Euclid

EVCLIDIS
SEX PRIMI ELEMENTORVM GEOMETRICORVM LIBRI,

In commodiorem formam contracti & demonstrati.

A P. GEORGIO FOVRNIER è societate IESV.

PARISIIS,
Apud MATHVRINVM HENAVLT, via Iacobæâ, sub signo Angeli Custodis, propè Collegium Societatis IESV.

M. DC. XLIII.
Cum Priuilegio Regis.

ILLVSTRISSIMO VIRO

Domino D.

[illegible]ICOLAO FOVCQVET,

REGI A SECRETIORIBVS Consilijs, Libellorúmque supplicum Magistro, Vicecomiti de Melun & de Vaux, &c.

Q*Vàm leuem mole, tàm ponderosum dignitate Libellum ad te defero, (Vir Illustrissime) qui cùm ingeniosissimus sis, peruidere quid* EVCLIDES *sibi velit, quid* EVCLIDI *lucis attulerim, facilè poteris. Ut tamen hoc essaij mei specimen [illegible]offerrem, duplex me caussa impulit, [illegible]rius, à te; altera, à spectatissimo [illegible]diu vixit, tota Gallia viro, Pa[illegible]e tuo. A te quidem, quem sanguine nobilem, doctrina spectabilem, vitæ æquabilitate mirabilem, prudentia Illustrem, eximium pietas, quem aliæ [illegible] corporisque tui dotes (quas hoc [illegible] numerare pudor tuus non sinit)*

E

Regi, regnique precipuis ordinibus gratiosum, amabilem omnibus, & quod his optabilius est, Deo prepotenti gratum, acceptúmque reddunt. Parenti verò tuo quam sit obstricta nostra SOCIETAS, quam is amabat vnicè, quantum ipsi debeat Parisiense Collegium, quem Christianissimus Rex Ludouicus, è duobus vnum esse iussit, qui edicto suo de Scholis nostris instaurandis exequendo praeesset, ut nos Regia authoritate, in docendi possessionem longuo interuallo recuperatam mitteret; hæc inquam & alia multa, est grati animi verbo declarare, cùm re non possim. Tametsi quid priuatim ordinem nostrum tuo parenti debere plurimum commemorem; qui de patria vniuersa, de summis & infimis meritus sit sua integritate, constantia, rerum gerendarum scientia, & vsu, omni denique genere virtutum. Illarum tibi imitationem cùm propofueris, magnum quiddam praestare videor, si votum faciam, vt qui paternorum bonorum heres es, idem omnia honoris ornamenta, singularémque imprimis eius ergo Ordinem nostrum vniuersum beneuolentiam, cum reliqua hereditate serues. Hoc tibi vt optem facis non vulgare tuum, adeòque totius SOCIETATIS studium erga te, Illustrissimumque Baionensium Antistitem, fratrem Caris-

simum, non nobilissimæ tuæ familiæ modò, sed etiam Ecclesiæ Gallicanæ decus & ornamentum; cuius prudentiam, cæterasque virtutes Pontificias tanti facit Ludouicus Rex Christianissimus, vt imitandum illum omnibus regni sui Præsulibus, admirandum multis iure pronunciauerit: Vt ita fore confidam, suum iam magnum tam bonis initijs meritum facit.

Tibi addictissimus,

GEORGIVS FOVRNIER.

Quis autor huius libri?

NOn vnius modo sed plurimorum hominũ vigilijs & industriæ, quorum alij alijs vixere tẽporibus, debetur hic Liber. De posteritate bene meritus Euclides, qui ea, siue Theoremata, siue Problemata quæ à maioribus acceperat, auctiora, & meliori digesta ordine reliquit. Thales Milesius, qui Princeps omnium Geometriam ex Ægypto in Græciam transtulit, demonstrauit angulum in semicirculo rectum esse: Trianguli Isoscelis angulos ad basim esse æquales: & alia nonnulla inuenit quæ in primo & tertio Elementorum Euclidis legimus & admiramur. Pythagoras Samius, qui Mathematicæ ludum primus aperuit, Omnis trianguli dixit tres angulos duobus rectis esse æquales: tantisque elatus est lætitijs, vbi eam propositionem reperit, quæ primo Elemento, ordine quadragesima septima habetur, vt musis centum boues immolarit. Theodorus Cyreneus multis adinuentis Geometricam plurimum auxit supellectilem. Quis inuenta à Crasisto explicet, in quo tanta vis erat ingenij, vt nullum non Geometricum Problema illico resolueret. Si Laërtio credimus, Democritus Milesius, multa de lineis, vt vocant, irrationabilibus scripsit, multa de solidis, multa de numeris: Certè illud extra cõtrouersiam, Eudoxum Gnidium quintum Elementum, quod appellant, de Proportionibus, integrum fecisse, & inuenisse. Theætetus de quinque solidis, primus libros scripsit, & decimæ propositionis decimi elementorum inuentor fuit.

Hæc à multis feliciter excogitata & dissipata passim, annis ante Christum circiter 550. Hippocrates Chius in Elementa Geometrica primus compegit ordinauítque. Postea Leo Neoclidis auditor, illa auxit: Tertius deinde Theudius Magnes. Hos sequutus est Hermotimus Colophonius qui ea fecit haud paulò vberiora. Tandem Euclides Megarensis, omnibus, partim à se adinuentis, partim ab aliis acceptis, vltimam manum his Elementis apposuit, tanta felicitate, & non tantum Quintus, sed vnus præcellentiæ iure, Geometra sit appellatus. Insuper hoc ei laudis testimoniũ singulare Proclus, Pappus cæterique Mathematici tribuere, vt de eo, quod de nemine mortalium ante illum, dixerint, *nusquam deceptus est*. Nec solũ doctrina Euclidis fuit admirationi, sed etiam ipse ordo, quem perturbare adhuc ausus est nemo: certè omnis demõstrationis vim atque robur superat, ipsique quodãmodo Geometriæ firmita-

tẽ illá, quã ceteris diſciplinis an-
teſtat, dare videtur. Scripſit præ-
terea Phænomena, Optica, Cato-
ptrica, Muſica, Data, Conicorũ
libros 4 & tres Poriſmatũ. Vitam
eius ad Ptolomæũ vſq; primũ Æ-
gypti Regẽ producunt Hiſtoriæ.
An ſit idẽ cũ Euclide ſectæ Me-
garicæ authore, nos, quia parum
cõſtat, rẽ in medio relinquimus.

Porrò quẽadmodũ Elemẽta ap-
pellãtur ea, ex quib' omnia oriũ-
tur, & fiũt, & in quæ eadẽ, cũ in-
tereũt, cõuertuntur, & trãſeũt; ſic
propoſitiones eas quæ Mathema-
ticis rebus efficiẽdis inſeruiũt, &
in quas reſolui poſſunt demon-
ſtrationes Mathematicæ, dicimus
Elemẽta Mathematica: vel certè
quẽadmodũ qui literas & elemẽ-
ta nouit, libros poteſt legere, ita
qui Geometriæ elemẽta tenebit,
ſine labore percurret & intelliget
quæ tractantur in Opticis, Aſtro-
nomicis, & aliis reconditioribus
Mathematicæ partibus.

EVCLIDIS

EVCLIDIS ELEMENTVM *PRIMVM.*

DEFINITIONES.

1. *Punctum est, cuius pars nulla.*

GRæcè legitur σημεῖον id est signum; cum enim sit omnis magnitudinis expers, illud quod exterius pingitur, signum est illius quod mente concipitur; estque idem quod vnitas in numero, instans in tempore, & sonus in musica.

2. Linea verò longitudo non lata.

Linea talis nulla exiſtit à parte rei, ſed ſicut punctum, ita & linea quam ducimus ſignum eſt illius quam mente concipimus. Si enim punctum quod concipimus moueretur & relinqueret ſui veſtigium, illud eſſet linea, longum propter motum, non tamen latum, quia punctum à quo procedit omnis expers eſt extenſionis.

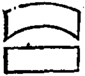
3. Lineæ autem termini ſunt puncta.

Id eſt longitudinis vt longitudo eſt, principium & finis eſt punctum: quia magnitudinem non conſiderat mathematicus niſi vt finitam. Vnde cum infinitam lineam vocat Euclides, intelligit lineam cuiuſuis magnitudinis seu indeterminatam.

4. Recta linea

est, quæ ex æquo sua interiacet puncta.

Sine cuius extrema obumbrant omnia media, vt dixit Plato: vel minima earum quæ terminos habent eosdem, vt vult Archimedes. Cùm enim fluxu puncti concipiatur fieri linea, si ex æquo inter sua puncta fluat, aut per breuissimum spatium, dicetur recta. Si punctum feratur vniformi motu & distantia à certo aliquo puncto, dicetur circularis; Si in motu hinc inde titubet, & hîc depressior sit, alibi altior, & extrema non obumbrẽt omnia media, dicetur mixta. Hinc ingeniose dixit Aristoteles lib. 1 de Cœlo tex. 5. iuxta triplicem hanc lineam, tres tantùm esse posse motus, duos simplices, rectum & circularem, tertiùm vero mixtum ex vtroque.



5. *Superficies verò est quæ longitudinem latitudinémque tantùm habet.*

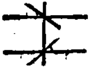
Vt fluxu puncti producitur linea, prima species quantitatis continuæ, sic fluxu lineæ in transuersum, produci concipitur superficies, secunda species: quæ potest diuidi in longum vt linea, & præterea in latum. Vmbram concipe, ait Proclus, superficiem concipies longam, & latam, nullo tamen modo profundam.

6. *Superficiei autem extrema sunt lineæ.*

Hæc definitio intelligenda est tantùm de superficie plana vel mixta, non autem de circulari. quando enim habet extremũ, lineam tantùm habet, non lineas.

7. Plana ſuperficies, eſt quæ ex quo ſuas interiacet rectas.

Quæ dixi de linea recta, eadem de plana ſuperficie ſunt intelligenda.



8. Planus autem angulus eſt duarum linearum in plano ſe mutuò tangentium, & non in directum iacentium, alterius ad alteram inclinatio.

Hîc cauſæ anguli explicantur: Materialis, ſunt duæ lineæ quæ ſe mutuo tangunt. Formalis, eſt alterius in alteram inclinatio. Vnde ſequitur primò, quòd illæ duæ lineæ non ita ſe debent tangere, vt iaceāt in directum, id eſt vt vnicam rectam conſtituant lineam, ſed altera debet in alteram inclinari.

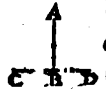
Sequitur 2. quod anguli quantitas conſiſtit in maiori vel minori linearum inclinatione, non in longitudine linearum.

Sequitur 3. non eſſe neceſſe, vt duæ lineæ poſt contactum productæ, ſe mutuò ſecent, vt vult Pelletarius, id enim tantùm eſt verum in angulis rectilineis: ſed ſufficere, vt ſe tangant & mutuo inclinentur.

Denique ſi angulus ille ſit in ſuperficie plana, dicetur planus. In omni vero figura, licet quemlibet angulum tribus litteris appellemus, ille tamen ſemper intelligitur, cui medius character appingitur.

9. Cum autem continentes angulum lineæ, rectæ fuerint, rectilineus appellatur angulus.

Si vtraque curua, curuilineus: si curua altera, altera recta, mixtus.



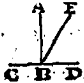
10. *Cum verò recta* AB. *super rectã* CD. *stans, eos qui sunt deinceps* A B C. A B D. *angulos, æquales inter se facit, rectus est vterque æqualium angulorum, & insistens recta* A B. *perpendicularis vocatur eius cui insistit* CD.

Tunc angulus vterque dicitur æqualis, quando recta A. B. non magis in C. quam in D. inclinat.

Quod autem Græci dicunt κάθετος latinè redditur perpendicularis frequentius tamen vtuntur mathematici verbo græco quam latino, maxime in Optica: vnde apud eos nihil vsitatius quàm πρὸς κάθετον imo latine reddunt Cathetum.

11. *Obtusus angulus* E B C. *est, qui maior recto* A B C.

Nempe quia recta E B. magis recedit à subiecta CD quàm perpendicularis A B.



12. *Acutus vero* E B D. *qui minor recto* A B D.

13. *Terminus est quod alicuius est extremum.*

Talia sunt, punctum, linea, superficies: nempe punctum lineæ, linea superficiei, & superficies corporis.

14. *Figura est quæ sub aliquo, vel sub aliquibus terminis comprehenditur.*

Dixit sub aliquo, nempe quia circulum & ellipsim, vnicus terminus, hoc est linea circularis, comprehendit: ad rectilineas verò figuras, plures semper termini requiruntur.

Porro notabis debere terminos, quantitatem, quæ figura dicitur, ambire & comprehendere, non verò tantùm terminare. Vnde sequitur 1. Quod lineæ nulla propriè est figura, cùm puncta lineã, non ambiant sed solum terminent. Sequitur 2. quod superficiei infinitæ vel corporis infiniti; si quod dari posset, figura nulla sit.

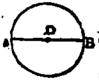
1. quia omnis figura debet ambire & comprehendere figuratum. 2. quia terminis ambitur, terminus autem est extremũ rei. Quomodo verò id quod habet finem & extrema, erit infinitum?

15. *Circulus est figura plana sub vna linea* A. B. C. *comprehensa, quæ vocatur peripheria: ad quam ab vno puncto, eorum quæ intra figuram sunt posita, omnes cadentes rectæ* DA. DB. DC. *æquales inter se sunt.*

16. *Centrum verò circuli punctum illud appellatur.*

Theodosius Sphæricorum lib. 1. deff. 1. & 2. idem habet, definitione verò 5. sic polum deſcribit.

Polus circuli in Sphęra, eſt punctum in ſuperficie Sphæræ, à quo omnes rectæ ad circuli peripheriam tendentes, ſunt inter ſe æquales. Ex quibus colliges inter centrum & polum hoc tantùm eſſe diſcriminis, quòd centrum concipiatur intra figuram poſitum : Polus verò in ſuperficie Sphæræ.



17. *Diameter autem circuli eſt recta quædam* A B. *per centrum* D. *ducta, & terminata ex vtraque parte, à circuli peripheria* A. *&* B. *quæ & bifariam ſecat circulum.*

Hîc tria obſeruabis 1. omnes diametros eiuſdem circuli eſſe æquales inter ſe, cùm earum mo-

dietates ex def. 15. sint æquales.
2. Quod sequitur ex 1. est quòd licet in circulo possint infinitæ duci rectę non transeuntes per centrum, solæ tamen rectę per centrum ductę, & in peripheria terminatę dicuntur diametri, quia cum solæ sint omnes æquales inter se, determinatæque longitudinis, aliæ vero inæquales semper & incertæ: diameter sola potest metiri circulum. Mensura enim cuiusque rei, ait Ptolemæus, in Analemmate, debet esse stata determinatáque, non indefinita. Vnde non est quod mirentur tyrones, si in feminino genere ponatur à Mathematicis. Idem enim est Diameter quod linea dimetiens vel in duo æqualia diuidens.

a Aristot. sec. 15 probl. num. 1. & 2.

3. Est, Diametrum bifariam secare circulum, quod ita demonstrat Thales apud Proclum. Concipe animo portionē semicirculi sic coaptari portioni reliquæ vt

diameter ſit vtriuſque baſis. Si circumferentia vna congruat penitus circumferentiæ alteri, manifeſtum eſt illas duas portiones à diametro factas, eſſe inter ſe æquales, cùm neutra aliam excedat. Si verò circumferentia vnà non congruat cum altera, ſed vel extra eam cadat, vel intra, vel partim intra, partim extra: tunc rectæ ductæ à centro ad circumferentiam erunt æquales & non erunt

18. *Semicirculus autem eſt fi- quæ continetur ſub diametro* AB. *& ſub ea linea* ADB. *quæ aufertur de circuli peripheria.*

19. *Segmentum circuli est figura quæ continetur sub recta & circuli peripheria.*

Per rectam hîc intellige omnem non diametrum, nisi item velis semicirculum dicere segmentum.

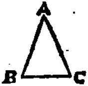
20. R*ectilineæ figuræ sunt quæ sub rectis continentur.*

21. *Trilateræ quidem quæ sub tribus.*

22. *Quadrilateræ vero quæ sub quatuor.*

23. *Multilateræ autem quæ sub pluribus quàm quatuor rectis comprehenduntur.*

24. *Trilaterarũ porro figurarum, æquilaterum triãgulum eſt quod tria latera habet æqualia.*



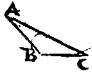
25. *Iſoſceles autem, quod duo tantùm habet æqualia* AB. AC.

Σκέλος, τὸ, crus Græcis eſt, unde compoſitum ἰσοσκελὴς qui æqualibus eſt cruribus : τρίγωνον ἰσοσκελὲς quod è tribus lineis duas æquales habet, quibus quaſi cruribus inſiſtit.

26. *Scalenũ vero quod tria inæqualia habet latera.*

Triangulorum hæ ſunt ſpecies ex laterum ratione petitę. Sequuntur aliæ ex angulorum differentijs emergentes.

27. *Ad hæc etiam trilaterarum figurarum, rectangulum quidem triangulum est quod habet rectum angulum* A B C.



28. *Amblygonium est quod habet obtusum angulum* A B C.

Α᾽γβλὺς ἐας de obtuſo & hebete dicitur, propriè de ferro cuius acies eſt obtuſa! vnde ἀγβλυγώνιον quod obtuſum angulum habet ἀγβλεῖαν γωνίαν ἔχον.

29. *Oxygoniũ vero quod tres acutos habet angulos.*

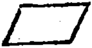
Not. In omni triangulo cuius duo quæcunque latera expreſsè nominantur, ſolet reliquum latus à Mathematicis, baſis dici, ſiue illud in ſitu locum infimum occupet, ſiue ſupremum.

30. *Quadrilaterarum autem figurarum quadratum qudem eſt quod aequilaterum eſt & rectangulũ.*

31. *Altera parte longior figura eſt, quae rectangula quidem, at aequilatera non eſt.*

32. *Rhombus autem, quae aequilatera quidem, ſed rectangula non eſt.*

Ῥόμβος græcis rota est seu quiddam rotæ formam habens, à radice ῥέμβω id est quod gyrum circumago: apud Mathematicos tamen cùm dicatur figura quadrangula & lateribus constans æqualibus, sed non etiam angulis, quæ vt apparet, nihil habet commune cum rota & ad motum circularem prorsus inepta est, multóque adhuc magis ῥομβοειδὴς figura alia de qua proximè, Rhombo similis. Malim vtramque figuram ita dictam à similitudine quam habet cum Rhombo pisce.



33. Rhomboides verò quae aduersa & latera & angulos aequalia inter se habens, neque aequilatera est, neque rectangula.

34. Praeter has autem reliquae quadrilaterae, Trapezia appellentur.

Τράπεζα græcis eſt menſa vnde diminutiuum τὸ τραπέζιον menſula, abaculus, hinc apud Mathem: ticos τὰ τραπέζια figuræ quadrilaterę quæ menſas aliquatenus referunt: Eſt vero Trapezium vel iſoſceles, vel ſcalenum vel irregulare.

35. Parallelæ ſunt rectae, quae in eodem plano exiſtentes, & productae in infinitum ex vtraque parte, in neutram mutuò incidunt.

Ad hoc vt duæ rectæ dicantur parallelæ, non ſufficit vt productæ in infinitum non concurrant. Sic enim duæ rectæ in tranſuerſum poſitæ media re aliqua, & non ſe tangentes, dicerentur parallelæ, quia nunquam concurrerent. Sed requiritur præterea, vt ſint in eodem plano.

Poſtulata.

I. *Poſtuletur à quouis puncto* A. *ad quoduis punctum* B. *rectam lineam* AB. *ducere.*

2. Et terminatam rectam AB. *in continuum rectà producere. in* C.

3. Et quouis centro & interuallo circulũ deſcribere.

Cõmunes notiones ſeu Axiomata.

1. Quae eidem aequalia, & inter ſe ſunt aequalia.

2. Et ſi aequalibus aequalia adiecta ſint, tota ſunt aequalia.

3. Et ſi ab aequalibus aequalia ablata ſint, quae relinquũtur ſunt aequalia.

4. Et ſi inaequalibus

aequalia adiecta sint, tota sunt inaequalia.

5. Et si ab inaequalibus aequalia ablata sint, reliqua sunt inaequalia.

6. Et quae eiusdem duplicia, inter se sunt aequalia.

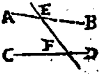
7. Et quae eiusdem dimidia, inter se sunt aequalia.

8. Quae congruunt sibi mutuo, inter se aequalia sunt.

Id eſt, quæ collata, ita componuntur, vt pars parti reſpondeat, & terminus termino, æqualia ſunt. Lineæ autem rectæ & æquales congruunt, vti & anguli.

9. Et totum parte maius est.

10. *Et omnes recti anguli aequales inter se sunt.*



11. *Si in duas rectas* AB. CD. *recta* E F. *incidens interiores & ad easdem partes angulos* B E F. E F D. *duobus rectis minores faciat; productae duae illae rectae in infinitum, coincident inter se ad eas partes in quibus sunt anguli duobus rectis minores.*

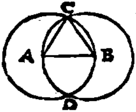
Scio principium hoc obscurum quibusdam, & à Gemino & Proclo reiectum à numero principiorum: verum non debet res aliqua à notionibus communibus re ici, quod vnus aut alter ei assensum neget: oporteret enim & nonum expungere. Iam enim sunt aliqui Philosophi adeo subtiles vt negent totum sua parte maius. His & illis sufficiat dicere Euclidem cæterosque omnes, hæc omnia ex sola terminorum notione, euidentia censuisse, & existimasse sensu communi carere, qui ea negaret. Ne scrupulus remaneat, illud demonstrat Clauius prop. 28. l. 1.

12. *Duae rectae spatium non comprehendunt.*

Id est ex omni parte concludunt.

Propositiones

PROPOSITIO I.



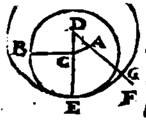
Super data recta terminata A B. *triangulum æquilaterum* A B C. *constituere.* Problema I.

PRaxis. Ex centris A. & B. spatio A B. describe [a] duos circulos & ex pũcto sectionis C. duc [b] rectas C A. C B. dico triangulum A B C. esse æquilaterum. [a] 3. Post. [b] 1. Post.

Probatur. Recta A C. æqualis est [c] rectæ A B. & C B eidem: ergo rectæ C A. C B sunt æquales rectæ A B. Ergo C A. C B æquales sunt [d] inter se: & cum tertia A B. Ergo Triangulum A B C. est [e] æquilaterum. Quod erat faciendum. [c] 15. Def. [d] 1. Ax. [e] 24. Def.

PROPOSITIO II.

Prob. 2.



Ad datum punctum A. *data recta* BC. *aequalem rectam* AG. *ponere.*

a 1. Post. b 1. Prop. c 3. Post. d 2. Post. e Ex const. f 15. Def. g 3. Ax. h 1. Ax.

PRax. Iungantur a AC. In rectã AC, fac b triangulum aequilaterũ CDA, centro C. spatio BC. duc c circulũ: latus DC produc d in E. cẽtro D. spatio DE. duc maiorem circulum: latus DA produc in G. Recta AG. aequalis est rectae CB.

Prob. Rectae DA. DC. sunt e aequales. Rectae DE. aequalis f recta DG. g Ergo recta AG. rectae CE. Rursum, recta f CE. aequalis est, rectae CB h Ergo AG. ipsi CB. Quicunque autem alii ponantur casus eadem semper erit constructio & demonstratio vt bene notat Clauius ex Proclo.

PROPOSITIO III.

Datis duabus rectis inæqualibus A. & BC. *de maiori* BC. *minori* A. *æqualem rectam* BE. *detrahere.* Prob. 3.

PRax. Ad datum punctum B. datæ rectæ A. æqualem rectam DB. [a] pono. Centro B. & spatio BD. duco [b] circulum, abscissa BE. est aequalis ipsi A. a 2. Prop. b 3. Post.

Prob. Recta BE. est [c] æqualis ipsi BD. quæ ponitur [d] aequalis ipsi A. Ergo abcissa BE. aequalis est [e] datæ A. Quod erat faciendum. c 15. Def. d Ex const. e 1. Ax.

PROPOSITIO IV.

Theo-
rema
I.

Si duo triangula A. *&* D. *duo latera, duobus lateribus æqualia habeant vtrumque vtrique* hoc est AB. ipsi DE. & AC. ipsi DF. *habeant &* *angulum* A. *angulo* D *æqualem sub æqualibus rectis contentum*: *Et Basim* B C *basi* E F. *æqualem habebunt, & triangulum* ABC. *triangulo* DEF. *æquale erit, & reliqui anguli, reliquis angulis æquales erũt vterque vtrique* hoc est angulus B. angulo E & angulus C. angulo F. æqualis erit *sub quibus æqualia latera* AB. ipsi DE *&* AC ipsi DF. *subtenduntur.*

PRob. Latus AB lateri DE. & latus AC. ipsi DF. & angulus A angulo D. ponuntur æq a- les, ergo si superponantur [a] congruent: ergo & basis BC. basi EF. congruet. Lineæ enim rectæ sibi congruunt, quarum extrema congruunt: alias non ex æquo sua puncta [b] interjacerent. Deinde si negas; earum vna cadat vel supra EF. in G. vel in- fra in H. ergo duæ rectæ EGF. EF spatium comprehendunt, quod est contra 12. axioma. Bases igitur & omnia latera congruunt; Ergo & anguli, cum anguli non sint aliud, [c] quam inclinationes ipsarum linearum, quæ supponuntur congruere. Omnia latera & anguli congruunt, [a] ergo totum triangulum toti triangulo est æquale. Quod erat demonstrandum.

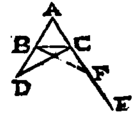
a 8. Ax.

b Def 4.

c Def. 8.

PROPOSITIO V.

Theor. 2.



Isoscelium triangulorum ABC. *qui ad basim sunt anguli* ABC. ACB. *inter se sunt æquales: & productis æqualibus rectis* AB. AC. *puta* in D. & E. *qui sub basi sunt anguli* CBD. BCF. *inter se æquales sunt.*

PReparatio. Ex lineis AB, AC. productis, accipio æqualia BD. CF. & duco rectas CD. BF.

Prob. Triangulorum BAF, CAD. vnum latus BA. Vni CA. & alterum FA. alteri DA. æquale est.[a] Et angulus BAC. vtrique est communis: ergo [b] Angulus ABF. æqualis est angulo ACD. & angulus AFB. angulo ADC. & basis BF. basi CD æqualis Rursus in triangulis BCD. CBF. latus CF. lateri BD. ponitur æquale & latus FB. probatũ est æquale ipsi DC. & angulus D. angulo F. ęqualis. Ergo [b] anguli CBD. BCF. infra basim sunt æquales Anguli ABF, ACD. probati sunt ęquales. Ergo si ex eis tollã angulos CBF. BCD. quos item probaui æquales, restabunt [c] æquales anguli ABC. ACB. supra basim. Thales fertur autor huius propositionis.

a Ex hipot. & ax. 8.

b 4. Prop.

c 3. Ax.

Corollarium. Omne triangulum æquilaterũ, est æquiangulum.

PROPOSITIO VI.

Si trianguli ABC. *duo anguli* ABC. ACB. *æquales inter se fuerint, & sub æqualibus angulis subtensa latera* AB. AC. *æqualia inter se erunt.* *Th. 3.*

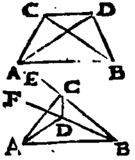
SI negas: pars vnius BD. [a] fiat æqualis alteri CA. hoc posito; triangula DBC. ACB se habent iuxta quartam, nam latus BC. commune, & latera BD. CA. æqualia, & anguli DBC. ACB. æquales. Ego & totum triangulum, æquale erit toti triangulo, hoc est totum parti: quod repugnat. [b]

a 3. Prop.

b Ax. 9.

Coroll. Omne triangulum æquiangulum, est æquilaterum.

PROPOSITIO VII.



Super eadem recta AB, *duabus eisdem rectis* AC, BC, *æquales aliæ duæ rectæ* AD, BD, *utraque utrique*, hoc est A C, ipsi A D, & B C, ipsi B D, *non constituentur ad aliud & aliud punctum*, puta D, *ad easdem partes*, nam ex alia nihil impedit *eosdem terminos* B, & A *habentes*, *cum duabus initio ductis rectis*.

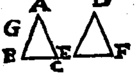
PRob. Quia si possint duci duę aliæ, ducantur in D. Ergo
ad. 15 triangulum CAD.[a] est Isosceles:
5. ergo[b] anguli ACD ADC ęqua-
Prop. les Rursus triangulum CBD.[a] est Isosceles. Ergo[b] anguli B D C,

BCD. sunt æquales, cùm tamen angulus CDA. pars anguli totalis CDB probatus sit æqualis totali angulo ACD. Idémque sequetur incommodum vbicumque statuatur punctum versus easdem partes. Nam si ponatur punctum intra triangulum in D. vt in secunda figura, ductis AD. BDF BCE.& DC. sic dico, rectæ AD. AC. ponuntur æquales, ergo [a] anguli ADC. ACD. sunt æquales: similiter BD BC. ponũtur æquales ergo anguli infra basim ECD.FDC sũt [a] æquales, ergo angulus FDC maior angulo ACD.& multo adhuc maior erit angulus ADC cùm iam ADC, ACD probati fuissent æquales. a 5. Prop.

Denique non potest statui punctum in parte alicuius lineæ ex datis, alioqui pars esset æqualis toti, contra 9 ax.

PROPOSITIO VIII.

Th. 5.



Si duo triangula A. D. *duo latera, duobus lateribus* AB, DE. AC, DF, *æqualia habeant, alterum alteri: habeant etiam basim* B C, *basi* E F, *æqualem: & angulum* A, *angulo* D. *æqualem habebunt, sub æqualibus rectis contentum.*

PRob. Quia si congruant latera, congruent & anguli: cum[a] angulus non sit aliud quam inclinatio duarum linearum. Quod si quando superponentur non congruant, sed trianguli E F D, apex D, non cadat in A, sed in G, ergo tunc duę rectæ duabus rectis æquales, super eadem recta B C. ducentur ad aliud pũctum. cõtra præcedẽtem.

a 8. Def.

PROPOSITIO IX.

Datum angulum rectilineum BAC. ***bifariam secare.*** *Prob.* 4.

PRax. Ex lateribus dati anguli B A C, sumo[a] rectam AD, & ipsi æqualem A E. supra basim DE, constituo[b] triangulum æquilaterum D E F, duco rectam A F, quam assero diuidere bifariam angulum A *a 3. Prop. b 1. Prop.*

Prob. Rectæ AD, AE, ponuntur æquales: A F, communis est, & basis D F, basi F E, ponitur item æqualis.[b] ergo anguli DAF, FAE, sunt æquales. Ergo angulus B A C. diuisus est bifariam. Quod faciendum erat. *8. b Prop.*

PROPOSITIO X.

Prob. I.

Datam rectam terminatam GH. *bifariam secare.*

a 1. Prop. b 9. Prop.

