

Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres

ELEMENTS GEOMETRIQUES D'EVLIDE,

Avec

LES DEMONSTRATIONS
DE JAQUES PELETIER

du Mans.

Ex Libris Conuincas Secundum vi

Carminibus

De sca Creatorum.



A GENEVE.

De l'Imprimerie & frais de Jean de Tournes.

M. DC. XXVIII.



A LA NOBLESSE FRANÇOISE.



EST à vous, Illustres & Generoux
Seigneurs, aq*ui* se presente & dedie
ceste mienne traduction des Demon-
strations de Iaques Poletier sur les
six premiers liures des Elemens
d'Euclide. Car ayans esté si long
temps à l'escole & à la suite de ce
grand Henry, vous vous estes iours rendus capables de
commander aux plus grandes armées. Or n'avez vous pas
seulement acquis ceste capacite par vostre coura*ge* viril &
marital, & par vostre dextérité aux armes (que toutes-
fois plusieurs estiment estre les parties de la Noblesse:)
mais aussi vous y avez employé les sciences Mathemati-
ques, notamment la Geometrie, a fin de vous servir de l'or-
dre, de la proportion, de l'egalité, du milieu, de la diuision
des angles, des lignes, des arcs, des superficies: de la redu-
ction d'une forme en autre: & generalement de tout ce
que vous avez trouué en la Geometrie estre necessaire &
propre pour l'art militaire, soit pour fortifications, soit
pour placer armées, les ranger, exercer, & s'en servir
conuolument. Ce n'est donc pas sans raison, que ie vous
dedie vn liure plein de preceptes, lesquels vous scauez si
dextrement mettre en œuvre. Receuez-le, je vous supplie,
d'aussi

d'aussi bon visage, comme de bon cœur il vous est par moy
présenté. Au demeurant ie sçay que Forcadel & Errard
ont fait voir aux François l'Euclide, ou partie d'iceluy:
mais cela ne m'a pas empesché de traduire & imprimer
Peletier, pour la singuliere methode & merueilleuse facilité
qui luy est familiere. Ce que ie ne commence pas mainte-
nant à cognoistre, l'ayant appris & remarqué dès l'aage de
quatorze ans, lors que ledit Peletier me lisoit, en la mai-
son de mon pere, les Demonstrations de Theon & de
Champagne sur ces six premiers liures. Mais, Illustres &
generueux Seigneurs, ie vous supplie me permettre que ie
m'estende un peu plus en ce discours, & que ie vous dise
une meditation que j'auois lors, autant que mon bas aage le
pouuoit porter, & laquelle j'ay encor pour le iour d'auy.
En toutes ces Demonstrations il n'y a Principe, Proble-
me, ny Theoreme aucun, depuis le commencement iusques
à la fin qui ne tende & conspire unanimement à la conser-
uation & establissement parfait de tout ce corps Geome-
trique: & ne s'en trouuera pas vn seul, qui destruisse ny in-
teresse, ny mesmes combatte tant soit peu, ny las precedentes,
ny ceux qui suivent. Iamais aussi les membres d'un corps
ne conspirent à la ruyne l'un de l'autre, si ce n'est en quel-
que personne farieux & maniaque. Et vous, Generouse
Noblesse, à qui Dieu a tant departi de ses graces, qui a-
uez le cœur si noble, & qu'on peut nommer comme mem-
bres de la plus belle & plus florissante Monarchie qui soit
ny qui fut iamais au monde, voulez-vous qu'à present, & à
l'aduenir, on vous puisse reprocher, ou à vostre memoire,
qu'au lieu d'estre estançons, solides colonnes, & arcsbou-
tans de ces belles Fleurs de lis, vous abbattez par vos pro-
pres mains, de iour à autre, les piliers qui les peuenent
maintenir contre toutes les bourrasques de la mer impe-

neuse de ce siecle? sur la pointte d'une esguille vous fondez
des querelles? vous appelez honneur ce qui est directement
contre l'honneur de Dieu? vous vous bouschez les oreilles
contre les commandemens qui vous sont donnés en la
sainte Escripture? contre les conseils & admonitions de
vos parents, de vos amis, de ceux qui vous sont donnés
pour conduéteurs, & pour directeurs de vos actions? contre
les Edicts formels de vostre Prince, de ce Grand Henri,
qui scauoit, si iamais homme le sceut, que c'est que du pointt
d'honneur? Ha! Messieurs, pardonnez moy, ie vous prie,
si ie vous dis franchement, que vous pouuez & deuez
mieux faire, tant pour l'obeissance que vous deuez à Dieu,
que pour le deuoir & obligation que vous auez à la France
vostre Patrie. Le Prince des Princes, le Seigneur des
Seigneurs, à l'honneur duquel tous les habitans de la
terre doiuent buter, vous vueille de plus en plus
comblér de ses graces, à sa gloire, &
au bien & repos de la
France.

De mon Imprimerie ce 28. May 1611.

JEAN DE TOURNES.



PREMIER LIVRE DES
ELEMENTS
GEOMETRIQUES
D'EVCLIDE.



AVEC LES DEMONSTRATIONS
de IAQUES PELETIER, du Mans.



Explication des Principes.



Les Principes sont ceux, desquels on ne peut rendre raison: Car, en tant qu'ils sont Principes, il n'y a rien deuant eux. Partant es disciplines on les met comme chose qui de soy mesme est congneue, qui n'a besoin d'aucune preuue, mais qui est le fondement des preuues. En Geometrie il y en a de trois sortes: Definitions, Demandes ou Petitions, & les Notions de l'esprit. Quant aux definitions, nous ne les posuons pas naturellement & de nous mesmes cōceuior de premier abord: mais quand elles nous sont proposees, nous y consentons volon-

tiers, nous induisant à ce la nature de chaque chose. Et pource sont elles appellees hypotheses par quelques vns. Mais les petitions, encor que de plein faut nous ne les comprenions, si est ce que les oyans, nous les accordons aisement, la raison le voulant ainsi. Et celles cy ordinairement suivent les definitions. Quant aux Notions de l'esprit, il n'y a si grossier ny si lourdaut, qui ne les comprenne. Celuy donc qui ne pourra comprendre les definitions & les petitions, cestuy-là n'est pas capable de pouvoir rien apprendre: car personne ne le met à debatre d'aucune chose, que premierement on ne soit d'accord quelle chose est celle de quoy on debat, & qu'on n'accorde ce qui necessairement depend de ce qui est accordé. Mais qui ne reçoit les Notions, on le peut dire estre destitué mesme du sens commun: aussi s'appellent elles Notions de l'esprit. Pourquoi est ce donc qu'Euclide met les definitions deuant les Notions, ven que les Definitions sont aucunement obscures: Cela se fait, d'autant que, combien que les definitions ne soyent pas si claires, si est ce que les choses qu'on definit, se presentent les premieres deuant nos yeux, & partant desirons nous de les congnoistre les premieres, à fin que la matiere de la science apparaisse. Puis donc qu'en Geometrie les Notions de l'esprit regardent les quantités, il a falu definir les Quantités, & leurs especes, à fin que nous eussions où exercer les notions de l'esprit. Leur ordre donc est tel:

DEFI-

DEFINITIONS.

LE point est ce qui n'a aucune partie.

La Geometrie considere les grandeurs, & icelles finies. Mais pource que les parties des grandeurs tiennent la nature & la denomination du tout, (car les parties de la ligne. sont lignes: celles de la superficie, superficies: & des corps, corps: autrement la substance des choses seroit vague & confuse:) la Geometrie, euitant, par tout, l'infini (car l'infini ne se peut enseigner,) a voulu commencer par ce qui n'a rien plus simple que soy: & c'est ce que nous appellons Point. Car puis qu'es choses externes on peut représenter aux sens quelque chose tres-petit, il estoit aussi raisonnable qu'on peust donner à l'intellect quelque chose qui n'eust rien moindre de soy. Le Point donques en Geometrie, est à peu pres ce que l'Unité est en Arithmetique. Car comme l'Unité est aux nombres comme au lieu de matiere & d'origine, laquelle Unité toutesfois n'est pas nombre: ainsi est le Point à l'endroit des grandeurs, encor que le Point ne soit pas grandeur. Or est ce vne chose admirable, que combié que le point ne recoyue point de diuision, il est toutesfois de grand poids, non seulement en la Geometrie, mais aussi en toutes choses. Car en la recherche de toutes choses, nous ne considerons quasi rien autre que le Point. Au Cercle nous cherchons principalement le centre. Les grandeurs nous les finissons, nous les mesurons, nous les diuisons par points: Tellemēt que trouuer le point, n'est autre qu'atteindre au but où l'on aspireroit.

Platon appelle l'hypostase ou subsistance des poinçts, diamantale, ou de diamant, c'est à dire eternelle, stable, incorruptible, & qui est tousiours de mesme: dit que l'Vniuers se tourne tout autour d'eux, & se meut avec allégresse tout à l'entour. Ce sont les atomes d'Epicure, qu'il dit estre semence de toutes choses.

Or Euclide definit le poinçt par negation, par ce que nous ne pouuons venir à ce qui est tresimple, sinon en imaginant quelque chose qui ne soit aucunement grand, sçauoir est, qui ne soit ny long, ny large, ny espais.

Quelques vns distinguent le Poinçt d'avec le Signe, en disant que le Poinçt est ce qui est au milieu de la figure: & le Signe ce qui est en l'extremité, ou ailleurs qu'au milieu. Mais sans faire cas de cette curiosité, nous vsurpons & l'un & l'autre pour vne mesme chose. Par le perpetuel cours du poinçt en longueur nous estimons que la ligne se fait, laquelle se definit ainsi:

2 La ligne est vne longitude sans aucune latitude.

La ligne est la premiere des grandeurs, qui a vne des trois choses que le Poinçt ne peut auoir, à sçauoir la longueur. Car en ceste definition l'espaisseur est comprise sous la latitude, veu que rien ne peut estre espais sans largeur.

• Comme donc de plusieurs Vnités se fait vn nombre, ainsi ne se fait pas la ligne de plusieurs poinçts adjoustés ensemble, mais bien de leur flux ou cours continuel. Et en cela differe le Continu d'avec le Discret, pource que le Continu se diuise sans fin,
sans

Sans toutesfois qu'on vienne jamais jusques au point, comme en la quantité discrete on vient jusques à l'unité.

3 Les confins, ou extremités des Lignes, ce sont poinçts.

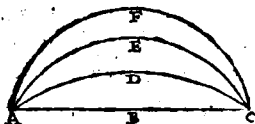
La ligne sort d'un poinçt, & finit en vn poinçt. Mais icy se treuve vn doute, comme il se peut faire que les poinçts soyent les extremités de la ligne, veu que la circonference du cercle ne semble auoir nulles extremités. A vray dire les poinçts sont dius estre les extremités de la ligne qui est terminee : Or les poinçts ne peuuent terminer la circonference, d'autant qu'elle n'a point d'extremités. Que si on luy baille des extremités, on ne les pourra designer qu'avec des poinçts, ou du moins avec vn seul, qui tiendra place de deux.

4 La ligne droite est celle qui est egale-ment estendue entre ses deux poinçts.

C'est la generale definition de la ligne droite, laquelle se peut aussi adapter à la ligne qui enuironne le cercle, c'est à dire qui le clost : car Platon l'a aussi tenu pour droite, appellant obliques celles qui sont composees de ces deux : Ce que nous enseignerons plus probablement en la quinzieme proposition du troisieme liure : car il n'y a rien plus egal ny plus mignon que le Cercle. Toutesfois par tout Euclide distingue le droit d'avec le rond ou circonference, ce qu'aussi nous obseruerons, à cause de l'instruction.

Donques la ligne droite est le plus court chemin depuis vn poinçt jusques à l'autre, ou, comme dit Ar-

chimedé, la plus courte des lignes qui ont mesmes extremités. Comme par exemple, du point A au point C, je tire la ligne droite A B C; mais il se peut tirer vne infinité de circon-



ferences: telles que sont A D C & A E C.

Or comme la ligne est produite par le continuel flux du point, ainsi, menant la ligne en traucers, la Superficie se forme, qui est ainsi définie:

5 La Superficie a seulement longueur & latitude.

A la Superficie defaut l'un des trois que les solides ont, à sçavoir l'espais ou profond. Quelques vns ont dit que la Superficie estoit l'extrémité du Corps.

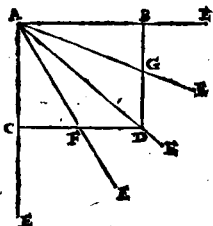
Et combien qu'il semble que le Point, la Ligne, & la Superficie ne se puissent comprendre que par l'entendement, sans qu'ils soyent de fait: ny qu'ils se puissent appercevoir: il est ce qu'en la nature des choses chacun d'iceux a qui le représente. Car les Points sont représentés par ces petits corps indivisibles qui s'entrejouent aux rais du Soleil: les Lignes par les rais mesmes: & les Superficies par les ombres, qui jamais ne vont sous terre; ou bien aux couleurs, selon l'advis des Pythagoriques. Les Points donc sont des atomes, les Lignes sont la matiere, & les Superficies la forme: & de celles cy se forme le Corps, qui est long, large, & espais,

6 Les lignes sont les extrémités de la Superficie.

Icy se presente le mesme doute, qui se presentoit parlant des extrémités de la ligne: sçavoir est, pourquoy

quoy Euclide dit que les lignes sont les extremités de la superficie, veu qu'une seule ligne termine la superficie circulaire: mais qui aura bien pris la solution que nous en auons donnée cy dessus, s'accordera aussi aisement à celle cy: car la superficie ronde, en quelque façon qu'elle se diuise, ses extremités se trouueront estre des lignes. (Or la diuision de la superficie ronde se fait, ou par le diametre, ou par toute autre ligne entrecoppant la circonference.) Il y aura toute mesme raison, parlant des extremités du Corps, qu'il y a des extremités de la Superficie.

7 La Superficie plane ou plaine, est celle qui est également estendue entre ses lignes.



Cette definition de la superficie plane se rapporte à la definition de la droite ligne. Donques, quand la ligne droite s'applique également sur la Superficie, c'est à dire quand elle s'y peut accommoder diuersement en quelque lieu que ce soit, celle là s'appelle Superficie

plane: comme, par exemple, si en la superficie $A B C D$, la ligne $A B$, demeurant fixe au point A , est pourmenée par les points C, F, D, G , tellement qu'elle se repose sur ladite superficie également, & la racle tellement, que pas vn point ne surpasse, jusques à ce qu'elle soit paruenue à la ligne $A B$.

Par ainsi donc, la superficie ronde, ou circulaire, est differente de la superficie plane, comme la circonference differe de la droite ligne.

8 L'angle plan, est l'inclination d'une li.

8 ELEMENTS D'EVCLIDE,

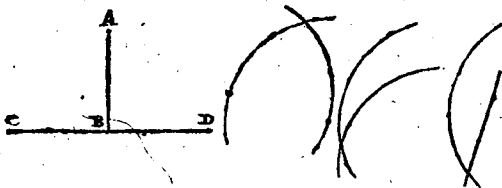
gne à l'autre sus vn plan, lors que lesdites deux lignes se touchent, sans toutesfois estre continuees l'une au bout de l'autre en droite ligne.

Ceste cy est la vulgaire definition de l'angle, que les anciens ont donnee: laquelle nous declarerons mieux sur la quinzieme Proposition du troisieme: car elle est assez claire & tolerable, jusqu'à ce que nous soyons arriués là. Cependant toutesfois nous definirons ainsi simplement l'angle plan:

L'angle plan, c'est la section de deux lignes en vn plan.

Car n'y ayant point de section, il n'y a point d'angle, comme nous prouuerons lors que nous serons là arriués.

9 Or quand les lignes qui forment l'angle sont droites, lors l'angle se nomme rectiligne.



Comme, si la droite ligne AB coupe la droite ligne CD , lors se forment les angles rectilignes ABC & ABD : mais si les angles sont formés de deux lignes courbes, ils sont aussi appellés courbes: si d'une droite & d'une courbe, ils sont nommés mixtes.

10 Quand vne droite ligne tumbant sus vne droite ligne fait les angles d'une part & d'autre

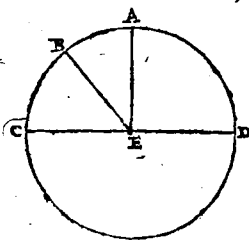
d'autre egaux ensemble, chacun desdits angles est droit : & la ligne, qui tombe ainsi, est perpendiculaire sur celle sur qui elle tombe.

L'angle droit est par aucuns ainsi defini, à sçauoir celui qui est egal à l'autre angle joignant que la mesme ligne a fait : Mais nous (à fin d'honorer aussi le quaternaire) dirons que l'angle droit est la quatrième partie de l'intersection de deux lignes droites. Quand donc la ligne coppant l'autre ligne ne panche ny çà ny là, lors se fait l'angle droit.

11 L'angle obtus, est celui qui est plus grand que le droit.

12 L'angle aigu, est celui qui est moindre que le droit.

Les trois especes des angles rectilignes sont ex-



pressées & aisees à voir au centre d'un cercle d'où plusieurs demidiames sortent. Car au cercle ABCD, qui a E pour centre, les deux demidiames EC & ED, tirés en droite ligne, font le diamètre entier CD, sur lequel se dressant le demidiame EA, qui diuise

le demicercle CAD, & le diamètre CD, par egales portions, il fait les deux angles AEC & AED, egaux, & partant droits. Mais BE tombant sur la mesme CD, & coppant inegalement le demicercle, fait l'angle BED obtus, sçauoir est, plus grand que le droit, comme compris par vne plus grande circonference : mais les angles AEB & BEC, sont aigus, pource qu'ils sont moins

dres que le droit, & compris sous moindre circuit.

Et ne faut qu'on s'esmerueille, si nous employons icy le cercle, auant que nous ayons defini que c'est que cercle : car le cercle est la premiere & la derniere des figures, prouuant tout, & commode pour tout enseigner, comme nous dirons souuent en nos demonstrations. Aussi est-il le principal enseigneur des angles : car leur quantité se prend selon les portions de la circonférence, comme maintenant nous auons fait voir.

Or de ceste position de droit & non droit, on peut voir l'estat & condition des choses. car il n'y a qu'une seule constitution de l'angle droit, mais de l'aigu & de l'obtus, il y en a infinies: ainsi il n'y a qu'un seul moyen de bien viure, & la voye qui conduit à la vérité, est vnique : mais celles, qui s'en eslongnent, sont innombrables.

Quelques vns ont debattu, si l'angle estoit quantité ou qualité: car entant que l'angle est egal ou inegal, ils veulent qu'il soit quantité: mais entant qu'il est droit, obtus, ou aigu, ils veulent qu'il soit qualité. Mais moy j'estime entierement que l'angle se doit considerer comme quantité: car mesmes, entant qu'il est droit, obtus, ou aigu, la seule mesure se considere, ce qu'aussi les definitions des trois especes declarent, qui sont prinſes, de l'egal, du moindre, ou du plus grand. Qui en voudra d'auantage, il se pourra exercer en la recherche du Predicament: car ce n'est pas icy où je vueille estre Dialecticien ny Physicien.

Mais il y a bien plus grande difficulté en la forme & constitution de l'angle, quel il est, & en quoy il consiste. Car ce que quelques vns ont dit, que l'angle est partie de la superficie, n'est pas probable. Car ainsi
on se,

on feroit de l'angle le Triangle, en tirant vne troisieme ligne: ce qui ne vient pas à propos. Les autres veulent qu'il soit ensemble & au point, & en la ligne, & en la superficie: mais cela aussi engendre vne plus grande recherche: car quantieme partie d'iceluy sera au point? quantieme à la ligne? quantieme à la superficie? Que si cecy s'eslongne de la verité, quelle sera la situation de l'angle? Car si nous disons qu'elle consiste seulement au point, ou tous les angles seront égaux, ou il y aura inégalité entre les points. Le premier repugne ouuertement à la verité, le second ne semble pas s'accorder avec la raison. De mesmes ne pourra on dire, que l'angle soit seulement en la ligne, ou en la superficie.

Mais on pourra ainsi foudre ce doute à mon aduis. Il est bien vray que l'angle cōsiste en vn point, mais c'est l'inclination qui le fait plus grand ou plus petit. La ligne coppant la ligne fait bien l'angle: mais pourtant l'angle n'est pas partie de la ligne: comme aussi les lignes ne sont pas parties de la superficie, combien que la superficie ne puisse estre sans lignes qui la terminent. Partant l'angle ne sera pas portion de la superficie, pource qu'il la clost. En quoy certes on peut voir, que le point de la section est pressé & cōme rendu plus estroit, par la mesure de l'inclination. Le point sera il dōc quantité? Nenny. Car ce qu'une fois l'intellect a receu & arresté estre trespetit, il ne le peut plus diuiser: mais celà n'empesche pas qu'il ne le puisse presser & contraindre: Et à fin qu'on ne pense pas que nous disions choses repugnantes, il faut penser qu'en la Geometrie le point ne se considere pas comme vn rien, mais bien comme quelque chose. Et comme nous menuisons l'vnité en l'Arithmétique.

que, ainsi faisons nous le poinct en la quantité continue: à fin que ce dont tout est produit nous puisse aussi bailler la representation & l'image de tout, sçavoir est, du droit, de l'oblique, du long, du large, & du profond. Puis donc que la Geometrie nous represente la nature, comme aussi elle en est le miroir, pensons, que comme en l'angle physique, deux lignes, quelques delices qu'elles soyent, ne se peuuent entrecoper, si ce n'est que l'une s'encline sur l'autre au poinct de la decussation, ainsi en la section droite des lignes mathematiques, le poinct est aucunement quarré: en l'obtusé il est plus moufle: & en l'aiguë, plus pressé & plus estroit. Ces choses sont comprises par l'intellect, lequel ne s'arreste jamais sinon avec la nature: tellement qu'il ne cesse d'amoindrir le poinct, jusqu'à ce que la ligne tumbant soit faicte vne avec la couchée. Quand donc l'intellect presuppose que le poinct ne se peut aucunement partir, il entend qu'il ne soit ny ligne, ny superficie, ny corps. Mais quand il est paruenù à l'angle, lequel a toute autre consideration que les autres quantités, alors il veut partir ce qu'au parauant il auoit jugé indiuisible: à sçavoir, (comme nous auons dit vn peu au parauant) à fin que ce dont est produite la quantité, se resente aussi de la nature de la quantité. Et telle est nostre opinion touchant la constitution de l'angle. Ceste variation de poinct nous a fort trauaillé, pour n'auoir trouué personne qui y eust pris garde, que si quelcun y a pris garde, il n'en a rien dit jusques icy. Es disciplines cela est bien enueloppé, qui, quoy qu'il apparaisse, ne peut toutesfois receuoir demonstration. Si quelcun a quelque chose de plus probable que ce que je dis, à la bonne heure: De moy, en mes recherches je ne me propose

rien

rien autre que la verité.

1 3 Terme, ou extremité, est la fin de chaque chose.

Pource que les poincts sont les termes des lignes, & les lignes des superficies, & les superficies des corps, & qu'il parlera incontinent de la figure terminee, il a voulu definir que c'estoit que terme ou extremité, à sçauoir, la fin de chaque chose.

1 4 Figure, est ce qui est contenu sous vn, ou sous plusieurs termes.

Le cercle est compris dans vn seul terme, à sçauoir dans vne seule ligne, comme nous dirons incontinent: comme aussi le corps sphérique est contenu dans vne seule superficie. Toutes autres figures ont plusieurs termes, comme le Triangle, le Quadrilatere, & autres figures planes: comme aussi le Prisme, le Cube, la Colonne, la Pyramide, & les autres solides.

Mais il semblera, peut estre, à quelcun, qu'Euclide soit icy d'autre aduis qu'il n'estoit au parauant, quand il a dit que la superficie estoit terminee de plusieurs lignes, & non d'une seule: mais on considere autrement le cercle comme cercle, & autrement comme superficie. Car si le cercle est diuisé, pas vne de ses parties ne se peut appeller cercle: mais les parties de la superficie s'appellent aussi superficies. Pren donc ainsi le sens de ceste definition: que le Cercle, entant qu'il est de forme ronde, est compris dans vne ligne: mais entant qu'il est superficie, il peut estre compris dans plusieurs lignes, ainsi comme nous l'auons là enseigné.

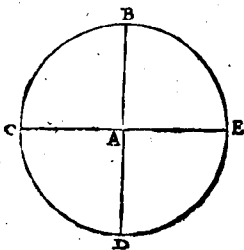
Ou bien, nous dirons, & mieux, que la superficie se termine par vne ligne, ou bien par plusieurs.

15 Cercle, est vne figure plane, contenue par vne seule ligne, laquelle s'appelle Circonference. En icelle ligne y a vn point, duquel toutes les lignes droites tirees à la circonference sont egales.

16 Or ce point là s'appelle le centre du cercle,

Ceste definition du cercle est fort cognue: car elle enseigne son affection, ou, comme l'on dit, sa passion. Que si quelcun desire qu'on luy expose la faction ou creation du cercle, selon la definition de la sphere qu'Euclide donne à l'onzieme liure, elle sera ainsi:

Cercle, est la trace ou vestige d'une ligne droite, ayant une des extremités fixe, & menec tout autour sus un plan, jusqu'à ce qu'elle retourne là mesme d'où elle a commencé à estre menee.



Comme si on commence à mener en rond la ligne A B sur le point A, depuis le point B, par les points C, D, & E, jusqu'à ce qu'elle soit faite derechef la mesme ligne A B, le cercle B C D E se trouuera descript. Par ceste description se trouue fort bien ex-

primee toute la propriété du cercle. Car ce point fixe A, ce sera le centre: la trace ou vestige que fait le point B mobile conduit tout à l'entour, sera la circonference. Bref toute la ligne A B, ainsi menee tout à l'entour, descript la superficie que nous nommons Cercle. Et de là il est clair, que toutes les lignes, qui
sortent

sortent du centre, sont egales, veu qu'elles viennent de la trace ou vestige d'une seule ligne.

Il n'est pas besoin, que personne se travaille à rechercher, lequel est le premier, ou le droit, ou le rond: mais si quelcun est contraint en dire son aduis, il en jugera bien & en Philosophe, s'il dit que tous deux ont mesme commencement: car le cercle tourné en rond engendre ce qu'on appelle droit. A l'esprit, il n'y a rien de premier ny de dernier. Mesmes à grand' peine nostre pensée peut comprendre que les poincts ayent esté deuant les lignes, ou les lignes deuant les superficies ou les superficies deuant les corps. Comme, entre les Philosophes, dire que l'Vniuers ayt eu commencement, celà passe la capacité de nostre entendement: de dire aussi qu'il ayt tousiours esté, celà passe toute admiration. Mais nous tascherons autant qu'il nous sera possible, de traicter le tout par ordre, & le reduire en art, le plus judicieusement qu'il nous sera possible. Car l'ordre est la guide la plus asseuree pour traicter & apprendre les disciplines. Ceste variété des choses nous exerce, en laquelle ce nous est assez d'accommoder la conjecture à l'vsage. Car que pouuons nous faire par art és. choses que Nature a si exactement faictes: ou que peut nostre entendement comprendre, lors que nous jugeons humainement des choses qui sont emanees du ciel. Le cercle donc prenant son origine de soy mesme, semble prouenir du droit: il est infini, & toutesfois semblable à ce qui est finit: il contient tout, comme trespasable qu'il est, & toutesfois il semble recevoir aucunement quelque chose hors de soy. Mais Dieu aidant, nous philosopherons vne autrefois sur cecy plus au long.

17 Le Diâmetre du cercle, est vne ligne droite, passant par le centre, laquelle aboutissant à la circonférence de costé & d'autre, diuise le cercle par la moitié.

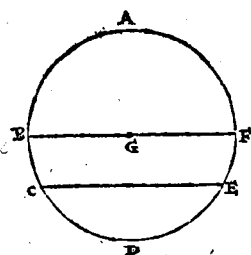
Quand la ligne AB , en la figure precedente, est paruenue à D , point opposé, il se fait vne seule ligne BAD , laquelle est le diâmetre du cercle, lequel il diuise en deux parties égales. Ce qui premierement a esté apperceu & prouué par Thales Milesien, lequel apporta la Geometrie d'Egypte en Grece. Car si la ligne, qui passe par le Centre, ne diuise le Cercle en deux parties égales, les lignes qui s'estendent du centre à la circonférence, ne seront pas égales.

Au demeurant, Diâmetre, & Diametrent, se disent du cercle & du quarré; voire mesme on se sert du mot de diâmetre, en parlant des quadrilateres, sans esplucher curieusement les mots: combien que le diagoné conuienne mieux aux quadrilateres. L'axe, ou essieu, est pour la sphere, & autres corps solides, comme pour le cone, cylindre, & pyramide.

18 Le demicercle est, la figure qui est comprise entre le diâmetre & la moitié de la circonférence.

19 La section, ou portion de cercle est, la figure qui est retranchée du cercle entier par vne ligne droite: & est cette figure plus grande ou plus petite que le demicercle.

Au cercle $ABCDE$, chacune des deux figures BAE & BDE , qui sont formées par la ligne AE qui passe



passé par le centre, & par la ligne courbe qu'elle soustéd, s'appelle demi cercle. Mais par la ligne CE, qui ne passe pas par le centre, & par la circonférence qu'elle coupe, se font les deux figures inégales: sçavoir est CAE, plus grande que le demicercle, & CDE

moindre. Et chacune d'icelles s'appelle Section de cercle. Chacune aussi des circonférences CAE, & CDE, s'appelle arc, & la ligne droite CE s'appelle vulgairement corde.

Toutesfois ces deux définitions n'estoyent pas proprement de ce lieu, mais pour le troisieme liure: si nous ne voulons dire que tous les Principes se doyent traicter au commencement de tout l'œuvre: combien qu'Euclide a mieux aimé les distribuer par chaque liure. Et partant repete-il ceste dernière au troisieme liure. Apres le cercle se définissent les figures rectilignes.

20 Les figures rectilignes sont celles que lignes droites contiennent.

21 Les trilateres, ou de trois costés, sont celles que trois lignes droites contiennent.

La premiere des figures rectilignes, c'est la trilatere. car par la definition de la droite ligne, deux lignes droites ne peuvent faire vne superficie, & par consequent ne peuvent faire vne figure. car d'un point à vn autre point il n'y a qu'un seul traict droit. La Quadrilatere est la seconde en ordre.

22 Les quadrilateres, ou de quatre costés,

sont celles qui sont comprises par quatre lignes droites.

Les quadrilateres s'accoutument aux demonstrations Geometriques, aussi bien que les trilateres, à cause de leur simplicité: c'est pourquoy on les definit entre les Principes. Mais celles qui surpassent le nombre de quatre, se traitent avec plus d'obscurité.

23 Les multilateres, ou de plusieurs costés, sont celles qui sont comprises par plus de quatre lignes.

Le nombre des figures rectilignes est infini. Elles prennent leur denomination selon le nombre de leurs costés: Mais on les appelle multilateres, du nom general.

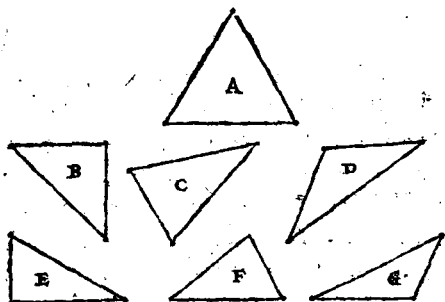
24 Entre les figures trilateres, le triangle equilater est celuy qui a trois costés egaux.

25 Et l'Isoscele est celuy, qui a deux costés egaux, & le tiers non.

26 Le Scalene est celuy qui est contenu entre trois costés inegaux.

Par ces trois dernieres definitions les trois especes de triangles sont exposees, desquelles la premiere est l'equilater: car l'egalité de toutes parts, est plus simple, & plus aisée à cognoistre. La plus prochaine egalité, c'est celle qui a deux costés egaux, tous deux par vne base inegale. Et ce triangle s'appelle Isoscele. La troisieme espece est, celle qui n'en a qu'un egal, c'est à dire, de laquelle tous les trois sont inegaux. Les Equilateres se bastissent tousiours d'une mesme façon:

façon : car
perpetu-
ellement
les an-
gles d'i-
ceux sont
egaux ;
mais les
angles
des Iso-
sceles &



des Scalenes se diuersifient en infinités de façons.

A est Triangle Equilateré: B, C, & D. sont Isofceles;
& E, F, G, sont Scalenes.

27 Entre les figures trilateres, le triangle
rectanglé, est celuy qui a vn angle droit.

28 Amblygone, celuy qui a vn angle ob-
tus, ou mouffu.

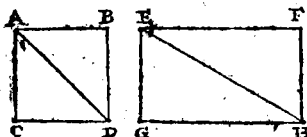
29 Oxygone, celuy qui les a tous trois
aigus.

B Isofcele, & E Scalene, sont rectangles: D Isofcele,
& G Scalene, sont amblygones: A Equilateré, C Iso-
fcele, & F Scalene, sont oxygones. L'Equilateré est
perpetuellement oxygone. Les autres especes peu-
uent estre rectangles, amblygones, & oxygones.

Après les trilateres suit la generale diuision des
quadrilateres, entre lesquels le quarré est le plus
parfaict.

30 Entre les figures quadrilateres, le
Quarré est celuy qui est rectangle & equi-
lateré.

31 Celuy qui d'une part est plus long, est bien rectangle, mais non pas equilatre.

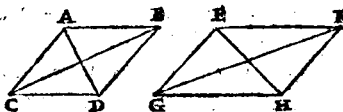


La figure quadrilatre $ABCD$, de laquelle le diametre est AD , est quarrée, composee de deux triangles isosceles rectangles ABD & ACD . Mais la figure $EFGH$, de laquelle le diagonale est EH , est plus longue d'une part, & est composee de deux triangles scalenes rectangles, EFH & EGH .

32 Rhombe est une figure quadrilatre, equilatre, mais non rectangle.

33 Et Rhomboide est celle, qui a les costés opposes egaux, & les angles opposes, egaux: mais n'est ny equilatre, ny equiangle.

Le Rhombe a les quatre costés egaux, & les deux diametres inegaux, comme il se void en ce quadrilatre $ABCD$. Il a aussi deux angles opposes egaux & obtus, sçavoir est BAC & BDC : & les deux autres op-

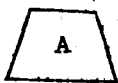


posés aussi egaux, mais aigus, à sçavoir ACD & ABD .

Le Rhomboide a les deux costés opposes egaux. Comme en la figure $EFGH$, les deux costés EF & GH opposes, sont egaux entr'eux: & les deux EG & FH aussi egaux entr'eux. En cecy est il semblable au Rhombe, que ses deux diametres sont inegaux, & que les angles opposes sont egaux, les uns obtus, les autres aigus.

34. Les autres Quadrilateres s'appellent Trapezes, ou tablettes.

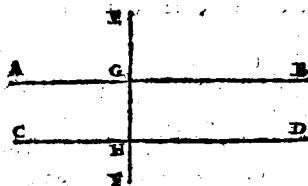
En ceux-cy il n'y a aucune certaine egalité: mais



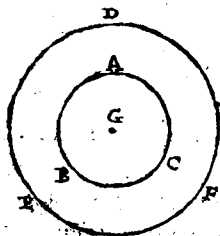
leur construction est meslée: partant sont-ils desreiglés: comme il se void es deux quadrilateres A & B.

35. Paralleles ou lignes equidistantes sont, celles qui estans en vn mesme plan, & allongees d'un costé & d'autre tant qu'on voudra, neantmoins jamais ne se joignent ensemble.

Quand yne ligne droite, coppant des lignes droites, est également assise sur icelles, ou que sur icelles elle encline également.



si que les angles des sections soyent entr'eux egaux, ces lignes coppees sont paralleles ou equidistantes.



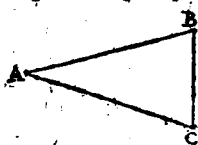
Comme, si la ligne EF coupe les deux lignes AB & CD aux points G & H: & l'angle AGE se trouue egal à l'angle CHG: les deux lignes AB & CD seront paralleles: car de quelque costé qu'on les allonge, elles ne se joindront jamais.

Les lignes aussi des cerceles sont appellees paralleles, lors qu'elles sont tirees sus vn mesme centre. Comme les deux circonferences ABC & DEF, tirees sus vn mesme centre G sont equidistantes entr'elles.

DEMANDES OV PETITIONS.

1 D'un point jusqu'à l'autre tirer vne ligne droite.

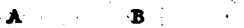
Quelque part que soyent assignés les deux points, il s'entend qu'ils doyent tousiours estre en vn mesme plan: partant, de l'un à l'autre il y a quelque chemin qui est fort court. Donques depuis le point A jusques au point B, on ne peut nier qu'on ne puisse tirer vne droite ligne: & ainsi depuis A jusques à C. Et pource que par mesme raison B & C sont en vn



mesme plan, il s'ensuit, que quelques trois points qui se presentent, ils sont tousiours en vn mesme plan. Et d'iceux se fait la superficie triangulaire, telle qu'est ABC. Et telle est la liaison des choses: car le binaire encloist le ternaire, & le ternaire le quaternaire, voire & le senaire: veu que chaque point tient la place de deux. Le quatrieme point sera septieme & aduentif. Partant, pour faire la superficie, on n'a pas besoing du quatrieme point, attendu que le senaire est nombre parfait.

2 Continuer vne droite ligne finie tant qu'il en sera de besoing.

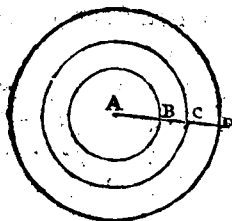
Il ne se donne point si grande quantité, qu'une plus grande ne se puisse donner: ny si petite, qu'on n'en puisse donner vne moindre.



Donques personne ne niera, s'il n'est indocile, que la ligne AB ne puisse estre estendue jusques à C.

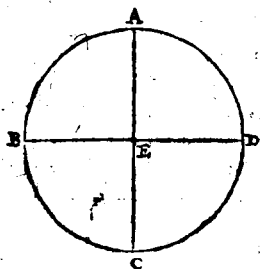
3 Descire

3 Descrre vn cercle sus vn centre, & de telle interualle qu'on voudra.



La superficie plane se peut estendre infiniment de tous costés: comme de tout poinct se peut tirer vne ligne à tout autre poinct: si qu'il faut conceder qu'on puisse descrre vn cercle de tout tel interualle que lon veut.

4 Tous angles droits sont egaux entr'eux.

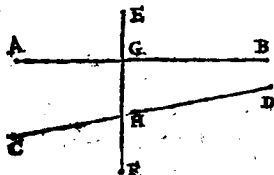


Cette petition depend de la dixieme definition. Car l'angle droit se fait, quand vne ligne droite tûbe perpendiculairement sus vne autre, c'est à dire, quand elle est également assise sur elle. Or celà se void clairement par le centre du cercle. Côme au cercle ABCD,

les deux Diametres qui sont au poinct E, partissent le dit cercle en quatre quadrants, desquels chacun s'oustend vn des quatre angles qui sont au poinct E: lesquels angles sont egaux, car ils sont droits.

5 Quand vne ligne droite tumbant sur deux lignes droites, fait les deux angles intérieurs, qui sont d'un mesme costé, moindres que deux droits, ces lignes estans allongees, en fin se joindront du costé que les angles sont moindres que deux droits.

Comme si la droite ligne EF , tombant sur les droites lignes AB & CD , les coppant aux points G & H , fait les deux angles interieurs BGH & DHG , pris ensemble, moindres que deux droits: lesdites droites lignes AB & CD se joindrôt du costé des deux points B & D , car si nous mettons BG perpendiculaire à EF ,



les angles qui sont à G sont droits. Soit donc DHG moindre qu'un droit: DH panchera sur EF du costé de E . Donques l'angle DHG moindre que l'angle DHF , par la conuer-

sion de la dixieme definition, & partant moindre qu'un droit, car s'il estoit egal, ils seroyent tous deux droits, par la mesme definition. Mais nous posons icy le contraire. Donques, à cause du panchement ou inclination, CD prolongee en fin se joindra à AB : & ce d'autant que les deux angles BGH & DHG , sont moindres que deux droits.

Mais ceste petition se pouuoit mettre entre les definitions: car elle expose que c'est que ligne non parallele, comme la dixieme definition definit les paralleles. Elle estoit couchee en termes de Theoreme, nous l'auons reduite en petition.

NOTIONS DE L'ESPRIT.

1 Les choses qui sont egales à vn mesme, sont aussi egales entre elles.

2 Si à choses egales on adjouste choses egales,

égales, le tout sera égal.

3 Si vous otez choses égales de choses égales, ce qui restera sera égal.

4 Si à choses inégales vous adjoûtez choses égales, le tout sera inégal.

5 Si de choses inégales vous otez choses égales, le reste sera inégal.

6 Les choses qui sont doubles à un mesme, sont égales entr'elles.

7 Et celles qui sont la moitié d'un mesme, sont égales entr'elles.

8 Celles qui se ressemblent entr'elles, sont aussi égales entr'elles.

9 Le tout est plus grand que sa partie.

10 Deux lignes droites ne peuvent enclore une superficie,

Ces axiomes sont si clairs, qu'ils n'ont besoin d'aucune demonstration. Toutesfois quelques uns ont mis le dernier au rang des Petitions : & non pas du tout sans raison : car il sent la nature des Petitions, & va en suite de la definition de la droite ligne, comme ja nous auons dit. Mais nous n'insisterons pas là dessus. Car & icy & là il a la force d'un Principe tres-congnu.

*De l'Hypothese, Demonstration, Probleme, &
Theoreme.*

L'Hypothese, entant qu'elle appartient à ce traité, c'est le subject ou le fondement du discours.

Il n'est pas necessaire qu'elle soit reellement : suffit qu'elle soit probable, seulement l'adstraint-on qu'elle ne mette rien d'absurde en auant. Comme, si on est d'accord qu'une figure soit egale à l'autre, ou plus grande, & que de là on vienne à argumenter, ceste egalité, ou inegalité, sera l'hypothese : de laquelle on ne se peut departir pendant qu'on argumente. La demonstration, les Dialecticiens l'appellent, le Syllogisme qui face sçauoir : à sçauoir, qui de choses fort prouuees fait sa conclusion. Et ceste demonstration prend son origine de la Geometrie. Qui plus est, contre preuue, qui nous meine à la verité, est Geometrique. Tellement qu'il a esté dit tres-veritablement, que nul ne sçauroit distinguer le vray d'avec le faux, s'il n'est bien versé en Euclide. Que si quelcun recherche curieusement, pourquoy en la demonstration des propositions ne se fait voir la forme du syllogisme, mais seulement y apparoiſſent quelques membres concis de syllogismes, que cestuy-là sçache que ce feroit contre la dignité de la science, si quand on la traite à bon escient, il falloit s'uyure ric à ric les formules obseruees aux escholes. Car l'Aduocat, quand il va au barreau, il ne met pas sur ses doigts ce que le Professeur en Rhetorique luy a dicté : mais il s'estudie tant qu'il peut, encor qu'il soit fort bien recors des preceptes de Rhetorique, de faire entendre qu'il ne pense rien moins qu'à la Rhetorique. Ainsi, en l'œuvre geometrique, veu que nous ne cerchons rien autre sinon d'atraindre justement au but que nous desirons, nous dissimulons entierement la figure du Syllogisme. Laquelle toutesfois si on vouloit rechercher, elle se pourroit exprimer au vis des preuues Geometriques. Mais nous retranchons ces choses, la repetition
desquel-

desquelles engendreroit non seulement desdain, mais aussi obscurité. Ce que les personnes de jugement congnoistront aisément parmi les demonstrations. Or les conclusions des demonstrations ce sont Problemes & Theoremes.

Les Problemens comprennent la naissance des figures, leurs sections & additions, & generalement tout ce qu'on propose de faire en l'art. Et comme en la Philosophie on appelle Problemes quelques doutes qu'on nous propose à examiner & soudre: ainsi en Geometrie nous appellons Problemes, des constructions prises exactemēt de l'art, desquelles sont produites les speculations ou Theoremes, lesquels accompagnent les figures formees, leurs propriétés & affectations, voire qui font la science, & sont comme attachés à icelle: car ils consistent en la confirmation des preceptes, comme les Problemes en la constitution des figures. En somme, les Problemes sont comme certaine matiere & pratique de l'art, de laquelle les Theoremes sont la forme & la meditation de la science. Euclide a basti ses Elements geometriques des vns & des autres, selon qu'ils pouvoient l'un apres l'autre servir à son ceuvre: & ce avec meilleur ordre, que personne n'auoit fait auant luy. Car ny Archimede, ny Ptolomet, ny aucun autre des anciens, ne se sont point astraits à l'ordre, pource qu'à grand peine scauroit on donner les instructions geometriques si entieres, qu'il ne s'y trouue du defaut ou du superflu, ou quelque manquement en la disposition. Car la Geometrie nourrit vne perpetuelle matiere de meditation. Mais nous remettrons cecy à vne autre fois. Maintenant deliberons nous de faire Euclide comme nostre guide & Capitaine.



PROBLEME PREMIER.

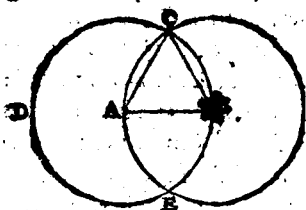
PROPOSITION PREMIERE.

53

D Escrire vn Triangle equilaterre sus vne ligne droite donnee.

Faire vn triangle ou toute autre figure, sus vne ligne donnee, c'est de ladite ligne donnee faire vn des costés de ladite figure.

A B soit la ligne donnee. Je vueil sur A B descrire vn triangle equilaterre. Sur le centre A, de la longueur de A B, je descris le Cercle B C D E, par la troisieme Petition. Derechef sur le centre B, & de la mesme longueur ou espace B A, je descri l'autre cercle A E F C.



Ces deux cercles s'entrecopperont en deux points, à sçauoir en E & C, veu que le demidia-
metre A B est commun à
tous les deux. Donques,
par la premiere Petitio,

des deux points ou extremités A & B, jusques à l'une des interfections, comme, par exemple, à C, je tire les lignes A C & B C. Je dis donc que le Triangle A B C, basti sur la ligne A B, est equilaterre.

Car, puis que A B & A C sont tirees du centre A à la circonference B C D E: par la definition du Cercle, & du Centre, A C sera egale à A B. Derechef, puis que B A & B C sont tirees du centre B à la circonference A E F C, par la mesme definition B C sera egale à B A.

Donques

Donques $A C$ & $B C$ sont chacune egales à $A B$, & partant la premiere Notion, les trois lignes, $A B$, $A C$, & $B C$, seront egales entre elles. Partant le Triangle $A B C$, dressé sur la ligne $A B$, sera equilater. Qui est ce qu'il nous falloit faire.

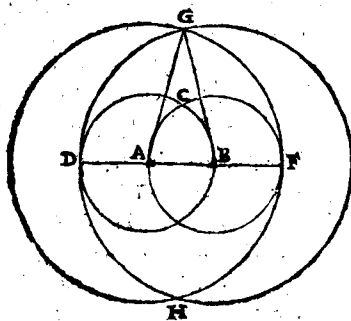
Euclide a dextrement conjoint la premiere & plus simple figure avec la derniere & plus capable, à sçavoir le Triangle avec le Cercle : car l'usage de l'un & de l'autre est infini: du Triangle, pour la simplicité; du Cercle, pour la perfection. Or a-il seulement fait mention de l'Equilater, pource que ceste espeece de Triangle est tousiours de mesme, & uniforme, à cause de l'egalité des costés & des angles. Il a laissé les deux autres espees à sçavoir l'Isocele & le Scalene, pource que d'icelles il y en a vne infinité de sortes.

Toutesfois je ne lairray pas à dire, que le Triangle Isocele est de grandissime usage : car puis qu'en la Géometrie presque tout se preuue par l'equalité & par le droit, & que l'equalité de deux, suffit pour demonstrier vn tiers, toutes les demonstrations qui se font à l'aide du Triangle equilater, les mesmes se parfont aussi par l'Isocele. Or l'Isocele peut estre rectangle, ce qui ne se peut jamais trouver en l'Equilater. Et puis que les Triangles ne sont rien autre que moitiés de Quadrilateres, l'Isocele peut estre la moitié du Quarré, ce que jamais ne peut estre l'Equilater, qui seulement est la moitié du Rhombe. L'Equilater a bien celà de priuilege, que perpetuellement ses trois angles sont egaux : Et l'Isocele n'en peut auoir que deux egaux. Aussi les trois angles de quel que ce soit equilater, sôt tousiours egaux aux angles d'un autre equilater, encor que les costés de l'un soyent plus grâds ou plus petits que ceux des autres.

Mais celà auance peu pour les demonstrations. Le principal vsage de l'Equilateré, c'est aux solides: mais pour les superficies il est presque nul, si ce n'est pour inscrire des figures dans le Cercle, où encores on ne le considere point autrement que l'Isoscele. Pour ces considerations nous n'auons point voulu laisser l'appendice de Champaigne, en ce qu'il propose de dresser vn Triangle Isoscele sur vne ligne donnee. Mais quant à la position du Scalene, nous l'auons mesprisee, comme inutile qu'elle est.

Dresser vn Triangle Isoscele sus vne droite ligne donnee.

Demeurant la description de l'Equilateré comme elle est, allongons la ligne donnee AB , jusqu'à ce que de costé & d'autre elle touche les Circonférences des Cercles aux poinçts D & F . Lors sur le centre A , avec la longueur de AF , soit décrit le Cercle FGH : & derechef sur le centre B , avec la longueur de BD , soit décrit vn autre cercle DGH : lesquels deux Cer-



cles s'entrecouperont en deux poinçts à sçauoir G & H , tout de mesmes qu'en la description cy dessus. Donques, des poinçts A & B , je tire les lignes AG & BG . Je dis que le Triangle ABG , dressé sur la ligne AB , est Isoscele.

Car puis que les lignes AB & AD sont égales, veu qu'elles sont toutes deux tirées du centre à la circonférence:

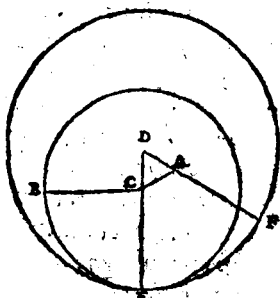
ference: & de mesmes BA & BF aussi egales, les deux AD & BF , seront aussi egales entr'elles, par la premiere Notion. Partant adioustant la commune AB , par la seconde Notion AF & BD seront egales. Mais AG est egale à AF : car tous deux viennent du centre à la circonference, partant ladite AG sera egale à BD . Mais BG est egale à BD , par la definition du cercle & du centre. Donques les deux, AG , & BG , seront chacune egales à BD , & partant egales entre elles, par la premiere Notion. Puis donc que chacune est plus grande que AB , (car BD est plus grâde que AB), le Triangle ABG sera Isolele. Ce qu'il falloit faire,

Probleme 2.

Proposition II.

D'un point donné, tirer vne ligne droite, qui soit egale à vne ligne donnee.

Soit le point donné A , & la droite ligne donnee BC . Je veux du point A tirer vne ligne, qui soit egale à ladite BC . J'accouple l'une des extremités de la ligne BC avec le point A , à sçauoir l'extremité C , tirant, par la premiere Petition, la droite ligne CA . Puis



sur le centre C , & de l'estendue de CB , je descris le Cercle BE , par la troisieme Petition. Que si la circonference passe par le point A , j'ay ce que je voulois: car, par la definition du centre, CA sera egale à CB . Que si elle passe ailleurs, je dresseray sur

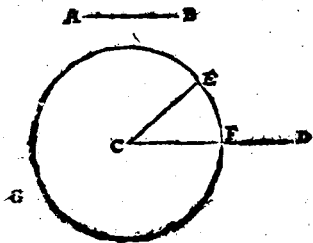
CA le triangle equilateral ACD par la premiere proposition, (ou bien vn Isolele, suyuant ce que nous

auons là adjousté: car il n'importe pas, moyennant que $A D$ & $C D$, costés dudit isoscele, soyent egaux) duquel Triangle equilateré j'estendray le costé $D C$ jusques au point E de la circonference. Alors sur le centre D , & de l'estendue de $D E$, je descrirai vn autre cercle $E F E$: & estendray le costé $D A$ jusques au point F de ladite circonference. Je dis que $A F$ est egale à $B C$.

Car les deuz $C B$ & $C E$ sont egales, veu que chacune va du centre à la circonference. Aussi les deuz, $D B$ & $D F$, par mesme raison, seront egales. Mais $D C$ & $D A$ sont egales par la construction, veu qu'elles sont costés du Triangle equilateré, ou bien de l'isoscele, comme l'on voudra. Si donc nous osons $D C$ & $D A$ egales, de $D B$ & $D F$ egales, $C E$ & $A F$, qui resteront, seront egales par la troisieme Notion. Mais nous auons monstré que $B C$ estoit egale à $C E$. Donques $B C$ & $A F$ seront egales à ladite $C E$: & partant egales entr'elles, par la premiere Notion. Dôques au point A nous auons tiré la ligne $F A$ egale à ladite $B C$. Ce qu'il falloit faire.

*Probleme 3.**Proposition III.*

Deux lignes droites inegales estans donnees, ôter de la plus grande vne ligne egale à la plus petite.



Soyent les deux lignes inegales $A B$ & $C D$: desquelles $A B$ soit la plus petite. Je veux de $C D$ retrancher vne partie, qui soit egale à ladite $A B$.

Au point

Au poinct c je tire ec egale à ladite ab , par la seconde Proposition. Et sur le centre c , & de l'intervalle de ce , je descris le cercle efg : qui coppera la plus grande cd en quelque poinct. Qu'il la coupe en f . Je dis que cf est egale à ab .

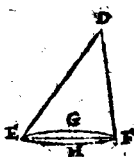
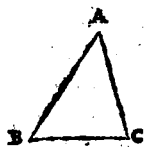
Car elle est egale à la ligne ce . Mais ab est egale à ladite ce . Partant, par la premiere Notion, cf sera egale à ab . Ce qu'il falloit faire.

Theoreme 1,

Proposition IV.

Si de deux Triangles l'un a deux costés egaux à deux costés de l'autre: & les angles contenus par lesdits deux costés egaux, aussi egaux, la base de l'un sera aussi egale à la base de l'autre, & le reste des angles de l'un, sera aussi egal au reste des angles de l'autre. Bref tout le Triangle sera egal à tout le Triangle.

Soyent deux Triangles, abc , & def : de l'un desquels les deux costés soyent egaux aux deux costés de l'autre: sçavoir est, le costé ab egal au costé de : & le costé ac egal au costé df : & l'angle a soit egal à l'angle d . Je dis que la base bc est egale à la base ef , & l'angle b à l'angle e , & l'angle c à l'angle f : Bref, tout le Triangle egal à tout le Triangle.



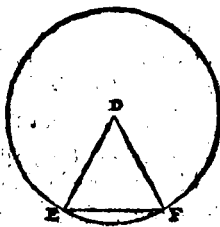
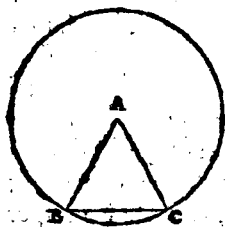
Je mettray le Triangle abc sur le Triangle def : tellement que l'angle a tombe sur l'angle d , & le costé ab sur le costé de , & ac sur df . Tellement

que, par la huitieme Notion, les angles ny les costés ne surpasseront point l'un l'autre. Car les deux poinct

B & C tomberont sur les deux E & F. Et ainsi la ligne B C tombant sur la ligne E F, sera egale à elle : & par mesme raison l'angle B egal à l'angle E, & l'angle C à l'angle F : bref tout le Triangle à tout le Triangle, veu qu'ils sont ainsi semblables entr'eux. Car si la ligne B C ne s'accorde pas avec la ligne E F, quoy que les points B & C s'accordent avec les points E & F : mais tombe au dedans du Triangle, comme la ligne E G F : ou dehors, comme la ligne E H F, deux lignes cloiront vne superficie, contre la dernière Notion. Donques les deux Triangles A B C, & D E F, sont egaux en tout & par tout. Ce qu'il falloit demonstret.

Ceste est la vulgaire demonstration de tous les Interpretes, si toutesfois on la peut appeller Demonstration. Car si la superposition des lignes & des figures estoit receüe pour preuue, toute la Geometrie seroit facie de telles applications : & à grand' peine se rencontreroit il vne Proposition, laquelle ne se prouuast en ceste maniere : Car ja la seconde & la troisieme, que nous auons demonstrees, se pouuoient ainsi prouuer. Car s'il faut tirer à vn point donné, vne ligne egale à vne ligne donnée, ayant transferé ladite ligne audit point, l'affaire sera paracheué. Et encor que l'application soit plus tolerable que la superposition, si est-ce qu'en la Geometrie elle n'est point receüe. Qui plus est, il n'est pas permis de transporter vne ligne, à fin que selon son estendue nous descriuions vn cercle, si premierement on n'a tiré vne ligne egale. Autrement la seconde seroit du tout superflue. Aussi, s'il faut d'une grande ligne en retrancher vne moindre, que faudroit-il faire autre, sinon mettre la moindre sur la plus grande, à fin d'en retrancher ce qui excède. Mais combien cecy est esloigné

gné de la dignité de la Geometrie, je le laisse juger à ceux qui ont l'entendement de comprendre la force & l'energie de la Demonstration. Que ferons nous donc icy, à fin d'exempter Euclide d'une meritee reprehension? Car il ne semble pas que ce Theoreme se puisse prouuer par si peu de Propositions precedentes. On peut, selon mon jugement, aller au deuant de ceste objection par ce moyen, à sçauoir en disant, que ce Theoreme est de soy si clair, qu'il n'a besoing d'aucune preuue: ains le faut tenir au rang des definitions. Car quand nous commençons à discourir de quelque chose, ceste chose là nous entre racitement au cerueau par la definition. Ainsi ne penseray-je pas que deux angles soyent egaux, si je ne conçois que c'est que l'egalité d'angles. A quoy regardant Euclide, il a voulu proposer l'egalité des angles, & par mesme moyen la definir, à fin que nous eussions ce Theoreme pour vne definition. Car nul ne sçauroit expliquer plus facilement l'egalité des angles, que s'il disoit que deux angles se font egaux, quand les deux costés qui contiennent vn angle, sont egaux aux deux costés qui en contiennent vn autre: & que les bases, qui lient les costés, sont egales. Car il est certain, que l'angle est tel, qu'est l'ouuerture ou dilatation des lignes qui le contiennent: & que ceste ouuerture est telle, qu'est la base ou ligne qui les accouple. Et, pour le dire plus ouuertement, l'angle BAC est ainsi grand, qu'est l'esloignement de la ligne AC de la ligne AB : or cest esloignement est ainsi grand, comme le nous exhibe la ligne BC . Mais cela est plus clair aux isosceles. Soyent donc deux isosceles, ABC & DEF : desquels les deux costés de l'un, AB & AC , soyent egaux aux deux costés de l'autre, DE & DF : & que



l'angle A
soit egal à
l'angle D.
Et ayât po-
sé les centres
aux points
A & D, soy-
ent descript

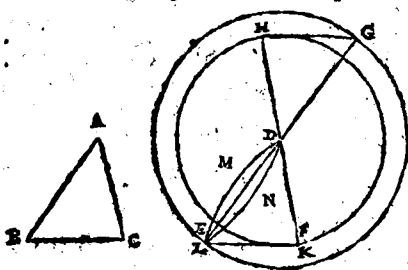
deux cercles: le premier selon l'espace A B, l'autre se-
lon D E. Le premier d'iceux passera manifestement
par B & C, & l'autre par les points E & F: veu que
A B & A C, & D E, & E F sont egaux, sortans de costé
& d'autre du centre. Or par la definition des angles
egaux, les arcs B C & E F seront egaux. Car la gran-
deur des angles se designe par les arcs des cercles qui
passent par l'extremité des lignes qui contiennent
lesdits angles. Et au rebours, angles egaux, & com-
pris sous lignes egales, soustendent mesmes circon-
ferences. Car, puis que les espaces B C & E F sont e-
gaux, il est force qu'ils soyent enclos par egales droi-
tes lignes: car la droite ligne est le chemin le plus court
d'un point à l'autre. Et avec mesme raison, par la re-
cherche des costés & des bases, nous jugerons quelle
fera la grandeur des angles. Pourquoi est-ce donc
qu'Euclide a mis ceste Proposition entre les Theore-
mes, & non entre les Principes? Pource qu'elle mon-
stre auoir comme vne espeece meslee de Principe &
de Theoreme. De Principe, pource qu'elle consiste
au commun jugemēt de l'esprit: de Theoreme, pour-
ce qu'en icelle il compare Triangle à Triangle. Pour
ces raisons Euclide l'a mise entre les Theoremes:
principalement pource qu'elle a plusieurs chefs: & le
Principe doit estre simple, & comme aud. Outre ce,
que

que de cest axiome, comme d'un tresriche fondemēt de demonstrations, plusieurs Propositions s'ensuyuent de presque semblable facilité & jugement, lesquelles il n'estoit aucunement conuenable de mettre au rang des Principes, icy qu'elles soyent tres notiores. Car il falloit que la Geometrie se contentast de peu de Principes. Mesmes, plusieurs Principes sont supprimés expres, à fin que la multitude n'en fust onereuse: Et ceux, qui sont exprimés, semblent seulement estre exprimés pour exemple. Nous ajoutons à celà, que suyuant la loy de Geometrie, qui de petits & bas commencemens s'esleue à des merueilleux progres, il falloit que le premier Theoreme fust facile, aisé, & qui de soy mesme se presentast aux sens.

Nous ne prendrons donc point la verité de ceste proposition d'ailleurs, que du commun jugement: & estimerons que mettre Figures sur Figures, est quelque chose de mechanique: mais les entendre, celà sent son Mathematicien. Maintenant donc, puis qu'il est confessé que deux Triangles sont entre eux equilateres, il est force de confesser, qu'entr'eux aussi ils sont egaux. Car l'egalité des figures ne se peut congnostre par plus euident tesmoignage, que par l'egalité des costés. Combien que l'egalité des cercles se definit par leurs diametres: mais non pour autre raison, sinon que la ligne oblique ne se laisse pas si aisement manier comme la droite: de laquelle nous prenons aisement la mesure, & par icelle nous faisons comparaison des obliques entre elles.

Que si pour quelque consideration ceste superposition se doit admettre, elle sera beaucoup plus tolerable en la façon qui s'ensuit.

Demeurant la condition des deux Triangles ABO & DEF , je continueray ED jusques au point G , par la premiere Petition, & mettray DG egale à AB , par la seconde Proposition. Continuant aussi ED , je mettray DH egale à AC . Alors sur le point D je descriray deux cercles: le premier de l'espace de DG : le second



de l'espace de
 dh . Le premier
 d'eux passera
 manifestement
 par le point E ,
 puis que DE &
 DE sont egales.
 L'autre passera
 par le point F ,

pour la mesme raison. Maintenant du point D je tire la ligne droite DL jusqu'au point E , laquelle sans doute passera sur D . Car si elle passoit dehors, comme DML ou DNL , deux droites lignes encloirroyent vne superficie, contre la derniere Notion. Semblablement du mesme point D je tire la ligne DK : laquelle aussi sera faicte vne mesme avec la ligne DF , & en fin la ligne LK tiree, sera faicte la mesme avec EF . Or maintenant il est tout clair que la ligne DL est egale à la ligne DG , & partant à la ligne AB , tant par la construction que par la commune Notion: & aussi que la ligne DK est egale à la ligne DH , ou AC : & l'angle LDK egal aussi à l'angle EDF , voire le mesme: & partant egal à l'angle BAC : & que l'espace comprins par les lignes DL & DK , est entierement egal à l'espace comprins par les lignes AB & AC . Mais l'espace LDK est clos par vne ligne egale, voire toute vne avec la ligne EF . Donques l'espace BAC sera clos par vne ligne

gnée égale à la ligne EF . Partant EF sera égale à BC .
Ce qu'il falloit démonstrer.

De ce qui a esté deduit sont evidents les autres chefs du Theoreme: sçavoir est l'égalité & des autres angles entr'eux, & des deux Triangles. Et ne faut pas qu'on se face à croire, que en l'une & en l'autre façon y a toujours mesme application de Triangles. Car c'est autre chose de transposer les Triangles, & autre chose de démonstrer par le semblable & par l'égal. Car ceste dernière preuve dépend de l'office du cercle.

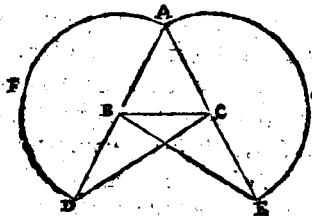
Theoreme 2.

Proposition V.

Les angles, qui sont à la base des Triangles Ifoſceies, sont égaux entr'eux: & ayant allongé également les lignes qui aboutissent à la base, les angles qui seront sous la base, seront aussi égaux entr'eux.

Soit le Triangle ABC , duquel les deux costés AB & AC soyent égaux. Je dis que l'angle ABC est égal à l'angle ACB . Et si l'on allonge AB & AC , comme jusques aux points D & E , je dis aussi que l'angle DBC est égal à l'angle ECB .

Je mettray, par la troisième Proposition la ligne



AD égale à la ligne AE : & ayant tiré les deux lignes DC & EB , seront formés les deux Triangles ABE , & ACD . Et pource que les deux costés AB & AC du Triangle ABE , sont

égaux aux deux costés AC & AD du Triangle ACD ,

& l'angle A est commun à tous les deux, par la precedente la base BE , sera egale à la base CD , & l'angle E à l'angle D , & l'angle ABE à l'angle ACD . Derechef, considerant les deux Triangles BCD & CBE , les deux costés BC & CD , du Triangle BCD seront egaux aux deux costés CB & CD du Triangle CBE . Et pour ce que l'angle D de l'un est egal à l'angle E de l'autre, comme nous l'auons prouué, par la precedente, le Triangle BCD sera egal au triangle CBE : & partant l'angle BCD egal à l'angle CBE . Puis donques que nous auons prouué, que tout l'angle ABE est egal à tout l'angle ACD : ostant BCD de tout ABE , & ostant aussi CBE de tout ACD : resteront les angles ABC & ACB , qui seront egaux par la commune Notion. Ce qui estoit pour le premier. Et parce que par l'antecedente, l'angle BCE est egal à l'angle CBD , le second est tout clair.

Et à fin de faire voir combien le Cercle peut en routes choses, nous auons descrit le demicercle AFD , selon l'espace BA , le centre duquel est B : & vn autre demicercle AGE , selon l'espace CA , duquel le centre est C . Car il n'estoit nullement besoing de descrire les cercles entiers. Maintenant, par la definition du cercle & du centre, les lignes AB , BD , AC & CE sont egales entr'elles, veu qu'elles sortent du centre de cercles egaux: & partant AB & AC seront egales entre elles, par la commune Notion. Et lors, selon mon jugement, se verra beaucoup plus facile la demonstration maintenant mise. Car l'egalité des Triangles se fait voir beaucoup plus aisé.

Nous aduertirons aussi icy en passant, que ceste Proposition se peut remettre au jugement commun, aussi bien que la precedente. Car si nous entendons

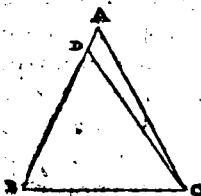
donc deux Triangles pour vn : à ſçauoir le Triangle ABC , duquel la baſe eſt AC : & le Triangle ACB , duquel la baſe eſt AB : puis que les deux coſtés de l'un, AB & BC , ſont egaux aux deux coſtés de l'autre AC & CB : & que la baſe AC eſt egale à la baſe AB , par la définition des angles egaux, ou par la precedente, l'angle ABC ſera egal à l'angle ACB . Qui eſt le premier. Puis, par noſtre derniere conſtruction, il faudra iuger de meſme des deux angles BCE & CBD : veu qu'on a prouué que les deux baſes BE & CD ſont egales.

Theoreme 3.

Propoſition VI.

Si vn Triangle a deux angles egaux, les deux coſtés auſſi, qui ſouſtiennent leſdits angles, ſeront egaux.

Ceſte-cy eſt la Conuerſe de la premiere partie de la precedente Propoſition. Soit le Triangle ABC , duquel les deux angles B & C ſoyent egaux : je dis que le coſté AB eſt egal au coſté AC .



Car, ſ'ils ne ſont egaux, ſoit AB plus grand, ſi faire ſe peut : duquel nous retrancherons DB egal à AC , par la troiſieme Propoſition, tellement qu'il y ait ces deux Triangles ACB & DBC .

Et d'autant que les deux coſtés DB & BC , du Triangle DBC , ſont egaux aux deux coſtés AC & CB , du Triangle ACB , & l'angle B egal à tout l'angle C , par l'hypothèſe : par la quatrieme, la baſe BC ſera egale à la baſe AB , & l'angle DCB egal à l'angle ABC . Partant, puis que l'angle ACB a eſté preſuppoſé egal à ABC , par la premiere commune.

Notion, l'angle DCB sera egal à l'angle ACB, la partie au tout. Ce qui ne peut estre.

Il se faut souuenir, que les Conuerſes des Propositions ſont vniuerſellement vrayes, comme celles des Principes. Car quand nous diſons, Les choſes qui ſont egales à vne autre, ſont auſſi egales entre elles, nous comprenons par meſme moyen, que ſi quelque choſe eſt egale à deux autres, ces deux autres ſont egales entre elles. Et, Si deux reſtes ſont egaux, & les parties qu'on en a oſté ſont auſſi egales, il appert, que les entiers ſont auſſi egaux. Or Euclide n'a point fait de mention de ces Conuerſes, pource qu'elles eſtoient treſcongnes: mais il a exprimé celles des Propositions, pource qu'elles ſont moins ſimples, & non mieux congnes, que les directes meſmes. D'abondant auſſi, parce qu'elles ne ſ'enſuyuent pas incontinent apres leurs directes, comme celles des Principes: & quelquesfois ont beſoing de preuues tirees d'ailleurs, comme il ſe rencontrera bien ſouuent par cy apres.

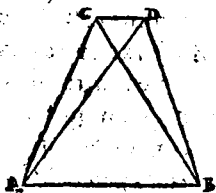
Theoreme 4.

Propoſition VII.

Si de deux poincts terminans vne ligne, il en ſort deux lignes qui viennent à ſe joindre, on ne pourra tirer des meſmes poincts & à la meſme part, deux autres lignes qui ſoyent egales aux deux premieres, chacune à ſa contermine.

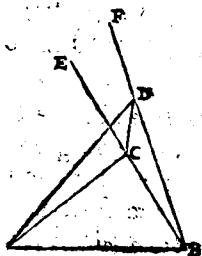
Soit la ligne AB, des extremités de laquelle A & B, ſortent deux lignes AC & BC, qui ſe joignent au poinct C. Je dis que deux autres lignes, comme AD & BD, ne pourront eſtre tirees des meſmes poincts A & B, & du meſme coſté, qui ſoyent egales à AC & BC,

BC, chacune à sa contermine: sçavoir AD à AC, & BD à BC.



Que si faire se peut, lors se joindront AD & BD dedàs le Triangle ABC, ou bien dehors: (car ils ne se peuuent pas joindre en AC ou BC: autrement la partie seroit egale au tout.) Si donc elles se joignent dehors le Triangle, ou l'une d'icelles coppa le Triangle, ou pas vne. Et premierement que l'une le coupe, à sçavoir, que AD coupe BC, costé du Triangle: & que CD les conjoigne, à fin qu'il y ait deux Triangles ACD & BCD.

Et pource qu'AC & AD, deux costés du Triangle ACD, sont egaux, l'angle ACD sera egal à l'angle ADC, par la cinquieme Proposition. Semblablement, pource que BC & BD, deux costés du Triangle BCD, sont egaux, les deux angles BCD & BDC seront egaux. Et pource que l'angle BDC est plus grand que l'angle ADC, l'angle BCD sera plus grand que l'angle ACD, par la commune Notion: car si deux egaux sont plus grands qu'un tiers, ils seront aussi plus grands que ce qui est egal à ce tiers. Donques la partie sera plus grande que son tout: ce, qui ne se peut faire.



Que si pas vne desdites lignes ne coupe le triagle, je joindray DC: & allongeray BC & BD iusques aux poincts E & F, à fin qu'il y ayt deux angles ECD & FDC sous la base CD. Et pource que du Triangle ACD les costés AC & AD sont egaux, les angles ACD & ADC seront egaux, par

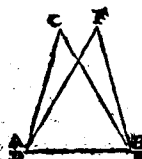
la cinquieme Proposition. Derechef, pource que les deux costés BC & BD du Triangle BCD , sont egaux, par l'autre partie de la cinquieme les deux angles ECD & FDC , qui sont sous la base, seront egaux. Donques, puis que l'angle ECD est moindre que l'angle ACD , l'angle FDC sera moindre que l'angle ADC , le tout moindre que sa partie. En la mesme absurdité tombera celui qui dira que AD & BD se joignent dedans le Triangle.

Theoreme 5.

Proposition VIII.

Si de deux Triangles les deux costés de l'un sont egaux aux deux costés de l'autre, & la base de l'un à la base de l'autre, les angles compris par les costés egaux seront aussi egaux.

Soyent deux Triangles ABC & DEF : & que le costé AC soit egal au costé DF , & BC egal à EF : & la base AB egale à la base DE . Je dis que l'angle C est egal à l'angle F , & l'angle A à l'angle D , & l'angle B à l'angle E .



Car ayant mise la base AB sur la base DE

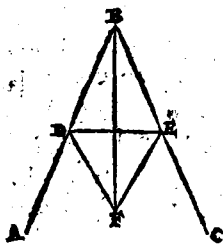
l'une ne passera point l'autre, puis qu'elles sont egales. Lors, si l'angle C est de mesmes avec l'angle F , tout le Triangle sera egal à tout le Triangle, & les autres angles egaux aux autres angles, par la quatrieme Proposition. veu que les deux costés AC & BC , sont egaux aux deux costés DF & EF . Que si le point C ne tombe sur

sur le point F, mais tombe dehors : lors les deux lignes A C & B C, sortans des points D & E, se joindront : de mesmes aussi D F & E F du mesme costé, seront egales aux deux leurs contermes : Ce qui, par la précédente, ne peut estre.

Nous auons en la quatrieme cy deuant reiecté à bon escient ceste façon de demonstrier. Parquoy il faut estimer, que ceste Proposition est de soy assez connue. Car qui pourra nier que deux Superfices soyent egales, desquelles les costés & en quantité & en nombre sont egaux? ou bien nous ferons nostre demonstration tout de mesme que nous auons là fait.

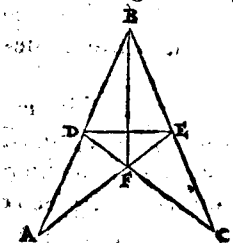
*Probleme 4.**Proposition IX.*

Partir également en deux vn angle donné.



Soit donné l'angle ABC, lequel il fale partir en deux parties egales. Je marqueray en la ligne AB le point D fortuitement, ou à l'auenture : &, par la troisieme Proposition, je retrancheray BE de la ligne BC, qui soit egale à la ligne BD : & joindray D E. Alors, par la premiere Proposition, je dresseray sur D E, le Triangle equilateral DEF, & tireray la ligne B F. Je dis que ceste ligne B F diuise en deux parties egales l'angle B donné. Sçauoir est, que les deux angles, qui sont à B, sont egaux. Car je considere les deux Triangles D B F & E B F. Et pource que les deux costés B D & B E du Triangle B D F, sont egaux aux deux costés B E & B F, du Triangle B E F, & que la base D F de cestuy-là est egale

à la base $E F$ de cestuy-cy, par l'antecedente, l'angle DBF sera egal à l'angle EBF . Ce qu'il falloit faire.



Presque tous se seruent quasi mot à mot de ceste formule de demonstration: mais elle ne me semble pas assez ferme. Car que seroit-ce si nostre aduersaire vouloit soustenir, que l'un des costés du Triangle equilatre, basti sur la ligne $D E$, tombe sur l'une des deux lignes $A B$ ou $C D$, tellement qu'en la figure cy decontre le Triangle $C D E$ soit equilater? Lors n'y aura plus de lieu de tirer la ligne $B F$, pource qu'elle sera la mesme avec la ligne $B C$. Il faut donc venir au deuant de ce doute par la cinquieme du present, en mettant la ligne $D A$ & $E C$ egales, & tirant la ligne $A E$. Car là nous auons prouué que les costés $C D$ & $C E$ ne peuvent estre egaux, veu que les deux angles $C D E$ & $C E D$ sont inegaux. Et lors sera ferme la demonstration.

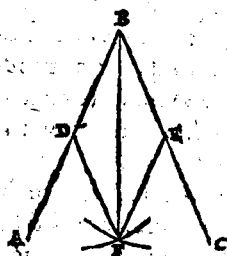
Mais de ceste derniere construction se presente un beau moyé de demóstrer ce Probleme. Car puis q'les deux lignes $A E$ & $C D$, tirees en haut aux poincts opposites D & E , s'entrecoppent manifestement, si nous tirons de l'angle donné B au poinct de l'intersection de la ligne $B F$, elle diuíslera ledit angle en deux parties egales.

Car, par ce qui a esté là demonstté, & par la quatrieme du present, les deux Triangles $A D E$ & $C E D$ sont equilateres & equiangles: pource que, par la seconde partie de la cinquieme, les deux angles $A D E$ & $C E D$ sont egaux: & les deux costés $A D$ & $D E$ egaux aux deux $C E$ & $E D$: & partant les deux angles $C D E$,

CDE & AED égaux. Donc, par la sixieme, les deux costés DF & EF, du Triangle DEF, sont égaux. Ayant donc cognu les deux Triangles BDF & BEF, la demonstration se fera de meisme qu'à la premiere description.

Mais toute la raison de cest affaire se prend du cercle, c'est à dire de l'égalité. Car il n'importe point, si sur la ligne DE on fait vn triangle equilater, ou bien vn Isoscelé, moyennant qu'à la joincture des deux costés égaux on tire vne ligne, qui sera la ligne BF.

Or le point de ceste joincture ou assemblage, c'est à dire, le point F, sera mis en l'interseccion de deux cercles égaux, desquels les centres sont D. & E, comme il se void en la derniere figure, en laquelle a-



yant tiré les lignes DF & EF, la demõstration sera parfaite.

Car, puis que les deux costés BD & DF du Triangle BDF, sont égaux aux deux BE & EF du Triangle BEF, & la base BF commune à tous les deux, les deux angles, qui sont à B, seront égaux entr'eux. Or il nous a

semblé estre assez si nous tracions seulement les interseccions des deux cercles : comme nous ferons de meisme d'ores en auant, pour eiter longueur.

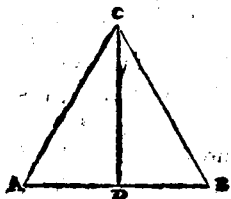
Tu prendras aussi garde icy, qu'aux demonstrations l'usage du Triangle Isoscele est plus asseuré que de l'Equilater.

Probleme V.

Proposition X.

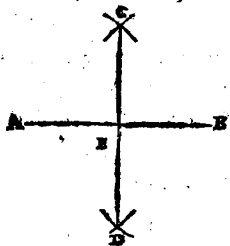
Copper en deux parties égales vne ligne donnee terminée.

Soit la ligne donnee AB , laquelle nous voulions copper en deux parties egales, Sur icelle je descrie le Triangle equilater ABC (ou bien vn Iloscele : car



tout reuiert à vn:) l'angle c duquel, par la precedente je diuise en deux parties egales, tirant la ligne CD . Je dis que la ligne AB est diuisee en deux parties egales au point D . Car ayant, par la ligne CD , fait deux Triangles d'un seul, les costés AC & CD , du Triangle ACD , seront egaux aux deux BC & CD , du Triangle BCD : & l'angle c de l'un egal à l'angle c de l'autre. Partant, par la quatrieme, la base AD sera egale à la base DB . Ce qu'il falloit faire.

L'abbregement de ce Probleme depend aussi du cercle. Car eslargissant le compas ainsi qu'il me plaira

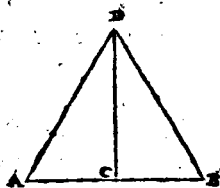


(moyennant que cest intervalle ou eslargissement soit tousiours de mesme à toutes les quatre fois) & mettant le pied fixe dudit compas sur les points A & B , & ayant tracé de costé & d'autre les intersections opposites, la ligne qui sera tirée de l'une à l'autre intersection, coppera AB par egales portions : & ceste ligne tirée sera icy CD , laquelle diuise également la ligne AB au point E . Car on void que les lignes AE & BE estans tirées, se forment les Triangles AEC & BEC equilateres l'un à l'autre. Mais il se faut souuenir, que l'eslargissement du compas doit estre plus grand que la moitié de la ligne.

Probleme 6.

Proposition XI.

Vne droite ligne estant donnee, d'un point en icelle donné dresser vne ligne au niveau, ou perpendiculairement.



Soit la droite ligne donnee AB , & le point en icelle donné c : duquel je veux dresser vne ligne perpendiculaire. Je rens, par la troisieme, cB egale à Ac : & sur l'entiere AB , je descri, par la premiere, le Triangle ABD , equilater ou Isole: & du point c , j'excite ou erige la ligne cd . Je dis qu'icelle est perpendiculaire au point c .

Car, puisque les deux Triangles ACD & BCD sont entr'eux equilateres, par leur construction; & equiangles, par la huitieme: les deux angles, qui sont à c , seront egaux, & partant droits, par la dixieme definition. Partant, par la mesme, la ligne cd sera perpendiculaire. Ce qu'il falloit faire.

Icy se cognoist assez l'usage du cercle, observant la mesme description qu'en la precedente. Car là les angles, qui sont à c , estoient egaux, & partant droits.

Probleme 7.

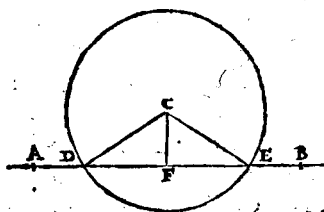
Proposition XII.

Tirer vne perpendiculaire sus vne droite ligne non terminee, & d'un point hors d'icelle donné.

