

Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres

Arith.

ARITHMETICES
EVCLIDEAE
LIBER PRIMVS.

*Aliâs in ordine reliquorum
SEPTIMVS: Qui citra
præcedentium Sex librorum
Geometricorum opem eruditè
persequitur, cum reliquis duobus
sequentibus, uera principia ac
solidiora fundamenta Logi-
stices, id est, ut uocant,
Arithmetices Pra-*

ctica.
Per
Ioan. Stben. Luneb.

IN SCHOLARVM VSVM κατὰ τὸ ὅτι
tractatus ἐρωτηματικῶς, disquisitione nimis
rum Dialectica quæ Dialogorum
est propria.

1 5 6 4.

P R A E F A T I O.

*pientiae diuinæ. Vtriusq; generis sincera & certis
limitibus diuisa possessio amplissimus ducatur thes-
saurus ac multo certè præstantior quàm uel effari
detur*

Non si cui linguae centum sint orac; centum

Ferrea uox pariter καὶ χαλκῶς ἦτος ἐνεῖν.

*Ac statuant omnino sapientes tum demum cum reb-
humanis feliciter agi si quàm plurimos uiderint ad
sinceram Theologiam ὁρῶντες οὐδ' οὐδ' ἔτι nec titubare
uel blandicijs rerum terrestrium dementatos uel sen-
sibus admirationum Philosophicarum fortè tenu-
lentos : atq; æqua ratione si doctrinæ mentibus hu-
manis progenitæ tractatæ in Scholis fuerint purè
sobriæq; nec huius doctores ferentur absurdarum
opinionum καὶ ἑτερογενῶν πᾶσι δ' ὡς ueluti
procellis. Vberius isthæc prosequi nunc non est
animus. Nimis uerum est, Confusionem doctrina-
rum multipliciter damnum dare Reipub. Christia-
næ. Pròinde non mirum si nunc periclitetur Reli-
gio, periclitentur ueræ sapientiæ studia. Ac de his
quidem nemini non cordato uidere est, haud multò
post eandem grassaturam in Germanicis oris barba-
riem quæ memoria nostrorum parentum antea
uiguit temporibus. Nam quum insulsis doctrina-
rum temperamentis diuersissimorumq; pabulorum
φυσικῶς pasta Iuuentus non perducatur ad ipsa
singularum disciplinarum penetralia sed tantum in
sua*

PRAEFATIO.

superficie atq; obiter degustet citra delectum et ordinem partim ex sacris partim uerò prophanis quæ sibi non rectitudini uisa, fortè res τὰς ἐπιστολάς ἔχοντες præclare facientis ad ostentationem, difficulter futurum est ut solidè Doctorum uirorum atq; excusso iudicio prædicatorum in literatura cum humaniore tum diuina habitura sit posteritas uel tolerabilem numerum.

Ceterum, indulgere querelis præsentī negotio profuerit haud multum. Par est ut unice fasceamus omnibus uerè doctis, Philosophiam puram atq; eruditam pietati doctæ simpliciq; distinctè iunctam amplectentibus: nec quicquam nobis potius sit quàm propagari ad posteritatem cum sanam, perfectam, ac solidam, tum sinceram incontaminatam ac probè distinctam omnium doctrinarum cognitionem. Id uia non potuerit fieri expeditiore, quàm si Ecclesiarum seminaria, scholæ, in iaciendis ueræ Philosophiæ solidis fundamentis ac tenuissimis eiusdem simplicissimisq; radicibus commonstrandis fideliter fuerint occupatæ.

Nititur autem totius Philosophiæ certitudo ac perspicuitas duabus pulcherrimis purissimisq; disciplinis Arithmetica & Geometria ex quibus tanquam de fonte salubri manat quicquid in reliquis doctrinarum generibus uigoris est atq; elegantie.

PRAEFATIO.

Has duas alibi Plato diuinitus mentibus nostris adnatas alas uocat, alibi, ut in Epinomide, per has uiam patere dicit ad discendum, ac uolentem diuersam fortè ingredi hortatur ad inuocandam ut dicitur Fortunam. Nec uerò possibile est, ut in peruestigatione ueri non hallucinetur is qui ad has combinas disciplinas ueluti Dædaleum non uigilanter respexerit filum, harum firmissimam anchoram animo non præbenderit quarumlibet doctrinarum ingressurus tractationem.

In disputationibus Socraticis apud Platonem non obscura sunt huius rei testimonia, nec eadem apud Aristotelem desyderantur. Caterum Galenus Hippocraticæ doctrinæ perspicacissimus commentator, meritò sese effert in hoc genere, ut non de nihilo sit, quòd beneficio Geometriæ sese extricarit ex tam uarijs sectarum ac disputationum labyrinthis, atq; ob id uix concedentem arbitremur, alium quemquam hoc authore inter ueteres uel μέγιστος ἰατρῶν uel in inquisitione ueritatis ἀκριβέστερος regnare. Mouet is in libro περὶ οὐσάστων ἰατρικῆς non infrugeteram, meo iudicio, questionem, Quot nimirum necesse sit concurrere ut quis in tractatione cuiusq; doctrinæ feliciter laboret? Ac statim subiicit, Septem esse.

I. Primò desyderat naturalem ingenij acrimoni-
am (φύσει ὀξεῖα) quæ doctrinam illā rationalem
cui se quis dedit promptè comitetur. II

P R A E F A T I O.

Ab his adeo morosis censoribus si nihil aliud, saltem illud impetrabimus opinor quò concedant, rectè Dialecticè dici omnium doctrinarum Organon, nec post linguarum mediocrem cognitionem ullam æquè necessariam esse iuventuti, quòd cistra illius adminiculum caligent oculi mentium nostrarum in perspicientia ueri. Nam hoc si negauerint, imprudenter infringent passim & à senibus & pueris iactatam definitionem Aristotelicam qua fertur, Dialecticè esse scientiam scientiarum, habentem ad omnium methodorum principia uiam, id est, ut Græcè reddamus, ἐξετασινὺν πρὸς τὰς ἀνωτέρων ἢ μεθόδων ἀρχὰς ὁδὸν ἔχουσαν. Hoc itaq; concesso, respiciant ad præmissa Galeni placita septem, & adcuratè sciscitentur causam quur idem ordine demum sexto in discente desyderarit Dialecticum organon, id est, methodum cuius ductu scernat ueritatem à mendacijs, loco uerò statim secundo ab ætate iam Adolescente flagitet Geometrias & Arithmetices exercitamenta? Huc uerò nulla alia sese offerret ratio, quàm quòd discendi ac docendi uia tota directissimo tramite progrediatur ex Geometrarum & Arithmeticoꝝ processu, ut ita sit impossibile, quenquam natiuæ Dialectices δ'ᾠαριῦν rectè cognitam habere qui eandem non prius deprehenderit in numerorum ac magnitudinum doctrina, ubi materiæ non offeruntur

tur.

P R A E F A T I O.

tur lubricæ & disputabiles seu contingentes, sed per omnia sibi similes, necessariae, & immotæ, suppetantes non unius generis demonstrationes. Nec enim in ullo quod sciamus disciplinarum genere evidentiora & captui ingeniorum adcommodatiora reperiri licebit exempla, uim Dialecticam sic exprimentia, methodum exquisitam & uerè didacticam sic informantia, atq; in his certè humanissimis & eruditione summa refertis quantitatum considerationibus, circa quas uersatus Adolescens plus effecerit in percipienda Dialectica mensis unius spacio quàm adsiduus multiplicium commonefactionum librarius uix tota tricteride. Hoc consilij fuisse Galeno certum est in præmissio loco: nec diuersum ab illo sensit Plato cum uestibulo scholæ suæ præfixit symbolum $\alpha\gamma\epsilon\omega\mu\acute{\epsilon}\tau\epsilon\gamma\tau\omicron\varsigma\ \omicron\upsilon\delta\epsilon\iota\varsigma\ \epsilon\iota\sigma\iota\tau\omega$, nec uel Aristoteles uel ullus unquam sapientum quos uera erudit philosophia iudicarunt aliter.

Proinde diuersa plerunq; cum ætatis nostræ literati semita ferantur, aliena prorsus & à naturæ ductu & præstantissimorum quorunq; imitatione, sit, ut quantumuis laboriosè desudetur in Dialecticorum officinis tamen ingurgitentur quàm plurimi diuersissimarum opinionum turba & præpostero quodam discendi feruore præcipitentur in medium studiorum agmen: ubi strenuè quidem laborant, in

PRAEFATIO.

unum ut congerant acervum omnia quomodoq; uaria cognoscant, tractent, retractentq; : Cæterum hæc in quem finem, qua methodo, quoue ordine, qua iudicii dexteritate, ne uenit semel in mentem quidem. Cui tamen calamitati non parum mederetur & Arithmeticarum & Geometricarum rerum Theoria : Siquidem hæc in aggredienda quarumlibet rerum etiam perplexissimarum consideratione certam atq; indubitatam designat nobis quam necesse habeamus ire redire uiam, ac menti iam peregrinanti uelut ex sublimi specula monstrat certum portum ad quem enatare tanquam ex medijs scriptorum fluctibus citra periculum possimus.

Sed exciderat propemodum quòd Galenus in quinta sede collocet rem nominatu quidem facilis-
man cæterum iam in paucorum possessione
Veritatis amore. Hunc uel in generat animis nonnunquam præstantibus numerorum & magnitudinum purissima Philosophia, uel si non ingenerat, tamen diuinitus innatum retinet, nec unquam committit, ut idem citra notabilem frugem uegetior reddatur luxurietue thoris animosi pectoris ardor. Res certè loquitur ipsa de ingenijs huic Philosophiæ studiosè ac uerè deditis quòd præter illam mentis quam possident celeritatem tam ad inueniendum quam ratiocinandum, præterq; sobrietatem ac uitæ castimoniam quam necesse habent colere, sint pariter

PRAEFATIO.

ter ὁρᾷ καὶ σαφῶς ἐοῖλα secundum Euripidem
 id est, amore quodam ueritatis ingenua et candi-
 da, liberalissimaq; simplicia, et recta, atq; expe-
 dita in quarumlibet rerum tractatione: Contra, dis-
 torta et his doctrinis maligna ingenia plerunq;
 sunt insidiosa et uasra, occultè simulantia ac dissimulantia quæuis, humi serpentia et sordida καὶ
 φιλοκερδῆ κατὰ φιλαυτίαν, perfida nonnun-
 quam, ut amor ueritatis ac candor non tantum sint
 res uelut ab iisdem iam profligatæ atq; in exilium
 pulsæ, sed pene ut cum Ouidio loquamur intermor-
 tuæ. Alijs etiam fortassis hoc nomine ignoratæ
 delitescunt hæ duæ frugalissimæ disciplinæ quod ni-
 hil ὡς οὐ καὶ ἄλφια, qui tamen ignorant, illa
 plerunq; plus habere in recessu quæ minus fronte
 magnifica solent promittere.

Nam si non satis est, easdem disciplinas tum
 ratione uniuersalis organi methodici reliquas om-
 nes anteuertere atq; iisdem inservire, tum ad amo-
 rem ueritatis ac ingenuitatis flectere mentes no-
 stras, ut hæcenus declaratum est: Tamen illud
 TERTIVM abunde magnum est quod ex illis pro-
 ficiscitur emolumentum ad REALIA
 PHILOSOPHIAE, quod utraq; huius pars tam
 quæ θεωρητικὴ quam quæ πρακτικὴ dicitur,
 uel mutilabitur principalibus suis membris,
 uel plus quam Cimmerijs obruetur tenebris exulans
 te

PRAEFATIO.

te Arithmetices & Geometricæ lucerna. Ita tota reliqua Mathesis (quæ complectitur Logisticen, Harmonicen, Geodæsiā, Opticen, Mechanicen, & Astronomiam) duarum istarum præsidio destituta in extremum discrimen ueniet. Quid enim hæ sunt quàm perpetua Geometria & Arithmetica sed rebus physicis implicata? In Physiologia pariter ac Morali doctrina frustra tumultuatur is quem destituunt & quod ei&is uel Geometricæ uel Arithmeticæ, nec refert Socraticis ne adhæreat an Aristotelicis, neutrobiq; feliciter cesserit, istis neglectis, ad uiuidam Philosophiæ fructum capeffendum diuersam adfectare uiam.

Sed quiescant Encomia. Nullius omnino tantum esse poterit orationis flumen quod pro dignitate uel numerorum uel magnitudinum admirandam certitudinem ac uenustatem, nunc certo Systemate compræhensam, mortalium cœtui satis declarare possit. Certè mentis diuinæ diuinam hæc esse progeniem sapiens quiuis agnoscit, atq; utinam daretur eiusdem simulacrum aliquod uiuum oculis nostris representari, incredibili procul dubio percelleret omnium animos amore & admiratione sui. Nunc in hac caligine Deo quæq; proxima ingenia saltem ui & claritate quadam mentis diuinitus affulsæ nonnulla gaudent imagine, sed multò felicius compagine soluta fruuntur eadem in consuetudine,

Dei

PRAEFATIO.

Dei Optimi Maximi ac immortalium spirituum:
 Non instituitur autem in praesentia $\sigma\upsilon\gamma\kappa\rho\iota\sigma\iota\varsigma$
 Arithmetices ad Geometriam exquisita. Potio-
 rem certè, & loco & tempore digniorem Arith-
 meticen Geometria facimus. Nec ignoramus quæ
 contrà, quæq; ex hac rursus possent disputari para-
 te. Sed utriusq; disciplinæ prima fundamenta non
 aliunde convenientius petere veræ sapientiæ & hu-
 manitatis studiosi uel poterunt uel debebunt, quàm
 ex quindecim libris Mathematicorum elementor.
 Euclidæ, ueterum Philosophorum quotquot Plato-
 nem antecessere ni fallamur ingeniosissimi, de cuius
 opere tantum libuit perhibere. Isthinc peti Iu-
 stissima exordia omnibus generosis
 & excelsis ingenijs ad veram, pu-
 ram, atq; eruditam philosophiam du-
 centia: Atq; is sciat se esse philoso-
 phum & quidem $\mu\epsilon\theta\omicron\delta\iota\kappa\omega\tau\alpha\tau\omicron\nu$ qui in
 hoc opere perspiciendo florentem ex-
 ercuit ætatem. Cæterum, cui res Eu-
 clideæ peregrinæ atq; inusitatæ ui-
 dentur is in philosophia tota, veluti
 cæca nocte nauigans, dum quærit re-
 rum

PRAEFATIO.

*rum veritatem pro veritate captat
fumos, tendit in altum sine pennis ac
sufficientibus alis, vitreo fortè datu-
rum, ut cum Flacco loquamur, no-
mina ponto.*

Septimum nunc huius Philosophi librum què
inter Arithmeticos primus est Deo fortunante in lu-
cem damus, reliquos duos deinceps per ocium et
occasionem, si fortunæ, id est Deo, sic visum fuerit
exhibitori, ut si fieri fortè per nos posset quoquò
modo daretur Iuuentuti occasio discendi et Arith-
meticen et Dialecticen uel uniuersam potius Philo-
sophiam ex iustis fontibus. Illius equidem gratia
factum ut, omisiss demonstrationibus, τὸ ὅτι seu
nuda præcepta Graecè pariter ac latinè persequuti
simus, hæc conuenienter exemplis disquisitionis
busq; non latè uagantibus more Socratico explicuis-
se contenti, ne quæ possent demonstrationum (ut
opinantur) congerie seu perplexitate rudiorum ab-
sterrerent mentes. Dimidium facti, qui bene cepit,
habet inquit ille, quod quum nusquam non tum in
hac potissimum Philosophias parte plurimum habet
momenti. Vniuersæ quidem practicæ ratiocinatio-
nes ex his primordijs Euclideanis sunt ductæ, atq; hoc
ille tenacius computantis adherent memoriæ quò
fus

PRAEFATIO.

Fuerint accuratius horum initiorum solidissimis basi-
sibus fultæ. Nec uerò effari datur quàm bene ue-
limus Scholis passim, quum non ignoremus, Eccle-
sia iam grauitè periclitanti Rebusq; publicis malè
passim constitutis non esse leues aliquando petendas
alleuationes inde. Illis igitur ut unice pro sint nos-
tra hæc *μεγακλώδης*, quæ annis iampridem ado-
lescentibus per exercitationem confecta proximis
uerò diebus per ocium de integro rescripta sunt, ue-
hementer optamus. Quod si secus acciderit con-
trà quàm animus benignè pollicetur, erunt tamen
hæc ipsa, ut arbitramur, indicio de studio ac uo-
luntate nostra semper ad bene merendum propensa.

Restat ut *Amplissimo Senatorum*
ordini Vratislauensi uelut in gremium
demus has ipsas de numeris Dissertationes nostras
ὅυτ' ἀσφαλῆς ni fallimur *ὅυτ' ἀμετάδῃς*, haud ci-
tra deliberationem tot præstantium ac grauium ui-
rorum uel æquissimo iudicio uel singulari humani-
tate ac beneuolentia freti, quò uel eorundem præsi-
dio munitiores esse queant contra huius Philoso-
phiæ occultos osores, uel ipso exemplo, tanquam
humaniter hospitio susceptæ, facilius etiam illaban-
tur animis studiosorum iuuenum. Variorum equi-
dem uoces ac suffragia doctorum scriptis celebrium
de Repub. tam illustri quum honorificè tum non
mi-

PRÆFATIO.

minus splendide loquuntur. Non itaq, potuimus eandem et nos non uehementer admirari atq, animo suspicere, potissimum uerò propter culturam excellentem sinceræ in Deum pietatis ac maximè præclarum erga optimas quâsq, disciplinas & literatos studium,

„Feret hæc aliquam pia fama salutem.

Athletæ gaudent ob corporis robur præstans laudari, alij diuitiarum copia, nonnulli dominatione ac potentia sibi gloriam & admirationem comparasse feruntur: Sed longè expeditior ad perennem ac uunquam intermorituram laudem & posteritatis etiam celebritatem patet aditus, per conseruationem literarum. Hæ, præter quàm quòd gratiam de Deo famâ spargunt (ut uenuste dixit Plato) uiros insuper laude dignos mori uctant sua illa ἀμεροσίη μολπή. καὶ ἐπύρατον ὄσπερ ἰεῖσα μέλπειν τὰ τουτὰ τὲ νόμους καὶ ἥθεα κεδνὰ. Per hanc uiam laus parua non est lubrica nec unquam ulla ui labefactari potest quò fiat caduca sed altissimis defixa radicibus suo persistit loco.

Die Natali Ioannis Baptistæ. Anno

PERSONAE

DISSENT:

PHILOMATHES, ET
ORTHOPHRO-
NIVS.

Διαζήτησις *Prima.*



NON EST DE
nihilò quòd habeamus
te plus solito
cogitabundum hu-
manissime Ortho-
phroni: uideris ali-
quid meditari *σεμνὸν*

OR: Vera dicis Philomathes. Nam
uenit in mentem heri sub uesperam,
Epigrammatis Græci de aurea Miner-
uæ statua: Cuius ænigmatis Arith-
metica consideratio cum mirificè me
torfisset adolescentem ante bienni-
um, uicit tandem pristinam difficul-
tatem explicatio problematis Euclis-
dei, quod exhibet ultìma propositio

B

libri

libri septimi Elementorum. Quantiq̃
autem Epigrammati Græco secun-
dum Logistę præscriptum antea satis-
facere non usq̃ adeò difficile fuit : ta-
men uia rem expediendi reddebatur
eò impeditior, sæpiusq̃ (tametsi prius
nota) memoriā effugiebat, quòd
progressuū in problematis solutione
ueras ignorarim tum causas. Atqui
si tres illos de numerorum rationibus
Euclideanos maturius degustassẽ libros
num opus crederes tot ambagibus &
ingenij tormentis mihi sæpius fuisse
in huius ac plurium huic non dissimi-
lium Epigrammatum expeditione ?
PH. Desydero mihi proponi & expli-
cari istud de Pallade Epigramma mon-
strata progressus uia ex indicata pro-
positione Euclidea. OR. Non erit id
molestum facere propter summam
quæ tecum mihi intercessit necessitu-
dinem, et par est ἀνεργάμενος εἶναι μὲν οὐκ
δύσας. Cæterum expediret, si in Eucli-
deis peregrinus es, ut ab origine inte-
grum septimum cognosceres librum,
sic, pedi-

lic pedibus probè lotis ad ultimam de
uenires propositionem, PH. Rem mihi
hi non insuauem futuram proponis
docte Orthophroni, presertim si *bidui*
spacio isthæc *ὁμιλία* perfici posset.
Equidem recipio uicissim me quoquo
tempore præstiturum illa gratitudinis
ac humanitatis officia quæ ab amico in
bene de se meritum proficisci par est.
OR. Aggrediamur. Verum prius, si
uidebitur, præmittamus nonnulla
(quantū passim trita) *προλεγομένων*
uice & quidem primo loco

I.

DE PARTE PHILO
sophiæ ad quam spectant
Elementa Euclidea.

DIC IGITUR PHILO.
mathes, quot reris esse Philosoph
phiæ partes: PH. Tres: *λογικῶν, φυσικῶν*
et *ἠθικῶν*. Libros autem Euclidæ quum
Mathesin tractent ad secundam paro
B ij tem quæ

tem, quæ naturæ propria est refero.
OR: Confusè ac minus profectò com-
modè isthæc à te dicuntur.

Rectius referuntur à Claudio
Ptolemæo in uestibulo μεγάλης σωτῆ-
ξεως *duæ Philosophiæ partes*, utpote
τὸ θεωρητικὸν μέρος καὶ τὸ πρακτικόν,
Contemplatiua & Actiua. PH: Missa
actiua de qua mihi fortè tecum con-
uenit ut olfacio, de contemplatiua dis-
seramus: In quot igitur species seu po-
tius parteis dirimit Ptolemæus specu-
latiuam? OR: In tres. 1. Quarum
τὸ θεωρητικὸν εἶδος seu *prima Philo-*
sophia summum & principem sortita
est locum, cumq; ab Aristotele μετὰ
τὰ φυσικὰ tractetur, turbato idcirco
uocabulo, nunc Metaphysica uulgo
dicitur. Huius proprium est tractare
purissimas substantias ἐν αὐλίας καὶ κα-
θαρότητι, καὶ ἐνοείδει θεωροβολῆ, hoc est,
ut Procli uerbis loqui pergamus, περὶ
ὑποστάσεων ἀμεγίστων καὶ ἀπλῶν, ἀδιαιρέ-
των, καὶ ἀσυνθέτων.

3 Huic

3. Huic primæ speciei opposita est
ultima & tertîa species crassioris con-
siderationis quæ sola propriè dicitur
Physica quum tractet τὰ αἰσθητὰ, καὶ με-
ριστὰ, καὶ τὰς διαιρέσεις ποικίλαις πλεονάζον-
τα, hoc est, quæ in materijs sensui sub-
iectis scrutatur motum, PH: Video
nunc quorsum tendas: Vt inter ex-
tremas hæc duas species facias secun-
dam, quæ est οὐσίαις μαθηματικῆς tanq̃
μέτρον ἀνάλογον, OR: Id certè uolo.

2. Nam quantitatum doctrina
hac de causa mediā est regionem
adepta, quòd nec circa substantias pu-
ras uersetur, ut Theologia illa Philo-
sophica, nec περὶ τὸ ἄσατον ἢ ὕλης, id
est circa materiam lubricam & instabi-
lem ut Physice, sed quòd formas re-
rum ut numeros & magnitudines
quanq̃ in materijs hærentes, tamen ἐξ
ἀφαιρέσεως consideret, purè, κατ' ἐιλικρί-
νειαν, sola mentis agitatione. Colligere
tibi nunc licet quā sit apta Mathesis
humano ingenio, ubiq̃ certè sibi si-
milis, nihil fluctuantis ambiguitatis

continens, sed tota referta et nixa cre-
berrimis & evidentissimis demonstra-
tionibus, quibus, ni uis quædam affe-
ratur naturæ, contradici nequit.

*Tales sunt duæ pulcherrimæ sci-
entiæ Arithmetica & Geometria,
quas non immeritò dixeris coniuges
ὁμοφάδες mutuas in Philosophia
sibi tradenteis operas: Equidem fa-
miliam & æconomiam Philosophi-
cam quantam habemus, & peperere-
runt, & summa cum ἐνταξία admi-
nistrant.* Has itaq; duas combinatas
disciplinas quando tractet Euclides
noster in X V. Elementorum libris,
scis quid inde tibi sit expectandum.
PH. Vehemēter arrisit Orthophroni
hæc Philosophias, quam de sententia
Ptolemæi retulisti, partitio: Cæterum
de Grammatica, Dialectica, & Rhetorica
miror quorsum referantur à
Ptolemæo? OR. Ne sis de his in præ-
sentia sollicitus, quando nihil faciant
ad insti-

ad institutum: Breuiter uerò me ex-
pediam: Longo discrimine secerno
linguas à Philosophia: quum aliud sit
tractare res (quæ petuntur ex Philo-
sophia) & aliud, dare puerileis præ-
ceptiones de ratione loquendi, seu res
mente comprehensas certis notis &
symbolis proferendi, quod non tam
accuratis præceptis quam fideli imita-
tione perficitur. Viam porro ἐξέτασις
καὶ ratio cinandi de rebus, quam pro-
priè Logicen aliàs à dissertationibus
Dialecticen uocauere, alteram item
ornatè et splendide dicendi Rhetoricen,
non Philosophiæ commisceo, sed
organa seu instrumenta illius tra-
ctandæ uoco. Nec ignoras, τὸν λογικὸν

ut mirificam uim mentibus nos-
tris adnatam a quibusdam.

πρὸς τὰ μετὰ τὰ φυσικά

referri: Sed hæc

παρέργως.

B iiij

II Quot

QUOT SINT DISCIPLINÆ Mathematicæ, & unde hoc nominis habeant.