PRax. Supra rectam GH, [a] constituo triangulum æquilaterum GAH, cuius angulum A, diuido [b] bifariam, & ducta recta AF, dico rectam GH, diuisam bifariam in I.

Prob. Triangula GIA, HIA, se habent iuxta quartam ex constructione figurę: ergo habent bases GI. IH. æquales. Ergo recta GH. diuisa est bifariam. Q. E. F.

PROPOSITIO XI.

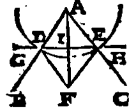
Data recta DE. *à puncto* I. *in ea dato, ad rectos angulos, rectam lineam* IA. *excitare.* Prob. 6.

PRax. Ex linea DE, à puncto I, sumo [a] partes hinc inde æquales ID, IE. in DE, [b] constituo triangulum æquilaterum DAE. à puncto A, ad punctum I, duco rectam, quam assero perpendicularem. a 3. Prop. b 1. Prop.

Prob. Latus DI, [c] est æquale lateri IE, & latus [d] DA, ipsi AE, & latus AI, commune. [e] Ergo anguli AID, AIE, erunt æquales, [f] ergo recti: ergo [f] AI. perpendicularis. c Ex constr. d 23 Def. e 8. Prop. f 10. Def.

PROPOSITIO XII.

Prob. 7.



Super datã rectam infinitam DE. *à dato puncto* A. *quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam* AI. *excitare.*

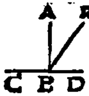
PRax. Centro A, duco circulum, qui secet rectam DE: à sectionibus duco rectas DA, EA,

a 10. Prop. a diuido DE, bifariam in I, & duco rectam AI. quam dico perpendicularem.

b 15. Def. c Ex const. d 8. Prop. e 10. Def. Prob. Latera AD, AE, b sunt æqualia, c latus DI, æquale lateri IE, & AI. commune: d ergo anguli AID, AIE, sunt æquales: e ergo recti: ergo AI, est e perpẽdicularis.

Huius propositionis autor fertur Oenipedes Chius annis ante Christum circiter 550.

PROPOSITIO XIII.



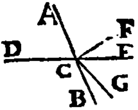
Cùm recta A B, vel B E, *ſupra rectam* C D, *conſiſtens; angulos facit: aut duos rectos* A B C, A B D, *aut duobus rectis æquales* E B C, E B D. *faciet.* Tb. 6.

PRrob Recta E B, cùm recta D C, aut facit vtrinque æquales angulos & [a] conſequenter rectos; aut non facit: ſi non facit, [b] excitetur ex B. perpendicularis B A. Quoniã igitur angulo A B D, æquales [c] sũt A B E, E B D, Si vtriſque addas rectum A B C, [d] erunt duo recti A B C, A B D, æquales tribus angulis A B C, A B E, E B D, & conſequenter tres illi æquales duobus rectis Q. E. P.

a 10. Def.
b 11. Prop.
c 13. Ax.
d 2. Ax.

PROPOSITIO XIV.

Th.7.



Si ad aliquam rectam AC, *& in ea punctum* C, *duæ rectæ* DC, CE, *non ad easdem partes ductæ, eos qui sunt deinceps angulos* ACD, ACE, *duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt inter se rectæ.* hoc est DCE, erit vna linea recta.

PRob. Si rectæ DC, CE, non iacent in directum,[a] iaceat CF, aut alia quæpiam. Ergo anguli ACD, ACF, valent[b] duos rectos. Ergo[c] pars est æqualis toti. Nam prius ex hipothesi DCA, ACE. valebant duos rectos.

a Per 2. Post.
b 13. Prop.
c Contra ax. 9.

PROPO-

PROPOSITIO XV.

Si duæ rectæ AB, CD, *secent se inuicem, angulos ad verticem* AED, CEB. *æquales in se efficient.* Th.8.

PRob Nam siue angulo AED, siue CEB, addatur angulus medius DEB, a erit æqualis duobus rectis, b ergo anguli CEB, AED, sunt æquales. Idémque fiet si angulo AEC, vel DEB, adijciatur angulus AED.

a 13. Prop.
b 3. Ax.

Thales Milesius fertur autor huius propositionis.

Corol 1. Duæ rectæ secantes se mutuo, efficiunt ad punctum sectionis, quatuor angulos, quatuor rectis æquales.

Coroll. 2. omnes anguli circa idem punctum constituti æquales sunt quatuor rectis,

PROPOSITIO XVI.

Tb. 6 

Omnis trianguli puta ABC, *vno latere* BA, *producto* in E, *externus angulus* EAC, *vtrolibet interno & opposito* C, *vel* B. *maior est.*

a. 10. Prop. PRob. Latus AC. a bisecetur in F, ducatur BG. ita vt BF. sit æqualis FG. iunge recta AG. tunc triangula AFG. FBC. habent se iuxta 4. nam latus b AF. habent lateri FC. &
b Ex const. latus FG. lateri FB & angulum AFG c angulo BFC. æqualē d ergo & an-
c 15. Prop. gulum GAF. angulo FCB. equalem habebunt. ergo angulus totalis EA
d 4. Prop. C. externus maior est interno & opposito ACB. Quod si latus AB. bisecetur in I. idem fiet & probabitur angulum externum DAB. maiorem esse angulo ABC Ergo cum angu-
e 15. Prop. lus EAC. est æqualis angulo DAB. erit angulus EAC. externus, maior quolibet interno & opposito nempe angulo C. vel B.

PROPOSITIO XVII.

Omnis trianguli ABC. *duo anguli*, BCA. CAB. vel alii quilibet, *quocunque modo sumpti, duobus rectis sunt minores.* Theor. 10.

PRob Producto BC. in D. externus angulus ACD [a] maior est angulo A. vel B. sed anguli ACD ACB. [b] valent tantum duos rectos, ergo anguli B & C. interni, siue CAB. BCA. sunt minores duobus rectis. Idem dicam de angulis A. & B si producam latus, BA.

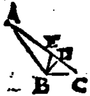
a 16 Prop. b 13. Prop.

Coroll. 1. In omni triangulo, cuius vnus angulus fuerit rectus vel obtusus, reliqui sunt acuti.

Coroll. 2. Omnes anguli trianguli æquilateri & trianguli Isoscelis, anguli supra basim sunt acuti.

PROPOSITIO XVIII.

Theo. 11.

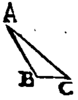


Omnis trianguli ABC. *maius latus* AC. *maiorem angulum* ABC. *subtendit.*

a 3. Prop. b 5. Prop. c 16. Prop. d 5. Prop. e 16. Prop. f 9. Ax.

SI negas: Ex maiori latere AC. a fac AD. æquale ipsi AB. duc rectam BD. b erunt anguli ABD. ADB. æquales. Est autem angulus ADB. hoc est ABD. externus & oppositus angulo C. c ergo maior Multo ergo maior est totalis angulus ABC. angulo C. Maior item est angulo A. nam fac CE. æqualem ipsi CB. d erunt anguli CEB. EBC. æquales, e & angulus CEB hoc est EBC maior angulo A. f ergo angulus ABC, maior angulo A. Q. E. D.

PROPOSITIO XIX.



Omnis trianguli ABC. *maius latus* AC. *sub maiori angulo* ABC. *subtenditur.* *Theo.* 12.

SI negas latus AC. esse maius latere AB. sint æqualia: [a] ergo anguli B. & C. sunt æquales, contra hypothesim. Si latus AB. dicas maius latere AC. [b] ergo angulus C. maior erit angulo B. contra hipoth. Idem dicam de latere BC Ex quibus sic dico latus AC. nec minus est nec æquale lateribus AB BC ergò maius.

a 5. *Prop.*

b 18. *Prop.*

PROPOSITIO XX.

Theo. 13.

Omnis trianguli ABC *duo latera* puta AB. AC. *quomodocunque sūpta, reliquo* BC. *sunt maiora.*

PRob. Produco CA in D. sic vt AD. sit æquale ipsi AB. & proinde[a] CD. æqualis ipsis CA. AB. ducta recta DB. sic dico Rectę AD. AB. sunt æquales[b] ergo æquales anguli D. & DBA.[c] Maior ergo vtrolibet erit totus angulus DBC. sed hunc angulum subtendit latus CD. hoc est CA. AB.[d] ergo recta CD. hoc est CA. AB. maior est quàm latus BC.

a 2. Ax.
b 5. Prop.
c 9. Ax.
d 19. Prop.

PROPOSITIO XXI.

Si ſuper trianguli A BC. *vno latere* BC. *ab extremitatibus dua recta.* BD DC. *interius conſtituta fuerint, ha conſtituta, reliquis trianguli duobus lateribus* AB. AC. *minores quidem erunt, maiorem verò angulum continebunt*, id eſt angulus D. maior erit angulo A. Theo. 14.

PRob. 1a pars. Producto BD. in E, in triangulo BAE duo latera BA. AE. a maiora ſunt tertio BE. ergo ſi addatur commune EC erunt BA. AC. maiora quam BE. EC. Eodem modo in triangulo CED. latera CE. ED. maiora ſunt tertio CD. ergo ſi communè addatur DB. erunt CE. EB maiora quam BD. DC. ſed AB. AC. probata ſunt maiora quam BE. EC. ergo maiora quã BD. DC. *a 20. Prop.*

Prob. 2. Angulus BDC externus b maior eſt interno & oppoſito DEC & hic maior angulo A. interno & oppoſito, multo ergo maior angulus BDC. angulo A. Q. E. P. *b 16. Prop.*

PROPOSITIO XXII.

Prob. 8.

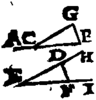
Ex tribus rectis DF FG.GH *quæ ſunt æquales tribus datis rectis* A. B.C. *triangulum* FIG *conſtituere. oportet autem duas* DF. GH. *quomodocunque ſumptas, reliqua* FG. *eſſe maiores:* a 20. Prop. [a] *quoniam omnis trianguli duo latera quomodocunque ſumpta reliquo ſunt maiora.*

PRax. Datis rectis ABC. ſume ipſis ordine æquales DF FG. GH. cētro F. ſpatio FD. duc circulum DI. & centro G. ſpatio GH. duc alium HI iunge datas cum interſectione circulorum in I lineis FI. GI. & factum eſſe quod petitur.

Prob. In triangulo FIG. recta b 15. Def. FI æqualis eſt [b] ipſi DF. hoc eſt A. & GI. ipſi GH. hoc eſt C. & GF. ipſi B.

PROPO-

PROPOSITIO XXIII.

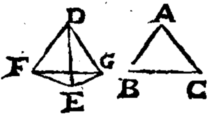


Ad datam rectam AB *& punctum in ea* C. *dato angulo rectilineo* DEF. *æqualem angulum rectilineū* GCB. *constituere.* *Problema 9.*

SVme in rectis EHEI. duo pūcta vtcunque, puta D.&F. quæ recta DF iunges. Tum [a] fiat triāgulum CGB. habens latera æqualia lateribus trianguli EDF singula singulis: hoc facto triāgula se habent iuxta propositionem 8: ergo anguli E. & C. erunt æquales. Huius verò propositionis autor fertur Oenipedes Chius. *a. 22. Prop.*

PROPOSITIO XXIV.

Theorema 25.



Si duo triangula ABC. DEF. *duo latera, duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri* hoc est AB. ipsi DF. & AC. ipsi DE. *angulum vero* A. *angulo* D. *maiorem habuerint, sub æqualibus rectis contentum: & basim* BC. *basi* FE. *maiorem habebunt.*

SI negas: ad rectã FD. & ad punctũ in ea D.[a] fiat angulus FDG. æqualis angulo A. & latus DG. ipsi DE. hoc est ipsi AC. fit æquale,[b] & cõsequenter basis BC. basi FG. iungãtur rectæ GE. GF. anguli DGE. DEG.[c] æquales erũt Ergo totus angulus FEG. maior quam DEG. maior etiam erit quam DGE & multo maior quã FGE:[d] ergo recta GF. & huic æqualis BC, maior est quã EF,

a 23. Prop. b 4. Prop. c 5. Prop. d 19. Prop.

PROPOSITIO XXV.

Si duo triangula ABC. DEF. *duo latera, duobus lateribus æqualia habuerint, alterũ alteri* hoc est AB. ipsi ED. & AC ipsi DF. *basim verò* BC. *basi* EF. *maiorem habuerint: & angulum* A. *angulo* D. *maiorem habebũt sub æqualibus rectis contentum.* Th. 16.

PRob. Quia si angulus A. non est maior angulo D erit vel æqualis: vel minor: si ęqualis [a] ergo bases BC. EF. erunt æquales, quod est contra hypothesim. Si minor: cũ latera AB. AC. sint æqualia ipsis DE. DF. basis EF. [b] maior erit base BC, contra hypoth.

a 4. Prop.

b 24 Prop.

PROPOSITIO XXVI.

Theo. 17.

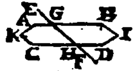
Si duo triangula, duos angulos, duobus angulis æquales habuerint, alterum alteri; & vnum latus vni lateri æquale, siue quod adiacet æqualibus angulis, siue quod vni æqualium angulorum subtenditur, & reliqua latera, reliquis lateribus æqualia habebunt, alterum alteri, & reliquum angulum reliquo angulo.

PRob. Sint in triãgulis ABC. DEF anguli B. & C. ęquales angulis E. & F. sintque primo latera BC. EF. (quę adiacent angulis æqualibus) æqualia. Si latus ED non est æquale ipsi BA. sit eo maius, & sumatur EG. æqualis ipſi BA. tum ducta FG. duo latera triangulorũ GEF. ABC. æqualia ſunt, & anguli E. & B. æquales contenti inter latera æqualia. [a] Ergo anguli C & GFE. ſunt æquales, quod eſſe non poteſt, nam angulus GFE. eſt pars ipſius DFE. qui æqualis ponebatur ipſi C. non ergo DE. maior eſt quam BA. Sed neque minor, aliàs lateri BA. eadem quæ prius applicaretur demonſtratio. Ergo æqualis. Ergo triangula DEF. ABC. ſe habent iuxta 4. & latera lateribus, & anguli angulis correſpondentibus ſunt æquales. a 4. Prop.

Sint deinde latera A B. D E. ſubtendentia æquales angulos C. & EFD. inter ſe æqualia, dico latera BC. CA ipſis EF. FD. eſſe æqualia, & angulum A. angulo D æqualem Si enim latus EF ſit maius latere BC ſume rectam EG. æqualem ipſi BC duc rectam DG. quoniam igitur latera AB.

BC. ſunt ęqualia
ipſis DE. EG. &
anguli B. & E ſũt
æquales ex hypoth. erit angu-
b 4. lus C. angulo EGD æqualis b
Prop. Igitur & angulus EGD angulo
EFD. erit æqualis, hoc eſt exter-
nus interno & oppoſito c quod eſt
c 16. abſurdum. Non ergo latus BC.
Prop. lateri EF. inæquale, ergo æqua-
le ergo triangula ABC DEF ſe
habent iuxta 4 cum latus AB
ipſi DE. & BC. ipſi EF. & angu-
lus B angulo E. ſit æqualis &
conſequenter baſis AC. baſi DF,
Thales Mileſius autor huius.

PROPOSITIO XXVII.

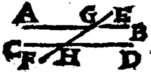


Si in duas re- Theo.
ctas AB. CD. 18.
recta EF. *inci-*
dens, angulos alternos AGH. DHG. *æquales inter se fecerit: parallelæ erunt inter se rectæ.*

PRob. Si non sunt parallelæ, [a] coibunt tandem puta in I. a 35.
& fiet triangulus GIH cuius an- Def.
gulus externus AGH. erit [b] ma- b 16.
ior interno & opposito GHD. Prop.
cui tamen ex hypothesi erat æqualis. Idémque demonstrabitur si dicantur concurrere in K. Ergo non concurrunt. Ergo sunt parallelæ.

PROPOSITIO XXVIII.

Theo. 19.



Si in duas rectas AB. CD. *recta* EF. *incidens, externum angulum* AGE. *interno & opposito & ad easdem partes* GHC. *æqualem fecerit: aut internos & ad easdem partes* AGH. GHC. *duobus rectis æquales fecerit: parallelæ erunt inter se rectæ.*

a 15. Prop. PRobatur 1ª pars. Angulo AGE. [a] æqualis est angulus BGH. angulus CHG. æqualis

b 1. Ax. ponitur angulo AGE [b] ergo alterni BGH. GHC. sunt æqua-

c 27. Prop. les. [c] ergo rectæ AB. CD. sunt parallelæ.

Probatur 2ª. Angulus E G A. cum angulo A G F. d valet duos rectos, anguli AGH GHC. ponuntur æquales duobus rectis: e ergo anguli EGA GHC. sunt æquales. Ergo rectę A B. C D. sunt parallelæ per priorem partem huius.

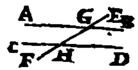
d 13. Prop.

e 1. *Ax.*

Ex secunda parte huius propositionis, constat sufficienter de veritate vndecimi Axiomatis.

PROPOSITIO XXIX.

Theo. 29.



In parallelas rectas AB: CD. *recta* EF. *incidens*; I. *& alternos angulos* BGH. GHC. *æquales inter se facit*, 2. *& externum* EGB. *interno & opposito & ad easdem partes* EHD. *æqualem* 3. *& internos & ad easdem partes* AGH. CHG. *duobus rectis æquales.*

PRobatur 1. pars. Anguli DHG. GHC. [a] valent duos rectos: anguli item DHG. BGH. [b] valent duos rectos [c] ergo anguli BGH. GHC. sunt æquales.

a 13. Prop. b 28. Prop. c 3. Ax.

Prob. 2. Anguli EGB. BGH. [a] valent duos rectos: anguli

BGH. GHD. [b] valent duos rectos, ergo anguli EGB. EHD. sunt æquales.

Prob. 3. Rectæ AB. CD. ponuntur parallelæ [d] ergo neque versus A. neque versus B. concurrunt, ergo tam versus A quam B. anguli interni ad easdem partes sunt æquales duobus rectis, [e] si enim ex aliqua parte essent minores ex ea concurrerent.

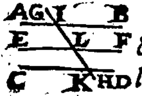
d 35. *Def.*

e 11. *Ax.*

. *Coroll* Omne parallelogrammum, habens vnum angulum rectum, est parallelogrammum rectangulum.

PROPOSITIO XXX.

Theo. 21.



Quæ eidem rectæ EF. *parallelæ* AB. CD. & *inter se sunt parallelæ.*

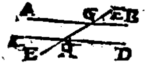
PRob. In has tres rectas in eodem plano positas si cadat recta GH. angulus AIL. çqualis erit angulo ILF. [a] quia sunt alterni; & angulus externus ILF. angulo LKD. interno & opposito [b] ergo anguli AIL. LKD. sunt æquales [c] ergo rectæ AB. CD. sunt parallelæ.

a 29. Prop.

b 1. Ax.

c 27. Prop.

PROPOSITIO XXXI.



A dato puncto G. data recta CD parallelam rectam lineam AB. *ducere.* Probl. 10.

EX G. in datam CD. duc rectam GH. vtcunque, & angulo GHD. [a] constituatur æqualis ad G. nempe angulus HGA, [b] erit recta AB ipsi CD. parallela, quia anguli alterni AGH. DHG. sunt æquales.

a 23. Prop.

b 27. Prop.

PROPOSITIO XXXII.

Theo. 22.

Omnis trianguli ABC. *vno latere* BC. *producto* in E. *externus angulus* A C E. *duobus internis & oppositis* AB C. B A C. *aequalis est: & trianguli, tres interni anguli* A.B.C. *duobus rectis aequales sunt.*

a 31. Prop. PRob. prima pars. [a] Ducatur ex C. recta CD. parallela rectæ A B. tunc quia recta A C. cadit in parallelas A B. C D. angulus A. æqualis est alterno A CD. Et quia BC. cadit in easdem, angulus E C D. externus

b 29. Prop. [b] æqualis est interno B. Totalis ergo A C E. æqualis est duobus internis & oppositis A. & B.

Prob. 2. Angulus ACB cum externo ACE [c] valet duos rectos, sed angulus A C E. [d] æqualis est angulis A & B. ergo angulus C. cum angulis A & B. valent duos rectos, ergo tres anguli, &. Huius propositionis autor fertur Pythagoras Samius circa annum ante Christ. 650.

c 15. Prop.
d 32. Prop.

Corol. 1. Omnes tres anguli vnius trianguli, sunt æquales tribus cuiuscunque alterius triãguli simul sumptis; & quando duo sunt æquales duobus, erit & reliquus reliquo.

Corol 2. In triangulo Isosceli rectangulo, anguli ad basim sunt semirecti.

Corol. 3 Angulus trianguli æquilateri est vna tertia duorũ rectorũ, vel duæ tertiæ vnius recti.

Sch. Omnis figura rectilinea distribuitur in tot triangula, quot ipsa continet latera, demptis duobus, & anguli triangulorũ, cõstituunt angulos figuræ.

PROPOSITIO XXXIII.

Theo. 23.

Recta A C. BD. *quæ æquales & parallelas* A B. C D. *ad easdem partes coniungunt: & ipsa æquales & parallelæ sunt.*

PRob. Duc rectam D A. quæ
a 29. Prop. datas AB. CD. iungat [a] tunc
anguli alterni DAB. ADC. erunt
æquales: latus A B ponitur æquale
lateri CD. latus AD. est
b 4. Prop. commune [b] ergo bases AC. DB.
sunt æquales. [b] Ergo anguli
c 27. Prop. CAD. ADB. sunt æquales: [c] ergo
rectæ A C. D B. sunt parallelæ.

PROPO-

PROPOSITIO XXXIV.

Parallelogrammorum spatiorum A B. CD. *quæ ex aduerso & latera* AB. CD: AC BD. *& anguli* AD. BC. *æqualia sunt inter se, & diameter* A D. *illa bifariam secat.* *Theor 24.*

PRob. Rectæ AB. CD. ponuntur parallelæ, [a] ergo angulus BAD angulo CDA. & angulus C A D. angulo A D B. sunt æquales, cum sint alterni. Ergo triangula A B D. ACD. habent duos angulos æquales alterum alteri, & ipsis commune latus A D. adiacet, [b] ergo reliqui anguli B. & C. sunt æquales, & reliqua latera, A B. ipsi CD. & BD. ipsi AC. erunt æqualia, cum æqualibus angulis, nempe alternis opponantur [c] Ergo triangula ABD. ACD. æqualia inter se.

a 29. Prop.

b 26. Prop.

c 4. Prop.

PROPOSITIO XXXV.

Theo. 25.

Parallelogramma AD. FD. *super eadem basi* CD. *& in iisdem parallelis* AB. CD. *constituta, inter se sunt aequalia.*

ID tribus modis potest contingere, si vt vides in 1 figura, sic
a 1. Ax. dico Rectæ AE FB. sunt [a] æquales, quia sunt [b] æquales rectæ
b 34. Prop. CD. Rectæ AC. ED. sunt [c] æquales: angulus CAE. [d] æqualis est
c 34. Prop. angulo DFB. externus interno &
d 29. Prop. opposito, ergo triangulum CAE. æquale est [e] triangulo DFB. [f] ad-
e 4. Prop. dito ergo communi FCD. fient
f 2. Ax. parallelogrāma AECD, FBCD. æqualia.

Si vt in 2[a]. Rectæ AE. FB. sint

æquales vt prius : [f] dempta igitur communi FE. erunt æquales AF. EB. Rectæ AC. ED. sunt [g] æquales: anguli A & E sunt [h] æquales, [i] ergo triangula FAC. BED. sunt æqualia. addito ergo communi trapesio EFCD. parallelogramma AECD. FBCD. erunt [l] æqualia.

Si vt in 3[a]. idem repeto. Rectæ AE. FB. sunt [m] æquales ipsi CD. [n] ergo & inter se: ergo recta AF. [o] æqualis est rectę EB. Rectę AC. ED. sunt [p] æquales, anguli item E & A sunt [q] æquales: ergo triangula ACF. EDB. sunt [r] æqualia: ergo vtrique trapezio si addas commune CGD. & tollas GEF. triangulum similiter commune, parallelogramma AD. CB. erunt æqualia.

f 3. Ax. *g 34. Prop.* *h 29. Prop.* *i 4. Prop.* *l 2. Ax.* *m 34. Prop.* *n 1. Ax.* *o 2. Ax.* *p 34. Prop.* *q 29. Prop.* *r 4. Prop.*

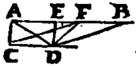
PROPOSITIO XXXVI.

Theo. 26.  *Parallelogrãma* AE. HD. *super æqualibus basibus* CE FD. *& in iisdem parallelis* AB CD. *constituta, inter se sunt æqualia.*

PRob. Connectantur parallelogramma rectis CH EB. [a] quæ erunt æquales & parallelæ. [b] Hoc posito, parallelogrammum AE. æquale est ipsi CB. & parallelogrammum CB. ipsi HD. [c] ergo parallelogramma AE. HD. sunt æqualia.

a 34. Prop.
b 35. Prop.
c 1. Ax.

PROPOSITIO XXXVII.



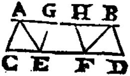
Triangula ACD. FCD. *super eadem basi* CD. *& in iisdem parallelis* ABCD. *constituta, sunt inter se æqualia.* Theo. 27.

PRob. a Per D. ducas DE. parallelam rectæ CA. & DB. ipsi CF. parallelogramma AD CB b erunt æqualia: c sed eorum dimidia sunt triangula ACD, FCD. d ergo triangula ACD. FCD. sunt æqualia.

a 31. Prop. b 35. Prop. c 34. Prop. d 7. Ax.

PROPOSITIO XXXVIII.

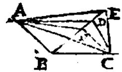
Theo. 28.



Triangula ACE. BFD. *super aequalibus basibus* CE. FD. *& in iisdem parallelis* ABCD. *aequalia sunt inter se.*

[a] 31. Prop. PRob. [a] Ducatur EG. parallela ipsi AC. & FH ipsi
[b] 36. Prop. BD. [b] erunt parallelogramma
[c] 34. Prop. AE. BF. æqualia. [c] Horum dimidia sunt triangula ACE.
[d] 7. Ax. BFD. [d] Ergo sunt inter se æqualia.

PROPOSITIO XXXIX.



Æqualia triãgula ABC. DBC. *super eadem basi* BC. *& ad easdem partes constituta, & in ijsdem sunt parallelis.* Hoc est AD. est parallela BC. Theo. 29.

PRob Si negas AD. & BC. esse parallelas;[a] sit AE. cui recta BD producta occurrat in E. Ducta ergo recta CE. [b] triangula ABC. EBC erunt æqualia, quod fieri nequit: nam triangulum DBC ponebatur æquale triangulo ABC. Quod si dicas AF. & BC esse parallelas, eadem repetetur demonstratio, & sequetur totum & partem esse æqualia.

a 31. Prop.

b 37. Prop.

PROPOSITIO XL.

Theo. 30.

Æqualia triangula ABC. DEF. *super æqualibus basibus* BC. EF. *& ad easdem partes constituta, & in iisdem sunt parallelis* AD BF.

PRob. Si negas rectas AD. BF. esse parallelas, sit AG. cui occurrat ED producta in G. Tunc ducta GF. erunt [a] triangula GEF. ABC. æqualia : ponebantur autem æqualia triangula ABC. DEF. ergo totum GEF. & pars DEF. eidem triangulo ABC. erunt æqualia.

a 37. Prop.

PRO-

PROPOSITIO XLI.

Si parallelogrammum AE. CD. *cum triangulo* F CD. *basim* CD. *habuerint eandem, & in iisdem parallelis* A F. CD. *fuerit: parallelogrammum* CE. *duplum erit trianguli.* FCD. Theo. 31.

PRob. Ducatur diameter AD. Triangula FCD. ACD. [a] sunt æqualia; Parallelogrammum CE. [b] est duplum trianguli ACD. [c] ergo & trianguli CFD.

a 37. Prop
b 34. Prop.
c 6. Ax.

PROPOSITIO XLII.

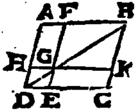
Prob. 11.

Dato triangulo ABC. *æquale parallelogrammum* G C. *constituere in dato rectilineo angulo D.*

DAti trianguli ABC. Basim BC.
a 10. diuide[a] bifariam in E. ductaque
Prop. EA. [b] agatur per A. recta AH. pa-
b 31. p rallela ipsi EC. ad punctum E. [c] facto
c 23. angulo GEC. ipsi D. æquali: [d] educa-
Prop. tur ex C. recta CH. ipsi EG. parallela,
d 31. tunc figura GC. erit parallelogramma,
Prop. cùm latus GH. ponatur parallelum ipsi
EC & latus CH. ipsi EG. Quod autem
sit tale, quale petitur sic

Probatur. Triangula ABE. AEC.
e 38. sunt [e] æqualia: triangulum AEC. est
Prop. [f] dimidium parallelogrammi, super
f 41. eadem basi EC. constituti: ergo totum
Prop. triangulum ABC. est [g] æquale pa-
g 6. rallelogrammo GC. habet autem pa-
Ax. rallelogrammum ex constructione angulum GEC. æqualem dato angulo D, quod petebatur.

PROPOSITIO XLIII.



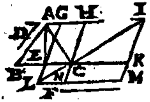
Omnis parallelogrammi, cõplementa eorum quæ circa diametrũ sunt parallelogrammorum, inter se sunt æqualia. Theor. 32.

IN hac figura, parallelogramma circa diametrum sunt, FK. HE. complementa verò dicuntur parallelogramma AG. GC. Euclides verò dicit hæc complementa semper esse æqualia.

Prob. triangula BAD. BCD. sunt [a] æqualia: Itémque triangula BKG. BFG. & GED. DHG. ergo si ab æqualibus triangulis BAD. BCD. tollas æqualia, nẽpe BKG. ipsi BFG. & GHD. ipsi GED. complementa GA. GC. quæ remanent, erunt æqualia. Q. E. P. a 34. Prop.

PROPOSITIO XLIV.

Prob. 11.



Ad datam rectam F, *dato triangulo* ABC, *æquale parallelogrammum* CM, *applicare in dato angulo rectilineo*, D.

a 42. Prop. b 2. Prop. c 31. Prop.

Constitue triangulo ABC.[a] æquale parallelogrãmũ CG. habẽs angulũ GEC æqualẽ angulo dato D. tum producas BC. in K. sic vt CK. sit [b] æqualis datæ F. per K. agatur [c] KI. parallela ipsi CH occurrens GH. productæ in I. Deinde ex I. ducatur per C. diameter IC. occurrens rectæ GE. productæ in L. & per L. ducatur LM parallela ipsi EK. secans IK. productã in M. producatúrque HC. in F. dico parallelogrammum CM. esse quod petitur.

d 34. Prop. e 42. Prop. f 28. Prop.

