

# Notes du mont Royal

[www.notesdumontroyal.com](http://www.notesdumontroyal.com)

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES  
Google Livres

Em: Geneva 30 Juli. a. 1677.

ὁδεῖς ἀγνωμέριτος εἰδὼ .  
ὁδὸν περὶ ~~ἀγνοίας~~ ἀτελῶν χρημάτων ποιῇ  
Τημέλια πρόδουρον ἐν φιλοδοφίᾳ

---

LES NEVF  
PREMIERS  
LIVRES DES ELEMENS  
D'EVLIDE: TRADVITS  
& commentez

PAR

I. ERRARD de Bar-le-duc, Ingenieur du Tres-  
chrestien ROY de France & de Navarre.

Dediez à sa MAIESTE'.

Reuens & corrigez par l'Auteur.

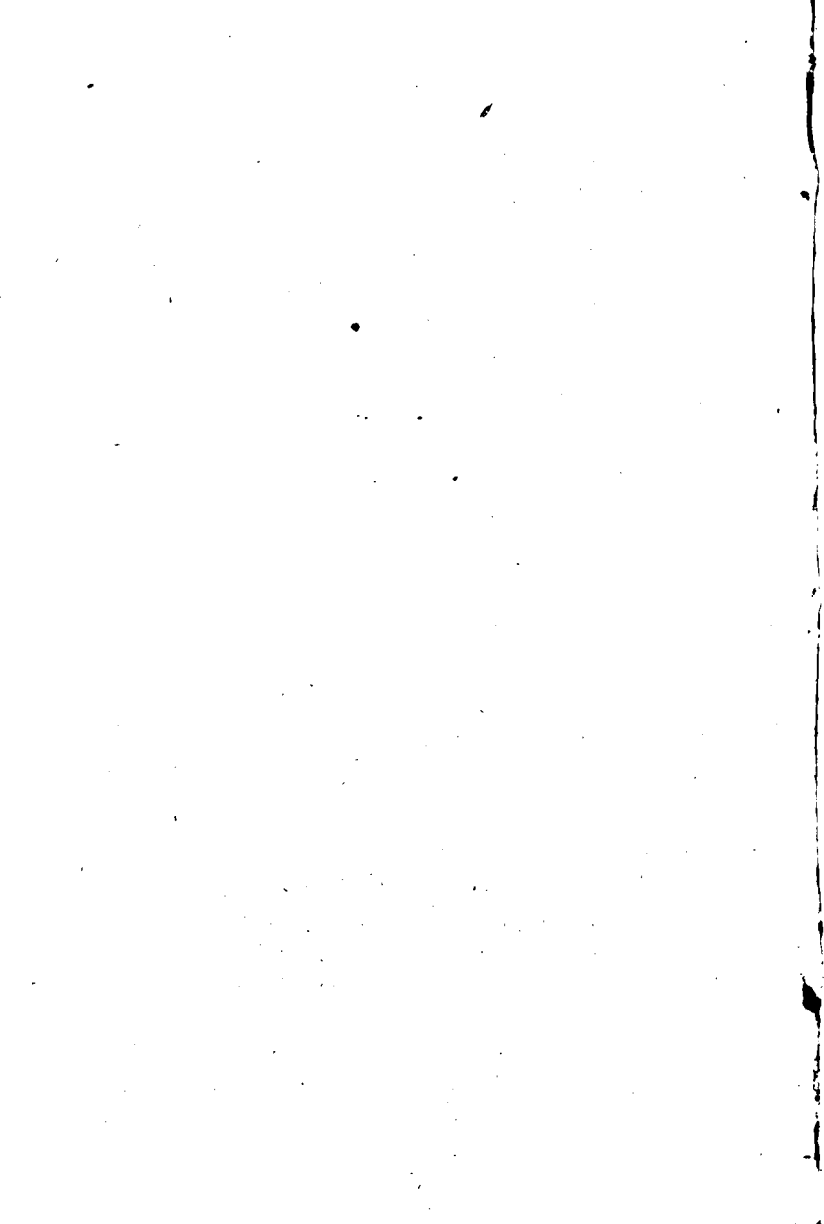
Samuel  
Des -



Girardus  
Bergerius

A PARIS,  
Chez GVILLAVME AVYRAY, au haut  
de la rue saint Iean de Beauuais, au  
Bellerophon couronné.

MD. LXXV.  
Avec Priuilege du Roy.



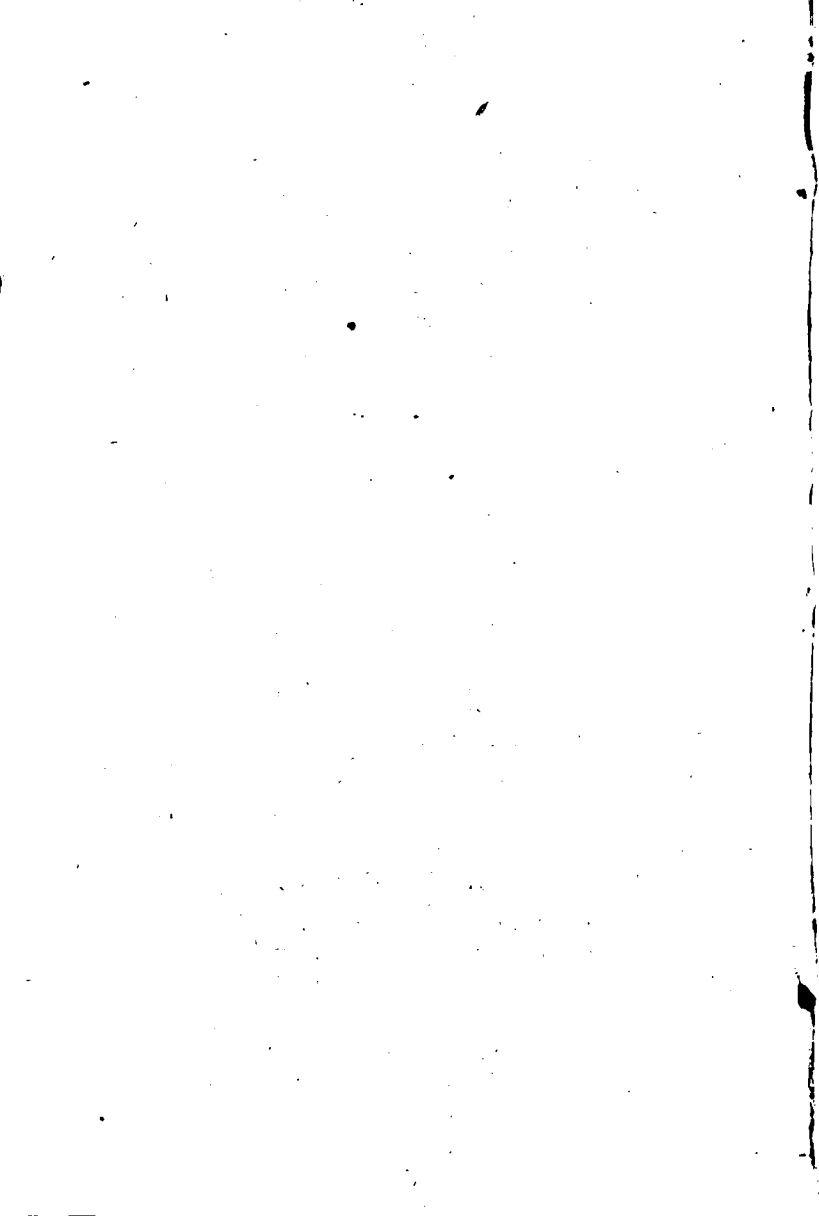


# AVROY.



**SIRE,**

Le favorable accueil qu'il a pleu à  
vostre Maïesté faire à mes premie-  
res œuvres Mathematiques, m'o-  
blige & assure tout ensemble de  
luy presenter ce recent labour, qui  
apportera peut estre quelque clarté  
à ces sciences, & quelque desir à vostre Noblesse d'ai-  
mer & honorer ce qu'elle void fauorisé & chery de  
son souverain Prince. Et si au gouvernement du mon-  
de Dieu vse tousiours de quelque trait de Geometrie  
(comme disoit le diuin Platon:) C'est bien raison, que ce-  
luy auquel par une certaine communication de sa puis-  
sance en terre, il a commis l'administration du plus  
beau Royaume qui y soit, se monstre amateur d'vne  
science dont l'vsage se remarque au Ciel, & que le Crea-  
teur mesme de l'Vniuers n'a point desdaignée, puis que  
(comme dit le Sage) il a créé toutes choses par poids,  
nombre & mesure. Et certes s'il est plus difficile de





# A V R O Y.



I R E,

Le favorable accueil qu'il a plu à  
vostre Maieſté faire à mes premie-  
res œuvres Mathematiques, m'o-  
blige & assure tout ensemble de  
luy presenter ce recent labour, qui  
apportera peut eſtre quelque clarté  
à ces sciences, & quelque deſir à vostre Nobleſſe d'ai-  
mer & honorer ce qu'elle void fauoriſé & chery de  
son ſouuerain Prince. Et ſi au gouvernement du mon-  
de Dieu vſe touſiours de quelque trait de Geometrie  
(comme diſoit le diuin Platon:) C'eſt bien raiſon, que ce-  
luy auquel par vne certaine communication de ſa puis-  
ſance en terre, il a commis l'adminiſtration du plus  
beau Royaume qui y ſoit, ſe monſtre amateur d'vne  
ſcience dont l'vſage ſe remarque au Ciel, & que le Crea-  
teur meſme de l'Vniuers n'a point deſdaignée, puis que  
(comme dit le Sage) il a créé toutes eſoſes par poids,  
nombre & meſure. Et certes ſ'il eſt plus difficile de

mesurer, comme il appartient les choses grandes, la science qui l'apprend est tres-necessaire à ceux que Dieu a esleuez au supreme degré de grandeur. Je le prie,

SIRE, de vouloir de plus en plus agrandir & affermir vostre throne, & de vous combler de toutes ses benedictions.

A PARIS au mois d'Aoust 1598.

De vostre MAIESTE',

Tres-humble, tres-obeissant, & tres-fidele seruiteur, I. ERRARD.  
de Bar-le-duc.

---

ADVERTISEMENT.

**D**autant que les Elemens se doiuent lire de suite, & que la demonstration d'une proposition depend des choses precedentes, i'ay euité tant qu'il m'a esté possible les vaines redites d'icelles, craignant que le trop grand amas de telles repetitions n'empeschast la lumiere que ie tasche y apporter. Quand donc le Lecteur trouuera que ie dy quelque chose estre ainsi ou ainsi, sans autre preuue, qu'il sçache que cela aura esté demonstré & repeté plusieurs fois. Je le prie donc de prendre ceste briefue en bonne part, comme aussi certains mots (qui sont plus Latins que François) desquels i'ay esté contraint user, n'en trouuant point de plus brieufs, ne plus significatifs.



# DEMONSTRATIONS DES ELEME NS

D'EVCLIDE.

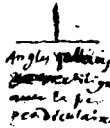
## LIVRE I.

### DEFFINITION PREMIERE

1.  E point est ce qui n'a aucunes parties.
2. La ligne est seulement vne longueur, sans largeur.
3. Les extremittez des lignes sont points.
4. Ligne droicte, est celle qui est egale ment com prise entre ses points.
5. Superficie, est qui a longueur & largeur tant seu lement.
6. Les fins des superficies sont ligne ou lignes.
7. Superficie plane est qui demeure egale ment entre ses lignes.
8. Angle plan est le concours de deux lignes qui s'entretouchent en vn point, & lesquelles conti nuées se coupent au mesme point.
9. Angle rectiligne, est celuy qui est fait de deux lignes droictes.
10. Quand vne ligne droicte, tombant sur vne ligne droicte, fait les angles d'une part & d'autre

Id. 1. le point est  
sing le qui est l'unitè  
dans le nombre. qui  
n'est pas nombre, le r  
partie, de la ligne  
son ligne celle de la l  
partie. Super  
finie mais la  
pointe n'est qu'un  
Commençement  
qui n'est ni grand  
ni large ni espi  
ni long. Autre  
est la quarrè  
d'ordre pour tout  
qui fait qu'on  
vient sur qu'a  
l'autre par la  
division entre  
le continu qui  
se dirige sans fin

Angle est le  
point commun  
de l'intersection  
de deux lignes

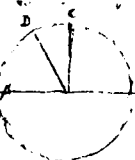


Angle droit est celuy qui est egal a l'autre angle joignant que la ligne  
a fait. - ou bien encore cest la quatrième parties de l'intersection de  
deux lignes droites

A iij



Dans cette figure on voit le Diametre & le Demi-diametre qui est par et  
 qui est aussi un angle droit avec B et un autre avec A par conséquent  
 également avec A. & B.



egaux ensemble : l'un & l'autre des angles egaux  
 se nomme droit : & la ligne droite tombant se  
 nomme perpendiculaire, sur la ligne sur laquelle  
 elle tombe.

D.B. est un  
 angle obtus plus  
 grand qu'un  
 droit et A.D.  
 un aigu étant  
 moindre qu'un  
 droit par  
 exemple que  
 C.B.

11. Et l'angle plus grand qu'un droit, se nomme  
 Obtus.

12. Et l'angle plus petit qu'un droit se nomme  
 aigu.

13. Terme est la fin de quelque chose.

ce cercle n'a qu'un terme  
 le triangle en a trois la  
 ligne en a deux plus de trois

14. Figure est, qui est contenuë de terme ou termes.

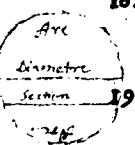
15. Cercle, est vne figure pleine contenuë d'une li-  
 gne qui se nomme circonference : en icelle y a vn  
 point, duquel toutes les lignes droictes menées à  
 la circonference sont egales entr'elles.

16. Et ce point là, s'appelle centre de cercle.

17. Diametre du cercle, est la ligne droite passant  
 par le centre, finie d'une part & d'autre à la cir-  
 conference, laquelle diuise le cercle en deux  
 également.

Autre est le dia-  
 metre autre la  
 section de cercle

18. Moitié de cercle est vne figure contenuë du  
 diametre & de la circonference comprise par  
 iceluy diametre.



19. Section de cercle est vne figure contenuë d'une  
ligne droite, & d'une partie de la circonference.

La section  
 partage le  
 cercle en  
 également

20. Les figures plaines rectilignes sont celles con-  
 tenuës de lignes droictes.

21. Les figures de trois costez sont celles contenuës  
 de trois lignes droictes.

22. Les figures de quatre costez sont celles compri-  
 ses de quatre lignes droictes.

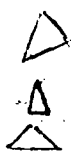
23. Les figures de plusieurs costez sont celles com-  
 prises de plus de quatre lignes droictes.

24. Des figures de trois costez, celle se nomme

21.  
 22.  
 23.

triangle equilateral qui est contenuë de trois costez egaux.

- 24 25. Iſoſcele, qui est contenuë de deux costez egaux seulement. *et qui a le 3<sup>e</sup> inegal. Les trois triangles sont Iſoſceles.*
- 25 26. Scalene, qui est contenuë de trois costez inegaux.
- 26 27. Encor des figures de trois costez, celle se nomme triangle rectangle, qui a vn angle droit.
- 27 28. Ambligone, qui a vn angle obtus.
- 28 29. Oxigone, qui a trois angles aigus,
- 29 30. Mais des figures de quatre costez, celle qui a les costez egaux & les angles droicts, se nomme quarré.
- 30 31. Celle qui a les angles droicts, mais les costez inegaux, se nomme quarré long.
- 31 32. Celle qui a les costez egaux, mais non les angles droicts, se nomme Rhombe.
- 32 33. Mais celle qui a les costez opposez & les angles opposez egaux, mais n'a pas costez egaux ensemble ny les angles droicts, se nomme Rhomboïde.
- 33 34. Excepté celle-cy, les figures de quatre costez se nomment tablettes ou trapeſes.
- 34 35. Lignes droictes paralleles sont celles, lesquelles estans en vn mesme plan & menees de part & d'autre ne concourent point ensemble.
- 35 36. Parallelogramme, est vne figure plane contenuë de quatre lignes droictes, desquelles les opposees sont paralleles entr'elles.



**S'ENSUIVENT LES DEMANDES,**  
ou positions simples.

**Demando I.**

A iij

**D**'vn poinct à vn autre poinct mener vne ligne droicte.

*A B C*  
*si vous saluez faire*  
*un petit Cercle*  
*vous en ferez bien vn grand*  
2. Continuer vne ligne droicte finie tant qu'il en sera besoin.

*D'A à B vous en ferez bien vn*  
D'escrire vn cercle à l'entour d'un poinct, & d'une telle distance qu'on voudra.

*si vous saluez faire un petit Cercle*  
*vous en ferez bien vn grand*  
**COM M V N E S S E N T E N C E S.**  
*Premiere.*

**L**es choses egales à vne, sont egales entr'elles.

2. Et si à choses egales s'adioustant choses egales, les toutes seront egales.

3. Et si de choses egales, se leuent choses egales, les restes seront egales.

4. Et si à choses inegales s'adioustant choses egales, les toutes seront inegales.

5. Et si des choses inegales, se leuent choses egales, les restes seront inegales.

6. Les choses qui sont doubles à vn mesme, sont egales entr'elles.

7. Et les choses qui sont moictié d'une mesme, sont egales entr'elles.

8. Et les choses qui conpiennent ensemble & entre elles, sont egales entr'elles.

9. Le tout est plus grand que sa partie.

*deux lignes droites*  
*si vous saluez faire un petit Cercle*  
*vous en ferez bien vn grand*  
10. Tous angles d droicts sont egaux entr'eux.

*deux lignes droites*  
*si vous saluez faire un petit Cercle*  
*vous en ferez bien vn grand*  
11. Si dessus deux lignes droictes tombe vne ligne droicte, faisant les angles dedàs d'une mesme part, plus petis que deux droicts, icelles estans prolongees infiniment se rencontreront de la part en laquelle les angles sont plus petis que deux droicts.

*deux lignes droites*  
*si vous saluez faire un petit Cercle*  
*vous en ferez bien vn grand*  
12. Deux lignes droictes ne comprennent pas vn espace.



# LE PREMIER LIVRE DES ELEME NS D'EVLIDE.

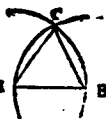
## PROPOSITION PREMIERE.

*Dessus vne ligne droicte donnée & finie descrire vn triangle equilateral.*

*Super dato  
linia recta  
terminata  
triangulu  
equilateru  
constituere*



OIT la ligne droicte finie & donnée  $HB$ , & du point  $H$  à la distance  $HB$  soit décrit vn cercle: par la troisieme demande, & de l'autre point  $B$  à la mesme distance soit décrit vn



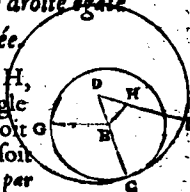
autre cercle, iceux cercles seront egaux: & soient tirées les lignes  $HC$  &  $BC$  à la section des deux cercles  $C$  par la premiere demande: d'autant que  $HC$  est egale à  $HB$  &  $BC$  à la mesme  $HB$  par la definition du cercle: il s'ensuiura, par la premiere commune sentence que  $HC$  &  $CB$  seront egales, & que le triangle sera equilateral: ce qu'il falloit demonstrier.

*Ad datu punctu dato recta  
linia, a qua recta lineam  
ponere.*

## PROPOSITION II.

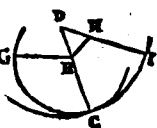
*D'un point donné mener vne ligne droite egale  
à vne ligne droite donnée.*

SOIT la ligne proposée  $GB$ , le point donné  $H$ , soit tirée  $BH$ , & sur icelle soit fait le triangle equilateral  $BHD$ , par la premiere proposition. Soit prolongie  $DB$  vers  $C$  par la seconde demande, & soit fait le cercle du centre  $B$  à la distance  $BG$ , par la troisieme demande, icelles  $BG$ , &  $BC$  seront ega-



ELEMENTS D'EVCLIDE,

les. Apres soit prolongée D H vers K, & fait le cercle du centre D à la distance D C, les deux lignes D C & D I seront egales : desquelles faut oster D B, D H egales : resteront B C, H I egales, par la troisieme commune sentence. Or G B est aussi egale à B C, icelles G B & H I seront donc egales, par la premiere commune sentence.

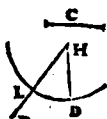


*Quibus datis rectis lineis  
inqualibus, a maiori mi-  
nori aqua rectam lineam  
abscindere.*

PROPOSITION III.

De deux lignes droites inegales donnees, oster de la plus grande vne ligne droite egale à la plus petite.

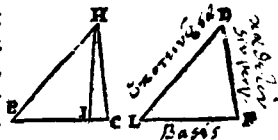
Soit la plus grande H B & la plus petite C, soit par la precedente du point H tirée vne ligne egale à C comme H D, & fait le cercle du centre H à la distance H D : Il sera euident que H L estant egale à H D sera aussi egale à C.



*Si duo Triangula, duo latera duobus lateribus aequalia habuerint, alterum alteri  
in angulo, angulo aequali  
sub aequalibus rectis lineis  
unumquodque in basi, basi aequali habebunt, & triangula triangulo aequa erunt, &  
quod anguli reliquis angulis aequali erunt alteri alteri, sub quibus aequalia  
latera sub. Si de deux triangles, les deux costez de l'un sont egaux aux  
deux costez de l'autre vn chacun au sien, & l'angle de l'un  
contenu des deux costez egaux, est egal à l'angle de l'autre.  
Ils auront la base egale à la base, & le triangle sera egal au  
triangle, & les autres angles aux autres angles, vn chacun  
au sien, ceux qui sont opposez aux costez egaux.*

PROPOSITION IIII.

Des deux triangles B H C, & L D F soient les deux costez H B, H C egaux aux deux costez D L, D F & les angles qu'ils comprennent egaux si la base B C est plus grande que la base L F, soit de B C couppee B I egale à L F par la troisieme de celiore: & soit tirée H I. Maintenant si les deux costez H B & H I sont estimez egaux aux deux costez D L, D F & la base egale à la base : il est euidens que l'angle B H I ne sera plus egal à l'angle L D F, lequel B H I est moindre que le pose B H C de la quantité de l'angle I H C.



*La base sera  
egale à l'autre  
base. Com-  
me tout au  
contraire si la  
base d'un des  
triangles est  
plus grande  
que celle de l'autre  
le seroit l'angle  
de celui qui auroit plus grande  
base ne seroit pas egal  
à l'angle de l'autre*

La base sera egale à l'autre base. Comme tout au contraire si la base d'un des triangles est plus grande que celle de l'autre le seroit l'angle de celui qui auroit plus grande base ne seroit pas egal à l'angle de l'autre.

ce qui est absurde. Semblablement se démontrera  $LF$  n'estre point plus grande que  $BC$ . Si donc de deux triangles, &c.

## PROPOSITION V.

En tout triangle isoscele, les angles qui sont en la base sont egaux entr'eux: & ayant mené les lignes droictes egales, les angles qui sont sous la base, seront egaux entr'eux.

*Isoſcelius Trianguloꝝ  
qui ad bafim sunt anguli  
li, adinuicem sunt aequales  
et productis equalibus  
rectis lineis  
qui sub bafis  
sunt anguli  
adinuicem d-  
guales erunt.*

**D**V triangle Isoscele  $BHC$  soient les deux costez  $HB$  &  $HC$  prolongez en sorte que  $HF$ ,  $HG$  soient egaux, & tirez les lignes  $FC$ ,  $BG$ . D'autant que  $FH$ ,  $HC$  sont egaux aux deux costez  $GH$ ,  $HB$ , & que l'angle  $H$  est commun, la base  $FC$  sera egale à la base  $GB$  par la precedente l'angle  $F$  à l'angle  $G$ : l'angle  $FCH$  à l'angle  $GBH$ , & l'angle  $FCB$  à l'angle  $GB C$ : ces deux costez de  $FCH$  &  $GBH$ , resteront  $HBC$  &  $HCB$  sur la base egaux: & puis que  $BF$ ,  $FC$  sont deux costez egaux aux deux costez  $CG$ ,  $GB$ , & que l'angle  $F$  est egal à l'angle  $G$ , la base sera egale à la base, & les autres angles aux autres angles. Dont s'ensuira que les angles sous la base  $FCB$  &  $GCB$  seront aussi egaux.



*les lignes  
autour les an-  
gles seront égaux  
et par conséquent  
les bases en-  
tre elles seront  
aussi égales  
G/B & C/G*

## PROPOSITION VI.

Si deux angles d'un triangle sont egaux entr'eux, aussi les costez opposez aux angles egaux sont egaux entr'eux.

*Si Trianguli, duo Anguli  
aequales adinuicem fuerint  
aequales quoque angulos sub-  
ditos latera aequalia ad-  
inuicem erunt.*

**S**I du triangle  $HBC$  les deux angles  $HBC$  &  $HCB$  sont egaux, il faudra que  $HB$  &  $HC$  soient aussi egaux. Autrement soit  $HB$  plus grand que  $HC$ , & soit couppe  $BP$  egal à  $HC$ . D'autant que  $HC$  &  $CB$  sont egaux à  $BP$ ,  $BC$ , & que les angles qu'ils comprennent sont egaux, la base  $HC$  sera egale à la base  $PB$ , & le triangle  $HBC$  au triangle  $PCB$ , & les autres angles aux autres angles, par la quatrième: ce qui est faux, estant l'un des triangles contenu en l'autre, & par consequent plus petit, & l'angle  $PCB$  moindre que l'angle  $HCB$ . Si donc deux angles d'un triangle, &c.



*Si HB  
est contraire  
si HB est plus grand  
que HC, ne son-  
t pas egaux en  
tous les cas.  
ne les triangles  
pas*

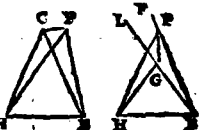
ELEMENS D'EVLIDE,  
PROPOSITION VII.

Si des extremitéz de quelque ligne droicte deux autres lignes droictes concourent en vn poinct: deux autres lignes droictes egales à celles-cyl'vne à l'autre, sçauoir celles possédans mesmes termes & d'vne mesme part, ne se pourront tirer sur vn plan à vn autre poinct.

cette proposi  
tion a de l'as  
surance avec la 4

Il est impossible  
de tirer deux  
lignes droictes  
égales, & d'vne  
mesme part, sur  
vn plan, à vn  
autre poinct.

Soient de la ligne H B, & des extremitéz H, B les deux lignes tirées au point C, HC, BC, & soient encor en vn autre point P, tirées H P & B P egales (s'il est possible) sçauoir H P à H C, & B P à B C possédans mesmes termes, d'autant que par la 5. proposition les angles H C P & H P C sont égaux, comme aussi B P C & B C P, il s'ensuiura que la partie sera égale à quelque chose plus grande que le tout, comme l'angle B C P (partie de H C P) seroit plus grande non seulement que C P H (comme il a esté posé) mais aussi que C P B, ce qui ne peut estre: tellement que Si des extremitéz, &c.



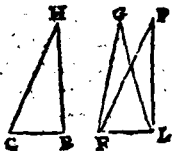
Que si le point tombé dans le triangle comme G & les deux lignes B G, B P sont estimées egales, comme aussi H G, H P, il s'ensuiura que les angles sous la base seront égaux par la 5. sçauoir F P G & L G P, ce qui est faux: car H G, H P sont aussi posées egales, & sont les angles H G P & H P G égaux, tellement qu'il faudroit que l'angle H G P fust plus grand que F P G, mais il est égal seulement à H P G. Il est donc manifeste que la proposition est veritable.

PROPOSITION VIII.

Si deux triangles ont deux costez egaux aux deux costez l'un à l'autre, & la base égale à la base, ils auront aussi l'angle égal à l'angle, sçauoir celui contenu de lignes droictes egales.

Si les triangles  
proposés 4  
sont égaux.

Il est autrement, soient des deux triangles SHBC & PLF ayans les deux costez egaux aux deux costez, & la base égale à la base, l'angle H inégal à l'angle P: & soit sur la base L F construit vn autre triangle ayant L G & G F egaux aux deux costez B H &

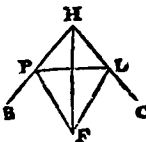


H C, & l'angle G égal à l'angle H, il s'ensuivra que la ligne L G sera égale à LP & FG à FP *contre la précédente*, & les autres angles égaux aux autres angles *par la quatrième*, ce qui est faux, n'étant l'angle GLF que partie de PLF. Tellement que Si deux triangles, &c.

PROPOSITION IX.

*Couper un angle rectiligne en deux également.*

Soit l'angle donné B H C, & soient H P & H L faites égales & tirée P L, sur laquelle soit faite le triangle equilateral P L F, & tirée H F. D'autant que les deux costez L H, H F: sont égaux aux deux costez P H, H F, & la base L F égale à la base P F, il s'ensuivra *par la précédente* que l'angle L H F, sera égal à l'angle P H F: par ainsi l'angle donné B H C sera coupée en deux également.



*Pour bisser  
une ligne  
non terminée  
et couper un  
angle rectiligne*

PROPOSITION X.

*Couper en deux également une ligne droite donnée terminée.*

Soit la ligne droite finie H B, sur laquelle soit fait le triangle equilateral H B C, & soit coupé l'angle H C B en deux également de la ligne C D *par la précédente*. D'autant que C H, C D sont égaux à C B, C D & les angles qu'ils comprennent égaux, la base H D sera égale à la base D B: *par la quatrième*. Tellement que H B est coupée en deux également.



PROPOSITION XI.

*Sur une ligne droite, & d'un point donné en icelle eslever une autre ligne droite en angles droits.*

EN la ligne proposée H B soit le point donné C, & faites C P, C L égales: & sur P L soit décrit le triangle equilateral PFL, & menée la ligne F C. D'autant que les deux triangles sont compris de lignes égales, ils se-



ELEMENTS D'EVCLIDE,  
sont equiangles, tant par la 4. que 8. propos. L'angle FCL sera  
donc egal à l'angle FCP, & tous deux seront angles droicts, &  
la ligne FC perpendiculaire par la definition.

## PROPOSITION XII.

Sur vne ligne droicte infinie donnée, & d'un point donné  
qui n'est pas en icelle mener vne ligne droicte  
perpendiculaire.

ny a qu'à faire le triangle

quilateral  
sur la pre  
miere propo  
sition et q  
sur vne autr  
ligne droicte  
valement di  
cette de deux  
autres

Soit la ligne proposée HB & le point don  
né hors icelle C, duquel soit tiré vn cercle en  
sorte qu'il coupe la proposée, comme en GL, H  
soient menées CG, CL egales & couppe l'angle  
GCL en deux également par CI: d'autât que les deux trian  
gles sont equiangles, l'angle CIL sera egal à CIG, & iceux  
seront droicts, & CI perpendiculaire par la definition.



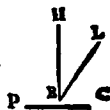
## PROPOSITION XIII.

Si vne ligne droicte tombante sur vne autre ligne droicte, faict  
deux angles, iceux seront droicts, ou egaux à deux droicts.



Une ligne  
droicte tomb  
bante sur un  
autre sans  
le plan d'une  
ligne droicte  
font deux angles droicts  
qui se mesurent  
Savoir est l'un de se diminue

Soit la ligne droicte LB tombante sur la ligne PC,  
elle fera deux angles droicts ou egaux à deux  
droicts. Que s'ils sont droicts nous auons ce que de  
sirons: s'ils ne sont droicts, soit esleuë la perpendi  
culaire BH du point B. D'autant que les trois an  
gles HBP, & HBL & LBC valent deux droicts, il s'ensuiura  
que le composé PBL, & le simple LBC vaudront aussi deux  
droicts: car l'excez de l'un est la diminution de l'autre.



font deux angles droicts qui se mesurent Savoir est l'un de se diminue

## PROPOSITION XIII.

Si en vn point qui est en vne ligne droicte deux autres lignes  
droictes cöcourent de costé & d'autre en vn plan, & font  
deux angles droicts non d'une mesme part, icelles deux li  
gnes seront directement ensemble.



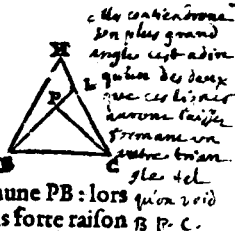


grande que CB, comme on peut recueillir des precedentes. Semblablement se demonstrera le surplus de la proposition.

PROPOSITION XXI.

Si des extremités de l'un des costez d'un triangle on mene deux lignes droictes dedans iceluy; elles seront bien plus petites que les deux autres costez du triangle: mais elles contiendront un plus grand angle.

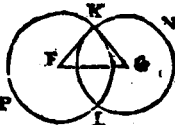
Soient du triangle HBC & des extremités B, C, tirees BP, CP dans le triangle HBC: & soit prolongée BP en L: d'autant que BH, HL sont plus grandes que BL par la precedente, soit adioustée la commune LC. Il sera evident que HB, HL, LC seront plus grandes que BL, LC. Semblablement LP, LC sont plus grandes que PC: soit adioustée la commune PB: lors CL, LP, PB seront plus grâdes que BP & PC. A plus forte raison donc BH, HC seront plus grandes que BP, PC. Pour la seconde partie, l'angle CPB est plus grand que PLC, & PLC plus grand que LHB. A plus forte raison CPB est plus grand que LHB.



PROPOSITION XXII.

Descrire un triangle de trois lignes droictes egales à trois lignes droictes données, & desquelles les deux prises en quelque sorte que ce soit soient plus grandes que l'autre.

Soient les trois lignes droites C, B, H, & soit faicte FG egale à H. au point G soit tirée vne ligne egale à C, par la deuxième, & du point G soit descript vn cercle à egale distance de C comme P K N L: apres du point F soit menée vne ligne droicte egale à B, & du mesme point & à egale distance de B soit descript vn autre cercle comme K P L, & soient menées à l'interfection des deux cercles K, F, K, GK, egales à B & C, il sera manifeste que le triangle sera fait de trois lignes egales aux proposées.



PROPOSITION XXIII.

Mettre au costé d'une ligne droicte donnée à vn point donné en icelle, vn angle rectiligne egal à vn angle rectiligne donné.

celle contiendra un plus grand angle est adin qu'on des deux que ces lignes auront faicte former un autre triangle qu'on voit B P C.

La proposition XXII. & son explication sont claires quoy que la figure ne soit pas bien faicte F. G. n'estant pas egale a H donnée ni F. K. a B. Remarque encore pour trouver le point de construction des lignes droictes semblables a B C.

Il ne faut tirer ni l'une ni l'autre avant que d'avoir fait les deux cercles qui leur respondront.

ELEMENTS D'EUCLEIDE,

Soit la ligne donnée NB, & l'angle proposé PCH: soit faite CL égale à CP & jointe PL. apres soit NG faite égale à CL, & sur NG comme sur la base soit constitué vn triangle par le moyen de deux lignes égales à LP, PC par la precedente, & soit iceluy triangle GFN. Il s'ensuira que les deux triangles seront égaux & equiangles par les 4. & 8. propos. & par consequent l'angle au point donné N, egal à l'angle C proposé.

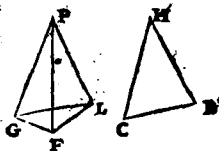


PROPOSITION XXIII.

Si deux triangles ont les deux costez égaux aux deux costez, l'un à l'autre, mais l'angle plus grand que l'angle, sçauoir celui compris de lignes droictes égales: ils auront aussi la base plus grande que la base.

*Cette propo  
sition a été  
démonstrée  
auparavant*

Des deux triangles HBC, PLF les deux costez HC, HB soient égaux aux deux costez PF, & PL, & soit l'angle CHB plus grand que FPL, il faut que la base BC soit plus grande que LF. Autrement soit par la precedente, fait l'angle GPL egal à CHB, & le costé GP egal au costé FP & ibinctes LG, FG. les deux angles PGF & PFG seront égaux: l'angle donc LFG sera plus grand que l'angle PGF, & par consequent que la partie, sçauoir LGF: dont s'ensuira par la 19. que LG (c'est à dire CB) sera plus grande que EF subtendante l'angle EGF.

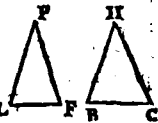


PROPOSITION XXV.

Si deux triangles ont les deux costez égaux aux deux costez, l'un à l'autre, & la base plus grande que la base, ils auront aussi l'angle contenu d'iceux costez plus grand que l'angle.

*Cette regle  
a été démontrée  
auparavant  
par la proposition  
19.*

Soient des deux triangles HBC, PLF, les deux costez HB, HC égaux aux deux costez PL, PF. & la base BC plus grand que la base LF. Si l'angle BHC n'est plus grand que l'angle LPF, posons iceux estre égaux. Il s'ensuira que la base sera égale à la base par la 4. contre la position. Si l'angle BHC est plus petit que LPF la base BC sera plus

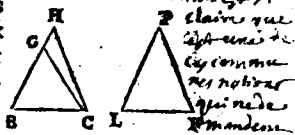


petite que la base LF par la precedence ( ce qui est aussi contre la position ) dont s'ensuit que l'angle BHC n'estant point egal à LPF ny plus petit, il sera par necessité plus grand.

PROPOSITION XXVI.

Si deux triangles ont deux angles egaux aux deux angles vn chacun au sien, & le costé egal au costé, ou bien celuy au long duquel sont les angles egaux, ou celuy qui sontient l'un des angles egaux: ils auront aussi les autres costez egaux aux autres costez vn chacun au sien, & l'autre angle egal à l'autre angle.

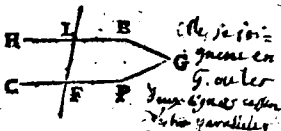
Soient des deux triangles HBC, PLF les deux angles HBC & HCB egaux aux deux angles PLF & PFL l'un à l'autre, & le costé BC egal au costé LF. Si premiere-ment BH est plus grand que LP, soit d'ice-  
 luy couppee BG egale à LP, & soit tirée GC. D'autant que GB, BC sont egales à PL, LF & compren-  
 nent angles egaux, il s'ensuiura par la 4. que la base sera egale à la  
 base, & les autres angles egaux aux autres angles, c'est à sçavoir  
 BCG à LFP (c'est à dire BCH) & par consequent la partie ega-  
 le au tout, ce qui est absurde & faux. Semblablement se fera la de-  
 monstration des autres costez & angles.



PROPOSITION XXVII.

Si vne ligne droicte trauerfant deux lignes droictes, faict les angles alternes egaux l'un à l'autre, icelles lignes droictes se-  
 ront paralleles entre elles.

Soit la ligne droite LF trauerfant les deux  
 lignes HE, CP, & faict les angles alter-  
 nes HLF, & LFP egaux: Si les deux lignes  
 ne sont paralleles, elles se pourrout ioindre,  
 & posons que ce soit en G pour faire le  
 triangle LFG. Mais l'angle exterieur HLF est plus grand que  
 l'interieur opposé LFG par la 16 contre la position: icelles deux  
 lignes ne se r'encontreront point donc de ce costé. Semblable-

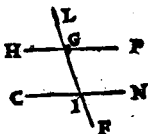


ELEMENTS D'EUCLIDE,  
ment se démontrera ne se pouoir r'encontrer de l'autre. Tellement qu'elles seront donc paralleles.

### PROPOSITION XXVIII.

Si vne ligne droicte trauerfant deux lignes droictes faict l'angle exterior egal à l'angle interieur opposé d'une mesme part: ou bien les angles interieurs d'une mesme part egaux à deux droits: icelles deux lignes droictes seront paralleles entre elles.

**S**Oit LF la ligne droicte trauerfant les deux lignes droictes HP, CN, & soient les angles LGP & GIN egaux. HGI sera egal à LGP par la proposition 15. c'est à dire, à GIN. Tellement que par la proposition précédente HP, & CN seront paralleles. Pour le second, soient PGI & GIN egaux à deux droits: la ligne FG tombante sur HP fait deux angles egaux à deux droits HGI, & PGI: si le commun PGI est osté, resteront HGI, GIN (alternes) egaux. Les lignes donc HP, CN seront paralleles par la précédente.

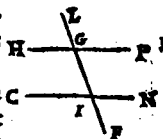


les angles qui sont des angles droits egaux  
les points ne se trouuent  
dans des lignes paralleles.

### PROPOSITION XXIX.

Si deux lignes droictes paralleles sont trauersees d'une ligne droicte, icelle fera les angles alternes egaux entre eux, & l'exterieur à l'interieur opposé d'une mesme part, & les interieurs d'une mesme part egaux à deux droits.

**S**Oient les deux lignes droictes HP, CN trauersees par la droicte LF; si les angles alternes HGI, GIN ne sont egaux, soit GIN plus petit, la ligne FG sur HP fait deux angles egaux à deux droits: tellement que PGI & GIN sont moindres que deux droits: dont s'ensuiura par la 11. commune sentence que les deux HP, & CN se joindront du mesme costé où les deux angles sont moindres que deux droits: & ne seront paralleles (contre la supposition) ce qui est absurde. Par semblable demonstration se trouuera HGI n'estre plus petit



que GIN, dont s'ensuivra qu'ils seront egaux. En apres d'autant que LGP est egal à HGI, il sera aussi egal à GIN *par la premiere commune sentence.* Finalement, d'autant que GIN a esté monstté egal à HGI, & que HGI, & PGI sont egaux à deux droits, il s'ensuivra (le commun HGI estant osté) que PGI, & GIN seront egaux à deux droits.

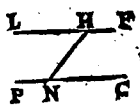
PROPOSITION XXX.

*Les lignes qui sont paralleles à vne mesme sont paralleles entre elles, ou posées directement.*

Soient les lignes HP, & CN paralleles à LF, &  non situées directement. D'autant que l'angle HGI, est egal à GIF & cestuy à IKN interieur opposé & d'une mesme part *par la precedente*, il s'ensuivra que HGI, & IKN alternes seront egaux *par la 1. commune sentence.* tellement que les lignes HP, CN seront paralleles. Pour le second, posons les deux lignes CK, KN paralleles à LF & non l'une à l'autre, il faudra qu'icelles deux lignes se rencontrent, comme pour exemple au point K. D'autant que les angles KIF, IKN valent deux droits *par la precedente*, comme aussi KIL, IKC, & que les angles alternes LIK, IKN sont egaux, il s'ensuivra que IKN & IKC vaudront aussi deux droits, & que CK, KN seront posées directement *par la quatorzieme proposition.*

PROPOSITION XXXI.

*D'un point donné mener vne ligne droicte parallele à vne ligne droicte donnée.*

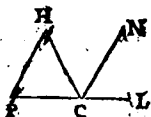
Soit la ligne donnée PC & le point hors icelle  H, duquel soit tirée vne ligne droicte sur PC, comme HN, & soit aussi au point H, & sur la mesme NH fait l'angle LHN egal à l'angle HNC *par la 23.* D'autant que les angles alternes LHN & HNC sont egaux, les lignes LH, PC seront paralleles *par la 27. proposition.*

ELEMENTS D'EVCLIDE,  
PROPOSITION XXXII.

De tout triangle ayant prolongé l'un des costez, l'angle de dehors est egal aux deux angles de dedans qui luy sont opposez. Et les trois angles interieurs du triangle sont egaux à deux droits.

*multiplier*  
*toujours*  
*les parallèles*  
*les & par*  
*la 29.*  
*comme aussi*  
*PC tombante*  
*sur les mes-*  
*mes,*  
*fera l'angle*  
*exterieur*  
*NCL*  
*egal à l'intérieur*  
*opposé*  
*HPC.*  
*Dont est*  
*evident*  
*que l'exterieur*  
*NCL*  
*est egal*  
*aux deux in-*  
*terieurs*  
*opposez*  
*du triangle*  
*HPC.*  
*Et pource*  
*que HCL,*  
*&*  
*que l'angle*  
*HCP*  
*sont egaux*  
*à deux droits*  
*par la 13.*  
*Il s'ensuiura*  
*que les*  
*exterieur*  
*trois angles*  
*du triangle*  
*seront egaux*  
*à deux droits.*  
*Sera egal*  
*à l'intérieur*

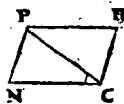
Soit du triangle HPC prolongé le costé PC en L, & au point C faicte CN parallele, à HP, D'autant que HC tombe sur deux paralleles, elle fera les angles alternes PHC, HCN egaux par la 29. comme aussi PC tombante sur les mesmes, fera l'angle exterieur NCL egal à l'intérieur opposé HPC. Dont est evident que l'exterieur NCL est egal aux deux interieurs opposez du triangle HPC. Et pource que HCL, & que l'angle HCP sont egaux à deux droits par la 13. Il s'ensuiura que les exterieur trois angles du triangle seront egaux à deux droits.



PROPOSITION XXXIII.

Les lignes droictes qui ioignent deux lignes droictes paralleles egales, sont aussi egales & paralleles.

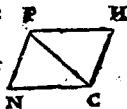
Soient les deux lignes droictes paralleles egales HP, CN, conjointes par les deux lignes droictes, sçavoir HC de mesme part, & PN de l'autre, & soit tirée la droicte PC, laquelle tombera sur les deux paralleles, & fera les angles alternes HPC, & PCN egaux par la 29. tellement que les deux triangles HPC, & PCN auront deux costez egaux aux deux costez, & les angles compris d'iceux costez egaux, & par conséquent la base CH à la base PN, & les autres angles aux autres angles, sçavoir NPC à l'angle PCH alternativement. Dont s'ensuiura aussi qu'icelles HC, PN seront paralleles.



PROPOSITION XXXIIII.

De tous espaces parallelogrammes les costez & les angles opposez sont egaux entr'eux, & le diametrent les coupe en deux egalement.

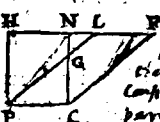
Soit au parallélogramme NPHC tirée la ligne droite PC qui fait les angles alternes égaux, HPC à PCN, & CPN à PCH. il est évident que tout l'angle HCN est égal au tout HPN. Après, pour ce que les deux triangles ont deux angles égaux aux deux angles, & le costé PC commun, les autres angles seront égaux, vn à l'autre, & les costez aux costez par la 26. D'où s'ensuivra que la ligne HP sera égale à CN, HC à PN. & l'angle PHC à l'angle PNC, & que les deux triangles estans égaux par la mesme la diagonale PC coupera le parallélogramme en deux également.



PROPOSITION XXXV.

Les parallelogrammes estans sur vne mesme base, & entre mesmes paralleles sont égaux entr'eux.

Sur la base PC soient les deux parallelogrammes HPCN, & LPCE. Puis que les lignes HP & NC sont égales, comme aussi LP, FC, & semblablement HN, PC, & PC, LE, par la precedente, les deux triangles HPL, & NCF seront equiangles & égaux, desquels soit osté le triangle commun NLG, resteront les trapezes égaux HNGP & ELGC. Ausquels si on adiouste le triangle commun PGC, il sera évident que le parallelogramme PF sera égal à l'autre HC, estans les deux constituez sur vne mesme base PC.



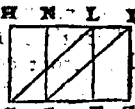
la vante de cette proposition si vous considerez que les paralleles L-P font deux parallelogrammes égaux H-N-P-C & L-F-P-C.

PROPOSITION XXXVI.

Les parallelogrammes estans sur bases égales & entre mesmes paralleles sont égaux entr'eux.

Long la description de deux parallelogrammes si l'on suppose la triangle commun NLG. On voit que la P. sera égale à la C. & la C. sera égale à la F.

Soient deux paralleles HI, PG, & deux parallelogrammes HC, LG sur bases égales, soient tirées les lignes droites PL, CI qui seront paralleles par la 33. & feront le parallelogramme IP égal au parallelogramme HC par la precedente, & à l'autre IF: Dont est évident que le parallelogramme HE L.I.P.C. est égal au parallelogramme LG par la premiere commune sentence. Qui est le



On voit que l'on peut faire que quel on veut fait que le parallelogramme HE L.I.P.C. est égal au parallelogramme LG par la premiere commune sentence.

