Notes du mont Royal
www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Bibliothèque de l'Université Claude Bernard Lyon 1

EVCLIDIS MEGARENSIS mathematici clarissimi Elementorum geometricorum libri XV.

Cum expositione Theonis in priores XIII à Bartholomæo Zamberto Veneto latinitate donata, Campani in omnes, & Hypsiclis Alexandrini in duos postremos.

His adiecta sunt Phænomena, Catoptrica & Optica, deinde Protheoria Marini, & Data.

Postremùm uerò, Opusculum de Leui & Ponderoso, hactenus non uisum, eiusdem autoris.



SCD Lyon 1 Mathématiques

Cum priuilegio Cæsareo.

BASILEAE, PER IOANNEM HERUagium, & Bernhardum Brand, Anno M. D. LVIII.

SCD Lyon 1 BU Sciences

IOANNES HERVAGIVS
Lectori s. D.

QVONIAM inhumanum est repugnare haud ita difficilia rogantibus amicis, non licuit amplius editionem Latinam huius autoris in aliud tempus proferre: quod eo alacriùs sumus persecuti, ne aditum ad omnes disciplinas (quod Plato testatur fieri, neglecta Geometria) Latinè tantum eruditis præcludere uelle uideamur. Collatum est itaque exemplar Iacobi Fabri Stapulensis ductu Parisijs ante aliquot annos excusum, ad fidem Græci exemplaris à doctissimo uiro Christanno Herlino Mathematicarum disciplinarum publico apud Argētinenses professore: cui acceptum feras quicquid hîc aut ad Græcum exemplar, aut alioqui doctè restitutum uideris. Adiecimus Phænomena, Specularia, Protheoriam Marini, & Data, argumentorum similitudine inducti. Quumq; eo ipso tempore, quo opus absolueretur, Libellum, siue potius Fragmentum (nam uidetur esse mutilus) mihi afferret quidam de Leui & Ponderoso, eum etiam addidimus: ut si quid hinc possit esse emolumenti, boni consulas: sin minus, ne mea fide in studiosos desiderata, tuo commodo alicubi uidear non studuisse.

Vale.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI, MATHEMATICORUM facilè principis, primùm ex Campano, deinde ex Theone Græco cõmentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorũ elementorum Liber primus.

Ex Campano, triplex principiorum genus.

Primùm, Diffinitiones.



Vnctus eſt, cuius pars non eſt. 2 Linea, eſt lõgitudo ſine latitudine: 3 cuius quidẽ extremitates, ſunt duo pũcta. 4 Linea recta, eſt ab uno puncto ad aliũ breuiſsima extenſio, in extremitates ſuas eã recipiens. 5 Superficies eſt, quæ longitudinem & latitudinem tantùm habet: 6 Cuius quidem termini, ſunt lineę. 7 Superficies plana, eſt ab una linea ad aliam breuiſsima extenſio, in extremitates ſuas eam recipiens.

Punctus, aut ſignum. *Linea.* *Superficies.*



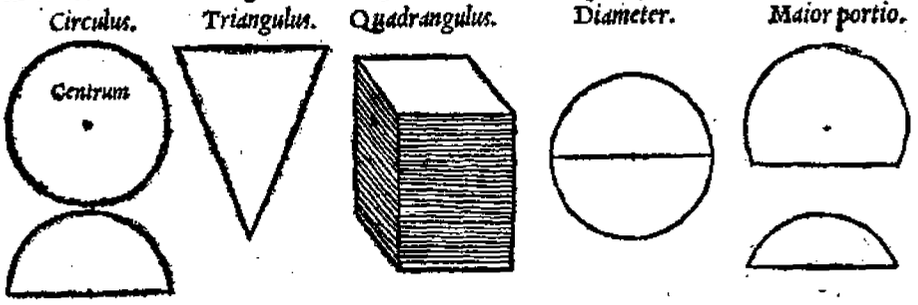
8 Angulus planus, eſt duarũ linearũ alternus contactus, quarũ expãſio eſt ſuper ſuperficiẽ, applicatioq; nõ directa. 9 Quãdo autem angulũ continent duæ lineæ rectę, rectilineus angulus nominatur. 10 Quãdo recta linea ſuper rectã ſteterit, duoq; anguli utrobiq; fuerint ęquales, eorũ uterq; rectus erit, lineaq; lineæ ſuperſtãs, ei cui ſuperſtat, perpẽdicularis uocatur. 11 Angulus uerò qui recto maior eſt, obtuſus dicitur. 12 Angulus uerò minor recto, acutus appellatur.

Angulus planus. *Rectilineus.* *Angulus obliquus.* *a Acutus.* *b Obtuſus.* *Linea perpend.* *c Rectus.*



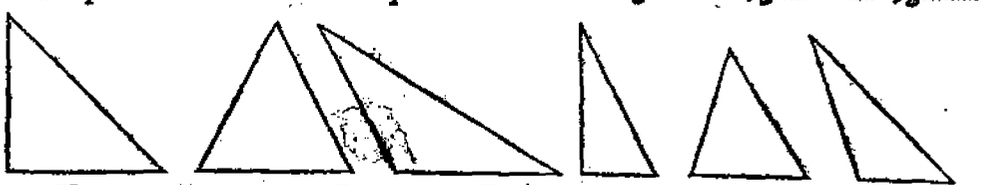
13 Terminus eſt, q̃d uniuſcuiuſq; finis eſt. 14 Figura eſt, quæ termino uel terminis continetur. 15 Circulus, eſt figura plana, una quidẽ linea cõtenta, quę circũferentia nominatur: in cuius medio punctus eſt, à quo omnes lineę rectę & ad circũferentiã exeũtes, ſibi inuicem

ſunt æquales. 16 Et hic quidem punctus, centrum circuli dicitur.
17 Diameter circuli, eſt linea recta, quę ſuper eius centrũ tranſiens, extremitates q; ſuas circũferẽtię applicãs, circulũ in duo media diuidit. 18 Semicirculus, eſt figura plana diametro circuli, & medietate circũferẽtię contẽta. 19 Portio circuli, eſt figura plana, recta linea & parte circũferentię cõtenta, ſemicirculo quidẽ aut maior aut minor.

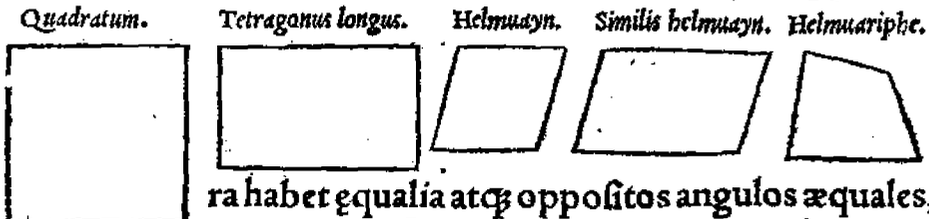


20 Rectilineę figuræ ſunt, quę rectis lineis continẽtur. 21 Quarum quędã trilateræ, quę tribus rectis lineis: 22 Quędam quadrilaterę, q̃ quatuor rectis lineis: 23 Quædã multilateræ, quæ pluribus q; quatuor rectis lineis cõtinent. 24 Figurarũ trilaterarũ, alia eſt triãgulus, habẽs tria latera æqualia: 25 Alia triangulus, duo habẽs ęqualia latera: 26 Alia triangulus triũ inęqualiũ laterũ. 27 Harũ iterũ alia eſt orthogoniũ, unũ ſcilicet rectũ angulũ habẽs. 28 Alia eſt amblygoniũ, aliquẽ obtuſum angulũ habens. 29 Alia eſt oxygoniũ, in qua tres anguli ſunt acuti.





30 Figurarũ autẽ quadrilaterarũ, alia eſt quadratũ, quod eſt æquilaterũ rectãgulũ: 31 Alia eſt tetragonus lõgus, quę eſt figura rectangula, ſed ęquilatera nõ eſt: 32 Alia eſt helmuayn, quę eſt ęquilatera, ſed rectãgula nõ eſt: 33 Alia eſt ſimilis helmuayn, quæ oppoſita latera habet ęqualia atq; oppoſitos angulos æquales, idẽ tamen nec rectis angulis nec ęquis laterib. cõtinetur.



Præte

34 Præter has autem omnes, quadrilateræ figuræ, helmuariphæ nominantur.

35 Æquidistantes lineæ sunt, quæ in eadem superficie collocatę atque in alterutram partem protractæ non conueniunt, etiam si in infinitum protrahantur.

Secundum, Petitiones.

1 A quolibet puncto in quemlibet punctum, rectam lineam ducere, atq; lineā definitam, in cōtinuum rectumq;, quantumlibet protrahere. 2 Super centrum quodlibet, quantumlibet occupando spaciū, circulum designare.



3 Omnes rectos angulos sibijnuicem esse æquales. 4 Si linea recta super duas lineas rectas ceciderit, duoq; anguli ex una parte duobus rectis angulis minores fuerint, istas duas lineas in eandem partem protractas, proculdubio coniunctum iri. 5 Duas lineas rectas, superficiem nullam concludere.

Tertium, Communes animi conceptiones.

1 Quæ uni & eidem sunt æqualia, & sibijnuicem sunt æqualia.

2 Et si æqualibus æqualia addantur, omnia quoq; fient æqualia.

3 Et si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquuntur erūt æqualia. 4 Et si ab inæqualibus æqualia demas, quæ relinquuntur erunt inæqualia. 5 Et si inæqualibus æqualia addas, ipsa quoque fient inæqualia. 6 Si fuerint duæ res uni duplices, ipsæ sibijnuicem erunt æquales. 7 Si fuerint duæ res, quarum utraq; unius eiusdem fuerit dimidium, utraq; erit æqualis alteri.

8 Si aliqua res alicui superponatur, applicetur q; ei, nec excedat altera alteram, illæ sibijnuicem erunt æquales. 9 Omne totum, est maius sua parte.

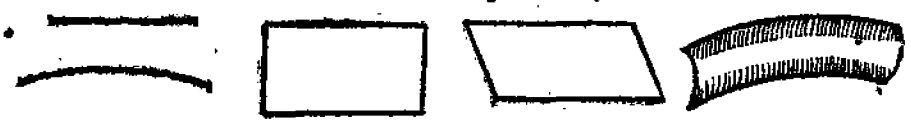
CAMPANVS. Sciendum est autem, quòd præter has communes animi conceptiones, siue communes sententias, multas alias, quæ numero sunt incomprehensibiles, prætermisit Euclides: quarum hęc est una. Si duæ quantitates æquales, ad quamlibet tertiam eiusdem generis comparentur, simul erunt ambæ illa tertia, aut æquè maiores, aut æquè minores, aut simul equales. Item alia. Quanta est aliqua quantitas ad quamlibet aliam eiusdem generis, rantam esse quamlibet tertiam ad aliquam quartam eiusdem generis. In quantitatibus continuis hoc uniuersaliter uerum est, siue antecedentes maiores fuerint consequentibus, siue minores: magnitudo enim decrescit in infinitum: in numeris autem non sic. Sed si fuerit primus submultiplex secundi, erit quilibet tertius æquè submultiplex alicuius quarti: quoniam numerus crescit in infinitum, sicut magnitudo in infinitum minuitur.

EVCLIDIS MEGARENSIS PHILOSOPHI ELEMENTA. BARTHOLOMAEO ZAMBERTO Veneto interprete. *Triplex principiorum genus.*

Primùm, Diffinitiones.

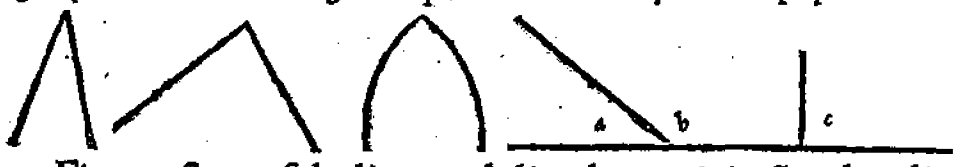
Signum, eſt cuius pars nulla. 2 Linea uerò, longitudo illatabilis. 3 Lineæ autem limites, ſunt ſigna. 4 Recta linea, eſt quæ ex æquali, ſua interiacet ſigna. 5 Superficies, eſt quæ longitudinem latitudinemq; tantum habet. 6 Superficiei extrema, ſunt lineæ. 7 Plana ſuperficies, eſt quæ ex æquali, ſuas interiacet lineas. Planus angulus, eſt duarum linearum in plano ſeſe tangentium & non in directo iacentium, ad alterutram inclinatio.

Punctus, aut ſignum. *Linea.* *Superficies.*



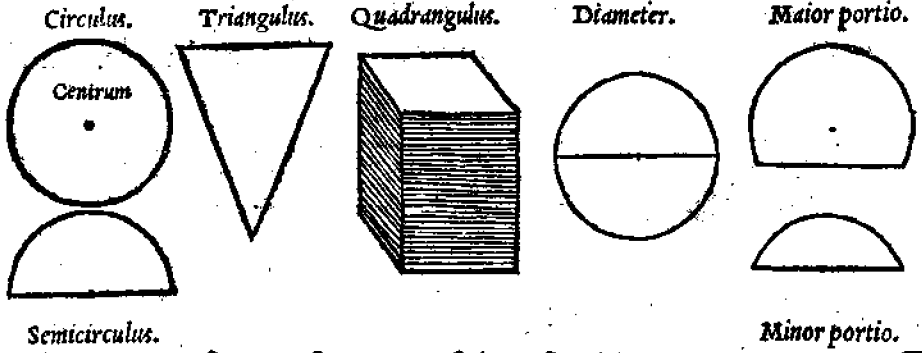
9 Quando autem quæ angulũ continent, rectę lineę fuerint, rectilineus angulus nũcupat. 10 Cum uerò recta linea ſuper rectã cõſiſtẽs lineã, utrobiq; angulos æquales adinuicẽ fecerit, rectus eſt uterq; æqualiũ angulorũ: & quæ ſupſtat recta linea, perpẽdicularis uocitat, ſuper quã ſteterit. 11 Obtuſus angulus maior eſt recto. 12 Acutus uerò, minor eſt recto. 13 Terminus eſt, quod cuiusq; finis eſt.

Angulus planus. *Rectilineus.* *Angulus obliquus.* *a Acutus.* *b Obtuſus.* *Linea perpend.* *c Rectus.*



14 Figura eſt, quę ſub aliquo, uel aliquib. terminis cõprehenditur. 15 Circulus, eſt figura plana una linea cõtenta, quę circũferentia appellatur, ad quã ab uno ſigno introrſum medio exiſtẽte omnes prodeũtes lineę, in ipſiusq; circuli circũferentiã incidẽtes, adinuicẽ ſunt æquales. 16 Cẽtrũ uerò ipſius circuli id ſignũ appellat. 17 Dimetiẽs circuli, eſt recta quædã linea per centrũ acta, & ex utraq; parte in circuli circunferentiã terminata, quę circulũ bifariã diſpeſcit. 18 Semicirculus, eſt figura quę ſub dimetiẽte & ea quę ex ipſa circuli circunferentia

ferẽtia ſublata eſt, cõtinetur. 19 Sectio circuli, eſt figura q̃ ſub recta linea et circuli circũferẽtia aut maiore aut minore ſemicirculo cõtinet.

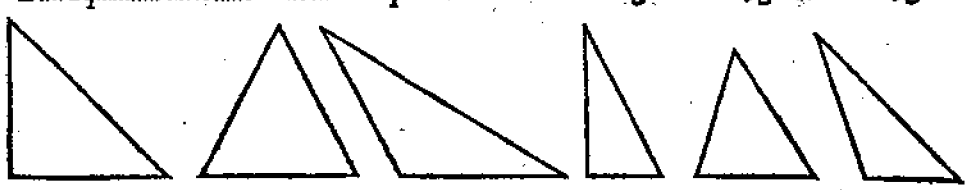


20 Rectilineę figuræ ſunt, quę ſub rectis lineis continẽtur. 21 Trilateræ figuræ ſunt, quæ ſub tribus rectis cõtinentur lineis. 22 Quadrilaterę figurę ſunt, q̃ ſub quatuor comprehenduntur rectis lineis. 23 Multilaterę figurę ſunt, quæ ſub plurib. q̃ quatuor rectis lineis cõprehendũtur.

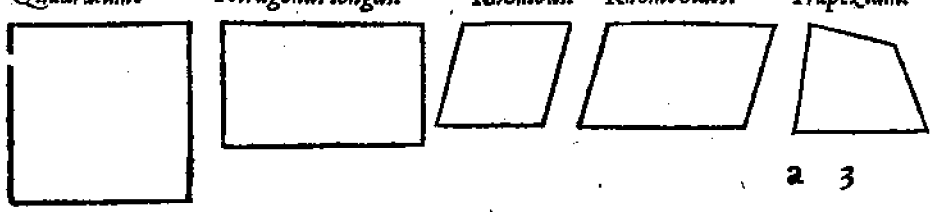


24 Trilaterarũ porrò figurarũ, ęquilaterũ eſt triangulũ, quod ſub tribus æqualibus lateribus continetur.

25 Iſoſceles autem, eſt quod ſub binis tãtum æqualibus lateribus continetur. 26 Scalenũ uerò eſt quod ſub tribus inęqualibus lateribus cõtinetur. 27 Amplius trilaterarum figurarum, rectangulum triangulum eſt, quod rectum angulum habet. 28 Amblygonium autem, quod obtuſum angulum habet. 29 Oxygoniũ uerò, quod tres habet acutos angulos.



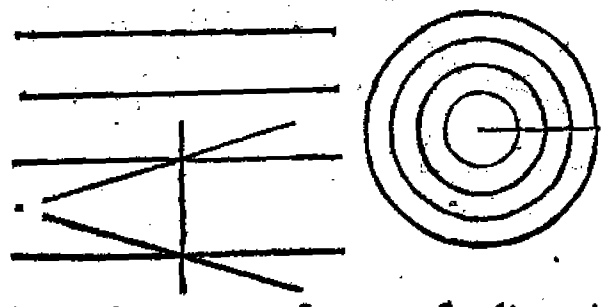
30 Quadrilaterarum autẽ figurarum, quadratũ quidẽ eſt, quod & æquilaterũ ac rectangulũ eſt. 31 Altera parte longius eſt, quod rectangulum quidẽ, at æquilaterũ non eſt. 32 Rhombus, eſt quæ æquilatera, ſed rectãgula nõ eſt. 33 Rhomboides uerò eſt, quæ ex oppoſito latera & angulos habẽs ęquales, necꝫ ęquilatera necꝫ rectangula eſt. 34 Pręter hęc aũt, reliqua quadrilatera, trapezia appellant.



35 Parallelæ rectæ lineæ sunt, quæ in eodem existentes plano, & ex utraq; parte in infinitum productæ, in nulla parte concurrunt.

Secundum, Postulata.

1 Ab omni signo in omne signum, rectam lineam ducere. 2 Rectam lineam terminatam, in continuum rectum'que producere. 3 Omni centro & interuallo, circulum describere. 4 Omnes angulos rectos, adinuicem æquales esse. 5 Si in duas rectas lineas recta linea incidens, interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores fecerit, rectas lineas in infinitum productas concurrere necesse est ad eas partes, in quibus anguli duobus rectis minores existunt.



Tertium. Communes sententiæ.

1 Quæ eidem æqualia, & ad inuicem sunt æqualia. 2 Et si æqualibus æqualia adijciãtur, omnia erunt æqualia. 3 Et si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquuntur, æqualia erunt. 4 Et si inæqualibus æqualia adiungãtur, omnia erunt inæqualia. 5 Et si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua inæqualia erunt. 6 Quæ eiusdem duplicia sunt, adinuicem sunt æqualia. 7 Et quæ eiusdem sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem. 8 Et quæ sibimetipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem. 9 Totum, est sua parte maius.

χωρίον. 10 Duæ rectæ lineæ, * superficiem non concludunt.

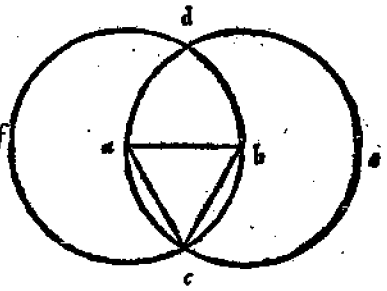
EVCLIDIS MEGARENSIS
GEOMETRICA ELEMENTA,
EX CAMPANO.

Primi libri propoſitio prima.

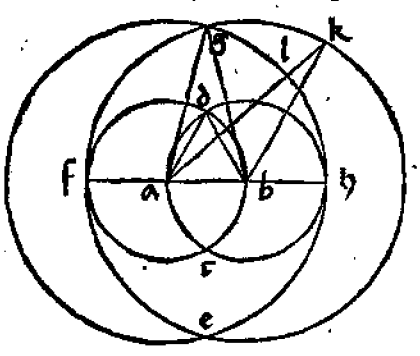


Riangulum æquilaterũ, ſupra datam lineam rectam collocare.

Eſto data linea recta a b. uolo ſuper ipſam, triangulũ æquilaterum conſtituere: ſuper alteram eius extremitatem, ſcilicet in puncto a, ponam pedem circini immobilem, & alterum pedem mobilem extendam uſq; ad b: & deſcribam ſecundum quantitatem ipſius lineæ datę, per ſecundam petitionem circulum c b d f. Rurſus alteram eius extremitatem, ſcilicet punctum b faciam centrum: & per eandem petitionem & ſecundum eiuſdẽ quantitatẽ, lineabo circulum c a d h. qui circuli interſecabunt ſe in duobus punctis, quæ ſint c d. Et alteram duarum ſectionum, ſicut ſectionem d, continuabo cũ ambabus extremitatibus datę lineę: protractis lineis d a, d b per primam petitionem. Quia ergo à puncto a, quod eſt centrum circuli c b d, protractæ ſunt lineæ a d & a b uſq; ad eius circunferentiam: ipſæ erunt æquales, per diffinitionem circuli. Similiter quoq;, quia à puncto b, quod eſt centrũ circuli c a d h, protractæ ſunt lineæ b a & a d uſq; ad eius circunferentiam, ipſæ erunt etiam æquales. Quia ergo utraq; duarum linearum a d, b d, æqualis eſt lineæ a b, ut probatum eſt, ipſę erunt æquales inter ſe, per primam communem animi cõceptionem. Ergo ſuper datam rectam lineam, collocauimus triangulum æquilaterum, quod eſt propoſitum.



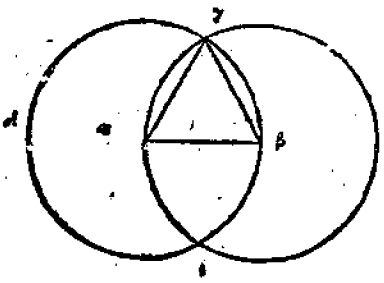
CAMPANI additio. Si autem ſuper eandem lineam libeat collocare reliquas duas triangulorum ſpecies, ſcilicet triangulum duũm æqualium laterum, & triangulum trium inæqualium laterum: protrahatur linea a b, in utranq; partem, uſq; quo occurret circunferentijs amborum circulorum ſuper duo puncta f & h. Et poſito centro in puncto a, lineetur circulus e h g, ſecundũ quantitatem lineæ a h. Item poſito centro in puncto h, lineetur circulus e f g, ſecundum quantitatem lineæ b f. Hi autem circuli interſecabunt ſe in duobus punctis, quę ſunt e g. Coniungantur igitur extremitates datæ lineę cum altera dictarum ſectionũ, per duas lineas rectas, quæ ſint a g, b g. Et quia hæ lineæ a b, & a f, exeunt à centro circuli c d f, ad eius circunferentiam, ipſę erunt æquales. Similiter quoq; a b & a h, quia exeũt à centro circuli c a d h, uſq; ad ipſius circunferentiam, ipſæ erũt æquales. Quia ergo utraq; duarum linearum a f & b h æqualis eſt lineę a b, ipſæ erunt inter ſe æquales: ergo poſita a b, communi, erit b f æqualis a h. ſed b f æqualis ipſi b g: quia ambæ exeunt à centro circuli e f g, ad eius circunferentiam. Similiter quoq; a h, eſt æqualis ipſi a g. & utraq; earum eſt maior a b, eo quòd utraque duarum linearum b f & a h maior eſt a b. Quare ſuper datam lineam collocauimus triangulum duorum æqualium laterum. Triangulum etiam trium inæqualiũ laterum ſuper eandem lineam collocabimus: ſi aliquod punctum exiſtens in circunferentia alterutrius duorum maiorum circulorum, quod non ſit in altera duarum ſectionum, & cui non obuiet f h, cùm in utramlibet partem producta fuerit in continuum & directum, coniunxerimus per duas lineas rectas cum ambabus extremitatibus datæ lineæ. Sit enim punctus k ſignatus in circunferentia circuli e f g: & non ſit in altera ſectionum, nec occurrat ei f h, cùm protraheretur in continuum & directum eius uſque ad circunferentiam: protraham ergo lineas a k & b k: & ſecabit linea a k: circunferentiam circuli e h g: ſecet ergo in puncto l, eritq; b k per 1 communem animi conceptionem æqualis a l, quia b k per diffinitionem circuli eſt æqualis b g, & a l æqualis a g: quare a k eſt maior b k. Sed & b k, eſt maior a b: triangulus ergo a b k, eſt trium inæqualium laterum. Sic igitur ſuper datam lineam rectam, omnes triangulorum ſpecies collocauimus.



Euclides ex Zamberto. Problema 1. Propositio 1.

Super data recta linea terminata, triangulũ æquilaterũ constituere. 1

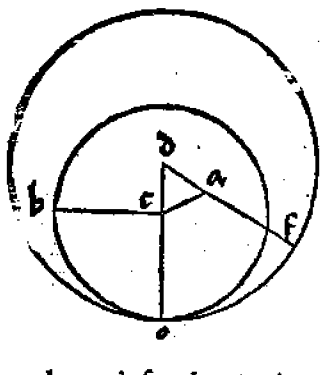
THEON ex Zamberto. *Sit data recta terminata linea, α β. Oportet super α β, triangulũ æquilaterum constituere. Centro quidem α, spacio uerò α β, circulus describatur β γ δ (per 3 postulatum) & rursus (per idem) cẽtro quidem β, spacio uerò β α, alter circulus describatur α γ ε. Et (per 1 postulatum) à signo γ, in quo se circuli adinuicem secant, ad α β, signa connectantur rectæ lineæ γ α, γ β. Et quoniam α signum, centrum est circuli γ β δ, æqualis est (per 15 diffinitionem) α γ ipsi α β. Rursus quoniam β signum, centrum est circuli γ α ε, æqualis est β γ ipsi β α (per 15 diffinitionem). At ostensa est linea α γ, ipsi α β æqualis: utraque igitur & γ α & γ β, ipsi α β est æqualis. Quæ autem eidem æqualia, & adinuicem sunt æqualia (per 1 communem sententiam) & γ α igitur ipsi γ β est æqualis. Tres igitur lineæ γ α, α β, β γ, æquales adinuicem sunt. Aequilaterum igitur est triangulum α β γ, & constitutum super data recta linea terminata α β, quod fecisse oportuit.*



Euclides ex Campano. Propositio 2.

Dato puncto, cuilibet lineæ rectæ propositæ æquam rectam lineam ducere. 2

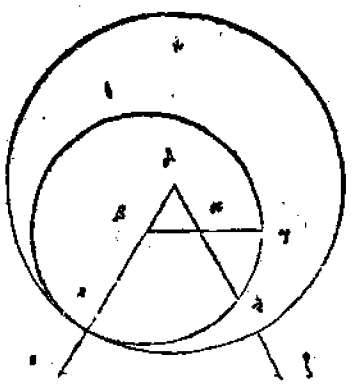
CAMPANVS. Sit a, punctus datus: & b c, linea recta data, uolo à puncto a ducere unam lineam æqualem lineæ b c: in quãcunq; partem contingat. Cõiungam ergo punctũ a, cum altera extremitate lineę b c: cum qua uoluero: & cõiungam ipsuma, cum extremitate c, per lineam a c: super quam constituam triangulũ æquilaterum secundum doctrinam præcedentis, qui sit a c d. & in illa extremitate lineæ datæ cum qua coniunxi punctum datum, a scilicet: in extremitate c, ponam pedem circini immobilem, describamq; super ipsum (per 3 petitionẽ) circulum secundum quantitatẽ ipsius datæ lineę: qui sit circulus e b. & latus trianguli æquilateri quod opponitur puncto dato, scilicet latus d c protraham per centrum circuli descripti usque ad eius circunferentiam: & sit tota linea sic protracta d c e. secundum cuius quantitatẽ, lineabo circulum. posito centro in d, qui sit circulus e f. Postea protraham latus d a usq; ad circunferentiam huius ultimi circuli: & occurrat circunferentiæ ipsius in puncto f. Dico igitur quòd a f, est æqualis b c. nam b c, & c e sunt æquales: quia exeunt à centro circuli e b, ad eius circunferentiam. Similiter quoq; d f & d e sunt æquales: quia exeunt à centro circuli e f, ad circunferentiam. sed d a & d c sunt æquales: quia sunt latera trianguli æquilateri. ergo si d a & d c demantur de d e & d f quę sunt æquales, erunt residua, quæ sunt a f & c e, æqualia. Quia ergo utraque duarum linearum a f & c b est æqualis c e: ipsæ per 1 communem animi conceptionem, adinuicem sunt æquales. Quare à puncto a, protraximus lineam a f æqualem b c: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propositio 2.

Ad datum signum, datæ rectæ lineæ æquam rectam lineam ponere.

THEON ex Zamb. *Sit datũ signum α: data autẽ recta linea, β γ oportet ad ipsum α, ipsi β γ rectæ lineæ æquam rectam lineam ponere. Ducatur enim ab α signo, in β signum, recta linea α β (per 1 postulatum) & constituatur super eã (per 1 propositionẽ) triangulum æquilaterum: sitq; illud δ α β, & producãtur (per 2 postulatum) in rectum ipsis δ α, δ β lineæ α ε, β ζ & (per 3 postulatum) cẽtro β, spacio uerò β γ, circulus describatur γ η θ. & rursus (per idem) cẽtro δ, spacio uerò δ η, circulus describatur η κ λ. Quoniã igitur β signum, centrũ est circuli γ η θ, æqualis est (per 15 diffinitionem) β γ ipsi β η: & quoniam δ signum, centrum est circuli η ι λ: æqualis est (per eandem) δ λ ipsi δ η, quarũ δ α, ipsi δ β est æqualis (per præcedentem:) reliqua igitur α λ, reliquæ β η (per 3 communem sententiam) est æqualis.*



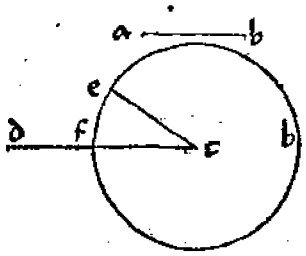
Osten-

Ostensum est autem, quòd β γ ipsi β α est æqualis, utraq; igitur & α λ & β γ, ipsi β α est æqualis. Quæ autẽ eidem æqualia, (per primam communem sententiam) & adinuicem sunt æqualia, & linea α λ, igitur ipsi β γ est æqualis. Ad datum igitur signum α, datæ rectæ lineæ β γ, æqua recta linea collocata est α λ, quod fecisse oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propositio 3.*

3 Roposítis duabus líneis ineqalíbus, de lõgiori earum, breuiori æqualem abscíndere.

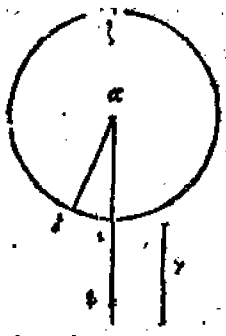
CAMPANVS. Sint duæ lineę a b & c d, & sit a b minor: uolo ex c d abscindere unam, quę sit æqualis a b. Duco primò à pũcto c unam lineam ęqualem a b, secundũ quod docuit prędcedens, quæ sit c e: posito ergo centro in puncto c, describam circulum secundum quantitatem c, qui secabit lineam c d: sit ergo ut secet eam in puncto f, eritq; linea c f, æqualis lineæ c e, quia ambæ exeunt à centro eiusdem circuli ad circunferentiã, & quia utraque duarum linearum a b & c f est æqualis c e, ipsę per 1 cõmunem animi conceptionem sunt inter se æquales, quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propositio 3.*

5 Duabus datis rectis líneis inæqualibus, à maiori, minori æqualem rectam lineam abscíndere.

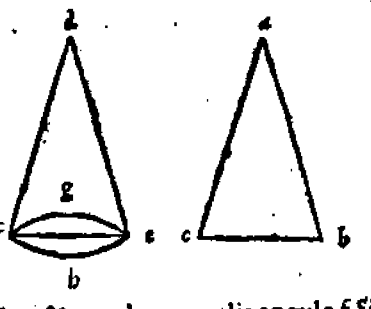
THEON *ex Zamberto.* *Sint datæ duæ rectæ lineæ inæquales α β γ, quarum maior sit α β: oportet ab ipsa α β maiore, ipsi γ minori æqualem rectã lineam abscindere. Ponatur (per secundam propositionem) ad signum α, lineæ uerò rectæ γ, æqualis α δ, & centro quidẽ α, interuallo uerò α δ, (per 3 postulatum) circulus describatur δ ε ζ. Et quoniam α signum, centrum est circuli δ ε ζ, æqualis est α ε ipsi α δ. At linea γ, ipsi α δ est æqualis: utraq; igitur & α ε & γ, ipsi α δ est æqualis: quare & linea α ε, ipsi γ est æqualis. Duabus igitur datis rectis lineis inæqualibus α β γ, ab ipsa α β maiore, ipsi γ minori æqualis abscissa est α ε, quod facere oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 4.*

4 Mnium duorum triãgulorum, quorũ duo latera unius duobus latẽribus alterius æqualia fuerint, duoq; anguli eorum illis ęquis lateribus contenti ęquales fuerint alter alteri, latera quoq; illorum reliqua sese respicientia ęqualia, reliqui uerò anguli unius reliquis angulis alterius æquales erunt, ac totus triangulus toti triangulo æqualis.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f, fitq; latus a b, æquale lateri d e, & latus a c, æquale lateri d f, & angulus a, æqualis angulo d. Tunc dico, quòd basis b c, est æqualis basi e f, & angulus b, ęqualis angulo e. Item angulus c, æqualis angulo f, & totus triangulus a b c, toti triangulo d e f, quod probatur. Superponã triangulũ a b c, triãgulo d e f, ita q; angulus a, cadat super angulũ d, & latus a b super latus d e, & latus a c super latus d f. Patet autẽ per penultimã conceptionẽ, q; nec anguli nec latera sese excedent, eòq; angulus a, est æqualis angulo d, & latera superposita ijs, quibus superponuntur, per hypothesin: pũcta ergo b c, cadẽt super puncta e f. Si ergo linea b c cadit super lineã e f, patet propositum, quia cum linea b c superposita lineę e f, non excedat eã, nec excedatur ab ea, est ei ęqualis per conuersionem penultimę conceptionis. Eadem ratione erit angulus b, æqualis angulo e, & angulus c ęqualis angulo f. Si autẽ linea b c non cadit super lineam e f, sed cadit intra triangulum sicut linea e g f, aut extrà, sicut linea e h f, tunc duæ lineæ rectè concludunt superficiem, quod est contra ultimam petitionẽ.

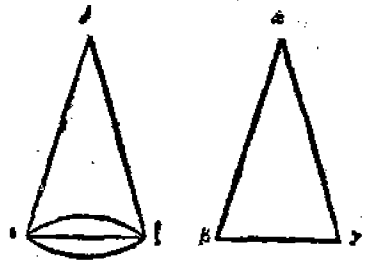


Euclid.

Euclid. ex Zamb. Theorema primum. Propoſitio 4.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterũ alteri, & angulum angulo æqualẽ ſub æqualibus rectis lineis contentum, & baſin baſi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquum erit, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. 4

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ, duo latera, uidelicet α β, α γ, duobus lateribus, hoc eſt, δ ε, δ ζ, æqualia habentia, alterum alteri, ſcilicet α β, ipſi δ ε: & α γ, ipſi δ ζ, & angulum β α γ, angulo ε δ ζ æqualem. Dico quòd & baſis β γ, baſi ε ζ, eſt æqualis: & triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ, æquum erit: & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur, hoc eſt, α β γ, ipſi δ ε ζ: & α γ β, ipſi δ ζ ε. Congruente nanque triangulo α β γ ipſi δ ε ζ triangulo, ac poſito ſigno α ſuper δ, & α β, recta linea ſuper δ ε, congruit & ſignum β ſigno ε, ex eò quia linea α β, ipſi δ ε eſt æqualis (per hypotheſin). Et congruente lineæ α β ipſi lineæ δ ε, congruit & linea recta α γ, ipſi lineæ δ ζ: quoniam angulus β α γ, angulo δ ε ζ eſt æqualis (per hypotheſin). At quoniam linea recta α γ, ipſi δ ζ eſt æqualis (per hypotheſin): ſignum igitur γ, ipſi ſigno ζ congruit. Rurſus quoniam γ ſignum ipſi ζ ſigno congruit, at β ſignum ipſi ε ſigno congruit: baſis igitur β γ, baſi ε ζ congruit. Si enim congruente β ipſi ε, & γ ipſi ζ, baſis β γ, baſi ε ζ non congruit: duæ rectæ lineæ ſuperficiem concludunt, quod (per 10 communem ſententiam) eſt impoſſibile. Congruit ergo baſis β γ, baſi ε ζ, & ei eſt æqualis. Quare totum triangulum α β γ toti triangulo δ ε ζ, congruit (per 8 communem ſententiam), & ei eſt æquale. Et reliqui anguli (per eandem) reliquis angulis congruent, & eis erunt æquales, hoc eſt angulus α β γ, angulo δ ε ζ, & angulus α γ β, angulo δ ζ ε. Cum igitur bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, & angulum angulo æquum ſub æqualibus rectis lineis contentum: baſin quoque baſi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquum erit, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur: quod oportuit demonſtraſſe,*

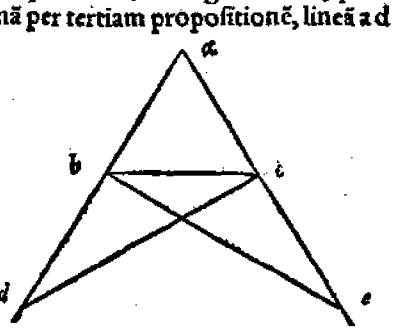


Euclid. ex Camp. Propoſitio 5.



Omnis trianguli duum æqualium laterum angulos, qui ſub baſin ſunt, æquales eſſe neceſſe eſt. Quòd ſi eius duo latera directè protrahantur, fient quoque ſub baſi duo anguli inuicem æquales. 5

CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius latus a b ſit æquali lateri a c. Dico quòd angulus a b c, eſt æqualis angulo a c b. Quòd ſi protrahãtur a b & a c, uſq; ad d & e, fiet angulus d b c æqualis angulo e c b. quod ſic probatur: Protractis a b & a c, ponã per tertiam propoſitionẽ, lineã a d æqualem lineæ a e, & protraham lineas e b, & d c. Et intelligam duos tiangulos a b e & a c d, quos probabo eſſe æquales, & adinuicem æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera a b & a e, trianguli a b e, æqualia duobus lateribus a c & a d, trianguli a c d, & angulus a, communis utrique: ergo per præmiſſam, baſis b e, eſt æqualis baſi d c, & angulus e, æqualis angulo d: & angulus a b e, æqualis angulo a c d. Item intelligo duos triangulos d b c & e c b, quos ſimiliter probabo eſſe æquilateros & æquiangulos. Nam duo latera b d & d c trianguli b d c, ſunt æqualia duobus lateribus e c & e b trianguli c e b, & angulus d, angulo e: ergo per præmiſſam baſis baſi, & reliqui anguli reliquis angulis: ergo angulus d b c eſt æqualis angulo e c b (Et eſt ſecundũ propoſitum, ſcilicet, quòd anguli ſub baſi ſunt æquales) & angulus d c b, eſt æqualis angulo e b c. Sed totus angulus a b e, eſt æqualis toti a c d, ut probatũ fuit ſuprà: ergo angulus a b c reſiduus eſt (per tertiam cõmunem animi cõceptionem) æqualis angulo a c b reſiduo, quorum uterq; eſt ſupra baſin. Et hoc eſt primũ propoſitum.

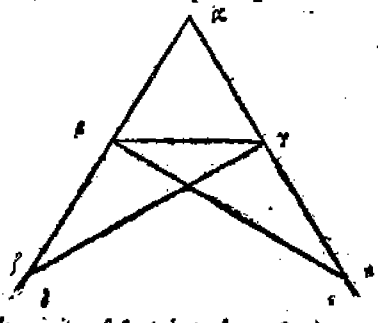


Euclid.

Euclid.ex Zamb. Theorema 2. Propositio 5.

Isoscelium triangulorũ qui ad basin sunt anguli, adinuicem sunt æquales. Et productis æqualibus rectis lineis, qui sub basi sunt anguli, adinuicem æquales erunt.

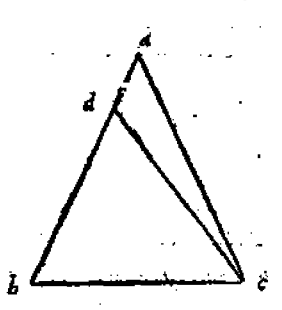
THEON ex Zamb. *Sit triangulum isosceles α β γ, æquum habens latus α β, lateri α γ, & producantur (per 2 postulatũ) in rectũ ipsis α β, α γ, rectæ lineæ β δ, γ ε. Dico quòd angulus α β γ, angulo α γ β, est æqualis: & angulus γ β δ, angulo β γ ε. Capiatur in linea β δ, cõtingens signum, sitq; illud ζ, & auferatur (per 3 propositionem) à linea α ε, maiore, ipsi α ζ, minori æqualis, sitq; illa α η, & connectantur ζ γ & η β. Quoniam α ζ, ipsi α η: & α β, ipsi α γ, sunt æquales: duæ igitur ζ α, α γ, duabus η α, α β sunt æquales altera alteri, & communem angulũ concludũt, qui sub ζ α η continetur. Basis igitur ζ γ, basi η β (per 4 propositionem) est æqualis: & triangulum α ζ γ, triangulo α η β erit æquale: & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, sub quibus latera æqualia explicantur: hoc est, angulus α γ ζ, angulo α β η, & angulus α ζ γ, angulo α η β. Et quoniã tota α ζ, toti α η est æqualis, quarum linea α β, lineæ α γ est æqualis: reliqua igitur β ζ reliquæ γ η (per 3 communẽ sententiam) est æqualis. Ostensum est autem, q; ζ γ ipsi β η est æqualis. Duæ autẽ β ζ, ζ γ, duabus γ η, η β æquales sunt altera alteri: & angulus β ζ γ, angulo γ η β (per 4 propositionẽ) est æqualis: & β γ, basis eorũ communis est. Triangulum igitur β ζ γ, triangulo γ η β erit æquale: & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, sub quibus æqualia latera subtenduntur (per eandem). Angulus igitur ζ β γ, angulo η γ β, & angulus β γ ζ angulo γ β η sunt æquales. Quoniã igitur totus angulus α β γ, toti angulo α γ ζ (ut ostensum est) æqualis est, quorum γ β η, angulo β γ ζ est æqualis: reliquus igitur angulus α β γ, reliquo angulo α γ β (per 3 communẽ sententiã) est æqualis, & ad basin sunt trianguli α β γ. Ostensum est autem, quòd angulus ζ β γ, angulo η γ β, est æqualis, & sub basi existunt. Isoscelium igitur triangulorum, qui ad basin anguli sunt, æquales sunt adinuicẽ. Et productis æqualibus rectis lineis, anguli qui sub basi existunt, æquales erunt adinuicem, quod demonstrandum fuerat.*



Euclid.ex Camp. Propositio 6.

SI duo anguli alicuius trianguli æquales fuerint, duo quoque latera eius illos angulos respicientia, æqualia erunt.

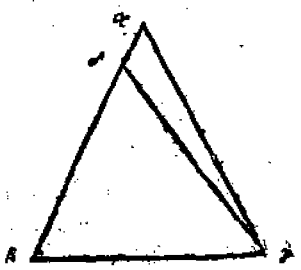
CAMPANVS. Hæc est conuersa præmissæ, quantũ ad primam partẽ ipsius. Sit enim triãgulus a b c, cuius duo anguli b & c sunt æquales. Dico quòd latus a b, est æquale lateri a c. Si enim non sunt æqualia, erit alterũ maius: sitq; a b maius, quod resecetur ad æqualitatẽ a c per 3 propositionẽ, ut superfluũ sit a d, ad partem a, & resecetur in puncto d, sitq; d b æqualis a c. Intelligo ergo duos triãgulos a c b & d b c, quos probabo esse æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera d b & b c trianguli d b c, æqualia duobus lateribus a c & c b trianguli a c b, & angulus b æqualis angulo c totali per hypothesin: ergo basis d c est æqualis basi a b, per 4 propositionem: & angulus d c b æqualis angulo a b c. Sed angulus a c b, est æqualis angulo a b c, per hypothesin: ergo angulus d c b, est æqualis angulo a c b; pars uidelicet toti, quod est impossibile.



Euclid.ex Zamb. Theorema 3. Propositio 6.

Si triãguli duo anguli æquales adinuicẽ fuerint, æquales & q; & anguli subtẽdẽtia latera æqualia adinuicẽ erũt.

THEON ex Zamb. *Sit triangulũ α β γ, æquũ habens angulum α β γ, angulo α γ β. Dico quòd & latus α β, æquũ est lateri α γ. Si enim æquale nõ est latus α β ipsi lateri α γ, alterũ eorũ erit maius. Sit maius α β, & auferatur (per 3 propositionẽ) ab ipso α β, maiore, ipsi α γ minori linea æqualis: sitq; illa δ β, protrahatur linea δ γ (per 3 postulatum). Igitur quoniam latus δ β est æquale lateri α γ, communis uerò linea β γ: duo igitur δ β, β γ, latera duobus lateribus α γ & γ β sunt æqualia alterum alteri, & angulus δ β γ, angulo α γ β (per hypothesin). Basis igitur δ γ (per 4 propo-*

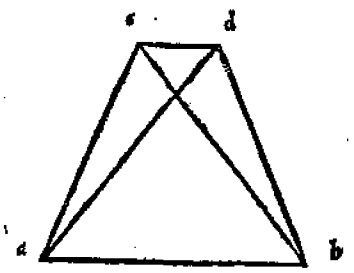


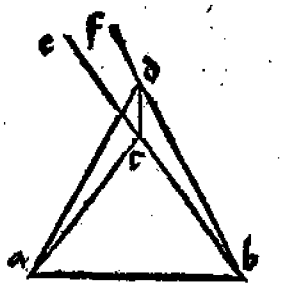
ſitionem) baſis α β, eſt æqualis: & triangulum δ β γ, (per eandem) triangulo α γ β æquum erit, minus ſcilicet maiori, quod eſt impoſsibile. Latius igitur α β, lateri α γ non eſt inæquale: æquale igitur. Si trianguli ergo duo anguli æquales adinuicem fuerint, æquales quoque angulos ſubtendentia latera æqualia adinuicem erunt: quod fuerat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 7.

SI à duobus punctis aliquam lineam terminantibus, duæ lineæ ad punctum unum concurrentes exierint, ab eiſdem punctis alias duas lineas ſingulas ſuis conterminalibus æquales, quæ ad alium punctum concurrant, in eandem partem adduci eſt impoſsibile. 7

CAMPANYS. Sit linea a b, à cuius extremitatibus a & b protrahãtur duæ lineæ in partem unam, quæ concurrant in eodem puncto, ut ſint lineæ a c & b c, quæ concurrant in puncto c. Dico quòd in eandem partem non protrahentur aliæ duæ ab extremitatibus lineæ a b, quæ concurrant ad aliũ punctum, ita quòd illa quæ egredietur à puncto a, ſit æqualis a c, & quę egredietur à puncto b ſit ſimul æqualis lineæ b c: quod ſi fuerit poſsibile, protrahantur aliæ duæ lineæ in eandem partem, quæ concurrãt in puncto d, & ſit a d æqualis lineæ a c, & ſimul linea b d æqualis lineæ b c. Aut ergo punctus d cadet intra triangulũ a b c, aut extrà: nam in alterum laterum nõ cadet, quia tunc pars eſſet æqualis ſuo toti. Si ergo cadat extrà, aut altera linearũ a d, & b d ſecabit alterã linearũ a c & b c, aut neutra neutram. Et ſecet primò altera alterã, & protrahatur linea c d. Quia ergo triãguli a c d duo latera a c & a d ſunt ęqualia: erit angulus a c d ęqualis angulo a d c (per 5 propoſitionẽ.) Similiter quia in triangulo b c d duo latera b c & b d ſunt æqualia, erunt anguli b c d & b d c per eandem æquales. & quia angulus b d c eſt maior angulo a d c, ſequitur angulum b c d eſſe maiorem angulo a c d, partem ſcilicet toto, quod eſt impoſsibile. Si autem d cadat extra triangulum a b c, ita quòd lineæ ſe non ſecent, protraham lineam d c, & producã b d & b c ſub baſi uſque ad e & f. Et quia lineæ a c & a d ſunt ęquales, erunt anguli a c d & a d c æquales per 5. ſimiliter quia b c & b d ſunt æquales, erunt anguli ſub baſi, qui ſunt c d f & e c d, æquales per 2 partem eiuſdem. Quia ergo angulus e c d minor eſt angulo a c d, ſequitur angulum f d c eſſe minorem angulo a d c, quod eſt impoſsibile. eodem modo ducetur aduerſarius ad incõueniens, ſi d punctus cadat intra triangulũ a b c.

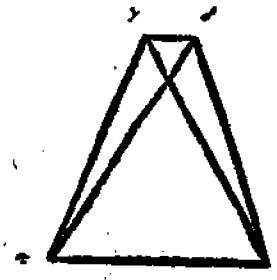




Euclides ex Zamberto. Theorema 4. Propoſitio 7.

Super eadem recta linea duabus eiſdem rectis lineis aliæ duæ rectę lineę ęquales altera alteri non cõſtituentur, ad aliud atq; aliud ſignũ ad eaſdem partes, eoſdem fines primis rectis lineis poſsidentes. 7

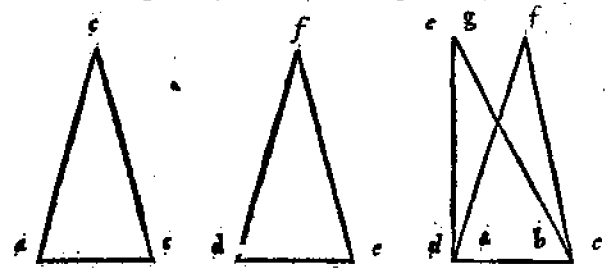
THEON ex Zamb. Si enim eſt poſsibile, ſuper eadem recta linea α β, duabus rectis lineis α γ, γ β, aliæ duæ rectæ lineæ α δ, δ β, æquales altera alteri conſtituantur ad aliud atque aliud ſignum, hoc eſt γ & δ, ad eaſdem partes ſcilicet γ δ eoſdem fines, hoc eſt α β, poſsidentes: ut æqualis ſit γ α, ipſi δ α, eundem finem habens, hoc eſt α & γ β, ipſi δ β, eundem finem habens, hoc eſt β, connectatur γ δ (per 1 poſtulatum). Quoniam igitur α γ æqualis eſt ipſi α δ, æqualis erit quoque angulus α γ δ angulo α δ γ. Minor igitur eſt angulus α γ δ, angulo β δ γ: multo minor igitur eſt angulus β γ δ angulo β δ γ. Rurſus quoniam β γ, ipſi δ β eſt æqualis, æquus eſt igitur & angulus β γ δ, angulo γ δ β. Oſtenſum eſt autem quòd admodum minor, quod impoſsibile. Super igitur eadem recta linea, duabus eiſdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri, non conſtituentur ad aliud atque aliud ſignum, ad eaſdem partes, eoſdem fines rectis primis lineis poſsidentes, quod demonſtraſſe oportuit.



Euclid. ex Camp. Propositio 8.

8 OMnium duorum triangulorum, quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, basisq; unius basi alterius æqualis, duos angulos æquis lateribus contentos, æquales esse necesse est.

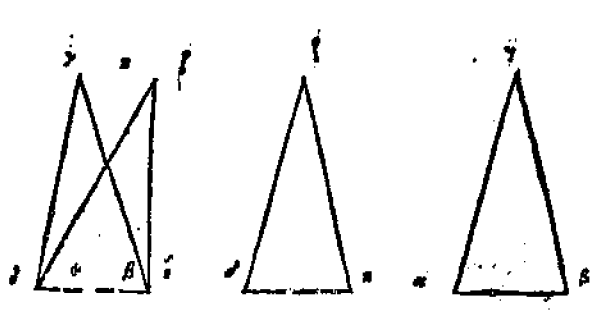
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f: sitq; a c æqualis d f, & b c æqualis e f, & a b æqualis d e. Dico ergo quòd angulus c est æqualis angulo f: & angulus a, angulo d: & angulus b, angulo e. Superponã basin a b, basi d e, quæ cum sint æquales, neutra excedit alteram per conuersionem penultimæ conceptionis. Aut ergo punctus c cadet super punctum f, aut non. Si sic, tunc quia angulus c superpositus est angulo f, & neuter excedit alterum, eo quòd a c super d f & b c super e f cadunt, ipsi sunt æquales per eandem conceptionem. Similiter argue reliquos angulos esse æquales. Si autem punctus c non cadat super f, cadat super quemlibet alium qui sit punctus g, quia e g est æqualis b c, imò eadem: itemq; quia d g est æqualis a c, erit d g æqualis d f, & e g æqualis e f, quod est impossibile per præcedentem,



Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 8.

8 Si bina triangula, duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, & basin quoq; basi æqualem: angulũ quoq; angulo sub æqualibus rectis lineis contentum, æqualem habebunt.

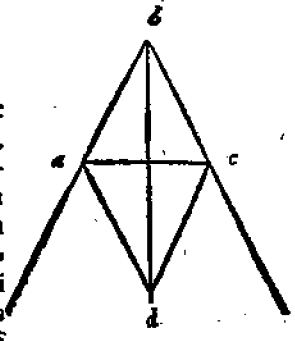
THEON ex Zamb. *Sint bina triãgula α β γ, δ ε ζ, duo latera α β, α γ duobus lateribus δ ε, δ ζ, æqualia habentia alterũ alteri, hoc est α β ipsi δ ε & α γ ipsi δ ζ: habeantq; basim β γ basi ε ζ æqualẽ. Dico quòd angulus β α γ, angulo ε δ ζ est æqualis. Congruente enim triangulo α β γ ipsi triãgulo δ ε ζ. & posito quidem β signo, super ε signum, & recta linea β γ super ε ζ: congruit quoq; signum γ ipsi ζ signo, quoniam β γ æqualis est ipsi ε ζ: congruente uerò β γ ipsi ε ζ, congruit quoque & β α, α γ ipsis ε δ, δ ζ. Si enim basis β γ basi ε ζ congruit, at β α, α γ latera, lateribus ε δ, δ ζ, nõ congruent, sed differẽt, sicut ε η, η ζ: constituentur super eadem recta linea duabus eisdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri, ad aliud & aliud signum, ad easdem partes eosdemq; fines posidentes. Non constituuntur autem (per 7 propositionem,) Non igitur congruente basi β γ basi ε ζ, non congruunt quoq; & β α, α γ, latera ipsis ε δ, δ ζ lateribus, congruunt igitur. Quare & angulus β α γ, angulo ε δ ζ congruet: & eidem æqualis erit. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, basimq; basi æqualem, angulum quoque angulo sub æqualibus rectis lineis contentum, æqualem habebunt, quod erat ostendendum.*



Euclid. ex Camp. Propositio 9.

9 DAtum angulum, per æqualia secare.

CAMPANVS. Si datus angulus, quem oportet diuidere, angulus a b c, lineas ipsum continentes, quæ sunt a b, & b c, ponam æquales, per 3 propositionem, & producã lineam a c: super quam constituam triangulum æquilaterum a d c per 1 propositionem, & protraham lineam b d. Dico quòd ipsa diuidit datum angulum per æqualia. Intelligo duos triangulos a b d & c b d, duo latera a b & b d trianguli a b d sunt æqualia duobus lateribus c b & b d trianguli c b d: & basis



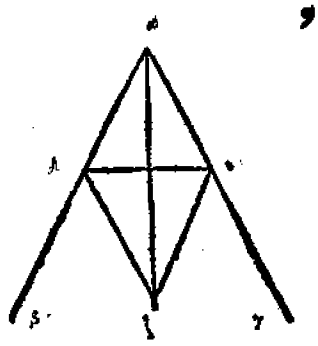
b a d basi

a d basi c d. ergo per prȩcedentẽ angulus a b d est ȩqualis angulo b c d, quod oportebat efficere.

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propositio 9.

Datum angulũ rectilineũ, bifariam secare.

9

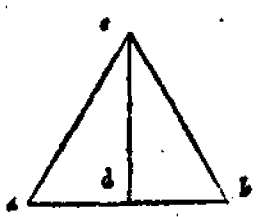


THEON ex Zamberto. *Sit datus rectilineus angulus β α γ. Oportet ipsum bifariam secare. Suscipiatur super linea α β contingens signum, sitq; illud Δ, & à linea α γ (per 3 propositionẽ) auferatur α ε, ipsi α Δ æqualis. & per 1 postulatum connectatur linea Δ ε: constituaturq; (per 1 propositionẽ) super Δ ε, triangulũ æquilaterum, sitq; illud Δ ζ ε, & connectatur (per primũ postulatum) linea Δ ζ. Dico quòd angulus β α γ, à linea α ζ bifariã secatur. Quoniam α Δ est æqualis ipsi α ε, cõmunis uerò α ζ: binæ igitur Δ α, α ζ, duabus ε α, α ζ, sunt altera alteri æquales. At basis Δ ζ, basi ε ζ (p 1 propositionẽ) est æqualis: angulus igitur Δ α ζ, angulo ζ α ε (p 8 propositionẽ) est æqualis. Datus igitur angulus rectilineus q; sub β α γ, bifariã sectus est à recta linea α ζ, quod fecisse oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propositio 10.

Proposita recta linea, eam per æqualia diuidere.

10

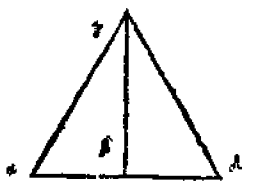


CAMPANVS. Sit proposita linea quam oportet diuidere per ȩqualia, linea a b: super ipsam constituam triangulum æquilaterum a b c. & angulum c diuido per æqualia secundum doctrinam prȩcedentis, per lineam c d. Dico quòd linea c d, diuidit datam lineam a b per æqualia. Intelligo enim duos triangulos, a c d & b c d, & argumentor sic: duo latera a c & c d trianguli a c d, sunt æqualia duobus lateribus b c, & c d trianguli b c d, & angulus c unius angulo c alterius: ergo (per 4) basis a d, basi b d: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propositio 10.

Datam rectam lineam terminatam, bifariam secare.

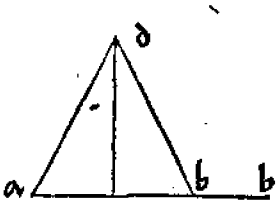
10



THEON ex Zamb. *Sit data recta linea terminata α β, oportet lineã α β bifariàm secare. Cõstituitur (per 1 propositionẽ) super ea, triangulum æquilaterũ α γ β. Et (per 9 propositionem) secetur angulus α γ β bifariàm, à recta linea γ Δ. Dico quòd linea recta α β, bifariam secatur in signo Δ. Quoniã enim (per 1 propositionẽ) α γ ipsi γ β est æqualis, communis uerò γ Δ: duæ igitur α γ, γ Δ, duabus β γ, γ Δ sunt æquales altera alteri. & angulus α γ Δ angulo β γ Δ æquus est. basis igitur α Δ, (per 4 propositionẽ) Δ β est æqualis. Data igitur recta linea terminata α β, bifariàm secta est in signo Δ: quod faciendũ fuerat.*

Euclid. ex Camp. Propositio 11.

Data linea recta, à pũcto in ea signato ppẽdicularẽ extrahere, duobus qdẽ angulis ȩqualib. ac rectis utrinq; subnixã.



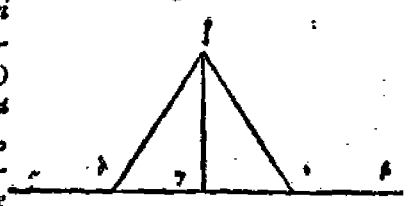
CAMPANVS. Sit data linea a b, in qua sit datus pũctus c, à quo oportet perpendicularem extrahere. Faciam ergo per 3 propositionem, lineam b c æqualẽ lineȩ a c. & super totã a b cõstituo triangulũ ȩquilaterũ a b d. & protraho lineam c d, de qua dico quòd ipsa est perpendicularis super lineã a b. Intelligo duos triangulos a c d & b c d. & quia duo latera a c & c d, trianguli a c d sunt æqualia duobus lateribus c b & c d, trianguli c b d, & basis a d basi b d: erit per 8 propositionẽ angulus a c d æqualis angulo b c d. quare uterq; eorum erit rectus, per diffinitionẽ anguli recti: & linea c b perpendicularis super lineam a b, per diffinitionem lineæ perpendicularis. quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. Problema 6. Propositio 11.

Data recta linea, à signo in ea dato rectam lineam ad angulos rectos excitare.

THEON ex Zamb. *Sit data recta linea α β, datũ uerò in ea signum sit γ. Oportet ab ipso signo γ, ipsius rectæ lineæ α β, ad angulos rectos rectã lineam excitare. Suscipiatur in ipsa α γ contingens signum, sitq; illud Δ: & ponatur ipsi Δ γ (per 3 propositionẽ) æqualis linea γ ε, & super Δ ε, (per 1 propositionem) constitua-*

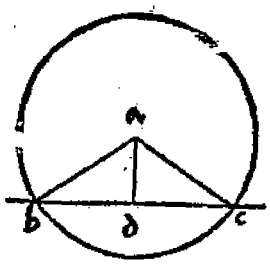
*cõstruatur triangulũ æquilaterũ ſ α ε, & cõnectatur linea ſ γ. Dico q̃ datæ rectæ lineæ α β, à dato in ipſo ſigno quod eſt γ, ad rectos angulos, ſ γ recta linea excitatur. Quoniã enim α γ æqualis eſt ipſi γ ε, cõmunis uerò linea γ ſ. duæ igitur α γ, γ ſ, duabus ε γ & γ ſ altera alteri ſunt æquales: & baſis α ſ (per 1 propoſitionẽ) baſi ε ſ eſt æqualis. Angulus igitur α γ ſ, angulo ε γ ſ (per 8 propoſitionẽ) eſt æqualis, & ſunt * utrobiq; . Cum aũt recta linea ſuper rectã lineã conſiſtẽs, * utrobiq; angulos adinuicem æquales fecerit, uterq; æqualiũ angulorum rectus eſt (per 10 diffinitionẽ.) Igitur angulus α γ ſ, & angulus ſ γ ε ſunt recti. Datæ igitur rectæ lineæ α β, à dato in ea ſigno γ, ad rectos angulos recta linea γ ſ excitata eſt: quod feciſſe oportuit.*



12 Euclid. ex Camp. Propoſitio 12.

Puncto extrà ſignato, ad datam lineam indefinitæ quantitatis, perpendicularem deducere.

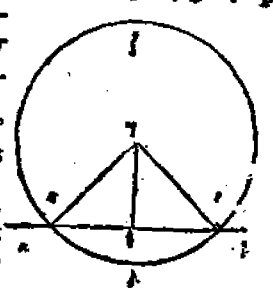
CAMPANVS. Sit a, punctus ſignatus extra lineam b c, à quo ad ipſam oportet deducere perpẽdicularem. Protrahã ergo lineam b c in utrãq; partẽ, quantũ libuerit: & ſuper punctũ a, deſcribã circulum b c, ſic ut ſecet lineam datã in punctis b c, & protrahã lineas a b & a c, & diuidã angulum b a c per æqualia, per lineam à d (per 9 propoſitionem.) Dico quòd a d eſt perpendicularis ſuper lineam b c. Intelligo duos triangulos, a b d & a c d: & quia duo latera a b & a d, trianguli a b d, ſunt æqualia duobus lateribus a c & a d trianguli a c d, & angulus b a d æqualis angulo c a d, erit per 4 propoſitionem baſis b d æqualis baſi d c, & angulus a d b æqualis angulo a d c: quare uterq; eorum rectus, & linea a d perpendicularis ſuper lineam b c, per diffinitionem anguli recti & lineæ perpendicularis, quod eſt propoſitum.



12 Euclid. ex Zamb. Problema 7. Propoſitio 12.

Super datam rectam lineam infinitam, à dato ſigno quod in ea non eſt, perpendicularem rectam lineam deducere.

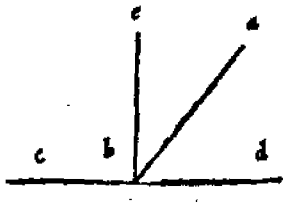
THEON ex Zamb. *Sit data recta linea infinita, ſitq; illa α β, datum uerò ſignum quod in ea non eſt, ſit γ. Oportet ſuper datam rectam lineam infinitam α β, à dato ſigno γ quod in ea non eſt, perpendicularem rectam lineam ducere. Suſcipiatur enim in altera parte ipſius α β rectæ lineæ contingens ſignũ, ſitq; illud α, centro quidem γ, interuallo uerò γ α, (per 3 poſtulatum) circulus deſcribatur ε ſ ν. Seceturq; (per 10 propoſitionem) ε ν bifariam, in ſigno θ, & connectatur (per 1 poſtulatum) rectæ lineæ γ ν, γ θ, γ ε. Dico quòd ſuper datam rectam lineam infinitam α β, à dato ſigno quod in ea non eſt, uidelicet γ, perpendicularis, ducta eſt recta linea γ θ. Quoniã ν θ ipſi θ ε eſt æqualis, communis uerò θ γ: duæ igitur ν θ, θ γ, duabus ε θ, θ γ ſunt altera alteri æquale, & baſis γ ν, baſi γ ε (per 10 diffinitionem) eſt æqualis. Angulus igitur γ θ ν, angulo ε θ γ (per 8 propoſitionem) eſt æqualis, ſuntq; * utrobiq; . Cum recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam, angulos * utrobiq; adinuicem æquales fecerit, uterque æqualium angulorum rectus erit (per 10 diffinitionem) & ſuperſtans recta linea perpendicularis uocitatur. Super datam igitur rectam lineam infinitam α β, à dato ſigno γ quod in ea non eſt, perpendicularis ducta eſt γ θ, quod feciſſe oportuit.*



13 Euclid. ex Camp. Propoſitio 13.

Omnis rectæ lineæ ſuper rectam lineam ſtantis, duo utrobiq; anguli, aut ſunt recti, aut duobus rectis æquales.

CAMPANVS. Sit ut linea a b, ſuperſtet lineę c d, quę ſi fuerit ſuper eã perpendicularis, faciet duos ãgulos rectos per cõuerſionẽ diffinitionis lineæ perpendicularis. Si autem non fuerit ſuper eam perpendicularis, à puncto b ducatur b e perpendicularis ſuper c d per 11, eruntq; duo anguli e b c & e b d recti per cõuerſionem dictæ diffinitionis. Quia ergo duo anguli d b a & a b e adæquãtur angulo d b e, ipſi cũ angulo c b e, erũt æquales duobus rectis: quare tres ãguli, qui ſunt d b a, a b e, & c b e, ſunt æquales duobus rectis, ſed angulus c b a eſt æqualis duobus angulis c b e & e b a, ergo duo an-



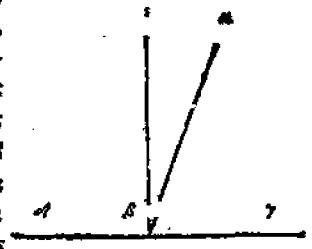
b 1 guli

guli c b a & a b d sunt æquales duobus rectis, quod est propositũ. ex quo patet totũ spaciũ quod in qualibet superficie plana punctum quodlibet circunstat, quatuor rectis angulis esse æquale.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propositio 13.*

Cum recta linea super rectam consistens lineam angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. 13

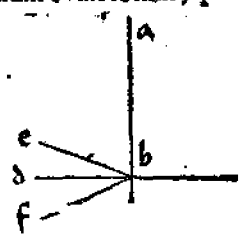
THEON *ex Zamb.* *Recta enim linea quædam α β, super rectam lineam γ δ consistens, angulos efficiat γ β α & α β δ. Dico quòd γ β α & α β δ anguli, aut duo recti sunt, aut duobus rectis æquales. Quòd si angulus γ β α, est æqualis angulo α β δ, iam duo recti sunt. At si non excitetur (per 11 propositionẽ) à dato signo β lineæ γ δ, ad angulos rectos linea β ε, anguli igitur γ β ε, ε β δ, (per 10 diffinitionem) sunt recti. At quoniam angulus γ β ε, duobus γ β α, α β ε angulis est æqualis, communis ponatur angulus ε β δ: igitur anguli γ β ε, ε β δ, tribus angulis, hoc est γ β α, α β ε, ε β δ, sunt æquales. Rursus quoniam angulus δ β α duobus angulis δ β ε, ε β α est æqualis, communis ponatur angulus α β γ. Igitur anguli δ β α, α β γ, tribus angulis δ β ε, ε β α, α β γ sunt æquales. Ostensum est autem, quòd anguli γ β ε, ε β δ, eisdem tribus sunt æquales: quæ autem eidem sunt æqualia, (per 1 communem sententiam) & sibi inuicem sunt æqualia: anguli igitur γ β ε, ε β δ, angulis δ β α, α β γ sunt æquales. At anguli γ β ε, ε β δ sunt duo recti, & anguli igitur δ β α, α β γ, duobus rectis sunt æquales. Cum igitur recta linea super rectam consistens lineam, angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet: quod demonstrasse oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 14.*

Si duę lineę à pũcto unius lineę in diuersas partes exierint, duosq; circa se angulos rectos, aut duobus rectis æquales, fecerint, illæ duæ lineæ sibi directè coniũctæ sunt, & linea una. 14

CAMPANVS. Sit ut à puncto b lineæ a b, exeant duæ lineæ in oppsitas partes, quæ sint b c & b d, & faciant duos angulos qui sint c b a & d b a, æquales duobus rectis: tunc dico quòd duæ lineæ c b & d b sunt sibi inuicem directè coniunctæ & linea una. Hæc est quasi conuersa prioris. Quòd si non fuerint linea una, tunc protrahatur c b in continuum & directum, quæ quia non est linea una cum d b, transibit super eam ut b e, aut sub eą ut b f. Quia ergo super lineam rectam quę est c b e, cadit linea a b, erunt anguli c b a & e b a æquales duobus rectis per præcedẽtem: & quia omnes recti sunt adinuicẽ æquales per 3 petitionem, anguli quoq; c b a & d b a sunt æquales duobus angulis rectis per hypothesim, erũt duo anguli c b a & e b a æquales duobus angulis c b a & d b a: ergo dempto communi angulo c b a, erit angulus e b a æqualis angulo d b a, pars toti, quod est impossibile. Similiter linea c b protracta, probabis angulum d b a esse æqualem angulo f b a, si fortè diceret aduersarius lineam c b protractam cadere infra b d.

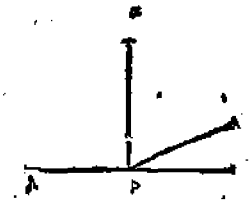


Euclid. ex Zamb. *Theorema 7* *Propositio 14.*

Si ad aliquam rectam lineam atq; ad eius signum duæ rectæ lineę non ad easdem partes ductæ, * utrobiq; duobus rectis angulos æquales fecerint, ipsæ in directum rectæ lineæ adinuicem erunt. 14

*ἐφεξῆς

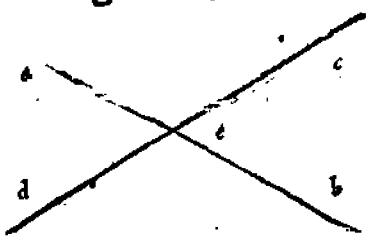
THEON *ex Zamb.* *Ad aliquam enim rectã lineã α β, signumq; in ea β, duæ rectæ lineæ β γ, β δ non ad easdem partes ductæ, * utrobiq; angulos α β γ, α β δ duobus rectis æquos efficiant. Dico quòd ipsi γ β, recta linea β δ in directum est constituta. Si enim ipsi γ β recta linea β δ non est in directum, sit ipsi γ β recta linea β ε in directũ constituta. Quoniam igitur recta linea α β super rectã lineam γ β ε stetit, anguli igitur α β γ, α β ε duobus rectis sunt æquales (per 13 propositionẽ.) At anguli α β γ & α β δ, duobus rectis sunt æquales: anguli ergo γ β α, α β ε, angulis γ β α, α β δ sunt æquales. Cõmunis auferatur angulus α β γ, reliquus igitur angulus α β ε, reliquo angulo α β δ est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Linea igitur β ε ipsi β γ in directum minimè est. Similiter quoq; ostẽdemus, quòd nec aliqua præter lineã β δ. In directum igitur est ipsi γ β, linea β δ. Si ad aliquam igitur rectam lineam, ad signumq; eius duæ rectæ lineæ non ad easdem partes ductæ, utrobiq; angulos duobus rectis æquales fecerint, in directum ipsæ rectæ lineæ sibi inuicem erunt: quod demonstrasse oportuit.*



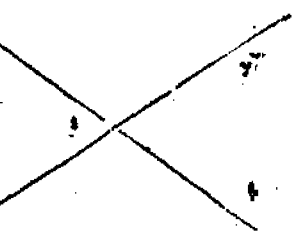
Euclides

Euclid. ex Camp. Propositio 15.

15 OMniū duarū linearū seinuicē secantiū, oēs anguli cōtra se positi sunt æquales. Vnde manifestū est, cū duæ lineę rectę se inuicē secant, quatuor qui fiūt angulos, quatuor rectis esse ęquales. CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, se inuicem secantes in puncto e. Dico quòd angulus d e b est ęqualis angulo a e c, & angulus b e c est æqualis angulo a e d. Erunt enim (per 13) duo anguli a e c & c e b ęquales duobus rectis, itēq; duo anguli c e b & d e b æquales duobus rectis, per eādem: quare duo primi sunt ęquales duobus postremis, eo quòd omnes recti sunt adinuicē ęquales (per 4 propositionē) dempto ergo cōmuni angulo qui est c e b, erit angulus a e c æqualis angulo d e b. Eodē modo probabitur, angulum c e b esse æqualem angulo a e d: quod est propositū. Euclid ex Zamb. Theorema 8. Propositio 15.

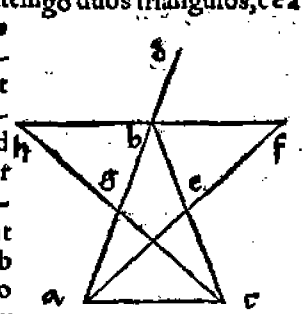


15 Si duę rectę lineę se adinuicē secuerint, ãgulos q circa uerticē sunt ęqs adinuicē efficiēt. THEON ex Zamb. *Duæ rectæ lineæ α ε β & γ δ, se adinuicem secent in signo ε. Dico quòd angulus α ε γ, æqualis est angulo δ ε β. Quoniam enim recta linea α ε super rectam lineam γ δ stetit, angulos efficiens γ ε α & α ε δ, igitur anguli γ α ε, α ε δ, duobus rectis sunt æquales (per 13 propositionē.) Rursus quoniam recta linea δ ε super rectā lineā α β stetit, angulos efficiens α ε δ, δ ε β. igitur anguli α ε δ, δ ε β, duobus rectis sunt æquales (per eādē 13 propositionē.) Ostensum aūt est, q; anguli γ ε α, α ε δ, duobus rectis sunt æquales: anguli igitur γ ε α, α ε δ, angulis α ε δ, δ ε β sunt æquales. Cōmunis auferatur α ε δ, reliquus igitur angulus γ ε α, reliquo angulo δ ε β, est æqualis. Similiterq; ostēdetur q; et anguli γ ε β, δ ε α, sunt æquales. Si duæ igitur rectæ lineæ se adinuicē secuerint, angulos qui circa uerticē sunt, adinuicē æquales efficiēt, quod oportuit demōstrasse.*

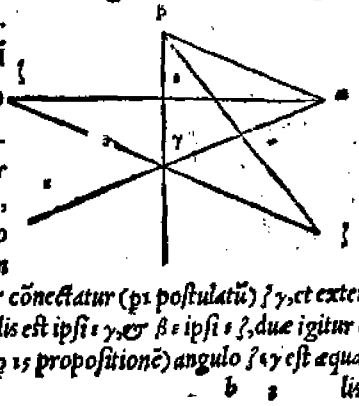


Euclid. ex Camp. Propositio 16.

16 SI ꝗdlibet laterū triãguli directè ꝓtrahat, faciet angulū extrinsecū utroq; ãgulo triãguli sibi intrinsecus oppositō maiorē. CAMPANVS. Sit ut trianguli a b c, latus a b protrahatur usque ad d, dico quòd angulus d b c, maior est utroq; duorum angulorum intrinsecorum sibi oppositorum, qui sunt b a c & b c a. Diuidam enim (per 10 propositionem) lineam c b per æqualia in puncto e, & protraham a e usq; ad f, ita ut e f fiat æqualis a e, & protraham lineā f b. Intelligo duos triangulos, c e a & b e f, & quia duo latera a e & e c triãguli a e c sunt ęqualia duobus lateribus f e & e b trianguli f e b, & angulus e unius est æqualis angulo e alterius per præmissam, quia sunt anguli contra se positi, erit (per 4 propositionē) angulus e c a, ęqualis angulo e b f, & ideo angulus e b d, maior erit angulo b c a. Similiter quoq; probabit, quòd est maior angulo c a b. Nā diuidā a b per æqualia in puncto g, (per 10 propositionē) & protrahā lineā g h, ęqualem lineæ c g (per 3 propositionē) postea protrahā h b k, erūtq; duorū triangulorū qui sunt a g c & b g h, duo latera a g & g c primi, æqualia duobus lateribus b g & b h secundi, & angulus g unius, angulo g alterius (per 15) ergo (per 4) angulus g c a, est ęqualis angulo g b h, quare (per 15) & angulo k b d. Et quia angulus c b d est maior angulo k b d, erit etiā maior angulo b a c quod est propositū. Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 16.



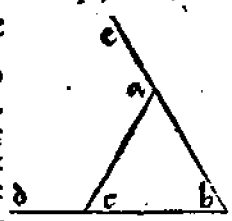
16 Omnis triãguli uno latere producto, exterior angulus utroq; interiore & ex opposito maior est. THEON ex Zamb. *Sit triãgulū α β γ, et producatur ipsius latus unū (sitq; illud δ γ) usq; in δ. Dico q; exterior angulus α γ δ, maior est utroq; interiore & ex opposito constituto, hoc est angulo γ β α, & β α γ. Secetur linea α γ bifariā (p 10 propositionē) in signo ε, et protracta linea β ε (p 2 postulatū) extēdatur in signū ζ: collocetur q; ipsi β ε (p 2 propositionē) æqualis linea ε ζ, & cōnectatur (p 1 postulatū) ζ γ, et extendatur (per 2 postulatū) linea α γ usq; in η. Quoniā igitur α ε æqualis est ipsi ε γ, & β ε ipsi ε ζ, duæ igitur α ε & ε β, duabus γ ε & ε ζ sunt æquales altera alteri, et angulus α ε ζ (p 15 propositionē) angulo ζ ε γ est æqua-*



lis, circa uerticẽ enim. Basis igitur ∝ β, basi ſ γ (per 4 propoſitionẽ) eſt æqualis: & triãgulũ ∝ β ε, triangulo ſ ε γ eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri ſunt æquales, ſub quibus æqualia latera ſub tenduntur. Angulus igitur ζ ∝ ε angulo ε γ ſ eſt æqualis. At angulus ε γ δ, angulo ε γ ſ maior eſt: maior igitur eſt angulus ∝ γ δ, angulo β ∝ ε. Similiter quoq; ſi ſecetur bifariã linea β γ, oſtẽdetur & angulus β γ ε, hoc eſt ∝ γ δ, maior angulo α ζ γ. Omnis igitur triãguli uno latere producto, exterior angulus utroq; interiore & ex oppoſito maior eſt: quod fuerat oſtendendum. Euclid. ex Camp. Propoſitio 17.

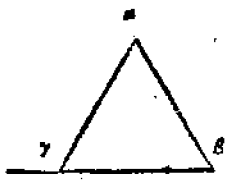


Mnis triãguli duo qlibet anguli, duob. rectis ſunt minores. CAMP. Sit triãgulus a b c, dico q; duo quilibet eius anguli, duobus rectis ſunt minores. ,ptrahaſ enim unũ latus eius, ut b c, uſq; ad d, eritq; per precedentẽ, angulus c extrinſecus, maior a & maior b, ſed c extrinſecus cũ c intrinſeco, eſt æqualis duobus rectis per 13. ergo anguli b & c intrinſeci, ſiue anguli a & c intrinſeci, ſunt minores duobus rectis. Similiter ſi ,ptrahaſ latus b a, ,pbabiſ q; duo anguli a & b ſunt minores duobus rectis: quod eſt propoſitum. Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 17. 17



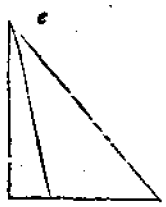
Omnis triãguli duo ãguli duob. rectis ſũt minores, omnifariã ſũpti. 17

THEON ex Zãb. *Sit triãgulũ ∝ β γ. dico q; ipſius ∝ β γ triãguli duo anguli, duobus rectis omnifariã ſumpti, ſunt minores. Producatur enim (per 2 poſtulatũ, β γ, uſq; in δ. Et quoniã triãguli ∝ β γ (per præcedentẽ) exterior angulus q eſt ∝ γ δ, maior eſt angulo ∝ ζ γ, interiore, et ex aduerſo cõmunis admittatur angulus ∝ γ β. Anguli igitur ∝ γ δ, ∝ γ β, angulis ∝ β γ, β γ ∝ ſunt maiores: ſed anguli ∝ γ δ, ∝ γ ζ (per 13 propoſitionẽ) duobus rectis ſunt æquales: anguli igitur ∝ ζ γ, ζ γ ∝, duobus rectis ſunt minores. Similiter quoq; oſtẽdemus, quòd anguli β ∝ γ, ∝ γ β, duobus rectis ſunt minores, & etiam anguli ∝ γ β, ∝ β γ. Omnis igitur trianguli duo anguli duobus rectis ſunt minores, quomodocunq; aſſumpti: quod demonſtraſſe oportuit.* Euclid. ex Camp. Propoſitio 18. 17



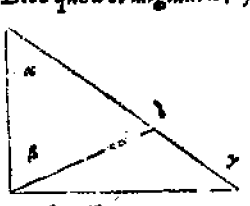
Mnis triãguli longius latus, maiori angulo oppoſitũ eſt. 18

CAMPANVS. Sit ut in triãgulo a b c, angulus a ſit maior angulo c, dico q; latus c b, maius erit latere a b. Si enim ſit æquale, erit (per 5) angulus a æqualis angulo c, quod eſt cõtra hypotheſim. Si autẽ a b ſit maius, reſecetur ad æqualitatem a b (per 3) ſitq; d b æquale c b, erit ergo (per 5) angulus d c b, æqualis angulo b d c: ſed b d c eſt maior angulo b a c (per 16) ergo b c d, eſt maior b a c, quare multo fortius maior angulo a c b, pars toto: quod eſt impoſsibile. Euclid. ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 18. 18



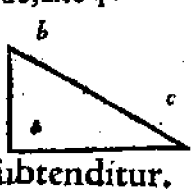
Omnis triãguli maius latus, maiori angulo ſubtẽditur. 18

THEON ex Zãb. *Sit enim triãgulũ ∝ β γ, habẽs latus ∝ γ, maius latere ∝ ζ. Dico quòd et angulus ∝ β γ, angulo β γ ∝ maior eſt. Quoniã ∝ γ maius eſt ∝ ζ, ponatur ipſi ∝ β (per 3 propoſitionẽ) æqualis linea ∝ δ, et cõnectatur (per 1 poſtulatũ) linea β δ. Et quoniã triãguli ζ δ γ angulus exterior ∝ δ ζ (per 16 propoſitionẽ) maior eſt interiore et oppoſito angulo δ γ ζ, æqualis aũt eſt (per 3 propoſit.) angulus ∝ δ β angulo ∝ ζ δ, quoniã latus ∝ β ipſi ∝ δ eſt æquale, maior eſt igitur angulus ∝ β δ angulo ∝ γ ζ, multo maior eſt igitur angulus ∝ β γ angulo ∝ γ ζ. Omnis igitur trianguli maius latus, maiori ſubtenditur angulo, quod oportuit demonſtraſſe.* Euclid. ex Camp. Propoſitio 19.



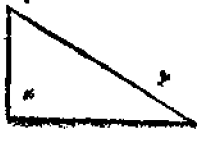
Mnis trianguli maior angulus, lõgiori lateri oppoſitus eſt. 19

CAMPANVS. Sit ut in triangulo a b c, latus b c ſit maius latere a b, dico quòd angulus a, erit maior angulo c. Hæc eſt conuerſa præcedentis. Si enim ſit æqualis, tunc (per 6) latus a b eſt æquale lateri b c, quod eſt cõtra hypotheſim. Si autem c ſit maior, tunc per præcedentem latus a b eſt maius latere b c, quod eſt contra hypotheſim: quare aſtruitur propoſitũ. Euclid ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio 19. 19



Omnis trianguli ſub maiorem angulũ, maius latus ſubtenditur. 19

THEON ex Zãb. *Sit triangulũ ∝ ζ γ, maiorẽ habens angulũ ∝ ζ γ angulo ζ γ ∝. Dico q; latus ∝ γ maius eſt latere ∝ β. Si aũt nõ eſt, aut eſt æquale latus ∝ γ lateri ∝ ζ, aut eo minus, æquale qdẽ minimè eſt latus ∝ γ, ipſi ∝ ζ: æqualis nãq; eſſet (per 5 propoſitionẽ) angulus ∝ ζ γ, angulo ∝ γ β, nõ eſt autẽ: latus igitur ∝ γ, lateri ∝ ζ minimè eſt æquale. At latus ∝ γ, latere ∝ ζ minus non eſt: nã angulus ∝ β γ, angulo ∝ γ ζ mi-*

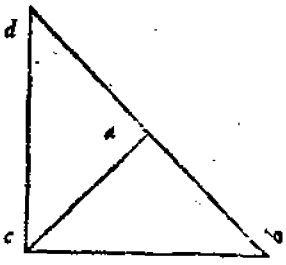


nor eſſet, at non eſt: latus igitur α γ latere α β minus minimè eſt. Maius igitur eſt latus α γ, latere α β. Omnis igitur trianguli maior angulus à maiore latere ſubtenditur: quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 20.

20 

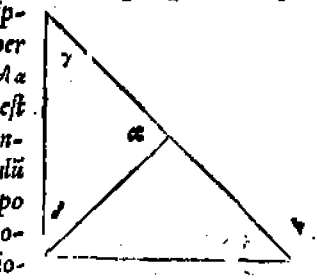
Mnis triãguli duo quelibet latera ſimul iuncta, reliq̃ ſunt longiora.



CAMP. Sit triãgulus a b c, dico quòd duo latera a b & a c, ſunt longiora latere b c. Protrahatur linea b a uſq; ad d, ita ut a d ſit æqualis a c, & protrahatur c d, (per 5 propoſitionẽ) erit angulus a c d, æqualis angulo d, quare angulus b c d eſt maior angulo d, ergo (per 18) latus b d, eſt maius latere b c: ſed b d, eſt æquale a b & a c, quare b a & a c ſimul iuncta, ſunt maiora b c. *Euclid. ex Zamb.* *Theoréma* 13. *Propoſitio* 20.

20 Omnis triãguli duo latera, reliq̃ ſũt maiora quomodocũq; aſsũpta.

THEON *ex Zamb. Sit triangulũ α β γ: Aio ipſius α β γ triãguli bina latera, reliquo eſſe maiora quo modocũq; ſuſcepta, hoc eſt β α, α γ, ipſo β γ & α β: β γ, ipſo α γ & β γ: γ α ipſo α β. Producatur nanq; (per 2 poſtulatũ) β α ad Δ ſignũ: & ponatur (per 2 propoſitionẽ) ipſi α γ æqualis α Δ, connectaturq; Δ γ. Quoniã igitur Δ α ipſi α γ eſt æquale, angulus igitur α Δ γ (per 5 propoſitionẽ) angulo α γ Δ eſt æqualis. Sed angulus β γ Δ, angulo α γ Δ, maior eſt: igitur angulus β γ Δ, angulo α Δ γ maior eſt. Et quoniã triangulũ eſt Δ γ β, maiorẽ habens angulũ β γ Δ angulo α Δ γ, atq; maiorẽ angulũ maius latus ſubtendit (per 18 propoſitionẽ) ergo Δ β ipſo β γ maius eſt. Aequale autẽ eſt Δ β ipſis α β, α γ: maiora igitur ſunt latera β α & α γ, latere β γ, æquale autẽ eſt Δ α ipſi α γ: maiora igitur ſunt latera β α, α γ, ipſo β γ. Similiter uerò demõſtrabimus, quòd etiã latera α β & β γ, ipſo γ α ſunt maiora. Sed β γ, γ α, ipſo α β. Omnis igitur trianguli bina latera, reliquo maiora ſunt, quoquo modo aſsumpta, quod demonſtraſſe oportuit.* *Euclid. ex Camp.* *Propoſitio* 21.



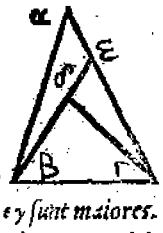
21 

I de duobus punctis terminalibus unius lateris triãguli duæ lineæ exeũtes, intra triangulũ ipſum ad punctũ unum cõueniant, eædẽ duabus quidẽ reliquis triãguli lineis breuiores erunt, & maiorẽ angulum continebunt.



CAMPANVS. Sit ut in triãgulo a b c, ab extremitatibus lateris b c cõcurrãt duæ lineæ b d & c d, ad punctũ d, intra triangulũ a b c. Dico quod ipſæ lineæ b d & c d ſimul iunctæ, ſunt breuiores duabus lineis a b & a c ſimul iunctis, & quòd angulus d eſt maior angulo a. Protrahã enim b d, uſq; quo ſecet latus a c in puncto e, eruntq; (per 20 propoſitionẽ) b a & a e ſimul iunctæ, maiores b e, ergo b a & a c, ſunt maiores b e & e c. At uerò d e & e c ſimul iunctæ, per eandẽ ſunt maiores d c, quare b e & e c ſunt maiores b d & d c: & quia b a & a c ſunt maiores b e & e c, ut probatũ eſt prius, erũt multo fortius b a & a c maiores b d & d c, quod eſt 1 propoſitũ. At quoniã angulus b d c eſt maior angulo d e c (per 16 propoſitionẽ) & angulus d e c eſt maior angulo c a b (per eandẽ) erit angulus b d c multo fortius maior angulo b a c, quod eſt 2 propoſitum. *Euclid. ex Zamb.* *Theorema* 14 *Propoſitio* 21.

21 Si triãguli à limitibus unius lateris binæ rectæ lineæ introrſum cõſtituantur, quæ cõſtituuntur, reliquis triãguli binis lateribus minores quidẽ erunt, maiorem uerò angulum continebunt.



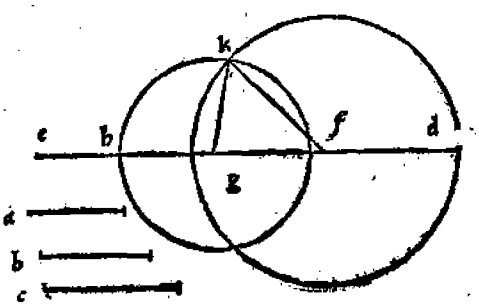
THEON *ex Zamb. Trianguli enim α β γ ſuper latere β γ, à terminis ipſius β γ, duæ rectæ lineæ interius conſtituãtur β Δ & γ Δ. Dico q; β Δ & γ Δ, reliquis trianguli lateribus β α et α γ ſunt minores: angulũ uerò β Δ γ maiorẽ, ipſo α β γ cõprehendũt. Producatur enim (per 2 poſtulatũ) linea β Δ ad ε. Et (per 20 propoſitionẽ) quoniã omnis triãguli bina latera reliquo ſunt maiora: triãguli, α β ε (per 20 ꝓpoſitionẽ) duo latera α β & α ε ipſo β ε ſunt maiora. Communis ponatur linea ε γ, lineæ igitur β α & α γ, lineis β ε et ε γ ſunt maiores. Rurſus quoniã (per eandẽ) triãguli γ ε Δ bina latera γ ε et ε Δ ipſo Δ γ ſunt maiora, cõmunis ponatur Δ β, lineæ igitur γ ε et ε β, lineis γ Δ et Δ β ſunt maiores. Sed oſtẽſum eſt quòd β α & α γ, ſunt maiores ipſis β ε & ε γ: lõgè igitur maiores ſunt β α et α γ lineæ, ipſis β Δ et Δ γ. Rurſus quoniã (p 16 propoſit.) omnis triãguli exterior angulus interiore et oppoſito maior eſt, triãguli ergo γ Δ ε, ãgulus β Δ γ exterior maior eſt.*

angulo γ ε Δ, quare & trianguli α β ε, angulus γ ε β exterior, maior eſt angulo β α γ. Sed oſtenſum eſt quòd angulus β Δ γ, eo qui ſub γ ε β, eſt maior: longè igitur maior eſt angulus β Δ γ, angulo β α γ. Si trianguli ergo à limitibus unius lateris binæ rectæ lineæ introrſum conſtituantur, quæ conſtituentur, reliquis triangu li duobus lateribus minores quidem erunt, maiorem uerò angulum continebunt, quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 22.*

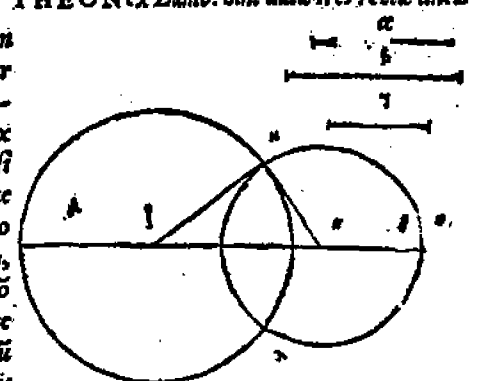
PRopoſitis tribus lineis rectis, quarũ duæ quælibet ſimul iunctæ reliqua ſint longiores, de tribus alijs lineis illis æqualibus triangulum conſtituere. 22

CAMP. Sint tres lineæ rectæ propoſitæ, a, b, c, & ſint quælibet duæ ſimul iunctæ longiores reliqua: aliter enim ex illis, tribus datis æqualibus, triangulus nõ poſſet cõſtitui (per 20 propoſitionẽ) Cùm ergo ex illis trib. prædictis uolo cõſtituere triangulũ, ſumo lineã rectam quæ ſit d e, cui nõ pono à parte e determinatũ finem, de qua ſumo (per 3 propoſitionẽ) d f æqualẽ a. & f g æqualem b, & g h æqualem c, facto; punctο f cẽtro, deſcribo ſecundum quantitatẽ lineæ f d, circulũ d k: itemq; facto g cẽtro, deſcribo ſecundũ quantitatem lineæ g h, circulũ k h, qui circuli interſecabũt ſe in duobus punctis i quorũ unum ſit k: alioquin ſequeretur, unã dictarum linearũ eſſe æqualem alijs duabus iunctis, aut maiorem eis, quod eſt contrarium poſitioni. Duco ergo lineam k f & k g, eritq; triangulus k f g, conſtitutus ex tribus lineis æqualibus datis lineis a, b, c, ſunt enim f d & f k æquales, quoniam ſunt à centro ad circunferẽtiam, quare f k, eſt æqualis a. Similiterq; g h & g k ſunt æquales, quia exeunt à centro ad circunferentiam: quare g k, eſt æqualis c. & quia g f ſumpta fuit æqualis b, patet propoſitum manifeſtè. *Euclid. ex Zamb. Problema 8. Propoſitio 22.*



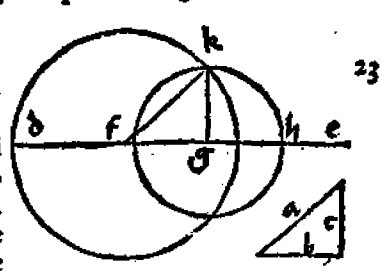
Ex tribus rectis lineis, quæ ſunt trib. datis rectis lineis æquales, triã gulum cõſtruere. Oportet aũt duas lineas reliqua eſſe maiores quomodocũq; aſſumptas, quoniã omnis triãguli bina latera quomodocũq; aſſumpta, reliquo ſunt maiora. 22

THEON *ex Zamb. Sint datæ tres rectæ lineæ α, β, γ, quarũ duæ reliquæ ſint maiores quomodocũq; aſſumptæ, hoc eſt α, β, ipſa γ, & α, γ, ipſam β, & β, γ, ipſa α: oportet iã ex tribus lineis rectis, ipſis α, β, γ æqualibus, triangulũ cõſtruere. Proponatur recta linea finita quidem ex parte Δ infinita uerò ex parte ε, ponaturq; (per 3 propoſitionẽ) ipſi α æqualis linea Δ ζ, ipſi uerò β, linea ζ η, ipſi uerò γ, linea η θ. Et centro quidẽ ζ, ſpacio uerò ζ Δ (per 3 poſtulatũ) circulus deſcribatur Δ κ λ: rurſus cẽtro quidẽ η, ſpacio uerò η θ, (per idẽ) circulus deſcribatur θ κ λ, & cõnectantur (per 3 poſtulatũ) η ζ & κ κ. Dico q, ex tribus rectis lineis æqualibus ipſis α, β, γ, triangulũ κ ζ κ cõſtitutũ eſt. Quoniã enim ζ ſignũ, centrũ eſt circuli Δ κ λ, æqualis eſt (per 15 diffinitionẽ) ζ Δ ipſi ζ κ. Sed α, ipſi ζ Δ eſt æqualis, & κ ζ, igitur (per cõmunẽ ſententiã) eſt ipſi α æqualis. Rurſus quoniã η ſignũ, centrũ eſt circuli λ κ θ, æqualis eſt (per eandẽ diffinitionẽ) κ κ ipſi κ θ, ſed γ ipſi κ θ eſt æqualis, & κ κ, igitur (per 1 communẽ ſententiã) ipſi γ eſt æqualis. At ζ κ ipſi β eſt æqualis (per hypotheſin) tres igitur rectæ lineæ κ ζ, ζ κ, κ κ, ipſis tribus α, β, γ, ſunt æquales. Ex trib. igitur rectis lineis, hoc eſt κ ζ, ζ κ, κ κ, quæ tribus datis rectis lineis, hoc eſt, α, β, γ, ſunt æquales, triangulũ κ ζ κ conſtructũ eſt, quod feciſſe oportuit.* *Euclid. ex Camp.* *Propoſitio 23.*



DAta recta linea, ſup terminũ eius cuilibet angulo propoſito æquũ angulũ deſignare. 23

CAMP. Sit data linea f e, quę eſt in ſuperiori figura, & ſint lineę b a cõtinentes angulũ datũ, cui ſubtendã baſin c. Super punctũ f lineæ c f, iubere facere ęqualẽ angulũ angulo dato. Ad lineã e f adiũgo f d ęqualẽ lineæ a, & ex f e ſumo f g æqualẽ b, & ex g e ſumo g h æqualem c, & ſuper puncta f & g deſcribo duos circulos ũ k & k h, ſecundum quantitatem

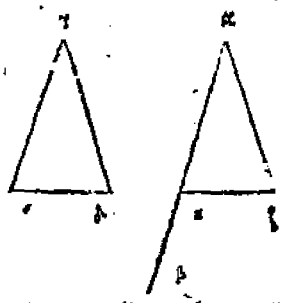


ratem duarum linearum f d & g h, interſecantes ſe in puncto k ſicut docuit præcedens, ductiſq; lineis k f & k g, erũt æqualia duo latera k f & f g trianguli k g duobus lateribus a & b trianguli a b c, & baſis g k æqualis baſi c: ergo (per 8) angulus k f g, æqualis erit angulo contento ſub a & b: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 9.* *Propoſitio 23.*

23 Ad datam rectam lineam, ad datumq; in ea ſignum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum conſtituere.

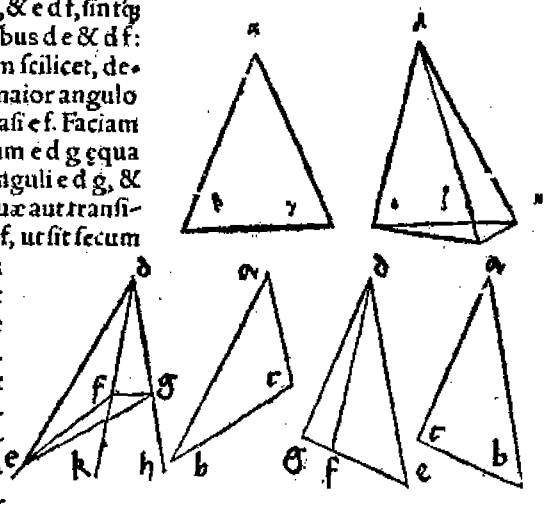
THEON ex Zamb. *Sit data recta linea α β, datumq; in ea ſignum ſit α: datus autem angulus rectilineus ſit δ γ ε. Oportet ad datam rectam lineã α β, ad datumq; in ea ſignũ α, dato angulo rectilineo δ γ ε, æqualẽ angulũ rectilineũ collocare. Sint in utriſq; lineis et γ δ et γ ε contingẽtia ſigna, ſintq; illa δ ε, et connectatur (per 1 poſtulatum) δ ε. Et ex tribus rectis lineis α β, ζ η, η α, quæ tribus datis rectis lineis, hoc eſt γ δ, δ ε, γ, ſunt æquales, (per præcedentem) triangulum conſtruatur, ſitq; illud α ζ η. Ita ut linea γ δ æqualis ſit α ζ, & γ ε ipſi α η, & inſuper δ ε ipſi ζ η. Et quoniam duæ lineæ δ γ & γ ε duabus lineis, hoc eſt ζ α & α η ſunt æquales altera alteri, & baſis δ ε (per hypotheſin) baſi ζ η, angulus igitur δ γ ε, angulo ζ α η (per 8 propoſitionem) eſt æqualis. Ad datam igitur rectam lineam α β, ad datumq; in ea ſignum α dato angulo rectilineo δ γ ε, æqualis angulus rectilineus ζ α η collocatus eſt: quod feciſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 24.*

24 OMnium duorum triangulorũ, quorũ duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, ſi fuerit angulorum ſub illis æquis lateribus cõtentorum alter altero maior, baſis quoq; eiuſdem, baſi alterius maior erit.

CAMPANVS. Sint duo triãguli a b c, & e d f, ſintq; duo latera a b & a c, æqualia duobus lateribus d e & d f: & unumquodque ſuo correlatiuo, dextrum ſcilicet, dextro, ſiniſtrumq; ſiniſtro, ſitq; angulus a, maior angulo d dato. Dico quòd baſis b c, maior erit baſi e f. Faciam enim iuxta doctrinam præcedentis angulum e d g æqualem angulo a, eritq; angulus e d f, pars anguli e d g, & ponam d g æqualem a c, protraham e g, quæ aut tranſibit ſupra e f, ut ſecet lineam d f, aut ſuper e f, ut ſit ſecum linea una, aut infra. Tranſeat ergo primò ſupra. Et quia a b & a c latera trianguli a b c ſunt æqualia e d, & d g lateribus trianguli e d g, & angulus a angulo d totali, erit (per 4 propoſitionem) baſis b c æqualis baſi e g. At uerò quia d g & d f ſunt æquales (nam utraque eſt æqualis a c) erit (per 5 propoſitionẽ) angulus d f g æqualis angulo d g f, quare d f g, maior erit f g e, ergo e f g multo fortius maior eſt eodem f g e: ergo (per 18 propoſitionẽ latus e g maius eſt latere e f, quare & b c maior eſt e f: quod eſt propoſitum. Si uerò e g tranſeat ſuper e f, & ſit ſecum linea una, tunc e f erit pars e g: per ultimam ergo conceptionem patet propoſitum. Si uerò e g tranſeat infra e f, protrahantur duę lineę d f & d g, quę ſunt æquales, ut probatum eſt, uſq; ad k & ad h: fientq; per ſecundam partem 5 propoſitionis ſub baſi f g, anguli k f g & f g h æquales: quare angulus e f g maior erit angulo f g e: ergo (per 18 propoſitionem) latus e g maius eſt latere e f, quare b c maior eſt e f: quod eſt 5 propoſitum. Iſtud ultimum membrum poſſet etiam probari (per 21 propoſitionem) per ipſam enim erunt in diſpoſitione tertia duæ lineæ d g & e g, maiore duabus lineis d f & f e, & quia d g eſt æqualis d f, propter hoc quod ambæ ſunt æquales a c, erit e g maior e f, quare & b c maior e f, quod eſt propoſitum. Melius tamen eſt demonſtrare priori modo, ut in omni diſpoſitione arguatur per quintam.



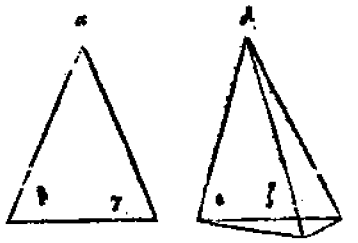
Euclid. ex Zamb. *Problema 15.* *Propoſitio 24.*

24 Si bina triãgula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint

alterum

alterum alteri, angulum uerò angulo maiorem ſub æquis rectis lineis contentum, baſin quoq; baſi maiorem habebunt.

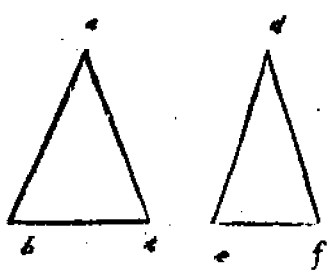
THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ, Δ ε ζ, duo latera, hoc eſt α β, α γ, duobus lateribus, hoc eſt Δ ε, Δ ζ æqualia habentia, alterũ alteri, hoc eſt latus α β lateri Δ ε, & latus α γ lateri Δ ζ, angulus uerò qui ſub β α γ, angulo ε Δ ζ eſto maior. Dico q; & baſis β γ, baſi ε ζ maior eſt. Quoniã enim angulus β α γ maior eſt angulo ε Δ ζ, collocetur (per 23 propoſitionẽ) ad rectã lineã Δ ε, ad datũq; in ea ſignũ Δ, dato angulo β α γ æquus angulus ε Δ η. Et ponatur alterutri, hoc eſt lineæ α γ uel Δ ζ, æqualis ipſa Δ η: & cõnectatur (per 1 poſtulatũ) η ε & ζ η. Quoniã igitur α β æqualis eſt ipſi Δ ε, et α γ ipſi Δ η, binæ lineæ β α et α γ duab. lineis ε Δ et Δ η ſunt æquales altera alteri, & angulus β α γ (per 23 propoſitionẽ) angulo ε Δ η eſt æqualis: baſis igitur β γ (per 4 propoſitionẽ) baſi ε η eſt æqualis. Rurſus quoniã æqualis eſt Δ η ipſi Δ ζ: angulus igitur Δ η ζ, angulo Δ ζ η eſt æqualis. Angulus igitur Δ ζ η, angulo ε η ζ maior eſt: lõgè maior igitur eſt angulus ε ζ η, angulo ε η ζ. At quoniã triangulũ eſt ε ζ η habens angulũ α ζ η maiorẽ angulo ε η ζ, maiorem autem angulũ (per 18 propoſitionẽm) latus maius ſubtendit: maius igitur eſt latus ε η latere ε ζ. Æquale autem eſt latus ε η, lateri β γ: latus igitur β γ, maius eſt latere ε ζ. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, et quæ ſequũtur reliqua, aut in propoſitione, quod oſtẽdere oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 25.