PH. **T**ANTVM ARITHMETICEN & GEOMETRIAN Mathematicas dixisti, quid fiet autem de reliquis? OR: Platoni duo sunt Mathematicorum genera, alterum uocat purum et à nobis relatum in secunda speculatiuæ Philosophias parte complexens numerorum & magnitudinum tractationes (id est, Arithmeticen et Geometriam) sola mentis agitatione ἐξ ἀφαιρέσεως, citra subiectorum, seu rerum Physicarum, quibus inhærent, admixtionem consideratas. Hæ verè et sua origine ueteribus Mathematicæ sunt dictæ disciplinæ, PH: Fortassè, quod disciplinam seu institutionem præceptoris non uulgarem requirant, nec multis contingat in his percipiendis

percipiendis αὐτοδιδάκτους esse : uel
quod longam discendi operam & in-
genij singularem desyderent acrimo-
niam etymo deducto ἀπὸ τῆς μαυδᾶνευς
O R : Ita quidem uulgo fertur : Cæ-
terum ut & meam tibi referam de hac
opinione sententiam, arbitror has so-
las duas numerorum & magnitudi-
num doctrinas uel Mathemata Græ-
cis uetustioribus esse prius dictas uel
disciplinas Latinis, *quòd generaliter
ad discendum omnibus ingenuis pue-
ris liberaliter & honestè educandis
sunt apud veteres propositæ usq; seu
permansuris in literarum studijs, seu
ad alia vitæ negocia traducendis, si-
cut hodie ratio legendi & scribendi,
singulis (nisi qui prorsus inexculti
& agrestes censentur) tradi solet.*
P H : Ut uideo ueterum pueris expe-
ditissimus ac facilissimus fuit hinc adis-
tus ad alias doctrinas, potissimum ad
Dialecticē hinc legitimè prognatam
B 5 quæ

quæ nusq̃ poterit euidentius declarari, quā per exempla ex harum ditione petita, sicut adparet ex Socraticis atq; Aristotelicis tractationibus. Sed hæc de nomine Matheseos eiusdemq; primo genere. Nunc pergas quæ so nonnulla referre de altero. Mathematicum genere. OR : Hoc Platoni mixtum est. Nam magnitudines & numeri non considerantur in eo purè *κατ' ἀφαιρέσειν* (Vt fieri in Arithmetica & Geometria nosti) *sed implicata rebus Physicis*, Ideoq; dicuntur Aristoteli *φυσικώτατα μαθήματα*. Huius generis duas tantum agnouit Pythagorea familia, Musicen & Astronomiam : Illa numeros seu Arithmetice sonis adcommodat, hæc uerò Geometriam astris. Nam Geometria propriè peperit doctrinam Astronomicam estq; de ipsius propria essentia, Arithmetica Coronidos uice adhibetur tantum, redditq; Astronomiam

miam usibus humanis aptam. P H:
 Memini Geminū, ut refertur à Pro-
 clo Euclidæ Græco commentatore,
 plures huius mixti generis disciplinas
 fecisse quibus Pythagoricæ duæ con-
 numerantur. O R Sex nimirum, Vt

- | | | |
|-------|--------------------|---|
| I. | <i>Logisticen.</i> | } Arithmetice
principaliter reb.
physicis adcom-
modant. |
| II. | <i>Harmonicen.</i> | |
| III. | <i>Opticen.</i> | } Geometriam
primariè. |
| IIII. | <i>Mechanicen.</i> | |
| V. | <i>Geodesian.</i> | |
| VI. | <i>Astronomiã.</i> | |

I. *Logistice* tres habet species:
 1. *Logistica* communis quam hodie
Arithmetica practica dicunt, à nul-
 lis elegantius nostro tempore nec
 dexterius tractata quam à Micyllo &
 Tonstallo. 2. *Logistice* Astronomi-
 ca uel sexagenarum & scrupulorum
 sexagesimorum, quam ex professo &
 eruditè

eruditè proponit Græcus Ptolemæi
 commentator Theon, in primum
 μεγάλη συντάξις. 3. Logistice Cof-
 fica uel progressionum Geometricarum,
 quam alias Schematisticen di-
 cunt, quòd numeros tam rationaleis
 quam ἀριθμητικὰς schematibus Geometris
 cis adcommoDET, alias Logisticen Ge-
 ometricam, alias artem rei & census.
 Hanc dicitur ex professo tractasse Dio-
 ophantus Græco scripto, cæterum
 quum adhuc lateat, cognoscantur in-
 terim Stifelij & Rudolphi commen-
 tationes.

II. Harmonice dicitur aliàs Mus-
 sice. PH: Musices adpellatio ab in-
 quisitione ducta, toti olim Philoso-
 phiæ communis fuit, quum omnes ar-
 teis produxerit sagax ingenij humani
 inquisitio, OR: Nunc autem exole-
 uit uetus illa Philosophica Musica, &
 tamen hæsit adpellatio in sola sonos-
 rum harmonicorum doctrina. Pto-
 lemæus, cuius scriptio nunc prodijt,
 Canonice

Canonice uocat. Prodierunt et Psel-
li & Euclidæ Græca de hac fragmen-
ta, & Aristoxeni Musicorum de ue-
terum sententia Principis. Ante per-
paucos annos solius Boëtij, & Fran-
chini nitebamur authoritate.

III. Optice Geometrian uisui
adcommodat. Prodiit autem nuper
Euclidæ Græca περὶ ὀπτικῆς tractatio,
aliàs copiosius prodita per Vitellio-
nem

IIII. Mechanice Geometriam
uarijs rebus Physicis adcommodat:
Alias Architectonica: de qua uitru-
uij loquuntur opera.

V. Geodesian posses & Geogra-
phian dicere: Sed hæc adpellatio nu-
dis competit descriptionibus partium
terreni globi, illa uero dimensionem
Mathematicam denotat, quæ benefi-
cio. Geometriæ fit. Hanc discas ex με-
γάλην πραγματείαν Ptolemæi, & Strabo-
nis opere.

VI. Astro:

158
VI. *Astronomia* restat, reliquarum cum præstantissima tum difficilissima, nec debet cum *Astrologia* τῇ μαντικῇ confundi, quum *Astronomia* Mathematica sit quanquam mista, *Astrologia* uero propriè ac purè Physicæ est possessionis. Hanc eruditè Ptolemæus, illam & Ptolomæus & nostra tempestate Copernicus excellenter atque ingeniosissimè tractarunt.

PH: Desistas tandem ab his nonnihil intempestiuus adiectis: Illud, ut arbitror, conatus es ostendere: has sex disciplinas iam indicatas nec purè Mathematicas esse (quod Arithmeticæ proprium & Geometriæ) nec integrè ad Physicam posse referri, sed medium quendam adipisci locum inter doctrinam Physicam & uerè Mathematicam. Nunc transeamus ad alia.

III Quo

III.

QVO ORDINE PER

*sequantur Elementa Euclidæ
Geometriam & Arith-
meticon.*

PH. **N**VM IPSVM AR

bitraris Eucliden in
hunc qui nunc extat ordinem sua di-
gessisse: OR: Mihi uerisimilius est
Theonem totius συντάγματι & esse
authorem, multaq; restituisse in Eu-
clidæis, nonnullis lucem addidisse &
plenius tractasse, plurima inseruisse,
& in ordinem sibi uisum conuenien-
torem redegisse sicut intuenti sagaci-
ter totam totius operis structuram
perspicuum est. Certe scopus est au-
thori non tam Arithmeticon tractare
quam Geometriam, atq; ita quasi per
accidens insertos tres de numeris li-
bros arbitrantur, quò subsequens eos
decimus liber tractans περὶ μεγάλων
• ἀριθμῶν

ἀξίωμα ἢ ἀ λόγων absolui posset: Nam
si utranq; disciplinam ex professo doc-
endam suscepisset, orsus fuisset ab
Arithmetica, quæ & faciliior & natu-
ralior est. PH: Quoquo modo se res
habeat, instituas uelim perbreuem
quindecim librorum, διατάξις OR:
Audias igitur. Sex priores libri quan-
quam multa particulatim contineant
quæ à denominationibus Geometricis
ad possessionem Arithmeticam
non iniuria transferri possent ut ma-
gna ex parte est 2 & 5 liber: tamen si
integrum σύνταγμα eorundem con-
sideres, bonam comperies partem so-
lis Geometricis competere & aliter
in numeris fuisse describendā, præter
quam quod habeant denominatio-
nem magnitudinum propriam, τῶν
μεγέθων, non generalem quantitatum.
Tractant autem hi sex libri prima ele-
menta secundæ speciei continuæ
quantitatis, id est, πλὴν τῆ ἐπιφανείας δευ-
τέρας, speculationes de superficie-
rum quantitibus, nec tamen quarumlibet
super-

superficierum sed $\tau\epsilon\omega\iota\pi\epsilon\delta\alpha$ saltem;
Superfici ei liquidem planæ primus
debetur locus. Quid uerò singulis
libris proprium sit, non est huius loci
proponere.

Ultimi quinq; libri ut undeci-
mus, 12. 13. 14. & 15. tertiam magni-
tudinis seu quantitatis continuæ spe-
ciem, utpote $\tau\omega\sigma\epsilon\gamma\epsilon\ \mu\epsilon\gamma\iota\alpha\mu$ breuiter
perstringunt. Quibus adiungendi
tres de Sphæra Theodori Grace
nunc editi libri.

Reliquorum intermediarum li-
brorum tres, ut 7, 8, & 9, Arithme-
tices Elementa breuiter expediunt.
Decimus totus in collatione consu-
mitur; quum conferat $\tau\omega\sigma\ \tau\epsilon\omega\iota\pi\epsilon\delta\omega\mu$
 $\delta\epsilon\omega\pi\iota\alpha\mu$ ad numeros, & ob id reliquo-
rum difficilimum uulgus Mathemas-
ticorum ueretur esse.

P. H. Arbitraris perfectam Arith-
metices ac Geometriæ cognitionem
ex his 15 Euclideis libris posse quenq;
haurire? O. R. Minime, nam ex Eu-
clideis scriptis harum disciplinarum

saltem τὰ πρῶτα στοιχεῖα καὶ τὰς πρῶτας
ἀρχὰς sperare licebit, ideoq; Elementa
Euclidica dicuntur. Vberiore uero atq; exactiorem inquisitionem ali-
unde te petere oportet : Geometrias
quidem tū ex libris Archimedis qui
Græce extant, tum ex doctrina tri-
angulorum tam planorum quam
Sphæricorum per D. Nicolaum Cop-
ernicum & Ioan: de Regio monte
in methodum redacta, Arithmetices
autem Iordanus latinus scriptor, Ni-
comachus Græcus, & nostri tempo-
ris Cardanus bona ex parte supple-
menta porrigent.

PH. Sufficiant, precor, illa quæ
hactenus sunt προλελεγμένα, desydero
liquidem audire ipsum nobiscum lo-
quentem Eucliden. OR. Parebo uos
iurati tuæ, nec uerò aliud mihi hîc
erit curæ quàm ipsissimum textum Eu-
clide κατὰ τὸ δὴ omîssis probationibus
seu mole demonstrationum propo-
nere quanta potero simplicitate ac
perspicuitate. Nam huiusmodi disci-
plina

plinarum tractatio magis requirit sermo-
nem distinctum, sanum, ac pers-
picuum, quam splendidum aut copio-
sum. Demonstrationes autem in
præsentia omitemus, quòd initio tes-
nella corpora non solido cibo, sed la-
cte nutrire conveniat. Ita nec erit opus
multa prælibare de speciebus seu nor-
mis demonstrationum nec de Petitis
seu postulatis: Communeis animis
natura insitas sententias, quæ Græcis
sunt ἀξιώματα, operose referre atq; lu-
peruacaneum erit. Proinde superse-
dentes his compendij ac facilitatis
gratia, primum illustremus ipsas ter-
minorum quorum usus erit in pro-
positionibus definitiones, quas & ὅροι
& θέσεις aut etiam hypotheses posses di-
cere, deiq; operam ut probe percipias
terminorum seu φηρασιων uim, qua
dextre cognita non erit quod te ue-
hementer torqueat in subsequen-
tibus deinceps propositionibus.

Sed audiamus iam ip-
sum Eucliden,

Κ ἦ

Ὅποι

TERMINORVM DE
FINITIONES.

P H. **N**on nego deberi multum
laudis Zamberto latino
Euclidæ interpreti. Cæterum qui
græcè peritus græce loquentem le-
gerit, deprehendet nonnihil discrimi-
nis inter lacunas quamuis puras atq;
ipsos fonteis. Legam igitur singula
Græce ut habet codex; Tu uel ad uer-
bum uel more paraphrastæ reddas.
Prima definitio sic sonat.

ἡ μονὰς ὅτι καὶ ἢ τὸ ἕκαστον τῶν ὄντων
ἐν λέγεται. O R : *Unitas est secun-*
dum quam unumquodq; eorum quæ
sunt unum dicitur. Distinguit Eu-
clides unitatem à rebus, ut res à Dia-
lecticis dicta indiuidua sortiatur de-
nominationem unitatis P H. Clarius
nonnihil dicas idem. O R. Vult uni-
tatem esse notam mentis nostræ, qua
cuiusq;

cuiusque rei in natura existentis singularitas determinetur. Est autem unitas principium & fons numerorum, sicut κατ' ἀναλογίαν punctum in Geometria origo magnitudinum.

PH. Designes uerum, essenziale, ac natium numerorum & magnitudinum discrimen. OR. Numeri à certo principio tenuissimo & simplicissimo, nimirum a radice quæ est unitas ducentes initium procedunt κατὰ

Discrimen
Arithmetice &
Geometrice.

συνθεσιν καὶ συναθροισμὸν in infinitam augmentationem: At uice uersa magnitudines in Geometria κατὰ διάλυσιν a summo ducunt principium uidelicet a Corpulentia seu spissitudine quæ resoluitur in superficies, hæc deinceps in lineas. In linearum autem resolutione nunquam ad punctum Geometricum deuenitur, quod per se nihil est, sed ipsius infiniti limes quidam. Ita numeris crescentibus in infinitum, magnitudines sine fine decrescunt.

C iij

PH.

EVCLIDEORVM ELE.

PH: Peterem ut singulis numeris adsignares sua mysteria (ut unitas habet mysterium diuinitatis) sed præter quâ in quod hæc res spectet ad primam Philosophiam & Theologiam illam Scholasticam, noui te nonnihil etiam deridere hoc genus curiositatis. Ideo oq̃ pergam legere secundam definitionem.

I I. Αριθμός δ' ἐκ μονάδων συγκείμενος πλῆθος. O R: Numerum vocat ex unitatibus conflata magnitudinem. Hinc liquent prius dicta, unitatem non esse numerum, sed eorundem tenuissimum καὶ στοιχιστάτατος μέρος. Igitur primus omnium numerorum posset quodammodo dici binarius. Perge.

PH. III. μέρος ἐστὶν ἀριθμός ἀριθμοῦ δ' ἐλάσσων τοῦ μείζονος ὅταν κατὰ μέτρη τὸν μείζονα. μέρος δὲ ὅταν μὴ κατὰ μέτρη. O R. Pars est numerus numeri, minor maior

maioris, quando scilicet maiorem e-
metitur: Partes verò, quando non e-
metitur: Adnectamus et quartam de
finitionem quum sit tertiæ correlatiua
alteraq; commode dilucidet alteram.

III PH. πολλαπλάσιος δὲ ὁ μείζων
τοῦ ἐλάττονος, ὅταν καταμετρεῖται ὑπὸ τοῦ
ἐλάττονος. O R: *Multiplicem nume-
rum vocat maiorem respectu mino-
ris, si absolute mensuratur à minore:*
PH. Non uideo quid per uocem κα-
ταμετρήσεως intelligas. O R. Emetiri,
καταμετρεῖν, Euclidæ est numerum
quemuis per alium præcise partiiri, seu
absolute mensurare, hoc est, ita diuis-
dere, ut nihil supersit. Vt Binarius
emetitur senarium (idq; ter) id est
præcise diuidit, ne unitate quidem su-
perante. At quaternarius senarium
non emetitur, nam facta diuisione su-
persunt duo, P H. Nunc uideor me

adsequutum mentem authoris. In tertia definitione Partem uocat eiusmodi numerum quemcunque, qui ad alium se maiorem collatus, præcise ipsum diuidat, id est, emetiatur uel absolute mensuret. Vt ternarius respectu ternarij est pars, & respectu nouenarij, & respectu duodenarij. Nam hos omnes mensurat absolute aut præcise diuidit. At idem ternarius respectu quaternarij, quinarij, et aliorum quos non emetitur dicitur *non pars, sed parteis*. Quarta definitio huic tertiæ est ἀντιστροφος: Nam si ἀνάπαλιπ aut uice uersa maior rursus ad minorem conferetur præcise mensuratus ab eodem, dicitur respectu minoris multiplex. Ita senarius respectu ternarij est πωλάπαλάσιος. et respectu eiusdem ternarij etiã nouenarius et duodenarius multiplices dicuntur quia ab eodem præcise diuiduntur: O R. Recte sentis. Verum periculum etiam faciamus in grandioribus numeris; Centenarius

narius respectu millenarij pars est, nā
 ille præcise in hoc continetur, & ἀνά-
 παλιν millenarius respectu centenarij
 multiplex est. Ceterum 90 respectu
 1000 non pars dicitur, quum non præ-
 cise diuidat uel metiatur millenarium
 Dicitur ergo 90 respectu 1000 partes
 De simi ib. idem esto iudiciū PH. De-
 finiet ne mox Euclides proportionē
 ut uocant τὸν λόγον numerorū? Nam
 huiusmodi σχέσεις numerorum uoca-
 rem proportionem? OR: Reipsa des-
 finiuit eam modo, etsi nominatim hoc
 non sit factum. In magnitudinibus
 seu quantitate continua rotundius po-
 tuit definiri λόγος δύο μεγεθῶν ὁμο-
 γενῶν ἢ κατὰ πηλικότητα πρὸς ἀλλήλα
 ποία σχέσις, ut est in uestibulo quin-
 ti libri, quæ definitio necessario est
 ampla quò complectatur tam rationa-
 les quam irrationales magnitudines.
 Cæterum ἐν διηρημένῃ ποσότητι seu nu-
 meris, τοῦ λόγου descriptio æqua bre-
 uitate expediri nequit. Nec tamen aliis

ud quíppiam dixit author in 3 & 4
descriptione, quám *Rationem* seu τὸν
λόγον numerorū esse eiusmodi duo-
rum ad invicem habitudinem vel χε-
σις in qua consideratur vel quám
multiplex sit maior numer. minoris,
vel minor ipsius maioris quanta sit
aut pars, aut partes quantæ. P H:
Teneo. Quid, si maior numerus res-
pectu minoris non fuerit πολλαπλά-
σις, quod habebit nomen? OR: vel
ἐπιμόσιος dicetur, vel ἐπιμεγής, vel πο-
λαπλάσι ἐπιμόσιος, vel πολλαπλάσι ἐπι-
μεγής. Sic omnis numerorum λόγος
propter quintuplicem varietatem ter-
mini maioris ad minorem collati, in
unam harum quinque denominatio-
num incidet. Sed hæc, ne te onerem
non libet uberius prosequi. Petas de
his in posterum Græcum Nicoma-
chi de Arithmetica scriptum. Nunc
pergas ad 5 definitionem, adiuncta
quoque sexta, nam sunt eiusdem argu-
menti. P H: V. Ἄριστος ἀριθμός ὅστις ἂν
δίχα

LIBER VII.

δίχα διαίρυνμενος. VI. περιεσός δὲ ὁ μὴ δί-
 χα διαίρυνμενος ἢ ὁ μ. ἰάδ'ι διαφέρειωρ ἀρτίς
 ἀριθμοῦ. O R: *Par numerus dicitur*
qui æquabiliter diuidi potest: Impar
verò qui non æquabiliter diuiditur,
aut qui unitate parem excedit. Hæc
 est prima numerorum diuísio κατὰ δια-
 χοτομίαν, quā non opus est explicare,
 quum & pueri norint par & impar lu-
 dere. Nunc sequitur subdiuísio paria-
 um numerorum, quorum duas pro-
 ponet species, non treis. Legas igitur
 utramq;. P H: VII: Αρτίαις ἀρτίος
 ἀριθμός ὅστις, ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρου-
 μένος κατὰ ἀρτίον ἀριθμόν VIII. Αρτίαι-
 κες δὲ περιεσός ὅστις, ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ
 μετρουμένος κατὰ περιεσόν ἀριθμόν.
 O R: *Pariter par numerus est, qui*
mensuratur à pari numero secundum
denominationem parem: Pariter
impar uerò est, qui mensuratur à pari
numero secundum denominationem
imparem. P H: Μίρον, Orthophro-
ni,

ni, quæ in vestibulo Arithmetices
 Euclidæ fiat saltem duarum specierum
 quæ sunt in numeris paribus, mentio,
 cum idem author ferme sub finem
 Noni libri tribus continuis propositi-
 onibus tres indicet esse parium nume-
 rorum species. Nec aliud sentiunt
 Nicomachus atq; eiusdem interpres
 Latinus Boetius, quanq; ipsa nomen-
 clatura tertiae speciei non bene dissen-
 tiant ab Euclide. OR: Commodè
 mones illa Philomates. Si numero-
 rum parium naturalem spectes καὶ
 τὴν οὐσιώδη διακρίσιν tres omnino e-
 runt retinendæ parium numerorum
 species seu classes, quarum appellatio-
 nes quoquo modo uariantur, certe
 res ipsa nihil uariatur. *Prima* species
 est eorum qui κατὰ σῶθιν ἀπὸ δυά-
 δος διπλασιάζονται uel qui κατὰ διάλυ-
 σιν continuam suscipiunt διχοτομίαν
 donec perueniatur ad basin unitatis
 ut 4.8.16.32.64.128.256.& sic in in-
 finitum. *Secunda* classis est eorum in
 quibus

bus post primam διχοτομίαν statim fit
statio, uel quorum medietas impar est.
Talis est primus senarius, & omnes
qui in progressionē Arithmetica iux-
ta excessum quaternarij eum sequun-
tur, ut 6. 10. 14. 18. 22. &c. Tertia
reliquos omnes pares complectitur
numeros, quorum proprium est, plu-
reis quidem quam unam suscipere
διχοτομίαν ut tamen ad unitatem non
perueniatur. Talis est primus duode-
narius et reliqui hunc subsequentes in
progressione Arithmetica iuxta dif-
ferentiam Octonarij, ut 12, 20, 28, 36,
44, 52, &c.

Hæ sunt tres illæ parium nu-
merorum species si naturalem species
eorundem discretionem. Cæterum
possunt & alia quadam discerni uia
numeri pares, ratione diuersæ adpel-
lationis, quæ suboritur cum emerun-
tur illos alij pares numeri. Estq; uia
isthæc duplex quam hîc monstrat Eu-
clides

clides 1. *Aut* enim par numerus præcise mensuratus per aliquem parem nanciscitur denominationem parem, cuiusmodi sunt omnes quos primæ classi iuxta essentialem discretionem inclusimus; Vt si ipsum 32 emensius fuerit par quidam (ut sit in præsentia 4.) emerget in quotiente numerus par ut 8. Igitur ex definitione Euclidea propositus numerus 32 ratione factæ mensurationis, *dicetur pariter par.* 2. *Aut* numerus par præcise mensuratus per aliquem parem nanciscitur in quotiente denominationem imparem, quales sunt omnes quos secundæ classi dedimus. Vt sit 18 qui mensuretur per 6, redit ex diuisione 3 impar, uel mensuretur idem 18 per alium parem ut 2, redit itidem impar 9: Ex definitione igitur, 18 *dicetur pariter impar.* PH: Hæc posterior denominatio non tantum secundæ classis numeris
paris

LIBER VII.

paribus ut indicasti competit, sed, ut
 mecum reputo, etiam singulis tertiæ
 speciei seu classis: Vt duodenarius
 mensuratus per 4 acquirit in quoti-
 ente imparem 3: sic 20 mensuratus
 per 4 parem, accipit denominantem
 imparem 5. & sic de singulis: OR:
 Eiusdem tertiæ classis paribus uni-
 versis, si periculum feceris, compe-
 ries & priorem convenire denomi-
 nationem quæ pariter par est: PH:
 Diversa igitur ratione tertiæ classis
 numeros vis dici ex sententia har-
 um duarum definitionum, aut pa-
 riter pares, aut pariter impares? OR
 Pariter pares quidem, si mensurati
 per parem nanciscuntur parem deno-
 minationem seu quotientem: Pa-
 riter impares autem, si mensurati
 per parem, denominationem sorti-
 ti fuerint imparem. Vtq; rem to-
 tam brevibus aperiam, non iudices
 Euclis

EVCLIDEORVM ELE.

Euclidē hīc propriē recensere natura
 distinctas classeis seu species numero-
 rum parium quæ reueratres iūni,
 sed ipsarum specierum duplicem
 notare denominationem, in qua-
 rum alteram necesse est cadere sin-
 gulos pares, ut ad finem noni libri
 cernitur. Subdas iam nonam defi-
 nitionem. PH: I X. *περισσῶς ἢ πε-
 ριστόν ἔστιν ὁ ὑπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ μετρου-
 μένος κατὰ περισσοῦ ἀριθμόν.* O R:
Numerus impariter impar dicitur,
qui ab impari mensuratur iuxta de-
nominationem imparem. P H:
 Video authorem imparium numero-
 rum primarium quoddam designare
 genus, quod complectatur tales impa-
 res qui per imparem numerū præci-
 se emensurati gignant in quotiente nu-
 merum imparem: Vt Noncuarium si
 metiatur ternarius, fiet hoc ter: Ita si
 quindenarium emensus fuerit quinari-
 us, fiet hoc impariter & quidem ter:
 fin

sin eundem quindenarium mensus fuerit ternarius, fiet id quinquies. Ex definitione igitur, 15 dicitur Imparis ter impar: Ad eundem quoque modum de cæteris iudicetur qui à nouenario orsi per excessum senarij Arithmetice progrediuntur ut, 9. 15. 21. 27. 33. 39. 45. 51. 57. &c.

X. Πρῶτος ἀριθμὸς ὅστις ὁ μονάδ' ἰ
μόνη μετρουμένους. XI. Πρῶτοι πρὸς ἀλλή-
λους ἀριθμοὶ εἰσιν οἱ μονάδ' ἰ μόνη μετρουμέ-
νοι κοινῶ μετρω. O R: *Primus numerus*
vocatur is, qui sola mensuratur uni-
tate: Primi verò ad inuicem dicun-
tur, qui solam unitatem communem
admittunt mensuram. P H: *Quam*
facis differentiam harum duarum de-
finitionum? O R: *Illa de numeris ab-*
solutè consideratis loquitur, hæc de
Relatiuè, quemadmodum in quarta
& tertia definitione numerorum πρὸς
D ἑτέρον

EVCLIDEORVM ELE.