Soit la ligne non terminee AB : & le point hors d'icelle donné c : duquel il faut tirer vne perpendiculaire sur icelle AB .

Je mettray mon centre au point c , & descriray un

Cercle qui soit si grand, qu'il puisse couper la ligne AB en deux points, comme en D & E : Et tirant les lignes CD & CE , je fay le Triangle CDE : duquel, par la neuvieme, l'angle C soit diuisé en deux parties egales, la ligne CF estant tirée sur le costé DE , & le



coppant au point F . Je dis que ladite CF est perpendiculaire sur AB . Et l'argument sera tel qu'en la precedente. Car, veu que les deux costés CD & CE du

Triangle CDE sont egaux aux deux costés CE & CF du Triangle CEF , & l'angle C de l'un egal à l'angle C de l'autre: par la quatrième la base DF sera egale à la base EF , & les deux angles qui sont à F egaux, & partant droits, par la dixieme definition. Et partant la ligne CF se trouuera perpendiculaire sur AB . Ce qu'il falloit faire.

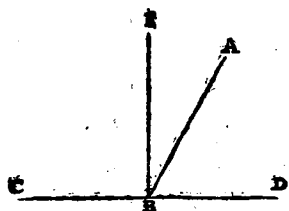
Theoreme 6.

Proposition XIII.

Vne ligne droite tombant sus vne ligne droite, ou elle fait deux angles droits, ou egaux à deux droits.

Soit la droite ligne AB sur la droite CD . Je dis que les deux angles, ABC , & ABD , sont droits, ou egaux à deux droits.

Car si la ligne AB est perpendiculaire, il appert assez que les angles sont droits, par la Conuerse de la dixieme Definition. Que si elle panche sur l'extrémité D , par l'onzieme je dresseray sur CD du point B , la perpendiculaire BE . Et par ceste construction la Pro-



la Proposition est toute claire. Car puis que l'angle ABE est plus grand que l'angle droit CBE , de la grandeur de l'angle ABE : & que l'autre angle ABD soit moindre que l'angle droit DBE de la grandeur de l'angle ABE : ostant ce qui abonde à cestuy-là, pour l'adjouster à ce qui defaut à cestuy cy, se feront deux angles droits.

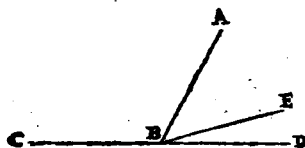
Sçauoir est, si de l'angle obtus ABC , j'oste l'angle ABE , restera CBE , qui sera droit. Puis, si le même ABE est adjousté à l'angle DBA , qui est aigu, sera fait l'angle droit DBE . Partant n'est besoing icy d'autre forme de discours. Car ce discours là seroit pour plustost troubler l'esprit, que pour le soulager. Car il est assez euident, que les deux angles, à sçauoir ABC obtus, & ABD aigu comprennent vn espace egal, voire vn même, que comprennent les deux angles droits CBE & DBE .

Theoreme 7. Proposition XIII.

Si deux lignes s'assemblent à vn point d'une droite ligne, & qu'avec icelle elles fassent deux angles ou droits ou egaux à deux droits, les deux seront continuees de droit fil, & ne seront qu'une.

Soit la ligne droite AB , au point B de laquelle deux lignes droites CB & DB viennent à se joindre: & que les deux angles CBA & DBA soyent ou droits, ou egaux à deux droits. Je dis que les deux CB & DB sont de droit fil, sçauoir est, que CD est vne seule ligne.

Car si ce n'est vne seule ligne, alors $e B$ continuee, par exemple, jusqu'au poinct E , passera dessus ou dessous $B D$. Prenons qu'elle passe dessus, si faire se peut, si que $c E$ ne soit qu'une ligne.



Puis donc que la droite ligne AB tombe sur la droite $c E$, les deux angles ABC & ABE seront, par la precedente, egaux à deux droits. Derechef, puis que les deux angles ABC & AED sont egaux à deux droits, par l'hypothese, les deux angles ABC & ABE seront, par la premiere Notion, egaux aux deux angles ABC & ABD . Otons en le commun ABC , restera l'angle ABE , egal, par la troisieme Notion, à l'angle AED , la partie au tout. Qui est absurde. Par mesme raison se prouuera, que $c B$ allongee ne tombera pas au dessous de $B D$. CD ne sera donc qu'une ligne. Ce qu'il nous falloit prouver.

Mais aussi nous discourrons de plein saut en ceste façon: Les deux angles $c B A$ & ABE sont partie des deux $c B A$ & ABD . Mais $c B A$ & ABD sont egaux à deux droits, par l'hypothese. Donques les deux $c B A$ & ABE ne seront pas egaux à deux droits: autrement la partie seroit egale au tout.

Theoreme 3.

Proposition XV.

Si vne ligne droite coupe vne ligne droite, elle fera egaux les angles de la section opposés.

Soit la droite ligne AB , qui coppa la droite CD au poinct E . Je dis que l'angle AEC sera egal à l'angle DEB : & l'angle BEC egal à l'angle AED .

Car

Car puis que les deux angles AEC , & CEB , par la treizieme, sont egaux à deux droits : & pareillement les deux angles CEB & DEB egaux aussi à deux droits : par la première Notion les deux angles AEC & CEB , seront egaux aux deux CEB & DEB . Ayant donc osté le commun CEB , resteront, par la troisieme Notion, les deux angles AEC & DEB egaux. Semblablement on prouuera, que les deux angles AED & CEB sont egaux.

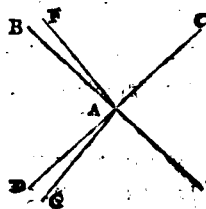
De ceste Proposition s'ensuit cecy :

Deux lignes droites se croisans, les quatre angles qu'elles font sont droits, ou egaux à quatre droits.

La conuerse de ceste quinzieme. pourra estre en ces termes :

Si quatre droites lignes sortans d'un point, font quatre angles, desquels les deux opposés sont egaux, les deux lignes qui sont opposées vis à vis l'une de l'autre, sont de droit fil, & ne font qu'une ligne.

Soyent quatre lignes, AB , AC , AD & AE , sortans du point A , & faisant quatre angles audit point A , desquels l'angle BAC soit egal à l'angle DAE : & l'angle BAD egal à l'angle CAE . Je dis que BE & CD sont seulement deux lignes :



c'est à dire, que les deux BA & AE , sont de droit fil, & ne font qu'une ligne : & que les deux aussi CA & AD , n'en font qu'une.

Autrement, posons, si faire se

peut, que EF soit vne ligne: & CG aussi vne autre. Puis donc que la droite ligne EA tombe sur la droite CG , les deux angles EAC & EAG , par la treizieme, seront egaux à deux droits. Et puis que la droite GA tombe sur la droite EF , par la mesme Proposition les deux angles EAG & FAG seront egaux à deux droits. Ostant donc le commun EAG , par la commune sentence l'angle EAC sera egal à l'angle FAG . Mais EAC a esté posé egal à l'angle BAD . Donques BAD sera egal à FAG , la partie à son tout. Ce qui ne peut estre. La mesme absurdité prouuendra de quelque costé qu'on allonge les lignes. Partant BE n'est qu'une ligne, & CD vne autre. Ce qu'il falloit prouuer.

Theoreme 9.

Proposition XVI.

De tout Triangle, vn des costés estant allongé, l'angle exterior se trouuera plus grand, que pas vn des angles opposés interieurs.

Soit le Triangle ABC : duquel le costé AB soit allongé vers le point D . Je dis que l'angle DBC est plus grand, que pas vn des deux angles ACB & BAC .

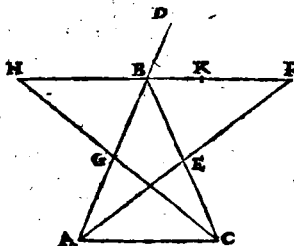
Je diuiseray BC également, par la dixieme Proposition, au point E : & tireray la ligne AE , que j'allongeray jusqu'au point F : & mettray EF egale à ladite AE , par la troisieme: & conjoindray FB , à fin qu'il y ait deux Triangles, AEC & FEB .

Premierement donc nous monstrerons, que l'angle DBC est plus grand que l'angle interient BCA : Car, puis que les deux costés AE & EC du Triangle AEC , sont egaux aux deux costés EF & EB du Triangle FEB : & par l'antecedente, l'angle E de l'un egal à l'angle E de l'autre: l'angle EBF , par la quatrieme,

Quatrieme, sera egal à l'angle $E C A$. Mais l'angle $D B C$ est plus grand que l'angle $E B F$. Partant, par la com-

mune Notion, il sera aussi plus grand que l'angle $E C A$. Ce qu'il falloit prouver.

Par mesme raison, nous prouverons, que l'angle $C B D$ est plus grand que l'angle $C A B$: à sçavoir en diuisant la ligne $B A$



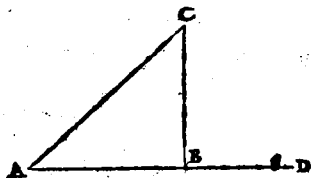
en deux parties egales, au point G , & tirant la ligne $C G$, & l'allongeant jusqu'au point H , si que $C G$ & $H G$ soyent egales: puis cōjoignant $H B$, & l'allôgeant jusqu'au point K : Car je presuppose les deux Triangles $A C G$ & $G B H$, desquels les costés $A G$ & $C G$ sont egaux mutuellement avec les costés $B G$ & $H G$: & par l'antecedente l'angle G de l'un egal à l'angle G de l'autre: & par la quatrieme, l'angle $G B H$, à l'angle $G A C$: & par la precedente, & par la commune Notion, l'angle $D B K$, egal au mesme $G A C$. Mais $D B C$ est plus grand que $D B K$: partant plus grand aussi que $G A C$. Ce qu'il falloit prouver.

La ligne $H B$ est allongee jusques à K : pource qu'il n'est pas encor arresté que $H B$ & $B F$ soyent en droite ligne: combien que la chose en aille ainsi: Mais vn Mathematicien doit aller au deuant de tous doutes.

Autrement. Soit le Triangle $A B C$, duquel le costé $A B$ soit prolongé jusqu'au point D . Je dis que l'angle $D B C$ est plus grand que pas vn des angles $B A C$ & $A C B$.

Puis donc que les deux lignes $A C$ & $B C$ se joignent au point C , & que la droite $A B$ rumbe sur

icelles, par la conuerse de la cinquieme Petition, les deux angles interieurs & de la mesme part, à sçauoir ABC & CAB , seront moindres que deux droits.



Mais les angles ABC & DBC , par la treizieme, sont egaux à deux droits.

Donques lesdits deux ABC & DBC sont plus grands que les deux ABC & BAC . Partant, ayant osté le commun ABC , restera l'angle DBC plus grand que l'angle BAC . Par mesme raison, puis que les deux lignes BA & CA se joignent au point A , & que la droite ligne CB tombe sur icelles, les deux angles interieurs ABC & ACB seront moindres que deux droits. Mais ABC & DBC sont egaux à deux droits. Donques les deux angles ABC & DBC sont plus grands que les deux ABC & ACB . Partant, ayant osté le commun ABC , il restera que l'angle DBC sera plus grand que l'angle ACB . Ce qu'il falloit demonstrier.

Theoreme 10.

Proposition XVII.

De tout Triangle les deux angles, pris en quelque sorte que ce soit, sont moindres que deux droits.

Ce Theoreme se pouuoit aisement joindre avec le precedent : car ayant congnu le dessus, cestuy cy est aussi incontinent congnu. Comme Euclide fera en la trentedeuxieme Proposition. Car la raison & la consequence est semblable en tous les deux.

Soit le triangle ABC . Je dis que deux angles d'iceluy, de quelque façon qu'on les prene, sont moindres que deux droits.

Car,

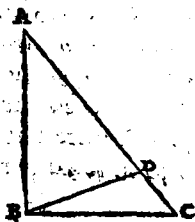
Car, ayant prolongé le costé DB jusques au point D , veu que B , angle extérieur, est, par l'antecedente, plus grand que pas vn des angles A & C : & que le mesme B extérieur, joint avec B intérieur, soyent, par la treizieme, egaux à deux droits: les angles A & B intérieur seront, par la commune Notion, moindres que deux droits: semblablement l'angle C & le mesme B intérieur, seront aussi moindres que deux droits. Ce qu'il falloit demonstrier.

Nous argumenterons donc ainsi. L'angle B intérieur, avec l'angle B extérieur, par la treizieme, est egal à deux droits. Mais l'angle A , (comme aussi l'angle C), avec l'intérieur B , sont, par l'antecedente, moindres que les deux angles B , intérieur & extérieur. Donc l'angle A (comme aussi l'angle C) avec l'angle B intérieur, est moindre que deux droits. Ce qu'il falloit demonstrier.

Mais encor, sans l'aide de la précédente, nous pouuons argumenter par la Conuerse de la cinquieme Demande, & par la treizieme Proposition, comme nous auons fait en la cy dessus.

Theoreme II. Proposition XVIII.

Le plus grand costé de quelque Triangle que ce soit, soustend le plus grand angle.



Soit le triangle ABC , duquel le costé AC soit plus grand que le costé AB . Je dis que l'angle ABC , est plus grand que l'angle BAC .

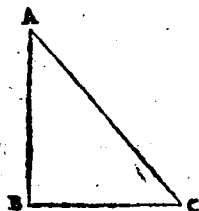
Du plus grand costé AC , je copieray, par la troisieme, AD , qui soit egal audit AB : & conioindray BD .

Ayant donc dressé deux Triangles, ABD & BCD , les deux angles ABD , & ADB , du Triangle ABD , seront égaux entr'eux, par la cinquieme. Mais, par la seizieme, l'angle ADB est plus grand que l'angle BCD interieur opposé. Et partant l'angle ABD est plus grand que ledit BCD . Donques, tout l'angle ABC sera beaucoup plus grand que ledit angle BCD . Ce qu'il falloit demonstrier.

Que si le costé AB est posé plus grand que le costé BC , par les mesmes arguments l'angle C se trouuera plus grand que l'angle A , ayant retranché AB , pour le rendre egal à BC . Somme, la comparaison de deux costés, quels qu'ils soyent, sera fondée sur mesmes raisons, raccourcissant tousiours le plus grand pour le faire egal au plus petit.

Theoreme 12, Proposition XIX.

Le plus grand angle de quelque Triangle que ce soit, est aussi opposé au plus grand costé.



Soit le Triangle ABC , duquel l'angle B soit plus grand que l'angle C . Je dis que le costé AC est plus grand que le costé AB .

Car premierement le costé AC ne peut estre egal au costé AB : Car par la cinquieme, l'angle B seroit egal à l'angle C , contre l'hypothese. Il ne sera pas aussi moindre: car, par l'antecedente, l'angle B seroit moindre que l'angle C , contre l'hypothese. Ce Theoreme se pouoit joindre au precedent.

THEO.

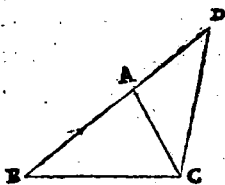
Theoreme 13.

Proposition XX.

Deux costés, de quelque Triangle que ce soit, sont plus grands que celuy qui reste, en quelque façon qu'on les prenne.

Soit le Triangle ABC . Je dis que les deux costés AB & AC pris ensemble, sont plus grands que le tiers BC .

J'allongeray BA jusques au poinct D , &, par la troisieme, je feray AD egal à AC , & conjoindray CD .



Et pource que les deux angles ACD & ADC sont egaux, par la cinquieme: BCD sera plus grand que ADC , veu qu'il est plus grand que ACD . Donc, par l'antecedente, le costé BD sera plus grand que le costé BC .

Mais le costé BD est egal aux costés AB & AC . Les costés donc AB & AC sont plus grands que le costé BC . Ce qu'il falloit demonstret.

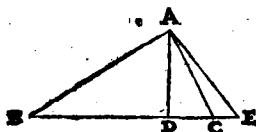
La preuve se fera par mesme raison, si deux costés, quels qu'ils soyent, sont comparés avec le troisieme.

Nous ferons aussi nostre preuve par le droit, en ceste façon.

Soit le Triangle ABC : duquel, pour plus grande facilité, le costé BC soit mis le plus grand de tous les trois costés: à celle fin que quand la preuve sera faite du plus grand, il n'y aye plus aucun debat pour pas vn des deux autres. Je dis que les deux costés AB & AC , pris ensemble, sont plus grands que le costé BC .

Du poinct A , sur la droite BC , je fay, par la douzieme, tumber la perpendiculaire AD , tellement qu'il

y ayt deux triangles, ABD & ADC . Et pource que chacun des angles qui sont au point D , est droit : par la dixseptieme l'angle ADB sera plus grand que l'an-

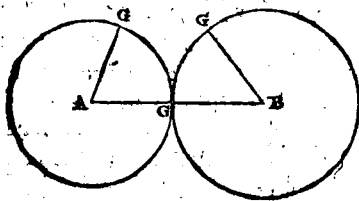


gle BAD : & , par la dixneu-
me, le costé AB plus grand que
le costé BD , & le costé AC plus
grand que le costé DC . Mais
 BD & DC font ledit BC . Don-

ques les deux costés AB & AC seront plus grands
que le costé BC . Ce qu'il falloit demonstrier.

Que si la ligne perpendiculaire est la mesme avec
le costé AC , alors BC ne sera pas le plus grand des co-
stés, par la dixseptieme, & par la dixneuvieme. Partant
il faudra tirer vne ligne perpendiculaire sur le plus
grand costé AB . Que si l'aduersaire soustient, que la
ligne perpendiculaire chet dehors le Triangle, comme la
ligne AE : alors, par la seizieme, l'angle ACB se-
ra plus grand que l'angle droit AEC , à sçauoir l'exte-
rieur, plus que l'interieur. Donc, par la dixseptieme &
dixneuvieme, AB seroit plus grand que pas vn des
deux costés AC & BC , contre l'hypothese.

La raison des magnitudes nous prescrit ce Theore-
me. Car quand sur les deux extremités de la ligne AB ,
à sçauoir sur A & B , nous aurons dressé deux lignes



AG & BG , lesquel-
les, jointes ensen-
ble, soyent aussi
longues que la li-
gne AB , & rié plus :
si chacune d'icel-
les commence à se

pancher l'une contre l'autre, demeurans fixes leurs
points A & B , les deux points d'icelles, qui sont à G ,
ne se

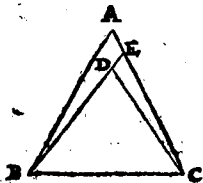
ne se joindront point ensemble, jusqu'à ce qu'ils se reposent sur la ligne AB , & que les deux points G ne soyent qu'un. Ce qui est evident par les Cercles tirés selon la quantité desdites deux lignes, mettant les centres sur A & sur B . Car ces Cercles ne s'entrecourent jamais, comme vous voyez en la figure. Et partant de ces trois lignes ne se formera jamais un Triangle. Car les deux, AG & BG , quoy qu'on les tourne tout autour, ne sortiront jamais pourtant hors de la circonférence. En cecy aussi se void une certaine force principale, & si je le puis dire, autorité du Cercle: voire une certaine excellence de Nature, laquelle ordinairement reluit es opérations Geometriques.

Theoreme 14.

Proposition XXI.

Si deux lignes, sortans des deux extremités d'un des costés du Triangle, se joignent au dedans dudit Triangle, elles seront moindres que les deux autres costés du Triangle, & l'angle qu'elles contiendront, sera plus grand.

Soit le Triangle ABC , & que de B & C les deux extremités du costé BC , sortent deux lignes BD & CE , qui se joignent dedans le Triangle au point D . Je dis que les deux lignes BD & CE sont moindres que les deux AB & AC : & que l'angle BDC est plus grand que l'angle BAC .



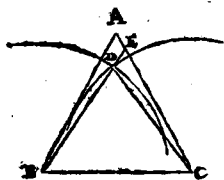
J'allongeray BD , jusqu'à ce qu'il coupe AC au point E . Et pource que les deux costés AB & AE du Triangle ABE , sont, par la vingtieme, plus grands que le troisieme BE : & par la mesme, DE & EC , sont plus grands que

BE : & par la mesme, DE & EC , sont plus grands que

le troisieme DC : les quatre AB , AE , DE , & EC , sont plus grands que les trois BD , DE , & DC . Otez le commun DE : les trois AB , AE , & EC (c'est à dire AB & AC) sont plus grands que les deux BD & DC . Qui est la premiere partie.

L'autre se demonstre ainsi. L'angle BEC du Triangle BEC , est par la seizieme, plus grand que l'angle BAC . Et par la mesme, l'angle BDC plus grand que ledit BEC . Donques BDC sera plus grand que BAC . Ce qu'il falloit demonstret.

La premiere partie estoit assez claire, en descriuant deux Cercles selon l'espace des deux lignes BD & CD ,



posant les centres en B & C . Car, sans doute, les deux Cercles couperont deça & delà les deux costés AB & AC . Et lors y aura egalité entre les deux segments, & les deux lignes BD & CD : & ainsi, par la

neuvieme Notion, AB & AC seront plus grandes que BD & DC . Car la septieme Proposition ne permet que les Cercles passent le poinct A .

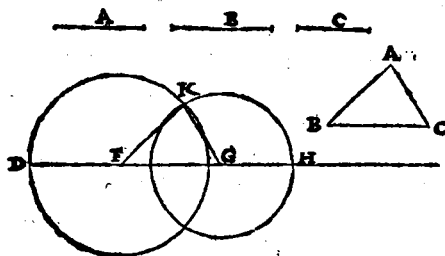
Probleme 8.

Proposition XXII.

Faire vn triangle de trois lignes droites, qui soyent egales à trois lignes droites donnees: moyennant toutesfois que deux d'icelles, printes en telle façon qu'on voudra soyent plus grandes que la troisieme. Car de quel que Triangle que ce soit, les deux costés, pris comme l'on voudra, sont plus grands que le troisieme.

Soient

Soyent les trois lignes donnees A, B, C, desquelles les deux, en quelque façon qu'on les puisse prendre, soyent plus grandes que la troisieme. (autrement, par la vingtieme, elles ne seroyent pas propres pour dresser vn Triangle.) Je vueil de trois lignes, qui soyent egales à ces trois donnees, dresser vn Triangle.



Par la troisieme, je retranche d'une ligne faite à plaisir, nō terminee, D F, qui soit egale à la ligne A: & F G,

qui soit egale à la ligne B: & G H, qui soit egale à la ligne C. Puis du centre F, & selon l'espace F D, je descri le Cercle D K D. En apres, du centre G, & selon l'espace G H, je descri le Cercle H K H. Ces deux Cercles sans doute, s'entrecopperont. Car tirant du centre F vne ligne à la circonference D K D, elle n'auroit pas où aboutir avec la ligne tiree du centre G à la circonference H K H: & par ainsi toutes deux, prises ensemble, seroyent ou egales à ladite F G, ou bien moindres qu'icelle, contre l'hypothese. Soit doncques l'une desdites intersections au point K, à laquelle je tire F K & G K. Je dis que les trois costés du Triangle F G K sont egaux aux trois lignes donnees.

Car, puis que la ligne F G, qui a esté posee egale à la ligne B, est l'un des costés du Triangle: & que le costé F K, par la definition du centre, est egal à la ligne F D, qui a esté posee egale à ligne A: le costé F K aussi, par la premiere Notion, sera egal à la ligne A.

En fin, puis que le troisieme costé GK , par la mesme definition du centre, est egal à la ligne GH , laquelle aussi, par la mesme Notion, est egale à la ligne C : la proposition setrouuera effectuee.

Ce Probleme se pouuoit coucher en ceste façon:

Dresser vn Triangle egal & equilaterc à vn Triangle donné.

Comme si l'on nous proposoit le Triangle ABC , je mettrois tout d'un fil les trois lignes egales aux trois costés du Triangle donné, puis procederois en ma demonstration ainsi que i'ay fait cy dessus, à l'aide de la huitieme & de la quatrieme. Et ceste Proposition pouuoit suyure incontinent apres la troisieme, & se parfaire par l'aide du seul Cercle.

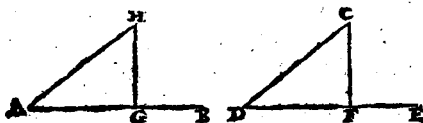
Or ce qu'Euclide n'a parlé que de lignes, il l'a fait pour nous faire comprendre, si de trois lignes donnees, on pouuoit tracer vn Triangle ou non. Ce que nous verrons aisement par lesdits Cercles, s'ils s'entrecroissent.

Probleme 9.

Proposition XXIII.

Nous estant proposée vne droite ligne, faire à vn point, en icelle donné, vn angle egal à vn angle rectiligne donné.

Soit donnee la droite ligne AB , & le point en icelle donné A : & CDE soit l'angle rectiligne donné.



Je vueil sur le dict point A dresser vn angle rectiligne egal à l'angle donné CDE .

En la droite ligne DE soit marqué vn point fortuit

tuit F : & ayant conjoint C F, soit fait le Triangle C D F. Maintenant, de trois lignes, qui soyent egales aux trois costes D F, D C & C F, je forme le Triangle A G H: lequel manifestement, par la construction, est egal au Triangle D C F, & mesmes par la huitieme Proposition, si quelcun recerche preuue plus solide. Et pourtant l'angle A sera egal à l'angle D. Ce qu'il falloit faire.

Nous prouuerons le mesme par le droit. Car, soit A B la ligne donnee, & C le point en icelle donnee: & l'angle donne soit D E F. Je vucil sur le point C dresser vn angle egal à l'angle D E F.

Je prolonge F E jusques au point G: & sur le point E, par l'onzieme, je dresse à angles droits la ligne E H: laquelle si elle s'accorde avec la ligne E D,

l'angle donne estoit droit. Partant, ayant dresse vne perpendiculaire sur le point C, nous aurons ce que

nous demandions. Sinon, je dresseray vne perpendiculaire au point H: avec laquelle, par la quatrieme Demande, la ligne E D par nous tiree, se joindra: Car l'angle D E H est moindre qu'un droit, veu que G E H est droit. Qu'elles se rencontrent donc au point D, à fin que le Triangle D E H soit formé. Semblablement je dresse sur le point C donne, la perpendiculaire C K, qui soit egale à la perpendiculaire E H: & de mesmes sur le point K je dresse vne autre perpendiculaire K L, qui soit egale à la perpendiculaire H D: & conjoins C L. Je dis donc que l'angle L C B, est egal à l'angle donne D E F.

Car, par la quatrieme, les deux Triangles H E D,

& KCL, sont entre eux egaux & equilateres : & les deux angles LCK & DEH egaux. Mais les deux angles BCK & FEH, sont egaux : car chacun d'eux est droit. Partant, par la seconde Notion, tout l'angle LCB, sera egal à tout l'angle DEF. Ce que nous auions entrepris de faire.

Que si la perpendiculaire tombe dehors l'angle donné, à sçauoir l'angle estant aigu, nous ferons la probation tout de même, hors mis que nous employerons la troisieme Notion au lieu de la seconde.

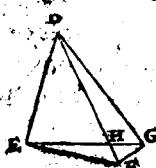
Theoreme 15.

Proposition XXIV.

Si de deux Triangles les deux costés de l'un sont egaux aux deux costés de l'autre reciproquement, mais l'un des angles compris par les deux costés egaux, soit plus grand que l'autre, la base aussi qui regardera le plus grand angle, sera plus grande que l'autre.

Soyent deux Triangles ABC & DEF : & que les deux costés AB & AC soient reciproquement egaux à DE & DF : sçauoir est AB egal à DE, & AC egal à DF. Mais que l'angle A soit plus grand que l'angle D. Je dis que la base BC est plus grande que la base EF.

Je poseray donc, selon la doctrine de l'antecedente, l'angle EDG egal à l'angle A : Et par la seconde,



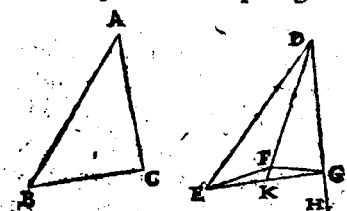
la ligne DG egale à la ligne AC. Et conjoindray la droite ligne EG : laquelle passera ou au dessus de EF, ou droit sur icelle, ou au dessous.

sous. Et pour le premier, mettons qu'elle tombe au dessus de $E F$, si qu'elle coupe $D F$ au point H . Or est il manifeste, par la quatrième; que le Triangle $D E G$ est égal & équilatère au Triangle $A B C$.

Puis donc que du Triangle $D F G$ les deux costés $D F$ & $D G$ sont égaux: car chacun d'eux est égal à $A C$: les angles $D F G$ & $D G F$, qui sont sur la base, seront égaux par la cinquième. Partant l'angle $D F G$ sera plus grand que l'angle $F G E$: & par plus forte raison, tout l'angle $E F G$ sera beaucoup plus grand que ledit $F G E$. Donques par la dix-neuvième, le costé $E G$ sera plus grand que le costé $E F$. Partant, puis que $E G$ est égal à $B C$, la base $B C$ sera plus grande que la base $E F$. Ce qu'il falloit démonstrer.

Et encor autrement. L'angle $H F G$, comme nous auons ja monstté, est plus grand que $F G H$: Donques, par la dix-neuvième, le costé $G H$ est plus grand que ledit costé $F H$: Mais, par la vingtième, $E H$ & $H F$ sont plus grands que $E F$. Partant $E H$ & $H G$ (c'est à dire $E G$) sont beaucoup plus grands que ledit $E F$. Donques aussi $B C$ plus grand que $E F$. Ce qu'il falloit monstter.

Que si $E G$ se repose sur $E F$, lors $E F$ sera partie d'icelle: & que $E G$ sera plus grande.



Que maintenant $E G$ passe dessous $E F$, & que les deux $D F$ & $D G$, qui ont esté posées égales, soyent prolongées jusques aux points H & K , telle-

ment que $D F$ coupe $E G$ au point K . Si seront, par la seconde partie de la cinquième, les deux angles de

la base FGH & GFK , egaux entr'eux. Partant l'angle GFK sera plus grand que l'angle EGF : & partant $EEFG$ beaucoup plus grand que EGF . Partant, par la dixneuvieme, le costé EG (& de mesmes BC) sera plus grand que le costé EF . Ce qu'il falloit demonstrer.

Autrement: Puis que les deux angles FGH & GFK sont egaux, GFK sera plus grand que FGK . Et donques, par la dixneuvieme, le costé KG plus grand que le costé FK . Mais par la vingtieme, EK & FK sont plus grands que EF . Partant beaucoup plus grands seront EK & KG (c'est à dire EG) que non pas EF . Ce qu'il falloit monstrer.

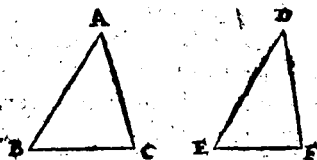
Derechef, par la vingtvnieme. Les deux costés DG & EG sont plus grands que les deux DF & EF . Partant, puis que DG a esté posée egale à DF , il restera que EG soit plus grand que EF . Mais, comme nous admonnestre Champagne, la premiere façon de demonstrer est la meilleure, où l'argument se prend de l'une & de l'autre partie de la cinquieme Proposition. Toutesfois ceste variété est plaisante, & aiguise l'esprit, & exerce la memoire.

Theoreme 16.

Proposition XXV.

Si deux Triangles ont deux costés reciproquement egaux à deux costés, mais la base de l'un est plus grande que la base de l'autre: l'angle opposé à la plus grand' base, sera plus grand que l'angle opposé à la plus petite base.

Soyent deux Triangles, ABC & DEF : & que les deux costés AB & AC soyent reciproquement egaux aux deux costés DE & DF : mais la base BC soit plus grande que la base EF . Je dis que l'angle A est plus



est plus grand que l'angle D. Ceste cy est la Conuerse de l'antecedente.

Premierement donc ils ne seront point egaux; par, par la quatrieme la

base BC seroit egale à la base EF, contre l'hypothese. Aussi l'angle A ne peut estre moindre que l'angle D: autrement, par l'antecedente la base EF sera plus grande que la base BC, contre l'hypothese. Il reste donc que A soit plus grand que D. Ce qu'il falloit prouuer.

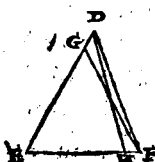
Ce Theoreme estoit aussi clair par la quatrieme, voire de foy mesme. Mais pource qu'il reçoit ses preuues par les antecedentes, il l'a valu reduire en ordre comme les autres.

Theoreme 17. Proposition XXVI.

Si de deux Triangles deux angles de l'un sont reciproquement egaux à deux angles de l'autre, & le costé de l'un soit egal au costé de l'autre, soit que ce costé aboutisse aux deux angles egaux, soit qu'il soustende l'un d'iceux, les deux autres costés seront aussi reciproquement egaux aux deux autres costés, & l'autre angle sera aussi egal à l'autre angle de l'autre.

Soyent deux Triangles ABC & DEF, & que l'angle B soit egal à l'angle E, & l'angle C à l'angle F. Et aussi le costé BC egal au costé EF: ou bien AB egal à DE: ou bien AC egal à DF, le dis que les deux autres costés seront egaux aux deux autres costés, &

que l'autre angle A sera egal à l'autre angle D.



Premierement d'oc,
que le costé B C, sur
lequel, se reposent les
deux angles B & C,
soit egal au costé E F,
sur lequel se reposent
aussi les deux angles

E & F, que nous posons estre egaux à B & C. Je dis
que le costé A B est egal au costé D E : & le costé A C
au costé D F : & l'angle A à l'angle D :

Car si A B n'est egal audit D E, mettons que D E
soit plus grand : & retranchons en G E qui soit egal à
ladite A B : & conjoignons F G. par la quatrieme,
l'angle E F G sera egal à l'angle C : partant & à l'angle
E F D, la partie au tout : ce qui est absurde. Donques
D E sera egal à ladite A B : & partant, par la mesme,
D F sera egal à A C : & l'angle D à l'angle A, comme
nous voulions.

Derechef soyent les deux angles B & C egaux aux
deux E & F : & que le costé A B, qui soustend l'angle
C, soit egal au costé D E, qui soustend l'angle F, au-
quel on a posé egal l'angle C. Je dis que le costé B C
est egal au costé E F : & le costé A C au costé D F : &
l'angle A à l'angle D.

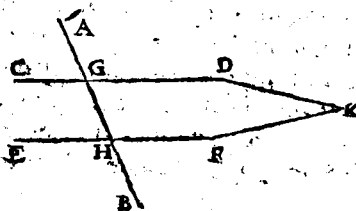
Car, si les costés B C & E F ne sont egaux, soit E F,
plus grand, & que E H soit mis egal à B C : puis qu'on
conjoigne D H. Par la quatrieme, l'angle D H E sera
egal à l'angle A C B, & pour mesme raison, à l'angle
E F D, l'exterieur à l'interieur oppose, contre la lei-
zieme. Donques le costé E F sera egal au costé B C.
Partant, par la quatrieme, D F sera egal à A C : &
l'angle

l'angle EDF egal à l'angle A . Et a nsi est euidente la Proposition.

Theoreme 18. Proposition XXVII.

Si vne droite ligne coupe deux droites lignes, & face les angles alternes interieurs egaux, ces deux lignes là sont paralleles.

Soit la ligne AB , coppant les deux lignes CD & EF , à sçauoir CD au point G , & EF au point H , & que les deux angles alternes DGH & EHG soyent egaux. Je dis que les deux lignes CD & EF sont paralleles ou equidistantes.



Sinó, si faire se peut, posons qu'estans lesdites lignes prolongees elles viennent à s'entrecroiser au point K , si que le Triangle GKH se face: duquel, par la con

struction, l'angle KGH , interieur, est egal à l'angle exterieur opposé EHG . Ce qui, par la seizieme, ne se peut trouuer aux Triangles. Partant lesdites lignes CD & EF nullement se joindront. Donques, par la definition des Paralleles, elles seront equidistantes l'une à l'autre. Ce qu'il falloit demonstrier.

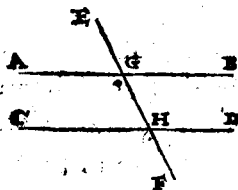
Theoreme 19. Proposition XXVIII.

Si vne droite ligne coppant deux droites lignes, fait l'angle exterieur egal à l'angle interieur opposé, & du mesme costé: ou bica quelle face les deux angles interieurs du

II ELEMENTS D'EUCLIDE,

mesme costé egaux à deux droits, ces deux lignes là sont paralleles.

Que la ligne E F vienne à couper les deux lignes A B & C D, à sçauoir A B au point G, & C D au point H: Et que l'angle G exterieur soit egal à l'angle H interieur & du mesme costé, ou que les deux angles H & G interieus, & du mesme costé, soyent egaux à deux droits. Je dis que les deux lignes A B & C D sont equidistantes.



Car puis que, par la positiõ, l'angle E G B est egal à l'angle D H G: & que par la quinziesme, A G H est egal à E G B; A G H & D H G, alternes, seront egaux. Partant, par la precedente, les deux lignes A B & C D seront egale-

ment distantes l'une de l'autre. Qui est pour le premier point.

Soyent derechef les deux angles A G H & C H G, egaux à deux droits. Je dis que par là aussi il appert que les deux lignes A B & C D sont paralleles.

Car, puis que les deux angles A G H & B G H, sont, par la treiziesme, egaux à deux droits: or les angles qui leur sont egaux, à sçauoir à deux droits, sont aussi egaux entre eux par la premiere commune sentence. Donques, les deux angles A G H & G H C sont egaux aux deux angles A G H & B G H. Si donc de costé & d'autre vous ostez l'angle C H G, les deux angles alternes, A G H & D H G, par la commune Notion, resteront egaux. Partant par l'antecedente, les deux lignes A B & C D seront paralleles. Ce qu'il

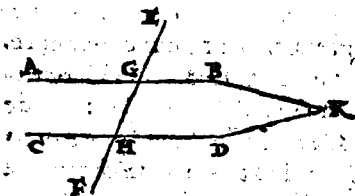
qu'il falloit prouver.

La dernière partie de ce Theoreme est conjointe avec la dernière Demande. Car si nous disons que deux lignes viendront à se joindre, si la ligne, qui les coupe, fait les deux angles intérieurs, & du même costé, moindres que deux droits : le prenant au rebours, Les lignes qui viennent à se joindre, feront les angles intérieurs, & du même costé, moindres que deux droits. Mais les lignes AB & CD font leurs angles intérieurs égaux à deux droits, & non moindres. Elles ne viennent donc point à se joindre : & partant sont paralleles.

Theoreme 20. Proposition XXIX.

Si une droite ligne coupe deux paralleles, les deux angles alternes seront égaux, & l'angle extérieur égal à l'angle intérieur opposé, du même costé : aussi les deux angles intérieurs de quelque costé que ce soit, seront égaux à deux droits.

Soyent les deux lignes AB & CD paralleles, lesquelles la ligne EF vienne à couper es points G & H . Je dis que les deux angles alternes BGH & CHG , sont égaux. D'auantage je dis que G , angle extérieur, est égal à l'angle intérieur H , à luy opposé du même costé.



Plus, que les angles G & H intérieurs du même costé, pris ensemble, sont égaux à deux droits. C'est la Converse des deux précédentes: De laquelle le

premier chef se prouve ainsi.

Si les deux angles $\angle B G H$ & $\angle C H G$ ne sont pas egaux, que $\angle C H G$ soit le plus grand. Et pource que $\angle C H G$ & $\angle D H G$, par la treizieme, sont egaux à deux droits, les deux $\angle B G H$ & $\angle D H G$ seroient moindres que deux droits. D'où aduiendra, que les deux lignes $A B$ & $C D$, prolongees celle part, viendront à se joindre, comme au point K . Ce qui fera contre l'hypothese, veu qu'elles sont paralleles. Donques les angles $\angle B G H$ & $\angle C H G$ sont egaux.

De là s'ensuit le second. Car par la quinzieme, l'angle $\angle A G E$ est egal à l'angle $\angle B G H$: & partant aussi, par la commune Notion, egal à $\angle C H G$, sçauoir est l'exterieur à l'interieur.

De là se recueille encor le troisieme. Car puisque, par la treizieme, $\angle A G E$ & $\angle A G H$, sont egaux à deux droits : $\angle C H G$ aussi & $\angle A G H$, par la commune Notion, seront egaux à deux droits : tous deux interieurs, & d'un mesme costé. Ce qu'il falloit demonstrier.

Si deux droites lignes, qui coppent deux paralleles, viennent à se joindre à un certain point, & font les deux angles alternes egaux : ou l'angle exterieur egal à l'angle interieur opposé d'un mesme costé ; ou bien les deux angles interieurs de costé & d'autre egaux à deux droits, lesdites deux lignes sont de droit fil, & ne sont qu'une ligne.

Soyent les deux lignes $A B$ & $C D$, qui coppent les deux Paralleles $D E$ & $F G$: à sçauoir que $A B$ coupe $D E$ au point H : & $C D$ coupe $F G$ au point K : & que l'angle $\angle D H B$ soit egal à l'angle $\angle B K G$: ou l'angle $\angle A H D$ egal à l'angle $\angle B K F$: ou, en fin, $\angle B H D$ & $\angle B K F$ egaux à deux droits. Je dis que les deux lignes, $A B$ & $C D$, sont de droit fil, & ne sont qu'une ligne.

Car,



Car, si ainsi n'est, prolongeons AB , si qu'elle coupe FG au point L , & que AL ne soit qu'une ligne : & que le Triangle BLK se forme. L'angle DHB , par la première partie de cette vingtneuvième, sera égal à l'angle GLB alterné : Partant GLB égal à BKG intérieur & opposé. Ce qui, par la seizième, ne se peut voir aux

Triangles. D'ailleurs, par la seconde partie de cette cy, l'angle AHD sera égal à l'angle BLK du même côté, l'extérieur à l'intérieur. Mais le même AHD a été mis égal à BKF . Doncques BKF sera égal à BLK . Ce qui ne peut être par la même seizième.

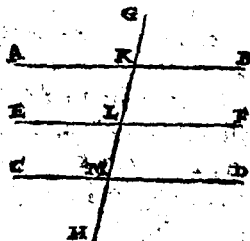
En fin, puis que AHD & BKF sont posés égaux à deux droits, & que par la dernière partie de cette vingtneuvième, AHD & BLK sont égaux à deux droits : BKF sera égal à BLK , contre ladite seizième.

Theoreme 21.

Proposition XXX.

Les lignes qui sont equidistantes à une même, sont aussi equidistantes entr'elles.

Les lignes AB & CD soient equidistantes de la ligne EF . le dis qu'icelles aussi sont equidistantes entr'elles.



Je feray que la ligne GH , coupe les trois lignes AB , EF , & CD , aux points K , L , M . Et pource que AB est également distante de EF , les angles alternes BKL & ELK , par la pre-

mier chef de la precedente, seront egaux entr'eux. De mesmes, puis que $c d$ est également distante de $e f$, $e l k$, par le second chef de la precedente, sera egal à $c m l$, l'exterieur à l'interieur. Donques $b k l$, par la Notion commune, sera aussi egal à $c m l$: lesquels, puis qu'ils sont alternes, par la vingtsieptieme Proposition, les deux lignes $a b$ & $c d$ seront equidistantes. Ce qu'il falloit prouuer.

Ceste Proposition se pouuoit clairement prouuer

par le moyen du Droit. A sçauoir, en laissant, par l'onzieme, choir $g h$ perpendiculaire sur la ligne droite $a b$, qui la coupe au point h : Laquelle $g h$ je continueray jusqu'à ce qu'elle coupe la ligne $e f$ au point k : & de là jusqu'à $c d$, laquelle elle coppera au point l .

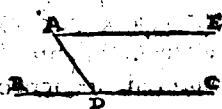
Maintenant, puis que $g l n$ est qu'une seule ligne, comparant l'une apres l'autre les deux lignes $a b$ & $c d$ avec $e f$: & employant pour preuue la vingtsieptieme ou la vingthuitieme: il apperra assez, par la definition de la perpendiculaire, & par la quinzieme Proposition, que tous les angles, qui sont à h, k, l , sont droits & partant egaux. Donques, par l'antecedente, les deux lignes $a b$ & $c d$ sont paralleles. Ce qu'il falloit prouuer.

Probleme 10. Proposition XXXI.

Tirer vne Parallele à vne ligne droite par vn point marqué hors icelle ligne droite.

Soit A le point marqué hors de la ligne $b c$, je vueil par le point A tirer vne parallele à ladite ligne $b c$.

Il tire



le tire la ligne $A D$, qui copera fortuitement la ligne $B C$ au point D : laquelle fera avec icelle les angles $A D B$ & $A D C$.

Et, par la vingttroiesime, je dresse au point A l'angle $D A E$, qui soit egal à l'angle alterne $A D B$. Lors $A E$ sera parallele à $B C$, par la premiere partie de la vingthuitieme. Ce qu'il falloit faire.

Ceste demonstration se pouuoit aussi faire par le moyen de la perpendiculaire.

Car du point A , par l'onzieme, je tire la perpendiculaire $A D$, sur la droite ligne $B C$. Et par la dixieme, sur le point A je dresse la perpendiculaire $A E$ sur la droite $A D$. Alors il est tout clair, par la raison conuerse



de la derniere Demande, que les deux lignes $A E$ & $B C$ ne se peuuent joindre. veu que l'une ne panche sur l'autre. C'est à

dire, puis que de pas vn costé les deux angles intérieurs ne sont moindres que deux droits. Et cecy ne requiert pas plus grand' prouue, que fait ladite Demande.

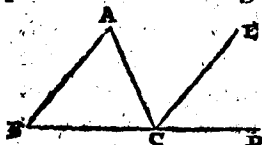
J'ay annoté icy expres, pource que les lignes paralleles conseruent la raison du Droit & de l'Egal par vne certaine prerogative. D'où vient que les Propositions, esquelles par cy deuant a esté faicte mention des paralleles, ont vn tresfrequent vſage és Demonstrations geometriques.

Theoreme 22. Proposition XXXII.

L'angle exterior d'un Triangle, est egal aux deux intérieurs à luy opposés. Et de tout

Triangle les trois angles sont egaux à deux droits.

Soit le Triangle ABC , duquel le costé BC soit prolongé jusques au point D . Je dis que l'angle ACD extérieur, est egal aux deux intérieurs A & B pris ensemble. Et que les trois angles intérieurs dudit Triangle pris ensemble, sont egaux à deux droits.



Du point C , par la précédente, je tire la ligne CE parallèle au costé BA . Lors, par la première partie de la vingt neuvième, les ECA & BAC , seront egaux, puis qu'ils sont alternes. Et, par la seconde partie de la même, les angles ABC & ECD aussi egaux, l'extérieur à l'intérieur. Partant tout l'angle extérieur ACD , est egal aux deux intérieurs A & B . Qui est pour le premier. La même preuve sera des autres angles pris dehors.

Veu donc que les deux angles ACB & ACD , sont, par la treizième, egaux à deux droits, les trois angles ABC , BAC & ACB , seront egaux à deux droits. Ce qu'il falloit prouver.

Appendix ou dependance de Champaigne.

De là s'ensuit, que de toute figure Multilaterale tous les angles pris ensemble, sont egaux à deux fois autant d'angles droits, que ladite Figure est en l'ordre des Multilateres.

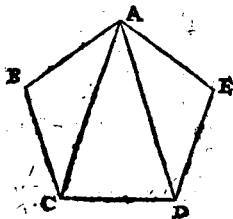
Par exemple, le Triangle est la première des figures; puis qu'il n'y en a point qui ait moins de costés: car deux lignes n'enferment pas vne superficie. Le Triangle donc contient deux angles droits. Car l'uni-
té, qui marque l'ordre du Triangle, prise deux fois, fait

fait deux. Le Quadrilatere, qui est le second en ordre, encloist quatre angles: car deux doublé fait quatre. Or l'ordre des figures se peut cueillir des costés: car, si vous ostez tousiours deux du nombre des costés, le residu vous apprendra quantieme en ordre sera la figure. Car si vous demandez la quantieme entre les figures est l'hexagone, ostez deux de six, il restera quatre. L'hexagone donc est la quatrieme entre les figures. Partant elle contient huit angles droits. Bref, pour adiouter quelque chose à Champagne, veu que le Triangle est la premiere figure, pour sçauoir l'ordre des autres, nous commencerons à compter par le ternaire, si que le quaternaire nous soit pour deux, le quinaire pour trois, & ainsi de suite.



Or ceste consideration des angles droits est prouue de ce, que toute figure multilaterale se resolt en autant de Triangles qu'elle est quantieme en ordre. Car la Quadrilatere se resolt en deux Triangles, la Pentagone en trois,

l'hexagone en quatre, & ainsi suivant: comme il est aisé à voir par les figures cy jointes.

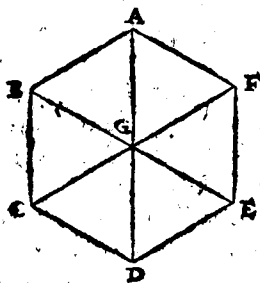


Par exemple, au Pentagone A B C D E, puis que chacun des trois Triangles (esquels la figure à cinq costés se peut partir) a deux angles droits, ledit Pentagone en aura six droits. Tout reuiendra à vu, si nous disons, En toute figure multi-

laterale, doublant le nombre de tous les angles qui y sont, & ostant quatre de toute la somme, ce qui restera sera le nombre des angles droits que ladite figure

multilatere contient.

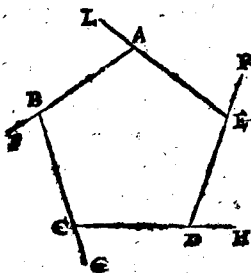
Car si d'un point fortuit, marqué au dedans de la figure, cōme est le point



e en la figure hexagone ABCDEF, nous tirons des lignes droites à chacun des angles, il y aura autāt de Triangles en la dite figure, qu'il y a d'angles : Donc, par la trente-deuxieme, prenanis ensemble tous les angles de

ces Triangles, ils vaudront autāt d'angles droits, comme il y a d'angles en la figure pris au double. cōme icy, les angles de ces six Triangles valent douze angles droits. Et puisqūe tous les angles, qui environnent le point e, sont, par la treizieme, egaux à quatre droits : si nous osons quatre de douze, il apperra que les six angles de l'hexagone en valent huit droits.

Il appert aussi de là, que des figures Polygones tous les angles extérieurs, pris ensemble, sont egaux à quatre droits. Car, par la treizieme, les angles intérieurs, pris avec les extérieurs, sont egaux à deux fois autāt d'angles droits, qu'il y

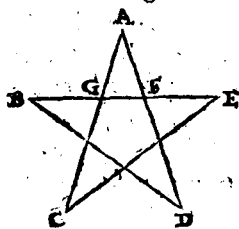


a d'angles en la figure. Mais les intérieurs sont egaux à deux fois autāt de droits, que ladite figure a d'angles, en ostant quatre, comme nous auons maintenāt monstřé. Par rāt les extérieurs sōt toujours egaux à quatre droits.

Par

Par exemple, prolongeons les cinq costés du Pentagone $A B C D E$, jusques aux poinçs $F G H K L$. Lors, par la treizieme, les deux angles qui sont à A , sont egaux à deux droits : & par la mesme, les deux angles qui sont à B , egaux aussi à deux droits. Et ainsi prenant les chaques deux angles, tous ensemble seront egaux à dix droits. Ostâ donc les interieurs, qui sont egaux à six droits, comme nous venons de prouuer : se verra que les exterieurs sont egaux à quatre droits.

Il est aussi certain qu'en tout Pentagone, qui soit basti de façon, que chaque costé en coppe deux des autres : les cinq angles sont egaux à deux droits. Car soit le Pentagone $A B C D E$ tel que nous auons dit, à

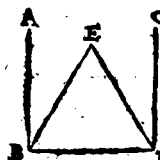


sçauoir que le costé $A C$ coppe le costé $B E$ au poinçt G : & le costé $A D$ coppe le dit $B E$ au poinçt F , par la presente, l'angle $A F G$ sera egal aux deux angles B & D du Triangle $B D F$, à sçauoir l'exterieur aux interieurs opposés. Par mesme raison l'angle

$F G A$ sera egal aux deux angles C & E , du Triangle $C E G$. Mais les deux angles $A F G$ & $F G A$, avec l'angle A , par ceste mesme, sont egaux à deux droits. Doncques les quatre angles B, C, D, E , avec l'angle A , sont egaux à deux droits. Ce qu'il falloit demonstret.

Combien que ces discours de Champaigne ne sont pas indignes d'estre appris, toutesfois, qui voudra rechercher semblables inuentions, le nombre s'en trouuera infini. Car ces Figures Geometriques presentent aux esprits vn champ aussi large pour se promener, que sçauoyent faire les nombres : voire mesme encor plus large.

Nous pouuons encoer tirer de ce Theoreme, que la construction du Triangle se parfaict par deux lignes dressées à angles droits sur vne troisieme. Car si l'vne panche vers l'autre, les deux avec la troisieme viendront à enclore la superficie Triangulaire, tellement que ce qui se diminuera des angles droits, se

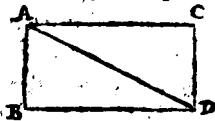


retrouuera au troisieme. Comme si nous imaginons, que les deux lignes AB & CD , dressées à angles droits sur la ligne BD , se meuuent l'vne vers l'autre, & s'assemblent au point E , si que elles facent le Triangle BDE : Ce qui descroist aux deux angles droits ABD & CDB , l'angle E le prend pour soy, à fin que la superficie se bairisse. Telle est la condition des choses humaines, que les vnes tumbans sur les autres engendrent tant de diuerfes especes. Mais nous discourrons de cecy vne autre fois. Reuenons à nostre Euclide.

Theoreme 23. Proposition XXXIII.

Si deux droites lignes conjoignent vis à vis l'vne de l'autre deux lignes egales & equidistantes, elles feront aussi entr'elles egales & equidistantes.

Que les deux lignes AB & CD , conjoignent vis à vis, es quatre points A, B, C, D , les deux lignes AC & BD egales & equidistantes. Je dis que les deux lignes AB & CD sont egales entr'elles & equidistantes.



Je conjoindray AD . Et pource que AC & BD sont egales & equidistantes, l'angle CAD , par la premiere partie de la vingtr neuvieme sera egal à l'angle ADB . D'oc, puis que les deux costés AC &

AD du

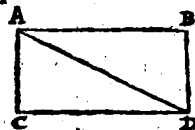
AD du Triangle ACD , sont égaux aux deux costés BD & DA , du Triangle BAD , la base AB , par la quatrième, sera égale à la base CD . Qui est pour le premier.

Par la même, les deux angles ADC & BAD seront égaux entr'eux. Partant, puis qu'ils sont alternes, par la vingtesepième, AB sera equidistante de CD . Ce qu'il falloit démonstrer.

Theoreme 24. Proposition XXXIV.

En tout Parallelogramme, les costés, qui sont vis à vis l'un de l'autre, sont égaux, & les angles opposés égaux. Et le Dimeterient diuise le Parallelogramme par la moitié.

Soit le Parallelogramme $ABCD$, duquel le Dimeterient soit AD . Je dis que les deux costés AB & CD sont égaux entr'eux : & que les deux AC & BD sont aussi égaux entr'eux : & qu'aussi les deux angles A & D sont égaux entr'eux : & les deux B & C aussi. Et en fin, que toute la superficie est diuisée par la moitié par le Dimeterient AD .

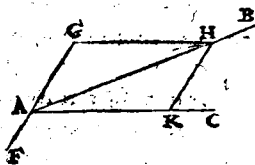


Car puisque AB & CD sont equidistantes, les deux angles alternes BAD & $CD A$ seront égaux, par la vingtnueieme. Et puis que AC & BD sont equidistantes, les deux angles alternes, CAD & BDA , seront aussi égaux, par la même. Puis donc que les deux Triangles, ABD & ACD , ont deux angles mutuellement égaux à deux angles, à sçavoir BAD & BDA à $CD A$ & CAD : & que le costé AD , sur lequel les angles se reposent, est commun à tous les deux Triangles, par la vingtième le costé AB sera égal au costé CD : & le costé AC au costé BD : & l'angle B égal à l'angle C . Partant, tout le Triangle

$\triangle A B D$, sera egal à tout le Triangle $\triangle A C D$. Le Theoreme donc est parfait de toutes parts.

Entre deux lignes interminées, conioinctes à un angle donné, colloquer vne ligne egale à vne ligne donnée, laquelle avec l'une d'icelles, face un angle egal à vn autre angle donné. Or faut il que les deux angles donnés soyent moindres que deux droits.

Soyent deux lignes $A B$ & $A C$, qui facent l'angle donné $B A C$, mais qui soyent interminées de la part de leur estendue. Soit aussi la ligne donnée D . Et E l'autre angle donné. Je veux entre les deux $A B$ & $A C$ mettre vne ligne egale à la ligne D , qui avec l'une d'icelles face vn angle egal à l'angle donné E . Moyennant toutesfois que les deux angles A & E soyent moindres que deux droits. Autrement, par la dixseptieme, ne pourroit estre formé le Triangle.



Je vueil donc, que l'angle que nous auons à bastir, soit sur la ligne $A C$. Sur le point A , par la

vingt troisieme Proposition, je fay l'angle $C A F$ egal à l'angle donné E : & de l'autre costé je prolonge $F A$ jusqu'au point G : si que $A G$ par la seconde, soit egale à la ligne donnée D . Et par le point G , je tire, par la trentevnieme, $G H$ parallele à ladite $A C$, laquelle je prolonge jusques à ce qu'elle se joigne ou qu'elle coppe $A B$ au point H . Semblablement, par le point B , je tire la ligne $H K$ parallele à ladite $G F$, qui coppe la ligne $A C$ au point K . Je dis maintenant, que la ligne $H K$, constituee entre les deux lignes $A B$ & $A C$, est

est egale à la ligne D, & que l'angle κ est egal à l'angle donné E.

Car puis que, par la construction, A G H K est Parallelogramme, KH sera egale à A G, par la trent-quatrieme Proposition: partant sera aussi egale à la ligne D Qui est pour le premier chef.

Et d'autant que A K tombe sur deux paralleles, F G & K H, l'angle A K H sera egal à l'angle F A K, par la premiere partie de la ving-neufieme, puis qu'ils sont alternes. Partant le mesme angle K sera egal à l'angle donné E. Donques la ligne H K, colloquee entre les deux A B & A C, sera egale à la ligne D, & fera l'angle K egal à l'angle E donné. Ce que nous auons entrepris de faire.

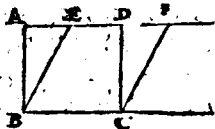
J'ay trouué bon d'inferer icy ce Probleme, qui me fut vn jour proposé par vn artisan, qui n'estoit pas ignorant de la Geometrie, lequel il est moit ne se pouuoit demonstrier qu'avec difficulté. Car trois choses sont donnees pour en bastir vn Triangle: à sçauoir deux angles & vne ligne. Et encor les deux angles donnés ne sont pas sur vne mesme ligne: Car ainsi la construction en seroit facile. Comme si sur la ligne A K il falust bastir vn Triangle, qui eust deux angles egaux à deux angles donnés. Mais icy il faut chercher par art la ligne A K.

Theoreme 25. Proposition XXXV.

Les Parallelogrammes qui consistent sur mesme base, & entre mesmes paralleles, sont egaux entr'eux.

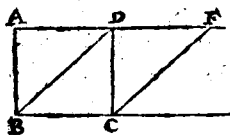
Soyent deux Parallelogrammes A B C D & E B C F, sur la mesme base B C, & entre les mesmes paralleles A F & B C. Je dis qu'ils sont egaux entr'eux.

Car, ou la ligne BE coppera la ligne AF par de ça le point D , ou justement au point D , ou par delà. Mettons donc premierement qu'elle la coupe par de ça le point D . Et pource que chacune des deux lignes



AD & EF , est egale à la ligne BC , elles seront aussi egales entr'elles. Ostant donc la commune ED , AE restera egale à DF . Derechef, pource que, par la precedente, AB est egal à CD . & l'angle EAB , par la seconde partie de la vingtreuiesme, egal à l'angle CDF , l'intérieur à l'exterieur, les deux Triangles EBA & $FC D$, par la quatrieme, seront egaux entr'eux. Partant, adjoustant à chacun d'eux la figure irreguliere $CDEB$. les deux Parallelogrammes $ABCD$, & $EBCF$, seront egaux.

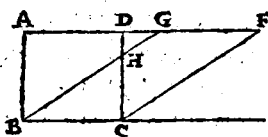
Maintenant faisons que la ligne BE coupe la ligne AF justement au point D . Par les memes raisons



que dessus, les deux Triangles ABD & DCF seront egaux. Partant, adjoustant à chacun d'eux le Triangle BCD , les deux Parallelogrammes $ABCD$, & $DBCF$ se trouueront egaux. Mais nous le prouuerons aussi ainsi par la trentequatrieme. Les deux Triangles ABD & BCD , par la trentequatrieme, sont egaux, à cause du Dimetiement: & aussi les deux Triangles CDF & BCD egaux, pour la mesme raison. Donc, les deux Triangles ABD & CDF , par la commune Notion, sont egaux. Adjoustant donc à chacun d'eux le Triangle BCD , les deux Parallelogrammes $ABCD$ & $DBCF$ arqueront egaux.

Pour la fin, faisons que la ligne BE coupe la ligne

A F par delà le point D au point G: tellement qu'elle coupe la ligne C D au point H. Puis donc que les deux lignes, A D & G F sont égales, par la précédente

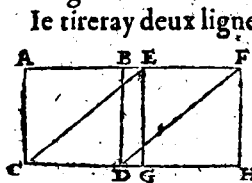


& par la commune Notion: adjoustant à chacune d'icelles la particule D G, les deux lignes A G & D F seront égales: & le Triangle A B G égal au Triangle D C F: pource que leurs costés & leurs angles sont reciproquement égaux, par l'antecedente, & par la vingneufieme. Adjoustant donc à chacun d'iceux le Triangle B C H, & ostant d'iceux D G H, les deux Parallelogrammes A B C D & G B C F seront égaux. Ce qu'il falloit demonstrier.

Theoreme 26. Proposition XXXVI.

Les Parallelogrammes qui sont sur égales bases, & consistent entre mesmes Paralleles, sont égaux entr'eux.

Soyent deux Parallelogrammes A B C D & E F G H: sur C D & G H bases égales, & entre mesmes paralleles A F & C H. Je dis que ces deux Parallelogrammes sont égaux.



Je tireray deux lignes C E & D F: Et, par la trentetroisieme, la superficie C D E F sera de costés equidistans. Car les deux equidistans C D & E F sont égales entr'elles: veu que chacune d'icelles est égale à G H. Conjoignons les avec les deux C E & D F de parts opposites. Puis donc que par l'antecedente, chacun des deux Parallelogrammes A B C D & E F G H est égal au Parallelogramme C D E F (entendant d'un

costé la base EF , & de l'autre CD ils seront égaux, par la Notion commune. Ce qu'il falloit démonstrer.

Theoreme 27. Proposition XXXVII.

Les Triangles, qui sont sur même base, & entre mêmes Paralleles, sont égaux.

Soyent les deux Triangles ABC & DBC sur vne même base BC , & entre deux paralleles AE & BF . Je dis qu'ils sont égaux.

Par la trentevnieme je tire CG equidistante à AB , & CH equidistante à BD . Si seront les deux Parallelogrammes $ABCG$ & $DBCH$ égaux, & par mesme

raison, leurs demis aussi. Puis donc que le Triangle ABC est la moitié du Parallelogramme $ABCG$, par la trentequatrieme : & le

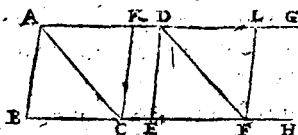
Triangle DBC soit la moitié du Parallelogramme $DBCH$, par la mesme : lesdits Triangles seront égaux entr'eux. Ce qu'il falloit démonstrer.

Theoreme 28. Proposition XXXVIII.

Les Triangles bastis sur bases égales, & entre mêmes paralleles sont égaux.

Soyent deux Triangles ABC & DEF , sur bases égales BC & EF , & entre deux paralleles AG & BH . Je dis que ces Triangles sont égaux.

Je tireray CK equidistante à AB : & FL equidistante à ED . Si seront, par la trentesixieme, égaux les deux Parallelogrammes $ABCK$ & $DEFL$: Et passant par la trentequatrieme,



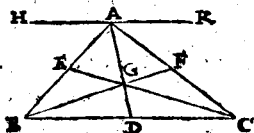
quatrième, les Triangles A B C & D E F (qui sont moitiés desdits Parallelogrammes,) seront egaux. Ce qu'il falloit monſtrer.

De coſte Propoſition ſe peut aiſement tirer ce Probleme.

Partir vn Triangle donné en deux Triangles egaux.

Soit le Triangle A B C, lequel il nous ſale diuiſer en deux Triangles egaux.

Il diuiſe l'un des coſtés, à ſçauoir B C, en deux parties egales, par la dixième, au point D, & conjoinſt D A. le diſ que les deux Triangles A B D & A C D ſont egaux. Ce qui eſt aſſez euident par ceſte trentehuitième,



ſi nous preſuppoſons vne parallele à ladite B C, qui paſſe par le point A, comme enſeigne la trentevnième. relative que la ligne H K, que nous

auons ici tiré pour plus grande clarté. Nous auons auſſi diuiſés également les deux coſtés A B & A C és points E & F: à fin que tu ſçaches, que quelque coſté qu'on diuiſe, le Triangle ſera parti également. Oà ſe reconnoit auſſi l'egalité des moindres Triangles, par les trois lignes A D, B F, & C E, qui ſe coppét au point G. Cecy ſert pour partir les Triangles en pareillement pers, comme en 4. 8. 16. 32.

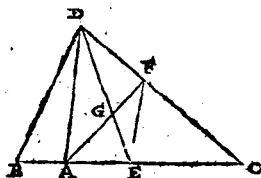
On diuiſera auſſi méchaniquement le Triangle en autres parties, en diuiſant ſemblablement vn coſté, & tirant des lignes de l'angle oppoſé aux points de la ſection. De laquelle diuiſion la demonſtration ſe reſerue au ſixième liure.

Nous adjoſterons encor ceſt autre Probleme.

D'un point marqué en l'un des coſtés du Triangle, tirer vne ligne, qui diuiſe le Triangle en deux parties egales.

Soit le point A , marqué au costé BC du Triangle BCD . Je veux du point A tirer vne ligne, qui diuise ledit Triangle BCD en deux parties égales.

Je diuise également le costé BC au point E . Puis du point A jusqu'à l'angle opposé D , je tire la ligne AD . A laquelle, par le point E , je tire, par la trentième, la parallele EF , qui coupe le costé DC au point F . Puis conjoins AF . Je dis que AF diuise par égales parties le Triangle BCD : sçauoir est, que le Quadri-



latere $ABDF$ est égal au Triangle ACF . Je conjoins ED , coppant AF au point G . Et il conste, par la trente-huictième, que les deux Triangles BED & CED sont

égaux, presupposant vne parallele à ladite BC , qui soit tirée par le point D : veu que lesdits Triangles sont sur bases égales EB & EC . Aussi les deux Triangles DEF & AEF sont égaux, par la trenteseptième, veu qu'ils sont sur vne mesme base EF , & entre deux paralleles AD & EF . En ostant donc le commun EF , le Triangle AEG sera égal au Triangle DG . Puis adjoustant à chacun d'iceux le Trapeze $CFGE$, le Triangle ACF sera égal au Triangle DEC . Mais DEC est la moitié de tout le Triangle BCD : partant ACF sera aussi la moitié du mesme. Donques l'autre moitié sera le Trapeze $ABFD$. Partant la ligne AF diuise également tout le Triangle ACD . Ce qu'il falloit faire.

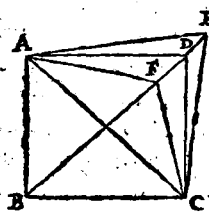
Theoreme 29. Proposition XXXIX.

Les Triangles égaux, posés sur mesme base, & dressés d'un mesme costé, consistent entre

entre deux paralleles.

Les Triangles sont dits estre sur mesme base, & dressés de mesme part, lors qu'une ligne tiree du sommet de l'un au sommet de l'autre, ne coupe pas vn de leurs costés.

Soyent deux Triangles. ABC & DBC sur la base BC , qui ayent leur faiste, ou sommet, ou poincte, tourné d'une mesme part: & que la ligne AD soit tiree. Je dis que ladite ligne AD est parallele à la base BC .



Si cela n'est: tirons, par la trente vnieme, vne parallele à ladite BC , laquelle passera ou dessus ou dessous AD . Si elle passe dessus, que ce soit AE : lors nous allongerons BD , jusqu'à ce qu'il vienne à se rencontrer avec AE au poincte E : & soit tiree la ligne EC . Or puis que, par la trenteseptieme, le Triangle ABC est egal au Triangle EBC : car tous deux sont entre deux paralleles: & que audit Triangle ABC nous auons posé egal le Triangle DBC : le mesme DBC sera egal audit EBC , la partie au tout. Ce qui ne peut estre.

Que si la parallele vient à passer au dessous de AD , comme AF : en liant FC , se fera le Triangle FBC , egal audit DBC , la partie au tout. Parrant n'y aura point d'autre parallele à la base BC , que ladite AD . Ce qu'il falloit monstrer.

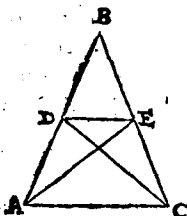
Appendix de Champaigne.

De ceste cy & de l'antecedente s'ensuit:

Si vne droite ligne coupe deux costés d'un Triangle par egales portions, elle sera equidistante au troisieme costé.

Soit le Triangle ABC . & que la ligne DE diuise par

egales portions les deux costés AB & AC aux poinçts D & E. Je dis que la ligne DE est parallele à AC.



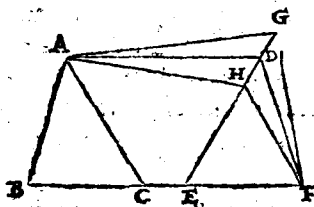
Au Quadrilatere ACED soient tirées deux lignes traucisiens AE & CD: Et presupposant à ladite AB vne parallele, qui passe par le poinçt E, le Triangle BDE, par la trentehuitieme, sera egal au Triangle DAE: veu que leurs deux bases, AD & DB, ont esté posees egales.

Derechef, presupposans par le poinçt D vne parallele à ladite BC, le mesme Triangle BDE sera egal au Triangle CED. Partant, par la commune Notion, les deux Triangles EAD & ECD seront egaux: lesquels, puis qu'ils sont sur la mesme base DE, & leur poinçte dressée de mesme costé, par ceste trenteneufieme ils seront entre deux paralleles DE & AC. Ce qu'il a falu demonstrier.

Theoreme 30. Proposition XL.

Deux Triangles egaux, situés sur bases egales, & dressans leur poinçte de mesme part, consistent entre mesmes paralleles.

Soyent deux Triangles egaux ABC & DEF assis sur deux bases egales BC & EF, & dressans leur poinçte de mesme part: & soit conjointe la ligne AD. Je dis



que les deux Triangles ABC & DEF consistent entre deux paralleles BF & AD. C'est la Conuerse de la trêtehuiçtieme.

Car si AD n'est pas parallele à BF, tirant vne autre

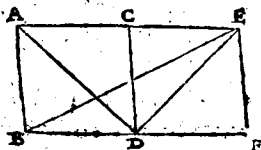
autre parallele, elle passera ou dessus ou dessous A D. Si dessus, que ce soit A G. Prolongeons donc E D jusqu'à ce qu'il rencontre A G au point G: & soit l'ee G F. Lors, par la trentehuitieme, le Triangle G E F sera egal au Triangle A B C. Mais D E F a esté mis egal audit A B C. Donques D E F sera egal audit G E F, la partie au tout. Ce qui est absurde.

Que si ladite parallele passe dessous A D, que ce soit A H, & soit conjointe H F. Lors avec le mesme discours on prouuera que le Triangle H E F est egal au Triangle D E F, la partie au tout. Partant, puis qu'il ne se peut ny en vne façon, ny en autre, B F & A D seront paralleles. Ce qu'il falloit faire voir.

Theoreme 31. Proposition XL I.

Si vn Parallelogramme & vn Triangle sont sur mesme base, & consistent entre deux paralleles, le Parallelogramme sera double du Triangle.

Soit le Parallelogramme A B C D, & le Triangle B D E, sur la mesme base B D, & entre les Paralleles A B & B D. Je dis que le Parallelogramme A B C D est double du Triangle B D E.



Au Parallelogramme je tireray le Diametre A D: & lors, par la trentesepieme, le Triangle A B D sera egal au Triangle E B D. Mais le Parallelogramme A B C D,

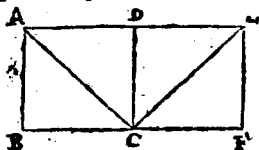
par la trentequatrieme, est double du Triangle A B D, partant est double aussi du Triangle E B D. Ce qu'il falloit monstrier.

De cecy il appert assez, que si la base est doublee,

le Triangle, qui sera dressé sur icelle, sera egal audit Parallelogramme. Et tel est icy le Triangle BEF .

Le Theoreme suyuant se prouuera aussi facilement:

Si vn Parallelogramme, & vn Triangle, sont sur bases egales, & consistent entre deux Paralleles, le Parallelogramme sera double du Triangle.



Soyent le Parallelogramme $ABCD$, & le Triangle ECF sur bases egales BC & CF . Je dis que le Parallelogramme $ABCD$ est double du Triangle ECF .

Soit conjointe ED : & soit tiree par le point C une parallele à ladite EF , si CD n'est pas parallele. Lors, par la trentesixieme & trentequatrieme, la Proposition se passera.

Laquelle Euclide a obmise, à cause de sa facilité, comme il en pouuoit encor obmettre d'autres non moins aisees à comprendre, qu'il a toutesfois cy deuant exprimees:

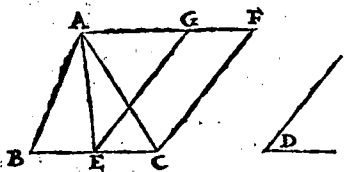
Probleme II.

Proposition XLII.

Faire vn Parallelogramme egal à vn Triangle donné, lequel ayt vn angle egal à vn angle donné.

Soit le Triangle donné ABC , & l'angle donné D . Je vueil dresser vn Parallelogramme, qui soit egal audit Triangle ABC , & qui ayt vn angle egal à l'angle D .

Je diuise la base BC en deux parties egales, au point E , par la dixieme Proposition, & joins AE : puis, par la trentevnieme, du point A je tire AF , qui soit parallele à ladite BC : & sur le point E je dresse, par la



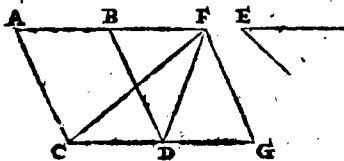
la vingttroisieme, l'angle GEC, qui soit egal à l'angle D donné. En apres, par le point c je tire CF, qui soit parallele à ladite EG. Je

dis que le Parallelogramme ECFG est egal au Triangle ABC.

Car puis que, par la trentehuitieme, le Triangle ABE est egal au Triangle AEC, tout le Triangle ABC sera le double du Triangle AEC. Mais le Parallelogramme ECFG, par la precedente, est double dudit Triangle AEC: Partant ledit Parallelogramme ECFG sera egal au Triangle ABC, & aura l'angle GEC egal à l'angle D donné. Ce qu'il falloit faire.

S'ensuit la Conuerse de ceste-cy.

Dresser un Triangle qui soit egal à un Parallelogramme donné, & qui ayt un angle egal à un angle donné.



Soit ABCD le Parallelogramme donné, & l'angle donné soit E. Je vueil dresser vn Triangle qui soit egal audit Parallelo-

gramme ABCD, & qui ayt vn angle egal à l'angle E.

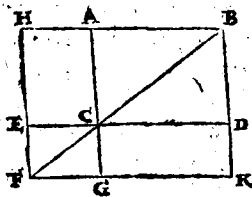
Sur le point c, par la vingttroisieme, je forme l'angle DCF, qui soit egal à l'angle E. Et ayant prolongé AB, je tire CF tant qu'elle rencontre ladite AB au point F. P'allonge encor CD (qui est parallele à ladite AF) jusques au point G, si que DG soit egal à ladite CD: puis je conjoins FG. Je dis que le Triangle CFG est gal au Paral lelogramme ABCD.

Car puis que, par la trentehuitieme, tout le Triangle CFG est double du Triangle CDF : & que, par la quaranteunieme, le Parallelogramme $ABCD$ est aussi double dudit Triangle CDF : s'ensuit que le Parallelogramme $ABCD$ & le Triangle CFG , sont egaux entre eux. Ce qu'il falloit faire.

Theoreme 32. Proposition XLIII.

Les supplements de deux Parallelogrammes, qui sont enuiron le Dimetient du plus grand Parallelogramme, sont egaux.

Ioignant le Dimetient consistent les Parallelogrammes, qui ont leur Dimetient au Dimetient du plus grand Parallelogramme. Or nomme on Supplements, ceux qui avec les deux Parallelogrammes partent le grand Parallelogramme.



Soyent doncques deux Parallelogrammes, $ABCD$ & $ECFG$, les pointes desquels, qui sont à C , sont tellement conjointes en croix audit point C , que chaque Parallelogramme est parti par la moitié par le Dimetient BF : ausquels Parallelogrammes soyent adjoustés les Supplements $HACE$ & $CDGK$, qui accomplissent tout le Parallelogramme $BHKF$. Je dis que les supplements $HACE$ & $CDGK$ sont egaux.

Car puis que le Dimetient BF diuise par la moitié tout le Parallelogramme $BHKF$, par la trentequatrième, les deux Triangles BFH & BFK sont egaux. Et puis que la mesme BF , diuise par la moitié le Parallelogramme $ABCD$, les deux Triangles BCA & BCD seront

seront egaux. Et, par la mesme raison, les deux Triangles $C F E$, & $C F G$ seront aussi egaux. Partant, ayant osté les deux Triangles $B C A$ & $C F B$ de tout le Triangle $B F H$: & ayant aussi osté les deux Triangles $B C D$ & $C F G$ du total $B F K$, resteront les deux Superfices $H A E C$ & $C D G K$, qui seront egales entr'elles. Ce qu'il falloit demonstrier.

En demonstrent ceste Proposition, nous n'auons pas du tout suyui la structure des autres: nō pas pour desir d'innouer: mais, à fin que nous peussions exposer plus clairement tout l'affaire des suppléments, & du Parallelogramme entier. Car à grand' peine en tout le traicté Geometrique se rencontrera-il vne figure plus feconde que celle-cy, laquelle est composée d'un Parallelogramme, & du Gnomon. Comme en ce lieu, (si nous prenons le Parallelogramme $A B C D$, la figure $H F C D$, qui, avec $A B C D$, parfait tout le Parallelogramme $B H F K$, s'appelle Gnomon. Que si nous leuons le Parallelogramme $E F C G$, la figure $H B C G$ sera le Gnomon. Car le lieu est icy fort propre pour expliquer le Gnomon, encor qu'Euclide l'ayt remis au second liure.

J'ay accoustumé d'appeller, ceste figure, mystique. Car d'icelle, comme d'un tresriches magasin, deuient des demonstrations innombrables: comme le remarquera, & avec grand plaisir, celui qui s'exercera à bon esient en la Geometrie.

Mais celui à qui la construction des autres aggregera mieux: cestuy là premierement descriue le Parallelogramme $B H F K$; puis tire la parallele $E D$, & encor $A G$ autre parallele, & suyue la demonstration que nous auons en le cy dessus.

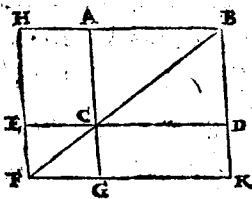
La Conuersede ceste-cy se couchera ainsi:

Car puis que, par la trentehuietieme, tout le Triangle CFG est double du Triangle CDF : & que, par la quaranteunieme, le Parallelogramme $ABCD$ est aussi double dudit Triangle CDF : s'ensuit que le Parallelogramme $ABCD$ & le Triangle CFG , sont egaux entr'eux. Ce qu'il falloit faire.

Theoreme 32. Proposition XLIII.

Les supplements de deux Parallelogrammes, qui sont enuiron le Dimetient du plus grand Parallelogramme, sont egaux.

Ioignant le Dimetient consistent les Parallelogrammes, qui ont leur Dimetient au Dimetient du plus grand Parallelogramme. Or nomme on Supplements, ceux qui avec les deux Parallelogrammes parfont le grand Parallelogramme.



Soyent donques deux Parallelogrammes, $ABCD$ & $ECFG$, les poinctes desquels, qui sont à C , sont tellement conjointes en croix audit poinct C , que chaque Parallelogramme est parti par la moitié par le Dimetient BF : auxquels Parallelogrammes foyent adjoustés les Supplements $HAE C$ & $CDGK$, qui accomplissent tout le Parallelogramme $BHKF$. Je dis que les supplements $HAE C$ & $CDGK$ sont egaux.

Car puis que le Dimetient BF diuise par la moitié tout le Parallelogramme $BHKF$, par la trentequatrieme, les deux Triangles BFH & BFK sont egaux. Et puis que la mesme BF , diuise par la moitié le Parallelogramme $ABCD$, les deux Triangles BCA & BCD seront

seront egaux. Et, par la mesme raison, les deux Triangles CFE , & CFG seront aussi egaux. Partant, ayant osté les deux Triangles BCA & CFB de tout le Triangle BFH : & ayant aussi osté les deux Triangles ACD & CFG du total BFK , resteront les deux Superfices $HAEC$ & $CDGK$, qui seront egales entr'elles. Ce qu'il falloit demonstrier.

En demonstrent ceste Proposition, nous n'avons pas du tout suyvi la structure des autres : nō pas pour desir d'innouer : mais, à fin que nous peussions exposer plus clairement tout l'affaire des suppléments, & du Parallelogramme entier. Car à grand' peine en tout le traicté Geometrique se rencontrera-il vne figuration plus seconde que celle-cy, laquelle est composée d'un Parallelogramme, & du Gnomon. Comme en ce lieu, si nous prenons le Parallelogramme $ABCD$, la figure $HBCD$, qui, avec $ABCD$, parfait tout le Parallelogramme $BHFK$, s'appelle Gnomon. Que si nous levons le Parallelogramme $EFCH$, la figure $HBCG$ sera le Gnomon. Car le lieu est icy fort propre pour expliquer le Gnomon, encor qu'Euclide l'ayt remis au second livre.