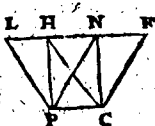
B iiiij

représenté en la figure ci-dessus

ELEMENTS D'EVCLIDE,  
PROPOSITION XXXVII.

*Les triangles estans sur vne mesme base & entre mesmes paralleles, sont egaux entr'eux.*

*la mesme* **S**ur la base PC soient deux triangles HPC, & NPC entre deux paralleles, sçavoir PC & LF. Soit du point P tirée la ligne droicte PL parallele à CH & CF parallele à PN. Il est evident par la 35. que le parallelogramme LC est egal au parallelogramme FP: mais le triangle HPC est la moitié de l'un, comme NPC la moitié de l'autre. Il s'ensuiura donc que les deux triangles seront egaux par la 7. C. 5.



*non resultent* **PROPOSITION XXXVIII.**  
*des deux triangles egaux*

*H.P.C.* *N.P.C.* *Les triangles estans sur bases egales & entre mesmes paralleles, sont egaux entr'eux*

*Tous* **S**oient les deux triangles GPC, ILF sur bases G. H. N. I. egales & entre mesmes paralleles, sçavoir sur PF, GI, & soit faicte la ligne CH parallele à PG, comme aussi LN à FI. D'autant que les parallelogrammes HP & NF sont egaux par la 30. les triangles qui sont moitez seront egaux.



*elles est que leur extremité* **PROPOSITION XXXIX.**  
*tomberont vers des*

*points egaux d'une base* *il s'en ensuiura qu'ils sont egaux entr'eux*  
*vers la prop.* **Les triangles egaux constituez sur vne mesme base & d'une mesme part, sont entre mesmes paralleles.**

**S**i les deux triangles sur la base PC (sçavoir HPC & BPC) sont egaux, & que la ligne droicte HB ne soit parallele à PC. posons vne parallele HI, & soit tirée IC. Les deux triangles HPC, IPC seront egaux par la 37. & s'ensuiura que la partie sera egale au tout (sçavoir IPC à BPC) ce qui ne peut estre, ayant BPC esté posé egal à HPC.



*probatio ad absurdum contrariis*

PROPOSITION XL.

Les triangles égaux qui sont sur bases égales & d'une même part, sont entre mêmes parallèles.

Soient deux triangles  $HPC$  &  $NCL$  égaux, construez sur bases égales  $PC$ ,  $CL$ . Si  $HN$  n'est pas parallèle à  $PL$ , soit  $HF$  parallèle à la même, & tirée la ligne  $LF$ . Lors les deux triangles  $HPC$  &  $FCL$  seront égaux par la 38. dont s'ensuivra que la partie  $FCL$  sera égale au tout  $NCL$ , ce qui ne peut estre, ayant  $NCL$  esté posé égal à  $HPC$ .

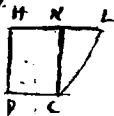


Probatio  
fictum ab  
abstracto  
contra  
pc &  
& l. 10  
base égale

PROPOSITION XLI.

Si un parallélogramme & un triangle ont une même base & sont entre mêmes parallèles, le parallélogramme sera double au triangle.

Soit le parallélogramme  $HPCN$  & le triangle  $LPC$  sur une même base  $PC$ , & entre mêmes parallèles  $PC$ ,  $HL$ , & soit tirée le diamètre  $HC$ , les deux triangles  $HPC$  &  $LPC$  seront égaux par la 37. mais le triangle  $HPC$  est la moitié du parallélogramme  $HPCN$ : le triangle  $LPC$  sera donc la moitié du parallélogramme.



$HNPL$  est double  
à  $NLC$

PROPOSITION XLII.

Faire un parallélogramme égal à un triangle donné, & ayant un angle égal à un angle rectiligne donné.

Soit le triangle donné  $HPC$ , & l'angle donné  $N$ , auquel angle & au point donné  $C$  soit fait son égal  $PCG$ : & soit coupée la ligne  $PC$  en deux également au point  $L$ , duquel soit tirée  $LF$  parallèle à  $CG$ , & du point  $H$  soit tirée  $HG$  parallèle à  $PC$ . D'autant que les deux triangles  $HPL$ ,  $HLC$  sont égaux par la 38. & que le triangle  $HLC$  est la moitié du parallélogramme  $GL$  par la précédente. Il s'ensuivra que ce même parallélogramme sera égal aux deux triangles, (c'est à dire) au tout proposé  $HPC$ .

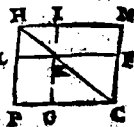


Le triangle donné  
est  $HPC$   
Si parallèle  
comme que  
lon peut ég  
 $FG$  -  $L$  -  $C$   
L'angle  
donné  $N$

PROPOSITION XLIII.

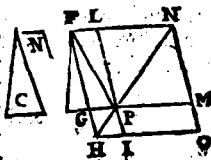
En tout parallelogramme les suppléments des parallelogrammes qui sont sur le diametre sont egaux entr'eux.

Soit le parallelogramme HPCN, la diagonale ou dimetient HC qui coupe le parallelogramme en deux egalement, à l'entour de laquelle diagonale soient les autres parallelogrammes LI, GF, & les suppléments, PK, KN, d'autant que le triangle H L K est egal au triangle HIK, comme aussi KGC à KFC, si d'un costé on oste les deux triangles HLK, KGC restera le supplément LG. Et si de l'autre costé on oste HIK & KFC, restera le supplément IF qui sera egal à l'autre LG par la 3. commune sentence.



PROPOSITION XLIII.  
Sur vne ligne droicte donnée descrire vn parallelogramme egal à vne figure rectiligne donnée, ayant vn angle egal à vn angle rectiligne donné.

Soit la figure rectiligne donnée C. L'angle proposé N, la ligne donnée IP, soit prolongée IP vers L, & sur icelle au point P soit fait vn angle egal à N (comme l'angle rectiligne IPG) dans lequel par la 42. soit con- struite une figure rectiligne égale à C comme LE GP : & soit acheué le parallelogramme PGHI, & tirée la diagonale HP vers N, & soit prolongée FL pour se joindre en N: soit aussi menée HIO, & GPM, & NMO: icelles lignes FLN, GPM & HIO seront paralleles par la 40. comme aussi HGF, IPL & OMN. Tellement que HFNO sera vn parallelogramme, comme aussi IG, & ML: les suppléments donc OP, LG seront egaux par la precedente. Mais l'angle exte LG a esté fait egal à C. Il s'ensuiura donc que PO parallelogramme sur la ligne donnée IP sera egal à la figure rectiligne donnée, qui est le triangle C, & aura l'angle donné, estant l'angle IPG egal à l'angle OMP par la 39. & cestuy egal à N par la construction.



PROPOSITION XLV.  
Les angles alternes egaux par la 34. le parallelogramme F.L.G.B. qui est un parallelogramme contiendra deux angles egaux, a un triangle donné.

Descrire vn parallelogramme egal à vne figure rectiligne donnée, ayant vn angle egal à vn angle rectiligne donné.

Soit la figure rectiligne donnée

HPCN reduite en triangles HPN, NPC (comme toutes autres figures rectilignes de plusieurs costez peuuent estre reduites. Soit l'angle donné L, & la ligne proposee



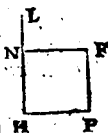
KE, sur laquelle & au point K soit fait vn angle egal à L, & sur la mesme soit appliqué par la precedente vn parallelogramme egal au triangle HPN comme KFGI, & semblablement soit sur IG (egale à KE) aplicqué vn autre parallelogramme egal au triangle PCN, comme IGO M. D'autant que KE est parallele & egale à IG, & celle-cy à MO, Il s'ensuyura que KM & FO seront egales & paralleles: par la 33. & que la figure entiere FM sera vn parallelogramme ayant l'angle donné & la ligne donnée egale à la figure rectiligne proposee HPCN.

### PROPOSITION XLVI.

D'une ligne droite donnée descrire vn quarré.

Sur la ligne donnée HP soit esleue la perpendiculaire du point H comme HL, par la 11. & soit

faicte HN egale à HP. Apres soit du point N tirée NF parallele à HP, & du point P soit tirée PF parallele à HN. Il est euident que la figure est equilaterale & parallelogramme, & que l'angle H est egal à l'opposé F. par la 34. Mais les deux angles H & P valent deux droits par la 29. Il s'ensuit donc que P est droit, comme aussi l'opposé N. tellement que HPFN est vn quarré.



### PROPOSITION XLVII.

Aux triangles rectangles le quarré qui est fait du costé qui soustient l'angle droit, est egal aux quarrés qui sont faits des costés qui comprennent l'angle droit.

Soit le triangle rectangle HPC ayant l'angle H droit: soient aussi les trois quarrés d'escriés sur ses costés PCN, HIKC, & HGZP. Pour monstrier que le quarré CN (opposé à l'angle droit H) est egal aux deux autres, soit tirée sur NL la perpendi-

soit par le point H, menez la ligne HO parallele à PN par la prop. 31. Laquelle ligne HO sera égale à la ligne CN.

**ELEMENTS D'EUCLIDE, LIVRE PREMIER.**

culaire  $HO$  (qui sera parallèle à  $PN$  par la  
28. Soit aussi tirée  $HN$  &  $CZ$ . d'autant que  
 $PO$  est un parallélogramme, le triangle  
 $HPN$ , qui est sur même base  $PN$  & entre  
mêmes parallèles  $PN$ ,  $HO$  sera la moitié  
d'iceluy. Maintenant le triangle  $ZPC$  a les  
deux costez  $ZP$ ,  $PC$  égaux aux deux co-  
stez  $HP$ ,  $PN$  (comme il ne se peut faire  
autrement par la construction) & l'angle  
 $ZPC$  est composé de l'angle droit  $ZPH$

& de l'angle HPC : comme en semblable l'angle NPH est commun. Il s'ensuit donc que l'angle ZPC est égal à l'angle NPH, & par conséquent la base ZC égale à la base HN, & les autres angles aux autres angles : & le triangle égal au triangle par la 4. Mais le carré HGZP & le triangle ZPC sont sur même base ZP & en mêmes parallèles ZP, GC. Il s'ensuit donc que le triangle ZPC est la moitié du carré HGZP & que ce carré est égal au parallélogramme PQ. Semblablement se montrera l'autre carré KH être égal au rectangle CO.

sera égale au quatre soustenue par  
le triangle PROPOSITION XLVIII.  
moyenne de la gauche.

Si le quarré qui est descript de l'un des costez d'un triangle est  
egal aux quarréz des autres costez du triangle: L'angle  
contenu des autres deux costez du triangle sera droit.

SOIT le triangle HPC duquel le costé PC fait  
 un quarré egal aux quarez de HC & HP. Soit  
 en apres sur la ligne CH au point H esleue vne  
 perpendiculaire HN egale à HP, & soit tirée  
 NC. D'autant que les quarez de NH, HC, (c'est  
 à dire de HP, HC) sont egaux au quarré de CN

par la precedente. Il s'ensuivra que le carré de CN sera egal au carré de CP, & par consequent la ligne NC egale à la ligne CP, & le triangle NHC egal & equiangle au triangle CHP, & particulièrement l'angle CHP egal à l'angle NHC, c'est à dire droit; ce qu'il falloit demonstrier.

FIN DU PREMIER LIVRE.

angle  $\widehat{H.C.P.}$  sera <sup>supérieur</sup> composé de deux angles droits <sup>avec les angles</sup> entièrement  
a. N. H. C. Autrement dit, la droite C. P. est <sup>perpendiculaire</sup> à la ligne  
H. P. On tirera la ligne  $\widehat{C.N.}$  en adjointant une perpendiculaire sur la  
H. P. Il en résultera un autre triangle égal au premier.



# LE SECOND LIVRE DES

## ELEMENTS D'EVCLIDE.

### DEFFINITION PREMIERE.



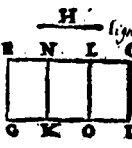
**E**ST un parallelogramme rectangle est dit estre contenu de deux lignes droictes qui comprennent l'angle droit.

1. En tout espace parallelogramme, vn chacun d'iceux parallelogrammes qui sont sur le diametre ayant vn angle commun, avec les deux suppléments se nomme gnomon.

### PROPOSITION I.

S'il y a deux lignes droictes, dont l'une soit couppee en autant de parties qu'on voudra, le rectangle contenu des deux lignes droictes est egal aux rectangles contenus de la non couppee, & d'une chacune piece de la couppee.

Soient les deux lignes droictes H & GI, desquelles GI soit couppee en K, O, soit au point G esleuee la perpendiculaire GB & faicte egale à H. Soit en apres tirée BC. parallele à IG, & CI à BG, icelles seront egales aux opposées, & feront vn rectangle BI: soient aussi tirées KN & OL paralleles à BG, & par consequent egales: Il est euident que les trois parallelogrammes BK, NO, LI seront rectangles par la 29. & compris de la ligne non couppee BG (c'est à dire H) & de chacune piece de la couppee GK, KO, OI: & pource qu'ils composent le tout BI, ils luy sont donc egaux.



### PROPOSITION II.

Si vne ligne droicte est couppee comme on voudra, les rectangles contenus de toute la ligne, & d'une chacune piece, sont egaux au quarré de toute la ligne.

*Allez vos deux lignes B. G. & I. qui font un rectangle sur la ligne G. I. tirez K. A parallele, multipliant les paralleles au tout que c'est la ligne le perimetre aya tiré une ligne droite comme B. C. qui fera un rectangle avec C. I. Il est euident que B. C. I. est un rectangle egal a B. G. I. & que puisqz C. I. se trouue parallele a B. G. comme N. K. L. O. Il est euident que les rectangles BK, NO, LI sont compris de la ligne non couppee BG & de chacune piece de la couppee GK, KO, OI. & pource qu'ils composent le tout BI, ils luy sont donc egaux.*

# ELEMENTS D'EVLIDE,

**S**oit la ligne droite NL couppee en F, & soit fait le carre NHBL & tiree en angles droits la ligne droite FC pour estre egale & parallele a NH, & faire les deux rectangles HF, CL, qui composent le tout HL, & sont compris de la toute NH ou FC, & de chacune des parties comme NF, FL. Il est evident qu'iceux rectangles sont egaux a leur tout.

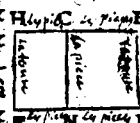


## PROPOSITION III.

**Si une ligne droite est couppee comme on voudra: le rectangle contenu de la toute & de l'une des pieces est egal au rectangle contenu des pieces, & au carre de ladicte piece.**

ette proposition  
de la fin  
avec la prece  
n te  
ites un rectan  
le contenu  
la toute com  
le H F N  
avant une ligne  
point. N.  
egale & et  
la toute  
a fait de la  
nt produite d N. a L  
e grand rectangle H F L qui en resultera  
ntendra &  
angle particulier  
ne fera la toute  
le quarré que se  
ne des pieces  
trouvera  
un grand  
rectangle H B  
contenu des pie  
et de la toute  
ormant une  
une angle par  
ulier & un  
autre quarré

**S**oit la ligne droite FL couppee en N, & soit la ligne droite FH perpendiculaire & egale a NL, & soit fait le rectangle HL, & esleuee la ligne NC pour estre parallele & egale a FH. Il est evident que CL sera vn carre, & HN vn rectangle long fait de la ligne HF. (c'est a dire NL l'une des pieces) & de l'autre piece FN. Et pource que ces deux figures composent le tout HL, elles luy sont egales,

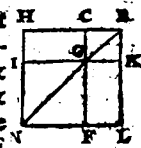


## PROPOSITION IIII.

**Si une ligne droite est couppee comme on voudra, le quarré de la toute est egal aux quarréz des pieces, & au rectangle deux fois contenu des pieces.**

trouvera  
un grand  
rectangle H B  
contenu des pie  
et de la toute  
ormant une  
une angle par  
ulier & un  
autre quarré

**S**oit la ligne droite NL couppee en F, & soit sur icelle NL fait le carre NHBL: & soit esleuee en angles droits FC pour estre parallele & egale a NH. Soit aussi tiree la diagonale BN, & par la section G soit menee IK parallele & egale a NL. Il est evident que le quarré sur la partie NF (c'est a sçavoir IF) & l'autre quarré sur la partie FL (c'est a sçavoir CK) avec le rectangle deux fois de NF, FL, (c'est a dire, HG, & GL) sont tout le quarré HL, & par consequent luy sont egaux.



le quarré de la toute N.F.L est egal aux quarrés des pieces, i.e. I.F. G.K. H.C., C.B. &c. & aux rectangles deux fois contenus des pieces par exemple G.N.F. & G.F.N. | N.I.G. N.G.I. &c.

**PROPOSITION V.**

Si une ligne droite est diuisee en deux pieces égales, & en deux inegales, le rectangle contenu des pieces inegales de la touté, avec le quarré de la section entre moyenne, est egal au quarré de la moitié.

Soit la ligne droite  $HB$  coupée égale-  
ment en  $C$ , & inégalement en  $N$ . soit fait  
le rectangle des pièces inégales  $HN$ ,  $NB$ :  
(c'est à dire, le rectangle  $HI$ .) Soit aussi fait  
le carré de la moitié  $CB$  (c'est à dire, le quar-  
ré  $GF$ ) & soient tirées  $NI$ ,  $G$ , &  $LIM$  d'au-  
tant que  $BM$  est égale à  $NI$ , &  $MF$  égale à  $C$ .  
 $LI$  ou  $IG$ ) il s'en suit que  $LG$  est un carré, le que-  
rre  $HI$ , sont ensemble égaux au carré  $CF$ , par  
le  $NF$  est égal au rectangle  $HL$ , étant comp-  
lés par la construction.

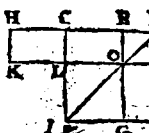


H X 3 i.  
rectangle  
point avec les  
quatre lignes  
du quarre  
L. I. O. G.  
VI est égale  
quarre C. B.  
R O. F  
et siliati  
e, 2 gne ovale  
an- X L. I.  
an- portage  
ga- égale  
le quarre  
informe que la li  
ne L. O. put ar  
niqua que C. B.  
L'importance  
nel quarre pres  
ON dre de la  
section en  
alpo - on -

### PROPOSITION VI

Si vne ligne droicte est couppée en deux pieces égales, & on  
luy adionste directement quelque ligne droicte: le rectangle  
contenu de la toute avec l'adionstée; & de l'adionstée, avec  
le quarré de la moitié est egal au quarré qui est fait de la  
moitié & de l'adionstée comme d'une.

**S**oit la ligne droite  $H B$  couppee en deux  
 également en  $C$ , à laquelle soit apposee di-  
 rectement  $BN$ . Soit fait le rectangle de la tou-  
 te & del'apposee, c'est à sçauoir  $H N$ , & de  
 l'apposee  $B N$  (c'est à dire  $N M$ .) Et soit ce  
 rectangle  $H M$ : puis soit de  $C N$  fait le quar-  
 ré  $C F$ , & soit tirée  $B G$  parallele & egale à  $N F$ . D'  
*par la construction*  $C B$  est egale à  $M F$  (c'est à dire à  
 $L I$ ) il s'ensuit que  $L G$  est vn quarré, lequel avec le  
 $H M$  est egal au quarré  $C F$ , parce que le rectangle  $G L$   
 au rectangle  $C O$  (c'est à dire  $C K$ ) *par la construction.*



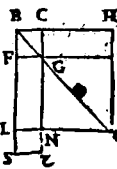
rect de la  
 cette figure  
 perpendiculaire  
 de la precedente  
 H N Le rectangle  
 H. K. M  
 M avec la mo  
 l'angle du qu  
 G B L. I. G  
 pour une  
 autant que partie ex  
 à O G ou au qu  
 rectangle C. N. I. F  
 M est egal pour qu  
 C B et egal a K I  
 B N. G. F. a L. I.  
 N. M. a H. K.  
 x m. f. a i. g.

ELEMENTS D'EVLIDE.  
PROPOSITION VII.

Si vne ligne droicte est couppee comme on voudra, le quarré de la toute, & le quarré de l'une des pieces, iceux deux quarréz ensemble sont egaux, au rectangle contenu deux fois de la toute & de ladicte piece, & au quarré de l'autre piece.

Le quarré conte  
na de la toute  
est B.H.L.O.  
de quarré de  
la piece  
L.N.S.Z.  
qui sont egaux  
au rectangle  
contenu deux  
fois de la toute  
sçavoir B.H.  
& L.C.  
& de l'autre piece  
qui est hors  
de la toute  
L.N.S.Z.

Soit la ligne droicte BH couppee comme on voudra en C : & sur BH soit fait le quarré BHOL : soit la ligne BF faicte egale à BC, & soit tirée CN parallele & egale à BL, & FI à BH. Soit encor fait le quarré NS de la ligne BC ou L.N. D'autant que les deux rectangles BH, & FZ qui sont compris de la toute BH (ou FS) & de la piece BC (ou BF, ou FG) ensemble le quarré IN fait de l'autre piece CH, composent & le quarré de la toute (c'est à sçavoir HL) & le quarré de ladicte piece BC (c'est à sçavoir NS) il est certain qu'ils sont egaux ausdits quarréz HL & NS, comme toutes les parties au tout.



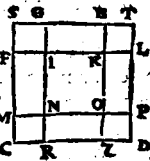
Il que  
dans l'en  
preuve il  
ne faut pen  
ser que  
trois lignes  
du quarré  
L.N.O.

PROPOSITION VIII.

Si vne ligne droicte est couppee comme on voudra, le rectangle contenu quatre fois de la toute, & d'une des pieces, avec le quarré de l'autre piece, est egal au quarré de la toute, & de ladicte piece.

C'est une  
des plus clai  
res & variées  
sçavoir  
le rectangle  
contenu  
quatre fois  
de la toute  
& de l'autre  
piece  
qui est hors  
de la toute  
L.N.S.Z.

Soit la ligne droicte SB couppee en G, & soit apposee la ligne BT egale à SG. Soit sur la composée ST fait le quarré STDC, & tirez GR, BZ paralleles & egales à SG. Soient aussi TL, DP egales à BT (c'est à dire SG) & tirez LF, PM paralleles & egales à ST. Il est evident que les quatre rectangles SK, BP, DN, & RF sont faits de la toute SB & de la piece SG, & que le quarré IKON est fait de l'autre piece GB, & composent le quarré fait de la toute & de l'apposee BT, laquelle BT est egale à l'une des pieces sçavoir SG. Il est donc evident que le quarré SD, fait sur la composée ST est egal à iceux quatre rectangles, & au quarré IO fait de l'autre piece GB.



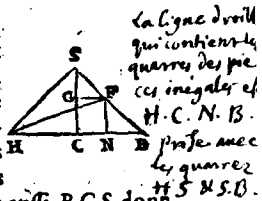
PROPO.

prendre pour un quarré le rectangle qui y sera contenu par quatre fois sera egal à la dite piece. un rectangle sans contenu quatre fois, sans quel quarré que ce soit.

## PROPOSITION IX.

Si vne ligne droite est couppee en deux pieces egales, & en deux pieces inegales : les quarréz des pieces inegales de la toute seront doubles aux quarréz de la moitié, & de la section entre-moyenne.

Soit la ligne droite  $HB$  couppee en deux egale-ment au point  $C$ , & inegale-ment au point  $N$ . Soit esleuee en angles droicts la ligne droite  $CS$ , & faicte egale a  $CH$ , & soient menees  $HS$  &  $BS$ . D'autant que les deux triangles  $HCS$  &  $BCS$  sont isosceles, ils ont les angles sur la base egaux. Or  $HCS$  est droit, comme aussi  $BCS$ , donc par la 32. du 1. l'angle  $CHS$  vaut vn demy droit, comme aussi  $HSC$ ,  $SBC$ , &  $BSC$ . Celuy-cy joint a  $HSC$  fera vn angle droit  $HSB$ . Soit aussi esleuee en angles droits  $NF$ , & du point  $F$  soit tiree  $FG$  parallele & egale a  $NC$ . Il est euident que  $NF$  est egale a  $NB$  (l'angle  $FNH$  estant droit, &  $NBF$  demy droit, comme aussi  $NFB$ ) par la 6. du premier. Semblablement  $FG$  est egale a  $GS$ . Soit tiree  $HF$ . D'autant que par la 47. du premier, les quarréz de  $HN$  &  $NB$  (ou  $NF$ ) sont egaux au quarré  $HF$ , & que cestuy-cy est egal aux quarréz de  $FS$  &  $SH$ , & que le quarré de  $SH$  est double au quarré de  $HC$ , & le quarré de  $SF$  double au quarré de  $GF$  (ou  $BN$ ) : il s'enfuit que les quarréz des deux pieces inegales  $HN$  &  $NB$  sont doubles aux quarréz de la moitié  $HC$ , & de la ligne entre les deux sections  $CN$ .



## PROPOSITION X.

Si vne ligne droite est couppee en deux pieces egales, & on luy adiouste directement quelque ligne droite : le quarré de la toute avec l'adioustee & le quarré de l'adioustee, sont doubles aux quarréz de la moitié, & de celle qui est faicte de la moitié & de l'adioustee, comme d'une.

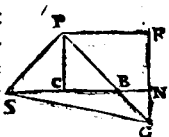
La ligne droite qui contient le quarré des pieces inegales est  $H.C.N.B.$  prise avec le quarré  $H.S.B.$  or les quarréz sur cette ligne sont doubles aux quarréz de la moitié  $H.C.$  & de la section  $C.N.$  qui est entre-moyenne.

mesurer la triangle  $HFN$  et vous trouuerez qu'il est equiualent a  $H.C.$  &  $C.N.$  ce sera l'adionstee. La moitié des quarréz de la toute  $H.S.B.$  y comprendra la toute  $H.B.$

Il y a a dans ces figures  
Angles, triangles &  
quadrilateres

# ELEMENTS D'EUCLIDE,

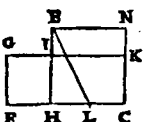
Soit la ligne droite SB couppee en deux  
egalement au point C, à laquelle soit dire-  
ctement apposee BN. Soit du point C esleuee  
en angles droits CP qui soit egale à CS. Soit  
aussy fait le rectangle CPFN, soient menées  
le SP; PB. Il est evident que l'angle SPB sera  
quarre de droit (estant composé de deux demy droits) comme en la prece-  
dente. Soit prolongee FN vers G, & PB vers G. Le triangle  
BNG est rectangle & isoscele, d'autant que l'angle PBC est de  
my droit par la construction, & egal à l'angle du sommet N B G,  
comme par consequent l'angle N G B est ausy demy droit (l'an-  
gle BNG estant egal à BNF, & par consequent droit) par la 13.  
Dont appert que FG est egale à FP. Soit finalement  
menée SG. D'autant que par la 47. du premier, le quarré de SG  
est egal aux quarez de SN & NG, (ou NB) & que ce mesme  
quarré SG est egal aux quarez de SP, & PG: & que le quarré  
de SP est double au quarré de la moitié SC, & le quarré de PG  
double au quarré de PF (c'est à dire CN, qui est la moitié avec  
l'apposee) il s'ensuit que le quarré de la toute & de l'apposee SN,  
avec le quarré de l'apposee BN (ou NG) est double aux quar-  
rez de la moitié SC, & de l'autre moitié avec l'apposee CN.



## PROPOSITION XI.

Couper une ligne droite donnée, tellement que le rectangle  
contenu de la toute & de l'une des pieces, soit egal  
au quarré fait de l'autre piece.

Soit la ligne droite proposée HB, sur la-  
quelle soit décrit vn quarré HBN C, soit  
couppee en deux egalement HC en L. soit me-  
née LB, & prolongee CH vers F, en sorte que  
LF soit egale à LB. Sur la ligne HF soit décrit  
le quarré HFGI, & soit menez GIK. D'autant  
que le rectangle compris de la toute & de l'apposee comme d'une  
ligne (c'est à sçavoir CF) & de l'apposee FH, ou FG (c'est  
à dire le rectangle FK) avec le quarré de la moitié HL, est egal  
au quarré de LF par la 6. de ce livre, c'est à dire de LB son egale,  
& que le quarré de LB est egal aux quarez de HB, HL: il  
s'ensuit (le commun HL estant osté) que le quarré de HB



estant couppee en deux egalement HC en L. soit menée LB, & prolongee CH vers F, en sorte que LF soit egale à LB. Sur la ligne HF soit décrit le quarré HFGI, & soit menez GIK. D'autant que le rectangle compris de la toute & de l'apposee comme d'une ligne (c'est à sçavoir CF) & de l'apposee FH, ou FG (c'est à dire le rectangle FK) avec le quarré de la moitié HL, est egal au quarré de LF par la 6. de ce livre, c'est à dire de LB son egale, & que le quarré de LB est egal aux quarez de HB, HL: il s'ensuit (le commun HL estant osté) que le quarré de HB

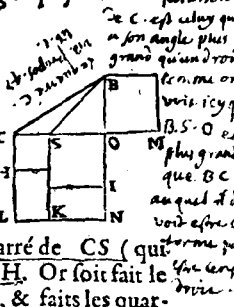
LIVRE SECOND.

est egal au rectangle FK, & desquels finalement, si le rectangle commun HK est osté, le rectangle IN demeurera egal au rectangle FI. La ligne HB est donc couppee, suiuit la proposition.

PROPOSITION XII.

Aux triangles ambligones, le quarré qui est fait du costé qui soustient l'angle obtus, est plus grand que les quarréz qui sont faits des costéz qui contiennent l'angle obtus, de la quantité du rectangle contenu deux fois de l'un des costéz, qui sont à l'entour de l'angle obtus, dessus lequel estant mené, tombe la perpendiculaire, & de la ligne prise dehors entre la perpendiculaire, & l'angle obtus.

Soit le triangle ambligone BCS, ayant l'angle S obtus. soit prolongé le costé CS vers O, & faicte la perpendiculaire BO. D'autant que le quarré de BC est egal aux quarréz BM & OL, & le quarré de BS egal aux quarréz BM & SI, par la 47. du premier. Il est evident que le quarré de BC n'excede le quarré de BS, (c'est à dire les quarréz BM & SI) ny le quarré de CS (qui est SH) que des deux rectangles IK, & KH. Or soit fait le quarré CONL, & tirée la perpendiculaire SK, & faits les quarréz SH & SI. Il est manifeste que IN est egale à CS, & HL à SO. Tellement que le rectangle IK est compris de lignes égales à CS, SO, comme aussi l'autre rectangle HK. Donc aux triangles ambligones, &c.

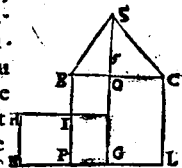


PROPOSITION XIII.

Aux triangles oxigones, le quarré du costé qui soustient l'angle pointu, est plus petit que les quarréz qui se font des costéz qui contiennent l'angle pointu de la quantité du rectangle contenu deux fois de l'un des costéz, qui sont à l'entour de l'angle pointu, auquel tombe la perpendiculaire, & de la ligne prise dedans entre la perpendiculaire & l'angle pointu.

# ELEMENTS D'EVCLIDE,

le carré  
qui con  
tient l'un  
gle par  
est plus  
grand  
que celuy  
qui le  
soutient  
les quarez  
de SO, & OB. Or le quarré de BC



ce qui est à dire BL est plus grand que le quarré de BO (c'est OI)  
du don du gnomon CGI. Et le quarré de SC est plus grand que le  
quarré de SO, du quarré de OC (c'est à dire FNHI. que nous  
posons estre descript sur IF egale à OC.) Mais le rectangle OL  
est compris de CL (ou BC) & de CO, qui est entre l'angle ai-  
gu C & la perpendiculaire. Et l'autre rectangle HG est de mes-  
me, estant GF egale à BO, & FN à FI: & FI à OC par la  
construction. Tellement que GN est egale à BC, & HN à OC.  
Le quarré donc de SB est plus petit que les quarez de BC &

et les rectan-  
gles de SC, des deux rectangles OL & GH.

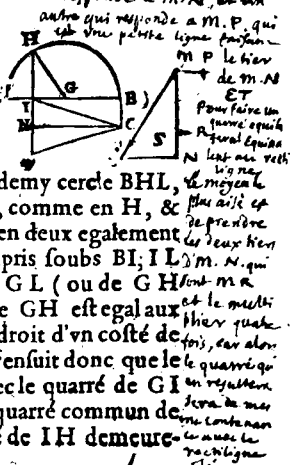
Si vous voulez avoir un Parallelogme  
dont l'un des quarrés soit d'egal au quarré  
du rectiligne. MN et le parallelogme  
entier responde a l'un des  
quarez de MN, et un  
rectiligne qui responde a M. P. qui  
est une petite ligne faisan  
M P le tiers  
de M. N  
ET  
pour faire un  
quarré equiva-  
lent au quarré  
de M. N. qui  
est le tiers  
de M. N.  
on le multi-  
pliera quatre  
fois, car alors  
le quarré qui  
en resulte sera  
de mesme con-  
tenu que le  
rectiligne

## PROPOSITION XIII.

Faire vn quarré egal à vn rectiligne donné.

Soit la figure rectiligne donnée S, à la-  
quelle soit fait dans vn angle droit donné  
vn parallelogramme rectangle egal par la 45.  
du premier, & soit iceluy rectangle BIN C.

Soit prolongée BI vers L, en sorte que IL  
soit egale à IN. soit coupée BL en deux  
egalement, cōme en G, & fait du centre G le demy cercle BHL,  
& prolongée NI iusques à la circonference, comme en H, &  
menée GH. D'autant que BL est coupée en deux egalement  
en G, & inegalement en I, le rectangle compris sous BI, IL  
avec le quarré de GI est egal au quarré de GL (ou de GH)  
son egale) par la 5. de ce liure. Mais le quarré de GH est egal aux  
quarez de GI, & IH (l'angle GIH estant droit d'un costé de  
la perpendiculaire HI, par la construction.) Il s'ensuit donc que le  
rectangle de BI, IL (c'est à dire BN) avec le quarré de GI  
est egal aux quarez de HI, & IG Mais le quarré commun de  
IG estant osté, le rectangle BN & le quarré de IH demeure-



ront egaux.  
comme on void icy le point G. desirer la moitié  
d'un cercle par le moyen de laquelle surface le triangle HLG & la  
perpendiculaire HI. soit en suite tirée l'arc qui a N le dis Trian-  
gle joint avec la perpendiculaire. auront leurs quarrés egaux a ceux du Recti-  
ligne. S.



## LE TROISIÈME LIVRE DES ÉLÉMENTS D'EUCLIDE.

### DEFINITION PREMIÈRE.

**L**es cercles égaux sont ceux desquels les diamètres sont égaux : ou desquels les lignes menées du centre sont égales.

2. Une ligne droite est dite toucher un cercle, laquelle touchant le cercle, si elle est prolongée, ne coupe point le cercle.

3. Les cercles sont dits se toucher ensemble, quand se touchans l'un l'autre ils ne se coupent point ensemble.

4. Les lignes droites en un cercle sont dites estre également distantes du centre, quand les perpendiculaires tirées du centre sur icelles sont égales. Mais celle se dit plus distante sur laquelle tombe la plus grande perpendiculaire.

5. Section de cercle est une figure comprise d'une ligne droite & de la circonférence du cercle.

6. Mais l'angle de la section est celui qui est compris d'une ligne droite & de la circonférence du cercle.

7. Mais un angle se dit estre en la section, celui compris de deux lignes droites menées des extrémités de la ligne droite coupante, & lesquelles concourent en un point qui est en la circonférence.

8. Mais quand les lignes droites comprenant l'angle, prennent quelque circonférence, en icelle est la grandeur de l'angle, qui se dit estre appuyé sur icelle.

9. Secteur de cercle est une figure contenue de deux

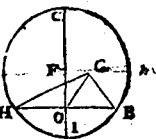
ELEMENTS D'EVLIDE,  
demy diametres faisans angle au centre, & d'une partie  
de circonference prise par iceux.

10. Semblables sections de cercle sont celles qui re-  
çoivent les angles egaux, ou bien esquelles les angles  
sont egaux entr'eux.

# PROPOSITION I.

Trouver le centre d'un cercle donné.

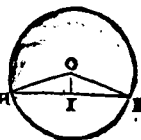
SOIT dans le cercle CHIB tirée une ligne  
contingente HB laquelle soit diuisée en  
deux également en O, duquel point soit tirée  
la perpendiculaire de costé & d'autre iusqu'à  
à la circonference comme CI, & icelle soit  
diuisée en deux également comme en F. Si  
le point F n'est le centre du cercle, soit supposé vn autre point  
G, & soient menées GH, GB, GO. Lors GB sera egale à GH,  
& l'angle H sera egal à l'angle B, & les deux triangles compris de  
lignes egales seront egaux & equiangles. L'angle donc GOB se-  
ra egal à l'angle GOH, & par consequent tous deux droits: il  
faudra donc que l'angle droit GOB soit moindre que l'angle  
droit FOB, & l'angle droit GOH plus grâd que le droit FOH.  
contre la 10. commune sentence: ce qui est absurde. Parquoy le cen-  
tre ne sera point hors la ligne CI. que si en icelle on suppose vn  
autre point, les lignes tirées d'iceluy à C & I seront inegales  
contre la 13. definition.



des parties l'une inferieure & l'autre superieure le centre sera au point de la section  
F. ou des parties seront inegales. **PROPOSITION II.**  
gales. Atqui salum hoc, ergo Centrum est.

Si en la circonference d'un cercle, l'on prend deux tels points  
qu'on voudra, la ligne droite menée de point  
à autre, tombera dedans le cercle.

SOIENT en une circonference de cercle deux  
points comme HB, & soit menée la ligne  
HB, & icelle coupée en deux également en I,  
& menée la perpendiculaire IO, & soit le point  
O le centre du cercle par la precedente. Soient aussi  
menées HO, OB qui seront egales. D'autant



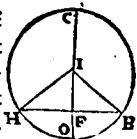
Il est impossible de faire une ligne droite qui soit dans l'enceinte d'une  
circonference qui ne tombe dans le cercle autrement elle ne seroit  
pas droite. Si enant menée d'un point de la circonference à une autre  
se trouve que la droite soit dans son tout et dans quelque partie dans cette

quel'angle  $OIB$  est droit, ~~il s'en suit~~ qu'il est plus grand que  ~~$OBI$ , ou  $TOB$ , & que~~ par conséquent la ligne  $OB$  est plus grande que  $OI$ . Dont est manifeste que la ligne  $HB$  est dans le cercle: car si elle estoit hors iceluy,  $OI$  seroit plus grand que  $OB$ , & si elle estoit en la mesme circonference, le mesme  $OB$  seroit egal à  $OI$  par la definition du cercle.

## PROPOSITION III.

Si au cercle quelque ligne droicte passant par le centre, coupe quelque ligne droicte ne passant pas par le centre, en deux egalemens: elle la coupera aussi à droits angles; & si elle la coupe à droits angles, elle la coupera aussi en deux egalemens.

A V cercle  $CHOB$  soit la ligne  $CO$  estendue par le centre  $I$  couppant en deux egalement  $HB$ , qui ne passe point par le centre, soient menées  $IH$ ,  $IB$ . D'autant que les deux triangles sont equiangles, il s'ensuiuit que les angles  $IFB$ , &  $IHF$  seront egaux, & par consequent droicts. Pour le second, soit  $HB$  coupée par  $CO$  en angles droicts. D'autant que les angles sur la base  $H$  &  $B$  sont egaux, &  $IFB$ ,  $IHF$  aussi egaux par l'hypothese, & les costez  $HI$ ,  $IB$  egaux, l'autre angle sera egal à l'autre angle, & les autres costez aux autres costez par la 26. du premier. Dont s'ensuit que  $HF$  est egal à  $FB$ .

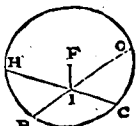


## PROPOSITION IIII.

Si au cercle deux lignes droictes se couppent ensemble n'estans pas menées par le centre: elles ne se couperont point ensemble en deux parties egales.

Propos.  
Clar. &  
Obser

Soient deux lignes  $HC$ ,  $BO$  au cercle  $HBCO$ , se couppant en  $I$ , & soit du centre  $F$  tirée  $FI$ . Si elles se couppent en deux egalement l'angle  $FIO$  sera droit par la precedente, & par consequent egal à  $FIB$ , & s'ensuiuroit aussi que l'angle droit  $FIB$  seroit egal à l'angle droit  $FIH$ . Ce qui ne peut



$HC$  &  $OB$  se couppent inegalement la partie  $OI$  de la ligne  $OB$  estant plus grand que  $IB$ . &  $HI$  que  $IC$ . Item l'angle  $FHO$  estant plus grand que son oppose  $FIB$  & par consequent inegal. Il est et tout au contraire quand les lignes se couppent dans le Centre. *Prop. 15. lib. 3.*

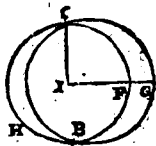
# ELEMENTS D'EUCLIDE,

estre, n'estant F I H que partie de F I B. Et quand mesme vne de ces lignes seroit couppee en deux egale-ment, il se demonstre-  
ra par mesmes raisons l'autre estre couppee inegale-ment. Telle-  
ment donc, si au cercle, &c.

## PROPOSITION V.

*si deux circonferences se couppent ensemble, elles n'auront pas vn mesme centre.*

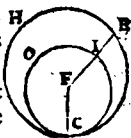
*probatio ab absurdo con-  
ario. Tolli-  
tur consequen-  
tiam ut  
liquum  
rum con-  
cludatur*  
S Oient deux circonferences se couppant en C & B. Si I est le centre des deux, soient menées I C, I F & I G: il s'ensuiura par la Definition du cercle, que les trois lignes I G, I F, I C seront egales ( c'est à sçauoir la plus grande à la plus petite ) ce qui ne peut estre contre la premiere commune sentence. Si donc deux circonferences, &c.



## PROPOSITION VI.

*si deux circonferences se touchent dedans, elles n'auront pas vn mesme centre.*

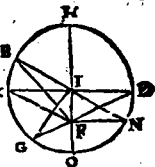
*ad am-  
rotatio-*  
S Oient deux circonferences H B C, O I C se H touchans au point C, si F est le centre des deux, soient menées F C, F I, & F B. Il s'ensuiura que les trois lignes F C, F I & F B seront egales, c'est à sçauoir la partie F I au tout F B: ce qui ne peut estre. Si donc deux circonferences, &c.



## PROPOSITION VII.

*si au diametre de cercle se prend quelque point qui ne soit pas le centre du cercle, & d'iceluy point tombent quelques lignes droictes en la circonference: la plus grande sera celle en laquelle est le centre, & la plus petite celle qui reste: Mais des autres tousiours la plus prochaine de celle qui est menée par le centre est plus grande que la plus loing. Et deux lignes droictes egales tant seulement tombent d'iceluy point au cercle, des deux parts de la plus petite.*

Soit le diamètre  $HO$ , le centre  $I$ , & quelque point au diamètre qui ne soit point le centre du cercle comme  $F$ . Duquel point  $F$  soient tirées plusieurs lignes à la circonférence, comme  $FB$ ,  $FC$ ,  $FG$ ,  $FO$ . Soient en apres tirez les demy diametres  $IB$ ,  $IC$ ,  $IG$ . d'autant que les deux costez  $BI$  &  $IF$  sont plus grands que  $FB$  par la 20. du 1. & que  $HF$  leur est egale,  $HF$  sera donc plus grande que  $BF$ , & semblablement plus grande que  $CF$ ,  $GF$ , &  $OF$ , & à toutes autres lignes qui pourront estre tirées de  $F$ , car elle sera tousiours egale aux deux costez du triangle. Et d'autant que  $BI$ ,  $IF$  sont egaux à  $CI$ ,  $IF$ , & que l'angle  $BIF$  est plus grand que l'angle  $CIF$ , la base  $BF$  sera plus grande que la base  $CF$ . Semblablement des autres. Et pource que le costé  $GI$  est moindre que les deux costez  $GF$ ,  $FI$ , & que  $OI$  est egale à  $GI$ , icelle  $OI$  sera donc moindre que les deux  $GF$ ,  $FI$ . La commune  $FI$  estant ostée, s'ensuiura  $FO$  estre plus petite que quelconque autre ligne tirée de  $F$  à la circonférence. La ligne donc qui passe par le centre est la plus grande, sçavoir  $FH$ , & l'autre restée plus petite, sçavoir  $FO$ . Des autres, celles qui sont plus proches du centre sont plus grandes que les plus esloignées. Pour le dernier, soit sur la ligne  $FI$  fait vn angle en  $I$  egal à  $GIF$ , & soit  $FIN$ , soit menée  $FN$  qui sera egale à  $FG$ . Il est euident qu'on ne pourra tirer du point  $F$  vne autre ligne à la circonférence de ceste mesure qui ne s'approche du centre, & qui ne soit par consequent plus grande, ou qui ne s'en esloigne, & soit plus petite que  $FN$  par la demonstration de la premiere & seconde partie de ceste proposition.



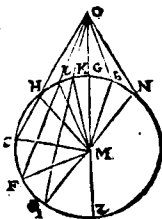
La verité de  
cette demon  
stration est  
clair  
Et pour ce  
qui est dit  
2 points de  
la proposition  
ces deux lignes  
droites, égales  
qui sont les  
seules qui ten  
nent du point  
F. en tant que  
gales les  
FH d'une part  
& FD. de  
l'autre.

## PROPOSITION VIII.

Si dehors le cercle se prend quelque point, & d'iceluy point en la circonférence se menent quelques lignes droictes, desquelles l'une passe par le centre, & les autres où l'on voudra des lignes droictes menées en la circonférence cause, la plus grãde est celle qui passe par le centre : Et des autres tousiours la plus pres de celle qui passe par le centre, est plus grande que la plus loin. Mais des lignes droictes tombans en la circonférence conuexe, celle est la plus petite qui est interposée entre le point & le diamètre : & des autres celle qui

*est plus pres de la plus petite, est toujours plus petite que celle qui en est plus loin. Et deux lignes droictes egales tant seulement tombent du mesme point à iceluy cercle des deux parts de la plus petite.*

**S**oit le point O donné hors le cercle, duquel soit tirée vne ligne par le centre iusques à la circonference caue O G M Z, soient aussi plusieurs autres lignes tirées du mesme point à la mesme circonference caue, comme OI, OF, O C, & autres lignes tirées du mesme point à la circonference conuexe, comme OH, OL, OK, O G. Soient menées MI, MF, MC, MH, ML, MK. D'autant que O Z est egale par le cercle aux deux OM, MI, elle sera donc plus grande que O I par la 20. du premier.



Dauantage, pource que OM, MI sont egales à OM, MF, & que l'angle OMI est plus grand que l'angle OMF, il s'ensuiura que la base OI sera plus grande que la base OF, ainsi des autres, la plus proche du centre sera plus grande que la plus esloignée.

Au surplus, d'autant que OK, KM, sont plus grandes que OM, soient ostées les egales MK, MG, il s'ensuiura que la partie exterieure de la ligne qui passe par le centre (sçauoir GO) sera plus courte que OK.

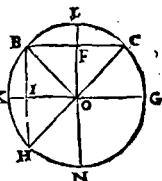
Semblablement elle se demonstrera moindre que OL, OH. Et pource qu'au triangle OLM deux lignes droictes prouiennent des extremitéz de l'un des costez OM, & se joignent en vn point dans le triangle, icelles seront moindres que les autres par la 21. du premier. Or MK est egale à ML. La ligne donc OK sera moindre que OL: c'est à sçauoir, toujours la plus proche de OG sera plus courte que la plus esloignée. Pour le dernier, soit sur OM & au point M fait vn angle egal à OMK: c'est à sçauoir OMB, soit jointe OB. Les deux costez OM, MB sont egaux aux deux costez OM, MK, & l'angle egal à l'angle, la base donc OB sera egale à OK de chacun costé de ZO: & ne se pourra donner aucune autre egale: car la plus esloignée sera plus grande, & la plus proche plus courte, comme il a esté démontré.

