 29]. demonstratum est autem, esse etiam
 $\angle A\Gamma E = B\Delta\Delta$. quare etiam $\angle A\Gamma E = A\Gamma E$. quare
etiam $AE = A\Gamma$ [I, 6]. et quoniam in triangulo
 $B\Gamma E$ uni laterum $E\Gamma$ parallela ducta est $\Delta\Delta$, erit
 $B\Delta : \Delta\Gamma = BA : AE$ [prop. II]. sed $AE = A\Gamma$.
itaque erit

$$B\Delta : \Delta\Gamma = BA : A\Gamma.$$

iam uero sit $B\Delta : \Delta\Gamma = BA : A\Gamma$, et ducatur $\Delta\Delta$.
dico, $\angle B\Lambda\Gamma$ in duas partes aequales secari recta $\Delta\Delta$.

nam iisdem comparatis quoniam est $B\Delta : \Delta\Gamma$
 $= BA : A\Gamma$, uerum etiam $B\Delta : \Delta\Gamma = BA : AE$ (nam

2 V; *εὐθείας εὐθεῖα* Bp. 12. *ἐνέπεσε* V. BAE] litt. E in
ras. m. 2 P. η] (tert.) in ras. V. 13. $[\sigma\eta]$ - η e corr. m.
2 P. $A\Gamma E$] litt. $E\Gamma$ in ras. P. 14. $B\Delta\Delta$] corr. ex $B\Delta\Delta$
m. 1 p. $\alpha\alpha\alpha$ *γωνία*] om. V. 16. AE] $A\Theta$ π (non P),
 EA φ . *πλευρὰν* π (non P). 18. *πρὸς τὴν*] *τὴν* comp. scrip-
tum cum *πρὸς* coaluit in F, *πρὸς* φ , et sic in seq. saepius.
20. *ὡς* $\alpha\alpha\alpha$] P; *ἔστιν* $\alpha\alpha\alpha$ *ὡς* Theon? (BFVp); cfr. p. 68, 15.
22. $B\Delta$] Δ corr. p. $\Delta\Gamma$] $\Gamma\Delta$ F. 26. *ἐπὶ γὰρ* φ . 27.
 $A\Gamma$ — p. 84, 1: *πρὸς τὴν*] om. Bp. 28. *τὴν*] om. F (inser.
m. rec., sed eras.).

- πρὸς τὴν AE · τριγώνου γὰρ τοῦ BGE παρὰ μίαν
 τὴν EG ἥπται ἡ AD · καὶ ὡς ἄρα ἡ BA πρὸς τὴν
 AG , οὕτως ἡ BA πρὸς τὴν AE . ἴση ἄρα ἡ AG τῇ
 AE · ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $AEΓ$ τῇ ὑπὸ AGE
 5 ἔστιν ἴση. ἀλλ' ἡ μὲν ὑπὸ $AEΓ$ τῇ ἐκτὸς τῇ ὑπὸ
 BAD [ἔστιν] ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ AGE τῇ ἐναλλὰξ τῇ
 ὑπὸ GAD ἔστιν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ BAD ἄρα τῇ ὑπὸ
 GAD ἔστιν ἴση. ἡ ἄρα ὑπὸ BAG γωνία δίχα τέμνεται
 ὑπὸ τῆς AD εὐθείας.
- 10 Ἐὰν ἄρα τριγώνου ἡ γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ
 τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα τέμνη καὶ τὴν βάσιν,
 τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον ταῖς
 λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς· καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως
 τμήματα τὸν αὐτὸν ἔχη λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τρι-
 15 γώνου πλευραῖς, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν
 ἐπιξεννυμένη εὐθεῖα δίχα τέμνει τὴν τοῦ τριγώνου
 γωνίαν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ'.

- Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων ἀνάλογόν ἐλ-
 20 σιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ
 ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι.
- Ἐστω ἰσογώνια τρίγωνα τὰ $ABΓ$, $ΔΓΕ$ ἴσην
 ἔχοντα τὴν μὲν ὑπὸ $ABΓ$ γωνίαν τῇ ὑπὸ $ΔΓΕ$, τὴν
 δὲ ὑπὸ BAG τῇ ὑπὸ $ΓΔΕ$ καὶ ἔτι τὴν ὑπὸ $ΑΓΒ$
 25 τῇ ὑπὸ $ΓΕΔ$ · λέγω, ὅτι τῶν $ABΓ$, $ΔΓΕ$ τριγώνων

IV. Psellus p. 70.

8. οὕτως] m. 2 V. AE] AG φ. 4. AE] EA φ. τῇ]
 PBr; γωνία τῇ FV. 5. ἀλλὰ P. 6. BAD] B supra m. 1 F.
 ἔστιν] om. P. ἡ δὲ] ἴση δὲ καὶ ὁ V. AGE] supra Γ ras.
 est in V; $AEΓ$ F. 7. ἔστιν ἴση] om. V. καὶ ἡ ὑπὸ — 8:

in triangulo $B\Gamma E$ uni laterum $E\Gamma$ parallela ducta est AA [prop. II], erit etiam $BA : A\Gamma = BA : AE$ [V, 11]. quare $A\Gamma = AE$ [V, 9]. quare etiam $\angle AEF = AGE$ [I, 5]. sed $\angle AEF = BAA$ exteriori [I, 29], et $\angle AGE = GAA$ alterno [id.]. quare etiam $\angle BAA = GAA$. itaque $\angle BAG$ recta AA in duas partes aequales sectus est.

Ergo si angulus trianguli in duas partes aequales diuiditur, et recta angulum secans etiam basim secat, partes basis eandem rationem habebunt ac reliqua latera trianguli; et si partes basis eandem rationem habent ac reliqua latera trianguli, recta a uertice ad punctum sectionis ducta angulum trianguli in duas partes aequales secabit; quod erat demonstrandum.

IV.

In triangulis aequiangulis latera aequales angulos comprehendunt proportionalia sunt et correspondentia, quae sub aequalibus angulis subtendunt.

Sint trianguli aequianguli $AB\Gamma$, ΔGE habentes $\angle AB\Gamma = \Delta GE$, $BAG = GAE$, $AGB = GEA$. dico,

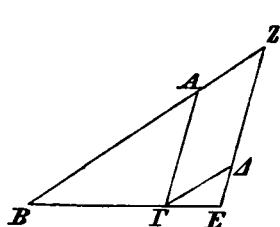
$\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu\ \iota\sigma\eta$] om. B et V (ras. est quartae partis lineae); in mg. transeunt in ras. p. 10. η] om. V. $\delta\acute{\iota}\chi\alpha$] om. F. 11. $\tau\eta\nu\ \gamma\omega\nu\iota\alpha\nu$] P; $\alpha\acute{\omicron}\tau\eta\nu$ BFVp. $\epsilon\acute{\upsilon}\theta\epsilon\iota\alpha$] mg. m. 1 P. $\tau\acute{\epsilon}\mu\mu\epsilon\iota$ F et seq. ras. 1 litt. V. 12. $\tau\acute{\alpha}$] m. 2 F. 13. $\kappa\alpha\iota\ \acute{\epsilon}\alpha\nu$ — 17: $\delta\epsilon\iota\chi\alpha\iota$] in ras. m. 1 F. 14. $\acute{\epsilon}\chi\eta$] corr. ex $\acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota$ p. $\lambda\acute{o}\gamma\omicron\nu\ \acute{\epsilon}\chi\eta$ V. 16. $\tau\omicron\upsilon\ \tau\omicron\gamma\iota\gamma\acute{\omega}\nu\omicron\sigma\upsilon$] om. FV. 17. $\gamma\omega\nu\iota\alpha\nu$] $\epsilon\acute{\upsilon}\theta\epsilon\iota\alpha\nu$ p. 20. $\alpha\iota\ \pi\epsilon\sigma\iota$] e corr. V. $\iota\sigma\alpha\varsigma$] m. rec. F. 21. $\pi\lambda\epsilon\upsilon\sigma\alpha\iota\ \acute{\upsilon}\pi\omicron\tau\epsilon\lambda\omicron\nu\omicron\upsilon\sigma\alpha\iota$ Bp, $\acute{\upsilon}\pi\omicron\tau\epsilon\lambda\omicron\nu\omicron\upsilon\sigma\alpha\iota\ \pi\lambda\epsilon\upsilon\sigma\alpha\iota$ FV. 22. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\omega\sigma\alpha\nu$ V. ΔGE] $\Gamma\Delta E$ Bp, V m. 2. 23. $AB\Gamma$] BAG P. $\gamma\omega\nu\iota\alpha\nu$] comp. mg. P. ΔGE] $\Gamma\Delta E$ P. 24. BAG] BFp, V m. 2; $B\Gamma A$ P; AGB V m. 1. $\Gamma\Delta E$] BFp, V m. 2; GEA P. AGB] Bp, V in ras. m. 2; $AB\Gamma$ PF. 25. GEA] BFp; ΔEF in ras. m. 2 V; ΔGE P.

ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἰσας γωνίας
καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἰσας γωνίας ὑποτείνουσαι.

Κείσθω γὰρ ἐπ' εὐθείας ἡ ΒΓ τῇ ΓΕ. καὶ ἐπεὶ
αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΓΒ γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάττονές
5 εἰσιν, ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΕΓ, αἱ ἄρα
ὑπὸ ΑΒΓ, ΔΕΓ δύο ὀρθῶν ἐλάττονές εἰσιν· αἱ ΒΑ,
ΕΔ ἄρα ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν
καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Ζ.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΓΕ γωνία τῇ ὑπὸ
10 ΑΒΓ, παράλληλός ἐστὶν ἡ ΒΖ τῇ ΓΔ. πάλιν, ἐπεὶ
ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΕΓ, παράλληλός
ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΖΕ. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ
τὸ ΖΑΓΔ· ἴση ἄρα ἡ μὲν ΖΑ τῇ ΔΓ, ἡ δὲ ΑΓ τῇ
ΖΔ. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΖΒΕ παρὰ μίαν τὴν
15 ΖΕ ἦκται ἡ ΑΓ, ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΖ,
οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΕ. ἴση δὲ ἡ ΑΖ τῇ ΓΔ·
ὡς ἄρα ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς τὴν
ΓΕ, καὶ ἐναλλάξ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ
ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ. πάλιν, ἐπεὶ παράλληλός ἐστὶν
20 ἡ ΓΔ τῇ ΒΖ, ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΕ,
οὕτως ἡ ΖΔ πρὸς τὴν ΔΕ. ἴση δὲ ἡ ΖΔ τῇ ΑΓ·
ὡς ἄρα ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν
ΔΕ, καὶ ἐναλλάξ ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως
ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΔ. ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ὡς μὲν ἡ
25 ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ, ὡς
δὲ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΔ,
δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΓΔ
πρὸς τὴν ΔΕ.

4. δύο] αἱ δύο P, corr. m. 1. ἐλάσσονες V. 6. ἐλάσσονες V.
10. ἐστὶν] P, F m. 1; ἄρα ἐστὶν BVp, F m. 2. Sequentia in
ras. m. 1 p. 12. ἐστὶ] ἐστίν P, comp. p. 13. ΖΑΓΔ] Γ in
ras. B. ΔΓ] Γ in ras. p; ΓΔ V, corr. m. 2. 14. ΖΔ]



in triangulis $AB\Gamma$, $\Delta\Gamma E$ latera aequales angulos comprehendentia aequalia esse et correspondentia, quae sub aequalibus angulis subtendant. ponatur enim $B\Gamma$ in producta ΓE , et quoniam

$\angle AB\Gamma + \angle \Gamma B A$ duobus rectis minores sunt [I, 17] et $\angle \Gamma B A = \angle \Gamma E \Delta$, erunt $\angle AB\Gamma + \angle \Gamma E \Delta$ duobus rectis minores. itaque BA , $E\Delta$ productae concurrent [I *alt.* 5]. producantur et concurrant in Z .

et quoniam $\angle \Delta \Gamma E = \angle AB\Gamma$, erit BZ rectae $\Gamma \Delta$ parallela [I, 28]. rursus quoniam $\angle \Gamma B A = \angle \Gamma E \Delta$, erit $A\Gamma$ rectae ZE parallela [id.]. $ZAG\Delta$ igitur parallelogrammum est. quare $ZA = \Gamma \Delta$, $A\Gamma = Z\Delta$ [I, 34]. et quoniam in triangulo ZBE uni lateri ZE parallela ducta est $A\Gamma$, erit $BA : AZ = B\Gamma : \Gamma E$ [prop. II]. sed $AZ = \Gamma \Delta$. itaque $BA : \Gamma \Delta = B\Gamma : \Gamma E$ et permutando [V, 16] $AB : B\Gamma = \Delta \Gamma : \Gamma E$. rursus quoniam $\Gamma \Delta$ rectae BZ parallela est, erit $B\Gamma : \Gamma E = Z\Delta : \Delta E$ [prop. II]. sed $Z\Delta = A\Gamma$. itaque $B\Gamma : \Gamma E = A\Gamma : \Delta E$, et permutando [V, 16] $B\Gamma : \Gamma A = \Gamma E : E\Delta$. iam quoniam demonstratum est, esse $AB : B\Gamma = \Delta \Gamma : \Gamma E$ et $B\Gamma : \Gamma A = \Gamma E : E\Delta$, ex aequo erit $BA : A\Gamma = \Gamma \Delta : \Delta E$ [V, 22].

ΔZ P. ZBE] PF, V m. 1; BZE Bp, V m. 2. $\mu\acute{\iota}\alpha\nu$
 $\tau\acute{\omega}\nu$ πλευρῶν V. 15. η] (alt.) om. P. $\tau\eta\nu$] om. BFp. 16.
 $\tau\eta\nu$] om. BFp. 17. $\tau\eta\nu$] om. BFp. $\tau\eta\nu$] om. φ. 18.
 AB] BA p. πρὸς $\tau\eta\nu$] PV; πρὸς BFp, et sic deinde
per totam propositionem. 21. $Z\Delta$] (alt.) ΔZ V m. 1; corr.
m. 2. 23. καὶ ἐναλλάξ] P; ἐναλλάξ ἄρα Theon? (BFVp);
cfr. lin. 18. 24. ἐπεὶ οὖν] καὶ ἐπεὶ P. η μὲν P. 27.
καὶ δι' ἑαυτοῦ P.

Τῶν ἄρα ἰσογώνιων τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἰσας γωνίας καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἰσας γωνίας ὑποτείνουσαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ε'.

- 5 Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἰσας ἔξει τὰς γωνίας, ὅφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑπο-
τείνουσιν.

- Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ $ABΓ$, $ΔEZ$ τὰς πλευρὰς
10 ἀνάλογον ἔχοντα, ὥς μὲν τὴν AB πρὸς τὴν $ΒΓ$, οὕ-
τως τὴν $ΔE$ πρὸς τὴν EZ , ὥς δὲ τὴν $ΒΓ$ πρὸς τὴν
 $ΓA$, οὕτως τὴν EZ πρὸς τὴν $ZΔ$, καὶ ἔτι ὥς τὴν
 $ΒA$ πρὸς τὴν $ΑΓ$, οὕτως τὴν $EΔ$ πρὸς τὴν $ΔZ$.
λέγω, ὅτι ἰσογώνιον ἔστι τὸ $ABΓ$ τρίγωνον τῷ $ΔEZ$
15 τριγώνῳ καὶ ἰσας ἔξουσιν τὰς γωνίας, ὅφ' ἃς αἱ ὁμό-
λογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν, τὴν μὲν ὑπὸ $ABΓ$ τῇ
ὑπὸ $ΔEZ$, τὴν δὲ ὑπὸ $ΒΓA$ τῇ ὑπὸ $EZΔ$ καὶ ἔτι
τὴν ὑπὸ $ΒΑΓ$ τῇ ὑπὸ $EΔZ$.

- Συνεστάτω γὰρ πρὸς τῇ EZ εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς
20 αὐτῇ σημείοις τοῖς E , Z τῇ μὲν ὑπὸ $ABΓ$ γωνία
ἴση ἡ ὑπὸ ZEH , τῇ δὲ ὑπο $ΑΓB$ ἴση ἡ ὑπὸ EZH .
λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ A λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ H ἔστιν ἴση.

- ἰσογώνιον ἄρα ἔστι τὸ $ABΓ$ τρίγωνον τῷ EZH
[τριγώνῳ]. τῶν ἄρα $ABΓ$, EZH τριγώνων ἀνάλογόν
25 εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἰσας γωνίας καὶ ὁμό-

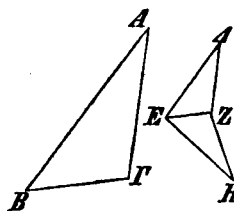
8. ὑπὸ] περὶ p. γωνίας] bis p. πλευραὶ ὑποτείνουσιν
BFp, ὑποτείνουσιν πλευραὶ V. 7. τὰς] m. rec. F. 10.
τὴν BF] BΓ BFp. 11. τὴν EZ] EZ BFp. τὴν ΓA]
ΓA BFp. 12. οὕτω B. τὴν ZΔ] P, V m. 1; τὴν ΔZ
V m. 2; ΔZ BFp. 13. οὕτω Bp. τὴν ΔZ] V; τὴν ZΔ P;
ΔZ BFp. 14. ἔστιν P, comp. p. 16. ὑποτείνουσιν Vp.

Ergo in triangulis aequiangulis latera aequales angulos comprehendentia proportionalia sunt et correspondentia, quae sub aequalibus angulis subtendunt; quod erat demonstrandum.

V.

Si duo trianguli latera proportionalia habent, aequianguli erunt trianguli et eos angulos aequales habebunt, sub quibus correspondentia latera subtendunt.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ latera proportionalia



habentes, ita ut sit $AB : B\Gamma = \Delta E : EZ$, $B\Gamma : \Gamma A = EZ : Z\Delta$, $BA : A\Gamma = E\Delta : \Delta Z$. dico, triangulos $AB\Gamma$, ΔEZ aequiangulos fore et eos angulos aequales habituros esse, sub quibus correspondentia latera subtendant,

$\angle AB\Gamma = \angle EZ\Delta$, $B\Gamma A = EZ\Delta$, $B A \Gamma = E \Delta Z$.

construatur enim ad rectam EZ et puncta eius E , Z angulo $AB\Gamma$ aequalis $\angle ZEH$ et angulo $A\Gamma B$ aequalis EZH [I, 23]. itaque qui relinquitur, angulus ad A positus reliquo angulo ad H posito aequalis est [I, 32]. itaque $AB\Gamma$, EHZ trianguli aequianguli sunt. quare in triangulis $AB\Gamma$, EHZ latera aequales angulos comprehendentia proportionalia sunt et corre-

21. $A\Gamma B$] e corr. V. 22. πρὸς τῷ A] P; ὑπὸ $B A \Gamma$ Theon (BFVp). πρὸς τῷ H] P; ὑπὸ EHZ Theon (Bp; ὑπὸ EZ supra scr. H V, ὑπὸ EZH F). 23. ἰσογώνιο F in fine lin. ἔστιν P, comp. p. EHZ] P, V m. 1; ZEH Bp, V m. 2, F eras. Z et H. 24. τριγώνω] om. P. EHZ] P, V m. 1; ZEH BFp, V m. 2.

λογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἰσας γωνίας ὑποτείνουσαι· ἔστιν
 ἄρα ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $BΓ$, [οὕτως] ἡ HE πρὸς
 τὴν EZ . ἀλλ' ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $BΓ$, οὕτως ὑπό-
 κειται ἡ $ΔE$ πρὸς τὴν EZ . ὡς ἄρα ἡ $ΔE$ πρὸς
 5 τὴν EZ , οὕτως ἡ HE πρὸς τὴν EZ . ἑκατέρα ἄρα
 τῶν $ΔE, HE$ πρὸς τὴν EZ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον·
 ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ $ΔE$ τῇ HE . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ
 $ΔZ$ τῇ HZ ἐστὶν ἴση. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ $ΔE$ τῇ
 EH , κοινὴ δὲ ἡ EZ , δύο δὴ αἱ $ΔE, EZ$ δυοῖ ταις
 10 HE, EZ ἴσαι εἰσὶν· καὶ βάσις ἡ $ΔZ$ βάσει τῇ ZH
 [ἐστὶν] ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ $ΔEZ$ γωνία τῇ ὑπὸ
 HEZ ἐστὶν ἴση, καὶ τὸ $ΔEZ$ τρίγωνον τῷ HEZ
 τριγώνῳ ἴσον, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταις λοιπαῖς
 γωνίαις ἴσαι, ὅφ' ἂς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.
 15 ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ μὲν ὑπὸ $ΔZE$ γωνία τῇ ὑπὸ HZE ,
 ἡ δὲ ὑπὸ $EΔZ$ τῇ ὑπὸ EHZ . καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ὑπὸ
 $ZEΔ$ τῇ ὑπὸ HEZ ἐστὶν ἴση, ἀλλ' ἡ ὑπὸ HEZ τῇ
 ὑπὸ $ABΓ$, καὶ ἡ ὑπὸ $ABΓ$ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ $ΔEZ$
 ἐστὶν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ $ΑΓB$ τῇ ὑπὸ
 20 $ΔZE$ ἐστὶν ἴση, καὶ ἔτι ἡ πρὸς τῷ A τῇ πρὸς τῷ
 $Δ$ · ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $ABΓ$ τρίγωνον τῷ $ΔEZ$
 τριγώνῳ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ,
 ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἔξει τὰς γωνίας,
 25 ὅφ' ἂς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει
 δεῖξαι.

5'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γω-

1. γωνίας] m. 2 F. πλευραὶ ὑποτείνουσιν Theon (BVFp).
 2. τήν] om. BFP. οὕτως] om. P. 3. τήν] om. BFP.
 ἀλλ' — 4: EZ] mg. m. 1 F. 3. τήν] om. BFP. 4. τήν]

spondentia, quae sub aequalibus angulis subtendunt [prop. IV]. erit igitur $AB : B\Gamma = HE : EZ$. sed $AB : B\Gamma = AE : EZ$, ut supposuimus. quare $AE : EZ = HE : EZ$ [V, 11]. itaque utraque AE, HE ad EZ eandem rationem habet. ergo $AE = HE$ [V, 9]. eadem de causa etiam $AZ = HZ$. iam quoniam $AE = EH$, et communis est EZ , duae rectae AE, EZ duabus HE, EZ aequales sunt; et $AZ = ZH$. itaque $\angle AEZ = HEZ$ [I, 8], et $\triangle AEZ = \triangle HEZ$, et reliqui anguli reliquis angulis aequales, sub quibus aequalia latera subtendunt [I, 4]. itaque $\angle AZE = HZE$, $\angle EAZ = EHZ$. et quoniam $\angle ZEA = HEZ$, et $\angle HEZ = AB\Gamma$, erit etiam $\angle AB\Gamma = AEZ$. eadem de causa erit etiam $\angle A\Gamma B = AZE$, et praeterea angulus ad A positus angulo ad A posito. itaque trianguli $AB\Gamma, AEZ$ aequianguli sunt.

Ergo si duo trianguli latera proportionalia habent, aequianguli erunt trianguli et eos angulos aequales habebunt, sub quibus correspondentia latera subtendunt; quod erat demonstrandum.

VI.

Si duo trianguli unum angulum uni angulo aequalem

om. B F p. καὶ ὡς ἄρα P. 5. τήν] bis om. B F p. 6. HE] EH V. 7. τὰ] om. p. 8. ἴση ἐστίν p. 10. εἰσὶ V p. $\angle Z$] $Z\Delta$ P. ZH] post ras. 1 litt. V. 11. ἐστίν] om. P. 13. Post ἴσων add. ἐστὶ B p, F m. 2, V m. 2. 14. Post ἴσαι add. ἴσονται B p, F m. 2. 15. ἐστίν PB. $\angle ZE$] $\angle EZ$ F. HZE] H supra m. 1 F. 17. ἴση ἐστίν φ. ἀλλὰ P. 18. $AB\Gamma$] (prius) $AB\Gamma$ ἐστίν ἴση V. 19. ἢ] ἢ μὲν P. $A\Gamma B$] $AB\Gamma$ p. 20. ἐτι] e corr. V. τῶ] bis τό B et V (corr. m. 2). 21. Δ ἐστίν ἴση F V. ἐστίν P.

νία ἴσην ἔχη, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἔξει τὰς γωνίας, ὅφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

- 5 Ἐστω δύο τρίγωνα τὰ $AB\Gamma$, ΔEZ μίαν γωνίαν τὴν ὑπὸ $BA\Gamma$ μιᾶ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $E\Delta Z$ ἴσην ἔχοντα, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὥς τὴν BA πρὸς τὴν $A\Gamma$, οὕτως τὴν $E\Delta$ πρὸς τὴν ΔZ . λέγω, ὅτι ἰσογώνιον ἔστι τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ ΔEZ 10 $τριγώνῳ$ καὶ ἴσην ἔξει τὴν ὑπὸ $AB\Gamma$ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΔEZ , τὴν δὲ ὑπὸ $A\Gamma B$ τῇ ὑπὸ $\Delta Z E$.

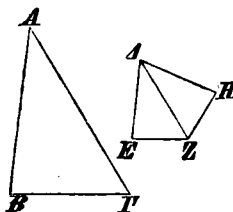
- Συνεστιάτω γὰρ πρὸς τῇ ΔZ εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς Δ , Z ὁποτέρῳ μὲν τῶν ὑπὸ $BA\Gamma$, $E\Delta Z$ ἴση ἡ ὑπὸ $Z\Delta H$, τῇ δὲ ὑπὸ $A\Gamma B$ ἴση ἡ ὑπὸ 15 $\Delta Z H$. λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ B γωνία λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ H ἴση ἔστί.

- Ἰσογώνιον ἄρα ἔστι τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ $\Delta H Z$ $τριγώνῳ$. ἀνάλογον ἄρα ἔστιν ὥς ἡ BA πρὸς τὴν $A\Gamma$, οὕτως ἡ $H\Delta$ πρὸς τὴν ΔZ . ὑπόκειται δὲ καὶ 20 ὥς ἡ BA πρὸς τὴν $A\Gamma$, οὕτως ἡ $E\Delta$ πρὸς τὴν ΔZ . καὶ ὥς ἄρα ἡ $E\Delta$ πρὸς τὴν ΔZ , οὕτως ἡ $H\Delta$ πρὸς τὴν ΔZ . ἴση ἄρα ἡ $E\Delta$ τῇ ΔH . καὶ κοινὴ ἡ ΔZ . δύο δὴ αἱ $E\Delta$, ΔZ δυσὲν ταῖς $H\Delta$, ΔZ ἴσαι εἰσίν. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $E\Delta Z$ γωνία τῇ ὑπὸ $H\Delta Z$ [ἐστίν] 25 ἴση· βάσις ἄρα ἡ EZ βάσει τῇ HZ ἐστίν ἴση, καὶ τὸ ΔEZ τρίγωνον τῷ $H\Delta Z$ $τριγώνῳ$ ἴσον ἐστίν, καὶ

7. ἴσας] m. 2 V. 8. τὴν $A\Gamma$] $A\Gamma B\Gamma$ p. πρὸς] supra m. rec. P. τήν] om. BΓp. ΔZ] eras. V; mutat. in $\Delta E\Gamma$; $Z\Delta$ Bp. 9. ἐστίν P, comp. p. 10. τῶν $AB\Gamma$ F. 11. τήν] τῇ V, corr. m. rec. $A\Gamma B$] e corr. m. 2 V. 12. πρὸς μὲν BΓVp. τὴν ΔZ εὐθείαν V, corr. m. 2. 13. αὐτῇ B.

habent et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia, aequianguli erunt trianguli et eos angulos aequales habebunt, sub quibus correspondentia latera subtendunt.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ unum angulum $B\Delta\Gamma$ uni angulo $E\Delta Z$ aequalem habentes et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia, ita ut sit $BA : A\Gamma = E\Delta : \Delta Z$. dico, triangulos $AB\Gamma$, ΔEZ aequiangulos esse et habituros esse $\angle AB\Gamma = \Delta EZ$, $\angle A\Gamma B = \Delta ZE$.



construatur enim ad rectam ΔZ et puncta eius Δ , Z utrique angulo $B\Delta\Gamma$, $E\Delta Z$ aequalis $\angle Z\Delta H$ et $\angle \Delta ZH = A\Gamma B$ [I, 23]. itaque qui relinquitur angulus ad B positus reliquo angulo ad H posito aequalis est [I, 32]. itaque trianguli $AB\Gamma$, ΔHZ aequianguli sunt. quare erit $BA : A\Gamma = H\Delta : \Delta Z$ [prop. IV]. supposuimus autem, esse etiam $BA : A\Gamma = E\Delta : \Delta Z$. quare [V, 11] $E\Delta : \Delta Z = H\Delta : \Delta Z$. itaque $E\Delta = \Delta H$ [V, 9]; et communis est ΔZ . itaque duae rectae $E\Delta$, ΔZ duabus $H\Delta$, ΔZ aequales sunt; et $\angle E\Delta Z = H\Delta Z$. quare $EZ = HZ$ et $\triangle \Delta EZ = \Delta HZ$, et reliqui anguli reliquis aequales erunt,

14. $E\Delta Z$ γωνία ἐση V. 15. τῷ τό V, corr. m. 2. γωνία] post ras. 1 litt. P; om. Theon (BFVp). 16. τῷ τό V, corr. m. 2.

17. ἐστίν Pφ, comp. p. ΔHZ] ΔEZ φ. 18. τήν] om. BFp. 19. $H\Delta$] litt. H m. 2 V; $E\Delta$ B, corr. m. 2. τήν] om. BFp. 20. τήν] bis om. BFp. $E\Delta$] ΔE F; $H\Delta$ B, corr. m. 2. 21. $E\Delta$] $B\Delta$ φ. τήν] om. BFp. ΔZ] $Z\Delta$ V, corr. m. 2. $H\Delta$] ex ΔH m. rec. P. 22. τήν] om. BFp. 23. εἰσὶ Vp. 24. γωνία ἄρα F. ἐστίν] om. P. 25. HZ] ZH P. 26. ἐστὶ BV, comp. p.

αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὅφ' ὥς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΔZH τῇ ὑπὸ ΔZE , ἡ δὲ ὑπὸ ΔHZ τῇ ὑπὸ ΔEZ . ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΔZH τῇ ὑπὸ $A\Gamma B$ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ $A\Gamma B$ ἄρα τῇ ὑπὸ ΔZE ἐστὶν ἴση. ὑπόκειται δὲ καὶ ἡ ὑπὸ $B A \Gamma$ τῇ ὑπὸ $E \Delta Z$ ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ B λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ E ἴση ἐστίν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ ΔEZ τριγώνῳ.

- 10 Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἔξει τὰς γωνίας, ὅφ' ὥς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

15

ζ'.

- Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ ἄλλας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἄμα ἤτοι ἐλάσσονα ἢ μὴ ἐλάσσονα ὁρθῆς, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἔξει τὰς γωνίας, περὶ ὧς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί.

- Ἐστω δύο τρίγωνα τὰ $AB\Gamma$, ΔEZ μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχοντα τὴν ὑπὸ $B A \Gamma$ τῇ ὑπὸ $E \Delta Z$, περὶ δὲ ἄλλας γωνίας τὰς ὑπὸ $AB\Gamma$, ΔEZ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὥς τὴν AB πρὸς τὴν $B\Gamma$, οὕτως τὴν ΔE πρὸς τὴν EZ , τῶν δὲ λοιπῶν τῶν

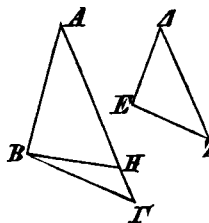
1. ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρα Theon (BFVp). 3. ὑπὸ ΔHZ] Peyrardus, ὑπὸ ΔEZ P; πρὸς τῷ H Theon (BFVp; τό pro τῷ V , corr. m. 2). 4. ὑπὸ ΔEZ] Peyrardus; ὑπὸ ΔHZ P; πρὸς τῷ E Theon (BFVp; τό pro τῷ V , corr. m. 2). ἀλλά P. $A\Gamma B$] $B\Gamma A$ P, Δ in ras. 6. καὶ ἡ — ἐστὶν ἴση]

sub quibus aequalia latera subtendunt [I, 4]. itaque $\angle AZH = \angle ZE$, $\angle AHZ = \angle EZ$. uerum $\angle AZH = \angle A\Gamma B$. quare etiam $\angle A\Gamma B = \angle ZE$. supposuimus autem, esse etiam $\angle BA\Gamma = \angle EZ$. itaque etiam qui relinquitur angulus ad B positus, reliquo angulo ad E posito aequalis est [I, 32]. itaque trianguli $AB\Gamma$, $\triangle EZ$ aequianguli sunt.

Ergo si duo trianguli unum angulum uni angulo aequalem habent et latera aequales angulos comprehenduntia proportionalia, aequianguli erunt trianguli et eos angulos aequales habebunt, sub quibus correspondentia latera subtendunt; quod erat demonstrandum.

VII.

Si duo trianguli unum angulum uni angulo aequalem habent et latera alios duos angulos comprehenduntia proportionalia et reliquos angulos singulos simul aut minores aut non minores recto, trianguli aequianguli erunt et eos angulos aequales habebunt, quos latera proportionalia comprehendunt.



Sint duo trianguli $AB\Gamma$, $\triangle EZ$ unum angulum uni angulo aequalem habentes, $\angle BA\Gamma = \angle EZ$, et latera alios duos angulos comprehenduntia proportionalia, $AB : B\Gamma = ZE : EZ$, et reliquos angulos, qui ad Γ , Z positi sunt, prius singulos simul recto

om. p. 7. $\tau\omega$] $\tau\acute{o}$ P. $\tau\omega$] e corr. P. 8. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$] $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P, comp. p. 19. $\acute{\epsilon}\lambda\acute{\alpha}\tau\tau\omicron\nu\alpha$ bis F. Prius $\acute{\epsilon}\lambda\acute{\alpha}\sigma\sigma\omicron\nu\alpha$ corr. ex $\acute{\epsilon}\lambda\alpha\sigma\sigma\omicron\nu$ m. 2 P. 23. $\mu\acute{\iota}\alpha\ \gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha$] punctis notat. F. 24. $E\angle Z$] corr. ex $\angle EZ$ m. rec. P. $AB\Gamma$] $BA\Gamma$ φ ; $AB\Delta$ p. 25. $\tau\acute{\eta}\nu\ B\Gamma$] $B\Gamma\ BFp$. 26. $\tau\acute{\eta}\nu\ EZ$] $EZ\ BFp$.

πρὸς τοῖς Γ, Z πρότερον ἑκατέραν ἅμα ἐλάσσονα ὀρθῆς· λέγω, ὅτι ἰσογώνιον ἐστὶ τὸ $AB\Gamma$ τριγώνον τῷ $\triangle EZ$ τριγώνῳ, καὶ ἴση ἐστὶ ἡ ὑπὸ $AB\Gamma$ γωνία τῇ ὑπὸ $\triangle EZ$, καὶ λοιπὴ δηλονότι ἡ πρὸς τῷ Γ λοιπῇ, 5 τῇ πρὸς τῷ Z ἴση.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστὶν ἡ ὑπὸ $AB\Gamma$ γωνία τῇ ὑπὸ $\triangle EZ$, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ $AB\Gamma$. καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ AB εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ B τῇ ὑπὸ $\triangle EZ$ γωνίᾳ ἴση ἡ 10 ὑπὸ ABH .

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν A γωνία τῇ $\triangle$, ἡ δὲ ὑπὸ ABH τῇ ὑπὸ $\triangle EZ$, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ AHB λοιπῇ τῇ ὑπὸ $\triangle ZE$ ἐστὶν ἴση. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ABH τριγώνον τῷ $\triangle EZ$ τριγώνῳ. ἐστὶν ἄρα ὡς 15 ἡ AB πρὸς τὴν BH , οὕτως ἡ $\triangle E$ πρὸς τὴν EZ . ὡς δὲ ἡ $\triangle E$ πρὸς τὴν EZ , [οὕτως] ὑπόκειται ἡ AB πρὸς τὴν $B\Gamma$ ἡ AB ἄρα πρὸς ἑκατέραν τῶν $B\Gamma, BH$ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴση ἄρα ἡ $B\Gamma$ τῇ BH . ὥστε καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ Γ γωνία τῇ ὑπὸ $BH\Gamma$ 20 ἐστὶν ἴση. ἐλάττων δὲ ὀρθῆς ὑπόκειται ἡ πρὸς τῷ Γ ἐλάττων ἄρα ἐστὶν ὀρθῆς καὶ ἡ ὑπὸ $BH\Gamma$. ὥστε ἡ ἐφεξῆς αὐτῇ γωνία ἡ ὑπὸ AHB μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. καὶ ἐδείχθη ἴση οὖσα τῇ πρὸς τῷ Z · καὶ ἡ πρὸς τῷ Z ἄρα μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. ὑπόκειται 25 δὲ ἐλάσσων ὀρθῆς· ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστὶν ἡ ὑπὸ $AB\Gamma$ γωνία τῇ ὑπὸ $\triangle EZ$ · ἴση

1. ἐλάττωνα F. 2. ἐστὶν P, comp. p. 3. ἐστὶν] ἐστίν F.
10. ABH] H e corr. p. 12. γωνία τῇ V. 13. λοιπῇ]
supra m. 1 F. ἐστὶ] comp. p; ἐστίν PF. 15. τήν] bis
om. BFr. 16. ὡς δέ] ὑπόκειται δὲ καὶ ὡς Br. τήν]
om. BFr. οὕτως ὑπόκειται] ὑπόκειται FV; οὕτως Br;
ὑπόκειται οὕτως P. 17. τήν] om. BFr. Post $B\Gamma$ add.

minores. dico, aequiangulos esse triangulos $AB\Gamma$, ΔEZ , et $\angle AB\Gamma = \angle EZ$, et, ut inde adparet, qui relinquitur angulus ad Γ positus, reliquo angulo ad Z posito aequalem esse.

nam si $\angle AB\Gamma$ angulo ΔEZ inaequalis est, alteruter eorum maior est. sit maior $\angle AB\Gamma$, et construatur ad rectam AB et punctum eius B $\angle ABH = \angle EZ$ [I, 23]. et quoniam $\angle A = \angle \Delta$ et $\angle ABH = \angle EZ$, erit $\angle AHB = \angle ZE$ [I, 32]. itaque trianguli ABH , ΔEZ aequianguli sunt. quare $AB : BH = \Delta E : EZ$ [prop. IV]. sed supposuimus, esse $\Delta E : EZ = AB : B\Gamma$. itaque AB ad utramque $B\Gamma$, BH eandem rationem habet [V, 11]. quare $B\Gamma = BH$ [V, 9]. itaque etiam angulus ad Γ positus angulo $BH\Gamma$ aequalis est [I, 5]. supposuimus autem, angulum ad Γ positum minorem esse recto; quare etiam $\angle BH\Gamma$ minor est recto. itaque angulus deinceps positus AHB maior est recto [I, 13]. et demonstratum est, eum angulo ad Z posito aequalem esse. quare etiam angulus ad Z positus maior est recto. supposuimus autem, eum recto minorem esse; quod absurdum est. itaque $\angle AB\Gamma$ angulo ΔEZ inaequalis non est; aequalis igitur. uerum etiam angulus ad A positus angulo ad Δ posito aequalis est. quare etiam qui relinquitur angulus ad Γ positus, reliquo angulo ad Z posito aequalis est [I, 32]. ergo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ aequianguli sunt.

Theon: καὶ ὅς ἄρα ἡ AB πρὸς τὴν $B\Gamma$, οὕτως ἡ AB πρὸς τὴν BH (V et bis omisso τὴν $B\Gamma$). 18. ἄρα ἐστὶν P.

19. πρὸς τῷ Γ] corr. ex ὑπὸ $BH\Gamma$ m. 2 V. $BH\Gamma$] corr. ex $B\Gamma H$ m. 2 V. 20. ἐλάσσων p. 21. καὶ] om. P.

22. αὐτῆς P. 23. τῷ] corr. ex τό m. 1 B. 25. ἐλάττω F. ἐστὶν] om. V. 26. ΔEZ] $E\Delta Z$ p.

ἄρα. ἔστι δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ A ἴση τῇ πρὸς τῷ Δ · καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Γ λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Z ἴση ἐστίν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ ΔEZ τριγώνῳ.

5 Ἀλλὰ δὴ πάλιν ὑποκείσθω ἑκατέρω τῶν πρὸς τοῖς Γ, Z μὴ ἐλάσσων ὀρθῆς· λέγω πάλιν, ὅτι καὶ οὕτως ἐστὶν ἰσογώνιον τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ ΔEZ τριγώνῳ.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δεῖ-
 ξομεν, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ $B\Gamma$ τῇ BH · ὥστε καὶ γωνία
 10 ἡ πρὸς τῷ Γ τῇ ὑπὸ $BH\Gamma$ ἴση ἐστίν. οὐκ ἐλάττων
 δὲ ὀρθῆς ἡ πρὸς τῷ Γ · οὐκ ἐλάττων ἄρα ὀρθῆς
 οὐδὲ ἡ ὑπὸ $BH\Gamma$. τριγώνου δὴ τοῦ $BH\Gamma$ αἱ δύο
 γωνίαι δύο ὀρθῶν οὐκ εἰσιν ἐλάττονες· ὅπερ ἐστὶν
 ἀδύνατον. οὐκ ἄρα πάλιν ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ $AB\Gamma$
 15 γωνία τῇ ὑπὸ ΔEZ · ἴση ἄρα. ἔστι δὲ καὶ ἡ πρὸς
 τῷ A τῇ πρὸς τῷ Δ ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Γ
 λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Z ἴση ἐστίν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ
 τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ ΔEZ τριγώνῳ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ
 20 ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ ἄλλας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον,
 τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἐλάττονα ἢ μὴ ἐλάττονα
 ὀρθῆς, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἔξει τὰς
 γωνίας, περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί· ὅπερ
 εἰδει δεῖξαι.

25

η'.

Ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρ-
 θῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ

1. ἐστίν B. Post A add. σημείω Bp, supra F, m. 2 V.
 3. ἐστὶ] ἐστίν P, comp. p. 6. ἐλάττων F. πάλιν ὅτι]
 m. 2 V. 7. ἰσογώνιον ἐστίν P. 8. ὁμοίως δὴ BVp. 10.
 ἐλάσσων p. 11. ἐλάσσων p. 12. οὐδέ] om. V. ἡ] m.

iam rursus supponamus, utrumque angulum ad Γ , Z positum recto minorem non esse. dico rursus, sic quoque triangulos $AB\Gamma$, ΔEZ aequiangulos esse.

nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus, esse $B\Gamma = BH$. quare etiam angulus ad Γ positus angulo $BH\Gamma$ aequalis est [I, 5].

angulus autem ad F positus recto minor non est. quare ne $\angle BHT$ quidem recto minor est. itaque trianguli $BH\Gamma$ duo anguli duobus rectis minores non sunt; quod fieri non potest [I, 17]. rursus igitur

$\angle AB\Gamma$ angulo ΔEZ inaequalis non est; aequalis igitur. verum etiam angulus ad A positus angulo ad Δ posito aequalis est. itaque qui relinquitur angulus ad Γ positus, reliquo angulo ad Z posito aequalis est [I, 32]. ergo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ aequianguli sunt.

Ergo si duo trianguli unum angulum uni angulo aequalem habent et latera alios duos angulos comprehendunt proportionalia et reliquos angulos singulos simul aut minores aut non minores recto, trianguli aequianguli erunt et eos angulos aequales habebunt, quos latera proportionalia comprehendunt; quod erat demonstrandum.

VIII.

Si in triangulo rectangulo ab angulo recto ad

-
- 2 P. $\delta\eta$] $\delta\epsilon$ V. 13. $\epsilon\lambda\acute{\alpha}\sigma\sigma\omicron\nu\epsilon\varsigma$ V. 15. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ PB;
 comp. p. 16. $\iota\sigma\eta$] insert. postea F. 17. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}$] $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ PF;
 comp. p. 20. $\epsilon\chi\eta$] corr. ex $\epsilon\chi\epsilon\iota$ m. 2 P. $\tau\acute{\alpha}\varsigma$] om. V.
 21. $\alpha\mu\alpha$ $\eta\tau\omicron\iota$ V. 26. $\alpha\pi\acute{o}$] $\epsilon\pi\acute{o}$ V; corr. m. 2.

πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὁμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

"Ἐστω τριγώνον ὀρθογώνιον τὸ $AB\Gamma$ ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπο $BA\Gamma$ γωνίαν, καὶ ἤχθῳ ἀπὸ τοῦ A ἐπὶ τὴν $B\Gamma$ κάθετος ἡ AD . λέγω, ὅτι ὁμοίων ἐστὶν ἐκάτερον τῶν $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ τριγώνων ὅλῳ τῷ $AB\Gamma$ καὶ ἔτι ἀλλήλοις.

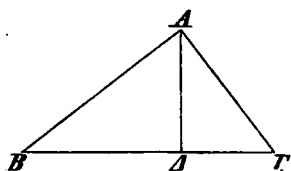
Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $BA\Gamma$ τῇ ὑπὸ $A\Delta B$. ὀρθὴ γὰρ ἐκατέρα· καὶ κοινὴ τῶν δύο τριγώνων τοῦ τε $AB\Gamma$ καὶ τοῦ $AB\Delta$ ἡ πρὸς τῷ B , λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ AGB λοιπὴ τῇ ὑπὸ $BA\Delta$ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ το $AB\Gamma$ τριγώνον τῷ $AB\Delta$ τριγώνῳ. ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ $B\Gamma$ ὑποτείνουσα τὴν ὀρθὴν τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου πρὸς τὴν BA ὑποτείνουσαν τὴν ὀρθὴν τοῦ $AB\Delta$ τριγώνου, οὕτως αὐτὴ ἡ AB ὑποτείνουσα τὴν πρὸς τῷ Γ γωνίαν τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου πρὸς τὴν $B\Delta$ ὑποτείνουσαν τὴν ἴσην τὴν ὑπὸ $BA\Delta$ τοῦ $AB\Delta$ τριγώνου, καὶ ἔτι ἡ $A\Gamma$ πρὸς τὴν $A\Delta$ ὑποτείνουσαν τὴν πρὸς τῷ B γωνίαν κοινήν τῶν δύο τριγώνων. τὸ $AB\Gamma$ ἄρα τριγώνον τῷ $AB\Delta$ τριγώνῳ ἰσογώνιον τέ ἐστι καὶ τὰς περὶ τὰς ἰσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει. ὁμοιον ἄρα [ἐστὶ] τὸ $AB\Gamma$ τριγώνον τῷ $AB\Delta$ τριγώνῳ. ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ τῷ $A\Delta\Gamma$ τριγώνῳ ὁμοίων ἐστὶ τὸ

1. ἐστὶν F. 4. γωνίαν] om. p. 5. $B\Gamma$] $A\Gamma$ V. $A\Delta$] ΔA P. ἐστὶ FV. 8. ὑπό] postea ins. F. $BA\Gamma$ γωνία FV. $A\Delta B$] $AB\Delta$ V, corr. m. 2. 12. τῷ] corr. ex τῶν m. 1 P. $AB\Delta$] B supra m. 1 F. 13. $B\Gamma$] ΓB B et seq. ras. 1 litt. F. τήν] post ras. 1 litt. V. 14. $AB\Gamma$] Γ in ras. m. 2 V. BA] in ras. m. 2 V. ὑποτείνουσας] corr. ex ὑποτείνουσα m. rec. P; in ras. m. 2 V. 15. ὑποτείνουσαι F, i eras. 17. $B\Delta$] $B\Delta$ τήν F. ὑποτείνουσας τὴν ἴσην τῇ πρὸς τῷ Γ in

basim perpendicularis ducitur, trianguli ad perpendicularem positi similes erunt et toti et inter se.

Sit triangulus rectangulus $AB\Gamma$ rectum habens angulum $B\Lambda\Gamma$, et ab A ad $B\Gamma$ perpendicularis ducatur $A\Delta$. dico, utrumque triangulum $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ et toti $AB\Gamma$ et inter se similes esse.

nam quoniam $\angle B\Lambda\Gamma = \angle \Delta B\Gamma$ (uterque enim rectus est), et duorum trian-



gulorum $AB\Gamma$, $AB\Delta$ communis est angulus ad B positus, erit $\angle \Lambda\Gamma B = \angle B\Lambda\Delta$ [I, 32]. itaque trianguli $AB\Gamma$, $AB\Delta$ aequianguli

sunt. erit igitur $B\Gamma : BA = AB : B\Delta = A\Gamma : A\Delta$ [prop. IV]; nam $B\Gamma$ sub recto angulo trianguli $AB\Gamma$ subtendit et BA sub recto angulo trianguli $AB\Delta$, et rursus AB in triangulo $AB\Gamma$ sub angulo ad Γ posito subtendit et $B\Delta$ in triangulo $AB\Delta$ sub angulo ei aequali $B\Lambda\Delta$, et $A\Gamma$, $A\Delta$ sub angulo ad B posito utriusque trianguli communi subtendunt. itaque trianguli $AB\Gamma$, $AB\Delta$ et aequianguli sunt et latera aequales angulos comprehenduntia proportionalia habent. itaque $\triangle AB\Gamma \sim AB\Delta$ [def. 1]. similiter demonstrabimus,

ras. m. 2 V. ἴσην αὐτῆς F. 18. $AB\Delta$] $AB\Gamma P$. ἦ] inter duas ras. F. Post $A\Gamma$ add. F: ὑποτείνουσα τὴν πρὸς τῷ B γωνίαν τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου, sed del. m. 1. 19. ὑποτείνουσαι (i in ras.) post ras. 1 litt. F, ὑποτείνουσα Bp. B] seq. ras. 1 litt. F. 20. αὐτῶν τῶν V. ἄρα] postea ins. F; m. 2 V. $AB\Delta$ ἄρα V. 21. ἐστὶν P, comp. p. 22. ἐστὶ] om. P. 24. ἐστὶν P; comp. p.

$AB\Gamma$ τριγώνον· ἐκάτερον ἄρα τῶν $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ [τριγώνων] ὁμοίον ἐστὶν ὅλῳ τῷ $AB\Gamma$.

Λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὁμοια τὰ $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ τριγωνα.

- 5 Ἐπεὶ γὰρ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ $B\Delta A$ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ $A\Delta\Gamma$ ἐστὶν ἴση, ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ὑπὸ $B\Delta A$ τῇ πρὸς τῷ Γ ἐδείχθη ἴση, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ B λοιπῇ τῇ ὑπὸ $\Delta A\Gamma$ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $AB\Delta$ τριγώνον τῷ $A\Delta\Gamma$ τριγώνῳ. ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ $B\Delta$
 10 τοῦ $AB\Delta$ τριγώνου ὑποτείνουσα τὴν ὑπὸ $B\Delta A$ πρὸς τὴν ΔA τοῦ $A\Delta\Gamma$ τριγώνου ὑποτείνουσαν τὴν πρὸς τῷ Γ ἴσην τῇ ὑπὸ $B\Delta A$, οὕτως αὐτῇ ἡ $A\Delta$ τοῦ $AB\Delta$ τριγώνου ὑποτείνουσα τὴν πρὸς τῷ B γωνίαν πρὸς τὴν $\Delta\Gamma$ ὑποτείνουσαν τὴν ὑπὸ $\Delta A\Gamma$ τοῦ
 15 $A\Delta\Gamma$ τριγώνου ἴσην τῇ πρὸς τῷ B , καὶ ἔτι ἡ BA πρὸς τὴν $A\Gamma$ ὑποτείνουσai τὰς ὀρθὰς· ὁμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ $AB\Delta$ τριγώνον τῷ $A\Delta\Gamma$ τριγώνῳ.

- Ἐὰν ἄρα ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ πρὸς τῇ
 20 καθέτῳ τριγωνα ὁμοιά ἐστὶ τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

Πόρισμα.

- Ἐκ δὲ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθε-
 25 τος ἀχθῇ, ἡ ἀχθεῖσα τῶν τῆς βάσεως τμημάτων μέση ἀνάλογόν ἐστὶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι [καὶ ἔτι τῆς

1. τριγώνον] om. B F p. 2. τριγώνων] om. P. ὁμοίον ἐστὶν ὅλῳ] om. V. $AB\Gamma$ τριγώνῳ ὅλῳ ὁμοίον ἐστὶν V.

5. $B\Delta A$] B e corr. m. 2 V. 7. λοιπῇ] corr. ex λοιπῆς m. 1 F. 8. ἐστὶ] ἐστίν PF. 11. τὴν ΔA] τῇ ΔA F; corr.

esse etiam $\triangle A\Delta\Gamma \sim AB\Gamma$. ergo uterque triangulus $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ triangulo toti $AB\Gamma$ similis est.

iam dico, triangulos $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ etiam inter se similes esse.

nam quoniam $\angle B\Delta A = A\Delta\Gamma$ (recti enim), et demonstratum est, $\angle B\Delta A$ angulo ad Γ posito aequalem esse, etiam qui relinquitur angulus ad B positus, angulo $A\Delta\Gamma$ aequalis erit [I, 32]. itaque trianguli $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ aequianguli sunt. est igitur $B\Delta : \Delta A = A\Delta : \Delta\Gamma = BA : A\Gamma$ [prop. IV]; nam $B\Delta$ in triangulo $AB\Delta$ sub $B\Delta A$ subtendit et ΔA in triangulo $A\Delta\Gamma$ sub angulo ad Γ posito subtendit angulo $B\Delta A$ aequali, et $A\Delta$ in triangulo $AB\Delta$ sub angulo ad B posito subtendit, $\Delta\Gamma$ autem in triangulo $A\Delta\Gamma$ sub $A\Delta\Gamma$ angulo ad B posito aequali, et praeterea BA , $A\Gamma$ sub rectis angulis subtendunt. itaque $\triangle AB\Delta \sim A\Delta\Gamma$ [def. 1].

Ergo si in triangulo rectangulo ab angulo recto ad basim perpendicularis ducitur, trianguli ad perpendicularem positi similes erunt et toti et inter se.

Corollarium.

Hinc manifestum est, si in triangulo rectangulo ab angulo recto ad basim perpendicularis ducatur,

m. rec. 14. ὑποτείνουσιν] -ν eras. F. 15. τῇ] corr. ex τῆς m. rec. P; seq. ras. 1 litt. V. 16. πρὸς τὴν $A\Gamma$] in ras. F. ὑποτείνουσα F. 20. ἐστὶν F. 23. ἐν] om. p. 25. τμημάτων] om. p. 26. ἐστὶ B, comp. p. 27. ὅπερ εἶδει δεῖξαι] om. BFP. καὶ ἐτι — p. 104, 2: ἐστὶν] postea ins. m. 1 F in ras; mg. m. 2 V.

βάσεως καὶ ἐνὸς ὁποιοῦν τῶν τμημάτων ἡ πρὸς τῷ τμήματι πλευρὰ μέση ἀνάλογόν ἐστιν].

θ'.

Τῆς δοθείσης εὐθείας τὸ προσταχθὲν μέρος
5 ἀφαιεῖν.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ AB . δεῖ δὴ τῆς AB
τὸ προσταχθὲν μέρος ἀφαιεῖν.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸ τρίτον. [καὶ] διήχθω τις ἀπὸ
τοῦ A εὐθεῖα ἡ AG γωνίαν περιέχουσα μετὰ τῆς
10 AB τυχοῦσαν· καὶ εἰλήφθω τυχὸν σημεῖον ἐπὶ τῆς
 AG τὸ Δ , καὶ κείσθωσαν τῇ AA ἴσαι αἱ ΔE , $E\Gamma$.
καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $B\Gamma$, καὶ διὰ τοῦ Δ παράλληλος
αὐτῇ ἤχθω ἡ ΔZ .

Ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ $AB\Gamma$ παρὰ μίαν τῶν
15 πλευρῶν τὴν $B\Gamma$ ἥκται ἡ ΔZ , ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν
ὡς ἡ $\Gamma\Delta$ πρὸς τὴν ΔA , οὕτως ἡ BZ πρὸς τὴν ZA .
διπλῇ δὲ ἡ $\Gamma\Delta$ τῆς ΔA · διπλῇ ἄρα καὶ ἡ BZ τῆς
 ZA · τριπλῇ ἄρα ἡ BA τῆς AZ .

Τῆς ἄρα δοθείσης εὐθείας τῆς AB τὸ ἐπιταχθὲν
20 τρίτον μέρος ἀφήρηται τὸ AZ · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ι'.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄτμητον τῇ δοθείσῃ
τετμημένην ὁμοίως τεμεῖν.

X. Simplicius in phys. fol. 114^v, 119.

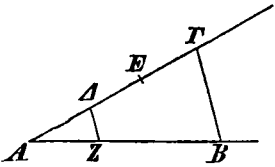
1. ὁποτερουουν F. 2. Post ἐστὶν seq. ὅπερ ἔδει δεῖξαι
BFp, V m. 2. 8. τρίτον] ante -τον ras. 2 litt. F. καὶ]
om. P. τις εὐθεῖα ἀπὸ τοῦ A ἡ V. 11. κείσθωσαν] mg.
m. rec. P. 14. Supra παρὰ in P scr. m. rec. παράλληλος.
15. τήν] τῇ p. $\Delta\Delta$] mutat. in ΔZ m. 2 V; ΔZ Bp. 16.
τὴν ΔA] τῇ ΔA B, ΔA Fp. τήν] om. BFp. 17. τῆς]
τῇ p. καὶ ἡ BZ τῆς ZA · τριπλῇ ἄρα] mg. m. 1 P. 18.
 BA] A in ras. P. 19. τῆς] τῇ p. τῆς] corr. ex τῇ m. 1 p.

ductam rectam mediam inter partes basis proportionalem fore. — quod erat demonstrandum.¹⁾

IX.

A data recta linea partem quamvis datam abscindere. Sit data recta AB . oportet igitur ab AB quamvis datam partem abscindere.

sit data pars tertia, et ducatur a puncto A recta



AG cum AB quemlibet angulum comprehendens, et sumatur in AG quodvis punctum Δ , et ponatur $\Delta E = A\Delta = EG$, et ducatur $B\Gamma$, et per Δ rectae $B\Gamma$ parallela ducatur ΔZ [I, 31].

iam quoniam in triangulo $AB\Gamma$ uni laterum $B\Gamma$ parallela ducta est $Z\Delta$, erit [prop. II]

$\Gamma\Delta : \Delta A = BZ : ZA$. sed $\Gamma\Delta = 2 \Delta A$. quare etiam $BZ = 2 ZA$. itaque $BA = 3 AZ$.

Ergo a data recta AB tertia pars AZ abscisa est, ut iussi eramus; quod oportebat fieri.

X.

Datam rectam lineam non sectam datae sectae congruenter secare.

1) Nam demonstrauius p. 102, 9 sq. $B\Delta : \Delta A = A\Delta : \Delta\Gamma$. reliqua pars corollarii p. 102, 26 sq. sine dubio interpolata est; nam et post sollemnem illum finem demonstrationum corollariorumque $\delta\pi\epsilon\varrho \ \xi\delta\epsilon\iota \ \delta\epsilon\iota\chi\tau\alpha\iota$ p. 102, 26 additur et a bonis codd. Theoninis aberat nec usquam usui est. habet tamen Campanus et P, quamquam sine clausula illa. itaque et in nonnullis codd. ante Theonem et in quibusdam Theoninis simul sponte interpolata est.

20. $\tau\epsilon\lambda\epsilon\iota\sigma\tau\epsilon\varsigma$] in ras. F. 22. $\delta\omicron\theta\epsilon\iota\sigma\eta$] P, Simplicius, Campanus; $\delta\omicron\theta\epsilon\iota\sigma\eta \ \epsilon\upsilon\theta\epsilon\iota\lambda\alpha$ Theon (BFVp).

Ἐστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεία ἄτμητος ἡ AB , ἡ δὲ τετμημένη ἡ AG κατὰ τὰ Δ , E σημεῖα, καὶ κείσθωσαν ὥστε γωνίαν τυχοῦσαν περιέχειν, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ GB , καὶ διὰ τῶν Δ , E τῇ $BΓ$ παράλ-
 5 ληλοι ἤχθωσαν αἱ ΔZ , EH , διὰ δὲ τοῦ Δ τῇ AB παράλληλος ἤχθω ἡ $\Delta\Theta K$.

Παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἐκάτερον τῶν $Z\Theta$, ΘB . Ἰση ἄρα ἡ μὲν $\Delta\Theta$ τῇ ZH , ἡ δὲ ΘK τῇ HB . καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ $\Delta KΓ$ παρὰ μίαν τῶν πλευ-
 10 ρῶν τὴν $KΓ$ εὐθεία ἤκται ἡ ΘE , ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ $ΓE$ πρὸς τὴν $E\Delta$, οὕτως ἡ $K\Theta$ πρὸς τὴν $\Theta\Delta$. Ἰση δὲ ἡ μὲν $K\Theta$ τῇ BH , ἡ δὲ $\Theta\Delta$ τῇ HZ . ἔστιν ἄρα ὡς ἡ $ΓE$ πρὸς τὴν $E\Delta$, οὕτως ἡ BH πρὸς τὴν HZ . πάλιν, ἐπεὶ τριγώνου τοῦ AHE
 15 παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν HE ἤκται ἡ $Z\Delta$, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ $E\Delta$ πρὸς τὴν ΔA , οὕτως ἡ HZ πρὸς τὴν ZA . ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ $ΓE$ πρὸς τὴν $E\Delta$, οὕτως ἡ BH πρὸς τὴν HZ . ἔστιν ἄρα ὡς μὲν ἡ $ΓE$ πρὸς τὴν $E\Delta$, οὕτως ἡ BH πρὸς τὴν
 20 HZ , ὡς δὲ ἡ $E\Delta$ πρὸς τὴν ΔA , οὕτως ἡ HZ πρὸς τὴν ZA .

Ἡ ἄρα δοθεῖσα εὐθεία ἄτμητος ἡ AB τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τετμημένη τῇ AG ὁμοίως τέτμηται ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

25

ια'.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

2. Post AG add. V: δεῖ δὴ τὴν AB ἄτμητον τῇ AG τετμημένην ὁμοίως τεμεῖν. ἔστω τετμημένη ἡ AG . 4. $ΓB$] $BΓ$ Br, V e corr. m. 2. 5. δέ] om. p. 8. HB] MB F, corr.

Sit data recta linea non secta AB , recta autem AG secta in punctis Δ , E , et ponantur ita, ut quemlibet angulum comprehendant, et ducatur ΓB , et per Δ , E rectae $B\Gamma$ parallelae ducantur ΔZ , EH , et per Δ rectae AB parallela ducatur $\Delta\Theta K$ [I, 31]. itaque utrumque $Z\Theta$, ΘB parallelogrammum est. quare
 $\Delta\Theta = ZH$ et $\Theta K = HB$

[I, 34]. et quoniam in triangulo $\Delta K\Gamma$ uni lateri $K\Gamma$ parallela ducta est recta ΘE , erit $\Gamma E : E\Delta = K\Theta : \Theta\Delta$ [prop. II]. sed $K\Theta = BH$, $\Theta\Delta = HZ$. itaque $\Gamma E : E\Delta = BH : HZ$. rursus quoniam in triangulo AHE uni lateri HE parallela ducta est $Z\Delta$, erit $E\Delta : \Delta A = HZ : ZA$ [prop. II]. et demonstratum est, esse etiam $\Gamma E : E\Delta = BH : HZ$. itaque

$$\Gamma E : E\Delta = BH : HZ \text{ et } E\Delta : \Delta A = HZ : ZA.$$

Ergo data recta linea non secta AB datae rectae lineae sectae AG congruenter secta est; quod oportebat fieri.

XI.

Datis duabus rectis tertiam proportionalem inuenire.

- m. 2. 9. καί] postea ins. F. 11. τὴν $E\Delta$] $E\Delta$ Bp et in ras. F. $K\Theta$] corr. m. 2 ex ΘK V. 12. τὴν] om. Bfp.
 13. πρὸς τὴν] πρὸς Bfp, et sic deinde per totam prop.
 15. HE] corr. ex EH m. 2 V. 17. ἡ] postea ins. F. 18. οὕτως] m. 2 V. ἔστιν ἄρα ὥς — 20: τὴν HZ] postea insert. in ras. m. 1 F; mg. m. 2 V. 19. τὴν HZ] HZ etiam V.
 20. $E\Delta$] corr. ex ΔE m. rec. P. πρὸς ΔA οὕτως bis F. ἡ] ins. m. rec. P. 24. ποιῆσαι] in ras. m. 1 P.

"Εστωσαν αὖ δοθεῖσαι [δύο εὐθεῖαι] αἱ BA , AG καὶ κείσθωσαν γωνίαν περιέχουσai τυχοῦσαν. δεῖ δὲ τῶν BA , AG τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν. ἐκβεβλήσθωσαν γὰρ ἐπὶ τὰ Δ , E σημεία, καὶ κείσθω τῇ AG ἴση ἡ $B\Delta$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $B\Gamma$, καὶ διὰ τοῦ Δ παράλληλος αὐτῇ ἡχθῶ ἡ ΔE .

Ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ $\Delta\Delta E$ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΔE ἥκται ἡ $B\Gamma$, ἀνάλογόν ἐστιν ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $B\Delta$, οὕτως ἡ AG πρὸς τὴν GE . ἴση δὲ ἡ $B\Delta$ τῇ AG . ἔστιν ἄρα ὡς ἡ AB πρὸς τὴν AG , οὕτως ἡ AG πρὸς τὴν GE .

Δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν AB , AG τρίτην ἀνάλογον αὐταῖς προσεύρηται ἡ GE . ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιβ'.

15 Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

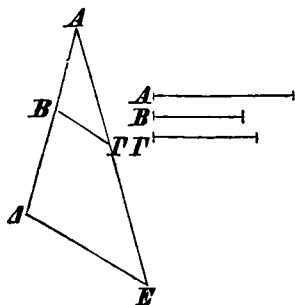
"Εστωσαν αὖ δοθεῖσαι τρεῖς εὐθεῖαι αἱ A , B , Γ . δεῖ δὲ τῶν A , B , Γ τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

20 Ἐκκείσθωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ ΔE , ΔZ γωνίαν περιέχουσai [τυχοῦσαν] τὴν ὑπὸ $E\Delta Z$. καὶ κείσθω τῇ μὲν A ἴση ἡ ΔH , τῇ δὲ B ἴση ἡ HE , καὶ ἔτι τῇ Γ ἴση ἡ $\Delta\Theta$. καὶ ἐπιζευχθείσης τῆς $H\Theta$ παράλληλος αὐτῇ ἡχθῶ διὰ τοῦ E ἡ EZ .

25 Ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ ΔEZ παρὰ μίαν τὴν

1. δύο εὐθεῖαι] om. P, εὐθεῖαι supra scr. m. rec. 3. BA] e corr. V. εὐρεῖν P. 4. γὰρ αἱ AB , AG Theon (BVp; γὰρ αἱ BA , AG F). 5. $B\Gamma$] ΓB p. 8. ΔE] ΔE φ. 9. τήν] bis om. BFp. $B\Delta$] BA F. AG] A in ras. m. 1 B. 11. τήν] om. Bp. τήν] om. Bp. GE] Γ in ras. V. 13. αὐτῆς P, corr. m. 2. 20. ἐκκείσθω τῶν φ (non F). 21.

Sint datae rectae BA , AG et ponantur ita, ut quemlibet angulum comprehendant. oportet igitur rectarum BA , AG tertiam proportionalem inuenire.



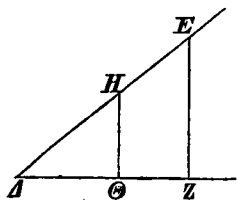
producantur enim ad puncta Δ , E , et ponatur $AG = B\Delta$, et ducatur $B\Gamma$, et per Δ ei parallela ducatur ΔE [I, 31]. iam quoniam in triangulo $A\Delta E$ uni lateri ΔE parallela ducta est $B\Gamma$, erit $AB : B\Delta = AG : GE$ [prop. II]. sed $B\Delta = AG$. itaque $AB : AG = AG : GE$.

Ergo datis duabus rectis AB , AG tertia earum proportionalis inuenta est GE ; quod oportebat fieri.

XII.

Datis tribus rectis lineis quartam proportionalem inuenire.

Sint datae rectae A , B , Γ . oportet igitur rectarum A , B , Γ quartam proportionalem inuenire.



ponantur duae rectae ΔE , ΔZ ita, ut quemlibet angulum comprehendant $E\Delta Z$, et ponatur $\Delta H = A$, $HE = B$, $\Delta\Theta = \Gamma$. et ducta recta $H\Theta$ ei parallela per E ducatur EZ [I, 31].

iam quoniam in triangulo ΔEZ uni lateri EZ

EZ ἥκται ἡ $H\Theta$, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔH πρὸς τὴν HE , οὕτως ἡ $\Delta\Theta$ πρὸς τὴν ΘZ . ἴση δὲ ἡ μὲν ΔH τῇ A , ἡ δὲ HE τῇ B , ἡ δὲ $\Delta\Theta$ τῇ Γ · ἔστιν ἄρα ὡς ἡ A πρὸς τὴν B , οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν ΘZ .

- 5 Γ τριῶν ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν A, B, Γ τετάρτη ἀνάλογον προσεύρηται ἡ ΘZ · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιγ'.

Δ ύο δοθεισῶν εὐθειῶν μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν.

- 10 Ἐστῶσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ $AB, B\Gamma$ · δεῖ δὴ τῶν $AB, B\Gamma$ μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Κεῖσθῶσαν ἐπ' εὐθείας, καὶ γεγράφθω ἐπὶ τῆς $ΑΓ$ ἡμικύκλιον τὸ $A\Delta\Gamma$, καὶ ἤχθῳ ἀπὸ τοῦ B σημείου τῇ $ΑΓ$ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἡ $B\Delta$, καὶ ἐπε-
15 ξεύχθῶσαν αἱ $A\Delta, \Delta\Gamma$.

Ἐπεὶ ἐν ἡμικυκλίῳ γωνία ἐστὶν ἡ ὑπὸ $A\Delta\Gamma$, ὀρθή ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ τῷ $A\Delta\Gamma$ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἥκται ἡ ΔB , ἡ ΔB ἄρα τῶν τῆς βάσεως τμημάτων
20 τῶν $AB, B\Gamma$ μέση ἀνάλογόν ἐστίν.

Δ ύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν $AB, B\Gamma$ μέση ἀνάλογον προσεύρηται ἡ ΔB · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιδ'.

Τῶν ἴσων τε καὶ ἰσογωνίων παραλληλο-

XIII. Philoponus in Aristot. de anima g II. XIV. Philopon. in anal. post. fol. 117v.

1. EZ] corr. ex $H\Theta$ m. rec. P; $H\Theta$ Bp. $H\Theta$] corr. ex ZE m. rec. P; EZ Bp; $\Theta H V$ m. 2. ἡ] om. V. ΔH] in ras. B. τήν] om. Bfp. 2. τήν] om. Bfp. ΘZ] e corr. V; $Z\Theta$ P. 4. ΘZ] Z in ras. F; $Z\Theta$ P. 14. εὐ-

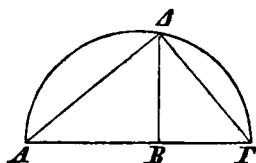
parallela ducta est $H\Theta$, erit $\angle H : HE = \angle \Theta : \Theta Z$.
sed $\angle H = A$, $HE = B$, $\angle \Theta = \Gamma$. itaque $A : B = \Gamma : \Theta Z$.

Ergo datis tribus rectis lineis A, B, Γ quarta proportionalis inuenta est ΘZ ; quod oportebat fieri.

XIII.

Datis duabus rectis lineis mediam proportionalem inuenire.

Sint duae rectae datae $AB, B\Gamma$. oportet igitur rectarum $AB, B\Gamma$ mediam proportionalem inuenire.



ponantur in eadem recta, et in $A\Gamma$ describatur semicirculus $A\Delta\Gamma$, et a B puncto ducatur ad rectam $A\Gamma$ perpendicularis $B\Delta$, et ducantur $A\Delta, \Delta\Gamma$.

iam quoniam in semicirculo est $\angle A\Delta\Gamma$, rectus est [III, 31]. et quoniam in triangulo rectangulo $A\Delta\Gamma$ a recto angulo ad basim perpendicularis ducta est ΔB , ΔB partium basis $AB, B\Gamma$ media proportionalis est [prop. VIII coroll.].

Ergo datis duabus rectis lineis $AB, B\Gamma$ media proportionalis inuenta est ΔB ; quod oportebat fieri.

XIV.

In parallelogrammis aequalibus et aequiangulis

$\theta\epsilon\lambda\alpha$] om. Bp. 16. καὶ ἐπεὶ V. 19. $\angle B$] $B\Delta F$; V, corr. m. 2. $\angle B$] $B\Delta V$, corr. m. 2. 21. μέσην P, sed corr.

22. προσήνεται F. 24. τε] om. p. καὶ] m. 2 F. ἰσογώνων] P, Philoponus; μίαν μὲν ἴσην ἔχοντων γωνίαν Theon (Bvp; in F om. μίαν et supra scr. μία seq. ras. 1 litt.), P supra m. rec.

γράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

- 5 Ἐστω ἴσα τε καὶ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα τὰ $AB, BΓ$ ἴσας ἔχοντα τὰς πρὸς τῷ B γωνίας, καὶ κείσθωσαν ἐπ' εὐθείας αἱ $ΔB, BE$ · ἐπ' εὐθείας ἄρα εἰσὶ καὶ αἱ ZB, BH . λέγω, ὅτι τῶν $AB, BΓ$ ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας,
10 τουτέστιν, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ $ΔB$ πρὸς τὴν BE , οὕτως ἡ HB πρὸς τὴν BZ .

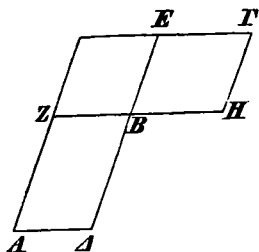
Συμπεπληρώσθω γὰρ τὸ ZE παραλληλόγραμμον. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ AB παραλληλόγραμμον τῷ $BΓ$ παραλληλογράμμῳ, ἄλλο δέ τι τὸ ZE , ἐστὶν
15 ἄρα ὡς τὸ AB πρὸς τὸ ZE , οὕτως τὸ $BΓ$ πρὸς τὸ ZE . ἀλλ' ὡς μὲν τὸ AB πρὸς τὸ ZE , οὕτως ἡ $ΔB$ πρὸς τὴν BE , ὡς δὲ τὸ $BΓ$ πρὸς τὸ ZE , οὕτως ἡ HB πρὸς τὴν BZ · καὶ ὡς ἄρα ἡ $ΔB$ πρὸς τὴν BE , οὕτως ἡ HB πρὸς τὴν BZ . τῶν ἄρα $AB, BΓ$ παρα-
20 αλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας.

Ἀλλὰ δὴ ἐστω ὡς ἡ $ΔB$ πρὸς τὴν BE , οὕτως ἡ HB πρὸς τὴν BZ · λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ AB παραλληλόγραμμον τῷ $BΓ$ παραλληλογράμμῳ.

- 25 Ἐπεὶ γάρ ἐστὶν ὡς ἡ $ΔB$ πρὸς τὴν BE , οὕτως ἡ HB πρὸς τὴν BZ , ἀλλ' ὡς μὲν ἡ $ΔB$ πρὸς τὴν

2. ἰσογωνίων] om. Theon (BFVp); del. m. rec. P. Post παραλληλογράμμων add. Theon: μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχόντων (BFp; μίαν μιᾷ ἴσην ἔχόντων γωνίαν V). 5. τε καὶ ἰσογώνια] om. Theon (BFVp); del. m. rec. P. 7. κείσθω V. 8. εἰσὶν PBr. 10. ἐστὶν] om. p. τὴν] om.

latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportionem sunt; et parallelogramma aequiangula, quorum latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportionem sint, aequalia sunt.



Sint aequalia et aequiangula parallelogramma $AB, B\Gamma$ aequales habentia angulos ad B positos, et ponantur in eadem recta AB, BE . itaque etiam ZB, BH in eadem recta sunt. dico, in $AB, B\Gamma$ latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportionem esse, h. e.

esse $AB : BE = HB : BZ$.

expleatur enim ZE parallelogrammum. iam quoniam $AB = B\Gamma$, et alia quaedam magnitudo est ZE , erit $AB : ZE = B\Gamma : ZE$ [V, 7]. sed $AB : ZE = AB : BE$ [prop. I], et $B\Gamma : ZE = HB : BZ$ [id.]. quare etiam $AB : BE = HB : BZ$. itaque in parallelogrammis $AB, B\Gamma$ latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportionem sunt.

iam uero sit $AB : BE = HB : BZ$. dico, esse $AB = B\Gamma$.

nam quoniam est $AB : BE = HB : BZ$, et $AB : BE$

BFp. BE] corr. ex BΘ m. rec. P. 11. τήν] om. BFp.
 BZ] ZB P. 12. ZE] EZ p. 17. τήν] om. BF; τό p.
 τὸ ZΕ] ZE BF; Z in ras. m. 2 V. 18. πρὸς τήν] πρὸς
 BFp, et sic deinde per totam prop. ὡς ἀρα] ὥσπερ V.
 AB] BΔ p. 19. ἀρα] supra m. 1, sed post BΓ P. 22.
 ἀλλὰ δὴ] in ras. m. 1 p. Post δὴ add. Theon: ἀντιπεπο-
 θέτωσαν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ (BF Vp).
 23. BZ] ZB P. ἐστὶν P. 25. τήν] corr. ex τῇ m. 2 V.
 26. ὡς] e corr. F. ἡ] om. F.

BE , οὕτως τὸ AB παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ZE παραλληλόγραμμον, ὥς δὲ ἡ HB πρὸς τὴν BZ , οὕτως τὸ BF παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ZE παραλληλόγραμμον, καὶ ὥς ἄρα τὸ AB πρὸς τὸ ZE , οὕτως τὸ BF πρὸς τὸ ZE . ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ AB παραλληλόγραμμον τῷ BF παραλληλογράμῳ.

Τῶν ἄρα ἴσων τε καὶ ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε'.

Τῶν ἴσων καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ $ABΓ$, $ΑΔΕ$ μίαν μιᾷ ἴσην ἔχοντα γωνίαν τὴν ὑπὸ $ΒΑΓ$ τῇ ὑπὸ $ΔΑΕ$. λέγῳ, ὅτι τῶν $ABΓ$, $ΑΔΕ$ τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, τοιούτεστιν, ὅτι ἐστὶν ὥς ἡ $ΓΑ$ πρὸς τὴν $ΑΔ$, οὕτως ἡ $ΕΑ$ πρὸς τὴν $ΑΒ$.

Κεῖσθω γὰρ ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν $ΓΑ$ τῇ $ΑΔ$. ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ $ΕΑ$ τῇ $ΑΒ$. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $ΒΔ$.

1. πρὸς τό — 2: ὥς δέ] insert. in ras. F. 2. παραλληλόγραμμον] om. V. 3. ZE παραλληλόγραμμον] P; ZE Theon (BFVp). 5. ἐστὶν P, comp. p. 7. ἴσων ἄρα p. τε] om. Bp. ἰσογωνίων] PBFp; in P supra scr. m. rec. ἴσην γωνίαν μίαν μιᾷ ἐχόντων; μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν V, sed

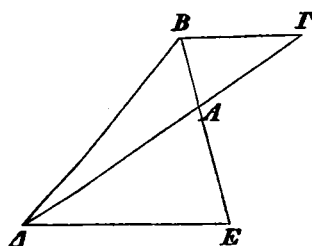
Ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ $ABΓ$ τρίγωνον τῷ $AΔE$
 τριγώνῳ, ἄλλο δέ τι τὸ $BAΔ$, ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ
 $ΓAB$ τρίγωνον πρὸς τὸ $BAΔ$ τρίγωνον, οὕτως τὸ
 $EAΔ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $BAΔ$ τρίγωνον. ἀλλ' ὡς
 5 μὲν τὸ $ΓAB$ πρὸς τὸ $BAΔ$, οὕτως ἡ $ΓA$ πρὸς τὴν
 $AΔ$, ὡς δὲ τὸ $EAΔ$ πρὸς τὸ $BAΔ$, οὕτως ἡ EA
 πρὸς τὴν AB . καὶ ὡς ἄρα ἡ $ΓA$ πρὸς τὴν $AΔ$,
 οὕτως ἡ EA πρὸς τὴν AB . τῶν $ABΓ$, $AΔE$ ἄρα
 τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς
 10 ἴσας γωνίας.

Ἀλλὰ δὴ ἀντιπεπονθέτωσαν αἱ πλευραὶ τῶν $ABΓ$,
 $AΔE$ τριγώνων, καὶ ἔστω ὡς ἡ $ΓA$ πρὸς τὴν $AΔ$,
 οὕτως ἡ EA πρὸς τὴν AB . λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ
 τὸ $ABΓ$ τρίγωνον τῷ $AΔE$ τριγώνῳ.

15 Ἐπιξευχθείσης γὰρ πάλιν τῆς $BΔ$, ἐπεὶ ἐστὶν ὡς
 ἡ $ΓA$ πρὸς τὴν $AΔ$, οὕτως ἡ EA πρὸς τὴν AB ,
 ἀλλ' ὡς μὲν ἡ $ΓA$ πρὸς τὴν $AΔ$, οὕτως τὸ $ABΓ$
 τρίγωνον πρὸς τὸ $BAΔ$ τρίγωνον, ὡς δὲ ἡ EA πρὸς
 τὴν AB , οὕτως τὸ $EAΔ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $BAΔ$
 20 τρίγωνον, ὡς ἄρα τὸ $ABΓ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $BAΔ$
 τρίγωνον, οὕτως τὸ $EAΔ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $BAΔ$
 τρίγωνον. ἐκάτερον ἄρα τῶν $ABΓ$, $EAΔ$ πρὸς τὸ
 $BAΔ$ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ $ABΓ$
 [τρίγωνον] τῷ $EAΔ$ τριγώνῳ.

25 Τῶν ἄρα ἴσων καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν
 τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς
 ἴσας γωνίας· καὶ ὅν μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν

2. $\tau\iota$] om. BFVp. $BAΔ$] in ras. m. 2 V. 3. $ΓAB$]
 "' $Γ$ " $A'B$ F; $BAΓ$ Bp, V m. 2. οὕτως] οὕτω P, οὕτως ἄρα F.
 4. $EAΔ$] BFp, V m. 2; $AΔE$ V m. 1; $ΔAE$ P. $BAΔ$] litt.
 BA in ras. m. 2 V. $\tauρίγωνον$] comp. V. 7. $\tauήν$] (prius)



alia quaedam magnitudo est $BA\Delta$, erit $\triangle \Gamma AB : BA\Delta = EA\Delta : BA\Delta$ [V, 7]. sed [prop. I] $\Gamma AB : BA\Delta = \Gamma A : A\Delta$ et $EA\Delta : BA\Delta = EA : AB$. quare etiam $\Gamma A : A\Delta = EA : AB$. itaque triangulorum $AB\Gamma$, $A\Delta E$ latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportionem sunt.

iam uero latera triangulorum $AB\Gamma$, $A\Delta E$ in contraria proportionem sint, et sit $\Gamma A : A\Delta = EA : AB$. dico, esse $\triangle AB\Gamma = \triangle A\Delta E$.

ducta enim rursus $BA\Delta$, quoniam est $\Gamma A : A\Delta = EA : AB$, et $\Gamma A : A\Delta = \triangle AB\Gamma : \triangle BA\Delta$, et $EA : AB = \triangle EA\Delta : \triangle BA\Delta$ [prop. I], erit $\triangle AB\Gamma : \triangle BA\Delta = \triangle EA\Delta : \triangle BA\Delta$. itaque uterque triangulus $AB\Gamma$, $EA\Delta$ ad $BA\Delta$ eandem rationem habet. quare $\triangle AB\Gamma = \triangle EA\Delta$ [V, 9].

Ergo in triangulis aequalibus, et qui unum angulum uni aequalem habeant, latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportionem sunt; et trianguli unum angulum uni aequalem habentes, et in quibus latera aequales angulos comprehendunt

corr. ex τόν m. 1 F. 8. ἄρα τριγώνων] τριγώνων ἄρα V; ἄρα γωνιῶν p. 12. τριγώνων] γωνιῶν p. ὥς] postea insert. m. 1 P; om. F. πρὸς τὴν] πρὸς BΓp, et sic deinde per totam prop. 16. ΓΑ] ΑΓ p. 19. τὴν] om. etiam V. 20. ΑΒΓ] ΒΑΓ P. Post τρίγωνον add. F: οὕτως τὸ ΕΑΔ τρίγωνον, sed del. m. 1. 21. τρίγωνον] om. V. οὕτως] om. F. τὸ ΕΑΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον] om. BΓp. 22. ἄρα] om. Bp. 23. ἐστίν P, comp. p. 24. τρίγωνον] om. P. 26. πλευραὶ αἱ] om. F. 27. γωνίας πλευραὶ F.

τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἐκεῖνα ἴσα ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

15 ις'.

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾧσιν, τὸ
 5 ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον
 ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθο-
 γωνίῳ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον
 ὀρθογώνιον ἴσον ἢ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιε-
 χομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνά-
 10 λογον ἔσονται.

Ἔστωσαν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον αἱ $AB, \Gamma\Delta, E, Z$, ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ E πρὸς τὴν Z · λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν AB, Z περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν $\Gamma\Delta, E$ περιεχο-
 15 μένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἦχθωσαν [γὰρ] ἀπὸ τῶν A, Γ σημείων ταῖς $AB, \Gamma\Delta$ εὐθεῖαις πρὸς ὀρθὰς αἱ $AH, \Gamma\Theta$, καὶ κείσθω τῇ μὲν Z ἴση ἡ AH , τῇ δὲ E ἴση ἡ $\Gamma\Theta$. καὶ συμπεπληρώσθω τὰ $BH, \Delta\Theta$ παραλληλόγραμμα.

20 Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ E πρὸς τὴν Z , ἴση δὲ ἡ μὲν E τῇ $\Gamma\Theta$, ἡ δὲ Z τῇ AH , ἔστιν ἄρα ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ $\Gamma\Theta$ πρὸς τὴν AH . τῶν $BH, \Delta\Theta$ ἄρα παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς
 25 ἴσας γωνίας. ὧν δὲ ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας,

2. ἐστίν] εἰσίν V.

4. ᾧσι P Bp.

7. καὶ εἰ V.

11. αἱ τέσσαρες P.

ἀνάλογον] om. V.

12. Z ἀνάλογον V.

τῇ] om. Bp.

13. AB] B in ras. m. 2 V.

Z] eras. F.

14. ἐστίν P, comp. p.

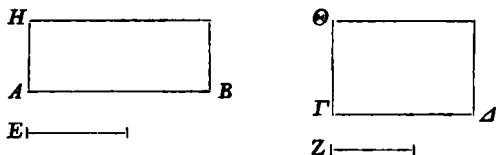
E] postea add. m. 1 p; eras. F.

in contraria proportione sint, aequales sunt; quod erat demonstrandum.

XVI.

Si quattuor rectae proportionales sunt, rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est rectangulo mediis comprehenso; et si rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est rectangulo mediis comprehenso, quattuor rectae proportionales sunt.

Sint quattuor rectae proportionales $AB, \Gamma\Delta, E, Z$, ita ut sit $AB : \Gamma\Delta = E : Z$. dico, esse $AB \times Z = \Gamma\Delta \times E$.



ducantur a punctis A, Γ ad rectas $AB, \Gamma\Delta$ perpendiculares $AH, \Gamma\Theta$, et ponatur $AH = Z$ et $\Gamma\Theta = E$. et expleantur parallelogramma $BH, \Delta\Theta$.

et quoniam est $AB : \Gamma\Delta = E : Z$, et $E = \Gamma\Theta$, $Z = AH$, erit $AB : \Gamma\Delta = \Gamma\Theta : AH$. itaque in parallelogrammis $BH, \Delta\Theta$ latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportione sunt. parallelogramma autem aequiangula, quorum latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportione

16. γάρ] om. P. 18. συμπεληρώσθωσαν BFVp. 22. AH]
 corr. ex $A\Delta$ m. rec. P. 23. AH] post ras. 1 litt., H e
 corr. V; corr. ex $A\Theta$ m. rec. P. ἀρα] m. 2 V. 24. αἱ
 περί] περί P.

ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ BH παραλληλό-
 γραμμον τῷ $\Delta\Theta$ παραλληλογράμῳ. καὶ ἐστὶ τὸ
 μὲν BH τὸ ὑπὸ τῶν AB, Z · ἴση γὰρ ἡ AH τῇ Z ·
 τὸ δὲ $\Delta\Theta$ τὸ ὑπὸ τῶν $\Gamma\Delta, E$ · ἴση γὰρ ἡ E τῇ $\Gamma\Theta$.
 5 τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν AB, Z περιεχόμενον ὀρθογώνιον
 ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν $\Gamma\Delta, E$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἀλλὰ δὴ τὸ ὑπὸ τῶν AB, Z περιεχόμενον ὀρθο-
 γώνιον ἴσον ἔστω τῷ ὑπὸ τῶν $\Gamma\Delta, E$ περιεχομένῳ
 ὀρθογωνίῳ· λέγω, ὅτι αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον
 10 ἔσονται, ὥς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ E πρὸς
 τὴν Z .

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ τὸ ὑπὸ
 τῶν AB, Z ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν $\Gamma\Delta, E$, καὶ ἐστὶ
 τὸ μὲν ὑπὸ τῶν AB, Z τὸ BH · ἴση γὰρ ἐστὶν ἡ
 15 AH τῇ Z · τὸ δὲ ὑπὸ τῶν $\Gamma\Delta, E$ τὸ $\Delta\Theta$ · ἴση γὰρ
 ἡ $\Gamma\Theta$ τῇ E · τὸ ἄρα BH ἴσον ἐστὶ τῷ $\Delta\Theta$. καὶ ἐστὶν
 ἰσογώνια. τῶν δὲ ἴσων καὶ ἰσογωνίων παραλληλο-
 γράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας
 γωνίας. ἐστὶν ἄρα ὥς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ
 20 $\Gamma\Theta$ πρὸς τὴν AH . ἴση δὲ ἡ μὲν $\Gamma\Theta$ τῇ E , ἡ δὲ
 AH τῇ Z · ἐστὶν ἄρα ὥς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως
 ἡ E πρὸς τὴν Z .

Ἐὰν ἄρα τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾤσιν, τὸ
 ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ
 25 τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· καὶ τὸ
 ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἢ τῷ
 ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες
 εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

4. $\Gamma\Delta, E$] seq. περιεχόμενον ὀρθογώνιον V, punctis delet.
 E] corr. ex $\Gamma\Theta$ m. 2 V. $\Gamma\Theta$] corr. ex E m. 2 V. 6.

sint, aequalia sunt [prop. XIV]. itaque $BH = \Delta\Theta$.
et $BH = AB \times Z$ (nam $AH = Z$) et $\Delta\Theta = \Gamma\Delta \times E$
(nam $E = \Gamma\Theta$). itaque $AB \times Z = \Gamma\Delta \times E$.

iam uero sit $AB \times Z = \Gamma\Delta \times E$. dico, quattuor
rectas proportionales esse, $AB : \Gamma\Delta = E : Z$.

nam iisdem comparatis, quoniam $AB \times Z = \Gamma\Delta$
 $\times E$, et $AB \times Z = BH$ (nam $AH = Z$), et $\Gamma\Delta \times E$
 $= \Delta\Theta$ (nam $\Gamma\Theta = E$), erit $BH = \Delta\Theta$. eadem
autem aequiangula sunt. et in parallelogrammis
aequalibus et aequiangularis latera aequales angulos com-
prehendentia in contraria proportionione sunt [prop. XIV].
itaque $AB : \Gamma\Delta = \Gamma\Theta : AH$. sed $\Gamma\Theta = E$, $AH = Z$.
quare $AB : \Gamma\Delta = E : Z$.

Ergo si quattuor rectae proportionales sunt, rectan-
gulum extremis terminis comprehensum aequale est
rectangulo mediis comprehenso; et si rectangulum
extremis terminis comprehensum aequale est rectan-
gulo mediis comprehenso quattuor rectae proportionales
sunt; quod erat demonstrandum.

περιεχομένων ὀρθογωνίων F, sed corr. 8. *τῶν*] mutat. in
τῶν F. 9. *ὀρθογωνίων* F, sed corr. 14. *ἔστιν*] om. V. ἡ
AH τῇ Z] *τῇ Z ἡ AH* V; in F m. 2 ex *τῇ Z* fecit *τῇ HZ*.
15. *ἴση γὰρ ἡ* — 16: *τῷ ΔΘ*] mg. m. rec. P. 16. *ἔστιν*] P;
εἰσιν BFV p. 19. ἡ] (alt.) postea ins. m. 1 p. 20. *ΓΘ*]
corr. ex *HΘ* m. 1 p. *AH*] corr. ex *ZH* m. 1 p. 23.
ὥσπερ PBV p. 25. *καὶ εἰ* V. 26. ἡ] *ἔστι* F. 27.
τέσσαρες] seq. ras. 2 litt. F.

ιζ'.

Ἐὰν τρεῖς εὐθείαι ἀνάλογον ᾦσιν, τὸ ὑπὸ
τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον
ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ· καὶ τὸ
5 ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον
ἢ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς
εὐθείαι ἀνάλογον ἔσονται.

Ἐστῶσαν τρεῖς εὐθείαι ἀνάλογον αἱ A, B, Γ , ὡς
ἡ A πρὸς τὴν B , οὕτως ἡ B πρὸς τὴν Γ . λέγω,
10 ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν A, Γ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον
ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς B τετραγώνῳ.

Κείσθω τῇ B ἴση ἡ Δ .

Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ A πρὸς τὴν B , οὕτως ἡ
 B πρὸς τὴν Γ , ἴση δὲ ἡ B τῇ Δ , ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ
15 A πρὸς τὴν B , ἡ Δ πρὸς τὴν Γ . ἔαν δὲ τέσσαρες
εἰδεται ἀνάλογον ᾦσιν, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχό-
μενον [ὀρθογώνιον] ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων
περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν A, Γ ἴσον
ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν B, Δ . ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν B, Δ τὸ
20 ἀπὸ τῆς B ἐστὶν· ἴση γὰρ ἡ B τῇ Δ . τὸ ἄρα ὑπὸ
τῶν A, Γ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ
ἀπὸ τῆς B τετραγώνῳ.

Ἀλλὰ δὴ τὸ ὑπὸ τῶν A, Γ ἴσον ἔστω τῷ ἀπὸ
τῆς B . λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ A πρὸς τὴν B , οὕτως
25 ἡ B πρὸς τὴν Γ .

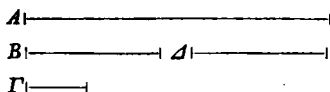
Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ τὸ ὑπὸ
τῶν A, Γ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς B , ἀλλὰ τὸ ἀπὸ
τῆς B τὸ ὑπὸ τῶν B, Δ ἐστὶν· ἴση γὰρ ἡ B τῇ Δ .
τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν A, Γ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν B, Δ .

1. ιζ'] et litt. initialis m. 2 V. 2. ᾧσι codd. 4.
καὶ] καὶ εἰ V. 6. τῆς] insert. postea F. 8. αἱ τρεῖς P.

XVII.

Si tres rectae proportionales sunt, rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est quadrato medii; et si rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est quadrato medii, tres rectae proportionales erunt.

Sint tres rectae proportionales A, B, Γ , ita ut sit $A : B = B : \Gamma$. dico, esse $A \times \Gamma = B^2$.



ponatur $\Delta = B$. et quoniam est $A : B = B : \Gamma$, et $B = \Delta$, erit $A : B = \Delta : \Gamma$. sin quattuor rectae proportionales sunt, rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est rectangulo mediis comprehenso [prop. XVI]. itaque $A \times \Gamma = B \times \Delta$. uerum $B \times \Delta = B^2$; nam $B = \Delta$. quare

$$A \times \Gamma = B^2.$$

iam uero sit $A \times \Gamma = B^2$. dico, esse $A : B = B : \Gamma$.

nam iisdem comparatis, quoniam $A \times \Gamma = B^2$, et $B^2 = B \times \Delta$ (nam $B = \Delta$), erit $A \times \Gamma = B \times \Delta$. sin rectangulum extremis terminis comprehensum

XVII. Philoponus in Arist. de anima g II.

12. κείσθω γάρ P. Δ] post ras. 1 litt. F. 16. ὡς codd.
 17. ὁρθογώνιον] om. P. 19. B, Δ] (prius) in ras. m. 2 V.
 ἀλλὰ — B, Δ] insert. m. 1 F. 20. ἐστὶν ἴση] eras. F. 24.
 A] B π. 26. ἐπεὶ] corr. ex ἐπὶ m. 2 V. 27. ἀλλὰ τὸ ἀπὸ
 τῆς B τὸ ὑπὸ τῶν B, Δ ἐστὶν] PBp; idem, sed τῶ ὑπὸ V,
 F mg.; τοιῦτέστιν τῶ ὑπὸ τῶν B, Δ F. 28. ἴση] -η in ras. B.
 τῇ Δ] in mg. transit m. 1 V (supra est ras.).

ἐὰν δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ἢ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰσιν. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ A πρὸς τὴν B , οὕτως ἡ Δ πρὸς τὴν Γ . ἴση δὲ ἡ B τῇ Δ · ὡς ἄρα ἡ A πρὸς τὴν B , οὕτως ἡ B
 5 πρὸς τὴν Γ .

Ἐὰν ἄρα τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾤσιν, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἢ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης
 10 τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιη'.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὁμοίον τε καὶ ὁμοίως κείμενον
 15 εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

Ἔστω ἡ μὲν δοθείσα εὐθεῖα ἡ AB , τὸ δὲ δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ ΓE · δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς AB εὐθείας τῷ ΓE εὐθυγράμμῳ ὁμοίον τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

20 Ἐπεξεύχθω ἡ ΔZ , καὶ συνεστήτω πρὸς τῇ AB εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς A, B τῇ μὲν πρὸς τῷ Γ γωνία ἴση ἢ ὑπὸ HAB , τῇ δὲ ὑπὸ $\Gamma \Delta Z$ ἴση ἢ ὑπὸ ABH . λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $\Gamma Z \Delta$ τῇ ὑπὸ AHB ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $Z \Gamma \Delta$
 25 τρίγωνον τῷ HAB τριγώνῳ. ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ $Z \Delta$ πρὸς τὴν HB , οὕτως ἡ $Z \Gamma$ πρὸς τὴν HA , καὶ ἡ $\Gamma \Delta$ πρὸς τὴν AB . πάλιν συνεστήτω πρὸς τῇ BH εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς B ,

6. ὡσι PFVp. 7. ἐστὶν P. 8. καὶ — 10: ἔσονται] om. p. 9. ἢ] ἐστὶ comp. F, supra scr. ἢ. 18. ὁμοίως]

aequale est rectangulo mediis comprehenso, quattuor rectae proportionales sunt [prop. XVI]. itaque

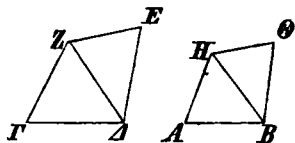
$$A : B = \Delta : \Gamma. \text{ sed } B = \Delta. \text{ itaque } A : B = B : \Gamma.$$

Ergo si tres rectae proportionales sunt, rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est quadrato medii; et si rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est quadrato medii, tres rectae proportionales erunt; quod erat demonstrandum.

XVIII.

In data recta datae figurae rectilineae similem et similiter positam figuram rectilineam construere.

Sit data recta AB et data figura rectilinea ΓE . oportet igitur in recta AB figurae rectilineae ΓE similem et similiter positam figuram rectilineam construere.



ducatur ΔZ et ad rectam AB et puncta eius A, B angulo ad Γ posito aequalis construatur $\angle HAB$, angulo autem $\Gamma \Delta Z$ aequalis $\angle ABH$ [I, 23]. itaque $\angle \Gamma Z \Delta = AHB$ [I, 32]. quare $\triangle Z \Gamma \Delta$ triangulo HAB aequiangulus est. itaque $Z \Delta : HB = Z \Gamma : HA = \Gamma \Delta : AB$ [prop. IV]. rursus ad rectam BH et

$\delta\mu\omega\lambda\alpha\varsigma \pi$ (non P). 20. ΔZ] $Z \Delta$ P. $\sigma\upsilon\nu\nu\epsilon\sigma\tau\omicron\tau\omicron \pi$ (non P).
 22. $\tau\tilde{\omega}$] $\tau\tilde{\eta}$ P. $\tilde{\iota}\sigma\eta$] om. V. HAB] BAH P; AB F;
 HAB $\tilde{\iota}\sigma\eta$ V. 23. $\tilde{\iota}\sigma\eta$] om. V. $\tau\tilde{\eta}$] $\lambda\omicron\iota\pi\tilde{\eta}$ $\tau\tilde{\eta}$ V. 24.
 AHB] $A''B'H$ F. $\tilde{\epsilon}\sigma\tau\iota$] om. V. 26. $\acute{\alpha}\varsigma$] supra F. 28.
 $\tau\tilde{\eta}$] corr. ex $\tau\tilde{\eta}\varsigma$ m. 1 p. BH] H supra scr. V.

- H τῇ μὲν ὑπὸ ΔZE γωνία ἴση ἢ ὑπὸ $BH\Theta$, τῇ δὲ ὑπὸ $Z\Delta E$ ἴση ἢ ὑπὸ $HB\Theta$. λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ E λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Θ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $Z\Delta E$ τρίγωνον τῷ $H\Theta B$ τριγώνῳ· ἀνάλογον
 5 ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ $Z\Delta$ πρὸς τὴν HB , οὕτως ἡ ZE πρὸς τὴν $H\Theta$ καὶ ἡ $E\Delta$ πρὸς τὴν ΘB . ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ $Z\Delta$ πρὸς τὴν HB , οὕτως ἡ $Z\Gamma$ πρὸς τὴν HA καὶ ἡ $\Gamma\Delta$ πρὸς τὴν AB · καὶ ὡς ἄρα ἡ $Z\Gamma$ πρὸς τὴν AH , οὕτως ἡ τε $\Gamma\Delta$ πρὸς τὴν AB καὶ ἡ ZE
 10 πρὸς τὴν $H\Theta$ καὶ ἔτι ἡ $E\Delta$ πρὸς τὴν ΘB . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ $\Gamma Z\Delta$ γωνία τῇ ὑπὸ AHB , ἡ δὲ ὑπὸ ΔZE τῇ ὑπὸ $BH\Theta$, ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΓZE ὅλη τῇ ὑπὸ $AH\Theta$ ἐστὶν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ $\Gamma\Delta E$ τῇ ὑπὸ $AB\Theta$ ἐστὶν ἴση. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ
 15 μὲν πρὸς τῷ Γ τῇ πρὸς τῷ A ἴση, ἡ δὲ πρὸς τῷ E τῇ πρὸς τῷ Θ . ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $A\Theta$ τῷ ΓE · καὶ τὰς περὶ τὰς ἰσας γωνίας αὐτῶν πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει· ὁμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ $A\Theta$ εὐθύγραμμον τῷ ΓE εὐθύγραμμῳ.
 20 Ἀπὸ τῆς δοθείσης ἄρα εὐθείας τῆς AB τῷ δοθέντι εὐθύγραμμῳ τῷ ΓE ὁμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράφεται τὸ $A\Theta$ · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιθ'.