Mniũ duorũ triangulorũ, quorũ duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, baſis uerò unius baſi alterius fuerit maior, erit quoq; angulus triãguli maioris baſis illis æquis lateribus cõtẽtus, angulo alterius ſe reſpiciẽte maior. 25

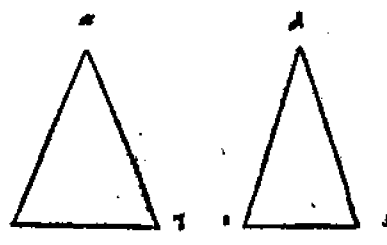
CAMPANVS. Sint duo triangulí a b c, d e f: ſintq; duo latera a b & a c primi, æqualia duobus lateribus d c & d f ſecundi, unumquodq; ſuo correlatiuo: ſitq; baſis b c, maior baſi e f: dico quòd angulus a, maior erit angulo d. Hæc eſt cõuerſa præcedentis. Æqualis quidem non erit. Sic enim eſſet (per 4) baſis, b c æqualis baſi e f: quod eſt contra hypotheſin. Sed nec minor, quia ſic eſſet d maior: & ita per præcedentem baſis e f, erit maior baſi b c, quod eſt contrarium poſitioni, quare maior erit. Sicq; propoſitum aſtruitur.



Euclid. ex Zamb. Theorema 16 Propoſitio 25.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, baſin uerò baſi maiorem, angulum quoq; ſub æqualibus rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt. 25

THEON ex Zamb. *Sint duo triangula α β γ, Δ ε ζ, duo latera, hoc eſt α β, & α γ, duobus lateribus, hoc eſt Δ ε & Δ ζ æqualia habentia alterũ alteri, α β ſcilicet, ipſi Δ ε, & α γ ipſi Δ ζ: baſis autẽ β γ, baſi ε ζ maior eſto: dico quòd angulus β α γ, maior eſt angulo ε Δ ζ. Si autem non, aut ei eſt æqualis, aut eo minor. Æqualis autem nõ eſt angulus β α γ, angulo ε Δ ζ: ſi enim æqualis eſſet, baſis quoq; β γ (per 4 propoſitionẽ) baſi ε ζ eſſet æqualis: at nõ eſt: angulus igitur β α γ, angulo ε Δ ζ æqualis minimè eſt. Neq; etiam minor eſt angulus β α γ eo qui ſub ε Δ ζ: nã baſis β γ, baſi ε ζ minor eſſet: at nõ eſt: minor igitur non eſt angulus β α γ, eo qui ſub ε Δ ζ: oſtenſum autẽ eſt quòd neq; æqualis: maior igitur eſt angulus β α γ, angulo ε Δ ζ. Si bina igitur triangula, duo latera duobus lateribus, & quæ ſequuntur reliqua, ut theoremate: quod oſtendere oportuit.*



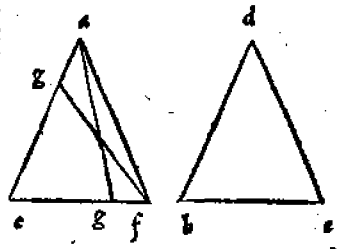
Euclid. ex Camp. Propoſitio 26.

Mnium duorum triangulorum, quorum duo anguli unius duobus angulis alterius & uterq; ſe reſpicienti æquales fuerint, latus quoq; unius lateri alterius æquale, 26

fueritq;

fueritq; latus illud aut inter duos angulos æquales, aut uni eorum oppositum, erunt quoq; duo unius reliqua latera duobus reliquis alterius trianguli lateribus, unumquodq; se respicienti æqualia, angulusq; reliquus unius angulo reliquo alterius æqualis.

CAMPANVS: Sint duo trianguli a b c, d e f, sitq; angulus b, æqualis angulo e, & angulus c, æqualis angulo f, sitq; latus b c æquale lateri e f, aut alterum duorum laterum a b & a c, æquale alteri duorum laterum d e & d f, ita quòd a b sit æquale d e, aut a c, d f. Dico quòd reliqua duo latera unius, erunt æqualia reliquis duobus lateribus alterius, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis, angulus uidelicet a, angulo d. Ponam ergo primò ut latus b c, super quod iacent anguli b c, sit æquale lateri e f, super quod iacent anguli e, f, qui positi sunt æquales angulis b c. Tunc dico, quòd latus a b est æquale lateri d e, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus a b non sit æquale lateri d e, alterum erit maius: sit ergo maius d e, quod resecabo ad æqualitatem a b, sitq; g e æquale a b. Producam lineam g f, eritq; per 4 propositionem angulus g f e æqualis angulo a c b, quare & angulo d f e, pars toti, quod est impossibile. Erit ergo d e, æquale a b, ergo (per 4) d f æquale a c, & angulus d æqualis angulo a: quod est primum membrum diuisionis propositæ. Sint rursus ut prius, duo anguli b & c, æquales duobus angulis e & f: sitq; latus a b quod opponitur angulo c, æquale lateri d e quod opponitur angulo f, cui positus est æqualis angulus c. Dico, quòd latus b c erit æquale lateri e f, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus e f non fuerit æquale lateri b c, erit alterum maius: sit ergo e f, maius. ponatur itaq; e g æquale b c, producam lineam d g: eritq; per 4 propositionem angulus d g e, æqualis angulo a c b: quare & angulo d f e, extrinsecus uidelicet, intrinseco, quod est impossibile per 16 propositionem. Erit ergo e f æquale b c: ergo per 4 propositionē, latus d f æquale lateri a c, & angulus d totalis angulo a: quod est secundum membrum diuisionis propositę. Quare totum manifestè patet.

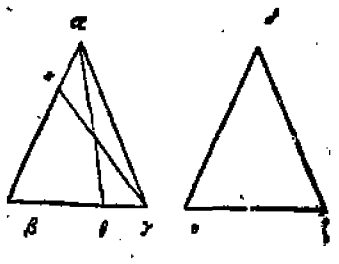


Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propositio 26.*

26 Si bina triangula duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint, unumq; latus uni lateri æquale, aut quod æquis adiacet angulis, aut quod ab uno æqualium angulorum subtēditur, reliqua quoq; latera reliquis lateribus æqualia alterum alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

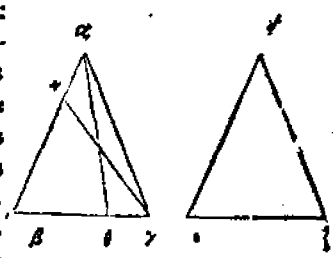
THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ: duos angulos, hoc est, α β γ & β γ α æquales habentia duobus angulis, hoc est δ ε ζ & ε ζ δ, alterum alteri, hoc est angulum α β γ, angulo δ ε ζ, & angulum β γ α angulo ε ζ δ, unumq; latus uni lateri æquū: & primū id quod æquis adiacet angulis, hoc est latus β γ lateri ε ζ. Aio quòd & reliqua latera reliquis lateribus æqualia habebunt: alterum alteri, hoc est latus α β, lateri δ ε: & latus α γ, lateri δ ζ: & reliquū angulum reliquo angulo æqualem, hoc est β α γ ipsi ε δ ζ. Si enim α β ipsi δ ε est non æqualis, earum altera maior est: esto maior α β, & ponatur (per 3 propositionem) ipsi δ ε æqualis linea η β, & connectatur η γ. Quoniam igitur η β æqualis est ipsi δ ε, & β γ ipsi ε ζ: duæ igitur lineæ η β & β γ, duabus δ ε & ε ζ, altera alteri sunt æquales & angulus η β γ, angulo δ ε ζ æquus est: basis igitur η γ (per 4 propositionem) basi δ ζ est æqualis, & triangulum η β γ triangulo δ ε ζ æquū est: & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, sub quibus æqualia latera subtenduntur: æqualis igitur est angulus η γ β, angulo δ ζ ε. Sed angulus δ ζ ε ipsi β γ α supponitur æqualis: angulus igitur β γ η (per primam communem sententiam) angulo β γ α est æqualis minor maiori: quod est impossibile. Inæqualis igitur non est α β, ipsi δ ε. æqualis igitur. Est autē & β γ, ipsi ε ζ æqualis: duæ iam α β & β γ, duabus δ ε & ε ζ sunt altera alteri æquales: & angulus qui sub α β γ, angulo qui sub δ ε ζ est æqualis. Basis igitur α γ (per 4 propositionem) basi δ ζ est æqualis: & reliquus angulus β α γ, reliquo angulo ε δ ζ est æqualis.*

λέγω, ponatur, sit.



Rursus

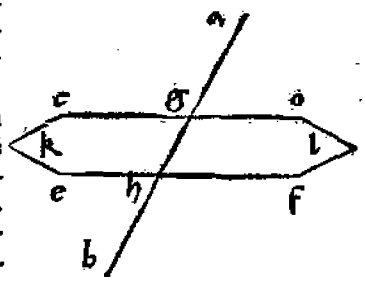
Rursus sint ad angulos æquos latera subtensa, æqualia, sintq; α β & δ ε. Dico rursus quòd reliqua latera reliquis lateribus æqualia erunt, hoc est latus α γ lateri δ ζ, & latus β γ lateri ε ζ: & insuper reliquus angulus β α γ, reliquo angulo ε δ ζ æqualis erit. Si enim β γ ipsi ε ζ æquale non est, alterũ eorum maius erit: sit igitur (si possibile est) maius latus β γ: & ponatur (per 3 propositionẽ) ipsi ε ζ æqualis linea β θ: & connectatur (per 1 postulatũ) α θ. Et quoniam æqualis est β θ ipsi ε ζ, & α β ipsi δ ε: duæ igitur α β & β θ, duabus δ ε & ε ζ sunt æquales altera alteri, & angulos æquos continent. Basis igitur α θ, (per 4 propositionem) basi δ ζ est æqualis: & triangulũ α β θ, triangulo δ ε ζ est æquale: & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales, sub quib. æqualia subtenduntur latera: angulus igitur β θ α, angulo ε ζ δ est æqualis. Sed angulus ε ζ δ, angulo β γ α est æqualis. Angulus igitur β θ α, angulo β γ α est æqualis: trianguli igitur α θ γ angulus exterior β θ α, interiori angulo β γ α est æqualis & opposito: quod (per 16 propositionem) est impossibile. Latus igitur ε ζ, ipsi β γ inæquale nõ est, æquale igitur. Est autem α β, ipsi δ ε æqualis: duæ igitur α β & β γ, duabus δ ε & ε ζ sunt æquales altera alteri, & angulos æquos continent. Basis igitur α γ (per 4 propositionem) basi δ ζ est æqualis: & triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ est æquale: & reliquus angulus β α γ, reliquo angulo ε δ ζ est æqualis. Si duo igitur triangula duos angulos duobus angulis, & quæ sequuntur reliqua, ut in theoremate, quod ostendere oportebat.



Euclid. ex Camp. Propositio 27.

SI recta linea super duas lineas rectas ceciderit, duosq; angulos coalternos sibi inuicem æquales fecerit, illę duæ lineæ erunt æquidistantes. 27

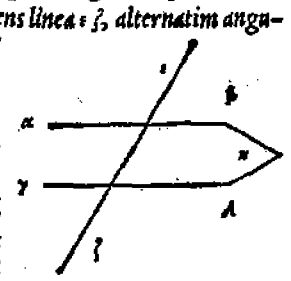
CAMPANVS. Sit ut linea a b cadat super duas lineas c d, e f, & secet lineã c d in puncto g, & lineam e f in puncto h: sitq; angulus d g h æqualis angulo e h g: dico quòd lineę c d & e f, sunt æquidistantes. Si enim non concurrant, aut ad partem c, e, super punctum k, aut ad partem d f, super punctum l: & qualitercunq; fuerit, accidet impossibile per 16. uidelicet angulum extrinsecum, esse æqualem intrinseco & opposito. nam unus dictorum angulorum coalternorum, qui positi sunt æquales, erit extrinsecus, & reliquus intrinsecus & oppositus. Quia igitur impossibile est eas cõcurrere, in alterutram partem protractas, ipsę per ultimam diffinitionem erunt æquidistantes, quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 27.

Si in binas rectas lineas recta incidens linea, alternatim angulos æquos adinuicem fecerit, parallelæ adinuicem ipsę rectę lineę erunt. 27

THEON ex Zamberto. In binas enim rectas lineas α β, γ δ recta incidens linea ε ζ, alternatim angulos α ζ δ, & ε ζ δ æquales adinuicem efficiat, dico quòd parallelus est α β, ipsi γ δ. Si autem non, productæ concurrunt aut ad partes β δ, aut ad α γ: producantur igitur & concurrant ad partes β, δ, in signo η, si est possibile. Trianguli ergo η ε ζ, angulus α ε ζ exterior, æqualis est angulo ε ζ η interiori & opposito: quod (per 16 propositionem) est impossibile. Igitur α β & γ δ productæ, ad partes β δ, minimè concurrunt: similiter quoque ostendetur, quòd neque ad partes α γ. Quæ autem in nulla parte concurrunt, parallelæ sunt (per ultimam diffinitionem.) Parallelus igitur est α β, ipsi γ δ. Si in binas igitur rectas lineas & quæ sequuntur reliqua, ut in theoremate, quod erat ostendendum.



Euclid. ex Camp. Propositio 28.

SI linea recta duabus lineis rectis superuenerit, fueritq; angulus eius intrinsecus angulo extrinseco sibi opposito æqualis, aut duo anguli intrinseci ex una parte duobus angulis rectis æquales, illę duę lineę æquidistantes erunt. 28

CAMPANVS. Sit ut linea a b, secet duas lineas c d & e f, in punctis g & h: sitq; angulus

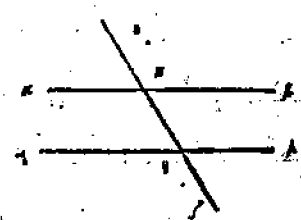
lus g extrinſecus, æqualis angulo h intrinſeco ex eadem parte ſumpto, aut duo anguli g & h intrinſeci ex eadem parte ſumpti, ſint ęquales duobus angulis rectis. Dico quòd duæ lineę c d & e f ſunt ęquidiſtãtes. Sit ergo primò angulus d g a, ęqualis angulo f h g: erit quoq; per 15 propoſitionẽ angulus c g h, æqualis eidẽ angulo f g h: quare per prę̃miſſam, c d & e f, ſunt æquidiſtantes. Sint rurſus duo anguli d g h & f h g, ęquales duobus rectis: & quia per 13 propoſitionẽ duo anguli d g h & c g h ſunt ſimiliter ęquales duobus rectis, erit angulus c g h æqualis angulo f h g, quare per præmiſſam c d & e f, erunt æquidiſtantes: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 28.

28 Si in binas rectas lineas, recta incidẽs linea exteriorẽ ãgulũ interiori & oppoſito ad eaſdẽ partes ęqualẽ fecerit, aut interiores & ad eaſdẽ partes duob. rectis ęquales, parallelę erũt adinuicẽ ipſę rectæ lineę.

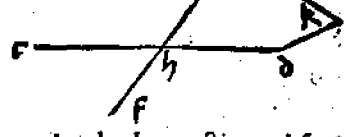
THEON ex Zamb. *Si in binas rectas lineas α β & γ δ, recta linea incidens ε ζ, angulum exteriorem ε η β, angulo interiori η θ δ & oppoſito, æqualem efficiat, aut interiores & ad eaſdem partes, hoc eſt β η θ, η θ δ, duobus rectis æquales: dico quòd parallelus eſt α β, ipſi γ δ. Quoniã angulus ε η β (per hypotheſim) æqualis eſt angulo η θ δ, & angulus ε η b (per 15) æqualis eſt angulo α η θ: angulus igitur α η θ æqualis eſt angulo η θ δ, & ſunt alterni, (per 27 propoſitionem) parallelus eſt igitur α β ipſi γ δ. Rurſus quoniam anguli β θ η & η θ δ (per hypotheſim) duobus rectis ſunt æquales, & anguli α η θ & β η θ (per 13 propoſitionem) duobus rectis ſunt æquales: anguli ergo α η θ & β η θ, angulis β η θ & η θ δ ſunt æquales. Communis auferatur angulus β η θ: reliquus igitur α η θ, reliquo η θ δ eſt æqualis, & ſunt alterni. Parallelus igitur eſt α β, ipſi γ δ. Si recta igitur linea in duas incidens, & quæ ſequuntur reliqua, quod oſtendendum fuerat.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 29.

29 
I duabus lineis æquidiſtãtibus linea ſuperuenerit, duo anguli coalterni ęquales erunt, angulusq; extrinſecus angulo intrinſeco ſibi oppoſito æqualis: itemq; duo anguli intrinſeci ex alterutra parte conſtituti, duobus rectis angulis ęquales.

CAMPANVS. Sint duę lineæ a b & c d æquidiſtantes: ſuper quas cadat linea e f, ſecans eas in punctis g & h, dico quòd anguli g & h coalterni ſunt æquales, & quòd angulus g extrinſecus eſt æqualis angulo intrinſeco ſibi oppoſito ex eadem parte ſumpto, & quòd anguli g & h intrinſeci ex eadem parte ſumpti ſunt ęquales duobus rectis. Et hęc eſt conuerſa duarum præcedentium. Primum ſic patet. Si enim angulus b g h non eſt ęqualis angulo c h g, alter eorum erit maior, ſit ergo maior angulus c h g, & quia duo anguli c h g & g h d ſunt ęquales duobus rectis, ergo per 15 propoſitionem erunt duo anguli b g h & d h g minores duobus rectis, ergo per quartam petitionẽ, duæ lineę a b & c d ſi protrahantur, cõcurrent in parte b & d, ad punctũ aliquem, ut ad k: non ergo ſunt ęquidiſtantes per ultimã diffinitionem, quod eſt cõtra hypotheſim: & quia hoc eſt impoſsibile, erunt duo anguli coalterni b g h & c h g æquales, quod eſt primum propoſitum. Ex hoc patet ſecundum. Eſt enim per 15 propoſitionem angulus b g h æqualis angulo a g e, ergo angulus a g e, erit æqualis angulo c h g, extrinſecus, uidelicet intrinſeco, quod eſt ſecundum propoſitum. Ex hoc rurſus patet tertium. Sunt enim per 13 propoſitionem duo anguli a g e & a g h, ęquales duobus rectis, ergo duo anguli a g h & c h g, erunt etiam æquales duobus rectis, qui ſunt duo intrinſeci ex eadem parte ſumpti, quod eſt 3 propoſitum.

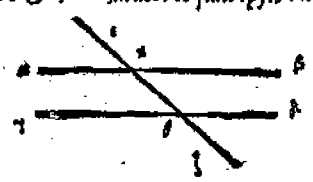


Euclides ex Zamberto. Theorema 20. Propoſitio 29.

29 In parallelos rectas lineas recta incidẽs linea, & alternatim angulos ad inuicẽ ęquales, & exteriorẽ interiori & oppoſito & ad eaſdẽ partes æq̃lẽ, & interiores & ad eaſdẽ partes duob. rectis ęquales efficit.

THEON ex Zamb. *In parallelos enim rectas lineas α β & γ δ, recta incidat linea ε ζ: dico quòd & alternos angulos α η θ & η θ δ æquos efficit, & exteriorem angulũ ε η β interiori & oppoſito & ad*

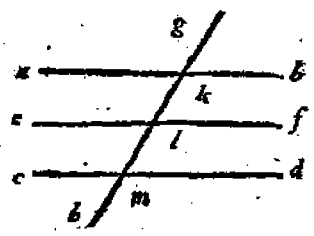
eaſdē partes, hoc eſt ipſi ν θ Δ æqualē, & interiores & ad eaſdē partes, hoc eſt β ν θ & ν θ Δ duobus rectis æquales. Si enim æqualis non eſt α ν θ ipſi ν θ Δ, alter eorū maior eſt. Sit maior α ν θ. Quoniā igitur α ν θ maior eſt ipſo ν θ Δ, communis ponatur angulus ν ν θ: anguli ergo α ν θ & β ν θ, maiores ſunt ipſis ϛ ν θ & ν θ Δ. Sed anguli α ν θ & θ ν β (per 13 propoſitionem) duobus rectis ſunt æquales, anguli igitur β ν θ & ν Δ θ duobus rectis ſunt minores: quæ autem à minoribus duobus rectis producuntur in infinitū, concurrūnt (per 1 poſtulatum) Rectæ igitur lineæ α β & γ Δ, in infinitū productæ, concurrunt: nō concurrunt autem, quoniam paralleli, per hypotheſim. Angulus igitur α ν θ, angulo ν θ Δ inæqualis non eſt: æqualis igitur. Sed angulus α ν θ, angulo ϛ ν β (per 15 propoſitionem) eſt æqualis, angulus igitur ν ν β (per 1 communem ſententiam) angulo ν θ Δ eſt æqualis, communis ponatur β ν θ, anguli ϛ ν β & β ν θ, igitur angulis β ν θ & ν θ Δ ſunt æquales. Sed anguli ϛ ν β & β ν θ, duobus rectis ſunt æquales (per 13 propoſitionem) & anguli β ν θ & ν θ Δ, duobus rectis ſunt æquales. In parallelos igitur rectas lineas & quæ ſequuntur reliqua, quod oſtendere oportebat.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 30.

SI fuerint duæ lineæ uni æquidiſtantes, eædem ſibi inuicem diſtantes erunt. 30

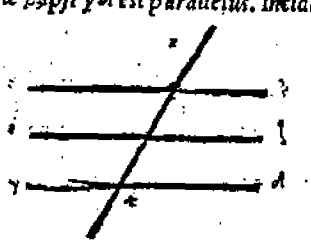
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, quarum utraq; æquidiſtet lineæ e f. Dico illas duas, uidelicet a b & c d, eſſe æquidiſtantes. Hoc autem eſt uniuerſaliter uerum, ſiue duę lineæ a b & c d ſint in una ſuperficie cum linea e f, ſiue non: hic tamen non intelligitur, niſi ſecundum quod omnes ſunt in ſuperficie una. ſecundum enim quòd ſunt in diuerſis ſuperficiebus, probatur in 9 undecimi libri, quòd ſunt æquidiſtantes. Sint igitur omnes in ſuperficie una: protraham autem lineam g h, ſecantem lineas a b, e f, & c d, in punctis k, l, m. Et quia a b æquidiſtat e f, erit angulus b k l, æqualis angulo e l k per primam partem præcedētis, cum illi ſint coalterni at quia a b æquidiſtat e f, erit angulus k l e extrinſecus æqualis angulo l m c intrinſeco, per ſecundā partem præcedentis. ergo angulus b k l, eſt æqualis angulo c m l: qui cū ſint coalterni, erūt (per 27) lineæ a b & c d æquidiſtantes: quod eſt propoſitū.



Euclid. ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 31.

QVæ eidem rectæ lineæ paralleli, & ad inuicem ſunt paralleli. 30

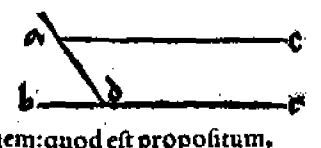
THEON ex Zamb. *Sint α β & γ Δ, ipſi ϛ ζ paralleli, dico quòd α β ipſi γ Δ eſt parallelus. Incidat enim in eas rectas lineas ν θ ν, & quoniam in parallelos rectas lineas α β & ϛ ζ, recta linea ν θ ν incidit: æqualis eſt igitur angulus α ν θ ipſi ν θ ζ (per 29 propoſitionem.) Rurſus quoniam in parallelos rectas lineas ϛ ζ & γ Δ recta linea ν ν incidit (per eandem) æqualis eſt ν θ ζ, ipſi ν ϛ Δ. patuit autem, quòd α ν θ ipſi ν θ ζ eſt æqualis, & quòd ν ν Δ eſt æqualis ν θ ζ, α ν ν igitur, ipſi ν ν Δ eſt æqualis, & ſunt alterni, parallelus igitur eſt α β ipſi γ Δ: quod oſtendendum erat.*



Euclides ex Camp. Propoſitio 31.

PVncto extra lineā dato, lineæ propoſitę æquidiſtātē ducere. 31

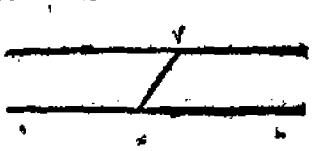
CAMPANVS. Punctus extra lineam datus intelligitur, cum linea utrinq; protracta, per ipſum non tranſit. Sit ergo punctus a, datus extra lineā b c, ab eodē puncto a, æquo oportet protrahere lineā æquidiſtātem ipſi b c, protraho lineam a d lineæ b c ſuperſtantē qualitercunq; cōtingat, & ſuper punctū a, qui eſt extremitas lineę a d, cōſtituo angulum e a d, per doctrinam 23 propoſitionis, æqualem angulo b d a ſibi coalterno, eritq; a e æquidiſtans b c per 27 propoſitionem: quod eſt propoſitum.



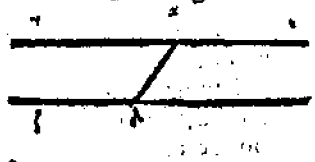
Euclid. ex Zamb. Problema 10. Propoſitio 31.

PEr datū ſignum datæ rectæ lineæ parallelū rectam lineā ducere. 31

THEON ex Zamb. *Sit quidem datum ſignum α, data uerò recta linea ſit β γ. Oportet iam per datum ſignum α ipſi β γ rectæ lineæ, parallelum rectam lineam ducere. Suſcipiatur in ipſa β γ, contingens*



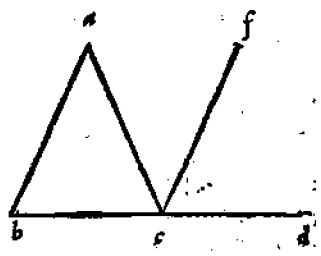
contingens ſignum, ſitq; illud d, & connectatur (per 1 poſtulatum) α d, & cõſtituatur (per 23 propoſitionem) ad datam rectam lineam α d, ad datumq; in ea ſignum α, dato angulo α d γ, æqualis angulus d α ε, et producatur (per 14 propoſitionẽ) in rectum ipſius α ε, linea α ζ. Et quoniam in rectas lineas β γ & ζ, recta linea incidens α d, alternos angulos ε α d & α d γ æquales adinuicem fecit, parallelus eſt igitur ε ζ ipſi β γ (per 27 propoſitionẽ.) Per datũ ergo ſignum α, datæ rectæ lineæ β γ parallelus recta linea ε α ζ ducta eſt: quod feciſſe oportuit.



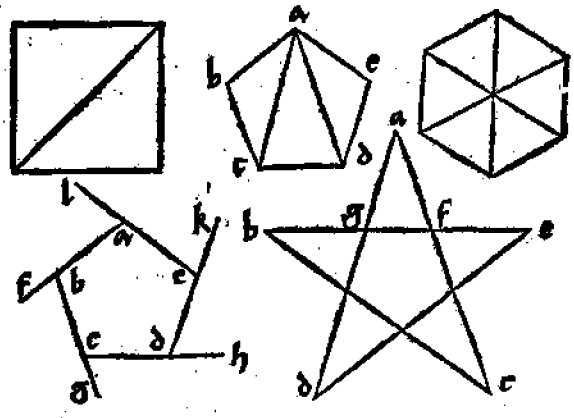
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 32.*

32 OMnis trianguli angulus extrinſecus, duobus intrinſecis ſibi oppoſitis eſt æqualis. Omnes autem tres angulos eius, duobus rectis angulis æquos eſſe neceſſe eſt.

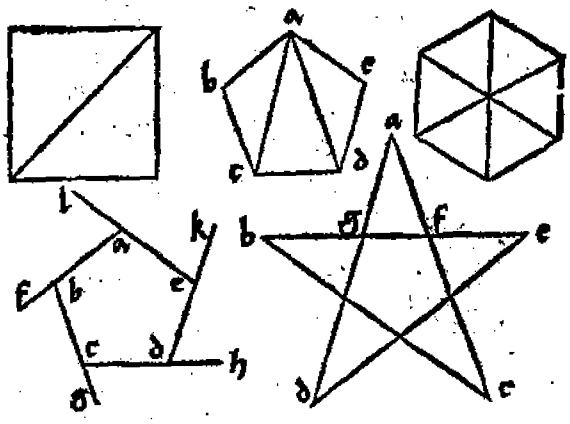
CAMPANVS. Sit trianglus a b c, cuius latus b c protrahatur uſq; ad d, dico quòd angulus c extrinſecus, eſt æqualis duobus angulis a & b intrinſecis ſibi oppoſitis ſimul iunctis: & quòd tres anguli trianguli a b c ſimul iuncti, ſunt æquales duobus rectis. A puncto c protraham c f ęquidiſtantem a b, ſecundum doctrinam præcedentis, eritq; angulus f c a æqualis angulo a, quia ſunt coalterni per primam partem 29 propoſitionis, & angulus f c d extrinſecus, æqualis angulo b intrinſeco per ſecundam partem eiuſdem: quare totus a c d extrinſecus, eſt æqualis duobus angulis a & b intrinſecis ſibi oppoſitis, quod eſt primum. Et quia duo anguli a c b & a c d ſunt æquales duobus rectis per 13 propoſitionem, erunt tres anguli a, b, & c intrinſeci æquales duobus rectis, quod eſt ſecundum propoſitum.



CAMPANI additio. Ex hac autem patet, quòd omnes figuræ polygoniæ omnes anguli ſimul ſumpti tot rectis angulis ſunt ęquales, quotus eſt numerus quo à prima deſtiterit, duplicatus. Verbi gratia, polygoniarum figurarum, eſt triangula prima: quia ſi eſſet duarũ linearum, cum figura ſit clauſio linearum, tunc duę lineæ rectæ includerent ſuperficiem, quod eſt impoſsibile per ultimã petitionem. Quadrilatera, ſecunda; pentagona, tertia. Similiter autem quęlibet tota erit in ordine, quotus erit numerus laterum aut angulorum eius, dempto binario. Dico ergo quòd triãgulę (quæ eſt prima) omnes anguli ſunt æquales duobus rectis: quadrilaterę (quæ eſt ſecunda) erunt ęquales quatuor rectis: & pentagonę (quę eſt tertia) erũt æquales ſex rectis. Hoc autẽ manifeſtũ eſt, quoniam cum quælibet talis figura ſit in tot triangulos reſolubilis, quota ipſa fuerit à prima, ductis rectis lineis, à quouis angulorum eius ad omnes angulos oppoſitos, ſintq; omnes anguli omnis trianguli duobus rectis æquales, erunt omnis lateratæ figurę omnes anguli bis tot rectis ęquales, quota ipſa fuerit à prima, quod eſt propoſitum. Sit enim exempli gratia pentagonus a b c d e, à cuius angulo a, ducam lineas ad angulos c d, ipſi oppoſitos, erit totus pentagonus reſolutus in tres triangulos a b c, a c d, & a d e: quorũ cum cuiuslibet ſint anguli æquales duobus rectis, erunt pentagoni anguli æquales ſex rectis, quod eſt duplum eius numeri quo à prima diſtat, ſiue duplum numeri angulorum aut laterum eius, inde dẽpto binario. Poſſumus quoq; & ſic idem proponere, dicentes quòd omnis figuræ polygoniæ omnes anguli pariter accepti ſunt tot rectis angulis æquales, quantus eſt numerus quem eius anguli duplicãt, inde dẽptis quatuor: pũcto enim quouis intra figurã ſignato, & ab eo ad ſingulos angulos lineis ꝓtractis, erit ipſa figura in tot triãgulos reſoluta quoti fuerint eius anguli: ideoq; omnes anguli omnium illorũ triangulorum pariter accepti, tot rectis angulis erunt æquales, quãtus eſt numerus quem duplicant anguli propoſitæ figuræ. Cum itaq; ſint omnes anguli triangulorum, in quos ipſa reſoluta eſt, punctum mediũ circunſtantes, quatuor rectis æquales per 13 propoſitionem, manifeſtum conſtat propoſitum. Similiter quoq; patet, quòd omnis figuræ polygoniæ



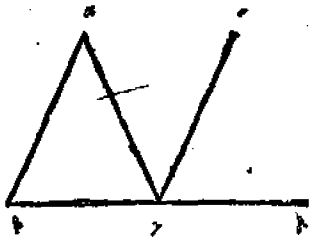
anguli omnes extrinseci quatuor rectis angulis sunt æquales: sunt enim intrinseci & extrinseci bis tot rectis æquales, quot habuerit angulos, per 13 propositionem. Intrinseci autem sunt bis tot rectis æquales, quot habuerit angulos, dēptis inde quatuor: ergo extrinseci sunt quatuor rectis æquales: quod est propositum. Exempli gratia, propositi pentagoni latera protrahantur, ut fiant anguli extrinseci, a b quidem protrahatur usq; ad f, b c usq; ad g, c d usq; ad h, d e usq; ad k, e a usq; ad l: eruntq; per 13 propositionem duo anguli, a intrinsecus & a extrinsecus, æquales duobus rectis: eadem autem ratione, duo anguli b intrinsecus & b extrinsecus: sic & cæteri: quare a, b, c, d, e, anguli intrinseci & extrinseci decem rectis æquantur. demptis igitur intrinsecis qui sunt æquales sex rectis, erunt extrinseci, uidelicet b a l, c b f, d c g, e d h, & a e k, æquales quatuor rectis. Patet etiam, quòd omnis pētagonus, cuius unumquodq; latus duo secat, ex reliquis habet quinq; angulos duobus rectis æquales. Sit qualis proponitur pentagonus a b c d e, & secet latus a c, latus b e in puncto g, & latus a d idem latus b e in puncto f, erit angulus a f g æqualis duobus angulis b & d, cum sit extrinsecus ad ipsos in triangulo f d b. Itemq; angulus f g a erit æqualis duobus angulis c & e, cum sit extrinsecus ad ipsos in triāgulo g c e, sed duo anguli a f g & f g a cum angulo a, sunt æquales duobus rectis: ergo quatuor anguli b d & c e, sunt cum angulo a æquales duobus rectis, quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propositio 32.*

Omnis trianguli uno latere producto, exterior angulus binis interioribus ex opposito est æqualis. Et trianguli tres interiores anguli, binis sunt rectis æquales. 32

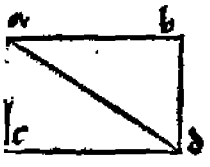
THEON ex Zamb. *Sit triangulum α β γ, & producatur unum illius latus (sitq; β γ) usq; in δ. Dico quòd exterior angulus α γ δ ipsis γ α β & α β γ duobus interioribus ex opposito, est æqualis, & trianguli tres anguli interiores, hoc est α β γ, β γ α, & γ α β, duobus rectis sunt æquales. Excitetur enim (per præcedentem) per signum γ, ipsi α β rectæ lineæ parallelus γ ε. Et quoniam parallelus est α β ipsi γ ε, & in ipsas incidit lineas α γ, alterni anguli β α γ & α γ ε, æquales sunt ad inuicem. Rursus quoniam parallelus est α β ipsi γ ε, & in eas incidit recta linea β δ, exterior angulus ε γ δ (per 27, 28, 29 propositiones) æqualis est angulo α β γ interiori & opposito: patuit autem, quòd α γ ε ipsi β α γ est æqualis. Totus igitur exterior angulus α γ δ, æqualis est duobus interioribus & oppositis, hoc est ipsis β α γ & α β γ. Communis ponatur, α γ β angulus: igitur α γ δ & α γ β, tribus angulis α β γ, β γ α & β α γ, sunt æquales. Sed α γ δ & α γ β, duobus rectis (per 13 propositionem) sunt æquales, anguli α γ β & γ α β & γ β α igitur duobus rectis sunt æquales. Omnis igitur trianguli & quæ sequuntur reliqua, ut in theoremate, quod oportuit ostendere.*



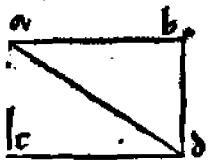
Euclid. ex Camp. *Propositio 33.*

Si in summitatibus duarum linearum æquidistantium & æqualis quantitatis, aliæ duæ lineæ coniungantur, ipsæ quoque æquales & æquidistantes erunt. 33

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, æquales & æquidistantes, quarum extremitates coniungam per lineas a c & b d. Quas dico esse æquales & æquidistantes: protraham enim lineam a d. Et quia lineæ a b & c d sunt æquidistantes, erit angulus b a d æqualis angulo a d c, per primam partem uicesimæ nonæ propositionis. Quare erunt duo latera a b & a d trianguli a b d, æqualia duobus lateribus d c & d a trianguli d c a, & angulus a primi, æqualis angulo d secundi: ergo per quartam propositionem basis b d primi, est æqualis basi a c secundi, & anguli a d b primi, æqualis angulo



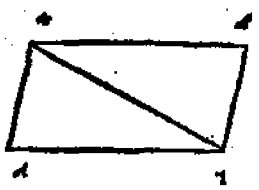
gulo d a c secundi. At quia ipsi anguli a d b & d a c sunt coalterni, erunt lineæ b d & a c æquidistantes, per uicesimamseptimam. Et quia prius probatum est ipsas esse æquales, patet propositum utrunque.



Euclid. ex Zamb. Theorema 23. Propositio 33.

33 Æquos & parallelos ad eadem partes, rectæ lineæ coniungentes, & ipsæ æquales & parallelæ sunt.

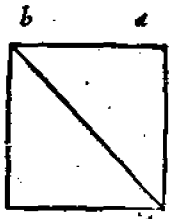
THEON ex Zamb. *Sint æquales rectæ lineæ & parralleli, α β & γ δ, & ipsas cõiungãt ad eadem partes, rectæ lineæ α γ & β δ, dico quòd α γ & β δ, æquales & parralleli sunt. Connectatur enim (per primum postulatum) β γ. Quoniam parallelus est α β ipsi γ δ, & in eas incidit β γ, alterni anguli α β γ & β γ δ ad inuicem sunt æquales, (per uicesimam nonam propositionem. Et quoniam æqualis est α β ipsi γ δ, communis autem β γ, duæ igitur α β & β γ, duabus β γ & γ δ sunt æquales, & angulus α β γ, angulo β γ δ est æqualis. Basis igitur β δ (per quartam propositionem) basi α γ est æqualis, & triangulum α β γ, triangulo (ei quod sub) β γ δ, æquum est, & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales alter alteri, sub quib. æqualia latera subtenduntur. Angulus igitur α γ β, æqualis est ei qui sub γ β δ: & angulus β α γ, ei qui sub β δ γ. Et quoniam in duas rectas lineas α γ & β δ, recta linea incidit β γ, alternos angulos, hoc est α γ β & γ β δ æquales ad inuicem efficiens: parallelus igitur est α γ ipsi β δ, (per uicesimamseptimam propositionem. Ostensum autem est, quòd & ei æqualis est. Æquales igitur & parallelos ad eadem partes coniungentes lineæ rectæ, & ipsæ æquales & parralleli sunt, quod oportuit demonstrasse.*



Euclid. ex Camp. Propositio 34.

34 OMnis superficies æquidistantibus contẽta lateribus, lineas atque angulos ex aduerso collocatos habet æquales, diametro diuidente eam per medium.

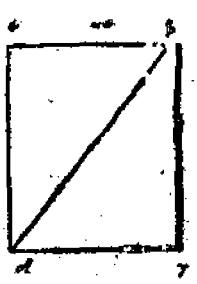
CAMPANVS. *Sit superficies a b c d æquidistantium laterum, ita quòd linea a b æquidistet c d, & a c ipsi b d. Dico duas lineas a b & c d, item duas lineas a c & b d esse æquales: similiter dico angulum a esse æqualem angulo d, & angulum b angulo c. Protraham diametrum à d, quæ etiam diuidet superficiem illam per medium. Cum a b & c d sint æquidistantes, erunt anguli b a d & c d a, qui sunt coalterni, æquales per uicesimamnonam. At quia etiam a c & d b sunt æquidistantes, erunt anguli c a d & d b a, qui sunt coalterni æquales, per eandem. Intelligo enim duos triangulos a d b & d a c: & quia duo anguli a & d trianguli a d b, sunt æquales duobus angulis d & a a trianguli d a c, & latus a d super quod iacent illi anguli in utroque triangulo est commune, erit per uicesimamsextam propositionem latus a b æquale lateri c d, & latus a c lateri b d, & angulus b angulo c. Et quia angulum a totalem patet esse æqualem angulo d totali, per secundam communem animi conceptionem, totum propositum cum correlario liquet.*



Euclid. ex Zamb. Theorema 24. Propositio 34.

34 Parallelogrammorum * locorum latera quæ ex opposito, & anguli, æqualia sunt ad inuicem, & dimetiens ea bifariam secat. * χωρίων.

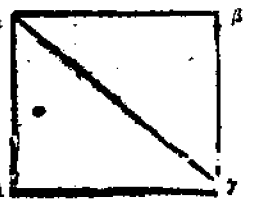
THEON *ex Zamberto. Sit parallelogrammus locus α γ δ β, dimetiens q; illius β γ esto. Dico quòd parallelogrammi α γ δ β latera & anguli ex opposito, ad inuicem sunt æqualia, & illud β δ dimetiens bifariam secat. Quoniam enim parallelus est α β ipsi γ δ, & in eas incidit recta linea β γ (per 29 propositionem) alterni anguli α β γ & β γ δ, sunt adinuicem æquales. Rursus quoniam parallelus est α γ ipsi β δ, & in eas incidit recta linea β γ, anguli alterni, hoc est α γ β & γ β δ æquales sunt ad inuicem. Bina igitur triangula sunt α β γ & β γ δ, duos angulos qui sub α β γ & α γ β, duobus angulis β & δ et γ β δ æquales habentia alterum alteri & unum latus uni lateri æquale ad angulos æquos, & commune eorum β γ, & reliqua latera: igitur (per 27 propositionem) reliquis lateribus æqualia erunt alte-*



c 9 rum

rum alteri, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis: latus igitur α β est æquale lateri γ δ, & α γ ipsi β δ, & angulus β α γ angulo δ δ γ est æqualis. Et quoniam angulus α β γ æqualis est angulo β γ δ, & angulus γ β δ ei qui sub α γ δ: totus igitur angulus α β δ, toti angulo α γ δ (per 2 communem sententiam) est æqualis. Ostensum est autem, quòd angulus δ α γ angulo γ δ β est æqualis. Parallelogrammorũ igitur * locorũ anguli & latera ex opposito, adinuicem sunt æqualia. Dico etiam, quòd dimetiens ea bifariam secat. Quoniam enim α β æquum est ipsi γ δ, & β γ communis est, duæ igitur α β & β γ, duabus β γ & γ δ sunt altera alteri æquales: & angulus α β γ angulo β γ δ est æqualis: basis igitur α γ (per 4. propositionem) basi β δ est æqualis, & triangulum α β γ triangulo β γ δ est æquale. Dimetiens igitur β γ, bifariam secat parallelogrammum α β γ δ: quod erat ostendendum.

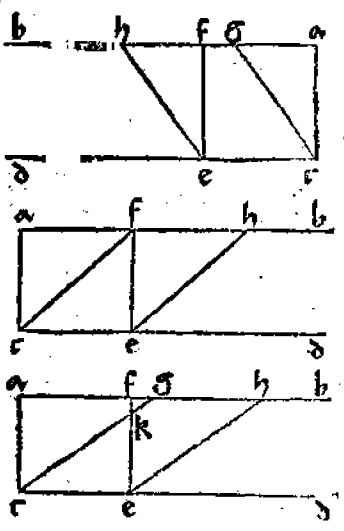
* χωρίων



Euclid. ex Camp. Propositio 33.

OMnes superficies æqdistãtiũ laterũ super unã basin atq; in eisdẽ alternis lineis constitutę, æquales esse probãtur. 33

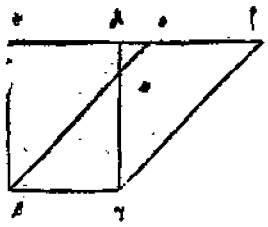
CAMPANVS. Sint duæ lineę a b & c d equidistantes, inter quas fiat a c f e superficies æquidistãtiũ laterũ super basim c e, & super eandẽ basim, & inter easdem lineas fiat alia superficies g c h e, similiter æquidistãtium laterũ: dico duas prædictas superficies, esse æquales. Quod sic probatur. Aut enim linea c g secabit lineã a b in aliquo puncto lineæ a f, aut in puncto f, aut in aliquo puncto lineæ b f. Secet ergo primo in aliquo puncto lineæ a f, ut in prima figuratione apparet. Et quia utraq; duarũ linearum a f & g h est æqualis lineæ c e per præcedentem, una earum erit æqualis alteri: dempta ergo linea f g communi, remanebit a g æqualis f h. Et quia per præcedentem iterum est a c æqualis f e, & angulus h f e angulo g a c per secundam partem 29, uidelicet extrinsecus intrinseco, erit per 4, triangulus a c g æqualis triangulo f e h. Ergo irregulari figura quadrilatera, quæ est g c f e, addita utriq;, erit superficies a c f e æqualis superficiei g c h e, quòd est propositũ. Secet secundo modo linea c g lineam a b in puncto f, ut in secunda figuratione apparet, eruntq; simili argumentatione priori, duo trianguli a c f & f c h, æquales: quare utrobique addito triangulo f c e, paret propositum. Secet tertio modo linea c g lineam a b inter duo puncta f, b, ut in tertia figuratione apparet, secabitq; lineam f e, sit ut in puncto k, & quia simili argumentatione priori, linea a f est æqualis lineæ g h, facta communi linea g f, erit g h æqualis f h, & triangulus a g c, æqualis triangulo f e h. Addito ergo utrique triangulo c k e, & detracto ab utroq; triãgulo f k g, erit superficies a c f e æqualis superficiei g c h e, quod est oppositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 35.

Parallelogramma in eadem basi & in eisdem parallelis existentia, 35 adinuicem sunt æqualia.

THEON ex Zamb. Sint parallelogramma α β γ δ & ε β γ ζ, in eadem basi existentia, hoc est β γ, & in eisdem parallelis, hoc est, α ζ & β γ. Dico quòd parallelogrammum α β γ δ, æquale est parallelogrammo ε β γ ζ. Quoniã enim parallelogrammũ est α β γ δ, æqualis est α δ ipsi δ γ (per 34 propositionẽ,) & id propterea etiã ε ζ ipsi δ γ est æqualis: quare & α δ ipsi ε ζ est æqualis, et communis δ ε: tota igitur α ε, toti δ ζ est æqualis. At α β ipsi δ γ est æqualis, duæ igitur ε α & α β, duabus ζ δ & δ γ sunt altera alteri æquales, & angulus ζ δ γ, angulo ε α δ est æqualis, exterior interiori. Basis igitur ε β, (per quartam propositionem) basi ζ γ est æqualis, & triangulum ε α β, triangulo ζ δ γ est æquale. Cõmune auferatur triangulũ δ α ε, reliquum igitur trapezium α β ε δ trapezio ε α γ ζ est æquale. Cõmune autem ponatur triangulum α β γ: totum igitur parallelogrammum α β γ δ, toti parallelogrammo ε β γ ζ est æquale. Parallelogramma igitur & quæ sequuntur reliqua, quod ostendere oportuit.

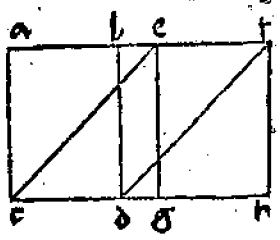


Euclid. ex Camp. Propositio 36.

Mnia parallelogramma in basibus æqualibus atq; in eisdem lineis constituta, æqualia esse necesse est. 36

CAM-

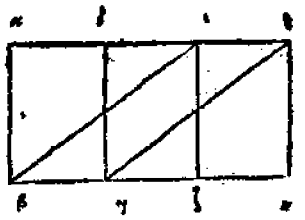
CAMP. Parallelogrammum, dicitur ſuperficies æquidiſtantium laterum. Sint duæ ſuperficies a b c d & e f g h, æquidiſtantiũ laterum conſtitutæ inter duas lineas æquidiſtantes quæ ſunt a f & c h, & ſuper æquales baſes quę ſunt c d & g h, dico eas eſſe ęquales: nam protraham duas lineas c e & d f, eritq; per 33, ſuperficies c d e f, æquidiſtantium laterum, propter hoc quod e f eſt æqualis & æquidiſtans c d: nam utraq; earum eſt æqualis g h. Quia ergo per prȩmiſſam utraq; duarum ſuperficierum a b c d & e f g h eſt æqualis ſuperficiei c d e f, ipſæ erunt ſibi inuicem æquales, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 26. Propoſitio 36.

36 Parallelogramma in æqualibus baſibus & in eiſdẽ parallelis exiſtentia, adinuicem ſunt æqualia.

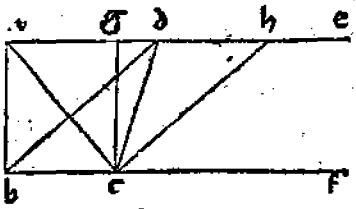
THEON ex Zamb. *Sint parallelogramma α β γ δ & ζ η θ, in æqualibus baſibus conſtituta, hoc eſt β γ & ζ η, & in eiſdem parallelis, hoc eſt α θ & β η. Dico quòd parallelogrammum α β γ δ eſt æquale parallelogrammo ζ η θ. Connectantur enim β ζ & γ θ. Quoniam æqualis eſt β γ ipſi ζ η, ſed ζ η æqualis eſt ipſi ζ θ, & β γ igitur ipſi ζ θ eſt æqualis: ſunt autem parallelι, & coniungunt eas β ζ & γ θ: æquales autem & ſimiles parallelos, coniungentes lineæ, æquales & parallelι ſunt (per 33 propoſitionem.) Igitur ζ β & γ θ æquales & parallelι ſunt. Parallelogrammum igitur eſt ζ β γ θ, & eſt æquale parallelogrammo α β γ δ: baſin enim eandem habet, hoc eſt β γ, & in eiſdem eſt parallelis, hoc eſt ζ γ & α θ: ac per hoc etiam ζ η θ, ipſi ζ β γ θ eſt æquale. Quare parallelogrammum α β γ δ parallelogrammo ζ η θ eſt æquale. Parallelogramma igitur & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 37.

37 AEquales ſunt ſibi cuncti trianguli, qui ſuper eandem baſin, atq; inter duas lineas æquidiſtantes ſunt conſtituti.

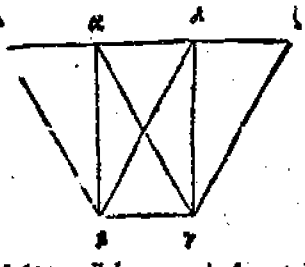
CAMP. Sint duo trianguli a b c & d b c, conſtituti ſuper baſin b c, inter duas lineas a e & b f, quę ſint æquidiſtãtes, dico eos eſſe ęquales. Protrahã enim c g ęquidiſtantẽ a b, & c h æquidiſtantẽ d b per 31, erũtq; duę ſuperficies a b c g & d b c h ęquales per 35. Et quia dicti triãguli ſunt earum dimidia per corellariũ 34 propoſitionis, ipſi erũt æquales per cõmunẽ ſcientiã quę eſt, quorum tota ſunt æqualia & dimidia, ficq; patet propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 27. Propoſitio 37.

37 Triangula in eadem baſi & in eiſdem parallelis conſtituta, adinuicem ſunt æqualia.

THEON ex Zamb. *Sint triangula α β γ & δ ζ γ, in eadem baſi β γ, & in eiſdem parallelis α δ & ζ γ conſtituta. Dico quòd triangulum α β γ, eſt æquale triangulo δ ζ γ. Producatur (per 2 poſtulatum) α δ ex utraq; parte, in ι & κ, & per ζ, ipſi γ α (per 31 propoſitionem) excitetur parallelus ζ ι, & per γ, ipſi ζ δ (per eandem) parallelus excitetur α κ. Parallelogramma igitur ſunt ι ζ α & δ ζ γ κ, & parallelogrammum ι β γ α, (per 35 propoſitionem) æquale eſt ipſi δ β γ κ parallelogrammo: in eadem enim ſunt baſi ζ γ, & in eiſdem parallelis ζ γ & ι κ. At parallelogrammi ι β γ α, triãgulum α ζ γ, dimidium eſt (per 34 propoſitionem) nam α ζ dimetiens, illud biſariàm ſecat, parallelogrammi uerò δ β γ κ (per eandem) triangulum δ ζ γ dimidium eſt. nam β γ dimetiens illud biſariàm ſecat: at quæ æqualium ſunt dimidium, adinuicem ſunt æqualia (per ſeptimam communem ſententiam) triangulum igitur α ζ γ, triangulo δ β γ eſt æquale. Triangula igitur & quæ ſequuntur reliqua, ut in theoremate: quod erat oſtendendum.*

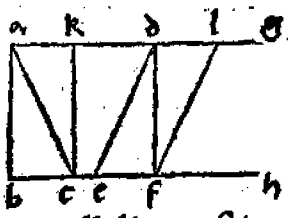


Euclid. ex Camp. Propoſitio 38.

38 SI duo trianguli ſuper baſes æquales atq; inter duas lineas æquidiſtantes ceciderint, æquales eos eſſe neceſſe eſt.

CAMP. Sint duo trianguli a b c & d e f, conſtituti ſuper baſes b c & e f æquales, & inter lineas

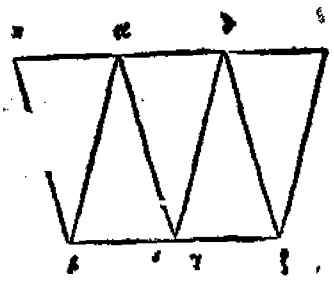
a g & b h æquidistantes, dico eos esse æquales. Protraham enim c k æquidistantem a b, & f l æquidistantem e d, eruntq; duæ superficies a b c k & d e f æquales (per 36) & quia dicti trianguli sunt earũ dimidia per correlarium 34 propositionis, ipsi erunt æquales per antedictam communem sententiam.



Euclid. ex Zamb. Theorema 28 Propositio 38.

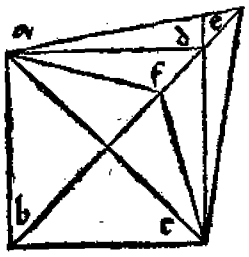
Triangula in æqualibus basibus & in eisdem parallelis constituta, adinuicem sunt æqualia. 38

THEON ex Zamb. *Sint triangula α β γ & δ ε ζ, in æqualibus basibus constituta, hoc est β γ & ε ζ, & in eisdem parallelis, hoc est β ζ & α δ. Dico quòd triangulum α β γ, æquũ est triangulo δ ε ζ. Producatur enim (per secundum postulatum) α δ, ex utraq; parte in η θ, & per β, ipsi γ α (per 31 propositionem) parallelus excitetur β η, & per ζ, ipsi δ ε parallelus excitetur ζ θ (per eandẽ) Parallelogrammum igitur est, & η β γ α & δ ε ζ θ. At parallelogrammum η β γ α (per 36) æquum est ipsi δ ε ζ θ parallelogrammo, in æqualibus enim sunt basibus, hoc est β γ & ε ζ, & in eisdem parallelis, hoc est β ζ & η θ. At parallelogrammi η β γ α (per 34 propositionem) triangulum α β γ, medietas est, α β enim dimetiens, illud bifariàm secat: & triangulum δ ε ζ, parallelogrammi δ ε ζ θ medietas est (per eandem), nam dimetiẽs ζ δ, illud secat bifariàm. Æqualiũ uerò ea quæ sunt dimidium, sibi inuicem sunt æqualia, (per 7 communem sententiam). Triangulum igitur α β γ, triangulo δ ε ζ est æquale. Triangula igitur in æqualibus basibus & in eisdem parallelis constituta, sibi inuicem sunt æqualia. quod oportuit demonstrasse.* *Euclid. ex Camp. Propositio 39.*

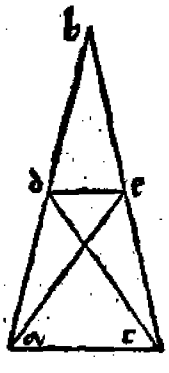


Omnes duo trianguli æquales, si in eandem basin & ex eadẽ parte ceciderint, inter duas lineas æquidistãtes erũt. 39

CAMPANVS: Sint duo trianguli a b c & d b c, constituti super basin b c ex una eademq; parte, sintq; æquales: dico eos esse inter lineas æquidistãtes. Et hæc est cõuersa 37. A' puncto a, protraham lineam æquidistantẽ lineæ b c, quæ si pertransierit per punctum d, liquet propositum. Sin autem, pertrãsibit supra aut infra. Transeat primò suprà, & sit a e, producam b d, usq; quo secet lineam a e in puncto e, & pratraham lineam e c. Et quia triangulus e b c est æqualis triangulo a b c (per 37) & triangulus d b c positus est æqualis triangulo a b c, erit triangulus d b c æqualis triangulo e b c, pars toti, quod est impossibile. Non igitur pertrãsibit linea quæ à puncto a ducitur æquidistanter b c, supra d. Trãseat ergo infrà, & sit a f, secans lineã d b in puncto f. Protraham ergo lineam f c, & quia per 37 triangulus f b c est æqualis triangulo a b c, ipse etiam erit æqualis triangulo d b c, pars toti, quod est impossibile. Quia ergo à puncto a, æquidistans b c non transit nisi per punctum d, patet propositum.



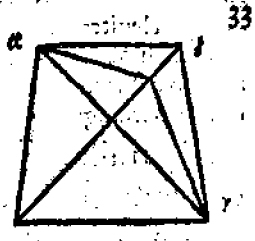
CAMPANI additio. Ex hac autem & præmissa, nota quòd si aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera per æqua secet uel secuerit, ipsa erit tertio æquidistãs, quod sic probatur. Sit triangulus a b c, cuius duo latera quæ sunt a b & b c, secet linea d e per æqualia, a b quidem in puncto d, & b c in puncto e, dico quòd linea d e est æquidistans a c. Protraham enim in quadrilatero a c e d, diametros a e & d c. Ductaq; per 31 à puncto e ipsi a b æquidistante, erit per 38 triangulus a e d æqualis triangulo d e b, propter id quòd linea a d basis trianguli a e d posita est æqualis lineæ d b basi trianguli d e b. Rursus quia ducta à puncto d per 31 ipsi b c æquidistante, per eandem triangulus c e d erit æqualis eidem triangulo d e b, propter id quòd linea c e posita est æqualis lineæ e b, triangulus a e d est æqualis triangulo c e d. Quia ergo ipsi sunt constituti super eandem basin, uidelicet lineam e d, & ex eadem parte, ipsi erunt per hanc 39 inter lineas æquidistantes: ergo linea d e, est æquidistans lineæ a c. Quod quidem propositum ad quintam quarti tibi ualebit.



Euclid. ex Zamb. Theorema 29. Propositio 39.

Triangula æqualia in eadem basi & ad easdem partes constituta, sunt in eisdem parallelis. 39

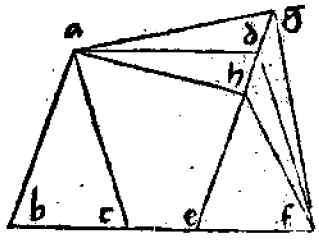
THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ & δ γ ϛ, cõstituta in eadẽ basi β γ, & ad easdem partes, dico quòd & in eisdem sunt parallelis. Connectatur α δ. Dico quòd α δ ipsi ϛ γ est parallelus. Si autem nõ, excitetur (per 31 propositionem) per α signum, ipsi β γ rectæ lineæ parallelus α ε, & cõnectatur ε γ. Triangulum igitur ε β γ (per 37 propositionem) æquale est triangulo α β γ: in eadem enim sunt basi ϛ γ in eisdemq; parallelis α ε & β γ. At triangulum igitur δ β γ, ipsi triangulo α β γ est æquale per hypothesin. Triãgulum igitur δ β γ, triangulo ε β γ est æquale, maius uidelicet minori, quod est impossibile: parallelus igitur minimè est α ε ipsi β γ. Similiterq; ostendemus, quòd nulla alia præter α δ: parallelus igitur est α δ ipsi β γ. Triangula igitur æqualia, & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.*



Euclid. ex Camp. Propositio 40.

40 SI duo trianguli æquales super æquales bases unius eiusdemq; lineæ ex eadem parte fuerint constituti, eos inter duas lineas æquidistantes necesse est contineri.

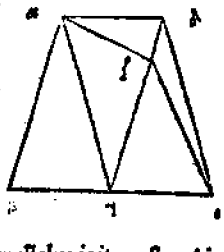
CAMPANVS. *Sint duo triãguli a b c, d e f æquales constituti super duas bases, quæ sunt b c & e f, ex eadẽ parte: dico eos esse inter duas lineas æquidistantes, & hæc est conuersa 38. Et probatur per ipsam, sicut præcedens per 37. A punctο a, ducatur linea æquidistans lineæ b f, quæ si transierit per punctum d, patet propositum: sin autem, pertranseat supra ut a g, & producatur c d usq; ad ipsum g, ut sit e g, & ducatur linea g f. Erit per 38 triangulus a b c, æqualis triangulo g e f, quare & triangulus d e f erit æqualis triangulo g e f, pars toti, quod est impossibile: non ergo transibit supra. Tranſeat ergo infra, secetq; lineam d e in puncto h, & ducatur linea f h, erit per 38 triangulus h e f, æqualis triangulo a b c, quare & triangulo d e f, pars toti, quod est impossibile. Quia ergo non transibit, nisi per punctum d, patet propositum.*



Euclid. ex Zamb. Theorema 30. Propositio 40.

40 Triangula æqualia in æqualibus basibus existentia, & ad easdem partes constituta, in eisdem sunt parallelis.

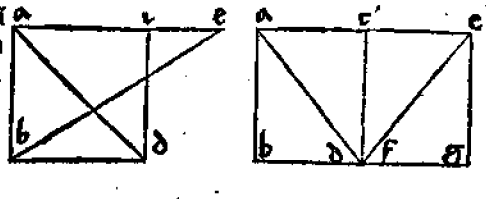
THEON ex Zamberto. *Sint triangula æqualia α β γ & γ δ ε, in æqualibus basibus constituta, hoc est β γ & γ ε, & ad easdem partes α. Dico quòd & in eisdem sunt parallelis. Connectatur (per primum postulatum) α δ. Dico quòd α δ ipsi β ε est parallelus. Si autem non, excitetur (per 31 propositionem) per α ipsi ϛ ε parallelus α ζ, & connectatur ζ ε. Triangulum igitur α β γ, triangulo γ ζ ε est æquale (per 38) in æqualibus enim sunt basibus constituta β γ & γ ε, & in eisdem parallelis β ε & α ζ, sed triangulum α β γ, triangulo δ γ ε est æquale. Triangulum igitur δ γ ε, æquum est triangulo ζ γ ε, maius minori, quod est impossibile: parallelus igitur minimè est α ζ ipsi β ε. Similiterq; ostendemus quòd nulla præter α δ. Parallelus igitur est α δ ipsi β ε, quod ostendere oportebat.*



Euclid. ex Camp. Propositio 41.

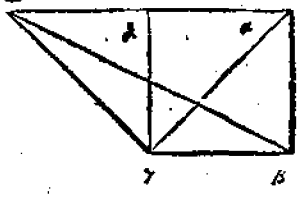
41 SI parallelogrammum triangulusq; in eadem basi atque in eisdem alternis lineis fuerint constituta, parallelogrammum triangulo duplum esse conueniet.

CAMPANVS. *Sit parallelogrãmũ a b c d, & triãgulus e b d super basin b d, & inter lineas a e & b d, quę sint æquidistãtes. Dico parallelogrammũ, duplũ esse triãgulo. Protrahã in parallelogrãmo diametrũ a d, erit triãgulus a b d, dimidiũ parallelogrammi per corellariũ 34, & quia triãgulus e b d est æqualis triãgulo a b d per 37, patet triangulũ e b d, esse dimidiũ parallelogrãmi a b c d, quod est propositũ. Similiter quoq; potest probari, quòd si parallelogrammũ triangulusq; in æqualibus basibus atq; inter lineas æquidistãtes fuerint cõstitura, parallelogrammũ duplũ erit triãgulo. Quod ideo nõ posuit Euclides,*



des, quia leuiter patet ex hac præcedente corollarium, & 38, diuiso parallelogrammo per diametrum in duos triangulos, uel super basin parallelogrammi inter easdē lineas æquè distantes triangulo cōstituto, ad quē duplum erit parallelogrammum per hāc præcedentē, & ipse equalis alteri dato triangulo, per 38. *Euclid. ex Zamb.* *Theorema 31.* *Propositio 41.*

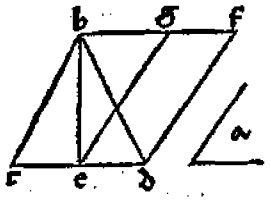
Si parallelogrammum & triangulum eandem basin habuerint, in eisdemq; fuerint parallelis, trianguli parallelogramū duplum erit. 41



THEON ex Zamb. *Parallelogrammum enim α β γ δ, & triangulum ε β γ, eandem habeant basin β γ, in eisdemq; sint parallelis β γ & α ε. Dico quòd parallelogrammum α β γ δ, trianguli β ε γ duplum est. Connectatur enim (per 1 postulatum) α γ. Triangulū igitur α β γ (per 37) æquale est triangulo ε β γ: in eadem sunt basi β γ, & in eisdem parallelis β γ & α ε. Sed parallelogrammum α β γ δ, duplū est ipsius trianguli α β γ (per 34 propositionem) etenim dimetiens α, γ illud bifariàm secat. Quare parallelogrammum α β γ δ, ipsius trianguli ε β γ duplum est. Si parallelogrammum, & triangulum igitur, & quod sequitur reliquum, quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 42.*

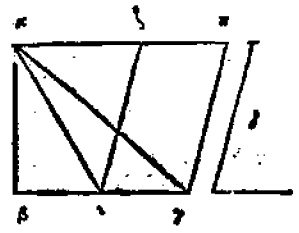
Equidistantium laterum superficiem designare, cuius angulus sit angulo assignato æqualis, ipsa uerò superficies triangulo assignato æqualis. 42



CAMPANVS. Sit assignatus angulus a, & assignatus triangulus b c d, uolo describere superficiem æquidistantium laterum æqualem triangulo b c d, cuius uterq; duorum angulorum ex aduerso positorum sit æqualis a. Diuido basin c d per dimidium in puncto e, & protraho lineam b e, & à puncto b duco b f æquidistantem c d, eritq; (per 38) triangulus b e d æqualis triangulo b f c, quare triangulus b e d, est dimidium totalis trianguli b c d. Igitur super punctum e lineæ d e, constituo (per 23) angulum d e g, æqualem angulo a, & perficio parallelogrammum g e d f, quod etiam quia per præcedentem est duplum ad triangulum b e d, erit etiam æquale triangulo b c d, per hanc communem scientiam, quorum dimidia sunt æqualia, ipsa quoq; sunt æqualia: est enim triangulus b e d, utriusq; dimidium. Quare descripsimus parallelogrammum g e d f æquale triangulo b c d, cuius uterq; duorum angulorum g e d & d f g ex aduerso positorum est æqualis angulo a, quod fuit propositum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 11.* *Propositio 42.*

Dato triangulo, æquale parallelogrammum constituere, in dato angulo rectilineo. 42



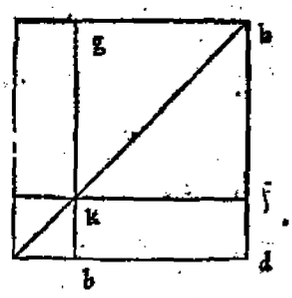
THEON ex Zamb. *Sit datum triangulum α β γ, datus uerò angulus rectilineus sit λ, oportet iam ipsi triangulo α β γ æquale parallelogrammum cōstruere in angulo rectilineo æquali ipsi λ. Secetur (per 10 propositionem) linea ε γ bifariàm, in signo ε, & connectatur (per 1 postulatum) α ε. Constituaturq; (per 23 propositionem) ad datā rectam lineam ε γ, ad datumq; in ea signum ε, ipsi angulo λ, æqualis angulus γ ε ζ. Et (per 31 propositionem) per α, ipsi ε γ excitetur parallelus α κ & (per eandem) per γ ipsi ε ζ, parallelus excitetur γ κ: parallelogrammū igitur est ζ ε γ κ. Et quoniam æquales est ε ipsi ε γ, triangulum α β ε (per 38) triangulo α ε γ est æquale: in æqualibus enim sunt basibus ε γ & ε χ, & in eisdem parallelis ε γ & α κ. Duplum igitur est triangulum α ε γ, trianguli α ε γ: basin enim eandē habet, in eisdemq; parallelis est: parallelogrammum igitur ζ ε γ κ æquum est ipsi triangulo α β γ, & habet angulum γ ε ζ æqualem dato angulo λ. Dato igitur triangulo α β γ, æquale constitutum est parallelogrammum ζ ε γ κ, in angulo γ ε ζ qui æqualis ipsi λ, quod fecisse oportuit.* *Euclid. ex Camp.* *Propositio 43.*

Omnis parallelogrāmi spacij, eorū quæ circa diametrū sunt parallelogrāmorū supplemēta, æqua sibi inuicē esse necesse est. 43

CAMPANVS. Sit parallelogrammum a b c d, in quo protraham diametrum b c, & protraham e f æquidistantē utriq; duorum laterum a b & c d, quę secet diametrum in puncto k, à quo ducam k g æquidistantem utriq; duorū laterum a c & b d, & producā eam quousq;

secet

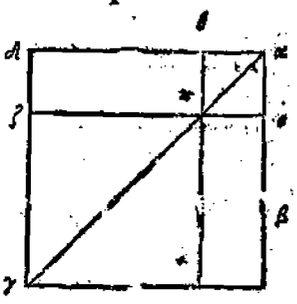
a b & c d, ſitq; tota g k h. Erit totum parallelogrammum a b c d diuiſum in quatuor parallelogramma, quorum duo, ſcilicet e c k h & g k b f dicuntur cõſiſtere circa c b, eo quòd diameter tranſit per medium eorum, & ideo ſunt circa diametrum: reliqua duo, ſcilicet, a e g k & k h f d, dicuntur ſupplementa. Hæc duo ſupplementa dicuntur eſſe æqualia: ſunt enim duo trianguli a b c & d c b, æquales per correl. 34 propoſitionis: ſimiliter quoq; duo trianguli g k b & f k b, ſunt æquales per idem correlarium: at duo trianguli c e k & k h c, ſimiliter ſunt æquales per idem correlarium. Demptis igitur duobus triãgulis b f k & k e c de totali triangulo a b c, ac duobus triangulis reliquis b k & k c h de totali triangulo reliquo c d b, erunt per 3 communem animi conceptionem reſidua, quę ſunt duo dicta ſupplementa, æquãlia: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 32.* *Propoſitio 43.*

43 Omnis parallelogrammi eorum quæ circa dimetientem ſunt parallelogrammorum ſupplementa, ſibi inuicem ſunt æqualia.

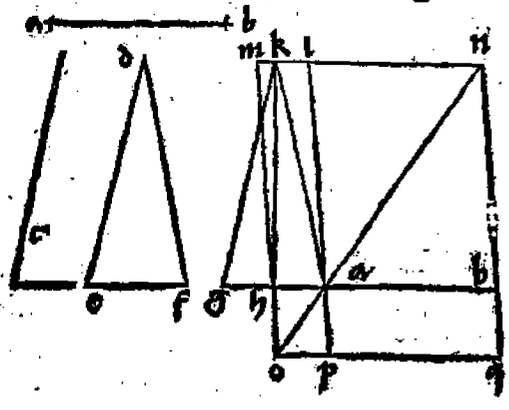
THEON *ex Zamb. Sit parallelogrammum α ζ γ δ, dimetiens uerò illius ſit α γ, circa uerò α γ parallelogramma ε θ & κ ζ, ſupplementa uerò ſint β κ & κ δ. Dico quòd ſupplementum β κ, æquale eſt ſupplemẽto κ δ. Quoniam enim parallelogrammum eſt α ζ γ δ, dimetiens uerò illius eſt α γ, triangulum α β γ (per 34 propoſitionem) æquum eſt triangulo α δ γ. Rurſus quoniam parallelogrammum eſt α ε κ θ, dimetiens uerò illius eſt α κ, triangulum igitur α ε κ (per eandem) æquum eſt triangulo α θ κ, ac per hoc etiam triangulum κ ζ γ, æquum eſt triangulo κ κ γ. At quoniam triangulum α ε κ triangulo α θ κ eſt æquale, & triangulum κ ζ γ triangulo κ κ γ eſt æquale, triangula igitur α ε κ & κ κ γ, triangulis α θ κ & κ ζ γ ſunt æqualia: eſt autem totum triangulum α β γ, toti triangulo α δ γ æquale: reliquum igitur ſupplementum β κ (per 3 communem ſententiam) reliquo ſupplemento κ δ eſt æquale. Omnis parallelogrammi ergo, & quod ſequitur reliquum, quod oportuit demonſtraſſe.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 44.*

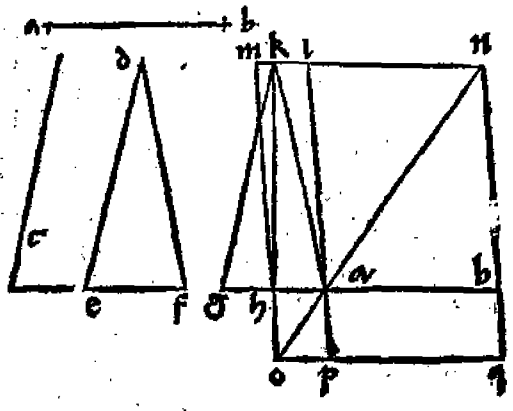
44  Propoſita linea recta, ſuper eam ſuperficiẽ æquidiſtantiũ laterũ, cuius angulus ſit angulo adſignato æqualis, ipſa uerò ſuperficies triangulo aſsignato æqualis deſignare.

CAMPANVS. Deſignare ſuperficiem æquidiſtantium laterum ſuper lineam aliquam, eſt lineam ipſam facere latus unum ipſius ſuperficiei. Sit ergo data linea a b, & datus angulus c, & datus triangulus d e f. Super lineam a b uolo deſignare ſuperficiẽ unam æquidiſtantium laterum, ita quòd linea a b ſit unum ex lateribus eius, cuius utercq; duorũ angulorum ex aduerſo poſitorũ ſit æqualis angulo c, & ipſa tota lis ſuperficies ſit æqualis triãgulo d e f. Differt autẽ hęc à 42, quia hic datur latus unius ſuperficiei deſcribẽdę, ſcilicet linea a b, ibi autẽ nullum. Cum ergo hoc uoluero facere, adiungo lineã a g lineę a b ſecundum rectitudinẽ, quã pono æqualẽ lineę e f baſi triãguli dati, ſuper quã conſtituto triangulum unum, dato triangulo æqualem, & eidem æquilaterum, quod hoc modo facio. Conſtituò angulũ a k g æqualẽ angulo e, & angulũ g a k æqualẽ angulo f, per 23: & quia g a poſita fuerat æqualis e f, erit per 26 triangulus g a k æqualis & æquilaterus triangulo c f d. Diuidam ergo g a per æqualia in puncto h, & protraham k h, & producam à puncto k lineã m k n æquidiſtantẽ lineæ g b, eritq; per 28 triangulus a h k æqualis triangulo g h k. Tunc ſuper punctũ lineę g a faciam angulum g a l per 23 æqualem angulo c dato, & complebo ſuper baſin a h, & inter lineas g b & m n æquidiſtantes, ſuperficiẽ æquidiſtantiũ laterũ m l h a, quę per 41 dupla erit ad triangulum h k a: æqualis igitur totali triangulo k g a, quare & triangulo d e f propoſito.



Protraham

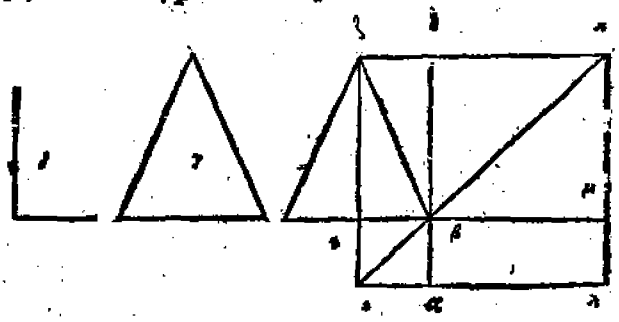
Protraham ergo b n æquidistantē a l, & producam diametrū n s, quam protraham quousq; concurrat cum m h producta in puncto o, & complebo superficiē æquidistantium laterum m o n q, & protraham l a usq; ad p punctum lineæ o q, eritq; per præcedentem, supplementū a b p q, æquale supplemento m l h a, quare & triāgulo d e f, & quia (per 15) angulus l a h est æqualis angulo b a p, & ideo angulus b a p est æqualis angulo c, patet super datā lineam a b descriptam esse superficiem æquidistantium laterum a b p q æqualem dato triāgulo d e f, cuius uterq; duorum angulorum ex aduerso positorum, qui sunt a & q, est æqualis dato angulo c, quod fuit propositum.



Euclid. ex Zamb. Problema 12. Propositio 44.

Ad datam rectam lineam, dato triangulo æquale parallelogram- 44
παραβαλεῖν mum * construere in dato angulo rectilineo.

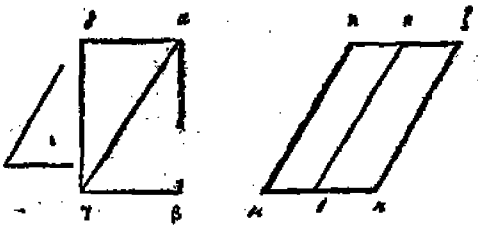
THEON ex Zamb. *Sit quidem data recta linea α β, datum uerò triangulum, sit γ: datus autem angulus rectilineus sit δ: oportet iam ad datam rectam lineam α β, dato triangulo γ æquale parallelogrammum*
παραβαλεῖν ** prætendere in angulo qui æqualis δ. Constituatur (per 42) ipsi γ triangulo æquale parallelogrammum β ε ζ η, in angulo ε β η, qui ipsi δ est æqualis. Et (per 2 postulatum) ponatur, ut θ ε sit in rectum ipsi α β, & extendatur ζ η in θ, & per α (per 31 propositionem) utriq; & β η & ε ζ parallelus excitetur α θ, & connectatur (per primum postulatum) θ β. Et quoniam in parallelos ε θ & ε ζ recta linea incidit θ ζ, anguli ergo α θ ζ, θ ζ ε, (per 29 propositionem) duobus rectis sunt æquales: anguli uerò β θ η & η ζ ε, duobus rectis sunt minores, quæ autem à minoribus duobus rectis in infinitum producūtur, (per 5 postulatum) concurrunt. Lineæ igitur θ β & ζ ε, in infinitum productæ concurrunt: producantur igitur, & concurrant in κ. Et (per 31 propositionem) per κ signum utriq; ε α & ζ θ parallelus excitetur κ λ, & producantur (per 2 postulatum) lineæ θ α & κ θ ad λ μ, signa. Parallelogrammum igitur est θ λ κ ζ, illiusq; dimetiens est θ κ. circa uerò ipsum dimetientem θ κ parallelogramma sunt α κ & μ ε, supplementa uerò λ β & β ζ. Igitur (per 43) λ β ipsi β ζ est æquale, sed β ζ (per 42) ipsi triangulo γ est æquale, igitur & λ β, ipsi γ est æquale. Et quoniam angulus κ β ε (per 15) angulo α β μ est æqualis, sed angulus κ β ε, ipsi δ est æqualis, angulus igitur α β μ ipsi δ est æqualis. Ad datam igitur rectam lineam α β, dato triangulo γ æquale parallelogrammum*
παραβεβλῆσθαι ** prætenditur λ μ, in angulo α β μ, qui ipsi δ est æqualis, quod faciße oportuit.*



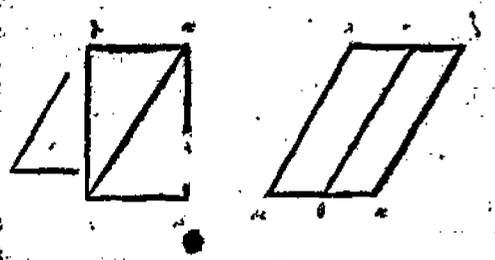
Euclid. ex Zamb. Problema 13. Propositio 45.

Dato rectilineo, æquale parallelogrammum constituere 45
in dato angulo rectilineo.

THEON ex Zamberto. *Sit datum rectilineum α β γ δ, datus uerò angulus rectilineus sit ε, oportet iam ipsi α β γ δ rectilineo æquale cōstruere parallelogrammum in dato angulo rectilineo. Cōnectatur enim (per 1 postulatum) δ β, & cōstituatur (per 42) triāgulo α β δ æquale parallelogrammum ζ θ, in angulo θ η ζ, qui ipsi ε est æqualis, &* παραβεβλήσθω ** prætendatur (per 44) ad rectā lineā η θ, triangulo δ β γ quale parallelogrammū η μ, in angulo η θ μ, qui ipsi ε est æqualis. Et quoniā angulo ε, angulus θ η ζ & angulus*



angulus γθμ est æqualis, angulus igitur θκζ, angulo κθμ æqualis. Communis ponatur angulus κθκ, anguli ergo ζκθ & κθκ, angulis κθγ & γθμ sunt æquales. Sed anguli ζκθ & κθκ (per 29 propositionē) duobus rectis sunt æquales: anguli igitur κθκ & κθμ, duobus rectis sunt æquales. Ad aliquā igitur rectā lineā κθ (per 14 propositionē) ad aliquodq; in ea signū θ, binæ rectæ lineæ κθ & θμ nō in eisdem partibus existentes, × utrobiq; angulos binis rectis æquales efficientes. In rectū igitur est κθ ipsi μθ. At quoniā ἐφεξῆς in parallelos κμ & ζκ recta linea incidit θκ, alterni anguli μθκ & θκζ (per 29 propositionē) sibi inuicē sunt æquales. Cōmunis ponatur angulus θκλ. Anguli ergo μθκ et θκλ, angulis θκζ et θκλ sunt æquales. Sed ānguli μθκ et θκλ (per eādē) duob. rectis sunt æquales. In rectū est igitur linnea ζκ, lineæ κλ. At quoniā latus ζ ipsi θκ (per 24) æquale est & parallelus, & ipsi θκ ipsa μλ, igitur (per 1 cōmunē sentētiam.) ζκ ipsi μλ æqualis est et parallelus (per 30 propositionē.) Sed eas coniungunt rectæ lineæ κμ & ζλ, lineæ igitur κμ & ζλ (quæ per 33 propositionē) æquales & paralleli sunt: parallelogrāmum igitur est κζμ. Et quoniam (per 42) triangulum αβδ parallelogrammo ζθ est æquale, & triangulū δθγ parallelogrammo κμ, totum igitur αθγδ rectilineum, toti κζμ parallelogrammo est æquale. Dato igitur rectilineo αβγδ, æquum parallelogrāmum constitutum est κζμ, in angulo ζημ ipsi ε dato æquali, quod fecisse oportuit.

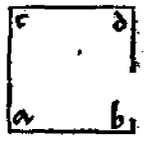


Euclid. ex Camp. Propositio 45.

45 

X data linea, quadratum describere.

CAMPANVS. Sit data linea a b, ex qua uolo quadratum describere. A' punctis a & b lineę a b educo, per 11, lineas a c & b d perpēdiculares ad lineā a b, quę erunt æquidistantes, per ultimā partē 28, & pono utrāq; earum, eidē a b per 3 æqualem, & protraho lineā c d, eritq; ipsa æqualis & æquidistans lineę a b, per 23. Et quia uterq; duorum angulorum a & b est rectus, erit uterque duorum c & d rectus per ultimam partem 29, ergo per diffinitionem quadrati, a b c d est quadratum: quod est propositum.

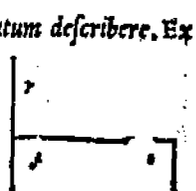


Idem aliter ostendere. Sit a c perpendicularis super lineam a b per 11, & sit ei æqualis ut prius, & à puncto c per 31 ducatur c d æquidistans a b, & ponatur æqualis ei, & ducatur linea d b, quæ per 33 erit æqualis & æquidistans a c, & omnes anguli recti, per ultimā partem 29, quare per diffinitionem quadrati habemus propositum.

Euclid. ex Zamb. Problema 14. Propositio 46.

46 Ex data recta linea quadratum describere.

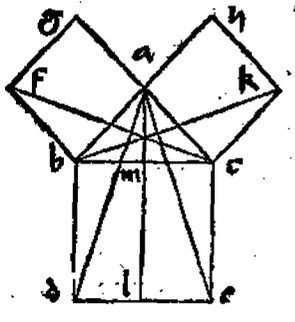
THEON ex Zamb. Sit data recta linea αβ, oportet ex αβ rectā lineā quadratum describere. Excitetur (per 11 propositionem) ipsi rectæ lineæ αβ, à dato signo α, ad angulos rectos αγ, & ponatur (per 3 propositionem) ipsi αδ æqualis αθ. Et (per 31 propositionē) per signum θ, ipsi αβ parallelus excitetur θε, & (per eandem) per signū β, ipsi αθ excitetur parallelus δε: parallelogrāmum igitur est ipsum αθεβ, æqualis igitur est αγ ipsi θε, & αθ ipsi βε. Sed αβ ipsi αθ est æqualis: quatuor igitur βα, αθ, θε, & εδ, sibi inuicem sunt æquales: æquilaterū igitur est αθεβ parallelogrammum. Dico eriam quòd & rectangulū est. Quoniā enim in parallelos αδ & θε, recta linea incidit αθ, anguli igitur βαθ & αθε (per 29 propositionē) duobus rectis sunt æquales: angulus autē βαθ est rectus, angulus igitur αθε est etiā rectus, parallelogrammorum * locorum autem latera & anguli ex oppositō, sibi inuicē sunt æqualia (per 34 propositionem.) χωρίων Ex oppositō igitur ambo & αβε & βεθ anguli, sunt recti. Rectangulum igitur est αδεθ, ostensum autem est, quòd & æquilaterum. Quadratum igitur est, atque ex data recta linea αβ descriptum, quod facere oportebat.



Euclid. ex Camp. Propositio 46.

46 

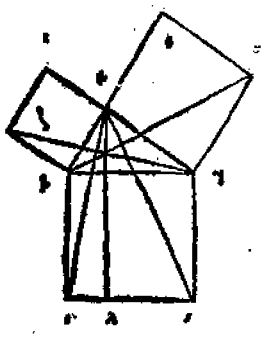
N omni triangulo rectangulo quadratum quod à latere rectāgulo oppositō in semetipso ducto describit, æquum est duobus quadratis, quæ ex duobus reliquis lateribus conscribūtur.



CAMPANVS. Sit triãgulus a b c, cuius angulus a sit rectus. Dico quòd quadratum lateris b c, æquum est quadrato lateris a b, & quadrato lateris a c simul sumptis. Quadrabo ergo hæc tria latera, secundũ doctrinam præcedẽtis, sitq; quadratũ b c, superficies b c d e, & quadratũ b a, superficies b f g a, & quadratũ a c, superficies a c h k. Ab angulo a recto, ducã ad basim d e basim maximi quadrati, tres lineas, scilicet a l, equidistantẽ utriq; lateri b d & c e, quę secet b c in puncto m, & hypothenusas a d & a e. Itemq; à duobus reliquis angulis trianguli, qui sunt b & c, ducam ad duos angulos duorum quadratorum minorũ, duas lineas se interfecantes intra ipsum triangulum, quæ sunt b k & c f. Et quia uterq; duorum angulorum b a c & b a g, est rectus, per 14 erit g c linea una: eadem ratione erit b h, linea una, quia uterq; duorum angulorum c a b & c a h est rectus. Quia ergo super basim b f, & inter duas lineas æquidistantes, quæ sunt c g & b f, constituta sunt, parallelogrãmum b f g a & triangulo b f c, erit per 14 parallelogrammum b f g a, duplum triangulo b f c, sed triangulus b f c est æqualis triangulo b a d per 4, quia f b & b c latera primi sunt æqualia a b & b d lateribus postremi, & angulus b primi est æqualis angulo b postremi, eo quòd uterq; constat ex angulo recto & angulo a b c communi: ergo parallelogrammum b f g a, est duplum ad triangulum a b d. Sed parallelogrammum b d l m est duplum ad eundem triangulum per 41, quia constituti sunt super eandem basim, scilicet b d, & inter lineas æquidistantes quæ sunt b d & a l: ergo per communem scientiam quadratum a b f g, & parallelogrãmum b d l m sunt æqualia, quia eorum dimidia, uidelicet prædicti trianguli sunt æqualia. Eodem modo & per easdem propositiones mediantibus triangulis k b c & a e c, probabimus quadratum a c h k esse æquale parallelogrammo c e l m: quare patet propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 33.* *Propositio 47.*

In rectangulis triangulis quadratum quod à latere rectum angulum subtendente fit, æquum est quadratis quæ fiunt ex lateribus rectum angulum continentibus. 47



THEON *ex Zamb. Sit triangulum rectangulum α β γ, rectum habens qui sub β α γ angulum. Dico quòd quadratum quod fit ex β γ, æquum est quadratis quæ fiunt ex β α & α γ. Describatur enim (per 46) ex β γ, quadratum β δ ε γ, & (per eandem) ex β α & α γ, quadrata α β ζ η & α γ θ ι. Et per α, ipsis β δ & γ ε, (per 31 propositionẽ) parallelus excitetur α λ, & cõnectãtur (per 1 postulatũ) α δ et γ ζ. Et quoniam anguli β α γ & β α η sunt recti, ad aliquam igitur rectam lineam β α, ad datumq; in ea signum α, duæ rectæ lineæ α γ & α η non in easdẽ partes proiectæ, angulos κ utrobiq; duobus rectis æquos efficiunt (per 14 propositionem) in rectum igitur est α γ ipsi α η. Ac per hoc & β α ipsi α θ est in rectum. Et quoniam angulus δ β γ æqualis est angulo ζ β α, rectus enim uterq; est, cõmunis ponatur angulus α β γ: totus igitur δ β α, toti ζ β γ est æqualis. Et quoniã duæ α β & β δ duabus θ ζ & β γ sunt altera alteri æquales, & angulus δ β α angulo ζ β γ est æqualis, basis igitur α δ basi ζ γ (per 4 propositionẽ) est æqualis, & triangulum α β δ triangulo ζ β ε est æquale. Triãguli uerò α β δ (per 41) parallelogrammũ β λ duplum est: basim enim habet eandem, hoc est β δ, in eisdemq; est parallelis, hoc est β δ & α λ. Et trianguli quoq; ζ β γ (per eandem) quadratum η β duplum est, basim namq; eandem habet, hoc est β ζ, & in eisdem est parallelis, hoc est ζ β & η γ: quæ autem æquãlium dupla sunt (per 6 communem sententiam) ad inuicem sunt æqualia: parallelogrammum igitur β λ æquum est quadrato η β. Similiterq; si connectantur (per 1 postulatum) α ε & β η, ostendetur parallelogrammum γ λ, æquale esse quadrato θ γ. Totum igitur quadratum β δ ε γ, duobus η β & θ γ quadratis æquum est. Et quadratum β δ ε γ, est descriptum ex β γ: at quadrata η β & θ γ, sunt descripta ex β α & α γ. Quadratum igitur quod ex θ γ latere, æquum est quadratis quæ fiunt ex lateribus β α & α γ. In rectangulis igitur triangulis, quadratum quod ex rectum angulum subtendente latere fit, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 47.*

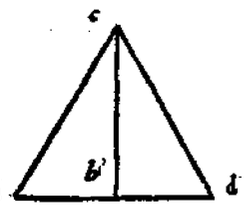


Si quod ab uno trianguli latere in seipsum ducto producitur, æquum fuerit duobus quadratis, quę à duobus reliquis lateribus describuntur, rectus est angulus, cui latus illud opponitur. 47

CAMPANVS. Lineam in seipsam ducere, est eius quadratũ describere. Sit triangulus a b c, sitq; quadratum lateris a c, æquale quadratis duorum laterum a b & b e simul iunctis, dico angulum b cui latus a c opponitur, esse rectũ. Et hæc est conuersa prioris. A punctο extraho lineam

b d per

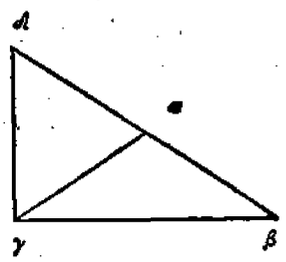
b d per 11 perpendicularem ſuper lineam b c, quam pono ęqualem a b, & produco lineam d c, erit per prędcdętem, quadratū d c, æquale duobus quadratis duarum linearum d b & b c: & quia b d poſita eſt ęqualis b a, erūt per cōmunem ſcientiam, quæ eſt, linearū æqualium ęqualia eſſe quadrata, quadrata duarum linearum a b & b d æqualia: quapropter erit quadratum d c, æquale quadrato a c: ergo per aliam communem ſcientiam quæ eſt cōuerſa prioris, ſcilicet lineas, quarum quadrata ſunt æqualia eſſe æquales, erit d c ęqualis a c: quare per 8 angulus b, trianguli a b c, eſt rectus: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 34. Propoſitio 48.

48 Si trianguli quod ab uno laterum quadratum, æquale fuerit eis quæ ex reliquis trianguli lateribus, quadratis, angulus comprehenſus ſub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit.

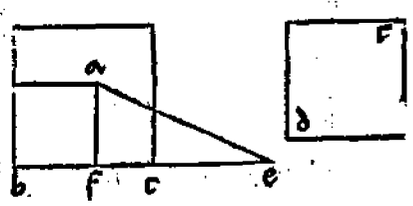
THEON ex Zamb. *Trianguli nanq; α β γ, quod ex uno latere β γ quadratum, æquum ſit eis quæ ex β α, α γ lateribus, quadratis. Dico quòd angulus β α γ, rectus eſt. Excitetur enim (per 11 propoſitionem) ab α ſigno, ipſi α γ rectæ lineæ ad angulos rectos α δ. Et (per 3 propoſitionem) ponatur ipſi α β æqualis α δ, & (per 1 poſtulatum) connectatur δ γ. Et quoniam æqualis eſt δ α ipſi α β, quadratum quod ex δ α, æquum eſt quadrato quod ex α β. Commune apponatur quadratum quod ex α γ, quadrata igitur quæ ex δ α & α γ, æqualia ſunt eis quæ ex β α & α γ quadratis. At (per præcedentem) quadratis quæ ex δ α & α γ, æquum eſt quadratum quod ex δ γ. Rectus enim eſt angulus δ α γ. Quadratis autem ex α β & α γ (per hypotheſim) æquum eſt quadratum quod ex β γ, nam id receptum eſt. Quadratum igitur quod ex δ γ, æquum eſt quadrato quod ex β γ. Quare latus δ γ, lateri β γ eſt æquale: & quoniam α δ, ipſi α β eſt æquale, communis autem α γ, duæ igitur δ α & α γ, duabus β α & α γ ſunt æquales, & baſis δ γ, baſi β γ æqualis. Angulus igitur δ α γ angulo β (per 8 propoſitionē) eſt æqualis. At angulus δ α γ, rectus eſt: rectus igitur eſt & angulus β α γ. Si trianguli ergo quod ab uno laterum quadratum, æquum fuerit eis quæ à reliquis trianguli duobus lateribus quadratis, angulus comprehenſus ſub reliquis duobus trianguli lateribus, rectus erit: quod erat oſtendendum.*



CAMPANI additio.

Propoſitis quibuſcunque quadratis, alteri illorum gnomonem reliquo æqualem deſcribere.

Proponantur ergo duo quadrata, ſcilicet a b & c d, & ſit propoſitum producere gnomonem circa quadratum a b, ęqualem c d quadrato. Protrahatur itaq; unum latus quadrati a b ad æqualitatem unius lateris quadrati c d in continuum & directum, & ſit f e, ita quòd f e ſit ęquale uni laterum quadrati c d, & ex e ducam lineam rectam ad a: fit ergo triangulus orthogonius, quia f eſt angulus rectus. Nectatur ergo ſic argumentum, ſecundum penultimam primi: quadratum e a eſt tātum, quantum quadratum e f & quadratum f a, ſed quadratum e f eſt æquale quadrato c d, & quadratum f a eſt æquale quadrato a b: ergo quadratum a e, eſt æquale quadratis a b & c d. Item e f a, eſt triangulus, ergo e f & f a latera, ſunt longiora a e latere, ſecundum 20 primi, ſed f a eſt æquale f b ratione quadraturæ, ergo e f & f b ſunt longiora a e: ergo illa totalis linea, ſcilicet e b, eſt maior a e: reſecetur ergo b e ad æqualitatem a ę, ad punctum c, ita quòd b c ſit æquale a e, ergo quadratum b c eſt ęquale quadrato a e: ſed quadratum a e (ut prius probatum fuit) eſt æquale quadratis a b & c d, ergo quadratum b c eſt ęquale eiſdem. Sed quadratum b c addit ſupra quadratum a b, gnomonem illum quem uides, ergo gnomo ille, eſt quadrato c d æqualis; quod erat probandum.



LIBRI PRIMI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM Elementorum, Liber ſecundus.

Euclides ex Campano.

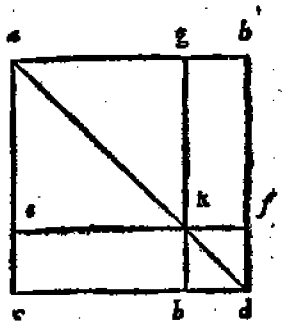


OMne parallelogrammum rectangulum ſub duabus lineis angulum rectum ambientibus dicitur contineri.

CAMPANVS. Parallelogrammum, eſt ſuperficies æquidiſtantium laterum. Parallelogrammum rectangulum, eſt ſuperficies æquidiſtantium laterum, habens omnes angulos rectos, & producitur ex uno duorum laterum eius ambientium unum ex ſuis angulis, ducto in reliquum, & ideo ſub illis dicitur contineri.

OMnis parallelogrammi ſpacij, ea quidē quæ diameter ſecat per medium parallelogramma, circa eandem diametrum conſiſtere dicuntur. Eorum uerò parallelogrammorum, quæ circa eandem diametrum conſiſtunt, quodlibet unà cum ſupplementis duobus, gnomo nominatur.

CAMPANVS. Quæ parallelogramma dicuntur conſiſtere circa diametrum, & quæ ſunt ſupplementa, expoſitum eſt ſuprà in demonſtratione 43 primi. Sit enim parallelogrammum a b c d, cuius diametrum a d diuidant duæ e f, g h, ductæ lineæ æquidiſtanter lateribus oppoſitis dicti parallelogrammi, ſecantes ſe ſuper diametrū a d, in puncto k, erit ipſum parallelogrammum diuiſum in 4 parallelogramma. Et unumquodq; duorum parallelogrammorum quæ ſunt a g e k & k f h d, quæ diameter ſecat per medium, dicitur conſiſtere circa diametrum. Reliqua duo quæ diameter non ſecat, dicuntur ſupplementa: quæ duo ſupplementa, cum utroq; dictorum parallelogrammorum conſiſtentium circa diametrum, componunt figuram quandam, qui gnomo appellatur, cui deeſt ad complementum parallelogrammi, parallelogrammum unum reliquum circa diametrum conſiſtens, quod ſi addatur, ſupra diametrum totalis compoſiti conſiſtet, eritq; ſimile totali. Vnde parallelogrammum addito gnomone quamuis creſcat, minimè tamen alteratur, quemadmodum dixit Ariſtoteles in Prædicamentis.



Euclid. ex Zamb. *Parallelogrammon rectangulum.*

OMne parallelogrammum rectangulum, ſub duabus rectum angulum comprehendentibus, rectis lineis dicitur contineri.

Quid gnomon.

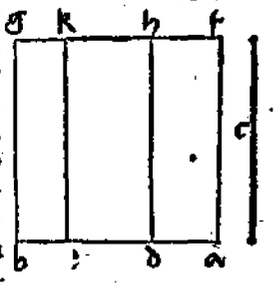
κ*φίμα* Omnis parallelogrammi * loci eorum, quę circa dimetiētem illius ſunt parallelogrammorum, unumquodq; cum binis ſupplementis, gnomon uocetur.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

SI fuerint duæ lineæ, quarum una in quotlibet partes diuidatur, illud quod ex ductu alterius in alteram fiet, æquum erit ijs quæ ex ductu lineæ indiuiſæ in unamquamq; partem lineæ particulatim diuiſæ rectangula producentur.

CAMPANVS. Lineā in aliam lineam ducere, eſt ſupra terminos unius earum duas lineas orthogonaliter alij æquales erigere, & ſuperficiem æquidiſtantium laterum rectangulam complere, quæ ſub illis duabus lineis per diffinitionem dicitur contineri. Sint duę lineæ a b & c, quarum una

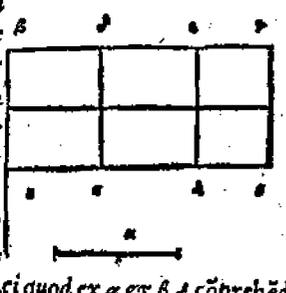
rum una ſcilicet a b, in quotlibet partes diuidatur quæ ſint a d & d e & e b: dico quòd illud quod fit ex ductu c in totum a b, ęquum eſt illis parallelogrammis rectangulis ſimul iunctis, quę nunc ex c in a d & in d e & in e b. Super puncta a b, erigam lineas a f & b g ☐ perpendiculares ſuper lineam a b, quarum utraq; ſit æqualis lineæ c, & complebo rectangulam ſuperficiem a f b g, ducta linea f g, quæ per diffinitionem producitur ex c in a b, & ſub illis dicitur contineri. Protraham quoq; per 31 primi à punctis d & e, lineas d h & e k ęquidiſtantes lateribus a f & b g, eritq; utraq; earum ęqualis c per 34 primi, quoniam utraq; earum eſt æqualis a f: per diffinitionem igitur rectanguli a d f h producitur ex c in a d, & ſub illis dicitur contineri, & rectangulum d h e k, ex c in d e, & rectangulum e k b g, ex c in e b. Et quia hęc rectãgula ſimul iũcta ſunt ęqualia toti rectãgulo a f b g, patet uerũ eſſe propoſitũ. Euclid. ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 1.



1 Si fuerint binę rectę lineæ, ſecetuŕq; ipſarũ altera in q̃tcũq; ſegmenta, rectangulũ cõprehẽſum ſub duabus rectis lineis, ęquũ eſt eis quę ab inſecta & quolibet ſegmento rectangulis comprehenduntur.

THEON ex Zamb. *Sint binæ rectæ lineæ α & β γ, ſecetuŕq; earum altera β γ utcunq; in Δ ſcilicet, & ε ſignis. Dico quòd rectangulum comprehenſum ſub α & β γ æquum eſt rectangulo comprehenſo ſub α & β Δ, & ei quod ſub α & Δ ε, & etiam ei quod ſub α & ε γ. Excitetur nanq; (per 11 propoſitionem primi) ex β, ipſi β γ ad angulos rectos β ζ: ponatur quoque (per 3 primi) ipſi α æqualis β η, & per η ipſi β γ (per 31 primi) parallelus excitetur η ϑ, & (per eandẽ) per Δ ε γ, ipſi β η excitentur paralleli Δ κ, ε λ, γ ϑ. Aequũ eſt iam ϛ β ipſis ϛ κ, Δ λ, & ε ϑ, & β ϑ ei quod ſub α & β γ: cõprehẽditur enim ſub η β & ϛ γ, æqualis autẽ eſt β η ipſi α. At β η ei quod ex α & β Δ: cõprehẽditur nãq; ſub η β & β Δ, æqualis autẽ eſt β η ipſi α. At β κ, ei quod ex α & β Δ. cõprehẽditur nãq; ſub γ ϛ & β Δ, æqualis autẽ eſt β γ ipſi α. At Δ λ ei quod ſub α & Δ ε: æqualis nãq; Δ κ, hoc eſt β η ipſi α. Et inſuper ſimiliter ε ϑ ei quod ſub α & ε γ, quod igitur ſub α & β γ cõprehẽditur, æquũ eſt ei quod ſub α & β Δ, & ei quod ſub α & Δ ε, & ei inſuper quod ſub α & ε γ. Si fuerint ergo binæ rectæ lineæ, ſecetuŕq; earum altera, & quæ ſequũtur reliqua: quod erat oſtendendum.*

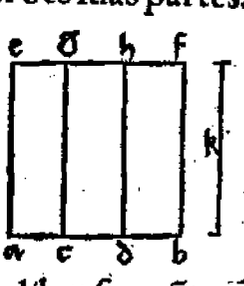
Euclid. ex Camp. Propoſitio 2.



2 Si fuerit linea in partes diuiſa, illud q̃d ex ductu totius lineæ in ſeipſam fit, æquũ erit ijs q̃ ex ductu eiuſdẽ in oẽs ſuas partes.

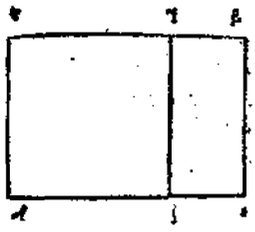
CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in a c & c d & d b, dico quòd illud quod fit ex ductu totius a b in ſe quod ſit a e b f, æquũ eſt ijs quæ fiũt ex ipſa tota in unãquamq; dictarum partiũ. quod palàm patebit, ductis e g & d h ęquidiſtãter a c & b f. Aliter. Sumatur k ęqualis a b, eritq; per pręmiſſam quod fit ex ductu k in totã a b, ęquũ ei quod fit ex ductu k in omnes partes a b. Et quia ex k in a b tantũ fit quãtũ ex a b in ſe, & ex k in omnes partes a b quãtũ ex a b in omnes partes eiuſdẽ, propter id quod k & a b ſunt æquales: patet uerum eſſe propoſitum.

Euclides ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.



3 Si recta linea ſecetur utcũq;, quæ ſub tota & quolibet ſegmẽtorũ rectãgula cõprehẽdunt, æqualia ſunt ei quod ex toto eſt quadrato.

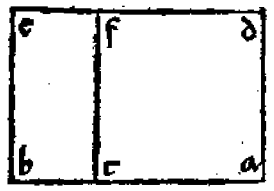
THEON ex Zamb. *Recta enim linea α ϛ, ſecetur utcũq; in ſigno γ. Dico q̃ rectãgulũ comprehẽſum ſub α ϛ & ϛ γ, cũ rectangulo cõprehenſo ſub β α & α γ, æquũ eſt quadrato quod ex α β. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratũ α Δ ε β, excitetuŕq; (per 31 primi) per γ, utriq; & α Δ & ϛ ε parallelus γ ζ, æquũ eſt igitur α ε ipſis α ζ & γ η, eſt autẽ α ε ex α ϛ quadratũ. Et α ζ ſub β α & α γ rectangulũ cõtentũ, cõprehenditur enim ſub Δ α et α γ, æqualis autẽ eſt α Δ ipſi α β. Et γ η ei quod ſub α β, β γ: æqualis enim eſt β ε ipſi α β. Quod igitur ſub β α & α γ cum eo quod ſub α ϛ et β γ, æquũ eſt quadrato quod ex α β. Si recta igitur linea, et quæ ſequũtur reliqua ut in theoremate: quod oſtẽdere oportuit.* Euclid. ex Camp. Propoſitio 3.



3 SI fuerit linea in duas partes diuiſa, illud quod fiet ex ductu totius in alterutram partem, æquum erit ijs quæ ex ductu eiuſdem par-

tis in ſeipſam, & alterius in alteram.

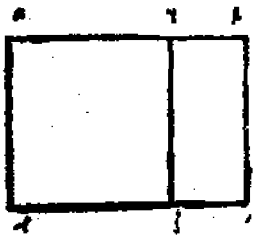
CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in a c & b c, dico quòd illud quod fit ex tota a b in eius partẽ a c, æquum eſt quadrato eiuſdẽ a c partis, & ei quod fit ex eadẽ parte a c in b c. Fiat quadratũ lineæ a c quod ſit a c d f, & perficiatur ſuperficies a b d e, patebitq; propoſitũ. Aliter. Sumatur g æqualis a c, & quia b a in a c tantũ eſt quantũ a c in a b, & econuerſo, & a c in a b, itẽ & in c b & in ſeipſam quantũ g in eaſdẽ, at g in totã a b quantũ in a c & in c b per primã huius: patet propoſitũ, ſcilicet & quòd tantum erit a c in a b, quãtum in ſe & in c b. Quare econuerſo a b in a c quantum a c in ſe & in c b. Quod uolumus demonſtrare.



Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 3.