Prob. Complementa GC CM. sunt [d] æqualia, complementum GC. est [e] æquale triangulo ABC. ergo & cõplementum CM. habet autem lineã CK. [e] æqualẽ datæ F. & angulum CNM. æqualem [f] angulo HCK. qui [f] æqualis est angulo GEC. qui ponitur æqualis dato angulo D. ergo parallelogrammum CM. æquale est triangulo ABC. & habet lineam CK. æqualem datæ F. & angulum CNM. æqualem dato D. quod petebatur.

PROPOSITIO XLV.

Dato recti-lineo AD. *æquale paral-lelogrammum* E D. *consti-tuere, in dato rectilineo angulo* F. Prob. 13.

Diuide rectilineũ in triãgula, recta CB,[a] fiat parallelogrãmũ EI. æquale triangulo BCD. in angulo H. æquali ipsi F. supra latus GI.[a] fiat parallelogrammum G D. æquale triangulo A B C. habens in I. angulum G I D. çqualem ipsi H, & factum est quod petitur. a 44. Prop.

Prob. Rectæ EH. KD.[b] eidem GI. ideoque & inter se sunt[c] parallelæ & [d] æquales: angulus GID.[e] æqualis est angulo EHI. [f] angulus EHI. cum angulo HIG valent duos rectos, ergo & anguli GIH. GID. valent duos re ctos: ergo [g] lineæ HI, ID. iacent in directum, similiterque E G. G K. & cum æqualibus HI. EG. æquales additæ sint ID. GK. totæ HD EK. sunt æquales, ergo figura ED. est parallelogrammum cuius partes sunt æquales partibus dati rectilinei & in quo angulus H, æqualis dato F. ergo, &c.

b ex const. c 30. Prop. d 34. Prop. e 29. Prop. f 13. Prop. g 14. Prop.

PROPOSITIO XLVI.

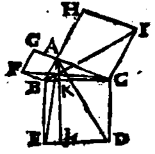
Prob. 34.

A data recta A B. *quadratum* ABCD. *describere.*

a 11. Prop. EX A & B. [a] erige perpẽdicu-
lares CA. D B. æquales ipsi
AB. iunganturque recta CD. &
factum est quod petitur.

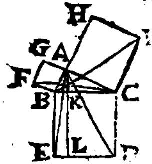
b 10. Def. Prob. [b] Anguli A. & B. sunt re-
cti: ergo rectæ AC. BD sunt [c] pa-
c 28. Prop. rallelæ. Vtraque [d] est æqualis
d Ex const. ipsi AB ergo & inter se: [e] ergo &
AB & CD: parallelæ, sunt ęqua-
e 33. Prop. les: ergo AC. CD. DB. sunt æ-
quales, & figura est parallelo-
gramma: cumque anguli A & B.
f 34. Prop. sint recti, [f] erunt etiam oppositi
C. & D. recti, ergo figura AB.
CD. est quadratum. Q. E F.

PROPOSITIO XLVII.



In Rectangulis triangulis BAC. *quadratum* BD. *quod à latere* BC. *rectum angulum* BAC. *subtendente describitur; æquale est eis quæ à lateribus* BA. AC. *rectum angulum* BAC. *continentibus, describuntur quadratis* BG. CH. *Theo. 33.*

PRob. Ex puncto A. duc[a] rectam AL. parallelam ipsi BE. & ducantur rectæ AD. BI. hoc posito triangula ACD. ICB. se habent iuxta 4. nam latera CD. CA [b] sunt æqualia ipsis BC CI. & anguli contenti ICB ACD. æquales: cùm anguli *a 31. Prop.* *b 30. Def.*



ICA BCD sint
b recti, & angul⁹
ACB cõmunis:
ergo triangula
ACD BCI sũt
c 41. Prop. æqualia c Sed
triãgulũ ACD.
est dimidiũ parallelogrãmi LC.
cùm sint supra eãdẽ basim CD.
& inter easdẽ parallelas AL CD.
& triãgulum ICB dimidium est
quadrati CH. ob eãdẽ causã.
d 6. Ax. d Ergo quadratum CH est æquale parallelogrammo LC cùm
eorum dimidia sint æqualia.

Iã ducãtur rectæ AE FC. dico
triangula FBC ABE esse adhuc
æqualia, cũ se habeãt iuxta 4. e &
triãgulum ABE esse dimidiũ parallelogrãmi BL sicut triangulũ
FBC. dimidiũ quadrati BG: ergo
quadratũ BG. est æquale parallelogrammo BL. Totum ergo
quadratum BD æquale est quadratis BG. CH. quod erat probandum. *Huius propositionis auctor fertur Pythagoras Samius.*

PROPOSITIO XLVIII.

Theor 34.

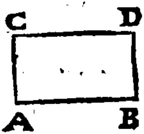
Si quadratum quod ab vno laterum CB. *trianguli* CAB. *describitur, æquale sit eis quæ à reliquis duobus trianguli lateribus* AB. AC. *describuntur quadratis: contentus angulus* CAB. *sub reliquis duobus trianguli lateribus* AB. AC. *rectus est.*

PRob. [a] ducatur ex A. ipsi AB. perpendicularis AD. ipsi AC. æqualis, iungaturque recta DB. hoc posito sic dico [b] Angulus DAB. rectus est, [c] ergo quadratum rectæ DB. æquale est quadratis rectarum BA. AD. vel AC.

a 11. Prop.
b 10. Def.
c 47. Prop.

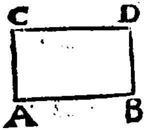
Iam quadratum ipſius C B. ex hypoth. æquale eſt quadratis earundem C A.
d 1. Ax. A B. d ergo rectæ C B. B D ſunt æquales Ergo triangula
e 8. Prop. C A B. A D B habent tria latera æqualia. e Ergo habent & angulos æquales qui æqualibus lateribus reſpondent. Ergo ſi angulus D A B rectus eſt, erit etiam rectus C A B. cùm latera DB, BC. ſint æqualia.

EVCLIDIS
ELEMENTVM II.
DEFINITIONES.
I.



Omne parallelogrammũ rectangulum ABCD. *cõtineri dicitur sub duabus rectis* AB. BD. *quæ rectum comprehendunt angulum* ABD.

QVemadmodum in circulo cognita diametro, tota eius area cognoſcitur, ſic expreſſis duabus lineis quæ angulũ rectũ continent in parallelogrammo rectangulo, ſtatim tota eius quantitas intelligitur, nimirum latitudo & longitudo.



Obferua 1. Illud parallelogrammum dici rectangulum quod vnū habet angulum rectum. Si enim vnus eſt rectus a b erunt & reliqui recti.

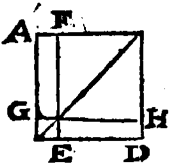
a 29. 1.
b 34. 1.

Obferua 2. In ſequentibus nomine rectanguli, Euclidem ſemper intelligere parallelogrammum rectangulū, licet vis nominis id non exigat.

3. Geometras omne parallelogrammum exprimere duas tantum nominando literas, quæ per diametrum opponuntur. Vt appoſitum parallelogrammum appellant. A D.

4. Cognitis lateribus rectanguli, inueniri eius aream ex multiplicatione numeri vnius lateris in numerum alterius lateris circa eundem angulum. Similitérque cognita area rectanguli & vno laterum, inueniri alterum latus ſi diuidatur numerus areæ per numerum lateris dati, quotiens enim erit latus quæſitum.

II.

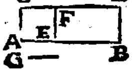


Omnis parallelogrāmi spatij vnumquodlibet eorum quæ circa diametrum illius sunt, parallelogrammorum, cum duobus complementis, gnomon vocetur.

IN parallelogrammo AD. parallelogrammum GE. cum duobus complementis GF. EH, vocatur γνωμῶν, quod Latinè normam sonat, eius enim speciem nobis exhibet.

PROPOSITIO I.

Theo. 1.



Si fuerint duæ rectæ G. AB. *seceturque altera ipsarum* AB. *in quotcunque segmenta* AE. EB. *comprehensum rectangulum* CB. *sub duabus rectis* AC. hoc est G. & AB. *æquale est comprehensis rectangulis* CE. FB. *quæ sub insecta* CA. *& quolibet segmentorum* AE. EB.

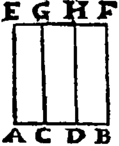
PRob. Ex punctis A & B eri-
a 11. ge [a] perpendiculares AC.
& 3. BD. æquales datæ G. & ducatur
1. recta CD. sicque fiat [b] [c] ex li-
b 28.1 neis CA. hoc est G. & AB.
c 34. 1. Rectangulum CB. Rectam AB.

vtcunque diuide in E. & fiat
[d] E F. parallela & æqualis ipsi d 31 1
AC. erunt CE. FB. rectangula. & 3. 1
Nam angulus FEB. rectus est e 29.
[e] quia æqualis ipsi A. & conse- 1.
quenter [f] reliqui anguli, & late- f 28.
ra [g] lateribus oppositis æqualia. 1.
Hæc autem duo rectangula CE. g 34
B F. simul sumpta sunt æqua- 1.
lia totali B C. hoc est partes
toti. [h] Q. E. P. h 19.

Idem patet in numeris, puta a.
6. & 2. diuide 6. in 2. & 4. dico
12. numerum productum ex 6.
in 2. æqualem esse duobus numeris 4. & 8. qui fiunt ex multiplicatione duorum in duo, & in quatuor.

PROPOSITIO II.

Theo. 2.



Si recta linea AB. *secta sit vtcunque* puta in C. & D. *Rectangula* EG. GD. HB. *comprehensa sub tota* AE. hoc est AB. *& quolibet segmentorum* AC. CD. DB. *æqualia sunt ei, quod à tota* AB. *fit quadrato* AF.

a 46. 1. PRob. Ex AB. fiat [a] quadratum EB. ex C. & D. erigantur [b] CG. DH. parallelæ & æquales ipsi AE. hoc posito, erit rectangulum EC. comprehensum sub tota AE. [c] hoc est AB. & segmento AC. & eodem modo rectangula

b 31. 1. & 3. 1.

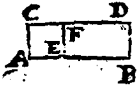
c 30. Def.

gula GD. HB. sub tota & vtrolibet segmentorum. Cum ergo rectangula EC. GD. HB. sint [d] partes omnes suo toti quadrato AF. æquales, patet rectangula comprehensa sub AE. hoc est AB. & segmentis AC. CD. DB. æqualia esse quadrato lineæ AB. Q. E. P. d 19. a.

In numeris diuide 10. in 7. & 3. dico 70 & 30. qui producuntur ex multiplicatione 10. in 7. & 3. æqualia esse 100. quadrato numeri 10.

PROPOSITIO III.

Theo. 3.



Si recta linea AB. *secta sit vtcunque in* E. *Rectangulum* CB. *sub tota* AB. *& vno segmentum* AC. hoc est AE. *cōprehensum, æquale est & rectangulo* FB. *quod sub segmentis* BE. FE. hoc est EA. *comprehenditur, & illi quod à prædicto segmento* AE. *describitur quadrato* CE.

PRob. Datam AB. seco vtcũque in E. ex punctis AEB. erigo [a] perpēdiculares AC. EF BD. parallelas [b] inter se & æquales segmēto AE. tum duco rectam à puncto C. ad D. quæ erit parallela [c] ipsi AB Hoc posito sic dicō, AC. est æqualis [d] ipsi AB. ergo rectangulum A D. est com-

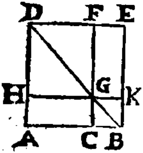
a 11. 1
b 31. 1 & 3. 3.
c 33. 1
d ex const.

prehensum sub tota AB & vno segmentorum AC. hoc est AE. Rursus FE. est [d] æqualis ipsi EA. ergo rectangulum FB. est comprehensum sub segmentis BE. EF. hoc est AE Denique parallelogrammum AF. quadratum est [c] cum AC. EF. sint [d] perpendiculares ipsi AE. & eidem æquales. Ergo cum rectangulum AD. æquale sit quadrato AF. & rectangulo FB. patet rectangulum sub tota AB. & segmento AE. æquale esse rectangulo comprehenso sub segmentis AE. EB. & quadrato prædicti segmenti AE. Q. E. P. c 31. d 1.

In numeris deuide 10. in 7. & 3. numerus 70. productus ex 10. in 7 æqualis est numero 21. qui ex 7. in 3 producitur; vna cum 49. quadrato prioris partis 7.

PROPOSITIO IIII.

Theo. 4.



Si recta linea AB. *secta sit vtcũque,* in C. *quadratũ* AE. *quod à tota* AB *describitur, æquale erit & quadratis* HF. CK. *quæ à segmẽtis* AC. CB. *describuntur & ei quod bis sub segmẽtis* AC. CB. *cõprehenditur rectangulo* nempe rectangulis AG. GE.

a 46 1. PRob. Super datam AB. fiat a quadratũ AE. ducas diametrum DB.
b 31.1 ex C. fiat CF. parallela b rectæ BE. se-
c 30. cans diametrum in G. per quod age
Def 1 HK. parallelã b ipsi AB. hoc posito sic
d 5.1. dico. Triãguli ADB. latera AD. AB.
e 32.1 sunt c æqualia, ergo anguli ADB. A
f 29.1 BD. sunt d æquales, ergo semirecti, e cùm angulus A. sit rectus. Idémq; dicendum de triangulo EDB. Rursus

angulus DFG rectus f est, angulus F DG. ostensus est semirectus, ergo angulus FGD. etiam semirectus g est, ergo latera DF, FG sunt h æqualia: sed ipsis etiam sunt æqualia i latera opposita DH. HG ergo parallelogrammum FH. quadratum k est. Eadem de causa quadratum erit CK ergo HF. CK. quadrata sunt segmentorum AC. CB. cùm latus HG. sit æquale ipsi AC. Similiter rectangula AG. GE. continentur sub segmentis AC. CB, quia CG. GK. sunt æquales ipsi CB. cum CK sit quadratum, & GF. item æqualis rectæ HG. ob quadratum HF. hoc est rectæ AC. Igitur cum quadratum AE. sit æquale quadratis HF. CK. & rectangulis AG. GE. verum est quadratum AE. super datam AB. æquale esse quadratis segmentorum AC CB. & rectangulo comprehenso sub iisdem segmentis, bis sumpto.

g 32. 1.
h 6. 1.
i 34. 1.
k 30. Def.

Si diuidas 6 in 4. & 2. quadratum 6. hoc est 36. æquale est quadratis partium 4. & 2. hoc est 16. & 4. vna cum numero 8. bis repetito qui fit à partibus 2. & 4 in se multiplicatis.

PROPOSITIO V.

Theo. 5.

Si recta linea AB. *secetur in æqualia* C. *&* *non æqualia* D. *Rectangulum* LD. *sub inæqualibus totius* AB. *segmentis* AD. DG. hoc est DB: *cōprehensum, una cum quadrato* HF. *quod ab intermedia sectionum* CD. *æquale est ei quod à dimidia* CB. *describitur quadrato* CI.

a 46. 1. PRob Super dimidia CB fiat a quadratum CI. ductaque diametro
b 31.1 BE. agatur b per D. recta DF. ipsi BI. parallela: ex ea lem recta BI. sume BK. æqualem ipsi DB. & per punctum K b agatur KL ipsi AB. parallela & addatur AL. parallela
c 30. Def. ipsi BK. hoc posito sic dico, trianguli ECB. angulus C. rectus est, c &
d 5.1. latera CE, CB. æqualia, ergo d an-

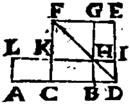
guli E. & B. sunt æquales. Ergo e se-mirecti. Item, ergo f anguli CEB. IBE sunt æquales & semirecti e ob eandem rationem. Rursus in parallelogrammo DI. angulus DBI. rectus est ex constructione, ergo f angulus BDF. rectus. Nūc in triangulo BDG. angulus D. rectus est: angulus DBG probatus est semirectus, ergo c & angulus BGD. semirectus est: ergo g latera DB. DG sunt æqualia: ergo h rectangulum ID. est sub inæqualibus segmentis AD. DG hoc est DB. contentum. Eodem modo demonstrabitur parallelogrammum HF. esse quadratum supra segmentum intermedium HG. hoc est CD. nam rectangulum LC. æquale est ipsi DI. cum vtrumque sit æquale ipsi CK. nam LC. & CK. sunt i supra æquales bases & inter easdem parallelas: CG vero & GI. sunt complementa k æqualia, quibus si addas commune DK. erunt æqualia CK. & DI. cætera autem nempe HF. CG. sunt communia.

e 32. 1 *f* 29. 1. *g* 6. 1 *h* 1. *def.* 2. *i* 36. 1. *k* 43. 1.

Diuide 10 æqualiter in 5. & 5 inæqualiter in 7. & 3. eritque numerus 21. ex 7 in 3 vna cum quadrato numeri intermedii 2. quod est 4. æquale quadrato dimidij 5. hoc est numero 25.

PROPOSITIO VI.

Theo. 7.



Si recta linea AB. *secetur bifariam* C. *eique recta quædam* BD. *in rectum adyciatur, rectangulum* A I. *comprehensum sub tota* AB. *cum adiecta* B D. *& sub adiecta* D I. hoc est B D. *vna cum quadrato* K G. *à dimidia* K H. hoc est C B. *æquale est quadrato* C E. *à linea* C D. *quæ tum ex dimidia* C B. *tum ex adiuncta* BD. *componitur tanquam vna linea, descripto.*

a 46. 1. b 31. 1. PRob. Super rectam C D.[a] fiat quadratum C E. per B. age B G. parallelam[b] ipsi DE. sume D I. æqualem ipsi DB. & ex I. age IL. parallelam

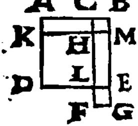
lelam & æqualem ipsi DA. iungaturque recta LA. quo facto sic dico. Rectangula LC. KB. sunt inter easdem parallelas & supra æquales bases,[b] ergo æqualia. Eidem KB.[c] æquale est complementum HE. ergo erit & HE. æquale ipsi LC & additis communibus CH BI. gnomon GD. IC æqualis erit toti rectangulo AI. quod continetur sub tota AB. cum adiecta BD. & sub adiecta DI. hoc est BD. Iam vero gnomon GD. IC. adiecto quadrato KG partis dimidiæ KH.[d] hoc est CB. fit æqualis quadrato ipsius CD quæ est pars dimidia cum adiuncta. Ergo parallelogrammum AI. adiecto eodem quadrato KG. fiet æquale eidem quadrato CE.

b 36. 1.
c 43. 1.
d 34. 1.

In numeris .10. secentur bifariam in 5 & 5. addatur ei numerus 2. numerus 24. qui producitur ex toto composito 12. in adiunctum 2 vna cum quadrato 25. quadrato dimidiis æqualis est 49. qudrato numeri 7. qui ex dimidio 5. & adiecto 2. componitur.

PROPOSITIO VII.

Theo. 7.



Si recta linea AB. *secetur vtcunque* in C. *quod à tota* AB. *fiet, quodque ab vno segmentorum* CB. *vtraque simul quadrata* AE. EF. *æqualia sunt & illi quod bis sub tota* AB. *& dicto segmento* CB. *comprehenditur rectangulo* AM. MF. *& ei quod à reliquo segmento* AC. *fit quadrato* HD.

a 46 1. PRob. Super A B. [a] fiat quadratum AE. sume B M. æqualem ipsi CB. ducantur CL.
b 36. 1. MK. [b] parallelæ ipsis B E. A B. produc BE, in G. sic vt EG. fit

æqualis ipsi BM [c] hinc erit MG. æqualis ipsi BE. fiat quadratum EF. hoc posito quadratum totius AB. quod est AE cum quadrato segmenti CB [d] hoc est BF. æqualia sunt rectangulis AM. MF. (quæ sumuntur sub tota AB. & segmento BC. cum BM. sit ipsi BC. æqualis & in rectangulo MF latera MG. FG. sint æqualia ipsis BE BM. hoc est AB. CB.) vna cum quadrato alterius segmenti AC. quod est KL. totum videlicet partibus omnibus.

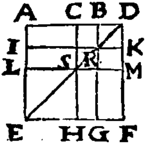
c 2. Ax.

d Ex const.

Diuide 6. in 4. & 2. quadratum totius 6. nempe 36. vna cum quadrato ipsius 2. hoc est 4. æqualia sunt numero 40. qui fit ex numero 6. bis ducto in 2 hoc est 24. vna cum quadrato alterius partis 4. quod est 16.

PROPOSITIO VIII.

Theo. 8.



Si recta linea AB. *secetur vtcunque in* C. *rectangulum* I B. *quater comprehensum sub tota* AB. *& vno segmentorum* B R. hoc est B C. *cum eo quod à relicto segmento* A C. hoc est L S. *fit quadrato* L H. *equale est ei quod à tota* AB *& dicto segmento* BD hoc est BC. *tanquam ab vna* AD. *describitur quadrato* AF.

PRob. Rectæ AB. sectæ in C. adijciatur in rectum BD. ipsi BC. æqualis. Super tota AB. & adiuncta BD. hoc est super AD. fiat quadratum FD ex punctis B. & C. duc rectas BG. CH, ipsi D F, parallelas acceptisque

DK. KM. ipsis DB. BC. æqualibus, duc rectas KI. ML[c] ipsi DA. parallelas. Hoc posito sic dico, circa R. constituta sunt quadrata quatuor, quorum latera omnia ipsi BC. sunt [a] æqualia. Ducta diametro ED. complementa AR. RF. [b] sunt æqualia, suntque rectangula sub tota AB. & vno segmento BR. hoc est BC. eodémque modo IS. SG. sunt complementa æqualia, quibus si addas quadrata æqualia SR. BK. fient rectangula duobus præcedentibus æqualia cum sint inter easdem parallelas & æquales bases, ergo quatuor illa rectangula sunt sub tota & vno segmento. Quod si quatuor illis rectangulis addas quadratum LH. alterius partis LS. hoc est AC. vides illa omnia simul sumpta esse æqualia quadrato ED. quod fit supra AD.

a Ex const.

b 31. I.

Si *6.* secentur in 4. & 2. & ducatur quater numerus *6.* in 2. fient 48. & addatur quadratum ipsius 4. hoc est 16 fiet numerus 64. æqualis quadrato ipsius 8. qui numerus componitur ex toto 6. & parte 2.

PROPOSITIO IX.

Theo. 9.

Si recta linea AB *secetur in æqualia* in C. *& non æqualia* in D. *quadrata quæ ab inæqualibus totius segmentis* AD. DB. *fiunt, dupla sunt, & eius quod à dimidia* A C. *& eius quod ab intermedia sectionum* CD. *fit, quadratorum.*

PRob. Secetur recta AB. æqualiter in C. & non æqualiter in D. Ex C. erigatur CE. perpendicularis ipsi AB. & æqualis ipsi CA. vel CB. ducanturque rectæ EA. EB. Deinde ex D. erigatur DF. ipsi EC. parallela secans EB. in F. & iungatur recta GF. ipsi CD. parallela, ducaturque recta AF. hoc posito: trianguli [a] Isoscelis ACE. anguli A. & E. sunt [b] æquales [c] & semirecti, cùm angulus ACE. sit rectus. Idem dicendum de triangulo ECB. ergo totus angulus AEB. rectus

a Ex const.
b 5.1.
c 32.1

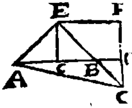
eſt. Iam in triangulo E G F. angulus G.[d] æqualis eſt angulo C.[a] ergo rectus, ergo anguli E. & F.[b] æquales [c] quia d 29.
angulus E. ſemirectus eſt: [e] ergo latera 1.
GE. GF. æqualia. Æqualis etiam vtri- e 6.1.
que eſt C D. [a] cum G D. ſit parallelogrammum. Igitur ſi ab æqualibus CE. CB. tollantur æqualia GE. CD. f 34.
recta CG. [f] hoc eſt DF. ipſi DB. æ- 1.
qualis erit.

Nunc ſic rem probo, quadratum rectæ A F. [g] æquale eſt quadratis partium inæqualium A D. D B. hoc eſt g 47.
DF. Idem quadratum rectæ AF. [g] æ- 1.
quale eſt quadratis AE. EF quæ quadrata dupla ſunt quadratorum rectarum AC. dimidiæ & CD. partis ſectionibus interiectæ. Cum enim AC. CE. ſint pares & AE. det quadratum vtriuſque quadratis æquale, efficiet duplum quadrati ipſius AC. ſimiliterque EF. dat duplum quadrati ipſius GF. ſeu CD. ergo quadratum ipſius AF. hoc eſt partium inæqualium AD. & DF. hoc eſt DB. duplum ſunt quadratorum AC partis dimidiæ & CD. lineæ ſectionibus interiectæ. Q. E. P.

Diuide 10. in 5. & 5. & in 7 & 3. media ſectio 2. quadrata 49 & 9 partium inæqualium 7. & 3. ſunt duplum quadratorum 25. & 4. partis dimidiæ 5. & ſectionis 2.

PROPOSITIO X.

Theor. 10.



Si recta linea AB *secetur bifariam* in C. *adyciatur autem ei in rectum quapiam recta* BO. *quod à tota* AB. *cum adiuncta* BO. *& quod ab adiuncta* BO. *vtraque simul quadrata* AO. BO. *duplicia sunt & eius quod à dimidia* AC. *& eius quod à composita* CO. *ex dimidia* CB. *& adiuncta* BO. *tanquam ab vna describitur quadratorum.*

PRob. Ex C. erigatur perpẽdicularis CE. æqualis ipsi AC. vel CB iũgãtur rectæ AE. EB. ex E. fiat EF parallela ipsi CO. per O. ducatur OF. parallela ipsi CE. occurrẽs rectæ EB. In G.

iungaturque recta A G. Ostédetur vt
propositione 9. angulum AEB. esse
rectum & CEB. semirectum, ideóque
[a] eius alternum EGF semirectum. *a* 29.
Est autem [b] angulus F. rectus [c] ergo & 1.
angulus FEG. semirectus est. [d] ergo re- *b* 34.
ctæ EF. FG. æquales. Eadem ratione 1.
æquales sunt rectæ BO. OG. His ita *c* 32.1
positis dico, quadratum rectæ AE. [e] du- *d* 6.1
plum est quadrati dimidiæ AC. eo- *e* 47.
demque modo quadratum EG. du- 1.
plum est quadrati EF. hoc [f] est CO. *f* 34.
hoc est dimidiæ CB. & adiunctæ BO. 1.
quadratum AG. æquiualet quadratis
AE. EG. ergo quadratum AG. æqui-
ualet duplo quadrati AC. & duplo
quadrati CO. sed idem quadratum
AG. æquale est quadrato AO. quod
fit à tota AB. & adiuncta BO. & qua-
drato OG. quod fit ab adiuncta OG.
hoc est BO. Ergo quadrata AO. OB.
æquiualent dupla quadratorum AC.
& CO. quod erat probandum.

Numerus 10. secetur in 5. & 5. cui addantur 3. quadrati numeri 169. & 9 numerorum 13. & 3. dupli sunt numerorum quadratorum 25. & 64. qui ex numeris 5. & 8. gignuntur.

PROPOSITIO XI.

Prob. 1.

Datam rectā AB. *secare, vt cōprehensū sub tota* AB. hoc est CB. *& altero segmentorum* BG. *rectangulum* CG. *æquale sit ei* FG. *quod à reliquo segmento* GA. *fit quadrato* GF.

PRaxis. Ad punctum A. excita perpēdicularē AD. æqualem datæ AB. eam seca bifariam in E. duc rectam EB. & ipsi æqualem facias EA. productam in F. tunc si ex AB abscindas AG. æqualem ipsi AF. quæsita sectio erit G. Ad demonstrationem vero, supra datam AB. perficies quadratū AG. & supra rectam AF. quadratum FG. & rectam HG produces in I. hoc posito sic dico. Recta DA. [a] secta est bifariam in E. eique in

a Ex conſt.

rectum adiecta est AF. [b] ergo re- b 6.2
ctangulum F I. quod factum est
sub tota D A. & adiecta AF. &
sub adiecta FH hoc est F A. vna
cum quadrato mediæ EA æqua-
lia sunt quadrato. E F. hoc est
EB quia ponuntur æquales Iam
quadratum EB [c] æquale est c 47.
quadratis BA. AE ergo quadra- 1.
ta BA. AE. sunt æqualia rectan-
gulo FI & quadrato EA. Ergo si
commune quadratum AE. tollas,
rectangulum F I remanebit æ-
quale quadrato AB. hoc est AC.
Quod si ab æqualibus A C. FI.
tollas commune A I. remanebit
CG rectangulum sub tota CB.
hoc est BA. & altero segmento-
rum GB æquale quadrato GF.
quod fit à reliqua parte GA. quod
erat faciendum.

PROPOSITIO XII.

Theo. 11.

In amblygonijs triangulis ABC. *quadratum quod fit à latere* AC. *angulum obtusum* B. *subtendente, maius est quadratis quæ fiunt à lateribus* AB. BC *obtusum* B. *comprehendentibus pro quātitate rectanguli bis comprehensi, & ab vno laterum* CB. *quæ sunt circa angulum obtusum in quod cum protractum fuerit* puta in D. *cadit perpendicularis* AD. *& ab assumpta exterius linea* BD. *sub perpendiculari* AD *prope angulum obtusum* ABC.

VVlt igitur in proposita figura, quadratū lateris AC. æquale esse quadratis AB. BC. &

rectãgulo ex lineis CB. DB. bis
ſũpto. Sic autẽ probatur. Recta
CD. diuiſa eſt vtcũque in B. [a] er- a 4.
go quadratum rectæ CD æquale 2.
eſt quadratis rectarũ CB. BD. &
rectãgulo cõprehẽſo bis ſub DB.
BC. Adde cõmune quadratũ re-
ctæ DA erunt duo quadrata re-
ctarum CD DA. æqualia tribus
quadratis DA. DB. CB & rectan-
gulo cõprehenſo bis ſub DB. BC.
ſed quadratum rectæ AC. æqui-
ualet quadratis AD. DC. igitur
& quadratum rectæ AC. æquale
erit tribus quadratis rectarum
AD. DB. BC. & rectangulo
comprehenſo bis ſub DB BC.
Nunc quadratum rectæ AB. æ-
quale eſt quadratis ipſarum BD.
DA. ergo quadratum rectæ AC.
æquale eſt quadratis rectarum
CB. BA. & rectangulo bis con-
tento ſub CB. BD. In triangulo
igitur, &c.

PROPOSITIO XIIII.

Theo. 12.

In Oxygonijs triangulis ACB. *quadratum à latere* AB. *acutum angulum* C. *subtendente, minus est quadratis quæ fiunt à lateribus* BC. CA. *acutum angulum* C. *comprehendentibus, pro quantitate rectanguli bis comprehensi & ab uno laterum* BC. *quæ sunt circa angulum acutum: & ab assumpta interius linea* DC. *sub perpendiculari, prope acutum angulum* C.