- 25 Τὰ ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

XIX coroll. Philoponus in anal. post. 117 v. Psellus p. 57.

1. $BH\Theta$] " $B'H'''\Theta$ F. 2. ὑπό] om. Bp. ἴση] om. B.
 4. $H\Theta B$] PF; $HB\Theta$ B, V e corr. m. 2, p corr. ex $H\Theta\Theta$
 m. 1. 5. $Z\Delta$] ΔZ P. ZE] in ras. m. 2 V. 6. $H\Theta$]

puncta eius B, H angulo $\angle Z E$ aequalis construatur $\angle B H \Theta$ et angulo $\angle Z A E$ aequalis $\angle H B \Theta$ [I, 23]. itaque qui relinquitur angulus ad E positus, reliquo angulo ad Θ posito aequalis est [I, 32]. itaque $\triangle Z A E$ triangulo $H \Theta B$ aequiangulus est. quare $Z A : H B = Z E : H \Theta = E A : \Theta B$ [prop. IV]. demonstrauius autem, esse etiam $Z A : H B = Z \Gamma : H A = \Gamma A : A B$. quare etiam $Z \Gamma : A H = \Gamma A : A B = Z E : H \Theta = E A : \Theta B$. et quoniam $\angle \Gamma Z A = A H B$, et $\angle A Z E = B H \Theta$, erit $\angle \Gamma Z E = A H \Theta$. eadem de causa etiam $\angle \Gamma A E = A B \Theta$. et praeterea angulus ad Γ positus angulo ad A posito aequalis est, et angulus ad E positus angulo ad Θ posito aequalis. itaque $A \Theta$ aequiangula est figurae ΓE . et latera, quae aequales angulos comprehendunt, proportionalia habent; itaque figura rectilinea $A \Theta$ similis est figurae rectilineae ΓE .

Ergo in data recta $A B$ datae figurae rectilineae ΓE similis et similiter posita figura rectilinea constructa est $A \Theta$; quod oportebat fieri.

XIX.

Similes trianguli inter se duplicatam rationem habent quam latera correspondentia.

Θ in ras. m. 2 V. ΘB] $B \Theta P$. καὶ ἡ $E A$ πρὸς τὴν ΘB] bis F, sed corr. 7. ἡ τε $Z \Gamma P$. 8. καὶ ὡς ἄρα — 9: τὴν $A B$] om. p. 10. $E A$] " $A' E$ F. 12. $\angle Z E$] " $Z' A' E$ F. 13. διὰ τὰ αὐτά — 15: πρὸς τῷ A [ση] insert. in ras. F. 16. πρὸς] eras. V. ἐστίν F. 17. αὐτῶν] P; αὐτῷ B F V p; om. Augustus. 18. $A \Theta$] $\Gamma E P$. ΓE] $A \Theta P$. 20. τῆς $A B$ — 23: ποιῆσαι] καὶ τὰ ἐξῆς p. 21. ΓE ὁμοίων τε] eras. V. 22. τὸ $A \Theta$] punctis notat. F; om. B. 26. ἐστίν B, eras. v.

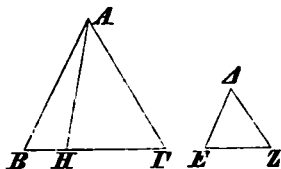
Ἔστω ὁμοία τρίγωνα τὰ $AB\Gamma$, ΔEZ ἴσην ἔχοντα
τὴν πρὸς τῷ B γωνίαν τῇ πρὸς τῷ E , ὥς δὲ τὴν
 AB πρὸς τὴν $B\Gamma$, οὕτως τὴν ΔE πρὸς τὴν EZ ,
ὥστε ὁμόλογον εἶναι τὴν $B\Gamma$ τῇ EZ . λέγω, ὅτι τὸ
5 $AB\Gamma$ τρίγωνον πρὸς τὸ ΔEZ τρίγωνον διπλασίονα
λόγον ἔχει ἥπερ ἡ $B\Gamma$ πρὸς τὴν EZ .

Εἰλήφθω γὰρ τῶν $B\Gamma$, EZ τρίτη ἀνάλογον ἡ
 BH , ὥστε εἶναι ὥς τὴν $B\Gamma$ πρὸς τὴν EZ , οὕτως
τὴν EZ πρὸς τὴν BH . καὶ ἐπεξεύχθω ἡ AH .

10 Ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὥς ἡ AB πρὸς τὴν $B\Gamma$, οὕτως
ἡ ΔE πρὸς τὴν EZ , ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὥς ἡ AB
πρὸς τὴν ΔE , οὕτως ἡ $B\Gamma$ πρὸς τὴν EZ . ἀλλ' ὥς
ἡ $B\Gamma$ πρὸς EZ , οὕτως ἐστὶν ἡ EZ πρὸς BH . καὶ
ὥς ἄρα ἡ AB πρὸς ΔE , οὕτως ἡ EZ πρὸς BH .
15 τῶν ABH , ΔEZ ἄρα τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ
πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. ὧν δὲ μίαν μιᾷ
ἴσην ἔχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ
πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.
ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ABH τρίγωνον τῷ ΔEZ τρι-
20 γώνῳ. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὥς ἡ $B\Gamma$ πρὸς τὴν EZ ,
οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν BH , ἐὰν δὲ τρεῖς εὐ-
θεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην δι-
πλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ πρὸς τὴν δευτέραν, ἡ $B\Gamma$
ἄρα πρὸς τὴν BH διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ
25 ΓB πρὸς τὴν EZ . ὥς δὲ ἡ ΓB πρὸς τὴν BH ,
οὕτως τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον πρὸς τὸ ABH τρίγωνον.

2. τῷ B] τὸ B V, et F, sed corr. 3. τὴν $B\Gamma$] $B\Gamma$ Bp;
τὴν $\Gamma\Delta$ F; litt. B in ras. m. 2 V. τὴν EZ] EZ Bp. 8.
οὕτω P Bp. 10. AB] B in ras. PF. τὴν] om. B Fp.
οὕτω P. 11. τὴν] om. B Fp. 12. τὴν] bis om. B Fp.
13. πρὸς EZ] supra m. 2 F; πρὸς τὴν EZ V. τὴν BH V.

Sint similes trianguli $AB\Gamma$, $\triangle EZ$ angulum ad B positum angulo ad E posito aequalem habentes,



et $AB : B\Gamma = \triangle EZ$, ita ut $B\Gamma$ lateri EZ respondeat. dico, esse $AB\Gamma : \triangle EZ = B\Gamma^2 : EZ^2$.

sumatur enim rectarum $B\Gamma$, EZ tertia proportionalis BH [prop. XI], ita ut sit $B\Gamma : EZ = EZ : BH$; et ducatur AH .

iam quoniam est $AB : B\Gamma = \triangle EZ$, permutando erit $AB : \triangle EZ = B\Gamma : EZ$ [V, 16]. sed $B\Gamma : EZ = EZ : BH$. quare $AB : \triangle EZ = EZ : BH$. itaque in triangulis ABH , $\triangle EZ$ latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportione sunt. trianguli autem unum angulum uni aequalem habentes et quorum latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportione sint, aequales sunt [prop. XV]. itaque $\triangle ABH = \triangle EZ$. et quoniam est $B\Gamma : EZ = EZ : BH$, et si tres rectae proportionales sunt, prima ad tertiam duplicatam rationem habet quam ad secundam [V def. 9], erit $B\Gamma : BH = \Gamma B^2 : EZ^2$. sed $\Gamma B : BH = AB\Gamma : ABH$ [prop. I]. itaque etiam

14. AB] B eras. F. $\tau\eta\nu \triangle EZ$ V. $\tau\eta\nu BH$ V. 15. $\alpha\phi\alpha$] supra m. 1 p. 17. $\tau\rho\iota\gamma\acute{\omega}\nu\alpha\nu$] om. Theon (BFVp). 19. $\triangle EZ$] Z paene eras. V. 22. $\delta\iota\pi\lambda\alpha\sigma\iota\omicron\nu\alpha\omicron\nu$ P, sed corr. m. rec. 23. $\xi\chi\eta$ P. $B\Gamma$] ΓB seq. ras. 1 litt. P. 24. BH] seq. ras. 1 litt. P. 25. ΓB] (prius) $B\Gamma$ V.

καὶ τὸ $AB\Gamma$ ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸ ABH διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ $B\Gamma$ πρὸς τὴν EZ . ἴσον δὲ τὸ ABH τρίγωνον τῷ ΔEZ τριγώνῳ· καὶ τὸ $AB\Gamma$ ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸ ΔEZ τρίγωνον διπλασίονα
 5 λόγον ἔχει ἥπερ ἡ $B\Gamma$ πρὸς τὴν EZ .

Τὰ ἄρα ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἀλλήλα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι, ἐὰν τρεῖς εὐθείαι
 10 ἀνάλογον ᾧσιν, ἐστὶν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ ὁμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον [ἐπέπερ ἐδείχθη, ὡς ἡ ΓB πρὸς BH , οὕτως τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον πρὸς τὸ ABH τρίγωνον, τουτέστι τὸ ΔEZ]. ὅπερ
 15 ἔδει δεῖξαι.

κ'.

Τὰ ὅμοια πολύγωνα εἰς τε ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις, καὶ τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύ-
 20 γωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Ἐστω ὅμοια πολύγωνα τὰ $AB\Gamma\Delta E$, $ZH\Theta K A$, ὁμόλογος δὲ ἔστω ἡ AB τῇ ZH · λέγω, ὅτι τὰ $AB\Gamma\Delta E$,

XX coroll. Eutocius in Archim. III p. 52, 28.

1. ἄρα] om. P. ABH] B supra m. 2 in ras. V. 7. ἐστὶν BF. 9. ἐάν] ἐ- in ras. m. 2 V. 10. ἔστιν] om. Bp. 11. εἶδος] P; τρίγωνον Theon (BFVp), comp. supra P m. rec. 13. τὴν BH V. 14. τό] om. V. τουτέστιν P. τό] supra m. 2 F. 15. δεῖξαι] ποιῆσαι V. 19. ὅλοις] post ὁ- 1 litt. eras. p. 20. ἡ] om. B. 22. $AB\Gamma\Delta E$] $AB\Gamma\Delta EZ$ P, sed, corr.

$AB\Gamma:ABH=BG^2:EZ^2$. erat autem $ABH=AEZ$.
quare etiam $AB\Gamma:AEZ=BG^2:EZ^2$.

Ergo similes trianguli inter se duplicatam rationem habent quam latera correspondentia.

Corollarium.

Hinc manifestum est, si tres rectae proportionales sint, esse ut prima ad tertiam, ita figuram in prima descriptam ad figuram in secunda similem et similiter descriptam.¹⁾ — quod erat demonstrandum.

XX.

Similia polygona in triangulos et similes et aequales numero et totis correspondentes diuiduntur, et polygonum ad polygonum duplicatam rationem habet quam latus correspondens ad latus correspondens.

Sint similia polygona $AB\Gamma\Delta E$, $ZH\Theta KA$, et AB lateri ZH respondeat. dico, polygona $AB\Gamma\Delta E$,

1) Hoc ex proportionione $AB\Gamma:AEZ=BG:BH$ concludi uoluit Euclides, paullo audacius sane; nam huic corollario post prop. 20 demum locus erat. sed $\tau\epsilon\lambda\gamma\omega\nu\nu$ lin. 11 sine dubio Theoni soli debetur; nam $\epsilon\acute{\iota}\delta\omicron\varsigma$ tuentur P et Campanus et aliquatenus saltem Philoponus et Psellus (hic corollarium suo numero citat) $\tau\epsilon\tau\rho\acute{\alpha}\gamma\omega\nu\nu$ praebentes, quod cum scriptura $\epsilon\acute{\iota}\delta\omicron\varsigma$ conciliari potest, cum $\tau\epsilon\lambda\gamma\omega\nu\nu$ non potest. et prop. 20 coroll. 2 in P in mg. additum et a Campano omissum a Theone interpolatum merito uideri potest, id quod et ipsum sententiam meam de huius corollarii forma confirmat. tum Pappus VIII p. 1100, 15 nostrum locum respicere putandus est, et sane scriptura eius loci tam incerta est, ut inde de numero, quem indicat, corollarii nihil adfirmari possit. itaque puto, Euclidem ipsum $\epsilon\acute{\iota}\delta\omicron\varsigma$ scripsisse et Theonem, quo corollarium facilius pateret, nostrum locum mutasse et prop. 20 coroll. 2 addidisse. sed uerba $\epsilon\pi\epsilon\lambda\iota\pi\epsilon\sigma$ lin. 12 — AEZ lin. 14 interpolata esse putauerim, neque Campanus ea habuit; sed Theone antiquiora sunt.

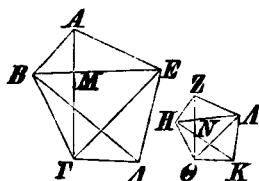
$ZH\Theta K\Lambda$ πολύγωνα εἰς τε ὁμοια τρίγωνα διαιρεῖται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις, καὶ τὸ $AB\Gamma\Delta E$ πολύγωνον πρὸς τὸ $ZH\Theta K\Lambda$ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ AB πρὸς τὴν ZH .

5 Ἐπεξεύχθωσαν αἱ BE , EG , HA , $\Lambda\Theta$.

- Καὶ ἐπεὶ ὁμοιόν ἐστι τὸ $AB\Gamma\Delta E$ πολύγωνον τῷ $ZH\Theta K\Lambda$ πολυγώνῳ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ BAE γωνία τῇ ὑπὸ HZA . καὶ ἐστὶν ὡς ἡ BA πρὸς AE , οὕτως ἡ HZ πρὸς ZA . ἐπεὶ οὖν δύο τρίγωνα ἐστὶ
- 10 τὰ ABE , ZHA μίαν γωνίαν μιᾶ γωνίᾳ ἴσην ἔχοντα, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ABE τρίγωνον τῷ ZHA τριγώνῳ· ὥστε καὶ ὁμοιον· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ABE γωνία τῇ ὑπὸ ZHA . ἐστὶ δὲ καὶ ὅλη ἡ ὑπὸ $AB\Gamma$
- 15 ὅλη τῇ ὑπὸ $ZH\Theta$ ἴση διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν πολυγώνων· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $EB\Gamma$ γωνία τῇ ὑπὸ $\Lambda H\Theta$ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ABE , ZHA τριγώνων ἐστὶν ὡς ἡ EB πρὸς BA , οὕτως ἡ ΛH πρὸς HZ , ἀλλὰ μὴν καὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα
- 20 τῶν πολυγώνων ἐστὶν ὡς ἡ AB πρὸς $B\Gamma$, οὕτως ἡ ZH πρὸς $H\Theta$, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ EB πρὸς $B\Gamma$, οὕτως ἡ ΛH πρὸς $H\Theta$, καὶ περὶ τὰς ἴσας γωνίας τὰς ὑπὸ $EB\Gamma$, $\Lambda H\Theta$ αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσιν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $EB\Gamma$ τρίγωνον τῷ $\Lambda H\Theta$
- 25 τριγώνῳ· ὥστε καὶ ὁμοιόν ἐστι τὸ $EB\Gamma$ τρίγωνον τῷ $\Lambda H\Theta$ τριγώνῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ $E\Gamma\Delta$ τρίγωνον ὁμοιόν ἐστι τῷ $\Lambda\Theta K$ τριγώνῳ. τὰ ἄρα

5. $\Lambda\Theta$] mutat. in AB F. 7. ἐστὶ seq. ras. 8 litt. F.

8. HZA] ZHA F. τὴν AE V. 9. HZ] ZH P. τὴν ZA V. 10. γωνίᾳ] γωνίαν Vφ. 11. δέ] om. F. 13. ἴση] corr. ex ἴσων m. rec. P. 15. $ZH\Theta$] H uidetur corr. V.



$ZHΘKΛ$ in triangulos et similes et aequales numero et totis correspondentes diuidi, et esse $ABΓΔE : ZHΘKΛ = AB^2 : ZH^2$.

ducantur $BE, EΓ, HΛ, ΛΘ$.

et quoniam $ABΓΔE \sim ZHΘKΛ$, erit $\angle BAE = HZA$ [def. 1]. et $BA : AE = HZ : ZA$ [id.]. iam quoniam duo trianguli sunt ABE, ZHA unum angulum uni angulo aequalem habentes et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia, erit $\triangle ABE$ triangulo ZHA aequiangulus [prop. VI]. quare etiam similes sunt [prop. IV; def. 1]. itaque $\angle ABE = ZHA$. uerum etiam $\angle ABΓ = ZHΘ$ propter similitudinem polygonorum. itaque $\angle EBΓ = ΛHΘ$. et quoniam propter similitudinem triangulorum ABE, ZHA est $EB : BA = AH : HZ$, et praeterea propter similitudinem polygonorum $AB : BΓ = ZH : HΘ$, ex aequo erit $EB : BΓ = AH : HΘ$ [V, 22], et latera aequales angulos $EBΓ, ΛHΘ$ comprehendentia proportionalia sunt; itaque $\triangle EBΓ$ triangulo $ΛHΘ$ aequiangulus est [prop. VI]. quare $\triangle EBΓ \sim ΛHΘ$ [prop. IV; def. 1]. eadem de causa etiam $\triangle EΓΔ \sim ΛΘK$. itaque similia polygona

16. $\tau\eta]$ P, F m. 1; $\lambda\omicron\iota\pi\eta$ $\tau\eta$ BVp, F m. 2. 17. $\iota\sigma\eta$
 $\epsilon\sigma\iota\nu$ F. 18. $\tau\eta\nu$ BA V. 19. $\Lambda H]$ $\Lambda B\phi$. $\tau\eta\nu$ HZ V.
 20. $\tau\eta\nu$ BΓ V. 21. $ZH]$ HZ P. $\tau\eta\nu$ HΘ V. HΘ, δι'
 $\iota\sigma\upsilon\nu]$ ϕ ; uidetur fuisse alia scriptura a m. 1. EB] B e
 corr. F. 22. $\tau\eta\nu$ BΓ V. $\tau\eta\nu$ HΘ V. 23. $\epsilon\iota\sigma\iota\nu]$ om. V.
 24. $\Lambda HΘ]$ $\Lambda Θ H P$. 25. $\epsilon\sigma\iota\nu]$ om. BVp. τὸ EBΓ — 26:
 $\tau\epsilon\iota\gamma\acute{\omega}\nu\phi$ mg. m. 2 V; F haec uerba ut cett. codd. in textu
 habet, sed dein in mg. m. 1: ὥστε καὶ ὁμοιον τὸ EBΓ τῷ
 $\Lambda HΘ$ $\tau\epsilon\iota\gamma\acute{\omega}\nu\phi$. 27. $\Lambda Θ K]$ $\Lambda Θ H \phi$; corr. ex $\Lambda K Θ$ m. 1 p.

ὅμοια πολύγωνα τὰ $ΑΒΓΔΕ$, $ΖΗΘΚΑ$ εἰς τε ὅμοια τρίγωνα διήρηται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος.

Λέγω, ὅτι καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις, τουτέστιν ὥστε ἀνάλογον εἶναι τὰ τρίγωνα, καὶ ἡγούμενα μὲν
 5 εἶναι τὰ $ΑΒΕ$, $ΕΒΓ$, $ΕΓΔ$, ἐπόμενα δὲ αὐτῶν τὰ $ΖΗΑ$, $ΑΗΘ$, $ΑΘΚ$, καὶ ὅτι τὸ $ΑΒΓΔΕ$ πολύγωνον πρὸς τὸ $ΖΗΘΚΑ$ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἡ $ΑΒ$ πρὸς τὴν $ΖΗ$.

10 Ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ $ΑΓ$, $ΖΘ$. καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν ομοιότητα τῶν πολυγώνων ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΑΒΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΖΗΘ$, καὶ ἐστὶν ὡς ἡ $ΑΒ$ πρὸς $ΒΓ$, οὕτως ἡ $ΖΗ$ πρὸς $ΗΘ$, ἰσογώνιον ἐστὶ τὸ $ΑΒΓ$ τρίγωνον τῷ $ΖΗΘ$ τριγώνῳ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ $ΒΑΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ
 15 $ΗΖΘ$, ἡ δὲ ὑπὸ $ΒΓΑ$ τῇ ὑπὸ $ΗΘΖ$. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΒΑΜ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΗΖΝ$, ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ $ΑΒΜ$ τῇ ὑπὸ $ΖΗΝ$ ἴση, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $ΑΜΒ$ λοιπῇ τῇ ὑπὸ $ΖΝΗ$ ἴση ἐστίν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΑΒΜ$ τρίγωνον τῷ $ΖΗΝ$ τριγώνῳ. ὁμοίως δὲ
 20 δεῖξομεν, ὅτι καὶ τὸ $ΒΜΓ$ τρίγωνον ἰσογώνιον ἐστὶ τῷ $ΗΝΘ$ τριγώνῳ. ἀνάλογον ἄρα ἐστίν, ὡς μὲν ἡ $ΑΜ$ πρὸς $ΜΒ$, οὕτως ἡ $ΖΝ$ πρὸς $ΝΗ$, ὡς δὲ ἡ $ΒΜ$ πρὸς $ΜΓ$, οὕτως ἡ $ΗΝ$ πρὸς $ΝΘ$. ὥστε καὶ δι' ἰσου, ὡς ἡ $ΑΜ$ πρὸς $ΜΓ$, οὕτως ἡ $ΖΝ$ πρὸς

2. διαιρεῖται φ. εἰς] om. BV. 5. ΑΒΕ] E in ras. P. αὐτῶν] sic φ, sed αὐτοῖς F. 6. ΑΘΚ] ΘΚΑ F. ὅτι] -ι in ras. P. 7. πολύγωνον] -νον sustulit lacuna pergam., supra scr. τῷ m. 2 F. 12. τὴν ΒΓΒΓVp. 13. τὴν ΗΘV. ἐστὶ] ἄρα ἐστὶ F. 14. ἴση] -η in ras. P. ΒΑΓ] ΑΒΓ F. 15. ΗΖΘ] H corr. ex Z p; ΖΗΘ F. ΗΘΖ] ΘΗΖ F. 16. ΒΑΜ] FVp, B m. 1; "Α'BMF; ΑΒΜ B m. rec. ΗΖΝ] ΖΗΝ in ras. m. 2 B. ἐστὶ] P; ἐδείχθη Theon (BFVp).

$AB\Gamma\Delta E$, $ZH\Theta K\Lambda$ in triangulos et similes et aequales numero diuisa sunt.

dico, eos etiam totis correspondere, h. e. ita ut trianguli proportionales sint et praecedentes ABE , $EB\Gamma$, $E\Gamma\Delta$ et eorum termini sequentes¹⁾ ZHA , $AH\Theta$, $A\Theta K$, et praeterea polygona rationem duplicatam habere quam latera correspondentia, h. e. esse

$$AB\Gamma\Delta E : ZH\Theta K\Lambda = AB^2 : ZH^2.$$

ducantur enim $A\Gamma$, $Z\Theta$. et quoniam propter similitudinem polygonorum est $\angle AB\Gamma = ZH\Theta$, et $AB : B\Gamma = ZH : H\Theta$, erit $\triangle AB\Gamma$ aequiangulus triangulo $ZH\Theta$ [prop. VI]. itaque $\angle B A \Gamma = H Z \Theta$ et $\angle B \Gamma A = H \Theta Z$. et quoniam $\angle B A M = H Z N$ et $\angle A B M = Z H N$ [p. 132, 13], erit etiam $\angle A M B = Z N H$ [I, 32]; quare $\triangle A B M$ aequiangulus est triangulo $Z H N$. similiter demonstrabimus, etiam $\triangle B M \Gamma$ aequiangulum esse triangulo $H N \Theta$. itaque $A M : M B = Z N : N H$, $B M : M \Gamma = H N : N \Theta$ [prop. IV]. quare etiam ex aequo $A M : M \Gamma = Z N : N \Theta$ [V, 22].

1) In $\alpha\upsilon\tau\omega\nu$ lin. 5 nonnihil offensionis est; sed cum $\acute{\epsilon}\pi\acute{o}\mu\epsilon\nu\alpha$ idem sit ac $\acute{\omicron}\rho\omicron\iota \acute{\epsilon}\pi\acute{o}\mu\epsilon\nu\omicron\iota$, genetius ferri potest. et additum videtur uocabulum, ut significetur, ZHA esse terminum sequentem trianguli ABE , $AH\Theta$ autem trianguli $EB\Gamma$, $A\Theta K$ autem trianguli $E\Gamma\Delta$. ceterum commemorandum est, tum demum adparere, triangulos totis (h. e. polygonis $AB\Gamma\Delta E$, $ZH\Theta K\Lambda$) correspondere, cum demonstratum erit, esse $AB\Gamma\Delta E : ZH\Theta K\Lambda = AB^2 : ZH^2$, h. e. $= ABE : ZHA = EB\Gamma : AH\Theta = E\Gamma\Delta : A\Theta K$.

17. ABM] mutat. in BAM m. 2 B. ZHN] mutat. in HZN m. 2 B. AMB] $\acute{A} \acute{B} \acute{M}$ punctis supra A et M deletis F.

20. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ F. 21. $\eta \mu\acute{\epsilon}\nu$ p. 22. AM] M corr. ex B m. 2 V. $\tau\eta\nu MB$ V. NH] N in ras. m. 2 V. 23. $\sigma\upsilon\tau\omega\varsigma$ καὶ p.

$N\Theta$. ἀλλ' ὥς ἡ AM πρὸς MG , οὕτως τὸ ABM
 [τρίγωνον] πρὸς τὸ $MBΓ$, καὶ τὸ AME πρὸς τὸ
 $EMΓ$. πρὸς ἀλλήλα γὰρ εἰσιν ὥς αἱ βάσεις. καὶ ὥς
 ἄρα ἐν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἐν τῶν ἐπομένων, οὕτως
 5 ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἐπόμενα· ὥς
 ἄρα τὸ AMB τρίγωνον πρὸς τὸ $BMΓ$, οὕτως τὸ
 ABE πρὸς τὸ $ΓBE$. ἀλλ' ὥς τὸ AMB πρὸς τὸ
 $BMΓ$, οὕτως ἡ AM πρὸς MG . καὶ ὥς ἄρα ἡ AM πρὸς
 MG , οὕτως τὸ ABE τρίγωνον πρὸς τὸ $EBΓ$ τρίγωνον.
 10 διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὥς ἡ ZN πρὸς $N\Theta$, οὕτως τὸ ZHA
 τρίγωνον πρὸς τὸ $HA\Theta$ τρίγωνον. καὶ ἐστὶν ὥς ἡ AM
 πρὸς MG , οὕτως ἡ ZN πρὸς $N\Theta$. καὶ ὥς ἄρα τὸ ABE
 τρίγωνον πρὸς τὸ $BEΓ$ τρίγωνον, οὕτως τὸ ZHA
 τρίγωνον πρὸς τὸ $HA\Theta$ τρίγωνον, καὶ ἐναλλάξ ὥς
 15 τὸ ABE τρίγωνον πρὸς τὸ ZHA τρίγωνον, οὕτως
 τὸ $BEΓ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $HA\Theta$ τρίγωνον. ὁμοίως
 δὴ δείξομεν ἐπιξευχθεῖσων τῶν BA , HK , ὅτι καὶ
 ὥς τὸ $BEΓ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $AH\Theta$ τρίγωνον,
 οὕτως τὸ $EGΔ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $A\Theta K$ τρίγωνον.
 20 καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὥς τὸ ABE τρίγωνον πρὸς τὸ ZHA
 τρίγωνον, οὕτως τὸ $EBΓ$ πρὸς τὸ $AH\Theta$, καὶ ἔτι τὸ
 $EGΔ$ πρὸς τὸ $A\Theta K$, καὶ ὥς ἄρα ἐν τῶν ἡγουμένων
 πρὸς ἐν τῶν ἐπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα
 πρὸς ἅπαντα τὰ ἐπόμενα· ἐστὶν ἄρα ὥς τὸ ABE
 25 τρίγωνον πρὸς τὸ ZHA τρίγωνον, οὕτως τὸ $ABΓΔE$
 πολύγωνον πρὸς τὸ $ZH\Theta K A$ πολύγωνον. ἀλλὰ τὸ
 ABE τρίγωνον πρὸς τὸ ZHA τρίγωνον διπλασίονα
 λόγον ἔχει ἢ περ ἡ AB ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν
 ZH ὁμόλογον πλευράν· τὰ γὰρ ὅμοια τρίγωνα ἐν

1. ὥς μὲν P. οὕτως καὶ p. 2. τρίγωνον] om. P.
 πρὸς τὸ $MBΓ$, καὶ τὸ AME] mg. m. 1 om. priore τὸ P.

sed [prop. I] $AM : M\Gamma = ABM : MB\Gamma = AME : EM\Gamma$; nam eandem inter se rationem habent quam bases, itaque etiam ut unus terminorum praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [V, 12]. itaque $AMB : BM\Gamma = ABE : \Gamma BE$. sed $AMB : BM\Gamma = AM : M\Gamma$. quare etiam $AM : M\Gamma = ABE : EB\Gamma$. eadem de causa erit etiam $ZN : N\Theta = ZHA : HA\Theta$. et $AM : M\Gamma = ZN : N\Theta$. quare etiam $ABE : BE\Gamma = ZHA : HA\Theta$, et permutando [V, 16] $ABE : ZHA = BE\Gamma : HA\Theta$. similiter demonstrabimus ductis BA, HK , esse $BE\Gamma : AH\Theta = E\Gamma A : A\Theta K$. et quoniam est $ABE : ZHA = EB\Gamma : AH\Theta = E\Gamma A : A\Theta K$, erit etiam, ut unus terminorum praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [V, 12]. itaque $ABE : ZHA = AB\Gamma A E : ZH\Theta K A$. sed $ABE : ZHA = AB^2 : ZH^2$; nam similes trianguli duplicatam inter

$\tau\acute{o}$] om. P. 4. $\alpha\beta\alpha$] om. V. 8. $\tau\eta\nu M\Gamma V$. 9. $\tau\eta\nu M\Gamma V$. 10. $N\Theta$] N in ras. B; $H\Theta \varphi$ (non F); $\tau\eta\nu N\Theta V$. 11. $\tau\acute{o}$] om. P. 12. $\tau\eta\nu M\Gamma BFVp$. $\tau\eta\nu N\Theta FV$. 14. $HA\Theta$] corr. ex $H\Theta A$ m. 2 V. 16. $BE\Gamma$] $EB\Gamma V$. $HA\Theta$] mutat. in $AH\Theta$ m. 2 V. 18. $BE\Gamma$] P, V m. 1; $EB\Gamma BFp$, V m. 2. 19. $E\Gamma A \tau\rho\acute{o}\gamma\omega\nu\nu$] P; $E\Gamma A$ Theon? ($BFVp$). 20. $\kappa\alpha\iota \acute{\epsilon}\pi\epsilon\iota \acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu \acute{\omega}\varsigma$] mg. m. rec. P. 25. ZHA] $H''ZA F$. Post οὕτως eras. $\pi\rho\acute{o}\varsigma V$. 29. $\gamma\acute{\alpha}\rho$] $\alpha\beta\alpha \varphi$.

διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν· καὶ τὸ $ABΓΔΕ$ ἄρα πολύγωνον πρὸς τὸ $ZHΘΚΑ$ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ AB ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ZH ὁμόλογον πλευράν.

5 Τὰ ἄρα ὅμοια πολύγωνα εἰς τε ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις, καὶ τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

10 Πόρισμα.

Ὡσαύτως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν [ὁμοίων] τετραπλεύρων δειχθήσεται, ὅτι ἐν διπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ τῶν τριγώνων· ὥστε καὶ καθόλου τὰ ὅμοια εὐθύγραμμα σχήματα
15 πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[Πόρισμα β'.

Καὶ ἐὰν τῶν AB, ZH τρίτην ἀνάλογον λάβωμεν τὴν Ξ , ἡ BA πρὸς τὴν Ξ διπλασίονα λόγον
20 ἔχει ἥπερ ἡ AB πρὸς τὴν ZH . ἔχει δὲ καὶ τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον ἢ τὸ τετράπλευρον πρὸς τὸ τετράπλευρον διπλασίονα λόγον ἥπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἡ AB πρὸς τὴν ZH · ἐδείχθη δὲ τοῦτο καὶ ἐπὶ τῶν
25 τριγώνων· ὥστε καὶ καθόλου φανερόν, ὅτι, ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾗσιν, ἐστὶν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον.]

1. ἐστίν F. 2. πολύγωνον] (alt.) πολύγωνον p. 7. πολύγωνον] (alt.) πολυγώνιον φ. 10. πόρισμα] om. PBV; κα' Fp. 11.

se rationem habent quam latera correspondentia [prop. XIX]. quare etiam

$$ABΓΔΕ : ΖΗΘΚΑ = ΑΒ^2 : ΖΗ^2.$$

Ergo similia polygona in triangulos et similes et aequales numero et totis correspondentes diuiduntur, et polygonum ad polygonum duplicatam rationem habet quam latus correspondens ad latus correspondens.

Corollarium.

Et similiter etiam in quadrilateris demonstrabitur, ea duplicatam rationem habere quam latera correspondentia; et idem in triangulis demonstratum est. quare omnino similes figurae rectilineae inter se duplicatam rationem habent quam latera correspondentia. — quod erat demonstrandum.

ὁσαύτως] ὁ- m. 2 V. ὁμοίων] supra m. rec. P. 12. εἶσιν F, ἐστὶ Bp. 15. εἶσιν] PV, F m. 2, p; εἶσιν B; ἐστὶ F m. 1.

16. ὅπερ εἰδει δεῖξαι] P; om. Theon (BFVp). Totum corollarium om. Campanus. 17. πόρισμα β'] om. codd., seq. cum coroll. priore coniunctis. lin. 18—28 in mg. inferiore m. 1 P

pro scholio, signo  huc relatum. 18. ΖΗ] H in ras. F.

19. τὴν Ξ] seq. ras. 1 litt. V; corr. ex τῇ ΝΞ F. ἡ ΒΑ] e corr. F. Ξ] post ras. F, ante ras. V (1 litt.). 20. ΑΒ]

ΒΑ P. 21. ἡ] corr. ex καὶ m. 2 V; om. Bp. 23. πλεονάζει] P, om. BFVp. 25. πόρισμα mg. BVp. καὶ φανερόν p.

27. εἶδος] sequente ras. 1 litt. φ (uestigia sunt syllabae -ον F). πρὸς] supra V. 28. Sequitur alia demonstratio

secundae partis propositionis, quae u. in appendice.

κα'.

Τὰ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια.

Ἐστω γὰρ ἐκάτερον τῶν A, B εὐθυγράμμων τῷ Γ ὅμοιον· λέγω, ὅτι καὶ τὸ A τῷ B ἐστὶν ὅμοιον.

Ἐπεὶ γὰρ ὅμοιον ἐστὶ τὸ A τῷ Γ , ἰσογώνιον τέ ἐστὶν αὐτῷ καὶ τὰς περὶ τὰς ἰσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει. πάλιν, ἐπεὶ ὅμοιον ἐστὶ τὸ B τῷ Γ , ἰσογώνιον τέ ἐστὶν αὐτῷ καὶ τὰς περὶ τὰς ἰσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει. ἐκάτερον ἄρα τῶν A, B τῷ Γ ἰσογώνιον τέ ἐστὶ καὶ τὰς περὶ τὰς ἰσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει [ὥστε καὶ τὸ A τῷ B ἰσογώνιον τέ ἐστὶ καὶ τὰς περὶ τὰς ἰσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει]. Ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ A τῷ B · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'.

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾤσιν, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὁμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ἔσται· καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὁμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾗ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Ἐστῶσαν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον αἱ $AB, \Gamma\Delta$,

1. κα'] m. 2 V; κγ' Fp. 4. τῷ Γ] τὸ Γ BF, p, sed corr. m. 1. 6. ἐστὶν ὅμοιον V. 7. γωνίας] supra F. 8. πάλιν ἐπεὶ] in ras. m. 2 F. ἐστὶν φ. 9. ἐστὶν αὐτῷ] ἐστὶ F. 11. τε] om. V. 12. ἰσας] supra m. 1 V. ὥστε καὶ τὸ A —14: ἀνάλογον ἔχει] Theon? (BFVp); om. P. 14. τὸ A τῷ B] Pp, Vm. 1; τὸ B τῷ A B; τῷ B τὸ A Vm. 2; τὸ A τὸ A τῷ B F m. 1; τὸ B τῷ A τῷ B F m. 2, del. τῷ B . Deinde propositionem repetit Augustus, ut fieri solet. 16.

XXI.¹⁾

Quae eidem figurae rectilineae similes sunt figurae, etiam inter se similes sunt.



Sit enim utraque figura rectilinea A, B figurae Γ similis. dico, etiam figuras A, B similes esse.

nam quoniam A figurae Γ similis est, et aequiangulara est ei, et latera aequales angulos comprehendunt proportionalia habent [def. 1]. rursus quoniam B figurae Γ similis est, et aequiangulara est ei, et latera aequales angulos comprehendunt proportionalia habent [def. 1]. itaque utraque figura A, B et aequiangulara est figurae Γ , et latera aequales angulos comprehendunt proportionalia habent. quare $A \sim B$ [def. 1]; quod erat demonstrandum.

XXII.

Si quattuor rectae proportionales sunt, etiam figurae rectilineae in iis similes et similiter descriptae proportionales erunt; et si figurae rectilineae in iis similes et similiter descriptae proportionales sunt, etiam ipsae rectae proportionales erunt.

Sint quattuor rectae proportionales $AB, \Gamma\Delta, EZ,$

1) Nam coroll. 2 p. 138, 17—28 Theoni uidetur deberi; u. p. 131 not. 1; om. Campanus (sed is quidem etiam coroll. 1 omisit), et in B adscribitur mg. m. rec. *ἐν ἄλλῳ οὐ γράφεται τοῦτο.*

$\kappa\beta'$] $\kappa\delta'$ p et F, sed corr. m. rec. eras.; $\omega\sigma\iota$ FV p. 23. *ἐνθ' ἐστὶν* F.

17. $\omega\sigma\iota\nu$] P et B, sed ν

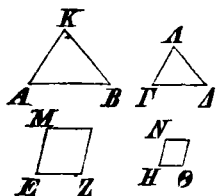
$EZ, H\Theta$, ὥς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν $H\Theta$, καὶ ἀναγεγράφθωσαν ἀπὸ μὲν τῶν $AB, \Gamma\Delta$ ὁμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα τὰ $KAB, \Lambda\Gamma\Delta$, ἀπὸ δὲ τῶν $EZ, H\Theta$ ὁμοιά τε καὶ
 5 ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα τὰ $MZ, N\Theta$. λέγω, ὅτι ἐστὶν ὥς τὸ KAB πρὸς τὸ $\Lambda\Gamma\Delta$, οὕτως τὸ MZ πρὸς τὸ $N\Theta$.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν $AB, \Gamma\Delta$ τρίτη ἀνάλογον ἡ Ξ , τῶν δὲ $EZ, H\Theta$ τρίτη ἀνάλογον ἡ O . καὶ
 10 ἐπεὶ ἐστὶν ὥς μὲν ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν $H\Theta$, ὥς δὲ ἡ $\Gamma\Delta$ πρὸς τὴν Ξ , οὕτως ἡ $H\Theta$ πρὸς τὴν O , δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὥς ἡ AB πρὸς τὴν Ξ , οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν O . ἀλλ' ὥς μὲν ἡ AB πρὸς τὴν Ξ , οὕτως [καὶ] τὸ KAB πρὸς τὸ $\Lambda\Gamma\Delta$,
 15 ὥς δὲ ἡ EZ πρὸς τὴν O , οὕτως τὸ MZ πρὸς τὸ $N\Theta$. καὶ ὥς ἄρα τὸ KAB πρὸς τὸ $\Lambda\Gamma\Delta$, οὕτως τὸ MZ πρὸς τὸ $N\Theta$.

Ἀλλὰ δὴ ἔστω ὥς τὸ KAB πρὸς τὸ $\Lambda\Gamma\Delta$, οὕτως τὸ MZ πρὸς τὸ $N\Theta$. λέγω, ὅτι ἐστὶ καὶ ὥς ἡ
 20 AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν $H\Theta$. εἰ γὰρ μὴ ἐστὶν, ὥς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν $H\Theta$, ἔστω ὥς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν ΠP , καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΠP ὁποτέρῳ τῶν $MZ, N\Theta$ ὁμοιόν τε καὶ ὁμοίως
 25 κείμενον εὐθύγραμμον τὸ ΣP .

Ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὥς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως

1. AB] B supra m. 1 P; postea insert. F. EZ] in ras. m. 2 V; ΞE Fp. 2. ἀναγεγράφθωσαν p. 5. MZ] Z e corr. F. Post ὅτι ras. 2 litt. F. 6. $\Lambda\Gamma\Delta$] litt. $\Lambda\Gamma$ in ras. m. 2 V. 11. $\Gamma\Delta$] Δ eras. V. 13. EZ] e corr. Vφ. 14. καί] om. P. $\Lambda\Gamma\Delta$] litt. $\Lambda\Gamma$ in ras. m. 2 V, $\Gamma\Lambda\Delta$ p. 16. καὶ ὥς ἄρα — 17: τὸ $N\Theta$] om. BVp. 16. $\Lambda\Gamma\Delta$] $\Gamma\Lambda\Delta$ φ. 18.



$H\Theta$, ita ut sit $AB : \Gamma\Delta = EZ : H\Theta$,
et in AB , $\Gamma\Delta$ similes et similiter
positae figurae rectilineae descri-
bantur KAB , $A\Gamma\Delta$, in EZ , $H\Theta$
autem similes et similiter positae
figurae rectilineae MZ , $N\Theta$. dico,
esse $KAB : A\Gamma\Delta = MZ : N\Theta$.

Sumatur enim rectarum AB , $\Gamma\Delta$ tertia propor-
tionalis Ξ , rectarum autem EZ , $H\Theta$ tertia
 Ξ — proportionalis O [prop. XI]. et quoniam est
 Ξ $AB : \Gamma\Delta = EZ : H\Theta$ et $\Gamma\Delta : \Xi = H\Theta : O^1$,
 O $\square$ ex aequo erit [V, 22] $AB : \Xi = EZ : O$. sed
 ΠP $AB : \Xi = KAB : A\Gamma\Delta$ [prop. XIX coroll.] et
 $EZ : O = MZ : N\Theta$ [id.]. itaque etiam

$$KAB : A\Gamma\Delta = MZ : N\Theta.$$

Uerum sit $KAB : A\Gamma\Delta = MZ : N\Theta$. dico, esse
etiam $AB : \Gamma\Delta = EZ : H\Theta$. nam si non est

$AB : \Gamma\Delta = EZ : H\Theta$, sit $AB : \Gamma\Delta = EZ : \Pi P$
[prop. XII], et in ΠP utrique MZ , $N\Theta$ similis et
similiter posita construatur figura rectilinea ΣP
[prop. XVIII et XXI].

Iam quoniam est $AB : \Gamma\Delta = EZ : \Pi P$, et in AB ,

1) Nam ex hypothesi est $AB : \Gamma\Delta = \Gamma\Delta : \Xi$ et $EZ : H\Theta = H\Theta : O$; et $AB : \Gamma\Delta = EZ : H\Theta$.

$A\Gamma\Delta$] $\Gamma\Delta\Delta F$. 19. τό] (prius) eras. F. $\xi\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ PB; comp. p.

20. $\epsilon\lambda\ \gamma\alpha\rho\ \mu\acute{\eta}\ \xi\sigma\tau\acute{\iota}\nu$, $\acute{\omega}\varsigma\ \eta\ AB\ \pi\rho\acute{o}\varsigma\ \tau\acute{\eta}\nu\ \Gamma\Delta$, $\omicron\upsilon\tau\omega\varsigma\ \eta\ EZ$
 $\pi\rho\acute{o}\varsigma\ \tau\acute{\eta}\nu\ H\Theta$] mg. m. 1 P; om. Theon (BFVp). 22. $\xi\sigma\tau\omega$
 $\acute{\omega}\varsigma\ \eta\ AB\ \pi\rho\acute{o}\varsigma\ \tau\acute{\eta}\nu\ \Gamma\Delta$, $\omicron\upsilon\tau\omega\varsigma\ \eta\ EZ\ \pi\rho\acute{o}\varsigma\ \tau\acute{\eta}\nu\ \Pi P$ καὶ ἀνα-
γεγράφθω] P; γεγόνετω γὰρ $\acute{\omega}\varsigma\ \kappa\tau\lambda$. Theon (BFVp), P mg.
m. rec. 23. ἀναγεγράφω p. 24. $\acute{\omicron}\pi\omicron\tau\epsilon\rho\alpha\ \varphi$ (non F). 25.
 $\epsilon\acute{\upsilon}\theta\upsilon\gamma\gamma\alpha\mu\mu\omicron\nu$] om. BFp.

- ἡ EZ πρὸς τὴν $ΠΡ$, καὶ ἀναγέγραπται ἀπὸ μὲν
 τῶν AB , $ΓΔ$ ὁμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα τὰ KAB ,
 $ΛΓΔ$, ἀπὸ δὲ τῶν EZ , $ΠΡ$ ὁμοιά τε καὶ ὁμοίως κεί-
 μενα τὰ MZ , $ΣΡ$, ἔστιν ἄρα ὥς τὸ KAB πρὸς τὸ
 $ΛΓΔ$, οὕτως τὸ MZ πρὸς τὸ $ΣΡ$. ὑπόκειται δὲ καὶ
 ὥς τὸ KAB πρὸς τὸ $ΛΓΔ$, οὕτως τὸ MZ πρὸς τὸ
 $NΘ$ · καὶ ὥς ἄρα τὸ MZ πρὸς τὸ $ΣΡ$, οὕτως τὸ MZ
 πρὸς τὸ $NΘ$. τὸ MZ ἄρα πρὸς ἐκάτερον τῶν $NΘ$,
 $ΣΡ$ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ $NΘ$ τῷ
 $ΣΡ$. ἔστι δὲ αὐτῷ καὶ ὁμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον·
 ἴση ἄρα ἡ $HΘ$ τῇ $ΠΡ$. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὥς ἡ AB
 πρὸς τὴν $ΓΔ$, οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν $ΠΡ$, ἴση δὲ ἡ
 $ΠΡ$ τῇ $HΘ$, ἔστιν ἄρα ὥς ἡ AB πρὸς τὴν $ΓΔ$, οὐ-
 τως ἡ EZ πρὸς τὴν $HΘ$.
- Ἐὰν ἄρα τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾧσιν, καὶ
 τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὁμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀνα-
 γεγραμμένα ἀνάλογον ἔσται· καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐ-
 θύγραμμα ὁμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνά-
 λογον ἦ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται·
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[Λήμμα.]

[Ὅτι δέ, ἐὰν εὐθύγραμμα ἴσα ἦ καὶ ὁμοια, αἱ
 ὁμόλογοι αὐτῶν πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, δείξομεν
 οὕτως.

- Ἐστω ἴσα καὶ ὁμοια εὐθύγραμμα τὰ $NΘ$, $ΣΡ$,
 καὶ ἔστω ὥς ἡ $ΘΗ$ πρὸς τὴν $ΗΝ$, οὕτως ἡ $ΡΠ$ πρὸς
 τὴν $ΠΣ$ · λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ $ΡΠ$ τῇ $ΘΗ$.

Εἰ γὰρ ἄνισοί εἰσιν, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν.

2. KAB , $ΛΓΔ$] B, $ΛΓ$ litt. in ras. m. 2 V. 3. Post
 $ΠΡ$ duae litt. del. m. rec. P. 7. $NΘ$] in ras. m. 1 P. $ΣΡ$]

$\Gamma\Delta$ similes et similiter positae descriptae sunt KAB , $A\Gamma\Delta$, in EZ , ΠP autem similes et similiter positae MZ , ΣP , erit $KAB : A\Gamma\Delta = MZ : \Sigma P$ [u. supra]. sed supposuimus, esse etiam $KAB : A\Gamma\Delta = MZ : N\Theta$. itaque $MZ : \Sigma P = MZ : N\Theta$. itaque MZ ad utramque $N\Theta$, ΣP eandem rationem habet. quare $N\Theta = \Sigma P$ [V, 9]. uerum etiam ei similis est et similiter posita. itaque $H\Theta = \Pi P$.¹⁾ et quoniam est $AB : \Gamma\Delta = EZ : \Pi P$, et $\Pi P = H\Theta$, erit $AB : \Gamma\Delta = EZ : H\Theta$.

Ergo si quattuor rectae proportionales sunt, etiam figurae rectilineae in iis similes et similiter descriptae proportionales erunt; et si figurae rectilineae in iis similes et similiter descriptae proportionales sunt, etiam ipsae rectae proportionales erunt; quod erat demonstrandum.

1) Nam cum $N\Theta : \Sigma P = H\Theta^2 : \Pi P^2$ [prop. 20] et

$N\Theta = \Sigma P$, erit $\Pi P^2 = H\Theta^2$; h. e. $\Pi P = H\Theta$.

et hoc ipsum uia indirecta in lemmate ostenditur; sed cum a ratione Euclidis abhorreat, eius modi res postea demum demonstrare nec suo loco in demonstratione insertas, puto, lemma subditium esse (sed Theone antiquius est); om. Campanus, nec res propria demonstratione eget.

corr. ex $EP P$, in ras. V; supra hoc uocabulum et proxime sequentia in V ras. est. MZ] in ras. V; Z insert. m. 1 F.

8. $N\Theta$] in ras. V. 9. λόγον έχει p. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P, comp. p. 10. αὐτό p. 11. ἄρα] supra add. καί m. 2 comp. F; ἄρα $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ V. 15. αἰσι V. 16. ἀναγεγραμμένα] seq. insert. in ras. m. 1 F. 18. καί] m. 2 V. 21. λήμματα] κε' p et ε eraso F; m. rec. PBV. 22. δέ] m. rec. P. ἦ] om. V. Post ὁμοία add. V m. 2: $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$. 23. εἰαί BFV p. $\delta\epsilon\lambda\acute{\iota}\xi\omicron\mu\epsilon\nu$] corr. ex $\delta\epsilon\lambda\acute{\iota}\xi\omicron\mu\epsilon\nu$ m. 1 P. 25. τά] e corr. V. $N\Theta$, ΣP] inter N et Θ ras. 1 litt., item inter Σ et P V. 26. $\Pi\Pi$] mutat. in ΠP m. 2 V; ΠP Bp. 27. τήν] om. F. 28. ἄνισος V. εἰσιν] PB; εἰσι Fp; $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ V.

ἔστω μείζων ἡ $ΡΠ$ τῆς $ΘΗ$. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ $ΡΠ$ πρὸς $ΠΣ$, οὕτως ἡ $ΘΗ$ πρὸς τὴν $ΗΝ$, καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ $ΡΠ$ πρὸς τὴν $ΘΗ$, οὕτως ἡ $ΠΣ$ πρὸς τὴν $ΗΝ$, μείζων δὲ ἡ $ΠΡ$ τῆς $ΘΗ$, μείζων ἄρα
 6 καὶ ἡ $ΠΣ$ τῆς $ΗΝ$. ὥστε καὶ τὸ $ΡΣ$ μείζον ἐστὶ τοῦ $ΘΝ$. ἀλλὰ καὶ ἴσον· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ $ΠΡ$ τῇ $ΗΘ$. ἴση ἄρα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.]

κγ'.

Τὰ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα
 10 λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Ἔστω ἰσογώνια παραλληλόγραμμα τὰ $ΑΓ$, $ΓΖ$ ἴσην ἔχοντα τὴν ὑπὸ $ΒΓΔ$ γωνίαν τῇ ὑπὸ $ΕΓΗ$. λέγω, ὅτι τὸ $ΑΓ$ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ $ΓΖ$ παραλληλόγραμμον λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

15 Κεῖσθω γὰρ ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν $ΒΓ$ τῇ $ΓΗ$. ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ $ΔΓ$ τῇ $ΓΕ$. καὶ συμπεπληρώσθω τὸ $ΔΗ$ παραλληλόγραμμον, καὶ ἐκεῖσθω τις εὐθεῖα ἡ $Κ$, καὶ γεγονέτω ὡς μὲν ἡ $ΒΓ$ πρὸς τὴν $ΓΗ$, οὕτως ἡ $Κ$ πρὸς τὴν $Α$, ὡς δὲ ἡ $ΔΓ$
 20 πρὸς τὴν $ΓΕ$, οὕτως ἡ $Α$ πρὸς τὴν $Μ$.

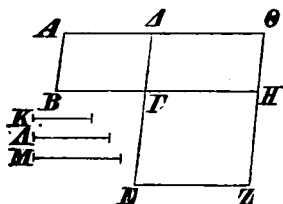
Οἱ ἄρα λόγοι τῆς τε $Κ$ πρὸς τὴν $Α$ καὶ τῆς $Α$ πρὸς τὴν $Μ$ οἱ αὐτοὶ εἰσι τοῖς λόγοις τῶν πλευρῶν, τῆς τε $ΒΓ$ πρὸς τὴν $ΓΗ$ καὶ τῆς $ΔΓ$ πρὸς τὴν $ΓΕ$. ἀλλ' ὁ τῆς $Κ$ πρὸς $Μ$ λόγος σύγκειται ἐκ τε τοῦ
 25 τῆς $Κ$ πρὸς $Α$ λόγου καὶ τοῦ τῆς $Α$ πρὸς $Μ$. ὥστε καὶ ἡ $Κ$ πρὸς τὴν $Μ$ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον

XXIII. Theon in Ptolem. p. 235. Eutoc. in Apollon. p. 32, id. in Archimed. III p. 236, 23.

1. μείζων — 4: μείζων ἄρα] insert. in ras. F. 1. $ΡΠ$] $ΠΡΡ$.
 2. $ΡΠ$] $ΠΡΡ$. τὴν $ΠΣ$ V. πρὸς τὴν] πρὸς BFr. 3.

XXIII.

Parallelogramma aequiangula inter se rationem ex rationibus laterum compositam habent.



Sint parallelogramma aequiangula $ΑΓ, ΓΖ$ habentia

$$\angle B\Gamma\Delta = \angle E\Gamma H.$$

dico, parallelogramma $ΑΓ, ΓΖ$ rationem ex rationibus¹⁾ laterum compositam habere.

ponantur enim ita, ut in eadem recta sint $B\Gamma, ΓΗ$. itaque etiam $\Delta\Gamma, ΓΕ$ in eadem recta sunt. et expleatur parallelogrammum $\Delta Η$, et ponatur recta K , et sit

$$B\Gamma : \Gamma H = K : \Delta \text{ et } \Delta\Gamma : \Gamma E = \Delta : M.$$

itaque rationes $K : \Delta$ et $\Delta : M$ eadem sunt ac rationes laterum, $B\Gamma : \Gamma H$ et $\Delta\Gamma : \Gamma E$. sed $K : M = K : \Delta \times \Delta : M$. quare K ad M rationem ex rationibus laterum compositam habet. et quoniam est

1) Ἐκ τῶν πλευρῶν per totam propositionem neglegentius dicitur pro ἔκ τῶν τῶν πλευρῶν (λόγων); sed cum semper ita in codicibus traditum sit et idem apud Theonem et Eutocium servatum sit, de errore librarii cogitandum non est.

$P\Pi]$ ΠP P. $\tau\eta\nu]$ om. B F p. $\sigma\upsilon\tau\omega\varsigma]$ om. B F p. 4. $\tau\eta\nu]$ om. B F p. $\Pi P]$ P, V m. 1; $P\Pi$ B p, V m. 2, F? $\mu\epsilon\iota\zeta\omega\nu$ $\alpha\rho\alpha]$ bis p. 5. $\mu\epsilon\iota\zeta\omega\nu$ F. 6. $\Theta N]$ N e corr. m. 2 V, eras. F. 7. $H\Theta]$ ΘH P. $\alpha\rho\alpha \epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P. 8. $\kappa\varsigma'$ p et deletio s F. 11. $\acute{\iota}\sigma\omega\nu$ V, corr. m. 2. 12. $E\Gamma H]$ mutat. in $E\Gamma\Theta$ B. 13. $\Gamma Z]$ in ras. m. 1 V. 14. $\pi\lambda\epsilon\nu\rho\acute{\omega}\nu]$ P; $\pi\lambda\epsilon\nu\rho\acute{\omega}\nu$ τοῦ $\tau\epsilon$ $\delta\nu$ $\epsilon\chi\epsilon\iota$ ἢ $B\Gamma$ (corr. ex ΓB p) $\pi\rho\delta$ ΓH ($\tau\eta$ ΓH V, ΓH mutat. in $\Gamma\Theta$ B) $\kappa\alpha\iota$ τοῦ $\delta\nu$ $\epsilon\chi\epsilon\iota$ ἢ $\Delta\Gamma$ $\pi\rho\delta$ ΓE ($\tau\eta\nu$ ΓE V) Theon (B F V p). 16. $\Gamma H]$ mutat. in $\Gamma\Theta$ B. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ B. 17. $\Delta H]$ mutat. in $\Delta\Theta$ B. 18. $K]$ post ras. 1 litt. F. 19. $\Gamma H]$ mutat. in $\Gamma\Theta$ B. 21. $\tau\eta\nu]$ om. B F p. 22. $\tau\eta\nu]$ om. B F p. $\epsilon\lambda\sigma\iota\nu$ P F. 23. $\tau\eta\nu]$ om. B p. $\Gamma H]$ mutat. in $\Gamma\Theta$ B. $\tau\eta\nu]$ om. B p.

ἐκ τῶν πλευρῶν. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΗ, οὕτως τὸ ΑΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΘ, ἀλλ' ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΗ, οὕτως ἡ Κ πρὸς τὴν Α, καὶ ὡς ἄρα ἡ Κ πρὸς τὴν Α, οὕτως τὸ ΑΓ πρὸς
 5 τὸ ΓΘ. πάλιν, ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ, ἀλλ' ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως ἡ Α πρὸς τὴν Μ, καὶ ὡς ἄρα ἡ Α πρὸς τὴν Μ, οὕτως τὸ ΓΘ παραλληλό-
 10 γραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλόγραμμον. ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη, ὡς μὲν ἡ Κ πρὸς τὴν Α, οὕτως τὸ ΑΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον, ὡς δὲ ἡ Α πρὸς τὴν Μ, οὕτως τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλόγραμμον, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ Κ πρὸς τὴν Μ, οὕτως τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλό-
 15 γραμμον. ἡ δὲ Κ πρὸς τὴν Μ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· καὶ τὸ ΑΓ ἄρα πρὸς τὸ ΓΖ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Τὰ ἄρα ἰσογώνια παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· ὅπερ
 20 ἔδει δεῖξαι.

κδ'.

Παντὸς παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

25 Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ, περὶ δὲ τὴν ΑΓ παραλληλόγραμμα ἔστω τὰ ΕΗ, ΘΚ· λέγω, ὅτι ἐκάτερον τῶν ΕΗ, ΘΚ παραλληλογράμμων ὁμοίον ἐστι ὅλῳ τῷ ΑΒΓΔ καὶ ἀλλήλοις.

1. τίν] m. 2 F. 2. ΓΗ] mutat. in ΓΘ B. ΓΘ] mutat. in ΓΗ B. 3. ἡ] om. p. τήν] om. BFp. ΓΗ]

$B\Gamma : \Gamma H = A\Gamma : \Gamma\Theta$ [prop. I], et $B\Gamma : \Gamma H = K : A$,
erit etiam $K : A = A\Gamma : \Gamma\Theta$. rursus quoniam est
 $A\Gamma : \Gamma E = \Gamma\Theta : \Gamma Z$ [prop. I], et $A\Gamma : \Gamma E = A : M$,
erit etiam $A : M = \Gamma\Theta : \Gamma Z$. iam quoniam demon-
stratum est, esse $K : A = A\Gamma : \Gamma\Theta$ et $A : M = \Gamma\Theta$
 $: \Gamma Z$, ex aequo [V, 22] erit $K : M = A\Gamma : \Gamma Z$. sed
 K ad M rationem ex rationibus laterum compositam
habet. quare etiam $A\Gamma$ ad ΓZ rationem ex rationi-
bus laterum compositam habet.

Ergo parallelogramma aequiangula inter se ratio-
nem ex rationibus laterum compositam habent; quod
erat demonstrandum.

XXIV.

In quouis parallelogrammo parallelogramma cir-
cum diametrum posita similia sunt et toti et inter se.

Sit parallelogrammum $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem
eius $A\Gamma$, et parallelogramma circum $A\Gamma$ posita sint
 EH , ΘK . dico, parallelogramma EH , ΘK similia
esse et toti $AB\Gamma\Delta$ et inter se.

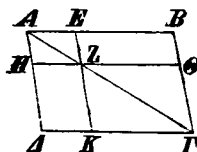
mutat. in $\Gamma\Theta$ B. 4. τό] ή p. $A\Gamma$] AK e corr. V; Γ
mutat. in Δ m. recentissima p. 5. τό] τήν p. $\Gamma\Theta$] mutat.
in ΓH B; Γ mutat. in Δ m. recentiss. p. 6. $\Gamma\Theta$] mutat.
in ΓH B. 7. τήν] om. B F p. τήν] om. P. 10. ή
μέν p. 11. $\Gamma\Theta$] mutat. in ΓH B. ή] τό φ (non F).
12. $\Gamma\Theta$] mutat. in $E\Theta$ F, in ΓH B. 14. $A\Gamma$] PV; $A\Gamma$
 $\pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\gamma\rho\alpha\mu\mu\omicron\nu$ B p et comp. F. In figura litterae H, Θ
in B permutatae sunt a m. 1, sed mutationes in textu huc
spectantes a m. 2 uidentur esse. 16. ἄρα] m. 2 V. 17.
 $\sigma\upsilon\gamma\kappa\epsilon\iota\mu\acute{\epsilon}\nu\omega\nu$ P, corr. m. 1. 21. κς' F p. 23. ἐστίν PB;
comp. p. 27. EH] (alt.) in ras. F. 28. ἐστίν PBF;
comp. p. δλω] m. 2 V.

Ἐπεὶ γὰρ τριγώνου τοῦ $ΑΒΓ$ παρὰ μίαν τῶν
 πλευρῶν τὴν $ΒΓ$ ἤκται ἡ $ΕΖ$, ἀνάλογόν ἐστιν ὡς
 ἡ $ΒΕ$ πρὸς τὴν $ΕΑ$, οὕτως ἡ $ΓΖ$ πρὸς τὴν $ΖΑ$.
 πάλιν, ἐπεὶ τριγώνου τοῦ $ΑΓΔ$ παρὰ μίαν τὴν $ΓΔ$
 5 ἤκται ἡ $ΖΗ$, ἀνάλογόν ἐστιν ὡς ἡ $ΓΖ$ πρὸς τὴν
 $ΖΑ$, οὕτως ἡ $ΔΗ$ πρὸς τὴν $ΗΑ$. ἀλλ' ὡς ἡ $ΓΖ$
 πρὸς τὴν $ΖΑ$, οὕτως ἐδείχθη καὶ ἡ $ΒΕ$ πρὸς τὴν
 $ΕΑ$ · καὶ ὡς ἄρα ἡ $ΒΕ$ πρὸς τὴν $ΕΑ$, οὕτως ἡ
 $ΔΗ$ πρὸς τὴν $ΗΑ$, καὶ συνθέντι ἄρα ὡς ἡ $ΒΑ$ πρὸς
 10 $ΑΕ$, οὕτως ἡ $ΔΑ$ πρὸς $ΑΗ$, καὶ ἐναλλάξ ὡς ἡ $ΒΑ$
 πρὸς τὴν $ΑΔ$, οὕτως ἡ $ΕΑ$ πρὸς τὴν $ΑΗ$. τῶν
 ἄρα $ΑΒΓΔ$, $ΕΗ$ παραλληλογράμμων ἀνάλογόν εἰσιν
 αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὴν κοινὴν γωνίαν τὴν ὑπὸ $ΒΑΔ$.
 καὶ ἐπεὶ παραλληλός ἐστιν ἡ $ΗΖ$ τῇ $ΔΓ$, ἴση ἐστὶν
 15 ἡ μὲν ὑπὸ $ΑΖΗ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΔΓΑ$ · καὶ κοινὴ
 τῶν δύο τριγώνων τῶν $ΑΔΓ$, $ΑΗΖ$ ἡ ὑπὸ $ΔΑΓ$
 γωνία· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΑΔΓ$ τρίγωνον τῷ
 $ΑΗΖ$ τριγώνῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ $ΑΓΒ$ τρίγω-
 νον ἰσογώνιον ἐστὶ τῷ $ΑΖΕ$ τριγώνῳ, καὶ ὅλον τὸ
 20 $ΑΒΓΔ$ παραλληλόγραμμον τῷ $ΕΗ$ παραλληλογράμῳ
 ἰσογώνιον ἐστίν· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ $ΑΔ$ πρὸς
 τὴν $ΔΓ$, οὕτως ἡ $ΑΗ$ πρὸς τὴν $ΗΖ$, ὡς δὲ ἡ $ΔΓ$
 πρὸς τὴν $ΓΑ$, οὕτως ἡ $ΗΖ$ πρὸς τὴν $ΖΑ$, ὡς δὲ ἡ
 $ΑΓ$ πρὸς τὴν $ΓΒ$, οὕτως ἡ $ΑΖ$ πρὸς τὴν $ΖΕ$, καὶ
 25 ἔτι ὡς ἡ $ΓΒ$ πρὸς τὴν $ΒΑ$, οὕτως ἡ $ΖΕ$ πρὸς τὴν $ΕΑ$.

2. τήν] in ras. m. 2 V, corr. ex τῇ m. 2 P. ΕΖ] ΗΖ
 m. rec. p. 3. ΒΕ] mutat. in ΒΗ m. rec. p. ΕΑ] mutat.
 in ΗΑ m. rec. p; ΒΔ φ. 4. ΑΓΔ] ΠΓ, V m. 1; ΑΔΓ
 Βρ, V m. 2. 5. ΖΗ] mutat. in ΖΕ m. rec. p. 6. ΔΗ]
 mutat. in ΔΕ m. rec. p. 8. ΕΑ] (prius) ΕΔ φ (non F). Seq.
 in p: οὕτως ἡ ΔΗ πρὸς τὴν ΗΑ καὶ συνθέντι ἄρα, del. m. 1.
 οὕτως καὶ p. 9. ἄρα] om. P. 10. τὴν ΑΕ V. οὕτως]
 om. Βρ. τὴν ΑΗ V. ΒΑ] ΑΒ p. 12. ἄρα] P; om.

nam quoniam in triangulo $AB\Gamma$ uni lateri $B\Gamma$ parallela ducta est EZ , erit $BE : EA = \Gamma Z : ZA$

[prop. II]. rursus quoniam in tri-



angulo $A\Gamma\Delta$ uni lateri $\Gamma\Delta$ parallela ducta est ZH , erit

$$\Gamma Z : ZA = \Delta H : HA$$

[id.]. sed demonstratum est, esse

$$\Gamma Z : ZA = BE : EA.$$

quare etiam $BE : EA = \Delta H : HA$, et componendo [V, 18]

$$BA : AE = \Delta A : AH,$$

et permutando [V, 16] $BA : \Delta A = EA : AH$. itaque latera communem angulum $BA\Delta$ comprehendentia parallelogrammorum $AB\Gamma\Delta$, EH proportionalia sunt. et quoniam HZ rectae $\Delta\Gamma$ parallela est, erit $\angle AZH = \angle \Gamma A$ [I, 29]; et duorum triangulorum $\Delta\Delta\Gamma$, AHZ communis est $\angle \Delta A\Gamma$. itaque triangulus $\Delta\Delta\Gamma$ aequiangularus est triangulo AHZ [I, 32]. eadem de causa etiam triangulus $A\Gamma B$ triangulo AZE aequiangularus est, et totum parallelogrammum $AB\Gamma\Delta$ parallelogrammo EH aequiangulum est. itaque¹⁾ erit

$$\Delta A : \Delta \Gamma = AH : HZ, \Delta \Gamma : \Gamma A = HZ : ZA \text{ et } A\Gamma : \Gamma B = AZ : ZE, \Gamma B : BA = ZE : EA \text{ [prop. IV].}$$

1) Hoc ἄρα lin. 21 non ad ultima uerba, sed ad proxime antecedentia lin. 17—19 refertur.

BFVp. EH] E postea insert. F; deinde ἄρα add. m. 2 BFV.
13. αἱ] (alt.) om. F. 14. ἴση] ἴση δέ F. 15. AZH] P;
AHZ Theon (BFVp). γωνία] m. 2 V. τῇ] P; τῇ ὑπὸ
AΔΓ ἡ δὲ ὑπὸ HZA (ZHA F) τῇ Theon (BFVp). 16.
AHZ] PF, V m. 1; AZH Bp, V m. 2. 17. γωνία] om. Bp.
τὸ AΔΓ] P, V m. 1; om. F; τὸ AΔΓ Bp, V m. 2. 18.
AHZ] litt. HZ e corr. p. AΓB] ABΓ V. 19. ὅλον] ὅλον
ἄρα V. 20. ἰσογώνιον ἐστὶ τῷ EH παραλληλογράμῳ V.
25. EA] AE, eraso E F.

- καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὥς μὲν ἡ $\Delta\Gamma$ πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ HZ πρὸς τὴν ZA , ὥς δὲ ἡ $ΑΓ$ πρὸς τὴν ΓB , οὕτως ἡ AZ πρὸς τὴν ZE , δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὥς ἡ $\Delta\Gamma$ πρὸς τὴν ΓB , οὕτως ἡ HZ πρὸς τὴν ZE .
- 5 τῶν ἄρα $ΑΒΓΔ$, $ΕΗ$ παραλληλογράμμων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἰσας γωνίας· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΑΒΓΔ$ παραλληλόγραμμον τῷ $ΕΗ$ παραλληλογράμῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ τὸ $ΑΒΓΔ$ παραλληλόγραμμον καὶ τῷ $K\Theta$ παραλληλογράμῳ ὁμοιὸν ἐστίν·
- 10 ἐκάτερον ἄρα τῶν $ΕΗ$, ΘK παραλληλογράμμων τῷ $ΑΒΓΔ$ [παραλληλογράμῳ] ὁμοιὸν ἐστίν. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ εὐθύγραμμῳ ὅμοια καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια· καὶ τὸ $ΕΗ$ ἄρα παραλληλόγραμμον τῷ ΘK παραλληλογράμῳ ὁμοιὸν ἐστίν.
- 15 Παντὸς ἄρα παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα ὁμοιά ἐστὶ τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κε΄.

- Τῷ δοθέντι εὐθύγραμμῳ ὅμοιον καὶ ἄλλῳ
20 τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ὅμοιον συστήσασθαι, τὸ $ΑΒΓ$, ᾧ δὲ δεῖ ἴσον, τὸ Δ . δεῖ δὴ τῷ μὲν $ΑΒΓ$ ὅμοιον, τῷ δὲ Δ ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

XXV. Hero def. 116. Eutocius in Apollon. p. 53.

1. ΓA] Γ eras. F. 2. HZ] ZH Fp. $ΑΓ$] eras. F.
3. ΓB] B eras. F. 4. ΓB] $B\Gamma$ P. 6. εἰσιν] εἰ- eras. F.
7. τό] corr. ex τῷ m. 2 V. παραλληλόγραμμον] corr. ex
παραλληλογράμῳ m. 2 V. τῷ] corr. ex τό m. 2 V. παρα-
λληλόγραμμον V, corr. m. 2. 8. δῆ] δὴ καὶ F; καὶ add.
V m. 2. 9. καί] m. 2 F. $K\Theta$] ΘK P. 11. παραλλη-

et quoniam demonstratum est, esse $\angle \Gamma : \Gamma A = HZ : ZA$ et $\angle \Gamma : \Gamma B = AZ : ZE$, ex aequo erit [V, 22] $\angle \Gamma : \Gamma B = HZ : ZE$. ergo in parallelogrammis $AB\Gamma A$, EH latera aequales angulos comprehendunt proportionalia sunt.¹⁾ itaque $AB\Gamma A \sim EH$ [def. 1].²⁾ eadem de causa etiam $AB\Gamma A \sim K\Theta$. itaque utrumque parallelogrammum EH , ΘK parallelogrammo $AB\Gamma A$ simile est. quae autem eidem figurae rectilineae similes sunt figurae, etiam inter se similes sunt [prop. XXI]. quare etiam $EH \sim \Theta K$.

Ergo in quouis parallelogrammo parallelogramma circum diametrum posita similia sunt et toti et inter se; quod erat demonstrandum.

XXV.

Datae figurae rectilineae similem et alii figurae datae aequalem eandem figuram construere.

Sit data figura rectilinea, cui similem figuram oporteat construere, $AB\Gamma$, cui autem aequalem oporteat, Δ . oportet igitur figuram construere figurae $AB\Gamma$ similem, figurae autem Δ eandem aequalem.

1) Nam demonstrauimus $BA : A\Delta = EA : AH$ (p. 150, 10), $A\Delta : \angle \Gamma = AH : HZ$ (p. 150, 21), $HZ : ZE = \angle \Gamma : \Gamma B$ (lin. 4), $ZE : EA = \Gamma B : BA$ (p. 150, 25).

2) Nam etiam aequiangula sunt (p. 150, 20). — hac ratione diluuntur, opinor, cauillationes Simsoni p. 378; quamquam confitendum est, Euclidem hic nonnihil a solito ordine dilucido defecisse.

λογράμῳ] om. P. ἔστιν] F, comp. p; ἔστι PBV. 12. ἔστιν] εἰσιν V. 13. ἀρα] om. p. ΘK] Θ in ras. V. 14. ἔστιν] comp. Vp; ἔστι PBF. 16. τε] m. 2 F. 18. καὶ] Fp. 20. συνστήσασθαι P; corr. m. rec. 21. Post ὃ eras. δέ B. 22. συνστήσασθαι P; corr. m. rec. δὲ δεῖ ἔσθαι] in ras. m. 2 V. 23. τῷ] (prius) corr. ex τό m. 1 p; τό F. συνστήσασθαι P; corr. m. rec.

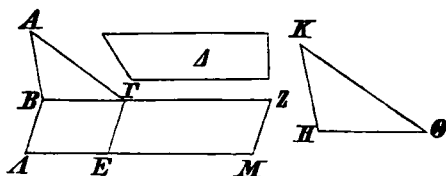
Παραβεβλήσθω γὰρ παρὰ μὲν τὴν ΒΓ τῷ ΑΒΓ
 τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΒΕ, παρὰ δὲ
 τὴν ΓΕ τῷ Δ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΓΜ ἐν
 γωνία τῇ ὑπὸ ΖΓΕ, ἣ ἐστὶν ἴση τῇ ὑπὸ ΓΒΑ. ἐκ'
 5 εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΒΓ τῇ ΓΖ, ἡ δὲ ΑΕ τῇ
 ΕΜ. καὶ εἰλήφθω τῶν ΒΓ, ΓΖ μέση ἀνάλογον ἡ
 ΗΘ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΗΘ τῷ ΑΒΓ ὁμοίον
 τε καὶ ὁμοίως καίμενον τὸ ΚΗΘ.

Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΗΘ, οὕτως
 10 ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΓΖ, ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον
 ὦσιν, ἐστὶν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ
 ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ
 ὁμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον, ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ
 ΒΓ πρὸς τὴν ΓΖ, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς
 15 τὸ ΚΗΘ τρίγωνον. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν
 ΓΖ, οὕτως τὸ ΒΕ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΕΖ
 παραλληλόγραμμον. καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒΓ τρίγωνον
 πρὸς τὸ ΚΗΘ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΒΕ παραλληλό-
 γραμμον πρὸς τὸ ΕΖ παραλληλόγραμμον. ἐναλλάξ
 20 ἄρα ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΕ παραλληλό-
 γραμμον, οὕτως τὸ ΚΗΘ τρίγωνον πρὸς τὸ ΕΖ
 παραλληλόγραμμον. ἴσον δὲ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ
 ΒΕ παραλληλογράμμῳ. ἴσον ἄρα καὶ τὸ ΚΗΘ τρί-
 γωνον τῷ ΕΖ παραλληλογράμμῳ. ἀλλὰ τὸ ΕΖ παρ-
 25 αλληλόγραμμον τῷ Δ ἐστὶν ἴσον. καὶ τὸ ΚΗΘ ἄρα
 τῷ Δ ἐστὶν ἴσον. ἐστὶ δὲ τὸ ΚΗΘ καὶ τῷ ΑΒΓ
 ὁμοιον.

Τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ ΑΒΓ ὁμοιον

1. τῷ ΑΒΓ] supra F. 4. ΓΒΑ] ΓΒΑ φ. 5. ΒΓ]
 Ρφ, V m. 1; ΓΒ Βρ, V m. 2. 6. καὶ εἰλήφθω] περιειλή-
 φθω φ post ras. 7. ΗΘ] (prius) eras. F. τῷ] τό F.

Nam rectae $B\Gamma$ triangulo $AB\Gamma$ aequale adplicetur parallelogrammum BE [I, 44], rectae autem ΓE



figurae Δ aequale parallelogrammum ΓM in angulo $Z\Gamma E$ aequali angulo $\Gamma B\Delta$ [I, 45]. itaque $B\Gamma$, ΓZ in eadem recta sunt et item AE , EM . et sumatur rectarum $B\Gamma$, ΓZ media proportionalis $H\Theta$ [prop. XIII], et in $H\Theta$ triangulo $AB\Gamma$ similis et similiter positus construatur $KH\Theta$ [prop. XVIII]. et quoniam est $B\Gamma : H\Theta = H\Theta : \Gamma Z$, et si tres rectae proportionales sunt, est ut prima ad tertiam, ita figura in prima descripta ad figuram in secunda similem et similiter descriptam [prop. XIX coroll.], erit

$$B\Gamma : \Gamma Z = AB\Gamma : KH\Theta.$$

uerum etiam $B\Gamma : \Gamma Z = BE : EZ$ [prop. I]. quare etiam $AB\Gamma : KH\Theta = BE : EZ$. permutando igitur [V, 16] $AB\Gamma : BE = KH\Theta : EZ$. sed $AB\Gamma = BE$. itaque etiam $KH\Theta = EZ$. sed $EZ = \Delta$. quare etiam $KH\Theta = \Delta$. erat autem etiam $KH\Theta \sim AB\Gamma$.

Ergo datae figurae rectilineae $AB\Gamma$ similis et

8. $\tau\epsilon$] om. V. 10. η] eras. F. 11. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$] om. P. 15. $\tau\epsilon\lambda\iota\gamma\omega\nu\nu$] om. V. Supra $B\Gamma$ scr. $\beta\acute{\alpha}\sigma\iota\varsigma$ et supra ΓZ lin. 16 $\beta\acute{\alpha}\sigma\iota\nu$ m. rec. P. 17. $\kappa\alpha\iota \acute{\omega}\varsigma \acute{\alpha}\rho\alpha$ — 19: $\pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\acute{o}\gamma\epsilon\alpha\mu\mu\omicron\nu$] bis p; corr. m. 1. 19. EZ] ZE p (sed in repetitione EZ). 25. $\acute{\iota}\sigma\omicron\nu \kappa\alpha\iota$] in mg. transit F. $KH\Theta$] in ras. m. 2 F. $\acute{\alpha}\rho\alpha \tau\acute{\alpha}\nu \Delta \acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu \acute{\iota}\sigma\omicron\nu$] om. F. 26. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota \delta\grave{\epsilon} \tau\acute{o}$] φ cum ras. 2 litt. ante $\tau\acute{o}$.

καὶ ἄλλω τῷ δοθέντι τῷ Δ ἴσον το αὐτὸ συνέσταιται
τὸ $KH\Theta$. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

κς'.

Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλό-
5 γραμμον ἀφαιρεθῇ ὁμοιόν τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως
κείμενον κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν
αὐτὴν διάμετρον ἐστὶ τῷ ὅλῳ.

Ἀπὸ γὰρ παραλληλογράμμου τοῦ $AB\Gamma\Delta$ παρα-
λληλόγραμμον ἀφηρησθῶ τὸ AZ ὁμοιον τῷ $AB\Gamma\Delta$
10 καὶ ὁμοίως κείμενον κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ τὴν
ὑπὸ ΔAB . λέγω, ὅτι περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρον ἐστὶ
τὸ $AB\Gamma\Delta$ τῷ AZ .

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω [αὐτῶν] διά-
μετρος ἡ $A\Theta\Gamma$, καὶ ἐκβληθεῖσα ἡ HZ διήχθῃ ἐπὶ
15 τὸ Θ , καὶ ἤχθῃ διὰ τοῦ Θ ὁποτέρᾳ τῶν AA , $B\Gamma$
παράλληλος ἡ ΘK .

Ἐπεὶ οὖν περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρον ἐστὶ τὸ $AB\Gamma\Delta$
τῷ KH , ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΔA πρὸς τὴν AB , οὕτως
ἡ HA πρὸς τὴν AK . ἐστὶ δὲ καὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα
20 τῶν $AB\Gamma\Delta$, EH καὶ ὡς ἡ ΔA πρὸς τὴν AB , οὕτως
ἡ HA πρὸς τὴν AE . καὶ ὡς ἄρα ἡ HA πρὸς τὴν

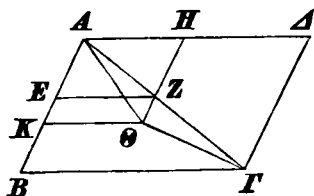
1. τῷ Δ] P, V m. 2; om. Theon (BFp, V m. 1). συνί-
σταται V. 3. κς' Fp. 4. παραλληλόγραμον P. 5. ἀφαι-
ρεθέν φ. τῷ ὅλῳ] τὸ ὅλλον φ in ras. 8. παραλληλογράμ-
μου γάρ P. 9. AZ] supra 2 litt. eras. sunt in V; $AZHZ$ Bp.
τῷ] τό φ. 11. ἐστὶν F. 12. τό] τῷ V, corr. m. 2.
 $AB\Gamma\Delta$ V. 13. αὐτῶν] om. FV. 14. $A\Theta\Gamma$] φ; os inter
duas ras. F. καὶ ἐκβληθεῖσα — 15: τὸ Θ] P; om. Theon
(BFVp). 18. Post KH add. Theon: ὁμοιόν ἐστὶ τὸ $AB\Gamma\Delta$
τῷ KH (BFVp). 21. καὶ ὡς ἄρα — p. 158 1: πρὸς τὴν
 AE] om. Bp. HA] AH F.

alii figurae datae Δ aequalis eadem constructa est figura $KH\Theta$; quod oportebat fieri.

XXVI.

Si a parallelogrammo aufertur parallelogrammum toti simile et similiter positum et communem angulum habens, circum eandem diametrum positum est ac totum.

Nam a parallelogrammo $AB\Gamma\Delta$ auferatur parallelogrammum AZ simile parallelogrammo $AB\Gamma\Delta$ et similiter positum et communem habens angulum ΔAB . dico, $AB\Gamma\Delta$ et AZ circum eandem diametrum posita esse.



ne sint enim, sed, si fieri potest, diametrus sit $A\Theta\Gamma$.¹⁾ et producta HZ ad Θ educatur²⁾, et per Θ utrique $\Delta\Delta$, $B\Gamma$ parallela ducatur ΘK [I, 31 et 30]. iam quoniam

$AB\Gamma\Delta$ et KH circum eandem diametrum sunt posita, erit $\Delta A : AB = HA : AK$.³⁾ sed propter similitudinem parallelogrammorum $AB\Gamma\Delta$, EH erit etiam [def. 1] $\Delta A : AB = HA : AE$. itaque etiam

1) Debit ita dicere: nam si $AZ\Gamma$ diametrus parallelogrammi $A\Gamma$ non est, sit $A\Theta\Gamma$. adparet, $\alpha\upsilon\tau\omega\upsilon$ lin. 13 ferri non posse, sed malim cum FV delere quam cum Peyrardo in $\alpha\upsilon\tau\omega\upsilon$ corrigere; glossema sponte et in P et in Theoninis nonnullis ortum esse potest.

2) Uerba $\kappa\alpha\iota \epsilon\kappa\beta\lambda\eta\theta\epsilon\iota\sigma\alpha$ cet. lin. 14—15 om. Theon, quia in figura codd. permutatae sunt litterae E, Z et K, Θ ; cfr. p. 158, 3. ego cum Augusto his uerbis retentis errorem p. 158, 3 et figuram corrigere malui. Campani figura nostrae similior est.

3) Nam similia sunt (prop. 24); tum u. def. 1.

AK , οὕτως ἡ HA πρὸς τὴν AE . ἡ HA ἄρα πρὸς
 ἑκατέραν τῶν AK , AE τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. ἴση
 ἄρα ἐστὶν ἡ AE τῇ AK ἢ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ
 ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οὐκ ἐστὶ περὶ τὴν αὐτὴν
 5 διάμετρον τὸ $ABΓΔ$ τῷ AZ · περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα
 ἐστὶ διάμετρον τὸ $ABΓΔ$ παραλληλόγραμμον τῷ AZ
 παραλληλογράμῳ.

Ἐὰν ἄρα ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμ-
 μον ἀφαιρεθῇ ὁμοίον τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον
 10 κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρον
 ἐστὶ τῷ ὅλῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κζ'.

Πάντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεΐαν παρα-
 βαλλομένων παραλληλογράμμων καὶ ἐλλειπόν-
 15 των εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ
 ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀνα-
 γραφομένῳ μέγιστόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας
 παραβαλλόμενον [παραλληλόγραμμον] ὁμοιον
 ὃν τῷ ἐλλείμματι.

20 Ἐστω εὐθεΐα ἡ AB καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ
 $Γ$, καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν AB εὐθεΐαν τὸ $ΑΔ$
 παραλληλόγραμμον ἐλλεῖπον εἶδει παραλληλογράμῳ
 τῷ $ΔΒ$ ἀναγραφέντι ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς AB , τουτέστι
 τῆς $ΓΒ$ · λέγω, ὅτι πάντων τῶν παρὰ τὴν AB παρα-
 25 βαλλομένων παραλληλογράμμων καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι
 [παραλληλογράμμοις] ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις

1. AK] P; AEK , E in ras., F; AE V. AE] AB P,
 corr. m. rec.; AK V. ἄρα] om. P. 3. AE] AK PFBp,
 V m. 2. AK] AE PBFp, V m. 2. ἐλάτων F, corr. m. 2.
 4. οὐκ] (alt.) om. BVp. ἐστὶν PFB. 5. AZ] Pφ; $ΑΘ$

$HA : AK = HA : AE$. ergo HA ad utramque AK, AE eandem rationem habet. quare $AE = AK$ [V, 9] minor maiori; quod fieri non potest. quare fieri non potest, ut $AB\Gamma\Delta, AZ$ circum eandem diametrum posita non sint. ergo parallelogramma $AB\Gamma\Delta, AZ$ circum eandem diametrum posita sunt.

Ergo si a parallelogrammo aufertur parallelogrammum toti simile et similiter positum et communem angulum habens, circum eandem diametrum positum est ac totum; quod erat demonstrandum.

XXVII.

Omnium parallelogrammorum eidem rectae adplicatorum et deficientium figuris parallelogrammis similibus et similiter positis ei, quae in dimidia describitur, maximum est parallelogrammum dimidia adplicatum defectui simile.

Sit recta AB et in duas partes aequales secetur in Γ , et rectae AB adplicetur parallelogrammum $A\Delta$ deficiens figura parallelogramma ΔB in dimidia rectae AB , hoc est in ΓB , descripta. dico, omnium parallelogrammorum rectae AB adplicatorum et figuris

BVp. 6. *ἐστίν* P. 10. *ἔχον γωνίαν* V. *αὐτήν*] supra m. 1 p.
 12. *λ'* Fp. 17. *τε ἐστὶ* p. 18. *παράλαμβανόμενον* P;
 corr. m. rec. *παράλληλόγραμμον*] m. rec. P. *ὅμοιον*] corr.
 ex *ὅμοι* P. 19. *ὅν τῷ*] *ὅν τὸ φ* in ras. *ἐλλείματι* p. 21.
τὴν] *τὴν αὐτήν* P. *A\Delta*] Δ in ras. m. 2 V; $AB \varphi$. 23.
\Delta B] $\Delta \Theta \varphi$ (non F). Post hoc uocab. add. Theon: *ὁμοίῳ τε*
καὶ ὁμοίως ἀναγραφέντι (F; pro *ὁμοίῳ* Bp φ , V m. 2 hab.
ὅμοιον; pro *ἀναγραφέντι* Bp: *ἀναγραφέν*, V *κειμεν* seq. ras.;
 -*τι* in F punctis del.). *ἀναγραφέντι*] P; *τῷ* Theon (BFVp).
ἡμισείας] *ἡμισείας ἀναγραφέντι* FV. *AB*] $A\Delta \varphi$ (non F).
τουτέστιν P. 25. *εἶδеси*] φ (aliud uerbum habuit F); *εἶδеси* P.
 26. *παράλληλογράμμοις*] om. P.

τῷ ΔB μέγιστόν ἐστι τὸ $A\Delta$. παραβεβλήσθω γὰρ παρὰ τὴν AB εὐθεῖαν τὸ AZ παραλληλόγραμμον ἐλλείπον εἶδει παραλληλογράμῳ τῷ ZB ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ΔB . λέγω, ὅτι μεζόν ἐστι τὸ $A\Delta$ τοῦ AZ .

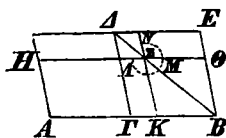
Ἐπεὶ γὰρ ὁμοιόν ἐστι τὸ ΔB παραλληλόγραμμον τῷ ZB παραλληλογράμῳ, περὶ τὴν αὐτὴν εἶσι διαμετρον. ἤχθω αὐτῶν διάμετρος ἡ ΔB , καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα.

- 10 Ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΓZ τῷ ZE , κοινὸν δὲ τὸ ZB , ὅλον ἄρα τὸ $\Gamma\Theta$ ὅλῳ τῷ KE ἐστὶν ἴσον. ἀλλὰ τὸ $\Gamma\Theta$ τῷ ΓH ἐστὶν ἴσον, ἐπεὶ καὶ ἡ $A\Gamma$ τῇ ΓB . καὶ τὸ $H\Gamma$ ἄρα τῷ EK ἐστὶν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΓZ . ὅλον ἄρα τὸ AZ τῷ ΔMN
- 15 γνῶμονί ἐστιν ἴσον. ὥστε τὸ ΔB παραλληλόγραμμον, τουτέστι τὸ $A\Delta$, τοῦ AZ παραλληλογράμμου μεζόν ἐστίν.

Πάντων ἄρα τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων παραλληλογράμμων καὶ ἐλλειπόντων εἶδεσι

20 παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ μέγιστόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβληθέν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. τῷ] τό F. παραβεβλήσθω p. 2. AB] B e corr. m. 1 p. 3. παραλληλογράμῳ p. 7. περὶ ἄρα τὴν Bp. 10. ἴσον] supra m. 1 V. $Z\dot{E}$] corr. ex $Z\Theta$ m. rec. P. δέ] P; προσκείσθω Theon (BFVp). 11. $\Gamma\Theta$] e corr. P m. rec. KE] corr. ex $K\Theta$ m. rec. P. 12. $\Gamma\Theta$] corr. ex ΓE P m. rec. 13. ΓB] PF; ἐστὶν ἴση supra add. V; ΓB ἴση ἐστίν Bp. EK] e corr. P m. rec. 14. ὅλον] seq. ras. 2—3 litt. F. 16. AZ] inter A et Z ras. 1 litt. F. 17. ἐστὶ B. 18. αὐτῇ] om. p. 19. παραλληλογράμμων — 22: δεῖξαι] καὶ τὰ ἐξῆς p. 22. δεῖξαι] seq. in omnibus codd. demonstratio alia, quam in appendicem reieciimus; u. p. 161 not. 2.



similibus et similiter positis figurae $\triangle B$ deficientium maximum esse $\triangle A$. adplicetur enim rectae AB parallelogrammum AZ deficiens figura parallelogramma ZB simili et similiter posita figurae $\triangle B$. dico, esse $\triangle A > AZ$.

nam quoniam $\triangle B \sim ZB$, circum eandem diametrum sunt posita [prop. XXVI]. ducatur eorum diametrus AB , et describatur figura.¹⁾ iam quoniam $\Gamma Z = ZE$ [I, 43] et commune est ZB , erit $\Gamma\Theta = KE$. sed $\Gamma\Theta = \Gamma H$, quoniam $A\Gamma = \Gamma B$ [prop. I]. quare etiam $H\Gamma = EK$. commune adiiciatur ΓZ . itaque $AZ = \triangle MN$. quare $\triangle B > AZ$, h. e. $\triangle A > AZ$.

Ergo omnium parallelogrammorum eidem rectae adplicatorum et deficientium figuris parallelogrammis similibus et similiter positis ei, quae in dimidia describitur, maximum est, quod dimidia adplicatur; quod erat demonstrandum.²⁾

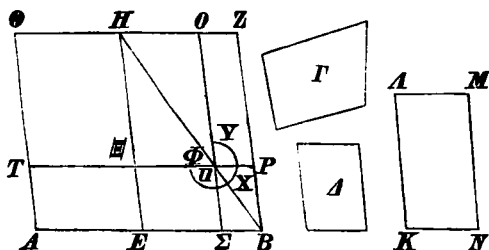
1) H. e. producantur HZ ad Θ et KZ usque ad $\triangle E$; cfr. II, 7, 8.

2) Itaque is solus casus tractatur, ubi $AK > A\Gamma$, nec opus est alterum, ubi $AK < A\Gamma$, propria demonstratione ostendere nec hoc moris est Euclidis. sane in codd. omnibus additur demonstratio huius quoque casus. sed apertissime interpolata est; nam primum ante lin. 18 sq., non post eas inserenda erat, deinde iam ab initio in praeparatione duo casus respiciendi erant nec hoc unquam neglexit Euclides, ubi plures casus habet; ita etiam in altero casu eadem litterae, quae in priore, usurpatae essent, quod iure postulat Simsonus p. 380. Campanus VI, 26 utrumque casum demonstrat.

κη'.

Παρά τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι
 εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παρα-
 βαλεῖν ἑλλείπον εἶδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ
 5 τῷ δοθέντι· δεῖ δὲ τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον
 [ὃ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν] μὴ μείζον εἶναι τοῦ
 ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγεγομμένου ὁμοίου τῷ
 ἑλλείμματι [τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ ὃ δεῖ
 ὁμοιον ἑλλείπειν].

- 10 Ἐστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ AB , τὸ δὲ δοθέν
 εὐθύγραμμον, ὃ δεῖ ἴσον παρὰ τὴν AB παραβαλεῖν,
 τὸ Γ μὴ μείζον [ὄν] τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς AB
 ἀναγεγομμένου ὁμοίου τῷ ἑλλείμματι, ὃ δὲ δεῖ ὁμοιον



- ἑλλείπειν, το Δ · δεῖ δὲ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν
 15 τὴν AB τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ Γ ἴσον παρα-
 λληλόγραμμον παραβαλεῖν ἑλλείπον εἶδει παραλληλο-
 γράμμῳ ὁμοίῳ ὄντι τῷ Δ .

Τετμήσθω ἡ AB δίχα κατὰ τὸ E σημεῖον, καὶ
 ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς EB τῷ Δ ὁμοιον καὶ ὁμοίως

1. κη'] om. F; λβ' p. 2. εὐθεῖαν] mg. m. 1 P. 3.
 παραβάλλειν V. 5. τῷ] ὄντι τῷ V. δέ] δὴ PBFVp;

XXVIII.

Datae rectae datae figurae rectilineae aequale parallelogrammum adplicare deficiens figura parallelogramma datae simili. oportet autem, figuram rectilineam datam¹⁾ maiorem non esse figura in dimidia recta descripta defectui simili.²⁾

Sit data recta AB , et data figura rectilinea, cui aequalem figuram rectae AB adplicare oportet, Γ non maior figura in dimidia AB descripta simili defectui, ea autem, cui similem figuram deficere oportet, sit Δ . oportet igitur datae rectae AB datae figurae rectilineae Γ aequale parallelogrammum adplicare deficiens figura parallelogramma simili figurae Δ .

secetur enim AB in duas partes aequales in puncto E , et in EB describatur figurae Δ similis et

1) Uerba a Theone lin. 6 interpolata ideo parum necessaria sunt, quod τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον ad τῷ δοθέντι (sc. εἶδει) lin. 5 referri non possunt, sed necessario a quouis lectore ad τῷ δοθέντι εὐθύγραμμῳ lin. 2 trahuntur.

2) Hunc διορισμόν statim praebet prop. 27. — Campanum VI, 27: „quod secundum eiusdem suum esse parallelogrammo super dimidiam datae lineae collocato minime maius existat“ non intellego, uidetur tamen potius cum P consentire.

corr. Augustus. 6. ὃ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν] add. Theon (BFVp); m. rec. P. παραβάλλειν FV. 7. ἀναγραφομένου] P; παραβαλλομένου Theon (BFVp). ὁμοίου] P; ὁμοίων ὄντων Theon (BFVp), P m. rec. τῷ ἐλλείμματι] P; τῶν ἐλλειμμάτων Theon (BFVp), P m. rec. 8. τοῦ τε — 9: ἐλλείπειν] add. Theon (BFVp); m. rec. P. 12. ὅν] om. P. τοῦ] τῷ φ. τῆς AB] P; om. Theon (BFVp). 13. ἀναγραφομένου] P; παραβαλλομένου Theon (BFVp). ὁμοίου τῷ ἐλλείμματι] P; ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων Theon (BFVp). 18. τό E] euan. F.

κείμενον τὸ $EBZH$, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ AH παραλληλόγραμμον.

Εἰ μὲν οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ AH τῷ Γ , γερονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν· παραβέβληται γὰρ παρὰ τὴν δο-
 5 θείσαν εὐθείαν τὴν AB τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ AH ἔλλειπον εἶδει παραλληλογράμμῳ τῷ HB ὁμοίῳ ὄντι τῷ Δ . εἰ δὲ οὐ, μείζον ἔστω τὸ ΘE τοῦ Γ . ἴσον δὲ τὸ ΘE τῷ HB · μείζον ἄρα καὶ τὸ HB τοῦ Γ . ὃ δὲ μείζον
 10 ἐστὶ τὸ HB τοῦ Γ , ταύτῃ τῇ ὑπεροχῇ ἴσον, τῷ δὲ Δ ὁμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ αὐτὸ συνεστάτω τὸ $KAMN$. ἀλλὰ τὸ Δ τῷ HB [ἐστίν] ὁμοιον· καὶ τὸ KM ἄρα τῷ HB ἐστίν ὁμοιον. ἔστω οὖν ὁμόλογος ἡ μὲν KA τῇ HE , ἡ δὲ AM τῇ HZ . καὶ
 15 ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ HB τοῖς Γ, KM , μείζον ἄρα ἐστὶ τὸ HB τοῦ KM · μείζων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ μὲν HE τῆς KA , ἡ δὲ HZ τῆς AM . κείσθω τῇ μὲν KA ἴση ἡ $H\Xi$, τῇ δὲ AM ἴση ἡ HO , καὶ συμπεπληρώσθω τὸ $\Xi H O \Pi$ παραλληλόγραμμον· ἴσον ἄρα καὶ
 20 ὁμοιόν ἐστὶ [τὸ $H\Pi$] τῷ KM [ἀλλὰ τὸ KM τῷ HB ὁμοιόν ἐστίν]. καὶ τὸ $H\Pi$ ἄρα τῷ HB ὁμοιόν ἐστίν· περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα διάμετρόν ἐστι τὴν $H\overline{\Pi}$ τῷ HB . ἔστω αὐτῶν διάμετρος ἡ $H\Pi B$, καὶ καταγεγράφθω το σῆμα.

1. $EBZH$] $BEZH$ F? 2. Post παραλληλόγραμμον add. Theon: τὸ δὲ AH ἥτοι ἴσον ἐστὶ τῷ Γ ἢ μείζον αὐτοῦ διὰ τὸν διορισμόν (BVp, F mg. m. 1; pro διορισμόν habent FV διορισμόν; in V corr. m. 2). 3. ἐστίν P; in F cum τὸ AH euan. 6. AH] euan. F. 8. δέ] δ' F. ἔστω] PF; ἔσται Bp; ἐστὶ V. δὲ τό] δὲ τοῦ B. 9. τῷ] τό B. HB] H supra m. 1 V. δῆ] δὲ uel δεῖ B; δεῖ p. 12. ἐστίν] om. P. 13. KM] inter K et M una litt. (ε?) euan. F. 14. KA] AK Bp. 15. HB] e corr. m. 1 p. 17. KA] AK Bp.

similiter posita $EBZH$ [prop. XVIII], et expleatur parallelogrammum AH . iam si $AH = \Gamma$, effectum erit propositum. nam datae rectae AB datae figurae rectilineae Γ aequale parallelogrammum adplicatum est AH deficiens figura parallelogramma HB simili figurae Δ . sin minus, sit $\Theta E > \Gamma$.¹⁾ sed $\Theta E = HB$. itaque $HB > \Gamma$. iam excessui, quo maius est HB figura Γ , aequale et parallelogrammo Δ simile et similiter positum idem construatur $KAMN$ [prop. XXV]. sed $\Delta \sim HB$. quare etiam $KM \sim HB$ [prop. XXI]. iam correspondeant inter se KA , HE et AM , HZ . et quoniam $HB = \Gamma + KM$, erit $HB > KM$. quare etiam $HE > KA$, $HZ > AM$.²⁾ ponatur $H\Xi = KA$ et $HO = AM$, et expleatur parallelogrammum $\Xi H O \Pi$. itaque aequale et simile³⁾ est parallelogrammo KM . quare etiam $H\Pi \sim HB$ [prop. XXI, cfr. lin. 13]. itaque $H\Pi$, HB circum eandem diametrum posita sunt [prop. XXVI]. sit eorum diametrus $H\Pi B$, et describatur figura [p. 161 not. 1].