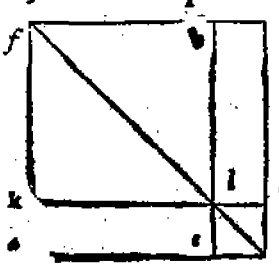
Si recta linea ſecetur utcunq;, rectangulũ ſub tota & uno ſegmẽtorum cõprehenſum, æquum eſt ei quod ſub ſegmẽtis comprehenditur rectangulo, & ei quod ex prædicto ſegmento fit quadrato. 3

THEON *ex Zamb. Recta enim linea* α β, *ſecetur utcunq; in ſigno* γ. *Dico quòd rectãgulũ cõprehẽſum ſub* α β *&* β γ, *æquũ eſt rectãgulo cõprehẽſo ſub* α γ *&* γ β, *cum quadrato quod ex* β γ. *Deſcribatur enim (per 46 primi) ex* β γ, *quadratũ* γ δ ε β, *& extẽdatur* ε δ *in* ζ, *(per 2 poſtulatũ.) Et per* α, *utriq;* γ δ *&* θ ε *(p 31 primi) paralleluſ excitetur* α ζ. *Aequũ iam eſt* α ε, *ipſis* α δ *&* γ ε, *eſtq;* α ε *rectãgulum cõprehẽſum ſub* α θ *&* θ γ. *cõprehẽditur etenim ſub* α β *et* β ε, *et æqualis eſt* θ ε *ipſi* β γ. *Et* α δ *eſt quod ſub* α γ *et* γ β, *æqualis enim eſt* δ γ *ipſi* γ β *at* δ β *quadratũ eſt quod fit ex* γ β. *Rectãgulũ igitur cõtentũ ſub* α β *et* θ γ, *æquũ eſt rectãgulo cõprehenſo ſub* α γ *et* γ θ *cum quadrato quod ex* θ γ. *Si recta igitur linea ſecetur & quæ ſequũtur reliqua ut in theoremate, quod demõſtraſſe oportuit.* *Euclid. ex Camp. Propoſitio 4.*



Si fuerit linea in duas partes diuiſa, illud q̃d ex ductu totius in 4
ſeipſã fit, æquũ eſt ijs quæ ex ductu utriuſq; partis in ſeipſam & alterius in alterã bis: ex hoc manifeſtũ eſt, q̃ in oñi quadrato duæ ſuperficies quas diameter ſecat p̃ mediũ, ſunt ãbæ quadrate.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in a c & b c, dico quòd quadratũ totius a b, æquum eſt duob. quadratis duarũ linearũ a c & b c & duplo eius quod fit ex ductu unius earũ in alterã. Deſcribã quadratũ alterius partiũ, fitq; c d b e, quadratũ lineæ c b, cui adiungã gnomonẽ ſecundũ ductũ directiuũ lineę alterius, ſcilicet a c, quẽ faciã hoc modo. In quadrato deſcripto protrahã diametrũ b d, & à puncto a e ducã perpendicularẽ ſuper lineam a b, quę ſit a k, quã à k & diametrum b d, producã uſquequo per penultimã petitionẽ concurrãt in puncto f, & à puncto f producã f h æquidiſtantẽ lineæ a b, quam f h & b e, producã uſquequo cõcurrant in puncto g, & producã c d uſq; ad h, & e d uſq; ad k. Et quia duo latera d e & e b, trianguli d e b ſunt æqualia, erunt per 5 primi, duo anguli e d b & e b d æquales, & quia angulus e eſt rectus, erit per 32 primi uterq; eorũ medietas recti, eadẽ ratione uterq; duorũ angulorũ c d b & e b d, erit medietas recti. Quare per ſecundã partẽ 29 primi, & 15 eiuſdẽ, erit unuſquiſq; quatuor angulorũ qui ſunt h f d & h d f & k f d & k d f, medietas recti: ergo per 6 primi, f g & g b ſunt æquales, ſimiliter quoq; f a & a b, pari ratione f h & h d, itemq; f k & k d, quare utraq; duarũ ſuperficierũ a b g f & k d h f, eſt quadrata. Et quia totale quadratũ a b f g quod eſt quadratũ lineæ a b, conſtat ex duobus quadratis quę cõſiſtunt circa diametrũ quæ ſunt quadrata duarũ linearum a c & c b, & ex duobus ſupplemẽtis quorũ uñq; quodq; producitur ex a c in b c, patet propoſitũ noſtrũ. Aliter. Sit linea a b, ut prius diuiſa in a c & c b, eritq; per 2 huius, quod fit ex tota a b in ſe, æquũ ei quod fit ex ipſa in a c & c b, ſed ex ipſa in a c tantũ fit quãtũ ex a c in ſe & ex a c in b c, per 3 huius. Itemq; ex ipſa a b tota in b c tantũ fit quantũ ex c b in ſe & ex c b in a c per eandẽ, ergo quod fit ex tota a b in ſe, æquũ eſt ei quod fit ex a c in ſe & in c b, & ex c b in ſe & in a c, quod eſt propoſitum. Sed hac uia nõ patet correlariũ, ſicut uia præcedenti patet, unde prima eſt autori magis cõſona.



Euclid. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 4.

Si recta linea ſecet utcũq;, q̃dratũ q̃d fit ex tota, æquũ eſt quadratis 4
quę fiũt ex ſegmẽtis, & ei q̃d bis ſub ſegmẽtis cõprehẽdit rectãgulo.

THEON

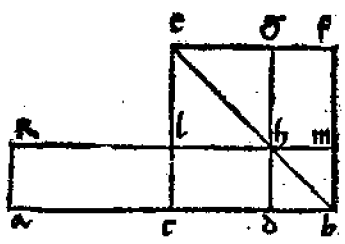
THEON ex Zãb. Recta enim linea α β, secetur utcũq; in signo γ. Dico q; quadratũ α β, æquũ est quadratis quæ fiũt ex α γ et γ β, et bis sub α γ et γ β cõtento rectãgulo. Describatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratũ α δ ε β, et cõnectatur β δ, et (per 31 primi) per γ, utriſq; α δ et β ε parallelus excitetur γ ζ, diſpeſcẽs diametrũ β δ in η signo, (per eandẽ) per η, utriſq; α β et δ ε parallelus excitetur θ η. Et quoniã parallelus est γ ζ ipſi α δ, et in eas incidit β δ λ (p 28 et 29 primi) ãgulus exterior γ η β æqualis est interiori et oppoſito λ δ β. Sed ãgulus λ δ β, ei q sub α β δ (per 5 primi) est æqualis, quoniã latus η β κ, lateri α δ est æquale. Igitur ãgulus γ η β, angulo η β γ est æqualis: quare (per 6 primi) latus β γ, lateri γ η est æquale. Sed γ β ipſi η κ est æquale, et γ η ipſi η β: igitur η κ ipſi η β est æquale: æquilaterũ igitur est γ η η β. Dico etiã q; rectãgulũ, quoniã parallelus est γ η ipſi β γ, et in eas incidit linea η β, ãguli igitur η β γ et η γ β (p 29 primi) duob. rectis ſũt æquales, ãgulus aũt η β γ rectus est: rectus igitur est et ãgulus β η η. Quare (per 34 primi) & ex oppoſito ãguli γ η η et η η β ſũt recti. Rectãgulũ igitur est γ η β. Ostẽſũ aũt est q; et æquilaterũ, quadratũ igitur est, estq; ex β γ, ac p hoc etiã θ ζ quadratũ est, et est ex α η, hoc est α γ. Quadrata enim θ ζ et γ η, ſũt ex lineis α γ et ε β. Et quoniã α η æquũ est ipſi η ε, estq; α η id quod ſub α γ et γ ζ, æqualis nãq; est η γ ipſi γ β, igitur η ε (p 43 primi) æquũ est ei qđ ſub α γ et γ β. Igitur et α η et η ε, æqualia ſũt ei qđ bis est ſub α γ et γ ζ. Quadrata aũt θ ζ et γ η, ſũt ex α γ et γ ζ. Quatuor enim α ζ, β η, γ η et η ε, ſũt eis æqualia q̃ fiũt ex α γ et γ β quadratis, et ei qđ fit bis ſub α γ et β γ rectãgulo. Sed θ ζ, γ η, α γ, et η ε, ſũt totũ α δ ε β, qđ est quadratũ quod ex α ζ. Quadratũ igitur quod fit ex α β, æquũ est eis q̃ fiũt ex α γ, et γ β quadratis, et ei quod bis ſub α γ et γ ζ cõprehẽditur rectãgulo. Si recta igitur linea ſecetur utcũq; quadratũ quod fit ex tota, æquũ est eis q̃ ex ſectionib. fiũt quadratis, & ei qđ bis cõprehẽditur ſub ſectionib. rectãgulo: qđ demõſtraſſe oportuit.

ALITER idẽ oſtendere. Dico q; quadratũ α β, æquũ est eis quæ fiunt ex α γ et γ β quadratis ei quod bis ſub α γ et γ β cõprehẽditur rectãgulo. In eadẽ enim deſcriptione, quoniã æquale est α β ipſi α δ, æqualis est angulus α β δ ei qui ſub α δ β, (per 5 primi.) Et quoniã omnis triãguli tres anguli duobus rectis ſunt æquales (per 32 primi) trianguli α β δ tres anguli α δ β, δ β α, & β α δ, duobus rectis ſunt æquales (per eandẽ) Rectus autem est angulus ζ α δ, reliqui ergo anguli α β δ, & α δ ζ, uni recto ſunt æquales, & ſunt æquales alter alteri, uterq; igitur α ζ δ & α δ β, dimidiũ est recti. Angulus aũt β γ η, rectus est, æquus enim est ei qui ex oppoſito ad α (per 29 primi) Reliquus igitur angulus γ η β, dimidium est recti. Angulus igitur γ η β, angulo γ β η est æqualis, quare & latus β γ, æquale est ipſi γ η, ſed β γ ipſi η η est æquale, & γ η ipſi ζ η est æquale. Æquilaterum igitur est γ η, habet autẽ & angulum γ β η, rectũ: quadratum est igitur γ η, & est ex β γ, & ob id etiã θ ζ quadratum est, & æquum est ei quod ex α γ: igitur γ η & θ ζ, ſunt quadrata, & æqualia ſunt eis quæ ex α γ & γ β fiunt quadratis. Et quoniã æquũ est α η ipſi ε η, estq; α η id quod ſub α γ & γ β: æqualis enim est η γ ipſi γ β, & ε η igitur æquũ est ei quod fit ſub α γ & γ β: igitur η η & ε η, ſunt æqualia ei quod bis fit ſub α γ & γ β. Sunt autẽ γ η & θ ζ, æqualia eis quæ fiunt ex α γ & γ β quadratis. Igitur γ η, θ ζ, α η, & η ε, ſunt æqualia eis quæ ex α γ & γ β, & ei quod bis fit ſub α γ & γ β: ſed γ η, θ ζ, α η, & η ε, totum ſunt α ε quadratũ quod fit ex α β. Quadratum igitur quod fit ex α β, æquum est quadratis quæ fiunt ex α γ & γ β, & ei rectangulo quod bis comprehenditur ſub α γ & β γ: quod oſtendere oportuit.

CORRELARIVM. Ex hoc manifeſtum est, quod in quadratis ✻ areis parallelogramma quæ circa dimetientem, quadrata ſunt. χωρίοις Euclid. ex Camp. Propoſitio 5.



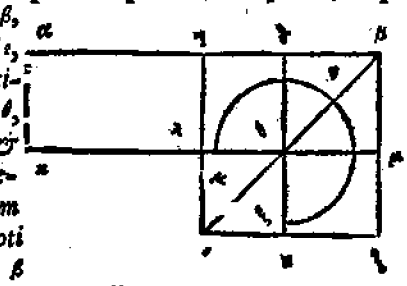
Si linea recta p duo æqualia duoq; inæqualia ſecet, quod ſub inæqualib. totius ſectionis rectangulũ cõtinetur cũ eo quadrato quod ab ea q̃ inter utraſq; est ſectiones deſcribitur, æquũ est ei quadrato quod à dimidio totius lineæ in ſe ducto deſcribitur. CAMP. Sit linea a b diuiſa per æqualia in pũcto c, & per inæqualia in pũcto d, dico quadratũ c b, eſſe æquale ei quod fit ex a d in d, & quadrato c d. Deſcribã quadratum c b, quod ſit c b f e, in quo protrahã diametrum e b, & ducã d g æquidistantẽ b f, quæ ſecet diametrum e b in puncto h, & à puncto h educam æquidistantẽ lineæ a b, quæ ſit h k ſecãs lineã b f in puncto m, & lineã c e in puncto l, & protrahã a k, æquidistantẽ c e. Eritq; per correl. præmiſſæ, utraq; duarũ ſuperficierũ l g & d m, quadrata, & per 43 primi, duo ſupplementa e h & h f, æqualia. Ergo addito quadrato d m, utriq; erit parallelogrãmũ c m æquale parallelog. d f, & qa à l est æquale c m per 26 primi, erit a h æquale gnomoni q circũſtat quadrato l g, ergo addito utriq; quadrato l g: erit a h cũ quadrato l g æquale q̃drato e f, quod est ꝓpoſitũ.



Euclid.ex Zamb. Theor ma 5. Propoſitio 5.

Si recta linea ſecetur inæqualia & nõ æqualia, rectangulũ cõprehenſum ſub inæqualibus ſegmẽtis totius, unà cũ quadrato eius quæ media eſt ſectionum, æquum eſt ei quod à dimidia fit quadrato. 5

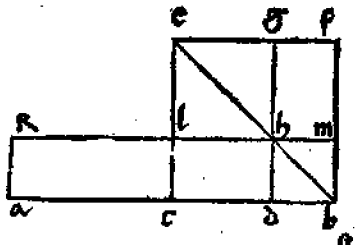
THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædã α β ſecetur quidẽ in æqualia in γ, & in nõ æqualia in δ. Dico quòd rectangulum comprehenſum ſub α δ & δ β unà cũ quadrato quod ex γ δ, æquum eſt ei quod fit ex γ β quadrato. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex γ β, quadratum γ ε ζ 6, & (per primũ poſtulatũ) connectatur β ε, & (per 31 primi) per δ, utriſq; & γ ε & β ζ parallelus excitetur δ η, ſecans β ε in puncto θ, & rurſus (per eandẽ) per θ, utriſq; α β & ε ζ parallelus excitetur κ μ æqualis ipſi α 6: & rurſus (per eandẽ) per α, utriſq; γ λ & 6 μ parallelus excitetur α κ. Et quoniã (per 43 primi) ſupplementum γ θ æquum eſt ſupplemẽto θ ζ, cõmune ponatur δ μ: totũ igitur γ μ, toti δ ζ, eſt æquale. Sed γ μ ipſi α λ eſt æquale, quoniã α γ ipſi γ β eſt æqualis, & α λ igitur ipſi δ ζ eſt æquale. Commune ponatur, γ θ, totũ igitur α θ ipſis δ λ & δ ζ eſt æquale. Sed α θ æquũ eſt ei quod ſub α δ & δ β, æqualis enim eſt δ θ ipſi δ β, & ζ δ λ eſt μ κ ξ gnomon. Gnomon igitur μ ρ ξ, æqualis eſt ei quod ſub α δ & δ β. Commune ponatur λ η, quod æquũ eſt ei quod fit ſub γ δ: gnomon igitur μ ρ ξ, & λ κ, ſunt æqualia rectangulo comprehẽſo ſub α δ & δ β, & ei quod fit ex γ δ quadrato (per 36 primi.) Sed gnomon μ ρ ξ & λ κ, totũ ſunt quadratum γ ε ζ β quod eſt ex β γ. Rectangulũ igitur comprehenſum ſub α δ & δ β unà cum quadrato quod ex γ δ fit, æquũ eſt ei quadrato quod fit ex γ β. Si recta igitur linea & quæ ſequuntur reliqua, ut in theoremate: quod oportuit demonſtraſſe.*



Euclid.ex Camp. Propoſitio 6.

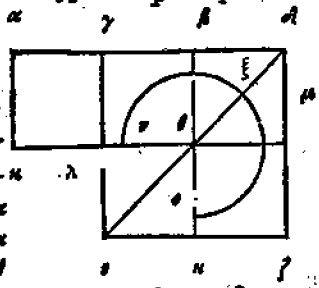
Si recta linea in duo æqualia diuidatur, alia uerò ei linea in lõgũ addatur, quod ex ductu totius iam cõpoſitæ, in eã quæ iam adiecta eſt, cũ eo quod ex ductu dimidiæ in ſeipſam, æquum eſt ei quadrato quod ab ea quę cõſtat ex adiecta & dimidia in ſeipſam ducta deſcribitur. 6

CAMP. *Sit linea a b diuiſa per æqualia in puncto c, eiq; addatur linea b d: dico quòd quadratũ c d, quod fit c d e f, æquale eſt ei quod fit ex tota a d in b d et quadrato c b. Producam in quadrato prędicto e d, diametrũ d e, & ducã lineã b g æquidiſtantẽ d f, quę ſecet diametrum d e in puncto h, à quo h, producã æquidiſtantẽ lineæ a b, quæ ſit h k, ſecãs d f in puncto m, & c e in puncto l, & producã a k, æquidiſtantẽ e l, eritq; per 36 primi, a l, æquale c h. At c h erit æquale h f, per 42 primi, quare a l, eſt æquale h f. Ergo addito c m utrobiq;, erit a m, æquale toti gnomoni circumſtanti l g, quare l g addito utrobiq;, erit a m cũ l g, æquale toti quadrato d c. Et quia utraq; duarũ ſuperficierũ l g & b m eſt quadrata per correl. 4 huius: patet propoſitũ. Euclid.ex Zamb. Theor. 6. Propoſit. 6.*

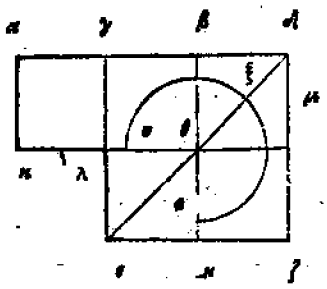


Si recta linea bifariã ſecetur, adiiciatur'q; ei aliqua recta linea in rectũ, rectangulũ comprehẽſum ſub tota cũ apoſita & apoſita, unà cum quadrato quod fit à dimidia, æquũ eſt ei quod fit ex coniuncta ex dimidia & apoſita, tanquam ex una deſcripto quadrato. 6

THEON ex Zamb. *Recta enim linea α β ſecetur bifariàm in ſigno γ, apponaturq; ei aliqua recta linea in rectũ β δ. Dico quòd rectãgulũ comprehenſum ſub α δ & δ β, unà cũ quadrato quod fit ex β γ, æquũ eſt ei quod fit ex δ γ, quadrato. Deſcribatur (per 46 primi) ex γ δ quadratũ γ ε ζ δ, & (per 1 poſtulatum) connectatur δ ε, & (per 31 primi) per β ſignum, utriq; earũ ε γ et δ ζ, parallelus excitetur β γ, ſecans β ε in puncto θ, & (per eandem) per θ ſignum, utriq; ipſarum α δ & ε ζ, parallelus excitetur κ μ & inſuper (per eandẽ) per α, utriq; earum γ λ & δ μ, parallelus excitetur α κ. Quoniam igitur (per 36 primi) æqualis eſt α γ ipſi γ β, æquum eſt α λ ipſi γ θ. Sed (per 34 primi) γ θ æquum eſt ipſi θ ζ, igitur & α λ ipſi θ ζ (per eandem) eſt æquale, commune apponatur γ μ: totum igitur α μ, gnomoni ρ ξ σ eſt æquale.*



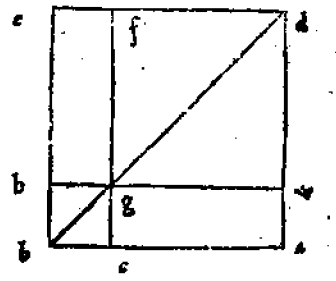
Sed α μ est id quod fit sub α Δ & Δ β, æqualis enim est Δ μ ipsi Δ β: & gnomon igitur ρ ξ ε, æqualis est rectangulo comprehenso sub α Δ & Δ β. Communi apponatur λ ν, quod æquũ est quadrato quod fit ex γ β. Rectangulum igitur comprehensum sub α Δ & Δ δ, una cum eo quod ex β γ quadrato, æquũ est ipsi, ρ ξ ε gnomoni, & ipsi λ ν, sed gnomon ρ ξ ο, & λ ν, totum sunt γ ε ζ Δ quadratũ, quod fit ex γ Δ. Rectangulum igitur comprehensum sub α Δ & Δ β, una cum quadrato, quod ex δ γ, æquum est quadrato quod ex γ Δ. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua: quod ostendere oportuit.



Euclid. ex Camp. Propositio 7.

7 SI linea in duas partes diuidatur, quod fit ex ductu totius in seipsam, cum eo quod est ex ductu alterius partis in seipsam, æquum est eis quæ ex ductu totius lineæ in eandem partem bis, & ex ductu alterius partis in seipsam.

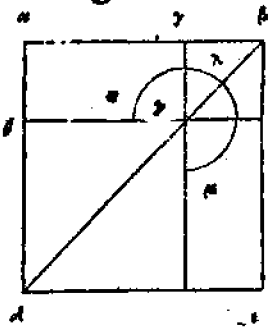
CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in duas partes in puncto c, dico quòd quadratum totius a b cum quadrato b c, æquum est ei quod fit ex a b in b c bis cum quadrato a c. Describatur quadratum totius, quod fit a b d e, & ducatur diameter b d, & c f æquidistans, b e secans diametrum in puncto g, & ducatur k g h æquidistans a b. Et quia quadratum a e cum quadrato c h tantum sunt, quantum quadratum k f cũ duabus superficiebus a h & c e: patet propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

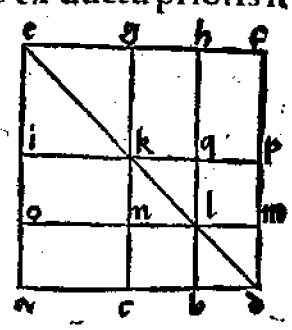
7 Si recta linea secetur utcunq;, & quod ex tota & quod ex uno segmentorum utraq; fiunt quadrata, æqualia sunt, rectangulo comprehenso bis sub tota & dicto segmento, & ei quod à reliquo segmento fit quadrato.

THEON ex Zamb. Recta enim linea α β, secetur utcũq; in signo γ, dico q; quadrata ex α β et β γ, æqua sunt rectãgulo cõtento bis sub α β & β γ, et ei quod fit ex α γ quadrato. Describatur enim (per 46 primi) ex α β quadratũ α Δ ε β, describaturq; figura. quoniã (per 43 primi) æquũ est α ν ipsi ν ε, cõmune apponatur γ ζ: totũ enim α ζ, toti γ ε est æquale. Igitur α ζ et γ ε, duplũ est ipsius α ζ: sed α ζ et γ ε sunt ν λ μ gnomon, et γ ζ quadratũ, et ν λ μ igitur gnomon et γ ζ duplũ est ipsius α ζ. Est aũt ipsius α ζ duplũ, etiam id quod bis sub α β et β γ fit, æqualis enim est β ζ ipsi δ γ, ergo ν λ μ gnomon, et quadratũ γ ζ, æquũ est rectãgulo cõtento bis sub α δ et β γ, cõmune apponatur Δ ν, quod est quadratũ ex α γ: gnomon igitur ν λ μ, et δ ν et ν Δ quadrata, æqualia sunt & ei quod bis sub α δ & β γ rectangulo continetur, & ei quod ex α γ fit quadrato. Sed ν λ μ gnomon, et quadrata δ ν & Δ ν, totũ sunt δ α Δ ε & γ ζ, quæ sunt ex α δ & β γ quadrata: quadrata igitur ex α β, δ γ, æqualia sunt rectangulo bis sub α δ & β γ comprehenso, cũ eo quod fit ex α γ quadrato. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate: quod demonstrasse oportuit. Euclid. ex Camp. Propos. 8.



8 SI linea in duas partes diuidatur, eiq; in longũ æqualis uni diuidentiũ adiungatur, quod ex ductu totius iam cõpositæ in seipsam fiet, æquũ erit ijs quæ ex ductu prioris linea in eã adiectã quater, & ei quod ex ductu alterius diuidentis in seipsam.

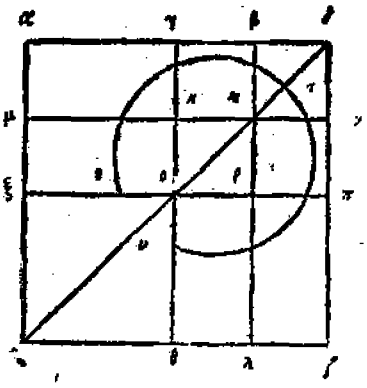
CAMP. Sit a b diuisa in pũcto c, qualitercũq; cõtingat, cui adda tur b d æqualis c b, dico quòd quadratum totius a d quod fit a d e f, est æquale ei quod fit ex a b in b d quater cum quadrato a c. Hoc aũt tẽ patebit, ducta diametro d e, & lineis c g & b h æquidistantibus lineæ d f, & secantibus diametrum in punctis k l, per quæ puncta ducãtur p q k r, & m l n ó, æquidistantes a d. Erit enim per correl. 4. huius, unaquæq; superficierũ r g, n q & b m, quadrata. Et quia c b posita est



ta eſt æqualis b d, erit utraq; ſuperficierum c l & l p, quadrata. Eruntq; quatuor quadrata diuidentia quadratum c p, æqualia: & quia totus gnomo circunſtans quadrato r g, eſt per 36 & 43 quadruplus ei quod ex a b in b d, quia quadruplus ad ſuperficiem a l: patet propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propoſitio 8.*

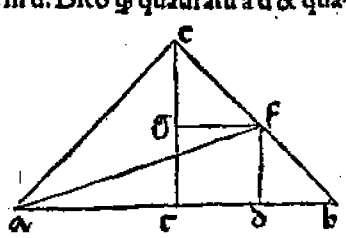
Si recta linea ſecetur utcũq;, rectangulum comprehenſum quater ſub tota & uno ſegmentorum cũ eo quod ex reliquo ſegmento eſt quadrato, æquum eſt ei quod fit ex tota & prædicto ſegmento tanquam ab una deſcripto quadrato. 8



THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædam α β ſecetur utcunq; in ſigno γ, dico quòd quater ſub α β & β γ comprehenſum rectangulũ, unà cũ eo quod ex α γ quadrato, æquum eſt ei quod fit ex α β et β γ, tanquã ab una deſcripto quadrato. Producantur enim (per 6 ſecundi) in rectã lineã ipſi α β recta linea β δ, & ponatur ipſi γ β æqualis ζ δ (per 3 primi) Et (per 46 primi) ex α δ deſcribatur quadratũ α ε ζ δ, & deſcribatur dupla figura. Quoniã igitur æqualis eſt γ β ipſi β δ, ſed γ β ipſi ν π, eſt æqualis, & β δ (per 34 primi) ipſi π ρ eſt æqualis, & π π igitur ipſi π μ eſt æqualis. & perinde ϖ ϱ ipſi ϱ σ eſt æqualis. Et quoniã æqualis eſt β γ ipſi β δ, et π π ipſi π μ, æquũ eſt igitur γ π ipſi π δ, & π ϱ ipſi ϱ μ, (per 36 primi.) Sed (per 43 primi) γ π ipſi ϱ ρ eſt æquale: ſupplementa enim ſunt parallelogrãmi γ σ, & π δ, igitur ipſi μ ρ eſt æquale. Igitur δ π, γ π, π ϱ, & ϱ μ, ſibi inuicẽ ſunt æqualia: ipſa quatuor igitur quadruplicata ſunt ipſius γ π. Rurſus quoniã æqualis eſt γ β ipſi β δ, ſed β δ quidẽ ipſi β π, hoc eſt ipſi γ π eſt æqualis, & γ β igitur, hoc eſt π π ipſi π ϖ eſt æqualis: & γ π igitur ipſi π ϖ eſt æqualis. Et quoniã æqualis eſt γ π ipſi π ϖ et ϖ ϱ ipſi ϱ σ, æquum eſt α π ipſi μ ϖ, & ϖ π ipſi ϱ ζ, ſed μ ϖ ipſi ϖ λ (per 43 primi) eſt æquale: ſupplemẽta enim ſunt parallelogrãmi μ λ: et α π igitur ipſi ϱ ζ (per 43 eiuſdẽ) eſt æquale. Quatuor igitur α π, μ ϖ, ϖ λ, et ϱ ζ, ſibi inuicẽ ſunt æqualia: quatuor igitur quadruplicata ſunt ipſius α π. Oſtẽſum autẽ eſt q; quatuor γ π, π δ, π ϱ, et ϱ μ ipſius γ π quadruplicata: octo igitur quæ gnomonẽ σ τ υ cõplectũtur, quadruplicata ſunt ipſius α π. Et quoniã α π eſt quod ſub α β et β δ, æqualis enim eſt β π ipſi β δ, quod igitur quater eſt ſub α β & β δ, quadruplicatũ eſt ipſius α π: oſtẽſum eſt autẽ q; ipſius α π quadruplicatũ, eſt gnomon σ τ υ. Igitur id quod quater eſt ſub α β & β δ, gnomoni σ τ υ æquũ eſt. Cõmune apponatur ξ θ, quod æquum eſt quadrato quod ex α γ. Rectangulũ igitur quater ſub α β et β δ cõprehenſum, cũ quadrato quod ex α γ, æquũ eſt gnomoni σ τ υ et (ei quod eſt) ξ θ. Sed σ τ υ gnomon et ξ θ, totũ ſunt α ε ζ δ quadratũ, quod eſt ex α δ: quod igitur quater ſub α β & β δ, unà cũ eo quod fit ex α γ, æquũ eſt ei quod fit ex α δ quadrato: æqualis autẽ eſt β δ ipſi β γ. Rectangulũ igitur comprehẽſum quater ſub α β & β γ, unà cum eo quod fit ex α γ quadrato: æquũ eſt ei quod fit ex α δ, hoc eſt ei quod ex α β & β γ tanq; ab una deſcriptũ eſt quadrato. Si recta igitur linea, et quæ ſequũtur reliqua: quod erat oſtendendũ.* *Euclid. ex Camp.* *Propoſit. 9.*

Si linea in duo æqualia duoq; inęqualia diuiditur, q̃ ſiunt ex ductu utriuſq; inæqualiũ ſectionũ in ſeipſã pariter accepta, duplũ ſũt utriſq; pariter acceptis, q̃ quidẽ ex dimidia, eaq; q̃ utriq; ſectioni interiacet q̃dratis, deſcribunt. 9

CAMP. *Sit linea a b diuiſa per æqualia in c, & per inęqualia in d. Dico q; quadratũ a d & quadratũ d b ſimul iũcta, dupla ſunt quadrato a c & quadrato c d ſimul iunctis. Super lineã a b, erigo lineã c e, perpendicularem & æqualem utriq; earũ linearũ a c & c b, & produco e a & e b, eritq; per 32 primi, uterq; angulorũ a & b, & uterq; angulorũ partialiũ qui ſunt ad e, medietas recti, totusq; e, rectus. Et produco d f, æquidiſtantẽ c e, & perpendularẽ ſuper lineã a b, eritq; uterq; angulorũ d, rectus, & angulus d f b, medietas recti per 32 primi, ſiue 2 partẽ 29 primi. Quare per 6 primi d f & d b ſunt æqualia. A punctο f duco f g, æquidiſtantẽ a b: eritq; per 2 partẽ 29 primi, & per 32 eiuſdem, uterq; angulorũ g, rectus, & angulus e f g per 32 medietas recti, quare per 6 eiuſdẽ, latera e g & g f, ſunt æqualia. Et quia per penultimã eiuſdẽ, quadratum e f eſt æquale quadrato e g, & quadrato g f, ipſum erit duplũ ad quadratũ g f, quare ad quadratũ c d. Itẽ quia per eandẽ quadratũ e a eſt æquale quadrato a c & quadrato c e, ipſum erit duplũ ad quadratũ a c: & quia quadratum*

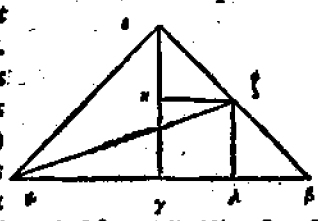


& f est æquale quadrato e f & a e per eandem, ipsum erit duplũ ad quadratũ a c & ad quadratum c d. Sed quadratum a f, est iterum æquale per eandem quadrato a d & quadrato d f, ergo quadratum d & quadratum d f, dupla sunt ad quadratum a c & ad quadratum c d. Et quia quadratum d f est æquale quadrato d b, erunt quadrata duarum linearum a d & d b, dupla quadratis duarum linearum quæ sunt a c & c d, quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propositio 9.*

9 Si recta linea secetur in æqualia & non æqualia, quæ ab inæqualib. totius segmentis fiunt quadrata, dupla sunt eius quod à dimidia & eius quod ab ea quæ media est sectionum fit, quadratorum.

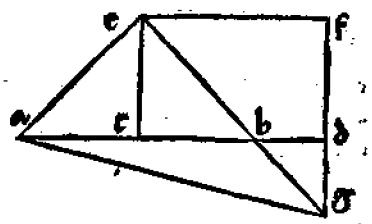
THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædam α β, secetur in æqualia in signo γ, & in non æqualia in δ. Dico quòd quadrata ex α δ & δ β, dupla sunt eorum quæ ex α γ & γ δ sunt quadratorum. Excitetur enim (per 11 primi) ex γ signo ipsius α β, ad angulos rectos γ ε, & ponatur (per 3 primi) æqualis utrique ipsarũ α γ & γ β, & (per 1 postulatum) connectantur α ε & ε β. Et (per 31 primi) per δ ipsi ε γ, parallelus excitetur δ ζ, & (per eandem) per ζ ipsi α β, parallelus excitetur ζ η, & (per 1 postulatũ) connectatur α ζ. Et quoniam æqualis est α γ ipsi γ ε, æqualis est (per 5 primi) angulus ε α γ angulo γ ε α. Et quoniã rectus est angulus qui ad γ, reliqui igitur anguli ε α γ & α ε γ, uni recto sunt æquales: uterq; igitur eorum qui sub α ε γ & ε α γ, recti dimidius est. Ob id quoq; & uterq; ipsorum ε β γ & γ ε β, recti dimidius est. Totus igitur α ε β, rectus est. Et quoniam qui sub η ε ζ recti dimidius est, rectus autẽ qui sub ε η ζ, æqualis enim interiori est opposito (per 29 primi) hoc est ipsi ε γ β, reliquus igitur qui sub ε η ζ, recti dimidius est. Aequus igitur est (per 6 communẽ sententiam) qui sub η ε ζ, ei qui sub ε ζ η: quare (per 6 primi) & latus ε η, lateri ζ η est æquale. Rursus quoniã angulus qui ad β, recti dimidius est, rectus autẽ est qui sub ζ δ β, æqualis enim rursus est interiori & opposito ipsi ε γ β (per 29 primi) reliquus igitur qui sub β ζ δ, recti dimidius est. Aequalis igitur est angulus qui ad β ipsi δ ζ β. Quare (per 6 primi) & latus δ ζ, lateri δ β est æquale. Et quoniã α γ æqualis est ipsi γ ε, & æquum est quod ex α γ ei quod ex γ ε: quadrata igitur quæ sunt ex γ α & γ ε, eius sunt dupla quod est ex α γ. At (per 47 primi) eis quæ sunt ex α γ & γ ε, æquum est quod ex ε α fit quadratũ: angulus enim qui sub α γ ε, rectus est. Igitur quod ex α ε fit eius quod est ex α γ, duplum est. Rursus quoniã æqualis est ε η ipsi η ζ, æquum est id quod ex ε η, ei quod ex η ζ. quadrata igitur quæ sunt ex η ε & ε ζ, dupla sunt quadrati quod ex η ζ. Quadratis autẽ quæ fiunt ex ε η, et η ζ æquũ est id quod ex ε ζ (per 47 primi) quadratũ igitur quod ex ε ζ, duplum est eius quod ex η ζ. Aequalis autem est η ζ ipsi γ δ: igitur quod ex ε ζ duplum est eius quod ex γ δ. Est autẽ & id quod ex α ε, duplum eius quod fit ex α γ. Quadrata igitur, quæ ex η ε & ε ζ, quadratorum quæ fiunt ex α ε & γ δ, dupla sunt. Eis autem quæ fiunt ex α ε & ε ζ, æquum est id quod ex α ζ fit quadratũ (per 47 primi.) Rectus enim est angulus qui sub α ε ζ. Quadratum igitur ex α ζ, eorũ quæ ex α γ & γ δ fiunt, duplum est. Ei autẽ quod fit ex α ζ, æqualia sunt ea quæ fiũt ex α δ & δ ζ (per 47 primi) rectus enim est angulus qui ad δ. Ea igitur quæ ex α δ & δ ζ, dupla sunt eorũ quæ ex α γ & γ δ fiunt quadratorũ. Aequalis autẽ est δ ζ ipsi δ β, quadrata igitur quæ ex α δ & δ β fiũt, dupla sunt eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, quadratorũ. Si recta igitur linea secetur in partes æquales & inæquales, quæ ab inæqualibus totius segmentis fiũt quadrata, dupla sunt eius quod ex dimidia, & ex medio segmentorum fit, quadratorum: quod oportuit demonstrare.*



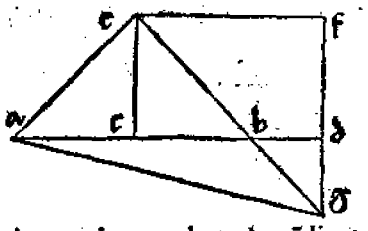
Euclid. ex Camp. *Propositio 10.*

10 Si linea in duo æqualia diuidatur, eiq; in longum alia addatur, quadratum quod describitur à tota cũ addita, & quadratum quod ab ea quæ addita est utraque quadrata pariter accepta, ei quadrato quod à dimidia, eiq; quod ab ea producitur quæ ex dimidia adiectaq; consistit, utriusq; quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.

CAMPANVS. *Sit linea a b diuisa per æqualia in c, & addita sibi linea b d, dico quòd duo quadrata duarũ linearum a c & b d, pariter accepta, dupla sunt duobus quadratis duarum linearũ a c & c d, pariter acceptis. Erigo c e perpendicularẽ super lineã a b, & æqualẽ utriq; linearũ a c & c b, & perficio triangulum a e b, ductis lineis a e & e b, eritq; ut in præmissa uterque angulorum a & b, & uterque eorum, qui sunt ad e, medietas recti per 32 primi*



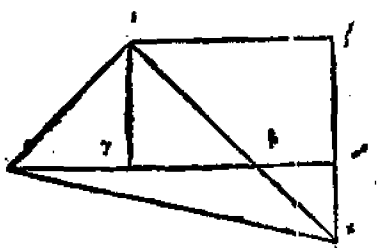
totusq; e est rectus. A puncto ę, produco e f, æqualem & æquidistantē c d, & produco f d & e b, quousq; concurrāt in puncto g, & produco lineā a g. Eritq; per ultimā partē 29 primi, angulus c e f, rectus, sed angulus c e b, est medietas recti, ergo angulus b e f, est similiter medietas recti: & quia per 33 primi, f d est æquidistās c e, erit per 34 eiusdē, angulus f rectus: ergo per 32 eiusdē, erit angulus e g f medietas recti: item per eandē, angulus d b g similiter medietas recti, propter id q; angulus b d g est rectus, ergo per 6 eiusdem duo latera e f & f g sunt æqualia: item duo latera d b & d g sunt æqualia. Ergo per penultimā eiusdem, quadratum e g, duplum est ad quadratū e f: quare ad quadratum c d. Itemq; per eandem, quadratum a e, duplum est ad quadratum a c. Et quia quadratum a g est per eandem æquale quadratis a e & e g, similiter quoq; & quadratis a d & d g, at quia quadratum d g est æquale quadrato b d, erunt duo quadrata duarū linearum a d & b d pariter accepta, dupla duobus quadratis duarū linearū a c & c d pariter acceptis, quod est propositum. Hæc autē & omnes præmissæ, ueritatē habēt in numeris sicut & in lineis.



Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 10.

Si recta linea secetur bifariàm, apponatur autē ei quæpiam recta linea in rectū, quod ex tota cū apposita & quod ex apposita utraq; quadrata, dupla sunt eius quod ex dimidia & eius quod ex adiacente dimidia & adiuncta, tanquam ex una descriptorum quadratorū. 10

THEON ex Zamb. *Recta enim quædam linea α β, secetur bifariàm in γ, apponaturq; ei quæpiam recta linea in rectum, β δ. Dico quòd quadrata quæ ex α δ & δ ε, dupla sunt quadratorum quæ fiunt ex α γ & γ δ. Excitetur (per 11 primi) æqualis ab ipso γ signo, ipsi α ε δ ad angulos rectos γ ζ, et ponatur (per 3 primi) æqualis utriq; ipsarum α γ & γ β, et (per 1 postulatū) connectantur ζ α & ζ ε. Et (per 31 primi) per ζ, ipsi α δ parallelus excitetur ζ ξ, (& per eandem) per δ, ipsi γ ζ parallelus excitetur δ ξ. Et quoniam in parallelos rectas lineas γ ζ & δ ξ, recta quædam linea incidit ζ ξ, anguli igitur γ ζ ξ & ζ ξ δ, (per 29 primi) duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur ζ ξ β & ζ ξ δ, duobus rectis sunt minores, (per eandem.) Quæ autem à minoribus duobus rectis producuntur (per 5 postulatum) coincidunt: igitur ε ε & ζ ξ δ productæ ad partes β δ coincidunt: producantur, & coincidant in ν, & (per 1 postulatum) connectatur α ν. Et quoniam æqualis est α γ ipsi γ ζ, angulus quoq; α ζ γ angulo ε α γ est æqualis (per 5 primi) & rectus est qui ad γ, dimidius ergo recti, est uterque qui sub ζ α γ & α ζ γ. Et propterea uterq; etiam qui sub γ ζ β & ζ β γ recti dimidius est: rectus igitur est qui sub α ζ ε. Et quoniam angulus ζ β γ recti dimidius est, & (per 15 primi) angulus igitur δ β ν recti dimidius est. Angulus autem β δ ν, rectus est, æqualis enim est ei qui sub δ γ ζ, alterni enim: reliquus igitur angulus δ ν β, recti dimidius est. Igitur (per 6 communem sententiam primi) angulus δ ν β, recti dimidius est. Igitur (per 6 communem sententiam primi) angulus δ ν β, ei qui sub δ β ν est æqualis. Quare (per 6 primi) et latus β δ, lateri ν δ æquum est. Rursus quoniam angulus ζ ν ξ, recti dimidius est, rectus autem qui ad ξ, æqualis enim (per 34 primi) ex oppositio ei qui α δ γ: reliquus igitur angulus ξ ζ ν, recti dimidius est. Angulus igitur ζ ν ξ, angulo ξ ζ ν est æqualis. Quare (per 6 primi) & latus ξ ζ, lateri ξ ν est æquale. Et quoniam æqualis est ζ γ ipsi γ α, quadratum quoq; quod ex ζ γ, ei quod est ex γ α quadrato, æquum est: quadrata igitur sunt ex γ ζ & γ α, dupla sunt eius quod fit ex α γ, quadrati. Eis autem quæ fiunt ex ζ γ & γ α (per 47 quæst. primi) æquum est id quod ex ζ α. Quadratum igitur quod ex ζ α, duplum est eius quod fit ex α γ. Rursus quoniam æqualis est ν ξ ipsi ζ ξ, quadratū quod fit ex ν ξ, æquum est ei quod fit ex ζ ξ quadrato: quadrata igitur quæ ex ν ξ & ζ ξ fiunt, eius quod fit ex ξ ξ, dupla sunt. Eis autem quæ fiunt ex ν ξ & ζ ξ (per 47 primi) æquum est id quadratum quod fit ex ζ ν: id igitur quod fit ex ζ ν, duplum est eius quod fit ex ξ ξ. Aequalis autem est ζ ξ ipsi γ δ: id igitur quod fit ex ζ ν, duplum est eius quod fit ex γ δ. Patuit autem quòd & id quod fit ex ζ α, duplum est eius quod fit ex α γ. Quadrata igitur quæ fiunt ex α ζ & ζ ν, eorum quæ fiūt ex α γ & γ δ quadratorum, dupla sunt. Quadratis autem quæ fiunt ex α ζ & γ, æquum est id quod fit ex α ν quadratum (per 47 primi) Quadratum igitur quod fit ex α ν, eorum quæ fiunt ex α γ & γ δ, duplū est. Ei autem quod fit ex α ν, æqualia sunt quadrata quæ fiunt ex α δ & δ ν. Quadrata igitur quæ fiunt ex α δ & δ ν, dupla sunt eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, quadratorum: æqualis autem est δ ν ipsi δ β. Quadrata igitur quæ fiunt ex α δ & δ β, dupla sunt eorum quæ fiunt ex α γ & γ δ quadratorum. Si recta igitur linea secetur bifariàm, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod ostendere oportebat.*

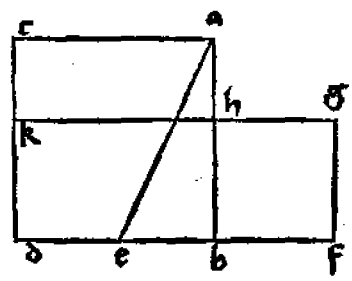


Euclides

Euclid. ex Camp. Propoſitio 11.

11 DAtam lineam ſic ſecare, ut quod ſub tota & una portione rectangulum continetur, æquum ſit ei quod fit ex reliqua ſectione quadratum.

CAMPANVS. Sit linea data a b, quam uolumus ſic diuidere, ut quod ex tota & una eius portione producitur, æquum ſit quadrato alterius. Deſcribo quadratum ipius a b, quod ſit a b c d. Latus b d diuido per æqualia in e, & produco a e: & e b produco uſq; ad f: ita quòd e f ſit æqualis a e. Et ex b f portione extrinſeca, deſcribo quadratum quod ex latere a b reſecat portionem æqualem b f, quæ ſit b h: & quadratũ deſcriptum ſit b f h g. Dico quòd a b ſic eſt diuiſa in puncto h, quòd illud quod fit ex tota a b in eius portionem h a, eſt æquale quadrato h b. Produco g h uſq; ad k, quæ erit æquidiſtans a c.

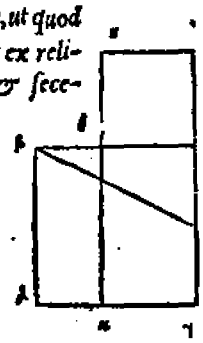


Quia ergo linea d b diuiſa eſt per æqualia in e, & eſt ſibi addita linea b f, erit per 6 huius, quod fit ex d f in b f cum quadrato e b, æquale quadrato e f: quare & quadrato e a: quare per penultimam primi, quadratis duarũ linearum e b & b a. Ergo dẽpto ab utriſq; quadrato lineæ e b, erit quod fit ex d f in b f, & ipſum eſt ſuperficies d g, æquale quadrato lineæ a b. Ergo dempto ab utriſq; parallelogrammo h d, erit quadratum h f æquale parallelogrammo h c. Et quia quadratum h f eſt quadratum lineæ h b, & parallelogrammum h c producitur ex c a, quæ eſt æqualis a b, in a h, patet factum eſſe propoſitum. ¶ Ad hoc autẽ faciendum in numeris, non labores: quia impoſsibile eſt numerum ſic diuidi, ut hic undecima proponit, ſicut ſcies, ſexti 26 te docente.

Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 11.

11 Datam rectam lineam ſecare, ut quod ſub tota & alterno ſegmento comprehenſum rectangulum, æquum ſit ei quod fit ex reliquo ſegmento quadrato.

THEON ex Zamb. *Sit data recta linea α β: oportet autem ipſam α β ſecare, ut quod ſub tota & altero ſegmento comprehenſum rectangulum, æquum ſit ei quod fit ex reliquo ſegmẽto, quadrato. Deſcribatur (per 46 primi) ex α β, quadratum α β γ δ, & ſecetur (per 10 primi) α γ bifariam, in ε, ſigno, & connectatur β ε. Et extendatur (per 2 poſtulatum) γ α, in ζ, et ponatur (per 3 primi) ipſi β ε, æqualis ε ζ. Et (per 46 primi) ex α ζ deſcribatur quadratũ ζ η α θ, & extendatur (per 2 poſtulatũ) η θ, in κ. Dico quòd α β, ſecatur in θ, ut quod ex α β, & β θ, comprehenſum rectangulum, æquum ſit ei quod fit ex α θ, quadrato. Quoniam enim recta linea α γ ſecta eſt bifariam in ε, adiacet autem ei α ζ, igitur (per 6 ſecundi) rectangulum comprehenſum ſub γ ζ, & ζ α, unà cum eo quod fit ex α ε, quadrato, æquum eſt ei quod fit ex ε ζ quadrato, æqualis autem eſt ε ζ, ipſi ε β: rectangulum igitur comprehenſum ſub γ ζ, & ζ α, unà cum eo quod fit ex ε α quadrato, æquum eſt ei quod fit ex ε β quadrato. Sed ei quod fit ex ε α, æqualia ſunt (per 47 primi) ea quæ fiunt ex β α, & α ε, quadrata: rectus enim eſt angulus qui ad α. Quod igitur eſt ſub γ ζ, & ζ α, cum eo quod fit ex α ε, æquum eſt eis quæ fiunt ex β α, & α ε. Commune auferatur id quod ex α ε, reliquum igitur rectangulum comprehenſum ſub γ ζ, & ζ α: æquum eſt ei quod fit ex α β, quadrato. Et id quidem quod fit ſub γ ζ, & ζ α, eſt ipſum ζ η: æqualis enim eſt ζ α, ipſi ζ η. Id autem quod fit ex α θ, eſt ipſum α δ. Igitur ζ η æquum eſt ipſi α δ. Commune auferatur α κ, reliquum igitur ζ θ, ipſi θ δ, eſt æquale. Eſt autem θ δ, id quod ſub α β, & β θ, æqualis enim eſt α β, ipſi β δ. At ζ θ, id eſt quod ex α θ. Rectangulum igitur comprehenſum ſub α β & β θ, æquum eſt ei quod fit ex θ α, quadrato. Data igitur recta linea α β, in θ, diſſecta eſt, ut rectangulum ſub α β, & β θ comprehenſum, æquum ſit ei quod ex α θ fit quadrato: quod feciſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 12.

12  IN his triãgulis qui obtuſum habẽt angulũ, tanto ea quæ obtuſum ſubtẽdit angulum, ambobus reliquis lateribus quæ obtuſum cõtinent angulũ amplius poteſt, quãtum eſt quod continetur bis ſub uno eorũ, atq; ea quę ei dirẽctè iuncta ad obtuſum angulũ, à perpẽdiculari extrà deprehẽditur.

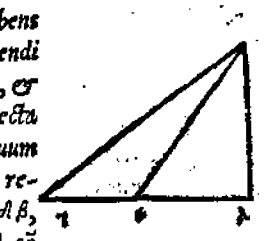
CAMPANVS. Sit triangulus a b c, habens angulum a, obtusum. A punctο c, ducatur linea perpendicularis ad lineam b a, quę necessariò cadet extra triangulum a b c: alioquin angulus obtusus esset rectus aut minor recto per 16 primi: fit ergo c d perpẽdicularis super lineam a b productam usq; ad d. Dico quòd quadratum lateris b c quod subtenditur angulo obtuso, tanto maius est duobus quadratis duarum linearum a b & a c ambientibus ipsum angulum obtusum, quantum est illud quod fit ex b a in a d bis. (Potentia enim lineæ, respectu quadrati sui est, unde tantum dicitur posse linea quælibet, quantum in se ducta producit.) Erit enim per 4. huius, quadratum b d, æquale duobus quadratis duarum linearum b a & a d, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Et quia quadratum b c per penultimam primi est æquale quadrato b d & quadrato d c: ipsum erit æquale quadratis trium linearum b a, a d, & d c, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Sed per eandem, quadratum a c, est æquale quadratis a d & d c. Ergo quadratum b c est æquale quadratis duarum linearum b a & c a: & duplo eius, quod fit ex b a in a d. Quare b c tanto amplius potest duabus lineis b a, a c, quantum est duplum eius quod fit ex b a in a d. Iam enim diximus, quòd tantum dicitur posse linea quælibet, quantum in se ducta, producit: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema* 11. *Propositio* 12.

In obtusi anguli triangulis, quod ad obtusum angulum subtendente latere fit quadratum, maius est eis quæ fiunt ab obtusum angulum comprehendentibus lateribus, quadratis, comprehenso bis sub uno eorum qui sunt circa obtusum angulum, in quod protractum cadit perpendicularis, & assumpto extrinsecùs sub perpendiculari ad obtusum angulum. 12

THEON *ex Zamb.* *Sit obtusi anguli triangulum α β γ, obtusum habens angulum β α γ, & ducatur ex β signo, in γ α, productam (per 12 primi) perpendicularis ℓ δ. Dico quòd quadratum quod ex β γ, maius est eis quæ fiunt ex β α, & α γ, quadratis: bis sub γ α, & α δ, comprehenso rectangulo. Quoniam enim recta linea γ δ, secta est utcunq; in α, signo: igitur (per 4 secũdi) quod fit ex γ δ æquum est eis quæ fiunt ex γ α, & α δ, quadratis, & bis sub γ α & α δ comprehenso rectangulo. Commune ponatur id quod ex δ β. Ergo igitur quæ sunt ex γ δ, & δ β, æqua sunt eis quæ fiunt ex γ α, & α δ, & δ β, quadratis, & bis sub γ α & α δ, cõprehenso rectangulo. Sed eis quæ sunt ex γ δ & δ β: æquum est id quod ex γ β, (per 47 primi) rectus enim est angulus qui ad δ. Eis autem quæ fiunt ex α δ, & δ β, (per eandem) æquum est id quod fit ex α β. Quadratum igitur quod fit ex γ β, æquum est eis quæ fiunt ex γ α & α β, quadratis, (per eandem) & bis sub γ α, & α δ, comprehenso rectangulo. Quare quadratũ quod fit ex γ β, eis quæ fiunt ex γ α, & α β, maius est: bis sub γ α, & α δ, comprehenso rectangulo. In amblygonijs igitur triangulis, quod ab obtusum angulum subtendente latere fit quadratum, maius est, & quæ sequuntur reliqua: quod ostendere oportuit.*

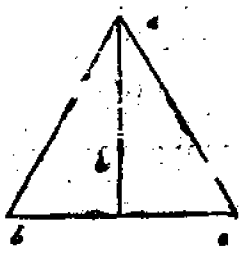


Euclid. ex Camp. *Propositio* 13.



OMnis oxygonij tanto ea quæ acutum respicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest: quantum est quod bis continetur sub uno eorum, cui perpendicularis intrà superstat, eaq; sui parte quæ perpendiculari angulóq; acuto interiacet. 13

CAMPANVS. Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto, in triãgulo oxygonio: ueritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangulo, siue fiat orthogonius, siue amblygonius, siue oxygonius. Sit ergo in triangulo a b c, quicunq; triãgulus fuerit, angulus c acutus: qui si fuerit oxygonius, ducatur perpendicularis ab quouis angulorum a uel b, ad quamuis basim b c uel a c: quia cum sic fuerit, semper cadet perpẽdicularis intra triangulum. Si autem sit amblygonius aut orthogonius, ab angulo obtuso uel recto ducatur perpendicularis ad latus oppositum, quã manifestũ est cadere intra triangulum. Et, ut simpliciter dicã, cum in omni triãgulo sint duo acuti anguli, necessariò erit alter

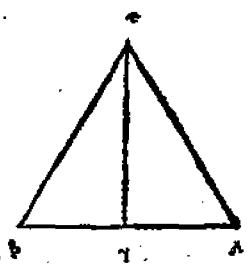


reli-

reliquorum angulorum qui ſunt a & b, acutus. Ducam igitur perpendicularem, ad lineam illam quæ duobus acutis interiacet. Sit ergo ut trianguli a b c, angulus b etiam ſit acutus: ducam ergo ad b c, perpendicularem quæ ſit a d, quæ (ut dictum eſt) cadet intra triãgulum. Dico itaq; quòd quadratum lateris a b, quod ſubtenditur angulo acuto c, tanto minus eſt duobus quadratis duarum linearum a c & c b, quantum duplum eius quod fit ex b c in d c. Vel dico quòd quadratum a c quod etiam ſubtenditur angulo b, quem poſuimus acutum (quicquid fuerit de anguloa) tanto minus eſt duobus quadratis duarum linearum a b, & b c, quantum eſt duplum eius quod fit ex c b in b d. Erit enim per 7 huius, quadratũ b c cum quadrato d c, ęquale ei quod fit ex b c in d c bis, & quadrato alterius partis ſcilicet b d: quare addito utriq; quadrato a d, erit quadratum b c cum quadratis duarum linearum a d & d c, ęquale quadratis duarũ linearum a d & d b, & duplo eius quod fit ex c b in c d. At quia per penultimã primi, quadratũ a c eſt æquale quadratis duarũ linearum a d & d c: erit quadratum b c cum quadrato a c, ęquale quadratis duarum linearum a d & b d, & duplo eius quod fit ex b c in c d. Sed per eandẽ penultimã primi, quadratum a b, ęquum eſt quadratis duarum linearũ a d & b d: ergo quadratum b c cum quadrato a c, æquum eſt quadrato a b: & duplo eius quod fit ex b c in c d: quare tanto minus poteſt a b duobus lateribus b c & a c: quantum eſt duplum eius quod fit ex b c in c d, quod eſt propoſitum. Simili modo probabis, latus a c quod ſubtẽditur angulo b acuto, poſſe tãto minus duobus lateribus a b & b c: quantum eſt duplum eius quod fit ex c b in b d. ¶ Notandum autẽ per hanc & præcedentẽ & penultimam primi, quòd cognitis lateribus omnis trianguli, cognoſcitur area ipſius, & auxiliantibus tabulis de chorda & arcu, cognoſcitur omnis eius angulus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propoſitio 13.*

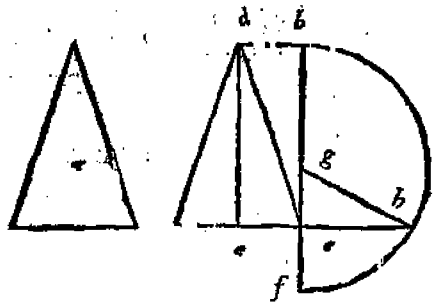
13 In oxygoníjs triangulis, quod ex acutum angulum ſubtẽdente fit quadratum, minus eſt eis quæ ex acutum angulum comprehendentibus lateribus fiunt quadratis: comprehenſo bis ſub uno eorũ quę ſunt circa acutum angulum, in quod perpendicularis cadit, & ſumpto íntus ſub perpendiculari ad acutum angulum.



THEON *ex Zamb.* *Sit oxygonium triangulum α β γ, acutum habens angulum qui ad β, & (per 12 primi) ducatur ab α ſigno, in β γ, perpendicularis α Δ. Dico quòd quadratum ex α γ, minus eſt quadratis quæ fiunt ex γ β & β α, comprehenſo bis rectangulo ſub γ β, & β Δ. Quoniam enim recta linea β γ diſſecta eſt utcunq; in Δ, igitur (per 7 ſecundi) quadrata quæ ex γ β, & β Δ, æqualia ſunt bis ſub γ β, & β Δ, comprehẽſo rectangulo, & ei quod fit ex γ Δ quadrato. Commune apponatur quadratum, quod ex Δ α. Igitur quadrata quæ ex γ β, & β Δ, & Δ α, (per 7 ſecundi) æqualia ſunt rectãgulo comprehenſo bis ſub γ β, & β Δ, & eis quæ fiunt ex α Δ, & Δ γ, quadratis. Sed eis quæ fiunt ex β Δ, & Δ α, æquum eſt id quod fit ex α β, angulus enim qui ad Δ, rectus eſt. Eis autem quæ fiunt ex α Δ, & Δ γ, æquum eſt id quod ex α γ, (per 47 primi) ea igitur quæ fiunt ex γ β, & β α, æqualia ſunt ei quod fit ex α γ, & ei quod bis fit ſub γ β, & β Δ. Quare ſolum quod fit ex α γ, minus eſt eis quæ fiunt ex γ β, & β α, quadratis: eo quod eſt bis ſub γ β, & β Δ, comprehenſo rectangulo. In oxygonijs igitur triangulis, & quæ ſequuntur reliqua: quod oſtendere oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

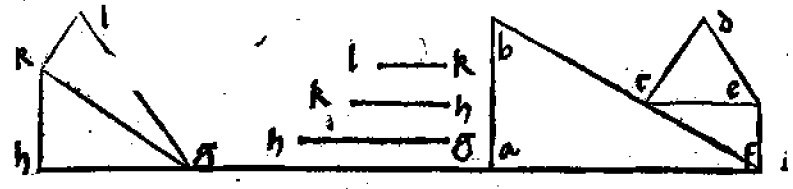
14 DAto trigono, æquum quadratum deſcribere.



CAMPANVS. Sit datus trigonus a: cui nos uolumus æquum quadratum deſcribere. Deſignabo ſuperficiẽ æquidiſtantium laterum & rectorum angulorum æqualem trigono dato, ſecundum quod docet 42 primi: ſitq; ſuperficies illa b c d e: cuius ſi latera fuerint æqualia, habemus quod quærimus: ipſa enim erit quadrata per diffinitionem. Si autem latera ſint inæqualia, tunc adiungam minus ipſorum laterum maiori, ſecundum rectitudinẽ: ſitq; linea c f, æqualis minori duorum laterum, quod eſt c e, adiuncta maiori quod eſt b c, ſecundum rectitudinem. Totam b f diuidam per æqualia, in puncto g, & facto g centro, ſuper lineam b f ſecundum quantitatem lineæ g b: deſcribam ſemicirculum b h, & latus e c producam, uſquequò ſecet circũferentiam in puncto h. Dico quòd quadratum li-

tum lineæ c h, eſt æquale trigono dato. Producam lineam g h. Et quia linea b f diuiſa eſt per æqualia in g, & per inæqualia in c: erit per 5 huius, quod fit ex ductu b c in c f cum quadrato c g, æquale quadrato g f, quare & quadrato g h, quare per penultimam primi, & duobus quadratis duarum linearum g c & c h. Ergo dempto utrinque quadrato c g, erit quod fit ex b c in c f, quod eſt æquale ſuperficiei b e, eo quòd c f eſt æquale quadrato lineæ c h, quare quadratum lineæ c h, eſt æquale trigono a, quod eſt propoſitum.

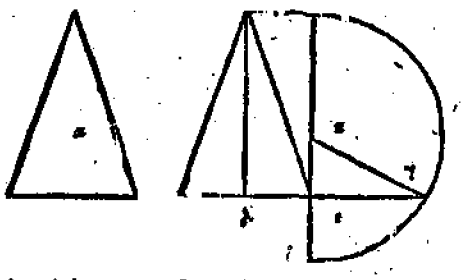
CAMPANI *additio*. Et nota quòd per hoc inuenitur latus tetragonicum cuiuslibet alterapartelongioris, & ſimpliciter omnis figuræ rectis lineis contentæ quæcũq; fuerit, quoniã omnem figuram talem in triãgulos reſoluemus: & cuiuslibet illorum triangulorũ inueniemus tetragonicum latus ſecundum doctrinam iſtius, & inueniemus per penultimam primi, lineam unam, quæ poſsit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia, uolo inuenire latus tetragonicum rectilineæ figuræ irregularis a b c d e f. Reſoluo eam in tres triangulos, qui ſunt a b f, & c d e, & f c e. Inuenio quoque ſecundum doctrinam iſtius, tria latera tetragonica iſtorum trium triangulorum, quæ ſunt g h, h k, & k l: & erigo h k, perpendiculariter ſuper g h, & produco g k, eritq; per penultimam primi, quadratum g k, æquale quadratis duarum linearum g h, & h k: & tertium latus k l, erigo perpendiculariter ſuper lineam g k, & produco lineam g l, eritq; per penultimam primi, g l latus tetragonicum totius figuræ rectilineæ propoſitæ.



Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propoſitio 14.*

Dato rectilineo, æquum quadratum conſtituere. 14

THEON *ex Zamb.* *Sit datum rectilineum α, oportet ei rectilineo æquum quadratum conſtituere: conſtituatur (per 45 primi) ipſi α, rectilineo: æquum parallelogrammum rectangulum β γ δ ε. Si æqualis eſt β ε, ipſi γ δ, factum iam eſt problema: conſtituitur enim ipſi α, rectilineo æquum quadratum β δ. Si autem non, ipſarũ β ε, & ε δ, altera maior eſt. Sit maior β ε, & producatur in ζ, & ponatur ipſi ε δ, æqualis ε ζ, (per 3 primi,) & (per 10 primi) ſecetur β ζ, bifariam in κ. Et centro quidẽ κ, ſpacio uerò aut κ β, aut κ ζ, ſemicirculus deſcribatur β θ ζ, & (per 2 poſtulatum) producatur δ ε, in θ. & (per 1 poſtulatum) connectatur κ θ. Quoniã igitur recta linea ζ β, ſecta eſt in æqualia in κ, & in inæqualia in ε, igitur (per 5 ſecundi) rectangulũ comprehenſum ſub β ε & ε ζ, cum quadrato quod fit ex γ κ, æquum eſt ei quod ex κ ζ, quadrato. Æqualis autem eſt κ ζ, ipſi κ θ: rectangulum igitur comprehenſum ſub β ε, & ε ζ, (per 5 ſecundi) cum eo quod ex κ ε, fit quadrato, æquum eſt ei quod fit ex κ θ: ei autem quod fit ex κ θ, æqualia ſunt ea quæ ex θ ε, & κ ε, fiunt quadratis, (per 47 primi.) Quod igitur fit ſub β ε, & ε ζ, cum eo quod fit ex κ ε æquum eſt eis quæ fiunt ex θ ε, & κ ε, commune auferatur quadratum quod ex ε κ: reliquum igitur rectangulum comprehenſum ſub β ε, & ε ζ, æquum eſt ei quod fit ex ε θ, quadrato. Sed id quod ſub β ε, & ε ζ eſt, quod ipſum β δ, æqualis enim eſt ε ζ, ipſi ε δ, parallelogrammum igitur δ δ, æquum eſt ei quod fit ex θ ε, quadrato. Sed β δ, æquum eſt ipſi α, rectilineo: & α igitur rectilineum æquum eſt quadrato deſcripto ex ε θ. Dato igitur rectilineo α, æquum quadratum conſtitutum eſt ſub ε θ, deſcriptum: quod feciſſe oportuit.*



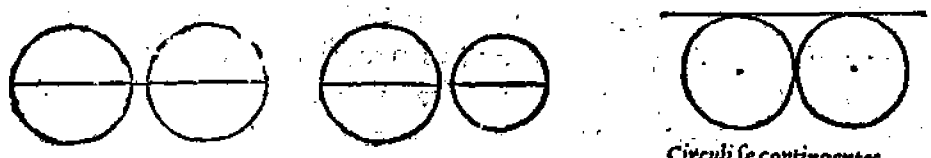
LIBRI SECVNDI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum, *Liber tertius.*

Ex Campano. *Diffinitiones.*

QVorum diametri ſunt æquales, ipſos circulos æquales eſſe. Maiores autem, quorum maiores: & minores, quorum minores. 2 Circulum linea contingere dicitur: quæ cum circulum tangat, in utranque partem eiecta circulum non ſecat. 3 Circuli ſeſe contingere dicuntur, qui ſe tangentes, ſeinuicem non ſecant.

Circuli æquales. *Maior.* *Minor.* *Linea circulum contingens.*

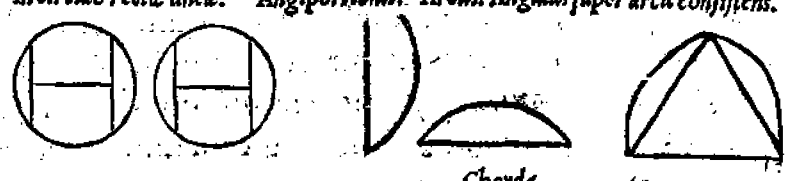


Circuli ſe contingentes.



4 Rectæ lineæ in circulo æqualiter diſtare dicuntur à centro, cum à centro ad ipſas ductæ perpendiculares, fuerint æquales. 5 Plus uerò diſtare à centro dicitur, in quam perpendicularis longior cadit. 6 Recta linea portionem circuli continens, chorda nominatur. 7 Portio uerò circũferentiæ, arcus nuncupatur. 8 Angulus autem portionis dicitur, qui à chorda & arcu continetur. 9 Supra arcum angulus conſiſtere dicitur, qui à quolibet puncto arcus ad chordæ terminos duabus rectis lineis exeuntibus continetur.

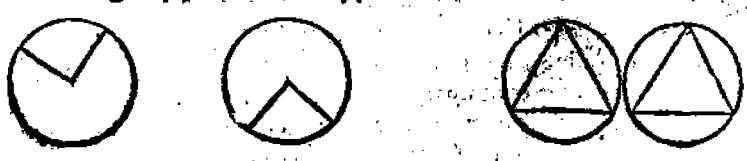
In circulo rectæ lineæ. *Ang. portionis.* *Arcus.* *Angulus ſuper arcũ conſiſtens.*



Chorda.

10 Sector circuli, eſt figura quæ ſub duabus à centro ductis lineis, & ſub arcu qui ab eis comprehenditur, continetur. 11 Angulus autem qui ab eis lineis ambitur, ſupra centrum conſiſtere dicitur. 12 Similes circulorum portiones dicuntur, in quibus qui ſupra arcum conſiſtunt anguli, ſibi inuicem ſunt æquales. 13 Arcus quoq; ſimiles ſunt, qui æquos angulos prædicto modo ſuſcipiunt.

Sector circuli. *Angulus ſuper centrum conſiſtens.* *Similes circuli portiones* *& ſimiles arcus.*



Ex Zamberto. Diffinitiones.

AEquales circuli sunt, quorum dimetientes sunt ęquales, uel quorum quæ ex centris sunt æquales. 2 Recta linea circulum tangere dicitur, quæ circulum tangens & eiecta, circulum non secat. 3 Circuli sese tãgere adinuicem dicuntur, qui sese inuicem tangentes, se non inuicem secant.

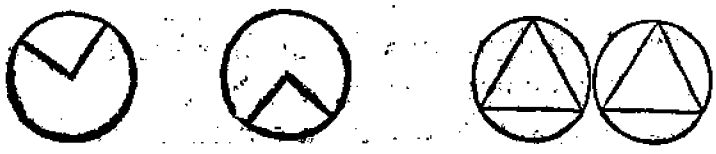
Circuli æquales. *Linea circulum tangens.* *Circuli se tangentes.*



4 In circulo ęqualiter distare à cẽtro rectæ lineę dicũtur, cum à centro in eas perpẽdiculares ductę sunt æquales. Magis autem distare dicitur, in quam maior perpendicularis cadit. 5 Segmentum circuli, est figura comprehensa sub recta linea, & circuli circũferentia. 6 Segmenti angulus est, qui sub recta linea, & circuli circunferentia comprehenditur. 7 In segmento autem angulus est, cum in circunferentia segmenti sumitur aliquod signum, & ab eo in rectæ lineæ fines, quæ basis est segmenti, rectæ lineæ coniunguntur, angulus qui continetur, sub coniunctis rectis lineis est.



8 Cum uerò comprehendentes angulum rectę lineæ, aliquam susci piunt circunferentiam, in illa angulus esse dicitur. 9 Sector autem circuli, est cum ad centrũ circuli steterit angulus, cõprehensa figura sub angulum comprehendentibus rectis lineis, & assumpta sub eis circũferentia. 10 Similia segmenta circuli, sunt quæ angulos æquos suscipiunt: uel in quibus auguli sibi inuicem sunt æquales.

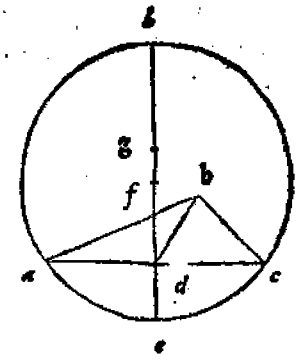


Euclid. ex Camp. *Propositio 1.*

CIrculi proposiți, centrum inuenire. Vnde manifestũ est, quòd duabus rectis lineis in eodẽ circulo apud circunferentiam terminatis, neutra illarum alteram per æqualia orthogonaliter secat: nisi ipsa super centrum transierit. 1

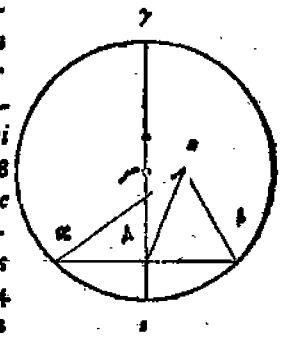
CAMPANVS. Sit circulus propositus a b c, cuius uolumus centrũ inuenire. Duco in ipso circulo lineam a c, qualitercunq; contingat, quam diuido per æqualia in puncto d, à quo duco perpendicularem ad lineam à c, quam applico circunferentiæ ex utraque parte: fit'que e d b, quam rursus diuido per æqualia in puncto f, quem dicõ esse centrum circuli. Si enim non est, erit autem alibi aut in linea e b, aut extra. In linea e b, non. Si enim fuerit in ea ut in puncto

cto g, erit linea e f maior linea e g, pars uidelicet toto, quod est impossibile. Quod si fuerit extra lineam e b, ut in puncto h, ducantur lineæ h a, h d, h c. Et quia latera h d, & d a trianguli h d a sunt æqualia lateribus h d & d c triāguli h d c, & basis h a basi h c, erit (per 8 primi) angulus a d h æqualis angulo c d h, quare uterq; rectus, & quia angulus a d b fuit etiam rectus, erit a d h æqualis a d b (per 3 petitionem primi,) pars uidelicet toti, quod est impossibile. Nō est ergo centrum dati circuli alicubi, q̄ in puncto f, quod est propositū. *Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propositio 1.*



2 Dati circuli, centrum inuenire.

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ, oportet ipsius circuli α β γ, centrum inuenire. Excitetur in eo linea quædam recta utcunq; sitq; α β. Et (per 10 primi) secetur bifariam in δ, & (per 11 eiusdē) ab ipso δ, ipsi α β, excitetur δ γ ad angulos rectos, & (per postulatū secundū) extendatur in ε, secaturq; (per 10 primi) γ ε, bifariam in ζ. Dico q; ζ, centrū est circuli α β γ. Nō enim, sed si possibile est, sit η, & (per 1 postulatum) cōnectatur η α, η δ, η β. Et quoniā æqualis est α δ, ipsi δ β, cōmunis autem δ η, duæ igitur α δ, & δ η, duab. η δ, & δ β, sunt æquales altera alteri, et (per 15 diffinitionem primi) basis η α, basi η β, est æqualis. Ex centro enim igitur (per 8 primi,) angulus α δ η, angulo β δ η, est æqualis. Cū autē recta linea super rectam cōsistens lineā, utrobiq; angulos æquos adinuicē fecerit, eorū angulorū uterq; (per 10 primi diffinitionē) rectus erit. Angulus igitur ζ δ η, rectus est: at angulus ζ δ β, nō rectus est. Angulus igitur ζ δ β, angulo β δ η (per 4 postulatū) æqualis, maior minori, q̄d est impossibile. Igitur η nō est cētrum circuli α β γ. Similiter ostēdemus, q; nullū aliud præter ζ. Igitur ζ, cētrū est circuli α β γ, q̄d fecisse oportuit.*

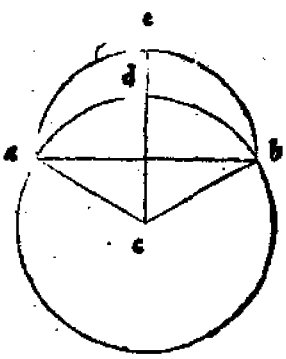


CORREL. *Hinc est manifestum, quòd si in circulo recta linea aliqua aliquā rectam lineam bifariam, & ad angulos rectos diuiserit in diuidente est cētrum circuli. Euclid. ex Camp. Propositio 2.*

3 Si per circuli circunferentiā duobus punctis signatis, lineam rectam ductam ab altero ad alterū circulū secare necesse est.

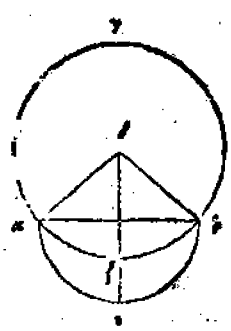
CAMPANVS. *Sit ut in circunferentia circuli a b, cuius centrum sit c, signata sunt duo puncta, quæ sunt a & b. Dico quòd linea recta coniungens unum cum altero, secabit circulum. Alioqui cadet extra circulum, sitq; a e b, linea recta: si possibile est. Producā lineas c a & c b, eruntq; (per 5 primi) anguli c a b & c b a æquales: protrahā item lineā c e, quæ secet circunferētiam in puncto d, eritq; (per 16 primi) angulus a e c maior angulo c b e, quare maior angulo c a e, quare (per 18 eiusdem) latus a c, maius latere c e, & quia est æqualis c a, erit c d, maior c e, pars toto, quod est impossibile. Quia ergo linea cōiungens duo puncta a b, nō trāsibit extra circulū, secabit ipsum: quod est propositū.*

Euclid. ex Zamb. Theorema 1. Propositio 2.



4 Si in circuli circūferentia duo fuerint signa utcūq; sumpta, ea signa cōnectēs recta linea intra ipsum circulū cadit.

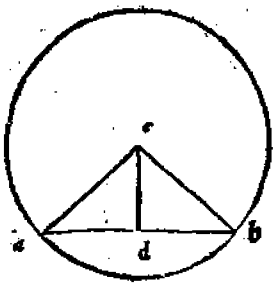
THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ, & in eius circunferentia sint utcūq; bina signa α β. Dico quòd recta linea applicata ex α in β intra ipsum circulum α β γ, cadit. Non enim, sed si possibile est, cadat extra α ε β. Et cōtingat siue accipiatur centrū circuli, sitq; illud (per præcedentē) δ, & (per 1 postulatū) connectatur δ α, δ β, & extendatur δ ζ, ad ε. Quoniam igitur æqualis est (per 15 diffinitionē primi,) δ α, ipsi δ β, æqualis est angulus δ α ε, angulo δ β ε. Et quoniā trianguli δ α ε, unum latus producitur α ε β, igitur (per 16 primi) angulus δ ε β, angulo δ α ε, maior est. Æqualis autem est angulus δ α ε, ei qui sub δ β γ. Maior igitur est angulus δ ε β, angulo δ β ε: maiori autē angulo, maius latus subtēditur (per 18 primi) maior igitur est δ β, quàm δ ε. Æqualis autē est (per 15 diffinitionem primi) δ β, quàm δ ζ, maior igitur est δ ζ, quàm δ ε, minor maiore, quod est impossibile. Recta igitur extensa linea ex α, in β,*



extra ipſum circulum non cadit. Similiter etiam demonſtrabimus, quòd neq; in ipſam circunferentiam: intra igitur. Si in circuli circunferentia igitur, & quæ ſequũtur reliqua ut in theoremate: quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

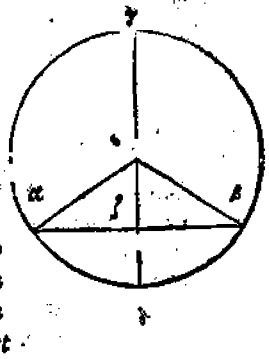
SI lineam intra circulum præter centrum collocatam alia à centro ueniens per æqua ſecet, orthogonaliter ſuper eam inſiſtere: & ſi in eam orthogonaliter ſteterit, eã per æqualia diuidere, neceſſe eſt.



CAMPANVS. Sit ut lineam a b collocatam intra circulũ a b, cuius centrum ſit c, linea c d ueniens à centro, diuidat per æqualia. Dico quòd diuidit eam orthogonaliter, & econuerſo, uidelicet ſi diuidit eam orthogonaliter, diuidit eam per æqualia. Producam lineas c a & c b, & ponã primò quòd diuidat eam per æqualia, erunt ergo duo latera c d & d a, trianguli c d a: æqualia duobus lateribus c d, & d b, trianguli c d b, & baſis c a baſi c b: ergo (per 8 primi) angulus d unius, eſt æqualis angulo d alterius: uterque igitur eſt rectus. Quare c d, eſt perpendicularis ſuper a b, quod eſt propoſitum. Ponam iterum quòd c d ſit perpendicularis ſuper a b, & oſtendam q; ipſa diuidit a b, per æqualia: erit enim propter hanc poſitionem, uterq; angulorum qui ſunt ad d, rectus: quare unus æqualis alteri. At quia (per 5 primi) angulus c a d, eſt æqualis angulo c b d, & latus c a æquale lateri c b, (per 26 primi) erit linea a d, æqualis lineæ d b, quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propoſitio 3.*

Si in circulo recta linea quædam per centrum extenſa, quandam non per centrum extenſam rectam lineam bifariàm ſecuerit, ad angulos rectos ipſam ſecabit. Et ſi ad angulos rectos ipſam ſecuerit, bifariàm quoque ipſam ſecabit.



THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ, & in eo recta quædam linea per centrum extenſa γ δ, rectam lineam quædam non extenſam per centrum α β, bifariàm ſecet in ſigno ζ. Dico quòd & ad angulos rectos eam ſecat. Contingat ſiue accipiatur centrum circuli α β γ, (per primam tertij) ſitq; illud ε, & (per 1 poſtulatum) connectatur ε α, & ε β. Et quoniam æqualis eſt α ζ, ipſi ζ β, communis autem ζ ε, duæ igitur ε ζ, & ζ α, duabus ε ζ, & ζ β, ſunt æquales. Et baſis ε α, baſi ε β, (per 15 diffinitionem primi) eſt æqualis. Igitur (per 8 primi) angulus α ζ ε, angulo β ζ ε, eſt æqualis. Cùm autem recta linea ſuper rectam lineam conſiſtens, utrobiq; angulos ſibi inuicem æquos fecerit, (per 10 diffinitionem primi,) uterque ipſorum angulorum rectus erit, uterque igitur eorum qui ſunt ſub α ζ ε, & β ζ ε rectus eſt. Igitur γ δ, quæ per centrum ſecans, ipſam α β, non per centrum extenſam bifariàm, & ad angulos rectos ſecat. Sed ſecet γ δ, ipſam α β, ad angulos rectos. Aio quòd & bifariàm ipſam ſecat, hoc eſt quòd æqualis eſt α ζ, ipſi ζ β. Eiſdem nanque diſpoſitis & conſtructis, quoniam æqualis eſt ε α, ipſi ε β, (per 15 diffinitionem primi,) æqualis eſt angulus ε α ζ angulo ε β ζ. Et angulus α ζ ε, rectus: æqualis eſt (per quartum poſtulatum,) angulo recto qui eſt ſub β ζ ε. Duo igitur triangula ſunt ε α ζ, & ε β ζ, duos angulos duobus angulis æquales habentia, & unum latus uni lateri æquale ε ζ, ſcilicet quod (per 26 primi,) commune ipſis eſt ſubtendens unum æqualium angulorum, & reliqua igitur latera reliquis lateribus habebunt æqualia: æqualis igitur eſt α ζ ipſi ζ β. Si recta igitur linea, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod demonſtraſſe oportuit.*

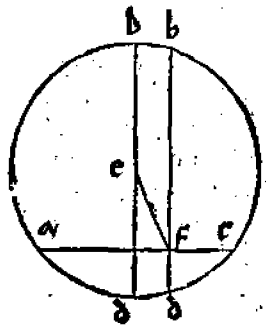
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

SI intra circulum duæ lineæ ſe inuicem ſecent, & ſuper centrũ non tranſeant, non per æqualia eas ſecari neceſſe eſt. 4

CAMPANVS. Sit ut in circulo a b c d, cuius centrum ſit e, duæ lineæ a c, & b d, ſecẽt ſe in puncto f, & utraq; earum uel altera non tranſeat per centrum. Dico quòd ipſæ non diuidũt ſeſe per æqualia, ita quòd utraq; per æqualia diuidatur ab utraque. Quod ſi fuerit hoc poſsibile,

ponatur

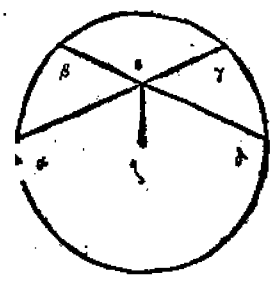
ponatur: & sit primò, ut neutra transeat per centrum. A centro e producam lineam e f, eritq; per primam partem præmissæ, unusquisque quatuor angulorum qui sunt a f e, e f c, b f e & e f d, rectus quod est impossibile, sic enim rectus esset minor recto. Sit igitur ut altera earum transeat per centrum, adhuc dico quòd nō diuidunt sese per æqualia. Quòd si sic, tunc per primam partem præmissę, cū b d ducta à centro diuidat a c per æqualia, diuidet eam orthogonaliter, quare etiam a c diuidet b d orthogonaliter. Et quia diuidit a c ipsam b d per æqualia, ut ponit aduersarius, ipsa transibit per centrum, per correlarium primæ huius: quare ambæ transeunt per centrum, quod est contra hypothesin.



Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 4.

4 Si in circulo binæ rectę lineæ sese inuicē secuerint, non per centrum extensæ, sese inuicem bifariàm non secabunt.

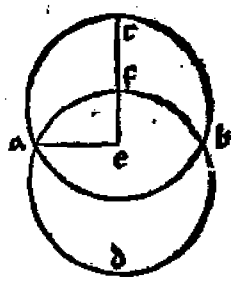
THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ δ, & in eo binæ rectæ lineæ α γ, & β δ, sese inuicem secent in ε, non per centrum extensæ. Dico quòd se bifariàm non secant. Si enim est possibile, sese inuicem secent bifariàm, ita ut α ε æqualis sit ipsi ε γ, & β ε ipsi ε δ, sumatur centrum circuli α β γ δ, sitq; illud (per primam tertij) ζ, & (per primum postulatum) connectatur ζ ε. Quoniam igitur recta linea quædam per centrum extensa ζ ε, rectam aliquam lineam non per centrum extensam α γ, bifariàm secat, & ad angulos rectos ipsam (per 3 tertij) secat. Igitur angulus ζ ε α, rectus est. Rursus quoniam recta linea quædam ζ ε, rectam quandam lineam non per centrum extensam β δ, etiam bifariàm secat: & (per 3 tertij) ad angulos rectos eam secat. Angulus igitur ζ ε β, rectus est: patuit autem quòd angulus ζ ε α, rectus est. Angulus igitur ζ ε α (per quartum postulatum) angulo ζ ε β, est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Rectæ igitur lineæ α γ, & β δ sese inuicem bifariàm minimè secant. Si in circulo igitur, & quæ sequuntur reliqua, quod demonstrasse oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propositio 5.

5  Circulorum se inuicem secantium, centra diuersa esse.

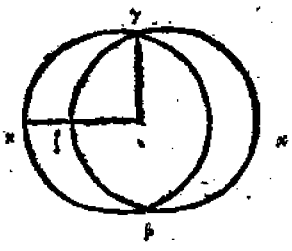
CAMPANVS. Sint duo circuli a c b, a d b, secantes se super duo puncta a & b. Dico quòd eorum sunt diuersa centra. Si enim haberent idem centrum, ipsum esset per diffinitionē, in portione utriq; circulo communi, sitq; illud e, & ducantur lineæ e a & e f c, eruntq; per diffinitionem circuli duę lineæ e a & e f, æquales. Itemq; per eandem diffinitionē duæ lineæ e a & e c, æquales, quare e f est æqualis e c, cùm utraq; earum sit æqualis e a, pars uidelicet toti, quod est impossibile.



Euclid. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 5.

5 Si bini circuli sese inuicem secuerint, non erit eorum idem centrum.

THEON ex Zamb. *Duo inquam circuli α β γ, & γ δ ε, sese inuicem secent in signis γ & δ. Dico quòd eorum non est idem centrum. Si enim possibile: esto ζ, & (per primum postulatum) connectatur ζ γ, & ducatur ζ ε, utcunq;. Et quoniam ζ, signum, centrum est circuli α β γ, æqualis est ζ γ, ipsi ζ ε, (per 15 diffinitionem primi.) Rursus quoniam ζ signum, centrum est circuli γ δ ε, æqualis est (per eandem diffinitionem) ζ γ, ipsi ζ ε. ostensum est autem, quòd ζ γ, ipsi ζ ε, est æqualis: & ζ ε igitur ipsi ζ ε, est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Igitur ζ signum, centrum non est circulorum α β γ, & γ δ ε. Si duo igitur circuli: & reliqua quæ sequuntur, quod demonstrare oportebat.*

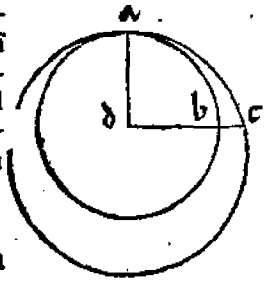


Euclid. ex Camp. Propositio 6.

6  Circulorum sese contingentium, non idem centrum esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b & a c, contingentes se in puncto a: Dico

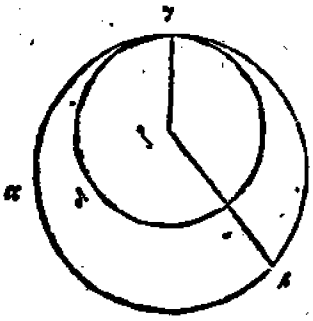
Dico quòd eorum sunt diuersa centra. Si enim habuerint idem centrum, erit per diffinitionem, inter minorem eorum cum minor positus fuerit intra maiorẽ, sitq; ipsum d, & ducantur lineæ d a & d b c, eritq; (per diffinitionem circuli, utraque duarum linearum) d b & d c, æqualis a d, quod est impossibile. ¶ De circulis autem se contingentibus extra quorum scilicet unus est extra alterum, manifestum est per diffinitionem centri, quòd ipsi non habent idem centrum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propositio 6.*

Si duo circuli se adinuicem tetigerint, eorum non est idem centrum.

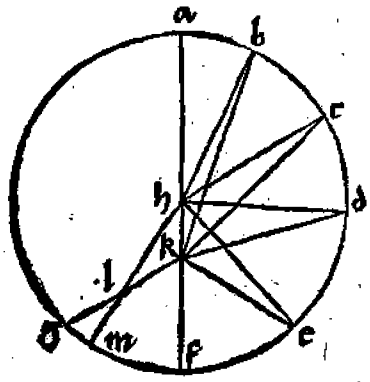
THEON *ex Zamb. Duo enim circuli α β γ, & γ δ ε, sese inuicem tangant in γ signo. Dico quòd eorum non est idem centrum. Si enim possibile, sit ζ, & (per primum postulatum) connectatur ζ γ, & ducatur utcunq; ζ ε β. Quoniam igitur ζ signum, centrum est circuli α β γ, æqualis est (per 15 primi diffinitionem) ζ γ ipsi ζ β. Rursus quoniam ζ signum, centrum est circuli γ δ ε, æqualis est ζ γ, ipsi ζ ε, (per eandẽ diffinitionem. Patuit autem quòd ζ γ, ipsi ζ β, est æqualis. igitur ζ ε, ipsi ζ β, est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Igitur ζ signum, non est centrum orbium α β γ, & γ δ ε. Si bini igitur circuli se adinuicem tetigerint, & quæ sequũtur reliqua ut in theoremate, quod erat ostendendum.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 7.*

SI in diametro circuli punctus præter centrum signetur, & ab eo ad circunferentiam lineæ plurimę ducãtur, quę super centrum transierit, omnium erit longissima. Quæ uerò diametrum perficiet, omniũ erit breuissima. Quæ autem centro proximę, cæteris longiores. Quanto uerò à centro remotiores, tanto breuiores esse conueniet. Duas quoq; æquidistantes lineæ breuissimæ collaterales, æquales esse necesse est.

CAMP. Sit ut in diametro a f, circuli a b c, cuius centrũ sit h: sit signatus punctus k præter centrũ, à quo ducantur plurimæ lineæ quæ sunt k a, k b, k c, k d, k e, k f, k g, ad circunferentiã, & transeat a k per centrũ h: & k f sit complementũ diametri, sitq; ut k e & k g æquidistẽt k f: hoc est dicere, ut angulus e k f, sit æqualis angulo f k g. Dico quòd k a, est omniũ lõgissima: & k f, omniũ breuissima. Aliæ uerò tãto longiores, quãto centro propinquiores, ut k b, est longior k c: & k c, est lõgior k d: & k d, lõgior k e. Et k e & k g, sunt æquales. Quia enim in triãgulo b k h, duo latera b h & h k (per 10 primi) sunt maiora latere b k, & ipsa sunt æqualia lineę a k: erit a k maior b k, & eadẽ ratione, maior omnib. aliis, & hoc est primũ. Itẽ quia in triangulo e h k, duo latera h k et k e per eandẽ sunt maiora latere h e, quod est æquale lineæ h f: ipsa erũt maiora linea h f: ergo dempta cõmuni linea, quæ est h k, remanebit k e maior k f: eadẽ ratione, quælibet aliarum erit maior ipsa, & hoc est secundũ. Itemq; quia duo latera b h & h k, trianguli b h k sunt æqualia duobus lateribus c h & h k, trianguli c h k, & angulus b h k est maior angulo c h k: erit per uicesimamquartam primi, basis b k maior basi k c: eadẽ ratione, k c, maior erit k d, & k d, maior k e: & hoc est tertium. Quòd si duæ lineę k g & k e non sunt æquales, erit altera maior, sitq; k g, de qua sumam k l, æqualem k e: & producam h l, quousq; secet circunferentiam in puncto m. Et quia per hypothesin angulus g k f est æqualis angulo f k e: erit (per decimamtertiam primi) angulus l k h, æqualis angulo e k h, & duo latera l k & k h, trianguli l k g, sunt trianguli l k g, sunt æqualia duobus lateribus e k & k h, trianguli e k h: ergo (per 4) primi, basis h l, est æqualis basi h e: & quia h m est æqualis h e, erit h m æqualis h l, quod est impossibile. Sunt ergo duę lineæ k g & k e, æquales: quod est nostrum propositum 4.

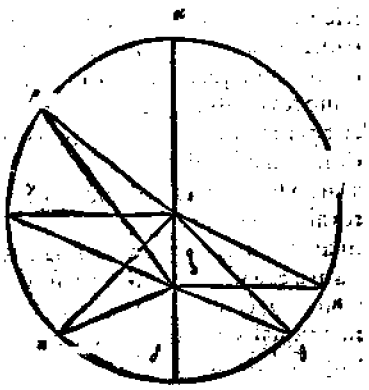


Euclid.

Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 7.

Si in diametro circuli aliquod sumatur signum, quod non sit circuli centrum sit, ab eoq; signo in circulum quædam rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum, minima uerò reliqua: aliarum uerò semper propinquior ei quæ per centrum extenditur, remotiore maior est. Duæ autem solùm rectæ lineę æquales, ab eodem signo in circulum cadunt ad utraſq; partes minimæ.

THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ δ, eius q; dimetiens sit α δ, & in ipso α δ, sumatur signum aliquod, sitq; illud ζ, quod ipsius circuli centrū non sit. Centrum autem circuli, sit (per primam tertij) ε. Et ab ipso ζ, in ipsum α β γ δ, circulum procidant quædam rectæ lineæ ζ β, ζ γ, ζ η. Dico quòd ζ α maxima est: minima uerò ζ δ, aliarū autē ζ β, quàm ζ γ, maior est, & ζ γ, quàm ζ η. Cōnectantur (per primum postulatum) β ε, γ ε, & η ε. Et quoniam (per 20 primi) omnis trianguli duo latera reliquo sunt maiora: igitur ε β & ε ζ, reliquo ζ β, sunt maiora. Aequalis autem est α ε, ipsi β ε (per 15 diffinitionem primi) Igitur β ε, & ε ζ, ipsi α ζ sunt æquales. maior igitur est α ζ, quàm β ζ. Rursus quoniam æqualis est β η ipsi γ η (per 15 diffinitionem primi) communis autem ζ ε, duæ igitur β ε & ε ζ, duabus γ ε, & ε ζ, sunt æquales. Sed angulus β ε ζ, angulo γ ε ζ, maior est: basis igitur β ζ, (per 24 primi) basi γ ζ maior est: & ob id γ ζ, maior est quàm ζ θ. Rursus quoniam η ζ, & ζ ε, ipsa ε η (per 20 primi) sunt maiores, æqualis autem est (per 15 diffinitionem primi) ε η ipsi ε δ, igitur η ζ & ζ ε, ipsa ε δ, sunt maiores, communis auferatur ε ζ, reliqua igitur η ζ, reliqua ζ δ, maior est. Maxima igitur est ζ α, minima uerò ζ δ, maior est autem ζ β, quàm ζ γ, & ζ γ, quàm ζ η: dico etiam quòd à signo ζ, duæ tantùm rectæ lineæ æquales, in ipsum circulum α β γ δ, cadunt ad utraſq; partes ipsius ζ δ, minimæ. Constituatur enim (per 23 primi) ad datam rectam lineam ε ζ, ad datumq; in ea signum ε, ei qui sub η ε ζ, angulo æqualis angulus ζ ε θ, & (per primum postulatum) connectatur ζ θ. Quoniam igitur æqualis est (per 15 diffinitionem primi) η ε, ipsi ε θ, communis autem ε ζ, duæ igitur η ε, & ε ζ, duabus θ ε, & ε ζ, sunt æquales, & (per 8 primi) angulus ε η ζ, angulo θ ε ζ, est æqualis. Igitur (per 4 primi) basis ζ η, basi ζ θ, est æqualis. Dico insuper quòd ipsi ζ η, alia nulla æqualis, cadit in ipsum circulum à signo ζ. Si enim possibile, cadat ζ κ. Et quoniã ζ κ, ipsi ζ η est æqualis, sed ζ θ, ipsi ζ η est æqualis: igitur ζ κ, ipsi ζ θ est æqualis. Quæ igitur propinquior est ei quæ per centrum extenditur, remotiori est æqualis, quod per prius ostensum est impossibile. Vel etiam sic, (per primum postulatum) connectatur ε κ, & quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est η ε, ipsi ε κ, communis autem ζ ε, & basis η ζ, basi ζ κ est æqualis: igitur (per 8 primi) angulus η ε ζ, angulo κ ε ζ, est æqualis. Sed angulus η ε ζ, ei qui sub θ ε ζ, est æqualis. Igitur (per primam communem sententiam) angulus θ ε ζ, ei qui sub κ ε ζ, ei est æqualis, minor maiori: quod est impossibile. Igitur ab ipso ζ signo, nulla alia cadit in ipsum circulum ipsi η ζ, æqualis: una igitur sola. Si in demetiente igitur circuli, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate: quod erat ostendendum.



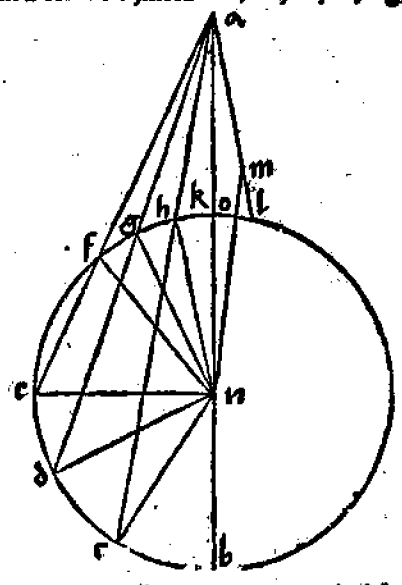
Euclid. ex Camp. Propositio 8.

Si extra circulū puncto signato, ab eo ad circuuferentiam lineæ plurimæ ducantur circulum secando: quæ super centrum transierit, omnium erit longissima. Centro autem propinquiores, cæteris remotioribus longiores. Linearum uerò partialium ad circunferentiam extrinsecus applicatarum, ea quidem quæ diametro in directum adiacet, omnium est minima. Eiq; propinquiores, remotioribus breuiores. Duæ uerò quę lineæ breuissimæ utrinq; æquè propinquant, æquales sunt.

CAMPANVS. Sit ut à puncto a, assignato extra circulum b c d, cuius centrum sit n, ducantur plurimæ lineæ ad circunferentiā, secando circulū, quæ sint a k n b, a h c, a g d, & a f e. Dico q; a b transiens per centrum, omnium erit longissima. Et quòd a c, est maior a d, & a d maior a e. Et

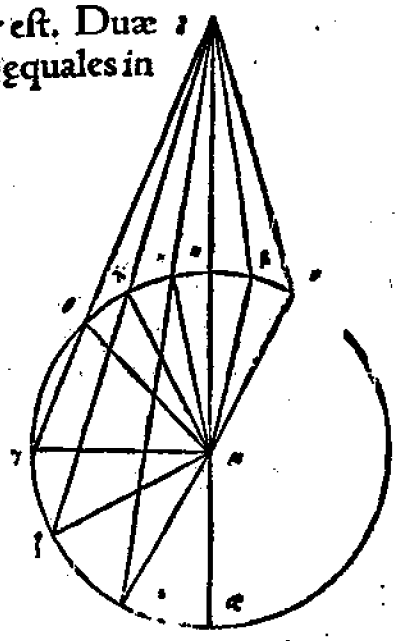
quòd

quòd a k, eſt omnium breuiſsima extrinſecarum. Et quòd a h, eſt minor a g, & a g, minor a f. Et dico quòd ſi ducatur a l, ita quòd ipſa & a h æqualiter diſtent ab a k, hoc eſt quod angulus k a h ſit æqualis angulo l a k, ipſæ erunt æquales. Producam enim à centro n, lineas n e, n d, n e, n f, n g, n h, eruntq; per 20 primi, duo latera a n & n c, trianguli a n c, maiora a c: & quia ipſa ſunt æqualia lineę a b, erit a b, maior a c, eadem ratione erit maior omnibus alijs, quod eſt primum. Et quia duo latera a n & n c, trianguli a n c ſunt æqualia duobus lateribus a n & n d, trianguli a n d, & angulus a n c eſt maior angulo a n d, erit per 24 primi, baſis a c maior baſi a d: & eadem ratione erit a d, maior a e, quod eſt ſecundum. Itemq; quia in triangulo a n h, duo latera a h & n h ſunt maiora a n per 20 primi, & h n eſt æqualis n k, erit per communẽ ſcientiam, a h maior a k: eadem ratione quælibet extrinſecus applicatarum, maior erit a k, quod eſt tertium. Item quia per 21 primi, duæ lineæ a h & h n ſunt minores duabus lineis a g & g n, & h n eſt æqualis g n, erit per communem ſciẽtiam, a g maior a h. eadem ratione erit a f, maior a g, quòd eſt quartum. Quòd ſi a l non ſit æqualis a h, cum ipſæ ſint æqualiter diſtantes ab a k, erit altera maior, ſitq; a l. Ponam ergo a m æqualem a h, & producam n o m. Quia ergo duo latera m a & a n, trianguli m a n ſunt æqualia duobus lateribus h a, & a n, trianguli h a n, & angulus m a n eſt æqualis angulo h a n, erit per 4 primi, baſis m n æqualis baſi n h, & quia n o eſt æqualis n h, erit n o æqualis n m, pars uidelicet toti, quod eſt impoſsibile, & hoc eſt quintum.



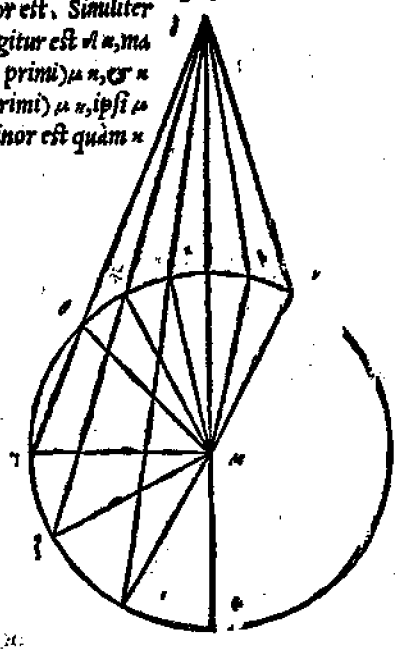
Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propoſitio 8.*

Si extra circulũ ſuſcipiatur aliquod ſignũ, ab eoq; ſigno ad circulũ deducãtur rectæ lineæ aliquæ, quarũ quidẽ una per centrũ extenda tur, reliquæ uerò utcunq;, in conuexã circunferentiã cadentiũ recta rum linearũ, maxima eſt quæ per centrũ ducta eſt: aliarum autẽ ſem per ei quæ per cèntrũ tranſit propinquior, remotiore maior eſt. In curuã uerò circunferentiam cadentiũ rectarũ linearum minima eſt, quæ inter ſignũ & dimetientẽ iacet: minimæ uerò propinquior, ſemper remotiore minor eſt. Duæ aũt tantũ rectæ lineę, ab eo ſigno cadũt æquales in ipſũ circulũ, ad utraſq; partes minimę.



THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ, & extra ipſum α β γ, ſuſcipiatur ſignum δ, & ab eodem ducantur rectæ lineæ aliquæ in ipſum circulum, ſintq; δ α, δ ε, δ ζ, δ γ: ſit autem δ α, per centrum extenſa. Dico quòd in α ε ζ γ conuexam circunferentiam cadentiũ rectarum linearum maxima eſt, quæ per centrum tranſit, hoc eſt δ α: minima uerò quæ inter δ ſignum, & diametrum α ν, iacet: maior uerò eſt δ ε quàm δ ζ, & δ ζ quàm δ γ. Cadentium uerò rectarum linearum in θ λ ν κ curuam circunferentiam ſemper ipſi δ γ minimæ propinquior, remotiore minor eſt, hoc eſt δ ν quàm δ λ, & δ λ quàm δ θ. Suſcipiatur (per primam tertij) centrum circuli α β γ, ſitq; illud μ, & (per 1 poſtulatũ) connectantur μ ε, μ ζ, μ γ, μ θ, μ λ, & μ ν. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis eſt α μ, ipſi ε μ, communis apponatur μ δ. Igitur α δ, ipſis ε μ & μ δ, eſt æqualis, ſed ε μ & μ δ, ipſa ε δ (per 20 primi) ſunt maiores: & α δ, igitur, maior eſt quàm ε δ. Rurſus quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis eſt μ ε, ipſi μ ζ, communis*

manifeſt apponatur μ Δ. Igitur ε μ, et μ Δ, ipſis ζ μ, & μ Δ ſunt æquales: & angulus qui ſub ε μ Δ, angulo qui ſub ζ μ Δ, maior eſt. Igitur (p 24 primi) baſis ε Δ, baſi ζ Δ, maior eſt. Similiter quoq; oſtẽdemus, quòd ζ Δ maior eſt quàm γ Δ. Maxima quidẽ igitur eſt Δ ν, maior autem eſt Δ ε quàm Δ ζ, & Δ ζ, quàm Δ γ. Et quoniã (per 20 primi) μ ν, & ν Δ, ſunt maiores quàm μ Δ, æqualis autẽ eſt (per 15 diffinitionẽ primi) μ ν, ipſi μ ν, reliqua igitur ν Δ, quàm reliqua ν Δ, maior eſt. quare ν Δ, minor eſt quàm ν Δ. Et quoniã trianguli μ λ Δ, in uno latere μ Δ, duæ rectæ lineæ introrſum cõſtituerunt μ ν, & ν Δ, igitur (per 21 primi) μ ν & ν Δ, ipſis μ λ, & λ Δ, ſunt minores, quarũ μ ν, æqualis eſt ipſi μ λ; reliqua igitur Δ ν, minor eſt quàm reliqua Δ λ. Similiter iam oſtendemus, quòd et Δ λ, minor eſt quàm Δ θ, minima igitur eſt Δ ν: ipſa uerò Δ ν, quàm Δ λ, & Δ λ, quàm Δ θ, minor eſt. Dico etiã quòd duæ tantũ æquales à ſigno Δ, in ipſum circulũ cadunt: ad utraſq; partes ipſius Δ ν, minimæ. Cõſtituatur (per 23 primi) ad rectam lineã μ Δ, & ad ſignum in ea μ, angulo ν μ Δ, æqualis angulus Δ μ β, & (per 1 poſtulatũ) cõnectatur Δ β. Et quoniã (p 15 diffinitionem primi) æqualis eſt μ β, ipſi μ ν, cõmunis autem μ Δ, duæ igitur μ ν, & μ Δ, duabus β μ, & μ Δ, ſunt æquales altera alteri. & angulus ad μ Δ (per 23 primi) angulo β μ Δ, eſt æqualis. Igitur (per 4 primi) baſis Δ ν, baſi Δ β, eſt æqualis. Dico iam quòd rectæ lineæ Δ β, alia æqualis non cadit in ipſum circulum, à ſigno Δ. Si enim poſſibile: cadat, & ſit Δ ν. Quoniam igitur ipſi Δ ν, Δ ν, eſt æqualis, ſed ipſi Δ ν, Δ β, eſt æqualis: & Δ β, igitur (per 1 communem ſententiã) ipſi Δ ν, eſt æqualis: propinquior igitur ipſi Δ ν minimæ: remotiori eſt æqualis: quod iam oſtẽſum eſt impoßibile. Vel etiam aliter. Connectatur (per 1 poſtulatum) μ ν. Quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis eſt ν μ, ipſi μ ν, communis autem μ Δ, & baſis Δ ν, baſi Δ ν, eſt æqualis (per hypotheſim) igitur (per 8 primi) angulus ν μ Δ, angulo Δ μ ν, eſt æqualis. Sed angulus qui ſub ν μ Δ, ei qui ſub β μ Δ, eſt æqualis, & qui ſub β μ Δ, ei qui ſub ν μ Δ, eſt æqualis, minor ſcilicet maiori, quod eſt impoßibile. igitur plures duabus rectis lineis, æquales in circulum α β γ, ab ipſo Δ ſigno ad utraſq; partes ipſius Δ ν, minimæ non cadunt. Si extra circulum igitur ſuſcipiatur ſignum, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate: quod oſtendere oportuit.