Ἐτερόν relatorum mentionem fecimus
 PH: Sequentium duarum definitio-
 num eadem, ut adpareret intuenti, co-
 gnatio est. OR: Subnectas igitur &
 has quum eadem opera possint cum
 superioribus explicari. PH: XII.
 Σώδητος ἀριθμός ἐστιν, ὃ ἀριθμῷ τινι με-
 τρούμενος. XIII. Σώδητοι δὲ πρὸς ἀλλή-
 λας ἀριθμοί εἰσιν, οἱ ἀριθμῷ τινι μετρού-
 μενοι κοινῷ μέτρῳ. OR: *Compositus nu-*
merus dicitur quem mensurat nume-
rus quidam: Compositi verò adinuicē
numeri dicuntur, qui mensurantur
numero quodam ut communi mensu-
ra. Vides & harum priorem de nu-
 meris absolutis agere, alteram de Re-
 lativis: et ut X definitio ipsi XII,
 sic & XI ipsi XIII ἐναντιῶται. PH:
 Explices igitur X, & XII. coniun-
 ctim, ac deinceps XI. & XIII. OR:
 Commodè mones. Notabis autem
 prius hanc θέσις *Omneis numeros ve-*

LIBER VII.

ros & naturalem in Arithmetica
συμμέτρον esse, commensurabileis, quæ
 habeant vniuersalẽ quandam ac mi-
 nimam mensuram, quæ singulos me-
 titur, unitatem. Quilibet igitur nu-
 merus per se consideratus, si præter
 generalem illam unitatis mensuram
 nullum admiserit se metientem nume-
 rum, is ex definitione Euclidea dice-
 tur numerus Primus: Vt 5. 7. 11.
 &c. Contra uerò si numerus propo-
 situs possit uel uno, uel pluribus etiã
 mensurari numeris, dicitur Euclidæ
 non primus sed compositus: Vt 4.
 non tantum unitate potest mensurari
 sed et binario numero. Duodenarium
 similiter non tantum unitas metitur
 generalis omnium mensura, sed 2. &
 3. & 4. & 6. dicitur idcirco & 12
 compositus numerus, per se consy-
 deratus. PH: Decima definitio de
 numeris per se primis, competit ne
 multis; OR: Non multis. Nullis
D ij siquit

EVCLIDEORVM ELE.

siquidem paribus numeris, nisi soli binario qui primus dicitur ex definitione: Hic quum sit omnium parium numerorum infimus & tenuissimus, nulliq; competat speciei parium numerorum, sit ut metiatur idem omnes pares numeros (ex 5^a definitione) Non poterit ergo præter solum binarium, ullius speciei par numerus incidere in X. definitionem. PH: Soli igitur Impares? OR: Neq; hi omnes, exceptis nimirum illis qui Impariter impares uocantur, quorum singuli (ex IX. definitione) per alium imparem mensurantur. PH: Ex his monstratis iam facile colligo Orthophroni, duodecimam definitionem de numeris per se compositis (aduersantem decimæ) complecti singulos numeros pares, atq; impares impariter: Restat XI & XIII. definitio explicanda, in quibus dixisti considerari non per se unum tantum numerum, sed uel duos, uel quolibet plureis.

LIBER. VII.

plureis. Productis uelim oppositis exemplis rem ostendas: OR: Sint numeri 6 & 7: quorum etsi senarius per est compositus (quum metiatur eū binarius, itē ternarius) tamen quando nec binarius nec ternarius mensurent etiā septenarium cui confertur, dicuntur igitur 6 & 7. inter se (uel ad inuicem) primi (ex definitione XI) obtinentes saltem communem sibi unitatis mensuram: Ceterum 6 & 8 (quū communem habeant binarij mensurā) dicentur ex definit. XII. compositi inter se. PH: Des diuersum nonnihil exemplum collatis inter se pluribus numeris. OR: Sint quinque numeri 4. 6. 8. 10. 13. Ex his 4. 6. 8. 10. sunt quidam inter se compositi, admittentes communem binarij mensuram: uerum cum eadem binarij mensura non competat etiā 13, erunt hi quinque dati numeri 4. 6. 8. 10. 13. $\pi\rho\omega\tau\omicron\iota\ \pi\rho\varsigma\ \alpha\lambda\lambda\acute{\eta}\lambda\omicron\upsilon\varsigma$: ex XI definitione. Quod si loco 13. sumpseris alium quempiam

numerus quem metiri possit binarius
us, reliquorum præcedentium com-
munis mensura (sit uero in præsentia
14) dicentur 4. 6. 8. 10. 14.
σώζονται πρὸς ἀλλήλους (ex definitio-
ne XII) PH: Rationem adpellatio-
nis a uero cognoscere. O R: Cogno-
sces illam commodius ubi in proposi-
tionibus horum terminorum uis sese
obtulerit, satis est iam scire qui nume-
rus uocetur primus, qui compositus,
quique ad quicquid primi dicantur, qui
uero compositi inter se. PH: Sequi-
tur definitio multiplicationis nume-
rorum quæ sic habet.

XIII. Αριθμὸς ἀριθμὸν πολλα-
πλάσιάζει λέγεται, ὅταν ὅσα ἴσα εἰσὶν
ἐν αὐτῷ μονάδες, τοσαῦτάκις σωτεῖται ὁ
πολλαπλασιαζόμενος καὶ γένηται τις.
O R: Numerus numerum multipli-
care dicitur, quando quot in multi-
plicante sunt unitates, toties multipli-
candus

LIBER VII.

candus coacervatur, produciturq; ali-
us inde. P H: Sic 5, quem statuiam es-
 se multiplican-tem quaternarij nunc
 multiplicandi. OR. Vbi igitur qua-
 ternarium quinquies aggregauiro
 (nam tot 5 multiplicans habet unita-
 tes) dicetur, ex hac definitione, 5
 multiplicauisse quaternarium, emer-
 gentibus inde uiginti. Atq; ita de
 reliquis iudicato. P H. Posses, ut
 uideo, liberius *τοῦ πολλαπλασιασμοῦ*
 dicere, quodocunq; propositorum
 numerorum alteruter sumitur toties,
 quot alter complectitur unitates. OR
 Bene dicis. Animaduertendum & il-
 lud tibi. Compositionem numerorū
 eorundemq; diuisionem totum in A-
 rithmeticis uersare negociū: Aut ex
 nim colligo numeros aut eosdem se-
 grego. Pendet hinc omnis quę in Lo-
 gistica instituitur ratiocinatio guber-
 nata certis proportionibus. Nec uerò
 te moueat quòd aliàs quatuor recense-
 antur à Logistis species operationum.

*Tota Lo-
 gistica uel
 componit,
 uel diuidit,
 uel ratio-
 cinatur.*

D iij

Nam

EVCLIDEORVM ELE.

Nam ubi colligis componisue numeros facis hoc uel naturali illa norma additionis, uel quando res ita fert ad uitandam fastidium reiterationis, adhibes compendium τοῦ συναθροισμοῦ Multiplicationem, ut de indicatione definitionis Euclidæ percepisti. Itidem ubi diuellis numeros, fit hoc uel per simplicem illam ἀφαίρεσις subtractionem, uel per diuisionem quæ crebrius repetendæ subtractionis methodus est. Sed non nihil exorbitamus: Pergas legere textum.

XV. PH: Ὅταν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσιν ἑνὰ, ὃ γενόμενος ἐπίπεδος καλεῖται: πλευρὰ δὲ αὐτοῦ οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀριθμοί,
OR: Duo numeri se multiplicantes ubi creauerint aliquem, productus inde, planus dicitur: numeri uerò se multiplicantes latera plani dicentur:
 Vt multiplicet quinaris quaternarius

um,

um, fit inde 20. qui planus dicitur :
 Cæterum 5 & 4 latera 20. Eodem
 modo multiplicet 3 senarium : fit inde
 18. qui dicitur Planus (τετράπλευρος)
 at 3 & 6 latera plani :

PH: XVI. ὅταν ὅ τρεῖς ἀριθμοὶ
 πολλαπλασιάσαντες ἑλλήλους ποιῶσι
 τινος, ὁ γεγόμενος σέρειος καλεῖται: πλευραὶ δὲ
 αὐτῶν οἱ πολλαπλασιάσαντες ἑλλήλους ἀριθμοὶ.
 OR: Vt præcedens definitio
 monstravit numeros planos in super-
 ficie, sic hæc subsequens indicat illos
 quos solidos dicimus numeros :
Quando verò tres numeri se multipli-
cantes creaverint aliquem, factus in-
de solidus dicitur: Tres autem se mul-
tuplicantes numeri latera solidi dicen-
tur. PH: Video ad solidum nume-
 rum requiri trium numerorum, ut la-
 terum, multiplicationes quæ hunc
 producant. Sint enim tres qualescun-
 que numeri 3. 5. 4. multiplicetq;
 D 5 prio

EVCLIDEORVM ELE.

primus 3 secundum 5. efficiendo 15
 qui ex X V definit. planus dicitur :
 Hic rursus multiplicetur per tertium
 propositorum ut 4 emergunt 60,
 quem ex hac definit: solidum dicimus
semper complectentē aliquem planū,
 Lateraq; huius 60 solidi, sunt inter se
 tres multiplicati numeri 3. 5. 4. OR:
 Si in his proximis definitionibus
 mentem authoris consecutus es, non
 difficulter adsequeris proximē sequē-
 teis duas : Nam quod X V in genere
 de numeris planis indicauit, id ad spe-
 ciem detorquebitur in X VII : Rur-
 sus quod X VI de numeris solidis
 uniuersaliter, idem notabit X VIII
 specificē, ut legendo deprehendes.

PH: XVII. τετράγωνος ἀριθμὸς ὅστις
 ὁ ἰσᾱκὶς ἴσος: ἢ ὁ ὑπὸ δύο ἴσων ἀριθμῶν
 περιεχόμενος. XVIII. κύβος δὲ ὁ ἰσᾱκὶς
 ἴσος ἰσᾱκὶς: ἢ ὁ ὑπὸ τριῶν ἴσων ἀριθμῶν πε-
 ριεχόμενος. OR: Numerum quadra-
 tum

LIBER VII.

tum vocamus qui æqualiter æqualis, id est, qui à duobus æqualibus numeris, ut lateribus compræhenditur. Vides quadratum numerum speciem quandam esse planorum numerorum. Nam ut planus numerus generaliter est, qui fit ex ductu qualiumcunque duorum in se numerorum, ut perhibuit X V definit: Ita speciatim quadratus numerus est eiuscemodii planus, quem latera saltem æqualia compræhendunt. Vt sint æqualia latera 4 & 4, quæ multiplicentur, fit inde 16 planus numerus & quidem Quadratus seu quadratè planus à forma Geometrici quadrati. Quilibet ita numerus multiplicatus per sibi æqualem, hoc est, seipsum, gignit quadratum numerum: Quare sunt quadrati numeri inuentu facilimi creberrimiq; & infiniti.

PH.

PH: Eadem est habitudo XVIII
 definitionis ad XVI agentis de cu-
 bico numero ut specie quadam soli-
 dorum. Dicitur verò cubus aut cubi-
 tus numerus Euclidæ, qui æqualiter
 æqualis æqualiter: hoc est, à tribus
 æqualibus numeris ut lateribus com-
 præhensus: Sint enim tria æqualia la-
 terea 4. 4. 4: Quorum duo primum
 inter se multiplicentur (ut aliàs mos
 est in omnibus solidis) quò prodeat
 planus initiò qui hæc est quadratus,
 16, idem quadratus in tertiu deinceps
 latus ducatur quò prodeat solidus &
 quidem cubicè solidus seu cubus 64 .
 PH: Ita quadratus numerus com-
 præhenditur in cubo? OR? Vt an-
 tea dixi quemlibet solidum complecti
 Planum numerum: PH: Hæc res, ut
 video, Schematisticen peperit, cuius in
 γεωμετρικῶν mentionem faciebas,
 quæ applicat schemata Geometrica
 numera

LIBER VII.

numeris OR: Recte sentis: Primaria
 uerò Schematistices pars est non tan-
 τῷ τετραγωνικῷ πλεονάζειν aut cubicum
 latus in numeris inuestigare, cuius
 negocij in Elementis his Euclideanis ia-
 ciuntur fundamenta, sed & aliorum
 numerorum uaria representantiū
 schemata tam latera quàm capacitates
 sciscitari: PH: Nec heic uerò defini-
 untur, nec, ut arbitror deinceps tra-
 ctabuntur ab Euclide aliorū Schema-
 tum numeri, ut Trigonaes, Circu-
 ulares, Sphaerici, Pyramidales, cæ-
 teriq; eiusdem generis. OR: Primum
 idcirco isthæc Euclideanæ percipere ru-
 dimenta sit tibi curæ: Illa uerò uel ex
 Nicomacho uel alijs eiusdem uel
 antecessoribus uel sequacibus licebit
 petere. Legas iam definitionem 19.

XIX. PH: Αριθμοὶ ἀνάλογον εἰ-
 σὶν, ὅταν πρῶτος τοῦ δευτέρου, καὶ ὁ τρί-
 τος τοῦ τετάρτου ἰσάκις ἢ πολλαπλάσιος
 ἢ τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ᾖσιν.
 Nunc

EVCLIDEORVM ELE.

Nunc audio numerorū ἀναλογία quid sit, quū in tertia et quarta definitione τὸν λόγον eorundem subindícarat :
 OR: Quod igitur iudícas discrimen esse inter λόγ. μ (quem malim latínē dici rationem potíus ac proportio- nem) & ἀναλογίαμ quam rectíus dixerínt latíní proportionē quā́m proportionalitatem, uoce alias non inusitata Boetio? PH: λόγος dicitur cum sit σύγκρισις duorum saltem numero- rum (quos ὄντες dicunt) consideran- do primum an sint æquales an inæ- quales: Porro si inæquales, quantum superet uel maior minorem, uel mi- nor superetur á maiore hoc est quan- ta sit maioris pars aut partes. Vt si contuleris Millenarium 1000 cum Centenario 100, Videbis depræhensa statim inæqualitate, millenarium cen- tenarij multiplicem esse quum præci- se illum complectatur. Conuersim au- tem centenarium millenarij partem esse, quumq; decima est, dicitur hic

λόγος

LIBER VII.

λόγος δεκάπλοος seu ratio decupla.
 Cæterum si huius decuplæ rationis si-
 militudinem in alijs quoq; numeris o-
 stendero, dicetur hæc exemplo-
 rum similitudo rationumq; earum-
 dem collatio, ἀναλογία, Latinis pro-
 portio seu ut uulgo dicunt proportio-
 nalitas: Ut quæ est ratio 1000 ad 100
 eadem est 20 ad 2, et 70 ad 7, et 90 ad
 9. OR: Hæc uides consentire cum des-
 finitione nostra: *Numeri proportio-
 nales sunt, quando primus ad secun-
 dum, & tertius ad quartum (Porro
 quintus ad sextum, & septimus ad
 octauum &c) æqualiter aut multi-
 plex, aut eadem pars, aut eadem par-
 tes esse depræbendentur.* Nam pri-
 mus 1000 ad secundum 100 ita decup-
 lus est, ut tertius 20 ad quartum 2,
 & quintus 70 ad sextum 7, & septi-
 mus 90 ad octauum 9. PH: Rem
 ipsam probè sum adsequutus, sed ius-
 tue me uelim pluribus adductis πεί-
 ρασθαι

EVCLIDEORVM ELE.

ραδείγμασι: O R: Attendas igitur:
 Quaternarius ad senarium non pars
 est, sed partes dicitur ex tertia defini-
 tione. Cum autem comprahendatur
 minor (4) in maiore (6) semel cum
 medietate sua id est binario, dicitur
 hæc χείρ in ratione fieri hemiolia, uel
 (ut latine loquar) sesquialtera. Hanc
 rationem ubi similibus induxero ex-
 emplis, fiet ἀναλογία. Vt sicut 4 ad 6
 ita 6 ad 9 & 8 ad 12. Dicas igitur ex
 nostra definitione, hos sex numeros
 esse proportionales. Aliud. i respectu
 4 pars est, & 4 respectu unitatis mul-
 tiplex, cumq; quater eam complectas-
 tur, dicitur hic λόγος τετραπλάσιος ra-
 tio quadrupla. feceris autem propor-
 tionalitatem si dixeris ἀναλογικῶς, Vt
 1. ad 4, ita 6 ad 24, & 3 ad 12, & ad 4
 ad 16. Breuitatis gratia supersedeo
 pluribus exemplis quæ poteris ad pla-
 citum cum uaria tum infinita tibi fin-
 gere. P H. Quid, si dixero, ut 6 ad
 duodenarium ita hic ad 24, hanc cen-
 sebis

LIBER. VII

sebis rationū similitudinem posse dici
 proportionalitatem? quod mihi uide-
 deretur fieri præter mentem nostræ
 definitionis, quæ postulat in numeris
 proportionalibus quatuor ad minimū
 terminos, quum hæc saltem tres sint.
 OR: Vt omnis ratio inter duos ad
 minimum consistit terminos, sic om-
 nis ἀναλογία quæ rationis ad ratio-
 nem collatio est, ad minimum inter
 quatuor consistit terminos, *idē si non
 semper actu, tamen potentia.* Nam
 in continua proportionalitate (quæ
 tres ad minimum requirit terminos)
 medius tamen unus tantum est, ta-
 men uicem duorum sustinet, bisq; re-
 petitur, ut sit idem prioris rationis ἔξος
 ἐπόμενος & subsequens ἔξος ἡγούμενος
 id est, terminus antecedens & conse-
 quens: Vt se habet Quaternarius ad
 senariū ita hic ad nouenarium, 4, 6, 9:
 συνεχὴς hæc est ἀναλογία constans ratio-
 nis sesquialteræ collatione, ubi me-
E dius

EVCLIDEORVM ELE.

dius terminus (qui dicitur, τὸ μέσον ἀνάλογον) communis limes est utriusque rationis, nam συνεχῶς terminat priorem, & excipit posteriorem rationem: Nihilominus bis ut sumatur necesse est, haud aliter ac si scriberetur ut 4 ad 6 ita 6 ad 9: Quot partium est primus ad secundum collatus, tot partium est tertius ad quartum, ut vult definitio, quam uides in continua proportionalitate idem tueri ius suum, quod tibi citra dubitationem haberet in hac διηρημένη, Disiuncta, ut 8 ad 12, ita 14 ad 21. PH: Habet non nihil cum his adfinitatis sequens definitio, quam legam:

XX Ὅμοιοι ἐπίπεδοι καὶ στερεοὶ ἀριθμοὶ εἰσιπρὸς ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς.

OR: Hoc non poteris non intelligere, si definitiones planorum & solidorum numerorum iam enarratae accommodaueris definitioni: *Simileis planos numeros*
vocat

LIBER VII.

vocat, simileis item solidos, qui proportionalia habent latera: De planis prius dabo exempla: Sumamus planum numerum 6 cuius sunt latera 2 & 3, nam ex horum multiplicatione seu ductu alterius in alterum prodit: Sit item alius planus 24, cuius latera sint 4 & 6: Quandoquidem iam inter latera prioris plani est sesquialtera ratio, atq; eadem inter latera posterioris plani (ut enim 2 ad 3, sic 4 ad 6 se habent) dicentur propositi duo plani 6 & 24, ex sententia præsentis definitionis, similes. Aliud: Sit planus 8 cuius latera 2 & 4: Et alius planus 18, cuius latera 3 & 6: Alius item, 50, cuius latera 5 & 10: Quia igitur latera prioris plani consistunt ἐν διπλασίονι λόγῳ, lateraq; reliquorum duorum planorum huic rationi respondeant κατ' ἀναλογίαν, dicas de sententia definitionis, tres numeros propositos planos, ut 8, 18, 50, sibi simileis esse:

E ij

PH:

EVCLIDEORVM ELE.

PH: Subiicias etiam de solidis numeris tot exempla ut nihil relinquatur non pueriliter explicitum. **OR:** Accipias solidum numerum 30, cuius sint tria latera 3, 5, 2, quæ (ut uisisti in 16 definitione) creent eundem: Accipias & alium ut 240, cuius sint latera 6, 10, 4: Cum autem prima duo latera in primo ordine sint in ratione superbipartiente tertias, secundiq; ordinis prima duo latera *ἐναλογικῶς* se habeant: Posteriora item duo latera utrobq; se respiciant *ἐν ἀναλογίᾳ* rationis *διπλασιασμοῦ*, duplæ sesquialteræ, dices ex definitione propositos solidos 30 & 240 sibi similes adpellari. Nec diuersa est consideratio si uel plureis quàm duos solidos analogica similitudine contuleris: ut si prædictis duobus solidis addideris tertium solidum 810, cuius sint latera 9, 15, 6, uocentur tres dati solidi similes, quum & in tertio solido prima duo latera sint in ratione superbipartiente

paræ

LIBER VII.

partiente duas tertias, posteriora uero duo in dupla sesquialtera, ut haud operosa collatione deprehenditur: Hec de penultima Definitio: sufficient.

Restat adhuc definitio numerorum perfectorum, de quibus nihil attinget in praesentia τυπικῶς aut etiam moraliter uelle declamare. PH. Pulcrum tamen in numeris est uidere Ideam quandam perfectionis illius quam possedit Adam ante lapsum & etiamnum species angelica. Nec dubito pulcerrimas elici posse Allegorizas ἢ τις ἐξερᾶσιν ὡς ὁσέρχοιτο hoc est, ingeniose consyderaret horum numerorum generationem atq; peruestigationem sapientiae plenam, quod uehementer optarem Orthophronis amico praestare. O R : Illa res spectat ad τὰ μετὰ τὰ φυσικά, seu primam Philosophiam quæ penes scholasticos est Theologos. *Nec ego verò soleo confundere doctrinarum tractatio-*

E iij nes

EVCLIDEORVM ELE.

nes, multò minus miscere prophana
sacris. PH: Aueo tamen solam per-

uestigationem numerorum huius ge-
neris in præsentia cognoscere. OR:

Est & hæc à terminorum definitioni-
bus aliena: Cognosces autem aliquan-
do illam (si & ocium mihi fuerit hæc
persequi & Deus conatum iuuerit)

in calce noni libri Elementor: Euclis-
dæ: Ibi datur eorundem miram uide-
re numerorum raritatem, haud aliter

ut in rebus materialibus seu Phylis
rarissime sese offerunt superficies res-

Dictum rarissime sese offerunt superficies res-
Simonidis τετραγώνιοι quadratæ, in quibus & quas
hinc expli tuor anguli recti sint & latera quatuor
candum. æqualia. PH. At numeri quadrati, ut

de superiore memini indicatione, non
sunt rari. OR: Nec uero superficies
quadratæ Geometrica consyderatio-
ne raræ sunt, quum ad singulas lineas
ratione Mathematica quadrata collo-
centur: Cæterum res materiales &
palpabiliter sensibus obuias in forma
quas

LIBER VII.

quadrata reperiri non sæpe contingit: idq; per similitudinem solis in Arithmetica competit numeris perfectis, quos oportebit tandem definire, ne ueluti cæco multa garriam de ignotis ipsi coloribus. PH: Ita sonat ultima definitio.

XXI Τέλεις ἀριθμός ἐστίν, ὃ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὢν: Quum sciam τοῦ μέρους definitionem tertio recitatam nihil relinquitur mihi dubitabile: *Perfectum numerum dicimus qui suis partibus æqualis est*, Id est, cuius omnes quotquot admittit partes in summam coaceruatae reddunt ipsum numerum propositum. OR. Mihi iam notī sunt certī, quibus id competat, numeri, ideoq; liberabo te molestia quærendi:

E iij

Senæ

EVCLIDEORVM ELE.

Senarius primus est perfectiorum: Cuius prima mensura seu pars est unitas communis omnium numerorum mensura: deinde mensurat senarium binarius: tandem ternarius: nec plureis mensuras, seu parteis senarii repetire licebit: Hæ igitur si coaceruentur, redeunt 6

1
2
3
—
6

Secundus perfectiorum est 28: Quæ primo mensurat unitas, deinde 2 deinde 4, & 7, et 14: quæ partes seu mensuræ conflatae, dant ipsum 28. De reliquis perfectis idem esto iudicium.

28

PH: Coniunctio numerorum non perfectiorum parteis seu mensuras declinare à perfectione aut καθ' ὑπερβολὴν aut

LIBER VII.

aut ἑλλειψιμ. OR : Recte iudicas :
 Quorundam enim partes coaceruatæ
 superant numerum datum, quos Nicomachus uocat ὑπερτελείς superfluos
 uel abundantes : quorundam uerò
 mensuræ collectæ non explent ipsos,
 dicuntur ἑλλειπτεῖς deficientes aut di-
 minuti, ut Duodenarij partes sunt 1,
 2, 3, 4, 6 : quæ collectæ plus reddunt
 duodenario, qui ob id Abundans ad-
 pellatur : Contra Octonarius deficiens
 est, cum eiusdem partes sint 1, &
 2, & 4 : quæ > reddunt non 8. PH :
 Tradidit hætenus Euclides termin-
 norum, credo principalium, definitio-
 nes : nam sine dubio plures in ipsis
 propositionibus occurrent, quos.

si opus fuerit, tuum erit suo

loco describere OR :

Fiet.

E S

PRO

EVCLIDEORVM ELE.
PROPOSITIONES.

PH: PETO QVO STE S
factis à te promissis ne me oneres demonstrationum operositate, sed nudas propositiones cum Græcè tum latine κατὰ τὸ ὄν explices. Nam ipse meo deinceps Marte demonstrationes singularum adsequi citra difficultatem potero ubi rem ipsam exemplorum commoditate illustratam primum nouerim.

Sunt ne propositiones Arithmetice unius generis? *OR: Non sunt: Notes uero hanc communissimam distinctionem, προτάσεις alias dici θεωρήματα alias προβλήματα: PH: Quàm pueriliter uelim hæc duo mihi designes ac discernas genera: OR: Theorematum scopus est ἡ γνώσις sola cognitio. In horum enim scitu mens nostra acquiescit: ut si dixerò: Quotacumq; paribus numeris in summam colle-*

LIBER VII.

collectis, congestus etiam par est :
Hoc ubi uerum esse comperero,
statim acquiesco. Cæterum,

Problemata fieri quid expetunt : ut si
datis tribus numeris iubeam quantum
ipsis ἀνάλογον subiungere : Quod nisi
præstitero, satis factum non erit proble-

mati quantumuis norim numerorum
proportiones. Itaque non difficile est
primo statim intuitu agnoscere uel

Theorema uel Problema : quandoque &
ubi demonstrantur, notabiliter in fine
audis problemata ne demonstraueris an

Theorema: Est enim ὅπῃς εἶδει ποιεῖσθαι
(id est, quod facere oportuit) proble-

matum semper, ὅπῃς εἶδει δειξέσθαι (quod
oportebat demonstrasse) Theorema-

tum χαρὰ κτηνισικόν: PH. Vtrum, quæ-

so, præferas alteri? OR: Euclidæ
Græcus commentator de sententiâ

Carpi Mechanici refert, Problemata
cum simplicitate ac perspicua-

itate sua, tum uia inuentionis ac or-

dine merito antevertere Theoremata
Nam

Septimus
Liber con-
tinet 41.
propositio-
nes: Quar-
um 6. pro-
blemata
sunt reli-
quæ 35,
Theorema-
ta.