J'ay accoustumé d'appeller, ceste figure, mystique. Car d'icelle, comme d'un tresriches magasin, deuiuent des demonstrations innombrables : comme le remarquera, & avec grand plaisir, celui qui s'exercera à bon escient en la Geometrie.

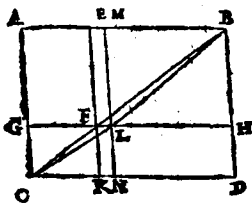
Mais celui à qui la construction des autres aggregera mieux : cestuy là premierement descrieue le Parallelogramme $BHFK$: puis tire la parallele ED , & encor AG autre parallele, & suyue la demonstration que nous auons mise cy dessus.

La Conuersede ceste-cy se couchera ainsi :

*Si un Parallelogramme est parti en deux Supplements
egaux, & deux Complements quels qu'ils soient, les Di-
metiens des deux Complements seront de droit fil, &
tout le Parallelogramme n'aura qu'un Dimetien.*

Nous auons icy appellé Complements, les deux Parallelogrammes, qui, avec les deux Supplements, parfont tout le Parallelogramme. Ils ont peu estre ainsi appellés non mal à propos à cause de l'affinité des mots, à fin qu'ils ne fussent pas sans nom, & à fin aussi qu'on sceust mieux que c'estoit, estans nomme- ment distingués des Supplements.

Soit donques le Parallelogramme $ABCD$, duquel les deux Supplements egaux soient $A EFG$ & $FHDK$: & les deux Complements $G FCK$ & $E B F H$, desquels les Dimetiens soient $C F$ & $F B$ le dis que $C F B$ est vne seule ligne, & qu'elle est le Dimetien de tout le Parallelogramme $ABCD$.



Cars'il n'est ainsi, il y aura vn autre Dimetien de tout le Parallelogramme. Prenons que ce soit $C L B$, titee au dessous des Dimetiens $C F$ & $F B$, qui coppa GH au point L : & par ledit point L soit tirce $M L N$, par la trentevnieme Proposition, qui soit parallele à AC . Et en tout le Parallelogramme $ABCD$ qu'il y ait deux Supplements, $A M G L$ & $L H N D$. Ces Supplements, par ceste quarantertroisieme, seront egaux entr'eux, veu qu'ils sont à l'entour du Dimetier $C L B$. Mais le Supplement $A EFG$ a esté posé egal au Supplement $FHDK$. Puis donc que $F H D K$ est plus grand que $L H D N$, $A EFG$ sera plus grand que $A M G L$, la partie que le tout. Ce qui est absurde. Par la mesme rai-
son

son se prouue, que le Dimerient ne se peut tracer au dessus des Dimerients $c f$, & $f b$. Partant $c b$ n'est qu'une ligne, laquelle est le Dimerient de tout le Parallelogramme. Ce qu'il falloit prouuer.

Probleme 12. Proposition XLIV.

Sur vne ligne droite donnee descrire vn Parallelogramme egal à vn Triangle donné, lequel ayt vn angle egal à vn angle donné.

La ligne donnee soit ab , & le Triangle donné cde : & f soit l'angle donné le vueil sur ab descrire vn Parallelogramme, qui soit egal au Triangle cde , qui ayt vn angle egal à l'angle f . Ceste cy est différente de la quarantedeuxieme, pource qu'icy il y a vne ligne donnee, & là il n'y en auoit point.

L'allonge ba jusques au point g , & mets ag egal à de costé du Triangle donné. Et, par la vingttroisieme, sur le point a je fay l'angle gan egal à l'angle e : & par la seconde, je fais an egal au costé cd . Et conjoignant gn , le Triangle gan sera, par la quatrieme Proposition, egal au Triangle donné cde . En apres, je diuise ag egalelement au point k , par la dixie-

me: &

côjoins

nk . Et,

par le

point

n , je tire

nl pa-

rallele à ladite gb , par la trentevnieme. De là, par la vingttroisieme, au point a je forme l'angle gam egal à l'angle donné f , tellement que am coupe nl au point m . Lors, par le point k je tire kn parallele

G 2



& egale à ladite AM : Et conjoignant HN , je fais le Parallelogramme $AKMN$: lequel, par la trentième & quarantevième, sera egal au Triangle AGH , & partant egal aussi à CDE , Triangle donné. Apres je tire BI parallele à ladite AM : laquelle je conjoins avec NM prolongee au point I . Duquel point je tire le Dimetient LA : lequel j'allonge, jusqu'à ce qu'il se joigne avec NK prolongee, au point P . Et tire PQ parallele & egale à ladite KB . Puis ayant conjoint AR & BQ , je paracheue tout le Parallelogramme $NLPQ$, composé de quatre Parallelogrammes. Entre lesquels le Supplement AQ , par l'antecedente, est egal au Supplement AN , & par consequent, au triangle donné CDE . Partant, puis que la ligne donnée AB , est vn des costés dudit AQ Parallelogramme. & que, par la quinziesme, l'angle BAR est egal à l'angle GAM , & par consequent, à l'angle donné F , tout le Probleme est trouué.

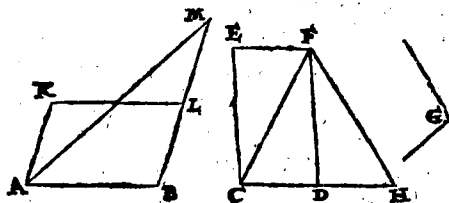
Nous auons icy mis la description de Champaigne: à fin de faire voir son ennuyeuse & non necessaire diligence. Car il n'estoit nul besoing du triangle AGH . Il falloit seulement dresser le Parallelogramme $AKMN$, qui fust egal au triangle CDE , ayant vn angle egal à l'angle F , par la quarante deuxieme, comme l'a fort bien fait Theon. Car les Propositions Geometriques vont les vnes deuant les autres, non pas à fin que leur construction soit repetee, mais bien l'usage d'icelles: de peur que la multitude des lignes ne trouble l'esprit, au lieu de le soulager.

La Conuerse de ceste cy est telle:

Sur une droite ligne dresser vn Triangle qui soit egal à vn Parallelogramme donné, & qui ayt vn angle egal à vn angle donné.

Soit

Soit la ligne donnée AB , & le Parallelogramme donné $CDEF$, & l'angle donné G . Je vuol sur AB dresser vn triangle, qui soit egal audit Parallelogramme $CDEF$, & qui ayt vn angle egal à l'angle G . Je tire le Dimettient CF : & ayât allongé CD jusqu'au point H , je fais DH egale à CD . Et conjoins HF . Si que le triangle CHF , par la quarantevnieme, sera egal au Parallelogramme $CDEF$, veu que sa base est double.



Maintenant, par la directe de ceste cy, sur AB je dresse le Parallelogramme

$ABKL$, egal au triangle CHF , & qui ayt l'angle ABL egal à l'angle donné G . Puis, allongeant BL , je mets LM egale à BL . Apres, je conjoins AM . Je dis donc, que le triangle ABM , dressé sur AB , est tel que nous le voulions.

Car, par la quarantevnieme, le triangle ABM est egal au Parallelogramme $ABKL$, veu qu'ils sont entre deux paralleles, BM & AK , & que la base du triangle est double de celle du Parallelogramme. Mais $ABLK$, par la construction, est egal au triangle CHF : & CHF egal à $CDEF$, par ladite quarantevnieme. Partant, par la Notion commune, le triangle ABM est egal au Parallelogramme $CDEF$, & l'angle ABM egal à l'angle donné G . Ce qu'il falloit faire.

Le Probleme se pouuoit aussi proposer en ces mots:

Entré deux Paralleles interminées faire vn Parallelogramme egal à vn Rectiligne donné, lequel Parallelogramme ayt vn angle egal à vn angle donné.

Où il faut prendre garde, que dresser vn Parallelogramme entre deux paralleles donnees, n'est pas plus difficile, que sus vne droite ligne donnée Car, où vne droite ligne est donnée, se donnent aussi deux paralleles interminées. l'entens, pour dresser vn Parallelogramme.

J'ay voulu adjouster cecy, à fin que ceux qui s'adonnent à la Geometrie, apprennent à accorder, & accommoder à leur usage, les propositions inuentees & couchées diuersement.

Nous pouuions mettre cestuy nostre Probleme en la place du suyuant, veu qu'il est plus ample. Car on donne vne ligne. Outre ce que le suyuant semble estre superflu, attedu qu'il s'entend assez par le precedent: si ce n'est, peut estre, qu'il apprend à resoudre les Rectilignes en triangles. Pour ces raisons, quelques vns l'ont obmis, & mesmes Champaigne. Toutesfois nous ne l'auons point voulu oster de sa place. Car, pour le present, nous n'auons pas delibeté de rien inserer du nostre dans la file de ceux d'Euclide.

Probleme 13.

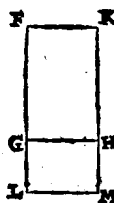
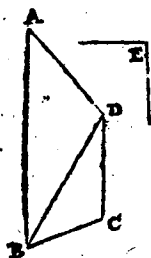
Proposition XLV.

Dresser vn Parallelogramme egal à vn Rectiligne donné, qui ayt vn angle egal à vn angle donné.

Soit le Rectiligne donné $ABCD$: & E soit l'angle donné. Je veux dresser vn parallelogramme egal audit rectiligne $ABCD$, & qui ayt vn'angle egal à l'angle E .

A cause qu' $ABCD$ est quadrilatre, je le resous en deux triangles ABD , & BCD . &, par la quarante-deuxieme, je dresse vn parallelogramme egal à ABD , qui soit $EFGH$, qui ayt l'angle E egal à l'angle E : & ayant cōtinué KH jusques au point M , à fin de faire, par

re, par la vingtnuiesme, l'angle GHM egal à l'angle K , je dresse sur GH , par la precedente, le parallelogramme $GHLM$, egal au triangle $B'CD$, ayant l'angle GHM ja formé. Et pource que la ligne KM , par la



position, n'est qu'une ligne: & que l'angle MHG est egal à l'angle FGH alterne, par la premiere partie de la vingtnuiesme: & aussi que MHG , avec LGH sont egaux à deux droits, par la derniere partie de ladite, l'angle FGH , avec ledit LGH , se-

ront egaux à deux droits. Partant, par la quatorzieme, FL n'est qu'une ligne. Et puis que FG & KH sont egales, par la trentetroisieme: & aussi, par la mesme, GL & HM egales, toute FL sera egalé à toute KM : & par la trentetroisieme, FK & LM seront egales. Donques, tout le quadrilatere $FKLM$, est parallelogramme. Partant, puis que l'angle K est egal à l'angle E , la Proposition est asseuree.

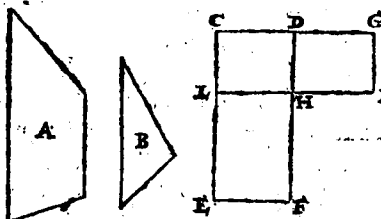
De ce qui a esté demonstté s'ensuyura ce Probleme:

Deux superficies rectilignes inegales nous estans proposees, sçavoir de combien la plus grande surpasse la moindre.

Soyent les deux Superfices rectilignes A & B , desquelles la plus grande soit A , je veux sçavoir quel est l'exces dont A surpasse B .

Par la quarantequatrieme je dresse le parallelograme $CDEF$, egal audit A rectiligne: duquel prenons que l'angle CDF soit droit. Et ayant prolongee CD jusques au poinct G , & rendue DG egalé à ladite CD : je dresse, par la quarantequatrieme, sur DG , le paral-

lelogramme $DGHK$, egal audit B rectiligne, ayant

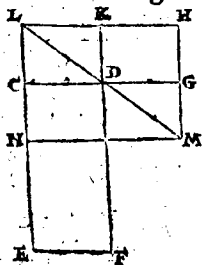


l'angle DGK droit. Puis prolonge KH , jusqu'à ce qu'elle coupe CE au point L . le dis que $HLEF$ est ce dont le Recti-

ligne A surpasse le Rectiligne B .

Premierement donc, que $CGKL$ soit vn parallelogramme, il est trop clair pour auoir besoin de demonstration. Puis donc que CD & DG , par la position, sont egales, & que l'une & l'autre sont paralleles à KL , les deux parallelogrammes CH & DK seront egaux, par la trentesixieme. Et pource que DK a esté posé egal au rectiligne B , CH sera aussi egal audit rectiligne B . Partant, puis que tout le parallelogramme CF , est egal audit rectiligne A : & que LF est l'exces d'iceluy CF par dessus DK : par la commune Notion, LF sera l'exces du Rectiligne A par dessus le Rectiligne B . Ce qu'il falloit monstrier.

Autrement, & plus aisé. Que le parallelogramme $CDEF$ soit egal audit Rectiligne A . Et prolongeant



CD jusqu'au point G , dressons sur DG le parallelogramme $DGHK$, qui soit egal au Rectiligne B : Et prolongeant EC & HK , si qu'elles s'assemblent au point L , tirons par le point D , le Diameter LD , qui coppa HG prolongee au point M . Puis tirons MN , qui soit parallele à ladite HL , laquelle cop-

pe EL .

pe E L au poinct N: & ainsi soit fait le parallelogramme H L M N. Je dis que N F est l'exces du Rectiligne A par dessus le Rectiligne B.

Car puis que H D est egal au rectiligne B : & que, par la quarantetroisieme, les Supplements H D & D N sont egaux: D N sera aussi egal au Rectiligne B. Lequel ostant du parallelogramme C F (lequel a esté posé egal à A,) demeurera N F, qui est l'exces d'A par dessus B. Ce qu'il falloit faire.

Probleme 14. Proposition XLVI.

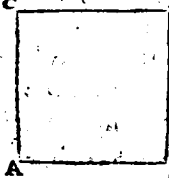
Selon Champaigne XLV.

... Descrire vn Quarre d'une droite ligne donnee.

Soit la ligne donnee A B, de laquelle il fale descrire vn quare.

Des poincts A & B, je dresse, par l'onzieme, deux perpendiculaires A C & B D : & fay, par la troisieme, chacune d'icelles egale à ladite A B. Si seront, par la derniere partie de la vingthuitieme, A C & B D paralleles. Je conjoins C D: laquelle, par la trentetroisieme, sera egale & parallele à ladite A B. Et puis que

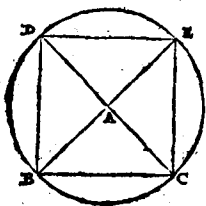
les deux angles A & B sont droits, les deux opposites D & C seront aussi droits, par la derniere partie de la vingtneufieme: ou, si l'on aime mieux, par la trentequatrieme. Partant, par la definition du Quarre, A B C D sera Quarre.



Autrement. Dressons A C perpendiculaire & egale à A B. Et du poinct C tirons C D parallele & egale à ladite A B: & conjoignons D B: laquelle, par la trente-troisieme, sera egale & parallele à ladite A C. Puis

donc que par la dernière partie de la vingtnuevième, tous les angles sont droits, $A B C D$ sera Quarré. Ce qu'il nous falloit monstrier.

Il faut sçauoir, que la vraye construction du Quarré se prend du centre, & partant depend du Cercle. Car es choses qui sont parfaites, par tout le point est celuy à qui tout se refere. Nous dresserons donc ainsi le Quarré, encor qu'on ne nous ayt point donné de ligne.



De A , centre du Cercle $B C D E$, soyent tirées à la circonférence deux lignes $A B$ & $A C$, qui forment vn angle droit au point A : & que chacune d'icelles soit prolongée aux points D & E de la circonférence. Lors soyent accouplées $B C$, $C E$, $D E$, & $D B$. Puis

donc que les quatre angles qui sont à A , sont droits, par la quinziesme & toutes les lignes, qui les forment, egales, comme celles qui sont du centre à la circonférence: par la cinquieme & trentedeuxieme, chaque angle de ceux qui sont à B, C, D, E , des quatre triangles dont est composé l'entier parallelogramme, chacun desdits angles, dis-je, est la moitié d'un droit. Tellement que chacun des quatre entiers est droit: & par la quatrieme, les bases sont egales. Partant $B C D E$ est Quarré.

Et principalement pour cesté cause, la croix a esté toujours tenue pour mystique: notamment celle qui se fait à angles droits, & qui de tous costés monstre equalité, telle qu'elle se void au Quarré & au Cercle. Car ce que nous faisons le Quarré en menant vne ligne droite en elle-mesme, nous le faisons par le juge-

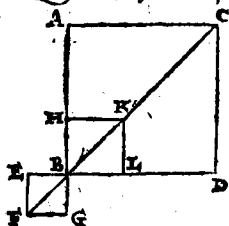
ment

ment du sens, & par la conduite de l'art. Veu que tirer des lignes par le centre, & marcher en rond & non en large, c'est vne mesme chose. Car ce poinct tant second, procree à l'entour de soy des lignes infinies. Et que personne ne m'objecte les nombres quarrés, qui se produisent en menant vn costé en soy mesme: car autre est la consideration des Continus, & autre celle des Discrets, laquelle je ne veux pas traicter en ce lieu. Je ne dis pas toutesfois, qu'il ne nous fale par tous moyens embrasser l'art, laquelle, par similitude & imitation, nous descouure la Nature, qui toutesfois est seulement congne à soy mesme. Car ce que elle fait, elle le fait fort bien: mais, tant plus est-il parfait, tant plus est-il couuert.

Il faut aussi scauoir, qu'au Quarré il y a quatre demidiametres, à l'hexagone six, à l'octogone huit: au trigone trois, au Pentagone cinq, à l'heptagone sepr, & à l'ennagone neuf, & ainsi suyuant en toutes figures, selon le nombre de leurs angles. l'enten tousiours des parfaites scauoir est, qui soyent equilateres & equiangles. Et aux figures qui ont les angles pers, les Diametres se terminent d'un angle, par le centre, à vn angle opposé: mais aux impers, par vne maniere aucunement imparfaicte, de l'angle, par le centre, au costé opposite. Le Cercle a l'un & l'autre. Car les diametres s'entendent estre tirés & aux costés & aux angles: veu que le Cercle est, (si le discours peut penetrer jusques là,) & d'infinis angles, & d'infinis costés. Tant plus donc il y aura de demidiametres en vne figure, tant plus approchera elle du Cercle, & tant plus sera elle parfaite. Et toutesfois tant moins elle en a, tant plus l'usage en est grand. Car on se sert plus souuent du Triangle, que du Quarré: & derechef plus du

Quarré que du Pentagone. Si qu'en ces choses nous voyons comme l'image des choses humaines. Car les grands se seruent du serui ce des petits. Mais nous discourrons plus amplement de cecy ailleurs.

Les Parallelogrammes, qui sont a l'entour du Diametre du Quarré, s'ils ont leurs costés equidistans des costés du Quarré, il faut aussi qu'ils joyent Quarrés.



Soit le Quarré ABCD, duquel le diametre soit BC: & qu'il y ayt deux parallelogrammes, BEFG, & BHKL, posés de telle façon, que le costé EB soit equidistant au costé AC: & le costé EF au costé CD: & aussi le costé HK equidistant audit AC, & KL audit AB: & que le diametre CB estant prolongé diuise ces deux parallelogrammes par la moitié. Je dis que BEFG, & BHKL, sont Quarrés.

Car, puis que l'angle A est droit & les deux angles ABC & ACB, par la cinquieme, sont egaux, chacun d'eux, par la trentedeuxieme, sera midroit. Partant aussi, par la vingtneufieme, l'angle EBF sera demidroit: veu que CF tombe sur deux paralleles AC & EB: & pourtant, par la mesme, l'angle BFG sera demidroit. Et pource que le costé EB, du triangle EBF, est, par la trentequatrieme, egal au costé FG du triangle BFG: & que BF est commun à l'un & à l'autre: la base EF, par la quatrieme, sera egale à la base BG. Et puis que AG conjoint les deux paralleles AC & FG, & que l'angle A est droit, l'angle aussi alterne G par la vingtneufieme, sera droit. Partât par la trentedeuxieme, l'angle FBG sera demidroit: &, par la sixieme, les deux costés FG & BG egaux. Donques, tout l'angle

EBG sera droit: & de mesmes, par la trentequatrieme, tout F & tout E seront droits: & les quatre costés du parallelogramme $F B F G$ seront egaux. Partant il sera quarré. La mesme preuue sera du parallelogramme $BHKL$. Ce que nous voulions prouuer.

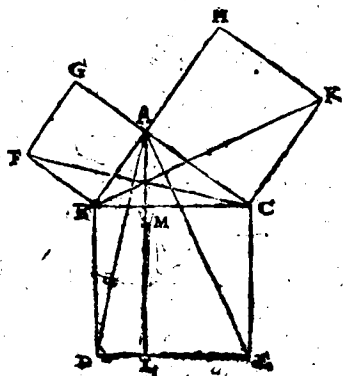
Nous auons assigné ce lieu cy à ceste proposition: laquelle toutesfois nous pouuions faire suyue incontinent apres la trentequatrieme. Mais nous auons trouué bon de la mettre lors qu'on a fait mention du quarré, & non plus outre: combien qu'Euclide l'ayt eslongné jusques à la quatrieme du second.

Theoreme 33. Proposition XLVII.

Selon Champaigne XLVI.

Aux Triangles rectangles, le Quarré qui se fait du costé qui soustend l'angle droit, est egal aux Quarrés qui se font des deux costés qui contiennent l'angle droit.

Soit le triangle ABC , duquel l'angle A soit droit. Je dis que le quarré du costé BC sera egal aux quarrés des deux costés AB & AC .



Suyuant la doctrine de la precedete, je descriray du costé BC le quarré $BCDE$: & des costés AB & AC , les deux quarrés $ABFG$ & $ACKH$. Si sera, par la quatorzieme Proposition, BH vne seule ligne, & CG aussi vne: veu que tous les angles qui sont à A sont

droits. En apres, de l'angle droit A je tireray sur D & E costé du grand carré, la ligne AL parallele au costé BD , qui coppera BC au point M . Et du mesme angle A , j'en tireray deux, AD & AE : & aussi des deux autres angles, ABC & ACB , j'en tireray BK & CF .

Or pource que sur la base BF , & entre les deux paralleles CG & BF , sont dressés le parallelogramme $ABFG$, & le triangle BFC : $ABFG$, par la quaranteunieme, sera le double de BFC . Mais le mesme BFC , par la quatrieme, est egal au triangle ABD , veu que les costés de l'un, BF & BC , sont egaux aux costés de l'autre AB & BD , & l'angle B de l'un egal à l'angle B de l'autre: car & l'un & l'autre est composé de l'angle droit & de l'angle commun ABC . Donques le carré $ABFG$ sera double du triangle ABD . Mais aussi le parallelogramme $BDLM$, par la quaranteunieme, est double du triangle ABD : car ils sont sur vne mesme base BD , & entre les deux paralleles BD & AL . Partant, par la Notion commune, le carré $ABFG$ est egal au parallelogramme $BDLM$.

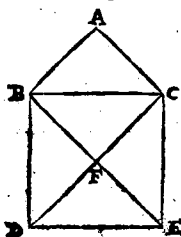
Par le mesme discours, & par le moyen des deux triangles BCK & ABC , nous prouuerons que le carré $ACKH$ est egal au parallelogramme $LMEC$. Partant, puis que le carré $BCDE$ est composé des deux parallelogrammes $BDLM$ & $LMEC$, il sera egal aux deux carrés $ABFG$ & $ACKH$. Ce qu'il falloit demonstrier.

Ceste cy est la tant celebre demonstration trouuee par le Philosophe Pythagoras, d'oit il fut si ioyeux, qu'il en offrit vn beuf aux Demons, si nous voulons croire Heron, Procle, Lyce. & Vrinne. Ce que routes fois plusieurs ne croyent pas: car ce personnage faisoit trop grand serupule d'esparde le sang des animaux.

maux. Quoy que ce soit, c'est vne inuention tres admirable, & vrayement descendue du ciel: au discours philosophique de laquelle je me vueil vn peu estendre: à fin que nous considerions d'où ce Probleme a esté pris, & ce qui a esmeu les hommes doctes de se trauailler en la recherche d'iceluy.

Premierement, l'occasion de toute ceste meditation est procedee du Droit & de l'Egal: desquels nous auons dit, que presque toutes les preuues Geometriques prennent leur origine. Ce qui se congnoistra clairement par le moyen du triangle isoscele rectangle, lequel est la moitié du quarré.

Soit doncques ABC triangle isoscele, duquel l'angle A soit droit. Je dis que le quarré du costé BC , est egal aux quarrés des deux costés AB & AC . De BC je descri le quarré $BCDE$: duquel je tire les deux diamètres BE & CD , qui s'entrecopperont



au poinct F . Et puis que les deux costés BC & BD , du triangle BCD , sont egaux: par la cinquieme, les deux angles BCD & DBC seront egaux: & par consequent, demidroits, par la trentedeuxieme: veu que l'angle CBD est droit. Par la meisme rai-

son les deux angles CBE & CEB du triangle BEC , seront aussi demidroits: Partant, les deux costés BF & CF , du triangle BCF , par la sixieme, seront egaux. De rechef, puis que les deux angles ABC & ACB du triangle ABC , sont demidroits, par la cinquieme, & par la trentedeuxieme, & que la base BC est commune à chacun desdits triangles ABC & BCF , les deux costés AB & AC , seront egaux aux deux costés FB & FC , par la vingtsixieme. Donques $ABFC$ est de quatre costés

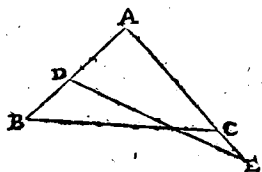
egaux & de quatre angles droits. Partant donques quarré, par la définition. Maintenant donc, puis que les deux angles FCE & FEC du triangle CEF sont egaux aux deux angles FBC & FCB , dudit triangle CBF , puis que tous sont demidroits : & que la base BC est egale à la base EC : les deux triangles BCF & FEC seront egaux. Donques, par la commune Notion, tout le triangle BEC , sera egal au quarré $ABFC$. Mais le Triangle BEC , par la trentequatrieme, est la moitié du quarré $BCDE$. Et donc le quarré $ABFC$ est la moitié dudit $BCDE$. Si donques nous prenons deux fois $ABFC$, à cause des deux costés AB & AC , les deux quarrés se trouueront egaux au quarré $BCDE$. Ce qu'il falloit demonstrier.

Ceste demonstration est vn peu ample, mais toutesfois aisee, par la consideration de la figure : tant le Droit & l'Egal se font recongnoistre, quelque part qu'ils soyent.

Mais aux scalenes rectangles il a falu inuenter vne autre façon de demonstrier. Car, l'egalité des costés defaillant, defaillent aussi les equalités des quarrés & des triangles, lesquels dependent de la premiere. Ce discours se pouuoit bien faire promptement. De quelque triangle rectangle que ce soit, les deux angles, outre le droit, sont egaux à deux demidroits, par la trentedeuxieme. Il conuient donc que les quarrés des deux costés qui les soustendent, encor qu'ils soyent inegaux, ne laissent pas de faire autant, comme si chacun d'eux estoit demidroit : puis que leurs bases sont egales. Car ce qui deuant à l'vn des costés inegaux, accroist à l'autre : à fin que l'egalité de la puissance se compense : (Car la puissance de la ligne est la mesme, qu'est celle de son quarré.) Et il est raisonna-

sonnable, que la puissance du costé qui soustend l'angle droit, soit egale aux deux puissances des deux costés qui soustèdient les deux demidroits. Car la grandeur des angles mesure la grandeur des costés opposites, & au contraire.

Pour exposer cecy plus clairement, Es deux triangles rectangles ABC & ADE , (desquels ABC est isoscele, & ADE scalene,) on sçait bien, (par la trentedeuxiè-

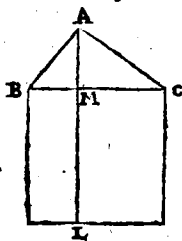


me assez vulgaire,) que les deux angles demidroits, ABC & ACB , du triangle ABC , sont egaux aux deux angles ADE & AED du triangle ADE pris ensemble: Mais

pourtant ne sçait on pas, si le quarré de la base BC est egal aux quarrés des deux costés AB & AC , que de mesmes le quarré de la base DE soit egal aux quarrés des deux costés AD , & AE , encor que les deux bases BC & DE soyent egales. Or celà Pythagoras l'a prouvé par vne demonstration generale, laquelle a esté tresdifficile à trouver, comme nous l'avons experimenté en la recherchant. Car comme nous fussions poussés d'un mesme desir, nous avons eu beaucoup de meditations sur ce poinct: & n'avons toutesfois peu atteindre au but par autre moyen que par les proportions: & ce par la figure Gnomonique. Mais nous sayurons quelques ruisselets de ceste planturelle fontaine.

Reprenans donc la premiere construction, il y aura plaisir à voir, par quel moyen le Droit & l'Equalité conservedont icy leur droit. Car combien que les costés AB & AC soyent inegaux, & partant les angles ABC & ACB aussi inegaux, se fetuant toutesfois de la per-

pendiculaire AM , il se fait vn bel eschange: si que lon void, que le tout demeuure en son entier. Car l'angle CAM est perpetuellement egal à l'angle ABC : & l'angle BAM à l'angle ACM : Ce qui se demonstrera en ceste façon:



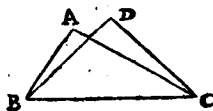
L'angle BAC du triangle ABC est posé droit: & l'angle AMC du triangle ACM aussi droit: & l'angle C est commun à chacun des deux triangles. Partant, par la trentedeuxieme, & par la commune sentence, le tiers angle CAM , sera egal au tiers angle ABC . Derechef, puis que l'un & l'autre angle, qui est à M , est droit, & l'angle B a esté prouué egal à l'angle CAM : il s'ensuit, que le tiers BAM est egal au tiers ACM . Ce qu'il falloit demonstrier.

Tu vois comme la perpendiculaire fait voir l'egalité; non de chacun des costés, mais de leur puissance. C'est à dire, Si le quarré de la ligne BC est réduit à deux quarrés egaux, ces deux quarrés seront egaux aux quarrés des deux costés AB & AC . Et faut encoir prendre garde icy, comme ces lignes s'entredonnent aides mutuelles par le moyen de la permutation. Car de la soustendante BC se font deux costés de triangles aduentifs, ABM & ACM : & des deux costés du premier triangle ABC , lesquels contiennent l'angle droit, se font deux soustendues. Mais je veuil icy demonstrier, par quel moyen se fait ceste reduction de quarrés à egalité.

Reduire deux Quarrés inegaux à deux Quarrés egaux.

Que les deux quarrés des deux lignes AB & AC loient

soient inégaux. le vueil les reduire à deux quarrés égaux. l'assemble les deux lignes : si qu'elles fassent un angle droit, BAC : & conjoins BC . Puis, sur les deux extrémités, B & C , je fay deux angles demidroits : (or cela se fait en erigeant des perpendiculaires, & divisant chacun des angles droits par la moitié, comme enseigne la neuvieme du présent :) Soient donc les



angles BCD & CBD demidroits, & que les deux lignes BD & CD viennent à se joindre au point D . Je dis que les deux quarrés des costés BD & CD sont égaux aux deux quarrés des costés AB & AC .

Car, par la sixieme, les deux costés DB & DC sont égaux : & l'angle D , par la trentedeuxieme, est droit. Partant le quarré du costé BC est égal aux quarrés des deux costés DB & DC , par ceste quaranteseptieme. Mais il est aussi égal aux quarrés des deux AB & AC , par la mesme. Partant, par la Notion commune, les quarrés des deux DB & DC , sont égaux aux deux quarrés AB & AC . Ce qu'il falloit faire.

De cecy est aussi produit ce Theoreme:

Si deux Triangles rectangles ont leurs fondendues égales, les Quarrés des deux autres costés de l'un sont égaux aux Quarrés des deux autres costés de l'autre.

Ce qui est assez clair par la construction derniere.

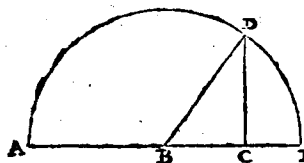
Mais aussi de là se produira ce Probleme:

Deux lignes inégales estans proposées, congnoistre la puissance de la plus grande sur la moindre:

Nous avons dit, que la puissance de la ligne est autant grande, comme est grand son quarré.

Soient doncques deux lignes inégales AB & BC ,

desquelles la plus grande soit AB . Je veux sçauoir combien AB peut sur BC . C'est à dire, le vueil trouver vn quarré, lequel, avec le quarré de ladite BC soit egal au quarré de la ligne AB .



Je joins AB & BC en droite ligne : & mettant le centre à B , point de l'assemblage, je descrie le demicercle ADE , selon la quantité de la plus grande AB . Lors sur le point C je dresse vne perpendiculaire, laquelle je prolonge jusqu'à ce qu'elle touche la circonference au point D : & conjoins BD . Je dis que le quarré de la ligne CD est l'excès de la puissance de la ligne AB sur BC .

* Car puis que l'angle C du triangle BCD est droit : le quarré de la soustendue BD , est egal aux quarrés des deux costés BC & CD : aux mesmes donc est egal le quarré de la ligne AB . Partant le quarré de la ligne BC est de tant moindre que le quarré de la ligne AB , de tout le quarré de la ligne CD . Ce qu'il falloit trouver.

Theon fait suyure ceste cy à la treizieme du dixieme : & la preuue par la premiere du quatrieme, & par la trentieme du troisieme : laquelle toutesfois vous voyez estre demonstree par ceste seule Pythagorique.

De cecy aussi se trouue le moyen de trouuer le troisieme costé du triangle rectangle, en ayant deux congnus, quels qu'ils soyent. Ce qui est si clair, qu'il n'a besoing d'aucune preuue.

Mais maintenant, nous enseignerons en passant, en quelle façon ce Theoreme se peut accommoder aux nombres. Il a principalement lieu és nomb. es, quand
le plus

le plus grand est au moyen comme 5 à 4 : sçavoir est en proportion sesquiquarte, qu'on appelle : & le moyē au plus petit comme 4 à 3, sçavoir est en proportion sesquiterce. Semblables sont ces trois 3, 4, 5 : & ces trois 6, 8, 10 : & 12, 16, 20 : & ainsi par continuel progres. Car le quarré de 20 est 400 : & autant font 144 avec 256, qui sont les quarrés de 12 & de 16.

Mais aussi, ayant congnu le moindre des costés en nombres, tu parferas ainsi le Scalene rectangle. Multiplie la moitié du congnu par soy mesme : Du produit oste vn : tu auras l'autre costé : adjouste à cestuy cy 2, tu auras le plus grand costé, qui est soustendu. Comme, soit le moindre costé 10. Multiplie la moitié d'iceluy par elle mesme, viendront 25. Oïtes en 1, restent 24, qui est le moyen costé : adjouste 2, ce sont 26, qui est la soustendue. Desquels 26 le quarré est 676. Et autant font 100, & 576, quarrés de 10 & de 24.

Mais les isosceles rectangles ne s'accommodent point avec les nombres. En quoy est digne d'estre considéré que ce qui est plus clair en Geometrie, & plus aisé à demonstrier, n'est pas de mesme entre les nombres : car jamais deux nombres egaux quarrés, adjoustés ensemble, ne produiront vn nombre quarré. Et pour ceste cause la proportion du costé du quarré à son diametre est incongnue. Car le diametre est la racine ou le costé de deux quarrés egaux joincts en vn seul quarré : pource est elle irrationale : c'est à dire, comme on parle en Arithmetique, racine soude. Comme la racine 2, 8, 31 : & ainsi suyuant, entre laissant les nombres alternes des Progreffions.

Il ne faut pas aussi oublier, que ce Theoreme Pythagorique n'est pas pris du triangle, mais du parallelogramme rectangle. Ce qu'aussi l'affinité des nom-

bres demonstre. Car il n'y a point de commerce entre les nombres & les triangles : & la superficie ne se parfait point par les nombres, sinon par la multiplication. Or la multiplication, du moins, est quadrilatre. Aussi, aux superficies Geometriques, les triangles se considerent comme demis parallelogrammes. On pouuoit donc ainsi proposer ce Theoreme:

*Es Parallelogrammes rectangles, le Quarré qui pro-
vient du Dimettant, est egal aux Quarrés des deux costés
qu'il iousteud.*

Toutesfois, pource que les triangles sont plus simples, & partant plus aisés à traiter, nous nous en feruons volontiers. Mais de cecy nous en parlerons ailleurs.

De cecy est assez euident ce qui suit:

*Le Diametre estant donné, decrire le Quarré duquel il
est le Diametre.*

Car ayant sur les deux extremités de la ligne dressé deux angles demidroits, & paracheué le triangle: on aura la moitié du quarré, l'autre moitié duquel se tracera aisement.

De là aussi est clair ce qui suit:

*Le Quarré du Diametre, est double du Quarré dont il
est Diametre.*

Ce qui n'a besoing d'aucune preuue.

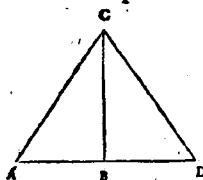
Theoreme 34. Proposition XLVIII.

Selon Champaigne XLVII.

Si le Quarré qui se fait d'un des costés du Triangie, est egal aux Quarrés des deux autres costés, l'angle soustendu par ledit costé est droit.

Soit

Soit le triangle ABC : & soit le carré du costé AC égal au carré des deux costés AB & BC . Je dis que l'angle B opposé au costé AC est droit. C'est la Conuerse de la precedente.

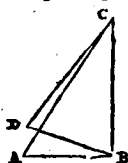


Du point B vers la part opposée au point A , je dresse, par l'onzième, la perpendiculaire BD , laquelle je fais égale à AB , par la seconde: & conjoins DC .

Et pource que l'angle CBD est droit, le carré du costé CD , par l'antecedente, est égal aux carrés des deux costés BC & BD : & par mesme moyen aux carrés des deux BC & BA . Donques, le costé CD , par la Notion commune, est égal au costé AC , veu que les carrés de l'un & de l'autre sont égaux. Donques le triangle ABC est égal & equilatere au triangle BCD . Pource, par la huitième, l'angle ABC est égal à l'angle BCD : & partant est droit. Ce qu'il falloit demonstrier.

Nous le prouuerons aussi par l'impossible, à la façon des Conuerfes.

Car si le carré du costé AC est égal aux carrés des deux AB & BC , & que l'angle B ne soit pas droit, il sera plus grand ou plus petit qu'un droit. Posons



premierement qu'il soit plus grand que le droit, & faisons DBC angle droit, en dressant, par l'onzième, la perpendiculaire BD , laquelle, par la deuxième, nous ferons égale à AB : & conjoignons CD . Et par la directe de ceste cy, le carré de la dite CD , égal aux carrés des deux BD & BC : & partant aussi, aux carrés des deux BA & BC . Donques la base CD sera égale à la base CA : veu que

les quarrés d'icelles sont egaux : Qui est contre la vingtième Proposition. Car puis que l'angle $A B C$ est plus grand que l'angle $D B C$: & que les deux costés $A B$ & $B C$ sont mutuellement egaux aux costés $D B$ & $B C$: la base $C A$ sera plus grande que la base $C D$. Par mesme raison nous prouverons que tout l'angle B n'est pas moindre qu'un droit. Il est donc droit. Ce qu'il falloit demonstrier.

Mais les preuues qui concluent en affirmant, sont meilleures que celles qu'on tire de l'impossible.

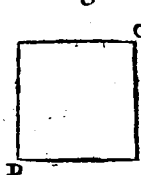
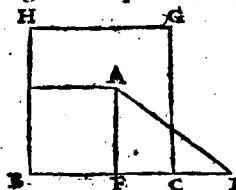
DE CHAMPAIGNE.

Estant proposés deux Quarrés, à l'un d'iceux adiouster un Gnomon, qui soit egal à l'autre

Combien que Champaigne ayt mis icy la construction du Gnomon hors de son ordre, veu qu'Euclide definit seulement le Gnomon cy apres, si n'ay-je pas voulu changer de place à sa Proposition, pource notamment que nous auons ja defini le Gnomon en la quarantetroisième.

Soyent doncques les deux quarrés $A B$ & $C D$: à l'un desquels, comme à $A B$, il faut adiouster un Gnomon qui soit egal à l'autre Quarré $C D$.

Soit prolongé le costé $B F$ du quarré $A B$ en droite ligne : & que $F E$ soit faicte egale au costé dudit $C D$.



Puis soit conjoincte $E A$. Si sera le quarré dressé sur ladite $E A$, egal aux deux quarrés $E F$

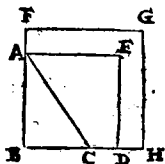
& $F A$ du triangle $E F A$, par la quaranteseptième. Mais le quarré de ladite $E F$, est egal audit quarré $C D$:

Et le

Be le quarré du costé FA , c'est le quarré AB . Donques le quarré de ladite AE est egal aux deux quarrés CD & AB . Mais les costés EF & FA , par la vingtieme du present, sont plus grands que le costé AE : Mais FA est egal à FB . Donques EF & FB , seront plus grands que ledit AE . Partant tout BE est plus long que AE . Soit donques retranché BE à la mesure de AE au point C , si que BC soit egale à ladite AE . Et sur icelle BC soit descript le quarré $BCGH$, qui sera egal au quarré de AE . Mais le quarré de AE est egal aux deux quarrés AB & CD . Donques le quarré $BCGH$ est egal ausdits. Partant, puis que le quarré de ladite BC est composé du quarré AB & du Gnomon $FGAH$, ledit Gnomon sera egal au quarré CD . Ce qu'il falloit faire.

Mais cecy se pouvoit faire beaucoup plus promptement ainsi.

Qu'il y ayt deux quarrés, desquels les costés soyent AB & BC . Je vueil adjouster au quarré de la ligne AB vn Gnomon qui soit egal au quarré de la ligne BC .



Je les joins ensemble, si qu'elles facent l'angle droit ABC . Et cōjoins AE . Et sur le costé AB ayant descript le quarré $ABDE$, j'allonge BA jusqu'au point F . Si que BF soit egale à AC . Puis je descris le quarré $BFGH$, qui sera egal au quarré de ladite

AC , veu que les deux lignes sont egales. Et partant egal aux quarrés des deux AB & BC . Puis donc que le quarré $BFGH$ est composé du quarré $ABDE$, & du Gnomon $FEGD$, ledit Gnomon sera egal au quarré de ladite BC . Ce qu'il falloit faire.



SECOND LIVRE DES

ELEMENTS GÉOMETRIQUES D'EVCLIDE.

AVEC LES DEMONSTRATIONS
de IAQUES PELETIER, du Mans.



DEFINITIONS.

Parallelogramme Rectangle.

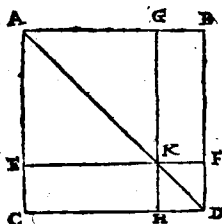
Tout Parallelogramme rectangle est contenu sous deux lignes faisans vn angle droit.

Le parallelogramme rectangle se fait en menant vne ligne droite sus vne ligne droite : à la façon des nombres, comme nous auons dit, pour plus grande facilité. Où il faut aussi se souuenir, que, Mener vne grand' ligne sus vne petite, c'est tout de mesmes, que si nous menions vne petite ligne sus vne grande. Comme 3 en 4, & 4 en 3, produisent le mesme,

Gnomon.

Es Parallelogrammes, l'un ou l'autre des Parallelogrammes qui sont autour du Dime-
tient,

tient, avec les deux Supplements, s'appelle Gnomon.



Nous auons ja expliqué cecy en la quarantetroisieme du premier. Car si en la Figure cy jointe nous prenons le parallelogramme HF avec les deux supplements CK & KB, se fera le Gnomon E D G, ou, comme les autres le designent, C D G K, qui est vne mesme chose. Que si nous prenons le parallelogramme EG, avec les deux Supplements, se fera le Gnomon F A C K. Donques au Gnomon defaut l'un ou l'autre des parallelogrammes interieurs, lesquels le dimerient coppee par la moitié, & lesquels, en la quarantetroisieme du premier, nous auons appellé Complements.

THEOREME PREMIER.

PROPOSITION PREMIERE.

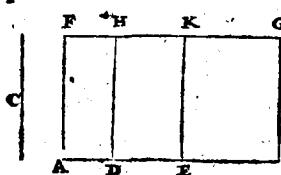
85
9

SI de deux lignes l'une est coppee en autant de parts qu'on voudra, le Rectangle, qui sera produit de l'une desdites lignes en l'autre, sera egal aux Rectangles qui seront produits de la non coppee avec chacune des parts de la coppee.

Soyent deux lignes AB & C: desquelles AB soit coppee en diuerses parts, à sçauoir en A D, D E, & E B.

Je dis que ce qui est produit de c en AB , est égal aux rectangles qui prouviennent de ladite c es segments $AD, DE, \& EB$.

Sur les points $A \& B$, j'erige les lignes perpendiculaires $AF \& BG$, par l'onzieme du premier. & fay que chacune d'icelles est égale à c : Et ayant cōjoinct



FG , je paracheue le parallelogramme rectangle $ABFG$: lequel est produit de la ligne AF (qui est la mesme que c) en AB . Puis des points des sections

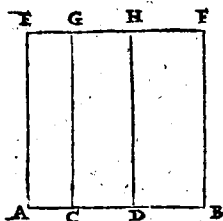
$D \& E$, par la trenteunieme du premier, je tire $DH \& EK$, paralleles ausdits $AF \& BG$, desquels chacune est égale à c , veu que chacune est égale à AF , par la trentequatrieme du premier. Et pource que le rectangle $ADFH$ est produit du segment AD en AF (c'est à dire en c), & $DEHK$ du segment DE en ladite c : & en fin $EBKG$ du segment EB en la mesme: & que ces trois composent tout le parallelogramme $ABFG$: la Proposition est toute claire.

Theoreme 2. Proposition II.

Si vne droite ligne est coppee comment que ce soit, les Rectangles, qui prouviennent de l'entiere, avec chacun de ses segments, sont egaux au Quarré qui se fait de l'entiere.

Soit la ligne AB diuisee es segments $AC, CD, \& DB$. Je dis que les rectangles, qui se font des segments en ladite AB , prins tous ensemble, sont egaux au quarré de ladite AB .

Ce qui sera manifeste, si nous descriuons le quarré $ABEF$,



ABEF, en tirant les lignes CG & DH, qui soyent paralleles & egales aux costés du dit carré.

Autrement, Prenons K, qui soit egale à AB. Ce qui se fait de K en la totale AB, sera, par l'antecedente, egal à

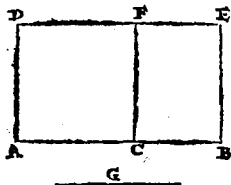
ce qui se fait de ladite K en chacun des segments de ladite AB. Et pource que ce qui vient de K en ladite AB, est egal à ce qui est fait de AB en elle mesme, & que ce qui prouient de K en chacun des segments de ladite AB, est egal à ce qui se fait de AB en chacun de seldits segments, à cause que K & AB sont egales, la Proposition est prouuee.

Theoreme 3. Proposition III.

Si vne ligne est diuisee en deux segments tels qu'on voudra, le Rectangle, qui sera produit de la totale en l'un ou l'autre de ses segments, sera egal au Rectangle qui se fait desdits segments, & au Carré qui se fait du premier segment.

Soit la ligne AB diuisee es segments AC & CB. le dis. que le rectangle, qui se fait de la totale AB au segment AC, est egal au rectangle qui se fait de AC en CB, & à celui qui se fait de AC en soy mesme, les deux prins ensemble.

De AC soit descript le carré ACDF: & prolongeât DF jusqu'au point E, & conjoignant la parallele BE, faisons le parallelogramme ABDE. Lequel puis qu'il appert qu'il est composé du carré ACDF



& du parallelogramme FB, qui est fait de CB en AC : la Proposition sera manifeste.

Autrement, de la premiere de ce liure. Prenons G egale à AC . Et pource que tout le parallelogramme BD prouient de G en AB : puis qu' AD & G sont egales: & que le quarré CD , prouient de ladite G & du segment AC (car les lignes sont egales) & en fin le parallelogramme FB , de ladite G & du segment CB : Et que ce qui se fait de G en AB , par la premiere de ce liure, est egal à ceux cy. Ce qui se fait d' AC en AB , est egal à ce qui se fait d' AC en BC , & en soy mesme. Ce qu'il falloit demonstrier.

Theoreme 4. Proposition IV.

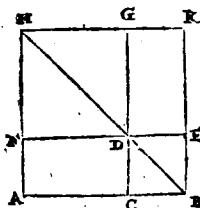
Si vne droite ligne est coppée comment que ce soit, les Quarrés qui se font des segments avec le Rectangie compris sous lesdits segments, pris deux fois, sont egaux au Quarré qui se fait de toute la ligne.

Correlaire.

Les Parallelogrammes qui sont autour du Dimerient du Quarré, ne peuuent estre que Quarrés.

Soit la droite ligne AB , diuisee en AC & CB . Je dis que les deux quarrés de AC & CB , avec le rectangie contenu sous lesdites AC & CB prins deux fois, sont egaux au quarré de toute ladite AB .

De l'une desdites parties, (prenons pour maintenant



nant que ce soit CB) je descri le
 quarré $CBDE$: & ayant prolongé
 les deux costés ED & CD , je fay DF
 & DG egaux audit AC : & par fay
 le quarré $DFGH$: lequel on void
 estre le quarré de ladite AC . Lors
 conjoignant FA , par la trentetroi-
 sieme & trentequatrieme du premier, CF sera paralle-
 logramme rectangle : lequel est produit de CB en AC :
 veu que CD est egale à ladite CB . Semblablement
 je bastis l'autre parallelogramme rectangle DK , pro-
 longeant BE & HG , qui se rencontrent au point K :
 lequel par mesme raison se fait de CB en AC . Puis
 donc que les deux angles DFH & DFE sont droits,
 par la quatorzieme du premier, AH ne sera qu'une
 seule ligne : & par mesme raison HK vne seule ligne,
 & BK aussi vne seule. Et pource que GK est egale à
 ladite CB : & AF à ladite CB , pource qu'elle est egale
 a ladite EB : & aussi HF & HG à ladite AC : les deux
 AH & HK , par la seconde commune Notion, seront
 egales à toute AB . Semblablement BK egale à ladite
 AB . Puis donc que les quatre angles, A, B, H, K , sont
 droits, $ABHK$ sera quarré : & quarré de la seule AB ,
 puis qu'elle est l'un des costés. Partant, puis qu'il est
 composé des quarrés, des deux AC & CB , & des deux
 suppléments, qui sont sous CB & AC , la Proposition
 est ferme.

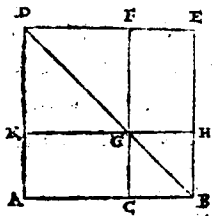
J'ay rendu, à mon aui's, ceste demonstration plus
 facile, que non pas celle qui se fait plus prolixement
 par diametres & angles demidroits : Car il n'y a rien
 qui charge plus la memoire, qu'une Demonstration
 tiree de loing : notamment és Propositions, que la
 seule construction peut rendre claires. Toutesfois

nous n'y auons pas oublé le diametre, à fin qu'en toutes façons la constitution se fist congnoistre: sçauoir est, descriuant le quarré $B D$, & prolongeant son diametre, jusqu'à ce qu'elle se rencontre avec $A F$ premierement dressée, au poinct H : lors le parallelogramme $ABHK$ estant parfait, se prouuera estre quarré: & $D F G K$, aussi quarré, par les angles demidroits des triangles. Ce que je laisse au discours d'un chacun.

Autrement. Soit, comme cy deuant, la ligne $A B$ diuisee en $A C$ & $C B$. Par la seconde de ce liure, ce qui se fait de toute $A B$ en soy mesme, est egal à ce qui se fait de ladite en $A C$ & $C B$. Mais, par la troisieme du present, il se produit autant d'icelle en $A C$, comme de $A C$ en soy mesme, & de $A C$ en $B C$. Item, de toute ladite $A B$ en $B C$, se produit autant, comme de $C B$ en soy & de $C B$ en $A C$, par la mesme. Donc ce qui se fait de toute $A B$ en soy, est egal à ce qui se fait de $A C$ en soy & en $C B$, & de $C B$ en soy & en $A C$. Ce qu'il falloit demonstrier.

Ceste seconde demonstration est de Champaignes mais, comme il ad, ouste, le Confectaire ne s'en sert pas d'icelle. Ce qu'ayant ja par nous esté prouué à la quarantesixieme du premier, nous enseignerons ainsi ce Theoreme, & facilement.

De ladite $A B$ diuisee en $A C$ & $C B$ comme au parauant, bastissons le quarré $A B D E$, duquel le diametre soit $B D$: tirons la parallele $C F$, qui coupe le diametre au poinct G : puis encor vne autre parallele $H K$ par ledit poinct G . Lors, selon nostre demôstration, $K F$ & $C H$ seront quarrés, & quarrés de $A C$ & $C B$,
comme



comme il appert assez par la construction. D'auantage
 AG & GE sont les deux suppléments qui se font de
 AC en BC . Partant, puis que ces quatre parfont tout
 le quarré $ABDE$, la Proposition est manifeste.

Laquelle se pourroit aussi proposer en ces termes:

*Si deux lignes sont inegales: ce qui prouient de la plus
 grande en soy mesme, est egal à ce qui prouient de la moi-
 dre en soy mesme, avec les deux Parallelogrammes qui
 se font de l'exces en la plus grande, & du mesme en la
 moindre.*

Que la ligne AB surpasse la ligne AC de la portion
 CB : Le quarré de la plus grande AB sera composé du
 quarré de la moindre AC , avec ce qui se fait de C à
 B en AB (comme est en la dernière figure le parallelo-
 gramme AH) & l'autre qui se fait de ladite CB en la
 moindre AC , sçauoir est, le parallelogramme GE .

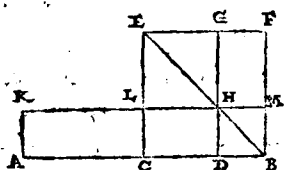
En quoy nous pouuons plaisamment contempler
 l'image des choses: A sçauoir, Ce qui defaut à la ligné
 AC est mené en elle mesme, sçauoir est CB en AC :
 mais aussi ce qui surpasse de ladite AB (& c'est ce
 mesme CB) est mené en ladite AB : Et ainsi de deux
 est faiète vne puissance.

Theoreme 5. Proposition V.

Si vne droite ligne est coppee en deux se-
 gments egaux, & en deux inegaux: le Re-
 ctangle compris sous les segments inegaux
 de l'entiere, avec le Quarré qui se fait du mi-
 lieu des segments, est egal au Quarré qui se
 fait de la demie.

Soit la droite ligne AB également diuisee au point
 C , & inegalement au point D . Je dis que le quarré

CB est egal à celuy qui se fait de AD en DB avec le quarré CD .



De CB je descriray le quarré $CBEF$, avec le diametre BE : & tireray DG parallele à ladite BE , qui coppera le diametre au point H , & EF au point G . Et par le point H je tireray KM egale & equidistante à AB , par la trentevnieme du premier: laquelle coppera BF au point M , & CB au point L : & conjoindray AK equidistante à CE . Et par le Correlaire de la precedente, ou par ce que nous auons prouué en la quarantesixieme du premier, LG & DM seront quarrés: LG , dis je, de la ligne CD , & DM de la ligne DB . Et pource que DH est egale à DB : AH sera ce qui prouient de AD en DB . Et d'autant que, par la quarantetroisieme du premier, les deux suppléments CH & HE sont egaux, adjoustant à chacun d'iceux le parallelogramme DM , CM sera egal à DF . Puis donc que AL est egal à CM , par la trentesixieme du premier, il sera aussi egal à DF . Donques le gnomon $CBGH$ est egal au parallelogramme AH . Mais ce gnomon, avec le quarré LG , compose le quarré de la demie de AB . Partant le parallelogramme AH , & le quarré LG , sont egaux au quarré de la moitié de AB . Ce qu'il falloit demonstter.

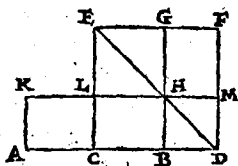
Theoreme 6. Proposition VI.

Si vne droite ligne est diuisee en deux parties egales, & qu'on luy adjoust encor vne ligne à droit fil, ce qui prouient de l'entiere ainsi composee en celle qui luy est adjoustee, avec

avec le Quarré qui se fait de la demie, est egal au Quarré qui se fait de la demie avec l'adjoinctee, cōme si ce n'estoit qu'une ligne.

Soit la ligne AB également diuisee au point C , & que BD luy soit adjoincte. Je dis, que ce qui prouient de la compoſee AD en la conjoincte BD , avec le quarré de la demie CB , est egal au quarré de CD .

Sur CD , je descriroy le quarré $CDEF$, duquel le diametre soit ED . Et tireray BG egale & equidistante à DF , laquelle coupe le diametre au point H . Et par ledit point H , je tire KM egale & equidistante à AD , qui coppa DF au point M , & CE au point L : & conjointray AK equidistante à CL .

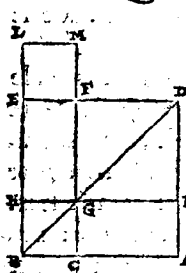


Maintenant, par le corrolaire de la quatrieme du present, chacun des deux parallelogrammes LG & BM , est quarré: cestuy-cy de BD , & cestuy-là de CB : & partant DM est egal à BD : & tout le parallelogramme AM est ce qui prouient de AD en BD . Puis donc que, par la trentesixieme du premier, AL est egal à CH : & que, par la quarantetroisieme dudit, le supplement CH est egal au supplement HF , AL sera aussi egal à HF . Partant le gnomon $CDGH$ sera aussi egal à tout le parallelogramme AM : Mais le gnomon $CDGH$, avec le quarré LG , compose le quarré de la ligne CD . Partant le parallelogramme AM avec le quarré LG , est egal au quarré de la ligne CD . Ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme 7. Proposition VII.

Si vne droite ligne est coppee en deux

parties telles qu'on voudra : le Quarré qui se fait de l'entiere, avec le Quarré qui se fait de l'une des parts, est egal au Rectangle qui provient deux fois de l'entiere en ladite partie, avec le Quarré qui se fait de l'autre partie.



Soit la ligne AB diuisee casuellement au point C . le dis que le quarré de l'entiere AB avec le quarré BC , est egal à ce qui provient deux fois de AB en BC , avec le quarré AC .

Soit descript le quarré de l'entiere AB , à sçauoir $ABDE$, duquel le diametre soit BD : & soit tirée EF egale & equidistante de BE , coppant le diametre au point G : & par le point G , HK egale & equidistante à AB .

Puis donc que le quarré AE , avec le quarré CH , est egal au quarré CK , avec les deux parallelogrammes AH & CE : la Proposition est euidente.

Si quelcun le veut plus manifestement comprendre, qu'il face le parallelogramme HM egal au parallelogramme HA , tellement que EM soit quarré de BC . Et lors toutes les particules de la Proposition apparoiſtront.

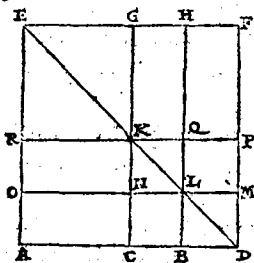
Theoreme 8. Proposition VIII.

Si une droite ligne est coppée comme que ce soit, le Rectangle compris quatre fois sous l'entiere & sous l'un des segments, avec le Quarré qui se fait de l'autre segment, est egal au Quarré qui se fait de l'entiere accreüe du pre-

du premier segment, si que ce ne soit qu'une ligne.

La droite ligne AB soit coppée comme on voudra au point C . Je dis que le rectangle qui est compris quatre fois sous AB & CB , avec le quarré qui provient de AC , est egal au quarré, qui vient de AB & de BC , comme si ce n'estoit qu'une ligne.

Soit allongée AB jusques au point D , & que BD soit egal à CB . De AD je descriroy le quarré $ADFE$: Lors, tirant le diametre DE , & les lignes CG & BH , qui soyent paralleles & egales à DF , & qui coppent le diametre aux points K & L : & aussi, par lesdits points K & L tirant MO & PR , qui soyent paralleles & egales à ladite DA : par le correlaire de la quatrieme du present, chacune des superficies RG , NQ , BM , & CP , sera quarrée. Et puis que BD & BL , costés du quarré BM , sont egaux à CB , & BL , costés du parallelogramme CL : ledit CL sera aussi quarré. & par



mesme raison LP aussi quarré: & encor seront egaux entr'eux les quatre quarrés qui composent le quarré CP . Et pource que tout le gnomon $ADGK$ environnant le quarré RG , par la trentesixieme & quarante-troisieme du premier, est quadruple au rectangle qui est fait de AB en BD , pource qu'il est quadruple à la superficie AL : la Proposition est claire, (çavoir est, que AL pris quatre fois, avec le quarré RG , est egal au quarré $ADFE$).

Nous le congnoistrons encor plus claiement par

le gnomon, si nous prenons garde. que la superficie escornee $ADKR$, est double de la superficie AL . Car les deux triangles KNL & $LB D$ sont egaux au quarré CL . & de mesmes en faut-il dire de l'autre partie $D F G K$. Que si nous voulions exposer cecy plus au long, nous accablerions l'esprit des estudians, au lieu de les instruire. Car ces descriptions de gnomons sont telles qu'elles s'esclarcissent d'elles mesmes, à cause de leur elegance.

Champagne propose ce Theoreme en ces mots:

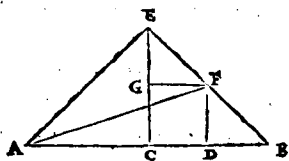
Si vne ligne est coppée en deux parts, & qu'à icelle soit adionstee vne droite ligne, egale a vn des segments: ce qui prouient de l'entiere composee en soy mesme, sera egal a ce qui prouient quatre fois de ladite premiere ligne en celle qui luy a esté adionstee, & au Quarré de l'autre segment.

Cela reuiet tout à vn avec la premiere. Car $P D$ est perpetuellement egal à $C D$. Toutesfois ces varietés ne sont pas sans fruct: Car elles redent l'esprit mieux façonné à la pratique & vsage de ces Theoremes: Et ne se fera point de tort celuy qui s'exercera, non seulement à diuersifier les propositions geometriques, notamment celles de ce second liure, mais aussi qui en inuentera de nouvelles: & de telles en pourrions nous beaucoup adjouster. Mais celles-cy le Geometre les doit examiner à part soy, sans qu'il entreprenne de les colloquer au rang des autres. Car il est ennuyeux, d'emmonceler ces Theoremes, qui ont communication avec les nombres. Et pource Euclide, non pas sans jugement, s'est contenté de peu.

Theoreme 9. Proposition IX.

Si vne droite ligne est diuisee en deux segments egaux, & en deux inegaux, les Quarrés

rés qui se font des segments inegaux de l'entiere, sont doubles de celuy qui se fait de la demie, avec celuy qui se fait du milieu des segments.



Soit la ligne AB diuisee
egalement au point c , &
inegalement au point d .
Je dis que les deux quar-
rés, qui prouiennent de
 AD & DB , sont doubles

des deux quarrés qui prouiennent de AC & CD .

Sur le point c je dresse la perpendiculaire CE e-
gale à AC , & egale aussi à CB , & conjoins EA & EB .
Et, par la cinquieme & trentedeuxieme du premier,
les deux angles A & B seront demidroits: & chacun
de ceux qui sont à E aussi demidroit: tellement que
tout E est droit. Je dresse donc DF perpendiculaire
sur AB , coppant EB au point F . Si sera, par ladite
trentedeuxieme, l'angle BFD demidroit: partant les
costés DB & DF , par la sixieme du premier, seront e-
gaux. Maintenant, du point F je tire FG equidistan-
te, & partant egale à CD . Si sera, par la seconde partie
de la vingtheuïeme, & par la trentedeuxieme du pre-
mier, chacun des angles qui sont à G , droit, & l'angle
 EEG demidroit: car $FE G$ est demidroit. Parrant les
costés EG & FG , par la sixieme du premier, seront e-
gaux. En fin, je conjoins AF . Et pource que le quarré
 EF , par la quarantesepieme du premier, est egal aux
quarrés des deux EG & GF : il sera double du quarré
 GF : & partant aussi du quarré CD . Par mesme raison
le quarré EA sera double au quarré AC . Et puis que,
par la mesme, le quarré AF est egal aux quarrés AE

& $E F$, il sera double des quarrés $A C$ & $C D$. Mais le mesme quarré $A F$ est egal aux quarrés $A D$ & $D F$. Donques les quarrés $A D$ & $D F$, sont doubles aux quarrés $A C$ & $C D$. Et parce que le quarré $D B$ est egal au quarré $D F$, les deux quarrés $A D$ & $D B$, seront doubles aux deux $A C$ & $C D$. Ce qu'il falloit demonstrier.

En ceste Proposition on peut voir quelle force a le droit & l'egal. Car toute la preune est appuyee sur quatre triangles isosceles rectangles : c'est à dire, sur quatre demi-quarrés.

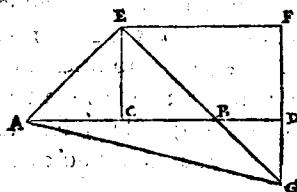
Theoreme 10. Proposition X.

Si vne ligne droite est coppée en deux parties egales, & qu'on luy en adjoigne vne autre de droit fil, le Quarré qui se fait de l'entiere ja composée, & celuy qui se fait de l'adjoustee, sont le double des deux Quarrés, à sçavoir de celuy qui se fait de la demie, & de celuy qui le fait de la demie avec l'adjoustee.

Soit la droite ligne $A B$ egalelement diuisee au poinct C : & à icelle soit joincte de droit fil $B D$. Je dis que le quarré qui est fait de $A D$ avec le quarré qui est fait de $B D$, est double de celuy qui est fait de $A C$ avec celuy qui est fait de $C D$.

Sur $A B$ je dresse la perpendiculaire $C E$, qui soit egale à chacune des lignes $A C$ & $C B$: & conjoins $A E$ & $E B$. Si sera, par la cinquieme & trentedeuxieme du premier, chacun des angles A & B demidroit, & demidroits aussi les angles qui sont à E : & tout E droit.

Donc, du poinct E , je tire $E F$ egale & equidistante à $C D$: & conjoins $F D$, laquelle j'allonge, jusqu'à ce qu'elle



qu'elle se rencontre avec la ligne EB prolongée jusqu'au point E . Lors je conjoins AC .

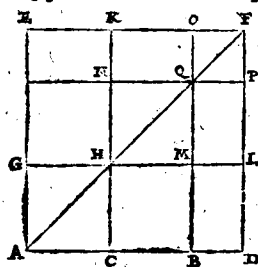
Et pource que l'angle ECD est droit, l'angle GEF , par la dernière par-

tie de la vingtième du premier, sera droit. Puis donc que l'angle CEB est demidroit, FEH sera aussi demidroit. Et puis que FD , par la trentetroisième du premier, est equidistant à EC , l'angle qui est à F , par la trentequatrième dudit, sera droit : & ainsi l'angle EGF par la trentedeuxième, sera demidroit, pource que FEH est demidroit. Et, par la même, l'angle DBG demidroit, puis que, par la treizième dudit, l'angle BDG est droit. Donques, les deux costés, EF & FG , par la sixième dudit, sont égaux, & semblablement les deux BD & DG sont égaux. Partant, le carré EG par la quaranteseptième du premier, est double du carré EF : & partant aussi, du carré CD . Aussi, par la même, le carré AE sera double au carré AC . Et puis que, par la même, le carré AG est égal aux deux carrés AE & EG , & semblablement aux deux AD & DG : & que le carré DG est égal au carré BD : les deux carrés AD & DG (ce sont les mêmes que AD & BD) seront doubles des deux carrés AC & CD . Ce qu'il falloit démontrer.

Autrement. Soit la ligne AB diuisée également à C , & que BD luy soit adjoincte de droit fil. Je dis que le carré produit de AD , avec le carré produit de BD , est le double de tous les deux, à sçavoir & du carré qui vient de AC , & de celui qui vient de CD .

Sur l'entière AD je descri le carré $ADFE$. Et sur

la demie $A C$ je descriu aussi le quarré $A C G H$: & prolongeant $E H$ & $C H$ jusqu'aux sections des deux costés $E F$ & $D F$, je descri $H L K F$: qui sera le quarré de ladite $C D$: comme il appert, ayant tiré le diametre $A H F$, par le correlaire de la quatrieme du present, & parla trentequatrieme du premier : car $K F$ est egale à $C D$. Ayant aussi fait $H M$ & $H N$ egales aux deux $A C$ & $C B$, j'allonge $M O$ & $N P$, qui se viendront à copper à angles droicts au point Q . Desquelles chacune copperra les costés du quarré $A D E F$ es points O & P .



Or maintenant, il n'est besoing de prouuer que $H Q$ est le quarré de ladite $A C$, veu qu'il est le quarré de $C B$: comme aussi $Q F$ quarré de ladite $B D$: ny que le parallelogramme $H P$ est egal à chacun des supplements $E H$ & $H D$: puis que $H O$ leur est communement egal. En fin, que les supplements $N O$ & $Q L$ sont egaux. Ces choses sont manifestes par le pourtrait de la figure : pource que les costés sont egaux, & tous les angles, qui joignent le diametre, sont demi-droits. Considerans donc diligemment de quelles parties est composé le quarré $H F$, qui l'est de $C D$, nous discourrons ainsi : Puis que tout le quarré $D B$ est composé des deux quarrés $A H$ & $H F$, & des deux supplements $E H$ & $H D$, il nous faut prouuer, que ces supplements, avec le quarré $Q F$ (qui l'est de $B D$) sont egaux, ausdits deux quarrés $A H$ & $H F$. Car alors nous prouuerons, que ces deux quarrés $A H$ & $H F$, pris deux fois, sont egaux à l'entier quarré $D B$, avec le quarré $Q F$, ce que nous auions entrepris de faire au com-

au commencement. Or ainsi procedera la demonstration.

Le supplement EH est egal au parallelogramme HP : & le quarré AH , avec le moindre supplement NO , est egal à l'autre supplement HD , par la premiere Notion commune ; prise tant de fois que besoing en sera. Donques les deux supplements EH & HD , sont egaux au quarré AH & au gnomon $KHLQ$. Si donc vous joignez à chacun d'eux le quarré QF : les deux supplements EH & HD , avec le quarré QF , seront egaux au quarré AH , au gnomon $KHLQ$, & au quarré QF . Mais de ces trois sont composés les deux quarrés AH & HF . Donc les deux supplements EH & HD , avec le quarré QF , seront egaux aux deux quarrés AH & HF : qui estoit le second point. Donques les deux quarrés AH & HF , pris deux fois, sont egaux à tout le quarré DE avec le quarré QF . Ce qu'il falloit prouver.

Ceste demonstration a bien vne longue deduction, mais aigue neantmoins, laquelle nous auons pesché de la figure Gnomonique : de laquelle sont puisees toutes les plus belles demonstrations de ce second liure, voire de toute la Geometrie.

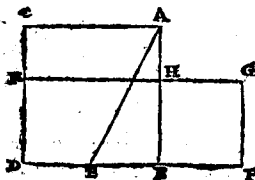
Probleme 1. Proposition XI.

Copper vne droite ligne de telle façon que le Rectangle qui se fait de l'entiere & de l'un des segments, soit egal au Quarré qui se fait de l'autre segment.

La ligne AB doyue estre diuisee de telle façon, que le rectangle, qui se fait de l'entiere avec l'un des segments, soit egal au quarré qui se fait de l'autre segment.

De $A B$ je descri le quarré $A B C D$: Duquel je diuise le costé $B D$ également au poinct E , & conjoins $A E$: Et allonge $E B$ au poinct F , à fin que $E F$ soit egale à $A E$. Puis de $B F$, portion extérieure, je descri le quarré $B F G H$, si que le costé $B H$ soit retranché de $A B$. Le dis que $A B$ est tellement coppée au poinct H , que ce qui est fait de $A B$ en $A H$, est egal au quarré qui se fait de $H B$.

J'allonge $G H$, jusques au poinct K du costé $C D$, si qu'elle soit egale & equidistée à $A C$: & sera décrit le



rectangle $H C$, produit de $A H$ en $A B$: lequel sera prouué estre egal au quarré $B F G H$.

Car, puis que la ligne $B D$ est également diuisee en E , & que $B F$ luy est adjoincte:

par la sixieme du present, ce qui vient de $D F$ en $B F$, avec le quarré $E B$, sera egal au quarré $E F$: & partant aussi au quarré $E A$: & par mesme raison, par la quaranteseptieme du premier, aux quarrés $A B$ & $E B$. Ostant donc, de costé & d'autre, le quarré $E B$, ce qui vient de $D F$ en $B F$ (qui est le parallelogramme $F K$) sera egal au quarré de la ligne $A B$. Ayant donc osté de costé & d'autre le parallelogramme $B K$, restera $B G$ egal au parallelogramme $H C$. Ce qu'il falloit demonstrer.

Nous obseruerons, que ce Probleme ne peut aucunement estre reduit aux nombres, comme les autres Propositions de ce second liure. Car puis que nous auons posé le costé $D B$ (c'est à dire $A B$) & que nous l'auons diuisé en deux parties egales, comme au poinct E : la ligne $A E$ suruenant trouble tout: c'est à dire

à dire n'a aucun rapport spécifié au costé AB : & par-
tant ne se peut expliquer par les nombres. Car, veu
que le quarré de ladite AE est égal aux deux quarrés
de AB & EB , par la quarantesepieme du premier : &
que EB est la moitié de AB : ledit AE sera irrationel.
Car comme deux nombres quarrés egaux, adjoustés
l'un à l'autre, ne peuvent faire vn nombre quarré
ainsi ne pourront faire vn nombre quarré deux nom-
bres quarrés, desquels l'un soit la moitié de la racine
de l'autre.

Nous esclarcirons cecy par exemple. Quarrez 8.
prouiennent 64. lesquels doublés ne feront jamais
vn nombre quarré. Aussi diuisez 8 en deux egalemēt,
viendront 4. Mais les quarrés de ces deux, 8 & 4, qui
sont 64 & 16, ne scautoyent faire vn nombre quarré.
car ils sont 80. Ce qui toutesfois seroit necessaire,
qui vouldroit que ce Probleme enst lieu és nombres.
Mais par nombres irrationaux il se figurera en ceste
façon.

Prenons qu'il fale diuiser 8 de telle façon, que ce
qui prouiendra de l'entier en l'une des parts, soit égal
au quarré de l'autre partie.

Le multiplie 8 par soy mesme, prouient 64, c'est à
dire le quarré $ABCD$. le diuise 8 en deux egalemēt,
ce sont 4, comme la ligne DE ou EB . le multiplie 4
par soy, viennent 16, lesquels j'adjouste à 64, vien-
nent 80 : desquels la racine est, 89. C'est la ligne AE
ou EF , par la quarantesepieme du premier. Puis
donc que EF est, 89, & que EB est 4 : BF fera, 89,
moins 4. Et ainsi grande sera BH . Mais AH sera 8
moins, 89 moins 4 : c'est à dire, 12 moins, 89.
Maintenant 12 moins, 89, multipliés par 8, seront
autant comme 89 moins 4 multiplié par soy mes-

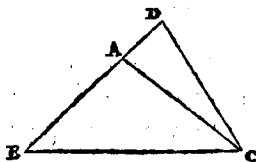
me, comme veut ceste onzieme. Mais nous auons expliqué cecy bien au long, au second liure de nostre Algebre.

Or toutes ces Propositions du second liure, Champaigne les accommode aux nombres en la seizieme du neuvieme : mais ceste onzieme il la forclost entièrement des nombres, sans s'aduifer aucunement d'employer les nombres irrationaux.

Theoreme II. Proposition XII.

Aux Triangles Amblygones, le Quarré que produit le costé qui soustend l'angle obtus, est de tant plus grand que les Quarrés des deux autres, qu'est grand ce qui est contenu deux fois sous l'un d'iceux, & qu'est l'augment qui luy est adjousté & sur lequel la perpendiculaire tombe.

Soit le Triangle ABC , duquel l'angle A soit obtus. Et prolongeant le costé BA sans mesure, soit tirée, par la douzieme du premier, la perpendiculaire CD , depuis le point C jusques à la prolongee. Tellement que AD soit l'accroist ou augment du costé BA . le



dis que le quarré du costé BC est de tant plus grand, que les quarrés des deux costés BA & AC , du rectangle de BA en AD prins deux fois: scavoit est, que le quarré de BC est egal aux quarrés de BA & AC , avec le double de ce qui se fait de BA en AD .

Car, par la quatrieme du present, le quarré BD est egal aux quarrés des deux BA & AD , & au rectangle, qui

qui deux fois est contenu sous lesdits BA & AD . Et pource que le carré de BC , par la quarantesepieme du premier, est egal aux deux de BD & de CD : ledit carré BC sera egal aux trois carrés BA , AD , & DC , & au rectangle qui deux fois est contenu sous BA & AD . Mais, par la mesme, le carré AC est egal aux carrés AD & DC . Donques, le carré BC est egal aux carrés BA & AC , & au rectangle qui deux fois est compris sous BA & AD . Ce qu'il falloit demonstret.

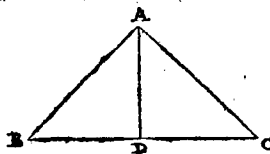
Theoreme 12. Proposition XIII.

Es Triangles, le Carré qui se fait du costé qui soustend l'un des angles aigus, est de tant moindre que les Carrés des deux autres costés, de quant est grand ce qui deux fois est contenu sous le costé sur lequel chet la perpendiculaire en dedans, & la partie d'iceluy qui est entre la perpendiculaire & l'angle aigu.

Ce qu'Euclide a proposé des triangles oxygones, nous & Champaigne l'avons estendu à tous triangles. Car tous triangles ont, du moins, deux angles aigus.

Si donc le triangle est oxygone, que la perpendiculaire soit tirée de quel angle qu'on voudra. S'il est orthogone, ou amblygone, il la faudra tirer de l'angle droit ou de l'obtus, à sçavoir sur le costé qui est entre deux angles aigus : laquelle necessairement tombera dans le triangle, comme nous l'avons demonstret à la vingtieme du premier. Et lors la demonstration de ce Theoreme comprendra generalement toutes les trois

especes de triangles.



Soit doncques le triangle ABC , duquel les deux angles B & C soyent aigus, quel que soit l'angle A . De l'angle A je tire la perpendiculaire AD sur le costé BC . Je dis que le quarré du costé AB est de tant moindre que les quarrés des deux costés AC & BC , de quant est le double de ce qui est faict de tout BC en la partie DC . Ou bien que le quarré AC est de tant moindre que les quarrés des deux AB & BC , de quant est le double de ce qui se fait de C en BD .

Car le quarré de AC , par la quarantesepieme du premier, est egal aux deux quarrés de AD & DC : & le quarré de BC , par la septieme du present, avec le quarré de DC , est egal au quarré de BD , avec ce qui deux fois est faict de BC en DC .

Donques les trois quarrés de AC , BC , & DC , sont egaux aux trois quarrés de AD , DC , & BD , avec deux fois ce qui est faict de BC en DC . Qu'on oste le commun quarré DC . Les deux quarrés de AC & BC seront egaux aux deux quarrés de AD & BD , avec ce qui deux fois est faict de BC en DC . Mais le quarré de AB est egal aux deux quarrés de AD & BD . Partant ledit quarré de AB , sera de tant moindre que les deux de AC & BC , de quant est le double de ce qui est faict de BC en DC . Ce qu'il falloit prouver.

Ceste demonstration, que nous auons vn peu diuersifiée de la commune est directe. Car l'une & l'autre estimation est mise, à fin d'oster la moindre de la plus grande.

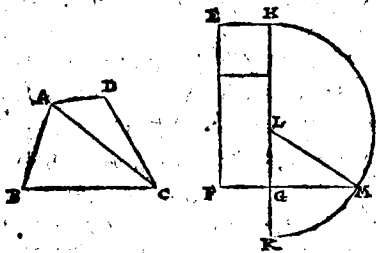
Par semblable façon d'argumenter on prouuera que

que le quarré du costé AC est de tant moindre que les quarrés des deux AB & BC , de quant est le double du Rectangle qui se fait de CB en DB .

Probleme 2. Proposition XIV.

Descire vn Quarre egal à vn Rectiligne donné.

Soit donné le rectiligne $ABCD$, auquel il faloit descire vn quarré egal. Par la quarantecinquieme du premier, je trace le parallelogramme rectangle $EFCH$ egal au rectiligne $ABCD$. Duquel si les costés sont



egaux, il sera tel que nous le voulions. Sinon, je continueray vn des costés d'iceluy, comme HG jusques au point K : & feray GK , egale au costé FG .

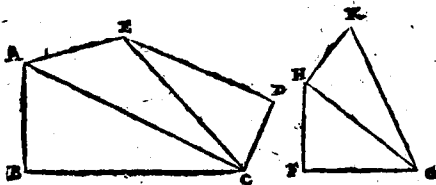
En apres je diuiseray l'entiere HK en deux moitiés, au point L : & posant mon centre audit point L , je descriray sur la ligne HK , le demicercle HMK : & prolongeray le costé FG , jusqu'à ce qu'il coupe le demicercle au point M . Je dis que le quarré de la ligne GM est egal au rectiligne $ABCD$.

Je joindray LM . Et pource que la ligne HK est diuisée egaleement au point L , & inegalement au point G : par la cinquieme du present, ce qui est fait de HG en GK , avec le quarré de GL , est egal au quarré LM : & partant au quarré LM : & partant aussi aux deux quarrés LG & GM , par la quarantesepueme du premier. Orant donc de costé & d'autre le quarré de LG , ce

qui se fait de $H G$ en $G K$ (& c'est le parallelogramme $E G$) sera egal au quarré $G M$. Partant aussi le quarré $G M$ sera egal au rectiligne $A B C D$. Ce qu'il falloit faire.