*celles qui tombent de dehors dans la circonference comme O.N.M.I.*

## PROPOSITION IX.

*Si on prend quelque point au cercle, & d'iceluy point en la circonference tombent plus de deux lignes droictes egales, le point pris est le centre d'iceluy cercle.*

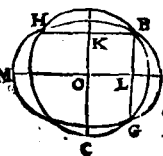
Soit pris vn point O dans le cercle N K L G duquel trois lignes O H, O B, O C, tirées à la circonference soient egales. Soit menée B C, & couppee en F en deux egaleement, & K soit aussi menée F O N. D'autant que les deux triangles O F B, & O F C sont equiangles & rectangles, la ligne N F est en angles droits sur B C: en icelle N F sera donc le centre du cercle par la 3. de ce liure. Semblablement B H couppee en deux egaleement en I, & tirée I O G, se demonstrera en celle-cy estre le centre du cercle, puis donc que la section O est commune à F N, & I G, il s'ensuiura que O sera le centre du cercle.



## PROPOSITION X.

*Vne circonference ne coupe point vne autre circonference en plus de deux points.*

Si deux circonférences se couppent en trois points, comme en H, B, G, soient menées les lignes droictes H B, B G, & icelles couppees en deux egaleement en K & L: soient de K & L menées en angles droits deux lignes droites K C, L M. Il est euident que la commune section O sera le centre des deux circonférences: ce qui ne peut estre contre la 5. proposition de ce liure. Si donc vne circonference, &c.



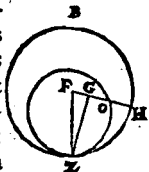
la verité de  
Celle propo-  
sition est  
claire qu'  
est l'oscurité  
de la vouloir  
prouuer

## PROPOSITION XI.

*Si deux circonférences se touchent l'une l'autre dedans, & l'on prend les centres d'icelles: ayant mené vne ligne droictte à iceux centres & produite, elle passera par l'atouchement des circonférences.*

ELEMENTS D'EVCLIDE,

*Cette proposition est aussi claire que la précédente.*  
**S**Oient deux circonferences se touchans intérieurement au point Z; soit le centre de la plus grande F, & menée ZF. Si le centre de la plus petite est hors ZF, posons estre en G, & soit menée FGOH, lors GO, & GZ seront égales: ZG & GF seront donc égales à OG & GF. Mais ZG, GF sont plus grands que ZF, la ligne OF sera donc plus grande que FZ. Ce qui est faux, n'estant FO que partie de FH, laquelle FH est égale à FZ procédant d'un mesme centre F, & tombant sur vne mesme circonference ZHB, par la construction. Si donc deux circonferences, &c.

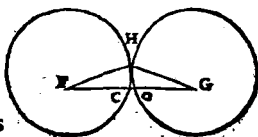


PROPOSITION XII.

*Si deux circonferences se touchent l'une l'autre dehors, en menant vne ligne droite depuis les centres d'iceux, elle passera par iceluy attouchemens.*

*Cette proposition est aussi claire que la précédente.*

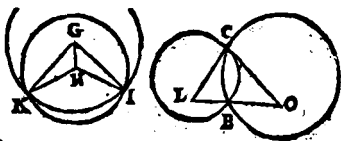
**S**Oient deux circonferences se touchant extérieurement en H; si la ligne droite qui conjoint leurs centres ne passe par H, soit icelle FCOG, & menées FH, & GH: ces deux sont plus grandes que FG. Mais F & G sont les centres, FH & FC seront donc égales, comme aussi GH, GO. Il s'ensuivra donc que FC & GO seront plus grande que la toute FG. Ce qui est notoirement faux ( icelles estant moindres du residu CO. ) Si donc deux circonferences, &c.



PROPOSITION XIII.

*Vne circonference ne touche point vne circonference en plus de points qu'un, soit qu'elle la touche dehors ou dedans.*

**S**Oient deux circonferences se touchans au dehors en deux points C, B (s'il est possible) si leurs centres sont L, O, la ligne droite LO passera par l'attouchement C,



elle passera aussi par B, par la précédente : tellement que LCO ne sera qu'une ligne droite égale à LO contre la 20. du 1. & par ainsi de point à autre sur un plan seroient menées deux lignes droites (ce qui ne se peut faire contre la quatrième définition, & contre la description de la ligne droite qui est la plus courte, tirée de point à autre.) Si les deux circonférences se touchent par dedans en deux points K, I. Icelles n'auront point un même centre par la cinquième de ce livre. Soient donc les centres G, H, & menée GH, laquelle prolongée tombera au point de l'atouchement K par la 11. de ce livre. Soit aussi tirée GI, laquelle sera égale à GK, & HI sera égale à HK, procédant d'un même centre. Or GH, HK sont égales à GI, HI. Il s'ensuivra donc que celles-cy seront égales à GI, contre la 20. proposition du premier. Tellement donc qu'une circonférence ne touche point une circonférence, &c.

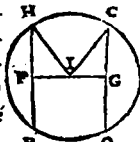
la seule venue de ou une la vent de cette pro position fait de ux (cercles qui se touchent ou de hors ou dedans ils ne toucheront point d'un frs. car l'un ne sera a moins qu'ils ne se touchent. Or icy

PROPOSITION XIII.

En une circonférence les lignes droites égales, sont également distantes du centre, & celles qui sont également distantes du centre sont égales entr'elles.

on ne propose pas que deux circonférences se coupent mais simplement qu'elles se touchent.

Soient en la circonférence BHCO deux lignes égales HB, CO, & le centre de la circonférence I, auquel soient tirées les perpendiculaires IG, IF sur chacune : icelles HB, CO seront coupées en deux également, comme il a été montré. Soient aussi menées IH, IC qui seront égales. Or par la 47. du premier les quarrés de IC, IH sont égaux aux quarrés de HF, FI, & de CG, GI. Les deux égaux CG, & HF estans ostez resteront les quarrés de IG, & IF égaux, & par conséquent auront leurs costez IF, IG égaux. Il s'ensuit donc par la 4. définition de ce livre, que HB, CO sont également distantes du centre.



Voilà la proposition IX. qui a quelque rapport à celle-ci.

PROPOSITION XV.

Au cercle la plus grande ligne est le diamètre : mais des autres toujours la plus pres du centre, est plus grande que la plus esloignée.

ELEMENS D'EVCLIDE,

PROPOSITION XVI.

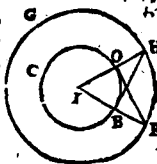
**L**a ligne droicte menée à droits angles à l'extremité du diametre de quelque cercle, tombera dehors iceluy cercle, & au lieu contenu entre icelle ligne droicte, & la circonference ne tombera pas vne autre ligne droicte, & l'angle du demy cercle est plus grand que tout angle rectiligne aigu; & celuy qui reste plus petit.

grande que OH. Or elle a esté dicté plus grande ( ce qui ne peut estre. ) Il ne tombera donc aucune ligne droicte entre FH & la circonference. De là s'ensuivra que l'angle ( si ainsi se doit appeller ) compris par la circonference, & par le diametre sera plus grand ou plus ouuert qu'aucun angle rectiligne aigu: & que l'angle entre la circonference & la ligne de l'attouchement FH sera moindre. On peut de cecy recueillir que la ligne droicte FHN touche le cercle en vn seul point.

PROPOSITION XVII.

Du point donné mener vne ligne droicte, qui touche le cercle donné.

Soit le point donné H, le cercle donné BOC, du centre I soit tirée IH coupant la circonference en O. soit décrit vn cercle du centre I, & de l'interuallle IH comme HGF: & du point O soit menée en angles droitz OF iusques à la circonference, & soit jointe IF, BH. D'autant que les deux costez HI, IB sont egaux aux deux costez FI, IO, & l'angle I commun, la base HB sera egale à la base FO par la 4. du premier, & les autres angles aux H. F. & les autres angles, scauoir IOF à IBH. Mais IOF est droit, & la ligne OF touche le cercle donné au point O par ce qui resulte de la précédente. Dont s'ensuit que l'angle HBI sera droit, & la ligne droicte HB touchera le cercle donné suiuant la proposition.

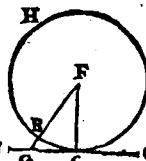


Noy la Cinquième propos. du 1. liure

PROPOSITION XVIII.

Vne ligne droicte touche vn cercle, & du centre à l'attouchement est menée vne ligne droicte, la menée sera perpendiculaire à l'attouchante.

Soit la ligne droicte NO touchant le cercle au point C du centre F soit tirée FC, si FCN n'est angle droit, soit tirée vne autre ligne en angles droitz sur NO comme FG. D'autant que FGC est droit, il s'ensuivra que la ligne FC subtendante sera plus grande que FG par la 19. du premier, mais elle est plus petite de re-



F. C est la seule ligne perpendiculaire qu'on peut mener à l'attouchante. Or si le centre voy ne pouuoit tirer aucune autre ligne en angle droit que FC.

# ELEMENTS D'EVCLIDE,

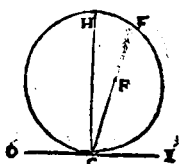
si du BG (estant seulement egale à FB) il ne se pourra donc tirer du centre aucune autre ligne en angles droits sur NO que FC, sur le point de l'atouchement C.

## PROPOSITION XIX.

Si une ligne droite touche un cercle, & on mene de l'atouchement une ligne droite à droits angles sur la touchante, le centre du cercle sera en la menée.

la proposition est claire & l'explication n'est pas obscure voy la propos. 14 du 1. livre F. C. I. nest point icy egal à H. C. O. car c'est dans l'impossible la dit. propos.

Soit la ligne droite OI, touchant le cercle en C, & du point C soit eslevée en angles droits CH. Si le centre du cercle n'est en la ligne CH, soit s'il est possible en F, & soit tirée FC, celle-cy sera en angles droits sur OI par la precedente: FCI sera donc droit. Mais il est moindre que l'angle HCI qui a esté fait droit (ce qui est possible) le centre du cercle ne sera donc point hors la ligne HC.



et ainsi il ne peut estre un seul egal à l'angle droit H. C. O.

## PROPOSITION XX.

Au cercle l'angle du centre est double à l'angle qui est en la circonférence, quant iceux angles ont pour base une mesme circonférence.

l'angle de la circonférence est H. I qui par le moyen de la ligne diamétre fait un triangle isocèle & par conséquent le double de l'angle qui prend de la base du diamétre & le point du centre est le BFC qui est le double plus les angles que H. I.

Soit sur la base circulaire BC l'angle au centre BIC, & l'angle en la circonférence BHC, & soit menée HF: le triangle HIB sera isocèle, & l'angle extérieur BIF est égal aux angles HBI & BHI, par la 32. du premier: l'angle BIF sera donc double à BHI. Semblablement se démontrera de l'angle HIC. Mais



si le centre est hors des lignes, comme pour exemple de l'angle BOC, soit tirée OI. L'angle extérieur NIC est égal aux intérieurs IOC, & ICO, & par conséquent double à IOC. Comme aussi NIB est égal à NOB & IOB, & par conséquent double à IOB. Si donc le double NIB est osté du double NIC, & le simple IOB du simple IOC, le restant BIC sera double au restant BOC. De cory résulte que si la base subtendante

est & le point du centre est le BFC qui est le double plus les angles que H. I. voy la prop. VIII. La raison de cette proposition est les lignes qui sont tirées par le centre vers la circonférence & sont toutes égales sur la diamétre de ce qu'elle fait avec les autres

les angles excède la moitié de la circonference, elle se pourra diuifier en plusieurs pieces pour faire plusieurs angles au centre qui se demonstrenteront doubles à ceux de la circonference.

PROPOSITION XXI.

Au cercle les angles qui sont en vne mesme section, sont egaux entr'eux.

Soit la section du cercle BCO fermée de la ligne droite BO, & les angles sur icelle BHO & BIO. Soit le centre du cercle F, & menée FB, FO. D'autant que par la precedente l'angle BHO est la moitié de l'angle BFO, comme aussi BIO est la moitié du mesme BFO, il s'ensuiura par la 7. commune sentence, qu'iceux angles BHO & BIO seront egaux.

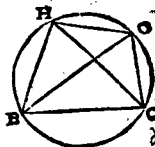


B H O & B I O  
Ayant mesme  
hauteur et  
me base qui  
la section per  
e gaux  
l'angle  
B. F. O  
peut être la section  
& par consequent  
est egal à B. H  
B. I. O. qui  
la mesme section

PROPOSITION XXII.

Les angles opposez des figures de quatre costez descrites pour base que aux cercles, sont egaux à deux droits.

Soit au cercle le quadrilatere HBCO, & menées les lignes HC, OB les angles HBO & HCO sont egaux, & OBC & OHC estans sur mesmes sections par la precedente: tout l'angle donc HBC fera egal aux deux angles CHO & OCH. Tellement que tout l'angle HOC, & l'angle HBC ensemble seront egaux à deux droits par la 32. du 1. Semblablement se demonstrent les angles BHO & BCO egaux à deux droits.

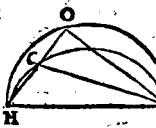


Le triangle  
HBO est  
clair  
dans ce que  
l'imparfait  
dans ce centre  
malgré  
pas si bien voir la  
proposition  
de ce 3. liv

PROPOSITION XXIII.

Deffus vne mesme ligne droite, deux sections de cercles semblables & inegales ne se mettront pas d'une mesme part.

Soit la ligne droite HB sur laquelle s'il est possible soient d'une mesme part menées deux sections de cercles semblables & inegales comme HCB & HOB. Soit tirée la ligne droite HC iusques à O, & les lignes droites HB, BO. D'autant que les sections sont sem-



Les deux  
sections  
E. B &  
B. I. O B

Elles sont  
D. Il est certain que  
ce sont mesme ligne  
E. B. & O. B ne  
pas plus grande que l'autre

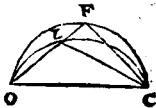
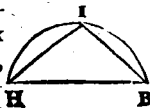
2. ineq. blables & inegales, l'angle HCB sera egal à l'angle HOB par la  
tant. 10. definition de ce liure (c'est à dire l'exterieur à l'interieur contre la  
qual'une 16. du premier) sur une mesme ligne, donc, &c.

de la ligne droite H. O. au point

PROPOSITION XXIII.

Les semblables sections de cercles dessus lignes droictes  
egales, sont egales entr'elles.

Soient sur deux lignes droi-  
ctes egales HB, OC deux  
sections de cercles egales,  
sçavoir HIB & OFC, les an-  
gles HIB & OFC seront

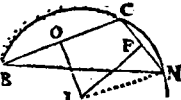


egaux par la 21. de ce liure. Et soit, si faire se peut, vne autre section  
sur OC comme OLC semblable, mais inegale à B I H. Soit  
menée CL au point L où la circonference est couppee par le li-  
gne droict O F. D'autant que les sections sont semblables, l'an-  
gle OLC sera egal à l'angle HIB, & par consequent à OFC  
l'on egal, c'est à dire l'exterieur à l'interieur opposé contre la 16. du  
premier. Les sections donc sur lignes egales, &c.

PROPOSITION XXV.

Ayant donné la section du cercle, descrire le cercle  
duquel elle est la section.

Soit la section de cercle donnée BCN,  
en laquelle soient menées cōme on vou-  
dra deux lignes droictes non paralleles  
comme BC, CN, lesquelles soient couppees  
en deux egalelement comme en O, F, & soient

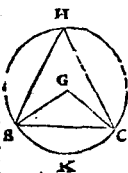


tirées les perpendiculaires OI, FI, il s'ensuiura (comme on peut  
recueillir de la premiere de ce liure) que le centre du cercle sera  
Es deux perpendiculaires, c'est à sçavoir au point commun I. Tel-  
lement donc que du centre I, & de l'interval I N on pourra  
parfaire le cercle duquel BCN est la section donnée.

PROPOSITION XXVI.

Aux cercles egaux, les angles egaux s'appuyent dessus les cir-  
conferences egales, soit qu'ils s'appuyent estans constituez  
aux centres, ou aux circonferences.

Soient deux cercles egaux HBC, SOID, & les angles du centre BGC, IND egaux, comme aussi ceux de la circonference BHC, IOD, les lignes BG, GC sont egales aux lignes IN, ND qui comprennent angles egaux: la ligne droite donc BC sera egale à la ligne droite ID, c'est à dire la base entre elles à la base par la 4. du 1. Or d'autant que les angles H & O sont remarques egaux estans moitez des angles du centre G, N, par la 20. de ce li-ure. les sections des cercles seront semblables par la 10. definition de ce liure, c'est à sçavoir BHC, & DOI. Mais les sections BHC, & DOI, sur les lignes droictes egales BC, ID, seront egales par la 24. de ce liure. Les sections donc restées comme aussi les circonférences BKC, & DLI seront egales.



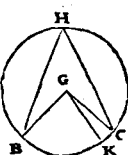
La verité de cette proposition depend de la 1. commune senten-  
ce des choses  
egales a une  
sont egales

voy la proposition. 21.

PROPOSITION XXVII.

Aux cercles egaux, les angles qui s'appuyent dessus les circonférences egales, sont egaux entre eux, soit qu'ils s'appuyent estans consitueZ aux centres, ou aux circonférences.

Soit aux deux cercles egaux SHBC, FON & sur deux circonférences egales BC, NF les angles de la circonference H & O. Premièrement si l'angle I n'est egal à l'angle BGC, qu'il soit estimé moindre, & sur la ligne BG, & au point G soit décrit un angle egal à I, comme BGK par la 23. du 1. La circonference donc BK sera egale à la circonference NF par la precedente. Mais par l'hypothèse BC est aussi egale à NF. La plus courte donc BK sera egale à la plus grande BC: ce qui est absurde & faux. Les angles donc du centre BGC, NIF ne sont point inegaux. Et partant les angles H, & O qui sont moitez des angles du centre seront aussi egaux par la 7. commune sentence.



Cette proposition est une consequence tirée de la precedente. Si deux Angles egaux passent vers d'autres bien faites.

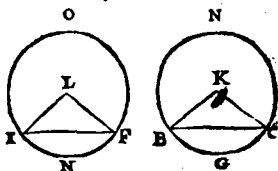
PROPOSITION XXVIII.

Aux cercles egaux, les lignes droictes egales, prennent les circonférences egales, la plus grande à la plus grande, & la plus petite à la plus petite.

Cette proposition est une consequence tirée de la precedente. Si deux Angles egaux passent vers d'autres bien faites.

# ELEMENTS D'EUCLIDE,

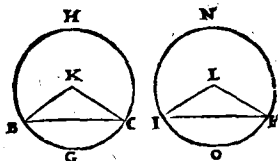
Soient en cercles égaux deux lignes droictes égales  $IF, BC$ : soient les centres d'iceux  $L, K$  & menées  $IL, LF, BK, KC$ : les deux triangles  $ILF, BKC$  seront égaux & equiangles par la 8. du 1. L'angle  $L$  sera donc égal à l'angle  $K$ , & consisteront iceux en circonferences égales par la 26. de ce liure, c'est à sçavoir en  $IOE$ , &  $BHC$  plus grandes: par ainsi les restes, c'est à sçavoir  $INE$ , &  $BGC$  plus petites seront égales par la 3. commune sentence, estans les deux cercles égaux par l'hypothese.



## PROPOSITION XXIX.

Aux cercles égaux, les circonferences égales sont prises de lignes droictes égales.

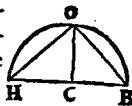
*Cette proposition est la même que la précédente*  
Soient en cercles égaux & en circonferences égales deux lignes droictes subtrédues, comme  $BC, IF$ . Soient les centres des cercles  $K$  &  $L$ , & menées  $BK, KC, IL, LF$ . D'autant que les circonferences  $BHC$  &  $FNI$  sont posées égales, les restes  $BGC$ , &  $FOI$  seront aussi égales: les angles  $K$  &  $L$  seront donc égaux par la 27. de ce liure. Et par la 4. du premier, la base sera égale à la base (c'est à sçavoir la ligne droictte  $BC$  à la ligne droictte  $IF$ .)



## PROPOSITION XXX.

Couper vne circonference en deux également.

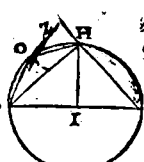
*Cette proposition est la même que la précédente*  
Soit la circonference donnée  $HO B$ . & soit menée la subtendante  $HB$ , sur laquelle estant coupée en deux également au point  $C$ , & sur le mesme point  $C$  soit esleuée  $CO$  en angles droits & jointes les lignes droictes  $HO, OB$ . D'autant que les costez  $HC, CO$  sont égaux aux deux costez  $BC, CO$ , & comprennent angles égaux, la base  $HO$  sera égale à la base  $BO$ , lesquelles bases comprendront circonferences égales, c'est à sçavoir l'arc  $HO$ , & l'arc  $OB$  le plus petit au plus petit par la 28. de ce liure. Pour auoir si vne ligne droite coupe également vne circonference, est si elle se trouue faire des angles droits ou equiangles ayans mesme base.



## PROPOSITION XXXI.

*Au cercle, l'angle qui est au demy cercle est droit : & celui qui est en la plus grande section est plus petit qu'un droit : mais celui qui est en la plus petite section, est plus grand qu'un droit. Et d'avantage l'angle de la plus grande section, est bien plus grand qu'un droit : mais l'angle de la plus petite section est plus petit qu'un droit.*

**A**V cercle  $HOBC$  duquelle centre  $I$  soit l'angle  $CHB$  dans le demy cercle. Soit mené le diametre  $BIC$ . & en la plus grande section soit l'angle  $HCB$ , & en la moindre soit l'angle  $HOB$ . L'angle mixte de la plus grande section soit compris de la ligne droite  $BH$  & de l'arc  $HC$ , & l'angle mixte de la moindre soit compris de la mesme  $BH$  & de l'arc  $HO$ . Soit prolongée la ligne droite  $CH$  en  $Z$  & menée  $IH$ . D'autant que les angles  $ICH$ ,  $IHC$  sont egaux, comme aussi  $IBH$ ,  $BHI$ , tout l'angle  $BHC$  sera egal aux angles  $HBI$ ,  $HCI$  : & à ces deux-cy est egal l'angle extérieur  $ZHB$  par la 32. du 1. Il s'ensuivra donc que les angles  $ZHB$ , &  $BHC$  seront egaux, & par consequent : droits par la 10. definition du 1. & par la 13. proposition. L'angle donc qui est au demy cercle est droit.



Pour le second l'angle de la plus grande section, sçavoir  $HCB$  l'arc, si l'on a esté moindre qu'un droit : mais aux figures quadrilateres des. voutes que crites en un cercle, les angles opposez sont egaux à deux droits L'angle de la section la plus grande, comprise l'arc  $H.C.$  droit sera plus grand que le droit : & l'angle mixte de la plus petite section  $BHO$  moindre que  $ZHB$  qui a esté montré droit.  $B.H.I.$  sera plus petit que l'angle droit  $H.C.I.$  au arc, mais si vous ne prenez pas l'arc  $H.C.$  mais l'arc  $B.H.I.$  l'angle sera plus grand que le droit.

## PROPOSITION XXXII.

*Si quelque ligne droite touche le cercle, & de l'atouchement on mene quelque ligne droite couppant le cercle: les angles si vous ne qu'elle fait à la touchante, sont egaux à ceux qui consistent aux sections alternes du cercle.*

D iij

L'arc au cercle rectifié ligne  $H.P.C.$  ne l'est pas que de l'arc  $B.H.I.$  l'angle sera plus grand que le droit. L'angle droit  $H.C.I.$  sans arc raison de même sur la petite.

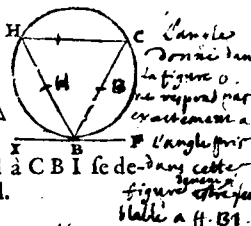
sur une petite ligne

25

PROPOSITION XXXIII.

*Couper la section du cercle donné, prenant vn angle égal à vn angle rectiligne donné.*

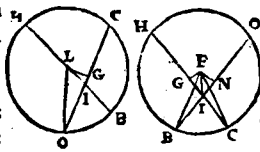
Soit le cercle donné HBC, & l'angle donné O, & la ligne touchant le cercle IF au point B par la 17. de ce livre. sur la ligne IB au point B soit décrit l'angle HBI égal à O: iceluy mesme sera égal à l'angle de la section plus grande HCB, c'est à sçavoir à l'angle rectiligne C par la 32. de ce livre. De mesme si l'angle donné est égal à CBI se démontrera l'angle de la section CB luy estre égal.



PROPOSITION XXXV.

*Si au cercle deux lignes droictes se coupent l'une l'autre, le rectangle contenu des deux pieces de l'une, est égal au rectangle contenu des deux pieces de l'autre.*

Soient deux lignes droictes en vn cercle HC, OB se coupant en I. Soit du centre F tirées les perpendiculaires FG, FN, & menées les lignes droictes FB, FC, FI. D'autant que les lignes FG, & FN coupent les lignes HC & OB également par la 3. de ce livre, & FI les coupent inégalement, le rectangle compris de HI, IC avec le carré de IG sera égal au carré de GC. Or pource que par la 47. du premier, les quarrés de CG & GF sont égaux au carré de FC, il s'ensuivra que le rectangle sous HI, IC ensemble les quarrés de GI & GF (c'est à dire le carré de FI) seront égaux au carré de FC. Ainsi se démontrera que le rectangle sous OI, IB avec le carré de FI sera égal au carré de FB. Si donc le commun FI est osté, il s'ensuivra le rectangle des pieces de l'une estre égal au rectangle des lignes de l'autre. Secondement si l'une des pieces seulement est coupée inégalement en angles droits,



icelle sera le diamètre du cercle. Et comme on peut recueillir par la dernière du second, le rectangle compris des pieces inégales sera égal au carré de la moitié de l'autre qui est coupée également. Et si le diamètre du cercle.

D iiii

seront égaux  
et claire  
quarrés  
de même  
de l'autre  
O. B. I. C. &  
la première  
des angles  
de l'autre

ELEMENS D'EVCLIDE,

pour ce qui  
de l'autre  
une don  
centre es  
Jusques  
une que  
ne celuy  
ni expliqué  
voudroir  
éclaire  
de ce theoreme  
à lignes inégales qui se  
apportent inégalement  
de fait  
à observer sans  
rien prouver

diametre & l'autre ligne se couppent inegalement comme H B,  
CO au point I, le rectagle de H I, I B avec le quarré de IL sera  
egal au quarré de LB ou LO. Es le rectangle de CI, IO avec  
le quarré de IG sera egal au quarré de GO. Mais les quarez de  
LG, GI sont egaux au quarré de LI. Il s'ensuiura donc que le  
rectangle de CI, IO avec le quarré de LI sera egal aux quarez  
de GO, GL, c'est à dire au quarré de la ligne LO egale à LB.  
Si donc le quarré commun de LI est osté, les deux rectangles  
de HI, IB, & de CI, IO demeureront egaux.

PROPOSITION XXXVI.

si dehors le cercle l'on prend quelque point, & d'iceluy au cer-  
cle tombent deux lignes droictes, l'une desquelles coupe le  
cercle, & l'autre le touche: Le rectangle contenu de toute  
la coupante & de sa partie dehors prise entre le point &  
la circonference convexe, est egal au quarré qui est descript  
de la touchante.

Soit pris hors le cercle vn point comme O duquel  
procedent deux lignes droictes, l'une qui touche  
le cercle OB, & l'autre qui le coupe premieremet  
par le centre comme OLC. D'autant que par la 6.  
le rectangle compris de la toute avec l'ap-  
posée, sçauoir OC & de l'apposée OI, avec le quarré  
de la moitié LI (ou LB son egale) est egal au  
quarré de la moitié & de l'apposée cōme d'une, sçauoir LO, &  
que les quarez de OB & de BL sont egaux au quarré de la  
mesme OL: il s'ensuiura le commun BL ou LI estant osté  
que le quarré de BO sera egal au rectangle de CO, OI.



Pour le second, si la ligne ne coupe le cercle par le centre cō-  
me OGH, à laquelle soit du centre tirée vne perpendiculaire  
entre le point Z. Il est euident que HG sera couppée également, & soit me-  
t la circonférence LI. D'autant que par la 6. du 2. le rectangle sous HO, OG  
avec le quarré de GZ est egal au quarré de OZ, leur soit ad-  
iousté vn quarré commun ZL. Lors le contenu sous HO, OG  
avec les quarez de GZ, ZL (c'est à dire le quarré de GL)  
sera egal aux quarez de OZ & de ZL (c'est à dire au quarré de  
OL.) Mais les quarez de OB & de BL sont egaux au mesme  
quarré de OL. Il s'ensuiura donc que les quarez de OB, & de  
BL sont egaux au rectangle de CO, OI. L'on voit ainsi que  
OGH. OG. est egal à l'angle BOL ou à la ligne BL prise entre  
le point O. Si ce soit vn triangle equilateral ou à l'angle

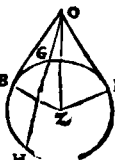
BL seront egaux au rectangle de HO, OG & au quarré de OL.  
GL, ou BL. Le commun donc estant osté resteront le quarré  
de OB, & le rectangle de HO, OG egaux.

a O.B.Z. luy  
recondem encore  
Scoutable 40

PROPOSITION XXXVII.

Si dehors le cercle l'on prend quelque point, & d'iceluy point on tombèr deux lignes droites au cercle, desquelles l'une coupe le cercle, & l'autre se repose: & soit le rectangle contenu de toute la coupante, & de la piece prise entre le point & la circonference convexe egal au quarré descrit de celle qui se repose, celle qui se repose touchera le cercle.

Soit O le point hors le cercle, duquel point pro-  
cedent deux lignes droictes, dont l'une le coup-  
pe comme O G H, & l'autre tombe seulement sus  
iceluy comme O B. Soit pris le centre Z, & me-  
nées les lignes droictes Z B, Z O, & du point O  
soit menée la ligne droicte O L qui touche seule-  
ment le cercle par la 17. de ce liure, & soit menée la  
droicte Z L. D'autant que par l'hypothese le rectangle compris  
sous H O, O G est egal au quarré de O B, & que par la prece-  
dente le mesme rectangle est egal au quarré de O L, icelles O B,  
O L seront egales. Et pour ce que les deux costez O B, B Z sont  
egaux aux deux costez O L, L Z & que la base est commune,  
l'angle O B Z sera egal a l'angle droict O L Z par la 8. du 1. li. &  
se ra par consequent droit, & pourtant la ligne droicte O B tom-  
bera en angles droicts sur l'extremité du diametre, & touchera  
seulement le cercle comme on peut recueillir par la 16. de ce liure.



FIN DU TROISIEME LIVRE.

rax la ~~part~~ du l.  
 ou vous pour  
 les unir que bafes  
 Inegales recompose  
 des Corbes Inegales  
 & qu'ainfi pas une  
 ligne Compante le angle  
 sont rendu droing.



## LE QVATRIESME LIVRE DES ELEMENS D'EVCLIDE.

### DEFINITION PREMIERE.

 **V**NE figure rectiligne se dit estre inscrite en vne figure rectiligne, quand vn chacun des angles de la figure inscrite touche vn chacun costé de la figure en laquelle elle est inscrite.

 2. Semblablement aussi la figure se dit estre circonscripte à la figure, quand vn chacun costé de la circonscripte touche vn chacun angle de l'inscrite.

 3. La figure rectiligne se dit estre inscrite au cercle, quand vn chacun angle de la figure inscrite touche la circonference du cercle.

 4. Mais la figure rectiligne se dit estre circonscripte au cercle, quand vn chacun des costez de la figure circonscripte touche la circonference du cercle.

 5. Semblablement aussi le cercle se dit estre inscrit en vne figure rectiligne, quand la circonference du cercle touche vn chacun costé de la figure en laquelle il est inscrit.

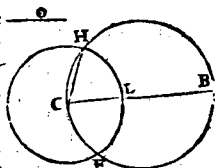
 6. Mais le cercle se dit estre circonscript à vne figure, quand la circonference du cercle touche vn chacun des angles de la figure à l'entour de laquelle il est descript.

 7. Vne ligne droicte se dit estre accommodée ou enfermée au cercle, quand les extremittez d'icelle sont en la circonference du cercle.

## PROPOSITION I.

*Au cercle donné, accommoder vne ligne droicte egale à vne ligne droicte donnée, qui ne soit pas plus grande que le diametre du cercle.*

Soit le cercle donné CHBF & la ligne droicte donnée O moindre que le diametre du cercle CB. de la ligne CB soit ostée vne ligne egale à O par la 3. du 1. liure, & soit CL du centre C à la distance CL soit d'escript vn cercle qui coupera le cercle donné cōme au point H: soit menée la ligne droicte CH. d'autant que celle-cy est egale à CL, & CL egale à la mesme O par l'hypothese. Il s'ensuiura que O sera egale à CH, laquelle CH est par ce moyen accommodée au cercle donné. Que si la ligne donnée est egale au diametre du cercle donné, nous auons ce qui est requis.

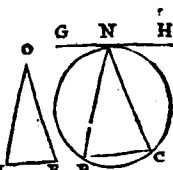


May la 1<sup>re</sup> propos. du 1. liure & la 22 du mesme

## PROPOSITION II.

*Dans vn cercle donné, descrire vn triangle equiangle au triangle donné.*

Soit le cercle donné NBC & le triangle donné OLF. soit menée la ligne droicte GNH, en sorte qu'elle touche seulement le cercle, comme au point N: duquel & sur la ligne GN soit descrit vn angle egal à L, comme GNB. Soit aussi fait l'angle HNC egal à l'angle F, & soit menée directement BC. d'autant que les trois angles d'un triangle sont egaux à deux droits, l'angle BNC sera egal à l'angle O. mais l'angle C en la plus grande section, est egal à l'angle GNB par la 32. du 3. liure: il s'ensuiura donc que l'angle B sera egal à HNC (c'est à dire à F son egal) ainsi donc le triangle NBC dans le cercle donné, est equiangle au triangle donné.



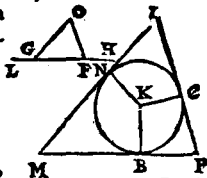
ary la 1<sup>re</sup> partition q<sup>ue</sup> du premier liure qui triangle ar<sup>bitraire</sup> même angl<sup>e</sup> & même in<sup>ter</sup> q<sup>ue</sup> un aut<sup>re</sup> il luy sera semblable. et dans ce triangle equi<sup>lateral</sup> nyan<sup>t</sup> fait un des costés nuan<sup>ce</sup> & b<sup>as</sup> il sera aisé de faire l'autre costé egal.

## PROPOSITION III.

*A l'entour d'un cercle donné descrire vn triangle equiangle au triangle donné.*

ELEMENTS D'EVCLIDE,

Soit le triangle donné OGF, pour en  
descrire vn equiangle à l'entour du cer-  
cle donné, duquel centre soit K: auquel  
K, soit fait vn angle comme NKB, egal à  
l'angle extérieur LGO, & l'angle BKC  
egal à l'autre angle extérieur du triangle  
HFO. Soient aux trois extremités N, B, C,



tirées trois lignes touchantes seulement le cercle MI, IP, PM.  
Car il ne d'autant que le quadrilatre MNKB peut estre inscrit en vn  
cercle ayant deux angles N & B, droits (comme on peut recueillir de  
la 22. du 3. liure) les angles opposez seront egaux à deux droits.  
Mais NKB a esté fait egal à LGO: il s'ensuit donc que l'angle  
M est egal à l'angle FGO estant cestuy avec l'exterieur egal à  
deux droits, par la 13. du 1. liure. Par semblable argument nous de-  
monstrerons les autres angles egaux aux autres angles: tellement  
que le triangle IPM est equiangle à OGF, & est circonscrit  
au cercle donné.

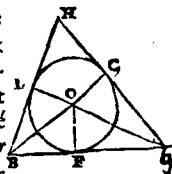
le cercle donné avec le triangle donné

Soit proportionné l'un PROPOSITION IIII.

à l'autre en sorte que Dans vn triangle donné descrire vn cercle.

le cercle puisse estre

circonscript. Soit le triangle donné HBC duquel les  
deux angles B & C sont coupezz en deux  
également par deux lignes qui se r'encon-  
treront comme en O, duquel point O soient  
tirées les perpendiculaires sur chacun costé  
comme OF, OG, OL, icelles seront egales par  
la 4. du 1. liure, estant les bases des quatre trian-  
gles egaux & equiangles. Si donc du centre O à la distance OF  
on tire vn cercle, il touchera seulement les trois costez du trian-  
gle, comme on peut recueillir de la 16. du 3. liure.



pour la 4. proposition

elle requiert qu'un triangle PROPOSITION V.

se soit partagé à l'entour d'un triangle donné descrire vn cercle.

du quin

Soit premierement le triangle oxygone donné  
SHBC, duquel les deux costez (qui ne com-  
prennent point l'angle plus aigu) soient coupezz en  
deux également comme en O, L: & d'iceux points  
soient tirées les perpendiculaires OF, LF & me-  
surées FB, FC. il est euident que les deux triangles

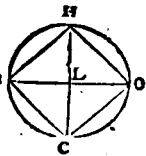


rectangles HLF, CLF sont egaux & equiangles par la 4. du premier liure. La ligne HF sera donc egale à FC, mais HF est aussi commune au triangle HOF, & ce triangle est egal & equiangle au triangle BOF. il s'ensuit donc que la ligne BF est egale à FH, & par consequent à FC. si donc du centre F, à la distance FH on décrit vn cercle, la circôference passera par les points HBC à l'entour du triangle. Par semblables arguments se demonstrent les cercles pouuoir estre circonscrits à l'entour des triangles, soit rectangles, ambliques ou oxygones.

## PROPOSITION VI.

Dans vn cercle donné describe vn quarré.

Soient tirez les deux diametres du cercle proposé HC, BO se couppans en angles droits au centre L, & soient menées les lignes droictes HB, BC, CO, OH. les quatre triangles sont rectangles isosceles egaux & equiangles, & ont leurs bases egales par la 4. du 1. liure. la figure d'oc HB, CO sera equilaterre. mais chacun angle sur la base vaut vn demy droit comme BCL par la construction, comme aussi OCL: il s'ensuura donc que tout l'angle BCO sera droit. Semblable demonstration se fera des autres angles: dont s'ensuura que HB CO sera vn quarré inscrit au cercle donné.

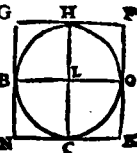


faites les  
de la premi  
es. de  
quarre ded

## PROPOSITION VII.

A l'entour d'un cercle donné describe vn quarré.

Soient du cercle donné les deux diametres HC G B se couppans en angles droits au centre L, du point B soit menée en angles droits sur OB, la ligne GBN (c'est à dire parallele à CH) soit aussi du point O menée l'autre parallele FO K: & des points H & C les autres GHF & NCK paralles à BO. d'autant que les angles qui sont en L sont droits, comme aussi ceux qui sont en H, B, C, O, il s'ensuura que les quatre angles G, N, K, F, seront aussi droits par la 34. du 1. Or est la figure equilaterre ayant vn chacun costé egal au diametre, elle sera donc quarrée descrite à l'entour du cercle.



faites les  
de la premi  
& la quarré  
dehors

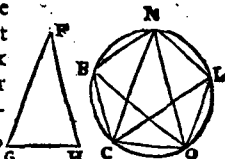


droicte egale à CH, comme BO, & soit menées CO, HO. du triangle HCO soit descript le cercle HCOL par la 5. de ce liure. Puis que du point B hors le cercle, la ligne droicte BH le coupe & BO tombe sur iceluy, & que le rectangle de HB, BC est egal au quarré de CH (ou BO son egale) il sensuiura que la ligne droicte BO touchera seulement le cercle HCOL par la 37. du 3. liure, l'angle donc COB sur la ligne touchante le cercle, sera egal à l'angle OHC, qui est en la sectio alterne par la 32. du 3. liure, soit maintenant adiousté le cōmun COH: les deux BOC & COH seront egaux aux deux CHO, & COH. mais l'angle exterieur OCB est egal aux interieurs CHO & COH par la 32. du 1. liure, il sera donc aussi egal au tout BOH, & par consequent à l'angle HBO qui luy est egal, estant le triangle HBO isoscele, & les lignes CO, OB seront egales comme subtendentes angles egaux, mais BO a esté posée egale à CH: CO sera donc aussi egale à la mesme, & le triangle HCO sera isoscele: tellement que l'angle sur la base, sçauoir BOH sera double à l'angle BHO, comme aussi sera l'autre angle OBH.

## PROPOSITION XI.

Dans vn cercle donné, descrire vn pentagone equilateral & equiangle.

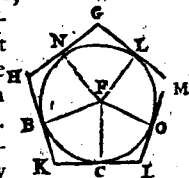
Soit inscrit au cercle donné vn triangle isoscele NCO, comme il a esté descript en la precedete, & soient les angles egaux de la base coupez en deux egalement par lignes finissans en la circonference comme CL, OB, & menées NB, BC, CO, OL, LN, il est euident que les angles  $\angle OCL, \angle LCN, \angle NOB, \angle BOC, \angle CNO$  estans egaux constitueront sur sections de circonférences egales, comme on peut recueillir sans de la 21. que 26. du 3. liure. Or ces cinq angles sont sur sections qui comprennent toute la circonference, le pentagone donc NB COL sera equilateral & equiangle.



## PROPOSITION XII.

A l'entant d'un cercle donné descrire vn pentagone equilateral & equiangle.

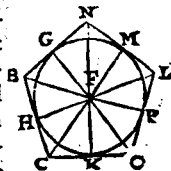
**S**oient au cercle donné pris cinq points designans les angles du pentagone inscrit au cercle par la precedente, & du centre soient tirez les demy diametres à chacun point comme FN, FB, FC, FO, FL. soient à chacun d'iceux points tirées en angles droits, & touchans le cercle sur les demy diametres les lignes droictes comme HBK, KCI, IOM, MLG, GNH, & menées aussi FK, FI. D'autant que le costé FB est egal au costé FC, & que l'angle FBK est egal à FCK (c'est à dire droit par la construction) le quarré de FK est egal au quarré de FB & BK, comme aussi aux quarrés de FC, CK: par la 47. du 1. li. Or l'angle BFC est egal à CFO (car il comprend circonference egale par la construction) le quadrilatre donc B F C K. sera equiangle & egal au quadrilatre C F O I, & la moitié à la moitié, & les lignes au lignes. s'ensuiura que K C sera egale à C I & C I à I O, & ainsi semblablement des autres, tellement que le pentagone ainsi circonscrit sera equilateral & equiangle.



**PROPOSITION XIII.**  
autres & donne la circonference

**DANS vn pentagone equilateral & equiangle donné, de lignes droites qui le touchent, decrire vn cercle.**

**S**oit le pentagone donné N B C O L descript comme en la vnziesme de ce liure. & soient points faitz, diuisez les angles en deux egaleement par lignes qui se rencontreront au centre F, duquel soient tirées les perpendiculaires sur chacun costé qui seront egales comme il a esté monstré. Il sera euident que le cercle descript sur ce centre, à la distance de FG passera par les extremités des perpendiculaires, & touchera seulement les costez du pentagone donné, comme on peut recueillir de la 16. du 3. liure.

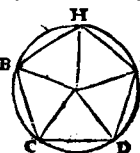


**PROPOSITION XIII.**  
autres voyz trouuer le pentagone

**A l'entour d'un pentagone equilateral & equiangle donné, decrire vn cercle**

Soit

Soit donné le pentagone  $HBCDL$  equilater & equiangle, duquel soit trouué le centre comme a esté dit en la precedente, & d'iceluy tirées les lignes droictes sur chacun angle qui seront egales, come il a esté monstré en la 12. de ce liure. (car tous pentagones equilateres & equiangles sont semblables & equiangles entr'eux) & soit du centre à l'interualle de l'une des lignes qui couppent les angles, tiré vn cercle: il est euident qu'il passera par les extremités d'icelles lignes, & par consequent par l'extremité des angles du pentagone, & ainsi il sera circonscrit à iceluy pentagone.

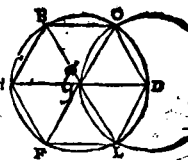


Après auoir fait vstre pentagone equilateral en faisant chacune des bases plus grande qu'un angle de tout l'angle sa partie de l'angle des us un cercle des le point du centre des lignes qui est este.

PROPOSITION XV.

Dans vn cercle donné, descrire vn hexagone equilaterale & equiangle.

Soit le cercle donné  $BODLH$ , duquel le centre soit  $G$ . soit mené le diametre  $HGD$ . du point  $D$  à l'interualle  $DG$  soit descript vn cercle ( qui sera egal à l'autre estant sur mesme interualle ) soient menées les lignes droictes  $OG$  iusques à la circonferance  $F$ , &  $LG$  iusques à la circonferance  $B$ , & menées aussi les lignes droictes  $HB$ ,  $BO$ ,  $OD$ ,  $DL$ ,  $LF$ ,  $FH$ . Or par la 1. du premier liure les deux triangles  $GOD$ ,  $GDL$  sont egaux, equiangles & equilateraux, & tous les six triangles sont isosceles, ayans leurs costez egaux ensemble par la definition du cercle, & les trois angles de chacun triangle sont egaux à deux droits. Mais la ligne  $LG$  tombe sur la ligne  $FO$ , & fait les angles  $LGO$ ,  $FGL$  egaux à deux droits, & l'angle  $LGO$  vaut les deux angles du triangle  $LGD$ . il s'enfuiura donc que  $FGL$  sera egal au troisieme. Et le triangle  $FGL$  ayant les deux costez egaux aux deux costez, & l'angle compris d'iceux egal à l'angle de l'autre, aura la base egale à la base par la 4. du 1. liure. Semblablement se demonstrent les autres costez estre egaux ensemble.



l'hexagone n'est pas si facile a faire, trois triangles equiangles, car si l'on fait le triangle LGO, l'angle LGO vaut les deux angles du triangle LGD. il s'enfuiura donc que FGL sera egal au troisieme. Et le triangle FGL ayant les deux costez egaux aux deux costez, & l'angle compris d'iceux egal à l'angle de l'autre, aura la base egale à la base par la 4. du 1. liure. Semblablement se demonstrent les autres costez estre egaux ensemble.

PROPOSITION XVI.

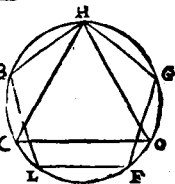
Dans vn cercle donné descrire vn quindecagone equilateral & equiangle.

Comme dans l'hexagone il y a vn rapport de la base aux angles. Et comme la base du quindecagone est la moitié de la base de l'hexagone, les angles du quindecagone sont la moitié des angles de l'hexagone.

Il y a y diuisez encore la en parties de la demidiametrale ce qui ne mouue plus que rien une petite figure de la vieme que l'hexagone est la plus petite section comme l'hexagone la plus petite.

ELEMENS D'EVCLIDE, LIVRE QUATRIESME.

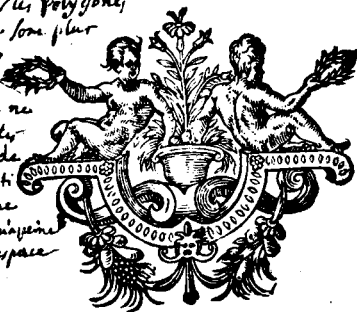
Soit au cercle donné inscrit vn pentagone  
H B L F G par la 11. de ce liure, & vn triangle  
equilateral H C O par la 2. du mesme liure. B  
Ayans tous deux leur angle en vn mesme  
point H. D'autant que la ligne droicte H C  
subtend la troisieme partie de toute la circô-  
ference (c'est a dire les cinq quinziemes) &  
les deux costez H B, B L du pentagone en



subtendent six quinziemes: il est euident que l'arc C L, entre  
l'angle du triangle & l'angle du pentagone sera vne des quinziemes  
parties de toute la circonference. Soit donc tirée la ligne  
droicte C L, & adaptées par la 1. de ce liure, au cercle autres qua-  
torze lignes droictes, dont chacune soit egale à C L: puis que  
les lignes droictes egales subtendent circonfereces egales par  
la 28. du 1. liure. Il ensuiura que la figure du quinzeangle equila-  
tere & equiangle sera inscrite au cercle donné.