Nam horum συμπώματα quem locum haberent, nī prius eorundem τὰ ὑποκείμενα beneficio problematum fulciantur? quod an uerum perinde sit in Arithmeticiis nunc non disputo; Tandem uerò statuitur ibidem quod dignitate seu præstantia θεωρήματα πρῶτον τῶν προβλημάτων. Sed hæc uelut in transcurso saltem attigisse sufficiat. P H: Legam uis igitur primam propositionem, nam hanc speculatiuā esse prima facie depræhendo? O R: Audias prius alterum quod de propositionibus te monere decreueram: P H. Quid hoc est?

OR: Resoluitur ferme omnis propositio seu Geometrica seu Arithmetica in duas integraleis partes, quarum prior διδόμενον dicitur Mathematicis (Dialecticis fortassis ὑποκείμενον) altera uero ζητούμενον: posses populariter & κατηγορούμενον adpellare: P H. Ferme omnibus προτάσεσιν
has

LIBER VII.

has duas inesse dicis parteis? Sunt igitur fortassis quedam in quibus non liceat reperiri utranq;? O R: Sunt quàm plurima problemata, in quibus datum seu $\theta\epsilon\omicron\iota\upsilon\varsigma$ desideres: Quæsitum verò seu $\tau\omicron\varsigma\delta\epsilon\kappa\nu\acute{o}\mu\epsilon\nu\omicron\varsigma$ nusquam potest exulare, nam efficit ut propositio dicatur propositio P H. Habebimus ne mox huius generis aliquot problema-
ta? O R: Nec in hoc septimo, nec reliquis duobus occurrent libris, quàm tamen sint creberrima Arithmeticis: Evoluas aliquando decimum librum, ubi non semel nec anxie inuestigata sese tibi offerent. P H: Theorematibus autem censes nec datam nec quæsitam partem deesse? O R: Censeo. P H: Ad quid vero conducit in quavis propositione has duas discernere? O R: Vt scias, quid sit hoc quod pro confesso adsumitur, ut extra controuersiam positum, quid uero illud de quo laboras ut dubitatio-
nis

EVCLIDEORVM ELE

nis obiecto. Equidem, cum ad demonstrationem cuiusq̃ προτάσεως acceditur, circa δεδόμενον ἢ θέσιν, nihil prorsus laboro, sed dato assumpto, pedetentim inde atq̃ ordinate serpo quò tandem ueritatem τοῦ ζητούμενου uenari liceat. PH: Præstat utriusq̃ partis periculum facere in exemplis: Itaq̃ legam textum.

PRIMA PRO- positio.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν ἀνίσωρ ἐκκειμένων, ἀνθυφαρισμένον ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος ὃ λειπόμενον μ.δ. ποτὲ καταμεξῇ τὸν πρό ἐαυτοῦ ἕως οὗ λεπτῇ μόνας: οἱ ἐξαρχῆς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

OR: Hic nihil iuberis facere Philomates: Non est igitur Problema sed Theorema: Cuius sensus:
Si

LIBER VII.

Si duobus numeris inæqualibus pro-
positis per vicissitudinem detraha-
tur minor à maiore semper, nec in-
terim minor aliquis relictus maio-
rem sibi proximum metiatur donec
tandem peruentum fuerit ad uni-
tatem: duos initio propositos nu-
meros inter se primos esse. P H:
 Video insignem huius Theorematis
 utilitatem in usitata practica, posse de
 numeris quantumvis amplis iudicare
 (ex indicatione huius propositionis)
 sintne inter se primi uel compositi:
 Lætor unâ quod terminos præsentēs
 nihil iam opus habeam discere: Si-
 quidem declarati sunt definitione 11
 & 13. Nunc id solum requiro à te Or-
 thophroni, ut appositè excogitatis $\pi\alpha\rho\alpha\delta\epsilon\iota\gamma\mu\alpha\sigma\iota$ rem elucides & in hac &
 sequentibus propositionibus, quo sal-
 tem $\tau\acute{o}\delta\epsilon$ nudum percipere primum
 liceat. O R: Præmittam tamen sem-
 per

EVCLIDEORVM ELE.

per limitationem duarum partium cuiusque propositionis, nam id omnino præterire non est re tua est : Cæterum quæ solent alias subijci non incommode de casuum & membrorum discretionem, illa lubens compendij gratia negligo.

Est autem huius Theorematis datum, τὸ δειδόμενον, situm in duobus numeris inæqualibus, in quibus altera nata servatur subtractio, donec fiat propter unitatem ratio: Hæc prior pars, ut vides, porrigit se uelut unum κῶλον ad duo punctula quæ post hac semper constituemus limites τοῦ δειδομένου : Quæsitum uerò, τὸ ζητούμενον, uult, duos prius datos numeros non admittere generalem quandam mensuram siue numerum quo præcisè diuidantur : Hoc enim καθ' ὑπόθεσιν ante definitionem proditum est numeros inter se primos esse. PH: Rhombum propositionis habeo : Nunc ex-

em

LIBER VII.

emplis mecum agas. **OR :** Sumantur uel dentur duo numeri inæquales 8 & 19. Minore autem (8) subtracto, quoties id licuerit, à maiore (19) facto nimirum periculo mensurationis ut uult Euclides, comperies octonarium non emetiri 19. nam post quàm 8 bis inclusus est, relinquitur 3. Hoc residuum rursus subducatur (per periculum mensurationis) à **PROXIME** se maiore (8) itidemq; comperies ternarium non emetiri proximè se maiore octonarium, sed ubi ab hoc bis compræhensus est ille restat 2. Hic rursus, ut ultimum residuum, à **PROXIME** se maiore (3) subducatur, facto periculo mensurationis, quæ cum heic non habeat locum, relinquitur unitas. **PH:** His ita se habentibus iuxta Theorematis δεδόµενον, adhibeo τὸν/µενον eiusdem pronuncioq; datos numeros 8 & 19 inter se primos esse hoc est, ut explicat definitio, nullam ad
F mita

EVCLIDEORVM ELĒ.

mittere communem mensuram præter solam unitatem, PRIMAM & communem omnium numerorum mensuram. Sed concilius, uelim, similia proponas exempla.

OR Dentur numeri 12 & 25; subtractioq; 12 à 25 per mensurationem, id est, diuisionem ut uocant, statim relinquitur unitas. Sunt ergo 12 et 25 inter se primi. Proferam de maioribus numeris simile: Sint duo inæquales numeri, 6345, & 427. Subtractioq; per mensurationis laborem minore à maiore restant 367: Hoc residuo rursus subtracto (per mensurationem) à proximo maiore nimirum 427, relinquuntur 60. His eodem modo rursus subductis à 367 proximo maiore, supersunt 7: His à 60, supersunt 4: His à septem, supersunt 3. His à quatuor subductis, superest tandem unitas: In hac quum fiat statio,

LIBER VII.

tio, pronuncio ex sententia Theore-
matis, propositos numeros, 6345,
& 427 inter se primos esse. PH:
Retulisti tria exempla quibus ero
contentus.

ADDITAMEN-
tum.

OR: Quod si libuerit exercere
Dialecticam, habes (& hæc & in om-
nibus propositionibus ferme) ubi fa-
cies id non sine fructu. PH: Forte &
ἐπεὶ οὐδέ τις ἀντιλογία rationem uis, quate super-
lessurum tamen promissisti? OR: Non
eam intelligo: Oppositiones autem
propositionum earundemue con-
uersiones censes nihil habere mo-
menti? PH: Mones me de rebus
utilissimis: Video siquidem lecta
prima propositione, nemini non
cordato occurrere *καταφαστικῶν* seu
Aduersariam eiusdem: Hæc est,
F ij Si

EVCLIDEORVM ELE.

Antithe-
sis primi
Theore-
matis.

Si datis duobus numeris inæqualibus
perq; uicissitudinem minorem semper
à maiore subtractio tandem minor ali-
quis se proximè maiorem mensus fu-
erit, ut non possit ad unitatem perue-
niri: datos numeros neutiq; inter se
primos esse sed compositos, hoc est,
(per definitionem tredecimam) men-
surari numero quodam ut communi
mensura. OR: Viden per κατὰ μέρος
illustrari Theorema: Nam hac adhi-
bita plenè cognoscis, qui numeri sint
inter se primi, qui contra inter se com-
positi. Sed pateat etiam Antithesis
exemplis. PH. Ipse gignam: Nu-
meri dentur inæquales 14 et 32: Sub-
ducaturq; (compendiosè per divisio-
nem seu mensurationis laborem) 14
à 32 restant 4: His à 14 restant duo,
quibus à quatuor per mensuratio-
nem detractis nihil restat. OR: Vides
in subtractione peruentum esse ad
aliquem minorem qui sibi proximum
maiores mensus est, nec pertingi ad
unus

LIBER VII.

unitatis limitem? PH: Proinde loquitur Antichesis datos numeros 14 & 32 non esse inter se primos: Compositos ergo. Aliud gignam: Sint oblati numeri inæquales 1246, & 198. Hoc subtractio per mensurationis periculū ab illo, supersunt 58, quo rursus à 198, restant 24: His à 58, relinquuntur 10, quibus à 24 mensuratiue subtractis, relinquuntur 4, his à 10 restat 2, his à quatuor superest nihil, metitur siquidem binarius quaternarius: non sunt igitur 1246, & 198 inter se primi: et relinquitur quod compositi. Scire uerò de lydero Orthophroni, cum sint agniti compositi, quæ sit utriusque communis mensura? OR: Ne, uelim, de hoc in præsentia labores, nam agitabitur hæc quæstio sequenti propositione. PH: Cæterum de conuersione Theorematis quæ habes dicere? OR: Puerilia quidem sed tamen perspicua & consyderatione non indigna: Talis est conuersa Theorematis:

F iij

Si

EVCLIDEORVM ELE.

Si offerantur duo numeri inter se primi: necesse est ut alternatim subdu-
cto minore de maiore nunq̃ minor
aliquis proximè se maiorẽ metiatur,
sed deueniri ad vnitatem. Aduersa
tiuæ uerò talis est ἀντίστροφος & ipsa
κατὰ φασιν ad priorem conuersam:
Si fuerint duo numeri non inter se
primi: Oportebit si per uicissitudinem
minor deducatur semp̃r à maiore,
tandem fieri ut minor aliquis sibi pro-
ximè maiorem metiatur, nec unquam
pertingatur ad basin vnitatis. PH:
Meum erit idem moliri proprio Mar-
te in singulis subsequuturis: Sat est
te semel in una propositione ἐν τοῖς
πῶς & ποτὶ ἄλλωπ̃ monstrasse norā-
mam. Nunc tempus est ut
transeamus ad Secun-
dam.

Secun-

SECUNDA PROPO- sitio.

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρῶτων
πρὸς ἀλλήλους: τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέ-
τρον εὐρεῖν. O R: Agnoscis πρότασιν
προβληματικῶν. Duobus numeris datis
non primis inter se: maximam ipsos-
rum communem mensuram oportet
reperiri: Cuius data & quaesita dili-
genter initio perpendas: P H: δ' ἐδ' ὅ-
θεν εἰδ' ὅτι, nam εἰδ' εἰς datur in du-
obus numeris species quaedam nume-
rorum qui dicuntur compositi, hoc
est, non inter se primi: ζητούμενον γε-
νίον εἰς, quaeritur enim προβλημα-
τικῶς datorum duorum numerorum
non tantum communis sed eadem &
maxima quanta possit admitti mensu-
ra. O R: Placet mihi diligentia tua,
ἐν τῷ ὀρθοτομεῖν: Sed examinemus
quaesita in simplicissimis numeris:
Quaero, si 18 & 30 offerantur de in-
F iiiij dica

EVCLIDEORVM ELE.

dicatione primi Theorematis agniti,
non inter se primi, quam pronuncias
veris eorundem esse tum commu-
nem tum maximam mensuram: PH:
Expeditionem problematis nostri
quum nondum tractaris immerito ca-
dam in reprehensionem ubi minus
fuero εὐσχος: Itaq; dicam: Binarium
quanq; communem tamen non maxi-
mam censeo utriusq; numeri mensu-
ram esse. OR: Quomodo commu-
nem? PH: Nam emetitur ipsum 18
nouies, & 30 quindecies. OR: Quur
autem non maximam? PH: Habeo
aliquanto maiorem ipso mensuram
communem. OR: dicas PH: Ter-
narium: hic 18 metitur sexies & 30
decies. Ita potest uel unius, uel duo-
rum, uel trium, uel plurium etiam
numerorum aliquis numerus esse
communis mensor, idem uero non
maximus. OR: Ternarium ergo da-
torum 18 & 30 communem maxi-
mamq; uis esse mensuram? PH: Dis-
cam

LIBER VII.

cam mox: O R: Tandem igitur dic.
 PH: Non ueniebat in mentem sena-
 rii, quem mecum reputans uideo si-
 militer utrumq; mensurare, 18 qui-
 dem ter, 30 uero quinquies. Non
 ergo ternarium sed senarium uolo
 propositorum maximam dici nume-
 rorum mensuram: Nisi forte adhuc
 aliquis maior ipso possit per te depræ-
 hendi: O R: Non potest: Quò uerò
 te liberem fluctuatione, possisq; in qui-
 buslibet casibus satisfacere problema-
 ti citra ullam hæitationem, referam
 ex Græco codice designatam uenatis-
 onis uiam & limitatam certis probatis-
 onum septis. Quam in hunc modum
 libuit describere, Δύο ἀριθμῶν ἀσθέν-
 τωρ μὴ πρῶτῳ πρὸς ἀλλήλας, μέγιστον
 κοινὸν μέτρον εὐρίσκειται ὅταν ἀντιφασεῖ-
 μένου αἰ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος
 ληφθῇ τις ἀριθμὸς ὃς μετρεῖ τὸν πρὸ ἑαυτοῦ:
 Duorum numerorum non primor-
 um inter se, maxima utriq; commu-
 nis mensura inuenitur, quando per

EVCLIDEORVM ELE.

vicissitudinem subducto semper minore de maiore, numerus acquisitus fuerit qui metitur se proximè antecedentem. PH: Tu plus ut uideo, Orthophroni, quam satis est & audaciter p̄goveis. Non uereris ex Euclideanis problematibus ferme Theoremata facere: quod mihi quidem uehementer arridet, cæterum uel familiam Euclideanam uel admiratores eiusdem non bene sanos metuo, ne qua possint contra te iniuriarum, quod aiunt, actionem instituere. OR: Quid si cœlum ruet? Non sum usq; adeo in Euclideanis modestus ut κατ' ἐφ'αγορεύω uerbum uerbo reddam. Sed indulgeo nonnihil ubi res fert meæ γλωσσαιγία δ'ηδ'ασκαλικά: Hæc quanq; nonnullis moueret risum non tamen uideo quur. feram id inhumaniter, quin sua cuiq; ingenij relinquam miracula præpotentemq; sapientiam. PH. Nos præter expectationem ab Asino delapsi sumus, reuertamur quæso in uiam. OR. Rescit

LIBER VII.

citatam problematis solutionem ex-
 plico exemplis. Sint duo numeri 33
 & 39 qui ex 1 propositione æstimen-
 tur inter se compositi : horum itaq;
 communem & maximam mensuram
 ita uenabor, si minore 33 à 39 maiore
 subducto, residuum, ut 6 rursus sub-
 duxero à 33 (per mensurationis peric-
 culum) ac relictum ternarium tan-
 dem à senario. Hunc cum metiatur
 ternarius, dicitur ternarius esse nu-
 merorum propositorum (33 & 39)
 maxima utriq; communis mensura.
 Aliud: Datis duobus numeris non
 primis 166 & 102, factaq; alternata
 per compendium diuisionis subtrac-
 tione, tandem acquiretur 2 qui per
 mensurationem subductus à se proxis-
 me maiore 12 nihil relinquit : Bina-
 rius igitur datorum numerorum 166
 & 102 est communis & maxima men-
 sa.

Aliud: Sint dati 12008 & 632
 quos quidem ego pronuncio compo-
 sitos

sitos inter se (ex sententia primi Theorematis) tu quam censes utriusque communem & maximam esse mensuram? P H: Facta per diuisionem subtractione minoris à maiore, statim prima coitione absorbetur minor à maiore: Ille igitur quando mensuret hunc dicetur et sui et maioris maxima mensura. Sed exemplorum satis. Ego quantum deprahendo, unam eandemque iudico esse operam, uidere de numeris propositis, sintne inter se primi nec ne, & uenari eorundem communem maximamque mensuram. OR: Est certe unus labor Logistæ. Cæterum differt Theorema illud primum ab hoc præsentis problemate primo, quod huius intentio sit designare $\pi\rho\omicron\upsilon\lambda\omicron\gamma\mu\alpha\tau\iota\kappa\acute{\omega}\varsigma$ & quasi digito monstrare quis sit ille numerus, qui ut maximus mensor metiatur numeros propositos $\acute{\alpha}\rho\iota\sigma\tau\omega\varsigma$ ac generatim agnitos inter se non primos ex præmisso Theoremate. P H: Tertiam tandem tractemus propositi-

Discrimen
primæ &
secundæ
propositio
nis.

LIBER VII.

propositionem: Sed quid sibi uult illud, quod ad calcem problematis in margine uideo notatum $\omega\rho\iota\sigma\mu\alpha$?
 O R. Vulgus corollarium uocat, ego latinius dicerem acquisitum, lucellū: Demonstratores ita uocant Theoremation omne quod se nobis obtulit præter expectationem, aliud nimirum agentibus demonstrantibusue: $\omega\tau\omega\epsilon\varsigma$ $\tau\acute{\iota}$ κέρδος ὃν τῆς ἐπιστημονικῆς ἀποδείξεως
 (libet enim uti uerbis commentatoris Græci) nam ex demonstratione propter aliud suscepta fidem sui unā consequitur nec minus quā aliud quam uis amplum $\beta\epsilon\omega\gamma\mu\alpha$ futuro negotio conficiendo conducit. P H: Non desyderabo nunc uidere quaratione præsens $\omega\rho\iota\sigma\mu\acute{\alpha}\tau\iota\omicron\upsilon$ resultet ex agitata problematis demonstratione, nudum sat est contrueri iam: ita habet:
 $\epsilon\kappa$ δὲ τούτων φανερόν ὅτι ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμὸς πρῶτος: καὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μὲν οὐκ ἔστι. O R: Hoc est, Ex demonstratione liquet, quod si nu-

Acquisitū
 secundæ
 propositio
 nis.

me

EVCLIDEORVM ELB.

merus aliquis duos metiatur numeros
metietur idem & eorundem maxi-
mam communemq; mensuram. Vt,
sint ex 1 Propositione æstimati nume-
ri non inter se primi 546, & 732,
norimq; ex 2 propositione, certò com-
munem & maximam eorundē men-
suram esse 6 nec alium quemuis maio-
rem, dicit igitur πόρισμα, si alius præ-
ter senarium numerus possit datos
metiri (sit in præsentia 2) quòd metia-
tur idem 2 etiam senarium maximam
mensuram. Legas textum se-
quentem. PH.

TERCIA PRO- positio.

τρίων ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρῶτων
πρὸς ἀλλήλους: Τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν
μέτρον εὑρεῖν: OR: Simile est proble-
ma præcedenti: Nam quod illius est
ζητούμενον de dato duorum numero-
rum, idem & heic est de trium.
Οπορ=

LIBER. VII.

*Oportere nimirum reperiri in tribus
numeris datis non primis ad inuicem,
maximam illos metientem mensurā.*

PH: Optarem etiam huic problema-
ti præmissum esse Theorema cuius
beneficio agnoscerem in oblati-
bus numeris, essent ne inter primi uel
compositi, ut sic ad problematis solu-
tionem expeditior pateret aditus.

OR: Non est opus peculiari ad hoc
Theoremate, nam primum illud cum
præmisso problemate bis adhibitum
monstrat idem in tribus atq; etiam
pluribus numeris quod prius præsti-
tit in duobus: Quia uero sic uidetur,
præmittam eiusmodi ἀριθμοί. *Si tribus
numeris datis duo quicq; admiserint
communem mensuram, hæc verò &
tertius itidem communem habuerint
mensuram: erunt numeri dati inter
se compositi. ut sint tres numeri 6, 8,
& 14. Horum 6 & 8 (ex i proposit:)
sunt*

sunt inter se non primi, communis
 uero eorundem maximâq; mensura
 (ex 2 proposit:) est 2. Binarius autem
 & 14 iterum (ex 1 propositione) sunt
 inter se compositi, estq; mensura eorū-
 dem communis & maxima binarius
 ipse ex 2 propositione: Dico ergo tres
 datos 6, 8, 14, inter se compositos esse,
 hoc est admittere sibi communem &
 maximam mensuram: quæ uero sit
 illa, quæritur, ostenditurq; in tertia
 propositione. Huius præmissi lemma
 τὸ κατὰ πρότερον seu aduersariua mon-
 strat, quando tres numeri sunt inter
 se primi: & tunc non indigent hac
 propositione, ut dentur tres numeri
 64, 28, 13, quos experiaris sintne com-
 positi inter se. PH: Primi duo (ex 1
 proposit:) non sūt inter se primi, estq;
 eorundem (ex 2 proposit) mensura
 maxima, 4. Quaternarius porro &
 13 quum (ex 1 propositio:) sint inter
 se primi, non poterit ex secunda pro-
 positione eorundem indicari mensu-

LIBER VII.

ra, multo minus ex tertia propositione trium 64, 28, 13 habebitur mensura, loquitur siquidem tam tertia ac secunda de numeris datis inter se compositis. OR: Bene sentis.

Nunc ut satisfiat problemati, monstrabo certum quendam numerum qui trium quorumlibet numerorum inter se non primorum, hoc est, compositorum possit esse statuique communis ac maxima mensura. PH: Monstres uelim non Græcè sed Latine. OR: *Datis tribus numeris non primis inter se, eorundem communis maximaque mensura habetur, Si duorum quorumcumque communis ac maxima mensura conferatur ad tertium numerum: hic enim cum ea quam habuerit maximam mensuram eadem erit omnium trium communis maximaque mensura.*

• G

PH;

EVCLIDEORVM ELE.

PH: Vtaris exemplis aliquot
 illustrandi gratia quancūq; res per se est
 plana. OR: Sint tres numeri 558.
 675. & 51. quos norim ex præce-
 denti lemmate esse inter se composi-
 tos: Tu ex problematis solutione di-
 cas quæ sit eorundem communis ma-
 ximaq; mensura. PH: Ternarius est:
 Nam duorum 558 & 675 commu-
 nis maximaq; mensura est 9: Hæc col-
 lata ad tertium propositorum ut 51,
 habet ipsi communem & maximam
 mensuram 3, quem statuo trium da-
 torum numerorū maximam commu-
 nemq; mensurā. OR: Aliud: Sint tres
 numeri 162, 27, 108, inter se com-
 positi, qui 27 communem & maximā
 habent mensuram: nam hæc eadem
 est maxima priorum duorum (ex 2.
 propositio: Ditemq; maxima sui & ter-
 tij numeri mensura.

PH: Perspexi ex his duobus
 atq; alijs huius tertiae propositionis ex
 emplis

LIBER VII.

emplis, unam eandemq; in praxē or-
peram esse, iudicare de tribus numeris
sintne inter se primi nec ne, & uenari
eorundem communem maximamq;
mensurā. OR; Est tamen demonstra-
tori idem inter problema nostrum &
præmissum huic Lemma discrimen
quod superius de duobus numeris re-
tuli.

P. H: Ecce πρόβλημα de tribus
numeris priorī de duobus simile etiā
am nunc ad calcem demonstrationis
se se offert quod legam: Ἐκ δὴ τούτων
φανερὸν, ὅτι ἑὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦς Τρεῖς
μετρή: καὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον
μεξήσῃ: OR; Hæc primum perstrin-
gamus: *Liquet ex demonstratione
secundi problematis, quòd si numerus
mensus fuerit tres alios, metiatur i-
dem et maximam eorundem commu-
nem mensuram: Vt sint tres numeri
inter se compositi, 4 | 152 | 216 |*
G ἦ Horum

EVCLIDEORVM ELE.

Horum communis maximæq; mensū-
ra (ex 3 propositione) est 8 : Dicit iam
πρόσῳμα. si binarius metitur hos tres
numeros datos, metiri eundem etiam
τὸν ὀγδοάδῳ. Similiter quaternarius
mensurans numeros tres subiectos,
metietur etiam οκτονarium.

Legas illa iam quæ deinceps in
textu πρόσῳμα sequuntur. PH : τὸν αὐτὸν
τὸν δὲ τρόπον καὶ πλεόνων ἀριθμῶν δύο
δέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους τὸ μέγι-
στον κοινὸν μέτρον εὐρήσομεν καὶ τὸ πρόσῳ-
μα πρὸςχωρήσει. O R : *Ad eundem (in-
quit) modum etiam in pluribus non
primis inter se numeris, (quàm tri-
bus) maxima communis mensura
reperietur, similiterq; congruet Ac-
quisitum.*

PH : Par est, ut etiam lemma
præmissum ad plureis quam treis

ex 3

LIBER VII.

extendamus numeros: O R: Id declarabitur uno saltē exemplo: sint quinq; numeri 104 | 152 | 216 | 88 | 248, quos primum examinabo sint ne inter se compositi an uerò primi: postea maximam mensuram designabo. Tres quidem primi: ut, 104 | 152 | 216, sunt inter se compositi ex indicatione præmissi lemmatis, reliquos eadem ratione probo: Nam triū maximā mensuram (8) accommo do ad quartum 88, estq; 8 tam sui quam 88 communis & maxima men sura: Hanc proximè repertam mensuram accommo ad sequentis loci nu merū 248: quinq; & heic reperitur communis quædam maximaq; octo narij & 248 mensura, liquet ex applica tione lemmatis, quinq; propositos numeros inter se compositos esse. Or: Et adplicata problematis uia pronun cies etiam, ultimam mensuram accersitam (ut est heic octonarius) com mūnem et maximam quinq; datorum

numerorum mensuram esse. PH: Consentio. OR: Nec aliter procedendum tam in lemmatis quàm problematis iudicio, si uel mille numeri propositi forent.

PH: Sufficiant hæc Orthophroni de tribus primis propositionibus: quarum explicatio tantū me erudiit, ut possim pronunciare de numeris quibuscumque, sintne inter se primi an uero compositi, Et si compositi, qua ratione indubitanter præhendam eorundem maximam communiter ipsos metientem mensuram. OR: Quemadmodum in his 3 propositionibus dominarunt definitiones II & 13: sic in sequentibus propositionibus agitantur termini definitionis tertiæ. Auspicemur igitur.

QVAR.

QUARTA.

PH. πᾶς ἀριθμὸς πάντες ἀριθμοὺς ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζοντος: ἢ τοι μέγας ὅστις ἢ μέγας.

Hoc mihi uidetur perinde esse ac si diceretur, Omnis numerus minor maiorem se uel metitur uel non metitur.