J'ay trouué bon d'adjouster aussi icy le Compendium de Champaigne, pour trouuer le costé du Tetragone, à fin d'egaler les figures qu'on appelle irregulieres.

$A B C D E$ soit quelque figure irreguliere, de cinq costés : laquelle se resoudra en trois triangles $A B C$, $A E C$, & $E C D$.

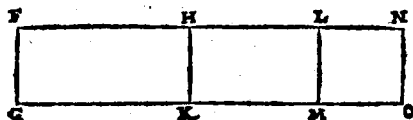


Par la doctrine de ceste Proposition je reduis ces trois triangles à trois quarrés, des-

quels prenons que les costés soyent $F G$, $F H$, & $H K$. Après je joins $F G$ & $F H$, si qu'elles facent l'angle droit F : & conjoins $E H$: sur laquelle je dresse $H K$, si qu'elle face l'angle droit $G H K$: & conjoins $G K$: lequel $G K$ sera le costé du tetragone que nous cherchons : comme il appert assez par ladite quarantesieme Proposition du Premier.

Aux figures regulieres qui se resoluent en Triangles egaux, le compendium en est beaucoup plus court. Car elles se reduisent facilement à vn parallelogramme rectangle, & de là au quarré.

Autrement : Soient ces Triangles vn à vn conuer-
tis en parallelogrammes rectangles, qui tous ensemble n'en facent qu'un. Comme, par exemple, soit,
par la quarantedeuxieme du premier, le triangle $A B C$
reduit



reduit au parallelogramme rectangle F G H K.

Lors, sur la li-

gne H K soit aussi descript le parallelogramme rectangle H K L M, qui soit egal au triangle A C E, par la quarantequatrieme dudit. En fin, par la mesme, sur la ligne L M, dressons le parallelogramme L M N O, qui soit egal au triangle C D E.

Si sera, par la quarantecinquieme du premier,

F G N O, vn seul parallelogramme, qui

sera egal à toute la figure rectiligne

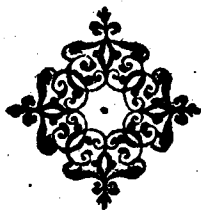
A B C D E: lequel, par ceste der-

niere, tu reduiras en

quarré.



K a





TROISIEME LIVRE DES
ELEMENTS
 GEOMETRIQUES
 D'EVLIDE.

AVEC LES DEMONSTRATIONS
 de IAQUES PELETIER, du Mans.



DEFINITIONS.

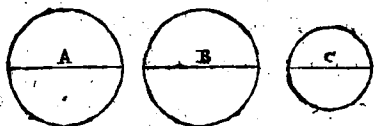


Cercles egaux sont ceux, desquels les diametres sont egaux: ou desquels les lignes qui sont tirees du centre sont egales.

Puis que la circonference du cercle represente l'infini, la mesure du cercle ne se tire pas de la circonference, mais bien de la ligne droite: c'est à dire, du diametre.

Cette definition est claire d'elle mesme. Car, puis que les diametres sont tirés par les centres des cercles, & qu'ils soustendent tousiours la moitié des orbes: s'ils sont egaux, il faut aussi que les moitiés qu'ils soustendent, soyent egales. Or ceux desquels les moitiés sont egales, sont aussi egaux entr'eux.

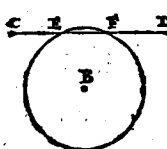
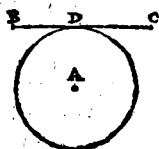
Comme, les cercles A & B sont egaux, à cause de l'ega-



l'égalité de leurs diamètres : mais ils s'ôt plus grâds que le cercle c, duquel le diametre

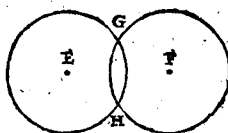
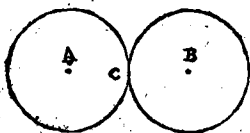
est moindre. L'autre partie de la definition signifie le mesme : & est aussi manifeste, quand ce ne seroit que par la definition du cercle, que nous avons mise entre les principes du premier liure.

2 Vne droite ligne est dite toucher le cercle, laquelle estant sur luy, & sortât de part & d'autre, ne coupe point pourtant le cercle.



La ligne BC touche le cercle A au point D : mais la ligne CD coupe le cercle B és points E & F.

3 Les cercles se touchent l'un l'autre, desquels les circonferences se touchans ne s'entrecourent point.

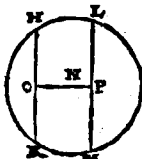
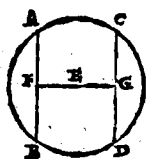


Les deux cercles A & B se tou-

chent au point C. Mais les deux E & F, se coupent l'un l'autre és points G & H.

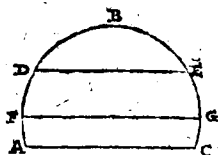
4 Les lignes sont également distantes du centre, quand les perpendiculaires, qui sont tirées du centre à icelles, sont égales. Et la li-

gne la plus esloignee du centre, est celle sur laquelle la plus grand perpendiculaire tûbe.



Comme au cercle $A B C D$, les deux lignes $A B$ & $C D$ sont également esloignees du centre E : pource que les deux perpendiculaires, $E F$ & $E G$, sont egales. Mais au cercle $H K L M$, $H K$ est plus esloignee du centre N , que n'est pas $L M$, pource que $N O$ est plus grande que $N P$.

5 Section de cercle, est la figure qui est comprinse sous vne droite ligne, & portion de la circonference.



La figure $A B C$, qui est faicte par la ligne droite $A C$ & par $A B C$, portion de la circonference: plus la figure $D B E$, faicte par la ligne droite $D E$, & par $D B E$ portion du cercle, sont sections du cercle. Les lignes droites $A C$ & $D E$, s'appellent vulgairement chordes: comme les courbes $A B C$ & $D B E$ s'appellent arcs. Mais la figure $F B G$ s'appelle proprement demicercle, dont $F G$ est le diametre.

6 L'angle de la section est celuy qui est compris par vne droite ligne, & par la circonference du cercle.

Es figures cy dessus, les angles $D, A, E, \& C$, s'appellent angles de section.

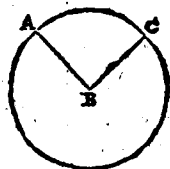
7 L'angle est dit consister en la section, quand

quand deux lignes tirées des extrémités de la base soustendue se rencontrent en vn point de la section de la circonference, & y forment vn angle.



L'angle ABC , qui est fait de deux lignes droites AB & BC , lesquelles sortans des deux extrémités A & C de la soustendue AC , s'assemblient au point B : cest angle, dis-je, consiste en la section. Que si tu prens l'angle B sans la base AC , à sçauoir, sans la consideration du triangle, cest angle là est dit estre en la circonference.

8 Secteur du cercle s'appelle, la figure comprinsé sous les lignes droites, lesquelles tirées de deux points de la circonference, viennent à s'assembler au cêtre.



Les deux lignes AB & CB des points A & C de la circonference, venâs à s'assembler au centre B , forment ABC secteur du cercle.

9 Semblables sectiōs du cercle s'appellent, celles qui reçoivent angles egaux, ou lesquelles les angles sont egaux.

Comme, si l'angle rectiligne B , de la section ABC , est egal à l'angle E de la section DEF : les deux



sections de cercle, ABC & DEF s'appelleront semblables.

Il ne definit point les sections egales, pource que

les descriptions d'icelles sont infinies. Car on peut dresser des sections egales sous des droites lignes inegales : mais en cercles inegaux : veu que de chaque cercle on peut retrancher vne partie, qui soit egale à la partie d'un autre cercle. Mais celles qui sont egales, & qui sont contenues par lignes egales, sans doute ont semblables circonferences : & diuisant lesdites droites lignes egalemēt, les perpendiculaires dressées à la circonferēce, sont egales. Comme si les deux sections ABC & DEF , dressées sous lignes egales AC & DF , sont egales, & que lesdites AC & DF soyent diuisées par la moitié es poinctz G & H : les deux perpendiculaires AB & DE seront aussi egales. Ce que nous auons estimé deuoir estre premis, à fin de demonstrier la vingtdeuxieme & vingt troisieme du present. Veü qu'on ne peut pas donner vne definition plus significatiue des sections egales. Car si en cercles egaux, quelques poinctz que ce soit de l'un & de l'autre, sont distans egalemēt de la ligne sousten due, il n'y a nulle inegalité des portions. Nous n'auons point descrit de figure pour ce lieu cy, pource que le lecteur la peut facilement presupposer.

PROBLEME PREMIER.

PROPOSITION PREMIERE.

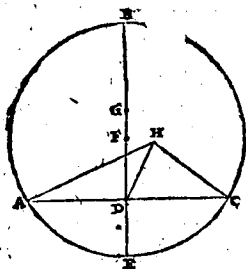
Trouuer le centre d'un cercle donné.

Soit ABC le cercle donné, duquel il fale trouuer le centre.

Dans ledit cercle je tire à l'auanture la ligne AC laquelle, par la dixieme du premier, je diuise egalemēt

ment au point D : dūquel, par l'onzieme dedit, je dresse la perpendiculaire DB : laquelle allongee des deux costés, rencontre la circonference es points B & E . Et ceste ligne BE , je la diuise encor egalement au point F . le dis que le point F est le centre du cercle.

Car, si le centre n'est au point F , il ne sera en pas vn autre point de la ligne EB . Prenons qu'il soit en G .



Mais les deux lignes GB & GE seroyent inegales, qui toutesfois sont du centre à la circonference. Prenons donc qu'il soit hors de la ligne EB , & qu'il soit, si faire se peut, au point H . Et soyent tirees les lignes HA , HC , & HD : à fin de former le triangle HAC , parti

en deux triangles HAD & HCD . Et pource que les deux costés HA & HD , du triangle HAD , sont egaux aux deux costés HC & HD , du triangle HCD : & la base AD egale à la base DC : par la huietieme du premier, l'angle ADH sera egal à l'angle CDH : & par tant, par la dixieme definition du premier, l'un & l'autre sera droit. Mais l'angle ADB a esté posé droit. Donques l'angle ADB sera egal à l'angle ADH , la partie au tout, contre le sens commun. Le centre donc ne peut estre au point H : ny mesmes en aucun autre lieu, qu'au point F . Ce qu'il nous falloit monstrer.

Tu vois, comme du droit & de l'egal on vient à trouuer vn point qui est de si grande importance. En quoy il sembloit estre de raison, que la ligne EB , ne panchant de costé ny d'autre (comme l'enseigne le niveau) diuist le cercle par le milieu, & partant

qu'elle eust en soy le centre. Mais pource que celà se representoit plustost, qu'il ne se prouuoit, il a falu amener l'aduersaire à l'absurde. Ainsi au cercle l'affirmation & la negation se rencontrent: comme en l'Vniuers l'action & la priuation, la generation & la corruption. Somme toute, tout conste & se parfait par contraires. La recherche donc du centre, represente fort bien la recherche de la verité, laquelle, quoy que elle soit vnique, & presentee à vn chacun, estant neantmoins tresdifficile à trouuer, ne s'esclarcit que par les controuerses, & n'acquiesce à rien qu'au bien & à l'equité.

Correlaire.

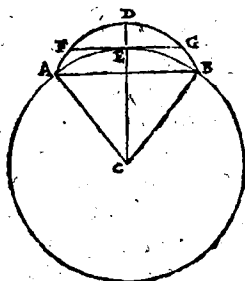
Si en vn cercle vne ligne droite diuise egalement & à angles droits vne ligne droite, en la ligne diuisante est le centre du cercle.

Cecy est assez clair par la demonstration precedente. Si donc en vn cercle deux lignes s'entrecouperent egalement, le centre se trouuera au point de la section. Ce qui toutesfois se prouuera cy apres.

Theoreme 1. Proposition 11.

Si vne ligne droite est appliquee à deux points de la circonference, ladite ligne passera dans le cercle.

Soyent deux points A & B en la circonference du cercle A B duquel le centre soit c. Je dis qu'on ne peut tirer vne ligne droite de A à B, qu'elle ne coupe le cercle. Autrement, qu'elle passe hors du cercle, comme la ligne A D B, laquelle soit droite, si faire se peut: & soyent jointes c A & c B, tellement que la droite



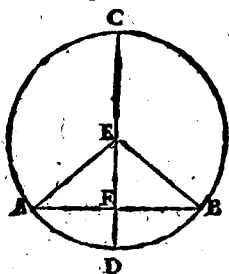
droite ADB soit la base du triangle CAB . Si seront, par la cinquieme du premier, les deux angles CAB & CBA egaux. Lors du centre C soit tiree la droite ligne CD , qui coupe la circonference au point D . Si sera, par la seizieme du premier, l'angle ADC plus grand que l'angle CBD : & partant plus grand que l'angle CAD : & pource, par la dixhuitieme dudit, le costé AC plus grand que le costé CD : & d'autant que le costé CE est egal au costé CA , CE sera plus grand que CD , la partie que le tout: ce qui est absurde. Partant la ligne ADB , si elle est droite, ne passera pas hors du cercle, mais le copera. Ce qu'il falloit prouuer.

Ceste Proposition suyuoit tacitement la definition de la section du cercle, laquelle baille à chaque arc sa droite ligne soustendue. La soustendue donc estant dedans le cercle, nulle autre droite ligne, passant dehors du cercle, ne peut aboutir aux mesmes points: autrement deux droites lignes enclorroyent vne superficie. Le mesme de la ligne qui touche le cercle: Car s'il y a quelque ligne qui touche le cercle, ce sera FG , laquelle estendue de part & d'autre rencontrera la ligne ADB , prenez le cas aux points F & G : Et ainsi de rechef deux lignes droites enclorront vne superficie, contre le principe. Il a routesfois falu proposer & demonstret ce cy, à fin que cy apres nous ne fussions contrains de recevoir à chaque coup des contradictions.

Theoreme 2. Proposition III.

Si en vn cercle , vne droite ligne passant par le centre , coupe par la moitié vne ligne qui ne passe pas par le centre , elle la diuise aussi à angles droits:& si elle la diuise à angles droits, elle la coppa aussi par la moitié.

Soit le cercle ABC : auquel la ligne DE , tiree par le centre , coupe par la moitié au poinct F , la ligne AB , laquelle ne passe pas par le centre. Je dis que les angles qui sont à F , sont droits. Et au contraire, que si les angles qui sont à F sont droits, la ligne AB se trouuera diuisee par la moitié au poinct F .



Je conjoindray EA & EB . Si seront les deux costés EA & EF , du triangle EAF , egaux aux deux EB & EF du triangle EBF : & la base AF , par la position, egale à FB . Partant, par la huitieme du premier, l'angle F de l'un sera egal à l'angle F de l'autre: & pource seront-ils droits. Qui est la premiere partie.

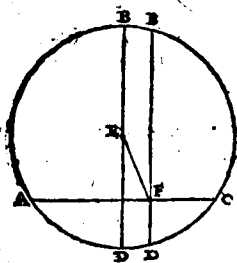
Maintenant posons, que chacun des deux angles, qui sont à F , est droit. Or appert-il, par la cinquieme du premier, que les deux angles A & B sont egaux: veu que les deux costés EA & EB sont egaux. Partât, aux deux triangles EAF & EBF , par la vingtfixieme du premier, les deux costés AF & FB seront egaux. Ce qu'il falloit demonstrier.

Theo-

Theoreme 3. Proposition IIII.

Si deux droites lignes se coppans dans vn cercle, ne passent par le centre, elles ne s'entrecopperont par la moitié.

Soit le cercle $A B C D$, duquel E soit le centre: auquel cercle les deux lignes $A C$ & $B D$ s'entrecoppent au point F : desquelles pas vne ne passe par le centre, ou bien vne seule seulement. Je dis qu'elles ne s'entrecopperont point également. Que si l'on veut soutenir le contraire, posons premierement que pas v-



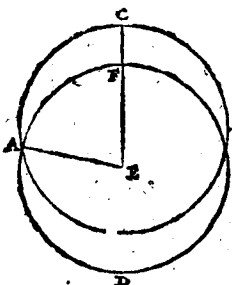
ne ne passe par le centre. Du centre E je tire la ligne $E F$. Si fera, par la premiere partie de la precedente, chacun des angles $E F A$, $E F B$, $E F C$, & $E F D$, droit: ce qui ne peut estre: autrement la partie seroit egale au tout.

Que si seulement l'une d'icelles, comme $B D$, passe par le centre, je dis qu'aussi ainsi ne s'entrecopperont-elles par moitié. Car, par la premiere partie de la precedente, $B D$ passant par le centre, & diuisant $A C$ également, la diuisera aussi à angles droits. Et pource que $A C$ diuise également la dite $B D$, elle passera par le centre, par le correlaire de la premiere de ce liure. Qui est contre ce que nous auons posé. Parrant $B D$ & $A C$ ne s'entrecoppent pas également. Ce qu'il falloit demonstrier.

Theoreme 4. Proposition V.

Les cercles qui s'entrecoppent, n'ont pas vn mesme centre.

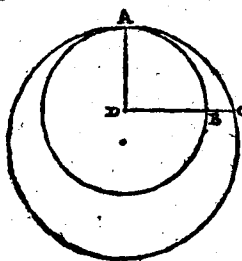
Soyent deux cercles $A B C$ & $A D B$, qui s'entreco-
pent es poinçts A & B . le dis qu'ils n'ont pas vn me-
me centre.



Car, s'ils en peuuent auoir
vn meisme, prenons que ce
soit le poinçt E . Et tirons la
ligne $E A$, & puis la ligne $E C$,
laquelle coppa la circonfé-
rence $A C B$ au poinçt C : &
l'autre circonférence $A D B$
au poinçt F . Si seront, par la
definition du centre $B A$ & $E F$
egales: mais $E A$ & $E C$ sont
egales. Partant, puis que $E F$ & $E C$ sont toutes deux
egales à ladite $E A$, elles seront aussi egales entr'elles.
Ce qui ne peut estre. Donques E , ny pas vn autre
poinçt, ne peut estre centre de tous les deux. Ce
qu'il falloit prouuer.

Theoreme 5. Proposition VI.

Si deux cercles se touchent, ils n'auront
pas vn meisme centre.



Que les deux cercles $A B A$
& $A C A$ se touchent au poinçt
 A . le dis qu'ils ne peuuent a-
uoir vn meisme centre.

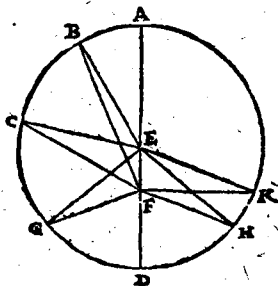
Car, s'ils en peuuent auoir
vn meisme, prenons que ce
soit D . Tirons les lignes $D A$
& $D B C$. Par la definition du
centre & du cercle, chacune
des deux lignes $D B$ & $D C$, sera egale à ladite $D A$. Et
partant $D B$ egale à $D C$. Ce qui ne peut estre.

Mais des cercles qui se touchent par dehors, il ap-
pert.

perassez que leurs centres sont diuers : veu que le centre est au milieu de son cercle.

Theoreme 6. Proposition VII.

Si au diametre du cercle vn poinct est marqué autre que le centre : & que dudit poinct soyent tirees plusieurs lignes à la circonference : la plus grande sera celle en laquelle est le centre , & la plus petite, celle qui paracheue le diametre. Mais celles qui sont plus proches du centre, sont plus longues que les autres. Or dudit poinct à la circonference ne se peuent tirer plus de deux lignes droites, qui soyent egales entr'elles.



Soit le cercle $A B C D$, duquel le centre soit E , & le diametre $A E D$, auquel soit marqué le poinct F entre E & D . Et dudit poinct F soyent tirees les lignes $F B$, $F C$, & $F G$. Je dis que $F A$ est la plus grande de toutes, & que $F D$ est la moindre. Des autres, je dis que $F B$ est plus grande que $F C$: & $F C$ plus

grande que $F G$. Je dis aussi, que dudit poinct F à la circonference peuent estre tirees deux lignes egales entr'elles, & non plus.

Soyent tirees $E B$, $E C$, & $E G$. Et pource que les deux costés $F E$, & $E B$, du triangle $B E F$, sont, par la vingtieme du premier, plus grands que le troisieme $F B$: $F A$ sera aussi plus grande que $F B$, veu que $F A$, est

egale aux deux, FE & EB Derechef, puis que les deux costés EB & EF , du triangle BEF , sont egaux aux deux costés EF & EC , du triangle CEF : & que l'angle BEF est plus grand que l'angle CEF : aussi par la vingtquatrieme du premier, la base FB sera plus grande que la base FC : &, par mesme raison, FC sera plus grande que FG . Derechef, puis que les deux lignes EF & FG , par la vingtieme du premier, sont plus grandes que EG : elles seront aussi plus grandes que ED , puis que EG & ED sont egales. Ostans donc EF , qui est commune, restera que FG sera plus grande que FD . Donques la plus grande est FA , & la moindre FD : Mais FB sera plus grande que FC : & FC que FG . qui est pour le premier poinct.

Maintenant, par la vingttroisieme du premier, soit formé l'angle FEN , egal à l'angle FEG , & soit conjointe FN . Et puis que EF & EG sont egales aux deux EF & EN : par la quatrieme du premier, la base FG sera egale à la base FN .

Il reste maintenant à prouver, que dudit poinct F à la circonference ne se peut tirer aucune autre ligne que FN , qui soit egale à ladite FG . Et si l'on estime qu'il se puisse faire, prenons que ce soit la ligne FK . Puis donc que FN est egale à FG , ladite FN sera aussi egale à FK , contre la premiere partie de ceste Proposition, puis que FK est plus pres du centre. Donques les deux seules FG & FN sont egales.

Ou bien ainsi. Soit conjointe EK . Et pource que EG est egale à EK , & que EF est commune: & aussi que la base FG est egale à EK : par la huitieme du premier, l'angle FEG sera egal à l'angle FEK . Mais l'angle FEN est posé egal à l'angle FEG : Donques l'angle FEK sera egal à l'angle FEN , le moindre au plus

plus grand. Qui est absurde.

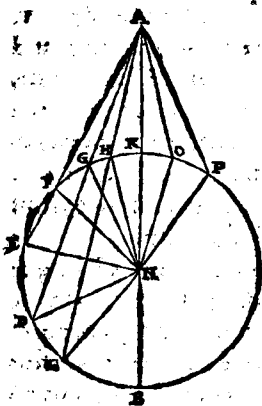
De cecy est manifeste, que si deux lignes tirees de costé & d'autre d'un mesme point du diametre, sont avec le dict Diametre leurs angles egaux: elles seront aussi egales.

Telles que sont icy les deux lignes FG & FH .

Theoreme 7. Proposition VIII.

Si de quelque point marqué au dehors du cercle diverses lignes sont tirees, qui coupent ledit cercle, la plus grande est celle qui passe par le centre: & de toutes les autres celle qui approche le plus du centre est toujours la plus grande: mais des parties d'icelles, qui viennent à toucher par dehors la circonference, la moindre c'est celle qui est de droit fil avec le diametre: & chacune des autres de quant elle est plus proche du Diametre, de tant est elle plus petite. Et de toutes celles qui tombent dudict point à la circonference, il ne s'en peut jamais trouver que deux qui soyent egales entre elles.

Du point A , marqué hors du cercle $BCDB$, duquel le centre est N , s'y ent tirees plusieurs lignes coppans ledit cercle: à sçavoir $AKNB$, AHC , AGD , & AFE . Je dis que AB , qui passe par le centre, est la plus longue de toutes, & que AC est plus grande que AD , & AD plus grande que AE . Et que des parts qui sont par dehors, la moindre est AK , & AH moindre que AG , & AG moindre que AF : Je dis d'auantage, que seulement deux lignes tirees du point à la circonference, peuvent estre egales entre elles.



Soyent accouplées, AN & ND , NE , NF , NG , NH : On argumentera de mesmes comme en la precedente. Car au triangle ACN , les deux costés AN & NC , (ausquels est egale AB ,) sont plus grands que AC , par la vingtieme du premier: Partant AB sera plus grande que AC . Derechef, puis que l'angle ANC est plus grand que l'angle AND ; AC sera plus grande que AD , par la vingtquatrieme dudit:

& partant AD sera plus grande que AE . Et d'autant que NK est egale à NH : & que NH & HA sont plus grandes que NA , ostant les egales NH & NK , restera que AH sera plus grande AK . Et pource que l'angle ANC est plus grand que l'angle ANH , la base AG sera plus grande la base AH : & partant AF sera plus grande que AG . Donques, de celles qui sont tirees par le cercle la plus grande est AB : & AC est plus grande que ladite AD : & AD plus grande que AE . Et des exterieures la moindre est AK : & AH est moindre que AG , & AG moindre que AF . Qui est pour le premier point.

Maintenant, par la vingtroisieme du premier, formons l'angle ANO , qui soit egal à l'angle ANH . Si sera, par la quatrieme du premier, des deux triangles ANH & ANO , la base AH egale à la base AO : & n'y en aura point d'autre qui soit egale à ladite AH . Car si l'on estime que ce soit AP , ladite AP sera, par la commune notion, egale à AO : que nous avons prouvé

ne se pouuoit faire: veu que $A O$ est plus pres de $A K$.

Ou bien ainſi: Puis que l'angle $A N P$ est plus grand que l'angle $A N H$: (car $A N O$ est egal à ladite $A N H$;) ainſi la baſe $A P$ ſera plus grande que la baſe $A H$, par la vingtquatrieme du premier. Elle n'eſt donc pas egale. Partant ſeulement deux lignes droites, tirees de coſté & d'autre du poinct A à la circonſerence, ſont egales entr'elles. Ce qu'il falloit demonſtrer.

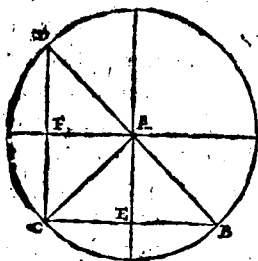
Que perſonne ne s'offenſe, ſi nous diſons icy, que les lignes qui venans de dehors penetrent dans le cercle, coppent iceluy. Car combien que, à proprement parler, la ſeule $K B$ coppe le cercle: toutesſois $A B$ eſt dite ainſi copper le cercle, comme on dit qu'une ligne coppe vne autre. Et comme la ligne $N B$ coppe la circonſerence en vn ſien ſeul poinct, à ſçauoir au poinct B : ainſi $A B$ coppe le cercle, de ſa part, qui eſt $K B$. Que donques la calomnie ceſſe. Car nous voulons bien traicter la Geometrie avec toute diligence: mais non pas avec trop de ſcrupule. Ce qui eſt de ſuperflu, nous le retranchõs tant que nous pouuons: & cerchons la briueretè, qui eſt amie de la veritè.

Theoreme 8. Propoſition I X.

Si d'un poinct marqué au dedans du cercle, plus de deux droites lignes tirees à la circonſerence ſe trouuent egales entr'elles, ce poinct là ſera le centre du cercle.

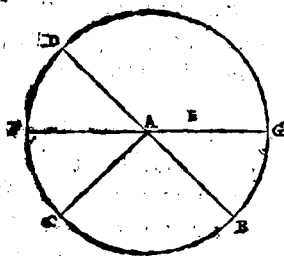
Soit le poinct A , marqué dans le cercle $B C D$: & que les trois droites lignes, $A B$; $A C$, & $A D$, tirees à la circonſerence, ſoyent egales: le diſ que ce poinct A eſt le centre du cercle.

Je conjoindray $B C$ & $C D$: chacune deſquelles je diuiſeray egalement: ſçauoir eſt celle là au poinct E ,



& ceste cy au poinct F: & tireray A E & A F: lesquelles, de costé & d'autre, j'allongeray jusques à la circonference du cercle.

Si sera des triangles A B E & A C E, chacun des angles qui sont à E, egaux: & partant, chacun d'iceux sera droit. Par mesme raison, chacun des angles, qui sont à F, sera droit. Et pource que A E diuise B C par la moitié, & de mesmes A F, D C aussi par la moitié, chacune d'icelles passe par le centre, par le correlative de la premiere du present. Partant, puis que les deux se rencontrent au poinct A, ledit A sera le centre du cercle. Ce qu'il falloit prouuer.



Autrement, par l'impossible. Soit E, si faire se peut, le centre du cercle. Duquel, par le poinct A, de costé & d'autre s'estéde la ligne jusques aux poincts F & G de la circonference: tellement que FG soit le diametre du cercle. Si sera, par la septieme de ce liure, A G

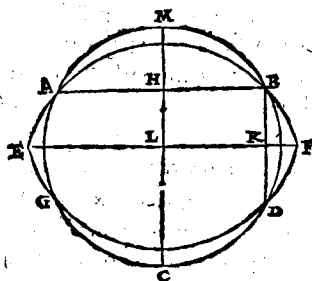
la plus grande: & A B plus grande que A C, ven qu'elle est plus proche du centre. Ce qui est contre l'hypothese.

Theoreme 9.

Proposition X.

Deux cercles ne se peuvent entrecopper en plus de deux poincts.

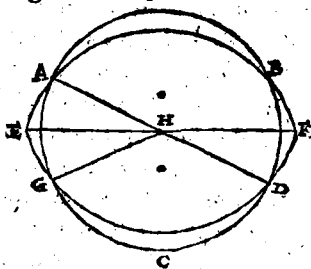
Que



Que le cercle ABC coupe, si faire se peut, le cercle DBF , en plus que de deux points, comme en A, B, D , & G : & que les conjointes AB & BD soyent coupees egale-ment es points H & K . Desquels points H & K soyent dressées les perpendiculaires HC & KE ,

qui s'estendent de costé & d'autre es points E, F, C , & M de la circonference DEF , & qu'elles s'entrecoupent au point L .

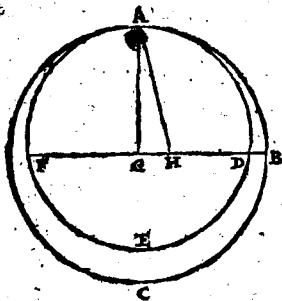
Si sera, par le correlaire de la premiere du present, le point L le cẽtre des deux cercles, contre ce qu'en- seigne la cinquieme dudit.



Autrement. Que les deux cercles, comme parauāt, s'entrecouppent es points A, B, D, G . & par la premiere du present, soit mis H pour cẽtre du cercle ABC . Et soyent conjointes les trois HA, HD , & HG : les-

quelles, par la definition du centre & du cercle, seront egales. Et pource qu'elles sortent à la circonference de chacun des deux cercles, sçauoir est à la section d'iceux, H sera aussi, par l'antecedente, le centre du cercle DEF ; contre la cinquieme Proposition dudit.

Si vn cercle touche vn autre cercle, soit dedans ou dehors, la ligne qui sera tiree par les centres des deux, tombera au point de leur attrouchement.



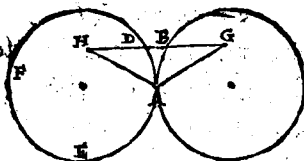
Que les deux cercles ABC & DEF se touchent en dedans au point A . Je dis que la ligne tiree par leurs centres tombera audit point A .

Sinon, qu'elle tombe ailleurs : & soit G le centre du cercle ABC , par la premiere du present, & H le centre du cercle

DEF . Lors par G & H soit tiree la ligne GB , coppant la circonference du cercle interieur au point D , & celle de l'exterieur au point B . Et soyent tirees les deux lignes GA & HA . Et pource que, par la vingtieme du premier, GH & HA sont plus grandes que GA , elles seront aussi plus grandes que GB . En ostant donc la commune GH , HA sera plus grande que HB . Mais HD est egale à ladite HA : car toutes deux sortent du centre. Donques HD est plus grande que HB , la partie que le tout.

Autrement. Soit allongee DH jusqu'au point F de la circonference DEF . Et pource que G est hors du centre H au diametre du cercle DEF : par la septieme de ce liure, GD sera plus grande que GA . Mais GB est egale à GA . Donques GD sera plus grande que GB , la partie que le tout.

Maintenant,

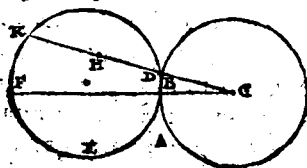


Maintenant, si les deux cercles se touchent par dehors: soit tirée, comme au paravant, la ligne GH par les centres ja imagi-

nés G & H , & qui coppa les deux circonferences es deux poinçts B & D : & soyent conjointes les deux GA & HA .

Si seront, par la vingtieme du premier, les deux GA & HA , plus grandes que GH , & partant les deux GB & HD , plus grandes que GH . Ce qui est faux.

Autrement. Soyent les deux cercles ABC & DEF , qui s'entretoucheront par dehors au poinçt A , & que G soit le centre du cercle ABC , comme au paravant. Duquel, par l'atouchement des cercles, soit allongee la ligne GA , jusques au poinçt F de la circonference DEF . Et pource qu'on nous nie que ladite ligne puisse passer par le centre du cercle DEF : du mesme centre G , soit tirée vne autre



ligne, à sçavoir GK , laquelle passe, si faire le peut, par H centre dudit cercle DEF , qui coppa la circonfeience ABC

au poinçt B , & DEF au poinçt D , & la partie opposite au poinçt K . Et pource que du poinçt G , marqué hors le cercle DEF , la ligne GK est tirée, passant par le centre H , & vne autre qui ne passe pas par le centre, à sçavoir GF : par la huitieme du present, GD , partie exterieure d'icelle, sera moindre que GA partie exterieure de ceste-cy. Mais GA est egale à GB . Donques GD sera moindre que GB , le tout que sa partie. Ce

qui est absurde.

Ceste derniere partie nous l'auons prouuee par la huitieme du present, comme la premiere par la septieme, & ce plus commodement. Car la premiere figuration, encor qu'elle soit selon l'art, elle n'est pas toutesfois aisement receuë. Car pas vn des centres ne demeure en son lieu.

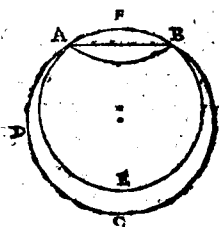
Au demeurant, des deux Propositions de Theon, nous n'en auons faict qu'une, pource que les deux chefs d'icelle sont aussi bien conjoincts, que scauroient estre les precedents.

Theoreme 11, Proposition XII.

a Theon 11.

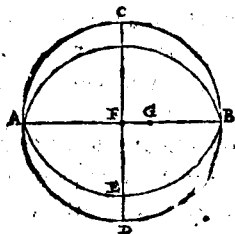
Vn cercle ne peut toucher vn autre cercle, en plus d'un point, soit qu'il le touche en dedans, ou en dehors.

Car, si faire se peut, que le cercle $A B C D$ touche premierement en dedans le cercle $A B E$ es deux points A & B ; puis en dehors; que le cercle $A E B A$ touche $A C B D$ aux deux points A & B .

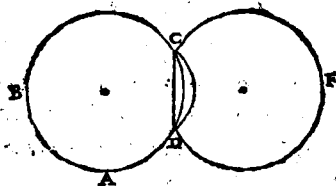


Puis donc qu'à la premiere construction nous auons tiré la ligne droite de A à B , si elle tombe dehors le cercle $A B E$ interieur, ce sera contre la doctrine de la seconde du present. Que si elle tombe entre les deux, apres que nous l'auons également diuisé comme à F , & auons dressé vne perpendiculaire passant par F à l'une & l'autre circonference, elle passera par le centre des deux cercles, par le corollaire de la premiere du present, repugnant la sixieme dudit, voire & l'an-

l'antecedente, veu qu'elle ne tombe point au point de leur attouchement.



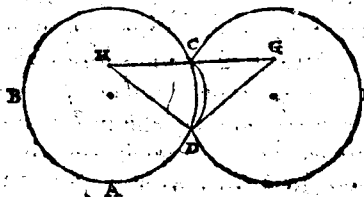
Ou bien ainsi. Soit F le centre du cercle extérieur, & G le centre de l'intérieur. La ligne passant par lesdits centres, si elle est allongée, par la première partie de l'antecedente, elle aboutira aux deux attouchemens A & B. Si sera FA égale à la dite FB: car elle est du centre à la circonference. Partant FA sera plus grande que GB. Par mesme raison GB sera égale à GA. Partant FA plus grande que GA: ce qui ne peut estre.



Aussi ne se toucheront ils pas exterieurement. Car la ligne tirée du point C au point D tombera bien dedans vn des cercles, mais dehors l'autre.

Qui est contre la seconde du present.

Autrement, s'ils se touchent en deux points, comme en C & D tirons du centre de l'un au centre de l'autre vne ligne droite. Ceste ligne, par l'antecedente, passera par le point C & par le point D. Ce qui



ne se peut faire, autrement deux lignes encloirroyent vne superficie.

On peut aussi tirer vne droite ligne d'un centre à

l'autre, laquelle, par exemple, passera, selon l'antecedente, par c , l'un des points d'atouchement. Lors assemblant GD & HD , se fera le triangle, duquel les deux costés GD & HD ne seront pas plus grands que le costé GH , contre la vingtieme du premier.

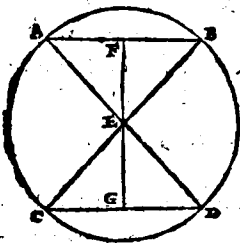
Theoreme 12. Proposition XIII.

à Theon 14

Si les lignes droites, qui sont dans vn cercle, sont egales, elles seront aussi egale-
ment esloignees du centre. Que si elles sont egale-
ment esloignees du centre, elles seront aus-
si egales.

Les lignes droites sont dites estre dans vn cercle, quand de costé & d'autre elles aboutissent à la cir-
conference.

Soyent dans le cercle $ABCD$, duquel le centre est E , deux lignes egales, à sçauoir AB & CD . Je dis qu'elles sont egale-
ment esloignees du centre : & au con-
traire, si elles sont egale-ment esloignees du centre, je
dis qu'elles sont egales.



Je tireray du centre les li-
gnes EF & EG perpendicu-
laires à AB & CD . Si sera, par
la seconde partie de la troi-
sieme de ce liure, AB egale-
ment diuisee au point F , &
 CD aussi egale-ment au point
 G . En apres, je conjoindray
 EA , EB , EC , & ED . Et pource

que les deux costés AB & AE du triangle AEB , sont
egaux aux deux costés CD & CE , du triangle CED , &
la base EB à la base ED , par la huietieme du premier,
l'angle

L'angle B sera egal à l'angle C. Puis donc que les deux costés A E & A F du triangle A E F, sont egaux aux deux costés C E & C G, du triangle C E G, par la quatrième du premier, la base E F sera egale à la base E G. lesquelles, puis qu'elles sont perpendiculaires, A B & C D seront egalelement distantes du centre, par la quatrième definition de ce liure.

Autrement. Le carré de ladite A E est egal aux carrés des deux A F & E F, par la quaranteseptieme du premier : Et le carré de E C, par la mesme, egal aux carrés de C G & E G. Mais le carré de A E est egal au carré de E C. Donques les carrés des deux A F & E F seront egaux aux carrés des deux C G & E G. Ostant donc les egaux A F & C G, restera que les deux carrés de E F & E G seront egaux. Partant lesdites lignes E F & E G sont egales : & pource aussi A B & C D, par la definition, seront egalelement esloignees du centre. Qui est pour le premier.

Maintenant il s'ensuit, que si A B & C D sont egalelement esloignees du centre, elles seront aussi egales. Car, puis que les carrés des deux E F & E G sont egaux : eux estans ostés, resteront egaux les deux carrés de A F & C G : & partant elles seront aussi egales. Donques A B & C D sont egales, puis que leurs moitiés sont egales. Ce qu'il falloit demonstrier.

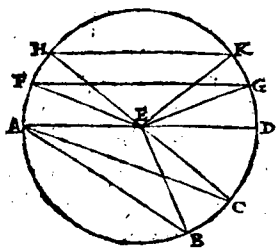
Theoreme 13. Proposition XIV.

à Theon 15.

La plus grande des lignes qui sont dans le cercle, c'est le diametre : & chacune des autres de tant plus elle approche du centre, de tant plus est-elle grande.

Dans le corde A B C D, duquel le centre est e, il y

à plusieurs lignes $AB, AC, AD, FG,$ & HK : desquelles AD est le diametre du cercle. Je dis que AD est la plus grande de toutes: & que du reste, de quant chacune est plus proche du centre, de tant est elle plus grande que les autres.



Conjoignons les extrémités de toutes avec le centre, tirant $EB, EC, EG, EK, EH,$ & EF . Si seront, par la vingtième du premier, les deux costés EF & EG , du triangle EFG , plus grands que le troisième FG : lesquels, puis qu'ils sont égaux à AD , AD sera donc

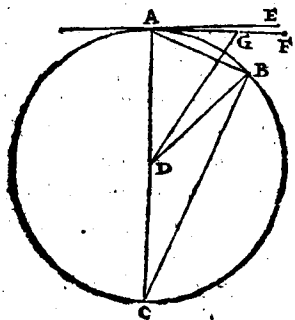
plus grande que FG : & par conséquent, plus grande que pas-vne des autres, que nous mettons pour bases des triangles: attendu que les deux costés de chaque triangle, sont égaux à ladite AD , puis qu'ils sont tirés du centre à la circonference. Qui est pour le premier chef. D'auantage, puis que les deux costés EF & EG du triangle EFG , sont égaux aux deux EH & EK du triangle EHK , & l'angle FEG plus grand que l'angle HEK : par la vingtquatrième du premier, la base FG sera plus grande que la base HK : Et de mesme raison AC sera plus grande que AB . Et par ainsi est claire toute la Proposition.

Theoreme 14. Proposition XV.

à Theor 16.

La perpendiculaire, qui est tirée du bout du diametre du cercle, tombe dehors du cercle: & entre icelle & la circonference n'y a aucun

un espace, pour pouuoir receuoir aucune autre ligne droite. Et l'angle du demicercle est le plus grand de tous les angles aigus rectilignes, & l'angle de dehors le moindre de tous.



Soit le cercle ABC, duquel le centre soit D, & le diametre AC: par l'extremité duquel, à sçauoir par A, soit tirée la ligne perpendiculaire AE. Je dis qu'elle tombe dehors du cercle.

Si on le nie, posons que ladite perpendiculaire tombe dedans: &

que ce soit AB. Conjoignons DB. Si sera, par la cinquieme du premier, l'angle DAB égal à l'angle DBA: & partant sera-il droit. Mais, par la dixseptieme du premier, vn triangle ne peut auoir deux angles droits. Donques ny AB, ny pas vne autre ligne entrant dans le cercle, ne pourra estre perpendiculaire sur l'extremité du diametre.

Ou bien ainsi. Conjoignons CB. Et poutee que l'angle CAB est droit, il sera plus grand que l'angle ABC, par la dixseptieme du premier. Et partant, par la dixneuuieme dudit, le costé CB sera plus grand que le costé AC, qui est contre l'antecedente. La perpendiculaire donc, à sçauoir AE, tombera hors du cercle. Qui est pour le premier chef.

D'abondant je dis, qu'entre AE, & la circonférence, n'ya espace pour aucune autre ligne droite. Que si

On tient qu'il se puisse faire, prenons le cas que ce soit $A F$: à laquelle soit tirée la perpendiculaire $D G$, si que $D G A$ soit angle droit. Lors, par la dixneuvieme du premier, le costé $D A$ sera plus grand que le costé $D G$. Ce qui est faux. Partant entre $A E$, & la circonférence, nulle droite ligne ne peut estre tirée. Ce qui est pour le second.

En fin je dis, que l'angle $C A B$, qui est fait du diametre $C A$ & du demicercle $A B C$, est plus grand qu'aucun autre angle aigu rectiligne, & que $E A B$ est aussi le moindre de tous. Car $C A E$ est droit, & partant est plus grand qu'aucun angle aigu, & est composé des deux angles mixtes $E A B$ & $C A B$. Mais entre $E A$ & $B A$, aucune ligne droite ne peut auoir place, comme nous venons de prouuer. Partant, puis que $E A B$ ne peut estre diuisé par aucune ligne droite, ce sera la moindre part qu'on scauroit oster à l'angle droit, & $C A B$ la plus grande. Car tout angle rectiligne peut estre diuisé également par la neuvieme du premier. Et ainsi toute la Proposition est asseurée.

Correlaire.

La droite ligne, tirée perpendiculairement de l'extremité du diametre, touche le cercle, mais en vn seul point.

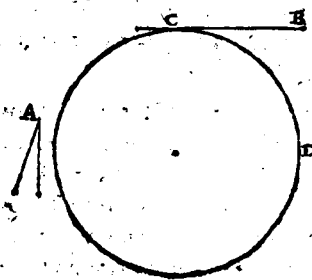
Car si elle le touchoit en deux, elle tomberoit dans le cercle, par la seconde de ce liure. Et nous venons de prouuer le contraire.

Mais quand j'ay considéré plus attentiuement le dernier chapitre de ce Theoreme, il m'est venu de plein saut en la fantasie, que la Geometrie n'estoit pas si certaine qu'on diroit bien, mesmes qu'on trouuoit en elle des contrarietés.

Premie-

Premierement celà passe l'intelligence, qu'entre les quâtités où en puisse donner vne indiuisible, telle qu'icy est l'angle que l'on dit de contingence, ou, pour mieux dire, d'atrouchemét, lequel nous posons estre moindre qu'aucun autre angle aigu. Et qu'on donne aussi vne quantité, qui ne reçoit aucun augment, tel qu'est icy l'angle du demicerle, lequel nous posons estre le plus grand de tous les angles aigus rectilignes. Car quantité se nomme quantité, pource qu'elle a plusieurs parties en soy : & selon icelle on dit egal & inegal. Aussi la quantité continue se peut infiniment partir. Partant, jectant l'œil sur la premiere proposition du dixieme, j'ay eu beaucoup de peine à rechercher par quel moyen se pourroit accorder vne si manifeste repugnance, comme l'on l'apperceuoit. Car la premiere du dixieme est telle qui s'ensuit :

Si de la plus grande de deux quantités vous en ostez plus que la moitié, & derechef du restant vous en ostez encor plus de la moitié, & faciez cecy continuellement : en fin restera vne magnitude moindre que la magnitude moindre posée.



Par exemple. Soyent deux angles, à sçauoir A rectiligne, & B C D angle (au moins si nous le deuons dire angle) d'atrouchement. La premiere du dixieme veut, que si lon oste de l'angle A plus de la moitié : & derechef du restant, encor plus de la moitié : & ainsi continuellement, des par :

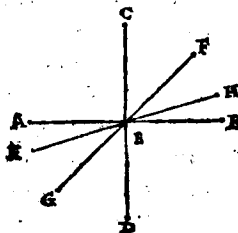
ues restantes plus de la moitié, en fin restera vn angle moindre que BCD . Je n'en mets pas icy la demonstration, pource qu'elle depend des suyuanes. Il n'y a toutesfois en toute la Geometrie aucune Proposition, qui, par maniere de dire, soit plus naturellement vraye. Ce que les nombres rendent plus clair que la clarté mesme: les nombres, dis-je, esquels sont les images & representations de toutes choses: Car qui est ce qui ne void, que ces deux nombres estans proposés 8 & 2, quand tu auras osté de l'octonaire plus de la moitié, comme cinq; & puis du ternaire restant encor plus de la moitié, à sçauoir le binaire, ne restera que l'vnité, qui est moindre que le binaire posé?

Et ne vient pas à considerer ce que Champagne met en cest endroit, que le sens de la Proposition doit estre entendu des quantités de mesme genre. Ceste conciliation est nulle: mesmes est contraire à l'intention d'Euclide, comme nous le ferons voir quand nous serons venus là. Et Champagne mesme se contredit, quand en demonstrent la seconde du douzieme, & quelques autres Propositions de solides, il oste le droit du courbe.

Nous nous desuelopperons donc de ce doute, en disant que la droite ligne, qui touche le cercle, ne fait point d'angle avec la circonference, à sçauoir, qu'on ne doit aucunement dire que BCD soit vn angle: car tout angle consiste en la section, & non pas à l'atouchement. Et où cesse la section, cesse aussi la forme de l'angle. Et pour le dire en vn mor, en croissant, toutes les especes d'angles se forment. Je tiens icy indifferemment, croiser & copper, & croix & section, pour vne mesme chose.

Car,

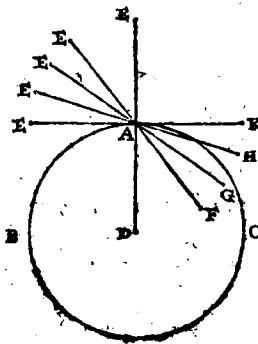
Car, les deux lignes AB & CD s'entrecoppans au point E à angles droits, imaginons nous que C se meut en rond, (à sçavoir sur le point fixe E) tellement



que de CD se fait FG . De là certainement, de droit qu'estoit l'angle AEC , se fait l'angle obtus AEF : & au contraire, du droit BEC , se fait l'angle aigu BEF . Et quand HK aura esté tirée, d'un costé se fait l'angle plus obtus HEA : & de l'autre, KEA plus aigu.

Et ainsi continuellement, jusqu'à ce que ceste ligne CD soit parvenue à AB , & que les extremités de l'une & de l'autre soyent les mesmes. Car alors, par maniere de dire, la ligne CD estant comme noyée en la ligne AB n'apparoistra plus aucun angle.

La mesme raison est au courbe. Car soit le cercle $ABCA$, duquel le centre soit D , & DE la ligne outrepassant la circonference & la coppant au point fixe A : sur lequel point fixe soit menée à l'entour la ligne DE , par les points F , G ,



H . Lors se feront incontinēt diuers angles avec la circonference audit point A : iusqu'à ce que cessant la croissade, la ligne ED soit faite vne avec BA & qu'elle touche le cercle. Lors la ligne DE n'est plus censée pour ligne panchée, mais bien pour noyée & absorbée en la ligne BAC , en ce qui concerne l'angle:

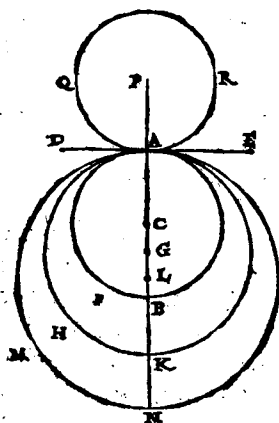
non autrement que si BAC estoit ligne droite. Et ne fait rien cōtre nous, que les lignes soyent esloignees, & qu'elles fassent l'espace CAK : car la seule ligne AC le fait, lors qu'elle s'esloigne de la droite: mais toutes fois elle l'embrace au point A . Puis donc que tout angle ne consiste point en plusieurs points, mais en vn seul, il aduient que le point A est aussi mal propre à former vn angle, comme estoit tantost le point de la section E , és lignes droites. Peut estre dira on, que le point A , de la ligne droite, demeure en son droit, & le point A , de la circonference, en son rond, & que ce n'est pas vn mesme point des deux: mais que seulement les lignes se leichent l'vne l'autre, pource que l'vne se refuit de l'autre entierement & de tous points: à celle fin que les contraites estans contreposés, soyent rendus plus manifestes. Mais le sens ne peut pas accorder celà: car deux cercles, se touchans exterieurement, laisseroyent la droite ligne d'entredeux toute entiere: sçauoir est, si nous imaginions vn cercle qui au point A touchast exterieurement ledit cercle ABC : ce que ne peut souffrir la nature des lignes. Mais donnons qu'il se puisse faire, à fin que rien ne tombe en la pensée, que la Geometrie ne puisse représenter en quelque lieu. Celà toutes fois n'auancera rien: au contraire tant moins l'atrouchement des lignes se pourra appeller angle. Car de costé & d'autre leur rencontre baillera. Mais confirmons ces choses cy par raisons geometriques, & par theoremes.

L'atrouchement interieur de deux cercles, n'est pas quantité.

Soit donc le cercle $AFBA$, duquel le centre soit C , & le diametre AB : par l'extremité duquel, à sçauoir
par

par A, soit tirée la ligne D E à angles droits. Or appert il, par le corrélaire de ceste quinziesme, que la ligne D E touche ledit cercle A F B A: & partant D A F est le moindre de tous les angles aigus, selon le dire d'Euclide, à sçauoir par la dernière partie de ceste quinziesme. Or maintenant entre les points C & B, soit marqué au diamètre A B, le centre G: & selon l'espace G A, soit décrit vn autre cercle plus grandet A H K A. Je dis que F A H n'est pas quantité.

Or il est certain, que le cercle A H K A passe entre la droite D A & la courbe A F: puis que le demidi-



metre G A est plus grand que le demidi-

Aussi est-il manifeste, que la ligne D E touche ledit cercle A H K A, par le mesme corrélaire de ceste quinziesme: & partât D A H est le moindre de tous les angles aigus. Derechef, selon vn plus grand espace, à sçauoir selon L A, soit décrit le cercle A M N A. Si fera, par le mesme corrélaire, D A M le moindre

de tous les angles aigus. Et ainsi sans fin, tous les at-

touchemens, que fera la ligne D E avec les cercles tirés par le point A, & dont les centres seront en la ligne A B, seront moindres que tout aigu rectiligne: & par ainsi tous egaux (au moins si egalité se peut trouuer en ce qui n'a point de quantité.) Partant l'at-

touchement de D A M sera egal à l'at-

touchement de D A F: & aduiendra que M A F, at-

touchement interieur des

cercles, n'augmentera ny ne diminuera l'attouchement $D A M$. Donques $M A F$ n'est pas quantité. Ce qu'il falloit demonstrier.

Mais nous prouuerons aussi, que l'attouchement interieur des cercles n'est point quantité: & ce en ceste façon:

Puis que tous les cercles sont semblables, tous les demicercles aussi seront semblables. Partant les angles qui se font du diametre avec la circonference, sont egaux en tous cercles, par la conuerse de la definition des sections semblables: (car nous n'exclurons pas les angles mixtes de ceste egalité des angles.) Donc l'angle $B A F$, sera egal à chacun des angles $K A H$ & $N A M$. Et partant l'attouchement $F A M$ n'adjoûte rien à l'angle $B A F$. Donques $F A M$ n'est pas quantité. Ce qu'il falloit demonstrier. De là s'ensuit vn autre:

L'attouchement d'une ligne droite avec le cercle n'est pas quantité.

Car, demeurant la mesme construction, si $D A F$ est quantifié, elle se partira, ou par ligne droite, ou par ligne courbe. Par ligne droite non: car la dernière partie de ceste quinzieme y repugne: ny par vne courbe, comme par la ligne $A M$: car $F A M$ seroit partie de $D A F$. Mais $F A M$ n'est pas quantité, comme nous venons de prouuer: $F A M$ donc n'est pas partie de $D A F$. Partant $D A F$, ny par ligne droite, ny par ligne courbe, ne se peut partir. Donques $D A F$ n'est pas quantité. Ce qu'il falloit prouuer. De là s'ensuit vn troisieme.

L'attouchement exterieur de deux cercles, n'est pas quantité.

Demeurant la mesme construction, soit allongé le diametre $B A$ jusques au point P . Lors par le centre P , & se-

& selon l'espace PA , soit descript le cercle AQR , qui touchera exterieurement le cercle $ABFA$, au point A . Je dis que l'attouchement BAQ n'est point quantité.

Cela est manifeste par la derniere demonstration. Car il ne se diuise point par ligne oblique, puis que FAM n'est pas quantité, par la premiere de celles cy: ny par ligne droite, puis que DAF n'est non plus quantité, par la seconde de celles-cy. Et DAQ n'est non plus quantité, par la mesme. Partant, puis que PAQ n'est point diuisible, il n'est pas quantité. Ce qu'il falloit prouuer.

De ce que dessus reüssira ceste maxime, laquelle jusqu'ici personne ne s'est aduisé de receuoir en la Geometrie:

*Les angles qui se font du diametre avec la circonferen-
ce, soit dedans, soit dehors le cercle, sont droicts, & egaux
aux rectilignes droicts.*

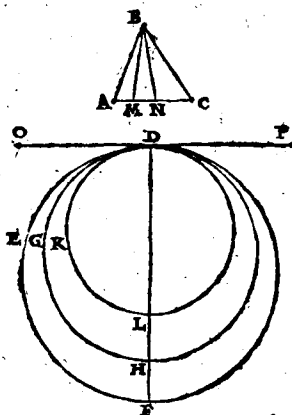
Comme en la derniere figure, l'angle BAF est egal à l'angle BAD , puis qu'il n'est point accru par l'attouchement DAF , qui n'est pas quantité: & partant QAP est droit, & egal audit DAP , puis que rien ne luy est adjousté par DAQ . Ce qu'il falloit prouuer.

Et pour aussi entremesler des raisons philosophiques parmi des speculations geometriques, (mais quelle partie de Philosophie ne peut-on remarquer en la Geometrie?) le cercle reçoit tout en soy: à cause de sa perfection. Et puis qu'il est absolu en toute façon, ce seroit chose indigne d'estimer qu'il fust incapable du droit. Si que Platon a tresbien dit, que la ligne, qui fait le cercle, est droite, ne plus ne moins que celle qu'on tire d'un point à autre, par le plus court chemin, quoy que nous appellions celle là oblique, à fin de la distinguer.

Ces choses ainsi demonstrees, sortiront hors de la Geometrie les paralogiſmes, & notamment celuy qui est tant vulgaire, & lequel Champagne amaine icy: On donne, dit-il, vn angle plus grand que $B A F$, & moindre qu'iceluy: & toutesfois on ne luy en donne point qui luy soit egal. Ce qui est refuté par les raisons susdites: Car on ne peut dire rien estre plus grand ny moindre de ce qui n'a en soy aucune quantité. Ce qui peut bien aduenir aux nombres. Car on donne vn nombre plus grand que 78, comme 3: & vn plus petit, comme 2: & toutesfois on ne luy en peut donner vn qui soit egal. Mais la quantité continue est bien d'autre nature que la discrete. Car on peut partir la continue infiniment: mais non pas la discrete. Ce que mesme la consideration des mots nous enseigne. Car à ce qui est continu il n'y a rien qui vaque, rien qui soit entremis: mais à ce qui est discret, tout y est nommément deduit. Comme, par exemple, deux fois quatre, ou huit, en Arithmetique; ne peut venir à estre quarré, mais si fait bien en Geometrie. Mais quelque jour, Dieu aidant, nous ferons cognoistre quel large champ nous auons ouuert par ceste demonstration, pour rechercher les secrets de la Geometrie, lors que nous donnerons au public nostre liure du quarré & du cercle, & lors nous esclarcirons les doutes qu'on peut amener contre ce que dessus.

Nous desnouerons aussi le paralogiſme de Cardan en son seizieme liure de la subtilité. Quelque quantité, dit-il, peut continuellement, voire infiniment, s'accroistre: & l'autre infiniment s'amoindrir: & toutesfois l'augment de cestuy là, quelque grand qu'il puisse deuenir, sera tousiours moindre que la diminution de cestuy-cy.

Par exemple, prenons l'angle rectiligne ABC , & soyent descrits deux cercles, $DEFD$ & $DGH D$, qui se touchent par dedans au point D : desquels les centres seront en vn seul diametre DF . Lors l'angle circulaire EDG , pourra infi-



niment estre accru, sca- uoir est en tirant sans fin des moindres cercles par D , point de l'atrouche- ment, desquels les centres soyent au diametre DF . Mais l'angle rectiligne ABC pourra estre infini- ment amoindri par les di- uisions que nous apprend la neuvieme du premier: comme icy en ABN , & puis en ABM : & nous suf-

fise de ceste binaire diuision. Et toutesfois l'angle cir- culaire, en s'accroissant ne deuiendra jamais egal à l'angle rectiligne décroissant. Comme icy l'angle EDK , est, sans doute, moindre que l'angle ABM : quoy qu'on voulust tirer plusieurs cercles, voire infi- nis: jamais l'angle d'atrouchement ne deuiendra aussi grand que l'angle ABM , voire que la millieme partie d'iceluy. Ce qui appert, dit-il, en tirant la ligne con- tingente OP . Car l'angle ODK est moindre que pas vn des angles aigus rectilignes: partant, EDK sera beaucoup moindre. Iusques icy nous auons parlé se- lon Cardan.

Auquel nous respondons ainsi: L'angle ABC , voi- rement, se peut amoindrir sans fin: Mais que EDK se puisse augmenter, je le nie. Car nous auons demon-

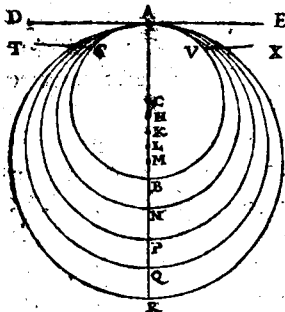
stré que EDK ne peut estre plus grand que EDG . Et cecy ne s'accorde aucunement, que ODG soit egal audit ODK , comme luy mesme l'affirme en ce lieu là: & que EDK soit plus grand que EDG . Car si ODG est egal à ODK , EDK ne peut rien adjouster à ODG : & parrant ny à EDG . Donques GDK , voire EDK ne peut estre plus grand que EDG . Et ainsi est renuersee la fallace.

Cardan propose au mesme endroit, allegant Apollonius & Rabi Moïse, de deux lignes qui sont en vn mesme plan, lesquelles allongees semblent tendre à faire angle, & s'entr'approchent tousiours de plus pres: Et toutesfois, par vn grand miracle, comme il estime, jamais ne se rencontrent: quoy qu'elles soyent sans fin allongees. Ce qu'aussi en passant auoit noté de Geminus, George Valla au premier liure de sa Geometrie, chapitre 59. Et apres luy Celijs Calcagnin, escriuant à laques Ziegler, de l'obseruation de quelcun qu'il ne nomme point. Mais ce paralogisme nous le dissoudrons en son lieu.

Mais pourquoy dilayerions nous de faire voir nostre inuention, puis que nous pouuons presentement faire ce que nous promettons, au moins pour la plus part? Car si bien nous ne voulons tout dire maintenant, nous auons des choses beaucoup plus solides & vriles, lesquelles nous reseruons jusques au temps que nous baillerons au public Euclide tout entier: combien que ce ne soit pas chose peu profitable de resufer les Propositions capricieuses.

Soit donques le cercle ABA , duquel le centre soit C , & le diametre AB : & que la ligne droite DE touche le cercle au point A . Lors entre les deux points du diametre C & B soyent pris plusieurs centres: mais
mainte-

maintenant nous fuffit de quatre, H, K, L, M: sur lesquels soyent defcrits quatre cercles, ANA, APA, AQA, ARA, paffans entre la ligne droite DE, & la circonference ABA, & se touchans au dedans du point A.



Or est-il manifeste, que les circonférences de ces quatre cercles, s'approchent de peu à peu, & de point à point, à ladite ligne droite DE. Prenons donc le point s en la circonference AN, bien proche du point A. En apres, mettons en la circonfé-

ce AP, vn autre point, qui approche encor plus de ladite DE que le point s, lequel nous appellerons second point, d'autant qu'il n'y a pas lieu de le pouoir marquer d'aucune marque. Derechef soit pris en la circonference AQ vn autre point, qui soit encor plus proche de ladite DE, que non pas le second point, lequel nous nommerons tiets point. En apres en la circonference AR soit pris vn point approchant encor de plus pres à ladite DE que le troisieme, lequel se dira le quart point. Et ainsi continuellement, si nous voulons descrire des cercles, par l'atrouchement A, plus grands que les premiers, desquels les centres soyent en la ligne AB, & leurs points de l'un à l'autre s'approchent de la ligne DE. En fin, par ces points, à sçauoir premier, secõd, tiets, quart, & d'auantage s'il y en a, soit tiree la ligne sr. Laquelle il est manifeste, que petit à petit elle s'approche tousiours de DE, non autrement que les points des cercles par où elle est tiree: & toutesfois

jamais ne se pourra conjoindre avec ladite DE , encor qu'on allonge infiniment les lignes, sçavoir est, si on décrit cercles infinis. Car, par ceste quinzieme, de tant qu'on en pourra descrire, pas vn pourtant ne pourra toucher la ligne DE , sinon qu'au point A . Il est donc arresté que la ligne ST , quoy qu'elle approche de la ligne DE , ne pourra pourtant jamais se joindre à icelle. Et de mesme veux-je qu'on entende de la ligne VX , qui est de l'autre costé.

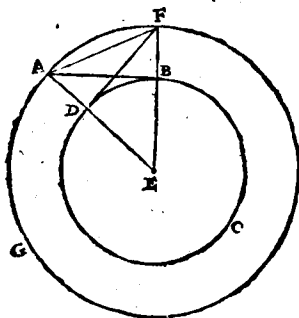
Mais tu diras, Je vois bien que tous ces cercles touchent la droite ligne DE en vn seul point d'icelle: & partant que la ligne ST , quoy qu'infiniment allongee par les points des cercles, ne pourra jamais pourtant rencontrer ladite DE . Mais routesfois je ne peux que je ne m'esmerueille comment celà se peut faire. Certainement la raison geometrique fait cesser l'admiration, & fait qu'on ne le trouue pas plus estrange de la ligne, que des cercles mesmes. Donques, le tout est rapporté au cercle admirable en toute façon. Car, à qui le regardera de pres, autant est esmerueillable, que les circonferences des cercles, (comme icy de AB , AN , AQ , & AR ,) se reculent tousiours, & s'esloignent du point A , & neantmoins par leur propre description reuiennent audit A : & de dire que la ligne ST approche tousiours de AD , & neantmoins jamais ne l'attaint. Partant ceste ligne doit estre dite mixte, comme procedant du droit & du circulaire: & partant elle consiste perpetuellement entre l'un & l'autre. Celuy donc cessera de s'esmerueillir, lequel considerera à bon'escent la forme du cercle, la raison, sa nature, & sa construction. Et de fait, ces lignes là sont composees de lignes infinies aucunement recourbees & reflexes en elles mesmes. Mais d'autant que

que les cercles passans par A, pour le grand nombre d'iceux, semblent se joindre l'un à l'autre, en cest endroit s'il à grand' peine se peut elle représenter aux sens, que pour vne seule ligne. Et ne faut douter que elle ne soit du nombre de celles d'Apollonius qu'ils proposent (& tel est aussi, aux solides, le costé de l'hyperbole, comme nous enseignerons en son endroit) mais à la verité, elle ne se peut dire droite en façon que ce soit, comme l'estimoit Calcagnin, mais bien quelque ligne desfreiglee, qui bonnement n'est ny droite ny circulaire. Or reserurons-nous cecy au traité des corps, à fin de reuenir aux cercles.

*Probleme 2. Proposition XVI.
selon Theon 17.*

D'un point marqué hors le cercle, tirer vne ligne qui touche le cercle.

Soit le point A hors du cercle B C D, duquel le centre soit E. Je vueil du point A tirer vne ligne contingente au cercle B C D.

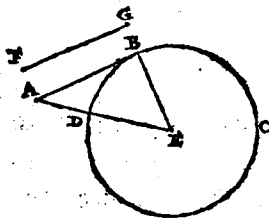


Dudit centre E au point A je tire la droite ligne E A, qui coppa le cercle au point D. Lors sur ledit centre E, selon l'espace E A, je descri le cercle A F G. Et de D, point de la section, je dresse la perpendiculaire D F, qui coupe le cercle exterior à F, & conjoins

E F, qui coppa le cercle interieur à B. Et pour la fin je conjoins A B. Je dis que A B touche le cercle B C D.

Car prenant les deux triangles AEB & FED , les deux costés AE & EB de cestuy-là, seront egaux aux deux costés de cestuy cy, FE & ED , & l'angle E est commun à tous les deux. La base donc AB , par la quatrième du premier, sera égale à la base FD : & l'angle EBA égal à l'angle EDF . Mais l'angle EDF est droit: partant EBA sera aussi droit. Donques, par le corollaire de l'antecedente, la ligne AB est contingente au cercle BCD . Ce qu'il falloit demonstrier.

Ce que nous demonstrerons encor ainsi par maniere d'exercice. Ayant tiré la ligne AE , je cherche combien peut AE sur BD : par les choses que nous auons demonstrees à la quarantesepieme du premier. Soit



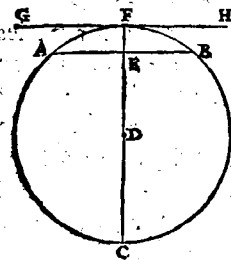
donc la ligne FG , la puissance de AE sur ED . Or maintenant de AE ligne donnee, & de deux qui soyent egales ausdites ED & FG donnees, par la vingtdeuxieme du premier, je forme le triangle ABE . & EB sans doute se terminera en la circonfe-

rence, par la definition du centre. Si sera droit l'angle ABE , par la dernière du premier. Partant AB sera contingente au cercle, par le corollaire de l'antecedente. Ce qu'il falloit prouuer.

Tirer vne ligne droite qui touche le cercle, & qui soit parallele a vne ligne droite, qui coupe ledit cercle.

Soit la ligne AB , qui coupe le cercle ABC , (duquel D est le centre,) es points A & B . A icelle AB je veux tirer vne parallele, laquelle touche le cercle.

Je diuise AB egalement au point E . Puis par le point



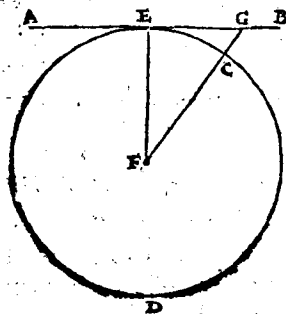
point E , & par le centre D , je tire le diametre $CDEF$. En apres je tire la ligne GFH à angles droits audit diametre CF . Je dis que GFH (laquelle, par le correlaire de la quinzieme, touche le cercle) est parallele à ladite AB .

Car, puis que la droite lité ligne CF tombant sur toutes les deux, fait droits tous les angles qui sont à E , par la troisieme de ce livre: & que les deux angles, qui sont à F , ont esté posés droits, par la vingtneuvieme du premier, AB & GH seront paralleles. Ce qu'il falloit demonstrier. Cecy est fort commode pour inscrire les figures dans les cercles.

Theoreme 15. Proposition XVII.

selon Theon 18.

Si vne droite ligne touche le cercle, vne autre droite ligne, tiree du centre à l'attouchement, sera perpendiculaire à la premiere.



Soit la ligne AB , cõtangent au cercle CE , au point E : duquel cercle le centre soit F . Et dudit centre F soit tiree la ligne FE . Je dis que ladite FE est perpendiculaire à ladite AB .

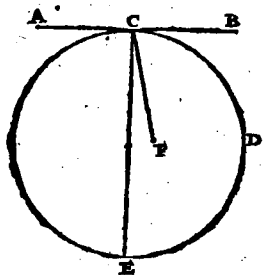
Que si elle ne luy est perpendiculaire, posons que ce soit FG , laquelle

coppe la circonference au poinct C . Et puis que l'angle FGE est droit, le costé EF du triangle EFG , est plus grand que le costé FG , par la dixneuvieme du premier. Ce qui est faux: car FC est egale à FE . Ceste cy se prouue par negatiue, à la façon des conuerfes: car elle est conuerse du correlaire de la quinzieme du present.

Theoreme 16. Proposition XVIII.

selon Theon 19.

Si vne droite ligne touche vn cercle, la perpendiculaire tiree du poinct de l'attouchement passera par le centre.



Soit la ligne AB , qui touche le cercle CDE au poinct C , duquel jusques au poinct E de la circonference, soit tiree CE perpendiculaire à ladite AB . Je dis que CE passe par le centre.

Sinon, soit le centre hors d'icelle CE , comme vous diriez au poinct F : duquel

poinct jusques au poinct C soit tiree la ligne FC : laquelle, par l'antecedente, sera perpendiculaire à AB : & partant l'angle ACF egal à l'angle ACE , la partie au tout. Ce qui est absurde.

Theoreme 17. Proposition XIX.

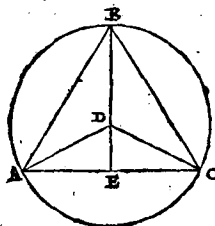
selon Theon 20.

Au cercle, l'angle qui est au centre, est double de celuy qui est à la circonference, quand l'un & l'autre consiste sur vne meisme portion

tion de la circonference.

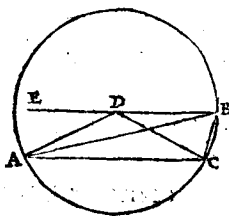
Au cercle ABC , (duquel D est le centre,) soit l'angle ADC au centre, & à la circonference ABC : & qu'un chacun d'eux soit sur vne mesme portion de circonference, à sçauoir AC . Je dis que l'angle ADC est double de l'angle ABC .

Car, ou pas vne des deux AB & CB ne coppa pas vne des deux AD & DC , ou l'une d'icelles en coppa l'une des autres, ou bien l'une d'icelles se trouuera en l'une des autres. Et premierement prenons que pas



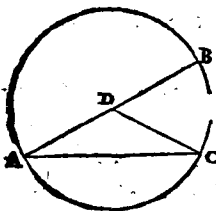
vne des deux AB & CB , ne coupe pas vne des deux AD & DC . Lors par le point D soit tirée la ligne BDE . Si sera, par la trentedeuxieme du premier, l'angle

ADE , egal aux deux angles intérieurs opposés ABD & BAD : lesquels, puis que, par la cinquieme dudit, ils sont égaux, le dit ADE , sera double de l'angle ABD . Par mesme raison l'angle CDE sera double de l'angle BCD . Donques tout l'angle ADC sera double de tout l'angle ABC . Ce qu'il falloit monstrier.



Que si l'une d'icelles, comme AB , coupe l'une des autres, à sçauoir CD : lors allongeant BE , se fera l'angle EDC double de l'angle DBC , par la trentedeuxieme du premier. Ostant donc

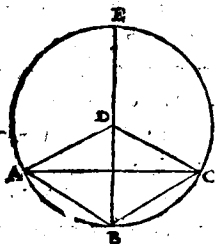
EDA , qui est double de l'angle DBA , de l'entier EDC : ostant aussi DBA du total DBC : le restant ADC sera double du restant ABC : Ce qu'il falloit prouuer.



Que si l'une d'elles, comme $A D$, est en l'une des autres, si que $A D B$ soit une ligne: lors l'angle $A D C$ manifestement sera double de l'angle B , par la cinquieme & trentedeuxieme du premier. Ce qu'il falloit demonstrier.

En cest endroit Nicolas Tartalea a placé l'appendix suyuant: lequel nous auons reduit en Theoreme, & l'auons plus briuelement demonstrier par ceste dix-neufieme.

Si deux angles, desquels l'un est au centre, l'autre à la circonference, sont soutendus par vne droite ligne, l'espace compris en l'angle qui est au centre, est double de l'angle qui est à la circonference.



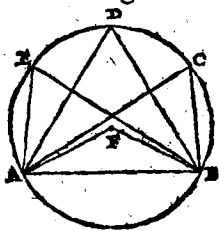
Que l'angle $A D C$, qui est au centre, demeure comme au parauant: & soit descript en la circonference l'angle $A B C$, de mesme appellation qu'en la precedente. Et par le centre D soit tiree la ligne $B D E$, qui coupe la circonference au point E . le dis que les deux angles $A D E$ & $C D E$ pris ensemble, sont doubles de l'angle $A B C$.

Cela est clair par ceste dix-neufieme. Car l'angle $A D E$, qui est au centre, est double de l'angle $A B D$, veu qu'ils sont sus vne mesme circonference $A E$. Par mesme raison $C D E$ sera double de $C B D$. Parant les deux angles $A D E$ & $C D E$ pris ensemble, sont doubles à tout l'angle $A B C$. Ce qu'il falloit monstrier.

Theo-

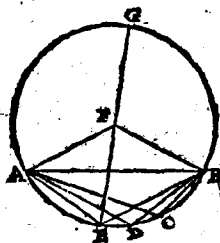
*Theoreme 18. Proposition XX.**selon Theon 21*

En vn cercle, tous les angles, qui sont en vn
mesme segment, sont aussi egaux entr'eux.



Soient les angles ACB , ADB ,
& AEB , au segment ADB , du cer-
cle $ABCD$, qui a F pour centre.
Je dis que tous ces angles sont
egaux.

Soit conjoincte la ligne AB .
Et lors, si quelques deux lignes
s'entrecoppent au centre, la Pro-
position sera manifeste par l'antecedente. Car l'angle
 AFB sera double à vn chacun des autres. Partant, se-
lon la notion commune, ils seront egaux entr'eux.
Que s'ils ne s'entrecoppent pas, en tirant les lignes
 AF & BF , le mesme sera incontinent congn.

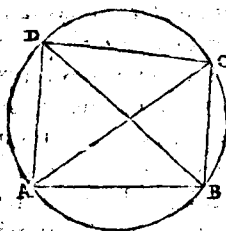


Que s'ils sont au moindre seg-
ment, comme en AEB : lors ti-
rant AF & BF : tirant aussi des li-
gnes par le centre, de chacun an-
gle à la circonference (ce sera as-
sez pour maintenant de tirer
 EF & GF :) tout l'espace qui est en-
l'angle F sera double d'un cha-
cun des autres: & partant sont
ils egaux entr'eux. Ce qu'il falloit demonstrier.

*Theoreme 19. Proposition XXI.**selon Theon 22.*

Des quadrilateres inscrits dans des cer-
cles, les deux angles opposés sont egaux à
deux droits.

Soit le quadrilatere $A B C D$ inscrit dans le cercle de mesme denomination. Je dis que les deux angles opposes, quels qu'ils soyent, sont egaux à deux droits.



Soyent tirees dans le quadrilatere deux lignes dimetientes; $A C$ & $B D$. Si seront egaux par l'antecedente, les deux angles $A B D$ & $A C D$, qui sont en vn mesme segment $A B D$. Aussi les deux $C B D$ & $C A D$, qui sont en vn mesme segment $C B D$, seront

egaux. Donc tout l'angle B sera egal aux deux $A C D$ & $C A D$. Mais ces deux là, $A C D$ & $C A D$, avec D , tout entier, sont egaux à deux droits, par la trentedeuxieme du premier. Donques les deux B & D , angles opposes, sont egaux à deux droits. Par mesme discours nous prouuerons que les deux opposes, A & C , sont egaux à deux droits.

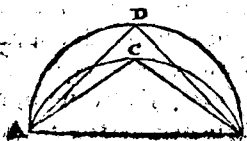
Theoreme 20. Proposition XXII.

selon Theon 23.

Sur vne mesme droite ligne, deux semblables sections de cercle inegales, ne peuuent estre descrites d'vn mesme costé.

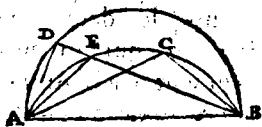
Soit la droite ligne $A B$, sur laquelle soit descrite la section $A C B$; & soyent tirees les droites lignes $A C$ & $B C$. Je dis qu'on ne peut descire sur la mesme $A B$, & d'vn mesme costé, vne seule section de cercle sembla-

ble à la premiere, mais non egale.

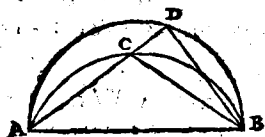


Car, si faire se peut, soit descrite $A D B$ section plus grande, & soyent tirees les droites lignes

lignes $A D$ & $B D$. Ou pas vne des deux $A D$ & $B D$, ne cōpperà pas vne des deux $A C$ & $B C$. Et lors l'angle C sera plus grand que l'angle D , par la vingtyvieme du premier. Partant, lesdites sections ne seront pas semblables, par la dernière définition de ce liure.



Que si l'une d'elles, comme $B D$, cōppe l'une des autres, comme $A C$, & la moindre circonférence au point E : soit conjoincte $E A$. Si sera, par la seizieme du premier, l'angle $A E B$ plus grand que l'angle $A D B$, l'exterieur que l'interieur. Et partant $A C B$, qui est egal à $A E B$, par la vingtieme du dit, sera plus grand que ledit $A D B$. Ny ainsi donques ne seront les sections semblables.



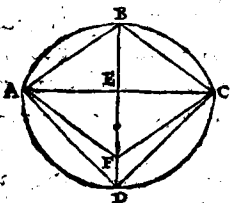
En fin, si l'une d'icelles, comme $A C$, est partie de l'une des autres, comme de $A D$: par la mesme seizieme du premier, l'angle C sera plus grand que l'angle D . Lesdites sections ne seront donc pas semblables.

De ce que dessus il appert assez qu'on ne peut aussi constituer sur $A B$ vne moindre section, qui toutes fois soit semblable à $A C B$. Partant on ne peut en façon que ce soit, sur vne mesme ligne, constituer des sections inegales, qui soyent semblables. Ce qu'il faisoit demonstrier.

Champagne adjouste en cest endroit, que sus vne mesme droite ligne, ny du mesme costé, ny de l'opposite, on ne peut constituer semblables inegales sections. Ce qu'il prouue par la superposition des figures, qu'on appelle. Mais nous le demonstrerons par

autre moyen.

Soit ABC la portion d'un cercle, (je ne mets point de difference entre section & portion.) constituée sur la ligne AC . De l'autre costé soit constituée la portion ADC sur la mesme ligne AC , semblable à ladite ABC . Je dis que ABC & ADC ne peuvent aussi estre inegales. Car soit, si faire se peut, ADC plus grande : & AC soit également diuisee au point E : & soit tirée la droite ligne BED , coppant à angles droits la dite AC . & soyent conjoinctes $AB, CB, AD, \& CD$.



Et pource que la portion ADC est plus grande que ABC , la perpendiculaire ED sera aussi plus grande que EB , comme nous auons monstre à la fin des definitions de ce troisieme liure. Que donques ED soit retranchée, à l'egal de EB :

si que EF soit egale à EB . Si sera le triangle AEB egal au triangle AEF , par la quatrieme du premier : & l'angle EBA egal à l'angle EFA . Et par semblable raison, l'angle ECB sera, par la mesme, egal à l'angle EEC . Donc tout ABC sera egal à tout AFC . Mais ledit AFC , par la vingtieme du premier, est plus grand que ledit ADC . Donques ABC sera plus grand que ADC . Partant, selon la Definition, lesdites portions ABC & ADC ne seront pas semblables. Qui est contre la position. Elles ne sont donc pas semblables & inegales. Ce qu'il falloit prouuer.

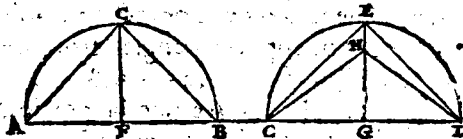
Theoreme 21. Proposition XXIII.

selon Theon 24.