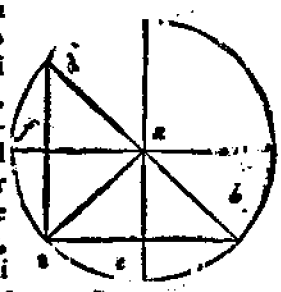


Euclid. ex Camp. Propoſitio 9.



I intra circulum puncto ſignato, ab eo plures quàm duæ lineæ ductæ ad circumferentiam, fuerint æquales, punctum illud, centrum circuli eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit ut à pũcto a, ſignato intra circulum b c d, ductę ſint tres lineæ, a b, a c, a d, ad circũferentiã: quas pono eſſe æquales. Dico punctũ a, eſſe centrũ circuli. Producã enim duas lineas c b & d c: & diuidã utrãq; earũ per æqualia, c b quidẽ in pũcto e, & d c in pũcto f. Et producã e a & f a, quas applico circunferẽtię ex utraq; parte, eritq; per 8 primi uterq; angulorũ qui ſunt ad e, æqualis alteri: igitur per diffinitionem anguli recti, uterq; erit rectus. Similiter quoq; per eandẽ uterq; angulorũ qui ſunt ad f, rectus: ergo per corollariũ primæ huius, quia a e diuidit c b per æqualia & orthogonaliter, ipſa tranſit per centrum: ſimiliter quoq; a f tranſit per centrum, quia diuidit d c per æqualia & orthogonaliter, quare a eſt centrum: quod eſt propoſitum.

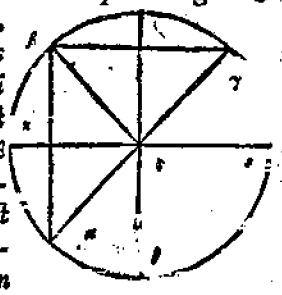


Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 9.

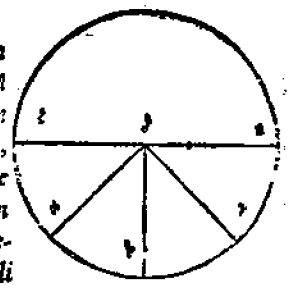
Si in circulo ſuſcipiatur ſignum aliquod, & ab eo ſigno ad circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineę æquales: ſuſceptũ ſignum, centrum ipſius eſt circuli.

THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ, intra ipſum: ſignũ ſit Δ, & ab ipſo Δ, in ipſum α β γ circulum, cadãt plures quàm duæ rectæ lineæ æquales, hoc eſt Δ α, Δ β, Δ γ. Aio quòd Δ ſignum, cẽtrum eſt circuli α β γ. Coniungantur enim (per primum poſtulatum) α β, & β γ, ſecẽturq; (per 10 primi) bifariam in ſignis ε & ζ, uidelicet α β per ε: & β γ, per ζ, & coniunctæ ε Δ, & ζ Δ (per 2 poſtulatum) extendantur utrobique

in ν κ, & θ λ, signa. Quoniam igitur æqualis est α ε, ipsi ε β, cõmunis uerò ε Δ, duo igitur latera α ε & ε Δ, duobus lateribus β ε, & ε Δ sunt æqualia, & (per hypothesim) basis Δ α, basi Δ β, est æqualis. Angulus igitur α ε Δ, angulo β ε Δ, est æqualis (ꝑ 8 primi,) uterq; igitur angulorũ α ε Δ, & β ε Δ, rectus est. Igitur ν κ, ipsam α β, bifariã secat, & ad angulos rectos (per 3 tertij). Et quoniã sit in circulo recta linea quædã rectam lineã quandã bifariã et ad angulos rectos secet, (per correlariũ primæ tertij) in secãte est centrũ circuli: igitur in ν κ, (per idẽ correlariũ) est centrũ ipsius circuli α β γ. Ac per hoc etiã in θ λ, est centrũ circuli α β γ, & nullũ aliud habent commune ν κ, & θ λ, rectæ lineæ præter Δ, signum. Igitur Δ signum, centrum est circuli α β γ. Si intra circulum igitur sumatur signum aliquod, à signo autem ad circulum incidant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: assumptum signum, centrum est circuli: quod ostendere oportebat.



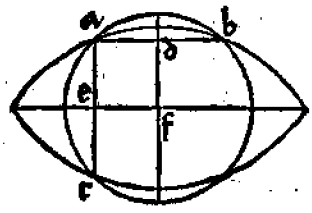
ALITER idem ostẽdere. Intra circulũ enim α β γ, suscipiatur signum Δ, & ab ipso Δ, in circulum cadant plures quàm binæ rectæ lineæ æquales, Δ α, Δ β, & Δ γ. Dico quòd assumptum signũ Δ centrum est circuli α β γ. Non enim: sed si possibile est: sit ε, & cõnexa Δ ε, extẽdatur in ζ ν, signa. Igitur ζ ν, dimetiens est ipsius α β γ, circuli. Quoniam igitur circuli α β γ, in dimetiẽte ζ ν, assumptũ est signũ Δ, quod ipsius circuli centrũ non est, maxima quidem est Δ ν, (per 7 tertij) maior autẽ est Δ γ, ipsa Δ β: & Δ β, ipsa Δ α. Sed & æqualis (per hypothesim) quod est impossibile. Igitur ε, non est centrũ circuli α β γ. Similiter ostendemus quòd aliud nullum præter Δ. Igiur Δ signum, centrum est circuli α β γ.



Euclid. ex Camp. Propositio 10.

SI circulus circulum secet, in duobus tantùm locis secare 10 necesse est.

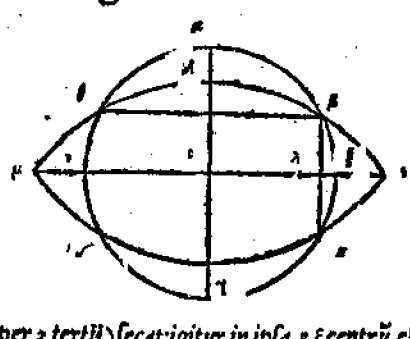
CAMPANVS. Sint, si possibile est, duo circuli, secantes se in pluribus quàm in duobus locis, super tria pũcta a b c, producã lineas a b & a c, quas diuidã per æqualia in pũctis d & e. & producã à pũcto e, lineã e f perpendicularẽ, super lineã a c, & à pũcto d, lineę d f, perpendicularẽ super lineam a b, & secent se duæ lineæ e f, d f, in puncto f, eritq; per correlarium primæ huius punctum f, centrum circuli utriusq;: quod est impossibile, per 5 huius.



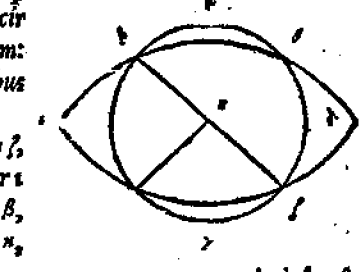
Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 10.

Circulus circulum in pluribus duobus signis non secat. 10

THEON ex Zamb. Si enim possibile, circulus α β γ, circulum Δ ε ζ, in pluribus signis quàm duobus secet, hoc est in β ν, & θ ζ, & cõiunctæ β ν, β θ, bifariã (per 10 primi) secẽtur in ν λ, signis. Et (per 11 primi,) ab ipsis ν λ, ipsis β ν et β γ, ad angulos rectos excitatæ ν ξ, & λ μ ν, extẽdantur in ο, et ξ ε, signa. Quoniã igitur in circulo α β γ, recta linea quædã ο, rectã lineam quandã β θ, bifariã & ad angulos rectos secat (per 3 tertij) in ipsa igitur α γ, centrũ est circuli α β γ. Rursus quoniã in eodẽ circulo α β γ, recta linea ν ξ, hoc est μ, ε rectã lineã quandã β ν, bifariã & ad angulos rectos (per 3 tertij) secat: igitur in ipsa ν ξ centrũ est circuli α β γ (per eandẽ.) Ostensum autẽ est quòd & in α γ. Et circa nullũ aliud cõcurrunt rectæ lineæ α γ & ν ξ, inuicem, nisi circa ο. Igitur ο, centrũ est circuli α β γ. Similiter quoq; ostendemus quòd & circuli Δ ε ζ, centrum est ipsum ο. Duorũ igitur circulorum sese adinuicem secantium α β γ, & Δ ε ζ, idem est centrum: quod (per 5 tertij) est impossibile. Circulus igitur, circulum in pluribus duobus signis non secat: quod erat ostendendum.



ALITER idẽ ostendere. Circulus enim rursus α β γ, circulũ Δ ν ζ, secet in pluribus quàm in duobus signis, hoc est in β ζ, & ζ θ, & (per 1 tertij) suscipiatur centrũ circuli α β γ, sitq; illud κ. Et cõnectantur κ β, κ ν, et κ ζ. Quoniã igitur intra circulũ Δ ε ζ, suscipitur signũ quoddã κ,



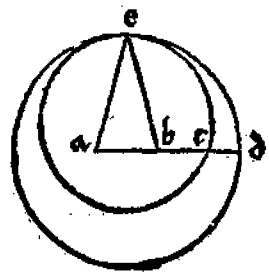
in ipsum

in ipſumq; δ ε ζ circulum plures duabus æquales rectæ incidunt lineæ ν β, ν ν, & ν ζ, igitur (per 9 tertij) ν ſignum, centrum eſt circuli δ ε ζ. At circuli α β γ, centrum eſt ipſum ν. Duorum enim circulorum ſeſe inuicem ſecantium idem eſt centrum ν. quod (per 5 tertij) eſt impoßibile. Circulus igitur circulum in pluribus quàm duobus ſignis non ſecat: quod fuerat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*

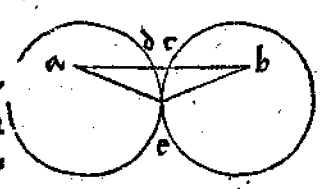
11 SI circulus circulum contingat, lineaq; per centra eorum tranſeat, ad punctũ contactus eorũ applicari neceſſe eſt.

CAMPANVS. Si enim linea tranſiẽs per cẽtra duorum circulorũ c e & d e ſeſe contingentiũ intrà uel extra, non uadit ad locum contactus, ſecet circunferẽtiam utriuſq;, ſitq; a per primã huius, centrum circuli e d, & b centrum circuli e c, & ducatur linea recta a b c d, ſecans circunferentiam utriuſq;, & ducantur lineæ à puncto e, qui ſit locus contactus, ad centra, quæ ſint e a, e b, eruntq; in cõtactu interiori, per 20 primi, duæ lineæ e b & b a, longiores e a, quare longiores a d: eſt enim a, centrum circuli e d, & quoniam b c eſt æqualis e b, quoniam b eſt centrum circuli e c, erit c a longior a d, quod eſt impoſsibile. In contactu uerò exteriori erunt duæ lineæ a e & e b, longiores a b, quare a d & c b, maius erunt quàm tota a b: quod eſt falſum.

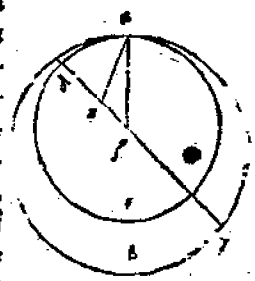


Euclides ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 11.*

11 SI bini circuli ſe introrſum adinuicem tetigerint, ſuſcipianturq; eorum cẽtra, recta linea coniungens eorum centra & eiecta, in contactum circulorum, cadit.



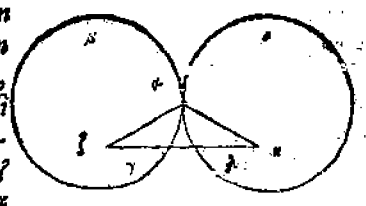
THEON ex Zamb. *Bini inquam circuli α β γ, & α δ ε, ſeſe adinuicem tangant introrſum in ſigno α, ſuſcipianturq; (per primã tertij) centrum circuli α β γ, ſitq; illud ζ, circuli autẽ α δ ε, ſit ν. Dico quòd recta linea ducta ex ζ, in ν, & eiecta in ipſum α, ſignum cadit. Nõ enim, ſed ſi poßibile eſt, cadat ſicut ζ ν δ θ, & conctãtur α ζ & α ν. Quoniã igitur α ν, & ν ζ, ipſa ζ α, hoc eſt ipſa ζ ν (per 23 primi) ſunt maiores, communis auferatur ν ζ, reliqua igitur α ν, maior eſt quàm reliqua ν θ. Æqualis autem eſt δ ν, ipſi ν α (per 15 diffinitionẽ primi) & ν δ, ipſa ν θ, igitur maior eſt minor maiore, quod eſt impoßibile. Recta igitur linea ducta ex ζ, in ν ſignum, extra ipſum α ſignũ cõtactus non cadit in ipſum contactum igitur. Si bini circuli igitur ſeſe inuicem introrſum tetigerint, ſumanturq; eorum centra recta linea eorum centra contingens, & in eorum cadit contactum, quod demonſtraſſe oportuit.* ALITER *idem oſtendere. Sed iam cadat ſicut ν ζ γ. & extendatur in rectas directũ lineas, γ ζ ν in θ, ſignum, & coniungãtur α ν, & α ζ. Quoniam igitur α ν, & ν ζ maior ſunt ipſa α ζ, (per 20 primi) ſed ν ζ æqualis eſt ipſi γ ζ, hoc eſt ipſi ζ θ, communis auferatur ζ ν. reliqua igitur α ζ, reliqua ν θ, maior eſt, hoc eſt ν δ, quàm ν θ, maiore minor, quod eſt impoßibile. Similiter et ſi extra circulum paruum fuerit centrum maioris circuli, oſtendemus impoßibile.*



Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propoſitio 12.*

12 SI duo circuli ſeſe adinuicem exterius tetigerint, ad centra eorum coniungens recta linea, per contactum tranſibit.

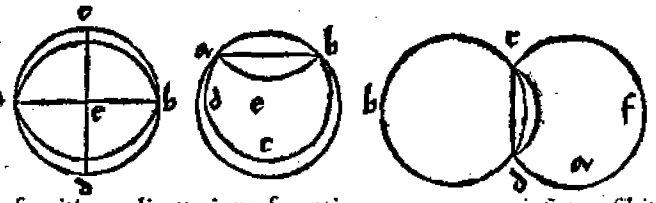
THEON ex Zamb. *Duo enim circuli α β γ, & α δ ε, ſeſe adinuicem exterius tangunt in ſigno α. Sumaturq; (per 1 tertij) centrum circuli α β γ, ſitq; illud ζ, & circuli α δ ε ſit ν. Dico quòd ex ζ, in ν, ducta recta linea, per ipſum α contactum tranſit. Non enim, ſed ſi poßibile eſt trãſeat ſicut ζ γ, & δ ν. Et coniungantur α ζ & α ν. Quoniam igitur ζ ſignum centrum eſt circuli α β γ, æqualis eſt ζ α, ipſi ζ γ. Rurſus quoniam ν ſignum, centrum eſt circuli α δ ε, æqualis eſt α ν, ipſi δ ν. Oſtenſum autem eſt quòd ζ α, ipſi ζ γ, eſt æqualis. Igitur ζ α, & α ν, ipſis ζ γ, & ν δ, ſunt æquales: quare tota ζ ν ipſis ζ α, & α ν, maior eſt, ſed & minor (per 20 primi) quod eſt impoßibile. Igitur quæ ab ζ in ν, ducitur recta linea, per ipſum α, contactum tranſit. Si duo circuli igitur ſeſe adinuicem exterius tetigerint, ad eorum centra coniungens recta linea per contactum ueniet.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*

SI circulus circulum contingat, ſiue intrinſecus, ſiue extrinſecus, in uno tantùm loco contingere neceſſe eſt. 12

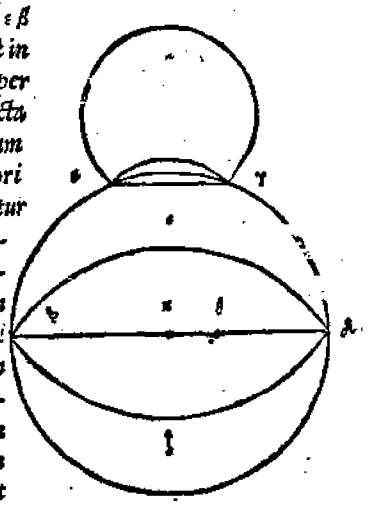
CAMPANVS. Si enim fuerit poſsibile, ut circulus circulũ cõtingat in duobus locis intrà uel extrà, contingat circulum a b c d, circulus a b e interius in duobus punctis a b, uel exterius, circulus c d f, in duobus punctis c d. Cum ergo ducemus lineã rectam ab a, ad b, ſi ipſa cadat extra circulum a b e, interiorem, accidet cõtrarium ſecundæ huius. Quòd ſi ipſa cadat intra ipſum, cum diuiſerimus ipſam per æqualia, & eduxerimus à puncto diuiſionis perpẽdicularem ad ipſam, fueritq; applicata circunferentiæ ex utraq; parte, ipſa tranſibit per centrum amborum circulorum, quare accidet contrarium præmiſſæ. In circulo uerò contingente exterius in punctis c d, ſi ducamus lineam rectam à puncto c ad punctum d, neceſſe eſt accidere contrarium ſecundæ huius. Quare utrunque impoſsibile.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propoſitio 13.*

Circulus circulum non tangit in pluribus ſignis uno, etſi extra, etſi intus tangat. 13

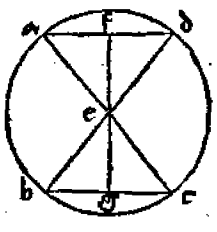
THEON ex Zamb. *Si enim poßibile, circulus α β γ δ, circulũ ε β ζ δ, tangat primum introrſum in plúribus quàm uno ſignis, hoc eſt in δ β, & ſumatur quidẽ centrum ipſius circuli α β γ δ, ſitq; illud η, (per primam tertij,) circuli autẽ ε β ζ δ, ſit θ. Igitur (per 11 eiuſdem) recta linea ducta ex η, in θ, cadit in ſigna β δ, cadat ſicut θ η θ δ. Et quoniam η, ſignum centrum eſt circuli α β γ δ, æqualis (per 15 diffinitionem primi) eſt β η, ipſi δ η. Maior igitur eſt β η, quàm θ δ, multo maior igitur β θ, quàm θ δ. Rurſus quoniam θ ſignum, centrũ eſt circuli ε β ζ δ, æqualis eſt (per eandẽ) β θ, ipſi θ δ. patuit autẽ quòd ea multo maior, quod eſt impoßibile: igitur circulus circulum introrſum non tangit, in pluribus quàm uno ſignis. Dico etiam quòd nec exterius. Si enim eſt poßibile, circulus α γ κ, circulum α β γ δ, tangat exterius in pluribus quàm uno ſignis, uidelicet in α γ. & cõiungatur (per 1 poſtulatũ) α γ. Quoniã igitur in circunferentia utrorumq; circulorum α β γ δ, & α γ κ, ſuſcepta ſunt duo contingentia ſigna α & γ, coniungens ea ſigna recta linea, (per 2 tertij) intra utrunq; cadit. Sed cadit intra ipſum circulum α γ β δ, & extra circulum α γ κ, quod abſurdũ eſt. Circulus igitur circulũ exterius non tãget in pluribus ſignis quàm uno, oſtenſum autem eſt quòd neq; introrſum. Circulus igitur circulum non tanget in pluribus ſignis quàm uno, etſi exterius, etſi interius tangat: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

REctæ lineę in circulo ſi fuerint æquales, eas à centro æqdiſtare, & ſi à cẽtro æqdiſtiterint, æq̃les eſſe neceſſe eſt. 13

CAMPANVS. Sit ut in circulo a b c d, cuius centrũ ſit e, duę lineæ a d & b c ſint æquales, dico quòd ipſæ æquidiſtant à centro, & econuerſo. Producantur enim à centro e, lineæ e f & e g, perpendiculares ad a d & b c, eritq; per 3 partem tertiæ huius, a d, diuiſa per æqualia in f, & b c in g. Quia ergo duo latera e d, & d a trianguli e d a ſunt æqualia duobus lateribus e c & c b trianguli e c b, & baſis e a baſi e b, erit (per 8 primi) angulus d æqualis angulo c. Et quia duo latera e d & d f, trianguli e d f ſunt æqualia duobus lateribus e c, & g c, trianguli e c g: nam d f, eſt æqualis c g, eo quòd tota a d poſita eſt æqualis b c, & angulus d eſt æqualis angulo c, erit per 4 primi, baſis e f, æqualis baſi e g. Et quia iſtæ ſunt perpendiculares, uenientes ad eas à centro, patet per quartam diffinitionem ſiue quartam propoſitionem huius, ipſas æqualiter diſtare à centro. Aliter idem. Quadratum enim e d, per penultimam primi, ualet quadrata duarum linearum e f & f d, & quadratum e c, quadrata duarum linearum quę ſunt e g & c g: & quia quadratum d e eſt æquale quadrato e c, & quadratum d f, quadrato



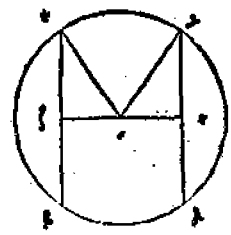
ſ, quadrato g c, erit quadratum e f, æquale quadrato e g, quare e f, eſt æquale e g, ſicq; patet idem.

Sit ergo e f, æqualis e g, quod eſt, eas a d, ſcilicet & b c, æqualiter diſtare à centro. Dico tunc quòd a d, eſt æqualis b c. Quadratis enim duarũ linearum e d, & e c æqualibus, demptisq; quadratis duarum linearum e f, & e g, æqualibus, remanent per penultimam primi, quadrata duarum linearum f d, & g c, quæ per tertiam communem ſententiam neceſſe eſt eſſe æqualia: quare f d, eſt æqualis g c, ergo duplum f d, quod eſt a d, eſt æquale duplo g c, quod eſt b c. Et hæc eſt ſecunda pars propoſiti.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propoſitio 14.*

14 In circulo rectæ lineæ ſunt æquales, quæ æqualiter diſtant à cẽtro. Et quæ æqualiter diſtant à centro, æquales adinuicem ſunt.

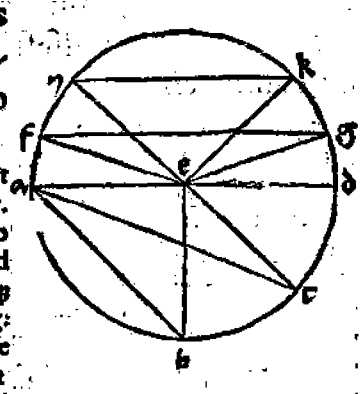
THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ δ, & in ea ſint æquales rectæ lineæ α β, & γ δ. Dico quòd æqualiter diſtant à centro. Suſcipiatur enim (per 1 tertij) centrum circuli α β γ δ, ſitq; illud ε. Et ab ipſo ε in ipſas α β, & γ δ (per duodecimam primi) perpendiculares excitentur ε ζ, & ε η, & coniungantur (per primum poſtulatum) α ε, & ε γ. Quoniam igitur (per tertiam tertij) recta linea quædam per centrum extenſa ε ζ, rectam lineam quandam non extenſam per centrum α β, ad angulos rectos & bifariam diſpeſcit, æqualis eſt igitur α ζ, ipſi ζ β: dupla igitur eſt α β, ipſius α ζ, & ob id etiam γ δ, ipſius γ η, dupla eſt. Et eſt æqualis α β, ipſi γ δ: æqualis igitur eſt α ζ, ipſi γ η. Et quoniam æqualis eſt α ε, ipſi ε γ, ex centro enim in circunferentiam, æquum eſt quadratum quod fit ex ε γ, ei quod fit ex α ε quadrato. Sed ei quod fit ex α ε, quadrato (per 47 primi) æqua ſunt ea quæ fiunt ex α ζ, & ζ ε quadrata: rectus enim eſt angulus qui ad ζ. Ei autem quod fit ex ε γ, (per eandem) æqua ſunt ea quæ fiunt ex ε η, & η γ. rectus enim eſt angulus qui ad η. Ea igitur quæ fiunt ex α ζ, & ζ ε, quadrata, æqualia ſunt eis quæ fiunt ex γ η, & η ε, quadratis, quorum id quod fit ex α ζ, æquum eſt ei quod fit ex γ η: æqualis enim eſt α ζ, ipſi γ η. Reliquum igitur quod fit ex ζ ε, reliquo quod fit ex ε η (per tertiam communem ſententiam) eſt æquale. Aequalis igitur eſt ε ζ, ipſi ε η. In circulo autem æqualiter rectæ lineæ diſtare dicuntur à centro, quando à centris in ipſas perpendiculares ductæ ſunt æquales (per diffinitionem 4 tertij) igitur α β, & γ δ, æqualiter diſtant à centro. Sed iam α β, & γ δ, rectæ lineæ æqualiter diſtent à centro, hoc eſt æqualis ſit ε ζ, ipſi ε η. Dico quòd æqualis eſt α β, ipſi γ δ. Eiſdem enim conſtructis, ſimiliter oſtendemus quòd α β, dupla eſt ipſius α η, & γ δ, ipſius γ η. Et quoniam æqualis eſt α ε, ipſi γ ε, ex centro enim in circunferentiam, æquum eſt, quadratum quod fit ex α ε, ei quod fit ex γ ε, quadrato. Sed ei quod fit ex α ε, quadrato, æqualia ſunt (per 47 primi) quæ fiunt ex ε ζ, & ζ α, quadrata. Ei autem quod fit ex γ ε, æqualia ſunt (per eandem) ea quæ fiunt ex ε η, & η γ. Ea igitur quæ fiunt ex ε ζ, & ζ α quadrata, æqualia ſunt eis quæ fiunt ex ε η, & η γ, quadratis. Quorum quod fit ex ε η, ei quod fit ex ε ζ, eſt æquale: æqualis enim eſt ε ζ, ipſi ε η. Reliquum igitur quod fit ex α ζ (per 3 communem ſententiam) æquum eſt ei quod fit ex γ η, æqualis igitur eſt α η, ipſi γ η. At ipſius α ζ, dupla eſt ipſa α β: ipſius uerò γ η, dupla eſt ipſa γ δ. Aequalis igitur eſt α β, ipſi γ δ. In circulo igitur rectæ lineæ ſunt æquales, quæ æqualiter diſtant à centro: & quæ æqualiter diſtant à centro, ſibi inuicem ſunt æquales: quod erat demonſtrandum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

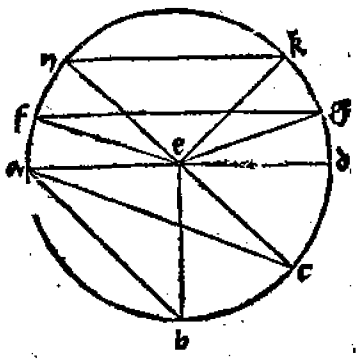


14 Si intra circulum plurimæ rectæ lineæ ceciderint, diametrum eius omnium longiſsimam, eiq; propinquiores remotioribus longiores eſſe neceſſe eſt.



CAMPANVS. Sit ut in circulo a b c, cuius centrũ e cadant plurimæ lineæ quæ ſint a b, a c, a d, f g, h k, ſitq; a e d, diameter. Dico ipſam eſſe longiſsimam, & alias tanto maiores, quanto ſunt ipſi propinquiores. Ducantur enim à centro e, lineæ ad extremitates omnium, quæ ſint e b, e c, e f, e g, e h, & e k, erũtq; per 20 primi, duo latera e f, & e g, trianguli e f g, longiora f g: & quia ipſa ſunt æqualia a d, erit a d maior f g. Eadem ratione maior erit quàm a c, quia a e & e c, ſunt maiora a c, & æqualia a d, ergo a d maior eſt a c. Sic quoq; eſt maior h k, & maior etiã quàm a b. Quòd autem f g ſit maior h k, & a c quàm a b, patet,

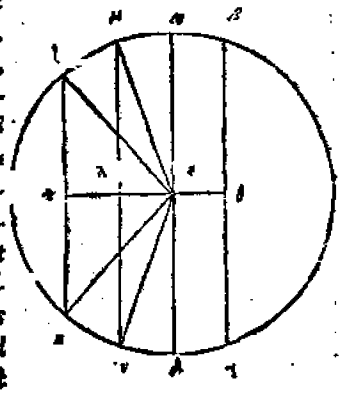
quia cum duo latera f e, & e g, triãguli f e g, sint æqualia duobus lateribus h e & e k trianguli h e k, & angulus f e g, maior angulo h e k, erit per 24 primi basis f g maior basi h k. Similiter quoque quia a e, & e c, sunt æqualia a e & e b, & angulus a e c, maior angulo a e b, erit basis a c, per eandem maior basi a b, & sic est propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 15.

In circulo, maxima quidem est dimetiẽs, aliarum autem semper propinquior centro, remotiore maior.

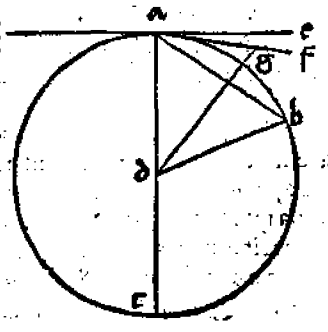
THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ δ, dimetiens uerò illius sit α δ, centrum autem sit ε. Et propinquior ipsi α δ, dimetienti sit β γ. remotior autem sit ζ κ. Dico quòd α δ, maxima est, maior autem β γ, quàm ζ κ. Excitetur (per 12 primi) ab ε, centro in ipsas β γ, & ζ κ, perpendiculares ε θ, & ε κ. Et quoniam propinquior quidem centro est β γ, remotior autem ζ κ, maior est (per 4. diffinitionem) igitur ε κ, ipsa ε θ. Ponatur autem (per quartam tertij) æqualis ε λ, ipsi ε θ, & (per undecimam primi) per λ, ipsi ε κ ad rectos angulos excitata λ μ, extendatur in ν. Et (per primum postulatum) coniungantur ε μ, ε ν ε ζ, & ε κ. Et quoniam æqualis est ε θ, ipsi ε λ, æqualis est (per quartam tertij & diffinitionem quartam eiusdem) β γ, ipsi μ ν. Rursus quoniam æqualis est α ε ipsi ε μ, & ε δ, ipsi ε ν: igitur α δ, ipsis μ ε, & ε ν, est æqualis. Sed μ ε, & ε ν, (per 20 primi) ipsa μ ν, maiores sunt. Igitur α δ, maior est quàm μ ν. Et quoniam duæ μ ε, & ε ν, duabus ζ ε, & ε κ, sunt æquales (per 15 diffinitionem primi) ex centro enim in circunferentiam, & angulus qui sub μ ε ν, angulo qui sub ζ ε κ, maior est, basis igitur μ ν, (per 24 primi) basi ζ κ, maior est. Sed μ ν, ipsi β γ, ostensa est æqualis, & β γ, igitur quàm ζ κ, maior est. Maxima igitur est α δ, dimetiens, maior autem β γ ipsa ζ κ. In circulo igitur dimetiens maxima est: aliarum autem semper propinquior centro, remotiore maior est: quod demonstrasse oportuit.*



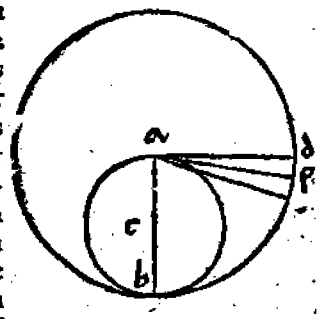
Euclid. ex Camp. Propositio 15.

Si ab altero terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur, extra circulum eam cadere necesse est. Atque inter illam & circulum, aliam lineam rectam capi impossibile est. Angulum autem ab illa & circunferentia cõtentum, omnium acutorum angulorum esse angustissimum. Angulum uerò intrinsecum à diametro & circunferẽtia cõtentum, omniũ angulorum acutorũ esse amplissimũ necesse est. Vnde etiã manifestũ est, omnem lineã rectã à termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam, circulũ ipsum cõtingere. 15

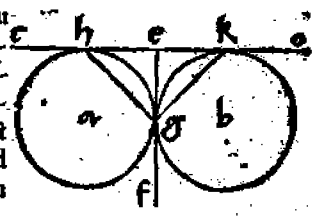
CAMPANVS. *Sit ut à termino a diametri a c, circuli a b c, cuius centrum d, ducatur linea orthogonaliter, dico quòd ipsa cadit extra circulum, & quòd inter lineam illam & circunferentiam, nulla alia recta linea intercipitur, & quòd angulus quem ipsa & circunferentia continet, est minor omni angulo rectilineo; qui uidelicet à duobus rectis lineis continetur, & quòd angulus contentus à diametro & circunferentia, est maior omni angulo rectilineo acuto. Si enim linea ducta ab a, orthogonaliter super a c lineam, potest cadere intra circulum, sit illa linea a b, & ducatur linea d b, erit'que per 5 primi, angulus d a b, æqualis angulo d b a, & quia*



& quia angulus d a b, eſt rectus per hypotheſin, habebit triangulus a b d, duos angulos rectos, quod eſt impoſsibile per 32 primi. Cadet ergo extra, ſitq; a e, quòd ſi inter ipſam & circunferentiam poteſt linea recta intercipi, ſit illa a f, ad quam ducatur perpendicularis d g: & quia angulus d g a, eſt rectus, erit per 18 primi linea a d, longior linea d g, quod eſt impoſsibile: quare inter ipſam, & circunferentiam, nulla linea recta intercipietur. Propter quod patet, quòd angulus cõtentus ab a c, & circunferentia, qui dicitur angulus contingentiq, eſt minor omni angulo à duobus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus eſſet angulo contingentiæ æqualis, aut eo minor: cùm omnis talis poſsit per æqualia diuidi ſecundum doctrinam 9 primi, inter lineam a e, & circunferentiam, poſſet linea recta intercipi, quod monſtrauimus eſſe non poſſe. Per quod patet angulum contentum à diametro & circunferentia, omnium acutorũ rectilineorum eſſe maiorem, quia non differt a recto, niſi in angulo contingentiæ quem monſtrauimus eſſe minorem omni rectilineo. Correlarium patet per primam partem. Cùm enim linea a e, in utramq; partem eiecta non ſecet circulum, & tangat ipſum in puncto a, ipſa eſt cõtingens per diffinitionem.



CAMPANI *additio.* Ex hoc notandum, quòd non ualet iſta argumẽtatio, Hoc tranſit à minori ad maius, & per omnia media: ergo per æquale. Nec iſta: Contingit reperire maius hoc, & minus eodem: ergo contingit reperire æquale. hoc autem ſic patet. Sit circulus a b, ſuper centrum c, cuius diameter a c b, & ducatur ab eius termino a, linea a d orthogõnaliter, eritq; contingens circulũ per correlarium huius. Deſcribatur iterum ſuper punctum a ſecundum quantitatem diametri a b, circulus b e d, & imaginetur linea a b, moueri ſuper punctum a, per circunferentiam arcus b e d, ita quòd punctum b numeret omnia puncta arcus b e d, quouſque perueniat ad lineam a d, & cooperiat ipſam. Et quia angulus b a d, eſt rectus: erit ut non ſit ſumere aliquem angulum acutum cui æqualem non fecerit linea a b, cum diametro a c b, minoris circuli, quia tranſiuit ad angulum rectum, dinumerãs ſitum omnium angulorum acutorum, quorum manifeſtum eſt quoſdam eſſe minores angulo ſemicirculi, contento à ſemicircunferentia a b, & diametro a c b, & angulum rectum manifeſtum eſt eſſe maiorem eodem. Dico quòd nullus in trãſitu ab acutis minoribus ad rectum maiorem intermedius, fuit ei æqualis. Si enim fuerit aliquis, ſit ut illum fecerit linea a b, cùm punctus b, fuit in pũcto e, arcus b e d. Quia ergo angulus e a b eſt æqualis angulo ſemicirculi prędicto, angulus autem ſemicirculi eſt ampliſsimus omnium acutorum per ultimam partem huius, erit angulus e a b ampliſsimus omnium acutorum. Diuidatur ergo angulus e a d, ſicut propoſuit 9 primi, per æqualia, ducta linea a f, eritq; (per 9 conceptionem) angulus f a b, amplior angulo e a b, quare erit aliquid amplius ampliſsimo: quod eſt impoſsibile. Vel ſic. Cùm angulus e a b, ſit æqualis angulo ſemicirculi ſicut ponitur, at angulus ſemicirculi cum angulo contingentiæ eſt æqualis uni recto, ſimiliter quoque angulus e a b cum angulo e a d eſt æqualis uni recto, erit angulus e a d, æqualis angulo contingentiæ: & quia angulus contingentiæ eſt anguſtiſsimus omnium acutorum per 3 partem huius: erit ſimiliter angulus e a d, ei æqualis, anguſtiſsimus omnium acutorum, ſed angulus e a f, eſt eo anguſtior per conceptionem: erit ergo aliquid anguſtius anguſtiſsimo: quod eſt impoſsibile. Non ergo erit angulus rectilineus æqualis angulo ſemicirculi. Et quia tranſitur à minori ad maius, & non per æquale: item quia eſt reperire minorem eo & maiorem; patet inſtantia cõtra utranque argumentationem prędictam. Vnde per interemptionem ad illud eſt reſpondendum. Poſſet probari, q angulus contingentiæ eſt diuiſibilis ſecundum lineam rectam, ut conſtat per figurationem hic à latere poſitam. Certum eſt quòd angulus qui cauſatur ex contactu duorum circulorum uel ſphærarum, eſt angulus contingentiæ: & talis diuidatur per lineam e g, quia hic habetur triangulus h g k, cuius baſis h k, diuidatur per æqualia in puncto e: & protrahatur uerſus g, contactum: & arguitur per quartam primi, deinde per uiceſimamſextam huius, & patet propoſitum.

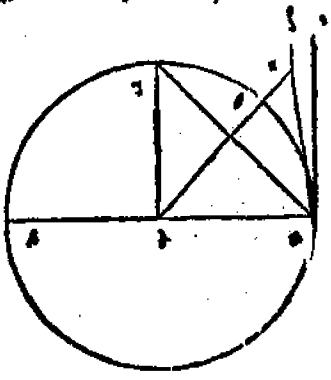


Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propoſitio 16.*

16 Quæ à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, extra ipſum circulũ cadit, & in locũ inter ipſam rectam lineã & circunferentiam, altera recta linea non cadet, & ſemicirculi angulus, omni

angulo acuto rectilineo maior est, reliquus autem minor.

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ, circa centrum δ, & demetientem α β. Dico quòd quæ ex α ipsi α ζ, ad angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadit. Non enim, sed si possibile est, cadat interius sicut γ α, & coniungatur δ γ. Et quoniam æqualis est δ α, ipsi δ γ (per 15 diffinitionem primi) ex centro enim in circunferentiã, æqualis est & angulus ζ α γ, angulo α γ δ. Angulus autẽ δ α γ, rectus est: rectus igitur est & qui sub α γ δ. Anguli igitur qui sub δ α γ, & α γ δ, duobus rectis sunt æquales, quod (per 17 primi) est impossibile. Igitur ab α signo, ipsi α ζ, ad angulos rectos ducta, intra ipsum circulum non cadit. Similiter quoq; ostendemus, quòd neq; in ipsam circunferentiam, extrà igitur cadit sicut α ε. Dico quòd in locum inter α ε, rectam lineam, & γ β α, circunferentiam, alia recta linea non cadit. Si enim possibile est, cadat sicut ζ α, & excitetur (per 12 primi) ab δ signo, in ipsam ζ α, perpendicularis δ η. Et quoniam rectus est angulus α η δ, minor recto autem qui sub δ α η, maior igitur est α δ, quàm δ η. Aequalis autem est δ α ipsi δ θ, ex centro enim in circunferentiam, maior (per 19 primi) igitur est δ θ, ipsa δ η, minor maiore, quod est impossibile. In locum igitur inter rectam lineam & circunferentiam, altera recta linea non cadet. Dico quòd & semicirculi angulus contentus sub α β, recta linea & γ θ α, circunferentia, omni angulo acuto rectilineo maior est. Reliquus autẽ cõtentus sub γ η α circunferentia & α ε recta linea omni acuto angulo rectilineo minor est. Si enim aliquis est angulus rectilineus maior eo qui sub β α, recta linea & γ θ α, circunferentia continetur, minor uerò eo qui sub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea continetur, in locum inter γ θ α, circunferentiam & α ε, rectam lineam recta linea cadet, quæ efficiet maiorem quidem angulum contentum sub rectis lineis, eo qui sub ζ α, recta linea & γ θ α, circunferentia continetur, minorem autem eo qui sub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea continetur, non cadit autem. Igitur per præostensam possibilitatem angulo contento sub ζ α recta linea, & γ θ α, circunferentia, angulus acutus sub rectis lineis contentus maior non est, neque etiam minor contento sub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea.*



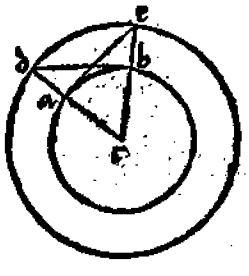
CORRELARIVM. *Hinc manifestum est, quòd à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta, ipsum circulum tangit, & quòd recta linea circulum in uno signo tantum tangit, quoniam ostensum est (per secundam tertij) quòd quæ in duobus illis signis incidit, intra ipsum cadit: quod demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propositio 16.

Dato puncto, ad datum circulum lineam contingentem ducere. 16



CAMPANVS. Sit circulus datus a b, cuius cẽtrum c, punctusq; datus d, uolo ergo à puncto d, ducere lineam contingentem circulum a b. Produco lineã d c, secantem circunferentiam circuli a b, in puncto a, super quam describo circulum d e, secundum quantitatem lineæ d c, cõcentricum circulo a b, & à puncto a, produco lineam a e, perpendicularem ad lineam d c, quæ secet circunferentiam circuli d e, in puncto eo, & produco lineam e c, secantem circunferentiam circuli a b in puncto b. Deinde produco lineam d b, quæ erit contingẽs circulum a b. Quia enim duo latera a c & c e, trianguli a c e sunt æqualia duobus lateribus b c & c d trianguli b c d, & angulus c est communis utriq;, erit per 4 primi angulus e a c, æqualis angulo d b c: angulus autem e a c, est rectus, quare angulus d b c, est rectus. Per correlarium ergo precedentis erit linea d b, contingens circulum a b: quod est propositum.

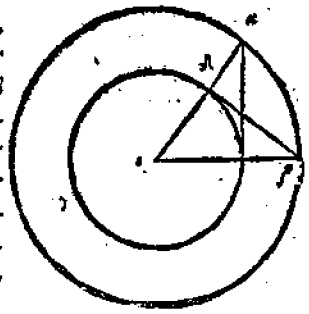


Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propositio 17.

A' dato signo, dato circulo contingentem rectam lineam ducere. 17

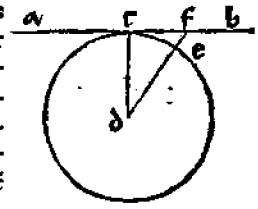
THEON ex Zãb. *Sit quidẽ datum signũ α, datus autẽ circulus sit ζ γ δ, oportet iam à dato signo α, dato circulo ζ γ δ, contingentem rectam lineã ducere. Suscipiatur enim (per 1 tertij) centrum circuli, sitq; illud ε, & coniungatur (per 1 postulatũ) α δ ε. Et centro quidem ε, spacio uerò ε α (per 3 postulatũ) circulus describatur α ζ η, & ab ipso δ, ipsi ε α, ad angulos rectos excitetur δ ζ (per 11 primi) et cõiungantur (per 1 postulatũ) ε ζ, & α β. Dico q; ab α signo, circulo β γ δ, contingens ducta est α β. Quoniã enim ε signum, centrum*

centrum est circulorum β γ δ, et α ζ η, æqualis est ε α, ipsi ε ζ, & ε δ, ipsi ε β: ex centro enim in circunferentiam. Duæ igitur α ε, & ε β, duabus ε ζ, & ε δ, sunt æquales, & angulum communem habent qui ad ε: basis igitur δ ζ (per 4 primi) basi α β, est æqualis, & triangulum δ ε ζ, triangulo ε β α. est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis: æqualis igitur est angulus ε δ ζ, angulo ε β α, rectus est autem qui sub ε β ζ, rectus igitur est & qui sub ε α δ, & est ε β, ex centro. Quæ autem ex diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, ipsum tangit circulum (per correlarium 16 tertij) igitur α δ, ipsum circulum β γ δ, tangit. A dato igitur signo α, dato circulo β γ δ, cõtingens recta linea ducta est α β, quod fecisse oportuit. Euclid. ex Camp. Propositio 17.



17 SI circulum linea recta contingat, à contactu uerò ad centrum linea recta ducatur, necesse est eam super lineam cõtingentem esse perpendicularem.

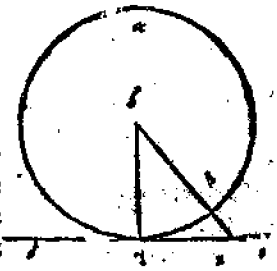
CAMP. Sit linea a b, contingens circulum c e, cuius centrum sit d, in puncto c, qui iungatur cum centro per lineam c d. Dico hanc esse perpendicularem super lineam contingentem. Si enim non est perpendicularis ad ipsam, sit ergo d f perpendicularis ad eandem, quę secet circunferentiam circuli in puncto e, eritq; uterq; angulorũ qui sunt ad f: rectus igitur per 18 primi, linea c d, est maior linea d f, quod est impossibile. Constat itaq; d c esse perpendicularẽ super a b: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Problema 16. Propositio 18.

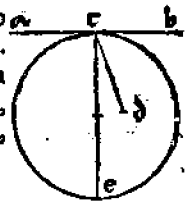
18 Si circulũ tetigerit aliqua recta linea, à cẽtro autẽ in cõtactum ducta fuerit aliqua recta linea, ipsa ducta, perpẽdicularis erit cõtingẽti.

THEON ex Zamb. Circulũ enim α δ γ, tangat recta linea quædam δ ε, in γ signo, & sumatur (per 1 tertij) centrum circuli α δ γ, sitq; illud ζ. Et ab ζ, in γ, ducatur (per 1 postulatum) ζ γ. Dico q; ζ γ, perpendicularis est in δ ε. Si enim non, excitetur (per 12 primi) ab ζ in ipsam δ ε, perpendicularis ζ η. Quoniam igitur angulus ζ η γ, rectus est, angulus igitur qui sub η γ ζ, est acutus, maior igitur est angulus ζ η γ, angulo ζ γ η, sub maiori autem angulo (per 19 primi) maius latus subtenditur, maior igitur est ζ γ, quàm ζ η. Æqualis autem est ζ γ, ipsi ζ β: ex cẽtro enim in circunferentiã: maior igitur est ζ β, quàm ζ η, minor maiore, quod est impossibile. Igitur ζ η, ipsi δ ε nõ est perpendicularis. Similiter quoq; ostẽdemus, q; nulla alia præter ζ γ. Igitur ζ γ, perpendicularis est ipsi δ ε. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, & quæ sequũtur reliqua: quod demonstrasse oportuit. Euclid. ex Camp. Propositio 18.



19 SI circulũ linea recta cõtingat, & à cõtactu in circulũ linea quædam orthogonaliter ducatur, in eadẽ centrũ esse necesse est.

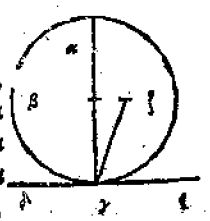
CAMP. Sit ut prius linea a b contingens circulum c e in puncto c, & à contactu ducatur linea intra circulum c e, perpendicularis ad lineam a b. Dico q; centrum circuli est in linea c e. Hæc est conuersa prioris. Si enim non fuerit centrũ in linea c e, sit alibi ubicunq; contingat, sitq; d, & producatur d c, eritq; d c, per præmissam perpendicularis ad lineam a b, quod est impossibile, cùm e c, posita sit perpendicularis ad ipsam.



Æuclid. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 19.

20 Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea quædam excitetur, in excitata erit centrum circuli.

THEON ex Zamb. Circulũ enim α δ γ, tangat recta linea quædã δ ε, in signo γ, et ab ipso γ, ipsi δ ε (per 11 primi) excitetur ad angulos rectos γ α. Dico q; in ipsa γ α, est centrũ circuli. Nõ enim, sed si possibile est, sit ζ, & (per 1 postulatũ) cõiungatur γ ζ. Quoniã igitur circulũ α β γ, recta linea quædã δ ε tãgit, à cẽtro aũt in cõtactũ ducta est ζ γ igitur (p 18) ppendicularis est ipsi δ ε. Rectus igitur est ãgulus ζ γ ε,

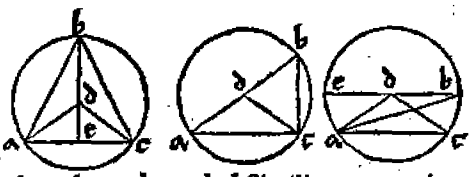


at angulus α γ ε, rectus eſt, æqualis igitur eſt angulus ζ γ ε, ei qui ſub α γ ε, minor maiori, quod eſt impoßibile. Igitur ζ, centrum circuli α ϛ γ non eſt. Similiter quoq; oſtendemus, quòd nec alibi præter quàm in α γ. Si circulum igitur aliqua recta linea tetigerit, à contactu autem ipſi tangenti ad angulos rectos recta linea excitetur, in excitata erit centrum circuli: quod demonſtraße oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

SI intra circulum angulus ſupra centrum conſiſtat, alius uerò angulus ſupra circunferentiam conſiſtens eandem baſin habeat, interior ſuperiori duplus erit. 19

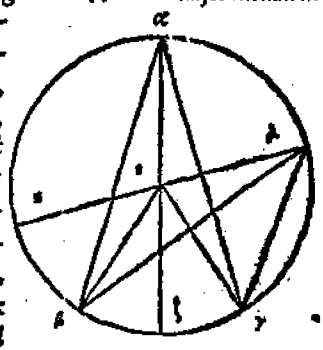
CAMPANVS. *Sit ut in circulo a b c, cuius centrum d, fiat angulus a d c, ſupra centrum, & angulus a b c ſuper circunferentiam, ſitq; utriuſq; anguli eadem baſis quæ ſit arcus a c. Dico angulum a d c, duplum eſſe ad angulum a b c. Quod ſic probatur. Aut enim duæ lineæ a b & c b, includunt duas lineas a d & d c, aut altera earum fit linea una cum altera reliquarum, aut etiam altera primarum ſecat alteram poſtremarum. Sit ergo primò ut includant eas ut in prima figuratione apparet, & producatur linea b d e, eritq; per 32 primi, angulus a d e extrinſecus, æqualis duobus intrinſecis, qui ſunt b a d & a b d, anguli. Et quia ipſi ſunt æquales per quintam eiuſdem, erit angulus a d e, duplus ad angulum a b d. Simili quoq; modo erit angulus e d c, duplus ad angulum d b c, quare totus angulus a d c, duplus erit ad totum angulum a b c, quod eſt propoſitum. Quòd ſi altera duarum linearum a b & b a, fuerit linea una cum altera duarum quæ ſunt a d & b d, ut in ſecunda figuratione apparet, per eaſdem per quas prius & ſimili modo liquet propoſitum. Quòd ſi altera duarum linearum primarum ſecet alteram duarum poſtremarum, ut in tertia figuratione apparet, ubi linea a b ſecat lineam d c, producatur linea b d e. Erit per eaſdem quas à principio aſſumpſimus & ſimili modo e d a, duplus ad angulum d b a, & totus angulus e d c, duplus ad totum angulum d b c, quare angulus a d c, duplus eſt ad angulum a b c: quod eſt propoſitum.*



Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propoſitio 20.*

In circulo angulus qui ad cẽtrum, duplus eſt eius qui ad circunferentiam, quando anguli eandem circunferentiam habuerint. 20

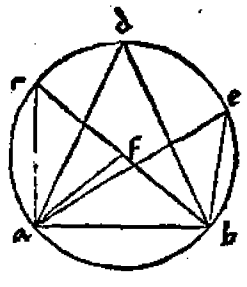
THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ, & ad eius centrum ſit angulus β ε γ, ad circunferentiam uerò angulus ζ α γ, habeant autem eandem baſin, circunferentiam β γ. Dico quòd duplus eſt angulus β ε γ, anguli ζ α γ. Ducta enim α ε (per ſecundum poſtulatum) extendatur in ζ. Quoniam enim æqualis eſt α ε, ipſi ε β, ex centro enim in circunferentiam, æqualis eſt angulus ε α β, ei qui ſub ε β α. Anguli igitur ε α β, & ε ϛ α (per 5 primi) eius qui eſt ſub ε α β, dupli ſunt: æqualis autem eſt qui ſub β ε ζ (per 32 eiuſdem) eis qui ſub ε α β et ε β α. Angulus igitur β ε ζ, ipſius ε α β, duplus eſt. Et perinde angulus ζ ε γ, eius qui ſub ε α γ (per eandem) duplus eſt. Totus igitur β ε γ, totus qui ſub ϛ α γ, eſt anguli, duplus eſt. Rurſus conſtituatur, & ſit alter angulus β λ γ, & ducatur (per primum poſtulatum) λ ε, extendatur q; (per 2 poſtulatum) in ν. Similiter quoq; oſtendemus quòd duplus eſt ν ε γ, angulus eius qui ſub ε λ γ, eſt anguli. Quorum qui ſub ν ε β, duplus eſt eius qui ſub ε λ ϛ. Reliquus igitur qui ſub β ε γ, eius qui eſt ſub ϛ λ γ, duplus eſt. In circulo igitur angulus qui ad centrum, duplus eſt eius qui ad circunferentiam, quando eandem circunferẽtiam baſin habuerint ipſi anguli: quod oportuit demonſtraße.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 20.*

SI in una circuli portione, anguli ſuper arcum conſiſtant, angulos quoslibet æquales eſſe neceſſe eſt. 20

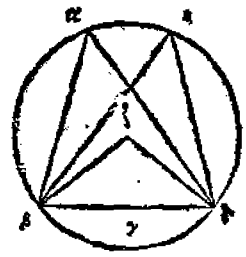
CAMPANVS. *Sit ut in portione a d b, circuli a b c, cuius centrum ſit f, cõſiſtant quotlibet anguli ſuper arcũ a d b, qui ſunt e d c. Dico eos eſſe æquales. Protrahatur enim chorda a b, & ab eius extremitatib. ducantur in centrũ lineæ a f, & b f, eritq; per præmiſſam angulus f conſiſtens ſupra centrum, ad unumquemq; eorum duplus, quare ipſi ſunt æquales: quod eſt propoſitum.*



Euclid.

Euclid. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 21.

21 In circulo, qui in eodem segmento sunt anguli, sibi inuicem sunt æquales.



THEON ex Zamb. *Sint in segmento β α ε Δ, circuli α β γ Δ, anguli qui sub β α Δ, & β ε Δ. Dico quòd anguli β α Δ, & β ε Δ, sibi inuicẽ sunt æquales. Suscipiatur enim (per primam tertij) centrum circuli α β γ Δ, sitq; illud ζ. Et ducantur (per primum postulatum) β ζ, ζ Δ. Et quoniam angulus β ζ Δ, est ad centrum, angulus autem qui sub β α Δ, ad circunferentiam, & eandem habent basin circunferentiam δ γ Δ, angulus igitur β ζ Δ (per præcedentem) duplus est eius qui sub β α Δ, & per hoc angulus β ζ Δ, duplus est etiam eius qui sub β ε Δ. Aequalis igitur est (per communem sententiam dicentem, quæ eiusdem sunt dimidium, adinuicem sunt æqualia) angulus β α Δ, angulo δ ε Δ. In circulo igitur, qui in eodem segmento sunt anguli, sibi inuicem sunt æquales: quod demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propositio 21.

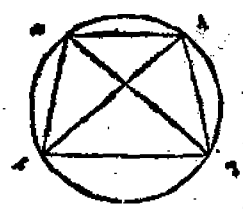
21 SI intra circulum quadrilaterum describatur, quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos, duobus rectis angulis æquos esse necesse est.



CAMPANVS. Sit quadrilaterum a b c d, inscriptum circulo a b c d. Dico quoscũq; eius duos angulos oppositos, esse æquales duobus rectis. Protrahantur in quadrilatero, diametri a c, b d, eritq; per præmissam, angulus c b d æqualis angulo c a d, & angulus a b d æqualis angulo a c d: quare totus a b c, æqualis erit duobus angulis qui sunt a c d & c a d. Et quia ipsi cum angulo a d c sunt æquales duobus rectis per 32 primi, erũt & anguli b totalis, & d totalis, æquales duobus rectis: quod est propositum. Similiter quoq; probabo angulos a & c totales, esse æquales duobus rectis.

Euclid. ex Zamb. Theorema 20. Propositio 22.

22 In circulis quadrilaterorum existentium, anguli qui ex opposito, duobus rectis sunt æquales.



THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ Δ, & in eo quadrilaterum sit α β γ Δ. Dico quòd anguli qui ex opposito, duobus rectis sunt æquales. Coniungantur (per primum postulatum) α γ, & β Δ. Quoniam igitur (per 32 primi) omnis trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales: trianguli igitur α β γ, tres anguli γ α β, α β γ, & β γ α, duobus rectis sunt æquales. Angulus autẽ γ α β, angulo β Δ γ est æqualis (per 21 tertij) in eodem enim sunt segmento β α Δ γ. Angulus uerò α γ β (per eandem) angulo α Δ β, in eodẽ enim sunt segmento α Δ γ β. Totus igitur qui sub α Δ γ, eis qui sub δ α γ, & α γ β est æqualis, communis apponatur angulus α β γ. Anguli igitur qui sub α δ γ, β α γ, & α γ δ, eis qui sunt sub α β γ, & α Δ γ, sunt æquales: sed qui sub α β γ, β α γ, et α γ β, duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur α β γ, & α Δ γ, duobus rectis sunt æquales. Similiter iam ostendemus, & etiam anguli β α Δ, & Δ γ β, duobus rectis sunt æquales. In circulis igitur quadrilaterorum existentium anguli ex opposito, duobus rectis sunt æquales: quod demonstrare oportebat.*

Euclid. ex Camp. Propositio 22.

22 DVas similes circuli portiones inæquales, supra unã rectã lineam assignatam, ex eadẽ parte cadere impossibile est.

CAMPANVS. Sit recta linea a b, super quam fiat portio circuli, a c b. Dico quòd super eandem lineam ex eadem parte non fiet alia portio quæ sit similis huic, & ea maior aut minor. Quòd si fuerit possibile, fiat ergo portio a d b, maior ea, quę cùm sit similis ei, stat ergo angulus a c b in portione minori, & angulus a d b in maiori. Erit ergo lineæ a d, & d b, includant lineas a c & c b, ut in figuratione prima apparet. Aut altera primarum, una fiat cum altera postremarum, ut in secunda. Aut ut altera fecer alteram, ut in tertia. Quòd si fuerit primo modo, erit per uicesimam primam primi, angulus c maior angulo d, non

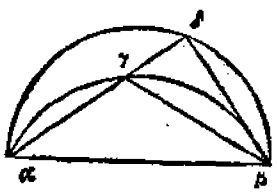
d, non ergo portiones ſimiles per diffinitionem. Quòd ſi ſecundo modo, erit adhuc angulus c, maior angulo d, per decimamſextam primi: non igitur erunt portiones ſimiles. Si autem tertio modo, ſit ut linea b d, ſecet lineam a c, & ſecet circunferẽtiam portionis minoris in puncto e, & ducatur linea e a. Erit ꝙ per eandem decimamſextam primi, angulus a e b, conſiſtens in portione a c b, maior angulo d, quare nullo modo ſunt portiones ſimiles. ¶ Simili quoque modo probabis, quòd ſuper eandem lineam non fiet portio ſimilis portioni a c b, minor ea: poſito c, in loco d, & d in loco c, in figura cum omnibus prædictis: erit enim per prꝫmiſſas & per 21 primi, & per 16 eiuſdem & præmiſſo modo, angulus d omnium figurationũ, maior angulo c, quare portiones non erunt ſimiles. Et nota, quod licet proponatur ſuper lineam unam non poſſe fieri portiones ſimiles inæquales ex eadem parte: uerum eſt tamen, quòd neꝙ ex diuerſis partibus. Quodlibet probare, minore quæ eſt ex una parte, ſuperpoſita maiori quæ eſt ex altera. Neceſſe enim erit per communem ſcientiam, ipſam à maiori excedi, non ergo ſunt ſimiles per hanc 22.



Euclid. ex Zamb. *Theorema* 22. *Propoſitio* 23.

Super eadem recta linea, duo ſegmenta circulorum ſimilia, & inæqualia, non conſtituentur ad eaſdem partes. 23

THEON *ex Zamb. Si enim poſsibile, ſuper eadem recta linea α β, duo circulorum ſegmenta ſimilia & inæqualia conſtituantur ad eaſdem partes α γ β, & α δ β, & ducatur (per primum poſtulatum) α γ δ, & coniungantur (per 2 poſtulatum) γ β & δ β. Quoniam igitur ſegmentum α γ β, ſimile eſt ſegmento α δ β, ſimilia autem circulorum ſegmenta ſunt quæ æquales angulos ſuſcipiunt, (per diffinitionem 10 tertij) angulus igitur α γ β, angulo α δ β, eſt æqualis, exterior interiori: quod (per 16 primi) eſt impoſsibile. Super eadem igitur recta linea, duo circulorum ſegmenta ſimilia & inæqualia non conſtituentur ad eaſdem partes: quod oportuit demonſtraſſe.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 23.

SI circulorum ſimiles portiones ſupra lineas æquas fuerint, ipſas portiones æquas eſſe oportet. 24

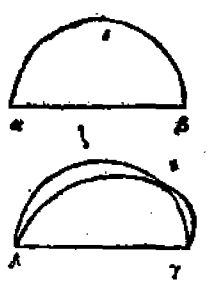
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquales, ſuper quas ſunt duæ portiones circulorum a c b, c f d, quę ſunt ſimiles. Dico quòd ipſę ſunt ęquales. *Si enim* non ſunt æquales, altera earum ſuperpoſita alteri, excederet maior minorem. Sed linea a b, non excedet lineam c b, nec excedetur ab ea, cum ſint æquales. Quare accidet contrarium præmiſſæ, quod eſt impoſsibile. Erit enim a b & c d linea una.



Euclid. ex Zamb. *Theorema* 22. *Propoſitio* 24.

Super ęqualibus rectis lineis ſimilia circulorum ſegmenta conſtituta, ſibi inuicem ſunt æqualia. 24

THEON *ex Zamb. Super æqualibus, inquam, rectis lineis α β, & γ δ, ſimilia circulorum ſegmenta α ε β, & γ ζ δ, conſtituantur. Dico quòd æquum eſt ſegmentum α ε β, ſegmento γ ζ δ. Congruente nanq; ſegmento α ε β, ipſi ε ζ δ, ſegmento, & poſito ſigno α, ſuper ſigno γ, recta uerò linea α β, ipſi rectæ lineæ γ δ congruente, & β ſignum congruet ipſi δ ſigno, quoniam æqualis eſt α β, ipſi γ δ. Congruente autem α β, recta linea ipſi γ δ, congruit α ε β, ſegmẽtum ipſi ε ζ δ. Si enim α β, recta linea ipſi γ δ congruit, ſegmentum autem α ε β, ipſi γ ζ δ, non congruit, ſed differt ſicut γ κ δ, circulus autem circulum (per uicęſimam tertij) non ſecat in pluribus ſignis duobus. Sed γ κ δ, ipſum γ ζ δ, in pluribus quàm duobus ſignis, hoc eſt γ κ δ, ſecat, quod (per eandem) eſt impoſsibile. Non igitur, congruente α β, recta linea ipſi γ δ, non congruit quoque & ſegmentum α ε β, ſegmento γ ζ δ. Congruit igitur & ei eſt æquale. Super æqualibus igitur rectis lineis ſimilia circulorum ſegmenta conſtituta, ſibi inuicem ſunt æqualia: quod erat demonſtrandum.*

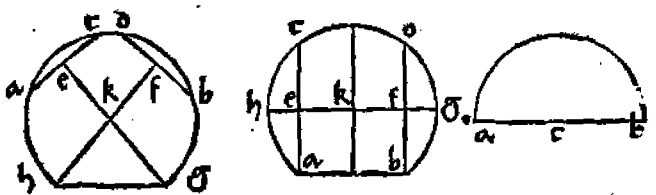


Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 24*

24 # Dati ſemicirculi, ſiue ſemicirculo maioris ſiue minoris portionis, circulum perficere.

CAMPANVS. Intentio per hanc concluſionem, eſt ex omni arcu dato, ſiue ex omni circuli portione data, circulum perficere. Sit ergo a b quilibet arcus: ex quo uolo perficere circulum. Protraham in eo duas lineas qualitercunq; contingat, quæ ſint a c, & b d: quas diuidam per æqualia, a c quidem in puncto e, & b d in puncto f. Et protraham e g perpendicularem ad a c, & f h perpendicularem ad b d: quæ ſecent ſe in puncto k. Eritq; per correlarium primæ huius, centrum circuli in utraq; linearum e g & f h. Quare centrum eſt punctum k. Si autem e g non ſecet f h, ſed ſint linea una, quemadmodum erit ſi duæ lineæ a c & b d ſint æquidiſtantes: tunc ipſa applicabitur circunferentiæ dati arcus ex utraq; parte: ipſa igitur diuiſa per medium in puncto k, erit ibi cẽtrum circuli per idem correlarium. Æquidiſtantes autem non erunt e g & f h, quia cum in utraq; ſit cẽtrum circuli per dictum correlarium, eſſent eiuſdem circuli duo centra. Sic poteſt de omni arcu, ſiue de omni portione communiter demonſtrari, qualiter indè circulus perficiatur. Quia tamen auctor uidetur hanc concluſionem uariare ſecundum diuerſas ſpecies arcuum, omnium portionum enumerãdo ſpecies: demonſtrabimus diuiſim per ſpecies, qualiter ex omni portione data circulus perficiatur.

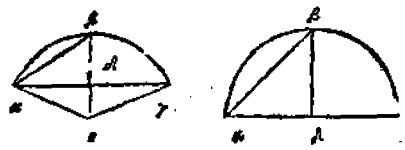


Sit ergo primum a b portio data, ſemicirculus: eritq; per diffinitionem ſemicirculi, linea a b diameter: ea igitur diuiſa per medium in puncto c, erit c cẽtrum circuli. Sit rurſus portio a c b ſemicirculo maior, cuius chorda ſit a b, quam diuido per æqualia in puncto d, à quo duco d c perpendicularem ad ipſam, quæ tranſibit per centrum, per correlariũ primæ huius: & protraho lineam a c. Et quia linea a b eſt minor diametro, cum ſit a c b portio maior ſemicirculo, erit a d minor ſemidiametro: ſed d c eſt maior ſemidiametro, ergo d c eſt maior quàm a d: ergo per 19 primi angulus c a d eſt maior angulo a c d. Fiat itaq; per 23 primi, angulus c a e æqualis angulo a c d: producta linea a e quæ ſecet lineam c d in puncto e, eritq; per 6 primi, linea a e æqualis lineæ e c: producatur igitur linea e b, eritq; per 4 primi, linea e b æqualis lineæ a e, quare tres lineæ e a, e b, e c ſunt æquales, ergo per 6 huius e eſt centrum circuli. Sit iterum a c b portio minor ſemicirculo: cuius chorda ſit a c, quam diuido per æqualia in puncto d, à quo produco lineam c d e perpendicularem ad lineam a b, quæ ſecet circunferentiam in puncto c: hanc manifeſtum eſt tranſire per centrum per correlarium primæ huius. Produco iterum lineam a c, eritq; angulus a c d maior angulo c a d. Si eſt æqualis, erit a c b ſemicirculus: & ſi minor, erit maior ſemicirculo: poſitum eſt autem quòd ſit minor. Produco igitur lineam a e, quæ cum linea a c faciat angulum æqualem angulo c, & ſecet lineam c f in puncto e: & manifeſtum eſt quòd punctum e, cadat extra datam portionem, & produco lineam e b, & quia angulus a totalis eſt æqualis angulo c, erit per 6 primi, linea e a æqualis lineæ e c: & quia per 4 primi, linea e b eſt æqualis lineæ e a, erit per 9 huius punctum e, centrum circuli: quare patet propoſitum, ſecundum omnes ſpecies portionum circuli.

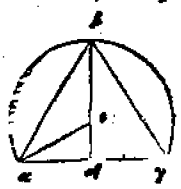
Euclid. ex Zamb. *Problema 3.* *Propoſitio 25.*

25 # Circuli ſegmento dato, deſcribere circulum cuius eſt ſegmẽtum.

THEON ex Zamb. *Sit datum ſegmentum circuli α β γ. Oportet iam ſegmenti α β γ, circulum cuius eſt ſegmentũ deſcribere. Secetur enim (per 10 primi) α γ, bifariam in δ. Excitenturq; (per 11 eiuſdem) à ſigno δ, ipſi α γ, ad angulos rectos β δ, & coniungatur (per primum poſtulatum) α β. Angulus igitur α β δ, angulo β α δ comparatus, aut eo eſt maior, aut ei æqualis, aut eo minor. Sit prior maior, & conſtituatur (per 23 eiuſdem) ad ipſam β α, rectam lineam, ad ſignumq; in ea α, ipſi angulo α β δ, æqualis angulus β α ε. Et extẽdatur (per 2 poſtulatum) β δ, in ε. Et coniungatur (per 1 poſtulatum) ε γ, quoniam igitur angulus α β ε, æqualis eſt angulo β α ε, æqualis igitur eſt (per 6 primi) recta linea ε β, ipſi α ε. Et quoniam æqualis eſt α δ, ipſi δ γ. communis autem δ ε,*



duæ igitur α Δ, & Δ ε, duabus γ Δ, & Δ ε, sunt æquales altera alteri. Et angulus α Δ ε (per 4 postulatum) angulo γ Δ ε est æqualis, rectus enim uterq;. Et basis igitur α ε (per 4 primi) basi γ ε, est æqualis. Sed α ε ipsi β ε, ostensa æqualis est. Igitur β ε, ipsi γ ε est æqualis. Tres igitur α ε, ε β, & ε γ, sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur ε, spacio autem (per 3 postulatum) aut α ε, aut ε β, aut ε γ, circulus descriptus per reliqua signa ueniet & descriptus erit. Circuli igitur segmento dato, circulus descriptus est: & manifestum est, quòd segmentum α β γ, minus est semicirculo, quoniam ε, centrum extra ipsum cadit. Similiter quoque ostendemus, & si angulus α β Δ, æqualis fuerit angulo β α Δ. Si α Δ, æquali existente utriq; ipsarum β Δ, & Δ γ, tres igitur Δ α, Δ β, & Δ γ, sibi inuicem sunt æquales. Et erit ipsum centrũ Δ, completi circuli, ipsum egit quoque semicirculus α β γ. Si autem α β Δ, minor fuerit β α Δ, constituemus (per 23 primi) ad β α rectam lineam, & ad signum in ea α, angulo α β Δ, æqualem intra α β γ segmentum. Segmenti centrum cadet super Δ β, ut θ, & erit, uidelicet segmentum α β γ, maius semicirculo. Dato igitur segmento, describitur circulus cuius est segmentum: quod fecisse oportuit.

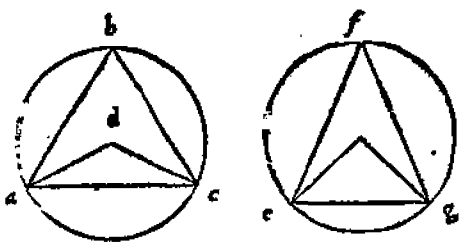


Euclid. ex Camp. *Propositio 25.*

SI in æquis circulis seu super cẽtra, seu super circunferentias, æquales anguli consistant, super æquos arcus eos cadere necesse est. 25



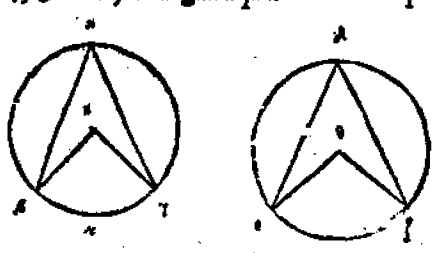
CAMPANVS. Sint duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g, cuius centrum h, & fiant supra centra eorum, duo anguli a d c & e h g, qui ponantur æquales. Dico duos arcus a b c, & e f g, esse æquales. Protrahantur duæ lineæ a c & e g, & fiant duo anguli in circunferentijs ipsorum, consistentes supra prædictos arcus, qui sint angulus a b c & angulus e f g. Quia ergo circuli sunt æquales, erunt per diffinitionem æqualium circulorum semidiametri æquales: & quia duo anguli d & h sunt æquales per 4 primi, linea a c æqualis lineæ e g, & per 19 huius, erit angulus b, æqualis angulo f, cũ d angulus sit æqualis angulo h. Ergo per diffinitionem similium portionum duæ portiones a b c & e f g, sunt similes: & quia ipsæ sunt super lineas a c & e g æquales, ipsæ erunt æquales per 23 huius, quare arcus a b c & e f g, sunt æquales. Quòd si anguli b & f qui sunt in circunferentia, ponantur æquales, erunt per diffinitionem portiones similes, & angũli d & h æquales, per 19 huius. Et quia circuli sunt æquales per positionem, erunt per 4 primi, duæ lineæ a c & e g æquales: quare ut prius, portiones æquales per 23 huius, cum sint similes, & super æquales lineas, igitur & arcus æquales: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propositio 26.*

IN æqualibus circulis æquales anguli, in æqualibus circunferẽtijs insistunt, siue si ad centra, siue si ad circunferentias consistunt. 26

THEON ex Zamb. *Sint æquales circuli, α β γ, & ε ζ, & in eis sint anguli æquales ad centra quidem, qui sub β η γ, & ε θ ζ, ad circunferentias autem, qui sub β α γ, & ε λ ζ. Dico quòd circunferentia β γ, æqualis est circunferentiæ ε λ ζ. Coniungantur (per primum postulatum) β γ, & ε ζ. Et quoniam circuli α β γ, & ε λ ζ, sunt æquales, etiam quæ ex centris, sunt æquales (per primam diffinitionem tertij) Duæ igitur β η, & η γ, duabus ε θ, & θ ζ, sunt æquales. Et angulus qui ad η, angulo qui ad θ est æqualis. Et quoniam angulus qui ad α, æqualis est angulo qui ad λ, segmentum igitur β α γ (per 24 tertij) simile est segmento ε λ ζ, & sunt in æqualibus rectis lineis β γ, & ε ζ. Super æqualibus autem rectis lineis (per 24 eandem) similia circulorum segmenta existentia, inuicem sunt æqualia. Segmentum igitur β α γ, æquale est ipsi ε λ ζ segmento. Est autem totus circulus α β γ, æqualis toti circulo ε λ ζ. Reliqua igitur β η γ circunferentia (per 3 communem sententiam) reliquæ ε λ ζ, circunferentiæ est æqualis. In æqualibus igitur circulis æquales anguli in æqualibus circunferentijs insistunt, siue si ad circunferentias, siue si ad centra consistant: quod demonstrasse oportuit.*

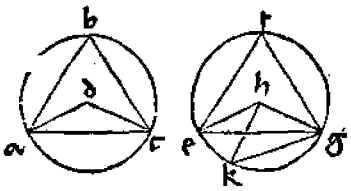


Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propositio 26.*

26 SI in æquis circulis æqui sumantur arcus, infra illos, formatos angulos qui supra centra eorũ, seu supra circunferentias constituantur, æquos esse necesse est.

CAMPANVS. Sint ut prius duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g, cuius centrum h: sint'que duo arcus a b c & e f g æquales, fiant'q; super ipsos arcus, duo anguli in centro, qui sunt d & h: ductis a d, c d, e h, g h. Item'que super eosdem arcus fiant duo alij anguli in circunferentia, qui sint b & f: ductis lineis a b, c b, e f & g f. Dico duos angulos d & h, adinuicem esse æquales: item'q; duos b & f, adinuicem esse æquales. Et hæc est conuersa prioris. Si enim non sunt d & h anguli adinuicem æquales: sit ergo h maior, à quo abscindatur angulus k h g, qui sit æqualis angulo d, erit'que per præmissam, arcus k e f g, æqualis arcui a b c. Sed duo arcus a b c & e f g positi, sunt æquales: accidet ergo partem esse æqualem toti: quod est impossibile. Quare anguli d & h totales, sunt æquales. Simili quoque modo probabis angulos b & f, esse æquales: uel si mauis, probato quòd anguli d & h sint æquales: sequitur b & f esse æquales per 19 huius, & econuerso.

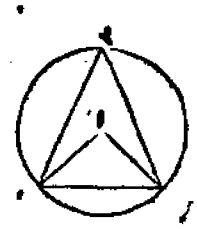


Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propositio 26* *Conuersa præcedentis.*

26 In æqualibus circulis anguli qui æqualibus circunferentijs insistunt, sibi inuicem sunt æquales: siue si ad centra, siue si ad circunferentias fuerint constituti.

THEON ex Zamb. *In æqualibus enim circulis α β γ, & δ ε ζ, super æqualibus circunferentijs β γ & ε ζ, ad centra γ η θ, anguli consistant β η γ & ε θ ζ: ad circunferentias autem β α γ & ε δ ζ. Dico quòd angulus β η γ æqualis est angulo ε θ ζ: & angulus β α γ æquus est angulo ε δ ζ. Siquidem angulus β η γ æquus est àngulo ε θ ζ: manifestum est quòd angulus etiam β α γ æquus est angulo ε δ ζ per 20 tertij. Si uerò non, alter eorum maior est: sit maior angulus β η γ, & constituatur per 23 primi, ad rectam lineam β η, ad datumq; in ea signum η: angulo ε θ ζ æqualis angulus β η κ. Anguli autem æquales super æqualibus circunferentijs consistunt, per 20 tertij, quando ad centra fuerint: æqualis igitur est circunferentia β κ, circunferentiæ ε ζ. Sed ε ζ, ipsi β γ est æqualis: & β κ igitur, ipsi β γ est æqualis: minor maiori, quod est impossibile. Angulus igitur β η γ, angulo ε θ ζ inæqualis non est: æqualis igitur. Et est ipsius quidem anguli β η γ dimidius angulus, qui ad α, per 20 tertij. Ipsius autem ε θ ζ dimidius angulus qui ad δ per eandem. Aequalis igitur est angulus qui ad α, angulo qui ad δ: in æqualibus igitur circulis anguli super æqualibus circunferentijs consistentes, sibi inuicem sunt æquales: siue si ad centra, siue si ad circunferentias fuerint constituti: quod demonstrasse oportuit.*

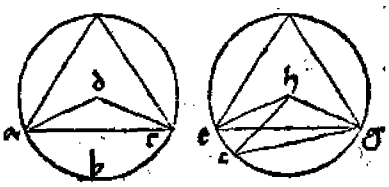




Euclid. ex Camp. *Propositio 27.*

27 SI in circulis æqualibus æquæ lineæ arcus resecent, arcus quoque æquos esse: si autem lineæ inæquales fuerint, arcus quoque inæquales, & à maiore linea maiorem arcum, à minore uerò minorem abscindi necessarium est.

CAMPANVS. Sint duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g, cuius centrum h: sit'q; chorda a c æqualis chordæ e g. Dico duos arcus a b c & e f g, quos prædictæ chordæ ex prædictis circulis resecant, esse æquales. Quòd si chorda e g ponatur maior chorda a c: dico arcum e f g esse maiorem arcu a b c. Primum quidem sic probatur. Ducãtur à centris lineæ ad extremitates chordarum, quæ sint d a, d c, h e, h g: & quia circuli positi sunt ferè æquales, erũt

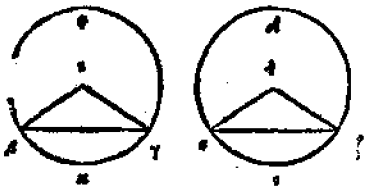


hæ ſemidiametri æquales: & quia linea a c poſita eſt æqualis lineæ e g, erit per 8 primi, angulus d æqualis angulo a toti: quare per 25 huius, erit arcus h b c, æqualis arcui e f g: ſicq; patet primũ.

Secundum ſic. Sit e g maior a c: eritq; per 25 primi, angulus h, maior angulo d, fiat ergo angulus f h g æqualis angulo d: eritq; per 25 huius, arcus a f g, æqualis arcui a b c. Quare arcus e f g, eſt maior arcu a b c: quod eſt ſecundum propoſitum.

Euclides ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 29.

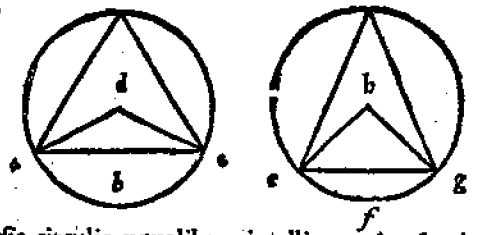
In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori. 28



THEON ex Zamb. *Sint æquales circuli α β γ & δ ε ζ, & in eis ſint æquales rectæ lineæ β γ & ε ζ: circunferentias β α γ & ε δ ζ maiores auferentes, circunferentias autem β η γ & ε θ ζ minores. Dico quòd circunferentia β α γ maior, æqualis eſt circunferentiæ ε δ ζ maiori: circunferentia uerò β γ η minor, æqualis eſt circunferentiæ ε θ ζ minori. Suſcipiantur enim circulorum centra (per primam tertij) ſintq; κ λ, & coniungantur κ β, κ γ, λ ε & λ ζ. Et quoniam circuli ſunt æquales, æquales quoque ſunt quæ ex centris (per primam diffinitionem tertij) Duæ igitur β κ & κ γ, duabus ε λ & λ ζ ſunt æquales. Et baſis β γ (per hypotheſim) baſi ε ζ eſt æqualis: angulus igitur β κ γ (per 8 primi) angulo ε λ ζ eſt æqualis: æquales autem anguli (per 26 tertij) in æqualibus circunferentijs inſiſtunt: etiam quando ad centra fuerint conſtituti. Circunferentia igitur β η γ, æqualis eſt circunferentiæ ε θ ζ: eſt autem totus circulus α β γ, toti circulo δ ε ζ æqualis. Reliqua igitur circunferentia β α γ (per 3 communem ſententiam) reliquæ circunferentiæ ε δ ζ eſt æqualis. In circulis æqualibus igitur æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt: maiorem minori, minorem autem minori: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 28.

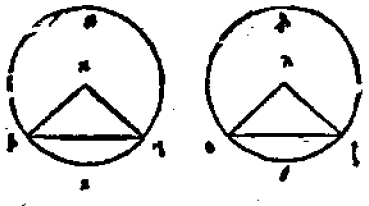
Circulorum æqualium æquos arcus, æquas chordas habere neceſſe eſt. 28



CAMPANVS. Sint duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g, cuius centrum h: ſitq; arcus a b c æqualis arcui e f g. Dico quòd chorda a c, eſt æqualis chordæ e g. Et eſt hæc conuerſa primæ partis præmiſſæ. Ducantur lineæ d a, d c, h e, h g: erunt q; per 26 huius anguli d & h æquales. Quare per quartam primi, erit a c, æqualis e g, quod eſt propoſitum. Quæcunque autem probatæ ſunt paſsiones de diuerſis circulis æqualibus, intellige multo fortius ueras eſſe de eodem.

Euclid. ex Zamb. Theorema 26. Propoſitio 29. Conuerſa præcedentis.

In æqualibus circulis, ſub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ ſubtenduntur. 29

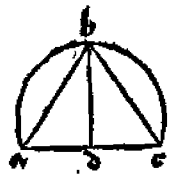


THEON ex Zamb. *Sint æquales circuli α β γ & δ ε ζ, & in eis æquales ſumantur circunferentiæ β η γ & ε θ ζ, coniungantur q; β γ & ε ζ rectæ lineæ. Dico quòd æqualis eſt recta linea β γ ipſi ε ζ rectæ lineæ. Sumantur enim (per primam tertij) circulorum centra, ſintq; κ & λ, & coniungantur κ β & κ γ, & λ ε & λ ζ. Et quoniam circunferentia β η γ æqualis eſt ipſi ε θ ζ circunferentiæ: æqualis eſt angulus β κ γ angulo ε λ ζ (per decimam diffinitionem tertij) & quoniam circuli α β γ & δ ε ζ ſunt æquales: & quæ ex centris quoque ſunt æquales (per 1 eiuſdem diffinitionem) Duæ igitur β κ & κ γ, duabus ε λ & λ ζ ſunt æquales, & angulos comprehendunt æquales. Baſis igitur β γ (per 4 primi) baſi ε ζ eſt æqualis. In æqualibus igitur circulis, ſub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ ſubtenduntur: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid.

Euclid. ex Camp. Propositio 29.

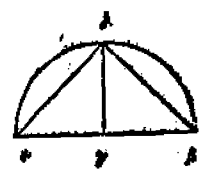
29 # DAtum arcum per æqualia diuidere.



CAMPANVS. Sit datus arcus a b c, cui subtendatur chorda a c, quæ diuidatur per æqualia in puncto d, à quo ducatur perpendicularis ad ipsam, quæ sit d b, secans circunferentiam dati arcus in puncto b, quam dico diuidere datum arcum per æqualia. Ducantur enim lineæ b a, b c, quæ erunt æquales per 4 primi. Quare per primam partem 27 huius, arcus a b, erit æqualis arcui b c: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propositio 30.

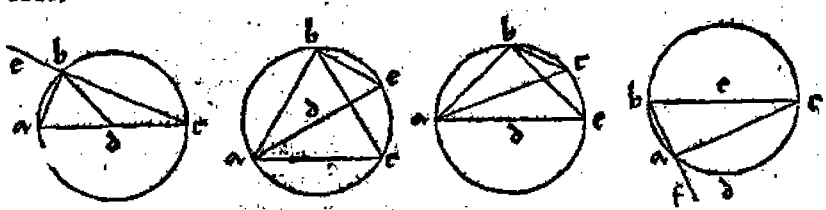
Datam circunferentiam, bifariam secare.



THEON ex Zamb. *Sit data circunferentia α δ β, oportet iam ipsam circunferentiam α δ β, bifariam secare. Coniungatur α β, secetuŕq; (per 10 primi) bifariam in γ signo: & ab ipso γ, ipsi α β rectæ lineæ (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur γ δ, & coniungantur α δ & δ β. Et quoniam æqualis est α γ ipsi γ β, communis autem γ δ: duæ igitur α γ & γ δ, duabus β γ & γ δ sunt æquales: & β angulus α γ δ (per 4 postulatum) angulo β γ δ est æqualis: rectus enim uterque est. Basis igitur α δ (per 4 primi) basi δ β est æqualis. Æquales autem rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori (per 28 tertij) Et utraque ipsarum circunferẽtiarum α δ & δ β, semicirculo minor est: æqualis igitur est circunferentia α δ, ipsi δ β circunferentiæ. Data igitur circunferentia, bifariam secta est: quod fecisse oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propositio 30.

30 # SI rectilineus angulus in semicirculo supra arcum consistat, rectus est. Si uerò in portione semicirculo minore, recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore, recto minor. Iteḿque omnis portionis angulus semicirculo maioris, recto maior: minoris uerò, recto minor de necessitate erit.



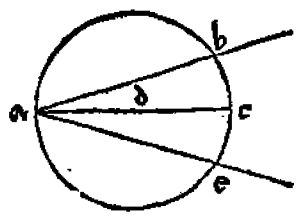
CAMPANVS. Sit in circulo a b c, cuius cẽtrum d & diameter a d c, semicirculus a b c, in cuius semicirculi circunferentia fiat angulus a b c: ductis lineis a b & b c. Dico illum angulum esse rectum. Protrahatur ab ipso angulo in centrum, linea b d: eritq; per 5 primi, angulus a b d, æqualis angulo a: & angulus d b c, æqualis angulo c. Et quia angulus c d b est æqualis duobus angulis d b a, & a per 31 primi: ipse erit duplus ad angulum d b a. Eadem ratione angulus a d b, duplus erit ad angulum d b c: ergo duo anguli c d b & a d b, dupli sunt ad totalem angulum a b c: sed ipsi sunt æquales duobus rectis per 13 primi: erit igitur angulus a b c totalis, medietas duorũ rectorum, quare rectus: quod est primum propositum.

IDEM *aliter*. Protrahatur c b usq; ad e, eritq; per 32 primi, angulus a b e, æqualis duobus angulis a & c, & quia angulus a est æqualis a b d, & angulus c angulo c b d: erit angulus a b e æqualis totali angulo a b c: ergo uterq; eorum est rectus per diffinitionem. Secundum sic pater. Sit in circulo a b c, cuius centrum d, portio a b c cuius chorda a c, maior semicirculo: & fiat super eius circunferentiam angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico illum angulum esse minorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea e b, eritq; per primam partem huius b totalis, rectus: quare angulus a b c, erit minor recto per 9 communem scientiam, cum sit pars eius, sicq; patet secundum. Tertium sic: Sit rursus in circulo a b e, cuius centrum d, portio a b c cuius chorda a c, quę sit semicirculo minor; & fiat super eius circunferentiam angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico hunc angulum esse maiorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea b e, eritq; per primam partem huius, angulus a b e rectus, quare angulus a b c erit maior recto, quod est

tertium propoſitum. Quartum & quintum ſic. Sint in circulo a b c d cuius centrum e, portio a b c, cuius chorda a c maior ſemicirculo: & portio a d c cuius eadem chorda a c minor ſemicirculo. Dico angulum contentum ab arcu c b a & chorda a c, eſſe maiorem recto: & angulum contentum ab arcu c d a & chorda a c, eſſe minorem recto. Producatur diameter c e b, & linea b a, uſque ad f, eritq; per primam partem huius, angulus b a c rectus, quare per 13 primi, angulus f a c, eſt ſimiliter rectus. Quia igitur angulus rectus eſt pars primi, & ſecundus pars recti: euidenter patet utrumque, quare tota liquet hæc pentamembris concluſio.

CAMPANI *additio.*

Ex iſtis duabus ultimis partibus, nota inſtantiam contra illas duas argumentationes, ad quas tulimus inſtantiam in 15 huius. Tranſitur enim ab angulo portionis ſemicirculo minoris, qui eſt minor recto (per ultimam partem huius) ad angulum portionis ſemicirculo maioris, qui eſt maior recto per penultimam partem huius, non tamen per æquale. Cum enim omnis portio circuli ſit aut ſemicirculus, aut maior ſemicirculo aut minor, ſit autē tam angulus ſemicirculi per ſecundam partem 15, quàm angulus portionis minoris per ultimam partem huius minor recto, portionis uerò maioris ſit maior recto: non tamen erit alicuius portionis angulus, nec ſimpliciter aliquis contentus à circunferentia & linea recta, aut rectus aut æqualis recto. Quod ut clarius pateat: ſit in circulo a b c cuius centrum d, linea a b cui non ſit determinatus finis ex parte b, ſecans ex ipſo b portionem ſemicirculo minorem: eritq; per ultimam partem huius, minor recto. Huius circuli ſit diameter a d c, & imaginetur linea a b, moueri ad partem c ſuper punctum a: quæ quandiu fuerit citra c, uel in ipſo c, cooperiens diametrum a d c: faciet cum arcu angulum minorem recto. In omni autem puncto ultra c, uelut in e: faciet per penultimam partem huius, angulum maiorem recto. Tranſitur ergo à minori ad maius, non per æquale. *Et ſicut in rectilineis* angulis eſt reperire maiorem angulo ſemicirculi & minorem, nō tamen æqualem, ut demonſtratum eſt in 15 huius: ſic in angulis portionis eſt reperire maiorem recto & minorem, non tamen æqualem, ut patet ex iſta demonſtratione.



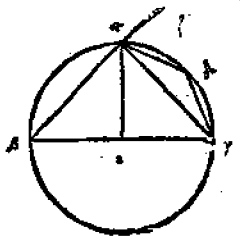
Euclid. ex Zamb. Theorema 27. Propoſitio 31.

In circulo angulus qui in ſemicirculo eſt, rectus eſt: qui autē in maiore ſegmento, minor recto: qui uerò in minore ſegmēto, maior eſt recto. Et inſuper angulus maioris ſegmenti, recto quidem maior eſt: minoris autem ſegmenti angulus, minor eſt recto. 31

THEON *ex Zamb. Sit circulus α β γ Δ: dimetiens autem eius ſit δ γ, centrum uerò ε. Sumaturq; in ſemicirculo ſignum utcunq;, ſitq; illud Δ & coniungātur β α, α γ, α Δ & Δ γ. Dico quòd angulus in β α γ ſemicirculo, rectus eſt. Angulus autem in α β γ ſegmento maiore ſemicirculo, qui eſt ſub α β γ, recto minor eſt. Angulus uerò in α Δ γ minore ſemicirculo ſegmēto, qui eſt ſub α Δ γ, recto maior eſt. Coniungatur α ε, et extendatur β α in ζ. Et quoniā æqualis eſt β ε ipſi ε α, ex centro enim in circunferētiam: æqualis eſt angulus ε α β angulo ε β α (per 5 primi) Rurſus quoniam æqualis eſt α ε ipſi ε γ, æqualis eſt per eandem angulus qui ſub α γ ε ei qui ſub γ α ε. Totus igitur angulus β α γ duobus angulis α β γ & α γ β eſt æqualis. Angulus autem qui ſub ζ α γ extra ipſum triangulum α β γ: duobus angulis α β γ & α γ β eſt æqualis, per 32 primi. Aequalis igitur eſt angulus β α γ, angulo ζ α γ: rectus igitur uterq; eſt. In ſemicirculo igitur δ α γ, angulus qui ſub δ α γ, rectus eſt. Et quoniā trianguli α δ γ, duo anguli α β γ & β α γ (per 17 primi) duobus rectis ſunt minores, angulus autē β α γ rectus eſt: angulus igitur qui ſub α β γ, recto minor eſt, & eſt in ſegmēto α δ γ, maiore ſemicirculo. Et quoniā in circulo ineſt quadrilaterū α δ γ Δ, in circulis autem quadrilaterorum conſiſtentium (per 22 tertij) anguli qui ex oppoſito duobus rectis ſunt æquales: anguli igitur α β γ & α Δ γ, per eandem duobus rectis ſunt æquales. At angulus α β γ recto minor eſt. Reliquus igitur angulus α Δ β, maior eſt recto, & in ſegmento minore ſemicriculo eſt. Dico iam etiam quòd angulus ſegmenti maioris, comprehenſus ſub α β γ circunferentia & α γ recta linea, recto maior eſt: angulus autem minoris ſegmenti comprehenſus ſub α Δ γ circunferentia & α γ recta linea, recto eſt minor, manifeſtumq; illinc eſt. Quoniam enim angulus comprehenſus ſub β α & α γ rectis lineis, rectus eſt: angulus igitur comprehenſus ſub α β γ circunferentia & α γ recta linea, maior eſt recto: quoniam totum ſua parte maius eſt (per 9 cōmunem ſententiam) Rurſus quoniā angulus cōprehenſus ſub α γ & α ζ rectis lineis, rectus eſt: angulus igitur ſub γ α recta linea et α Δ γ circūferentiam cōprehenſus, recto minor eſt. In circulo igitur angulus in ſemicirculo exiſtēs, rectus eſt: qui uerò in maiore ſegmēto, recto eſt minor: in minori autē, recto eſt maior.*

Et inſuper

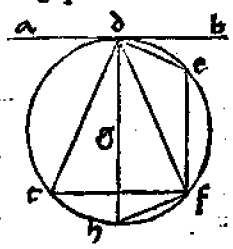
Et insuper angulus maioris segmẽti, maior est recto: minoris autẽ segmẽti, recto minor: quod demõstrasse oportuit. ALIA ostensio, quòd angulus qui sub β α γ rectus est. Quoniam *angulus α ι γ, eius qui sub β α ι duplus est (per 32 primi) æqualis nanq; est duobus interioribus ex opposito: interiores autẽ (per 5) sunt æquales: angulus autem α ι β eius qui sub ι α γ duplus est: anguli igitur α ι β et α ι γ, ipsius β α γ, dupli sunt. Sed anguli α ι β & α ι γ, duobus rectis sunt æquales. Angulus igitur qui sub β α γ, rectus est: quod erat demonstrandũ.* CORRELA. *Hinc manifestum est, q; si trianguli angulus unus, reliquis duobus æqualis fuerit rectus est: eo quod illi contiguus (qui scilicet producto latere extra triangulũ fit) eisdem est æqualis. sed quando utrobiq; æquales fuerint, recti sunt.*



Euclid. ex Camp. Propositio 31.

31 Si circulũ linea recta cõtingat, & à cõtactu in circulũ quædam circulũ secãs recta linea, præter centrũ ducatur, quousq; duos angulos cũ cõtingẽte facit, duob. angulis q in alternatis circuli sup arcus cõsistũt portionib. æquales sunt.

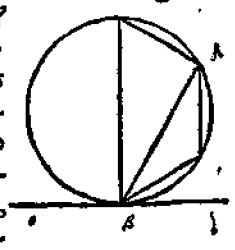
CAMPANVS. Si recta linea a b, contingens circulum c d e f, cuius centrum g, in puncto d: à quo d ducatur in circulũ præter centrum, linea d f, secans ipsum: fiant; q; angulus, d c f, consistens super arcum portionis d c f, ductis lineis c d & c f: & angulus d e f consistens super arcum portionis d c f, ductis lineis e d & e f. Dico angulo c, esse æqualem angulum b d f: & angulo e, angulum a d f. Ducantur enim, diameter d g h & linea f h: erit; q; per 17 huius, d h, perpendicularis super a b: & per primam partem præmissæ, angulus d f h, rectus. Quare duo anguli a d h & d f h, sunt æquales. Posito ergo cõmuni angulo h d f: erit angulus a d f, æqualis duobus angulis, qui sunt d f h, & h d f: sed hi duo cũ angulo h, sunt æquales duobus rectis, per 32 primi: ergo angulus a d f cum angulo h, æquales duobus rectis. Sed angulus a d f cũ angulo b d f: æquivalet duobus rectis per 13 primi: ergo angulus b d f, est æqualis angulo h: ergo & angulo c, per 20 huius: & hoc est primum. Et quia duo anguli c & e sunt æquales duobus rectis, per 21 huius erit angulus e æqualis angulo a d f: quod est secundum. Vel illud secundum sic. Angulus a d f cum angulo h æquivalet duobus rectis, ut præmonstratum est: sed angulus e cum angulo h, æquivalet duobus rectis, per 21 huius: ergo angulus e est æqualis angulo a d f: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 28. Propositio 32.

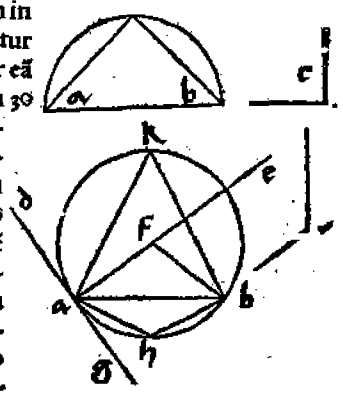
32 Si circulũ tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem ducta fuerit quędam recta linea, circulum secans: anguli quos efficit ad tangẽtẽ, æquales sunt eis qui in alternis circuli segmẽtis cõsistunt angulis.

THEON ex Zamb. *Circulum enim α β γ Δ, tangat recta linea quædam ι ζ in β signo: & à signo β, ducatur recta linea quædam in circulum α β γ Δ, eum secans, sitq; β Δ. Aio quòd anguli quos β Δ simul cum ι ζ tangente conficit angulis qui sunt in alternis segmentis circuli sunt æquales, hoc est quod angulus ζ β Δ, æqualis est angulo existenti in β α Δ segmento: & angulus ι β Δ, æqualis est angulo existenti in β γ Δ segmento. Excitetur enim (per 11 primi) ab ipso β, ipsi ι ζ ad rectos angulos β α. Sumaturq; in β Δ circunferentia, signum utcunq;: sitq; illud γ, & connectatur α Δ, Δ γ, & γ β. Et quoniam circulum α β γ Δ, quædam recta linea tangit ι ζ in β, & ex β contactu ducta est ipsi contingenti ad angulos rectos β α: in ipsa β α igitur centrum est circuli α β γ Δ (per 19 tertij.) Angulus igitur α Δ β in semicirculo existẽs (per 31 tertij) rectus est. Reliqui igitur anguli β α Δ & α β Δ, uni recto sunt æquales. Angulus aũt α β ζ, rectus est. Angulus igitur qui sub α β ζ, est æqualis eis qui sunt sub β α Δ & α β Δ angulis. Communis auferatur angulus α β Δ. Reliquus igitur angulus Δ β ζ, æqualis est angulo β α Δ existenti in alterno segmento circuli. Et quoniam in circulo quadrilaterum est α β γ Δ, anguli ex opposito duobus rectis sunt æquales (per 22 tertij) anguli igitur Δ β ζ & Δ β ι, eis qui sunt sub β α Δ & β γ Δ anguli sunt æquales. Quorum angulus β α Δ, ostensum est quòd æqualis est ipsi Δ β ζ angulo. Reliquus igitur angulus qui sub Δ β ι, angulo Δ γ β, in alterno segmẽto Δ γ β existenti est æqualis. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem in circulum ducta fuerit aliqua recta linea circulum secans, anguli quos efficit ad tangentem, ijs qui in alternis circuli segmentis cõsistunt angulis æquales: quod erat demonstrandum.* Euclid. ex Camp. Propositio 32.



SVper datam lineam, circuli portionem deſcribere: capiẽtem angulum dato angulo æqualem, ſeu rectum, ſeu maiorem, ſeu minorem recto. 32

CAMPANVS. Sit a b linea data, & c datus angulus. Super li neam a b uolo deſcribere unam circuli portionem, recipientem in circunferentia rectilineum angulum æqualem angulo c. Si igitur fuerit angulus c, rectus: diuiſa a b per medium, deſcribam ſuper eã ſemicirculum, factumq; erit propoſitum, per primam partem 30 huius. Si autem ſit obtuſus, ducam lineam d a cum linea b a, cõtinentem æqualem angulum angulo c: & à puncto a ducam li neam a e perpendicularem, ſuper lineam a d. Et ſuper punctum b faciam angulum per 23 primi æqualem angulo e a b, in quo obtuſus excedit rectum, ducta linea b f uſq; ad perpendicularẽ a e: eruntq; per 6 primi lineæ f a & f b æquales. Facto itaq; puncto f centro circuli, deſcribam ſecundum quantitatem lineæ f a circulum a h b: eritq; per correlarium 15 huius linea a d, contingens circulum: quare per præmiſſam, angulus qui fit in portio ne a h b, eſt æqualis d a b, quare & angulo c, quod eſt propoſitum.

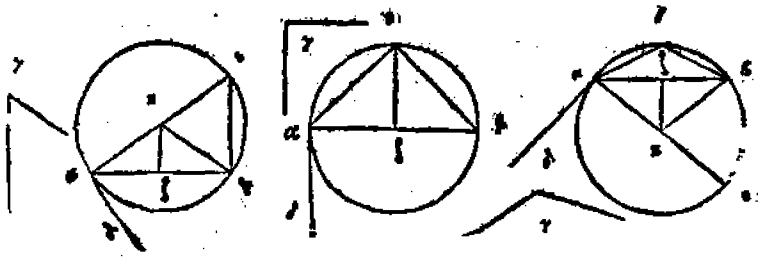


Si autem angulus c ſit acutus: producam lineam a g, continentem cum linea a b, angulũ æqualem angulo c, & à puncto a ducam a e, perpendicularem ad lineam a g: & ſuper punctum b faciam angulum æqualem angulo e a b, in quo rectus excedit acutum, ducta linea b f uſque ad perpẽdicularem a e, eruntq; per 6 primi, lineę f a & f b æquales. Facto itaq; puncto f, centro cir culi, deſcribam ſecundum quantitatem lineę f a, circulum a k b: eritq; per correlarium 15 huius, li nea a g contingens circulũ: quare per præmiſſam, angulus qui fit in portione a k b, eſt æqualis angulo g a b, quare & angulo c, quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 5.* *Propoſitio 33.*

Super data recta linea, deſcribere ſegmentum circuli capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo. 33

THEON *ex Zãb.* *Sit data recta linea α β, datus uerò angulus rectilineus ſit γ: oporet iam ſuper data recta linea α β, deſcribere ſegmentum circuli ſuſcipiens angulum æqualẽ ipſi angulo qui ad γ. An*

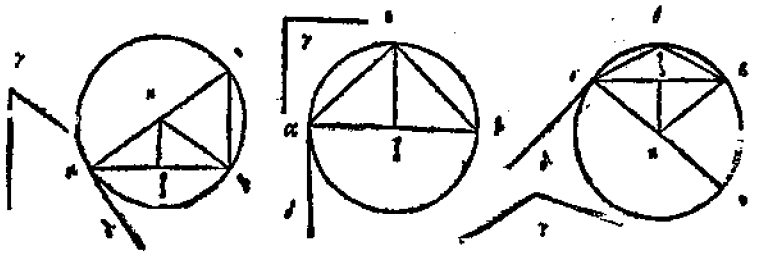


gulus igitur qui ad γ, aut eſt acutus, aut rectus, aut obtuſus. Sit primum acutus, ſicut in prima deſcriptione, & cõſtituatur (per 23 primi) ad α β rectam lineam, & in ea ſignũ α, ipſi angulo γ æqualis angulus δ α β. An gulus igitur δ α β, acutus eſt. Excitetur (per 11 eiuſdẽ) igitur ipſi α δ ad angulos rectos α ε, ſeceturq; (per 10 primi) biſariã α β, in ſigno ζ. Et à ſigno ζ, ipſi α β ad angulos rectos excitetur ζ η (per 12 eiuſdẽ) & con nectatur η β. Et quoniã æqualis eſt α ζ ipſi ζ β, igitur cõmunis autem ζ η: duæ α ζ & ζ η, duab. ζ β & ζ η ſunt æquales, & angulus qui ſub α ζ η (per 4 poſtulatũ) æqualis eſt ei qui ſub η ζ β. Baſis igitur α η (per 4 eiuſdẽ) baſi η β eſt æqualis. Centro igitur η, ſpacio uerò η α (per 3 poſtulatũ) circulus deſcriptus: ueniet etiam per β, deſcribatur, & ſit α β ε, & cõnectatur ε β. Quoniã igitur ab extremitate ipſius α ε diametri, ad α ſigno ipſi α ε ad angulos rectos eſt α δ: igitur α δ tangit circulũ α β ε (per correlarium 16 tertij.) Et quoniam cir culum α β ε tangit quædã recta linea α δ, & ab α contactu in ipſum circulũ α β ε ducta eſt recta linea quædã α β: angulus igitur δ α β (per 32 eiuſdẽ) angulo α ε β exiſtenti in alterno circuli ſegmento eſt æqualis. Sed angulus δ α β, ei qui eſt ad γ angulo eſt æqualis. Angulus igitur qui ad γ, æqualis eſt ei qui ſub α ε β eſt angu lo. Super data igitur recta linea α β, ſegmentũ circuli deſcriptum eſt, ſuſcipiens angulũ α ε β æqualẽ dato

Aliter *angulo qui ad γ. Sed iam rectus ſit angulus qui ad γ, & * opportunũ ſit: rurſus ſuper α β deſcribere ſegmẽ tum circuli ſuſcipiens angulũ æqualẽ ei qui eis ad γ recto. Cõſtituatur enim rurſus ad ipſam α β rectam li neam, ad ſignumq; in ea α: dato angulo rectilineo γ æqualis angulus qui ſub ε α δ (per 23 primi) ſicut in ſe cunda habetur deſcriptione. Seceturq; (per 10 primi) α β, biſariã in ζ, & cẽtro ζ, ſpacio uerò ζ α aut ζ β: cir culus deſcribatur α ε β (per 3 poſtulatũ) Tangit igitur recta linea α δ, circulũ α ε β: quoniã angulus qui ad α,*

rectus

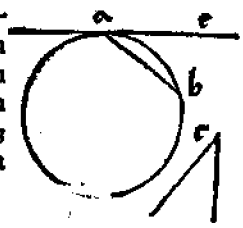
rectus eſt. Et angulus β α Δ æqualis eſt angulo qui eſt in ſegmẽto α ε ϛ: γ rectus etenim & ipſe eſt qui in ſemicirculo exiſtit (per 31 tertij.) Sed angulus ϛ α Δ, ei qui ad γ eſt ãgulo æqualis eſt. Deſcriptum eſt



igitur iterũ ſuper α β, ſegmentum circuli α ε ϛ, capiens angulũ æqualem ei qui ad γ eſt angulo. Sed iã eſto angulus qui ad γ obtuſus, & cõſtituatur ei iterũ ad α β rectam lineam & ad α ſignum: æqualis angulus β α Δ (per 23 primi) ſicut habet tertia deſcriptio, & ipſi α Δ: ad angulos rectos (per 11 eiuſdẽ) excitetur α ε, ſecetúrq; rurſus α β bifariã in ſigno ζ (per 10 eiuſdem) & ipſi α β ad angulos rectos excitetur ζ η (per 11 eiuſdem) & connectatur η β. Et rurſus quoniã æqualis eſt α ζ ipſi ζ β, & cõmunis ζ η: duæ igitur α ζ & ζ η, duabus β ζ & ζ γ ſunt æquales: & angulus α ζ η (per 4 poſtulatum) angulo ϛ ζ η eſt æqualis: baſis igitur α η (per 4 eiuſdem) baſi β η eſt æqualis. Centro igitur η, ſpacio autem η α (per 3 poſtulatũ) circulus deſcriptus, tranſibit per ϛ, tranſeat ſicut α β ε. Et quoniam ab extremitate α ε dimetientis, ad angulos rectos excitata eſt α Δ: igitur (per correl. 16 tertij) α Δ tangit ipſum circulum α ε β, & à cõtactu α extẽditur α β. Angulus igitur β α Δ (per 32 eiuſdem) æqualis eſt angulo α θ β exiſtenti in alterno ſegmento circuli. Sed angulus β α Δ, ei qui eſt ad γ eſt æqualis. Igitur angulus qui eſt in α θ β ſegmento, æqualis eſt, ei qui eſt ad γ angulo. Super data igitur recta linea α β, deſcriptum eſt ſegmentum circuli α θ β capiens angulum æqualem ei qui ad γ eſt angulo, quod feciſſe oportuit. Euclid. ex Camp. Propoſitio 33.