Si metitur enim, ex definitione, dicitur eiusdem maioris μέγας, si non, μέγας.

Id perparum aut nihil potius differt a definitione tertia. OR: Accuratus,

Philomathes, oportet te considerare propositionem Euclidream: Definitio

supra nudè citra inclusionem dixit,

Minor quando metitur, pars dicitur,

Vbi nō autem metitur partes. At hec

Theorema pansis ueluti brachijs sub

definitionem illam bipartitam colligit

omneis numeros, & adhibita demon-

stratione ostendit differenter, quomo-

do minor numerus, si dimetiens est

maioris, dicatur pars, quomodo uerò

quorūq; modis τῶν μεγάλων habeat adpel-

lationem minor, si maiorem non eme-
ritur, *Omnis numerus minor, inquit,*
omnis numeri maioris aut pars est,
aut partes. καὶ τοῦ μείονος ut uides gemis
num est.

Prioris sic hoc tenuissimum exem-
plum. Ternarius metitur Nouenariū,
est igitur ternarius nouenarij pars,
cumq; hic dirimatur ab illo in treis
parteis æqualeis, ille tertia pars huius
est. PH: Aliud subdes. OR: Ist hoc
pacto ternarius duodenarij pars est,
& quidem quarta, quia dirimitur hic
ab illo in quatuor parteis æqualeis.
Cæterum quaternarius eiusdem duo-
denarij pars est tertia cum hunc meti-
atur ille, dispescatq; in treis parteis: O-
ctonarius pars est decima de 90. Ita
uides, Philomates, prius quæsitum
conuenire numeris omnibus ijs quo-
rum minor metitur maiorem,

Relinquitur ergo (quum Theo a
rema

LIBER VII.

rema duabus classibus uniuersaliter omneis includat numeros) Sub posterius $\lambda\epsilon\iota\tau\epsilon\upsilon\mu\epsilon\nu\epsilon\upsilon\varsigma$ cogi reliquos numeros uel infinitos : Horum oblati duobus minor se maiorem non metitur. OR Verè iudicas. Inq; his minor maioris dicitur parteis. PH: Quot id sit modis. OR: Duobus tantum: Nam minore non metiente maiorem, necesse est ut uel habeant numerum quendam qui sit communis utriusq; maximaq; mensura uel eum non habeant: hoc est (ex definitionum conuersione) ut sint inter se uel compositi uel primi. PH: Prioris modi exhibeas $\pi\alpha\rho\acute{\alpha}\delta\epsilon\iota\gamma\mu\alpha$.

OR: Octonarius non metitur duodenarium: Sunt uero inter se compositi (ex Antithesi primæ propositionis) eorundemq; communis maximaq; mensura est (ex secunda) quaternarius: Hic quum duodenarij pars sit tertia toties igitur sumpta pars

G 5

illa

illa quoties comprahenditur in Octonario (nimirum bis) fiet Octonarius us duodenarii duæ tertiæ partes. Ita 90 ipsius 600 partes uocetur: Minor enim maiorem non metitur: habita uerò communi mensura (ut 30) quæ ipsius 600 pars est uigesima, erit 90 (qui 30 complectitur ter) tres uigesimalæ partes ipsius 600.

PH: Ad alterum posterioris quæsitæ modum accedamus: qui est numerorum primorum inter se. OR: Horum si sumptæ primam & generalem mensuram, quæ est unitas, eandem reperiæ esse similitudinem huius quæ est in priore modo. Nam unitas pars est maioris: ergo minor numerus constans ex hac parte, maioris parteis est: ut septenarii et undenarii, communis mensura est unitas: Hæc quum sit pars undecima undenarii, erit, ut eadem septies sumpta faciat septenarium esse septem undecimas parteis ipsius undecimæ

LIBER VII.

denarij. De reliquis omnibus primis inter se numeris eodẽ modo iudices.

Nunc habes sat euidenter explicatã propositionẽ quartam, ubi τὸ καθόλου τοῦ δεδομένου egit sub geminũ ζῆ τοῦ μενομένου omneis numeros: designata nimirum proprietate quadam numerorum, quam non habeant communem cum magnitudinibus Geometricis: Nec enim omnis magnitudo minor omnis magnitudinis maioris aut pars est aut partes: Equidem si minor magnitudo maiorem metitur, pars est: Si uero non, diceretur quidem partes ipse minor si maiori semper esset commensurabilis: Atqui sunt & ἀσύμμετρα quædam μέγεθῃ quod alienum á numeris. Hanc arbitror causam fuisse Euclidæ, quur in uestibulo quinti libri (qui ex parte quadam affinis non consanguineus est numerorum, proprius uerò magnitudinũ) omiserit τῶν μεγῶν definitionẽ.

Aiq;

Not.

PARS

competit

magnitudinibus

et

numeris:

PARTES

uero numeris tantũ.

1

1

1

LIBER VII.

quinario (qui conficiunt 7) eandem
esse partem (tertiam) reliquorum
duorū coniunctorum ut 6 & 15, quæ
conficiunt 21.

$$\begin{array}{rcl} 2 & \left. \begin{array}{l} \text{Tertia} \\ \text{pars} \end{array} \right\} & 6 \\ 5 & \left. \begin{array}{l} \\ \text{est de} \end{array} \right\} & 15 \end{array}$$

7 Tert. 21.

Adnectas huic quintæ sextam,
nam sunt eiusdem argumenti, nisi,
quod subsequens loquetur περί μερῶν
id hæc proposuit περί μέρεσ: P H:
Audias igitur.

S E X T A.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ἢ καὶ ἑτέ-
ροις ἑτέροις τὰ αὐτὰ μέρη : καὶ συναμφοτέ-
ροις συναμφοτέροις τὰ αὐτὰ μέρη ἔσαι ἅπερ
ὁ εἰς τοῦ ἐνός. O R: Si numerus nu-
meri partes fuerit, & alius itidem
alius

EVCLIDEORVM ELE.

alius eadem partes fuerit: erit & v-
terq; vtriusq; eadē partes, quæ partes
vnius vnius est: Vt sit 8 tantæ par-
tes 12, quantæ 18 est partes 27: quod
est δ'εδομένον: καὶ τοῦ μένου est ut 8 & 18
simul iuncta (nimirum 26) tantæ
sint partes ipsorum 12 & 27 simul
iunctorum (nimirum 39) quantæ
vel 8 est 12, vel 18 est 27.

8. 12.

18. 27.

26. 39.

PH: Vtramq; credo propositio-
nem posse applicari pluribus quam
quatuor terminis? OR: Potest.
Quintæ sit hoc exemplum.

LIBER. VII

6	} mediz	12
8		16
10		20
12		24
9	} est de	
		18

Sum: 45 Med. est de 90.

Viden ꝛ quanta pars est uel senarij
us duodenarij, uel 8 ipsius 16 &c.
media nimirum pars: tota pars est 45
dupli sui 90. Aliud.

3	} Quar	12
4		16
9		36
12		48
	} ta est	
	} pars de	

Sum: 28 Qua. pars est de 112

Sextæ propositionis hoc capias ex-
emplum in quo ut quilibet mi-
nor correspondentis sibi maioris est
duæ tertiæ partes, sic & confirma-
nor

EVCLIDEORVM ELE.

nor (4 2) duas tertias parteis habet
maioris 6 3.

2	} Duæ tertiæ partes est de	3
4		6
6		9
8		12
10		15
12		18

4 2. Duæ Ter. de 6 3.

Hæc duo iam enarrata Theo-
remata combinari debent, cum sint
ut uidisti argumenti prorsus eiusdem,
diliuncta uerò fuere ad commodius
uberiusq; explicanda quartæ proposi-
tionis duo quæsitæ. P H: Facias, pre-
cor, Orthophroni periculum, ut pos-
sis utrunq; in unum cogere Theore-
ma, nihil tamen mutata terminorum
specie. O R: Animaduerte. *Datis
quatuor numeris quorum primus fue-
rit uel tanta pars secundi, quanta est
ter-*

LIBER VII.

tertius quarti, vel tantæ partes secundi quantæ tertius quarti: necesse est ut primus & tertius simul iuncti sint vel tanta pars secundi & quarti simul iunctorum quantæ est primus secundi, vel tantæ partes quantæ primus est secundi. Sequuntur nunc aliæ duæ propositiones simili modo combinandæ.

SEPTIMA.

PH: Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ἢ ὅπερ ἀφαιρεθεὶς ἀφαιρεθέντος: καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται ὅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου. OR: Quæro de senario, quanta pars sit Octodenarij? PH: Tertia pars. OR: Quid, si de senario sum-
psero quaternarium & de octodena-
rio duodenarium, quanta pars erit
quaternarius duodenarij? PH: Iti-
dem tertia: OR: His ita se habentibus

bus, infert $\delta\epsilon\delta\acute{o}\nu\epsilon\rho\omega\pi$ nostri Theore-
 matis, residuum de senario (ut est 2)
 residui de octodenario (ut est 6) esse
 itidem tertiam partem. Nunc erunt
 tibi perspicua Theorematis uerba.
*Si numerus minor numeri maioris
 pars fuerit, & Vtrinq; demantur
 numeri, quorum minor sui maioris
 eadem parsest, quanta totus minor to-
 tius maioris fuit : oportebit residuo-
 rum numerorum minorem sui maioris
 tantam etiam partem esse, quanta ni-
 miram fuit initio totus minor totius
 maioris.* P H : Perplacet potius pa-
 raphrastes, quam anxie pellere uer-
 bum Græcum uerbo latino : Sed ero
 his contentus, si unum adieceris ex-
 emplum etiam uersioni. O R : Octo-
 narius sexta pars est de 48 : Atqui bi-
 narius (quem demas ab 8) itidem
 sexta pars est duodenarii (dempto ab
 48) Residuū igitur 6, residui 36, sex-
 ta

LIBER VII

ta pars erit, quanta erat totus 8, totius
48. PH: Pergam.

OCTAVA.

Εὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέγῃ ἢ ἄλλῃ ἀφαι-
ρεθείς ἀφαιρεθέντος: καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοι-
ποῦ τὰ αὐτὰ μέγῃ ἢ ἄλλῃ ὅλος τοῦ ὅλου.
Sicut se habuit sexta propositio ad
quintam, eodem modo & hæc octava
ad præcedens Theorema: nihil est
enim utrobique discriminis nisi in nu-
merorum proportionalium specie: Itaque
reddas hanc forma uerborum non ad
modum uariata a præmissa septima.

*Si numerus numeri partes fuerit,
et utring. demantur numeri, quorum
minor sui maioris eadem partes est,
quantæ totus minor totius maioris
fuit: Neceffe est, ut residuorum nu-
merorum minor sui maioris, tantæ e-*

Hij tiam

etiam partes sit, quantæ fuit mitiò totus minor totius maioris. Ut, i. de 20 quantæ partes sunt? P H: Tres quartæ. O R: Si demantur de 15 sex, & de 20 octo, quantæ partes erit tenarius octonarius? P H: Itidem tres quartæ: O R: Ait igitur *ἡ τοῦ αὐτοῦ* Theorematis, quod residuum de 15 (id est 9) tantæ partes sit residui de 20 (quod est 12) quantæ fuit totus 15 totius 20. Aliud: 35 habet septem octavas parteis de 40: Sublatis autem de 35 uno & uiginti, ac de 40 quatuor & uiginti, depræhensoque quod 21 itidem habeat septem octavas parteis de 24, pronuncio ex octava hac propositione, residuum de 35 (id est 14) etiam septem octavas habere partes residui de 40 (quod est 16.) Sequitur Typus qui memoriam iuvabit.

Prius

LIBER VII.

Prius	Totum	Abla.	Resid.
exemplum,	20	8	12
	ad	ad	ad
	15	6	9

	Tot.	Abla.	Resid.
Posterioris exemplum,	40	24	16
	ad	ad	ad
	35	21	14

P H: Sat est exemplorum: Prius uerò quàm accingamur ad sequentiũ etiam duorum Theorematum combinationem, coalescant uelim enarrata iam duo in unũ. OR: Quod instituerim paulo ante $\sigma\upsilon\mu\pi\lambda\omicron\kappa\eta\varsigma$ quintæ ac sextæ propositionis, nihil uideo opus fuisse: ac miseret me tuĩ qui tam grauiter arrectis me audiebas auribus propemodum laboriosè concinnantem dirempta Theoremata: Si quidem mox se nobis offerent tria distincta Theoremata quæ generatim nec non eleganter & summa rotunditate reuocabũt illa in memoriam quæ

H iij sibi

sibi præmissis sex Theorematibus speciatim distincteq; fuere proposita. Primum uerò percurramus sequentium duorum specialem connatamq; explicationem, PH: Ita habent.

NON N.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ἢ καὶ ἕτερος ἕτερος τὸ αὐτὸ μέρος: καὶ ἐναλλαξ, ὁ μέρος ὅστις ἢ μέρη ὁ πρῶτος τὸ τρίτον τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου. Non uideo Orthophroni quid sibi uelit uox ἐναλλαξ illaq; sola mihi præcludit intellectum Theorematis.

OR: Afferam ex quinto libro tibi definitionem eius, quæ ita habet: ἐναλλαξ λόγος ὅστις ἀπ' αὐτοῦ τοῦ ἡγαμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον, καὶ τοῦ ἐπομένου πρὸς τὸ ἐπόμενον. Id est, Alter =

LIBER VII.

Alternata seu permutata ratio est, cum datis duarum rationum quatuor terminis, antecedens prioris rationis terminus refertur ad antecedentem posterioris rationis, itemq; prioris rationis subsequens terminus ad posterioris subsequentem. Ut, Positis quemadmodum 6 ad 3, sic 18 ad 9, fiet inde ἐναλλαξ λόγος ἢ κατ' ἐναλλαγὴν (per alternatam permutationem) dixerò, ut 6 ad 18, ita 3 ad 9. Phrasis est creberrima in Ethicis Aristotelicis : ἐναλλαξ procedere est germanis zeunen.

Hæc de termini explicatione :
nunc ad propositionem, quæ talis est:
Si quatuor numerorum primus secundum tota pars fuerit, quota est tertius quarti: erit permutatim primus tertij tota pars vel totæ partes, quota pars
H iij vel

vel quotæ partes est secundus quar-
ti.

PH: Quum intelligam iam pro-
positionem, facile gignam ipse exem-
pla. Quaternarius tota pars est octo-
narij, quota 12 est 24 (nimirum alte-
ra pars) insert inde quæsitum propo-
sitionis, terminis $\epsilon\upsilon\alpha\lambda\lambda\alpha\varsigma$, seu alterna-
tim sumptis, quaternarium totam esse
partem duodenarij, quæ est octonari-
us ipsorum 24, Vtrinque nimirum
tertia pars. OR: Quæsitum Theore-
matis nostri duos complecti casus, ide-
oque formato iam priore casu, alterum
ego subiiciam exemplis: Vt 3 est tertia
pars 9, sic 5 est tertia 15: inferas inde
per collocationem $\epsilon\upsilon\alpha\lambda\lambda\alpha\varsigma$ faciã de
sententia nostræ propositionis, ut 3
est tres quintæ partes quinarj, ita 8
est tres quintæ partes de 15. Aliud:
Nouenarius est quinta pars de 45,
sic 7 de 35: quid inferes inde Philo-
mathes? PH: Ergo per alternatam per-
muta-

LIBER VII.

mutationem nostræ propositionis, ut
 Nouenarius est. OR: Quid files,
 fortasse res hæret? PH: Non
 puto rem hæere quæ per se cer-
 ta est, ego uerius hæreo qui hinc
 me non possum expedire: OR:
 Dabo expeditum consilium seruand-
 um in huius ac sequentis pro-
 positionis exemplis, *Vt minimus sem-*
per terminus primum sortiatur locū,
 aliàs claudicabit *ἡ τοῦ μιν* propositio-
 nis: Resumas igitur derelictum exem-
 plum atq; ita colloques. Vt 7 est quin-
 ta pars de 35, sic 9 de 45. PH: Perfis-
 cio incoatam argumentationem, Ero-
 go quantæ partes est septenarius no-
 uenarij (nimirum septem nonæ par-
 tes) tantarum partium est 35 de
 45: Adnectam huic as-
 finem decimam.

H 5

DECL

DECIMA.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέγας ᾖ, καὶ ἕτερος ἕτερος τὰ αὐτὰ μέγας : καὶ ἐναλλαξ, ἢ μὴ ὅστις ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου ἢ μέγας, τὸ αὐτὰ μέγας ἔσται καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου ἢ μέγας. O R : Hoc est, Si quatuor numerorum primus secundus eadem partes fuerit quæ tertius est quarti : erit per vicissitudinem primus tertius vel eadem partes vel eadem pars, quæ partes vel quæ pars est secundus quarti. Vides omnino, quod fuerit discrimen inter quintam ac sextam, itemque inter septimam & octauam propositionem, hoc ipsum esse inter nonam & hanc decimam : Cumque & hec uideas duplicem quæsitum casum, utar etiam duobus exemplorum generibus. Vt,

Sint

LIBER VII.

Sint quatuor numeri 6. 10. 9. 15. quorum 6 tres quintæ partes est de decem : Idem nouenarius tres quintæ partes est quindenarij : facta igitur dispositione $\epsilon\nu\alpha\lambda\lambda\alpha\varsigma$ seu permutata, quando senarius est duæ tertiæ partes nouenarij, erit & denarius duæ tertiæ partes quindenarij. Adferam alterum exemplum figurans alterum quæsitum casum : Dentur quatuor numeri 4. 14. 12. 42 inter se proportionales, hoc enim (per 19 definitionem) idem est dicere quod $\sigma\epsilon\delta\acute{o}\mu\epsilon\nu\omicron\nu$ nostri Theorematis, ut nimirum primus (4) totæ partes sit de 14 (duæ septimæ scilicet partes) quotæ tertius (12) est quarti 42. Per alterum igitur casum nostri quæsitum facta alternatione terminorum, quota pars 4 est 12 (nimirum tertia) tota erit 14 quarti numeri 42.

Hactenus

Hactenus decimam propositi-
onem. Nunc sequentur tres propo-
sitiones (quorum mentionem paulo
ante feci) multò γενικώτερον proximis
sex iam enarratis. Nam quod quinta
& sexta speciatim proposuit, hoc ip-
sum undecima tibi iam legenda gene-
ratim enunciabit : Quodq; septima &
octava speciatim, id καθολικώς duo-
decimas tandem quod Nona & decia-
ma μικρῶς, hoc uno fasciculo tredecim-
a offeret : Sed quid attinet multa
promittere, aggrediamur ipsas.

VNDECIMA.

PH: ἐὰν ὅσιν ἑποσίουν ἀριθμοὶ ἀνάλογον : ἔσται ὡς εἰς 7 ἡ γουμένω πρὸς ἑνὰ 7 ἑπομένω, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἑπομένους. O R: Si fuerint quotcumq; numeri proportionales : erit vt vnus antecedentium terminorum ad vnum consequentium sic

sic & omnes termini antecedentes
ad omnes consequentes. Referas
huc omnia quintæ ac sextæ propositi-
onis παραδείγματα, quorum singulos
rum siue ordinem institueris retro-
gradum ἀνὰπαλιν procedendo, nihil
impedit ut non eadem sic inuenta sub
hac etiam propositione comprehen-
dantur.

PH: Plenius declares id, præfer-
tim, quid hec sibi uelit dictio (ἀνὰπα-
λιν) qua antea te usum esse memini.
OR: ἀνὰπαλιν λόγος ὅστις inquit Euclides
ἀνὰπαλιν τοῦ ἐπομένου ὡς ἡγορμένου πρὸς
τὸ ἡγούμενον ὡς ἐπόμενον, Id est, Re-
trograda ratio est relatio sequentis
termini tanquam præcedentis ad suum
præcedentem tanquam sequentem.
Non infrequens est ἀνὰπαλιν λόγος &
Aristoteli moralia tractanti: PH:
Primis quibusque duobus exemplis
quintæ sextæque propositionis me iu-
ues. OR: Vt 2 ad 6, sic 5 ad 15: Eri-
go

EVCLIDEORVM ELE.

go (per quintam & hanc und: proposi-
ti:) ut 2 ad 6 sic coniunctum 2 &
5, id est 7, ad 6 & 15 coniunctum,
id est 21. PH: Quomodo proce-
dent ἀνάπαλιν termini huius exem-
pli? OR: Si dixeris retro-
gradiendo ut 6 ad 2 sic 15 ad 5:
Ergo, per hanc undecimam, ut un-
us antecedens terminus 6 ad su-
um consequentem 2, sic uterq; ante-
cedentium 6 & 15 (id est 21) ad
utrumq; consequentium 2 & 5, id
est 7.

Aliud ex 6 proposit. Vt 8 ad
12 sic 18 ad 27. Ergo per 6 & undeci-
mam propositionem, ut 8 ad 12, sic
uterq; antecedens 8 & 18 id est 26,
ad utrumq; consequens 12 & 27 id
est 39. PH: Instituetur ordo retro-
gradus si dixeris, ut 27 ad 18 sic 12
ad 8 (nihil enim refert utram ra-
tionem prius inuertas) Ergo per
hanc propositionem ut 27 ad 18, sic

LIBER VII.

27 & 12 coniuncti antecedentes
(id est, 39) ad 13 & 8 coniunctos
consequentes id est 26. OR: Non
est diuersa ab his ratio, si uel mille
offerantur numeri, quorum quilibet
ἡγομένους sortiatur suum ἐπόμεν.μ.
PH: Pergo.

DVODECIMA.

Ἐὰν ἢ ὥς ὅλος πρὸς ὅλον οὕτως ἀφαί-
ρεθῆις πρὸς ἀφαιρέθεντα : καὶ ὁ λοιπὸς
πρὸς τὸν λοιπὸν ἔσται ὥς ὅλος πρὸς τὸν
ὅλον. *Si fuerit ut totus numerus
ad totum; sic ablatus ad ablatum:
tum reliquus ad reliquum etiam sic
se habebit ut totus ad totum. Vis
den referri propositionem septimam
& octauam? Quorum exempla an-
tea specificata huc referas, quò uná
habitent sub hoc tecto.*

PH:

EVCLIDEORVM ELE.

PH: Vis ne & hoc locum habere τὸν ἀνάπαλιμ λόγον? OR: Volo. PH: Declares id primis exemplis septimæ & octavæ proposuit: OR: Vt 6 ad 18 sic ablatus 4 ad ablatum 12 Ergo (per septimam & hanc duodecimam) residuum 2 ad residuum 6 se habebit ut totus 6 ad totum 18. Fiat iam dispositio retrograda, ut 18 totus ad 6 totum, sic ablatus 12 ad ablatum 4: inferas similiter (per hanc 12 proposuit:) residuum 6 ad residuum 2 se ita habere ut totus 18 ad totum 6. Aliud ex octava propositione: Vt 15 totus ad 20 totum, sic 6 ablatus ad 8 ablatum: Igitur (per octavam & hanc 12 proposuit:) residuum (9) ad residuum (12) se ita habebit, ut totus (15) ad totum 20. PH: Faciam ἀνάπαλιμ λόγον: Vt 20 totus ad 15 totum, sic ablatus 8 ad ablatum 6: Ergo, per nostram duodecimam propositionem, residuum (12) ad residuum (9) ita se habet ut totus 20 ad totum 15. Transcamus ad sequens Theorema. TRE,

• TREDECIMA.

Εὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ᾖσι:
 καὶ ἐναλλάξ ἀνάλογον ἔσονται. O R: Si
numeri quatuor proportionales fue-
runt: tum permutatim etiam pro-
portinales erunt. PH: Includitur huic
 Theorematis, ut adparet, nona & des-
 cima propositio. Sed istarum propo-
 sitionum exempla cautionem habes-
 bant ut semper minimus terminus
 primum sortiretur locum: num eas-
 dem & hæc opus esse credis? O R:
 Nihil uerò. PH: Cæterum retros-
 gradam rationem admittis, ut in præ-
 cedentibus duabus? O R: Admit-
 to. PH: Pateat, quæso, res duobus
 exemplis.

O R: Nonne propositionis pri-
 mum exemplum est, Vt 4 ad 8 sic
 12 ad 24, ergo per nonam illam &
 nostram tredecimam propositionem
 I infero.

EVCLIDEORVM ELE.

Infero, ut ἐναλλάξ 4 ad 12 sic & 8 ad 24. Idem exemplū ἀνάπαλιμ sic ordinō: ut 24 ad 12, sic 8 ad 4, ergo (per 13 hanc proposuit.) ut ἐναλλάξ 24 ad 8 sic & 12 ad 4.

PH: Accommodes & decimæ propositionis exemplum primum. OR: Vt 6 ad 10, sic 9 ad 15. Ergo, per decimam illam & hanc tredecimam, ut alternatim 6 ad 9, sic alternatim 10 ad 15: PH: Disponas idem exemplum κατ' ἀνάπαλιμ λόγῳ. OR: Vt 10 ad 6, sic 15 ad 9. Ergo (per hanc 13 propositionem) ut permutatim 10 ad 15 sic 6 ad 9.

Ita iam habes Philomathes sex specialia Theoremata repetita tribus generalibus, quorum omnium si desyderas ἀποδείξεις, non opus habes me ductore, siquidem aliquanz

LIBER VII.

aliquantulum progressu haud difficulter semet offerunt. Nunc

tempus est ut quiescat hodierna

ἑυνομία, cras reuertaris, cum si

uidebitur reliqua simili crasse

sic percurram.

Finis primæ

διατριβῆς.

I y

Secundæ



Διαζήτησις Secunda.

OR: Commodam habuisse te no-
ctē arbitror Philomathes,
anima nonnihil per Theoremas nu-
merorum hesternas defatigata. So-
let in somnis hæc recolligere sese & re-
licta cerebri officina ad interiora cor-
dis penetralia se reuocare atq; inibi
occultiora quædam peragere, unde
credo fieri, ut ad sensus cerebri mira
sæpenumero perueniant nuncia, mira
φανόµενα, rerumq; simulachra uaria
quæ nos uocamus somnia, PH: Som-
num quidem ego bona noctis parte
oculis non uidi meis: Caterum som-
niorum fuit abunde, ac si liceret ~~argo~~
~~σωτωνων~~ dicerem, à calce ad uorti-
cem ea numeris Arithmeticis fuisse
uestita. OR: Quid ita? PH: Cre-
dimus an qui amant ipsi sibi somnia
fingunt.

LIBER VII.

OR: Adeone deperisti in
Nympham Euclideam Philonathes
ut noctem peregeris insomnem? Es
andē puellam & nos in ætate iampris
dem adoleſcente ſat quidem amanter
ſumus exoſculati: Verum, quando
nihil, præſertim hoc frigido ſeculo, &
corriualibus eſſet periculi, habita rati
one ualeitudinis interdū præſtitimus
id, haud noctu. PH: Credo: Nam
placidum cum carpunt feſſa ſoporem
Corpora per terras, homines pictæq;
uolucres.