FIN DV QUATRIESME LIVRE.

Les bases qui dans les polygones  
jusques a l'hexagone sont plus  
grandes qu'aux angles  
desuissens depuis le  
nombre au dessus, et ne  
sont plus si grandes que les  
angles de le polygone de  
120 angles a les bases si peti-  
tes sur une largeur comme  
d'ici piece de cinq sols qu'une  
pauvre est contenir un espace  
insurmontable.





# LE CINQVIESME LIVRE

## DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

### DEFINITION PREMIERE.



Artic est vne grandeur moindre qui est prise de la plus grande. *voy la propos. 3. du 1. liv.*

2. Multipliee est vne grandeur plus grande que la moindre quand elle est mesurée de la plus petite. *voy. Ind.*

3. Raison est vne habitude de deux grâdeurs de mesme gère l'une à l'autre selon la quantité. *compar. des nps. quantitez*

4. Les grandeurs sont dictes auoir raison l'une à l'autre quand multipliées elles se peuuent excéder l'une l'autre.

5. Les grandeurs sont dictes estre en mesme raison quand la premiere à la seconde est comme la troisieme à la quatriesme, & quand les equemultipliees de la premiere & troisieme excèdent, sont egaux, ou deffail- *voy la propos. 1. de cel. & la 7e*  
lent aux equemultipliees de la seconde & quatriesme en quelque multiplication que ce soit prise l'une apres l'autre.

6. Proportion est vne similitude de raisons.

7. Les grandeurs qui ont mesme raison sont proportionnelles. *no*

8. Quand des equemultipliees, celui du premier excède celui du second, & que le multipliee du troisieme (quelque multiplication que puisse estre) n'excede le multipliee du quatriesme, lors le premier au second est dit auoir plus grande raison que le tiers au quart.

9. Proportion est constituée en trois quantitez pour le moins.

10. Quand trois grandeurs sont proportionnelles, la premiere est dite auoir à la troisieme la raison doublée de celle de la seconde. Quand il y en a quatre, la premiere à la quatrieme est dite auoir la raison triplée de celle de la seconde. Et tousiours d'un mesme ordre vne plus iusques à ce que le nombre des choses proportionnées soit acheué.

11. Les grâdeurs de semblable raison sont dites quād les antecedens sont aux antecedens, comme les consequens aux consequens.

12. Raison changée est l'acception de l'antecedent à l'antecedent, comme du consequent au consequent.

13. Raison conuertie est l'acception du consequent, cōme de l'antecedent, à l'antecedent, cōme consequent.

14. Raison composée est l'acception de l'antecedent avec le consequent, comme vne mesme chose au mesme consequent.

15. Diuision de raison est l'acception de l'excez (duquel l'antecedent excède le consequent) au mesme cōsequent.

16. Conuersion de raison est l'acception de l'antecedent, à l'excez duquel l'antecedent excède le consequent.

17. Raison egale, est plusieurs grandeurs estans d'un costé & autant de l'autre en multitude, prises de deux en deux en mesme raison, quant aux premieres grandeurs la premiere grandeur est à la derniere, comme aux secondes grandeurs la premiere grandeur est à la derniere : ou autrement 'est l'acception des extremes par subtraction des moyennes.

18. Proportion ordonnée ou selon ordre, est quand l'antecedent est au consequent d'un costé comme l'an-

tecedent est au consequent de l'autre, & que l'un des consequents est à quelque autre chose, comme l'autre consequent à quelque autre chose.

19. Proportion meslée ou sans ordre est quand trois grandeurs sont d'un costé, & autant d'autres grandeurs en nombre, de l'autre, & qu'aux premieres l'antecedent est au consequent, comme aux secondes l'antecedent est au consequent: & qu'aux premieres le consequent est à quelque autre chose, ainsi aux secondes vne autre chose soit de mesme à l'antecedent.

voyez le  
proposition  
21.

D'autant que les douze propositions suivantes sont assez congneues d'elles-mesmes, & qu'elles sont plustost principes & communes sentences que theoremes, i'ay pensé suffire de les interpreter, & non demonstrier, craignant que trop long discours n'y apportast de l'obscurité plustost que de la facilité.

## PROPOSITION I.

Si l'y a tant de grandeurs qu'on voudra qui soient equemultiplie d'autant de grandeurs vne chacune à vne chacune, comme l'une sera multiplie de l'une, ainsi les toutes seront multipliees des toutes.

Soient les grandeurs proposées B, C, O & G, & que la premiere contienne en elle trois fois la troisieme, & la seconde contienne trois fois la quatrieme. Les deux premieres iointes contiendront autant de fois les troisieme & quatrieme jointes, & seront comme trois à vne.



B est  
autant  
multipli  
que C.  
et C. qu  
B. par  
que si B  
et le tripl  
O. C. e  
le tripl  
de G.

## PROPOSITION II.

Si la premiere est equemultiplie de la seconde comme la troisieme de la quatrieme, & que la cinquieme soit de mesme equemultiplie de la seconde comme la sixieme de

la quatriefme, la compofée de la premiere & cinquiefme  
fera equemultiplice de la feconde, comme la troiefme avec  
la fixiefme de la quatriefme.

Soit la premiere BC contenant la feconde G au-  
tant de fois comme la troiefme HK contient de  
fois la quatriefme Z. Et que la cinquiefme CO con-  
tienne autant de fois la feconde G comme la fixief-  
me KT contient de fois la quatriefme Z. La com-  
posé BO de la premiere & cinquiefme contiendra  
autant de fois la feconde G, comme la compofée HT  
de la troiefme & fixiefme contiendra de fois la qua-  
triiefme Z.



cette pro-  
portion  
est tres  
clair  
C. B.  
composi-  
et confideri-  
avec la quatriefme Z.

Sequitur cette confideration fuppelle compofition de raifon.  
voy def. 4.

PROPOSITION XII.

Si le premier est equemultiplice du fecond comme le troiefme  
du quatriefme, & foient pris des equemultiplices du pre-  
mier & du troiefme: de ceux-là ainfi pris, l'un fera equem-  
multiplice à l'autre, c'est à fçavoir l'un au fecond & l'autre  
au quatriefme.

Telle qu'est

la propor-  
tion de

Z. E. a

G

Telle qu'est la

proportion

T. p. a O

et celle

quelque la proportion de Z. C. a B

Telle est la proportion

T. p. a H.

Si la premiere grandeur G contient autant de  
fois la feconde B, que la troiefme O contient  
de fois la quatriefme H: & que CZ contienne  
autant de fois la premiere G comme PT con-  
tient de fois la troiefme O, CZ contiendra auf-  
fi autant de fois la feconde B, comme PT con-  
tiendra de fois la quatriefme H.



PROPOSITION XIII.

Si le premier à mefme raifon au fecond que le troiefme au  
quatriefme, les equemultiplices du premier & troiefme  
aux equemultiplices du fecond & quatriefme ( quelque  
multiplication que puiſſe eſtre ) auront vne mefme raifon  
l'un à l'autre.

Si la premiere grandeur C est à la seconde B, comme la 3. G à la 4. O, & que H contienne autant de fois C, comme T contient de fois G, & que P contienne autant de fois B comme Z contient de fois O : H sera à P comme T à Z.

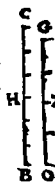


2. 4. p.  
Sont equemultiples  
T & Z le  
sont aussi

PROPOSITION V.

Si une grandeur est equemultiplice d'une autre grandeur comme la retranchée de la retranchée, la restée sera equemultiplice à la restée, comme la toute à la toute.

Si CB contient autant de fois GO, comme l'ostée CH contient de fois l'ostée GZ : La restée HB contiendra autant de fois l'autre restée ZO, comme la toute contenoit la toute.



C. H. B.  
et compose  
de deux  
equemultiples.  
C. H. H. B.

PROPOSITION VI.

Si deux grandeurs sont equemultiples de deux grandeurs, & quelques retranchées equemultiples des mesmes: les restes aussi ou seront égales aux mesmes, ou seront equemultiples des mesmes.

Si CB contient autant de fois H comme GO contient de fois Z, & l'ostée CT contient autant de fois H comme l'autre ostée GP contient de fois Z: Les restes TB & PO, ou seront égales à H & Z, ou les contiendront plusieurs fois également.

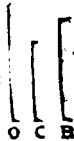


CT et  
G. p. sont  
equemultiples  
car au m  
gard de H  
2. maj  
est au retr  
chier le m  
B. O. sera  
égal à H & Z  
cela suppose  
la division  
de raison

PROPOSITION VII.

Les grandeurs égales ont une mesme raison à une, & une à une mesme raison à deux égales grandeurs.

Si O est égale à B, O aura mesme raison à C, comme B à la mesme C. Et aussi C aura mesme raison à O qu'à B.



ELEMENTS D'EUCLIDE,  
PROPOSITION VIII.

De deux grandeurs inegales, la plus grande a plus grande raison à vne mesme que la plus petite : & vne mesme à plus grande raison à la plus petite que la plus grande.

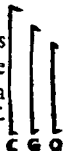
trois plus grande

raison est ou excède

la plus grande au regard de O que G à la mesme O. C'est à dire, que C sera plus grande au regard de O que G au regard de la mesme O.

plus petite au regard de la mesme O, a plus grande raison à G. qu'à C. Les grandeurs qui ont vne mesme raison à vne mesme grandeur, sont egales entr'elles : & les grandeurs auxquelles on pare à G. vne mesme à mesme raison, sont egales.

DE deux grandeurs inegales C & G, soit C la plus grande, & soit vne tierce comme O. C aura plus de raison à O que G à la mesme O. C'est à dire, que C sera plus grande au regard de O que G au regard de la mesme O.



PROPOSITION IX.

Les grandeurs qui ont vne mesme raison à vne mesme grandeur, sont egales entr'elles : & les grandeurs auxquelles on pare à G. vne mesme à mesme raison, sont egales.

plus grande au regard de la mesme O, a plus grande raison à G. qu'à C. Les grandeurs qui ont vne mesme raison à vne mesme grandeur, sont egales entr'elles : & les grandeurs auxquelles on pare à G. vne mesme à mesme raison, sont egales.

SI O est à C comme B à la mesme C, O & B seront egales. Et si C est à O comme la mesme C est à B, icelles O & B seront egales.

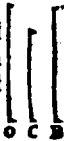
SI O est à C comme B à la mesme C, O & B seront egales. Et si C est à O comme la mesme C est à B, icelles O & B seront egales.



PROPOSITION X.

DES grandeurs qui ont raison à vne mesme grandeur, celle qui a plus grande raison est la plus grande. Et la grandeur à laquelle la mesme aura plus grande raison sera la plus petite.

SI O est plus grande au regard de C que B au regard de la mesme C, O sera plus grande que B. Et si la mesme C est plus grande au regard de B qu'au regard de O, B sera plus petite que O.



PROPOSITION XI.

LES raisons qui sont de mesme à vne, sont de mesme entr'elles.

SI la raison de H à B est comme celle de C à Z, & si celle de G à O est comme la mesme de C à Z : Les raisons de H à B, & de G à O seront de mesme. C. à Z elle aura donc la mesme raison. Il en seroit autrement s'il n'y avoit que les trois grandeurs H. B. G.

SI la raison de H à B est comme celle de C à Z, & si celle de G à O est comme la mesme de C à Z : Les raisons de H à B, & de G à O seront de mesme. C. à Z elle aura donc la mesme raison. Il en seroit autrement s'il n'y avoit que les trois grandeurs H. B. G.



## PROPOSITION XII.

*Si tant de grandeurs qu'on voudra ont proportion, comme l'une des antecedentes sera à l'une des consequentes, ainsi serōt toutes les antecedentes à toutes les consequentes.*

Si la raison de B à F est comme de C à G, & O à H, les trois antecedentes conjointement B C O seront aux consequentes conjointement comme B à F.



B F.  
C. G. ou  
même ra-  
ison.

## PROPOSITION XIII.

*Si la premiere à la seconde a mesme raison que la troisieme à la quatrieme, & la troisieme a plus grande raison à la quatrieme, que la cinquieme à la sixieme: la premiere aussi aura plus grande raison à la seconde que la cinquieme à la sixieme.*

Soit G premiere à la seconde B cōme la troisieme C à la quatrieme D, & que la raison de C à D soit plus grande que celle de la cinquieme H à la sixieme F. D'autāt q̄ les raisons de GB, & CD sont de mesme, & que la raison de C à D est plus grande que celle de H à F, il s'ensuivra que la raison de G à B sera aussi plus grāde que la mesme de H à F par la II. de ce livre.



G & H  
est une de  
ganz l'un  
ne la p  
l'autre p  
grande  
raison qu  
l'autre

## PROPOSITION XIII.

*Si la premiere a mesme raison à la seconde que la troisieme à la quatrieme, & que la premiere soit plus grande que la troisieme, la seconde aussi sera plus grande que la quatrieme: & si egale, egale; & si plus petite, plus petite.*

Soit G à B comme C à D. Si G est plus grande que C, B sera plus grande que D: Car puis que G est plus grande que C elle aura donc plus grande raison à B que la mesme C par la 8. de ce livre. Mais comme G à B, ainsi C à D: C aura donc plus grande raison à D qu'à B. Dont s'ensuivra que B sera plus grande que D.



celle ver-  
de est an-  
claire que  
les autres

*Si ces quatre grandeurs ont même raison un antecedente à la consequente, comme une autre antecedente à la consequente on ne pourra rien diminuer d'une des antecedentes qu'on ne diminue de l'autre, ni ajouter à une consequente qu'on n'ajoute à l'autre.*

ELEMENS D'EVCLIDE,

D, par la 2. partie de la 10. de ce liure. Et si la premiere est plus petite, la quatriesme sera aussi plus petite, & si egale, egale par les memes raisons.

PROPOSITION XV.

Les grandeurs qui sont mesmes parties des leurs equemultipliees, ont vne mesme raison prises comme elles se respondent mutuellement.

Soit K L partie de K O & B H partie de B C & que O K contienne autant de fois K L, comme C B contiendrait de fois B H. D'autant qu'il se peut dire ainsi, comme K L, l'une des antecedentes est à B H l'une des consequentes: ainsi sont toutes les antecedentes, sçavoir O K à toutes les consequentes C B, par la 12. de cestuy. Il s'ensuivra que comme O K à C B, ainsi L K à H B.



PROPOSITION XVI.

Si quatre grandeurs sont proportionnelles, elles le seront aussi entr'elles l'une apres l'autre.

Soit O à B comme G à C. D'autant que par la 12. de ce liure toutes les antecedentes sont à toutes les consequentes comme l'une des antecedentes à l'une des consequentes: soit changé l'ordre en ceste sorte: comme O premiere est à B 3. ainsi G 2. est à C 4. Lors O & G seront antecedentes, & B C consequentes. Les antecedentes ensemble O G seront aux consequentes ensemble B C comme O est à B ou G à C. O sera donc à G comme B à C. Et par consequent seront (par raison changée) proportionnelles en ceste sorte, comme O est à B, ainsi G à C, & comme O est à G ainsi B à C.



PROPOSITION XVII.

Si les grandeurs composees sont proportionnelles, icelles diuisees seront aussi proportionnelles.

Soient les grandeurs cōposees sçavoir H B composee de H K, K B, & C O composee de C Z, Z O, & soit comme la toute H B à sa partie B K, ainsi la toute C O à sa partie O Z. Je dy que

HK est à KB comme CZ. à ZO. Gar si la ligne CO n'est coupée au point Z en mesme proportion que HB, soit en vn autre, fil est possible comme en G: lors les deux antecedentes conjointement ( c'est à dire HB ) auront telle raison aux consequentes conjointement ( CO ) comme BK à OG. Mais la toute HB est posée à BK comme la toute CO à OZ : & par la precedente, comme HB à OC, ainsi BK à OZ: dont s'ensuiura que OZ sera egale à OG ( c'est à dire la partie au tout ) ce qui est absurde. Si donc les grandeurs composees, &c.

B  
O  
K  
G  
H  
C  
Very la  
proportion  
XV  
cette prop  
tion est  
claire au  
la partie / se  
egale au  
multipli  
c qui est  
contradictio

PROPOSITION XVIII.

*Si les grandeurs diuisees sont proportionnelles, icelles composees seront aussi proportionnelles.*

Soient quelques grandeurs diuisees & proportionnelles comme HB, & CO diuisees en P, K: & soit comme HP à PB, ainsi CK à KO. Ie dy qu'icelles composees sont comme HB à HP, ainsi CO à CK. S'il n'est ainsi, soit s'il est possible HB à HP comme CO à vne plus grande que CK, c'est à sçauoir CG. D'autant que les grandeurs composees HB à HP sont comme CO à CG: icelles par la precedente estant diuisees HB à HP seront comme CO à CG. Mais comme HB à HP, ainsi a esté supposée CO à CK: il s'ensuiuroit donc que comme CO à CK ainsi CO à CG, & que la partie CK seroit egale au tout CG: ce qui est absurde. Si donc, &c.

H  
C  
P  
B  
O  
C'est la  
mesme pro  
tion que  
K la preced  
G voy encor  
la XV il  
faut faire  
B O quatre gra  
deurs de  
ce sens  
P. H. la 3  
O. K. la 4  
K C.

PROPOSITION XIX.

*Si le tout est au tout comme le retranché au retranché, le reste sera aussi au reste comme le tout au tout.*

Soient deux grandeurs HB, CO. & comme HB est à CO, ainsi soit la retranchée HP à la retranchée CK. Ie dy que la restée PB est à la restée KO comme HB à CO. D'autant que les quatre lignes HB, CO, HP, CK, sont proportionnelles, il sera comme HB à HP, ainsi CO à CK par la 16. de ce liure. Par la 17. de ce mesme ces mesmes grandeurs ainsi composees & proportionnelles, seront de mesme estant diuisees. Comme le tout HB est au tout CO, ainsi donc sera l'ostée à l'ostée, & la restée à la restée.

H  
C  
P  
B  
O  
K  
C

De ces deux figures composees on en peut faire six ayant mesme raison les vns avec les autres, sçavoir

H.B. 2 C.O. 3 P.B. 4 H.P. 5 K.O. 6 C.K.

ELEMENTS D'EVCLIDE,  
PROPOSITION XX.

*S'il y a tant de grandeurs qu'on voudra, & autres grandeurs en mesme nombre, les deux prises en mesme raison: & qu'en raison egale aux premieres la premiere soit plus grande que la derniere: aux secondes grandeurs, aussi la premiere sera plus grande que la derniere; & si egale, egale; & si moindre, moindre.*

*the* Soient trois grandeurs H B C, & autres trois *oposition* grandeurs G O F ayans raison l'une à l'autre de *linues* deux en deux, sçavoir comme H est à B, ainsi G à O, & comme B à C ainsi O à F. D'autant que par *m de la* la 8. de ce Livre H a plus grande raison à B que C *op. 12* à la mesme B (H estant supposee plus grande que C) & que par la raison conuertie comme C est à B, ainsi F à O, & comme B à H, ainsi O à G: il s'ensuivra que G sera plus grande que F. Et si H est egale à C, G sera egale à F, & si plus petite, plus petite.



PROPOSITION XXI.

*S'il y a trois grandeurs, & autant d'autres prises de deux en deux en mesme raison, & que leur proportion soit sans ordre, & qu'en raison egale la premiere soit plus grande que la troisieme, la quatrieme aussi sera plus grande que la sixieme: & si egale, egale; si moindre, moindre.*

*les* Soient trois grandeurs H B G, & autres trois *proportion* grandeurs C F Z, & soit comme H à B, ainsi F à C, & comme B à G, ainsi C à F prises de deux en deux. Si la premiere H est plus grande que la troisieme Z, la quatrieme C sera aussi plus grande que la sixieme Z. D'autant que G est plus petite que H, elle aura moindre raison à B que H à B. la mesme B. Or par la raison conuertie, comme G à B, ainsi F à C. La raison donc de F à C sera moindre que de F à Z (estant la mesme celle-cy de mesme à la raison de H à B.) Dont s'ensuivra que la 4. C sera plus grande que la 6. Z. Par mesmes raisons on demontre aussi si la premiere est egale ou plus petite, l'autre estre de mesme.



*ne les quatre autres H G. C. Z n'ont point este changez ayant raison egale H. G. C. a Z. cette proposition est vraie.*

PROPOSITION XXII.

*S'il y a tant de grandeurs qu'on voudra, & autant d'autres, prises de deux en deux en mesme raison, & que la proportion d'icelles soit selon ordre, icelles en raison egale seront proportionnelles.*

Soient quelques grandeurs H B G, & autant d'autres grandeurs O F Z proportionnelles de deux en deux, comme H à B, ainsi O à F, comme B à G ainsi F à Z. Si H n'est à G comme O à Z : soit aux antecedentes adjoustée vne quatriesme I, & soit comme H à B, ainsi G à I :  $H:B::G:I$  &  $O:F::Z:L$ . Lors les quatre seront proportionnelles, & mesme en raison changée par la 16. de ce livre H sera donc à G comme B à I. Soit maintenant aux consequentes adjoustee L, & soit comme O à F, ainsi Z à L par la mesme 16. O sera à Z comme F à L : or les quatre antecedentes sont en mesme ordre & proportion que les consequentes par l'hypothese : H sera donc à G comme O à Z.



Car ce  
que dans  
H B G I  
H a a rai  
& propor  
ce qu'il y  
en a a uste  
dans  
O F Z L  
Toutes ces  
lignes font  
proportion  
de deux  
en general  
qu'en specie

PROPOSITION XXIII.

*S'il y a trois grandeurs & autant d'autres grandeurs prises de deux en deux en mesme raison, & que la proportion d'icelles soit sans ordre, icelles en raison egale seront proportionnelles.*

Soient trois grandeurs O P F & trois autres grandeurs K H B, & soit leur proportion perturbée ou meslée, sçavoir, comme O à P ainsi H à B, & comme P à F, ainsi K à H. Si K n'est à B comme O à F, soit posée la grandeur C, & soit comme P à F, ainsi B à C. K sera donc à H comme B à C, & ces quatre seront proportionnelles, & par consequent comme K à B, ainsi H à C par egale la 16. de ce livre. Or H est à C comme O à F par la construction. K sera donc à B comme O à F.



Quoy qu'  
l'ordre soit  
perturbé  
ces figures  
ne laissent  
pas de br  
en rai  
p. f. q  
en mesme rai  
son que K

ELEMENS D'EVCLIDE,  
PROPOSITION XXIII.

si le premier au second a mesme raison que le troisieme au quatriesme, & que le cinquieme ait mesme raison au second, que le sixiesme au quatriesme, aussi le premier & cinquieme ensemble auront mesme raison au second, que le troisieme & sixiesme ensemble au quatriesme.

*C. par la composée en estant par vaiss.*  
*e p l*  
*O. C.*  
*vité que*  
*L. Divise*  
*un au.*  
*gar de*  
*et l'un*  
*autre*  
*va des.*  
Soit la premiere grandeur CO à la seconde B, comme la troisieme LN à la quatriesme S, & la cinquieme OF à la mesme B, comme la sixiesme NP à la quatriesme S: Je dy que la composée de la 1. & 5. sçavoir CF est à la 2. B comme la 3. & 6. sçavoir LP à la 4. S. Ce qui se cognoistra en adjoustant aux anteceden-tes la grandeur G egale à OF, & aux consequentes H egale à NP. Car comme CO à B, ainsi LN à S, & comme B à G (par conuersion de raison) ainsi S à H. Maintenant CO à G sera comme LN à H par la 22. de ce liure. Mais par la 18. estans composées elles seront comme FC à CO, ainsi PL à LN. Soit derechef adjoustée I (egale à CO) entre la premiere & seconde, & entre la 3. & 4. K egale à LN. Lors comme FC à I, ainsi PL à K, & comme I à B, ainsi K à S. Et par la 22. la composée FC sera à B comme la composée PL à S.



PROPOSITION XXV.

Si quatre grandeurs sont proportionnelles, la plus grande & la plus petite sont plus grandes que les deux autres.

*A B est*  
*composée*  
*e trois parties*  
*ier.*  
*D. d'une*  
*x demi*  
*2. de deux*  
*parties*  
*2. d'une*  
Soient quatre grandeurs proportionnelles comme HB à GD ainsi P à Z. Soit HB la plus grande, de laquelle soit ostée HT egale à P, & de GD soit ostée GI egale à Z. Il sera comme HB à HT, ainsi GD à GI: & par la 19. de ce liure la restée TB à ID sera de mesme. TB sera donc plus grande que ID. Soit de TB couppee TC egale à ID. Maintenant HC contient P & ID: les grandeurs donc HC & Z sont egales à P & GD. Que si CB est adjoustée, la grandeur HB & Z seront plus grandes que GD & P.



Donques H. B. qui avec  
2. fait quatre parties, FIN DV CINQUIESME LIVRE,  
sera plus grande que G & P. qui ensemble nont que  
trois parties & demi.



# LE SIXIESME LIVRE

## DES ELEMENS D'EVCLIDE.

### DEFINITION PREMIERE.

**E**s figures rectilignes semblables sont celles qui ont les angles egaux aux angles vn chacun au sien, & les costez au long des angles egaux proportionnaux. *any la proportion xxiv de ce livre*

2. Les figures reciproques sont celles quand en l'une & en l'autre les antecedents & consequents sont en certaine raison. *any la propos. xvi.*

3. Vne ligne droicte est diuisee entre les deux extremes, c'est à dire par la moyenne & extreme raison, quand la route est au plus grand segment, comme le plus grand segment au moindre. *any la proposition 29.*

4. La hauteur d'une chacune figure, est la perpendiculaire procedant du sommet de la figure sur la base.

5. La raison des raisons se dit estre, quand les quantitez des raisons multipliées entre elles produisent quelque raison.

6. Vn parallelogramme est dit deffaillir & manquer d'espece à vn parallelogramme semblable donné quand il est appliqué à quelque ligne droicte qu'il ne la peut occuper entierement, & s'y trouue de defaut vn parallelogramme semblable à vn parallelogramme donné. Et excéder d'espece est quand il excède la ligne d'un parallelogramme semblable à celui donné. *Il s'ensuyt la question pour le prendre cette proposition en desuoyant bien qu'un parallelogramme*

### PROPOSITION I.

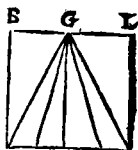
Les triangles & parallelogrammes qui sont sous vne mesme hauteur, sont l'un à l'autre comme leurs bases. *si l'on veut bien qu'un parallelogramme*

*ayant mesme hauteur avec un autre n'ait plus qu'un regard qui le puisse rendre ou egal ou inegal d'avec cet autre. Sc. la base & qu'il en est de mesme d'un triangle compare à un autre triangle. Ou bien encore qu'un triangle compare avec un parallelogramme ayant mesme hauteur puisse s'y*

Ensemble comme  
leur base.

# ELEMENTS D'EUCLIDE,

**S**oient premierement les triangles  $CGD$  &  $SDGH$  sur les bases  $CD, DH$  & en mesme  
que  $G, D$  hauteur  $DG$ . Je dy que l'un des triangles  $HGD$   
Sont la mesme à l'autre  $CGD$  comme la base  $HD$  à la base  
me hauteur  $CD$  : Car soient les deux bases couppees egale-  
du triangle ment en  $KI$ , & tirees  $GK, GI$  comme la base  
 $D, G, H$   $DI$  est à la base  $DH$  (sçavoir la moitié au tout)  
et du parainfi  $DK$  est à  $DC$ , par la 18. 5. Or comme  $DI$  à



le parallélogramme  $IHK$  &  $DK$  à  $KC$ , ainsi le triangle  $IGD$  à  $IGH$ , &  $KGD$  à  $KG$   
 $G, L, D, H$   $C$  par la 38. 1. & cōposez, comme le triangle  $HGD$  au triangle  $I$   
le sens  $GD$ , ainsi le triangle  $CGD$  au triangle  $KGD$  par la 18. 5. qu'est la  
une qu'ils mesme raison de la base  $HD$  à la base  $DI$ , ou  $CD$  à  $DK$ . telle-  
ment donc que par la 12. & 16. 5. comme le premier triangle ou  
mesme base grandeur  $HGD$  à l'autre triangle ou grandeur  $CGD$ , ainsi le  
autre mesme triangle  $IGD$  à  $KGD$ , qu'est la mesme raison des bases  $HD$  à  
un triangle  $CD$ , cōme il a esté monstre: il sera de mesme des parallelogrammes  
sur une  $LGDH$ , &  $BGDC$  doubles aux triangles. Resulte que les triangles  
hauteur moindre ou parallelogrammes sur bases egales sont l'un à l'autre comme leur hauteur.  
plus grande qu'un parallelogramme.

## PROPOSITION II.

**S**i en un triangle on fait une ligne droicte parallele à l'un des  
on parallelo costez, elle couppera les costez du triangle proportionnelle-  
gramme ne servent ment. Et si les costez d'un triangle sont coupees propor-  
tionnellement, la ligne droicte menée par les sections sera  
parallele à l'autre costé du triangle.

**S**oit au triangle  $HGF$  tirée la ligne  $BD$  parallele à  
triangle  $GF$ , & soient jointes  $DG, BF$ : les deux triangles  
qui sembleront  $BDG$  &  $DBF$  seront egaux estans sur mesme base  
une proportion  $BD$ , & entre mesmes paralleles par la 37. du 1. comme  
donc le triangle  $HDB$  au triangle  $DFB$ , ainsi la ba-  
se  $HD$ , à la base  $DF$  (car ils sont en mesme hau-  
teur.) & comme le triangle  $HBD$  au triangle  $BGD$ , ainsi  $HB$   
de l'expli-  $BG$  par la precedente. Il s'ensuivra donc par la 7. du 5. que  $HD$   
raisonnement  $sera$  à  $DF$  comme  $HB$  à  $BG$ .



Pour la seconde partie, soient supposez les costez  $HF, HG$   
couppez en  $B$  &  $D$  proportionnellement. d'autant que le trian-  
gle  $HBD$  a mesme raison au triangle  $BDG$  qu'au triangle  
le plus  $DBF$  (laquelle est comme  $HB$  à  $BG$ , ou  $HD$  à  $DF$ ) il s'en-  
suivra par la 9. du 5. que les triangles  $BDG$  &  $DBF$  seront  
une proportion egaux. Et pource qu'ils sont sur une mesme base, ils seront aussi en-  
tre mesmes paralleles par la 39. du 1.  $BD$  sera donc parallele à  $GF$ .

Pour la 2. prop. voy le liv. 1. prop 5.

PROPO-

## PROPOSITION III.

Si l'angle d'un triangle est coupé en deux également par une ligne droite, laquelle coupe aussi la base: les segments de la base auront raison l'un à l'autre comme les deux autres costez du triangle: & si les pieces de la base ont telle raison l'une à l'autre comme les costez, la ligne droite qui tombe du sommet à la section de la base coupe l'angle en deux également.

Soit le triangle H B G duquel l'angle H soit coupé en deux également par la 9. du 1. par la ligne droite H D, laquelle coupe la base en D. Je dy que B D a telle raison à D G que le costé B H au costé H G. Soit menée du point G la ligne G F parallele à D H, & jointe H F. d'autant que la ligne droite B F tombe sur deux paralleles, elle fera l'angle B H D égal à l'angle B F G. Comme aussi la ligne H G tombant sur les mesmes fera les angles alternes H G F, & D H G egaux par la 29. du premier. Les deux donc H F G & F G H seront egaux aux deux B H D & D H G, & par consequent l'un à l'autre (car B H D & D H G sont egaux par l'hypothese) le triangle H F G sera donc isoscele par la 6. du 1. dont s'ensuivra par la precedente (d'autant qu'au triangle F B G la ligne H D est parallele à F G) comme sera la ligne B H à H F (ou H G son egale) ainsi sera la partie de la base B D à l'autre partie D G.

Pour la seconde partie de ceste proposition: Si B D est à D G comme B H à H G, soient disposees B F & F G, comme il a esté dit. D'autant que comme B D à D G, ainsi B H à H F par la precedente, & B H à H G par l'hypothese. Il s'ensuivra que H F & H G seront egales par la 7. du 5. & que les angles H F G, & H G F seront egaux par la 5. du 1. livre. Mais par la 29. du 1. les angles B H D & D H G sont egaux aux deux H F G, H G F vn chacun au sien, ceux-là donc seront egaux ensemble: & par ainsi l'angle H du triangle B H G sera coupé en deux également.

## PROPOSITION IIII.

Des triangles equiangles les costez qui sont au long des angles egaux sont proportionnaux, & ceux qui sont subrendus aux angles egaux sont en mesme raison.



Cette  
Propo-  
sition  
non est  
tres dai-  
vry ber  
semblab-  
sam les  
liv. la  
prop. x  
xx x  
xlviii

ELEMENTS D'EVCLIDE,

Soient les triangles equiangles HBG & DGF  
 Sayans les angles egaux, sçavoir HBG à DGF, BHG  
 à GDF, & HGB à DFG. Je dy que leurs costez  
 sont proportionnaux, sçavoir comme HB à DG  
 ainsi BG à GF, & comme HG à DF, qui sont sub-  
 tendus aux angles egaux. Soit du triangle DFG (ou  
 FG B d'un semblablement descript) mis le costé FG  
 directement au bout de la ligne BG. D'autant que les angles  
 DGF, HBG sont egaux, les lignes DG, HB seront paralleles  
 par la 28. du 1. comme aussi seront FD, GH  
 (estans les angles DFG, HGB egaux.) Soit parfait  
 le parallelogramme HGDZ, les lignes FD, DZ  
 seront jointes directement par la 30. du 1. comme  
 seront aussi BH, HZ. Or d'autant qu'au triangle  
 FZB la ligne DG est parallele à ZB: il en  
 suivra par la 2. de ce livre, que comme FD  
 à DZ (ou à GH son egale) ainsi FG à GB. Semblablement  
 pource que GH est parallele à FZ: BG sera à GF  
 comme BH à HZ (ou DG son egale) & comme BG à GF,  
 ainsi BH à HZ (ou DG son egale) à DF.



PROPOSITION V.

Si deux triangles ont les costez proportionnaux ils seront  
 equiangles, & auront les angles egaux sous lesquels les co-  
 stez de mesme raison seront subendus.

Soient deux triangles HBG, DFZ ayans les  
 costez proportionnaux, sçavoir comme HB à  
 BG, ainsi DF à FZ, & cōme HG à GB, ainsi  
 DZ à ZF, & cōme HB à HG, ainsi DF à DZ.  
 S'ils ne sont equiangles soit sur la ligne ZF au  
 point F descript vn angle egal à B, & au point Z  
 descript vn angle egal à G: il est evident que le troisieme angle I  
 sera egal à H, comme on peut recueillir de la 32. du 1. Les triangles donc  
 HBG & IFZ sont equiangles, & par la precedente les costez au  
 long des angles egaux H & I seront proportionnaux HB à  
 HG, comme IF à IZ, & HB à BG, comme IF à FZ, & HG à  
 GB, comme IZ à ZF. Mais les costez du triangle DFZ sont po-  
 sez de mesme: DF sera donc egale à FI par la 9. du 5. & DZ à  
 ZI. Et s'en suivra par la 8. du 1. que les deux triangles DFZ &  
 IFZ seront egaux & equiangles, & par consequent DFZ  
 equiangle à HBC par la 1. C S. Si donc deux triangles, &c.

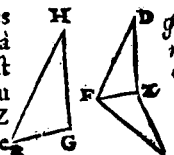


et dans les raisons que l'un peut avoir avec l'autre  
 les proportions egales d'une plus considerable grandeur  
 et de celle ci avec encore une autre

## PROPOSITION VI.

Si deux triangles ont vn angle egal à l'angle, & les costez au long des angles egaux proportionnaux, iceux triangles seront equiangles, & auront les angles egaux sous lesquels les costez de mesme raison sont subendus.

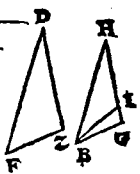
Soient deux triangles H B G, D F Z ayans les angles H & D egaux, & les costez H B à H G comme D F à D Z. Je dy que l'angle B est egal à F, & G à Z. Car soit sur la ligne F Z au point F décrit vn angle egal à B, & au point Z vn angle egal à G, il est euident que l'autre angle I sera egal à H, comme on peut recueillir de la 23. du 1. & que le triangle F Z I sera equiangle au triangle H B G, & auront les costez proportionnaux par la 4. de ce liure, comme H B à B G, ainsi I F à F Z, & come H G à G B, ainsi I Z à Z F. Mais le triangle D F Z a les deux costez posez de mesme, scauoir comme D F à D Z, ainsi H B à H G (ou F I à I Z) il s'ensuiura d'oc par la 7. du 5. que D F, D Z seront egales à I F & I Z: & la base F Z estant comune, les triangles seront equiangles par la 8. du 1. & H B



## PROPOSITION VII.

Si deux triangles ont vn angle egal à l'angle, & les costez au long des autres angles proportionnaux: & l'un de ces autres angles moindre ou non moindre qu'un droit: iceux triangles seront equiangles, & auront les angles egaux, au long desquels les costez seront proportionnaux.

Soient deux triangles HBG & DFZ ayans l'angle H egal à l'angle D, & les costez proportionnaux qui sont au long des autres angles B & F, c'est à scauoir H B à B G, comme D F à F Z. Et des autres angles G & Z soit l'un ou l'autre premièrement moindre qu'un droit. Si les deux triangles ne sont equiangles & n'ont les angles (au long des costez proportionnaux) egaux, soit fait au point B sur la ligne H B (au cas que B soit supposé plus grand que F) vn angle egal à F comme H B I. D'autant que l'angle H est egal à



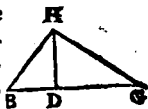
ELEMENTS D'EUCLIDE,

l'angle D, & l'angle HBI à F, il s'ensuivra que le troisieme HIB sera egal à Z, comme on peut recueillir de la 32. du 1. comme donc DF à FZ, ainsi sera HB à BI par la 4. de ce livre. Mais comme DF à FZ, ainsi a esté HB à BG: & apres comme HB à BI, ainsi a esté HB à BG. Les lignes donc BI, BG sont egales par la 9. du 5. & auront les angles sur la base egaux par la 5. du 1. & moindres que deux droicts par la 17. du 1. & BIG estant moindre qu'un droict, l'autre angle HIB sera plus grand qu'un droict par la 13. du 1. Mais il a esté monstré egal à Z posé moindre qu'un droict, ce qui ne se peut faire: HBG ne sera donc ny plus grand ny plus petit que DFZ, & seront par consequent egaux. Secondement soit posé l'un ou l'autre de G & Z n'estre moindre qu'un droict, si l'angle HBG n'est egal à F soit supposé B plus grand, & comme deuant soit HBI egal à F. L'autre angle BHI sera egal à Z. Et finalement les angles BIG & BGI seront egaux: mais BGI n'est point moindre qu'un droict par la supposition: Les deux angles donc du triangle ne seront moindres que deux droicts, contre ce qui a esté monstré en la 17. du 1. ce qui est absurde. En quelque façon que ce soit donc les angles B & F (au long desquels sont les costez proportionnaux) sont egaux: & par consequent les triangles equiangles.

PROPOSITION VIII.

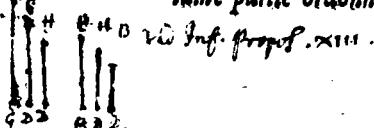
Si de l'angle droict d'un triangle rectangle on tire une perpendiculaire sur la base, les triangles au long de la perpendiculaire sont semblables au tout, & entr'eux.

Soit le triangle rectangle HBG ayant l'angle H droit, duquel soit tirée la perpendiculaire HD sur la base BG. D'autant que du triangle HBD, les deux angles HBD & HDB sont egaux aux deux angles HBG & BHG du grand triangle proposé, il s'ensuivra que le troisieme angle BHD sera equiangle & semblable au tout BHG. Semblablement se demonstlera le mesme de l'autre triangle HDG. Si donc de



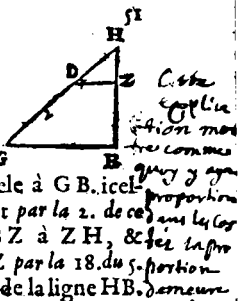
PROPOSITION IX.

D'une ligne droite proposée couper une certaine partie ordonnée.



## LIVRE SIXIÈME.

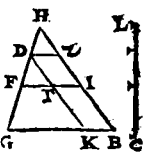
**S**oit la ligne droicte proposée H B, de laquelle il faut couper vne certaine partie, comme pour exéple vne troisiésme partie, soit jointe vne autre ligne droicte au point H côme HG, sur laquelle soient marquées autant de parties qu'on desire, sçauoir trois: l'vne desquelles parties soit H D, au point D soit menée D Z parallèle D Z coupera les costez proportionnellement. *liure.* tellement que comme G D à D H, ainsi composées comme GH à H D, ainsi B H à H il sensuiura donc que HZ sera la troisiésme partie



### PROPOSITION X.

Coupper semblablement vne ligne droicte non couppée  
comme vne ligne droicte couppée proposée.

**S**oit la ligne droicte non couppee  $HB$ , & la ligne couppee propoſee  $LC$ . & ſoit  $HD$  egale à la premiere piece,  $DF$  à la ſeconde,  $FG$  à la troiſieſme. Soient tirees  $GB$ , &  $FI$ ,  $DZ$  paralleles à  $GB$ . ſoit encor menee  $DK$  parallele à  $HB$  qui fermera les parallelogrammes  $DI$ ,  $TB$ . Or G  
côme  $GF$  à  $FD$ , ainſi  $KT$  à  $TD$ . *par la 2. de ce liure* (c'eſt à dire  $BI$  à  $IZ$  leurs egales *par la 34. du 1.*) Et puis que  $DZ$  eſt parallele à  $GB$  comme eſt  $GD$  à  $DH$ , ainſi  $BZ$  à  $ZH$ . par ainſi la ligne  $HB$  eſt couppee en meſme raiſon que  $HG$ , ou  $LC$  propoſee.



### PROPOSITION XI.

**A deux lignes droïtes données trouver la troiſieſme proportionnelle.**

**S**oient les deux lignes droictes données  $HB$ ,  $HG$  disposées en l'angle  $H$ . soit tirée  $GB$ , & prolongée  $HB$  en  $D$ , en sorte que  $BD$  soit égale à  $HG$ . Au point  $D$  soit menée  $DF$  parallèle à  $BG$ , & faicte la ligne  $HGF$ . Il est evident *par la 2. de ce livre* que comme  $HB$  à  $BD$ , ainsi  $HG$  à  $GF$ . Mais  $HG$  &  $BD$  sont égales: il sera donc comme  $HB$  à  $HG$ , ainsi  $HG$  à  $GF$  proportionnelle.



4  
B

H  
G

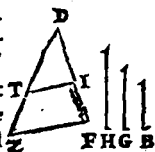
E

43 B.D.  
 F. 21. Neansmoins les  
 trois ligues, propo-  
 se, rencontraient icy. H. B. H.

ELEMENS D'EVCLIDE,  
PROPOSITION XII.

A trois lignes droictes données trouver la quatriesme proportionnelle.

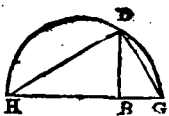
Soient les trois lignes droictes données HGB.  
Soient deux lignes droictes DF, & DZ fai-  
sans vn angle en D, & soit la ligne droicté DT  
egale à H, TZ égale à B, & DI égale à G. soit  
tirée TI & menée la parallele ZF par la 2. de ce  
proposiure, comme DT (c'est à dire H) à TZ (c'est  
à dire B) ainsi DI (ou G son égale) à IF, la-  
quelle sera par ce moyen la quatriesme ligne proportionnelle.



Soient deux lignes H. B. PROPOSITION XIII.

A deux lignes droictes données trouver la moyenne proportionnelle.

Soient les deux lignes droictes proposées  
HB, BG mises directement, & sur la toute  
HG soit décrit vn demy cercle HDG, & au  
point B soit faicte la perpendiculaire BD, &  
joinctes HD, DG. Le triangle HDG sera  
rectangle par la 31. du 3. Et puis que de l'angle droict D tombe  
sur la base la perpendiculaire DB, icelle fait deux triangles equian-  
gles par la 8. de ce liure. Et par consequent proportionnaux par la  
4. du mesme. Tellement donc que comme HB à BD, ainsi la  
mesme BD (qui est cōmunē aux deux triangles) à BG. dont s'en-  
suiura que DB sera moyenne proportionnelle entre HB & BG.

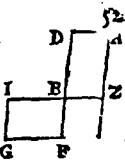


PROPOSITION XIII.

Des parallelogrammes egaux qui ont vn angle egal à l'angle:  
Les costez au long des angles egaux sont reciproques. Et les  
parallelogrammes qui ont vn angle egal à l'angle, & les co-  
stez au long des angles egaux reciproques, sont aussi egaux.

Soient les parallelogrammes egaux HF, BG ayans l'angle  
egal à l'angle, sçauoir DBZ à IBF: ie dy que le costé DB

an costé BF est reciproquement comme IB à BZ.  
Soit mis IB directement avec BZ: l'autre DB sera  
aussi directement avec BF (car les angles sont au  
sommets.) soit fait le parallelogramme IF comme  
le parallelogramme HB au parallelogramme ZF,  
ainsi l'autre BG au mesme ZF par la 7. du 5. Mais  
côme HB à ZF, ainsi la ligne droite DB à BF par la 1. du 6. un mot  
Et côme BG à ZF par la mesme: car ils sont l'un à l'autre comme les bases de  
leurs bases. Donc par la 11. du 5. comme les costez DB à BF, lignes bien  
ainsi reciproquement IB à BZ: tellement que suivant la 2. defini-  
tion du 6. les parallelogrammes sont reciproques, & leurs costez.



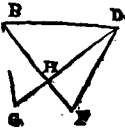
expli-  
cation at  
clair en

Semblablement se demonstrera la seconde partie, c'est à sca- D. 55. 18  
voir, si les costez DB à BF sont reciproquement comme IB à BZ, que BZ, les parallelogrammes HB, BG seront egaux. D'autant que les rai-  
(par l'hypothese) c'est vne mesme raison DB à BF, que BI à BZ, elle sera de mesme des parallelogrammes HB à ZF, que BG au mesme ZF par la 1. du 6. Iceux donc HB & BG seront  
egaux par la 9. du 5.

PROPOSITION XV.

Des triangles egaux ayans vn angle egal à l'angle, les costez  
au long des angles egaux sont reciproques. Et les triangles  
ayans vn angle egal à l'angle, & les costez au long des an-  
gles egaux reciproques, sont aussi egaux.

Soient deux triangles egaux HBG & HDF



ayans les angles BHG & DHF egaux au som-  
met H. Je dy que leurs costez au long des angles  
egaux sont reciproques comme GH à HD, ainsi  
FH à HB. Puis que les angles sont disposez au  
sommets. BH, HF seront directement ensemble, comme aussi  
GH D: les triangles donc GBH, & DBH estans en vne mes-  
me hauteur seront l'un à l'autre comme leurs bases GH à HD.  
Semblablement les triangles FDH, & le mesme DBH estans  
en mesme hauteur seront l'un à l'autre comme leurs bases FH à  
HB par la 1. du 6. Mais par l'hypothese HGB & HFD sont egaux,  
& ont vne mesme raison à vne mesme BDH par la 7. du 5. les li-  
gnes droictes donc GH à HD, & FH à HB ayans vne mes-  
me raison que les triangles, auront aussi la mesme entr'elles

23 du  
liv. 3.

any la  
manu sentance

ELEMENTS D'EUCLIDE,

II. du 5. Alternement donc les lignes seront proportionnelles

GH à HD, comme FH à HB par la 2. definition de celure.