33 # Dato circulo, dato angulo æquum angulum capientem, portionem abſcindere.

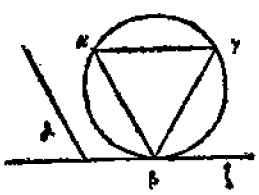
CAMPANVS. Sit a b datus circulus, & c datus angulus: uolo ergo à circulo a b, abſcindere portionem unam capientem æqualem angulum angulo c. Produco lineam d a e, contingentem datum circulum in puncto a, à quo duco in circulum lineam a b, continentem cum linea a e, angulum æqualem angulo c. eritq; per 31 huius, portio a b exiſtens à parte lineæ a d, recipiens angulum æqualem angulo c: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Problema 6. Propoſitio 34.

34 # A dato circulo, ſegmẽtum abſcindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

THEON ex Zamb. Eſto datus circulus α β γ: datus uerò angulus rectilineus qui ad Δ: oportet iam ab α ϛ γ circulo, ſegmentum abſcindere, capiens angulum æqualem ei qui ad Δ eſt angulo. Excitetur enim (per 17 tertij) linea tangens circulũ: ſitq; illa ε ζ, & tangat in β ſigno. Et cõſtituatur (per 23 primi) ipſi ε ζ rectæ lineæ, & in ea ſigno ϛ, angulo qui ad Δ, æqualis angulus ζ β γ. Quoniam igitur circulum α β γ tangit quædam recta linea ε ζ & in ϛ, & à contactu β ducta eſt β γ: angulus igitur ζ β γ (per 32 tertij) æqualis eſt angulo β α γ conſiſtenti in alterno ſegmento. Sed angulus ζ ϛ γ, ei qui eſt ad Δ eſt æqualis. Igitur angulus exiſtens in ϛ α γ ſegmento, æqualis eſt ei qui eſt ad Δ angulo. A dato igitur circulo α β γ ſegmentũ abſciſſum eſt ϛ α γ, capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo: quod feciſſe oportuit.



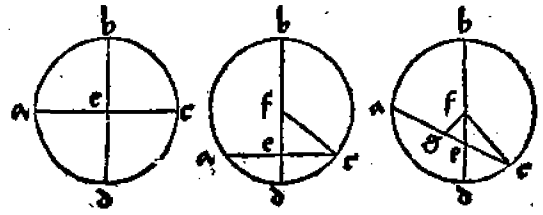
Euclid. ex Camp. Propoſitio 34.

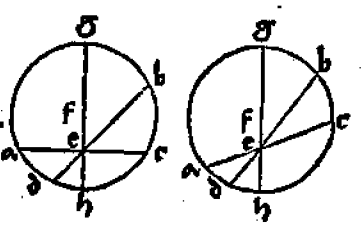
35 # Si intra circulũ duæ rectę lineę ſeſe inuicẽ ſecẽt, quod ſub duabus partib. unius earũ procedit, æquũ eſt ei rectangulo quod ſub duab. alterius lineę partibus continetur.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a c & b d, ſecantes ſe in circulo a b c d, ſuper punctum e. Dico quòd illud rectangulum quod fit ex a e in e c, æquum eſt ei quod fit ex b e in e d. Aut enim ambæ lineæ a c & b d tranſibunt per centrum circuli: aut altera tantùm, aut neutra. Quòd ſi ambæ tranſeant per centrum, erit e centrum circuli, omnesq; quatuor lineæ æquales: quare liquet propoſitum. Quod ſi altera earum tantùm tranſit per centrum, ſit illa b d, centrumq; circuli ſit f. Aut ergo b d ſecabit a c per æqualia,

aut

aut per inæqualia. Secet ergo primò per æqualia, eritq; per primam partem tertij huius, secans eam orthogonaliter. Ducatur itaque linea f c, eritq; per 5 secundi, quod fit ex b e in e d cum quadrato e f, æquale quadrato lineæ f d: quare & quadrato lineæ f c: ergò per penultimam primi, & quadratis duarum linearum f e & e c. Dempto ergo utrinq; quadrato e f, erit quod fit ex b e in e d, æquale quadrato lineæ e c: & quia e c est æqualis a e, per 46 primi patet propositũ. Quòd si b d transiens per centrum, secat a c per inæqualia, à centro f ducatur f g perpendicularis ad a c: eritq; per secundam partem tertij huius a g, æqualis g c: & ducatur linea f c. Eritq; per 5 secundi, quod fit ex b e in e d cum quadrato e f (Et ideo per penultimam primi cum quadratis duarum linearum f g & g e, propter id quòd angulus f g e est rectus) æquale quadrato lineæ d f, & ideo lineæ f c, propter quod per penultimam primi & quadratis duarum linearum f g & g c. Dempto ergo utrinque quadrato lineę f g, erit quod fit ex b e in e d cum quadrato lineæ g e, æquale quadrato lineæ g c: sed per 5 secundi, quod fit ex a e in e c cum quadrato lineę g e: est æquum ei quod fit ex g c quadrato. Dempto igitur utrinque quadrato lineę g e, erit quod fit ex b e in e d, æquale ei quod fit ex a e in e c. quod est propositum. Quòd si neutra earum trãsit per centrum, siue altera diuidat alteram per æqualia siue per inęqualia, producam lineam g f e h diametrum circuli transeuntem per punctum sectionis earum. Et si altera diuidat alteram per æqualia: ut b d ipsam a c, tunc g h diuidit etiam a c per æqualia: ergo orthogonaliter per tertiam huius: ergo per secundum modum huius conclusionis, quod sit ex g e in e h: æquum est ei quod fit ex a e in e c: & per tertium modum huius quod fit ex g e in e h, æquum est ei quod fit ex b e in e d: ergo quod fit ex a e in e c, æquũ est ei quod fit ex b e in e d, quod est propositum. At si neutra diuidat alteram per æqualia, erit per tertium modum huius conclusionis, quod fit ex g e in e h, æquale utriq; eorum quæ fiunt ex a e in e c & b e in e d. Quare unum eorum erit æquale alteri, quod est propositum.

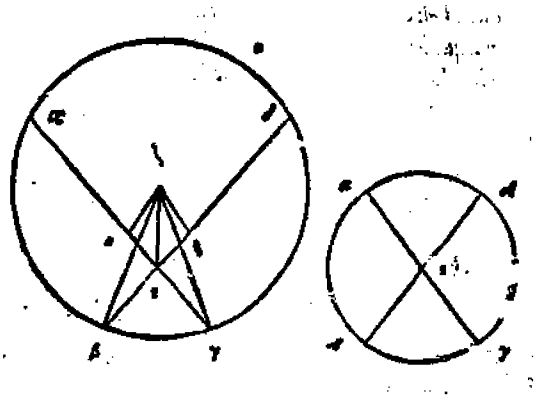




Euclid. ex Zamb. Theorema 29. Propositio 35.

Si in circulo duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint, rectangulũ comprehensum sub segmentis unius, æquum est ei quod sub segmentis alterius comprehenditur rectangulo. 35

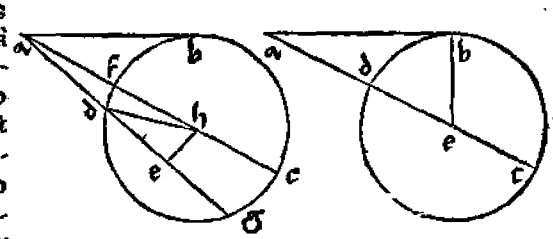
THEON ex Zamb. *In circulo enim α β γ δ, duæ rectæ lineæ α γ et β δ sese inuicẽ secent in signo ε. Dico quòd rectangulum cõprehensum sub α ε & ε γ, æquum est rectãgulo comprehẽso sub δ ε & ε β. Si enim α γ et β δ per centrũ sunt, ut ε centrum sit circuli α β γ δ, manifestũ est quòd cùm α ε, ε γ, δ ε & ε β sunt æquales, rectangulũ comprehẽsum sub α ε & ε γ, æquũ est ei quod comprehenditur sub δ ε & ε β rectãgulo. Sint iam α γ, & δ β, nõ extensæ per centrũ, & sumatur centrum circuli α β γ δ: sitq; illud ζ (per primam tertij) & ab ζ in α γ & δ β rectas lineas ducantur (per 12 primi) perpendiculares ζ η & ζ θ: & connectantur ζ β, ζ γ, & ζ ι. Et quoniam (per tertiam tertij) recta linea quædam per centrum extensa ζ η, quandam rectam lineam non per centrũ transeuntem α γ ad angulos rectos secat, etiam bifariam eam secabit: æqualis igitur est α η ipsi η γ. Et quoniam recta linea α γ dissecta est in æqualia in η, in inæqualia autem in ε: rectangulum igitur comprehensum sub α ε & ε γ unà cum eo quod fit ex ε η (per 5 secundi) quadrato, æquum est ei quod fit ex η γ. Commune apponatur id quod fit ex η ζ. Quod fit igitur sub α ε & ε γ unà cum ijs quæ fiũt ex ε η & η ζ, æquũ est eis quæ fiũt ex ε η & η ζ.*



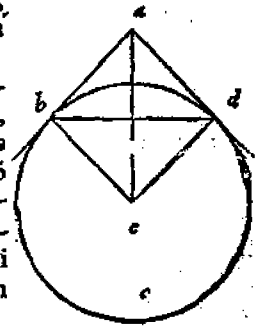
& n ſ. Sed eis quæ fiunt ex ε n, & n ſ, æquum eſt id quod fit ex ſ ε, (per 47 primi) eis autem quæ fiunt ex γ n & n ſ, æquum eſt id quod fit ex ſ γ (per eandem.) Quod igitur continetur ſub α ε, & ε γ, unà cum eo quod fit ex ſ ε, æquum eſt ei quod fit ex ſ γ. Aequalis autem eſt ſ γ, ipſi ſ β. Et centro enim in circunferentiam. Quod continetur igitur ſub α ε & ε γ, unà cum eo quod fit ex ε ſ, æquum eſt ei quod fit ex ſ β. Et per hoc quod continetur ſub Δ ε, & ε β, unà cum eo quod fit ex ſ ε, æquum eſt ei quod fit ex ſ β. Quod continetur igitur ſub α ε & ε γ, unà cum eo quod fit ex ſ ε, æquum eſt ei quod fit ex ſ β. Quod fit igitur ſub α ε & ε γ, unà cum eo quod fit ex ſ ε, æquum eſt ei quod continetur ſub Δ ε & ε β, unà cum eo quod fit ex ſ ε. Commune auferatur id quod fit ex ſ ε. Reliquum igitur rectangulum comprehenſum ſub α ε & ε γ, æquum eſt rectangulo comprehenſo ſub Δ ε & ε β. Si in circulo igitur duæ rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint, rectangulum comprehenſum ſub ſegmentis unius, æquum eſt rectangulo comprehenſo ſub ſegmentis alterius, quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 35.*

85 SI extra circulum punctus ſignetur, ab eo autem ad circulum alia linea ſecans, alia cõtingens, duæ rectæ lineæ ducantur: quod ſub tota ſecante atque parte ſui extrinſeca continetur, æquum eſt ei quadrato quod ex contingente linea deſcribitur.



CAMPANVS. Sit a punctus ſignatus extra circulum b c d, cuius centrum e, à quo ducantur ad circulum, duæ rectæ lineæ a b contingens, & a d c, ſecans. Dico quòd illud quod fit ex a c in d a, æquũ eſt quadrato lineæ a b. Aut enim a d c, tranſit per centrum, aut non. Tranſeat ergo primò per centrum, quod eſt e, & ducatur linea e b, quę per 17 huius, perpendicularis erit ſuper lineam a b. Et quia linea d c diuiſa eſt per æqualia in puncto e, & eſt ei addita linea d a, erit per ſextam ſecundi, quod fit ex c a & a d cum quadrato lineę e d, & ideo cum quadrato lineę e b: æquale quadrato lineę e a: & ideo per penultimam primi, æquale quadratis duarum linearũ e b, & b a, propter id quod angulus b eſt rectus. Dempto ergo utrinq; quadrato e b, erit quod fit ex c a, in a d, æquale lineę a b, quod eſt propoſitum. Quòd ſi linea a d c non tranſit per centrum, ſumatur a f e g, tranſiẽs per centrum, & ducantur lineæ e d & e h, & ſit e h, perpendicularis ad a d c, eritq; per 3 huius, d h, æqualis h c. Quia ergo linea d c diuiſa eſt per æqualia in puncto h, & addita ſibi linea a d, erit per 6 ſecundi, quod fit ex c a, in a d, cum quadrato d h: æquale quadrato lineæ a h. Ergo addito utrinq; quadrato h e erit quod fit ex c a in a d, cum quadratis duarum linearum d h & h e, & ideo per penultimam primi cum quadrato d e, propter id quod angulus h, eſt rectus, & ideo cum quadrato e f, propter id quod e d & e f ſunt æquales, æquale quadratis duarum linearũ a h, & h e, & ideo per penultimam primi quadrato lineæ a e. Sed per ſextam ſecundi, quod fit ex g a, in a f, cum quadrato f e, æquale eſt quadrato lineæ a e. Quia ergo utrunq; eorum quæ fiunt ex c a, in a d, & ex g a in a f, cum quadrato lineæ f e, eſt æquale quadrato lineæ a e, ipſa erunt inter ſe æqualia. Dempto ergo utrinque quadrato lineæ e f, erit quod fit ex c a in a d, æquale ei quod fit ex g in a f. Sed id quod fit ex g a in a f, eſt æquale quadrato lineæ a b, per præmiſſum modum huius. Ergo quod fit ex c a, in a d eſt æquale quadrato lineæ a b: quod eſt propoſitum.

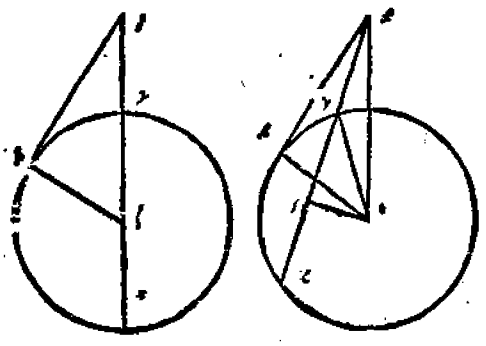


CAMPANI *additio.* Et ex hac nota, quòd puncto extra circulum ſignato, ſi ab ipſo ad circulũ quodlibet ſecantes lineæ ducantur, rectangula quæ continentur ſub totis & earum portionibus extrinſecis adinuicem ſunt æqualia, quoniam omnia ſunt æqualia quadrato lineę cõtingentis. Nota etiam, quòd ſi à quolibet puncto extra circulũ ſignato duæ lineæ contingentes ad circulum ipſum ducantur, ipſæ erunt adinuicem æquales. Erit enim quadratum utriuſque earum, æquale ei quod fit ex linea ſecante ab ipſo puncto, ducta in circulum in partem eius extrinſecam. Hoc autem euidentius patet per penultimam primi.

Sit a punctus signarus extra circulum b c d, cuius centrum e, & ab ipso a ducantur duę lineæ a b & a d, contingentes circulum in punctis b d. Dico ipsas esse æquales. Producam enim lineas e a, e b, & e d. eritq; per 17 huius uterque angulorum b & d, rectus. Quare per penultimam primi, quadratum a e, erit æquale duobus quadratis duarum linearum a b & b e, similiter quoq; & duobus duarum a d & d e. Quare quadrata duarum linearum a b & b e, sunt æqualia quadratis duarum a d & d e. Et quia quadrata duarum quæ sunt b e & e d sunt æqualia, erunt quadrata duarum quæ sunt a b & a d æqualia: ergo est a b, æqualis a d, quod est propositum. Aliter etiam. Ducatur linea b d, eritq; per 5 primi, angulus e b d, æqualis angulo e d b, propter id quod linea e b, est æqualis lineę e d. Et quia uterq; duorum angulorum b & d est rectus, erit per communem scientiam angulus a b d residuus, æqualis angulo a d b residuo: per sextam ergo primi, est linea a b, æqualis lineæ a d.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 30.* *Propositio 36.*

Si extra circulum sumatur signum aliquod, ab eoq; in circulũ ca- 36
dant duæ rectæ lineæ, & earum altera circulum dispescat, altera uerò tangat, quod sub tota dispescente & extrinsecus sumpta inter signum & curuam circunferentiam comprehenditur rectangulum, æquum est ei quod fit ex tangente quadrato.



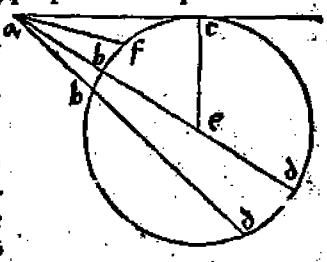
THEON ex Zamb. *Extra circulum igitur α β γ, sumatur signũ aliquod, sitq; illud Δ, & ab ipso Δ in circulum α β γ, cadant duæ rectæ lineæ Δ γ α, & Δ β, secet autem circulum α β γ, recta linea Δ γ α, et β Δ, tangat. Dico quòd rectangulũ comprehensum sub α Δ & Δ γ, æquũ est ei quod fit ex β Δ, quadrato. Recta linea Δ γ α, aut est per centrum extensa, aut non. Sit primũ extensa per centrum, sitq; (per 1 tertij) ζ centrum circuli α β γ, & coniungatur ζ β. Angulus igitur ζ β Δ, rectus est. Et quoniam recta linea α γ bifariam dissecta est in γ, adiacetq; ei recta linea γ Δ, quod cõtinetur igitur (per 6 secundi) sub α Δ & Δ γ, unà cũ eo quod fit ex ζ γ, æquũ est ei quod fit ex ζ Δ. Aequalis autẽ est ζ γ, ipsi ζ β, ex centro enim in circunferentiam. Quod continetur igitur sub α Δ, & Δ γ, unà cum eo quod fit ex ζ β, æquum est ei quod fit ex ζ Δ. Aequum autem est id quod fit ex ζ Δ, eis quæ fiunt ex ζ β, & β Δ, (per 47 primi) rectus enim est angulus qui est sub ζ β Δ. Quod igitur continetur sub α Δ, & Δ γ, unà cum eo quod fit ex ζ β, æquum est eis quæ fiũt ex ζ β, & β Δ. Commune auferatur id quod fit ex ζ β. Reliquũ igitur quod sub α Δ, & Δ γ, æquum est ei quod fit ex Δ β, tangente. Sed recta linea Δ γ α, non sit extẽsa per centrum circuli α β γ. Sitq; (per primam tertij) ε centrũ circuli α β γ, & ab ε, in α γ, (per 12 primi) perpendicularis ducatur ε ζ, & connectantur ε β, ε γ, & ε Δ, rectus igitur est angulus ε ζ Δ. Et quoniam recta linea quædam per centrum extensa ε ζ, (per 3 tertij) rectam lineam quandã non extensam per centrũ α γ, ad angulos rectos secat, etiã bifariàm eam secat. Igitur α ζ, ipsi ζ γ, est æqualis. Et quoniam recta linea α γ, bifariàm diuiditur in ζ signo, adiacet autem ei γ Δ, quod igitur continetur sub α Δ & Δ γ, unà cum eo quod fit sub ζ γ, æquum est ei quod fit ex ζ Δ, (per 6 secundi.) Cõmune apponatur quod fit ex ζ ε. Quod igitur continetur sub Δ α, & Δ γ, unà cũ eis quæ fiunt ex ε ζ & ζ ε, & æqualia sunt eis quæ fiunt ex ζ Δ, & ζ ε. Eis autem quæ fiũt ex ζ Δ, & ζ ε, æquũ est id quod fit ex ζ Δ ε, (per 47 primi) angulus nãq; qui est sub ε ζ Δ, rectus est. Eis uerò quæ fiunt ex γ ζ, & ζ ε (per eandem) æquum est id quod fit ex γ ε. Quod igitur continetur sub α Δ, & Δ ε, unà cũ eo quod fit ex ε γ, æquũ est ei quod fit ex ε Δ. Aequalis autem est ε γ, ipsi ε β, ex centro enim in circũferentiam. Quod igitur continetur sub α Δ, & Δ γ, unà cum eo quod fit ex ε β, æquum est ei quod fit ex ε Δ. Ei autem quod fit ex ε Δ, (per 47 primi) æqualia sunt quæ fiũt ex ε β, & β Δ: angulus enim qui sub ε β Δ, rectus est. Quod igitur cõtinetur sub α Δ, & Δ γ, unà cũ eo quod fit ex ε β, æquum est eis quæ fiunt ex ε β, & β Δ. Commune auferatur quod fit ex ε β: reliquum igitur quod continetur sub α Δ & Δ γ, æquum est ei quod fit ex Δ β. Si extra circulum igitur sumatur signum aliquod, & quæ sequuntur reliqua: quod demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 36.*

SI fuerit pũctus extra circulũ signatus, à quo duæ lineę ad 36
circunferentiã ducãtur, altera secãs, altera circunferẽtiæ applicata, fueritq; ęq; ex ductu totius secantis in partẽ sui extrinsecam

extrinsecum æquum ei quod ex ductu applicatæ in seipsam fit, erit linea applicata ex necessitate circulum contingens.

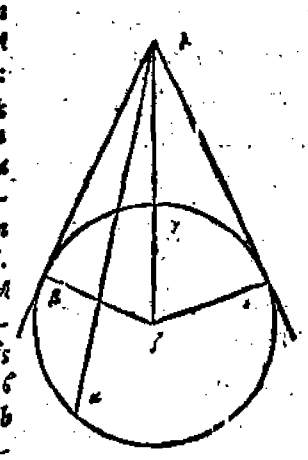
CAMPANVS. Sit a punctus signatus extra circulum b c d, cuius centrum e, à quo ducantur ad circulum linea a b d, secans ipsum, & linea a c, applicata circunferentiæ, & esto ut quod sit ex d a in a b, sit æquale quadrato a c. Dico lineam a c, esse contingentem. Et est hæc conuersa prioris. Si enim non est contingens, sit ergo cõtingens linea a f, eritq; per præmissam quod fit ex d a in a b, æquale quadrato lineæ a f, quare quadratũ lineę a f, est æquale quadrato lineæ a c, ergo a c est æqualis f, quod est impossibile per 8 huius. Erit ergo a c, contingẽs, quod est propositum. Idem ostẽsiuè probabitur. Maneat prior dispositio & hypothesis. Et si linea a b d transit per centrum, ducatur linea c e, erit per 6 secundi, quod fit ex d a in a b, cum quadrato e b, & ideo cum quadrato e c, æquale quadrato a e. Sed quod fit ex d a in a, positũ est æquale quadrato a c: ergo quadratum a c, cum quadrato c e, est æquale quadrato a e: ergo per ultimam primi, angulus c est rectus. Ergo per correlarium 15 huius, linea a c est contingens circulum, quod est propositum. Si autem a b d, non transit per centrum, ducatur à puncto a, linea transiens per centrum. Et quia quod fit ex hac tota in eius partem extrinsecam, est æquale ei quod fit ex d a, in a b, per præmissam, ipsum erit æquale quadrato lineæ a c, quare ut prius a c, erit contingens circulum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 31.* *Propositio 37.* *Conuersa præcedentis.*

37 Si extra circulum sumatur signum aliquod, & ab eo signo in circulum duæ rectæ lineæ cecidérint, & earum altera circulum secet, altera uerò cadat: sit autem quod fit sub tota secante, & extrinsecus sumpta inter signum & curuam circunferentiam æquale ei quod fit ex incidente, incidens circulum tanget.

THEON ex Zamb. *Extra circulum igitur α β γ, sumatur signum, sitq; illud Δ, & ab ipso Δ, in circulum α β γ, incidant duæ rectæ lineæ Δ γ α, & Δ β, & Δ γ α, quidem circulum secet, & Δ β incidat. Sit autem quod continetur sub α Δ, & Δ γ, æquum ei quod fit ex Δ β. Dico quòd Δ β, ipsum tangit circulum α β γ: excitetur enim (per 17 tertij) recta linea contingens circulum α β γ, sitq; illa Δ ε. Sitq; (per primam eiusdem) ζ centrum circuli α β γ, & connectantur ζ ε, ζ β, & ζ Δ. Angulus igitur ζ ε Δ, rectus est. Et quoniam recta linea Δ ε, ipsum circulum α β γ tangit, & recta linea Δ γ α, secat: quod continetur igitur sub α Δ, & Δ γ, æquum est ei quod fit ex Δ ε. Ponitur autem quòd id quod continetur sub α Δ, & Δ γ, æquum sit ei quod fit ex Δ β. Quod igitur fit ex Δ ε, æquum est ei quod fit ex Δ β. Æqualis igitur est Δ ε, ipsi Δ β. Est autem & ζ ε, æqualis ipsi ζ β, ex centro enim in circunferentiam. Duæ iam Δ ε, & ε ζ, duabus Δ β, & β ζ, sunt æquales, & basis earum communis est ζ Δ. Angulus igitur Δ ε ζ, (per 8 primi) angulo Δ β ζ, est æqualis. Rectus autem est angulus Δ ε ζ, rectus igitur est, & qui sub Δ β ζ. Et ζ β ejecta dimetiens est, quæ autem ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos ducitur, circulum tangit (per 16 tertij) Recta linea igitur Δ β, circulum α β γ, tangit. Similiter ostendetur, si centrum super α γ fuerit. Si extra circulum igitur sumatur signum aliquod, & reliqua quæ sequuntur: quod demonstrasse oportuit.*



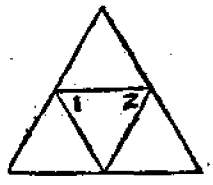
TERTII LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM *Liber quartus.*

Euclid. ex Campano. *Diffinitiones.*

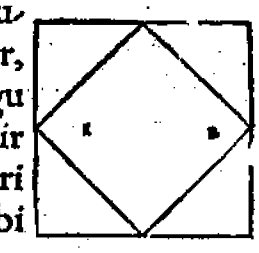


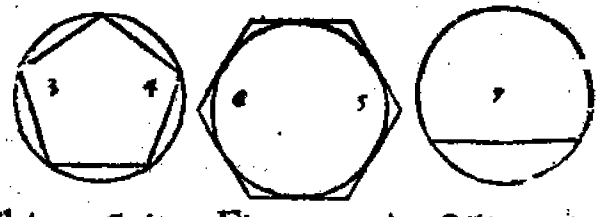
Figura intra figuram dicitur inſcribi, quãdo ea quæ inſcribitur, eius in qua inſcribitur, latera uno quoque ſuorũ angulorũ ab interiore parte contingit. 2 Circunſcribi uerò figura figurę perhibet, quoties ea quidẽ figura eius cui circũſcribitur, omnib. omnes angulos cõtingit.



Ex Zamberto. *Diffinitiones.*

Figura rectilinea in figura rectilinea deſcribi dicitur, quando unuſquiſq; inſcriptæ figuræ angulus, unumquodq; latus eius in qua deſcribitur, tangit. 2 Figura autem ſimiliter circa figuram deſcribi dicitur, quando unumquodq; latus circũſcriptæ, unumquẽq; angulũ eius circũ quẽ deſcribitur, tangit. 3 Figura rectilinea in circulo deſcribi dicitur, quando unuſquiſq; angulus inſcriptæ circuli circunferentiam tangit. 4 Circulus uerò circa figurã rectilineam deſcribi dicitur, quando circuli circunferentia unumquẽq; eius circum quem deſcribitur, angulum tangit. 5 Circulus autem in figura rectilinea deſcribi dicitur, quãdo circuli circũferẽtia unũquodque latus eius, in qua deſcribitur, tãgit. 6 Figura uerò rectilinea circa circulum deſcribi dicitur, quando unumquodq; latus circunſcriptæ circuli circunferentiam tangit. 7 Recta linea in circulum coaptari dicitur, quando eius extrema in circuli circunferentiã cadunt.

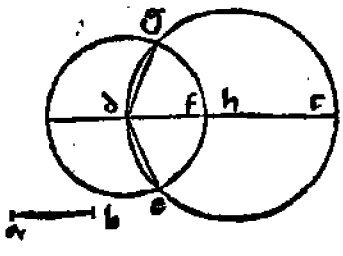




Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

Intra datum circulũ, datæ lineæ rectæ, quæ diametro minimè maior exiſtat, æquam rectam lineam coaptare.

CAMPANVS. Sit linea data a b, circulus'que datus c d e, cuius diameter c d, qua non eſt maior linea a b, uolo intra datum circulum coaptare lineam æqualem a b, quæ ſi fuerit æqualis diametro, conſtat propoſitum. Si autem minor ex diametro ſumatur d f, ei æqualis, & ſuper punctum d, ſecundum quantitatem lineæ d f, deſcribatur circulus e f g, ſecans datum circulum in punctis g & e, ad alterum quorum ducatur linea à pũcto d, ut d e, uel d g, erit{q} quęlibet earum ęqualis lineę a b, eo quòd utraq; earum eſt



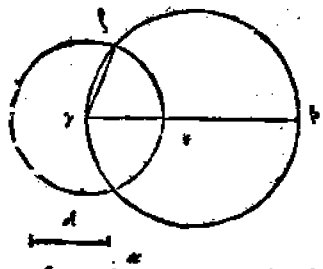
æqualis

æqualis lineæ d f, per diffinitionem circuli, quare habemus propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 1.

In datum circulum, datæ rectæ lineæ quę circuli diametro maior non eſt, æqualem rectam lineam coaptare.

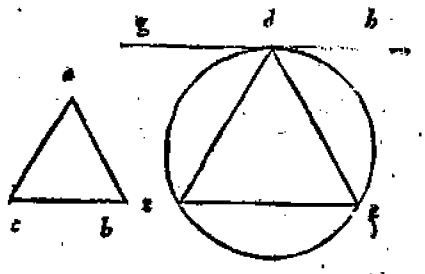
THEON ex Zamb. *Eſto datus circulus α β γ, data uerò recta linea non maior circuli diametro, eſto δ, oportet iam in datũ circulũ α β γ, ipſi δ, rectæ lineæ æqualẽ rectam lineam coaptare. Excitetur circuli α β γ dimetiens, ſitq; β γ. Si β γ, æqualis eſt ipſi δ, iam factum eſt id quod proponitur, in datum enim circulum α β γ, coaptata eſt recta linea β γ, æqualis ipſi δ. Si autem non: maior eſt β γ, quàm δ, ponatur (per 2 primi) ipſi δ, æqualis γ ε. Et centro quidem γ, ſpacio uerò γ ε, (per 3 poſtulatum) circulus deſcribatur ε α ζ, & connectatur γ α. Quoniam igitur centrũ circuli ε α ζ, eſt ſignum γ, (per 13 diffinitionem primi) æqualis eſt γ α, ipſi γ ε. Sed ipſi δ, æqualis eſt ipſa γ ε. Igitur (per primam communem ſententiam) & δ, æqualis eſt ipſi α γ. In datum circulum igitur α β γ, datæ rectæ lineæ δ, æqualis aptata eſt γ α, quod oportebat facere.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 2.

INtra aſsignatum circulum, triangulum triangulo aſsignato æquiangulum collocare.

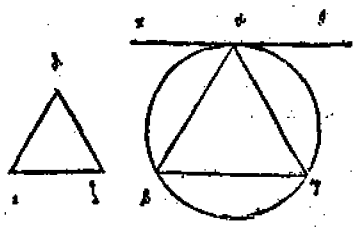
CAMPANVS. Sit aſsignatus triangulus a b c, aſsignatusq; circulus d e f. Volo intra hunc circulum collocare unum triangulum ęquiangulum triangulo a b c, æquilaterum enim non eſt neceſſarium eſſe, ſed eſt poſsibile. Produco g d h, contingẽtem circulum in puncto d, ſuper quem facio angulum h d f, ducta linea d f, ęqualem angulo c, & angulum g d e, ducta linea d e, æqualẽ angulo b, & protraho lineam e f, eritq; per 33 tertij, angulus e, æqualis angulo c, quia uterq; eſt æqualis angulo h d f c, quidem, per poſitionem, e uerò per 31 tertij. Eadem ratione erit angulus f, æqualis angulo b: quare per 32 primi, d tertius, erit æqualis a, tertio, quare habemus propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 2.

In dato circulo, dato triangulo ęquiangulũ triangulũ deſcribere.

THEON ex Zamb. *Sit datus triangulus α β γ, datum autem triangulum δ ε ζ, oportet iam in dato circulo α β γ, ipſi δ ε ζ, triangulo æquiangulum triangulum deſcribere. Excitetur enim (per 17 tertij,) recta linea tangens ipſum circulũ α β γ, ſitq; ι α θ, & tangat in α, & conſtituatur (per 23 primi,) ad rectam lineã α θ, & ad ſignum in ea α, angulo qui eſt ſub δ ε ζ, æqualis angulus θ α γ, ad rectam uerò lineam α ι, & ad ſignum in ea α, ei qui eſt ſub δ ζ ε angulo æqualis angulus ι α β, (per eandem,) & coniungantur β γ. Quoniam igitur circulum α β γ, tangit quædam recta linea ι α β, & ab α contactu in circulum ducitur recta linea α γ, angulus igitur qui eſt ſub θ α γ, (per 32 tertij,) æqualis eſt angulo qui in alterno eſt circuli ſegmento, α β γ. Sed angulus θ α γ, ei qui ſub δ ε ζ, eſt æqualis: angulus igitur α β γ, ei qui ſub δ ε ζ eſt angulo, eſt æqualis. Et per hoc angulus α γ β, ei qui eſt ſub δ ζ ε, angulo, eſt æqualis. Et reliquus igitur angulus β α γ, reliquo ε δ ζ, eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulum α β γ, ipſi δ ε ζ, triangulo, & deſcriptum eſt in dato circulo α β γ. In dato igitur circulo, dato triangulo æquiangulum triangulum deſcriptum eſt, quod facere oportebat.*

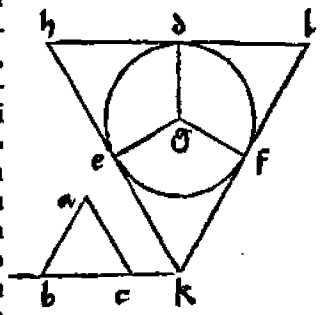


Euclid. ex Camp. Propoſitio 3.

CIrca aſsignatum circulum, aſsignato triangulo triangulum æquiangulum deſcribere.

CAMPANVS. Sint ut prius, aſsignatus triãgulus a b c: aſsignatusq; circulus d e f, cuius centrũ g: circa hunc circulum, uolo deſcribere unum triangulum

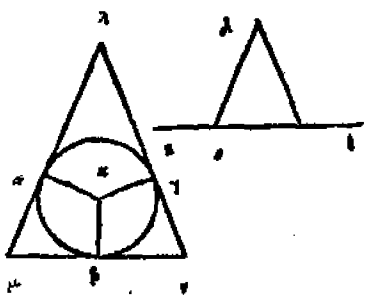
æquiangulum, triangulo a b c. æquilaterum enim non eſt neceſſarium, ſed eſt poſsibile. Producam baſim b c, in utranque partem, ut fiant duo anguli extrinſeci, & à centro g producam lineam g d ad circunferentiam, & conſtituam angulum d g e, ducta linea g e, æqualem angulo b, extrinſeco, & d g f, ducta linea g f, æqualem c extrinſeco: & à punctis d e f, producam in utramque partem lineas orthogonaliter, quæ per corelarium 15 tertij erunt contingentes circulum, quas protraham quouſque concurrant in punctis h k l. Neceſſe eſt enim ipſas concurrere. cum enim uterque angulorum qui ſunt ad d, & uterque eorum qui ſunt ad e, ſit rectus, ſi intelligatur protrahi linea d e, erunt duo anguli qui ſunt ad partem h minores duobus rectis, quare per penultimam petitionem, in partem illam protractæ, concurrent lineæ l d h, k e h. Eadem ratione concurrent duæ lineæ h d l, k f l: cum uterque angulorum qui ſunt ad f, ſit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero h d e g duo anguli d & e ſunt recti: erunt duo anguli g & h æquales duobus rectis: cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli, ſunt æquales quatuor rectis: ut monſtratum eſt ſuprà 32 primi. Et quia duo anguli b intrinſecus & extrinſecus ſunt ſimiliter æquales duobus rectis per 13 primi, at uerò b, extrinſecus poſitus eſt æqualis d g e, erit intrinſecus b, æqualis h. Simili quoque ratione erit c intrinſecus, æqualis l. Et quia duo anguli b & c, intrinſeci ſunt minores duobus rectis per 17 primi, erunt ſimiliter duo anguli h & l, minores duobus rectis: quare per penultimam petitionem, duæ lineæ h e & l f protractæ, concurrent in puncto k, fietq; triangulus h k l: & quia angulus h eſt æqualis angulo b intrinſeco, & angulus l, angulo c intrinſeco, erit per 32 primi, angulus k æqualis angulo a: quare habemus propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 5.*

Circa datum circulum, dato triangulo, æquiangulum triangulum deſcribere. 5

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ, datum autem triangulum ſit δ ε ζ, oportet circa α β γ, circulum, ipſi δ ε ζ, triangulo æquiangulum triangulum deſcribere. Extendatur ε ζ, ex utráque parte, in η θ, ſigna. Et ſumatur (per 1 tertij) centrum circuli α β γ: ſitq; illud λ. Et ducatur utcunque recta linea η β. Et conſtituatur (per 23 primi,) ad η β, rectam lineam, ad ſignumq; in ea η, angulo qui eſt ſub δ ε η, æqualis angulus β η κ, angulo autem δ ζ θ, æqualis angulus β η γ. Et per ſigna α β γ, (per 17 tertij) excitentur rectæ lineæ tangentes circulum α β γ, ſintq; λ α μ, μ β ν, ν γ λ. Et quoniam rectæ lineæ λ μ, μ ν, & ν λ, tangunt circulum α β γ, in ſignis α β γ, & à centro η, in α β γ, ſigna coniunctæ ſunt η α, η β, & η γ, anguli igitur qui ſunt ad ſigna α β γ, recti ſunt. Et quoniam quadrilateri α μ β η, quatuor anguli quatuor rectis ſunt æquales, & quoniam quadrilaterum α μ β η, in duo triangula diuiditur, quorum anguli η α μ & η β μ, duo recti ſunt: reliqui igitur anguli α η β, & α μ β, duobus rectis ſunt æquales. Anguli autem δ ε η, & δ ε ζ, (per 13 primi,) duobus rectis ſunt æquales. Anguli igitur α η β, & α μ β, anguli δ ε η, & δ ε ζ, ſunt æquales, quorum angulus α η β, angulo δ ε η, eſt æqualis: reliquus igitur angulus α μ β, reliquo angulo δ ε ζ, eſt æqualis. Similiter quoque oſtendetur, quòd & angulus λ ν μ, angulo δ ζ ε, eſt æqualis: & reliquus igitur angulus μ λ ν, reliquo angulo ε δ ζ, eſt æqualis: æquiangulum igitur eſt triangulum λ μ ν ipſi δ ε ζ, triangulo: & deſcribitur circa circulum α β γ. Circa circulum igitur datum, dato triangulo æquiangulum deſcriptum eſt: quod facere oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

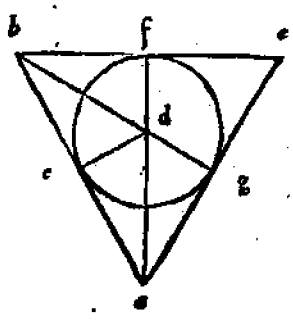


Ntra datum triangulum, circulum deſcribere. 4

CAMPANVS. *Sit aſsignatus triangulus a b c. Volo intra ipſum, circulum deſcribere. Hæc eſt quaſi conuerſa ſecundæ. Diuido enim duos eius angulos a & b, per æqualia: a quidem, ducta linea a d, b uerò ducta linea b d, quę concurrent in pũcto d, à quo ducã perpẽdiculares ad tria latera ipſius triãguli: d e quidẽ ad a b: d f, ad b c: & d g ad a c. Et quia duorum triangulorũ e a d, & g a d, angulus a unius, eſt*

æqualis

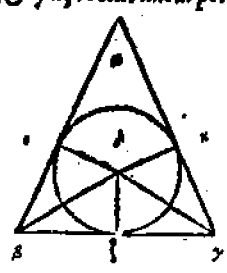
æqualis angulo a alterius, & uterque angulorum e & g, rectus, & latus a d, commune erit per 26 primi, linea d e æqualis lineæ d g. Eadem ratione cum duorum triangulorum e b d, & f b d, angulus b unius, sit æqualis angulo b alterius, & uterque angulorum e & f rectus, latus quoque d b commune, erit per eandem, linea e d æqualis lineæ d f, quare tres lineæ d e, d f, d g, sunt æquales. Posito ergo centro in d, descriptus circulus secundum quantitatem unius earum, transibit per 9 tertij per reliquarum duarum extremitates. Et quia per correlarium 15 tertij, unaquæque linearum a b, b c, c a, erit contingens circulum: patet perfectum esse propositum.



Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propositio 4.

4 In dato triangulo, circulum describere.

THEON *ex Zamb. Sit datum triangulum α β γ, oportet iam in triangulo α β γ, circulum describere. Secentur (per 9 primi) anguli α β γ, & α γ β, bifariam, per rectas lineas β Δ, & γ Δ, quæ concurrant adinuicem in signo Δ. Excitenturq; (per 12 primi) ab ipso Δ, in ipsas α β, β γ, & γ α, rectas lineas perpendiculares Δ ε, Δ ζ, & Δ υ. Et quoniam æqualis est angulus α β Δ, angulo γ β Δ, & angulus β ε Δ, rectus æqualis est angulo β ζ Δ, recto: duo iam triangula sunt ε β Δ, ζ β Δ, duos angulos duobus angulis habentia æquales, & unum latus uni lateri æquale β Δ, scilicet quod commune ipsis est æqualium angulorum sub tendens, unum & reliqua igitur latera (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt, æqualis igitur est Δ ε, ipsi Δ ζ, & per hoc etiam Δ υ, ipsi Δ ζ, est æqualis, quare & Δ ε, ipsi Δ υ est æqualis: tres igitur Δ ε, Δ ζ, & Δ υ, sibi inuicem sunt æquales (per 1 communem sententiam.) Centro igitur Δ, spacio uerò aut Δ ε, aut Δ ζ, aut Δ υ, circulus descriptus, per reliqua signa transibit, & tanget rectas lineas α β, β γ, & γ α, quoniam anguli ad ε ζ υ, signa existentes, recti sunt. Si enim eas secat, erit ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos excitata, in circulum cadens: quod esse impossibile, patuit (per 16 tertij.) Circulus igitur descriptus centro Δ, spacio uerò aut Δ ε, aut Δ ζ, aut Δ υ, rectas lineas α β, β γ, & γ α, non secat, tanget igitur eas per correlarium eiusdem, & erit circulus descriptus in triangulo α β γ. In dato triangulo igitur α β γ, circulus descriptus est ε ζ υ, quod facere oportebat.*

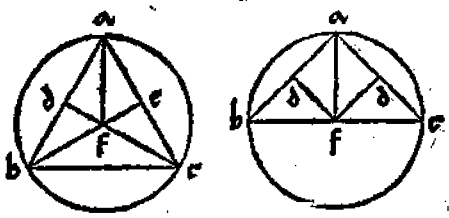


Euclid. ex Camp. Propositio 5.

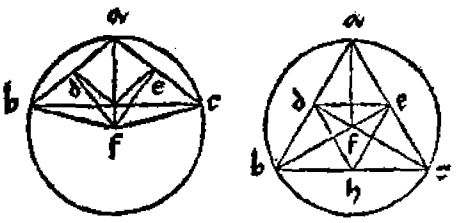
5 Circa trigonum assignatum, siue illud sit orthogonium, siue amblygonium, siue oxygonium, circulū describere.

CAMPANVS. Sit trigonus assignatus a b c. Volo circa ipsum describere circulum. Hæc est quasi conuersa tertiæ. diuido duo eius latera a b & a c, per æqualia a b, quidem in puncto d & a c, in pūcto e, à quibus punctis produco perpendiculares ad lineas a b & a c, quas protraho quousq; concurrant in puncto f, sintq; d f, & e f. concurrent enim, quoniam cum uterq; angulorum d & e, sit rectus, si intelligatur protrahi linea d e, fient duo anguli ad partem in quam protrahuntur, minores duobus rectis, quare concurrent per penultimam petitionem. igitur à puncto f, qui est punctus concursus, quem dico esse centrum circuli quæsiti, protraho lineas ad singulos quæ sunt f a, f b, f c. Et quia in triangulo a d f, duo latera a d & d f, sunt æqualia duobus lateribus b d & d f, trianguli b d f, & angulus d unius anguli d alterius, quia uterque rectus: erit per 4 primi f a, æqualis f b. Eadem ratione erit f a, æqualis f c, cōparatis lateribus angulis duorum trium angulorū a c f, & c e f: ergo per 9 tertij, pūctum f, erit centrū circuli quæsiti est. Hæc est uniuersalis demonstratio ad omnes species trigoni. Quia tamē auctor uidetur uelle medium uariare distinguendo inter orthogonium, amblygonium & oxygonium, de quolibet eorum sigillatim est demonstrandum. Sit ergo trigonus propositus orthogonius, sitq; angulus a rectus. Latus b c a, respiciens hunc angulum rectum, diuido per æqualia in f, à quo puncto quem dico esse cētrum circuli, ad medium punctum utriusq; duorum reliquorum laterum, qui sit d, duco lineam f d. Et quia linea f d, diuidit duo latera a b & b c trianguli a b c per æqualia ipsa erit æquidistans tertiò uidelicet lineæ a c, hoc enim demōstratū est, supra 39 primi. Et quia angulus a positus est rectus,





erit per ſecundam partem & per tertiam 29 primi, uterque angulorum qui ſunt ad d, rectus. Ducatur igitur linea f a, eritq; per 4 primi, linea a f æqualis lineæ b f, comparatis adinuicem lateribus & angulis triangulorum a d f, h d f. Et quia linea b f eſt æqualis lineæ c f, erunt tres lineæ b f, a f, c f, adinuicem æquales, quare per 9 tertij, erit f, centrum circuli quæſiti. Sit rurſus trigonus a b, amblygonius, ſitq; angulus a obtuſus. Latus b c reſpiciens hunc angulum obtuſum, diuido per æqualia in puncto h, à quo ad media puncta duorum reliquorum laterum, quæ ſunt d & e, duco lineas h d & h e, eritq; d h æquidiſtans a c, & e h æquidiſtans a b, propter id quod demonſtratum eſt ſuprà 39 primi, uidelicet quòd linea ſecans duo latera alicuius trianguli per æqualia tertio eſt æquidiſtans, quare per ſecundam partem 29 primi, erit uterque duorum angulorum b d h & c e h, æqualis angulo a, & ideo uterque obtuſus. Ductis igitur perpendicularibus d f, ad lineam a b, & e f ad lineam a c, quouſque concurrant in puncto f, quem dico eſſe centrum circuli (manifeſtum eſt enim eas concurrere, propter cauſam prius dictam) ſecabit utraque earum, lineam b c, quæ reſpicit obtuſum, & concurrent extra triangulum a b c. Igitur à puncto f qui eſt punctus concurſus earum, produco lineas f a, f b, f c, quæ per 4 primi bis aſſumptam erunt æquales, comparatis primo lateribus & angulis duorum triangulorum a d f, b d f, deinde aliorum duorum a e f, c e f, quare per 9 tertij, f eſt centrum circuli quæſiti. Eſto iteum ut trigonus a b c, ſit oxygonius. Diuiſis omnibus eius lateribus per æqualia, uidelicet latere a b, in puncto d, & latere a c in puncto e, & b c in puncto h, protraho lineas d e, d h, & e h, eritq; d h æquidiſtans a c, & e h ipſi a b, propter id quod demonſtratum eſt ſu per trigeſimamnonam primi, quare per ſecundam partem 29 primi, uterque angulorum b d h, c e h, erit æqualis angulo a, & ideo acutus. Ductis igitur perpendicularibus d f ad lineam a b, & e f ad lineã a c, manifeſtum eſt eas cõcurrere intra triangulum a b c, ſitq; punctus concurſus f, quem dico eſſe centrum circuli, produco enim lineas f a, f b, f c: quæ per 4 primi bis aſſumptam ut prius, erũt æquales: quare per 9 tertij, erit f, centrum circuli quæſiti.

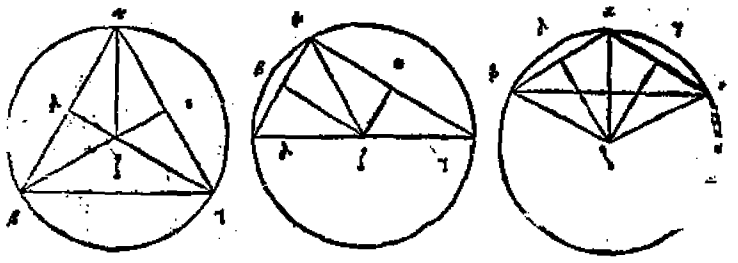


CORRELARIVM. Per prædicta patet, quòd ſi triangulus fuerit orthogonius, centrum circuli circunſcribendi cadet in medio lateris, quod opponitur angulo recto. Si fuerit amblygonius, centrum cadet extra triangulum. Si autẽ fuerit oxygonius, cadet intra triãgulum.

Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 5.

Circa datum triangulum, circulum deſcribere.

THEON ex Zamb. *Sit datum triangulum α β γ, oportet iam circa datum triangulum α β γ, circulum deſcribere. Secentur enim (per 10 primi) α β, & α γ, rectæ lineæ bifariam, in δ & ε, ſignis, & ab ipſis δ ε, ſignis, ipſis α β, & α γ, (per 12 primi) ad angulos rectos excitentur δ ζ, & ε ζ. Concurrunt autem, aut intra ipſum triangulum α β γ, aut in ipſa recta linea β γ, aut extra rectam lineam β γ. Concurrant igitur primum intra ipſum triangulum, in ζ ſigno: cõnectanturq; (per 1 poſtulatum) ζ β, ζ γ, & ζ α. Et quoniam æqualis eſt α δ, ipſi δ β, communis autem δ ζ, & ad angulos rectos, baſis igitur α ζ, (per 4 primi) baſi ζ β, eſt æqualis. Similiter iam oſtendemus, quòd etiam γ ζ, ipſi α ζ, eſt æqualis: quare ζ β, ipſi ζ γ, eſt æqualis. Tres igitur ζ α, ζ β, & ζ γ, ſibi inuicem ſunt æquales: Centro igitur ζ, ſpacio uerò aut ζ α, aut ζ β, aut ζ γ, circulus deſcriptus, tranſibit per reliqua ſigna: & erit circulus deſcriptus circa triangulum α β γ, deſcribatur iam ſicut α β γ. Sed rectæ lineæ δ ζ, & ε ζ, concurrant ſuper β γ, recta linea in ſigno ζ, ſicut ſecunda habet deſcriptio, & connectatur α ζ: ſimiliter quoque oſtendemus quòd ζ ſignum, centrum eſt circuli deſcripti circa α β γ, triangulum. Sed iam δ ζ, & ε ζ, rectæ lineæ, concurrant extra ipſum triangulum α β γ, in ſigno ζ. Rurſus ſicut habet tertia deſcriptio, coniungantur α ζ, ζ β, & ζ γ, rectæ lineæ: & quoniam rurſus æqualis eſt α δ, ipſi δ β, communis autem & ad angulos rectos δ ζ, baſis igitur α ζ, (per 4 primi) baſi β ζ, eſt æqualis. Similiter quoq; oſtẽdemus, q; et γ ζ, ipſi α ζ, eſt æqualis. Centro rurſus igitur ζ, ſpacio uerò aut ζ α, aut ζ β, aut ζ γ, circulus deſcriptus trãſibit p reli qua ſigna*



qua signa, & erit descriptus circa α β γ, triangulum, describatur sicut α β γ. Circa datum igitur triangulum descriptus circulus est, quod facere oportebat.

CORRELARIVM. *Et manifestum est quòd quando introrsum trianguli, cadit centrum circuli angulus β α γ, existens in maiore circuli segmento, recto minor est. Quando autem in β γ, rectam lineam, in semicirculo existens angulus, rectus est. Quando uerò extra ipsam β γ, rectam lineam centrum cadit, angulus β α γ, existẽs in minore circuli segmẽto, recto maior est. Quare & quando minor recto fuerit datus angulus, introrsum ipsius trianguli concurrunt δ ζ, & ε ζ, rectæ lineæ. Quando autem rectus, super β γ. Quando uerò maior recto, extra ipsam β γ: quod fecisse oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 6.*

INtra datum circulum, quadratum describere.

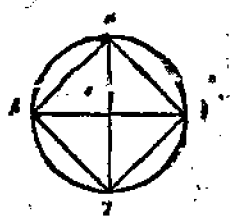
CAMPANVS. Sit datus circulus a b c d, cuius centrum e: uolo intra ipsum describere quadratum. Protraho in ipso duas diametros a c & b d, secantes se orthogonaliter supra cẽtrum e, quarum extremitates coniungo, protractis lineis a b, b c, c d, & d a, quas dico continere quadratum quæsitum, ipsæ enim erunt æquales adinuicem per 4 primi ex assumptam, propter id quod quatuor lineę e a, e b, e c, & e d, sunt æquales, & quatuor anguli qui sunt ad e, recti: sed unusquisq; quatuor angulorum a b c & d, est rectus per primam partẽ 30 tertij propter id quod quilibet eorum est in semicirculo: erit igitur a b c d quadratum per diffinitionem: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 6.* *Propositio 6.*

In data to circulo quadratum describere.

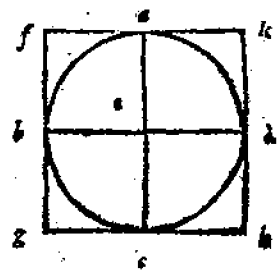
THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ δ, oportet iam in circulo α β γ δ, quadratum describere. Excitentur enim ipsius circuli α & γ δ, diametri ad angulos rectos adinuicem, sintq; α γ & β δ, & coniungantur α β, β γ, γ δ, & δ α. Et quoniam æqualis est β ε, ipsi ε δ, (per diffinitionẽ 15 primi) centrum enim est ε, communis autẽ & ad angulos rectos ε α, basis igitur α β, (per 4 primi) basi α δ est æqualis: & per hoc etiam utraq; ipsarũ β γ, & γ δ, utriq; ipsarum α β & α δ est æqualis: æquilaterum igitur est quadrilaterum α β γ δ. Dico quòd etiam rectangulum: quoniam enim recta linea β δ, dimetiens est circuli α β γ δ: semicirculus igitur est angulus: rectus igitur est angulus β α δ (per 31 tertij) & per hoc etiam unusquisq; angulorum contentorum sub α β γ, β γ δ: & γ δ α, rectus est. Rectangulum igitur est quadrilaterũ α β γ δ, ostensum autem est, quòd & æquilaterum: quadratum igitur est (per 20 diffinitionem primi) & descriptum in circulo α β γ δ: quod fecisse oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 7.*

CIrca propositum circulum, quadratum describere.

CAMPANVS. Sit propositus circulus a b c d, cuius centrum e uolo circa ipsum, describere quadratũ. Protraho in ipso duas diametros a c & b d, secantes se orthogonaliter super centrum e, à quarum extremitatibus duco in utramq; partẽ lineas orthogonaliter, quousq; quęlibet earũ concurrat cũ duab. laterib. sintq; puncta concursus earum f g h k, eritq; per correlariũ 15 tertij, uterq; angulorũ qui sunt ad unumquẽq; quatuor punctorũ a b c d, rectus: quia ergo in quadrilatero a f b e tres anguli a b & e sunt recti, erit quartus angulus qui est f, rectus: habet enim quodlibet quadrilaterũ quatuor angulos æquales quatuor rectis, ut demonstratũ est suprà 32 primi. Eadẽ ratione quilibet angulorũ g h & k, erit rectus: ergo per secundã partẽ 28 primi duę lineę f g & k h, itẽq; duæ f k & g h, sunt æquidistãtes: ergo per 34 primi f k est æqualis g h, & f g, ipsi k h. Et quia per eandẽ f k est æqualis b d, & f g ipsi a c: at uerò b d est æqualis a c: erũt quatuor lineæ f k, & g h, & f g & k h, æquales. Sed & quatuor anguli f g k h sunt recti: ut probatũ est prius. ergo f g k h, est quadratum per diffinitionem: quod est propositum.

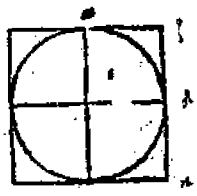


Euclid. ex Zamb. *Problema 7.* *Propositio 7.*

Circa datum circulum, quadratum describere.

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ δ. Oportet iam circa ipsum α β γ δ circulum quadratum describere. Excitentur ipsius circuli α β γ δ duæ diametri ad angulos rectos adinuicem, sintq; α γ & β δ*

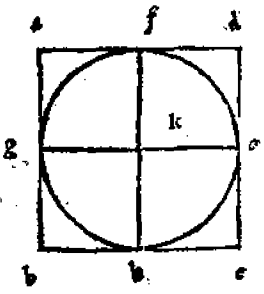
δ Δ: & per signa α, δ, γ, Δ, excitẽtur (per 17 tertij) rectæ lineæ tangẽtes circulũ α δ γ Δ, sintq; ζ ν, ν θ, θ ν et ν ζ. Quoniã igitur recta linea ζ ν, ipsum circulũ α β γ Δ, tangit in signo α, & ab ε, cẽtro in ipsum α, contactum cõiungitur recta linea ε α. anguli igitur qui sunt ad α, sunt recti (per 18 tertij) & ob id etiam anguli qui ad β γ Δ, signa, sunt recti. Et quoniã angulus α ε β, rectus est, & angulus qui sub ε β ν, quoq; rectus est: parallelus igitur est ν θ, ipsi α γ, (per 28 primi,) & ob id quoq;, α γ, ipsi ζ ν, parallelus est. Similiter quoq; iam ostendemus, q; & utraq; ipsarum ν ζ, & θ ν, ipsi β ε Δ, parallelus est: parallelogramma igitur sunt ν Δ, ν γ, α ν, ζ β, & β ν: æqualis igitur est ν ζ ipsi θ ν, & ν θ, ipsi ζ ν (per 34 primi.) Et quoniam æqualis est α γ, ipsi δ Δ, sed α γ, utriq; ipsarum ν θ & ζ ν, est æqualis, & β Δ, utrisq; ipsarum ν ζ, & θ ν, est æqualis: utraq; igitur ipsarum ν θ, & ζ ν, utriq; ipsarum ν ζ, & θ ν, est æqualis: æquilaterum igitur est θ ν, δ ν quadrilaterum. Dico q, & rectangulum. Quoniam enim parallelogrammum est ν δ ε α, & angulus ν ε δ, rectus est: rectus igitur est et qui sub α ν β, est angulus, (per 34 primi) similiter quoq; ostendemus quòd & qui ad θ ν ζ, anguli consistunt recti sunt. Rectangulum igitur est, ipsum ζ ν θ ν quadrilaterum, demonstratum uerò quod & æquilaterum quadratum igitur est, & circa α β γ Δ, circulum: descriptum est. Circa datum igitur circulum, quadratũ descriptum est, quod oportebat facere.



Euclid. ex Camp. Propositio 8.

INtra quadratum assignatum, circulum describere. 8

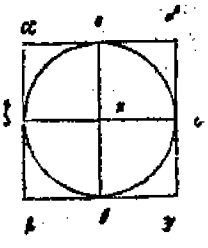
CAMPANVS. Sit quadratũ assignatum a b c d. Volo intra ipsum, describere circulũ. Hæc est quasi conuersa 6. Diuido unumquodq; latus eius per æqualia: a d quidem in puncto f, b a in puncto g, c b in puncto h, & d c in pũcto e, & produco lineas e g & f h, secãtes se in puncto k, quẽ dico esse centrũ circuli: erit enim f h æquidistans & æqualis a b, per 33 primi, propter id quod a f, & b h sunt æquales & æquidistantes. Similiter per eandem & d c, ipsi a b, & quia omnes medietates quatuor laterum ipsius quadrati sunt adinuicem æquales, erunt per 34 primi quatuor lineæ k e, k f, k g, & k h, æquales: ergo per 9 tertij k, est centrum circuli quæsiti.



Euclid. ex Zamb. Problema 6. Propositio 8.

In dato quadrato, circulum describere. 9

THEON ex Zamb. Esto datum quadratum α β γ Δ. Oportet iam in α β γ Δ, quadrato, circulum describere, secetur (per 10 primi) utraque ipsarum α β & α Δ, bifariam in ε ζ, signis, & per ε, utriq; ipsarum α β, & Δ γ (per 31 primi) parallelus excitetur ε δ, & per ζ utrique ipsarum α Δ, & δ γ (per 31 primi,) parallelus excitetur ζ ν. Parallelogrammum igitur est unumquodque ipsorum α ν, ν β, α θ, θ Δ, α ν, ν γ, β ν, & ν Δ, & corũ latera, uidelicet quæ ex opposito sunt æqualia (per 34 primi,) & quoniam æqualis est α Δ, ipsi α β, & ipsius α Δ, dimidium est α ε, & ipsius α β, dimidium est α ζ, æqualis igitur est α ε, ipsi α ζ, quare & quæ ex opposito (per eandem) sunt æquales, æqualis igitur est ζ ν, ipsi ε ο. Similiter quoq; ostẽdemus quòd & utraque ipsarum ν θ, & ν α, utrique ipsarum ζ ν, & ν ε, est æqualis. Quatuor igitur ν ε, ν ζ, ν θ, & ν α, sibi inuicem sunt æquales, (per 1 communem sciẽtiam.) Centro igitur ν, spacio uerò aut ν ε, aut ν ζ, aut ν θ, aut ν α, circulus descriptus, transibit etiam per reliqua signa, & tanget α β, β γ, γ Δ, & Δ α, rectas lineas: quoniam anguli qui ad signa ε ζ θ ν recti sunt. Si enim circulus rectas lineas α β, β γ, γ Δ, & Δ α, secat: quæ ab diametri circuli extremitate ducitur ad angulos rectos, introrsum ipsius circuli cadit, quod est impossibile (per 16 tertij.) Centro igitur ν, spacio autem aut ν ε, aut ν ζ, aut ζ θ, aut ζ α circulus descriptus, ipsas rectas lineas α β, β γ, γ Δ, & Δ α non secat: tangit igitur eas & in quadrato α β γ Δ, descriptus est. In dato quadrato igitur, & reliqua quæ sequuntur, quod facere oportebat.

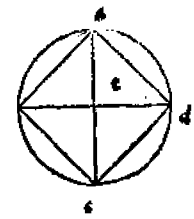


Euclid. ex Camp. Propositio 9.

CIrca assignatum quadratum, circulum describere. 9

CAMPANVS. Sit quadratũ a b c d. Volo circa ipsum, circulũ describere, Hæc est quasi cõuersa 7. Protraho in ipso duas diametros a c & b d, secãtes se in pũcto e, quẽ dico esse cẽtrũ circuli. Cũ enim lineæ a d, et a b, sint æquales: erũt per 5 primi anguli

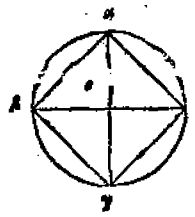
anguli a d b, & a b d, æquales: & quia angulus totalis est rectus: erit (per 32 primi) uterq; eorum medietas recti: simili quoque modo probabitur quemlibet partialium angulorum à prædictis diametris & lateribus quadrati propositi contentorum, esse medietatem recti. Quia igitur angulus e a d, est æqualis angulo e d a, erit per 6 primi, linea e a, æqualis lineæ e d. Eadem ratione erit e a æqualis e b & e c, æqualis e d. quare: quia quatuor lineæ e a, e b, e c, e d, sunt æquales, erit per 9 tertij, e centrum circuli quæsiti, quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 9.* *Propositio 9.*

Circa datum quadratum, circulum describere.

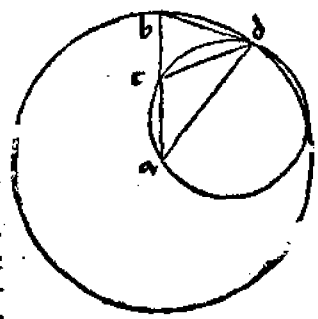
9 THEON *ex Zamb.* *Sit datum quadratum α β γ δ, oportet iam circa α β γ δ quadratum, circulum describere. Coniunctæ rectæ lineæ α γ, & δ β, seſe inuicem secent in ε. Et quoniam æqualis est δ α ipſi α β, communis autem α γ, duæ igitur δ α, & α γ, duabus β α, & α γ, sunt æquales, altera alteri, & basis δ γ, (per 4 primi) basi β γ, est æqualis: angulus igitur δ α γ, (per 8 primi) ei qui sub β α γ est angulo æqualis est. Angulus igitur δ α β, bifariam diuisus est, per lineam α γ. Similiter iam ostendemus q; & unusquisq; angulorum qui sunt sub α β γ, β γ δ, & γ δ α, bifariam diuisus est per α γ, & δ β, rectas lineas. Et quoniam angulus δ α β, æqualis est angulo α β γ, & anguli δ α β, angulus ε α β, dimidiū est, et anguli α β γ, dimidiū est angulus ε β α: angulus igitur ε α β angulo ε β α, est æqualis, quare (per 6 primi,) & latus ε α, lateri ε β, est æquale. Similiter ita ostendemus q; & utraq; ipsarū ε α et ε β, rectarū linearū, utriq; ipsarū ε γ, et ε δ, est æqualis. Quatuor igitur ε α, ε β, ε γ, & ε δ, sibi inuicē sunt æquales. Centro igitur ε, spacio uerò aut ε α, aut ε β, aut ε γ, aut ε δ, circulus descriptus, transibit per reliqua signa, & erit descriptus circa α β γ δ, quadratū describatur sicut α β γ δ. Circa datum igitur quadratum, circulus descriptus est: quod fecisse oportuit.*



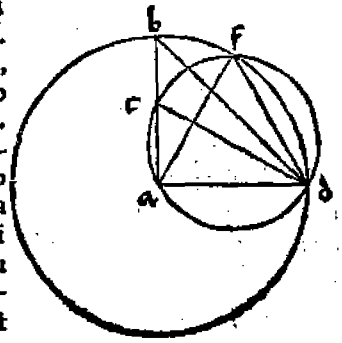
Euclid. ex Camp. *Propositio 10.*

10 # Dvum æqualium laterum triangulum designare, cuius uterque duorum angulorum, quos basis obtinet, reliquo duplus existat.

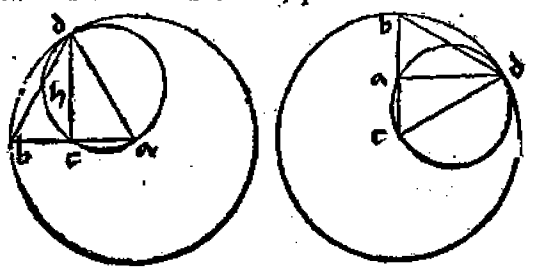
CAMPANVS. Intētio est describere unū trian gulum duum æqualiū laterum & tertij inæqualis, cuius uterq; angulorū qui super latus quod est reliquis inæquale, existūt ad tertiū, duplus existat. Ad hoc autē faciendū sumatur linea quælibet quæ sit a b, quæ diuidatur secundū quod docet 11 secundi, in puncto c, ita quod illud q; fit ex a b, in b c sit æquale quadrato à c. Factoq; puncto a cētro, secundū ipsius quantitatē describatur circulus b d e, intra quē per primā huius coaptetur linea b d, æqualis lineæ a c, & producantur duæ lineæ d a, d c. Dico triangulū a b d, esse qualis proponitur. Circūscribatur circulus qui sit d c a, per h huius: triāgulo d c a. Quia ergo linea d b, est æqualis lineę a c, erit quod fit ex a b, in b c, æquale quadrato lineę b d, quare per ultimā tertij b d linea, est cōtingens circulum d c a, & per 31 eiusdem, angulus c d b, est æqualis angulo c a d. Posito ergo cōmuni angulo c d a, erit totus angulus b d a, æqualis duob. angulis c a d, c d a, sed per 32 primi, angulus b c d, est æqualis eisdē, quia extrinsecus ad ipsos, ergo b d a, est æqualis angulo b c d: & quia angulus a d b, est æqualis ān gulo a b d, per 5 primi, eo quòd latera a b & a d sunt æqualia: erit angulus b c d, æqualis angulo c b d, ergo per 6 primi linea c d, est æqualis lineę b d, quare & lineæ c a: ergo per 5 primi, angulus c a d, est æqualis angulo c d a. Quia ergo uterq; angulorū c d b, & c d a, est æqualis āgulo c a d, erit totus āgulus b d a, duplus ad angulū d a b, & ideo āgulus a b d, sibi æqualis, duplus est etiā ad angulū b a d: q̄d est propositū.

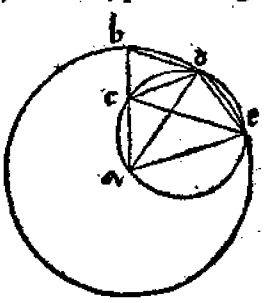


CAMP. *additio.* Forsan dicet aduersarius circulū d c a, circūscriptū trigono partiali, secare circulū b d e, in aliquo pūcto arcus b d: ita q; simul secabit lineā b d, unde ipsa nō erit circulo applicata sicut in demōstratione supponitur, sed ipsū secās. Sit ergo fi possibile est ut ponit aduersarius, & à pūcto b, ducatur ad ipsum circulū minorē, cōtingēs b f, & ducātur lineæ f a, f d, eritq; per penultimā tertij, quod fit ex a b, in b c, æquale quadrato b f, ergo b f est æqualis



æqualis b d, quare per 5 primi, angulus b f d, eſt æqualis angulo b d f, & quia per 31 tertij, angulus b f a eſt æqualis angulo a d f, erit angulus b d f maior angulo a d f, quod eſt impoſsibile: cùm ipſe ſit par eius. Aliter poſſumus illud refellere, & oſtendere quòd ille minor circulus nullo modo ſecabit lineam b d. Forſan enim diceret quòd ſecaret eam, non ſecando arcũ d b, maioris circuli. Si enim poſsibile eſt quòd ſecet eam, ſit hoc in pũcto h, eritq; quod fit ex a b in b c, æquale ei quod fit ex d b, in b h. Monſtratum eſt enim ſupra penultimam tertij, quòd ſi ab aliquo puncto extra circulum ſignato, quotlibet lineæ ſecantes ad circulum ducantur, quæ ſub totis & earum portionibus extrinſecis continentur, æqualia ſunt adinuicem: & quia quod fit ex a b, in b c, eſt æquale quadrato b d, quod eſt impoſsibile, per ſecundam ſecundi, quare cõſtat propoſitum. Et nota quòd minor circulus neceſſariò ſecabit maiorem, & abſcindet ab eo arcum unum æqualem arcui b d, & maior abſcindet ſimiliter ab eodem unũ arcum æqualem arcui d c. Quod ſic probatur. Si enim minor non ſecat maiorem, cõtingit ergo ipſum in puncto d. Et per 11 tertij circulorum ſe contingentium centra & punctus contactus ſunt in linea una, erit centrum minoris circuli in linea a d, propter hoc quod in ea eſt centrum maioris, & punctus contactus, ergo per 30 tertij angulus a c d, eſt rectus, quare & angulus a d b, eſt rectus, ſimiliter & angulus a b d, ſibi æqualis, eſt rectus: quod eſt impoſsibile per 32 primi. Secet ergo ipſum in punctis e d, dico arcum e d maioris, eſſe æqualem arcui d b, & arcum e d minoris eſſe æqualem arcui d c. Produco lineas d e, c e, & e a, eritq; per 26 tertij, unuſquiſque quatuor angulorum qui ſunt d e c, c e a, d a c, & a d c, æqualis alij, propter id quod duo arcus d c, & c a, ſunt æquales per 22 eiuſdem, quare totalis angulus a e g, duplus eſt ad angulum b a d, & ideo æqualis utrique angulorum a b d & a d b. Et quia angulus a e d eſt æqualis angulo a d e, per 5 primi, propter id quod a e & a d, ſunt æquales, à centro enim ad circumferentiam, erunt duo anguli e d, triangulli a e d æquales duobus angulis d & b, triãguli a d b: ergo per 32 primi, reliquus angulus a unius, eſt æqualis reliquo angulo a alterius. Ergo per 25 tertij, arcus e d, maioris, eſt æqualis arcui d b, & per eandem, arcus e d, minoris, eſt æqualis arcui d c: & hoc eſt quod propoſuimus.

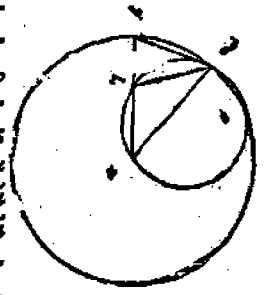




Euclid. ex Zamb. Problema 10. Propoſitio 10.

Iſoſceles triangulum conſtituere, habẽs unumquemq; eorum qui ad baſin ſunt angulorum duplum reliqui.

THEON ex Zamb. *Ponatur quædam recta linea α β, ſeceturq; (per undecimam ſecundi) in γ ſigno, ut ſub α β, & β γ, comprehenſum rectangulũ æquum ſit ei quod fit ex γ α quadrato, & centro α: ſpacio uerò α β, (per 3 poſtulatum) circulus deſcribatur β δ ε. Applicetúrq; in circulum β δ ε, ipſi α γ, rectæ lineæ, quæ diametro ipſius β δ ε, maior non eſt circuli β δ ε, æqualis recta linea ζ δ, (per 1 quarti,) & connectatur α δ, & δ γ, deſcribaturq; (per 5 quarti) circa α γ δ, triangulum, circulus α γ δ ſ. Et quoniam continetur ſub α β, et β γ, rectangulum æquum eſt ei quod fit ex α γ, quadrato, id enim receptũ eſt, æqualis autem eſt α γ, ipſi β δ. quod igitur continetur ſub α ζ, & β γ, æquũ eſt ei quod fit ex β δ. Et quoniam extra circulum α γ δ ſ, ſuſcipitur ſignum aliquod β, & ab ipſo β, in circulum α γ δ ſ, ceciderunt duæ rectæ lineæ ζ γ α, & ζ δ, & earum una ſecat & altera incidit, & id quod continetur ſub α β, & β γ, æquum eſt ei quod fit ex β δ, igitur (per 37 tertij,) β δ, tangit circulum α γ δ ſ. Quoniam igitur β δ, tangit in δ, ſigno, ab ipſo autem δ, contactu ducta eſt δ γ, angulus igitur β δ γ, (per 32 eiuſdem,) æqualis eſt ei qui in alterno eſt circuli ſegmento, angulo qui ſub δ α γ. Quoniam igitur æqualis eſt angulus ζ δ γ angulo δ α γ, communis appo natur angulus γ δ α. Totus igitur angulus β δ α æqualis eſt duobus qui ſub γ δ α, & ζ α γ, ſunt angulis. Sed eis qui ſunt ſub γ δ α, & δ α γ, æqualis eſt angulus exterior β γ δ, (per 32 primi,) & angulus igitur ζ δ α, æquus eſt angulo β γ δ. Sed angulus ζ δ α, ei qui ſub γ ζ δ, (per 5 primi) eſt æqualis, quoniam latus α δ (per 15 diffinitionem primi) lateri α β eſt æquale, quare & angulus δ β α (per 1 communem ſcientiam) angulo ζ γ δ eſt æqualis. Tres igitur anguli β δ α, δ β α & ζ γ δ, ſibi inuicem ſunt æquales. Et quoniam æqualis eſt angulus*

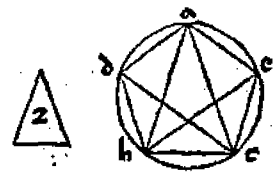


angulus δ β γ, angulo β γ δ, æquale est & latus β δ, lateri δ γ. Sed β δ, ipsi γ α est æqualis per hypothesin, & α γ, igitur ipsi γ δ est æqualis. Quare & angulus γ δ α (per 5 primi) angulo δ α γ est æqualis. Igitur anguli qui sunt sub γ δ α & δ α γ, eius qui sunt sub γ α δ, dupli sunt. Angulus autem sub β γ δ, angulis qui sunt sub γ δ α, & δ α γ est æqualis. Et angulus igitur β γ θ, eius qui est sub γ α δ, anguli duplus est. Aequalis autē est angulus β γ δ, utriq; ipsorum sub β δ α, & δ β α angulorum. Et uterq; igitur eorum qui sunt sub β δ α, & β δ α, angulorum, eius qui est sub δ α β, duplus est. Isosceles igitur triangulum constitutum est α θ δ, habens unumquenque eorum qui ad basin δ β sunt angulorum, duplicem reliqui: quod fecisse oportuit.

Euclid. ex Camp. Propositio 11.

INtra datum circulum, æquilaterum atq; æquiangulum pentagonum describere.

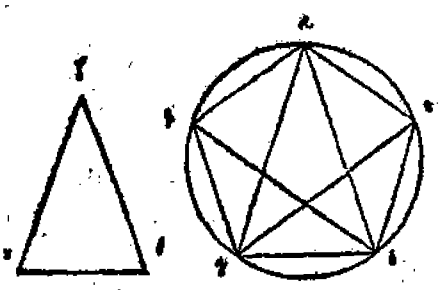
CAMPANVS. Sit datus circulus a b c, uolo intra ipsum describere pentagonum unum æquilaterum atq; æquiangulum. Designo triangulum unum qualem præmissa proponit, qui sit 2 cui alium æquiangulum intra datum circulum describo, sicut docet 2 huius, qui sit a b c, sitq; uterque angulorum a b c & a c b, duplus ad angulum c a b. Vtrunq; eorum diuido per æqualia, ductis lineis b e, & c d, erūtq; per 25 tertij, quinque arcus, in quos quinque puncta a d b c e, diuidunt circulum, adinuicem æquales, propter id quòd quinque anguli qui in dictos arcus cadunt, sunt adinuicem æquales. Continuatis igitur illis quinque punctis per lineas rectas quæ sunt a d, d b, b c, c e, & e a, erit pentagonus a d b c e inscriptus dato circulo, qualis proponitur. Est enim æquilaterus, per 28 tertij, cum quinque arcus, quorum eius quinque latera sunt, chordæ sint adinuicem æquales. Et etiam æquiangulus per 26 eiusdem, eò quòd quinque arcus d a e, a e c, e c b, c b d, & b d a, in quos anguli ipsius pentagoni cadunt, sunt adinuicem æquales. Sicq; constat propositum.



Euclid. ex Zamb. Problema 11. Propositio 11.

In dato circulo pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

THEON ex Zamb. Sit datus circulus α β γ δ ε, oportet iam in α θ γ δ ε, circulo, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere. Sumatur (per 14) triangulum isosceles, sitq; illud ζ κ θ, duplum habens unumquenq; eorum qui sunt ad κ θ angulorum, reliqui, hoc est eius qui est ad ζ. Et describatur (per 2 quarti) in circulo α β γ δ ε, triangulo ζ κ θ, æquiangulum triangulum α γ δ. Ita ut angulo qui ad ζ, angulus qui sub γ α δ, fiat æqualis, & uterq; eorum qui sub α γ δ & γ δ α, sunt angulorum, utriq; eorum angulorum qui ad κ, & θ fiat æqualis, & uterq; igitur eorum qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, eius qui est sub γ α δ, duplus est. Secetur (per 9 primi) uterque eorum qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, angulorum, bifariam per γ ε, δ β, rectas lineas, & coniungantur α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α. Quoniam igitur uterque angulorum qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, eius qui sub γ α δ, est anguli duplus est, & dissecti sunt bifariam per rectas lineas γ ε, & δ β, quinque igitur anguli qui sunt sub δ α γ, α γ ε, ε γ δ, γ δ β, & β δ α, sibi inuicem sunt æquales. Sed anguli æquales, in æqualibus circunferentijs consistunt (per 26 tertij) quinque igitur circunferentiæ α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, sibi inuicem sunt æquales. Sed æqualibus circunferentijs (per 29 eiusdem) æquales rectæ lineæ subtenduntur: quinque igitur rectæ lineæ α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, sibi inuicem sunt æquales: æquilaterum igitur est pentagonum α β γ δ ε. Dico iam quòd & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia α β, circunferentiæ δ ε, est æqualis, communis apponatur β γ δ: tota igitur circunferentia α β γ δ, toti circunferentiæ ε δ γ β est æqualis, & consistit quidē super α β γ δ circunferentia, angulus α ε δ, & super ε δ γ β, circunferentia, consistit angulus β α ε: & angulus igitur qui sub β α ε, qui sub α ε δ, est angulo æqualis est, & ob id unusquisque eorum qui sunt sub α β γ, & β γ δ, & γ δ ε, angulorum, unicuique eorum qui sunt sub β α ε, & α ε δ, angulorum est æqualis. Aequiangulum igitur est pentagonum α β γ δ ε: ostensum autem est quòd & æquilaterum. In dato circulo igitur pentagonum æquilaterum & æquiangulum descriptum est: quod facere oportebat.

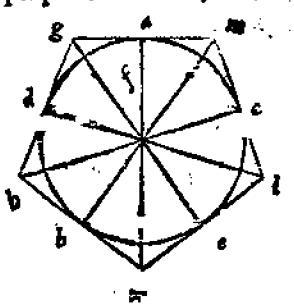


Euclid.

Euclid.ex Camp. *Propoſitio* 12.

CIrca propoſitum circulum, pentagonum æquilaterum atque æquiangulum deſignare. 12

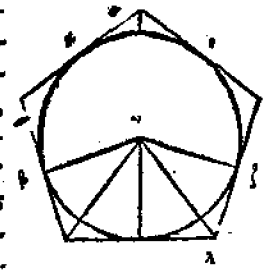
CAMPANVS. Sit propoſitus circulus a b c, cuius cẽtrum f. Volo circa ipſum deſignare pentagonum, æquilaterum atque æquiangulum. Supra circunferentiã ipſius circuli (quaſi ſecundum doctrinam præmiſſæ ſibi inſcripſiſſem pentagonum) quinque puncta angularia notabo, quę ſint a d b c e, ad quę à centro ducam lineas f a, f d, f b, f c, f e, & ab eiſdem punctis educam perpendiculares ad iſtas lineas in utramque partem, quouſque concurrant in punctis g h k l m, eruntq; hæ lineę contingentes circulum, per correlarium 15 tertij. Et ad iſta puncta concurſus, ducam à centro lineas f g, f h, f k, f l, f m. Et quia monſtratũ eſt ſuper penultimam tertij, quòd ſi ab aliquo puncto extra circulum ſignato duę lineę cõtingentes ad ipſum circulum ducantur, quod ipſę erunt æquales, erit linea g a æqualis lineę g d, & h d, ipſi h b, & ſic de cæteris. At quoniam quinque arcus in quos quinque puncta a d b c e, diuidunt circulum ſunt adinuicem æquales, erunt per 26 tertij, quinque anguli a f d, d f b, b f c, c f e, e f a, conſiſtentes ſuper hos arcus in cẽtro f, ſibi inuicem æquales. Sunt autem duo latera a g, & f a, æqualia duobus lateribus d g & f d trianguli f g d, & latus g f commune ergo per 8 primi duo anguli eorum qui ſunt ad f, itemq; duo anguli qui ſunt a g, ſunt adinuicem æquales: eadem ratione duo anguli qui ſunt a d f, in triangulis d f h, & h f b, itemq; duo qui ſunt a d h, ſunt adinuicem æquales. Similiter quoque ſinguli trium reliquorum angulorum qui ſunt b f c, c f e, e f a: & ſinguli trium qui ſunt k l m, diuidantur per æqualia, primi quidem per lineam f k, ſecundi per lineam f l, tertij uerò per lineam f m. Et quia hi tres anguli qui ſunt b f c, c f e, e f a, ſunt ſibi inuicẽ æquales, & aliis duob. qui ſunt a f d, & d f b, æquales: erunt eorũ dimidia quæ ſunt decem anguli facti in centro f, adinuicem æqualia. Quia igitur duo anguli a & f, ſunt æquales duobus angulis a & f, trianguli m a f, & latus a f, commune erit per 26 primi, angulus g unius, æqualis angulo m alterius, & latus g a æquale lateri a m. Eadem ratione erit angulus g m, triangulo g f d, æqualis angulo h, in triangulo d f h, & latus g d æquale lateri d h. Quare quia g a eſt dimidium g m, & g d dimidium g h & g a & g d ſunt æqualia, erunt per communem ſcientiam g m & g h, eorum dupla, æqualia. Similiter quoq; probabimus g m, eſſe æquale m l & m l, ipſi l k & l k, ipſi k h, quare pentagonus g h k l m eſt æquilaterus. Sed & æquiangulus. Cùm enim duo anguli qui ſunt ad g, ſint adinuicem æquales, & duo qui ſunt ad m, ſimiliter adinuicem æquales, & g partialis ſit æqualis m partiali (utcunq; enim probatum eſt prius) erit per eandem communem ſcientiã g totalis, æqualis m totali. & eadem ratione probabis æqualitatẽ in cæteris angulis, quare eſt æquiangulus. Sicq; conſtat propoſitum.



Euclid.ex Zamb. *Problema* 12. *Propoſit.* 12.

Circa datum circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. 12

THEON *ex Zamb. Sit datus circulus α β γ δ ε, oportet iam circa α β γ δ ε, circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. Intelligantur deſcripti (per 11 quarti) pentagoni angulorum ſigna α β γ δ ε, ita ut (per præcedentem) α ζ, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, circunferentiæ ſint æquales, & per α β γ δ ε, excitatæ ſint (per 17 tertij) ipſum circulum tangentes rectæ lineæ, α θ, β κ, κ λ, λ μ, & μ ν. Sumatur centrum circuli α β γ δ ε, ſitq; (per primam tertij) & connectantur rectæ lineæ ξ β, ξ κ, ξ γ, ξ λ, & ξ δ. Et quoniam κ λ, recta linea circulum ipſum α ζ γ δ ε, tangit in ſigno γ, & à centro ξ, in ipſum γ, contactum ducta eſt ξ γ, igitur (per decimamoctauam tertij) ξ γ, ſuper κ λ, perpendicularis eſt, rectus igitur eſt uterque eorum qui ad γ ſunt angulorum. Et per hoc, anguli qui ſunt ad δ β, ſigna recti ſunt. Et quoniam angulus qui ſub ξ γ κ, rectus eſt, quod fit igitur ex ξ κ, æquum eſt eis quæ fiunt ex ξ γ, & γ κ, (per quadrageſimam ſeptimam primi) & per hoc, eis etiam quæ fiunt ex ξ β, & β κ, æquum eſt id quod fit ex ξ κ, (per eandem.) Quæ ſunt igitur ex ξ γ, & γ κ, eis quæ fiunt ex ξ β, & β κ, ſunt æqualia, quorum quod fit ex ξ γ, æquum eſt ei quod fit ex ξ ζ. Reliquum igitur quod fit ex γ κ, reliquo quod fit ex ζ κ eſt æquale, æqualis igitur eſt β κ, ipſi γ κ. Et quoniam æqualis eſt ξ β, ipſi ξ γ, & communis ξ κ, duæ igitur ζ κ; & ξ κ; duabus γ ξ & ξ κ ſunt æquales. Et*



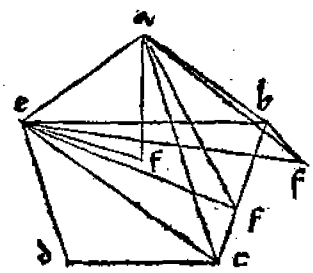
baſis

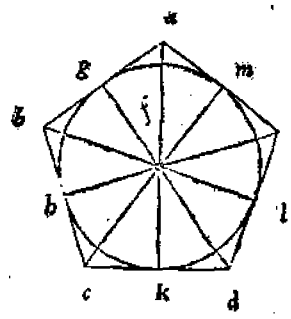
basis β λ, basi γ ν est æqualis. Angulus igitur β ζ λ (per 8 primi) angulo ν ζ γ est æqualis: & angulus β ν ζ (per 4 primi) angulo ζ ν γ. Duplus igitur est angulus β ζ γ, eius qui sub ν ζ γ est anguli: & angulus β ν γ, eius qui sub ζ ν γ. Et ob id iam & angulus γ ζ Δ, eius qui est sub γ ζ λ duplus est: & angulus Δ λ γ, eius qui sub ζ λ γ. Et quoniam circunferentia β γ æqualis est circunferentiæ γ Δ, æqualis est (per 27 tertij) angulus β ζ γ angulo γ ζ Δ: & angulus quidem β ζ γ, eius qui est sub ν ζ γ duplus est: & qui sub Δ ζ γ, eius qui sub λ ζ γ: angulus igitur ν ζ γ, angulo λ ζ γ est æqualis. Duo igitur iam triangula sunt ζ ν γ & ζ λ ν: duos angulos duobus angulis æquales habentia, & unum latus uni lateri æquale (per 26 primi) & eorum commune ζ γ, scilicet quod commune ipsis est: & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt, & reliquum angulum reliquo angulo. Æqualis igitur est ν γ recta linea ipsi γ λ, & angulus ζ ν γ, angulo ζ λ γ. Et quoniam æqualis est ν γ ipsi γ λ: dupla igitur est ν λ ipsius ν γ: & per hoc etiam ostendetur, quòd θ ν, ipsius β ν dupla est. Et quoniam ostensum est, quòd θ ν ipsi ν γ est æqualis, & ν λ ipsius ν γ dupla est, & θ ν ipsius β ν: igitur θ ν ipsi ν λ est æqualis. Similiter iam ostendetur, quòd unaquæque ipsarum γ θ, γ μ, & μ λ, unicuique ipsarum θ ν & ν λ est æqualis: æquilaterum igitur est pentagonum ν θ ν λ μ. Aio etiam quòd & æquiangulum: quoniam æqualis est angulus ζ ν γ angulo ζ λ ν, & ostensum est ipsius quidem anguli ζ ν γ duplum cum esse qui est sub θ ν λ, eius autem qui est sub ζ λ γ duplum eum esse qui est sub ν λ μ: angulus igitur qui est sub θ ν λ, angulo qui est sub ν λ μ est æqualis. Similiter iam ostendetur etiam quòd unusquisque eorum qui sunt sub ν θ ν, & θ ν μ, & ν μ λ, unicuique eorum qui sunt sub θ ν λ, & ν λ μ est æqualis. Quinque igitur anguli qui sunt sub ν θ ν, θ ν λ, ν λ μ, λ μ γ, & μ ν θ, sibi inuicem sunt æquales. Æquiangulum igitur est pentagonum ν θ ν λ μ: ostensum autem est quòd & æquilaterum: & descriptum est circa circulum α β γ δ ε: quod fecisse oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propositio 13.*

13 IN tra æquilaterum atq; æquiangulum pentagonum assignatum, circulum describere.

CAMPANVS. Sit assignatus pentagonus æquilaterus atq; æquiangulus (quia de alijs non est necessarium, hoc est posibile) a b c d e. Volo ei inscribere circulum. Hæc est quasi conuersa 11. Duos eius propinquos angulos qui sunt a & e, diuido per æqualia: ductis lineis a f & e f, donec concurrant in puncto f intra ipsum pentagonum, quem dico centrum esse circuli. Concurrent enim propter id quod dimidium totalis anguli a & similiter totalis anguli e, minus est angulo recto. Si enim intra pentagonum non concurrent, aut extra ipsum pentagonum, aut in latere pentagoni, aut in eius angulo qui utrique angulorum diuersorum opponitur. Concurrant ergo primò extrà in puncto f: & ducatur linea b f. & quia duo latera c a, & a f, trianguli e a f sunt æqualia duobus lateribus b a & a f trianguli b a f, & angulus a unius angulo a alterius, erit per 4 primi, basis e f æqualis basi f b: & quia angulus a partialis est æqualis angulo e partiali, propter id quod a totalis e totali: erit per 6 primi, f a æqualis f e: quare f a est æqualis f b: ergo per 6 primi, duo anguli b totalis & a partialis, sunt æquales. Quare a partialis est æqualis uel maior a totali, quod est impossibile. Concurrant ergo in puncto f super latus b c: eritq; arguendo per præmissas, & præmisso modo angulus a partialis, æqualis angulo a totali, quod est impossibile. Quòd si forsitan concurrant in angulo c: erit per easdem & eodem modo c b æqualis c a, & ideo adhuc ut prius angulus a partialis, æqualis angulo a totali. Quod quia esse non potest: fit ergo punctus concursus qui est f, intra pentagonum: à quo duco quinq; perpendiculares ad eius quinque latera quæ sint f g, f h, f k, f l, f m: & ad duos eius angulos propinquos altrinsecus angulis per æqualia diuisis, qui sunt b & d: duco lineas f b, f d. Et quia duo anguli a & m, trianguli a f m sunt æquales duobus angulis a & g trianguli a f g, & latus a f commune: erit per 26 primi, f m æqualis f g. Per eandem quoque probabis f l æqualem f m, sumptis duobus triangulis e f m & e f l. Quia iterum duo latera a f & a b trianguli a f b sunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a f e, & angulus a unius angulo a alterius: erit per quartam primi, angulus b partialis, æqualis angulo e partiali: & quia b totalis æqualis est e totali, & e totalis diuisus est per æqualia, erit etiam b totalis diuisus per æqualia. Eodem modo probabis d totalem diui-



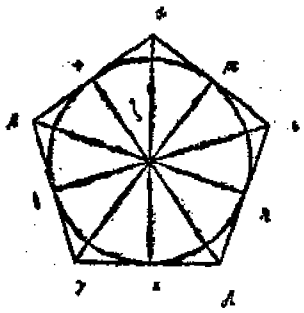


i sum per

ſum per æqualia, propter æqualitatem d partialis & a partialis: ſumptis triangulis e a f & e d f. Quia ergo duo anguli g & b trianguli g f b ſunt æquales duobus angulis h & b trianguli h f b, & latus f b commune, erit per 26 primi, f h æqualis f g. Eodem modo probabis f k, æqualẽ f l, ſumptis triangulis l f d, k f d. Quoniam igitur quinq; lineæ f g, f h, f k, f l, & f m ſunt æquales, erit f, centrum circuli per 9 tertij. Quem circulum deſcribemus ſecundum quantitatem ũnius earum: & tanget omnia latera pentagoni, propter æqualitatem linearum: & nullum eorum ſecabit, per primam partem 15 tertij: ſicq; conſtat propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 13.* *Propoſitio 13.*

In dato pentagono æquilatero & æquiangulo, circulum deſcribere. 13

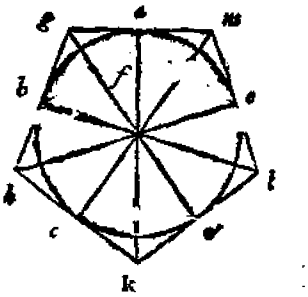


THEON ex Zamb. *Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum α β γ Δ ε: oportet iam in pentagono α β γ Δ ε, circulum deſcribere. Secetur (per 9 primi) uterque eorum qui ſunt ſub β γ Δ & γ Δ ε angulorum bifariam, per rectas lineas γ ζ & ζ Δ: & ab ζ ſigno in quo concurrunt ad inuicem ipſæ rectæ lineæ γ ζ & Δ ζ: coniungantur rectæ lineæ ζ β, ζ α, & ζ ε. Et quoniam æqualis eſt β γ ipſi γ Δ, communis autem γ ζ: duæ iam β γ & γ ζ, duabus Δ γ & γ ζ ſunt æquales: & angulus β γ ζ, angulo Δ γ ζ eſt æqualis: baſis igitur β ζ (per 4 primi) baſi Δ ζ eſt æqualis: & triangulum β γ ζ triangulo Δ γ ζ æquale: & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales: ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Æqualis igitur eſt angulus γ β ζ, angulo γ Δ ζ. Et quoniam angulus γ Δ ε, eius qui ſub γ Δ ζ eſt anguli, duplus eſt: æqualis autem eſt angulus γ Δ ε ei qui ſub α β γ eſt angulo, & angulus γ Δ ζ angulo γ β ζ: angulus igitur γ β α anguli γ β ζ duplex eſt: æqualis igitur eſt angulus α β ζ, angulo ζ β γ. Angulus igitur α β γ, bifariam diuiſus eſt per β ζ rectam lineam. Similiter quoque oſtendetur, quòd & uterq; eorum qui ſunt ſub β α ε & α ε Δ angulorum, bifariam diuiſus eſt per utranque rectarum linearum ζ α & ζ ε. Excitentur (per 12 primi) ab ζ ſigno in α β, β γ, γ Δ, Δ ε, & ε α, rectas lineas perpendiculares ζ ν, ζ θ, ζ ξ, ζ λ, & ζ μ. Et quoniam æqualis eſt angulus θ γ ζ angulo ν γ ζ: eſt autem angulus ζ θ γ rectus, angulo ζ ν γ recto æqualis: duo iam ſunt triangula ζ θ γ & ζ ν γ duos angulos duobus angulis æquales habentia alterum alteri, & unum latus uni lateri æquum. commune enim eorum ζ γ ſubtenſum ſub uno æqualium angulorum, & reliqua igitur latera reliquis lateribus (per 26 primi) æqualia habebunt: æqualis igitur eſt perpendicularis ζ θ, ipſi ζ ν perpendiculari. Similiter quoque oſtendetur, quòd & unaquæque ipſarum ζ λ, ζ μ & ζ ξ, unicuique ipſarum ζ θ & ζ ν eſt æqualis. Quinque igitur rectæ lineæ ζ ν, ζ θ, ζ ξ, ζ λ, & ζ μ, ſibijnuicem ſunt æquales. Centro igitur ζ, ſpacio uerò aut ζ ν aut ζ θ aut ζ ξ aut ζ λ aut ζ μ, circulus deſcriptus: per reliqua quoque ueniet ſigna. Et tanget rectas lineas α β, β γ, γ Δ, Δ ε, & ε α (per corrolarium 16 tertij) quoniam anguli qui ſunt ad ν, θ, ξ, λ, μ, ſigna recti ſunt. Si enim non tanget eas, ſed ſecabit, continget quòd à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta intra ipſum circulum cadet: quod eſſe impoſsibile oſtenſum eſt (per 16 tertij.) Igitur centro ζ, ſpacio uerò uno ipſorum ν, θ, ξ, λ, μ, ſignorum deſcriptus circulus, rectas lineas α β, β γ, γ Δ, Δ ε, & ε α minimè ſecabit: tanget igitur eas (per corrolarium 16 tertij) deſcribatur ſicut ν θ ξ λ μ. In dato igitur pentagono æquilatero & æquiangulo, circulus deſcriptus eſt: quod facere oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

Circa datum pentagonum quod ſit æquilaterum atq; æquiangulum, circulum deſcribere. 14



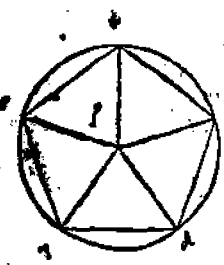


CAMPANVS. Sit ut prius, datus pentagonus, æquilaterus atque æquiangulus (quia de alijs non eſt neceſſarium hoc eſſe poſsibile) a b c d e: uolo circa ipſum deſcribere circulum. Hæc eſt quaſi conuerſa 12. Duos eius propinquos angulos, qui ſunt a & e, diuido per æqualia, ductis lineis a f & f e quouſque concurrant intra ipſum pentagonum in puncto f: concurrent enim & intra pentagonum, ut probatum eſt in præmiſſa. Et à puncto concurſus, duco ad reliquos angulos, lineas quæ ſint f h, f c, f d: & quia duo latera a f & a b trianguli a f b ſunt æqualia duobus lateribus a f & a

a f & a e trianguli a f e, & angulus a unius angulo a alterius: erit per 4 primi, f a æqualis f e, & angulus b partialis angulo e partiali. Et quia b totalis est æqualis a totali, & e totalis diuisus est per æqualia: erit similiter b totalis diuisus per æqualia. Hoc quoque modo probabis utrunque angulorum c & d, diuisum esse per æqualia: & quinq; lineas f a, f b, f c, f d, f e, esse æquales: quare per 9 tertij erit centrum circuli. Sicq; patet propositum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 14.* *Propositio 14.*

14 Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum, circulum describere.

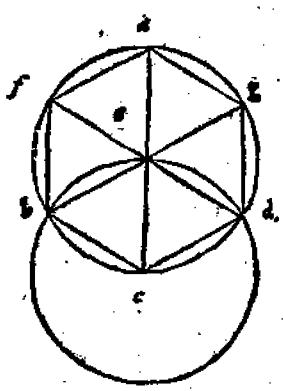


THEON *ex Zamberto.* *Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum α β γ δ ε: oportet iam circa pentagonum α β γ δ ε, circulum describere. Secetur iam (per 9 primi) uterq; eorum qui sunt sub β γ δ & γ δ ε angulorum bifariam, per utranque ipsarum γ ζ & δ ζ. Et à ζ signo in quo concurrunt ipsæ rectæ lineæ, ad signa β, α, ε, coniungantur rectæ lineæ ζ β, ζ α & ζ ε. Similiter præcedenti ostendetur, quòd & unusquisque eorum qui sunt sub γ β α, β α ε & α ε δ angulorum, bifariam secatur per unamquamq; ipsarum ζ β, ζ α, & ζ ε rectarum linearum. Et quoniam æqualis est angulus β γ δ angulo γ δ ε, & anguli β γ δ dimidium est angulus ζ γ δ: anguli autem γ δ ε dimidium est angulus γ δ ζ: & angulus ζ γ δ igitur angulo ζ δ γ est æqualis. Quare & latus ζ γ, lateri ζ δ est æquale. Similiter iam ostendetur, quòd & unaquæque ipsarum ζ β, ζ α, ζ ε, utrique ipsarum ζ γ & ζ δ est æqualis. Quinque igitur rectæ lineæ ζ α, ζ β, ζ γ, ζ δ & ζ ε, sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur ζ, & spacio aut ζ α aut ζ β aut ζ γ aut ζ δ aut ζ ε, circulus descriptus: ueniet per reliqua signa, & descriptus erit circa α β γ δ ε pentagonum, quod æquilaterum & æquiangulum est. Describatur, & sit α β γ δ ε. Circa datum igitur pentagonum, quod est æquiangulum & æquilaterum, circulus descriptus est: quòd facere oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 15.*

15 INtra propositum circulum, hexagonum æquilaterum atq; æquiangulum describere.

Ex hoc itaq; manifestum est, quòd latus hexagoni æquum est dimidio diametri circuli cui inscribitur.



CAMPANVS. Sit propositus circulus a b c d, cuius centrum e, uolo sibi inscribere hexagonum æquilaterum atque æquiangulum. produco diametrum a e c, & secundum quantitatem semidiametri e c, facto centro puncto c, describo circulum e b d, secantem priorem in duobus punctis b, d: à quibus produco duos diametros in circulo primo, quæ sint b c g, d e f. Trium ergo diametrorum extremitates coniungo sex lineis, quæ sunt a f, f b, b c, c d, d g, & g a: quas dico continere hexagonum quæsitum. Erit enim, ut demonstrat prima primi, uterque triangulorum b e c, c e d, æquilaterus: quare & æquiangulus per 5 eiusdem: ergo per 32 primi, duo anguli b e c & c e d, cum uno æquali uni eorum, sunt æquales duobus rectis: propter id quòd quisque eorum est tertia duorum rectorum: sed ipsi per 13 eiusdem, cum angulo d e g, sunt æquales duobus rectis: ergo angulus d e g, est æqualis utrique eorum: quare per 15 eiusdem, sex anguli qui sunt ad e, sunt adinuicem æquales: ergo per 25 tertij, arcus in quos cadunt, sunt æquales: quare & eorum chordæ per 28 eiusdem, quæ sunt lateri ipsius hexagoni. Aequilaterus igitur est. Sed & æquiangulus per 26 tertij, propter id quòd sex arcus in quos angularia puncta hexagoni diuidunt circulum: bini & bini sumpti sunt adinuicem æquales, ut arcus a f b, arcui f b c: & ideo angulus f, qui consistit in primo, est æqualis angulo b, qui consistit in secundo, idem in cæteris: quare constat propositum.

Correlarium ex hoc patet, quòd dimidium diametri & latus hexagoni, sunt latera eiusdem trianguli æquilateri, ut e c, & c b & c d.

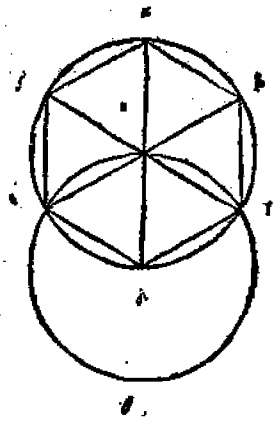
SCD Lyon 1 Mathématiques

CAMPANI *additio.* Et nota quòd non proponitur circa propositum circulum hexagonum æquilaterum & æquiangulum designare. Nec intra talem hexagonum aut circa talem circulum describere quemadmodum fecit de triangulo, quadrato, & pentagono: non quia non sit necessarium hoc esse possibile: sed quia hæc tria per eadem præcepta fiunt in pentagono æquilatero & æquiangulo, & in omni figura æquilatera atque æquiangula quæcunque fuerit. Vnde quamcunque figuram æquilateram & æquiangulam scimus circulo inscribere, eandem circulo, extra & circulum sibi intra & extra, iisdem medijs, per quæ hoc in pentagono fecimus, describemus. Nota etiam quòd omnis figura æquilatera circulo inscripta aut circunscripta est etiam necessariò æquiangula: de inscripta patet per 27 & 26 tertij sumptis arcubus circuli: quibus latera inscriptæ figuræ chordæ sunt, binis & binis. In hos enim arcus, ipsius figuræ anguli cadũt. De circunscripta autem ductis à circuli centro lineis ad omnes eius angulos, & ad loca contactus, facile probabis, si plenè intellectæ demonstrationi 13 huius diligens intellectus accesserit: erit enim, ut omnes ipsius figuræ angulos, lineæ à centro uenientes per æqualia diuidant: sumptis itaque quibuslibet duobus eius proximis lateribus cum linea ad angulum ab eis contentum, & cum duobus ad eorum extremitates à centro uenientibus: duos triangulos ab eis contentos, æquiangulos adinuicem per 4 primi esse probabis. Sicq; faciendo de omnibus, patebit eos esse æquiangulos per hanc communem scientiam, quorum dimidia sunt æqualia, tota quoque esse æqualia.