PRob. Constituta vt vides figura: recta BC. diuisa est vtcunque in D. ergo per 7.2. qua-

drata rectarum BC.DC. æqualia
sunt rectangulo bis sumpto sub
rectis BC. CD. & quadrato reli-
qui segmenti BD. Addo vtris-
que commune quadratum rectæ
DA. sic tria quadrata BC. DC.
DA. æqualia sunt quadratis
duobus BD. DA. & rectangulo
bis sũpto sub BC.DC. Nũc qua-
dratis duobus DC. DA: [a] æquale a 47.
est quadratum AC. Ergo duo 1.
quadrata rectarum BC. CA. æ-
qualia sunt rectangulo bis sum-
pto sub BC. DC. & quadratis
BD. DA. [a] hoc est AB. Ergo
quadratum rectæ BA. minus est
quadratis AC. CB. rectangulo
bis sumpto sub rectis BC. DC.
quod erat probandum.

PROPOSITIO XIV.

Theo. 13.

Dato rectilineo A. *æquale quadratum* CH. *constituere.*

PEr 45. 1. fiat rectangulum BD. æquale rectilineo A. si rectanguli latera sint æqualia, erit quadratum quod petitur. Si inæqualia, producas vnum puta DC. in F. sic vt CF. æqualis sit ipsi CB. seca bifariam DF in G. & centro G. spatio D. duc circulum DHF. producito latus BC. in H. quadratum quod fiet ex CH. erit æquale rectãgulo CE.

Prob. Recta DF. secta est æqualiter in G & non æqualiter in C. ergo rectangulum CE sub inæqualibus segmentis DC. CB. hoc est CF. vna cum quadrato segmenti medij GC [a] æqualia sunt quadrato rectæ GF. [b] hoc est GH quadratum GH. [c] æquale est

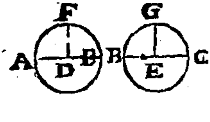
a 5.2. b 15. Def. 1. c 47. 1.

le est quadratis GC. CH & consequenter quadrata GC. CH æqualia sunt rectangulo CE & quadrato GC. Ergo si tollas commune quadratum GC remanebit quadratum rectæ CH. æquale rectangulo CE hoc est rectilineo A. quod erat faciendum.

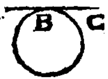
OBIECTIO.

IN superioribus, frequenter vsus es numeris: cum tamen in demonstrationibus geometricis numeri vsui esse non possint. Quia irrationales & incommensurabiles quantitates non explicant. Resp. 1. Semper in omnibus præponi geometricas demõstrationes Resp. 2. Non recipi quidem debere numeros in demonstrandis affectionibus, & irrationalium aut incommensurabilium quantitatum habitudinibus quæ sola quantitate continua cognoſcuntur: verum nemo negarit in demonſtrationibus quantitatis continuæ maioris lucis gratia, & explicandæ clarius propoſitionis, nos poſſe vti numeris, modo eos non accipiamus pro fundamento rationis. Vnde robur ſuum non accipit demonſtratio à numeris ſed lucem tantum. Et vero iis vſus eſt Archimedes propoſit 2. de circuli dimenſione & poſt eum omnes paſſim geometræ.

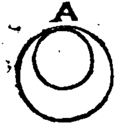
EVCLIDIS
ELEMENTVM III.
DEFINITIONES.



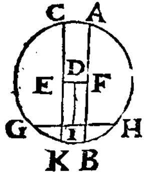
1. *Æquales circuli sunt, quorum diametri* AB. BC. *sunt æquales : vel quorum, quæ ex centris* D E. *rectæ lineæ* DF. EG. *sunt æquales.*



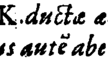
2. *Recta circulum tangere dicitur, quæ cum circulum tangat* puta in B *si producatur* in C. *circulum non secat.*



3. *Circuli se mutuo tãgere dicuntur, qui se se mutuo tangentes* in A. *se se mutuo non secant.*



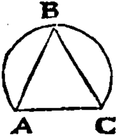
4. *In circulo æqualiter distare à centro rectæ dicũtur, cum perpendiculares* D E. D F. *à centro* D. *ad ipsas* AB. ÇK. *ductæ æquales sunt, longius autẽ abesse dicitur* GH. *in quam maior perpendicularis* D I. *cadit.*



5. *Segmentum circuli, est figura quæ sub*

recta AB. *& circuli periphe-ria* ACB. *comprehenditun.*

6. Segmenti autem angulus est C A B. *qui ſub recta linea* A B. *& circuli peripheria* C A. *csmprehenditur.*



7. In ſegmento autem angulus eſt ABC. *cum in ſegmē-ti circumferē-tia ſumptum fuerit punctum quodpiam* B. *& ab eo in terminos recte* AC. *quæ eſt baſis ſegmenti , recta* B A. B C. *fuerint adiunctæ , is inquam angulus* ABC. *ab adiunctis illis rectis* BA. BC. *comprehenſus.*

8. Cum vero comprehēdentes angulum DAB. *recta* AD. AB. *aliquam assumunt peripheriam* BCD. *illi angulus dicitur insistere.*

9. Sector circuli est, cum ad ipsius circuli centrum A. *angulus* BAC. *fuerit constitutus: comprehensa nimirum figura & à rectis* AB. AC. *angulum* BAC. *continentibus & à peripheria* BC. *ab illis assumpta.*

10. *Similia circuli segmẽta sunt* ABC. DEF. *quæ angulos* BAC. EDF. *capiunt æquales, aut in quibus anguli* CBA. FED. *inter se sunt æquales.* Dicendum potius fuisset, Quæ sunt in eadem ratione ad suos circulos: & fuisset propositio facienda, quod quæ angulos æquales faciunt & sunt similia, & probaretur quia similibus insistunt peripherijs.

PROPOSITIO I.

Prob. I.

Dati circuli ABC. *centrum* F. *reperire.*

a 10. 1.
b 11. 1

PRaxis. Ductam vtcunque lineam AC [a] diuide bifariam in E. Ad punctum E. [b] erige perpendicularẽ attingentem ambitum in B & D. hãc BD bifariam [a] seca in F. punctum F. erit centrum circuli.

c 15. 1 Def.

Prob. Non est aliud punctum in recta BD. [c] cum centrum ibi sit tantum vbi linea secatur bifariã. Neque erit extra rectam BD. Sit enim in G. ducanturque GA GE. GC Latera GA AE. sunt [d] æqualia ipsis GC. CE. & GE commune Ergo tota triangula [e] sunt æqualia, & anguli GEA. GEC. æquales. [f] Ergo angulus GEA. rectus: quod esse non potest cum eius partialis FEA. [g] sit rectus.

d Ex const.
e 8. 1.
f 10. 1 Def.
g Ex const.

PRO-

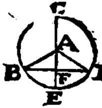
PROPOSITIO II.

Si in circuli ABC. *periphe- ria, duo quali- bet puncta* AC. *accepta fuerint, recta* AC. *quæ ad ipsa puncta adiungitur, intra circulum* ABC. *cadet.* Th. 1.

PRob. Si non cadat intra, cadat extra, sitque recta ADC. Centro E. [a] reperto, ducantur rectæ EA. EC. ED. secétque ED peripheriam in B. quia autem trianguli EADC (qui rectilineus vt vis ponitur) latera EA. EC. sunt [b] æqualia, [c] erunt anguli EADC. ECDA æquales. Est autem externus ADE. [d] maior interno DCE, & per consequens quam EAD. Ergo AE. & ei [b] æqualis EB. [e] maior erit quam ED. pars toto. Non ergo recta ex A. ad C. ducta, extra circulum cadet, ergo intra.

a 1. 3.
b 15. 1 D. f.
c 5. 1.
d 16. 1
e 19. 1

PROPOSITIO III.

P.2. 

Si in circulo CBD. *recta quadam* CE. *per centrum* A. *rectam quandam* BD. *non per centrum bifariam* in F. *secet, & ad* (angulos) *rectos eam secabit: Et si ad rectos eam secet, bifariam quoque eam secabit.*

Prob 1a pars. Ductis à centro
a 15. A. [a] æqualib' rectis AB. AD.
d. 1. triangula ABF. AFD. habēt omnia latera æqualia singula singu-
b 8. 1. lis [b] ergo anguli AFB. AFD. sunt
c 10.
d. 1. æquales, [c] ergo recti.

Prob. 2a pars. Latera AB. AD. sunt æqualia: angulus ABD.
d 5. 1. [d] æqualis est angulo ADB. &
e Ex conf. AFB. [e] ipsi AFD. [f] Ergo latera
f 26. 1 BF. FD. sunt æqualia.

PROPOSITIO IV.

Si in circulo ADB. *duæ recta* AB CD. *se se inuicem secēt, non per centrum* F. *extensæ, non se se bifariam secant.* Th. 3.

PRob. Vis vt altera tantum per centrum transeat & alia non: [a] ergo altera alteram non secabit bifariam. Vis vt neutra transeat. Ex centro F. in punctum sectionis E duco rectam FE. & sic dico. Vis rectas EA. EB esse æquales. [b] Ergo anguli FEA. FEB. sunt recti. Similitérque vis rectas EC. ED esse æquales [b] ergo angulus FEC. rectus, quod repugnat, cum sit pars recti. FEB.

a 15. d. 1.
b 3. 3.

PROPOSITIO V.

Si duo circuli DCB. ECB. *se se mutuo secent* in B. & C. *non erit illorum idem centrum.* A.

PRob. Ductis rectis AB. AD. hæ erunt æquales, cum sint à centro ad circumferentiam. Rectæ etiam AE. AD. erunt æquales, cum etiam ducantur à centro ad circumferentiam : pars totis quod repugnat.

PROPOSITIO VI.

Si duo circuli Th. 5. AB. CB. *sese mutuo interius tangant* in B. *eorum non erit idem centrum* D.

PRob. Ductis DB. DC. linea DA. est æqualis lineæ DB. cum sint ductæ à centro ad circumferentiam. Lineæ DC. DB. sunt æquales ob eandem causam, Ergo DA. DC. erunt æquales, pars toti, quod repugnat.

PROPOSITIO VII.

Tb.6.

Si in circuli diametro AB. *sumatur aliquod punctum* G *quod non sit centrum circuli : & puncto* G. *quadam recta* G . GD. GE GN *in circulum cadant : maxima quidem erit* GA. *in qua centrum* F. *minima vero reliqua* GB. *aliarum vero, semper eius, quæ per centrum ducitur, propior* GC. *remotiore* GD. *maior erit: solum autem duæ rectæ* GE. GN. *ab illo puncto* G. *æquales in circulum cadunt ad vtrasque* (partes) *minimæ.*

PRob 1a pars. Ductis rectis F C. F D. F E. F N. ex centro F. duo latera CF. FG. trianguli CFG.[a] maiora sunt tertio CG. at hæc sunt æqualia toti GA. ergo GA. est maius quam G C.

Prob. 2. Latera EG. GF. trianguli EGF.[a] maiora sunt tertio E F. ergo maiora sunt quam sit linea F B. quæ est æqualis ipsi FB. ergo si dematur vtrique communis recta G F. remanebit GE. maior quam GB. a 20. 1.

Prob. 3. Triangula C FG. DFG. habent latera F C. F D. æqualia & latus FG. commune, angulus vero CFG. maior est angulo DFG. totum parte: ergo latus CG. [b] maius erit quam DG. b 24. 1.

Prob. 4. Facto angulo G F N. æquali GFB. GN. GE. erunt [c] æquales. c 4 1
Nec à puncto G. aliæ duci possunt æquales ipsis G E. G N. erunt enim semper propiores ei quæ ducitur per centrum vel remotiores, & consequenter maiores vel minores, per tertiam partem huius.

PROPOSITIO VIII.

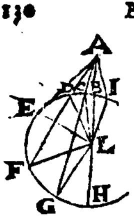
Th. 7.

Si extra circulum B E H. *sumatur punctum quodpiam* A. *& à puncto ad circulum ducantur rectæ quædam* AF. AG. AH. *quarum vna quidem per centrum* L. *reliquæ verò vt libet. In cauam quidem peripheriam cadentium rectarum maxima* (erit) *quæ per centrum* L. (ducitur) *aliarũ vero ſemper propior* (ei) *quæ per cẽtrum* L. *remotiore maior erit. In conuexam vero peripheriam cadentium rectarum minima quidem eſt* *illa quæ inter punctum* A. *&* *diametrum* BH. (*ponitur*) *aliarum vero ea quæ propior est minima* AB. *remotiore semper minor est. Duæ autem tantum rectæ æquales ab eo puncto* A. *cadent in circulum ad vtraque minimæ* AB. *latera.*

PRob. 1a pars. Ductis rectis LG. LF. duo latera AL. LG. hoc est LH [a] maiora sunt tertio AG. ergo AH. maior erit quam A G. a 20. 1.

Prob. 2. Latera AL. LG trianguli ALG. sunt æqualia lateribus LF. LA. trianguli ALF. angulus autem ALG. maior est angulo ALF [b] ergo latus AG. maius est latere AF. b 24. 1.

Prob. 3. Ductis rectis LC. LD. duo latera A C. L C trianguli ACL. [a] maiora sunt tertio AL.



demantur æqualia LB. LC. remanebit AC. maior quam BA.

Prob. 4. Quia intra triangulum ALD. duæ rectæ AC. CL. iunguntur: [c] erunt lateribus trianguli minores, demptis igitur æqualibus LC. LD. remanebit DA. maior quam CA.

c 21. 1.

Prob. 5. Facto angulo ALI. æquali ALC. duo triangula illa [d] erunt æqualia, ergo latera AI. AC æqualia, neque alia duci potest recta, his æqualis, erit enim semper propior minimæ AB. vel remotior & consequenter [e] maior vel minor.

d 4. 1.

e 21. 1.

PROPOSITIO IX.

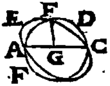
Si intra circulum B C D. *sũptum sit aliquod punctum* A. *à puncto vero ad circulum cadant plures quam duæ rectæ æquales* AB. AC. AD. *acceptum punctum, centrum est circuli.* Th. 8.

PRob. Ductis rectis BC. CD. diuisisque bifariam per rectas AE. AF. triangula ADF. ACF. [a] erunt æqualia, ergo anguli DFA. AFC æquales, [b] ergo recti: ergo in linea FA. est[c] circuli centrum. Rursus cum idẽ sit de triangulis ACE. ABE in recta AE. erit circuli centrum. Cum vero non sit in duobus locis, debet esse vbi se intersecant.

a 8.1.
b 10. def. 1.
c 1. 3.

PROPOSITIO X.

Th. 9.



Circulus AEF. *non ſeçat circulum* FDC. *per plura puncta quam duo.*

PRob. Seçet enim in tribus ſi vis. Circuli EFC. centro

a 1.3 G. [a] inuento, ducantur rectæ GA. GC. GF. quæ quia ſunt æquales, & attingunt ambitum

b 9.3 circuli vtriuſque, punctum G. [b] erit etiam centrum circuli vtriuſque quod eſt abſurdum per 5. huius.

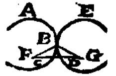
PROPOSITIO XI.

Si duo circuli ABC. AED. *contingant se se interius* A. *&* *sumpta fuerint eorum centra* G F. *ad eorum centra adiuncta recta linea* FA. *& producta, in contactum* A. *cadet circulorum.* Theo. 10.

PRob. Ducta recta DE. cõiungens eorum centra, non incidat in contactum, à puncto F. centro circuli ADE. ducatur recta FA. & puncto G, centro circuli ABC. ducatur GA. duo latera GF. GA. a maiora sunt tertio FA. ergo maiora latere FD. cum FA. FD. ducantur à centro ad circumferentiam, dempto ergo communi FG. remanebit GA maius, latere GD. Est autem GA. æqualis lateri GB. ergo GB. maius erit quam GD. pars toto, a 20. 1.

PROPOSITIO XII.

Theo. 11.



Si duo circuli ABC. EBD. *cõtingant se inuicem exterius* B. *quæ adiungitur ad eorum centra, per contactum trahetur.*

PRob. Si neges: sit recta FG. centra coniungens. Ductis FB. GB latera BF BG.[a] maiora sunt tertio FG. quod tamen maius probatur illis, nam FC. FB. sunt æqualia, cum sint à centro ad peripheriã: similiterque GD. GB. ergo si illis addas CD. maius erit FG quam FB. GB. ergo G F. non est recta iungens centra.

a 20. 1.

PROPOSITIO XIII.

Circulus circulum non tangit in pluribus punctis, quam vno, siue intus, siue extra tangat. Theo. 12.

PRob. Tangat enim in duobus, puta A. & C centrum [a] debebit esse in linea, quæ iunget contactum circulorum: vtriusque autem non [b] potest esse idem centrum. Ergo in illa recta erunt duo centra, puta G. & H. quod fieri non potest, cum linea in vnico puncto, possit tantum secari bifariàm.

a 11. & 12. 3.
b 6. 3.

PROPOSITIO XIIII.

Theo. 13.

In circulo ABC. æquales rectæ AB. DC. æqualiter distant à cẽtro E. & æqualiter distantes à centro, sunt sibi inuicem æquales.

PRob. A centro E. in rectas AB. CD. [a] duc perpendiculares EF. EG rectæ AB. CD. sectæ [b] erunt bifariam. Iunctis EA. ED. quadratum rectæ ED. [c] est æquale quadratis rectarum DG. GE. Demptis ergo æqualibus EA, ED. AF. GD. remanebit recta FE. æqualis rectæ EG. & consequenter rectæ AB. CD. [d] æqualiter distant à centro.

a 12.1 b 3.3. c 47.1. d 4. def.3.

Prob. 2. pars. Ex probatis quadrata EG GD. sunt æqualia quadratis EF. FA. & quadratum EG. æquale quadrato EF. ergo quadratum FA æquale est quadrato GD. [e] ergo recta BA. æqualis est rectæ DC.

e 7. Ax.1

PRO-

PROPOSITIO XV.

In circulo AB CD. *maxima quidem est diameter* A F. *aliarũ vero semper propior* BE. *centro* G. *erit maior remotiore* CD. Theo. 14.

PRob 1ª pars. Ductis GB GE. duo latera GB. GE trianguli GBE. [a] maiora sunt tertio BE. at hæc sunt æqualia diametro AF. ergo A F. maior est quam B E. a 20. 1.

Prob. 2. Ductis rectis G C. GD. duo latera G C. G D sunt æqualia lateribus GB. G E. angulus vero B G E. maior est angulo CGD [b] ergo latus BE. maius latere C D. b 24. 1.

PROPOSITIO XVI.

Theo. 15. 

[1] *Quæ ab extremitate diametri* AC. *ad rectos angulos linea* EF. *ducitur, cadet extra circulum* ABC. [2] *& in locum inter ipsam* EF. *& circumferentiam*, AHB. *altera recta* GA. *non cadet:* [3] *& semicirculi angulus* DAB. *maior erit omni acuto angulo rectilineo:* [4] *reliquus autem* EAH. *minor.*

PRob. 1ª pars. Si non cadat extra, cadat intra vt recta BA. Tunc trianguli ADB. duo latera DA. DB.
a 15. d. 1. a sunt æqualia, ergo b anguli DAB.
b 5. 1. DBA. 6 sunt æquales, quod esse non potest per 17. 1. ponitur enim angulus DAB rectus, ergo, &c.

Prob. 2. Vis posse duci GA. ducatur[c] in eam ex centro D. poteris ducere perpendicularem D G. ducatur: tunc cum angulus DGA. sit rectus, minor recto[d] erit DAG. ac proinde latus DG. minus latere DA. per 19. 1. totum videlicet parte, quod est absurdum. c 12. 1 d 17. 1.

Prob. 3. Vt fieret angulus maior angulo DAB. deberet duci recta inter rectam EA. & peripheriam AB. quod iam probaui fieri non posse.

Prob. 4 Si enim aliquis angulus rectilineus constitui posset minor angulo EAB. duceretur recta inter AE. & peripheriam AB. quod vt iam dixi fieri non potest.

Corollarium.

Hinc communiter elicitur rectam ad extremum diametri perpendicularem, tangere circulum, & in vnico puncto geometrice tangere: nam si plura tangeret, caderet[e] intra circulum. e 2. 3.

PROPOSITIO XVII.

Prob. 2.

A dato puncto A *rectam lineam* AC. *ducere, quæ datum tangat circulum* BCD.

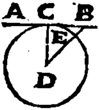
PRaxis Centro D. ſpatio A. fiat pars circuli AE ducatur recta DA. & ad punctum B excitetur perpendicularis BE. iungaturque recta DE à puncto A. ducatur recta AC hanc dico tangere ci culum BCD.

Prob. Triangula ADC BED. ſe habent iuxta 4. 1 cum latera DA DE. DB. DC. ſint[a] æqualia & angulus D. communis. Ergo cum angulus EBD ſit rectus, rectus etiam erit DCA. ergo recta AC.[b] tanget circulum.

a 15. 1 Def.

b 16. 3.

PROPOSITIO XVIII.

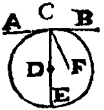


Si aliqua recta AB. *tangat circulum* DCE. *à centro vero* D. *ad contactum* C. *quadam recta* DC. *adiungatur: quæ adiungitur,* DC. *perpendicularis erit ad eam quæ continget* AB. Theo. 16.

PRob. Si negas: sit alia, puta DB. ergo cum angulus B. ponatur rectus, minor recto [a] erit angulus C. ergo latus DC. [b] maius erit latere DB, pars toto quod est absurdum. a 17. 1. b 19. 1.

PROPOSITIO XIX.

Theo. 17.



Si circulum EDC. *contingat aliqua recta* AB. *à contactu vero* C. *tangenti* AB. *ad rectos angulos recta linea* EC. *ducta sit, in ducta* EC. *erit centrum circuli* D.

PRob. Si negas, sit vbi est F. ducta FC. ipsi AB.[a] erit perpendicularis, ergo angulus rectus FCB. recto DCB erit æqualis, pars toti quod est absurdum.

a 18. 3.

PROPOSITIO XX.

In circulo DFGA. *angulus* BEC. *ad centrum* E. *duplex est anguli* BAC. *ad peripheriam, cum fuerit eadem peripheria* BC. *basis angulorum.* Theo. 18.

PRob. Id tribus potest modis contingere. Includant 1o rectæ AB. AC. rectas EB EC. ductaque AF. per centrum E. duo latera EA. EB. erunt æqualia [a] ergo anguli EBA. EAB. æquales: angulus autē BEF. duob' EAB. EBA. [b] est æqualis, ergo duplus anguli BAE. Idem dic de angulo FEC. respectu anguli EAC. ergo totus BEC. totius BAC. erit duplus. a 5 1. b 32. 1.

2. Rectæ DG. DB. non includant rectas EG EB. cum latera ED. EB. sint æqualia anguli EDB. EBD. [c] erunt æquales His autem duobus, angulus GEB. est [d] æqualis. Ergo idem erit duplus anguli GDB. c 5. 1. d 32. 1.

3. Triangula BEC. BDC. sese intersecent ducaturque recta DG per centrum E. totus angulus GEC erit duplus totius GDC. angulus vero GEB. duplus est anguli GDB. ergo reliquum BEC. duplum erit reliqui BDC. quod erat probandum.

PROPOSITIO XXI.

Theo. 19.

In circulo AD. CB. *qui in eodem segmento* BC. *sunt anguli* BAC. BDC. *sunt inter se aequales.*

a 20. 3. PRob. Angulus BEC. a est duplus anguli BAC. & du-
b 1. Ax. plus anguli BDC b ergo anguli BAC BDC. sunt inter se æquales.

PRO-

PROPOSITIO XXII.

Quadrilaterorum in circulo ABCD. *(descriptorũ) oppositi anguli* DCB. BAD. *duobus rectis sunt aequales.* Theo. 20.

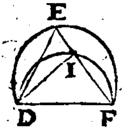
PRob. Diametris AC DB ductis, anguli ADB. ACB. in eadem portione [a] sunt aequales; similitérque anguli BAC. BDC. ergo totus angulus ADC. est aequalis angulis BCA. BAC. sed anguli BCA. BAC. cum tertio ABC.[b] valent duos rectos, ergò angulus ADC. aequalis ipsis BCA. BAC. cum angulo ABC. valebit duos rectos. Idem de alijs oppositis dicetur. Ergo, &c.

a 21.3

b 32. 1.

PROPOSITIO XXIII.

Theo. 21.



Super eadem recta DF *duo segmenta circulorum similia* DIF. DEF. *& inaequalia, non constituentur ad easdem partes.*

PRob. Sint enim si fieri potest DIF. DEF. similia segmenta, ductis rectis ED. EF ID. anguli DIF. DEF [a] erunt aequales, quod est absurdum per 16. 1.

a 10. Def. 3.

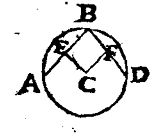
PROPOSITIO XXIV.

Super æqualibus rectis A B. D F. *similia segmenta circulorum sunt inter se æqualia.* Theo. 22.

PRob. Collocetur A B. super D F [a] congruent: ergo si non congruant segmenta vel vnum totum extra aliud cadet, quod est absurdum per 23: vel cadet partim intra partim extra & sic circulus circulum secabit in pluribus pũctis quam duobus, quod repugnat per 10. 3. a 8. Ax.

PROPOSITIO XXV.

Prob. 5.



Circuli AB D. *ſegmento dato* ABD. *deſcribere circulum, cuius eſt ſegmentum.*

PRax. Accipiantur in dato ſegmento tria puncta ABD.
a 10. ductiſque rectis AB. BD.ᵃ diui-
& 11. ſiſque bifariam & ad angulos re-
1. ctos per rectas CE. CF. punctum C in quo ſe interſecant erit centrum.

Prob. Per 1.3. centrum eſt in vtraque CE. CF. ergo vbi ſe interſecant. circuli enim vnius, vnicum tantum poteſt eſſe centrum.

PROPOSITIO XXVI.

In æqualibus circulis ABC. DEF. *æquales anguli* G. & H. B. & E. *æqualibus peripheriys* AC. DF. *insistunt, siue ad centra* G. & H. *siue ad peripherias* B. & E. *cõstituti sint.* Theo. 21.

PRima pars. Prob. Trianguli AGC. latera GA. GC. & angulus G. ponuntur æqualia lateribus HD. HF. & angulo H.[a] ergo bases AC. DF. sunt æquales. [b] Ergo peripheriæ AC. DF. erunt etiam æquales. a 4. 1. b 24. 3.

Prob. 2[a]. Anguli ABC. DEF. ponuntur æquales, [c] ergo segmenta ABC. DEF. sunt similia, [d] ergo Æqualia [a] cum rectæ AC DF. sint æquales. Ergo cum circuli ponantur æquales, remanebunt segmenta AC, DF. [e] æqualia. c dif. 10. 3. d 23. 3. e 3. Ax.

PROPOSITIO XXVII.

Theo. 24. 

In æqualibus circulis ABC. DEF. *anguli qui in æqualibus peripheriis* AC. DF. *insistunt, sunt inter se æquales, siue ad centra* G. *&* H. *siue ad peripherias* B. *&* E. *constituti, insistant.*

a 23. 1. PRob. Si non sint æquales, sit alter maior, puta AGC.[a] fiatque AGI. ipsi DHF. æqualis, pe-
b 26. 3. ripheria AI. erit[b] æqualis peripheriæ DF. sed peripheria DF. ponitur æqualis ipsi AC. ergo AC. & AI erunt æquales, pars
c 7. Ax. toti: Idem[c] dic de angulis B & E cum G. & H.[d] sint eorum du-
d 20. 3. pli.

PROPOSITIO XXVIII.

In æquali-bus circulis A BC. DEF. æquales rectæ AC. DF. æquales peripherias AC. DF. ABC. DEF. auferunt, maiorem quidem maiori, minorem autem minori. Theor. 25.

PRob. Ductis rectis GA. GC. HD. HF. triangula AGC. DHF. [a] sunt æqualia. Ergo angulus G. angulo H est æqualis, ergo peripheriæ AC. DF. [b] æquales. [c] ergo reliquæ ABC. DEF. sunt æquales.

a 8. 1.
b 26. 3.
c 3. Ax.

PROPOSITIO XXIX.

Theo. 26.

In æqualibus circulis ABC. DEF. *æquales peripherias* ABC. DEF. AC. DF. *æquales rectæ* AC. DF. *subtendunt.*

PRob. Ductis rectis GA. GC. HD. HF. anguli G & H.[a] erũt æquales : latera etiam GA. GC. HD. HF. sunt æqualia ex suppositione : ergo bases AC. DF. [b] erunt æquales.

a 27. 3.

b 4. 1

PROPOSITIO XXX.

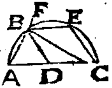
Datam peripheriam ABC, *secare bifariam* puta in B. Prob. 4.

PRaxis. Ducatur recta AC. eam diuide[a] bifariam in D. per perpendicularem DB erit peripheria secta bifariam in B [a] 10. 1.

Prob. Ductis rectis AB. CB. triangula ABD DBC se habent iuxta 4. 1. ergo latera AB. CB. sunt æqualia[b] Ergo peripheriæ quas subtendunt sunt æquales. [b] 28. 3.

PROPOSITIO XXXI.

Theo. 27.



[1] *In circulo* A B E C. *angulus* A B C. *qui in ſemicirculo, rectus eſt:* [2] *qui autem in maiore ſegmento* B C A. *minor recto:* [3] *qui vero in minore ſegmento* B E C. *maior recto:* [4] *& inſuper angulus* C B A. ex recta C B. & peripheria B A. *maioris ſegmenti, recto quidem maior eſt;* [5] *minoris autẽ ſegmenti angulus* E B C. qui ex peripheria E B. & recta B C. *minor eſt recto.*

PRob. 1. pars. Centro D. ductis rectis D A. D B. D C. anguli D A B. D B A. [a] erunt æquales;
a 5. 1. itemque anguli D C B D B C. er-

go totalis angulus ABC. eſt æqualis angulis A & DCB. ſed his[b] eſt æqualis FBC. ergo angulus ABC. [c] eſt rectus. *b 32.1* *c 13.1*

Prob.2. Angulus ABC. eſt rectus, ergo angulus ACB in maiore ſegmento [d] eſt minor recto. *d 32 1*

Prob. 3. Fiat quadrilaterũ EA. angulus A.[e] minor eſt recto, ergo angulus BEC. in minori ſegmento [f] eſt maior recto. *e per 1. partẽ huius* *f 22.3*

Prob 4 Angulus ex peripheria AB. & recta CB. eſt maior angulo compoſito ex rectis AB. BC. totum videlicet parte.

Prob 5. Angulus compoſitus ex peripheria EB. & recta C B. minor eſt angulo compoſito ex recta FB. BC pars toto Huius propoſitionis autor fertur Thales Mileſius annis ante Chriſtum, 650.

PROPOSITIO XXXII.

Theo. 28.

Si circulum CEF. *tetigerit aliqua recta* AB. *à tactu autem* C. *ducatur quadam recta, secãs circulum* DC. vel EC. *anguli quos ad tangentem* AB *faciet, erunt æquales angulis qui sunt in alternis circuli portionibus* id est angulus ACE. æqualis est angulo F. & angulus BCE. angulo G.