Pour la seconde partie soient les triangles predits avans l'angle  
égal à l'angle, & les costez reciproques, ie dy iceux triangles estre  
egaux. D'autant que c'est vne mesme raison GH à HD que  
FH à HB, & comme GH à HD, ainsi le triangle HBG au  
triangle HBD, & comme FH à HB, ainsi semblablement le  
triangle HDF au mesme triangle HDB, ce sera vne mesme  
raison du triangle HBG au triangle HDB, que du mesme  
triangle HDF au mesme HDB. Les triangles donc ainsi proposez se-  
ront egaux par la 9. du 5.

leur angles egaux il paront leur

costez reciproques en PROPOSITION XVI.

Si quatre lignes sont proportionnelles, le rectangle compris des  
deux extremes est egal à celuy compris des moyennes. Et si le  
rectangle compris des deux extremes est egal à celuy compris  
des moyennes, les quatre lignes seront proportionnelles.

Soient quatre lignes proportionnelles H à G, comme  
B à D. Ie dy que le rectangle compris sous les plus

grandes & plus petites qui sont les extremes B & G, est  
egal au rectangle compris des moyennes H & D. Soit  
il y auront fait de B & G vn rectangle, & de H & D vn autre re-  
ctangle. D'autant que de ces deux parallelogrammes les

costez sont reciproques, sçavoir le plus grand de l'un au plus  
grand de l'autre, & le plus petit de l'un au plus petit de l'autre,

ce sera comme H à G ainsi B à D. iceux sont egaux par la 14. du 6.

Pour la seconde partie, si les parallelogrammes sont egaux ils  
auront les costez reciproques, & seront comme H à C, ainsi B

à D, par la mesme 14. du 6. livre.

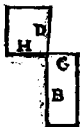
Sequent assez

clair.

PROPOSITION XVII.

Si trois lignes sont proportionnelles, le rectangle compris des ex-  
tremes est egal au quarré fait de la moyenne. Et si le rectan-  
gle compris des extremes est egal au quarré de la moyenne,  
icelles trois lignes seront proportionnelles.

Soient trois lignes proportionnelles proposees H, B, D,  
sçavoir comme H à B, ainsi B à D: & de H & D soit fait



vn rectangle, & de B vn quarré. Je dy que le rectangle est egal au quarré. Car puis que C est egal à B, il sera comme H à B, ainsi C à D : les quatre seront donc proportionnelles H, B, C, D : mais le rectangle des extremes est egal au rectangle des moyennes par la precedente, qui est le quarré de B moyenne.

Et si le rectangle H D est egal au quarré de la moyenne B, les lignes H, B, C, D, seront proportionnelles par la precedente. Mais d'autant que B & C sont egales, H sera à B comme à B à D.

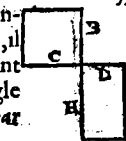
PROPOSITION XVIII.

sur vne ligne droite donnée descrire vne figure rectiligne semblablement posée à vne autre figure rectiligne donnée.

Soit la ligne droite donnée H B, sur laquelle il faut semblablement descrire vne figure rectiligne semblablement posée à la donnée C D L F. Soient premierement subtendus tous les angles par quelques lignes droictes, sçauoir en resoluant la figure en triangles, comme C D L, C L F. Au point H sur la ligne H B soit fait vn angle egal à D C L, comme B H I par la 23. du 1. & au point B vn angle egal à D comme B. Le troisieme H I B sera egal au troisieme C L D, comme on peut recueillir de la 32. du 1. Le triangle donc H B I sera equiangle au triangle C D L, & semblablement descript: & comme C L à H I, ainsi C D à H B par la 4. du 6. Maintenant sur la ligne droite H I soit semblablement descript le triangle H G I equiangle à C F L: d'autant que les deux angles B H I & I H G sont egaux aux deux angles D C L & L C F, le tout sera egal au tout sçauoir B H G à l'angle D C F: semblablement l'angle B I G à D L F, comme aussi l'angle G à l'angle F, la ligne droite donc CL sera à la ligne droite H I comme D L à B I: mais CL à H I est comme D C à B H. D C à B H sera donc comme D L à B I au long des angles egaux. Semblablement se demonstreront les autres costez estre de mesme l'un à l'autre. Par ainsi toute la figure rectiligne H B I G sera semblable à C D L F, & semblablement descripte sur la ligne donnée.

PROPOSITION XIX.

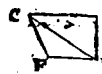
Les triangles semblables sont l'un à l'autre en raison double de leurs costez de semblable raison.



Trois lignes  
sont  
bien si elles  
sont proportionnelles  
pour requies  
laegalite de  
rectangle  
quarré ma  
il faut prendre  
garde que telle  
figure aura  
B. B on a  
la trois costez  
qui sont  
de quatre  
lignes  
l'on voit



qu'on aura  
B. B on a  
la trois costez  
qui sont  
de quatre  
lignes  
l'on voit



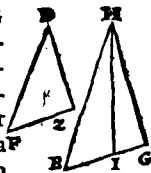
l'on voit



que l'on voit  
dans cette figure  
apposée

ELEMENTS D'EVCLIDE,

Soient les deux triangles equiangles H B G plus grand, & D F Z plus petit, ayans les costez proportionnaux par la 4. du 6. sçavoir comme H B à D F, ainsi B G à F Z. soit aussi comme B G à F Z, ainsi F Z à B I par la 11. du 6. par ainsi ces trois lignes seront proportionnelles, & la premiere B G à la troisieme B I aura la raison double de F Z par la 10. definition du 5. La raison donc de H B à D F sera de mesme reciproquement par la 2. definition du 6. livre. D F. Z. Parquoy les triangles H B I & D F Z seront egaux (par la seconde H B G. partie de la 15. de ce livre) les angles F & B ayans esté posez egaux. Mais B G est à la base B I, comme le triangle H B G au triangle H B I par la 1. du 6. La base donc B G fera à B I comme le triangle H B G au triangle D F Z (qui est egal à H B I) mais B G à B I à la raison doublée du costé B G au costé F Z. Il s'ensuivra donc que le triangle H B G aura au triangle D F Z la raison double du costé B G à B I, ou des autres costez de semblable raison. Les triangles donc, &c.

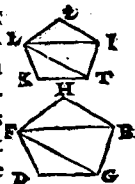


H. B. 1. est en semblable raison car

PROPOSITION XX.

Les polygones semblables, se peuvent diuiser en triangles semblables, egaux en nombre, & proportionnaux à leur tout. Mais le polygone a au polygone la raison double du costé de semblable raison au costé de semblable raison.

Soient les polygones semblables Z L K T I, & S H F D G B: d'autant que par l'hypothese l'angle B H F est egal à l'angle I Z L, & les costez au long des angles egaux proportionnaux, sçavoir comme B H à H F, ainsi I Z à Z L. Soient menées les lignes droictes B F, I L, les triangles H F B, & Z L I seront equiangles par la 6. de ce livre, & l'angle H B F sera egal à l'angle Z I L. Mais par la construction tout l'angle H B G, est egal à tout l'angle Z I T: ostant donc H B F & Z I L, l'autre angle restant F B G sera egal à l'autre L I T par la 19. du 5. Ioinctes maintenant F G & I T: F B sera à H B comme L I à Z I au long des angles egaux. Et comme H B à B G, ainsi Z I à I T en raison egale par la 22. du 5. il sera comme F B à B G, ainsi L I à I T. Mais d'autant que l'angle F B G a esté monstré egal à L I T, les triangles F B G & L I T.



LI T seront semblables & equiangles par la 6. de ce livre. Et pour ce que tout l'angle B G D est posé egal à l'angle I T K, par semblables argumens se demonstrera l'angle F G D estre egal à l'angle L T K, & les autres angles aux autres angles: & par ainsi par la 6. de ce livre le triangle F G D se trouuera equiangle au triangle L T K. Voila donc les polygones diuisez en triangles semblables, & egaux en nombre. Outre plus, d'autant que chaque triangle est semblable à son triangle, & ont vne mesme raison l'un à l'autre, & que les parties sont egales à leur tout, le polygone H B C D F au polygone Z I T K L sera en raison double de H B à Z I par la precedente.

## PROPOSITION XXI.

Les figures semblables à vne figure rectiligne, sont semblables entr'elles.

Soient les figures rectilignes H & B semblables à C. D'autant qu'elles ont leurs angles egaux aux angles de C par la 1. definition du 6. Ils auront aussi leurs angles egaux entr'eux par la 1. commune sentence, & auront les costez de mesme raison proportionnaux au long des triangles egaux: dont s'ensuira que H & B seront semblables & equiangles.



## PROPOSITION XXII.

si quatre lignes droictes sont proportionnelles, les figures rectilignes semblables, & semblablement descrites sur icelles seront proportionnelles. Et si les figures rectilignes semblables & semblablement descrites sur quatre lignes droictes sont proportionnelles, icelles lignes seront proportionnelles.

Soient quatre lignes droictes proportionnelles H B à G D come F Z à I T. Soient faictes les figures H L, G K semblables, & semblablement descrites: soient aussi les deux autres F Z M & I T N semblables & semblablement descrites. Soit aussi aux lignes H B & G D trouuée la troisieme proportionnelle X par la 11. du 6. & aux lignes F Z & I T la troisieme propor-



si B. H. D. G. 2. F. I. T sont proportionnelles, les figures rectilignes semblables, & semblablement descrites sur icelles seront proportionnelles.

ELEMENTS D'EVCLIDE,

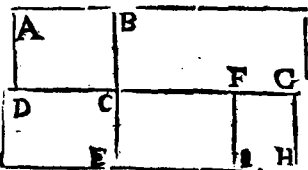
donnelle O. Comme la ligne HB est à X, ainsi est la figure HL à la figure GK (c'est à dire en raison double) & comme FZ à O, ainsi la figure FZM à ITN par la 19. du 6. Mais comme HB à GD, ainsi FZ à IT, & comme GD à X, ainsi IT à O. Donc par la 22. du 5. en raison egale, comme la ligne HB à la ligne X, ainsi FZ à O. Par ainsi comme la figure HL est à la figure GK, ainsi FZM à ITN, par la 11. du 5. & sont proportionnelles. Pour la secõde partie soit les mesmes figures proportionnelles semblables & semblablement descrites. Je dy que les quatre lignes sur lesquelles elles sont descrites sont proportionnelles; car conteneon peut recueillir de la 19. & 20. de celuyre, la raison de l'une à l'autre sera comme celle de leurs costez doublée. La raison donc de leurs costez sera vne mesme par la 7. commune sem- m. F. sepe, sçavoir comme HB à DG, ainsi FZ à IT: iceux costez seront donc proportionnaux.

seconde partie est version la premiere figure, le lignier m. F. N 1 64 sur quatre lignes, toutes sont proportionnelles.

PROPOSITION XXIII.

Les parallelogrammes equiangles ont raison l'un à l'autre composee de leurs costez.

Explication. L'opiniõs de plusieurs qui ont glossé sur ceste proposition, & aussi que la raison composée ne se peut icy entendre comme elle est diffinie en la 4. du 5. Je diray seulement que la raison des pa-



rallelogrammes equiangles de l'un à l'autre depend de la raison des costez d'iceux: Mais voicy ce qui se peut plus facilement demonstrier, qui me semble plus approcher de l'intention de l'Auteur.

Soient les deux parallelogrammes ABCD & CGHE equiangles, si le plus long costé de l'un CG est au plus grand costé de l'autre CD, comme BC au plus petit CE, les parallelogrammes seront egaux par la 16. de celuyre. Mais si CG a plus grande raison à DC que BC à CE de la quantité de FG. Aussi le parallelogramme CH excedera l'autre AC en mesme proportion que la raison du costé GC à DC, excède la raison de BC à CE: c'est à sçavoir du parallelogramme FH, lequel FH a mesme raison au parallelogramme EF, comme la ligne CF à la ligne FG par la 1. du 6. Voila donc comment la raison selon les costez.

des parallelogrammes equiangles de l'un à l'autre depend de la raison de leurs costez.

PROPOSITION XXIII.

De tout parallelogramme les parallelogrammes qui sont au long du diametre ayans vn angle commun avec le mesme, sont semblables au tout, & l'un & l'autre.

SOIT le parallelogramme HBGD & son diametre H F B  
H G, au long duquel soient les parallelogrammes  
FX, T I ayans chacun vn angle commun avec le tout  
sçavoir H & G. D'autant que X Z T est parallele à  
H B, & F Z I à H D, & que la ligne H G les traaverse  
au point cōmun Z, il s'ensuiura que les angles F H Z,  
H Z X, & T Z G, Z G I seront egaux, comme aussi  
X H Z, H Z F, I Z G, Z G T seront egaux par la 29. du 1. & que  
les quatre triangles seront equiangles, & par consequent auront  
leurs costez proportionnaux par la 4. du 6. comme donc sera H F  
à F Z, ainsi Z T à I G, & comme H X à X Z, ainsi Z I à I G, H F. X. Z.  
ainsi les parallelogrammes proposez sont equiangles, semblables  
& semblablement descrits entr'eux & au tout,

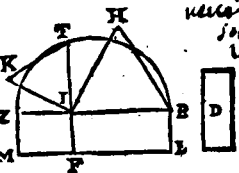


voit une  
semblable  
figures au  
liv. 2 prop  
4. comme  
une ligne dra  
te fait des  
angles. mō  
ny les aye lon  
qu'elle traue  
le rectangle  
le parallelogr  
era bien pas  
tage aux bō  
quel autre  
Z. T. I. G.

PROPOSITION XXV.

Descrive vne figure rectiligne semblable à vne figure rectiligne  
donnée & egale à vne autre rectiligne proposee.

SOIT la figure rectiligne proposee  
H B I, à laquelle il conuienne faire  
vne semblable figure & egale à D. K  
Sur la ligne droicte B I soit fait vn re-  
ctangle par la 45. du 1. qui soit egal à Z  
H I B comme B F. soit prolongee B I  
vers Z, & sur la ligne I F à l'angle Z I  
F, soit descrit vn rectangle Z F egal à D. Et soit par la 13. de ce liur  
trouuee la moyenne proportionnelle entre B I & I Z, laquelle  
soit I T. Sur icelle soit semblablement descrite vne figure sem-  
blable à H I B par la 18. du 6. comme I T K. Maintenant comme  
B I à I T, ainsi I T à I Z, & comme la figure H I B à la figure  
I T K, ainsi la ligne B I à I Z en raison double par la 19. & 20.  
de ce liur. Mais comme la ligne B I à I Z, ainsi le rectangle B F



Donneur le  
rectangle X  
Z. D. I. est egal  
à p. B Z. T pour  
ueller que leur ligne  
sont proportion  
les. vñ prop  
XVI. mais  
il n'est pas  
par quelle  
soient.

cette exp  
cation est  
tres claire

ELEMENS D'EVCLIDE,

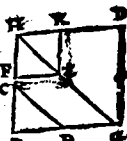
(ou HIB son egal) au rectangle IM par la 1. de celiure: car ils sont en mesme hauteur. Ils s'ensuiura donc que la figure ITK sera egale au rectangle IM par la 14. du 5.

PROPOSITION XXVI.

Si d'un parallelogramme on oste vn parallelogramme semblable au tout & semblablement posé, ayant vn angle commun avec le tout: le soustrait sera avec le tout sur vn mesme diametre.

Cette explication est aussi claire que la preuve.

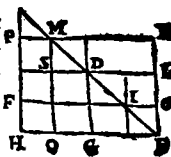
SOIT d'un parallelogramme HDGB osté le parallelogramme HKZF semblable au tout & semblablement posé, ayant l'angle commun H. Ie dy que le diametre HZG de l'un & de l'autre est vne mesme ligne droicte. Car soit diuisé le costé BG en deux egalement en P, comme aussi HB en C, & tirée CP, ceste ligne sera parallele à HZG (car le triangle CPB a les costez proportionnaux aux costez du triangle HGB, & par consequent est equiangle par la 5. de cestuy) dont s'ensuiura que l'angle CPB estant egal à l'angle HGB & PCB à ZHF, la ligne HZG ne sera qu'une parallele à CP par la 28. & 30. du 1. dont est euident que le parallelogramme soustrait est sur vn mesme diametre avec le tout.



PROPOSITION XXVII.

De tous parallelogrammes qu'on peut appliquer sur vne ligne droicte, deffailant de la ligne droicte de la quantité des parallelogrammes semblables à celuy descrite sur la moitié & semblablement poser, le plus grand est celuy qui est appliqué sur la moitié de la ligne, & qui est semblable à celuy par lequel il est deffailant.

SOIT la ligne droicte HB couppee au point G en deux egalement, & sur GB soit descrit vn parallelogramme GL duquel le dimetient soit DB: d'autant que le parallelogramme de la quantité duquel vn autre parallelogramme appliqué doit manquer de la ligne, est



semblable & semblablement posé à GL qui est fait de la moitié, le mesme parallelogramme sera sur le dimetient par la precedente, & auront l'angle B commun. Parquoy afin que l'appliqué sur la ligne HB deffaille d'icelle par vn parallelogramme semblable à GL : il faudra qu'il soit descript du point H iusques au dimetient. Soit donc appliqué HI deffillant de la ligne, de la quantité de IB semblable à GL. Le dy que de tous les parallelogrammes ainsi appliquez sur HB entre H & le dimetient, le plus grand est celuy qui est appliqué sur la moitié de la ligne, c'est à sçavoir HD ou GL son egal. Premièrement HI sera démontré moindre. d'autant que les suppléments GI & IL sont egaux par la 43. du 1. comme aussi FD & DC par la 36. du 1. & que FD est plus grand que ~~LI~~ (ou IG son egal) de la quantité DI, le commun FG estant adjousté, HD (ou GL son egal) sera plus grand que HI de la quantité du parallelogramme DI. Que si le parallelogramme est mis comme HM surpassant D, il sera deffillant de la quantité ON semblable à GL. Or les suppléments DN, DO sont egaux, comme aussi PD & DN : & PS est moindre que DN de la quantité de MD : si donc on adjoust le commun HS, le tout HD (ou GL son egal) sera plus grand que HM de la quantité de MD. De tous parallelogrammes donc, &c. Cery veut dire qu'en un triangle ne se peut inscrire aucun parallelogramme plus grand que celuy qui coupe les trois costez en deux également, & qui a l'angle commun avec le triangle.

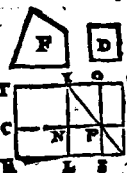
ce qu'on ont  
l'hauteur de  
l'application  
conviene ma  
nifestement  
au parallelo-  
gramme HD  
Car  
le parallelo-  
gramme HD  
est apli-  
qué sur la  
moitié de  
la ligne p  
B qui avec  
H B, H D  
fait le trian-

PROPOSITION XXVIII.

sur vne ligne droicte donnee appliquer vn parallelogramme deffillant en espece de la quantité du parallelogramme semblable donné, & qu'iceluy appliqué soit egal à vne figure rectiligne donnee non plus grande que le parallelogramme appliqué sur la moitié de la ligne semblable à celuy duquel il doit estre deffillant.

gle oultre cela  
(est le plus grand) par  
le triangle comme il a  
est le nombre  
et il coupe  
les trois costez  
du triangle  
en deux éga-  
lement & son  
angle com-  
mun avec le trian-  
gle.

SOit la ligne droicte donnée HB sur laquelle il faut appliquer vn parallelogramme egal à F & deffillant d'un parallelogramme semblable à D. Soit donc sur la moitié LB descript vn semblable à D par la 18. de celuy comme LZ, & soit acheué TB & tirée la ligne IB. Si F est egale à HI (ou à IZ son egal) nous auons la chose



vn paralle-  
logramme est  
1/2 deffillant  
2 en espece  
à un parall-  
lelogramme  
B semblable  
donné quand

Il est appliqué a quelq  
ligne. droite le quadr-  
il ne peut occuper en  
rien d'autre que son  
de deffait en parallelogramme semblable avec un

de deffait en parallelogramme semblable avec un

Ainsi la droite désirée : si elle est moindre, posons que ce soit de certain espace que nous réduisons en semblable figure comme D par la 25. de ce livre. Lequel espace soit ON, qui sera sur le dimetient par la 26. du 6. & d'autant qu'en la précédente il a esté monstré que HP est moindre que HI du parallelogramme NO, & que F est moindre que HI par la position du mesme NO : il s'ensuivra que HP ne sera égal à F par la 7. & 11. du 6. & sera defaillant de la ligne HB, la plus grande de l'espace SR semblable à LZ ou à D.

tenir entièrement à cause

que la ligne droite est **PROPOSITION XXIX.**

Sur une ligne droite

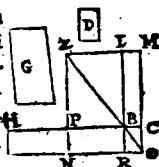
donnée comparer un parallelogramme intervalle de L. S. qui fait égal à une figure rectiligne donnée, & excédant en espèce un autre parallelogramme semblable à un autre proposé.

parallelogramme égal

à D. par la 25. du 6.

à une droite

Soit la ligne droite donnée HB coupée en SP en deux également, la figure rectiligne à laquelle se fera la comparaison soit G, & le parallelogramme semblable à l'excès soit D. Maintenant soit fait PL semblable à D, & dans l'angle Z soit décrit un parallelogramme égal à PL & à G, & semblable à PL (ou à D) par la 25. du 6. livre, & soit NM. il est evident que le commun PL estant osté le gnomon LO P sera égal à G. Si donc le parallelogramme NM est fait de l'autre moitié HP, le parallelogramme HO sera égal au gnomon LO P, & par conséquent à G, & excédera la ligne HB du parallelogramme RC qui est semblable à PL ou à D. Si donc sur une ligne droite, &c.



**PROPOSITION XXX.**

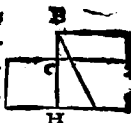
Couper une ligne droite terminée donnée entre les deux extremes.

Une ligne droite est coupée en deux parties par la 11. du 2. Le rectangle compris sous HB, RC sera égal au quarré de HC. Voicy donc trois lignes proportionnelles par la 17. du 6. comme la

toute HB à la plus grande partie HC, ainsi celle-cy à la plus petite CB. dont s'ensuit que HB est coupée en C

entre les deux extremes par la 3. definition de ce livre.

plus grand segment au moins. Voy le def. 3.

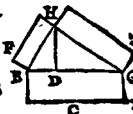


**PROPO.**

## PROPOSITION XXXI.

*Aux triangles rectangles la figure de quelconque espece que ce soit qui est descrite sur le costé qui soustient l'angle droit, est egale aux figures de mesme espece qui sont semblables & semblablement descrites sur les costez qui comprennent l'angle droit.*

Soit le triangle rectangle H B G duquel l'angle droit soit H. Je dy que toutes figures semblables & semblablement descrites des costez qui comprennent l'angle droit cōme F H B & Z H G sont egales à la figure semblable & semblablement descrite sur B G, c'est à sçavoir B G C. D'autant que ces polygones sont semblables & equiangles, ils auront l'un à l'autre la raison double de leurs costez, comme auront aussi les deux quarrés descrits sur les mesmes costez, par la 19. & 20. de ce livre. Il s'ensuivra donc que comme les deux quarrés sont egaux au troisieme par la 47. du 1. ainsi les deux polygones seront egaux au troisieme, puis qu'ils ont vne mesme raison entr'eux.



La triangle est une figure formée de maniere que ne de ces parties. Il s'ensuivra donc que comme les deux quarrés sont egaux au troisieme par la 47. du 1. ainsi les deux polygones seront egaux au troisieme, puis qu'ils ont vne mesme raison entr'eux.

## PROPOSITION XXXII.

*Si entre deux triangles le costé de l'un & le costé de l'autre composent un angle, & que ces deux costez soient reciproques à deux autres, & paralleles: les autres deux costez d'iceux triangles seront en vne seule ligne droite.*

Soient les deux triangles joints en sorte que les costez H G & D G facent un angle entre les deux triangles, c'est à sçavoir H G D. & soient iceux paralleles & reciproques aux deux autres costez, comme H G à D F, & D G à H B. D'autant que H B & D G sont paralleles, & que H G tombe sur icelles, l'angle B H G sera egal à l'angle H G D: & puisque H G & D F sont paralleles, & que D G tombe sur icelles, l'angle H G D sera egal à G D F par la 29. du 1. Les angles donc H & D seront egaux & les triangles equiangles par la 6. de cestuy, & l'angle H G F egal aux deux H & B par la



me comme H. G. H. B. B. G. du troisieme parallelogramme seront proportionnels aux costez H. G. & B. G.

32. du 1. Et par ainsi les deux angles  $\angle G F$ , &  $\angle H G B$  égaux à deux droicts. Puis donc qu'à la ligne  $H G$  deux autres lignes concourent,  $\angle B G$  &  $\angle F G$ , & qu'elles font deux angles égaux à deux droicts, icelles sont posées directement par la 14. du 1, telle les autres deux angles  $\angle H G B$  &  $\angle F G B$ .

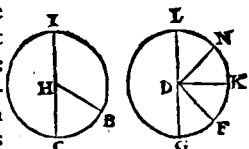
Se voit en une même PROPOSITION XXXIII.

ligne ou l'on voit que

Aux cercles égaux les angles ont même raison que les circonferences sur lesquelles ils sont, soit que les angles soient en la circonference, ou au centre : & les secteurs ont aussi même raison.

Il a esté montré par la 27. du 3. que aux cercles égaux les angles qui sont sur circonferences égales sont égaux : maintenant si en cercles égaux les angles inégaux n'ont vne même raison que leurs circonferences sur lesquelles ils sont décrits comme sur leurs bases : Soient proposez deux angles inégaux  $\angle C H B$  plus grand &  $\angle G D F$  plus petit, & que l'angle  $\angle G D F$  soit vn demy droict, & que l'arc  $C B$  ait plus de raison à l'arc  $G F$  que l'angle  $\angle C H B$  à l'angle  $\angle G D F$ . Par même raison ou supposition l'arc plus grand  $I B$  aura plus de raison à  $B C$  plus petit que l'angle  $\angle I H B$  à  $\angle B H C$  : & conjointement les deux arcs (c'est à dire la moitié de la circonference) auront plus de raison à l'arc  $G F$  que les deux angles  $\angle I H B$  &  $\angle B H C$  (c'est à dire deux droicts) à l'angle  $\angle G D F$ . Maintenant soit fait l'angle  $\angle K D F$  égal à  $\angle G D F$ , &  $\angle K D N$  &  $\angle N D L$  de même : il est evident par la 26. du 3. que les arcs  $F K$ ,  $K N$ , &  $N L$  seront égaux & les quatre angles vaudront deux droicts : dont s'ensuivra que la moitié de la circonference  $I B C$  aura plus de raison à la moitié de la circonference  $L N K F G$  que deux angles droicts à deux angles droicts, ce qui est faux & contre la position qui met les cercles égaux. Semblablement se montrera l'arc  $C B$  n'avoir moindre raison à l'arc  $G F$  que l'angle  $\angle C H B$  à l'angle  $\angle G D F$ . Tellement donc que aux cercles égaux, &c. Pour le regard des angles en la circonference qui sont moitié de ceux qui sont au centre, puis que c'est vne même raison des moitiés aux moitiés que du tout au tout, il n'y aura aucune difficulté.

Et quant aux secteurs s'ils sont égaux, ils auront les angles du

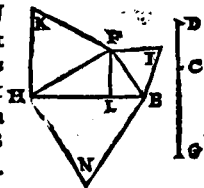


centre egaux & leur bafe droicte egale à la bafe droicte *par la 4. du 1.* Et *par la 28. du 3.* les lignes droictes egales leuent circonferences egales, les fecteurs egaux auront donc meſme raiſon l'un à l'autre que l'arc à l'arc. Que s'ils ſont inegaux, poſons s'il eſt poſſible, que le plus grand ſecteur  $CHB$  a moindre raiſon au plus petit  $GDF$  que l'arc  $CB$  à l'arc  $GF$ . Il ſ'enſuiura de ceſte poſition que le ſecteur  $IHB$  aura moins de raiſon au plus petit ſecteur  $CHB$  du meſme cercle, que l'arc  $IB$  à l'arc  $CB$ , & par conſequent que tous les deux ſecteurs (c'eſt à dire la moitié du cercle) auront moins de raiſon au ſecteur  $GDF$  que l'arc  $IBC$  à l'arc  $GF$ . Or les quatre angles qui ſont en  $D$  ſont egaux, & leurs arcs egaux par l'hypothèſe: les deux ſecteurs donc  $IHB$  &  $BHC$  (c'eſt le demy cercle) auront moins de raiſon aux quatre ſecteurs de l'autre cercle  $D$  (qu'eſt le demy cercle) que la moitié de la circonſerence à la moitié de la circonſerence, des meſmes cercles: ce qui eſt faux, eſtans les cercles poſez egaux. Semblablement ſe pourra demonſtrer que le plus grand ſecteur n'aura pas plus grande raiſon au plus petit que l'arc à l'arc: dont ſ'enſuiura qu'ils auront meſme raiſon l'un à l'autre que l'arc à l'arc.

## PROPOSITION XXXIIII.

*Deſcrire deux figures rectilignes qui ayent l'une à l'autre la raiſon donnée, & qui ſoient egales, ſemblables & ſemblablement deſcrites à vne autre figure rectiligne donnée.*

Soit la figure rectiligne donnée  $HBN$  & la raiſon donnée ſoit  $GC$  à  $CD$ . Soit  $HB$  coupée en meſme raiſon en  $L$  *par la 10. du 6.* & fait vn demy cercle ſur  $HB$ , & eſſeue la perpendiculaire  $LF$  iuſques à la circonſerence, & ſoient menées  $HF$  &  $FB$  qui comprendront vn angle droict *par la 31. du 3.* La ligne  $LF$  ſera moyenne proportionnelle entre  $HL$  &  $LB$  *par la 13. du 6.* & les deux triangles ſont enſemble  $HFL$  &  $FBL$  ſont equiangles & ſemblables l'un à l'autre & l'angle droit au tout  $HFB$  *par la 8. du 6.* Ainſi donc comme  $HF$  eſt à  $FB$ , eſt egale ainſi  $HL$  à  $LF$ , &  $FL$  à  $LB$ . Or les figures ſemblablement deſcrites ſur  $HF$  &  $FB$  ſont l'une à l'autre comme  $HL$  à  $LB$  & ſont compoſées de deux angles droits et que cela a eſté appliqué au parallelograme: il n'y a qu'à l'appliquer iux autres triangles.



Comme il a eſté prouué dans la Proposition 3, de ce livre que vne figure.

nant l'angle droit et que cela a eſté appliqué au parallelograme: il n'y a qu'à l'appliquer iux autres triangles.

# ELEMENTS D'EVCLIDE,

*Le fin* LB, c'est à dire en raison double par la 10. du 6. Il s'ensuivra donc, icelles figures estans semblablement descrites comme H BN, estre l'une à l'autre selon la raison de HL à LB, c'est à dire GC à CD. Mais par la 31. du 6. livre. les deux figures HKE, FIB sont egales à HNB : il s'ensuit donc qu'elles sont a HE de suivant la proposition, c'est à sçavoir egales & semblables à la mesme HE proposée, & ayans l'une à l'autre la raison donnée.

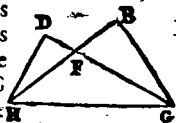
*a F. B. ce comme le Rect. l'one*

HBN a H.K.E. PROPOSITION XXXV.

*ainsi H. K. F. a H. B. N.*

Si deux lignes droictes se couppent en angle obtus, & des extremité d'icelles on tire sur vne chacune vne perpendiculaire, les lignes entre les extremité & les perpendiculaires se couppent l'une l'autre reciproquement.

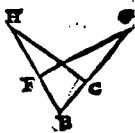
*F.H.G. est un angle obtus*  
*mais B.H.G. H.D.G. sont droitz ayant mesme base*  
*et id prop. 25 l. 3.*  
Soient deux lignes HB, GD se couppans en angles obtus en F, & soient tirées les perpendiculaires HD, GB. d'autant que les angles D & B sont droicts, & DFH, BFG egaux par la 15. du 1. Il s'ensuivra que l'angle DHF sera egal à BGF, comme on peut recueillir de la 32. du premier, & par consequent les triangles HDF & GBF equiangles qui auront leurs costez proportionnaux par la 4. du 6. la ligne HF sera donc à FD comme GF à FB, suivant la proposition. Ainsi elles se couppent l'une & l'autre reciproquement.



## PROPOSITION XXXVI.

Si deux lignes droictes comprennent vn angle aigu, & des extremité d'icelles on tire sur icell s-mesmes des perpendiculaires qui se couppent, icelles deux lignes seront reciproquement proportionnelles comme les segments qui sont au long de l'angle.

Soient deux lignes HB & GB faisant l'angle aigu B, & soient tirées les perpendiculaires HC, GF. D'autant que l'angle HCB est droict, & egal à l'angle GFB, & que l'angle B est commun, les deux angles H & G seront egaux par la 32. du 1. Et les triangles HCB & GFB se-



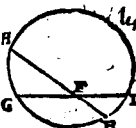
ront equiangles, & par consequent proportionnaux. HB sera donc à BC comme GB à BF, & de mesme suite comme HB à BG, ainsi FB à BC par la 16. du 5.

PROPOSITION XXXVII.

Si deux lignes droictes se couppent l'une l'autre en vn cer-  
cle, les sections de l'une aux sections de l'autre seront reci-  
proquement proportionnelles.

voir la prop  
sition 35  
du 3. d'ay un cer  
cle se ny a q

SOient HB & GD deux lignes droictes au  
cercle se couppans l'une l'autre en F. D'autant  
que par la 35. du 3. le rectangle compris de HF,  
FB est egal au rectangle de GF, FD, & que les  
costez des parallelogrammes sont proportion-  
naux, sçavoir ceux au long des angles egaux par  
la 14. du 6. Il s'ensuiura que comme HF à FD, ainsi GF à FB  
reciproquement par la 2. definition du 6. liure.



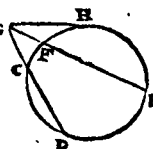
les lignes qui pa  
ssent par le  
centre q'ri  
coupent en  
D parties eg  
les, les autres  
les coupent in  
en telle sorte que  
les sections de l'une o

PROPOSITION XXXVIII.

Si d'un point donné hors le cercle deux lignes droictes tom-  
bent dans la circonference caue, icelles seront reciproque-  
ment proportionnelles à leurs parties qui sont hors le cercle:  
Et entre la toute & le segment hors du cercle, la moyenne  
proportionnelle est celle qui est menée du mesme point, &  
touche seulement le cercle.

proportion aux secti  
de l'autre comme  
on voit en  
cette figure

SOit le point donné hors le cercle G, du-  
quel soient menées deux lignes droictes à la  
circonference caue GB, GD, & du mesme  
soit menée GH qui touche seulement le cercle  
en H. D'autant que le rectangle compris de GB,  
GF est egal au rectangle de GD, GC comme on  
peut recueillir de la 36. du 3. Il s'ensuiura que les costez d'iceux re-  
ctangles seront proportionnaux par la 14. du 6. il sera donc GB  
à GD reciproquement comme leurs parties hors du cercle  
GC à GF. Dauantage, d'autant que par la mesme 36. le quar-  
ré de GH est egal au rectangle de GB, GF, ou de GD, GC



Cette pro  
position est  
claire et  
remarquable  
qu'il faut en  
sans peine  
la prouver

G iij par la proposition  
XIII de ce liure. ainsi que d'  
autre maniere.

ELEMENTS D'EUCLIDE, LIVRE SIXIESME.  
 Il s'ensuivra par la seconde partie de la 17 du 6. que la ligne GH se-  
 ra moyenne proportionnelle entre GB & GF, ou entre GD  
 & GC.

voy la propos. 18  
 du 5. livre

PROPOSITION XXXIX.

*Si deux lignes droictes sont couppees par deux paralleles droi-  
 tetes, elles sont couppees des mesmes en mesmes raisons.*

H. B. B. C. D.

sont egales

entre elles

ayant mes

me raison

a une mesme

grandeur

C. B.

et le paral

le F. G. qui

est entre des

ne sont pas egales

de H. C. comme

de B. D. fait qu'on peut dire

que comme la premiere grandeur BF.

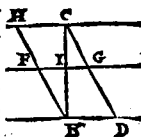
est a la seconde FH. ainsi la 3<sup>e</sup>

BH. est a la 4<sup>e</sup> HC. ce que par consequent

elles ont semblable raison. voy la definition V X

XI du 5. livre

Soient les deux lignes droictes HB, CD coup-  
 pees par deux paralleles HC, FG. soit me-  
 me CB coupant en I la ligne FG. Or par la 2.  
 du 6. comme HF a FB, ainsi CI a IB, & com-  
 me CI a IB, ainsi CG a GD. Voila donc  
 comme HF est a FB, ainsi CG a GD par



FIN DU SIXIESME LIVRE.

de H. C. comme  
 de B. D. fait qu'on peut dire  
 que comme la premiere grandeur BF.  
 est a la seconde FH. ainsi la 3<sup>e</sup>  
 BH. est a la 4<sup>e</sup> HC. ce que par consequent  
 elles ont semblable raison. voy la definition V X  
 XI du 5. livre

17 Aoust 1677.



# LE SEPTIESME LIVRE DES ELEMENS D'EVCLIDE.

## DEFINITIONS.

1. **L'**Unité est selon laquelle vne chacune des choses qui sont se nomme vne.
2. Mais le nombre est la multitude composee de plusieurs vnitez.
3. Partie est vn nombre moindre qu'un plus grand, quand il mesure le plus grand.
4. Et parties sont vn nombre moindre qu'un plus grand, quand il ne mesure pas le plus grand.
5. Mais le multiplie est vn nombre plus grand que le plus petit, quand celuy-cy mesure l'autre.
6. Nombre pair est celuy qui se peut diuiser en deux parties egales.
7. Mais impair est celuy qui ne se peut diuiser en deux parties egales: ou bien celuy qui est different du nombre pair de l'unité.
8. Nombre parement pair, est celuy qui est mesuré d'un nombre pair seulement.
9. Nombre parement impair est celuy qui est mesuré d'un nombre pair par vn nombre impair.
10. Mais nombre parement pair & impair est celuy qui est mesuré d'un nombre pair & d'un nombre impair.
11. Et Nombre impairement pair est celuy qui est mesuré de l'unité seulement.
12. Nombre premier est celuy qui est mesuré de l'unité seulement.

ELEMENS D'EUCLIDE,

11. Nombres premiers entre eux sont ceux qui sont mesurez par l'vnité seulement, pour mesure commune.
14. Nombre composé est celuy qui est mesuré de quelque nombre.
15. Nombres composez entre eux sont ceux qui sont mesurez de quelque nombre pour mesure commune.
16. Vn nombre se dict multiplier vn autre, quand autant d'vnitez qu'il y a en luy, autant de fois se compose le multiplié & en naist vn autre.
17. Nombre plan est celuy qui est produict de deux nombres se multiplians l'vn l'autre, & les costez d'iceluy sont les nombres se multiplians l'vn l'autre.
18. Nombre solide est celuy qui est produict de trois nombres se multiplians ensemble l'vn l'autre: Et les trois costez d'iceluy sont les nōbres se multiplians ensemble.
19. Nombre quarré est qui est egaleme<sup>nt</sup> egal, ou bien celuy qui est contenu de deux nombres egaux.
20. Nombre cube est qui est egaleme<sup>nt</sup> egal egaleme<sup>nt</sup>: ou bien celuy qui est contenu de trois nombres egaux.
21. Nombres proportionnaux sont ceux desquels le premier est l'egal multiplie, ou bien la mesme partie ou parties du second, comme est le troisieme du quatrieme.
22. Nombres plans ou superficiels semblables, & nombres solides semblables sont ceux qui ont les costez porportionnaux.
23. Le Nombre qui donne nom à la partie est celuy par lequel la partie repete<sup>e</sup> constitue & faict le tout.
24. Nombre parfaict est celuy qui est egal à toutes & chacunes ses parties.

*Definition du nombre milieu proportionnel.*

**Nombre milieu proportionnel entre deux nombres**

est celuy auquel le plus grand a mesme raison comme luy mesme au plus petit.

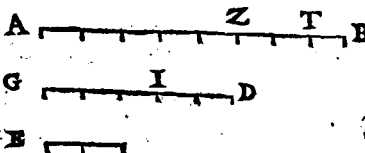
## COMMUNES SENTENCES.

1. Si vn Nombre mesure vne partie, il mesurera aussi le tout.
2. Si vn nombre mesure le tout & le soustraißt, il mesurera aussi le reste.

## PROPOSITION PREMIERE.

Deux nombres inegaux estans proposez, si en leuant tousiours alternement le plus petit du plus grand, le restant ne mesure iamais le precedent iusques à ce qu'il reste l'vnité; les nōbres proposez du cōmencement seront premiers entr'eux.

Soient donc proposez deux nōbres, sçauoir A B plus grand & G D. & de A B soit leué G D. restant Z B. Et de G D soit osté Z B. restant I D. de Z B aussi soit



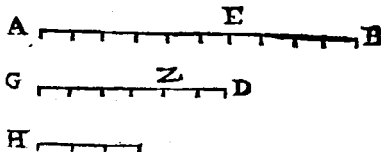
osté I D, & ainsi tousiours iusques à ce qu'il reste seulement l'vnité T B. Je dis qu'il n'y a aucun nombre qui mesure A B & G D. Que si quelque nombre les mesure, soit iceluy E : Et parce que E mesure le tout A B & le soustraißt G D, il mesurera aussi le reste Z B par la 2. com. sens. de ce liure. Sēblablement pource que le mesme E mesure le tout G D & le soustraißt Z B, il mesurera aussi le reste I D par la mesme. Et finalement mesurant le tout Z B & le soustraißt I D, il mesurera aussi le reste, c'est à sçauoir l'vnité T B. Ce qui est absurde, estant le nombre E plus grand que l'vnité. Si donc deux nombres inegaux &c.

voy la  
XII & XII  
par ce que  
dans cette  
supposi-  
A 2. 9. 1  
ne sont  
à la fin  
mesures  
que de l'  
te il le  
roue pre-  
est

## PROPOSITION II.

De deux nombres non premiers entre eux trouver la plus grande commune mesure d'iceux.

**S**Oient proposez deux nombres non premiers entre eux  $A B$ ,  $G D$ , desquels soit toujours osté le plus petit du plus grand jusques à ce que le nombre



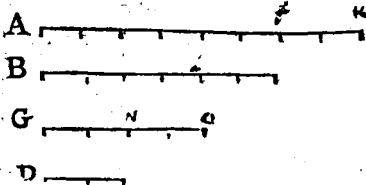
restant mesure le precedent; ce que necessairement aduiendra: autrement ne restant que l'unité, ils seroient premiers par la precedente, qui seroit contre l'hypothese.

Je dy donc que leuant  $G D$  de  $A B$  restera  $E B$ , cestuy cy leué de  $G D$  restera le nombre  $Z D$ , & que nul autre nombre plus grand ne mesurera point les proposez. Si quelque plus grand comme  $H$  les peut mesurer, d'autant qu'il mesure le tout  $A B$  & le soustrect  $G D$ , il mesurera aussi le reste  $E B$ : & pource aussi qu'il mesure le tout  $G D$  & le soustrect  $E B$ , il mesurera aussi le reste  $Z D$  par la 2. com. sent. de ce liure: Le nombre  $H$  plus grand mesurera donc le plus petit  $Z D$ . Ce qui ne se peut faire. D'ont est euident qu'un plus grand nombre que  $Z D$  ne mesurera point les nombres proposez. Resulte que si un nombre mesure deux autres nombres, il mesurera aussi leur commune plus grande mesure.

**PROPOSITION III.**

De trois nombres non premiers entre eux, trouuer la plus grande de commune mesure d'iceux.

**S**Oient les trois nombres non premiers entre eux proposez  $A, B, G$ ; Soit des deux  $A$  &  $B$ , trouuee la plus grande mesure (par la precedente) laquelle soit  $D$ , qui mesu-



ra le reste  $G$ , ou ne la mesurera pas. Que si elle le mesure, elle sera la plus grande mesure des trois; & aurons ce qui est requis. Si elle ne le mesure point, il faudra que  $G$  &  $D$  soient premiers entre eux, contre ce qui resulte de la precedente, & par consequent aussi  $G$  &  $B$  premiers: Ce qui est contre l'hypothese; Le nombre  $D$  sera donc la plus grande commune mesure des proposez. Et resulte que si un nombre mesure plusieurs autres nombres, il mesurera

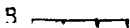
*aussi leur plus grande commune mesure.*

## PROPOSITION IIII.

*Tout nombre moindre est partie ou parties de tout nombre plus grand.*

**S**Oit le plus grand exposé

A. Si le moindre B mesure A il sera la partie precise d'iceluy par la 3. definition de celiure. S'il ne le mesure pas, il en fera les parties par la 4. definition de ce livre.



*Ainsi  
neut es  
le, parties  
de douze e  
non la partie  
une par an*

## ADVERTISSEMENT.

*Toute raison d'une partie au nombre, eschet en la mesme raison que l'unité au nombre. Et la raison des parties au nombre eschet tousiours és mesmes raisons que du nombre au nombre, mais non de l'unité au nombre.*

*Entre tous nombres donc ne tombe pas la vraye & simple raison des nombres (c'est à dire des quantitez discrettes,) mais seulement entre ceux desquels le moindre est les parties du plus grand: par ainsi de 4. à 12. la raison ne sera pas simplement des nombres, d'autant qu'elle est reduicte à la raison de l'unité à 3, & est de mesme: mais la raison de 4. à 14. & les autres des parties au tout, sont seulement entre les nombres.*

## PROPOSITION V.

*Si un nombre est partie d'un nombre, & un autre nombre est la mesme partie d'un autre nombre, aussi tous deux ensemble seront la mesme partie de tous deux ensemble, qu'est l'un de l'autre.*

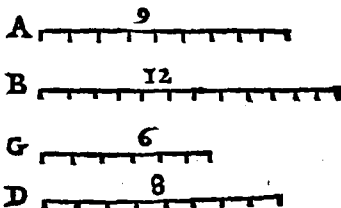
**C**este mesme chose est declaree en la 1. proposition du 5. és quantitez continues, comme elle est en celle cy és quantitez discrettes (c'est à dire és nombres.) Et pourtant, comme j'ay dict là, ie ny apporteray (non plus qu'en quelques suivantes) aucune

# ELEMENTS D'EVLIDE,

demonstration, ains seulement interpretation, craignant d'obscurcir ce qui est assez clair par le texte: Car ces propositions sont plustost principes & communes sentences que theoremes.

9 est les trois quarts  
e douze et six les

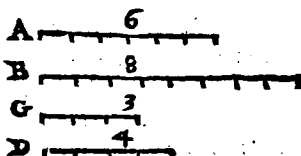
Si donc A est la mesme  
partie de B comme G est de  
D; A & G ensemble seront  
la mesme partie de B D en-  
semble.



## PROPOSITION VI.

Si vn nombre est parties d'un nombre, & vn autre nombre est  
les mesmes parties d'un autre: aussi tous deux ensemble se-  
ront les mesmes parties de tous deux ensemble, comme l'un  
de l'un.

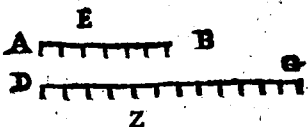
Si le nombre A est les mesmes  
parties de B comme G est de  
D; les deux ensemble A & G  
seront les mesmes parties de B  
& D ensemble, comme est A de  
B ou G de D.