OR: Maluiſtin igitur experiri
αγρυπνίας tormenta, quàm heſtera
næ prælectionis aut potius conſabula
tionis ſingula reniſcendo non ex
cutere ſagaciter? PH: Malui. Nec
prius in ſomnum mea lumina declina
ui, Singula præteriti quàm eſſent re
petita diei.

OR: Quando tandem, quæ
ſo, te occupauit ſomnus? PH: Sub

auroram ferme ὡς τρίτατον λάχος ἴσας
το νυκτός,

ὑπὸς τὴν γλαυκίαν μέλιτος βλεφάρουσι μ' ἐφίρων
λυσιμελὴς περ' ἅα μαλακῶ κατὰ φάεα δ' ἐσ-
σμῶ,

εὐτε καὶ ἄτρεκέων ποιμαίνει τ' ἔθνος ὀνείρων.

OR: Tu totus ut audio makes etiam
poeticis numeris: magnum hoc argu-
mentum numeri & Arithmetici in-
genij: Sed omīssis nugis seriò ac cor-
datè tecum loquar Philomathes futu-
ra in rem tuam. PH: Expecto.

OR: Vnicè probo in te ἔρω-
τικὴν illam μανίαν quam Galenus re-
quirit in Adolescente contendere
uolente ad excellentem quandam
eruditionem: hunc is uult ὥς
περ' ἐνδοσιῶντα μήθ' ἡμέρας μήτε νυκτός
διαλείπειν σπένδοντά τε καὶ σωτ' ἐτα-
μένον ἐκμαθεῖν ὅσα τοῖς ἐνδοξοτάτοις ἔι-
ρηται ἢ παλαιῶν. Cæterum, saltem
illum animi impetum mecum pro-
bat Galenus, & amorem quo mens
luet

Lib. 3.
περὶ φν-
σικῶν δ' ὁ
νῆμεων.

LIBER VII.

Iuuenis ardet in acquirenda ueritate; Non credas uelle eum, confici uireis ingenij & corporis in tempestiuis ac nocturnis animi contentionibus, aliàs contraria præciperet suæ professioni. Quid, quod hoc ipso in loco mox idem iubeat, ea quæ summa mentis alacritate & uegetiore studio sic percepta sunt trutinare Adolescentem non simul una nocte sed αὐτὰ κρίς
 νειρ © βασιλίζειν γόνυ παμπύλλω.

Novi multos huic præpostero sapientiæ studio deditos, qui imprudenter ac præter expectationem labefactata sanitate, pro sapientia uera deportarunt insanientem propemodum sapientiam.

Tibi cum bene uelim, libus it huiusmodi in memoriam reuocare, ut aliorum exemplo disceres rectius sapere.

I iij

Sed

Sed fugit interea fugit irrep-
rabile tempus, ac, quod uerior, desy-
derabitur nonnulla prælectionis ho-
diernæ celeritas ut reliqua septimi li-
bri pars ante crepusculum uespertinū
absoluatur. Itaq; legas textum pro-
positionis decimæquartæ: Mibi curæ
erit ut & huius & sequentium expo-
sitiō uideatur rotunda atq; expedita
tibi.

PROPOSITIO.
XIIII.

PH: Ἐὰν ὅσιν ὁποσοιούμ̃ κριθμοὶ καὶ
ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλεον̃ σάνδυο λαμα-
εανόμενοι καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ: καὶ δι'
ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται. Hec he-
reo Orthophroni, nam latet me signi-
ficatio phrascws δι' ἴσου, nec memini il-
lam definitionibus præmissis antea es-
se explicatam.

OR: λόγῳ δι' ἴσου definit in quin-
to

LIBER VII.

το λήψιν τῶν ἀκρωτικῶν ὑπεξαίρεσιν τῶν μέσων,
id est, datis quocumq; numeris, si ex
tremos intermedijs omisſis inter ſe
contulero, dicetur illa extremorum
ſumptio δὲ ἴſον λόγῳ. Ait igitur pro-
poſitio: Si fuerint quocumq; nume-
ri & alterius cuiusdam ordinis toti-
dem, utring; ſemper duobus pariter
in eadem ratione ſumptis: neceſſe eſt
ut & δὲ ἴſον λόγῳ utring; conue-
niant.

PH: Gignam meo Marte exem-
pla: Sint numeri ſex oblati 6, 3. 15, 5.
8, 12. Sit itidem alius numerorum or-
do qui totidem conſtet numeris, niſi
mirum 8, 4. 12, 4. 2, 3. In priore or-
dine combinabo ſemper duos, qui
alijs duobus alterius ordinis λόγῳ δε-
bent reſpondere, Ut enim 6 ad 3 ſic
in altero ordine 8 ad 4, & ut 15 ad 5
ſic 12 ad 4, utq; 8 ad 12 in ὑπερμεγίστῳ λό-
γῳ ſic in poſteriori ordine 2 ad 3.

I 5

OR:

OR: Ex his animus tibi est inferre
κατὰ τὸ ζητούμενον Theorematis, Quæ
admodum se habent δ' ἴσου extremi
aut finales numeri prioris ordinis 6 &
12, sic æque posterioris ordinis ex-
tremi 8 & 3. PH: Omnino talem
institueram mecum conclusionem.
Sed quanta spe decidi, Euentus neu-
tiq; respondet animi sententiæ. Sol-
uas nodum Orthophroni. OR;
Quæsitum Theorematis dextrè quia-
dem adsequutus es, cæterum ante-
cedentis uox, σῶσθ' οὖο, tibi imposuit.
Combinatio numerorum illa in us-
troq; ordine debet esse συνεχής οὐ δια-
κεχλεμένη continua non discreta, hoc est,
ut singuli medij numeri bis suman-
tur.

Veluti si datis numeris 18. 12.
9. 3, alter quidam numerorum or-
do corresponsdeat, 24. 16. 12. 4.
Ita nimirum ut quemadmodum in
priori ordine octodenarij ad duode-
narium

LIBER VII.

narium λόγος est ἡμιόλιος, sic & in
 posteriore ordine se habeant 24 ad
 16 : Vtq; in priore ordine 12 ad 9,
 ἐπίτριστον habet λόγον sic in posteriore
 16 ad 12 : utq; in priore nouenarij ad
 ternar: λόγος τριπλάσιος, sic in posterio-
 re duodenarij ad quaternarium. His
 ita se habentib. quomodo concludes
 iuxta subiectam propositionem? PH:
 Nimirum, numeris δ' ἴσου sumptis ut
 trobiq; resultaturam rationum conue-
 nientiam seu ἀναλογίαν. Vt enim ex
 tremi prioris ordinis 18 & 3 in ἑξαπλά-
 σίῳ λόγῳ ratione sextupla, sic & extre-
 mi posterioris ordinis 24 & 4.

Placere mihi isthæc σφάλμα-
 τος ἑωαννοδώματα: sed quò menti
 insideant altius subijcias diuersū non
 nihil παρὰ δειγµα. OR: Prior series sic
 16. 4. 20. Posterior uerò 12. 3. 15. Sic
 autem ut 16 ad 4 τετραπλάσιος λόγος sic
 & 12 ad 3 in posteriori serie: utq; 4 ad
 20 est ὑποπεντεπλάσιος sic & 3 ad 15.
 PH:

P H: Ergo per nostrū Theorema ut
 διῶσον 16 ad 20 in sublesquiquarta ra-
 tione sic & 12 ad 15. Nunc pergam
 legere.

PROPOSITIO
 XV.

Εὰν μονὰς ἀριθμὸν ἴνα μετρή, ἰσάκεις
 δὲ ἕτερος ἀριθμὸς ἄλλοι τινὰ ἀριθμὸν με-
 τρή: καὶ ἐναλλάξ ἰσάκεις ἢ μονὰς τὸν τρίτον
 ἀριθμὸν μετρήσει καὶ ὁ δεύτερος τέταρτον:
 O R: Theorema hoc nihil differt à
 nona propositione, nisi quod hac spe-
 cificata unitas sit pro qua communius
 isthic offertur numerus, qui pars sit al-
 terius se maioris: Quare ut tum no-
 nam sub tredecimā, tanquā multo ge-
 neraliorem retulimus, itidē & hāc sub
 eodem ueluti communi complecti-
 mur domicilio. Si unitas, inquit,
 numerum aliquem mensa fuerit toties
 quoti-

LIBER VII.

quoties alius quidam numerus tertius alium quendam quartum metitur: tum permutatim unitas tertium toties metitur numerum, quoties secundus quartum. Præter unum exemplum nihil amplius adijciam. P H: Sine quo fingam ipse. Unitas quinquidenarij est decimaquinta pars, tantæq; pars est 4 sexagenarij: Dico igitur quod ἐναλλαξ id est permutato facio ordine, ipsa unitas sit æqualiter tanta pars quaternarij (nimirum quarta) quanta est quindenarius ipsius sexagenarij. Sequitur in textu.

PROPOSITIO XVI.

Εάν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσιν τινὰς: διγενομένοι ἐξ αὐτῶν ἴσοι ἀλλήλοις ἔσονται. OR: Si duo numeri ex mutua sui multiplicatione
ne

EVCLIDEORVM ELE.

ne aliquos produxerint: productos
ex his æqualeis sibi esse necesse est.
PH: Nihil intellectu facilius est atq;
hoc Theoremation. An non perinde
est dicere, ter quatuor procreant duo-
decim, & quater tria procreant duo-
decim? OR: Est, quò scilicet ad pro-
ductum seu numerum utrinq; ex
multiplicatione emergentem, ut ex-
igit ἐπόμενον nostri Theorematis: Cæ-
terum (ut & antecedens Theorema-
tis aliquantulum explicem) si respe-
xeris agendi modum in multiplican-
tibus numeris, nonnihil est discrimi-
nis. Commissis enim inter sese ternar-
io et quaternario, quaternarioq; mul-
tiplicato secundum illas quæ in ternar-
io sunt unitates, dicendoq; ter quatu-
or sunt 12, ternarius in hoc coitu mas-
est, agens, καὶ πολλαπλασιαζών, quater-
narius uerò patiens: Ita uice uersa ter-
nario multiplicato secundum illas quæ
in quaternario sunt unitates, dicendo-
quæ quater tria sunt 12, quaternarius
hec

LIBER VII.

hec mas est agens, ternarius foemella
 patiens. PH: Desistas, sat est explic
 cationum. Pergamus.

PROPOSITIO XVII.

Εάν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς πολλαπλα
 σιάσας ποιῇ τινὰς: οἱ γενομένοι ἐξ αὐ
 τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τοῖς πολλαπλα
 σιασθεῖσιν. OR: Hec unus num
 merus duobus opponitur, in quos as
 git, hoc est, quos multiplicat. Si nu
 merus, inquit, multiplicaverit duos
 numeros: procreati inde habebunt
 eandem rationem. Ut sit 5 qui ductus in 10 & 8 utrunq;
 multiplicet, procreatq; 50 & 40
 (nam quinquies decem sunt 50, &
 quinquies octo sūt 40) Concludo ex
 sententia Theorematis, procreatos 50
 & 40 eandē inter se rationem habere,
 nimis

nimirum sesquiquartam, quam habent multiplicati duo 10 & 8. PH: Sit aliud exemplum: Nouem & 3 sunt in ratione tripla: Hos itaq; duos si multiplicauerit unus aliquis numerus (ut sit in praesentia 4) procreabiturq; 36 & 12: Infero iuxta consequens Theorematis, 36 respicere duodenarium in eadem ratione tripla, quae nimirum fuit multiplicatorum duorum nouenarij & ternarij.

PROPOSITIO
XVIII.

Εάν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμὸν τινὰ πολλαπλασιάσαντες ποιῶσιν τινας: οἱ γενομένοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν ἔξουσιν λόγον τοῖς πολλαπλασιάσασιν. Non admodum magno discrimine Theorema praesens a praecedenti distare uidetur. OR: Hec ἀνάπαλιν duo numeri opponuntur uni in quem uterq; agit multiplicando,

LIBER VII.

do, ait uerò. *Si duo numeri numerum aliquem multiplicauerint : procreati ex illis habebunt eandem quam multiplicantes rationem.* PH: Adsumamus primum præcedentis Theorematis *παράδειγμα*. Sint denarius & octonarius quorum uterq; ducatur in quinarium eum multiplicando, prodibit ex denarij cum quinario congressu quinquagenarius, ac ex octonarij coitione cum eodem quinario nascitur quadragenarius : Dicit iam *ἐπόμενον* nostri Theorematis, quinquagenarij & quadragenarij eandem esse rationem, quæ est denarij & octonarij. Atqui hoc ipsum statuit etiam præcedens propositio : Video igitur saltem *τὰ ἡγούμενα* utriusq; differre. OR : Differunt isthoc quem ostendi modo.

ADDITAMENTVN.

K

Logis

Logistices non es imperitus: Dic
 Ligitur Philomathes, quem iudices
 premissa tria Theoremata habere us-
 sum in vulgaribus practicis supputa-
 tionibus? PH: Omittam dicere de
 ampla illa proportionum doctrina
 quæ non leuia ex his petit subsidia,
 tractatio certè minutiarum Physicalis-
 um, ut loquuntur, non commodè po-
 terit carere trium iam explicatorum
 Theorematum adminiculo. OR:
 Rectè sentis. Totum illud negocium
 reducendi diuersissimarum denomi-
 nationum minutias ad unam aliquam
 & communem omnibus denomina-
 tionem pender ex harum trium pro-
 positionum indicatione.

PH: Sumam mihi declaratio-
 nem. Sint $\frac{3}{5}$ & $\frac{4}{7}$ partes alicuius rei
 Physicæ: Has diuersissimas
 parteis non datur in unam sum-
 mam colligere uel minorem à maiore
 subtrahere, prius quam æqualeis des-
 nominis

LIBER VII.

nominatores fuerint sortitæ. Id uerò
 per horum Theorematum γοσηγίξμ fit
 ita. Fractionis $\frac{2}{3}$ uterq; numerus per
 inferiorem alterius ut 7 multi-
 plicetur : inde productos numeros
 $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{7}$ idem posse ac ualere dico quod
 numeri multiplicati $\frac{2}{3}$ (per decimam
 septimam uel etiam decimam
 octauam propositionem.) Eo-
 dem modo numerus uterq; minutia
 $\frac{4}{5}$ per inferiorem alterius ut 5 multi-
 plicetur, emergentis fractionis nu-
 meros $\frac{2}{3} \cdot \frac{8}{5}$ ex iisdem propositionibus
 adfirmo tantundem posse quan-
 tum $\frac{4}{5}$. Quod uero pro-
 dierit æqualis denominatio, 35, pa-
 tet per propositionem sedecimam:
 Nam in priore operatione 5 sunt mul-
 tiplicata per 7 : in posteriore autem
 7 sunt multiplicata per 5. OR : Vis
 des iam beneficio harum trium pro-
 positionum, inhabileis uel ad additi-
 onem sui uel subtractionem fractio-
 nes

K ij

nes $\frac{3}{5}$ & $\frac{7}{4}$ redditas ad hoc
 esse idoneas acquisito nimirum habitu
 conuenientiore ut $\frac{21}{35}$ & $\frac{20}{35}$ Va-
 lore tamen & proportione nihil
 immutata. PH: Vin' ut experiar i-
 dem in pluribus quam duabus fracti-
 onibus & OR: Nouite quum $\chi\eta\tau\eta\tau\iota\alpha$
 $\kappa\omicron\rho$ esse tum φιλομαθῆ. Itaq; superse-
 deamus labore non admodum neces-
 sario: Pergas legere.

PROPOSITIO
 XIX.

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν·
 ὁ ἐκ τῶ πρώτου καὶ τεταρτου γινόμενος ἀριθ-
 μὸς ἴσος ἔσται τῷ ἐκ τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου
 γινόμενῳ ἀριθμῷ: καὶ ἐὰν ὁ ἐκ τοῦ πρώ-
 του καὶ δευτέρου γινόμενος ἀριθμὸς ἴσος ᾖ
 τῷ ἐκ τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου: οἱ τέσσαρες
 ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται. OR: Si qua-
 tuor (inquit) numeri fuerint propor-
 tio.

LIBER VII.

tionales : necesse est numerum prode-
untem ex multiplicatione primi &
ultimi adæquari illi qui nascitur ex
secundi & tertij multiplicatione.
 Hęc prior est propositionis pars (nam
 binembrem esse citra dubium animo
 maduertisti) cuius sit παράδειγμα tale.

Sint quatuor ἀνάλογον numeri
 6, 12, 7, 14, Nam (ut patuit ex defini-
 tione 19) inclinatur senarius ad duo-
 odenarium in ea ratione (nimirum
 dupla) in qua respicit septenarius qua-
 terdenarium: Hactenus δ' ἐδ'όμενον ἢ ἡγοῦ-
 μένον nostri Theorematis: PH: Exi-
 git iam ἐπ'όμενον ἢ τὸ ζητούμενον, debe-
 re numerum emergentem & ex mul-
 tiplicatione senarii in 14 (nimirum
 84) eundem esse cum eo quem pro-
 ducunt 12 & 7 numeri intermediij
 multiplicati: Nascitur autem ex hor-
 um etiam commissura 84, Patet igitur
 Theorema.

K in

Subij

EVCLIDEORVM ELE.

Subijcias iam alteram partem
 quæ prioris est ἀντίστροφος : O R : Ta-
 lis est. Si numerus proveniens ex pri-
 mi et ultimi multiplicatione æqualis
 fuerit provenienti ex secundi & ter-
 tij multiplicatione: necesse est quatu-
 or illos numeros proportionales esse.
 Id uno declaretur exemplo. Ex duo-
 bus numeris 6 & 10 per multiplicati-
 onem commissis prodeunt 60, ex al-
 ijs item duobus 4 & 15 in se ductis
 tantundem prodeat : Hoc est antece-
 dens conuersæ : Infert consequens,
 quatuor numeros 6 & 10, 4 & 15, se-
 κατ' ἀναλογίαν respicere. P H : Id neu-
 tiq̃ uerum est, nam senarius à denario
 respicitur in ratione superbipartiente
 tertias (libet enim Phrasi Boethia-
 na uti) quaternarius uerò à quin-
 denario in ratione tripla supertripar-
 tiente quartas. O R : Erras in col-
 locatione numerorum quod non
 potes

Conuersa
 19 Propo-
 sitionis.

LIBER VI I.

poteris non euitare si accuratè consyderaris uerba Theorematis, Numeri quique duo in multiplicatione commissi, sortiantur sedes extremas, reliqui duo media occupent loca citra delectum ut conceditur ex tredecima propositione.

PH: Intelligo. Vt, Numeri 6 & 10 prius sortiantur extremas sedes, reliquis duobus 4 et 15 bifariam interpositis 6. 4. 15. 10. uel 6. 15. 4. 10. Viden' utrobique esse ἀναλογίαμς. Nunc etiam 15 & 4, qui sunt inter se multiplicati, occupent extremitates, reliquis duobus 6 & 10 4. itidem bifariam inclusis 15. 6. 10. uel 15. 10. 6. 4. Necque uero nunc refert an uel à sinistris uel ἀνὰ πάλιν à dextris examinem proportionalitatem. OR: In similibus exemplis hinc sine cortice discas natare PH: Fiet.

K iij

AD

EVCLIDEORVM ELE.

ADDITAMEN.

tum.

OR: **M** Eministi ne, Philomathes, fieri in Logistica huius Theorematis mentionem? PH: Omnino: Noster Magistellus cum me & ξωομήλικας & mercatores quosdam doceret τηφοφορίαν Germanica lingua crebro uibrabat oculos nostros mirabilibus Schematū Geometricorū ductib: ubi erat ad limina uentum aureæ illius regulæ DE TRI (quā adpellationem penes illos nunc obtinuit usus) uolens nimirum exhibendorū paradegmatum futuras tractationes stabilire, præmittendo calculationis ἔφοδον: Quis ibi φιλομαθέςερος non grauiter arrexisset aureis, præsertim Geometricæ Philosophiæ non frigidus amator? Deum uerò immortalē sem quanta cum expectatione plurimum, non semel aduocabat Euclidum suum

LIBER VII.

suum per Germanicum interpretem
secum loquentem, deierans unà per
sacram uirginem, se regulam De tri
nusq; altius atq; à radicibus imis quàm
ab illo tractatam Philosopho reperire
quod mihi persuasit facile. OR : Cre
do, siquidem doctos & rerum Geo
metricarum non imperitos habuit aus
cultatores. P H : Doctos dicis ?
quorum nemo uel definitionem ali
cuius termini ad *διδασκαλίαν* Geo
metricam spectantis perceptam habue
rit, usq; adeo illius temporis ἀκροάματα
evanuerunt.

OR : Sed ad rem, quæso : ex
peto scire num præsens etiam Theo
rema adcommodaerit tractationi il
lius regulæ. P H : De hoc altissimum
silentium, quod mihi mirum : fuisset
siquidem Arithmeticum Theorema
imperitiis adcommodatius quàm
isthæc Geometrica *πολυπραγμοσύνη*
intempestiuè adhibita. Domum uerò
reuersus consului Logisticen nostri

EVCLIDEORVM ELE.

Tonstalli, cuius ductu depræhendit
fontem ex quo scaturit aurea illa pro-
portionum regula. O R: Fontem
quidem dixeris nostrum illud Theo-
rema: cæterum respectu præcedentia-
um quæ hætenus percurrimus saliens
quidam riuulus est, cuius καλλιῆρος
ὑδατος temporis transisti manibus
illotis: atqui mentis oculi in eodem
se nunc felicius atq; amœnius pa-
cunt, quum eundem me duce reuistas
χειρας νιψάμεν & πολυκῆντρον ὑδατι λευκῷ,

Vide igitur quanti referat, sin-
gula doctrinarum genera suo quodq;
loco discere ab ipsis ut par est primor-
dijs. P H: Adsentior. Proinde non
nihil mirari soleo plurimum Logistas
rū uanam insolentiam qui ne uerbu-
lo quidem hortatores sunt imperitio-
ribus, quò præmittant Logisticis sup-
putationibus Euclideanum Elemen-
torum expeditiora progymnasmata,
quum tamen ipsi inter docendum, ubi
ali-

LIBER VII.

aliquantulum seria sese obtulerint, magno cum supercilio producant conspicienda plumis nudata Theoremata Euclidæ, in quibus uel magis est periclitandum incipienti quàm muri immerso pici. OR: Boni his excipiantur, nam nonnihil est discriminis.

Alij Logistæ suas præceptiones in gratiam literatorum iuuenum tractant: alij pro mercatorum imperito uulgo. In utroq; genere uel rectè proceditur uel secus agitur. PH: Explices hoc. OR: Qui enim pro literatis, hi aut plurimum hoc spectant ut quod tradunt dignum censeatur VERE literatis mentibus: aut in hoc incumbunt ut minus consulatur incipientibus, ipsi uerò sint ostendatores Magnifici.

PH:

PH: Tu VERE Literatam mentem
 uocas eam quę mediocriter callet Ari-
 thmeticam & Geometricam Philoso-
 phiam prius quàm accedat ad πρᾶξεις
 supputationum: inquam sententiam
 lubens tecum iero. OR: Huius-
 modi mente pręditos igitur quid do-
 cent illi certe non poterunt singulos
 & ὑποφωρίας rationes non examinare
 sagaciter, & more exegetici Gram-
 matici reducere ad prima pręcepta
 illa ac purissima initia doctrinę tam
 Arithmetice quam Geometricę (de-
 finitiones ac propositiones Euclidean
 intelligas) sine quibus omnis ἐπιλογισ-
 μός & mutilus & mancus est. Id ita
 scriptis prestitere nostri temporis Mi-
 cyllus & Stifelius ut hoc nomine in
 summa sine apud me existimatione,
 Carterum, qui menteis studiosorum
 in Arithmeticis ac Geometricis non
 prius aliquantulum expolitos exerce-
 re student περὶ τὰς πρᾶξεις ἀριθμῶν καὶ
 ἐπιλογισμῶν διαγρίβας φυσικὰς, hi luse-
 runt

LIBER VII

runt operam, arbitror, dum crebrò
sufficiunt nunc has nunc illas propo-
sitiones partim Geometricas, partim
Arithmeticas ex Euclide: nam his in-
tempestivis sarciminibus aut uerius
micis ex aliena coena per ostentatio-
nem peius magis ad nauseam prouo-
cantur discipulorum animi, ac perraro
ad meliorem reuocantur frugem. Sa-
tius esset, interea illos instigare ut or-
dinata ac plana uia incedentes, non
per interruptos scopulos ac conualles
fonteis ipsos adirent.

PH: Sed ad mercatorum Lō-
gistas. OR: Hos similiter opta-
rem ad captum auditorum supputan-
di negocium adcommodare. Non
nego autem posse etiam Germanicis
literis Euclidean Philosophiam tra-
ctari, ut fecere quidem Noribergens-
es: Hac igitur instructi si quí fuerint
discipuli, quid prohibet quò minus
singulas supputandi methodos decla-
ret

ret magister prima ab origine? Verum imperitiores peregrinis ambagibus fascinare, quum superuacaneum est tum ridiculum.

Atqui tandem mihi occurrit, quibusnam forte Geometricis ductibus uester ille Magisteilus in regula proportionum iulerit. $PH : PH : Audiam$
 $OR :$ Sunt in sexto Elementorum duæ propositiones, 16 & 17, per omnia similes nostræ decimæ nonæ iam enarratæ ac mox subsequuturæ uigesimæ, nisi quod illæ in magnitudinibus præcipiunt, idem hæ Arithmeticis persequuntur numeris. Cum autem non minus commodè ex sedecima sexti Regula proportionum possit ostendi quam ex nostra decima nona septimi, arbitror maluisse illum propter ostentationis splendorem remotius ex Geometria Theorema accersere, quam hoc propinquius ex Arithmeticis. At rursus
 miror

LIBER VII.

miros, quam intricatam linearum permixtionem hac potuerit idem ostentare, quum Delineatio Theorematis plana sit atque expedita? PH: Ne quaeso teramus tempus peregrinationis: Nota mihi sunt illa sexti libri Theoremata, & sufficit in praesentia, Si Regulam ἀναλογιών saltem ex nostro Theoremate declararis.

OR: Aggrediar: Problema est si praecepero, Tribus datis numeris, quantum illis ἀνάλογον subijcere, ut nimirum se habente primo ad secundum ita διηρημένως tertio quoque ad investigatum quartum, qui authoribus passim dicitur τὸ ἐπιβάλλον μέγεθος. Huius problematis solutionem Logisticam exhibet regulae illius saepius nominatae tractatio pendens ex nostro Theoremate.