Euclid. ex Zamb. *Problema 15.* *Propositio 15.*

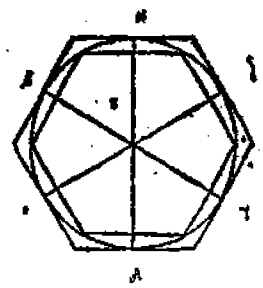
In dato circulo, hexagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

THEON *ex Zamb.* *Sit datus circulus α β γ Δ ε ζ: oportet iam in dato circulo α β γ Δ ε ζ, hexagonum æquilaterum æquiangulumq; describere. Excitetur ipsius α β γ Δ ε ζ circuli dimetiens, sit que illud α Δ. Sumaturq; (per 1 tertij) centrum circuli: sitq; illud Δ, & centro η, spacio uerò Δ η (per 3 postulatum) circulus describatur γ η ε θ: & coniunctæ rectæ ε η & γ η extendantur in β, ζ, signa, & connectantur α β, β γ, γ Δ, Δ ε, ε ζ, ζ α. Dico quòd α β γ Δ ε ζ, hexagonum æquilaterum est & æquiangulum. Quoniam enim η signum, centrum est circuli α β γ Δ ε ζ, æqualis est (per diffinitionem 15 primi) η ε ipsi η Δ. Rursus quoniam Δ signum, centrum est circuli γ η ε θ, æqualis est (per eandem) Δ ε ipsi Δ η. Sed η ε ipsi η Δ ostensum est quòd est æqualis. Igitur η ε, ipsi ε Δ est æqualis (per 1 communem sententiam.) Æquilaterum igitur est ε η Δ triangulum: & tres igitur eius anguli, ε η Δ, scilicet, η Δ ε et Δ ε η sibi inuicem sunt æquales. Quoniam (per 5 primi) isoscelium trianguloru anguli qui ad basim sibi inuicem sunt æquales, & trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales (per 32 primi) angulus igitur ε η Δ, duorum rectorum tertium est. Similiter quoque ostendemus, quòd & angulus Δ η γ, duorum rectorum tertium est. Et quoniam recta linea γ η super ε β stans (per 13 primi) † utrobique angulos ε η γ & γ η β duobus rectis æquos efficit: & reliquus igitur angulus γ η β, tertium est duorum rectorum: anguli igitur ε η Δ, Δ η γ & γ η β, sibi inuicem sunt æquales. Quare anguli qui ad uerticem, hoc est, β η α, α η ζ & ζ η ε, eiusdem ε η Δ, Δ η γ & γ η β sunt æquales (per 15 primi.) Sex igitur anguli ε η Δ, Δ η γ, γ η β, β η α, α η ζ, & ζ η ε, sibi inuicem sunt æquales. Æquales autem anguli, super æqualibus circunferentijs consistunt (per 26 tertij.) Sex igitur circunferentiæ α β, β γ, γ Δ, Δ ε, ε ζ, & ζ α, sibi inuicem sunt æquales. At sub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur (per 29 eiusdem.) Sex igitur rectæ lineæ α β, β γ, γ Δ, Δ ε, ε ζ, & ζ α, sibi inuicem sunt æquales: æquilaterum igitur est α β γ Δ ε ζ hexagonum. Aio quoque, quòd & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia α ζ æqualis est circunferentiæ ε Δ, communis apponatur circunferentia α β γ Δ. Tota igitur ζ α β γ Δ, toti ε Δ γ β α est æqualis. Et super circunferentia ζ α β γ Δ, consistit angulus ζ ε Δ: super autem ε Δ γ β α circunferentia, consistit angulus α β ε. Æqualis igitur est angulus α ζ ε, angulo Δ ε ζ. Similiter quoque ostendetur quòd & reliqui anguli ipsius α β γ Δ ε ζ hexagoni, hoc est, unusquisque eorum qui sunt sub ζ α β, α β γ, β γ Δ, & γ Δ ε, unicuique eorum qui sunt sub α ε ζ & ζ Δ angulorum, sunt æquales. Æquiangulum igitur est hexagonum α β γ Δ ε ζ. Ostensum autem est quòd & æquilaterum, & descriptum est in circulo α β γ Δ ε ζ. In dato circulo igitur α β γ Δ ε ζ, hexagonum æquilaterum & æquiangulum descriptum est: quod facere oportebat.*



CORRELA-

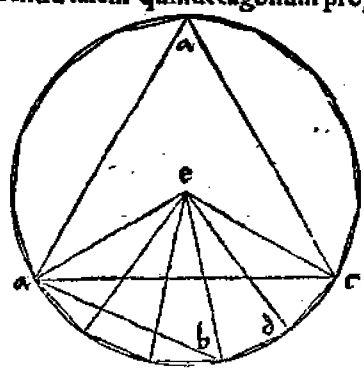
COROLARIVM. *Hinc manifestum est, quòd hexagoni latus ei qui est ex centro circuli est æquale: & si per signa α, β, γ, δ, ε, ζ, circulum tangentes ducamus rectas lineas, describetur circa circulum, hexagonum æquilaterum & æquiangulum consequentur ex prædictis in pentagono. Et insuper per ea quæ similiter in pentagono dicta sunt, in dato hexagono circulum describemus & circunscribemus: quod facere oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 16.*

16 INtra datum circulum, quindecagonum æquilaterum atque æquiangulum designare. Deinde circa quamlibet circulum assignatum, qui decagonum æquilaterum atque æquiangulum, atque intra datum quindecagonum, circulum describere.

CAMPANVS. Sit datus circulus a b c: uolo sibi inscribere quindecagonum æquilaterum & æquiangulum, deinde etiam circunscribere, atque intra talem quindecagonum propositum, circulum describere. Non proponit autem circa talem quindecagonum, circulum describere: quia hoc satis dat intelligere per alia quæ proponit. In dato circulo iuxta doctrinam secundę huius, protraho latus trianguli æquilateri, quod sit a c, & iuxta doctrinam 11 huius latus pentagoni æquilateri atque æquianguli, quod sit a b. Et quia arcus a c, *est totius circunferentiæ tertia, cuius* arcus a b est quinta, erit superfluum inter eos quod est arcus b c, duæ tertiæ arcus a b, uel duæ quintę arcus a c, siue duæ quintædecimæ totius circunferentiæ. Nam in omni toto excedit tertia quintam in duabus tertijs ipsius quintæ, uel in duabus quintis ipsius tertiæ, siue in duabus quintisdecimis totius. Hoc enim patet in quinta & tertia primi numeri habentis quintam & tertiam qui est 15. eius enim tertia quæ est 5, excedit eius quintam quæ est 3 in duabus unitatibus quæ sunt duæ tertiæ ipsius ternarij qui est quinta: uel duæ quintæ ipsius quinarij qui est tertia, siue duæ quintæ decimæ ipsius 15, qui est totum. Diuiso igitur arcu b c per æqualia in d, patet utrumque duorum arcuum c d, & d b, esse tertiam arcus a b, uel quintam arcus a c, siue quintamdecimam totius circunferentiæ. Subtensis igitur eis chordis c d, & d b, coaptatisque continuè intra datum circulum sibi æqualibus per primam huius, *complebitur figura proposita.* Cætera uerò duo quæ proponit cum tertio quod dat intelligere, uidelicet quindecagonum circulo circũscribere, ac circulum quindecagono inscribere, ac etiam circunscribere: ex duodecima, decimatertia & decimaquarta huius plenè intellectis facilè perficies.



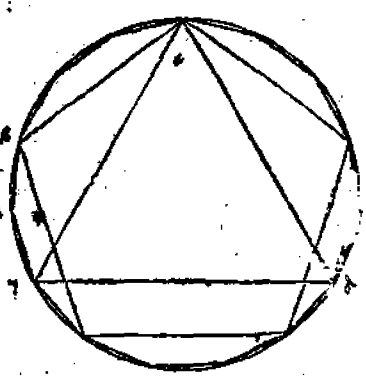
CAMPANI *additio.* Et nota quòd quamcunq; figuram æquilateram circulo scimus inscribere, duplo plurium laterum circulo scimus inscribere & circunscribere, & ipsi circulum. Diuisis enim arcubus, quibus latera eius quæ scitur inscribi subtenduntur, per æqualia, & à punctis mędijs ad extremitates laterum ipsius figurę ductis lineis, fiet intra circulum figura duplo plurium laterũ quę erit æquilatera per 28 tertij: ergo & æquiangula. Hoc enim demõstratum est, suprà 15 huius, quòd omnis figura æquilatera circulo inscripta, est etiam æquiangula. Et quia hanc circulo scimus inscribere, sciemus cætera tria per duodecimã, decimamtertiã & decimamquartam huius. Quia igitur scimus inscribere triãgulum æquilaterum, sciemus per hoc & hexagonum: & per hexagonum, dodecagonum: ac per dodecagonum figuram uigintiquatuor laterum, & *sic in infinitum duplando. Et licet per triangulum posit, ut diximus,* inscribi hexagonus: posuit tamen huius propriam demonstrationem, ex qua sequitur potissimum perutile. Et & similiter quia scimus & inscribere quadratum, sciemus per hoc inscribere omnem figuram, cuius laterum numerus est pariter par: per pentagonum quoque sciemus decagonum & figuram 20 laterum: sicq; continuè duplando. Idem quoque intellige de quindecagono, per ipsum enim scientur figuræ 30 & 60, & omnium continuè duplatorum laterum. Cæterarum autem fi-

gurarum, de quibus ista non docet, uel quæ per has non habentur: difficilis est scientia & parum utilis, ut sunt heptagona, ennagona, hendecagona. Quòd si sciemus triangulum duum æqualium laterum designare, cuius uterque angulorum ad basim triplus esset ad reliquum, sciemus heptagonum, ut supra pentagonum circulo inscribere: quod si uterque quadruplus esset ad reliquum, sciremus nonagonum: & si quintuplus, hendecagonum. Idemq; in cæteris figuris imparium laterum, posito utroque angulorum ad basim multiplici ad reliquum, per eum numerum qui est medietas maximi paris sub impari numero laterum ipsius figuræ contenti.

Euclid. ex Zamb. Problema 16. Propositio 16.

In dato circulo, quindecagonum æquilaterum & æquiangulum describere. 16

THEON *ex Zamb. Sit datus circulus* α β γ Δ: *oportet iam in* α β γ Δ *circulo, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum describere. Describatur in circulo* α β γ Δ, *trianguli æquilateri latus* α γ, *pentagoni uerò æquilateri latus* α β *in arcu* α γ. *Qualium igitur est circulus* α β γ Δ, *æqualium segmentorum quindecim: talium quidem circunferentia,* α β γ, *tertium existens ipsius circuli, erit quinque. Circunferentia autem* α β, *existens quintum circuli, erit trium; reliqua igitur* β γ, *duorum æqualium. Secetur (per 30 tertij)* β γ, *bifariam in* ε: *utraque igitur ipsarum* β ε, & ε γ, *circunferentiarum quintumdecimum erit ipsius* α β γ Δ, *circuli. Si igitur coniungentes rectas lineas* β ε, & ε γ, *ipsis æquales in continuum rectas lineas (per 1 quarti) coaptemus in circulum* α β γ Δ: *erit in eo descriptum quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum: quod facere oportebat. Similiter autem ut in pentagono, si per circuli diuisionem, tangentes circulum ducemus, describetur circa circulum, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum: & per ostensionem similiter in pentagonis, & in dato quintidecagono æquilatero & æquiangulo, circulum describemus & circunscribemus.*



QVARTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM *Liber quintus.*

Euclid. ex Camp. *Diffinitiones.*

1  ars, eſt quantitas quantitatis minor maioris, cum minor maiorem numerat.

CAMPANVS. Pars quandoq; ſumitur propriè: & hęc eſt quæ aliquoties ſumpta, ſuum totum præciſè conſtituit, ſine diminutione uel augmento: & dicitur ſuum totũ numerare per illum numerum, ſecundum quem ſumitur ad ipſius totius conſtitutionem: talem autem partem, quam multiplicatiuam dicimus, hic diffinit. Quandoq; ſumitur communiter: & hæc eſt quælibet quantitas minor, quæ quotieſcunq; ſumpta, ſuo toto minus aut maius cõſtituit, quam aggregatiuam dicimus: eo quòd cum alia quantitate diuerſa totum ſuum conſtituat, per ſe autẽ quotieſcunque ſumpta fuerit, non producat.

2 Multiplex, eſt maior minoris, quando eam minor metitur.

CAMPANVS. Pars relatiuè dicitur ad totũ, & in iſtis duobus extremis, conſiſtit eorum adinuicem relatio, & ideo diffinito minori extremo, diffinit hic maius: uocat autem ipſum multiplex, propter hoc quòd minus aliquoties ſumptum, ipſum conſtituat: erunt igitur relatiuè dicta adinuicem, pars & multiplex. Nam omnis pars, ſubmultiplex: ut patet per eius diffinitionem.

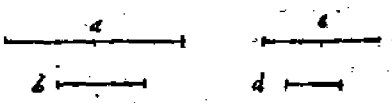
3 Proportio, eſt habitudo duarum quantæcunq; ſint eiuſdem generis quantitatum, certa alterius ad alteram habitudo.

CAMPANVS. Proportio, eſt habitudo duarũ rerum eiuſdem generis adinuicẽ, in eo quòd earum altera maior aut minor eſt reliqua uel ſibi æqualis. Non enim ſolum in quantitatibus reperitur proportio, ſed in ponderibus, potentijs & ſonis. In ponderibus quidem & potẽtijs, uult Plato in Timæo eſſe proportionem: ubi elementorũ numerum oſtẽdit. In ſonis autem eſſe proportionem, liquet ex muſica. Nam (ut uult Boetius in quarto) ſi quilibet neruus in duas inęquales partes diuidatur, erit ipſarum partium ſuorumq; ſonorũ, eadem cõuerſo modo proportio. *Plato.* *Boetius.* Sed in quibuſcunq; proportio reperitur, ea participant naturam proprietatemq; quantitatis: nõ enim reperitur in aliquibus rebus duabus, niſi in eo quòd earum una eſt reliqua maior, aut minor, aut ei æqualis. Quantitatis autem proprium, eſt ſecundum ipſam æquale uel inæquale dici, ut uult Ariſtoteles in Prędicamentis: unde liquet proportionem primò in quantitate reperiri, & per ipſam in omnibus alijs: nec eſſe in aliquibus rebus proportionem, cui ſimilis non ſit in aliquibus quantitatibus: propter quod bene dixit Euclides, proportionem ſimpliciter eſſe in quantitate, cùm eam diffiniuit per habitudinem duarum quantitatum eiuſdem generis adinuicem. *Ariſtoteles.* Cuius diffinitionis intellectus eſt, quòd proportio eſt habitudo duarũ quantitatum adinuicem, quæ attenditur in eo quòd una earum eſt maior aut minor alia, uel æqualis ei: per quod patet quòd oportet eas eſſe eiuſdẽ generis, ut duos numeros, aut duas lineas, aut duas ſuperficies, aut duo corpora, aut duo loca, aut duo tempora. Nõ enim poteſt dici in ea, maior aut minor ſuperficie, aut corpore, nec tempus, loco: ſed linea, linea, & ſuperficies, ſuperficie. Sola enim uniuoca, cõparabilia ſunt. Quod autem dicit, Certa habitudo, non ſic intelligas, quaſi nota uel ſcita, ſed quaſi determinata: ut ſit ſenſus, Proportio eſt determinata habitudo duarum quãtitatum: ita, inquam determinata, quòd hæc, & non alia. Non enim eſt neceſſarium, ut omnis habitudo duarum quantitatum ſit ſcita à nobis, nec etiam à natura. Nam proportio quædam eſt diſcretorum, ut numerorum: quædam autem continuorum. In numeris autem, minor, eſt pars aut partes maioris, ut demonſtratur in ſeptimo: quare & in eis omnibus eſt habitudo certa

& nota. At uerò in continuis, eſt proportio magis larga: eſt enim in ea, ubi minor quantitas eſt, pars aut partes maioris: & talium omnium, mediantibus numeris eſt proportio nota, quæ & rationalis dicitur. *Dicunturq́* omnes tales quantitates, communicantes, quia eas una & eadem neceſſariò metitur, unde & omnes numeri ſunt communicãtes: omnes enim ipſos mètitur unitas. Eſt etiam, ubi minor non eſt pars aut partes maioris: & in talibus non eſt nota proportio nec nobis nec naturę. *Diciturq́* hæc proportio irrationalis, & hę quantitates, incommunicantes: unde fit ut quæcunque portio reperitur in numeris, reperiatur in omni genere continuorum, ut in lineis, ſuperficiebus, corporibus & temporibus: non autem è conuerſo: infinitæ enim ſunt proportiones in continuis repertæ, quas numerorum natura non ſuſtinet. Sed quæcunque proportio reperitur in uno genere continuorum, eadem reperitur in omnibus alijs. Nam qualitercunque ſe habet aliqua linea ad quamlibet aliam: ſic ſe habet quælibet ſuperficies ad aliquam aliam, & quodlibet corpus ad aliquod aliud, ſimiliter & *tempus*: ſed non ſic, quilibet numerus ad aliquem alium, unde magis eſt larga proportio in continuis, quàm in diſcretis. Ex quo manifeſtum eſt, proportionem geometricam eſſe maioris abſtractionis, quàm proportionem arithmeticam: omnis enim proportio circa quam arithmetica uerſatur, rationalis eſt: geometrica uerò, rationales & irrationales æquilateras conſiderat.

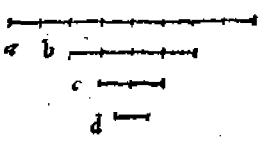
Proportionalitas, eſt ſimilitudo proportionum. 4

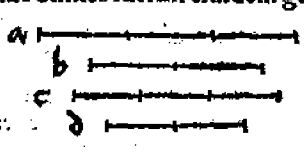
CAMPANVS. Vt ſi dicamus, quòd quæ eſt proportio a ad b, ea eſt etiam c ad d: proportio quæ eſt inter a & b, ſimilis eſt illi quæ eſt inter c & d. Hæc autem ſimilitudo, quæ ex iſtis proportionibus reſultat, dicitur *proportionalitas*.



Quantitates autem quæ dicuntur continuam habere proportionalitatem, ſunt quarum æquè multiplicia aut æqua ſunt, aut æquè ſibi ſine interruptione addunt aut minunt.

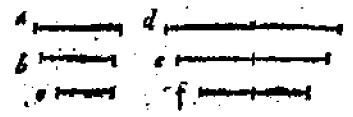
CAMPANVS. Suppoſita diuiſione proportionalitatis per continuam & diſcontinuam, diffinit mẽbra diuidentia, & primò *continuam*. *Immò (ut uerius dicam)* ſuppoſita diuiſione proportionalium per continuè proportionalia & incontinuè, diffinit non continuam proportionalitatem nec continuam: ſed continuè proportionalia & incontinuè, diffinitio autem continuæ proportionalitatis & incontinuæ, ſatis patet per diffinitionem cõtinuè proportionalium & incontinuè. Continua autem proportionalitas, eſt cùm quotlibet quantitatum eiuſdem generis, in qua proportione prima antecedit ſecundam, in eadem quælibet aliarũ antecedit proximè conſequentem: ut cùm dicimus, ſicut ſe habet a ad d, ita b ad c, & c ad d: eritq́ quælibet earum, antecedens & conſequens: excepta prima quæ eſt ſolum *antecedens*, & ultima quæ eſt tantum conſequens. Et in hac quidem proportionalitate neceſſe eſt omnes quãtitates eſſe eiuſdem generis propter continuationem proportionum, eo quòd non ſit proportio inter quantitates quæ ſunt generum diuerſorum: & hęc erit ad *minus in tribus terminis conſtituta*. Incontinua autem proportionalitas, eſt cùm quãtuor quantitatum ſiue omnes fuerint eiuſdem generis, ſiue duæ primæ unius, & duę poſtremę alterius, in qua proportione, prima antecedit ſecundam, in eadem tertia antecedit quartam: ut cùm dicimus, ſicut ſe habet a ad b, ita c ad d: eritq́ earum quælibet, aut tantum antecedens aut tantũ conſequens: nec eſt neceſſe ut ſint omnes quatuor eiuſdem generis, ſicut erat in proportionalitate continua: eo quòd conſequens primæ proportionis non continuatur antecedenti ſecundæ, ſed poſsibile eſt ut ſint eiuſdem generis: & poſsibile eſt, ut ſint diuerſorum. Sicut enim cõtingit lineam reperiri duplam ad lineam, aut triplam: ita ſuperficiẽ ad ſuperficiẽ, & corpus ad corpus, & tempus ad tempus, & numerum ad numerũ. Viſo quid ſit continua proportionalitas, & quid incontinua, explanemus diffinitionẽ cõtinuè proportionaliũ prę miſſam. Quãtitates, inquit, proportionales cõtinuè, ſunt quarũ æquè multiplicia aut ſibi ſunt æqualia, aut æquè ſibi ſine interruptione addũt aut minuunt,





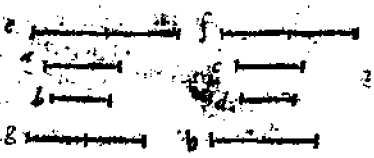
uerbi

uerbi gratia. Sint tres quantitates eiuſdem generis a, b, c: ad quas ſumantur d, e, f: æquè multiplicia, ut ſicut d eſt multiplex ad a, ita e ſit multiplex ad b, & f ad c: eruntq; omnes in eodem genere: multiplicia enim & ſubmultiplicia, in eodem ſunt genere: ſitq; ut d, e, f, aut ſint æqualia adinuicem, aut ſimiliter ſe habeant in addendo aut minuendo: ita quòd ſicut d addit ſuper e aut minuit ab ipſo, ita e addat ſuper f, aut minuat ab ipſo. Cùm hęc, inquam, multiplicia ſic ſe habuerint, erunt tres quantitates a, b, c, continuè proportionales. Multiplicia autem non intelligas ſimiliter ſic ſe habere in addendo aut minuendo, quantum ad quãtitatem exceſſus, ſed quantum ad proportionem: aliter enim diffinitio eſſet falſa. Nam quarumlibet quantitatum eiuſdem generis æquis ſe differentijs excedentium æquè multiplicia accepta æquis etiam differentijs ſe excedunt. Vnde ſimiliter ſe habent in addendo & minuendo quantum ad quantitatem exceſſus: nec tamẽ priores quantitates ſunt continuè proportionales, immò minorum eſt ſemper maior proportio. Hoc autem ideò euenit, quoniam earum multiplicia non ſimiliter ſe excedunt, quantum ad proportionem, ſed ſolum quantum ad quantitatem exceſſus: eſt enim & ibi in minoribus multiplicibus maior proportio: uerbi gratia. Sumantur tres numeri æquis differentijs ſe excedentes, in medietate uidelicet arithmetica, ut, 2, 3, 4: horum trium omnes æquè multiplices æqualiter ſe excedunt, dupli quidem binario, tripli ternario, & ſic de cęteris: non tamen ſunt 2, 3, 4 continuè proportionalia: immò minorum eſt maior proportio: eſt enim ipſorũ proportio ſeſquialtera, & maiorũ ſeſquitertia, quia ergo inter eos non eſt ſimilitudo proportionũ, non erit inter eos proportionalitas: & ideò neq; continua neq; incontinua. Patet ergo ſimilitudinem illam additionis aut diminutionis, nõ intelligi quantum ad quantitatem exceſſus, ſed quãtum ad proportionem: erit itaq; ſenſus diffinitionis premiſſæ. Continuè proportionalia, ſunt quorum omnia multiplicia æqualia, ſunt continuè proportionalia. Sed noluit ipſam diffinitionem proponere ſub hac forma: quia tunc diffiniret, idem per idem, apertæ tamen rei eſt iſtud cum ſua diffinitione conuertibile. Tres autem quantitates a, b, c, oportet eſſe eiuſdem generis: ad hoc ut earum multiplicia ſibijnuicẽ æqualia ſint, aut ſimiliter ſe habeant in addẽdo aut minuendo. Si enim a & b eſſent diuerſorum generum, eſſent etiam d & e ipſarum a & b multiplicia, eorundem diuerſorum generum, propter hoc quòd multiplicia & ſubmultiplicia eiuſdem ſunt generis: quare d non eſſet æqualis e: nec ea maior aut minor: nam quantitates diuerſorum generum, non ſunt adinuicem comparabiles.



6 Quantitates quæ dicuntur eſſe ſecundum proportionem unam, prima ad ſecundam & tertia ad quartam, ſunt quarum primæ & tertiæ multiplices æquales, multiplicibus ſecundæ, & quartæ æqualibus fuerint ſimiles, uel additione, uel diminutione, uel æqualitate eodem ordine ſumptæ.

CAMPANVS. Poſita ſuperius diffinitione quantitatum continuè proportionalium: hic ponit diffinitionem inconti nuè proportionalium: & eſt quòd quarumlibet 4 quantitatum quarum primæ & tertiæ æquè multiplicia ſumpta fuerint, itemq; ſecũdæ & quartæ æquè multiplicia, fuerit q; multiplex primæ, ſic ſe habens ad multiplex ſecundæ quantum ad additionem aut diminutionem aut æqualitatẽ, ſicut multiplex tertię ad multiplex quartæ: erit proportio primæ earum ad ſecundam, ſicut tertiæ ad quartam: uerbi gratia. Sint 4 quantitates a, b, c, d: ſumanturq; ad primam & ad tertiam quę ſunt a & c æquè multiplicia utpote dupla quę ſint e & f. Itemq; ad ſecundã & quartam quę ſunt b & d: ſumantur alia æquè multiplicia utpote tripla, quæ ſint g & h: ſitq; ut hæc 4 multiplicia ſic ſumpta comparata adinuicem ſecundum ordinem primarum 4 quantitatũ; ita uidelicet, quòd e comparetur ad g, & f ad h, non autem e ad f aut g ad h: ſint ſimilia in additione, diminutione & æqualitate: uidelicet quòd ſi e addit ſupra g & ſimiliter f addat ſupra h, aut ſi e minuit a g, & f ſimiliter minuat ab h: aut ſi e eſt æqualis g, & ſimiliter f ſit æqualis h: tũc proportio a ad b eſt ſicut c ad d: ſimilitudo autem in addendo aut diminuendo, intelligatur hic ſicut in diffinitione continuè proportionalium, uidelicet non quantum ad quantitatem exceſſus, ſed quantum ad proportionẽ. Quod autẽ dicit, Eodem ordine ſumptæ, intelligatur ſicut expoſitum eſt: uidelicet ut multiplicia non referantur adinuicem ſecundum ordinem earum quantitatum, quibus æquè multiplicia aſſumuntur, ut multiplex primæ non referatur ad multiplex tertiæ, aut multiplex ſecundæ ad multiplex quartæ: ſed referatur ſecundũ primum ordinẽ ipſarum 4 quantitatũ, uidelicet multiplex primæ ad multiplex ſecundę, & multiplex tertiæ ad multiplex quartæ. Erit itaq; ſenſus iſtius diffinitionis. Incõtinuè proportionales, ſunt quatuor quantitates, & proportio primæ ad ſecundam eſt ſicut tertiæ ad quartam: cum ſumptis æquè multiplicibus ad primam & tertiam, itemq; æquè



multipli-

multiplicibus ad ſecundam & quartam: erit proportio multiplicis primę ad multiplex ſecundæ, ſicut multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ. Sed non diffiniuit ſub hac forma, propter cauſam prædictam: licet à parte rei idem ſit. Non eſt autem neceſſarium, ut quatuor quantitates a, b, c, d, ſint eiuſdem generis, eo quòd b non continuatur in proportione cum c: ſed poſſunt eſſe duæ primæ unius generis, & duæ ſequẽtes alterius. Per quod patet, quòd neceſſe eſt referri multiplex primæ ad multiplex ſecundæ, & multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: nõ autem multiplex primæ ad multiplex tertię, aut multiplex ſecundæ ad multiplex quartæ: quia non ſemper ſunt eiuſdem generis multiplex primæ & tertiæ, nec multiplex ſecundæ & quartæ: fuit autem neceſſe ſumere æquè multiplices ad primam & tertiam, itemq; æquè multiplices ad ſecundam & quartam, & nõ æquè multiplices ad primam & ſecundam, & item non æquè ad tertiam & quartam: quia niſi per multiplicium ſumptionem continuentur terminni primæ proportionis cum terminis ſecundæ, non erit per quid ſit proportio a ad b, ſicut c ad d.

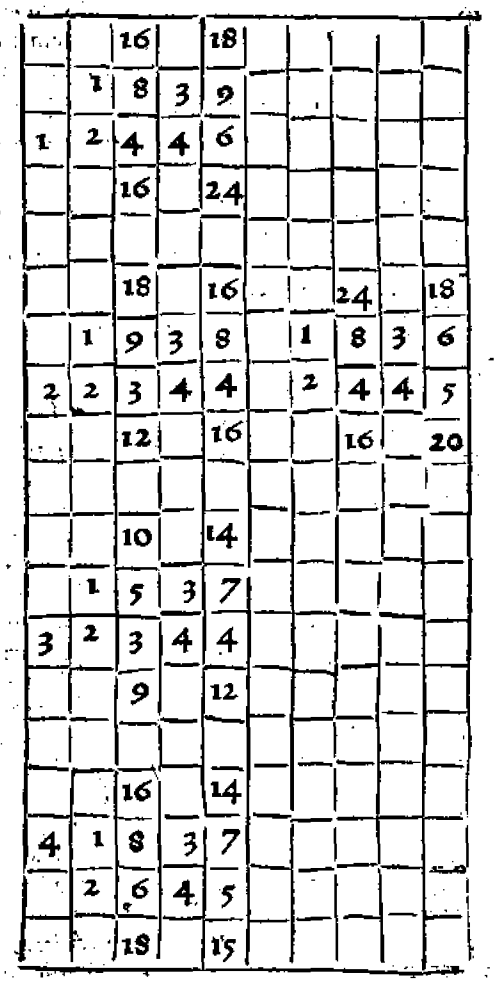
Quantitates quarum proportio eſt una, proportionales nominantur.

CAMPANVS. Poſtquàm diffiniui quantitates continuè proportionales & incontinuè: diffinit quantitates proportionales ſimpliciter, & patet diffinitio.

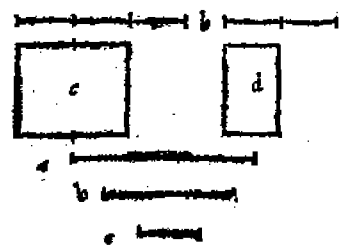
Cùm fuerint primæ & tertiæ æquè multiplices, itemq; ſecundæ & quartæ æquè multiplices, addetq; multiplex primæ ſuper multiplicem ſecundæ, non addet autem multiplex tertiæ ſuper multiplicem quartæ, dicetur prima maioris proportionis ad ſecundã, quàm tertia ad quartàm.

CAMPANVS. Diffinitis quantitatibus proportionalibus, diffinit quantitates improportionales. Sunt autem improportionales, inter quas non eſt ſimilitudo proportionum. quod contingit dupliciter, aut quia maior eſt proportio primæ ad ſecundam, quàm tertiæ ad quartã: aut quia minor: & ideo eius ſunt duę ſpecies. Prima, quando maior eſt proportio primi ad ſecundũ, quàm tertij ad quartũ: et dicitur hoc, maior improportionalitas.

Secunda uerò, quãdo minor eſt proportio primi ad ſecundũ, quàm tertij ad quartũ: & dicitur minor improportionalitas. diffinit ergo eas inter quas eſt maior proportio primæ ad ſecundã, quàm tertiæ ad quartam: quę eſt maior improportionalitas: diffinitionem autem earũ inter quas eſt minor proportio primæ ad ſecũdam, quàm tertiæ ad quartam, non ponit, quia ipſa patet ex alia. Cùm igitur fuerint quatuor quantitates, ad quarũ primam & tertiã ſumpta ſint æquè multiplicia, & ad ſecundam & quartam æquè multiplicia, & multiplicia primæ & ſecundę relata adinuicem non ſe habębunt ſimiliter multiplicibus tertiæ & quartæ relatis adinuicẽ in additione, diminutione & ęqualitate: illę quatuor quãtitates erũt improportionales. Quòd ſi ita fuerit, q̃ multiplex primæ ſit æquale multiplici ſecũdę, multiplex uerò tertiæ ſit minus multiplici quartæ: aut quòd multiplex primę ſit maius multiplici ſecũdę, & ſimiliter multiplex tertię mul-



tiplici quartæ: ueruntamen plus excedit quantum ad proportionem, non quantum ad quantitatem excessus multiplex primæ multiplex secundæ, quàm multiplex tertiæ multiplex quartæ: aut quòd multiplex primæ sit minus multiplici secundæ, & similiter multiplex tertiæ multiplici quartæ: ueruntamen minus minuit quantum ad proportionem, non quantum ad quantitatem excessus, multiplex primæ multiplici secundæ, quàm multiplex tertiæ multiplici quartæ: erit quolibet istorum quatuor modorum maior proportio primæ ad secundam, quàm tertiæ ad quartam. Quatuor autem modis istis oppositis erit minor proportio primæ ad secundam, quàm tertiæ ad quartam. Exempla autem istorum omnium euidenter sumentur ex numeris. Additio ergo illa multiplicis primæ super multiplex secundæ, non autem multiplicis tertiæ super multiplex quartæ, de qua loquitur auctor in diffinitione, latitudinem habet ad istos quatuor modos prædictos, & ipsos comprehendit. Vnde sensus istius diffinitionis est: cum sumptis sic multiplicibus primæ ad multiplex secundæ, quàm multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ: erit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam: nõ diffiniuit autem sub hac forma, propter cõmunem causam prius dictam. Vel possumus dicere, quòd additio multiplicis primæ super multiplex secundæ, & nõ multiplicis tertiæ super multiplex quartæ, de qua loquitur in præmissa diffinitione maioris improportionalitatis, propriè accipitur prout uerba diffinitionis sonant: & non se extẽdit nisi ad secundum quatuor prædictorum modorum: licet reuera quolibet illorum quatuor modorum sit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam: unde sensus illius diffinitionis est, cum sumptis sic multiplicibus, ut proponit, si multiplici primæ existente maiori multiplici secundæ, non sit necessarium quòd multiplex tertiæ sit maius multiplici quartæ: tunc erit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam: propter hoc autem non posuit reliquos tres additionis modos in prædicta diffinitione, quia iste est illis omnibus magis planus, & ad dictam diffinitionẽ sufficiens. Nusquam enim est maior proportio primæ quatuor quantitatum ad secundam quàm tertiæ ad quartam, quin contingat aliqua æque multiplicia ad primam & tertiam reperiri: quæ cùm relata fuerint ad aliqua æquè multiplicia secundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secundæ, non autem multiplex tertiæ super multiplex quartæ. Nec usquam contingit hoc reperire, quin sit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam, ut demonstrabimus infrà supra decimam huius. Possunt autem esse hæ quantitates improportionales diuersorum generum, sicut & quantitates incontinuè proportionales, si intra eas fuerit incontinua improportionalitas, ut si dicatur, maior est proportio a ad b, quàm c ad d. Si autem fuerit continua improportionalitas, erunt omnes eiusdem generis necessariò sicut sunt in continua proportionalitate, ut si dicatur maior est, dicatur maior est proportio a ad b, quàm b ad c.



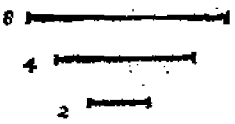
Est autem proportionalitas, ad minus inter tres terminos constituta.

CAMPANVS. Postquam auctor diffiniuit proportionem, proportionalitatẽ, & quantitates proportionales: & improportionales, ostẽdit quis sit minimus numerus terminorũ inter quos proportionalitas potest consistere: maximum autem non ponit, quia illum non contingit sumere: potest enim proportio quælibet continuari in terminis infinitis, siue fuerit rationalis proportio siue irrationalis. Ad proportionalitatem autem exiguntur ad minus duæ proportiones similes, eo quòd proportionalitas sit similitudo proportionum. Quælibet autem proportio habet antecedens & consequens: ergo quælibet proportionalitas habet ad minus duo antecedentia & duo consequentia: hoc est, impossibile fieri in paucioribus quàm tribus terminis, in quibus medius eorum antecedens est & consequens, & ideo proportionalitas erit continua: quare in tribus terminis ad minus erit continua proportionalitas cõstituta. Incontinua autem non erit in paucioribus quàm in quatuor, eo quòd in ipsa quælibet terminus est tantum antecedens aut tantum consequens: idem intellige de minori numero terminorum improportionalitatis. Si enim fuerit continua, erit ad minus inter tres terminos. Si incontinua, ad minus inter quatuor.

Si

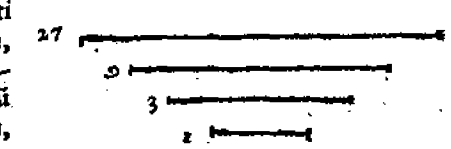
Si fuerint tres quantitates continuè proportionales, dicetur proportio primæ ad tertiam, proportio primæ ad ſecundam duplicata. 10

CAMPANVS. Diffinit proportionem quæ eſt inter extremos terminos continuæ proportionalitatis in tribus terminis conſtitutæ, & dicit quòd ſi fuerit proportio primi ad ſecundum, ſicut ſecundi ad tertium: erit proportio primi ad tertium ſicut primi ad ſecundum duplicata, hoc eſt, ex duabus talibus compoſita: ſiue (quod idem eſt) erit proportio primi ad tertium ſicut primi ad ſecundum duplicata, hoc eſt, in ſe multiplicata: uerbi gratia in numeris. Sint tres numeri continuè proportionales, ſintq; continuè dupli, ut 2, 4, 8: proportio autem primi ad tertium, erit ſicut proportio primi ad ſecundum in ſe multiplicata: proportio autem primi ad ſecundũ eſt dupla: dupla uerò in ſe multiplicata, producit quadruplam: unde proportio extremorum eſt quadrupla, uidelicet duplum dupli: uel ſecundum priorem expoſitionem, proportio extremorum eſt ſicut proportio primi ad ſecundum duplicata, quia quadrupla conſtat ex duabus duplis.

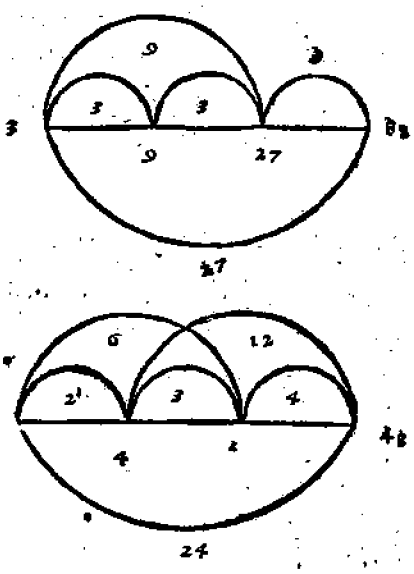


Cùm fuerint quatuor quantitates continuè proportionales, proportio primæ ad quartam, dicetur proportio primæ ad ſecundam triplicata. 11

CAMPANVS. Diffinit proportionem quæ eſt inter extremos continuæ proportionalitatis in quatuor terminis conſtitutę: & dicit ſi fuerint quatuor quantitates continuè proportionales, erit proportio primæ ad quartam, ſicut proportio primæ ad ſecundam triplicata, hoc eſt, ex trib. talibus compoſita, quoniã tres tales inueniuntur in ea: ſiue (quod idem eſt) erit proportio primę ad quartam, ſicut primæ ad ſecundam triplicata, hoc eſt in ſe, poſtea in productum multiplicata uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continuè proportionales, ſintq; continuè tripli, ut ſint 1, 3, 9, 27: proportio primi ad quartum erit ſicut proportio primi ad ſecundum in ſe, poſtea in productũ multiplicata: proportio autem primi ad ſecundum, eſt tripla: tripla uerò in ſe multiplicata, producit nõcuplam, & tripla in noncuplam, producit uigincuplam ſeptuplam: erit itaq; proportio extremorum uigincuplaſeptupla, quod eſt triplum tripli. Vel ſecundum priorem expoſitionem, proportio extremorum eſt ſicut proportio primi ad ſecundum triplicata, quia uigincuplaſeptupla conſtat ex tribus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continuæ proportionalitatis inter plures quàm quatuor terminos cõſtitutæ, propter id quòd dimenſiones in rebus naturalibus repertæ, non excedunt ternarium. Denominatio autem proportionis duarũ quantitatum, quibus nullum interponitur medium, habet naturam lineæ. Earum uerò quibus interponitur unum medium in continua proportionalitate, habet naturã ſuperficiei, eo ꝙ fit ex multiplicatione denominationis duarum primarum in ſe. Omne autem quod ex multiplicatione lineę in lineam producitur, naturam habet ſuperficiei: ſi in ſe quidem, quadrati: ſi uerò in alteram, parte altera longioris. Sed proportionis earum quantitatũ denominatio quibus in cõtinua proportione duo media interponuntur, naturam habet ſolidi: quia prouenit ex multiplicatione denominationis duarum primarum primò in ſe, ex qua multiplicatione producitur ſuperficies: deinde in productum, ex qua multiplicatione prouenit ſolidum ſiue corpus: omne etenim quod ex multiplicatione lineæ in ſuperficiem producitur, creſcit in ſolidum. Eſt ergo ac ſi diceret: proportio duarum quantitatum, eſt ſimplex interuallum, & habens naturam ſimplicis dimenſionis ut lineæ: proportionalitas autem trium, eſt duplex interuallum, & habens naturam duplicis dimenſionis ut ſuperficiei: proportionalitas autem quatuor, eſt triplex interuallum, & habens naturam tripę dimenſionis ut ſolidi. Et quia dimenſiones ulterius non procedunt, ideo non diffiniuit proportionem contentam inter extremos proportionalitatis in quinq; terminis, aut pluribus conſtitutæ: uel non diffiniuit proportionem in his, quia earum proportio habetur ex prædictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis proportio extremorum conſtat ex proportione primorum duplicata, & in quatuor terminis conſtat, ex eadem triplicata, in quinque terminis conſtat ex eadem quadruplicata, & in ſex ex eadem quincuplicata: unde quemadmodum in tribus terminis continuè proportionalibus, proportio extremorum continet proportionem primorum bis, & in quartam terminis ter: ſic in quinque terminis continebit quater, & in ſex quinquies, & ita deinceps: ut ſemper proportio extremorum in terminis continuè proportionalibus toties contineat proportionem primorum, quot ſunt omnes termini, minus uno. Similiter

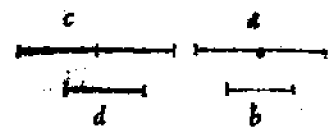


militer quoque si proportio extremorum continuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ, est ea quæ producitur ex proportione primorum in se semel multiplicata, & in quatuor in se bis multiplicata, in quinque terminis ea quæ producitur ex proportione primorum in se ter multiplicata, & in sex terminis quater, & sic semper termini fuerint duobus plures multiplicationibus, siue ut multiplicationes sint æquales mediis extremis interpositis. Et nota quòd etiã in proportionalitatẽ continua extremorum, proportio producitur ex omnibus proportionibus in termedijs, ut ex prædictis apparet, & quòd proportio extremorum continuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ denominatur à quadrato, in quatuor uerò terminis constitutæ denominatur à cubo, quorum quidem quadrati & cubi latus, est denominatio proportionis primi ad secundum, uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continuè proportionales, qui sint continuè tripli 3, 9, 27, 81, proportio primi ad secundum, denominatur à ternario, est enim tripla: primi uerò ad tertium, à nouenario, qui est quadratus ternarij, nam ipsa est noncupla. At uerò proportio primi ad quartum, denominatur à 27, qui est cubus denominationis proportionis primi ad secundum, uidelicet ternarij, ipsa enim est uigincupla septupla. Et proportio extremorum improportionalitatis continuæ in tribus terminis constitutæ, denominatur à superficiali non quadrato, cuius latera sunt denominationes ipsarum proportionum: in quatuor uerò terminis constitutæ, denominatur à solido non cubo, cuius tria latera sunt denominationes trium proportionum, quod etiam patet in numeris. Sint quatuor numeri cõtinuæ improportionales, qui sint 2, 4, 12, 48: in quibus proportio primi ad secundum est dupla, secundi ad tertium tripla: & ideo primi ad tertium sexcupla, tertij uerò ad quartum quadrupla. Senarius ergo qui est denominatio proportionis primi ad tertium, est superficialis, cuius latera sunt 2 & 3, quæ sint denominationes duarum primarum proportionum: 24 uerò qui est denominatio proportionis primi ad quartum, est solidus, cuius latera sunt 2, 3, & 4, quæ sunt denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos existentium.



12 Quantitates quæ sunt in proportione una, antecedens ad consequentem, & antecedens ad consequentem, dicetur ecõtrario sicut consequens ad antecedentem, sic consequens ad antecedentem. Item cõp permutatim sicut antecedens ad antecedentem, sic etiam consequens ad consequentem.

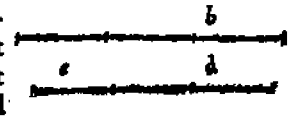
CAMPANVS. Diffinit species proportionalitatis, quæ sunt sex, uidelicet conuersa, permutata, disiuncta, coniuncta, euersa, & æqua. Sunt autem species, quasi quidam modi arguendi. Diffinit ergo primò conuersam proportionalitatem & permutatam, in quibus manent antecedentia & consequentia eadem secundum substantiam (quod non est in disiuncta, coniuncta, aut euersa) & in quibus nihil extra sumitur ut inæqua. Vocat autem antecedens, primum extremum proportionis, consequens uerò uocat secundum. Vult itaque per hanc diffinitionem, quòd si fuerit proportio a ad b sicut c ad d, & ex hoc ergo concludam b ad a sicut d ad c, uidelicet ut faciam de antecedentibus consequentia, & de consequentibus antecedentia: quòd iste modus arguendi uocetur proportionalitas econtrario siue conuersa. Si autem sic arguam, a ad b sicut c ad d, ergo a ad c sicut b ad d, uidelicet ut ambo extrema primæ proportionis fiant antecedentia, ambo extrema secundæ, consequentia: uult quòd iste modus arguendi uocetur proportionalitas permutata, & in isto modo arguendi fit antecedens secundæ proportionis, consequens primæ: & consequens primæ, antecedens secundæ.



13 Coniuncta uerò proportionalitas dicitur, quoties sicut antece-

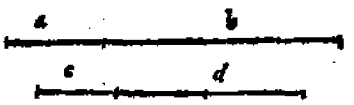
dēs cum conſequente ad conſequens, ſic etiam antecedens cum conſequente ad conſequens.

CAMPANVS. Diffinit coniunctam, diſiunctam, & euerſam, in quibus etiam nihil extrà ſumitur, ſed termini non manent in ipſis ijdem ſecundum ſubſtantiam: & uult quòd ſi ita fuerit ut ſit a ad b, ſicut c ad d: & ego ex hoc concludam ergo, totius a b ad b, ſicut totius c d ad d, quòd iſte modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.



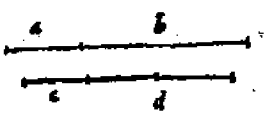
Diſiuncta uerò proportionalitas, dicitur augmentorum antecedentium ſupra conſequentia æqua comparatio. 14

CAMPANVS. Vult quòd ſi fuerit proportio totius a b ad b, ſicut totius c d ad d, & ex hoc ego cõcludam, Ergo a ad b ſicut c ad d, quod iſte modus arguendi uocetur diſiuncta proportionalitas.



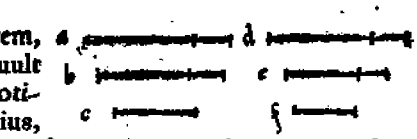
Euerſa proportionalitas, dicitur quorumlibet antecedentium ad augmenta ſui ſupra conſequentia ſua ſimilitudo proportionum. 15

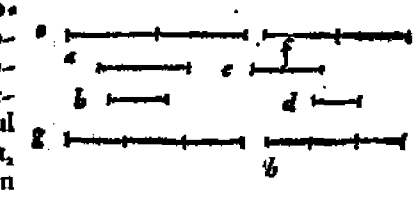
CAMPANVS. Vult quòd ſi fuerit a b ad b, ſicut c d ad d, & ex hoc ego concludam, Ergo a b ad a ſicut c d a d c, quòd iſte modus arguendi dicatur euerſa proportionalitas.



Æqua proportionalitas dicitur, quantitatibus plurimis propoſitis, alijs que ſecundum eundem numerum in una proportione applicatis, mediorum æquali numero remoto, utrorumque ſummorum ſimilitudo proportionum. 16

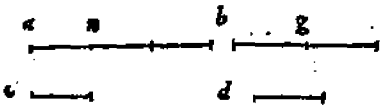
CAMPANVS. Diffinit æquam proportionalitatem, quæ ad probandum propoſitum ad extrà ſumitur, & uult quòd ſi ſumãtur quotlibet quantitates, ut a b c, itemq; totidem alię, ſiue ſint eiuſdem generis cum primis, ſiue alterius, ut d e f, fuerintq; ſecundæ in proportione primarum, ſiue eodem ordine, ut ſi dicatur a ad b ſicut d ad e, & b ad c ſicut e ad f: ſiue ordine conuerſo, ut ſi dicatur a ad b, ſicut e ad f, & b ad c ſicut d ad e: & ex hoc concludatur, ergo a ad c ſicut d ad f, quòd iſte modus arguendi uocetur æqua proportionalitas. Horum autem ſex modorum arguendi, qui dicuntur ſpecies proportionalitatis, quatuor probat autor in litera infrà in iſto quinto. Permutatam quidem proportionalitatem, probat in 16 huius, diſiunctam uerò in 17, coniunctam in 18, æquam uerò proportionalitatem demonſtrat in 22 & 23, ſed in 22, cum quantitates duorum ordinum eodem ordine ſunt proportionales: in 23 uerò, cum & ſunt proportionales ordine conuerſo. Conuerſam uerò proportionalitatem aut euerſam non demonſtrat, eo quòd conuerſa patet ex diffinitione quantitatum incontinuè proportionalium. Euerſa autem patet ex permutata adiuuante 19, ut ſuper eandem 19 ſumus dicturi. Qualiter autem conuerſa proportionalitas ex diuiſione quantitatum incontinuè proportionalium manifeſta ſit, demonſtremus nunc. Sit ergo proportio a ad b, ſicut c ad d, uolo ergo demõſtrare quòd erit b ad a, ſicut d ad c. Sumantur e ad a, & f ad c, æquè multiplicia: ſimiliter quoq; g ad b, & h ad d, æquè multiplicia, eritq; per conuerſionem diffinitionis quantitatum incontinuè proportionalium, ut e & g, itemq; f & b ſimiliter ſe habeant in additione, diminutione & æqualitate: intelligo tunc b primum, a ſecundum, d tertium, c quartum, ſumptaq; ſunt ad primum & tertium, g & h æquè multiplicia. Itemq; ad ſecundum & quartum, e & f, æquè multiplicia. Et quia multiplicia primi & ſecundi quæ ſunt g & e ſimiliter ſe habent multiplicibus tertij, & quarti quæ ſunt h & f, adinuicem in additione, diminutione & æqualitate, erit per dictam diffinitionem proportio b primi ad a ſecundum, ſicut c tertij ad d quartum, quod eſt propoſitum. Conſtat itaque modus arguendi, qui dicitur conuerſa proportionalitas. Huius autem quinti libri principia plurimis difficillima eſſe uidentur, & quibuſdam





quibuſdam concluſionibus, quas ex ipſis demonſtrat, magis ab intellectu diſtantia. Nihil enim uidetur intellectui immediatius adhærere, quàm quòd duarum quarumlibet quantitatum æqualium ſit ad tertiam quamlibet una proportio, quod tamen huius quinta ſeptima demõſtrat, ex diffinitione incõtinuæ proportionalitatis, quæ ab intellectu primo uidetur quamplurimum eſſe remota. Quis enim non facilius duarum quantitatum æqualium ad aliquam tertiam, eandem eſſe proportionem concedat, quàm quatuor quantitatum ſi multiplicia primæ & tertiæ æqualiter ſumpta multiplicibus ſecundæ & quartę æqualiter ſumptis ſimiliter ſe habuerint in additione, diminutione & æqualitate, eſſe proportionem primæ ad ſecundam, ſicut tertiæ ad quartam? Verùm ſi ſubtiliter intuemur, liquidò conſtabit non poſſe uniri intellectui quòd proportio duarum quantitatum æqualium ad tertiam ſit una, niſi per quid eſt eſſe proportionem unam: ſi enim quis ignoret quid eſt eſſe proportionem unam eandem proportionem alteri, quomodo cognoſcet duarum quantitatum æqualium eſſe eandem proportionem ad tertiam? Indiget igitur proculdubio intellectus antequam illam quæ uidebatur conceptibilis propoſitio, apprehendat, huius rei quæ per ipſius diffinitionem habebitur cognitione, poſtmodum utrum ea diffinitio duabus quantitatibus æqualibus ad tertiam comparatis conueniat pertractatione. quòd ſi diffinitio inuenta fuerit illis quantitatibus cõuenire, concludetur propoſitũ: ſin autem, oppoſitum. Non eſt igitur immediata propoſitio, quã ſuperficialis apprehenſio immediata iudicauit. Similiter quoque immediatius iudicat prima apprehenſio adhærere intellectui, quòd duarum quantitatum inæqualium maior eſt proportio maioris earum ad aliam, quàm minoris ad eandem, quam demonſtrat 8 huius, quàm quòd 4 quantitatum ſit maior proportio primę ad ſecundam, quàm tertiæ ad quartam, cum multiplicibus ad primam & tertiam æqualiter ſumptis, itemq; aliis ad ſecundam & quartam æqualiter: multiplex primæ addit ſuper multiplex ſecundæ, & multiplex tertiæ non addit ſuper multiplex quartæ, ex quo quæ prædicta eſt propoſitio demonſtratur: ſed ſimiliter nec ipſa poteſt intelligi, niſi per quid eſt eſſe proportionem maiorem. Igitur oportuit Euclidem, quæ quantitates dicuntur proportionales, & quæ improportionales diffinire. Proportionales autem ſunt, quarum proportio una eſt: & improportionales, quarum proportiones diuerſæ. Iraq; diffiniuit quantitates quarum proportio una eſt, & eas in quibus connectuntur extrema non diſſociatis mediis, quas uocauit continuè proportionales: & dixit hãc proportionalitatem, in tribus terminis ad minus exiſtere, propter hoc quòd unum ſaltem bis ſumẽdum eſt medium, & eas in quibus accidit interruptio mediorum. & hæc ſunt incontinuè proportionales: & hæc proportionalitas ad minus exigit quatuor terminos, propter alterius medij ſumptionẽ. Et diffiniuit etiam quantitates quæ ſunt improportionales, quarum eſt maior una proportio quàm ſit alia. Et ſi eſſet omnis proportio ſcita ſiue rationalis, tunc facile eſſet intellectu cognoſcere quæ proportiones eſſent una, & quæ diuerſæ. Quæ enim haberent unam denominationem, eſſent una: quæ autem diuerſas, diuerſæ. hæc autem facilitas manifeſta eſt ex arithmetica, quoniam omnium numerorum proportio ſcita & rationalis eſt. Vnde Iordanus in ſecundo Aritlmeticæ ſuæ diffiniens quæ proportiones ſunt eædem & quæ diuerſæ, dicit eaſdem eſſe quę eandem denominationem recipiunt. Maiorem uerò, quæ maiorem: & minorem, quæ minorem. Sed infinitæ ſunt proportiones irrationales, quarum denominatio ſcibilis non eſt: quare cum Euclides conſideret in hoc libro ſuo proportionalia communiter non contrahendo ad rationales uel irrationales, quoniam conſiderat proportionem repertam in continuis quæ communis eſt ad iſtas, non potuit diffinire identitatem proportionum, per identitatem denominationum, ſicut arithmeticus, eo quòd multarum proportionum (ut dictum eſt) ſunt denominationes ſimpliciter ignotæ, diffinitionem autem oportet fieri ex notis, unde malitia proportionum irrationalium, coegit Euclidem tales diffinitiones ponere. Quia ergo non potuit (ut patet ex præmiſſis) diffinire proportionalitatem ſiue identitatem proportionum per identitatẽ habitudinum, ſiue denominationum ipſorum terminorum propter irrationalitatem habitudinum & inconuenientiam terminorum, coactus eſt refugere ad terminorum multiplicia, ut ex illorum habitudinibus quantum ad exceſſum & æqualitatem conſideratis æquis numeroſitatibus ſumptorum, per quod ad naturam irrationalitas reducuntur, propoſitam diffinitionem ueneturr nihil enim in quocunque inæqualitatis genere, terminis magis idem, quàm eorum multiplicia: nec terminorum habitudinibus, quàm multiplicium habitudo. Et quia proportio eſt duarum quantitatum eiuſdem generis certa habitudo conſiderata in eo quòd ſunt æquales, aut altera maior, ideo identitas proportionum exiſtẽtium inter primam 4 quantitatum ad ſecundam, & tertiam ad quartam, eſt ſimilis æqualitas primæ ad ſecundam, & tertiæ ad quartam, aut ſimilis maioritas, aut ſimilis minoritas: hæc autem ſimilis æqualitas, aut ſimilis maioritas, aut ſimilis minoritas, tunc eſt inter quatuor quaslibet quãtitates, cum eſt inter omnes earũ æqualiter multiplices. Quod ergo dicit in quinta diffinitione, quantitates quæ dicuntur continuam proportionalitatem habere, ſunt quarum æquè multiplicia aut æqua ſunt, aut æquè ſibi

ſine interruptione addunt aut minuunt: eſt ac ſi diceret, Omnes illas quantitates uoco continuè proportionales (quod eſt eas ſimiliter eſſe æquales continuè, & ſimiliter continuè eſſe maiores, & ſimiliter continuè eſſe minores) quarum omnes æquè multiplices, aut ſibi inuicem ſunt, ſimiliter continuè æquales, uel ſimiliter continuè maiores, uel ſimiliter continuè minores, quod eſt etiam ipſas multiplices eſſe continuè proportionales: quod ſi hoc alicubi in multiplicibus diſſonat, eas dico non eſſe continuè proportionales. Quod autem dicit in ſexta diffinitione, Quantitates quæ dicuntur eſſe ſecundum proportionem unam, prima ad ſecundam, & tertia ad quartã, &c. eſt ac ſi diceret, Omnes 4 quãtitates uoco incontinuè proportionales, & ſe habere primã ad ſecundam, ſicut tertia ſe habet ad quartam (quod eſt primam ad ſecũdam, & tertiam ad quartam ſimiliter ſe habere in æquando aut addendo aut minuendo) quarum omnes ęquè multiplices primæ & tertiæ ad omnes æquè multiplices ſecundę & quartæ ſimiliter ſe habent aut in æquando aut addendo aut minuendo, quod eſt etiam multiplices primę in eadem proportione ſe habere ad multiplices ſecundę, in qua multiplices tertiæ ſe habent ad multiplices quartæ: quòd ſi hoc alicubi diſſonat in multiplicibus, dico non eſſe proportionem primę ad ſecundam ſicut tertiæ ad quartam. Quod autem dicit in 8 diffinitione, eſt ac ſi diceret, Maiorem proportionem uoco 4 quantitatem, primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam (quod eſt primam magis excedere ſecundam, quàm tertia excedat quartam) quarum aliqua ex multiplicibus primę addit ſuper aliquam ex multiplicibus ſecundæ, aliqua ex multiplicibus tertiæ ſumpta ſecundum numerationem multiplicis primæ, non addente ſuper aliquem ex multiplicibus quartę ſumpta ſecundum numerationem multiplicis ſecundę, quod eſt eſſe maiorem proportionem multiplicis primę ad multiplicem ſecundæ, quàm multiplicis tertiæ ad multiplicem quartę. Diffinitiones autem iſtas niſi ſunt aliqui demonſtrare, quorum Ametus filius Ioſeph tentauit eas demonſtrare in epiſtola ſua, quam de proportione & proportionalitate compoſuit, & accepit tria per modum poſitionis tanquam principia, quę dicit eſſe per ſe nota & probatione non indigere. Quorum primum eſt, quòd ſi fuerint 4 quantitates, quarum ſit proportio primę ad ſecundam ſicut tertiæ ad quartam, erit econuerſo proportio ſecundę ad primam ſicut quartæ ad tertiam: & hic eſt modus arguẽdi, quem uocauit ſuperius Euclides conuerſam proportionalitatem. Et errauit, quoniam dixit propoſitionem eſſe per ſe notam: cuius tamen antecedens & conſequens ſunt ignota. Ignotum eſt enim quid ſit eſſe proportionem primæ quantitatis ad ſecundam ſicut tertiæ ad quartam: quare hoc ignoto poſito, impoſsibile eſt intelligere quid ex ipſo ſequatur. Similiter quoque quia conſequens eſt ignotum, impoſsibile eſt intelligere quid ad ipſam antecedat. Secundum principium eius fuit, quòd ſi fuerint 4 quantitates, quarum ſit proportio primæ ad ſecundam ſicut tertiæ ad quartam, ſi prima ſit maior ſecunda, erit tertia maior quarta: & ſi minor, minor: & ſi æqualis, ęqualis. Tertium fuit, quòd ſi fuerint 4 quantitates, quarum ſit proportio primæ ad ſecundam ſicut tertiæ ad quartam, erit primæ ad quodlibet multiplex ſecundæ, ſicut tertię ad æquè multiplex ex multiplicibus quartæ. Et accidit ſibi in iſtis duobus principijs idem peccatum, quod accidebat in primo: accepit enim in omnibus ignota ſimiliter tanquam nota, quare non demonſtrauit: peccauit etiam in ſecunda demonſtratione & in quinta, in quarum qualibet arguit ex 8 uel ex 10 huius quæ probantur ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis. Arguit enim ſic, ſi proportio a b ad e eſt maior quàm g ad d, ſit ergo ut n b pars a b ad e, ſicut g ad d, per quod apparet ipſum ſupponere quod duarum quantitatum a b & n b inæqualium relatarum ad e maior maiorem & minor minorem ad ipſam obtinet proportionem, uel quòd quantitas quæ ad e habebit minorem proportionem quàm habeat a b, erit minor a b, quorum primum demonſtrat 8 huius, & ſecundum 10. Nam cum uultis ſumere quantitatem quæ ſe habeat ad e in proportione g ad d, dabo tibi maiorem aut minorem aut ęqualem a b indiferenter ſicut uoluero: quare aut non demonſtrat aut accidit ſibi circulus, & principia eſſe ignotiora concluſionibus. Supponenda ſunt igitur cum Euclide principia tanquam nota, & non ipſa ex concluſionibus, ſed concluſiones ex ipſis demonſtrandæ ſunt.



EVCLIDIS

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM *Liber quintus.*

Euclid. ex Zamberto. *Diffinitiones.*



PArs, est magnitudo magnitudinis minor maioris, quãdo minor metitur maiorẽ. 2 Multiplex autẽ, maior minori, quando eam metitur minor. 3 Ratio, est duarum magnitudinum eiusdẽ generis *aliquatenus adinuicem quædã habitudo. 4 Proportio uerò est rationum *identitas. 5 Rationem habere adinuicẽ magnitudines dicuntur, quæ possunt multiplicatæ inuicem excedere. 6 In eadẽ ratione magnitudines dicuntur esse, prima ad secundã, & tertia ad quartã: quando primę tertiæ ęquè multiplices, secundæ & quartæ æquè multiplices, iuxta quãuis multiplicationẽ utraq; utrãq; uel unà excedũt, uel unà æquales sunt: uel unà deficiũt, sumptæ adinuicẽ. 7 Eandẽ autẽ habẽtes rationẽ magnitudines, proportionales uocẽtur. 8 Quando uerò ęquè multiplex primæ excesserit multiplicẽ secundę, multiplex autẽ tertiæ nõ excesserit multiplicẽ quartæ, tũc prima ad secũdã maiorẽ rationẽ habere dicetur, quàm tertia ad quartam. 9 Proportio autem in tribus terminis, *minima est. 10 Quãdo tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiã duplicẽ rationem habere dicetur quàm ad secundã. Quando autẽ quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartã triplicẽ rationẽ habere dicetur quàm ad secundã. Et semper deinceps una plus, quoad pportio fuerit. 11 *Similis rationis magnitudines dicũtur, antecedẽtes antecedẽtibus & cõsequẽtes cõsequentibus. 12 Permutata ratio, est acceptio antecedẽtis ad antecedens, & cõsequentis ad consequẽs. 13 *Cõuersa ratio, est acceptio cõsequẽtis ad antecedẽs, tanquam antecedentis ad consequẽs. 14 Compositio rationis, est acceptio antecedentis cum consequente, sicut unius ad ipsum consequens. 15 Diuisio rationis, est acceptio excessus, quo excedit antecedens ipsum consequens, ad ipsum consequens. 16 Conuersio rationis, est acceptio *antecedẽtis ad excessum, quo excedit antecedẽs ipsum consequẽs. 17 Æqua ratio, est pluribus existentibus magnitudinibus & aliis eis æqualibus multitudine *unà sumptis, & in eadẽ ratione quãdo fuerit sicut in primis magnitudinibus prima ad ultimã, sic in secũdis magnitudinibus prima ad ultimã. Vel aliter: Acceptio extremarũ per subtractionẽ mediarum. 18 Ordinata proportio, est cum fuerit antecedens ad cõsequens, sicut antecedẽs ad consequẽs, & cõsequens ad rem aliã, sicut cõsequens ad rem aliã. 19 In or-

*κατὰ πηλικότητα, id est quo ad quantitatẽ pertinet.

*ὁμοιότης.

*ad minus.

*ὁμόλογα.

*ἀνάπαλιν λόγος econtrà uertit alibi.

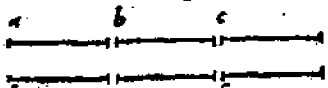
*ἀναγραφὴ λόγου σιὺ δύο, id est binis.

dinata proportio, est cum fuerit antecedens ad consequens, sicut antecedēs ad cōsequens, & cōsequens ad rem aliā sicut res alia ad antecedens. 20 Extensa proportio, est quādo fuerit sicut antecedens ad consequens, sic antecedens ad cōsequens, fuerit autē & sicut consequens ad rem aliā, sic consequens ad rem aliā. 21 Perturbata autem proportio, est quando tribus existentibus magnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine, fit sicut quidē in primis magnitudinibus antecedens ad consequens, sic in secundis magnitudinibus antecedens ad consequens, sicut autem in primis magnitudinibus consequens ad rem aliam, sic in secundis res alia ad antecedens.

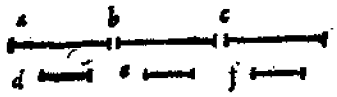
Euclid. ex Camp. *Propositio 1.*

SI fuerint quotlibet quantitates aliarum totidem æquè multiplices, aut singulæ singulis æquales, necesse est quemadmodum una illarum ad sui comparem, totum quoque ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habere. 1

CAMPANVS. *Sint quotlibet quantitates quæ sint a, b, c, aliarum totidem quæ sint d e f, æquè multiplices, unaquæque ad sui comparem, aut singulæ sint singulis æquales, ita uidelicet quòd sicut a est multiplex d, ita b est multiplex e, & c multiplex f: uel si a est æqualis d, quod similiter b sit æqualis e, & c æqualis f, dico quòd*



sicut se habet a ad d, ita se habet aggregatum ex omnibus quæ sunt a b c, ad aggregatum ex omnibus quæ sunt d e f. Quòd si singulæ singulis sint æquales, patet propositum per hanc communem scientiam, si æqualibus æqualia addantur, tota quoque erunt æqualia. si autem sint omnes suis comparibus æquè multiplices, diuisis eis secundum quantitatem suarum submultiplicium, erit aggregatum ex prima parte a & prima b, & prima c,



æquale aggregato ex d e f, per prædictam communem scientiam adiuuante hac, quæ eidem sunt æqualia, inter se sunt æqualia. Similiter quoq; aggregatum ex secundis partibus quantitatum a b c, erit æquale aggregato ex d e f, sicq; de cæteris, & quia hoc poterit totiēs fieri quotiēs d continetur in a, erit ut æquale aggregatum ex d e f, totiens contineatur in aggregato ex a b c, quotiens d continetur in a. Quia ergo quotiens d numerat a, totiens aggregatum ex d e f, numerat aggregatum ex a b c, patet quòd sicut a est multiplex ad d, ita aggregatum ex a b c, aggregati ex d e f: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propositio 1.*

SI fuerint quotcunq; magnitudines quotcunq; magnitudinū æqualium numero singulæ singulas æquè multiplices, quotuplex est unius una magnitudo, totuplices erūt & omnes omnium. 1

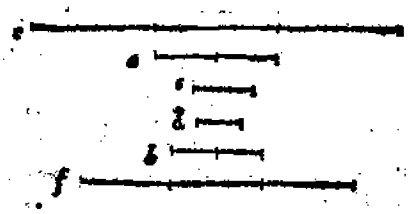
THEON *ex Zamb. Sint quotcunque magnitudines α β, γ δ, quotcunque magnitudinum ε, ζ, æqualium numero, æquè multiplices, singulæ singularum. Dico quòd quotuplex est α ϐ, ipsius ε, totuplices erūt α β, & γ δ, ipsarum ε, ζ. Quoniam enim æquè multiplex est α β ipsius ε, & γ δ ipsius ζ: quotcunque igitur magnitudines sunt in α β æquales ipsi ε, totidem & in γ δ sunt æquales ipsi ζ. Dirimatur quidem α β, in magnitudines æquales ipsi ε, hoc est α η & η β: & γ δ in ipsi ζ æquales magnitudines, hoc est γ θ, & θ δ. Erit nimirum multitudo ipsarum γ θ & θ δ: multitudini ipsarum α η & η β æqualis. Et quoniam æqualis est α η ipsi ε, & γ θ ipsi ζ, & α η & γ θ, ipsis ε ζ, sunt æquales, & per hoc quoniam æqualis est α β, ipsi ε, & α δ, ipsi ζ, & γ β, & θ δ, ipsis ε ζ. Quotcunque igitur sunt in α ϐ, æquales ipsi ε, tot & in ipsis α β & γ δ, sunt æquales ipsis ε ζ: quotuplex igitur est α β, ipsius ε, totuplices sunt α β, & γ δ, ipsarum ε ζ. Si fuerint igitur quotcunq; magnitudines quotcunq; magnitudinum æqualium numero singulæ singularū æquè multiplices, quotuplex est una magnitudo unius, totuplices erunt & omnes omnium: quod demonstrasse oportuit.*

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propositio 2.*

SI fuerint sex quantitates, quarum prima ad secundam atque tertia ad quartam æquè multiplices, quinta uero ad secundam atque sexta ad quartam æquè multiplices, totum primæ & quintæ ad secundam, totumq; tertiæ & sextę ad quartam æquè multiplicia esse conueniet.

CAMPANVS. Sint sex quantitates, a prima, b secunda, c tertia, d quarta, e quinta, f sexta. Sintq; a & c, æquè multiplices ad b, & d. Itemq; e, & f, sint æquè multiplices ad easdem. Dico quod sicut totum aggregatum ex a & e, est multiplex ad quantitatem b, ita totum aggregatum ex c & f, est multiplex ad quantitatem d. Nam quia numerus secundum quem b continetur in a, est æqualis numero secundum quem d continetur in c, similiter quoque numerus secundum quem b continetur in e, est æqualis numero secundum quem d cõtinetur in f, erit per communem scientiam, quę est, si æqualibus æqualia addantur, & tota quoque erunt æqualia, numerus secundum quem b continetur in aggregato ex a & e, æqualis numero secundum quem d cõtinetur in aggregato ex c & f. quare sicut aggregatum ex a & e, est multiplex ad b, ita aggregatum ex c & f, est multiplex ad d, quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propositio 2.*

SI prima secundæ æquè fuerit multiplex, & tertia quartæ, fuerit autẽ & quinta secundę æquè multiplex, & sexta quartæ, & composita prima & quinta, secundæ æquè multiplex erit, & tertia & sexta quartæ.

THEON ex Zamb. *Prima enim α β, secundæ γ, æquè multiplex esto, & tertia δ ε, ipsius ζ, quartæ: sit autem & quinta β η, secundæ γ, æquè multiplex, & sexta ε θ ipsius ζ, quartæ. Dico quòd composita primæ & quintæ α η, ipsius γ, secundæ æquè multiplex erit, & tertia & sexta δ θ, ipsius ζ, quartæ. Quoniam enim æquè multiplex est α β, ipsius γ, & δ ε, ipsius ζ, quot magnitudines igitur sunt in α β, æquales ipsi γ, totidem magnitudines sunt & in δ ε, æquales ipsi ζ, ac per hoc, & quot sunt in β η, æquales ipsi γ, tot etiam sunt in ε θ, æquales ipsi ζ. Quot igitur sunt in tota α η, æquales ipsi γ: tot sunt in tota δ θ, æquales ipsi ζ. Quotuplex igitur est α η, ipsius γ, totuplex est δ θ, ipsius ζ. Et composita igitur prima & quinta α η, ipsius γ, secundæ æquè erit multiplex & tertia & sexta δ θ: ipsius ζ, quartæ. Si prima igitur secundæ æquè fuerit multiplex & tertia quartæ, fuerit autem & quinta secundæ æquè multiplex & sexta quartæ etiam composita prima & quinta, secundæ æquè multiplex erit, & tertia sexta quartæ: quod demonstrasse oportuit.*

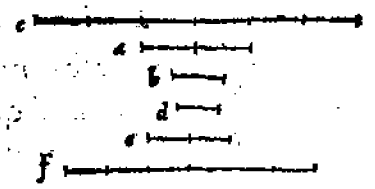


Euclid. ex Camp. *Propositio 3.*

SI fuerint primum secundi & tertium quarti æquè multiplicia, ad primum uerò & tertium multiplices sumantur æquales, erunt multiplex primi ad secundum, atque multiplex tertij ad quartum æquè multiplicia.

CAMP. Sint sex quãtitates, a prima, b secũda, c tertia, d quarta, e quinta, f sexta, sintq; a ad b & c ad d, itemq; e ad a & f ad c, æquè multiplices. Dico quòd sicut e est multiplex ad b, ita f ad d. Diuidatur enim e secundum quantitatem a sui multiplicis, & f secundum quantitatem c, eritq; propter æqualitatem partium e ad a, & partium f ad c, ut quælibet partium e sit ita multiplex ad b, sicut quælibet partium f ad d. Quia ergo sicut prima pars e est multiplex ad b, ita prima pars est multiplex ad d, itemq; sicut secunda pars e est multiplex ad b, ita secũda f ad d, ergo erit per præmissam, ut aggregatum ex duabus primis partibus, e sit ita multiplex ad b, sicut aggregatum ex

duabus primis partibus f ad d. Et quia rursus tertia pars e (si fit aliqua tertia pars) est ita multiplex ad b sicut tertia f ad d, erit, per eandem ut totum aggregatum ex tribus primis partibus c, sit ita multiplex ad b, sicut totum aggregatum ex tribus primis partibus f ad d. Sicq; si plures fuerint partes e & f, componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus concludes quod sicut e est multiplex ad b, ita f ad d per præmissam totiens sumptam, quod fuerint partes in e aut in f, minus una: sicq; patet propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propositio 3.*

Si primum secundi æquè fuerit multiplex & tertium quarti, sumantur autem æquè multiplicia primi & tertij, etiam ex æquo eorũ quæ sumpta sunt utrũq; utriusq; æquè erit multiplex, alterum quidem secundi, alterum autem quarti.

THEON ex Zamb. *Primum enim α secundi β, æquè sit multiplex, & tertium γ, ipsius δ, quarti, sumantur q; ipsorum α γ, æquè multiplicia ε ζ, & η θ. Dico quòd æquè multiplex est ε ζ, ipsius β, & η θ, ipsius δ. Quoniam enim æquè multiplex est ε ζ, ipsius α, & η θ, ipsius γ: quot igitur sunt magnitudines æquales in ε ζ, ipsi α, tot etiam sunt magnitudines in η θ, æquales ipsi γ. Dirimatur quidem ε ζ, in magnitudines æquales ipsi α, hoc est ε κ, & κ ζ, & η θ, in æquales ipsi γ, hoc est η λ, & λ θ, erit utique æqualis multitudo ipsorum ε κ, κ ζ, multitudini ipsorum η λ, & λ θ. Et quoniam æquè multiplex est α, ipsius β, & γ ipsius δ, æqualis autem est ε κ, ipsi α, & η λ, ipsi γ: æquè igitur est multiplex ε κ, ipsius β, & η λ, ipsius δ. Ac per hoc iam æquè multiplex est κ ζ, ipsius β, & λ θ, ipsius δ. Quoniam igitur primũ ε κ, ipsius β, secundi æquè est multiplex, & tertiũ η λ, ipsius δ, quarti: est autem & quintum κ ζ, ipsius β, secundi æquè multiplex & sextum λ θ ipsius δ, quarti, & compositum igitur (per 2 quinti) primum & quintum ε ζ, ipsius β, secundi æquè est multiplex, & tertium & sextum η θ, ipsius δ quarti. Si primum igitur secundi æquè fuerit multiplex & tertium quarti, sumantur q; primi & tertij æquè multiplicia, etiam ex æquo eorum quæ sumpta sunt, utrumque utriusq; æquè erit multiplex, alterum secundi, alterum autem quarti: quod oportebat demonstrare.*

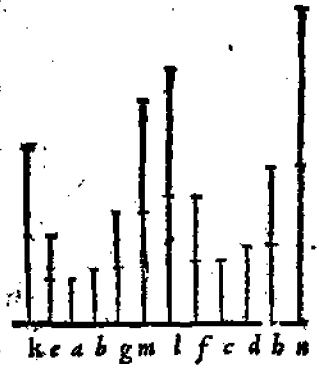


Euclid. ex Camp. *Propositio 4.*



I fuerit proportio primi ad secũdum, sicut tertij ad quartum, ad primum autem & tertium æquè multiplicia assignentur, itemq; ad secundum & quartum multiplices æquales, erunt assignatæ multiplices eodem ordine proportionales.

CAMPANVS. Sit proportio a primi ad b secundum, sicut c tertij ad d quartum, sumanturq; e ad a, & f ad c, æquè multiplicia: itemq; g ad b, & h ad d, æquè multiplicia. Dico quòd proportio e ad g, est sicut f ad h. Sumam k ad e, & l ad f, æquè multiplicia, itemq; m ad g, & n ad h, æquè multiplicia. Et quia e & f, sunt æquè multiplicia ad a & c, itemq; k & l æquè multiplicia ad e & f, erunt per præmissam k & l, æquè multiplicia ad a & c, per eandem quoque erunt m & n, æquè multiplicia ad b & d. Quare per conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis, k ad m, & l ad n, similiter se habebunt in addendo, diminuendo & æquando. Quia ergo k & l sunt æquè multiplicia ad e & f, itemq; m & n, æquè multiplicia ad g & h, erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio e ad g, sicut f ad h: quod est propositum.

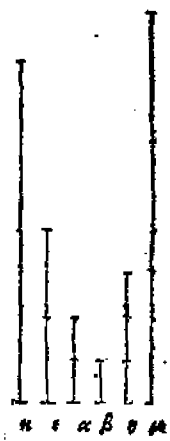


Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propositio 4.*

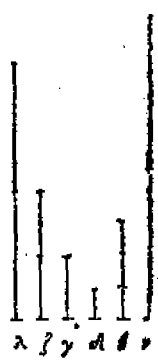
Si primũ ad secundum eandem habuerit rationem, & tertium ad quartum,

quartum, etiam æquè multiplicia primi & tertij ad æquè multiplicia secundi & quarti, iuxta quamuis multiplicationem, eandem habebunt rationem sumpta adinuicem.

THEON ex Zamb. *Primum enim α, ad secundum β, eandem habeat rationem, quam tertium γ, ad quartum δ. Et sumatur quidem ipsorum α γ, æquè multiplicia ε ζ, & ipsorũ β δ, alia utcunq; multiplicia η θ. Dico quòd sicut se habet ε, ad ipsum η, sic se habebit ζ, ad ipsum θ. Sumantur enim ipsorum ε ζ, æquè multiplicia κ & λ, & ipsorũ η θ, alia quomodocunq; æquè multiplicia, hoc est μ, & ν. Et quoniam æquè multiplex est ε, ipsius α, & ζ, ipsius γ, & sumpta sunt ipsorũ ε ζ, æquè multiplicia κ & λ, igitur κ (per 3 quinti) æquè multiplex est ipsius α, & λ, ipsius γ, & propterea, æquè multiplex est quoq; μ, ipsius β, & ν, ipsius δ. Et quoniam est ut α, ad β: sic γ, ad δ & sumpta sunt ipsorum α γ, æquè multiplicia κ λ, ipsorũ autem β δ, alia quomodocunq; æquè multiplicia, hoc est μ, ν. si igitur excedit κ, ipsum μ, excedit & λ, ipsum ν: & si æquale, æquale: & si minus, minus, (per 6 diffinitionem tertij) Sunt autem κ λ, ipsorum ε ζ æquè multiplicia, & μ ν, ipsorum η θ, alia quomodocunq; æquè multiplicia sunt. Est igitur ut ε, ad η, sic ζ, ad θ. Si primum igitur ad secundum eandem habuerit rationẽ & tertium ad quartum, & æquè multiplicia primi & tertij ad æquè multiplicia secundi & quarti, iuxta quamuis multiplicationem eandem rationem habebunt sumpta adinuicem, (per 6 diffinitionem quinti) quod oportebat demonstrare.*



LEMMA *siue assumptio. Quoniam igitur demonstratum est quòd si excedit κ, ipsum μ excedit quoque λ, ipsum ν. & si æquale, æquale: & si minus, minus: manifestum autem est quòd si μ, ipsum κ, excedit, & ν excedit ipsum λ: & si æquale, æquale: & si minus, minus: ac per hoc erit ut κ, ad ε, sic θ, ad ζ.*

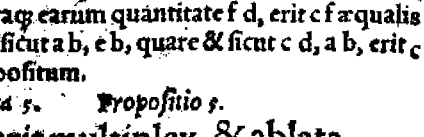


CORRELARIVM. *Hinc manifestum est quòd si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & contra quoque proportionales erunt.*

Euclid. ex Camp. Propositio 5.

5 SI fuerint duæ quãtitates quarũ una sit pars alterius, minuaturq; ab utraq; ipsarũ ipsa pars, erit reliquũ reliquo atq; totũ toti æquè multiplex. Vel sic, minuaturq; ab utraq; ipsarũ ipsa pars aliquota, erit reliquum reliqui tota pars, quota totum totius.

CAMPANVS. Sit quantitas a b tota pars quantitatis c d, quota est e b ipsius a b, minuaturq; a b ex quantitate c d, & sit residuum f c, eritq; c d, æqualis a b, similiter quoq; minuatur e b ex quãtitate a b. sitq; residuum e a. Dico quòd quota pars est quantitas a b quantitatis c d, tota est quãtitas a e quãtitatis c f. Cùm enim f d sit æqualis a b, erit f d, ita multiplex e b, sicut c d est multiplex a b. ponam itaq; d g ita multiplicem a e, sicut f d, est multiplex e b, eritq; ex prima huius quantitas f g, ita multiplex a b, sicut f d, est multiplex e b, & quia sic fuit c d, multiplex a b, sicut f d, fuit multiplex e b, erit utraque duarum quantitatum c d f g, æquè multiplex quantitatis a b, quare per communem scientiam, c d & f g sunt æquales adinuicem, dempta igitur a b utraq; earum quantitate f d, erit c f æqualis d g. Et quia d g fuit ita multiplex a e sicut f d, e b, & ideo sicut a b, e b, quare & sicut c d, a b, erit c f, ita multiplex a e, sicut tota c d, totius a b: quod est propositum.



Euclides ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.

5 SI magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex, & ablata ablatæ, & reliqua reliquæ, ita erit multiplex ut tota totius est.



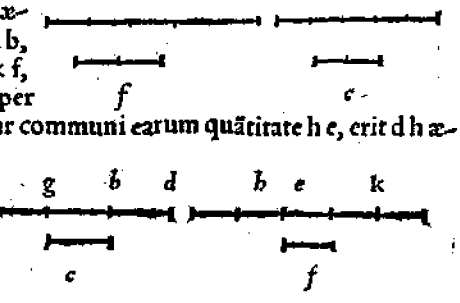
THEON ex Zãb. *Magnitudo etenim α β, magnitudinis γ δ, æquè multiplex est ε ζ, atq; & ablata α η, ablatæ γ ζ. Dico quòd & reliqua η β, reliquæ ζ δ, æquè erit multiplex: atq; tota α β, totius γ δ, est multiplex. Quotuplex est α η, ipsius γ ζ, totuplex fiat η β, ipsius γ θ. Et quoniã (per 1 huius) æquè multiplex est α η, ipsius γ ζ, & α ε, ipsius γ δ, ponitur autẽ æquè multiplex α η, ipsius γ ζ & α β, ipsius η ζ, æquè igitur est multiplex α β, utriusq; ipsorũ η ζ, et γ δ, æqualis igitur est η ζ, ipsi γ δ. Cõmunis auferatur γ ζ, reliqua igitur η γ, reliquæ δ ζ, est æqualis. Et quoniã æquè multiplex est α ε, ipsius γ ζ, & ε β, ipsius η γ, æqualis autem est γ η, ipsi δ ζ, æquè igitur est multiplex α ε, ipsius γ ζ, &*

γ ζ, & ε β, ipsius ζ δ. Aequè autem ponitur multiplex α ε, ipsius γ ζ, & α ϛ, ipsius γ δ: aequè igitur est multiplex ε ϛ, ipsius ζ δ, & α β, ipsius γ δ. Et reliqua igitur ε β, reliquæ ζ δ, aequè multiplex erit: quotuplex est tota α β, totius γ δ. Si magnitudo igitur magnitudinis aequè fuerit multiplex & ablata ablatæ: & reliqua reliquæ aequè multiplex erit, quotuplex est tota totius: quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp. Propositio 6.

SI fuerint duæ quãtitates ad alias duas æquè multiplices, 6
duęq; minores à duabus maioribus utraq; à sua multiplice subtrahantur, erunt duo reliqua earundem partiũ æquè multiplicia, aut eis æqualia.

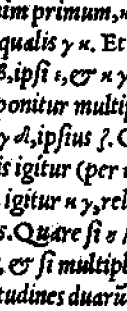
CAMPANVS. Sint quantitates a b ad c, & d e ad f, æquè multiplices, subtrahanturq; c ex a b, & f ex d e, & sint residua ex a b quidem a g, ex d e, d h, eritq; g b, æqualis c, & h e æqualis f: dico quòd duo residua a g, & d h erunt æqualia duabus quantitatibus c f, aut eis æquè multiplicia. Sit ergo primò a g, æqualis c, dico quòd d h est æqualis f. Sumam enim quantitatẽ e k, æqualem f, eritq; per præmissas hypotheses, ut toties f sit in h k, quoties c in a b, quare sicut a b est multiplex c, ita h k, est multiplex f, sed sic etiam d e, erat multiplex eiusdem f, erit igitur per communem scientiam, h k æqualis d e, dempta igitur communi earum quãtitate h e, erit d h æqualis f: quod est propositum. Si autem a g sit multiplex c, ponam ut e k sit æquè multiplex f, eritq; ut prius, ut toties f sit in h k, quoties c in a b, sed toties erat etiam in d e: erit igitur ut prius, d e æqualis h k, & d h, e k: quare sicut a g est multiplex c, ita d h est multiplex f: quod est propositum. Aliter idem. Cùm secundum eundem numerum contineat quantitas a b quantitatem c, secundùm quem quantitas d e quantitatem f, demptaq; ab eo unitate remaneat unitas uel numerus secundum quem a g, continet c, & secundum quem d h, continet f, patet quantitates a g, & d h, esse æquales aut æquè multiplices quantitatibus c & f.



Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

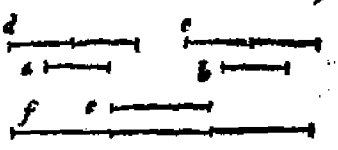
Si duæ magnitudines duarũ magnitudinum æquè fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earundem æquè fuerint multiplices, etiam reliquę eisdem uel æquales sunt, uel æquè ipsarum multiplices. 6

THEON ex Zãb. Duæ enim magnitudines α ϛ γ δ, duarũ magnitudinũ ε & ζ, æquè sint multiplices, & ablatæ aliquæ α ν, & γ θ, earundẽ ε & ζ, æquè sint etiam multiplices. Dico quòd & reliquæ ν β, & θ δ, eisdem ε, & ζ, aut sunt æquales, aut earum æquè multiplices. Sit enim primum, ν ϛ, ipsi ε, æquale. Dico quòd & θ δ, ipsi ζ, est æquale. Ponatur enim ipsi ζ, æqualis γ ν. Et quoniam æquè multiplex est α ν, ipsius ε, & γ θ, ipsius ζ, æqualis autem est ν β, ipsi ε, & ν γ, ipsi ζ, æquè igitur est multiplex α β, ipsius ε, & ν θ, ipsius ζ. Aequè autem ponitur multiplex α ϛ, ipsius ε, & γ δ, ipsius ζ. Aequè igitur est multiplex ν ε, ipsius ζ, & γ δ, ipsius ζ. Quoniam igitur utraq; ipsarũ ν θ, & γ δ, ipsius ζ, æquè est multiplex, æqualis igitur (per 2 communem sententiam,) est ν θ, ipsi γ δ. Communis auferatur γ θ, reliqua igitur ν γ, reliquæ θ δ, est æqualis. Sed ζ, ipsi ν γ, est & ipsi ε æqualis ϛ δ, igitur ζ est æqualis. Quare si ν β, æqualis est ipsi ε, & δ θ, ipsi ζ, erit æqualis. Similiter quoq; ostendemus, q & si multiplex fuerit ν β, ipsius ε, tam multiplex erit & θ δ, ipsius ζ. Si duæ igitur magnitudines duarũ magnitudinũ æquè fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earundem æquè fuerint multiplices, & reliquæ eisdem aut æquales, aut earũ æquè multiplices erunt: quod demonstrare oportebat. Euclid. ex Camp. Propositio 7.



SI duæ quantitates inæquales ad quãlibet comparentur, 7
earũ ad illam erit una proportio, itemq; ad illas proportio illius, una est. CAMP. Sint duæ quantitates a b, æquales, quę comparentur ad quamlibet tertiam ut ad c, dico quòd eadẽ est proportio a ad c, & b ad c, itẽq; eadẽ c ad a, & c ad b. Primũ sic probatur. Cùm enim c sit cõsequens ad a primã & ad b tertiam, ipsa erit in ratione secũdæ & quartę. Sumam igitur d ad a primã, & e ad b tertiam æquè multiplices, & sumam f, quamlibet ex multiplicibus c, quæ est secunda & quarta. Et quia a & b, quarum sunt æquè multiplices d e, positæ sunt æquales, erit ut fi d diuidatur

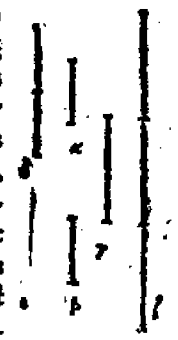
datur ſecundum quantitatem a, & e ſecundum quantitatem b, quòd partes utrobiq; ſunt numero & quantitate æquales: numero quidem, per hypotheſin propter æqualitatem multiplicationis utrobiq; quantitate autem, per hanc communem ſcientiam, quoties oportuit repetitam, quę eidem ſunt æqualia, ſibiinuicem ſunt æqualia. Quia igitur prima ex partibus d eſt æqualis primæ ex partibus e, & ſecunda ſecundæ, & cæteræ cęteris, ſuntq; tot partes in d quot ſunt in e, erit per primam huius, d ęqualis e. Quare per communem ſcientiam, ſi duæ quantitates ęquales comparentur ad aliam tertiam, aut ambæ quantitates d & e ſunt ſimiliter maiores f, aut ſimiliter minores, aut ſibi æquales, igitur ex diffinitione continuæ proportionalitatis, quæ eſt proportio a primæ ad c ſecundam, eadem eſt b tertiæ ad c quartam, quod eſt propoſitum. Secundum eodem modo probabis ordine conuerſo, ut c ponatur prima & tertia, a uerò ſecunda, b quarta. Cùm uerò quantitas f, quæ eſt æquè multiplex primæ & tertiæ, ſit aut ſimiliter maior quantitatibus d & e, quæ ſunt æquè multiplices ſecundæ & quartæ, aut ſimiliter minor, aut eis æqualis: erit per eandem diffinitionem proportio c primę ad a ſecundam, ſicut c tertię ad b quartam: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 7.

7 Æquales, ad eandem, eandem habent rationem; & eadem, ad æquales.

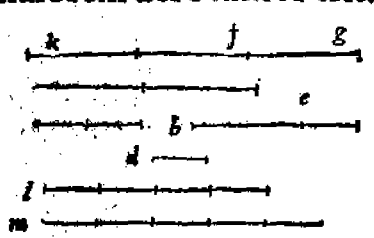
THEON ex *Zamb. Sint æquales magnitudines α & β, alia autẽ utcunq; magnitudo γ. Dico quòd utraq; ipſarum α & β, ad ipſam γ, eandem habet rationem: & γ, ad utramq; ipſarum α & β. Sumantur (per 3 quinti) ipſarum α & β, æquè multiplices, ſitq; δ ipſius α, ε ipſius autem γ, alia utcunq; multiplex, ſitq; ζ. Quoniam igitur æquè multiplex eſt δ ipſius α, & ε ipſius β, æqualis autem eſt α, ipſi β, æqualis igitur eſt (per primam communem ſententiam) & δ ipſi ε. Alia autem quæcunq; ζ, multiplex ipſius ε, ſi excedit igitur δ ipſum ζ, excedit & ε ipſum ζ: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor. Et ſunt quidem δ ε, ipſarum α β, æquè multiplices, & ζ, ipſius γ, alia utcunq; multiplex. Eſt igitur ut α ad γ, ſic β ad γ: dico iam quòd & γ, ad utramq; ipſarum α β, eandem habet rationem. Eiſdem nanque diſpoſitis, ſimiliter oſtendemus, quòd æqualis eſt δ ipſi ε, alia autem quædam eſt ζ. Si igitur excedit ζ, ipſum δ, excedit quoque ipſum ε: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor. At ζ, ipſius γ, multiplex eſt: & δ ε, ipſarum α β, aliæ quæuis ſunt æquè multiplices. Eſt igitur ſicut γ ad α, ſic etiam γ ad β. Æquales igitur ad eandem, eandem habent rationem, & eadem, ad æquales: quod fuerat demonſtrandum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 8.

8 SI duæ quantitates inęquales ad unam quantitatẽ proportionentur, maior quidem maiorem, minor uerò minorẽ obtinebit proportionẽ. Illius autem ad illas, ad minorem quidem proportio maior, ad maiorem uerò minor erit.

CAMP. Sint duę quantitates inæquales a & b c, ſitq; maior b c, & proportionentur ad eandem quantitatem quę ſit d, dico quòd maior eſt proportio b c ad d, quàm a ad d, & quod econtrariò maior eſt d ad a quàm d ad b c. Primum ſic probatur. Ponam c b, ęqualem a, & multiplicabo totiens e c, quod proueniat quantitas maior d, ſitq; f g, & ſumam k f, ita multiplicem b e, & ſimiliter h ita multiplicem a, ſicut f g, eſt multiplex e c, eritq; per primam huius, h ita multiplex a: ſicut k g, eſt multiplex b c, erit etiam h æqualis k f: propter hoc & earum ſubmultiplices, quæ ſunt a & b e, poſitę ſunt æquales. Ponam quoque quòd h non ſit minor d, ſed æqualis aut maior, toties enim multiplicabo unamquanq; trium quantitatum e c, b e, & a, æqualiter, quòd f g multiplex e c proueniat maior d, & quòd h multiplex a non proueniat minor eadem: deinde toties multiplicabo d, quod proueniat quantitas maior h, ſitq; m prima quantitas multipliciũ d, quæ ſit maior h, ſub qua ſumam maximã multiplicẽ d, aut ſibi æqualẽ, ſi m eſt prima in ordine multipliciũ d, quæ ſit l: eritq; ut l, nõ ſit maior h, & cõſtabit m ex d & l: propter id quòd omne muliplex conſtat ex proximo præcedenti multiplici & ſimplo, ut triplum ex duplo & ſimplo, excepto primo multiplici, quod conſtat ex bis ſimplo. Quia ergo h eſt æqualis k f, non



k f, non erit k f minor l, itaq; k f & d non efficient minus quàm l & d, quare non efficient minus quàm m: & quia f g, est maior d, erit k g maior quàm m. Intelligo igitur quãtitatem b c primam, d secundam, a tertiam, d quartam: & quia ad primam & tertiam sumpta sunt æquè multiplicia, uidelicet k g & h, similiter quoq; ad secundam & quartam æquè multiplicia, immò idem in ratione duorum quod est m, & addit k g, multiplex primæ super m multiplex secundæ, non addit autem b multiplex tertiæ super m multiplex quartæ, erit per diffinitionẽ maioris improportionalitatis, maior proportio b c primæ ad d secundam quàm a tertię ad d quartam, quod est primum. Secundum probabis per eandem diffinitionem conuerso ordine, ut d sit prima & tertia, a secunda, b c quarta, addit enim m multiplex primę, super b multiplicem secundæ: non addit autem m multiplex tertiæ super k g, multiplicem quartæ, quare maior est proportio d ad a quàm d ad b c: quod est secundum. Ex huius autem demonstrationis modo, patet sufficientia diffinitionis maioris improportionalitatis, quam posuit author in principio huius quinti. Nusquã enim est maior proportio primæ quatuor quantitatum ad secundam, quàm tertiæ ad quartam: quin contingat aliquà æquè multiplicia ad primam & tertiam, & reperiri, quæ cùm relata fuerint ad aliqua æquè multiplicia secundæ & quartæ, inuenietur muliplex primæ addere super multiplex secundæ, non autem multiplex tertię super multiplex quartæ. Hæc autem multiplicia sic reperiemus, sicut demonstrabitur infrà supra 12 huius.

Euclides ex Zamb. *Theorema 8.* *Propositio 8.*

Inæqualium magnitudinum maior, ad eandem, maiorem rationem habet, quàm minor: & eadem ad minorem, maiorem rationem habet, quàm ad maiorem.

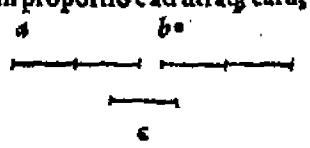
THEON ex Zamb. *Sint inæquales magnitudines, α, β & γ, & sit maior α δ, quàm γ. Alia autem quæuis, sit ut δ. Dico quòd α β, ad δ, maiorem rationem habet, quàm γ ad δ, & δ ad γ, maiorem rationem habet, quàm ad α δ. Quoniam enim maior est α β, quàm γ, ponatur ipsi γ, æqualis δ ε, minor iam ipsarum α ε, & ε β, multiplicata: maior aliquando fiet quàm δ. Sit primum α ε, minor quàm ε δ. Et multiplicetur α ε, quoad quod fiet, maius sit ipso δ, & sit illius multiplex ζ η, quod maius est quàm δ. Et quàm multiplex est ζ η, ipsius α ε, tam multiplex esto η θ, ipsius ε β, & η, ipsius γ, & sumatur ipsius δ duplum, sitq; γ, triplum postmodum: sitq; illud μ, et deinceps uno plus, quo ad sumptum multiplex fiat ipsius δ, primo maius quàm η, sumaturq;, & sit ν, quadruplum quidem ipsius δ, primo autem maius quàm η. Quoniam igitur η, ipso ν, primo est minor: η igitur ipso μ, non est minor. Et quoniam æquè multiplex est ζ η, ipsius α δ, atq; æquè multiplex est ζ η, ipsius α ε, æquè igitur est multiplex, (per 1 quinti,) ζ θ ipsius α β: & η, ipsius γ. Igitur ζ θ, & η, ipsarum α β, & γ, æquè sunt multiplices, (per eandem.) Rursus quoniam æquè est multiplex η θ, ipsius ε β, & η ipsius γ, æqualis autem est ε β, ipsi γ, æqualis igitur est et η θ, ipsi η. At η, non est minor quàm μ: neque igitur η θ, est minor quàm μ. Maior autem est ζ η, quàm δ, tota igitur ζ θ, simul ambabus δ & μ, maior est. Sed ambæ δ & μ, ipsi ν, sunt æquales: quandoquidem μ, ipsius δ triplum est: ambæ autem μ, & δ, ipsius δ quadruplices sunt: est autem ν, ipsius δ quadruplum: ambæ igitur μ, & δ, ipsius δ quadruplices sunt, est autem γ, ipsius δ, quadruplum: ambæ igitur μ & δ, ipsi ν sunt æquales. Sed ζ θ, ipsis μ & δ maior est, igitur θ ζ, ipsum ν excedit. Sed η, ipsum ν, non excedit, & sunt quidem ζ θ & η, æquè multiplices ipsarum α β, & γ, & ν, ipsius δ, alia quæuis est multiplex. Igitur α β, ad δ maiorem rationem habet, quàm γ, ad δ. Dico iam quòd & δ, ad γ, maiorem rationem habet, quàm δ ad α δ. Nam illis sic descriptis similiter ostendemus quòd ν, maior quidem est quàm η, non uerò maior quàm ζ θ: & est quidem ν ipsius δ, multiplex. Ipsæ uerò ζ θ, & η ipsarum α β & γ, aliæ quæuis æquè multiplices. Igitur δ ad γ, maiorem rationem habet, quàm δ ad α β. Sed iam α ε, maior est quàm ε β, iam minor ε δ multiplicata, maior aliquando fiet quàm δ. Multiplicetur, & esto η θ, multiplex quidem ipsius ε δ, maior autem ipso δ. Et quàm multiplex est η θ ipsius ε β, tam multiplex fiat & ζ η ipsius α ε, & η ipsius γ, similiter ostendemus quod ζ θ, & η ipsarum α β, et γ, æquè sunt multiplices. Sumaturq; similiter multiplex quidem ipsius δ; primo autem maior quàm ζ η quare rursus ζ η non est minor quàm μ, maior autem est η θ, quàm δ. Tota igitur ζ θ, ipsas δ μ, hoc est ipsam ν, excedit, & η ipsam ν, nõ excedit. Quoniã & ζ η, quæ maior est quàm η θ, hoc est quàm η ipsam ν, non excedit: pariterq; superiora consequuti demonstrationẽ conficiemus. Inæqualium igitur magnitudinum maior ad eandem, maiorem rationem habet, quàm minor: & eadem ad minorem, maiorem rationem habet quàm ad maiorem: quod demonstrasse oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propositio 9.

9 SI fuerit aliquarum quantitatum ad unam quãtitatem proportio una, ipsas esse æquales: si uerò unius ad eas proportio una, ipsas æquales esse necesse est.

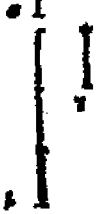
CAMPANVS. Sit duarum quantitatum a & b, proportio una ad c, dico eas esse æquales: & si econuerso fuerit eadem proportio c ad utrãq; earũ, adhuc dico eas esse æquales, hæc est conuersa septimæ huius. Primum sic patet. si enim non sunt æquales, sed altera earum maior, utpote a, erit per primã partem præmissæ, maior proportio a ad c, quàm b ad c, quod est contra hypothesim. Secũdum quoq; patet: quia si a est maior b, erit per secundam partem præmissæ, maior proportio c ad b, quàm ad a. quod est etiam contra hypothesim.



Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 9.

9 Quæ ad eandem, eandẽ habent rationem, æquales adinuicẽ sunt: & ad quas eadem, eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales.

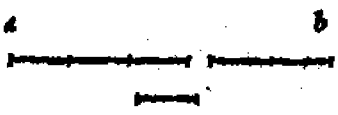
THEON ex Zamb. *Habeat inquam utraq; ipsarum α β, ad γ, eandẽ rationem. Dico quòd æqualis est α, ipsi β. Si autem non, utraque ipsarum α β, ad ipsam γ, eandem non haberet rationem, (per 8 quinti,) habet autem, æqualis igitur est α ipsi β. Habeat rursus γ, ad utranq; ipsarum α β, eandem rationem. Dico quòd æqualis est α, ipsi β: si autem non, ipsa γ, ad utranque ipsarum α β, non habet eandem rationem, habet autem, æqualis igitur est α ipsi β. Quæ ad eandem igitur, eandem habent rationem, adinuicem sunt æquales: & ad quas eadem, eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales: quod demonstrandum fuerat.*



Euclid. ex Camp. Propositio 10.

10 SI fuerit unius quantitatis ad quantitatem unam proportio maior, quantitatem maiorem esse. Si uerò unius ad eandẽ proportio maior, minorem esse necesse est.

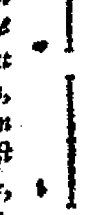
CAMPANVS. Quòd si fuerit maior proportio a ad c quàm b ad c, dico a esse maiorẽ b: & si fuerit maior c ad b quàm c ad a, adhuc dico a esse maiorẽ b, hæc est cõuersa 8. Primum patet per primam partem 7, & per primam 8, nam per primam partem septimæ, non erit a æqualis b, nec etiam minor, per primam octauæ. Secundum uerò patet ex secundis partibus earundem.



Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 10.

10 Ad eandem rationẽ habentium, maiorem rationẽ habens, illa maior est: ad quam autẽ eadem maiorẽ rationem habet, illa minor est.

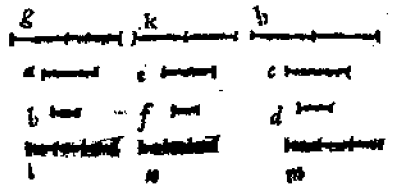
THEON ex Zamb. *Habeat enim α, ad γ, maiorem rationẽ, quàm β, ad γ: dico quòd α, maior est quàm β. Si autem non, aut est α, ipsi β, æqualis, aut ea minor: æqualis autem minimè est α, ipsi β, utraq; etenim ipsarum α β, ad γ, eandem rationem haberet: (per 9 quinti) non habet autẽ, igitur α, ipsi β minimè æqualis est. Neq; etiam minor est α, quàm β. nam α, ad ipsum γ, minorem rationem haberet, quàm β, ad ε, (per 8 quinti) non habet autem, igitur α, quàm β minor non est. Ostẽsum autem est, quòd neque est æqualis, maior igitur est α, quàm β. Habeat rursus γ ad β, maiorem rationem, quàm γ ad α. Dico quòd minor est β, quàm α. Si autem non, aut est ei æqualis, aut ea minor: æqualis quidem non est, β ipsi α: nam γ, ad utranque ipsarum α β, eandem haberent rationem, (per 6 quinti,) non habet autem: igitur α, ipsi β, minimè est æqualis. Neq; etiam maior est β, quàm α, nam γ ad β, minorem rationem haberet, quàm ad α, (per 8 quinti) non habet autem. Igitur maior non est β quàm α: patuit autem, quòd neq; æqualis est, minor igitur est β, quàm α. Ad eandem igitur rationem habẽtium, maiorem rationem habens, maior est: & ad quam eadem maiorem rationem habet, ipsa minor est: quod erat demonstrandum.*



Euclid. ex Camp. Propositio 11.

11 SI fuerint quantitatum proportiones alicui uni æquales, ipsas quoque proportiones sibi inuicem æquales esse necesse est.

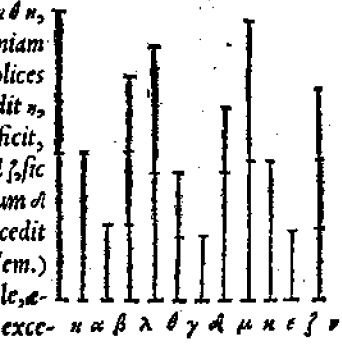
CAMPANVS. Propoſitionem hanc quam Euclides in principio primi annumerauit inter communes animi conceptiones, quæ eidem ſunt æqualia, ſibi quoq; ſunt æqualia, prout de quantitatibus intelligitur, hic demonſtrat prout proportionibus accommodatur. Sit ergo utraque duarum proportionum quæ ſunt a ad b, & c ad d, æqualis proportioni quæ eſt e ad f. Dico proportiones quæ ſunt a ad b & c ad d, ſibi inuicem eſſe æquales. Sumam enim g ad a, & h ad c, & k ad e, æquè multiplices, itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æquè multiplices. Et quia per hypotheſin proportio c ad f, eſt ſicut a ad b, & ſimiliter ſicut c ad d, erit per conuerſionem diffinitionis incontinuę proportionalitatis bis ſumptam, ſi k addit ſuper n, quòd g addat ſuper l, & h ſuper m: & ſi k minuit ab n, quod g minuat ab l, & h ab m: & ſi k eſt æqualis n, quòd g ſit æqualis l, & h æqualis m. Quia igitur g ad l, & h ad m ſimiliter ſe habent in addendo, diminuendo & æquando, mediantibus k & n, erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, a ad b ſicut c ad d: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema* 11. *Propoſitio* 11.