## PROPOSITION VII.

Si vn Nombre est la mesme partie d'un nombre, comme est le  
soustraiect du soustraiect; aussi le resté sera la mesme partie du  
resté, comme est le tout du tout.

Soit le nombre AB la mes-  
me partie du nombre DG,  
comme le soustraiect BE du  
soustraiect GZ, le resté AE sera  
aussi la mesme partie du resté DZ, comme estoit le tout AB  
tout DG. Cery se rapporte à la 3. prop. du 5.

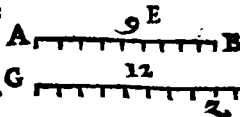


les nombres representeront de part & d'autre, les tiers de six, & les tiers  
de douze.

## PROPOSITION VIII.

*Si vn nombre est les mesmes parties d'un nombre, comme est le soustraiect du soustraiect; aussi le reste sera du reste les mesmes parties comme le tout du tout.*

Soit le nombre A B les mesmes parties de G D comme le soustraiect A E est du soustraiect G Z; le reste E B sera aussi les mesmes parties du soustraiect Z D.



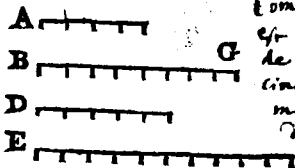
Que A.E  
soustrait d'A.  
Soit les deux  
tiers neuf  
D et G 2  
le soustrai  
et G. D les  
deux tiers de  
douze, il rest  
ra un tiers  
de par 2  
d'autre.

## PROPOSITION IX.

*Si vn nombre est partie d'un nombre, & vn autre est la mesme partie d'un autre, aussi alternement, telle partie, ou telles parties comme est le premier du troisieme, aussi le second sera la mesme partie ou mesmes parties du quatrieme.*

D'Autant que toutes sortes de raisons des quantitez discrettes peuuent escheoir entre quelques raisons des quantitez continues (comme nous auons aduertty cy deuant) ceste proposition & la suiuiante sera facile a entendre par la 16. du 5.

Soit le nōbre A la mesme partie du nombre B G, comme D est de E, telle partie ou parties qu'est le premier A au troisieme D, aussi telle partie ou parties sera le second B au quatrieme E.



Comme quat  
est la moitié  
de huit ain  
cinq est la  
moitié de  
dix.

## PROPOSITION X.

*Si vn nombre est les parties d'un nombre, & vn autre est les mesmes parties d'un autre; aussi alternement telles parties, ou partie comme est le premier du troisieme, le second sera les mesmes parties ou partie du quatrieme.*

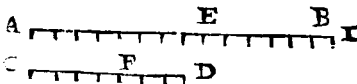
Ceste proposition se peut facilement comprendre par la pre-

cedente & par la 16.<sup>me</sup> du 5. Et faut noter qu'il est entendu rant des parties surabondantes le tout cōme de celles au dessouz du tout.

*Si comme le tout est au tout, ainsi est le soustraiçt au soustraiçt,  
auſſi le reſté au reſté ſera comme le tout au tout.*

**C**este proposition se peut entendre par la 19. du 5. Mais Euclide expose icy & és trois propositions suiuanes que la raison des nombres l'un à l'autre naist de la similitude des parties.

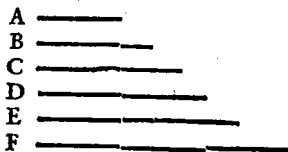
Soit donc tout le nombre A B à tout le nombre C D comme le soustrait E B au soustrait F D; aussi le reste A E sera de mesure au soustrait C F.



PROPOSITION XII.  
S'il y a tant de nombres qu'on voudra proportionnaux, comme l'un des antecedens est à l'un des suivans, tout ainsi tous les antecedens sont à tous les suivans.

Celle cy & la suiuite sont demonstrees en la 16. du 5.

Soit donc A à B comme C à D & comme E à F, aussi A, C, E antecédés seront de même aux conséquens & suivans B, D, F, comme A à B. ou C à D. ou E à F.



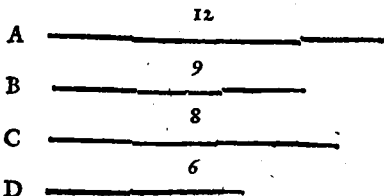
*Si quatre nombres sont proportionnaux , aussi alternativement ils seront proportionnaux.*

Que 12 soit le  
tout des trois

Soit le nombre A  
à B comme C à  
D. aussi A sera à C  
comme B à D.

le tout des trois quart six  
et aux 12 l. 7 le tout de

et que le soit le total de D =  
deux tiers de pareillement  
9 sera le total de deux tiers etc.



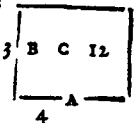


PROPOSITION XVI.

*Si deux nombres se multiplians l'un l'autre, en font quelques autres, les engendrez d'iceux sont egaux l'un à l'autre.*

*Donnez  
est egal  
à A et  
à B  
à dire  
à B mul  
tiplié par  
A et à A  
multiplié par B.*

C'ecy se peut bien entendre par la premiere definition du 2 : Car si le nombre A 4 multiplie le nombre B 3 ; & il en preuient C 12 ; Il prouindra le mesme nombre en multipliant B par A : & ce d'autant que A repetant par ses unittez le nombre B faict autant que le nombre B repetant par ses unittez le nombre A.

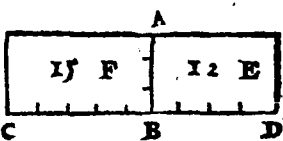


PROPOSITION XVII.

*Si un nombre multipliant deux nombres en faict quelques autres, les engendrez d'iceux auront la mesme raison qu'ont les multipliez.*

*Soit A.B.  
qui fait le  
nombre  
de trois  
multipliez  
par B D  
comme on peut  
recueillir de la 15.  
du 5.  
les grandeurs  
qui sont mes-  
mes parties de  
leurs egal multi-  
pliez (cecy s'en-  
tend aussi des  
nombres) ont  
vne mesme rai-  
son comme elles  
se respondent  
mutuellement :  
Or B D est  
multiplié par A  
B 3 ; B D sera  
donc la troi-  
siesme partie  
du produit E :  
Et B C est  
multiplié par le  
mesme A B :  
BC sera donc  
aussi la troi-  
siesme partie  
du produit F :  
Et sera la rai-  
son de 12 à 15  
comme de 4 à 5.  
PROPOSITION  
XVIII.*

Soit le nombre A B multipliant le nombre B D & le nombre C B, & le prouenu du premier soit E 12, & le prouenu de l'autre soit F 15. Je dy que le produit E 12. a la mesme raison à F 15 que le nombre B D 4 au nombre C B 3 : Car comme on peut recueillir de la 15. du 5. les grandeurs qui sont mesmes parties de leurs egal multipliez (cecy s'entend aussi des nombres) ont vne mesme raison comme elles se respondent mutuellement : Or B D est multiplié par A B 3 ; B D sera donc la troisieme partie du produit E : Et B C est multiplié par le mesme A B : BC sera donc aussi la troisieme partie du produit F : Et sera la raison de 12 à 15 comme de 4. à 5.



PROPOSITION XVIII.

*Si deux nombres multiplians quelque nombre, en font quelques autres; les engendrez d'iceux auront la mesme raison qu'ont les multiplians.*

C'este cy est la conuerse de la precedente, car E est vne mesme chose que B D multiplie A B, comme A B multiplie B D

& en

& en viendra vn mesme produict. Semblablement si C B multiplie le mesme A B est vne mesme chose comme si AB multiplioit C B & en sortira vn mesme produict. Cecy se peut facilement entendre tant par la precedente que par la 16. de ce liure.

*celle  
proposi  
tion 4th  
claire*

PROPOSITION XIX.

Si quatre nombres sont proportionnaux, le nombre qui est fait du premier & du quatrieme sera egal à celuy qui sera fait du second & du troisieme. Et si le nombre fait du premier & du quatrieme est egal à celuy du second & du troisieme; iceux quatre nombres seront proportionnaux.

*Si 12 multiplie par 8*

Soient quatre nombres proportionnaux A à B comme C à D. Le produict du premier A par le quatrieme D soit E. Le produit du second B par le 3. C soit Z, le dy E & Z estre egaux. Soit dōc multiplié C par A dont soit le produict I. Et pour ce que le mesme A multipliant D a fait E; Il sera par la 17. de cestuy comme C à D ainsi I à E. Mais A à B a esté cōme C à D par l'hypothese; A à B sera dōc comme I à E. Derechef A ayāt multiplié C a fait I: mais B multipliant le mesme C, a produit Z: Il s'ensuiura par la 18. de cestuy que A à B sera comme I à Z. Comme g

|   |    |
|---|----|
| A | 12 |
| B | 9  |
| C | 8  |
| D | 6  |
| E | 72 |
| Z | 72 |
| I | 96 |

*fait 72  
12 multiplie  
par 8  
fera aussi  
72. & si  
12 multiplie  
par 8 fait  
96 VIII multi  
pliant g qui  
est les trois qua  
de 12 et fai  
sont le nombre  
de 72 le di  
nombre*

multiplié C a fait I: mais B multipliant le mesme C, a produit Z: Il s'ensuiura par la 18. de cestuy que A à B sera comme I à Z. Comme g Mais A à B a esté comme I à E. Ainsi donc comme I à Z, ainsi sera I à E. Iceux donc E & Z qui sont les produits du premier par le quatrieme, & du second par le troisieme seront egaux par la 9. du 5.

Pour la seconde partie. Supposons E & Z egaux. le dy que les quatre nombres A B C D sont proportionnaux: scauoir cōme A à B ainsi C à D: D'autant que A multipliant C & D fait I & E: Il sera par la 17. de ce liure comme C à D ainsi I à E. Et pource que Z & E sont posez egaux; Il sera par la 7. du 5. comme C à D ainsi I à Z: Mais A & B ayans multiplié C ont fait I & Z; Il sera par la 18. de ce liure comme A à B ainsi I à Z: mais C à D a esté comme I à Z: Il s'ensuiura donc comme A à B ainsi C à D, &

*Noté au  
re que si  
multipliant  
9 par 8  
qui fait 72  
vous multi  
pliez apres  
9 par 6*

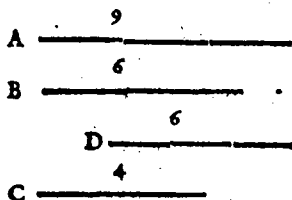
*H  
vous trouuerés le  
nombre de 54 qui est  
les trois quarts de 72.  
Six est les trois quarts*

ELEMENTS D'EVCLIDE,  
seront les quatre nombres proportionnaux. Si donc quatre nom-  
bres sont proportionnaux, &c.

PROPOSITION XX.

Si trois nombres sont proportionnaux, ce qui est fait des ex-  
tremes, est égal à ce qui est produit du milieu. Et si le nom-  
bre qui est fait des extremes est égal à celui qui est fait du  
milieu, iceux trois nombres seront proportionnaux.

*Si on mul-  
tiplie par  
Six fait C,  
36. Neuf eurent par la precedente que le  
multiplie-  
par 4 fait  
36 et quatre  
multiplie  
par neuf*  
Soient trois nombres propor-  
tionnaux A à B comme B à  
C, & soit fait D égal à B. il est  
produit de A par C, sera égal au  
produit de B par D c'est à dire  
au produit de B par soy mesme,  
d'autant que B & D sont posez  
egaux.

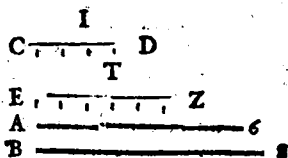


*36.* Pour la seconde partie, la mesme demonstration se fera qu'en  
la seconde partie de la precedente.

PROPOSITION XXI.

Les nombres plus petits de tous ceux qui ont la mesme raison  
avec iceux, mesurent également les nombres qui ont la mes-  
me raison, cest à sçavoir l'antecedent l'antecedent & le  
consequent le consequent.

*36.*  
*proportion*  
*D. sçavoir*  
*mesme rai-*  
*A que*  
*2. ab.*  
*surera*  
*antecedent*  
*2. mesurera*  
Soient les nombres plus petits  
C D & E Z en la raison donnée  
des nombres A à B. Je dy que C  
D mesure le nombre A égalemēt  
comme E Z le nombre B. D'au-  
tāt que par l'hypothese ces nom-  
bres sont proportionnaux, sça-  
voir C D à E Z comme A à B, &  
entre eux aussi comme C D à A, ainsi E Z à B. Iceux C D & E Z



plus petits, sont la partie ou parties des plus grands A & B par la 4.  
de ce livre: mais ils sont la mesme partie par la 21. definition de cestuy,  
& non les mesmes parties: car si C D & E Z estoient coupeez en  
mesmes parties, c'est à sçavoir C D en C I, I D, & E Z en E T, T Z;  
mesurera le consequent . B .

leurs parties derechef C I & E T auroient l'un à l'autre la mesme raison que C D à E Z. *par la 15. du 5.* Et par ainsi ne seroient pas les minimas, c'est à dire plus petits de ceste raison C D à E Z, Par ainsi donc C D & E Z sont partie d'iceux A & B *par la 4. de ce livre.* Et par consequent *par la troisieme definie. de ce mesme* ils mesureront les nombres A & B: Et egalement C D antecedent mesurera B consequent *par la 21. definition de cestuy,* c'est à dire le plus petit des deux premierement proposez mesurera le plus petit des deux autres & le plus grand d'iceux deux premiers, mesurera le plus grand des derniers.

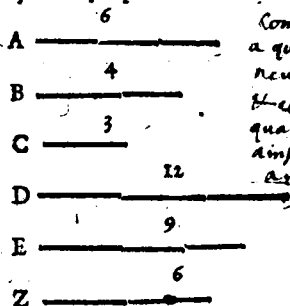
Faut noter que ce theoreme ne se peut demonstrier par nombres en raison multipliee, d'autant qu'elle produit tousiours l'vnité avec vn nombre en ses minimas parties: Ainsi donc 2 & 6 combien qu'ils soient minimas de 1 & 15 de mesme raison ils ne les mesureront pas pourtant: parquoy ne faut point estimer qu'en la raison multipliee les minimas soient pris pour nombres: mais tant seulement en raison de nombres, icelle n'estant pas simplement des nombres d'Arithmetique: mais elle eschet entres les quantitez continues & discretas, comme aussi la conuerse.

Cecy soit aussi noté en la suiuiante & en quelques autres qui traitteront de telles raisons.

PROPOSITION XXII.

*S'il sont trois nombres, & autant d'autres, les deux pris en mesme raison: & que leur proportion soit perturbée, ou meslée: aussi en raison egalle ils seront proportionnaux.*

**S**Oient trois nombres A B C & autres trois D E Z, les deux pris en mesme raison mais d'un ordre meslé, sçauoir comme A à B ainsi B à Z, & comme B consequent à quelque autre chose C ainsi soit quelque autre chose D à E antecedent. Je dy qu'en raison egale A est à C comme D à Z.

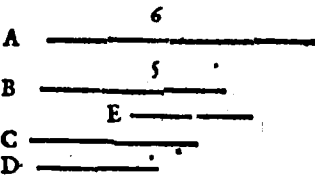


Cecy se rapporte à la 23. du cinquieme, & partant ie n'en ferois autre demonstration.

PROPOSITION<sup>e</sup> XXIII.

Les nombres premiers entre eux sont les plus petits de tous ceux qui ont la mesme raison avec iceux.

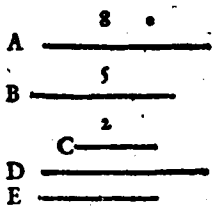
Soient les nombres premiers A & B. Je dy qu'ils sont minimales en leur raison. Que s'ils ne sont, soient (s'il est possible) donnez des plus petits en mesme raison sçavoir C D. D'autant que C & D sont minimales iceux mesureront A & B qui ont également une mesme raison; c'est à sçavoir C antecédent mesurera A, & D conséquent mesurera B par la 21. de ce livre. Dont s'ensuyvra que C mesurera A par autant d'vnitez que D mesurera B. Soient icelles vnitez E: Puis que C & D mesurent A & B par les vnitez E: Le mesme E mesurera iceux A & B par les vnitez d'iceux C & D par la 16. de ce livre. Car E par C produict autant que C par E: Iceux donc A & B ne seront pas premiers puis qu'ils sont mesurez du nombre E contre l'hypothese ce qui ne se peut faire: A iceux donc A & B premiers entre eux ne se peuvent donner nombre plus petits ayans la mesme raison avec iceux.



PROPOSITION XXIII.

Les nombres plus petits de tous ceux qui ont la mesme raison avec iceux, sont premiers entre eux.

Soient les nombres plus petits de la raison donnée A & B. Je dy iceux estre premiers en eux. Que s'il ne le sont, soit donné le nombre C qui les mesure, s'il est possible. Autant de fois donc que C mesurera A soit estimées autant d'vnitez en D, & autant de fois que le mesme C mesurera B autant soient estimées E: doncques C multipliant D fera A, & multipliant E fera B. Si donc C multipliant D fait A & B; A à B sera comme D à E par la 17. de ce livre, lesquels sont moindres que A & B (veu qu'ils sont multipliez) & en la mesme raison comme cinq a huit mesure un nombre qui se termine à l'impar.



son (contrel'hypothese) Ce qui ne peut estre. Parquoy il ne se pourra donner aucun nombre qui mesure iceux A & B, & pourtant ils seront premiers entre eux.

PROPOSITION XXV.

si deux nombres sont premiers entre eux, celuy nombre qui mesure l'un ou l'autre d'iceux, sera premier avec l'autre laissé.

Soient les deux nombres premiers entre eux A & B desquels l'un sçavoir B soit mesuré de C. Ie dy que le mesme C au resté A sera premier : Que s'ils ne sont premiers entre eux soit vn autre nombre D qui les mesure. D'autant que par l'hypothese D mesure C, & C mesure B, Il s'ensuivra par la premiere commune sentence de ce liure que D mesurera B: Or le mesme D mesure aussi le nombre A, le nombre D le nombre D mesurera donc l'un & l'autre sçavoir A & B: A & B ne se trouueront donc pas estre premiers comme il a esté posé; ce qui ne se peut faire. Par ainsi le nombre C mesurant l'un des deux A ou B sera premier à l'autre laissé.

PROPOSITION XXVI.

si deux nombres sont premiers à quelque autre nombre, celuy qui sera engendré d'iceux sera aussi premier au mesme.

Soient deux nombres A & B vn chacun premiers à quelque autre nombre G, & de la multiplication de l'un par l'autre soit produit D: Ie dy que le mesme D sera premier au mesme G. Que si cela n'est, soit quel que nombre E qui mesure. s'il est possible, iceux D & G. Parce aussi que E mesure G l'un des premiers A & G, iceluy E sera premier au demeurant A par la precedente. Et soient autant d'vnitez en Z que E mesure de fois D, par ainsi E multipliant Z produit le mesme D: mais par la construction A & B font D. Si donc ce qui est fait du premier A & du quatrieme B est egal à ce qui est fait du second & troisieme E & Z; Il sera par la 19. de cestuy A à E

H iij. si deux A son don  
qui est 4, et h  
a son double qui fait 8  
et id seront premiers a deux  
de fait qui fait 20

# ELEMENTS D'EUCLIDE,

comme Z à B. Plus veu que E & A ont esté démonstrez estre premiers, Ils seront aussi les plus petits nombres de la raison donc nee par la 23. de ce liure. Le nombre A mesurera donc Z ainsi que E mesurera B par la 21. de ce liure. Mais le mesme E mesure le mesme G qui a esté posé premier à B : Il s'ensuyroit donc que E mesurerait les deux G & B qui ont esté posé premiers, ce qui ne se peut faire. Il n'y a donc point de nombre qui mesure G & D, parquoy ils sont premiers.

## PROPOSITION XXVII.

*Si deux nombres sont premiers entre eux, celui qui est engendré de l'un d'eux sera premier à l'autre.*

Soient deux nombres premiers l'un à l'autre A & B, l'un d'eux A 3 B 4 le sçavoir de A soit fait G : Je dy que G 9 est premier à l'autre B. Soit posé D 3 egal à A. D'autant que A est premier à B semblablement D (egal à A) sera premier au mesme B. Deux nombres donc sçavoir A & D (qui sont premiers à quelque autre D) sont G. Donc par la 26. de ce liure l'engendré d'eux soit G, sera premier au mesme B : Car G est fait de la main de la multiplication de A par D egaux, qui est le mesme produit que celui qui est fait de l'un d'eux, sçavoir de A multiplié par soy mesme. Si donc deux nombres, &c.

## PROPOSITION XXVIII.

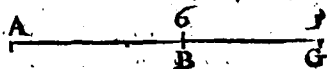
*Si deux nombres a deux nombres sont premiers tous deux engendrez d'eux seront premiers entre eux.*

Soient les deux nombres A & B A 3 à G & D, sçavoir A & B à G, & B 5 à D, premiers entre eux : Je dy E & Z estre premiers entr'eux. D'autant que les deux A & B sont premiers à quelque autre G, celui qui sera engendré d'eux, sçavoir E 15 sera premier au mesme G par la 26. de ce liure. Semblablement pource que A & B sont premiers à D, aussi D 4 sera premier à D par la mesme proposition. Z 8

l'engendré de trois & cinq qui est 15 sera premier et plus que l'engendré de 2 & quatre qui est 8.



Soient A B & B G premiers  
entre eux. Je dy que le tout  
A G est premier à l'un des  
deux, comme à A B. Que  
s'il ne l'est: Soit quelque au-



Heuy  
lication  
st clair

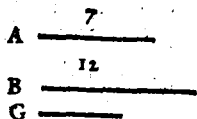
uy la pre  
position  
3 & 24

tre nombre D qui les mesure: D'autant que D mesure le tout  
A G & le soustrait A B il mesurera aussi le reste B G par la 2. com-  
mune sentence. Tellement que A B & B G ne seront premiers (con-  
tre l'hypothese) ce qui ne se peut faire. Pour le second posons le  
tout A G estre premier à A B: Je dy A B à B G estre premiers,  
s'ils ne le sont, soit D qui les mesure; Si donc D mesure les deux  
A B & B G, mesurera aussi le tout A G: mais il mesure aussi A B:  
Donc A B & A G ne sont premiers (contre ce qui est posé) car  
D les mesure; ce qui est absurde. Parquoy il ny aura aucun nom-  
bre qui mesure A G & A B, il seront donc premiers.

PROPOSITION XXXI.

Tout nombre premier est premier à tout nombre qu'il ne mesure pas.

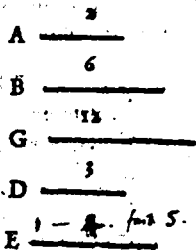
Si le nombre A est premier & ne mesure  
B, Je dy que A à B sont premiers. S'ils  
ne le sont quelque nombre G les mesurera.  
Premierement donc G mesurera A; ce qui  
ne se peut faire, par la 12. definition de cestuy.  
Car si G est egal à A, il ne mesurera pas B que A ne mesure pas  
par l'hypothese: Il ny aura donc aucun nombre qui les mesure, En  
par ainsi A à B seront premiers.



PROPOSITION XXXII.

Si deux nombres se multiplient l'un l'autre, en font un autre  
Et quelque nombre premier mesure le produit d'iceux, ice-  
luy mesurera aussi l'un ou l'autre d'iceux qui ont esté posez  
au commencement.

Si deux  
nombres  
omme 2  
& 5 forme  
iplians l'un  
autre en  
miers par  
la preceden-  
Autant de  
fois que  
un au D  
mesurera  
G, autant  
soient d'  
vnitez en  
E:  
re com  
Doncques  
D multi-  
pliant E  
fait G, com-  
me



et que quelque nombre premier le mesure comme 3 Il mesure  
ra aussi l'un ou l'autre de ceux qui ont esté posez au commen-  
cement comme 2 ou 5 mais ne pouvant mesurer 2 par la Proposition  
2 il mesurera 6.

A multipliant B fait le mesme G par l'hypothese : Les nombres donc sont proportionaux sçavoir A à D comme E à B par la 19. *L'auteur de ce liure :* Car ce qui est fait du premier A & quatrieme B est *l'explication* egal à celuy qui est fait du second D & troisieme E : mais veu que A & B ont esté monstrez premiers, iceux seront minimas de leur raison par la 23 de cestuy. Et partant mesureront iceux B E également par la 21. de cestuy, c'est à sçavoir l'antecedent A mesurera l'antecedent E, & le consequent D mesurera le consequent B, *montrant la proportion qui a entre les nombres de deux a* quel B est l'un des deux A & B qui est mesuré par D. *mais il auroit oublié d'écrire qu'il falloit supposer l'unité de*

## PROPOSITION XXXIII.

*Supposons l'unité de*  
**Tout nombre composé sera mesuré de quelque nōbre premiere**

Si le nombre A est composé, il sera mesuré de quelque nombre par la 14. *avant de ce que le nombre* *Trois a*  
*employé*  
*trois fois*  
*mesurer*  
*qui est 27*  
 Et soit de B, lequel ne soit premier, il est certain que quelque autre nombre (comme G) mesurera B: Iceluy G sera dōc premier ou quelq'un le mesurera, lequel finalement sera mesuré seulement par l'unité, & cestuy cy sera premier: car les nombres entant que nombres ne se diuisent pas infiniment. Donc par la premiere commune sentence de ce liure, ce nombre premier mesurera A. Tout nombre composé donc.

## PROPOSITION XXXIII.

**Tout nombre ou est premier, ou quelque nombre premier le mesure.**

*Cette proposition est la premiere de ce liure*  
**D'**Autant que tout nombre ou est premier ou est composé: mais le composé est mesuré par quelque nombre par la precedente. Tout nombre donc ou est premier ou quelque nombre premier le mesure.

## PROPOSITION XXXV.

**Estans donnez autant de nōbres qu'on voudra trouver les plus petits nombres de tous ceux qui auront la mesme raison avec iceux.**

Soient proposez trois nombres

**A B G** desquels il faut trouver les minimes en leurs mesmes raisons. S'ils sont premiers, nous auons ce qui est requis par la 21. de ce liure. S'ils ne sont premiers soit leur plus grâde mesure **D**: En apres autant de fois que **D** mesurera iceux **A B G**, autant soient d'vnitez aux nombres **E, Z, I**, l'ordre estant gardé. D'autant que **D** mesure vn chacun **A, B, G**, par les vnitez d'vn chacun **E, Z, I**, il s'ensuiura par la 18. de ce liure que les engendrez **A, B, G** auront la mesme raison que les multiplians **E Z I**: Ic dy outre plus que ceux cy sont les minimes de la raison des nombres **A B G**. Que si on pouoit donner des nombres plus petits de mesme raison, soient iceux **T K L**, lesquels par ce moyen mesureront egallement iceux **ABG** par la 21. de ce liure. Qu'ils les mesurent donc par les vnitez de **M**; conuersement aussi **M** mesurera iceux **A B G** par les vnitez de **T K L** par la 16. de cestuy. Mais veu que **T** multipliant **M** fait **A**, & semblablement **E** multipliant **D** fait le mesme **A**, il s'ensuiura par la 19. de ce liure que ce qui est fait du premier **E** & quatrieme. **D** sera egal à ce qui est fait du second **T** & troisieme **M**: Et pourtant iceux nombres seront proportionnaux, scauoir **E** à **T** comme **M** à **D**: Mais **E** est posé plus grand que **T**, le nombre **M** sera donc plus grand que **D**: Et pourtant **M** sera la commune mesure d'iceux **A B G** laquelle est plus grande que **D** qui auoit esté posé plus grand, ce qui est absurde. Il ne se peut donc point trouver de nombres plus petits que **E Z I** en la raison des proposez **A B G**: lesquels **E Z I** pour ceste cause seront minimes de la mesme raiso.

**A** ————— 6  
8  
**B** —————  
12  
**G** —————  
3  
**E** —————  
4  
**Z** ————— **D** —————  
6  
**I** —————  
**T** —————  
**K** ————— **M** —————  
**L** —————

PROPOSITION XXXVI.

Deux nombres estans donnez, trouver le plus petit nombre qu'iceux mesurent.

Il est certain que quand de deux nombres inegaux le plus petit mesure le plus grand, cestuy cy sera le plus petit nombre mesuré d'iceux: Car s'il y en auoit vn plus petit le plus grand nombre qui soit premier entreux —

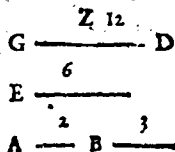
mesurerait le plus petit: Ce qui est impossible.

Mais si les deux nombres A B proposent sont premiers entre eux, ils seront les plus petits en leur raison par la 13. 7 Et par ainsi celui qui sera fait de l'un par l'autre G sera mesuré de l'un & de l'autre, & sera le plus petit mesuré desdits deux nombres: Car s'il y en avoit un plus petit comme F, iceluy estant party par les deux nombres proposez A & B, donneroit deux autres nombres plus petits que A & B & qui auroient la raison d'iceux proposez par la 19. de ce livre. Et par ainsi les mesmes proposez n'estant pas les plus petits en leur raison, ne seroient point premiers entre eux: ce qui est contre la position. Que si les proposez sont composez comme H P, soient par les plus petits nombres en leur raison comme Z E par la precedente. Le produit du premier H multiplié par le quatrieme E sera egal au produit du second P par le troisieme Z par la 19. de ce livre. Et sera ce produit sçavoir I mesuré des deux nombres proposez & trouué minime. Car s'il y en avoit un plus petit, iceluy estant party par H & par E, ou par P & par Z donneroit des nombres plus petits qu'iceux quatre nombres. Tellement que Z E ne seroient pas les plus petits en la mesme raison de H P: Ce qui est contre la position. Si donc deux nombres sont premiers entre eux, le produit de l'un par l'autre sera le nombre mesuré des deux. S'ils sont composez, le produit d'iceux par leurs minimas, en mesme raison, sera le nombre cherché, qui sera mesuré des deux composez: Ce produit s'entend de la multiplication du premier proposé avec le second minime, & du second proposé avec le premier minime, selon l'ordre de quatre nombres proportionaux.

PROPOSITION XXXVII.

Si deux nombres mesurent quelque nombre, aussi le plus petit qu'iceux mesureront, mesurera le mesme.

Soient deux nombres A & B qui mesurent quelque nombre G D, & qui mesurent aussi E minime produit deux mesmes. Je dy que E mesurera aussi G D. Que s'il ne le mesure il en fera partie ou parties par la 4. du 7.



comme  
3 & 4  
le plus petit  
nombre qui  
mesure  
ce, est quand  
reciproquement  
ils se  
multiplient  
le produit  
de deux  
qui est le  
minime,  
mesure

ELEMENTS D'EVCLIDE,

Soit donc posé qu'il mesure de GD, le plus grand nombre Z D delaisant G Z moindre que soy mesme E. D'autant que les deux A & B mesurent E, ils mesureront aussi Z D qui est mesuré par E par la premiere commune sentence. Mais ils mesurent aussi le tout GD, par l'hypothese ils mesureront donc le reste ou soustraiect GZ par la 2. commune sentence qui est moindre que le mesme E, lequel E auoit esté pris pour minime : Ce qui ne se peut faire. Par ainsi donc E mesurera GD. Si donc deux nombres, &c.

PROPOSITION XXXVIII.

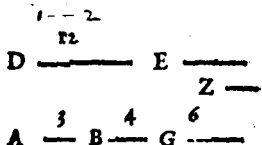
Plusieurs nombres estans donnez trouuer le plus petit nombre lequel iceux mesurent.

*l'in telligen  
ce de cette  
Proposition  
se feroit  
de la connoi  
sance de  
la prop. 36  
en matiere  
de nombre  
commensu  
rables  
30. 40. 60  
le plus petit  
nombre qui  
mesurent  
est 1200  
lequel  
sans mini  
me a vn  
nombre plus  
grand com  
mun*

Soient trois nombres proposez  
A B G, prenons par la 36. de ce liu.

vn nombre minime que A & B me  
surent, & soit D. Si le troisieme G  
mesure aussi D, nous auons ce qui

est requis, & dy que D est le minime. Que s'il ne l'est, en soit  
donné quelque autre plus petit comme E lequel tous les trois  
A B G mesurent : D'autant que A & B mesurent E, & que les me  
sures A & B mesurent aussi D, cestuy cy estant plus grand que E.  
ne peut donc estre minime, ce qui est contre la position. Le nom  
bre E n'est donc point plus petit que D. Mais si le troisieme G ne  
mesure point le mesme D, soit pris vn nombre minime que G &  
D mesurent qui soit E. D'autant que A & B mesurent D ils mesu  
reront aussi E (que D mesure) par la premiere commune sentence. Les  
trois donc A B G mesurent E, lequel par ce moyen le dy estre  
minime. Que s'il ne l'est, en soit pris vn autre Z moindre que E.  
D'autant que A B & G mesurent Z les deux A B mesureront le  
mesme Z. Et pourtant par la 37. de ce liure le minime D (que A B  
mesurent) mesurera aussi le mesme Z : D'autant aussi que G & D  
mesurent le mesme, & par la mesme 37. le minime mesuré d'iceux  
GD, qui est E mesure aussi Z & que E est plus grand que Z, il  
s'ensuiuroit que le plus petit seroit mesuré du plus grand, ce qui  
ne se peut faire. Le minime donc mesuré des trois A B G sera E.  
Par semblable progression se fera la demonstration de tous autres  
nombres proposez. Que s'il y a encor vn quatrieme nōbre qui ne  
mesure E. Il faudra trouuer par la 37. de ce liure vn minime qui soit  
mesuré de E & du quatrieme nombre, & celuy là sera le nombre  
desiré. Et ainsi de tous autres nombres suiuaus.



# LE HVICTIESME LIVRE DES ELEMENS D'EVCLIDE.

## PROPOSITION I.

*Si tant de nombres qu'on voudra sont continuellement proportionaux, & desquels les extremes soient premiers ensemble, ils sont les plus petits de tous ceux qui ont la mesme raison avec iceux.*

S'Oient quatre nombres A B G D continuellement proportionaux, desquels les extremes A & D soient premiers ensemble. Iceux quatre nombres sont les minimas de la raison donnée. S'ils ne le sont, soient donnez de plus petits E Z I T, lesquels veu qu'ils sont supposez estre en la mesme raison que A B G D, ils seront egalemēt par la 14. du 7. comme A à D ainsi E à T. Mais A à D sont premiers par l'hypothese, & minimas par la 23. du 7. Ceux cy donc mesureront E T qui ont la mesme raison également, par la 21. du 7. Il s'ensuiuroit donc que les plus grands d'iceux mesureroient les plus petits, ce qui ne se peut faire. A B G D sont donc minimas de leur raison en ceste multitude qu'ils sont.

|   |    |
|---|----|
| A | 8  |
| B | 12 |
| G | 18 |
| D | 27 |
| E |    |
| Z |    |
| I |    |
| T |    |

*Ces nombres sont proportionaux par la 14. du 7. car 8 est à 12 comme 12 est à 18, & 18 est à 27. Mais 8 & 27 sont premiers ensemble, & 12 & 18 sont premiers ensemble. Donc 8, 12, 18, 27 sont les plus petits de tous ceux qui ont la mesme raison avec eux.*

## PROPOSITION II.

*Trouuer auant de nombres qu'on voudra continuellement proportionaux minimas en la raison donnée.*

*ici est de la proposition 14 du liv. 7.*

*par la 23. du 7. tous quatre minimas de leur raison avec eux.*

Soit en nombres minimes la raison donnée A à B par la 35. du 7.

Et A se multipliant soy-mesme face

G, & B se multipliant soy-mesme face

E. Aussi A & B se multiplians l'un

l'autre facent D. Je dy que G D E

sont les minimes de la raison donnée.

Que si nous en desirons quatre,

A multiplians G D E face Z I T, & B multipliant E face le qua-

triesme K. I ceux aussi Z I T K seront quatre minimes en la rai-

son de A à B. Mais d'autant que A multipliant deux nombres A

& B a fait G & D, il sera par la 17. du 7. comme A & B ainsi G à

D: Et d'autant que les deux nombres A à B multiplians B font

D & E, il sera comme A à B ainsi D à E par la 18. du 7. G D E sont

donc proportionnaux. Je dy aussi qu'il sont minimes: veu que A

& B sont minimes, ils sont aussi premiers par la 24. du 7. Pource

aussi que se multiplians eux-mesmes ils font G & E, ceux-cy seront

premiers par la 29. du 7. Et estans les extremes de G D E, les trois

G D E seront minimes des nombres ayans la mesme raison avec

iceux par la precedente

Secondement, d'autant que A multipliant G D E fait Z I T,

il sera par la 17. du 7. comme Z à I & I à T comme G à D & D à

E. Outreplus d'autant que A & B multiplians E font T & K, il

sera par la 18. du 7. A à B comme T à K: mais Z à I & I à T ont

esté monstrez cōme A à B. Z I T K seront donc proportionaux:

ils seront aussi minimes en la mesme raison. D'autant que A & B

sont premiers, iceux multiplians les produits G E ont fait quel-

ques autres nombres sçavoir Z & K: Ceux-là aussi serōt premiers

par la seconde partie de la 29. du 7. comme aussi les extremes des

quatre Z I T K: Ceux-cy donc serōt tous minimes ayans la mes-

me raison que A à B par la premiere de ce livre.

Mais d'autant que par la 29. du 7. cela aduient tousiours enui-

ron les extremes, A & B multiplians les produits Z K en feront

d'autres premiers, qui seront extremes de cinq nombres propor-

tionnaux: Et partant par la premiere de ce livre tous les cinq seront

minimes en la mesme raison. Et ainsi infiniment.

Il resulte que s'il y a trois nombres continuellement propor-

tionnaux minimes d'une mesme raison les extremes seront quar-

rez: Car les extremes de trois se font de la multiplication d'iceux

A & B par eux-mesmes.

|   |   |   |    |    |
|---|---|---|----|----|
|   |   | 9 | Z  | 27 |
|   | 3 | G |    | 36 |
| A |   |   | 12 | I  |
|   | 4 | D |    | 48 |
| B |   |   | 16 | T  |
|   |   | E |    | 64 |
|   |   |   |    | K  |

suivant  
les propres  
trous que  
on prede  
pour trou  
uer des nom  
bres continuel  
lement pro  
portionaux  
il n'y a que  
voir quelle  
est la raison  
que deux ou  
trois nombre  
premiers ont  
entre eux. Il  
croissent d'un  
tiers ou d'un  
quart, car d'un  
les nombres  
qui en seront  
produits par  
leur multi  
plication au  
ront la me  
me raison  
entre eux que  
le premier  
ont eux &  
le premier  
multipliez seron  
minimes de  
la raison  
donnée en  
comparaison  
de deux  
multiplications  
faibles peuvent  
faire.

## PROPOSITION III.

Si tant de nombres qu'on voudra sont continuellement proportionnaux, & les plus petits de tous ceux qui ont la mesme raison avec iceux; les extremes d'iceux sont premiers entre eux.

Soient autant de nombres qu'on voudra  $A B G D$  continuellement proportionnaux & minimales en leur raison. Je dy que leurs extremes  $A$  &  $D$  sont premiers entr'eux.

Soient pris deux minimales de ceste mesme raison  $E$  &  $F$  par la 35. du 7.

Iceux seront premiers par la 24. du 7.

Puis apres de ceuxcy par la precedente  $A B G D$ .

soient produits en la mesme raison  $K L M N$  : D'autant que  $E$  &  $F$  se multiplians font  $C$  &  $I$ , & multiplians ces produits ils font  $K$  &  $N$ , iceux donc  $K$  &  $N$  sont premiers par la 29. du 7 : Et

pource que  $K$  &  $N$  (extremes) sont premiers, tous les quatre  $K L M N$  sont minimales de ceste raison par la premiere de ce liure mais  $A B G D$  sont aussi proposez (par l'hypothese) minimales de

ceste mesme raison  $A B G D$ ; Ceuxcy donc sont egaux à  $K L M N$ , autrement ils ne seroient point minimales. Les nombres donc  $A D$  (egaux aux extremes  $K N$ ) seront premiers comme  $K$  &  $N$ .

Si donc tant de nombres qu'on voudra, &c.

Resulte que s'il y a quatre nombres continuellement proportionnaux minimales d'une mesme raison, les extremes seront cubes. Car les extremes se font de la multiplication des racines  $E F$  par les quarez  $C I$  pour estre faicts cubes comme  $K N$ .

## PROPOSITION IIII.

Estans donnees tant de raisons qu'on voudra aux plus petits nombres, trouver autant de plus petits nombres ayans les raisons donnees, & qu'ils soient continuellement proportionnaux.

|   |   |   |    |
|---|---|---|----|
|   |   |   | 2  |
|   |   | 4 | K  |
|   |   |   | 12 |
| 2 | C | 6 | L  |
|   |   |   | 18 |
| 3 | H | 9 | M  |
|   |   |   | 27 |
|   |   |   | N  |

Cette pro  
position  
nest pas  
font diff  
rence de  
la premi  
de ce li

$A B G D$   
ont est  
pose com  
minimales  
est de la  
en propor  
le dan que  
excedent a  
lien qu'en  
raison de  
 $K L M N$   
est le tie  
qui excede  
ainsi ils ser  
gaup avec  $A$   
 $G D$  et minim  
comme eux

Soient en nombres minimes pro-  
posées les raisons  $A$  à  $B$  :  $G$  à  $D$   
&  $E$  à  $Z$ . Soit pris vn nombre mini-  
me  $I$  qui soit mesuré de  $B$  &  $G$  par la  
36. du 7. Et autant de fois que  $B$  me-  
sure  $I$ , autant de fois aussi  $A$  puisse  
mesurer  $T$  : Et autant de fois que  $G$   
mesure  $I$  autant de fois  $D$  puisse me-  
surer  $K$  : Mais  $E$  mesure  $K$  ou non :

Et soit qu'il le mesure, & que autant  
de fois que  $Z$  puisse mesurer  $L$ . Mais

pour autant que  $A$  &  $B$  également

multipliez ont fait  $T$  &  $I$ , &  $G$  &  $D$

multipliez par vn mesme ont

fait  $I$  &  $K$  : Et derechef  $E$  &  $Z$  multipliez par vn mesme ont

fait  $K$  &  $L$  ; Il sera par la 17. du 7.  $A$  à  $B$  comme  $T$  à  $I$ , &  $G$  à  $D$

comme  $I$  à  $K$  & aussi  $E$  à  $Z$  comme  $K$  à  $L$ . Les quatre donc

$T I K L$  sont aux raisons données & continuellement propor-

tionnelles. Je dy encor qu'ils sont minimes d'autant d'autres nom-

bres ayans ces mesmes raisons. S'ils ne le sont, soient trouvez, s'il

est possible quelques autres plus petits comme  $N S O M$  respon-

dant vn chacun à vn chacun de  $T I K L$ . Puis que  $A$  à  $B$  est cōme

$N$  à  $S$ , le nombre  $B$  (qui a esté posé minime) mesurera  $S$  par la

21. du 7. Semblablement veu que  $G$  à  $D$  est comme  $S$  à  $O$ , le

nombre  $G$  mesurera  $S$ . Donc  $B$  &  $G$  mesurent  $S$  qui est plus petit

que  $I$  (qui a esté posé minime) mesuré de  $B$  &  $G$ . Ce qui est ab-

surde. On ne peut donc point donner de nombre plus petits que

$T I K L$  en la raison d'iceux  $A$  à  $B$ ,  $G$  à  $D$ , &  $E$  à  $Z$ .

Pour le second, posons que  $E$  ne mesure point  $K$ . Soit par la

36. du 7. pris vn nombre  $M$  mesuré de  $E$  &  $K$ . Mais tel qu'est  $K$  à

$M$ , telle partie soit  $I$  du nombre  $S$  &  $T$  de  $N$ . Or autant de fois

que  $E$  mesure  $M$ , autant de fois  $Z$  puisse mesurer  $O$ . D'autant

que  $K$  &  $I$  mesurent également  $M$  &  $N$ , il sera par la 18. du 7.  $T$  à

$I$  comme  $N$  à  $S$  : &  $I$  à  $K$  comme  $S$  à  $M$ . Mais comme  $T$  à  $I$  &  $I$

à  $K$ , ainsi a esté mis  $A$  à  $B$  &  $G$  à  $D$ . Doncques  $A$  à  $B$  &  $G$  à  $D$  se-

ront comme  $N$  à  $S$  &  $S$  à  $M$ . Et par la mesme proposition comme  $E$  à

$Z$  ainsi  $M$  à  $O$  ; ( car  $E$  &  $Z$  mesurent également  $M$  &  $O$  par

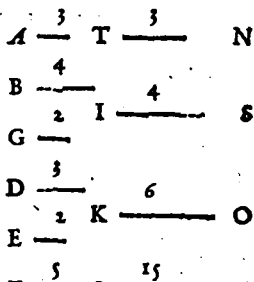
l'hypothese) Les quatre donc  $N S M O$  sont continuellement pro-

portionnaux ayans mesmes raisons que  $A$  à  $B$ ,  $G$  à  $D$  &  $E$  à  $Z$ . Je

dy aussi qu'ils sont nombres minimes en ces mesmes raisons.