PRob. Ducta perpendiculari DC cum angulus ACD. sit rectus, angulus qui fieret in semicirculo, illi [a] esset æqualis : si vero non sit rectus vt ACE. primo duc rectam DC per cẽtrum, deinde accipe in peripheria ali-

a 31.3

quod punctum puta G. ducanturque rectæ DE. EG. GC. cum angulus DEC. in semicirculo [b] sit rectus, reliqui duo puta *b 31.3*
ECD. EDC. [c] valent vnum re- *c 32.1*
ctum: sed anguli ACE. & ECD. valent etiam vnum rectum, cum recta DC. sit perpendicularis: dempto igitur communi ECD. remanebit ACE. æqualis angulo EDC. qui [d] æqualis est angulo *d 27.*
CFE. ergo & angulus ACE. an- *3*
gulo CFE. æqualis. Rursus, cum quadrilateri DG anguli in circulo oppositi EDC. EGC. [e] va- *e 22.*
leant duos rectos, sicut & anguli *3.*
ACE. ECB. qui [f] valent etiam *f 13.1*
duos rectos & angulus CDE. sit [g] æqualis angulo ACE remanebit angulus G. angulo ECB. æqualis. *g per 1 partem huius*

PROPOSITIO XXXIII.

Prob. 5.

Super data recta AB. *portionem circuli describere, quæ capiat angulum dato angulo rectilineo æqualem.*

SI datus angulus sit rect°, qualis est E. recta AB diuisa bifariam in D. cẽtro D. spatio, DA si fiat semicirculus AFCB. ductis rectis AC. CB. angulus C. a erit
a 31. 3. æqualis dato angulo E. quia erit in semicirculo. Si angulus sit acutus vt C. sitque data recta BA. ad punctum A. fiat angulus D
b 23. 1. AB. b æquals angulo C. ductaque ad punctũ A. perpendiculari FA. fiat angulus EBA. æqualis angu-
c 6. 1. lo EAB. latera EB. EA. c erunt

ęqualia, quare si puncto E. spatio EA fiat circulus, trãsibit per pũctum B quo posito sic probatur. Cum recta FA. sit diameter, & recta DA. ad eius extremum sit ei perpẽdicularis, [d] tanget circulũ: ergo angulus DAB [e] erit angulo cuicunque, qui fiet in alterna circuli portione, puta angulo AGB. ęqualis: ergo portio AHGB continet angulum æqualem angulo dato C. Si vero angulus sit obtusus puta H. eadem erit demonstratio: angulus enim AIB ipsi H erit e æqualis.

d per corol. 16. 3.
e 32. 3.

PROPOSITIO XXXIV.

A dato circulo ABC. *segmentum* CBA. *abscindere, capiens angulum* B. *æqualem dato angulo rectilineo* D.

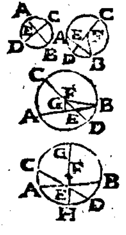
Prob. 6.

D[a] Vcatur tangẽs E F. ad pũctũ A. [b] fiat angulus CAE. æqualis dato D. portio ABC. [c] capiet angulum B. ęqualem dato.

a 17. 3.
b 23. 1.
c 32. 3.

PROPOSITIO XXXV.

Theo. 29.



Si in circulo AD BC. *duæ rectæ* AB CD. *se mutuo in* E. *secuerint, rectangulum comprehẽsum sub segmentis vnius* AE. EB. *æquale est ei quod sub segmentis alterius* CE. ED. *comprehenditur rectangulo.*

PRob. 1. Rectæ ABCD. secent se in centro E. rectangulum vnum, alteri erit æquale: cum omnes rectæ sint æquales.

2. Sola CD. transeat per centrum F. diuidatque rectam AB. bifariam in E. a 3.3. a ac proinde ad angulos rectos, ducaturque recta FB. quo facto, cum recta CD. secerut in æqualia in F. & non æqualia in E. erit rectangulum sub inæqualibus segmentis CE. ED. cum quadrato segmenti intermedii FE. b 5.2. b æquale quadrato dimidiæ FD. vel c 47. 1. FB. sed quadratum FB. est c æquale quadratis BE. EF. Idémque FB. est æquale

æquale rectangulo CE. ED. cum quadrato EF. Dempto igitur communi FE. remanebit rectangulum CE. ED. æquale quadrato BE. hoc est rectangulo sub BE. EA. cũ ponantur æquales.

3. Recta CD. transiens per centrum F. rectam AB non diuidat bifariam in E. ductaque recta FB. & perpendiculari FG rectangulum sub CE. ED. cum quadrato FE. [d] erit æquale quadrato FO. vel FB. rectangulum etiam sub AE. EB. cum quadrato GE. [d] est æquale quadrato GB. adde quadratum FG. cum quadratum FB. sit æquale quadratis FG. GB. erit rectangulum AE. EB. cum quadratis EG. GF. æquale quadrato FB. hoc est rectangulo CE. ED. & quadrato FE. ergo cum quadratum FE. sit ęquale quadratis FG GE. si ab vno demas FE. & ab alio EG. GF. remanebunt æqualia rectangula CE. ED. & AE. EB. d 5. 2.

4 Si neutra transeat per centrum & se secent vtcunque, ducatur ad intersectionem E. recta GH. transiens per centrum: cum rectangulum sub CE. ED. [e] sit æquale ei quod sub HE. EG. Idemque AE. EB. sit æquale ipsi GE. EH. erunt æqualia rectangula sub CE. ED. & AE. EB. e per 3. partem huius

PROPOSITIO XXXVI.

Theo. 30.

Si extra circulum FBE sumatur punctum aliquod A ab eoque in circulum cadant duæ rectæ: & hæc quidem AB. secet circulum in C. illa autem AF. tangat in F. Quod sub tota secante AB. & exterius assumpta AC. inter punctum A. & conuexam peripheriam C. comprehenditur rectangulum, æquale erit ei, quod à tãgẽte AF. describitur quadrato.

PRob. Transeat 1º recta AB. per centrum D. ductaque recta DF. cum recta CB bifariam secta sit in D. & ei recta AC. adiiciatur, rectangulum sub AB. & AC. contentum, vna cum
a 6.2. quadrato DC vel DF. a æquale est ei quod à DC cum AC. tanquam vna linea sit quadrato. Sed quadratum DA.
b 47. 1. & b est æquale quadratis DF. FA. ergo
18.3. dempto communi FD, remanebit quã-

dratum FA. æquale rectangulo sub AB & CA.

2. Si recta AE. non transeat per centrum, centro D. duc perpendicularem DG: hæc secabit rectam EI. bifariam, c3. 3.
cum igitur recta EI. sit secta bifariam in G & ei IA. adiiciatur erit rectangulum sub AE. & sub AI. cum quadrato GI. æquale quadrato GA. addito ergo quadrato DG. erit rectangulum sub AE. & sub IA. cum quadratis IG. GD. hoc est quadrato DI. æquale quadrato DA. sed DA. est æquale quadratis FA. FD. demptis ergo æqualibus DF. DI. remanebit quadratum FA. æquale rectangulo sub AE. & AI.

Coroll. 1. Hinc sequitur, si à puncto quouis extra circulum sumpto, plures rectæ circulum secantes ducantur, rectangula comprehensa sub totis lineis & partibus exterioribus, inter se esse æqualia.

Coroll. 2. Duæ rectæ, ab eodem puncto ductæ, quæ circulum tangunt, sunt inter se æquales.

Coroll. 3. Ab eodem puncto extra circulum sumpto, duci tantum possunt duæ rectæ quæ circulum tangant.

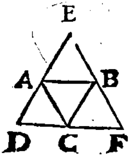
PROPOSITIO XXXVII.

Theo. 31.

Si extra circulum EHIF. *sumatur punctum aliquod* A. *ab eoque puncto in circulũ cadant duæ rectæ* AF AB. *vel* AE. *& hæc quidem* AB. *secet circulum: illa autem* AF. *incidat: sit autem quod sub tota secante* AB. *& exterius assumpta* CA: *inter punctum & conuexam peripheriam, æquale ei quod ab incidente* AF. *describitur: incidens illa circulum tanget.*

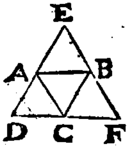
a17.3 PRob. [a] Duc tangentem AH. & ad H rectam DH. cum ergo quadra-
b36.3 tum AH. [b] sit æquale rectangulo sub AB. CA. & idem rectangulum sub A B. C A. ponatur æquale quadrato FA. lineæ FA. HA. et unt æquales. latera item FD. HD. sunt æqualia & basis AD. communis, ergo tota trian-
c8 1. gula [c] sunt æqualia. Ergo cum angu-
d18.3 lus AHD. sit [d] rectus, rectus etiam erit AFD. ergo AF. circulum tanget per coroll. 16. e.3.

EVCLIDIS
ELEMENTVM IV.
DEFINITIONES.



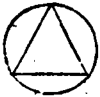
1. Figura rectilinea, in figura rectilinea inscribi dicitur, cũ singuli, eius figuræ, quæ inscribitur, anguli, singula latera eius qua inscribitur tangunt.

Vt triangulum ABC. inſcriptum eſt triangulo DEF. quia anguli A. B. C. tangunt latera DE. EF. DF.

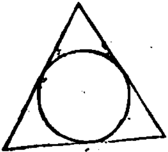


2. Similiter & figura circum figuram describi dicitur, cum singula eius quæ circūscribitur, latera, singulos eius figuræ angulos, tetigerint, circum quam illa describitur.

Vt triangulum D E F dicitur propriè describi circa triangulum A B C. quia singula latera maioris trianguli, singulos angulos minoris tangunt. Dixi propriè, quia vt impropriè dicatur figura aliqua inscribi vel describi, sufficit, vt bene aduertit illustrissimus Princeps Flussates Cādalla, vt nullus sit angulus interioris figuræ, qui non tangat angulum aliquem, vel latus vel planū figuræ exterioris & eo sensu intelligendæ sunt propositiones Hypsiclis lib. 15. elementorum.

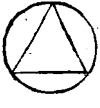


3. Figura autem rectilinea, in circulo inscribi dicitur, cum singuli, eius figuræ, quæ inscribitur, anguli, tetigerint circuli peripheriam.

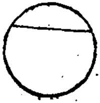


4 Figura vero rectilinea circa circulum describi dicitur, cũ singula latera eius quæ circumscribitur, circuli peripheriam tangunt.

5. Similiter & circulus in figura inscribi dicitur, cum circuli peripheria, singula latera tangit eius figuræ in qua inscribitur.



6. Circulus autem circum figuram describi dicitur, cum circuli peripheria, ſingulos tangit eius figuræ, quam circumſcribit angulos.



7. Recta in circulo accommodari, ſeu coaptari dicitur, cum eius extrema in circuli peripheria fuerint.

PRO-

PROPOSITIO I.

In dato circulo A B C. *accommodare rectam* B A. *æqualem datæ rectæ* D. *quæ circuli diametro* BC. *non ſit maior.*[a] Problema 1.

a 15 3

DAti circuli ducas diametrum BC. ſi data recta D. æqualis ſit diametro B C. factum eſt quod petitur. Si D. minor ſit diametro: [b] abſcindatur BE. æqualis ipſi D. & centro B, ſpatio E. fiat circulus E A. iuncta enim recta BA. aptata erit [c] in circulo BAC. & [d] æqualis erit ipſi BE. & conſequenter ipſi D.

b 3. 1. c 7. Def. d 15. def. 1.

PROPOSITIO II.

Prob. 2.

In dato circulo AIB. *triangulum* ABC. *describere, dato triangulo* DEF. *æquiangulum.*

a16.3 FIat[a] tangens GH ad punctum A. fiat angulus HAC. [b] æqualis angulo E. & GAB. angulo F. ducta recta BC. factum esse quod petitur
b23.1

Prob. Angulus HAC. æqualis
c32.3 est [c] angulo B. & similiter angulus GAB. angulo C. ergo & angulus E. angulo B. & angulus F. angulo C. & consequenter angulus D, angulo A. [d] æqualis. Ergo triangulum triangulo æquiangulum descripsi in dato circulo.
d32.1

PROPOSITIO III.

Circa datum circulũ ANB. *describere triã-gulum* LMO. *æquiangulum dato triangulo* D. F. A. Prob. 3.

DAti triãguli latus AF. produc in G. & H. angulo DF
H. æqualis [a] fiat ad cẽtrũ angul' a 23.1
CIB. & angulo DAG. angulus A
IB. & ad pũcta ABC [b] ducas per- b 11.1
pẽdiculares quę [c] tangẽtes erunt c Ex
ſcilicet MO. ML LO. & coëun- 16.3.
tes petitũ triãgulum conſtituẽt.
Quod enim cõcurrãt patet, nam
vterque angulorũ ad A. & vterque eorum qui ſunt ad C. eſt rectus, ergo ſi intelligatur duci linea AC. erunt duo anguli verſus
O. minores duobus rectis [d] ergo d 11.
in illam partẽ protractæ tãgẽtes Ax.
concurrent, ſimiliterque aliæ in
alias partes protractæ, ergo fiet

triãgulũ circa datũ circulũ. Quod autẽ sit dato triangulo æquiangulũ, sic probo In quadrilatero CIBM. anguli ad B: & C. [e] sunt recti: ergo reliqui CIB. CMB. duobus rectis sunt æquales: probatur, concipe duci rectam I M. duo triangula IMB. IMC. [f] habent angulos æquales quatuor rectis, ergo cum duo ad C. & B. sint recti, reliqui sunt duobus rectis æquales. Iam angulus C I B. æqualis ponitur ipsi DFH. ergo angulus C M B æqualis est angulo DFA. [g] cum anguli circa latus D F. valeant duos rectos: eodemque modo ostendi potest in quadrilateris AIBL AICO. angulos L. & O. æquales angulis A. & D. Ergo circa datum,&c.

e18.3

f32.1

g13.1

PROPOSITIO IV.

In dato triangulo ABC. *circulum* GEF. *desc ibere.* Prob. 4.

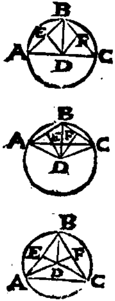
DIuide duos eius angulos B. & C bifariam per rectas CD.BD & ex puncto in quo cõcurrent puta D. [b] ducas perpẽdiculares DE.DG.DF.ad tria latera dati triãguli, & quia triangulorum FCD. GCD. angulus C. vnius, ponitur ęqualis angulo C. alterius, & vterque angulorũ G. & F. rectus est, & latus CD. commune: linea DG. [c] erit æqualis lineæ DF. similiterque ostendetur rectas DE. DF. esse æquales. Posito ergo centro in D. descriptus circulus spatio DG. [d] trãsibit per puncta EGF. & quia per coroll. 15. 3. vnaquæque linearum AB. BC. CA. tanget circulum, patet perfectum esse propositum.

a 9.1. b 12.1 c 26.1 d 9.3

PROPOSITIO V.

Prob. 5.

Circa datum triangulum ABC. *circulum deſcribere.*



CVIuſcunque dati trianguli, duo aliqua latera puta AB. BC.[a] diuide bifariam in E. & F. [b] ad quæ puncta excitabis perpendiculares quæ coïbunt in D. vel intra triangulum, vel in tertio latere, vel extra (ducta enim EF. fient anguli DEF. DFE. minores duobus rectis, ergo coïbunt) duc præterea rectas DB. DA. DC. Nunc quia triangulorum BED AED. latera BE. EA. ſunt æqualia & DE. commune & anguli ad E. recti, erunt & baſes AD. DB. æquales. Eodemque modo [c] erunt æquales baſes DB. DC. centro igitur D. ſpatio DB. ducetur circulus AEBC. qui tranſibit per puncta A. B. C Circa datum ergo triangulum, circulum deſcripſimus.

a 10.1
b 11.1
c 4.1

PROPOSITIO VI.

In dato circulo ABCD. *quadratum describere.* Prob. 6.

DVcantur duæ diametri AC BD. ſecantes ſe ad angulos rectos in centro E. & iungantur rectæ AB. BC. CD. DA. & factum eſt quod petitur.

Prob. Quatuor anguli ad centrum E. ponuntur recti, & quatuor lineæ EA. EB. EC. ED. æquales. a ergo & quatuor baſes AB. BC. CD. DA. ſunt æquales. Omnia ergo quadrati latera ſunt æqualia. Anguli vero his lateribus contenti ſunt omnes in ſemicirculo b ergo recti: Erit igitur AB. CD. quadratum per definitionem 30. 1. a 4. 1 b 31. 3

PROPOSITIO VII.

Prob. 7.

Circa datum circulum, quadratum describere.

DVctis duabus diametris AC.BD. secantibus se ad rectos in centro E. per earum extrema si ducantur perpendiculares FG FI. IH. HG coëuntes petitum dabunt quadratum.

Prob. Anguli quatuor ad E. ponũtur recti, sicut & anguli ad ABCD. [a] ergo rectæ FG. BD. HI. sunt parallelæ, similiterque rectæ FI. AC. GH. [b] ergo figura FGIH. est parallelogramma. Angulus ACH est rectus [c] ergo angulus HGA. est rectus, eodem modo ostendetur angulos F. I. H. esse rectos.

a 28. 1
b 34. 1.
c 34. 1.

De lateribus sic dico, latus IH. est æquale lateri BD. & latus HG. lateri AC. hoc est BD. ergo latera IH. HG. sunt æqualia, ergo quatuor latera sũt æqualia. Ergo est quadratum cuius latera circulum tangunt per coroll. 16. pr. 3. Ergo circa datum, &c.

PROPOSITIO VIII.

In dato quadrato, circulum describere. Prob. 8.

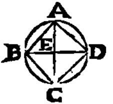
LAtera quadrati [a] diuide bifariam in ABCD. duc rectas AC. BD. secantes se in puncto E. quod dico esse cētrum circuli qui si describatur spatio EB. erit quod petitur. a 10. 1

Prob. Rectæ AF. IG. sunt parallelæ & æquales, ergo rectæ AC. FI. [b] sunt parallelæ & æquales & similiter rectæ AC HG. eodemque modo rectæ FG. I H. ipsi BD. [c] sunt igitur parallelogramma FE. EI. EH. EG Nunc sic dico. Rectæ BF. FA. AG. sunt æquales cum sint meditates æqualium: iis vero [d] sunt æquales rectæ BE. EA. ED. ergo rectæ BE. EA. ED sunt æquales. [e] Ergo E. est centrum, ex quo si spatio EA. describatur circulus, tanget puncta ABCD. & consequenter omnia quadrati latera per coroll. pr. 16. l. 3. [f] cum anguli ad ABCD. sint recti. In dato ergo, &c.

b 33. 1
c 34. 1
d 34. 1
e 9. 3.
f 29. 1

PROPOSITIO IX.

Prob. 9.



Circa datum quadratum, circulum describere.

DVcantur diametri AC. BD. ſecãtes ſe in puncto E quod dico eſſe centrum deſcribendi circuli.

Prob. Rectæ AB. AD. ſunt æquales [a] ergo & anguli ABD.

a 5.1. ADB. Angulus BAD [b] eſt rectus,

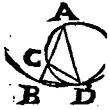
b 31.3 [c] ergo anguli ABD. ADB ſunt

c 32.1 ſinguli ſemirecti; ſimiliter quilibet partialium angulorum ad AB. CD. eſt ſemirectus, ergo omnes inter ſe æquales [d] Ergo latera EA. EB. EC ED. æqualibus angulis ſubtenſa ſunt æqualia.

d 6.1.

e 9.3. [e] Ergo E eſt centrum circuli, qui ſi deſcribatur ſpatio EA. tranſibit per puncta quadrati ABCD. Ergo circa datum, &c.

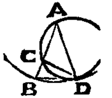
PROPOSITIO X.



Isoscelestriangulum ABD. *cõstituere, quod habeat vtrumque eorum qui ad basim sunt, angulorum* B. & D. *duplum reliqui* A. Prob. 10.

SVme rectam quamlibet AB. quæ sic [a] diuidatur in C. vt rectangulum sub AB, BC. æquale sit quadrato rectę AC. tum centro A. spatio B. ducatur circulus, in quo [b] accommodetur recta BD. æqualis ipsi AC. iungaturque recta AD. dico triangulum ABD. fore isosceles, cùm rectæ AB. AD. sint æquales, & angulos ad basim B. & D. duplos reliqui A, quod sic probo. a 11.2 b 1.4.

Ducta recta CD. [c] describe circulum ACD. circa triangulum DAC rectangulum sub AB. BC. æquale ponitur quadrato CA. ergo & quadrato BD. Ergo cum à puncto B. c 5.4.



ducatur fecans BA. recta BD. ab eodem puncto ducta incidens in circulum ACD.

d37.3 [d] eum tanger in D ergo

e32.3 angulus CDB. [e] æqualis eft ipfi A. in alterno fegmento, ergo communi CDA. addito: duo anguli A. & CDA. æquales funt duobus BDC. & CDA. hoc eft toti ADB. vel ABD. Nunc angulus externus BCD. duobus in-

f32.1 ternis A. & ADC. [f] æqualis eft, ergo idem BCD. erit æqualis ipfi CBD. vel

g6.1 ADB. ergo rectæ DC. DB. [g] æquales, cum æquales angulos fubtendant. Sed BD. ponitur æqualis ipfi CA. ergo CD CA. æquales erunt: ergo anguli

h5.1. A. & CD A. [h] æquales. Ergo externus angulus BCD. duplus eft ipfius A. ergo eiufdem quoque dupli funt CBD. ADB. cum finguli externo BCD. æquales fint, Triangulum ergo, &c.

PROPOSITIO XI.

In dato circulo EHFG *penta-gonum æquilaterum & æquiangulum inſcribere.* Prob. 11.

F[a]iat triangulum Iſoſceles quicũque, cuius anguli ad baſim ſint dupli eius qui ad verticem & ipſi æquiangulus[b] inſcribatur in dato circulo ſi que EFG. Vtrumque angulum ad baſim diuide bifariam ductis rectis IF.HG. & quinque puncta E H.F G.I.iũge lineis totidem, & factum eſſe quod petitur, ſic probo. Quinque anguli FEG. EGH. HGF IFG. EFI. ponuntur ęquales,[c] ergo arcus quibus inſiſtunt ſunt æquales.[d] Ergo æquales rectæ quæ æquales peripherias ſubtendunt. Arcus EH ęqualis eſt arcui FG. ergo ſi addas cõmunem HF. erunt peripheriæ EHF. HFG. æquales, ergo & reliqua ſegmenta FG. IE. GI. EH. æqualia,[e] ergo anguli EHF.HFG.æquales. Idemque dicẽdum de reliquis Ergo pentagonum æquilaterum & æquiangulum inſcripſi.Q. E. F.

a 10. 4.
b 2.4
c 26.3
d 29. 3.
e 27.3

PROPOSITIO XII.

Prob. 12.

Circa datum circulum ABCD. *pentagonum* GHIKL. *æquilaterum & æquiangulum describere.*

Quasi iuxta propositionẽ 11. inscripsissem pentagonũ in dato circulo, reperiã cẽtrum F. & notabo in peripheria quinq; linearũ FA. FB. &c. quinque pũcta angularia ABCDE. &
a corol. 16.3. ab iisdẽ punctis [a] ducã tangentes quæ [b] concurrẽt in pũctis GHIKL. à quibus
b 11. Ax. si duxero ad centrum rectas GF. IF sic demõstrabo factũ esse quod petitur. Et primo quidẽ quod anguli omnes sint æquales. In quadrilatero AFBH, qua-
c 32.1 tuor anguli [c] valẽt quatuor rectos cũ cuiuslibet triãguli AHF. HFB. tres anguli valeãt duos rectos: similitérque in quadrilatero BF. CI. & sic de aliis: ergo cum anguli A. & B. sint recti, anguli AHB. AFB valent duos rectos, similiterque anguli BIC. CFB. & sic de
d 27.3 aliis. Sed anguli AFB. BFC. sunt [d] æquales ob æquales arcus, ergo reliqui H. & I. sunt æquales, idemque dicendum de aliis. Ergo omnes pentagoni anguli sunt æquales.

Quod autem latera etiam sint æqualia sic probo Quadratum FI. e est æquale quadratis tam ipsarum FB BI, quam ipsarum I C. C F. sublatis ergo quadratis æqualium FB. FC remanent æqualia quadrata B I. IC. ergo rectæ BI. IC sunt æquales. Nũc anguli FBI. FCI. & continentia latera sunt æqualia, ergo se habent iuxta 4. ergo anguli BIF. FIC sunt æquales. Eodemque modo dicam de triangulis CFK. KFD. & de aliis omnibus. Ergo cum anguli BFC. CFD. f sint æquales, & anguli IFC. CFK. sint eorum dimidia, æquales erunt anguli I F C. C F K. Ergo cum in triangulis I F C. CFK. anguli IFC. FCI. æquales sint duobus angulis CFK. FCK. alter alteri & latus FC. sit commune, reliqua latera g erunt æqualia Ergo rectæ IC. CK. sunt æquales, & dimidiæ ipsius IK eodem modo ostendam IB. esse dimidiam ipsius IH, & sic de aliis; ergo cum dimidiæ IC. IB. ostensæ sint æquales, erunt tota latera HI. IK. æqualia, idemque dicendum de aliis.

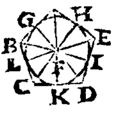
e 47. 1.

f 27. 3

g 26. 1

PROPOSITIO XIII.

Prob. 13.



In dato pentagono quod est æquilaterum & æquiangulum, circulum inscribere.

a 9.1. Diuidantur[a] bifariam duo anguli proximi BAE. ABC. b 11. Ax. rectis AF. BF. quæ[b] coibunt, puta in F cum nullius anguli medietas valeat rectum. Idem fiat reliquis angulis. Quoniam igitur triangulorum ABF FBC. æqualia sunt latera BA. BC. & B F. commune, & anguli ad B. c Ex const. [c] sunt pares, anguli BAF. BCF. & bases AF. CF. [d] erunt æqua- d 4.1 les. Cum igitur anguli BAE. BCD ponantur æquales & BAF. dimidium sit anguli BAE. erit & BCF. dimidium anguli BCD. Hic ergo angulus & reliqui in orbem

orbem secti sunt bifariam. Ducantur similiter ex F. ad singula pentagoni latera perpendiculares FG. FH &c. Quia triangulorum GFB. BFL. duo anguli FGB. GBF. duobus FLB. FBL. sunt æquales & latus FB. commune, æqualia etiam [e] erunt latera FG. FL. & his FK. FI. FH. quare centro F. spatio FG. [f] si ducatur circulus, transibit per puncta H. I. K. L. existentia in lateribus pentagoni, [g] quæ etiã tangent circulum, cum sint super extremitate diametri ad rectos constitutæ.

e 26.1

f 15. def. 1.

g coroll. 16.3.

PROPOSITIO XIV.

Prob. 14.

Circa datum pentagonum quod est æquilaterum & æquiangulum, circulum describere.

a 9.1. Angulos A & E. [a] diuido bifariã rectis AF.FE. quæ alicubi [b] cõcurrẽt, puta in F. hinc ad
b 11. Ax. reliquos angulos duco rectas FD. FC.FB. quæ eos secare bifariam probatur vt in proxima propositione. Ergo cum anguli totales ponantur æquales, æquales erunt
c 6.1. dimidii, & [c] consequenter æquales FA. FB. hisque æquales omnes rectę FC.FD FE Ergo cẽtro F. spatio FA. descriptus circulus, transibit per angulos pentagoni, nec vllum eius latus [d] seca-
d 2.3. bit, cum omnia cadant intra circulum.

PROPOSITIO XV.

In dato circulo, hexagonum, & æquilaterum & æquiangulum inscribere. Prob. 15.

SIt diameter AD. cẽtro D spatio semidiametri DG. fiat circulus CGE. secans datum circulum in C & E. per centrũ G. ductis CF. EB. iungantur AB. BC. CD. &c. eritque inscriptũ hexagonum æquilaterum & Æquiangulum.

Prob Rectæ GC. GD. à centro G. & rectæ CD. DG. à centro D. sunt æquales, ergo triangulum DGC. est æquilaterum [a] Ergo & æquiangulum. Hi tres anguli, [b] valent duos rectos. ergo quilibet eorum est pars tertia duorum rectorum Similiterque angulus DGE. Ergo cum CGE EGF. [c] va-

a 5.1. b 32.1 c 13.1.

leant duos rectos. E G F. erit etiam pars tertia duorum rectorum. Sed illis
d 15.1 [d] æquales ſunt anguli ad verticem. Ergo ſex anguli ad centrum G. ſunt æquales. Ergo omnes rectæ & circumferentiæ AB. BC. &c. quibus in-
e 26. ſiſtunt [e] ſunt æquales. Eſt ergo
& hexagonum ęquilaterum. Quod
29. 3. vero ſit ęquiangulum patet, cum omnium angulorum medietates ſint oſtenſæ æquales & conſtare duabus tertiis duorum rectorum.

Coroll. Hexagoni latus, æquale eſt ſemidiametro.

PROPOSITIO XVI.

In dato circulo Prob.
quindecagonum & 16.
æquilaterum & æ-
quiangulum, deſ-
cribere.

I[a] Nſcribe in dato circulo pentago- *a* 11.4
num ęquilaterum AEFGH. & ei-
dem ad punctum A, [b] inſcribe trian- *b* 2.4
hulum ęquilaterum ABC. hoc poſito
cum tertiam partem circumferentię *c* 26.
[c] ſubtendat AB hoc eſt quinque quin *vel*
denas, duo vero pentagoni latera, 28. 3.
AE. EF. earumdem quindecimarum
ſubtendant ſex. Si ab ipſis AE. EF.
ſubtendentibus ſex, ipſam AB. ſub-
tendentem quinque tollas, ſupererit
BF. ſubtendet vnam decimamquin-
tam totius. Ergo ſi quatuordecim ei
ęquales in circulo [d] accommodentur *d* 1.4
erit quindecagonum ęquilaterum &
Æquiangulum [e] cum ſinguli anguli *e* 27.3
ſubtendant arcus ęquales tredecim
laterum quindecagoni. Q. E. F.

EVCLIDIS
ELEMENTVM V.

Huius Elementi quinti Vitruuius autorem prædicat Eudoxium Gniduim, qui Platonem comitatus eſt in Ægyptum.

DEFINITIONES.

Pars eſt magnitudo magnitudinis, minor maioris, cùm metitur maiorem.

ID eſt, quæ aliquoties ſumpta, maiorem ipſam præcisè conſtituit: ſic vnitas, eſt pars ternarii, quia ter ſumpta facit ternarium. Atque hæc eſt pars propriè dicta & quæ vocatur *Aliquota*. Impropriè verò dicta pars, est *qua aliquoties sumpta, vel suum totum excedit, vel ab eo deficit*: sic binarius numerus, est impropriè dicta pars septenarii, quia ter sumptus, deficit: quater autem sumptus excedit, atque hæc pars dicitur *Aliquanta*. Imo Euclides libro 7. non vocat partem sed partes, & benè quia quatuor non est pars numeri sex, sed eius duæ partes tertiæ. In genere sic posset definiri. *Pars est minor & homogenea quantitas, qua aliquoties repetita, metitur vel excedit suum totum.*

Similiter & si definitio Partis prout traditur ab Euclide tantum conueniat quantitati continuæ; quæ sola propriè secundùm Philosophum appellatur Magnitudo, cùm tamen numeros suis quoque constitui partibus dubium sit nemini, sic forte commodius potuisset exprimi. *Pars* *est minor quantitas, quæ metitur maiorem.* Vt vt sit, in sequẽtibus, partis nomine vtar, cum in quantitate continua tum in discreta; imò breuitatis gratia frequentius vtar numeris, quorum tamen loco poterit quilibet magnitudines tot palmorum intelligere quot numeris exprimentur.