1) Ex hypothesi; quare debuit esse $\xi\sigma\tau\alpha\iota$ lin. 8, sed $\xi\sigma\tau\omega$ ferri posse negare non ausim.

2) Nam per prop. 20 erit $HB : KM = HE^2 : KA^2 = HZ^2 : AM^2$. iam cum $HB > KM$, erit $HE^2 > KA^2$, $HZ^2 > AM^2$, h. e. $HE > KA$, $HZ > AM$.

3) Quia $HB \sim KM$, erit $\angle OH\Xi = KAM$. itaque $H\Pi$, KM aequiangula sunt. quare et similia sunt (def. 1) et aequalia (prop. 14). cfr. p. 144, 11.

$\tau\eta \mu\acute{\epsilon}\nu KA$] Bp; $\tau\eta KA \mu\acute{\epsilon}\nu PF$; $\mu\acute{\epsilon}\nu \tau\eta KA$ V. 18. HO] corr. ex $H\Theta$ m. rec. P; O e corr. m. 2 V; $H\Theta F$? 20. $\tau\theta H\Pi$] om. P. $\tau\theta$] e corr. P. $\acute{\alpha}\lambda\lambda\acute{\alpha} \tau\theta KM \tau\theta HB \delta\muοιόν \xi\sigma\tau\iota\nu$] $\tau\theta H\Pi$. $\acute{\alpha}\lambda\lambda\acute{\alpha} \tau\theta KM \tau\theta HB \delta\muοιόν \xi\sigma\tau\iota$ supra m. rec. P. KM] K in ras. m. 2 V. 21. $\xi\sigma\tau\iota BVp$. $\xi\sigma\tau\iota BFV$, comp. p.

ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ BH τοῖς Γ, KM , ὧν τὸ HP τῷ KM ἴσυν, λοιπὸς ἄρα ὁ $TX\Phi$ γνῶμων λοιπῷ τῷ Γ ἴσος ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ OP τῷ $\Xi\Sigma$, κοινὸν προσκείσθω τὸ PB . ὅλον ἄρα
 5 τὸ OB ὅλῳ τῷ ΞB ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ ΞB τῷ TE ἴσυν ἴσον, ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἡ AE πλευρᾷ τῇ EB ἴσυν ἴση· καὶ τὸ TE ἄρα τῷ OB ἴσυν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω τὸ $\Xi\Sigma$. ὅλον ἄρα τὸ $T\Sigma$ ὅλῳ τῷ ΦXT γνῶμονί ἐστίν ἴσον. ἀλλ' ὁ ΦXT γνῶμων τῷ Γ
 10 ἐδείχθη ἴσος· καὶ τὸ $T\Sigma$ ἄρα τῷ Γ ἴσυν ἴσον.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν AB τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ ΣT ἐλλείπον εἶδει παραλληλογράμμῳ τῷ PB ὁμοίῳ ὄντι τῷ A [ἐπειδήπερ τὸ PB τῷ HP
 15 ὁμοίον ἐστίν]· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

καθ'.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ὑπερβάλλον εἶδει παραλληλογράμμῳ
 20 ὁμοίῳ τῷ δοθέντι.

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ AB , τὸ δὲ δοθὲν εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ἴσον παρὰ τὴν AB παραβαλεῖν, τὸ Γ , ᾧ δὲ δεῖ ὅμοιον ὑπερβάλλειν, τὸ A . δεῖ δὴ παρὰ τὴν AB εὐθεῖαν τῷ Γ εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλ-
 25 ληλόγραμμον παραβαλεῖν ὑπερβάλλον εἶδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ A .

1. BH] in ras. m. 2 V ; HB p. 2. ἴσον ἐστίν p. λοιπὸν P , corr. m. rec. $TX\Phi$] $T\Phi X$ P V . 3. ἐστίν ἴσος F . ἐστίν] ἐστὶ V , comp. p. ἐστὶ] ἐστίν P . 5. OB] euan. F . 6. ἴσον ἐστίν B . Ante ἐπεὶ add. φ: ἐπὶ. 7. OB] O in

iam quoniam $BH = \Gamma + KM$, quorum $H\Pi = KM$, erit etiam $TX\Phi = \Gamma$. et quoniam $OP = \Xi\Sigma$ [I, 43], commune adiiciatur ΠB . itaque $OB = \Xi B$. sed $\Xi B = TE$, quoniam $AE = EB$ [prop. I]. quare etiam $TE = OB$. commune adiiciatur $\Xi\Sigma$. itaque $T\Sigma = \Phi XT$. sed demonstratum est, esse $\Phi XT = \Gamma$. quare etiam $T\Sigma = \Gamma$.

Ergo datae rectae AB datae figurae rectilineae Γ aequale parallelogrammum adplicatum est ΣT deficiens figura parallelogramma ΠB , quae figurae Δ similis est¹⁾; quod oportebat fieri.

XXIX.

Datae rectae datae figurae rectilineae aequale parallelogrammum adplicare excedens figura parallelogramma simili datae.

Sit data recta AB , data autem figura rectilinea, cui aequalem figuram rectae AB adplicare oportet, sit Γ , ea autem, cui similem figuram excedere oportet, sit Δ . oportet igitur rectae AB figurae rectilineae Γ aequale parallelogrammum adplicare excedens figura parallelogramma simili figurae Δ .

1) Nam $\Pi B \sim HB$ (prop. 24) $\sim \Delta$. uerba *ἐπειδήπερ* — *ἔστω*, ubi sine causa de $H\Pi$ mentio iniicitur, spuria sunt. alia res est p. 170, 7.

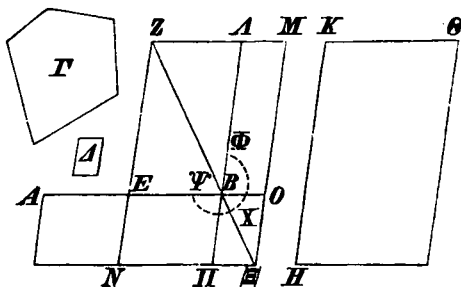
ras. m. 2 V. 8. $T\Sigma]$ TB corr. ex $T\Gamma$ m. 1 p. 9. *ἀλλά* Bp. 10. $T\Sigma]$ $A\Pi$ P. 11. *ἄρα*] om. F. 13. Supra ΣT ras. est in V. 14. *τῷ*] (tert.) postea insert. m. 1 F. 16. *καθ'*] *λγ'* p et F, corr. m. rec. 18. *παρὰλληλόγραμμον*] *παρὰλληλο-* sustulit resarcinatio in F. 22. *δεῖ*] *δή* F p. 23. *ὑπερβαλεῖν* F. *δεῖ* *δή*] sustulit lac. pergameni F. 24. *παρά* — *εὐθυγράμμω*] mg. m. 1 F. *ἴσον*] in ras. F.

Τετμήσθω ἡ AB δίχα κατὰ τὸ E , καὶ ἀναγε-
 γράφθω ἀπὸ τῆς EB τῷ A ὅμοιον καὶ ὁμοίως κεί-
 μενον παραλληλόγραμμον τὸ BZ , καὶ συναμφοτέροις
 μὲν τοῖς BZ , Γ ἴσον, τῷ δὲ A ὅμοιον καὶ ὁμοίως
 5 κείμενον τὸ αὐτὸ συνεστάτω τὸ $H\Theta$. ὁμόλογος δὲ
 ἔστω ἡ μὲν $K\Theta$ τῇ ZA , ἡ δὲ KH τῇ ZE . καὶ
 ἐπεὶ μείζον· ἔστι τὸ $H\Theta$ τοῦ ZB , μείζων ἄρα ἔστι
 καὶ ἡ μὲν $K\Theta$ τῆς ZA , ἡ δὲ KH τῆς ZE . ἐκβεβλή-
 σθωσαν αἱ ZA , ZE , καὶ τῇ μὲν $K\Theta$ ἴση ἔστω ἡ
 10 ZAM , τῇ δὲ KH ἴση ἡ ZEN , καὶ συμπληρωσθῶ
 τὸ MN . τὸ MN ἄρα τῷ $H\Theta$ ἴσον τέ ἐστὶ καὶ ὅμοιον.
 ἀλλὰ τὸ $H\Theta$ τῷ EA ἐστὶν ὅμοιον· καὶ τὸ MN ἄρα
 τῷ EA ὁμοιὸν ἐστίν· περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα διάμετρον
 ἐστὶ τὸ EA τῷ MN . ἤχθω αὐτῶν διάμετρος ἡ $Z\Xi$,
 15 καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα.

Ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ $H\Theta$ τοῖς EA , Γ , ἀλλὰ τὸ $H\Theta$
 τῷ MN ἴσον ἐστίν, καὶ τὸ MN ἄρα τοῖς EA , Γ
 ἴσον ἐστίν. κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ EA . λοιπὸς ἄρα
 ὁ $\Psi X\Phi$ γνώμων τῷ Γ ἐστὶν ἴσος. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
 20 ἡ AE τῇ EB , ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ AN τῷ NB , τουτέστι
 τῷ AO . κοινὸν προσκείσθω τὸ $E\Xi$. ὅλον ἄρα τὸ

3. BZ] corr. ex HZ m. 2 V. 4. BZ , Γ] Z et Γ e
 corr. p; HZ , Γ V. A] e corr. F. 5. $H\Theta$] PF; $H\Theta$.
 ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ $H\Theta$ τῷ ZB Bp, V mg. m. 2. 6. ZE]
 EZ F. 8. $K\Theta$] ΘK F. 10. KH] corr. ex KB m. rec. P.
 11. $\tau\epsilon$] om. V. ἐστὶν P. 12. $\tau\acute{o}$] (alt.) τῷ F, sed corr. 13.
 EA] A F. ἐστὶν ὅμοιον V. ἐστὶν] P, comp. p; ἐστὶ B F V.
 14. ἐστὶ] supra F. αὐτῶν] αὐτῶν ἡ V. 16. ἐπεὶ οὖν F V.
 $\tau\acute{o}$] (prius) τῷ F. 17. ἐστὶ P B V, comp. p. 18. ἐστὶ B V,
 comp. p. EA] mutat. in ΘA m. 1 F. 20. AE] in ras.
 m. 2 V. τουτέστιν P; comp. p. 21. AO] O e corr. m. 1 F.

secetur AB in duas partes aequales in puncto E ,
et in EB figurae Δ simile et similiter positum con-
struatur parallelogrammum BZ , et $BZ + \Gamma$ magni-



tudini aequale, parallelogrammo Δ autem simile et
similiter positum idem construatur $H\Theta$ [prop. XXV].
correspondeant¹⁾ autem $K\Theta$, ZA et KH , ZE . et
quoniam $H\Theta > ZB$, erit etiam $K\Theta > ZA$ et $KH > ZE$
[p. 165 not. 2]. producantur ZA , ZE , et sit

$$ZAM = K\Theta, ZEN = KH,$$

et expleatur parallelogrammum MN . itaque MN et
aequale et simile est parallelogrammo $H\Theta$ [p. 165
not. 3]. sed $H\Theta \sim EA$. quare etiam $MN \sim EA$
[prop. XXI]. itaque circum eandem diametrum posita
sunt EA , MN [prop. XXVI]. ducatur eorum dia-
metrus $Z\Xi$, et describatur figura.

iam quoniam $H\Theta = EA + \Gamma$ et $H\Theta = MN$, erit
etiam $MN = EA + \Gamma$. subtrahatur, quod commune
est, EA . itaque est $\Psi X \Phi = \Gamma$. et quoniam $AE = EB$,
erit $AN = NB = AO$ [I, 43]. commune adiciatur

1) Sc. in ΘH , EA parallelogrammis, quae figurae Δ simi-
lia sunt; unde etiam inter se similia sunt (prop. 21).

$ΑΞ$ ἴσον ἐστὶ τῷ $ΦΧΨ$ γινώμονι. ἀλλὰ ὁ $ΦΧΨ$ γινώμων τῷ $Γ$ ἴσος ἐστίν· καὶ τὸ $ΑΞ$ ἄρα τῷ $Γ$ ἴσον ἐστίν.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθείαν τὴν $ΑΒ$ τῷ
5 δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ $Γ$ ἴσον παραλληλόγραμμον
παραβέβληται τὸ $ΑΞ$ ὑπερβάλλον εἶδει παραλληλο-
γράμμῳ τῷ $ΠΟ$ ὁμοίῳ ὄντι τῷ $Δ$, ἐπεὶ καὶ τῷ $ΕΔ$
ἐστὶν ὁμοιον τὸ $ΟΠ$ · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

λ'.

10 Τὴν δοθεῖσαν εὐθείαν πεπερασμένην ἄκρον
καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ $ΑΒ$ · δεῖ
δὴ τὴν $ΑΒ$ εὐθείαν ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς $ΑΒ$ τετράγωνον τὸ $ΒΓ$,
15 καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν $ΑΓ$ τῷ $ΒΓ$ ἴσον παρ-
αλληλόγραμμον τὸ $ΓΔ$ ὑπερβάλλον εἶδει τῷ $ΑΔ$
ὁμοίῳ τῷ $ΒΓ$.

Τετράγωνον δὲ ἐστὶ τὸ $ΒΓ$ · τετράγωνον ἄρα ἐστὶ
καὶ τὸ $ΑΔ$. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ $ΒΓ$ τῷ $ΓΔ$,
20 κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ $ΓΕ$ · λοιπὸν ἄρα τὸ $ΒΖ$ λοιπῷ
τῷ $ΑΔ$ ἐστὶν ἴσον. ἐστὶ δὲ αὐτῷ καὶ ἰσογώνιον·
τῶν $ΒΖ$, $ΑΔ$ ἄρα ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ
περὶ τὰς ἰσας γωνίας· ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ $ΖΕ$ πρὸς τὴν
 $ΕΔ$, οὕτως ἡ $ΑΕ$ πρὸς τὴν $ΕΒ$. ἴση δὲ ἡ μὲν $ΖΕ$
25 τῇ $ΑΒ$, ἡ δὲ $ΕΔ$ τῇ $ΑΕ$. ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ $ΒΑ$ πρὸς

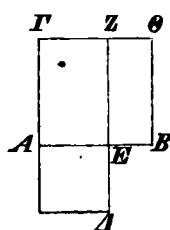
1. ἀλλ' F. 2. ἴσος] ἴσον φ (non F). ἐστίν] F, comp. p; ἐστὶ PBV. 3. ἐστὶ B. 4. ἄρα] supra comp. F. εὐθεῖαν ἐστὶ F. 7. τῷ] (alt.) τό F, et V, corr. m. 2. 9. ἰδ'] p; F, sed corr. m. rec. 11. τεμεῖν] supra scr. ν m. 1 F. 14. γὰρ ἀπό FV. Post AB ras. magna F. 15. ΑΓ] corr. ex AB m. 1 F. 20. ΒΖ] corr. ex ΒΓ m. 1 p. 21. τῷ] τό φ

$E\Xi$. itaque $A\Xi = \Phi X\Psi$. sed $\Phi X\Psi = \Gamma$. quare etiam $A\Xi = \Gamma$.

Ergo datae rectae AB datae figurae rectilineae Γ aequale adplicatum est parallelogrammum $A\Xi$ excedens figura parallelogramma ΠO , quae similis est figurae Δ , quia $O\Pi \sim E\Delta$ [prop. XXIV]; quod oportebat fieri.

XXX.

Datam rectam terminatam secundum rationem extremam ac mediam secare.



Sit data recta terminata AB . oportet igitur rectam AB secundum extremam ac mediam rationem secare.

describatur enim in AB quadratum $B\Gamma$, et rectae $A\Gamma$ adplicetur parallelogrammum $\Gamma\Delta$ quadrato $B\Gamma$ aequale et excedens figura $A\Delta$ simili figurae $B\Gamma$ [prop. XXIX]. quadratum autem est $B\Gamma$; itaque etiam $A\Delta$ quadratum est. et quoniam $B\Gamma = \Gamma\Delta$, subtrahatur, quod commune est, ΓE . quare $BZ = A\Delta$. uerum etiam aequiangulum ei est.¹⁾ quare in parallelogrammis BZ , $A\Delta$ latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportione sunt [prop. XIV]. itaque $ZE : E\Delta = AE : EB$. sed $ZE = AB$ ²⁾ et

1) Nam utrumque rectangulum est.

2) Nam $ZE = A\Gamma$ (I, 34) et $A\Gamma = AB$.

(non F). ἴσον ἐστὶν F. 23. τήν] om. BFp. 24. AE] AB φ. τήν] om. BFp. ZE τῇ AΓ, τοῦτέστι τῇ AB Theon (BFVp). 25. AE] AB φ.

τὴν AE , οὕτως ἡ AE πρὸς τὴν EB . μείζων δὲ ἡ AB τῆς AE · μείζων ἄρα καὶ ἡ AE τῆς EB .

Ἡ ἄρα AB εὐθεία ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέμνεται κατὰ τὸ E , καὶ τὸ μείζον αὐτῆς τμημὰ ἐστὶ
5 τὸ AE · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

λα'.

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ἰσοτεينوύσης πλευρᾶς εἶδος ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν πε-
10 ριεχουσῶν πλευρῶν εἶδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις.

Ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ $ABΓ$ ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπὸ $ΒΑΓ$ γωνίαν· λέγω, ὅτι το ἀπὸ τῆς $ΒΓ$ εἶδος ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν $ΒΑ$, $ΑΓ$ εἶδεσι τοῖς
15 ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις.

Ἦχθω κάθετος ἡ $ΑΔ$.

Ἐπεὶ οὖν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ τῷ $ABΓ$ ἀπὸ τῆς πρὸς τῷ A ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν $ΒΓ$ βάσιν κάθετος ἦται ἡ $ΑΔ$, τὰ $ΑΒΔ$, $ΑΔΓ$ πρὸς τῇ κα-
20 θέτῳ τριγώνῳ ὁμοιά ἐστὶ τῷ τε ὅλῳ τῷ $ABΓ$ καὶ ἀλλήλοις. καὶ ἐπεὶ ὁμοιόν ἐστὶ τὸ $ABΓ$ τῷ $ΑΒΔ$, ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ $ΓΒ$ πρὸς τὴν $ΒΑ$, οὕτως ἡ $ΑΒ$ πρὸς τὴν $ΒΔ$. καὶ ἐπεὶ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰ-
σιν, ἐστὶν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ
25 ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ ὁμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον. ὡς ἄρα ἡ $ΓΒ$

XXXI. Proclus p. 426, 14.

4. κατὰ] κα p. καὶ τό] καί p. ἐστὶν P, comp. p. 5. τό] ἡ P. Sequitur alia demonstratio, u. app. 6. λα'] non liquet in F; om. p. 10. εἶδεν PB. τε] om. BFVp.

$EA = AE$. itaque $BA : AE = AE : EB$. sed $AB > AE$. quare etiam [V, 14] $AE > EB$.

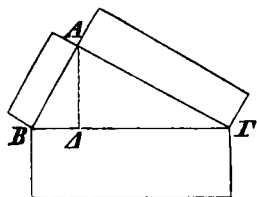
Ergo recta AB secundum extremam ac mediam rationem secta est in E [def. 3], et maior eius pars est AE ; quod oportebat fieri.

XXXI.

In triangulis rectangulis figura descripta in latere sub recto angulo subtendenti aequalis est figuris in lateribus rectum angulum comprehendentibus similibus et similiter descriptis.

Sit triangulus rectangulus $AB\Gamma$ angulum $B\Lambda\Gamma$ rectum habens. dico, figuram in $B\Gamma$ descriptam aequalem esse figuris in BA , $A\Gamma$ similibus et similiter descriptis.

ducatur perpendicularis AA . iam quoniam in



triangulo rectangulo $AB\Gamma$ ab angulo recto ad A posito ad basim $B\Gamma$ perpendicularis ducta est AA , trianguli $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ ad perpendicularem positi et toti $AB\Gamma$ et inter se similes sunt [prop. VIII]. et quoniam

$AB\Gamma \sim AB\Delta$, erit [def. 1] $FB : BA = AB : B\Delta$. et quoniam tres rectae proportionales sunt, erit ut prima ad tertiam, ita figura in prima descripta ad figuram in secunda similem et similiter descriptam

13. ὑπὸ τὸ p. 14. εἶδεν P. 15. ὁμοίως, ὁμοίους V.
 18. τῷ] τὸ FV, sed corr. m. 2. 19. $A\Delta\Gamma$] corr. ex $A\Delta B$ m.
 rec. P. ἄρα πρὸς V. 20. ἐστὶν P. 25. τὸ] (alt.) om. F;
 inser. m. 2, sed euan.

πρὸς τὴν $ΒΔ$, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς $ΓΒ$ εἶδος πρὸς
τὸ ἀπὸ τῆς $ΒΑ$ τὸ ὁμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμε-
νον. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὥς ἡ $ΒΓ$ πρὸς τὴν $ΓΔ$,
οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς $ΒΓ$ εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς $ΓΔ$.
5 ὥστε καὶ ὥς ἡ $ΒΓ$ πρὸς τὰς $ΒΔ$, $ΔΓ$, οὕτως τὸ ἀπὸ
τῆς $ΒΓ$ εἶδος πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν $ΒΑ$, $ΑΓ$ τὰ ὁμοια
καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενα. ἴση δὲ ἡ $ΒΓ$ ταῖς $ΒΔ$,
 $ΔΓ$. ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΒΓ$ εἶδος τοῖς ἀπὸ
τῶν $ΒΑ$, $ΑΓ$ εἶδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀνα-
10 γραφομένοις.

Ἐν ἄρα τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς
τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτείνουσῃς πλευρᾶς εἶδος ἴσον
ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν
πλευρῶν εἶδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφο-
15 μένοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λβ'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γω-
νίαν τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνά-
λογον ἔχοντα ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευ-
20 ρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι, αἱ λοιπαὶ τῶν τρι-
γώνων πλευραὶ ἐπ' εὐθείας ἔσονται.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ $ΑΒΓ$, $ΔΓΕ$ τὰς δύο πλευ-
ρὰς τὰς $ΒΑ$, $ΑΓ$ ταῖς δυσὶ πλευραῖς ταῖς $ΔΓ$, $ΔΕ$
ἀνάλογον ἔχοντα, ὥς μὲν τὴν $ΑΒ$ πρὸς τὴν $ΑΓ$,
25 οὕτως τὴν $ΔΓ$ πρὸς τὴν $ΔΕ$, παράλληλον δὲ τὴν

2. ἀναγραφόμενον] -γρ- in ras. φ. 4. τὸ ἀπὸ τῆς $ΓΑ$ — 6:
εἶδος πρὸς] om. p. 5. $ΒΔ$, $ΔΓ$] $ΔΒ$, $ΔΓ$ φ. 6. τῶν]
τῆς φ. 9. $ΒΑ$] $Α$ e corr. m. 2 V. εἶδουσιν P. ἀναγραφο-
μένος (sic) P. 11. ἐν ἄρα] in ras. post ras. 3 litt. m. 1 B.
τριγώνοις] om. p. 13. ἐστὶ] ταῖς φ. 14. εἶδουσιν P.
Sequitur alia demonstratio, u. app. 16. λη' F p. 17. συν-

[prop. XIX coroll.]. quare ut $\Gamma B : B\Delta$, ita figura in ΓB descripta ad figuram in $B\Delta$ similem et similiter descriptam. eadem de causa erit etiam ut $B\Gamma : \Gamma\Delta$, ita figura in $B\Gamma$ descripta ad figuram in $\Gamma\Delta$ descriptam.¹⁾ quare etiam ut $B\Gamma : B\Delta + \Delta\Gamma$, ita figura in $B\Gamma$ descripta ad figuras in $B\Delta$ et $\Delta\Gamma$ similes et similiter descriptas.²⁾ sed $B\Gamma = B\Delta + \Delta\Gamma$. itaque etiam figura in $B\Gamma$ descripta aequalis est figuris in $B\Delta$, $\Delta\Gamma$ similibus et similiter descriptis.³⁾

Ergo in triangulis rectangulis figura descripta in latere sub recto angulo subtendenti aequalis est figuris in lateribus rectum angulum comprehendentibus similibus et similiter descriptis; quod oportebat fieri.

XXXII.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus proportionalia habentes in uno angulo coniunguntur, ita ut correspondentia latera etiam parallela sint, reliqua latera triangulorum in eadem recta erunt posita.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, $\Delta\Gamma E$ duo latera BA , $A\Gamma$ duobus lateribus $\Delta\Gamma$, ΔE proportionalia habentes, ita ut sit $AB : A\Gamma = \Delta\Gamma : \Delta E$, et AB parallelum

1) Nam $AB\Gamma \sim \Delta\Delta\Gamma$. itaque $B\Gamma : \Gamma\Delta = \Gamma\Delta : \Gamma\Delta$.

2) Sint figurae in $B\Gamma$, $\Delta\Gamma$, AB descriptae a , b , c . demonstravimus $B\Gamma : B\Delta = a : c$, $B\Gamma : \Gamma\Delta = a : b$. itaque

$B\Gamma : a = \Gamma\Delta : b = B\Delta : c$. $\Gamma\Delta : B\Delta = b : c$.

$\Gamma\Delta + B\Delta : B\Delta = b + c : c$.

$\Gamma\Delta + B\Delta : b + c = B\Delta : c = B\Gamma : a$. $B\Gamma : \Gamma\Delta + B\Delta = a : b + c$.

3) Nam $B\Gamma : a = \Gamma\Delta + B\Delta : b + c = B\Gamma : b + c$. quare $a = b + c$ [V, 9].

$\tau\epsilon\theta\tilde{\eta}] \pi\rho\omicron\sigma\tau\epsilon\theta\tilde{\eta}$ V, corr. m. 2.

20. τοῦ τριγώνου V.

23.

$\Delta\Gamma] \Gamma\Delta$ V.

$\Delta E] \Gamma E$ P.

24. $AB] BA$ FV.

$\Delta\Gamma] A$

e corr. m. 2 V.

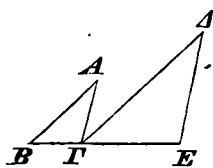
25. οὕτω P.

$\Delta\Gamma] e$ corr. m. 2 V.

μὲν AB τῇ $\Delta\Gamma$, τὴν δὲ AG τῇ ΔE . λέγω, ὅτι ἐπ' εὐθείας ἐστὶν ἡ $B\Gamma$ τῇ ΓE .

- Ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ AB τῇ $\Delta\Gamma$, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπίπτωκεν εὐθεῖα ἡ AG , αἱ ἐναλλάξ γωνίαι αἱ ὑπὸ BAG , $AG\Delta$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ $\Gamma\Delta E$ τῇ ὑπὸ $AG\Delta$ ἴση ἐστίν. ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ BAG τῇ ὑπὸ $\Gamma\Delta E$ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ δύο τρίγωνά ἐστι τὰ $AB\Gamma$, $\Delta\Gamma E$ μίαν γωνίαν τὴν πρὸς τῷ A μιᾷ γωνία τῇ πρὸς τῷ Δ ἴσην ἔχοντα, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὥς τὴν BA πρὸς τὴν AG , οὕτως τὴν $\Gamma\Delta$ πρὸς τὴν ΔE , ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ $\Delta\Gamma E$ τριγώνῳ. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ $AB\Gamma$ γωνία τῇ ὑπὸ $\Delta\Gamma E$. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ $AG\Delta$ τῇ ὑπὸ BAG ἴση. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ $AG E$ δυσὶ ταῖς ὑπὸ $AB\Gamma$, BAG ἴση ἐστίν. κοινὴ προσκεῖσθω ἡ ὑπὸ AGB . αἱ ἄρα ὑπὸ $AG E$, AGB ταῖς ὑπὸ BAG , AGB , GBA ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ BAG , $AB\Gamma$, AGB δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. καὶ αἱ ὑπὸ $AG E$, AGB ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. πρὸς δὴ τινι εὐθείᾳ τῇ AG καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Γ δύο εὐθεῖαι αἱ $B\Gamma$, ΓE μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ $AG E$, AGB δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ $B\Gamma$ τῇ ΓE .
- Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν

3. $\Delta\Gamma$] AG φ (non F). 4. αἱ] mutat. in καί m. rec. F, καί p. 5. BAG] " $AB\Gamma$ " F. εἰσί V p. 6. $AG\Delta$] " $A'\Gamma\Delta$ " F. ἐστὶν ἴση V. 10. δέ] comp. supra m. 1 F. 11. BA] AB P. AG] in ras. m. rec. V, GA F. 12. ἐστὶν P. $\Delta\Gamma E$] P; " $\Delta'\Gamma E$ " F; $\Gamma\Delta E$ Bp et in ras. m. 2 V. 13. $\Delta\Gamma E$ γωνία V. 14. BAG] ΓA supra scr. B m. 1 F. 15. ἴση ἐστίν] P, V m. 1, comp. p; ἴση ἐστὶ BF; ἴσαι εἰσίν V m. 2. 17. BAG]



lateri $\Delta\Gamma$, $A\Gamma$ autem lateri ΔE parallelum. dico, $B\Gamma$ et ΓE in eadem recta esse.

nam quoniam AB rectae $\Delta\Gamma$ parallela est, et in eas incidit recta $A\Gamma$, alterni anguli BAG , $AG\Delta$ aequales sunt [I, 29]. eadem de causa etiam

$\angle \Gamma\Delta E = AG\Delta$. quare etiam $\angle BAG = \Gamma\Delta E$.
et quoniam duo trianguli sunt $AB\Gamma$, $\Delta\Gamma E$ unum angulum, qui ad A positus est, uni angulo, qui ad Δ positus est, aequalem habentes et latera aequales angulos comprehenduntia proportionalia,

$BA : A\Gamma = \Gamma\Delta : \Delta E$, erit $\triangle AB\Gamma$ triangulo $\Delta\Gamma E$ aequiangulus [prop. VI]. quare

$$\angle AB\Gamma = \Delta\Gamma E.$$

sed demonstratum est, esse etiam $\angle AG\Delta = BAG$.
quare erit $\angle AGE = AB\Gamma + BAG$. communis adiciatur $\angle A\Gamma B$. itaque

$$AGE + A\Gamma B = BAG + A\Gamma B + \Gamma B A.$$

uerum $BAG + AB\Gamma + A\Gamma B$ duobus rectis aequales sunt. quare etiam $AGE + A\Gamma B$ duobus rectis aequales sunt. itaque ad rectam AG et punctum eius Γ duae rectae $B\Gamma$, ΓE non ad eandem partem positae angulos deinceps positos AGE , $A\Gamma B$ duobus rectis aequales efficiunt; itaque $B\Gamma$ et ΓE in eadem recta sunt [I, 14].

Ergo si duo trianguli duo latera duobus lateribus

P; $B'A'\Gamma F$; ΓAB BVp. $A\Gamma B$] $AB\Gamma$ P. ΓBA] supra
scr. F; $A\Gamma B$ P. 18. $\alpha\lambda\lambda'$ $\alpha\lambda$ — 19: $\epsilon\lambda\sigma\iota\nu$] om. P. $AB\Gamma$]
 $A\Gamma B$ V. $A\Gamma B$] ΓBA V. 19. $\epsilon\lambda\sigma\iota$ BVp. 20. $\epsilon\lambda\sigma\iota$ BV.

τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνάλογον ἔχοντα ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι, αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ ἐπ' εὐθείας ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

6

λγ'.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς περιφερείαις, ἐφ' ὧν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὥσι βεβηκῇται.

- 10 Ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι οἱ $ABΓ$, $ΔEZ$, καὶ πρὸς μὲν τοῖς κέντροις αὐτῶν τοῖς H , $Θ$ γωνίαι ἔστωσαν αἱ ὑπὸ $BHΓ$, $EΘZ$, πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις αἱ ὑπὸ $BAΓ$, $EΔZ$. λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ $BΓ$ περιφέρεια πρὸς τὴν EZ περιφέρειαν, οὕτως ἡ τε ὑπὸ $BHΓ$
15 γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ $EΘZ$ καὶ ἡ ὑπὸ $BAΓ$ πρὸς τὴν ὑπὸ $EΔZ$.

- Κεῖσθωσαν γὰρ τῇ μὲν $BΓ$ περιφέρειᾳ ἴσαι κατὰ τὸ ἐξῆς ὁσαιοηποτοῦν αἱ $ΓK$, $ΚΑ$, τῇ δὲ EZ περιφέρειᾳ ἴσαι ὁσαιοηποτοῦν αἱ ZM , MN , καὶ ἐπεξεύχ-
20 θωσαν αἱ HK , $ΗΑ$, $ΘM$, $ΘN$.

Ἐπεὶ οὖν ἴσαι εἰσὶν αἱ $BΓ$, $ΓK$, $ΚΑ$ περιφέρειαι

XXXIII. Cfr. Zenodorus ap. Theon. in Ptolem. p. 11 Bas.

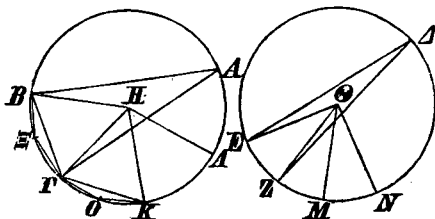
3. πλευραὶ] om. p. 5. λθ' p et F, corr. m. rec. 7. λόγον ἔχουσι V. τὰς περιφερείας, corr. m. 2 V. 8. ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις] mg. m. rec. P. 9. ὧσιν PB. βεβηκῇται] post hoc uocabulum add. Theon: ἐτι δὲ καὶ οἱ τομῆς ἄτε (οἷτε F) πρὸς τοῖς κέντροις συνιστάμενοι (συνεστάμενοι F) (BFVp), P m. rec. 12. $BHΓ$] litt. $HΓ$ in ras. F. $EΘZ$] E in ras. m. 1 B. 16. Post $EΔZ$ add. Theon: καὶ ἐτι (ἐστι comp. p) ὁ $HBΞΓ$ (in ras. m. 2 V, $HBZΓ$ P et seq. ras. F) τομῆς πρὸς τὸν $ΘΕΠΖ$ (in ras. m. 2 V) τομέα (BFVp);

aequalia habentes in uno angulo coniunguntur, ita ut correspondentia latera etiam parallela sint, reliqua latera triangulorum in eadem recta erunt posita; quod erat demonstrandum.

XXXIII.

In circulis aequalibus anguli eandem habent rationem quam arcus, in quibus consistunt, siue ad centra siue ad ambitus positi sunt.¹⁾

Sint aequales circuli $AB\Gamma$, ΔEZ , et ad centra eorum H , Θ positi sint anguli $BH\Gamma$, $E\Theta Z$, ad ambitus



autem $BA\Gamma$, $E\Delta Z$. dico, esse

arc. $B\Gamma$: arc. EZ = $\angle BH\Gamma$: $E\Theta Z$ = $BA\Gamma$: $E\Delta Z$.

ponantur enim deinceps arcui $B\Gamma$ aequales quotlibet arcus ΓK , KA , arcui autem EZ quotlibet aequales ZM , MN , et ducantur HK , HA , ΘM , ΘN .

iam quoniam arcus $B\Gamma = \Gamma K = KA$, erit etiam

1) De interpolationibus Theonis lin. 9 et lin. 16 cfr. p. 183 not. 1; om. Campanus VI, 32.

ἀλλήλαις, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ὑπὸ $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, $\Delta\Lambda$
 γωνίαι ἀλλήλαις· ἴσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ $B\Lambda$ περι-
 φέρεια τῆς $B\Gamma$, τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ $B\Lambda$
 γωνία τῆς ὑπὸ $B\Gamma$. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁσαπλα-
 5 σίων ἐστὶν ἡ NE περιφέρεια τῆς EZ , τοσαυταπλασίων
 ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ $N\Theta E$ γωνία τῆς ὑπὸ $E\Theta Z$. εἰ ἄρα
 ἴση ἐστὶν ἡ $B\Lambda$ περιφέρεια τῇ EN περιφερείᾳ, ἴση
 ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $B\Lambda$ τῇ ὑπὸ $E\Theta N$, καὶ εἰ
 μείζων ἐστὶν ἡ $B\Lambda$ περιφέρεια τῆς EN περιφερείας,
 10 μείζων ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ $B\Lambda$ γωνία τῆς ὑπὸ $E\Theta N$.
 καὶ εἰ ἐλάσσων, ἐλάσσων. τεσσάρων δὴ ὄντων μεγε-
 θῶν, δύο μὲν περιφερειῶν τῶν $B\Gamma$, EZ , δύο δὲ γω-
 νιῶν τῶν ὑπὸ $B\Gamma$, $E\Theta Z$, ἐλλήπται τῆς μὲν $B\Gamma$
 περιφερείας καὶ τῆς ὑπὸ $B\Gamma$ γωνίας ἰσάκεις πολλα-
 15 πλασίων ἢ τε $B\Lambda$ περιφέρεια καὶ ἡ ὑπὸ $B\Lambda$ γω-
 νία, τῆς δὲ EZ περιφερείας καὶ τῆς ὑπὸ $E\Theta Z$ γω-
 νίας ἢ τε EN περιφέρεια καὶ ἡ ὑπὸ $E\Theta N$ γωνία.
 καὶ δέδεικται, ὅτι εἰ ὑπερέχει ἡ $B\Lambda$ περιφέρεια τῆς
 EN περιφερείας, ὑπερέχει καὶ ἡ ὑπὸ $B\Lambda$ γωνία
 20 τῆς ὑπὸ $E\Theta N$ γωνίας, καὶ εἰ ἴση, ἴση, καὶ εἰ ἐλάσσων,
 ἐλάσσων. ἐστὶν ἄρα, ὥς ἡ $B\Gamma$ περιφέρεια πρὸς τὴν
 EZ , οὕτως ἡ ὑπὸ $B\Gamma$ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ $E\Theta Z$.
 ἀλλ' ὥς ἡ ὑπὸ $B\Gamma$ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ $E\Theta Z$,
 οὕτως ἡ ὑπὸ $BA\Gamma$ πρὸς τὴν ὑπὸ EAZ . διπλασία
 25 γὰρ ἑκατέρωθεν. καὶ ὥς ἄρα ἡ $B\Gamma$ περιφέρεια πρὸς
 τὴν EZ περιφέρειαν, οὕτως ἢ τε ὑπὸ $B\Gamma$ γωνία
 πρὸς τὴν ὑπὸ $E\Theta Z$ καὶ ἡ ὑπὸ $BA\Gamma$ πρὸς τὴν
 ὑπὸ EAZ .

1. ἴσαι ἀλλήλαις PV; in P ἴσαι del. m. rec. εἰσὶν PBF.
 2. $B\Lambda$] Λ eras. F. 3. ἐστὶν P. 5. ἐστὶ F. 6. ὑπὸ
 $E\Theta Z$] $E\Theta Z$ BFp. 8. ἐστὶν P. εἰ] in ras. P. 10. ἐστὶν P.

$\angle B\Gamma\Lambda = \Gamma H\Lambda = K H\Lambda$ [III, 27]. itaque quoties multiplex est $B\Lambda$ arcus $B\Gamma$, toties multiplex est etiam $\angle B H\Lambda$ anguli $B H\Gamma$. eadem de causa quoties multiplex est $N E$ arcus $E Z$, toties multiplex est etiam $\angle N \Theta E$ anguli $E \Theta Z$. iam si $B\Lambda = EN$, erit etiam $\angle B H\Lambda = E \Theta N$, et si $B\Lambda > EN$, erit etiam $\angle B H\Lambda > E \Theta N$, et si $B\Lambda < EN$, erit

$$\angle B H\Lambda < E \Theta N.$$

ergo datis quattuor magnitudinibus, duobus arcubus $B\Gamma$, $E Z$ et duobus angulis $B H\Gamma$, $E \Theta Z$, sumpti sunt arcus $B\Gamma$ et anguli $B H\Gamma$ aequae multiplices arcus $B\Lambda$ et angulus $B H\Lambda$, arcus autem $E Z$ et anguli $E \Theta Z$ arcus EN et angulus $E \Theta N$. et demonstratum est, si arcus $B\Lambda$ arcum EN superet, etiam $\angle B H\Lambda$ angulum $E \Theta N$ superare, et si aequalis sit, aequalem esse, et si minor, minorem. itaque [V def. 5] erit arc. $B\Gamma$: arc. $E Z = \angle B H\Gamma$: $E \Theta Z$. sed

$$\angle B H\Gamma : E \Theta Z = \angle B A\Gamma : E A Z$$
 [V, 15];

nam uterque utroque duplo maior est [III, 20]. quare etiam

$$\text{arc. } B\Gamma : \text{arc. } E Z = \angle B H\Gamma : E \Theta Z = \angle B A\Gamma : E A Z.$$

11. ἐλάττων ἐλάττων F. 12. μὲν] supra F. δέ] supra F.
 13. $E \Theta Z$] $\Theta E Z$ F. 17. γωνία] add. m. 2 F. 20. γωνίας]
 P; om. Theon (BFVp). ἐλάττων F. 21. ἐλάσσων] comp. F.
 ἦ] om. V. 22. $B H\Gamma$] Γ add. m. 2 V. 24. διπλασίων V.
 25. γὰρ ἐστιν Bp. 27. ὑπὸ $E \Theta Z$] $E \Theta Z$ P. ὑπὸ] ὑ-
 supra m. 1 P.

Ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς περιφερείαις, ἐφ' ὧν βεβήκασιν. ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὥσι βεβηκνῆναι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. Ἐν] inter ε et ν ras. 1 litt. V; ἐ seq. ras. 2 litt. F.
 2. βεβήκασιν p. 3. ἐάν τε — 4: βεβηκνῆναι] καὶ τὰ ἐξῆς p.
 3. κέντροις] κύκλοις B. τὰς περιφερείας V. 4. ὥσιν B. In
 fine libri Εὐκλείδου στοιχείων Σ' PB, Εὐκλείδου στοιχείων
 τῆς Θέωνος ἐκδόσεως Σ' F.

Ergo in circulis aequalibus anguli eandem habent rationem quam arcus, in quibus consistunt, siue ad centra siue ad ambitus positi sunt; quod erat demonstrandum.¹⁾

1) Sequitur additamentum Theonis in BFVp, de quo ipse profitetur comm. in Ptolemaeum I p. 201 ed. Halma = p. 50 ed. Basil.; om. P m. 1 (add. manus recens in mg.) et Campanus; huc pertinent etiam additamenta p. 178, 9 et 16. demonstratio u. in app.

ζ'.

Ὅροι.

α'. Μονάς ἐστίν, καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἐν λέγεται.

β'. Ἀριθμὶς δὲ τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον
6 πλήθος.

γ'. Μέρος ἐστὶν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸν μείζονα.

δ'. Μέρη δέ, ὅταν μὴ καταμετρῇ.

ε'. Πολλαπλάσιος δὲ ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονος,
10 ὅταν καταμετρῇται ὑπὸ τοῦ ἐλάσσονος.

ς'. Ἄρτιος ἀριθμὸς ἐστὶν ὁ δίχα διαιρούμενος.

ζ'. Περισσὸς δὲ ὁ μὴ διαιρούμενος δίχα ἢ [ὁ]
μονάδι διαφέρων ἀρτίου ἀριθμοῦ.

η'. Ἀρτιάκισ ἄρτιος ἀριθμὸς ἐστὶν ὁ ὑπὸ
15 ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν.

θ'. Ἀρτιάκισ δὲ περισσὸς ἐστὶν ὁ ὑπὸ ἀρτίου
ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν ἀριθμόν.

Def. 3—5: Psellus p. 7. 6—7: Martianus Capella VII, 748.
8. Iamblichus in Nicom. p. 27. Philop. in Nicom. ed. Hoche
1864 p. 16. 9. Iamblichus p. 31.

1. ὅροι] om. PB. numeros om. codd. 2. ἐστι PBFp.
ἦν] ὅ BFV. 10. ἐλάττωνος V. 12. ὁ] om. P. 14. προσ-
υπακουστέον· μόνον P mg. m. 1. 16. ἐστιν] ἀριθμὸς ἐστὶν P,
ἐστὶν ἀριθμὸς p. κἀνταῦθα προσυπακουστέον· μόνον mg. m. 1 P.
τοῦ ἀρτίου delete τοῦ V.

VII.

Definitiones.

1. Unitas est ea, secundum quam unaquaeque res una nominatur.

2. Numerus autem est multitudo ex unitatibus composita.

3. Pars est minor numerus maioris, ubi maiorem metitur.

4. Partes autem, ubi non metitur.

5. Multiplex autem maior minoris, ubi minor eum metitur.

6. Par numerus est, qui in duas partes aequales diuiditur.

7. Impar autem, qui in duas partes aequales non diuiditur, siue qui unitate differt a pari numero.

8. Pariter par est numerus, quem par numerus secundum parem numerum metitur.¹⁾

9. Pariter autem impar est, quem par numerus secundum imparem numerum metitur.²⁾

1) Def. 8 scriptor nescio quis, qui Philoponi commentarium in Nicomachum retractavit, apud Hoche Philop. 1866 p. V in quibusdam ἀντιγραφαῖς ita inuenit expressam: ἀρτιὰς ἀρτίος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ κατὰ ἀρτίον ἀριθμὸν μόνως μετρούμενος, de qua scriptura falsa u. Studien p. 200.

2) De def. 1' interpolata u. Studien p. 198 sq.; om. ed. Basil. et Gregorius.

Ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς περιφερείαις, ἐφ' ὧν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὥσι βεβηκνῆναι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

-
1. Ἐν] inter ε et ν ras. 1 litt. V; ε seq. ras. 2 litt. F.
 2. βεβήκασιν p. 3. ἐάν τε — 4: βεβηκνῆναι] καὶ τὰ ἐξῆς p.
 3. κέντροις] κύκλοις B. τὰς περιφερείας V. 4. ὥσιν B. In
 fine libri Εὐκλείδου στοιχείων 5' PB, Εὐκλείδου στοιχείων
 τῆς Θέωνος ἐκδόσεως 5' F.
-

Ergo in circulis aequalibus anguli eandem habent rationem quam arcus, in quibus consistunt, siue ad centra siue ad ambitus positi sunt; quod erat demonstrandum.¹⁾

1) Sequitur additamentum Theonis in BFVp, de quo ipse profitetur comm. in Ptolemaeum I p. 201 ed. Halma = p. 50 ed. Basil.; om. P m. 1 (add. manus recens in mg.) et Campanus; huc pertinent etiam additamenta p. 178, 9 et 16. demonstratio u. in app.

[ι'. Περισσάκεις ἄρτιός ἐστιν ὁ ὑπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν].

ια'. Περισσάκεις δὲ περισσὸς ἀριθμός ἐστιν ὁ ὑπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν
5 ἀριθμόν.

ιβ'. Πρῶτος ἀριθμός ἐστιν ὁ μονάδι μόνῃ μετρούμενος.

ιγ'. Πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν οἱ μονάδι μόνῃ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.

10 ιδ'. Σύνθετος ἀριθμός ἐστιν ὁ ἀριθμῷ τινι μετρούμενος.

ιε'. Σύνθετοι δὲ πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν οἱ ἀριθμῷ τινι μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.

ισ'. Ἀριθμὸς ἀριθμόν πολλαπλασιάζειν λέγε-
15 ται, ὅταν, ὅσαι εἰσὶν ἐν αὐτῷ μονάδες, τοσαντάκεις συντεθῇ ὁ πολλαπλασιαζόμενος, καὶ γένηται τις.

ιζ'. Ὅταν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλή-
λους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος ἐπίπεδος καλεῖται,
πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους
20 ἀριθμοί.

ιη'. Ὅταν δὲ τρεῖς ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος στερεός ἐστιν, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί.

12. Iamblichus p. 42. Martianus Capella VII, 751. Philop. in anal. post. fol. 15^v. 13. Alexander Aphrod. in anal. pr. fol. 87. Martianus Capella VII, 751. Philop. in anal. post. fol. 15^v. 14. Philop. in anal. post. fol. 15^v. 16—17. Psellus p. 6. 18—20. Psellus p. 7.

1. δὲ ἄρτιος P, litt. ἄρτ- in ras. ἄρτιος ἀριθμός p. προσ-
υπακουστέον· καὶ κατὰ ἄρτιον mg. m. 1 P. 3. ἀριθμός]

10. Impariter autem impar numerus est, quem impar numerus secundum imparem numerum metitur.

11. Primus numerus est, quem unitas sola metitur.

12. Primi inter se numeri sunt, quos unitas sola communis mensura metitur.

13. Compositus numerus est, quem numerus aliquis metitur.

14. Compositi inter se numeri sunt, quos numerus aliquis communis mensura metitur.

15. Numerus numerum multiplicare dicitur, ubi quot sunt in eo unitates, toties componitur numerus multiplicatus, et oritur aliquis numerus.

16. Ubi autem duo numeri inter se multiplicantes numerum aliquem efficiunt, numerus inde ortus planus uocatur, latera autem eius numeri inter se multiplicantes.

17. Ubi autem tres numeri inter se multiplicantes numerum aliquem efficiunt, numerus inde ortus solidus est, latera autem eius numeri inter se multiplicantes.

18. Quadratus numerus est aequaliter aequalis, siue qui duobus aequalibus numeris comprehenditur.

om. V. 8. δὲ πρὸς P. 14. πολυπλασιάζειν PBp. 16. πολλαπλασιαζόμενος] -ζόμενος e corr. m. 2 p. 18. ποιῶσιν PB. 22. ποιῶσιν B. ἔστιν] F, comp. p; ἔστι P, Psellus; καλεῖται BV. 23. Supra of in P m. rec. δύο.

ιθ'. Τετράγωνος ἀριθμός ἐστὶν ὁ ἰσάκῃς ἴσος ἢ [ὁ] ὑπὸ δύο ἰσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

κ'. Κύβος δὲ ὁ ἰσάκῃς ἴσος ἰσάκῃς ἢ [ὁ] ὑπὸ τριῶν ἰσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

5 κα'. Ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν, ὅταν ὁ πρῶτος τοῦ δευτέρου καὶ ὁ τρίτος τοῦ τετάρτου ἰσάκῃς ἢ πολλαπλάσιος ἢ τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ᾧσιν.

κβ'. Ὅμοιοι ἐπίπεδοι καὶ στερεοὶ ἀριθμοὶ εἰσιν οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς.

10 κγ'. Τέλειος ἀριθμός ἐστὶν ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὢν.

α'.

Δύο ἀριθμῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, ἀνθυφαιρουμένου δὲ αἰ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ
15 μείζονος, ἐὰν ὁ λειπόμενος μηδέποτε καταμετρῇ τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ἕως οὗ λειφθῇ μονάς, οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Δύο γὰρ [ἀνίσων] ἀριθμῶν τῶν AB , $\Gamma\Delta$ ἀνθυφαιρουμένου αἰ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος ο
20 λειπόμενος μηδέποτε καταμετρεῖται τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ἕως οὗ λειφθῇ μονάς· λέγω, ὅτι οἱ AB , $\Gamma\Delta$ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, τουτέστιν ὅτι τοὺς AB , $\Gamma\Delta$ μονὰς μόνῃ μετρεῖ.

25 Εἰ γὰρ μὴ εἰσιν οἱ AB , $\Gamma\Delta$ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρεῖται, καὶ

23. Martianus Capella VII, 753.

2. ὁ] om. PB. 3. ὁ] om. P. 4. ἴσων] om. P; mg.
m. 1 V, supra m. 2 B; hab. Psellus, Fr. ἀριθμῶν ἴσων P.
6. Ante ἰσάκῃς in F add. ἢ; idem V supra scr. m. 1. 10.

19. Cubus autem est aequaliter aequalis aequaliter, siue qui tribus aequalibus numeris comprehenditur.

20. Numeri proportionales sunt, ubi primus secundi et tertius quarti aut aequae multiplex est aut eadem pars aut eadem partes.

21. Similes numeri plani et solidi sunt, qui latera proportionalia habent.

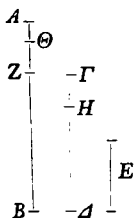
22. Perfectus numerus est, qui partibus suis aequalis est.

I.

Datis duobus numeris inaequalibus et minore semper uicissim a maiore subtracto, si reliquus nunquam proxime antecedentem metitur, donec relinquitur unitas, numeri ab initio dati primi erunt inter se.

Nam duorum numerorum $AB, \Gamma\Delta$ minore semper uicissim a maiore subtracto reliquus ne metiatur unquam proxime antecedentem, donec relinquitur unitas. dico, numeros $AB, \Gamma\Delta$ inter se primos esse, hoc est, unitatem solam numeros $AB, \Gamma\Delta$ metiri.

nam si $AB, \Gamma\Delta$ inter se primi non erunt, aliquis numerus eos metietur. metiatur et sit E . et $\Gamma\Delta$



ἐαυτοῦ] αὐτοῖς V, corr. in αὐτοῦ m. 2. 12. α'] om. V.

13. δύο] P; ἐὰν δύο Theon (BFVp). ἐκκειμένων] ἐκ-

eras. F. ἀνθυφαιρομένου V; corr. m. 2. 14. δέ] P; om.

Theon (BFVp). 15. ἐὰν] P; om. Theon (BFVp). Post

λειπόμενος ras. 2 litt. V. 16. ληφθῇ V. 19. ἀνίσαν] om. P.

τῶν] τῷ F, ν add. m. 2. ἀνθυφαιρομένου F. 21. πρό] su-

pra m. 2 V. 22. ληφθῇ V. 23. εἰσὶ Vp. 26. ἀριθμὸς αὐ-

τοῦς F. μετρήτω P, corr. m. rec.

ἔστω ὁ E καὶ ὁ μὲν $\Gamma\Delta$ τὸν BZ μετρῶν λειπέτω
 ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν ZA , ὁ δὲ AZ τὸν ΔH μετρῶν
 λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν $H\Gamma$, ὁ δὲ $H\Gamma$ τὸν $Z\Theta$
 μετρῶν λειπέτω μονάδα τὴν ΘA .

- 5 Ἐπεὶ οὖν ὁ E τὸν $\Gamma\Delta$ μετρεῖ, ὁ δὲ $\Gamma\Delta$ τὸν BZ
 μετρεῖ, καὶ ὁ E ἄρα τὸν BZ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ
 ὅλον τὸν BA · καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν AZ μετρήσει.
 ὁ δὲ AZ τὸν ΔH μετρεῖ· καὶ ὁ E ἄρα τὸν ΔH
 μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν $\Delta\Gamma$ · καὶ λοιπὸν ἄρα
 10 τὸν ΓH μετρήσει. ὁ δὲ ΓH τὸν $Z\Theta$ μετρεῖ· καὶ ὁ
 E ἄρα τὸν $Z\Theta$ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν ZA
 καὶ λοιπὴν ἄρα τὴν $A\Theta$ μονάδα μετρήσει ἀριθμὸς
 ὢν· ὅπερ ἔστιν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς AB , $\Gamma\Delta$
 ἀριθμοὺς μετρήσει τις ἀριθμὸς· οἱ AB , $\Gamma\Delta$ ἄρα
 15 πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

β'.

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρῶτων πρὸς
 ἀλλήλους τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον
 εὑρεῖν.

- 20 Ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ μὴ πρῶτοι
 πρὸς ἀλλήλους οἱ AB , $\Gamma\Delta$. δεῖ δὴ τῶν AB , $\Gamma\Delta$
 τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

1. BZ] PF; AB BVp, P m. rec.; γρ. τὸν AB F mg. m. 1.
 2. ΔH] PF; $\Delta\Gamma$ BVp, P m. rec., γρ. τὸν $\Delta\Gamma$ mg. m. 1 F.
 3. $H\Gamma$] ΓH P. $H\Gamma$] ΓH P. $Z\Theta$] PF; ZA Bp et A
 in ras. V, P m. rec., F m. 2. 5. $\Gamma\Delta$] $\Delta\Gamma$ V in ras., p.
 BZ] ZB P. 6. BZ] ZB P. 7. τόν] τό p. BA] AB Pp.
 ἄρα] supra comp. F. τόν] τό p. μετρήσει ὁ E V. 9.
 μετρεῖ] (prius) PF; μετρήσει BVp, F e corr. m. 1. τόν]
 τό p. $\Delta\Gamma$] $\Gamma\Delta$ P. 10. τόν] τό p. μετρήσει ὁ E V.
 11. μετρεῖ] (prius) supra m. 2 V. καί] bis F. 21.

numerum BZ metiens relinquat¹⁾ se ipso minorem ZA , AZ autem numerum ΔH metiens se ipso minorem relinquat $H\Gamma$, $H\Gamma$ autem numerum $Z\Theta$ metiens relinquat unitatem ΘA .

iam quoniam E metitur ΓA , et ΓA metitur BZ , etiam E metitur BZ . uerum etiam totum BA metitur; quare etiam reliquum AZ metietur. sed AZ metitur ΔH . quare etiam E metitur ΔH . uerum etiam totum $\Delta \Gamma$ metitur. quare etiam reliquum ΓH metietur. sed ΓH metitur $Z\Theta$. quare etiam E metitur $Z\Theta$. uerum etiam totum ZA metitur. quare etiam quae relinquitur, unitatem $A\Theta$ metietur, cum ipse numerus sit; quod fieri non potest. itaque non metietur numeros AB , ΓA numerus aliquis. ergo AB , ΓA inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.²⁾

II.

Datis duobus numeris non inter se primis maximam mensuram communem inuenire.

Sint duo numeri dati non primi inter se AB , ΓA . oportet igitur numerorum AB , ΓA maximam mensuram communem inuenire.

1) Sc. ex AB . neque enim dubitari potest, quin BZ in P et optimo Theoninorum seruatum uera sit scriptura, cum μετρεῖν semper apud Euclidem significet: sine residuo metiri, cfr. lin. 5, 8. eadem est ratio lin. 2—3 et p. 192, 11 sq.

2) Retinui in libris VII—IX figuras codd., id quod ipsa res suadere uidebatur, uelut statim ratio prop. I; nam ii, qui pro lineis puncta substituunt, et in alias difficultates incurrunt et ad certos numeros confugere coguntur, quod ab Euclide alienissimum est.

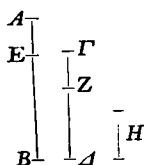
Εἰ μὲν οὖν ὁ $\Gamma\Delta$ τὸν AB μετρεῖ, μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτὸν, ο $\Gamma\Delta$ ἄρα τῶν $\Gamma\Delta$, AB κοινὸν μέτρον ἐστίν. καὶ φανερόν, ὅτι καὶ μέγιστον· οὐδεὶς γὰρ μείζων τοῦ $\Gamma\Delta$ τὸν $\Gamma\Delta$ μετρήσει.

- 5 Εἰ δὲ οὐ μετρεῖ ὁ $\Gamma\Delta$ τὸν AB , τῶν AB , $\Gamma\Delta$ ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος λειψθήσεται τις ἀριθμός, ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ. μονὰς μὲν γὰρ οὐ λειψθήσεται· εἰ δὲ μή, ἔσονται οἱ AB , $\Gamma\Delta$ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ οὐχ
10 ὑπόκειται. λειψθήσεται τις ἄρα ἀριθμός, ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ. καὶ ὁ μὲν $\Gamma\Delta$ τὸν BE μετρῶν λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν EA , ὁ δὲ EA τὸν ΔZ μετρῶν λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν $Z\Gamma$, ὁ δὲ ΓZ τὸν AE μετρεῖτω. ἐπεὶ οὖν ὁ ΓZ τὸν AE μετρεῖ.
15 ὁ δὲ AE τὸν ΔZ μετρεῖ, καὶ ὁ ΓZ ἄρα τὸν ΔZ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτὸν· καὶ ὅλον ἄρα τὸν $\Gamma\Delta$ μετρήσει. ὁ δὲ $\Gamma\Delta$ τὸν BE μετρεῖ· καὶ ὁ ΓZ ἄρα τὸν BE μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν EA · καὶ ὅλον ἄρα τὸν BA μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν $\Gamma\Delta$ · ὁ ΓZ
20 ἄρα τοὺς AB , $\Gamma\Delta$ μετρεῖ. ὁ ΓZ ἄρα τῶν AB , $\Gamma\Delta$ κοινὸν μέτρον ἐστίν. λέγω δὴ, ὅτι καὶ μέγιστον. εἰ γὰρ μή ἐστὶν ὁ ΓZ τῶν AB , $\Gamma\Delta$ μέγιστον κοινὸν μέτρον, μετρήσει τις τοὺς AB , $\Gamma\Delta$ ἀριθμοὺς ἀριθμὸς μείζων ὢν τοῦ ΓZ . μετρεῖτω, καὶ ἔστω ὁ H .
25 καὶ ἐπεὶ ὁ H τὸν $\Gamma\Delta$ μετρεῖ, ὁ δὲ $\Gamma\Delta$ τὸν BE με-

2. $\Gamma\Delta$, AB] AB , $\Gamma\Delta$ P. ἐστι BFV; comp. p. 5. δέ] δ' F. 6. αἰεὶ Theon (BFVp). ἐλάττωτος FV. 7. ληφθήσεται Vp, corr. m. 1. 8. ληφθήσεται p; P, corr. m. rec.
10. ληφθήσεται p. ἄρα] supra m. 1 F. ἄρα τις V. ὃς] supra m. 1 F; mg. m. rec. B. 11. BE] PF; AB BVp, P m. rec., γρ. τὸν AB mg. m. 1 F. 12. ΔZ] PF; $\Gamma\Delta$ p; $\Delta\Gamma$ B, V in ras. m. 2, P m. rec; τὸν $\Delta\Gamma$ F mg. m. 1. 13.

iam si $\Gamma\Delta$ metitur AB , et etiam se ipsum metitur, $\Gamma\Delta$ communis erit mensura numerorum $\Gamma\Delta$, AB . et adparet, eum etiam maximam esse. neque enim ullus numerus numero $\Gamma\Delta$ maior metietur $\Gamma\Delta$.

at si $\Gamma\Delta$ non metitur AB , minore numerorum AB , $\Gamma\Delta$ semper uicissim a maiore subtracto relin-



quetur numerus aliquis, qui proxime antecedentem metietur. unitas enim non relinquetur; sin minus, AB , $\Gamma\Delta$ inter se primi erunt [prop. I]; quod contra hypothesim est. ergo numerus aliquis relinquetur, qui proxime antecedentem metietur. et $\Gamma\Delta$ metiens BE relinquat se

ipso minorem EA , EA autem ΔZ metiens relinquat se ipso minorem $Z\Gamma$, ΓZ autem AE metiatur. iam quoniam ΓZ metitur AE , AE autem ΔZ metitur, etiam ΓZ metietur ΔZ . uerum etiam se ipsum metitur. quare etiam totum $\Gamma\Delta$ metietur. sed $\Gamma\Delta$ metitur BE ; quare etiam ΓZ metitur BE . uerum etiam EA metitur. quare etiam totum BA metietur. uerum etiam $\Gamma\Delta$ metitur. ergo ΓZ metitur AB , $\Gamma\Delta$. itaque ΓZ communis est mensura numerorum AB , $\Gamma\Delta$. dico iam, eum etiam maximam esse. nam si ΓZ numerorum AB , $\Gamma\Delta$ communis mensura maxima non est, aliquis numerus maior numero ΓZ numeros AB , $\Gamma\Delta$ metietur. metiatur, et sit H . et quoniam H metitur $\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta$ autem BE

$Z\Gamma$] ΓZ BVp. $\delta\epsilon$] om. B. 14. Ante $\epsilon\pi\epsilon\iota$ in V est: δ
 $\delta\epsilon$ EA (in ras. m. 2) $\epsilon\alpha\nu\tau\omicron\upsilon$ $\epsilon\lambda\acute{\alpha}\sigma\sigma\omicron\nu\alpha$ $\omicron\upsilon$ $\mu\epsilon\tau\epsilon\lambda\iota$ $\tau\omicron$ ($\tau\omicron\nu$ m. 2)
 ΓZ . 21. $\epsilon\sigma\tau\iota$ BV, comp. p.

τρεῖς, καὶ ὁ H ἄρα τὸν BE μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ
 ὅλον τὸν BA · καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν AE μετρήσει.
 ὁ δὲ AE τὸν AZ μετρεῖ· καὶ ὁ H ἄρα τὸν AZ με-
 5 τρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν AG · καὶ λοιπὸν ἄρα
 τὸν GZ μετρήσει ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν
 ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τοὺς AB , GA ἀριθμοὺς ἀριθμός
 τις μετρήσει μείζων ὢν τοῦ GZ · ὁ GZ ἄρα τῶν AB ,
 GA μέγιστόν ἐστι κοινὸν μέτρον [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

Πόρισμα.

- 10 Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθ-
 μούς μετρῇ, καὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον
 μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

γ'.

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς
 15 ἀλλήλους τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον
 εὐρεῖν.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες τρεῖς ἀριθμοὶ μὴ πρώτοι
 πρὸς ἀλλήλους οἱ A , B , Γ · δεῖ δὴ τῶν A , B , Γ τὸ
 μέγιστον κοινὸν μέτρον εὐρεῖν.

- 20 Εἰλήφθω γὰρ δύο τῶν A , B τὸ μέγιστον κοινὸν
 μέτρον ὁ Δ · ὁ δὴ Δ τὸν Γ ἥτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ.
 μετρεῖτω πρότερον· μετρεῖ δὲ καὶ τοὺς A , B · ὁ Δ
 ἄρα τοὺς A , B , Γ μετρεῖ· ὁ Δ ἄρα τῶν A , B , Γ
 κοινὸν μέτρον ἐστίν. λέγω δὴ, ὅτι καὶ μέγιστον.

3. μετρεῖ· καί] corr. ex μετρήσει m. 1 p. τὸν AZ ἄρα F.
 μετρήσει] μετρεῖ P. 4. τὸν] corr. ex τὸ m. 1 p. $\Delta \Gamma$
 GA p. 5. ἐστίν] om. B. 8. ἐστίν PV. 10. τοῦτο P.
 sed corr. 12. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] P; om. BFVp. 19. μέ-
 τρον] bis p. 20. δύο γὰρ p. 22. μετρεῖ] (alt.) om. F.
 24. ἐστίν] comp. Fp; ἐστὶ PBV. δὴ] om. P.

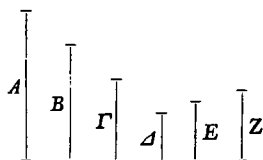
metitur, etiam H metitur BE . uerum etiam totum BA metitur. quare etiam reliquum AE metietur. sed AE metitur ΔZ . quare etiam H metietur ΔZ . uerum etiam totum $\Delta \Gamma$ metitur. quare etiam reliquum ΓZ metietur maior minorem; quod fieri non potest. ergo numeros AB , $\Gamma \Delta$ non metietur numerus maior numero ΓZ . ergo ΓZ maxima est communis mensura numerorum AB , $\Gamma \Delta$.

Corollarium.

Hinc manifestum est, si numerus duos numeros metiatur, eum etiam maximam eorum mensuram communem mensurum esse.¹⁾ — quod erat demonstrandum.

III.

Datis tribus numeris non primis inter se maximam mensuram communem inuenire.



Sint tres numeri dati non primi inter se A , B , Γ . oportet igitur numerorum A , B , Γ maximam mensuram communem inuenire.

sumatur enim duorum numerorum A , B maxima mensura communis Δ [prop. II]. Δ igitur aut metitur Γ aut non metitur. prius metiatur. metitur autem etiam A , B . Δ igitur numeros A , B , Γ meti-

1) Nam H et AB , $\Gamma \Delta$ et communem eorum mensuram maximam ΓZ metitur (p. 194, 5).

εἰ γὰρ μὴ ἐστὶν ὁ Δ τῶν A, B, Γ μέγιστον κοινὸν μέτρον, μετρήσει τις τοὺς A, B, Γ ἀριθμοὺς ἀριθμὸς μείζων ὢν τοῦ Δ . μετρεῖτω, καὶ ἔστω ὁ E . ἐπεὶ οὖν ὁ E τοὺς A, B, Γ μετρεῖ, καὶ τοὺς A, B ἄρα
 5 μετρήσει· καὶ τὸ τῶν A, B ἄρα μέγιστον κοινὸν μέτρον μετρήσει. τὸ δὲ τῶν A, B μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστὶν ὁ Δ · ὁ E ἄρα τὸν Δ μετρεῖ ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς A, B, Γ ἀριθμοὺς ἀριθμὸς τις μετρήσει μείζων ὢν
 10 τοῦ Δ · ὁ Δ ἄρα τῶν A, B, Γ μέγιστόν ἐστι κοινὸν μέτρον.

Μὴ μετρεῖτω δὴ ὁ Δ τὸν Γ · λέγω πρῶτον, ὅτι οἱ Γ, Δ οὐκ εἰσι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. ἐπεὶ γὰρ οἱ A, B, Γ οὐκ εἰσι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει
 15 τις αὐτοὺς ἀριθμὸς. ὁ δὴ τοὺς A, B, Γ μετρῶν καὶ τοὺς A, B μετρήσει, καὶ τὸ τῶν A, B μέγιστον κοινὸν μέτρον τὸν Δ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Γ · τοὺς Δ, Γ ἄρα ἀριθμοὺς ἀριθμὸς τις μετρήσει· οἱ Δ, Γ ἄρα οὐκ εἰσι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. εἰλήφθω
 20 οὖν αὐτῶν τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ὁ E . καὶ ἐπεὶ ὁ E τὸν Δ μετρεῖ, ὁ δὲ Δ τοὺς A, B μετρεῖ, καὶ ὁ E ἄρα τοὺς A, B μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Γ · ὁ E ἄρα τοὺς A, B, Γ μετρεῖ· ὁ E ἄρα τῶν A, B, Γ κοινὸν ἐστὶ μέτρον. λέγω δὴ, ὅτι καὶ μέγιστον. εἰ
 25 γὰρ μὴ ἐστὶν ὁ E τῶν A, B, Γ τὸ μέγιστον κοινὸν

1. γάρ] corr. ex γα m. 2 P. κοινὸν μέγιστον V. 3. ὢν] om. V. 4. οὖν] om. BFP. 7. E] corr. ex Γ m. 2 F.

8. ἐστίν] om. FP. 9. ἀριθμὸς] om. F. τις] om. P. ὢν] om. P. 12. μὴ] supra F. 13. Γ, Δ] Δ, Γ BVp.

15. ἀριθμὸς αὐτούς F. τούς] corr. ex τοῦ m. rec. F. 17. τόν] τό FV. μετρήσει τὸν Δ p. 18. ἀριθμούς] m. 2 V; om. BF. ἀριθμός] F, ἀριθμούς φ. 21. μετρεῖ] (alt.)

tur. quare Δ communis mensura est numerorum A, B, Γ . dico, eundem maximam esse. nam si Δ numerorum A, B, Γ maxima mensura communis non est, numerus aliquis numero Δ maior numeros A, B, Γ metietur. metiatur et sit E . iam quoniam E numeros A, B, Γ metitur, etiam A, B metietur. quare etiam maximam mensuram communem numerorum A, B metietur [prop. II coroll.]. uerum maxima mensura communis numerorum A, B est Δ . itaque E metitur Δ maior minorem; quod fieri non potest. itaque numeros A, B, Γ non metietur numerus maior numero Δ . ergo Δ maxima est mensura communis numerorum A, B, Γ .

iam ne metiatur Δ numerum Γ . dico primum, numeros Γ, Δ non esse primos inter se. nam quoniam A, B, Γ primi non sunt inter se, numerus aliquis eos metietur. qui autem A, B, Γ metitur, etiam A, B metietur, et Δ maximam mensuram communem numerorum A, B metietur [prop. II coroll.]. uerum etiam Γ metitur. quare numeros Δ, Γ numerus aliquis metietur. itaque Δ, Γ primi non sunt inter se. sumatur igitur eorum maxima mensura communis E [prop. II]. et quoniam E metitur Δ, Δ autem A, B metitur, etiam E metitur A, B . uerum etiam Γ metitur. E igitur A, B, Γ metitur. quare E numerorum A, B, Γ communis est mensura. iam dico, eundem maximam esse. nam si E numerorum A, B, Γ

bis F. καὶ ὁ E ἄρα τοὺς A, B μετρεῖ] mg. m. 2 B. 23.
 Γ] insert. m. rec. B. κοινόν] bis P, sed. corr. 24. δὴ]
 om. P. 25. τό] om. p.

μέτρον, μετρήσει τις τοὺς A, B, Γ ἀριθμοὺς ἀριθ-
 μὸς μείζων ὢν τοῦ E . μετρεῖτω, καὶ ἔστω ὁ Z . καὶ
 ἐπεὶ ὁ Z τοὺς A, B, Γ μετρεῖ, καὶ τοὺς A, B μετρεῖ
 καὶ τὸ τῶν A, B ἄρα μέγιστον κοινὸν μέτρον με-
 5 τρήσει. τὸ δὲ τῶν A, B μέγιστον κοινὸν μέτρον
 ἐστὶν ὁ Δ . ὁ Z ἄρα τὸν Δ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ
 τὸν Γ . ὁ Z ἄρα τοὺς Δ, Γ μετρεῖ· καὶ τὸ τῶν Δ, Γ
 ἄρα μέγιστον κοινὸν μέτρον μετρήσει. τὸ δὲ τῶν Δ, Γ
 μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστὶν ὁ E . ὁ Z ἄρα τὸν
 10 E μετρεῖ ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνα-
 τον. οὐκ ἄρα τοὺς A, B, Γ ἀριθμοὺς ἀριθμὸς τις
 μετρήσει μείζων ὢν τοῦ E . ὁ E ἄρα τῶν A, B, Γ
 μέγιστόν ἐστι κοινὸν μέτρον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ'.

15 Ἄπας ἀριθμὸς παντὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων
 τοῦ μείζονος ἤτοι μέρος ἐστὶν ἢ μέρος.

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ $A, B\Gamma$, καὶ ἔστω ἐλάσ-
 σων ὁ $B\Gamma$. λέγω, ὅτι ὁ $B\Gamma$ τοῦ A ἤτοι μέρος ἐστὶν
 ἢ μέρος.

20 Οἱ $A, B\Gamma$ γὰρ ἤτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰ-
 σὶν ἢ οὐ. ἔστωσαν πρότερον οἱ $A, B\Gamma$ πρῶτοι πρὸς

1. ἀριθμούς] om. P. 4. ἄρα] om. V. μέτρον] om. P.
 7. τόν] τό F, sed corr. τό] supra m. 1 P. Δ, Γ] e corr.
 m. 2 V. 11. ἀριθμούς] comp. F; om. Vp. 13. ἐστὶν V.
 Post μέτρον add. BV: τριῶν ἄρα ἀριθμῶν δοθέντων ἡρῶται
 τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον. δεῖξαι] P; ποιῆσαι Theon (BFVp).
 Seq. in p, B in mg. imo m. 1, V mg. m. 2: πόρισμα. ἐκ δὲ
 (eras. B) τούτου (τούτων V) φανερόν, ὅτι ἂν ἀριθμὸς τρεῖς
 ἀριθμοὺς μετρή, καὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μετρή-
 σει. ὁμοίως δὲ καὶ πλειόνων ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρῶτων
 πρὸς ἀλλήλους τὸ μέγιστον αὐτῶν (om. Vp) κοινὸν μέτρον
 εὕρεσκειται καὶ τὸ πόρισμα προχωρήσει. Praeterea V in textu

maxima non est mensura communis, numerus aliquis maior numero E numeros A, B, Γ metietur. metiatur et sit Z . et quoniam Z numeros A, B, Γ metitur, etiam A, B metitur; quare etiam maximam numerorum A, B mensuram communem metietur [prop. II coroll.]. uerum numerorum A, B maxima mensura communis est Δ . Z igitur Δ metitur. uerum etiam Γ metitur. Z igitur Δ, Γ metitur. quare etiam numerorum Δ, Γ maximam mensuram communem metitur. uerum numerorum Δ, Γ maxima mensura communis est E . Z igitur E metitur maior minorem; quod fieri non potest. itaque numeros A, B, Γ non metietur numerus maior numero E . ergo E maxima est communis mensura numerorum A, B, Γ ; quod erat demonstrandum.¹⁾

IV.

Minor numerus maioris semper aut pars est aut partes.

Sint duo numeri $A, B\Gamma$, et minor sit $B\Gamma$. dico $B\Gamma$ numeri A aut partem aut partes esse.

nam $A, B\Gamma$ aut primi sunt inter se aut non primi. prius $A, B\Gamma$ primi sint inter se. diuiso igitur $B\Gamma$

1) Cfr. p. 194, 12. proprie nec *δειξαι* nec *ποιῆσαι*, sed *εὐρεῖν* dicendum erat (Studien p. 62); nam propp. II—III *πορίσματα* sunt (ib. p. 61). inde consecuta est uariatio scripturae.

habet: τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον καὶ πλείονων ἀριθμῶν δοθέντων τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὐρήσομεν. 15. Ἀπας] Ἀ littera initialis add. m. 2, ut semper fere, V; eras. B; habent Ppφ.

17. ἐλάττων F. 18. λέγω ὅτι] in ras. φ. ὁ $B\Gamma$ τοῦ A] eras. F. 21. πρότεροι V. οἱ $A, B\Gamma$] mg. V.

ἀλλήλους. διαιρεθέντος δὴ τοῦ ΒΓ εἰς τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας ἔσται ἐκάστη μονὰς τῶν ἐν τῷ ΒΓ μέρος τι τοῦ Α· ὥστε μέρη ἐστὶν ὁ ΒΓ τοῦ Α.

Μὴ ἔστωσαν δὴ οἱ Α, ΒΓ πρῶτοι πρὸς ἀλλή-
 5 λους· ὁ δὴ ΒΓ τὸν Α ἦτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. εἰ
 μὲν οὖν ὁ ΒΓ τὸν Α μετρεῖ, μέρος ἐστὶν ὁ ΒΓ
 τοῦ Α. εἰ δὲ οὐ, εἰλήφθω τῶν Α, ΒΓ μέγιστον κοι-
 νὸν μέτρον ὁ Δ, καὶ διηρήσθω ὁ ΒΓ εἰς τοὺς τῷ Δ
 ἴσους τοὺς ΒΕ, ΕΖ, ΖΓ. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ τὸν Α με-
 10 τρεῖ, μέρος ἐστὶν ὁ Δ τοῦ Α· ἴσος δὲ ὁ Δ ἐκάστῳ
 τῶν ΒΕ, ΕΖ, ΖΓ· καὶ ἕκαστος ἄρα τῶν ΒΕ, ΕΖ, ΖΓ
 τοῦ Α μέρος ἐστίν· ὥστε μέρη ἐστὶν ὁ ΒΓ τοῦ Α.

Ἄπας ἄρα ἀριθμὸς παντὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων
 τοῦ μείζονος ἦτοι μέρος ἐστὶν ἢ μέρη· ὅπερ ἔδει
 15 δεῖξαι.

ε'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ἦ, καὶ ἕτερος
 ἑτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ἦ, καὶ συναμφοτέρος
 συναμφοτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ὅπερ ὁ
 20 εἶς τοῦ ἐνός.

Ἀριθμὸς γάρ ὁ Α [ἀριθμοῦ] τοῦ ΒΓ μέρος ἔστω,
 καὶ ἕτερος ὁ Δ ἑτέρου τοῦ ΕΖ τὸ αὐτὸ μέρος, ὅπερ
 ὁ Α τοῦ ΒΓ· λέγω, ὅτι καὶ συναμφοτέρος ὁ Α, Δ
 συναμφοτέρου τοῦ ΒΓ, ΕΖ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ
 25 ὁ Α τοῦ ΒΓ.

Ἐπεὶ γάρ, ὁ μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ ΒΓ, τὸ αὐτὸ

1. δὴ] γάρ, supra scr. δὴ F. ἐαυτῷ p et F (corr. φ).
 2. τι] F; τό φ. 4. οἱ Α, ΒΓ] om. V. ἀλλήλους οἱ Α, ΒΓ V.
 7. τὸ μέγιστον BFp. 8. ὁ ΒΓ] F; ΑΒΓ φ. τῷ] corr.
 ex τό p. 9. καί] om. BFp. 10. δέ] δὴ P. ἐκατέρω Vφ.
 11. καί] F; ὁ φ. ἄρα τοῦ V. 13. ἐλάττων φ. 18. ἦ]
 P; om. BFVp. 21. ἀριθμοῦ] om. P. μέρος] F, μόνος φ.

in suas unitates unaquaeque unitas in $B\Gamma$ comprehensa pars aliqua erit numeri A ; quare $B\Gamma$ numeri A partes erunt.

iam ne sint A , $B\Gamma$ inter se primi. itaque $B\Gamma$ aut metitur A aut non metitur. iam si $B\Gamma$ metitur A , pars est $B\Gamma$ numeri A . sin minus, sumatur numerorum A , $B\Gamma$ maxima mensura communis Δ [prop. II], et diuidatur $B\Gamma$ in partes numero Δ aequales, BE , EZ , $Z\Gamma$. et quoniam Δ metitur A , pars est Δ numeri A . sed $\Delta = BE = EZ = Z\Gamma$. quare etiam unusquisque numerorum BE , EZ , $Z\Gamma$ pars est numeri A . quare $B\Gamma$ partes sunt numeri A .

Ergo minor numerus maioris semper aut pars est aut partes; quod erat demonstrandum.

V.

Si numerus numeri pars est, et alius numerus alius numeri eadem pars, etiam uterque utriusque eadem pars erit, quae unus unius.

nam numerus A numeri $B\Gamma$ pars sit, et alius numerus Δ alius numeri EZ eadem pars sit, quae A numeri $B\Gamma$. dico, etiam $A + \Delta$ numeri $B\Gamma + EZ$ eandem partem esse, quae sit A numeri $B\Gamma$.

nam quoniam quae pars est A numeri $B\Gamma$, eadem

22. μέρος] μέρος ἐστίν (-ιν m. 2 e corr.) V. 23. λέγω — 25: $B\Gamma$] mg. m. 2 V. 24. EZ] F, BZ φ. 26. ὅ] supra m. 1 V. τὸ αὐτό] τοῦτο P.

μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Δ τοῦ EZ , ὅσοι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ
 $B\Gamma$ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ A , τοσοῦτοὶ εἰσὶ καὶ ἐν τῷ EZ
ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Δ . διηγήσθω ὁ μὲν $B\Gamma$ εἰς τοὺς
τῷ A ἴσους τοὺς BH , $H\Gamma$, ὁ δὲ EZ εἰς τοὺς τῷ Δ
 $E\Theta$, ΘZ . ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν
 BH , $H\Gamma$ τῷ πλῆθει τῶν $E\Theta$, ΘZ . καὶ ἐπεὶ ἴσος
ἐστὶν ὁ μὲν BH τῷ A , ὁ δὲ $E\Theta$ τῷ Δ , καὶ οἱ BH ,
 $E\Theta$ ἄρα τοῖς A , Δ ἴσοι. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ οἱ
 $H\Gamma$, ΘZ τοῖς A , Δ . ὅσοι ἄρα [εἰσὶν] ἐν τῷ $B\Gamma$
 Δ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ A , τοσοῦτοὶ εἰσὶ καὶ ἐν τοῖς $B\Gamma$,
 EZ ἴσοι τοῖς A , Δ . ὅσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ὁ $B\Gamma$
τοῦ A , τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ συναμφοτέρος ὁ
 $B\Gamma$, EZ συναμφοτέρου τοῦ A , Δ . ὁ ἄρα μέρος ἐστὶν
ὁ A τοῦ $B\Gamma$, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφοτέρος
 Δ ὁ A , Δ συναμφοτέρου τοῦ $B\Gamma$, EZ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾗ, καὶ ἕτερος
ἐτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ᾗ, καὶ συναμφοτέρος συν-
αμφοτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ὅπερ ὁ εἰς
τοῦ ἐνός.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ AB ἀριθμοῦ τοῦ Γ μέρη ἔστω,
καὶ ἕτερος ὁ ΔE ἐτέρου τοῦ Z τὰ αὐτὰ μέρη, ἅπερ
ὁ AB τοῦ Γ λέγω, ὅτι καὶ συναμφοτέρος ὁ AB , ΔE

1. ἐστὶν F. καὶ] in ras. m. 2 p, insert. m. 2 F. Δ] corr. ex A m. 2 p. ἄρα] ἄρα ἀριθμοί V. 2. ἀριθμοί] om. V. A] Δ φ. εἰσὶν PB. 7. Post Δ add. Theon: ὁ BH ἄρα τῷ A ἴσος ἐστὶ (ἐστὶν B) (BFVp). 8. ἄρα] om. Theon (BFVp). ἴσοι] om. Theon (BFVp). τὰ αὐτὰ] ταῦτα V. Post δὴ add. Theon: καὶ ὁ $H\Gamma$ τῷ A ἴσος (F, ἴσον φ) ἐστὶν (ἐστὶ V, comp. p) (BFVp). In V praeterea add. καὶ ὁ ΘZ τῷ Δ . οἱ $H\Gamma$, ΘZ τοῖς A , Δ] ὁ $H\Gamma$ τῷ A ἴσος ἐστὶν, ὁ δὲ ΘZ τῷ Δ P; ὁ $H\Gamma$ τοῖς $A\Delta$ φ (non F). In emendatione praeiuit

pars est etiam Δ numeri EZ , quot sunt in $B\Gamma$ numeri numero A aequales, totidem etiam in $E\Theta$ numeri sunt numero Δ aequales. diuidatur $B\Gamma$ in numeros numero A aequales BH , $H\Gamma$, EZ autem in $E\Theta$, ΘZ numero Δ aequales. erit igitur multitudo numerorum BH , $H\Gamma$ multitudini numerorum $E\Theta$, ΘZ aequalis. et quoniam est $BH = A$, $E\Theta = \Delta$, erunt $BH + E\Theta = A + \Delta$. eadem de causa etiam

$$H\Gamma + \Theta Z = A + \Delta.$$

itaque quot sunt in $B\Gamma$ numeri numero A aequales, totidem sunt etiam in $B\Gamma + EZ$ numeris $A + \Delta$ aequales. quare quoties multiplex est $B\Gamma$ numeri A , toties multiplex est etiam $B\Gamma + EZ$ numerorum $A + \Delta$. itaque quae pars est A numeri $B\Gamma$, eadem pars etiam $A + \Delta$ sunt numerorum $B\Gamma + EZ$; quod erat demonstrandum.

VI.

Si numerus numeri partes sunt, et alius numerus alius numeri eadem partes, etiam uterque utriusque eadem partes erunt, quae unus unius.

Nam numerus AB partes sint numeri Γ , et alius ΔE alius Z eadem partes, quae AB numeri Γ .

Augustus. 9. τοῖς] ἄρα τοῖς V. Δ] Δ ἴσοι εἶσιν V. ὅσοι] ὅς- in ras. m. 2 F; ἴση φ (non F). εἶσιν] om. P. 10. εἶσιν PB. 12. εἶσιν P. 13. ὅ] om. φ (non F). μέρος] F, μὲν φ. 15. δεῖξαι] ποιῆσαι V. 17. μέρος p. 21. ἀριθ- μού] ἀριθμὸν φ (non F). 22. ΔE] E supra m. 1 V. 23. ὅτι συναμφοτέροι ol p.

μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Δ τοῦ EZ , ὅσοι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ
 $B\Gamma$ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ A , τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τῷ EZ
ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Δ . διηγήσθω ὁ μὲν $B\Gamma$ εἰς τοὺς
τῷ A ἴσους τοὺς BH , $H\Gamma$, ὁ δὲ EZ εἰς τοὺς τῷ Δ
5 ἴσους τοὺς $E\Theta$, ΘZ . ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν
 BH , $H\Gamma$ τῷ πλῆθει τῶν $E\Theta$, ΘZ . καὶ ἐπεὶ ἴσος
ἐστὶν ὁ μὲν BH τῷ A , ὁ δὲ $E\Theta$ τῷ Δ , καὶ οἱ BH ,
 $E\Theta$ ἄρα τοῖς A , Δ ἴσοι. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ οἱ
 $H\Gamma$, ΘZ τοῖς A , Δ . ὅσοι ἄρα [εἰσὶν] ἐν τῷ $B\Gamma$
10 ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ A , τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τοῖς $B\Gamma$,
 EZ ἴσοι τοῖς A , Δ . ὁσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ὁ $B\Gamma$
τοῦ A , τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ συναμφοτέρος ὁ
 $B\Gamma$, EZ συναμφοτέρου τοῦ A , Δ . ὁ ἄρα μέρος ἐστὶν
ὁ A τοῦ $B\Gamma$, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφοτέρος
15 ὁ A , Δ συναμφοτέρου τοῦ $B\Gamma$, EZ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ς'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ἦ, καὶ ἕτερος
ἐτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ἦ, καὶ συναμφοτέρος συν-
αμφοτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ὅπερ ὁ εἰς
20 τοῦ ἐνός.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ AB ἀριθμοῦ τοῦ Γ μέρη ἔστω,
καὶ ἕτερος ὁ ΔE ἐτέρου τοῦ Z τὰ αὐτὰ μέρη, ἅπερ
ὁ AB τοῦ Γ λέγω, ὅτι καὶ συναμφοτέρος ὁ AB , ΔE

1. ἐστὶν F. καί] in ras. m. 2 p, insert. m. 2 F. Δ] corr. ex A m. 2 p. ἄρα] ἄρα ἀριθμοί V. 2. ἀριθμοί] om. V. A] Δ φ. εἰσὶν PB. 7. Post Δ add. Theon: ὁ BH ἄρα τῷ A ἴσος ἐστὶ (ἐστὶν B) (BFVp). 8. ἄρα] om. Theon (BFVp). ἴσοι] om. Theon (BFVp). τὰ αὐτὰ] ταῦτα V. Post δὴ add. Theon: καὶ ὁ $H\Gamma$ τῷ A ἴσος (F, ἴσον φ) ἐστὶν (ἐστὶ V, comp. p) (BFVp). In V praeterea add. καὶ ὁ ΘZ τῷ Δ . οἱ $H\Gamma$, ΘZ τοῖς A , Δ] ὁ $H\Gamma$ τῷ A ἴσος ἐστὶν, ὁ δὲ ΘZ τῷ Δ P; ὁ $H\Gamma$ τοῖς $A\Delta$ φ (non F). In emendatione praeiuit

pars est eadem $\frac{1}{2}$ numerus
 numeri numeri $\frac{1}{2}$ numerus
 numeri sum numerus
 numeros numerus $\frac{1}{2}$ numerus
 E0, 0Z numerus $\frac{1}{2}$ numerus
 numerorum $\frac{1}{2}$ numerus
 aequalis et quoniam $\frac{1}{2}$ numerus
 BH + E0 = $\frac{1}{2}$ numerus

itaque quot sunt in AB — in AC —
totidem sunt etiam in $AB + AC$ —
aequales. quare quoties AB — in AC —
toties multiplex est. etiam $AB + AC$ — in
 $A + A$. itaque quae pars est in AB —
pars etiam $A + A$ sunt. $AB + AC$ — in $A + A$ —
erat demonstrandum.

Si numerus numer. partem suam in alio numero
 alius numeri eadem partes sunt utrumque numerus
 eadem partes erunt. Quia si numerus

Nam numerus AB partes est lineae AB et
 AE alius Z eadem partes est lineae AE et

Augustus. 9. τοῖς ἀγαθοῖς V. — ἰσοσθένει
de-in ras. m. 2 F; ἵστ' α (non I). εἶπον PE.
εἶπον PE. 12. ἐστίν P. 1: (non I) οὐκ ἐστίν I
μὲν γ. 15. δεῖξαι ποιησαι V. I. ἡκού-
σθ' ἐφ' ὅσον φ (non F). 22. — I I summe
οὗτοι συνεπρότεροι of p.

ae
m
s,

rat;
P,
af]

συναμφοτέρου τοῦ Γ , Z τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν, ὥπερ
ὁ AB τοῦ Γ .

Ἐπεὶ γάρ, ἂ μέρη ἐστίν ὁ AB τοῦ Γ , τὰ αὐτὰ
μέρη καὶ ὁ ΔE τοῦ Z , ὅσα ἄρα ἐστίν ἐν τῷ AB
5 μέρη τοῦ Γ , τσαὐτὰ ἐστὶ καὶ ἐν τῷ ΔE μέρη τοῦ
 Z . διηγήσθω ὁ μὲν AB εἰς τὰ τοῦ Γ μέρη τὰ AH ,
 HB , ὁ δὲ ΔE εἰς τὰ τοῦ Z μέρη τὰ $\Delta\Theta$, ΘE .
ἐστὶ δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν AH , HB τῷ πλῆθει
τῶν $\Delta\Theta$, ΘE . καὶ ἐπεὶ, ὃ μέρος ἐστίν ὁ AH τοῦ Γ ,
10 τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ $\Delta\Theta$ τοῦ Z , ὃ ἄρα μέρος
ἐστίν ὁ AH τοῦ Γ , τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμ-
φοτέρος ὁ AH , $\Delta\Theta$ συναμφοτέρου τοῦ Γ , Z . διὰ
τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὃ μέρος ἐστίν ὁ HB τοῦ Γ , τὸ αὐτὸ
μέρος ἐστὶ καὶ συναμφοτέρος ὁ HB , ΘE συναμφοτέ-
15 ρου τοῦ Γ , Z . ἂ ἄρα μέρη ἐστίν ὁ AB τοῦ Γ , τὰ
αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ συναμφοτέρος ὁ AB , ΔE συναμ-
φοτέρου τοῦ Γ , Z . ὥπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ'.

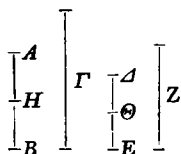
Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ἦ, ὥπερ ἀφαι-
20 ρεθελς ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοι-
ποῦ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ, ὥπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ AB ἀριθμοῦ τοῦ $\Gamma\Delta$ μέρος ἐστὶ,
ὥπερ ἀφαιρεθελς ὁ AE ἀφαιρεθέντος τοῦ ΓZ . λέγω,
ὅτι καὶ λοιπὸς ὁ EB λοιποῦ τοῦ $Z\Delta$ τὸ αὐτὸ μέρος
25 ἐστίν, ὥπερ ὅλος ὁ AB ὅλον τοῦ $\Gamma\Delta$.

4. ΔE] E e corr. m. 2 F. 5. ἐστὶ] om. B. 6. AH] A corr. ex Δ F. 7. ΔE] $E\Delta$ p. 10. ἐστίν BF. 11. ἐστίν] ἐστὶν καὶ F, sed καὶ del. καὶ] καὶ ὁ p. 13. δὴ] del. m. 2 P. ἐστὶ V. τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ] καὶ ὁ $E\Theta$ τοῦ Z . ὃ ἄρα μέρος ἐστὶ τὸ HB τοῦ Γ P. 14. καὶ] καὶ ὁ p. 15. ἂ] supra m. 1 V. 16. ἐστίν PB. 18. ζ'] om. V, in

dico, etiam $AB + \Delta E$ numerorum $\Gamma + Z$ easdem partes esse, quae sit AB numeri Γ .

nam quoniam quae partes est AB numeri Γ , eadem est ΔE numeri Z , quot sunt in AB partes numeri Γ , totidem etiam in ΔE sunt partes numeri



Z . diuidatur AB in AH , HB partes numeri Γ , ΔE autem in $\Delta\Theta$, ΘE partes numeri Z . itaque multitudo numerorum AH , HB multitudini numerorum $\Delta\Theta$, ΘE aequalis erit.

et quoniam quae pars est AH numeri Γ , eadem est etiam $\Delta\Theta$ numeri Z , $AH + \Delta\Theta$ eadem pars erit numerorum $\Gamma + Z$, quae AH numeri Γ [prop. V]. eadem de causa etiam quae pars est HB numeri Γ , eadem pars est $HB + \Theta E$ numerorum $\Gamma + Z$. ergo quae partes est AB numeri Γ , eadem partes sunt $AB + \Delta E$ numerorum $\Gamma + Z$; quod erat demonstrandum.

VII.

Si numerus numeri eadem pars est, quae ablatus numerus ablati, etiam reliquus reliqui eadem pars erit, quae totus totius.

Nam numerus AB numeri $\Gamma\Delta$ eadem sit pars, quae ablatus numerus AE ablati ΓZ . dico, etiam reliquum EB reliqui $Z\Delta$ eandem esse partem, quae totus AB sit totius $\Gamma\Delta$.

quo haec prop. a. m. 1 solo signo : ~ a priori dirempta erat;
 corr. m. 2. 20. δ] supra m. 1 P. 21. δ] supra m. 1 P,
 om. F. $\delta\lambda\alpha\nu$] in ras. F. 23. AE] A eras. V. 24. $\kappa\alpha\iota$
 $\kappa\alpha\iota \delta$ BFVp. 25. $\delta\lambda\alpha\varsigma$] δ $\delta\lambda\alpha\varsigma$ B.

Ὁ γὰρ μέρος ἐστὶν ὁ AE τοῦ ΓZ , τὸ αὐτὸ μέρος
 ἔστω καὶ ὁ EB τοῦ ΓH . καὶ ἐπεὶ, ὃ μέρος
 ἐστὶν ὁ AE τοῦ ΓZ , τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ EB
 τοῦ ΓH , ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ AE τοῦ ΓZ , τὸ αὐτὸ
 5 μέρος ἐστὶ καὶ ὁ AB τοῦ HZ . ὃ δὲ μέρος ἐστὶν ὁ
 AE τοῦ ΓZ , τὸ αὐτὸ μέρος ὑπόκειται καὶ ἢ AB
 τοῦ $\Gamma \Delta$. ὃ ἄρα μέρος ἐστὶ καὶ ὁ AB τοῦ HZ , τὸ
 αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ τοῦ $\Gamma \Delta$. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ HZ
 τῷ $\Gamma \Delta$. κοινὸς ἀφηρησθῶ ὁ ΓZ . λοιπὸς ἄρα ὁ $H\Gamma$
 10 λοιπῷ τῷ $Z\Delta$ ἐστὶν ἴσος. καὶ ἐπεὶ, ὃ μέρος ἐστὶν
 ὁ AE τοῦ ΓZ , τὸ αὐτὸ μέρος [ἐστὶ] καὶ ὁ EB τοῦ
 $H\Gamma$, ἴσος δὲ ὁ $H\Gamma$ τῷ $Z\Delta$, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ
 AE τοῦ ΓZ , τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ EB τοῦ $Z\Delta$.
 ἀλλὰ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ AE τοῦ ΓZ , τὸ αὐτὸ μέρος
 15 ἐστὶ καὶ ὁ AB τοῦ $\Gamma \Delta$. καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ EB λοιποῦ
 τοῦ $Z\Delta$ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ ὅλος ὁ AB ὅλου
 τοῦ $\Gamma \Delta$. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ῆ, ἅπερ ἀφαι-
 20 ρεθεὶς ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ
 τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ἅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ AB ἀριθμοῦ τοῦ $\Gamma \Delta$ μέρη ἔστω,
 ἅπερ ἀφαιρεθεὶς ὁ AE ἀφαιρεθέντος τοῦ ΓZ . λέγω,

7. ἐστίν PB , comp. p. HZ] corr. ex $H\Gamma$ m. 1 F. 8. καί] καὶ ὁ AB Theon ($BFVp$); ὁ AB add. in mg. m. rec. P. Post $\Gamma \Delta$ add. Theon: ὁ AB ἄρα ἐκατέρου τῶν HZ , $\Gamma \Delta$ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν ($BFVp$); idem P, mg. m. rec. HZ] ZH Vp. 9. κοινῶς P, corr. m. 1 et insuper m. rec. 10. ἴσος ἐστὶ V. 11. ἐστὶ] om. P. 12. $H\Gamma$] Γ in ras. F. δέ] δὲ καὶ Vp. ὁ $H\Gamma$ τῷ ΔZ F in ras. ἄρα] om. F. 13. ἐστίν P. EB τοῦ $Z\Delta$] AB τοῦ $\Gamma \Delta$ F, corr. m. 2. 14. ἀλλ' P, corr. m. 1.

nam quae pars est AE numeri ΓZ , eadem pars sit EB numeri ΓH . et quoniam quae pars est AE numeri ΓZ , eadem pars est EB numeri ΓH , etiam

AB numeri HZ eadem pars est, quae AE numeri ΓZ [prop. V]. supposu-

imus autem, AB numeri $\Gamma \Delta$ eandem partem esse, quae sit AE numeri ΓZ . itaque quae pars est AB numeri HZ , eadem idem pars est numeri $\Gamma \Delta$. itaque $HZ = \Gamma \Delta$. subtrahatur, qui communis est, ΓZ . itaque $H\Gamma = Z\Delta$. et quoniam quae pars est AE numeri ΓZ , eadem est EB numeri $H\Gamma$, et $H\Gamma = Z\Delta$, quae pars est AE numeri ΓZ , eadem est EB numeri $Z\Delta$. uerum quae pars est AE numeri ΓZ , eadem est AB numeri $\Gamma \Delta$. ergo etiam reliquus EB reliqui $Z\Delta$ eadem pars est, quae totus AB totius $\Gamma \Delta$; quod erat demonstrandum.

VIII.

Si numerus numeri partes sunt eadem, quae ablati numerus ablati, etiam reliquus reliqui eadem partes erunt, quae totus totius.

Nam numerus AB numeri $\Gamma \Delta$ eadem partes sint, quae ablati AE ablati ΓZ . dico, etiam reliquum

ἀλλὰ ὃ] in ras. m. 2 F; ὃ ἄρα post ras. plus quam 2 linn. V. AE] EB V; e corr. F. ΓZ] in ras. F; $Z\Delta$ V. 15. Post $\Gamma \Delta$ add. Bp: ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ EB τοῦ $Z\Delta$, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ AB τοῦ $\Gamma \Delta$; idem P mg. m. rec. καὶ λοιπὸς ἄρα] καὶ mutat in ὃ et in mg. add. ἄρα μέρος ἐστὶν F m. 2 (λοιπὸς ἄρα in init. lin. seq. (a m. 1) intactum relinquitur). 16. ἐστὶ V. 17. $\Gamma \Delta$] $B\Gamma$ F. 21. ὁ] om. Pp; m. 2 F. 22. $\Gamma \Delta$] Γ add. m. rec. P.