Que s'ils ne le sont, soient s'il est possible trouvez autres nom-

bres plus petits, & soient  $P R C F$ . Or puis que ceux-cy sont ez



mes-  
me  
N  
8  
O  
6  
15  
M

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 103. 104. 105. 106. 107. 108. 109. 110. 111. 112. 113. 114. 115. 116. 117. 118. 119. 120. 121. 122. 123. 124. 125. 126. 127. 128. 129. 130. 131. 132. 133. 134. 135. 136. 137. 138. 139. 140. 141. 142. 143. 144. 145. 146. 147. 148. 149. 150. 151. 152. 153. 154. 155. 156. 157. 158. 159. 160. 161. 162. 163. 164. 165. 166. 167. 168. 169. 170. 171. 172. 173. 174. 175. 176. 177. 178. 179. 180. 181. 182. 183. 184. 185. 186. 187. 188. 189. 190. 191. 192. 193. 194. 195. 196. 197. 198. 199. 200. 201. 202. 203. 204. 205. 206. 207. 208. 209. 210. 211. 212. 213. 214. 215. 216. 217. 218. 219. 220. 221. 222. 223. 224. 225. 226. 227. 228. 229. 230. 231. 232. 233. 234. 235. 236. 237. 238. 239. 240. 241. 242. 243. 244. 245. 246. 247. 248. 249. 250. 251. 252. 253. 254. 255. 256. 257. 258. 259. 260. 261. 262. 263. 264. 265. 266. 267. 268. 269. 270. 271. 272. 273. 274. 275. 276. 277. 278. 279. 280. 281. 282. 283. 284. 285. 286. 287. 288. 289. 290. 291. 292. 293. 294. 295. 296. 297. 298. 299. 300. 301. 302. 303. 304. 305. 306. 307. 308. 309. 310. 311. 312. 313. 314. 315. 316. 317. 318. 319. 320. 321. 322. 323. 324. 325. 326. 327. 328. 329. 330. 331. 332. 333. 334. 335. 336. 337. 338. 339. 340. 341. 342. 343. 344. 345. 346. 347. 348. 349. 350. 351. 352. 353. 354. 355. 356. 357. 358. 359. 360. 361. 362. 363. 364. 365. 366. 367. 368. 369. 370. 371. 372. 373. 374. 375. 376. 377. 378. 379. 380. 381. 382. 383. 384. 385. 386. 387. 388. 389. 390. 391. 392. 393. 394. 395. 396. 397. 398. 399. 400. 401. 402. 403. 404. 405. 406. 407. 408. 409. 410. 411. 412. 413. 414. 415. 416. 417. 418. 419. 420. 421. 422. 423. 424. 425. 426. 427. 428. 429. 430. 431. 432. 433. 434. 435. 436. 437. 438. 439. 440. 441. 442. 443. 444. 445. 446. 447. 448. 449. 450. 451. 452. 453. 454. 455. 456. 457. 458. 459. 460. 461. 462. 463. 464. 465. 466. 467. 468. 469. 470. 471. 472. 473. 474. 475. 476. 477. 478. 479. 480. 481. 482. 483. 484. 485. 486. 487. 488. 489. 490. 491. 492. 493. 494. 495. 496. 497. 498. 499. 500. 501. 502. 503. 504. 505. 506. 507. 508. 509. 510. 511. 512. 513. 514. 515. 516. 517. 518. 519. 520. 521. 522. 523. 524. 525. 526. 527. 528. 529. 530. 531. 532. 533. 534. 535. 536. 537. 538. 539. 540. 541. 542. 543. 544. 545. 546. 547. 548. 549. 550. 551. 552. 553. 554. 555. 556. 557. 558. 559. 560. 561. 562. 563. 564. 565. 566. 567. 568. 569. 570. 571. 572. 573. 574. 575. 576. 577. 578. 579. 580. 581. 582. 583. 584. 585. 586. 587. 588. 589. 590. 591. 592. 593. 594. 595. 596. 597. 598. 599. 600. 601. 602. 603. 604. 605. 606. 607. 608. 609. 610. 611. 612. 613. 614. 615. 616. 617. 618. 619. 620. 621. 622. 623. 624. 625. 626. 627. 628. 629. 630. 631. 632. 633. 634. 635. 636. 637. 638. 639. 640. 641. 642. 643. 644. 645. 646. 647. 648. 649. 650. 651. 652. 653. 654. 655. 656. 657. 658. 659. 660. 661. 662. 663. 664. 665. 666. 667. 668. 669. 670. 671. 672. 673. 674. 675. 676. 677. 678. 679. 680. 681. 682. 683. 684. 685. 686. 687. 688. 689. 690. 691. 692. 693. 694. 695. 696. 697. 698. 699. 700. 701. 702. 703. 704. 705. 706. 707. 708. 709. 710. 711. 712. 713. 714. 715. 716. 717. 718. 719. 720. 721. 722. 723. 724. 725. 726. 727. 728. 729. 730. 731. 732. 733. 734. 735. 736. 737. 738. 739. 740. 741. 742. 743. 744. 745. 746. 747. 748. 749. 750. 751. 752. 753. 754. 755. 756. 757. 758. 759. 760. 761. 762. 763. 764. 765. 766. 767. 768. 769. 770. 771. 772. 773. 774. 775. 776. 777. 778. 779. 780. 781. 782. 783. 784. 785. 786. 787. 788. 789. 790. 791. 792. 793. 794. 795. 796. 797. 798. 799. 800. 801. 802. 803. 804. 805. 806. 807. 808. 809. 810. 811. 812. 813. 814. 815. 816. 817. 818. 819. 820. 821. 822. 823. 824. 825. 826. 827. 828. 829. 830. 831. 832. 833. 834. 835. 836. 837. 838. 839. 840. 841. 842. 843. 844. 845. 846. 847. 848. 849. 850. 851. 852. 853. 854. 855. 856. 857. 858. 859. 860. 861. 862. 863. 864. 865. 866. 867. 868. 869. 870. 871. 872. 873. 874. 875. 876. 877. 878. 879. 880. 881. 882. 883. 884. 885. 886. 887. 888. 889. 890. 891. 892. 893. 894. 895. 896. 897. 898. 899. 900. 901. 902. 903. 904. 905. 906. 907. 908. 909. 910. 911. 912. 913. 914. 915. 916. 917. 918. 919. 920. 921. 922. 923. 924. 925. 926. 927. 928. 929. 930. 931. 932. 933. 934. 935. 936. 937. 938. 939. 940. 941. 942. 943. 944. 945. 946. 947. 948. 949. 950. 951. 952. 953. 954. 955. 956. 957. 958. 959. 960. 961. 962. 963. 964. 965. 966. 967. 968. 969. 970. 971. 972. 973. 974. 975. 976. 977. 978. 979. 980. 981. 982. 983. 984. 985. 986. 987. 988. 989. 990. 991. 992. 993. 994. 995. 996. 997. 998. 999. 1000.

mesmes raisons que A B, G D & E Z, & ceux-cy mesme par l'hypothese sont minimales; Il s'ensuivra que B mesurera R comme A mesure P, & G mesurera R comme D mesure C par la 21. du 7. Par ainsi B & G mesureront R. Parquoy le nombre minime I mesuré de B & G mesurera le mesme R par la 37. du 7.

Et d'autant que I est à K come R à C, c'est à sçavoir comme G à D, Aussi par vicissitude I à R sera come K à C par la 13. du 7.

Or I mesure R aussi K mesurera C. Outre plus E mesure le mesme C: car E & Z sont minimales de la raison d'iceux C à F par la 21. du 7. Les nombres donc K & E mesureront le mesme

|   |   |   |   |   |    |   |
|---|---|---|---|---|----|---|
| A | 3 | T | 3 | N | 6  | P |
| B | 4 |   |   |   |    |   |
| G | 2 | I | 4 | S | 8  | R |
| D | 3 | K | 6 | M | 12 | C |
| E | 4 |   |   |   |    |   |
| Z | 5 |   |   | O | 15 | P |

C. Et pourtant le nombre M minime mesuré de K & E mesurera le mesme C par la 37. du 7: C'est à sçavoir que le plus grand mesurera le plus petit, veu que P R C F sont supposez plus petits qu'iceux N S M O. Ce qui ne peut estre. Tellement donc que les quatre nombres N S M O continuellement proportionnaux sont minimales ayans les mesmes raisons donnees de A B, G D & E Z.

ADVERTISSEMENT.

J'ay changé les caracteres de ceste seconde demonstration, d'autant qu'en la premiere E estoit posé mesurer K, & en celle-cy non.

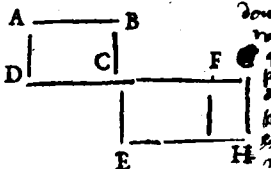
PROPOSITION V.

Les nombres plansont entre eux la raison composee de leurs costez.

Soient les deux parallelogrammes A B C D & C G H E equiangles:

Si le plus long costé de l'un C G est au plus long costé de l'autre C D come B C au plus petit C E les parallelogrammes seront egaux par la 16. de ce livre.

Mais si C G a plus grande raison à D C que B C à C E de la quantité de F G aussi le parallelogramme



comparaison d'un nombre plus grand ayant mesme raison.

# ELEMENTS D'EVLIDE,

*Pour la 5<sup>e</sup> Proposi-  
tion elle  
vient dire  
que comme  
il y peut  
avoir proportion entre les costez  
d'un parallelogramme avec  
les costez d'un autre parallelogramme.*  
CH excedera l'autre AC en mesme proportion que la raison du  
costé GC à D excède la raison de BC à CE: c'est à sçavoir du  
parallelogramme FH, lequel FH a mesme raison au parallelo-  
gramme EF comme la ligne CF à la ligne FG par la 1. du 6.  
Voilà donc comment la raison des parallelogramme equiangles  
de l'un à l'autre depend de la raison de leurs costez.

*Si tant de nombres qu'on voudra sont continuellement propor-  
tionnaires, mais le premier ne mesure pas le second: ny aussi  
aucun des autres ne mesurera pas aucun autre.*

*PROPOSITION VI.*  
Si tant de nombres qu'on voudra sont continuellement propor-  
tionnaires, mais le premier ne mesure pas le second: ny aussi  
aucun des autres ne mesurera pas aucun autre.

*PROPOSITION VII.*  
Soient A B G D continuel-  
lement proportionnaires: Si  
A ne mesure B, aussi B ne me-  
surera pas G, ny G D: Car les  
raisons de l'un à l'autre sont de  
mesme. Mais si on disoit que  
la sont nom en laissant quelq'un les extre-  
mes plans  
qui ont la  
raison con-  
siste de  
l'un est é-  
quivalente  
à avoir  
ainsi trois  
est à deux  
Les nombres  
ne s'excedent que d'une unité, s'ils viennent à se multiplier l'un l'autre produisant le plan  
de la propos. vi.  
est à deux  
des plus chins

*PROPOSITION VII.*  
Soient A B G D continuel-  
lement proportionnaires: Si  
A ne mesure B, aussi B ne me-  
surera pas G, ny G D: Car les  
raisons de l'un à l'autre sont de  
mesme. Mais si on disoit que  
la sont nom en laissant quelq'un les extre-  
mes plans  
qui ont la  
raison con-  
siste de  
l'un est é-  
quivalente  
à avoir  
ainsi trois  
est à deux  
Les nombres  
ne s'excedent que d'une unité, s'ils viennent à se multiplier l'un l'autre produisant le plan  
de la propos. vi.  
est à deux  
des plus chins

*PROPOSITION VII.*  
Soient A B G D continuel-  
lement proportionnaires: Si  
A ne mesure B, aussi B ne me-  
surera pas G, ny G D: Car les  
raisons de l'un à l'autre sont de  
mesme. Mais si on disoit que  
la sont nom en laissant quelq'un les extre-  
mes plans  
qui ont la  
raison con-  
siste de  
l'un est é-  
quivalente  
à avoir  
ainsi trois  
est à deux  
Les nombres  
ne s'excedent que d'une unité, s'ils viennent à se multiplier l'un l'autre produisant le plan  
de la propos. vi.  
est à deux  
des plus chins

*PROPOSITION VII.*  
Soient A B G D continuel-  
lement proportionnaires: Si  
A ne mesure B, aussi B ne me-  
surera pas G, ny G D: Car les  
raisons de l'un à l'autre sont de  
mesme. Mais si on disoit que  
la sont nom en laissant quelq'un les extre-  
mes plans  
qui ont la  
raison con-  
siste de  
l'un est é-  
quivalente  
à avoir  
ainsi trois  
est à deux  
Les nombres  
ne s'excedent que d'une unité, s'ils viennent à se multiplier l'un l'autre produisant le plan  
de la propos. vi.  
est à deux  
des plus chins

## PROPOSITION VIII.

*Si entre deux nombres tombent des nombres continuellement proportionnaux, autant qu'il y en aura entre les deux, autant en tomberont continuellement proportionnaux entre d'autres ayans la mesme raison avec iceux.*

Soient entre deux nombres A B autres nombres G D continuellement proportionnaux. Soit aussi E à Z comme A à B. Je dy qu'entre E & Z peuuent tomber autant de nombres continuellement proportionnaux qu'entre A & B. Soient donc par la 2. de cestuy posez autant de minimas que A G D B ayans la mesme raison avec iceux, & soient I T K L. I à L sera donc comme A à B en raison egale par la 14. du 7. : Or pource que E à Z est comme A à B : E à Z sera comme I à L par la 11. du 5. Iceux donc I & L mesureront E & Z. ( ayans mesme raison ) egallement par la 21. du 7. Or autant de fois

que I mesure E, que T puisse mesurer autant de fois M & K, N : & les autres de mesme si plus y en auoit. D'autant que I T K L mesurent egallement

|   |    |   |    |   |    |
|---|----|---|----|---|----|
| A | 3  | I | 1  | E | 2  |
| G | 9  | T | 3  | M | 6  |
| D | 27 | K | 9  | N | 18 |
| B | 81 | L | 27 | Z | 54 |

E M N Z ; par vicissitude I mesurera T comme E mesurera M (ou il sera les mesmes parties) & T mesurera K comme M mesurera N, & K le nombre L comme N, Z par la 9. du 7. E M N Z sont donc proportionnaux par la 21. definition du 7. & autant en nombre comme I T K L. Et pourtant sont de mesme à A G D B auxquels les nobres I T K L ont esté posez egaux en nombre & en mesme raison. Autant donc qu'il y en aura de continuellement proportionnaux entre A & B autant en tombera entre E & Z, suivant la proposition.

## PROPOSITION IX.

*Si deux nombres sont premiers entre eux, & entre iceux tombent des nombres continuellement proportionnaux; autant qui tombent entre iceux, autant encor tomberont de continuellement proportionnaux entre l'un & l'autre d'iceux & l'unité.*

**S**oient A & B premiers, entre lesquels tombent des continuellement proportionaux G & D. Je dy que entre iceux A & B & l'vnité tomberont autant de continuellement proportionaux. Soit l'vnité E & soient les minimas de la raison A à G les deux Z I par la 2. de cestuy-cy. Apres soient de mesme les trois T K L, puis les quatre M N S O. D'autant que ceux-cy sont autant que A G D B & minimas en la mesme raison par l'hypothese: Et ceux-cy minimas par 1. de cestuy: Vn chacun donc sera egal à vn chacun. Or pour ce que Z mesure T par ses vnitez & T, M par les mesmes selon les demonstrations de la 2. de ce liure. Et aussi l'vnité E mesure Z par les mesmes, il s'ensuiura que E Z T M sont continuellement proportionaux: comme semblablement E I L O. Et puis que A est egal à M & B à O, il s'ensuiura que entre A l'vnité E tomberont L Z, & entre B & la mesme vnité tomberont L I. Mais pource que entre E & A G D B (ou M N S O) les degrez de proportion sont egaux en nombre (sçauoir G & D en vne sorte & Z T ou I L en l'autre) Il s'ensuiura que entre l'un & l'autre A ou B, & l'vnité pourront tomber autant de continuellement proportionaux, comme il s'en trouue entre A & B.

Et d'autre cote entre B et

L'vnité il tombe aussi PROPOSITION X.

Des nombres proportionaux

Savoir si entre deux nombres & l'vnité tombent des nombres conti-

nuellement proportionaux, autant en tomberont de conti-

nuellement proportionaux entre iceux deux nombres.

est a 1.

**S**i entre A & B, & l'vnité

G tombent deux nom-

bres continuellement pro-

portionaux, Je dy qu'entre

les deux A & B en tombe-

ront autant. Par les vnitez

Et donc que G mesure D, par

les mesmes D mesurera E,

& E mesurera A. Ainsi sera de Z & I. Doncques le nombre D

est a 3.

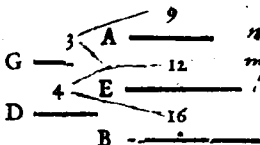
|   |   |   |   |    |    |    |
|---|---|---|---|----|----|----|
|   |   | 9 | M | 27 | A  | 27 |
|   |   |   |   |    | 36 | 36 |
| 1 | Z | 3 | T | 12 | N  | G  |
|   |   |   |   |    | 48 | 48 |
| E | 4 | K |   | 16 | S  | D  |
|   |   |   |   |    | 64 | 64 |
| I |   | L |   | O  | B  |    |

se multipliant soy-mesme faict E & D multipliant E faict A. Ainſi ſera de Z & I. Or D multipliant Z faict T. Les deux D & Z multipliant T font les deux K L. D'autant que D multipliant D & Z en a faict deux autres ſçauoir E & T. Il ſera par la 17. du 7. E à T comme D à Z. Mais pource que les deux D Z multipliant vn meſme T font K & L, le nombre K à L ſera comme D à Z par la 18. du 7. Mais D multipliant les deux E & T a faict A K: Il ſera donc A à K comme E à T & pourtant comme D à Z. Or K à L a eſté comme D à Z. Il ſera donc A à K comme K à L par la 11. du 5. Semblablement puis que Z multipliant Z & D faict I & T, T à I ſera comme D à Z. Mais le meſme Z multipliant T & I faict L & B. L à B ſera donc comme T à I par la 17. du 7. & pourtant comme D à Z. Mais A à K & K à L ont eſté comme D à Z, & pourtant A à K, K à L, L à B ſeront comme D à Z proportionnaux: Entre A & B donc ſont autant de proportionnaux comme entre les meſmes AB & l'vnité par la 2. de ceſtuy.

PROPOSITION XI.

Entre deux nombres quarrez eſt vn nombre milieu proportionnel. Et le quarré au quarré a la raiſon double qu'à le coſté au coſté.

Soient deux nombres quarrez A & B & leurs coſtez G & D. D'autant que G eſt le coſté de quarré A, lequel G ſe multipliant soy-mesme faict A par la 19. définition du 7. Semblablement le coſté D faict B: Poſons G multipliant D face E. D'autant que G multipliant G & D faict A & E. A à E ſera par la 17. du 7. comme G à D. Semblablement D multipliant les deux D & G faict les deux E & B. E à B ſera par la meſme propoſition comme G à D. Mais A à E a eſté comme G à D. Doncques par la 11. du 5. A à E & E à B ſeront côme G à D: Entre A & B tōbera donc le moyen proportionnel E. Et pource que A à E eſt comme G à D & que la raiſon du premier A au troiſieme B eſt double de la raiſon de A à E par la 10. définition du 5. le quarré de ac A aura au quarré B la raiſon double du coſté G au coſté D.



monſtre ſ'ant vu  
milieu pro  
portional.

Ceſte app  
cation eſt  
claire.  
Le nombre  
quarrier eſt  
celuy qui  
eſt egal au  
celuy qui  
eſt cubique  
de plus  
ou moins  
organes.

PROPOSITION XII.

Entre deux nombres cubes sont deux nombres milieux proportionnaux. Et le cube au cube à la raison triplee du costé au costé.

Soient deux cubes  $A$  &  $B$  & leurs costez  $G$  &  $D$ .  $G$  se multipliant fait  $E$  & multipliant  $D$  fait  $Z$ . Et  $D$  se multipliant fait  $I$ : mais  $G$  &  $D$  multipliés  $Z$  font  $T$  &  $K$ .  $T$  à  $K$  sera donc comme  $G$  à  $D$

|   |     |       |     |    |
|---|-----|-------|-----|----|
|   |     | 9     | $A$ | 27 |
|   | $E$ | <hr/> |     |    |
| 3 |     | 12    | $T$ | 36 |
|   | $Z$ | <hr/> |     |    |
| 4 |     | 36    | $K$ | 48 |
|   | $I$ | <hr/> |     |    |
|   |     |       | $B$ | 64 |

de la prop par la 18. du 7. Et d'autant que  $G$  multipliant  $G$  &  $D$  fait  $E$  &  $Z$ :  $E$  &  $Z$  sera donc comme  $G$  à  $D$  par la 17. du 7. Et veu que  $G$  multipliant  $E$  &  $Z$  par la 20. definition du 7. & par la construction fait  $A$  &  $T$ ;  $A$  &  $T$  sera comme  $E$  à  $Z$  par la 17. du 7. & par consequent comme  $G$  à  $D$ . Or  $T$  à  $K$  a esté comme  $G$  à  $D$ ; donc  $A$  à  $T$  &  $T$  à  $K$  seront comme  $G$  à  $D$ . Et d'autant aussi que  $D$  multipliant  $G$  fait  $Z$ :  $Z$  sera à  $I$  comme  $G$  à  $D$ . Semblablement  $D$  multipliant  $I$  fait  $B$  par la 20. definition du 7. mais multipliant  $Z$  fait  $K$  par la construction,  $K$  à  $B$  sera comme  $Z$  à  $I$  par la 17. du 7. & par consequent comme  $G$  à  $D$ : Mais  $A$  à  $T$  &  $T$  à  $K$  ont esté come  $G$  à  $D$ : Iceux donc  $A$  à  $T$ ,  $T$  à  $K$ , &  $K$  à  $B$  seront proportionnaux comme  $G$  à  $D$ . Entre les deux cubes donc  $A$  &  $B$  tombent deux milieux proportionnaux en la raison de  $G$  à  $D$ : Et d'autant que  $A$  à  $B$  quatrieme à la raison triplee de  $A$  à  $T$  second par la 10. definition du 5. Le mesme cube  $A$  aura donc au cube  $B$  la raison triple du costé  $G$  au costé  $D$ .

PROPOSITION XIII.

Si tant de nombres qu'on voudra sont continuellement proportionnaux, & multipliant vn chacun soy-mesme, en font quelques autres; Ceux qui sont produits d'iceux seront proportionnaux. Et si les nombres premierement posez multiplians apres les engendre en font quelques autres; iceux aussi seront proportionnaux. Et cecy aduendra tousiours enuiron les extremes.

Soient les nombres proportion-  
naux  $ABG$  qui se  
multiplians eux-  
mesmes produisent  
 $DEZ$ ; ceux cy  
seront quarez. Puis  
 $ABG$  multiplians  
 $DEZ$  produiront  
 $ITK$  qui seront

|                     |                      |                       |                        |
|---------------------|----------------------|-----------------------|------------------------|
| $A \xrightarrow{2}$ | $D \xrightarrow{4}$  | $I \xrightarrow{8}$   | $G \xrightarrow{16}$   |
| $B \xrightarrow{4}$ | $E \xrightarrow{16}$ | $M \xrightarrow{32}$  | $F \xrightarrow{64}$   |
| $G \xrightarrow{8}$ | $Z \xrightarrow{64}$ | $O \xrightarrow{128}$ | $S \xrightarrow{256}$  |
|                     |                      | $K \xrightarrow{512}$ | $X \xrightarrow{1024}$ |

cubes *par leur definition*. Puis que les quarez  $DEZ$  ont l'un à l'autre la raison double de leurs costez  $ABG$  ils seront proportionnaux; Et d'autant aussi que les cubes  $ITK$  ont l'un à l'autre la raison triple de leurs costez  $ABG$  *par la precedente*, ils seront aussi proportionnaux. Outreplus  $ABG$  multiplians  $ITK$  chacun le sien, ceux qui en prouviendront seront aussi proportionnaux. Et ainsi infiniment.

*Ceste derniere particule me. semble convenir au sens de la proposition.*

### PROPOSITION XIII.

Si un nombre quarré mesure un nombre quarré, aussi le costé de l'un mesurera le costé de l'autre. Et si le costé de l'un mesure le costé de l'autre, aussi le quarré mesurera le quarré.

Que le quarré  $A$  mesure le quarré  $B$ , & le costé de  $A$  soit  $G$ , & le costé de  $B$  soit  $D$ :  $G$  multipliant  $D$  faict  $E$ , & se multipliant soy mesme faict  $A$  par l'hypo-  
*thèse. Donc par la 17. du 7.  $A$  à  $E$   $D$  à  $B$*

|                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| $G \xrightarrow{3}$  | $A \xrightarrow{9}$  |
| $E \xrightarrow{18}$ |                      |
| $D \xrightarrow{6}$  | $B \xrightarrow{36}$ |

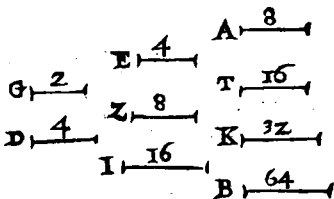
sera comme  $G$  à  $D$ . Mais  $A$  mesure  $B$  extreme, il mesurera donc  $E$  son prochain *par la 7. de cestuy*, & pourtant  $G$  mesurera  $D$ : car  $A$  à  $D$  a esté comme  $G$  à  $B$ .

Pour le second, Que  $G$  mesure  $D$  (les choses ainsi construites) le dy que  $A$  mesure  $B$ . D'autant que  $G$  &  $D$  comme  $A$  à  $E$ , &  $E$  à  $B$  *par la 17. du 7.* Et que  $G$  mesure  $D$ . Doncques  $A$  mesurera le mesme  $E$ , & par consequent le quarré  $B$ , lequel quarré est mesuré de  $E$  *par la 1. com. sens. du 7.*

PROPOSITION XV.

Si vn nombre cube mesure vn nombre cube, aussi le costé de l'un mesurera le costé de l'autre. Et si le costé de l'un mesure le costé de l'autre, aussi le cube mesurera le cube.

**Q**UE le nombre cube A mesure le nombre cube B. G & D soient les costez desquels se multiplians eux mesmes facent les quarréz E & I par la 19. definition du 7. entre lesquels soit le moyen Z par la 11. de cestuy. Iceux quarréz facent aussi G & D multiplians Z



facent les deux T & K moyens entre les deux cubes A & B par la 12. de cel liure en la raison de G & D. D'autant que A mesure l'extreme B, il mesurera son prochain T par la 7. de cestuy. Mais A à T a esté comme G à D. Donc G mesurera D,

Maintenant si nous posons G mesurer D (les choses ainsi disposées) d'autant que A est à T comme G à D & que G mesure D, il s'ensuiura que A mesurera T & T mesurera K & K mesurera B : Parquoy A selon la 1. com. sent. du 7. mesurera le mesme B. Si donc un cube, &c.

PROPOSITION XVI.

Si vn nombre quarré ne mesure pas vn nombre quarré, aussi le costé ne mesurera pas le costé. Et si le costé ne mesure pas le costé, aussi le quarré ne mesurera pas le quarré.

Si 1x ne mesure pas 27 trois ne mesurera pas neuf

**C**AR si le costé mesuroit le costé, le quarré aussi mesurerait le quarré par la seconde partie de la 14. de cel liure Et pour le regard de la seconde partie de ceste proposition, Si le quarré mesuroit le quarré, aussi le costé mesurerait le costé par la 1. partie de la mesme 14. de cel liure.

PROPOSITION XVII.

Si vn nombre cube ne mesure pas vn nombre cube, aussi le costé

de l'un ne mesurera pas le costé de l'autre. Et si le costé ne mesure pas le costé, aussi le cube ne mesurera pas le cube.

Car si le costé mesuroit le costé, aussi le cube mesurerait le cube, par la 2. partie de la 15. de ce livre. Et pour le second, Si le cube mesuroit le cube, aussi le costé mesurerait le costé par la 1. partie de la mesme proposition 15.

PROPOSITION XVIII.

Entre deux nombres plans semblables est vn nombre milieu proportionnel, & le plan au plan à la raison doublee du costé de semblable raison au costé de semblable raison.

Soient A & B semblables

nombres plans les costez

de A soient G D & de B soient

E Z. G multipliant D fait A,

& E multipliant Z fait B par la

17. du 7. G sera donc à E comé

D à Z par la 22. defin. du 7. En

apres D multipliant E face I :

D'autant donc que D multipliant les deux G & E en fait deux

scavoir A & I; A à I sera par la 17. du 7. comme G à E. & pour ceste

mesme cause d'autant que E multipliant D & Z fait I & B; I sera

à B comme D à Z. A donc sera à I comme I à B. Le nombre dōc A

sera moyen proportionnel entre les nombres plans A & B. Et la raison

d'autant que A à B a la raison double de la raison qu'il a à I par la

10. defin. du 5. Il s'ensuiura que le mesme A aura à B la raison dou-

ble de G à E laquelle a esté monstree egalle à la raison de A à I.

|   |    |
|---|----|
| A | 12 |
| I | 18 |
| B | 27 |

|   |   |
|---|---|
| G | 2 |
| D | 6 |
| E | 3 |
| Z | 9 |

Entre de  
nom-rais  
comme 12  
fait de deux  
x 3 = multi  
et l'un par  
l'autre & 2  
de milieu

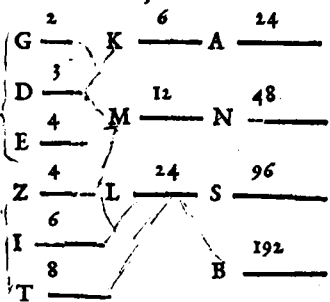
PROPOSITION XIX.

Entre deux nombres solides semblables tombent deux nombres milieux proportionnaux : Et le solide au solide semblable à la raison triplee du costé de semblable raison au costé de semblable raison.

A la raison doublee du costé de semblable  
son qui est A. B au costé de sembla  
raison lors que la dis que du costé G  
A la raison doublee de G à E 2c. 67 dnc 2c.

*Y a un bide  
Solide ap  
celuy qui  
est produit  
de trois  
nombres  
le multipli  
ent ensemble  
de l'un l'autre  
Et les trois  
costez niches  
font les trois  
nombres  
multiplians  
ensemble  
C'est un  
icy. G. D. E.  
Z. I. T.  
donc les  
premiers  
le multipli  
ent ensemble  
de l'un l'autre  
font 24  
Et les deux  
autres font  
24 & multi  
plians 4  
24 font  
192.  
de sorte q  
24 & 192  
font solide  
mais comme  
deux de ses costez Z & D. le multipliant font 12.  
de comme E. 1. deux  
autres costez le multiplians font 12. ou 24. E multiplian m. fait le  
produit 48  
de Z multiplian  
24 fait le  
produit 96  
entre les solides  
triples de 13. & de costez G. D. E. Z. I. T. de semblable raison a la  
raison triplee de nombre, d'un la forme 13. comme de Z. I. T.  
en respondant a ses costez par les siens. G. D. E.*

Soient deux solides sem-  
blables A, B les costez de  
A soient G D E, de B soient  
Z I T. G multipliant D face  
K: Z multipliant I face L:  
d'autant que G D E & Z I T  
sont costez de semblable rai-  
son par la 22. defin. du 7. Les  
nombres plans K & L seront  
semblables: entre lesquels  
tombera par la precedente  
un milieu M, fait de D par



Z: Mais E & T qui sont semblables costez multiplians M font  
N & S, veu que G à D & D à E est comme Z à I & I à T par vi-  
cinitude selon la 13. du 7. G à Z sera comme D à I & E à T. Et  
veu aussi que D multipliant G & Z fait K & M; K sera à M come  
G à Z par la 17. du 7. Semblablement pource que Z multipliant  
D & I fait M & L: M sera par la mesme proposition à L comme  
D à I: Mais G à Z a esté comme D à I. Doncques K à M sera  
comme M à L proportionnaux en la raison des costez G à Z.

Outre plus, d'autant que E multipliant K (qui est produit des  
deux costez D & G) fait A par la 18. defin. du 7. & E multiplian  
M a fait N: A à N sera par la 17. du 7. comme K à M. Sembla-  
blement veu que T multipliant L (qui est produit des deux au-  
tres costez Z I) fait B, & multipliant M a fait S, celuy cy sera à  
B par la 17. du 7. comme M à L, & par consequent A à N & S à B  
comme K à M & M à L en la raison des costez G à Z. Et pource  
que les deux autres costez E & T multiplians M font N & S; N  
sera à S comme le costé E au costé T: Entre A & B donc sont  
deux moyens N & S en la mesme raison des costez G à Z: c'est  
à sçavoir A à N, N à S comme S à B. Et d'autant que A premier à  
E quatrieme à la raison triplee de A à N second par la 10. defin. du 5.  
Iceluy A solide à B seblable solide aura la raison triplee du costé G  
au costé Z ou de D à I ou bien de E à T costez de seblable raison.

PROPOSITION XX.

entre deux nombres tombe un nombre milieu proportion-  
nel, iceux nombres seront plans semblables.

*font les nombres milieux proportionaux, font au  
de la solide A du costé A N S. B a la raison  
triplee de 13. & de costez G. D. E. Z. I. T. de semblable raison a la  
raison triplee de nombre, d'un la forme 13. comme de Z. I. T.  
en respondant a ses costez par les siens. G. D. E.*

Soit entre deux nombres A & B vn milieu proportionnel G. Sie dy que A & B sont nombres plans semblables: Ce que nous demonstresons premierement en raison pure & simple des nombres, c'est à dire non multipliee.

Soient donnez par la 35. du 7. deux minimas D E en la raisõ d'iceux A G B. Ceux-là mesureront A & G egallement, & G & B aussi egallement par la 21. du 7. Autant de fois que D E mesureront A G autant soient d'vnitez en Z, & autant de fois qu'ils mesureront G & B, autant soient d'vnitez en I. Pource que D multipliant Z fait A: & E multipliant I fait B les nombres A & B sont plans, & leurs costez D Z, E I. Mais puis que du premier D & quatrieme I est produit G, & du secõd E & troisieme Z est produit le mesme G: D à E sera par la 2. partie de la 19. du 7. comme Z à I: Et par la 13. du 7. en viciscitude D à Z comme E à I, c'est à dire proportionnaux. Les costez donc D Z & E I sont des nombres plans A & B semblables par la 22. definition du 7.

Secondement en raison multipliee (qui est du continu au discret) Soit entre deux nombres B & A vn milieu proportionnel G. Pource que la raison est multipliee le plus petit A mesure B extreme, parquoy par la 7. de ce liure il mesurera aussi son prochain G, & G semblablement mesurera B, car ils sont proportionnaux. Autant de fois que le moindre A mesure G, autant de fois l'vnité D puisse mesurer le nombre E: Et autant de fois donc que D mesure E, autant de fois G mesurera B: par ainsi & en viciscitude D mesurera A comme E mesure G; & encor D mesurera G come E mesure B par la 15. du 7. Autant de fois que D E mesurent A G, autant soient d'vnitez en Z. Semblablement autant de fois que les mesmes D E mesurent G D autant soient d'vnitez en I. Pource que soubz D & Z est compris A & soubz E & I est contenu B, iceux A & B sont nombres plans, desquels les costez sont D Z & E I. Et pource que des extremes B & I est fait G & de E & Z est

|   |    |   |    |  |                                                                                                            |
|---|----|---|----|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |    |   | 3  |  | <i>Trois &amp; ha<br/>se Multiplie<br/>un la bce</i>                                                       |
| A | 18 | D | 4  |  | <i>font la m<br/>lieu propo<br/>tionel 24</i>                                                              |
|   | 24 | E | 6  |  | <i>4 x 6.<br/>de mesme<br/>mais 36</i>                                                                     |
| G | 32 | Z | 8  |  | <i>6 semant<br/>triplant</i>                                                                               |
| B |    | I | 12 |  | <i>font la (es)<br/>18 qui est<br/>nombre</i>                                                              |
|   | 24 | I | 6  |  | <i>Plan 2.<br/>4 auec<br/>8 font<br/>32 qui<br/>est la bce<br/>costez et<br/>proportion<br/>semblables</i> |
| B | 21 | Z | 2  |  | <i>plan.</i>                                                                                               |
| G | 6  | E | 2  |  |                                                                                                            |
| A |    | D | 2  |  |                                                                                                            |

*et les  
explicat  
supra abson  
Rece est  
att. est  
(ura).*

# ELEMENTS D'EUCLIDE,

faict le mesme G, les quatre grandeurs D à E comme Z à I sont proportionnelles *par la 19. du 7.* Par viciscitude donc *selon la 15. du 7.* les costez seront proportionnaux, sçavoir comme D à Z ainsi E à I. Iceux donc A & B seront nombres plans semblables. *par la 22. definition du 7.*

## PROPOSITION XXI.

*Si entre deux nombres tombent deux nombres milieux proportionnaux, les deux nombres seront solides semblables.*

Soient A & B deux nombres G & D milieux continuellement proportionnaux. Je dy que A & B sont solides semblables.

*A. ou 27. 18.* Soient *par la 2. de ce liure* pris trois minimes E Z I en la raison de A G D B. Les extremes donc d'iceux E & I sont plans semblables *solide selon par la precedente.* Soient maintenant les costez de E les deux T & K : & de I les deux L & M. Et veu que par l'hypothese E Z I sont *par la 14. du 7.* par la 14. du 7. D'avantage veu que E Z I sont minimes, ils mesureront A G D également *par la 21. du 7.* Mais autant de fois que E mesureront A & D, autant soient d'vnitez en N. Et autant de fois qu'iceux E I mesureront les autres G & B (qui ont mesme rais6) autant soient d'vnitez en S. Car veu que T & K sont les costez de E le quel pris par les vnitez du nombre N faict A; Il s'ensuiura que T K N seront les costez du solide A *par la 18. definition du 7.*

*3. 9. 27.* Semblablement L & M font I, le quel pris par les vnitez de S faict B, parquoy L M S seront les costez du solide B *par la mesme.* A & B seront donc solides. Et pour monstrier qu'ils sont semblables d'autant que E multipliant N & S a faict A & G : N à S sera *par la 17. du 7.* comme A à G. Mais

comme A à G ainsi par l'hypothese E à Z & Z à I. Mais pource que E à I à la raison double de E à Z *par la 10. deff. du 5.* Et double de celle de T à L ou K à M qui sont les costez *par la 18. de ce liure;* T à L & K à M auront donc la mesme raison que E à Z ou Z I ; & partant la mesme de A à G ou N à S, qui ont esté monstrees estre les mesmes : Ainsi donc comme A à G ainsi ont esté N à S & T

|   |   |    |    |   |
|---|---|----|----|---|
|   |   | 3  |    |   |
|   | 3 | N  | 27 |   |
| T | — | 9  | A  | — |
|   | 3 | E  | 36 |   |
| K | — | 12 | G  | — |
|   | 4 | Z  | 48 |   |
| L | — | 16 | D  | — |
|   | 4 | I  | 64 |   |
| M | — | 4  | B  | — |
|   |   | S  |    |   |

à L & K à M qui sont costez proportionnaux du solide A aux costez du solide B, lesquels solides par la 22. deff. du 7. seront sèblables. Ce qu'il falloit demonstret.

Ceste proposition pour euter prolixité n'est point demonstree en la raison multipliee d'autant que par la precedete & quelques autres la demonstration s'en pourra aisément faire.

PROPOSITION XXII.

Si trois nombres sont continuellement proportionnaux, dont le premier est quarré, aussi le troiesime sera quarré.

Soient trois nombres continuellement proportionnaux A B G, d'autant qu'entre les extremes y a vn moyen, iceux extremes serot nombres plans semblables par la 20. de ce liure. Parquoy si le premier est quarré, le troiesime aussi pour estre son semblable sera son quarré.

|   |   |
|---|---|
| A | 4 |
| B | 6 |
| G | 9 |

Suivant  
cette appli-  
cation & la  
suivante il  
s'ensuit que  
le nombre  
Pair et im-  
pair pour-  
estre quarré  
& que le pair  
et impair pe-  
uvent estre  
cubes.

PROPOSITION XXIII.

Si quatre nombres sont continuellement proportionnaux, dont le premier soit cube, aussi le quatriesime sera cube,

Cecy se demonstre par la 21. de ce liure. Car si entre A & B sont constituez deux milieux proportionnaux, il s'ensuiura que A & D seront semblables solides. Si donc A est cube, le quatriesime aussi pour estre son semblable sera cube.

|   |    |
|---|----|
| A | 8  |
| B | 12 |
| G | 18 |
| D | 27 |

Ceci se  
demonstre & con-  
prendre si on  
prenons par ex-  
emple la division  
de six quarrés  
du cube.  
La conjecture  
d'entre semblable  
qu'on peut  
apporter est  
que tout quar-  
ré & cube  
peut estre con-  
sidéré don-  
clement  
quarré et cube.

PROPOSITION XXIIII.

Si deux nombres ont la raison entr'eux qu'à vn nombre quarré sur vn nombre quarré, & le premier est quarré, aussi le second sera quarré.

Exemple. A  $\frac{4}{2}$  B  $\frac{16}{4}$  — Sans estre contenu dans un  
cube & quarré nombre qui de ses un-  
sont ses costez,

*C'est la quatri-  
esme de ces nom-  
bres qui s'unit  
si c'est le cube  
Auquel car  
il est origi-  
nellement  
par c'est a  
dire composé  
de quatre rayes*

**Q**ue les deux nombres A & B  
ayent la mesme raison que les  
quarré G & D. D'autant qu'entre les  
deux G & D est vn milieu proportion-  
nel par la 11. de ce liure. Il y aura aussi vn  
milieu proportionnel entre A & B par  
la 8. de ce liure : car ils ont vne mesme raison. Des trois donc le pre-  
mier A est quarré, aussi le troisieme B sera quarré par la 22. de ce

|   |                                            |   |                                            |
|---|--------------------------------------------|---|--------------------------------------------|
| A | $\frac{4}{6}$                              | G | $\frac{16}{24}$                            |
|   | <hr style="width: 50px; margin: 0 auto;"/> |   | <hr style="width: 50px; margin: 0 auto;"/> |
|   | 9                                          |   | 36                                         |
| B | <hr style="width: 50px; margin: 0 auto;"/> | D | <hr style="width: 50px; margin: 0 auto;"/> |

**PROPOSITION XXV.**

**PROPOSITION XXV.**

ou bien <sup>qu'on</sup> que si deux nombres ont la raison entr'eux qu'à vn nombre cube à vn nombre cube, & le premier est cube, aussi le second sera cube.

qu'il y a deux nombres égaux ou proportionnels. **Q**ue deux nombres A & B ayent la raison que le cube Gau cube D, & que A soit cube, Je dy que B est aussi cube. Pour ce que entre les deux G & D qui sont cubes tombent deux milieux proportionnaux par la 12. de cestuy y a de q a s autant en tomberont entre A & B (qui ont la même raison) par la 8. de cestuy. Mais des quatre continuellement, proportionnaux le premier est cube, aussi le quatrième B sera cube par la 23. de ce liure.

|    |     |
|----|-----|
| 8  | 64  |
| 12 | 96  |
| 18 | 144 |
| 27 | 216 |

**PROPOSITION XXVI.**

Les nombres plans semblables ont la raison entr'eux, qu'à vn  
nombre quarré à vn nombre quarré.

L'intelli- Soient les nombres plans sem- 18 9  
 gence de- blables A & B. Puis qu'ils sont A ————— D —————  
 croissant- semblables plans entre iceux tō- 24 12  
 Propositi- bera vn milieu comme G par la G ————— E —————  
 2. de la 1. 18. de cestuy. En apres soient mis 32 16  
 2. de la sui- trois minimis DEZ en la raison B ————— Z —————  
 uante dequade A GB, les extremes D & Z seront quarrez comme il resulte  
 de la 1. de la 2. de cestuy. Et pource que par la 14. du 7. A est à B en raison  
 definition d'un quarré & d'un cube qui se fait n'auoir pas eslé  
 ou suffisamment donnée ou bien éclaircie Dans la 19.  
 2. de la 1. du 7. liv. voy la prop. 22 de ce liure.

egale comme D à Z, & que ceux-cy sont quarrez; Il s'ensuivra que A à B aura telle raison que le nombre quarré D au quarré Z.

## PROPOSITION XXVII.

Les nombres solides semblables ont la raison entr'eux qu'à vn nombre cube à vn nombre cube.

Soient A & B solides semblables; entre iceux donc tomberont deux milieux proportionnaux E & Z par la 19. de celivre. Soient donnez autāt de minimas G I T D en la raison de A E Z B par la 2. de celivre: Les extremes G & D seront cubes comme il resulte de la mesme 2. Et puis qu'ils sont tous proportionnaux, par raison egale A à B sera comme G à D. par la 14. de cestuy. Doncques A & B auront la raison entreux qu'à le cube G au cube D. Les nombres solides donc, &c.

|   |    |   |    |
|---|----|---|----|
| A | 16 | G | 8  |
| E | 24 | I | 12 |
| Z | 36 | T | 18 |
| B | 54 | D | 27 |

Resulte si deux nōbres ont entr'eux la raison d'un quarré à vn quarré, ils seront nombres plans semblables. Et s'ils ont la raison d'un nombre cube à vn nombre cube, il seront solides semblables.

Resulte aussi, si quelque nombre multipliant vn quarré ne fait vn quarré, iceluy ne sera quarré.

## FIN DV HVICTIESME LIVRE.

*pour montrer presentement  
comme les solides a la mesme  
raison que la Cube. Il n'y a  
qu'à voir s'ils admettent  
les raisons semblables  
comme le Cube & les mi-  
lieux proportionnaux tom-  
bent entre les extremes ce qui  
estant reconnu il faudra auoir  
que les deux extremes sont solides  
l'auoir 54 autant que 16.*

*Suivant la  
conjecture  
par la propo-  
sition XXIII  
le Cube de 24  
est plus que le quarré  
de 48. aut. confide-  
me comme l'on  
est costez, &  
les nombres  
primitifs est  
pair. mais  
il peut estre  
impair sans  
une considéra-  
tion des trois  
nombres pro-  
portionnels ou  
egaux donc  
il est contenu  
comme*

$$8 \begin{array}{|c|} \hline 12 \\ \hline \end{array} 18$$



# LE NEVFIESME LIVRE DES ELEMENS D'EVCLIDE.

## PROPOSITION PREMIERE.

*Si deux nombres plans semblables se multiplians l'un l'autre en engendrent quelqu'un, iceluy produict sera quarré.*

**S**Oient deux nōbres plans semblables  
*A & B. Le nombre A multipliant B*  $A \xrightarrow{6} D \xrightarrow{36}$   
*face G. Ic dy que G est quarré. Le nōbre*  
*A se multipliât soy-mesme face D quarré*  $\xrightarrow{\quad} E \xrightarrow{\quad}$   
*par la 19. deff. du 7. Et pource que A mul-*  $24 \quad 144$   
*tipliant les deux A & B, en fait deux*  $B \xrightarrow{\quad} G \xrightarrow{\quad}$   
*D G; D à G sera cōme A à B par la 17. du 7. Pource aussi qu'entre*  
*deux plans semblables A & B y a vn moyen proportionnel par la*  
*18. du 8. & entre D & G ayans la mesme raison y aura aussi vn mi-*  
*lieu par la mesme pro. & soit iceluy E: mais le premier D (des trois*  
*entre six proportionnaux D E G) est quarré, aussi le troisieme G sera quarré*  
*par la 22. du 8.*

## PROPOSITION II.

*Si deux nombres se multiplians l'un l'autre font vn quarré, iceux sont plans semblables.*

**S**Oient deux nombres A & B: se mul-  
*tiplians l'un l'autre facent le quarré G.*  $A \xrightarrow{2} D \xrightarrow{4}$   
*Le nōbre A se multipliant face le quarré*  
*D: d'autant que A multipliant les deux*  $\xrightarrow{\quad} \xrightarrow{\quad}$   
*A & B en fait deux D & G: D à G sera*  $8 \quad 16$   
*comme A à B par la 16. du 7. Et pource*  $B \xrightarrow{\quad} G \xrightarrow{\quad}$   
*qu'entre les deux quarréz D G y a vn moyen par la 11. du 8. & en-*  
*tre A & B ayans la mesme raison y aura aussi vn moyen par la 8. du*  
*8. Mais si entre les deux A & B y a vn moyen, iceux A & B seront*  
*nombres plans semblables par la 20. du 8.*

## PROPOSITION III.

*Si vn nombre cube se multipliant soy-mesme en engendre quelqu'un, l'engendré sera cube.*

Le nombte

**L**E nombre cube A se multipliât soy-mesme face B, le dy que B est cube. Soit du cube A le costé G, lequel multiplié par soy-mesme face D. Le mesme costé donc G multiplié par D fera A *par la 20. deff. du 7.* Donc G mesurera D par les vnitez du mesme G, & par les mesmes D mesurera le cube A, & aussi l'vnité mesurera G par les mesmes vnitez de G. Les quatre donc A D G & l'vnité sont proportionnaux, car ils sont equemultiples. Semblablement veu que A mesure B par les vnitez, & l'vnité mesure A par les mesmes, l'vnité sera à A comme A à B. Mais entre l'vnité & A sont deux milieux, comme aussi entre les equemultiples qui ont mesme raison. Entre A donc & B se trouueront deux milieux *par la 8. du 8.* Le premier donc A des quatre proportionnaux est cube *par l'hypothese*, aussi le quatrieme B sera cube *par la 23. du 8.*

|   |       |
|---|-------|
| B | 64    |
|   | 32    |
|   | 16    |
|   | 8     |
| A | 4     |
| D | 2     |
| G | vnité |

## PROPOSITION IIII.

*Si vn nombre cube multipliant vn nombre cube en engendre quelque vn, l'engendré sera cube.*

**L**E cube A multipliant le cube B face G, se multipliant soy-mesme face D. Ie dy que G est cube. D'autant que A multipliant les deux A & B a fait D & G. D sera à G comme A à B *par la 17. du 7.* Mais pource qu'entre les deux cubes A & B sont deux milieux *par la 12. du 8* aussi entre les nombres D & G y a la mesme raison seront deux milieux *par la 8. du 8.* Mais D est cube *par la precedente*, car il est fait du cube A. Si donc des quatre proportionnaux le premier D est cube, aussi le quatrieme G sera cube *par la 23. du 8.*

|   |    |   |     |
|---|----|---|-----|
| A | 8  | D | 64  |
|   | 12 |   | 96  |
|   | 18 |   | 144 |
|   | 27 |   | 216 |
| B |    | G |     |

*cette proposition est claire au lieu que la precedente B est cube fait par A comme il est montré précédemment, si donc il est cube. Etant multiplié par A qui est cube il est produit en est produit. Il faut voir que l'engendré sera cube.*

## PROPOSITION V.

*Si vn nombre cube multipliant quelque nombre, fait vn cube, aussi le multiplié sera cube.*

*On voit icy que si du cube A est fait semblable par la raison A. B. les nombres se croiseront deux fois, et se croiseront deux fois de la même raison. D. G.*

**S**I le nombre cube A multipliant

8

64

quelque nombre B fait G; Je dy

A

D

que B sera cube. A se multipliant soy-

me face D: pource que A multipliant

A & B fait D & G; D à G sera cōme

A à B par la 17. du 7. Et puis que D est

cube par la 3. de ce liure (car il est fait du

cube A) G aussi est cube par l'hypothese,

entre G & D tomberont deux milieux

entre A & B qui ont la mesme raison toberont autant de milieux

par la 8. du 8. Mais des quatre proportionnaux le premier A est

cube par l'hypothese, aussi le quatrieme B sera cube par la 33. du 8.

entre G & D tomberont deux milieux

entre A & B qui ont la mesme raison toberont autant de milieux

par la 8. du 8. Mais des quatre proportionnaux le premier A est

cube par l'hypothese, aussi le quatrieme B sera cube par la 33. du 8.

entre G & D tomberont deux milieux

entre A & B qui ont la mesme raison toberont autant de milieux

par la 8. du 8. Mais des quatre proportionnaux le premier A est

cube par l'hypothese, aussi le quatrieme B sera cube par la 33. du 8.

entre G & D tomberont deux milieux

entre A & B qui ont la mesme raison toberont autant de milieux

par la 8. du 8. Mais des quatre proportionnaux le premier A est

cube par l'hypothese, aussi le quatrieme B sera cube par la 33. du 8.

entre G & D tomberont deux milieux

## PROPOSITION VI.

**Si vn nombre se multipliant soy-mesme fait vn cube, iceluy sera cube.**

**L**E nombre A se multipliant soy-mesme

face le cube B, & multipliant le cube B

face G: Iceluy G sera cube par la 20. deff. du

7. estant fait des deux multiplications d'i-

celuy A. D'autant que A multipliant les

deux B & A a fait les deux B & G: G à B

sera comme B à A par la 17. du 7. Mais si les

deux B à A ont la raison du cube G au cube

B & que le premier B soit cube, aussi le se-

cond A sera cube par la 25. du 8.

entre G & D tomberont deux milieux

entre A & B qui ont la mesme raison toberont autant de milieux

par la 8. du 8. Mais des quatre proportionnaux le premier A est

cube par l'hypothese, aussi le quatrieme B sera cube par la 33. du 8.

entre G & D tomberont deux milieux

entre A & B qui ont la mesme raison toberont autant de milieux

par la 8. du 8. Mais des quatre proportionnaux le premier A est

## PROPOSITION VII.

**Si vn nombre composé multipliant quelque nombre produict quelque nombre, le produict sera solide.**

**S**Oit le nombre composé A

lequel multipliant B face G:

Je dy que G est solide: car A est

composé, quelque autre le me-

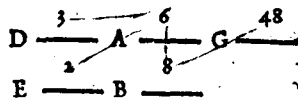
surera par la 14. deff. du 7. Et soit cest autre D qui mesure le mesme

A par les vnitez du nombre E. D'autant que deux nombres D

& E se multiplians eux-mesmes font A lequel derechef multipliât

B a fait l'autre G: Iceluy donc G prouenant de trois D E B se

multiplians eux-mesmes sera nombre solide par la 18. deff. du 7. Et



les costez d'iceluy seront D E B.