Prae

EVCLIDEORVM ELE.

Præcipitur autem in illa, ut primum numerus tertius in secundum ducatur, id est, ut ex duobus numeris, quos nos intermedios paulo ante diximus, ueluti lateribus inter se multiplicatis, fiat planus numerus (per definit 15) correspondens superficiei rectangulæ in Geometria: Deinde præcipit regula problematis ut hæc superficies plani numeri παραβληθῇ hoc est adcommogetur (per diuisionis, hoc est, τὸ παραβολῆς laborem) ad primum numerum tanq̃ latus. Necesse tum erit, ut numerus emergens & repræsentans τὸ τὸ παραβολῆς πλάτος sit quæsitus numerus quartus respondens κατ' ἀναλογίαν tertio, ut διηρημένως secundus primo.

PH: Sat expedite satisfecisti problemati: Nunc audiam, qui ueritas solutionis dependeat ex Theoremate? Etsi uerò hoc ipsum non ignorem tamen me non nihil delectat experiri
ἀγαθού

EVCLIDEORVM ELE.

merget ternarij latus index mensurat
onis: Vel eundem octodenarium me
tiatur ternarius, emerget rursus 6.

Hac uia strata resummas primum
nostri Theorematis paradigma, 6. 12.
7. in quoingas quartum numerum,
ut 14, latere ac $\omega\varsigma\epsilon\beta\lambda\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\omega\varsigma$ elicien
dum esse: Nec tamen aliter sis affe
ctus ac si quartus aliquis adesset nu
merus: Multiplicatis itaq; intermedijs
12 & 7 prodientibusq; 84, flagitat $\gamma\eta\tau\omicron\upsilon\mu\epsilon\nu\omicron\nu$ Theorematis ut extremorū
numerorum multiplicatio tantum
dem conficiat, nimirum 84. Mensu
rato igitur 84 per alterum se produ
centium extremorum, notum scilicet
6, ex sententia Maximaē premisse of
fert sese alterum extremum, ut 14: qui
in senarium extremum ductus pro
creat itidem 84: De similibus idem
astinatio exemplis: Nos prolixius ac
par est immorati sumus huic Theore
mati.

Proz

LIBER VII.

PROPOSITION
XX.

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ᾧσιρ :
 ὁ ὑπὸ τῶ ἀκρω ἴσος ἔσται τῷ ἀπὸ τοῦ μέσ-
 ου : Ἐὰν δὲ ὁ ὑπὸ τῶ ἀκρω ἴσῃ ἢ τοῦ
 ἀπὸ τοῦ μέσου : οἱ εἰς ἀριθμοὶ ἀνάλογον
 ἔσονται. O R : Hoc Theorema sic res-
 picit præmissum ut in Geometria de
 cima septima sexti libri se præceden-
 tem sedecimam respicere nosti. P H :
 Quantum uero iudicas esse discrimi-
 nis, in utroq; quantitatuum genere, in-
 ter hæc duo Theoremata : O R :
 Non usq; adeo multum : Quod enim
 διηρημένως discretè de quatuor quantita-
 tibus dicitur, idem ἐν ἀναλογίᾳ συνεχέ-
 χει seu continua de tribus asseritur si
 medius terminus bis sumitur, ut in
 explicatione 19 definitionis heri mon-
 nui. Si tres, inquit, numeri proportio-
 nales fuerint : qui sub extremis com-
 præhenditur (id est, qui sit ex multiplicatione

extremorum duorum) æqualis erit illi qui sub medio, id est, qui ex multiplicatione medi in se nascitur: PH: Ea multiplicatio medi fit quando is bis sumitur atq; ita ex æqualibus lateribus planus producit quadratus.

Quantum igitur deprehendo Orótophroni, si ex dato trium numerorum huius propositionis fecero datum quatuor numerorum, medio termino nimirum bis sumpto, nihil uariat hoc Theorema à præcedenti: Vt positis tribus terminis proportionalibus in ratione tripla $\sigma\omega\epsilon\chi\omega\varsigma$ procedentibus 4. 12. 36. necesse erit κατὰ τὸ ἐπόμενον siue $\gamma\epsilon\tau\omicron\upsilon\mu\epsilon\nu\omicron\nu$ Theorematis, ut quantum prodit ex complexu extremorū (scilicet 144) tantundem etiam prodeat ex ductu medi in se, duodecies enim duodecim itidem dant 144. Caterum geminato termino medio dicendo ut 4 ad 12, ita 12 ad 36 citra discrimen incidero in ditionem præceden-

LIBER VII.

cedentis Theorematis regimine non
admodum uariato : OR Tenes Con-
uersam huius Theorematis haud dif-
ficulter poteris ad præmissum exem-
plū adcommodare, nec non adhibere
similem conciliationem cum præmis-
sæ $\alpha\pi\sigma\tau\acute{\alpha}\sigma\epsilon\omega\varsigma$ conuersa. Ita uero habet.

*Si trium datorum numerorum extre-
mi produxerint ex se numerum quen-
dam æqualem illi quem medius ex se
gignit : necesse est, tres datos nume-
ros $\acute{\alpha}\nu\acute{\alpha}\lambda\omicron\gamma\omicron\nu$ esse*

ADDITAMEN-

tum.

PH: **L**ogistæ non crebro in ore
habent explicitam hæc
nūs propositionem uigesimalam. OR:
Credo, quum forte non sæpe usu uer-
niat illud quod ex ea dependet pro-
blema. PH: Cuius argumenti sit hoc
desydero scire. OR: Si $\alpha\pi\sigma\epsilon\lambda\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\acute{\omega}\varsigma$

L iij

ex

expetatur, *Duobus datis quaq. ratione numeris tertium illis συναχῶς ἀνάλογον* subijcere. PH: Mea quidem sententia expeditio uel huius problematis nihil differt à tractatione superioris si secundus hęc terminus saltem geminetur & haud aliter procedatur ac si tres essent ad διηρημένῳ ἀναλογίαμ conficiendam oblati numeri. OR: Bene sentis.

Sed unico duntaxat exemplo persequamur solutionem illius idq. ex indicatione proximi Theorematis. PH: Sint data in quacuncq. χείρῃ numeri 4 & 20: quæro de hinc numerum quem uigenarius sic respiciat ut uigenarium quaternarius, in ratione nimirum quintupla. OR: Imagineris tertium aliquem κατ' ἀναλογίαν adesse numerum. Si ergo (ex 20 proposit:) intermedij termini (qui est uigenarius) quadratus numerus 400 æqualis

qualis est plano numero qui compræ-
henditur sub extremis numeris tanq̃
lateribus, necesse est, si 400 mensures-
tur per alterum extremorum ut 4, et
mersurum (per maximam recitatam)
alterum extremum ut centenarium,
qui est $\xi\iota\tau\omicron\rho\ \alpha\nu\acute{\alpha}\lambda\omicron\gamma\omicron\rho$ reperit im. 4, 20,
100.

P H: Atqui, posset ne & aliud ex
hoc Theoremate elici problema?
O R: Posset utiq̃, istud: *Datorum*
quorumcunq̃ duorum numerorum τὸ
μέσος ἀνέλογος reperiendum. P H:
Non incommode per hanc occasio-
nem incideres in $\mu\epsilon\sigma\acute{o}\tau\eta\tau\epsilon\varsigma$ quas Cice-
ro uix audet dicere Medietates. O R:
In præsentia uerò non expedit illa pro
ut par erat excutere: Octauus sequens
liber dabit sufficientem ansam hæc
persequendi: nec non in nono libro,
Theorematum iam tractatorum duo
problemata rursus sese offerent, ac
tum reddam tibi rationem quur Lo-
gistæ

LIBER VII.

gista ex præmissis duobus Theore-
matibus extruxerint illa. P H: Pero-
gam tandem, uis, ad 21 propositionē:
O R: Pergas omnino: Cæterum pri-
us tractemus tres illam sequenteis pro-
positiones, ut illa, post has, uigesimalum
quartum sortiatur locum, quamuis id
demonstratori non uisum fuit.

P P O P O S I T I O X X I.

P H: Ἐὰν ὧσι τρεῖς ἀριθμοὶ καὶ ἄλλοι
αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλεῖστον, σώδιον λαμβανό-
μενοι καὶ ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγῳ ἢ δὲ τετραγα-
μὲνη αὐτῶν ἡ ἀναλογία: καὶ οὗ ἴσος ἐν τῷ
αὐτῷ λόγῳ ἔσονται. Ignoro quid sit ἀνα-
λογία τετραγαμὲνη. O R: In vestibulo
quinti libri definitur: unde huc, habi-
tu nonnihil uariato, asciscere libuit:
Ait eam esse ὅταν τριῶν ὄντων ἀριθμῶν
καὶ ἄλλων ἴσων αὐτοῖς τὸ πλεῖστον, γίνεταί,
ὥς μὲν ἐν πρώτοις ἀριθμοῖς ἡ γινόμενος ὁρὸς
πρὸς

LIBER VII.

πρὸς ἐπόμενον οὕτως ἐν δευτέροις ἀριθμοῖς
ἡγούμενος πρὸς ἐπόμενον, ὥς δὲ ἐν πρώ-
τοις ἀριθμοῖς ἐπόμενος ὅσος πρὸς ἄλλον τις
νὰ οὕτως ἐν δευτέροις ἀριθμοῖς ἄλλος τις
πρὸς ἡγούμενον: hoc est, *Perturbata
proportio est, quando tribus positis
numeris & alterius ordinis totidem,
sicut in priore ordine se habet antece-
dens terminus ad suum sequentem, sic
& in altero ordine antecedens ad su-
um sequacem: Vt verò in priori se-
rie sequens terminus ad alium terti-
um, sic in posteriore serie tertius ad
antecedentem terminum.*

Vt, prior series hos contineat num-
meros 6. 9. 3. Posterior hos, 36. 12.
18. sitq; ut in priori serie 6 ad sequen-
tem 9 sic in posteriore 12 præcedat 18
sequentem: Porro ut in priore serie
pristinus sequens 9 ad aliū se sequen-

tem 3, sic in posteriore serie alius quidam tertius (36) ad pristinum huius ordinis præcessorem 12. Huiusmodi consequentiam terminorum analogicam dicimus perturbatam.

PH: Quid, si geminus numerorum ordo non ita fuerit perturbatus, sed in modum 14 propositionis termini utrobique processerint? OR: Dicetur analogia τεταγμένη ordinata cuius definitionem ex quinti libri vestibulo petas. PH: Atqui non fecit huius uoculae mentionem propositio decima quarta, alioqui non fuisset hallucinatus in phrasi σώθυο λαμβανομένων, utique prius indicata ratione processus OR: Nec mihi tum hoc uenit in mentem: Sed omnino desydero ut isti Theoremati, ad finem antecedentis seu τοῦ δεδομένου, addatur (κατα τὴν τεταγμένην ἀναλογίαν.) Deinde malletm istud Theorema huic nostro uelut excipienti præfigi archissimoque uinculo coniungi, ut in Geometricis quantibus
bus

LIBER VII.

bus, si rectè memini, facit quintus liber, nimirum Theoremate uigesimo secundo & uigesimo tertio: Ac fortassis etiam in istorum priore Theoremate deerit hoc quod nostræ decimæ quartæ propositioni: Nunc reuertamur ad pertexendum assumptum exemplum.

PH: Datum seu Theorematis antecedens satis in exemplo illo declarasti: Ego nunc inferam τὸ ζήτημα quod scilicet κατὰ δὴ ἰσουλός γὰρ etiam ἀναλογία sit, id est, sicut 6 ad 3 in priore ordine ita 36 ad 18 in posteriore. Flagitat id credo sensus Theorematis? OR: Flagitat certe: Si fuerint (inquit) tres numeri & alia totidem constans series, semper utring. duobus correspondenter simul sumptis in eadem ratione, ^{Hactenus dicta competunt etiam} fuerit verò hæc perturbata proportio: necesse est, ut etiam δὴ ἰσού sint in ^{ταυτέων ἀναλογία.} eadem ratione. PH: Nunc ipse

Ipsemet gignam diuersum, sed tamen simile παράδειγμα: Sit series prior 3. 15. 9. Posterior autem 10. 6. 30. Vt autem 3 ad 15 in priore, sic in posteriore 6 ad 30: Porro ut in priore 15 ad 9 sic in posteriore 10 ad 6: Ergo per hoc Theorema ut δὲ ἴσθ' est 3 ad 9 sic & δὲ ἴσθ' 10 ad 30. Pergo legere.

PROPOSITIO
XXII,

Οἱ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ :
ἐλάχιστοί ἐσι τῶν τὸν αὐτοῦ λόγον ἔχόντων
αὐτοῖς. OR: *Datis, ait, duobus vel
pluribus etiam quocumq; inter se pri-
mis numeris: impossibile est reperiri
alios istis minores eandem inter se ra-
tionem obtinentes. Vt 3 ad 2 con-
stituti in ratione sesquialtera sunt in-
ter se primi, hoc est, (ex definitione)
solam unitatem communem admittunt*

LIBER VII

tunt mensuram: concludo iam ex propositione nostra, 3 & 2 minimos esse terminos omnium istorum numerorum qui possint in ratione hemiolia constitui.

PH: Tu quos uocas minimos rationis terminos alij *πυθμενικὸν ὄρεσ* dicunt radicem, basin, seu fundum *χέστωρ* determinantes, ut his non reperiuntur inferiores alij: Sic 3 ad 2 est *πυθμὸν* sesquialterus, & 3 ad 4 *πυθμὸν* est *ἐπιτρίτος* sesquicertia radix, apud Aristotelem & Platonem: OR: Recte dicis: Atque hinc perspicue deprehendis sensum definitionis XI nec non & X, quare nimirum illarum numeri dicantur inter se PRIMI.

Sit aliud exemplum plurium numerorum. Quatuor hi 10. 5. 2. 11. ex tertiae propositionis tractatione agnoscantur esse inter se primi, hoc est (iuxta definit.) quod non admittant
aliam

EVCLIDEORVM ELE.

aliam quandam mensuram preter quā
 solam unitatem: PH: Dicit iam con-
 sequens Theorematis, eiusmodi
 numeros exhibitos, esse minimos om-
 nium eorum qui eandem possunt in
 progressionē seruare $\chi\acute{\epsilon}\sigma\iota\mu$. Id est,
 non posse præter hos proferri mino-
 res alios quorum primus (ut hæc)
 ad secundum rationem habeat dus-
 plam, secundus porrò ad tertium ra-
 tionem duplam sesquialteram: Terc-
 tius ad quartum rationem subquin-
 tuplam sesquialteram.

Sequitur in-
 textu.

PRO.

LIBER VII.

PROPOSITIO
XXIII.

Οἱ ἐλάχισοι ἀριθμοὶ ἔ τὸν αὐτὸν λόγον
ἔχοντων αὐτοῖς : πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
εἰσιν. Hæc est conuersa præceden-
tis : quales nunq̃ non solent esse
planæ, quod conuertibilem ferme
eadem sit doctrina : OR : Si mi-
nimi offerantur, ait, numeri eo-
rum qui eandem habent inter se
rationem : necessariò inter se pri-
mi erunt illi. Perge ad intermissam
in loco uigesimo primo.

PROPOSITIO
XXIII.

PH : οἱ ἐλάχισοι ἀριθμοὶ τῶν τοῦ αὐτοῦ
λόγου ἔχοντων αὐτοῖς μεῖζονσι τοὺς τὸν αὐ-
τὸν λόγον ἔχοντων αὐτοῖς ἰσάκεις, ὅτε μεί-
ζων τὸν μείζονα ἢ ἢ ὁ ἐλάττω τὸν ἐλάττωνα.
OR.

EVCLIDEORVM ELE.

OR: Minimi numeri eorum qui eandem habent rationem metiuntur (inquit) maiores se, quibus cum eandem obtinent rationem æquabiliter, maior quidem toties maiorem quoties minor minorem.

Ut sint duo numeri 7 & 9 minimi eorum qui eandem habent rationem: (PH: Qui uerò deprehendam illud? OR: Ex 22 propositionis indicatione, siquidem primi inter se esse deprehenduntur. PH: At unde hoc? OR: Ex primo Theoremate.) Pergo: Sint item alij duo numeri 35 & 45, prioribus quidem maiores, at in eadem se respicientes habitudine: PH: inferam hinc iuxta $\alpha\tau\omicron\sigma\mu\epsilon\nu\omicron\nu$ Theorematis, quod priorum duorum maior (7) metiatur posteriorum duorum maiorem (35) toties, nimirum quinquies, quoties prior

LIBER VII.

priorum minor (9) posteriorum minorem (45) emetitur.

O R: Accommodemus & ad plures Theorema numeros, nec enim in hoc afficietur aliqua iniuria. Sint quinque numeri 3. 5. 12. 16. 20. iidemque minimi istorum omnium qui similiter progrediuntur, hoc est primi inter se (ex 23 propositione & tertia quoque adiuncto experimento) Sit rursus alius numerorum ordo 15. 25. 60. 80. 100 priori in progressionem, hoc est rationum subsequutione similis, κατὰ τεταγμένω nimirum ἀναλογία, ut enim in priori serie 3 ad 5 sic in posteriore 15 ad 25: Vtque in priore 5 ad 12 sic in posteriore 25 ad 60. Vtque in priore 12 ad 16 sic in posteriore 60 ad 80: Tandem sicut in priore serie 16 ad 20, ita in posteriore 80 ad 100.

P H: His ita positis, concludo iuxta mentem nostri Theorematis, sin-

M

gu

EVCLIDEORVM ELE.

gulos prioris ordinis qui istius progressionis minimi sunt ex ordine metiri posterioris ordinis singulos ἰσάκις, quoties nimirum 3 prioris ordinis, quindenarium posterioris mensurat, (ut quinquies) toties quinararius prioris ordinis ipsum uicies quinarium posterioris ordinis mensurabit: atq; ita deinceps.

Exemplum.

Series pri. 3. 5. 12. 16. 20.

Series alt: 15. 25. 60. 80. 100.

PROPOSITIO XXV.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ᾤσιν: ὁ τὸν ἑνὰ αὐτῶν μεγάλων ἀριθμὸς πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτος ἔσται. OR: Si duo fuerint inter se primi numeri: tertius quidā alterutrum horū ubi fortè minus fuerit, ad alterum tamen primus erit.

ΕΥΚΛΙΔΕΩΡΥΜ ΕΛΕ.

erit. Sæpe euenit Philomathes ut ad duos numeros inter se primos confesratur tertius quidam qui neutrum istorum possit metiri. At si forte occurrerit quidam tertius, ait Theorema, qui alterum datorum emetiatur, tum impossibile esse, ut idem tertius etiam reliquum mensuret. Nam si eundem etiam mensuraret, essent duo oblati numeri, (ex definitione XI) inter se compositi quod est contra θέσιν ἢ δειδόμενον Theorematis: Relinquitur ergo consequentis ueritas. Supersedeamus exemplis in re facili ac propemodum puerili, PH: Pergo.

PROPOSITIO XXVI.

Εάν δύο ἀριθμοὶ πρὸς τινὰ ἀριθμὸν
πρῶτοι ᾖσιν : καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν γεγόμε-
τος πρὸς τὸν αὐτὸν πρῶτος ἔσται.
M ij Men

EVCLIDEORVM ELE.

Mentem authoris patefaciam unico
paradigmate. Sint duo numeri 8 &
12 qui ex antithesi primi Theorema-
tis sunt quidem inter se compositi, cæ-
terum uterq; horum relatus ad tertiu-
m quendam numerum (ut 5) pri-
mus sit : Concludit hinc consequens
nostri Theorematis : quod numerus
progenitus ex ductu octonarij in duo-
denarium (ut 96) ad eundem tertiu-
m, 5, sit primus : cuius rei possim
periculum facere per primum Theo-
rema. OR : Dextre argumentatus
es, sic enim loquitur propositio :
*Si duo numeri ad tertium quendam
primi fuerint : tum ex ijsdem duo-
bus prognatus numerus ad
eundem tertium primus
ut sit oportet.*

PRO.

LIBER VII.

PROPOSITIO

XXVII.

PH: ἔάν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ᾧσιν, ὁ ἐκ τοῦ ἐνὸς αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτος ἔσται. OR: *Si duo, inquit, numeri primi inter se fuerint: numerum proveniente ex alterutrius in se ductu primum esse ad reliquum oportet.* Sint duo numeri 15 & 19 inter se primi per experimentum primi Theorematis. Horum alteruter, pro lubitu, (sumamus in praesentia 15) ducatur in se ut nascatur inde quadratus 225: Quid hinc inferes Philomathies iuxta ζητούμενον Theorematis? PH: Dico quadratum 225 collatum ad 19, primum esse: Ac possem, si per ocium liceret, id examinare per 1 Theorema. Sequitur.

M in

PRO

PROPOSITIO

XXVIII.

Εὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς δύο ἀριθμοὺς
ἀμφοτέρω πρὸς ἑκάτερον, πρῶτοι ὦσιν : καὶ
οἱ ἐξ αὐτῶν γενομένοι πρῶτοι πρὸς ἀλλή-
λους ἔσονται. Theorematis διεσώμενον
offert quatuor numeros, quorum duo
conferuntur ad reliquos duos. Ceter-
um in modo collationis lubricum est
in Græcis non versato hallucinari : il-
lum indicat quum dicitur ἀμφοτέρω
πρὸς ἑκάτερον. OR: Exemplum adimet
tibi scrupulum. Sint quatuor numeri,
quorū duo 6 & 8 conferātur ad duos
11 et 17 sic ut senar. & ad 11 collatus &
ad 17 primus ad utrūq; sit : Similiter 8
collat⁹ & ad 11 et 17 pri. sit ad utrūq;
Illud est authori ἀμφοτέρω πρὸς ἑκάτερον
πρῶτον εἶναι. PH : Consequens The-
orematis, nisi fallor, sic concludet :
Numerum progenitum ex multiplica-
tione 6 in 8, (id est 48,) ad eum qui fit
ex 11 in 17 (id est 187) primum esse.
Sed

LIBER VII

Sed audiam Latine sonans Theorema: *O R: Si duorum numerorum uterq; ad aliorum duorum singulos primus fuerit: necesse est numerum procedentem ex multiplicatione priorum duorum primum esse ad illum qui nascitur ex aliorum duorum in se multiplicatione. Legas sequentia.*

PROPOSITIO XXIX.

P H: Εὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὥσι καὶ πολλαπλασιασας ἑκάτερος ἑαυτὸν ποιῇ τινὰ: οἱ γενομένοι ἐξ αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται. *O R: Hanc priorem Theorematis partem prius elucidemus: Si duo (inquit) numeri primi inter se fuerint, et quisq; sese multiplicando fecerit aliquem: Necesse est illos ex multiplicatione productos inter se primos esse.*

M iij

Ve

Vt sint numeri duo inter se primi 12 & 19 : Ducaturq; duodenarius in se fiunt 144: Itemq; ex 19 fiat quadratus 361. P H: Exigit ζητούμενον Theorematis, ut producti duo 144 & 361 sint inter se primi, quod verumne sit cognoscetur ex 1 Theoremate.

Restat altera Theorematis pars
 καὶ οἱ ἐξαρχὲς τοὺς γινόμενους πολλαπλα-
 σιάσαντες ποιῶσιν τινὰς : κακεῖνοι πρῶτοι
 πρὸς ἀλλήλους ἔσονται. καὶ αἰ περὶ τοὺς
 ἄκρους τοῦτο συμβαίνει. O R: Si porro
initiales duo numeri recenter produ-
ctos multiplicauerint : & hos ipsos
productos inter se primos esse necesse
est, ac semper id accidit in extremis
numeris: Vt 12. qui fecit ex se 144,
hunc ipsum multiplicet, fient 1728.
Alter uero 19 qui progenuit ex seipso
361 multiplicet eundem, emergent
 6859 : P H: Concludit ζητούμενον huius
 ius

LIBER VII.

ius partis, quod etiam hi recens prognati numeri (ut 1728. & 6859.) inter se primi sint. Atque annectit auctor, non diversum evenire, si quis eorundem pertendens modo recens accedat numeros velut extremos & ultimos porro multiplicet in suos primos: prodituros nimirum & tunc numeros inter se primos: ut multiplices erit 1728 in suum 12 prodibunt 20736: itemque 6859 in suum 19 emergent 130321, sunt iam & hi nuper reperti numeri adinvicem primi: Ac in infinitum posset quis hanc extremorum multiplicationem persequi. Pergam legere.

PROPOSITIO XXX.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ᾤσι; καὶ συναμφοτέρῃ πρὸς ἑκάτερον αὐτῶν πρῶτῳ ἔσται. Hæc est prior
M 5 Theos

Theorematis pars quam si unico examinauerimus exemplo sat est : OR :
Si duo, inquit, numeri primi inter se fuerint : necesse est numerum ex horum additione prouenientem respectu utriusq; primum esse, Vt sint duo inter se primi numeri 5 & 7: Dicas ex sententia Theorematis duodenarium (qui compositus est ex quinario & septenario iunctis) primum esse tam respectu quinarij quam septenarij: PH: Placet rotunditas explicationis.

Altera Theorematis pars, prope modum ἀντιστρέφεται ad priorem, hoc modo : καὶ ἐὰν συναμφοτέρος πρὸς ἑνὰ τινὰ αὐτῶν πρῶτος ᾖ : καὶ οἱ ἐξάρχῃς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται. OR :
Si contra, inquit, numerus ex duorum additione proueniens ad alterutrum primus fuerit : erunt duo isti numeri (additi sc.) inter se primi:
Vt

LIBER VII.

Vt addantur inter se numeri 27 & 19
conficiaturq; 46, Hic numerus ad alio-
terutrum duorum (ut in præsentia
27) sit primus, ex indicatione primi
Theorematis : Concluditur inde,
quod 27 & 19 inter se primi sint. Po-
tes tua Marte grandiora gignere ex-
empla. Pertexas reliqua.

PROPOSITIO XXI.

PH: Ἀπὸ αὐτοῦ πρώτου ἀριθμοῦ πρὸς ἅ-
παντα ἀριθμοὺς ὃν μὴ μετρεῖ πρῶτος ἐστίν.
An ne hoc est propemodum ταυτολογ-
γεῖν *Omnis primus numerus est pri-
mus numerus?* De numeris quidem
per se compositis constat ex 13 defini-
tione quod respectu aliorum, quibus
cum nullam admittunt communem
mensuram, possint dici pri: Cæterum
de numeris per se primis, hæud mihi
constat possintne simili modo respec-
tu

Et aliorum dici compositi. OR:
 Non procul à scopo Philomates: Om-
 nino siquidem uera est nostri Theo-
 rematis ἀποφαισις, *Omnem primum*
numerum πρὸς ἑαυτὸν collatum, quem
metitur, compositum esse: ut quinaris
 us est numerus per se primus ex defi-
 nitione: qui si conferatur cum quin-
 denario quem metitur, non dicetur
 respectu huius primus, sed compo-
 situs: Hi duo siquidem sunt
 inter se compositi habentes commu-
 nem mensuram quinarium, qui seipsum
 metitur semel & quindenarium ter.
 PH: Hæc antithesis, ut cerno, illus-
 trat Theorema propositum: *Omnis*
primus numerus ad omnem numerum
quem non metitur primus est. Vt
 Quindenarius est numerus primus
 atq; ad undenarium quem non
 metitur collatus pri-
 mus manet

PRO-

LIBER VII.
PROPOSITIO
XXXII.