Quæ eidem ſunt eædem rationes, & adinuicem ſunt eædem. 11

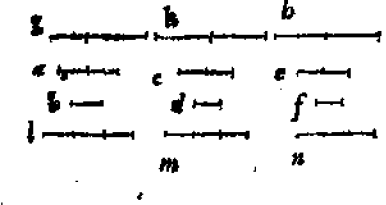
THEON ex Zamb. *Sint enim ſicut α, ad β, ſic γ, ad δ: ſicut uerò, γ ad δ, ſic ε ad ζ. Dico quòd eſt ſicut α β, ſic ε, ad ζ. Sumantur enim ipſarum α γ ε, æquè multiplices, ſintq; η θ ι, ipſarum uerò β δ ζ, aliæ quæuis æquè multiplices, ſintq; λ μ ν. Et quoniam eſt ſicut α, ad β, ſic γ, ad δ, & ſumptæ ſunt ipſarum α γ, æquè multiplices η θ, ipſarum autem β δ, aliæ quæuis æquè multiplices λ μ: ſi igitur excedit η, ipſum λ, excedit & θ, ipſum μ, & ſi æquale, æquale: & ſi deficit, deficit, (per conerſionem 6 diffinitionis quinti.) Rurſus quoniam ſicut eſt ε, ad ζ, ſic eſt γ, ad δ, & ſumptæ ſunt ipſarum γ ε, æquè multiplices θ ι, & ipſarum δ ζ, aliæ quæuis æquè multiplices μ, & ν: ſi igitur excedit θ ipſum μ, excedit quoque ι ipſum ν: & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus, per eandem.) Sed ſi excedit θ ipſum μ, excedit quoque & η, ipſum λ: & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus: (per eandem conuerſionem.) Quare ſi excedit η ipſum λ, excedit & ι, ipſum ν: & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus: (per eandem.) Sunt autem η ι ipſarum α, ε, æquè multiplices, & λ ν, ipſarum β ζ, aliæ quæuis æquè multiplices. Eſt igitur ſicut α ad β, ſic eſt ε ad ζ. Quæ igitur ſunt eidem eædem ſunt rationes, & adinuicem ſunt eædem (per 6 diffinitionem) quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 12.

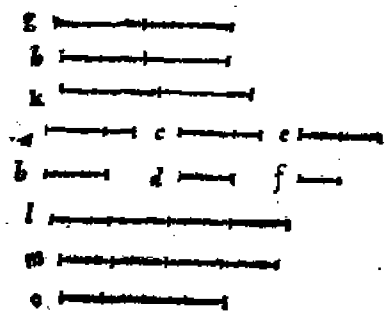
SI fuerit proportio primi ad ſecundum ſicut tertij ad quartum, tertij uerò ad quartũ maior quàm quinti ad ſextum, erit proportio primi ad ſecundum, maior quàm quinti ad ſextum. 12

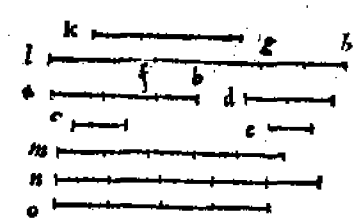
CAMPANVS. Sicut in præcedenti, quod hic demonſtrat in proportionibus, conceptibile eſt in quantitatibus, uidelicet quòd ſi duæ quantitates fuerint ſibi inuicem æquales, quęcunq; fuerit una earum maior, eadem maior erit & reliqua. In proportionibus tamen hoc demonſtratur, ut ſi ſit proportio a ad b ſicut c ad d, c uerò ad d, ſit maior quàm e ad f, erit quoque a ad b, maior e quàm ad c. Sumam enim g ad a, & h ad c, & k ad e, æquè multiplices, itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æquè multiplices. Et quia per hypotheſin proportio c ad d eſt ſicut a ad b, & maior quàm e, ad f: erit per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis, ſi h addit ſuper m, ut g addat ſuper l, & per conuerſionem diffinitionis maioris improportionalitatis, quòd non ſit neceſſe k addere ſuper n. Quia igitur mediantibus h & m ſi g addit ſuper l, non eſt neceſſe k addere ſuper n: erit per diffinitionem maioris improportionalitatis, maior proportio a ad b quàm e ad f: quod eſt propoſitum.

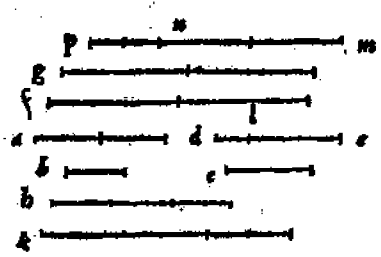


CAMPANI *additio.* Simili quoque modo probabis, quòd ſi ſit a ad b ſicut c ad d, & c ad d, minor quàm e, ad f, erit a ad b minor quàm e ad f. Cum enim ſit c ad d minor quàm e ad f, erit e ad f, maior quàm c ad d: per conuerſionem igitur diffinitionis maioris improportionalitatis, ſi k addit

k addit ſuper n, non eſt neceſſe quòd h addat ſuper m: ſed ſi h non addit ſuper m, g non addit ſuper l, ergo ſi k addit ſuper n, non eſt neceſſe ut g addat ſuper l: per diffinitionem igitur maioris improportionalitatis, maior erit proportio e ad f, quàm a ad b, ergo cõuerſo minor erit a ad b quàm e ad f, quod eſt propoſitũ. Ex modo autem demonſtrationis octauæ huius, & hac fiet manifeſtũ quòd ſi fuerit primæ quatuor quantitatum ad ſecundam maior proportio quàm tertiæ ad quartam, continget reperire aliqua æquè multiplicia primæ & tertiæ, quæ cum comparabuntur ad aliqua æquè multiplicia ſecundæ & quartę, inuenietur multiplex primæ addere ſuper multiplex ſecundæ, non autem multiplex tertię ſuper multiplex quartæ. Quod ſic patet. Sit enim maior proportio a b ad c, quàm d ad e. Ponam ergo ut ſit proportio a f ad c, ſicut d ad e, eritq; per hanc 12 & per 10, a f minor a b, & ſit minor in quantitate f b, quam multiplicabo toties, quoad ꝓueniat quãtitas maior c, quæ ſit g h, hac cõditione ut toties d multiplicata ꝓducat quantitatem non minorem e, quæ ſit k, tunc ponam ut l g ſit ita multiplex a f, ſicut g h eſt multiplex f b, aut k d, eritq; per primam huius l h, ita multiplex a b, ſicut k d. Deinde ponam quòd m ſit prima quãtitas multiplex c, quæ ſit maior k, & ponam n ita multiplicem c, ſicut m eſt multiplex e, eritq; per præmiſſas hypotheſes & conuerſionẽ diffinitionis incõtinuę proportionalitatis quantitas n prima, multiplicium c, quæ erit maior l g, nec erit l g minor c. Sumam ergo ſub n, maximam multiplicium c, aut ſibi ęqualem, ſi forſitan n ſit prima multiplicium eius, quæ ſit o, conſtabitq; n, ex o & e, quia ergo l g non eſt minor o, & g h eſt maior c, erit l h, maior n, quare cum k ſit minor m, patet propoſitum. Conuerſam quoque huius demonſtrare poſſumus, uidelicet, quòd ſi contingit reperire aliqua ęquè multiplicia primæ & tertiæ, quarum multiplex primæ addat ſuper aliquod multiplex ſecundæ, & multiplex tertiæ non addat ſuper multiplex quartæ, maior erit proportio primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam, quod ſic probatur. Sint quatuor quantitates, a prima, b ſecunda, c d tertia, e quarta, ſintq; f ad a, & g ad c d, æquè multiplicia, ſimiliter h ad b, & k ad e, ęquè multiplicia, & addat f ſuper h, non addat autem g ſuper k, dico quòd maior eſt proportio a ad b quàm c d ad e. Si enim dico æqualis per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis addet g ſuper k, quod eſt contra hypotheſim. Si autem minor, ſit c l ad e ſicut a ad b, eritque per huius 10, c l minor c d, & ſit minor in quantitate l d. Ponam igitur ut m n ſit ita multiplex c l, & n p multiplex l d, ſicut f eſt multiplex a, eritq; per primam huius m p, ita multiplex c d, ſicut f eſt multiplex a, utraque igitur duarum quantitatum m p & g, eſt ęquè multiplex quantitatis c d, ergo ipſæ ſunt æquales: nam hæc illatio, demonſtrata eſt in 7 huius. Et quia g non eſt maior k, non erit m p maior eadem. Sed per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis, m n eſt maior k, eo quòd f eſt maior h, ergo m n, eſt maior m p. quod eſt impoſsibile: quare relinquitur propoſitum.





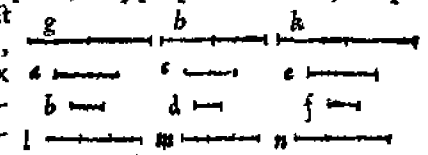


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

13 SI fuerint quotlibet quantitatum ad totidem alias, proportio una erit quoq; quæ proportio unius ad unam, eadem proportio harum omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

CAMPANVS. Quod prima propoſuit de multiplicibus, hæc proponit de omnibus proportionibus, unde hæc eſt communior illa, eo quòd omnis multiplicitas eſt proportio, non autem e-

tem econuerſo. Sit igitur a ad b, & c ad d, & e ad f, una proportio: dico quòd quæ eſt proportio a ad b, eadem eſt compoſiti ex a c e, ad compoſitum ex b d f. Sumam g ad a, & h ad c, & k ad e, quæ multiplicia, itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æquè multiplicia, eritq; per primam huius, compoſitum ex g h k, ita multiplex compoſiti ex a c e, ſicut g eſt multiplex a: ſimiliter per eãdem, compoſitum ex l m n, erit ita multiplex compoſiti ex b d f, ſicut l eſt multiplex b: & per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis bis ſumptam, ſi g addit ſuper l, & h addit ſuper m, & k ſuper n: & ſi minuit, minuit: & ſi æquat, æquat: ergo per cõmunem ſcientiam, ſi g addit ſuper l, compoſitum ex g h k, addit ſuper compoſitum ex l m n: & ſi minuit, minuit: & ſi æquat, æquat: ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a ad b, eſt ſicut compoſiti ex a c e, ad compoſitum ex b d f: quod eſt propoſitum.

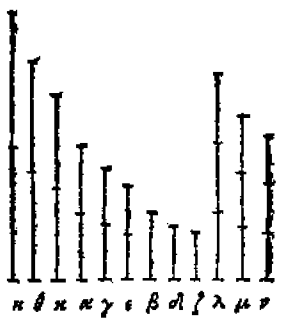


Hæ ſequentes duæ propoſitiones 12 ſcilicet & 13, ex Zamberto, duabus præcedentibus ex Campano, præpoſtero ordine reſpondent 12 unius 13 alterius.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 12. *Propoſitio* 12.

Si fuerint quælibet magnitudines proportionem habentes, erit ſicut una antecedentium ad unam conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes. 12

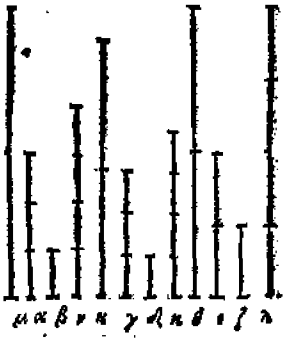
THEON *ex Zamb.* *Sint quotcunq; magnitudines proportionem habentes α β γ δ ε ζ, ſicut α, ad β, ſic γ, ad δ, & ε, ad ζ. Dico quòd eſt ſicut α, ad β, ſic eſt α γ ε, ad β δ ζ. Sumantur enim æquè multiplices ipſarum α γ ε, ſintq; η θ κ, & ipſarum β δ ζ, aliæ quæuis æquè multiplices, ſintq; λ μ ν. Et quoniam eſt ſicut α ad β, ſic γ ad δ, & ε ad ζ, & ſumptæ ſunt ipſarum α γ ε, æquè multiplices η θ κ, & ipſarum β δ ζ, aliæ quæuis æquè multiplices, hoc eſt λ μ ν: ſi igitur excedit η, ipſum λ, excedit & θ, ipſum μ, & κ, ipſum ν: & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus (per conuerſionem 6 diffinitionis quinti) Quare & ſi excedit η, ipſum λ, excedunt & η θ κ, ipſas λ μ ν: & ſi æquales, æquales: & ſi minores, minores (per eandem) Et eſt η quidem, & η θ κ, ipſius α, & ipſarum α γ ε, æquè multiplices. Quoniam (per primam quinti) ſi fuerint quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum æqualium numero, ſingulæ ſingularum æquè multiplices, quàm multiplex eſt una unius magnitudinum, tam multiplices erunt, & omnes omnium. Ac per hoc, etiam λ, & λ μ ν, ipſius 6, & β δ ζ, æquè ſunt multiplices, eſt igitur ſicut α ad β, ſic α γ ε, ad β δ ζ (per 6 diffinitionem quinti) Si fuerint igitur quotcunq; magnitudines proportionem habentes, erit ſicut una antecedentium ad unam conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes: quod demonſtrandum fuerat.*



Euclid. ex Zamb. *Theorema* 13. *Propoſitio* 13.

Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationẽ, & tertia ad quartam, tertia autem ad quartã maiorẽ rationem habeat quàm quinta ad ſextam, prima quoq; ad ſecundam maiorem rationem habebit quàm quinta ad ſextam. 13

THEON *ex Zamb.* *Prima enim α, ad ſecundam β, eandem habeat rationem & tertia γ, ad quartam δ, tertia uerò γ, ad quartam δ, maiorem habeat rationem quàm quinta ε, ad ſextam ζ. Dico quòd & prima α, ad ſecundam β, maiorem rationem habebit, quàm quinta ε, ad ſextã ζ. Quoniam γ ad δ maiorem rationẽ habet, quàm ε ad ζ, ſunt enim iqſarum γ ε, quædam æquè multiplices, & ipſarum δ ζ, aliæ quæuis ſunt æquè multiplices, ac multiplex ipſius γ, excedit multiplicem ipſius δ, multiplex autem ipſius ε, non excedit multiplicem ipſius ζ, ſumantur igitur, & ſint ipſarum γ ε, æquè multiplices*

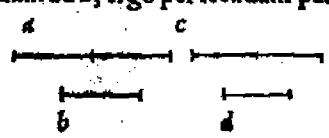


multiplices ν θ, ipſarum autem δ ζ, aliæ quæuis æquè multiplices ν λ. Ita quidem vt ν excedat ipſum ν, & θ, ipſum λ, non excedat, & quàm multiplex quidem eſt ν, ipſius γ, tam multiplex eſto, & μ ipſius α: quàm multiplex autem eſt ν, ipſius δ, tam multiplex eſto & ν, ipſius β, & quoniam eſt ſicut α, ad β, ſic γ, ad δ, & ſumptæ ſunt ipſarum α γ, æquè multiplices μ ν, ipſarum β δ, aliæ quæuis æquè multiplices ν λ: ſi excedit igitur μ, ipſam ν, excedit & ν, ipſam ν: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor (per conuerſionem ſextæ diffinitionis quinti) Excedit autẽ (per cõſtructionẽ) γ ipſam ν, excedit igitur & μ ipſam ν, at θ ipſam λ, nõ excedit: ſunt autem μ θ, æquè multiplices ipſarum ν ι, & ν λ, ipſarum β ζ, aliæ quæuis æquè multiplices. Igitur α, ad β, maiorem habet rationem, quàm γ, ad ζ. Si prima igitur ad ſecundam eandẽ habuerit rationem, & tertia ad quartam: tertia autem ad quartam maiorem rationem habeat quàm quinta ad ſextam: prima ad ſecundam quoq; maiorem rationem habebit, quàm quinta ad ſextam: quod demonſtrare oportebat.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

14 SI fuerint quatuor quantitates proportionales, fueritq; prima maior tertia, neceſſe eſt ſecundam quarta eſſe maiorem. Quòd ſi minor, & minorem: ſi uerò æqualis, & æqualem eſſe.

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, ſicut c ad d. Dico quòd ſi a eſt maior c, b erit maior d: & ſi minor, minor: & ſi æqualis, æqualis. Si enim a ſit maior c, erit per primam partem 8 huius, maior proportio a ad d quàm c ad d. Quare maior erit a ad d, quàm ad b, ergo per ſecũdam partem 10 huius, b erit maior d: quod eſt propoſitum. Quòd ſi a ſit minor c, erit per primam partem 8, minor proportio a ad d, quàm c ad d. Quare maior erit a ad b, quàm ad d: per ſecundã ergo partem 10, b erit minor d. Si autem a ſit æqualis c, erit per primam partem 7, a ad d ſicut c ad d. Quare a ad d, ſicut a ad b, itaque per ſecundam partem 9, b erit æqualis d: ſicq; patet propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propoſitio 14.*

14 Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam, prima uerò tertia maior fuerit, & ſecunda, quarta maior erit: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor.

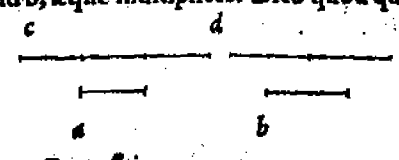
THEON ex Zamb. *Primum enim α, ad ſecundum β, eandem habeat rationem, & tertium γ, ad δ quartum, maius autem ſit α, quàm γ. Dico quòd & β, maius eſt quàm δ. Quoniam enim α, eſt maior quàm γ, eſt autem alia quædam magnitudo β, igitur (per 8 quinti) α, ad ζ, maiorem rationem habet quàm γ, ad β. Sicutq; α ad β, ſic γ, ad δ, maiorem rationem habet, quàm γ, ad β. Ad quod autem idem maiorem rationem habet, illud minus eſt (per 10 quinti) minus igitur eſt δ, quàm β, quare maior eſt β, quàm δ. Similiter quoq; oſtendemus, quòd & ſi æquale fuerit α, ipſi γ, æquale erit quoque & β, ipſi δ: & ſi minus fuerit α, quàm γ, minus erit quoque & β, quàm δ. Si prima igitur ad ſecundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam, prima autem tertia maior fuerit, & ſecunda quarta maior erit: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor: quod demonſtrare oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*

15 SI fuerint aliquibus quantitatibus æquè multiplices aſſignatæ, erit ipſarum multiplicium atque ſubmultiplicium una proportio.

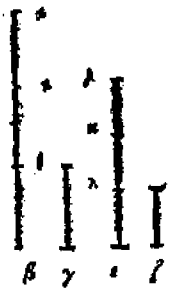
CAMPANVS. Sint c ad a, & d ad b, æquè multiplices. Dico quòd quæ eſt proportio a ad b, eadem eſt c ad d. Diuidatur c ſecundum quantitatem a, & d ſecundum quantitatẽ b, ſuntq; tot partes e, quod d: & quia quælibet pars c ad quamlibet partem d ſe habet ſicut a ad b, erit per 13 huius, c ad d, ſicut a ad b: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propoſitio 15.*

15 Partes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent ſumptæ adinuicem.

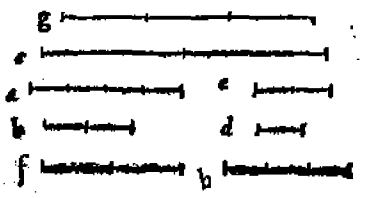
THEON ex Zamb. *Sit igitur æquè multiplex α β, ipsius γ, & δ ε, ipsius ζ. Dico q, est sicut γ, sic est α β, ad δ ε. Quoniã enim æquè est multiplex α β, ipsius γ: et δ ε, ipsius ζ. quot igitur magnitudines sunt in α β, ipsi γ, æquales, tot sunt in δ ε æquales ipsi ζ. Diuidatur α β, in magnitudines æquales ipsi γ, hoc est α κ, κ θ, θ β, ipsum autẽ δ ε, in magnitudines æquales ipsi ζ, hoc est δ ν, ν λ, et λ ε, erit iam magnitudo ipsorũ α κ, κ θ, et θ β, æqualis multitudini ipsorum δ ν, ν λ, et λ ε. Et quoniã α κ, κ θ, & θ β, sibi inuicẽ sunt æquales, & δ ν, ν λ, & λ ε, quoq; sibi inuicẽ sunt æquales: est igitur sicut α κ, ad δ ν, sic est κ θ ad ν λ, & θ β, ad λ ε: erit igitur (per 12. quinti) sicut unũ antecedentiũ ad unũ consequentiũ, sic omnia antecedẽtia ad omnia consequentia. Est igitur sicut α κ, ad δ ν, sic est α β, ad δ ε, æqualis autẽ est α κ, ipsi γ, ipsum autẽ δ ν, ipsi ζ: est igitur sicut γ ad ζ, sic est α β ad δ ε. Partes igitur eodẽ modo multipliciũ, eandẽ habẽt rationẽ sumptæ adinuicẽ: quod demõstrasse oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propositio 16.

SI fuerint quatuór quantitates proportionales, permutatim quoque proportionales erunt. 16

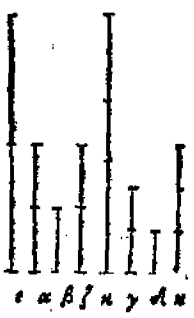
CAMPANVS. Sit proportio a ad b, sicut c ad d. Dico quòd erit a ad c sicut b ad d. Et iste est modus arguẽdi, qui dicitur proportionalitas permutata, cuius demonstratio sic patet. Sumã e ad a, & f ad b, æquè multiplices: itemq; g ad c & h ad d, æquè multiplices, eritq; per præmissam e ad f, sicut g ad h: quare per 14, si e addit super g, & f addit super h; & si minuit, minuit: & si æquat, æquat: per diffinitionem igitur incontinuæ proportionalitatis erit a ad c, sicut b ad d: quod est propositum. Necesse est autem, ut in permutata proportionalitate sint omnes quatuor quantitates eiusdem generis.



Euclid. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 16.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & uicissim proportionales erunt. 16

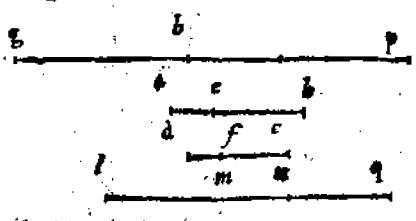
THEON ex Zamb. *Sint quatuor magnitudines proportionales α β γ δ, sicut α ad β, sic γ ad δ. Dico quòd & uicissim proportionales erunt, sicut α ad γ, sic β ad δ. Sumãtur quidẽ ipsarum α β, æquè multiplices ε ζ, & ipsarũ γ δ, & aliæ quæuis, æquè multiplices η θ: & quoniam æquè multiplex est ε ipsius α, & ζ ipsius β, partes autẽ eodẽ modo multipliciũ eandem habẽt rationẽ sumptæ adinuicẽ (per præcedẽtẽ) est igitur sicut α ad β, sic ε ad ζ. Sicut aũt α, ad β, sic & γ ad δ, & sicut igitur γ ad δ, sic ε ad ζ (per 11 quinti.) Rursus quoniã η θ ipsarum γ δ, æquè sunt multiplices, partes autẽ eodem modo multipliciũ eandẽ habent rationẽ sumptæ adinuicẽ (per 15 quinti) est igitur sicut γ ad δ, sic est η ad θ. Sicut autẽ γ ad δ, sic ε ad ζ, & sicut igitur ε ad ζ, sic η ad θ (per 11 quinti.) Si quatuor aũt magnitudines proportionales fuerint, prima uerò tertia maior sit, & secunda quarta maior erit: & si æqualis, æqualis: & si minor, minor (per 14 quinti.) Si igitur excedit ε ipsum η, excedit & ζ ipsum θ: & si æquale, æquale: & si minus, minus (per 6 diffinitionem quinti) Sunt autem ε ζ ipsarum α β æquè multiplices: & η θ ipsarum γ δ aliæ quæuis æquè multiplices. Est igitur sicut α ad γ, sic est β ad δ. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, & uicissim proportionales erunt: quod demonstrasse oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propositio 17.

SI fuerint quantitates coniunctim proportionales, eadem disiunctim quoque proportionales esse. 17

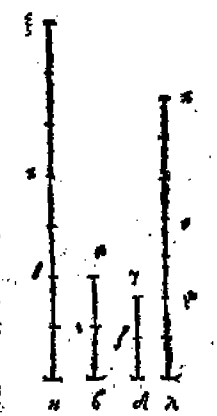
CAMPANVS. Demõstrato modo arguẽdi qui dicitur proportionalitas permutata, demõstrat illũ qui dicitur, pportionalitas disiuncta. Sit itaq; proportio a b ad b c, sicut d e ad e f. Dico q, erit a c ad c b, sicut d f ad f e. Sumã enim g h ad a c, & h k ad c b, itemq; l m ad d f, & m n ad f e, æquè multiplices. Eritq; per primã huius g k ita multiplex a b: sicut g h est multiplex a c, & l n, ita multiplex d e sicut l m est multiplex d f. Et ideo per præmissas hypotheses g k est ita multiplex a b, sicut est l n, d e. Ponã iterũ k p ad c b, & n q ad f e, æquè multiplices, eruntq; per secundam, h p ad c b, & n q ad f e, æquè multiplices, per conuersionem



ſionem igitur diffinitionis incontinuæ proportionalitatis. ſi g k addit ſuper h p, l n, addit ſuper m q, & ſi minuit, minuit: & ſi æquat, æquat: demptis itaque communibus h k & m n: erit per communem ſcientiam, ut ſi g h addit ſuper k p, quod l m addit ſuper n q: & ſi minuit, minuit: & ſi æquat, æquat: ergo per diffinitionem incontinuę proportionalitatis, proportio a c ad c b, eſt ſicut d f ad f e: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propoſitio 17.*

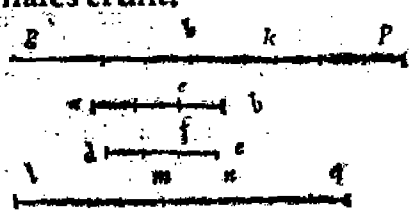
17 ## Si compoſitæ magnitudines proportionales fuerint, diuiſæ quoque proportionales erunt.



THEON ex Zamb. *Sint compoſitæ magnitudines proportionales α β, β ε, γ δ, δ ζ, ſicut α β, ad β ε, ſic γ δ ad δ ζ. Dico quòd & diuiſæ proportionales erunt: ſicut α ε ad β ε, ſic ε ζ ad δ ζ. Sumantur enim ipſarũ α ε, ε β, γ ζ, ζ δ, æquè multiplices, α θ, θ κ, λ μ et μ ν: ipſarũ autẽ ε β & ζ δ, aliæ quæuis æquè multiplices, hoc eſt κ ξ & ν π. Et quoniã æquè multiplex eſt κ θ ipſius α ε, & θ κ ipſius ε β, æquè igitur eſt multiplex κ θ ipſius α ε, et κ κ ipſius α β (per 1 quinti) Aequè autẽ eſt multiplex κ θ ipſius α ε, & λ μ ipſius γ ζ: æquè igitur eſt multiplex κ κ ipſius α β, & λ μ ipſius γ ζ (per 11 eiuſdẽ) Rurſus quoniam æquè eſt multiplex λ μ ipſius ε ζ, & μ ν ipſius δ ζ: æquè igitur eſt multiplex λ μ ipſius γ ζ, & λ ν ipſius γ δ (per primam eiuſdem) æquè autem erat multiplex λ μ ipſius γ ζ: & κ κ ipſius α β. Aequè igitur eſt multiplex κ κ ipſius α ϛ, & λ ν ipſius γ δ: igitur κ κ & λ ν, ipſarum α ϛ, & γ δ æquè ſunt multiplices. Rurſus quoniam æquè multiplex eſt θ κ ipſius ε ϛ, & μ ν ipſius ζ δ: eſt autem & κ ξ ipſius ε β æquè multiplex: & ν π ipſius ζ δ: & compoſitum igitur (per 11 eiuſdem) θ ξ ipſius ε β æquè multiplex eſt, & μ π ipſius ζ δ. Et quoniam eſt ſicut α β ad β ε, ſic eſt γ δ ad δ ζ, & ſumptæ ſunt ipſarum quidem α β & γ δ æquè multiplices κ κ & λ ν: ipſarum autem ε ϛ & ζ δ aliæ quæuis æquè multiplices: hoc eſt, θ ξ & μ π: ſi igitur excedit κ κ ipſam θ ξ, excedit & λ ν ipſam μ π: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor (per conuerſionem 6 diffinitionis quinti) Excedat nempe κ κ, ipſam θ ξ: & igitur communi ablata θ κ, excedit κ θ ipſam κ ξ. Sed ſi excedit ν κ ipſam θ ξ excedit & λ ν ipſam, μ π: excedat igitur λ ν, ipſam μ π: & communi ablata μ ν, excedit & λ μ ipſam ν π. Quare ſi excedit κ θ ipſam κ ξ: excedit & λ μ ipſam ν π. Similiter iam oſtendemus, quòd & ſi æqualis fuerit κ θ ipſi κ ξ: æqualis erit & λ μ ipſi ν π: & ſi minor, minor: ſunt autem κ θ & λ μ, ipſarum α ε & κ ζ æquè multiplices, & κ ξ & ν π, ipſarum ε β, & ζ δ aliæ quæuis æquè multiplices: eſt igitur ſicut α ε ad ε β: ſic eſt ζ ad ζ δ (per 6 diffinitionem quinti) Si compoſitæ magnitudines igitur proportionales fuerint, diuiſæ quoq; proportionales erunt: quod demonſtraſſe oportuit.* *Euclid. ex Camp.* *Propoſitio 18.*



18 ## Si fuerint quantitates diſiunctim proportionales, coniunctim quoque proportionales erunt.



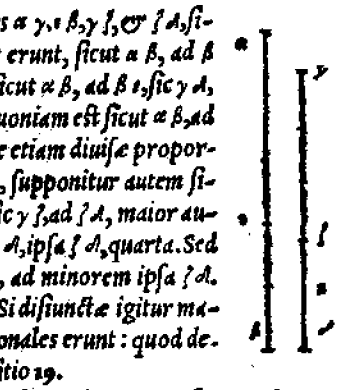
CAMPANVS. Demonſtrat modum arguendi, qui dicitur proportionalitas coniuncta: & eſt modus cõuerſus prioris. Ad cuius demonſtrationem, reſumatur diſpoſitio præmiſſæ, & maneant omnes eius hypotheſes: excepto quòd ponatur eſſe proportio a c ad c b, ſicut d f ad f e: dico quòd erit proportio a b ad b c, ſicut d e ad f e: ſequitur enim ex hac hypotheſi & aliis hypotheſibus præmiſſæ de multiplicibus æqualiter ſumptis, per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis, ſi g h addit ſuper k p, quod l m addat ſuper n q: & ſi minuit, minuat: & ſi æquat, æquet: ergo poſitis communibus h k & m n: ſequitur per communem ſcientiam, ſi g k addit ſuper h p, quod l n addat ſuper m q: & ſi minuit, minuat: & ſi æquat, æquet: quare per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, erit proportio a b ad b c ſicut d e ad e f: quod eſt propoſitum. Aliter idem indirectè ſic. Cùm ſit proportio a c ad c b, ſicut d f ad f e, non eſt autem a b ad b c, ſicut d e ad e f: ſit ergo proportio d e ad aliquam aliam quantitatem: ſicut a b ad b c, quę aut erit maior e f, aut minor: ſi enim ei eſſet æqualis, conſtaret propoſitum. Sit itaq; primo maior, & ſit e g: eritq; per præmiſſam a c ad c b, ſicut d g ad e g; quare d g ad e g, eſt ſicut d f ad f e. Sequitur igitur per decimamquartam, quod cùm d g prima ſit minor d f tertia: erit ergo g e ſecunda minor e f quarta: ſed erat propoſitũ ꝙ eſſet maior. Sit ergo ꝓportio d e ad minorẽ e f, quæ ſit e h ſicut a b ad b c: eritq; per præmiſſã a c ad c b, ſicut d h ad h e: quare per 11, d h ad h e, ſicut d f ad f e: et

quàd h prima est maior d f, tertia erit per 14 e h secunda, maior e f, quarta: quod quia est impossibile, sequitur propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propositio 18.* *Conuersa præcedentis.*

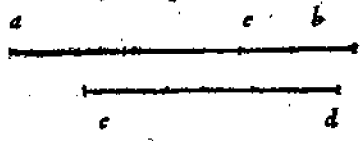
Si diuisæ magnitudines proportionales fuerint, compositæ quoque proportionales erunt. 18

THEON ex Zamb. *Sint disiunctæ magnitudines proportionales α γ, ε β, γ ζ, & ζ Δ, sicut α ε, ad ε β, sic γ ζ, ad ζ Δ. Dico quòd & compositæ proportionales erunt, sicut α β, ad β ε, sic γ Δ, ad Δ ζ. Si autem non est, sicut α β, ad β ε, sic γ Δ, ad ζ Δ, erit sicut α β, ad β ε, sic γ Δ, ad minorem ipsa ζ Δ, aut ad maiorem. Sit prius ad minorem Δ η. Et quoniam est sicut α β, ad β ε, sic γ Δ, ad Δ η, compositæ magnitudines proportionales sunt, quare etiam diuisæ proportionales erunt (per 17 quinti) Est igitur sicut α ε, ad ε β, sic γ η, ad η Δ, supponitur autem sicut α ε, ad ε β, sic γ ζ, ad ζ Δ. Et sicut igitur (per 11 quinti) γ η, ad η Δ, sic γ ζ, ad ζ Δ, maior autem est prima γ η, tertia γ ζ, maior igitur est (per 14 quinti) secunda η Δ, ipsa ζ Δ, quarta. Sed & minor, quod est impossibile. Igitur non est sicut α β, ad β ε, sic γ Δ, ad minorem ipsa ζ Δ. Similiter quoq; ostendemus, quòd neq; ad maiorem, ad eandē igitur. Si disiunctæ igitur magnitudines proportionales fuerint, & compositæ quoque proportionales erunt: quod demonstrasse oportuit.* *Euclid. ex Camp.* *Propositio 19.*



Si à duobus totis duæ portiones abscindantur, fuerit{que} totum ad totum, quantum abscisum ad abscisum, erit reliquum ad reliquum quantum totum ad totum. 19

CAMPANVS. Quod quintā proponit de multiplicibus, hęc proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus: unde est illa tanto communior, quanto multiplicitate proportio. Sint igitur duæ quantitates a b, & c d, à quibus abscindantur duæ quæ sint b e & d f, sit{que} proportio totius a b, ad totam c d, sicut b e, abscisæ ad d f abscisam, dico quòd eadem erit a e residui ad c f, residuum: quę est totius a b ad totam c d. Cùm enim sit a b ad c d, sicut b e ad d f: erit permutatim a b ad b e, sicut c d ad d f, & disiunctim a e ad e b, sicut c f ad f d: & iterum permutatim a e ad c f, sicut e b ad f d: & quia sicut erat a b ad c d, patet propositum.



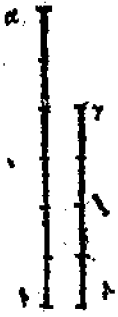
CAMPANI *adātio.* Ex hac autem decimanona, & permutata proportionalitate demonstratur modus arguēdi, qui dicitur proportionalitas euersa, ut si sit a b ad b e, sicut c d ad d f, dico quòd erit b a ad a e, sicut d c ad c f, quia cum sit a b, ad b e, sicut c d ad d f, erit permutatim a b ad c d, sicut b e ad d f, quare per hanc 19 b a ad d c, sicut a e ad c f, igitur permutatim b a ad a e, sicut c d ad c f: quod est propositum. Conuersa quoq; proporrionalitas, quam ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis demōstrauimus in exponendis principijs huius quinti, potest hic quoq; demonstrari indirectè ex permutata proportionalitate & 9 huius, ut si sit proportio a ad b, sicut c ad d, dico q; erit b ad a, sicut d ad c: sin autem sit d ad e, sicut b ad d, & quia iterū b ad a, sicut d ad e: erit quoq; permutatim b ad d, sicut a ad e, quare erit a ad e, sicut d ad c. si igitur e non sit ęquale c, accidet impossibile & contrarium secundæ partis 9: si autem æqualis, erit b ad a, sicut d ad c: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propositio 19.*

Si fuerit sicut totū ad totum, sic ablatum ad ablatum, & reliquum ad reliquum, erit sicut totum ad totum. 19

THEON ex Zamb. *Esto sicut totū α ε, ad totū γ Δ, sic ablatū α ε ad ablatū γ ζ. Dico q; et reliquū ε ε, ad reliquū ζ Δ, erit sicut totū α β ad totū γ Δ. quoniā enim est sicut totū α ε ad totum γ Δ, sic α ε ad γ ζ, et uicißim quoq; (per 15 quinti) sicut α β, ad α ε, sic & Δ γ, ad γ ζ. Et quoniam compositæ magnitudines proportionales sunt (per 17 & 18 quinti) etiam disiunctæ proportionales erunt, sicut igitur β ε, ad ε α, sic Δ ζ, ad γ ζ, & uicißim igitur (per decimansextam quinti) est sicut β ε, ad Δ ζ, sic ε α, ad ζ γ. Sicut autem α ε, ad γ ζ, sic supponitur totum α β ad totum γ Δ, & reliquum igitur ε β, ad reliquum ζ Δ, erit sicut totum α β, ad totum γ Δ. Si fuerit igitur sicut totum ad totum, sic ablatum ad ablatum, & reliquū ad reliquum erit sicut totum ad totum, quod demonstrandum erat. Et quoniam ostensum est, quòd sicut est α β, ad γ Δ, sic est ε β, ad ζ Δ: & uicißim sicut α β, ad β ε, sic γ Δ ad Δ ζ, compositæ igitur magnitudines proportionales sunt (per 18 propositionem quinti) ostensum est autem quòd sicut β α, ad α ε, sic Δ γ, ad γ ζ, & est conuertendo,*

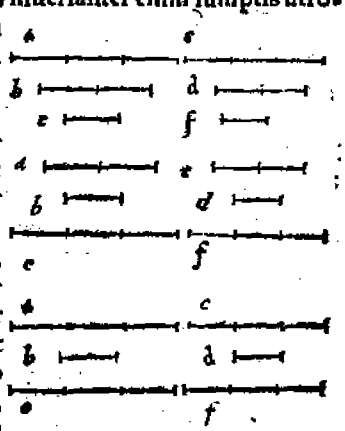


tendo. Hinc manifestum, quòd si compositæ magnitudines proportionales fuerint, etiam conuertendo proportionales erunt: quod demonstrandum erat.

Euclid. ex Camp. *Propositio 20.*

20 SI fuerint quotlibet quãtitates, aliæ cęs secundum earum numerum, quarum quæcęs duæ priorum secundum proportionem duarum postremarum, necesse est in proportionalitate quidem ęqualitatis, ut si fuerit prima priorum ultima maior, & posteriorum primam ultima esse maiorem. Quòd si minor, & minorem: si uerò æqualis, & æqualem.

CAMPANVS. Demonstraturus Euclides modum arguendi, qui dicitur æqua proportionalitas, siue quantitates duorum ordinum directè siue peruersim proportionentur, præmittit duo antecedentia ad demonstrandum propositum necessaria, per quorum primum demonstratur ęqua proportionalitas, cùm quantitates duorum ordinum directè proportionantur, secundum autem cùm proportionantur peruersim: proponit autem hæc duo antecedentia de quantitatibus duorum ordinum numero æqualibus, quæcunq; fuerint. Vniuersaliter enim sumptis utrobiq; quantitatibus secundum quemcunq; numerum, ueritatem habent. non est autem necesse ut demonstremus ea, nisi solũ in tribus: hoc enim omnino sufficiens est ad propositum, de pluribus autem quibusq; patebit per æquam proportionalitatẽ cum ipsa demonstrata fuerit. Sint igitur tres quantitates a b c, sumanturq; tres aliæ quæ sint c d f, & sit proportio a ad b, sicut c ad d, & b ad e, sicut d ad f, dico quòd si a est maior c, c erit maior f: & si minor, minor: & si æqualis, æqualis. Si enim est maior, erit per primam partem 8, maior proportio a ad b, quàm c ad b, quare per 12, maior erit c ad d, quàm e ad b, & quia per conuersam proportionalitatem, e ad b est sicut f ad d, erit c ad d maior quàm f ad d, itaq; per primam partem 10, c est maior f, quod est propositum. Quòd si a sit minor e, per eadem, & eodem modo probabitur c esse minorem f, erit enim minor proportio a ad b, quàm e ad b, per primam partem 8 ideo per 12, & per conuersam proportionalitatem, minor erit c ad d, quàm f ad d, & ideo per primam partem 10 erit c minor f, quod est propositum. Si autem a fit æqualis e, erit per primam partem 7 proportio a ad b, sicut e ad b, & ideo per secundam partem 11 & conuersam proportionalitatem, erit c ad d, sicut f ad d, quare per primam partem 9, c est æqualis f: quod est propositum.



CAMPANI *additio.*

Quidam autem hanc conclusionem demonstrauerunt per proportionalitatem, permutatim hoc modo, proportio a ad b, est sicut c ad d, ergo permutatim a ad c, sicut b ad d, & quia rursus b ad e sicut d ad f, erit permutatim b ad d sicut e ad f, sed erat b ad d, sicut a ad c, ergo per 11 erit a ad c, sicut e ad f, itaque per 14 si a prima est maior e tertia, erit c secunda maior f quarta: & si minor, minor: & si æqualis, æqualis: quod est propositum. Isti autem errauerunt in sua demonstratione, quia si esset intentio Euclidis sic demonstrare, non oporteret ipsum præmittere hanc conclusionem pro antecedente ad æquam proportionalitatem: si enim rursus fiat una permutatio proportionalitatis, ad quam deuentum est, quæ est esse a ad c sicut e ad f, sequitur quòd sit a ad e, sicut c ad f, & hoc est æqua proportionalitas. Præterea eorum conclusio non sequitur, nisi omnes quantitates amborum ordinum fuerint generis unius. Si enim a b c sint lineę, & c d f superficies, aut corpora, aut tempora, non erit tunc permutare proportiones: peccãt igitur, uniuersaliter dictum, particulariter demonstrantes.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propositio 20.*

20 Si fuerint tres magnitudines, & alię eisdẽ æquales numero, binæ sumptę & in eadẽ ratione, ex æquali autẽ prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit: & si ęqualis, æqualis: & si minor, minor.

THEON

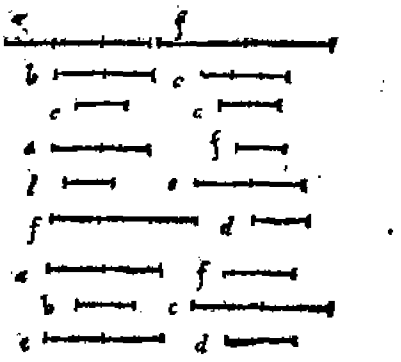
THEON ex Zamb. *Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eiſdem æquales numero Δ ε ζ, binæ ſumptæ & in eadem ratione, ſicut quidem α ad β, ſic Δ, ad ε, ſicutq; β, ad γ, ſic ε, ad ζ. Ex æquali autem ſit maior α, quàm γ. Dico quòd & Δ, quàm ζ, maior erit, & ſi æqualis, æqualis, & ſi minor, minor. Quoniam enim maior eſt α, quàm γ, alia autem quædam б, maior autem ad eandem (per 8 quinti) maiorem rationem habet, quàm minor, igitur α, ad β, maiorem rationem habet, quàm γ ad б: ſed ſicut eſt quidem α ad β, ſic eſt Δ, ad ε, ſicutq; γ, ad β, rurſus ſic ζ, ad ε. Et Δ, igitur ad ε, maiorem rationem habet quàm ζ, ad ε (per correlarium 4 quinti) ad eandem autem rationem habentium, maiorem rationem habens, maior eſt (per 10 quinti) ma ior igitur eſt Δ, quàm ζ. Similiter quoque oſtendemus, quòd ſi æqualis eſt α ipſi γ, æqualis erit & Δ, ipſi ζ: & ſi minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eiſdem æquales numero, binæ ſumptæ & in eadem ratione, ex æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta ſexta maior erit, & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor: quod oportebat demonſtrare.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 21.

SI fuerint quotlibet quantitates, aliæq; ſecundum earum numerum, quarum quæq; duæ ex prioribus quibuſq; duabus ex poſterioribus peruerſim comparatę ſecundum proportionem earum fuerint, neceſſe quoque eſt ut ſi fuerint in proportionalitate æqualitatis priorum prima ultima maior, & poſteriorum prima ultima eſſe maiorem: ſi autem minor, & minorem: ſi uerò æqualis, & æqualem. 21

CAMPANVS. Secundum antecedens, ſint tres quantitates a b e, ſumanturq; aliæ tres quæ ſunt f c d, & ſit proportio a ad b, ſicut c ad d, & b ad e, ſicut f ad c, dico quòd ſi a eſt maior e, f erit maior d, & ſi minor, minor: & ſi æqualis, æqualis. hoc autem probatur per eaſdem & eodem modo, quo præcedens. ſi enim a ſit maior e, erit maior proportio a ad b quàm e ad b, quare maior c ad d, quàm e ad b, & ideo maior quàm c ad f, ma ior igitur f, quàm d, per ſecundam partem 10 quod eſt propoſi tum. Quòd ſi a ſit minor e, erit rurſum minor c ad d, quàm ad f, quare per eandem partem eiuſdem f, erit minor d. Si autem a ſit æqualis e, ſequitur ut ſit proportio c ad d, ſicut c ad f, igitur per ſecundam partem nonam erit f æqualis d: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 21.

Si fuerint tres magnitudines & aliæ eiſdem æquales numero, binæ ſumptæ & in eadem ratione, fuerit autẽ perturbata earum proportio, ex æquali uerò prima tertia maior fuerit, & quarta ſexta maior erit, & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor. 21

THEON ex Zamb. *Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eiſdem numero æquales Δ ε ζ, binæ ſumptæ, & in eadem ratione, ſit autem earum proportio perturbata, ſicut quidem α, ad β, ſic ε, ad ζ, ſicutq; β, ad γ, ſic Δ, ad ε, ex æquali autem α, quàm γ, ſit maior, dico q, et Δ, quàm ζ, maior erit, et ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor. Quoniam enim maior eſt α, quàm γ, & alia quædam б, igitur (per 8 quinti) α, ad б, maiorem habet rationẽ quàm γ, ad ε. Sed ſicut quidem α, ad β, ſic ε, ad ζ, ſicutq; γ, ad б, rurſus ſic ε, ad Δ, & ε, igitur ad ζ, maiorem rationẽ habet, quàm ε, ad ζ (per correlariũ quartæ quinti) Ad quam autem eadem maiorẽ rationẽ habet illa minor eſt (per 10 quinti) minor igitur eſt ζ, quàm Δ, maior igitur eſt Δ, quàm ζ. Similiter quoq; oſtẽdemus, q, & ſi æqualis, fuerit α, ipſi γ, æqualis erit & Δ, ipſi ζ: & ſi minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines & aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ & in eadem ratione, fueritq; perturbata earum proportio, ex*

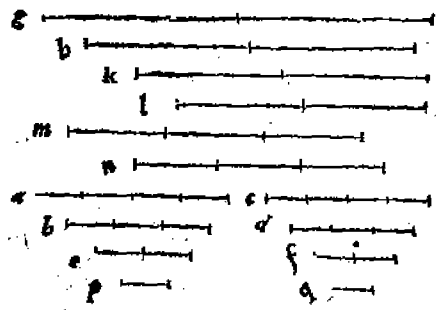


æquali

æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta ſexta maior erit: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor: quod demonſtrare oportebat. Euclid. ex Camp. Propoſitio 22.

22 SI fuerint quotlibet quantitates aliæcp ſecundū earum numerum, quarum quæque duæ ſecundum proportionē duarū ex primis in æqua proportionalitate, proportionales erunt.

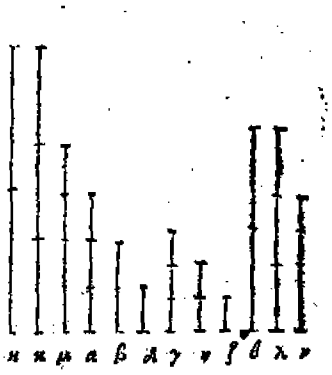
CAMPANVS. Demonſtratis antecedentibus ad æquam proportionalitatem, hic demonſtrat eam, & primò, cùm quantitates duorum ordinū ſunt directè proportionales. Nō eſt autem neceſſe ut demonſtraretur, niſi cùm in utroq; duorum ordinū ſunt tantum tres quantitates. Per hoc enim euidenter ſequitur, cùm in utroq; ordine fuerint 4 quantitates, & deinceps, & ideo etiam non oportuit eius antecedens demonſtrari, niſi ſolum cùm in utroque ordine ſunt etiam tres quantitates. Sint igitur tres quantitates, a b e, ſumāturq; tres aliæ quę ſunt c d f, & ſit proportio a ad b, ſicut c ad d, & b ad e, ſicut d ad f, dico q; erit a ad e, ſicut c ad f. Sumā enim g ad a, & h ad c, æquè multiplicia. Itemq; k ad b, & l ad d æquè, & rurſus m ad e, & n ad f æquè. eritq; per quartam, g ad k, ſicut h ad l, & k ad m, ſicut l ad n, quare per 20, ſi g eſt maior m, erit h maior n, & ſi minor, minor: & ſi æqualis, æqualis igitur. per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a ad e, eſt ſicut c ad f, quod eſt propoſitū. Poteſt quoq; hoc demonſtrari per 15 huius, ſumptis g k m, ad a b e, & h l n ad c d f, æquè multiplicibus, erit enim per 15 g ad k, ſicut h ad l, & k ad m, ſicut l ad n. Cætera pertracta ut prius. Quòd ſi fuerint quātitates plures tribus in utroq; ordine, utpote quatuor, additis p & q, ita q; ſit e ad p, ſicut f ad q, erit iterum a ad p, ſicut c ad q, erit enim a ad e, ſicut c ad f: hoc enim demonſtratū eſt: ſublatis igitur b & d, erūt tres quātitates a e p, & aliæ tres c f q, ut proponitur, quare a ad p, ſicut c ad q. Sicut q; demonſtratur de quatuor per tres, ſublato uno medio, eodem modo demonſtrabis de quinq per quatuor, ſublatis duobus mediis, & de ſex per quinq, ſublatis tribus, & ſic de cæteris.



Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 22.

22 SI fuerint quælibet magnitudines & aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ in eadem ratione, etiam ex æquali in eadem ratione erunt.

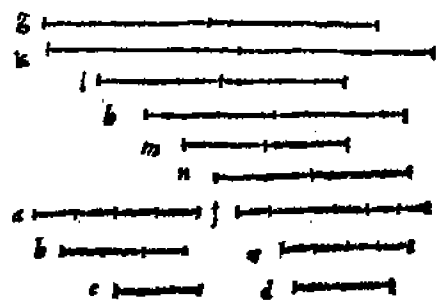
THEON ex Zamb. *Sint quælibet magnitudines α β γ, & aliæ eiſdem æquales numero δ ε ζ, binæ ſumptæ in eadem ratione, ſicut quidē α ad β, ſic δ ad ε, ſicut q; β ad γ, ſic ε ad ζ. Dico q; etiā ex æquali in eadē ratione erunt, ſicut α ad γ, ſic δ ad ζ. Sumantur quidē ipſarum α δ, æquè multiplices η θ, ipſarum autem β ε, aliæ quæuis æquè multiplices κ λ, & inſuper ipſarum γ ζ, aliæ quæuis multiplices μ ν. Et quoniam eſt ſicut α ad β, ſic δ ad ε, & ſumptæ ſunt ipſarum α δ, æquè multiplices η θ, ipſarum autem β ε, aliæ quæuis æquè multiplices κ λ, eſt igitur (per 4 quinti) ſicut η ad κ, ſic θ ad λ: & per hoc ſicut η ad μ, ſic λ ad ν. Quoniā igitur tres magnitudines ſunt η κ μ, & aliæ eiſdem æquales numero θ λ ν, binæ ſumptæ & in eadem ratione, ex æquali igitur (per 20 quinti) ſi excedit ν, ipſam μ, excedit & θ, ipſam η, & ſi æqualis æqualis: & ſi minor, minor. Sunt autem η θ, ipſarum α δ, æquè multiplices, & μ ν, ipſarum γ ζ, aliæ quæuis æquè multiplices: eſt igitur (per 6 diffinitionem quinti) ſicut α ad γ, ſic δ ad ζ. Si fuerint igitur quælibet magnitudines & aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ in eadem ratione, etiam ex æquali in eadem erunt ratione: quod demonſtraſſe oportuit.* Euclid. ex Camp. Propoſitio 23.



23 SI fuerint quotlibet quantitates aliæcp ſecundū earum numerum, quarū ex prioribus quæcp duę ſecundū proportionem duarum ex prioribus indirectè proportionatæ, in æqua proportionalitate proportionales erunt.

CAMPA-

CAMPANVS. Demonſtrat æquam proportionalitatem in quantitatibus duorum ordinum indirectè ſiue peruerſim proportionatis. Nec eſt neceſſe quòd demonſtretur, niſi cùm in utroque quorum ordinum ſunt tantum tres quantitates: per hoc enim euidenter ſequitur, quęcunq; ponantur in utroq; ordine, ſicut in præmiſſa de directè proportionatis demonſtratum eſt. Sint igitur tres quantitates a b c, ſumanturq; aliæ tres quę ſint f c d, & ſit proportio a ad b, ſicut c ad d, & b ad e, ſicut f ad c, dico quòd erit a ad e, ſicut f ad d. Sumam enim g ad a, & h ad c, & k ad f, æquè multiplicia, itemq; l ad b, & m ad e, & n ad d æquè, eritq; per 4, g ad l, ſicut h ad n, & per 15, l ad m, ſicut k ad h, quare per 21, ſi g addit ſuper m, & k addit ſuper n: & ſi minuit, minuit: & ſi æquat, æquat: ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a ad e, eſt ſicut f ad d: quod eſt propoſitum.

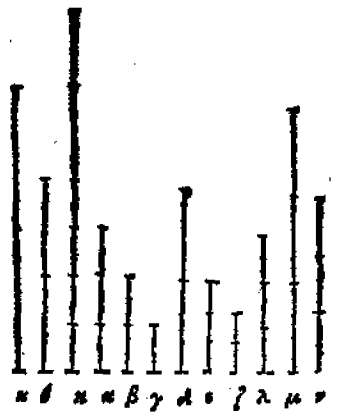


Poteſt quoq; & hoc demonſtrari per decimamtertiã huius, ſumptis g l m ad a b e, & k h n, ad f c d, æquè multiplicibus, erit enim per decimamquintam g ad l, ſicut h ad n: & l ad m, ſicut k ad h, cætera pertracta ut prius. Conuenientius tamẽ demonſtrantur hæc & præmiſſa, ſecundum primũ modum. Quòd ſi plures tribus fuerint quantitates in utroq; ordine, utpote quatuor additis p & q, ita quòd ſit a ad b, ſicut d ad q, & b ad e, ſicut c ad d, & e ad p, ſicut f ad c, erit iterum a ad p ſicut f ad q, erit enim per prædemonſtrata a ad e, ſicut c ad q. Sublatis igitur b & d, erunt tres quãtitates a e p, & aliæ tres f c q, ut proponitur, quare a ad p, ſicut f ad q. Sic igitur demonſtratur de quatuor per tres, ſublato uno medio. Eodem modo demonſtrabis de quinq; per quatuor, ſublatis duobus mediis, & de ſex per quinq;, ſublatis tribus, & ſic in cæteris.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propoſitio 23.*

Si fuerint tres magnitudines, aliæq; eiſdem æquales numero binæ, ſumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio, etiam ex æquali in eadem ratione erunt. 23

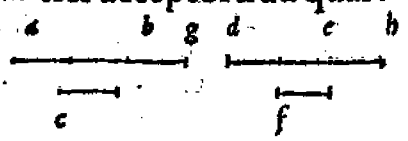
THEON ex Zamb. *Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ in eadem ratione δ ε ζ, ſit autem perturbata ipſarum proportio, ſicut quidem α ad β, ſic ε ad ζ, ſicut q; δ ad γ, ſic δ ad ε. Dico quòd eſt ſicut α ad γ, ſic eſt δ ad ζ. Sumantur, inquam, ipſarũ α β δ, æquè multiplices γ θ κ, ipſarum autem γ ε ζ, aliæ quæuis æquè multiplices λ μ ν. Et quoniam æquè ſunt multiplices κ θ, ipſarum α β, partes autem eodem modo multiplicium eandem habent rationem (per 15 quinti) eſt igitur ſicut α ad β, ſic κ ad θ. Ac per hoc, etiam ſicut ε ad ζ, ſic μ ad ν: & eſt ſicut α ad θ, ſic ε ad ζ, & ſicut igitur κ ad θ, ſic μ ad ν (per 11 quinti) Et quoniam eſt ſicut β ad γ, ſic eſt δ ad ε, & ſumptæ ſunt ipſarum quidem β δ, æquè multiplices θ κ, ipſarum autem γ ε, aliæ quæuis æquè multiplices λ μ, eſt igitur ſicut θ ad λ, ſic κ ad μ, & uiciſſim (per 16 quinti) ſicut θ, ad δ, ſic γ ad ε. Et quoniam θ κ, ipſarum θ δ, æquè ſunt multiplices, partes autem æquè multipliciũ eandem habent rationem (per 15 quinti) eſt igitur ſicut β ad δ, ſic θ ad κ. Sed ſicut β ad δ, ſic γ ad ε: et ſicut igitur θ ad κ, ſic κ ad ε (per 11 quinti) Rurſus quoniam λ μ, ipſarum γ ε, æquè ſunt multiplices, eſt igitur γ ad ε, ſic λ ad μ. Sed ſicut γ ad ε, ſic θ ad κ, & ſicut θ ad γ, ſic λ ad μ, & uiciſſim (per 16 quinti) ſicut θ ad λ, & κ ad μ. Oſtenſum eſt autem quòd ſicut κ ad θ, & ſic μ ad ν. Quoniam igitur tres magnitudines ſunt proportionales κ θ λ, & aliæ eiſdem æquales numero κ μ ν, binæ ſumptæ in eadem ratione, & eſt earum perturbata proportio, ex æquali igitur (per 21 quinti) ſi excedit κ, ipſum λ, & excedit κ, ipſum ν, & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus. Sunt autem γ κ, ipſarum α δ, æquè multiplices, et λ ν, ipſarum γ ζ, æquè ſunt multiplices: eſt igitur ſicut α ad γ, ſic δ, ad ζ (per 6 diffinitionem quinti) Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata ipſarum proportio, etiam ex æquali in eadem ratione erunt: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid.

E uclid. ex Camp. Propositio 24.

24 SI fuerit proportio primi ad secundũ tanq; tertij ad quartũ, proportio uerò quinti ad secũdũ tanq; sexti ad quartũ, erit proportio primi & quinti pariter acceptorũ ad secundũ, tanq; sexti & tertij pariter acceptorũ ad quartũ.



CAMPANVS. Quod secunda proposuit de multiplicibus, hæc proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus: unde hæc est illa tanto cõmunior, quanto multiplicitate proportio & se habet ad illam, quemadmodum 13 ad primã. Sit igitur proportio a b ad c, sicut d e ad f: & item b g ad c, sicut d h ad f: dico quòd proportio a g ad c, est sicut d h ad f. Erit enim per conuersam proportionalitatem, c ad b g, sicut f ad e h: quare per 22 erit in æqua proportionalitate a b ad b g, sicut e d ad e h: ergo coniunctim per 18, a g ad g b, sicut d h ad h e: itaq; per 22 erit in æqua proportionalitate a g ad c, sicut d h ad f: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 24. Propositio 24.

24 Si primum ad secũdum eandẽ habuerit rationẽ & tertiũ ad quartum, habuerit autem & quintũ ad secundum eandem rationẽ & sextum ad quartũ, etiam composita primum & quintum ad secũdum, eandem habebunt rationem, & tertium & sextum ad quartum.

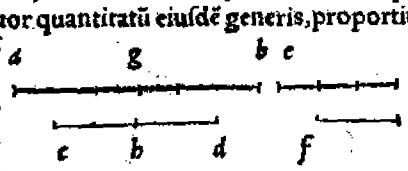
THEON ex Zamb. *Primum etiam α β, ad secundum γ eandem habeat rationem, & tertium δ ε ad quartum ζ, habeat autem & quintum β η, ad secundum γ: eãdem rationem & sextum ε θ ad quartum ζ. Dico quòd etiam composita primum & quintum α η ad secundũ γ, eãdem habebunt rationẽ: ac tertium & sextũ δ θ ad ipsum ζ quartum. Quoniam enim est sicut β η ad γ, sic est ε θ ad ζ: cõuersim quoq; sicut γ ad β η, sic ζ ad ε θ. Quoniam igitur est sicut α β ad γ, sic δ ε ad ζ, sicut autem γ ad β η, sic ζ ad ε θ: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut α β ad β η, sic δ ε ad ε θ. Et quoniã disiũctæ magnitudines proportionales sunt, cõpositæ quoq; proportionales erunt (per 18 quinti) sicut igitur α η ad η β, sic δ θ ad θ ε: est autẽ & sicut β η ad γ, sic ε θ ad ζ: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut α η ad γ, sic δ θ ad ζ. Si primum igitur ad secundum eãdem habuerit rationem & tertium ad quartum, habuerit autem quintum ad secũdum eandem rationem, & sextum ad quartum: etiam composita primum & quintum ad secundum eandem habebunt rationem & tertium & sextum ad quartũ: quod oportebat demonstrare.*



Euclid. ex Camp. Propositio 25.

25 SI fuerint quatuor quãtitates proportionales, fueritq; prima earũ maxima, & ultima minima, primã & ultimã pariter acceptas cæteris duab. maius esse necessariò cõprobat.

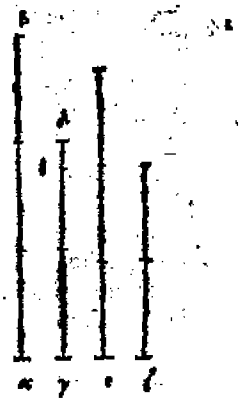
CAMPANVS. Quod hic proponitur, non habet locum, nisi cũ omnes quatuor quantitates sunt eiusdẽ generis. Sint igitur quatuor quantitatũ eiusdẽ generis, proportio a b ad c d, sicut e ad f: sitq; a b, maxima. Neq; oportet ponere quòd f sit minima: quia ipsum ex hoc sequitur, quòd a b posita est maxima: unde non posuit hoc auctor in cõclusione tanquam positionẽ, sed potius tanquam præcedentis positionis conclusionem. Dico ãd cũ ita fuerit, maius erit aggregatũ ex a b & f, quàm ex c d & e. Cũ enim a b sit maior e, abscindã ex a b, g b æqualẽ e: similiter quoq; quia c d est maior f, abscindam ex c d, h d æqualẽ f. Eritq; per hypothesim a b ad c b, sicut g b ad h d: quare, per 19, a g residuũ ad c h residuum: sicut totũ a b ad totũ c d. Cum ergo a g se habet ad c h, sicut a b ad c d, sed a b est maior c d, quare a g maior est c h: additis igitur utriq; duabus quantitatibus g b & h d, erit per communem scientiam aggregatum ex a b & h d maius aggregato ex c d & g b: & quia d h posita est æqualis f, & g b, e: maius erit aggregatum ex a b & f, quàm aggregatum ex c d & e: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 25.

25 Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima earum & minima, reliquis maiores erunt.

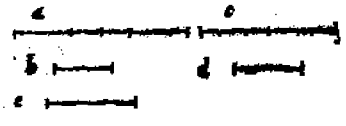
THEON ex Zamb. *Sint quatuor magnitudines proportionales α 6, γ δ, ε ζ: ſicut α β ad γ δ, ſic ε ad ζ. Sit autem maxima earum α β, minima uerò ζ. Dico quòd ipſæ α β & ζ, ipſis γ δ & ε maiores ſunt. Ponatur, inquam (per tertiam primi) ipſi ε æqualis α η, & ipſi ζ æqualis γ θ. Quoniam igitur eſt ſicut α β ad γ δ, ſic ε ad ζ: æqualis autem eſt ε ipſi α η, & ipſi ζ æqualis γ θ: eſt igitur ſicut α β ad γ δ, ſic α η ad γ θ, & quoniam eſt ſicut totum α β ad totum γ δ, ſic ablatum α η ad ablatum γ θ: & reliquum igitur η β (per 19 quinti) ad reliquum θ δ, erit ſicut totum α β ad totum γ δ. Maior autem eſt α β, quàm γ δ: maior igitur eſt η β, ipſa θ δ. Et quoniam æqualis eſt α β ipſi ε, & γ θ ipſi ζ: igitur α η & ζ ſunt æquales ipſis γ θ ε. Et quoniam ſi inæqualibus æqualia addantur, omnia inæqualia fient (per quartam communem ſententiam:) cum igitur η β & θ δ ſint inæquales, & η β maior ſit, & ipſi quidem η β addantur α η & ζ: ipſi uerò θ δ addantur γ θ & ε, producentur α β & ζ maiores ipſis γ δ & ε. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima earum, reliquis maiores erunt: quod demonſtrare oportebat.*



Nouem ſequentes propoſitiones, quas ad 25 adiecit Campanus, nihil in Zamberto eis reſpondens habent: nec plures 25 in uetuſtioribus Euclidis exemplaribus reperiuntur: quare ex additione Campani eſſe uidentur.

SI fuerit quatuor quantitatum proportio primę ad ſecundam maior quàm tertiæ ad quartam, erit conuerſim è contrario ſecundæ ad primam minor quàm quartæ ad tertiam. 26

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, maior quàm c ad d, dico quòd erit econuerſo, modò contrario minor proportio b ad a, quàm d ad c. Si enim eſt eadem b ad a quę eſt d ad c, erit econuerſo a ad b ut c ad d: ſed non eſt, immo maior. At uerò ſi eſt b ad a maior quàm d ad c, ſit e ad a, ut d ad c: erit̨ ex duodecima, e ad a minor quàm b ad a: quare ex prima parte decimæ e eſt minor b. Ideoq; ex ſecunda parte 8, maior erit proportio a ad e, quàm a ad b: & quia per conuerſam proportionalitatem, a ad e, ſicut c ad d, erit ex duodecima proportio c ad d maior quàm a ad b, ſed erit minor, relinquitur ergo propoſitum. Poſſumus quoq; (ſi libet) aſtruere propoſitum oſtenſiuè: manifeſtum enim eſt ex prima parte decimæ, quòd illa quàntitas, cuius a ad b eſt eadem proportio quæ eſt c ad d, eſt minor: eo quòd ponitur maior proportio a ad b quàm c ad d: illa ergo quantitas ſit e. cum igitur proportio e ad b ut c ad d: erit econuerſo b ad e, ut d ad c. Conſtat autem ex ſecunda parte octauę, quòd proportio b ad a, minor eſt quàm proportio b ad e. Itaq; per duodecimam, proportio b ad a, eſt minor quàm d ad c: quod uoluimus.

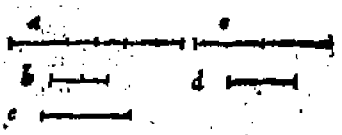


Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio primæ ad ſecundam quàm tertię ad quartam, erit permutatim maior proportio primæ ad tertiam quàm ſecundæ ad quartam. 27

CAMPANVS. Sit hic quoq; proportio a ad b maior, quàm c ad d: dico quòd erit permutatim maior prroportio a ad c, quàm b ad d. Eadem enim non erit, quia tunc quoque eſſet permutatim a ad b, ſicut c ad d. Neq; minor; nam ſi hoc ponatur, ſit itaque e ad c, ut b ad d: erit̨ ex duodecima, maior proportio e ad c, quàm a ad c: quare ex prima parte decimæ, e eſt maior a. Itaque per primam partem octauæ, proportio e ad b, eſt maior quàm a ad b. Et quia poſitum eſt, ut ſit e ad c, ſicut b ad d: erit permutatim e ad b, ſicut c ad d: ex duodecima igitur, maior erit proportio c ad d, quàm a ad b, ſed poſitum erat oppoſitum, uerum ergo eſt propoſitum.

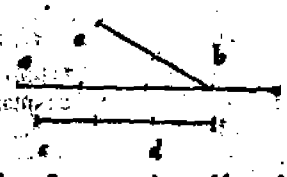
Oſtenſiuè

Ostensiuè quoque idem, quemadmodum in præmissa. Sumpta enim e ad b, ut c ad d, erit ex prima parte decimæ, e minor a: quia ex prima parte octauæ, maior erit a ad c, quàm e ad c. Sed ex permutata proportionalitate, est e ad c, ut b ad d: igitur ex duodecima, a ad c est maior quàm b ad d: quod est propositum.



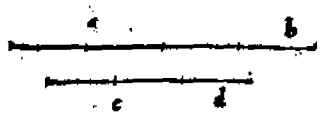
28 Si fuerint quatuor quantitates, quarum primæ ad secundam sit maior proportio quàm tertiæ ad quartam, erit quoque coniunctim maior proportio primæ & secundæ ad secundam, quàm tertiæ & quartæ ad quartam.

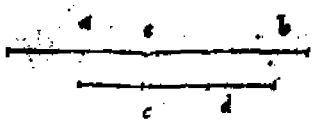
CAMPANVS. Sit maior proportio a ad b, quàm c ad d: dico quòd maior erit totius a b ad d, quàm totius c d ad d: quia ipsa neque erit æqualis, neque minor. Si enim æqualis, tunc erit disiunctim a ad b, ut c ad d. Si autem est minor, sit e b ad b, ut c d ad d: eritq; ex duodecima, maior proportio e b ad b, quàm a b ad b, itaque ex prima parte decimæ e b, est maior quàm a b: & per conceptionem, e maior quàm a. quare ex prima parte octauæ, maior est proportio e ad b, quàm a ad b: sed e ad b est ut c ad d per disiunctam proportionalitatem, eo quòd erat e b ad b, ut c d ad d: ergo per duodecimam c ad d, est maior quàm a ad b. hoc autem est contra hypothesim. Idem etiam ostensiuè. Cum enim propositum sit quòd maior sit proportio a ad b, quàm c ad d: sit proportio e ad b, ut c ad d: eritq; ex prima parte decimæ, e minor a. Ideoq; ex communi scientia, e b erit minor quàm a b: quare ex prima parte octauæ, maior erit proportio a b ad b, quàm e b ad b. At uerò proportio e b ad b, est per coniunctam proportionalitatem, sicut c d ad d, positum enim est, ut sit e ad b, tanquam c ad d; igitur ex duodecima, maior est a b ad b, quàm c d ad d: quod est propositum.



29 Si fuerint quatuor quantitates, quarum primæ & secundæ ad secundam sit maior proportio quàm tertiæ & quartæ ad quartam, erit quoque disiunctim proportio primæ ad secundam, maior quàm tertiæ ad quartam.

CAMPANVS. Sit proportio a b ad b, maior quàm c d ad d: dico quòd erit disiunctim, proportio a ad b, maior quàm c ad d: alioqui erit æqualis uel minor. Quòd si æqualis, erit per cõiunctã proportionalitatẽ a b ad b, ut c d ad d. Si autem minor, erit maior c ad d, quàm a ad b: ergo per præmissam, maior erit c d ad d, quàm a b ad b: quod est inconueniens, quia positum est quòd minor: uerum est ergo quod dicitur. Quod etiam ostensiuè astruemus, hoc modo. Ponemus enim ut proportio e b ad b, fit tanquam proportio c d ad d: eritq; ex prima parte 10, e b minor quàm a b, quare ex communi scientia e est minor quàm a, minor igitur est ex prima parte 8, proportio e ad b, quàm sit a ad b: sed proportio e ad b, est sicut c ad d, ex disiuncta proportionalitate: itaque ex 12, proportio a ad b, est maior quàm sit c ad d: quod est propositum.

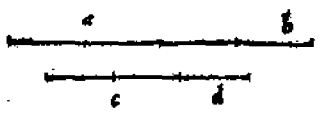




30 Si fuerint quatuor quantitates, quarum primæ & secundæ ad secundam sit maior proportio quàm tertiæ & quartæ ad quartam, erit euersim minor proportio primæ & secundæ ad primam quàm tertiæ & quartæ ad tertiam.

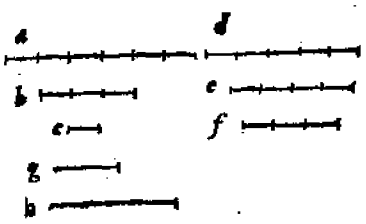
CAMPANVS. Sit maior proportio a b ad b, quàm c d ad d: dico quòd euersim minor erit

proportio a b ad a, quàm c d ad d: erit enim disiunctim ex præmissa, maior proportio a ad b, quàm c ad d. Itaque per 26, erit econuerso minor b ad a, quàm d ad c: quare per ante præmissam, coniunctim minor erit b ad a, quàm c d ad c: quod est propositum.



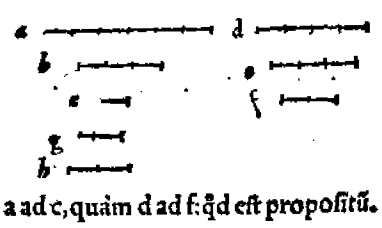
Si fuerint tres quantitates in uno ordine, itemq; tres in alio, fueritq; primæ priorum ad secundam maior proportio, quàm primæ posteriorum ad secundam, itemq; secundæ priorum ad tertiam maior quàm secundæ posteriorum ad tertiam: erit quoq; primæ priorum ad tertiam maior proportio, quàm primæ posteriorum ad tertiam. 32

CAMPANVS. Sint tres quantitates a, b, c, itemq; aliæ tres, d, e, f: sitq; maior proportio a ad b, quàm d ad e. Itemq; maior b ad c, quàm e ad f: dico quòd maior erit proportio a ad c, quàm d ad f. Sit enim g ad c, ut e ad f: erit que ex prima parte 10, g minor b: quare ex secunda parte 8, proportio a ad g, est maior quàm a ad b, multo maior ergo est proportio a ad g, quàm d ad e: sit itaque h ad g, ut d ad e: eritq; ex prima parte 10, a maior h: quare ex prima parte 8, proportio a ad c maior est quàm proportio h ad c. At uerò proportio h ad c, est per æquam proportionalitatem, sicut d ad f. est enim h ad g, ut d ad e, & g ad c, ut e ad f: igitur ex 12, proportio a ad c, est maior quàm d ad f: quare constat propositum.



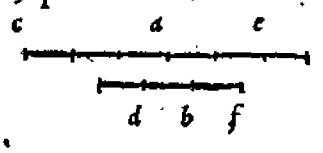
Si fuerint tres quantitates in uno ordine, itemq; tres in alio, fueritq; proportio secundæ priorum ad tertiam maior quàm primæ posteriorum ad secundam, itemq; primæ priorum ad secundam maior quàm secundæ posteriorum ad tertiam, erit maior proportio primæ priorum ad tertiam quàm primæ posteriorum ad tertiam. 33

CAMPANVS. Sint enim tres quantitates in uno ordine, a, b, c: itemq; tres in alio, d, e, f, quemadmodum in præmissa: sitq; maior proportio b ad c, quàm d ad e: & maior a ad b, quàm e ad f: dico q; maior erit a ad c, quàm d ad f. Sit enim g ad c, ut d ad e: eritq; g minor b, per primam partem 10: quare maior erit proportio a ad g, quàm a ad b, per secundam partem 8: igitur multo maior est a ad g, quàm e ad f. Sit itaq; h ad g, ut e ad f: eritq; a maior h, ex prima parte 10, quare proportio a ad c, maior est quàm h ad c: ex prima parte 8. At uerò ex 23, proportio h ad c, est tanquam d ad f, eo quòd est g ad c, ut d ad e, & h ad g, ut e ad f: igitur ex 12 maior est proportio a ad c, quàm d ad f: qd est propositũ.



Si fuerit proportio totius ad totum, maior quàm abscisi ad abscisum, erit residui ad residuũ maior proportio, quàm totius ad totũ: 34

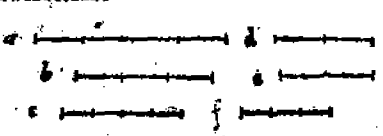
CAMPANVS. Sint duæ quantitates a & b, à quibus abscindantur c & d: & residua sunt e & f: sitq; maior proportio a ad b, quàm c ad d: dico quòd maior erit proportio e ad f, quàm a ad b: erit enim ex 27, permutatim maior proportio a ad c, quàm b ad d: quare ex 30, erit euersim minor proportio a ad e, quàm b ad f: igitur rursus ex 27, permutatim minor erit a ad b, quàm e ad f: quod est propositum.



Si quotlibet quãtitates ad totidẽ alias cõparẽtur, fueritq; cuiuslibet precedẽtis ad suã relatiuã maior proportio quàm alicuius subsequẽtis ad suã, erit omnium pariter acceptarũ ad omnes illas pariter acceptas maior proportio quàm alicuius subsequentiũ ab suã cõparem, aut 35

rem, ut etiam quàm omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas, minor autem quàm primæ ad primam.

CAMPANVS. Sint tres quantitates a b c, relatæ ad totidem alias quæ sint d e f, sit'que maior proportio a ad d, quàm b ad e, & b ad e sit maior quàm c ad f: dico quòd proportio a, b, c, pariter acceptarum ad d, e, f, pariter acceptas, est maior quàm b ad e, uel maior quàm c ad f, & etiam maior quàm b & c pariter acceptarum ad e & f pariter acceptas: & ipsa est minor quàm a ad d. Cum enim sit a ad d maior quàm b ad e, erit permutatim a ad b maior quàm d ad e: & coniunctim a b ad b, maior quàm d e ad e: & iterum permutatim a b ad d e, maior quàm b ad e: quare per præmissam a ad d, est maior quàm a b ad d e. Eodemq; modo probatur maiorem esse b ad e, quàm b c ad e f: itaque maior proportio est a ad d, quàm b c ad e f: quare permutatim maior est a ad b c, quàm d ad e f: & coniunctim maior a b c ad b c, quàm d e f ad e f: & iterū permutatim maior a b c ad d e f, quàm c b ad e f: quare per præmissam, maior est a ad d, quàm a b c ad d e f: quod est propositum.



QVINTI LIBRI FINIS.

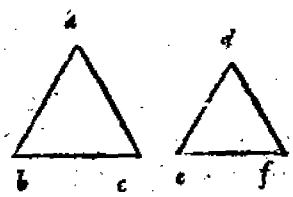
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM *Liber sextus.*

Euclid. ex Campano. *Diffinitiones.*



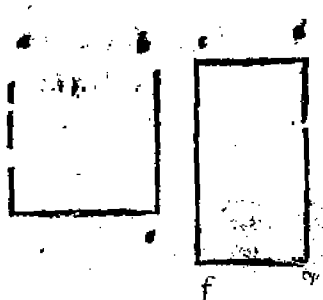
1 VPerficies similes dicũtur, quarum anguli unius angulis alterius æquales, laterag; æquos angulos continentia proportionalia.

CAMPANVS. Vt si trigonus a b c fuerit æquiangulus trigono d e f, fuerit'que angulus a æqualis angulo d, & angulus b æqualis angulo e, & proportio a b ad d e, sicut a c ad d f, & b c ad e f, ipsi erunt similes.



2 Superficies mutuorũ laterum, sunt inter quarum latera, incontinua proportionalitas retransitiuè habetur.

CAMPANVS. Vt si duorum quadrilaterorum a b c, d e f, proportio a b lateris primi ad d c latus secundi fuerit, sicut proportio e f lateris secundi ad b c latus primi, illa duo quadrilatera dicuntur mortuorum laterum, siue mutekesia.



3 Linea dicitur diuidi secundum proportionẽ habentem mediũ & duo extrema, quando eadem est proportio totius ad maiorem sui sectionem, quæ est maioris ad minorem.

Euclid. ex Zamb. *Diffinitiones.*

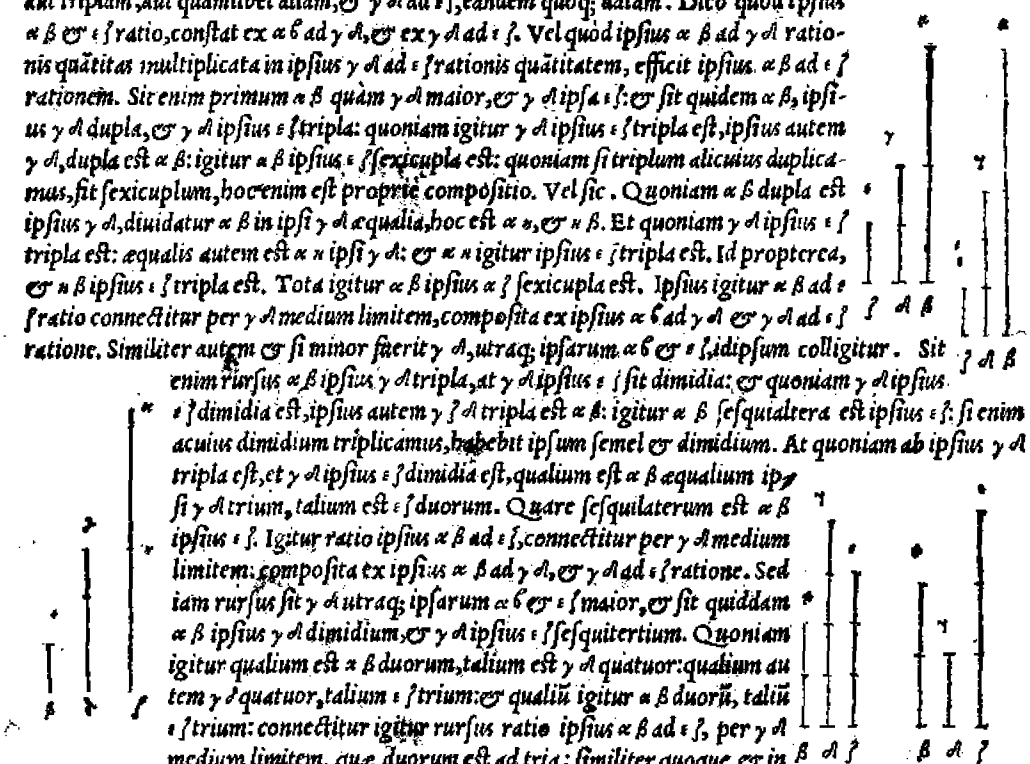


1 Imiles figuræ rectilineæ sunt, quæ & angulos æquales habent * ad unum, & quæ circa angulos æquales sunt latera proportionalia. 2 Reciprocæ autem figurę sunt, quando

* *κατὰ μίαν, singillatim.*

in utraq; figura antecedentes & conſequentes termini rationales fuerint. 3 Extrema & media ratione, recta linea diuidi dicitur, quando fuerit ſicut tota ad maius ſegmentum, ſic maius ad minus. 4 Altitudo uniuſcuiuſque figuræ, eſt à uertice ad baſim perpendicularis deducta. 5 Ratio ex duabus rationibus, aut ex pluribus conſtare dicitur, quando rationum quantitates multiplicatæ, aliquam efficiunt quantitatem.

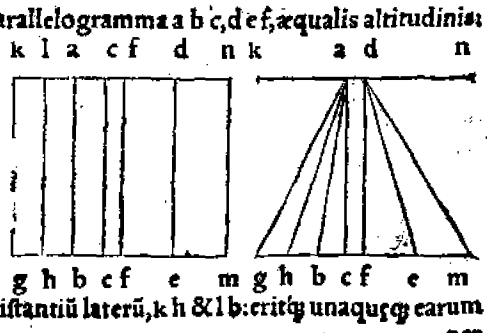
THEON ex Zamb. *Sit enim α ϐ ad γ δ rationem hãbens datam, ueluti duplam aut triplam, aut quamlibet aliam, & γ δ ad ε ζ, eandem quoq; datam. Dico quòd ipſius α β & ε ζ ratio, conſtat ex α ϐ ad γ δ, & ex γ δ ad ε ζ. Vel quòd ipſius α β ad γ δ rationis quãtitas multiplicata in ipſius γ δ ad ε ζ rationis quãtitatem, efficit ipſius α β ad ε ζ rationem. Sit enim primum α β quàm γ δ maior, & γ δ ipſa ε ζ: & ſit quidem α β, ipſius γ δ dupla, & γ δ ipſius ε ζ tripla: quoniam igitur γ δ ipſius ε ζ tripla eſt, ipſius autem γ δ, dupla eſt α β: igitur α β ipſius ε ζ ſexicupla eſt: quoniam ſi triplum alicuius duplicamus, fit ſexicuplum, hoc enim eſt proprie compoſitio. Vel ſic. Quoniam α β dupla eſt ipſius γ δ, diuidatur α β in ipſi γ δ æqualia, hoc eſt α η, & η β. Et quoniam γ δ ipſius ε ζ tripla eſt: æqualis autem eſt α η ipſi γ δ: & α η igitur ipſius ε ζ tripla eſt. Id propterea, & η β ipſius ε ζ tripla eſt. Tota igitur α β ipſius α ζ ſexicupla eſt. Ipſius igitur α β ad ε ζ ratio connectitur per γ δ medium limitem, compoſita ex ipſius α ϐ ad γ δ & γ δ ad ε ζ ratione. Similiter autem & ſi minor fuerit γ δ, utraq; ipſarum α ϐ & ε ζ, idipſum colligitur. Sit enim rurſus α β ipſius γ δ tripla, at γ δ ipſius ε ζ ſit dimidia: & quoniam γ δ ipſius ε ζ dimidia eſt, ipſius autem γ ζ δ tripla eſt α β: igitur α β ſeſquialtera eſt ipſius ε ζ: ſi enim acuius dimidium triplicamus, habebit ipſum ſemel & dimidium. At quoniam ab ipſius γ δ tripla eſt, et γ δ ipſius ε ζ dimidia eſt, qualium eſt α β æqualium ipſi γ δ trium, talium eſt ε ζ duorum. Quare ſeſquilaterum eſt α β ipſius ε ζ. Igitur ratio ipſius α β ad ε ζ, connectitur per γ δ medium limitem: compoſita ex ipſius α β ad γ δ, & γ δ ad ε ζ ratione. Sed iam rurſus ſit γ δ utraq; ipſarum α ϐ & ε ζ maior, & ſit quiddam α β ipſius γ δ dimidium, & γ δ ipſius ε ζ ſeſquitertium. Quoniam igitur qualium eſt α β duorum, talium eſt γ δ quatuor: qualium autem γ δ quatuor, talium ε ζ trium: & qualiũ igitur α β duorũ, taliũ ε ζ trium: connectitur igitur rurſus ratio ipſius α β ad ε ζ, per γ δ medium limitem, quæ duorum eſt ad tria: ſimiliter quoque & in pluribus & in reliquis caſibus. Et manifeſtum eſt quòd ſi à compoſita ratione quæuis una compoſitarum auferatur, uno ſimplicium electo, reliqua compoſitarum aſſumetur.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

SI duarum rectilinearum ſuperficierum, æquidiſtantium laterum ſiue triangulorum, fuerit altitudo una, tanta erit alterutra earum ad alteram, quanta ſua baſis ad baſim alterius.

CAMPANVS. Sint duo parallelogramma a b c, d e f, æqualis altitudinis: dico eſſe proportionem eorum ſicut b c ad e f: ponam illa duo parallelogramma ſuper lineam unam, quæ ſit g m: eruntq; propter hoc quòd ſunt æqualis altitudinis, inter lineas æquidiſtantes, quarum ſit altera k n, deinde ex linea g m, ſumã g c multiplicem ſecundũ quẽcunq; numerum uoluero, ad b c, & diuidã eam in partes æquales b c, in punctis h & b, à quibus & puncto g, ducã æquidiſtantes lineæ a b, quę ſunt g k & h l: & complebo ſuperficies æquidiſtantiũ laterũ, k h & l b: eritq; unaquęq; earum



per

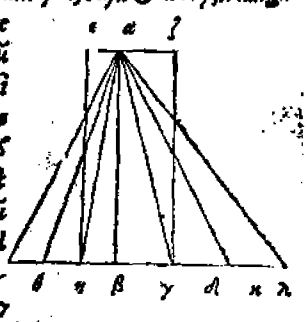
per 36 primi, ęqualis a c: quare ſicut linea g c eſt multiplex lineę b c: ita ſuperficies c k, ſuperficiei a c. Si ſimiliter quoq; ad lineam e f, ſumam ex linea g m, lineam f m multiplicem ſecundum quemcunq; numerum uoluero ad e f, & complebo ſuperficiem ęquidiſtantium laterum ducta linea m n æquidiſtanter lineæ d e, eritq; ſuperficies n f ita multiplices ſuperficiei d f, ſicut linea m f lineæ e f. Et quia per 36 primi ſi linea g c eſt maior linea f m, ſuperficies k c eſt maior ſuperficie f: & ſi minor, minor: & ſi æqualis, æqualis, erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, eadem proportio baſis b c ad baſin e f, quæ eſt ſuperficiei a c ad ſuperficiem d f, quod eſt propoſitum.

De triangulis unius altitudinis idem probabis & eodem modo per 38 primi, ductis lineis ab extremitatibus earum quas ad baſes ſumes multiplices, ad uertices triangulorum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 1. *Propoſitio* 1.

1 Triangula & parallelogramma, quæ ſub eadem ſunt altitudine, ad ſe inuicem ſunt ut baſes.

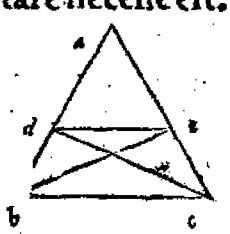
THEON ex Zamb. *Sint triangula quidē α δ γ, & α γ ∂, parallelogramma uerò ε γ, & γ ζ, ſub eadem altitudine exiſtentia perdendiculari ſcilicet ab α, in β ∂, ducta. Dico q; eſt ſicut β γ, baſis ad γ ∂, baſin: ſic eſt α β γ, triangulum ad α γ ∂, triangulum, & ε γ, parallelogrammum ad γ ζ, parallelogrammū. Producatur inquā (per* 2 *poſtulatum) ∂ β, ex utraq; in θ λ, ſigna, & ponatur (per* 2 *primi) ipſi quidē δ γ baſi, æquales, quotcunq; β κ, & κ θ, ipſi autē γ ∂, baſi æquales quotcunq; ∂ ν, & ν λ. Cōnectanturq; α κ, α θ, α ν, et α λ. Et quoniam γ β, β κ, & κ θ, ſibijnuicē ſunt æquales, & triangula quoq; α θ κ, α κ β, & α β γ, ſibijnuicē ſunt æqualia (per* 38 primi) *Quod multiplex igitur eſt θ γ baſis, ipſius β γ, baſis, tam multiplex eſt et triangulū α θ γ, trianguli α β γ. Id propterea, quàm multiplex eſt λ γ, baſis, ipſius ∂ γ baſis, tā multiplex eſt & α λ γ, triangulū, ipſius α ∂ γ, triāguli, & ſi æqualis eſt θ γ, baſis, ipſi κ λ baſi æquū eſt (per* 38 *primi) triangulū α θ γ, triāgulo α γ λ, et ſi baſis θ γ, excedit baſim γ λ, excedit et triangulū α θ γ, triangulū α γ λ, & ſi minor, minus (per* 6 *diffinitionē quinti) Quatuor iam exiſtentibus magnitudinibus duabus quidē baſibus hoc eſt δ γ, & γ ∂, duobus autem triangulis hoc eſt α β γ, & α γ ∂, ſumptæ ſunt æquè multiplices, ipſius quidē δ γ, baſis, & ipſius α δ γ, trianguli, baſis uidelicet β γ, & triangulū α θ γ, ipſorum aūt γ ∂, baſis & α ∂ γ, trianguli: alia quæuis æquè multiplicia, hoc eſt baſis γ λ, & triangulum α λ γ, & demonſtratum eſt q; ſi excedit baſis θ γ, baſin γ λ, excedit quoq; & triangulū α θ γ, triangulū α λ γ: & ſi æqualis, æquale: et ſi minor, minus. Eſt igitur ſicut baſis β γ ad baſin γ ∂, ſic triangulum α β γ, ad triangulum α γ ∂ (per* 6 *diffinitionem quinti.) Et quoniā (per* 41 *primi) ipſius quidem trianguli α δ γ, duplum eſt parallelogrammū ε γ, ipſius autē α γ ∂, trianguli duplum eſt (per eandem) parallelogrammum ζ γ, partes autem eodē modo multipliciū (per* 15 *quinti) eandem habent rationē. eſt igitur ſicut triangulū α β γ, ad triangulum α γ ∂, ſic parallelogrammū ε γ, ad parallelogrammū γ ζ. Quoniam igitur patuit ſicut quidem baſis β γ, ad baſin γ ∂, ſic triangulum α β γ ad triangulum α γ ∂, ſicutq; triangulum α δ γ, ad triangulum α γ ∂, ſic parallelogrammum ε γ ad parallelogrammum ζ γ, & ſicut igitur (per* 11 *quinti) baſis β γ, ad baſin γ ∂, ſic parallelogrammum ε γ, ad parallelogrammum ζ γ. Trianguli igitur & parallelogramma ſub eadem altitudine exiſtentia, ad ſe inuicem ſunt ſicut baſes: quod demonſtrare oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 2.

2 Si linea recta duo trianguli latera ſecans, reliquo fuerit æquidiſtans, eam duo illa latera proportionaliter ſecare. Si uerò proportionaliter ſecet, eam reliquo lateri ęquidiſtare neceſſe eſt.

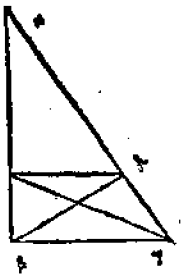
CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius duo latera a b & a c ſecet linea d e, æquidiſtanter tertio lateri quod eſt b c, dico quod erit proportio a d ad d b, ſicut a e ad e c, & econuerſo, ſi fuerit proportio a d ad d b, ſicut a e ad e c, linea d e erit ęquè diſtans lineę b c, protraham enim duas lineas e b & d c, eritq; per 37 primi, triangulus e d b, ęqualis triangulo d e c, propter id quod ipſi ſunt ambo ſuper lineam d e, inter lineas æquidiſtantes, itaq; per ſecundam partem 7 quinti, proportio trianguli a d e ad utrunq; illorum, erit una, ſed proportio eius, per præmiſſam ad triangulum e d b, eſt ſicut lineę a d ad lineam d b, & ad triāgulum d e c, ſicut lineæ a e ad lineā e c. Nam ipſe cū utroq; illorum eſt æqualis altitudinis, quare erit proportio a d ad d b, ſicut a e ad e c, quod eſt primū. Et ſi hoc fuerit, erit per præmiſſam ipſius a d e ad utrunq; illorum proportio una, quare per ſecundam partem 9 quinti, ipſi ſunt adinuicem æquales, & quia ipſi ſunt ſuper eandem baſin, uidelicet lineam d e, & ex eadē parte: erit per 39 primi, linea d e æquidiſtās lineæ b c: quod eſt ſecundū.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propositio 2.*

Si trianguli ad unum laterum ducta fuerit aliqua recta linea, parallelus proportionaliter secat ipsius trianguli latera: & si trianguli latera proportionaliter secta fuerint, ipsas sectiones connectens recta linea, parallelus ad reliquum erit ipsius trianguli latus.

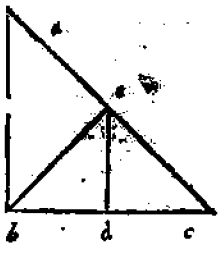
THEON ex Zamb. *Triangulí enim α β γ, parallelus ad latus β γ, agatur δ ε. Dico quòd est sicut β δ, ad δ α, sic est γ ε, ad ε α. Connectantur enim β ε, & γ δ, æquale igitur est (per 37 primi) triangulũ β δ ε, triãgulo γ δ ε: in eadẽ enim sunt basi δ ε, & in eisdem parallelis δ ε, & β γ. Aliud autem quoddã triangulũ α δ ε, æqualia autẽ (per 7 quinti) ad idem eandem habent rationẽ. Est igitur sicut triangulũ β δ ε, ad triangulũ α δ ε: sic triangulũ γ δ ε, ad triangulum α δ ε. Sed sicut quidẽ triangulum β δ ε, ad triangulũ α δ ε, sic est β δ, ad δ α. sub eadẽ nanq; altitudine perpendiculari, scilicet ab ε in α β, ducta cum sint, ad se inuicẽ sunt sicut bases (per 1 sexti.) Ac propterea sicut triangulum γ δ ε, ad triangulũ α δ ε, sic γ ε, ad ε α, & sicut igitur (per 11 quinti) β δ, ad δ α, sic γ ε ad ε α. Sed iam ipsius α β γ trianguli, latera α β, & α γ, proportionaliter secentur, sicut β δ, ad δ α, sic γ ε, ad ε α, & connectatur δ ε. Dico q; parallelus est δ ε, ipsi β γ. Eisdem nanq; dispositis, quoniam est sicut β δ, ad δ α, sic γ ε, ad ε α: sed sicut quidem β δ, ad δ α, sic triangulum β δ ε, ad triangulum α δ ε, (per 1 sexti) sicut autem γ ε, ad ε α, sic triangulũ γ δ ε, ad triangulum α δ ε: (per eandem) & sicut igitur (per 11 quint) triangulum β δ ε, ad triangulum α δ ε, sic triangulum γ δ ε, ad triangulum α δ ε. Vtrunque igitur ipsorum β δ ε, & γ δ ε, triangulorum, ad α δ ε, eandem habet rationem per 9 quinti. Aequale igitur (per eandem) est triangulum β δ ε, triangulo γ δ ε, & in eadem sunt basi δ ε, æqualia autem triangula & in eadem basi existentia, etiam in eisdem sunt parallelis (per 39 primi) parallelus igitur est δ ε, ipsi β γ. Si trianguli ad unum latus igitur acta fuerit parallelus aliqua recta linea, proportionaliter secat trianguli latera: & si trianguli latera proportionaliter secta fuerint, ipsas sectiones cõiungens recta linea, parallelus erit ad reliquum trianguli latus: quod demonstrasse oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 3.*

Si ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad basin ducta, angulum illum per æqualia secet, duas partes ipsius basis reliquis eiusdem trianguli lateribus proportionales esse. Si uerò duæ partes basis, quas linea ab angulo ducta distinguit, reliquis triãguli lateribus proportionales fuerint, lineam illam angulum per æqualia diuidere necessariò comprobatur.

CAMP. Sit trigonus a b c, cuius angulum a diuidat linea a d per æqualia: dico quòd proportio b d ad d c, est sicut b a ad a c, & econuerso. protrahã enim b e, æquidistantem a d, & producam c a, quousq; concurrat cum b e, in puncto e, eritq; per primam partem 29 primi, angulus e b c, æqualis angulo b a d: & per secũdam partem eiusdem, angulus c, angulo d a c: quare angulus e, est æqualis angulo e b a, ergo per sextam primi, e a est æqualis a b: & ideo per primam partem septimi quinti, proportio e a ad a c, est sicut b a ad a c: sed per præmissam e a ad a c, est sicut b d ad d c. ergo b a ad a c, sicut b d ad d c, quod est primum. Secunda pars, quæ est conuersa primæ partis, probabitur conuerso modo. Manente enim eadẽ dispositione, si fuerit proportio b a ad a c, sicut b d ad d c, quia per præmissam e a ad a c, est sicut b d ad d c, erit eadẽ proportio e a ad a c, quæ est b a ad a c, ergo primam partem 9 quinti e a & a b sunt æquales. quare per 5 primi duo anguli e a & e b, sunt æquales: igitur per primam & secundam partem 29 primi, angulus b a d, est æqualis angulo d a c: quod est secundum.

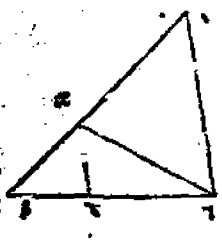


Euclides ex Zamb. *Theorema 3.* *Propositio 3.*

Si trianguli angulus bifariàm secetur, dispescens autẽ angulum recta linea secuerit & basin basis segmenta, eandẽ habebunt rationẽ reliquis ipsius trianguli lateribus: & si basis segmenta eandem habuerint rationẽ reliquis ipsius triãguli lateribus, à uertice ad sectionẽ cõiuncta

iuncta recta linea bifariàm diſpeſcit ipſius trianguli angulum.

THEON ex Zamb. *Sit triangulum α β γ, ſecetur q; (per 9 primi) angulus β α γ, bifariam per rectam lineam α Δ. Dico quòd eſt ſicut β Δ, ad Δ γ, ſic eſt β α, ad α γ. Excitetur enim (per 31 primi) per γ, ipſi Δ α, parallelus γ ε, & extenſa β α, ei concurrat in ε: & quoniam in parallelos Δ α & ε γ, recta linea α γ, cecidit, angulus igitur α γ ε, (per 29 primi,) æqualis eſt angulo γ α Δ. Sed angulo γ α Δ, is qui eſt ſub β α Δ, ſupponitur æqualis, & angulus igitur β α Δ, ei qui ſub α γ ε, eſt angulo, eſt æqualis. Rurſus quoniã in parallelos α Δ, & ε γ, recta linea cecidit β α ε, (per 28 primi) angulus exterior β α Δ, æqualis eſt angulo interiori α ε γ: oſtenſum autem eſt, q; angulus α γ ε, angulo β α Δ, eſt æqualis, & angulus α γ ε igitur, angulo α ε γ, eſt æqualis, quare & latus α ε, lateri α γ, (per 6 primi) eſt æquale. Et quoniam trianguli β γ ε, ad unum latus ε γ, parallelus acta eſt α Δ, proportionalis igitur eſt (per 2 ſexti,) & (per 11 quinti) ſicut β Δ, ad Δ γ, ſic β α, ad α ε. Aequalis autem eſt α ε, ipſi α γ. eſt igitur ſicut β Δ, ad Δ γ, ſic β α ad α γ. Sed eſto ſicut β Δ, ad Δ γ, ſic β α, ad α γ, & connectatur α Δ. Dico quòd bifariam ſecatur angulus β α γ, per rectam lineam α Δ. Eiſdem nanq; diſpoſitis, quoniam eſt ſicut β Δ, ad Δ γ, ſic eſt β α, ad α γ, ſed ſicut β Δ, ad Δ γ, ſic β α, ad α ε, (per ſecundam ſexti,) trianguli enim β γ ε, ad unum latus ε γ, acta eſt parallelus α Δ, & ſicut igitur β α, ad α γ, ſic β α, ad α ε, (per 9 quinti) æqualis igitur eſt α γ, ipſi α ε, quare et angulus qui ſub α ε γ, (per quintam primi,) ei qui eſt ſub α γ ε, eſt æqualis. Sed qui eſt ſub α ε γ, (per 29 primi) exteriori qui eſt ſub α β Δ, eſt æqualis: angulus autem α γ ε, ei qui uiciſſim eſt ſub γ α Δ, angulo eſt æqualis: igitur β α Δ, æqualis eſt angulo γ α Δ. Angulus igitur β α γ, bifariam diſcinditur ſub α Δ, recta linea. Si trianguli angulus igitur bifariam ſecetur, eum autem diſpeſcens recta linea ſecuerit & baſin, baſis ſegmenta eandem habebũt rationem reliquis trianguli lateribus: & ſi baſis ſegmenta eandem habuerint rationem reliquis trianguli lateribus, à uertice ad baſin coniuncta recta linea bifariam ſecat ipſius trianguli angulum: quod erat demonſtrandum.*

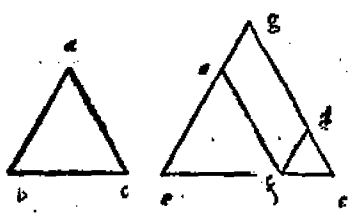


Euclid. ex Camp. Propoſitio 4.

4 

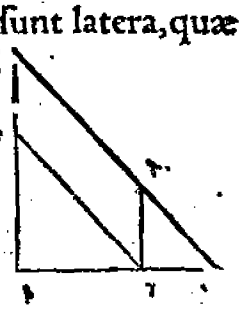
Mnium duorum triangulorũ, quorum anguli unius angulis alterius ſunt æquales, latera æquos angulos continentia ſunt proportionalia.

CAMPANVS. Sint duo triangulì a b c, d e f æquianguli: ſitq; angulus a æqualis angulo d: & angulus b, angulo e: & angulus c, angulo f: dico quòd proportio d e ad a b, & d f ad a c, eſt ſicut e f ad b c. ponam enim ambos triangulos ſuper lineam unam, quæ ſit e c, ita quòd duo anguli unius qui erunt ſuper hanc lineam, ſint æquales duobus alterius, qui erunt ſuper eandem: non quidem medius medio, aut extremus extremo: ſed medius unius, extremo alterius: & ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire, ſitq; a f c, ipſe idem triangulus qui erat a b c: & quia angulus a f c, eſt æqualis angulo e, & angulus d f e angulo c per hypotheſin: erit per primã partem 28 primi, linea a f æquidiſtans d e, & d f æquidiſtans a c: complebo igitur ſuperficiem æquidiſtantium laterum, quæ ſit g f: eritq; per 34 primi, g a æqualis d f, & g d æqualis a f. Quia ergo per ſecundam huius g a ad a c, ſicut e f ad f c, & per eandem e f ad f c, ſicut e d ad d g, erit per 7 quinti d f ad a c: & per eandem e d ad f a, ſicut e f ad f c: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 4.

4 Æquiangulorum triangulorum proportionalia ſunt latera, quæ circũ æquales angulos, & ſimilis ſunt rationis quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur.



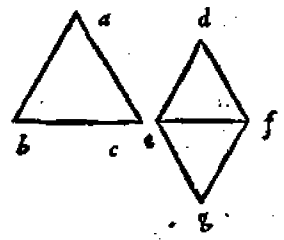
THEON ex Zamb. *Sint triangula æquiangula α β γ & Δ γ ε, æquium habentia angulum, qui ſub α β γ ei qui ſub Δ γ ε eſt angulo, & angulum qui ſub β α γ ei qui ſub γ Δ ε, & inſuper angulum qui ſub α γ β ei qui ſub Δ ε γ. Dico quòd triangulorum α β γ & Δ γ ε latera ſunt proportionalia, quæ circum æquales ſunt angulos: eiuſdemq; rationis, quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur. Ducatur enim in rectam lineam β γ, ipſi γ ε. Et quoniam anguli α β γ & α γ β duobus rectis ſunt minores (per decimamſeptimam primi)*

æqualis

æqualis autẽ eſt angulus α γ β, ei qui eſt ſub Δ α γ angulo: anguli igitur α β γ et Δ ε γ, duobus rectis ſunt minores. Igitur β α & ε Δ productæ, in congreſſum ueniunt. Congrediantur, conueniantq; in ζ: et quoniã per hypotheſin angulus Δ γ ε, angulo α β γ eſt æqualis: parallelus eſt (per 28 primi) β ζ ipſi γ Δ. Rurſus quoniam per hypotheſin, angulus α γ β æqualis eſt angulo Δ ε γ: parallelus eſt, per 28 primi, α γ ipſi ζ ε, parallelogrãmum igitur eſt, ζ α Δ γ. Aequalis igitur eſt ζ α, ipſi Δ γ, & α γ ipſi ζ Δ. Et quoniã per 2 ſexti, triãguli β ζ ε ad latus unũ ζ ε parallelus acta eſt α γ: eſt igitur ſicut β α ad α ζ, ſic β γ ad γ ε. Aequalis autẽ eſt α ζ ipſi γ Δ. Sicut igitur, per 11 quinti, β α ad γ Δ, ſic β γ ad γ ε: & uiciſſim, per 16 quinti, ſicut α β ad β γ, ſic Δ γ ad γ ε. Rurſus quoniam parallelus eſt γ Δ ipſi β ζ: eſt igitur, per 2 ſexti, ſicut β γ ad γ ε, ſi ζ Δ ad Δ ε. Aequalis autem eſt ζ Δ ipſi α γ. Sicut igitur β γ ad γ ε, ſic α γ ad Δ ε: uiciſſim igitur, per 16 quinti, ſicut β γ ad γ α, ſic γ ε ad ε Δ. Quoniam igitur demonſtratum eſt, q; ſicut α β ad β γ, ſic Δ γ ad γ ε: ſicut autem β γ ad γ α: ſic γ ε ad ε Δ: ex æquali igitur, per 22 quinti, ſicut β α ad α γ, ſic γ Δ ad Δ ε. Proinde æquiangulorum triangulorum proportionalia ſunt, quæ circum æquales angulos ſunt latera, eiuſdemq; rationis, quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur: quod fuit demonſtrandum. Euclid. ex Camp. Propoſitio 5.