Les semblables sections de cercle, dressées sur une meme ligne droite, & d'un costé, sont semblables.

fees sur droites lignes egales, sont egales entr'elles.

Soyent deux lignes egales, $A B$ & $C D$: Et sur icelles soyent dressees deux sections semblables, $A B C$ & $C D E$. Je dis que lesdites sections sont egales.



Si ainsi n'est, l'une d'icelles estant mise sur

l'autre, la plus grande surpassera la moindre. Mais la ligne $A B$ est de mesme que la ligne $C D$. D'où viendra le contraire de ce qui a esté prouvé par la precedente.

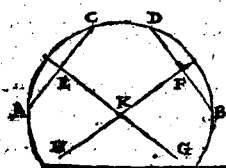
Mais pource qu'il y a ja long temps, que nous avons jugé, qu'il falloit bannir des demonstrations geometriques ceste superposition de figures, combien que ce Theoreme n'eust besoing d'autre preuve que celle de l'antecedente: toutesfois, nous le demonsturons par ce discours geometrique.

Puis que les deux portions $A C B$ & $C E D$ sont semblables, mais non egales, soit $C E D$ plus grande. Divisons également les deux lignes $A B$ & $C D$: à sçavoir $A B$ au point F , & $C D$ en G : & dressons deux perpendiculaires $F C$ & $G E$. Et puis que la portion $C E D$ est plus grande, la perpendiculaire $G E$ sera aussi plus grande, comme nous l'avons prouvé à la fin de la precedente. Coppons donc $G E$ en H , si que $G H$ soit égale à $F C$. Et d'autant que les deux costés $A F$ & $F C$ du triangle $A C F$, sont égaux aux deux costés $C G$ & $G H$ du triangle $C H G$: & les angles F & G sont égaux, la base $A C$ aussi sera égale à la base $C H$: & l'angle $A C F$ à

l'angle CHG , par la quatrième du premier: Semblablement l'angle BCF sera égal à l'angle DHG . Partant tout l'angle ACB sera égal à tout l'angle CHD . Mais l'angle CHD est plus grand que l'angle CED , par la vingtyvième du premier. Donques l'angle ACB sera plus grand que l'angle CED : Et partant les sections ne sont pas semblables. Qui est contre la position.

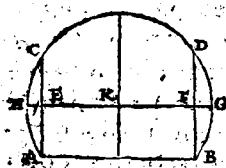
*Probleme 3. Proposition XXIV.
à Theon 25.*

La section d'un cercle étant donnée, parachéver le cercle duquel elle est section.



Soit la section donnée AB , de laquelle il faut parachéver le cercle.

Je tireray en icelle section deux lignes à l'aventure, AC & BD : lesquelles je partiray également: sçavoir est AC au point E , & DB au point F . Lors des deux points E & F , je tireray dans la section deux perpendiculaires EG & FH , qui s'entrecouperont au point K . Si sera le centre du cercle en chacune desdites perpendiculaires, par le corollaire de la première du présent. Donques K est le centre lequel il falloit trouver.



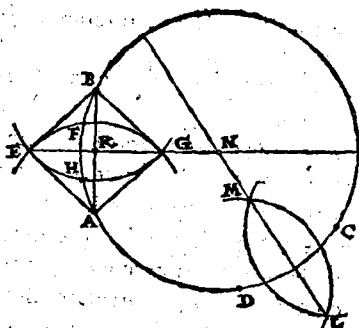
Que si EG & FH ne s'entrecouperont point, mais soyent vne même ligne, comme est GH en la seconde figure: ce qui se fait, lors que AC & BD sont équidistantes: lors GH , aboutissant à l'une & à l'autre partie de la circonférence, aura en elle

elle le centre du cercle, par le mesme correlaire. Car E, G & F, H ne pourront estre equidistantes : autrement il y auroit deux centres d'une mesme circonférence.

C'est ici la generale demonstration de parfaire le cercle sur vn arc donné, quel qu'il soit: laquelle aussi Champagne employe: & de laquelle est puisé le moyen compendieux de trouuer le centre, dont les artisans vsent ordinairement, qui est tel:

Soit la circonférence $A B C D$, de laquelle il faloit trouuer le centre. Je mets vn centre fortuit en quelque point de la circonférence donnée, comme en A : sur lequel, & selon tel espace que je voudray, je des-

cris la circonférence $E F G$. Lors mettant le compas sur vn autre point de la circonférence, comme en B , & selon le mesme espace ou extension que le premier, je descris la circonférence $E H G$: qui coupe la premiere $E F G$ es deux



points E & G . En apres, desdits centres je tire les droites lignes $A E$ & $B E$: & encor $A G$ & $B G$. Si sont ces quatre dernieres lignes egales, puis qu'elles sont demidiarmètres de cercles egaux. Lors je tire la ligne droite $A B$. Si se feront deux triangles isosceles $A E B$ & $A G B$. Desquels la base commune sera $A B$, laquelle je diuise également au point K : qui sans doute restera entre les deux circonférences $E F G$ & $E H G$, à fin

que la partie ne soit plus grande que le tout : puis je conjoins $E K$, laquelle j'allonge jusqu'au point G . Tu vois maintenant, que les deux isosceles sont diuisés en quatre triangles egaux, $E A K$, $E B K$, $G A K$, & $G B K$. Car les deux costés $A B$ & $A K$, du triangle $A E K$, sont egaux aux deux costés $B E$ & $B K$ du triangle $B E K$: & la base $E K$ est commune à tous les deux. Donques les deux angles qui sont à K , des deux triangles $A E K$ & $B E K$, sont egaux, par la huietieme du premier: partant sont-ils droits. Par la mesme raison aussi les deux autres angles, qui sont à K , sont droits. Donques $E G$ est vne seule ligne, par la quatorzieme du premier. Laquelle, puis qu'elle diuise $A B$ à angles droits, passe par le centre, par le correlaire de la premiere du present. La mesme preuue se fera des deux circonferences descrites de mesme, & s'entrecoppés es points L & M : par lesquels points la ligne $L M$ tirée, coppera la ligne $E G$ au point N lequel sera le centre du cercle, par ledit correlaire de la premiere du present: entendant que la droite ligne $C D$ coupe à angles droits ladite $L M$. Ce qu'il falloit prouuer.

J'ay mis icy ceste demonstration, à fin qu'un chacun voye combien on peut abbreger ce qui se traite prolixement es sciences. Or tout cela procede du rapport que le quarré a avec le cercle. Car les triangles seruent à la preuue des quadrilateres : mais les quadrilateres (principalement les quarrés) seruent aux cercles.

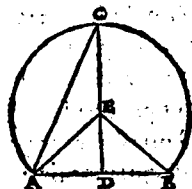
Comme icy, si nous considerons le quarré $A E B G$: duquel l'un des diametres, $A B$, coupe la circonferencce: l'autre, $E G$, regarde le centre. Mais cecy ne demonstre nous pas. Car les demonstrations suyuantcs prouuent ceste vingtquatrieme d'Euclide par ses chefs:

chefs : ſçauoir eſt , eſ trois diuerſes portions des cercles , comme au demicercle , & aux portions plus grandes ou plus petites que le demi cercle.



Premièrement , nous eſtant donné vn demicercle , duquel il ſale trouuer le centre , pource que la ligne qui le ſouſſéd , c'eſt le diamètre , au point qui eſt au milieu d'iceluy , ſera le centre du cercle : comme icy eſt le point D au diamètre A B , du demicercle A C B.

Mais , ſi lon nous donne vne portion , qui ſoit plus grande que le demicercle , comme A C B , de laquelle la ſouſtendue ſoit A B : je diuiſe également A B au point D , duquel j'eſſeue la perpendiculaire D C , qui touche la circonſerence au point C. Ceſte cy paſſera par le centre , par le corrolaire de la premiere du pre-



ſent. Lors je conjoins A C. Et pour ce que l'angle C A D eſt plus grand que l'angle A C D , par la dixneuſme du premier , veu que C D eſt plus grande que le demidiambre , & A D beaucoup moindre : par la vingttroiſieme du premier , je retranche l'angle C A E , qui ſoit egal à l'angle D C A , en tirant la ligne A E , qui coupe D C au point E : le quel point E je dis eſtre le centre du cercle.

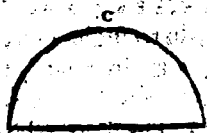
Je conjoins E B. Or appert il par la ſixieme du premier , que E C & E A ſont egales : veu que les deux angles E A C & E C A ſont egaux : auſſi , par la quatrième dudit , il appert que E A & E B ſont egaux , puis que les deux coſtés A D & D E , du triangle A E D , ſont egaux aux deux coſtés D B & D E , du triangle D E B. Donc les trois , E A , E B , & E C , ſont egales. Partant , par

que la partie ne soit plus grande que le tout : puis je conjoins $E K$, laquelle j'allonge jusqu'au point G . Tu vois maintenant, que les deux isosceles sont diuisés en quatre triangles egaux, $E A K$, $E B K$, $G A K$, & $G B K$. Car les deux costés $A B$ & $A K$, du triangle $A E K$, sont egaux aux deux costés $B E$ & $B K$ du triangle $B E K$: & la base $E K$ est commune à tous les deux. Donques les deux angles qui sont à K , des deux triangles $A E K$ & $B E K$, sont egaux, par la huitieme du premier: partant sont ils droits. Par la mesme raison aussi les deux autres angles, qui sont à K , sont droits. Donques $E G$ est vne seule ligne, par la quatorzieme du premier. Laquelle, puis qu'elle diuise $A B$ en angles droits, passe par le centre, par le correlaire de la premiere du present. La mesme preuue se fera des deux circonferences descrites de mesme, & s'entrecoppas es points L & M : par lesquels points la ligne $L M$ tiree, coppa la ligne $E G$ au point N : lequel sera le centre du cercle, par ledit correlaire de la premiere du present: entendant que la droite ligne $C D$ coupe à angles droits ladite $L M$. Ce qu'il falloit prouuer.

J'ay mis icy ceste demonstration, à fin qu'un chacun voye combien on peut abbreger ce qui se traite prolixement es sciences. Or tout celà procede du rapport que le quarré a avec le cercle. Car les triangles seruent à la preuue des quadrilateres : mais les quadrilateres (principalement les quarrés) seruent aux cercles.

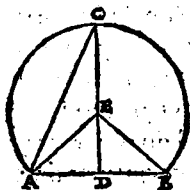
Comme icy, si nous considerons le quarré $A E B G$: duquel l'un des diametres, $A B$, coupe la circonferance: l'autre, $E G$, regarde le centre. Mais cecy ne demonsturons nous pas. Car les demonstrations suivantes prouuent ceste vingtquatrieme d'Euclide par ses chefs:

chefs : ſçauoir eſt , és trois diuerſes portions des cercles , comme au demicercle , & aux portions plus grandes ou plus petites que le demi cercle.



Prémièrement , nous eſſant donné vn demicercle , duquel il ſale trouuer le centre , pource que la ligne qui le ſouſſed , c'eſt le diamètre , au point qui eſt au milieu d'iceluy , ſera le centre du cercle : comme icy eſt le point D au diamètre A B , du demicercle A C B.

Mais , ſi lon nous donne vne portion , qui ſoit plus grande que le demicercle , comme A C B , de laquelle la ſouſtendue ſoit A B : je diuiſe également A B au point D , duquel j'eſſeue la perpendiculaire D C , qui touche la circonference au point C . Ceſte cy paſſera par le centre , par le corrolaire de la premiere du pre-



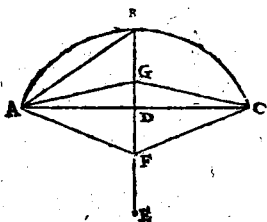
ſent. Lors je conjoins A C . Et pour ce que l'angle C A D eſt plus grand que l'angle A C B , par la dixneuſieme du premier , veu que C D eſt plus grande que le demidiambre , & A D beaucoup moindre :

par la vingttroiſieme du premier , je retranche l'angle C A E , qui ſoit egal à l'angle D C A , en tirant la ligne A E , qui coupe D C au point E : le quel point E je diſ eſtre le centre du cercle .

Je conjoins E B . Or appert il par la ſixieme du premier , que E C & E A ſont egales : veu que les deux angles E A C & E C A ſont egaux : auſſi , par la quatrieme dudit , il appert que E A & E B ſont egaux , puis que les deux coſtés A D & D E , du triangle A E D , ſont egaux aux deux coſtés D B & D E , du triangle D E B . Donc les trois , E A , E B , & E C , ſont egales . Partant , par

la sixieme du present, E sera le centre du cercle.

Maintenant nous soit donnee la portion A B C, moindie que le demicercle. Je diuise egalement la soustendüe A C au poinct D. Et par ledit D, je tire à angles droits la ligne B D E, en laquelle sans doute, sera le centre du cercle, par le



correlaire si souvent allégué: mais non pas entre les poinctz D B: car lors, A B C seroit plus grande que le demicercle, contre ce que nous auons posé. Je conjoins donc B A: & du poinct

A je tire vne ligne, qui avec B A face vn angle egal à l'angle A B F, par la vingttroisieme du premier: & soit icelle ligne A F: tellement que l'angle F A B soit egal à l'angle F B A. (or elle ne tumbera pas entre D & B comme A G. Car tirant G C, par la sixieme & quatrieme du premier, les trois, G A, G B, & G C seroyent egales: & par la sixieme du present, G seroit le centre du cercle: ce qu'on vient de demonstrier ne pouuoit estre.) Je conjoins donc F C. Et, par le mesme discours que parauant, les trois, F A, F B, & F C seront egales. Parant F est le centre du cercle. Ce qu'il falloit demonstrier.

Ces demonstrations, pour trouuer le centre, ont bien quelque recommandation pour leur varieté: mais l'usage en est peu necessaire. Car la premiere suffit abondamment pour tout.

Theoreme 22.

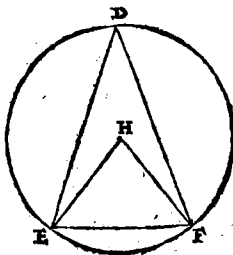
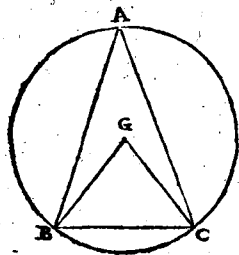
Proposition XXV.

à Theon 26.

Aux cercles egaux, les angles egaux, soit qu'ils

qu'ils soyent au centre, soit qu'ils soyent à la circonference, ces angles là, dis-je, consistent sur arcs egaux.

Soyent deux cercles egaux : $A B C$, duquel le centre est G , & $D E F$, duquel le centre est H : Et soyent les deux angles qui sont au centre egaux, (çauoir est $B G C$ & $E H F$: ou aussi les deux de la circonference egaux, $B A C$ & $E D F$. Je dis que l'arc $B C$ est egal à l'arc $E F$.



Soyent conjoinctes $B C$ & $E F$. Et pource que les cercles sont egaux, les demidia

metres aussi $G B$ & $G C$ seront egaux aux deux $H E$ & $H F$, par la definition des cercles egaux. Parrant, puis que les deux angles G & H sont egaux, la base aussi $B C$ par la quatrième du premier, sera egale à la base $E F$. Et puis que l'angle A est egal à l'angle D : le segment $B A C$ sera aussi semblable au segment $E D F$, par la definition des portions semblables. Et pource qu'ils consistent sur lignes egales, ils seront aussi egaux, par la vingttroisieme du present. Parrant, selon la commune Notion, les deux autres arcs $B C$ & $E F$ sont egaux. Ce qu'il falloit demonstter.

Toutesfois nous ferons nostre preuue plus commodement, si nous les prenons separés, comme a fait Champagne,

Soyent donc posés égaux les deux angles qui sont au centre, comme auparavant. Lors, conjoignant BC & EF , lesdits BC & EF , à cause de l'égalité des demidiames, seront égales, par la quatrième du premier. Soyent aussi tirées BA & CA à la circonférence, & aussi ED & FD . Si seront, par la dixneuvième du présent, & par la commune Notion, les deux angles A & D égaux. Donc, par la définition des segments semblables, les deux segments BAC & EDF seront semblables, & partant égaux, par la vingt troisième du présent, puis qu'ils sont sur lignes égales. Donques les deux autres arcs, BC & EF seront égaux. Ce qui est pour le premier.

Maintenant, posons que les angles A & D , qui sont à la circonférence, sont égaux. Les segments aussi, par la définition, seront égaux. Lors, tirant GB & GC : & aussi HE & HF , lesdits angles G & H , par la dixneuvième du présent, & par la commune notion, seront égaux. Et pource que les demidiames sont égaux, les deux BC & EF , par la quatrième du premier, seront aussi égales. Donques, par la vingt troisième du présent, les segments BAC & EDF seront égaux comme auparavant. Partant, les deux autres arcs seront égaux. Ce qu'il falloit démonstrer.

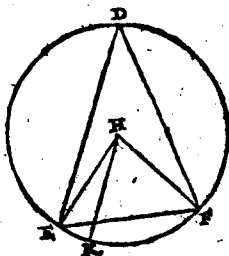
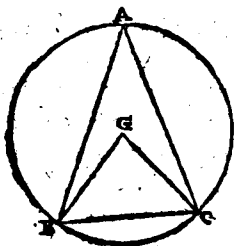
Theoreme 23. Proposition XXVI.

à Theon 27.

Aux cercles égaux, les angles qui consistent sur arcs égaux, (soit qu'ils soient au centre, ou à la circonférence,) sont aussi égaux entr'eux.

Soyent deux cercles égaux ABC , duquel le centre est G : & DEF , duquel le centre est H : & soient les deux angles

angles G & H aux centres: ou les deux A & D à la circonference, & sur arcs egaux B C & E F. Je dis que l'angle G est egal à l'angle H: & l'angle A à l'angle D. C'est la conuerse de la precedente.



Car si G n'est pas egal à H, prenons que H soit pl^r grad: & soit fait

F H K egal audit G. Lors, par l'antecedente, l'arc F K sera egal à l'arc B C: partant & à l'arc E F, la partie au tout. Et la mesme absurdité reüssira, si ayant mis les arcs B C & E F egaux, les angles A & D, qui sont à la circonference, ne sont aussi egaux.

Ou bien ainsi. Veu que les angles G & H ont esté prouués egaux, lors tirant B A & C A, & aussi E D & F D: par la dixneuvieme du present, & par la commune Notion, les angles A & D seront egaux. Ce qu'il faloit monstrier.

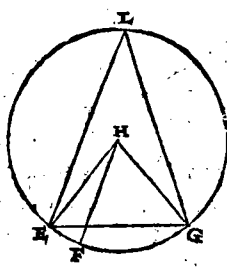
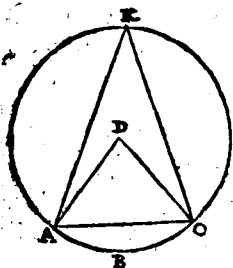
Theoreme 24. Proposition XXXII,
selon Theon 28.

Aux cercles egaux, les droites ligne se-gales comprennent arcs egaux. Sinon, la plus grand' ligne comprend le plus grand arc, & la moindre le moindre.

Soyent deux cercles egaux, A B C, duquel le centre est D: & E F G, duquel le centre est H: & soit la droite ligne A C egale à la droite ligne E G. Je dis que les

deux arcs, $A B C$ & $E F G$ sont égaux.

Que si $E G$ est plus grande., plus grand aussi sera l'arc $E F G$.



Soyent
côjointes
au centre
 $A D$ & $C D$;
ou $A K$ &
 $C K$ à la cir-
conferenc:
& sembla-
blement

$E H$, $G H$: & $E L$ & $G L$. Et pource que les demidiames-
tres d'un & d'autre costé sont égaux, & les bases aussi
égales, les deux angles D & H , par la huitième du
premier, seront aussi égaux: & partant, par l'antéce-
dente, l'arc $A B C$ sera égal à l'arc $E F G$. Qui est pour
le premier.

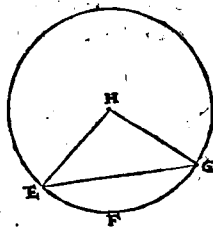
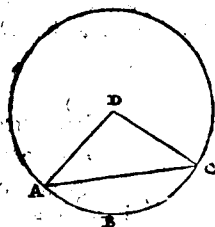
Mais si la ligne $E G$ est posée plus grande, l'angle
 H sera aussi plus grand, par la vingt-cinquième du pre-
mier. Ayant donc fait l'angle $F G H$ égal audit D , l'arc
 $F G$ sera égal à l'arc $A B C$, par la vingt-cinquième du
présent. Donques $E F G$ sera plus grande que ledit
 $A B C$. Ce qu'il falloit prouver.

Theoreme 25. Proposition XXVIII.

selon Theon 29.

En cercles égaux & sous arcs égaux, éga-
les droites lignes sont soustendues.

Soyent deux cercles égaux, $A B C$, duquel le centre
est D : & $E F G$, duquel le centre est H , & soit l'arc
 $A B C$ égal à l'arc $E F G$. Je dis que la ligne $A C$ est éga-
le à



le à la li-
gne E G.
C'est la cō-
uerse de
l'antece-
dente.

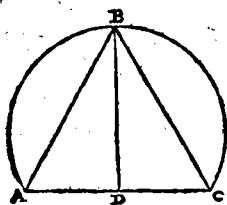
Soyent
cōjoinctes

D A & D C : & aussi H E & H G. Si feront , par la ving-
fixieme du present, les angles D & H egaux. Partant,
par la quatrieme du premier, A C sera egale à E G. Ce
qu'il falloit demonstrier.

Probleme 4. Proposition XXXIX.
selon Theon 30.

Partir egaleme^{nt} vn arc donné d'un cercle.

Soit l'arc donné A B C , duquel la soustendue soit
A C. Je veux diuiser cest arc par la moitié.



Soit A C egaleme^{nt} diuisé
au point D : duquel soit dres-
see la perpendiculaire D B , qui
coppera ledit arc à B. Je dis que
ceste perpendiculaire diuise l'arc
ABC par la moitié au point B.

Soyent conjoinctes B A &
B C : lesquelles, par la quatrieme
du premier , seront egales. Partant , par la premiere
partie de la vingtseptieme du present, l'arc A B sera e-
gal à l'arc B C. Ce qu'il falloit demonstrier.

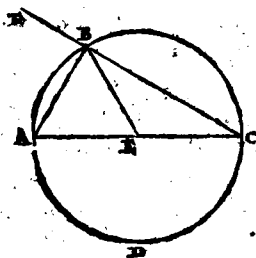
Theoreme 26. Proposition XXXX.
selon Theon 31.

L'angle qui est au demicercle est droit.
celuy qui est au plus grād segment, est moin-

dre que le droit : & celuy qui est au moindre, est plus grand. Mais l'angle mixte du plus grand segment, est plus grand que le droit : & celuy du moindre, moindre.

Soit au cercle $A B C D$, (duquel le centre est E , & le diametre $A C$.) le demicercle $A B C$: auquel soit l'angle B rectiligne. de mesme denomination $A B C$. Je dis que cest angle est droit.

Conjoignez B avec le centre, en tirant la ligne $E B$.



Si sera, par la cinquieme du premier, l'angle A egal à l'angle $E B A$: & l'angle $E B C$ à l'angle $E C B$. Partant les deux angles qui sont à B , sont egaux aux deux angles A & C . Mais tout l'angle B , avec les deux A & C , sont egaux à

deux droits, par la trentedeuxieme du premier. Puis donc que B est la moitié d'iceux, ledit B est droit.

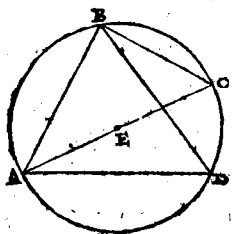
Ou bien ainsi, comme quelques vnt : Pource que l'angle $C E B$ est egal aux deux, A & $E B A$, par la premiere partie de la trentedeuxieme du premier, il sera double de l'angle $E B A$: & semblablement $A E B$ sera double à $E B C$. Donques, les deux angles qui sont à E , sont doubles à tout B . Partant B est la moitié de deux droits : & partant droit.

Ou derechef ainsi : Soit prolongee $C B$ jusques au point F . Et pource que les deux angles qui sont à B , du triangle $A B C$, sont egaux aux deux A & C , par la cinquieme du premier : & l'angle $A B F$ egal ausdits A & C , par la trentedeuxieme dudit les deux A & C

$A B C$

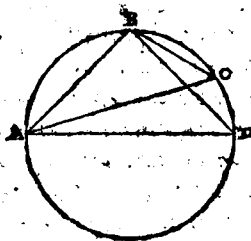
$A B C$ seront egaux. Parant, par la quinzieme du premier, chacun d'iceux est droit.

C'est vne puissance merueilleuse, que celle du diametre, qu'il soit tousiours egal aux deux puissances qu'il conjoint.



En apres soit au cercle $A B C D$, duquel le centre est E , la portion $A B D$ plus grande que le demicercle: & que la soustendue soit la droite ligne $A D$: sur laquelle soit l'angle rectiligne $A B D$: lequel je dis estre moindre que le droit.

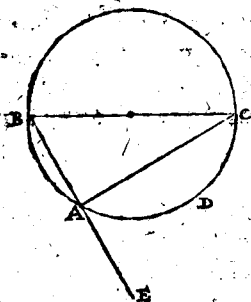
Soit tiré le diametre $A C$: & soit conjointe $B C$. Et pource que l'angle $A B C$, comme nous l'auons maintenant monstre, est droit: l'angle $A B D$, par la commune Notion, sera moindre que le droit.



Mais soit la portion $A B C$, de laquelle la soustendue est $A C$, moindre que le demicercle: Je dis que l'angle $A B C$ est plus grand que le droit.

Soit tiré le diametre $A D$: & soit conjointe $B D$. Si sera, par la premiere partie de ce-
te-cy $A B D$ (qui est partie de $A B C$) angle droit. Parant $A B C$ est plus grand qu'un droit.

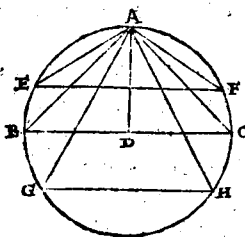
En fin, soit au cercle $A B C D$ la portion $A B C$, (de laquelle la soustendue est $A C$) plus grande que le demicercle: & aussi la portion $A D C$ (de laquelle la soustendue est la mesme $A C$) moindre que l'edit demicercle.



cle. Je dis que l'angle mixte, à sçauoir qui est compris par l'arc CBA, & la droite ligne AC, est plus grand qu'un droit: mais que l'angle compris par l'arc CDA, & ladite ligne AC, est moindre.

Soit tiré le diamètre BC: & soit prolongée la droite ligne BA jusques au point E. Si sera, par la première partie de ceste cy, l'angle rectiligne BAC, angle droit: Et, par la treizième du premier, l'angle CAE aussi droit. Partant, puis que l'angle droit est partie du premier, & l'autre, partie du droit, cestuy-là sera plus grand qu'un droit, & cestuy-cy moindre. Ce qu'il falloit prouuer.

Mais nous auons aussi présentée ceste Proposition, pour estre considérée entièrement, selon la description suyuante.



Soit le cercle ABC, duquel le centre soit D, & le diamètre BC. Et audit cercle soit prise la portion EAF moindre que le demicercle: & la portion GAH, plus grande qu'iceluy. Et des points B, C, E, F, G, H, soyent tirées des lignes au point A, comme il se void en la figure. Si sera la démonstration de l'angle BAC toute telle que nous auons donnée cy dessus: & de laquelle les preuues des autres angles seront euidentes.

Car puis que les deux angles, DAC & DCA sont
egaux,

egaux, par la cinquieme du premier : & aussi les deux angles DAB & DBA egaux, par la mesme: tout l'angle BAC sera egal aux deux B & C : Mais tout BAC , avec les deux B & C , sont egaux à deux droits, par la trentedeuxieme du premier. Donc tout BAC est droit.

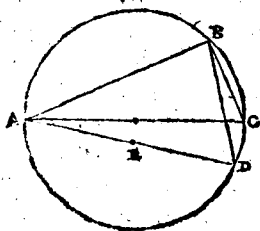
De là est assez manifeste, que l'angle EAF est plus grand qu'un droit: mais GAH est moindre. De là aussi se void que l'angle mixte, qui se fait de la droite ligne AC & de l'arc CHA , est plus grand qu'un droit: mais l'angle qui se fait de la mesme AC , & de l'arc CFA , est moindre qu'un droit. Ce qu'il falloit prouver.

Notus conjoindrons à cestuy-cy comme vn Correlaire.

Si un triangle rectangle est inscrit en vn cercle, le costé, qui est opposé à l'angle droit, sera le diametre du cercle.

Soit dans le cercle $ABCD$, le triangle ABC rectangle, duquel l'angle B soit droit, Je dis que le costé AC est le diametre du cercle.

Que s'il ne l'est, soit le centre hors de AC , comme



vous diriez au point E . Et soit conjointe AE , laquelle soit allongee jusqu'au point opposé D de la circonferen-
ce : & soit AED le diametre: puis soit conjointe BD . Lors l'angle ABD , par ceste tren-
tieme, sera droit: & partant e-
gal à ABC , la partie au tout.

Ce qui est absurde. Mais ny

ailleurs encor ne peut estre le centre qu'en AC . D'oùques

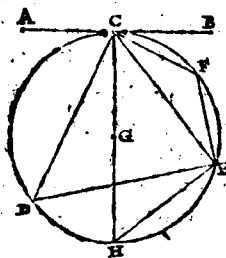
A c est le diametre. Ce qu'il falloit prouver.

Theoreme 27. Proposition XXXI.

selon Theon 32.

Si vne droite ligne touche le cercle, & qu'une autre droite ligne sortant de l'attouchement coupe le cercle, les angles qu'elle fait avec la contingente; sont egaux alternativement aux deux angles qui sont aux segments du cercle.

Soit la ligne AB , laquelle touche au point C le cercle $CDEF$, duquel G est le centre. Puis du point C soit tiree la ligne CE , coppant le cercle: & sur la portion CDE soit fait l'angle D , en tirant les lignes CD & ED . Soit fait aussi l'angle F sur la portion CFE , en tirant les lignes CF & EF . Je dis que l'angle ECB est egal à l'angle D : & l'angle ECA egal aussi à l'angle EFC .



Soit tiré le diametre CGH : & soit conjointe EH . Si sera, par la dixseptieme du present, CH perpendiculaire à ladite AB . Et, par la premiere partie de l'antecedente, l'angle CEH sera droit, & partant egal à l'angle ACH . Ayant donc posé l'angle commun ECH , l'angle ACE

sera egal aux deux angles CEH & ECH . Mais ces deux avec l'angle H , par la trentedeuxieme du premier, sont egaux à deux droits: Et, par la treizieme dudit, les angles ACE & BCE , sont egaux à deux droits. Doncques l'angle CB est egal à l'angle H , & partant aussi

aussi à l'angle D , par la vingtieme du present, veu qu'ils sont en vne mesme portion de cercle.

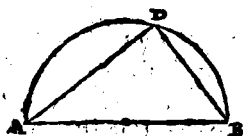
Ou encor plus briuelement: L'angle CEH est droit, par l'antecedent et partant, les deux angles H & ECH font vn angle droit, par la trentedeuxieme du premier. Puis donc que BCE & ECH font vn angle droit, ostant le commun EC , BC sera egal à H : & partant aussi audit D , par la vingtieme du present. Qui est pour le premier.

Veux aussi que D & F sont egaux à deux droits, par la vingtvnieme du present: l'angle F sera aussi egal à l'angle ACE . Ce qu'il falloit prouuer.

Probleme 5. Proposition XXXII.

selon Theon 33.

Sur vne droite ligne descrire vne section de cercle, qui reçoive vn angle egal à vn autre angle donné.

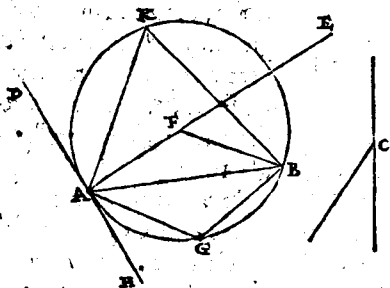


Soit donnée la ligne AB , & c l'angle donné. Je vueil sur la ligne AB descrire vne section de cercle, qui cōprenne vn angle egal à l'angle c .

Et premierement, si l'angle c est droit, descriuant le demicercle ADB sur la ligne AB , & tirant AD & BD , l'angle D sera droit, par la premiere partie de la trentieme du present.

Que si ledit angle est obtus, je tireray la ligne DA , laquelle sera avec AB , l'angle DAB egal à l'angle c obtus, par la vingttroisieme du premier. Et du point A , je tire sur AD , la perpendiculaire non terminée AE . En apres, du point B , tirant vers AE , je tire la ligne

$B F$, coppant $A E$ au point F : & laquelle aussi avec $A B$ constitue l'angle $A B F$, egal à l'angle $E A B$, qui est ce de quoy l'obtus surpasse le droit.



Si seront, par la sixieme du premier, $A F$ & $F B$ egales. Mettât donc le compas sur le point F , je descri, selon l'espace de $F A$ ou $F B$, le cercle $A G B A$. Et par le corrélaire de la

quinzieme du present, la ligne $D A$ touchera le cercle. Je tire donc $A G$ & $B G$, qui font l'angle G : lequel, par l'antecedente, sera egal à l'angle $D A B$, & par consequent, à l'angle C obtus.

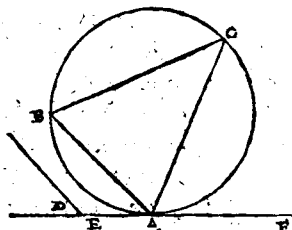
Que si l'angle C est aigu, je tireray la ligne $A H$, laquelle avec $A B$, contiennent l'angle $H A B$ egal à C angle aigu. Lors, du point A , tirant la perpendiculaire $A E$, je fay l'angle $A B F$ egal à l'angle $B A E$, qui est ce de quoy le droit surpasse l'aigu, si que $B F$ coupe $A E$ au point F . Lors, comme à la figure cy dessus, $F A$ & $F B$ seront egales, par la sixieme du premier : & sera F le centre du cercle descri. Tirât de là à la plus grâde portion les lignes $A K$ & $B K$: l'angle K , par l'antecedente, sera egal à l'angle $B A H$, & partant aussi à l'angle donné C . Ce qu'il falloit faire.

Probleme 6. Proposition XXXIII.

selon Theon 34.

D'un cercle donné retrancher vn segment, qui

qui contienne vn angle egal à vn angle rectiligne donné.



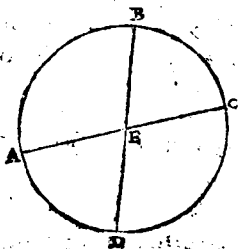
Soit donné le cercle ABC , & soit aussi D l'angle donné. Je vueil du cercle ABC , retrancher vn segment, qui contiendra vn angle egal à l'angle D .

Je tire la ligne EF , qui touche le cercle au point A , par la dixseptieme du present. Et dudict point, dans le cercle, je tire la ligne AB , laquelle avec AE face l'angle EAB egal à l'angle D , par la vingttroisieme du premier. Et lors, tirant les lignes AC & BC , l'angle C au segment ACB , sera egal à l'angle EAB , par la trentieme du present, & partant aussi à l'angle donné D . Ce qu'il falloit faire.

Theoreme 29. Proposition XXXIV.

selon Theon 35.

Si en vn cercle deux droites lignes s'entrecoppent, le rectaïgle qui se fait des segments de l'une, est egal au rectaïgle qui se fait des segments de l'autre.

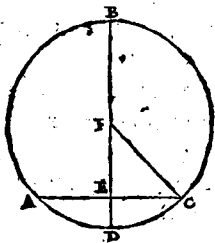


Soyent au cercle $ABCD$, les deux lignes AC & BD , lesquelles s'entrecoppent au point E . Je dis que ce qui prouient de AE en EC , est egal à ce qui prouient de BE en ED .

Ou lesdites deux lignes

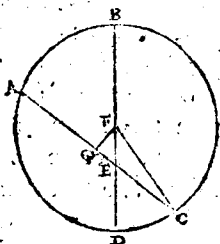
passent par le centre, ou l'une seulement, ou pas une.

Si chacune d'icelles est diametre du cerole, & en sera le centre, & les quatre segments seront egaux. Et par ainsi la proposition se verra estre vraie.



Que si l'une d'icelles seulement passe par le centre, comme BFD, ou elle coppa AC également, ou inegalement. Que si également, elle la coppa aussi à angles droits, par la premiere partie de la troisieme du present. Lors soit tiree la ligne FC. Si sera par la

cinquieme du second, ce qui prouient de BE en ED, avec le quarré EF, egal au quarré FD: & donques aussi, au quarré EC: Et, par la quarantesepieme du premier, egal aussi aux deux quarrés EF & EC: Ostant donc de costé & d'autre le quarré EF, ce qui prouient de BE en ED, sera egal au quarré EC: partant & à celui qui prouient de AE en EC: veu qu'elles sont egales. Ce qu'il falloit prouver.



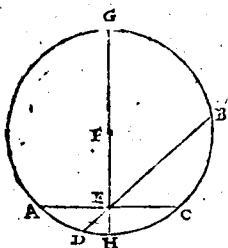
Que si BD passant par le centre, coppe AC inegalement: du centre F soit tiree FG perpendiculaire à ladire AC: & soit conjointe FC. Si sera, par la cinquieme du second, ce qui prouient de BE en ED, avec le quarré de EF (& partant, par la quarantesepieme

du premier, avec les quarrés de FG & EG) egal au quarré FD: & de mesmes au quarré FC: & de mesmes aussi aux deux quarrés FG & GC. Ostant donc d'un
& d'autre

& d'autre costé le quarré FG , ce qui prouient de BE en ED , avec le quarré GE , sera egal au quarré GC . Mais, par la cinquieme du second, ce qui prouient de AE en EC , avec le quarré GE , est egal au quarré GC . Ostant donc de costé & d'autre le quarré GE , ce qui prouindra de BE en ED , sera egal à ce qui prouient de AE en EC . Ce qu'il falloit prouuer.

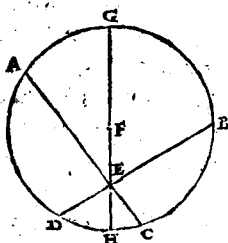
Or pour ce que ceste demonstration est de celles qu'on ne peut pas aisément comprendre, quand on en rencontrera de semblables, il faut mettre peine de les diuiser en leurs articles. Par exemple, en ceste dernière figure il faut discourir ainsi: Ce qui prouient de BE en ED , avec le quarré EF , est egal à ce qui prouient de AE en EC avec le mesme quarré EF . Donques ce qui prouient de BE en ED , par la commune Notion, est egal à ce qui prouient de AE en EC . L'assomption se preuue ainsi: Ce qui prouient de AE en EC , avec les deux quarrés GE & GF : (c'est à dire avec le quarré EF) est egal aux deux quarrés GC & GF , par la cinquieme du second & par la commune Notion: & partant aussi au quarré FC . Mais ce qui prouient de BE en ED , avec le mesme quarré EF , a esté prouué estre egal au quarré FC . Donques ce qui est fait de BE en ED , avec le quarré de EF , est egal à ce qui prouient de AE en EC avec le mesme quarré EF . Ayant prouué l'assomption, il s'ensuit, qu'ostant le commun quarré EF , restera que ce qui prouient de BE en ED , sera egal à ce qui prouient de AE en EC . Ce qu'il falloit demonstrier.

Maintenant, pour reuenir à nostre proposition, si pas vne des lignes ne passe par le centre, soit qu'elles se coppent également, ou bien inegalement: par le point de la section, je tireray le diametre GH , auquel



fera le centre F. Et lors, si l'une d'icelles est diuisee egaleme^t, comme AC par ladite BD, ladite AC sera aussi egaleme^t diuisee par le diametre GH, & ce à angles droits, par la troisieme du present. Partant, par la secôde espee de ceste Proposition, ce qui prouient de GE en EH, est egal à ce qui prouient de BE en ED. Donques ce qui prouient de AE en EC, est egal à ce qui prouient de BE en ED. Ce qu'il falloit prouuer.

Que si pas vne n'est egaleme^t diuisee, (qui est la troisieme espee,) ce qui prouient de GE en EH, sera egal à ce qui prouient de AE en EC : & egal aussi à ce



qui prouient de BE en ED. Et partant & l'un & l'autre sera egal au tiers. Et ainsi constera entierement la Proposition.

Entre les Propositions, qui sont demonstrees en ce troisieme liure, ceste-cy, certes, est vne des principales. Car elle a vn vsage fort notable en plusieurs façons. Que si nous la voulions commenter comme elle merite, le discours en seroit long. Nous choisirons donc seulement quelques chefs, à fin que d'iceux nous ouurions le chemin pour en mediter d'autres.

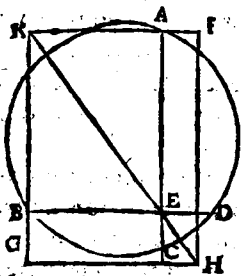
Premierement, de ceste Proposition, on peut considerer la force & l'autorité du cercle : lequel contenant en egalité & les lignes qui s'entrecoppent au centre, & les figures egales qui en prouiennent, l'a-

voir

noir est les quarrés, il retient le mesme droit aux croisées ou decussations de tous les autres poinçts. Car en quelque endroit que les lignes s'entrecoppent, leurs parties ne laissent pas de produire figures egales, comme nous sortons de monstrier. Et de cecy sont dispersés en la Geometrie plusieurs Theoremes & problemes: notamment la derniere Proposition du second, qui forme vn quarré egal à vn rectangle donné. Car si nous considerons attentiuement la seconde espèce, que nous auons descrite en ceste cy, nous verrons par mesme moyen le rectangle composé des deux costés BE & ED : desquels BE & ED nous ne ferons qu'une ligne, sçauoir est BD , & d'icelle ferons le diametre du cercle: & de E , poinçt de la diuision, nous tirerons vne perpendiculaire à la circonference, telle qu'est icy EA , laquelle continuee jusqu'à C , poinçt opposite, fait la ligne AC , diuisée egaleement au poinçt E : & partant, ce qui prouient de AE en EC , est quarré, & egal au rectangle qui se fait de BE en ED .

De ceste Proposition aussi est tiree la quarantetroisieme du premier, laquelle nous auons appellee Gnomonique.

Qu'il y ait donc au cercle $ABCD$, les deux lignes



AC & BD , qui s'entrecoppent au poinçt E : & de AE en EC soit produit le rectangle $AEDF$: & le rectangle $EBGC$ soit aussi produit de BE en ED , les parties EC & ED eschangeées, comme tu vois.

Puis donc que ces deux rectangles sont joinçts au seul poinçt E , & semblent auou-

nement bransler, il les a falu conjoindre & affermir. Ce qui ne se pouuoit faire plus seurement, qu'en acheuant le parallelogramme $FH GK$, & tirant le diametre HK . Lors les deux suppléments, EF & EG se voyent estre egaux. En quoy se presente à considerer vne merueilleuse liaison & consequence des choses: discours que nous sommes contrains de laisser, pour la haste que nous auons d'aller ailleurs. Cecy seulement dirons-nous, que la ligne GH sort du cercle, avec le mesme espace que KF y entre: Et que le diametre HK s'esloigne autant du centre du cercle, comme les deux parallelogrammes HE & EK sont loing d'estre quarrés. Car s'ils estoyent quarrés, c'est à dire si EG & ED eussent esté egales, tout FG seroit vn quarré, dans lequel le cercle seroit inscrit, & son diametre HK , seroit vn avec le diametre du cercle.

D'icy aussi est pris, que sur vne ligne donnee on puisse descrire vn rectangle egal à vn rectangle donné. Car icy, sur la ligne BE , que nous prenons pour donnee, est décrit le rectangle EG , egal au rectangle EF , lequel aussi nous tenons pour donné.

De ceste cy aussi se prend aisement l'exces du plus grand prallelogramme sur le moindre. Quoy plus? De ce Theoreme, comme de quelque fontaine, deriuent des considerations innumerables, qui concernent les Proportions: & lesquelles, quand nous serons là venus, le lecteur se pourra figurer, se resouuenant de ceste Proposition.

Et que personne ne trouue estrange, que j'entre-messe les premieres avec les posterieures. Je le fay seulement pour en tirer les demonstrations. Car autre chose est, sçauoir l'art, & autre chose l'enseigner. Et plusieurs choses sont premieres en nature, lesquelles
l'art

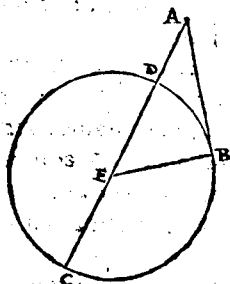
L'art contraint estre enseignees les dernieres : & au contraire: sçauoir est, ou pour estre plus brief, ou pour estre plus clair, ou pour mieux observer la methode.

Theoreme 30. Proposition XXXV.

selon Theon 36.

Si d'un point marqué hors du cercle deux lignes sont tirees, desquelles l'une coupe le cercle, l'autre le touche, le rectangle qui prouient de toute la coppante, en sa partie qui est hors du cercle, est egal au quarré de la touchante.

Soit marqué le point *A*, hors du cercle *B C D*, duquel le centre est *E* : & soyent tirees les deux lignes, *A D C*, qui coppera le cercle au point *D* : & *A B* qui le touchera au point *B*. Je dis que ce qui prouient de toute *A C* en sa partie *A D*, est egal au quarré de *A B*.



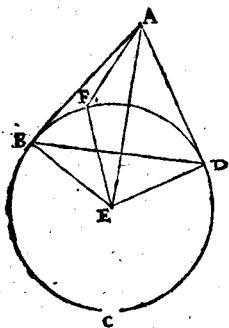
Car, ou *A D C* passe par le centre, ou elle n'y passe point. Si elle y passe, soit tirée du centre *E*, à *B*, point de l'attouchement, la ligne *E B*. Laquelle, par la dixseptieme du present, sera perpendiculaire à ladite *A B*. Et pource que la ligne *D C* est diuisee également au point *E*, & que la ligne *D A* luy est adiouste : par la sixie-

me du second, ce qui prouient de toute *A C* en *A D*, avec le quarré *E D* (& partant avec le quarré *E B*) sera egal au quarré de *A B* : & partant aux quarrés des deux *A B* & *E B*. Ostant donc le quarré commun de *E B*, co-

rectangles par ceste trentecinquieme, est egal au quarré de la ligne tiree dudict poinct à l'atouchement du cercle. Il adjouste encor cestuy cy:

Si deux lignes, tirees d'un mesme poinct touchent le cercle, elles sont egales entr'elles.

Ce qu'il prouue en la maniere suyuant, combien qu'il n'ait point besoing de demonstration, veu que l'une & l'autre sont egales, à ce qui prouient de la ligne tiree du mesme poinct, & coppant le cercle, en sa partie de dehors.



Soit le poinct A hors du cercle B C D, duquel le centre soit E: & soyent tirees deux lignes A B & A D qui touchent le cercle és poincts B & D. Je dis qu'elles sont egales.

Je tire les lignes E B & E D. Si seront droitz, par la dixseptieme du present, chacun des angles B & D: & partant, par la quaranteseptieme du premier, le quarré de A E sera egal aux deux quarrés de A B & E B: & semblablement aux deux A D & E D. Donc les deux quarrés A B & E B, sont egaux aux deux quarrés A D & E D. Et d'autant que les deux de E B & E D sont egaux: les deux autres de A B & A D seront egaux. Partant A B sera egale à A D. Ce qu'il falloit monstrer.

Autrement. Soit conjointe la ligne B D. Si sera, par la cinquieme du premier, l'angle E B D egal à l'angle E D B. Et pource que les deux angles A B E & A D E sont egaux, car ils sont droitz: ostant E B D & E D B, qui sont egaux, les deux A B D & A D B demen-

rencegaux. Partant, par la sixieme du premier, A B sera egale à ladite A D.

Nous adjousterons aussi cecy:

D'un poinct marqué hors du cercle deux lignes seulement peuvent estre tirees à l'atouchement dudit cercle.

Demeurant la mesme figure que dessus, je dis que du poinct A au cercle B C D, ne se peuvent tirer plus de deux contingentes, sçavoir est, A B & A D.

Que s'il se peut faire, soit tiree A F, qui touchera le cercle au poinct F: & soit conjointe E F. Si sera droit l'angle F, par la dixseptieme du present: & partant egal à l'angle E B A, repugnant la vingtieme du premier.

Il se peut aussi prouver ainsi: Toutes les lignes tirees d'un poinct, & touchans le cercle, sont egales, comme nous auons monstre. Mais les deux A B & A F ne peuvent estre egales, y contrariant la huitieme du present.

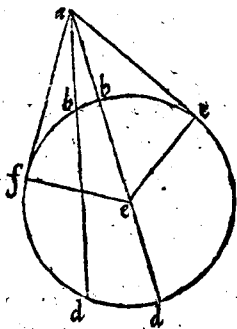
Theoreme 31. Proposition XXXVI.

selon Theon 37.

Si d'un poinct marqué hors du cercle, deux lignes tombent sur ledit cercle, l'une desquelles le coupe, l'autre luy soit appliquee: & que le rectangle, qui prouient de toute celle qui coupe & de sa partie exterieure, soit egal au quarré de celle qui est appliquee au cercle, ladite appliquee sera contingente audit cercle.

Soit le poinct A marqué hors le cercle B C D, duquel le centre est E: & que dudit poinct A deux li-
gnes

ignes rûmbent, à ſçauoir ABD , qui coppera le cercle, & AC appliquee audit cercle: & que ce qui prouient de AD en AB , ſoit egal au quarré de AC . Je dis que la ligne AC eſt contingente dudit cercle. C'eſt la conuerſe de l'antecedente.



Car premierement, si la ligne ABD passe par le centre, soit tirée la droite ligne CE . Si sera, par la sixieme du second, ce qui prouient de AD en AB , avec le quarré de EB (& partant avec le quarré EC ,) egal au quarré AE . Mais ce qui prouient de AD en AB , est posé egal au quarré AC . Dóques le quarré AC , avec le quarré CE , est egal au quarré AE . Donques, par la dernière du premier, l'angle C est droit. Partant, par la quinziesme du present, la ligne AC sera contingente au cercle.

Que si ABD ne passe pas par le centre, soit tirée du point A la ligne AD , en laquelle soit le centre E . Et pource que ce qui prouient de la totale en sa partie extérieure, est égal à ce qui prouient de AD en AB , par l'antecedente, celà mesme, par la commune Notion, sera égal au quarré AC . Partant l'angle ECA est droit, pour les raisons que nous venons de dire. Et partant AC sera contingente au cercle. Ce qu'il falloit démonstrer.

Autrement. Demeurant la mesme description, ad-
joustons y, de l'autre costé du cercle, & par la sei-
zieme du present, la ligne A F, qui du point A viendra rou-
cher le cercle. Et soit conjoincte E F. Si sera droit l'an-

gle F, par la dixseptieme. Et, par l'antecedente, ce qui prouient de A D en A B, sera egal au quarré de A F. Mais, par l'hypothese, le meisme est egal au quarré de A C. Donques la ligne A C est egale à A F. Partant, puis que les deux costés A F & E F du triangle A E F, sont egaux aux deux costés A C & E C, du triangle A E C, & la base A E commune à tous les deux, & l'angle F droit: l'angle C sera aussi droit, par la huitieme du premier. Partant A C touche le cercle, par le corrolaire de la quinzieme du present. Ce qu'il falloit demonstrier.



QUATRIEME LIVRE DES

ELEMENTS GEOMETRIQUES D'EVCLIDE.

AVEC LES DEMONSTRATIONS
de IAQVES PELETIER, du Mans.

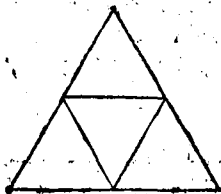


DEFINITIONS.

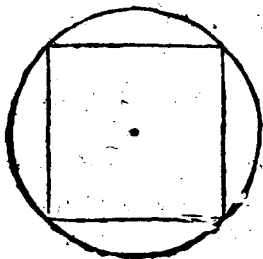
Nne figure rectiligne est inscrite dans vne autre figure rectiligne, lors que chaque angle de l'inscrite touche chaque costé de celle en laquelle

laquelle elle est inscrite.

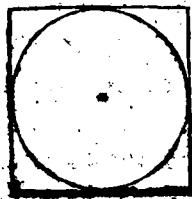
2 Semblablement la figure est descrite à l'entour d'une autre, lors que chaque costé de la circonscrite touche chaque angle de l'inscrite.



On sçait assez que les figures rectilignes d'une mesme espece, s'inscrivent, ou se circonscrivent l'une à l'autre : comme le triangle au triangle, le quadrilatere au quadrilatere : mais non pas celles qui sont de diverse espece. Car si les angles de l'une sont en plus grand nombre que les costés de l'autre, ou au contraire, le mutuel atouchement d'un chacun ne pourra estre tel qu'il le faut.



3. Vne figure rectiligne est dite inscrite dās un cercle, lors que tous les angles d'icelle touchent la circonference.

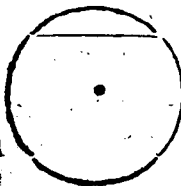


4 Et le cercle est descrit à l'entour de la figure rectiligne, quand sa circonference touche tous les angles de la figure interieure.

5 Le cercle est descrit dans la figure rectiligne, quand sa circonference touche tous les

costés de la figure qui l'encloft.

6 Et la figure rectiligne est descrite à l'entour du cercle, quand vn chacun sien costé touche la circonference du cercle.



7 Vne droite ligne est dite accommodée au cercle, lors que ses deux extremités donnent dans la circonference du cercle.

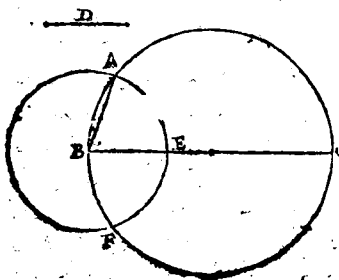
PROBLEME PREMIER.

PROPOSITION PREMIERE.

35

EN vn cercle donné, accommoder vne ligne droite égale à vne droite ligne donnée, moyennant que ladite donnée ne soit plus grande que le diametre.

Soit le cercle donné $A B C$, duquel le diametre est



$B C$: & la ligne donnée soit D , laquelle ne soit pas plus grande que $B C$. Je veux au cercle $A B C$ accommoder vne ligne, qui soit égale à la ligne D .

Si D est égale à $B C$, la Proposition est toute prou-

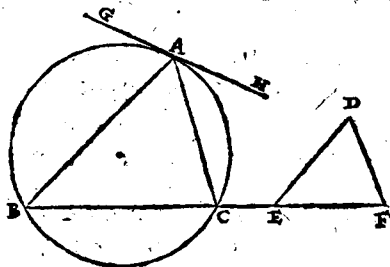
te prouuee. Si elle est moindre, osons de BC vne partie egale à ladite D , & soit ladite partie BE : & selon l'espace BE , soit descript le cercle AFA , qui coupe le cercle ABC es points A & F . Puis soit conjointe AB : laquelle, par la seconde du troisieme, coupe le cercle ABC en A , & par la definition du centre, est egale à ladite BE : partant egale aussi à la ligne D . Ce qu'il falloit faire.

Encor qu'il n'y eust point de diametre escrit, on ne laissera pas d'accommoder la ligne. Soit seulement mis le centre en vn point fortuit de la circonference: puis, selon la longueur de la ligne donnee, soit descript vn autre cercle, qui coppera le cercle donne.

Probleme 2. Proposition II.

En vn cercle donne descrire vn triangle, qui soit equiangle à vn triangle donne.

Soit le cercle donne ABC : & le triangle donne soit DEF . Je vueil dans le cercle ABC descrire vn triangle qui soit equiangle au triangle DEF .



Par le point A je tire GH , laquelle touche le cercle audit point A , par la seizieme du troisieme. Puis je tire la droite ligne AB dans le cercle, laquelle avec GA ,

face l'angle BAG egal à l'angle F . Puis je tire encor AC , laquelle face l'angle CAN egal à l'angle E : & con-

joins $B C$. Je dis que le triangle $A B C$ est equiangle à l'angle $D E F$.

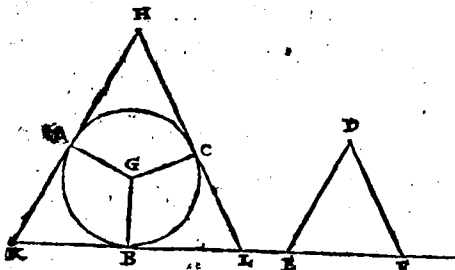
Car l'angle B , par la trentevnieme du troisieme, est egal à l'angle $C A H$: & partant à l'angle E . Par mesme raison l'angle C est egal à l'angle $B A G$: & partant à l'angle F . Le dernier donc $B A C$, par la trentedeuxieme du premier, est egal à D . Partant le triangle $B A C$ est equiangle audit $D E F$. Ce qu'il falloit faire.

Probleme 3. Proposition III.

A l'entour d'un cercle donné descrire un triangle equiangle à un triangle donné.

Soit $A B C$ le cercle donné, & $D E F$ le triangle donné. Je vueil descrire à l'entour du cercle $A B C$ un triangle, qui soit equiangle audit triangle $D E F$.

J'allongeray la base $E F$ de costé & d'autre, si que les deux angles extérieurs E & F se facent. Puis du centre du cercle, qui sera G , je tireray $G B$ jusques à la circonference. Et du mesme point G tirant $G A$, je



formeray l'angle $B G A$, qui soit egal à l'angle extérieur E . Semblablement, tirant $G C$, je feray l'angle $B G C$,

egal à l'angle extérieur F . Lors, par les points A, B , & C , je tireray les lignes $H K, H L$, & $K L$, à angles droits avec les demidiаметres $A G, B G$, & $C G$. Et chacune d'icelles: par la quinziesme du troisieme, touchera le cercle: & estans prolongees, sans doute se rencontreront

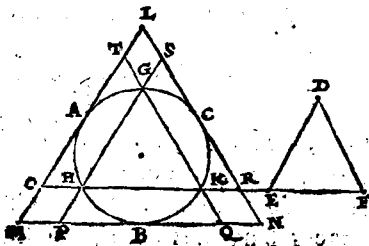
ront es poinçts H, K, L. Car, puis que l'un & l'autre des angles qui sont à A, & l'un & l'autre aussi de ceux qui sont à B, sont droits, la ligne qui sera tirée de A à B, fera, avec H K & L K, les deux angles, qui regardent K, moindres que deux droits: (attendu que chacun d'eux est partie d'un droit.) Partant, par la cinquième Petition, H K & L K se rencontreront. Et de même raison se rencontreront aussi H L & K L: puis que l'un & l'autre angle qui est à C, est droit. & ainsi se formera le triangle H K L: lequel je dis estre equiangle à D E F.

Car, puis que au quadrilatere A G B K, les deux angles A & B sont droits, les deux autres, G & K, seront egaux à deux droits: car de tout quadrilatere les quatre angles sont egaux à quatre droits, comme il a esté monstre en la trentedeuxieme du premier. Mais les deux angles, qui sont à E, sont egaux à deux droits, par la treizieme du premier. Puis donc que l'angle G a esté posé egal à l'angle E extérieur, l'angle K sera egal à l'angle E intérieur. Par même raison l'angle L sera egal à l'angle F intérieur. Partant, par la trentedeuxieme du premier, le tiers H sera egal au tiers D: & tout le triangle sera equiangle à tout le triangle. Ce qu'il falloit prouver.

Autrement, Veuillons, comme auparavant, au

cercle A B C circonscrire vn triangle, qui soit equiangle au triangle D E F.

Dans ledit cercle A B C, je descriis le triangle G H K, qui soit equian-



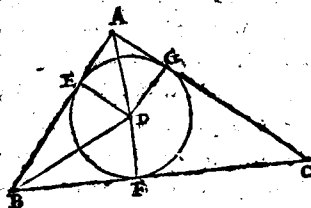
gle audit $D E F$. par l'antecedente: si que l'angle G soit egal à l'angle D : & l'angle H à l'angle E : & l'angle K à l'angle F . En apres je tire LM , qui soit parallele à ladite GH : & laquelle touche le cercle au point A , par la methode que nous auons adjoustee à la seizieme du troisieme. Semblablement je tire MN , qui soit parallele à ladite HK , & qui soit contingente au cercle au point B : & tire encor LN parallele à ladite GK , contingente au cercle au point C . Ces trois lignes sans doute se rencontreront, comme aux points L , M , & N . Ce qui se verra, ayant prolongé de costé & d'autre les lignes GH , GK , & HK , tant qu'elles coppent LM , LN , & MN , és points O , P , Q , R , S , T . le dis maintenant, que le triangle LMN , elcrit autour du cercle $G H K$, est equiangle au triangle $D E F$. Car il est tout clair qu'il est equiangle au triangle $G H K$, par la loy des paralleles, puis que l'angle $M T Q$ est egal à l'angle G du triangle $G H K$, par la vingtnueufieme du premier: & partant, l'angle aussi L egal audit G , par la mesme. Et aussi l'angle M egal à l'angle H du mesme triangle, & l'angle N à l'angle K . Donc tout le triangle LMN est equiangle à tout le triangle $G H K$: & partant aussi audit $D E F$. Ce qu'il falloit faire.

Ceste construction est de celles, qui encor qu'elles semblent ennuyetises, ne laissent pas d'estre faciles à cause de leur gentillesse. Car elle se preuue par vne seule Proposition, sçauoir est par la vingtnueufieme du troisieme.

Probleme 4. Proposition IV.

Descrire vn cercle dans vn triangle donné;
Soit le triangle donné $A B C$, dans lequel il fales
descrire

descrire vn cercle. Je diuise deux angles d'iceluy A & B également, par la neuueme du premier, en tirant les lignes $A D$ & $B D$, qui se rencontreront dans le triangle au poinct D . Duquel poinct je tireray trois perpendiculaires, $D E$, $D F$, & $D G$, aux trois costés dudit triangle.



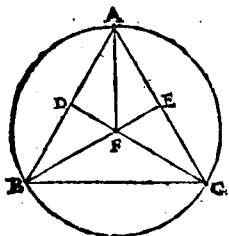
Et pource que des deux triangles $A E D$ & $A G D$, les deux angles qui sont à A sont egaux, & que les deux angles E & G sont droits, & que le costé $A D$ est cômun, la ligne $D E$, par la vingt sixieme du premier, se-

ra egale à la ligne $D G$. Derechef, puis que des deux triangles $B E D$ & $B F D$, les deux angles qui sont à B sont egaux, & que les angles E & F sont droits, & le costé $B D$ commun, la ligne $D E$, par la mesme, sera egale à la ligne $D F$. Partant les trois lignes, $D E$, $D F$, & $D G$ sont egales. Mettant donc le centre au poinct D , le cercle descript selon l'espace de chacune d'icelles, passera par les extremités des autres deux, par la neuueme du troisieme. Et d'autant que par le correlaire de la quinzieme dudit, chacune desdites lignes $A B$, $A C$, & $B C$, touche le cercle, pource qu'elle est perpendiculaire à l'extremité du demidiamentre, la Proposition est prouuee.

Probleme 5. Proposition V.

Descrire vn cercle autour d'un triangle donné.

Soit le triangle donné $A B C$, entour lequel il faloit

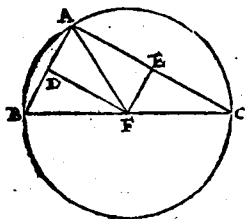


descrire vn cercle.

Je diuise deux de ses costés egalement: sçauoir est AB au point D , & AC au point E . Puis desdits points D & E je tire deux perpendiculaires, lesquelles allôgees se reconteront au point F : Car si nous voulons tirer la ligne

DE des angles droits D & E , elle fera les angles, qui regardent F , moindres que deux droits. Donques du point F , que je dis estre le centre du cercle, je tire aux trois angles du triangle ABC , les lignes FA , FB , & FC . Et puis que les deux costés AD & DE du triangle ADF , sont egaux aux deux costés BD & DE , du triangle $BD E$: & l'angle D de l'un egal à l'angle D de l'autre: car chacun d'eux est droit: FA , par la quatrième du premier, sera egale à FB . Par mesme raison, comparant le triangle $A F E$ avec $C E F$, la mesme FA sera egale à FC . Donques les trois, FA , FB , & FC , seront egales. Et partant, par la neuueme du troisieme, F sera le centre du cercle. Ce que nous voulions monstrier.

Ceste cy est la generale construction pour descrire vn cercle à l'entour d'un triangle: Mais, pour l'appliquer à chaque espece de triangle, il faudra faire ainsi.



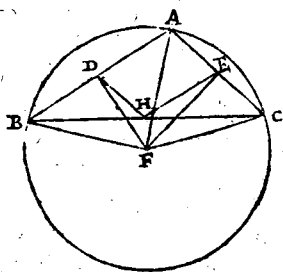
Premierement, soit ABC triangle rectangle, duquel l'angle A soit droit. Je diuise egalement le costé BC , opposé à l'angle droit, & ce au point F : duquel je tire les deux lignes FD & FE jusques aux points qui diuisent egalement les deux

costés AB & AC : desquelles puis que FD coupe egalement

lement les deux costés AB & BC , elle sera donc equidistante au troisieme AC , comme il a esté demonsté en la trenteneufieme du premier: & par mesme raison FE sera aussi equidistante à AB . Et pource que tout l'angle A est droit, les angles qui sont à D & à E , seront aussi droits, par la vingtneufieme du premier. Donques tirant la ligne FA , les deux costés AD & DE du triangle ADF , seront egaux aux deux costés BD & DE du triangle BDF . Partant, puis que l'un & l'autre angle qui sont à D , sont droits, par la quatrieme du premier FA sera egale à FB , & partant à ladite FC . Puis donc que les trois lignes, FA , FB , & FC , sont egales, F sera le centre du cercle. Ce qu'il falloit faire.

Mais cecy se pouuoit aussi tirer du premier chef de la trétieme du troisieme, cōme nous auōs là prouué.

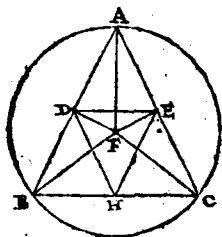
Mais soit le triangle amblygone, duquel l'angle A soit obtus.



Je diuise egalement le costé BC au point H , duquel je tire les deux lignes HD & HE , aux points D & E , qui diuisent egalemēt les costés BA & AC . Si sera HD equidistante à AC : & HE equidistante à AB , comme nous auons monsté peu auparauant. Partant

chacun des angles BHD & CEH est egal à l'angle A : & partant obtus. Ayant donc tiré des perpendiculaires des points D & E , chacune d'icelles coppa le costé BC : & les prolongeant elles se rencontrerōt, comme au point F , (presupposans la ligne DE , par la cinquieme Petition.) Maintenant, du point du

rencontre, F , je tire les lignes FA , FB & FC : lesquelles, par la quatrième du premier, seront égales, si nous comparons les deux costés AD & DF , du triangle ADF , avec les deux BD & DF du triangle $BD F$: & puis les deux AF & EF du triangle $A E F$, avec les deux CE & EF du triangle $C E F$. Partant F est le centre du cercle, comme au parauant.



Maintenant soit ABC triangle oxygone. Je diuise comme au parauant, les trois costés également es points D , F , H . & conjoins DE , DH , & EH . Si sera, comme dessus, DH équidistante de AC : & EH équidistante de AB : & partant, par la vingtneuvième du premier, chacun des angles BDH & CEH , se-

raegal à l'angle A , & partant aigu. Ayant donc tiré les perpendiculaires, DF de AB , & EF de AC , qui se rencontreront dans le triangle ABC , au point F : soyent conjointes FA , FB , & FC , lesquelles, par la quatrième du premier, prise deux fois, seront égales, comme cy dessus. Partant, comme dessus, F sera le centre du cercle. Ce qu'il falloit faire.

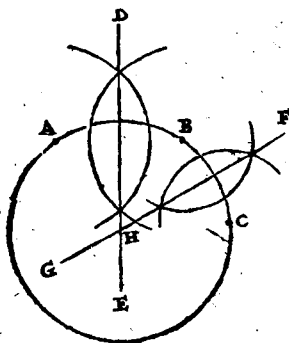
Mais routes ces trois façons reuiennent à la première: sçauoir est, que diuisant également deux costés du triangle, & des points de la diuision tirant des perpendiculaires, le centre du cercle se trouue estre au rencontre desdites perpendiculaires.

De là il appert, que le triangle, quel qu'il soit, a ce priuilege, qu'il peut estre inscrit dans le cercle, & tracé aussi à l'entour du cercle. Quand le triangle est dedans le cercle, on diuise les costés: quand il est à l'entour, on diuise les angles.

De ceste mesme proposition est tiree la methode dont les artisans vsent.

Tirer vn cercle par trois poincts donnés, moyennant que lesdits trois poincts ne soyent pas en droite ligne.

Comme, par exemple, soyét A, B, & C, trois poincts donnés: lesquels presuppofons estre conjoincts par



lignes droites, qui forment vn triangle: puis soit diuisé egale-
ment l'espace qui est entre A & B: puis aussi l'espace qui est entre B & C: En après soyent tirees des poincts de la diuision deux perpendiculaires, telles que sont icy DE & FG, qui s'entrecopperont

au centre H. Ce qui se fait par le moyen du cercle, comme nous auons demonsté en la vingtquatrième du troisieme.

Correlaire.

Si le triangle est orthogone, le centre du cercle escheoit sur le milieu du costé opposé à l'angle droit: s'il est amblygone, le centre tombe hors du triangle: S'il est oxygone, il tombe dedans. Que si le centre tombe au milieu du costé, le triangle est orthogone: s'il tombe dehors, il est amblygone: si dedans, oxygone.

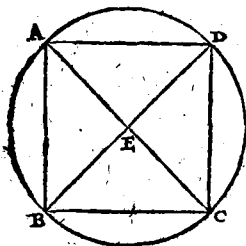
Ce qui est manifeste par ce que nous auons desiamonsté.

Probleme 6. Proposition VI.

Descrire vn quarré dans vn cercle donné.

Soit le cercle donné $ABCD$, duquel le centre soit E . Je veux inscrire vn quarré dans ledit cercle.

Je tire deux diametres, qui s'entrecopent à angles droits au centre E . Desquels diametres je conjoin les extremités avec les quatre lignes $AB, BC, CD, \& DA$. Je dis que $ABCD$ est quarré.



Car, par la quatrieme du premier, les quatre costés seront egaux, veu qu'ils sont bases de quatre costés egaux, qui for-

cent du centre à la circonference, & qui contiennent les angles egaux qui sont à E . Or est droit chacun des quatre angles A, B, C, D , par la premiere partie de la trentieme du troisieme: puis qu'ils sont au demicercle. Donques $ABCD$ est quarré. Ce qu'il falloit faire.

Ceux qui tirent du centre l'origine du quarré, ils continuent de costé & d'autre jusques à la circonference les deux lignes qui s'entrecoppent à angles droits, & conjoignent les quatre bases: puis discourent par angles droits. Ce qui reuiet tout à vn.

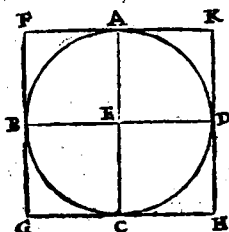
Probleme 7. Proposition VII.

Descrire vn quarré à l'entour d'un cercle donné.

Soit donné le cercle $ABCD$, duquel le centre soit E . Entour ledit cercle je veux descrire vn quarré.

Je tire les deux diametres $AC \& BD$, qui s'entrecoppent à angles droits au centre E . Puis, par leurs quatre

quatre extremités A, B, C, D, je tire les quatre perpendiculaires F G, G H, H K, & K F, qui se viendront à ren-



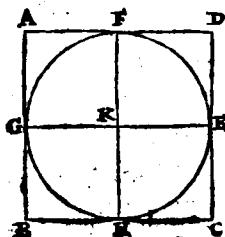
contrer es quatre poinçts F, G, H, K. Si feront¹, par la vingthui-
tieme du premier, F G & H K, e-
quidistantes entr'elles, & aussi à
A C, puis que B D tumbant sur
icelles a les angles droits d'un
& d'autre costé. De mesmes F K
& G H se trouueront equidistā-

tes entr'elles & à B D. Partant, par la trentequatrieme
dudit, prise deux fois, les quatre angles F, G, H, K, se
trouueront droits, puis qu'ils sont opposés à des
droits. Et d'autant que, par la mesme, les deux lignes,
F G & H K, sont egales au diametre A C : pource que
les quadrilateres F C & A H, sont de costés equidi-
stans: & semblablement aussi les deux, F K & G H, ega-
les au diametre B D, elles seront toutes egales entre
elles, à cause de l'egalité des diametres. Partant auons
nous descrit le quarré F G H K à l'entour d'un cercle
donné, comme nous l'auons entrepris.

Probleme 8.

Proposition V l l l.

Descire vn cercle dans vn quarré donné.



Soit A B C le quarré donné,
dans lequel il faut descire vn
cercle.

Je diuise également ses qua-
tre costés es poinçts E, F, G, H:
puis je tire G E parallele & e-
gale aux costés A D & B C: & de
mesmes aussi je tire F H paral-
lele & egale aux costés A B &

C D, laquelle coppe G E au poinct K, lequel je dis estre le centre du cercle.

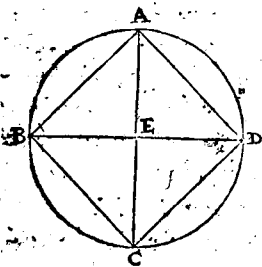
Car, par la trentequatrieme du premier, les quatre demis diametres, K E, K F, K G, & K H, sont egaux aux quatre demi costés du quarré : & partant egaux entre eux. Donques, par la neuvieme du troisieme, K est le centre du cercle que nous voulions inscrire. Ce que nous auions entrepris de faire.

Probleme 9. Proposition IX.

Descrire vn cercle à l'entour d'un quarré donné.

Soit A B C D le quarré donné, à l'entour duquel il faloit descire vn cercle.

Le tire les deux diametres A C & B D, qui s'entrecoppent au poinct E; & ce



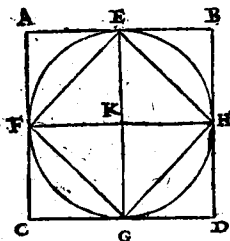
egalement, par la sixieme du premier: car chacun des deux angles, qui sont à A, B, C, D, sont demidroits, par la cinquieme & trentedeuxieme dudit. Partant E est le centre du cercle que nous voulons circonscrire. Ce qu'il faloit faire.

En suite de ces mutuelles inscriptions du cercle & du quarré, j'ay trouué bon d'adjouster ce vulgaire theoreme.

Le quarré descrit à l'entour d'un cercle, est double du quarré qui est inscrit dans ledit cercle.

Soit le quarré A B C D descrit à l'entour du cercle E F G H, duquel le centre soit K: & les poincts de l'at-

toucher.



touchement soyent E, F, G, H. Ayant tiré les deux diametres E G & F H, soit inscrit dans le dit cercle, par la sixieme du present, le quarré E F G H. Je dis que le quarré A B C D est double du quarré E F G H.

Car puis que le costé A B du plus grand quarré, est, par la trentequatrieme du premier, egal à F H, diametre du moindre quarré: Et que le quarré dudit F H, par la quarantesepieme du premier, est double du quarré duquel il est diametre: le quarré aussi de ladite A B, à sçauoir A B C D, sera double du quarré E F G H. Ce qu'il falloit monstrer.

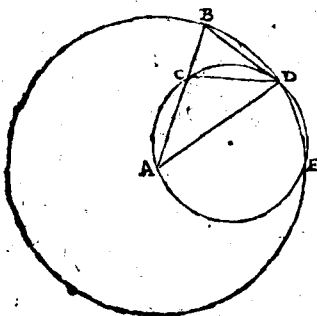
Cecy se pouuoit demonstrier d'autre façon, comme par l'equalité des triangles & des quarrés: mais nous nous sommes contentés de ceste facile & compendieuse demonstration. Ce Theoreme n'a pas esté dressé par Euclide, peut estre, pource qu'en ce quatrieme liure il ne traite que de Problemes: peut estre aussi, parce qu'il luy eust falu parler de la proportion des autres figures: combien qu'il ne s'adstreint pas à suyure cest ordre: car de peu de figures a-il enseigné le moyen comme elles deuoyent estre inscrites au cercle: les autres il les passe, en tant l'infini: ou bien destourné de ce faire par la difficulté qui y est. Toutesfois je n'ay point craint de le coucher icy, pour ce que son vsage est fort frequent.

Probleme 10. Proposition X.

Descrire vn triangle Isocele, duquel chacun des angles, qui sont à la base, soit double de l'angle qui est à la pointe.

Q

Soit prise à plaisir la ligne AB , laquelle soit diuisee au poinct C , ainsi que l'enseigne l'onzieme du secôd, sçauoir est, que ce qui prouient de AB en BC soit egal au quarré AC . Loïs, prenant A pour centre, selon l'interualle de AB , je descriis le cercle $BDEB$: auquel, par la premiere de ce quatrieme, j'accommode la ligne BD , qui soit egale à AC : & puis je conjoins DA &



DC . le disque chacun des angles ABD & ADB , du triângle ABD , est double de l'angle A .

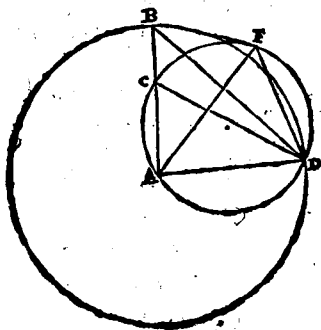
Premierement il appert assez, que le triângle est isoscele, puis que les deux costés, AB & AD , partent du centre: & partant, par la cinquieme du pre-

mier, les deux angles ABD & ADB sont egaux. Maintenant, par la cinquieme du present, je descri le cercle $DCAD$ autour du triângle ACD . Et d'autant que BD est egale AC : ce qui prouient de AB en BC , est egal au quarré BD , & partant BD touche le cercle par la derniere du troisieme: &, par la trentevnieme du dit, l'angle CDB , sera egal à l'angle alterne CAD . Adjoûtant d'oc CDA , angle commun, tout l'angle BDA se trouuera egal aux deux angles CAD , & CDA . Mais, par la trentedeuxieme du premier, l'angle BCD est egal ausdits CAD & CDA , interieurs opposés. Donques BCD sera egal à tout BDA : & partant aussi audit ABD . Partant, par la sixieme du premier, la ligne CD sera egale à la ligne AD : donques aussi à la ligne CA .

Et pour-

Et pource, par la cinquieme du premier, l'angle CDA sera egal à l'angle CAD , & partant aussi à l'angle CDB . Donques l'angle BDA est double de l'angle BAD : & du mesme aussi sera double l'angle ABD . Ce qu'il falloit faire.

Appendix de Champagne.



Peut estre que quelcun voudra dire que le cercle ACD coupe le cercle BDE en quel que point de l'arc BD , & qu'il coupe aussi la ligne BD : d'où viendra que la ligne BD ne sera pas appliquee au cercle ACD , comme nous l'affermions en la demonstration, mais elle le coppera.

Qu'ils se coppent donc, si faire se peut, & soit tirée du point B la ligne BF , qui touchera le cercle ACD : puis conjoignons FA & FD . Si sera, par la trentecinquieme du troisieme, ce qui prouient de AB en BC , egal au quarté de BF : & partant BF sera egale à BD : si que, par la cinquieme du premier, l'angle BFD , sera egal à l'angle BDF . Et d'autant que, par la trentevnieme du troisieme, l'angle BFA est egal à l'angle ADF alternes: l'angle $BD F$ sera plus grand que l'angle ADF , la partie que le tout.

Ledit Champagne respond encor autrement. Car si d'aventure on dit, que le cercle ACD coupe la ligne BD , & ne coupe pas toutesfois BD , arc du plus grand cercle: Qu'il la coupe, si faire se peut, au point H . Lors

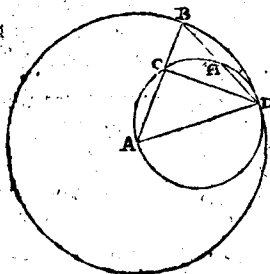
plus grand, & en icelle aussi le point de l'atouchement. Donques, par la trentieme du troisieme, l'angle $A C D$ sera droit: & par la treizieme du premier, l'angle $D C B$ droit: & aussi l'angle $A B D$ droit, comme estant egal à $D C B$. Ce qui, par la trentedeuxieme du premier, ne se peut faire.

Partant ils s'entrecopperont, à sçauoir és points D & E .

Maintenant je dis, que l'arc $E D$ du plus grand, est egal à l'arc $D B$: & que l'arc $E D$ du petit, est egal à l'arc $D C$.

Je conjoins $E A$, $E C$, & $E D$. Si seront egaux, par la vingtsixieme du troisieme, les quatre angles $D E C$, $C E A$, $D A C$, & $A D C$: veu que les arcs CA & CD sont egaux, par la vingtsseptieme dudit. Donques, tout l'angle $A E D$ est double de l'angle $B A D$: & partant egal à chacun des angles $A B D$, & $A D B$. Et pource que l'angle $A E D$ est egal à l'angle $A D E$, par la cinquieme du premier, d'autant que $A D$ & $A E$ sortent du centre: les deux angles E & D du triangle $A E D$ seront egaux aux deux angles D & B du triangle $A D B$, & partant, par la trentedeuxieme du premier, l'angle A de l'un sera aussi egal à l'angle A de l'autre. Donc, par la vingtdeuxieme du troisieme, l'arc $E D$ du plus grand, sera egal à l'arc $D B$: Et, par la mesme, l'arc $E D$ du plus petit, sera egal à l'arc $D C$. Ce qu'il falloit prouuer.

Là dessus faut obseruer, qu'en tout triangle, tel qu'est icy $A B D$, l'angle de la pointe (tel qu'est icy l'angle A), est vne tierce avec vne quinte d'une tierce du droit: sçauoir est deux quintes d'un droit, ou (plus brieuement) vne quinte de deux droits. Et chacun des angles de la base vaut deux quintes de deux droits.