2. *Multiplex autem est maior, quam metitur minor.*

MVltiplex idem est ac multum simplex, quando videlicet vnum simplex hoc est pars, metitur multum, hoc est maiorem quantitatem: sic 12 est multiplex ipsius 6. & 2. bis enim continet 6. sexies vero 2. sex autem respectu duodenarii dicitur *sub-multiplex. Æquemultiplices* dicuntur quantitates quæ æquè multoties continent suas submultiplices, vt 9. respectu 3 &

12. res-

12. respectu 4. quia prima quantitas secundam ter continet, & similiter tertia quartam. Hinc vides quomodo pars & multiplex sint relata.

3. *Ratio est duarum quantitatum eiusdem generis, mutua quædam secundùm mensuram habitudo.*

QVod Euclides dixit λόγος hoc Campanus vertit *Proportio*, melius alii *Ratio*. Sensus vero hic est, quando duæ quantitates eiusdem generis, vt duo numeri, duæ lineæ, duæ superficies, duo solida (nec enim linea cum superficie, aut linea alba cum sonora, vt sic, possunt conferri, cum sint diuersi generis) inter se comparantur, secundùm capacitatem hoc est excessum, defectum aut æqualitatem, appellatur hæc comparatio aut habitudo mutua, Ratio. Obseruabis verò, requiri semper duas quantitates, nihil enim habet rationem ad seipsum, & decempeda solitariè considerata nec maior est, minor, aut æqualis.

Hæc porrò omnis comparatio in capacitate quantitatis fundatur, secundùm quam vna quantitas aliam continet vel accuratè, vel ex partè tantum, vel cum excessu. Si enim vna, partem tantum alterius continet vt bipeda tripedã, minor inæqualitas siue minor ratio appellatur: si adæquate totam vt sexpeda sexpedam, Æqualitas dicitur: si denique plusquam totam vt sexpeda bipedam, maior inæqualitas seu maior ratio dicitur. Cùm autem in omni ratione duo sint termini *Antecedens* & *Consequens* qui ad inuicem referuntur: Ille in nominatiuo efferri solet, hic in alio casu: exempli gratia linea sex palmorũ est dupla lineæ trium:

antecedens eſt linea ſex palmorum : conſequens , lineæ trium. Exceſſus antecedentis ſupra cõſequentem vel conſequentis ſupra antecedentem dicitur *Differentia terminorum*. *Ratio Rationalis* eſt quæ eſt inter quantitates commenſurabiles & numeris poteſt exprimi , vt ratio dupla,tripla,&c. *Ratio Irrationalis* eſt ea quæ eſt inter magnitudines quarum nulla eſt communis menſura quæ vllo numero poſſit exprimi : exempli gratia inter latus quadrati & eius diametrum.

4. *Proportio eſt rationum ſimilitudo.*

GRæcè dicitur ἀναλογία, ſẽſus verò hic eſt. Quemadmodum comparatio capacitatis duarum quantitatum dicitur ratio : Ita ſimilitudo duarum vel plurium rationum dicitur Proportio.Ex gr. Cum ſimilis ſit ratio 12. ad 4 quæ 9. ad 3. ideo dico inter has quantitates esse proportionem, quia est similitudo rationum.

Proportio diuiditur in *Arithmeticam, Geometricam.* & *Musicam. Arithmetica est quando tres vel plures numeri per eandem differentiam progrediuntur* vt hi numeri 4. 7. 10 est enim differentia 4. & 7 æqualis differentiæ 7. & 10. hæc proportio dicitur Arithmetica quia inuenitur inter numeros in ordine suo naturali sumptos puta 1. 2. 3. 4. 5. &c.

Geometrica est similitudo rationum qua fit inter tres, vel plures quantitates vt inter numeros 2. 6. 18. est enim ratio 2. ad 6. similis rationi 6. ad 18. nam vtraque ratio est tripla. Hæcque sola est propriè dicta proportio, & quam hic definit Euclides.

Proportio Musica est quando

tres magnitudines ita ordinantur vt eadem ſit ratio primæ ad tertiam, qua differentia primæ & ſecundæ, ad differentiam ſecundæ eſt tertiæ, vt 3. 4. 6. Sunt in proportione muſica quia eadem eſt ratio primi numeri 3. ad tertium 6. quæ differentiæ primi & ſecundi, quæ eſt 1. ad differentiam ſecundi & tertii, quæ eſt 2. dicitur vero harmonica quia conſonantes facit ſonos inter quos inuenitur.

5. *Rationem habere inter ſe quantitates dicuntur, quæ poſſunt multiplicatæ ſe ſe mutuo ſuperare.*

QVia ratio eſt duarum quãtitatum eiuſdem generis mutua ſecundùm menſurã habitudo, propterea quãtitates quæ rationem habent inter ſe debent eſſe tales vt ſe mutuo ſuperare poſſint, nam quantitas quæ metitur alteram, poteſt eam ſuperare. hinc.

Colligitur 1°. Inter lineam & ſuperficiem, inter ſuperficiem & corpus, inter lineam finitam & infinitam, inter angulum rectilineum & contactus, nullam eſſe rationem, quia quantumuis horum vnum multiplices, nunquam tamen aliud ſuperabit.

Coll. 2 Inter diagonalem & latus quadrati eſſe rationem, quia ita poteſt multiplicari vt latus excedat diagonalem, ſed hæc ratio dicitur irrationalis quia nō poteſt exprimi numeris.

Coll. 3. Inter curuilinea & rectilinea eſſe rationem, cum inter ea ſit æqualitas & inæqualitas, nā Hippocrates Chius Lunulam creſcētem, & Archimedes Parabolam quadrauit. & Proclus inter angulos rectilineos & curuilineos æqualitatem demonſtrauit lib. 3. in primum Euclid. ad 12. axioma.

6. In eadem ratione quantitates dicuntur esse, prima ad secundam, & tertia ad quartam, cum prima & tertia æquemultiplicia, à secunda & quarta æquemultiplicibus, qualiscũque sit hæc multiplicatio, vtrumque ab vtroque, vel vnà deficiunt, vel vnà æqualia sunt, vel vnà excedunt, si ea sumantur, quæ inter se respondent.

A Signo ostẽdit Euclides quomodo possimus cognoscere vtrum quatuor quantitates sint in eadem ratione. 1°. Æquemultiplica, inquit, primam quantitatem & tertiam. 2°. Æquemultiplica secũdam & quartam. 3°. conferas multiplicem primæ cum multiplici secundæ, & multiplicem tertiæ cum multiplici quartæ, & vide, vtrum quotiescunque multiplex primæ deficit à multiplici secundæ; vel æqualis est, vel excedit, etiam multiplex tertiæ tunc deficiat à multiplici quartæ, vel æqualis sit vel excedat: tunc enim si id fiat, certò concludas, has quatuor quantitates esse in eadem ratione, si non fiat, nega esse.

8	6	12	9
4	2	6	3
A.	B.	C.	D.

Exemplum: volo scire vtrum hæ quantitates A. B. C. D. sint proportionales: 1°. æquemultiplico A & C. puta per binarium. 2°. æquemultiplico B & D. puta per ternarium, vt factum vides superius 3°. confero multiplicem primæ 8. cum multiplici secundæ 6. & multiplicem tertiæ 12. cum multiplici quartæ 9. &

video non tantùm multiplicem secundæ deficere à multiplici primæ, sed & multiplicem quartæ deficere à multiplici tertiæ.

12	12	18	18
4	2	6	3
A	B	C	D

Deinde iterum æquemultiplico A & C. puta per ternarium: similiter æquemultiplico B & D. puta per senarium (eadem est ratio de quocunque numero per quem æquemultiplices) tum video multiplicem primæ æqualem esse multiplici secundæ: & multiplicem tertiæ, multiplici quartæ.

8	16	12	24
4	2	6	3
A	B	C	D.

Tertio æquemultiplico A. & C. puta per binarium. æquemultiplico etiam B & D. puta per octonarium & aduerto multiplicem primæ 8. deficere à multiplici secundæ 16. & multiplicem tertiæ 12. à multiplici quartæ 24. & quia qualitercunque æquemultiplicem illas quantitates, semper se habet multiplex primæ ad multiplicem secundæ, vt se habet multiplex tertiæ ad multiplicem quartæ, id est simul deficiunt vel excedunt vel sunt æquales. propterea concludo esse quatuor illas quantitates proportionales & earum primam in eadem ratione esse ad secundam, in qua est tertia ad quartam.

16	15	24	25
4	3	6	5
A	B	C	D

Alterum exemplum. Proponantur aliæ quatuor A B C D. 1°. æquemultiplico A. & C. puta per quaternarium. 2°. æque-multiplico B. & D puta per qui-narium. 3°. Video multiplicem primæ 16. ſuperare multiplicem ſecundæ 15. multiplicem verò tertiæ 24. ſuperari à multiplici quartæ 25. quare concludo duas quantitates non eſſe in eadem ratione; quia ſi eſſent in eadem ratione, quadruplum tertiæ ſu-peraret quadruplũ 4æ Sicut qua-druplum primæ, ſuperat quadru-plum ſecundæ. Id enim fieri de-bet qualiſcunque ſit multiplica-tio Quare licet duplum primæ ſuperet duplum ſecundæ, & ſimi-liter duplum tertiæ ſuperet du-plum quartæ. Tamen non po-teſt inde colligi quod ſint pro-portionales; quia vt ſint propor-tionales oportet ita fieri facta quauis multiplicatione.

SCHOLIVM.

HÆc ſunt quæ ad verba & ſenſum Euclidis nunc occurrũt. Quod ad rem ipſam, nũquam iudicaui definitionem illam poſſe inſeruire tyronibus: cum tradatur per obſcurius. Sic itaque illam aliter enũcio *Quatuor quantitates dicuntur eſſe proportionales, cùm prima eodem modo continet ſecundam vel cõtinetur à ſecunda, quo tertia continet quartam vel continetur à quarta*. Nam quatuor quantitates eſſe proportionales, eſt primam ita ſe habere ad ſecundam ſicut tertia ſe habet ad quartam: hoc autem aliud nihil eſt, quàm primam ita eſſe maiorem vel minorem ſecunda, ſicut tertia maior eſt vel minor quarta Si autem res ita ſe habet, prima eodem modo continebit ſecundam, vel à ſecunda continebitur, quo tertia continebit quartam vel à quarta continebitur Igitur quatuor quantitates dicuntur proportionales, cum prima eodem modo continet ſecundam, vel continetur, à ſecunda, quo tertia continet quartam vel continetur à quarta.

Nota hanc definitionem conuenire tum quantitatibus rationalibus, tùm irrationalibus. Superest tantum explicandus ille modus continentiæ vel contentionis qui dicitur idem. Ille autem modus dicitur idem dupliciter, primo cum prima quantitas continet 2ᵐ. aut cõtinetur à ſecunda toties exactè, quoties tertia continet quartam, aut cõtinetur à quarta exactè, itaut nulla pars ſuperſit. v. g. linea duorum pedum toties continet lineam vnius pedis, quoties linea 6. pedum continet lineam 3 pedum. Similiterque linea vnius pedis toties continetur in linea duorum pedum, quoties linea 3. pedum continetur in linea 6 pedum. Et proinde 4. illæ lineæ dicuntur proportionales

Secundo, Ille modus continentiæ vel contẽtionis dicitur idem cum prima ſecundam, & tertia quartam æque continet & præterea eandem partem, vel eaſdem partes; vel cum prima, cum tali ſui parte aut talibus partibus continetur in ſecunda, quoties tertia cum eadem, aut talibus partibus continetur, in quarta. Vt linea 10. pedum continet toties lineam 3. pedum & talem inſuper eius partem quoties lineam 6 pedum qualemue eius partem cõtinet linea 20. pedum. Nam linea 10 continet ter lineam trium pedum & inſuper trientem ipſius ternarii, ſicut linea 20. pedum continet ter 6. & inſuper trientem ipſius ſenarii. Similiter linea 12. pedum toties continet lineam 5. pedum & tales eius partes, quoties lineã 10. pedum qualeſve eius partes continet linea 24. Rurſus linea 3. pedum cum tali ſui parte continetur in linea 10. pedum ſicut linea

6 pedum cum tali sui parte cõtinetur in linea 20 pedum. Similiter linea 5. pedum cum talibus sui partibus continetur in linea 12 pedum, sicut linea 10. pedum cum talibus sui partibus continetur in linea 24. pedum.

7. Eandem autem habentes rationem quantitates, vocentur proportionales.

NAm quæ habent eandem rationem habẽt rationum similitudinẽ seu proportionem. Quod si proportio non interrumpitur, dicitur continua proportio, qualis est in his numeris 4. 8. 16. 32. qui propterea dicuntur continuè proportionales: secus autem dicuntur tantùm proportionales vt 4. 2. 6. 3.

8 *Cum verò æquemultiplicium, multiplex primæ, excesserit multiplicem secundæ: at multiplex tertiæ, non excesserit multiplicem quartæ: tūc prima ad secundam, maiorem rationem habere dicetur, quam tertia, ad quartam.*

16.	15.	24.	25
4.	3.	6.	5.
A	B	C	D.

PVta si proponantur quatuor quantitates A B C D. quia quadruplum primę superat quintuplum secundæ, quadruplum autem tertiæ, non superat quintuplum quartæ, dicemus maiorem esse rationem primæ ad secundam, quam tertiæ ad quartam.

9. *Pro-*

9. Proportio verò in tribus minimum terminis consistit.

CVm proportio sit rationum similitudo: ratio autem sit duarum magnitudinum eiusdem generis comparatio, quarum vna dicitur antecedens, alia consequens: in proportione, ad minimum duo requiruntur antecedentia, & duo consequentia: quia tamen medius terminus potest esse consequens primæ & antecedens secundę rationis, propterea proportio potest esse in tribus terminis, nimirum quæ continua est vt 16. 8. 4. quæ vero non est continua postulat quatuor terminos vt 16. 4. 12. 3.

10. *Cùm autem tres quantitates proportionales fuerint: prima ad tertiam dicitur duplicatam habere rationem, eam quam habet ad secundam. At cum quatuor quantitates continuè proportionales fuerint; prima ad quartam dicitur triplicatam habere rationem, eam quam habet ad secundam: & semper deinceps vno amplius, quandiu proportio extiterit.*

DIfferunt ratio dupla & ratio duplicata, itemque ratio tripla & ratio triplicata, vt ista ostendunt exempla.

64. 16. 4. 1.
A B C D.

Primum sint quatuor quantitates A. B. C. D. continuè proportionales, nulla ex ipsis erit ratio dupla vel tripla. & erit nihilominus in ipsis vna ratio duplicata & vna triplicata: quia ratio primæ ad secundam erit inter primam & tertiam triplicata, Erit porrò illa ratio primæ ad secundam quadrupla. Quartę ad tertiam quadrupla duplicata, id est quater quadrupla seu sexdecupla. Primæ ad quartam quadrupla triplicata, id est quater quater quadrupla, id est quater sexdecupla, id est, sexagequadrupla.

Secundum. Sint quantitates quatuor $\overset{1.}{E}$. $\overset{2.}{F}$. $\overset{4.}{G}$. $\overset{8.}{H}$. continuè proportionales, erit prima subdupla secundæ. Secunda tertiæ. Tertia quartæ: Erit tamen ratio primæ ad tertiam dupla rationis quam habet prima ad secundam. Erit item ratio primæ ad quartam, tripla rationis quam habet prima ad secundam, nec tamen erit prima dupla tertiæ sed eius subquadrupla: nec prima est tripla quartæ, sed eius suboctupla.

Vno verbo discrimen aperio. Inter duas quantitates non dicitur esse ratio dupla, nisi vna precisè bis alteram contineat, dicitur autem esse ratio duplicata, quamcumque habeant inæqualitatem, modo bis ea repetatur comparatio quæ est inter primũ & 2^{m}. terminos: & triplicata si tertiò eadem instituatur.

11. *Homologæ quantitates dicuntur esse antecedentes quidem antecedentibus, consequentes verò consequentibus.*

1. 4. 8. 32.

SI proportionales sũt ABCD. & vt prima ad secundam, ita tertia ad quartam: homologæ dicentur prima & tertia inter se, ſecunda item & quarta inter ſe, quia eaſdem vices gerunt prima & tertia, & ſimiliter ſecunda & quarta.

Sequuntur modi argumentandi in proportionibus, qui inferius ſuis locis demonſtrabuntur.

12. ***Alterna ratio, eſt ſumptio antecedentis ad antecedentem, & conſequentis ad conſequentem.***

QVia Geometræ quinque diuerſas concluſiones colligunt ex vna quatuor quantitatũ proportione, propterea quinque modos, quinque illarum concluſionum nunc definit Euclides. Prima eſt alterna, hoc eſt permutata ratio, ſeu permutando quantitates & comparando ipſas antecedentes inter ſe, & ipſas conſequentes inter ſe.

9. 3. 6. 2.
A. B. C. D.

puta ex eo quod proportionales ſunt A B C D. eſtque vt A. ad B. ita C. ad D. inferam ergo permutando vt A. ad C. ita B. ad D.

13. *Inuerſa ratio, eſt ſumptio conſequentis ceu antecedentis, ad antecedentem velut conſequentem.*

SEcunda ſpecies ſeu modus argumentandi dicitur inuerſa ratio, quando conſequens inſtar antecedentis ſumitur, inuertendo ſcilicet terminos proportionis, & ad antecedens velut ad conſeqnens comparatur. Nam quia eſt vt $\overset{9}{A}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{6}{C}$ ad $\overset{2}{D}$. Ergo inuertendo inferam vt $\overset{3}{B}$. ad $\overset{9}{A}$. ita $\overset{2}{D}$. ad $\overset{6}{C}$.

14. *Compoſitio rationis, eſt ſumptio antecedentis cum conſequente, ceu vnius, ad ipſum conſequentem.*

TErtia ſpecies dicitur compoſitio rationis, cum antecedens ſimul cum conſequente inſtar vnius ſumitur, & ad conſequẽs comparatur. Sic, Quia eſt vt $\overset{9}{A}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{6}{C}$. ad $\overset{2}{D}$. ergo componendo erit, vt $\overset{12}{AB}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{8}{CD}$. ad $\overset{2}{D}$.

15. *Diuiſio rationis, eſt ſumptio exceſſus, quo conſequentem ſuperat antecedens, ad ipſum conſequentem.*

HOc eſt, eſt comparatio differentiæ terminorum cum alterutro ipſorum.

9 3 6 2
vt quia eſt vt A. ad B. ita C. ad D.
erit diuidendo vt 6. ad 3. ita 4. ad 2.
vel vt 6. ad 9. ita 4. ad 6.

16. *Conuerſio rationis, eſt ſumptio antecedentis ad exceſſum, quo ſuperat antecedens ipſum conſequentem.*

HOc eſt eſt, comparatio vnius termini cum differentia terminorum.

9 3 6 2
vt quia eſt vt A. ad B. ita C. ad D.
Erit conuertendo rationem
vt 9. ad 6. ita 6. ad 4.
vel vt 3. ad 6. ita 2. ad 4.
Vnde vides quod conuerſio eſt diuiſionis inuerſio.

17. *Ex æqualitate ratio eſt, ſi plures duabus ſint quantitates, & his aliæ multitudine pares, quæ binæ ſumantur & in eadem ratione: cum vt in primis*

in primis magnitudinibus prima ad vltimam, sic & in secundis magnitudinibus, prima ad vltimã se habebit. vel,

SVmptio extremorũ, per subductionem mediorum. Vt si sint plures magnitudines

12 4
A B C

& aliæ totidem

6 2
D E F

binę & binæ in eadem ratione hoc est vt $\overset{12}{A}$. ad B. quidpiam, ita $\overset{6}{D}$. ad E. quidpiam, & vt B. ad C. ita E. ad F. erit ex æquo vt in prioribus $\overset{12}{A}$. ad vltimam $\overset{4}{C}$. ita in posterioribus $\overset{6}{D}$ ad $\overset{2}{F}$. Nullum numerum oportet apponere ipsis B. & E. quia hic non agitur de ipso, sed in sequentibus. Continet autem æqualitas rationis duos modos argumentandi ex proportione plurium, quam quatuor quantitatum: hos duæ sequentes definitiones explicant.

18. *Ordinata proportio est, cum fuerit quemadmodum antecedens ad consequentem, ita antecedens ad consequentem; fuerit etiam vt consequens ad aliud quidpiam, ita consequens ad aliud quidpiam.*

Dicitur ordinata proportio, quia duæ partes proportionis eundem seruant suarum rationum ordinem.

12	6	4
A	B	C
6	3	2
D	E	F

Exemplum, esto vtriusque partis prima ratio eſt dupla, ſecunda ratio eſt ſeſquialtera, Concluditur quod vt eſt $\overset{12}{A}$. ad $\overset{4}{C}$. ita eſt $\overset{6}{D}$. ad $\overset{2}{F}$.

19. *Perturbata autem proportio eſt, cum tribus poſitis magnitudinibus, & alijs quæ ſint his multitudine pares; vt in primis quidem magnitudinibus ſe habet antecedens ad conſequentem: Ita in ſecundis magnitudinibus antecedens ad conſequentem: vt autem in primis magnitudinibus, conſequens ad aliud quidpiam; ſic in ſecundis magnitudinibus quidpiam ad antecedentem.*

HOc eſt, cùm vt in primis, prima ſe habet ad ſecundam, ita in ſecundis ſecunda ad tertiam, & vt in primis secunda ad tertiam, ita in secundis prima se habet ad secundam, dicitur hæc proportio perturbata, quia vna proportionis pars non seruat ordinem rationum alterius partis. Exemplum esto

12	6	4
A	B	C
6	4	2
D	E	F

In prima propositionis parte, ratio dupla præcedit sesquialterã. In secunda parte sequitur Concluditur tamen perinde atque in proportione ordinata. Quod vt est

	12		4
	A	ad	C
Sic est	6		2
	D	ad	F

PROPOSITIO I.

3. 1. 3. 1. *Si sint quotcunque* *Theo.* *1.*
A B. C. F. *magnitudines quotcunque magnitudinũ*
6. 2. *æqualium numero,*
G. H. *singulæ singularum, æquæmultiplices; quam multiplex est vnius vna magnitudo, tam multiplices erunt & omnes omnium.*

ID est quia [a] æquemultiplices sunt A. ad B. & C. ad F Si A. & C. iungantur in G. similiterque B. & F. in H. quam multiplex erat A. ipsius B. & C. ipsius F. tam multiplex erit G. ipsius H. *a def. 2. 5.*

Prob. Maiora aut minora non [a] sũt tota, quam suæ omnes partes propriè dictæ. Ergo non potest totum aggregatum G. pluries vel pauciore numero cõtinere totum aggregatum H. quam A. & C partes omnes totius H Et vero quoties B. numerat A. & F. numerat C: toties H. numerat G. hoc est ter. Id vero intelligendum non tantum de multiplici increscente, sed etiam de decrescente & mixto.

PROPOSITIO II.

Theo. 2.

6	3	4	2
A.	B.	C.	D.
9	6	15	10
E.	F	G	H

Si prima A. *secundæ* B. *æquè fuerit multiplex, atque tertia* C. *quartæ* D. *fuerit autem & quinta* E. *secũda* B. *æquè multiplex, atque sexta* F. *quartæ* D. *erit & composita prima cum quinta* E. nempe G. *secundæ* B. *æquemultiplex, atque tertia* C. *cum sexta* F. nempe H. *quartæ* D.

PRob. Ex hypothesi secunda B. & quarta D. pari numero continentur in suis multiplicibus A. & C. nempe bis. Similiterque eadem secunda B. & quarta D. pari numero continentur in suis aliis multiplicibus E. & F. nempe ter. Ergo per præcedentem, continebuntur etiam pari numero in multiplicibus collectis, hoc est si componantur A. & E. vt fiat G. similiterque F. & C. vt fiat H. quemadmodum G. 15. continet B 3. quinquies. Ita H. 10. continebit D. 2. quinquies.

PROPOSITIO III.

4	2	6	3
A	B	C	D
8		12	
E		F	

Si ſit prima A. ſecunda B æquè multiplex, atque tertia C. quartæ D. ſumantur autem æquemultiplices E. & F. primæ A. & tertiæ C: erit ex æquo ſumptarum, vtraque vtriuſque æque multiplex, altera quidem E. ſecundæ B. altera autem F. quartæ D. *Theo. 3.*

PRob. Ponuntur B. & D æqualiter contineri in ſingulis A. & C. ergo æqualiter [a] continentur etiam in iiſdem pari numero multiplicatis in E & F, *a 1.5.*

PROPOSITIO IV.

4	2	6	3
A	B	C	D
8	6	12	9
E	F	G	H

Th. 4 *Si prima ad secūdam, eādē habuerit rationē, & tertia ad quartā; etiā æquè multiplices primæ & tertiæ, ad æquè multiplices secundæ & quartæ, iuxta quāuis multiplicationem, eādem habebunt rationem, si prout inter se respondent, ita sumptæ fuerint.*

Posita & explicata superius à nobis definitione 6. hanc propositionem sic breuiter perstringo.

Si prima A, ad secundam B. habuerit eam rationem, quam habet tertia C. ad quartam D. sumanturque primæ A. & tertiæ C. æquemultiplices E. & G. Item secundæ B. & quartæ D iisdem vel aliis æquemultiplicibus F. & H. erit E. multiplex ipsius A. ad F. multiplicem ipsius B. sicut G. multiplex tertiæ C. ad H. multiplicem quartæ D. idque iuxta non vnam tantum aut alteram multiplicationem, sed iuxta quamcumque vt ibi diximus, & multiplicia primæ & tertiæ non solum vnà deficient à multiplicibus secundæ & quartæ, aut vnà æqualia erunt, aut vnà excedent, sed præterea eandem quoque habebunt rationem.

Ratio est quia ex definit 6. idem est quatuor magnitudines in eadem esse ratione & earum æquemultiplicia vel vnà deficere vel vnà excedere, vel vnà æqualia esse. Idemque est vel conferre singulas B & D. ad singulas A, & C. atque B. & D. æqualiter multiplicatas ad A, & C. pari inter se numero multiplicatas.

Corollarium.

Hinc etiam patet veritas rationis conuersæ Nam si A. est ita maius ipso B. sicut C. ipso D. est euidens B. ita minus fore ipso A. sicut D ipso C. minus est. Nec minus foret euidens si A, & C. sumpta essent æqualia, aut minora ipsis B. & D.

PROPOSITIO V.

E 4 F 2 *Si magnitudo* A.
Th. 5 C 8 D 4 *magnitudinis* B.
A 12 B 6 *ita multiplex fuerit: vt ablata* C. *ablatæ* D. *etiam reliqua* E. *reliquæ* F. *ita multiplex erit, vt tota* A *totius* B.

PAtet. Sit enim A duplum ipsius B & pars ablata C dupla similiter partis ablatæ D. ergo si residua E. non est duplex residuæ F. omnes partes totius B. non continētur in omnibus partibus totius A. sicut totum in toto Est ergo residua residuæ ita multiplex, vt tota totius.

PROPOSITIO VI.

G	2	H	3	G	8	H	12
E	10	F	15	E	4	F	6
A	12	B	18	A	12	B	18
C	2	D	3	C	2	D	3

Si duæ magnitudines A & B. *duarum magnitudinum* C. & D. *sint æquemultiplices: & detracta quædam* E F. *sint earundem* C D. *æquemultiplices. Reliquæ* G H *iisdem* C D. *aut æquales sunt aut æquemultiplices.* Theo. 6.

PRob. C. & D in totis A. & B. & in eorum aliquibus partibus assumptis E. & F. æqualiter continentur ex hypoth esi: [a] ergo æqualiter etiam continebuntur in reliquis G. & H. Ergo reliquę eisdem, aut æquales, sunt aut æquemultiplices. [a] 5 p

PROPOSITIO VII.

Theo. 7. 24 24 8 *Æquales* A B. *ad* A B C *eandem* C. *eandem* 12 12 4 *habent rationem: & eadem* C. *ad æquales* A B.

PAtet ex terminis. Geometrice verò vt demonstretur, concipe magnitudinem C bis sumi, quasi diceretur. vt se habet A ad C, ita B ad C. hoc posito sic dico. 12. & 12. æquemultiplicia primæ magnitudinis A. & tertiæ B. [a] sunt æqualia. Iam sumatur quodcunque multiplex ipsius C. puta 8. Ergo cum æquemultiplicia ipsorum A. & B. quocunque modo multiplicentur, sint æqualia semper: vel vna deficient à multiplici C. vel vna æqualia erunt, vel vna excedent, vt in assumpto exemplo. [b] Ergo in eadem sunt ratione. Eodē modo dicam multiplicem ipsius C. puta 8. vel minorē esse 12 & 12. æquemultiplicibus A. & B vel vtrisque æqualem vel minorem.

a 6. Ax.

b Def. 6. 5.

PROPOSITIO VIII.

16	8	4
A	B	C
6	4	8

Inaequalium magnitudinum A. B. *maior* A. *ad eandem* C. *maiorem rationem habet, quam minor* B: *Et eadem* C. *ad minorem* B. *maiorem habet rationem, quam ad maiorem* A. *Theo. 8.*

PRob. 1ª pars. Si A esset aequalis B. vel si A & B aequaliter continerent C eandem rationem haberent [a] ad C & C. eandem ad A. & B. per praecedentem: sed maior ponitur A hoc est pluries continere C ergo per definitionem 8 A. maiorem habet rationem ad C. Prob 2. Et quia C. pluries continetur *ab* A. quam à B. minorem habebit ad A rationem quam ad B. per 8. def. *a 6. Def. 5*

PROPOSITIO IX.

Theo. 9. A B C *Quæ* AB. *ad*
15 15 4 *eandem* C. *eandem habent rationem, æquales sunt inter se, & ad quas* AB. *eadem* C. *eandem habet rationem, hæ quoque* AB. *æquales sunt inter se.*

SI enim dicas A. esse maius quam B. [a] ergo maior erit ratio maioris A. ad eandem C. quam minoris B. ad eandem C. Item maior ratio ipsius C ad B. quam ad A, quod est contra hypothesim.

a 8. 5.

PROPOSITIO X.