Εάν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες
ἀλλήλους ποιῶσι τινά, καὶ τὸν γινόμενον
ἐξ αὐτῶν μετρήῃ τις πρῶτος ἀριθμὸς : καὶ ἕνα
τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρήσει. OR : Si duo nu-
meri sese multiplicando aliquem pro-
duxerint atq; eundem productum
mensus fuerit aliquis primus nume-
rus : metietur primus ille numerus e-
tiam aliquem duorum propositorum
numerorum : Vt 2 & 21 sese multipli-
cantes produxerint 42 : metiaturq;
42 primus quidem ut 7 : inferit con-
sequens quod idem 7 etiam alterum
duorum propositorum metiatur ut
hoc loco 21. Aliud. Quaternarius in
Nouenarius duct. producat 36 : Hoc
productum metiatur 3 primus nu-
merus : PH : patet ex Theoremate
quod

E V C L I D E O R V M E L E.

quod idem ternarius etiam metiatur
nouenarius alterum propositorum.

PROPOSITIO
XXXIII.

Ἄπας σύνθετος ἀριθμός, ὑπὸ πρώτου
τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. *Omnis compo-*
situs numerus à primo aliquo necesse
est ut mensuretur. ut, 12 est compo-
situs numerus qui, per definitionem,
mensurabitur à quodam numero. Hic
autem repertus postquam deprehenditur
esse primus (ut ternarius) sa-
tisfit propositio. Sin autem compo-
situs quidam sese obtulerit mensor
duodenarij (ut uel 4 uel 6) nihilominus
à primo aliquo mensuretur
duodenarius necesse est. PH: Hic ut
inueniendus sit monstra. OR: Ex
oblatis initio compositis mensuris eliz-
citur. Si enim 6 mensurat duodena-
rium

LIBER VII.

Itum ut compositus, habebit 6 rursus
(per definit) aliam mensuram qui
uel 2 uel 3 est : uterq; certè primus,
uterq; etiam dimetiens duodenarij :

PH : Caterum si 72 numeri com-
positi offertur mensura (36) compo-
sita & ipsa, huius uerò rursus compo-
sita mensura offertur (12) quid facie-
am, secunda uenatione non acquisito
aliquo numero primo qui 72 metia-
tur? OR : Quod si id non fit uel
prima, uel secunda uenatione, tamen
uel tertia uel quarta acquireretur.
(neq; enim in infinitum poterit fieri
diminutio,) equidem uia proceden-
dum est eadem post repertum duo-
denarium donec peruentum fuerit
uel ad binarium uel ternarium quem
ad modum in superiore euenit exem-
plo. PH : Legam sequens Theo-
rema ab hoc non prorsus
alienum.

PRO

EVCLIDEORVM ELE.

PROPOSITIO

XXVIII.

Ἀπὸ αὐτοῦ ἀριθμοῦ ἢ τοι πρῶτος ἐστίν, ἢ ὑπὸ
πρώτῳ τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. O R: Ex
præmissis Theoremate uidetur pen-
dere. *Omnis numerus (inquit) aut*
primus est: aut à primo quodam men-
suratur numero id est Compositus
est per conuersionem præcedentis.
Pergamus ad explicationem sequen-
tis προτάσεως quæ est προβληματική.

PROPOSITIO

XXV.

PH: Αριθμὸν ὁθεῖντων ὁποσονοῦν: εὐ-
ρεῖν τοὺς ἐλαχίστους τῶν τῶν αὐτῶν λόγον
εχόντων αὐτοῖς Huius problematis non
infrequens usus est logistis quoties
uel fractiones Physicas uel rationum
terminos ad συνδυάσκειν reducere stu-
dent

LIBER VII.

dent, O R: Datis, aut, quocumq. nu-
meris: inueniendi sunt totidem nu-
meri minimi habentes eandem inter
se rationem.

Afferam solutionem generalem
satisfacientem quibusuis exemplis.
Numeri oblatis initio explorentur
sintne inter se primi uel compositi,
(per I propositionem si duo fuerint,
Aut si plures, per tertiæ præmissum
Lemma, adhibitis etiam ἀποφατικαῖς
earundem propositionum) quod si
primi fuerint, habes ἀποδείκνυται proble-
matis, sunt enim (per 21 proposi-
tionem) minimi eorum qui eandem possunt
constituere inter se habitudinem:
Sin Verò compositi, inquiretur (uel
per secundam uel tertiā proposi-
tionem) eorundem communis maximāq. men-
sura, per quam ubi fuerint singuli
N propo-

propositi mensurati, necesse est mensurationis quotienteis esse πρῶτοι καὶ ἀντιπρῶτοι, id est, numeros minimos eorum qui in isthac ratione possunt consistere, per conuersionem decimæ quartæ propositionis.

PH: Sine ut ipse pericliter in exemplis. Sint dati duo numeri 15 et 22, siue in fractione siue alias in ratione positi, quas uelim experiri num possint ad minores terminos redigi: factum autem per 1 propositio: uideo esse inter se primos, id est &c. Rursus sint alij duo 44 & 12 de quibus idem propositum. Hec offert primum problema eorundem communem maximamque mensuram (4) quæ metiens singulos producit ex mensuratione, 11 & 3, quorum undenarius toties metitur 44, nimirum quater, quoties ternarius duodenarium: Quare per πάλιν ἀφομίαν 24 propositos
fictos

LIBER VII.

titionis, $\omega\upsilon\delta\omega\epsilon\nu\epsilon\varsigma$ propositorum nume-
 rorum sunt 11 & 3. In explorandis plu-
 ribus numeris haud dissimilem sumis
 opellam: ut 12. 15. 19. ad minores res
 degi non possunt, sed hi ipsi sunt $\omega\upsilon\delta\omega$
 $\mu\epsilon\nu\kappa\omicron\iota\ \delta\epsilon\varsigma$ istius ἀκολουθίας: per 2 es-
 nim problema inter se sunt primi. Ceterum
 60. 75. 95. ex secundo pro-
 blemate compositi sunt & beneficio
 eiusdem acquiritur communis eorunde-
 dem & maxima mensura 5 per quam
 singuli mensurati, prodibunt $\kappa\alpha\tau\alpha\mu\epsilon\tau\epsilon\varsigma$
 $\xi\eta\sigma\epsilon\omega\varsigma\ \acute{\alpha}\rho\iota\theta\mu\omicron\iota$ 12. 15. 19. minimiter-
 mini. OR: Rem probe adlequus-
 tus es.

Sed ut uideo, per hoc ultimum
 exemplum facile daretur cuiq; iusta
 occasio gignendi $\omega\pi\omicron\delta\lambda\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\omicron\nu$ alie-
 quod $\omega\delta\epsilon\iota\sigma\mu\alpha$ ex solutione huius pro-
 blematis. PH: Quale id est? OR:
Datis quocumq; numeris minimis a-
licuius progressionis: alios ipsis ma-
iores reperiri qui eandem seruent ha-

N ij bitus

bitudinem: Quando enim numeri minimi 12. 15. 19. multiplicati sunt per 5, prodierunt maiores ipsis in eadem habitudine 60. 75. 95. Quod patet per 17 Propositionem PH: Atqui textus illius loquitur de duobus saltem numeris per unum multiplicatis: OR: Eadem propositio & ad plures extendi potest numeros, quod tum monuissem si per occasionem forte uenisset in mentem. PH: Sequitur in codice.

PROPOSITIO
XXVI.

Δύο ἀριθμοὶ διέντες: εὐρεῖν ὁρᾶν ἁχίσ-
τον μετρώσιν ἀριθμὸν. OR: Datis duo-
bus numeris: inueniendus est mini-
mus numerus quem illi dimetiuntur.
Expositio huius problematis non la-
borat ulla difficultate si duas consyde-
raris uias: Aut enim numeri oblatis
duo

LIBER VII.

duo sunt inter se primi, aut uerò compositi. Si fuerint inter se primi dati numeri, ducatur alter in alterum multiplicando: tum necesse est numerum, sub his duobus lateribus cōprehensum, minimum esse quem uterq; metiri possit. ut ex 12 & 23 multiplicatis (qui sunt inter se primi) prouenit 276 quem dico esse minimum eorum qui sub mensuram 12 & 23 cadunt.

Cæterum si duo oblati numeri inter se compositi fuerint, acquiratur ipsorum communis maximāq; mensura: per quam si alteruter oblatorum mensuretur ac numerus mensurationis in reliquum oblatorum ducatur, emergere necesse est minimum quem metiri possunt numerum: ut 15 & 36 sunt inter se compositi: Communis maximāq; eorundem mensura est 3.

N in

Per

Per hunc ternarium mensurato altera
uiro illorum (ut in præsentia quin-
denario) emergunt ex mensuratione
5, qui ductus in reliquum 36, produ-
cet 180, minimum eorum qui per 15
& 36 mensurari possunt. In reliquis
exemplis eodem incedas tramite.
PH: Vt secunda propositio erga ter-
tiam adfecta fuit: sic & hoc problema
non multò post sequuturum proble-
ma respicere animaduerto, quod per-
lubenter huic statim subiicerem: Sed
ne temere propositionum interruptum-
pamus ordinem inseramus sequens
Theorema.

PROPOSITIO
XXXVII.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμὸν τινα μετρώσι:
καὶ ὁ ἐλάχιστος ὑπ' αὐτῶν μετρούμενος τὸν
αὐτὸν μετρήσει. Si duo, inquit, nume-
ri tertium quendam mensi fuerint:
opor=

LIBER VII.

oportebit numerum minimum qui à duobus illis mensuratur emetiri etiam tertium. Vt duo numeri 9 & 12 emetiantur tertium quendam 72: Minimus uero numerus quem 9 & 12 emetiuntur sit (per præmissum problema) ipse 36: Subijcit hæc consequens Theorematis, quod eadem 36 etiam tertium 72 emetiantur. Aliud gignam. Senarius & octonarius metiuntur 48: Minimus autem numerus quem senarius & octonarius emetiuntur (ex 36 propositione) est 24: Concludo hinc quod 24 etiam metiatur 48. Nunc tandem audiamus istud de tribus numeris problema.

PROPOSITIO XXXVIII.

τρεῶν ἀριθμῶν δοθέντων : εὐρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετρεῖσιν ἀριθμὸν OR: Quæritur hæc idem in tribus & per similitudinem in pluribus numeris quod

N iij

antea

antea in duobus. *Trium datorum*, inquit, *numerosum minimus quem mensurant numerus reperiatur*. P H: Solutio huius problematis uidetur mihi constare prioris illius ingeminatione aut repetitione crebriore. OR: Omnino. Reperitur, enim, *trium exhibitorum numerosum minimus qui ab illis mensuratur, si cum duobus primum agatur iuxta præcedentis problematis præscriptum: numerus verò inuentus ad tertium propositum adcommodetur cumq; his duobus eodem modo procedatur*. Nam numerus hic secundo repertus, *trium datorum est minimus quem mensurare possunt*.

P H: Effingas commodum exemplum. OR: Sit inueniendus minimus numerus quem mensurare possunt 2, 9, 14. Binarij & Nouenarij

LIBER VII.

tertij minimus quem metiuntur numerus, ex præmissio problemate, est 18: Huius uero 18, & tertij propositi u, 14 (ex eodem problemate) minimus qui ab illis mensuratur numerus est 126: Concludo igitur ex sententia solutionis: Secundo loco repertum 126 esse minimum numerum qui a 2, & 9, & 14 mensurari possit.

PH: Gignam ego non nihil diuersum in pluribus numeris: Nulla enim, ut intelligo, diuersitas est investigationis, siue tres siue mille dentur numeri. Sit autem inuestigandus numerus minimus quem mensurare possit & 2 & 8, & 10, & 20. Biparij quidem & octonarij minimus est ipse 8 ex præmissio problemat. Octonarij uero & denarij (ex eodem) est 40: Quadragenarij uero & uigenarij (ex eodem problem.) ipse 40 est: Concludo igitur, 40 repertum, minimum esse numerum quem metiantur oblari numeri

meri. OR: Perplacet foelicitas ingenij tui: Nam dexterrime adsequutus es solutionem problematis. Cæterum sis huius tui paradigmati memor, nam eius usus erit in ultimo problemate ualde tempestiuus ac compendiosus. Nunc pergas legere.

PROPOSITIO
XXXIX.

Εὰν ἀριθμὸς ὑπὸ τινος ἀριθμοῦ μετρεῖται: ὁ μετρούμενος ὁμώνυμος μέρος ἔξει τοῦ μετροῦντι. OR: Si numerus ab alio quodam mensuratur: habebit is qui mensuratur, eiusdem denominationis partem quam ostendit mensor. Ut 18 mensuratur à 9: Dico quod 18 etiam nonam partem habeat, quæ scilicet est 2. Sic 24 mensuratur ab 8: Sequitur, 24 etiam octauam partem habere quæ est 3.

PRO

LIBER VII.
PROPOSITIO
XL.

PH: Εὰν ἀριθμὸς μέρος ἔχῃ ὁτιούμ:
ὑπὸ ὁμωνύμῳ ἀριθμῷ μετρήσεται τοῦ μέρους.
Hæc quasi conuersa est præcedentis.
Vt sit octodenarius qui habet nonam
quandam partem nimirum 2: Conclus
do, eundem octodenarium mensura
ri à nouenario qui denominatur à
parte: Hic ne sensus est? OR: Est
omnino, Sic enim habet propositio.
*Si numerus partem habuerit quam
cunq;: metietur eundem numerus à
parte denominatus.* Sex & triginta
terciam habent partem: Potest igitur
eodē sex & triginta metiri ternarius.
PH: Vesper ingruit, properemus id
circo ad explicationem ultimæ ἀποδεί
ξεως quam mirum in modum gestio
audire: Nam ex ea te producturum
heri promisisti Epigrammatis sen
sum de aurea Mineræ statua.
PRO.

PROPOSITIO

XLI.

Ultima.

Ἀριθμὸν εὐρεῖν ὃς ἐλάχιστος ὧν ἔξει τὰ
 δοθέντα μέρη. O R: Numerum debes
 inquirere habentem datas partes, sic
 tamen vt nullo ipso minor quis sit qui
 easdem contineat. Vt si inueniendus
 esset numerus qui & secundam, & ter-
 tiam, & sextam partem habeat, quem
 esse illum diceres? PH: Triginta sex:
 Nam hic mediam partem habet (18)
 & tertiam (12) & sextam (6) O R:
 Atqui minimum inuentum uult pro-
 blema: iam neutiq; minimus est 36
 sed habetur longè minor ipso duode-
 narius cuius secunda pars est (6) ter-
 tia (4) sexta binarius.

Vt itaq; habeas certam quandam
 atq; expeditam inueniendi metho-
 dum

LIBER VII.

dum sic soluo problema. Denomina-
 tiones partium contentarum in nume-
 ro inueniendo collocentur ex ordine:
 Harum déinceps (per proximum
 problema) inueniatur numerus quem
 metiantur minimus, quo acquisito
 venati iam sumus problematis ἡ τοῦ ἑξῆς
 $\mu\epsilon\tau\omega\pi$: Vt inueniendarum partium de-
 nominationes in præmisso paradeig-
 mate sunt 2, 3, 6: Harum minimus
 quem metiuntur numerus (ex proxi-
 mo problemate) est 6: Nam hic prio-
 rum duorum 2 & 3 est minimus
 quem illi possunt mensurare (ex antea
 penultimo problemate.) idemq; sena-
 rius ad tertium numerum (6) collatus
 minimus manet quem senarius meti-
 ri potest: quare, per proximum pro-
 btema, 6 minimus est eorum quos ob-
 latarum partium denominatores men-
 surare possunt: atq; ex problematis
 huius solutione senarius numerus est
 compe

EVCLIDEORVM ELE.

complectens partem mediam id est 3
tertiam id est 2, sextam id est 1.

PH: Sine quo gignam experis-
mentum non nihil diuersum. Iubeat
indagare numerum qui minimus
complectatur in se Mediam partem,
Octauam, Decimam, & Vigestimam:
Harum partium numeri $\delta\mu\omega\nu\mu\omega\iota$ sunt
hi: 2, 8, 10, 20, quorum minimus quē
metiuntur. OR: Quid laboras in su-
peruacaneis? In proximo problema-
te meministi indicasse te numerum
ab his mensurabilem (40)? Hic est
quæsitus etiam in hoc problemate nu-
merus: quod probo PH: Permittas
mihi $\delta\kappa\iota\mu\alpha\sigma\iota\alpha\mu$: Habet quadragenar-
ius medietatem quæ est 20, habet &
 $\delta\gamma\delta\sigma\acute{\alpha}\lambda\mu$ quæ est 5, & $\delta\epsilon\kappa\acute{\alpha}\tau\omega\upsilon\tau$ 4, et
 $\epsilon\iota\kappa\sigma\omega\iota$ id est 2. OR: Tu non inimi-
cam tibi habes Mineruam, siquidem
ipsius Epigramma præter expectatio-
nem tibi labitur inq; sinus medijsq;
amplectitur ulnis: Audias me quæso
tibi

LIBER VII.

tibi recitantem illud ex libro Epigram-
maticum, ut mireris tuam ευσοχίαν.

παλλὰς ἐγὼ τελέθω σφυσέλατος, αὐτὰρ δ'
χρυσὸς,

Αἰζηῶν π' ἀετὶ δῶρον ἄοιδ' οὐδ' ὅλων·
ἡμῖν μὲν χρυσοῖο χαρεῖσι θεῶ, δ' ὅ γ' οὐδ' ἄτις δὲ
θέσπις, καὶ δεκάτις μοῖραν ἔδθηκε
σοῶν.

αὐτὰρ εἰκοσὶν θεμίσωρ. τὰ δὲ λοιπὰ τέ-
λαντα.

ἐπὶ καὶ τέχῃ δῶρον ἀριστόν κεν.

Viden' prorsus denominationes
græcas cum tuis convenire? Pal-
las se malleo factam dicit, auricæ quod
habet suppeditatores fuisse iuvençis
Poeticæ studiosos: Sic ut Charisius
dimidium attulerit, Thespis verò
octavam partem, Solon decimam,
ac Themison Vigessimam.

Hic

Hec si lector Epigrammatum ambi-
get de numero huiusmodi parteis
complectente, indubitanter Philoma-
tes ex Euclidea numerorum Philoso-
phia poterit respondere, Quadrage-
narium esse, cuius recitatae partes
in unum conflatae, si adijciatur & 9,
conficiunt 40. ¶ P H : Lætor, hu-
manissime Orthophroni, supra quam
dici potest quod res ex animi proces-
serit sententia. Nunc quia deuen-
tum est ad terminum septimi libri, ces-
set Dissertatio O R : Placet servari
pactum hesterno die inter nos initum
ut bidui spacio septimus saltem inter
nos explicaretur liber: quanquā nec erit
graue reliquos etiam eadem simplici-
tate quandoquā percurrere, ubi uel tu
uel quisquā sodalium huiusmodi officij
genus à me flagitauerit & mihi per-
ocium id præstare licuerit.

Non defuisset certe in hac ma-
teria ostendandi occasio iusta: Sed

* semper



LIBER VII.

Con- tulit ad Mi- ner- ue statu- am	Charisius		Dini.		20
	Theſſis	para- tem	Octa.		
	Solon	tu- len- torū	Decim.	id eſt	4
	Themi.		Vigeſim.		
	Ariſto- dicus.	autē	reli. talen- ta.		2
					9

Sum: omnium Talentor. 40.

* semper malo propter captum rudio-
rum balbutiens uideri sorxuōtue quā
vel luculentus compilator, vel intem-
pestiuus ostentator. nec hoc citra o-
men, quum alias mira sit in numeris
simplicitas, fucus nullus, propria ni-
mirum sua luce & frugalitate conten-
ti, ubi cæterę professiones & cultum
amant & tantæ uidentur esse quan-
tum uerbis tolli possunt. Nulla, mi-
hi credas, diu placere poterunt quæ-
cunq; prima statim fronte arrident,
O quic

Lib: 5^o de
legibus.

quibusq; rebus à vulgo datur adplausus de his suspiciosam fieri cordatis deliberationem oportet. Non igitur mouearis istorum clamoribus qui hanc pulcerrimam doctrinā extenuant ueluti puerilem nulliusq; nitoris: Ignorant equidem isti nitidi Thrasones, quod hæc ipsa puerilis doctrina, ut cum Platone loquar, tam ad Oeconomicam quam Politicam uitam, denique ad omnium doctrinarum dexteram perceptionem plurimum habeat momenti: Addo, quod idipsum *καὶ δειὸν μάθημα* uetitiorem & alacriorem exuscitando reddat omnem (sic eundem inquit) *τὸν νοσεῖλοντα καὶ ἄμα δὴ φύσει, atq; eundem καὶ εὐμαθεῖ, καὶ μνήμονα, καὶ ἀγχίνον ἀπεργάζηται*. Et quāquam prima coitio aliquanto est inasacriōr: tamen deuorandum quicquid in eiusmodi principiis offertur tædij uel etiam contemptus: fulciendus magis animus spe futuræ delectationis

LIBER VII

tionis quæ erit impensior post quàm
 ἡς τὸ ἄκρον ἵκηται ut cum Hesiodo con-
 cludam. PH: Isthæc iam antè mihi
 præmeditata fuere, quàm manè te
 convenissem: Nunc quum ὁμολογού-
 μεν οὖρ audiam impensius lætor, atq; da-
 bitur à me sedulo opera ut apud me-
 morem hæc aliquando comperiaris te
 fuisse locutum.

Antè quàm verò in nidum us-
 terq; regrediatur suum quem manè
 reliquimus, unum est quod apud te
 deponam sed in aurem fidam ac mihi
 beneuolam, nam palàm id garrere
 non patietur arrogantis fremitus uul-
 gi qui egrè fert sua non semper lauda-
 ri: *Rectè improbant viri non usq; a-
 deo indocti passim receptum ab indo-
 ctis morem, proponendi Adolescen-
 tibus rudimentorum loco practicas
 illas incipientibus nimium operosas
 de Arithmeticis præceptiones. Nam*

O ij has

*has sine ullo viuo præceptoris ductu
deinceps haud difficulter adsequi pos-
sent. (ut hoc biduo me res ipsa eru-
dñt) si prius hæc tenuissima simpli-
cimâq; Arithmetices Elementa, qua-
tenus in 7, 8, & 9 Euclidæ tractan-
tur, rectè percepissent.*

Præter quàm enim quòd non
nihil debebat esse discriminis inter
vulgareis mercatorum Logistas &
Philosophiæ studiosum (cuius pro-
prium arteis ab ipsis primordijs adiun-
ctis rationibus cognoscere) hoc paria-
ter accedit, quòd in practicis non tan-
tum τὸ ὅτι Arithmeticum non tradi-
tur, sed & difficilius quoddam ipso
πρὸ ὅτι: Addo, quod ibidem non medi-
ocris Geometriæ requiratur cognitio
utí supputatores norunt.

Hac ratione non bene ducitur
misera & imperita, teneris suis annis
fluctus

LIBER VII.

fluctuans luuentus. Vnde dolendū,
Magistrorū peruerso atq; insulso iu-
dicio nūq̃ non frangi optima quęq̃,
uerē heroica, ac frugalissima ingenia
quæ breui aliās temporis spacio per
omnium disciplinarum campos citra
ullas ingenij torturas facile spaciaren-
tur si commodum primis nancisceren-
tur annis semitarum monstratorem,
nec uel ab inuidis, uel morosis atq; im-
peritis sæpe rusticis per auia ducerent-
tur. Mihi quid acciderit ante per pau-
cos annos malo tacere. Quicquid uer-
rō deinceps lucis ac perspicacitatis in-
genio affulsit, id totum tribuo Deo &
Philosophiæ Euclidæ. Sed hæc non
facile imperitis persuasero : & aliās
*gaudet mundus decipi ac per auia du-
ci magno cum dispendio, tam studio-
rū quàm temporis nunq̃ reuertentis.*
Ista hætenus.

Restat, Vt precemur Deum
Optimum Maximum, creatorem &

O in

con-

EVCLIDBORVM ELE.

conseruatorem uniuersitatis rerum,
fontem inexhaustum omnis intelli-
gentiæ, qui hoc ipso fine numerorum
atq; ordinis intellectum, brutis dene-
gatum, creature in seuit rationali ut es-
set aliquod sui in natura rerum exem-
plar cui tandem in futura post hanc
mortalem uitam æternitate commu-
nicaret sese ad perpetuam celebratio-
nem: Hæc, inquam, diuina mens, fons
æternitatis, dirigat omnium nostrum
pectora, ut unice meditemur non
quæ caduca & breui peritura sed
quæ spectant ad illustrandam glori-
am diuinæ illius Maiestatis, Schola-
rum ac Reipublicæ Chri-
stianæ incrementa.

Amen.

Per scriptum Mense Iunio.

VVITTENBERGAE,

A N N O,

1564.

CASTIGATION.

B ij. Pag. 2. V 4. in Claudio gaudet
à Typica Epenthesi, pro Claudio.

B 6. Pag. 1. V. II. Geodasian lea
gatur.

C 2 Pag. 1 circa finem abundat
n. in subsequunturis.

C 5 Pag. 1 in definit: τοῦ λόγου, uox
ὁμογενῶν redundare credatur si ad *
numeros adplicetur definitio.

C 6 Pag. 1 in definit 8. pro περιος
lege περιοςός. sic et paulo post, περιοςόν

D 7 Pag 1. V. 3. lege τετραγωνικῶς πλευ
ράς. Pagina eadem uersu antepenul
timo pro πρῶτος lege πρῶτος.

F 2 Pag. 1. V. penult. lege ἀποφα
τικῶς & in sequentibus semper pro κα
τα eiusdem uocis, legas ἀπο.

F 8 Pag. 1 V. 8. post *Inter* lege Sc.

G 2 Pag. 2 V. 14 lege προσχωρήσει.

H 1. Pag. 2. V. 1. lege ζητούμενον
pro διεδόμενον.

Reliqua suo Marte poterit candidus
lector corrigere.