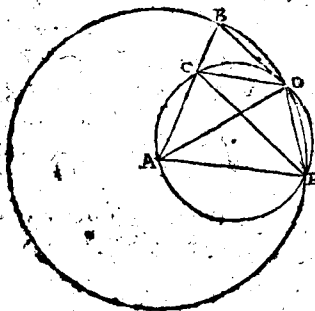
ce qui prouient de $A B$ en $B C$, sera egal à ce qui prouient de $D B$ en $B H$, par la trentecinquieme du troisieme; veu que $B A$ & $B D$, sortans toutes deux du point B , tumbent à la section du cercle. Et pource que ce qui prouient de $A B$ en $B C$, est egal au quarré

de $B D$: ce qui prouient de $D B$ en $B H$, sera aussi egal au quarré $D B$, contre la seconde proposition du second.

Mais c'est en vain que Champagne met cecy en auant comme chose douteuse. Car en la demonstration on n'affirme pas seulement, que la ligne $B D$ touche le cercle $A C D$, mais on le prouue.

Mais ce qu'il adjoust est à noter, que les deux cercles $A C D$ & $B D E$ s'entrecoppent: & que le cercle $A C D$ coppe du cercle $B D E$ vn arc egal à l'arc $B D$: &

que le cercle $B D E$ coppe du cercle $A C D$ vn arc egal à l'arc $D C$.



La premiere partie se void par cecy, que si le moindre ne coppe le plus grand, mais le touche au point D , par l'onzieme du troisieme, le centre de tous les deux sera en vne mesme ligne, à

quoy en $A D$: pource qu'en icelle est le centre du plus

plus grand, & en icelle aussi le point de l'atouchement. Donques, par la trentieme du troisieme, l'angle $A C D$ sera droit: & par la treizieme du premier, l'angle $D C B$ droit: & aussi l'angle $A B D$ droit, comme estant egal à $D C B$. Ce qui, par la trentedeuxieme du premier, ne se peut faire.

Parrant ils s'entrecopperont, à sçauoir és points D & E .

Maintenant je dis, que l'arc $E D$ du plus grand, est egal à l'arc $D B$: & que l'arc $E D$ du petit, est egal à l'arc $D C$.

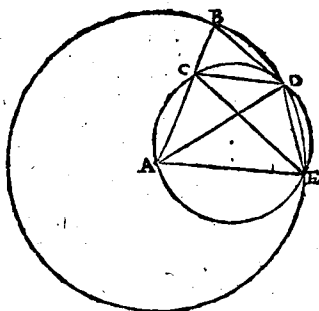
Je conjoins $E A$, $E C$, & $E D$ Si seront egaux, par la vingtsixieme du troisieme, les quatre angles $D E C$, $C E A$, $D A C$, & $A D C$: veu que les arcs $C A$ & $C D$ sont egaux, par la vingtsseptieme dudit. Donques, tout l'angle $A E D$ est double de l'angle $B A D$: & partant egal à chacun des angles $A B D$, & $A D B$. Et pource que l'angle $A E D$ est egal à l'angle $A D E$, par la cinquieme du premier, d'autant que $A D$ & $A E$ sortent du centre: les deux angles E & D du triangle $A E D$ seront egaux aux deux angles D & B du triangle $A D B$, & partant, par la trentedeuxieme du premier, l'angle A de l'un sera aussi egal à l'angle A de l'autre. Donc, par la vingtdeuxieme du troisieme, l'arc $E D$ du plus grand, sera egal à l'arc $D B$: Et, par la mesme, l'arc $E D$ du plus petit, sera egal à l'arc $D C$. Ce qu'il falloit prouuer.

Là dessus faut obseruer, qu'en tout triangle, tel qu'est icy $A B D$, l'angle de la pointe (tel qu'est icy l'angle A), est vne tierce avec vne quinte d'une tierce du droit: sçauoir est deux quintes d'un droit, ou (plus brieuement) vne quinte de deux droits. Et chacun des angles de la base vnt deux quintes de deux droits.

ou bien quatre quintes d'un droit. Ce qui se verra clairement si l'on diuise deux angles droits en cinq parties. Car lors, au triangle, l'angle de la pointe sera d'une quinte, & chacun des deux qui sont à la base, sera de deux quintes. Mais ceste diuision de la ligne AB , telle qu'elle est au point c , sera nommée par Euclide, en la trentième du sixième, Proportion selon la moyenne & extreme raison: attédu que AC est moyen proportional entre BC & BA . En laquelle proportion le nombre quinaire a la principale force. Car en toute quantité qui se diuise ainsi, le quarré de la toute est joint avec le quarré de la demie. Et ces deux ainsi joints, sont perpetuellement le quintuple du quarré de la demie. Mais nous repeterons icy ce que nous en auons dit en l'onzième du second. Veuillons diuiser 8 comme nous proposons: le multiplie 8 par soy mesme, prouiennent 64. le multiplie aussi par soy mesme sa moitié, à sçauoir quatre, tel qu'est là la ligne DE ou EB : prouiennent 16. Ces 64 & 16 joints ensemble font 80, qui est le quintuple de 16. Par là, pour trouuer un tel triangle, il a esté besoing de diuiser ainsi la ligne: où c'est que le quinaire domine. Or ce Probleme regarde l'inscriptiō du pentagone dans le cercle, comme nous enseignera la suyuante Proposition.

Et faut prendre garde, que la ligne AC est le costé du pentagone equilater, qu'on veut inscrire dans le cercle ACD . Ce qui se demonstrera ainsi.

Par la dernière construction il s'est veu, que les trois arcs AC , CD , & DE du moindre cercle, sont egaux. Et puis qu'il se void aussi par la mesme, que les deux lignes AD & AE sont egales: l'arc AE sera aussi egal à l'arc AD , par la vingtséptième du troisième: donques leurs moitiés seront aussi egales. Si donc nous diuison



sons également A E, toute la circonferen-
ce ACDEA sera diui-
see en cinq arcs e-
gaux. Desquels puis
que les soustendues,
(c'est à dire les lignes
qui les soustendent)
sont egales, par la
vingthuiſtieme du
meſme, chacune d'i-
celles sera coſté du

pentagone. Ce qu'il falloit demonſtrer.

Et fera auſſi la meſme AC, le coſté du decagone que nous voulons inscrire dans le cercle B D B. Mais cecy appartient aux ſuyuantes demonſtrations. Bref, tout cecy depend des proportions. Et pour dire franche-
ment noſtre aduis de tout ceſt affaire, il falloit mettre les Proportions deuant ce traicté.

Nous adjouſterons icy ce Problème.

Deſcrire vn pentagone equilater & equiangle ſus vne droite ligne donnee.

Veillons deſcrire vn pentagone equilater & e-
quiangle ſur la ligne donnee A B.

Par la vingttroiſieme & trentedeuxieme du pre-
mier je dresse ſur la ligne A B le triangle Iſoſcele A B C, tel que le propoſe icy ceſte dixieme : tel, dis je, que les deux angles CAB & CBA, qui ſont ſur la baſe A B, ſoyent egaux aux deux que nous auons maintenant deſcrits : ſçauoir eſt chacun de deux quintes de deux droits, & C, angle de la poindte, d'une quinte. En apres je diuiſe l'angle c également, en tirant la ligne

la quatrième Proposition du premier. Il sera aussi equiangle par la quatrième & cinquième dudit, puis que les cinq angles, A, B, E, C, F, sont diuisés en dix parties égales. Qui est ce qu'il falloit faire.

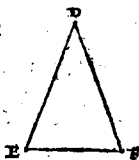
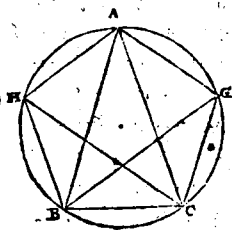
De Bouuelles a jugé ce Probleme estre difficile, d'autant qu'il auoit esté obmis par Euclide. Mais qui conque pesera ceste nostre demonstration, il luy sera aisé de dresser sur vne ligne donnée, les figures desquelles l'inscription est demonstree cy apres.

Probleme II. Proposition XI.

Descire vn pentagone equilater & equiangle dans vn cercle donné.

Soit ABC le cercle donné, dans lequel il fale inscrire vn pentagone equilater & equiangle.

Soit formé DEF triangle isoscele tel que le prescrit la precedente Proposition: & dans le cercle donné soit inscrit le triangle ABC equiangle audit DEF,



par la seconde du present: à sçauoir que chacun des deux angles B & C soit double de l'angle A, qui est à la pointe. le diuise chacun d'iceux angles également, tirant les li-

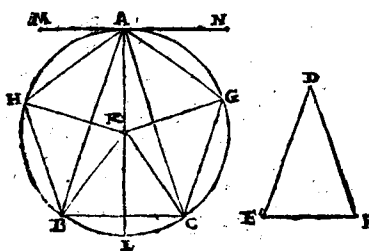
gnes BG & CH de costé & d'autre, jusqu'à la circonférence.

Si sera tout le cercle diuisé en cinq arcs, les points A, H, B, C, G: lesquels arcs seront égaux par la vingtcinquième du troisième, à cause de l'égalité des cinq angles qui rumbent en iceux: desquels les quatre sont à

la base du triangle ABC : & le cinquieme est à la pointe A . Conjoignant donc AH , HB , AG , & GC , le pentagone $AHBCG$, inscrit dans le cercle, sera equilater, par la vingthuitieme du troisieme, à cause de l'egalité des arcs que les cinq costés soustendent: & il sera aussi equiangle, par la vingtnixieme dudit: à cause que les cinq arcs AB , HC , BG , CA , & GH , esquels les angles desdits pentagones tombent, sont egaux, veu que leurs moitiés sont egales. Et ainsi sera vraie la Proposition.

Autrement. Ayant constitué le triangle DEF de la forme portee en la precedente Proposition, soit K le centre dudit cercle proposé ABC : & sur ledit centre soit formé l'angle BKC , egal à l'un des angles E ou F , du triangle DEF . Puis soit conjoincte BC . Je dis que ladite BC est le costé du pentagone.

Je diuise l'angle K également, en tirant le diametre



AKL : puis je cōjoins BA & CA . Or appert-il, par la dix-neufieme du troisieme, que l'angle K est double de tout l'angle A . D'oc tout l'angle A est egal à l'angle D , du-

quel l'angle K est le double. Et pource que du triangle ABK , les deux angles A & B sont egaux, par la cinquieme du premier: car KA & KB sortent du centre: par la trentedeuxieme dudit l'angle BKL sera double à chacun des angles KAB & KBA , l'exterieur à l'interieur. Et par mesme raison, l'angle CKL sera double à chacun des deux angles KAC & KCA .

Puis.

Puis donc que les deux angles qui sont à K sont égaux, les deux angles A & B du triangle ABK , seront mutuellement égaux aux deux angles A & C du triangle ACK : & partant, par la vingtième du premier, les deux bases AB & AC seront égales : & le triangle ABC sera isoscele. Et puis que tout l'angle A est égal à l'angle D , les deux autres angles, ABC & ACB , par la trentième du premier, seront égaux aux deux autres E & F : & , par consequent, le triangle ABC equiangle au triangle DEF . Et ainsi procedera la demonstration comme nous sortons de la dresser, presupposant toutesfois les deux lignes BG & CH .

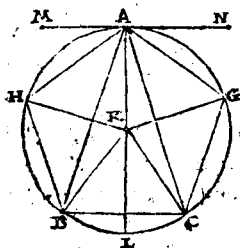
Nous auons adjousté ceste demonstration, pour monstrier que le moyen d'inscrire les figures dans les cercles depend du centre & du diametre. A fin aussi que nous entendissions, que les deux angles qui sont à K du triangle BCK , & qui se reposent sur le centre, sont congnus. Ce que toutesfois de Bouuelles ne pése pas, quand il parle de l'heptagone. Mais à la mienne volonté, que l'inuention de l'heptagone fust aussi aisée, comme il est certain que lesdits angles sont congnus.

Icy est plaisant & agreable, de considerer la variété des triangles. Car chacun des angles qui sont à A , vaut vne cinquième d'un droit, d'où sort le costé du decagone qu'on veut inscrire audit cercle : comme il se void, presupposant les lignes BL & LC . Car l'arc BC est diuisé en deux parties égales au point L , par la vingtcinquième du troisième.

De l'inscription du triangle equilater est congn l'hexagone : & ainsi tousiours du nombre simple des costés, se cognoist le double : comme du quarré l'octogone : de l'octogone le seizangle, & ainsi conti-

nuellement aux autres. Voire mesmes de ceste nostre demonstration le congnoist incontinent la circonscription du pentagone: comme il apparoitra en la proposition suyuant.

Nous pourrons encor autrement diuersifier l'inscription du pentagone. Soit le cercle $A B C$ que nous sortons de descrire: & que le mesme triangle $D E F$ demeure. le tire, par la seizieme du troisieme, la ligne $M A N$ qui touche le cercle: & au point A je forme l'angle $M A B$, egal à l'un des angles E ou F , (lequel on void bien estre moindre d'un droit) tirant la ligne $A B$, qui coupe la circonference au point B . Derochef, audit point A , je dresse l'angle $N A C$, egal audit $M A B$, en tirant la ligne $A C$, qui coupe la circonference au point C . Et conjoins $B C$. le dis que ledit $B C$ est le costé du pentagone. Ce qui se void aisement, en diuisant l'arc $A B$ également au point H , & tirant les lignes $A H$ & $B H$: diuisant aussi également l'arc $A C$ au point G ; & tirant les lignes $A G$ & $C G$. Car prenant le quadrangle $A B C G$, il appert par la trentevnieme du troisieme, que l'angle $A B C$ est egal à l'angle $N A C$ al-



terne, & partant aussi à l'angle E . Semblablement, prenant le quadrangle $A C B H$, l'angle $A C B$ sera egal à l'angle $M A B$ alterne, & partant aussi à l'angle F . Et pource, par

la trentedeuxieme du premier, le triangle $A B C$ sera equiangle au triangle $D E F$, comme au parauant: & la demonstration suyura comme cy dessus.

Mais

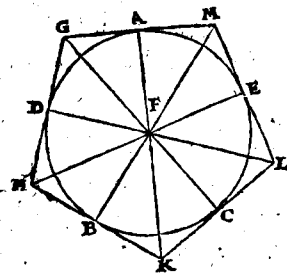
Mais aussi, en constituant l'angle B à la circonférence, qui soit triple de l'angle D , & tirant les lignes AH & BH , chacune desdites AH & BH sera costé du pentagone: comme le cognoistront ceux qui voudront discourir par la comparaison des angles. Car en la premiere façon, les deux angles B & C du pentagone en la circonférence, se diuisent en trois angles egaux: chacú desquels est egal à l'angle D . Or n'exposons nous pas par le menu ces demonstrations, à fin d'estre plus brieves: ce nous est assez, si les ayans aucunement esbauchées, nous les laissons examiner aux escholiers par les mesmes arguments que les autres. Car en ceste inscription de figures, se presente vn champ si large de speculations, que ce ne seroit jamais fait, qui voudroit esplucher le tout par le menu. Et combien qu'au commencement, avec Champagne, nous estimions que cecy n'estoit pas grandement profitable, si est-ce qu'apres auoir espluché plus attentiuement à quoy tendoit ceste tant reiglee & artificielle constitutiõ, nous auons à la verité trouué, que ce n'est pas en vain qu'on a creu, que les figures sont d'autant plus parfaites, qu'elles approchent de plus pres de la composition du cercle. Ceste chose donc est autant importäte, qu'autre qui soit en l'œuvre Geometrique, comme nous le ferons quelque jour voir en vn traité particulier, s'il plaist à ce souverain Geometre de benir les inuentions que nous recherchons chaque jour en la Geometrie. Car de ceste matiere se produit vn nouuel ouurage, & auquel on n'a point pensé jusques icy.

Probleme 12. Proposition XII.

Descrire vn pentagone equilater & equiangle, à l'entour d'un cercle donné,

Soit le cercle $A B C$, (qui ayt F pour centre,) à l'entour duquel cercle il fale circonscrire vn pentagone equilater & equiangle.

Par l'antecedente je diuise toute la circonference en cinq parties egales, és poinçts A, D, B, C, E : & du centre F je tire les cinq lignes $F A, F D, F B, F C, & F E$: auxquelles de costé & d'autre je tire cinq perpendiculaires:lesquelles se joindront és poinçts G, H, K, L, M , & toucheront le cercle, par le correlative de la quinzieme du troisieme. Lors je tire du centre aux poinçts de leur rencontre, les lignes $F G, F H, F K, F L, F M$. Et pource que $G A$ & $G D$, sortans d'un mesme poinçt, touchent le cercle, elles seront egales, par ce que nous auons demonstté à la trentecinquieme du troisieme. & par mesme raison $H D$ sera egale à $H B$, & $K B$ à $K C$: & ainsi des autres. Et pource que les cinq arcs $A D, D B, B C, C E, & E A$ sont egaux, aussi, par la vingtsixieme du troisieme, les cinq angles qui sont au centre, $A F D, D F B, B F C, C F E, & E F A$, seront egaux. Et d'autant que les deux costés $A G$ & $F A$, du triangle $F G A$, sont egaux aux deux $D G$ & $F D$ du triangle $F G D$, & le costé $G F$ cōmun, leurs deux angles qui sont à F ,



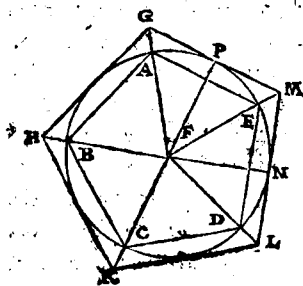
par la huitieme du premier, serōt egaux entr'eux, comme aussi les deux angles qui sont à G serōt aussi egaux entr'eux. Semblablement, les deux angles qui sont à F , des triangles $D F H$ & $H F B$ seront egaux entr'eux : & les deux qui sont à H aussi egaux entr'eux.

Et ainsi chacun des trois autres triangles, $B F C$, $C F E$,

GFE, & EFA, sera également diuisé par les lignes FK, FL, & FM: si seront egaux les dix angles qui sont au centre. Puis donc que les deux angles A & F du triangle GAF, sont egaux aux deux angles A & F du triangle MAF, & que le costé AF est commun: l'angle G de l'un, (par la vingt-sixieme du premier), sera egal à l'angle M de l'autre: & le costé GA, egal au costé AM. Par mesme raison, l'angle G du triangle GFD, sera egal à l'angle H du triangle DFH: & le costé GD egal au costé DH. Puis donc que GA est la moitié de GM, & GD la moitié de GH: & que GA & GD sont egaux: par la notion de l'esprit, GM & GH, qui sont leurs doubles, seront aussi egaux.

Nous prouuerons semblablement, que GM, ML, LK, & KH, sont egaux. Partant le pentagone GHKLM sera equilateré. Mais il est aussi equiangle: Car, puis que les deux angles qui sont à G, ont esté prouués egaux, & les deux qui sont à M aussi egaux: & le demi G egal au demi M: tout G sera egal à tout M. Et par mesme raison les autres angles dudit pentagone seront prouués egaux. Ce qu'il falloit faire.

Autrement, par les paralleles: Dans le cercle ABC, duquel le centre est K, j'inseris le pentagone equilate-



re & equiangle ABCDE, comme l'enseigne la precedente: par les cinq angles duquel je tire du centre à la circonférence, les cinq lignes FG, FH, FK, FL, & FM. Or consiste-il, que les cinq angles, qui sont au centre F, sont egaux, veu que les costés des cinq tri-

angles de dedans sont egaux, & les bases aussi egales. Il conſte auſſi, que les cinq angles du pentagone, qui ſont à la circonference, ſont diuiſés en dix angles egaux par la quatrième du premier. Je tire donc entre les deux lignes, FG & FH , la ligne GH , parallele au coſté AB , & qui touche le cercle ABC , ſuyuant ce que nous auons enſeigné ſur la ſeizieme du troiſieme: & je tire auſſi pareilles à icelle, HK , KL , & LM , paralleles aux coſtés BC , CD , & DE .

Et pource que FG tombe ſur deux paralleles AB & GH , les deux angles $F GH$ & $F HG$, ſeront mutuellement egaux aux deux $F AB$ & $F BA$, par la ſeconde partie de la vingtneuſieme du premier: & partant egaux auſſi entr'eux. Dónques, par la ſixieme du premier, les deux lignes, FG & FH , ſeront egales. Par meſme raiſon les deux angles, $F HK$ & $F KH$, ſeront mutuellement egaux aux deux $F GH$ & $F HG$: & FK egale à FH : & partant auſſi à FG . Puis donc que les angles qui ſont à F ſont egaux, par la quatrième du premier, la baſe HK ſera egale à la baſe GH . De meſmes ſe prouuera-il, que les trois lignes, FK , FL , & FM , ſont egales aux deux FG & FH : & auſſi les deux baſes, KL , & LM , egales aux deux GH & HK : & les angles qu'elles ſont avec les dites FK , FL , & FM , egaux auſſi entre eux. Maintenant je conjoins la cinquieme ligne MG : qui ſera egale aux quatre premieres, par ladicte quatrième du premier: veu que les deux lignes FG & FM , ſont prouuees egales: & que l'angle GFM eſt egal à chacun des angles qui ſont à F . Ceſte-cy auſſi touche le cercle: car à N , point de l'atouchement de ladicte LM avec le cercle, je tire la ligne FN . Or conſte-il, par la dixſeptime du troiſieme, que l'un & l'autre angle, qui eſt à N , eſt droit. Partant, veu que l'angle L du triangle FLN ,

gle FLN , est egal à l'angle M , du triangle FMN : & que l'angle N de l'un, est egal à l'angle N de l'autre: & FN commun à tous les deux: par la vingtsixieme du premier, NL sera egale à NM : & par ainsi LM sera diuisee egale-ment au point N . Et pource que les trois costés du triangle FGP sont egaux aux trois costés du triangle FMP , l'angle P de l'un, par la huitieme du premier, sera egal à l'angle P de l'autre: & partant, par la treizieme dudit, l'un & l'autre sera droit. Puis donc que les deux angles FMP , & FPM , du triangle FMP , sont egaux aux deux angles FMN & FNM , du triangle FMN : & le costé FM commun à tous deux, FP sera egale à FN . Mais FN sort du centre à la circonference: FP donc sortira aussi du centre à la circonference. Puis donc aussi, que MG est perpendiculaire à FP : par le correlaire de la quinziesme du troisieme elle touchera le cercle. Partant $G H K L M$, pentagone tracé à l'entour du cercle, sera equilater: comme il a aussi esté prouué equiangle, par l'egalité des moitiés, ainsi qu'il le falloit faire.

Or, encor que ceste demonstration semble estre prolix, si est-ce que de plein abord elle se manifeste.

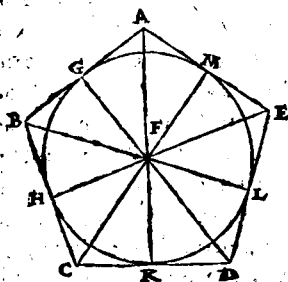
Probleme 13. Proposition XIII.

Descire vn cercle dans vn pentagone donné equilater & equiangle.

Soit $ABCDE$ le pentagone donné, equilater & equiangle, dans lequel il faut descire vn cercle.

Je diuise egale-ment les deux angles, qui aboutissent à vn des costés dudit pentagone, comme nous dirions A & E , & ce en tirant les lignes AF & EF : lesquelles se rencontreront dans le pentagone au point F . Duquel point à vn chacun des costés du penta-

gone, je tire cinq perpendiculaires, FG, FH, FK, FL, FM . Puis à B & D , les deux angles prochains de costé &



d'autre, je tire FB , & FD . Et pource que les deux angles A & M , du triangle AFM , sont egaux aux deux angles A & G , du triangle AFG : & le costé AF commun : le costé FM , par la vingtsixieme du premier, sera egal à FG . Et semblablement, par la mesme, FL

sera egale à FM , prenant les deux triangles EFL , & EFM . Derechef, puis que les deux costés AB & AF , du triangle ABF , sont egaux aux deux costés AE & AF , du triangle AFE : & l'angle A de l'un egal à l'angle A de l'autre : l'angle ABF , par la quatrieme du premier, sera egal à l'angle AEF . Et pource que tout B est egal à tout E , & que E est diuisé egaleement : B aussi sera diuisé egaleement. Par mesme raison on prouuera que tout E a esté diuisé egaleement, en prenant les triangles EAF & EDF . Puis donc que les deux angles G & B , du triangle GBF , sont egaux aux deux angles H & B , du triangle HBF , & le costé FB commun, FH , par la vingtsixieme du premier, sera egal à FG . Tout de mesmes se prouuera que FK est egal à FL , en prenant les triangles $LF D$ & KFD . Puis donc que les cinq lignes, FG, FH, FK, FL, FM , sont egales, F sera le centre du cercle, par la neuvieme du troisieme. Lequel cercle décrit selon la longueur desdites lignes, touchera les costés du pentagone, par la premiere de la quinzieme du troisieme. Ce qu'il falloit faire.

Au commencement de la construction, Champagne

gne monstre, que les lignes AF & EF , diuisans les deux angles A & E , se rencontrent dans le pentagone: mais celà estoit ja tout clair par la composition de la precedente: en laquelle FG & FH , qui aboutissoient au centre F , estoient prouuees egales: car de semblables constructions se recueillent les correlaires. Ce qui se peut clairement voir, tant par la premiere & quinzieme du troisieme, que bien tost par la quinzieme du present, & assez d'autres propositions. Comme aussi de ceste cy il s'ensuit, voire de l'antecedente, que les lignes perpendiculaires, tirees du milieu des costés du pentagone, passeront par le centre du cercle, & diuiseront également les angles opposés. Comme en cest endroit la ligne AK , partira également l'angle A & le costé CD : & les autres lignes en la mesme façon. Cè qui s'enseignera comme s'ensuit:

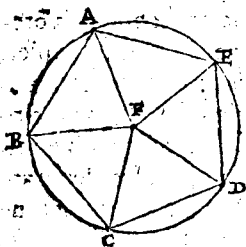
L'espace qui est à l'entour du centre F , est egal à quatre angles droits, qui sont diuisés en dix angles egaux, par les dix lignes qui s'assemblent à F . Donques les cinq angles, AFM , MFE , EFL , LFD , & DFK sont egaux à deux droits. Partant, par la quatorzieme du premier, AF & FK ne sont qu'une seule ligne. La mesme preque se fera des autres lignes. Et cecy est perpetuel en toutes figures equilateres, qui sont composées de costés impers.

Probleme 14. Proposition XIV.

Descire vn cercle à l'entour d'un pentagone donné equilater & equiangle.

Soit donné le pentagone $ABCDE$ equilater & equiangle, à l'entour duquel il fale descire vn cercle.

Je diuise les deux angles A & E en deux moitiés egales, en tirant les lignes AF & EF , qui se rencontre-



ront dans le pentagone au point F, comme nous auons prouué cy deuant. Puis du dit point F aux autres angles je tire les lignes FB, FC, & FD. Et pource que les deux costés AF & AB, du triangle ABF, sont egaux aux deux costés AF & AE, du triangle AEF, & l'angle A de l'un egal à l'angle A de l'autre : par la quatrieme du premier, FA sera egal à FE : & l'angle ABF egal à l'angle AEF : & puis que tout B est egal à tout E, B se trouuera diuisé par la moitié : & par mesme raison chacun des angles C & D aussi diuisé par la moitié. Partant, les cinq lignes, FA, FB, FC, FD, FE, seront egales. Donques, par la neuueme du troisieme, F sera le centre du cercle que nous voulons descrire à l'entour du pentagone. Qui est ce que nous voulions faire.

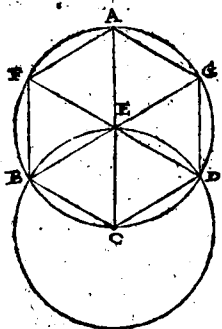
Probleme 15. Proposition XV.

Dans vn cercle donné descrire vn hexagone equilater & equiangle.

Soit ABCD le cercle donné, duquel le centre soit E : dans lequel cercle nous veuillions descrire vn hexagone equilater & equiangle.

Je tire le diametre AEC : & selon la longueur du demy diametre EC, je descri le cercle EBD, qui coupe le premier es deux points B & D, desquels, par le centre E, je tire les deux diametres BEG & DEF. Puis je conjoin les extrémités des trois diametres avec les six lignes AF, FB, BC, CD, DG, & GA. Je dis que l'hexagone AFB CDG est tel que nous l'auons proposé.

Car,

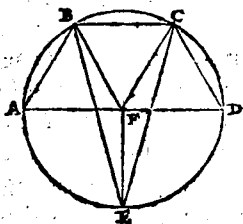


Car, par le contenu en la premiere Proposition du premier, les deux triangles BEC & CED seront equilateres, & par la cinquieme dudit, seront aussi equiangles. Donques les deux angles BEC & CED , avec quelque troisieme, qui leur soit egal, feront, par la trentedeuxieme dudit, deux angles droits: veu que chacun d'iceux est la tierce partie de deux droits. Et pource que lesdits BEC & CED , avec l'angle DEG font deux droits, par la treizieme dudit, DEG sera egal à chacun d'iceux. Donques les six angles, qui sont à F , sont egaux: & par consequent, les six arcs aussi qu'ils comprennent, sont egaux, par la vingtcinquieme du troisieme: & les six lignes, qui les soustendent, sont aussi egales, par la vingthuitieme dudit. L'hexagone donc est equilater. Mais il sera aussi equiangle, par la vingtsixieme dudit: pource que les arcs, qu'ils regardent, sont egaux: sçavoir est chacun la sixieme partie de la circonferente. Qui est ce que nous auions entrepris.

Autrement. Veuillons descrire vn hexagone equilater & equiangle, dans le cercle $ABCE$, duquel le centre est F .

Du centre F je tire le demidiametre FA . Puis, du point A , par la premiere du present, j'accorde la ligne AB , qui soit egal au dit demidiametre: laquelle je dis estre le costé de l'hexagone equilater & equiangle.

le conjoins FB . Et d'autant que AB est egal à FA : elle sera aussi egal à FB . Donques le triangle AFB



fera equilaterre: & par la cinquieme du premier, aussi equiangle. En apres, sur le centre F , je forme l'angle BFC , qui soit egal à l'angle AFB , ou bien à l'angle FBA , (tout reuiet à vn,) en tirant la ligne FC : & conjoins BC . Et pource que AFB est la tierce partie de deux droits, par la cinquieme & trentedeuxieme du premier: BFC sera aussi la tierce partie de deux droits. Partant les deux autres, FBC , & ECB , veu qu'ils sont egaux, par la cinquieme du premier, seront aussi deux tierces de deux droits, par la trentedeuxieme dudit.

Ou bien, par la quatrieme du premier, veu que l'angle BFC est egal à l'angle FBA , & que les deux costés, FB & FC , sont egaux aux deux costés AB & AF : la base BC sera egale à la base BF , & partant aussi à la dite FC . Le triangle donc FBC est equilaterre & equiangle. En apres, je constitue l'angle CFD , egal à chacun des angles qui sont à F , en tirant la ligne FD : & conjoins CD . Si fera, par ce que nous auons ja deduit, le triangle $FC D$ equilaterre & equiangle. Et puis que les trois angles, qui sont à F , sont egaux à deux droits, (car chacun d'iceux est la tierce partie de deux droits,) par la quatorzieme du premier, AD ne sera qu'une seule ligne, & partant le diametre du cercle. L'autre demicercle AED , se diuifera en autant de parties egales, qu'a esté diuifé $ABC D$, & comprendra autant d'egales soustendues. Et donques AB est le costé de l'hexagone equilaterre, que nous voulons inscrire dans le cercle: & lequel sera aussi equiangle:

car

car la moitié de tout B, est egale à la moitié de tout C.
Ce qu'il falloit faire.

Puis donc que du centre F nous auons tiré la perpendiculaire FE, & conjoint B E & C E : & formé le triangle BEC: duquel l'angle E, qui est à la poincte, est la sixieme partie de deux droits, par la dixneuvieme du troisieme. Car l'angle B F C est double dudit angle E: & chacun des angles de la base, EBC & ECB, est double sescuple, ou double sesquialtre, audit angle E. Et c'est icy la methode de trouuer le costé de l'hexagone. Donques, les deux demonstrations cy dessus sont compendiaires.

L'hexagone se pouuoit aussi inscrire, par le moyen du triangle equilateré inscrit, diuisant egaleement chacun des trois arcs.

Mais esclarcissons à ce coup ce traicté d'inscrire les figures.

Toutes figures, qui sont de costés impers, s'inscrivent dans le cercle, par le moyen des triangles isosceles, desquels chacun des deux angles qui sont à la base, sont multiples de celuy qui est à la poincte, c'est à dire, le contiennent plusieurs fois. Le triangle donc equilateré (qui est le premier des costés impers, & partant a tant de priuileges) s'explique de soy mesmes : ayant celà de l'vnité par laquelle il est designé. Car en dressant vn triangle isoscele à la circonferen-
ce, duquel les deux angles, qui sont à la base, soyent egaux à celuy qui est à la poincte (or l'egal est le multiplicateur de soy mesme, comme l'Vnité,) ladite base fera le costé du triangle equilateré, que nous voulons inscrire dans le cercle. Et ainsi l'equilateré se considère comme l'isoscele.

Le pentagone, qui est le second des impers, se

trouue par le moyen du triangle isoscele, duquel chaque angle de la base, est double de celuy qui est à la poincte: comme nous l'auons demonsté en l'onzième du present.

Et l'heptagone, par le triangle isoscele, duquel chacun des angles qui est à la base, est triple de celuy qui est à la poincte. Et l'enneagone ou neufangle, quand chacun desdits angles est quadruple: & l'onzangle quand chacun desdits angles est quintuple: & le treizangle quand chacun desdits angles est sextuple à celuy qui est à la poincte: & ainsi de suite.

Les figures equilateres, & de costés pers, s'inscrivent aussi au cercle par le moyen du triangle isoscele, duquel les angles qui sont à la base sont multiples & demi de celuy qui est à la poincte.

Comme le quarré (premier des costés pers, & qui, pour ceste cause, a tant de priuileges,) s'inscrit au cercle par le moyen du triangle isoscele, inscrit aussi dans le cercle, duquel chacun des angles qui sont à la base, vaut vne fois & demie celuy qui est à la poincte. Mais, pour abbreger, Euclide l'a autrement enseigné en la sixieme du present. L'hexagone, secōd des pers, à l'aide de l'isoscele, duquel chaque angle de la base vaut deux fois & demi celuy qui est à la poincte. Pour l'octogone, trois fois & demi. Pour le decagone, quatre fois & demi: & ainsi de suite, pour les figures de costés pers. Et sur ceste matiere se treuuent infinies meditations.

Mais les figures de costés impers, sont d'autant plus malaisées à cognoistre, que plusieurs d'icelles se representent par nombres premiers: quels sont 3, 5, 7, 11, 13, 17, & semblables. Mais de cecy nous en parlerons plus au long vne autre fois, comme nous l'auons promis

promis cy deuant. Toutesfois nous auons trouué bon d'en dire ce que nous en auons dit, en traitant de l'hexagone, qui est fort facile à entendre, & qui aussi est representé par le senaire, qui est le premier des parfaits.

Correlaire.

Le costé de l'hexagone inscrit dans le cercle, est egal au demidiametre du cercle.

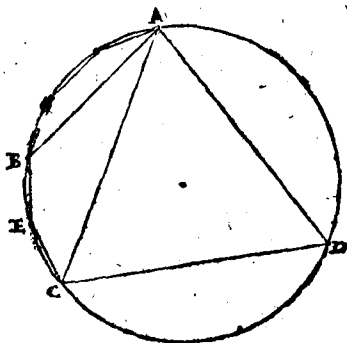
Cecy appert assez par l'une & l'autre demonstration: notamment par la seconde, qui employe le triangle equilater, duquel les costés sont demidiametres.

Champagne adiouste icy, qu'Euclide n'a pas proposé de descrire vn hexagone equilater & equiangle à l'entour d'un cercle, ny vn cercle dedans ou dehors l'hexagone: pource qu'il a estimé que ce luy estoit assez d'auoir traité cela au pentagone, de la comparaison duquel les autres figures equilateres se pourrônt accommoder au cercle, & le cercle à icelles. Il faut aussi observer cecy, que toute figure equilater, inscrite ou circonscrite au cercle, a aussi les angles egaux. Touchant l'inscrite, il en appert par la vingtiesme & vingtixieme du troisieme: en prenant quelques deux arcs se joignans, ou contigus, lesquels les deux costés, qui contiennent l'angle, soustendent. Touchant la circonscrite, il se void, en tirant des lignes du centre du cercle à tous les angles de la figure & aux poincts de l'attouchement: comme il se void en la treizieme du present.

Nous noterons icy (ce que nous auons ja dit en la quarantiesime du premier.) qu'es figures de costés pers; les lignes sont tirées des angles aux angles, par le centre: mais en celles des costés impers,

Probleme 16. Proposition XVI.

Descrire dans vn cercle donné yne superficie de quinze costés egaux & equianglé.



Veuillons inscrire dans le cercle donné ABCD vne superficie de quinze angles, equilateres & equianglé.

Suyuant la doctrine de la seconde & premiere du presét, j'applique dans le cercle le costé d'un triangle equilater,

lequel sera AC : & par l'onzieme dudit j'y applique aussi le costé du pentagone, qui sera AB, en l'arc AC.

Come donc toute la circonference ABCD est de quinze segments egaux, de tels l'arc ABC, (tierce partie d'icelle,) est de cinq : & l'arc AB, qui est vne cinquieme, est de trois : & partant le remanent, BC, contiendra deux desdits segment egaux. Diuisions, par la trentieme du troisieme, l'arc BC également au point E : Si sera chacun des arcs, BE & EC, la quinzieme partie de la circonference. Si donc nous conjoignons les droites lignes BE & EC, ce seront deux costés du quinzangle equilater. Et trois semblables s'en traceront en l'arc AB, comme nous l'auons dit : si que en l'arc AC se trouueront cinq quinziemes de toute la circonference. Lequel arc estant la troisieme partie d'icelle, les autres deux tiers, CD & DA, se diuiseront en au-

en autant & mesmes sections, desquelles les sousten-
ses seront costés du quinzangle equilater. Ce qu'il
falloit faire.

Pareillement aussi, tout ainsi qu'au pentagone, si
par les quinze poincts des diuisions egales du cercle,
nous tirons des lignes qui le touchent, se descrira vn
quinzangle equilater & equiangle à l'entour dudit
cercle: & mesmes, suyuant ce que nous auons practi-
qué audit pentagone, dedans & entour vn quinzan-
gle donné on pourra inscrire & circonscrire vn cer-
cle.



CINQVIÈME LIVRE DES

ELEMENTS

GEOMETRIQUES

D'EVLIDE.

AVEC LES DEMONSTRATIONS
de IAQVÈS PELETIER, du Mans.



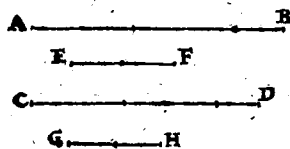
DEFINITIONS.

PArtie, c'est vne grandeur moindre
qu'une grandeur plus grande, lors
qu'une moindre mesure vne plus
grande.

En expliquant les definitions de ce cinquieme, nous nous servirons des nombres. Celà nous sera permis au traité des Principes, à fin de mieux faire comprendre. Aux demonstrations des Propositions, nous garderons la dignité Geometrique: car autre est la raison & la nature des continus, autre celle des discrets. En quelques vnes toutesfois nous ne serôs pas si scrupuleux: sçavoir est, quand nous nous servirons du mot de quantité au lieu de celuy de grandeur ou magnitude: car combien que cestuy cy soit plus peculiar, & cestuy là plus general, toutesfois la Geometrie vsurpe indifferemment & l'un & l'autre.

Plusieurs ont estimé que partie se prend en cest endroit, pour celle qui diuise également le tout: sçavoir est, celle, qui estant prise je ne sçay combien de fois, parfait entierement le tout. Et à le prendre ainsi, le binaire ne peut estre partie du ternaire, ny du quinaire, ny de pas vn autre entier qui soit imper: mais seulement du quaternaire, senaire, & autres pers. Toutesfois, à mon jugement, ils se mescontent. Car il ne faut pas considerer les Proportions, sinon generalement. Et, comme en la quantité Discrete, tout nombre est partie ou parties d'un plus grand: ainsi en la matiere des Proportions, toute magnitude est partie ou parties d'une plus grande, quand la Proportion est rationnelle, c'est à dire, qu'elle se peut expliquer par nombres. Mais on me dira, Eucclide ne veut pas tellement definir partie, qu'elle se rapporte au tout: mais bien au multiple. Celà est bien vray: autrement n'eust il pas esté besoing de ceste definition de partie, qui estoit assez congneue par ce qui a esté deduyt cy deuant. Mais Multiple se prend autrement qu'ils ne pensent. Car le quinaire est multiple du binaire, veu qu'il est dou-

est double fescuple d'iceluy, ou, si tu aimes mieux, double fescualtre. Le ternaire aussi est multiple du binaire, tout ainsi que l'vnité l'est d'elle meſme. Mais pource qu'il est fort difficile, (principalement en enſeignant,) de diſtinguer, en leurs parties, les ſuperpartientes & les ſuperparticulieres, à cauſe de leur inegalité: és demônſtratiōs nous prenōs parties egales: mais aux grandeurs, qui ne ſont pas miſes expres, les proportions ſont fortuites.



Partant, par exemple, ſi la ligne A B eſt double fescualtre à la ligne E F: & la ligne C D auſſi double fescualtre à la ligne

G H: A B ſera equimultiple de ladite E F, comme C D de G H. Il faut donc prendre en ceſt endroit ce mot de partie, comme ſi tu diſois ſouſmultiple: & la conſiderer autant, qu'elle a à l'entier quelque raiſon qui ſe peut exprimer par nombre. Ce que le mot de Meſurer donne aſſez à entendre. De cecy ſ'enſuit la definition de multiple.

2 Multiple eſt la grandeur plus grande de la moindre, laquelle la moindre meſure.

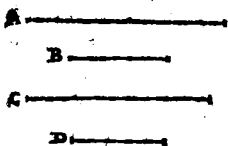
Ceſte-cy eſt aſſez manifeſte par la cy deſſus. Car ces mots ſont mutuels, ou, comme l'on dit, relatifs. Le ſenaite donc, que le binaire meſure, voire & le quinaire, ſont multiples du binaire.

3 La raiſon, ou rapport de deux magnitudes de meſme genre, c'eſt vne certaine habitude entr'elles.

La raiſon ou proportion aduient aux magnitudes

qui sont de mesme genre : car comme personne ne pourra commodement comparer le nombre avec le son, ny le temps avec le lieu : de mesmes ne pourra-il rapporter la ligne à la superficie, ny la superficie au solide: mais proprement on compare les lignes avec les lignes, les superficies avec les superficies, & les solides avec les solides. Or de ces rapports il y en a quelques vns qui ne sont pas certains : car toute ligne a bien quelque rapport à quelque autre ligne, mais non pas certain. Et ces quantités s'appellent irracionales, incommensurables, ou sans communication: & telle est celle du costé du quarre avec son diametre. Les raisons ou rapports nommés, ce sont ceux qui se peuvent exprimer par nombre, les denominations desquels nous sont fournies par les arithmeticiens.

4 Proportionalité, c'est la semblance des Proportions.



Comme si nous disons, que telle proportion est de A à B, que de C à D: telle similitude ou comparaison, s'appelle Proportionalité. Donques ceux qui ont tourné

Proportion, au lieu de Proportionalité, se sont mescontés. Car si bien ailleurs, mesmes en Quintilien, analogie signifie Proportion, icy ce mot se prend pour la semblance des proportions, que nous appellons, Proportionalité: estans contraints, pour nous mieux exprimer, d'vser de mots propres & significatifs, plustost que de ceux qui se trouuent receus & vsités par les bons auteurs.

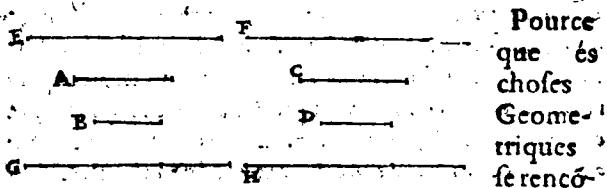
5 Les magnitudes sont dites avoir rapport

port l'une à l'autre, lors qu'estans multipliees elles se peuuent surpasser l'une l'autre.

Euclide ne pouuoit autrement exposer la force & la substance du rapport qui est entre les magnitudes, qu'en vsant du mot de Multiplication, pour y enclorre les incommensurables: car l'exces est l'indice de la comparaison des quantités. Puis donc que le costé du quarré multiplié peut excéder le diametre: & le diametre multiplié peut excéder la circonference: le costé aura rapport au diametre, & le diametre à la circonference, mais rapport incongnu. Et de ce lieu on peut assez recueillir, que l'angle, qu'Euclide appelle de contingence, ou d'attouchement, en la quinzieme du troisieme, n'est pas quantité: veu qu'estant multiplié il ne peut excéder aucune magnitude: voire mesmes ne peut estre multiplié: ainsi que nous auons là demonstré. Or prendrons nous en ce lieu Multiplication, pour cest accroist qui se fait entre parties homogenees, ou de mesme genre. Car la ligne multipliee, c'est à dire accreuë par ses semblables, excèdera la ligne: mais non pas la superficie, pource qu'elle n'a pas rapport à la superficie.

6 Les magnitudes sont dites estre en mesme rapport, la premiere à la seconde, comme la tierce à la quarte, lors que les e-
quemultiples (ou pareillement egaux) de la premiere & de la troisieme, & aussi ceux de la seconde avec la quarte, sont le premier au second, & le tiers au quart, selon quelque multiplication que ce soit, ou ensemble egaux,

ou ensemble plus grands, ou ensemble moindres.



rent souuent des raisons ou rapports incongnus, où sans nom: pour les prouuer, nous recerchons l'aide des equemultiples, lesquels nous comparons diuersement, à fin de pouuoir arriuer au but. La definition donc veut dire cecy: S'il y a quatre magnitudes; sçauoir est A premiere, B seconde, C troisieme, & D quatrieme: & soyent prises E & F equemultiples desdites A & C: & aussi G & H equemultiples aucunement de B & D: & que la chose en tombe là, si E & G sont egales par ensemble, ou bien si l'un est plus grand que l'autre: aussi F & H seront egales par ensemble, ou l'une sera plus grande que l'autre. Lors A sera à B, comme C à D. A sçauoir, si E & F estans accreus au double, & G & H, par maniere de dire, au triple: soit E egale à G, & pareillement soit F egale à H: ou si E est plus grand que G, soit de mesmes F plus grand que H: ou s'il est moindre, moindre: & que cela se face tousiours, soit que les equemultiples se prennent ou par triple, ou par quadruple, ou par telle autre denomination qu'on voudra: sans doute A sera à B comme C à D. Le sens donc de teste definition est tel: Si les equemultiples de la premiere & de la troisieme, & les autres aussi de la deuxieme & de la quatrieme aucunement equemultiples, sont tels, que si le multiple de la premiere

miere

miere est egal au multiple de la seconde, le multiple aussi de la troisieme sera egal au multiple de la quatrieme : & s'il est plus grand, il sera plus grand : & s'il est moindre, il sera moindre : la premiere sera à la deuxieme, comme la troisieme à la quatrieme. Mais Euclide ne s'est pas exprimé en ceste façon, de peur que ceste definition ne sentist plustost son theoreme que son Principe. Encores moins a il ainsi parlé : Les magnitudes sont dites estre en vne mesme raison ou rapport, la premiere à la seconde, & la troisieme à la quatrieme, lors que les equemultiples de la premiere & de la troisieme, & aussi ceux de la seconde & de la quatrieme, seront le premier au second, comme le troisieme au quatrieme. Car il eust defini vne chose non congneue par vne autre aussi peu congneue.

Mais on dira, Autant est difficile, voire, peut estre, dauantage, ceste egalité ou excès des equemultiples, que scauroit estre la raison ou rapport des simples entre eux. Il n'en va pas ainsi : car la comparaison des plus grandes quantités est plus aisée, à cause du nombre de leurs parties. Nous pouuons colloquer & accommoder les multiples selon qu'il nous plaist, & de leur artificielle construction recueillir la raison des simples. Dauantage, quand je compare deux magnitudes à deux magnitudes, toutesfois je ne compare qu'un à un : scauoir est vne raison à vne autre. Et ainsi je demeure dans le binaire. Mais quand je compare les multiples aux multiples, il faut que je considere le quaternaire, scauoir est, le multiple de la premiere, de la seconde, de la troisieme, & de la quatrieme, avec leurs simples. Et le quaternaire s'estend plus loing, que le binaire. Puis donc que les equemultiples sont plus faciles à traiter, ce seroit à tort qu'on nous di-

soit, que nous demonstions l'incongru par ce qui est aussi peu congru. D'auantage, puis que aussi tost nous aurons besoing de la proportionalité non continue, il en falloit necessairement faire mention au chapitre des Definitions, de peur qu'es demonstrations, qui s'yuent, l'esprit des lecteurs ne fust surpris voyant ce dont il n'auoit ouï parler au parauant. Que personne donc ne s'offense, si ce Principe est difficile. Car rien n'empesche, que les definitions ne soyent subtiles principalement quand on definit vne chose impliquee, telle qu'est la raison des magnitudes. Quand on enseigne la Dialectique; n'aduient-il pas souuent que nous conceuons plustost, & plus promptement, ce qui est defini, que non pas la definition? Qui est ce qui voyant parler de l'homme, n'entendra plustost que c'est, que si l'on disoit, animal raisonnable? Mais quand nous voulons cognoistre quelle est la substance de l'homme, lors la definition nous instruit plus pleinement.

Or les magnitudes peuvent estre d'un mesme genre, & peuvent n'estre pas aussi. Car nous disons, Comme la ligne à la ligne, ainsi la ligne à vne autre ligne: mais aussi nous disons, comme la ligne à la ligne, ainsi la superficie à la superficie.

Et je ne veul pas oublier à dire, qu'en ce lieu Euclide a parlé generallyment, comme la premiere à la seconde, ainsi la tierce à la quarte: à fin que nous entendissions l'une & l'autre proportionalité, la continue & la non continue: car par tout il y a quatre magnitudes, en celle-cy expresse, en celles là non. Car quand nous disons de suite, comme A à B , ainsi B à C , il y a quatre magnitudes: car la magnitude B fait pour deux, quand elle suit, & quand elle precede. Par-

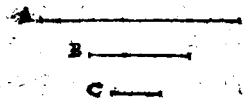
de. Partant ceux, qui ont défini la proportionalité continue séparément, n'ont pas fait selon l'intention d'Euclide: comme Champagne a fait icy en sa cinquieme definition. Car Euclide n'a point en ce lieu particularisé ce qui estoit propre de chacune, les ayant en commun toutes deux comprises en ceste sixieme definition.

Or ce qu'il est dit, le premier au second, & le troisieme au quart: s'entend ainsi, que pour raison de l'inegalité ou excès, le multiple de la premiere se compare avec le multiple de la seconde, & le multiple de la troisieme avec le multiple de la quatrieme: combien qu'au commencement il a falu conjoindre le multiple de la premiere avec le multiple de la troisieme, & le multiple de la seconde avec le multiple de la quarte.

Nous avons expliqué ceste definition le plus clairement qu'il nous a esté possible, pour oster le different prouenu des definitions de ce cinquieme liure. Car ceux qui reprennent en icelles Champagne, ne le reprennent pas justement, à mon aduis. Car il n'a pas ignoré le sens d'Euclide: mais comme il repete à chaque coup mesmes mots: (chose seule quasi, qui rend le traité des proportions obscur,) il s'est enuoloppé en son discours, & ce, comme je croy, pource qu'il n'estoit pas dialecticien. Toutesfois nous laissons à chacun d'estimer de Champagne ce qu'il luy plaira, pendant que nous enseignons geometriquement les Proportions.

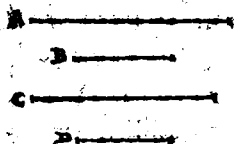
7 Les magnitudes qui sont en vne mesme raison, s'appellent Proportionales.

Les quantités, entre lesquelles il y a semblance de



rapport (que nous auons cy deuant appellé Proportionalité,) s'appellent Proportionales. Comme, si A est à B comme B à C : A, B, & C, se-

ront proportionales. Et ceste Proportionalité est continue: car le rapport, ou raison, se continue en chacune : pource que celle du milieu suit la premiere, & precede la troisieme.



Que si A est à B comme C à D, ces quatre aussi seront Proportionales, mais non continuellement : pource que les deux sont distinguees, & comme entrerompues. Car

chacune a vne seule denomination, ou d'antecedente, ou de consequente.

8. Quand le multiple de la premiere surpassera le multiple de la seconde : mais le multiple de la troisieme ne surpassera pas le multiple de la quatrieme : il sera dit, que la premiere a plus grand rapport à la seconde, que n'a pas la troisieme à la quatrieme.

Ceste cy est manifeste par la sixieme. A sçauoir, que de quatre magnitudes la proportion de la premiere à la seconde n'est jamais plus grande, que celle de la troisieme à la quatrieme, qu'il n'aduienne aussi, que quelques equemultiples de la premiere & de la troisieme : comparés à quelques equemultiples de la seconde & de la quatrieme se portent en telle façon, que le multiple de la premiere excède le multiple de la se-

la seconde, & toutesfois le multiple de la tierce n'excede point le multiple de la quarte. Et cecy n'aduient jamais, qu'il n'y ayt plus grand' proportion de la premiere à la seconde, que non pas de la troisieme à la quarte. Et ceste-cy est appellee la majeur impropotionalité. Mais lors que le multiple de la premiere sera moindre que le multiple de la seconde, & que toutesfois le multiple de la troisieme ne sera pas moindre que le multiple de la quatrieme, la raison de la premiere à la seconde, sera moindre, que celle de la troisieme à la quarte. Et ceste-cy sera appellee la moindre impropotionalité.

9 Du moins, la Proportionalité est en trois termes.

Pource que la comparaison de deux magnitudes, est seulement raison ou rapport, & non pas similitude de raison, c'est pourquoy deux magnitudes ne constituent pas la Proportionalité. Donques, elles doyvent estre trois, pour le moins. Lequel nombre fait tousiours la proportionalité continue. Quatre quantités peuuent bien aussi estre en la continue, sçauoir est, tant en nombre imper, que per. Mais en l'incontinue elles ne peuuent estre moins de quatre, ny ne peuuent estre en nombre imper. Ce qui estant attentivement consideré, on trouuera qu'Euclide, induit par ceste raison, n'a pas separé la quantité continue de l'incontinue.

Toutesfois il se faut souuenir que le nombre per preside sur toute Proportionalité. Car quand je dis, comme A à B ainsi B à C, la comparaison se fait de deux raisons, cōme nous auons dit cy deuant. Et ainsi a voulu Euclide faire entendre la force du binaire.

10. Quand trois magnitudes seront Proportionales, la proportion de la premiere à la troisieme se dira estre comme la proportion doublee de la premiere à la seconde.

Il definit la Proportionalité de trois quantités. De laquelle definition l'explication est telle. En la proportionalité de trois quantités se tient cachée la nature du quarré. Car autant produisent les deux termes extremes entr'eux, comme fait le milieu en soy mesme. Et pourtant, la proportion des extremes entr'eux, est le double de la proportion du premier au second. Ce qui ne se peut pas definiment exposer sans les nombres. Soyent 2 à 4, comme 4 à 8. Ceste cy est la proportionalité continue en raison double. Je tire 2 en 8, en vient 16: & autant produit 4 en soy mesme. Partant, par la definition la proportion de 2 à 8 sera denommée du quarré du binaire, denommant la proportion du premier au second, sçavoir est quadruple. En la raison triple, soyent 2 à 6, comme 6 à 18. Je tire en soy mesme la denomination de la proportion du premier au second, sçavoir est 3: prouiennent 9, le denominateur de la proportion de deux à 18. Et c'est icy le sens de la definition: de laquelle se tire l'esmerueillable liaison du binaire, ternaire, & quaternaire. Car en trois quantités ils'y en trouue quatre: & de ceste affinité le binaire en est l'indice, duquel la propriété est singuliere, d'autant qu'il fait autant estant doublé, qu'estant multiplié par soy mesme. Et pourtant Euclide a dit la proportion doublee, comme s'il eust dit quarrée: pource que le binaire est l'Index du quarré: à fin, que les autres denominations suyussent la nature de la premiere: sçavoir est, que la

triple

triple proportion doublee, fust la meſme que multipliee en ſoy. Le binaire donc ſignifie le quarré, le ternaire le cube, le quaternaire le quarré-quarré ou, cōme l'on dit vulgairement, le cenſicenſe: le quinaire, le ſurſolide, ou premier relat: & ainſi infiniment: ce que nous auons amplement expoſé au premier liure de noſtre Algebre. Quand donc nous comparons quantité à quantité, és nombres l'vnité ſe repreſente: aux continues la ligne. La comparaifon de trois quantités és nombres, nous repreſente le quarré: és continues, la ſurface. Celle de quarré quantités, nous repreſente és nombres: le cube: és continues, le ſolide. Et ceſte ſpeculation ſ'eſtend infiniment. Et de là depend la ſuyuante definition.

II Quand quatre magnitudes ſerōt continuellement proportionales, la proportion de la premiere à la quatrieme ſera comme la proportion de la premiere à la ſeconde, triplee: & ainſi d'ordre d'une plus, tant qu'il y aura proportionalité.

La proportionalité continue de quatre quantités, encloſt en ſoy la nature du cube: cōme celle de trois encloſt celle du quarré, ainſi que nous ſortons de dire. Or la marque du cube, c'eſt le ternaire. Partant la proportion de la premiere à la quatrieme, c'eſt la proportion de la premiere à la ſeconde, triplee: ſçauoir eſt ayant multiplié cubiquement par ſoy meſme le denominatedeur. Comme és nombres, ſoyent 2 à 4; cōme 4 à 8, & 8 à 16. Le denominatedeur de la proportion, c'eſt 2. Je multiplie donc cubiquement 2 en ſoy, prouiennent 8: & ainſi grande eſt la proportion du premier au quart: à ſçauoir octuple, de 2 à 16. Que ſi nous

posons cinq quantités, la proportion du premier au cinquieme sera quadruple de celle du premier au second. Que si six, elle sera quintuple: & ainsi de suite, jusqu'à ce qu'on soit venu au dernier per des magnitudes. Et tel est le sens de ceste definition. Mais pour ce que nature n'a rien qu'elle puisse exposer aux sens, si ce n'est le corps, on ne considere point les proportionaux en la Geometrie, outre quatre mises. Mais aux nombres, qui sont comme certains interpretes des choses continues, à fin de faire voir, que tout ce qui a forme est infini, les progressions des proportionalités s'estendent infiniment, & de toutes especes qui peuvent estre reiglees. Comme si, quoy que le sens soit fini, l'intellect neantmoins se void ne pouvoir estre terminé. Or a-il esté necessaire d'employer icy les nombres: car la raison double & triple sent son nombrer, & ne se peut dequider sans les nombres.

12 Les magnitudes sont dites estre de mesme raison, les antecedentes aux antecedentes, & les consequentes aux consequentes.

Il a cy deuant proposé la semblance des raisons: sçavoir est, la proportionalité: icy il appelle par leurs noms les magnitudes de semblable raison. comme s'il disoit, Les magnitudes proportionales sont signifiées, en tant qu'elles precedent, ou qu'elles suivent. A sçavoir, on prend les equemultiples des antecedents, & les equemultiples des consequents: à fin que d'iceux nous puissions recueillir la proportionalité des magnitudes. Euclide donc a mis ceste definition, pour expliquer les termes de l'art, comme, l'on dit. Mais les comparaisons des antecedents, & des consequents, sont de plusieurs sortes, lesquelles s'expliqueront

queront les definitions suivantes.

13 La raison permutee, ou alterne, est quand lon prend l'antecedet compare a l'antecedent, ou le consequent au consequent,

La premiere comparaison des magnitudes, qui, par naturelle prononciation, est d'un antecedent a son consequent, comme de l'autre antecedent a son consequent: ceste comparaison, dis je, est la guide & origine des autres comparaisons: &

A —————

B —————

C —————

D —————

premierement de la permutee, en laquelle le second antecedent se change au premier consequent, & le premier consequent au second antecedent.

Comme si A à B est comme C à D: & qu'on vienne à conclurre, comme A à C, ainsi B à D. Ceste raison s'appelle permutee.

14 La raison cōuerse est, prendre le consequent comme antecedent, & l'antecedent comme consequent.

————— A

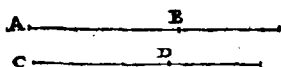
————— B

————— C

————— D

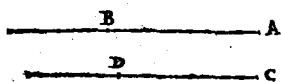
En ceste-cy: les deux consequents sont changés es deux antecedents, & au contraire. Comme si A à B est comme C à D: & on face la conclusion tout à rebours, B à A, comme D à C.

15 La raison conjointe ou composee, c'est prendre l'antecedet avec le consequent, comme si ce n'estoit qu'un, pour le comparer au consequent.



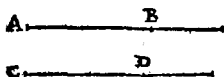
Comme si A à B est cōme C à D : & on vienne à conclurre, que tout A B est à B comme tout C D à D. Et ceste raison s'appelle conjointte, ou compoſee.

16 La raison desjoincte ou diuiſee, c'est quand l'on compare aux conſequents, les accroiſts ou augmens des antecedents ſur leſdits conſequents.



Comme, ſi tout A B est à B, comme tout C D à D : & on vienne à conclure, que A est à B, comme C à D. Et c'est la conuerſe de la conjointte.

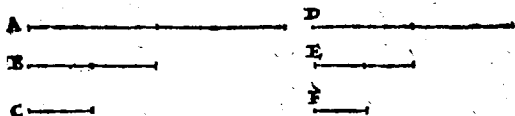
17 La raison euerſe est, quand les antecedents ſont comparés avec les exceſ dont ils ſurpaſſent les conſequents.



L'euerſion de raisons est, quand l'antecedent est comparé avec la difference qu'il a avec le conſequēt. Comme ſi A B est à B, comme C D à D : & on vienne à conclurre, que comme A B est à A, ainſi est C D à C.

18 La raison egale est, quand pluſieurs magnitudes prinſes de coſté & d'autre en nombre egal, & comparees deux à deux : & oſtant nombre egal des milieux, ſe fait comparaiſon des extremes de part & d'autre.

Comme ſi l'on prend les magnitudes A, B, & C : & encor



encor autres en mesme nombre D, E, & F: soit qu'elles soyent de mesme genre avec les premieres, ou non: & que les secondes soyent en mesme raison entr'elles que les premieres: soit qu'elles soyent en mesme ordre: comme si l'on dit, A à B comme D à E, & B à C comme E à F: soit au rebours, comme si l'on dit, A à B comme E à F, & B à C comme D à E: & laissant tous les deux milieux, B & E, on conclue A à C comme D à F. Ceste raison d'argumenter s'appellera, d'Égale proportionalité.

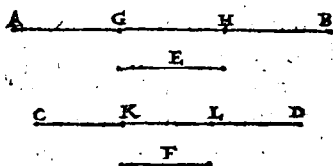
THEOREME PREMIER.

PROPOSITION PREMIERE.

SI quelques magnitudes sont equemultiples chacune à part d'autant d'autres magnitudes, autant que chacune est multiple de chacune, autant toutes sont multiples de toutes.

Soyent les magnitudes A B & C D, equemultiples d'autant d'autres magnitudes E & F: à sçavoir A B de ladite E, & C D de ladite F. Je dis, que autant que A B est multiple de ladite E, & C D de ladite F: autāt multiples sont les deux A B, C D, des deux E, F.

Car, puis que AB est equemultiple de ladite E , comme CD l'est de ladite F : autant que en AB il y a de magnitudes egales à ladite E , autant y en aura-il en CD egales à ladite F . Soyent donc en AB les magni-



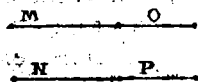
tudes AG , GH , & HB , egales à ladite E : & en CD aussi soit pareil nombre de magnitudes, CK , KL , & LD , egales à ladite F . Puis donc que le

nombre des magnitudes en AB est egal à celles qui sont en CD : & que AG est egale à E , & CK à F : par la commune notion, les deux AG , & CK , prises ensemble, seront egales aux deux E & F prises ensemble. Et puis que GH est egale à E , & KL à F : les deux GH & KL prises ensemble, seront egales ausdits E & F prises ensemble. Et par mesme raiſon, HB & LD prises ensemble, egales ausdites E & F prises ensemble. Autant donc que en AB il y a de magnitudes egales à E , & en CD egales à F : autant y en a-il en AB & CD prises ensemble, qui sont egales à E & F prises ensemble. Donques, combien multiple est AB de E , & CD de F , autant multiples sont AB : CD , desdits E , F . Ce qu'il falloit monſtrer.

Mais quand nous aurons bien conſideré la force & la raiſon de ceſte premiere Proposition, nous cognoiſſons, qu'elle conſiſte toute entiere au commun jugement. Car, quand nous diſons, Si à choſes egales on adjoûte choſes egales, les choſes conjointes ſeront egales: rien autre n'eſt ſigniſié, que l'egalité des proportions. Sçavoir eſt, ſi M eſt egal à N : & O egal auſſi à P : j'ay quatre quantités proportionales. Car

M eſt

M est à N, comme O à P. Si donc nous adjouſton O à



M & P à N : tout M O ſera egal à tout N P. Ainſi, quand je dis que A B eſt triple de E, & C D de F : je dis tacitement cecy, que ſi A B eſt

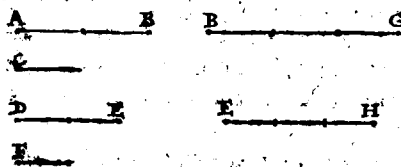
adjouſtee à C D, & E à F: tout A B, C D, eſt triple de tout E, F. Ainſi l'egalité dreſſe & gouuerne toutes les eſpeces de proportions. Et comme l'egalité adjouſtee à l'egalité, conſerue l'egalité: ainſi la multiplicité, (ſ'il m'eſt permis d'ainſi parler) adjouſtee à la multiplicité, retient ſemblable proportionalité. Mais en quatre egales magnitudes, ou en pluſieurs, il ne chaut qu'il aille la premiere. Car quoy que l'ordre ſe change, la denomination pourtant ne ſe change point. Mais quand il ſe preſente inegalité, il y faut aduiſer plus diſtinctement. Car il eſt beſoing de plus grand ſoing és choſes, qui n'eſtans miſes par ordre, engendrent volontiers conſuſion. Donques, la matiere des proportions conſiſte quaſi toute en la commune intelligence. Car ce qu'on l'a tenue pourtant difficile, celà eſt venu, pource qu'on ſe l'eſt faiſt ainſi à croire. Car le traicté des proportions n'eſt pas obſcur: mais la pratique en eſt laborieuſe. Autre choſe eſt ſçauoir l'art, & autre de l'employer & ſ'en ſeruir. Comme au maniment des affaires, pluſieurs, en repos, diſcoursent pertinemment que c'eſt qu'on doit choiſir pour le meilleur: mais quand ce vient au faiſt & au prendre, à grand' peine ſ'en trouue-il vn ou deux, qui ſe ſouuienne de pratiquer ce qu'il a diſcoursu ſi à propos. Euclide donc a rapporté en ce cinquieme liure pluſieurs Propositions, qui deuoyent eſtre miſes entre les Principes. mais il l'a faiſt à deſſeing, à fin de faire entendre, que bien que les Propositions ſoyent clai-

rement donnees à entendre, la pratique d'icelles ne laisse pas d'estre difficile. Que donques ceux qui veulent practiquer la Geometrie à bon escient, feuilletent diligemment ce liure. Car la Geometrie, quelque ample qu'elle soit, consiste toute en proportions: & n'a autre but, sinon de joindre & comparer les lignes aux lignes, les superficies aux superficies, & les corps au corps. Et nous auons jugé n'estre pas hors de propos de nous estendre sur ce discours, en ceste premiere Proposition.

Theoreme 2. Proposition II.

Si la premiere est egalement multiple de la seconde, comme la troisieme de la quatrieme: & que la cinquieme soit equemultiple de la seconde, comme la sixieme de la quatrieme: la premiere aussi & la cinquieme seront equemultiples de la seconde, comme la troisieme & sixieme de la quatrieme.

En ceste Proposition il s'agit de six magnitudes. Soit donques AB la premiere, C la seconde, DE la troisieme, F la quatrieme, BG la cinquieme, & EH la sixieme: & que la premiere AB soit equemultiple de la seconde, comme la troisieme DE l'est de la quatrieme F . Et de rechef que la cinquieme BG soit equemultiple de



ladite seconde de C , comme la sixieme EH l'est de ladite quatrieme F .

Je dis que la composée de la premiere & de la cinquieme, sçavoir est AG ,

est $A G$, est equemultiple de ladite seconde c , comme la composée de la troisieme & de la sixieme, sçavoir est $D H$, l'est de ladite quatrieme F .

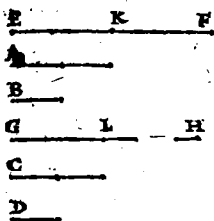
Car, puis que $A B$ est equemultiple de c , comme $D E$ l'est de F : autant qu'il y a de magnitudes en $A B$ egales à ladite c , autant y en a il en $D E$ egales à ladite F . Derechef, puis que $B G$ est equemultiple de ladite c , & $B H$ de ladite F : autant qu'en $B G$ il y a de magnitudes egales à ladite c autant y en a il en $B H$ egales à F . Donques, autant qu'il y a de magnitudes en toute $A G$ egales à ladite c , autant y en a il en toute $D H$ egales à ladite F . De quant multiple donc est la composée $A G$, de ladite seconde c , autant multiple est par l'antecedente, la composée $D H$, de ladite quatrieme F . Ce qu'il falloit demonstrier. ●

Theoreme 3. Proposition III.

Si le premier est equemultiple du second, comme le troisieme l'est du quatrieme: & qu'on prenne des equemultiples du premier & du troisieme, le multiple du premier, & le multiple du troisieme seront aussi equemultiples, l'un du second, & l'autre du quatrieme.

Icy encor entreuient six magnitudes. Car soit le premier A equemultiple du second B , comme le troisieme C l'est du quatrieme D : & que les equemultiples de A & C soyent pris, sçavoir est $E F$ & $G H$. Je dis que $E F$ est equemultiple dudit B , comme $G H$ l'est de D .

Car, puis que $E F$ est equemultiple dudit A , comme $G H$ l'est dudit C : autant qu'en $E F$ il y a de magnitudes egales à ladite A , autant y en a il en $G H$ egales à



ladite C. Soyent doncques mises en EF les magnitudes EK & KF égales à ladite A: en GH autres tant de magnitudes GL & LH, égales à ladite C. Et d'autant que A est equemultiple de B, comme C l'est de D: aussi EK sera equemultiple dudit B, cōme GL l'est de D. Et, par mes-

me raison, KF est equemultiple de la mesme B, & LH de la mesme D. Puis donc que, comme le pose la seconde du present, le premier EK est equemultiple de B, comme GL l'est de D quatrieme. Et aussi que le cinquieme KF, est equemultiple de B second, comme le sixieme LH l'est dudit D quatrieme: Donques le composé, premier & quatrieme, EF, par la mesme, sera equemultiple de B second, comme le troisieme & sixieme, GH l'est dudit D quatrieme. Ce qu'il falloit demonstrier.

Theoreme 4. Proposition IV.

Si le premier a mesme raison au second, que le tiers au quart: & que les equemultiples du premier & du troisieme soyent pris: comme aussi ceux du deuxième & du quatrieme: lesdits equemultiples, selon quelque multiplication que ce soit, auront entr'eux la mesme raison.

Soit vne mesme raison de A premier à B second, & de C troisieme à D quatrieme: & soyent equemultiples E à A & F à C: & aussi G à B & H à D. Je dis que E est à G comme F à H.

Soyent

Soyent pris ces equemultiples, à sçavoir κ à E , & L à F : & aussi M à G , & N à H : Et pource que E & F sont les equemultiples de A & C : & aussi κ & L desdits E & F : par l'antecedente κ & L seront equemultiples desdits A & C :

& par la mesme, M & N seront aussi equemultiples desdits B & D . Partant, par la conuersion de la sixieme definition, κ à M & L à N se porteront de mesme facon, en adjoustant, descroissant, & rendant egal. Puis donc que κ & L sont equemultiples desdits E & F , & aussi M & N desdits G & H , par la mesme directe E fera à G comme F à H . Ce qu'il falloit demonstrier.

Lemme, ou asomption. Puis donc qu'il appert, que si κ excède M , L aussi excèdera N : & s'il est egal, il sera egal: & s'il est moindre, il sera moindre: & partant, si M excède κ , N aussi excèdera L : & s'il est egal, il sera egal: & s'il est moindre, il sera moindre: De cecy appert, qu'il y aura mesme raison de G à E , que de H à F . Et d'ici s'ensuit:

Si quatre magnitudes sont proportionales, elles seront aussi proportionales, estans prises à rebours.

C'est à dire, si A est à B comme C à D : il s'ensuit aussi, que comme B est à A , aussi sera D à C . Ceste-cy donc prouve la raison conuerse, laquelle Euclide auoit mise en la quatorzieme definition.

Theoreme 5. Proposition V.

Si vne magnitude est equemultiple d'une autre magnitude comme l'ostee l'est de l'ostee, le reste aussi sera autant multiple de l'autre reste, comme la totale de la totale.

Soit route AB equemultiple de route CD , comme l'ostee AE de l'ostee CF . Je dis que le reste EB sera autant multiple du reste DF , que la route AB l'est de la route CD .



Autant multiple qu'est AE de CF , autant multiple soit EB de CG . Si sera, par la premiere du present, autant multiple qu'est AE de ladite CF , autant multiple aussi AB de ladite GF . Mais autant multiple qu'est AE de ladite CF , autant multiple l'est AB de ladite CD , par l'hypothese. Donques AB est equemultiple de l'une & l'autre GF & CD . Partant, par la commune notion, GF sera egale à ladite CD : ostant donc la commune CF : le reste GC sera egal au reste FD . Mais EB a esté mise equemultiple de ladite GC , comme AE l'est de ladite CF . Donques EB est autant multiple de ladite FD , que AB est multiple de ladite CF . Mais, par l'hypothese, AE est autant multiple de ladite CF , comme la route AB de la route CD . Donques EB sera autant multiple de ladite FD , comme la route AB de la route CD . Ceq' il falloit demonstrier.

Ceste demonstration, comme elle est vulgaire, aussi est elle certaine. Toutesfois, pource qu'Euclide demande ce qu'il n'a pas encor enseigné: à sçauoir que EB soit autant multiple de ladite GC , que AE est multiple de ladite CF : l'affaire n'est pas sans scrupule, prin-

principalement à ceux qui examinent les choses plus diligemment. Car si, par exemple, la ligne AE estoit triple de ladite CF : par quel moyen EB sera il fait triple de ladite CG , veu qu'Euclide n'enseigne pas ce-cy, sinon en la douzieme du sixieme? Car il est vn peu dur, que nous soyons contrains de faire ou accorder, ce qu'il nous faut apprendre par apres.

Nous viendrons au deuant de ceste objection, en disant que ceste diuision est icy receuë seulement pour enseigner: sçauoir est, à fin que la demonstrarion aille son train, non pas qu'elle soit du tout necessaire pour l'usage present. Car nous posons bien vne ligne egale à vne autre ligne, quoy que nous n'ayons pas encor appris ceste equation. Les hypotheses sont libres, à fin de pouoir jecter les fondemens des disciplines.

Mais aussi nous pourrons euitier ce scrupule en ceste façon. Soit la magnitude AB equemultiple de la magnitude CD , comme l'ostee AE l'est de l'ostee CF . Je dis que le reste EB est equemultiple du reste DF , comme la route AB l'est de la route CD .

Autant multiple qu'est AE de ladite CF , autant multiple soit mise AG de ladite FD . Si sera, par la premiere du present, autant multiple EG de ladite CD , qu'est AB multiple de ladite CF . Mais ainsi multiple a esté AB de ladite CD . Donques EG & AB sont egales. Que la commune AE soit ostee, AG sera egale à ladite EB . Et pource que comme AE est à CF (& partant, comme AB à CD) ainsi est AG à FD : aussi sera EB à CF , comme AB à CD . Ce qu'il faisoit demonstrier.

C'est donc autre chose, copier en parties neces-

faites vne ligne terminee & geinee, (telle qu'est icy EB ,) & autre chose, creer des parties egales à vne ligne terminee, telle qu'est FD , comme en AG . Toutes-fois je n'ay pas voulu obmettre la demonstration des autres, pource qu'elle est subtile, & aiguise l'esprit à en trouuer de semblables.



Nous le prouuerons aussi par l'impossible. Soit toute AB autant multiple de CD , qu'est l'ostee AE de l'ostee CF . Je dis que le reste EB est autant multiple de DF , qu'est la toute AB de la toute CD .

Car si elle n'est autant multiple, il y aura en EB ou plus ou moins de magnitudes egales à ladite FD , qu'il n'y en a en AE egales à ladite CF . Qu'il y en ayt donc plus, si faire se peut. Et soit mise EG autant multiple de ladite FD , comme est AE de ladite CF . Si sera, par la premiere du present, autant multiple AG de ladite CD , qu'est AE de ladite CF . Mais AB a esté possee autant multiple de ladite CD , qu'est ladite AE de ladite CF . Donques, par la commune Notion, AG sera egale à ladite AB , la partie au tout. Ce qui est absurde. Par semblable discours nous prouuerons, qu'il ne peut pas auoir moins de magnitudes en EB egales à ladite FD , qu'il y en a en AE egales à ladite CF . Elles sont donques pareilles en nombre : & tout autant aussi qu'il y en a en la toute AB egales à la toute CD . Ce qu'il falloit demonstrier. Champagne couche ce Theoreme en ces termes,

S'il y a deux quantités, desquelles l'une soit partie de l'autre : & que de chacune d'icelles on en retranche ladite partie: le reste sera e-
que-

quemultiple du reste, comme la toute de la toute.

Il prend en cest endroit partie pour sousmultiple. Soit donques la quantité AB la tantieme partie de la quantité CD , quantieme est EB de ladite AB : & soit AB retranchée de la quantité CD , & que le reste soit FC : à fin que FD soit égale à AB . Soit aussi retranchée EB de la quantité AB , & que le reste soit EA . Je dis que le reste FC est autant multiple du reste EA , que tout CD est multiple de tout AB .

$C \quad F \quad D \quad G$

$A \quad E \quad B$

Car puis que FD est égale de AB , FD sera ainsi multiple de EB , cōme CD l'est de AB .

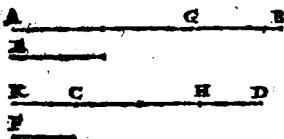
Je mettray donc DG autant multiple de AE , que FD est multiple de EB . Si sera, par la première du present, FG autant multiple de AB , que FD l'est de EB . Et pource que CD a esté ainsi multiple de AB , comme FD multiple de EB : chacune des deux quantités CD & FG sera également multiple de la quantité AB . Partant, par la commune Notion, CD & FG sont égales. Ostant donc FD de chacune, CF sera égale à DG . Et pource que DG a esté ainsi multiple de AE , comme FD a esté multiple de EB : partant, comme AB est multiple de EB : & partant aussi, comme CD est multiple de AB : CF sera ainsi multiple de AE , comme toute CD de toute AB . Ce qu'il falloit démonstrer.

Theoreme 6. Proposition VI.

Si deux magnitudes sont equemultiples de deux magnitudes, & qu'on en oste quelques vnes equemultiples des mesmes: les re-

stantes seront ou egales ausdites, ou equemultiples d'icelles.

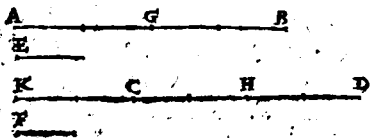
Soyent deux magnitudes, sçauoir est AB equemultiple de la magnitude E : & CD equemultiple de la magnitude F : & AG & CH , ostées d'icelles, soyent aussi equemultiples desdites E & F . Je dis que les restantes GB & HD , sont egales ausdites E & F , ou equemultiples d'icelles.



Premièrement donc soit GB egale à E . Je dis que HD est aussi egale à F . Posons CK egale à F . Et pource que AG est equemulti-

ple de ladite E , comme CH l'est de F : & GB egale à E , & CK à F : donques, par la premiere du present, AB sera equemultiple de E , comme HK l'est de F . Or AB est posé equemultiple de E , comme CD l'est de F . HK donques est egale à ladite CD . La commune CH soit ostée. Le reste CK sera egal au reste HD . Mais F est egal à CK . Partant F est egale à HD . Ce qu'il falloit monstrer.

Que si GB est multiple de ladite E , je mettray CK equemultiple de ladite F . Si sera, comme au parauant, AB equemultiple de ladite E , comme HK de F , & ce par la premiere du present. Mais aussi AB a esté posée equemultiple



de E , comme CD de F . Donques HK est egale à CD . Ostant donc la commune CH ,

le reste CK sera egal au reste HD . Partant, puis que CK estequemultiple de ladite F , comme GB l'est de E , HD sera aussi equemultiple de F , comme GB l'est de E . Ce qu'il falloit demonstret.

Cette demonstration, de plein abord, semblera ne pas satisfaire à l'intention d'Euclide. Car, dira l'aduerfaire, je nie que l'ostee GB puisse estre egale à E : je nie aussi qu'elle puisse estre multiple d'icelle. Prouue le donc.

Mais, à qui y regardera de pres, cecy n'a pas be-
soin de preuue. Car puis que AB est multiple de E :
il y aura en AB quelques magnitudes egales à ladite
 E . Et puis que AG est aussi multiple de ladite E : il y
aura aussi en AG quelques magnitudes egales à ladi-
te E , mais moins qu'en AB . Il faudra donc, ou que le
reste GB soit egal à ladite E , ou multiple d'icelle.