16 8 4 *Earum magnitu-*
A B C *dinum* AB *qua ad* Theo. 10.
eandem C. *habent rationem: qua* A. *rationem maiorem habet, hac maior est: ad quam autem* B. *eadem* C. *maiorem rationem habet, hac* B. *minor est.*

SI enim B. esset æqualis aut maior quam A. [a] haberent A. & B. eandem rationem ad C. vel B [b] haberet maiorem, quod est contra hypothesim Item si C. habet maiorem rationem ad A. quam ad B. minor est A quam B. vel vtrumque, quod dixi, sequetur absurdum. Hæc conuertit 8.

a 7. 5.
b 8 5.

PROPOSITIO XI.

Theo. 11.

	27		18		36
G	36	I	24	H	48
	18		12		24
A	9	E	6	C	12
B	6	F	4	D	8
	24		16		32
K	36	M	24	L	48
	12		8		16

Quæ eidem sunt eædem rationes, & inter se sũt eædem.

Sint rationes A. ad B & C. ad D. eædem, rationi E. ad F: etiã A ad B. & C. ad D. eædem inter se erunt. Prob. per 6. def. huius Si enim sumantur ad omnes antecedentes A.C.B. æquemultiplices G H I & ad consequentes B D F. æmultiplices K L M semper vel vnà deficient, vel vnà æquales erunt, vel vnà excedent vt patet in schemate.

PROPOSITIO XII.

4	2	6	3
A	B	C	D
10		5	
A	C	B	D

Si sint quotcunque magnitudines proportionales A B C D. *quemadmodum se habuerit vna antecedentium* A. *ad vnam consequentium* B. *ita omnes antecedentes* A C. *ad omnes consequentes* B D. Theo. 12.

QVod prop. 1 de proportione multiplici demõstratur, hic de omni proportione etiam irrationali ostẽditur, per eandẽ primam & defin. 6 si sumantur antecedentium & consequentium æquemultiplices. Ratio autem generalis est, quia cum tota nihil sint aliud quam omnes suæ partes, quæ erit ratio A. ad B. & C. ad D. eadem erit & AC. ad BD.

PROPOSITIO XIII.

Theo. 13.

6 4 3 2 4 3 *Si prima* A.
A B C D E F *ad secundam* B. *eãdem habuerit rationem, quam tertia* C. *ad quartam* D. *tertia verò ad quartam, maiorem habuerit rationem, quam quinta* E. *ad sextam* F. *prima quoque* A. *ad secundam* B. *maiorem rationem habebit quam quinta* E. *ad sextam* F.

PRob. Rationes A. ad B & C. ad D. sunt similes ex hypoth. vt hic sesquialteræ. Ratio C. ad D. maior est quam E. ad F. sesquitertia. Ergo ratio A ad B. maior est quam E. ad F. per 11. & patet à signo cum denominator A. ad B $1, \frac{1}{2}$, sit maior quam E. ad F. $1, \frac{1}{3}$

PROPOSITIO XIV.

2	3	8	12
9	9	9	9
12	8	6	4
A	B	C	D

Si prima A. *ad secūdam* B. *eandem habuerit rationem, quam tertia* C. *ad quartam* D. *prima verò* A, *quam tertia* C. *maior fuerit, erit & secunda* B. *maior quam quarta* D. *Quod si prima* A. *fuerit aequalis tertiae* C. *erit & secunda* B. *aequalis quartae* D. *Si verò minor, & minor erit.* Theo. 14.

PRob. Sit A. maior, C. minor, [a] ergo ratio A. ad B. maior est quam C. ad B. Rursus est C. ad D. sicut A. ad B. ratio autem A ad B. maior est, quam C. ad B. [b] maior ergo est ratio C. primi ad D. secun-

a 8 5.

b 13. 5.

2	3	8	12
9	9	9	9
12	8	6	4
A	B	C	D

c 10.5

dum quam C quinti ad B sextum. Minor [c] ergo est D. quam B.

Sit A, æqualis C.

d 7.5 erit [d] ergo A. ad B. vt C. ad D. & quia C. ad D. & C. ad B. rationes, eædem sunt rationi A. ad

e 9.5 B. [e] erunt quoque C. ad D. & C. ad B. eædem inter se.

Sit A. quam C. minor [a] maior erit ratio C. ad B. quam A. ad

f 13.5 B. Et cum [f] minor sit ratio C. primi ad D. secundum, quam C.

g 10.5 quinti ad B. sextum, minor [g] erit B. quam D.

PROPOSITIO XV.

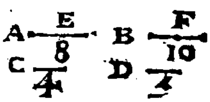
A 5 B 7 *Partes* AB. *Theo.*
C 25 D 35 *cū pariter mul-* 15.
tiplicibus CD.*in eadem sunt ratione, si prout sibi mutuo respondent, ita sumantur.*

SIt A. pars ipsius C. & B. ipsius D. continet C. toties A quoties D. continet ipsam B. Quia ergo vt vna antecedentium A. ad vnam consequentium B. ita[a] omnes antecedentes C. ad omnes consequentes D. Ergo vt C. ad D. ita A. ad B.

a 12. 5.

PROPOSITIO XVI.

Theo. 16.

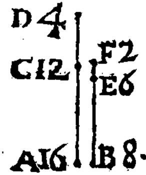


Si quatuor magnitudines ABCD. *proportionales fuerint & vicissim proportionales erunt.*

HOc est, si sit A. ad C. sicut B ad D erit permutando vt A. ad B, ita C. ad D.

Prob. Supponamus enim A. continere C. bis, sicut B continet D. si diuidamus A. in E. bifariam & B. in F. erit E. æqualis C. & F. æqualis D. sed vt E. ad F. sic dupla A. ad B. per 12. Ergo vt dupla A. ad duplam B. sic C. æqualis ipsi E. ad D. æqualem ipsi F.

PROPOSITIO XVII.



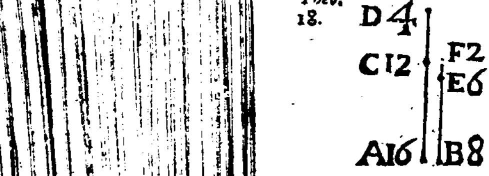
Si' composita magnitudines, proportionales fuerint, hæ quoque diuisæ proportionales erunt. Theo. 17.

Hoc est A. compositum ex C D, & B. ex EF. dentur: & sit vt A. 16. ad sui partem D 4. ita B 8 ad F 2. erit & vt C 12. ad D 4. ita E 6 ad F 2.

Id probant Theon & alii per æquemultiplices. Dibualdus, quod alias sequeretur partem esse æqualem toti. Nos sic breuiter A. & B. ponuntur proportionales [a] ergo simili ratione continent partes D. & F. puta quater, ergo si eædem è suis singulæ totis auferantur, similiter in residuis A C. BE. continebuntur: erit ergo vt A C. ad C D. ita BE. ad E F. a 4. Def.

PROPOSITIO XVIII.

Theo. 18.



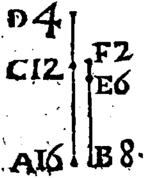
Si diuiſæ magnitudines ſint proportionales, hæ quoque cōpoſitæ proportionales erunt.

SIt vt DC. ad CA. ita FE. ad EB. Erit & AD. ad DC. vt BF. ad EF.

Prob Ex hypotheſi partes AC. BE. ſimili ratione continent partes DC. FE ergo ſi hæ, illis addantur, tota AD BF. adhuc ſimili ratione continebunt ſuas partes DC. FE.

PRO-

PROPOSITIO XIX.



Si quemadmodum totum A. *ad totum* B. *ita ablatum* CD. *se habuerit ad ablatum* EF. *& reliquum* CA. *ad reliquum* EB. *vt totum* AD. *ad totum* BF. *se habebit.* Theor. 19.

PRob. AD. BF. CD. EF. ponuntur proportionales erit [a] ergo vt FB. ad EF. ita AD. ad CD. Ergo [b] erit vt FE. ad EB. ita DC. ad CA. [a] Ergo vt FE. ad DC. ita BE. ad AC hoc est vt tota AD. ad totam BF. cum posita sit AD. ad BF. vt CD. ad EF.

a 16. 5.
b 17. 5.

Breuius quia aliter omnes partes essent maiores omnibus partibus, quam totum toto.

X

PROPOSITIO XX.

Theo. 20.

12	9	6
A	B	C
8	6	4
D	E	F

Si sint tres magnitudines ABC. *& aliæ* DEF. *ipsis æquales numero, quæ binæ & in eadem ratione sumantur* (hoc est vt A. ad B. ita D. ad E. & vt B. ad C. ita E. ad F.) *Ex æquo autem prima* A. *quam tertia* C. *maior fuerit, erit & quarta* D. *quam sexta* F. *maior. Quod si prima tertiæ æqualis fuerit, erit & quarta æqualis sextæ, sin illa minor, hæc quoque minor erit.*

PRob. Sit maior A. quam C. [a] ergo maior erit ratio ipsius A. ad B. quam C. ad B.

a 8. 5.

eſt autem vt A. ad B. ita D. ad E. & vt B. ad C. ita E. ad F. Ergo conuertendo eſt vt C ad B. ita F. ad E. Ergo D. ad E. maiorem [b] habet rationem quam F. ad E. quare maior [c] eſt D. quam F. Haud ſecus concludam. ſi A. ipſi C. æqualis ponatur aut minor. Interpretes idem probant de quotcunque magnitudinibus, non de tribus tantum.

b 13. 5.

c 10. 5

PROPOSITIO XXI.

Theo. 21.	18	12	4
	A	B	C
	27	9	6
	D	E	F

Si sint tres magnitudines A B C. *& ipsis æquales numero* D E F. *quæ binæ & in eadem ratione sumantur, fueritque perturbata earum proportio*(hoc est vt A. ad B. sic E. ad F. & vt B. ad C. sic D. ad E) *Ex æquo autem prima* A. *quam tertia* C. *maior fuerit: erit & quarta* D. *quam sexta* F. *maior. Quod si prima tertiæ fuerit æqualis, erit & quarta æqualis sextæ, sin illa minor, hæc quoque minor erit.*

PRob. Sit A. maior quam C. ergo A. ad B. maiorem [a] habet rationem quam C. ad B; Est autem vt A. ad B. ita E. ad F. Ergo [b] maior est ratio E. ad F. quam C. ad B. Et quia vt B ad C. ita D ad E. ergo conuertendo vt C. ad B. ita E. ad D. Ergo maior est ratio E. ad F. quam E. ad D. [c] Ergo maior est D. quam F. Idem ostendetur si A. minor sit aut æqualis.

a 8. 5.
b 13. 5.
c 10. 5.

PROPOSITIO XXII.

12	9	6	8	6	4
A	B	C	D	E	F
24	18	12	16	12	8
G	H	I	L	M	N

Si fuerint quotcunque magnitudines ABC *& alia ipsis aequales numero* DEF. *qua bina in eadem ratione sumantur* (hoc est vt A. ad B ita D ad E. & vt B. ad C. ita E ad F.) *& ex aqualitate in eadem ratione erunt*. Hoc est erit A. ad C. ficut D. ad F.

Theo. 22.

PRob. Sumantur ipsarum ABC. aequemultiplicia GHI. & ipsarum DEF. aequemultiplicia LMN. cum simplicia sint in eadem ratione A. ad B. vt D. ad E. & B ad C. vt E. ad F.
a 15.5 [a] erunt eorum multiplicia G. ad H. & H. ad I. vt L. ad M. & M. ad N. Ergo si quotuis magnitudines GHI. & aliae totidem LMN. binae sumantur in eadē ratione quarum [b] primae vltimam
b 20.5. in vtroque ordine simul excedunt, aequantur, vel deficiunt, earum simpli-
c 6. Def. ces A. ad G. [c] erunt vt D. ad F.

PROPOSITIO XXIII.

18	12	4
A	B	C
27	9	6
D	E	F

Si fuerint tres magnitudines AB C. *aliaque ipsis æquales numero* D EF. *quæ bina in eadem ratione sumantur, fuerit autem perturbata earum ratio* (hoc est sit A. ad B. vt E. ad F. & vt B. ad C, ita D. ad E.) *etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt.* (hoc est vt A. ad C. ita D. ad F.) Theo. 23.

PRob. [a] Si A excedit C. æquatur vel deficit; D. excedet F. æquabitur, vel deficiet. [b] Idemque fiet in æquemultiplicibus. Ergo ex [c] æqualitate in [d] eadem ratione est vt A. ad C. ita D. ad F.

a 21. 5
b 15. 5
c 17. Def.
d 6. Def.

PROPOSITIO XXIV.

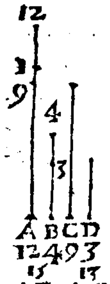
4	2	6
A	B	C
3	10	15
D	E	F
14	21	
G	H	

Theo. 24.

Si prima A. *ad secundam* B. *eandem habuerit rationem, quam tertia* C. *ad quartam* D. *habuerit autem & quinta* E. *ad secundam* B. *eandem rationem quam sexta* F. *ad quartam* D. *Etiam* G. *composita prima cum quinta, ad secundam* B. *eandem habebit rationem, quam* H. *tertia cum sexta, ad quartam* D.

PRob. Ex hypothesi B. est talis pars singularum A. & E. qualis est D. singularũ C. & F. Ergo
a 18.5 erit quoque B talis pars cõpositarũ A. & E. in G. qualis est ipsarum CF compositarum in H.

PROPOSITIO XXV.



Si quatuor magnitudines ABC D. *proportiales fuerint: maxima* A. *& minima* D. *reliquis duabus* BC. *maiores erunt.* Theo. 25.

PRob Ex hypot. vt A. ad B. ita C. ad D. sit A. maior, ab ea auferatur A 9. æqualis ipsi C. & à B. tollatur B 3. æqualis minimæ D. Erit igitur vt totalis A 12 ad partialem A 9 ita totalis B 4 ad partialem B 3 & [a] reliqua 9. 12. scilicet 3. ad reliquam 3 4. scilicet 1 vt A. 12. ad B 4 Itaque maior erit 3 quam 1. Ex 3. abscindatur 9 1. hoc est 1 æqualis 3 4. hoc est 1 Ergo A. 1. hoc est 10. continet magnitudines C 9. & 3. 4. hoc est 1. Ergo A 1. & D. hoc est 13. æquales sunt magnitudinibus C 9. & B 4. Ergo si addatur 1 12. hoc est 2. magnitudo A 12. & D 3. hoc est 15. maiores sunt quam B 4 & C 9. hoc est 13. a19.5

PROPOSITIO XXVI.

8 4 5 3 *Si prima* A. *ad*
A B C D *secundam* B *ha-*
Theo. 26. *buerit maiorem rationem, quàm tertia* C. *ad quartam* D. *habebit conuertendo, secunda* B. *ad primam* A. *minorem rationem, quam quarta* D. *ad tertiam* C.

HÆc & reliquæ octo propositiones cùm non sint Euclidis, eas non aliter demonstrabimus quam indicando propositiones Euclidis in quibus virtute continentur.

Hanc vero, propositione 4 huius elementi contineri, patet manifestè.

PROPOSITIO XXVII.

8 4 5 3
A B C D

Si prima A. *ad ſecūdam* B. *habuerit maiorem rationem, quam tertia* C. *ad quartam* D *habebit quoque viciſſim prima* A. *ad tertiam* C. *maiorem rationem, quam ſecunda* B. *ad quartam* D. Theo. 27.

Continetur prop. 16.

PROPOSITIO XXVIII.

8 4 5 3
A B C D
E 12 F 8

Si prima A *ad ſecundam* B *habuerit maiorem rationem, quam tertia* C. *ad quartam* D. *habebit quoque compoſita prima cùm ſecunda* E. *ad ſecundam* B. *maiorem rationem, quam compoſita tertia cum quarta* F. *ad quartam* D. Theo. 28.

Continetur prop. 18.

PROPOSITIO XXIX.

8	4	5	3
A	B	C	D
E 12	F 8		

Theo. 29. *Si composita* E. *prima cum secũda, ad secũdam* B. *maiorem habuerit rationem, quàm composita* F. *tertia cum quarta, ad quartam* D *habebit quoque diuidendo, prima* A. *ad secundam* B *maiorem rationem quam tertia* C. *ad quartam* D.

Continetur propositione 17.

PROPOSITIO XXX.

8	4	5	3
A	B	C	D
E 12	F 8		

Theo. 30. *Si composita* E. *prima cum secunda, ad secundam* B. *habuerit maiorem rationem, quam cõposita* F. *tertia cum quarta, ad quartam* D *habebit per conuersionem rationis, prima cum secunda* E. *ad primam* A. *minorem rationem, quam tertia cum quarta* F. *ad tertiam* C.

Continetur prop. 19.

PROPOSITIO XXXI.

16 8 4. 9 5 3
A B C. D E F

Si sint tres magnitudines A B C. *& aliæ ipsis æquales numero* D E F. *sitque maior ratio primæ priorum* A. *ad secundam* B. *quam primæ posteriorum* D. *ad secundam* F. *Item secundæ priorum* B. *ad tertiam* C. *maior quam secundæ posteriorum* E. *ad tertiam* F. *erit quoque ex æqualitate maior ratio primæ priorum* A. *ad tertiam* C. *quam primæ posteriorum* D. *ad tertiam* F. Theo. 31.

Continetur prop. 20. & 22.

PROPOSITIO XXXII.

16	8	4
A	B	C
9	6	4
D	E	F

Theo. 32.

Si sint tres magnitudines ABC. *& alia ipsis æquales numero* DEF. *sitque maior ratio primæ priorum* A. *ad secundam* B. *quam secunda posteriorum* E. *ad tertiam* F. *Item secundæ priorum* B. *ad tertiam* C. *quàm primæ posteriorum* D. *ad secundam* E. *Erit quoque ex æqualitate, maior ratio primæ priorum* A. *ad tertiam* C. *quam primæ posteriorum* D. *ad tertiam*. F.

Continetur prop. 21. & 23.

PROPOSITIO XXXIII.

12	6
A	B
4	3
C	D
8	3
E	F

Theo. 33.

Si fuerit maior ratio totius A. *ad totum* B. *quam ablati* C. *ad ablatum* D. *erit & reliqui* E. *ad reliquum* F. *maior ratio, quam totius* A. *ad totum* B.

Continetur propositione 18.

PROPOSITIO XXXIV.

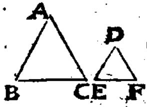
12	8	4	6	5	3
A	B	C	D	E	F

Si sint quotcunque magnitudines ABC. *& aliæ ipsis æquales numero* DEF. *sitque maior ratio primæ priorũ* A. *ad primã posteriorũ* D. *quam secundæ* B. *ad secũdam* E. *& hæc* B. *ad* E. *maior, quam tertiæ* C. *ad tertiã* F. *& sic deinceps: habebunt omnes priores simul* ABC. *ad omnes posteriores simul* DEF. *maiorẽ rationẽ, quã omnes priores* BC. *relicta prima* A. *ad omnes posteriores*, EF. *relicta quoque prima* D. *minorẽ autẽ, quam prima priorum* A. *ad primam posteriorũ* F. *maiorẽ denique etiã quã vltima priorum* C. *ad vltimam posteriorum* F. Theo. 34.

EVCLIDIS

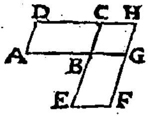
ELEMENTVM VI.

DEFINITIONES.



1. *Similes figuræ rectilineæ sunt, quæ & angulos singulos singulis æquales habent, atque etiam latera, quæ circum angulos æquales proportionalia.*

DVas conditiones requirit, 1. vt anguli sint æquales singuli singulis, vt hic A. & D. B. & E. C. & F. 2°. vt latera circa æquales angulos sint proportionalia, hoc est ita se habeat BA. ad AC. vt ED. ad DF. quod si harum altera desit non dicentur similes Sic quadratum & altera parte longius non sunt similes figuræ.

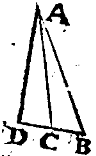


2. *Reciprocæ autem figuræ sunt, cum in vtraque figura, antecedentes & consequentes rationum termini fuerint.*

HOc patet maxime in parallelogrammis & triangulis: nã si qua ratione AB est ad BG. in eadem sit BE ad BC erunt reciprocæ figuræ. nam in vtroque est antecedens & consequens diuersarum rationum.

3. Secundum extremam & mediam rationem, recta AB. *secta esse dicitur, cum vt tota* AB. *ad maius segmentum* AC. *ita maius* AC. *ad minus* CB. *se habuerit.*

Ob miram sui vtilitatem, hæc proportio, diuina communiter appellatur.



4. Altitudo cuiusque figuræ, est linea perpendicularis AD. *à vertice ad basim deducta.*

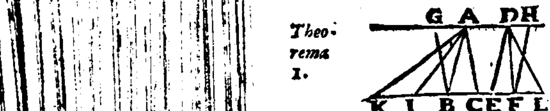
Cum vt ait Ptol. lib. de Anal. mensura cuiusque rei debeat esse stata, merito Euclides à perpendiculari altitudinem petit cuiusuis figuræ, sola enim perpendicularis est statæ & certæ longitudinis : hanc vero altitudinem libro 6. vocauit esse in iisdem parallelis.

5. Ratio ex rationibus componi dicitur, cum rationum quantitates, inter se multiplicatæ, aliquam effecerint rationem.

Quod Euclides vocat quantitates rationum, solent Geometræ vocare Denominatorem. Numerus enim est à quo petitur nomen proportionis; sic 4. est denominator rationis quadruplæ: 3. triplæ. Ratio igitur ex rationibus componi dicitur quando harum denominatores seu quantitates rationum inter se multiplicatæ aliquam aliam rationem fecerint. Sic ex ratione dupla & tripla componitur sextupla, quæ est ratio ex rationibus: nam sex componitur ex denominatore duplæ 2. & triplæ 3. inter se enim multiplicati faciunt 6. denominatorem rationis sextuplæ compositæ.

PROPOSITIO I.

Theorema 1.



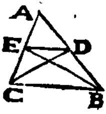
Triangula AB C. DEF. *& parallelogramma* CG. DF. *quorum*[a] *eadem fuerit altitudo* GH. BF. *ita ſe habent inter ſe, vt baſes* BC. EF.

a def. 4.

ID eſt, eã inter ſe habẽt rationẽ quam baſes. Prob. Triangula eiuſdem altitudinis[a] poſſunt inter parallelas conſtitui: [b] tunc autem quæ æqualem habebunt baſim, erunt æqualia, quæ maiorem maiora, quæ minorem minora. Idemque[c] eſt de æquemultiplicibus. Ergo abſolutè triangula ſe habent vt baſes, ſimiliterque parallelogramma; cum ſint dupla[d] triangulorum.

a def. 4. b 36. c 15.5 d 34. 1.

PROPOSITIO II.

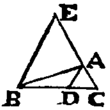


Si ad vnum trianguli ABC. *latus* CB. *parallela* ED. *ducatur, hac proportionaliter secabit ipsius trianguli latera* AC. AB. *Et si trianguli latera, proportionaliter secta sint, recta* DE. *per sectiones ducta, erit parallela ad reliquum ipsius trianguli latus* CB. Th 1.

PRob. Ductis duabus rectis EB. DC. a erunt triangula EDC. EDB. super eandem basim ED. & inter easdem parallelas ED. CB. æqualia b Ergo vt AED. ad ECD. ita AE. ad EC. c (sunt enim in eadem altitudine) & vt ADE ad DBE. ita AD. ad DB d ergo vt AE. ad EC. ita AD. ad DB Ponantur vero latera AC. AB. proportionaliter secta in ED. cum AED. ad DEC. eandem habeat rationem, quam ad EDB. (nam est vt AE. ad EC. sic AD. ad DB. cum triangula sint eiusdem altitudinis) erunt DEC. EDB e æqualia, & quæ sunt in eadem basi f erunt inter parallelas.

a 37. 1
b 1. 6
c def. 4.
d 7. 5
e 9. 5.
f 39. 1

PROPOSITIO III.

Th. 3. 

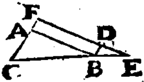
Si trianguli ABC. *angulus* A. *bifariam sectus sit: secans autem angulum recta* AD. *secet & basim* BC. *basis segmenta* BD. DC. *eandem habebunt rationem, quam reliqua trianguli latera* BA. AC. *& si basis segmenta* BD. DC. *eandem habeant rationem, quam reliqua trianguli latera* BA. AC. *recta* AD. *quæ à vertice* A. *ad sectionem* D. *producitur, bifariam secat trianguli ipsius angulum* A.

a 31. 1 PRob. Ad punctum B. [a] agatur BE. ipsi DA. parallela, cui CA. producta[b] occurrat in E, tunc erit EBA.[c] æqualis alterno BAD. & E externo DAC ergo cum anguli BAD. CAD. æquales ponantur, erunt anguli EBA & E æquales, & rectæ BA. AE [d] æquales Ergo cum in triãgulo EBC. rectæ DA. BE parallelæ sint, vt EA. hoc est BA ad AC.[e] ita BD. ad DC. Sit rursus vt BA. ad AC. sic BD. ad DC. vt autem BD. ad DC ita[f] est EA. ad AC.[g] Ergo vt BA. ad AC. ita EA. ad AC.[h] æquales ergo BA. EA &[i] anguli ABE. & E. Cum ergo ABE. alterno BAD. æqualis sit & E. externo DAC. erunt anguli BAD. DAC. æquales.

b 17. & 29. 1.
c 29. 1.
d 6. 1.
e 2. 6.
f 2. 6.
g 11. 5
h 9. 5
i 5. 1.

PROPOSITIO IV.

Th 5.

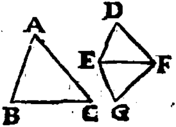


Æquiangulorum triangulorũ ACB. DBE. *proportionalia sunt latera* (hoc est vt AC. ad CB. ita DB. ad BE.) *quæ circa æquales angulos* C. & B. *& homologa sunt latera* BA. ED. *quæ æqualibus angulis* C. & B. *subtenduntur.*

PRob. Sic in directum statue rectas
CB, BE. vt angulus extern. DBE.
interno C. sit æqualis: tunc DB. &
a 28. AC. [a] erunt parallelæ: similiterque
I. ED. BA, cum anguli E. & ABC. sint
æquales. Et quia anguli ACB ABC. hoc
b 29. [b] est DEB. minores sunt [c] duobus re-
I. ctis, si producantur ED. CA. conue-
c 17. nient [d] puta in F. [e] Eritque DA. pa-
I. rallelogrammum. Cum igitur in triã-
d Ax. gulo FCE. rectæ DB. FC. sint parallelæ
11. [f] erit vt ED. ad DF hoc est BA. ita
e 34. EB. ad BC. Cumque BA. EF. sint item
I. parallelæ. erit CB ad BE. vt CA. ad
f 2.6. AF. hoc est BD. & vt AB. ad BE. ita
FD. hoc est AB. ad DE.

PRO-

PROPOSITIO V.

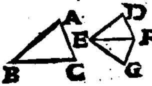


Si duo triã-gula ABC. DEF. *latera* AB. BC. *proportionalia* (ipsis DE. EF.) *habuerint, erunt æquiangula, eosdẽque angulos,* DA. EB. CF. *habebunt æquales, quibus homologa latera subtendantur.* Th. 5.

PRob. Super recta EF. ad punctũ E.
[a] ponatur angulus FEG. angulo B. a 23. 1.
æqualis & ad F. alius ipsi C & conse
quenter reliquus G. reliquo A. [b] æ- b 32. 1
qualis, sicque fiant triangula ABC.
EFG. æquiangula: Tunc circa æquales
angulos A & G. [c] erunt proportiona- c 4. 6
lia latera AB ad AC. vt GE. ad GF. &
AB ad BC. vt GE. ad EF. & AC. ad
CB vt GF. ad FE: sed trianguli DEF. la-
tera in eadem ratione supponũtur. æ-
qualo [d] ergo erit DE. ipsi EG. & DF. d 9. 5.
ipsi FG. & triangula DEF. EFG. [e] æ- e 8. 1.
qualia & [f] consequenter DEF. æqui- f Ax.
angulum ipsi ABC. 1.

PROPOSITIO VI.

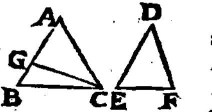
Th.6



Si duo triangula ABC. DEF. *vnum habeant æqualẽ angulum* A. D. *& latera circa eum proportionalia* (vt BA. ad AC. ita ED. ad DF) *erunt æquiangula, angulosque habebunt æquales* BE. CF. *quibus homologa latera* BA. ED. AC. DF. *subtenduntur.*

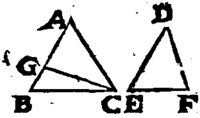
Pob. Ad rectam EF. angulos FEG. EFG. fac æquales ipsis B. C. erit & G æqualis A. quia ergo æquiangula
a 4.6 sunt ABC GEF [a] erunt vt AB. ad AC. ita GE. ad GF. proportionalia: sed sũt etiam proportionalia AB. AC. & DE,
b 11. DF [b] sunt ergo latera DE DF ipsis
c 9.5 GE. GF. æqualia Cumque basis EF. sit
c 8. 1. communis triangula DEF. EFG [c] æ-
d Ax. 1. quiangula sunt. [d] ergo etiam æquiangula ABC. DEF.

PROPOSITIO VII.



Si duo triangulo ABC. DEF. *vnum angulum* A *vni angulo* D. *æqualem, circum autem, alteros angulos* C.F. *latera proportionalia habeant* (vt AC. ad CB. ita DF. ad FE.) *reliquorum vero* B. E *simul vtrumque, aut minorem aut non minorem, recto: æquiangula erũt triangula, & æquales habebunt angulos* ACB. DFE. *circum quos sunt proportionalia latera*, & angulos B. & E. æquales. Tb.7.

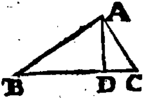
PRob Sit enim B & E. minor recto, tunc si anguli ACB & F. nõ sũt æquales, sit ACB maior quã F fiatque ipsi F. æqualis ACG cum igitur angulus A. angulo D. ponatur æqualis [a] erit & reliquus A G C reliquo E. æqualis, ideoque triãgula AGC. DEF. æ- a 32.1



b 4.6 quiãgula erũt.[b] Ergo vt AC. ad CG. ita erit DF. ad FE. ſed vt DF. ad FE. ita
c 11.5 ponitur AC. ad CB. vt [c] igitur AC. ad CG. ita AC ad CB. ac pro-
d 9.5 pterea [d] æquales CG CB. & [e] an-
e 5.1. guli CBG. CGB æquales. Cũ igitur angulus B ſit recto minor, erit & CGB. minor recto, & ei dein-
f 13.1 ceps AGC. [f] maior recto Eſt autem oſtenſus angulus AGC. angulo B. æqualis Maior igitur eſt recto angulus B qui minor ponebatur.

Iã ſit angulus B. & E. recto non minor, probabitur vt prius rectas
g 5.1. CB. CG. eſſe æquales, & [g] conſequenter angulos CBG. CGB. eſſe æquales, & non minores duobus
h 17.1 rectis [h] quod eſt abſurdum. Non ergo inæquales sũt anguli ACB, & F. ſed æquales, & conſequen-
i 32.1 ter reliqui anguli B. & E. [i] æquales quod erat probandum.