- Ὁ γὰρ μέρος ἐστὶν ὁ
 ρος ἔστω καὶ ὁ EB τοῖ
 ἐστὶν ὁ AE τοῦ ΓZ , τὸ
 τοῦ ΓH , ὃ ἄρα μέρος ἐσ
 5 μέρος ἐστὶ καὶ ὁ AB τοῦ
 AE τοῦ ΓZ , τὸ αὐτὸ
 τοῦ ΓA · ὃ ἄρα μέρος
 αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ τοῦ
 τῷ ΓA . κοινὸς ἀφηγήσ
 10 λοιπῷ τῷ $Z A$ ἐστὶν ἴσ
 ὁ AE τοῦ ΓZ , τὸ αὐτὸ
 $H \Gamma$, ἴσος δὲ ὁ $H \Gamma$ τ
 AE τοῦ ΓZ , τὸ αὐτὸ
 ἀλλὰ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ
 15 ἐστὶ καὶ ὁ AB τοῦ Γ
 τοῦ $Z A$ τὸ αὐτὸ μέρος
 τοῦ ΓA · ὅπερ ἔδει ὁ

Ἐὰν ἀριθμὸς
 20 ρεθεὶς ἀφαιρεθεῖ
 τὰ αὐτὰ μέρη ἔσ
 Ἀριθμὸς γὰρ
 ἅπερ ἀφαιρεθεὶς

7. ἐστὶν PB , c
 καὶ] καὶ ὁ AB The
 Post ΓA add. The
 αὐτὸ μέρος ἐστὶν (
 Vp. 9. κοινῶς P ,
 11. ἐστὶ] om. P .
 ὁ $H \Gamma$ τῷ ΔZ F i
 τοῦ $Z A$] AB τοῦ

nam quae AE sit EB numerus ΓZ .

easdem partes esse, quae sit totus

A E B
 H

$H\Theta = AB$. itaque quae partes est
 eadem est etiam AE numeri ΓZ .
 in HK . $K\Theta$ partes numeri ΓA , AE
 AE partes numeri ΓZ . itaque multi-

imus autem AE sit AE numerus ΓZ ,
 HZ , eadem
 subtrahatur
 et quoniam
 numeri HZ
 ΓZ , eadem
 AE numerus
 etiam
 totus AE

tudo numerorum HK , $K\Theta$ mul-
 titudini numerorum AA , AE
 aequalis est. et quoniam quae
 pars est HK numeri ΓA ,
 eadem est AA numeri ΓZ , et

erit etiam $HK > AA$. ponatur $HM = AA$.
 pars est HK numeri ΓA , eadem est
 AE numeri ΓZ . quare etiam reliquus MK reliqui ZA
 est, quae totus HK totius ΓA [prop. VII].
 quoniam quae pars est $K\Theta$ numeri ΓA , eadem
 est AE numeri ΓZ , et $\Gamma A > \Gamma Z$, erit etiam $\Theta K > EA$.
 ponatur $KN = EA$. itaque quae pars est $K\Theta$ nu-

meri ΓZ , eadem est KN numeri ΓZ . quare etiam
 $N\Theta$ reliqui ZA eadem pars est, quae totus
 reliquus ΓA [prop. VII]. demonstraui autem,
 quod etiam reliquum MK reliqui ZA eandem partem,
 totus HK totius sit ΓA . quare etiam $MK + N\Theta$
 in partes sunt numeri AZ , quae totus ΘH totius

δv] om. p. δv V. HK] KH P. 23. ΓA] $\Delta \Gamma$ FVp.
 eras. V. $N\Theta$] corr. ex $H\Theta$ m. 2 p. 24. AZ] AZ F;
 Vp. ΘH] $H\Theta$ FVp.

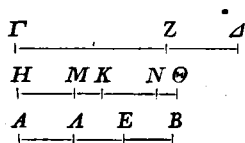
ὅτι καὶ λοιπὸς ὁ EB λοιποῦ τοῦ $Z\Delta$ τὰ αὐτὰ μέρη
ἐστίν, ἅπερ ὅλος ὁ AB ὅλου τοῦ $\Gamma\Delta$.

Κείσθω γὰρ τῷ AB ἴσος ὁ $H\Theta$. ἂ ἄρα μέρη
ἐστίν ὁ $H\Theta$ τοῦ $\Gamma\Delta$, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ AE
τοῦ ΓZ . διηγήσθω ἱ μὲν $H\Theta$ εἰς τὰ τοῦ $\Gamma\Delta$ μέρη
τὰ HK , $K\Theta$, ὁ δὲ AE εἰς τὰ τοῦ ΓZ μέρη τὰ AA ,
 AE . ἐστὶ δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν HK , $K\Theta$ τῷ
πλήθει τῶν AA , AE . καὶ ἐπεὶ, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ
 HK τοῦ $\Gamma\Delta$, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ AA τοῦ ΓZ .
10 μείζων δὲ ὁ $\Gamma\Delta$ τοῦ ΓZ , μείζων ἄρα καὶ ὁ HK τοῦ
 AA . κείσθω τῷ AA ἴσος ὁ HM . ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν
ὁ HK τοῦ $\Gamma\Delta$, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ HM τοῦ
 ΓZ . καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ MK λοιποῦ τοῦ $Z\Delta$ τὸ αὐτὸ
μέρος ἐστίν, ὅπερ ὅλος ὁ HK ὅλου τοῦ $\Gamma\Delta$. πάλιν
15 ἐπεὶ, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ $K\Theta$ τοῦ $\Gamma\Delta$, τὸ αὐτὸ μέρος
ἐστὶ καὶ ὁ EA τοῦ ΓZ , μείζων δὲ ὁ $\Gamma\Delta$ τοῦ ΓZ ,
μείζων ἄρα καὶ ὁ ΘK τοῦ EA . κείσθω τῷ EA ἴσος
ὁ KN . ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ $K\Theta$ τοῦ $\Gamma\Delta$, τὸ αὐτὸ
μέρος ἐστὶ καὶ ὁ KN τοῦ ΓZ . καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ
20 $N\Theta$ λοιποῦ τοῦ $Z\Delta$ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ ὅλος
ὁ $K\Theta$ ὅλου τοῦ $\Gamma\Delta$. ἐδείχθη δὲ καὶ λοιπὸς ὁ MK
λοιποῦ τοῦ $Z\Delta$ τὸ αὐτὸ μέρος ὦν, ὅπερ ὅλος ὁ HK
ὅλου τοῦ $\Gamma\Delta$. καὶ συναμφοτέρος ἄρα ὁ MK , $N\Theta$
τοῦ ΔZ τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν, ἅπερ ὅλος ὁ ΘH ὅλου

1. καί] καὶ ὁ V. $Z\Delta$] Δ add. m. 2 F. 2. ὅλος] ὁ
ὅλος B. 4. ἐστὶ] ἐστίν F. 8. AE] in ras. V. 9. HK]
 K postea insert. V. ἐστίν PV. καί] om. P. 11. HM]
 MH Vp. 11. ἐστίν PF. 16. ἐστίν F. τοῦ ΓZ] m. 2 supra
scr. F. 17. ΘK] $K\Theta$ P. 18. KN] corr. ex KH m. rec.
p; mutat. in KH m. 2 V. 19. μεμέρος P; corr. m. 2.
ἐστίν F. καὶ λοιπός] λοιπός V. 20. $N\Theta$] corr. ex $H\Theta$
m. rec. p. $Z\Delta$] Δ eras. V. ὅπερ] m. 2 V. 21. ἐδεί-
χθη δέ — 23: $\Gamma\Delta$] mg. V. 21. καί] καὶ ὁ BFV. ὁ] om. p.

EB reliqui $Z\Delta$ easdem partes esse, quae sit totus AB totius $\Gamma\Delta$.

ponatur enim $H\Theta = AB$. itaque quae partes est $H\Theta$ numeri $\Gamma\Delta$, eadem est etiam AE numeri ΓZ . diuidatur $H\Theta$ in HK , $K\Theta$ partes numeri $\Gamma\Delta$, AE autem in AA , AE partes numeri ΓZ . itaque multi-



tudo numerorum HK , $K\Theta$ multitudini numerorum AA , AE aequalis est. et quoniam quae pars est HK numeri $\Gamma\Delta$, eadem est AA numeri ΓZ , et

$\Gamma\Delta > \Gamma Z$, erit etiam $HK > AA$. ponatur $HM = AA$. itaque quae pars est HK numeri $\Gamma\Delta$, eadem est HM numeri ΓZ . quare etiam reliquus MK reliqui $Z\Delta$ eadem pars est, quae totus HK totius $\Gamma\Delta$ [prop. VII]. rursus quoniam quae pars est $K\Theta$ numeri $\Gamma\Delta$, eadem est EA numeri ΓZ , et $\Gamma\Delta > \Gamma Z$, erit etiam $\Theta K > EA$. ponatur $KN = EA$. itaque quae pars est $K\Theta$ numeri $\Gamma\Delta$, eadem est KN numeri ΓZ . quare etiam reliquus $N\Theta$ reliqui $Z\Delta$ eadem pars est, quae totus $K\Theta$ totius $\Gamma\Delta$ [prop. VII]. demonstrauius autem, esse etiam reliquum MK reliqui $Z\Delta$ eandem partem, quae totus HK totius sit $\Gamma\Delta$. quare etiam $MK + N\Theta$ eadem partes sunt numeri ΔZ , quae totus ΘH totius

22. $\alpha\nu$] om. p, $\delta\nu$ V. HK] KH P. 23. $\Gamma\Delta$] $\Delta\Gamma$ FVp. MK] eras. V. $N\Theta$] corr. ex $H\Theta$ m. 2 p. 24. ΔZ] ΔZ F; $Z\Delta$ Vp. ΘH] $H\Theta$ FVp.

τοῦ $\Gamma\Delta$. ἴσος δὲ συναμφοτέρος μὲν ο MK , $N\Theta$
 τῷ EB , ὁ δὲ ΘH τῷ BA · καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ EB
 λοιποῦ τοῦ $Z\Delta$ τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν, ἅπερ ὅλος ὁ
 AB ὅλου τοῦ $\Gamma\Delta$ · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

θ'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ἦ, καὶ ἕτερος
 ἑτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ἦ, καὶ ἐναλλάξ, ὃ μέρος
 ἐστὶν ἢ μέρη ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου, τὸ αὐτὸ
 μέρος ἔσται ἢ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ὁ δεύτερος
 10 τοῖ τετάρτῳ.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ A ἀριθμοῦ τοῦ $B\Gamma$ μέρος ἔστω,
 καὶ ἕτερος ὁ Δ ἑτέρου τοῖ EZ τὸ αὐτὸ μέρος, ὅπερ
 ὁ A τοῦ $B\Gamma$ · λέγω, ὅτι καὶ ἐναλλάξ, ὃ μέρος ἐστὶν
 ὁ A τοῦ Δ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ $B\Gamma$
 15 τοῦ EZ ἢ μέρη.

Ἐπεὶ γὰρ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ A τοῦ $B\Gamma$, το αὐτὸ
 μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Δ τοῦ EZ , ὅσοι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ
 $B\Gamma$ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ A , τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τῷ EZ
 ἴσοι τῷ Δ . διηγήσθω ὁ μὲν $B\Gamma$ εἰς τοὺς τῷ A
 20 ἴσους τοὺς BH , $H\Gamma$, ὁ δὲ EZ εἰς τοὺς τῷ Δ ἴσους
 τοὺς $E\Theta$, ΘZ · ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν BH ,
 $H\Gamma$ τῷ πλῆθει τῶν $E\Theta$, ΘZ .

Καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ BH , $H\Gamma$ ἀριθμοὶ ἀλλή-
 λοις, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ $E\Theta$, ΘZ ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοισ,

1. $\Gamma\Delta$] $\Delta\Gamma$ BF. δέ] V corr. ex δή; δή PBFp. μὲν
 ὁ] ὁ μὲν V. MK , $N\Theta$] mutat. in HM , KN m. 2 V; λοι-
 πὸς ἄρα ὁ MK , $N\Theta$ τῷ EB ἴσος ἐστὶν mg. m. 2 V. 2. τῷ]
 e corr. m. 1 F. EB] BE V m. 1, AE m. 2. ΘH] ΘN p.
 BA] mutat. in MK m. rec. p. 3. $Z\Delta$] corr. ex ΔZ m. 2 V,
 ΔZ F. 6. Post ἕτερος ras. 5 litt., dein τοῦ πρώτου μείζονος
 τοῦ δευτέρου punctis del. F; totam protasin ita, ut apud nos
 legitur, in mg. repetit m. 2. 7. ἢ] P; om. BFVp. 9.

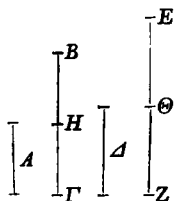
$\Gamma\Delta$. sed $MK + N\Theta = EB^1)$ et $\Theta H = BA$. ergo etiam reliquus EB reliqui $Z\Delta$ eadem partes sunt, quae totus AB totius $\Gamma\Delta$; quod erat demonstrandum.

IX.

Si numerus numeri pars est et alius numerus alius numeri eadem pars, etiam permutatim, quae pars uel partes primus est tertii, eadem pars uel partes erit secundus quarti.

Nam numerus A numeri $B\Gamma$ pars sit, et alius Δ alius numeri EZ eadem pars sit, quae A numeri $B\Gamma$. dico, etiam permutatim numerum $B\Gamma$ eandem partem uel partes esse numeri EZ , quae pars uel partes sit A numeri Δ .

Nam quoniam quae pars est A numeri $B\Gamma$, eadem est Δ numeri EZ , quot sunt in $B\Gamma$ numeri numero A aequales, totidem etiam in EZ sunt numero Δ aequales. diuidatur $B\Gamma$ in numeros BH , $H\Gamma$ numero A aequales, EZ autem in $E\Theta$, ΘZ numero Δ aequales. itaque multitudo numerorum BH , $H\Gamma$ multitudini numerorum $E\Theta$, ΘZ aequalis est. et quoniam $BH = H\Gamma$ et $E\Theta = \Theta Z$, et multitudo numerorum



1) Nam $HM + MK + KN + N\Theta = AA + AE + EB$, et $HM = AA$, $KN = EA$.

ἔσται] ἔστι comp. p. 11. Post ἔστω add. V: ἡ τὰ αὐτὰ μέρη punctis del. μέρος ἔσται p. 13. Post $B\Gamma$ add. BVp , F mg. m. 2: ἐλάττων δὲ ἔστω ὁ A τοῦ Δ (Δ in ras. m. 1 B). ὁ] supra ὁ scr. ὅπερ m. 1 p. 14. ἐστίν F. 17. ἐστίν PF. καί] om. P. 18. εἰσιν PB. 21. ἔσται] ἐστὶ F, corr. m. 2. 24. εἰσίν P. $E\Theta$] EZ p.

καὶ ἐστὶν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν BH , $HΓ$ τῷ πλῆθει
 τῶν $EΘ$, $ΘΖ$, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ BH τοῦ $EΘ$
 ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ $HΓ$ τοῦ $ΘΖ$ ἢ
 τὰ αὐτὰ μέρη· ὥστε καὶ ὁ μέρος ἐστὶν ὁ BH τοῦ
 5 $EΘ$ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφοτέρως
 ὁ $BΓ$ συναμφοτέρως τοῦ $EΖ$ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. ἴσος
 δὲ ὁ μὲν BH τῷ A , ὁ δὲ $EΘ$ τῷ $Δ$ · ὃ ἄρα μέρος
 ἐστὶν ὁ A τοῦ $Δ$ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ
 ὁ $BΓ$ τοῦ $EΖ$ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

10.

ι'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ἦ, καὶ ἕτερος
 ἑτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ἦ, καὶ ἐναλλάξ, ἃ μέρη
 ἐστὶν ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ
 μέρη ἔσται καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου ἢ το
 15 αὐτὸ μέρος.

Ἀριθμὸς γάρ ὁ AB ἀριθμοῦ τοῦ $Γ$ μέρη ἔστω,
 καὶ ἕτερος ὁ $ΔΕ$ ἑτέρου τοῦ Z τὰ αὐτὰ μέρη· λέγω,
 ὅτι καὶ ἐναλλάξ, ἃ μέρη ἐστὶν ὁ AB τοῦ $ΔΕ$ ἢ μέ-
 ρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ $Γ$ τοῦ Z ἢ τὸ αὐτὸ
 20 μέρος.

Ἐπεὶ γάρ, ἃ μέρη ἐστὶν ὁ AB τοῦ $Γ$, τὰ αὐτὰ
 μέρη ἐστὶ καὶ ὁ $ΔΕ$ τοῦ Z , ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ
 AB μέρη τοῦ $Γ$, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ $ΔΕ$ μέρη τοῦ
 Z . διηγήσθω ὁ μὲν AB εἰς τὰ τοῦ $Γ$ μέρη τὰ AH ,
 25 HB , ὁ δὲ $ΔΕ$ εἰς τὰ τοῦ Z μέρη τὰ $ΔΘ$, $ΘΕ$ · ἔσται

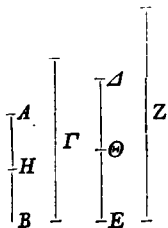
2. $EΘ$] corr. ex $EΖ$ m. 1 F. 4. ὥστε] -τε in ras. V.
 7. δέ] δὴ P. 12. ἦ] P; om. BFVp. 13. Ante ἦ in p
 del. καί. μέρος] corr. ex μέρη p. 14. ἔσται μέρη V.
 καί] m. 2 F. 16. AB] inter A et B duae litt. eras. V.
 ἔστω] φ, ἔσται? F. 17. Post μέρη add. BFVp: ἔστω δέ
 (δέ m. 2 F; ἐλάττων δὲ ἔστω B) ὁ AB τοῦ $ΔΕ$ ἐλάσσων (m.

BH , $H\Gamma$ multitudini numerorum $E\Theta$, ΘZ aequalis est, erit etiam $H\Gamma$ numeri ΘZ eadem pars uel partes, quae BH numeri $E\Theta$. quare etiam quae pars uel partes est BH numeri $E\Theta$, eadem pars uel partes est $B\Gamma$ numeri EZ [prop. V et VI]. sed $BH = A$, $E\Theta = \Delta$. ergo quae pars uel partes est A numeri Δ , eadem pars uel partes est etiam $B\Gamma$ numeri EZ ; quod erat demonstrandum.

X.

Si numerus numeri partes sunt, et alius numerus alius numeri eadem partes, etiam permutatim quae partes uel pars primus est tertii, eadem partes uel pars est secundus quarti.

Numerus enim AB numeri Γ partes sint, et alius ΔE alius numeri Z eadem partes. dico, etiam permutatim numerum Γ easdem partes uel partem esse numeri Z , quae AB numeri ΔE .



nam quoniam quae partes est AB numeri Γ , eadem est etiam ΔE numeri Z , quot sunt in AB partes numeri Γ , totidem partes numeri Z in ΔE sunt. diuidatur AB in AH , HB partes numeri Γ , ΔE autem in $\Delta\Theta$, ΘE partes numeri Z . erit

2 F, om. B). 18. $\tilde{\alpha}$] om. F. 19. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ F. $\tau\omicron\upsilon$] om. p.
 21. $\tilde{\alpha}$] m. 2 B. 22. $\tilde{\alpha}\rho\alpha$] m. 2 F. 24. Γ] in ras. 4
 litt. e corr. F. 25. HB] H e corr. V. ΔE] E in ras. P.
 $\Delta\Theta$] Δ e corr. p; post ras. 2 litt. V; $A\Theta$ F (sed A e corr.).
 ΘE] E eras.; fuit $E\Theta$ F.

καὶ ἔστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν BH , $HΓ$ τῶν $EΘ$, $ΘΖ$, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ BH ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ $HΓ$ τὰ αὐτὰ μέρη· ὥστε καὶ ὁ μέρος ἐστὶν ὁ $EΘ$ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συνα ὁ $BΓ$ συναμφοτέρου τοῦ $EΖ$ ἢ τὰ αὐτὰ με δὲ ὁ μὲν BH τῷ A , ὁ δὲ $EΘ$ τῷ $Δ$ · ὃ ἄ ἐστὶν ὁ A τοῦ $Δ$ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ὁ $BΓ$ τοῦ $EΖ$ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ὅπερ ἔδει

10.

ι'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ἦ, καί ἐτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ἦ, καὶ ἐναλλάξ ἐστὶν ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου ἢ μέρος, μέρη ἔσται καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου αὐτὸ μέρος.

Ἀριθμὸς γάρ ὁ AB ἀριθμοῦ τοῦ $Γ$ καὶ ἕτερος ὁ $ΔΕ$ ἐτέρου τοῦ $Ζ$ τὰ αὐτὰ μ ὅτι καὶ ἐναλλάξ, ἃ μέρη ἐστὶν ὁ AB τοῦ ρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ $Γ$ τοῦ $Ζ$ μέρος.

Ἐπεὶ γάρ, ἃ μέρη ἐστὶν ὁ AB τοῦ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ $ΔΕ$ τοῦ $Ζ$, ὅσα ἄρα ἐ AB μέρη τοῦ $Γ$, τσαῦτα καὶ ἐν τῷ $Δ$ $Ζ$. διηγήσθω ὁ μὲν AB εἰς τὰ τοῦ $Γ$ μ HB , ὁ δὲ $ΔΕ$ εἰς τὰ τοῦ $Ζ$ μέρη τὰ $ΔΘ$.

2. $EΘ$] corr. ex $EΖ$ m. 1 F. 4. ὥστε]

7. δέ] δὴ P. 12. ἦ] P; om. BFVp. 13.

del. καί. μέρος] corr. ex μέρη p. 14. :

καί] m. 2 F. 16. AB] inter A et B duae :

ἔστω] φ, ἔσται? F. 17. Post μέρη add. BF :

(δέ m. 2 F; ἐλάττων δὲ ἔστω B) ὁ AB τοῦ $ΔΓ$:

tudini nu-
e pars est
ermutatim
adem pars
eadem de
(B numeri
Z. quare
i ΔE , eae-
Z¹); quod

ad ablatum,
s ad totum.
se etiam

erit ΔE eadem

numeri $\Delta \Theta$, quae
numeri ΔE eadem
sive quae Γ numeri
onem continent uerba
Theoni tribuenda esse
arithmeticis tanto opere
o documenta peti possint).

1. $\epsilon\sigma\tau\iota\ \kappa\alpha\iota$] om. F. 8. δ
rec. P. 8. δ $\alpha\rho\alpha$ $\mu\acute{\epsilon}\rho\omicron\varsigma$ F. 9.
— 11: $\kappa\alpha\iota$ δ] om. Vp. HB]
11. AB] $\Delta \Theta$ F. ΔE] ΔE F.
14. $\epsilon\sigma\tau\iota\ \kappa\alpha\iota$] $\epsilon\sigma\tau\iota\ \kappa\alpha\iota$ Vp. 15. $\epsilon\sigma\tau\iota\ \kappa\alpha\iota$ P.
λοιπός δ V. Post $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ add. V: $\delta\lambda\omicron\nu$
m. 1. Z Δ] ΔZ P. 24. Post $\epsilon\pi\epsilon\iota$
m. rec. δ] (alt.) in ras. m. 1 B.

δὴ ἴσον τὸ πλήθος τῶν AH , HB τῷ πλήθει τῶν
 $\Delta\Theta$, ΘE . καὶ ἐπεὶ, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ AH τοῦ Γ , τὸ
 αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ $\Delta\Theta$ τοῦ Z , καὶ ἐναλλάξ, ὃ μέρος
 ἐστὶν ὁ AH τοῦ $\Delta\Theta$ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ
 5 καὶ ὁ Γ τοῦ Z ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ
 καὶ, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ HB τοῦ ΘE ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ
 μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Z ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ὥστε
 καὶ [ὃ μέρος ἐστὶν ὁ AH τοῦ $\Delta\Theta$ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ
 μέρος ἐστὶ καὶ ὁ HB τοῦ ΘE ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· καὶ
 10 ὁ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ AH τοῦ $\Delta\Theta$ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ
 μέρος ἐστὶ καὶ ὁ AB τοῦ ΔE ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ἀλλ'
 ὃ μέρος ἐστὶν ὁ AH τοῦ $\Delta\Theta$ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος
 ἐδείχθη καὶ ὁ Γ τοῦ Z ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ] ἂ [ἄρα]
 μέρη ἐστὶν ὁ AB τοῦ ΔE ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη
 15 ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Z ἢ τὸ αὐτὸ μέρος· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια'.

Ἐὰν ἢ ὡς ὅλος πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρε-
 θεὶς πρὸς ἀφαιρεθέντα, καὶ ὁ λοιπὸς πρὸς τὸν
 λοιπὸν ἔσται, ὡς ὅλος πρὸς ὅλον.

20 Ἐστω ὡς ὅλος ὁ AB πρὸς ὅλον τὸν $\Gamma\Delta$, οὕτως
 ἀφαιρεθεὶς ὁ AE πρὸς ἀφαιρεθέντα τὸν ΓZ · λέγω,
 ὅτι καὶ λοιπὸς ὁ EB πρὸς λοιπὸν τὸν $Z\Delta$ ἐστίν, ὡς
 ὅλος ὁ AB πρὸς ὅλον τὸν $\Gamma\Delta$.

Ἐπεὶ ἐστίν ὡς ὁ AB πρὸς τὸν $\Gamma\Delta$, οὕτως ὁ AE

1. δὴ] δέ p. AH , HB] in ras. φ. 2. $\Delta\Theta$, ΘE]
 eras. F. 3. καὶ] (alt.) Pp, B m. rec.; om. FV. 4. $\Delta\Theta$] $\Theta\Delta$ P.

5. Γ] post ras. 1 litt. F. τὰ αὐτὰ] om. p. διὰ τὰ — 7:
 μέρη] om. V; ὥστε καὶ ὁ HB τοῦ ΘE τὸ αὐτὸ ἐστὶ μέρος ἢ
 μέρη, ὅπερ ὁ ἴσος τῷ HB , τουτέστιν ὁ AH , τῷ ἴσῳ τῷ $\Delta\Theta$,
 τουτέστιν τῷ ΘE p; idem V mg. m. 1 bis (μέρος ἐστίν, τοῦ
 HB τουτέστι). 6. HB] BH F. τὸ αὐτὸ μέρος] bis P,

igitur multitudo numerorum AH , HB multitudini numerorum $\Delta\Theta$, ΘE aequalis. et quoniam quae pars est AH numeri Γ , eadem est $\Delta\Theta$ numeri Z , permutatim quae pars uel partes est AH numeri $\Delta\Theta$, eadem pars uel partes est etiam Γ numeri Z [prop. IX]. eadem de causa etiam quae pars uel partes est HB numeri ΘE , eadem pars uel partes est Γ numeri Z . quare etiam quae partes uel pars est AB numeri ΔE , eadem partes uel pars est etiam Γ numeri Z^1 ; quod erat demonstrandum.

XI.

Si est ut totus ad totum, ita ablatum ad ablatum, etiam reliquus ad reliquum erit, ut totus ad totum.

Sit $AB : \Gamma\Delta = AE : \Gamma Z$. dico, esse etiam

$$EB : Z\Delta = AB : \Gamma\Delta.$$

quoniam est $AB : \Gamma\Delta = AE : \Gamma Z$, erit AE eadem

1) Nam AH eadem pars uel partes est numeri $\Delta\Theta$, quae HB numeri ΘE . ergo (prop. V et VI) AB numeri ΔE eadem pars uel partes est, quae AH numeri $\Delta\Theta$ siue quae Γ numeri Z . — sed quae hanc ipsam ratiocinationem continent uerba lin. 8—13, merito auctoritate codicis P Theoni tribuenda esse uideri possunt (Campanus in his libris arithmeticeis tanto opere a Graecis discrepat, ut perraro ex eo documenta peti possint).

corr. m. 2. 7. μέρος] eras. F. ἐστὶ καὶ] om. F. 8. ὁ μέρος — 13: μέρη καὶ] mg. m. rec. P. 8. ὁ ἄρα μέρος F. 9. ἄρα μέρος Vp. HB τοῦ — 11: καὶ ὁ] om. Vp. HB] HΘ F. 10. ΔΘ] ΑΘ F. 11. AB] ΑΘ F. ΔΕ] ΑΕ F. 13. ἄρα] m. rec. P. 14. ἐστὶν] ἐστὶ καὶ Vp. 15. ἐστὶν P. 17. ὧς] om. p. 22. ὁ λοιπὸς ὁ V. Post πρὸς add. V: ὅλον τὸν ΓΔ πρὸς τὸν, del. m. 1. ΖΔ] ΔΖ P. 24. Post ἐπεὶ add. γὰρ FV m. 2, P m. rec. ὁ] (alt.) in ras. m. 1 B.

πρὸς τὸν ΓZ , ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ AB τοῦ ΓA ἢ
 μέρος, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ AE τοῦ ΓZ ἢ τὰ
 αὐτὰ μέρη. καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ EB λοιποῦ τοῦ $Z A$ τὸ
 αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ μέρη, ἅπερ ὁ AB τοῦ ΓA . ἔστιν
 5 ἄρα ὡς ὁ EB πρὸς τὸν $Z A$, οὕτως ὁ AB πρὸς τὸν
 ΓA . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ'.

Ἐὰν ὧσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον,
 ἔσται ὡς εἰς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓνα τῶν
 10 ἐπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς
 ἅπαντας τοὺς ἐπομένους.

Ἐστῶσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ $A, B,$
 Γ, Δ , ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ .
 λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως οἱ A, Γ
 15 πρὸς τοὺς B, Δ .

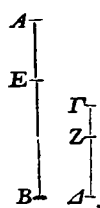
Ἐπεὶ γάρ ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Γ
 πρὸς τὸν Δ , ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ A τοῦ B ἢ μέρη,
 τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Δ ἢ μέρη. καὶ συν-
 αμφοτέρως ἄρα ὁ A, Γ συναμφοτέρου τοῦ B, Δ τὸ
 20 αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, ἅπερ ὁ A τοῦ B .
 ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως οἱ A, Γ πρὸς
 τοὺς B, Δ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιγ'.

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὧσιν, καὶ
 25 ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσονται.

XIII. Philop. in anal. post. fol. 18.

1 τόν] om. V. 2. ἐστίν F. 3. λοιπός] λοιπόν p. Z A]
 Δ Z P. 4. ἅπερ] -περ eras. F. 6] bis p. 12. ἀνάλογον]
 om. V p, euan. F. 13. ὁ Γ] δέ φ. ὁ Γ — 14: B, οὕτως]

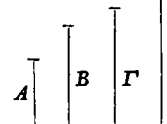

 pars uel partes numeri ΓZ , quae AB numeri ΓA [def. 20]. quare etiam reliquus EB reliqui $Z A$ eadem pars uel partes erit, quae AB numeri ΓA [prop. VII. VIII]. ergo
 $EB : Z A = AB : \Gamma A$
 [def. 20]; quod erat demonstrandum.

XII.

Si quotlibet numeri proportionales sunt, erunt, ut unus praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes.

Sint quotlibet numeri proportionales A, B, Γ, Δ , ita ut sit

$$A : B = \Gamma : \Delta.$$


 Δ dico, esse $A : B = A + \Gamma : B + \Delta$.
 nam quoniam est $A : B = \Gamma : \Delta$,
 quae pars uel partes est A numeri B , eadem pars uel partes est etiam Γ numeri Δ [def. 20]. quare etiam $A + \Gamma$ eadem pars uel partes sunt numerorum $B + \Delta$, quae A numeri B [prop. V. VI]. ergo

$$A : B = A + \Gamma : B + \Delta \text{ [def. 20];}$$

quod erat demonstrandum.

XIII.

Si quattuor numeri proportionales sunt, etiam permutatim proportionales erunt.

om. p. 16. A] in ras. m. rec. P. $\tau\acute{o}\nu$] $\tau\acute{o}$ φ . 17. δ] η φ (non F). $\tau\acute{o}\nu$] $\tau\acute{o}\nu$ φ . 19. δ] e corr. V, m. 2 F.
 20. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] comp. F, euan. Dein in F seq. 23 folia pergamini recentissimi (φ); incip. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ η $\kappa\tau\lambda.$, desin. IX, 15 fin.: $\delta\epsilon\iota\chi\alpha\iota$. 21. Post $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ in B: δ , del. m. 2. 24. $\acute{\omega}\sigma\tau$ Vp φ .

πρὸς τὸν ΓZ , ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ
 μέρος, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ AF
 αὐτὰ μέρος. καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ EB λοιπὸς
 αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ μέρος, ἅπερ ὁ AB
 5 ἄρα ὡς ὁ EB πρὸς τὸν $Z\Delta$, οὕτως
 $\Gamma\Delta$ ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ'.

Ἐὰν ὅσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ
 ἔσται ὡς εἰς τῶν ἡγουμένων π
 10 ἐπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγ
 ἅπαντας τοὺς ἐπομένους.

Ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογ
 Γ , Δ , ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ
 λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν B ,
 15 πρὸς τοὺς B , Δ .

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ A πρὸς τὸν
 πρὸς τὸν Δ , ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ A
 τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Δ ἢ
 ἀμφοτέρως ἄρα ὁ A , Γ συναμφοτέρως
 20 αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, ἅπερ
 ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως
 τοὺς B , Δ ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιγ'.

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογ
 25 ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσονται.

XIII. Philop. in anal. post. fol. 18.

1 τόν] om. V. 2. ἐστίν F. 3. λοιπός] ;
 ΔZ P. 4. ἅπερ] -περ eras. F. ὁ] bis p.
 om. Vp, euan. F. 13. ὁ Γ] δέ φ. ὁ Γ

nales A, B, Γ, Δ ,
etiam permutatim

$\Gamma : B = \Gamma : \Delta$, quae
meri B , eadem pars
numeri Δ [def. 20].
e pars uel partes
n pars uel partes
1 [prop. X]. ergo
0]; quod erat de-

et alii iis numero
eadem proportionem
ne erunt.

et alii iis numero
eadem proportionem

$$\Delta : E \text{ et } B : \Gamma = E : Z.$$

$$\Delta : \Gamma = \Delta : Z.$$

$B = \Delta : E$, permutatim erit

[III]. rursus quoniam est

$$\Gamma = E : Z,$$

$$E = \Gamma : Z \text{ [id.]. sed } B : E = A : \Delta.$$

Ἐστῶσαν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ A, B, Γ, Δ , ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ . λέγω, ὅτι καὶ ἐναλλάξ ἀνάλογον ἔσονται, ὡς ὁ A πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ B πρὸς τὸν Δ .

- Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ A τοῦ B ἢ μέρος, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Δ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. ἐναλλάξ ἄρα, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ A τοῦ Γ ἢ μέρος, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ B τοῦ Δ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ B πρὸς τὸν Δ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ'.

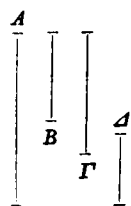
- Ἐὰν ὅσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

- Ἐστῶσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ οἱ A, B, Γ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ Δ, E, Z , ὡς μὲν ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν E , ὡς δὲ ὁ B πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν Z . λέγω, ὅτι καὶ δι' ἴσου ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Z .

- Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν E , ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν Δ , οὕτως ὁ B πρὸς τὸν E . πάλιν, ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ B πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν Z , ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ B πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Z . ὡς δὲ ὁ B πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν Δ . καὶ

9. B] e corr. V. μέρος τὰ αὐτὰ p. 15. καὶ] om. V pφ.
λόγῳ] m. rec. B. 17. Γ] Γ, Δ p. 27. ὡς] om. p.

Sint quattuor numeri proportionales A, B, Γ, Δ , ita ut sit $A : B = \Gamma : \Delta$. dico, esse etiam permutatim $A : \Gamma = B : \Delta$.



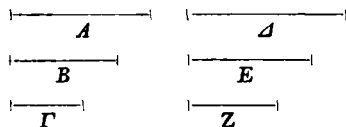
nam quoniam est $A : B = \Gamma : \Delta$, quae pars uel partes est A numeri B , eadem pars uel partes erit etiam Γ numeri Δ [def. 20]. itaque permutatim quae pars uel partes est A numeri Γ , eadem pars uel partes est etiam B numeri Δ [prop. X]. ergo $A : \Gamma = B : \Delta$ [def. 20]; quod erat de-

monstrandum.

XIV.

Si quotlibet numeri dati sunt et alii iis numero aequales bini simul coniuncti et in eadem proportionione, etiam ex aequo in eadem proportionione erunt.

Sint quotlibet numeri A, B, Γ et alii iis numero aequales bini simul coniuncti in eadem proportionione



Δ, E, Z , ita ut sit $A : B = \Delta : E$ et $B : \Gamma = E : Z$. dico, esse etiam ex aequo $A : \Gamma = \Delta : Z$.

nam quoniam est $A : B = \Delta : E$, permutatim erit $A : \Delta = B : E$ [prop. XIII]. rursus quoniam est

$$B : \Gamma = E : Z,$$

permutatim erit $B : E = \Gamma : Z$ [id.]. sed $B : E = A : \Delta$.

Ἐστῶσαν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ A, B, Γ, Δ , ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ . λέγω, ὅτι καὶ ἐναλλάξ ἀνάλογον ἔσονται, ὡς ὁ A πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ B πρὸς τὸν Δ .

- Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ A τοῦ B ἢ μέρος, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Δ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. ἐναλλάξ ἄρα, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ A τοῦ Γ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ B τοῦ Δ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ B πρὸς τὸν Δ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ'.

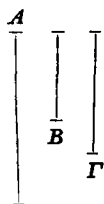
- Ἐὰν ὅσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

- Ἐστῶσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ οἱ A, B, Γ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ Δ, E, Z , ὡς μὲν ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν E , ὡς δὲ ὁ B πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν Z . λέγω, ὅτι καὶ δι' ἴσου ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Z .

- Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν E , ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν Δ , οὕτως ὁ B πρὸς τὸν E . πάλιν, ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ B πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν Z , ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ B πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Z . ὡς δὲ ὁ B πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν Δ καὶ

9. B] e corr. V. μέρος τὰ αὐτὰ p. 15. καί] om. V pφ.
λόγῳ] m. rec. B. 17. Γ] Γ, Δ p. 27. ὡς] om. p.

Sint quattuor numeri proportionales A, B, Γ, Δ , ita ut sit $A : B = \Gamma : \Delta$. dico, esse etiam permutatim $A : \Gamma = B : \Delta$.



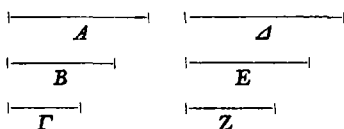
nam quoniam est $A : B = \Gamma : \Delta$, quae pars uel partes est A numeri B , eadem pars uel partes erit etiam Γ numeri Δ [def. 20]. itaque permutatim quae pars uel partes est A numeri Γ , eadem pars uel partes est etiam B numeri Δ [prop. X]. ergo $A : \Gamma = B : \Delta$ [def. 20]; quod erat de-

monstrandum.

XIV.

Si quotlibet numeri dati sunt et alii iis numero aequales bini simul coniuncti et in eadem proportionione, etiam ex aequo in eadem proportionione erunt.

Sint quotlibet numeri A, B, Γ et alii iis numero aequales bini simul coniuncti in eadem proportionione



Δ, E, Z , ita ut sit $A : B = \Delta : E$ et $B : \Gamma = E : Z$. dico, esse etiam ex aequo $A : \Gamma = \Delta : Z$.

nam quoniam est $A : B = \Delta : E$, permutatim erit $A : \Delta = B : E$ [prop. XIII]. rursus quoniam est

$$B : \Gamma = E : Z,$$

permutatim erit $B : E = \Gamma : Z$ [id.]. sed $B : E = A : \Delta$.

ὥς ἄρα ὁ A πρὸς τὸν Δ , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Z .
 ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὥς ὁ A πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ Δ
 πρὸς τὸν Z . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε'.

5 Ἐὰν μονὰς ἀριθμὸν τινα μετρῇ, ἰσακίς δὲ
 ἕτερος ἀριθμὸς ἄλλον τινα ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ
 ἐναλλάξ ἰσάκίς ἢ μονὰς τὸν τρίτον ἀριθμὸν
 μετρήσει καὶ ὁ δεύτερος τὸν τέταρτον.

Μονὰς γὰρ ἢ A ἀριθμὸν τινα τὸν $B\Gamma$ μετρεῖτω.
 10 ἰσάκίς δὲ ἕτερος ἀριθμὸς ὁ Δ ἄλλον τινα ἀριθμὸν
 τὸν EZ μετρεῖτω· λέγω, ὅτι καὶ ἐναλλάξ ἰσάκίς ἢ A
 μονὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ $B\Gamma$ τὸν EZ .

Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκίς ἢ A μονὰς τὸν $B\Gamma$ ἀριθμὸν
 μετρεῖ καὶ ὁ Δ τὸν EZ , ὅσαι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ $B\Gamma$
 15 μονάδες, τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τῷ EZ ἀριθμοὶ ἴσοι
 τῷ Δ . διηρησθῶ ὁ μὲν $B\Gamma$ εἰς τὰς ἐν ἐαυτῷ μο-
 νάδας τὰς BH , $H\Theta$, $\Theta\Gamma$, ὁ δὲ EZ εἰς τοὺς τῷ Δ
 ἴσους τοὺς EK , $K\Lambda$, ΛZ . ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος
 τῶν BH , $H\Theta$, $\Theta\Gamma$ τῷ πλῆθει τῶν EK , $K\Lambda$, ΛZ .
 20 καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ BH , $H\Theta$, $\Theta\Gamma$ μονάδες ἀλλή-
 λαις, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ EK , $K\Lambda$, ΛZ ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλή-
 λοις, καὶ ἐστὶν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν BH , $H\Theta$, $\Theta\Gamma$ μο-
 νάδων τῷ πλῆθει τῶν EK , $K\Lambda$, ΛZ ἀριθμῶν, ἔσται
 ἄρα ὥς ἢ BH μονὰς πρὸς τὸν EK ἀριθμὸν, οὕτως
 25 ἢ $H\Theta$ μονὰς πρὸς τὸν $K\Lambda$ ἀριθμὸν καὶ ἢ $\Theta\Gamma$ μο-
 νὰς πρὸς τὸν ΛZ ἀριθμὸν. ἔσται ἄρα καὶ ὥς εἰς

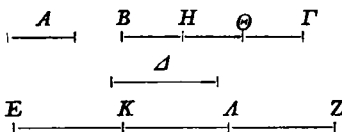
2. ἐναλλάξ ἄρα] in ras. m. 1 p. A] in ras. φ. 6.
 ἀριθμὸν] om. p. 7. ἀριθμὸν] om. B. 8. μετρεῖ B. 9. τινα]
 e corr. V. μετρήτω B φ. 10. δέ] supra m. 1 V. ὁ Δ
 supra m. 1 V. τινά] τινὰ μετρεῖτω V, τινὰ μετρήτω φ.

quare etiam $A : \Delta = \Gamma : Z$. ergo permutatim erit
 $A : \Gamma = \Delta : Z$ [id.]; quod erat demonstrandum.

XV.

Si unitas numerum aliquem metitur, et alius numerus alium numerum aequaliter metitur, etiam permutatim unitas tertium numerum et secundus quartum aequaliter metietur.

Nam unitas A numerum aliquem $B\Gamma$ metiatur, et alius numerus Δ alium numerum EZ aequaliter metiatur. dico, etiam permutatim unitatem A numerum Δ et $B\Gamma$ numerum EZ aequaliter metiri.



nam quoniam unitas A numerum $B\Gamma$ et Δ numerum EZ aequaliter metitur, quot sunt in $B\Gamma$ unitates, tot etiam in EZ numeri sunt numero Δ aequales. diuidatur $B\Gamma$ in unitates suas BH , $H\Theta$, $\Theta\Gamma$ et EZ in numeros EK , $K\Delta$, ΔZ numero Δ aequales. erit igitur multitudo numerorum BH , $H\Theta$, $\Theta\Gamma$ multitudini numerorum EK , $K\Delta$, ΔZ aequalis. et quoniam

$$BH = H\Theta = \Theta\Gamma$$

et etiam $EK = K\Delta = \Delta Z$, et multitudo unitatum BH , $H\Theta$, $\Theta\Gamma$ multitudini numerorum EK , $K\Delta$, ΔZ aequalis est, erit $BH : EK = H\Theta : K\Delta = \Theta\Gamma : \Delta Z$.

11. μετρεῖται] om. V φ. ἰσάκως] om. p. 12. μετρεῖ
 ἰσάκως p. 15. εἰσὶν PB. ἀριθμῶ p. 16. ὁ] ἡ φ. ἐαν-
 τῶ] PB, ἀντὶ V p φ. 18. δὴ] δέ p. 19. KΔ] K e corr. V.
 23. τῶν EK] τῶ M, EK φ. 24. ὥς] m. 2 V. τόν]
 om. p. οὕτως] in ras. m. 2 V. 25. HΘ] in ras. m. 2 V.
 KΔ] in ras. m. 2 V. καὶ ἡ — 26: ἀριθμὸν] mg. m. 2 V.
 26. ἀριθμὸν] om. B. ἔσται] ἐστὶν comp. p.

τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓνα τῶν ἐπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἐπομένους· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ *BH* μονὰς πρὸς τὸν *EK* ἀριθμόν, οὕτως ὁ *BΓ* πρὸς τὸν *EZ*. ἴση δὲ ἡ *BH* μονὰς τῇ *A* μονάδι, ὁ δὲ *EK* ἀριθμὸς τῷ *Δ* ἀριθμῷ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ *A* μονὰς πρὸς τὸν *Δ* ἀριθμόν, οὕτως ὁ *BΓ* πρὸς τὸν *EZ*. ἰσάκως ἄρα ἡ *A* μονὰς τὸν *Δ* ἀριθμόν μετρεῖ καὶ ὁ *BΓ* τὸν *EZ*· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ις'.

- 10 *Εὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἴσοι ἀλλήλοις ἔσονται.*

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ *A, B*, καὶ ὁ μὲν *A* τὸν *B* πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* ποιεῖτω, ὁ δὲ *B* τὸν *A* πολλαπλασιάσας τὸν *Δ* ποιεῖτω· λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ *Γ* τῷ *Δ*.

- Ἐπεὶ γὰρ ὁ *A* τὸν *B* πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* πεποίηκεν, ὁ *B* ἄρα τὸν *Γ* μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ *A* μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ *E* μονὰς τὸν *A* ἀριθμόν
 20 κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκως ἄρα ἡ *E* μονὰς τὸν *A* ἀριθμόν μετρεῖ καὶ ὁ *B* τὸν *Γ*. ἐναλλάξ ἄρα ἰσάκως ἡ *E* μονὰς τὸν *B* ἀριθμόν μετρεῖ καὶ ὁ *A* τὸν *Γ*. πάλιν, ἐπεὶ ὁ *B* τὸν *A* πολλαπλασιάσας τὸν *Δ* πεποίηκεν, ὁ *A* ἄρα τὸν *Δ* μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν
 25 τῷ *B* μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ *E* μονὰς τὸν *B* κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκως ἄρα ἡ *E* μονὰς τὸν *B* ἀριθμόν μετρεῖ καὶ ὁ *A* τὸν *Δ*. ἰσάκως δὲ ἡ *E* μονὰς τὸν *B* ἀριθμόν ἐμέτρει καὶ ὁ *A* τὸν *Γ*.

3. ἄρα] ἄρα καὶ p. πρὸς] bis P. 4. ὁ] ἡ p. μονάδι] -δι in ras. V. 7. ἡ] ὁ P. A] supra m. 2 V. μο-

erit autem etiam, ut unus praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [prop. XII]. quare $BH : EK = B\Gamma : EZ$. sed $BH = A$, et $EK = \Delta$. quare erit $A : \Delta = B\Gamma : EZ$. ergo unitas A numerum Δ et $B\Gamma$ numerum EZ aequaliter metitur; quod erat demonstrandum.

XVI.

Si duo numeri alter alterum multiplicans numeros aliquos efficiunt, numeri effecti inter se aequales erunt.

Sint duo numeri A , B , et sit

$$A \times B = \Gamma, B \times A = \Delta.$$

dico, esse $\Gamma = \Delta$.

$\text{———} A$ $\text{———} B$ $\Gamma \text{———} $ $\Delta \text{———} $ $ \text{———} E$	nam quoniam $A \times B = \Gamma$, B numerum Γ secundum unitates numeri A metitur. uerum etiam unitas E numerum A secundum unitates eius metitur. itaque unitas E numerum A et B numerum Γ aequaliter metitur. itaque permutatim unitas E numerum B et A numerum Γ aequaliter metitur [prop. XV]. rursus quoniam $B \times A = \Delta$, A numerum Δ secundum unitates numeri B metitur. uerum etiam unitas E numerum B secundum unitates eius metitur. itaque unitas E numerum B et A numerum Δ aequaliter metitur. uerum unitas E numerum B et A numerum Γ aequa-

$\nu\acute{\alpha}\varsigma$] om. P. ἀριθμὸν] om. P. μετρῇ φ. 11. ποιῶσιν B.
 14. ποιήτω V, sed corr. 19. ἦ] supra m. 1 p. E] e corr. p.
 20. αὐτῇ p. ἄρα] in ras. V. 21. ἰσάνεις ἄρα P m. 1, corr.
 m. rec. 22. ἰσάνεις] om. p. μὴδὲ ἰσάνεις p. 23. A] in
 ras. m. 1 B. 25. τῷ] αὐτῷ P, corr. m. rec. 27. τὸν
 Δ — 28: καὶ ὁ A] om. p. 28. ἐμέτρει] P; μετρεῖ BV φ.

ἰσάκεις ἄρα ἡ A ἐκάτερον τῶν Γ , Δ μετρεῖ. ἴσος
ἄρα ἐστὶν ὁ Γ τῷ Δ . Ὡπερ ἔδει δεῖξαι.

ιζ'.

Ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς πολλαπλασιάσας
5 ποιῇ τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐ-
τὸν ἔξουσι λόγον τοῖς πολλαπλασιασθεῖσιν.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ A δύο ἀριθμοὺς τοὺς B , Γ πολλα-
πλασιάσας τοὺς Δ , E ποιείτω· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς
ὁ B πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν E .

10 Ἐπεὶ γὰρ ὁ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Δ πε-
ποίηκεν, ὁ B ἄρα τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ A
μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ Z μονὰς τὸν A ἀριθμὸν
κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκεις ἄρα ἡ Z μονὰς
τὸν A ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ B τὸν Δ . ἔστιν ἄρα
15 ὡς ἡ Z μονὰς πρὸς τὸν A ἀριθμὸν, οὕτως ὁ B
πρὸς τὸν Δ . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ Z μονὰς
πρὸς τὸν A ἀριθμὸν, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν E · καὶ
ὡς ἄρα ὁ B πρὸς τὸν Δ , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν E .
ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ B πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ Δ
20 πρὸς τὸν E . Ὡπερ ἔδει δεῖξαι.

ιη'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμὸν τινα πολλαπλα-
σιάσαντες ποιῶσί τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐ-
τῶν τὸν αὐτὸν ἔξουσι λόγον τοῖς πολλαπλα-
25 σιάσασιν.

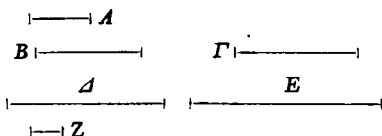
1. ὁ A] om. p. τῶν] τόν p. 5. τὸν αὐτόν] supra V.
7. πολλαπλασιασθεῖσι p. 8. τοὺς] in ras. V. 11. τῷ] αὐτῷ P,
αὐτῷ τῷ m. rec. 13. αὐτῇ p. 15. ἡ] supra m. 1 p. ἀριθ-
μὸν] om. P. 17. καὶ ὡς — 18: πρὸς τὸν E] om. P. 18.

liter metiebatur [p. 222, 22]. itaque A utrumque numerum Γ , Δ aequaliter metitur. ergo $\Gamma = \Delta$; quod erat demonstrandum.

XVII.

Si numerus duos numeros multiplicans numeros aliquos efficit, numeri ex iis effecti eandem rationem habebunt, quam habent numeri multiplicati.

Nam numerus A duos numeros B , Γ multiplicans numeros Δ , E efficiat. dico, esse $B : \Gamma = \Delta : E$.



quoniam enim A numerum B multiplicans Δ efficit, B numerum Δ metitur secundum unitates numeri A . uerum etiam Z unitas numerum A secundum unitates eius metitur. itaque unitas Z numerum A et B numerum Δ aequaliter metitur. quare $Z : A = B : \Delta$ [def. 20]. eadem de causa erit etiam $Z : A = \Gamma : E$. quare etiam $B : \Delta = \Gamma : E$. itaque permutando [prop. XIII] $B : \Gamma = \Delta : E$; quod erat demonstrandum.

XVIII.

Si duo numeri numerum aliquem multiplicantes numeros aliquos efficiunt, numeri inde effecti eandem rationem habebunt, quam multiplicantes.

τὸν Δ] Δ V φ. 24. ἔχουσι P. πολλαπλασιάσαι p, πολλαπλασιάξουσι V φ. Dein seq. in V: δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ A , B ἀριθμὸν τινα τὸν Γ πολλαπλασιάσαντες ποιῶσι τινὰς οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν ἔξουσι τοῖς πολλαπλασιασά (ras. 2 litt.); punctis del. m. 1.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ A, B ἀριθμὸν *τινα* τὸν I πολλαπλασιάζαντες τοὺς Δ, E ποιεῖτωσαν· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν E .

Ἐπεὶ γὰρ ὁ A τὸν Γ πολλαπλασιάζας τὸν Δ 5 ποίηκεν, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν A πολλαπλασιάζας τὸν Δ πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Γ τὸν B πολλαπλασιάζας τὸν E πεποίηκεν. ἀριθμὸς δὴ ὁ Γ διὸ ἀριθμοὺς τοὺς A, B πολλαπλασιάζας τοὺς Δ, E 10 ποίηκεν. ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν E · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιθ'.

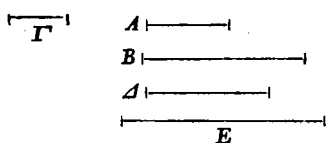
Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ᾧσιν, ὁ ἐκ πρώτου καὶ τετάρτου γενόμενος ἀριθμὸς ἴσος ἔσται τῷ ἐκ δευτέρου καὶ τρίτου γενο-
15 μένῳ ἀριθμῷ· καὶ ἐὰν ὁ ἐκ πρώτου καὶ τετάρτου γενόμενος ἀριθμὸς ἴσος ᾗ τῷ ἐκ δευτέρου καὶ τρίτου, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται.

Ἔστωσαν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ $A, B, \Gamma,$
20 Δ , ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , καὶ ὁ μὲν A τὸν Δ πολλαπλασιάζας τὸν E ποιεῖτω, ὁ δὲ B τὸν Γ πολλαπλασιάζας τὸν Z ποιεῖτω· λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ E τῷ Z .

Ὁ γὰρ A τὸν Γ πολλαπλασιάζας τὸν H ποιεῖτω.
25 ἐπεὶ οὖν ὁ A τὸν Γ πολλαπλασιάζας τὸν H πεποίηκεν, τὸν δὲ Δ πολλαπλασιάζας τὸν E πεποίηκεν, ἀριθμὸς δὴ ὁ A δύο ἀριθμοὺς τοὺς Γ, Δ πολλαπλασιάζας

1. τὸν Γ] om. p. 2. τὸν Γ τοὺς p. ποιήτωσαν φ. 3. ὡς ἐστιν p. 5. καὶ] m. 2 V; om. p. ἄρα] del. V, om. φ.
6. διὰ τὰ — 8: πεποίηκεν] mg. m. 2 V, om. φ. 7. δύο]

Duo enim numeri A, B numerum aliquem Γ multiplicantes Δ, E efficiant. dico, esse $A : B = \Delta : E$.

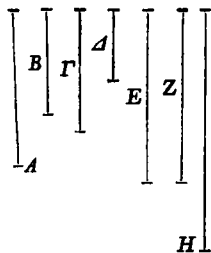


nam quoniam A numerum Γ multiplicans numerum Δ effecit, etiam Γ numerum A multiplicans numerum Δ effecit [prop.

XVI]. eadem de causa etiam Γ numerum B multiplicans numerum E effecit. itaque numerus Γ duos numeros A, B multiplicans numeros Δ, E effecit. itaque erit $A : B = \Delta : E$ [prop. XVII]; quod erat demonstrandum.

XIX.

Si quattuor numeri proportionales sunt, numerus ex primo quartoque effectus aequalis erit numero ex secundo tertioque effecto; et si numerus ex primo quartoque effectus aequalis est numero ex secundo tertioque effecto, quattuor numeri proportionales erunt.



Sint quattuor numeri proportionales A, B, Γ, Δ , ita ut sit $A : B = \Gamma : \Delta$, et $A \times \Delta = E$, $B \times \Gamma = Z$. dico, esse $E = Z$.

nam sit $A \times \Gamma = H$. iam quoniam $A \times \Gamma = H$ et $A \times \Delta = E$, numerus A duos numeros Γ, Δ mul-

euan. V. 11. $\omega\theta'$] om. φ , ut semper deinceps. 13. ἀριθ-
μός] om. p. 14. ἐκ δευτέρου] PB, ἐκ τοῦ δευτέρου V φ ;
δευτέρῳ p. τρίτῳ συγκειμένῳ ἀριθμῶ p. 17. ἀριθμοί]
om. p. ἀνάλογοι p. 21. E] in ras. V. Post ποιεῖτω ras.
3 litt. V. 25. πεποιήκε V φ . 26. δέ] supra V.

τοὺς *H*, *E* πεποίηκεν. ἔστιν ἄρα ὡς ο *Γ* πρὸς τὸν *Δ*, οὕτως ὁ *H* πρὸς τὸν *E*. ἀλλ' ὡς ὁ *Γ* πρὸς τὸν *Δ*, οὕτως ὁ *A* πρὸς τὸν *B*. καὶ ὡς ἄρα ὁ *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *H* πρὸς τὸν *E*. πάλιν, ἐπεὶ ὁ *A*
 5 τὸν *Γ* πολλαπλασιάσας τὸν *H* πεποίηκεν, ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ *B* τὸν *Γ* πολλαπλασιάσας τὸν *Z* πεποίηκεν, δύο δὴ ἀριθμοὶ οἱ *A*, *B* ἀριθμὸν τινα τὸν *Γ* πολλαπλασιάσαντες τοὺς *H*, *Z* πεποίηκασιν. ἔστιν ἄρα ὡς ο *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *H* πρὸς τὸν *Z*. ἀλλὰ
 10 μὴν καὶ ὡς ο *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *H* πρὸς τὸν *E*. καὶ ὡς ἄρα ὁ *H* πρὸς τὸν *E*, οὕτως ὁ *H* πρὸς τὸν *Z*. ὁ *H* ἄρα πρὸς ἐκάτερον τῶν *E*, *Z* τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ *E* τῷ *Z*.

Ἐστω δὴ πάλιν ἴσος ὁ *E* τῷ *Z*. λέγω, ὅτι ἐστὶν
 15 ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *Γ* πρὸς τὸν *Δ*.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ ἴσος ἐστὶν ὁ *E* τῷ *Z*, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *H* πρὸς τὸν *E*, οὕτως ὁ *H* πρὸς τὸν *Z*. ἀλλ' ὡς μὲν ὁ *H* πρὸς τὸν *E*, οὕτως ὁ *Γ* πρὸς τὸν *Δ*, ὡς δὲ ο *H* πρὸς
 20 τὸν *Z*, οὕτως ὁ *A* πρὸς τὸν *B*. καὶ ὡς ἄρα ὁ *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *Γ* πρὸς τὸν *Δ*. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

2. οὕτως ὁ *H* — τὸν *Δ*] mg. m. 2 V. 2. *H*] *Δ* p. ἀλλ' ὡς] P; ὡς δέ Bpφ. 3. καὶ ὡς ἄρα ὁ *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως] οὕτως δέ V, om. φ. ὡς ἄρα] ὥσπερ P. 4. οὕτως καὶ p. ὁ *H* πρὸς τὸν *E*] om. φ. Post *E* in V add. m. 2: ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *B*. Hic φ mg.: οὕτως δὲ καὶ ὁ *H* πρὸς τὸν *E* ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *B*. 6. πεποίηκε Vφ. 12. ἐκάτερα φ. 16. ἐπεὶ] del. m. rec. P, adscripto λείπει. Post ἐπεὶ add. Vpφ: ὁ *A* τοὺς (πρὸς τοὺς p) *Γ*, *Δ* πολλαπλασιάσας τοὺς *H*, *E* πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *Γ* πρὸς τὸν *Δ*, οὕτως ὁ *H* πρὸς τὸν *E*; idem praemisso ἐπεὶ P mg. m. rec. et item praemisso ἐπεὶ et additis: ἴσος δέ ἐστιν ὁ *E* τῷ *Z*. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *H* πρὸς τὸν *E* B mg. m. 2, deletis lin. 16: ἴσος ἐστὶν — 17: τὸν *E*. ἴσος] ἴσος δέ Vpφ. 17. ἐστὶν] mutat. in δέ m. rec. P. *E*]

tiplicans numeros H , E effecit. erit igitur

$$\Gamma : \Delta = H : E \text{ [prop. XVII].}$$

uerum $\Gamma : \Delta = A : B$. quare etiam $A : B = H : E$.
rursus quoniam $A \times \Gamma = H$ et $B \times \Gamma = Z$, duo numeri A , B numerum aliquem Γ multiplicantes numeros H , Z effecerunt. itaque $A : B = H : Z$ [prop. XVIII].
uerum etiam $A : B = H : E$. quare etiam $H : E = H : Z$.
 H igitur ad utrumque E , Z eandem rationem habet.
ergo $E = Z$ [V, 9].

Sit rursus $E = Z$. dico, esse $A : B = \Gamma : \Delta$.

nam iisdem comparatis quoniam $E = Z$, erit

$$H : E = H : Z \text{ [V, 7].}^1)$$

uerum $H : E = \Gamma : \Delta$ [prop. XVII] et $H : Z = A : B$ [prop. XVIII]. quare etiam $A : B = \Gamma : \Delta$; quod erat demonstrandum.

1) Cum Euclides plerasque propositiones libri V propria demonstratione usus de numeris iterum demonstraerit, in quibusdam hoc neglexit, uelut V prop. 11 in his propositionibus saepissime utitur, p. 228, 13 eiusdem libri prop. 9, nostro loco prop. 7, et similiter in aliis.

e corr. m. 1 p. $\xi\sigma\tau\iota\nu \alpha\gamma\alpha$ — 18: $\tau\acute{o}\nu Z$] mg. m. 2 V. $\xi\sigma\tau\iota\nu$] $\xi\sigma\tau\iota \varphi$. E] $Z \varphi$. 18. Z] $E \varphi$. 19. Δ] in ras. V. Post Δ add. $Vp\varphi$: $\kappa\alpha\iota \acute{\omega}\varsigma \alpha\gamma\alpha \acute{o} \Gamma \pi\rho\acute{o}\varsigma \tau\acute{o}\nu \Delta$, $\omicron\upsilon\tau\omega\varsigma \acute{o} H \pi\rho\acute{o}\varsigma \tau\acute{o}\nu Z$; idem inser. B m. 2, mg. m. rec. P. 20. $\kappa\alpha\iota$] om. V φ . 21. Sequitur in $Vp\varphi$ propositio de tribus numeris proportionalibus; om. P m. 1 (in mg. adscripsit m. recens) et Campanus (u. p. 231 not.); in B in mg. legitur a manu 1. itaque Theoni tribuenda esse uideri potest; u. appendix.

κ'.

Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτοῖς λόγον ἔχοντας ἰσάκεις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα.

Ἔστωσαν γὰρ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτοῖς λόγον ἔχόντων τοῖς A, B οἱ $\Gamma\Delta, EZ$. λέγω, ὅτι ἰσάκεις ὁ $\Gamma\Delta$ τὸν A μετρεῖ καὶ ὁ EZ τὸν B .

- Ὁ $\Gamma\Delta$ γὰρ τοῦ A οὐκ ἐστὶ μέρος. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω καὶ ὁ EZ ἄρα τοῦ B τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν. ἄπερ ὁ $\Gamma\Delta$ τοῦ A . ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ $\Gamma\Delta$ μέρος τοῦ A , τσαῦτά ἐστι καὶ ἐν τῷ EZ μέρος τοῦ B . διηγήσθω ὁ μὲν $\Gamma\Delta$ εἰς τὰ τοῦ A μέρη τὰ $\Gamma H, H\Delta$. ὁ δὲ EZ εἰς τὰ τοῦ B μέρη τὰ $E\Theta, \Theta Z$. ἔσται δὲ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν $\Gamma H, H\Delta$ τῷ πλῆθει τῶν $E\Theta, \Theta Z$. καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ $\Gamma H, H\Delta$ ἀριθμοὶ ἀλλήλοις, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ $E\Theta, \Theta Z$ ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοις, καὶ ἐστὶν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν $\Gamma H, H\Delta$ τῷ πλῆθει τῶν $E\Theta, \Theta Z$, ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ ΓH πρὸς τὸν $E\Theta$, οὕτως ὁ $H\Delta$ πρὸς τὸν ΘZ . ἔσται ἄρα καὶ ὡς εἰς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓνα τῶν ἐπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἐπομένους. ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ ΓH πρὸς τὸν $E\Theta$, οὕτως ὁ $\Gamma\Delta$ πρὸς τὸν EZ . οἱ $\Gamma H, E\Theta$ ἄρα τοῖς $\Gamma\Delta, EZ$ ἐν

1. κ'] κα' V^{pp}, P m. rec.; in B non liquet. 8. τόν A] corr. ex τὸ A V. 9. ἐστὶν B. 10. ἔστω ὁ $\Gamma\Delta$ τοῦ A μέρος V^{pp}. τοῦ B] postea add. V. 11. ὅπερ B, corr. m. 2. 12. ἐστὶν B. τοῦ] bis V. 14. ΘZ] ΘH P; corr. m. rec. ἴσον δὲ ἔσται p. δὲ] in ras. φ. 16. καὶ ἐπεὶ — 19: τῶν $E\Theta, \Theta Z$] del. V, om. φ. 16. ἴσοι εἰσὶν] om. V. ἀλλήλοις] ἴσοι ἀλλήλοις εἰσὶν V. 17. εἰσὶ] εἰσὶν P, ἴσοι p. ἴσοι] om. p. 19. $E\Theta$] Θ e corr. V. 22. ἅπαντες P, corr. m. rec.

XX.¹⁾

Numeri minimi eorum, qui eandem ac ipsi rationem habent, numeros eandem rationem habentes aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem.

Sint enim ΓA , EZ minimi numeri eorum, qui eandem rationem habent, quam A , B . dico, ΓA numerum A et EZ numerum B aequaliter metiri.

nam ΓA numeri A non est partes. nam si fieri potest, sit. quare etiam EZ numeri B eadem partes sunt, quae ΓA numeri A [prop. XIII, def. 20]. itaque quot sunt in ΓA partes numeri A , tot etiam sunt in EZ numeri B partes. diuidatur ΓA in ΓH , $H A$ partes numeri A , EZ autem in $E\Theta$, ΘZ partes numeri B . erit igitur multitudo numerorum ΓH , $H A$ multitudini numerorum $E\Theta$, ΘZ aequalis. et quoniam $\Gamma H = H A$ et $E\Theta = \Theta Z$, et multitudo numerorum ΓH , $H A$ aequalis est multitudini numerorum $E\Theta$, ΘZ , erit

$$\Gamma H : E\Theta = H A : \Theta Z.$$

quare etiam ut unus praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [prop. XII]. quare $\Gamma H : E\Theta = \Gamma A : EZ$. itaque ΓH , $E\Theta$

1) De propositione hic ommissa haec habet Campanus VII, 20 add.: non proponit autem Euclides de tribus numeris continue proportionalibus, quod ille qui ex ductu primi in tertium producit, sit aequalis quadrato medii, et si ille qui ex primo in tertium producit, fuerit aequalis quadrato medii, quod illi tres numeri sint continue proportionales, sicut proponit in 16 sexti de tribus lineis. hoc enim facile demonstratur per hanc 20 cett.

τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν ἐλάσσονες ὄντες αὐτῶν· ὅπερ
 ἐστὶν ἀδύνατον· ὑπόκεινται γὰρ οἱ ΓΔ, ΕΖ ἐλάχιστοι
 τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς. οὐκ ἄρα μέρη
 ἐστὶν ὁ ΓΔ τοῦ Α· μέρος ἄρα. καὶ ὁ ΕΖ τοῦ Β τὸ
 5 αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ ὁ ΓΔ τοῦ Α· ἰσάκεις ἄρα
 ὁ ΓΔ τὸν Α μετρεῖ καὶ ὁ ΕΖ τὸν Β· ὅπερ ἔδει
 δεῖξαι.

κα'.

Οἱ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ ἐλάχιστοί
 10 εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς.

Ἐστῶσαν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ οἱ Α,
 Β· λέγω, ὅτι οἱ Α, Β ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν
 λόγον ἔχόντων αὐτοῖς.

Εἰ γὰρ μή, ἔσονται τινες τῶν Α, Β ἐλάσσονες
 15 ἀριθμοὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς Α, Β. ἔστῶσαν
 οἱ Γ, Δ.

Ἐπεὶ οὖν οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν
 λόγον ἔχόντων μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχον-
 τας ἰσάκεις ὃ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάττω
 20 τὸν ἐλάττωνα, τουτέστιν ὃ τε ἡγούμενος τὸν ἡγού-
 μενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον, ἰσάκεις ἄρα ὁ Γ
 τὸν Α μετρεῖ καὶ ὁ Δ τὸν Β. ὁσάκεις δὴ ὁ Γ τὸν
 Α μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστῶσαν ἐν τῷ Ε. καὶ

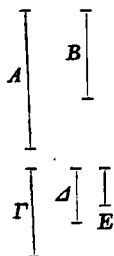
1. ὄντες] om. φ. 2. ἐστίν] P, om. BVpφ. 3. τόν]
 om. B. αὐτόν] om. φ. 4. ΕΖ] P; ΕΖ ἄρα BVpφ. 5.
 ἰσάκεις ἄρα ὁ ΓΔ τὸν Α] mg. φ. Sequitur propositio quae-
 dam noua in BVpφ, a Theone interpolata; om. P (add. mg.
 m. rec.) et Campanus (u. p. 233 not.); u. app. 8. κα'] κγ
 BVp, P m. rec. 10. εἰσιν PB. 12. εἰσιν P. 14. Post
 μὴ add. Theon: εἰσιν οἱ Α, Β ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον
 ἔχόντων αὐτοῖς (BVpφ). 15. B] corr. ex Γ m. 1 p. 18.
 ἔχόντων αὐτοῖς Vpφ. 19. ὃ τε] ὅτι φ. ἐλάσσων Vpφ. 20.
 ἐλάσσονα Vpφ. τουτέστι φ.

minores numeris ΓA , EZ in eadem proportionione sunt; quod fieri non potest; nam supposuimus, ΓA , EZ minimos esse eorum, qui eandem habeant rationem. itaque ΓA non est partes numeri A . pars igitur erit [prop. IV]. et EZ numeri B eadem pars est ac ΓA numeri A [prop. XIII; def. 20]. ergo ΓA numerum A et EZ numerum B aequaliter metitur; quod erat demonstrandum.

XXI.¹⁾

Numeri inter se primi minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent.

Sint primi inter se numeri A , B . dico, numeros A , B minimos esse eorum, qui eandem rationem habeant.



nam si minus, erunt numeri aliqui minores numeris A , B , qui in eadem proportionione sint ac A , B . sint Γ , Δ . iam quoniam numeri minimi eorum, qui eandem rationem habent, eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior

maiores et minor minorem [prop. XX], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem, Γ numerum A et Δ numerum B aequaliter metitur. quoties igitur Γ numerum A metitur, tot sint in E unitates.

1) Propositionem omissae similem habet Campanus in additamento suo VII, 19: hic autem demonstrare volumus aequam proportionalitatem in quotlibet numeris duorum ordinum indirectae proportionalitatis, quam demonstrat Euclides per 23. quinti in quantitativis in genere. dicimus ergo: si quotlibet numeri totidem aliis fuerint indirecte proportionales, extremi quoque in eadem proportionione proportionales erunt, cett.

ὁ Δ ἄρα τὸν B μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ E μονάδας· καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν A μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ E μονάδας, καὶ ὁ E ἄρα τὸν A μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Γ μονάδας. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὁ E καὶ τὸν B μετρεῖ
 5 κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας. ὁ E ἄρα τοὺς A, B μετρεῖ πρῶτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσονται τινες τῶν A, B ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς A, B . οἱ A, B ἄρα ἐλάχιστοι εἰσὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων
 10 αὐτοῖς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'.

Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν.

Ἔστωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς οἱ A, B . λέγω, ὅτι οἱ A, B
 15 πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν.

Εἰ γὰρ μὴ εἰσὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρεῖτω, καὶ ἔστω ὁ Γ . καὶ ὅσάκις μὲν ὁ Γ τὸν A μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες
 20 ἔστωσαν ἐν τῷ Δ , ὅσάκις δὲ ὁ Γ τὸν B μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ E .

Ἐπεὶ ὁ Γ τὸν A μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας, ὁ Γ ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν A

XXII. Alexander Aphrod. in anal. pr. fol. 87.

2. καὶ ἐπεὶ — μονάδας] om. P (abesse non possunt). E] supra φ. 4. τὰ αὐτὰ] ταῦτα B. ὁ E καὶ] καὶ ὁ E V φ. 9. εἰσιν PB. 11. καθ' BVp, P m. rec. 12. αὐτῶν P, corr. m. 1. 13. αὐτοῖς] om. Alexander. 15. Post ἐχόντων in V ἀλλήλοις delet. 16. εἰσὶ φ. 17. εἰσιν B. πρῶτοι] οἱ A, B πρῶτοι Bp. ἀλλήλους οἱ A, B V φ. 18.

quare etiam Δ numerum B metitur secundum unitates numeri E . et quoniam Γ numerum A secundum unitates numeri E metitur, etiam E numerum A metitur secundum unitates numeri Γ [prop. XV]. eadem de causa E etiam numerum B metitur secundum unitates numeri Δ [prop. XV]. itaque E numeros A , B metitur, qui primi sunt inter se; quod fieri non potest [def. 12]. itaque non erunt numeri quidam numeris A , B minores, qui in eadem proportionem sint ac A , B . ergo A , B minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent; quod erat demonstrandum.

XXII.

Minimi numeri eorum, qui eandem rationem habent, inter se primi sunt.

Minimi numeri eorum, qui eandem rationem habent, sint A , B . dico, A , B numeros inter se primos esse.

A —————	nam si primi non sunt inter se,
B —————	numerus aliquis eos metietur. meti-
Γ —————	atur et sit Γ . et quoties Γ nume-
Δ —————	rum A metitur, tot unitates sint in Δ ,
E —————	quoties autem Γ numerum B metitur, tot unitates
	sint in E .

quoniam enim Γ numerum A secundum unitates numeri Δ metitur, Γ numerus numerum Δ multiplicans numerum A efficit [def. 15]. eadem de causa

$\alpha\upsilon\tau\acute{o}\varsigma$] τοὺς A , B Theon (BVpφ). $\xi\sigma\tau\omega$] om. φ. 20.
 B] in ras. m. 2 P. 22. $\acute{\epsilon}\pi\epsilon\iota\ \gamma\acute{\alpha}\rho$ P, $\acute{\epsilon}\pi\epsilon\iota\ \sigma\upsilon\nu$ V m. 2, φ.
 23. Γ] Δ V in ras., φ. Δ] Γ in ras. V, φ. Ante τὸν
 ras. 1/4 lin. V.

πεποιήκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Γ τὸν E πολλαπλασιάσας τὸν B πεποιήκεν. ἀριθμὸς δὴ ὁ Γ δύο ἀριθμοὺς τοὺς Δ , E πολλαπλασιάσας τοὺς A , B πεποιήκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν B . οἱ Δ , E ἄρα τοῖς A , B ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν ἐλάσσονες ὄντες αὐτῶν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς A , B ἀριθμοὺς ἀριθμὸς τις μετρήσει. οἱ A , B ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

10

κγ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ᾖσιν, ὁ τὸν ἕνα αὐτῶν μετρῶν ἀριθμὸς πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτος ἔσται.

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ 15 A , B , τὸν δὲ A μετρεῖτω τις ἀριθμὸς ὁ Γ . λέγω, ὅτι καὶ οἱ Γ , B πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν.

Εἰ γὰρ μὴ εἰσὶν οἱ Γ , B πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει [τις] τοὺς Γ , B ἀριθμὸς. μετρεῖτω, καὶ ἔστω ὁ Δ . ἐπεὶ ὁ Δ τὸν Γ μετρεῖ, ὁ δὲ Γ τὸν A με-
 20 τρεῖ, καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν A μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν B . ὁ Δ ἄρα τοὺς A , B μετρεῖ πρῶτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς Γ , B ἀριθμοὺς ἀριθμὸς τις μετρήσει. οἱ Γ , B ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. πεποιήκε V φ. Γ] mutat. in E V; E φ. E] Γ V in ras., φ. 2. ἀριθμὸς] mut. in ἀριθμοί V, ἀριθμοί φ. ὁ Γ δύο] οἱ Δ , E in ras. V, φ. 3. ἀριθμὸν τὸν Γ πολλαπλασιάσαντες V e corr., φ. πεποιήκασιν in ras. V, φ. 6. εἰσὶ p. 10. κα' B V p, P m. rec. 12. πρῶτος πρὸς τὸν λοιπὸν p. 15. λέγω, ὅτι] λέγω post ras. P. 18. τις] m. rec. P. τοὺς Γ , B] om. p. Post B add. V: ἀριθμὸς, idem

erit etiam $\Gamma \times E = B$. itaque numerus Γ duos numeros Δ , E multiplicans numeros A , B effecit. erit igitur $\Delta : E = A : B$ [prop. XVII]. itaque Δ , E numeris A , B minores in eadem proportionem sunt; quod fieri non potest. itaque numeros A , B nullus numerus metietur. ergo numeri A , B inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXIII.

Si duo numeri inter se primi sunt, qui alterum eorum metitur numerus, ad reliquum primus erit.

Sint duo numeri inter se primi A , B , et numerum A metiatur numerus aliquis Γ . dico, etiam Γ , B inter se primos esse.



nam si Γ , B inter se primi non sunt, numerus aliquis Γ , B metietur. metiatur, et sit Δ . quoniam Δ numerum Γ metitur, et Γ numerum A metitur, etiam Δ

numerum A metitur. uerum etiam numerum B metitur. Δ igitur numeros A , B metitur, qui primi sunt inter se; quod fieri non potest. itaque numeros Γ , B nullus numerus metietur. ergo Γ , B inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

φ mg. m. 1. ἀριθμὸς τοῦς Γ, Β ἀριθμοῦς p. μετρήτω φ.
 19. ἐπεὶ] καὶ ἐπεὶ V, ἐπεὶ εἰς φ. 21. τοῦς] corr. ex τό
 m. 1 P, τόν p. 23. Γ, Β] (prius) Β, Γ V φ.

κδ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς τινα ἀριθμὸν πρῶτοι ᾧσιν, καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν αὐτὸν πρῶτος ἔσται.

5 Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ A, B πρὸς τινα ἀριθμὸν τὸν Γ πρῶτοι ἔστωσαν, καὶ ὁ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω· λέγω, ὅτι οἱ Γ, Δ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Εἰ γὰρ μὴ εἰσιν οἱ Γ, Δ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους.
 10 μετρήσει [τις] τοὺς Γ, Δ ἀριθμὸς. μετρεῖτω, καὶ ἔστω ὁ E . καὶ ἐπεὶ οἱ Γ, Δ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, τὸν δὲ Γ μετρεῖ τις ἀριθμὸς ὁ E , οἱ A, E ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ὁσάκις δὴ ὁ E τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Z . καὶ
 15 ὁ Z ἄρα τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ E μονάδας. ὁ E ἄρα τὸν Z πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν E, Z τῷ ἐκ τῶν A, B . ἐὰν δὲ ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ἢ τῷ ὑπὸ
 20 τῶν μέσων, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ E πρὸς τὸν A , οὕτως ὁ B πρὸς τὸν Z . οἱ δὲ A, E πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντων αὐτοῖς μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας
 25 ἰσάκις ὃ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὃ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον

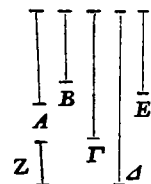
1. κδ' BVP, P m. rec. 2. Post ἀριθμοί add. V (in ras.)
 et φ: πρῶτοι. ἀριθμόν] mg. m. 2 V. πρῶτοι] om. V φ.

3. ᾧσι PVPφ. πρῶτος ἔσται πρὸς τὸν αὐτὸν p. 7. ποι-
 ῆτω φ, sed corr. Γ, Δ] e corr. m. 2 p. 10. τις] om. P;

XXIV.

Si duo numeri ad numerum aliquem primi sunt, etiam numerus ex iis productus ad eundem primus erit.

Nam duo numeri A, B ad numerum aliquem Γ primi sint, et sit $A \times B = \Delta$. dico, etiam Γ, Δ inter se primos esse.



nam si Γ, Δ inter se primi non sunt, numerus aliquis numeros Γ, Δ metietur.

metiatur et sit E . et quoniam Γ, A inter se primi sunt, et numerum Γ numerus aliquis E metitur, numeri A, E inter se primi sunt [prop. XXIII]. quoties igitur E numerum Δ metitur, tot unitates sint in Z . quare etiam Z numerum Δ metitur secundum unitates numeri E [prop. XV]. itaque $E \times Z = \Delta$ [def. 15]. uerum etiam $A \times B = \Delta$. itaque $E \times Z = A \times B$. uerum ubi numerus ex extremis productus numero ex mediis producto aequalis est, quattuor numeri proportionales sunt [prop. XIX]. itaque $E : A = B : Z$. sed A, E primi sunt, primi autem etiam minimi sunt [prop. XXI], minimi autem numeri eorum, qui eandem rationem habent, numeros eandem rationem habentes aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [prop. XX], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque E nume-

add. m. rec. Post Δ add. $\forall \varphi$: ἀριθμούς. ἀριθμός] corr.
 ex ἀριθμούς m. rec. P. 11. of Γ, Δ] corr. ex $\delta \Gamma \varphi$, ex
 of Γ, Δ p m. 2; of A, Γ P. 12. εἰς $\forall \varphi$. A, E] E, A p.
 13. ἄρα] om. $\forall \varphi$. 19. ἴσος] ἴσον φ . 20. of] ἀσέ? P,
 del. m. rec. ἀνάλογοι p. 25. ἐλάττων P. 26. ἐλάττονα P.

καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον· ὁ E ἄρα τὸν B με-
 τρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Γ · ὁ E ἄρα τοὺς B, Γ με-
 τρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύ-
 νατον. οὐκ ἄρα τοὺς Γ, Δ ἀριθμοὺς ἀριθμὸς τις
 5 μετρήσει. οἱ Γ, Δ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν·
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κε'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
 ᾧσιν, ὁ ἐκ τοῦ ἐνὸς αὐτῶν γενόμενος πρὸς
 10 τὸν λοιπὸν πρῶτος ἐστίν.

Ἐστῶσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ
 A, B , καὶ ὁ A ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιεί-
 τω· λέγω, ὅτι οἱ B, Γ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Κείσθω γὰρ τῷ A ἴσος ὁ Δ . ἐπεὶ οἱ A, B πρῶ-
 15 τοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, ἴσος δὲ ὁ A τῷ Δ , καὶ οἱ
 Δ, B ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐκάτερος ἄρα
 τῶν Δ, A πρὸς τὸν B πρῶτός ἐστιν· καὶ ὁ ἐκ τῶν
 Δ, A ἄρα γενόμενος πρὸς τὸν B πρῶτος ἐστίν. ὁ
 δὲ ἐκ τῶν Δ, A γενόμενος ἀριθμὸς ἐστίν ὁ Γ . οἱ
 20 Γ, B ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει
 δεῖξαι.

κς'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς δύο ἀριθμοὺς ἀμ-
 φότεροι πρὸς ἐκάτερον πρῶτοι ᾧσιν, καὶ οἱ
 25 ἐξ αὐτῶν γενόμενοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
 ἔσονται.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ A, B πρὸς δύο ἀριθμοὺς
 τοὺς Γ, Δ ἀμφότεροι πρὸς ἐκάτερον πρῶτοι ἐστω-

2. τοὺς] τόν p. $B, \Gamma]$ Γ, B Bφ, in ras. V. 4. ἀριθ-
 μός] om. φ. 7. κς' B V p, P m. rec. 12. A ἐαυτόν] corr.

rum B metitur. ūerum etiam numerum Γ metitur. itaque E numeros B , Γ metitur, qui inter se primi sunt; quod fieri non potest. itaque numeros Γ , Δ nullus numerus metitur. ergo Γ , Δ inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXV.

Si duo numeri inter se primi sunt, numerus ex altero eorum productus ad reliquum primus erit.

Sint duo numeri inter se primi A , B , et sit $A^2 = \Gamma$. dico, numeros B , Γ inter se primos esse.

ponatur enim $\Delta = A$. quoniam A , B inter se primi sunt, et $A = \Delta$, etiam Δ , B inter se primi sunt. itaque uterque Δ , A ad B primus est. quare etiam $\Delta \times A$ ad B primus erit [prop. XXIV]. uerum $\Delta \times A = \Gamma$. ergo Γ , B inter se primi sunt; quot erat demonstrandum.

XXVI.

Si duo numeri ad duos numeros singuli ad singulos primi sunt, etiam numeri ex iis producti inter se primi erunt.

Nam duo numeri A , B ad duos numeros Γ , Δ

ex AE αὐτόν B . 13. B , Γ] Γ , B P . εἰς $Vp\varphi$. 14. καὶ ἐπεὶ $V\varphi$; ἐπεὶ οὖν p . 15. ἴσος δέ — 16: ἀλλήλους εἰσίν] om. B , mg. m. 2 V . 16. B] in ras. Vp . πρὸς] ἀπ' αθ φ . 17. ἐστίν] PB ; comp. p ; ἐστὶ $V\varphi$. 18. ἀρα] supra V , ἐτι φ . γινόμενος B . Post hoc uerbum ras. dimid. lin. V . 22. καὶ BVp , P m. rec. 23. ἀριθμούς] om. p . 24. ὥστε $PVp\varphi$.

σαν, καὶ ὁ μὲν *A* τὸν *B* πολλαπλασιάσας τὸν *I*
 ποιείτω, ὁ δὲ *Γ* τὸν *Δ* πολλαπλασιάσας τὸν *Z* ποι-
 εῖτω· λέγω, ὅτι οἱ *E*, *Z* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.
 Ἐπεὶ γὰρ ἐκάτερος τῶν *A*, *B* πρὸς τὸν *Γ* πρῶ-
 5 τός ἐστιν, καὶ ὁ ἐκ τῶν *A*, *B* ἄρα γενόμενος πρὸς
 τὸν *Γ* πρῶτος ἐστὶν. ὁ δὲ ἐκ τῶν *A*, *B* γενόμενος
 ἐστὶν ὁ *E*· οἱ *E*, *Γ* ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.
 διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ οἱ *E*, *Δ* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
 εἰσίν. ἐκάτερος ἄρα τῶν *Γ*, *Δ* πρὸς τὸν *E* πρῶτος
 10 ἐστὶν. καὶ ὁ ἐκ τῶν *Γ*, *Δ* ἄρα γενόμενος πρὸς τὸν
E πρῶτος ἐστὶν. ὁ δὲ ἐκ τῶν *Γ*, *Δ* γενόμενός ἐστιν
 ὁ *Z*. οἱ *E*, *Z* ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν·
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κζ'.

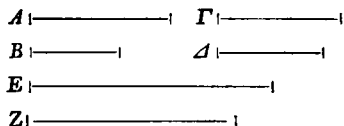
15 Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
 ᾧσιν, καὶ πολλαπλασιάσας ἐκάτερος ἑαυτὸν
 ποιῇ τινα, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν πρῶτοι πρὸς
 ἀλλήλους ἔσονται, καὶ οἱ ἐξ ἀρχῆς τοὺς γενο-
 μένους πολλαπλασιάσαντες ποιῶσί τινας, κα-
 20 κείνοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται [καὶ αὖτε
 περὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει].

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ

XXVII. Alexand. Aphrod. in anal. pr. fol. 87.

1. *E* — 2: πολλαπλασιάσας τόν] mg. m. 2 P. 5. ἐστι
 codd. ὁ] om. φ. γενόμενος ἄρα Vφ. 7. ὁ *E* ἐστὶν p.
 εἰσίν Vφ. 8. διὰ τὰ — 9: εἰσίν] πάλιν B. 8. τὰ αὐτὰ]
 ταῦτα Vφ. *E*, *Δ*] *Δ*, *E* P. 9. ἄρα] om. B. τῶν]
 τόχ φ. 10. ἐστι B Vφ; comp. p. 11. ἐστὶ] ἐστι comp. p.
Γ, *Δ*] *Δ*, *Γ* Vφ. ὁ *Z* ἐστὶν p. 14. κθ' B Vp, P m. rec.
 16. ᾧσι Pp. 17. αὐτῶν] -ῶν in ras. φ. 21. τοῦτο]
 corr. ex τὸ αὐτό m. 2 B. 22. δύο] supra m. 2 V. ἀριθμοὶ
 δύο P.

singuli ad singulos primi sint, et sit
 $A \times B = E$, $\Gamma \times \Delta = Z$.
 dico, etiam E , Z inter se primos esse.



nam quoniam uterque A , B ad Γ primus est, etiam $A \times B$ ad Γ primus erit [prop. XXIV]. sed $A \times B = E$. quare E , Γ inter se primi sunt. eadem de causa etiam E , Δ inter se primi sunt. itaque uterque Γ , Δ ad E primus est. itaque etiam $\Gamma \times \Delta$ ad E primus erit. sed $\Gamma \times \Delta = Z$. ergo E , Z inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXVII.

Si duo numeri inter se primi sunt, et uterque se ipse multiplicans numerum aliquem effecerit, numeri ex iis effecti inter se primi erunt, et si numeri ab initio sumpti numeros productos multiplicantes numeros aliquos effecerint, ii quoque inter se primi erunt [et semper in extremis¹⁾ hoc accidit].

1) *ἀντοι* hoc loco satis insolenter positum est. neque enim aliud significat nisi: ultimos, ultimo loco productos. praeterea mirum est, haec uerba in demonstratione ne uerbo quidem respici, nedum demonstrantur. quare puto, uerba *καὶ ἀλὲν περὶ τοὺς ἀντοὺς τοῦτο συμβαίνει* lin. 20—21 ante Theonem interpolata esse; omisit Campanus VII, 28 (sed in demonstratione addit: sicque si infinities duceretur utrumque productorum in suum principium, essent omnes producti contra se primi; et non solum, sed quilibet eductus ab a ad quemlibet eductum a b).

A, B , καὶ ὁ A ἐαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιεῖτω, τὸν δὲ Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιεῖτω, ὁ δὲ B ἐαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν E ποιεῖτω, τὸν δὲ E πολλαπλασιάσας τὸν Z ποιεῖτω· λέγω, ὅτι
 5 οἱ τε Γ, E καὶ οἱ Δ, Z πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Ἐπεὶ γὰρ οἱ A, B πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, καὶ ὁ A ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, οἱ Γ, B ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐπεὶ οὖν οἱ Γ, B πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, καὶ ὁ B ἐαυτὸν
 10 πολλαπλασιάσας τὸν E πεποίηκεν, οἱ Γ, E ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ οἱ A, B πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, καὶ ὁ B ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν E πεποίηκεν, οἱ A, E ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐπεὶ οὖν δύο ἀριθμοὶ οἱ A, Γ πρὸς
 15 δύο ἀριθμοὺς τοὺς B, E ἀμφοτέροι πρὸς ἐκάτερον πρῶτοί εἰσιν, καὶ ὁ ἐκ τῶν A, Γ ἄρα γενόμενος πρὸς τὸν ἐκ τῶν B, E πρῶτός ἐστιν. καὶ ἐστὶν ὁ μὲν ἐκ τῶν A, Γ ὁ Δ , ὁ δὲ ἐκ τῶν B, E ὁ Z . οἱ Δ, Z ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

20

κη'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ᾦσιν, καὶ συναμφοτέρος πρὸς ἐκάτερον αὐτῶν πρῶτος ἔσται· καὶ ἐὰν συναμφοτέρος πρὸς ἓνα τινὰ αὐτῶν πρῶτος ᾗ, καὶ οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ
 25 πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Συγκείσθωσαν γὰρ δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ $AB, B\Gamma$ · λέγω, ὅτι καὶ συναμφοτέρος ὁ $ΑΓ$ πρὸς ἐκάτερον τῶν $AB, B\Gamma$ πρῶτός ἐστιν.

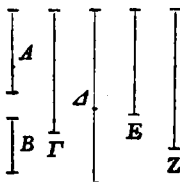
1. μέν] om. V φ. 2. ποιεῖτω] ποιεῖ p. ποιεῖτω τὸν Δ
 V φ (ποιήτω, sed corr., φ). 3. μέν] in ras. P. 5. τε]

Sint duo numeri inter se primi A, B et sit

$$A \times A = \Gamma \text{ et } A \times \Gamma = \Delta,$$

$$B \times B = E \text{ et } B \times E = Z.$$

dico, et Γ, E et Δ, Z inter se primos esse.



nam quoniam A, B inter se primi sunt, et $A \times A = \Gamma$, erunt Γ, B inter se primi [prop. XXV]. iam quoniam Γ, B inter se primi sunt, et

$$B \times B = E, \text{ erunt } \Gamma, E$$

inter se primi [id.]. rursus quoniam A, B inter se primi sunt, et

$B \times B = E$, erunt A, E inter se primi [id.]. iam quoniam duo numeri A, Γ ad duos numeros B, E singuli ad singulos primi sunt, etiam $A \times \Gamma$ ad $B \times E$ primus est [prop. XXVI]. et $A \times \Gamma = \Delta, B \times E = Z$. ergo Δ, Z inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXVIII.

Si duo numeri inter se primi sunt, etiam uterque simul ad utrumvis primus erit. et si uterque simul ad alterutrum primus est, etiam numeri ab initio sumpti inter se primi erunt.

Componantur enim duo numeri inter se primi AB, BF . dico, etiam AF ad utrumvis AB, BF primum esse.

om. Vφ. εἰς Vφ. 6. ἐπεὶ — εἰς] mg. m. 1 V. εἰς BVφ. 8. εἰς Vφ. ἐπεὶ οὖν — 9: εἰς] om. p, mg. m. 1 V. 9. εἰς BVφ. 11. εἰς Vφ. 12. εἰς PVφ. 14. ἐπεὶ καὶ ἐπεὶ B. 15. B] corr. ex A V. 16. εἰς Vφ. 17. τὸν] τῶν φ. ἐστὶ Vφ, comp. p. 20. λ' BVφ, P m. rec. 22. ὡς PVφ. συναμφοτέρων αὐτῶν πρὸς ἑκάτερον Vφ. 26. συνεκείσθωσαν φ. 28. τῶν] τόν P.

Εἰ γὰρ μὴ εἰσὶν οἱ ΓA , AB πρῶτοι πρὸς ἀλλή-
 λους, μετρήσει τις τοὺς ΓA , AB ἀριθμούς. μετρεῖται
 καὶ ἔστω ὁ Δ . ἐπεὶ οὖν ὁ Δ τοὺς ΓA , AB μετρεῖ
 καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν $B\Gamma$ μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν
 5 BA . ὁ Δ ἄρα τοὺς AB , $B\Gamma$ μετρεῖ πρῶτους ὄντας
 πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἔστιν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοῖς
 ΓA , AB ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει· οἱ ΓA , AB
 ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ
 καὶ οἱ $A\Gamma$, ΓB πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν. ὁ ΓA
 10 ἄρα πρὸς ἐκάτερον τῶν AB , $B\Gamma$ πρῶτός ἐστιν.

Ἐστωσαν δὴ πάλιν οἱ ΓA , AB πρῶτοι πρὸς
 ἀλλήλους· λέγω, ὅτι καὶ οἱ AB , $B\Gamma$ πρῶτοι πρὸς
 ἀλλήλους εἰσὶν.

Εἰ γὰρ μὴ εἰσὶν οἱ AB , $B\Gamma$ πρῶτοι πρὸς ἀλλή-
 15 λους, μετρήσει τις τοὺς AB , $B\Gamma$ ἀριθμούς. μετρεῖται
 καὶ ἔστω ὁ Δ . καὶ ἐπεὶ ὁ Δ ἐκάτερον τῶν AB , $B\Gamma$
 μετρεῖ, καὶ ὅλον ἄρα τὸν ΓA μετρήσει. μετρεῖ δὲ
 καὶ τὸν AB . ὁ Δ ἄρα τοὺς ΓA , AB μετρεῖ πρῶ-
 τους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἔστιν ἀδύνατον. οὐκ
 20 ἄρα τοὺς AB , $B\Gamma$ ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει.
 οἱ AB , $B\Gamma$ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν· ὅπερ
 ἔδει δεῖξαι.

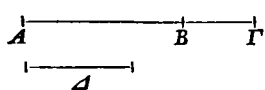
καθ'.

Ἄπας πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς ἅπαντα ἀριθ-
 25 μόν, ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός ἐστιν.

1. ΓA] $A\Gamma$ p. 2. ΓA] A e corr. p. AB] AB ἀριθ-
 μούς Vφ. ἀριθμός] mutat. in ἀριθμούς p. 5. Δ] in ras. φ.
 8. διὰ τὰ — 9: εἰσὶν] mg. V. 8. διὰ] seq. ras. 2 litt. φ.
 9. οἱ] αἱ V, ὁ φ. $A\Gamma$, ΓB] in ras. p; ΓA , ΓB Vφ. ΓA] $A\Gamma$ Vφφ. 10. τῶν] e corr. P. 12. καὶ] supra V. AB] e corr. p m. 1. 15. $B\Gamma$] $B\Gamma$ ἀριθμούς Vφ. μετρήτω φ.

nam si ΓA , AB inter se primi non sunt, numerus aliquis numeros ΓA , AB metietur. metiatur et sit Δ .

iam quoniam Δ numeros ΓA , AB metitur, etiam reliquum $B\Gamma$ metietur.¹⁾ uerum etiam BA metitur.



Δ igitur AB , $B\Gamma$ numeros metitur, qui inter se primi sunt; quod fieri non potest. itaque

numeros ΓA , AB nullus numerus metitur. ergo ΓA , AB inter se primi sunt. eadem de causa etiam ΓA , ΓB inter se primi sunt. ΓA igitur ad utrumvis AB $B\Gamma$ primus est.

iam rursus ΓA , AB inter se primi sint; dico, etiam AB , $B\Gamma$ inter se primos esse.

nam si AB , $B\Gamma$ inter se primi non sunt, numerus aliquis eos metietur. metiatur et sit Δ . et quoniam Δ utrumque AB , $B\Gamma$ metitur, etiam totum ΓA metietur.¹⁾ uerum etiam AB metitur. Δ igitur ΓA , AB metitur, qui primi sunt inter se; quod fieri non potest. itaque numeros AB , $B\Gamma$ nullus numerus metietur. ergo AB , $B\Gamma$ inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXIX.

Quiuis numerus primus ad quemvis numerum, quem non metitur, primus est.

1) Neque hoc, neque quo lin. 17 utitur, usquam apud Euclidem demonstratum est; pro axiomatis ea habuit. cfr. Clavius II p. 12 nr. X et XII.

23. $\lambda\alpha'$ BVpp, P m. rec. 24. $\alpha\pi\alpha\nu\tau\alpha$] seq. lacuna 6 litt. V.
25. $\delta\nu - \acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$] in ras. m. 1 p. $\mu\epsilon\tau\epsilon\theta\eta$ P, corr. m. rec.

Ἐστω πρῶτος ἀριθμὸς ὁ A καὶ τὸν B μὴ μετρεῖτω· λέγω, ὅτι οἱ B, A πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Εἰ γὰρ μὴ εἰσιν οἱ B, A πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμὸς. μετρεῖτω ὁ Γ . ἐπεὶ ὁ Γ τὸν B μετρεῖ, ὁ δὲ A τὸν B οὐ μετρεῖ, ὁ Γ ἄρα τῷ A οὐκ ἐστὶν ὁ αὐτός. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τοὺς B, A μετρεῖ, καὶ τὸν A ἄρα μετρεῖ πρῶτον ὄντα μὴ ὦν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς B, A μετρήσει τις ἀριθμὸς. οἱ A, B ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, τὸν δὲ γενόμενον ἐξ αὐτῶν μετρή τις πρῶτος ἀριθμὸς, καὶ ἓνα τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρήσει.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ A, B πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους τὸν Γ ποιεῖτωσαν, τὸν δὲ Γ μετρεῖτω τις πρῶτος ἀριθμὸς ὁ Δ . λέγω, ὅτι ὁ Δ ἓνα τῶν A, B μετρεῖ.

Τὸν γὰρ A μὴ μετρεῖτω· καὶ ἐστὶ πρῶτος ὁ Δ . οἱ A, Δ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ὅσῳκις ὁ Δ τὸν Γ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ E . ἐπεὶ οὖν ὁ Δ τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ E μονάδας, ὁ Δ ἄρα τὸν E πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποιήκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποιήκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Δ, E τῷ ἐκ

3. $B, A]$ A, B p. 4. ἀριθμός] -ός in ras. φ. μετρήτω φ. ἐπεὶ] καὶ ὁ Γ οὐκ ἐστὶ μονάς. ἐπεὶ οὖν $V\phi$ et om. καὶ p. Ante ἐπεὶ add. P m. rec. καί. 6. τῷ] e corr. P. $B, A]$ in ras. φ; B supra m. 1 V. 8. αὐτὸς οὐδὲ μονάς $V\phi$ p.

Sit numerus primus A et numerum B ne metiatur. dico, numeros B , A inter se primos esse.

$\begin{array}{l} \text{—————}|A \\ \text{—————}|B \\ \text{———}| \Gamma \end{array}$
 nam si numeri B , A inter se primi non sunt, numerus aliquis eos metietur. metiatur numerus Γ . quoniam Γ numerum B metitur, A autem B non metitur, Γ et A iidem non sunt. et quoniam Γ numeros B , A metitur, etiam numerum A , qui primus est, metitur, quamquam idem non est; quod fieri non potest. itaque numeros B , A nullus numerus metietur. ergo A , B inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXX.

Si duo numeri inter se multiplicantes numerum aliquem effecerint, et numerum ex iis productum primus aliquis numerus metitur, etiam alterutrum numerorum ab initio sumptorum metietur.