Toutesfois, à fin que nous donnions vne demon-
stration accomplie: Soit la magnitude AB , multiple

$A \quad G \quad E \quad F \quad B$ de la magnitude CD
d'egales parties (c'est
à sçauoir, que CD

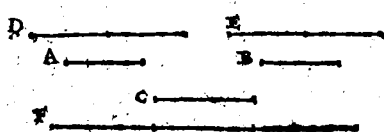
soit contenu je ne sçay combien de fois en AB , telle-
ment qu'il n'y reste rien.) Et de AB soit ostée AE , qui
soit multiple par egales parties de ladite CD . Je dis
que le reste EB , est ou egal audit CD , ou bien multi-
ple d'iceluy par egales parties.

Cars'il n'est ny egal, ny multiple, posons EF egale
à ladite CD , si que le reste FB soit moindre que CD , si
faire se peut. Et soit diuisee AE en magnitudes egales
à ladite CD : sçauoir est en AG & GE . Puis donc que
 AG , GE , & EF sont egales à ladite CD , mais FB est
moindre qu'icelle CD : il s'ensuit que la route AB n'a

pas esté diuisee en parties egales à ladite CD . Elle n'est donc pas multiple d'icelle par egales parties: ce qui est contre l'hypothese. l'adjouste, *par egales parties*, pource qu'au commencement des definitions nous auons dit, que ce mot de *Multiples* s'estend aussi à l'inegalité. Mais en enseignant, nous prenons des multiples egaux, à fin d'estre plus faciles. Car la diuision des inegaux (sçauoir est, des surpartientes & surparticulieres) est ennuyeuse & obscure. Et toutesfois & en l'un & en l'autre il y a mesme raison.

Theoreme 7. Proposition VII.

Les magnitudes egales ont vne mesme raison à vne mesme: & vne mesme magnitude a mesme raison aux egales.



Soyent A & B magnitudes egales: & C quelque autre magnitude. Je dis que cha-

cune desdites A & B , a vne mesme raison à ladite C : & que C a la mesme raison à chacune d'icelles.

Prenons D & E , qui soyent equemultiples desdites A & B : & prenons aussi F , qui soit aucunement multiple de C . Puis donc que D est equemultiple de ladite A , comme E l'est de B : & que A est egale à ladite B : donques, par la commune Notion, D sera egale à E . Si donc D excède F , E aussi excèdera ladite F : & si elle est egale: elle sera egale: & si moindre, moindre. Donques A à C sera, comme B à C , par la sixieme definition du present. Qui est pour le premier point.

Je dis aussi que C a vne mesme raison à chacune desdites A & B . Car, les mesmes posés, par la commune No-

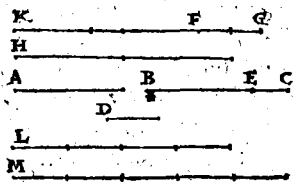
ne Notion, D sera égale à E. Si donc F excède D, elle excédera aussi E: & si elle est égale, elle sera égale, & si moindre, moindre. Partant, par la dite sixième définition, C sera à A, comme C à B. Ce qu'il falloit démontrer.

Ce dernier se pourra plus brièvement démontrer. Car s'il conste, que E soit à C, comme D à C: au rebours aussi, & par le corrélaire de ceste quatrième, E sera à B, comme C à A. Ce Théoreme est de ceux que l'on peut mettre entre les notions d'esprit.

Theoreme 8. Proposition VIII.

Des magnitudes inégales, la plus grande a plus grand' raison à vne même, que n'a pas la moindre: & la même a plus grand' raison à la plus petite, que non pas à la plus grande.

Soyent deux magnitudes inégales A & BC, desquelles la plus grande est BC: soit aussi D vne troisième magnitude. Je dis que la raison est plus grande de



BC à D, que non pas de A à la dite D: & au contraire, que la raison est plus grande de D à A, que non pas de D à BC.

Pour la démonstration de la première partie, il faut mettre BC pour première, D pour seconde: A pour troisième, & derechef D pour quatrième. Puis il faut constituer les équimultiples de la première & de la troisième, & encor de la seconde & de la quatrième, de telle façon, que le multiple de la première excède le multiple de la seconde, mais le multiple de

la troisieme n'excede pas celuy de la quatrieme, suy-
 uant ce qui est dit en la huietieme definition. Ce qui
 se fera ainsi. Puis que BC est plus grande que A , je
 mettray BE egale à ladite A : & multiplieray egale-
 ment l'une & l'autre partie EC & EB jusques à ce que
 de EC prouienne vne quantité plus grande que D , la-
 quelle soit FG : & de EB vne quantité qui ne soit
 moindre que ladite D , laquelle soit FK . Si sera, (à cau-
 se de l'egale multiplication) FK autant multiple de
 EB , que FG est multiple de EC : & partant, par la pre-
 miere du present toute GK sera equemultiple de BC ,
 comme FK l'est de EB . D'auantage, je mettray H au-
 tant multiple de A , comme GK l'est de BC , & partant
 comme FK l'est de EB . Si seront FK & H egales: veu
 que leurs sousmultiples ont esté posees egales. Puis
 donc que FK n'est pas moindre que D : H aussi ne sera
 pas moindre que D . Maintenant je multiplie D jus-
 qu'à ce qu'il prouiène vne quantité prochainement
 majeur que H . Sçauoir est, je pren le double dudit D :
 puis le triple: & derechef plus d'un, jusqu'à ce qu'il
 prouienne la quantité M prochainement majeur que
 H . En apres je pren vne quantité multiple de D , qui
 soit prochainement moindre que la multiple M , la-
 quelle soit L : si que M soit composee de L & de D . Si
 sera L non moindre que H , puis que M est prochaine-
 ment majeur que ladite H . Et veu que H est egale à
 FK , FK ne sera pas moindre que L : FK aussi & D , ne
 seront pas moindres que L & D , & partant non moi-
 ndres que M . Et pource que FG est plus grande que D ,
 toute GK sera plus grande que M . Et puis que GK & H
 ont esté prinsees equemultiples de la premiere BC , &
 de la troisieme A : & que à la deuxieme & à la quatrie-
 me (qui est la mesme D) M a esté prise equemultiple
 en guise

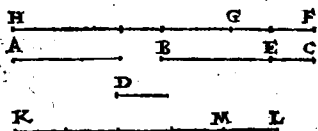
en guise de deux: & que GK , multiple de la premiere excède M multiple de la seconde, combien que H , multiple de la troisieme, n'excede point ladite M multiple de la quarte: par la huiſtieme definition de ce liure, la proportion de BC à D , sera plus grande que de A à la mesme D . Qui est pour le premier.

Le second aussi se demonstre par la mesme definition, renuersant l'ordre des magnitudes: tellement que D soit la premiere, A la seconde: D derechef la troisieme, & BC la quatrieme. Car M , multiple de la premiere, excède H multiple de la seconde: & toutes-fois la mesme M , multiple de la troisieme, n'excede point GK multiple de la quatrieme. Partant la proportion est plus grande de D à A , que de D à B . Et ainsi est manifeste toute la Proposition.

Nous auons vn peu esclarci ceste Demonstration de Champagne, qui ja estoit vn peu plus, claire que celle de Theon: laquelle toutesfois ne laisse pas d'estre encor obscure. En quoy je ne peux que je ne m'esmerueille, puis que les Propositions de ce cinquieme liure sont mises comme en la commune intelligence, ainsi que nous l'auons ja dit cy deuant, & mesmes que de plein abord elles semblent engendrer en nos esprits quelque consentement, je ne puis, dis-je, que je ne m'esmerueille, que leurs demonstrations soyent ainsi enuoloppées. Nous auons donc derechef esclarci & abbrege ce passage.

Soyent deux magnitudes, A & BC , desquelles BC est la plus grande: soit aussi D vne troisieme magnitude de telle quelle. Je dis qu'il y a plus grand' raison de BC à D , que de A à D .

Soyent entendues, comme au parauant, BC premiere, D seconde, A troisieme, & derechef encor B



pour quatrieme. Et qu'on leur cherche des equemultiples en ceste façon. Puis que B C est plus grã-

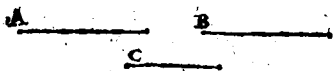
de que A, je fais E B egale à ladite A: Et multiplie egale-
 ment & de telle façon l'une & l'autre E C & E B, que
 de E C il en prouienne vne quantité plus grande que
 D: laquelle soit F G: & de E B vne autre quantité, qui
 ne soit moindre que ladite D: laquelle sera G H. Si sera
 (à cause de l'egale multiplication) G F equemultiple
 de ladite E C, comme G H de ladite E B: & partant,
 par la premiere de ce liure, G H est autant multiple de
 ladite E B, & par consequent de ladite A, que la toute
 F H l'est de la toute B C. l'ay donc F H equemultiple
 de ladite B C premiere, & G H de ladite A troisieme.
 Maintenant je multiplie D jusqu'à ce qu'il prouienne
 vne quantité prochainement majeure que C H: à sca-
 uoir je prens le double de ladite D, puis le triple, &
 ainsi de suite vn de plus. Et prolonge K L, qui sera la
 premiere multiple, plus grande que ladite G H: & de
 K L je retranche L M simple & egale à ladite D. Don-
 ques K L est aucunement multiple de ladite D, com-
 me de deux, entant que D est seconde & quatrieme.
 Et pource que K L est prochainement majeure de G H:
 ladite G H ne sera pas moindre que K M. Et puis que
 F G est plus grande que D, & L M est egale à ladite D:
 F H, multiple de la premiere, excedera K L multiple de
 la seconde. Mais puis que K L a esté mise plus gran-
 de que G H: ladite G H, multiple de la troisieme, n'ex-
 cedera point K L multiple de la quatrieme. Partant,
 par la huietieme definition de ce liure, il y a plus
 grand raison de B C à D, que de A à D. Qui est la pre-
 miere

miere partie du theoreme.

L'autre partie a esté maintenant prouuee : sçauoir est, par la mesme definition, renuersant l'ordie des magnitudes & des multiples.

Theoreme 9. Proposition IX.

Les magnitudes, qui ont vne mesme raison à vne mesme, sont egales entr'elles : Et celles là aussi sont egales, ausquelles vne mesme magnitude a mesme raison.



Qu'il y ayt vne mesme raison des magnitudes A & B à

la magnitude C. le dis que A & B sont egales. Et au rebours, si C a mesme raison à l'une & à l'autre, je dis aussi qu'elles sont egales. C'est la conuerse de la septieme de ce liure.

La premiere se preuue ainsi. Car si elles ne sont egales, l'une d'icelles sera plus grande : prenons que ce soit A. Si sera, par la premiere partie de l'antecedente, la raison de A à C, plus grande que de B à C, contre l'hypothese. Et la seconde se prouuera aussi ainsi : Si A est plus grand que B, par la seconde partie de l'antecedente, la raison de C à B sera plus grande que celle de C à A, contre l'hypothese.

Theoreme 10. Proposition X.

Celle de deux magnitudes est plus grande, laquelle a vne plus grand' raison à vne mesme. Et celle de deux magnitudes est moindre, à laquelle vne mesme a plus grand raison.

Si la raison de A à C est plus grande que de B à C : je

dis que A est plus grande que B. Que si la raison de c à B est plus grande que de c à A: je dis au rebours que B sera moindre que A. C'est la conuerse de la huitieme.



Le premier chef se
prouue par la pre-
miere partie de la se-

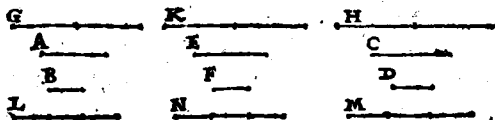
prieme, & par la premiere partie de la huitieme.

Car, par la premiere partie de la septieme, A ne sera pas egale à B: & par la premiere partie de la huitieme, elle ne sera pas moindre. Le second chef se prouue par les secondes parties des mesmes.

Theoreme 11. Proposition XI.

Les raisons qui sont egales à vne mesme, sont aussi egales entr'elles.

Soit la raison de A à B, & la raison de c à D, chacune egale à la raison de E à F. Je dis que les deux raisons de A à B, & de c à D sont egales: à sçauoir que A est à B comme c à D.



Soyent equemultiples G à A, H à c & K à E: & aussi autres equemultiples aucunement, sçauoir est, L à B, M à D, & N à F. Et pource que on pose B à F, comme A à B, & comme c à D: il se verra, par la conuerse de la sixieme definition prinse deux fois, que si K excède N, G excèdera aussi L, & H excèdera M: & si K est egale à N, G aussi le sera à L, & H à M: & si K est moindre que N, G aussi sera moindre que L, & H que M. Si donc G excède

excede L , H aussi excedera M : & si G est egal à L , ou moindre, H aussi fera egal à M , ou moindre. Partant, par la sixieme definition, comme A est à B , ainsi le sera C à D . Ce qu'il falloit prouver.

Icy se demonstre vn mesme par vn mesme, comme lon dit. Car autant est confessee la comparaison des simples, comme l'exces ou egalité des equemultiples. Combien que je ne vueille pas nier, qu'on ne le puisse prouver autrement. Mais à quoy bon celà, puis que c'est vne notion de l'esprit, qui est contenue sous ce principe: Les choses qui sont egales à vne mesme, sont aussi egales entr'elles: Ce qui certes est tellement general & vniuersel, qu'en tout art, en toute espece, & en tout exercice d'esprit que ce soit, il porte tousiours avec soy sa preuue & son acquiescement. Mais nous auons ja commencé à soustenir ceste facon en la premiere du present.

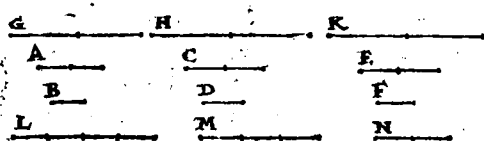
Theoreme 12. Proposition XII.

selon Champagne 13.

Si chacune de quelques magnitudes a mesme raison à chacune de quelques autres magnitudes: comme vne des premieres est à vne des dernieres, ainsi toutes les premieres seront à toutes les dernieres.

Ce que la premiere a traitté des multiples, ceste cy le dit de toutes sortes de magnitudes.

Soyent A, C, E , magnitudes separees, qui ayent mesme raison à B, D, F , aussi magnitudes distinctes, ou separees: scauoir est, comme A à B , ainsi C à D , & E à F . Je dis, que comme A est à B , ainsi toutes ensemble A, C, E , sont à B, D, F toutes ensemble.



Soyez
prises
G, H, K,
equi-
multi-

ples de A, C, E : & L, M, N, equimultiples aussi comme on veuille, de B, D, F. Si sera, par la premiere de ce liure, tout ce qui est de G, H, K, autant multiple de tout ce qui est de A, C, E, comme G est multiple de A. Semblablement tout ce qui est de L, M, N, autât multiple de tout ce qui est de B, D, F, comme L l'est de B. Et, par la cōuerse de la sixieme definition prise deux fois: si G excède L, H excèdera aussi M, & K excèdera N: & si les premiers sont egaux ou moindres, les autres seront aussi ou egaux ou moindres. Partant, par la commune notion, si G excède L, tout ce qui est de G, H, K, excèdera aussi tout ce qui est de L, M, N: & si G & L, sont egales: les tous seront aussi egaux: & si G est moindre, le tout de G, H, K, sera aussi moindre. Donques, par la mesme definition, comme A est à B, ainsi sera le tout de A, C, E, au tout de B, D, F. Ce qu'il faloit prouuer.

Theoreme 13.

Proposition XIII.

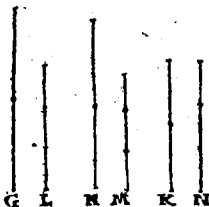
selon Champagne 12.

Si la raison de la premiere à la seconde, est de mesmes que celle de la troisieme à la quatrieme: mais la raison de la troisieme à la quatrieme soit plus grande, que celle de la cinquieme à la sixieme: aussi la raison de la premiere à la seconde, sera plus grande que de la cinquieme à la sixieme.

Soit

Soit la mesme raison de A à B , que de C à D : mais plus grande de C à D , que de E à F . Je dis, qu'aussi plus grande est la raison de A à B , que de E à F .

Je prendray G equemultiple de A , & H de C . Et encor autres equemultiples L à B , M à D , & N à F .



Et pource que c'est vne mesme raison de C à D , que de A à B : mais plus grande que de E à F : par la conuerse de la sixieme definition il se void, que si H excède M , necessairement G excèdera L . Mais, par la conuerse de la huitieme definition, si H excède M , K n'excèdera pas necessairement N . Donc, si G excède L , K n'excèdera pas necessairement N .



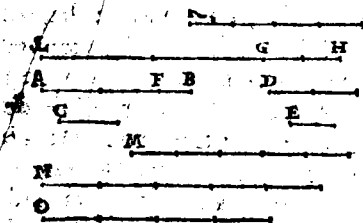
Parrant, plus grande est la raison de A à B , que non pas de E à F . Ce qu'il falloit prouuer.

Tout cecy n'est rien autre, sinon, que si deux sont egaux entr'eux, & quelcun d'iceux est plus grand qu'un troisieme, l'autre aussi sera plus grand que ce troisieme.

De Champagne. Que si la mesme raison est de A à B , que de C à D : mais celle de C à D est plus grande que de E à F : la raison de A à B sera aussi plus grande que de E à F . Car si C à D est moindre que E à F : E à F sera plus grande que C à D . Renuersant donc la majeure disproportionnalité, si K excède N , H n'excèdera pas necessairement M . Mais si H n'excède pas M , G aussi n'excèdera pas L . Donques, par la definition de la majeure disproportionnalité, la proportion de A à B :

sera plus grande que de A à B. Partant, au rebours, elle sera moindre de A à B que de E à F. Ce qu'il falloit monstrier. Mais cecy n'est pas de preuue trop exquisite. Ce qui s'ensuit est de plus grand poids.

Si de quatre quantités la raison de la première à la seconde est plus grande, que celle de la troisième à la quatrième: il y aura quelques equemultiples de la première & de la troisième, lesquels comparés à quelques equemultiples de la seconde & de la quatrième, il se trouuera que le multipl. de la première est plus grand que le multiple de la seconde, sans toutesfois que le multiple de la troisième soit plus grand que le multiple de la quatrième. Ce qui se prouuera ainsi:



Soit la proportion de A B à C, plus grande que de D à E. Et mettrons la proportion de A F à G, comme celle de D à E. Si sera, (par ceste-cy,

& par la dixieme, A F moindre que A B. Et soit F B moindre en quantité. Je multiplieray ceste F B, jusqu'à ce qu'il prouienne vne quantité plus grande que C: laquelle soit G H: par telle condition, que D, multiplie tout autant de fois, produise vne quantité non moindre que E: laquelle soit K. Lors je feray que I G soit autant multiple de A F, que G H l'est de ladite F B, ou bien K de ladite D. Si sera, par la première de celiure, I H autant multiple de ladite A B, que K de ladite D. En apres je mettray M première quantité multiple de E, qui soit plus grande que K: & mettray N ainsi

N ainsi multiple de C , comme M l'est de E . Si sera, par les positions, & par la conuersion de la sixieme definition, la quantité N premiere des multiples de C , qui sera plus grande que $L G$: & si $L G$ ne sera pas moindre que C . Je prendray donc sous N , la plus grande des multiples de C : ou bien egale à icelle, si d'aventure N est la premiere de ses multiples: laquelle soit O . Si sera composee N , de O & de C . Puis donc que $L G$ n'est pas moindre que O , & C n'est plus grande que C : $L H$ sera plus grande que N . Partant, puis que K est moindre que M , la Proposition est claire.

Insques icy Champagne: duquel j'ay quasi par tout loué la bricueré. Mais icy, pour auoir trop abbrevé, la demonstration semble manque. Car il n'explique pas assez, que la quantité N soit la premiere des multiples qui soit plus grande que $L G$. Il falloit donc prouuer cecy par la quatrieme de ce liure. Car puis que $A F$ est à C , comme D est à E : & que K est equemultiple de D , comme $G L$ l'est de ladite $A F$: & aussi M de ladite E , comme N l'est de C : par la quatrieme de ce liure, $G L$ sera à N , comme K à M . Mais K à M est prochainement mineur de ladite M : donques $G L$ sera prochainement mineur de ladite N .

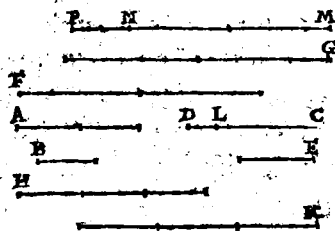
Quand il parle de positions, il veut dire cecy: que puis que $G L$ est multiple de $A F$ en la mesme façon que K l'est de D : & que D est à E , comme $L G$ à $A F$: $L G$ sera plus grande que C , puis que K a esté posée plus grande que E .

Derechef Champagne. Nous pourrons aussi demonstrier la conuerse de ceste-cy. A sçauoir, s'il se trouue quelques equemultiples de la premiere & de la troisieme, & aussi quelques autres equemultiples de la se-

conde & de la quatrieme: & le multiple de la premiere excède le multiple de la seconde, & le multiple de la troisieme n'excede point le multiple de la quatrieme: il y aura plus grande proportion de la premiere à la seconde, que de la troisieme à la quatrieme. Ce qui se demonstre ainsi.

Soyent quatre quantités, A la premiere, B la seconde: C D la troisieme, & E la quatrieme: & que F soit equemultiple à A, & G equemultiple à C D: & semblablement aussi equemultiples H à B & K à E: & que F excède H & G toutesfois n'excede point K. Je dis qu'il y a plus grand' raison de A à B, que de C D à E.

Car si elle estoit egale, G surpasseroit K, par la converse de la sixieme definition: Ce qui est contre l'hypo-



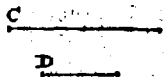
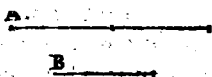
pothese. Que si elle estoit moindre, posons que C L soit à E, comme A est à B. Si sera, par la dixieme de ce liure, C L moindre que C D. Soit moindre de la

quantité de L D. Je poseray donc, que M N soit ainsi multiple de C L, & N P ainsi multiple de L D, comme F est multiple de A. Si sera, par la premiere du present, M P autant multiple de C D, comme F est multiple de A. Donques, chacune des deux quantités M P & G, est equemultiple de la quantité C D: & partant elles sont egales entr'elles, par ce qui a esté demonsté en la septieme du present. Et pource que G n'est pas plus grande que K, M P ne sera pas aussi plus grande qu'icelle. Mais par la converse de la sixieme definition, M N est plus grande que K, puis que F est plus grande.

grande que H. Donques M N sera plus grande que M P.
Ce qui ne peut estre. Parrant la Proposition est en
son entier. *Infques icy Champagne.* Mais ceste demon-
stration n'a aussi rien qui vaille le patler. Car il preu-
ue ce qui n'a pas besoing de preuue : voire mesmes,
ce que nous auons souuent pris pour preuue des
theoremes cy deuant. Toutesfois la premiere n'est
pas à mespriser, car elle montre le moyen de telle-
ment establir les equemultiples, que le multiple de
la premiere excède le multiple de la seconde, mais le
multiple de la troisieme n'excede point le multiple
de la quatrieme.

Theoreme 14. Proposition XIV.

Si la raison de la premiere à la seconde, est
de mesmes que celle de la troisieme à la qua-
trieme : & que la premiere soit plus grande
que la troisieme, la seconde aussi sera plus
grande que la quatrieme : Et si elle est egale,
elle sera egale : & si moindre, moindre.



Soit la rai-
son de A pre-
miere, à B
seconde : cõ-

me de C troisieme à D quatrieme : & que A soit plus
grande que C. Je dis que B sera aussi plus grande que
D : & si A est egale à C, B aussi le sera à D, & si moindre,
moindre.

Car, puis que A est plus grand que C : par la pre-
miere partie de la huitieme du present, la raison de
A à D sera plus grande que celle de C à D : & parrant
plus grande de A à D, que de A à B. Donques, par la

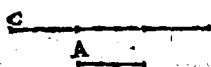
seconde partie de la dixieme du present, B sera plus grande que D .

Que si A est egale à C : par la premiere partie de la septieme, A sera à D , comme C à D . Partant, par la seconde partie de la neuvieme, B sera egale à D .

Que si A est moindre que C , par la premiere partie de la huitieme, la raison de A à D sera moindre que celle de C à D : partant, plus grande de A à B , que à D . Donques, par la seconde partie de la dixieme, B sera moindre que D . Et ainsi est claire la Proposition.

Theoreme 15. Proposition XV.

Les magnitudes ont la mesme raison entr'elles, que leurs equemultiples l'ont entre eux.



Soyét equemultiples C à A , & D à B . le

dis qu'il y a mesme raison de C à D , que de A à B .

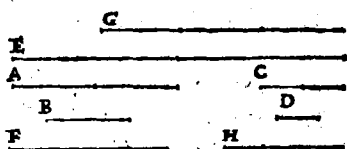
Soit diuise C selon la quantité de A , & D selon la quantité de B . Lors y aura en C autant de parts egales à A , qu'il y en aura en D , egales à B . Et pource que chaque partie dudit C , à chaque partie dudit D , est comme A à B : par la douzieme du present, C sera à D , comme A à B . Ce qu'il falloit monstrier.

Theoreme 16. Proposition XVI.

Si quatre magnitudes sont proportionales, elles le seront aussi estans permutees.

Soit la proportion de A à B , comme de C à D . le dis en les permutant, que A est à C comme B à D .

le mettray equemultiples E à A , & F à B : & aussi mettray equemultiples G à C , & H à D . Si sera, par l'ante-



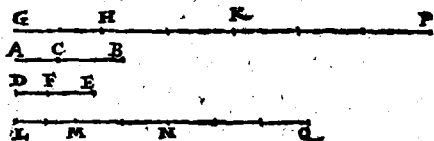
l'antecedente, E
à F, comme G à H.
Partant, par la
quatorzieme, si E
est plus grãd que
G, F sera aussi plus

grand que H: & si egal, egal: & si moindre, moindre.
Donques, par la sixieme definition du present, A sera
à C, comme B à D. Ce qu'il falloit monstrer.

De cecy il est manifeste, que pour faire de la conti-
nue proportionalité la permutée, il faut que les
quatre magnitudes soyent de mesme genre.

Theoreme 17. Proposition XVII.

Si quelques magnitudes estans conjoin-
ctes sont proportionales, elles le seront aussi
estans desjoinctes.



Soit la
proportio
de AB à
BC, com-
me de DE

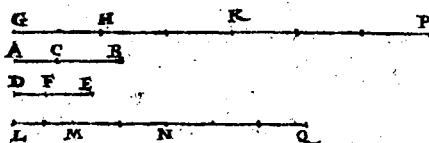
à EF. Je dis que AC est à CB, comme DF à FE.

Je mets GH equemultiple à AC, & HK à CB: & de
mesmes LM à DF, & MN à FE, chacune à chacune. Et
derechef KP & NQ aucunement equemultiples à CB
& FE. Si fera, par la premiere du present, GK ainsi
multiple de AB, comme GH l'est de AC: & LN autant
multiple de DE, comme LM l'est de DF. Mais, de
tant multiple qu'est GH de ladite AC, de tant multi-
ple a esté posée LM de ladite DF: & en continuant, de
quant multiple est LM de DF, autant multiple est,
(par la premiere du present,) LN de DE. Donques, au-

tant multiple qu'est gk de ab , autant multiple est ln de de , par l'onzieme du present. Et pource que hk & mn sont equemultiples desdits cb & fe : & encor kp & nq , autres equemultiples des mesmes: par la seconde du present, hp & mq seront equemultiples des mesmes cb & fe . Donques, par la conuersion de la sixieme definition, si gk multiple de ab , excède hp multiple de cb : ln multiple de de , excèdera mq multiple de fe : & si egale, egale: & si moindre, moindre. Ostant donc les communs hk & mn , si gh excède kp , lm aussi, par la commune Notion, excèdera nq : & si egale, egale: & si moindre, moindre. Parrant, par la sixieme definition, comme a est à cb , ainsi sera d à fe . Ce qu'il falloit demonstrier.

Theoreme 18. Proposition XVIII.

Si quelques magnitudes estans desjoinctes sont proportionnelles: estans conjoinctes, elles le seront aussi.



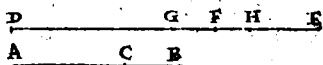
Demeurant la mesme situation des magnitudes,

soit ac à cb , comme df à fe . Je dis que ab est à bc , comme de l'est à ef . C'est la conuersion de l'antecedente.

Car, ayant accommodé à chaque magnitude son equemultiple, il se verra, par la conuersion de la sixieme definition, que si gh excède kp , lm aussi excèdera nq : & si elle est egale, egale: & si moindre, moindre. Parrant, ayant posé les communs, hk & mn : par la com-

la commune notion, si gk excède hp , ln excèdera aussi $m q$. & si elle est égale, égale: & si elle est moindre, moindre. Partant, par la sixieme definition, ab sera à bc , comme de à ef . Ce qu'il falloit demonstrier.

Autrement, & par l'impossible, si on l'aggre. Ven que ac est à cb , comme df à fe : mais non pas ab à bc , comme de à ef : que de soit à quelque autre magnitude, comme à eg , ainsi que ab est à bc . eg sera plus grande que ef , ou moindre: car si elle est e-



gale, la proposition sera toute confessée.

Soit donc premièrement eg plus grande que ef . Si sera, par l'antecedente, ac à cb comme dg à eg . Partant, par l'onzieme de ce liure, dg sera à eg , comme df à fe . Donques, par la quatorzieme du mesme, puis que dg , premiere, est moindre que df , troisieme: ge , seconde, sera moindre que ef quatrieme. Mais ge a été posée plus grande. La position donc est renuëe.

Maintenant soit, comme ab à bc , ainsi de à ef , moindre que ef . Si sera, par l'antecedente, ac à cb , comme dh à he . Partant, par l'onzieme, dh est à he comme df à fe . Et pourtant que dh , premiere, est plus grande que df , troisieme: par la quatorzieme, eh , seconde, sera plus grande que ef , quatrieme. Ce qui ne se peut faire. Partant, comme ab à bc , ainsi de à ef . Ce qu'il falloit demonstrier.

Theoreme 19. Proposition XIX.

Si comme le tout au tout, ainsi est l'osté à

l'osté : le reste aussi sera au reste , comme le tout au tout.

Ce que la cinquieme a proposé des multiples , cesse cy le propose des magnitudes en general.

Soit donc comme le tout AB au tout CD , ainsi l'osté BE à l'osté DF . Je dis aussi, que le reste AE est au reste CF , comme tout AB à tout CD .

$$\begin{array}{c} \text{A} \quad \quad \quad \text{E} \quad \quad \quad \text{B} \\ \hline \text{C} \quad \quad \quad \text{F} \quad \quad \quad \text{D} \end{array}$$
 Car puis que AB est à CD , comme BE est à DF : par eschange aussi, AB sera à BE , comme CD à DF : & par disionction, AE à EB , comme CF à FD : & derechef, par eschange, AE à CF , comme EB à FD . Et pource que ainsi estoit AB à CD , la Proposition est ferme.

Appendix de Champagne.

De ceste cy, & de la proportionalité permutee , se demonstre la proportionalité renuersee. Comme si AB est à BE comme CD à DF : le dis que BA est à AE , comme DC à CF .

Car puis que AB est à BE , comme CD à DF : par eschange, AB sera à CD , comme BE à DF . Partant, par ceste dixneuvieme, BA est à DC comme AE à CF . Donques, par eschange, BA est à AE comme DC à CF . Ce qu'il falloit monstrier.

La proportionalité conuerse se peut aussi demonstrier indirectement, par la proportionalité permutee ou eschangee, & par la neuvieme du present.

Soit la proportion de A à B , telle que de C à D . Je dis que B est à A comme D est à C .

S'il n'est ainsi, que D soit à E comme B à A . Et pource que A est à B , comme C à D , par eschange A sera à C , comme B à D . Et derechef, puis que B est à A , comme

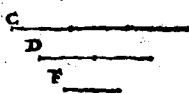
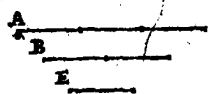
comme D est à E: par eschange B sera aussi à D, comme A à E. Partant A est à E, comme A à C. Si doncques E n'est pas egal à C: ce sera contre la seconde partie de la neuvieme. S'il est egal, B sera à A comme D à C. Ce qu'il falloit monstrer.

A B C D E *Iusques icy Champagne.* Mais ce dernier auoit esté prouué cy dessus à la quatrieme du present.

Theoreme 20. Proposition XX.

S'il y a trois magnitudes d'un rāg, & autres trois d'un autre, & qu'il y en ayt deux de l'un en mesme raison avec deux de l'autre, qui soyent en mesme situation, & que la premiere de l'un soit plus grande que la troisieme: la premiere de l'autre aussi sera plus grande que la troisieme: & si elle est egale, elle sera egale: & si elle est moindre, moindre.

On propose ce Theoreme, & le suyuant, pour prouuer la proportionalité egale.



Qu'il y
ayt trois
magnitu-
des A, B, E

d'un rāg: & trois C, D, F, d'un autre. Et soit A à B, comme C à D: & B à E, comme D à F.

Je dis que si A est plus grande que E, que C aussi est plus grande que F: & si elle est egale, egale: & si moindre, moindre.

Car si elle est plus grande, par la premiere partie de la huitieme du present, il y aura plus grande raison de A à B, que de E à B: Et partant, par la douzieme

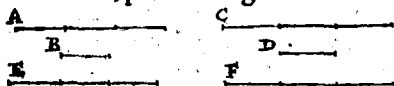
me, elle sera plus grande de c à d que de e à b. Et pour ce que, par la proportionalité conuerse, e à b est comme f à d, il y aura plus grande raison de c à d, que de f à d. Donques, par la premiere partie de la dixieme, c est plus grande que f. Que si a est moindre que e, on prouuera par les mesmes arguments, que c est moindre que f. Car, par la premiere partie de la huitieme, la raison de a à b est moindre que de e à b: Et partant, par la douzieme, & par la conuerse proportionalité, elle sera moindre de c à d, que de f à d. Donques, par la premiere partie de la dixieme, c sera moindre que f.



Que si a est
egal à e, par la
premiere partie

de la septieme, a sera à b comme e à b: & partant, par la seconde de l'onzieme, & par la conuerse proportionalité, c sera à d comme f à d. Donques, par la premiere partie de la neuvieme, c sera egale à f. Ce qu'il falloit demonstrier.

Champagne adjouste icy: Quelques vns ont demonstree ceste Proposition par la proportionalité permutee ou eschangee, en ceste façon. A est à b comme c à d: donc, par eschange, a sera à c comme b à d. Et



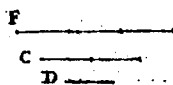
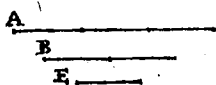
derechef, pour
ce que b est à e
comme d à f,

par eschange b sera à d comme e à f. Mais b estoit à d comme a à c. Partant, par l'onzieme, a sera à c comme e à f. Donques, par la quatorzieme, si a premiere, est plus grande que b troisieme: c aussi seconde; sera plus grande que f quatrieme: & si elle est egale, egale: & si moindre, moindre. Mais ainsi ils ne demon-

demonstrent pas bien. Car s'ils paracheuent leur discours par la proportionalité eschangee, comme ils l'ont commencé, en fin ils concluront la proportionalité egale: sçauoir est, A à C comme E à F: donc, par eschange, A à E, comme C à F, qui est l'egale proportionalité. Que si Euclide eust veu qu'il se pouuoit ainsi conclurre, en vain eust-il premis ce theoreme: mais incontinent il eust traicté la propòrtionalité egale. Puis donc que ce discours n'a lieu, si les magnitudes de l'un & de l'autre rang ne sont de mesme genre, mal à propos a on voulu' restraindre en particulier ce qu'Euclide a proposé generalement.

Theoreme 21. Proposition XXI.

S'il y a trois magnitudes d'un rang, & autant de magnitudes d'un autre: & que la raison d'icelles soit meslee, ou perturbée: & toutesfois la premiere d'un rang soit plus grande que la troisieme, aussi la premiere de l'autre sera plus grande que la troisieme.



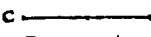
Qu'il y
ayt trois
magnitudes
d'un

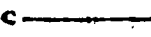
rang, A, B, E: & trois autres d'un autre, F, C, D: & que la proportion qui est entr'elles soit perturbée: sçauoir est A à B comme C à D, & B à E comme F à C. Je dis que si A est plus grande que E, F aussi sera plus grande que D: & si moindre, moindre: & si egale, egale.

Ceste-cy se prouue par les mesmes arguments que la cy dessus. Car si A est plus grand que E, il y aura

plus grand' raison de A à B, que de E à B. Et partant, plus grande de C à D, que de E à B : & donques plus grande que de C à F, pource que comme E à B, ainsi C à F, par la conuerse proportionalité. Partant, par la seconde partie de la dixieme, F est plus grande que D.

Que si A est moindre que E, argumentant par de-

		grés, C sera moindre à D, que non pas à F. Partant, par la seconde par- tie de la mesme, F sera moindre que D.
		
		

Que si A est egale à E, C sera à D comme C à F. Donques, par la seconde partie de la neuvieme, F sera egale à D. Et ainsi est claire la Proposition.

Ceste cy approche de l'antecedente: car elle regarde à prouuer l'egale proportionalité: l'une & l'autre considere principalement la raison des equemultiples: & leur sens est tel, que la premiere d'un rang ne puisse estre plus grande que la troisieme, que la premiere de l'autre rang ne soit aussi plus grande que la troisieme: & si egale, egale: & si moindre, moindre. Bref, ces mots d'exces & d'egalité se doyent prendre tout ainsi, comme en la sixieme definition de ce liure. Et il n'a esté que bon de donner cest aduertissement, à fin de mieux entendre les deux suyantes.

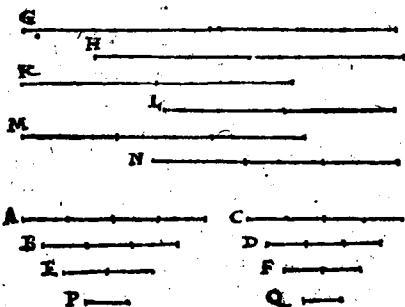
Theoreme 22. Proposition XXII.

S'il y a trois magnitudes d'un rang, & autant d'un autre, & que deux d'un rang soyent en mesme raison avec deux de l'autre semblable-

Blablement prises, icelles seront aussi proportionnelles par l'egale.

Qu'il y ayt trois magnitudes d'un rang, A, B, E : & autres trois d'un autre C, D, F : & que A soit à B comme C à D, & B à E comme D à F. Je dis que A est à E, comme C à F.

Je mets equemultiples G à A, & H à C : & aussi K à B, & L à D, autres equemultiples : & encor M à E, & N à



F, autres equemultiples. Si fera, par la quatrieme, ou, si mieulx l'aimez, par la quatorzieme du present, G à K comme H à L : & K à M, comme L à N. Partant, par

la vingtieme dudit, si G est plus grand que M : H sera aussi plus grand que N : & si egal, egal : & si moindre, moindre. Partant, par la sixieme definitiõ de ce liure, A sera à E, comme C à F. Ce qu'il falloit monstrier.

Maintenant donc, s'il y a plus de trois magnitudes en l'un & en l'autre rang, sans doute la premiere sera à la derniere de l'un, comme la premiere à la derniere de l'autre : sçavoir est en proportionnalité egale. Comme si l'on adjouste P & Q : & que E soit à P, comme F à Q : Je dis que A est à P, comme C est à Q. Car A sera à E comme C à F, ainsi que nous sortons de le demonstrier. Mettans donc à part B & D, il y aura trois magnitudes d'un rang, A, E, P, & trois autres de l'autre

c, F, Q. de mesme condition avec les premieres. Partant A est à B, comme C à Q. Ce qu'il falloit monstret.

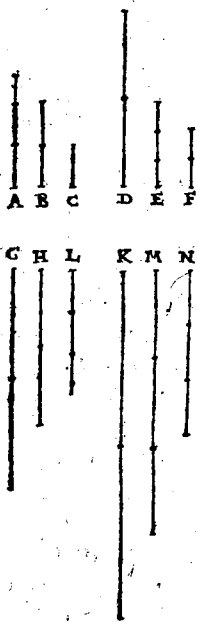
Theoreme 23. Proposition XXIII.

S'il y a trois magnitudes d'un rang, & autant d'un autre : & que la raison qui est entre icelles, soit meslee ou perturbee, elles seront aussi egalelement proportionnelles.

Qu'il y ayt trois magnitudes d'un rang A, B, C, & autant d'un autre D, E, F. Et que A soit à B, comme E à F : & B à C, comme D à E. Je dis que A est à C, comme D à F.

Je mettray G, H, K, equemultiples à A, B, D : & autres, L, M, N, equemultiples à C, E, F. Si fera, par la quinzieme du present, comme A à B, ainsi G à H. Et pource que, comme A est à B, ainsi est E à F : par l'onzieme, comme G est à H, ainsi sera E à F. Et puis que, par ladite quinzieme, comme E est à F, ainsi est M à N : aussi, par l'onzieme, comme G est à H, ainsi sera M à N. Et d'autant que comme B à C, ainsi est D à E : par la quatrieme du present, comme H est à

L, ainsi sera K à M. Donques les trois magnitudes G, H, L, & les autres trois K, M, N, sont proportionnelles perturbees, ou par meslinge. Si donc G excède L, K excèdera N : & s'il est egal, il sera egal : & si moindre, moindre.



moindre. Partant, par la sixieme definition, D sera à F
comme A à C. Ce qu'il falloit monstrer.

Les equemultiples peuuent estre prins autrement.
Qu'il y ayt trois magnitudes d'un rang, A, B, E: & au-
tant d'un autre, F, C, D: & soit C à D, comme A à B: &
comme B à E, ainsi F à C. Je dis que A est à E comme F
est à D.

Je prendray G, H, K, equemultiples à A, C, F: & au-
tres L, M, N, qui soyent equemultiples à B, E, D. Si sera,
par la quatrieme du present, G à L, comme H à N: &
par la quinzieme, L à M, comme K à H. Si seront com-
me au parauant, les equemultiples des deux rangs
en raison perturbede entr'eux. Partant, par la vingtv-
nieme, si G excède M, K excèdera aussi N: & s'il est e-
gal, il sera egal: & si moindre, moindre. Partant, par la
sixieme definition, comme A à E, ainsi sera F à D. Ce
qu'il falloit prouuer.

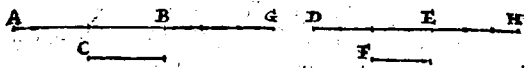
Que s'il ya plus de trois
magnitudes en chaque or-
dre: comme quatre, par e-
xemple: & soit A à B, com-
me D à Q: & B à E, comme
C à D: & E à P, comme F à C:
A à P sera en egale propor-
tionalité, comme F à Q. Car
puis qu'on a prouué que A
est à E comme C est à Q, en
ostant B & D, les trois qua-
tités, A, E, P, & autres tant
F, C, Q, seront entr'elles en
raison mesmee. Partant A se-
ra à P comme F à Q. Ce qu'il
falloit demonstrier.

Et comme par la demonſtration du ternaire le quaternaire ſe preuue, en mettant à part vn des milieux: ainſi du quaternaire le quinaire, en mettant à part deux milieux: & du quinaire le ſenaire, oſtant trois milieux: & ainſi ſuyuant. Ce qu'il faut auſſi entendre en l'eſpece cy deſſus de la proportionalité egale. Partant, puis que le ternaire parfait toute la preuue, Euclide a eſté bien aduiſé de ne parler que de trois magnitudes.

Theoreme 24. Propoſition XXIV.

Si le premier au ſecond eſt, comme le troiſieme au quatrieme: & auſſi le cinquieme au ſecond, comme le ſixieme au quatrieme: auſſi ſera le compoſé du premier & du cinquieme au ſecond, comme le compoſé du troiſieme & ſixieme au quatrieme.

Ce que la ſeconde a propoſé des multiples, ceſte cy généralement le propoſe des magnitudes.



Soit doncques AB à C , comme DE à F : & auſſi BG à C , comme EH à F . Je diſ que AG eſt à C , comme DH à F .

Car, par la proportionalité conuerſe, C ſera à BG comme F à EH : partant, par la vingtdeuxieme, AB ſera en raiſon egale à BG , comme ED à EH : à ſçauoir en prenant AB premiere, C ſeconde, & BG troiſieme, d'un rang, puis D premiere, F ſeconde, & EH troiſieme, de l'autre. Donc, par la dixhuiſieme, AG à C ſera, comme DH à F . Partant, puis que nous auons mis

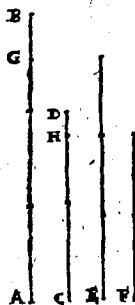
mis $B G$ à C , comme $E H$ à F : prenant $A G$ premiere, $B G$ seconde, & C troisieme d'un rang: puis $D H$ premiere, $E H$ seconde, & F troisieme, de l'autre: par la vingtreuxieme, $A G$ sera à C en egale raison, comme $D H$ à F . Ce qu'il falloit monstrier.

Theoreme 25.

Proposition XXV.

Si quatre magnitudes sont proportionnelles, la plus grande & la plus petite sont plus grandes que les deux autres.

Soyent quatre magnitudes proportionnelles, $A B$, $C D$, E & F : comme $A B$ à $C D$, ainsi E à F . Et que la plus grande d'icelles soit $A B$, & la plus petite F . Je dis que les deux $A B$ & F , sont plus grandes que les deux $C D$ & E .



Je mettray $A G$ egale à E : & $C H$ egale à F . Et pource que, comme la toute $A B$ à la toute $C D$, ainsi l'ostee $A G$ à l'ostee $C H$: ainsi, par la dixneuvieme de cè liure, le reste $G B$ sera au reste $H D$, comme toute $A B$ à toute $C D$. Or $A B$ est plus grande que $C D$: Donques $G B$ sera plus grande que ladite $H D$. Et d'autant que $A G$ est egale à E , & $C H$ à F : $A G$ & F seront egales à $C H$ & E . Adjoignant donc

$G B$ la plus grande aux deux $A G$ & F : & $H D$ la moindre aux deux $C H$ & E : par la commune sentence, $A B$ & F se verront plus grandes que $C D$ & E . Ce qu'il falloit demonstrier.

Jusques icy Euclide a enseigné les proportions de ce cinquieme liure. Les neuf Propositions suivantes ont esté adjoustées par Champagne, qui les a pris de

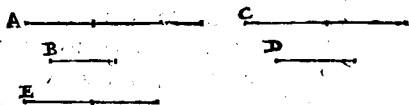
quelque autre exemplaire : comme aussi souuent il quitte l'ordre d'Euclide, il en laisse les vnes, en substitue d'autres, & en adiouste du sien : & ce non pas sans fruiſt. Car en les demonstrations, il rend beaucoup de poinſts meilleurs & plus clairs par le moyen de ſa briuereté : combien qu'en quelques vnes il ſe meſcompre. Quoy que ce ſoit, Iean de Montroyal, tres-excellent Mathematicien, en citant Euclide, a retenu la conſtruction de Champagne. Et meſmes il a allegué les Propositions ſuyuantes en l'epitome qu'il a faiſt ſur Ptolemee. Ce qui a faiſt que nous les auons faiſt ſuyure, quoy qu'autrement nous ne les euſſions volōtiers laiſſees. Car outre ce que les preuues qn'en tire ledit Montroyal, ſe treuuent à plein dans Euclide, en ceſte matiere de proportions, il me ſemble qu'on deuroit pluſtoſt retrancher des Propositions, que de les allonger. Car celles qui ſont claires d'elles meſmes, ne ſont qu'occuper la place : & meſmes chargent l'entendement. Et ce qui eſt en grand nombre nous ennuye ordinairement. Ces Propositions donc ſont telles que ſ'enſuit :

La premiere des adioutees.

Si de quatre quantités la proportion de la premiere à la ſeconde, eſt plus grande que de la troiſieme à la quatrieme : au contraire, en renuerſant, celle de la ſeconde à la premiere, ſera moindre que de la quatrieme à la troiſieme.

Soit la proportion de A à B plus grande que de C à D. Je diſ au contraire, en renuerſant, que la proportion de B à A eſt moindre, que de D à C.

Car



Car si elle
est semblable
de B à A, com-
me de D à C:
en renuersant

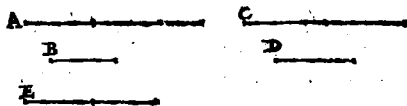
A fera à B comme C à D, contre l'hypothese. Que si elle est plus grande de B à A, que de D à C : mettons E à A, comme D à C. Si fera, par la douzieme, E à A moindre que B à A. Partant, par la premiere partie de la dixieme, E fera moindre que B: & par consequent, par la seconde partie de la huitieme, il y aura plus grand' proportion de A à E, que de A à B. Et pource que, par la proportionalité conuerse, A est à E, comme C à D: par la douzieme, la proportion de C à D sera plus grande que de A à B. Mais elle estoit moindre. Donques, par ceste repugnance la proposition est affermie.

Nous la pouuons aussi demonstrier en affirmant. Mettons E à B comme C à D. Si fera, au rebours, B à E comme D à C. Et pource que A est plus grande que B, par la premiere partie de la dixieme: par la seconde partie de la huitieme, B sera moindre à A, que B à E. Partant, par la douzieme, B à A sera moindre que D à C. Ce qu'il falloit prouuer.

II.

Si de quatre quantités il y a plus grand' proportion de la premiere à la seconde, que de la troisieme à la quatrieme: en eschangeant, il y aura aussi plus grand' proportion de la premiere à la troisieme, que de la seconde à la quatrieme.

Soit la proportion de A à B plus grande que de C à D . Je dis, en permutant, qu'elle sera plus grande de A à C , que de B à D .



Car elle ne sera pas semblable : car lors aussi, en échangeant,

A seroit à B comme C à D . Que si elle est moindre : mettons E à C comme B à D . Si sera, par la douzieme, E à C plus grande que A à C . Partant, par la premiere partie de la dixieme, E sera plus grande que A . Donques, par la premiere partie de la huitieme, E sera plus grande à B , que A à B . Et pource que nous auons mis E à C , comme B à D par échange, E sera à B comme C à D . Partant, par la douzieme, il y aura plus grande proportion de C à D , que de A à B . Qui est contre l'hypothese.

Le mesme par affirmation. Soit prise E à B comme C à D . Si sera, par la premiere partie de la dixieme, E moindre que A : pource que, par la premiere partie de la huitieme, A est plus grand à C , que E à C . Mais, par la proportionalité permutee, E est à C , comme B à D . Donques, par la douzieme, A à C sera plus grand que B à D . Ce qu'il falloit monstrier.

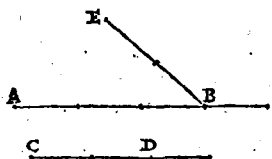
III.

S'il y a quatre quantités, desquelles la proportion de la premiere à la seconde soit plus grande que de la troisieme à la quatrieme : les conjoignant, la proportion aussi de la premiere & de la seconde à la seconde sera plus grande

grande que des troisieme & quatrieme à la quatrieme.

Soit la proportion de A à B , plus grande que de C à D . Je dis qu'il y aura aussi plus grande proportion de la toute AB à B , que de la toute CD à D .

Car elle ne pourra pas être semblable: pource que aussi, en les desioignant, A seroit à B comme C à D .



Que si elle est moindre, soit EB à B , comme CD à D . Si sera, par la douzieme du present, EB à B plus grande que AB à B . Partant, par la premiere

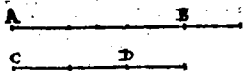
partie de la dixieme, EB est plus grande que la toute AB . Et, par la commune notion, E plus grande que A . Partant, par la premiere partie de la huitieme, il y a plus grand' proportion de E à B , que de A à B . Mais E à B est comme C à D , par proportionalité desioincte: car EB estoit à B , comme CD à D . Partant, par la douzieme, C à D est plus grande que A à B . Qui est contre l'hypothese.

Le mesme affirmatiuement. Puis que nous auons posé la proportion de A à B , plus grande que de C à D : posons E à B comme C à D . Si sera, par la premiere partie de la dixieme, E moindre que A . Partant, par la notion commune, EB sera moindre que AB . Donques, par la premiere partie de la huitieme, il y aura plus grande proportion de AB à B , que de EB à B . Mais la proportion de EB à B , par la proportionalité conjointe, est comme de CD à D . Car E à B a esté posée comme C à D . Partant, par la douzieme, plus grande est AB à B , que CD à D . Ce qu'il falloit monstrier.

IV.

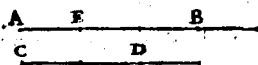
S'il y a quatre quantités, desquelles la proportion de la premiere & de la seconde à la seconde, soit plus grande, que de la troisieme & quatrieme à la quatrieme: aussi, disjoinctivement, la proportion de la premiere à la seconde sera plus grande, que de la troisieme à la quatrieme.

Soit la proportion de $A B$ à B , plus grande que de $C D$ à D . Je dis, en les separant, qu'elle est plus grande de A à B , que de C à D .



Car elle ne pourroit estre egale, d'autant que, par la proportionalité conjointe,

est, $A B$ seroit à B comme $C D$ à D . Que si elle peut estre moindre, comme si de C à D , elle estoit plus grande que de A à B : par l'antecedente, elle sera plus grande de $C D$ à D , que de $A B$ à B . Ce qui ne peut pas estre, veu qu'elle a esté posée moindre.



Le mesme en affirmant.

Soit posée $E B$ à B , comme $C D$ à D . Si sera, par la pre-

miere partie de la dixieme, $E B$ moindre que $A E$: & partant, par la notion commune, E moindre que A . Donques, par la premiere partie de la huitieme, la proportion de E à B est moindre que de A à B . Ce qu'il falloit monstrier.

V.

S'il y a quatre quantités, la proportion desquelles soit de la premiere & de la seconde à la se-

la seconde, plus grande que de la troisieme & quatrieme à la quatrieme: au rebours aussi, la proportion de la premiere & de la seconde à la premiere, sera moindre que celle de la troisieme & de la quatrieme à la troisieme.

Soit la proportion de AB à B plus grande que de CD à D . le dis au rebours, qu'elle sera moindre de AB à A , que de CD à C .

Car en les desioignant, & par l'antecedente, il y aura plus grande proportion de A à B , que de C à D . D'oques, au rebours, par la premiere de ces adjoustees, elle sera moindre de B à A , que de D à C . Partant, par la troisieme des meſmes, en les assemblant, elle sera moindre de AB à A , que de CD à C . Ce qu'il falloit demonſtrer.

VI.

S'il y a trois quantités d'un rang, & trois d'un autre: & que la proportion de la premiere des premieres à la seconde, soit plus grande que de la premiere des dernieres à la seconde: aussi la proportion de la premiere des premieres à la troisieme, sera plus grande que de la premiere des dernieres à la troisieme.

A —————

B —————

C —————

H —————

G —————

C —————

D —————

E —————

F —————

Soyent

trois quan-

tités d'un

rang, A, B, C

& autres

tant d'un

autre, $D, E,$

F. & qu'il y ait plus grand' proportion de A à B , que

de D à E: Et aussi plus grande de B à C, que de E à F. Je dis qu'elle est plus grande de A à C, que de D à F.

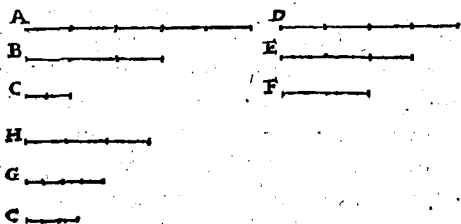
Car, soit G à C comme E à F. Si sera, par la premiere partie de la dixieme du present, G moindre que B. Et partant, par la seconde partie de la huitieme, la raison sera plus grande de A à G, que de A à B. Beaucoup plus grande donc sera elle de A à G, que de D à E. Soit donc H à G, comme D à E. Si sera, par la premiere partie de la dixieme, A plus grand que H. Et partant, par la premiere partie de la huitieme, il y aura plus grande raison de A à C, que de H à C. Mais, par la proportionalité egale, H est à C, comme D à F: car H est à G, comme D à E: & G à C comme E à F. Donques, par la douzieme, elle sera plus grande de A à C, que de D à F. Ce qu'il falloit demonstrier.

VII.

S'il y a trois quantités d'un rang, & autant d'un autre, & que la proportion de la seconde des premieres à la troisieme, soit plus grande que de la premiere des dernieres à la seconde: & aussi de la premiere des premieres à la seconde, que de la seconde des dernieres à la troisieme: il y aura aussi plus grand' proportion de la premiere des premieres à la troisieme, que de la premiere des dernieres à la troisieme.

Soyent trois quantités d'un rang, A, B, C: & autant d'un autre, D, E, F: & qu'il y ayt plus grande proportion de B à C, que de D à E: & plus grande de A à B, que de E à F. Je dis qu'elle est plus grande de A à C, que

que de D à F. Ceste cy appartient à la proportionalité egale.



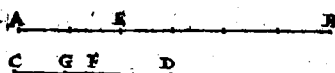
Car, soit G à C, cōme D à E: par la premiere partie de la dixieme du pré-

sent, G sera moindre que B : & partant, par la seconde partie de la huitieme., il y aura plus grand' proportion de A à G, qu'à B : & donques beaucoup plus grande de A à G, que de E à F. Soit donc H à G comme E à F : Si sera, par la premiere partie de la dixieme, A plus grand que H : & par consequent, la proportion de A à C plus grande que de H à C, par la premiere partie de la huitieme. Mais, par la vingt troisieme, la proportion de H à C est comme de D à F : veu que G à C est comme D à E : & H à G, comme E à F. Partant, par la douzieme, la proportion de A à C est plus grande, que de D à F. Ce qu'il falloit demonstrier.

VIII.

Si la proportion du tout au tout, est plus grande que de l'osté à l'osté : la proportion aussi du reste au reste sera plus grande que du tout au tout.

Soyent deux quantités, A B & C D : desquelles soyent reuanchées A E & C F : & que les restes soyent E B & F D : & soit la proportion plus grande de A B à C D, que de A E à C F. Je dis aussi que la proportion sera

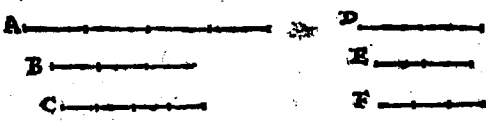

 plus grande de EB à FD , que de AB à CD . Car, eschan-

geant, par la seconde des adjoustees, la proportion sera plus grande de AB à AE , que de CD à CF . Et par tant, par la cinquieme des mesmes, & au rebours, la proportion de AB à EB sera moindre, que de CD à CF . Derechef donques, par eschange, la proportion de AB à CD sera moindre, que de EB à FD . Ce qu'il falloit demonstter.

IX.

S'il y a trois quantités d'un rang, & trois d'un autre : & que la proportion de quelque antecédent que ce soit à sa pareille soit plus grande que d'aucun subseqnent à la sienne: la proportion de toutes celles cy à toutes celles là sera plus grande, que d'aucun des subseqnents à sa pareille. ou mesmes que de tous à tous: moindre toutesfois que de la premiere à la premiere.

Soyent trois magnitudes d'un rang, A, B, C : & autres tant d'un autre, D, E, F : & soit la proportion de A à D , plus grande, que de B à E : & de B à E , que de C à F . Je dis que la proportion de A, B, C prinſes enſemble, à D, E, F prinſes enſemble, eſt plus grande que de


 plus grande que de B & C prinſes enſemble, à E & F prinſes

prinſes enſemble: moindre toutesſois, que de A à D .

Car, puis que A à D eſt plus grand que B à E : en eſchange, A à B ſera plus grande que D à E : en les conjoignant, plus grande de $A B$ à B , que de $D E$ à E . Et derechef, en eſchangeant, $A B$ à $D E$ plus grande que B à E . Partant, par l'antecedente, A à D eſt plus grande, que $A B$ à $D E$. Et par meſme raiſon ſe prouuera, qu'il y a plus grande raiſon de B à E , que de $B C$ à $E F$. Donques elle ſera plus grande de A à D , que de $B C$ à $E F$. Partant, en eſchangeant, plus grande de A à $B C$, que de D à $E F$. Et en les conjoignant, plus grande de $A B C$ à $B C$, que de $D E F$ à $E F$. Et derechef, en eſchangeant, plus grande de $A B C$ à $D E F$, que de $C B$ à $E F$. Donques, par l'antecedente, elle eſt plus grande de A à D , que de $A B C$ à $D E F$. Ce qu'il falloit demonſtrer.





SIXIEME LIVRE DES

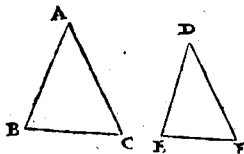
ELEMENTS GEOMETRIQUES D'EVLIDE.

AVEC LES DEMONSTRATIONS
de IAQUES PELETIER, du Mans.



DEFINITIONS.

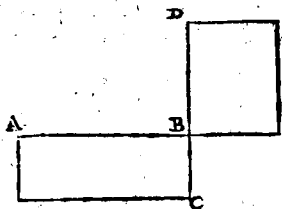
Les figures s'appellent semblables, qui ont les angles egaux vn chacun au sien, & les costés qui contiennent lesdits angles egaux, proportionaux.



Comme si des deux triangles ABC & DEF , les angles sont mutuellement egaux: sçauoir est l'angle A à l'angle D : & l'angle B à l'angle E : & que le costé AB soit au costé DE , comme AC à DF : & BC à EF : ces deux triangles seront semblables.

2 Les figures reciproques sont celles, de chacune desquelles les costés mutuels sont proportionaux.

Com-



Comme si, par exemple, il y auoit deux figures quadrilateres $A B C$ & $D B E$: & que le costé $A B$ soit au costé $B D$, comme le costé $B E$ au costé $B C$. Ces deux figures s'appelleront

Reciproques. Car la proportionalité va de telle façon, que deux costés de l'un sont antécédents, & deux costés de l'autre conséquents. Et pour ceste raison, quelques vns les appellent assez proprement, Figures de costés mutuels.

3 Vne droite ligne se dit estre diuisée par moyenne & extreme raison, quand la toute est au plus grand segment, comme le plus grand segment est au moindre.

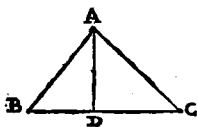
C'est à dire, comme on parle vulgairement, quand la ligne se diuise selon la proportion qui ayt vn milieu & deux extremes.

Comme si la ligne $A B$ estoit tellement diuisée au point C , que touteladite $A B$ soit au segment $A C$, comme ledit $A C$ est à $C B$.

Ceste diuision, l'onzième du second nous l'a apprise, sans faire aucune mention des proportions. Ce que nommément nous enseignera la trentième du present.

4 La hauteur de la figure, c'est la ligne tirée perpendiculairement de la pointe à la base.

La hauteur du triangle ABC , c'est la perpendiculaire AD . Car le droit, (comme nous l'avons cy devant dit) mesure toutes choses: En quoy l'equidistance de deux lignes est presuppsee: sçavoir est,



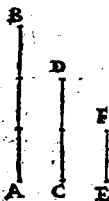
qu'une ligne est tirée par le point A , qui soit parallèle à la base BC . Que si l'on prenoit pour base AB ; on luy tireroit une parallèle par le point C :

comme à AC , (si elle seroit de base) par le point B . Et du point, où la perpendiculaire seroit, on descendroit une perpendiculaire qui indiqueroit la hauteur.

5 La raison est dite estre composée de deux ou de plusieurs raisons, quand les raisons des quantités, multipliées entr'elles, font quelque raison.

Les raisons des quantités sont icy appellees, les denominations desdites proportions. Partant il a employé le mot de quantité, plustost que de magnitude, pour donner à entendre que ce lieu ne le pouvoit pas passer sans la consideration des nombres.

Si donc il y a trois quantités, $AB, CD,$



& EF , desquelles CD est la moyenne: la raison de la premiere AB à la dernière EF , sera composée de la multiplication de la raison que AB a à CD , avec la raison que CD a à EF .

Tout cecy donc est pris de ce, que l'office du milieu, c'est de joindre & lier les extremes: ce que nous declarerons à l'aide des nombres.

Soit posée la raison de AB premiere, à CD moyenne, sef-

ne, fescuple, ou fefquialtre : mais double de $c d$ moyenne à $e f$ extreme. A ſçauoir, puis que $a b$ est fefquialtre à $c d$: de quelles parties $a b$ est de trois, de telles $c d$ est de deux. Et puis que $c d$ est double à $e f$: de quelles $c d$ est deux, de telles $e f$ est vne. Tu as donc deux denominateurs de proportions, ſçauoir est $\frac{3}{2}$ & $\frac{2}{1}$, lesquelles ſi tu multiplies entr'eux, prouiedra la denomination de la premiere $a b$ à la derniere $e f$: à ſçauoir triple.

Maintenant, ſ'il y a pluſieurs milieux, la meſme raiſon ſe formera d'iceux, que ſ'il n'y en auoit qu'un. Comme ſi entre $a b$ & $e f$, de meſmes part que nous les venons de poſer, ſe met vn autre milieu $g h$: demeurera la meſme raiſon de $a b$ à $e f$, compoſee de trois raiſons, qu'elle eſtoit n'eſtant compoſee que de deux, quelque grande que ſoit $g h$.

Car ſoit, comme au parauant, la raiſon de $a b$ à $c d$ fefquialtre : & de $c d$ à $g h$, ſouſdouble : de $g h$ à $e f$ elle fera quadruple. Maintenant ſoyent multipliés trois denominateurs entr'eux : à ſçauoir $\frac{3}{2}$ en $\frac{2}{1}$, prouiennent $\frac{3}{1}$: Et $\frac{3}{1}$ en $\frac{1}{2}$ prouiennent $\frac{3}{2}$, c'eſt à dire, la denomination triple. Partant, comme au parauant, la raiſon de $a b$ à $e f$ ſera triple, mais compoſee de trois raiſons. Autant donc qu'il y aura de termes, qu'on appelle, en autant de parts ſe diuiſera la raiſon de la premiere quantité à la derniere, en oſtant vne vnité : ou bien, ſi tu aimes mieux, autant de termes milieux qu'il y aura en autant de parts ſe diuiſera la raiſon, & vne d'auantage. Et, pour le dire en vn mot, diſpoſer des autres quantités moyennes entre deux quantités, n'eſt

autre chose, que diuiser la proportion des deux en parties telles que l'on voudra. Et cecy estimons nous fustre pour ce present traicté: Qui en voudra d'auantage, qu'il l'aille pescher de l'Arithmetique. Or auons nous traicté fort amplement la matière des proportions, au troisieme liure de nostre Arithmetique.

Je m'assure qu'il y en aura qui n'approuueront pas, que j'aye appelé les raisons des quantités, ce qu'Euclide nomme les quantités des raisons: auxquels je respondray en deux mots, que j'ay celà fait, à fin de faciliter l'enseignement. Car, par exemple, si je dis que la quantité 4 a double raison à la quantité 2, je parleray avec science, & me rendray aisé à estre entendu: Mais si je dis que la quantité est à la raison double, je me rendray obscur & enuélépé. Car, puis que la raison est en la quantité, & derechef la quantité en la raison, cela apporte circuition, laquelle on doit fuir traictant les disciplines. Donques la raison nous est celle là, qui a deuant soy sa denomination: comme, double, triple, & semblables. Et celles-cy se multiplient entr'elles: (çauoir est, la raison double en la triple, d'où s'engendre la sextuple, & ainsi des autres. Mais icy la quantité n'est pas menée en la quantité, comme la ligne en la ligne. Car ainsi se feroit vn parallelogramme. Ce qui n'est pas de ce lieu cy. Mais, dira-on, il n'y a que la quantité qui se multiplie. Je l'aduoué: & confesse que les raisons tiennent de la quantité. Mais j'ay voulu euitter ce circuit. Je n'empesche pas toutesfois, que qui voudra dire quantités de raisons, ne le die. Car il n'est pas icy question des mots, & du parler: il est question d'enseigner.

Nous dirons aussi cecy en passant, que ceste composition de raisons, n'est pas vne addition de proportions,

fions, comme quelques vns ont pensé Car autre chose est, de composer des raisons des autres raisons, & autre, d'adjouster raisons à raisons. Ce que nous auons aussi enseigné en nostre Arithmetique. Venons aux Propositions.

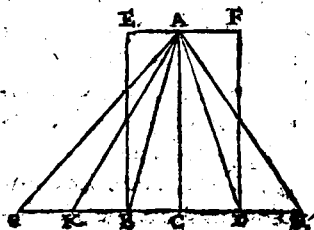
THEOREME PREMIER.

PROPOSITION PREMIERE.

Les triangles de mesme hauteur, comme aussi les parallelogrammes, sont entr'eux comme leurs bases.

Soyent deux triangles ABC & ACD , de mesme hauteur. Je dis, que comme la base BC est à la base CD , ainsi est le triangle ABC au triangle ACD . Soient aussi les parallelogrammes CE & CF de mesme hauteur. Je dis aussi, que comme la base BC est à la base CD , ainsi est le parallelogramme CE au parallelogramme CF .

Je prolongeray BD de costé & d'autre, jusques aux poincts G & H . Et mettray les deux, BK & KG egales à CB : & DH aussi à CD . Lors je conjoindray

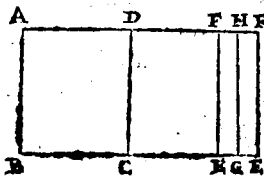


AG , AK , & AH . Si seront les triangles ABC , AKB , & AGK egaux entr'eux, par la trente-huictieme du premier: & de mesmes les triangles ACD & ADH , par la mesme, egaux aussi

entr'eux. Et partant, le triangle AGC autant multiple du triangle ABC , que la base GC est multiple de la base BC . Et aussi le triangle AHC autant multiple du triangle ACD , que la base CH l'est de la base CD . Et, par la mesme du premier, si la base GC est egale à la base CH : aussi le triangle AGC sera egal au triangle AHC : & si plus grand, plus grand: & si moindre, moindre. Donques, par la sixieme definition du cinquieme, comme la base BC est à la base CD , ainsi est le triangle ABC au triangle ACD . Qui est pour le premier.

Et puis que le parallelogramme EC est double du triangle ABC , par la quarantevieme du premier: & le parallelogramme FC , double du triangle ACD , par la mesme: par la quinzieme du cinquieme, comme le triangle ABC est au triangle ACD , ainsi est le parallelogramme EC au parallelogramme FC . Ce qu'il falloit demonstrier.

Or cecy est remis au jugement commun: que toutesfois nous prouverons de façon, qu'il puisse estre au lieu de demonstration: & par mesme moyen monstrerons, pourquoy la trentehuitieme du premier a esté employee pour la preuve de l'exces & diminution des equemultiples, veu qu'elle ne parle que de l'egalité seule.



Soit le parallelogramme $ABCD$, de mesme hauteur que le parallelogramme $DCEF$. Je dis, que comme la base BC est à la base CE , ainsi est le parallelogramme $ABCD$ au parallelogramme $DCEF$.

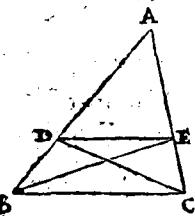
Car

Car premierement, si les bases sont egales , il n'y à nul doute qu'il y aura mesme raison des parallelogrammes, que des bases , veu que les parallelogrammes sont egaux , par ladite trentehuitieme du premier. Que si les bases sont inegales, les parallelogrammes ne peuuent estre egaux, par la mesme. Soit doncques BC plus grande que CE , & qu'elle l'excede de la quantité de $E G$: si que CG soit egal à ladite BC . Et soit tiree la parallele GH , & le parallelogramme $DCGH$ parfait. Si sera , par la proposition que nous auons ja alleguée, le parallelogramme $ABCD$ egal au parallelogramme $DCGH$. Partant, par la commune notion , comme $DCGH$ est plus grand que $DCEF$, ainsi est $ABCD$ plus grand aussi que ledit $DCEF$. Et partant, puis que BC est plus grande que CE , de mesmes $ABCD$ sera plus grand que $DCEF$. Par mesme discours se prouuera, que si BC est moindre que CE , aussi $ABCD$ sera moindre que $DCEF$. D'où lon recueille, que comme la base BC est à la base CE , ainsi le parallelogramme $ABCD$ est au parallelogramme $DCEF$. Car il n'importe pas si lon dit que le premier ne peut estre plus grand que le second , que le troisieme ne soit aussi plus grand que le quart: ny egal, qu'il ne soit egal : ny moindre , qu'il ne soit moindre. ou bien, si on dit , comme le premier au second, ainsi le troisieme au quatrieme : combien que nommement celà soit mis par Euclide , à cause des equemultiples, comme il est aisé à entendre du cinquieme. Et cecy ay-je bien voulu dire , à fin d'aduertir par tout, que l'Egalité est la guide & la source de toutes les proportions.

Theoreme 2. Proposition 11.

Si vne droite ligne coupe de telle façon les deux costés d'un triangle, qu'elle soit parallele au troisieme, elle coppa lesdits deux costés proportionnellement : & si elle coupe lesdits deux costés proportionnellement, elle sera parallele au troisieme.

Soit le triangle ABC , duquel les deux costés AB & AC soyent tellement coppés par la droite ligne DE , que ladite DE soit parallele au costé BC . Je dis premierement, que comme BD est à DA , ainsi est CE à EA .

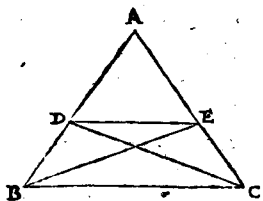


Soyent cōjoinctes BE & CD . Si sera, par la trenteseptieme du premier, le triangle BED egal au triangle CED : Car ils sont entre deux paralleles, DE & BC , & ont vne mesme base, ED . Donques l'un & l'autre ont vn mesme rapport au tria-

gle AED , par la septieme du cinquieme. Partant, par l'antecedente, comme BED est à AED , ainsi sera BD à DA ; puis qu'ils ont mesme poincte, à sçavoir E . Semblablement, par la mesme, comme CED est à AED , ainsi CE est à EA : Car ils ont mesme poincte D . BD donc est à DA , comme CE à EA , par l'onzieme du cinquieme. Ce qui est pour le premier.

Maintenant soit BD à DA , comme CE à EA , Je dis que DE est parallele à BC . Car, par l'antecedente, & & par l'onzieme du cinquieme, le triangle AED aura mesme proportion à BED , qu'à CED . Donques, par la seconde partie de la neuvieme du cinquieme, les deux

deux triangles, BED & CED seront égaux. Partant, puis qu'ils ont vne mesme base DE , & qu'ils sont de mesme part: par la trenteneufieme du premier, ils seront entre deux paralleles. Ce qu'il falloit demonstrier.



Il est assez manifeste que la raison de ce theoreme est tiree de l'egal. Car soit le triangle ABC de deux costés égaux, AB & AC , lesquels soyent coppés par la ligne droite DE , qui soit parallele à BC . Il consiste, par la

vingtneufieme du premier, que les quatre angles B, C, D, E , sont égaux: donques, par la cinquieme du mesme, les deux costés AD & AE , du triangle AED , sont égaux. Partant, par la commune notion, DB sera egal à EC . Donques AD à DB est comme AE à EC . Qui est pour le premier.

Conjoignons maintenant BE & CD . Et pource que AD est mise estre à DB , comme AE à EC : par l'antecedente, & par l'onzieme du cinquieme, il y aura vne mesme proportion du triangle ADE , à chacun des deux BDE & CED . L'un & l'autre donc sont égaux, par l'autre partie de la neufieme du cinquieme. Partant, par la trenteneufieme du premier, ils consisteront entre deux paralleles. Ce qu'il falloit monstrier.

Tu vois que le droit de l'egalité se conserve par le moyen des paralleles, non seulement comme il se void en ceste proposition, mais aussi bien souuent aux autres demonstrations geometriques.

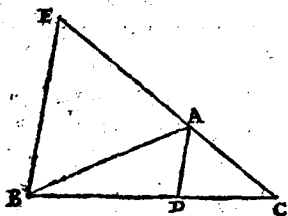
Theoreme 3. Proposition III.

Si vne droite ligne: coppant en deux moi-

tiés l'angle d'un triangle, coupe aussi la base, les deux segments seront entr'eux, comme les deux autres costés du triangle. Et si les segments sont comme les deux autres costés du triangle, la ligne qui coupe la base coupe aussi également l'angle opposé.

Soit le triangle ABC , duquel la ligne AD , coupe par le milieu l'angle A . Je dis que BD est à DC , comme AB à AC . Et si BD est à DC , comme AB à AC : l'angle est diuisé par le milieu.

Je tireray BE equidistante à DA : & allongeray CA , jusqu'à ce qu'il se rencontre avec BE , au point E . Si sera, par la premiere partie de la vingtneufieme du premier, l'angle EBA egal à l'angle BAD . Et, par l'autre



partie de la mesme, l'angle E sera egal à l'angle DAC . Partant, par la notion de l'esprit, l'angle E sera egal à l'angle ABE . Donques, par la sixieme du premier, AB & AE seront egaux: & par con-

sequent, par la premiere partie de la septieme du cinquieme, EA sera à AC , comme AB à AC . Mais, par l'antecedente, EA est à AC , comme BD à DC . Donques AB est à AC , comme BD à DC . Qui est pour le premier.

Soit maintenant, demeurant la mesme construction, AB à AC , comme BD à DC . Et d'autant que, par l'antecedente, EA est à AC , comme BD à DC : EA sera à AC , comme AB à AC . Donques, par la premiere partie de la neuvieme du cinquieme, EA & AB sont

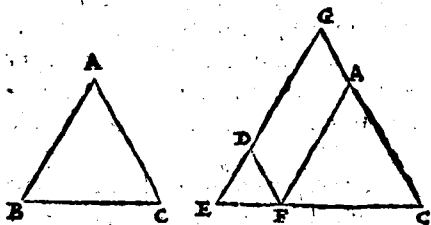
sont egaux, & par la cinquieme du premier, les deux angles E & EBA aussi egaux. Parrant, par la vingtnuevieme du premier, & par la notion de l'esprit, l'angle BAD est egal à l'angle CAD . Ce qu'il falloit prouver.

Or est ceste construction la moitié de celle figure gnomonique, que nous, auons dit à la quarantetroisieme du premier estre tres-riche pour aider à toutes demonstrations geometriques: & laquelle s'accommode à presque toutes les propositions de ce sixieme, comme le congnoistront cy apres ceux qui diligemment considereront les compositions des figures.

Theoreme 4. Proposition IV.

Des triangles equiangles, les costés, qui contiennent les angles egaux, sont proportionaux: & les costés, qui soustendent angles egaux, sont de mesme raison.

ABC & DEF soyent triangles equiangles: & soit l'angle A egal à l'angle D : & l'angle B à l'angle E : & l'angle C à l'angle F . Je dis que DE est à AB , & DF à AC , comme EF à BC .



J'allongeray vn costé d'un des triangles, comme le costé EF : & feray FC egale à BC . Lors du

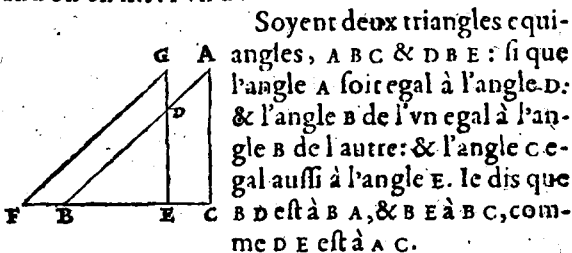
poinct F je tireray FA equidistante à ED : & egale audit AB : & conjoindray AC . Si sera le triangle AFC egal & equilater au triangle ABC , par la quatrième

du premier: pource que l'angle AFC est egal à l'angle E , par la vingtnueufieme dudit: & les deux costés AF & FC ont esté posés egaux aux deux AB & BC : Partant l'angle FAC egal à l'angle BAC : & par consequent à l'angle D . ED donc le dernier, sera egal au dernier C . Donques, par la premiere partie de la vingthuitieme dudit, AC & DF sont paralleles. Par ainsi prolongeant CA & ED , je paracheue le parallelogramme FG . Si sera, par la trentequatrieme du premier, AG egal à DF : & DG egal à AF . Puis donc que, par la seconde du present, GA à AC est comme EF à FC : &, par la mesme, EF à FC , comme ED à DG : par la septieme du cinquieme, DF (pource qu'elle est egale à GA) sera à AC : & par la mesme, ED à FA , (egale à ladite DG) comme EF à FC . Ce qu'il falloit demonstrier.

Aurient, comme Theon. La mesme construction demeurant, par la seconde du present, comme ED à DG (& partant, par l'onzieme du cinquieme, comme ED à FA) ainsi sera EF à FC . Et donques en eschangeant, par la seizieme du cinquieme, come ED à EF , ainsi FA à FC . De rechef, par la mesme du present, comme EF à FC , ainsi GA (& partant ainsi DF) à AC : Et en eschangeant, comme EF à DF , ainsi FC à AC . Mais on a prouué, que comme ED à EF , ainsi FA à AC . Selon l'egal donc, par la vingtdeuxieme du cinquieme, comme ED à DF , ainsi FA à AC . Partant les costés des triangles equiangles seront proportionaux. Ce qu'il falloit demonstrier.

Or, puis que ce Theoreme est tresvité, & qu'à grand' peine s'en presente-il vn. plus frequent es dimensions, j'ay voulu exposer la triple configuration des

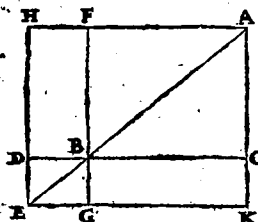
des triangles equiangles: la premiere desquelles j'ay
ja traicté, selon ce que l'enseignent les anciens: sca-
uoir est quand les triangles sont bastis sur vne mesme
ligne droite: comme cy dessus $E D F$ & $F A C$, sur la li-
gne $E C$: hors mis que j'ay vn peu diuersifié la com-
position, retenant toutesfois la mesme figure. La se-
conde constitution donc est de triangles equiangles,
quand on en met l'un dans l'autre.