PROPOSITIO VIII.



Si in triangulo rectangulo B A C. *ab angulo recto* A *in basim* BC. *perpendicularis* A D. *ducta sit: quae ad perpendicularem triangula* ADC. ADB. *tum toti triangulo* ABC. *tum ipsa* ADC. ABD. *inter se sunt similia.* Th 8.

PRob. In triãgulis ABC. BAD. anguli BAC. ADB. recti sunt & angulus B. communis, ergo [a] reliqui AC B. BAD. æquales, ergo triangula AB C. ADB. [b] similia. Non aliter ostendetur ADC. simile ABC. & ADC. triangulo ADB. a 32.1 b 1. Def.

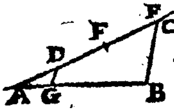
Coroll. 1. Perpendicularis ab angulo recto in basim, est media proportionalis inter duo basis segmenta.

[c] Nam vt BD. ad DA. ita DA ad DC. quod est rectam DA. esse mediam proportionalem inter basis partes BD. DC. c 4.6

Coroll. 2. Hinc etiam patet vtrumlibet laterum angulum rectum ambientium, medium proportionale inter totam basim & illud segmentum basis quod ei lateri adiacet.

PROPOSITIO IX.

Pro-blema 1.



A data recta AB. *imperata partem* puta tertiam AG. *auferre.*

PRax. Ex A. ducatur recta A C. vt cunque faciés angulum, & ex AC. sumatur quæuis pars puta AD ac duæ aliæ addātur æquales DE, EF. iungatur FB. cui ex D. parallela fiat DG. eritque ablata AG. pars tertia ipsius AB.

Prob In triangulo AFB lateri B F. parallela est linea G D.
a 2.6 [a] ergo erit vt FD. ad DA. ita BG.
b 18.5 ad GA. & [b] componendo vt FA. ad DA. ita BA. ad GA. Est autem AD. pars tertia ipsius AF. Ergo AG. erit pars tertia ipsius AB.

PROPOSITIO X.

Datam rectam insectam AB. *similiter secare, vt data alterà recta* AC. *secta fuerit* in D. & E. Prob. 2.

PRax iungantur datæ lineæ in A. connectantur recta BC. & ex D & E agantur DF EG. ipsi CB. parallelæ, & factum est quod petitur.

Prob. In triangulo ABC ductæ sunt DF EG parallelæ lateri BC. [a] ergo vt AD. ad DE. ita AF. ad FG: Proportionales ergo sūt partes AF. FG. partibus AD. DE. Iam si ducatur DH. parallela ipsi AB. erit vt DE ad EC. ita DI. ad IH. [b] hoc est FG ad GB. quare proportionales sunt partes F G, GB. partibus DE. EC. a 2.6 b 34. 1.

PROPOSITIO XI.

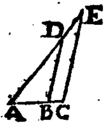
Prob. 3.

Datis duabus rectis AB. AC. *tertiam proportionalem* CE. *inuenire.*

PRax. Ex datis AB. AC fac angulum CAB: iunge vtramque recta CB produc latera AB, AC. sume ipsi AC. æqualem BD. duc DE ipsi BC parallelam. Recta CE. erit tertia proportionalis quæsita.

Prob Rectæ BC DE. sunt pa-
a 2.6. rallelæ:[a] ergo vt se habet AB. ad BD ita AC ad CE. Est autem
b 7.5 BD. ipsi AC. æqualis[b] ergo vt se habet AB. ad AC. ita BD hoc est AC. ad CE. quod est CE. tertiam esse proportionalem.

PROPOSITIO XII.



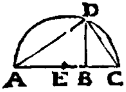
Tribus datis re- Prob.
ctis AB. BC, AD. 4.
quartam propor-
tionalem DE. *in-*
uenire.

PRax. Ex datis, duas AC BC. in directum colloca, ex reliqua AD. & totali AC. fac angulum DAC iunge recta BD & fac ipsi parallelam CE. quarta DE. proportionalis erit.

Prob CE BD. sunt parallelæ * ergo vt se habet AB. ad BC ita AD. ad DE. Ergo DE. quarta est proportionalis. a 2.6.

PROPOSITIO XIII.

Prob. 5.

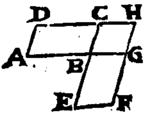


Datis duabus rectis AB BC. *mediam proportionalem* BD. *inuenire.*

PRax Colloca in directum AB BC. super AC duc semicirculum ADC. In B excita perpendicularem BD ad sectionem semicirculi, illa erit quæsita.

Prob. Ductis rectis AD. CD.
a 31.3 [a] erit angulus ADC. in semicirculo rectus & à vertice D ad basim AC. ducta perpendicularis
b 8.6 DB. [b] facit ergo duo triangula
c 4.6 æquiangula [c] ergo proportionalia, ergo vt AB. ad BD. ita BD. ad BC. est ergo BD. media proportionalis inter AB BC.

PROPOSITIO XIV.



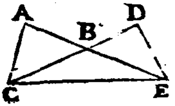
Æqualium AB. BE. *&* *unum* A B C. *vni* E B G. *æqualem habentium angulum, parallelogrammorum, reciproca sunt latera* AB.BG.EB BC. *quæ circum æquales angulos: & quorum parallelogrammorũ, vnum angulum vni angulo, æqualem habẽtium, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, illa sunt æqualia.* Th. 9.

PRob. Iunganeur parallelogramma ad angulum ęqualem B. ita vt AB. & BG iaceant in directũ [a] iacebunt & reliquæ EB. B C. perficiatur parallelogrammum BH. ergo vt FB ad BH. ita [b] erit BD. ad BH. sed vt FB. ad BH. ita [c] est EB ad BC. & vt DB ad BH. ita AB. ad BG. Igitur vt EB. ad BC. [d] ita est AB. ad BG. a 14. & 15. 1. b 7. 5. c 1. 6. d 11. 5

Prob. 2. pars. Ex hypoth. E B. ad BC est vt AB ad BG. ergo [e] FB ad BH est vt DB. ad BH. [f] ergo parallelogramma æqualia sunt. e 1. 6. f 9. 5.

PROPOSITIO XV.

Th, 10.

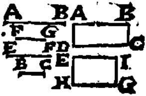


Æqualium ABC. DBE. *&* *vnum* B. *vni* B. *æqualem habentium, angulum, triangulorum, reciproca sunt latera* vt AB. ad BE. ita DB. ad BC. *quæ circum æquales angulos* B. *&* *quorum triangulorum, vnum angulum vni, æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, illa sunt æqualia.*

PRob. Sic iunge triangula ad angulum æqualem B. vt AB BE. Iaceant in directum, ducta CE. [a] erit vt ABC ad BCE. ita DBE. ad BCE. sed vt ABC. ad BCE ita AB. ad BE. & vt DBE. ad BCE [b] ita BD. ad BC. pariterque demonstratur ABC. DBE. esse æqualia, si sit vt AB ad BE. ita DB. ad BC. Nam cum ponatur vt AB. ad BE. ita DB. ad BC. & vt AB ad BE ita triangulum ABC ad BCE. & vt DB ad BC ita DBE. ad BCE erit vt ABC. ad BCE. ita DBE. ad BCE. ergo triangula ABC. DBE. [c] sunt æqualia.

a 7. 5.
b 1. 6.
c 9. 5.

PROPOSITIO XVI.

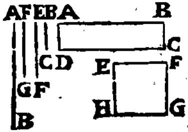


Si quatuor recta AFEB proportionales fuerint: quod sub extremis AB. BC. comprehenditur rectangulum AC. aquale est ei, quod sub medijs EF. FG. comprehenditur, rectãgulo EG. Et si sub extremis AB. BC. comprehensum rectangulum AC. aquale fuerit ei quod sub medijs FG. EF. continetur rectangulo EG. illa quatuor recta proportionales sunt. Th. 11

PRob. 1ª pars. Anguli recti B. & I. sũt ęquales, & vt se habet AB. ad IG. ita EI. ad BC ergo latera circa æquales angulos B. & I. sũt reciproca,[a] ergo parallelogramma AC. EG. sunt æqualia. a 14. 6.
Prob 2. Æqualia sũt rectãgula AC. EG. & habẽt angulos ęquales, nempe rectos B. & I. ergo [b] latera circa hos angulos erũt reciproca. b 14. 6.

PROPOSITIO XVII.

Th.12

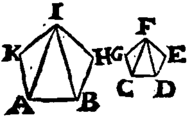


Si tres rectæ A F B *sint proportionales: quod sub extremis* AB.BC. *comprehenditur rectangulum* AC. *æquale est ei, quod à media* F. *describitur quadrato* EG. *Et si sub extremis* AB.BC *comprehensum rectangulum* AC. *æquale sit ei quod à media* F. *describitur quadrato* EG. *illæ tres rectæ proportionales erunt.*

PRob. 1a pars. Sume rectam EF. æqualem ipsi FG. erunt quatuor rectæ AFEB. proportionales, eritque quadratum E G cõprehensum sub mediis
a 16. 6. FG.EF.a ergo rectangulum AC. æquale erit quadrato EG.

Prob. 2. Quadratum EG mediæ EF. (vocemus parallelogrammum) rectangulo AC. sub externis AB; BC. æquale ponitur, & habent angulos æquales, ergo latera vt proxime dixi, circa hos angulos erunt reciproca.

PROPOSITIO XVIII.



Super data recta AB. *dato rectilineo* CDEFG. *simile, similiterque positum rectilineum* ABHIK. *describere.* Prob. 6.

DAtum rectilineū resolue in triangula, ductis rectis puta CF DF. Ad pūctū A.[a] fiat angulus IAB. æqualis ipsi FCD. & ipsi FDC. æqualis IBA. & [b] consequēter reliquus reliquo: Æquiangula ergo erunt triangula FCD. IAB. & similia [c] & vt CF ad AI. ita CD ad AB. Ad rectā AI. fac similiter angulum IKA. æquiangulum triangulo FGC. & quia anguli BAI IAK. æquales sunt angulis DCF. FCG. totales KAB. GCD. æquales erunt, & latera proportionalia. Idemque repetendum, donec omnia triangula eodem ordine quo iacent absoluantur, sicque totum rectilineum toti rectilineo [d] simile erit, & super datam AB. similiter descriptum.

a 32. 1

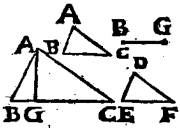
b 32. 1

c 4. 6

d 1. def. 6

PROPOSITIO XIX.

Th.13



Similia triangula ABC. DEF. *inter se sunt in duplicata ratione laterum homologorum.*

QVando triangula sunt æqualia, hoc est quando BC EF. nec non tertia proportionalis BG. sunt æquales, res est manifesta.

Quando vero latera BC. EF. sunt inæqualia, demonstratur hoc modo. Sit BC. latus, latere EF maius, & ex BC. abſcindatur [a] rectis BC. EF. tertia proportionalis BG ducaturque recta AG. Quia igitur angulus B. est æqualis E. & propter ſimilitudinem

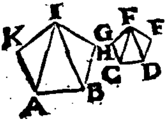
a 11. 6.

nem triangulorum, vt AB. ad BC. ita DE ad EF & permutando vt AB ad DE ita BC. ad EF. hoc est EF. ad BG. erunt circa angulos æquales B. E. latera reciprocè proportionalia. Quare per 14. triangula ABC. DEF erunt æqualia; & per 7. quinti, vt triãgulum ABC. ad ABG. ita erit idem triangulum ABC. ad DEF. vt autem ABC ad ABG ita est per 1 huius BC ad BG. Ergo ABC. ad DEF. erit vt BC. ad BG.

Corollarium. Si tres lineæ fuerint proportionales, vt prima ad tertiam, ita triangulum super primam ad simile triangulum super secundam.

PROPOSITIO XX.

Theo. 14.



Similia poligona in similia triangula diuiduntur, & numero æqualia, & totis homologa: & polygona duplicatam habent eam inter se rationem, quam latus homologum ad homologum latus.

Sint polygona similia A B H I K. C D EFG. habentia angulos æquales K. G. Itemque I.F. & sic deinceps, & latera proportionalia circa angulos æquales, puta vt AB. ad BH. ita CD. ad DE. &c.

Dico 1°. Illa diuidi in triangula similia & numero æqualia. Prob. ab angulis I. & F. duc rectas ad angulos oppositos A B. C D. diuisa erunt illa polygona in triangula numero æqualia. Quod etiam in similia,

Prob. Anguli K. & G. sunt æquales, & circa ipsos latera sunt proportionalia,[a] ergo æquiangula sunt triangula IKA. FGC. ergo similia. Eadem ratione erunt similia triangula I H B,

a 6. 6

FED. Et [b] quia est vt IB. ad BH. ita FD. ad DE. vt autem HB. ad BA. ita ED. ponitur ad DC. [c] erit ex æquo vt IB. ad BA. ita FD. ad DC. & quoniam angulus HBA. ipsi EDC. est æqualis, & ablatus HBI. ablato EDF. erunt reliqui IBA. FDC. æquales. [d] Ergo triangula IBA. FDC. æquiangula erunt & similia, eademque ratio de omnibus. *b 4. 6* *c 22. 5.* *d 6. 6.*

Dico 2. quod sicut vnum triangulum ad triangulum sibi respondens alterius polygoni: ita esse polygona tota inter se.

Prob. Quia omnia triangula sunt similia, singula singulis, [e] ergo sunt in duplicata ratione laterum homologorum; cumque singula singulis probata sint proportionalia, sic vt in triangulo vnius sint omnia antecedentia, in alio consequentia proportionum, [f] vt vnum antecedens est ad vnum consequens ita omnia ad omnia. Est ergo polygonum ad polygonum vt triangulum ad triangulum, ergo ea triangula sunt totis homologa, & quia triangula sunt in duplicata ratione laterum homologorum, erunt & polygona in eadem ratione duplicata laterum homologorum puta AB. CD. *e 19. 6.* *f 12. 5*

PROPOSITIO XXI.

Theo. 21.

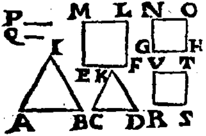
Quæ eidem rectilineo GHI. *sunt similia* A B C. DEF. *& inter se sunt similia.*

PRob. Anguli A. & D. ponuntur æquales vni G ergo & inter ſe, eodemque modo ſinguli ſingulis : [a] latera etiam circa eos ponuntur proportionalia quia lateribus eiuſdem tertii ſunt proportionalia, ergo cum habeant angulos æquales & latera circa eos proportionalia, [b] ſunt ſimilia.

a 11. 5

b 1. def. 6.

PROPOSITIO XXII.



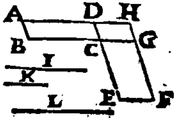
Si quatuor rectæ AB. CD. EF. GH. proportionales fuerint: & ab eis rectilinea similia similiterque descripta ABI. CDK. & MF. NH. *proportionalia erunt. Et si à rectis lineis, similia, similiterque descripta rectilinea proportionalia fuerint, ipsæ rectæ proportionales erunt.* *Theo. 16.*

PRob.[a] Sumatur ipsarũ AB. & CD. tertia proportionalis P. & ipsarũ EF. & GH. tertia Q.[b] erit vt AB. ad P. ita triangulum IAB. ad triangulũ KCD. id est in ratione duplicata, & vt EF. ad Q. ita MF. ad NH. sed vt AB ad CD. ita EF. ad GH. & vt CD. ad P. ita GH. ad Q.[c] Ergo ex æquo vt AB. ad P. ita EF. ad Q.[d] ergo vt ABI. ad CDK. ita MF. ad NH. Iã vero si figuræ proportionales & similes similiterque positæ sint, & rectæ super quas positæ sũt proportionales erunt: nam ratio vnius figuræ ad alteram[e] est rectæ ad rectam duplicata,[f] ergo ratio laterum eadem erit, nẽpe vt AB. ad CD. ita EF. ad GH. ergo illarũ latera proportionalia sũt.

a 11. 6
b 19. 6.
c 22. 5
d 11. 5
e 19. & 20 6.
f 7. 5.

PROPOSITIO XXIII.

Theo. 17.

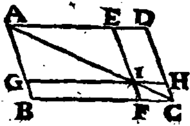


Æquiangula C *parallelogrāma* AC. CF. *inter se rationem habēt eam, quæ ex lateribus componitur* BC. ad CG. & EC. ad CD.

SInt parallelográma A C. C F. habentia angulos ad C. æquales & ita disposita vt DC. ipsi C E. & BC. ipsi CG. [a] iaceant in directum, compleatur que parallelogrammum CH. [b] Cum ergo sit vt AC ad CH ita BC. ad CG. & vt CH. ad CF. ita DC ad CE. ratio enim AC. ad CF [c] cōponitur ex intermediis AC. ad CH & CH. ad CF: componetur quoque eadē ratio A C. ad CF. ex rationibus BC ad CG. & DC ad CE. quæ illis intermediis sunt æquales.

a per conuersam 15. 1.
b 1. 6.
c def. 5.

PROPOSITIO XXIV.



In omni parallelogrammo DB. *quæ circa diametrum* A C. *sunt parallelogramma* G I. FH. *& toti* DB. *& inter se sunt similia.* Theo. 18.

Parallelogrammum GE. habet angulum A. communem cum toto: angulus externus AEI. æqualis est interno ADC similitérque angulus AG I. angulo ABC. & angulus EIG. angulo EFB. & angulus IFB. angulo FCH. ergo parallelogramma GE. FH & toti & inter se sunt æquiangula. Quod autē latera circa æquales angulos sint etiā proportionalia sic probo. [a]Triangula AGI. ABC. sunt æquiangula, similiterque triangula AEI. ADC. erit [b] ergo vt AB. ad BC. ita AG. ad GI. & vt BC. ad CA. ita GI. ad IA. item vt CA. ad CD. ita IA ad IE. [c] Ergo ex æquo vt BC. ad DC. ita est GI. ad IE. ergo latera circa æquales angulos BCD. GIE. sunt proportionalia. Idemque demonstrabitur de lateribus circa alios angulos & de parallelogrammo FH, ergo similia.

a 29. 1.
b 4. 6
c 22. 5

PROPOSITIO XXV.

Prob. 7.

Dato rectilineo A. *simile, similiterque positum, & alteri dato* B. *aequale* L. *constituere.*

PRax. Ad dati rectilinei A. latus CD. [a] fiat rectangulum CE. aequale ipsi A. Producatur CD. versus G. super DE. in angulo EDG fiat rectangulum DH. [b] aequale ipsi B: [c] fiat inter CD. DG. media proportionalis IK. super quam fiat [d] rectilineum L. simile ipsi A. similiterque positum, eritque rectilineum L. aequale dato B. & simile ipsi A.

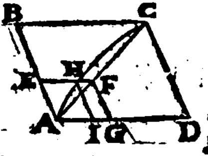
a 45. 1.
b 44. 1.
c 13. 6.
d 18. 6.

Prob Rectae CD. IK. DG. [e] sunt proportionales: [f] ergo erit vt prima CD. ad tertiam DG. ita rectilineum super primam, id est A. ad rectilineum super secundam, id est L. sed vt CD. ad DG. [g] ita parallelogrammum CE. hoc est A. ad DH. hoc est B. [h] ergo erit vt A. ad B. ita A. ad L. [i] Ideoque rectilinea B. & L. erunt aequalia.

e Ex const.
f 19. & 20. 6.
g 1. 6
h 11. 5
i 9. 5.

PRO-

PROPOSITIO XXVI.

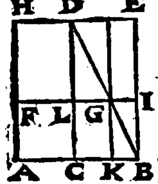


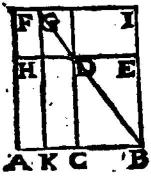
Si à parallelogrāmo BD. *parallelogrammū* EG. *ablatum sit, & simile toti, & similiter positum, communem cum eo habens angulum* EAG. *hoc circa eandem cum toto diametrum* AC. *consistet.* Theo. 18.

SI neges: Sit alia AHC: Agatur ex H. recta HI. parallela FG. tūc parallelogrāma BD. EI. circa eandē diametrū AHC. [a] erunt similia: [b] quare erit vt BA. ad AD. ita EA. ad AI. Sed vt BA. ad AD. ita est EA. ad AG. cùm BD. EG. ponātur similia. [c] Igitur erit vt EA. ad AI ita EA. ad AG. [d] Ac propterea æquales AI. AG. pars & totum. a 24. 6. b 1. def. 6. c 11. 5 d 9. 5.

PROPOSITIO XXVII.

Theo. 19.





Omnium parallelogrãmorum secundum eãdem rectam applicatorũ deficientiũque figuris parallelogrammis similibus, similiterque positis, ei quod à dimidia describitur: maximum id est, quod ad dimidiam applicatur parallelogrammum simile existens defectui.

SVper AC. semissem totius AB applicatum sit parallelogrammum AD. ita vt à toto AE. deficiat parallelogrammo CE, quod semper est æquale est [a] simile ipsi AD. Deinde ad quoduis aliud segmentum AK. fit applicatum aliud parallelogrammum A G. ita deficiens, vt defectus sit parallelogrammum KI. simile ipsi CE. hoc est circa communem diametrum BGD. Euclides dicit AG. minus esse parallelogrammo AD. & probatur.

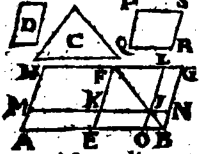
1. Quando punctum K. est inter CB. tunc parallelogrammum LH. quod est [a] æquale ipsi LE. maius est quam GC. quia LE. maius est quam GE. & GE. GC. sunt [b] æqualia. Addito ergo LA. erit AD. maius quam AG.

a 36. 1.
b 43. 1.

Quando verò punctum K. est inter AC. tunc DF. DI. sunt æqualia, quia sunt super æquales bases & DI. DK. sunt æqualia complementa, ergo & DF. DK. sunt æqualia, & GH. minus DK. adiectoque communi KH. totum AG. minus toto AD.

PROPOSITIO XXVIII.

Prob. 8.



Ad datam rectã AB. dato rectilineo C. æquale parallelogrãmum AI. applicare: deficiens figura parallelogramma ON. quæ similis sit alteri parallelogrammo dato D. Oportet autem datum rectilineum C. cui æquale applicandum est AI. non maius esse eo, quod ad dimidiam AE. applicatur, cum similes fuerint defectus, & eius quod ad dimidiam applicatur, & eius cui simile deesse debet.

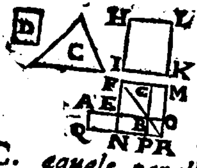
18. 6. RECtam AB. vt prius bisseca in E. super mediam EB. fac parallelogrammum EG. simile ipsi D. similiterque positum: & comple parallelogrammum BH. si EH. ipsi C. est æquale, factum est quod petitur, nam est applicatum ad AB. & deficit pa-

rallelogrammo EG. simili ipsi D. Si EH, & ipsi æquale b EG. sit maius quàm C. (nam minus esse non debet cum EH. sit c maximum eorum quæ applicari possunt ab AB, vnde si esset EG. minus ipso C. nullum aliud applicari posset ad AB. ipsi C. æquale, propterea que addit Euclides oportet autem &c.) si inquam sit maius, d reperta quantitate excessus, e facio parallelogrammum PR. æquale excessui & simile similiterque positum ipsi D. & parallelogrammo PR. aliud æquale similiter positum KL. f quod erit circa diametrum, sicque remanebit gnomon LBK. æquale rectilineo C. Iam productis LI. KI. erit parallelogrammum AI. ad rectam AB. applicatum & deficiens parallelogrammo ON. g simili ipsi EG. hoc est ipsi D. Quod autem AI. sit æquale ipsi C sic probo. Complementa LN. KO. h sunt æqualia, ergo addito communi NO. erit OG. æquale ipsi BN. b hoc est AK. Ergo si æqualibus AK. OG. addas commune KO. erit AI. æquale gnomoni LBK. hoc est rectilineo C, vt probaui.

b 36. 1.
c 27. 6.
d 45. 1. cum arte quæ cùque
e 25. 6.
f 44. 1.
g 24. 6.
h 43. 1.

PROPOSITIO XXIX.

Prob. 9.



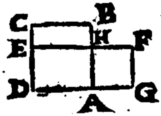
Ad datam rectam AB. *dato rectilineo* C. *æquale parallelogrammum applicare, excedens rectam datam* AB. *figura parallelogramma* PO. *quæ sit similis dato alteri parallelogrammo* D.

a18.6 SVper rectam EB. mediam datæ AB [a]fiat parallelogrammum EC. simile ipsi D similitérque positum: tum rectilineo C. & parallelogrammo EC. fiat [b] æ-
b25.6 quale aliud parallelogrammum NM. simile ipsi D. habeatque angulum EFC. cum parallelogra-

mo EC. Completis igitur parallelogrammis QE. NB. PO. cum N M. sit positum æquale ipsis EC. & D ablato communi E C. gnomon ERC. ipsi C. erit æqualis Et quia æqualia[c] sunt QE. c 36. 1
NB. & æqualia[d] NB. BM. si loco d 43. 1.
ipsius B M. substituatur æquale Q E. erit parallelogrammum A R æquale gnomoni ERC. ideoque etiam rectilineo C. Quare ad rectam AB applicatum est parallelogrammum AR. æquale dato rectilineo C. excedens rectam AB. figura parallelogramma PO. quæ similis est dato parallelogrammo D. cum sit circa eandem diametrum cum ipso E C. quod positum est simile ipsi D. Ad datam ergo, &c.

PROPOSITIO XXX.

Prob. 10.



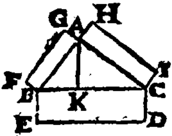
Propositam rectam terminatam AB. *extrema ac media ratione secare* in H.

a 11.2 Diuidatur AB. in H. ita vt rectangulum CH. sub tota AB & segmento BH. sit æquale quadrato AF. alterius segmenti AH. tunc enim tres rectæ pro-

b 17.6. portionales [b] erunt, & erit vt tota BA. ad HA, ita AH. ad HB.

c 3. def. Ergo AB. secta est in H. [c] secundum extremam & mediam rationem.

PROPOSITIO XXXI.



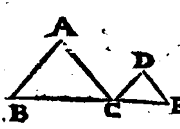
In triangulis rectangulis ABC. *figura quanis* BD. *descripta à subtendente* BC. *rectum angulum* BAC. *aequalis est figuris* FA. AI. *quae priori illi similes & similiter posita à lateribus* BA. CA. *rectum angulum continentibus, describitur.* Theo. 20.

POligonae figurae FA. AI. BD. ponuntur similes [a] ergo sunt in ea laterum homologorum duplicata ratione, in qua essent eorundem laterum quadrata. Ergo cum quadrata BA. AC. [b] habeant rationem aequalitatis cum tertio BC. habebunt & polygona FA. AI. rationem aequalitatis cum tertio BD. [c] ergo eidem erunt aequalia.

a 20. 6.
b 47. 1.
c 9. 5.

PROPOSITIO XXXII.

Theo. 21.



Si duo triangula ABC. DCE. *quæ duo latera* AB. AC. *duobus lateribus* CD. DE. *proportionalia habeant, secundum vnum angulum* ACD. *composita fuerint, ita vt homologa eorum latera* AB. DC. AC. DE. *sint etiam parallela, tum reliqua illorum triangulorum latera* BC. CE. *in rectam lineam* BE. *collocata reperientur.*

PRob. Latera homologa AB. DC. AC. DE. ponuntur parallela,* ergo anguli alterni A. &
a29.1 ACD. sunt æquales & D. eidem

ACD ergo A.& D.æquales. Hos æquales angulos circonstant latera proportionalia ex hypoth. [b] ergo triangula sunt æquiangula, habentque æquales angulos B. & DCE additis ergo æqualibus A. & ACD. erunt B & A. duobus angulis DCE. ACD. hoc est angulo ACE. æquales. Ergo addito communi ACB. erunt tres anguli ABC. duobus ACE. ACB. æquales, [c] illi autem tres valent duos rectos, ergo & hi duo. Ergo [d] BC. CE. vnam rectam constituunt.

b 6.6

c 32.1

d 14.1.

PROPOSITIO XXXIII.

Theo. 22.

In æqualibus circulis DB. HF. *anguli* A. E. D. H. *eandem habent rationem, cum ipsis peripherijs* BC. FG. *quibus insistunt: siue ad centra* D. H. *siue ad peripherias* A. E. *constituti insistant: insuper vero & sectores* BDC. FHG. *quippe qui ad centra, insistunt.*

a 1.4 PRob. Ductis B C. FG ad C. [a] applica CI æqualem ipsi BC, & ad G. & K. GK. KL. æquales singulas ipsi FG, ductis ID. KH. LH. sic dico, Rectæ

b 28.3 BC, CI. ponuntur æquales, [b] er-

go & arcus BC.CI. [c] ergo & an- c 27.
guli BDC. CDI. æquales. Idem- 3.
que est de arcubus FG. GK. KL.
& angulis ad H. qui ipsis insi-
stunt. Ergo quam multiplex est
arcus BCI. ipsius BC. tam multi-
plex erit angulus BDI. ipsius
BDC. & quam multiplex arcus
FGKL. ipsius FG. tam multi-
plex erit angulus FHL. ipsius
FHG. [d] ergo si arcus BCI. FGK d 27.
L. sint æquales, erunt & anguli 3.
BDI. FHL. æquales. Si eorum
arcuum vnus sit maior, maior
erit & angulus, si minor, minor.
[e] Ergo cum æquemultiplicia vel e 6.
vna excedant, vel vna deficiant, def. 5.
quæ erit ratio arcus BC. ad FG.
eadem erit anguli BDC. ad FH
G. Et quia anguli ad D. & H.
sunt [f] dupli angulorum ad A. & f 20.
E. [g] eadem erit ratio angulorum 3.
A. & E. quæ D. ad H. & sic ea- g 15.5
dem anguli A. ad angulum E.
quæ arcus BC. ad arcum FG.

Rursus, in æqualibus segmen-

tis BC. CI ſi fiant
anguli BMC. CNI.
h æquales erunt, cũ
h27.3 inſiſtant æqualibus
arcubus BAC. CB
i24.3 AI. ergo i ſimilia
ſunt ſegméta BMC.
CNI. & æqualia,
ſint ſuper æquales
C. CI additis ergo triãgulis BD
C. CDI k quæ æqualia ſunt, erũt
ſectorũ BDC. CDI. æquales. Er-
go tam multiplex eſt ſector BDI.
ſectoris BDC. quã multiplex a-
cus BCI arcus BMC. Idem oſt-
detur de ſectore FHL. Ergo ſi æ-
qualis ſit arcus BCI. arcui FG.
ſector quoque BDI. æqualis erit
ſectori FHI. ſi deficiat, deficiet.
ſi excedat exceder, Ergo quæ eſt
ratio arcus BC. ad arcum FG ea-
dem erit & ſectoris BDC, ad ſe-
ctorem FHG, quod erat prob.

Laus Deo. B. V. & S. Ignatio.