$\begin{array}{l} A| \text{—————}| \\ B| \text{—————}| \\ \Gamma| \text{—————}| \\ \text{———}|A \\ E| \text{—————}| \end{array}$
 Duo enim numeri A , B inter se multiplicantes numerum Γ efficiant, et numerum Γ metiatur primus aliquis numerus Δ . dico, Δ alterutrum A , B metiri.

nam numerum A ne metiatur. et Δ primus est. itaque A , Δ inter se primi sunt [prop. XXIX]. et quoties Δ numerum Γ metitur, tot unitates sint in E . iam quoniam Δ numerum Γ secundum unitates numeri E metitur, erit $\Delta \times E = \Gamma$ [def. 15]. verum etiam $A \times B = \Gamma$. itaque $\Delta \times E = A \times B$. quare

9. B , A] A , B pφ. 11. $\lambda\beta'$ BV pφ. 18. ἀριθμὸς πρῶτος Vφ. 20. $\mu\eta$] supra V. 21. A] in ras. φ. εἰς V pφ.

τῶν *A*, *B*. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *A*, οὕτως ἰ
B πρὸς τὸν *E*. οἱ δὲ *A*, *A* πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι
καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐ-
τὸν λόγον ἔχοντας ἰσάμεις ὃ τε μείζων τὸν μείζονε
5 καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὃ τε ἡγού-
μενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον·
ὁ *A* ἄρα τὸν *B* μετρεῖ. ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ
ἐὰν τὸν *B* μὴ μετρήῃ, τὸν *A* μετρήσει. ὁ *A* ἄρα ἔκ
τῶν *A*, *B* μετρεῖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

10

λα'.

Ἄπας σύνθετος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτου τινὸς
ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Ἐστω σύνθετος ἀριθμὸς ὁ *A*. λέγω, ὅτι ὁ *A* ὑπὸ
πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

- 15 Ἐπεὶ γὰρ σύνθετός ἐστιν ὁ *A*, μετρήσει τις αὐτὸν
ἀριθμὸς. μετρεῖτω, καὶ ἔστω ὁ *B*. καὶ εἰ μὲν πρῶτός
ἐστιν ὁ *B*, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν. εἰ δὲ σύν-
θετος, μετρήσει τις αὐτὸν ἀριθμὸς. μετρεῖτω, καὶ
ἔστω ὁ *Γ*. καὶ ἐπεὶ ὁ *Γ* τὸν *B* μετρεῖ, ὁ δὲ *B* τὸν
20 *A* μετρεῖ, καὶ ὁ *Γ* ἄρα τὸν *A* μετρεῖ. καὶ εἰ μὲν
πρῶτός ἐστιν ὁ *Γ*, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν. εἰ
δὲ σύνθετος, μετρήσει τις αὐτὸν ἀριθμὸς. τοιαύτης
δὴ γινομένης ἐπισκέψεως ληφθήσεται τις πρῶτος ἀριθ-
μὸς, ὃς μετρήσει. εἰ γὰρ οὐ ληφθήσεται, μετρήσουσι

3. καί] om. p. οἱ δὲ ἐλάχιστοι] supra P, in mg. m.
1 Vφ. 4. μείζων τόν] mg. φ (τόν in ras.). 6. τόν] (prius)
in ras. φ. 8. *B* μὴ] in ras. p; μὴ supra V m. 2. Post μετρεῖ
ras. 1 litt. p. 9. Sequitur in BVφ alia demonstratio
prop. XXXI a Theone addita; u. app. 10. λγ' BVφ, P m.
rec.; λδ' p. 14. μετρήται P, corr. m. 2. 17. δῆλον ἂν
εἴη τὸ ζητούμενον Theon (BVφ). 20. μετρεῖ] (prius)

[prop. XIX] $A : A = B : E$. uerum A , A primi sunt, primi autem etiam minimi sunt [prop. XXI], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [prop. XX], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque A numerum B metitur. similiter demonstrabimus, A numerum, si B numerum non metiatur, numerum A metiri. ergo A alterutrum numerorum A , B metitur; quod erat demonstrandum.

XXXI.

Quemuis numerum compositum primus aliquis numerus metitur.

Sit numerus compositus A . dico, primum aliquem numerum numerum A metiri.

nam quoniam A compositus est, numerus aliquis eum metietur. metiatur et sit B . et si B primus est, factum erit id, quod iussi sumus.¹⁾ sin compositus est, numerus aliquis eum metietur. metiatur et sit Γ . et quoniam Γ numerum B metitur, et B numerum A metitur, etiam Γ numerum A metitur. et si Γ primus est, factum erit, quod iussi sumus; sin compositus,

1) Sc. primum numerum numerum A metientem inuenire. quamquam haec formula in problemata magis cadit, id quod magis etiam de p. 252, 12 ualet.

om. p. 21. $\delta\eta\lambda\omicron\nu \alpha\nu \epsilon\lambda\eta \tau\omicron \xi\eta\tau\omicron\upsilon\mu\epsilon\nu\omicron\nu$ Theon (BVpφ).

22. Post $\acute{\alpha}\rho\iota\theta\mu\acute{o}\varsigma$ add. p: $\mu\epsilon\tau\epsilon\lambda\iota\omega \kappa\alpha\iota \acute{\epsilon}\sigma\tau\omega \delta \Gamma. \kappa\alpha\iota \acute{\epsilon}\pi\sigma\iota \delta \Gamma \tau\omicron\nu B \mu\epsilon\tau\epsilon\lambda\iota \delta \delta\epsilon B \tau\omicron\nu A \mu\epsilon\tau\epsilon\lambda\iota, \kappa\alpha\iota \delta \Gamma \acute{\alpha}\rho\alpha \tau\omicron\nu A \mu\epsilon\tau\epsilon\lambda\iota.$

23. $\delta\eta$] corr. ex $\delta\epsilon$ V, $\delta\epsilon$ pφ. 24. $\delta\varsigma$] supra m. 2 P. Post $\mu\epsilon\tau\epsilon\eta\sigma\epsilon\iota$ add. Theon $\tau\omicron\nu \pi\omicron\delta \acute{\epsilon}\alpha\nu\tau\omicron\upsilon$, (huc usque etiam P mg. m. rec.) $\delta\varsigma \kappa\alpha\iota \tau\omicron\nu A \mu\epsilon\tau\epsilon\eta\sigma\epsilon\iota$ (BVpφ). $\epsilon\lambda$] corr. ex η m. rec. P. $\omicron\upsilon$] $\mu\eta$ August.

τὸν *A* ἀριθμὸν ἅπειροι ἀριθμοί, ὧν ἕτερος ἐτέρου ἐλάσσων ἐστίν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον ἐν ἀριθμοῖς· ληφθήσεται τις ἄρα πρῶτος ἀριθμός, ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἐαυτοῦ, ὃς καὶ τὸν *A* μετρήσει.

- 5 Ἄπας ἄρα σύνθετος ἀριθμὸς ὑπὸ πρῶτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λβ'.

Ἄπας ἀριθμὸς ἥτοι πρῶτός ἐστιν ἢ ὑπὸ πρῶτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

- 10 Ἐστω ἀριθμὸς ὁ *A*· λέγω, ὅτι ὁ *A* ἥτοι πρῶτός ἐστιν ἢ ὑπὸ πρῶτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Εἰ μὲν οὖν πρῶτός ἐστιν ὁ *A*, γεγονὸς ἂν εἴη τό ἐπιταχθέν. εἰ δὲ σύνθετος, μετρήσει τις αὐτὸν πρῶτος ἀριθμός.

- 15 Ἄπας ἄρα ἀριθμὸς ἥτοι πρῶτός ἐστιν ἢ ὑπὸ πρῶτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λγ'.

- Ἀριθμῶν δοθέντων ὁποσωνοῦν εὑρεῖν τοὺς ἐλαχίστους τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐ-
20 τοῖς.

Ἐστῶσαν οἱ δοθέντες ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ οἱ *A*, *B*, *Γ*· δεῖ δὴ εὑρεῖν τοὺς ἐλαχίστους τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς *A*, *B*, *Γ*.

Οἱ *A*, *B*, *Γ* γὰρ ἥτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν

1. ὁ ἕτερος Vφ. τοῦ ἐτέρου BVφ. 2. ἐστίν] (prius) om. B. 3. πρῶτος ἀριθμός] supra m. 2 V, ἀριθμός πρῶτος p. 7. λδ' BV, P m. rec.; λε' p. 8. πᾶς P. 11. ἐστι Vφ. 12. γεγονός] Pp, δηλον BVφ. 13. ἐπιταχθέν] ζητούμενον Theon (BVφ). 17. λε' BV, P m. rec.; λς' p. 19. τοὺς αὐτοὺς λόγους Bp. 22. τοὺς αὐτοὺς λόγους BVφ.

numerus aliquis eum metietur. hac igitur ratiocinatione procedente inuenietur primus aliquis numerus, qui metietur.¹⁾ nam si non inuenietur, infiniti numeri numerum A metientur, alter semper altero deinceps minores; quod in numeris fieri non potest. itaque inuenietur primus aliquis numerus proxime antecedentem metiens, qui etiam numerum A metiatur.

Ergo quemuis numerum compositum primus aliquis numerus metitur; quod erat demonstrandum.

XXXII.

Quiuis numerus aut primus est, aut primus numerus eum metitur.

Sit numerus A . dico, numerum A aut primum esse aut primum aliquem numerum eum metiri.
 $\left[\begin{array}{l} A \text{ iam si primus est } A, \text{ factum erit, quod iussimus;} \\ \text{sin compositus, primus aliquis numerus eum metietur [prop. XXXI].} \end{array} \right.$

Ergo quiuis numerus aut primus est, aut primus numerus eum metitur; quod erat demonstrandum.

XXXIII.

Datis quotlibet numeris minimos eorum, qui eandem rationem habent, inuenire.

Dati sint quotlibet numeri A, B, Γ . oportet igitur minimos eorum inuenire, qui eandem rationem habeant ac A, B, Γ .

A, B, Γ enim aut inter se primi sunt aut non

1) Sc. numerum praecedentem et ea de causa numerum A (cfr. lin. 4). et puto, haec audiri posse. etsi fieri potest, ut haec uerba in P mero errore ob $\delta\mu\iota\sigma\iota\tau\acute{\epsilon}\lambda\epsilon\upsilon\tau\omicron\nu$ exciderint.

ἢ οὐ. εἰ μὲν οὖν οἱ A, B, Γ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ἐλάχιστοι εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντων αὐτοῖς.

εἰ δὲ οὐ, εἰλήφθω τῶν A, B, Γ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ὃ Δ , καὶ ὁσάκις ὁ Δ ἑκαστον τῶν A, B, Γ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν ἐκάστῳ τῶν E, Z, H . καὶ ἑκαστος ἄρα τῶν E, Z, H ἑκαστον τῶν A, B, Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας. οἱ E, Z, H ἄρα τοὺς A, B, Γ ἰσάκις μετροῦσιν· οἱ E, Z, H ἄρα τοῖς A, B, Γ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν. λέγω δὲ ὅτι καὶ ἐλάχιστοι. εἰ γὰρ μὴ εἰσιν οἱ E, Z, H ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντων τοῖς A, B, Γ ἔσονται [τινες] τῶν E, Z, H ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς A, B, Γ . ἔστωσαν οἱ θ, K, Λ ἰσάκις ἄρα ὁ Θ τὸν A μετρεῖ καὶ ἑκάτερος τῶν K, Λ ἑκάτερον τῶν B, Γ . ὁσάκις δὲ ὁ Θ τὸν A μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ M · καὶ ἑκάτερος ἄρα τῶν K, Λ ἑκάτερον τῶν B, Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ M μονάδας. καὶ ἐπεὶ ὁ Θ τὸν A μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ M μονάδας, καὶ ὁ M ἄρα τὸν A μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Θ μονάδας. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὁ M καὶ ἑκάτερον τῶν B, Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν ἑκάτέρῳ τῶν K, Λ μονάδας· ὁ M ἄρα τοὺς A, B, Γ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Θ τὸν A μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ M μονάδας, ὁ Θ ἄρα τὸν M πολλαπλασιάσας τὸν A

6. ἐν] om. P. 7. ἑκαστος] ἑκαστον p. 10. τοῖς] corr. ex toi m. rec. P. εἰσί V φ. 11. καί] καὶ οἱ p. 12. τοῖς] corr. ex toi m. 1 P. 13. τινες] om. P. 16. B, Γ] Γ, B corr. ex A, B m. 1 p. 17. δέ] δὴ? 18. τῶν B, Γ] τὸν Γ, B p. 20. A] Θ p. 21. καὶ ὁ M V φ.

rimi. iam si A, B, Γ inter se primi sunt, minimi
unt eorum, qui eandem rationem habent [prop. XXI].

sin minus, sumatur numerorum
 A, B, Γ maxima mensura communis
 Δ [prop. III]¹⁾, et quoties Δ singu-
los numeros A, B, Γ metitur, tot
unitates sint in singulis E, Z, H .
quare etiam singuli E, Z, H singu-
los A, B, Γ secundum unitates numeri
 Δ metiuntur [prop. XV]. itaque E, Z, H numeros $A, B,$
 Γ aequaliter metiuntur. itaque E, Z, H et A, B, Γ in
eadem ratione sunt [def. 20]. iam dico, E, Z, H
etiam minimos esse. nam si E, Z, H minimi non
sunt eorum, qui eandem rationem habent ac A, B, Γ ,
erunt numeri numeris E, Z, H minores, qui in eadem
ratione sint ac A, B, Γ . sint Θ, K, Λ . itaque Θ
numerus A et uterque K, Λ utrumque B, Γ aequa-
liter metitur. quoties autem Θ numerum A metitur,
tot unitates sint in M . quare etiam uterque K, Λ
utrumque B, Γ secundum unitates numeri M metitur.
et quoniam Θ numerum A secundum unitates numeri
 M metitur, etiam M numerum A secundum unitates
numeri Θ metitur [prop. XV]. eadem de causa M
etiam utrumque B, Γ secundum unitates utriusque
 K, Λ metitur. M igitur numeros A, B, Γ metitur.
et quoniam Θ numerum A secundum unitates numeri
 M metitur, erit $\Theta \times M = A$ [def. 15]. eadem de

1) Cum $\pi\acute{o}\tau\iota\sigma\mu\alpha$ prop. 3 spurium sit, Euclides tacite
eam ad quotlibet numeros transtulit; cfr. p. 269 not.

πεποιήκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ E τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν A πεποιήκεν. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν E, Δ τῷ ἐκ τῶν Θ, M . ἔστιν ἄρα ὡς ὁ E πρὸς τὸν Θ , οὕτως ὁ M πρὸς τὸν Δ . μείζων δὲ ὁ E τοῦ Θ .
 5 μείζων ἄρα καὶ ὁ M τοῦ Δ . καὶ μετρεῖ τοὺς A, B, Γ ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· ὑπόκειται γὰρ ὁ Δ τῶν A, B, Γ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον. οὐκ ἄρα ἔσονται τινες τῶν E, Z, H ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς A, B, Γ . οἱ E, Z, H ἄρα ἐλάχιστοί εἰσι
 10 τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς A, B, Γ ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λδ'.

Δ ύο ἀριθμῶν δοθέντων εὐρεῖν, ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.
 15 Ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ οἱ A, B . δεῖ δὴ εὐρεῖν, ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

Οἱ A, B γὰρ ἦτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ἢ οὐ. ἔστωσαν πρότερον οἱ A, B πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, καὶ ὁ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω.
 20 καὶ ὁ B ἄρα τὸν A πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποιήκεν. οἱ A, B ἄρα τὸν Γ μετροῦσιν. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ γὰρ μή, μετρήσουσί τινα ἀριθμόν οἱ A, B ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Γ . μετρεῖτωσαν τὸν Δ . καὶ ὁσάκις ὁ A τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν
 25 ἐν τῷ E , ὁσάκις δὲ ὁ B τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Z . ὁ μὲν A ἄρα τὸν E πολλα-

1. πεποιήκε V φ. διὰ τὰ — 2: πεποιήκεν] om. p. 8. ὄντες ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ p. 9. εἰσιν P. 12. λδ' B V, P m. rec.; λξ' p. 15. δύο ἀριθμοὶ οἱ δοθέντες p. 16. ἀριθμόν] om. V φ. 19. τὸν Γ — 20: πολλαπλασιάσας] mg. m. 2 B. 20. ἄρα] comp. supra V, ἔτι φ. 21. καὶ οἱ P. μετροῦσι V φ. 22.

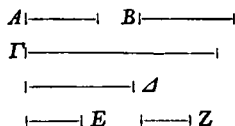
causa erit etiam $E \times \Delta = A$. itaque $E \times \Delta = \Theta \times M$.
 quare erit [prop. XIX] $E : \Theta = M : \Delta$. uerum $E > \Theta$.
 quare etiam $M > \Delta$ [prop. XIII. V, 14]. et M nu-
 meros A, B, Γ metitur; quod fieri non potest. nam
 suppositum est, Δ maximam mensuram communem
 esse numerorum A, B, Γ . itaque non erunt numeri
 numeris E, Z, H minores, qui in eadem ratione sint
 ac A, B, Γ . ergo E, Z, H minimi sunt eorum, qui
 eandem rationem habent ac A, B, Γ ; quod erat de-
 monstrandum.

XXXIV.

Datis duobus numeris, quem minimum metiuntur
 numerum, inuenire.

Sint duo numeri dati A, B . oportet igitur, quem
 minimum metiuntur numerum, inuenire.

A, B enim aut inter se primi sunt aut non primi.
 prius A, B inter se primi sint, et sit $A \times B = \Gamma$.
 quare etiam $B \times A = \Gamma$ [prop. XVI]. itaque A, B
 numerum Γ metiuntur. iam dico, eos eum etiam



minimum metiri. nam si minus, A, B numerum ali-
 quem numero Γ minorem metientur. metiantur nu-
 merum Δ . et quoties A numerum Δ metitur, tot
 unitates sint in E , quoties autem B numerum Δ
 metitur, tot unitates sint in Z . itaque erit $A \times E = \Delta$,

μετρήσουσιν PB. 25. ὁσάκις δέ] καὶ ὁσάκις Vφ, ὁσάκις δὲ
 καὶ p. Δ] e corr. m. 2 p.

- πλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ δὲ B τὸν Z πολλα-
 πλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν
 A, E τῷ ἐκ τῶν B, Z . ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν
 B , οὕτως ὁ Z πρὸς τὸν E . οἱ δὲ A, B πρῶτοι, οἱ
 5 δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς
 τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκεις ὅ τε μείζων τὸν μεί-
 ζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα· ὁ B ἄρα τὸν E
 μετρεῖ, ὡς ἐπόμενος ἐπόμενον. καὶ ἐπεὶ ὁ A τοὺς B, E
 πολλαπλασιάσας τοὺς Γ, Δ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς
 10 ὁ B πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ . μετρεῖ δὲ
 ὁ B τὸν E · μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ ὁ μείζων
 τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ $A,$
 B μετροῦσί τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Γ . ὁ Γ
 ἄρα ἐλάχιστος ὢν ὑπὸ τῶν A, B μετρεῖται.
- 15 Μὴ ἔστωσαν δὴ οἱ A, B πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους,
 καὶ εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λό-
 γον ἔχόντων τοῖς A, B οἱ Z, E · ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ
 ἐκ τῶν A, E τῷ ἐκ τῶν B, Z . καὶ ὁ A τὸν E πολλα-
 πλασιάσας τὸν Γ ποιεῖτω· καὶ ὁ B ἄρα τὸν Z πολλα-
 20 πλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν· οἱ A, B ἄρα τὸν Γ με-
 τροῦσιν. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ γὰρ μή,
 μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν οἱ A, B ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Γ .
 μετρεῖτωσαν τὸν Δ . καὶ ὁσάκεις μὲν ὁ A τὸν Δ με-
 τρεῖ, τσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ H , ὁσάκεις δὲ
 25 ὁ B τὸν Δ μετρεῖ, τσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Θ .
 ὁ μὲν A ἄρα τὸν H πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν,
 ὁ δὲ B τὸν Θ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. ἴσος

3. A] (prius) corr. ex Δ V. 5. μετροῦσιν B. 9. Γ, Δ] Γ postea insert. m. 1 p, post Δ 1 litt. eras. 11. ἄρα] δὲ ἄρα p. τὸν Δ] τὴν Δ P. 13. μετρήσουσιν P. Post τοῦ Γ add. Theon: ὅταν οἱ A, B πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ᾖσιν (BVpφ,

$B \times Z = \Delta$ [def. 15]. itaque $A \times E = B \times Z$.
 quare erit $A : B = Z : E$ [prop. XIX]. uerum A, B
 primi sunt, primi autem etiam minimi sunt [prop. XXI],
 minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequa-
 liter metiuntur, maior maiorem et minor minorem
 [prop. XX]. itaque B numerum E metitur, ut sequens
 sequentem. et quoniam A numeros B, E multiplicans
 numeros Γ, Δ effecit, erit $B : E = \Gamma : \Delta$ [prop. XVII].
 uerum B numerum E metitur. quare etiam Γ nu-
 merum Δ metitur [def. 20], maior minorem; quod
 fieri non potest. itaque A, B nullum numerum nu-
 mero Γ minorem metiuntur. ergo Γ numerum mini-
 mum metiuntur A, B .

Ne sint igitur A, B inter se primi, et sumantur
 $\overline{A} \quad \overline{B} \quad Z, E$ minimi eorum, qui eandem
 $\overline{Z} \quad \overline{E}$ rationem habent ac A, B [prop.
 $\overline{\Gamma}$ XXXIII]. itaque $A \times E = B \times Z$
 $\overline{\Delta}$ [prop. XIX]. et sit $A \times E = \Gamma$.
 $\overline{H} \quad \overline{\Theta}$ itaque etiam $B \times Z = \Gamma$. quare
 A, B numerum Γ metiuntur. iam
 dico, eos eum etiam minimum metiri. nam si
 minus, A, B numerum aliquem numero Γ minorem
 metientur. metiantur numerum Δ . et quoties A
 numerum Δ metitur, tot unitates sint in H , quoties
 autem B numerum Δ metitur, tot unitates sint in Θ .
 itaque $A \times H = \Delta, B \times \Theta = \Delta$ [def. 15]. quare

P m. rec.) 15. δὴ] δέ p. 17. Z, E] corr. ex E, Z V.
 19. τὸν Γ — πολλαπλασιάσας] mg. m. 1 p. ποιεῖτω — 20:
 τὸν Γ] mg. φ. 20. πεποίηκε p. μετροῦσι V φ. 22. με-
 τρήσουσιν PB, μετρήσουσι δὴ p. 24. H, ὅσακις — 25: ἐν
 τῷ] om. p. 26. Δ] corr. ex A p. 27. ὁ δὲ B — πεποίη-
 κεν] om. p.

- πλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ δὲ B τὸν Z
 πλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ
 A , E τῷ ἐκ τῶν B , Z . ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A π.
 B , οὕτως ὁ Z πρὸς τὸν E . οἱ δὲ A , B πρῶ
 5 δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦ
 τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκως ὅ τε μείζων τ
 ζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα· ὁ B ἄρα
 μετρεῖ, ὡς ἐπόμενος ἐπόμενον. καὶ ἐπεὶ ὁ A το
 πολλαπλασιάσας τοὺς Γ , Δ πεποίηκεν, ἔστιν
 10 ὁ B πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ . με
 ὁ B τὸν E · μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ ὁ
 τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα
 B μετροῦσιν τινὰ ἀριθμὸν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ
 ἄρα ἐλάχιστος ὢν ὑπὸ τῶν A , B μερεῖται.
- 15 Μὴ ἔστωσαν δὴ οἱ A , B πρῶτοι πρὸς ἀλλ
 καὶ εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐ
 γον ἔχόντων τοῖς A , B οἱ Z , E · ἴσος ἄρα
 ἐκ τῶν A , E τῷ ἐκ τῶν B , Z . καὶ ὁ A τὸν E
 πλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· καὶ ὁ B ἄρα τὸν Z
 20 πλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν· οἱ A , B ἄρα τὸν
 τροῦσιν. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ γ
 μετρήσουσιν τινὰ ἀριθμὸν οἱ A , B ἐλάσσονα ὄντα
 μετρεῖτωσαν τὸν Δ . καὶ ὁσάκις μὲν ὁ A τὸν
 τρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ H , ὅσ
 25 ὁ B τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν
 ὁ μὲν A ἄρα τὸν H πολλαπλασιάσας τὸν Δ πε
 ὁ δὲ B τὸν Θ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν.

3. A] (prius) corr. ex Δ V. 5. μετροῦσιν B . 9. Γ postea insert. m. 1 p, post Δ 1 litt. eras. 11. ἄρα p. τὸν Δ] τὴν Δ P. 13. μετρήσουσιν P. Pos
 add. Theon: ὅταν οἱ A , B πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν



17. 2. 1944
18. 2. 1944
19. 2. 1944
20. 2. 1944
21. 2. 1944
22. 2. 1944
23. 2. 1944
24. 2. 1944
25. 2. 1944
26. 2. 1944
27. 2. 1944
28. 2. 1944
29. 2. 1944
30. 2. 1944
31. 2. 1944
32. 2. 1944
33. 2. 1944
34. 2. 1944
35. 2. 1944
36. 2. 1944
37. 2. 1944
38. 2. 1944
39. 2. 1944
40. 2. 1944
41. 2. 1944
42. 2. 1944
43. 2. 1944
44. 2. 1944
45. 2. 1944
46. 2. 1944
47. 2. 1944
48. 2. 1944
49. 2. 1944
50. 2. 1944
51. 2. 1944
52. 2. 1944
53. 2. 1944
54. 2. 1944
55. 2. 1944
56. 2. 1944
57. 2. 1944
58. 2. 1944
59. 2. 1944
60. 2. 1944
61. 2. 1944
62. 2. 1944
63. 2. 1944
64. 2. 1944
65. 2. 1944
66. 2. 1944
67. 2. 1944
68. 2. 1944
69. 2. 1944
70. 2. 1944
71. 2. 1944
72. 2. 1944
73. 2. 1944
74. 2. 1944
75. 2. 1944
76. 2. 1944
77. 2. 1944
78. 2. 1944
79. 2. 1944
80. 2. 1944
81. 2. 1944
82. 2. 1944
83. 2. 1944
84. 2. 1944
85. 2. 1944
86. 2. 1944
87. 2. 1944
88. 2. 1944
89. 2. 1944
90. 2. 1944
91. 2. 1944
92. 2. 1944
93. 2. 1944
94. 2. 1944
95. 2. 1944
96. 2. 1944
97. 2. 1944
98. 2. 1944
99. 2. 1944
100. 2. 1944

ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν A , H τῷ ἐκ τῶν B , Θ · ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν H . ὡς δὲ ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Z πρὸς τὸν E · καὶ ὡς ἄρα ὁ Z πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν H . οἱ δὲ Z , E ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκως ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα· ὁ E ἄρα τὸν H μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ A τοὺς E , H πολλαπλασιάσας τοὺς Γ , Δ πεποιήκεν, ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ E πρὸς τὸν H , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ . ὁ δὲ E τὸν H μετρεῖ· καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Δ μετρεῖ ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ A , B μετρήσουσι τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Γ . ἰ Γ ἄρα ἐλάχιστος ὢν ὑπὸ τῶν A , B μετρεῖται· ὅπερ ἐπεὶ δεῖξαι.

15

λε'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμόν τινα μετρῶσιν, καὶ ὁ ἐλάχιστος ὑπ' αὐτῶν μετρούμενος τὸν αὐτὸν μετρήσει.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ A , B ἀριθμόν τινα τὸν $\Gamma\Delta$ μετρεῖτωσαν, ἐλάχιστον δὲ τὸν E · λέγω, ὅτι καὶ ὁ E τὸν $\Gamma\Delta$ μετρεῖ.

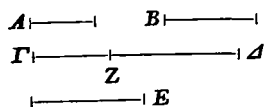
Εἰ γὰρ οὐ μετρεῖ ὁ E τὸν $\Gamma\Delta$, ὁ E τὸν ΔZ μετρῶν λειπέτω ἐαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν ΓZ . καὶ ἐπεὶ οἱ A , B τὸν E μετροῦσιν, ὁ δὲ E τὸν ΔZ μετρεῖ, καὶ οἱ A , B ἄρα τὸν ΔZ μετρήσουσιν. μετροῦσι δὲ καὶ

2. ὡς] insert. m. 1 p. H] in ras. φ. 3. οὕτως ὁ Z πρὸς τὸν E] mg. φ. Post E add. P: ἀλλ' ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν H ; del. m. rec. καὶ ὡς ἄρα] ἐστὶν ἄρα ὡς p. 4. Z] Θ P, corr. m. rec. E] H P, corr. m. rec. Θ] Z P, corr. m. rec. H] E P, corr. m. rec. 8. τοὺς] τὸν p. E , H] H , E B. 12. μετρήσουσιν B. 13.

$A \times H = B \times \Theta$. itaque $A : B = \Theta : H$ [prop. XIX].
 uerum $A : B = Z : E$. itaque etiam $Z : E = \Theta : H$.
 uerum Z, E minimi sunt, minimi autem eos, qui
 eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior
 maiorem et minor minorem [prop. XX]. itaque E
 numerum H metitur. et quoniam A numeros E, H
 multiplicans numeros Γ, Δ efficit, erit $E : H = \Gamma : \Delta$
 [prop. XVII]. uerum E numerum H metitur. quare
 etiam Γ numerum Δ metitur [def. 20] maior mino-
 rem; quod fieri non potest. itaque A, B nullum nu-
 merum numero Γ minorem metiuntur. ergo Γ nu-
 merum minimum metiuntur A, B ; quod erat demon-
 strandum.

XXXV.

Si duo numeri numerum aliquem metiuntur, etiam
 quem minimum metiuntur numerum, eundem metietur.



Duo enim numeri A, B nu-
 merum aliquem $\Gamma\Delta$ metiantur,
 minimum autem E numerum.
 dico, etiam E numerum nume-

rum $\Gamma\Delta$ metiri.

Nam si E numerum $\Gamma\Delta$ non metitur, E nume-
 rum ΔZ metiens relinquat se minorem ΓZ . et quo-
 niam A, B numerum E metiuntur, E autem numerum
 ΔZ metitur, etiam A, B numerum ΔZ metientur.

δντα] om. Vφ. 15. λξ' BV, P m. rec., λη' p. 16. Post
 εάν ras. 3 litt. BV. μετρήσωσι p, μετρώσι PVφ. 20. καί]
 supra m. 1 P. 22. ού] μή August. ΓΔ] Γ B. Δ Z]
 ZΔ p, ΓΔ V in ras., φ. 25. μετρήσουσιν. μετροῦσι] -σι
 μετροῦ- add. m. 2 B; μετρήσουσι μετροῦσι Vpφ; μετροῦσιν.
 μετροῦσι P.

ὅλον τὸν $\Gamma\Delta$ · καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν ΓZ μετρήσουσι
 ἐλάσσονα ὄντα τοῦ E · ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὕ-
 ἄρα οὐ μετρεῖ ὁ E τὸν $\Gamma\Delta$ · μετρεῖ ἄρα· ὅπερ ἔδει
 δεῖξαι.

5

λς'.

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων εὑρεῖν, ὃν ἐλά-
 χιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες τρεῖς ἀριθμοὶ οἱ A, B, Γ
 δεῖ δὴ εὑρεῖν, ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

- 10 Εἰλήφθω γὰρ ὑπὸ δύο τῶν A, B ἐλάχιστος με-
 τρούμενος ὁ Δ . ὁ δὲ Γ τὸν Δ ἤτοι μετρεῖ ἢ οὐ με-
 τρεῖ. μετρεῖτω πρότερον. μετροῦσι δὲ καὶ οἱ A, B
 τὸν Δ · οἱ A, B, Γ ἄρα τὸν Δ μετροῦσιν. λέγω δὴ,
 ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ γὰρ μή, μετρήσουσιν [τινα]
 15 ἀριθμόν οἱ A, B, Γ ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Δ . μετρεῖ-
 τωσαν τὸν E . ἐπεὶ οἱ A, B, Γ τὸν E μετροῦσιν, καὶ
 οἱ A, B ἄρα τὸν E μετροῦσιν. καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα
 ὑπὸ τῶν A, B μετρούμενος [τὸν E] μετρήσει. ἐλά-
 χιστος δὲ ὑπὸ τῶν A, B μετρούμενός ἐστιν ὁ Δ . ὁ Δ
 20 ἄρα τὸν E μετρήσει ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ
 ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ A, B, Γ μετρήσουσιν τινα
 ἀριθμόν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Δ . οἱ A, B, Γ ἄρα ἐλά-
 χιστον τὸν Δ μετροῦσιν.

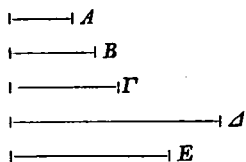
Μὴ μετρεῖτω δὴ πάλιν ὁ Γ τὸν Δ , καὶ εἰλήφθω

5. λη' BV, λθ' p. 9. μετρήσουσιν P. 10. τῶν] in
 ras. φ. 11. δὴ] δέ P. 13. ἄρα A, B, Γ Vφ. μετροῦσι
 Vpφ, μετρήσουσιν P. δὴ] om. Vφ. 14. μετρήσουσι V
 et corr. ex μετρεῖσουσι φ. τινα] om. Pp. 15. ἀριθμόν]
 om. p. ἐλάσσονα] τινα ἀριθμόν ἐλάττωσα p. 16. ἐπεὶ οὐ
 Vφ. μετροῦσι PVpφ. 17. μετρήσουσιν P et comp. p; με-
 τροῦσι Vφ. 18. τὸν E] om. P. 20. μετρήσει] comp. p, in
 ras. φ. 21. Γ] insert. postea φ. μετρήσουσιν B, μετροῦσι Vφ.

uerum etiam totum $\Gamma\Delta$ metiuntur. quare etiam reli-
quum ΓZ metientur numero E minorem; quod fieri
non potest. itaque fieri non potest, ut E numerum
 $\Gamma\Delta$ non metiatur. ergo metitur; quod erat demon-
strandum.

XXXVI.

Datis tribus numeris, quem minimum metiuntur
numerum, inuenire.



Sint tres numeri dati A, B, Γ . oportet igitur, quem mini-
mum metiuntur numerum, in-
uenire.

sumatur enim, quem duo
numeri A, B minimum meti-
untur, Δ [prop. XXXIV]. Γ igitur numerum Δ
aut metitur aut non metitur. metiatur prius. uerum
etiam A, B numerum Δ metiuntur. itaque A, B, Γ
numerum Δ metiuntur. iam dico, eos eum etiam
minimum metiri. nam si minus, A, B, Γ numerum
numero Δ minorem metientur. metiantur numerum
 E . quoniam A, B, Γ numerum E metiuntur, etiam
 A, B numerum E metientur. quare etiam, quem
minimum metiuntur A, B , numerum E metietur
[prop. XXXV]. quem autem A, B minimum meti-
untur, est Δ . Δ igitur numerum E metitur, maior
minorem; quod fieri non potest. itaque A, B, Γ
nullum numerum numero Δ minorem metientur. ergo
 A, B, Γ numerum Δ minimum metiuntur.

rursus ne metiatur Γ numerum Δ , et sumatur,

22. Γ] om. P. 23. μετρήσουσιν P, comp. p; μετροῦσι V φ.
24. δὴ] δέ p.

ὑπὸ τῶν Γ, Δ ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ Ε
 ἐπεὶ οἱ Α, Β τὸν Δ μετροῦσιν, ὁ δὲ Δ τὸν Ε με-
 τρεῖ, καὶ οἱ Α, Β ἄρα τὸν Ε μετροῦσιν. μετρεῖ δὲ
 καὶ ὁ Γ [τὸν Ε· καί] οἱ Α, Β, Γ ἄρα τὸν Ε μετροῦσιν.
 5 λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ γὰρ μὴ, μετρήσουσί
 τινα οἱ Α, Β, Γ ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Ε. μετρεῖτωσαν
 τὸν Ζ. ἐπεὶ οἱ Α, Β, Γ τὸν Ζ μετροῦσιν, καὶ οἱ Α, Β
 ἄρα τὸν Ζ μετροῦσιν· καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν
 Α, Β μετρούμενος τὸν Ζ μετρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ
 10 τῶν Α, Β μετρούμενός ἐστιν ὁ Δ· ὁ Δ ἄρα τὸν Ζ
 μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Γ τὸν Ζ· οἱ Δ, Γ ἄρα τὸν
 Ζ μετροῦσιν· ὥστε καὶ ὁ ἐλάχιστος ὑπὸ τῶν Δ, Γ
 μετρούμενος τὸν Ζ μετρήσει. ὁ δὲ ἐλάχιστος ὑπὸ τῶν
 Γ, Δ μετρούμενός ἐστιν ὁ Ε· ὁ Ε ἄρα τὸν Ζ μετρεῖ
 15 ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ
 ἄρα οἱ Α, Β, Γ μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα
 ὄντα τοῦ Ε. ὁ Ε ἄρα ἐλάχιστος ὢν ὑπὸ τῶν Α, Β, Γ
 μετρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λζ'.

20 Ἐὰν ἀριθμὸς ὑπὸ τινος ἀριθμοῦ μετρηται,
 ὁ μετρούμενος ὁμώνυμον μέρος ἔξει τῷ με-
 τρουῦντι.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α ὑπὸ τινος ἀριθμοῦ τοῦ Β με-

1. ἀριθμός] om. p. 2. μετροῦσι Vφ. Δ] corr. ex Α p
 m. 2. 3. Post B in p m. 2 insert. Γ. μετρήσουσιν P, με-
 τρούσι Vφ, comp. p. μετρεῖ — 4: μετροῦσιν] om. p. 4.
 τὸν Ε. καί] om. P. Γ] supra m. 2 V. μετρήσουσι P, με-
 τρούσι Vφ. 5. δὴ] om. Vφ. μετρήσουσιν B, comp. p;
 μετροῦσι Vφ. 6. τινα] om. p. τινα ἐλάττονα ἀριθμὸν ὄν-
 τα p. 7. μετροῦσιν, καὶ οἱ Α, Β ἄρα τὸν Ζ] mg. φ (με-
 τρούσι). μετροῦσι Vp. καὶ οἱ Α, Β ἄρα τὸν Ζ μετροῦσιν]
 mg. m. 2 V. 8. μετροῦσιν] μετρήσουσι V, comp. p, in ras. φ.

quem Γ , Δ minimum metiuntur numerum, E [prop. XXXIV]. quoniam A , B numerum Δ metiuntur, et

Δ numerum E metitur, etiam A , B numerum E metiuntur. uerum etiam Γ numerum E metitur. itaque A , B , Γ numerum E metiuntur. iam dico, eos eum etiam minimum metiri. nam si minus, A , B , Γ numerum aliquem minorem numero E metientur. me-

tiantur numerum Z . quoniam A , B , Γ numerum Z metiuntur, etiam A , B numerum Z metiuntur. quare etiam, quem minimum metiuntur A , B , numerum Z metietur [prop. XXXV]. uerum quem minimum metiuntur A , B , est Δ . Δ igitur numerum Z metitur. uerum etiam Γ numerum Z metitur. itaque Δ , Γ numerum Z metiuntur. quare etiam quem minimum metiuntur Δ , Γ , numerum Z metietur [id.]. uerum quem minimum metiuntur Γ , Δ , est E . itaque E numerum Z metitur, maior minorem; quod fieri non potest. itaque numeri A , B , Γ nullum numerum numero E minorem metientur. ergo E minimus est, quem A , B , Γ metiuntur; quod erat demonstrandum.

XXXVII.

Si numerum numerus aliquis metitur, is, quem metitur, partem habebit a metiente denominatam.

Numerum enim A numerus aliquis B metiatur.

9. τὸν Z — 10: μετρούμενος] om. p. 12. μετρήσουσι p. ὥστε] om. P. ἄρα ὑπὸ P. Γ , Δ p. 14. Γ , Δ] Pp; Δ , Γ BVφ. 16. B] om. p. μετρήσουσι] PB, comp. p; μετροῦσι Vφ. ἐλάττονα τοῦ E ὄντα p. 19. λθ' B (post add. m. 1, ut posthac saepius), V, P m. rec., μ' p. 20. μετρεῖται φ.

ἄρα ἰσάκεις ἢ Δ μονὰς τὸν B ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ τὸν A . ὁ Γ ἄρα τὸν A μετρεῖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λθ'.

Ἀριθμὸν εὐρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὧν ἔξει π
5 δοθέντα μέρη.

Ἔστω τὰ δοθέντα μέρη τὰ A, B, Γ . δεῖ δὴ ἀριθμὸν εὐρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὧν ἔξει τὰ A, B, Γ μέρη.

Ἔστωσαν γὰρ τοῖς A, B, Γ μέρεσιν ὁμώνυμοι ἀριθμοὶ οἱ Δ, E, Z , καὶ εἰλήφθω ὑπὸ τῶν Δ, E, Z ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ H .
10

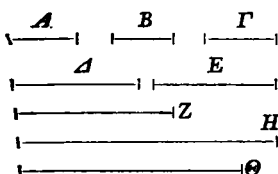
Ὁ H ἄρα ὁμώνυμα μέρη ἔχει τοῖς Δ, E, Z . τοῖς δὲ Δ, E, Z ὁμώνυμα μέρη ἐστὶ τὰ A, B, Γ . ὁ H ἄρα ἔχει τὰ A, B, Γ μέρη. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐλάχιστος ὧν εἰ γὰρ μή, ἔσται τις τοῦ H ἐλάσσων ἀριθμὸς, ὃς ἔξει
15 τὰ A, B, Γ μέρη. ἔστω ὁ Θ . ἐπεὶ ὁ Θ ἔχει τὰ A, B, Γ μέρη, ὁ Θ ἄρα ὑπὸ ὁμωνύμων ἀριθμῶν μετρηθῆσεται τοῖς A, B, Γ μέρεσιν. τοῖς δὲ A, B, Γ μέρεσιν ὁμώνυμοι ἀριθμοὶ εἰσιν οἱ Δ, E, Z . ὁ Θ ἄρα ὑπὸ τῶν Δ, E, Z μετρεῖται. καὶ ἐστὶν ἐλάσσων τοῦ H .
20 ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσται τις τοῦ H ἐλάσσων ἀριθμὸς, ὃς ἔξει τὰ A, B, Γ μέρη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. ἰσάκεις] om. p. 3. μα' BV, P m. rec.; μβ p. 6. ἔστω τὰ δοθέντα μέρη] supra m. 1 p. 8. ἔστωσαν] -σαν supra V. γάρ] om. BVpφ. 9. καὶ εἰλήφθω ὑπὸ τῶν Δ, E, Z] mg. φ. ὁ ὑπὸ BVpφ. 10. Post ὁ H add. Theon: ἐπεὶ (ἐπεὶ οὖν Vφ, καὶ ἐπεὶ P m. rec.) ὁ H ὑπὸ τῶν Δ, E, Z μετρεῖται (BVpφ, P m. rec.). 11. ἄρα] Pp, om. BVφ. 12. ἐστὶ] ἐστὶν PB, om. p. τὰ] om. P. Γ] supra m. 1 V. 14. Post μή add. Theon: ὁ H ἐλάχιστος ὧν ἔχει τὰ A, B, Γ μέρη (BVpφ, εἰ γὰρ μή ὁ H ἐλάχιστος ὧν mg. φ). ἔσται] ἔστω Pp. τις] supra m. 2 V. 15. μέρη] om. P. 19. ἐλάττων P. 21. Ante ἀριθμὸς eras. ὃς V. In fine: Εὐκλείδου στοιχείων ζ' PB.

mutatim A unitas numerum B et Γ numerum A qualiter metitur [prop. XV]. ergo Γ numerum A metitur; quod erat demonstrandum.

XXXIX.

Numerum inuenire minimum, qui datas partes habeat.

Sint datae partes A, B, Γ .
 oportet igitur numerum inuenire minimum, qui partes A, B, Γ habeat.

A partibus enim A, B, Γ denominati sint numeri Δ, E, Z , et sumatur¹⁾ numerus H , quem Δ, E, Z minimum metiantur. H igitur partes habet a numeris Δ, E, Z denominatas [prop. XXXVII]. uerum a Δ, E, Z denominatae partes sunt A, B, Γ . itaque H partes A, B, Γ habet. iam dico, eum etiam minimum esse. nam si minus, erit numerus aliquis numero H minor, qui partes A, B, Γ habeat. sit Θ . quoniam Θ partes A, B, Γ habet, numerum Θ metientur numeri a partibus A, B, Γ denominati [prop. XXXVIII]. uerum a partibus A, B, Γ denominati sunt numeri Δ, E, Z . itaque Θ numerum numeri Δ, E, Z metiuntur. et minor est numero H ; quod fieri non potest. ergo non erit numerus numero H minor, qui partes A, B, Γ habeat; quod erat demonstrandum.

1) Itaque Euclides hic quoque prop. 36 de tribus tantum numeris demonstratam tacite ad quamlibet numerorum multitudinem transtulit, sicuti supra in prop. 33 eodem modo prop. 3 tacite dilatauit (u. p. 255 not.).

τρείσθω· λέγω, ὅτι ὁ A ὁμώνυμον μέρος ἔχει τῷ B .

Ὅσάκις γὰρ ὁ B τὸν A μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Γ . ἐπεὶ ὁ B τὸν A μετρεῖ κατὰ τὰς
 5 ἐν τῷ Γ μονάδας, μετρεῖ δὲ καὶ ἡ Δ μονὰς τὸν Γ ἀριθμὸν κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας, ἰσάκις ἄρα ἡ Δ μονὰς τὸν Γ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ B τὸν A . ἐναλλάξ ἄρα ἰσάκις ἡ Δ μονὰς τὸν B ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Γ τὸν A . ὁ ἄρα μέρος ἐστὶν ἡ Δ μονὰς τοῦ B
 10 ἀριθμοῦ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ A . ἡ δὲ Δ μονὰς τοῦ B ἀριθμοῦ μέρος ἐστὶν ὁμώνυμον αὐτῷ· καὶ ὁ Γ ἄρα τοῦ A μέρος ἐστὶν ὁμώνυμον τῷ B . ὥστε ὁ A μέρος ἔχει τὸν Γ ὁμώνυμον ὄντα τῷ B . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

15

λη'.

Ἐὰν ἀριθμὸς μέρος ἔχη ὅτιοῦν, ὑπὸ ὁμώνυμου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται τῷ μέρει.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ A μέρος ἔχέτω ὅτιοῦν τὸν B , καὶ τῷ B μέρει ὁμώνυμος ἔστω [ἀριθμὸς] ὁ Γ . λέγω, ὅτι
 20 ὁ Γ τὸν A μετρεῖ.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ B τοῦ A μέρος ἐστὶν ὁμώνυμον τῷ Γ , ἔστι δὲ καὶ ἡ Δ μονὰς τοῦ Γ μέρος ὁμώνυμον αὐτῷ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ἡ Δ μονὰς τοῦ Γ ἀριθμοῦ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ B τοῦ A . ἰσάκις ἄρα ἡ Δ μονὰς τὸν Γ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ B τὸν A . ἐναλλάξ
 25

2. τῷ] corr. ex το m. 2 V. 4. τῷ] om. φ. Γ] eras. V.
 10. μέρος] mg. φ. 13. Γ] in ras. φ. ὁμώνυμον τὸν Γ p.
 ὄντα] ὄν- supra m. 1 P; om. p. 15. μ' BV, P m. rec.; μα' p.
 16. ὑπό] m. 2 B. 18. τόν] τό Pφ, et e corr. V. 19.
 ὁμώνυμον p. ἀριθμός] om. Pp. 20. A] corr. ex B p m. 2.
 21. ἐστὶν] ἐστὶ καὶ V φ. 22. ἐστιν PB, comp. p. 23. μέρος
 ἄρα P.

ico, numerum A partem habiturum esse a numero
denominatam.

$\overline{\quad\quad\quad} A$
 $\overline{\quad\quad} B$
 $\overline{\quad\quad\quad} \Gamma$
 $\overline{\quad} \Delta$

Nam quoties B numerum A metitur, tot sint unitates in Γ . quoniam B numerum A secundum unitates numeri Γ metitur, et etiam unitas Δ numerum Γ secundum unitates eius metitur, Δ unitas numerum Γ et B numerum A aequaliter metitur. itaque permutatim Δ unitas numerum B et Γ numerum A aequaliter metitur [prop. XV]. itaque quae pars est Δ unitas numeri B , eadem pars est etiam Γ numeri A . uerum Δ unitas numeri B pars est ab ipso denominata. ergo etiam Γ numeri A pars est a B denominata. quare A partem habet Γ a B denominatam; quod erat demonstrandum.

XXXVIII.

Si numerus partem quamlibet habet, numerus a parte denominatus eum metietur.

$A \overline{\quad\quad\quad}$
 $\overline{\quad\quad} B$
 $\overline{\quad\quad\quad} \Gamma$
 $\overline{\quad} \Delta$

Numerus enim A partem quamlibet habeat B , et a parte B denominatus sit Γ . dico, numerum Γ numerum A metiri.

Nam quoniam B numeri A pars est a Γ denominata, et etiam Δ unitas pars est numeri Γ ab ipso denominata, quae pars est Δ unitas numeri Γ , eadem pars est etiam B numeri A . itaque Δ unitas numerum Γ et B numerum A aequaliter metitur. itaque

ἄρα ισάκεις ἡ Δ μονὰς τὸν B ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Γ τὸν A . ὁ Γ ἄρα τὸν A μετρεῖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λθ'.

Ἀριθμὸν εὐρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὦν ἔξει τὰ
5 δοθέντα μέρη.

Ἔστω τὰ δοθέντα μέρη τὰ A, B, Γ . δεῖ δὴ ἀριθμὸν εὐρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὦν ἔξει τὰ A, B, Γ μέρη.

Ἔστωσαν γὰρ τοῖς A, B, Γ μέρεσιν ὁμώνυμοι ἀριθμοὶ οἱ Δ, E, Z , καὶ εἰλήφθω ὑπὸ τῶν Δ, E, Z ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ H .

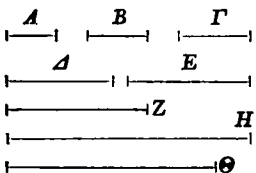
Ὁ H ἄρα ὁμώνυμα μέρη ἔχει τοῖς Δ, E, Z . τοῖς δὲ Δ, E, Z ὁμώνυμα μέρη ἐστὶ τὰ A, B, Γ . ὁ H ἄρα ἔχει τὰ A, B, Γ μέρη. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐλάχιστος ὦν. εἰ γὰρ μή, ἔσται τις τοῦ H ἐλάσσων ἀριθμὸς, ὃς ἔξει
15 τὰ A, B, Γ μέρη. ἔστω ὁ Θ . ἐπεὶ ὁ Θ ἔχει τὰ A, B, Γ μέρη, ὁ Θ ἄρα ὑπὸ ὁμωνύμων ἀριθμῶν μετρηθῆσεται τοῖς A, B, Γ μέρεσιν. τοῖς δὲ A, B, Γ μέρεσιν ὁμώνυμοι ἀριθμοὶ εἰσιν οἱ Δ, E, Z . ὁ Θ ἄρα ὑπὸ τῶν Δ, E, Z μετρεῖται. καὶ ἐστὶν ἐλάσσων τοῦ H .
20 ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσται τις τοῦ H ἐλάσσων ἀριθμὸς, ὃς ἔξει τὰ A, B, Γ μέρη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. *ισάκεις*] om. p. 3. *μα'* BV, P m. rec.; *μβ* p. 6. *ἔστω τὰ δοθέντα μέρη*] supra m. 1 p. 8. *ἔστωσαν*] -σαν supra V. *γάρ*] om. BVpφ. 9. *καὶ εἰλήφθω ὑπὸ τῶν Δ, Ε, Ζ*] mg. φ. ὁ ὑπὸ BVpφ. 10. Post ὁ H add. Theon: *ἐπεὶ* (*ἐπεὶ οὖν* Vφ, καὶ *ἐπεὶ* P m. rec.) ὁ H ὑπὸ τῶν Δ, E, Z μετρεῖται (BVpφ, P m. rec.). 11. *ἄρα*] Pp, om. BVφ. 12. *ἐστὶ*] ἐστὶν PB, om. p. *τά*] om. P. Γ] supra m. 1 V. 14. Post *μή* add. Theon: ὁ H ἐλάχιστος ὦν ἔχει τὰ A, B, Γ μέρη (BVpφ, εἰ γὰρ μή ὁ H ἐλάχιστος ὦν mg. φ). *ἔσται*] ἔστω Pp. *τις*] supra m. 2 V. 15. *μέρη*] om. P. 19. *ἐλάττων* P. 21. Ante ἀριθμὸς eras. ὃς V. In fine: *Εὐκλείδου στοιχείων ζ'* PB.

permutatim A unitas numerum B et Γ numerum A aequaliter metitur [prop. XV]. ergo Γ numerum A metitur; quod erat demonstrandum.

XXXIX.

Numerum inuenire minimum, qui datas partes habeat.

Sint datae partes A, B, Γ .
 oportet igitur numerum inuenire minimum, qui partes A, B, Γ habeat.
 A partibus enim A, B, Γ denominati sint numeri Δ, E, Z , et sumatur¹⁾ numerus H , quem Δ, E, Z minimum metiantur. H igitur partes habet a numeris Δ, E, Z denominatas [prop. XXXVII]. uerum a Δ, E, Z denominatae partes sunt A, B, Γ . itaque H partes A, B, Γ habet. iam dico, eum etiam minimum esse. nam si minus, erit numerus aliquis numero H minor, qui partes A, B, Γ habeat. sit Θ . quoniam Θ partes A, B, Γ habet, numerum Θ metientur numeri a partibus A, B, Γ denominati [prop. XXXVIII]. uerum a partibus A, B, Γ denominati sunt numeri Δ, E, Z . itaque Θ numerum numeri Δ, E, Z metiuntur. et minor est numero H ; quod fieri non potest. ergo non erit numerus numero H minor, qui partes A, B, Γ habeat; quod erat demonstrandum.

1) Itaque Euclides hic quoque prop. 36 de tribus tantum numeris demonstratam tacite ad quamlibet numerorum multitudinem transtulit, sicuti supra in prop. 33 eodem modo prop. 3 tacite dilatauit (u. p. 255 not.).

η'.

α'.

Ἐαν ὧσιν ὅσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὧσιν, ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς.

Ἔστωσαν ὅποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον οἱ *A, B, Γ, Δ*, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν οἱ *A, Δ*, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔστωσαν· λέγω, ὅτι οἱ *A, B, Γ, Δ* ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς.

- 10 *Εἰ γὰρ μὴ*, ἔστωσαν ἐλάττονες τῶν *A, B, Γ, Δ* οἱ *E, Z, H, Θ* ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες αὐτοῖς. καὶ ἐπεὶ οἱ *A, B, Γ, Δ* ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ τοῖς *E, Z, H, Θ*, καὶ ἐστὶν ἴσον τὸ πλῆθος [τῶν *A, B, Γ, Δ*] τῷ πλήθει [τῶν *E, Z, H, Θ*], δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ *A*
15 πρὸς τὸν *Δ*, ὁ *E* πρὸς τὸν *Θ*. οἱ δὲ *A, Δ* πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκως ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον. μετρεῖ ἄρα ὁ *A* τὸν *E* ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα

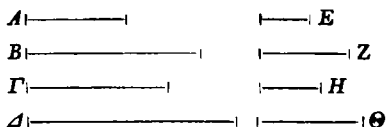
Εὐκλείδου στοιχείων ζ : η V. Post titulum in textu scholium ad VII, 39 habent Vpφ; u. app. 4. ὧσιν] om. Vφ. εἰσιν PB. 9. εἰσιν B. 11. *H*] postea insert. V. 12. *Δ*] postea insert. V. εἰσιν B. 13. καὶ ἐστὶν — 14: *Θ*] mg. m. 2 V. 13. τῶν *A, B, Γ, Δ*] om. P. 14. τῶν *E, Z, H, Θ*]

VIII.

I.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et extremi eorum inter se primi sunt, minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent.

Sint quotlibet numeri inter se proportionales deinceps A, B, Γ, Δ , et eorum extremi A, Δ inter se primi sint. dico, numeros A, B, Γ, Δ minimos esse eorum, qui eandem rationem habeant.



Nam si minus, numeri E, Z, H, Θ numeris A, B, Γ, Δ minores sint eandem rationem habentes. et quoniam A, B, Γ, Δ et E, Z, H, Θ in eadem ratione sunt, et multitudo multitudini aequalis est, ex aequo erit [VII, 14] $A : \Delta = E : \Theta$. uerum A, Δ primi sunt, primi autem etiam minimi sunt [VII, 21], minimi autem numeri eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [VII, 20], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque A numerum E metitur, maior

om. P. 18. ὁ τε μείζων — 19: τουτέστιν] P; om. Theon
(BVφ). 21. ἀδύνατον] ἄτοπον Vφ.

η'.

α'.

Ἐαν ὧσιν ὅσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὧσιν, ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς.

Ἔστωσαν ὅποσοιῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον αἱ A, B, Γ, Δ , οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν οἱ A, Δ , πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔστωσαν· λέγω, ὅτι οἱ A, B, Γ, Δ ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς.

- 10 $E\lambda$ γὰρ μή, ἔστωσαν ἐλάττονες τῶν A, B, Γ, Δ οἱ E, Z, H, Θ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες αὐτοῖς. καὶ ἐπεὶ οἱ A, B, Γ, Δ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ τοῖς E, Z, H, Θ , καὶ ἐστὶν ἴσον τὸ πλῆθος [τῶν A, B, Γ, Δ] τῷ πλήθει [τῶν E, Z, H, Θ], δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ A
15 πρὸς τὸν Δ , ὁ E πρὸς τὸν Θ . οἱ δὲ A, Δ πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκως ὃ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὃ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον. μετρεῖ ἄρα ὁ A τὸν E ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα

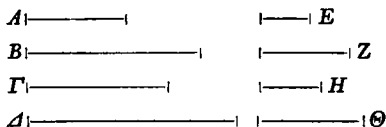
Εὐκλείδου στοιχείων ζ: η V. Post titulum in textu scholium ad VII, 39 habent Vpφ; u. app. 4. ὧσιν] om. Vφ. εἰσιν PB. 9. εἰσιν B. 11. H] postea insert. V. 12. Δ] postea insert. V. εἰσιν B. 13. καὶ ἐστὶν — 14: Θ] mg. m. 2 V. 13. τῶν A, B, Γ, Δ] om. P. 14. τῶν E, Z, H, Θ]

VIII.

I.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et extremi eorum inter se primi sunt, minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent.

Sint quotlibet numeri inter se proportionales deinceps A, B, Γ, Δ , et eorum extremi A, Δ inter se primi sint. dico, numeros A, B, Γ, Δ minimos esse eorum, qui eandem rationem habeant.



Nam si minus, numeri E, Z, H, Θ numeris A, B, Γ, Δ minores sint eandem rationem habentes. et quoniam A, B, Γ, Δ et E, Z, H, Θ in eadem ratione sunt, et multitudo multitudini aequalis est, ex aequo erit [VII, 14] $A : \Delta = E : \Theta$. uerum A, Δ primi sunt, primi autem etiam minimi sunt [VII, 21], minimi autem numeri eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [VII, 20], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque A numerum E metitur, maior

om. P. 18. ὃ τε μέλζων — 19: τουτέστιν] P; om. Theon
 (BVφ). 21. ἀδύνατον] ἀτοπον Vφ.

ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Δ πρὸς
 τὸν E . ἀλλ' ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , ὁ Γ πρὸς τὸν
 Δ · καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , ὁ Δ πρὸς τὸν E
 καὶ ἐπεὶ ὁ A τοὺς Γ , Δ πολλαπλασιάσας τοὺς Z , H
 5 πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , [οὕτως
 ὁ Z πρὸς τὸν H . ὡς δὲ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , οὕτως
 ἦν ὁ A πρὸς τὸν B · καὶ ὡς ἄρα ὁ A πρὸς τὸν B
 ὁ Z πρὸς τὸν H . πάλιν, ἐπεὶ ὁ A τοὺς Δ , E πο-
 λαπλασιάσας τοὺς H , Θ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ
 10 Δ πρὸς τὸν E , ὁ H πρὸς τὸν Θ . ἀλλ' ὡς ὁ Δ
 πρὸς τὸν E , ὁ A πρὸς τὸν B . καὶ ὡς ἄρα ὁ A
 πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ H πρὸς τὸν Θ . καὶ ἐπεὶ οἱ
 A , B τὸν E πολλαπλασιάσαντες τοὺς Θ , K πεποιήκα-
 σιν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Θ
 15 πρὸς τὸν K . ἀλλ' ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ
 τε Z πρὸς τὸν H καὶ ὁ H πρὸς τὸν Θ . καὶ ὡς ἄρα
 ὁ Z πρὸς τὸν H , οὕτως ὁ τε H πρὸς τὸν Θ καὶ
 ὁ Θ πρὸς τὸν K · οἱ Γ , Δ , E ἄρα καὶ οἱ Z , H ,
 Θ , K ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ A πρὸς τὸν B λόγῳ.
 20 λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐλάχιστοι. ἐπεὶ γὰρ οἱ A , B ἐλά-
 χιστοὶ εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντων αὐτοῖς,
 οἱ δὲ ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντων πρῶ-
 τοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, οἱ A , B ἄρα πρῶτοι πρὸς
 ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐκάτερος μὲν τῶν A , B ἐαυτὸν
 25 πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν Γ , E πεποίηκεν, ἐκά-
 τερον δὲ τῶν Γ , E πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν
 Z , K πεποίηκεν· οἱ Γ , E ἄρα καὶ οἱ Z , K πρῶτοι
 πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐὰν δὲ ὥσιν ὁποσοιοῦν ἀριθ-
 μοὶ ἐξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς

2. ὁ Γ] οὕτως ὁ Γ ∇ φ. 3. καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ]
 mg. m. 2 ∇ addito in fine οὕτως. ὁ Δ] καὶ ὁ Δ ∇ , οὕτως

itaque $A : B = \Delta : E$ [VII, 18]. uerum $A : B = \Gamma : \Delta$.
quare etiam $\Gamma : \Delta = \Delta : E$. et quoniam $A \times \Gamma = Z$
et $A \times \Delta = H$, erit $\Gamma : \Delta = Z : H$ [VII, 17]. uerum
erat $\Gamma : \Delta = A : B$. quare etiam $A : B = Z : H$. rur-
sus quoniam $A \times \Delta = H$ et $A \times E = \Theta$, erit [VII,
17] $\Delta : E = H : \Theta$. uerum $\Delta : E = A : B$. quare etiam
 $A : B = H : \Theta$. et quoniam

$$A \times E = \Theta \text{ et } B \times E = K,$$

erit [VII, 18] $A : B = \Theta : K$. uerum

$$A : B = Z : H = H : \Theta.$$

quare etiam $Z : H = H : \Theta = \Theta : K$. itaque Γ, Δ, E
et Z, H, Θ, K proportionales sunt in proportione $A : B$.
iam dico, eos etiam minimos esse. nam quoniam A ,
 B minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent,
minimi autem eorum qui eandem rationem habent, inter
se primi sunt [VII, 22], A, B inter se primi sunt. et
uterque A, B se ipsum multiplicans utrumque Γ, E effecit,
utrumque autem Γ, E multiplicans utrumque Z, K effecit.
itaque Γ, E et Z, K inter se primi sunt [VII, 27].¹⁾
sin quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et
extremi eorum inter se primi sunt, minimi sunt eorum,

1) H. e. Γ et E primi sunt inter se et item Z et K . nu-
meros Γ, E, Δ corollarii causa per totam propositionem
respicit.

καὶ ὁ Δ φ. E] e corr. V. 4. τοὺς] corr. ex τοῦ V. τοὺς]
corr. ex τοῦ V. 5. οὕτως] om. P. 8. H] seq. ras. 1 litt. V.
10. ὁ H] οὕτως ὁ H φ et m. 2 V. ἀλλ' ὥς] ὥς δέ P. 12.
οὕτως καὶ P. 14. οὕτως] om. BVφ. 15. ἀλλ'] ἐδείχθη
δὲ καὶ Theon (BVφ). 17. τε] om. P. 19. λόγφ] supra
m. 2 B. 21. εἰσιν P. αὐτοῖς — 22: ἐχόντων] om. P. 22.
Post ἐχόντων add. αὐτοῖς Vφ, et supra m. 2 B. 24. εἰσὶ Vφ.
27. K] (alt.) H φ. 29. δέ] om. φ.

ἀλλήλους ὧσιν, ἐλάχιστοι εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον
 ἔχοντων αὐτοῖς. οἱ Γ, Δ, Ε ἄρα καὶ οἱ Ζ, Η, Θ. 1
 ἐλάχιστοι εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντων τοῖς
 Α, Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ
 ἐξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι ὧσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον
 ἔχοντων αὐτοῖς, οἱ ἄκροι αὐτῶν τετράγωνοί εἰσιν.
 ἐὰν δὲ τέσσαρες, κύβοι.

10

γ'.

Ἐὰν ὧσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλο-
 γον ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντων
 αὐτοῖς, οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
 εἰσίν.

15

Ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ἐλά-
 χιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντων αὐτοῖς οἱ Α,
 Β, Γ, Δ· λέγω, ὅτι οἱ ἄκροι αὐτῶν οἱ Α, Δ πρῶτοι
 πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

20

Εἰλήφθωσαν γὰρ δύο μὲν ἀριθμοὶ ἐλάχιστοι ἐν
 τῷ τῶν Α, Β, Γ, Δ λόγῳ οἱ Ε, Ζ, τρεῖς δὲ οἱ Η, Θ,
 Κ, καὶ ἐξῆς ἐνὶ πλείους, ἕως τὸ λαμβανόμενον πλή-
 θος ἴσον γένηται τῷ πλήθει τῶν Α, Β, Γ, Δ. εἰλή-
 φθωσαν καὶ ἔστωσαν οἱ Α, Μ, Ν, Ξ.

1. εἰσιν PB. 2. Κ] corr. ex Γ m. 2 V. 5. πόρισμα] mg. m. 2 V, om. φ. 6. ἐάν] ἄν seq. ras. 2 litt. P. 7. ὧσιν ἐλάχιστοι V φ. ὧσιν B. λόγον] mg. φ. 9. δέ] supra m. 2 V. τέσσαρες] δ B. 17. Γ] postea insert. m. 1 V. 20. οἱ Η] corr. ex οἱ m. 2 B. 21. Κ] in ras. P. καί] supra add. αἱ m. 1 P; καὶ αἱ B. ἕως οὗ Theon (BVφ), ἕως ἄν August. 23. ἔστωσαν] -ν e corr. m. rec. P.

qui eandem rationem habent [prop. I]. ergo Γ, Δ, E et Z, H, Θ, K minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent ac A, B ; quod erat demonstrandum.

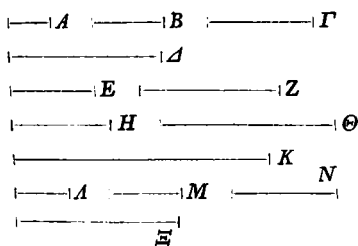
Corollarium.

Hinc manifestum est, si tres numeri deinceps proportionales minimi sint eorum, qui eandem rationem habeant, extremos eorum quadratos esse, sin quattuor, cubos.¹⁾

III.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt minimi eorum, qui eandem rationem habent, extremi eorum inter se primi sunt.

Sint quotlibet numeri deinceps proportionales A, B, Γ, Δ minimi eorum, qui eandem rationem habent. dico, extremos eorum A, Δ inter se primos esse.



sumantur enim duo numeri minimi in portione numerorum A, B, Γ, Δ [VII, 33] E, Z , tres autem H, Θ, K et deinceps uno plures [prop. II], donec multitudo sumpta aequalis fiat

multitudini numerorum A, B, Γ, Δ . sumantur et sint A, M, N, Ξ . et quoniam E, Z minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent, inter se primi sunt

1) Nam $A : B = \Gamma : \Delta = \Delta : E$ et $\Gamma = A^2, E = B^2$. praeterea $A : B = Z : H = H : \Theta = \Theta : K$ et $Z = A \times \Gamma = A^3, K = B \times E = B^3$.

Καὶ ἐπεὶ οἱ E, Z ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· καὶ ἐπεὶ ἐκάτερος τῶν E, Z ἐαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν H, K πεποίηκεν, ἐκάτερον δὲ
 5 τῶν H, K πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν A, Ξ πεποίηκεν, καὶ οἱ H, K ἄρα καὶ οἱ A, Ξ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐπεὶ οἱ A, B, Γ, Δ ἐλάχιστοι εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ A, M, N, Ξ ἐλάχιστοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες
 10 τοῖς A, B, Γ, Δ , καὶ ἔστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν A, B, Γ, Δ τῷ πλήθει τῶν A, M, N, Ξ , ἕκαστος ἄρα τῶν A, B, Γ, Δ ἐκάστῳ τῶν A, M, N, Ξ ἴσος ἐστίν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν A τῷ A , ὁ δὲ Δ τῷ Ξ . καὶ εἰσιν οἱ A, Ξ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. καὶ οἱ A, Δ
 15 ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ'.

Λόγων δοθέντων ὁποσωνοῦν ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς ἀριθμοὺς εὐρεῖν ἐξῆς ἀνάλογον ἐλαχίστους ἐν τοῖς δοθεῖσι λόγοις.
 20 Ἔστωσαν οἱ δοθέντες λόγοι ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς ὃ τε τοῦ A πρὸς τὸν B καὶ ὁ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι ὁ τοῦ E πρὸς τὸν Z . δεῖ δὴ ἀριθμοὺς εὐρεῖν ἐξῆς ἀνάλογον ἐλαχίστους ἐν τε τῷ τοῦ A πρὸς τὸν B λόγῳ καὶ ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ
 25 καὶ ἔτι ἐν τῷ τοῦ E πρὸς τὸν Z .

Εἰλήφθω γὰρ ὁ ὑπὸ τῶν B, Γ ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ H . καὶ ὁσάκις μὲν ὁ B τὸν H

1. καὶ ἐπεὶ — 3: ἐαυτὸν μὲν] οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ A, Ξ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐπεὶ γὰρ οἱ E, Z πρῶτοι ἐκάτερος δὲ αὐτῶν ἐαυτὸν Theon (BVφ). 1. εἰσιν P. 4. K] eras. V. 5. τῶν A] τὸν A P. 6. καί] om. BVφ. καὶ οἱ A, Ξ — 7:

[VII, 22]. et quoniam $E \times E = H$, $Z \times Z = K$ [prop. II coroll.] et $E \times H = A$, $Z \times K = \Xi$ [id.], et H , K et A , Ξ inter se primi sunt [VII, 27]. et quoniam A , B , Γ , Δ minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent, et etiam A , M , N , Ξ minimi sunt in eadem ratione ac A , B , Γ , Δ , et multitudo numerorum A , B , Γ , Δ multitudini numerorum A , M , N , Ξ aequalis est, singuli A , B , Γ , Δ singulis A , M , N , Ξ aequales sunt. itaque $A = A$, $\Delta = \Xi$. et A , Ξ inter se primi sunt. ergo etiam A , Δ inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

IV.

Datis quotlibet rationibus in numeris minimis numeros inuenire minimos deinceps proportionales¹⁾ in rationibus datis.

Sint datae rationes in numeris minimis $A : B$, $\Gamma : \Delta$, $E : Z$. oportet igitur numeros minimos inuenire deinceps proportionales in rationibus

$$A : B, \Gamma : \Delta, E : Z.$$

sumatur enim, quem minimum metiuntur B , Γ , numerus H [VII, 34]. et quoties B numerum H me-

1) Verba $\epsilon\tilde{\xi}\eta\varsigma \acute{\alpha}\nu\acute{\alpha}\lambda\omicron\gamma\omicron\nu$ hoc loco proprio sensu usurpata non sunt; neque enim rationes inter se aequales sunt. significat Euclides, terminum sequentem prioris rationis praecedentem esse posterioris. habet idem Campanus.

$\epsilon\lambda\epsilon\iota\nu$] $\pi\rho\acute{\omega}\tau\theta\iota$ καὶ οἱ A , Ξ Theon (BV φ). 7. καὶ ἐπεὶ — 8: $\epsilon\lambda\epsilon\iota$] mg. m. 1 P. 7. Δ] om. B. 8. $\epsilon\lambda\epsilon\iota$] $\epsilon\lambda\epsilon\iota\nu$ P; $\omega\sigma\iota$ V φ . 9. $\epsilon\lambda\acute{\alpha}\chi\iota\sigma\tau\omicron\iota$] om. V φ . 14. $\epsilon\lambda\epsilon\iota\nu$] P; ἐπεὶ Theon (BV φ). Post $\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\upsilon\varsigma$ add. Theon: $\epsilon\lambda\epsilon\iota\nu$, ἵσος δὲ ὁ μὲν A τῷ A ὁ δὲ Ξ τῷ Δ (BV φ). 18. $\acute{\alpha}\nu\acute{\alpha}\lambda\omicron\gamma\omicron\nu$] P; V mg. m. 1, del. m. rec.; om. B φ . 19. $\delta\omicron\theta\epsilon\iota\sigma\iota\nu$ B. 21. $\tau\acute{\omicron}\nu$] corr. ex $\tau\acute{\omicron}$ V. 22. $\delta\eta$] seq. ras. 2 litt. V. 23. $\acute{\alpha}\nu\acute{\alpha}\lambda\omicron\gamma\omicron\nu$] om. BV φ .

Καὶ ἐπεὶ οἱ E, Z ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ἐκάτερος τῶν E, Z ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν H, K πεποίηκεν, ἐκάτερον δὲ
 5 τῶν H, K πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν A, Ξ πεποίηκεν, καὶ οἱ H, K ἄρα καὶ οἱ A, Ξ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐπεὶ οἱ A, B, Γ, Δ ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ A, M, N, Ξ ἐλάχιστοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες
 10 τοῖς A, B, Γ, Δ , καὶ ἐστὶν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν A, B, Γ, Δ τῷ πλῆθει τῶν A, M, N, Ξ , ἕκαστος ἄρα τῶν A, B, Γ, Δ ἐκάστῳ τῶν A, M, N, Ξ ἴσος ἐστίν. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν A τῷ A , ὁ δὲ Δ τῷ Ξ . καὶ εἰσιν οἱ A, Ξ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. καὶ οἱ $A,$
 15 ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ'.

Λόγων δοθέντων ὁποσωνοῦν ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἐξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστους ἐν τοῖς δοθείσι λόγοις.
 20 "Ἐστῶσαν οἱ δοθέντες λόγοι ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς ὅ τε τοῦ A πρὸς τὸν B καὶ ὁ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι ὁ τοῦ E πρὸς τὸν Z . δεῖ δὴ ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἐξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστους ἐν τε τῷ A πρὸς τὸν B λόγῳ καὶ ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν
 25 καὶ ἔτι ἐν τῷ τοῦ E πρὸς τὸν Z .

Εἰλήφθω γὰρ ὁ ὑπὸ τῶν B, Γ ἐλάχιστος μέγιστος ἀριθμὸς ὁ H . καὶ ὁσάκις μὲν ὁ B τὸ

1. καὶ ἐπεὶ — 3: ἑαυτὸν μὲν] οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐπεὶ γὰρ οἱ E, Z πρῶτοι ἐκ τῶν αὐτῶν ἑαυτὸν Theon (BVφ). 1. εἰσίν P. 4. K] ἐν τῷ Ξ . 5. τῶν A] τὸν A P. 6. καὶ] om. BVφ. καὶ οἱ A, Ξ

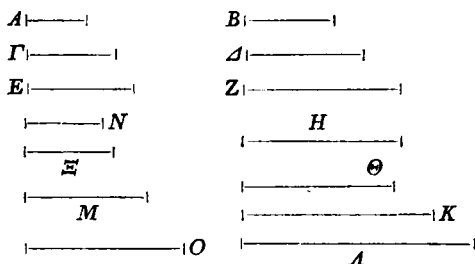
t
t,
a-
m,
em
em

cfr.

μετρεῖ, τοσαντάκις καὶ ὁ A τὸν Θ μετρεῖται, ὁσάκις
 δὲ ὁ Γ τὸν H μετρεῖ, τοσαντάκις καὶ ὁ Δ τὸν K
 μετρεῖται. ὁ δὲ E τὸν K ἦτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ.
 μετρεῖται πρότερον. καὶ ὁσάκις ὁ E τὸν K μετρεῖ,
 5 τοσαντάκις καὶ ὁ Z τὸν Λ μετρεῖται. καὶ ἐπεὶ ἰσά-
 κης ὁ A τὸν Θ μετρεῖ καὶ ὁ B τὸν H , ἔστιν ἄρα
 ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν H . διὰ
 τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , οὕτως ὁ H
 πρὸς τὸν K , καὶ ἔτι ὡς ὁ E πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ
 10 K πρὸς τὸν Λ . οἱ Θ , H , K , Λ ἄρα ἐξῆς ἀνάλογόν
 εἰσιν ἐν τε τῷ τοῦ A πρὸς τὸν B καὶ ἐν τῷ τοῦ Γ
 πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι ἐν τῷ τοῦ E πρὸς τὸν Z λόγῳ.
 λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐλάχιστοι. εἰ γὰρ μὴ εἰσιν οἱ Θ ,
 H , K , Λ ἐξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι ἐν τε τοῖς τοῦ A
 15 πρὸς τὸν B καὶ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἐν τῷ τοῦ
 E πρὸς τὸν Z λόγοις, ἔστωσαν οἱ N , Ξ , M , O . καὶ
 ἐπεὶ ἔστιν ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ N πρὸς
 τὸν Ξ , οἱ δὲ A , B ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι με-
 τρουῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὃ τε
 20 μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα,
 τουτέστιν ὃ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπό-
 μενος τὸν ἐπόμενον, ὁ B ἄρα τὸν Ξ μετρεῖ. διὰ

1. Θ] eras. V. 2. καί] om. Vφ. 9. ἔτι ὡς] in ras.
 m. rec. P. 10. Θ , H] e corr. post ras. 2 litt. V; H , Θ B.
 ἀνάλογον] P; om. BVφ. 11. τε] om. Vφ. 13. Θ] eras. V.
 Θ , H] H , Θ B. 14. ἀνάλογον] P; mg. m. 1 V, del. m. rec.;
 om. Bφ. τε] om. BVφ. 15. καί] καὶ ἐν τῷ P. ἐν τῷ] ἔτι
 τῷ B, ἔτι ἐν τῷ Vφ. 16. Post λόγοις add. Vφ: ἔθενται τινες
 τῶν H , Θ , K , Λ ἐξῆς (mg. V) ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐν τε τοῖς
 τοῦ A πρὸς τὸν B καὶ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι (supra V)
 τοῦ E πρὸς τὸν Z λόγοις; idem B mg. m. 2 om. ἐξῆς et ἔτι.
 17. ὡς] supra m. 2 V. N] H φ. 18. οἱ δὲ ἐλάχιστοι]
 om. P. μετροῦσιν Vφ. 20. ἐλάττων τὸν ἐλάττονα Vφ. 21.
 τε] om. P. 22. ἄρα] ἔτι φ.

atur, toties etiam A numerum Θ metiatur, quoties
 item Γ numerum H metitur, toties etiam Δ nume-
 um K metiatur. E igitur¹⁾ numerum K aut metitur



aut non metitur. prius metiatur. et quoties E nume-
 rum K metitur, toties etiam Z numerum A metiatur.
 et quoniam A numerum Θ et B numerum H aequa-
 liter metitur, erit $A : B = \Theta : H$ [VII def. 20. VII, 13].
 eadem de causa erit etiam $\Gamma : \Delta = H : K$ et prae-
 terea $E : Z = K : A$. itaque Θ, H, K, A deinceps pro-
 portionales sunt in rationibus $A : B, \Gamma : \Delta, E : Z$.
 iam dico, eos etiam minimos esse. nam si $\Theta, H, K,$
 A non sunt minimi deinceps proportionales in rationi-
 bus $A : B, \Gamma : \Delta, E : Z$, minimi sint N, Ξ, M, O . et
 quoniam est $A : B = N : \Xi$, et A, B minimi sunt,
 minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequa-
 liter metiuntur, maior maiorem et minor minorem,
 h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem
 [VII, 20], B numerus numerum Ξ metitur. eadem

1) Uidetur enim pro $\delta\epsilon$ lin. 3 scribendum esse $\delta\eta$; cfr.
 p. 194, 23. 262, 11.

τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Γ τὸν Ξ μετρεῖ· οἱ Β, Γ ἄρα τὸν Ξ μετροῦσιν· καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν Β, Γ μετρούμενος τὸν Ξ μετρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν Β, Γ μετρεῖται ὁ Η· ὁ Η ἄρα τὸν Ξ μετρεῖ ὁ μεί-
 5 ζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσονται τινες τῶν Θ, Η, Κ, Λ ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐξῆς ἐν τε τῷ τοῦ Α πρὸς τὸν Β καὶ τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι τῷ τοῦ Ε πρὸς τὸν Ζ λόγῳ.

Μὴ μετρεῖτω δὴ ὁ Ε τὸν Κ. καὶ εἰλήφθω ὑπὸ
 10 τῶν Ε, Κ ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ Μ. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ Κ τὸν Μ μετρεῖ, τοσαυτάκις καὶ ἐκάτερος τῶν Θ, Η ἐκάτερον τῶν Ν, Ξ μετρεῖτω. ὁσάκις δὲ ὁ Ε τὸν Μ μετρεῖ, τοσαυτάκις καὶ ὁ Ζ τὸν Ο μετρεῖτω. ἐπεὶ ἰσάκις ὁ Θ τὸν Ν μετρεῖ καὶ
 15 ὁ Η τὸν Ξ, ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ Θ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ. ὡς δὲ ὁ Θ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ξ πρὸς τὸν Μ. πάλιν, ἐπεὶ
 20 ἰσάκις ὁ Ε τὸν Μ μετρεῖ καὶ ὁ Ζ τὸν Ο, ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Μ πρὸς τὸν Ο· οἱ Ν, Ξ, Μ, Ο ἄρα ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τοῖς τοῦ τε Α πρὸς τὸν Β καὶ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι τοῦ Ε πρὸς τὸν Ζ λόγοις. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐλάχιστοι ἐν

1. Β, Γ] Γ, Β ΒVφ. 2. μετροῦσι Vφ. ὑπό] ὁ ὑπό P.
 4. μετρεῖται ὁ Η. ὁ Η ἄρα] del. m. 2 B, mg. μετρούμενός ἐστιν ὁ Η· ὁ Η ἄρα τὸν Ξ μετρεῖ. 6. Θ, Η] Η, Θ Bφ et in ras. V. 7. Post ἐξῆς in B insert. m. 1: ἀνάλογον. τε] om. P. 8. Δ] Δ λόγῳ Vφ. λόγῳ] om. Vφ. 11. μέν] m. 2 V. Μ] μή φ. 12. Θ, Η] corr. ex Η, Θ V; Η, Θ PBφ. 13. Μ] μή φ. 14. ἐπεὶ] καὶ ἐπεὶ V m. 2, φ. 20. ἐστὶν ἄρα — 21: τὸν Ο] mg. φ. 22. ἀνάλογον] om. BVφ. τοῦ] τῶν P. τε] om. Vφ. 23. ἔτι] om BVφ.

e causa etiam Γ numerum Ξ metitur. itaque B , Γ numerum Ξ metiuntur. quare etiam, quem minimum metiuntur B , Γ , numerum Ξ metitur [VII, 35]. minimum autem B , Γ metiuntur numerum H . itaque H numerum Ξ metitur, maior minorem; quod fieri non potest. itaque nulli numeri numeris Θ , H , K , A minores deinceps in rationibus $A : B$, $\Gamma : A$, $E : Z$ erunt.

ne metiatur igitur E numerum K . et sumatur, quem minimum metiuntur E , K , numerus M [VII, 34].



et quoties K numerum M metitur, toties uterque Θ , H utrumque N , Ξ metiatur, quoties autem E numerum M metitur, toties etiam Z numerum O metiatur. quoniam Θ numerum N et H numerum Ξ aequaliter metitur, erit $\Theta : H = N : \Xi$. [VII def. 20. VII, 13]. uerum $\Theta : H = A : B$. quare etiam $A : B = N : \Xi$. eadem de causa etiam $\Gamma : A = \Xi : M$. rursus quoniam E numerum M et Z numerum O aequaliter metitur, erit $E : Z = M : O$ [VII def. 20. VII, 13]. itaque N , Ξ , M , O deinceps proportionales sunt in rationibus

$$A : B, \Gamma : A, E : Z.$$

24. ἐλάχιστοι εἰσιν $V\phi$. Dein add. $BV\phi$: εἰ γὰρ μὴ εἰσιν ἐλάχιστοι (om. B) οἱ N , Ξ , M , O ἐξῆς (ἐλάχιστοι add. B).

τοῖς $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$ λόγοις. εἰ γὰρ μή, ἔσονται
 τινες τῶν N, Ξ, M, O ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνά-
 λογον ἐν τοῖς $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$ λόγοις. ἔστωσαν οἱ
 Π, P, Σ, T . καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ Π πρὸς τὸν P .
 5 οὕτως ὁ A πρὸς τὸν B , οἱ δὲ A, B ἐλάχιστοι, οἱ
 δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντα·
 αὐτοῖς ἰσάκεις ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ
 ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον, ὁ B ἄρα τὸν P μετρεῖ. διὰ
 τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Γ τὸν P μετρεῖ· οἱ B, Γ ἄρα τὸν
 10 P μετροῦσιν. καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν B, Γ
 μετρούμενος τὸν P μετρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν
 B, Γ μετρούμενός ἐστὶν ὁ H · ὁ H ἄρα τὸν P μετρεῖ.
 καὶ ἐστὶν ὡς ὁ H πρὸς τὸν P , οὕτως ὁ K πρὸς τὸν
 Σ · καὶ ὁ K ἄρα τὸν Σ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ E
 15 τὸν Σ · οἱ E, K ἄρα τὸν Σ μετροῦσιν. καὶ ὁ ἐλά-
 χιστος ἄρα ὑπὸ τῶν E, K μετρούμενος τὸν Σ με-
 τρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν E, K μετρούμενός
 ἐστὶν ὁ M · ὁ M ἄρα τὸν Σ μετρεῖ ὁ μείζων τὸν
 ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσονται
 20 τινες τῶν N, Ξ, M, O ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνά-
 λογον ἐν τε τοῖς τοῦ A πρὸς τὸν B καὶ τοῦ Γ πρὸς
 τὸν Δ καὶ ἔτι τοῦ E πρὸς τὸν Z λόγοις· οἱ $N, \Xi,$
 M, O ἄρα ἐξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοί εἰσιν ἐν τοῖς A
 B, Γ, Δ, E, Z λόγοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. Δ, E, Z] om. B. εἰ γὰρ μή] qm. BVφ. 2. N] H φ. ἀνάλογον] om. BVφ. 7. τε] om. BVφ. 10. με-
 τρούσι Vφ. 11. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν B, Γ μετρούμενος]
 ὁ δὲ ἐλάχιστος Vφ. 12. H] mutat. in Θ m. 2, supra H
 m. 2 B. H] item B. μετρήσει Vφ. 13. H] uti supra B.
 15. ἄρα] ἔτι φ. 18. Σ] corr. ex E V. 20. ἀνάλογον]
 om. BVφ. 21. τόν] om. B. 22. τόν] om. B. ἔτι] εἰ P.
 τόν] om. B. 23. ἀνάλογον] om. BVφ. ἐν] om. P.

nam dico, eos etiam minimos esse in rationibus

$$A : B, \Gamma : \Delta, E : Z.$$

nam si minus, numeri numeris N, Ξ, M, O minores deinceps proportionales erunt in rationibus

$$A : B, \Gamma : \Delta, E : Z.$$

sint Π, P, Σ, T . et quoniam est $\Pi : P = A : B$, et A, B minimi sunt, minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur praecedens praecedentem et sequens sequentem [VII, 20], B numerus numerum P metitur. eadem de causa etiam Γ numerum P metitur. itaque B, Γ numerum P metiuntur. quare etiam quem minimum metiuntur B, Γ , numerum P metietur [VII, 35]. quem autem minimum metiuntur B, Γ , est H . itaque H numerum P metitur. et $H : P = K : \Sigma$.¹⁾ quare etiam K numerum Σ metitur [VII def. 20]. verum etiam E numerum Σ metitur [VII, 20]. itaque E, K numerum Σ metiuntur. quare etiam quem minimum metiuntur E, K , numerum Σ metietur [VII, 35]. quem autem minimum metiuntur E, K , est M . itaque M numerum Σ metitur, maior minorem; quod fieri non potest. itaque nulli numeri numeris N, Ξ, M, O minores deinceps proportionales erunt in rationibus $A : B, \Gamma : \Delta, E : Z$. ergo N, Ξ, M, O minimi sunt deinceps proportionales in rationibus $A : B, \Gamma : \Delta, E : Z$; quod erat demonstrandum.

1) Nam $H : K = \Gamma : \Delta$ (p. 280, 8) = $P : \Sigma$. tum u. VII, 13.

ε'.

Οἱ ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσι τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Ἔστωσαν ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ A, B , καὶ τοῦ μὲν
5 A πλευραὶ ἔστωσαν οἱ Γ, Δ ἀριθμοί, τοῦ δὲ B E, Z . λέγω, ὅτι ὁ A πρὸς τὸν B λόγον ἔχει τὸν
συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Λόγων γὰρ δοθέντων τοῦ τε ὃν ἔχει ὁ Γ πρὸς
τὸν E καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Z εἰλήφθωσαν ἀριθμοὶ
10 ἐξῆς ἐλάχιστοι ἐν τοῖς $\Gamma E, \Delta Z$ λόγοις, οἱ H, Θ, K .
ὥστε εἶναι ὡς μὲν τὸν Γ πρὸς τὸν E , οὕτως τὸν
 H πρὸς τὸν Θ , ὡς δὲ τὸν Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως
τὸν Θ πρὸς τὸν K . καὶ ὁ Δ τὸν E πολλαπλασιάσας
τὸν A ποιεῖτω.

15 Καὶ ἐπεὶ ὁ Δ τὸν μὲν Γ πολλαπλασιάσας τὸν A
πεποιήκεν, τὸν δὲ E πολλαπλασιάσας τὸν A πεποιήκεν.
ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν
 A . ὡς δὲ ὁ Γ πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ H πρὸς τὸν Θ .
καὶ ὡς ἄρα ὁ H πρὸς τὸν Θ , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν
20 A . πάλιν, ἐπεὶ ὁ E τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν A
πεποιήκεν, ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν Z πολλαπλασιάσας τὸν
 B πεποιήκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως
ὁ A πρὸς τὸν B . ἀλλ' ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως
ὁ Θ πρὸς τὸν K . καὶ ὡς ἄρα ὁ Θ πρὸς τὸν K , οὕ-
25 τως ὁ A πρὸς τὸν B . ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ H πρὸς
τὸν Θ , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν A . δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν

4. μὲν] om. P. 8. γάρ] αἰεί φ. 11. τὸν H] ὁ H P.
12. τὸν Δ] ὁ Δ P. 13. καὶ ὁ Δ — 14: ποιεῖτω] om. Theon
(BVφ). eorum loco habent BVφ: οἱ ἄρα H, Θ, K πρὸς
ἀλλήλους ἔχουσι τοὺς τῶν πλευρῶν λόγους. ἀλλ' ὁ τοῦ H πρὸς
τὸν K λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ τοῦ H πρὸς τὸν Θ καὶ τοῦ τοῦ

V.

Numeri plani inter se rationem habent ex lateribus compositam.

Sint plani numeri A , B , et numeri A latera sint Γ , Δ , numeri B autem E , Z . dico, esse

$$A : B = \Gamma : E \times \Delta : Z.$$

_____ A	nam datis rationibus
_____ B	$\Gamma : E$ et $\Delta : Z^1)$
_____ Γ _____ Δ	sumantur numeri deinceps
_____ E _____ Z	minimi in rationibus $\Gamma : E$ et
_____ H	$\Delta : Z$ [prop. IV] H , Θ , K , ita
_____ Θ	ut sit $\Gamma : E = H : \Theta$ et
_____ K	$\Delta : Z = \Theta : K$.
_____ A	et sit $\Delta \times E = A$.

et quoniam $\Delta \times \Gamma = A$ et $\Delta \times E = A$, erit $\Gamma : E = A : A$ [VII, 17]. uerum $\Gamma : E = H : \Theta$. quare etiam $H : \Theta = A : A$. rursus quoniam $E \times \Delta = A$ [VII, 16] et $E \times Z = B$, erit $\Delta : Z = A : B$ [VII, 17]. uerum $\Delta : Z = \Theta : K$. quare etiam $\Theta : K = A : B$. demonstrauius autem, esse etiam $H : \Theta = A : A$. ergo

1) Si hae rationes minimis numeris propositae non sunt, per VII, 33 minimos numeros inueniemus, qui easdem rationes habent.

Θ πρὸς τὸν K . ὁ H ἄρα πρὸς τὸν K λόγον ἔχει τὸν συγκελ-
μενον ἐκ τῶν πλευρῶν. λέγω οὖν, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν
 B (in ras. B), οὕτως ὁ H πρὸς τὸν K ; punctis del. V . Dein
add. $BV\varphi$: ὁ Δ γάρ (B , V m. 1; καὶ ὁ Δ V m. 2; καὶ ὁ Δ
πρὸς φ) τὸν E πολλαπλασιάσας τὸν A ποιεῖτω. 15. καί]
om. $BV\varphi$. ὁ Δ] δέ φ . 16. πεποιήκε $V\varphi$. 17. E] postea
insert. V . 20. ὁ] ὁ μὲν P . 22. οὕτως ὁ A — 23: πρὸς
τὸν Z] mg. φ .

ὡς ὁ *H* πρὸς τὸν *K*, [οὕτως] ὁ *A* πρὸς τὸν *B*. ὁ *ε*
H πρὸς τὸν *K* λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν
 πλευρῶν· καὶ ὁ *A* ἄρα πρὸς τὸν *B* λόγον ἔχει τὸν
 συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ

ς'.

Ἐὰν ὅσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐκῆς ἀνά-
 λογον, ὁ δὲ πρῶτος τὸν δεύτερον μὴ μετρεῖ·
 οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει.

Ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐκῆς ἀνάλογον
 10 *A*, *B*, *Γ*, *Δ*, *E*, ὁ δὲ *A* τὸν *B* μὴ μετρεῖτω· λέγω
 ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει.

Ὅτι μὲν οὖν οἱ *A*, *B*, *Γ*, *Δ*, *E* ἐκῆς ἀλλήλους οὐ
 μετροῦσιν, φανερόν· οὐδὲ γάρ ὁ *A* τὸν *B* μετρεῖ.
 λέγω δὴ, ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει. εἰ
 15 γὰρ δυνατόν, μετρεῖτω ὁ *A* τὸν *Γ*. καὶ ὅσοι εἰσὶν
 οἱ *A*, *B*, *Γ*, τοσοῦτοι εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ
 τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς *A*, *B*, *Γ* οἱ *Z*, *H*.
Θ. καὶ ἐπεὶ οἱ *Z*, *H*, *Θ* ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ τοῖς
A, *B*, *Γ*, καὶ ἐστὶν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν *A*, *B*, *Γ* τῷ
 20 πλῆθει τῶν *Z*, *H*, *Θ*, δι' ἴσον ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ *A*
 πρὸς τὸν *Γ*, οὕτως ὁ *Z* πρὸς τὸν *Θ*. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν
 ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *Z* πρὸς τὸν *H*, οὐ
 μετρεῖ δὲ ὁ *A* τὸν *B*, οὐ μετρεῖ ἄρα οὐδὲ ὁ *Z* τὸν

1. οὕτως] om. P. *A*] in ras. P. τόν] om. P. 2.
 τὸν *K*] *K* P. τόν] corr. ex τό φ. 8. μετρεῖσει φ, sed
 corr. 12. *E*] om. φ. οὐ] m. rec. P. 13. μετροῦσι
 P m. 1, V φ; μετρήσουσι P m. rec. 14. εἰ γὰρ δυνατόν, με-
 τρεῖτω ὁ *A* τὸν *Γ*] λέγω γάρ, ὅτι οὐ μετρεῖ ὁ *A* τὸν *Γ* Theon
 (B V φ). 15. καὶ ὅσοι] ὅσοι γάρ Theon (B V φ). 18. εἰ-
 σὶν P B. 21. *Z*] *Z*, *H* B.

ex aequo erit [VII, 14] $H:K = A:B$. uerum

$$H:K = \Gamma:E \times A:Z.^1)$$

ergo etiam $A:B = \Gamma:E \times A:Z$; quod erat demonstrandum.

VI.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et primus secundum non metitur, ne alius quidem ullus alium metietur.

Sint quotlibet numeri deinceps proportionales A ,

B , Γ , Δ , E , et A numerum B ne metiatur. dico, ne alium quidem ullum alium mensurum esse.

A |—————|

B |—————|

Γ |—————|

Δ |—————|

E |—————|

Z |—————|

H |—————|

Θ |—————|

iam hoc quidem manifestum est, numeros A , B , Γ , Δ , E deinceps inter se non metiri. nam A numerum B non metitur. dico, ne alium quidem ullum

alium mensurum esse. nam si fieri potest, A numerum Γ metiatur. et quot sunt A , B , Γ , tot sumantur minimi numeri eorum, qui eandem ac A , B , Γ rationem habent Z , H , Θ [VII, 33]. et quoniam Z , H , Θ in eadem ratione sunt ac A , B , Γ , et multitudo numerorum A , B , Γ aequalis est multitudini numerorum Z , H , Θ , ex aequo erit $A:\Gamma = Z:\Theta$ [VII, 14]. et quoniam est $A:B = Z:H$, et A numerum B non me-

1) Nam $H:K = H:\Theta \times \Theta:K$ et $H:\Theta = \Gamma:E$, $\Theta:K = A:Z$.

Η· οὐκ ἄρα μονάς ἐστίν ὁ Ζ· ἡ γὰρ μονὰς πάντα ἀριθμὸν μετρεῖ. καὶ εἰσιν οἱ Ζ, Θ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους [οὐδὲ ὁ Ζ ἄρα τὸν Θ μετρεῖ]. καὶ ἐστίν ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Γ· οὐδὲ ὁ Α
 5 ἄρα τὸν Γ μετρεῖ. ὁμοίως δὴ δεῖξομεν, ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ'.

Ἐὰν ὧσιν ὅποσοιοῦν ἀριθμοὶ [ἐξῆς] ἀνάλογον, ὁ δὲ πρῶτος τὸν ἔσχατον μετρήῃ, καὶ
 10 τὸν δεύτερον μετρήσει.

Ἔστωσαν ὅποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, Δ, ὁ δὲ Α τὸν Δ μετρεῖτω· λέγω, ὅτι καὶ ὁ Α τὸν Β μετρεῖ.

Εἰ γὰρ οὐ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β, οὐδὲ ἄλλος οὐ
 15 δεῖς οὐδένα μετρήσει· μετρεῖ δὲ ὁ Α τὸν Δ. μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Α τὸν Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η'.

Εὰν δύο ἀριθμῶν μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας [αὐτοῖς] μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν Α, Β μεταξὺ κατὰ τὸ
 25 συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτέτωσαν ἀριθμοὶ οἱ Γ, Δ,

2. μετρεῖ ἀριθμὸν V φ. καὶ εἰσιν] om. φ. 3. οὐδὲ ὁ Ζ ἄρα τὸν Θ μετρεῖ] om. P. 6. μετρεῖ BV φ. 8. ἐξῆς] om. P. 9. ἔσχατον] in ras. V. 10. δεύτερον] in ras. V. 12. καί] om. φ. 14. οὐ] μή BV φ. 15. Post

titur, ne Z quidem numerum H metitur [VII def. 20]. itaque Z unitas non est; nam unitas omnem numerum metitur. et Z, Θ inter se primi sunt [prop. III]. et est $Z : \Theta = A : \Gamma$. itaque [VII def. 20] ne A quidem numerum Γ metitur. similiter demonstrabimus, ne alium quidem ullum alium mensurum esse; quod erat demonstrandum.

VII.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et primus ultimum metitur, etiam secundum metitur.

A ——— | Sint quotlibet numeri deinceps
 B ——— | proportionales A, B, Γ, Δ , et A nu-
 Γ ——— | merum Δ metiatur. dico, A etiam
 Δ ——— | numerum B metiri.

nam si A numerum B non metitur, ne alius quidem ullus alium metietur [prop. VI]. metitur autem A numerum Δ . ergo A etiam numerum B metitur; quod erat demonstrandum.

VIII.

Si inter duos numeros secundum proportionem continuam numeri aliquot interponuntur, quot inter eos secundum proportionem continuam interponuntur numeri, totidem etiam inter eos, qui eandem rationem habent, secundum proportionem continuam interponentur.

Nam inter duos numeros A, B secundum proportionem continuam numeri aliquot Γ, Δ interponantur

μετρήσει add. V φ: ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ ὁ A τὸν Δ
μετρεῖν; idem B mg. m. 2. 22. αὐτοῖς] om. P. 25. Γ]
in ras. V.

καὶ πεποιήσθω ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ E
 πρὸς τὸν Z . λέγω, ὅτι ὅσοι εἰς τοὺς A, B μετα-
 κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, το-
 σοῦτοι καὶ εἰς τοὺς E, Z μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχ-
 5 ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Ὅσοι γάρ εἰσι τῷ πλήθει οἱ A, B, Γ, Δ , τοσοῦ-
 τοι εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν
 λόγον ἔχοντων τοῖς A, Γ, Δ, B οἱ H, Θ, K, Λ . οἱ
 ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ H, Λ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
 10 εἰσίν. καὶ ἐπεὶ οἱ A, Γ, Δ, B τοῖς H, Θ, K, Λ ἐν
 τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν, καὶ ἐστὶν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν
 A, Γ, Δ, B τῷ πλήθει τῶν H, Θ, K, Λ , δι' ἴσου ἄρα
 ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ H πρὸς τὸν Λ .
 ὡς δὲ ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν Z . καὶ
 15 ὡς ἄρα ὁ H πρὸς τὸν Λ , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν Z .
 οἱ δὲ H, Λ πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ
 δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον
 ἔχοντας ἰσάκως ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάτ-
 τω τὸν ἐλάττωνα, τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν
 20 ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον. ἰσάκως
 ἄρα ὁ H τὸν E μετρεῖ καὶ ὁ Λ τὸν Z . ὁσάκως δὲ
 ὁ H τὸν E μετρεῖ, τοσαντάκως καὶ ἑκάτερος τῶν $\Theta,$
 K ἑκάτερον τῶν M, N μετρεῖτω· οἱ H, Θ, K, Λ ἄρα
 τοὺς E, M, N, Z ἰσάκως μετροῦσιν. οἱ H, Θ, K, Λ
 25 ἄρα τοῖς E, M, N, Z ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν. ἀλλὰ
 οἱ H, Θ, K, Λ τοῖς A, Γ, Δ, B ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ

3. τό] τόν φ. 6. εἰσιν B. 7. οἱ ἐλάχιστοι Vφ. 8.
 Γ, Δ, B] B, Γ, Δ BVφ. οἱ] corr. ex τούς m. 1 V. 9.
οἱ] om. P. 10. εἰσίν] εἰσί Vφ. καὶ ἐπεὶ — 11: εἰσίν]
om. φ. 10. Γ] in ras. B, post ras. 1 litt. V. 11. εἰσί V.
13. τόν Λ] Λ B. 18. ἔχοντας αὐτοῖς BVφ. 19. τε] om. P.