Soyent deux triangles equi-
angles, $A B C$ & $D B E$: si que
l'angle A soit egal à l'angle D :
& l'angle B de l'un egal à l'an-
gle B de l'autre: & l'angle C e-
gal aussi à l'angle E . Je dis que
 $B D$ est à $B A$, & $B E$ à $B C$, com-
me $D E$ est à $A C$.
Car, puis que l'angle D est egal à l'angle A : $A C$ &
 $D E$, par la vingthuietieme du present, seront paralle-
les. P'allonge $C B$ jusqu'au point F : & mets $E F$ egal à
 $C B$. P'allonge aussi $E D$ jusqu'au point G : & mets $E G$
egal à $C A$: & conjoins $F G$. Et pource que l'angle
 $G E F$ est egal à l'angle C : & les deux costés $E F$ & $E G$
sont egaux aux deux $C B$ & $C A$: le triangle $G E F$ sera
egal & equilater, (par la quatrieme du premier,) au
triangle $A B C$: & par la vingthuietieme dudit, $F G$ se-
ra parallele à $B A$. Nous acheminons donc ainsi no-
stre argument. Puis que $D E$ est parallele à $A C$: par la
seconde du present, $A D$ sera à $D B$, comme $C E$ à $E B$:
Et partant, en les conjoignant, par la dixhuietieme du
cinquieme, comme $A B$ à $D B$, ainsi sera $C B$ à $E B$. Par
mesme raison, puis que $B D$ est parallele à $F G$: par la
seconde de ce sixieme, $F B$ sera à $B E$, comme $G D$ à $D E$.
Donques, en les conjoignant, $F E$, (& partant $B C$) sera

à $B E$, comme $G E$ (& partant comme $A C$) à $D E$. Mais nous auons prouué, que comme $A B$ est à $D B$, ainsi est $C B$ à $E B$. Donques, par l'onzieme du cinquieme, comme $A B$ est à $D B$, & $C B$ à $E B$, ainsi est $A C$ à $D E$. Ce qu'il falloit demonstret. Et ceste cy est la seconde composition des triangles equiangles.

Mais la troisieme est en croisade ou decussation entre deux paralleles : tels que sont en ceste figure gnomonique les deux triangles $A B C$ & $B D E$: desquels les deux bases, $A C$ & $D E$, sont paralleles : & entre icelles sont les deux lignes $A E$ & $C D$, se croisans



au point B , & formans lesdits deux triangles $A B C$ & $B D E$, avec leurs paralleles. Nous auons paracheué la figure gnomonique, à fin que par tout nous fissions voir sa secondité. Car tu as en vn seul aspect, la triple

position des triangles equiangles. Sçauoir est, au demi parallelogramme, celle des deux triangles $A B C$ & $B E G$, sur le diuient $A E$: & tout autant en l'autre moitié du parallelogramme. Laquelle position est pour la premiere demonstration. La seconde des deux triangles $A E K$ & $B E G$, aussi equiangles, desquels le moindre est inferé dans le plus grand, comme est $B E D$ en $A E H$. Ce que nous auons fait voir en la seconde formule.

La troisieme position tu l'as es deux triangles $A B C$ & $B D E$, & aussi $A B F$ & $B E G$. La preuue desquels est assez manifeste par ce que nous auons dit cy deuant.

Et icy encor, si tu y prens soigneusement garde, tu treu-

trouveras que de la preuve des triangles s'ensuit la preuve des parallelogrammes : veu qu'il conste , que comme $A C$ est à $C B$, ainsi est $B G$ à $G E$. Mais cecy n'a pas besoing qu'on en die dauantage.

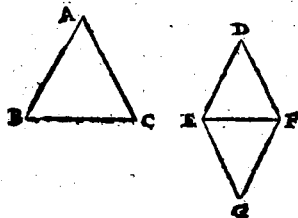
La quatrieme position des triangles equiangles, est à l'entour d'un mesme dimetient : tels que sont $A B C$. & $A B F$: & aussi $B E G$ & $B E D$. Lesquels, pource qu'ils sont egaux, n'ont besoing d'aucune demonstration: mais on les employe pour la preuve des autres.

Theoreme 5. Proposition V.

Les triangles de costés proportionaux, ont les angles, qui soustendent lesdits costés proportionaux, egaux;

C'est la conuerse de l'antecedente. Soyent deux triangles, $A B C$ & $D E F$: & soit $A B$ à $D E$, & $A C$ à $D F$, comme $B C$ à $E F$. Je dis que l'angle A est egal à l'angle D : & l'angle B à l'angle E : & l'angle C à l'angle F .

Sur la ligne $E F$, à contrepoil du triangle $D E F$, je formeray par la vingttieme du premier, l'angle $F E G$, qui soit egal à l'angle B : & l'angle $E F G$, qui soit egal à l'angle C . Si seront

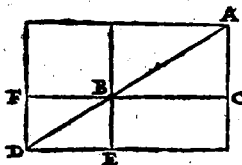


les deux formés, moindres que deux droits, pour ce qu'ils sont egaux à deux moindres que deux droits, par la dixseptieme, du premier. Donques $E G$: & $F G$ viendront à se ren-

contrer, comme au point G . Si sera l'angle G par la trentedeuxieme du premier, egal à l'angle A . Partant, par l'antecedente, $A B$ sera à $E G$, & $A C$ à $F G$, comme $B C$ à $E F$: & donques $A B$ à $D E$, comme à $E G$: & $A C$ à

DE, comme à FE, par l'onzieme du cinquieme. Donc, par la seconde partie de la neuvieme dudit, DE sera egale à EG. & DF à FG. Partant, par la huitieme du premier, les deux triangles, DEF & GEF sont equiangles. Puis donc que le triangle GEF est equiangle au triangle ABC, DEF sera aussi equiangle audit ABC. Ce qu'il falloit demonstrier.

Mais ceste preuve aussi se tire de la figure gnomonique. Car soyent les deux triangles ABC & DBE: & soit AB à AC, comme BD à BE: & AB à BC, comme BD à ED. Je dis que les angles sont egaux, lesquels sont contenus par costés proportionaux.



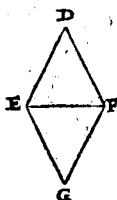
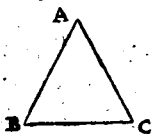
Je mettray le costé AB de l'un en droite ligne avec le costé BD de l'autre, à ce que les triangles ABC, & BDE soyent sus vne mesme ligne AD. Et tireray DF parallele à CA, laquelle se rencontre au point F avec CB prolongé.

Puis donc que, par la quinzieme du premier, l'angle DBF est egal à l'angle ABC: & l'angle BDF, par la vingneuvieme dudit, egal à l'angle BAC: par la trentedeuxieme dudit, les deux triangles ABC & BFD seront equiangles. Partant, par l'antecedente, comme AB est à AC, ainsi est BD à DF. Mais comme AB est à AC, ainsi a-on posé BD estre à BE. Donques, par la neuvieme du cinquieme, DF est egale à EB. Derechef, par l'antecedente, comme AB est à BC, ainsi est BD à BF. Mais comme AB est à BC, ainsi est BD, à DE. Donques, par la mesme du cinquieme, les costés BE & FD sont egaux. Partant, par la huitieme du premier, les deux triangles, BDF & BED sont equiangles.

qu'angles. Et donc ABC & BDE sont equiangles. Ce qu'il falloit demonstrier.

Theoreme 6. Proposition VI.

Deux triangles, qui ont vn angle egal à vn angle, & proportionaux les costés qui contiennent lefdits angles, ces deux triangles, dis je, sont equiangles entr'eux.



Soyent deux triangles ABC & DEF : & soit l'angle B egal à l'angle E : & AB soit à DE , comme BC à EF . Je dis que ces deux triangles sont equiangles.

Servons nous de la premiere figuration de l'antecedente, & bastissons le triangle EGF à contrepoil du triangle DEF , qui soit equiangle audit ABC . Si sera, par la quatrieme du present, AB à EG comme BC à EF : & partant, selon l'hypothese, & par l'onzieme du cinquieme, AB sera à DE comme AB à EG . Doncques, par la secôde partie de la neuvieme du cinquieme, DE est egaie à EG . Puis donc que les deux costés, DE & EF , du triangle DEF , sont egaux aux deux EG & EF du triangle EGF : & l'angle E de l'un egal à l'angle E de l'autre, puis que l'un & l'autre sont egaux à l'angle B : par la quatrieme du premier, DEF & GEF seront equiangles. Veu donc que EGF est equiangle à ABC , DEF aussi sera equiangle audit ABC . Ce qu'il falloit demonstrier. Mais le mesme se peut prouver par la figure gnomonique.

Theoreme 7. Proposition VII.

Si deux triangles ont vn angle egal à vn

angle, & que les costés, qui sont autour de deux des autres angles, soyent proportionaux: & que des deux autres restans chacun, ou pas vn, soit moindre qu'un droit: ces triangles seront equiangles, & les angles egaux, lesquels sont contenus par costés proportionaux.

Soyent les deux triangles, ABC & DEF : & soit l'angle A egal à l'angle D , & la raison de AC à DF , comme de CB à FE : & que chacun des deux angles B & E , ou pas vn, soit moindre d'un droit. Je dis que lesdits triangles sont equiangles, & que les angles, qui sont compris par costés proportionaux, sont aussi egaux.

Car, si l'angle C est egal à l'angle F , il appert que les triangles sont equiangles, par l'antecedente. Que s'ils ne sont egaux, soit C plus grand: & soit posé, par la vingttroisieme du premier, l'angle ACG egal à l'angle F . Si sera, par la trentedeuxieme dudit, le triangle AGC equiangle au triangle DEF . Partant, par la quatrieme de cestuy cy,



AC sera à DE comme GC à EF . Mais ainsi a esté BC à EF . Donc, par la neuvieme du cinquieme, GC & BC sont egaux: & partant, par la cinquieme du premier, l'angle B sera egal à l'angle BGC . Si donc pas vn des deux B & E n'est moindre d'un droit, les deux angles B & E du triangle BGC , ne seront pas moindres de deux droits, contre la dixseptieme du premier. Que si les deux sont moindres

moindres d'un droit, l'angle $A G C$ sera plus grand qu'un droit, par la treizieme dudit, & partant l'angle E sera aussi plus grand qu'un droit, contre l'hypothese. Donques l'angle $A C B$ est egal à l'angle F . Partant le triangle $A B C$ est equiangle au triangle $D E F$, & les angles compris par costés proportionaux, sont aussi egaux. Ce qu'il falloit demonstrier.

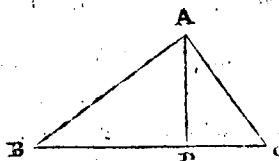
Oraons nous posé que chacun des angles B & E fust moindre qu'un droit, ou ny l'un ny l'autre à fin d'amener à l'absurde. Car, puis que les deux lignes, GC & BC se trouuent egales, les deux angles B & CGA , par la cinquieme du premier, seront egaux. Si donc chacun des angles B & E est moindre qu'un droit, $A G C$ se trouuera aussi moindre qu'un droit, puis que elle est egale à B . Partant, par la treizieme du premier, $C G A$ sera plus grand qu'un droit : & donques B aussi, qui auoit esté posé moindre. Que si ny l'un ny l'autre des angles B & E se trouue moindre d'un droit, du moins chacun d'iceux sera droit. Et par consequent, par la cinquieme du premier, $C G B$ se trouuera aussi droit: qui est contre la dixseptieme dudit.

Theoreme 8. Proposition VIII.

Si de l'angle droit d'un triangle, on tire une perpendiculaire à la base d'iceluy, icelle coppera ledit triangle en deux triangles semblables entr'eux & au grand.

Soit le triangle $A B C$, duquel l'angle A soit droit: & soit $A D$ la perpendiculaire sur la base $B C$. Je dis que les deux triangles $A B D$ & $A D C$ sont semblables entr'eux, & à l'entier $A B C$.

Car, puis que chacun d'iceux est rectangle, & que chacun d'iceux a un angle commun avec le grand



triangle, par la trentedouxieme du premier, ils seront equiangles au grád, & partant equiangles aussi entr'eux. Car l'angle B sera egal à l'angle C A D: & l'angle C à l'angle B A D:

& les deux angles, qui sont à D, sont droits, comme est aussi l'angle B A C. Ce que nous auons aussi démontré cy dessus à la quaranteseptieme du premier. Partant, par la quatrieme du present, les costés qui contiennent les angles egaux, sont proportionaux. Donques les triangles sont semblables & entr'eux & à l'entier. Ce qu'il falloit monstrier.

Corrclaire.

La perpendiculaire tiree de l'angle droit d'un triangle à sa base, est proportionnelle entre les deux segments de la base: & chacun des costés est aussi proportionnel entre la base & le segment qui luy touche.

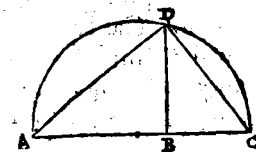
Comme icy, la perpendiculaire A D est moyenne proportionnelle entre les segments B D & D C: & le costé A B proportionnel entre la base B C & le segment B D: & le costé A C aussi proportionnel entre ladite base B C & le segment D C.

*Probleme 1. Proposition I X.
à Theon 13.*

Trouuer vne moyenne proportionnelle entre deux lignes droites.

Soyent les deux lignes droites A B & B C, entre les-

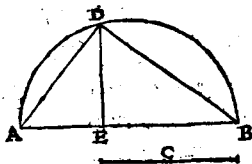
lesquelles il faut trouuer vne moyenne proportionnelle.



Je mettray B C de droit fil avec A B, si que A C ne soit qu'une ligne. Sur laquelle je descriroy le demi-cercle A D C. Et du point B je dresseray la perpendiculaire B D, laquelle je dis estre moyenne entre A B & B C.

Soyent conjoinctes D A & D C. Si sera, par la trentieme du troisieme, l'angle A D C droit. Donc, par le corollaire de l'antecedente, A B sera à B D, comme B D à B C. Ce qu'il falloit faire.

Autrement. Soyent deux lignes A B & C, desquelles A B soit la plus grande. (car entre egales la moyenne est aussi egale.) Je veul trouuer vne proportionnelle entre icelles.



Sur A B je descrie demi-cercle A D B: & fais E B egale à C. Lors du point E je dresse la perpendiculaire E D: & conjoins A D & B D. Je dis que B D est la moyenne proportionnelle entre

A B & E B: c'est à dire entre A B & C.

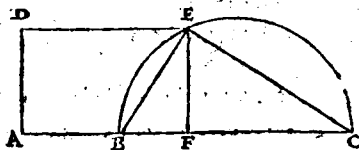
Car il appert, par la trentieme du troisieme, que l'angle A D B est droit: & par l'antecedente, que les deux triangles A E D & B E D sont semblables entr'eux & au tout A D B. Donc, par la quatrieme de cestuy-cy, A B est à B D, comme B D à E B: & partant comme B D à C. Ce qu'il falloit faire.

En ceste construction se void de plein saut triple

proportionnalité. Car $B D$ est moyenne entre $A B$ & $E B$, comme nous auons ja prouué: mais aussi $A D$ est moyenne entre $A B$ & $A E$: & en troisieme lieu, $E D$ est aussi moyenne entre les segments $A E$ & $E B$.

Un moyen proportional étant donné, trouver deux extremes en une ligne donnée. Or ne faut-il pas que ce moyen donné soit plus grand que la moitié de la ligne donnée.

Soit $A B$ le moyen donné, & $B C$ soit la ligne donnée. Je veuil en ladite $B C$ trouver deux extremes proportionaux, entre lesquels $A B$ soit moyen proportional. Moyennant toutesfois que $A B$ ne soit pas plus grand que la moitié de $B C$. Car autrement ne pourroit-il estre moyen.



Je joins $A B$ & $B C$, si que $A C$ ne soit qu'une ligne. Lors sur $B C$ je descriis le demicercle $B E C$. Et du point

A , je dresse la perpendiculaire $A D$, laquelle je rends égale à $A B$. Et par le point D je tire $D E$ parallèle à ladite $A C$: laquelle, sans doute, coppa ou touchera le demicercle, comme elle fait au point E : veu que $A D$ n'est pas plus grande que le demidiametre. Puis du point E je tire $E F$ perpendiculaire à ladite $B C$. Je dis que $B C$ est tellement diuisee au point F , que $A B$ est moyenne proportionnelle entre $B F$ & $F C$.

Or est cecy assez manifeste par la trentieme du troisieme, & par le corollaire de l'antecedente. Car, puis que $F E$ est égale à $A D$, par la treizequatrieme du premier, & par mesme moyen égale aussi à $A B$: tirant

rant les lignes BE & CE , se fera le triangle rectangle DEC . Donques, par ledit corollaire, BE sera à FE , (& partant à ladite AB ,) comme FE à FC . Ce qu'il fa-
loit faire.

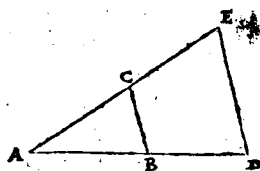
Probleme 2. Proposition X.

à Theon II.

Deux lignes estans proposees, leur en ad-
jouter vne troisieme, continuellement propor-
tionnelle.

Soyent les deux lignes AB & AC , auxquelles il en
fale adjouster vne troisieme continuellement propor-
tionnelle.

Je conjoins AC & AB , si qu'elles facent vn angle
tel qu'il me plaira BAC .

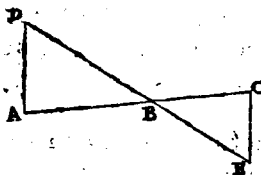


Lors allongeant AB je fais
 BD egale à AC . Et conjoin-
gnant BC , je tire DE qui
soit parallele à ladite BC : &
allonge AC , jusqu'à ce
qu'elle se rencontre avec

DE au point E . Je dis que la ligne CE est la troisieme
continuellement proportionnelle aux deux AB & AC .

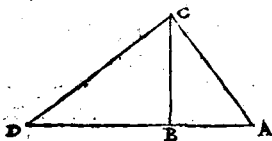
Car, par la seconde du present, AB est à BD , com-
me AC à CE : mais AB est à BD , comme AB à AC , par
la seconde partie de la septieme du cinquieme. Don-
ques AB sera à AC comme AC à CE . Ce qu'il falloit
faire.

Autrement. Je mets de droit fil AB & BC . Lors sur
le point A je dresse la ligne AD , à angle tel qu'il se
rencontrera: laquelle AD je fais egale à BC . Et du
point D , par le point B , je tire la trauersée DE : à la-
quelle je tire CE qui la rencontre, & qui soit paralle-



le à A D. Je dis que C E est la troisieme proportionnelle à A B & B C. Car puis que, par la quinzieme du premier, l'angle B du triangle A B D, est egal à l'angle B, du triangle C B E : & par la vingneufieme dudit l'angle A est egal à l'angle C, & l'angle D à l'angle E: par la quatrieme de cestuy cy A B sera à D A comme B C à C E. Donques, par l'onzieme du cinqueme, A B est à B C, comme B C est à C E. Ce qu'il falloit faire.

Derechef autrement. l'assemble le dicta A B & B C



à angle droit A B C. En en conjoignant A C, je tire du point c la perpendiculaire C D : laquelle je prolonge jusqu'à ce qu'elle se rencontre avec A B prolongee au point d. Je dis que B D est la troisieme proportionnelle à A B & B C. Or cecy est assez manifeste par le corollaire de la huitieme du present.

Probleme 3. Proposition XI.

Selon Theon Probleme 4. Proposition 12.

Trois lignes estans proposees, leur en joindre vne quatrieme proportionnelle.

Soyent les trois lignes, A B B C & A D. Je veni à ces trois en adjouster vne quatrieme proportionnelle.

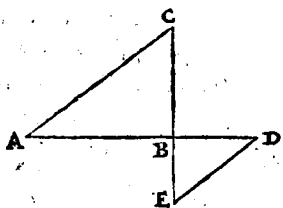


De A B & B C je fais vne seule ligne A C : & joins A D avec A C à angle fortuit C A D : puis conjoins D B : à laquelle je tire

Je tire la parallele $C E$. En apres je prolonge $A D$ jusqu'à ce qu'elle se rencontre avec $C E$ au point E . Je dis que $D E$ est la quatrieme proportionnelle à $A B$, $B C$, & $A D$.

Car, par la seconde du present, comme $A B$ est à $B C$, ainsi sera $A D$ à $D E$. Ce qu'il falloit faire. Ce qui aussi estoit manifeste par l'antecedente. Toutesfois il nous faut prendre garde que les deux proportionalités, continue & discrete, sont icy prouuees, lesquelles aussi Euclide ne traite pas separément, comme nous auons dit aux definitions du cinquieme.

Autrement. Soyent les trois lignes, $A B$, $B C$, & $B D$. Ausquelles je veux adjoûter vne quatrieme proportionale.



Je conjoins $A B$ premiere avec $B D$ troisieme, si que $A D$ soit vne seule ligne. Et sur icelle je dresse la seconde $B C$, à angle fortuit $A B C$. Et conjoins $A C$. Lors, par le point D je tire $D E$ parallele à ladite $A C$: laquelle

je prolonge, jusqu'à ce qu'elle se rencontre avec $C B$ aussi prolongee, au point E . Je dis que $B E$ est la quatrieme proportionnelle ausdits $A B$, $B C$, & $B D$: sçauoir est, que comme $A B$ est à $B C$, ainsi $B D$ est à $B E$.

Car, puis que, par la quinzieme & vingneuvieme du premier, les deux triangles $A B C$ & $D B E$ sont equiangles: par la quatrieme du present, $A B$ sera à $B C$, comme $B D$ à $B E$. Ce qu'il falloit faire.

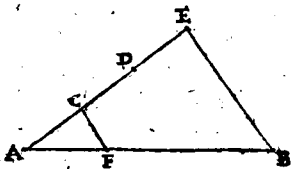
Champagne a joinct ceste-cy à la precedente, comme vn appendice.

Probleme 4. Proposition XII.

Selon Theon Probleme 1, Proposition 9.

D'une ligne donnee oster vne certaine partie.

Soit la ligne donnee AB , de laquelle, par exemple, il faloit retrancher le tiers.

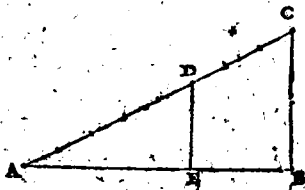


Je tire la ligne AC , laquelle, avec AB face l'angle fortuit CAB . Et à droit fil de AC , je continue CD & DE , qui soyent egales à ladite AC : tellement que AE soit diuisee en trois parties egales par les poinçts C & D . Puis conjoins EB . En apres, du poinçt C je tire CF parallele à ladite BE , qui copperra AB au poinçt F . Je dis que AF est la troisieme partie de la ligne AB .

Car puis que, par la seconde de ce liure, EC est à CA , comme BA à FA : en les conjoignant, EA sera à CA , comme BA à FA . Mais AE est triple de CA . Donques BA sera aussi triple de FA . Partant AF sera la tierce partie de AB . Ce qu'il faloit faire.

Car puis que, par la seconde de ce liure, EC est à CA , comme BA à FA : en les conjoignant, EA sera à CA , comme BA à FA . Mais AE est triple de CA . Donques BA sera aussi triple de FA . Partant AF sera la tierce partie de AB . Ce qu'il faloit faire.

Mais pource que les menues denominatiōs, (comme sont les superpartientes, & les superparticulieres,) ne se laissent pas si facilement entendre, nous expliquerons cest affaire en passant.



Soit la ligne AB , de laquelle il faloit retrancher vne partie souspartiriante quintes.

Puis qu'au quinaire l'octonaire est superpartiens

partient quintes, de huit petites lignes egales j'en feray vne seule, telle qu'est icy la ligne AC : laquelle je conjoindray à angle fortuit avec la ligne AB , que nous voulons diuiser. Et ayant conjoinct BC ; je tireray, par le point de la cinquieme section. (qui est D ,) la ligne DE parallele à ladite BC . Si sera AE la partie que nous cerchons de la ligne AB , à sçauoir soussupertriptarienne quintes. Ce que donne assez à entendre la figure. Car puis que AD est à AC soussupertriptarienne quintes: & que, par ce que nous auons cy dessus prouué, comme AD est à AC , ainsi est AE à AB : AE aussi sera à AB soussupertriptarienne quintes. Ce qu'il falloit monstrier.

Probleme 5. Proposition XIII.

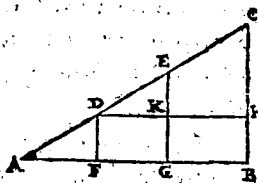
Selon Theon Probleme 2, Proposition X.

Copper vne ligne donnee non coppee, à la façon qu'est coppee vne autre ligne donnee.

Soit la ligne donnee non coppee AB : & la coppee soit AC , diuisee, par exemple, en trois telles parties qu'on voudra, AD , DE , & EC . Je veul diuiser la ligne AB en autant de semblables parties.

Je conjoins AB & AC à angle fortuit, à sçauoir BAC . Et conjoins BC . A laquelle, par les points D & E je tire les paralleles DF & EG . Je dis que ces paralleles diuisent la ligne AB en semblables parties qu'est diuisee la ligne AC .

Je tire DH parallele à ladite AB , qui coppa BC au point H : & GE au point K . Et prenant les deux triangles ABC & DHC , $E D$, par la seconde du present,



fera à DA , comme GF à FA : semblablement CE à ED , comme HK à KD : & partant comme BG à GF , par la trentequatrieme du premier, & par la seconde partie de la septieme du cinquieme. Ce qu'il falloit faire. Mais il faut employer la seconde du present autant de fois qu'il y aura de paralleles à ladite BC : & autant de fois employer la trentequatrieme du premier & septieme du cinquieme, qu'il y aura de paralleles à ladite AB .

De ceste cy on recueille vn moyen aisé, pour diuiser vne ligne en autant de certaines parts que l'on voudra. Comme s'il la faut partir en trois, on fera DE egale à AD , & EC egale à la mesme, par la troisieme du premier. Et lors, par le mesme moyen, dont nous auons ja vsé, AB sera coppee en trois parties egales.

Le mesmes se peut dire & faire de toutes telles parties que l'on voudra.

Theoreme 8. Proposition XIV.

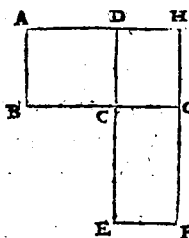
selon Champagne 13.

Les costés de parallelogrammes egaux, qui ont vn angle egal à vn autre angle: ces costés, dis-je, qui contiennent angles egaux, sont reciproques: Et les parallelogrammes, qui ont vn angle egal à vn autre angle, & desquels les costés, qui entourent angles egaux, sont reciproques, ces Parallelogrammes, dis-je, sont egaux.

Soyent deux parallelogrammes egaux $ABCD$ & $CEFG$: & soit l'angle c de l'un egal à l'angle c de l'autre: le dis que BC est à CG , comme EC est à CD . Que si BC est à CG comme EC à CD , & que les deux angles

gles compris par eux soyent égaux. Je dis que les deux parallelogrammes sont égaux.

Je mettray de droit fil les deux costés BC & CG , si que BG ne soit qu'une ligne. Et ED aussi ne sera qu'une ligne, par ce que nous auons démontré à la quinzieme du premier. Je prolonge donc les costés AD & FG , jusqu'à ce qu'ils se rencontrent au point H . Si sera, par la premiere partie de la septieme du cinquieme, une mesme raison de chacun des parallelogrammes AC & CF au parallelogramme CH . Et pource que, par la premiere de ce liure, le parallelogramme AC est au parallelogramme CH , comme la base BC est à la base CG ; & le parallelogramme CF audit CH , comme la base EC à la base CD : par l'onzieme du cinquieme, BC sera à CG , comme EC à CD . Qui est pour le premier.



Maintenant soit BC à CG comme EC à CD . Si sera, par la premiere du present, la base BC à la base CG , comme le parallelogramme AC au parallelogramme CH : & la base EC à la base CD , comme le parallelogramme CF audit parallelogramme CH . Donques, par l'onzieme du cinquieme, AC sera à CH , comme CF audit CH . Partant, par la premiere partie de la neuvieme dudit, le parallelogramme AC est egal au parallelogramme CF . Ce qu'il falloit demonstrier.

Theoreme 16. Proposition XV.

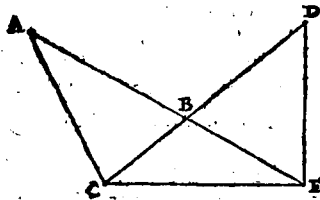
selon Champagne 14.

Les costés de triangles égaux, ayans vn an.

gle egal à vn angle : ces costés, dis je , estans entour angles egaux, sont réciproques. Et si les costés, qui forment angles egaux, sont réciproques, leurs triangles, ayans vn angle egal à vn angle, sont egaux.

Soyent deux triangles egaux ABC & BDE : & soit l'angle B de l'un, egal à l'angle B de l'autre. Je dis que AB est à BE , comme DB à BC . Que si AB est à BE , comme DB à BC , & que les deux angles qui sont à B soyent egaux, je dis que lesdits triangles sont egaux.

J'assemble les deux costés AB & BE , si que AE ne soit qu'une ligne. Et DC aussi ne sera qu'une ligne, par la mesme raison qu'en l'antecedente : à sçauoir, par la conuerse de la quinzieme du premier. Si conjoindray CE . Lors sera, par la premiere partie de la septieme du cinquieme, vne mesme raison de chacun des deux triangles ABC & BDE , au triangle CBE . Et pource que, par la premiere du present, ABC est à BEC , comme AB à BE : & BDE au mesme BEC , comme DB à BC : par l'onzieme du cinquieme, AB sera à BE , comme DB à BC . Qui est pour le premier.



Maintenant soit AB à BE comme DB à BC , & soyent egaux les deux angles qui sont à B . Si sera, par la premiere du present, AB à BE , comme ABC à BEC : & DB à BC : comme DEB au mesme BEC . Donques, par l'onzieme du cinquieme, ABC & DEB auront vne mesme raison l'un que l'autre à BEC . Par-

tant,

tant, par la premiere partie de la neuvieme du mesme, leldirs $A B C$ & $D E B$ sont egaux. Ce qu'il falloit demonstrier.

Si nous conjoignons $A D$, ceste figure seroit quadrilatera avec deux dimetients. Mais il n'a pas esté besoing qu'on la fist de costés equidistans, puis qu'il ne s'agit que de seuls triangles, & encor non equiangles. Car ainsi $A C$ & $D E$ seroyent paralleles.

Au demeurant, ceste comparaison de costés mutuels des triangles, se recueille en ceste façon, que $A B$ superieure soit à sa directe $B E$, comme $D B$ aussi superieure à sa directe $B C$. Car si on disoit, $A B$ superieure à $B E$, comme $C B$ inferieure à $B D$: les vns ne respondroyent pas aux autres, & la comparaison ne seroit pas mutuelle. l'enten le mesme de la permutation ou conuersion.

Et cecy est notable pour entendre la reciprocation. Or tout cecy depend des deux dimetients du quadrilatera qui se croisent.

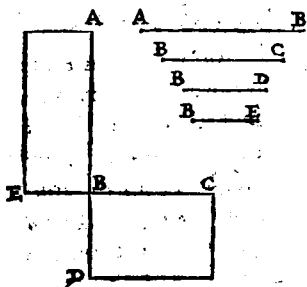
Theoreme II. Proposition XVI.

selon Champagne 15.

Si quatre lignes sont proportionnelles, le rectangle qui prouient des extremes, est egal à celuy qui prouient de celles du milieu. Et si le rectangle prouenant des extremes, est egal à celuy qui prouient de celles du milieu, les quatre lignes seront proportionnelles.

Soyent quatre lignes proportionnelles, $A B$, $B C$, $B D$, & $B E$: comme $A B$ à $B C$, ainsi $B D$ à $B E$. Je dis que le rectangle compris sous $A B$ & $B E$, est egal au rectangle compris sous $B C$ & $B D$. Et si le rectangle

compris sous AB & EB , est egal au rectangle compris sous BC & BD , je dis que AB est à BC comme BD à BE .



Soit fait le rectangle AE de AB & de BE : & le rectangle CD , de BC & BD . Et soyent bastis à angles contrepôlés, à sçavoir les angles B : à fin qu'on voye plus clairement que le tout depend de la figure gnomonique.

Puis donc que AB est à BC , comme BD à BE : en eschangeant AB sera à BD , comme BC à BE . Partant, en quelque façon que soient situés les rectangles, puis que de toutes parts les angles sont egaux, les costés aussi seront reciproquement proportionaux. Donques, par la seconde partie de la quatorzieme du présent, les parallelogrammes seront egaux. Qui est pour le premier.

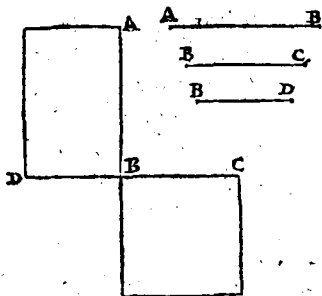
Le second est clair par la premiere partie de la susdite. Car si les parallelogrammes sont egaux, puis que tous les angles sont egaux, les costés seront reciproques. Partant en ceste position, où AD est vne seule ligne, AB sera à BD , comme BC à BE : c'est à dire, en eschangeant, AB à BC , comme BD à BE . Ce qu'il faloit demonstrier.

Theoreme 12. Proposition XVII.

selon Champagne 16.

Si trois lignes sont proportionnelles, le rectangle qui est fait des extremes, est egal au carré

quarré qui est fait de celle du milieu: Et si le rectangle compris sous les extremes, est egal au quarré qui est fait de celle du milieu, lesdites trois lignes seront proportionnelles.



Soit la ligne AB à la ligne BC , comme ladicte BC à la troisieme BD . Je dis que le rectangle compris sous AB & BD , est egal au quarré qui prouient de BC . Et si le rectangle compris sous AB & BD est egal au quar

ré de BC : AB sera à BC , comme BC à BD .

Or cecy est manifeste par l'antecedente. Car la ligne BC , en cest endroit, tient lieu de seconde & de tierce: & BD est la quatrieme. Ce Theoreme donc pouuoit estre vni avec le precedent, comme corrélaire.

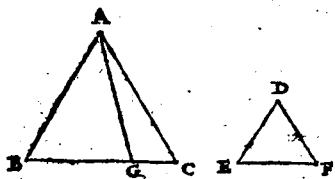
Theoreme 13. Proposition XVIII.

Selon Theon 19. selon Champaigne 17.

La raison des triangles semblables, est double de celle de leurs costés de semblable raison.

Soyent deux triangles semblables, ABC & DEF : c'est à dire, par la premiere definition de ce liure, qui soyent equiangles, & de costés proportionaux: Et soit l'angle A egal à l'angle D : & l'angle B à l'angle E : & l'angle C à l'angle F : & soit AB à DE , & AC à DF , comme BC à EF . Je dis que la raison du triangle ABC au tri-

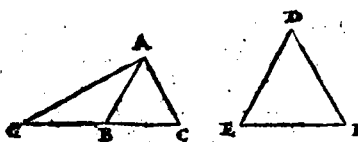
angle DEF est double de celle de BC à EF .



Aux deux lignes, BC & EF , j'ajoute la troisieme CG , par la dixieme de ce liure, qui soit continuellement proportionnelle : retranchant BC , ou bien

la prolongeant, selon qu'elle sera plus grande ou moindre que EF (comme nous l'avons icy figuree

en deux façons.)



Puis je conjoins

GA . Si sera, par la

seconde partie de

la quinzieme du

present, le triangle AGC , egal au triangle DEF : puis que AC a esté posé à DF , comme EF à GC , & que l'angle C est egal à l'angle F . Donc, par la seconde partie de la septieme du cinquieme, le triangle ABC aura même raison à AGC , qu'à DEF . Mais le triangle BAC , par la premiere de cestuy-cy, est au triangle AGC , comme BC est à GC : & la raison de BC à GC , est comme celle de BC à EF doublee, par la dixieme definition du cinquieme. Donques la raison du triangle ABC au triangle DEF , est comme celle de BC à EF doublee. Ce qu'il falloit demonstrier.

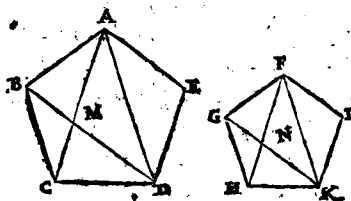
Maintenant, si CG est egal à BC , le triangle ABC , par la seconde partie de la quinzieme du present, sera egal au triangle DEF . Or la proportion egale, en quelque façon qu'on la multiplie, demeure toujours vne:veu qu'elle prend sa denomination de l'unité, laquelle est son quarré & son cube : & multipliee sans fin en soy même, est toujours egale à soy même.

Theo-

Theoreme 14. Proposition XIX.
Selon Theon 10. selon Champaigne 18.

Les Polygones semblables, se diuisent en autant de semblables triangles l'un que l'autre. Et la raison du polygone à son semblable polygone, est double de celle du costé au costé de semblable raison.

Soyent semblables polygones (pour maintenant nous les prendrons pentagones,) $ABCDE$ & $FGHKL$. Je dis que ces polygones se diuisent en triangles semblables entr'eux, & egaux en nombre. Et d'auantage, que chacu d'iceux est à l'autre, comme la proportion doublee du costé AB à son semblable costé FG .



Soyent conjointes AC & AD : & aussi FH & FK . Si sera, par la ressemblance des Polygones, & par la sixieme du present, le triangle ABC

equiangle au triangle FGH . & le triangle AED au triangle FLK . Partant, puis que les pentagones sont, par leur position, equiangles, & de costés proportionaux : le triangle ACD sera aussi equiangle au triangle FKL . Et ainsi chacun semblable à l'autre, par la quatrieme du present, & par la definition des superficies semblables. Donques, puis qu'ils sont egaux en nombre, la premiere partie est manifeste.

L'autre se demonstrera ainsi. Soit tiree BD , laquelle coupe AC au point M . & CK , qui coupe FH au point N . Si sera, par la semblance des polygones, & par la

fixieme du present, le triangle BCD equiangle au triangle $G H K$: d'où s'ensuit aussi que le triangle ABM est equiangle à FGN : car les angles BAM & GFN sont egaux: & ABM & FGN sont ostés d'egaux: & partant, par la trentedeuxieme du premier, ils sont equiangles.

Par mesme raison AMD est equiangle à FNK . Donques, par la quatrieme, BM est à GN comme AM à FN : & de mesmes AM à FN , comme MD à NK : donc, par l'onzieme du cinquieme du present, BM est à GN , comme MD à NK : & en eschangeant, BM à MD , comme GN à NK . Mais, par la premiere du present, ABM est à AMD , & BCM à CMD , comme BM à MD : & par la mesme, FGN à FNK , & $G N H$ à $H N K$, comme GN à NK . Donques, par la treizieme du cinquieme, ABC est à ACD , comme $F G H$ à $F H K$: & en eschange, ABC à $F G H$, comme ACD à $F H K$. Par mesme raison, si nous presupposons que les lignes EE & LH soyent tirees, il se prouuera aussi que de mesmes est ACD à FLK . Partant, par la treizieme du cinquieme, la raison de tout le pentagone à tout le pentagone, sera comme ABC à $F G H$: & par mesme raison, par l'antecedente, comme AB à FG doublee. Ce qu'il falloit demonstret.

Mais ce dernier chef gist en la commune notion. Car, puis que les triangles, esquels se resoluent les pentagones, sont egaux en nombre, & semblables entr'eux: par l'antecedente, la raison de ABC à $F G H$, sera comme de BC à GH doublee: & de AED à FLK , comme de DE à KL doublee. Mais toutes ces raisons doublees sont egales, puis que leurs simples sont egales: Donques, par la treizieme du cinquieme, la raison de tout le pentagone à tout le pentagone, est comme

comme celle d'un des costés à son semblable doublee. Ce qu'il falloit prouuer.

Correlaire.

Si donc trois lignes sont proportionales, autant grande qu'est la premiere à la troisieme: autant grande sera la superficie dressée sur la premiere, à la superficie dressée sur la seconde, puis que l'une & l'autre sont semblables, & semblablement descrites.

Cecy sera manifeste par la deduction cy deuant faicte.

Quelques vns adjoustent encor à ce theoreme vn autre correlaire des parallelogrammes semblables, à sçauoir qu'ils sont en double raison à celle de leurs costés semblablement prise. Mais cecy est euident par semblance des triangles. Car les triangles, comme nous auons souuent dit, sont la moitié des quadrilateres. Voire si le theoreme eust parlé des rectilignes en general, il y eust eu la mesme preuue qu'il y a eu des polygones.

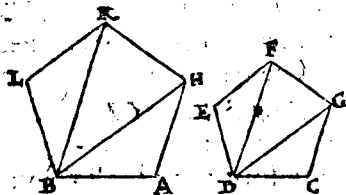
Probleme 6. Proposition XX.

Selon Theon 19. selon Champaigne 18.

Sur vne ligne donnée dresser vne superficie semblable, & semblablement descrite, à vne superficie rectiligne donnée.

Soit AB la ligne donnée, & la superficie donnée soit pour le présent pentagone, $CDEFG$. Je veux sur AB tracer vne superficie semblable à ladite $CDEFG$, & semblablement dressée.

Je redais en triangles la superficie donnée, en a-



rant les lignes DF & DG . Puis sur le point A , je dresse l'angle BAH , qui soit égal à l'angle C . Derechef, sur le point B , je dresse l'angle ABH , qui

soit égal à l'angle CDG , en tirant BH , qui se vienne à rencontrer avec AH au point H .

Si sera, par la trentedeuxieme du premier, l'angle AHB égal à l'angle C . & partant, par la quatrieme de cestuy-cy, les costés des deux triangles CE & HAB , seront proportionaux. Je mets aussi l'angle HBK égal à l'angle GDF & l'angle BHK , égal à l'angle DGF : puis l'angle KBL , égal à l'angle FDE : & enfin l'angle BKL , égal à l'angle DFE . Et lors sera complet le pentagone sur la ligne AB tel que nous le demandions. Car il est divisé en triangles egaux en nombre, & equiangles, comme le pentagone $CDEFG$. Et partant luy est il semblable. Ce qu'il falloit faire.

Mais à fin qu'en passant, nous declarations icy, que veut dire, Estre semblablement dressé, lors qu'on parle des superficies: C'est, que s'il se presente vne superficie, telle qu'est icy le pentagone $CDEFG$, auquel sur la ligne AB , il fale construire vne superficie semblable, & semblablement dressée, il nous faut prendre garde si ladite AB est comparée au costé DE , ou bien au costé DE , ou bien à quelque autre des costés de la figure proposée: & que nous accommodions ceste ligne selon sa comparaison. Car il se pourroit faire que BAH fust égal à l'angle C , & cela commencé la figure se pareroit: laquelle toutesfois, quoy qu'elle fust semblable, ne seroit pas pourtant semblablement desuite.

descrite. Ce qui appert euidemment, quand la figure, qui se presente, n'est pas de costés egaux.

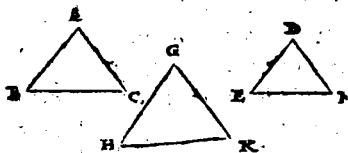
Theoreme 15. Proposition XX I.

A Champaigne 20.

Les rectilignes, qui sont semblables à vn mesme rectiligne, sont aussi semblables entr'eux.

Soyent deux rectilignes, $A B C$ & $D E F$: & que chacun d'iceux soit semblable au triangle $G H K$: tellement que $A B$ soit à $A C$, & $D E$ à $D F$, comme $B C$ & $E F$ à $H K$: & les angles de chacun, qui sont comprins par costés proportionaux, egaux aux angles du triangle $G H K$. Je dis que les deux sont semblables.

Car par l'onzieme du cinquieme, $A B$ sera à $A C$, & $D E$ à $D F$, comme $B C$ à $E F$. Et partant, par la cinquieme de cestuy-cy, les angles qui soustendent costés proportionaux, sont aussi egaux.



Les deux triangles dōc sont equiangles. Et partant, par la definition des superficies semblables, ils seront aussi semblables

entr'eux. Ce qu'il falloit demonstrier.

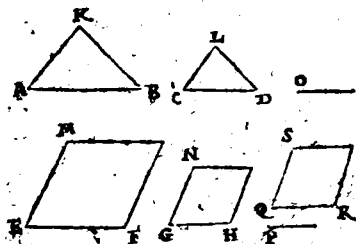
Ce Theoreme estoit de soy mesme clair, comme notion de l'esprit. Car, comme nous l'auons enseigné cy deuant, la semblance des superficies est comme vne certaine egalité.

Theoreme 16. Proposition XX II.

selon Theon 21.

Si quatre lignes sont proportionnelles, les rectilignes bastis semblables sur icelles, &

374 ELEMENTS D'EVCLIDE,
 semblablement dressés, seront proportionaux.
 Et si les rectilignes semblables, bastis sur icel-
 les, & semblablement dressés, sont propor-
 tionaux, lesdites lignes aussi seront propor-
 tionnelles.



Soyent quatre li-
 gnes proportiona-
 les, $AB, CD, EF, \& GH$:
 cōme AB à CD , ainsi
 EF à GH : & soyent
 desdites AB & CD ,
 descrits des rectili-
 gnes semblables, &
 semblablement dress-
 és, lesquels soyent

les triangles, ABK , & CDL : Et desdites EF & GH , soyent
 descrits MF & NH , parallelogrammes semblables, &
 semblablement dressés. Je dis que, comme est le tri-
 angle ABK au triangle CDL , ainsi est le parallelogram-
 me MF au parallelogramme NH .

Soit mise, par la dixieme du present, à AB & CD ,
 vne troisieme proportionnelle O : & à EF & GH aussi
 vne troisieme proportionnelle P . Et pource que, com-
 me AB est à CD , ainsi est EF à GH : mais aussi comme
 CD est à O , ainsi est GH à P : donques, par l'egale pro-
 portion, & par la vingtdeuxieme du cinquieme, com-
 me AB est à O , ainsi est EF à P . Mais comme AB est à
 O , ainsi est le triangle ABK au triangle CDL , par le
 correlaire de la dixneuvieme du present: Et par le
 mesme, comme EF est à P , ainsi est le parallelogramme
 MF au parallelogramme NH . Partant, par l'onzieme
 du cinquieme, comme le triangle ABK est au trian-
 gle

gle CDL , ainsi le parallelogramme MF est au parallelogramme NH . Qui est pour le premier.

Or soyét les deux triâgles ABK & CDL semblâbles, & semblablement dressés: & les deux parallelogrâmes MF & NH , de mesmes: & soit comme ABK à CDL , ainsi MF à NH . Je dis que AB est à CD , comme EF à GH .

Mettons, par la douzieme du present, comme la ligne AB à la ligne CD , ainsi EF à QR : & par la vingtieme du mesme, soit descrit sur QR , le parallelogramme QRS semblable & semblablement dressé à chacun desdits MF & NH . Si fera, par la premiere partie de la presente, comme le triangle ABK au triangle CDL , ainsi le parallelogramme MF , au parallelogramme SR . Mais ainsi a esté MF à NH . Donques, par la seconde partie de la neuvieme du cinquieme, le parallelogramme SR est egal au parallelogramme NH . Et pource qu'ils sont semblables, & semblablement dressés, la ligne GH sera egale à la ligne QR , par la seconde partie de la dixneuvieme du present. Car, puis que la raison du parallelogramme NH au parallelogramme SR , est double de celle de la ligne GH à la ligne QR , & icelle egale: elle ne peut estre prolongee qu'egalement: Partant, comme AB est à CD , ainsi est EF à GH . Ce qu'il falloit demonstrier.

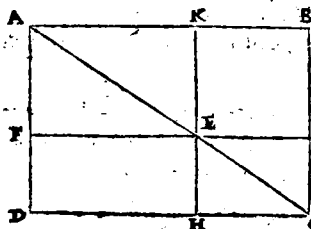
Theoreme 17. Proposition XXIII.

A Champaigne 22. à Theon. 24.

En tout parallelogramme, les parallelogrammes qui sont entour le dimetient, sont semblables entr'eux, & au tout.

Soient au parallelogramme $ABCD$, les deux complements GH & FK , entour le dimetient AC . Je dis que ces complements sont semblables entr'eux, &

semblables aussi à tout le parallelogramme $B D$.



Car, par la seconde du present, BC à CG , & DH à HC , est comme AE à EC : & partant, en conjoignant BC à CG & DC à CH , comme AC à CE . Donques, par l'onzieme du cinquieme, BC à CG comme DC à CH : &, par consequent, comme AB à EG , puis que AB est egale à DC , & EG egale à HC .

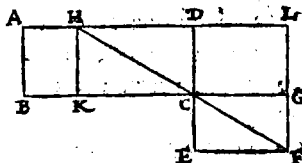
Par le mesme discours AD sera à EH , comme AB à EG , & comme DC à HC . Puis donc que les parallelogrammes sont equiangles, par la definition des superficies semblables, GH sera semblable à tout BD . Par mesme raison se prouuera que FE est semblable au total BD : puis que BA est à AK , & DA à AF , comme CA à AE , par la seconde du present, & par la proportionnalité conjointe. Partant, par la vingtieme du present, FK sera aussi semblable à EH . Et ainsi la proposition demeure ferme.

Mais cecy se voyoit aussi par les triangles, par ce que nous auons prouué à la quatrieme du present. Car puis que les deux triangles ABC & EGC sont equiangles, & que les costés soustendus par les angles egaux, sont proportionaux: AB sera à BC , comme EG à EC . De rechef, puis que ADC & EHG sont semblables, AD sera à DC comme EH à HC . Ce qui aussi, par mesme discours, se prouuera des deux triangles AEF & AEK , qui composent le parallelogramme FEK . Donques, les parallelogrammes FEK & HGC , sont semblables entr'eux, & au total parallelogramme AD .
Ce

Ce qu'il falloit demonstree.

En suite de ce theoreme, il ne sera pas impertinent de placer icy ce probleme, combien qu'on l'eust peu proposer ja au paravant.

*Deux parallelogrammes equiangles nous estans propo-
sés, mais non semblables, retrancher de l'un d'eux un
parallelogramme qui soit semblable à l'autre.*



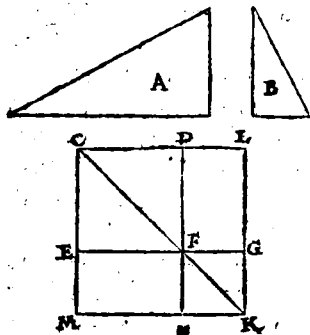
Soyent les deux pa-
rallelogrammes ABCD
& CEFG, equiangles,
mais dissemblables. Je
veuil dudit ABCD re-
trancher vne portion
semblable audit CEFG.

Soit donc l'angle c de l'un egal à l'angle c de l'autre. Et soyent tellement dressés ces deux parallelogrammes, que BG ne soit qu'une ligne, & DE vne autre. Lors soit tiree la trauesiere FCN : qui coppera au poinct N : Et soit tiree HK parallele à ladite CD. Je dis que le parallelogramme CDHK, retranché du parallelogramme AC, est semblable au parallelogramme EG.

Or cecy est assez clair par ceste vingt troisieme; puis que tous les deux sont entour vn mesme dimentient. Et, pour le donner mieux à entendre, j'ay parfait le parallelogramme ABNG. Icy aussi trouuera sa place ce Probleme.

*Trouuer vne moyenne superficie proportionnelle entre
deux superficies rectilignes.*

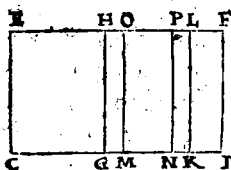
Soyent les deux superficies rectilignes A & B, entre lesquelles il faut placer vne moyenne superficie proportionnelle.



Je redui lesdites superficies à deux parallelogrammes semblables, par ce qu'enseigne la dix-huictieme du present: (ou, si tu aimes mieux, chacune au quarré, par la dernière du second.)

Et soyent les deux parallelogrammes $CDEF$, & $FGLK$, semblables entr'eux, & mutuellement egaux aux deux superficies A & B . Lors je mers les angles egaux qui sont à F , l'un contre l'autre: si que les deux parallelogrammes ED & HG soyent à l'entour d'un mesme diametre CK . Et paracheue le parallelogramme $CLKM$. Je dis que l'un ou l'autre des supplements, FL & FM , est vn milieu proportional entre CF & FK : c'est à dire, entre A & B : sçauoir est, que comme la superficie HG est à la superficie FL , ainsi est ladite FL à la superficie ED . Car, par ceste vingt-troisieme proposition, la ligne HF est à la ligne FD , comme la ligne GF est à la ligne FE . Mais, par la premiere du present, comme HF est à FD , ainsi la superficie HG est à la superficie FL : & encor, comme GF est à FE , ainsi est la superficie FL à la superficie ED . Partant, par l'onzieme du cinquieme, comme la superficie HG est à la superficie FL , ainsi est la mesme superficie FL à la superficie ED . Ce qu'il fa-
loit faire.

Autrement, & plus brief. Entre deux paralleles interminees CD & FF je constitue le parallelogramme $CGEH$: lequel prenons qu'il soit rectangle, & d'abondant



bondant egal au rectiligne A. Par ce que nous auons enseigné à la quarantequatrième du premier, & suyuant la mesme instruction, entre lesdites paralleles je constitue vn autre parallelogramme $K D L F$ equiangle au parallelogramme $C H$, & egal au rectiligne B. Maintenant, en la ligne $E F$, entre les bases de $C H$ & $L D$, je mets la ligne $M N$ proportionnelle en moyenne raison, par la neuueme du present. Et ayant tiré $M O$ & $N P$, paralleles ausdites $C H$ & $D F$, je bastis la superficie $M P$, de costés equidistans. Laquelle je dis estre proportionnelle en moyenne raison entre les deux $C H$ & $K F$: & partant entre les rectilignes A & B.

Car, par la premiere du present, comme la base $C G$ est à la base $M N$, ainsi est le parallelogramme $C H$ à $M P$. Et, par la mesme, comme la base $M N$ est à la base $K D$, ainsi est $M P$ à $K F$. Partant, par l'onzieme du cinquieme, comme $C H$ à $M P$, ainsi $M P$ à $K F$. Ce qu'il falloit prouuer.

Mais nous auons construit la premiere demonstration, pour rendre illustre par tout nostre figure gnomonique.

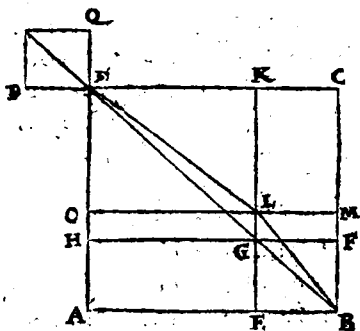
Theoreme 18. Proposition XXIV.

A Champaigne 23, a Theon 26.

Si deux parallelogrammes semblables, & semblablement dressés, ont vn angle commun: ou bien ont vn angle egal contrepösé à vn angle egal, tous les deux sont situés à l'entour d'un mesme dimetient.

Soient $A B C D$ & $E B F G$, deux parallelogrammes

semblables & semblablement dressés: ayans vn angle commun, qui est à B. Je dis que l'un & l'autre sont entour vn mesme dimetient. Soient aussi deux parallelogrammes E F & H K semblables & semblablement dressés, & soit l'angle G de l'un, egal à l'angle G de l'autre: & que l'un soit contreposé à l'autre. Je dis aussi que les deux parallelogrammes, E F & H K consistent entour vn mesme dimetient.



Le premier se prouue en ceste façon. Je cōjoindray B G & G D. S'ils ne font qu'une ligne, nostre Proposition est claire. Que si non, soit B L D le dimetient: & soit tirée M L O parallele à ladite E B, laquelle

le coupe B C & A D és points M & O.

Si sera, par l'antecedente, le parallelogramme E M semblable au total A C: & partant C B sera à M B, comme A B à E B. Mais, par l'hypothese, C B est à F B, comme A B à E B. Donques, par l'onzieme du cinquieme, C B sera à F B comme C B à M B. Partant, par la seconde partie de la neuvieme du mesme, F B sera egale à M B, la partie au tout. Ce qui ne peut pas estre.

Le second se prouuera ainsi. En tirant, comme au parauant, le dimetient par le point L, M B, (par l'antecedente,) sera à E B, comme K L à L O: (c'est à dire, comme K L à G H.) Mais, par l'hypothese, F B est à E B, comme K G à G H. Partant, par ladite onzieme du cinquieme, F B sera egale à M B: & dauantage K L à

K G: car,

est contre le sens commun.

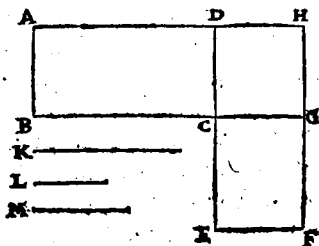
Autrement, & plus briuement. Le parallelogramme $E M$ est semblable au total $A C$, par l'antecedente: partant & au moindre $E F$, par la vingtyvieme du present, & par l'hypothese: & par ainsi les costés proportionaux. Si sera $L M$ à $M B$, comme $G F$ à $F B$. Puis donc que $G F$ est egale à ladite $L M$: par la septieme du cinquieme, $G F$ sera à $M B$, comme $G F$ à $F B$. Donques $F B$ sera egale à $M B$ la partie au tout. Ce qui est absurde.

J'ay amplifié le sens de ceste Proposition, à celle fin qu'elles s'estendist aussi aux parallelogrammes connexes, tels qu'on void estre $A C$ & $b q$ en la construction. Car le dimetient se peut infiniment prolonger, & semblables parallelogrammes peuuent estre dressés à l'entour d'iceluy. Bref, j'ay voulu que de toutes parts elle fust la conuerse de l'antecedente.

Theoreme 19. Proposition XXV.

à Theon 23. à Champaigne 24.

Les parallelogrammes equiangles, ont leur raison composee de la raison des costés alternes.



Soit $ABCD$ & $CEFG$, deux parallelogrammes equiangles: & soit l'angle c de l'un egal à l'angle e de l'autre. Je dis que la raison de l'un à l'autre est composee de la raison qui est de BC à

$c e$, & de celle qui est de DC à $C E$.

Je mettray les deux parallelogrammes l'un contre

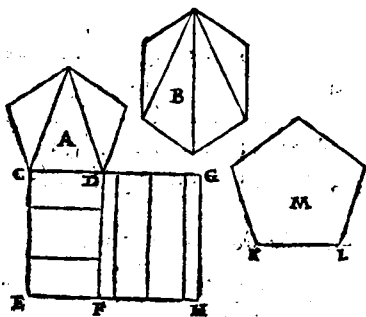
l'autre, si que $B G$ ne soit qu'une ligne, & $D E$ une autre: puis parferay le parallelogramme $A B G H$. En apres je mettray, que la ligne K soit à la ligne L , comme $B C$ à $C G$: & la mesme L à la ligne M , comme $D C$ à $C E$, suivant le contenu en la douzieme du present.

Si fera, par la premiere du present, & par l'onzieme du cinquieme, le parallelogramme $B D$ au parallelogramme $C H$, comme K à L : & le parallelogramme $D G$ au parallelogramme $C F$, comme L à M . Donques, par l'egale, $B D$ sera à $C F$, comme K à M . Mais la raison de K à M , est produitte de K à L & de L à M , comme il appert par la cinquieme definition du present. Partant, par le commun jugement, la raison de $B D$ à $C F$ se produira de la raison de $B C$ à $C G$, & de $D C$ à $C E$. Ce qu'il falloit demonstret.

Probleme 7. Proposition XXVI.

à Theon & à Champaigne 25.

Dresser vn rectiligne semblable à vn rectiligne donné, & egal à vn autre rectiligne donné.



Soyent deux rectilignes A & B . Je veuil dresser vn rectiligne qui soit semblable à A , & egal à B . Ayant reduit l'un & l'autre en ses triangles, sur l'un des co-

stés dudit A , lequel soit $C D$, je dresse le parallelogramme re-

me rectangle $CDEF$, qui soit egal audit rectiligne A par la quarantequatrieme du premier, aussi souvent reprise, qu'il y aura de triangles. Lors, par la mesme, sur la ligne DE , je dresse le parallelogramme $DEGH$, qui soit egal audit rectiligne B . Si sera, par la vingt-neufieme du premier, & par la quatorzieme du mesme, toute CH vne superficie de costes equidistans. En apres je mets, par la neuvieme du present, la ligne KL , qui soit moyenne proportionale entre les lignes CD & DG : & sur KL , par la dixneuvieme de ce liure, je dresse le rectiligne M , qui soit semblable au rectiligne A , lequel je dis estre egal au rectiligne B . Car, puis que CD , KL , & DG , sont continuellement proportionnelles, par le correlaire de la dixneuvieme du present, le rectiligne dressé sur la premiere CD , sera au rectiligne M , dressé sur la seconde KL , comme la ligne CD premiere à la troisieme DG . Et partant, par la premiere du present, comme CF à FG . Et donques, par la premiere partie de la septieme du cinquieme, comme A à FG : & par consequent, par la seconde partie de la mesme, comme A à B . Donques, par la seconde partie de la neuvieme dudit, M sera egale à B . Ce qu'il falloit faire.

Mais il sera plus court par la proportionalité permutée. Car, puis que A est à M , comme CF à FG , en eschangeant, A sera à CF , comme M à FG . Puis donc que A est egal à CF , M sera egal à FG : & partant aussi egal à B . Ce que nous auions delibéré de faire.

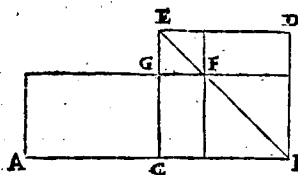
Theoreme 20. Proposition XXXII.

selon Champagne 26.

Le parallelogramme descript sur la moitié

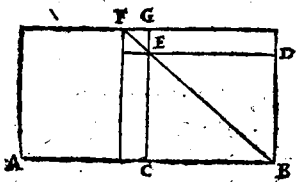
d'une ligne, est plus grand que le parallelogramme, qui, estant estendu & auancé sur la mesme ligne, defaut en forme à vn autre qui a esté posé semblable & semblablement dressé que le premier.

Soit la ligne AB , sur la moitié de laquelle, sçauoir est sur CB , soit descript le parallelogramme $CBDE$, duquel le dimetient est BE : & sur la mesme AB soit estendu le parallelogramme AF , l'un des costés duquel coupe le costé CE au point G : & qu'il defaille en la forme au parallelogramme FB , qui est semblable, & semblablement dressé, à $CBDE$. Je dis que le parallelogramme CD est plus grand, que le parallelogramme AF .



Car, par la premiere du present, AC est egal à CB : & par la quarantetroisieme du premier, CE egal à FD . Donques, par la commune notio, tout le gnomon $CBDE$

est egal au parallelogramme AF . Mais CD est plus grand que ledit gnomon: donc aussi plus grand que le dit parallelogramme AF . Ce qu'il falloit demonstrier. Or est il plus grand de tout le parallelogramme EF .



Or maintenant, si AF est basti plus haut que CD , comme il se void en ceste seconde figure: CD sera aussi plus grand que AF . Car, par la premiere du present,

sont, $A G$ est egal à $e B$. Ayant donc osté de costé de d'autre les deux suppléments du parallelogramme $E B$, qui sont egaux entr'eux, $C D$ se trouuera plus grand que $A F$ de tout le parallelogramme $E F$.

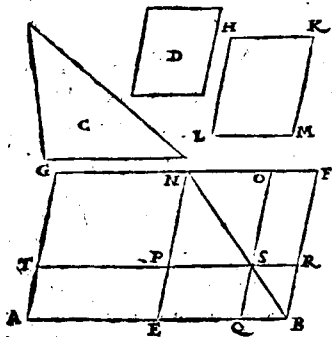
Probleme 8. Proposition XXVIII.

Selon Champaigne 27.

Sur vne droite ligne donnee accommoder vn parallelogramme egal à vn rectiligne donné, qui defaille en forme au parallelogramme qui est semblable au donné. Moyennant toutesfois que le rectiligne donné ne soit point plus grand que le parallelogramme, qui, estant dressé sur la moitié de la ligne donnee, est semblable au parallelogramme donné.

Soit la ligne donnee $A B$: le rectiligne donné c : & le parallelogramme donné D . Je veux, sur la ligne $A B$ tellement designer vn parallelogramme egal au rectiligne c , qui neantmoins soit defaillant en la forme au parallelogramme qui est semblable au parallelogramme D . Or faut-il que le rectiligne c ne soit pas plus grand que le parallelogramme basti sur la moitié de la ligne donnee $A B$, & semblable audit parallelogramme D . Autrement nous combattrions contre ce que nous a enseigné la precedente Proposition.

Je diuise $A B$ également au point E : & par la dix-neufieme du present, sur la demie $B E$ je dresse le parallelogramme $E F$, semblable audit D . Puis, sur la toute $A B$ je paracheue le parallelogramme $A B F G$. Puis donc que le rectiligne n'est pas plus grand que



le parallelogramme EF : s'ils sont
egaux, le parallelogramme EG . par
la vingtieme du
present, est tel que
nous le voulions.
Car il est sembla-
ble à EF , veu qu'il
luy est egal & e-
quilatere. Que si
 C est moindre, le

surplus soit osté de EF , par ce que nous auons de-
monstré à la quarantecinquieme du premier: & soit
dressé le parallelogramme $HKLM$, par la vingtsixi-
me du present, qui soit egal audit surplus, & sembla-
ble à D . le tireray donc, dans le parallelogramme EB ,
le dimetient BN : & retrancheray de FN , la partie NO ,
qui soit egale au costé HK : Et retrancheray aussi de
 EN , la partie NP , qui soit egale au costé HL . Puis tire-
ray OQ & RP , qui s'entrecoppent au poinct s : & qui
mutuellement soyent equidistantes des costés de
tout le parallelogramme AF . Sifera l'interfection
d'icelles au dimetient BN , par le vingtquatrieme du
present: d'autant que NS est egal & semblable à HM .
En fin, allongcant RP vers AG au poinct T , je dis
que le parallelogramme AS est tel que nous le pro-
posons. Car il defaut en forme, du parallelogramme
 QR , qui est semblable au parallelogramme NS , par la
vingttroisieme du present: & par consequent, à HM
& encor à D . Mais aussi est il egal au rectiligne C . Car
puis que AP , par la premiere du present, est egal à ER :
& par la quarantetroisieme du premier, ES egal à SR :

раг

par la commune notion, A s sera egal au gnomon: Mais le gnomon est egal à c: Car n s est l'excès de tout E F sur le rectiligne c. Partant A s aussi est egal au rectiligne c. Et le mesme A s, estant basti sur la ligne A B, défaut en forme du parallelogramme Q R (qui est semblable à D qui a esté donné.) Ce qu'il fa- loit faire.

Or faut-il traicter ce Theoreme avec jugement, comme aussi l'a remarqué en cest endroit Nicolas Tartalea de Bresse, personnage fort versé en la Geo- metrie.

Car, (comme il l'ameine pour exemple) soit la su- perficie du rectiligne c de vingtdeux pieds: & la lon- gueur de la ligne A B de douze: mais la longueur du parallelogramme D soit deux fois plus grande que sa largeur. Lors, si nous mettons B E pour la longueur, veu qu'elle est de six, B F sera de trois: & lors A s ne se pourra pas dresser en parallelogramme tel que nous demandons, sçavoir est qu'il ne soit plus grand que E F: car E F est de huit pieds. Mais si on met B E pour largeur, la longueur B F sera de douze, & le parallelo- gramme E F septantedeux. Et lors le probleme sera establi. Parquoy il faudra prendre garde, que la lon- gueur ne soit posée au milieu de la ligne B E.

Ce Probleme donc, pour ne le pas dissimuler, est moins geometrique, pource qu'il est moins uniuersel. Et mesmes pourroit faire errer les mieux exercés. Sur quoy toutesfois je ne m'estendray pas d'avan- tage. Ce m'est assez d'auoir aduertti qu'on ne s'y mes- contaist pas.

Probleme 9. Proposition XXXIX.

Seton Champaigne 28.

Sur vne droite ligne dresser vn parallelo-

le point B . Et soit prolongee AB , jusqu'à ce qu'elle coupe ON au point P : & soit paracheué le parallelogramme AN : lequel nous disons estre tel que nous le voulions: sçauoir est, qui excède le parallelogramme D , du parallelogramme QP , lequel est semblable à D .

Or cecy se verra prolongeant GB , jusqu'à ce qu'elle coupe MN au point Q . Car, par la premiere du present, AM est egal à MB : & par la quarantertroisieme du premier, & par la commune notion, egal à GP . Si donques à chacun est adjousté BN : par la commune notion, AN sera egal au gnomon ENG . Mais le gnomon est egal au rectiligne C : puis que tout le parallelogramme $FMNO$ a esté posé egal à chacun: sçauoir est à C & à EG . Donques AN est egal à C . Mais il est aussi semblable à EG , par la vingttroisieme du present: & partant à D , par la vingtieme dudit. Ce qu'il falloit faire.

Probleme 10. Proposition XXX.

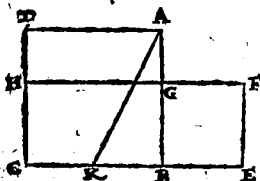
Selon Champaigne 29.

Partir vne droite ligne donnee selon l'extreme & moyenne raison.

La troisieme definition de ce sixieme enseigne, que c'est que partir vne ligne selon l'extreme & moyenne raison.

Soit la ligne donnee AB , laquelle il faloit partir selon la moyenne & extreme raison. De ladite A je descriis le quarré $ABCD$: & par l'anecedente, j'applique au costé BC , le parallelogramme $CBFH$, egal au quarré AC , excédant en forme le parallelogramme semblable au mesme AC : & le costé FH equidistant de CB , coupe la ligne AB au point G . Je dis que la ligne AB est diuisee selon la moyenne & extreme rai-

son, au point G: sçauoir est, que A B est à B G, comme B G à G A.



Car, puis que B F est quar-
ré, veu qu'il est semblable à
A C: les deux lignes B G &
G F sont egales. Mais G H est
aussy egale à A B, veu qu'elle
est egale à A D, par la tren-
tequatrième du premier. Et

puis que A C & H E sont egaux, ostans de l'un & de
l'autre C G, resteront D G & G E egaux. Et puis que
l'angle G de l'un est egal à l'angle G de l'autre, leurs
costés seront en raison reciproque, par la quatorzi-
me de ce liure. Donques H G, à G F est comme B G à
G A. Et pource que A B est egal à H G, & G F à B G: A B
fera à B G comme B G à G A. Ce que nous auions en-
trepris. Autrement se prouue-il par la seconde par-
tie de la dixseptieme du present. Car il appert que D G
est ce qui est faict de A B en A G: & que B F est le quar-
ré de B G. Partant les trois lignes, A B, B G & G A sont
proportionnelles. Ce qu'il falloit faire.

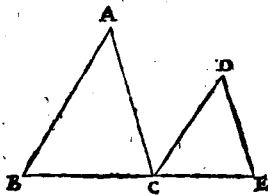
Theoreme 21. Proposition XXXI.

Selon Champaigne 30. à Theon 32.

Si deux triangles sont tellement dressés à
vn angle, que deux costés de l'un soyent mu-
tuellement equidistans de deux costés de
l'autre, & proportionaux entr'eux, le costé re-
stant de l'un, & le costé restant de l'autre, se-
ront de droit fil, & ne seront qu'une ligne.

Soyent les deux triangles A B C & C D E tellement
dressés à l'angle A C D, que le costé A B soit equidi-
stant

stant du costé DC , & le costé AC du costé DE : & soit AB à DC , comme AC à DE . Je dis que leurs deux bases BC & CE sont de droit fil, & ne font qu'une ligne.



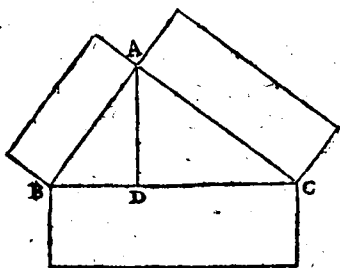
Car, à cause de l'equidistance des costés, chacun des angles A & D est egal à l'angle ACD , par la premiere partie de la vingneuvieme du premier: & partant egaux entr'eux. Puis donc que les costés, qui contiennent lesdits angles, sont proportionaux, les triangles par la sixieme du présent, seront equiangles: & l'angle B egal à l'angle DCE : & l'angle ACB egal à l'angle E . Partant, par la trentedeuxieme du premier, les trois angles qui sont à C , sont egaux à deux droits. Donques, par la quatorzieme du premier, les deux lignes, BC & CE , sont de droit fil, & une seule ligne. Ce qu'il falloit demonstrier.

*Theoreme 22. Proposition XXXII.
à Champaigne 31.*

Es triangles rectangles, la figure qui est produite du plus grand des costés, est egale à celles qui sont produites des deux autres costés, moyennant qu'elles soyent semblables & semblablement posees.

Soit le triangle ABC , duquel l'angle A soit droit. Je dis que la figure qui prouient de BC le plus grand costé, est egale à celles qui prouiennent des deux costés AB & AC , moyennant qu'elles soyent semblables, & semblablement dressees.

Del'angle A je tire la perpendiculaire AD sur la costé BC . Si seront les deux triangles, ABD & ADC , semblables au total ABC & entr'eux, par la huitieme du present. Partant, par le corollaire de la mesme, naissent deux proportionalités de trois lignes : sçavoir



est BC à CA ,
comme CA à CD ;
& CB à BA , comme
 BA à BD . Don-
ques, par le corol-
laire de la dixneu-
sieme du present,
la figure qui est de-
scrite de BC pre-
miere, à celle qui

est pareillement descrite de CA seconde, est comme BC premiere à CD troisieme ; & aussi la figure qui est descrite de CB premiere, est à celle qui est pareillement descrite de BA seconde, comme CB premiere est à BD troisieme. Donques la figure qui est de BC , est à celles qui sont de CA & BA ensemble, comme la ligne BC est à BD & DC ensemble. Mais BC est egale ausdites BD & DC . Donques la figure qui est de BC , est egale aux deux qui sont semblablement descrites de CA & BA . Ce qu'il falloit demonstrier.

La conclusion de ceste demonstration est simple & ouverte, & sans obscurité: aussi n'a elle aucun tesmoignage ny autorité. Que si quelcun en veut recercher la raison, qu'il l'espeluche en ceste façon : La figure qui est descrite de AC , est à la figure qui est semblablement descrite de CB , comme DC à CB , par le mesme corollaire de la dixneuvieme, & par la converse proportionalité. Et aussi la figure qui est de AC , est à celle

celle qui est semblablement descrite de BC , comme BD est à la mesme BC . Maintenant soit posée la figure AC premiere, & la figure BC seconde, & la ligne DC troisieme, & la ligne BC quatrieme. Et d'abondant, la figure AB cinquieme, & la ligne BD sixieme. Lors, par la vingtquatrieme du cinquieme, les figures AC premiere & AB cinquieme jointes, seront à la figure qui est de BC seconde, comme la ligne DC troisieme & BD sixieme à BC quatrieme. Mais la ligne BC est egale aux deux BD & DC . Donques la figure qui vient de BC , est egale aux deux qui viennent de AC & AB . Ce qu'il falloit demonstrier.

Autrement. Les figures semblables ont entr'elles double raison à celle qu'ont les costés de semblable raison, par la vingtieme du present. Donques la figure qui vient de BC , est à la figure qui vient de CA semblablement descrite, comme le quarré qui vient de BC , au quarré qui vient de CA : puis que de costé & d'autre leur raison est double à celle des quarrés. Par mesme moyen la figure qui vient de BC , est à celle qui vient de BA semblablement descrite, comme le quarré de ladite BC est au quarré de ladite BA . Donques, comme la figure, qui vient de BC , est aux deux qui viennent de CA & BA , ainsi est le quarré, qui vient de ladite BC , aux deux quarrés qui viennent de CA & BA . Mais le quarré qui vient de BC , est egal aux quarrés qui viennent de CA & BA , par la quarantesepieme du premier. Passant, la figure qui vient de BC , est egale aux deux qui viennent de CA & BA semblablement descrites. Ce qu'il falloit demonstrier.

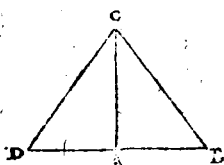
Ceste-cy dont, comme generale, comprend la Pythagorique, sçavoir est, la quarantesepieme du pre-

mier, & se preuue par icelle (toutesfois par vne façon prepostere.) Car celle là deuoit prendre clarté par ceste-cy. Car la Geometrie, tant qu'elle peut, propose generalement & engros. Mais la dignité du quarré a peu prendre pour soy vne demonstration separee & peculiere.

La conuerse de ceste-cy est telle que s'ensuit, selon la demonstration de Champaigne.

Si la figure qui se fait d'un des costés du triangle, est egale aux figures qui se font des deux autres costés, semblables & semblablement descriptes, ce triangle là est rectangle.

Soit le triangle ABC : & soit la figure qui vient de BC , egale aux deux qui sont semblablement descriptes de AB & de AC . Je dis que l'angle A est droit.



Je mettray l'angle CAD droit : & conjoindray CD : si sera, par ceste trentedeuxieme, la figure qui vient de CD , egale aux deux qui viennent de AC & AD semblablement descriptes : partant

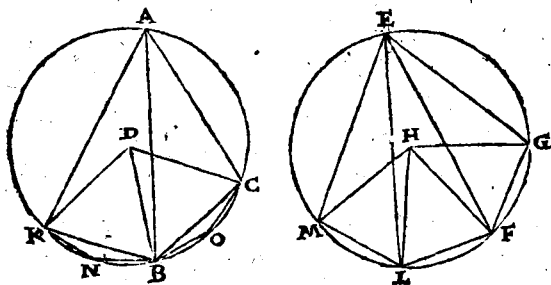
egale aussi au semblable qui vient de BC : veu que celle-cy aussi, par la position, soit egale aux deux qui viennent de AC & AD . Donques la ligne DC sera egale à BC . Et partant, par la huitieme du premier, l'angle BAC sera droit. Ce qu'il falloit monstrer.

Il se pourra aussi demonstrier par l'impossible, comme nous auons prouué la derniere du premier : comme le comprendra assez, celui qui voudra considerer la façon de demonstrier, que nous auons là employé.

*Theoreme 13. Proposition XXXIII.**A Champaigne 32.*

Aux cercles egaux , les angles , tant ceux qui sont aux centres , que ceux qui sont aux circonferences sont entr'eux tout de mesmes , que sont les arcs qui les soustendent , & les secteurs aussi sont entr'eux de mesmes.

Soyent cercles egaux ABC , duquel le centre est D : & EFG , duquel le centre est H : Et soyent aux centres les deux angles BDC & FHG , & deux aussi aux circonferences , BAC & FEG . Je dis premiere-ment, que lesdits angles BDC & FHG entr'eux, & les deux BAC & FEG entr'eux, ont la mesme raison que l'arc BC à l'arc FG .



Je conjoindray les droites lignes BC & FG . Je continueray ausdits deux arcs autres arcs egaux , soit en mesme nombre , soit en dissemblable : Et soit l'arc BK , par la vingtseptieme du troisieme , egal audit BC : & les deux FL & LM , par la mesme , egaux à l'arc FG :

ſçauoir eſt, en tirant la ligne $БК$, qui ſoit egale à la ligne BC , par la premiere du quatrieme : & par la meſme, FL & LM , qui ſoyent egales à FG . Et d'icy je conjoindray ED & KA : & de là LM & MH : & puis LE & ME .

Si feront, par la vingſixieme du troiſieme, egaux entr'eux les angles qui ſont à D : & ceux qui ſont à H , auſſi egaux entr'eux : & ceux qui ſont à A , auſſi egaux entr'eux : & encor ceux qui ſont à E , auſſi egaux entr'eux. Donques, de quant multiple eſt l'arc KC de l'arc BC , de tant multiple eſt l'angle KDC de l'angle BDC , & l'angle KAC de l'angle BAC . Et auſſi, de quant multiple eſt l'arc ME de l'arc FG , de tant multiple eſt l'angle MHG de l'angle FHG : & l'angle MEG , de l'angle FEG . Parrant, ſi l'arc KC eſt egal à l'arc ME , l'angle KDC eſt auſſi egal à l'angle MHG : & l'angle KAC , à l'angle MEG : & ſi plus grand, plus grand : & ſi moindre, moindre. Donques, par la ſixieme definition du cinquieme, l'arc BC ſera à l'arc FG , comme l'angle BDC à l'angle FHG , & l'angle BAC , à l'angle FEG . Qui eſt pour l'autre poinct.

Je diſ d'auantage, que le ſecteur DBC eſt au ſecteur HFG , comme l'arc BC à l'arc FG . Aux arcs BC & $БК$, ſoyent prins deux poincts N & O : & ſoyent conjoinctes BN , & KN : BO , & CO . Si fera le triangle BDC egal au triangle BCK , par la definition du cercle, & par la quatrieme proposition du premier : veu que les angles, qui ſont à D , ſont egaux. Et pource que l'arc BC eſt egal à l'arc $БК$, le reſtant BCK ſera egal au reſtant BCK . Parrant l'angle BOC egal à l'angle BOK , par la vingſixieme du troiſieme. Donques les deux ſegments, BNK & BOC , ſont ſemblables, par la dixieme definition du troiſieme : & par conſequent egaux,
par

par la vingttroisieme proposition dudit. Donques, tout le secteur DBC est egal à tout le secteur DBK . Par le mesme discours, les secteurs HML , HLF , & HFG , sont egaux entr'eux. Partant, le secteur DCK est equemultiple du secteur DBC , comme l'arc CK de l'arc CB : & aussi le secteur HGM equemultiple du secteur HGF , comme l'arc GM de l'arc GF . Si donques l'arc CK est egal à l'arc GM , le secteur DCK sera aussi egal au secteur HGM : & si plus grand, plus grand: & si moindre, moindre. Partant, par la conuerse de la sixieme definition du cinquieme, comme l'arc BC est à l'arc FG , ainsi est le secteur DBC au secteur HFG . Ce qu'il falloit demonstrier.

De cecy s'ensuit, que comme le secteur est au secteur, ainsi est l'angle à l'angle.



FIN.

Fautes de l'Impression.

Page 29. ligne 2. lisez par la premiere.

p. 36. l. 12. pour EF , lisez DB .

p. 40. l. 26. pour AB , lisez AD .

p. 44. l. 27. pour l'angle C est, lisez l'angle c est.