## PROPOSITION VIII.

Si depuis l'vnité sont tant de nombres qu'on voudra continuellement proportionnaux, le troisieme depuis l'vnité sera a quarré, & tous les autres qui en entrelaisseront vn: & le quatrieme sera cube & tous les autres qui en entrelaisseront deux: mais le septieme sera cube & quarré ensemble, & tous les autres qui en entrelaisseront cinq.

Soient depuis l'vnité continuellement proportionnaux A B G D E Z: Le dy que le troisieme B apres l'vnité & les autres D & Z (en entrelaisant vn) seront quarréz: Et le quatrieme G & les autres Z &c. (en entrelaisant tousiours deux) seront cubes: Et le septieme Z & autant qu'il s'en trouuera (en entrelaisant tousiours cinq) seront cubes & quarréz ensemble. D'autant que l'vnité mesure A par les vnitez, elle mesurera tout autre nombre suiuant par les mesmes vnitez de A, veu qu'ils sont continuellement proportionnaux. Donc A se multipliant soy mesme fait le quarré B. Mais pource que des trois B G D le premier B est quarré le troisieme D sera aussi quarré par la 22. du 8.

Semblablement se demonstrera de D E Z & tous autres suiuaus que D estant quarré le 3. Z sera aussi quarré. D'auantage veu que A se multipliant fait B & multipliant B fait G celuy cy sera cube par la 20. deff. du 7. Et si des quatre proportionnaux le premier G est cube aussi le quatrieme Z sera cube par la 23. du 8. Et ainsi infiniment sera démontré en tous autres nombres suiuaus continuellement proportionnaux. Mais le mesme Z a esté démontré quarré & tous autres en mesme ordre veu que le septieme est tousiours remis par le troisieme & quatrieme. Si donc depuis l'vnité, &c.

vnité

|   |     |        |          |           |             |               |                 |                   |
|---|-----|--------|----------|-----------|-------------|---------------|-----------------|-------------------|
| A | 3   | 3      | 9        | 27        | 81          | 243           | 729             | 2187              |
| B | 9   | 81     | 729      | 6561      | 59049       | 531441        | 4782969         | 43046721          |
| G | 27  | 729    | 59049    | 4782969   | 387420497   | 31381659369   | 2514586476987   | 201553394253129   |
| D | 81  | 6561   | 531441   | 43046721  | 354293921   | 28842953649   | 233214846081    | 18817842678449    |
| E | 243 | 59049  | 4782969  | 387420497 | 31381659369 | 2514586476987 | 201553394253129 | 16131210607928229 |
| Z | 729 | 531441 | 43046721 | 354293921 | 28842953649 | 233214846081  | 18817842678449  | 15142281799114129 |

## PROPOSITION IX.

Si depuis l'vnité sont tant de nombres qu'on voudra continuellement proportionnaux, si celuy qui suit l'vnité est quarré, & aussi tous les autres seront quarréz. Que si celuy qui suit l'vnité est cube, aussi tous les autres seront cubes.

K ij 3-3-9-27  
3-27-81-279

ELEMENS D'EVCLIDE,

*Proposition 8.*  
 Soient depuis l'vnité les nombres A B G D E Z  
 continuellement proportionnnaux. Soit le premier à pres l'vnité A quarré, tous les autres aussi seront quarez; & s'il est cube, tous les autres seront cubes. Premièrement puis que l'vnité multiplie A par ses vnitez, & A par les mesmes vnitez multiplie B; celuy cy sera quarré par la 19. deff. du 7. & A est aussi quarré par l'hypothese. Mais comme A à B, ainsi A à G & G à D & c. Si donc'es deux B & G ont la raison des quarez A à B, & que le premier B soit quarré, aussi le second G sera quarré par la 24. du 8. & ainsi G D & les suiuan. Mais si A est cube, d'autant que semblablement l'vnité mesure A, & A mesure B & B le suiuant G & ainsi consequemment & que A est cube par l'hypothese se multipliant soymesme faict B: Il s'ensuiura par la 3. de ce liure que B sera cube. Mais comme l'vnité à A, ainsi A à B, & B à G & des suiuan de mesme qui seront en la raison des cubes A à B. Si le premier B est cube, le second G sera aussi cube par la 25. du 8. & si G l'est, D aussi le sera & les autres suiuan.

| vnité |       |
|-------|-------|
| A     | _____ |
| B     | _____ |
| G     | _____ |
| D     | _____ |
| E     | _____ |
| Z     | _____ |

PROPOSITION X.

Si depuis l'vnité y a tant de nombres qu'on voudra continuellement proportionnnaux, & celuy qui est apres l'vnité ne soit pas quarré, ny aussi aucun des autres ne sera pas quarré, exceptez le troisieme depuis l'vnité, & tous ceux qui en entrelaissent vn. Que si celuy qui est apres l'vnité n'est pas cube, ny aussi aucun des autres ne sera cube, exceptez le quatrieme apres l'vnité & tous ceux qui en entrelaissent deux.

*Proposition 9.*  
 Soient apres l'vnité les continuellement proportionnnaux A B G D E Z, & que le quatrieme à pres l'vnité scauoir A ne soit point quarré. Ie dy que nul des autres n'est quarré sinon le troisieme apres l'vnité & les suiuan qui en entrelaissent vn, scauoir B D Z & c. Et si A n'est point cube aussi nul des autres ne sera cube sinon le quatrieme G & les autres qui en entrelaisseront deux, scauoir Z, & c. Pour ce que tous sont proportionnnaux BDZ & c. feront quarez par la 8. de ce liure. Car si quelque autre pouuoit estre quarré soit G Cestuy cy sera à B comme B à A & A l'vnité comme il resulte de la 4. du 5.

| vnité |       |
|-------|-------|
| 3     |       |
| A     | _____ |
| 9     |       |
| B     | _____ |
| 27    |       |
| G     | _____ |
| 81    |       |
| D     | _____ |
| 245   |       |
| E     | _____ |
| 729   |       |
| Z     | _____ |

Donc A à B aura la raison de G à B. Si donc le premier B est quar-  
ré le second A sera quarré *par la 14. du 8.* ce qui sera contre l'hy-  
pothese, & qui ne se peut faire.

Pour le second, si A n'est point cube, soit donné, s'il est pos-  
sible, quelque autre cube d'entre iceux hors mis G quatrieme Z  
&c. & soit D. D'autant que D à G est comme G à B & B à A, si le  
premier D est cube, le quatrieme A sera aussi cube *par la 23. du 8.*  
contre ce qui est supposé, ce qui ne peut estre. Semblablement  
*par la 25. du 8.* cecy sera euident comme du quarré.

## PROPOSITION XI.

*Si depuis l'vnité sont tant de nombres qu'on voudra continuel-  
lement proportionnaux, le plus petit mesure le plus grand  
par quelqu'un de ceux qui sont aux nōbres proportionnaux.*

Soient apres l'vnité continuellement pro-  
portionnaux  $ABGD$ , Je dy que le plus pe-  
tit sçauoir A mesure le plus grand sçauoir B ou  
G ou D, par quelqu'un d'iceux A, B ou G. D'au-  
tant qu'ils sont proportionnaux, autant de fois  
que l'vnité mesure A, autant de fois A mesure  
B & B aussi G &c. E par visitude *par la 15. du 7.*  
autant de fois que l'vnité mesure B, autant de  
fois A mesure G: mais l'vnité mesure B par les  
vnitez d'iceluy B, par ainsi donc A mesure G par les vnitez du  
mesme B. Outre plus par raison egale la mesme vnité sera à G  
comme A à D *par la 14. du 7.* Mais l'vnité mesure G par G mesme:  
Le nombre donc A mesurera D par le mesme G. Et semblable-  
ment en autant de nombre qu'on voudra cela sera manifesté *par  
la mesme 14. proposition du 7.*

|   |       |
|---|-------|
|   | vnité |
|   | 2     |
| A | —     |
|   | 4     |
| B | —     |
|   | 8     |
| G | —     |
|   | 16    |
| D | —     |

## PROPOSITION XII.

*Si depuis l'vnité y a tant de nombres qu'on voudra continuel-  
lement proportionnaux, autant de nombres premiers que  
mesurent le dernier, autant aussi mesureront celuy qui est le  
plus pres de l'vnité.*

K iij

*Quoy que  
le nombre  
plus pres  
de l'vnité  
qui est 2  
ou 3 dans la  
série mesme  
mesure le  
dernier*

*1. cependant  
Il ne me  
re pas B  
de la même  
façon cela  
éprouvant rien  
à se des fois  
2 fois quatre  
sont seige  
le thein  
l'explication  
parons que  
sont chaque  
de la comme  
la proposition  
est fort obscur  
Il est difficile de savoir comme  
elle se rapporte.*

**S**Oient apres l'vnité continuellement proportionnaux les nombres *ABGD*: & que le nōbre premier comme *E* mesure le dernier *D*. Je dy que le mesme *E* mesure *A* plus proche de l'vnité. Que si *E* ne le mesure pas, ils seront premiers l'un à l'autre par la 31. du 7. Et d'autant que *ABGD* sont apres l'vnité continuellement proportionnaux *A* se multipliant soy-mesme faict *B*, par ainsi *B* à *E* sera premier par la 27. du 7. Mais pource que *A* multipliant *B* a faict *G*, aussi *G* sera premier au mesme *E* par la 26. du mesme. Semblablement infiniment *A* multipliant *G* faict *D*: parquoy aussi *D* à *E* sera premier par la mesme proposition. Doncques *E* ne mesure pas *D* comme il a esté posé, ce qui est absurde. Le nombre donc *E* mesure le mesme *A* plus prochain de l'vnité.

|   | vnité |    |
|---|-------|----|
|   | 4     | 3  |
| A | 16    | 9  |
| B | 64    | 27 |
| G | 256   | 81 |
| D |       |    |
| E |       | 2  |

## PROPOSITION XIII.

*Si depuis l'vnité sont tant de nombres qu'on voudra continuellement proportionnaux, & celuy qui est apres l'vnité est nombre premier; aucun autre ne mesurera point le plus grand, exceptez ceux qui sont aux nōbres proportionnaux.*

**S**Oient depuis l'vnité autant de nombres qu'on voudra contiuellement proportionnaux *ABGD*. Et le plus proche de l'vnité *A* soit nōbre premier: Je dy que nul autre nombre ne mesurera le plus grād *D* excepté ceux mesme qui sont proposez proportionnaux: Car s'il estoit possible que quelque autre puisse mesurer *D*, posons estre *E*, qui sera premier ou composé: S'il est premier il mesurera aussi *A* (plus proche de l'vnité) par la 12. de ce liure. Ce qui ne se peut faire. S'il est composé quelque nombre premier le mesurera par la 33. du 7. qui ne peut point estre autre que *A*: Car veu que *E* mesure *D*, rout autre nombre premier mesurant *E*, mesurera aussi *D* par la prem. com. sent. du 7. Et mesurant le plus grand *D*, il mesureroit aussi *A* plus proche de l'vnité par la 12. de cestuy qui est nombre premier. Ce qui ne se peut faire. Donc des nombres premiers, *A* seul me-

|   | vnité |   |
|---|-------|---|
| A | 3     | T |
| B | 9     | 1 |
| G | 27    | Z |
| D | 81    | E |

surera E qui mesure le plus grand D. Que si cela pouvoit estre, Soit E mesuré de A par les vnitez du nombre Z. Donc A multipliant les deux, sçavoir Z par l'hypothese & G (qui sont proportionaux depuis l'vnité) faict les deux E & D : E sera donc à D cōme Z à G par la 17. du 7. Et pource que E mesure D, aussi Z mesurera G. Semblablement comme nous auons demonstré en E ainsi demonsturerons nous Z & les autres n'estre point premiers. Car si Z estoit premier, mesurant G, il mesureroit aussi A : ce qui ne se peut faire. Que s'il est composé, celuy nombre premier qui le mesurera sera A, ou si c'est vn autre, cest autre mesurera aussi G & celuy qui mesure G c'est à sçavoir A par la 1. sent. du 7. Ce qui ne se peut faire. Donc le nombre premiers A seul mesure Z, & posons que ce soit par les vnitez de I : Doncques A multipliant I & B faict Z & G. Par ainsi Z à G par la 17. du 7. sera comme I à B : mais Z mesure G, doncques I mesurera B. Que si derechef I est premier il mesurera B & A, ce qui est absurde : S'il est composé, A seul le mesurera (comme nous auons monstré en E & en Z.) Que A mesure donc I par T, il s'ensuiura que A multipliant T & soy mesme produira I & B ; Parquoy I à A sera comme B à T par la 17. du 7. mais I mesure B : T mesurera donc A nōbre premier, auquel A sera donc egal T. Or A est moyen proportionnel entre T & I par la 20. du 7. veu que B (produict des extremes I T) est egal à ce qui est faict du milieu A, & que A produict B : cela est outre la puissance des nombres. Nul autre donc ne mesurera le plus grand D, exceptez les nombres mesmes de la proportion proposee A B G D, desquels tousiours le moindre mesure le plus grand par la 11. de cestuy : car ils sont depuis l'vnité en raison multiple proportionnaux.

PROPOSITION XIII.

si vn plus petit nombre est mesuré de quelques nombres premiers, aucun autre nombre premier ne mesurera point iceluy, excepte ceux qui le mesurent au commencement.

Soit le nombre plus petit A mesuré de quelques premiers B G D. Je dy que nul autre premier ne peut mesurer A exceptez iceux B G D. Que si quel que autre premier comme E le pouuoit mesurer, posons estre par Z. Pource que deux nombres E & Z sont A lequel est mesuré de quelques

|   |                      |   |                             |
|---|----------------------|---|-----------------------------|
| B | $\frac{2}{\text{—}}$ | A | $\frac{30}{\text{—}}$       |
| G | $\frac{3}{\text{—}}$ | E | $\frac{\text{—}}{\text{—}}$ |
| D | $\frac{5}{\text{—}}$ | Z | $\frac{\text{—}}{\text{—}}$ |

quatre  
ne faict  
meures  
trente

premiers BGD, il s'ensuivra par la 33. du 7. qu'iceux BGD mesureront l'un d'iceux sçavoir E ou Z : mais ils ne mesureront pas E d'avant qu'il est premier par l'hypothese: Ils mesureront donc Z plus petit que A mesuré de Z par E. A donc posé au commencement, ne sera le plus petit mesuré de BGD (contre l'hypothese:) Ce qui seroit absurde. Nul autre donc exceptez BGD ne mesurera le nombre A.

PROPOSITION XV.

Si autant de nombres qu'on voudra continuellement proportionaux sont les plus petits de ceux qui ont avec iceux la mesme raison, le nombre mesurant aucun d'iceux ne sera pas premier à l'un des deux autres minimas de ceste mesme raison.

Soient tant de nombres qu'on voudra ABCDE continuellement proportionaux & minimas de ceux qui ont la mesme raison avec iceux desquels l'un qui soit C) soit mesuré de quelque nombre H. Soient aussi F & G deux minimas de la mesme raison. Le dy

|   |   |   |    |   |    |
|---|---|---|----|---|----|
|   |   |   | 8  | A | 16 |
| H | — | 4 | K  | — | 24 |
| 2 | P | — | 12 | B | —  |
| F | — | 6 | L  | — | 36 |
| 3 | Q | — | 18 | C | —  |
| G | — | 9 | M  | — | 54 |
|   | R | — | 27 | D | —  |
|   |   | N | —  |   | 81 |
|   |   |   | E  | — |    |

que H n'est point premier à F ou à G. Soient par la 2. du 8. donnez trois nombres minimas PQR de la mesme raison de A à R. Et apres soient encor donnez par la mesme quatre autres KLMN & toujours de mesme iusqu'à la multitude des proposez ABCDE. Il est evident par la 2. du 8. que F multiplié par PQR fait KLM, & que le mesme F par KLM fait ABCD: Car veu que A mesure C, iceluy H ne sera à l'un d'iceux F ou M premier comme il resulte de la 32. du 7. Que si c'est F, nous avons ce qui est requis: Mais si c'est M auquel H ne soit point premier, il ne le sera pas aussi à l'un d'iceux F ou R, par la mesme 32. du 7. Que si l'on considere che se trouve estre F, cestuy sera l'un d'iceux F ou G comme il est desiré: Et si ce n'est il point, & que ce soit R auquel H ne soit premier, aussi ne sera il à G (qui fait le mesme R par la 2. du 8) premier, parce qu'il resulte de la mesme. Mais G est l'un d'iceux F ou G qui ont esté posez au commencement minimas de ceste mesme raison: Si donc autant de nombre, etc.

Si le nombre plus grand que 5. Ce ne peut pas estre. L'un des par ce qui ne soit dans nest pas 4. ni une fois 4. nest pas 8. Si un nombre plus grand que 5. comme 4. autant que 4. fait quatre n'est pas huit. Ce ne sera donc rien. Et il ne mesurera rien. Si ce n'est m'attachant que la proposition est a la figure la bis que diars

Le lecteur sera aduersy qu'en l'exemplaire Grec ne se trouue ceste proposition: Toutesfois suiuant l'opinion de monsieur de Candalle apres celle de Campanus qui la tiennent estre d'Euclide ie l'ay voulu mettre en ce lieu, ioint qu'elle sert à la preuue de la suiuaute & de quelques autres.

PROPOSITION XVI.

Si trois nombres proportionnaux, sont les plus petits de ceux qui ont avec iceux la m<sup>es</sup>me raison; les deux tels qu'on voudra composer ensemble seront premiers à l'autre.

Soient A B C trois nombres proportionnaux minimas en leur raison. Ie dy que l'un d'iceux tel qu'on voudra (comme pour exemple C) est premier au nombre composé des deux autres

|   |   |    |   |
|---|---|----|---|
| 2 | 4 | A  | — |
| F | L | 12 | B |
| 3 | 6 | B  | — |
| G | I | 18 | C |

A B. Que s'il ne l'est, soit quelque nombre E qui mesure C & le composé de A B. Soient aussi donnez deux nombres minimas (comme F & G) de la mesme raison de A à B par la 33. du 7. Mais pource que E mesure l'un d'iceux A B C, le mesme E sera à l'un d'iceux F ou G non premier par la 15. de cestuy. Quelque autre nombre donc (comme H) mesurera le mesme E & l'un d'iceux F ou G. Pource que H mesure E, il mesurera aussi C qui est mesuré de E par la 1. sent. du 7. Outre plus puis que par l'hypothese H mesure l'un d'iceux F ou G, il mesurera aussi le moyen entre A & C par la mesme: Car l'un & l'autre F ou G produict ce moyen par les milieux prochains d'iceux comme L & I par la 2. du 8. Derechef veu que H mesure E qui mesure le tout A B, il mesurera aussi le tout A B C: mais il mesure le soustrait B (moyen) il mesurera donc aussi le reste A par la 2. sent. du 7. Par ainsi s'ensuiura que le mesme H mesurera les extremes C & A qui sont premiers par la 3. du 8. Ce qui est absurde. Parquoy C sera premier au composé de A B. Semblablement peut estre demonst<sup>re</sup> le mesme de chacun des autres.

PROPOSITION XVII.

Si deux nombres sont premiers entr'eux, il ne sera pas comme le premier au second, ainsi le second a quelque autre.

ELEMENTS D'EVLIDE,

**S**Oient deux nombres  $A$   $B$  premiers l'un à l'autre. Le dy qu'à iceux ne se peut donner vn tiers proportionnel. Car s'il se pouuoit faire, soit  $A$  à  $B$  comme  $B$  à  $G$ : veu que  $A$  à  $B$  sont premiers, iceux seront par la 23. du 7. les minmes de la mesme raison: Cela estant vn chacun  $A$  &  $B$  mesureront vn chacun  $B$  &  $G$  (ayans la mesme raison) également par la 21. du 7. Donc l'antecedent  $A$  mesure l'antecedent  $B$ , mais le mesme  $A$  se mesure soy-mesme:  $A$   $B$  ne sont donc pas premiers, puis que quelque nombre  $A$  les mesure ( contre la supposition ) ce qui ne se peut faire. Aux nōbres donc  $A$  &  $B$  premiers ne se peut donner vn troisieme proportionnel. Si deux nombres donc sont premiers &c. proportion est constante en trois quantitez pour les moyennes.

|     |    |
|-----|----|
| $A$ | 12 |
| $B$ | 13 |
| $G$ |    |

PROPOSITION XVIII.

*Si tant de nombres qu'on voudra sont continuellement proportionnaux, desquels les extremes soient premiers entr'eux; il ne sera pas comme le premier au second, ainsi le dernier a quelque autre.*

**S**Oient  $A$   $B$   $G$  continuellement proportionnaux desquels les extremes  $A$  &  $G$  soient premiers l'un à l'autre. Le dy qu'il n'est pas comme  $A$  à  $G$ , ainsi  $G$  à quelque autre. S'il est autrement, soit  $A$  à  $B$  comme  $G$  à  $D$ ; Il sera aussi comme  $A$  à  $G$  ainsi  $B$  à  $D$  par la 33. du 7. Mais  $A$  &  $G$  extremes sont par l'hypothese premiers; Si premiers ils sont minimes par la 23. du 7: Si minimes, vn chacun  $A$  &  $G$  mesurera vn chacun  $B$   $D$  (ayās la mesme raison) par la 21. du 7. Doncques  $A$  antecédēt mesure  $B$  antecédent. Or veu que  $A$  à  $B$  est comme  $B$  à  $G$ ; celuy  $B$  mesurera  $G$ : parquoy aussi  $A$  mesurera  $G$  par la 1. sent. du 7. Ainsi  $A$  se mesure soy-mesme & mesure aussi  $G$  qui sont premiers, ce qui ne se peut faire. Il ne sera donc pas comme  $A$  à  $B$  ainsi le dernier  $G$  a quelque autre.

|     |   |
|-----|---|
| $A$ | 4 |
| $B$ | 6 |
| $G$ | 9 |
| $D$ |   |

PROPOSITION XIX.

*Deux nombres estans donnez considerer si l'on peut trouuer vn troisieme proportionnel à iceux.*

**S**oient deux nombres proposez A & B: il faut veoir, s'il est possible de trouver vn 3. proportionnel à iceux. Je dy, si le premier peut mesurer le quarré du second que cela se pourra faire: Et s'il ne le peut mesurer, aussi ne se pourra trouver vn troisieme proportionnel. Premièrement B se multipliant soy-mesme face le quarré G qui soit mesuré de A par D. D'autant donc que A multipliant D extreme produict G egal à celuy qui est fait du milieu B (c'est à dire au mesme G) tout sçavoir iceux trois A B D sont proportionnaux par la 20. du 7. sçavoir cō- me A à B, ainsi B à D: Le troisieme D est donc trouué.

|   |    |   |    |       |
|---|----|---|----|-------|
| A | 4  | A | 6  |       |
|   | 6  |   | 4  | 4     |
| B | 9  | B | 0  | de 12 |
| D | 36 | D | 16 | de 16 |
| G |    | G |    | de 36 |

Pour le second, si A ne mesure pas le quarré du second, il ne se pourra trouver vn troisieme proportionnel à A B: Car s'il se pouvoit faire, soit D ce troisieme. D'autant que A B D sont proportionnaux, ce qui est fait des extremes A & D est egal à ce qui est fait du milieu B: & soit ce produit G. Donc A mesurera G par les vnitez de D (car multipliant D il a fait G) mais par l'hypothese il ne le mesure point: Ce troisieme ne se peut donc trouver.

PROPOSITION XX.

Trois nombres estans donnez considerer si l'on peut trouver vn quatriesme proportionnel à iceux.

**A**Vx trois nombres A B G soit cerché s'il est possible vn quatriesme proportionnel: Je dy que si le premier mesure le produit du second & troisieme que le quatriesme se trouvera: & s'il ne le mesure point, aussi ne se pourra donner le 4. Pour le premier: Que A mesure le produit D qui est fait de B & G: Mais autant

|   |    |   |    |    |
|---|----|---|----|----|
| A | 8  | A | 5  | 48 |
|   | 12 |   | 7  | 12 |
| B | 18 | B | 8  | 3  |
| G | 27 | G | 0  | 0  |
| E | 36 | E | 36 | 36 |
| D |    | D |    |    |

de fois que A mesure D, autant soient d'vnitez en E: Donc A multipliant E fait D. Mais B multipliant G fait le mesme D. Donc par la 2. partie de la 19. du 7. A à B sera comme G à E: Le quatriesme donc E est proportionnel des trois A B G. Mais si A ne mesure point D: E ne sera pas proportionnel: Que s'il est au-

# ELEMENTS D'EVLIDE,

trement, soit E ce quatriesme proportionnel. D'autant que B multiplie G fait D, il s'ensuira par la 19. du 7. que A multipliant E produira le mesme D. A mesure donc D par les vnitez de E; mais par l'hypothese il ne le mesure pas: ce qui est absurde: Et par ainsi E ne sera pas le quatriesme proportionnel aux trois

## PROPOSITION XXI.

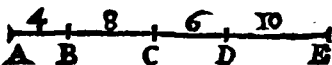
Les nombres premiers sont plus que quelque multitude proposee des nombres premiers.

Soit proposee telle multitude qu'on voudra de nombres premiers A B G. Je dy que d'autres se peuvent donner par dessus ceste multitude proposee. Soit pris vn nombre minime lequel soit mesuré de A B G par la 38. du 7. qui soit E D, auquel soit adiouste l'vnité D Z: Or le tout E Z est premier (ainsi nous auons ce qui est requis) ou est composé: Si composé, quelque premier le mesurera par la 33. du 7. & soit ce premier I: Je dy que I est vn autre nombre premier par dessus A B G. Que s'il n'est & soit le mesme qu'un des trois A B C: Le mesme I mesurera E D, qui est mesuré des trois: mais par l'hypothese le mesme I mesure le tout E Z; il mesurera donc par la 2. sent. du 7. le reste D Z, c'est à sçauoir l'vnité: ce qui est absurde. Donc I sera nombre premier adiouste à la multitude proposee.

## PROPOSITION XXII.

Si tant de nombres pairs qu'on voudra sont composez, le tout est pair.

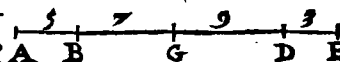
Soient proposez les nombres A B, B C, C D & D E mis & assemblez en vn come A E. Je dy que A E est pair, d'autant qu'un chacun a deux parties egales: Si donc aux choses egales on adiouste choses egales toutes les moictiez seront egales aux moictiez: Et pourtant le tout A E sera pair par la definition du nombre pair.



## PROPOSITION XXIII.

*Si tant de nombres impairs qu'on voudra sont composez, & soit la multitude d'iceux pair, le tout sera pair.*

Soient les nombres impairs composez AB, BG, GD & DE desquels la multitude soit nombre pair. Je dy que le tout AE sera pair. Car puis que par la 7. deff. du 7. tout impair differe du pair seulement de l'vnité, icelle vnité ostee d'un chacun les restes seront pair; Et par la precedente estant en multitude pair feront le tout (compose d'iceux) pair. Si donc les vnitez soustraictes (qui font un nombre pair) sont adioustees à un pair, le tout sera pair par la mesme.

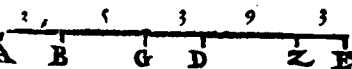


Un nombre pair  
est compose  
de deux  
impairs  
sans qu'il  
soit pair  
comme 21  
mais il ny  
peut point  
avoir de  
deux impairs  
ou de quatre  
impairs qui  
ne fassent  
une multitude  
de paires  
par ce que  
un & un  
viennent de  
paires &  
cette fois  
le nombre  
est pair. Il  
faut donc  
considerer  
qu'elle est la  
multitude  
de nombres  
composez

## PROPOSITION XXIII.

*si tant de nombres impair qu'on voudra sont composez, & que la multitude d'iceux soit impair; le tout sera impair.*

Soient les nombres impairs AB, BG, GD, DZ & ZE composez, dont la multitude soit impair. Je dy que le tout AE est impair. Soit le nombre ZE soustraict du tout, le reste AZ sera pair par la precedente. Et du mesme ZE soit soustraict l'vnité, le reste semblablement sera pair par la 7. deff. du 7. lequel joint à AZ fera un nombre pair par la 22. de ce livre. Puis à ce nombre pair soit remise l'vnité, elle fera le tout AE impair: Car le nombre impair differe du pair de l'vnité seulement.



ne fassent  
une multitude  
de paires  
par ce que  
un & un  
viennent de  
paires &  
cette fois  
le nombre  
est pair. Il  
faut donc  
considerer  
qu'elle est la  
multitude  
de nombres  
composez

## PROPOSITION XXV.

*si d'un nombre pair on soustraict un nombre pair, le reste sera pair.*

Cette proposition ensemble les trois suivantes n'ont point besoin de demonstration: car elles semblent plustost principes que theoremes.

## PROPOSITION XXVI.

*si d'un nombre pair on soustraict un nombre impair, le reste sera impair.*

considerer  
qu'elle est la  
multitude  
de nombres  
composez  
si elle peut  
être ou  
paire ou  
impaire car  
selon cela  
sera le  
tout

PROPOSITION XXVII.

Si d'un nombre impair on soustraiçt un nombre impair, le reste sera pair.

PROPOSITION XXVIII.

Si d'un nombre impair on soustraiçt un nombre pair, le reste sera impair.

PROPOSITION XXIX.

Si un nombre impair multipliant un nombre pair en engendre quelqu'un, l'engendré sera pair.

Toutes les propositions de ce livre sont de ce genre. **L**E nombre impair *A* multipliant le pair *B*, face *A*  $\frac{3}{4}$  *G*, le dy que cestuy est pair. D'autant que le nombre pair *B* est pris par la multitude des vntez de *A* impair, il fera le tout *G* pair par la 22. de celin.

Si un nombre impair multipliant un impair produiçt quelqu'un le produiçt sera impair.

**L**E nombre impair *A* multipliant l'impair *B* face & produiçt *G*. Pource que *A* par la multitude impair des vntez de *B* produiçt *G*: Le tout *G* produiçt sera impair par la 24. de ce livre.

PROPOSITION XXXI.

Si un nombre impair mesure un nombre pair, il mesurera aussi la moitié d'iceluy pair.

**S**Oit le nombre impair *A* mesurant le pair *B*. Le dy que *A* mesurera la moitié du nombre pair *B*. Que le nombre *A* mesure le pair *B* par *G*, le dy aussi que *G* est pair. Car si cetuy estoit impair, il s'ensuiuroit que l'impair *A* par l'impair *G* produiroit l'impair *B* par la precedente. Mais *B* est supposé pair. Ce qui est absurde. Le nombre *G* est donc pair. Si donc *A* par toutes les vntez de *G*, produiçt le tout *B*, il s'ensuira que le même *A* par la moitié de la multitude des vntez du nombre pair *B*, l'un multipliant l'autre multiplié.

pair G, fera & produira la moitié de B. Doncques A mesurera la moitié de B, par la moitié des vñitez du nombre pair G. Si donc un nombre impair, &c.

**PROPOSITION XXXII.**

*Si vn nombre impair est premier à quelque nombre, il sera aussi premier au double d'iceluy.*

Oit le nombre impair A premier à quelque  
 Snombre B, & le double d'iceluy B soit G. Je dy  
 que A est premier à G. Que s'il ne l'est, Que quel-  
 que autre D mesure iceux A & G : lequel D sera  
 impair : Car s'il estoit pair mesurant A il produi-  
 roit vn nombre pair, par 22. de cestuy qui est contre  
 l'hypothese par laquelle A est mis pour impair.  
 Donc aussi D sera impair qui mesurant le nombre  
 pair G (double de B) mesurera aussi la moitié d'iceluy B, par la pre-  
 cedente, il mesurera aussi A par consequent mesure deux premiers  
 A & B, ce qui ne peut estre. Il ny aura donc point de nombre qui  
 mesure iceux A & G qui sont par ce moyen premiers.

|   |                   |
|---|-------------------|
| A | <u>7</u>          |
|   | 8                 |
| B | <u>          </u> |
|   | 16                |
| G | <u>          </u> |
| D | <u>          </u> |

**PROPOSITION XXXIII.**

*Vn chacun des nombres qui sont doubles depuis le binaire, est  
tant seulement pairement pair.*

**S**oient depuis deux autant de nombres qu'on voudra doublez *ABGD*. Je dy qu'un chacun d'eux est parement pair, & ceux-là seulement. Car veu qu'ils sont faicts par la repetition du nombre binaire, ils seront pairs *par la 22. de ce livre*. Estans tels ils seront proportionnaux depuis l'unité (estant le binaire double de l'unité.) Le nombre donc moindre mesurera le plus grand par quelque nombre des nombres de la mesme proportion qui seront deuant *par la 11. de ce livre* lesquels seront pairs: Les produicts donc seront tous pairs, & de plus, parement pairs *par la 8. deff. du 7.* Car nul autre nombre ne les peut mesurer excepté quelqu'un des nombres qui sont deuant en la mesme proportion *par la 13. de ce livre*, qui sont tous pairs comme il a esté dict. Or qu'il ny en ait aucun autre (hors ceux-là) qui soit parement pair, il est manifeste. Car s'il est autrement

|   |       |
|---|-------|
|   | vnité |
|   | 2     |
| A | _____ |
|   | 4     |
| B | _____ |
|   | 8     |
| G | _____ |
|   | 16    |
| D | _____ |
|   | 48    |
| E | _____ |

Dans le  
7<sup>e</sup> le 7<sup>e</sup>  
apres la  
definition  
donnee du  
nombre pre-  
mier. On  
voit trois  
facons de  
parler d'un  
nombre  
des nombres  
qui sont pre-  
miers entre  
comme 6 & 5  
voilà la prop  
23 du 7<sup>e</sup>  
Des Nombres  
premiers  
entre d'autres  
dans la prop  
30 du 7<sup>e</sup>  
Un des Nom-  
bres qui sont  
premiers  
a d'autres  
dans la 27<sup>e</sup>  
Et quand on  
nombre qu'un  
a été le 1<sup>er</sup>  
premier a  
un autre p.  
par cette  
phrase a un  
autre il ne  
faut pas en  
tendre avec  
un autre il  
a été le 1<sup>er</sup>  
qui le pre-  
mier a nombre

le qui seroit contre l'hypothese  
de cette proposition. Il faut  
le premier a quelque nom

soit cest autre E, qui sera tousiours couppé en deux également iusques à ce qu'il estoit reduict à l'vnité ou à quelque nombre impair; Et faut par necessité que ce soit vn autre que l'vn d'iceux. S'il est reduict au nombre impair, celuy cy mesurera E pour estre double plusieurs fois: Il ne sera donc pas parement pair par la 8. deff. du 7. Et s'il vient à l'vnité, cestuy mesme sera le binaire ou double depuis le binaire: Et puis qu'estant couppé en deux continuellement; estant double continuellement il suiura la mesme raison: Car le double est la conuerse du demy. Il ny aura donc point de nombre parement pair qui se puisse prendre hors d'iceux proposez. Si donc vn chacun des nombres &c.

PROPOSITION XXXIII.

Si vn nombre a sa moitié impair, iceluy sera seulement parement impair.

Soit vn nombre A ayant sa moitié B impair, Je dy que A & ceux de la mesme sorte sont seulement parement pairs. Soit G le nombre binaire par lequel B puisse mesurer le double A. Soit aussi quelque nōbre pair D mesurant le mesme A par Z, ce qui se peut faire estant A pair. Pour ce que ce qui est fait de G B est egal à ce qui est produit de Z D: G à D fera par la 19. du 7. comme Z à B: Mais le binaire G mesure le pair D, donc Z mesurera la moitié B: Z est donc impair: Car s'il estoit pair il feroit B (lequel il mesure) pair, par la 22. de ce liure, ce qui seroit contre l'hypothese: Cest autre nombre donc quel qu'il soit sçauoir Z sera impair, par laquelle le pair D mesure A, qui pour ceste cause est parement impair. Outre plus il n'y a point d'autre nombre parement impair que celuy qui a sa moitié impair: Car s'il y en auoit vn autre avant sa moitié pair, le binaire (qui est pair) mesurerait icelle moitié par la moitié: Cest autre donc n'est point parement impair par la 9. deff. du 7. Ce qui est contre l'hypothese. Il n'y a donc point autre nombre parement impair; que ceux qui ont la moitié impair.

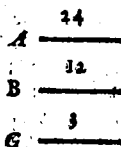
|   |    |   |
|---|----|---|
| A | 50 |   |
|   | 25 | 2 |
| B | 10 | 5 |
| D |    |   |

PROPOSITION XXXV.

Si vn nombre pair n'est pas double depuis deux, et n'a pas la moitié impair, il est parement pair & parement impair.

Soit

Soit quelque nombre pair *A* qui depuis deux ne soit point double, mais qu'il ait sa moitié *B* pair. Je dy que *A* est vn nombre parement pair & impair. D'autant que *A* n'est point double depuis deux, iceluy continuellement couppé en deux egalemét fera vn nombre impair: car s'il faisoit deux, ou l'ynité, il seroit double depuis le binaire: Qu'il face donc l'impair *G*; Il est euident que l'impair *G* mesure *A* par vn nōbre pair: Car s'il le mesuroit par vn impair, il seroit le mesme *A* impair par la 24. de cestuy: Donc l'impair *G* mesure *A* par vn pair. Et pource que *A* a sa moitié pair, le binaire (pair) le mesurera par la moitié (qui est nōbre pair.) Il s'ensuura donc que le nōbre *A* (lequel est mesuré d'un pair par vn pair, & quelque fois d'un autre pair par vn impair) sera parement pair & impair par la 10. deff. du 7. Et si derechef *B* a sa moitié pair, encor vn autre pair le mesurera par vn nombre pair ou impair: & ainsi infiniment iusques à ce qu'on paruienne à l'impair.

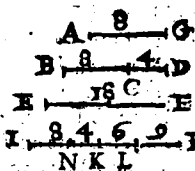


De my  
mes quel  
grand nu  
bre que c  
Soit est  
continuell  
ment dimi  
nué. a l'i  
pair comm  
me, il aura  
est pair me  
en un ega  
il sera pair  
pair d'ou  
vn autre  
ce qui vient  
de que le comp  
n'est pas forme  
des double  
depuis le  
binaire

PROPOSITION XXXVI.

Sitant de nombres qu'on voudra sont continuellement proportionaux, & du second & dernier se leuent des nombres egaux au premier, tout ainsi que l'excez du second sera au premier, tout ainsi sera l'excez du dernier à tous ceux qui precedent le dernier.

Soient tant de nombres qu'on voudra continuellement proportionaux *A G*, *B D*, *E F*, & *I H*. Et soit osté du second *B D*, le nombre *B C* egal au premier *A G*. Et du plus grand & dernier soit aussi osté vn mesme nombre *I N*. Je dy que cōme l'excez *C D* à *A G* premier, ainsi *N H* (excez du dernier) a tous les autres *E F*, *B D*, *A G* qui le precedēt. D'autant que *I H* est le plus grand (car par l'hypothese le second est plus grand que le premier) soit *I L* posé egal à *E F* & *I K* à *B D*; mais à *A G* est egal à *I N*; Ce sera donc comme *I H* à *E F* & *E F* à *B D*, & *B D* à *A G*, ainsi de mesme *I H* à *I L* & *I L* à *I K* & *I K* à *I N*, car ils sont egaux: Parquoy aussi *N K* sera egal à *C D* par la 3. com. sem. Mais veu que cōme le tout *I H* au tout *I L*, ainsi le soustrait *I L* au soustrait *I K*, le reste *L H* par la 11. du 7. sera au reste *K L* comme le



Cette prop  
sition ad  
vraye a  
la xvii. xx  
du se li  
et est fo  
des her  
gales & l  
impor  
des nomb  
desquels a  
une aff  
proportio  
nelle  
Alon les  
grande  
ainsi —

# ELEMENTS D'EVCLIDE,

De 20 ie tout IH au tout IL. Pource que semblablement IL est à IK cōme  
 leue 5 IK à IN; le nombre KL à NK sera par la m<sup>me</sup> comme le tout IL  
 reste a 15 au tout IK. Mais comme IH à IL & IL à IK aussi IK à IN; Ainsi  
 de 10 2e ont esté IH à EF, & EF à BD & BD à AG. Donc comme LH à  
 leue 4 KL & KL à NK, ainsi sera EF à BD & BD à AG Et par vicissitu-  
 reste a 12 de selon la 13. du 7. comme LH à EF ainsi KL à BD, & comme KL  
 de 12 1e à BD ainsi NK à AG, & comme l'un des antecedens NK a un des  
 leue 3 consequens AG; ainsi seront par la 12. du 7. tous les antecedés NK,  
 reste a 12 KL, LH à tous les consequens AG, BD, EF. Mais CD a esté de-  
 de 8 ie leue monst<sup>r</sup>é egal à NK : doncques cōme CD (excez du second BD)  
 de 8 ie leue au premier AG, ainsi sera le tout NKLH (excez du dernier) à AG  
 a 6. BD, EF qui tous le precedent. Si donc tant de nombres, &c.

Quant toujours leue **PROPOSITION XXXVII.**  
 in quart de Si depuis l'vnité sont exposez des nombres continuellement en  
 chaque nom Si depuis l'vnité sont exposez des nombres continuellement en  
 bre il est evident proportion double iusques à ce que tout le composé soit faict  
 que le reste sera premier, & iceluy tout multiplié par le dernier en engendre  
 proportionel comp<sup>te</sup> quelque autre, l'engendré sera parfait.  
 trois de trois  
 tiers egaux

|    |                                                           |                                                           |          |
|----|-----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|----------|
| 6  | $\left\{ \begin{matrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{matrix} \right.$ | Soient adioustez à l'vnité autant de nōbres               | vnité    |
|    |                                                           | Squ'on voudra A B C D continuellement                     | 2        |
|    |                                                           | doubles, iusques à ce que le tout assemblé avec           | A ———    |
| 9  | $\left\{ \begin{matrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{matrix} \right.$ | l'vnité soit nombre premier, comme pour exē-              | 4        |
|    |                                                           | ple E; & que E multiplié par le dernier D face            | B ———    |
|    |                                                           | ZI. Je dy que ZI est parfait. Soient pris autāt           | 8        |
| 12 | $\left\{ \begin{matrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{matrix} \right.$ | de nombres E T L M qui apres l'vnité soient               | G ———    |
|    |                                                           | doubles; A à D sera par raison egale selon la 14.         | 16       |
|    |                                                           | du 7. comme E à M. Ce qui est donc faict de               | D ———    |
| 15 | $\left\{ \begin{matrix} 5 \\ 5 \\ 5 \end{matrix} \right.$ | A & M sera egal à ce qui est faict de D & E par           | 31       |
|    |                                                           | la 19. du 7: Semblablement ce qui est faict de BL         | E ———    |
|    |                                                           | à celui de GT: mais de D & E est faict ZI par             | 31 N 31  |
|    |                                                           | l'hypothese: Donc de A & M se fera le mesme               | T ——— K  |
|    |                                                           | ZI: Donc ZI sera double à M (A estant de Z                | 124      |
|    |                                                           | par l'hypothese: ) Mais MLTE ont esté doubles;            | L ———    |
|    |                                                           | ETLMZI seront donc continuellement dou-                   | 2x48     |
|    |                                                           | bles proportionaux. Or soient soustraicts                 | M ———    |
|    |                                                           | de l'un des deux T & du dernier ZI, des nombres           | 31 C 465 |
|    |                                                           | A M. qui sont egaux au premier E, qui soient TN & ZC; cō- | Z ——— I  |
|    |                                                           | aussi fait de me NK à E, ainsi l'excez CI à tous MLT & E  | 496      |
|    |                                                           | qui le precedent par la prop. mesme: Mais NK              | O ———    |
|    |                                                           | est egal à E estant moitié du double TK: Dōc              | P ———    |

Le Nombre parfait selon la def. 24 du liv. 7. est celuy  
 qui est egal a toutes & chascunes ses parties.