A ————	E ————	et fiat $A : B = E : Z$. dico, quot inter A, B secundum proportionem continuum interponan- tur numeri, totidem etiam inter E, Z secun- dum proportionem con- tinuam interpositum iri.
———— Γ	M ————	
———— Δ	N ————	
———— B	Z ————	
H ————		
Θ ————		
K ————		
Λ ————		

nam quot sunt numero A, B, Γ, Δ , totidem sumantur numeri minimi eorum, qui eandem rationem habent ac A, Γ, Δ, B [VII, 33] H, Θ, K, Λ . itaque extremi eorum H, Λ inter se primi sunt [prop. III]. et quoniam A, Γ, Δ, B et H, Θ, K, Λ in eadem ratione sunt, et multitudo numerorum A, Γ, Δ, B multitudini numerorum H, Θ, K, Λ aequalis est, ex aequo erit [VII, 14] $A : B = H : \Lambda$. uerum $A : B = E : Z$. quare etiam $H : \Lambda = E : Z$. sed H, Λ primi sunt, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem numeri eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [VII, 20], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque H numerum E et Λ numerum Z aequaliter metitur. iam quoties H numerum E metitur, toties uterque Θ, K utrumque M, N metiatur. itaque H, Θ, K, Λ numeros E, M, N, Z aequaliter metiuntur. itaque H, Θ, K, Λ et E, M, N, Z in eadem ratione sunt [VII def. 20]. uerum H, Θ, K, Λ et A, Γ, Δ, B

24. τοὺς] corr. ex τοῖς V.

Z] in ras. V.

ισάνεις — 25:

Z] mg. m. 1 V, om. φ.

26. K] e corr. V.

είσιν· καὶ οἱ A, Γ, Δ, B ἄρα τοῖς E, M, N, Z ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσιν. οἱ δὲ A, Γ, Δ, B ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν· καὶ οἱ E, M, N, Z ἄρα ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσι. ὅσοι ἄρα εἰς τοὺς A, B μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς E, Z μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους· ὧσιν, καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ ἑκατέρου αὐτῶν καὶ μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ A, B , καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτέτωσαν οἱ Γ, Δ , καὶ ἑκκείσθω ἡ E μονάς· λέγω, ὅτι ὅσοι εἰς τοὺς A, B μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ ἑκατέρου τῶν A, B καὶ τῆς μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Εἰλήφθωσαν γὰρ δύο μὲν ἀριθμοὶ ἐλάχιστοι ἐν τῷ τῶν A, Γ, Δ, B λόγῳ ὄντες οἱ Z, H , τρεῖς δὲ οἱ Θ, K, A , καὶ ἀεὶ ἐξῆς ἐνὶ πλείους, ἕως ἂν ἴσον γένηται τὸ πλῆθος αὐτῶν τῷ πλήθει τῶν A, Γ, Δ, B . εἰλήφθωσαν, καὶ ἔστωσαν οἱ M, N, Ξ, O . φανερόν

1. εἰσίν] om. P. καὶ οἱ — 2: λόγῳ εἰσίν] mg. m. 1 V, om. φ. 3. εἰσιν] (prius) εἰσι V φ. 10. ὧσι PV φ. 11.

in eadem ratione sunt. quare etiam A, Γ, Δ, B et E, M, N, Z in eadem ratione sunt. uerum A, Γ, Δ, B deinceps proportionales sunt. quare etiam E, M, N, Z deinceps proportionales sunt. ergo quot inter A, B secundum proportionem continuam interpositi sunt numeri, totidem etiam inter E, Z secundum proportionem continuam interpositi sunt numeri; quod erat demonstrandum.

IX.

Si duo numeri inter se primi sunt et inter eos secundum proportionem continuam interponuntur numeri aliquot, quot inter eos secundum proportionem continuam interponuntur numeri, totidem etiam inter singulos et unitatem secundum proportionem continuam interponentur.

Sint duo numeri inter se primi A, B , et inter eos secundum proportionem continuam interponantur Γ, Δ , et ponatur unitas E . dico, quot inter A, B secundum proportionem continuam interponantur numeri, totidem etiam inter singulos A, B et unitatem secundum proportionem continuam interpositum iri.

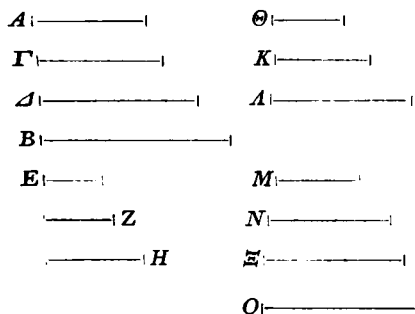
sumantur enim duo numeri minimi in ratione A, Γ, Δ, B numerorum Z, H , tres autem Θ, K, Λ et semper deinceps uno plures, donec fiat multitudo eorum multitudini numerorum A, Γ, Δ, B aequalis [prop. II]. sumantur et sint M, N, Ξ, O . manifestum igitur

-σιν ἀριθμοὶ ὅσοι] in ras. m. 1 B. 12. ἐμπέτωσιν P. 14.
μεταξὺ] ἐξῆς μεταξὺ Theon (BVφ). 24. τῶν] corr. ex τόν V.

δὴ, ὅτι ὁ μὲν Z ἑαυτὸν πολλαπλασιάζας τὸν Θ πεποίηκεν, τὸν δὲ Θ πολλαπλασιάζας τὸν M πεποίηκεν. καὶ ὁ H ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάζας τὸν A πεποίηκεν. τὸν δὲ A πολλαπλασιάζας τὸν O πεποίηκεν. καὶ ἐπὶ
 5 οἱ M, N, Ξ, O ἐλάχιστοι εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς Z, H , εἰσὶ δὲ καὶ οἱ A, Γ, Δ, B ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς Z, H , καὶ ἐστὶν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν M, N, Ξ, O τῷ πλῆθει τῶν A, Γ, Δ, B , ἕκαστος ἄρα τῶν M, N, Ξ, O ἐκάστῳ
 10 τῶν A, Γ, Δ, B ἴσος ἐστίν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν M τῷ A , ὁ δὲ O τῷ B . καὶ ἐπεὶ ὁ Z ἑαυτὸν πολλαπλασιάζας τὸν Θ πεποίηκεν, ὁ Z ἄρα τὸν Θ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Z μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ E μονὰς τὸν Z κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκως ἄρα ἡ E
 15 μονὰς τὸν Z ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Z τὸν Θ . ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ E μονὰς πρὸς τὸν Z ἀριθμὸν, οὕτως ὁ Z πρὸς τὸν Θ . πάλιν, ἐπεὶ ὁ Z τὸν Θ πολλαπλασιάζας τὸν M πεποίηκεν, ὁ Θ ἄρα τὸν M μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Z μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ E μονὰς
 20 τὸν Z ἀριθμὸν κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκως ἄρα ἡ E μονὰς τὸν Z ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Θ τὸν M . ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ E μονὰς πρὸς τὸν Z ἀριθμὸν, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν M . ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ E μονὰς πρὸς τὸν Z ἀριθμὸν, οὕτως ὁ Z πρὸς τὸν Θ .

1. πεποίηκε Vφ. 2. πεποίηκε Vφ. 3. πεποίηκε Vφ.
 4. πεποίηκε Vφ. 5. εἰσιν P. 6. Z, H] H, Z BVφ. εἰσιν B. 7. τὸν] corr. ex τῶν m. 1 P. Z, H] H, Z BVφ; E, Z P. 10. ἴσος] (prius) corr. ex ἴσον m. rec. P. 12. Z] eras. V. 13. τῷ Z] αὐτῷ Vφ, τῷ Z supra m. 2 V. 18. ἄρα] ἔτι φ. 21. Θ] e corr. V; E P. 22. ὡς] supra m. 1 B. 24. πρὸς] (prius) supra m. 2 B.

est, esse $Z \times Z = \Theta$, $Z \times \Theta = M$, $H \times H = A$,



$H \times A = O$ [prop.

II coroll.]. et quoni-

am M, N, Ξ, O mini-

mi sunt eorum, qui

eandem rationem ha-

bent ac Z, H , uerum

etiam A, Γ, Δ, B

minimi sunt eorum,

qui eandem ratio-

nem habent ac Z, H

[prop. III], et mul-

titudo numerorum M, N, Ξ, O multitudini nume-

rorum A, Γ, Δ, B aequalis est, singuli M, N, Ξ, O

singulis A, Γ, Δ, B aequales sunt. itaque $M = A$,

$O = B$. et quoniam $Z \times Z = \Theta$, numerus Z nume-

rum Θ secundum unitates numeri Z metitur [VII def.

15]. uerum etiam unitas E numerum Z secundum

unitates ipsius metitur. itaque unitas E numerum Z

et Z numerum Θ aequaliter metitur. itaque

$$E : Z = Z : \Theta \text{ [VII def. 20].}$$

rursus quoniam $Z \times \Theta = M$, numerus Θ numerum

M secundum unitates numeri Z metitur [VII def. 15].

uerum etiam unitas E numerum Z secundum unitates

ipsius metitur. itaque E unitas numerum Z et Θ

numerum M aequaliter metitur. quare

$$E : Z = \Theta : M \text{ [VII def. 20].}$$

demonstrauimus autem, esse etiam $E : Z = Z : \Theta$.

- δῆ, ὅτι ὁ μὲν Z ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας
 ποίηκεν, τὸν δὲ Θ πολλαπλασιάσας τὸν
 καὶ ὁ H ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν
 τὸν δὲ A πολλαπλασιάσας τὸν O πεποίη-
 5 οὶ M, N, Ξ, O ἐλάχιστοι εἰσι τῶν τὸν
 ἔχόντων τοῖς Z, H , εἰσὶ δὲ καὶ οἱ A ,
 χιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τ
 ἐστὶν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν M, N, Ξ ,
 τῶν A, Γ, Δ, B , ἕκαστος ἄρα τῶν M ,
 10 τῶν A, Γ, Δ, B ἴσος ἐστίν· ἴσος ἄρα
 τῷ A , ὁ δὲ O τῷ B . καὶ ἐπεὶ ὁ Z
 πλασιάσας τὸν Θ πεποίηκεν, ὁ Z ἄρα
 κατὰ τὰς ἐν τῷ Z μονάδας. μετρεῖ δὲ
 τὸν Z κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας·
 15 μονὰς τὸν Z ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ
 ἄρα ὡς ἡ E μονὰς πρὸς τὸν Z ἀριθ-
 πρὸς τὸν Θ . πάλιν, ἐπεὶ ὁ Z τὸν
 σας τὸν M πεποίηκεν, ὁ Θ ἄρα τὸν
 τὰς ἐν τῷ Z μονάδας. μετρεῖ δὲ
 20 τὸν Z ἀριθμὸν κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ
 ἄρα ἡ E μονὰς τὸν Z ἀριθμὸν με-
 M . ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ E μονὰς πρὸ
 οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν M . ἐδείχθη
 μονὰς πρὸς τὸν Z ἀριθμὸν, οὕτως

1. πεποίηκε V φ. 2. πεποίηκε V φ.
 4. πεποίηκε V φ. 5. εἰσιν P. 6. Z ,
 σίν B. 7. τὸν] corr. ex τῶν m. 1 P.
 E, Z P. 10. ἴσος] (prius) corr. ex ἴ-
 Z] eras. V. 13. τῷ Z] αὐτῷ V φ, τῷ
 ἄρα] ἔτι φ. 21. Θ] e corr. V; E P.
 24. πρὸς] (prius) supra m. 2 B.

: M . uerum $M = A$.

A . eadem de causa
ergo quot inter A , B
uam interpositi sunt
ingulos A , B et uni-
nem continuam inter-
demonstrandum.

et unitatem secundum
neri aliquot interpositi
unitatem secundum pro-
positi sunt numeri, totidem
proportionem continuam

Nam inter duos numeros
 B et unitatem Γ secundum
proportionem continuam inter-
nantur numeri Δ , E et Z ,
dico, quot inter singulos
 B et unitatem Γ secundum
proportionem continuam inter-
positi sint numeri, totidem eti-
am inter A , B secundum pro-
positum iri.

lin. 13 (*ἐκαστέρου*) etiam Cam-
deum enim VIII, 10 ita legimus:
unitatem quotlibet numeri con-
serint, ambobus numeris totidem
teresse necesse est.

καὶ ὡς ἄρα ἡ E μονὰς πρὸς τὸν Z ἀριθμόν, οὕτως
 ὁ Z πρὸς τὸν Θ καὶ ὁ Θ πρὸς τὸν M . ἴσος δὲ ὁ
 M τῷ A . ἔστιν ἄρα ὡς ἡ E μονὰς πρὸς τὸν Z
 ἀριθμόν, οὕτως ὁ Z πρὸς τὸν Θ καὶ ὁ Θ πρὸς τὸν
 5 A . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ E μονὰς πρὸς τὸν
 H ἀριθμόν, οὕτως ὁ H πρὸς τὸν A καὶ ὁ A πρὸς
 τὸν B . ὅσοι ἄρα εἰς τοὺς A, B μεταξὺ κατὰ τὸ συ-
 νεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ
 ἐκατέρου τῶν A, B καὶ μονάδος τῆς E μεταξὺ καὶ
 10 τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί. ὅπερ
 ἔδει δεῖξαι.

ι'.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν ἐκατέρου καὶ μονάδος
 μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν
 15 ἀριθμοί, ὅσοι ἐκατέρου αὐτῶν καὶ μονάδος με-
 ταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν
 ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ
 τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

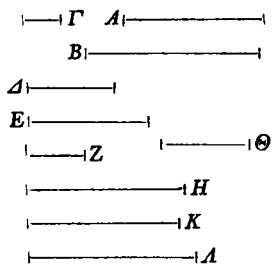
Δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν A, B καὶ μονάδος τῆς Γ
 20 μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτέωσαν ἀριθ-
 μοὶ οἱ τε A, E καὶ οἱ Z, H . λέγω, ὅτι ὅσοι ἐκατέ-
 ρου τῶν A, B καὶ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ κατὰ τὸ
 συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι
 καὶ εἰς τοὺς A, B μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον
 25 ἐμπεσοῦνται.

2. πρὸς τὸν M — 4: πρὸς τὸν A] add. m. 2 B; sed πρὸς
 τὸν A lin. 4 etiam in textu sunt a m. 1. 2. ἴσος δὲ ὁ M τῷ
 A] ὁ δὲ M (μὴ φ) τῷ A ἔστιν ἴσος $BV\varphi$; in V haec uerba
 et seq. ad πρὸς τὸν A lin. 4 in mg. sunt m. 2. 3. ἡ] corr.
 ex ὁ φ . 13. ἐκατέρου] om. Theon ($BV\varphi$). 15. ἐξῆς με-
 ταξὺ Theon ($BV\varphi$). 16. τῷ] om. V . 18. ἀνάλογον] m.
 2 B, om. $V\varphi$.

quare etiam $E:Z = Z:\Theta = \Theta:M$. uerum $M = A$. itaque erit $E:Z = Z:\Theta = \Theta:A$. eadem de causa etiam $E:H = H:A = A:B$. ergo quot inter A, B secundum proportionem continuam interpositi sunt numeri, totidem etiam inter singulos A, B et unitatem E secundum proportionem continuam interpositi sunt numeri; quod erat demonstrandum.

X.

Si inter duos numeros¹⁾ et unitatem secundum proportionem continuam numeri aliquot interpositi sunt, quot inter singulos et unitatem secundum proportionem continuam interpositi sunt numeri, totidem etiam inter ipsos secundum proportionem continuam interponentur.



Nam inter duos numeros A, B et unitatem Γ secundum proportionem continuam interponantur numeri Δ, E et Z, H . dico, quot inter singulos A, B et unitatem Γ secundum proportionem continuam interpositi sint numeri, totidem etiam inter A, B secundum pro-

portionem continuam interpositum iri.

1) Scripturam codicis P lin. 13 (*ἐκατέρου*) etiam Campanus habuisse uidetur; apud eum enim VIII, 10 ita legimus: si inter utrumque eorum et unitatem quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint, ambobus numeris totidem continua proportionalitate interesse necesse est.

Ὁ Δ γὰρ τὸν Z πολλαπλασιάσας τὸν Θ ποιεῖτω, ἐκάτερος δὲ τῶν Δ , Z τὸν Θ πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν K , Λ ποιεῖτω.

Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ Γ μονὰς πρὸς τὸν Δ ἀριθ-
 5 μόν, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν E , ἰσάκεις ἄρα ἡ Γ μονὰς
 τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Δ τὸν E . ἡ δὲ Γ μονὰς
 τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας· καὶ ὁ Δ ἄρα ἀριθμὸς τὸν E μετρεῖ κατὰ τὰς
 ἐν τῷ Δ μονάδας· ὁ Δ ἄρα ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας
 10 τὸν E πεποίηκεν. πάλιν, ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ Γ [μονὰς]
 πρὸς τὸν Δ ἀριθμὸν, οὕτως ὁ E πρὸς τὸν A , ἰσάκεις
 ἄρα ἡ Γ μονὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ E τὸν
 A . ἡ δὲ Γ μονὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς
 ἐν τῷ Δ μονάδας· καὶ ὁ E ἄρα τὸν A μετρεῖ κατὰ
 15 τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας· ὁ Δ ἄρα τὸν E πολλαπλασιά-
 σας τὸν A πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ μὲν
 Z ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν H πεποίηκεν, τὸν δὲ
 H πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ
 ἐαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν E πεποίηκεν, τὸν
 20 δὲ Z πολλαπλασιάσας τὸν Θ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα
 ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν Θ . διὰ
 τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ Θ
 πρὸς τὸν H . καὶ ὡς ἄρα ὁ E πρὸς τὸν Θ , οὕτως
 ὁ Θ πρὸς τὸν H . πάλιν, ἐπεὶ ὁ Δ ἐκάτερον τῶν
 25 E , Θ πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν A , K πεποίηκεν,
 ἔστιν ἄρα ὡς ὁ E πρὸς τὸν Θ , οὕτως ὁ A πρὸς
 τὸν K . ἀλλ' ὡς ὁ E πρὸς τὸν Θ , οὕτως ὁ Δ πρὸς
 τὸν Z · καὶ ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ A

4. ἐστὶν] supra m. 1 V. 8. καὶ ὁ Δ ἄρα — 9: μονάδας]
 mg. m. 1 Pφ. 8. ἄρα] om. B. ἀριθμός] om. Vφ. 10.
 πεποίηκε Vφ. μονάς] om. P. 12. Γ] e corr. V. 11.

sit enim $A \times Z = \Theta$, $A \times \Theta = K$, $Z \times \Theta = A$.
 et quoniam est $\Gamma: A = A: E$, unitas Γ numerum A
 et A numerum E aequaliter metitur [VII def. 20].
 uerum unitas Γ numerum A secundum unitates nu-
 meri A metitur. quare etiam numerus A numerum
 E metitur secundum unitates numeri A . itaque
 $A \times A = E$. rursus quoniam est $\Gamma: A = E: A$,
 unitas Γ numerum A et E numerum A aequaliter
 metitur. uerum unitas Γ numerum A secundum uni-
 tates numeri A metitur. quare etiam E numerum
 A secundum unitates numeri A metitur. itaque
 $A \times E = A$. eadem de causa etiam $Z \times Z = H$
 et $Z \times H = B$. et quoniam $A \times A = E$ et

$A \times Z = \Theta$, erit [VII, 17] $A: Z = E: \Theta$.
 eadem de causa erit etiam $A: Z = \Theta: H$ [VII, 18].¹⁾
 quare etiam $E: \Theta = \Theta: H$. rursus quoniam
 $A \times E = A$ et $A \times \Theta = K$, erit $E: \Theta = A: K$
 [VII, 17]. uerum $E: \Theta = A: Z$. quare etiam
 $A: Z = A: K$.

1) Cum habeamus $A \times Z = \Theta$ et $Z \times Z = H$, proprie
 citanda est VII, 18, non VII, 17, ut in praecedenti ratio-
 cinatione; sed cum $A \times Z = Z \times A$ (VII, 16), adparet, Eu-
 clidem sine errore dicere posse lin. 21 sq.: *διὰ τὰ αὐτά*.

ἰσάμεις — 12: τὸν A] bis V (corr.), φ. 14. καὶ ὁ E — 15:
 μονάδας] mg. m. 1 P. 14. A] in ras. m. 1 B. 16. πεποίηκε
 V φ. 17. πεποίηκε V φ. 18. πολλασιάσας φ. 19. πε-
 ποίηκε V φ. 24. τῶν E — 25: ἐκάτερον] mg. m. 1 P.
 25. τὸν A , H φ. 27. ἀλλά P.

Ὁ Δ γὰρ τὸν Z πολλαπλασιάσας τὸν Θ ποιεῖτω.
ἐκάτερος δὲ τῶν Δ , Z τὸν Θ πολλαπλασιάσας ἐκάτε-
ρον τῶν K , Λ ποιεῖτω.

Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ Γ μονὰς πρὸς τὸν Δ ἀριθ-
5 μόν, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν E , ἰσάκῃς ἄρα ἡ Γ μονὰς
τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Δ τὸν E . ἡ δὲ Γ μο-
νὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μο-
νάδας· καὶ ὁ Δ ἄρα ἀριθμὸς τὸν E μετρεῖ κατὰ τὰς
ἐν τῷ Δ μονάδας· ὁ Δ ἄρα ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας
10 τὸν E πεποίηκεν. πάλιν, ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ Γ [μονὰς]
πρὸς τὸν Δ ἀριθμὸν, οὕτως ὁ E πρὸς τὸν A , ἰσάκῃς
ἄρα ἡ Γ μονὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ E τὸν
 A . ἡ δὲ Γ μονὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς
ἐν τῷ Δ μονάδας· καὶ ὁ E ἄρα τὸν A μετρεῖ κατὰ
15 τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας· ὁ Δ ἄρα τὸν E πολλαπλασιά-
σας τὸν A πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ μὲν
 Z ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν H πεποίηκεν, τὸν δὲ
 H πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ
ἐαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν E πεποίηκεν, τὸν
20 δὲ Z πολλαπλασιάσας τὸν Θ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα
ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν Θ . διὰ
τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ Θ
πρὸς τὸν H . καὶ ὡς ἄρα ὁ E πρὸς τὸν Θ , οὕτως
ὁ Θ πρὸς τὸν H . πάλιν, ἐπεὶ ὁ Δ ἐκάτερον τῶν
25 E , Θ πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν A , K πεποίηκεν,
ἔστιν ἄρα ὡς ὁ E πρὸς τὸν Θ , οὕτως ὁ A πρὸς
τὸν K . ἀλλ' ὡς ὁ E πρὸς τὸν Θ , οὕτως ὁ Δ πρὸς
τὸν Z · καὶ ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ A

4. ἐστὶν] supra m. 1 V. 8. καὶ ὁ Δ ἄρα — 9: μονάδας]
mg. m. 1 P φ. 8. ἄρα] om. B. ἀριθμὸς] om. V φ. 10.
πεποίηκε V φ. μονὰς] om. P. 12. Γ] e corr. V. 11.

sit enim $A \times Z = \Theta$, $A \times \Theta = K$, $Z \times \Theta = A$.
 et quoniam est $\Gamma : A = A : E$, unitas Γ numerum A
 et A numerum E aequaliter metitur [VII def. 20].
 uerum unitas Γ numerum A secundum unitates nu-
 meri A metitur. quare etiam numerus A numerum
 E metitur secundum unitates numeri A . itaque
 $A \times A = E$. rursus quoniam est $\Gamma : A = E : A$,
 unitas Γ numerum A et E numerum A aequaliter
 metitur. uerum unitas Γ numerum A secundum uni-
 tates numeri A metitur. quare etiam E numerum
 A secundum unitates numeri A metitur. itaque
 $A \times E = A$. eadem de causa etiam $Z \times Z = H$
 et $Z \times H = B$. et quoniam $A \times A = E$ et

$$A \times Z = \Theta, \text{ erit [VII, 17] } A : Z = E : \Theta.$$

eadem de causa erit etiam $A : Z = \Theta : H$ [VII, 18].¹⁾

quare etiam $E : \Theta = \Theta : H$. rursus quoniam

$A \times E = A$ et $A \times \Theta = K$, erit $E : \Theta = A : K$
 [VII, 17]. uerum $E : \Theta = A : Z$. quare etiam

$$A : Z = A : K.$$

1) Cum habeamus $A \times Z = \Theta$ et $Z \times Z = H$, proprie
 citanda est VII, 18, non VII, 17, ut in praecedenti ratio-
 cinatione; sed cum $A \times Z = Z \times A$ (VII, 16), adparet, Eu-
 clidem sine errore dicere posse lin. 21 sq.: *διὰ τὰ αὐτά*.

ισάκεις — 12: *τὸν A*] bis V (corr.), φ. 14. *καὶ ὁ E* — 15:
μονάδας] mg. m. 1 P. 14. *A*] in ras. m. 1 B. 16. *πεποίηκε*
 Vφ. 17. *πεποίηκε* Vφ. 18. *πολλασιόσας* φ. 19. *πε-*
ποίηκε Vφ. 24. *τῶν E* — 25: *ἐκάτερον*] mg. m. 1 P.
 25. *τὸν A, H* φ. 27. *ἀλλά* P.

πρὸς τὸν K . πάλιν, ἐπεὶ ἐκάτερος τῶν Δ , Z τὸν Θ
 πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν K , A πεποίηκεν, ἔστιν
 ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ K πρὸς τὸν A .
 ἀλλ' ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν K .
 5 καὶ ὡς ἄρα ὁ A πρὸς τὸν K , οὕτως ὁ K πρὸς τὸν
 A . ἔτι ἐπεὶ ὁ Z ἐκάτερον τῶν Θ , H πολλαπλασιάσας
 ἐκάτερον τῶν A , B πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Θ
 πρὸς τὸν H , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν B . ὡς δὲ ὁ Θ
 πρὸς τὸν H , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Z . καὶ ὡς ἄρα
 10 ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν B . ἐδείχθη
 δὲ καὶ ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ τε A πρὸς τὸν
 K καὶ ὁ K πρὸς τὸν A . καὶ ὡς ἄρα ὁ A πρὸς τὸν
 K , οὕτως ὁ K πρὸς τὸν A καὶ ὁ A πρὸς τὸν B . οἱ
 A , K , A , B ἄρα κατὰ τὸ συνεχὲς ἐξῆς εἰσιν ἀνάλογον.
 15 ὅσοι ἄρα ἐκάτερον τῶν A , B καὶ τῆς Γ μονάδος με-
 ταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί,
 τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς A , B μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς
 ἐμπεσοῦνται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια'.

20 Δύο τετραγώνων ἀριθμῶν εἰς μέσος ἀνά-
 λογόν ἐστιν ἀριθμός, καὶ ὁ τετράγωνος πρὸς
 τὸν τετράγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ
 ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν.

Ἔστωσαν τετράγωνοι ἀριθμοὶ οἱ A , B , καὶ τοῦ
 25 μὲν A πλευρὰ ἔστω ὁ Γ , τοῦ δὲ B ὁ Δ . λέγω, ὅτι
 τῶν A , B εἰς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός, καὶ ὁ
 A πρὸς τὸν B διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ Γ πρὸς
 τὸν Δ .

1. καὶ πάλιν, delete καὶ P. Δ , Z] Z , Δ B. 3. Z] in
 ras. φ. 10. ἐδείχθη δέ] mg. φ. 12. καὶ ὡς ἄρα — 13:

rursus quoniam $A \times \Theta = K$ et $Z \times \Theta = A$, erit $A : Z = K : A$ [VII, 18]. uerum $A : Z = A : K$. quare etiam $A : K = K : A$. praeterea quoniam $Z \times \Theta = A$ et $Z \times H = B$, erit [VII, 17] $\Theta : H = A : B$. uerum $\Theta : H = A : Z$. quare etiam $A : Z = A : B$. demonstrauius autem, esse etiam

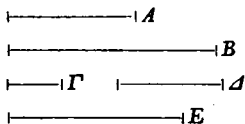
$$A : Z = A : K = K : A.$$

itaque erit $A : K = K : A = A : B$. itaque A, K, A, B deinceps in continua proportionem sunt. quot igitur inter singulos A, B et Γ unitatem secundum proportionem continuam interponuntur numeri, totidem etiam inter A, B deinceps interponentur; quod erat demonstrandum.

XI.

Inter duos numeros quadratos unus medius est proportionalis numerus, et quadratus ad quadratum duplicatam rationem habet quam latus ad latus.

Sint numeri quadrati A, B , et numeri A latus sit Γ , numeri autem B latus Δ . dico, inter A, B



unum medium esse proportionalem numerum, et esse

$$A : B = \Gamma^2 : \Delta^2.$$

πρὸς τὸν A] om. BVφ. 15. Γ] in ras. φ. 17. Ante καὶ
ras. 1 litt. V. 26. τῶν] corr. ex τὸν V.

Ὁ Γ γὰρ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιεῖτω.
καὶ ἐπεὶ τετράγωνός ἐστιν ὁ Α, πλευρὰ δὲ αὐτοῦ
ἐστιν ὁ Γ, ὁ Γ ἄρα ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Α
πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Δ ἐαυτὸν πολλα-
5 πλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. ἐπεὶ οὖν ὁ Γ ἐκάτερον
τῶν Γ, Δ πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν Α, Ε πε-
ποίηκεν, ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ
Α πρὸς τὸν Ε. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς
τὸν Δ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Β. καὶ ὡς ἄρα ὁ Α
10 πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Β. τῶν Α, Β ἄρα
εἰς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός.

Λέγω δὴ, ὅτι καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β διπλασίονα
λόγον ἔχει ἥπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. ἐπεὶ γὰρ τρεῖς
ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν οἱ Α, Ε, Β, ὁ Α ἄρα πρὸς
15 τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ Α πρὸς τὸν
Ε. ὡς δὲ ὁ Α πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν
Δ. ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ
ἢ Γ πλευρὰ πρὸς τὴν Δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ'.

20 Δύο κύβων ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογόν
εἰσιν ἀριθμοί, καὶ ὁ κύβος πρὸς τὸν κύβον
τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ πλευρὰ πρὸς
τὴν πλευράν.

Ἔστωσαν κύβοι ἀριθμοὶ οἱ Α, Β καὶ τοῦ μὲν Α
25 πλευρὰ ἔστω ὁ Γ, τοῦ δὲ Β ὁ Δ· λέγω, ὅτι τῶν Α,
Β δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί, καὶ ὁ Α πρὸς
τὸν Β τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ.

1. γάρ] m. 2 B, post ras. 1 litt. V. 4. πεποίηκε Vφ.
8. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καί] P; πάλιν ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλα-
σιάσας τὸν Ε πεποίηκεν, ὁ δὲ Δ ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν

sit enim $\Gamma \times \Delta = E$. et quoniam quadratus est A et latus eius Γ , erit $\Gamma \times \Gamma = A$. eadem de causa etiam $\Delta \times \Delta = B$. iam quoniam $\Gamma \times \Gamma = A$ et $\Gamma \times \Delta = E$, erit $\Gamma : \Delta = A : E$ [VII, 17]. eadem de causa¹⁾ erit etiam $\Gamma : \Delta = E : B$. quare etiam $A : E = E : B$. ergo inter A, B unus medius est proportionalis numerus.

Iam dico, esse etiam $A : B = \Gamma^2 : \Delta^2$. nam quoniam tres numeri proportionales sunt A, E, B , erit $A : B = A^2 : E^2$ [V def. 9]. uerum $A : E = \Gamma : \Delta$. itaque $A : B = \Gamma^2 : \Delta^2$; quod erat demonstrandum.

XII.

Inter duos cubos numeros duo medii proportionales sunt numeri, et cubus ad cubum triplicatam rationem habet quam latus ad latus.

Sint cubi numeri
 A, B , et latus numeri A sit Γ , numeri B autem Δ . dico,
inter A, B duos medios proportionales esse numeros, et esse $A : B = \Gamma^3 : \Delta^3$.

1) Nam $\Gamma \times \Delta = E$ et $\Delta \times \Delta = B$. itaque proportio illa proprie per VII, 18 (non VII, 17) efficitur. sed cfr. p. 300, 21 sq. et p. 301 not. uerba lin. 8 interpolata etiam ipsa orationis forma (*ἕνα καὶ τὸν αὐτόν*) redarguuntur.

B πεποιήμεν (πεποίημε Vφ), δύο δὲ ἀριθμοὶ οἱ Γ, Δ ἕνα καὶ τὸν αὐτόν τὸν Δ πολλαπλασιάσαντες τοὺς Ε, Β πεποιήκασιν· ἔστιν ἄρα Theon (BVφ). 9. Post B add. Theon: ἀλλ' ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ε (BVφ). 10. τῶν] τοῦ in ras. comp. V. 11. ἀριθμὸς ὁ Ε Theon (BVφ). 18. Δ πλευράν Vφ. 20. μέσους P, corr. m. rec.

Ὁ γὰρ Γ ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιεῖται.
 τὸν δὲ Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποιεῖται, ὁ δὲ Δ ἑαυτὸν
 πολλαπλασιάσας τὸν Η ποιεῖται, ἑκάτερος δὲ τῶν Γ, Δ
 τὸν Ζ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Θ, Κ ποιεῖται.
 5 Καὶ ἐπεὶ κύβος ἐστὶν ὁ Α, πλευρὰ δὲ αὐτοῦ ὁ
 Γ, καὶ ὁ Γ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποιήκεν.
 ὁ Γ ἄρα ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποιή-
 κεν, τὸν δὲ Ε πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποιήκεν.
 διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Δ ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας
 10 τὸν Η πεποιήκεν, τὸν δὲ Η πολλαπλασιάσας τὸν Β
 πεποιήκεν. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ ἑκάτερον τῶν Γ, Δ πολλα-
 πλασιάσας ἑκάτερον τῶν Ε, Ζ πεποιήκεν, ἔστιν ἄρα
 ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ. διὰ
 τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ζ
 15 πρὸς τὸν Η. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Γ ἑκάτερον τῶν Ε, Ζ
 πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Α, Θ πεποιήκεν, ἔστιν
 ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Θ.
 ὡς δὲ ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ.
 καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν
 20 Θ. πάλιν, ἐπεὶ ἑκάτερος τῶν Γ, Δ τὸν Ζ πολλαπλα-
 σιάσας ἑκάτερον τῶν Θ, Κ πεποιήκεν, ἔστιν ἄρα ὡς
 ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Κ. πάλιν,
 ἐπεὶ ὁ Δ ἑκάτερον τῶν Ζ, Η πολλαπλασιάσας ἑκάτε-
 ρον τῶν Κ, Β πεποιήκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ζ πρὸς
 25 τὸν Η, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Β. ὡς δὲ ὁ Ζ πρὸς
 τὸν Η, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς
 τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Θ καὶ ὁ Θ πρὸς τὸν
 Κ καὶ ὁ Κ πρὸς τὸν Β. τῶν Α, Β ἄρα δύο μέσοι
 ἀνάλογόν εἰσιν οἱ Θ, Κ.

4. Ζ] eras. V. 6. πεποιήκε Vφ. 7. πεποιήκε Vφ. 8.
 πεποιήκε Vφ. 10. πεποιήκε Vφ. 11. πεποιήκε Vφ. 17.

sit enim $\Gamma \times \Gamma = E$, $\Gamma \times \Delta = Z$, $\Delta \times \Delta = H$,
 $\Gamma \times Z = \Theta$, $\Delta \times Z = K$. et quoniam Δ cubus est,
latus autem eius Γ et $\Gamma \times \Gamma = E$, erit $\Gamma \times \Gamma = E$
et $\Gamma \times E = A$. eadem de causa erit etiam $\Delta \times \Delta = H$
et $\Delta \times H = B$. et quoniam $\Gamma \times \Gamma = E$ et $\Gamma \times \Delta = Z$,
erit $\Gamma : \Delta = E : Z$ [VII, 17]. eadem de causa erit
etiam $\Gamma : \Delta = Z : H$ [VII, 18].¹⁾ rursus quoniam
 $\Gamma \times E = A$ et $\Gamma \times Z = \Theta$, erit $E : Z = A : \Theta$
[VII, 17]. uerum $E : Z = \Gamma : \Delta$. quare etiam
 $\Gamma : \Delta = A : \Theta$. rursus quoniam $\Gamma \times Z = \Theta$ et
 $\Delta \times Z = K$, erit [VII, 18] $\Gamma : \Delta = \Theta : K$. rursus
quoniam $\Delta \times Z = K$ et $\Delta \times H = B$, erit

$$Z : H = K : B \text{ [VII, 17].}$$

uerum $Z : H = \Gamma : \Delta$. quare etiam

$$\Gamma : \Delta = A : \Theta = \Theta : K = K : B.^2)$$

ergo inter A, B duo medii proportionales sunt Θ, K .

1) Nam $\Gamma \times \Delta = Z$ et $\Delta \times \Delta = H$; u. p. 305 not.

2) Euclides hic paullo breuior est, quam solet. sed recepto supplemento codicum deteriorum lin. 27 falsa illa efficitur forma orationis, quam p. 302, 12—13 cum P sustulimus. cui ut mederetur, Augustus lin. 28 post prius K interposuit: ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν Θ οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν K (!); ego malui codd. PB sequi.

οὕτως — 18: πρὸς τὸν Z] m. 2 B. 20. ἐπεὶ] om. P. 25. B] $H\varphi$. 27. Post Δ add. $V\varphi$: οὕτως ὁ K πρὸς τὸν B . ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ ; idem B mg. m. 2. ὁ Γ] Γ B. 28. τῶν] corr. ex τὸν V. 29. οἱ] ἀριθμοὶ of B.

Λέγω δὴ, ὅτι καὶ ὁ A πρὸς τὸν B τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ . ἐπεὶ γὰρ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν οἱ A, Θ, K, B , ὁ A ἄρα πρὸς τὸν B τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ A πρὸς
 5 τὸν Θ . ὥς δὲ ὁ A πρὸς τὸν Θ , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ · καὶ ὁ A [ἄρα] πρὸς τὸν B τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιγ'.

Ἐὰν ὧσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνά-
 10 λογον, καὶ πολλαπλασιάσας ἕκαστος ἑαυτὸν ποιῇ τινα, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἀνάλογον ἔσονται· καὶ ἐὰν οἱ ἐξ ἀρχῆς τοὺς γενομένους πολλαπλασιάσαντες ποιῶσί τινας, καὶ αὐτοὶ ἀνάλογον ἔσονται [καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους
 15 τοῦτο συμβαίνει].

Ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον, οἱ A, B, Γ , ὥς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ B πρὸς τὸν Γ , καὶ οἱ A, B, Γ ἑαυτοὺς μὲν πολλαπλασιάσαντες τοὺς Δ, E, Z ποιεῖτωσαν, τοὺς δὲ Δ, E, Z πολλα-
 20 πλασιάσαντες τοὺς H, Θ, K ποιεῖτωσαν· λέγω, ὅτι οἱ τε Δ, E, Z καὶ οἱ H, Θ, K ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν.

Ὁ μὲν γὰρ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιεῖτω, ἑκάτερος δὲ τῶν A, B τὸν A πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν M, N ποιεῖτω. καὶ πάλιν ὁ μὲν B τὸν
 25 Γ πολλαπλασιάσας τὸν Ξ ποιεῖτω, ἑκάτερος δὲ τῶν B, Γ τὸν Ξ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν O, Π ποιεῖτω.

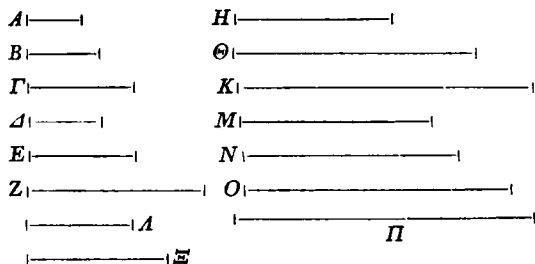
1. τριπλασίονα] τε- e corr. V. 5. ὥς δὲ ὁ A πρὸς τὸν Θ] mg. φ. 6. ἄρα] om. P, m. 2 B. 11. ποιεῖ Vφ. τινας Vφ. 12. γενομένους V. 13. ποιῶσιν B. 22. τὸν A — 23: πολλαπλασιάσας ἐ-] mg. φ. 26. τῶν] τόν P. O] in ras. m. 1 B.

Iam dico, esse etiam $A : B = \Gamma^3 : \Delta^3$. nam quoniam quattuor numeri proportionales sunt A, Θ, K, B , erit $A : B = A^3 : \Theta^3$ [V def. 10]. uerum $A : \Theta = \Gamma : \Delta$. ergo $A : B = \Gamma^3 : \Delta^3$; quod erat demonstrandum.

XIII.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et singuli se ipsos multiplicantes numeros aliquos effecerint, numeri ex iis producti proportionales erunt; et si numeri ab initio sumpti numeros productos multiplicantes numeros aliquos effecerint, hi et ipsi proportionales erunt.¹⁾

Sint quotlibet numeri deinceps proportionales A, B, Γ , ita ut sit $A : B = B : \Gamma$, et sit $A \times A = \Delta$, $B \times B = E$, $\Gamma \times \Gamma = Z$, $A \times \Delta = H$, $B \times E = \Theta$, $\Gamma \times Z = K$. dico, et numeros Δ, E, Z et H, Θ, K deinceps proportionales esse.



nam sit $A \times B = \Delta$, $A \times \Delta = M$, $B \times \Delta = N$,
et rursus sit $B \times \Gamma = E$, $B \times E = O$, $\Gamma \times E = \Pi$.

1) Uerba sequentia καὶ ἀεὶ lin. 14 — συμβαίνει lin. 15 subditua uidentur; cfr. ad VII, 27. habet ea Campanus VIII, 12.

Λέγω δὴ, ὅτι καὶ ὁ A πρὸς τὸν B τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ . ἐπεὶ γὰρ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν οἱ A, Θ, K, B , ὁ A ἄρα πρὸς τὸν B τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ A πρὸς
 5 τὸν Θ . ὥς δὲ ὁ A πρὸς τὸν Θ , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ · καὶ ὁ A [ἄρα] πρὸς τὸν B τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιγ'.

Ἐὰν ὧσιν ὅσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον, καὶ πολλαπλασιάσας ἕκαστος ἑαυτὸν ποιῇ τινα, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἀνάλογον ἔσονται· καὶ ἐὰν οἱ ἐξ ἀρχῆς τοὺς γενομένους πολλαπλασιάσαντες ποιῶσί τινας, καὶ αὐτοὶ ἀνάλογον ἔσονται [καὶ αἰετὶ περὶ τοὺς ἄκρους
 15 τοῦτο συμβαίνει].

Ἔστωσαν ὅποιοιῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον, οἱ A, B, Γ , ὥς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ B πρὸς τὸν Γ , καὶ οἱ A, B, Γ ἑαυτοὺς μὲν πολλαπλασιάσαντες τοὺς Δ, E, Z ποιείτωσαν, τοὺς δὲ Δ, E, Z πολλα-
 20 πλασιάσαντες τοὺς H, Θ, K ποιείτωσαν· λέγω, ὅτι οἱ τε Δ, E, Z καὶ οἱ H, Θ, K ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν.

Ὁ μὲν γὰρ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω, ἑκάτερος δὲ τῶν A, B τὸν Δ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν M, N ποιείτω. καὶ πάλιν ὁ μὲν B τὸν
 25 Γ πολλαπλασιάσας τὸν Ξ ποιείτω, ἑκάτερος δὲ τῶν B, Γ τὸν Ξ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν O, Π ποιείτω.

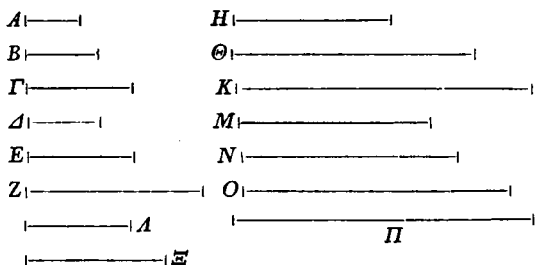
1. τριπλασίονα] τε- e corr. V. 5. ὥς δὲ ὁ A πρὸς τὸν Θ] mg. φ. 6. ἄρα] om. P, m. 2 B. 11. ποιεῖ V φ. τινας V φ. 12. γινόμενους V. 13. ποιῶσιν B. 22. τὸν Δ — 23: πολλαπλασιάσας ἐ-] mg. φ. 26. τῶν] τόν P. O] in ras. m. 1 B.

Iam dico, esse etiam $A : B = \Gamma^3 : \Delta^3$. nam quoniam quattuor numeri proportionales sunt A, Θ, K, B , erit $A : B = A^3 : \Theta^3$ [V def. 10]. uerum $A : \Theta = \Gamma : \Delta$. ergo $A : B = \Gamma^3 : \Delta^3$; quod erat demonstrandum.

XIII.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et singuli se ipsos multiplicantes numeros aliquos effecerint, numeri ex iis producti proportionales erunt; et si numeri ab initio sumpti numeros productos multiplicantes numeros aliquos effecerint, hi et ipsi proportionales erunt.¹⁾

Sint quotlibet numeri deinceps proportionales A, B, Γ , ita ut sit $A : B = B : \Gamma$, et sit $A \times A = \Delta$, $B \times B = E$, $\Gamma \times \Gamma = Z$, $A \times \Delta = H$, $B \times E = \Theta$, $\Gamma \times Z = K$. dico, et numeros Δ, E, Z et H, Θ, K deinceps proportionales esse.



nam sit $A \times B = A$, $A \times A = M$, $B \times A = N$,
et rursus sit $B \times \Gamma = \Xi$, $B \times \Xi = O$, $\Gamma \times \Xi = \Pi$.

1) Uerba sequentia καὶ ἀπὸ lin. 14 — συμβαίνει lin. 15 subditiua uidentur; cfr. ad VII, 27. habet ea Campanus VIII, 12.

Ὅμοίως δὴ τοῖς ἐπάνω δείξομεν, ὅτι οἱ Δ , Λ , E
καὶ οἱ H , M , N , Θ ἐξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τῷ τοῦ A
πρὸς τὸν B λόγῳ, καὶ ἔτι οἱ E , Ξ , Z καὶ οἱ Θ , O , Π .
 K ἐξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τῷ τοῦ B πρὸς τὸν Γ
5 λόγῳ. καὶ ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ B
πρὸς τὸν Γ . καὶ οἱ Δ , Λ , E ἄρα τοῖς E , Ξ , Z ἐν τῷ
αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ καὶ ἔτι οἱ H , M , N , Θ τοῖς Θ , O , Π .
 K . καὶ ἐστὶν ἴσον τὸ μὲν τῶν Δ , Λ , E πλῆθος τῷ
τῶν E , Ξ , Z πλήθει, τὸ δὲ τῶν H , M , N , Θ τῷ τῶν
10 Θ , O , Π , K . δι' ἴσον ἄρα ἐστὶν ὡς μὲν ὁ Δ πρὸς τὸν
 E , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν Z , ὡς δὲ ὁ H πρὸς τὸν Θ .
οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν K . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ'.

Ἐὰν τετράγωνος τετράγωνον μετρήῃ, καὶ ἡ
15 πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσῃ· καὶ ἐὰν ἡ πλευ-
ρὰ τὴν πλευρὰν μετρήῃ, καὶ ὁ τετράγωνος τὸν
τετράγωνον μετρήσῃ.

Ἔστωσαν τετράγωνοι ἀριθμοὶ οἱ A , B , πλευραὶ
δὲ αὐτῶν ἔστωσαν οἱ Γ , Δ , ὁ δὲ A τὸν B μετρεῖτω·
20 λέγω, ὅτι καὶ ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ.

Ὁ Γ γὰρ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν E ποιεῖτω·
οἱ A , E , B ἄρα ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ Γ
πρὸς τὸν Δ λόγῳ. καὶ ἐπεὶ οἱ A , E , B ἐξῆς ἀνάλο-

1. A , E] e corr. V. 2. N] e corr. V; supra m. 2 B,
id. mg. m. 2: καὶ οἱ H , M , N , Θ . 3. B] Z φ. λόγῳ] corr.
ex λόγον φ. 5. καὶ ἐστὶν — 6: τὸν Γ] mg. φ. 7. εἰσὶν
PB. 8. τῶν] om. P. A , E] e corr. V. 10. καὶ δι'
ἴσον P. μὲν ὁ] ὁ μὲν BV φ. 14. Post τετράγωνος add.
ἀριθμός supra m. 1 B φ, m. 2 V. Supra τετράγωνον add.
ἀριθμόν B m. 2. 18. πλευρὰ φ. 23. λόγῳ] corr. ex λό-
γον φ.

iam eodem modo, quo supra¹⁾, demonstrabimus, numeros Δ , A , E et H , M , N , Θ deinceps proportionales esse in ratione $A : B$, et praeterea E , Ξ , Z et Θ , O , Π , K deinceps proportionales esse in ratione $B : \Gamma$. et $A : B = B : \Gamma$. quare etiam Δ , A , E et E , Ξ , Z in eadem ratione sunt et praeterea H , M , N , Θ et Θ , O , Π , K . et multitudo numerorum Δ , A , E multitudini numerorum E , Ξ , Z aequalis est et multitudo numerorum H , M , N , Θ multitudini numerorum Θ , O , Π , K . ex aequo igitur erit $\Delta : E = E : Z$ et $H : \Theta = \Theta : K$ [VII, 14]; quod erat demonstrandum.

XIV.

Si numerus quadratus quadratum numerum metitur, etiam latus latus metietur; et si latus latus metitur, etiam quadratus quadratum metietur.

Sint numeri quadrati A , B , latera autem eorum A ———— | sint Γ , Δ , et A numerum B metiatur. dico, etiam Γ numerum Δ metiri.

E ———— | sit enim $\Gamma \times \Delta = E$; itaque A , E , B deinceps proportionales sunt in ratione $\Gamma : \Delta$ [prop. XI]. et quoniam A , E , B deinceps proportionales

1) Uelut in prop. 12, scilicet per VII, 17—18. cum enim $A \times A = \Delta$ et $A \times B = A$, erit $A : B = \Delta : A$. cum $A \times B = A$ et $B \times B = E$, erit $A : B = A : E$. itaque $A : B = \Delta : A = A : E$. et cum $A \times \Delta = H$, $A \times A = M$, erit $\Delta : A = H : M$; cum $A \times A = M$, $B \times A = N$, erit $A : B = M : N = H : M$. cum $B \times A = N$, $B \times E = \Theta$, erit $A : E = N : \Theta = A : B = H : M = M : N$ cett.

γόν εἰσιν, καὶ μετρεῖ ὁ A τὸν B , μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ A τὸν E . καὶ ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ . μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ .

Πάλιν δὴ ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖται· λέγω, ὅτι καὶ ὁ
5 A τὸν B μετρεῖ.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δεῖξο-
μεν, ὅτι οἱ A , E , B ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ
 Γ πρὸς τὸν Δ λόγῳ. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς
τὸν Δ , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν E , μετρεῖ δὲ ὁ Γ τὸν
10 Δ , μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ A τὸν E . καὶ εἰσιν οἱ A , E ,
 B ἐξῆς ἀνάλογον· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ A τὸν B .

Ἐὰν ἄρα τετράγωνος τετράγωνον μετρῇ, καὶ ἡ
πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν
πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον
15 μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε'.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μετρῇ,
καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· καὶ ἐὰν
ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ κύβος τὸν
20 κύβον μετρήσει.

Κύβος γὰρ ἀριθμὸς ὁ A κύβον τὸν B μετρεῖται,
καὶ τοῦ μὲν A πλευρὰ ἔστω ὁ Γ , τοῦ δὲ B ὁ Δ .
λέγω, ὅτι ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ.

Ὁ Γ γὰρ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν E ποιεῖται,
25 ὁ δὲ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν H ποιεῖται, καὶ
ἔτι ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Z [ποιεῖται], ἐκά-

1. εἰσι Vφ. 2. E] seq. ras. 1 litt. V. 3. μετρεῖ — τὸν
 Δ] om. P. 4. πάλιν δὴ] ἀλλὰ δὴ μετρεῖται BVφ. ὁ]
καὶ ὁ Vφ. μετρεῖται] om. BVφ. 9. μετρεῖ — 10: τὸν
E] om. P. 10. ἄρα] post ras. 2 litt. B. 12. Supra τετρά-
γωνος et τετράγωνον in B scr. comp. ἀριθμός et ἀριθμόν.

sunt, et A numerum B metitur, A etiam numerum E metitur [prop. VII]. est autem $A : E = \Gamma : \Delta$. ergo etiam Γ numerum Δ metitur [VII def. 20].

Rursus Γ numerum Δ metiatur. dico, etiam A numerum B metiri.

nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus, numeros A, E, B deinceps proportionales esse in ratione $\Gamma : \Delta$. et quoniam est $\Gamma : \Delta = A : E$, et Γ numerum Δ metitur, etiam A numerum E metitur [VII def. 20]. et A, E, B deinceps proportionales sunt. quare etiam A numerum B metitur.¹⁾

Ergo si numerus quadratus quadratum numerum metitur, etiam latus latus metietur; et si latus latus metitur, etiam quadratus quadratum metietur.

XV.

Si cubus numerus cubum numerum metitur, etiam

A |————| latus latus metietur; et si latus
 B |—————| latus metitur, etiam cubus cu-
 Γ |——| H |————| bum metietur.
 Θ |—————|

Δ |—————| Nam cubus numerus A cu-
 E |————| bum B metiatur, et numeri A
 H |—————| latus sit Γ , numeri B autem Δ .
 Z |—————| dico, Γ numerum Δ metiri.

sit enim $\Gamma \times \Gamma = E$, $\Delta \times \Delta = H$, $\Gamma \times \Delta = Z$,

1) Nam E numerum B metitur (VII def. 20) et A numerum E .

15. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. PB. 21. μετρήσειω φ. 22. Γ] A φ.
23. ὁ Γ] καὶ ὁ Γ V φ. μετρήσει BV φ. 25. ὁ δὲ Δ ἐαν-
τόν] καὶ ἔτι ὁ Γ τὸν Δ BV φ. H] Z BV φ. καὶ ἔτι ὁ
 Γ τὸν Δ] ὁ δὲ Δ ἐαυτὸν BV φ. 26. Z] H BV φ. ποιεῖτω]
om. P.

τερος δὲ τῶν Γ , Δ τὸν Z πολλαπλασιάσας ἑκάτερον
τῶν Θ , K ποιείτω. φανερόν δὴ, ὅτι οἱ E , Z , H καὶ
οἱ A , Θ , K , B ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς
τὸν Δ λόγῳ. καὶ ἐπεὶ οἱ A , Θ , K , B ἐξῆς ἀνάλογόν
5 εἰσιν, καὶ μετρεῖ ὁ A τὸν B , μετρεῖ ἄρα καὶ τὸν Θ .
καὶ ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν Θ , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν
 Δ · μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ .

Ἀλλὰ δὴ μετρεῖται ὁ Γ τὸν Δ · λέγω, ὅτι καὶ ὁ
 A τὸν B μετρήσει.

- 10 Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δὴ
δείξομεν, ὅτι οἱ A , Θ , K , B ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν
τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ λόγῳ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Δ
μετρεῖ, καὶ ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , οὕτως ὁ A
πρὸς τὸν Θ , καὶ ὁ A ἄρα τὸν Θ μετρεῖ· ὥστε καὶ
15 τὸν B μετρεῖ ὁ A · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ'.

- Ἐὰν τετράγωνος ἀριθμὸς τετράγωνον ἀριθ-
μὸν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν
μετρήσει· καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ με-
20 τρῇ, οὐδὲ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον με-
τρήσει.

Ἐστῶσαν τετράγωνοι ἀριθμοὶ οἱ A , B , πλευραὶ
δὲ αὐτῶν ἑστῶσαν οἱ Γ , Δ , καὶ μὴ μετρεῖται ὁ A τὸν
 B · λέγω, ὅτι οὐδὲ ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ.

- 25 Εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Γ τὸν Δ , μετρήσει καὶ ὁ A τὸν
 B . οὐ μετρεῖ δὲ ὁ A τὸν B · οὐδὲ ἄρα ὁ Γ τὸν Δ
μετρήσει.

3. οἱ] om. V φ. 5. εἰσι V φ. 6. Θ] om. φ. 7.
μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ] mg. m. 1 P. 9. μετρεῖται φ.
10. αὐτόν φ. δὴ] om. B. 12. τόν] om. P. καί] m.

$\Gamma \times Z = \Theta$, $\Delta \times Z = K$. manifestum igitur, numeros E, Z, H et A, Θ, K, B deinceps proportionales esse in ratione $\Gamma : \Delta$ [prop. XII]. et quoniam A, Θ, K, B deinceps proportionales sunt, et A numerum B metitur, etiam numerum Θ metitur [prop. VII]. uerum $A : \Theta = \Gamma : \Delta$. ergo etiam Γ numerum Δ metitur.

Rursus metiatur Γ numerum Δ . dico, etiam A numerum B metiri. nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus, numeros A, Θ, K, B deinceps proportionales esse in ratione $\Gamma : \Delta$. et quoniam Γ numerum Δ metitur, et $\Gamma : \Delta = A : \Theta$, etiam A numerum Θ metitur [VII def. 20]. quare etiam numerum B ¹⁾ metitur A ; quod erat demonstrandum.

XVI.

Si numerus quadratus quadratum numerum non metitur, ne latus quidem latus metietur; et si latus latus non metitur, ne quadratus quidem quadratum metietur.

A ————— | Sint numeri quadrati A, B , latera
 B ————— | autem eorum sint Γ, Δ , et A nume-
 Γ ————— | rum B ne metiatur. dico, ne Γ qui-
 Δ ————— | dem numerum Δ metiri.

nam si Γ numerum Δ metitur, etiam A numerum B metietur [prop. XIV]. at A numerum B non metitur. ergo ne Γ quidem numerum Δ metietur.

1) Cfr. p. 313 not.

2 B, om. V φ. 19. μή] supra V. 22. ἀριθμοί] m. 2 B,
om. V φ. 23. μή] supra V. 24. λέγω δέ P. οὐδ' V.
μετρήσει V φ. μετρεῖ — 25: τὸν Δ] mg. m. 1 P. 26. οὐδ' B.

Μὴ μετρεῖτω [δὴ] πάλιν ὁ Γ τὸν Δ· λέγω, ὅτι οὐδὲ ὁ Α τὸν Β μετρήσει.

Εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β, μετρήσει καὶ ὁ Γ τὸν Δ. οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Γ τὸν Δ· οὐδ' ἄρα ο Α τὸν Β
5 μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιξ'.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μὴ με-
τρῇ, οὐδὲ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει·
κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ὁ
10 κύβος τὸν κύβον μετρήσει.

Κύβος γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α κύβον ἀριθμὸν τὸν Β
μὴ μετρεῖτω, καὶ τοῦ μὲν Α πλευρὰ ἔστω ὁ Γ, τοῦ
δὲ Β ὁ Δ· λέγω, ὅτι ὁ Γ τὸν Δ οὐ μετρήσει.

Εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Γ τὸν Δ, καὶ ὁ Α τὸν Β με-
15 τρήσει. οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Α τὸν Β· οὐδ' ἄρα ὁ Γ
τὸν Δ μετρεῖ.

Ἀλλὰ δὴ μὴ μετρεῖτω ὁ Γ τὸν Δ· λέγω, ὅτι οὐδὲ ὁ Α τὸν Β μετρήσει.

Εἰ γὰρ ὁ Α τὸν Β μετρεῖ, καὶ ὁ Γ τὸν Δ με-
20 τρήσει. οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Γ τὸν Δ· οὐδ' ἄρα ὁ Α τὸν
Β μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιη'.

Δύο ὁμοίων ἐπιπέδων ἀριθμῶν εἰς μέσος
ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός· καὶ ὁ ἐπίπεδος πρὶς
25 τὸν ἐπίπεδον διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ περ ἡ
ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευρὰν.

1. δὴ] om. P. 3. εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β] mg. m. 1 P.
μετρήσει] om. P. 4. Δ] eras. V. οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Γ τὸν
Δ] m. 2 B. 5. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. B. 9. μετρῇ] -ῃ

Rursus Γ numerum Δ ne metiatur. dico, ne A quidem numerum B metiri.

nam si A numerum B metitur, etiam Γ numerum Δ metietur [prop. XIV]. at Γ numerum Δ non metitur. ergo ne A quidem numerum B metietur; quod erat demonstrandum.

XVII.

Si cubus numerus cubum numerum non metitur, ne latus quidem latus metietur; et si latus latus non metitur, ne cubus quidem cubum metietur.

Nam cubus numerus A cubum
 $\text{—————}|A \quad B$
 $\text{—————}|$ numerum B ne metiatur, et nu-
 $\text{—————}| \Gamma$ meri A latus sit Γ , numeri B autem
 $\text{—————}| \Delta$ A . dico, Γ numerum Δ non metiri.

nam si Γ numerum Δ metitur, etiam A numerum B metietur [prop. XV]. at A numerum B non metitur. ergo ne Γ quidem numerum Δ metitur.

Uerum Γ numerum Δ ne metiatur. dico, ne A quidem numerum B metiri.

nam si A numerum B metitur, etiam Γ numerum Δ metietur [prop. XV]. at Γ numerum Δ non metitur. ergo ne A quidem numerum B metietur; quod erat demonstrandum.

XVIII.

Inter duos similes numeros planos unus medius est proportionalis numerus; et planus ad planum

in ras. φ . 13. δ] (prius) corr. ex τοῦ V. 14. μετρεῖ] με-
 τρήσει V φ . 15. οὐδέ V φ . 20. δ A] supra m. 2 V. 21.
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. BV φ .

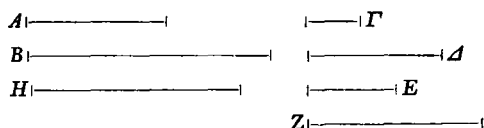
- Ἔστωσαν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ A, B , καὶ τοῦ μὲν A πλευραὶ ἔστωσαν οἱ Γ, Δ ἀριθμοί, τοῦ δὲ B οἱ E, Z . καὶ ἐπεὶ ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν Z . λέγω οὖν, ὅτι τῶν A, B εἰς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός, καὶ ὁ A πρὸς τὸν B διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ Γ πρὸς τὸν E ἢ ὁ Δ πρὸς τὸν Z , τουτέστιν ἥπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον [πλευράν].
- Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν Z , ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν E , ὁ Δ πρὸς τὸν Z . καὶ ἐπεὶ ἐπίπεδός ἐστιν ὁ A , πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ Γ, Δ , ὁ Δ ἄρα τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν A πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ E τὸν Z πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκεν. ὁ Δ δὴ τὸν E πολλαπλασιάσας τὸν H ποιείτω. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ τὸν μὲν Γ πολλαπλασιάσας τὸν A πεποίηκεν, τὸν δὲ E πολλαπλασιάσας τὸν H πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν H . ἀλλ' ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν E , [οὕτως] ὁ Δ πρὸς τὸν Z . καὶ ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν H . πάλιν, ἐπεὶ ὁ E τὸν μὲν Δ πολλαπλασιάσας τὸν H πεποίηκεν, τὸν δὲ Z πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ H πρὸς τὸν B . ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν H . καὶ ὡς ἄρα ὁ A πρὸς τὸν H , οὕτως ὁ H πρὸς τὸν B . οἱ A, H, B ἄρα ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν. τῶν A, B ἄρα εἰς μέσος ἀνάλογόν ἐστὶν ἀριθμός.

1. ἀριθμοί] om. V φ. 9. πλευράν] om. P. 11. Γ] in ras. φ. 13. πολυπλασιάσας P. 14. πεποίηκε V φ. 15. Z]

duplicatam rationem habet quam latera correspondentia.

Sint duo numeri plani similes A, B , et latera numeri A sint Γ, Δ , numeri B autem E, Z . et quoniam similes plani numeri ii sunt, qui latera proportionalia habent [VII def. 21], erit $\Gamma : \Delta = E : Z$. dico, inter A, B unum medium esse proportionalem numerum, et esse $A : B = \Gamma^2 : E^2 = \Delta^2 : Z^2$.

iam quoniam est $\Gamma : \Delta = E : Z$, permutando erit $\Gamma : E = \Delta : Z$ [VII, 13]. et quoniam A planus est,



latera autem eius Γ, Δ , erit $\Delta \times \Gamma = A$. eadem de causa erit etiam $E \times Z = B$. iam sit $\Delta \times E = H$. et quoniam $\Delta \times \Gamma = A$ et $\Delta \times E = H$, erit $\Gamma : E = A : H$ [VII, 17]. uerum $\Gamma : E = \Delta : Z$. quare etiam $\Delta : Z = A : H$. rursus quoniam

$E \times \Delta = H$ et $E \times Z = B$, erit $\Delta : Z = H : B$ [VII, 17]. demonstrauius autem, esse etiam

$$\Delta : Z = A : H.$$

quare etiam $A : H = H : B$. itaque A, H, B deinceps proportionales sunt. ergo inter A, B unus medius proportionalis est numerus.

in ras. φ . $\mu\epsilon\nu$] supra m. 2 V. $\mu\epsilon\nu$] supra m. 2 V. $\mu\epsilon\nu$] supra m. 2 V. 16. $\mu\epsilon\nu$] supra m. 2 V. 17. $\mu\epsilon\nu$] supra m. 2 V. 18. $\mu\epsilon\nu$] supra m. 2 V. 19. $\alpha\lambda'$ φ . 20. $\sigma\upsilon\tau\omega\varsigma$] om. P. Z] seq. $\sigma\upsilon\tau\omega\varsigma$ δ A P, del. m. 1. $\kappa\alpha\iota$ $\acute{\omega}\varsigma$ $\acute{\alpha}\rho\alpha$ δ Δ $\pi\rho\acute{o}\varsigma$] in ras. φ . 22. $\mu\epsilon\nu$] om. P. $\mu\epsilon\nu$] supra m. 2 V. 23. $\mu\epsilon\nu$] supra m. 2 V. 24. Z] in ras. φ . 25. $\mu\epsilon\nu$] supra m. 2 V.

Λέγω δὴ, ὅτι καὶ ὁ A πρὸς τὸν B διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἥπερ ὁ Γ πρὸς τὸν E ἢ ὁ Δ πρὸς τὸν Z . ἐπεὶ γὰρ οἱ A, H, B ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, ὁ A πρὸς τὸν B διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ πρὸς τὸν H . καὶ ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν H οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν E καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Z . καὶ ὁ A ἄρα πρὸς τὸν B διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ Γ πρὸς τὸν E ἢ ὁ Δ πρὸς τὸν Z . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

10

ιδ'.

Δύο ὁμοίων στερεῶν ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί· καὶ ὁ στερεὸς πρὸς τὸν ὅμοιον στερεὸν τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Ἐστῶσαν δύο ὅμοιοι στερεοὶ οἱ A, B , καὶ τοῦ μὲν A πλευραὶ ἐστῶσαν οἱ Γ, Δ, E , τοῦ δὲ B οἱ Z, H, Θ . καὶ ἐπεὶ ὅμοιοι στερεοὶ εἰσιν οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς, ἐστὶν ἄρα ὡς μὲν ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , οὕτως ὁ Z πρὸς τὸν H , ὡς δὲ ὁ Δ πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ H πρὸς τὸν Θ . λέγω, ὅτι τῶν A, B δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, καὶ ὁ A πρὸς τὸν B τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Z καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν H καὶ ἔτι ὁ E πρὸς τὸν Θ . Ὁ Γ γὰρ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν K ποιεῖτω, ὁ δὲ Z τὸν H πολλαπλασιάσας τὸν Λ ποιεῖτω. καὶ

4. τόν] τήν P. 6. τόν] (alt.) corr. ex τό m. 2 P. 8. ἄρα διπλασίονα λόγον ἔχει πρὸς τὸν B Vφ. ὁ Γ] ὁ τε Γ PBVφ; corr. ed. Basil. 11. μέσοι] ὅμοιοι V (corr. m. rec.), φ. 16. οἱ] ἀριθμοὶ οἱ φ, Vm. 2. 17. μέν] om. B, supra m.

Iam dico, esse etiam $A : B = \Gamma^2 : E^2 = \Delta^2 : Z^2$.
 nam quoniam A, H, B deinceps proportionales sunt,
 erit [V def. 9] $A : B = A^2 : H^2$.

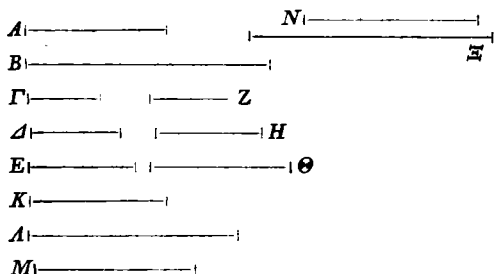
et $A : H = \Gamma : E = \Delta : Z$.

quare etiam $A : B = \Gamma^2 : E^2 = \Delta^2 : Z^2$; quod erat
 demonstrandum.

XIX.

Inter duos similes numeros solidos duo medii
 proportionales numeri interponuntur; et solidus ad
 solidum similem triplicatam rationem habet quam
 latera correspondentia.

Sint duo solidi similes A, B et numeri A latera
 sint Γ, Δ, E , numeri B autem Z, H, Θ . et quoniam



similes solidi ii sunt, qui latera proportionalia habent
 [VII def. 21], erit $\Gamma : \Delta = Z : H$, $\Delta : E = H : \Theta$.
 dico, inter A, B duos medios proportionales numeros
 interponi, et esse $A : B = \Gamma^3 : Z^3 = \Delta^3 : H^3 = E^3 : \Theta^3$.

sit enim $\Gamma \times \Delta = K$, $Z \times H = \Lambda$. et quoniam

2 V. 18. ἀριθμοὶ οἱ V φ. 19. μὲν ὁ] ὁ μὲν V φ, ὁ B.
 24. καὶ] (prius) om. B, mg. ἦ. ἐτι] ἐστὶ φ.

ἐπεὶ οἱ Γ , Δ τοῖς Z , H ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν, καὶ
ἐκ μὲν τῶν Γ , Δ ἐστὶν ὁ K , ἐκ δὲ τῶν Z , H ὁ Λ .
οἱ K , Λ [ἄρα] ὅμοιοι ἐπίπεδοι εἰσὶν ἀριθμοί. τῶν K ,
 Λ ἄρα εἰς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός. ἔστω ὁ
5 M . ὁ M ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Δ , Z , ὡς ἐν τῷ πρὸ
τούτου θεωρήματι ἐδείχθη. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ τὸν μὲν
 Γ πολλαπλασιάσας τὸν K πεποίηκεν, τὸν δὲ Z πο-
λλαπλασιάσας τὸν M πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ
πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ K πρὸς τὸν M . ἀλλ' ὡς ὁ K
10 πρὸς τὸν M , ὁ M πρὸς τὸν Λ . οἱ K , M , Λ ἄρα
ἐξῆς εἰσὶν ἀνάλογον ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Z λό-
γῳ. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , οὕτως ὁ
 Z πρὸς τὸν H , ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν
 Z , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν H . διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ
15 ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν H , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν Θ . οἱ
 K , M , Λ ἄρα ἐξῆς εἰσὶν ἀνάλογον ἐν τε τῷ τοῦ Γ
πρὸς τὸν Z λόγῳ καὶ τῷ τοῦ Δ πρὸς τὸν H καὶ
ἔτι τῷ τοῦ E πρὸς τὸν Θ . ἑκάτερος δὲ τῶν E , Θ
τὸν M πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν N , Ξ ποιεῖται.
20 καὶ ἐπεὶ στερεός ἐστὶν ὁ A , πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσὶν
οἱ Γ , Δ , E , ὁ E ἄρα τὸν ἐκ τῶν Γ , Δ πολλαπλα-
σιάσας τὸν A πεποίηκεν. ὁ δὲ ἐκ τῶν Γ , Δ ἐστὶν ὁ
 K . ὁ E ἄρα τὸν K πολλαπλασιάσας τὸν A πεποίηκεν.
διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ὁ Θ τὸν Λ πολλαπλασιάσας τὸν
25 B πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ ὁ E τὸν K πολλαπλασιάσας
τὸν A πεποίηκεν, ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν M πολλαπλα-
σιάσας τὸν N πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ K πρὸς
τὸν M , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν N . ὡς δὲ ὁ K πρὸς
τὸν M , οὕτως ὁ τε Γ πρὸς τὸν Z καὶ ὁ Δ πρὸς
30 τὸν H καὶ ἔτι ὁ E πρὸς τὸν Θ . καὶ ὡς ἄρα ὁ

1. οἱ] corr. ex ὁ m. 2 P. εἰς V φ. 3. ἄρα] om. P.

Γ , Δ et Z , H in eadem ratione sunt, et $\Gamma \times \Delta = K$, $Z \times H = A$, numeri K , A similes plani sunt [VII def. 21]. itaque inter K , A unus medius est proportionalis numerus [prop. XVIII]. sit M . itaque $M = \Delta \times Z$, ut in propositione praecedenti demonstratum est [p. 318, 15; 26]. et quoniam

$\Delta \times \Gamma = K$ et $\Delta \times Z = M$, erit $\Gamma : Z = K : M$ [VII, 17]. uerum $K : M = M : A$. itaque K , M , A deinceps proportionales sunt in ratione $\Gamma : Z$. et quoniam est $\Gamma : \Delta = Z : H$, permutando erit

$$\Gamma : Z = \Delta : H \text{ [VII, 13].}$$

eadem de causa erit etiam $\Delta : H = E : \Theta$. itaque K , M , A deinceps proportionales sunt in rationibus $\Gamma : Z$, $\Delta : H$, $E : \Theta$. iam sit $E \times M = N$ et $\Theta \times M = \Xi$. et quoniam A solidus est, et latera eius sunt Γ , Δ , E , erit $E \times \Gamma \times \Delta = A$. uerum $\Gamma \times \Delta = K$. itaque $E \times K = A$. eadem de causa etiam $\Theta \times A = B$. et quoniam $E \times K = A$, et $E \times M = N$, erit $K : M = A : N$ [VII, 17]. uerum

$$K : M = \Gamma : Z = \Delta : H = E : \Theta.$$

6. Post $\epsilon\delta\epsilon\lambda\chi\theta\eta$ add. $V\varphi$: $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ ἄρα ($\epsilon\tau\iota$ φ) ὡς ὁ K πρὸς τὸν M , ὁ M πρὸς τὸν A ; idem B mg. m. 2. 7. $\pi\epsilon\pi\omicron\iota\eta\kappa\epsilon$ $V\varphi$.
 9. ἀλλ' ὡς ὁ K πρὸς τὸν M] mg. φ . 10. ὁ] οὕτως ὁ $V\varphi$.
 11. εἰσιν] om. P, supra m. 1 V. 14. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ] P;
 πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ H πρὸς τὸν Θ ,
 ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν Theon (BV φ). 16. K , A , M $V\varphi$. ἄρα]
 $\epsilon\tau\iota$ φ . ἀνάλογόν εἰσιν $V\varphi$. 17. λόγῳ] om. $V\varphi$. τῷ]
 om. $V\varphi$. 21. Γ] (prius) eras. V. 22. Δ] seq. in P: $\pi\omicron\lambda\lambda\alpha\pi\lambda\alpha\sigma\iota\acute{\alpha}\varsigma$,
 sed delet. 23. $\pi\epsilon\pi\omicron\iota\eta\kappa\epsilon$ $V\varphi$. 24. Post $\pi\omicron\lambda\lambda\alpha\pi\lambda\alpha\sigma\iota\acute{\alpha}\varsigma$ add. Theon: τὸν ἐκ τῶν Z , H (BV φ). 25. $\pi\epsilon\pi\omicron\iota\eta\kappa\epsilon$
 $V\varphi$. 30. $\epsilon\tau\iota$] corr. ex ὅτι m. 1 P; $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ φ , mg. $\epsilon\tau\iota$. καὶ
 ὡς] ὡς BV φ .

- Γ πρὸς τὸν Ζ καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Η καὶ ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ν. πάλιν, ἐπεὶ ἐκάτερος τῶν Ε, Θ τὸν Μ πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν Ν, Ξ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ο Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ. ἀλλ' ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ τε Γ πρὸς τὸν Ζ καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Η καὶ ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ τε Α πρὸς τὸν Ν καὶ ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Θ τὸν Μ πολλαπλασιάσας τὸν Ξ πεποίηκεν, ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Μ πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Ξ πρὸς τὸν Β. ἀλλ' ὡς ὁ Μ πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ τε Γ πρὸς τὸν Ζ καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Η καὶ ὁ Ε πρὸς τὸν Θ. καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Η καὶ ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως οὐ μόνον ὁ Ξ πρὸς τὸν Β, ἀλλὰ καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Ν καὶ ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ. οἱ Α, Ν, Ξ, Β ἄρα ἐξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τοῖς εἰρημένοις τῶν πλευρῶν λόγοις.
- 20 Λέγω, ὅτι καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἥπερ ὁ Γ ἀριθμὸς πρὸς τὸν Ζ ἢ ὁ Δ πρὸς τὸν Η καὶ ἔτι ὁ Ε πρὸς τὸν Θ. ἐπεὶ γὰρ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν οἱ Α, Ν, Ξ, Β, ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ Α πρὸς τὸν Ν. ἀλλ' ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ν, οὕτως ἐδείχθη ὁ τε Γ πρὸς τὸν Ζ καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Η καὶ ἔτι ὁ Ε πρὸς τὸν Θ. καὶ ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν

2. Ν] corr. ex K V. 6. Post H add. P: καὶ ὁ Ε πρὸς τὸν Θ. καὶ ὡς — 8: τὸν Θ] del. P et m. 1 et m. 2. 8. τε] om. P. 9. Ξ] Ζ φ. 14. Θ. καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν

quare etiam erit $\Gamma : Z = \Delta : H = E : \Theta = A : N$.
 rursus quoniam est $E \times M = N$ et $\Theta \times M = \Xi$,
 erit $E : \Theta = N : \Xi$ [VII, 18]. uerum

$$E : \Theta = \Gamma : Z = \Delta : H.$$

quare etiam $\Gamma : Z = \Delta : H = E : \Theta = A : N = N : \Xi$.
 rursus quoniam est $\Theta \times M = \Xi$ et $\Theta \times \Delta = B$,
 erit $M : \Delta = \Xi : B$ [VII, 17]. uerum

$$M : \Delta = \Gamma : Z = \Delta : H = E : \Theta.$$

quare etiam

$$\Gamma : Z = \Delta : H = E : \Theta = \Xi : B = A : N = N : \Xi.$$

itaque A, N, Ξ, B deinceps proportionales sunt in
 rationibus laterum, quas indicauimus.

Dico, esse etiam

$$A : B = \Gamma^3 : Z^3 = \Delta^3 : H^3 = E^3 : \Theta^3.$$

nam quoniam quattuor numeri deinceps proportionales
 sunt, A, N, Ξ, B , erit $A : B = A^3 : N^3$ [V def. 10].
 uerum $A : N = \Gamma : Z = \Delta : H = E : \Theta$, ut demon-

mg. φ .
 $\varphi\alpha\nu$ φ .

16. Ξ] $Z \varphi$.
 28. $\alpha\varphi\alpha$] om. φ , $\pi\rho\acute{o}s$ V.

17. Ξ] corr. ex $Z \varphi$.

22. $\pi\lambda\epsilon$ -

B τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ ομόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἥπερ ὁ *Γ* ἀριθμὸς πρὸς τὸν *Z* καὶ ὁ *Δ* πρὸς τὸν *Η* καὶ ἐπὶ ὁ *E* πρὸς τὸν *Θ*. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

κ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν εἰς μέσος ἀνάλογον ἐπιπίτῃ ἀριθμὸς, ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἔσονται οἱ ἀριθμοί.

Δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν *A*, *B* εἰς μέσος ἀνάλογον
10 ἐμπιπτέτω ἀριθμὸς ὁ *Γ*. λέγω, ὅτι οἱ *A*, *B* ὅμοιοι ἐπίπεδοι εἰσιν ἀριθμοί.

Εἰλήφθωσαν [γὰρ] ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς *A*, *Γ* οἱ *Δ*, *Ε*. ἰσάκῃς ἄρα ὁ *Δ* τὸν *A* μετρεῖ καὶ ὁ *E* τὸν *Γ*. ὁσάκις δὴ ὁ *Δ*
15 τὸν *A* μετρεῖ, τσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ *Z*. ὁ *Z* ἄρα τὸν *Δ* πολλαπλασιάσας τὸν *A* πεποίηκεν. ὥστε ο *A* ἐπίπεδός ἐστιν, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ *Δ*, *Z*. πάλιν, ἐπεὶ οἱ *Δ*, *E* ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς *Γ*, *B*, ἰσάκῃς ἄρα ὁ *Δ* τὸν *Γ*
20 μετρεῖ καὶ ὁ *E* τὸν *B*. ὁσάκις δὴ ὁ *E* τὸν *B* μετρεῖ, τσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ *H*. ὁ *E* ἄρα τὸν *B* μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ *H* μονάδας. ὁ *H* ἄρα τὸν *E* πολλαπλασιάσας τὸν *B* πεποίηκεν. ὁ *B* ἄρα

1. πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον] mg. φ. 6. ἐμπίπτει V, corr. m. 1. 9. μέσον B. ἀνάλογον] om. BVφ. In B supra scr. m. 2: εἰς μέσος ἀνάλογον ἐμπιπτέτω ὁ *Γ* ἀριθμὸς, ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *Γ*, ὁ *Γ* πρὸς τὸν *B*. 12. γὰρ] om. P. 13. *A*, *Γ*] *A*, *Γ*, *B* Bφ, et V deleto B. Post *E* in V φ add. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *Δ* πρὸς τὸν *E*, ὁ *A* πρὸς τὸν *Γ*. ὡς δὲ ὁ *A* πρὸς τὸν *Γ*, ὁ *Γ* πρὸς τὸν *B* (Θ φ). καὶ ὡς ἄρα ὁ *Δ* πρὸς τὸν *E*, ὁ *Γ* πρὸς τὸν *B*; idem B mg. m. 2 (δὴ pro δέ). 16. πε-

strauimus. quare etiam

$$A : B = \Gamma^3 : Z^3 = \Delta^3 : H^3 = E^3 : \Theta^3;$$

quod erat demonstrandum.

XX.

Si inter duos numeros unus medius proportionalis interponitur numerus, numeri plani similes erunt.

Nam inter duos numeros A, B unus medius proportionalis interponatur numerus Γ . dico, A, B esse similes numeros planos.

sumantur Δ, E minimi numeri eorum, qui eandem rationem habent ac A, Γ [VII, 33]. itaque Δ numerum A et E numerum Γ aequaliter metitur [VII, 20]. iam quoties Δ numerum A metitur, tot unitates sint in Z . itaque $Z \times \Delta = A$ [VII def. 15]. quare A planus est, latera autem eius Δ, Z . rursus quoniam Δ, E minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent ac Γ, B ¹⁾, Δ numerum Γ et E numerum B aequaliter metitur [VII, 20]. iam quoties E numerum B metitur, tot unitates sint in H . itaque E numerum B metitur secundum unitates numeri H . itaque $H \times E = B$ [VII def. 15]. itaque B planus

1) Nam $A : \Gamma = \Gamma : B$.

ποίησε V φ. Seq. in V φ: τὸν δὲ E πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν; idem B m. 2. 17. ἐστὶ V φ. 18. εἰσιν P. 19. Γ, B] B, Γ φ. 20. δὴ] δέ P, et B (corr. m. 1). 21. ἔστωσαν] bis φ, sed corr. ὁ E] e corr. V, καὶ ὁ E P.

ἐπίπεδός ἐστι, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ E, H . οἱ A, B ἄρα ἐπίπεδοι εἰσιν ἀριθμοί. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ὅμοιοι. ἐπεὶ γὰρ ὁ Z τὸν μὲν A πολλαπλασιάσας τὸν A πεποίηκεν, τὸν δὲ E πολλαπλασιάσας τὸν Γ πε-
 5 ποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν Γ , τοντέστιν ὁ Γ πρὸς τὸν B . πάλιν, ἐπεὶ ὁ E ἐκάτερον τῶν Z, H πολλαπλασιάσας τοὺς Γ, B πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Z πρὸς τὸν H , οὕ-
 10 τως ὁ Γ πρὸς τὸν B . ὡς δὲ ὁ Γ πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν E . καὶ ὡς ἄρα ὁ A πρὸς τὸν E , οὕ-
 τως ὁ Z πρὸς τὸν H . καὶ ἐναλλάξ ὡς ὁ A πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν H . οἱ A, B ἄρα ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοί εἰσιν· αἱ γὰρ πλευραὶ αὐτῶν ἀνά-
 λογόν εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

15

κα'.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμ-
 πίπτωσιν ἀριθμοί, ὅμοιοι στερεοί εἰσιν οἱ
 ἀριθμοί.

Δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν A, B δύο μέσοι ἀνάλογον
 20 ἐμπίπτέωσαν ἀριθμοὶ οἱ Γ, Δ . λέγω, ὅτι οἱ A, B
 ὅμοιοι στερεοί εἰσιν.

Εἰλήφθωσαν γὰρ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν ἀν-
 τὸν λόγον ἐχόντων τοῖς A, Γ, Δ τρεῖς οἱ E, Z, H .
 οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ E, H πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
 25 εἰσίν. καὶ ἐπεὶ τῶν E, H εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμ-
 πέπτωκεν ἀριθμὸς ὁ Z , οἱ E, H ἄρα ἀριθμοὶ ὅμοιοι

1. ἐπίπεδος] in ras. φ. 3. ἐπεὶ γὰρ — 4: Γ πεποίηκεν] del. B; ἐπεὶ γὰρ ἐκάτερον (ex ἐκάτερος V) τῶν Δ, E ὁ Z (Δ, E ὁ Z in ras. V) πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν A, Γ (in ras. V) πεποίηκεν V φ; ἐπεὶ γὰρ ἐκάτερος τῶν Z, H τὸν E πολλαπλα-
 σιάσας ἐκάτερον τῶν Γ, B πεποίηκεν mg. B. In P mg. m. 1

est, et latera eius sunt E, H . ergo A, B plani sunt numeri.

Iam dico, eos etiam similes esse. nam quoniam est $Z \times \Delta = A$ et $Z \times E = \Gamma^1$, erit

$$\Delta : E = A : \Gamma = \Gamma : B.$$

rursus quoniam $E \times Z = \Gamma$, $E \times H = B$, erit $Z : H = \Gamma : B$ [VII, 17]. uerum $\Gamma : B = \Delta : E$. quare etiam $\Delta : E = Z : H$. et permutando $\Delta : Z = E : H$ [VII, 13]. ergo A, B similes sunt numeri plani; latera enim eorum proportionalia sunt [VII def. 21]; quod erat demonstrandum.

XXI.

Si inter duos numeros duo medii proportionales numeri interponuntur, numeri similes sunt solidi.

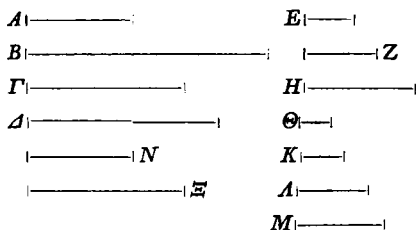
Nam inter duos numeros A, B duo medii proportionales interponantur numeri Γ, Δ . dico, numeros A, B similes esse solidos.

sumantur enim E, Z, H numeri minimi eorum, qui in eadem ratione sunt ac A, Γ, Δ [prop. II]. itaque extremi eorum E, H inter se primi sunt [prop. III]. et quoniam inter E, H unus medius proportionalis interponitur numerus Z , numeri E, H similes plani

1) Nam $\Delta : A = 1 : Z = E : \Gamma$.

add. ὅτι ἰσάνεις ἄρα ὁ Δ τὸν A μετρεῖ καὶ ὁ E τὸν Γ (signo $\sim$ nullum in textu respondit). 5. ὡς] om. P. 7. ἐκάτερον τῶν Z, H ὁ E Vφ. Z, H πολλαπλασιάσας τοὺς] om. B. τοὺς] ἐκάτερον τῶν Vφ. 10. καὶ ὡς — E] mg. φ. ἄρα] om. P. 11. καὶ ἐναλλάξ — 12: τὸν H] om. Theon (BVφ). 13. εἰσιν ἀριθμοί P. 16. ἐμπέπτουσιν φ, sed corr. 17. ἀριθμοί, ὅμοιοι] bis φ. of] om. P. 20. Γ, Δ] Δ, Γ φ. λέγω γὰρ V, delete γὰρ. 23. Δ] Δ, B Vφ. 25. εἰσὶ Vφ. ἀνάλογος P. 26. ὁ Z] om. φ.

ἐπίπεδοί εἰσιν. ἔστωσαν οὖν τοῦ μὲν E πλευραὶ οἱ Θ , K , τοῦ δὲ H οἱ A , M . φανερόν ἄρα ἐστὶν ἐκ τῶν πρὸς τούτου, ὅτι οἱ E , Z , H ἐξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν



τε τῷ τοῦ Θ πρὸς τὸν A λόγῳ καὶ τῷ τοῦ K πρὸς
 5 τὸν M . καὶ ἐπεὶ οἱ E , Z , H ἐλάχιστοι εἰσι τῶν τὸν
 αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς A , Γ , Δ , καὶ ἐστὶν ἴσον
 τὸ πλῆθος τῶν E , Z , H τῷ πλῆθει τῶν A , Γ , Δ , δι'
 ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ E πρὸς τὴν H , οὕτως ὁ A πρὸς
 τὸν Δ . οἱ δὲ E , H πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλά-
 10 χιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λό-
 γον ἔχοντας αὐτοῖς ἰσάκεις ὃ τε μείζων τὸν μείζονα
 καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὃ τε ἡγού-
 μενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον
 ἰσάκεις ἄρα ὁ E τὸν A μετρεῖ καὶ ὁ H τὸν Δ . ὁσά-
 15 κεις δὴ ὁ E τὸν A μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν
 ἐν τῷ N . ὁ N ἄρα τὸν E πολλαπλασιάσας τὸν A
 πεποίηκεν. ο δὲ E ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Θ , K . ὁ N ἄρα
 τὸν ἐκ τῶν Θ , K πολλαπλασιάσας τὸν A πεποίηκεν.
 στερεὸς ἄρα ἐστὶν ὁ A , πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ
 20 Θ , K , N . πάλιν, ἐπεὶ οἱ E , Z , H ἐλάχιστοι εἰσι τῶν
 τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς Γ , Δ , B , ἰσάκεις ἄρα
 ὁ E τὸν Γ μετρεῖ καὶ ὁ H τὸν B . ὁσάκεις δὴ ὁ E

2. τοῦ πρὸ] om. BVφ.

3. ἀνάλογόν εἰσιν Vφ.

4.

sunt [prop. XX]. sint Θ , K latera numeri E , et A , M latera numeri H . itaque ex praecedenti propositione manifestum est, numeros E , Z , H deinceps proportionales esse in ratione $\Theta : A$ et $K : M$.¹⁾ et quoniam E , Z , H minimi²⁾ sunt eorum, qui eandem rationem habent ac A , Γ , Δ , et multitudo numerorum E , Z , H aequalis est multitudini numerorum A , Γ , Δ , ex aequo erit $E : H = A : \Delta$ [VII, 14]. sed E , H primi sunt, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [VII, 20], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque E numerum A et H numerum Δ aequaliter metitur. iam quoties E numerum A metitur, tot unitates sint in N . itaque $N \times E = A$ [VII def. 15]. uerum $E = \Theta \times K$. itaque

$$N \times \Theta \times K = A.$$

ergo A solidus est, latera autem eius Θ , K , N . rursus quoniam E , Z , H minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent ac Γ , Δ , B ³⁾, E numerum Γ et H numerum B aequaliter metitur [VII, 20]. iam quoties

1) Nam in prop. 20 demonstratum est

$$A : \Gamma = \Gamma : B = \Delta : E = Z : H.$$

2) Hoc solum utitur, quod numeri E , Z , H et A , Γ , Δ proportionales sunt.

3) Nam $A : \Gamma = \Gamma : \Delta = \Delta : B = E : Z = Z : H$, et E , Z , H minimi sunt in ratione $A : \Gamma$ et $\Gamma : \Delta$.

τόν] om. B. 5. τόν] om. B. εἶσιν P. 6. καὶ ἔστιν — 7: A , Γ , Δ] om. Theon (BV φ). 15. δὴ] δέ V φ. 18. πεπολῆκε V φ. 20. N] in ras. V. 22. H] in ras. φ. δὴ] δέ BV φ.

τὸν Γ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ξ
 ὁ H ἄρα τὸν B μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ξ μονάδας
 ὁ Ξ ἄρα τὸν H πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκεν.
 ὁ δὲ H ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν A, M · ὁ Ξ ἄρα τὸν ἐκ τῶν
 5 A, M πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκεν. στερεὸς ἄρα
 ἐστὶν ὁ B , πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ A, M, Ξ · οἱ
 A, B ἄρα στερεοὶ εἰσιν.

Λέγω [δὴ], ὅτι καὶ ὅμοιοι. ἐπεὶ γὰρ οἱ N, Ξ τὸν
 E πολλαπλασιάσαντες τοὺς A, Γ πεποίηκασιν, ἐστὶν
 10 ἄρα ὡς ὁ N πρὸς τὸν Ξ , ὁ A πρὸς τὸν Γ , τουτέστιν
 ὁ E πρὸς τὸν Z . ἀλλ' ὡς ὁ E πρὸς τὸν Z , ο θ
 πρὸς τὸν A καὶ ὁ K πρὸς τὸν M · καὶ ὡς ἄρα ὁ θ
 πρὸς τὸν A , οὕτως ο K πρὸς τὸν M καὶ ο N πρὸς
 τὸν Ξ . καὶ εἰσιν οἱ μὲν θ, K, N πλευραὶ τοῦ A , οἱ
 15 δὲ Ξ, A, M πλευραὶ τοῦ B . οἱ A, B ἄρα ἀριθμοὶ
 ὅμοιοι στερεοὶ εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'.

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ᾧσιν. ο
 δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾗ, καὶ ο τρίτος τετρά-
 20 γωνος ἔσται.

Ἔστωσαν τρεῖς ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον οἱ A, B ,
 Γ , ο δὲ πρῶτος ὁ A τετράγωνος ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ
 ὁ τρίτος ὁ Γ τετράγωνός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ τῶν A, Γ εἰς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν
 25 ἀριθμὸς ὁ B , οἱ A, Γ ἄρα ὅμοιοι ἐπίπεδοι εἰσιν.
 τετράγωνος δὲ ὁ A · τετράγωνος ἄρα καὶ ὁ Γ · ὅπερ
 ἔδει δεῖξαι.

2. ὁ] καὶ ὁ P . κατά] insert. postea V . 4. τόν] corr.
 ex τῶν V . 5. πεποίηκε $V\phi$. Seq. in $V\phi$: τὸν δὲ E πολλα-
 πλασιάσας τὸν Γ πεποίηκε; idem $B m$. 2. 7. εἰσι $V\phi$. 8.

E numerum Γ metitur, tot unitates sint in Ξ . itaque H numerum B metitur secundum unitates numeri Ξ .¹⁾ itaque $\Xi \times H = B$. uerum $H = A \times M$. itaque $\Xi \times A \times M = B$. ergo B solidus est, latera autem eius sunt A, M, Ξ . ergo A, B solidi sunt.

Dico, eos etiam similes esse. nam quoniam

$$N \times E = A \text{ et } \Xi \times E = \Gamma^2), \text{ erit}$$

$$N : \Xi = A : \Gamma \text{ [VII, 18]} = E : Z.$$

uerum $E : Z = \Theta : A = K : M$. quare etiam

$$\Theta : A = K : M = N : \Xi.$$

et Θ, K, N latera sunt numeri A , et $\Xi, A, M^3)$ latera numeri B . ergo A, B similes sunt numeri solidi [VII def. 21]; quod erat demonstrandum.

XXII.

Si tres numeri deinceps proportionales sunt, et primus quadratus est, etiam tertius quadratus erit.

Sint tres numeri deinceps proportionales A, B, Γ , et primus A quadratus sit. dico, etiam tertium Γ quadratum esse.

nam quoniam inter A, Γ unus medius est proportionalis numerus B , A et Γ similes plani sunt [prop. XX]. uerum A quadratus est. ergo etiam Γ quadratus est [VII def. 21]; quod erat demonstrandum.

1) Nam $E : \Gamma = 1 : \Xi = H : B$.

2) Nam $E : \Gamma = 1 : \Xi$.

3) Debuit dici A, M, Ξ . sed respicit ad. p. 332, 4.

$\delta\eta]$ om. P. $N]$ e corr. V. 10. $\Xi]$ corr. ex Z φ . 19. $\kappa\alpha\iota \delta]$ δ insert. m. 2 P. 24. $\alpha\nu\acute{\alpha}\lambda\omicron\gamma\omicron\varsigma$ V, sed corr. m. 1. 25. $\epsilon\iota\sigma\iota$ V φ . 26. $\Gamma]$ in ras. P.

κγ'.

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ᾧσιν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ἦ, καὶ ὁ τέταρτος κύβος ἔσται.

5 Ἔστωσαν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον οἱ A, B, Γ, Δ , ὁ δὲ A κύβος ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ ὁ Δ κύβος ἐστίν.

Ἐπεὶ γὰρ τῶν A, Δ δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοὶ οἱ B, Γ , οἱ A, Δ ἄρα ὅμοιοι εἰσι στερεοὶ
10 ἀριθμοί. κύβος δὲ ὁ A · κύβος ἄρα καὶ ὁ Δ · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κδ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον
15 ἀριθμόν, ὁ δὲ πρῶτος τετράγωνος ἦ, καὶ ὁ δεύτερος τετράγωνος ἔσται.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ A, B πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχέτωσαν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς ὁ Γ πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν τὸν Δ , ὁ δὲ A τετράγωνος ἔστω· λέγω,
20 ὅτι καὶ ὁ B τετράγωνός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ οἱ Γ, Δ τετράγωνοί εἰσιν, οἱ Γ, Δ ἄρα ὅμοιοι ἐπίπεδοι εἰσιν. τῶν Γ, Δ ἄρα εἰς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. καὶ ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , ὁ A πρὸς τὸν B · καὶ τῶν A, B ἄρα εἰς μέσος
25 ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. καὶ ἐστὶν ὁ A τετράγωνος· καὶ ὁ B ἄρα τετράγωνός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

7. ἔσται BVφ. 9. B, Γ] Γ, B φ. εἶαιν P. 14. τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς] mg. φ. τετράγωνος φ, sed corr.
15. ἀριθμὸς φ, sed corr. ἢ τετράγωνος BVφ. 16. δεύτερος] λοιπός P. 22. εἰσι Vφ. 23. καὶ] καὶ ἐπεὶ P. τόν] om. B. 24. τόν] om. B. 25. ὁ] ὡς ὁ P.

XXIII.

Si quattuor numeri deinceps proportionales sunt, et primus cubus est, etiam quartus cubus erit.

Sint quattuor numeri deinceps proportionales A , B , Γ , Δ , et A cubus sit. dico, etiam Δ cubum esse.

nam quoniam inter A , Δ duo
 $\text{—————}|A$
 $\text{—————}|B$
 $\text{—————}| \Gamma$
 $\text{—————}| \Delta$
 medii proportionales sunt numeri B , Γ , A et Δ similes sunt solidi numeri [prop. XXI]. uerum A cubus est. ergo etiam Δ cubus est [VII def. 21]; quod erat demonstrandum.

XXIV.

Si duo numeri inter se rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, et primus quadratus est, etiam secundus quadratus erit.

Duo enim numeri A , B inter se rationem habeant, quam quadratus numerus Γ ad quadratum numerum Δ , et A quadratus sit. dico, etiam B quadratum esse.

nam quoniam Γ , Δ quadrati sunt, Γ , Δ similes sunt plani. itaque inter Γ , Δ unus medius proportionalis interponitur numerus [prop. XVIII]. est autem $\Gamma : \Delta = A : B$. quare etiam inter A , B unus medius proportionalis interponitur numerus [prop. VIII]. et A quadratus est. ergo etiam B quadratus est [prop. XXII]; quod erat demonstrandum.

κε'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχω-
σιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν.
ὁ δὲ πρῶτος κύβος ἦ, καὶ ὁ δεύτερος κύβος
5 ἔσται.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ A, B πρὸς ἀλλήλους λόγοι
ἐχέτωσαν, ὃν κύβος ἀριθμὸς ὁ Γ πρὸς κύβον ἀριθ-
μὸν τὸν Δ , κύβος δὲ ἔστω ὁ A . λέγω [δή], ὅτι καὶ
ὁ B κύβος ἐστίν.

- 10 Ἐπεὶ γὰρ οἱ Γ, Δ κύβοι εἰσίν, οἱ Γ, Δ ὅμοιοι
στερεοὶ εἰσιν· τῶν Γ, Δ ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον
ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. ὅσοι δὲ εἰς τοῖς Γ, Δ μεταξὺ
κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν, τοσοῦτοι καὶ
εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς· ὥστε καὶ
15 τῶν A, B δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθ-
μοί. ἐμπιπτέτωσαν οἱ E, Z . ἐπεὶ οὖν τέσσαρες ἀριθ-
μοὶ οἱ A, E, Z, B ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, καὶ ἐστὶ
κύβος ὁ A , κύβος ἄρα καὶ ὁ B . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κς'.

- 20 Οἱ ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους
λόγον ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς
τετράγωνον ἀριθμόν.

Ἔστωσαν ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ A, B . λέγω,
ὅτι ὁ A πρὸς τὸν B λόγον ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθ-
25 μὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν.

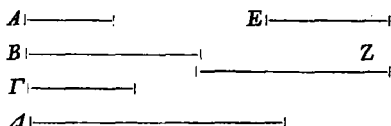
3. πρὸς κύβον ἀριθμόν] bis φ, sed corr. 8. δὴ] om. P.
10. ὅμοιοι] ἄρα ὅμοιοι BVφ. 11. εἰσί Vφ. 12. δέ] δὴ?
13. ἐμπίπτουσι PVφ. 15. τῶν] τόν φ. 17. εἰσιν] εἰσί Vφ.
ἐστὶ] ἐστὶν P. 24. A] seq. ras. 1 litt. V. ἀριθμὸς om. Vφ.

XXV.

Si duo numeri inter se rationem habent, quam cubus numerus ad cubum numerum, et primus cubus est, etiam secundus cubus erit.

Duo enim numeri A, B inter se rationem habeant, quam cubus numerus Γ ad cubum numerum Δ , et cubus sit A . dico, etiam B cubum esse.

nam quoniam Γ, Δ cubi sunt, Γ, Δ similes solidi sunt. itaque inter Γ, Δ duo medii proportionales interponuntur numeri [prop. XIX]. iam quot inter Γ, Δ secundum proportionem continuam interponun-



tur numeri, totidem etiam inter eos, qui eandem rationem habent, interponuntur [prop. VIII]. quare etiam inter A, B duo medii proportionales interponuntur numeri. interponantur E, Z . iam quoniam quattuor numeri A, E, Z, B deinceps proportionales sunt, et cubus est A , etiam B cubus est [prop. XXIII]; quod erat demonstrandum.

XXVI.

Similes numeri plani inter se eam rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Sint similes numeri plani A, B . dico, A ad B eam rationem habere, quam quadratus numerus habet ad quadratum numerum.

Ἐπεὶ γὰρ οἱ A, B ὅμοιοι ἐπίπεδοι εἰσιν, τῶν A, B ἄρα εἰς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. ἐμπίπτέτω καὶ ἔστω ὁ Γ , καὶ εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς A, Γ, B οἱ Δ, E, Z . οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ Δ, Z τετράγωνοι εἰσιν. καὶ ἐπεὶ ἔστιν ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν B , καὶ εἰσιν οἱ Δ, Z τετράγωνοι, ἡ A ἄρα πρὸς τὸν B λόγον ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

10

κξ'.

Οἱ ὅμοιοι στερεοὶ ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν.

Ἔστωσαν ὅμοιοι στερεοὶ ἀριθμοὶ οἱ A, B . λέγω, ὅτι ὁ A πρὸς τὸν B λόγον ἔχει, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν.

Ἐπεὶ γὰρ οἱ A, B ὅμοιοι στερεοὶ εἰσιν, τῶν A, B ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. ἐμπίπτέτωσαν οἱ Γ, Δ , καὶ εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς A, Γ, Δ, B ἴσοι αὐτοῖς τὸ πλῆθος οἱ E, Z, H, Θ . οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ E, Θ κύβοι εἰσιν. καὶ ἔστιν ὡς ὁ E πρὸς τὸν Θ , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν B . καὶ ὁ A ἄρα πρὸς τὸν B λόγον ἔχει, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. εἰσι Vφ. 4. τοῖς] corr. ex toi m. 2 P. Γ, B]
 B, Γ P. 6. εἰσι Vφ. 11. οἱ] om. P. 17. εἰσι Vφ.
 18. μέσοι] -οι e corr. m. 1 P. 19. ἀριθμοί] om. B. 20.
 B] Z φ. 22. εἰσί Vφ. 23. καὶ ὁ A ἄρα πρὸς τὸν B]
 mg. φ. 25. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. B. In fine Εὐκλείδου
 στοιχείων η' P.

nam quoniam A, B similes plani sunt, inter A, B unus medius proportionalis interponitur numerus [prop. XVIII]. interponatur, et sit Γ , et sumantur numeri A, E, Z minimi eorum, qui eandem rationem habent ac A, Γ, B [prop. II]. itaque extremi eorum A, Z quadrati sunt [prop. II coroll.]. et quoniam est $A : Z = A : B$, et A, Z quadrati sunt, A ad B rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum; quod erat demonstrandum.

XXVII.

Similes numeri solidi inter se rationem habent, quam cubus numerus ad cubum numerum.

Sint similes numeri solidi A, B . dico, A ad B eam rationem habere, quam cubus numerus habeat ad cubum numerum.

nam quoniam A, B similes sunt solidi, inter A, B duo medii proportionales interponuntur numeri

$$\begin{array}{ccccccc} A & \text{---} & & & \Gamma & \text{---} & \\ B & \text{---} & & & A & \text{---} & \\ E & \text{---} & Z & \text{---} & H & \text{---} & \Theta & \text{---} \end{array}$$

[prop. XIX]. interponantur Γ, A , et sumantur minimi numeri eorum, qui eandem rationem habent ac A, Γ, A, B iis aequales multitudine E, Z, H, Θ [prop. II]. itaque extremi eorum E, Θ cubi sunt [prop. II coroll.]. et $E : \Theta = A : B$. ergo A ad B eam rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum; quod erat demonstrandum.

θ'.

α'.

Ἐὰν δύο ὁμοιοὶ ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος τετράγωνος ἔσται.

6 Ἐστῶσαν δύο ὁμοιοὶ ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ A , B , καὶ ὁ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιεῖτω· λέγω, ὅτι ὁ Γ τετράγωνός ἐστιν.

Ὁ γὰρ A ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιεῖτω. ὁ Δ ἄρα τετράγωνός ἐστιν. ἐπεὶ οὖν ὁ A ἑαυτὸν
10 μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, τὸν δὲ B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὥς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Γ . καὶ ἐπεὶ οἱ A , B ὁμοιοὶ ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί, τῶν A , B ἄρα εἰς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. ἐὰν δὲ δύο ἀριθμῶν
15 μὲν μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐτοὺς ἐμπίπτουσιν, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας· ὥστε καὶ τῶν Δ , Γ εἰς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. καὶ ἐστὶ τετράγωνος ὁ Δ . τετράγωνος ἄρα καὶ ὁ Γ . ὅπερ ἔδει
20 δεῖξαι.

θ'] corr. ex η' V. Post titulum, ante prop. I in textu scholium habent Vφ, u. app. 9. ἐπεὶ οὖν] καὶ ἐπεὶ Vφ. 10. μὲν] om. B. Δ] in ras. P. πεποίηκε Vφ. 11. Γ] in ras. P. 14. δέ] supra m. 2 V. μεταξὺ ἀριθμῶν Vφ. 16. ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐτοὺς ἐμπίπτουσιν] mg. m. 2 B. 17.

IX.

I.

Si duo similes numeri plani inter se multiplicantes numerum aliquem effecerint, numerus ex iis productus quadratus erit.

Sint duo similes numeri
plani A, B , et sit
 $A \times B = \Gamma$.
dico, numerum Γ quadratum
esse.

A —————
 B —————
 Γ —————
 Δ —————

sit enim $A \times A = \Delta$. Δ igitur quadratus est. iam quoniam $A \times A = \Delta$ et $A \times B = \Gamma$, erit $A : B = \Delta : \Gamma$ [VII, 17]. et quoniam A, B similes sunt numeri plani, inter A, B unus medius proportionalis interponitur numerus [VIII, 18]. sin inter duos numeros secundum proportionem continuam numeri aliquot interponuntur, quot inter eos interponuntur, totidem etiam inter eos interponuntur, qui eandem rationem habent [VIII, 8]. quare etiam inter Δ, Γ unus medius proportionalis interponitur numerus. et quadratus est Δ . ergo etiam Γ quadratus est [VIII, 22]; quod erat demonstrandum.

$\epsilon\chi\omicron\nu\tau\alpha\varsigma \alpha\upsilon\tau\omicron\iota\varsigma \varphi$, $\alpha\upsilon\tau\omicron\iota\varsigma$ mg. m. 2 V. 18. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ P. 19.
 $\delta \Delta$ τετραγωνος] mg. m. 1 P. $\delta\pi\epsilon\rho \epsilon\delta\epsilon\iota \delta\epsilon\iota\chi\alpha\iota$] m. 2 V,
om. B.

β'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσι τετράγωνον, ὁμοιοὶ ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί.

- 5 Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ A, B , καὶ ὁ A τὸν B πολλαπλασιάσας τετράγωνον τὸν Γ ποιείτω· λέγω, ὅτι οἱ A, B ὁμοιοὶ ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί.

- Ὁ γὰρ A ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω· ὁ Δ ἄρα τετράγωνός ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ὁ A ἑαυτὸν μὲν
 10 πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, τὸν δὲ B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , ὁ Δ πρὸς τὸν Γ . καὶ ἐπεὶ ὁ Δ τετράγωνός ἐστιν, ἀλλὰ καὶ ὁ Γ , οἱ Δ, Γ ἄρα ὁμοιοὶ ἐπίπεδοί εἰσιν. τῶν Δ, Γ ἄρα εἰς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει.
 15 καὶ ἐστὶν ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν B . καὶ τῶν A, B ἄρα εἰς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει. ἔαν δὲ δύο ἀριθμῶν εἰς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπῃ. ὁμοιοὶ ἐπίπεδοί εἰσιν [οἱ] ἀριθμοί· οἱ ἄρα A, B ὁμοιοὶ εἰσιν ἐπίπεδοι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

20

γ'.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος κύβος ἐστὶν.

Κύβος γὰρ ἀριθμὸς ὁ A ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν B ποιείτω· λέγω, ὅτι ὁ B κύβος ἐστίν.

- 25 Εἰλήφθω γὰρ τοῦ A πλευρὰ ὁ Γ , καὶ ὁ Γ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω. φανερόν δὴ ἐστίν,

3. εἰσι V φ. 4. ἀριθμοί] om. BV φ. 5. ἔστωσαν — 6: ποιείτω] δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ A, B πολλαπλασιάσαντες (m. 2 B) ἀλλήλους τετράγωνον τὸν Γ ποιείτωσαν Theon (BV φ). 9. ἐστὶ V φ. A] supra m. 1 V. μὲν] om. φ. 10. πεποίηκε V φ.

II.

Si duo numeri inter se multiplicantes quadratum effecerint, similes erunt numeri plani.

Sint duo numeri A, B , et A numerum B multiplicans numerum Γ quadratum efficiat. dico, A, B similes esse numeros planos.

nam sit $A \times A = \Delta$. itaque Δ quadratus est. et quoniam $A \times A = \Delta$ et $A \times B = \Gamma$, erit
 $\text{—————}|A$ $A : B = \Delta : \Gamma$ [VII, 17]. et quoniam
 $\text{—————}|B$ Δ quadratus est, uerum etiam Γ , numeri Δ, Γ similes plani sunt. itaque
 $\Gamma \text{—————}|$
 $\Delta \text{—————}|$ inter Δ, Γ unus medius proportionalis interponitur [VIII, 18]. est autem $\Delta : \Gamma = A : B$. quare etiam inter A, B unus medius proportionalis interponitur [VIII, 8]. sin inter duos numeros unus medius proportionalis interponitur, similes plani sunt numeri [VIII, 20]. ergo A, B similes plani sunt; quod erat demonstrandum.

III.

Si cubus numerus se ipsum multiplicans numerum aliquem effecerit, numerus productus cubus erit.

Cubus enim numerus A se ipsum multiplicans B numerum efficiat. dico, B numerum cubum esse.

sumatur enim Γ latus numeri A , et sit $\Gamma \times \Gamma = \Delta$.

12. τόν] om. B. οὕτως ὁ B. τόν] om. B. 14. εἰσι V φ. Post ἐμπέπτει in V φ: ἀριθμός; idem B m. 2. 16. τῶν] corr. ex τόν φ. ἀνάλογος V, sed corr. 17. ἐὰν δέ — ἐμπέπτει] mg. m. 2 B, addito ἀριθμός ante ἐάν. ἐμπέπτει B; et V φ, sed corr. m. 1. 18. οἱ] (prius) om. P. 19. ἐπίπεδοι] om. P. 26. Δ] corr. ex B m. 1 P.

ὅτι ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν A πεποίηκεν. καὶ
 ἐπεὶ ὁ Γ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ
 Γ ἄρα τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας
 ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ μονὰς τῶν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν
 5 αὐτῷ μονάδας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Γ , ὁ
 Γ πρὸς τὸν Δ . πάλιν, ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλα-
 σιάσας τὸν A πεποίηκεν, ὁ Δ ἄρα τὸν A μετρεῖ κατὰ
 τὰς ἐν τῷ Γ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν Γ
 κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς
 10 πρὸς τὸν Γ , ὁ Δ πρὸς τὸν A . ἀλλ' ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν
 Γ , ὁ Γ πρὸς τὸν Δ · καὶ ὡς ἄρα ἡ μονὰς πρὸς τὸν
 Γ , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν A . τῆς
 ἄρα μονάδος καὶ τοῦ A ἀριθμοῦ δύο μέσοι ἀνάλογον
 κατὰ τὸ συνεχὲς ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοὶ οἱ Γ , Δ . κά-
 15 λιν, ἐπεὶ ὁ A ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίη-
 κεν, ὁ A ἄρα τὸν B μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονά-
 δας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν A κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ
 μονάδας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν A , ὁ A
 πρὸς τὸν B . τῆς δὲ μονάδος καὶ τοῦ A δύο μέσοι
 20 ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί· καὶ τῶν A , B ἄρα
 δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται ἀριθμοί. ἐὰν δὲ δύο
 ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν, ὁ δὲ πρῶ-
 τος κύβος ἦ, καὶ ὁ δεύτερος κύβος ἔσται. καὶ ἔστιν
 ὁ A κύβος· καὶ ὁ B ἄρα κύβος ἐστίν· ὅπερ ἔδει
 25 δεῖξαι.

δ'.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν πολ-

1. πεποίηκε V φ. 2. πεποίηκε V φ. ὁ Γ] postea in-
 sert. B. 5. τόν] om. B. οὕτως ὁ B. 6. τόν] (prius) om. B.
 7. Δ] seq. ras. 1 litt. φ. 13. καὶ τοῦ] bis φ, sed corr. 18.
 οὕτως ὁ B. 19. τόν] om. B. 20. ἀνάλογον φ. ἀριθμοὶ ἐμ-

manifestum igitur, esse $\Gamma \times \Delta = A$. et quoniam
 $\Gamma \times \Gamma = \Delta$, Γ numerum Δ se-
 cundum unitates suas metitur [VII
 def. 15]. uerum etiam unitas nu-
 merum Γ secundum unitates ipsius
 metitur. itaque [VII def. 20] $1 : \Gamma = \Gamma : \Delta$. rursus
 quoniam $\Gamma \times \Delta = A$, Δ numerum A secundum uni-
 tates numeri Γ metitur. uerum etiam unitas nume-
 rum Γ secundum unitates ipsius metitur. erit igitur
 $1 : \Gamma = \Delta : A$. uerum $1 : \Gamma = \Gamma : \Delta$.

itaque $1 : \Gamma = \Gamma : \Delta = \Delta : A$. itaque inter unitatem
 et numerum A duo medii proportionales interponun-
 tur numeri Γ , Δ secundum proportionem continuam.
 rursus quoniam est $A \times A = B$, A numerum B
 secundum unitates suas metitur. uerum etiam unitas
 numerum A secundum unitates ipsius metitur. erit
 igitur $1 : A = A : B$. sed inter unitatem et A duo
 medii proportionales interponuntur numeri. itaque
 etiam inter A , B duo medii proportionales inter-
 ponentur numeri [VIII, 8].¹⁾ sin inter duos numeros
 duo medii proportionales interponuntur, et primus
 cubus est, etiam secundus cubus erit [VIII, 23]. et
 A cubus est. ergo etiam B cubus est; quod erat
 demonstrandum.

IV.

Si cubus numerus cubum numerum multiplicans

1) VIII, 8 de duobus numeris proportionalibus demon-
 stratur; sed demonstratio eadem tum quoque ualet, si alter
 unitas est.

πεπλάσιν P. τῶν] corr. ex τόν V. 22. ἐμπλάσιν]
 e corr. V. 23. δεύτερος] τέταρτος Theon (BVφ).

λαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος κύβος
ἔσται.

Κύβος γὰρ ἀριθμὸς ὁ A κύβον ἀριθμὸν τὸν Δ
πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιεῖτω· λέγω, ὅτι ὁ Γ κύβος
ἔστιν.

Ὁ γὰρ A ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιεῖτω
ὁ Δ ἄρα κύβος ἔστιν. καὶ ἐπεὶ ὁ A ἑαυτὸν μὲν
πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, τὸν δὲ B πολλα-
πλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς
10 τὸν B , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Γ . καὶ ἐπεὶ οἱ A, B
κύβοι εἰσὶν, ὅμοιοι στερεοὶ εἰσιν οἱ A, B . τῶν A, B
ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί· ὥστε
καὶ τῶν Δ, Γ δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται ἀριθ-
μοί. καὶ ἔστι κύβος ὁ Δ · κύβος ἄρα καὶ ὁ Γ · ὅπερ
15 ἔδει δεῖξαι.

ε'.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἀριθμὸν τινα πολλα-
πλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ ὁ πολλαπλασιασ-
θεὶς κύβος ἔσται.

Κύβος γὰρ ἀριθμὸς ὁ A ἀριθμὸν τινα τὸν B
πολλαπλασιάσας κύβον τὸν Γ ποιεῖτω· λέγω, ὅτι ὁ B
κύβος ἔστιν.

Ὁ γὰρ A ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιεῖτω·
κύβος ἄρα ἔστιν ὁ Δ . καὶ ἐπεὶ ὁ A ἑαυτὸν μὲν πολλα-
25 πλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, τὸν δὲ B πολλαπλασιά-
σας τὸν Γ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν B ,
ὁ Δ πρὸς τὸν Γ . καὶ ἐπεὶ οἱ Δ, Γ κύβοι εἰσὶν,
ὅμοιοι στερεοὶ εἰσιν. τῶν Δ, Γ ἄρα δύο μέσοι ἀνά-

6. γὰρ A] A γὰρ $BV\varphi$. 7. Δ] seq. ras. 1 litt. φ . ἐστὶ
 $V\varphi$. 8. πεποίηκε $V\varphi$. 10. τὸν] bis om. B . 11. εἰσι
 $V\varphi$. οἱ A, B] om. $BV\varphi$. 13. τῶν] e corr. V . 14.

numerus aliquem effecerit, numerus productus cubus erit.

$\text{—————}|A$
 $\text{—————}|B \quad \Gamma$
 $\text{—————}|A$

Cubus enim numerus A cubum numerum B multiplicans efficiat Γ . dico, Γ cubum esse.

sit enim $A \times A = \Delta$. Δ igitur cubus est [prop. III]. et quoniam $A \times A = \Delta$ et $A \times B = \Gamma$, erit $A : B = \Delta : \Gamma$ [VII, 17]. et quoniam A, B cubi sunt, A, B similes sunt solidi. itaque inter A, B duo medii proportionales interponuntur numeri [VIII, 19]. quare etiam inter Δ, Γ duo medii proportionales interponuntur numeri [VIII, 8]. et cubus est Δ . ergo etiam Γ cubus est [VIII, 23]; quod erat demonstrandum.

V.

Si cubus numerus numerum aliquem multiplicans cubum effecerit, etiam numerus multiplicatus cubus erit.

$\text{—————}|A$
 $\text{—————}|B \quad \Gamma$
 $\text{—————}|A$

Cubus enim numerus A numerum aliquem B multiplicans cubum Γ efficiat. dico, etiam B cubum esse.

nam sit $A \times A = \Delta$. itaque Δ cubus est [prop. III]. et quoniam $A \times A = \Delta$ et $A \times B = \Gamma$, erit $A : B = \Delta : \Gamma$ [VII, 17]. et quoniam Δ, Γ cubi sunt, similes sunt solidi. itaque inter Δ, Γ duo medii proportionales interponuntur numeri [VIII, 19]. est

ἔστιν P. Prop. 5 in V φ bis scribitur, secundo loco ($V_2 \varphi_2$) sine numero. τὸ $\bar{\epsilon}$ δις ἐγράφη κατὰ λήθην τοῦ γραφέως V mg. 21. B] supra V_2 . 23. Δ] in ras. V_2 . 24. μέν] om. φ. 25. πεποίηκε V φ $V_2 \varphi_2$. 27. οὕτως ὁ V. Δ, Γ] eras. V. 28. ὅμοιοι οἱ φ. εἶσι V φ $V_2 \varphi_2$. Δ, Γ] eras. V.

λογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. καὶ ἐστὶν ὥς ἡ Δ πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν B . καὶ τῶν A, B ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. καὶ ἐστὶν κύβος ὁ A . κύβος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ B . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

ς'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ αὐτὸς κύβος ἐστὶν.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ A ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον τὸν B ποιεῖτω. λέγω, ὅτι καὶ ὁ A κύβος ἐστίν.

- 10 Ὁ γὰρ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιεῖτω. ἐπεὶ οὖν ὁ A ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκεν, τὸν δὲ B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ὁ Γ ἄρα κύβος ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ὁ A ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκεν, ὁ A ἄρα τὸν B μετρεῖ
15 κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν A κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ἐστὶν ἄρα ὥς ἡ μονὰς πρὸς τὸν A , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν B . καὶ ἐπεὶ ὁ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ὁ B ἄρα τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ A μονάδας. μετρεῖ δὲ
20 καὶ ἡ μονὰς τὸν A κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ἐστὶν ἄρα ὥς ἡ μονὰς πρὸς τὸν A , οὕτως ὁ B πρὸς τὸν Γ . ἀλλ' ὥς ἡ μονὰς πρὸς τὸν A , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν B . καὶ ὥς ἄρα ὁ A πρὸς τὸν B , ὁ B πρὸς τὸν Γ . καὶ ἐπεὶ οἱ B, Γ κύβοι εἰσὶν, ὅμοιοι στερεοὶ εἰσιν. τῶν
25 B, Γ ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί. καὶ

1. καὶ ἐστὶν — 3: ἀριθμοί] mg. m. 2 V; in textu ὥστε καὶ τῶν Δ, Γ δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται ἀριθμοί, sed delet. V. 2. ἄρα] ἐτι φ. 3. ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί ἀνάλογον BVφ, V₂ φ₂. ἐστὶν P. 4. A] eras. V. κύβος] m. 2 B. ἐστὶ] om. Vφ, ἐστίν φ₂. B] eras. V. 5. 5']

utem $A : \Gamma = A : B$. itaque etiam inter A, B duo medii proportionales interponuntur numeri [VIII, 8].
 et cubus est A . ergo etiam B cubus est [VIII, 23];
 quod erat demonstrandum.

VI.

Si numerus se ipsum multiplicans cubum effecerit,
 et ipse cubus erit.

Numerus enim A se ipsum multiplicans efficiat
 cubum B . dico, etiam A cubum esse.

sit enim $A \times B = \Gamma$. iam quoniam $A \times A = B$
 $\text{---} A$ et $A \times B = \Gamma$, Γ cubus est. et quo-
 $\text{---} B$ niam $A \times A = B$, A numerum B se-
 $\text{---} \Gamma$ cundum unitates suas metitur. uerum
 etiam unitas numerum A secundum unitates ipsius
 metitur. itaque $1 : A = A : B$. et quoniam $A \times B = \Gamma$,
 B numerum Γ secundum unitates numeri A metitur.
 uerum etiam unitas numerum A secundum unitates
 ipsius metitur. itaque $1 : A = B : \Gamma$. sed

$$1 : A = A : B.$$

quare etiam $A : B = B : \Gamma$. et quoniam B, Γ cubi
 sunt, similes sunt solidi. itaque inter B, Γ duo medii
 proportionales sunt numeri [VIII, 19]. est autem

sic Vφ. 11. πεποίηκε Vφ. 13. ἐστὶ Vφ. ἐαυτὸν μὲν
 BVφ. 14. πεποίηκε Vφ. ὁ A ἄρα — 22: οὕτως ὁ A
 πρὸς τὸν B] P, τὸν δὲ B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν
 Theon (BVφ). 22. B] in ras. P. 23. καὶ] om. BVφ.
 ὁ B] supra φ. 24. εἶσι Vφ. 25. B, Γ] A, B P.

ἐστὶν ὡς ὁ B πρὸς τὸν Γ , ὁ A πρὸς τὸν B . καὶ τῶν A, B ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί. καὶ ἐστὶ κύβος ὁ B · κύβος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ A . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

ξ'.

Ἐὰν σύνθετος ἀριθμὸς ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος στερεός ἐσται.

Σύνθετος γὰρ ἀριθμὸς ὁ A ἀριθμόν τινα τὸν B
10 πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· λέγω, ὅτι ὁ Γ στερεός ἐστίν.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ A σύνθετός ἐστίν, ὑπὸ ἀριθμοῦ τι-
νος μετρηθήσεται. μετρεῖσθω ὑπὸ τοῦ Δ , καὶ ὅσκις
ὁ Δ τὸν A μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ
15 E . ἐπεὶ οὖν ὁ Δ τὸν A μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ E
μονάδας, ὁ E ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν A πε-
ποίηκεν. καὶ ἐπεὶ ὁ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ
πεποίηκεν, ὁ δὲ A ἐστίν ὁ ἐκ τῶν Δ, E , ὁ ἄρα ἐκ τῶν
 Δ, E τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ὁ Γ
20 ἄρα στερεός ἐστίν, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ Δ, E, B .
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὀποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς
ἀνάλογον ᾧσιν, ὁ μὲν τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος
25 τετράγωνος ἐσται καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες, ὁ
δὲ τέταρτος κύβος καὶ οἱ δύο διαλείποντες

1. οὕτως ὁ A $BV\phi$. 3. ἐστίν P . κύβος] (alt.) om. ϕ .
ἐστίν P . 15. ἐπεὶ οὖν — 16: μονάδας] om. $V\phi$. 16. πε-
ποίηκε $V\phi$. 18. ὁ] (alt.) om. $BV\phi$. 19. Post πεποίηκεν
add. ϕ , VB mg. m. 2: καὶ (om. B) ὁ B ἄρα (ἐτι ϕ) τὸν ἐκ τῶν

$3 : \Gamma = A : B$. quare etiam inter A, B duo medii proportionales sunt [VIII, 8]. et cubus est B . quare etiam A cubus est;¹⁾ quod erat demonstrandum.

VII.

Si compositus numerus numerum aliquem multiplicans alium aliquem effecerit, numerus productus solidus erit.

$\text{—————}|A$ Compositus enim numerus A
 $\text{—————}|B$ numerum aliquem B multiplicans
 $\text{—————}| \Gamma$ numerum Γ efficiat. dico, nume-
 $\Delta \text{ ————} | E \text{ ————} |$ rum Γ solidum esse.

nam quoniam A compositus est, numerus aliquis eum metietur. metiatur numerus Δ , et quoties Δ numerum A metitur, tot unitates sint in E . iam quoniam Δ numerum A secundum unitates numeri E metitur, erit $E \times \Delta = A$ [VII def. 15]. et quoniam $A \times B = \Gamma$, et $A = \Delta \times E$, erit

$$\Delta \times E \times B = \Gamma.$$

ergo Γ solidus est, latera autem eius sunt Δ, E, B ; quod erat demonstrandum.

VIII. .

Si quotlibet numeri inde ab unitate deinceps proportionales sunt, tertius ab unitate quadratus erit et

1) Nam $A : x = x : y = y : B$, siue (VII, 13)

$B : y = y : x = x : A$.

tum u. VIII, 23.

Δ, E πολλαπλασιάζουσας τὸν A (τὸν A om. B) τὸν Γ πεποιήμεν.
 20. ἐστὶ $\forall \varphi$. $\Delta]$ e corr. V. $E]$ om. B. 25. ἔσται] ἐστὶ
 $BV\varphi$. $\delta]$ πάντες, δ $BV\varphi$.

πάντες, ὁ δὲ ἑβδομος κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος καὶ οἱ πέντε διαλείποντες.

Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξ ἀνάλογον οἱ $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$. λέγω, ὅτι ὁ μὲν τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ B τετράγωνός ἐστι καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες πάντες, ὁ δὲ τέταρτος ὁ Γ κύβος καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες, ὁ δὲ ἑβδομος ὁ Z κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος καὶ οἱ πέντε διαλείποντες πάντες.

- 10 Ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν A , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν B , ἰσάκως ἄρα ἡ μονὰς τὸν A ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ A τὸν B . ἡ δὲ μονὰς τὸν A ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῇ μονάδας· καὶ ὁ A ἄρα τὸν B μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῇ A μονάδας. ὁ A ἄρα ἐάν
15 τὸν πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκεν· τετράγωνος ἄρα ἐστὶν ὁ B . καὶ ἐπεὶ οἱ B, Γ, Δ ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, ὁ δὲ B τετράγωνός ἐστιν, καὶ ὁ Δ ἄρα τετράγωνός ἐστιν. διὰ τὰ αὐτὰ δη καὶ ὁ Z τετράγωνός ἐστιν. ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες
20 πάντες τετράγωνοί εἰσιν. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ὁ τέταρτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ Γ κύβος ἐστὶ καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες. ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν A , οὕτως ὁ B πρὸς τὸν Γ , ἰσάκως ἄρα ἡ μονὰς τὸν A ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ B τὸν Γ . ἡ δὲ μονὰς τὸν A
25 ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῇ A μονάδας· καὶ ὁ B

1. πάντες] om. BVφ. 2. διαλείποντες πάντες BVφ.
4. ὅτι] om. Vφ. 6. πάντες] om. BVφ. 7. πάντες] om. φ.
9. ἅπαντες Vφ. 12. ἀριθμόν] om. BVφ. 14. τῇ A] αὐτῇ φ.
15. πεποίηκε V et -κε in ras. φ. 17. ἐστὶ PVφ. 18. ἐστὶ V. διὰ τὰ — 19: ἐστὶν] om. φ. 20. πάντες] om. BVφ. εἰσι Vφ. 21. ἐστὶν P. 25. τῇ A] αὐτῇ φ.

tem, qui¹⁾ uno loco distant, quartus autem cubus et item omnes, quicunque duobus locis distant, septimus uero simul et cubus et quadratus et item, qui quinque locis distant.

Sint quotlibet numeri inde ab unitate deinceps

A —————	proportionales $A, B, \Gamma, \Delta, E,$
B —————	Z . dico, tertium ab unitate B
Γ —————	quadratum esse et item omnes,
Δ —————	quicunque uno loco distent, quar-
E —————	tum autem Γ cubum et item
—————	omnes, quicunque duobus locis
Z	distent, septimum uero Z si-

mul et cubum et quadratum et item omnes, quicunque quinque locis distent. nam quoniam est $1 : A = A : B$, unitas numerum A et A numerum B aequaliter metitur [VII def. 20]. sed unitas numerum A secundum unitates ipsius metitur. quare etiam A numerum B secundum unitates numeri A metitur. itaque [VII def. 15] $A \times A = B$. ergo B quadratus est. et quoniam B, Γ, Δ deinceps proportionales sunt, et B quadratus est, etiam Δ quadratus est [VIII, 22]. eadem de causa etiam Z quadratus est. similiter demonstrabimus, etiam omnes, quicunque uno loco distent, quadratos esse. iam dico, quartum ab unitate Γ cubum esse et item omnes, quicunque duobus locis distent. nam quoniam est $1 : A = B : \Gamma$, unitas numerum A et B numerum Γ aequaliter metitur.

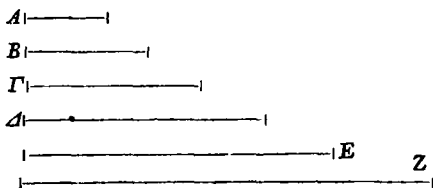
1) Cum πάντες post διαλείποντες facillime intercidere potuerit, nec in hoc uocabulo uel omittendo uel ponendo constans sit codicum P et Theoninorum consensus aut dissensus, fortasse πάντες ubique recipiendum.

ἄρα τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ A μονάδας· ὁ A
 ἄρα τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ἐπεὶ οἶν
 ὁ A ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκεν.
 τὸν δὲ B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, κύβος ἄρα
 5 ἐστὶν ὁ Γ . καὶ ἐπεὶ οἱ Γ , Δ , E , Z ἐξῆς ἀνάλογον
 εἰσιν, ὁ δὲ Γ κύβος ἐστίν, καὶ ὁ Z ἄρα κύβος ἐστίν.
 ἐδείχθη δὲ καὶ τετράγωνος· ὁ ἄρα ἑβδομος ἀπὸ τῆς
 μονάδος κύβος τέ ἐστι καὶ τετράγωνος. ὁμοίως δὲ
 δεῖξομεν, ὅτι καὶ οἱ πέντε διαλείποντες πάντες κύβοι
 10 τέ εἰσι καὶ τετράγωνοι· ὅπερ ἔδει δείξαι.

θ'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἐξῆς κατὰ τὸ
 συνεχὲς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ᾧσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν
 μονάδα τετράγωνος ἦ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τε-
 15 τράγωνοι ἔσονται. καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα
 κύβος ἦ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι ἔσονται.

Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ἐξῆς ἀνάλογον ὅσοιδηποι-
 οῦν ἀριθμοὶ οἱ A , B , Γ , Δ , E , Z , ὁ δὲ μετὰ τὴν



μονάδα ὁ A τετράγωνος ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ οἱ λοι-
 20 ποὶ πάντες τετράγωνοι ἔσονται.

Ὅτι μὲν οὖν ὁ τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ B τε-
 τράγωνός ἐστι καὶ οἱ ἕνα διαπλείποντες πάντες, δέ-

1. τῷ A] αὐτῷ, supra scr. A φ. 3. μὲν] om. P. π-

unitas autem numerum A secundum unitates numeri A metitur. quare etiam B numerum Γ secundum unitates numeri A metitur. itaque $A \times B = \Gamma$. iam quoniam $A \times A = B$ et $A \times B = \Gamma$, Γ cubus est. et quoniam Γ , A , E , Z deinceps proportionales sunt, et Γ cubus est, etiam Z cubus est [VIII, 23].¹⁾ demonstrauimus autem, eundem etiam quadratum esse, ergo septimus ab unitate et cubus et quadratus est. similiter demonstrabimus, etiam omnes, quicunque quinque locis distent, et cubos et quadratos esse; quod erat demonstrandum.

IX.

Si quotlibet numeri deinceps in proportionem continua proportionales sunt inde ab unitate, et unitati proximus quadratus est, etiam reliqui omnes quadrati erunt. et si proximus unitati cubus est, etiam reliqui omnes cubi erunt.

Sint quotlibet numeri inde ab unitate deinceps proportionales A , B , Γ , A , E , Z , et unitati proximus A quadratus sit. dico, etiam reliquos omnes quadratos esse. tertium quidem ab unitate B quadratum esse et omnes, qui uno loco distent, demonstratum est [prop. VIII]. dico, etiam reliquos omnes quadratos esse.

1) Et similiter de omnibus, qui duobus locis distant, quod uix opus est, ut cum Augusto diserte addamus.

ποίησε V φ. 4. πεποίησε V φ. 6. ἐστίν] (prius) ἐστὶ V φ.
7. καὶ] om. φ. 8. τέ] supra m. 1 P. ἐστίν P. δὴ] in
ras. P; δέ φ. 10. τέ] om. P. εἰσιν P. 12. ἐξῆς κατὰ
τὸ συνεχὲς ἀριθμοὶ] ἀριθμοὶ ἐξῆς Theon (BV φ). 17. ὁσοιδη-
ποτοῦν] PBV φ; ὅποσοιούν edd. 21. B] δεύτερος V, del. et
ins. β m. 2; β δεύτερος φ.

δεικται· λέγω [δή], ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοι εἰσιν. ἐπεὶ γὰρ οἱ A , B , Γ ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, καὶ ἐστὶν ὁ A τετράγωνος, καὶ ὁ Γ [ἄρα] τετράγωνος ἐστὶν. πάλιν, ἐπεὶ [καὶ] οἱ B , Γ , Δ ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, καὶ ἐστὶν ὁ B τετράγωνος, καὶ ὁ Δ [ἄρα] τετράγωνός ἐστιν. ὁμοίως δὴ δεῖξομεν, ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοι εἰσιν.

Ἀλλὰ δὴ ἔστω ὁ A κύβος· λέγω, ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι εἰσιν.

- 10 Ὅτι μὲν οὖν ὁ τέταρτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ Γ κύβος ἐστὶ καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες, δέδεικται· λέγω [δή], ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι εἰσιν. ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν A , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν B , ἰσάκως ἄρα ἡ μονὰς τὸν A μετρεῖ καὶ ὁ A τὸν
15 B . ἡ δὲ μονὰς τὸν A μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· καὶ ὁ A ἄρα τὸν B μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ὁ A ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκεν. καὶ ἐστὶν ὁ A κύβος. ἐὰν δὲ κύβος ἀριθμὸς ἑαυτὴν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος
20 κύβος ἐστίν· καὶ ὁ B ἄρα κύβος ἐστίν. καὶ ἐπεὶ τέσσαρες ἀριθμοὶ οἱ A , B , Γ , Δ ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, καὶ ἐστὶν ὁ A κύβος, καὶ ὁ Δ ἄρα κύβος ἐστίν. διατὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ E κύβος ἐστίν, καὶ ὁμοίως οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

25

ι'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ [ἐξῆς]

1. δὴ] om. P. 2. εἰσιν] (alt.) εἶσι Vφ. 3. τετράγωνος· καὶ ὁ Γ ἄρα] mg. φ. ἄρα] om. P. 4. ἐστίν] P et V sed v delet.; ἐστι φ. καί] om. P. 5. εἰσιν] -v delet. V. Δ] eras. V. ἄρα] om. P. 12. δὴ] om. P. 15. B] B μετρεῖ Vφ. ἐν]

nam quoniam A, B, Γ deinceps proportionales sunt, et A quadratus est, etiam Γ quadratus est [VIII, 22]. rursus quoniam B, Γ, Δ deinceps proportionales sunt, et B quadratus est, etiam Δ quadratus est [VIII, 22]. similiter demonstrabimus, etiam reliquos omnes quadratos esse.

at rursus A cubus sit. dico, etiam reliquos omnes cubos esse.

quantum quidem ab unitate Γ cubum esse et item omnes, qui duobus locis distent, demonstratum est [prop. VIII]. dico, etiam reliquos omnes cubos esse.

nam quoniam est $1 : A = A : B$, unitas numerum A et A numerum B aequaliter metitur. unitas autem numerum A secundum unitates ipsius metitur. quare etiam A numerum B secundum unitates suas metitur. itaque $A \times A = B$. et A cubus est. sin cubus numerus se ipsum multiplicans numerum aliquem efficit, numerus productus cubus est [prop. III]. ergo etiam B cubus est. et quoniam quattuor numeri A, B, Γ, Δ deinceps proportionales sunt, et A cubus est, etiam Δ cubus est [VIII, 23]. eadem de causa etiam E cubus est, et similiter reliqui omnes cubi sunt; quod erat demonstrandum.

X.

Si quotlibet numeri ab unitate deinceps proportio-

ἐν τῷ V φ. 16. καὶ ὁ A — 17: μονάδας] mg. m. 1 P. 16. αὐτῷ] τῷ supra scr. αὐτῷ V; τῷ αὐτῷ φ. 18. πεποίηκε V φ. ὁ] ὡς ὁ P, sed corr. m. 1. 20. ἐστὶ V φ. καὶ ὁ B ἄρα κύβος ἐστὶν] om. P. ἐστὶ V φ. 21. εἶαι V φ. 22. ἐστὶν] (alt.) ἐστὶ V φ. 23. ἐστὶ V φ. 24. ὅπερ] ὁ- in ras. φ. 26. ἐξῆς] om. P.

ἀνάλογον ὧσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα μὴ τετράγωνος, οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς τετράγωνος ἔσται χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν ἑνα διαλειπόντων πάντων. καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος μὴ ᾗ, οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς κύβος ἔσται χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν δύο διαλειπόντων πάντων.

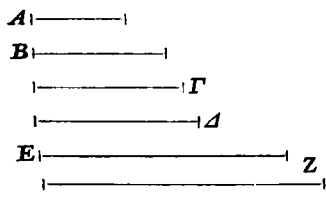
Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ἐξῆς ἀνάλογον ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ οἱ *A, B, Γ, Δ, Ε, Ζ*, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα ὁ *A* μὴ ἔστω τετράγωνος· λέγω, ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς τετράγωνος ἔσται χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ τῆς μονάδος [καὶ τῶν ἑνα διαλειπόντων].

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ὁ *Γ* τετράγωνος. ἔστι δὲ καὶ ὁ *B* τετράγωνος· οἱ *B, Γ* ἄρα πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. καὶ ἔστιν ὥς ὁ *B* πρὸς τὸν *Γ*, ὁ *A* πρὸς τὸν *B*· οἱ *A, B* ἄρα πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ὥστε οἱ *A, B* ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν. καὶ ἔστι τετράγωνος ὁ *B*· τετράγωνος ἄρα ἔστι καὶ ὁ *A* ὕπερ οὐχ ὑπέκειτο. οὐκ ἄρα ὁ *Γ* τετράγωνός ἐστιν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς τετράγωνός ἐστι χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν ἑνα διαλειπόντων.

Ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστω ὁ *A* κύβος. λέγω, ὅτι οὐδ'

8. ἔστωσαν γάρ *P*. ἐξῆς] in ras. φ. ὁσοιδηποτοῦν] *P*; ὅποσοιδηποτοῦν *BV* φ. 10. ὁ *A*] om. *V* φ. λέγω] ὁ *A*. λέγω *V* φ. 11. χωρὶς] πλήν *V* φ. 12. καὶ τῶν ἑνα διαλειπόντων] om. *P*. 13. ἔστι] ἔστιν *P*. 15. πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν] m. rec. *P*. 16. ὁ *A*] οὕτως ὁ *A B*. 17. τόν] om. *B*. 18. ἀριθμόν] *P*, corr. m. 1. 19. ὥστε — εἰσιν] in *V* deleta (εἰσι); om. φ. 21. ὑπέκειται *V* φ. 22. τετράγωνός ἐστι] om. *V* φ. 25. οὐδὲ *V*. οὐδὲ ἄλλος mg. φ.

nales sunt, et unitati proximus quadratus non est, ne alius quidem ullus quadratus erit praeter tertium ab unitate et omnes, quicumque uno loco distant. et si unitati proximus cubus non est, ne alius quidem ullus cubus erit praeter quartum ab unitate et omnes, quicumque duobus locis distant.



Sint quotlibet numeri ab unitate deinceps proportionales $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$, et unitati proximus A quadratus ne sit. dico, ne alium quidem ullum quadratum esse praeter tertium ab unitate.

nam si fieri potest, Γ quadratus sit. est autem etiam B quadratus [prop. VIII]. itaque B, Γ inter se rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. et est $B : \Gamma = A : B$. itaque A, B inter se rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. quare A, B similes plani sunt [VIII, 26].¹⁾ et B quadratus est. itaque etiam A quadratus est. quod est contra hypothesim. ergo Γ quadratus non est. similiter demonstrabimus, ne alium quidem ullum quadratum esse praeter tertium ab unitate, et quicumque uno loco distent.

at A cubus ne sit. dico, ne alium quidem ullum

1) Fortasse lin. 14: *οἱ B, Γ* — 16: *ἀριθμὸν* et lin. 19: *ᾧστε — εἰσὶν* spuria sunt. poterat enim uti VIII, 24 melius quam VIII, 26 conuersa; cfr. p. 360, 7.

ἄλλος οὐδεὶς κύβος ἔσται χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν δύο διαλειπόντων.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ὁ Δ κύβος. ἔστι δὲ καὶ ὁ Γ κύβος· τέταρτος γάρ ἐστιν ἀπὸ τῆς μονάδος. καὶ
 5 ἔστιν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , ὁ B πρὸς τὸν Γ · καὶ ὁ B ἄρα πρὸς τὸν Γ λόγον ἔχει, ὃν κύβος πρὸς κύβον. καὶ ἔστιν ὁ Γ κύβος· καὶ ὁ B ἄρα κύβος ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἔστιν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν A , ὁ A πρὸς τὸν B , ἡ δὲ μονὰς τὸν A μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας,
 10 καὶ ὁ A ἄρα τὸν B μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ὁ A ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον τὸν B πεποίηκεν. ἐὰν δὲ ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ αὐτὸς κύβος ἔσται. κύβος ἄρα καὶ ὁ A · ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. οὐκ ἄρα ὁ Δ
 15 κύβος ἐστίν. ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς κύβος ἐστὶ χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν δύο διαλειπόντων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὅποσοι οὖν ἀριθμοὶ ἐκτῆς
 20 ἀνάλογον ᾧσιν, ὁ ἐλάττω τὸν μείζονα μετρεῖ κατὰ τινὰ τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς.

Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος τῆς A ὅποσοι οὖν ἀριθμοὶ ἐκτῆς ἀνάλογον οἱ B , Γ , Δ , E · λέγω, ὅτι τῶν B ,
 25 Γ , Δ , E ὁ ἐλάχιστος ὁ B τὸν E μετρεῖ κατὰ τινὰ τῶν Γ , Δ .

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ A μονὰς πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν E , ἰσάκεις ἄρα ἡ A μονὰς τὸν B

3. ἔστι] -ι in ras. V, ἔστιν P. 5. τόν] bis om. B. Γ]
 (alt.) supra φ. 6. ἄρα] supra m. 1 P. 7. ἐστὶ V φ. 8.

cubum esse praeter quartum ab unitate, et quicumque duobus locis distent.

nam si fieri potest, sit Δ cubus. est autem etiam Γ cubus [prop. VIII]; quartus enim est ab unitate. et $\Gamma : \Delta = B : \Gamma$. quare etiam B ad Γ rationem habet, quam cubus ad cubum. et Γ cubus est. itaque etiam B cubus est [VII, 13. VIII, 25]. et quoniam est $1 : \Delta = \Delta : B$, et unitas numerum Δ secundum unitates ipsius metitur, etiam Δ numerum B secundum unitates suas metitur. itaque erit $\Delta \times \Delta = B$. sin numerus se ipsum multiplicans cubum effecerit, et ipse cubus erit [prop. VI]. itaque Δ cubus est; quod est contra hypothesim. ergo Δ cubus non est. similiter demonstrabimus, ne alium quidem ullum cubum esse praeter quartum ab unitate, et quicumque duobus locis distent; quod erat demonstrandum.

XI.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt ab unitate, minor maiorem secundum aliquem eorum metitur, qui inter numeros proportionales exstant.

Sint quotlibet numeri ab unitate Δ deinceps proportionales B, Γ, Δ, E . dico, ex numeris B, Γ, Δ, E minimum B numerum E secundum aliquem numerorum Γ, Δ metiri.

nam quoniam est $A : B = \Delta : E$, Δ unitas nume-

$\tauόν$] om. B. οὕτως δ B. 14. καί] supra m. 1 P. 15. οὐδέ V φ. 20. ἐλάσσων P. 23. ὁποιοιοῦν P; corr. m. rec. 24. B, Γ] (prius) in ras. φ. 25. ἐλάσσων Theon (BV φ). δ] e corr. V.

ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Δ τὸν E . ἐναλλάξ ἄρα ἰσάως
 ἢ A μονὰς τὸν Δ μετρεῖ καὶ ὁ B τὸν E . ἢ δὲ A
 μονὰς τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· καὶ
 ὁ B ἄρα τὸν E μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας·
 5 ὥστε ὁ ἐλάσσων ὁ B τὸν μείζονα τὸν E μετρεῖ κατὰ
 τινὰ ἀριθμὸν τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθ-
 μοῖς.

Πόρισμα.

Καὶ φανερόν, ὅτι ἦν ἔχει τάξιν ὁ μετροῦν ἀπὸ
 10 μονάδος, τὴν αὐτὴν ἔχει καὶ ὁ καθ' ὃν μετρεῖ ἀπὸ
 τοῦ μετρουμένου ἐπὶ τὸ πρὸ αὐτοῦ. — ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς
 ἀνάλογον ὧσιν, ὑφ' ὧσων ἂν ὁ ἐσχατος πρώ-
 15 των ἀριθμῶν μετρηῇται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν καὶ
 ὁ παρὰ τὴν μονάδα μετρηθήσεται.

Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ
 ἀνάλογον οἱ A, B, Γ, Δ . λέγω, ὅτι ὑφ' ὧσων ἂν ὁ
 Δ πρώτων ἀριθμῶν μετρηῇται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν καὶ
 20 ὁ A μετρηθήσεται.

Μετρεῖσθω γὰρ ὁ Δ ὑπὸ τινος πρώτου ἀριθμοῦ
 τοῦ E . λέγω, ὅτι ὁ E τὸν A μετρεῖ. μὴ γάρ· καί
 ἔστιν ὁ E πρώτος, ἅπας δὲ πρώτος ἀριθμὸς πρὸς

2. δὲ A] δέ φ. 4. τῷ Δ] αὐτῷ φ. 8. πόρισμα — 11:
 πρὸ αὐτοῦ] om. Theon (BVφ). 8. πόρισμα] om. P. 11.
 ἐπὶ τό] scripsi; κατὰ τόν P. αὐτοῦ] scripsi; αὐτοῦ ὡς τὸν
 Δ P. 14. ὧσων] corr. ex ὧν m. rec. P. 15. μετρεῖται
 BVφ. 17. ὁποσοιδηποτοῦν BVφ. 18. ὑπὸ ὧσων P, v add.
 m. rec. 19. μετρεῖται Vφ. 22. τόν] καὶ τόν Vφ et, ut
 uidetur, B m. rec. μὴ γὰρ μετρεῖται ὁ E τὸν A Theon
 (BVφ).

rum B et Δ numerum E aequaliter metitur. itaque
 permutando A unitas numerum Δ
 et B numerum E aequaliter meti-
 tur [VII, 15]. uerum A unitas
 numerum Δ secundum unitates ip-
 sius metitur. itaque etiam B nu-
 merum E secundum unitates nu-
 meri Δ metitur. ergo minor B maiorem E secundum
 aliquem numerum metitur eorum, qui inter numeros
 proportionales exstant.

Corollarium.

Et manifestum est, quem obtineat locum metiens
 ab unitate, eandem etiam eum, secundum quem me-
 tiatur, ante eum, quem metiatur, obtinere. — quod erat
 demonstrandum.

XII.

Si quotlibet numeri ab unitate deinceps proportio-
 nales sunt, quicumque numeri primi ultimum metiun-
 tur, iidem etiam unitati proximum metientur.

Sint quotlibet numeri ab unitate proportionales

A ———— Z ———— A, B, Γ, Δ . dico, quicun-
 B ———— H que numeri primi nume-
 Γ ———— Θ rum Δ metiantur, eosdem
 Δ ———— etiam numerum A mensu-
 E ———— ros esse.

nam primus numerus E numerum Δ metiatur. dico,
 E numerum A metiri. nam ne metiatur. et E pri-
 mus est, omnis autem primus numerus ad omnem
 numerum, quem non metitur, primus est [VII, 29].

ἅπαντα, ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός ἐστιν· οἱ E , A ἄρα
 πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ὁ E τὸν Δ
 μετρεῖ, μετρεῖται αὐτὸν κατὰ τὸν Z · ὁ E ἄρα τὸν Z
 πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. πάλιν, ἐπεὶ ὁ A
 5 τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Γ μονάδας, ὁ A ἄρα
 τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν
 καὶ ὁ E τὸν Z πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν· ὁ
 ἄρα ἐκ τῶν A , Γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν E , Z . ἔστιν
 ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν E , ὁ Z πρὸς τὸν Γ . οἱ δὲ
 10 A , E πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλά-
 χιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκως
 ὃ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν
 ἐπόμενον· μετρεῖ ἄρα ὁ E τὸν Γ . μετρεῖται αὐτὸν
 κατὰ τὸν H · ὁ E ἄρα τὸν H πολλαπλασιάσας τὸν
 15 Γ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν διὰ τὸ πρὸ τούτου καὶ ὁ
 A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ὁ ἄρα
 ἐκ τῶν A , B ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν E , H . ἔστιν ἄρα
 ὡς ὁ A πρὸς τὸν E , ὁ H πρὸς τὸν B . οἱ δὲ A , E
 πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι
 20 ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐ-
 τοῖς ἰσάκως ὃ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ
 ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον· μετρεῖ ἄρα ὁ E τὸν B . με-
 τρεῖται αὐτὸν κατὰ τὸν Θ · ὁ E ἄρα τὸν Θ πολλα-
 πλασιάσας τὸν B πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ A ἐαν-
 25 τὸν πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκεν· ὁ ἄρα ἐκ τῶν
 E , Θ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ A . ἔστιν ἄρα ὡς ὁ E
 πρὸς τὸν A , ὁ A πρὸς τὸν Θ . οἱ δὲ A , E πρῶτοι,
 οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι
 τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκως ὃ τε ἡγούμενος

2. εἰσι V φ. 4. πεποίηκε V φ. 9. οὕτως ὁ Z B. 10.
 οἱ δὲ ἐλάχιστοι] m. 2 B. 11. τόν] om. B. 12. τε] in ras. φ.

itaque E, A inter se primi sunt. et quoniam E numerum A metitur, eum secundum Z metiatur. itaque $E \times Z = A$. rursus quoniam A numerum A secundum unitates numeri Γ metitur¹⁾, erit $A \times \Gamma = A$. uerum $E \times Z = A$. itaque $A \times \Gamma = E \times Z$. itaque $A : E = Z : \Gamma$ [VII, 19]. uerum A, E primi, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque E numerum Γ metitur. metiatur eum secundum H . itaque $E \times H = \Gamma$. uerum propter propositionem praecedentem etiam $A \times B = \Gamma$ [prop. XI coroll.]. itaque $A \times B = E \times H$. quare

$$A : E = H : B \text{ [VII, 19].}$$

uerum A, E primi, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem numeri eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque E numerum B metitur. metiatur eum secundum Θ . itaque $E \times \Theta = B$. uerum etiam $A \times A = B$ [prop. VIII]. itaque

$$E \times \Theta = A \times A.$$

itaque $E : A = A : \Theta$ [VII, 19]. uerum A, E primi sunt, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter

1) Ex coroll. prop. XI, quod omnino necessarium est ad definiendum, secundum quotum quisque numerum alium quempiam metiatur.

ἡγούμενον φ , sed corr. τὸν ἡγούμενον] mg. φ . 13. αὐτῷ V, sed corr. 20. τόν] in ras. φ . 25. ὁ ἄρα] ἔστιν ἄρα ὁ V φ . 26. Θ , E B. ἐστὶ] om. V φ . 27. E, A P. 29. ἔχοντας αὐτοῖς Theon (BV φ).

τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον· μετρεῖ
 ἄρα ὁ E τὸν A ὡς ἡγούμενος ἡγούμενον. ἀλλὰ μὴν
 καὶ οὐ μετρεῖ· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ E, A
 πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. σύνθετοι ἄρα. οἱ δὲ
 5 σύνθετοι ὑπὸ [πρώτου] ἀριθμοῦ τινος μετροῦνται
 καὶ ἐπεὶ ὁ E πρῶτος ὑπόκειται, ὁ δὲ πρῶτος ὑπὸ
 ἐτέρου ἀριθμοῦ οὐ μετρεῖται ἢ ὑφ' ἑαυτοῦ, ὁ E ἄρα
 τοὺς A, E μετρεῖ· ὥστε ὁ E τὸν A μετρεῖ. μετρεῖ
 δὲ καὶ τὸν Δ · ὁ E ἄρα τοὺς A, Δ μετρεῖ. ὁμοίως
 10 δὴ δεῖξομεν, ὅτι ὑφ' ὅσων ἂν ὁ Δ πρώτων ἀριθ-
 μῶν μετρηται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν καὶ ὁ A μετρηθήσε-
 ται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιγ'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς
 15 ἀνάλογον ᾧσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα πρῶ-
 τος ἢ, ὁ μέγιστος ὑπ' οὐδενὸς [ἄλλου] μετρη-
 θήσεται παρὲξ τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνά-
 λογον ἀριθμοῖς.

20 $\overline{\text{---}} \mid A \quad E \mid \overline{\text{---}}$
 $\overline{\text{---}} \mid B \quad \overline{\text{---}} \mid Z$
 $\overline{\text{---}} \mid \Gamma \quad \overline{\text{---}} \mid H$
 $\overline{\text{---}} \mid \Delta \quad \overline{\text{---}} \mid \Theta$

Ἔστωσαν ἀπὸ μονά-
 δος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ
 ἐξῆς ἀνάλογον οἱ $A, B,$
 Γ, Δ , ὁ δὲ μετὰ τὴν μον-
 νάδα ὁ A πρῶτος ἔστω·

λέγω, ὅτι ὁ μέγιστος αὐτῶν ὁ Δ ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου
 25 μετρηθήσεται παρὲξ τῶν A, B, Γ .

Εἰ γὰρ δυνατόν, μετρεῖσθω ὑπὸ τοῦ E , καὶ ὁ E

2. ὡς] ὡς ὁ φ. τὸν ἡγούμενον BV φ. 3. $A, E B$. 4. εἰσὶ
 V φ. ἄρα· οἱ δὲ σύνθετοι] mg. φ. 5. πρώτου] om. P. Post
 μετροῦνται add. V mg. m. 2: οἱ A, E ἄρα ὑπὸ πρώτου τινὸς
 ἀριθμοῦ μετροῦνται; idem B mg. m. 2. 6. καὶ ἐπεὶ — 7:
 ἑαυτοῦ] m. 2 V. 7. μετρηται P, corr. m. rec. 8. Post

metiuntur [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque E numerum A metitur, ut praecedens praecedentem. uerum etiam non metitur; quod fieri non potest. itaque E , A inter se primi non sunt. ergo compositi. compositos autem numerus aliquis metitur [VII def. 14]. et quoniam suppositum est, E primum esse, primum autem nullus alius numerus metitur praeter ipsum [VII def. 11], E numeros A , E metitur. quare E numerum A metitur. uerum etiam Δ numerum metitur.¹⁾ ergo E numeros A , Δ metitur. similiter demonstrabimus, quicumque primi numeri numerum Δ metiantur, eosdem etiam numerum A mensuros esse; quod erat demonstrandum.

XIII.

Si quotlibet numeri ab unitate deinceps proportionales sunt, et unitati proximus primus est, maximum nullus metietur numerus praeter eos, qui inter proportionales exstant.

Sint quotlibet numeri ab unitate deinceps proportionales A , B , Γ , Δ , et unitati proximus A primus sit. dico, maximum eorum Δ nullos alios mensuros esse praeter A , B , Γ .

nam si fieri potest, metiatur numerus E , neu E

1) Propter expositionis genus (p. 362, 22) uerba lin. 8: $\mu\epsilon\tau\epsilon\iota\delta\epsilon\ \kappa\alpha\iota$ — 9: $\mu\epsilon\tau\epsilon\iota$ superuacua sunt, et fortasse subditiua.

$\omega\sigma\tau\epsilon$ add. $\kappa\alpha\iota$ in ras B. 9. $\kappa\alpha\iota$] supra φ . Δ] (alt.) in ras. V. 11. $\mu\epsilon\tau\epsilon\iota\tau\alpha\iota$ V φ . 16. $\delta\lambda\lambda\omicron\upsilon$] om. P.

- μηδενὶ τῶν A, B, Γ ἔστω ὁ αὐτός. φανερόν δὴ, ὅτι
 ο E πρῶτος οὐκ ἔστιν. εἰ γὰρ ὁ E πρῶτός ἐστι καὶ
 μετρῇ τὸν Δ , καὶ τὸν A μετρήσει πρῶτον ὄντα μὴ
 ὦν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ὁ
 5 E πρῶτός ἐστιν. σύνθετος ἄρα. πᾶς δὲ σύνθετος
 ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται· ὁ E
 ἄρα ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. λέγω δί,
 ὅτι ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου πρώτου μετρηθήσεται πλὴν
 τοῦ A . εἰ γὰρ ὑφ' ἑτέρου μετρεῖται ἡ E , ὁ δὲ E
 10 τὸν Δ μετρῇ, κάκεινος ἄρα τὸν Δ μετρήσει· ὥστε
 καὶ τὸν A μετρήσει πρῶτον ὄντα μὴ ὦν αὐτῷ ὁ
 αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ὁ A ἄρα τὸν E μετρῇ.
 καὶ ἐπεὶ ὁ E τὸν Δ μετρῇ, μετρεῖτω αὐτὸν κατὰ
 τὸν Z . λέγω, ὅτι ὁ Z οὐδενὶ τῶν A, B, Γ ἐστὶν
 15 ὁ αὐτός. εἰ γὰρ ὁ Z ἐνὶ τῶν A, B, Γ ἐστὶν ὁ
 αὐτός καὶ μετρῇ τὸν Δ κατὰ τὸν E , καὶ εἰς ἄρα
 τῶν A, B, Γ τὸν Δ μετρῇ κατὰ τὸν E . ἀλλὰ εἰς
 τῶν A, B, Γ τὸν Δ μετρῇ κατὰ τινὰ τῶν A, B, Γ
 καὶ ὁ E ἄρα ἐνὶ τῶν A, B, Γ ἐστὶν ὁ αὐτός· ὅπερ
 20 οὐκ ὑπόκειται. οὐκ ἄρα ὁ Z ἐνὶ τῶν A, B, Γ ἐστὶν
 ὁ αὐτός. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι μετρεῖται ὁ Z
 ὑπὸ τοῦ A , δεικνύντες πάλιν, ὅτι ὁ Z οὐκ ἔστι πρῶ-
 τος. εἰ γάρ, καὶ μετρῇ τὸν Δ , καὶ τὸν A μετρήσει
 πρῶτον ὄντα μὴ ὦν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύ-

2. ἐστι] ἐστιν P. 3. μὴ] καὶ μὴ φ. 5. ἐστι Vφ.
 ἅπας B. 6. ὁ E ἄρα — 7: μετρεῖται] om. BVφ. 7. δὴ]
 om. Vφ. 8. πλὴν] e corr. V. 10. μετρῇ] om. Vφ.
 13. καί] m. 2 V. αὐτῶν φ, sed corr. 15. εἰ γάρ — 16:
 αὐτός] m. rec. B. 21. ὅτι — 22: πάλιν] mg. m. 2 B. 22.
 ὅτι] ὅτι οὐκ ἐστι BVφ. ὁ Z — 23: τὸν Δ] m. 2 V. 22
 οὐκ ἐστι] om. BVφ. 23. εἰ γάρ] εἰ γάρ ἐστι πρῶτος BV.
 idem φ in mg. 24. ἐστὶν] om. Vφ.

ulli numerorum A, B, Γ aequalis sit. manifestum est igitur, E primum non esse. nam si E primus est et numerum Δ metitur, etiam numerum A metietur [prop. XII], qui primus est, quamquam ei aequalis non est; quod fieri non potest. itaque E primus non est. compositus igitur. quemuis autem numerum compositum primus aliquis numerus metitur [VII, 32]. itaque numerum E primus aliquis numerus metitur. dico, nullum alium E numerum metiri praeter A . nam si alius numerum E metitur, E autem numerum Δ metitur, ille quoque numerum Δ metietur. quare etiam numerum A metietur, qui primus est [prop. XII], quamquam ei aequalis non est¹⁾; quod fieri non potest. itaque A numerum E metitur. et quoniam E numerum Δ metitur, secundum Z metiatur. dico, Z nulli numerorum A, B, Γ aequalem esse. nam si Z alicui numerorum A, B, Γ aequalis est, et numerum Δ secundum E metitur, etiam aliquis numerorum A, B, Γ numerum Δ secundum E metitur. uerum quivis numerorum A, B, Γ numerum Δ secundum aliquem numerorum A, B, Γ metitur [prop. XI]. quare E alicui numerorum A, B, Γ aequalis est; quod est contra hypothesim. ergo Z nulli numerorum A, B, Γ aequalis est. similiter demonstrabimus, numerum A numerum Z metiri, rursus demonstrantes, numerum Z primum non esse. nam si primus est et numerum Δ metitur, etiam A metietur [prop. XII], qui primus est, quamquam ei aequalis non est; quod

1) Nam si numerus numeros E, Δ metiens alicui numerorum A, B, Γ aequalis esset, constaret propositum. idem de p. 370, 8 dicendum.

νατον· οὐκ ἄρα πρῶτός ἐστιν ὁ Z · σύνθετος ἄρα.
 ἅπας δὲ σύνθετος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθ-
 μοῦ μετρεῖται· ὁ Z ἄρα ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ
 μετρεῖται. λέγω δὴ, ὅτι ὑφ' ἑτέρου πρώτου οὐ με-
 5 τρηθήσεται πλὴν τοῦ A . εἰ γὰρ ἕτερός τις πρῶτος
 τὸν Z μετρεῖ, ὁ δὲ Z τὸν Δ μετρεῖ, κάκεινος ἄρα
 τὸν Δ μετρήσει· ὥστε καὶ τὸν A μετρήσει πρῶτον
 ὄντα μὴ ὦν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.
 ὁ A ἄρα τὸν Z μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ E τὸν Δ μετρεῖ
 10 κατὰ τὸν Z , ὁ E ἄρα τὸν Z πολλαπλασιάσας τὸν Δ
 πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ A τὸν Γ πολλαπλασιάσας
 τὸν Δ πεποίηκεν· ὁ ἄρα ἐκ τῶν A, Γ ἴσος ἐστὶ τῷ
 ἐκ τῶν E, Z . ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν
 E , οὕτως ὁ Z πρὸς τὸν Γ . ὁ δὲ A τὸν E μετρεῖ·
 15 καὶ ὁ Z ἄρα τὸν Γ μετρεῖ. μετρεῖτω αὐτὸν κατὰ
 τὸν H . ὁμοίως δὴ δεῖξομεν, ὅτι ὁ H οὐδενὶ τῶν
 A, B ἐστὶν ὁ αὐτός, καὶ ὅτι μετρεῖται ὑπὸ τοῦ A .
 καὶ ἐπεὶ ὁ Z τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὸν H , ὁ Z ἄρα
 τὸν H πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν
 20 καὶ ὁ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν·
 ὁ ἀρα ἐκ τῶν A, B ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Z, H . ἀνά-
 λογον ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν Z , ὁ H πρὸς τὸν B .
 μετρεῖ δὲ ὁ A τὸν Z · μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ H τὸν B .
 μετρεῖτω αὐτὸν κατὰ τὸν Θ . ὁμοίως δὴ δεῖξομεν,
 25 ὅτι ὁ Θ τῷ A οὐκ ἐστὶν ὁ αὐτός. καὶ ἐπεὶ ὁ H τὸν
 B μετρεῖ κατὰ τὸν Θ , ὁ H ἄρα τὸν Θ πολλαπλασιάσας
 τὸν B πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ A ἐαυτὸν πολ-

2. ἅπας δέ — 3: μετρεῖται] om. Theon (BVφ). 3. ὁ Z
 ἄρα ὑπὸ πρώτου] ὁ ἄρα Z ὑπὸ πρώτου $V\phi$; ὑπὸ πρώτου
 ἄρα B . 4. οὐ] insert. m. 1 B. 6. δέ Z] corr. ex Z ἄρα
 m. 2 V. Z] in ras. P. Δ] in ras. P. 7. Δ] seq. ras.

fieri non potest. ergo Z primus non est. compositus igitur. quemuis autem numerum compositum primus aliquis numerus metitur [VII, 32]. itaque numerum Z primus aliquis numerus metitur. dico, nullum alium eum metiri praeter A . nam si alius numerus primus numerum Z metitur, et Z numerum Δ metitur, ille quoque numerum Δ metietur. quare etiam numerum A metietur [prop. XII], qui primus est, quamquam ei aequalis non est; quod fieri non potest. ergo A numerum Z metitur. et quoniam E numerum Δ secundum Z metitur, erit $E \times Z = \Delta$. uerum etiam $A \times \Gamma = \Delta$ [prop. XI]. itaque $A \times \Gamma = E \times Z$. itaque $A : E = Z : \Gamma$ [VII, 19]. uerum A numerum E metitur. itaque etiam Z numerum Γ metitur. metiatur secundum H . similiter demonstrabimus, numerum H nulli numerorum A, B aequalem esse, et numerum A eum metiri. et quoniam Z numerum Γ secundum H metitur, erit $Z \times H = \Gamma$. uerum etiam $A \times B = \Gamma$ [prop. XI]. itaque $A \times B = Z \times H$. quare $A : Z = H : B$ [VII, 19]. uerum A numerum Z metitur. itaque etiam H numerum B metitur. metiatur secundum Θ . similiter demonstrabimus, numerum Θ numero A aequalem non esse. et quoniam H numerum B secundum Θ metitur, erit

$$H \times \Theta = B.$$

1 litt. φ . 12. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P. 15. $\mu\epsilon\tau\rho\epsilon\acute{\iota}$] insert. m. 2 B. 16.
 $\sigma\acute{\upsilon}\delta\epsilon\tau\acute{\epsilon}\rho\varphi$ Theon (B V φ). 21. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P. 22. A] in ras. V.

λαπλασιάσας τὸν B πεποίηκεν· ὁ ἄρα ὑπὸ Θ , H ἴσος
 ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ A τετραγώνῳ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Θ
 πρὸς τὸν A , ὁ A πρὸς τὸν H . μετρεῖ δὲ ὁ A τὸν
 H · μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Θ τὸν A πρῶτον ὄντα μὴ ὦν
 5 αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἀρα ὁ μέγιστος
 ὁ A ὑπὸ ἐτέρου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρὲς τῶν
 A, B, Γ · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ'.

Ἐὰν ἐλάχιστος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτων ἀριθ-
 10 μῶν μετρηῇται, ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου πρώτου ἀριθ-
 μοῦ μετρηθήσεται παρὲς τῶν ἐξ ἀρχῆς με-
 τρούντων.

Ἐλάχιστος γὰρ ἀριθμὸς ὁ A ὑπὸ πρώτων ἀριθ-
 μῶν τῶν B, Γ, Δ μετρεῖσθω· λέγω, ὅτι ὁ A ὑπ' οὐ-
 15 δενὸς ἄλλου πρώτου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρὲς
 τῶν B, Γ, Δ .

Εἰ γὰρ δυνατόν, μετρεῖσθω ὑπὸ πρώτου τοῦ E ,
 καὶ ὁ E μηδενὶ τῶν B, Γ, Δ ἔστω ὁ αὐτός. καὶ
 ἐπεὶ ὁ E τὸν A μετρεῖ, μετρεῖτω αὐτὸν κατὰ τὸν Z .
 20 ὁ E ἄρα τὸν Z πολλαπλασιάσας τὸν A πεποίηκεν.
 καὶ μετρεῖται ὁ A ὑπὸ πρώτων ἀριθμῶν τῶν B, Γ ,
 Δ . ἐὰν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλή-
 λους ποιῶσί τινα, τὸν δὲ γενόμενον ἐξ αὐτῶν μετρή-
 τισ πρῶτος ἀριθμὸς, καὶ ἓνα τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρήσει·
 25 οἱ B, Γ, Δ ἄρα ἓνα τῶν E, Z μετρήσουσιν. τὸν

1. ὑπό] ἐκ τῶν Theon (BVφ). 3. ὁ] (prius) supra m. 1 P.
 4. τὸν A] τὸν τὸν A φ, sed corr. 7. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. B
 10. πρώτου] om. B. 14. B] post ras. 1 litt. V. 15. πα-
 ρὲς] in hoc uocabulo incipit Paris. 2344 fol. 166 (q). 19.
 καὶ κατὰ Vφ, καὶ del. V. 20. ἄρα τὸν Z] insert. m. 1 B.
 πεποίηκε Vφq. 21. ὑπό] ὑπὸ τῶν P. 22. πολυπλασιά-

uerum etiam $A \times A = B$ [prop. VIII]. itaque

$$\Theta \times H = A \times A.$$

quare erit [VII, 19] $\Theta : A = A : H$. uerum A numerum H metitur. quare etiam Θ numerum A metitur, qui primus est, quamquam ei aequalis non est; quod absurdum est. ergo maximum A nullus alius numerus metietur praeter¹⁾ A, B, Γ ; quod erat demonstrandum.

XIV.

Si primi aliqui numeri numerum quendam minimum metiuntur, nullus alius primus numerus eum metietur praeter eos, qui ab initio metiuntur.

Nam primi numeri B, Γ, Δ numerum A minimum metiantur. dico, nullum alium primum numerum A numerum mensurum esse praeter B, Γ, Δ .

nam si fieri potest, metiatur primus numerus E ,
 $\text{—————}|A \quad \text{—————}|B$ neue E ulli numerorum B, Γ, Δ
 $\text{—————}|E \quad \text{—————}| \Gamma$ aequalis sit. et quoniam E nu-
 $\text{—————}|Z \quad \text{—————}| \Delta$ merum A metitur, secundum Z
 metiatur. itaque $E \times Z = A$. et numerum A primi numeri B, Γ, Δ metiuntur. sin duo numeri inter se multiplicantes numerum aliquem efficiunt, et numerum ex iis productum primus aliquis numerus metitur, etiam unum eorum, qui ab initio sumpti sunt, metietur [VII, 30]. itaque B, Γ, Δ alterutrum numerorum E ,

1) li autem metiuntur propter prop. XI.

μὲν οὖν E οὐ μετρήσουσιν· ὁ γὰρ E πρῶτός ἐστι καὶ οὐδενὶ τῶν B, Γ, Δ ὁ αὐτός. τὸν Z ἄρα μετροῦσιν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ A · ὅπερ ἀδύνατον. ὁ γὰρ A ὑπόκειται ἐλάχιστος ὑπὸ τῶν B, Γ, Δ μετρούμενος.
 5 οὐκ ἄρα τὸν A μετρήσει πρῶτος ἀριθμὸς παρὲξ τῶν B, Γ, Δ · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε'.

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ᾧσιν ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς,
 10 δύο ὁποιοιοῦν συντεθέντες πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτοί εἰσιν.

Ἔστωσαν τρεῖς ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς οἱ A, B, Γ λέγω, ὅτι τῶν A, B, Γ δύο ὁποιοιοῦν συντεθέντες
 15 πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτοί εἰσιν, οἱ μὲν A, B πρὸς τὸν Γ , οἱ δὲ B, Γ πρὸς τὸν A καὶ ἔτι οἱ A, Γ πρὸς τὸν B .

Εἰλήφθωσαν γὰρ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς A, B, Γ δύο οἱ $\Delta E, EZ$. φανερόν δὴ, ὅτι ὁ μὲν ΔE ἐαντὸν πολλαπλασιάσας
 20 τὸν A πεποιήκεν, τὸν δὲ EZ πολλαπλασιάσας τὸν B πεποιήκεν, καὶ ἔτι ὁ EZ ἐαντὸν πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποιήκεν. καὶ ἐπεὶ οἱ $\Delta E, EZ$ ἐλάχιστοί εἰσιν, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐὰν δὲ δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ᾧσιν, καὶ συναμφοτέρος πρὸς
 25 ἐκάτερον πρῶτός ἐστιν· καὶ ὁ ΔZ ἄρα πρὸς ἐκάτερον

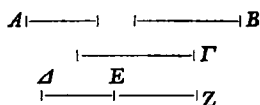
1. μετρήσουσι $V\phi$; μετροῦσιν B . ἔστιν P . 2. μετρήσουσιν $V\phi$. 3. ὅπερ ἐστὶν $BV\phi$. 7. ιε'] om. ϕ . 9. τῶν] om. ϕ . 10. ὁποσοιοῦν q et supra scripto ὁποιοῦν B . 13. ἔχόντων λόγον ϕ . 14. λέγω, ὅτι τῶν A, B, Γ] mg. m. 1 ϕ . τῶν A, B, Γ] om. B , m. 2 V . δύο] om. B . ὁποσοιοῦν q

Z metientur. E quidem numerum non metientur; nam E primus est nec ulli numerorum B, Γ, Δ aequalis. itaque numerum Z metiuntur, qui minor est numero A ; quod fieri non potest. nam suppositum est, numerum A minimum metiri numeros B, Γ, Δ . ergo nullus primus numerus numerum A metietur praeter B, Γ, Δ ; quod erat demonstrandum.

XV.

Si tres numeri deinceps proportionales sunt minimi eorum, qui eandem rationem habent, duo quilibet coniuncti ad reliquum primi sunt.

Sint tres numeri deinceps proportionales minimi eorum, qui eandem rationem habent, A, B, Γ . dico, numerorum A, B, Γ duos quoslibet coniunctos ad reliquum primos esse, $A + B$ ad Γ , $B + \Gamma$ ad A , $A + \Gamma$ ad B .



sumantur enim minimi eorum, qui eandem rationem habent ac A, B, Γ , duo numeri $\Delta E, EZ$ [VIII, 2]. manifestum igitur est, esse

tur est, esse

$\Delta E \times \Delta E = A, \Delta E \times EZ = B, EZ \times EZ = \Gamma$ [VIII, 2]. et quoniam $\Delta E, EZ$ minimi sunt, inter se primi sunt [VII, 22]. sin duo numeri inter se primi sunt, etiam uterque simul ad utrumvis primus est [VII, 28]. quare etiam ΔZ ad utrumque

et supra scr. ὁποιοῦν B. 16. A] corr. ex $\Delta \varphi$. A, Γ] Γ, A P. 20. πεπολήκε $\nabla \varphi \varphi$. 21. πεπολήκε $\nabla \varphi \varphi$. ἐτι ὁ] in ras. V. 22. πεπολήκε $\nabla \varphi \varphi$. εἰσι $\nabla \varphi \varphi$. 24. ὡσι $\nabla \varphi \varphi$. 25. ἐστι $\nabla \varphi \varphi$.

τῶν ΔE , EZ πρωτός ἐστιν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ ΔE
 πρὸς τὸν EZ πρωτός ἐστιν· οἱ ΔZ , ΔE ἄρα πρὸς
 τὸν EZ πρωτοὶ εἰσιν. ἐὰν δὲ δύο ἀριθμοὶ πρὸς τινα
 ἀριθμὸν πρωτοὶ ᾧσιν, καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν γενόμενος
 5 πρὸς τὸν λοιπὸν πρωτός ἐστιν· ὥστε ὁ ἐκ τῶν $Z\Delta$,
 ΔE πρὸς τὸν EZ πρωτός ἐστιν· ὥστε καὶ ὁ ἐκ τῶν
 $Z\Delta$, ΔE πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ EZ πρωτός ἐστιν. [ἐὰν
 γὰρ δύο ἀριθμοὶ πρωτοὶ πρὸς ἀλλήλους ᾧσιν, ὁ ἐκ
 τοῦ ἐνὸς αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν λοιπὸν πρωτός
 10 ἐστιν]. ἀλλ' ὁ ἐκ τῶν $Z\Delta$, ΔE ὁ ἀπὸ τοῦ ΔE ἴσθι
 μετὰ τοῦ ἐκ τῶν ΔE , EZ · ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ ΔE μετὰ
 τοῦ ἐκ τῶν ΔE , EZ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ EZ πρωτός
 ἐστιν. καὶ ἐστιν ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ ΔE ὁ A , ὁ δὲ ἐκ
 τῶν ΔE , EZ ὁ B , ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ EZ ὁ Γ · οἱ A , B
 15 ἄρα συντεθέντες πρὸς τὸν Γ πρωτοὶ εἰσιν. ὁμοίως
 δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ οἱ B , Γ πρὸς τὸν A πρωτοὶ
 εἰσιν. λέγω δὴ, ὅτι καὶ οἱ A , Γ πρὸς τὸν B πρωτοὶ
 εἰσιν. ἐπεὶ γὰρ ὁ ΔZ πρὸς ἐκάτερον τῶν ΔE , EZ
 πρωτός ἐστιν, καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ ΔZ πρὸς τὸν ἐκ τῶν
 20 ΔE , EZ πρωτός ἐστιν. ἀλλὰ τῷ ἀπὸ τοῦ ΔZ ἴσοι
 εἶσιν οἱ ἀπὸ τῶν ΔE , EZ μετὰ τοῦ δις ἐκ τῶν ΔE ,
 EZ · καὶ οἱ ἀπὸ τῶν ΔE , EZ ἄρα μετὰ τοῦ δις
 ὑπὸ τῶν ΔE , EZ πρὸς τὸν ὑπὸ τῶν ΔE , EZ πρω-
 τοὶ [εἰσι]. διελόντι οἱ ἀπὸ τῶν ΔE , EZ μετὰ τοῦ

2. πρωτοὶ εἰσι πρὸς τὸν EZ V φ. πρὸς τὸν EZ] om. B. 3.
 εἰσι q. ἐὰν δέ — 5: πρωτός ἐστιν] om. Theon (BVφq). 5. ὥστε]
 καὶ Theon (BVφq). $Z\Delta$] ΔZ φq et in ras. V. 6. ΔE ἄρα
 Theon (BVφq). 6. ὥστε καὶ — 7: πρωτός ἐστιν] om. Theon
 (BVφq). 8. γὰρ] δέ Theon (BVφq). ἐκ] ἀπὸ Theon
 (BVφq). 10. ἐστιν] add. Theon: ὥστε ὁ ἐκ τῶν $Z\Delta$, ΔE
 καὶ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ EZ πρωτός ἐστιν (BVφq). ἀλλὰ P.
 ἐστιν PV φ. 11. ἐκ] ὑπὸ q et supra scr. m. 2 V. ὁ

ΔE , EZ primus est. uerum etiam ΔE ad EZ primus est. itaque ΔZ , ΔE ad EZ primi sunt. sin duo numeri ad numerum aliquem primi sunt, etiam numerus ex iis productus ad reliquum primus est [VII, 24]. quare $Z\Delta \times \Delta E$ ad EZ primus est. quare etiam $Z\Delta \times \Delta E$ ad EZ^2 primus est [VII, 25].¹⁾ uerum $Z\Delta \times \Delta E = \Delta E^2 + \Delta E \times EZ$ [II, 3]. itaque $\Delta E^2 + \Delta E \times EZ$ ad EZ^2 primus est. et $\Delta E^2 = A$, $\Delta E \times EZ = B$, $EZ^2 = \Gamma$. itaque $A + B$ ad Γ primi sunt. similiter demonstrabimus, etiam $B + \Gamma$ ad A primos esse. iam dico, etiam $A + \Gamma$ ad B primos esse. nam quoniam ΔZ ad utrumque ΔE , EZ primus est, etiam ΔZ^2 ad $\Delta E \times EZ$ primus est [VII, 25]. uerum [II, 4] $\Delta Z^2 = \Delta E^2 + EZ^2 + 2\Delta E \times EZ$. quare etiam erit $\Delta E^2 + EZ^2 + 2\Delta E \times EZ$ ad $\Delta E \times EZ$ primus. subtrahendo $\Delta E^2 + EZ^2 + \Delta E \times EZ$ ad

1) Lin. 7: $\acute{\epsilon}\acute{\alpha}\nu$ — 10: $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ suspecta sunt, quia praepostere causam subiiciunt; praeterea iis deletis id quoque adipiscimur, ut origo scripturae Theonis facilius explicari possit.

$\acute{\alpha}\rho\alpha$ — 12: ΔE , EZ] m. 2 B. 12. $\tau\acute{\omega}\nu$] corr. ex $\tau\omicron\upsilon$ φ . 13. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$] (prius) $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$ V φ q; seq. in φ : $\kappa\alpha\iota$ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$, sed delet. 17. $\acute{\epsilon}\lambda\omicron\iota$ V φ . $\acute{\lambda}\acute{\epsilon}\gamma\omega$ — 18: $\acute{\epsilon}\lambda\omicron\iota\nu$] om. q. 19. $\kappa\alpha\iota$] August; $\acute{\omega}\sigma\tau\epsilon$ $\kappa\alpha\iota$ PBV φ ; $\acute{\omicron}$ $\acute{\alpha}\pi\acute{\omicron}$ $\tau\omicron\upsilon$ ΔZ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ $\acute{\omicron}$ KE $\acute{\omicron}$ $\delta\acute{\epsilon}$ $\acute{\upsilon}\pi\acute{\omicron}$ $\tau\acute{\omega}\nu$ ΔE , EZ $\acute{\omicron}$ $\S$ $\acute{\omega}\sigma\tau\epsilon$ $\kappa\alpha\iota$ q. $\acute{\epsilon}\kappa$] P; $\acute{\upsilon}\pi\acute{\omicron}$ Theon (BV φ q). 21 $\acute{\epsilon}\kappa$] P; $\acute{\upsilon}\pi\acute{\omicron}$ Theon (BV φ q). 22. $\kappa\alpha\iota$ $\acute{\omicron}\iota$] $\kappa\alpha\iota$ $\acute{\omicron}$ q; $\acute{\omicron}\iota$ $\acute{\alpha}\rho\alpha$ φ et eraso ι V. $\acute{\alpha}\rho\alpha$ $\mu\epsilon\tau\acute{\alpha}$ — 23: $\tau\acute{\omicron}\nu$ $\acute{\upsilon}\pi\acute{\omicron}$ $\tau\acute{\omega}\nu$ ΔE , EZ] m. 2 B. 22. $\acute{\alpha}\rho\alpha$] om. V φ . 23. $\acute{\upsilon}\pi\acute{\omicron}$] $\acute{\epsilon}\kappa$ Bq. $\acute{\upsilon}\pi\acute{\omicron}$ $\tau\acute{\omega}\nu$] $\acute{\upsilon}\pi\acute{\omicron}$ Bq. $\pi\rho\acute{\omega}\tau\acute{\omicron}\varsigma$ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ q. 24. $\acute{\epsilon}\lambda\omicron\iota$] om. P. $\acute{\omicron}\iota$] $\acute{\omicron}$ Bq.

λογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὥσιν, οὐκ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, οὕτως ὁ ἔσχατος πρὸς ἄλλον τινά.

Ἔστωσαν ὁσοιδηποῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον
 5 οἱ *A, B, Γ, Δ*, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν οἱ *A, Δ* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔστωσαν· λέγω, ὅτι οὐκ ἔστιν ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *Δ* πρὸς ἄλλον τινά.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *Δ* πρὸς τὸν *E*· ἐναλλάξ ἄρα ἔστιν ὡς ὁ *A*
 10 πρὸς τὸν *Δ*, ὁ *B* πρὸς τὸν *E*. οἱ δὲ *A, Δ* πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκεις ὃ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον. μετρεῖ ἄρα ὁ *A* τὸν *B*. καὶ ἔστιν ὡς ὁ *A*
 15 πρὸς τὸν *B*, ὁ *B* πρὸς τὸν *Γ*. καὶ ὁ *B* ἄρα τὸν *Γ* μετρεῖ· ὥστε καὶ ὁ *A* τὸν *Γ* μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ἔστιν ὡς ὁ *B* πρὸς τὸν *Γ*, ὁ *Γ* πρὸς τὸν *Δ*, μετρεῖ δὲ ὁ *B* τὸν *Γ*, μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ *Γ* τὸν *Δ*. ἀλλ' ὁ *A* τὸν *Γ* ἐμέτρει· ὥστε ὁ *A* καὶ τὸν *Δ* μετρεῖ. μετρεῖ
 20 δὲ καὶ ἐαυτόν. ὁ *A* ἄρα τοὺς *A, Δ* μετρεῖ πρῶτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἔστιν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσται ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *Δ* πρὸς ἄλλον τινά· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιη'.

25 Δύο ἀριθμῶν δοθέντων ἐπισκέψασθαι, εἰ

5. *Δ*] (alt.) corr. ex B F. 8. τόν] om. F. 9. ἐστίν] om. V. 11. ἀριθμοί] om. V. 12. ἔχοντας αὐτοῖς V. 15. καί] m. 2 F. 16. *A*] e corr. V. 17. ὁ] (tert.) τό φ. 19. ἐμέτρει] P, μετρεῖ Theon (BFVq). Deinde add. B: ὥστε ὁ *A* τὸν *Γ* μετρεῖ, sed del. m. 1. ὁ *A* καί] καὶ ὁ *A* F; ὁ *A* q. μετρεῖ] (prius) om. F. 22. *Δ*] B φ (non F).

XVII.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et extremi eorum inter se primi sunt, non erit ut primus ad secundum, ita extremus ad alium aliquem.

Sint quotlibet numeri deinceps proportionales A , B , Γ , Δ , et eorum extremi A , Δ inter se primi sint. dico, non esse, ut A ad B , ita Δ ad alium aliquem.

Nam si fieri potest, sit $A : B = \Delta : E$. itaque permutando $A : \Delta = B : E$ [VII, 13]. uerum A , Δ primi sunt, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem numeri eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque Δ numerum B metitur. est autem $A : B = B : \Gamma$. quare etiam B numerum Γ metitur [VII def. 20]. itaque etiam A numerum Γ metitur. et quoniam est $B : \Gamma = \Gamma : \Delta$, et B numerum Γ metitur, etiam Γ numerum Δ metitur [VII def. 20]. uerum A numerum Γ metiebatur. quare etiam numerum Δ metitur. uerum etiam se ipsum metitur. itaque A numeros A , Δ metitur, qui inter se primi sunt; quod fieri non potest. ergo non erit ut A ad B , ita Δ ad alium aliquem; quod erat demonstrandum.

XVIII.

Datis duobus numeris, num fieri possit, ut tertius eorum proportionalis inueniatur, inquirere.

δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσ-
ευρεῖν.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ οἱ A, B , καὶ
δέον ἐστω ἐπισκέψασθαι, εἰ δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς
5 τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Οἱ δὴ A, B ἦτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ἢ
οὐ. καὶ εἰ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, δέδεικται, ὅτι
ἀδύνατόν ἐστιν αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

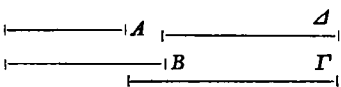
Ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστωσαν οἱ A, B πρῶτοι πρὸς ἀλλή-
10 λους, καὶ ὁ B ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποι-
εῖτω. ὁ A δὴ τὸν Γ ἦτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. με-
τρεῖτω πρότερον κατὰ τὸν Δ . ὁ A ἄρα τὸν Δ πολλα-
πλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ B
ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ὁ ἄρα ἐκ
15 τῶν A, Δ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ B . ἐστὶν ἄρα ὡς
ὁ A πρὸς τὸν B , ὁ B πρὸς τὸν Δ . τοῖς A, B ἄρα
τρίτος ἀριθμὸς ἀνάλογον προσηγύρηται ὁ Δ .

Ἀλλὰ δὴ μὴ μετρεῖτω ὁ A τὸν Γ λέγω, ὅτι τοῖς
 A, B ἀδύνατόν ἐστι τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν
20 ἀριθμόν. εἰ γὰρ δυνατόν, προσηγυρήσθω ὁ Δ . ο
ἄρα ἐκ τῶν A, Δ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ B . ὁ δὲ
ἀπὸ τοῦ B ἐστὶν ὁ Γ . ὁ ἄρα ἐκ τῶν A, Δ ἴσος ἐστὶ
τῷ Γ . ὥστε ὁ A τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Γ πε-
ποίηκεν. ὁ A ἄρα τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὸν Δ . ἀλλὰ
25 μὴν ὑπόκειται καὶ μὴ μετρῶν. ὅπερ ἄτοπον. οὐκ
ἄρα δυνατόν ἐστι τοῖς A, B τρίτον ἀνάλογον προσ-
ευρεῖν ἀριθμόν, ὅταν ὁ A τὸν Γ μὴ μετρῇ. ὅπερ
ἔδει δεῖξαι.

4. ἐπισκέψασα φ (non F). 6. δέ φ (non F). πρῶτοι]
postea add. B. 7. καὶ εἰ] P, καὶ εἰ μὲν F; εἰ μὲν οὖν BVq.
εἰσὶν] comp. F; εἰσὶ PVq. Post δέδεικται add. F: „ἐν τῷ

Sint dati duo numeri A, B . et propositum sit, ut inquiramus, num tertius eorum proportionalis inueniri possit.

Numeri A, B igitur aut inter se primi sunt aut non primi. et si inter se primi sunt, demonstratum est, tertium eorum proportionalem inueniri non posse

[prop. XVI]. uerum ne

 sint A, B inter se primi,
 et sit $B \times \Delta = \Gamma$. A
 igitur numerum Γ aut me-

titur aut non metitur. prius eum secundum Δ metiatur. itaque $A \times \Delta = \Gamma$. uerum etiam $B \times B = \Gamma$. itaque $A \times \Delta = B^2$. quare $A : B = B : \Delta$ [VII, 19]. ergo numerorum A, B tertius proportionalis inuentus est Δ .

Uerum ne metiatur A numerum Γ . dico, numerorum A, B tertium proportionalem inueniri non posse. nam si fieri potest, inueniatur Δ . itaque

$$A \times \Delta = B^2 \text{ [VII, 19];}$$

sed $B^2 = \Gamma$. itaque $A \times \Delta = \Gamma$. quare A numerum Δ multiplicans numerum Γ effecit. itaque A numerum Γ secundum Δ metitur. at supposuimus, eundem non metiri; quod absurdum est. ergo fieri non potest, ut numerorum A, B tertius proportionalis inueniatur numerus, si A numerum Γ non metitur; quod erat demonstrandum.

15 θεωρήματι. 11. ἤτοι] supra m. 1 P. 12. πρότερον
 τὸν Γ F. 15. ἀπό] ἐκ V. 17. προσεύρηται BFq. 19.
 ἀνάλογον] om. V. 20. ἀριθμὸν ἀνάλογον V. προσευρήσθω
 BFV. 26. ἐστὶν P. 27. A] B q. μετρεῖ q. ὅπερ ἐδει
 δεῖξαι] om. BFq.

ιθ'.

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων ἐπισκέψασθαι. πότε δυνατόν ἐστὶν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

- 5 Ἐστῶσαν οἱ δοθέντες τρεῖς ἀριθμοὶ οἱ *A*, *B*, *Γ*. καὶ δεῖον ἔστω ἐπισκέψασθαι, πότε δυνατόν ἐστὶν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Ἦτοι οὖν οὐκ εἰσὶν ἐξῆς ἀνάλογον, καὶ οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ἢ ἐξῆς εἰσὶν
10 ἀνάλογον, καὶ οἱ ἄκροι αὐτῶν οὐκ εἰσὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, ἢ οὔτε ἐξῆς εἰσὶν ἀνάλογον, οὔτε οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ἢ καὶ ἐξῆς εἰσὶν ἀνάλογον, καὶ οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν.

- 15 Εἰ μὲν οὖν οἱ *A*, *B*, *Γ* ἐξῆς εἰσὶν ἀνάλογον, καὶ οἱ ἄκροι αὐτῶν οἱ *A*, *Γ* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν. δέδεικται, ὅτι ἀδύνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν ἀριθμόν. μὴ ἔστωσαν δὲ οἱ *A*, *B*, *Γ* ἐξῆς ἀνάλογον τῶν ἀκρῶν πάλιν ὄντων πρώτων πρὸς

3. πότε] εἰ Theon (BFVq). 6. πότε] εἰ Theon (BFVq).
8. ἦτοι οὖν] scripsi; ἢ P; οἱ δὲ *A*, *B*, *Γ* Theon (BFVq).
P mg. m. rec. οὐκ εἰσὶν ἐξῆς] ἦτοι ἐξῆς εἰσὶν Theon (BFVq).
οἱ] om. V. 9. αὐτῶν οἱ *A*, *Γ* Theon (BFVq). ἢ ἐξῆς — 13:
πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν] ἢ οὐ Theon (BFq, in ras. V). In V in
mg. magna ras. est. 15. καὶ εἰ F. καί] m. 2 V. 16.
εἰσὶ Vq. 18. μὴ ἔστωσαν — p. 386, 19: ὁ γὰρ *B*] εἰ δὲ οὐ,
ὁ *B* Theon (Fq; idem B (οὐκ supra) et V (εἰ δὲ οὐ eras.)).

XIX.

Datis tribus numeris, quando fieri possit, ut quartus eorum proportionalis inueniatur, inquirere.

Sint dati tres numeri A , B , Γ , et propositum sit, ut inquiramus, quando quartus eorum proportionalis inueniri possit.

Itaque aut non sunt deinceps proportionales et extremi eorum inter se primi sunt, aut deinceps proportionales sunt et extremi eorum inter se primi non sunt, aut neque deinceps proportionales sunt nec extremi eorum inter se primi, aut et deinceps proportionales et extremi eorum inter se primi.

Iam si A , B , Γ deinceps proportionales sunt et extremi eorum A , Γ inter se primi, demonstratum est, quartum eorum proportionalem inueniri non posse [prop. XVII]. ne sint igitur A , B , Γ deinceps proportionales extremis rursus inter se primis manentibus. dico, ne sic quidem quartum eorum proportionalem inueniri posse.¹⁾ nam si fieri potest, inueniatur

1) Hoc quidem falsum esse, quis non uidet? uerum dedit scholiasta Uaticanus (u. adn. crit.); erroris originem indicauit August II p. 351. neque enim E inueniri potest (p. 386, 4) inuento Δ . sed quod idem scripturam Theonis recepit, male rem egit; ea enim propositioni plene minime respondet. equidem ut adfirmare non ausim, Euclidem talem errorem commisisse, ita scripturam codicis P retinendam puto, quia apertissime sic iam Theonis temporibus ferebatur (ideo enim ipsum eam mutauit), nec habemus, quo modo aliqua saltem probabilitate restituatur. nam Campanus (siue potius Arabes) liberrime, ut solet, locum mutauit. habet IX, 20: „dati tribus numeris continue proportionalibus, an sit aliquis quartus eis continue proportionalis inquirere“. deinde: „idem potes perscrutari quotlibet continue proportional. propositis.“

ἀλλήλους. λέγω, ὅτι καὶ οὕτως ἀδύνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν. εἰ γὰρ δυνατόν, προσευρήσθω ὁ Δ , ὥστε εἶναι ὡς τὸν A πρὸς τὸν B , τὸν Γ πρὸς τὸν Δ , καὶ γερονέτω ὡς ὁ B πρὸς τὸν Γ , ὁ Δ πρὸς τὸν E . καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς μὲν ὁ A πρὸς τὸν B , ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , ὡς δὲ ὁ B πρὸς τὸν Γ , ὁ Δ πρὸς τὸν E , δι' ἴσου ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν Γ , ὁ Γ πρὸς τὸν E . οἱ δὲ A, Γ πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν
 10 αὐτὸν λόγον ἔχοντας ὃ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον. μετρεῖ ἄρα ὁ A τὸν Γ ὡς ἡγούμενος ἡγούμενον. μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν· ὁ A ἄρα τοὺς A, Γ μετρεῖ πρῶτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοῖς A, B, Γ
 15 δυνατόν ἐστι τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Ἀλλὰ δὴ πάλιν ἔστωσαν οἱ A, B, Γ ἐξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ A, Γ μὴ ἔστωσαν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. λέγω, ὅτι δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν. ὁ γὰρ B τὸν Γ πολλαπλασιάσας
 20 τὸν Δ ποιεῖτω· ἰ A ἄρα τὸν Δ ἦτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. μετρεῖτω αὐτὸν πρότερον κατὰ τὸν E · ὁ A ἄρα τὸν E πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ B τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν· ὁ ἄρα ἐκ τῶν A, E ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν B, Γ . ἀνά-
 25 λογον ἄρα [ἐστὶν] ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , ὁ Γ πρὸς τὸν E · τοῖς A, B, Γ ἄρα τέταρτος ἀνάλογον προσήρηται ὁ E .

Ἀλλὰ δὴ μὴ μετρεῖτω ὁ A τὸν Δ · λέγω, ὅτι ἀδύ-

1. Post ἀλλήλους add. in P: $\mathcal{S}$ λέγω, ὅτι καὶ οὕτως δυνατόν· εἰ γὰρ ὁ A τὸν ὑπὸ B, Γ μετρεῖ, προβήσεται ἡ δεῖξις ὁμοίως τοῖς ἐξῆς. εἰ δὲ οὐ μετρεῖ ὁ A τὸν ὑπὸ B, Γ , ἀδύνατον

Δ , ita ut sit $A : B = \Gamma : \Delta$, et fiat $B : \Gamma = \Delta : E$.
et quoniam est $A : B = \Gamma : \Delta$, et $B : \Gamma = \Delta : E$, ex

A —————	aequo erit $A : \Gamma = \Gamma : E$ [VII, 14]. sed A, Γ primi sunt, primi autem etiam minimi sunt [VII, 21], mi- nimi autem eos, qui eandem rati- onem habent, metiuntur [VII, 20] praecedens praecedentem et se-
B —————	
Γ —————	
Δ —————	
E —————	

quens sequentem. itaque A numerum Γ metitur ut praecedens praecedentem. uerum etiam se ipsum metitur. itaque A numeros A, Γ metitur, qui inter se primi sunt; quod fieri non potest. ergo numerorum A, B, Γ quartus proportionalis inueniri non potest. at rursus numeri A, B, Γ deinceps proportionales sint, ne sint autem A, Γ inter se primi. dico, fieri posse, ut quartus eorum proportionalis inueniatur. sit enim $B \times \Gamma = \Delta$. A igitur numerum Δ aut metitur aut non metitur. prius eum metiatur secundum E . itaque $A \times E = \Delta$. uerum etiam $B \times \Gamma = \Delta$. quare erit $A \times E = B \times \Gamma$. itaque $A : B = \Gamma : E$ [VII, 19]. ergo numerorum A, B, Γ quartus proportionalis inuentus est E . at ne metiatur A numerum Δ . dico,

αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν. οἷον ἔστω ὁ μὲν A τριῶν τιῶν, ὁ δὲ B ἕξ, ὁ δὲ Γ ἑπτα. καὶ δῆλον, ὅτι δυνατόν. εἰ δὲ ὁ A εἴη πέντε, οὐκέτι δυνατόν. καὶ ἀπλῶς, ὅτε μὲν ὁ B πολλαπλάσιός ἐστι τοῦ A , δυνατόν ἐστι τέταρτον ἀνάλογον εὑρεῖν· εἰ δὲ μὴ, ἀδύνατον ✓; mg. m. 1: ἰστέον, ὅτι τὰ ὀβελισμένα σχόλια εἰσιν. 15. ἐστὶν P . 16. Γ] om. P . 20. A ἄρα] P ; δὴ A Theon (BFVq). ἦτοι] om. V . 21. αὐτόν] PF; om. BVq. 25. ἐστὶν] om. P . 26. ἀνάλογον εἰς P . προσεύρηται B .

νατόν ἐστι τοῖς A, B, Γ τέταρτον ἀνάλογον προσ-
 ευρεῖν ἀριθμόν. εἰ γὰρ δυνατόν, προσευρήσθω ὁ E .
 ὁ ἄρα ἐκ τῶν A, E ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν B, Γ . ἀλλὰ
 ὁ ἐκ τῶν B, Γ ἐστὶν ὁ Δ . καὶ ὁ ἐκ τῶν A, E ἄρα
 5 ἴσος ἐστὶ τῷ Δ . ὁ A ἄρα τὸν E πολλαπλασιάσας
 τὸν Δ πεποίηκεν. ὁ A ἄρα τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὸν
 E . ὥστε μετρεῖ ὁ A τὸν Δ . ἀλλὰ καὶ οὐ μετρεῖ
 ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα δυνατόν ἐστι τοῖς A, B, Γ τέ-
 ταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν ἀριθμόν, ὅταν ὁ A τὸν
 10 Δ μὴ μετρῇ. ἀλλὰ δὴ οἱ A, B, Γ μῆτε ἐξῆς ἔστω-
 σαν ἀνάλογον μῆτε οἱ ἄκροι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους.
 καὶ ὁ B τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιεῖτω. ὁμοίως
 δὴ δειχθήσεται, ὅτι εἰ μὲν μετρεῖ ὁ A τὸν Δ , δυνα-
 τόν ἐστὶν αὐτοῖς ἀνάλογον προσευρεῖν, εἰ δὲ οὐ με-
 15 τρεῖ, ἀδύνατον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κ'.

Οἱ πρῶτοι ἀριθμοὶ πλείους εἰσὶ παντὸς τοῦ
 προτεθέντος πλήθους πρώτων ἀριθμῶν.

Ἔστωσαν οἱ προτεθέντες πρῶτοι ἀριθμοὶ οἱ A ,
 20 B, Γ . λέγω, ὅτι τῶν A, B, Γ πλείους εἰσὶ πρῶτοι
 ἀριθμοί.

Εἰλήφθω γὰρ ὁ ὑπὸ τῶν A, B, Γ ἐλάχιστος με-
 τρούμενος καὶ ἔστω ὁ ΔE , καὶ προσκείσθω τῷ ΔE
 μονὰς ἡ ΔZ . ὁ δὴ $E Z$ ἦτοι πρῶτός ἐστιν ἢ οὐ.

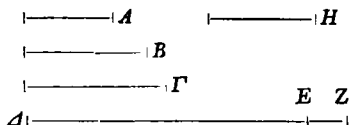
1. ἐστιν P. 2. προσευρήσθω FV. 3. ἀλλ' BFV. 10.
 μῆ] supra m. 1 F, οὐ supra m. 2 V. μετρήσῃ F, μετρεῖ q.
 ἀλλὰ δὴ — 15: ἀδύνατον] om. BVq. 10. δὴ] μῆτε F. ἐξῆς]
 οἱ ἐξῆς F. 12. ποιήτω φ (non F). 14. αὐτοῖς] αὐτοῖς τε-
 τάρτοις F. εἰ δέ] οὐδ' F. 15. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. Bq.
 17. πρῶτοι ἀριθμοί] del. et supra scr. πρώτων ἀριθμῶν m.
 2 B. 18. προτεθέντος F. 23. καί] m. 2 B, om. V. 24.
 ΔZ] AZ F.

numerosum A, B, Γ quartum proportionalem inueniri non posse. nam si fieri potest, inueniatur E . itaque $A \times E = B \times \Gamma$ [VII, 19]. uerum $B \times \Gamma = \Delta$. quare $A \times E = \Delta$. itaque A numerum E multiplicans numerum Δ effecit. A igitur numerum Δ secundum E metitur. itaque A numerum Δ metitur. uerum etiam non metitur; quod absurdum est. ergo numerosum A, B, Γ quartus proportionalis inueniri non potest, ubi A numerum Δ non metitur. uerum A, B, Γ ne sint deinceps proportionales neu extremi inter se primi. et sit $B \times \Gamma = \Delta$. similiter demonstrabimus, si A numerum Δ metiatur, fieri posse, ut eorum quartus¹⁾ inueniatur proportionalis, sin non metiatur, fieri non posse; quod erat demonstrandum.

XX.

Primi numeri plures sunt quauis data multitudine primorum numerosum.

Sint dati numeri primi A, B, Γ . dico, plures esse primos numeros quam A, B, Γ . sumatur enim, quem



minimum metiuntur A, B, Γ [VII, 36] et sit ΔE , et numero ΔE adiciatur unitas ΔZ . EZ igitur aut primus est aut non primus. prius sit primus. ergo in-

1) Uidetur scribendum esse lin. 14: αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον; cfr. F.

ἔστω πρότερον πρῶτος· εὐρημένοι ἄρα εἰσὶ πρῶτοι ἀριθμοὶ οἱ A, B, Γ, EZ πλείους τῶν A, B, Γ .

Ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστω ὁ EZ πρῶτος· ὑπὸ πρώτου ἄρα τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. μετρείσθω ὑπὸ πρώτου τοῦ H · λέγω, ὅτι ὁ H οὐδενὶ τῶν A, B, Γ ἐστὶν ὁ αὐτός. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω. οἱ δὲ A, B, Γ τὸν ΔE μετροῦσιν· καὶ ὁ H ἄρα τὸν ΔE μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν EZ · καὶ λοιπὴν τὴν ΔZ μονάδα μετρήσει ὁ H ἀριθμὸς ὧν· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ὁ H ἐνὶ τῶν A, B, Γ ἐστὶν ὁ αὐτός. καὶ ὑπόκειται πρῶτος. εὐρημένοι ἄρα εἰσὶ πρῶτοι ἀριθμοὶ πλείους τοῦ προτεθέντος πλήθους τῶν A, B, Γ οἱ A, B, Γ, H · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κα'.

Ἐὰν ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, ὁ ὅλος ἄρτιός ἐστιν.

Συγκείσθωσαν γὰρ ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν οἱ $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta E$ · λέγω, ὅτι ὅλος ὁ AE ἄρτιός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ἕκαστος τῶν $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta E$ ἄρτιός ἐστιν, ἔχει μέρος ἡμισυ· ὥστε καὶ ὅλος ὁ AE ἔχει μέρος ἡμισυ. ἄρτιος δὲ ἀριθμὸς ἐστὶν ὁ δίχα διαιρούμενος· ἄρτιος ἄρα ἐστὶν ὁ AE · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

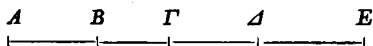
1. Supra πρῶτος add. ἢ EZ m. rec. V. εἰσὶν P, εἰσὶν οἱ q. 2. ἀριθμοί] om. F. Γ] (prius) $\Gamma\Delta F, \Delta$ del. m. 1. 6. δυνατόν, ἔστω] ὁ H ἐνὶ τῶν A, B, Γ ἐστὶν ὁ αὐτός Theon (BFVq). 7. ΔE] $ZE F$. μετροῦσι BFVq. ΔE] $ZE F$. 8. καί] καὶ ὁ $H F$. EZ] $\Delta E F$. 10. καί] ὁ αὐτός δὲ καὶ P. 11. εἰσὶ] εἰσὶν οἱ V. 13. H] H ἄρα ante ras. 6 litt. F. 15. συν — supra scr. B. 16. ἐστὶ Vq, comp. F. 17. ὁποσοιοῦν] e corr. V. 18. $B\Gamma$] in ras. P. $\Gamma\Delta$] m. 2 V. 21. καί] supra lac. pergam. m. rec. F. 23. ὁ AE ἄρα ἐστὶν F. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. B.

uenti sunt primi numeri A, B, Γ, EZ plures numeris A, B, Γ . uerum ne sit EZ primus. itaque primus aliquis numerus eum metitur [VII, 31]. metiatur primus numerus H . dico, numerum H nulli numerorum A, B, Γ aequalem esse. nam si fieri potest, sit. uerum A, B, Γ numerum ΔE metiuntur. itaque etiam H numerum ΔE metitur. uerum etiam numerum EZ metitur. quare etiam¹⁾ quae relinquitur, unitatem ΔZ metietur H , qui numerus est; quod absurdum est. ergo H nulli numerum A, B, Γ aequalis est. et suppositum est, H primum esse. ergo inuenti sunt primi numeri A, B, Γ, H plures data multitudine A, B, Γ ; quod erat demonstrandum.

XXI.

Si quotlibet numeri pares componuntur, totus par erit.

Componentur enim quotlibet numeri pares $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta E$. dico, etiam totum AE parem esse.



nam quoniam singuli numeri $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta E$ pares sunt, partem dimidiam habent [VII def. 6]. quare etiam totus AE partem dimidiam habet. par autem numerus is est, qui in duas partes aequales diuiditur [id.]. ergo AE par est; quod erat demonstrandum.

1) U. ad VII, 28.

κβ'.

Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντε-
θῶσιν, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν ἄρτιον ἢ, ὁ ὅλος
ἄρτιος ἐστίν.

- 5 Συγκείσθωσαν γὰρ περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁσοιδηποτοῦν
ἄρτιοι τὸ πλῆθος οἱ $AB, BG, ΓΔ, ΔΕ$. λέγω, ὅτι
ὁλος ὁ AE ἄρτιός ἐστιν.

- Ἐπεὶ γὰρ ἕκαστος τῶν $AB, BG, ΓΔ, ΔΕ$ περι-
τός ἐστιν, ἀφαιρεθείσης μονάδος ἀπ' ἐκάστου ἕκα-
10 στος τῶν λοιπῶν ἄρτιος ἐστίν. ὥστε καὶ ὁ συγκείμε-
νος ἐξ αὐτῶν ἄρτιος ἐστίν. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ πλῆθος
τῶν μονάδων ἄρτιον. καὶ ὁλος ἄρα ὁ AE ἄρτιός
ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κγ'.

- 15 Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντε-
θῶσιν, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν περισσὸν ἢ, καὶ
ὁ ὅλος περισσός ἐστίν.

- Συγκείσθωσαν γὰρ ὁποσοιοῦν περισσοὶ ἀριθμοί,
ὧν τὸ πλῆθος περισσὸν ἔστω, οἱ $AB, BG, ΓΔ$. λέγω,
20 ὅτι καὶ ὁλος ὁ AD περισσός ἐστίν.

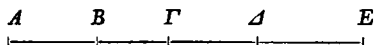
Ἀφηρήσθω ἀπὸ τοῦ $ΓΔ$ μονὰς ἡ $ΔΕ$. λοιπὸς
ἄρα ὁ $ΓΕ$ ἄρτιός ἐστιν. ἐστὶ δὲ καὶ ὁ $ΓΑ$ ἄρτιος·
καὶ ὁλος ἄρα ὁ AE ἄρτιός ἐστιν. καὶ ἐστὶ μονὰς ἡ
 $ΔΕ$. περισσὸς ἄρα ἐστὶν ὁ AD . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

2. συντεθῶσι F Vq. 3. ὁ] om. P Vq. 4. ἐστίν F.
5. γάρ] m. 2 F. 6. ἄρτιοι] om. F. 8. ἐκάτερος F, corr.
m. 2. 11. ἐστὶ] ἔστω P. 13. Inter ἐστὶν et ὅπερ aliam
demonstr. habet F; u. app. 15. ὁποσοιοῦν] om. V. συν-
τεθῶσι Vq. 17. ὁ] om. P B F Vq; corr. August. 18. πε-
ρισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν V. 19. οἱ] ὁ F. 22. ἐστίν] ἐστὶν
δὲ τῶν πρὸ αὐτοῦ F. $ΓΑ$] $ΑΓ$ B Vq. 23. ἐστίν] P,

XXII.

Si quotlibet numeri impares componuntur, et multitudo eorum par est, totus par erit.

Componantur enim quotlibet numeri impares numero pares AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE . dico, totum AE parem esse.

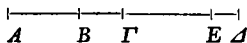


nam quoniam singuli numeri AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE impares sunt, unitate a singulis subtracta, qui relinquuntur, singuli pares erunt [VII def. 7]. quare etiam numerus ex iis compositus par erit [prop. XXI]. uerum etiam multitudo unitatum par est. ergo etiam totus AE par est [id.]; quod erat demonstrandum.

XXIII.

Si quotlibet numeri impares componuntur, et multitudo eorum impar est, etiam totus impar erit.

Componantur enim quotlibet numeri impares, quorum multitudo impar sit, AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$. dico, etiam totum AA imparem esse.



subtrahatur a $\Gamma\Delta$ unitas ΔE . itaque qui relinquitur, ΓE par est [VII def. 7]. uerum etiam $\Gamma\Delta$ par est [prop. XXII]. quare etiam totus AE par est [prop. XXI]. et ΔE unitas est. ergo AA impar est [VII def. 7]; quod erat demonstrandum.

comp. F; $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$ Vq. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$] seq. ras. 1 litt. V, $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ B. 24.
 $\acute{\alpha}\rho\alpha$] om. q. $\acute{\omicron}\pi\epsilon\rho\ \acute{\epsilon}\delta\epsilon\iota\ \delta\epsilon\iota\chi\alpha\iota$] om. BFq.

κδ'.

Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ,
ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

Ἀπὸ γὰρ ἀρτίου τοῦ AB ἄρτιος ἀφηγήσθω ὁ $BΓ$.
5 λέγω, ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ $ΓΑ$ ἄρτιός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ AB ἄρτιός ἐστιν, ἔχει μέρος ἡμισυ.
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ $BΓ$ ἔχει μέρος ἡμισυ· ὥστε
καὶ λοιπὸς [ὁ $ΓΑ$ ἔχει μέρος ἡμισυ] ἄρτιος [ἄρα]
ἐστὶν ὁ $ΑΓ$. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

10

κε'.

Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαιρε-
θῇ, ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται.

Ἀπὸ γὰρ ἀρτίου τοῦ AB περισσὸς ἀφηγήσθω ὁ
 $BΓ$. λέγω, ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ $ΓΑ$ περισσός ἐστιν.

15

Ἀφηγήσθω γὰρ ἀπὸ τοῦ $BΓ$ μονὰς ἡ $ΓΔ$. ὁ $ΔΒ$
ἄρα ἄρτιός ἐστιν. ἔστι δὲ καὶ ὁ AB ἄρτιος· καὶ
λοιπὸς ἄρα ὁ $ΑΔ$ ἄρτιός ἐστιν. καὶ ἔστι μονὰς ἡ
 $ΓΔ$. ὁ $ΓΑ$ ἄρα περισσός ἐστιν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κς'.

20

Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαι-
ρεθῇ, ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

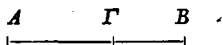
Ἀπὸ γὰρ περισσοῦ τοῦ AB περισσὸς ἀφηγήσθω
ὁ $BΓ$. λέγω, ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ $ΓΑ$ ἄρτιός ἐστιν.

4. ἀφηγήσθω ἄρτιος P. 5. $ΓΑ$] $Γ P$. ἔσται F. 7.
 $BΓ$] $Γ B F$. 8. ὁ $ΓΑ$ — ἡμισυ] om. P. $ΓΑ$] e corr. V.
ἄρα] om. P. 9. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. BVq. 11. Post
περισσός add. F: ἀριθμός (comp.). 14. ὅτι] ὅτι καὶ V. 15.
ὁ] seq. ras. 2 litt. P. 16. ἔστι δέ — 17: ἔστιν] bis F, corr.
m. 1. 16. ἔστι] ἔστιν P. 17. ἔστιν] P; comp. F; ἔστι Vq.

XXIV.

Si a numero pari par subtrahitur, reliquus par erit.

Nam a pari numero AB par subtrahatur $B\Gamma$. dico, reliquum ΓA parem esse.

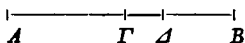


nam quoniam AB par est, partem dimidiam habet [VII def. 6]. eadem de causa etiam $B\Gamma$ partem dimidiam habet. ergo etiam reliquus ΓA par est; quod erat demonstrandum.

XXV.

Si a numero pari impar subtrahitur, reliquus impar erit.

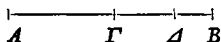
Nam a pari numero AB impar subtrahatur $B\Gamma$. dico, reliquum ΓA imparem esse.



subtrahatur enim a $B\Gamma$ unitas $\Gamma\Delta$. itaque ΔB par est [VII def. 7]. uerum etiam AB par est. quare etiam reliquus $\Delta\Delta$ par est [prop. XXIV]. et unitas est $\Gamma\Delta$. ergo ΓA impar est [VII def. 7]; quod erat demonstrandum.

XXVI.

Si a numero impari impar subtrahitur, reliquus par erit.



Nam ab impari numero AB impar subtrahatur $B\Gamma$. dico, reliquum ΓA parem esse.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ AB περισσός ἐστιν, ἀφηγήσθω μονὰς ἢ $B\Delta$ · λοιπὸς ἄρα ὁ $A\Delta$ ἄρτιός ἐστιν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ $\Gamma\Delta$ ἄρτιός ἐστιν· ὥστε καὶ λοιπὸς ὁ ΓA ἄρτιός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

κξ'.

Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς περισσὸς ἐστίν.

Ἀπὸ γὰρ περισσοῦ τοῦ AB ἄρτιος ἀφηγήσθω ὁ $B\Gamma$ · λέγω, ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ ΓA περισσός ἐστιν.

10 Ἀφηγήσθω [γὰρ] μονὰς ἢ $A\Delta$ · ὁ ΔB ἄρα ἄρτιός ἐστιν. ἐστὶ δὲ καὶ ὁ $B\Gamma$ ἄρτιος· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ $\Gamma\Delta$ ἄρτιός ἐστιν. περισσὸς ἄρα ὁ ΓA · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κη'.

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον πολλαπλα-
15 σιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος ἄρτιος ἐστίν.

Περὶ σὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ A ἄρτιον τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιεῖτω· λέγω, ὅτι ὁ Γ ἄρτιός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πε-
20 ποίηκεν, ὁ Γ ἄρα σύγκειται ἐκ τοσούτων ἴσων τῷ B , ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ A μονάδες. καὶ ἐστὶν ὁ B ἄρτιος· ὁ Γ ἄρα σύγκειται ἐξ ἄρτιων. ἐὰν δὲ ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὅποσοιοῦν συντεθῶσιν, ὁ ὅλος ἄρτιός ἐστιν. ἄρτιος ἄρα ἐστὶν ὁ Γ · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

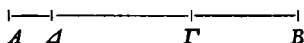
2. ἐστίν] P, comp. F; ἐστὶ Vq. 4. ΓA] $A\Gamma BVq$. 7. ἐστίν] ἐστὶν comp. F. 9. ὁ] (alt.) om. q. ΓA] e corr. V.
10. γὰρ] om. P. ἄρα] om. q. 12. ἐστὶ q. Seq. in V: ἐστὶ δὲ καὶ μονὰς ἢ ΔA . ἄρα ἐστὶν V. 14. περισσός] supra F. 16. περισσὸς γὰρ ἀριθμός] ἀριθμὸς γὰρ F. 23. τεθῶσιν P. ὁ] om. q.

nam quoniam AB impar est, subtrahatur unitas $B\Delta$. itaque reliquus $A\Delta$ par est. eadem de causa etiam $\Gamma\Delta$ par est [VII def. 7].¹⁾ ergo etiam qui relinquitur, ΓA par est [prop. XXIV]; quod erat demonstrandum.

XXVII.

Si a numero impari par subtrahitur, reliquus impar erit.

Nam a numero impari AB par subtrahatur $B\Gamma$. dico, reliquum ΓA imparem esse.



nam subtrahatur unitas $A\Delta$. itaque ΔB par est [VII def. 7]. uerum etiam $B\Gamma$ par est. quare etiam reliquus $\Gamma\Delta$ par est [prop. XXIV]. ergo ΓA impar est [VII def. 7]; quod erat demonstrandum.

XXVIII.

Si numerus impar parem multiplicans numerum aliquem effecerit, numerus productus par erit.

Nam impar numerus A parem B multiplicans numerum Γ efficiat. dico, numerum Γ parem esse.

nam quoniam $A \times B = \Gamma$, numerus Γ ex totidem numeris numero B aequalibus compositus est, quot sunt unitates in A [VII def. 15]. et B par est. Γ igitur ex paribus compositus est. sin quotlibet numeri pares componuntur, totus par est [prop. XXI]. ergo Γ par est; quod erat demonstrandum.

1) Nam supposuimus, ΓB imparem esse.

κθ'.

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς περισσὸν ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος περισσὸς ἔσται.

- 5 Περισσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ *A* περισσὸν τὸν *B* πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* ποιεῖτω· λέγω, ὅτι ὁ *Γ* περισσὸς ἐστίν.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ *A* τὸν *B* πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* ποίηκεν, ὁ *Γ* ἄρα σύγκειται ἐκ τοσούτων ἴσων τῷ *B*, ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ *A* μονάδες. καὶ ἐστὶν ἐκάτερος τῶν *A*, *B* περισσός· ὁ *Γ* ἄρα σύγκειται ἐκ περισσῶν ἀριθμῶν, ὧν τὸ πλῆθος περισσὸν ἐστίν. ὥστε ὁ *Γ* περισσὸς ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λ'.

- 15 Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ τὸν ἡμισυν αὐτοῦ μετρήσει.

Περισσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ *A* ἄρτιον τὸν *B* μετρεῖτω· λέγω, ὅτι καὶ τὸν ἡμισυν αὐτοῦ μετρήσει.

- Ἐπεὶ γὰρ ὁ *A* τὸν *B* μετρεῖ, μετρεῖτω αὐτὸν κα-
20 τὰ τὸν *Γ*· λέγω, ὅτι ὁ *Γ* οὐκ ἔστι περισσός. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω. καὶ ἐπεὶ ὁ *A* τὸν *B* μετρεῖ κατὰ τὸν *Γ*, ὁ *A* ἄρα τὸν *Γ* πολλαπλασιάσας τὸν *B* ποίηκεν. ὁ *B* ἄρα σύγκειται ἐκ περισσῶν ἀριθμῶν, ὧν τὸ πλῆθος περισσὸν ἐστίν. ὁ *B* ἄρα περισσός
25 ἐστίν· ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ ἄρτιος. οὐκ ἄρα

3. ποιεῖ F, sed corr. 12. ὧν] om. B, περισσῶν V m. 2
e corr. τό] m. 2 V. περισσὸν ἐστίν] ὁ δὲ συγκείμενος
ἐκ περισσῶν ἀριθμῶν περισσῶν (add. m. 2) τὸ πλῆθος περισσός
ἐστίν V. 16. ἡμισυν Fq. 17. περισσός — 18: μετρήσει]

ὁ Γ περισσός ἐστιν· ἄρτιος ἄρα ἐστὶν ὁ Γ . ὥστε ὁ A τὸν B μετρεῖ ἀρτιάκις. διὰ δὲ τοῦτο καὶ τὸν ἡμισυν αὐτοῦ μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λα'.

- 6 Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς πρὸς τινα ἀριθμὸν πρῶτος ᾗ, καὶ πρὸς τὸν διπλασίονα αὐτοῦ πρῶτος ἔσται.

Περισσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ A πρὸς τινα ἀριθμὸν τὸν B πρῶτος ἔστω, τοῦ δὲ B διπλασίου ἔστω ὁ Γ .
10 λέγω, ὅτι ὁ A [καὶ] πρὸς τὸν Γ πρῶτός ἐστιν.

Εἰ γὰρ μὴ εἰσιν [οἱ A, Γ] πρῶτοι, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμὸς. μετρεῖτω, καὶ ἔστω ὁ Δ . καὶ ἐστὶν ὁ A περισσός· περισσὸς ἄρα καὶ ὁ Δ . καὶ ἐπεὶ ὁ Δ περισσὸς ὢν τὸν Γ μετρεῖ, καὶ ἐστὶν ὁ Γ ἄρτιος,
15 καὶ τὸν ἡμισυν ἄρα τοῦ Γ μετρήσει [ὁ Δ]. τοῦ δὲ Γ ἡμισὺ ἐστὶν ὁ B · ὁ Δ ἄρα τὸν B μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν A . ὁ Δ ἄρα τοὺς A, B μετρεῖ πρῶτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ὁ A πρὸς τὸν Γ πρῶτος οὐκ ἐστὶν. οἱ A, Γ ἄρα
20 πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λβ'.

Τῶν ἀπὸ δύαδος διπλασιαζομένων ἀριθμῶν ἕκαστος ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μόνον.

Ἀπὸ γὰρ δύαδος τῆς A δεδιπλασιάσθωσαν ὅσοι-

1. ἐστὶν ὁ Γ] ὁ Γ V, ἐστὶν F. 2. τοῦτον φ. τόν] τό P. 3. ἡμισυν PF. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] m. 2 V, om. BFq. 6. διπλάσιον BV. 9. διπλάσιος Vq. 10. καὶ] om. P. 11. οἱ A, Γ] supra m. 1 P. 12. καὶ ἐστὶν — 13: ὁ Δ] mg. m. 2 V. 12. ἐστὶν] ἐπεὶ ἐστὶν F; ἔστω q. 13. περισσὸς ἄρα] ἐστὶν ἄρα περισσός F. 15. ἡμισυν F. ὁ Δ] om. P. 16.

eum parem esse. itaque Γ impar non est. par igitur est Γ . quare A numerum B secundum parem numerum metitur. ergo¹⁾ etiam dimidium eius metietur; quod erat demonstrandum.

XXXI.

Si impar numerus ad numerum aliquem primus est, etiam ad duplicem eius primus erit.

Nam impar numerus A ad numerum aliquem B primus sit, et sit $\Gamma = 2B$. dico, A ad Γ primum

esse. nam si non sunt primi, numerus aliquis eos metietur. metiatur, et sit Δ . et A impar est. itaque etiam Δ impar est. et quoniam Δ impar

numerum Γ metitur, et Γ par est, etiam dimidium numeri Γ metietur. uerum $B = \frac{1}{2}\Gamma$. itaque Δ numerum B metitur. uerum etiam numerum A metitur. Δ igitur numeros A , B metitur, qui inter se primi sunt; quod fieri non potest. itaque fieri non potest, ut A ad Γ primus non sit. ergo A , Γ inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXXII.

Qui inde a binario semper conduplicando producantur numeri, singuli solum pariter pares sunt.

Nam a binario A quotlibet numeri semper condu-

1) Nam dimidium secundum numerum dimidium metietur quam totum.

$\eta\mu\iota\sigma\upsilon\varsigma$ BVq. 19. $\tau\acute{o}\nu$] $\tau\acute{o}$ F. Γ] corr. ex B V. Post A in F del. B. 22. $\delta\iota$ - in ras. 6 litt. V. 23. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ P. 24. A] non liquet F.

δηποτοῦν ἀριθμοὶ οἱ B, Γ, Δ λέγω, ὅτι οἱ B, Γ, Δ ἀρτιάκις ἄρτιοί εἰσι μόνον.

- Ὅτι μὲν οὖν ἕκαστος [τῶν B, Γ, Δ] ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστιν, φανερόν· ἀπὸ γὰρ δυάδος ἐστὶ διπλασιασ-
 5 θείς. λέγω, ὅτι καὶ μόνον. ἐκκείσθω γὰρ μονάς. ἐπεὶ οὖν ἀπὸ μονάδος ὅποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα ὁ A πρῶτός ἐστιν, ὁ μέριστος τῶν A, B, Γ, Δ ὁ Δ ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται παρὲξ τῶν A, B, Γ . καὶ ἐστιν
 10 ἕκαστος τῶν A, B, Γ ἄρτιος· ὁ Δ ἄρα ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μόνον. ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι [καὶ] ἑκάτερος τῶν B, Γ ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μόνον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λγ'.

- 15 Ἐὰν ἀριθμὸς τὸν ἡμισυν ἔχη περισσόον, ἀρτιάκις περισσός ἐστι μόνον.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ A τὸν ἡμισυν ἔχέτω περισσόον· λέγω, ὅτι ὁ A ἀρτιάκις περισσός ἐστι μόνον.

- Ὅτι μὲν οὖν ἀρτιάκις περισσός ἐστιν, φανερόν·
 20 ὁ γὰρ ἡμισυν αὐτοῦ περισσὸς ὢν μετρεῖ αὐτὸν ἀρτιάκις. λέγω δὲ, ὅτι καὶ μόνον. εἰ γὰρ ἔσται ὁ A καὶ ἀρτιάκις ἄρτιος, μετρηθήσεται ὑπὸ ἀρτίου κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν· ὥστε καὶ ὁ ἡμισυν αὐτοῦ μετρηθήσεται ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ περισσὸς ὢν· ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον.
 25 ὁ A ἄρα ἀρτιάκις περισσός ἐστι μόνον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. B] (bis) $A, B F$. 3. οὖν] om. P. τῶν B, Γ, Δ] om. P. $A, B F$. ἄρτιον, -ον eras. V. 4. ἐστίν] comp. Fq; ἐστὶ PV. ἀπὸ γὰρ] αὐτό (e corr.) γὰρ ἀπὸ F. ἐστὶ ἐστίν ἕκαστος F. 5. λέγω δὲ BVq. μονάς ἢ E Vq; ἢ E postea insert. B. 11. καὶ] om. P. ἕκαστος P. 15. ἡμισυν F. 16. ἐστὶν P. 17. ἡμισυν F. 18. ἐστὶν P. 19. ἐστὶν] P, comp. F; ἐστὶ Vq. 20. ἡμισυν F. αὐτός φ (non F). 22. καὶ] om. F. Post ἄρτιος add. V: ὁ ἡμισυν αὐτοῦ ἄρτιός ἐστι καὶ; idem B m. rec. 23. ἡμισυν F.

plicando producantur B, Γ, Δ . dico, numeros B, Γ, Δ solum pariter pares esse.

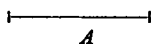
iam singulos numeros B, Γ, Δ pariter pares esse, manifestum est. nam a binario semper conduplicando

producti sunt [VII def. 8]. dico, eos etiam solum pariter pares esse. sumatur enim unitas. iam quoniam ab unitate quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et unitati proximus A primus est, maximum numerorum A, B, Γ, Δ numerum Δ nullus alius metietur praeter A, B, Γ [prop. XIII]. et singuli numeri A, B, Γ pares sunt. ergo Δ solum pariter par est [VII def. 8]. similiter demonstrabimus, etiam utrumque B, Γ solum pariter parem esse; quod erat demonstrandum.

XXXIII.

Si numerus aliquis dimidium imparem habet, solum pariter impar est.

Nam numerus A dimidium habeat imparem. dico,



numerum A solum pariter imparem esse. iam pariter imparem eum esse, manifestum est; nam dimidius eius, qui impar est, eum pariter metitur [VII def. 9]. dico, eum etiam solum pariter imparem esse. nam si A etiam pariter par erit, par eum numerus secundum parem numerum metietur [VII def. 8]. quare etiam dimidium eius, qui impar est, par numerus metietur; quod absurdum est. ergo A solum pariter impar est; quod erat demonstrandum.

λδ'.

Ἐὰν ἀριθμὸς μῆτε τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ἢ μῆτε τὸν ἡμισυν ἔχη περισσόν, ἀρτιάκις τε ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις περισσός.

5 Ἀριθμὸς γὰρ ὁ *A* μῆτε τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ἔστω μῆτε τὸν ἡμισυν ἔχέτω περισσόν· λέγω, ὅτι ὁ *A* ἀρτιάκις τέ ἐστὶν ἄρτιος καὶ ἀρτιάκις περισσός.

Ὅτι μὲν οὖν ὁ *A* ἀρτιάκις ἐστὶν ἄρτιος, φανερόν· τὸν γὰρ ἡμισυν οὐκ ἔχει περισσόν. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἀρτιάκις περισσός ἐστὶν. ἐὰν γὰρ τὸν *A* τέμνωμεν δίχα καὶ τὸν ἡμισυν αὐτοῦ δίχα καὶ τοῦτο ἀεὶ ποιῶμεν, καταντήσομεν εἰς τινα ἀριθμὸν περισσόν, ὃς μετρήσει τὸν *A* κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν. εἰ γὰρ οὕ,

15 καταντήσομεν εἰς δυάδα, καὶ ἔσται ὁ *A* τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. ὥστε ὁ *A* ἀρτιάκις περισσός ἐστὶν. ἐδείχθη δὲ καὶ ἀρτιάκις ἄρτιος. ὁ *A* ἄρα ἀρτιάκις τε ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις περισσός· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

20

λε'.

Ἐὰν ὅσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον, ἀφαιρεθῶσι δὲ ἀπὸ τε τοῦ δευτέρου

2. ἐάν] ἄν q. Deinde add. ἄρτιος B m. rec., V in-ras. m. 2. διπλασιαζόμενον P. 3. τόν] τό F m. 1, corr. m. 2; το φ. ἡμισυν F. 4. ἐστὶν P. 5. ἡμισυν F. ἔχων V. 6. ὅτι] m. 2 V. 7. τε] om. q et P₂ (u. p. 408, 5 adn. crit.). ἄρτιός ἐστι V. 8. ἄρτιός ἐστι V. 9. φανερόν] in ras. m. 1 q. 10. ἡμισυν F, et q, sed corr. m. 1. 11. τέμνωμεν BVq. 12. ἡμισυν F. ποιῶμεν ἀεὶ F. 13. ποιοῦμεν P, P₂. καταντήσομεν P₂. περισσόν] om. q. 14. κατὰ τόν V, sed τόν del. εἰ γὰρ οὕ] om. P₂. Post οὕ add. Theon: καταντήσομεν εἰς τινα ἀριθμόν

XXXIV.

Si numerus aliquis nec ex iis est, qui a binario semper conduplicando producuntur, nec dimidium imparem habet, et pariter par est et pariter impar.¹⁾

Nam numerus A ne sit ex iis, qui a binario
 $\overline{\hspace{1.5cm}}$
 A semper conduplicando producuntur, neue
 dimidium imparem habeat. dico, numerum A et pariter parem et pariter imparem esse.

iam numerum A pariter parem esse, manifestum est [VII def. 8]; nam dimidium imparem non habet. dico, eundem pariter imparem esse. nam si A in duas partes aequales diuiserimus et rursus dimidium et idem semper deinceps fecerimus, aliquando ad numerum perueniemus, qui numerum A secundum numerum parem metitur. nam si minus, ad binarium perueniemus, et A ex iis erit, qui a binario semper conduplicando producuntur; quod est contra hypothesim. quare A pariter impar erit [VII def. 9]. sed demonstratum est, eundem pariter parem esse. ergo A et pariter par et pariter impar est; quod erat demonstrandum.

XXXV.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et a secundo et ultimo numeri primo aequales sub-

1) Propp. 33—34 aliter citat Iamblichus in Nicom. p. 32. de hoc loco et de Euclidis diuisione numerorum u. Studien p. 197 sq.

περισσόν, ὃς μετρήσει τὸν A κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν (BFVq).
 15. καταντήσωμεν P_2 , καταν- in ras. m. 2 V. 16. ὥστε]
 ὥσπερ P_2 . 17. A καὶ BVq. περισσός — ἀρτιάκῃς m. rec. B.
 18. A] Δ φ. τε] om. VP₂. 22. τε] τοῦ φ (non F), om. BVq.

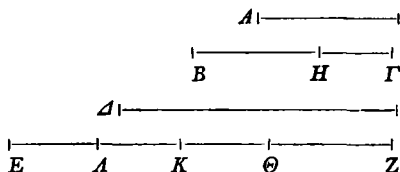
καὶ τοῦ ἐσχάτου ἴσοι τῷ πρώτῳ, ἔσται ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴ πρὸς τὸν πρώτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ ἑαυτοῦ πάντας.

- 5 "Ἐστῶσαν ὅποσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον οἱ $A, B\Gamma, \Delta, EZ$ ἀρχόμενοι ἀπὸ ἐλαχίστου τοῦ A , καὶ ἀφηρησθῶ ἀπὸ τοῦ $B\Gamma$ καὶ τοῦ EZ τῷ A ἴσος ἐκάτερος τῶν $BH, Z\Theta$. λέγω, ὅτι ἔστιν ὡς ὁ $H\Gamma$ πρὸς τὸν A , οὕτως ὁ $E\Theta$ πρὸς τοὺς $A, B\Gamma, \Delta$.
- 10 Κείσθω γὰρ τῷ μὲν $B\Gamma$ ἴσος ὁ ZK , τῷ δὲ Δ ἴσος ὁ $Z\Lambda$. καὶ ἐπεὶ ὁ ZK τῷ $B\Gamma$ ἴσος ἐστίν, ὥν ὁ $Z\Theta$ τῷ BH ἴσος ἐστίν, λοιπὸς ἄρα ὁ ΘK λοιπῷ τῷ $H\Gamma$ ἐστὶν ἴσος. καὶ ἐπεὶ ἔστιν ὡς ὁ EZ πρὸς τὸν Δ , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν $B\Gamma$ καὶ ὁ $B\Gamma$ πρὸς
- 15 τὸν A , ἴσος δὲ ὁ μὲν Δ τῷ $Z\Lambda$, ὁ δὲ $B\Gamma$ τῷ ZK , ὁ δὲ A τῷ $Z\Theta$, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ EZ πρὸς τὸν $Z\Lambda$, οὕτως ὁ ΛZ πρὸς τὸν ZK καὶ ὁ ZK πρὸς τὸν $Z\Theta$. διελόντι, ὡς ὁ $E\Lambda$ πρὸς τὸν ΛZ , οὕτως ὁ ΛK πρὸς τὸν ZK καὶ ὁ $K\Theta$ πρὸς τὸν $Z\Theta$. ἔστιν ἄρα καὶ ὡς
- 20 εἰς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓνα τῶν ἐπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἐπομένους· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ $K\Theta$ πρὸς τὸν $Z\Theta$, οὕτως οἱ $E\Lambda, \Lambda K, K\Theta$ πρὸς τοὺς $\Lambda Z, ZK, \Theta Z$. ἴσος δὲ ὁ μὲν $K\Theta$ τῷ ΓH , ὁ δὲ $Z\Theta$ τῷ A , οἱ δὲ $\Lambda Z, ZK, \Theta Z$

1. τοῦ] om. V. 2. τόν] τό φ (non F). 4. ἅπαντας F, ὕπαντας φ. 5. ὅσοιδηποτοῦν V, in F -δη- a φ in -δε- mutat. 6. ἀπὸ τοῦ φ, post ἀπό ras. 3 litt. B. A] Δ φ (non F). 7. τοῦ] (alt.) postea insert F. 8. BH] P; ΓH F, HΓ BVq. ἐστίν] om. F. HΓ] P, BH BFVq. 10. τῷ] τῶν Bq. μὲν] om. BV; in B m. 2 ex τῶν fecit τῷ μὲν. ZK] ZH φ (non F). 12. BH] P, ΓH F, HΓ BVq. ἐστὶ q. 13. HΓ] P, HB BFVq. ἐπεὶ] om. F. 14. τόν] (alt.) τό φ (non F). 16. EZ] ΘZ φ (non F). ZΛ] ΛZ Bq.

trahuntur, erit ut excessus secundi ad primum, ita excessus ultimi ad omnes praecedentes.

Sint quotlibet numeri deinceps proportionales A , $B\Gamma$, Δ , EZ ab A minimo incipientes, et ab $B\Gamma$, EZ



numero A aequales subtrahantur BH , $Z\Theta$. dico, esse $H\Gamma : A = E\Theta : A + B\Gamma + \Delta$.

ponatur enim $ZK = B\Gamma$ et $ZA = \Delta$. et quoniam est $ZK = B\Gamma$ et $Z\Theta = BH$, erit $\Theta K = H\Gamma$. et quoniam est $EZ : \Delta = \Delta : B\Gamma = B\Gamma : A$ [VII, 13], et $\Delta = ZA$, $B\Gamma = ZK$, $A = Z\Theta$, erit

$$EZ : ZA = AZ : ZK = ZK : Z\Theta.$$

subtrahendo [VII, 11. 13] erit

$$EA : AZ = AK : ZK = K\Theta : Z\Theta.$$

itaque etiam ut unus praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [VII, 12]. itaque erit

$$K\Theta : Z\Theta = EA + AK + K\Theta : AZ + ZK + \Theta Z.$$

uerum est $K\Theta = \Gamma H$, $Z\Theta = A$,

$$AZ + ZK + \Theta Z = \Delta + B\Gamma + A.$$

17. AZ] ZA FV. ZK] (alt.) KZ P. 18. $\alpha\pi\alpha \acute{\omega}\varsigma$ V. $\tau\acute{o}\nu$] om. q. 19. ZK] KZ F. $K\Theta$] Θ e corr. m. 1 q. $\kappa\alpha\iota$] om. V. 22. $\tau\acute{o}\nu$] om. F. $\omicron\iota$] $\acute{o}$ F. 23. AZ] corr. ex AZ m. 1 q. ZK] KZ BVq. ΘZ] $Z\Theta$ P. 24. ΓH] P, BH BFVq. $\delta\acute{\epsilon}$] (prius) m. 2 V. ZK] KZ BVq. ΘZ] $Z\Theta$ P.

τοῖς Δ , $B\Gamma$, A · ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΓH πρὸς τὸν A , οὕτως ὁ $E\Theta$ πρὸς τοὺς Δ , $B\Gamma$, A . ἔστιν ἄρα ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴ πρὸς τὸν πρῶτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ ἑαυτοῦ πάντας·
 5 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λς'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἐκτεθῶσιν ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ, ἕως οὗ ὁ σύμπας συντεθεὶς πρῶτος γένηται, καὶ
 10 ὁ σύμπας ἐπὶ τὸν ἐσχατον πολλαπλασιασθεὶς ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος τέλειος ἔσται.

Ἀπὸ γὰρ μονάδος ἐκκείσθωσαν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ, ἕως οὗ ὁ σύμπας συντεθεὶς πρῶτος γένηται, οἱ A , B , Γ , Δ , καὶ τῷ
 15 σύμπαντι ἴσος ἔστω ὁ E , καὶ ὁ E τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν ZH ποιεῖτω. λέγω, ὅτι ὁ ZH τέλειός ἐστιν.

Ὅσοι γὰρ εἰσιν οἱ A , B , Γ , Δ τῷ πλήθει, τοσοῦτοι ἀπὸ τοῦ E εἰλήφθωσαν ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλο-
 20 γίᾳ οἱ E , ΘK , A , M · δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν Δ , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν M . ὁ ἄρα ἐκ τῶν E , Δ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν A , M . καὶ ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν E , Δ ὁ ZH · καὶ ὁ ἐκ τῶν A , M ἄρα ἐστὶν ὁ ZH . ὁ A ἄρα τὸν M πολλαπλασιάσας τὸν ZH πε-
 25 ποίηκεν· ὁ M ἄρα τὸν ZH μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ

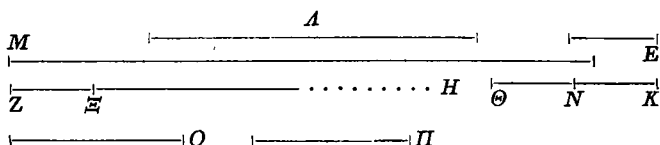
1. ἔστιν ἄρα — 2: Δ , $B\Gamma$, A] om. q. 1. ΓH] P; $H B F$; $B H B V$. 2. $E\Theta$] E postea insert. F. τοὺς] om. F. 4. ἅπαντας F. 5. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. Bq. Post δεῖξαι in P add. lin. 7 — 21: τὸν M cum quibusdam discrepantiis (P_2), dein περιττὸν ἔχέτω, et deinde p. 404, 7 — 19 (P_2), in mg. περιττὸν et in fine τὸ περιττὸν τοῦτο σφάλμα ἐστίν. 9. σύμπας σὺν τῇ μονάδι F. 11. ἔσται τέλειος q. 12. ὁσοιδη-

itaque $\Gamma H : A = E\Theta : \Delta + B\Gamma + A$. ergo est ut excessus secundi ad primum, ita excessus ultimi ad omnes praecedentes; quod erat demonstrandum.

XXXVI.

Si ab unitate quotlibet numeri deinceps in proportionem duplicatam proponuntur, donec totus ex omnibus compositus primus fiat, et totus ultimum multiplicans numerum aliquem effecerit, numerus inde productus perfectus erit.

Nam ab unitate proponantur quotlibet numeri in proportionem duplicatam, donec totus ex omnibus com-



positus primus fiat, A, B, Γ, Δ , et toti aequalis sit E , et sit $E \times \Delta = ZH$. dico, ZH perfectum esse.

nam quot sunt A, B, Γ, Δ multitudo, totidem ab E sumantur in proportionem duplicatam E, Θ, K, A, M . itaque ex aequo erit [VII, 14] $A : \Delta = E : M$. itaque $E \times \Delta = A \times M$ [VII, 19]. et $E \times \Delta = ZH$. quare $A \times M = ZH$. A igitur numerum M multiplicans numerum ZH effecit. quare M numerum ZH

ποτοῦν] P_2 BFVq, ὁποσοιοῦν P . 13. οὐ] om. P_2 . σύμπαρ
 σὺν τῇ μονάδι F . 14. Γ, Δ] om. P_2 . 15. σύμπαντι σὺν τῇ
 μονάδι F . 19. ἀναλογίαν φ (non F). 20. ΘK] K in ras.
 m. 2 V.

A μονάδας. καὶ ἐστὶ δυνὰς ὁ A διπλάσιος ἄρα ἐστὶν
ὁ ZH τοῦ M . εἰσὶ δὲ καὶ οἱ $M, A, \Theta K, E$ ἐξῆς
διπλάσιοι ἀλλήλων· οἱ $E, \Theta K, A, M, ZH$ ἄρα ἐξῆς
ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ. ἀφηγήσθω
5 δὴ ἀπὸ τοῦ δευτέρου τοῦ ΘK καὶ τοῦ ἐσχάτου τοῦ
 ZH τῷ πρώτῳ τῷ E ἴσος ἐκάτερος τῶν $\Theta N, Z\Xi$
ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ἀριθμοῦ ὑπεροχὴ πρὸς
τὸν πρώτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς
πρὸ ἐαυτοῦ πάντας. ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ NK πρὸς τὸν E ,
10 οὕτως ὁ ΞH πρὸς τοὺς $M, A, K\Theta, E$. καὶ ἐστὶν ὁ
 NK ἴσος τῷ E · καὶ ὁ ΞH ἄρα ἴσος ἐστὶ τοῖς M, A ,
 $\Theta K, E$. ἐστὶ δὲ καὶ ὁ $Z\Xi$ τῷ E ἴσος, ὁ δὲ E τοῖς
 A, B, Γ, Δ καὶ τῇ μονάδι. ὅλος ἄρα ὁ ZH ἴσος ἐστὶ
τοῖς τε $E, \Theta K, A, M$ καὶ τοῖς A, B, Γ, Δ καὶ τῇ
15 μονάδι· καὶ μετρεῖται ὑπ' αὐτῶν. λέγω, ὅτι καὶ ὁ
 ZH ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται παρὲς τῶν A ,
 $B, \Gamma, \Delta, E, \Theta K, A, M$ καὶ τῆς μονάδος. εἰ γὰρ δυ-
νατόν, μετρεῖτω τις τὸν ZH ὁ O , καὶ ὁ O μηδενὶ
τῶν $A, B, \Gamma, \Delta, E, \Theta K, A, M$ ἴστω ὁ αὐτός. καὶ
20 ὁσάκις ὁ O τὸν ZH μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστω-
σαν ἐν τῷ Π · ὁ Π ἄρα τὸν O πολλαπλασιάσας τὸν
 ZH πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ E τὸν Δ πολλαπλα-
σιάσας τὸν ZH πεποίηκεν· ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ E πρὸς
τὸν Π , ὁ O πρὸς τὸν Δ . καὶ ἐπεὶ ἀπὸ μονάδος ἐξῆς
25 ἀνάλογόν εἰσιν οἱ A, B, Γ, Δ , ὁ Δ ἄρα ὑπ' οὐδενὸς

2. E] om. F. 3. Post E in F insert. Θ m. 2. ἐξῆς]
om. F. 5. δὴ] corr. ex δέ m. 1 F. 6. τῶν] ὁ in ras. P.
10. ὁ] (alt.) ὡς ὁ F. 11. τῷ E ἴσος F. ἐστὶν P. 12. ἐστὶν P.
 $Z\Xi$] ΞZ P. 13. ἴσος ἐστὶ] supra m. 1 F. 18. ὁ O] (alt.)
supra m. 1 F. 19. ὁ] om. B. 21. Π] (alt.) O P. O] Π P.
22. ZH] H supra m. 1 F. 23. ZH] Z eras. V. Post
πεποίηκεν add. F: ὁ ἄρα ἐκ τῶν E, Δ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν

secundum unitates numeri A metitur. et A binarius est. ergo $ZH = 2M$. uerum etiam $M, A, \Theta K, E$ deinceps inter se duplices sunt. quare $E, \Theta K, A, M, ZH$ deinceps proportionales sunt in proportionem duplicata. iam a secundo ΘK et ultimo ZH primo E aequales subtrahantur $\Theta N, ZE$. itaque erit ut excessus secundi ad primum, ita excessus ultimi ad omnes praecedentes [prop. XXXV]. erit igitur

$$NK : E = EH : M + A + K\Theta + E.$$

est autem $NK = E$.¹⁾ quare etiam

$$EH = M + A + \Theta K + E.$$

uerum etiam

$$ZE = E \text{ et } E = A + B + \Gamma + \Delta + 1.$$

quare erit totus

$ZH = E + \Theta K + A + M + A + B + \Gamma + \Delta + 1$. et hi eum metiuntur. dico, etiam nullum alium ZH numerum metiri praeter $A, B, \Gamma, \Delta, E, \Theta K, A, M$ et unitatem. nam si fieri potest, metiatur O numerum ZH , neu O ulli numerorum $A, B, \Gamma, \Delta, E, \Theta K, A, M$ aequalis sit. et quoties O numerum ZH metitur, tot unitates sint in Π . ergo $\Pi \times O = ZH$. uerum etiam $E \times \Delta = ZH$. quare est [VII, 19] $E : \Pi = O : \Delta$. et quoniam ab unitate deinceps proportionales sunt A, B, Γ, Δ , numerum Δ nullus alius metietur nume-

1) Nam $\Theta K = 2E$ et $\Theta N = E$.

Π, O . ἀρα] om. F. 25. εἰσιν ἀνάλογον BV. ἀριθμοὶ of Theon (BFVq). Post Γ, Δ add. BV: ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα ὁ A πρῶτός ἐστι· διὸς γάρ.

ἄλλου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρὲς τῶν *A, B, Γ*. καὶ
 ὑπόκειται ὁ *O* οὐδενὶ τῶν *A, B, Γ* ὁ αὐτός· οὐκ ἄρα
 μετρήσει ὁ *O* τὸν *Δ*. ἀλλ' ὥς ὁ *O* πρὸς τὸν *Δ*, ὁ
E πρὸς τὸν *Π*· οὐδὲ ὁ *E* ἄρα τὸν *Π* μετρεῖ. καὶ
 5 ἔστιν ὁ *E* πρῶτος· πᾶς δὲ πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς
 ἅπαντα, ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός [ἐστιν]. οἱ *E, Π* ἄρα
 πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλά-
 χιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον
 ἔχοντας ἰσάκεις ὃ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ
 10 ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον· καὶ ἐστιν ὥς ὁ *E* πρὸς τὸν
Π, ὁ *O* πρὸς τὸν *Δ*· ἰσάκεις ἄρα ὁ *E* τὸν *O* μετρεῖ
 καὶ ὁ *Π* τὸν *Δ*. ὁ δὲ *Δ* ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρεῖται
 παρὲς τῶν *A, B, Γ*· ὁ *Π* ἄρα ἐνὶ τῶν *A, B, Γ* ἐστιν
 ὁ αὐτός. ἔστω τῷ *B* ὁ αὐτός. καὶ ὅσοι εἰσὶν οἱ
 15 *B, Γ, Δ* τῷ πλήθει τοσοῦτοι εἰλήφθωσαν ἀπὸ τοῦ
E οἱ *E, ΘΚ, Α*. καὶ εἰσιν οἱ *E, ΘΚ, Α* τοῖς *B,*
Γ, Δ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὥς ὁ *B*
 πρὸς τὸν *Δ*, ὁ *E* πρὸς τὸν *Α*. ὁ ἄρα ἐκ τῶν *B, Α*
 ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν *Δ, Ε*· ἀλλ' ὁ ἐκ τῶν *Δ, Ε* ἴσος
 20 ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν *Π, Ο*· καὶ ὁ ἐκ τῶν *Π, Ο* ἄρα ἴσος
 ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν *B, Α*. ἔστιν ἄρα ὥς ὁ *Π* πρὸς τὸν
B, ὁ *Α* πρὸς τὸν *Ο*. καὶ ἐστιν ὁ *Π* τῷ *B* ὁ αὐτός·
 καὶ ὁ *Α* ἄρα τῷ *Ο* ἐστιν ὁ αὐτός· ὅπερ ἀδύνατον·
 ὁ γὰρ *O* ὑπόκειται μηδενὶ τῶν ἐκκειμένων ὁ αὐτός.
 25 οὐκ ἄρα τὸν *ZH* μετρήσει τις ἀριθμὸς παρὲς τῶν

1. καὶ ὑπόκειται ὁ] ὁ δὲ BFVq. 2. Γ] Γ ἐστὶν FVq.
 3. O] (prius) Π B. 4. τὸν] (prius) om. F. μετρήσει V. 5.
 πᾶς] ἅπας BVq. πᾶς δὲ πρῶτος] om. F. 6. μετρεῖ F. ἐστὶν]
 om. P. 9. ἔχοντας αὐτοῖς V. 11. O] Π φ (non F). E]
 corr. ex O m. 1 F. O] e corr. F. 13. B] (alt.) om. q.
 16. B] E B. 19. Δ, E] E, Δ q. ἀλλά P. Δ, E] E,

rus praeter A, B, Γ [prop. XIII]. et suppositum est, O nulli numerorum A, B, Γ aequalem esse. quare O numerum Δ non metietur. est autem $O : \Delta = E : \Pi$. itaque ne E quidem numerum Π metitur [VII def. 20]. et E primus est. omnis autem primus numerus ad omnem, quem non metitur, primus est [VII, 29]. ergo E, Π inter se primi sunt. primi autem etiam minimi sunt [VII, 21], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem; et est

$$E : \Pi = O : \Delta.$$

itaque E numerum O et Π numerum Δ aequaliter metitur. Δ autem numerum nullus alius metitur praeter A, B, Γ . itaque Π alicui numerorum A, B, Γ aequalis est. sit $\Pi = B$. et quot sunt multitudine B, Γ, Δ , totidem sumantur ab E numeri $E, \Theta K, \Lambda$. et $E, \Theta K, \Lambda$ in eadem ratione sunt ac B, Γ, Δ . itaque ex aequo erit [VII, 14] $B : \Delta = E : \Lambda$. quare

$$B \times \Lambda = \Delta \times E \text{ [VII, 19].}$$

sed $\Delta \times E = \Pi \times O$. quare etiam

$$\Pi \times O = B \times \Lambda.$$

itaque $\Pi : B = \Lambda : O$ [VII, 19]. et $\Pi = B$. itaque etiam $\Lambda = O$; quod fieri non potest. nam suppositum est, O nulli numerorum propositorum aequalem esse. itaque nullus numerus numerum ZH me-

Δ q. 22. B] (prius) e corr. q. 23. Λ] $O \varphi$ (non F). O] $\Lambda \varphi$ (non F). 24. $\epsilon\gamma\kappa\epsilon\mu\acute{\epsilon}\nu\omega\nu$ FV. 25. $\mu\epsilon\tau\rho\epsilon\iota$ P.

$A, B, \Gamma, \Delta, E, \Theta K, \Lambda, M$ καὶ τῆς μονάδος. καὶ ἐδείχθη ὁ ZH τοῖς $A, B, \Gamma, \Delta, E, \Theta K, \Lambda, M$ καὶ τῇ μονάδι ἴσος. τέλειος δὲ ἀριθμὸς ἐστὶν ὁ τοῖς ἐαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὧν· τέλειος ἄρα ἐστὶν ὁ ZH . ὅπερ
 δ ἐδει δεῖξαι.

1. A, M] insert. m. 2 in fine lin. F; leg. m. 1 in init. seq., del. m. 2. Post μονάδος add. Theon: οἱ $A, B, \Gamma, \Delta, E, \Theta K, \Lambda, M$ ἄρα μόνοι καὶ ἡ μονὰς μετροῦσι τὸν ZH (BFVq). In fine: Εὐκλείδου στοιχείων θ' P, Εὐκλείδου στοιχείων τῆς Θέωνος έκδο. θ' F.

titur praeter $A, B, \Gamma, \Delta, E, \Theta K, \Lambda, M$ et unitatem.¹⁾
et demonstratum est, esse

$ZH = A + B + \Gamma + \Delta + E + \Theta K + \Lambda + M + 1.$
perfectus autem numerus is est, qui partibus suis aequalis est [VII def. 22]. ergo ZH perfectus est; quod erat demonstrandum.

1) Ii autem metiuntur numerum ZH ; p. 410, 15.



APPENDIX.

V, 19 πόρ.

Γεγόνασι δὲ οἱ λόγοι καὶ ἐπὶ τῶν ἰσάκεις πολλα-
 πλασίῳν καὶ ἐπὶ τῶν ἀναλογιῶν, ἐπειδήπερ ἂν πρῶ-
 τον δευτέρου ἰσάκεις ἢ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τε-
 5 τάρτου, ἔσται καὶ ὥς τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον,
 οὕτως τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον. οὐκέτι δὲ καὶ
 ἀντιστρέφει· ἂν ἢ ὥς πρῶτον πρὸς δεύτερον, οὕτως
 τρίτον πρὸς τέταρτον, οὐ πάντως ἔσται καὶ τὸ μὲν
 πρῶτον τοῦ δευτέρου ἰσάκεις πολλαπλάσιον τὸ δὲ τρί-
 10 τον τοῦ τετάρτου, καθάπερ ἐπὶ τῶν ἡμιολίων ἢ ἐπι-
 τρίτων λόγων ἢ τῶν τοιούτων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

VI, 20.

Ἄλλως.

Δείξομεν δὴ καὶ ἑτέρως προχειρότερον ὁμόλογα
 15 τὰ τρίγωνα.

Ἐκκείσθωσαν γὰρ πάλιν τὰ $ABΓΔE$, $ZHΘKΔ$
 πολύγωνα, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ BE , $EΓ$, HA , $AΘ$.
 λέγω, ὅτι ὥς τὸ ABE τρίγωνον πρὸς τὸ ZHA , οὕ-
 τως τὸ $EBΓ$ πρὸς τὸ $AHΘ$ καὶ τὸ $ΓΔE$ πρὸς τὸ

1. In textu post δεῖξαι p. 56, 3 habent BFVp, ed. Basil.;
 mg. m. 1 P. 3. ἐπὶ] om. F. πρῶτος P. 4. πολλαπλάσιον
 ἢ F. 5. ἔσται καὶ] corr. ex καὶ ἔσται m. 1 V. τό] (alt.)
 om. F. 7. ἀναστρέφει P. ἂν γάρ ed. Basil. ὥς τό P, ed.
 Basil. πρὸς τό P. 8. τὸ τρίτον πρὸς τό P. 10. ἡμιολίων
 λόγων p. 11. λόγων] φ, om. ἢ τῶν τοιούτων, sed in lin.
 seq. leg. a m. 1: λόγων ἢ τῶν τοιούτων (euan.); om. P. ὅπερ
 ἔδει δεῖξαι] ὅπερ F; om. P. 12. PBFVp; cfr. Campanus.

V, 19 coroll.

Hae rationes autem et de aequae multiplicibus et de proportionibus ualent, quoniam si primum secundi aequae multiplex est ac tertium quarti, erit etiam ut primum ad secundum, ita tertium ad quartum. uerum conuerti non potest; neque enim si est ut primum ad secundum, ita tertium ad quartum, ideo semper erit primum secundi aequae multiplex et tertium quarti, uelut in rationibus sesquialteris uel sesquiterciis uel similibus; quod erat demonstrandum.

VI, 20.

Aliter.¹⁾

Iam aliter quoque promptius demonstrabimus, triangulos correspondentes esse.

ponantur enim rursus polygona $AB\Gamma\Delta E$, $ZH\Theta KA$, et ducantur BE , $E\Gamma$, HA , $A\Theta$. dico, esse

$$ABE : ZHA = EB\Gamma : AH\Theta = \Gamma\Delta E : \Theta KA.$$

1) Campanus VI, 18: „aliter potest demonstrari secundum.“ deinde eodem modo, quo hic fit, demonstrat, triangulos correspondentes esse, et inde concludit de polygonis totis.

13. ἄλλως] om. B, m. 2 FV; κβ' p, F mg. m. 1. 16. γὰρ] m. 2 F. Post Θ ras. 1 litt. V. 18. Post ὅτι add. ἐστὶν BVp, F m. 2. ZAH F, A in ras. m. 2 V.

ΘΚΛ. ἐπεὶ γὰρ ὁμοιόν ἐστι τὸ *ABE* τρίγωνον τῷ
ZHA τριγώνῳ, τὸ *ABE* ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸ *ZHA*
 διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ περ ἢ *BE* πρὸς τὴν *HA*.
 διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ *BEΓ* τρίγωνον πρὸς τὸ *HAΘ*
 5 τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ περ ἢ *BE* πρὸς
 τὴν *HA*. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ *ABE* τρίγωνον πρὸς τὸ
ZHA τρίγωνον, οὕτως τὸ *BEΓ* πρὸς τὸ *HAΘ*. πάλιν
 ἐπεὶ ὁμοιόν [ἐστι] τὸ *EBΓ* τρίγωνον τῷ *AHΘ*
 τριγώνῳ, τὸ *EBΓ* ἄρα πρὸς τὸ *AHΘ* διπλασίονα
 10 λόγον ἔχει ἢ περ ἢ *ΓΕ* εὐθεία πρὸς τὴν *ΘΑ*. διὰ τὰ
 αὐτὰ δὴ καὶ τὸ *ΕΓΔ* τρίγωνον πρὸς τὸ *ΑΘΚ* τρί-
 γωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ περ ἢ *ΓΕ* πρὸς τὴν
ΘΑ. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ *BEΓ* τρίγωνον πρὸς τὸ *AHΘ*,
 οὕτως τὸ *ΕΓΔ* πρὸς τὸ *ΑΘΚ*. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς
 15 τὸ *EBΓ* πρὸς τὸ *AHΘ*, οὕτως τὸ *ABE* πρὸς τὸ
ZHA. καὶ ὡς ἄρα τὸ *ABE* πρὸς τὸ *ZHA*, οὕτως
 τὸ *BEΓ* πρὸς τὸ *HAΘ* καὶ τὸ *ΕΓΔ* πρὸς τὸ *ΑΘΚ*.
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

VI, 27.

20

"Ἀλλως.

"Ἐστω γὰρ πάλιν ἡ *AB* τμηθεῖσα δίχα κατὰ τὸ *Γ*

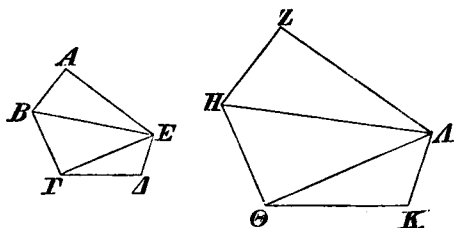
1. ἐστι] m. 2 F. 2. ἄρα] om. V. 4. *BEΓ*] "Ε'ΒΓF.
 7. Post *BEΓ* add. τρίγωνον Bp, m. 2 FV. 8. ἐστι] om. P.
 10. εὐθεία] m. 2 V. 11. *ΕΓΔ*] corr. ex *ΓΕΔ* m. 1 p.
 πρὸς τὸ *ΑΘΚ* τρίγωνον] mg. m. 2 B, om. p; διπλασίονα λόγον
 ἔχει πρὸς in ras. m. 2 F; seq. τὸ *ΑΘΚ* τρίγωνον m. 1. 12.
 διπλασίονα λόγον ἔχει] in ras. m. rec. F. 13. *BEΓ*] *EBΓP*.
 14. *ΓΕΔ*] *ΕΓΔ* P. 15. *ABE* πρὸς] in ras. m. 2 V, seq.
 πρὸς m. 1. 16. καὶ ὡς ἄρα — 17: *BEΓ* πρὸς] in ras. F.
 17. *BEΓ*] B in ras. m. 2 V. Post *ΑΘΚ* add. BVP: καὶ
 ὡς ἄρα ἐν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἐν τῶν ἐπομένων, οὕτως ἅπαντα
 τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἐπόμενα καὶ τὰ λοιπὰ ὡς ἐν τῇ
 προτέρᾳ δεῖξει; idem F, sed postea insert. in ras. 19. Post

nam quoniam $ABE \sim ZHA$, erit [VI, 19]

$$ABE : ZHA = BE^2 : HA^2.$$

eadem de causa erit etiam

$$BEG : HA\Theta = BE^2 : HA^2.$$



itaque $ABE : ZHA = BEG : HA\Theta$. rursus quoniam $EBG \sim AH\Theta$, erit $EBG : AH\Theta = GE^2 : \Theta A^2$. eadem de causa etiam erit $EG\Delta : \Delta\Theta K = GE^2 : \Theta A^2$. itaque $BEG : AH\Theta = GE\Delta : \Delta\Theta K$. sed demonstratum est etiam $EBG : AH\Theta = ABE : ZHA$. ergo etiam $ABE : ZHA = BEG : HA\Theta = EG\Delta : \Delta\Theta K$; quod erat demonstrandum.

VI, 27.

Aliter.¹⁾

Nam rursus AB in Γ in duas partes aequales di-

1) Est alter casus prop. 27. locum interpolatum esse, supra demonstraui. cum in P in mg. m. rec. addatur, ueri simile est, eum a Theone profectum esse. Campanus VI, 26: „idem etiam esset, si superficies $af (= AE)$ fieret altior superficie $cd (= AA)$, ut uidere potes in secunda figura“.

$\delta\epsilon\iota\chi\epsilon\iota$ VI, 27 extr. B F V p; mg. m. rec. P; similia habet Campanus VI, 26. 21. $\lambda\alpha'$ mg. p.

καὶ παραβληθὲν τὸ AA ἔλλειπον εἶδει τῷ AB , καὶ
 παραβεβλήσθω πάλιν παρὰ τὴν AB τὸ AE παραλλη-
 λόγραμμον ἔλλειπον τῷ EB ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως
 κειμένῳ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῷ AB . λέγω, ὅτι
 5 μείζον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβληθὲν τὸ AA
 τοῦ AE .

Ἐπεὶ γὰρ ὁμοίον ἐστὶ τὸ EB τῷ AB , περὶ τὴν
 αὐτὴν εἰσι διάμετρον. ἔστω αὐτῶν διάμετρος ἡ EB
 καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ
 10 AZ τῷ $A\Theta$, ἐπεὶ καὶ ἡ ZH τῇ $H\Theta$, μείζον ἄρα τὸ
 AZ τοῦ KE . ἴσον δὲ τὸ AZ τῷ AA . μείζον ἄρα
 καὶ τὸ AA τοῦ EK . κοινὸν [προσκεισθῶ] τὸ KA .
 ὅλον ἄρα τὸ AA ὅλου τοῦ AE μείζον ἐστίν· ὅπερ
 εἶδει δεῖξαι.

16

VI, 30.

Ἄλλως.

Ἐστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ AB . δεῖ δὴ τὴν AB
 ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Τετμήσθω γὰρ ἡ AB κατὰ τὸ Γ ὥστε τὸ ὑπὸ
 20 τῶν AB , $B\Gamma$ ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς ΓA τετραγώνῳ.
 ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν AB , $B\Gamma$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς
 ΓA , ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ BA πρὸς τὴν AG , οὕτως ἡ
 AG πρὸς τὴν GB . ἡ AB ἄρα ἄκρον καὶ μέσον
 λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Γ · ὅπερ εἶδει ποιῆσαι.

1. AB] AB φ (non F). 2. AE] $A\Theta$ corr. ex $A\Theta$ FV.
 3. τῷ] τό F. 4. τῷ AB] PBP; mutat. in τῆς AB m. 2 F;
 τῆς BA (supra est ras.) τῷ AB V. 10. AZ] corr. ex AZ
 m. rec. F. 11. KE] in ras. m. 2 V. ἴσον δέ — 12: τοῦ
 EK] bis Bp et V mg. m. 2. 12. καί] supra m. 1 p (prior
 loco, in repetitione in textu est). προσκεισθῶ] Pp; om. BF;
 ἔστω V. 15. PBFVp. 16. ἄλλως] mg. Fp, iidem add.
 λε' (in F del. m. rec.). 17. τὴν AB εὐθεῖαν FV. 20. ΓA]

VI, 31.

"Αλλως.

Ἐπεὶ τὰ ὅμοια σχήματα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ
 τῶν ὁμολόγων πλευρῶν, τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ ἄρα εἶδος
 5 πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ εἶδος διπλασίονα λόγον ἔχει
 ἥπερ ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΑ. ἔχει δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς
 ΒΓ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ τετράγωνον
 διπλασίονα λόγον ἥπερ ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΑ. καὶ ὥς
 ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ
 10 εἶδος, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον πρὸς τὸ
 ἀπὸ τῆς ΒΑ τετράγωνον. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὥς
 τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΑ εἶδος,
 οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς
 ΓΑ τετράγωνον. ὥστε καὶ ὥς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ εἶδος
 15 πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ εἶδη, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς
 ΒΓ τετράγωνον πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ τετράγω-
 να. ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον τοῖς ἀπὸ
 τῶν ΒΑ, ΑΓ τετραγώνοις. ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς
 ΒΓ εἶδος τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ εἶδεσι τοῖς ὁμοίοις
 20 [τε] καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

VI, 33.

Λέγω, ὅτι καὶ ὥς ἡ ΒΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΕΖ
 περιφέρειαν, οὕτως ὁ ΗΒΓ τομεὺς πρὸς τὸν ΘΕΖ
 τομέα.

1. PBFVp. 3. λξ' Fp. ἐστὶ] εἰσὶ V. 5. ἐχη φ.
 6. ΓΒ] in ras. V m. 2. 7. τό] τήν φ. 8. ΓΒ] mut. in
 ΒΓ m. 2 V. ΒΑ. καὶ] ΒΓ φ (non F). 9. ΓΒ] in ras.
 m. 2 V, ΓΑ φ (non F). εἶδος — 10: ΓΒ] mg. m. 1 F. 10.
 εἶδος] om. V. ΓΒ] in ras. m. 2 V. 11. δῆ] om. P. 12.
 εἶδος] (alt.) om. V. 13. ΒΓ] e corr. m. 1 p. 14. ΓΑ] e corr.

VI, 31.

Aliter.¹⁾

Quoniam similes figurae in duplicata ratione sunt laterum correspondentium [VI, 20] figura in $B\Gamma$ descripta ad figuram in BA descriptam duplicatam rationem habebit quam $\Gamma B : BA$. uerum etiam quadratum in $B\Gamma$ descriptum ad quadratum in BA descriptum duplicatam rationem habebit quam ΓB ad BA . quare etiam figura in ΓB descripta ad figuram in BA descriptam eandem rationem habebit quam $\Gamma B^2 : BA^2$. eadem de causa etiam figura in $B\Gamma$ descripta ad figuram in ΓA descriptam eandem rationem habebit quam $B\Gamma^2 : \Gamma A^2$. quare etiam ut figura in $B\Gamma$ descripta ad figuras in BA , $A\Gamma$ descriptas, ita erit

$$B\Gamma^2 : BA^2 + A\Gamma^2.$$

uerum $B\Gamma^2 = BA^2 + A\Gamma^2$ [I, 47]. ergo etiam figura in $B\Gamma$ descripta aequalis est figuris in BA , $A\Gamma$ similibus et similiter descriptis; quod erat demonstrandum.

VI, 33.²⁾

Dico, esse etiam

$$\text{arc. } B\Gamma : \text{arc. } EZ = \text{sect. } H B \Gamma : \text{sect. } \Theta EZ.$$

1) U. fig. VI, 31.

2) Additamentum est Theonis post finem VI, 33; u. ibid. not.

m. 1 p. $\acute{\omega}\varsigma$] insert. m. 1 p. 15. $\epsilon\lambda\delta\eta$] $\epsilon\lambda\delta\omicron\varsigma \varphi$ (non F).
 16. $\tau\epsilon\tau\rho\acute{\alpha}\gamma\omega\nu\alpha$] $\tau\epsilon\tau\rho\acute{\alpha}\gamma\omega\nu$ F, $\tau\epsilon\tau\rho\acute{\alpha}\gamma\omega\nu\omicron\nu \varphi$. 19. $\epsilon\lambda\delta\epsilon\sigma\iota\nu$ B F p.
 $\tau\omicron\iota\varsigma$] om. B p. 20. $\tau\epsilon$] om. B F V p. $\acute{\omicron}\pi\epsilon\rho \acute{\epsilon}\delta\epsilon\iota \delta\epsilon\iota\chi\alpha\iota$] om. B F V p.
 21. B F V p, P mg. m. rec. 22. μ' mg. p.
 $\kappa\alpha\iota$] om. p. 23. ΘEZ] litt. EZ in ras. m. 1 V.

Ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΓ, ΓΚ. καὶ ληφθέντων ἐπὶ τῶν ΒΓ, ΓΚ περιφερειῶν τῶν Ξ, Ο σημείων ἐπεξεύχθωσαν καὶ αἱ ΒΞ, ΞΓ, ΓΟ, ΟΚ.

- Καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΒΗ, ΗΓ δυοὶ ταῖς ΓΗ, ΗΚ
 5 ἴσαι εἰσὶ καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν, καὶ βάσεις ἡ ΒΓ
 τῇ ΓΚ ἐστὶν ἴση, ἴσον ἄρα [ἐστὶ] καὶ τὸ ΗΒΓ τρι-
 γωνον τῷ ΗΓΚ τριγώνῳ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ
 περιφέρεια τῇ ΓΚ περιφέρειᾳ, καὶ ἡ λοιπὴ εἰς τὸν
 ὅλον κύκλον περιφέρεια ἴση ἐστὶ τῇ λοιπῇ εἰς τὸν
 10 ὅλον κύκλον περιφέρειᾳ· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΞΓ
 τῇ ὑπὸ ΓΟΚ ἐστὶν ἴση· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΞΓ
 τμήμα τῷ ΓΟΚ τμήματι. καὶ εἰσιν ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν
 τῶν ΒΓ, ΓΚ. τὰ δὲ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμή-
 ματα κύκλων ἴσα ἀλλήλοις εἰσίν· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ
 15 ΒΞΓ τμήμα τῷ ΓΟΚ τμήματι. ἔστι δὲ καὶ τὸ ΗΒΓ
 τρίγωνον τῷ ΗΓΚ τριγώνῳ ἴσον· καὶ ὅλος ἄρα ὁ
 ΒΗΓ τομεὺς ὅλῳ τῷ ΗΓΚ τομεῖ ἴσος ἐστίν. διὰ τὰ
 αὐτὰ δὴ καὶ ὁ ΗΚΑ τομεὺς ἐκατέρῳ τῶν ΗΒΓ,
 ΗΓΚ ἴσος ἐστίν. οἱ τρεῖς ἄρα τομεῖς οἱ ΗΒΓ, ΗΓΚ,
 20 ΗΑΚ ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ οἱ
 ΘΕΖ, ΘΖΜ, ΘΜΝ τομεῖς ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν. ὅσα-
 πλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ περιφέρεια τῆς ΒΓ πε-
 ριφερείας, τοσανταπλασίων ἐστὶ καὶ ὁ ΗΒΑ τομεὺς
 τοῦ ΗΒΓ τομέως. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὅσαπλασίων

2. Ante ἐπὶ del. τῶν p. ΓΚ] Γ corr. ex K m. 1 p.
 4. ΗΚ] K e corr. m. 2 V. 5. εἰσίν BF. περιέχουσι PFr;
 περιέχουσαι V, corr. m. 2. 6. ἐστὶ] om. BVp, insert. m. 1 F.
 ΒΗΓ P. 7. Post τριγώνῳ add. Bp: καὶ ἡ ΒΓ περιφέρεια
 τῇ ΓΚ περιφέρειᾳ. 8. ἡ λοιπὴ] F; λοιπὴ Bp; ἡ λοιπὴ ἡ PV.
 9. ὅλον] ΑΒΓ PV. ἴση] ἡ ΚΑΓ ἴση F. ἐστὶ] om. P,
 ἐστίν B. τῇ] om. V. λοιπῇ] om. P; λοιπῇ τῇ V. 10.
 ὅλον] Bp, αὐτόν ΑΒΓ PV, om. F. ὥστε] post ras. 1 litt. V,
 τῇ ΓΑΒ· ὥστε F. 11. γωνία τῇ V. 13. ΓΚ] ΚΓ m. 2 V.

Ducantur enim $B\Gamma$, ΓK^1), et in arcibus $B\Gamma$, ΓK sumptis punctis Ξ , O ducantur etiam $B\Xi$, $\Xi\Gamma$, ΓO , OK . et quoniam $BH = HK$ et $H\Gamma = H\Gamma$, et aequales angulos comprehendunt, et $B\Gamma = \Gamma K$ [III, 29], erit etiam $\triangle HBG = \triangle H\Gamma K$ [I, 4]. et quoniam

$$\text{arc. } B\Gamma = \text{arc. } \Gamma K,$$

erit etiam $\text{arc. } B\Lambda\Gamma = \text{arc. } \Gamma\Lambda K$. quare etiam

$$\angle B\Xi\Gamma = \angle \Gamma OK \text{ [III, 27].}$$

ergo segmentum $B\Xi\Gamma$ simile est segmento ΓOK [II def. 11]. et in aequalibus sunt rectis $B\Gamma$, ΓK . quae autem in aequalibus rectis sunt segmenta circulorum similia, inter se aequalia sunt [III, 24]. ergo

$$\text{segm. } B\Xi\Gamma = \text{segm. } \Gamma OK.$$

uerum etiam $\triangle HBG = \triangle H\Gamma K$. itaque

$$\text{sect. } BH\Gamma = \text{sect. } H\Gamma K.$$

eadem de causa etiam $\text{sect. } HK\Lambda = \text{sect. } HBG = \text{sect. } H\Gamma K$. itaque tres sectores HBG , $H\Gamma K$, $H\Lambda K$ inter se aequales sunt. eadem de causa etiam sectores ΘEZ , ΘZM , ΘMN inter se aequales sunt. itaque quoties arcus AB multiplex est arcus $B\Gamma$, toties etiam sector HBA sectoris HBG multiplex est. eadem de

1) U. fig. VI, 33.

$\delta\epsilon]$ δ' F. 14. ἀλλήλοις] -λοις in ras. F. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ F. 15. $HBG]$ HB in ras. m. 2 V. 16. -γωνον τῷ $H\Gamma K$ τριγώνῳ ἴσον in ras. m. 2 F. 17. $BH\Gamma]$ HBG P, V m. 2. $H\Lambda K$ P, V m. 2. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ BV, comp. Pp. 18. HBG , $H\Gamma K]$ prius Γ et K e corr. m. 2 V, $B\Gamma$, $H\Lambda K$ Bp. 19. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ V. $οἱ]$ (alt.) δ P. $HBG]$ HB corr. ex BH V m. 2, in ras. F. $H\Gamma K]$ $H\Gamma$ corr. ex ΓH m. 2 V. 20. $H\Lambda K]$ $KHKA$ P, HKA corr. ex KHA m. 2 V. $\acute{\epsilon}\lambda\acute{\iota}\sigma\iota$ Vp. $\delta\iota\acute{\alpha}$ — 21: $\acute{\epsilon}\lambda\acute{\iota}\sigma\iota\nu]$ om. P. 20. $οἱ]$ corr. ex δ m. 1 F. 21. $\Theta ZM]$ M insert. m. 1 F. 22. $AB]$ A in ras. V. $B\Gamma]$ in ras. m. 2 V. 23. $HBA]$ B add. m. recentiss. P; HAB Bp, V in ras. m. 2.

- ἐστὶν ἡ *NE* περιφέρεια τῆς *EZ* περιφερείας, τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ ἡ *ΘΕΝ* τομεὺς τοῦ *ΘΕΖ* τομέως. εἰ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ *ΒΑ* περιφέρεια τῇ *ΕΝ* περιφερείᾳ, ἴσος ἐστὶ καὶ ὁ *ΒΗΛ* τομεὺς τῷ *ΕΘΝ* τομεῖ, καὶ
 5 εἰ ὑπερέχει ἡ *ΒΑ* περιφέρεια τῆς *ΕΝ* περιφερείας, ὑπερέχει καὶ ὁ *ΒΗΛ* τομεὺς τοῦ *ΘΕΝ* τομέως, καὶ εἰ ἐλλείπει, ἐλλείπει. τεσσάρων δὲ ὄντων μεγεθῶν δύο μὲν τῶν *ΒΓ*, *ΕΖ* περιφερειῶν, δύο δὲ τῶν *ΗΒΓ*, *ΕΘΖ* τομέων ἐληπτὰ ἰσάκεις πολλαπλάσια τῆς μὲν
 10 *ΒΓ* περιφερείας καὶ τοῦ *ΗΒΓ* τομέως ἢ τε *ΒΑ* περιφέρεια καὶ ὁ *ΗΒΛ* τομεὺς, τῆς δὲ *ΕΖ* περιφερείας καὶ τοῦ *ΘΕΖ* τομέως ἰσάκεις πολλαπλάσια ἢ τε *ΕΝ* περιφέρεια καὶ ὁ *ΘΕΝ* τομεὺς· καὶ δέδεικται, ὅτι εἰ ὑπερέχει ἡ *ΒΑ* περιφέρεια τῆς *ΕΝ* περιφερείας, ὑπερ-
 15 ἔχει καὶ ὁ *ΒΗΛ* τομεὺς τοῦ *ΕΘΝ* τομέως, καὶ εἰ ἴση, ἴσος, καὶ εἰ ἐλλείπει, ἐλλείπει. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ *ΒΓ* περιφέρεια πρὸς τὴν *ΕΖ*, οὕτως ὁ *ΗΒΓ* τομεὺς πρὸς τὸν *ΘΕΖ* τομέα.

[Πόρισμα.]

- 20 Καὶ δῆλον, ὅτι καὶ ὡς ὁ τομεὺς πρὸς τὸν τομέα, οὕτως καὶ ἡ γωνία πρὸς τὴν γωνίαν.

Uulgo VII, 20.

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ᾦσιν, ὁ ὑπὸ τῶν ἁκρῶν ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου. καὶ ἐὰν ὁ ὑπὸ

1. τοσαυταπλάσιος PBr. 3. περιφερεία] om. V. 4. *ΕΘΝ*] BFr, *ΕΘΗ* φ et e corr. PV. 5. *ΒΑ*] B eras. B. 6. *ΒΗΛ*] BH in ras. m. 2 V, *ΗΒΛ* P. *ΘΕΝ*] *ΕΘΝ* Fr. 7. δῆ] δέ p. 8. μὲν] m. 2 F. 10. *ΒΓ*] B e corr. m. 1 p. 12. πολλαπλάσιον V. 13. εἰ] corr. ex ἡ V m. 2. 14. *ΒΛ*]

causa etiam quoties arcus NE multiplex est arcus EZ , toties etiam sector $\odot EN$ sectoris $\odot EZ$ multiplex est. ergo si arc. $BA =$ arc. EN , erit sect. $BHA =$ sect. $E\odot N$, et si arc. $BA >$ arc. EN , erit sect. $BHA >$ sect. $\odot EN$, et si arc. $BA <$ arc. EN , erit etiam sect. $BHA <$ sect. $E\odot N$. datis igitur quattuor magnitudinibus duobus arcibus $B\Gamma$, EZ et duobus sectoribus HBF , $E\odot Z$, arcus $B\Gamma$ et sectoris HBF sumpti sunt aequae multiplices arcus BA et sector HBA , arcus autem EZ et sectoris $\odot EZ$ aequae multiplices arcus EN et sector $\odot EN$. et demonstratum est, si arc. $BA >$ arc. EN , esse etiam sect. $BHA >$ sect. $E\odot N$, si aequalis sit, aequalem, si minor, minorem. ergo arc. $B\Gamma : \text{arc. } EZ = \text{sect. } HBF : \text{sect. } \odot EZ$ [V def. 5]. — Corollarium. — et adparet, esse etiam, ut sector ad sectorem, ita angulum ad angulum.¹⁾

Uulgo VII, 20.

Si tres numeri proportionales sunt, productum extremorum aequale est quadrato medii. et si productum extremorum aequale est quadrato medii, tres numeri illi proportionales sunt.

1) Hoc corollarium, quod e genuina propositione Euclidis facile deriuatur, iam a Zenodoro usurpatur (ap. Theonem in Ptolem. p. 12 ed. Basil.: ὡς δ' ὁ τομεὺς πρὸς τὸν τομέα, ἢ ὑπὸ $E\odot A$ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ $M\odot A$), nisi ibi Theon ipse p. 12, 4 sq. addidit.

A in ras. m. 2 V. 16. ἴσος] ἴση V. 18. $\odot EZ$] $\odot E P$.
19. πόρισμα] om. PBFVp. 22. FVp, B mg. m. 1, P mg.
m. rec. κ' FVp. 24. δ] supra P.

- τῶν ἄκρων ἴσος ἢ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου, οἱ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν. ἔστωσαν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ A, B, Γ , ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ B πρὸς τὸν Γ . λέγω, ὅτι ὁ ἐκ τῶν A, Γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ B . κείσθω γὰρ τῷ B ἴσος ὁ Δ . ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Γ . ὁ ἄρα ἐκ τῶν A, Γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν B, Δ . ὁ δὲ ἐκ τῶν B, Δ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ B . ἴσος γὰρ ὁ B τῷ Δ . ὁ ἄρα ἐκ τῶν A, Γ ἴσος τῷ ἀπὸ τοῦ B .
- 10 Ἀλλὰ δὴ ἡ ἐκ τῶν A, Γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ B . λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ B πρὸς τὸν Γ . ἐπεὶ γὰρ ὁ ἐκ τῶν A, Γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ B , ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ B ἴσος τῷ ὑπὸ [τῶν] B, Δ , ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Δ
- 15 πρὸς τὸν Γ . ἴσος δὲ ὁ B τῷ Δ . ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ B πρὸς τὸν Γ . ὅπερ εἶδει δεῖξαι.

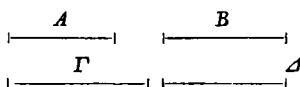
Uulgo VII, 22.

- Ἐὰν ὧσι τρεῖς ἀριθμοὶ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἢ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

- Ἐστωσαν τρεῖς ἀριθμοὶ οἱ A, B, Γ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος οἱ Δ, E, Z σύνδυο λαμβανόμενοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἔστω δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, ὡς μὲν ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν Z , ὡς δὲ ὁ B πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν E . λέγω, ὅτι καὶ δι' ἴσου ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Z .

2. οἱ τρεῖς FV. ἀνάλογοι p. 3. οἱ] ὁ BFV. ὁ B]

Sint tres numeri proportionales A, B, Γ , ita ut sit $A : B = B : \Gamma$. dico, esse $A \times \Gamma = B^2$. pona-



tur enim $\Delta = B$. est igitur $A : B = \Delta : \Gamma$. itaque $A \times \Gamma = B \times \Delta$ [VII, 19]. sed $B \times \Delta = B^2$; nam $B = \Delta$. ergo $A \times \Gamma = B^2$.

Iam uero sit $A \times \Gamma = B^2$. dico, esse $A : B = B : \Gamma$.

Nam quoniam $A \times \Gamma = B^2$, et $B^2 = B \times \Delta$, erit [VII, 19] $A : B = \Delta : \Gamma$. sed $B = \Delta$. ergo $A : B = B : \Gamma$; quod erat demonstrandum.

Uulgo VII, 22.

Si tres numeri dati sunt et alii iis multitudine aequales, duo simul coniuncti et in eadem ratione, et proportio eorum perturbata est, etiam ex aequo in eadem ratione erunt.

Dati sint tres numeri A, B, Γ et alii iis multitudine aequales Δ, E, Z , duo simul coniuncti in eadem ratione, et proportio eorum perturbata sit, ita ut sit $A : B = E : Z$ et $B : \Gamma = \Delta : E$. dico, etiam ex aequo esse $A : \Gamma = \Delta : Z$.

ὁ δεύτερος supra scr. β P. 4. ὁ] supra P. 7. ἐστίν V, comp. B. ἐκ τῶν] ἀπὸ τοῦ p. 8. ἐστίν V, comp. B. γάρ] corr. ex ἄρα V. 9. ἴσος ἐστὶ FV. 10. ἔστω] ἐστὶ comp. p. 12. γρ. ὑπὸ EΔ mg. F. 13. ἴσος ἐστὶ FV. ὑπὸ] ἀπὸ p, om. B. τῶν] τοῦ p, om. BFV. 14. B] (prius) AF, ΓB. 16. ὅπερ εἰδει δεῖξαι] om. Pp. 17. BFVp, P mg. m. rec., add. a Theone post VII, 20. κβ' PBFVp. 19. ὡσιν FV. 25. καὶ ἐν P. 29. τὸν Γ] corr. ex τὸ Γ V.

Ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ο *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *E* πρὸς τὸν *Z*, ὁ ἄρα ἐκ τῶν *A*, *Z* ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν *B*, *E*. πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ *B* πρὸς τὸν *Γ*, οὕτως ὁ *Δ* πρὸς τὸν *E*, ὁ ἄρα ἐκ τῶν *Δ*, *Γ* ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν *B*, *E*. ἐδείχθη δὲ καὶ ὁ ἐκ τῶν *A*, *Z* ἴσος τῷ ἐκ τῶν *B*, *E*. καὶ ὁ ἐκ τῶν *A*, *Z* ἄρα ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν *Δ*, *Γ*. ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *Γ*, οὕτως ὁ *Δ* πρὸς τὸν *Z*. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

VII, 31.

10

Ἄλλως.

Ἐστω σύνθετος ἀριθμὸς ὁ *A*. λέγω, ὅτι ὑπὸ πρῶτον τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. ἐπεὶ γὰρ σύνθετός ἐστὶν ὁ *A*, μετρηθήσεται ὑπὸ ἀριθμοῦ, καὶ ἔστω ἐλάχιστος τῶν μετρούντων αὐτὸν ὁ *B*. λέγω, ὅτι ὁ *B* πρῶτός ἐστιν. εἰ γὰρ μὴ, σύνθετός ἐστιν. μετρηθήσεται ἄρα ὑπὸ ἀριθμοῦ τινος. μετρείσθω ὑπὸ τοῦ *Γ*. ὁ *Γ* ἄρα τοῦ *B* ἐλάσσων ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ὁ *Γ* τὸν *B* μετρεῖ, ἀλλ' ὁ *B* τὸν *A* μετρεῖ, καὶ ὁ *Γ* ἄρα τὸν *A* μετρεῖ ἐλάσσων ὢν τοῦ *B*. ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ὁ *B* σύνθετός ἐστι. πρῶτος ἄρα. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Scholium ad VII, 39.

Τοῦ λθ'. πολλῶν ἀριθμῶν ὄντων καὶ ἐχόντων τὰ

2. τῷ ἐκ] τῷ ὑπὸ FV. 3. ὡς] om. p. 4. Δ, Γ] Γ, Δ B. 5. ὁ ἐκ] ὁ p. 6. καὶ] om. p. 7. ὁ] ὁ ἄρα FV. ἄρα] om. FV. 9. BVpφ. ante prop. 31; add. Theon. 10. ἄλλως] om. p, ἄλλως τὸ λβ τὸ ἐξῆς B mg. m. 1. 11. ἔστω — 13: ἐστὶν ὁ *A*] om. p. 13. καὶ] τινος· μετρείσθω, καὶ B. ἔστω ὁ p. 15. σύνθετός ἐστιν] ἐστὶν ὁ *B* πρῶτος Bφ, V in ras. 16. ἄρα] om. B. ὑπὸ τοῦ Γ] in ras. V, seq. ras. magna. 17. ἐστίν] ἐστὶ Vφ, comp. p. 18. ἀλλά Vφ. 20. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. Bp. 21. Post

Nam quoniam est $A : B = E : Z$, erit

A —————	$A \times Z = B \times E$ [VII, 19]. rur-
B —————	sus quoniam est $B : \Gamma = A : E$,
Γ —————	erit $A \times \Gamma = B \times E$ [id.]. de-
——— A	monstratum est autem, esse etiam
E —————	$A \times Z = B \times E$. quare etiam
Z —————	$A \times Z = A \times \Gamma$. ergo erit

$$A : \Gamma = A : Z \text{ [VII, 19];}$$

quod erat demonstrandum.

VII, 31.

Aliter.

Sit numerus compositus A . dico, primum numerum eum metiri.

Nam quoniam A compositus est, numerus aliquis eum metietur, et minimus eorum, qui eum metiuntur, sit B . dico, numerum B primum esse. nam si mi-

|—————| A |—————| B |—————| Γ

nus, compositus est. itaque numerus aliquis eum metietur. metiatur numerus Γ . itaque $\Gamma < B$. et quoniam Γ numerum B metitur, B autem numerum A metitur, etiam Γ numerum A metitur, quamquam $\Gamma < B$; quod absurdum est. itaque B compositus non est. ergo primus; quod erat demonstrandum,

Scholium ad VII, 39.

Propositionis XXXIX.¹⁾ Cum multi numeri sint,

1) Ergo hoc scholium scriptum est ante VII, 20 et 22 interpolatas.

titulum libri VIII V ϕ p (in V in spatio uacuo inter libb. VII et VIII postea insert.). 22. α' p (qui numeros propp. libri VIII uno maiores deinceps habet).

- αὐτὰ μέρη, οἷον εἰ τέχοι δίδοσθαι ϵ' γ' δ' ϵ' , εὐρεῖν
τον ἐλάχιστον ἀριθμὸν πάντων τῶν τὰ αὐτὰ μέρη
ἐχόντων αὐτοῖς. ἀριθμὸν εἰρεῖν, ὅς ἐλάχιστος ὢν
ἔξει τὰ δοθέντα μέρη τὸ ϵ' γ' δ' ϵ' ϵ' ζ' η' θ' ι'
5 $\iota\alpha'$ $\iota\beta'$ καὶ εἰς ἅπειρον. δεῖ οὖν λαβεῖν τοὺς ὁμωνύ-
μους αὐτῶν ἀριθμούς, τουτέστι τοῦ μὲν ἦμισυ το
 α , τοῦ δὲ γ' τα $\bar{\gamma}$, τοῦ δὲ δ' τα $\bar{\delta}$ καὶ ϵ' καὶ $\bar{\epsilon}$
καὶ ζ' η' θ' ι' $\iota\alpha$ $\iota\beta$ καὶ πολλαπλασιάσαι τον α ἐπὶ τα
 $\bar{\gamma}$. γίνονται $\bar{\gamma}$. τα $\bar{\gamma}$ ἐπὶ τὰ $\bar{\delta}$. γίνονται $\iota\beta$. τὰ $\iota\beta$ ἐπὶ
10 τα $\bar{\epsilon}$. γίνονται $\bar{\xi}$. τα $\bar{\xi}$ ἐπὶ τα $\bar{\epsilon}$. γίνονται $\tau\zeta$. τα $\tau\zeta$
ἐπὶ τα $\bar{\xi}$. γίνονται $\beta\phi\kappa$. οὗτος ἔχει τα ι μέρη το
 ϵ' γ' δ' ϵ' ϵ' καὶ τα λοιπά. πάλιν αὐτον πολλαπλα-
σιάσαι ἐπὶ τον $\iota\alpha$. γίνονται $\mu^{\nu}\beta$ $\zeta\psi\kappa$. οὗτος ὁ ἀριθ-
μὸς ἔχει τα δοθέντα μέρη το ϵ' γ' δ' ϵ' ϵ' ζ' η' θ'
15 ι' $\iota\alpha'$ $\iota\beta'$. ἐπὶ πάντων τῶν διδομένων οὕτως δεῖ
πολλαπλασιάξειν καὶ εὐρίσκειν τὸν ἀριθμὸν τον ἐλά-
χιστον ἔχοντα ταῦτα τα μέρη.

IX init.

- Εὐρίσκομεν τὸν συγκεείμενον λόγον ἐκ λόγων διὰ
20 ϵ' τοῦ η' . τὴν δὲ διαίρεσιν τοῦ λόγου εὐρίσκομεν
οὕτως· ἔστω ο A τοῦ B διπλοῦς, καὶ ἀπ' αὐτοῦ
ἀφελεῖν τριπλοῦν. ἔστω ὁ A Γ τριπλοῦς. λοιπὸς
ἄρα ὁ Γ B . λέγω, ὅτι ὁ Γ B ἡμιόλιός ἐστιν. μη

1. τύχη p. ϵ'] $\bar{\epsilon}$ p. 2. ἀριθμὸν] comp. V; καὶ φ.
τῶν] τόν φ. αὐτὰ] η' V φ. 3. ἔχοντα φ. ἀριθμὸν]
comp. V; καὶ φ. ὅς] ὡς V φ. 4. τό] τὰ p. ϵ'] in ras.
m. 1 p. 6. αὐτῶν] η τῶν V φ. 7. α] πρώτον V φ. καὶ
 $\bar{\epsilon}$ καὶ] τὰ $\bar{\epsilon}$ καὶ τὰ $\bar{\epsilon}$ p. 8. ι] om. V φ. πολλαπλασιάσας
V φ. α] πρώτον V φ. 9. $\bar{\gamma}$] τρία V φ. γίνονται]
semper comp. V φ. γίνεται p. $\bar{\gamma}$ τὰ] τρία τὰ p. $\bar{\gamma}$
τρία p. γίνεται p. $\iota\beta$] (prius) ιζ φ. 10. γίνονται] (prius)

qui easdem partes habeant, uelut $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5}$, inuenire minimum numerum omnium, qui easdem partes habent.

numerum inuenire minimum, qui datas partes $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6} \frac{1}{7} \frac{1}{8} \frac{1}{9} \frac{1}{10} \frac{1}{11} \frac{1}{12}$ cett. habeat. oportet igitur numeros iis cognomines sumere, h. e. parti dimidiaae numerum 1, tertiae 3, quartae 4, quintae 5 et 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12; et multiplicare $1 \times 3 = 3$, $3 \times 4 = 12$, $12 \times 5 = 60$, $60 \times 6 = 360$, $360 \times 7 = 2520$, qui habet decem partes $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6}$ cett. rursus $2520 \times 11 = 27720$, qui habet datas partes $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6} \frac{1}{7} \frac{1}{8} \frac{1}{9} \frac{1}{10} \frac{1}{11} \frac{1}{12}$. in omnibus datis ita oportet multiplicare et numerum minimum inuenire, qui has habeat partes.

Scholium. IX init.¹⁾

Rationem ex rationibus compositam per VIII, 5 inuenimus, rationis autem diuisionem ita inuenimus.

Sit $A : B = 2 : 1$, et ab ea oporteat auferre $3 : 1$.²⁾ sit $A : \Gamma = 3 : 1$. relinquitur igitur $\Gamma : B$. dico, esse $\Gamma : B = 2 : 3$. ne sit enim, sed si fieri potest, sit

1) Uidetur esse scholium ad VIII, 5.

2) H. e. $2 : 1$ per $3 : 1$ diuidere.

γίνεται p. 11. $[\beta\overline{\varphi\kappa}] \overline{\mu\varphi\eta} \varphi$. οὕτως V φ. $\overline{\iota}$] δέκα p.
12. γ' δ' ε' $\overline{\varsigma}$] $\overline{\gamma\gamma\delta} \varphi$. πολλαπλασιάζας Vp φ. 13. τόν]
τῶν p. β $[\xi\psi\kappa]$ $\overline{\mu\beta\psi\kappa}$ p, β' $\overline{\gamma\xi\psi\kappa} \varphi$. οὕτως] οὐ τό p.
15. $\overline{\iota}$] om. φ. δεδομένων p. 16. ἀριθμόν] comp. V, καί φ.
ἐλάττωνα Vp φ. 18. V φ post titulum libri IX (in V in spatio
uacuo inter libb. VIII et IX postea insert.).

γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω διπλοῦς ὁ Γ τοῦ B . ἔστι
 δὲ καὶ ὁ A τοῦ Γ τριπλοῦς· γενήσεται ἄρα καὶ ὁ
 τοῦ B ἑξαπλοῦς. ὑπόκειται δὲ διπλοῦς· ὅπερ ἄτοπον
 οὐκ ἄρα ἔσται ὁ Γ τοῦ B διπλοῦς. ὁμοίως δὲ δέξομεν
 5 ὅτι οὐδ' ἄλλον λόγον ἔχει ὁ B πρὸς τὸν Γ παρὰ
 τοῦ ἡμιολίου.

IX, 22.

Ἄλλως.

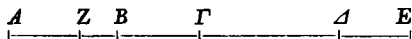
Ἡ καὶ οὕτως· ἐπεὶ οὖν ὁ AB περιττός ἐστιν.
 10 ἀφηρήσθω ἀπ' αὐτοῦ μονὰς ἡ ZB · λοιπὸς ἄρα ὁ AZ
 ἄρτιός ἐστιν. πάλιν ἐπεὶ ὁ $B\Gamma$ περιττός ἐστιν, καὶ
 ἐστι μονὰς ἡ ZB , ἄρτιος ἄρα ὁ $Z\Gamma$. ἔστι δὲ καὶ ὁ
 AZ ἄρτιος. καὶ ὅλος ἄρα ὁ $A\Gamma$ ἄρτιός ἐστιν. διὰ
 τὰ αὐτὰ δη καὶ ὁ ΓE ἄρτιός ἐστιν. ὥστε καὶ ὅλος
 15 ὁ AE ἄρτιός ἐστιν.

4. ἄρα] πτι φ. διπλοῦς] τριπλοῦς Vφ. 7. F solus pos-
 ἐστιν, ante ὅπερ p. 392, 13. 8. ἄλλως] om. F.

$\Gamma = 2B$. est autem etiam $A = 3\Gamma$. erit igitur $A = 6B$. sed supposuimus, esse $A = 2B$; quod absurdum est. ergo non erit $\Gamma = 2B$. similiter demonstrabimus, ne aliam quidem rationem habere B ad Γ praeter $2:3$.

IX, 22.

Uel etiam ita: quoniam AB impar est, ab eo auferatur unitas ZB . itaque qui relinquitur, AZ par est. rursus quoniam $B\Gamma$ impar est, et unitas est ZB , par est $Z\Gamma$. uerum etiam AZ par est. itaque etiam totus $A\Gamma$ par est [IX, 21]. eadem de causa etiam ΓE par est. ergo etiam totus AE par est [IX, 21].¹⁾



1) De figura cfr. IX, 22.