Mnium duorũ triangulorũ, quorũ cunctorũ laterum ſeſe reſpicientium eſt proportio una, anguli lateribus proportionalibus contenti, æqui ſibi inuicẽ eſſe probantur.

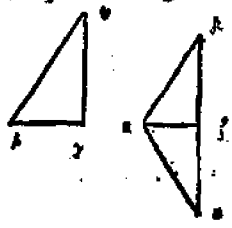
CAMP. Hæc eſt conuerſa prioris. Nec fecit ex ea & præmiſſa unam concluſionem, ſicut fecit in 2 & 3 huius: quia nec eadem figuratione, nec eiſdem mediis demonſtratur, quibus præcedens. Sint itaq; duo trianguli a b c, d e f, ſitq; proportio a b ad d e, & a c ad d f, ſicut b c, ad e f, dico q; angulus a, eſt æqualis angulo d, & angulus b angulo e, & angulus c angulo f. Conſtituam ſuper lineam e f, in oppoſita parte trianguli d e f, angulum f e g æqualem angulo b, & angulum e f g æqualem angulo c, eritq; per 32 primi, angulus g, æqualis angulo a: ergo per præmiſſam, proportio a b ad e g, & a c ad f g, ſicut b c ad e f, quare a b ad d e, ſicut ad e g, & a c ad d f, ſicut ad f g, igitur per ſecundam partem 9 quinti, d e, eſt æqualis e g, & per eandem d f, æqualis f g. quare per 8 primi, duo trianguli d e f, & g e f, ſunt æquianguli, quia ergo triangulus g e f, eſt etiam æquiangulus triangulo a b c, conſtat propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

Si duo triangula, latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur.

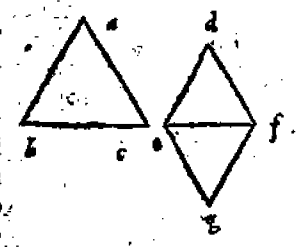
THEON ex Zamb. Sint bina triangula α β γ & Δ ε ζ, latera proportionalia habentia, ſicut α β ad β γ, ſic Δ ε ad ε ζ, ſicut q; β γ ad α, ſic ε ζ ad Δ ζ. Et præterea ſicut β α ad α γ, ſic ε Δ ad Δ ζ. Dico quòd æquianguli eſt α β γ triangulũ, triangulo Δ ε ζ: æqualesq; habebũt angulos, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtẽduntur: hoc eſt, angulum α β γ angulo Δ ε ζ: & angulum β γ α angulo ε ζ Δ, & inſuper angulum β α γ, angulo ε Δ ζ. Conſtituatur per 23 primi, enim ad rectam lineam ε, ad ſignáq; in ea ε ζ, angulo quidem α β γ æqualis angulus ζ ε κ, angulo autẽ α γ β æqualis qui eſt ſub ε ζ κ. Reliquus igitur angulus qui ſub β α γ, reliquo qui ſub ε κ ζ eſt æqualis: æquiangulum igitur eſt triangulum α β γ, triangulo ζ ε κ. Triangulorũ igitur α β γ & ε κ ζ proportionalia ſunt latera, quæ circum æquales ſunt angulos, per 4 ſexti, eiuſdemq; triangulis latera ſubtẽduntur. Eſt igitur ſicut α β ad β γ, ſic κ ε ad ε ζ. Sed ſicut α β, ad β γ, ſic ſupponitur Δ ε ad ε ζ. Igitur ſicut Δ ε ad ε ζ, ſic κ ε ad ε ζ, utrũq; igitur ipſorũ Δ ε & κ ε, ad ε ζ eandẽ habet rationẽ. Aequalis igitur, per 9 quinti, eſt Δ ε, ipſi ε ζ. Id propterea & Δ ζ, ipſi ζ κ eſt æqualis. Quoniã igitur æqualis eſt Δ ε ipſi ε κ, cõmunis autẽ ε ζ, duæ igitur Δ ε & ε ζ duabus κ ε & ε ζ ſunt æquales, & baſis Δ ζ baſi ζ κ ε eſt æqualis. Angulus igitur Δ ε ζ, per 8 primi, angulo κ ε ζ eſt æqualis, & triangulũ Δ ε ζ (per 4 primi) triangulo κ ε ζ eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Aequalis igitur eſt angulus Δ ζ ε angulo κ ζ ε, & angulus ε Δ ζ angulo ε κ ζ. Et quoniam angulus ζ ε Δ angulo κ ζ ε eſt æqualis, ſed angulus κ ε ζ angulo α β γ: & angulus α β γ igitur ei qui ſub ζ ε Δ angulo eſt æqualis. Id propterea & angulus α β γ angulo Δ ζ ε eſt æqualis: & inſuper angulus qui ad α & qui ad Δ. Aequiangulum igitur eſt triangulum α γ β, triangulo Δ ε ζ. Si bina triãgula igitur, latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur: quod erat demonſtrandum.



Euclid. ex Camp. Propositio 6.

OMnes duo triãguli, quorũ unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, lateraq; illos duos æquos angulos cõtinentia proportionalia, sunt inter se inuicem æquianguli.

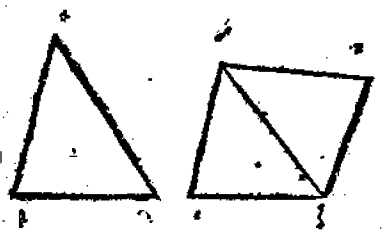
CAMP. Maneat prior dispositio, & sit solũ angulus b, æqualis angulo d e f, & proportio a b ad d e, sicut b c ad e f: dico adhuc duos triãgulos a b c, d e f esse æquiãgulos. Cùm sit prima per 4 huius propter hypotheses præmissæ conclusionis, a b ad e g, sicut b c ad e f: erit a b ad d e, sicut a b ad e g: quare per secundã partẽ nonæ quinti d e, est æqualis e g. Quia ergo duo latera d e & e f trigoni d e f sunt æqualia duobus lateribus e g & e f trigoni g e f, & angulus e unius angulo e alterius, quia uterq; est æqualis angulo b: ipsi erũt per 4 primi, æquianguli: & quia e g f est etiã æquiangulus a b c, patet propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

6 Si bina triãgula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, & circum æquales angulos latera proportionalia, æquiangula erũt triangula, & æquales habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur.

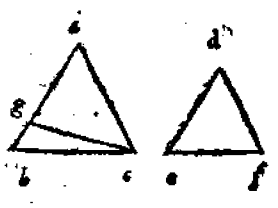
THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ, & δ ε ζ, unum angulum qui sub β α γ, uni angulo qui sub ε δ ζ, æqualem habentia, & quæ circũ æquales angulos latera proportionalia, sicut β α, ad α γ, sic ε δ, ad δ ζ. Dicò q; triangulũ α β γ, æquiangulũ est ipsi triangulo δ ε ζ, & æqualẽ habebit angulũ α β γ, angulo δ ε ζ, & angulũ α γ β, angulo δ ζ ε. Constituatur enim (per 23 primi) ad rectã lineam δ ζ, ad signaq; in ea δ ζ, utriq; ipsorũ β α γ, & ε δ ζ, æqualis angulus ζ δ η, angulo autẽ α γ β, æqualis angulus δ ζ η, reliquus igitur angulus qui ad β, reliquo angulo qui ad η est æqualis. Æquiangulũ igitur est triangulũ α β γ, triangulo δ η ζ. Proportionaliter igitur est, sicut β α, ad α γ, sic η δ, ad δ ζ, (per 4 sexti.) Receptum autẽ est, q; sicut β α, ad α γ, sic ε δ, ad δ ζ, & sicut igitur (per 11 quinti) ε δ, ad δ ζ, sic η δ, ad δ ζ. Æqualis igitur est (per 9 quinti) ε δ, ipsi δ η. Et communis δ ζ. Duæ iam ε δ, & δ ζ, duabus η δ, & δ ζ, sunt æquales, & angulus ε δ ζ, (per hypothesin) angulo η δ ζ, est æqualis. Basis igitur ε ζ, (per 4 primi) basi η ζ est æqualis, & triangulum δ ε ζ, (per eandem) triangulo η δ ζ est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Æqualis igitur est angulus δ ζ η, angulo δ ζ ε, & qui ad η, ei qui ad ε. Sed angulus qui sub δ ζ η, ei qui sub α γ β, est æqualis, & angulus α γ β, igitur ei qui sub δ ζ ε, est æqualis. Receptum autem est, quòd angulus β α γ, ei qui sub ε δ ζ est, angulo æqualis est, & reliquus igitur qui ad β, reliquo qui ad ε, est æqualis. Æquiangulum igitur est triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Si bina triangula igitur unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum uerò æquales angulos latera proportionalia, æquiangula erunt ipsa triangula, & æquales habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur: quod demonstrare oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propositio 7.

7 SI fuerint duo triãguli, quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, duoq; suorũ reliquorum angulorũ lateribus proportionalibus cõtenti, duorũ uerò demum reliquorũ uterq; aut neuter recto angulo minor, necesse est illos duos triangulos omnibus suis angulis inter se inuicem æquiangulos esse.

CAMPANVS. Sint duo triãguli a b c, d e f, sitq; angulus a, æqualis angulo d, & proportio a c ad d f, sicut c b a ad f e, & uterq; duorum angulorum b & e, aut neuter, sit minor recto, dico eos esse æquiangulos. Si enim angulus c unius, est æqualis angulo f alterius, patet propositum per præmissam. Sin autẽ, sit c maior, fiatq; angulus a c g, æqualis eidem, eritq; per 32 primi, triangulus a g c, æquiangulus triangulo d e f, quare per quartam huius, proportio a c ad f,



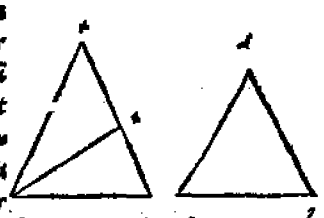
sicut

ficut g c, ad d f, sed sic fuit b c ad e f, ergo per nonã quinti, g c & b c, sunt æquales, ergo per quintam primi angulus b, est æqualis angulo b g c. Si ergo neuter duorum angulorũ b & e fuerit minor recto: accidet duos angulos unius trianguli non esse minores duobus rectis, quod esse nõ potest per 17 primi. Quod si uterq; fuerit minor recto, erit angulus a g c maior recto per 13 primi: quare & angulus e sibi æqualis, est etiã recto maior, quod est cõtra hypothesin: quare destructo opposito remanet propositum. Oportet autem utrunq; angulorum reliquorum, aut neutrũ esse minorem recto: possibile enim est in eodem triangulo, ut in triangulo a b c, lineam g c esse æqualem b c: & ideo erit a c ad utramq; earũ una proportio per 7 quinti. Nec tamen erunt trianguli a g c & a b c æquianguli, quamuis unus anguluś unius sit æqualis uni angulo alterius, imò idem ut angulus a: & proportio lineæ a c, prout est latus magni ad a c prout est latus parui: sicut b c latus magni ad g c latus parui: utraq; enim æqualis, & hoc est, propter hoc quod angulus g minoris, est maior recto: & angulus b minoris minor. Nam in omni triangulo duum æqualium laterum uterq; angulorum qui sunt ad basin, est minor recto.

Euclid. ex Camp. *Theorema 7.* *Propositio 7.*

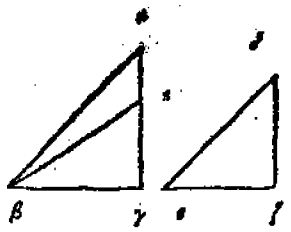
Si bina triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorum uerò utrunque simul aut minorem aut non minorem recto, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, circum quos proportionalia sunt latera. 7

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ & δ ε ζ, unum angulum uni angulo æqualem habentia, eum scilicet qui sub β α γ ei qui est sub ε δ ζ. Circum autem alios angulos α β γ & δ ε ζ, latera proportionalia sicut α β ad β γ, sic δ ε ad ε ζ. Reliquorum uerò qui ad γ ζ, primo utrunq; simul maiorem recto. Dico q, æquiangulum est α β γ triangulum, ipsi δ ε ζ triangulo: & æqualis erit angulus α β γ, angulo δ ε ζ: & reliquus qui ad γ, reliquo qui ad ζ. Si enim inæqualis est angulus α β γ, ei qui sub δ ε ζ est angulo, alter eorum maior est: sit maior angulus α β γ, & constituatur (per 23 primi) ad α β rectã lineam, ad sigñumq; in ea β, ipsi δ ε ζ angulo æqualis angulus α β η. Et quoniam æqualis est angulus qui ad α ei qui est ad δ & angulus α β η ei qui sub δ ε ζ: reliquus igitur angulus α η β reliquo angulo δ ζ ε est æqualis. Aequiangulũ igitur est triangulũ α β η, triangulo δ ε ζ. Est igitur (per*



ὑπόπτου 4 sexti) *sicut α β ad β η, sic δ ε ad ε ζ. Sicutq; δ ε ad ε ζ ita recipitur, sic α β ad β γ. Et sicut igitur (per 11 quinti) α β ad β γ, sic α β ad β η. Igitur (per 9 quinti) α β, ad utrunq; ipsorũ β γ & β η, eandem habet rationem, æqualis igitur est β γ ipsi β η. Quare per quintam primi, & angulus qui ad β η γ, angulo qui sub β η γ est æqualis: sed minor recto subijciatur angulus qui ad γ: minor igitur recto est*

ὑποζυγὸς angulus qui sub β η γ. Quare (per 13 primi) & * *altrinsecus ipsi angulus α η β, maior est recto: & ostensum est q, æqualis est ei qui ad ζ: & qui ad ζ igitur, maior est recto. Subijcitur autem minor recto, quod est absurdum. Igitur inæqualis minimè est angulus α β γ, angulo δ ε ζ. Aequalis autem est & qui ad α signũ ei qui ad δ: & reliquus qui ad γ igitur, reliquo qui ad ζ est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulũ α β γ, triangulo δ ε ζ. Sed rursus supponatur uterq; eorum qui ad γ ζ, non minor recto. Dico rursus q, & sic est æquiangulum triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Eisdem nempe dispositis, similiter demonstrabimus quòd æqualis est β γ, ipsi β η: quare & anguli qui ad γ, ei qui sub β η γ est æqualis. At non minor recto est angulus qui ad γ: neq; igitur minor recto est angulus qui est sub β η γ. Triãguli igitur β η γ (per 17 primi) duo anguli duobus rectis non sunt minores, quod est impossibile. Non igitur rursus inæqualis est angulus α β γ, angulo δ ε ζ, æqualis igitur: est autem angulus qui ad α, ei qui ad δ æqualis. Reliquus igitur qui ad γ, reliquo qui ad ζ est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Si bina igitur triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorũ uerò utrunq; simul uel minorẽ uel non minorem recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, circum quos proportionalia sunt latera: quod oportuit demonstrasse.* *Euclid. ex Camp.* *Propositio 8.*

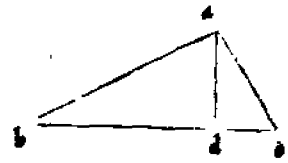


Si ab orthogonij angulo recto, ad basin linea perpendicularis ducatur, fient duo triãguli partiales, toti triangulo, & sibijnuicem similes. 8

CORRELARIVM.

Vnde etiã manifeſtũ eſt, quia in omni triangulo rectãgulo, ſi ab eius angulo recto ad baſim perpẽdicularis ducaſ, erit ipſa perpẽdicularis inter duas ſectiones ipſius baſis proportionalis: itemq; utrũq; latus inter totam baſim atq; ſibi conterminalem baſis portionem.

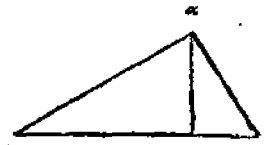
CAMPANVS. Sit trigonus a b c, orthogonus, eiusq; angulus a, rectus, à quo ducatur a d perpendicularis ad baſim, dico quòd uterq; duorũm triangulorum partium, qui ſunt a b d, a d c, ſimilis eſt totali triangulo a b c, & unus eorum alteri: eſt enim uterque ipſorum æquiangulus totali per 32 primi, eo quòd uterque eſt orthogonius & in uno angulo communicat cum totali, quare & ſibi inuicem ſunt æquianguli, ita quòd angulus b eſt æqualis angulo d a c, & angulus b a d angulo c, & duo anguli qui ſunt ad d, ſibi inuicem, & angulo a totali æquales, quare per 4 huius, latera æquos eorum angulos reſpicientia, ſunt proportionalia: ergo per diffinitionem ſunt ſimiles, quod eſt propoſitum. Vtrunq; correlarium ex his euidenter apparet.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propoſitio 8.*

8 Si in triangulo rectãgulo ab angulo recto in baſim perpẽdicularis agatur, quæ ad perpẽdicularẽ triãgula, ſimilia ſunt toti & adinuicẽ.

THEON ex Zamb. *Sit triangulũ rectangulũ α β γ, rectum habens eum qui ſub β α γ, angulũ, & excitetur (per 12 primi) ab α in β γ, perpendicularis α Δ. Dico quòd ſimile eſt utrunq; ipſorum α β Δ, & α Δ γ triangulorũ, toti α β γ, & inſuper adinuicem. Quoniã enim (per 4 poſtulatum) æqualis eſt angulus β α γ, angulo α Δ β, rectus enim uterq; eſt, cõmunis autem eſt ipſorũ duorum triangulorũ α ζ γ, & α β Δ, angulus qui ad β, reliquus igitur angulus α γ β, reliquo β α Δ, eſt æqualis (per 32 primi) Aequiangulũ igitur eſt triangulum α ζ γ, triangulo α β Δ. Eſt igitur (per 4 ſexti) ſicut γ β, ſubtendens angulũ rectum α β γ, trianguli ad β α, ſubtendentẽ rectum angulum ipſius α β Δ trianguli: ſic eadem α β, ſubtendens angulum qui ad γ, trianguli α β γ, ad β Δ, ſubtendentem æqualẽ angulum β α Δ, ipſius α β Δ, trianguli, & inſuper α γ, ad α Δ, ſubtendentẽ angulum qui ad β, communẽ duorum triangulorum. Triangulũ igitur α β γ, triangulo α β Δ, æquiangulum eſt, (per 7 ſexti) & quæ circum æquales angulos ſunt, latera proportionalia habet. Simile igitur eſt triangulum α β γ, triangulo α β Δ, (per 1 diffinitionem ſexti.) Similiter iam oſtẽdemus quòd & triangulo α Δ γ, ſimile eſt triangulum α β γ, utrunque igitur ipſorum α β Δ, & α Δ γ, triangulorum ſimile eſt toti α β γ. Dico etiam quòd & adinuicem ſunt ſimilia triangula α β Δ, & α Δ γ. Quoniam enim rectus angulus β Δ α, recto angulo α Δ γ, eſt æqualis (per 4 poſtulatum) ſed & angulus β α Δ, ei qui ad γ oſtenſum eſt, quod eſt æqualis: reliquus igitur qui ad β, reliquo qui ſub Δ α γ, eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulum α β Δ, triangulo α Δ γ, eſt igitur ſicut ζ Δ, ipſius α β Δ, trianguli ſubtendens angulũ qui ſub ζ α Δ, ad Δ α ipſius α Δ γ, trianguli ſubtendentẽ angulum qui ad γ, æqualem ei qui ſub β α Δ, ſic ipſa α Δ, trianguli α β Δ, ſubtendens angulum qui ad β, ad Δ γ, ſubtendentem angulum qui ſub Δ α γ, ipſius trianguli α Δ γ, æqualem ei qui ad β, & inſuper ζ α ad α γ, ſubtendens rectos angulos. Simile igitur eſt triangulum α β Δ, triangulo α Δ γ. Si in rectangulo triangulo igitur ab angulo recto in baſim perpendicularis agatur, triangula quæ circum perpendicularem ſimilia ſunt toti & ad inuicem: quod demonſtraſſe oportuit.*

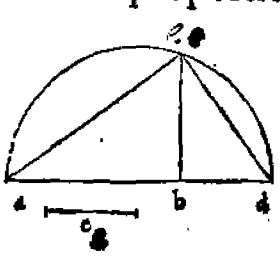


CORRELARIVM. Ex *hoc manifeſtum eſt, quòd ſi in rectangulo triangulo ab angulo recto in baſim perpendicularis agatur: acta, ipſius baſis ſegmentis media proportionales. Et inſuper ipſius baſis, & uniuſcuiuſq; ſegmentorũ, latus quod ad ſegmentum, medium proportionale eſt: quod erat demõſtrandum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

9 DAbus lineis propoſitis tertiam inter eas ſub proportionalitate continua collocare.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ propoſitæ a b & c, inter quas uolo unam lineam in proportionalitate continua collocare. Adiungam unam earum alteri, ſitq; tota ex eis compoſita a d, ita quòd b d, ſit æqualis c, & ſuper totam deſcribo ſemicirculum a e d, & produco b e uſque ad circunferentiam perpendicularem ad lineam a d, dico lineam b e, eſſe quam quærimus: produco enim li-

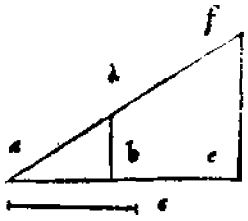


n neas

neas e a & e d, eritq; per 30 tertij, angulus e totalis, rectus: quare per primam partem correllarij præmissæ, proportio a b ad b e, sicut b e ad b d: quod est propositum.

Euclid. ex Camp. *Propositio* 10.

Duabus lineis datis, tertiam eis in continua proportionalitate subiungere. 10

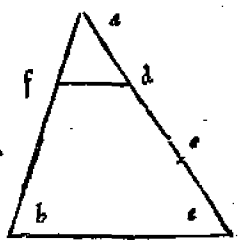


CAMPANVS. Sint duæ lineæ propositæ a b & c: quibus uolo tertiam in continua proportionalitate subiungere. Coniungo lineam c angulariter ut contingit, cum linea a b, sitq; a d, ei æqualis: & produco lineam a b usque ad e, donec fiat b e æqualis a d: & protracta linea b d, à puncto e duco lineam sibi æquidistantem, quã & lineam a d e produco, quousque concurrant in puncto f. dico igitur lineam d f, esse quam quærimus: est enim per secundam huius, proportio a b ad b e, sicut a d ad d f: sed a b ad b e, est sicut a b ad a d, per 2 partem 7 qtinti. quare a b ad a d, sicut a d ad d f: quod est propositum.

CAMPANI *additio.* Quòd si propositis tribus lineis uelimus inuenire quartam, ad quam sit proportio tertiæ sicut primæ ad secundam: ex prima & secunda fiat linea una, & toti compositæ tertia angulariter adiungatur, & à communi termino primæ & secũdæ, ducatur linea ad extremitatem tertiæ, & ab altero termino secundæ ducatur huic lineæ æquidistans, quousquę concurrat cum tertia in continuum rectumq; protracta. eritq; per secundam huius, linea quam hęc æquidistans abscindet: quæ quæritur, quemadmodum si in hac figura fuerit prima a b, secunda b e, tertia a d, erit quarta d f.

Euclid. ex Camp. *Propositio* 11.

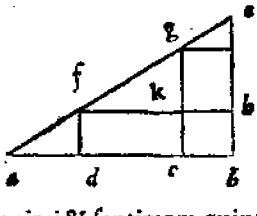
AB assignata linea, quotamcumque iubearis partem abscindere. 11



CAMPANVS. Sit a b linea assignata, ab ea uolo aliquotam partem utpote tertiam abscindere, coniungo ea angulariter, ut contingit lineam indefinitæ quantitatis, quæ sit a c: à qua reseco tres æquas portiones, quæ sunt a d, d e, & e c, & produco lineas c b & d f, sibi æquidistantes: dico a f esse tertiam a b: est enim per secundam huius, proportio c d ad d a, sicut b f ad f a, quare coniunctim c a ad d a, sicut b a ad f a. Cum igitur c a sit tripla ad d a, patet a f esse tertiam a b: quod est propositum.

Euclid. ex Camp. *Propositio* 12.

DAbus lineis propositis, altera indiuisa, altera per partes diuisa, indiuisam quidem admodum diuisæ diuidere. 12



CAMPANVS. Sint duæ lineæ quas angulariter, ut continget, coniungam a b & a c, sitq; a b diuisa in tres uel qualescunque portiones: signatis in ea punctis d & e, uolo secundum easdem portiones diuidere lineam a c: cum igitur ipsas angulariter coniunxero, protraham lineam b c & æquidistantes ei d f & e g, dico istas æquidistantes diuidere lineam a c in partes proportionales partibus a b. protraham enim f a æquidistantem a b, quæ secet e g in puncto k, erit'que per secundam huius, proportio g f ad f a: sicut e d ad d a, & c g ad g f: sicut h k ad k f, quare & sicut b e ad e d, per 34 primi & secundam partem 7 quinti. quod est propositum. Oportet autem secundam huius toties repetere: quot erunt partes lineæ a b, minus una. At uerò 34 primi & septimam quinti, minus duabus.

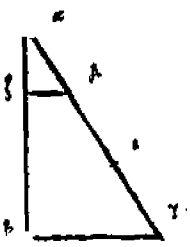
* Quinque sequentes, ex Zamberto Euclidis propositiones, præpostero ordine, quatuor ex Campano præcedentibus respondent: nona undecimæ, decima duodecimæ, undecima & duodecima decimæ cum additione, decimatertia nonæ.

Euclid.

Euclid. ex Zamb. Theorema 1. Propositio 9.

9 Data recta linea, imperatam partem abscindere.

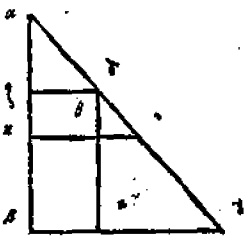
THEON ex Zamb. *Sit data recta linea α β, oportet iam ex ipsa α δ, imperatam partem abscindere. Imperetur tertia, & ducatur ab α recta linea α γ, faciens angulum cum α β, & sumatur contingens signum super α γ, sitq; illud ζ, & ponatur ipsi α ζ, (per 2 primi) æqualis ζ ε, et ε γ, & cõnectatur β γ, & per ζ, ipsi β γ, (per 31 primi) parallelus excitetur ζ ξ. Quoniam igitur trianguli α β γ, ad unum latus β γ, acta est ξ ζ, parallelus, proportionalis igitur est (per 2 sexti) sicut γ ζ, ad ζ α, sic β ξ ad ξ α, dupla autem est γ ζ, ipsius ζ α, dupla est igitur & β ξ, ipsius ξ α. Tripla enim est β α, ipsius α ξ. Data igitur recta linea α β, imperata tertia pars ablata est α ξ: quod demonstrasse oportuit.*



Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propositio 10.

10 Datam rectam lineam non sectam, datæ rectæ lineæ sectæ similiter secare.

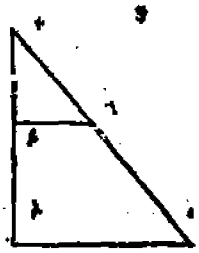
THEON ex Zamb. *Sit quidem data recta linea non secta α δ, secta uerò sit α γ, oportet iam lineam α δ, non sectam, secare similiter lineæ α γ, sectæ. Sit linea α γ, secta in signis quidem ζ ε, & sitæ sint, ut angulum contingentem comprehendant, & connectatur β γ, & per ζ ε, ipsi β γ, paralleli excitentur ζ ξ, & ε ν, (per 31 primi) & per ζ, ipsi α β, parallelus excitetur ζ θ ν, (per eandem) parallelogrammum igitur est utrunque ipsorum ξ θ, & θ β, æqualis igitur est quidem ζ θ, ipsi ξ ν, & θ ν ipsi ν δ: & quoniam trianguli ζ ν γ, ad unum laterum ν γ, recta linea acta est θ ε, proportionaliter igitur parallelus (per 2 sexti) sicut γ ε, ad ε ζ, sic ν θ, ad θ ζ, æqualis autem est ν θ, ipsi β ε, & θ ζ, ipsi ν ξ. Est igitur (per 2 quinti) sicut γ ε, ad ε ζ, sic β ν, ad ν ξ. Rursus quoniam triãguli α ν ε, ad unum latus ν ε, parallelus acta est ξ ζ, proportionaliter igitur est (per 2 sexti) sicut ε ζ, ad ζ α, sic ν ξ, ad ξ α. patuit autem quòd sicut γ ε, ad ε ζ, sic β ν, ad ν ξ. Est igitur sicut quidem γ ε, ad ε ζ, sic δ ν, ad ν ξ, sicut autem ε ζ, ad ζ α, sic ν ξ, ad ξ α. Data igitur recta linea non secta α β, datæ rectæ lineæ sectæ α γ, similiter secta est: quod facere oportebat.*



Euclid. ex Zamb. Problema 3. Propositio 11.

11 Duabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem inuenire.

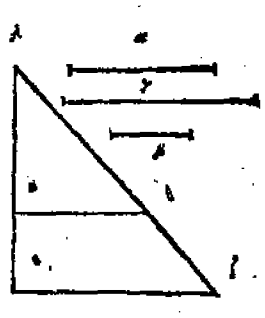
THEON ex Zamb. *Sint duæ datæ rectæ lineæ, β α, & α γ, & sitæ sint angulum comprehendentes contingentem, oportet ipsis β α, et α γ, tertiam proportionalem inuenire. Producantur enim α β & α γ, ad signa ζ ε, & ponãtur (per 2 primi) ipsi α γ, æqualis β ζ, & connectatur β γ, & per ζ (per 31 primi) ipsi β γ, parallelus excitetur ζ ε. Quoniã igitur triãguli α ζ ε, ad unũ latus ζ ε, acta est parallelus β γ, proportionaliter est (p 2 sexti) sicut α β, ad β ζ, sic α γ ad γ ε, æqualis autẽ est β ζ, ipsi α γ, est igitur sicut α β, ad α γ, sic α γ, ad γ ε. Duabus igitur datis rectis lineis α β, & α γ, tertia proportionalis eis inuẽta est γ ε: quod oportebat facere.*



Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propositio 12.

12 Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalem inuenire.

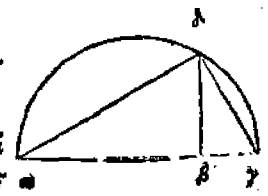
THEON ex Zamb. *Sint datæ tres rectæ lineæ α β γ, oportet ipsis α β γ quartam proportionalem inuenire. Ponantur duæ rectæ lineæ ζ ε, & ζ ξ: angulum contingentem comprehẽdentes eum qui est sub ε ζ ξ, & ponatur (per 2 primi) ipsi quidem α, æqualis ζ ν, ipsi autem β, æqualis ν ε, & insuper ipsi γ, æqualis ζ θ, & coniuncta ν θ, parallelus ei excitetur (per 31 primi) per ε, sitq; ε ξ. Quoniam igitur trianguli ζ ε ξ, ad unum latus ε ξ, acta est parallelus ν θ, igitur (per 2 sexti) est sicut ζ ν, ad ν ε, sic ζ θ, ad θ ξ, æqualis autem est ζ ν, ipsi α, & ν ε, ipsi β, & ζ θ, ipsi γ: est igitur sicut α ad β, sic γ ad θ ξ. Tribus igitur datis rectis lineis α β γ, quarta proportionalis inuenta est θ ξ: quod oportebat facere.*



Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propositio 13.

13 Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalem inuenire.

THEON ex Zamb. *Sint duæ rectæ lineæ α β & β γ, oportet iã ipsarũ*

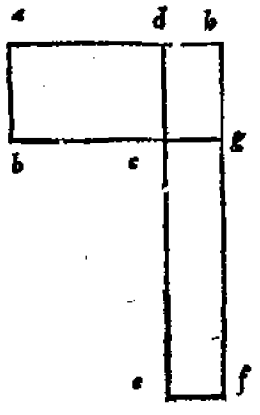


α β, & β γ, mediam proportionalem inuenire. Disponatur (per 14 primi) in rectas lineas, describaturq; super α γ semicirculus α Δ γ, & excitetur (per 11 primi) à signo β, ipsi α γ, ad angulos rectos β Δ, et cõnectantur α Δ, & Δ γ. Quoniam (per 31 tertij) in semicirculo angulus, qui est sub α Δ γ, rectus est, & quoniam in rectãgulo triangulo α Δ γ, à recto angulo in basim perpendicularis deducta est Δ β, igitur per correlarium octauæ sexti) Δ β, ipsius basis segmentis α β, & β γ, media proportionalis est. Duabus igitur datis rectis lineis α β & β γ, media proportionalis inuenta est Δ β: quod fecisse oportuit.

Euclid. ex Camp. Propositio 13.

SI duæ superficies æquidistantiũ laterum, quarũ unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, æquales fuerint latera duos æquos angulos continentia mutekesia esse. Si uerò latera duos æquos angulos continentia, mutekesia fuerint, duas superficies æquales esse necesse est. 13

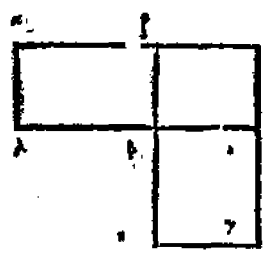
CAMPANVS. Sint duæ superficies a b c d & c e f g, æquidistantiũ laterum & æquales, sitq; angulus c unius, æqualis angulo c alterius, dico proportionem b c ad c g, esse sicut e c ad c d, & si proportio b c ad c g fuerit sicut e c ad c d, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales. dico illas duas superficies æquidistantium laterum esse æquales. Coniungam enim eas angulariter, uidelicet angulum c unius, cum angulo c alterius, ita quòd duo latera earum quæ sunt b c & c g fiant linea una, eruntq; similiter duo reliqua latera d c & c e linea una, alioqui sequeretur per præsentẽ hypothesim, quæ est angulum c unius esse æqualem angulo c alterius, & per 15 primi, partem esse æqualem toti, compiebo itaq; superficiem æquidistantium laterum, productis lineis a d & f g, quousque concurrant in h, eritq; per primam partem 7 quinti, utriusque superficiei ad c & c f ad superficiem c h proportio una, & quia per primam huius proportio superficiei a c ad superficiẽ c h, sicut lineæ b c ad lineam c g, & superficiei c f ad eandem superficiem c h, sicut e c ad c d, manifesta est prima pars propositæ conclusionis. Secunda pars sic patet, per primam enim huius, est proportio b c ad c g, sicut a c ad c h, & e c ad c d, sicut c f ad eandem c h: & quia positum est quòd proportio b c est ad c g sicut e c ad d: erit utriusq; duarum superficierum a c & e g ad superficiem c h una proportio, ergo per primam partem 9 quinti, a c, est æqualis c f: sicq; patet secunda pars.



Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 13.

Æqualium, & unum uni æqualem habentium angulum parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos & quorum parallelogrammorum unum uni angulo æqualem habentium reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoq; sunt æqualia. 13

THEON ex Zamb. Sint æqualia parallelogramma α β, & β γ, æquales habentia angulos qui ad β, & constituantur (per decimamquartã primi) in rectas lineas Δ β & β ε, in rectas lineas igitur sunt ζ β, & β η. Dico quòd ipsorum α ϛ, & β γ, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, hoc est quòd sicut est β λ, ad β ε, sic est η β, ad β ζ. Compleatur nanque parallelogrammum ζ ε. Quoniam igitur (per hypothesim) æquum est α β, parallelogrammum ipsi ϛ γ, parallelogrammo, aliud autem quoddam ζ ε, est igitur (per septimam quinti) sicut α β, ad ζ ε, sic β γ ad ζ ε. Sed sicut quidem α β, ad ζ ε, sic Δ β ad β ε, sicut autẽ β γ, ad ζ ε, sic η β, ad β ζ, & sicut igitur (per 11 quinti) Δ β, ad β ε, sic η ϛ, ad β ζ. Ipsorum igitur α β, & β γ, parallelogrammum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos.



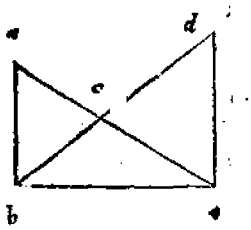
Verùm sint latera reciproca quæ circum æquales sunt angulos, estoq; sicut Δ β ad β ε, sic η β ad β ζ. Dico quòd æquale est parallelogrammum α β ipsi β γ, parallelogrammo. Quoniam enim est sicut Δ ϛ, ad β ε, sic η β, ad β ζ, sed sicut quidem Δ β, ad β ε, sic (per 1 sexti) α β, parallelogrammum ad ζ ε, parallelogrammũ sicut autẽ η β, ad β ζ: sic β γ parallelogrammũ ad ζ ε, & ut igitur (p 11 quinti) α β, ad ζ ε, sic β γ ad ζ ε, æquum igitur

igitur eſt α β, parallelogrammum, ipſi β γ, parallelogrammo. Æqualium igitur & æquiangulorum parallelogrammorum reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos: & quorum æquiangulorum parallelogrammorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque ſunt æqualia: quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 14.

14 SI duo trianguli quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, æquales fuerint, latera duos angulos æquos continentia erunt mutekeſia. Si uerò latera duos æquos angulos continentia fuerint mutekeſia, duo trianguli æquales eſſe comprobantur.

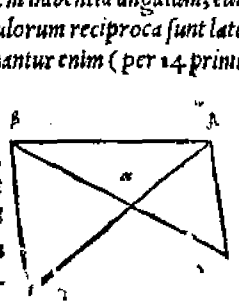
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, c d e, æquales, ſitq; angulus c unius, æqualis angulo c alterius, dico proportionem a c ad c e, eſſe ſicut d c ad c b: & ſi fuerit proportio a c ad c e, ſicut d c ad c b, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales, dico illos duos triãgulos eſſe æquales. Cõiungam enim eos angulariter ita quòd latera a c & c e, fiãt linea una, eruntq; ſimiliter b c & c d, linea una, aliter ſequeretur partem eſſe æqualem toti per 15 primi, & protraham lineam b e, erit'que per primam partem 7 quinti, utriuſq; dictorum triangulorum ad triangulum c b e, proportio una, & quia per primam huius, primi eorum ad ipſum eſt, ſicut a c ad c e, & ſecundi eorum ad eundem ſicut d c ad c b, manifeſta eſt prima pars propoſitæ concluſionis. Secunda pars econuerſo probatur, quia a c ad c d eſt, ſicut primi trianguli ad triangulum b c e & d c ad c b, ſicut ſecundi ad eundem, per primam huius, & quia poſitum eſt ut ſit a c ad c e, ſicut d c ad c b, erit utriuſq; dictorum triangulorum ad triangulum b c e una proportio, quare per primam partem 9 quinti, ipſi ſunt æquales, ſicq; patet ſecunda pars.



Euclid. ex Zamb. *Theorema* 10. Propoſitio 15.

15 Æqualium & unũ uni æqualem habentiũ angulum triãgulorum reciproca ſunt latera, quæ circũ æquales angulos, & quorum unum uni angulum æqualem habentium triangulorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque ſunt æqualia.

THEON ex Zamb. *Sint æqualia triangula α β γ, & α δ ε, unũ uni æqualem habentia angulum, eum ſcilicet qui ſub β α γ: ei qui ſub δ α ε. Dico quòd ipſorum α β γ, & α δ ε, triangulorum reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos, hoc eſt ſicut γ α, ad α δ, ſic ε α, ad α β. Conſtituantur enim (per 14 primi) in rectas lineas γ α, ipſi α δ. In directum igitur eſt ε α, ipſi α β, & connectatur β δ. Quoniam igitur (per hypotheſim) æquum eſt triangulum α β γ, triangulo α δ ε, aliud autem quoddam β α δ. eſt igitur (per 7 quinti) ſicut angulum α γ, ad ipſum β α δ triangulum, ſic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ. Sed ſicut quidem α β, ad β α δ, ſic γ α, ad α δ, ſicut autem (per primam ſexti) ε α δ, ad β α δ, ſic ε α, ad α β, & ſicut igitur (per 11 quinti) γ α ad α δ, ſic ε α, ad α β. Triangulorum igitur α β γ, & α δ ε, reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. Verùm reciproca ſint latera ipſorum α β γ, & α δ ε, triangulorum, eſtoq; ſicut γ α, ad α δ, ſic ε α, ad α β. Dico quòd æquum eſt triangulum α β γ, triangulo α δ ε. Connexa enim rurſus β δ, quoniam eſt ſicut γ α, ad α δ, ſic ε β, ad α β, ſed ſicut quidem γ α, ad α δ, ſic triangulum α β γ, ad triangulum β α δ: ſicut autem ε α, ad α β, ſic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ: ſicut igitur triangulum α β γ, ad triangulum β α δ, ſic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ. Vtrunq; igitur ipſorum α β γ, & ε α δ, ad β α δ, eandem habet rationem. Æquum igitur eſt (per nonam quinti) triangulum α β γ triangulo ε α δ. Æqualium igitur & unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca ſunt: latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque ſunt æqualia: quod demonſtraſſe oportuit.*

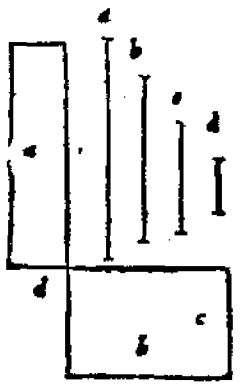


Euclid. ex Camp. Propoſitio 15

15 SI fuerint quatuor lineę proportionales, quod ſub prima & ultima rectangulum continetur, æquum erit ei quod ſub cæteris reliquis. Si uerò quod ſub prima & ultima continetur,

æquum fuerit ei quod duabus reliquis continetur rectangulum, quatuor lineas proportionales esse conuenit.

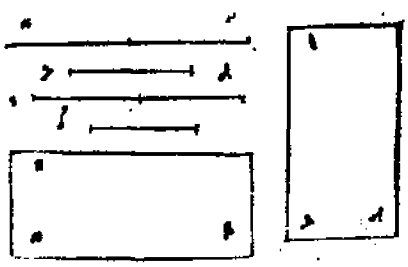
CAMPANVS. Sint quatuor lineæ a b c d proportionales, sitq; proportio a ad b, sicut c ad d. dico quòd superficies contenta sub a & d, æqualis est superficiei contentæ sub b & c, & superficies contenta sub a & d, est æqualis superficiei contentæ sub b & c. Et superficies contenta sub a & d est æqualis superficiei contentæ sub b & c, dico quòd proportio a ad b est sicut c ad d. Fiant enim superficies contenta sub a & d, & superficies contenta sub b & c. Si ergo est proportio a ad b sicut c ad d, latera illarum superficierum erunt mutekesia, sed & anguli ab eis contenti æquales: quia utraque est rectorum angulorum, quare per secundam partem 13 huius, ipsi sunt æquales: quod est primum. Secundum patet per primam partem eiusdem. si enim ipsæ sunt æquales, quia omnes anguli earum sunt recti, latera earum erunt mutekesia, quare proportio a ad b, sicut c ad d, quod est secundum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema* 11. *Propositio* 16.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub mediis continetur rectangulo. Et si sub extremis comprehensum rectangulum æquum fuerit ei quod sub mediis continetur rectangulo, quatuor rectæ lineæ proportionales erunt. 16

THEON ex Zamb. *Sint quator rectæ lineæ proportionales* α β γ δ ε ζ, *sicut* α β *ad* γ δ, *sic* ε *ad* ζ. *Dico quòd sub ipsis* α β, & ζ, *comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub* γ δ, & ε, *continetur rectangulo. Excitetur enim (per* 11 *primi) ab* α γ, *signis, ipsis* α β, & γ δ, *rectis lineis, ad angulos rectos* α η, & γ θ, & *ponatur (per secundam primi) ipsi* ζ, *æqualis* α η, *ipsi autem* ε, *æqualis* γ θ, *cõpleaturq;* η β, & θ δ, *parallelogramma. Et quoniam est sicut* α ζ *ad* γ δ, *sic est* η, *ad* ζ, *æqualis autem est* ε, *ipsi* γ θ, & ζ, *ipsi* α η, *est igitur sicut* α β, *ad* γ δ, *sic* γ θ, *ad* α η. *Igitur (per* 14 *sexti)* ζ η, & δ θ, *parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Quorum autem parallelogrammorum æquiangulorum reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia. Æquum igitur est parallelogrammum* ζ η, *ipsi* δ θ, *parallelogrammo, & est* ζ η, *id quod sub* α ζ, & ζ, *æqualis enim est* α η, *ipsi* ζ. *At* δ θ: *id est quod sub* γ δ, & ε, *æqualis enim est* γ θ, *ipsi* ε. *Igitur quod sub* α β, & ζ, *cõtinetur rectangulũ, æquum est ei quod sub* γ δ, & ε, *continetur rectangulo. Sed iam quod sub* α β, & ζ, *comprehenditur rectangulum: æquum est o ei quod sub* γ δ, & ε, *continetur rectangulo. Dico quòd quatuor rectæ lineæ proportionales erunt. sicut* α β, *ad* γ δ, *sic* ε, *ad* ζ. *Eisdem nanq; constructis quoniam quod sub* α β, & ζ, *æquum est ei quod sub* γ δ, & ε, & *est quidem quod sub* α β & ζ, *ipsius* β η, *æqualis enim est* α η, *ipsi* ζ, *quod autem sub* γ δ, & ε, *est ipsum* δ θ, *æqualis enim est* γ θ, *ipsi* ε, *igitur* β η, *æquum est ipsi* δ θ, & *æquiangula sunt. Æqualium autem & æquiangulorum parallelogrammorum (per* 14 *sexti) reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Est igitur (per* 10 *quinti) sicut* α ζ, *ad* γ δ, *sic* γ θ, *ad* α η, *æqualis autem est* γ θ, *ipsi* ε, & α η, *ipsi* ζ: *est igitur sicut* α ζ, *ad* γ δ, *sic* ε, *ad* ζ. *Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub mediis comprehenditur rectangulo, & si quod sub extremis comprehenditur rectangulum, æquum fuerit ei quod sub mediis continetur rectangulo, ipsæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt: quod oportebat demonstrare.*



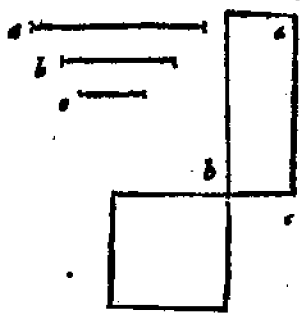
Euclid. ex Camp. *Propositio* 16.



Si fuerint tres lineę proportionales, quod sub prima & tertia rectangulum continetur, æquum erit ei quod à secunda quadrato describitur. Si uerò quod sub prima & tertia continetur, æquum ei quadrato quod à secunda producitur, ipsæ tres lineæ proportionales erunt. 17

CAMP.

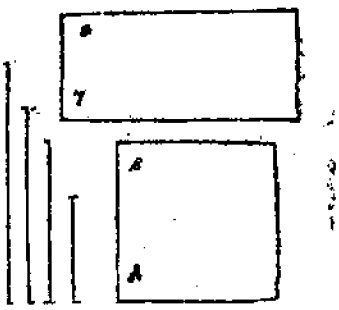
CAMP. Sit proportio lineę a ad lineam b, ſicut lineę b ad lineam c, dico quòd ſuperficies contenta ſub a & c æqualis eſt quadrato b, & ſi ſuperficies contenta ſub a & c eſt æqualis quadrato b, dico quòd proportio a ad b, eſt ſicut b ad c. hoc autem eſt euidens per præcedentem, poſita alia linea quæ ſit æqualis b, ita quòd b, ſit in ratione ſecundæ & tertiæ.



Euclid. ex Zamb. Problema 12. Propoſit. 17.

17 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis comprehenſum rectangulum, æquũ eſt ei quod à media quadrato. Et ſi quod ſub extremis cõtinetur rectãgulum, æquũ fuerit ei quod à media quadrato, ipſæ tres rectæ lineę proportionales erunt.

THEON *ex Zamb. Sint tres rectæ lineæ proportionales α β γ, ſicut α ad β, ſic β ad γ. Dico quòd ſub α γ, comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod ex β quadrato. Ponatur (per 2 primi) ipſi β, æqualis Δ. Et quoniam eſt (per hypotheſin) ſicut α ad β, ſic β, ad γ, æqualis autem eſt β, ipſi Δ, eſt igitur (per 7 quinti) ſicut α ad β, ſic Δ ad γ. Si quatuor autem rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod ſub medijs continetur rectangulo (per 16 ſexti.) Igitur quod ſub α γ, æquũ eſt ei quod ſub β Δ. Sed quod ſub β Δ, id eſt quod fit ex β, æqualis enim eſt β, ipſi Δ. Igitur quod ſub α γ, comprehenditur rectangulum, æquum eſt ei quod ex β, quadrato. Sed iam quod ſub α γ, eſto æquale ei quod ex β. Dico quòd eſt ſicut α ad β, ſic β ad γ. Eiſdem nanq; conſtructis, quoniam quod ſub α γ, æquum eſt ei quod ex β, ſed quod ex β, id eſt quod ſub β Δ, æqualis enim eſt β, ipſi Δ, igitur quod ſub α γ, æquũ eſt ei quod ſub β Δ. Si autem quod ſub extremis æquũ fuerit ei quod ſub medijs, quatuor rectæ lineæ proportionales ſunt (per 16 ſexti.) Eſt igitur ſicut α ad β, ſic Δ ad γ. Aequalis autem eſt β, ipſi Δ, ſicut igitur α ad β, ſic β ad γ. Si tres igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis cõprehenditur rectangulũ, æquum eſt ei quod à media quadrato. Et ſi quod ſub extremis comprehenditur rectangulum æquũ fuerit ei quod à media quadrato, tres rectæ lineæ proportionales erunt: quod oportebat demonſtrare.*



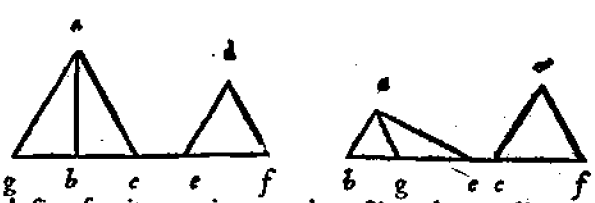
Euclid. ex Camp. Propoſitio 17.

17 SI fuerint duo trianguli ſimiles, proportio alterius ad alterum eſt tanquam proportio cuiuslibet ſui lateris ad ſuũ relatiuum latus alterius duplicata.

CORRELARIVM.

Manifeſtum etiam ex hoc, quia omnium trium linearum continuè proportionalium quanta eſt prima ad tertiam, tanta erit ſuperficies conſtituta ſuper primam ad ſuperficiem conſtitutam ſuper ſecundam, cùm fuerit ei ſimilis in lineatione & creatione.

CAMP. Sint duo trianguli a b c & d e f ſimiles, eruntq; per primam diffinitionem, æquianguli, & laterum proportionaliũ. Sit ergo angulus a, æqualis angulo d, & angulus b angulo e, & angulus c, angulo f, eritq; proportio a b ad d e, & a c ad d f, ſicut b c ad e f, dico quòd proportio trianguli a b c ad triangulum d e f, eſt ſicut proportio b c ad e f duplicata. Subiungatur enim ſecundum doctrinam 10 huius, duabus lineis b c & e f, tertia in continua proportionalitate: quæ ſit c g, protracta aut reſecata c b, ſi c g fuerit ea maior aut minor: & producatur linea g a, eritq; per ſecundam partem 14 huius, triangulus a g c, æqualis triangulo d e f, propter id quod



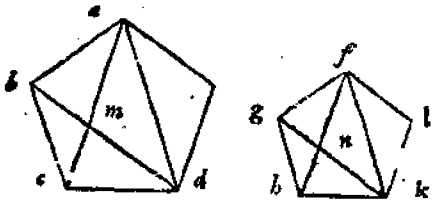
proportio a c ad d f est sicut e f ad c g, & angulus c æqualis angulo f: quare per secundam partem 7 quinti, trianguli a b c ad utrunq; illorum erit una proportio, sed per primam huius, proportio trianguli a b c ad triangulum a g c, est sicut b c ad g c. At uero proportio b c ad c g, sicut b c ad e f duplicata, per 10 descriptionem quinti: ergo proportio trianguli a b c ad triangulum d e f, est sicut proportio b c ad d f duplicata, quod est propositum. Si autem c g sit æqualis b c, erit per secundam partem 14 huius, triangulus a b c æqualis triangulo d e f: æqualis autem proportio componitur ex æquali duplicata uel triplicata uel quotiescunq; sumpta. Istam eandem passionem possemus eodem modo & per eadem media demonstrare de superficiebus æquidistantium laterum similibus, sumpta solum 13 præsentis, loco 14. Non demonstrat autem eam, quia per sequentem demonstratur uniuersaliter de omnibus superficiebus similibus. Quare per correlarium, quod uniuersaliter proponitur de omnibus superficiebus similibus, nondum patet nisi de triangulis, sed demonstrata sequente, patens erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic & non in sequente, quia est correlarium huius, non autem sequentis: ex modo enim demonstrationis huius, sua ueritas manifestata est non ex modo illius.

Euclid. ex Camp. *Propositio 18.*



MNes duæ superficies similes multangulæ, sunt diuisibiles in triangulos similes atq; numero æquales, estq; proportio alterius earum ad alteram, sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuū latus alterius, proportio duplicata. 18

CAMPANVS. Sint gratia exempli, duo pẽtagoni a b c d e, f g h k l similes, dico quòd ipsi sunt diuisibiles in triangulos similes numero æquales, & quòd proportio alterius eorū ad alterū, est sicut a b ad f g proportio duplicata: ducãtur enim lineæ duę a c & a d itẽq;, f h & f k, eritq; per prę sentem hypothesin & per 6 huius, triangulus a b c, æquiãgulus triangulo f g h, & triangulus a c d, triangulo f l k. Similiter quoq; per hãc communem scitiam. Si ab æqualibus æqualia demas, quæ relinquuntur æqua sunt, erit triangulus a c d, æquiangulus triangulo f h k: nam ipsi pentagoni positi sunt æquianguli, & laterum proportionalium: & quia trianguli in quos diuiduntur sunt adinuicem æquianguli, ut probatum est, erunt etiam & similes per 4 huius, & diffinitionẽ similium superficierum, quare cum ipsi sint numero æquales, patet primum. Secundũ sic: protrahãtur b d, quæ secẽt a c in puncto m, & g k quæ secẽt f h in puncto n, eritq; triãgulus b c d, æquiãgulus triangulo g h k per 6 huius & præsentem hypothesin, quare & triangulus a b m triangulo f g n, & a m d, f n k, ergo per 4 huius, proportio b m ad g n, est sicut a m ad f n: & a m ad f n, sicut m d ad n k: quare per 11 quint. b m ad g n, sicut m d ad n k, ergo permutatim b m ad m d, sicut g n, ad n k. Sed per 1 huius, a b m ad a m d & b c m ad c m d, sicut b m ad m d, & per eãdem f g n ad f n k, & g n h ad h n k, sicut g n ad n k, ergo per 13 quinti, a b c ad a c d, sicut f g h ad f h k: quare permutatim a b c ad f g h, sicut a c d ad f h k. Eadem ratione probabis, q; & sicut a c d ad f l k, ergo per 13 quinti totius pentagoni ad totum pentagonũ, sicut a b c ad f g h, per præmissam igitur est proportio pentagoni a c d ad pentagonum f h k, sicut proportio a b ad f g duplicata: quod est propositum. Ex quo rursus patet correlarium præcedentis. Aliter potest demonstrari secundum: cùm enim trianguli in quos pentagoni diuiduntur, sint adinuicem similes, erit per præcedentem proportio a b c ad f g h, sicut b c ad g h duplicata, & a c d ad f h k, sicut c d ad h k duplicata, & a e d ad f l k: sicut d e ad k l duplicata. quia igitur omnes hę proportiones duplicatæ, sunt æquales, propter hoc quod positum est simplas esse æquales: erit per 13 quinti totius pentagoni ad totum pentagonũ, sicut lateris unius ad suum relatiuum latus alterius proportio duplicata.

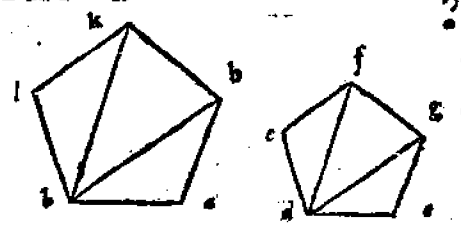


Euclid. ex Camp. *Propositio 19.*

Supra datam lineã, datæ superficiei similẽ superficiem describere. 19

CAMPANVS. Sit data linea a b, supra quam uolo constituere superficiem similem datæ superficiei, quæ sit pentagona, & sit c d e f g: diuido hunc pentagonum in triangulos ductis lineis d f, & d g, & super punctum a constituo angulum æqualem angulo c, ducta linea a h, & super punctum b, constituo alium angulum, qui sit a b h, æqualem angulo c d g, protracta linea b h, quousque concurrat cum a h in puncto h, eritq; per 32 primi angulus a h b, æqualis angulo c g d. & ideo per 4 huius, latera duorum triangulorum g c d & h a b, proportionalia. Facio quoq; angulũ in h b k, ducta linea b k, æqualẽ angulo g d f: & angulũ k b l, ducta linea b l, æqualẽ

angulo



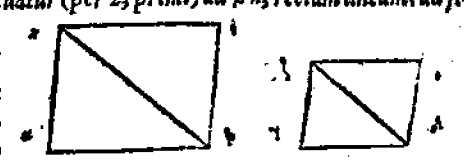
angulo d g f, & angulum b k l ducta linea k l, æqualem angulo d f e, eritq; perfectus pentagonus qui constituẽdus erat super lineam a b, est enim æquiangulus dato pentagono propter æqualitatem angulorum triangulorum, in quos est utercq; diuisus, sed & laterum proportionalium, propter proportionalitatem laterum ipsorum triangulorum, quę ex 4. huius euidenter apparet, quare per diffinitionem similium superficierum, pentagonus constitutus super lineam a b, est similis pentagono dato: quod est propositum.

Tres ex Zamberto sequentes propositiones, tribus præcedentibus ex Campano, conuerso ordine respondent prima ultimę, media primę, & ultima mediæ.

Euclid. ex Zamb. Problema 6. Propositio 18.

18 A' data recta linea, dato rectilineo simile similiterq; positum rectilineum describere.

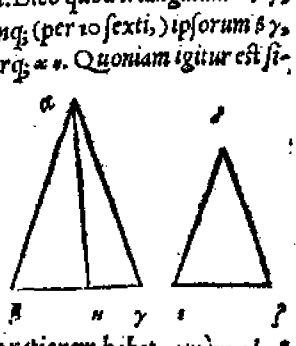
THEON ex Zamb. *Sit data quidem recta linea α β, datum uerò rectilineum γ ε, oportet iam à data α β recta linea, ipsi γ ε rectilineo simile similiterq; positum rectilineum describere. Connectatur δ ζ, & constituatur (per 23 primi) ad α β, rectam lineam, ad signaq; in ea α β, ei qui ad γ, est angulo æqualis angulus η α β, ei autem qui est sub γ δ ζ, æqualis angulus α β θ: reliquus igitur qui sub γ δ ζ, ei qui sub α η θ, est æqualis, æquiangulũ igitur est ζ γ δ triangulum, ipsi η α β, triangulo (per 4 sexti,) proportionaliter igitur est sicut ζ δ, ad η θ, sic ζ γ, ad η α, & γ δ, ad α β. Rursus constituatur (per 23 primi) ad β η, rectam lineam, ad signaq; in ea β η, ei qui sub δ ζ ε, est angulo æqualis angulus θ η ι, ipsi autem ζ δ ε, qui est sub η β ι. Reliquus igitur qui ad ε, reliquo qui ad ι est æqualis, æquiangulum igitur est triangulum ζ δ ε, triangulo η β ι, proportionaliter igitur est (per 4 sexti) sicut ζ δ, ad η β, sic ζ ε, ad η ι, & ε δ, ad ι β. ostensum autem est q; sicut ζ δ, ad η β, sic ζ γ, ad η α, & γ δ, ad α β, & sicut igitur (per 11 quinti) γ ζ, ad α η, sic γ δ ad α β: & ζ ε ad η ι, & insuper ε δ ad ι θ. Et quoniam æqualis est angulus γ ζ δ, angulo α η β, & angulus δ ζ ε, angulo θ η ι totus igitur qui sub γ ζ ε, toti qui sub α η ι, est æqualis. propterea & qui sub γ δ ε, ei qui sub α β ι æqualis. Est autem & qui ad γ, ei qui ad α, æqualis, & qui ad ζ, ei qui ad δ, æquiangulum igitur est α δ, ipsi γ ε, & ea quæ circum æquales angulos sunt latera, ei proportionalia habet. Simile igitur est (per primam diffinitionẽ sexti) α ι rectilineum, ipsi γ ε rectilineo. A' data igitur recta linea α θ, dato rectilineo γ ε, simile similiterq; positum rectilineum descriptum est α β: quod facere oportebat.*



Euclid. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 19.

19 Similia triangula, adinuicem in dupla sunt ratione laterum similis rationis.

THEON ex Zamb. *Sint similia triangula α β γ, & δ ε ζ, æqualem habentia eum qui ad θ angulum, ei qui ad η, sicutq; α β, ad β γ, sic δ ε ad ε ζ, ita ut θ γ, & η ζ, similis rationis sint. Dico quòd triangulum α β γ, ad triangulum δ ε ζ, duplicem habet rationem, quàm β γ, ad ε ζ. Sumatur nanq; (per 10 sexti,) ipsorum β γ, & ε ζ, tertia proportionalis β η, ut sit sicut β γ, ad ε ζ, sic ε ζ ad β η, connectatur q; α η. Quoniam igitur est sicut α β ad β γ, sic δ ε ad ε ζ, uicißim igitur (per 16 quinti) sicut α β ad δ ε, sic β γ, ad ε ζ. Sed sicut β γ ad ε ζ, sic est ε ζ ad β η, & sicut igitur (per 11 quinti) α θ ad δ η, sic ε ζ ad β η. Igitur (per 15 sexti) α β η, & δ ε ζ, triangulorũ reciproca latera, quæ circum æquales angulos. Quorum autem unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos ea quoq; sunt æqualia (per eandem) Æquale igitur est triangulum α θ η, triangulo δ ε ζ: & quoniam est sicut θ γ ad ε ζ, sic η ζ, ad β η: si autem tres rectæ lineæ proportionales fuerint, prima ad tertiã duplicem habebit rationem, quàm ad secundam, igitur β γ, ad β η, duplicem rationem habet, quàm ad ε ζ, (per 10 diffinitionem quinti) Sicut autem γ θ ad β η, sic (per 1 sexti) α θ γ triangulum ad α β η triangulum. Triangulum igitur α β γ ad α β η (per eandem diffinitionem) duplicem rationẽ habet, quàm β γ ad ε ζ. Æquale autem est triangulum α θ η, triangulo δ ε ζ. Igitur et triangulũ α θ γ, ad triangulum δ ε ζ duplicem rationem habet, quàm θ γ ad ε ζ. Similia igitur triangula, adinuicem in duplici ratione sunt similis rationis laterum: quod oportebat demonstrare.*



CORRE-

CORRELARIVM. Ex hoc utiq; manifestum est, quòd si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, sicut prima ad tertiam, sic quòd à prima triangulum ad id quod est à secunda simile similiterq; descriptum: quoniam ostensum est, quòd sicut γβ ad βκ, sit triangulum αβγ ad triangulum δεζ: quod oportebat demonstrare.

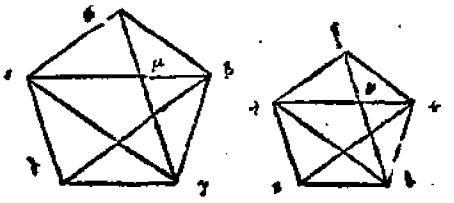
Euclid. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 20.

Similia polygona, in similia triangula diuiduntur, & inæqualia numero, & * æqua ratione totis, & polygonum ad polygonum duplicem rationem habet, quam similis rationis latus ad similis rationis latus. 20

ἰσόλογα

THEON ex Zamb. Sint similia polygona, αβγδε & ζηθκλ: similis autem rationis, esto αβ ipsi ζη. Dico quòd αβγδε & ζηθκλ polygona, in similia triangula diuiduntur, & in æqualia numero, & * æqua ratione totis: & polygonum αβγδε ad polygonũ ζηθκλ, duplã rationem habet quàm αβ ad ζη.

ἰσόλογα



Cõnectantur βε, εγ, ηλ, & λθ, & quoniã polygonũ αβγδε (per hypothesin) simile est polygono ζηθκλ, æqualis est angulus βαε ei qui sub ηζλ est angulo, & est sicut βα ad αε, sic ηζ ad ζλ. Quoniam igitur duo triangula sunt αβε & ζηλ unum angulum uni angulo æqualem habentia: circum autem æquales angulos latera proportionalia, æquiangulum igitur est (per sextam sexti) triangulũ αβε triangulo ζηλ: quare & simile. Aequalis autem est & angulus αβε, angulo ζηλ, est autem & totus αβγ, toti ζηθ æqualis propter similitudinem polygonorum. Reliquus igitur angulus εβγ, reliquo angulo ληθ est æqualis: & quoniã ob similitudinem ipsorum αβε & ζηλ triangulorum, est sicut εβ ad βθ, sic λη ad ζη: sed & propter similitudinem polygonorum est sicut αβ ad βγ, sic ζη ad ηθ: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut εβ ad βγ, sic λη ad ηθ, & circum æquales angulos εβγ & ληθ, latera proportionalia sunt: æquiangulum igitur est (per 6 sexti) triangulum εβγ, triangulo ληθ. Quare & triangulum εβγ, ipsi triangulo ληθ est simile. Id propterea etiam (per 1 sexti diffinitionem) triangulum εγδ, simile est triangulo ληθ. Polygona igitur αβγδε & ζηθκλ, in similia triangula diuisa sunt, & æqualia numero. Dico insuper q; similis rationis sunt totis, hoc est, quòd sunt proportionalia, & quidem antecedentia αβ, εβγ & εγδ: sequentia autem illorum ζη, ληθ & ληθ, & quòd polygonum αβγδε, ad polygonum ζηθκλ, duplam rationem habet quam similis rationis latus, ad similis rationis latus hoc est, αβ ad ζη. Connectantur enim αγ & ζλ: & quoniam propter similitudinem polygonorum, æqualis est angulus αβγ angulo ζηθ, et est sicut αβ ad βγ, sic ζη ad ηθ, æquiangulum est igitur (per sextam sexti) triangulum αβγ triangulo ζηθ: æqualis igitur est angulus βαγ, angulo ηζθ, & qui sub βγα, ei qui sub ηθζ, & quoniam æqualis est angulus βαμ angulo ηζν: patuit autem quòd angulus αβμ angulo ζην est æqualis: et reliquus igitur angulus αμβ, reliquo ζνη est æqualis. Aequiangulum igitur est (per 6 sexti) triangulum αβμ, triangulo ζην. Similiter quoq; ostẽdemus quod & triangulũ βμγ, æquiangulum est triangulo γνθ, proportionaliter igitur est (per 3 sexti) sicut quidem αμ ad μβ, sicut ζν ad νη. Sicut autẽ βμ ad μγ, sic ην ad νθ. Quare ex æquo (per 22 quinti) sicut αμ ad μγ, sic ζν ad νθ. Sed sicut αμ ad μγ, sic triangulũ αβμ ad triangulũ μβγ, & αμ ad μγ, ad scinuicẽ enim sunt, sicut bases (per 1 sexti) Et sicut unũ antecedentiũ ad unum sequentium (per 12 quinti) sic omnia antecedẽtia ad omnia sequẽtia. Sicut igitur (per cõuersionẽ primæ diffinitionis sexti) triãgulum αμβ ad triangulũ βμγ, sic αβ ad γβ. Sed sicut αμβ ad βμγ, sic αμ ad μγ: & sicut igitur (per 12 quinti) αμ ad μγ, sic triangulũ αβ ad triangulũ εβγ. Propterea & sicut ζν ad νθ, sic triãgulum ζηλ ad triãgulũ ηλθ. Estq; sicut αμ ad μγ, sic ζν ad νθ, & sicut igitur (per 12 quinti) triangulũ αβ ad triangulũ εγ, sic triãgulũ ζηλ ad triangulũ ηλθ: et uicissim (per 16 quinti) sicut triangulum αβε ad triangulũ ζηλ, sic triangulũ βγ ad triangulũ ηλθ. Similiter quoq; ostẽdemus connexis βδ et ηκ, q; et sicut triangulum εβγ ad triangulum ληθ, sic triãgulum εγδ ad triangulũ ληκ. Et quoniam est sicut triãgulum αβε ad triangulũ ζηλ, sic triangulũ εβγ ad triangulum ληκ, & etiã triangulum εγδ ad triangulum ληθ: et sicut igitur (per 12 quinti) unũ antecedentium ad unũ sequentium, sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Est igitur sicut triangulum αβζ ad triangulũ ηλ, sic polygonũ αβγδε ad polygonũ ζηθκλ. Sed triangulũ αβε ad triangulũ ηλ, duplam rationẽ habet quàm αβ similis rationis latus ad ζη similis rationis latus. Similia enim triãgula in duplici ratione sunt similis rationis laterũ (per 19 sexti) et polygonũ igitur αβδε ad polygonũ ζηθκλ, duplã habet rationẽ, quã αβ similis rationis latus ad ζη similis rationis latus. Similia igitur polygona

lygona in similia triangula diuiduntur, & * inæqualia numero, & æqua ratione totis, & polygonum ad πολύγωνον polygonum duplam rationem habet, quam similis rationis latus ad similis rationis latus: quod demonstrare oportebat.

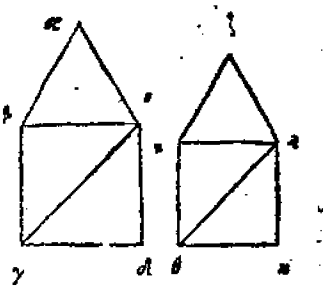
PRIMVM CORRELARIVM. Proinde in uniuersum manifestum est, quòd similes rectilineæ figuræ adinuicem in dupla sunt ratione similis rationis laterum, & si ipsarum α & ſ proportionalem accipiamus ξ, ipsa α ad ξ duplam habet rationẽ, quam α β ad ſ ν, habet autẽ et polygonũ siue quadrilaterũ ad quadrilaterũ duplam rationẽ, quam similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est α β ad ſ ν: patuit aũt hoc in triãgulis. Similiter aũt et in similibus quadratis ostẽdetur, quod in duplici ratione sunt similis rationis laterũ: patuit autem & in triãgulis.





II. CORR. Proinde etiam in uniuersum est manifestum, q; si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, erit sicut prima ad tertiam: sic quæ à prima specie ad eam quæ à secunda similis, & similiter descripta est.

ALITER. Demonstrabimus aliter & expeditius, similis rationis esse triangula. Instituãtur enim rursus α β γ δ ε & ſ ν θ κ λ polygona: & cõnectantur ξ η β ζ, ε γ, κ λ, & λ θ. Dico quòd est sicut triangulum α β ε ad ſ ν λ, sic ε η γ ad λ η θ, & γ δ ε ad θ κ λ. Quoniam enim simile est triãgulum α β ε triangulo ſ ν λ, igitur (per 19 sexti) triangulum α β ε ad ſ ν λ duplam habet rationem quàm β ε ad ν λ. Id propterea et triangulũ θ ε γ, ad triangulũ ν λ θ duplam habet rationem, quàm ζ ε ad ν λ. Est igitur sicut triangulum α ζ ε ad triangulũ ſ ν λ, sic triangulum β ε γ, ad ν λ θ. Rursus quoniam triangulum ε β γ, simile est triãgulo λ ν θ, igitur ε β γ ad λ ν θ duplam habet rationem quàm γ ε recta linea ad θ λ. Id propterea & triangulum ε γ δ duplam rationem habet ad triangulum λ θ ν, quàm γ ε ad θ λ. Est igitur sicut triãgulum β ε γ ad λ ν θ, sic γ δ ε ad λ θ ν. Patuit autem & sicut ε β γ ad λ ν θ, sic α β ε ad ſ ν λ: & sicut igitur (per 11 quinti) α β ε ad ſ ν λ, sic ζ ε γ ad ν λ θ, & ε γ δ ad λ θ ν: & sicut igitur (per 12 quinti) unum antecedentium ad unum consequentium, sic omnia antecedentia ad omnia consequentia: & reliqua, ut in priore demonstratione: quod oportebat demonstrare.

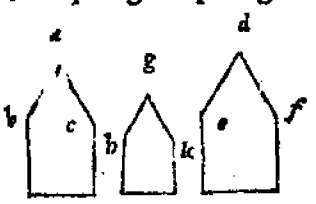


Euclid. ex Camp. Propositio 20.

20 

I fuerint uni superficiei similes, quaslibet superficies sibi inuicem similes esse necesse est.

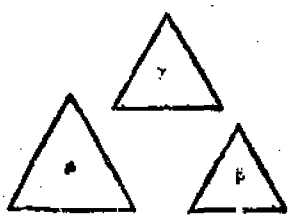
CAMPANVS. Sit uterq; pentagonorum a b c d e f, similis pentagono g h k, dico eos esse similes sibi inuicem. Est enim uterq; eorũ æquiangulus pentagono g h k per cõuersionem diffinitionis similium superficierum: qua re sunt æquianguli adinuicem. Similiter quoque per conuersionem eiusdem diffinitionis, proportio a b ad g h, sicut a c ad g k, & g h ad d e, sicut g k ad d f: ergo per æquam proportionalitatẽ, a b ad d e, sicut a c ad d f. Eodem modo probabis reliqua latera pentagonorum a b c & d e f, continentia æquos angulos, esse proportionalia. Per diffinitionem itaq; similium superficierum, ipsi sunt similes adinuicem: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 21.

21 Quæ eidem rectilineo sunt similia, & adinuicem sunt similia.

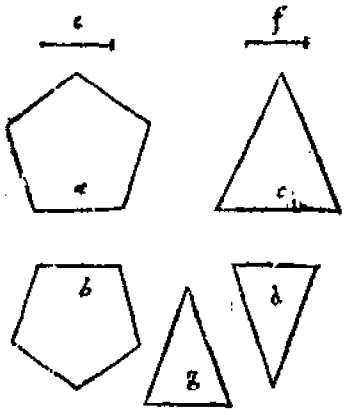
THEON ex Zamb. Sit utrunq; ipsorum α ζ rectilineorum, simile ipsi γ. Dico quòd & α ipsi β est simile. Quoniam enim simile est α ipsi γ, æquiangulum est & ei (per conuersionem primæ diffinitionis sexti) & quæ circum æquales angulos sunt latera, proportionalia habet. Rursus quoniam β simile est ipsi γ: æquiangulum igitur est & ei per eandem & quæ circum æquales sunt angulos latera proportionalia habet: utrunq; igitur ipsorum α ζ, ipsi γ æquiangulum est (per 6 sexti) & quæ circa æquales sunt angulos latera habet proportionalia, quare per eandem & α ipsi β æquiangulum est, & quæ circum æquales sunt angulos latera habet proportionalia. Simile igitur est β ipsi α: quod oportebat demonstrare.



Euclid.

Euclid.ex Camp. *Propositio 21.*

SI fuerint quotlibet lineæ proportionales, atq; super bi- 21
nas & binas similes superficies designentur, ipsæ quoq; superficies erunt proportionales. Si uerò super binas & binas, similes superficies constitutę fuerint proportionales, ipsas quoq; lineas proportionales esse necesse est.

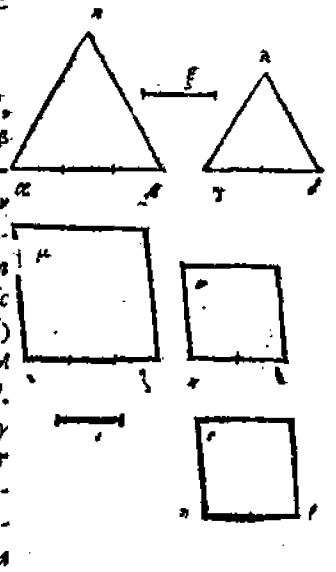


CAMPANVS. Sint quatuor lineę proportionales, a, b, c, d, sitq; proportio a ad b, sicut c ad d: dico quòd si superficies similes constituantur super a & b, utpote duo pentagoni similes, & alię similes cõstituantur super c & d, utpote duo anguli similes, erit proportio pentagonorũ sicut triangulorũ. Quòd si fuerint pentagoni similes & similiter trianguli similes, fueritq; proportio pentagoni ad pentagonũ sicut triãguli ad triangulũ: dico quòd erit proportio a ad b, sicut c ad d.

Subiungãtur enim lineis a & b, e, & lineis c & d, f, in cõtinua ꝓportionalitate, sicut docet 10 huius: eritq; per 22 quinti, & pęr æquam proportionalitatẽ a ad e, sicut c ad f: quia ergo per correlariũ 17 huius, proportio pentagonorũ est sicut a ad e, & triãgulorum sicut c ad f, erit proportio pentagonorum sicut triangulorum: & hoc est primum. Secũdum sic patet. Sint duo pentagoni similes, & duo trianguli similes, sitq; proportio pentagonorum, sicut triangulorum: dico q; proportio a ad b, est sicut c ad d. Sit enim c ad g, sicut a ad b: hoc enim qualiter fiat, dictũ est supra 10 huius, & super g fiat sicut docet 19 huius, superficies similis illi quæ est constituta super lineam c: eritq; per præmissam, similis ei quæ constituta est super lineam d: eritq; etiam per primam partẽ huius 21, quæ proportio pentagoni a ad pentagonum b: eadem trianguli c ad triangulum g: sed eadem erat etiam trianguli c ad triangulum d: ergo per secũdam partem 9 quinti triangulus d, est æqualis triangulo g. Et quia sunt similes, erit linea g æqualis lineæ d, per primam partem 17 huius cùm super lineas c d & g sint trianguli, uel secundum partem 18: cùm fuerint quælibet aliæ figuræ multiangulæ: æqualitas enim non producitur ex aliqua proportione duplicata uel triplicata uel quotieslibet sumpta, nisi ex æquali: erit itaq; c ad d, sicut a ad b: quod est propositum.

Euclid.ex Zamb. *Theorema 15.* *Propositio 22.*

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, etiam quę ab eis 22
rectilinea similia similiterq; descripta, proportionalia erunt. Et si ab ipsis rectilinea, proportionalia fuerint: ipsæ quoq; rectę lineę proportionales erunt.



THEON ex Zamb. *Sint quatuor rectæ lineæ α β, γ δ, ξ, & π θ, sicut α β ad γ δ, sic ξ ad π θ. Describanturq; (per 18 sexti) α β ipsis α β & γ δ, similia similiterq; posita rectilinea π α β & λ γ δ. Ab ipsis autem ξ & π θ, per eandem similia similiterq; posita rectilinea μ ξ & ν θ. Dico quòd est sicut π α β ad λ γ δ, sic est μ ξ ad ν θ. Sumatur enim inquã (per 11 sexti) ipsarum α β & γ δ, tertia proportionalis ξ: ipsarum autẽ ξ et π θ, tertia proportionalis ο, & quoniã est sicut α β ad γ δ, sic ξ ad π θ, sicut autẽ γ δ ad ξ, sic π θ ad ο: ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut α β ad ξ, sic ξ ad ο. Sed sicut quidẽ α β ad ξ, sic & π α β ad λ γ δ (per correlariũ secundum 20 sexti.) Sicut autem ξ ad ο, sic μ ξ ad ν θ. Sed iam esto, sicut π α β ad λ γ δ, sic μ ξ ad ν θ. Dico q; est sicut α β ad γ δ, sic ξ ad π θ. Fiat enim (per 22 sexti) sicut α β ad γ δ, sic ξ ad π ρ, & describatur (per 8 sexti) ex π ρ, utriq; ipsorũ μ ξ et ν θ simile, similiterq; positũ σ ρ. Quoniã igitur est sicut α β ad γ δ, sic ξ ad π ρ, et descripta*

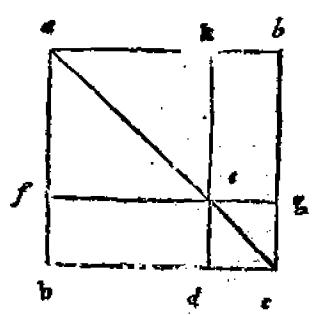
ſcripta ſunt, ab ipſis quidem α β, & γ δ, ſimilia ſimiliterq; poſita α ω β, & λ γ δ, ab ipſis autem ι ζ, & π ρ, ſimilia ſimiliterq; poſita μ ζ, & σ ρ: eſt igitur ſicut α ω β, ad λ γ δ, ſic μ ζ, ad ν θ: & ſicut igitur (per 11 quinti) μ ζ, ad σ ρ, ſic μ ζ, ad ν θ. igitur (per 9 quinti) ad utrunq; ζ μ ipſorum ν θ, & σ ρ, eãdem habet rationem. æquale igitur eſt ν θ, ipſi σ ρ. Eſt autẽ ei & ſimile ſimiliter poſitum: æqualis igitur eſt ν θ, ipſi π ρ. Et quoniã eſt ſicut α β, ad γ δ, ſic ι ζ ad π ρ: æqualis aũt eſt π ρ, ipſi ν θ, eſt igitur ſicut α β, ad γ δ, ſic ι ζ ad ν θ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, et quæ ab ipſis rectilineа ſimilia ſimiliterq; deſcripta, proportionalia erunt, & ſi ab ipſis rectilineа ſimilia ſimiliterq; deſcripta proportionalia fuerint, & ipſæ rectæ lineæ proportionales erunt: quod demonſtraſſe oportuit.

LEMMA. *Quod autem ſi rectilineа æqualia & ſimilia fuerint, ſimilis rationis latera ipſorum æqualia inuicem ſunt, ſic demonſtrabimus, ſunt æqualia & ſimilia rectilineа ν θ, & σ ρ, ſitq; ſicut θ γ, ad γ ν, ſic ρ π ad π σ. Dico quòd æqualis eſt ρ π, ipſi ν θ. Si autem inæquales ſunt, earum altera maior eſt, ſi maior ρ π, quàm θ ν, & quoniam eſt ſicut ρ π, ad π σ, ſic θ ν, ad ν γ, & uiciſſim quoque (per 16 quinti) ſicut ρ π, ad θ ν, ſic π σ, ad ν γ, maior autem eſt ρ π, ipſa θ ν. maior igitur & π σ, quàm ν γ. Quare & ρ σ, maius eſt ipſo θ γ, ſed & æquale (per hypotheſim) quod eſt impoßibile, inæqualis igitur minimè eſt π ρ, ipſi θ ν, æqualis igitur: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. **Propoſitio 22.**

22 CVnctæ ſuperficies æquidiſtantium laterum, quæ circa diametrum conſiſtunt, toti parallelogrammo atque ſibi inuicem ſunt ſimiles.

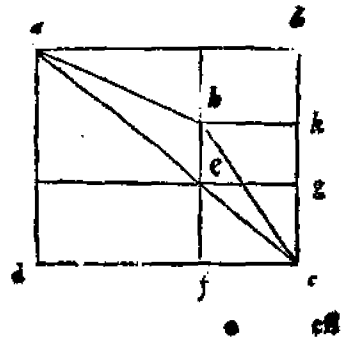
CAMPANVS. Sit ut in parallelogrammo b d. cuius diameter a c, conſiſtant ſuperficies g h & f k æquidiſtantium laterum circa diametrum, dico eas eſſe ſimiles toti parallelogrammo, & ſibi inuicem. eſt enim per ſecdam huius b g ad g c, & d h ad h c, ſicut a e ad e c, ergo coniunctim b c ad c g, & d c ad c h ſicut a c ad c e, quare per 11 quinti, b c ad c g: ſicut d c ad c h, ſed etiã ſicut a b ad e g, cum a b ſit æqualis d c, & e g, ad h c, eodem modo erit a d ad e h, ſicut a b ad e g, & d c ad h c: quia ergo iſta parallelogramma ſunt æquiangula, conſtat per diffinitionem ſimilium ſuperficierum g h eſſe ſimile b d. Simili quoque modo probatur f k eſſe ſimile eidem, propter hoc quod b a ad a k & d a ad a f, eſt ſicut c a ad a e per ſecundum huius & coniunctam proportionalitatem, quare per 10 huius, f k eſt etiam ſimile d h: ſicq; patet totum.



Euclid. ex Camp. **Propoſitio 23.**

23 Si in ſuo ſpacio parallelogrammum partiale diſtinctum toti parallelogrammo ſimile atque ſecundum ſuum illius eſſe fuerit, circa eiuſdem diametrum conſiſtit.

CAMPANVS. Sit ut in parallelogrammo b d ſic diſtinctum parallelogrammum f g, quod ſit ei ſimile, & ſecundum ſuum eſſe id eſt participans cum eo in angulo c. dico quòd parallelogrammum f g conſiſtit circa diametrum parallelogrammi b d, & eſt hæc conuerſa precedentis: producam enim a e c, quæ ſi fuerit diameter parallelogrammi b d, conſtat propoſitum. Sin autem ſit a h c diameter eius, & ducatur h k: æquidiſtans f c. eritq; per præmiſſam parallelogrammum f k, ſimile parallelogrammo b d, ergo per conuerſionem diffinitionis ſimilium ſuperficierum proportio b c ad k c, eſt ſicut d c ad f c: ſed per eandem conuerſionem dictæ diffinitionis, proportio b c ad g c eſt ſicut d c ad f c: propter id quod parallelogrammum f g, poſitum

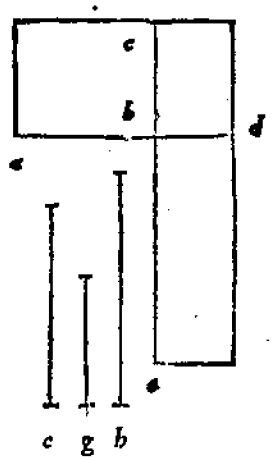


est simile parallelogrammo b d. ergo per 11 quinti, proportio b c ad g c, est sicut b c ad k c, utraque enim est sicut d c ad f e, quare per secundam partem nonæ quinti, g c est æqualis k c, pars uidelicet toti, quod est impossibile. Erit igitur a e c diameter parallelogrammi b d: quod est propositum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 24.*

Omnium duarum superficierum æquidistantium laterum, quarum unus angulus unius uni angulo alterius, æqualis proportio alterius ad alterum, est quæ producitur ex duabus proportionibus suorum laterum duos æquos angulos continentium. 24

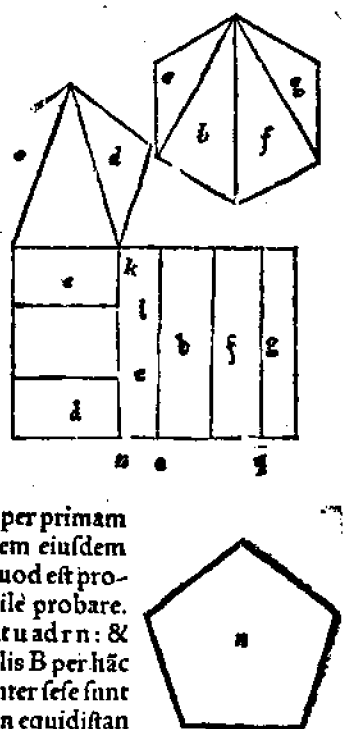
CAMPANVS. Sint duæ superficies æquidistantium laterum a c & e d, sitque angulus b unius, æqualis angulo b alterius, dico quòd proportio unius ad alteram producta est ex proportione a b ad b d, & c b ad b e, disponam enim has duas superficies penitus, sicut disposui eas in 3 huius, adiuncto ad utranque parallelogrammo c d, & ponam ut proportio lineæ f ad lineam g, sit sicut a b ad b d, & g ad h, sicut c b ad b e: qualiter enim hoc fiat, dictum est suprà 10 huius, eritque per primam huius & 11 quinti, a c ad c d, sicut f ad g: & c d ad d e, sicut g ad h. quare per 22 quinti, erit in æqua proportionalitate a c ad d e, sicut f ad h: & quia f ad h producitur ex f ad g & g ad h, ut dictum est in fine expositionis 11 diffinitionis quinti: erit ut a c, ad d e producatur ex eisdem: quare constat propositum.



Euclid. ex Camp. *Propositio 25.*

Datæ superficiei similem, alijsq; propositæ æqualem designare. 25

CAMPANVS. Sint propositæ duæ superficies rectilineæ: A pentagona, B hexagona: uolo facere unam superficiem similem A, & æqualem B, utranque propositarum superficierum resoluo in triangulos. A quidem in triangulos a c d. B uerò in triangulos e b f g, & super basim trianguli a, quæ sit h k: constituo secundum doctrinam 44 primi, superficiē æquidistantiū laterū rectangulā æqualē c: quę sit h l, & l m æqualem a, & m n æqualē d, ut sit tota superficies æquidistantiū laterum h n, constituta super basim k: æqualis pentagono h. Eodem modo super lineam k n quæ est secundum latus huius superficiei h n, cōstituo aliam superficiē rectangulam æqualem hexagono b: quia facio k o æqualem e, & o p æqualem l b, & p q æqualem f, & q r o æqualem g: ut sit tota rectangula superficies n r æqualis hexagono B, & pono per 9 huius, lineam s t, proportionalem inter lineam h k, & lineam k r, & super eam secundum doctrinam 19 huius, constituo superficiem u similem superficiei A, dico ipsam esse quam quærimus, & æqualem superficiei B. Cum enim tres lineæ h k s t & k r sint continuè proportionales, & super primam & secundam sint constitutæ superficies similes, uidelicet a & u, erit per correlarium 17 huius, A ad u, sicut h k ad k r: quare (per primā huius) sicut h n ad n r, & ideo per primam partem 7 quinti, sicut A ad n r, & propter hoc per secūdam partem eiusdem sicut A ad B: itaq; per secundā partē 9 quinti, u est æqualis B: quod est propositū. Hoc etiā possumus ex permutata proportionalitate facilè probare. quia cum sit A ad n sicut h n ad n r, & permutatim a ad h n, sicut u ad r n: & quia A est æqualis h n, erit u æqualis n r: quare u est etiam æqualis B per hāc communem scientiam: quæcunq; uni & eidem sunt æqualia, inter sese sunt æqualia. Non est autem necessarium ut superficies h l, l m, & m n æquidistantium laterū æquales triangulis c a d, aut superficies k o, o p, p q, q r, æquales triangulis e b f h, sint rectangulæ: sed ut angulus extrinsecus superficiei l m, sit æqualis angulo intrinseco superficiei l h, & extrinsecus m n intrinseco m l. Similiter quoq; ut extrinsecus superficiei



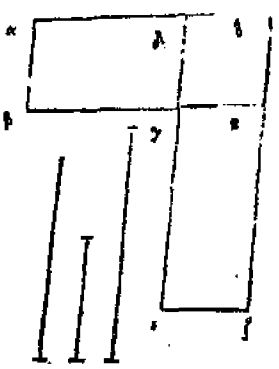
ſciei k o, ſit æqualis intrinſeco ſuperficiei h n, & extrinſecus o p intrinſeco k o, ſic'que de cæteris. Cum enim ſic fuerit, erit unaquaque linearum k n & ſibi oppoſita h m, item'q; h r, & ſibi oppoſita n q, linea una per ultimam partem 29 primi, & per 14 eiuſdem toties oportuerit æqualiter repetitas propter id quod omnes ſuperficies h l, l m, & m n, item'q; k o, o p, p q, & q r, ſunt æquidiſtantium laterum, & angulus extrinſecus cuiuſque ſequentis eſt æqualis intrinſeco eam præcedentis: quare duæ ſuperficies h n & n r, erunt æquidiſtantium laterum, & inter lineas æquidiſtantes & æqualis altitudinis. Cætera ergo argue ut prius.

Quatuor ex Zamberto ſequentes propoſitiones, præcedentibus quatuor ex Campano ordine peruerſo reſpondent, prima tertiæ, ſecunda primæ, tertia quartæ, quarta ſecundæ.

Euclid. ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 23.

23 Aequiangula parallelogramma rationem ad inuicem habẽt compoſitam ex lateribus.

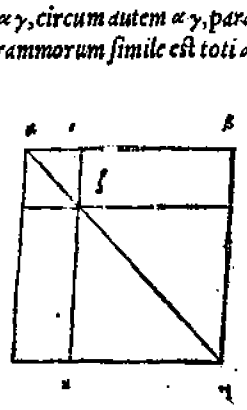
THEON ex Zamb. *Sint æquiangula parallelogramma α γ & γ ſ, æqualem habentia angulum β γ δ, angulo ε γ ν. Dico quòd parallelogrammum α γ, ad parallelogrammum γ ſ, rationem habet cõpoſitam ex lateribus, hoc eſt, ex ea, quam habet β γ ad γ ν, & ex ea quam habet δ γ ad γ ε. Ponatur enim (per 14 primi) ut ſit in rectas lineas β γ, ipſi γ ν, in rectas lineas igitur eſt (per eandem) δ γ ipſi γ λ. Compleatur'q; parallelogrammum δ ν, & ponatur quædã recta linea κ, & fiat (per 12 ſexti) ſicut quidem β γ ad γ ν, ſic ν ad λ: ſicut'q; δ γ ad γ ε, ſic λ ad μ: proportiones igitur ipſius ν ad λ, & ipſius λ ad μ, eædem ſunt ipſis rationibus laterum β γ ad γ ν, & ipſius δ γ ad γ ε. Sed ipſius ν ad μ ratio, componitur ex ratione ipſius ν ad λ, & ipſius λ ad μ. Quare & ν ad μ rationẽ habet compoſitã ex lateribus. Et quinta eſt ſicut β γ ad γ ν, ſic α γ parallelogrammũ ad γ θ (per 1 ſexti) ſed ſicut β γ ad γ ν, ſic ν ad λ: & ſicut igitur (per 11 quinti) ν ad λ, ſic α γ ad γ θ. Rurſus quoniã eſt ſicut δ γ ad γ ε, ſic γ θ parallelogrammum ad γ ſ parallelogrammum: ſed ſicut δ γ ad γ ε, ſic λ ad μ: & ſicut igitur (per eãdem) λ ad μ, ſic γ θ parallelogrammum, ad γ ſ parallelogrammum. Quoniam igitur oſtenſum eſt, quòd ſicut quidem ν ad λ, ſic α γ parallelogrãmum ad γ θ parallelogrammum, ſicut autem λ ad μ, ſic γ θ parallelogrammum ad γ ſ parallelogrammũ: ex æquo igitur (per 22 quinti) ſicut ν ad μ, ſic α γ parallelogrammum ad γ ſ parallelogrammum. At ν ad μ rationem habet compoſitam ex lateribus, & α δ parallelogrammum igitur ad γ ſ rationem habet confectam ex lateribus. Aequiangula igitur parallelogramma ad inuicem rationem habent compoſitam ex lateribus: quod demonſtraſſe oportebat.*



Euclid. ex Zamb. Theorema 18. Propoſitio 24.

24 Omnis parallelogrammi, quæ circa dimetientem parallelogrammа ſimilia ſunt toti & inuicem.

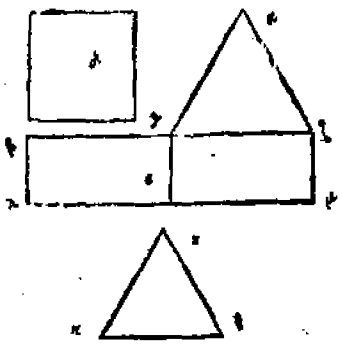
THEON ex Zamb. *Sit parallelogrammum α β γ, dimetiens uerò illius α γ, circum autem α γ, parallelogramma ſint ε ν & θ κ. Dico quòd utrunq; ipſorum ε ν & θ κ parallelogrammorum ſimile eſt toti α β γ δ & ad inuicem. Quoniam enim trianguli α β γ, ad unum latus β γ, acta eſt parallelus ε ſ, proportionaliter eſt (per 2 ſexti) ſicut'q; ε ad ε α, ſic γ ſ ad ſ α. Rurſus per eandem, quoniam trianguli α δ γ ad unum latus γ δ acta eſt parallelus ſ ν: proportionale eſt per 2 ſexti, ſicut γ ſ ad ſ α, ſic δ ν ad β α. Sed ſicut γ ſ ad ſ α, ſic oſtenſa eſt & β ε ad ε α. Et ſicut igitur (per 11 quinti) β ε ad ε α, ſic δ ν ad ν α: & cõponendo igitur (per 18 quinti) ſicut β α ad α ε, ſic δ α ad α ν: & permutatim (per 16 quinti) ſicut β α ad α δ, ſic ε α ad α ν: parallelogrammorum igitur α β γ δ, & ε ν, proportionalia ſunt latera quæ circa cõmunẽ angulũ β α δ ſunt: & quoniã parallelus eſt ν ſ ipſi δ γ æqualis eſt (per 29 primi) angulus α ν ſ, angulo α δ γ, et qui ſub ν ſ α, ei qui ſub δ γ α, & cõmunis duorum triangulorum α δ γ et α ſ ν angulus qui ſub δ α γ. Aequiangulũ igitur eſt triangulum δ α γ triangulo α ν ſ. Idq; propterea & triangulum α β γ æquiangulum eſt triangulo α ε ſ, & totum α β γ δ parallelogrammũ ipſi ε ν parallelogrãmo æquiangulũ eſt: proportionaliter igitur eſt (per 4 ſexti) ſicut α δ ad α γ, ſic α ν ad ν ſ, ſicut'q; δ γ ad γ ν, ſic ν ſ ad ſ α. Sicut aũt α γ ad γ β, ſic α ſ ad ſ ε, & inſuper ſicut γ β ad β α, ſic ſ ε ad ε α. Et quoniã oſtẽſum eſt, ſicut quidẽ δ γ ad γ ν, ſic ſ ν ad ſ α: ſicut uerò α γ ad γ β, ſic α ſ ad ſ ε: ex quo igitur eſt (per 22 quinti) ſicut δ γ ad γ β, ſic ν ſ ad ſ ε. Parallelogrãmorũ igitur α β γ δ, et ε ν, proportionalia ſunt*



latera, quæ circum æquales angulos. Simile igitur est (per primã diffinitionẽ ſexti) parallelogrãmum α β γ δ, parallelogrãmo ε ν. Id propterea & parallelogrãmũ α β γ δ, parallelogrãmo ν θ est ſimile: utrunq; igitur ipſorũ ε ν & θ ν parallelogrãmorũ, ipſi α β γ δ parallelogrãmo ſimile est. Quæ autẽ eidẽ rectilineo ſimilia, & ſibi inuicẽ ſunt ſimilia (per 21 ſexti) igitur & ε ν parallelogrãmum ipſi ν ν parallelogrãmo ſimile est. Omnis igitur parallelogrãmi, quæ circa dimetientẽ parallelogrãma, ſimilia ſunt toti & ad inuicẽ: quod erat demõſtrandũ. Euclid. ex Zamb. Problema 7. Propoſitio 25.

Dato rectilineo ſimile, & alij dato æquale idem conſtituere. 25

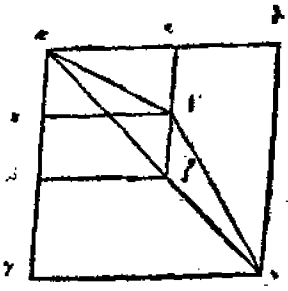
THEON ex Zamb. Sit quidẽ datũ rectilineum, cui oportet ſimile conſtituere α β γ, cui autẽ oportet æquale δ, oportet iam ipſi α ζ γ ſimile, ipſi autẽ δ æquale, idẽ conſtituere, prætendatur (per 44 primi) igitur ad β γ ipſi trigonũ α β γ æquale: parallelogrãmũ β ε et ad γ ε ipſi δ æquale parallelogrãmũ γ μ in angulo qui ſub ζ γ ε, qui æqualis est ei qui ſub γ θ δ. In rectã lineam igitur est (per 14 primi) β γ ipſi γ ζ: et λ ε ipſi ε μ. Sumaturq; (per 13 ſexti) ipſarũ β ε & γ ζ media proportionalis ν θ, deſcribaturq; (per 18 ſexti) ex ν θ ipſi α β γ ſimile, ſimiliterq; poſitũ ν ν θ. Et quoniã est ſicut β γ ad ν θ, ſic ν θ ad γ ζ: ſic autẽ tres fuerint rectæ lineæ proportionales, ſicut prima ad tertiã, ſi quæ à prima est ſpecies ad eã quæ à ſecũda ſimilis ſimiliterq; deſcripta est: igitur (per correlariũ ſecundum 20 ſexti) ſicut β γ ad ν ζ, ſic triangulũ α β γ ad triãgulũ ν ν θ. Sed ſicut β γ ad γ ζ, ſic β ε parallelogrãmũ ad ν ζ parallelogrammũ. Et ſicut igitur (per 1 ſexti) triangulũ α β γ ad ν ν θ, ſic β ε parallelogrãmũ ad ν ζ parallelogrãmũ, uiciſſim quoq; igitur (per 16 quinti) ſicut triangulũ α β γ ad β ε parallelogrãmũ, ſic triangulũ ν ν θ ad parallelogrammũ ν ζ: æquale autẽ est triangulũ α β γ parallelogrãmo β ε, æquale igitur est triangulũ ν ν θ ipſi ν ζ parallelogrãmo: ſed parallelogrammũ ν ζ ipſi δ est æquale, & ν ν θ igitur ipſi δ est æquale, est autẽ ν ν θ ipſi α β γ ſimile. Dato igitur rectilineo α β γ ſimile & alij duo δ æquale. Idẽ ν ν θ conſtitutũ est: quod facere oportebat. Euclid. ex Zamb. Theor. 19. Propoſitio 26.



Si à parallelogrãmo parallelogrãmũ auferat, ſimile toti & ſimiliter poſitũ communẽ angulũ habens ei, circũ eundẽ dimetiẽtem est toti. 26

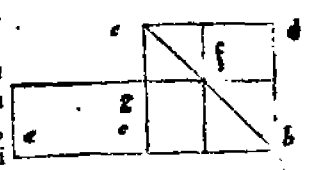
THEON ex Zamb. A' parallelogrãmo enim α β γ δ, parallelogrammum auferatur α ζ, ſimile ipſi α β γ δ, & ſimiliter poſitũ, cõmunẽ angulũ habens ei qui ſub δ α β. Dico quòd circum eandẽ diametrũ est α β γ δ ipſi α ζ. Nõ enim, at ſi poſſibile eſt, ſit eorũ dimetiens α ν γ, & excidetur (per 31 primi) ab δ utriq; ipſarũ α δ & β γ parallelus θ ν. Quoniã igitur circũ eãdẽ dimetientẽ est α β γ δ ipſi ν ν: est igitur ſicut δ α ad α β, ſic ν α ad α ν (per cõuerſionẽ 1 diffinitionis ſexti.) Est autẽ propter ſimilitudinẽ ipſorũ γ β δ & ε ν, ſicut δ α ad α β, ſic ν α ad α ε. Igitur (per 9 quinti) ν α ad utrũq; ipſarũ α ν, & α ε eandem habet rationẽ: æqualis igitur est α ν ipſi α ε, minor maiori, quod abſurdũ est. Igitur α β γ δ non est circa eandẽ dimetientẽ ipſi ν ν. Circa eundẽ igitur dimetientẽ est α γ β δ, parallelogrammũ ipſi α ζ parallelogrammo. Si à parallelogrãmo igitur parallelogrãmũ auferatur, ſimile toti & ſimiliter poſitum cõmunẽ angulũ habens ei, circa eandẽ dimetientem est toti: quod oſtendere oportebat.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 26.



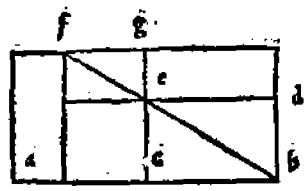
SVper dimidium datæ lineæ parallelogrammũ deſignatum maius est eo parallelogrammo, cui datę lineæ applicatio deest, ad completionem lineę ſimile & ſuper diametrum conſiſtens ſuper dimidium collocati. 27

CAMPANVS. Sit data linea a b, ſuper cuius dimidium c b, conſtituatur parallelogrãmum c d, cuius diameter b e, & ad lineam a b applicetur parallelogrammum a f, cuius unum latus fecet e c in puncto g, ita quòd ad complementum totius lineæ a b deſit ſuperficies f b, quæ ſit ſimilis ſuperficiei c d, & conſiſtens circa diametrũ eius: dico quòd tunc parallelogrammum c d est maius parallelogrammo a f. Est enim, per primã huius a g æquale g b, & per quadrageſimãtertiam primi c f æquale f d: ergo per hanc communem ſcientiã, ſi ęqualibus æqualia addas, tota quoq; fient



æqua-

æqualia, erit gnomo cõstans ex tribus parallelogrammis quæ sunt c f, f b, & f d, æqualis parallelogrammo a f, quare parallelogrammum c d, est maius parallelogrãmo a f, in parallelogrammo e f, quod est propositum. Idem etiam esset, si superficies a f fieret altior superficie c d: ut uidere potes in secunda figura, in qua etiam per primam huius a g, est æquale g b: demptis itaque utrinq; duobus supplementis superficiei f b, excedet parallelogrammum c d, parallelogrammum a f in parallelogrammo f e.

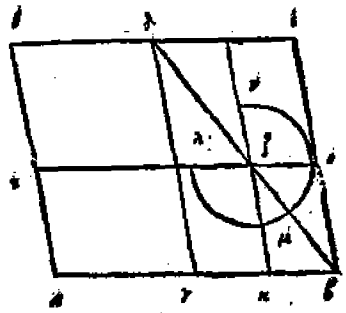


Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propositio 27.*

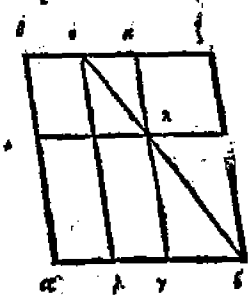
27 Omnium parallelogrammorũ ad eãdem rectam lineã * proiectorum deficientium q; * specie parallelogrammis similibus, similiterq; positis ei quod à dimidia descriptum est, maximum est quod à dimidia proiectum parallelogrammum simile existens * sumpto.

παραβαλλομένων, applicatorum.
ἐλλειπόντι, id est figuris.
ὑπερβαλλόντι, id est defectui.

THEON ex Zãb. *Sit recta linea α β, & secetur (per 10 primi,) bifariã in γ, prætẽditur quoq; (per 28 sexti, ad α β, rectã lineã, parallelogrammũ α δ, deficiẽs specie parallelogrãmo δ β, simili, similiterq; descripto ei quod à dimidia ipsius α β, hoc est γ β. Dico qd' omniũ ad α β, cõparatorũ parallelogrãmorũ, & deficiẽtiũ specie parallelogrãmis similib. similiterq; positis ipsi δ β, maximũ est α δ, prætẽdatur enim ad α β, rectã lineã parallelogrãmũ α ζ deficiẽs specie parallelogrãmo ζ β, simili similiterq; posito ipsi β α. Dico q; maius est α δ, ipso α ζ. Quoniã enim simile est δ β, parallelogrãmũ ipsi ζ β, parallelogrãmo: circũ eãdẽ igitur sunt dimetientẽ, (per 26 sexti) excitetur eorũ dimetiẽs δ β, & describatur figura. Quoniã igitur (per 42 primi) æquum est ζ γ, ipsi ζ ε, cõmune apponatur ζ β, totũ igitur γ θ toti κ ε, est æquale. Sed γ θ ipsi γ κ est æquale (per 36 primi) quoniã & recta α γ, rectæ α β æqualis. Igitur α γ, ipsi et ε κ, est æquale. Cõmune apponatur γ κ; totũ igitur α ζ, toti λ μ ν, gnomoni est æquale. Quare parallelogrammũ δ β, hoc est α δ, ipso α ζ parallelogrãmo maius est, omniũ igitur ad eandẽ lineã cõsistentium parallelogrãmorum & deficientiũ specie parallelogrãmis, similibus similiterq; positis ei quod à dimidia describitur: maximum est quod à dimidia cõparatum est, quod oportebat demonstrare.*

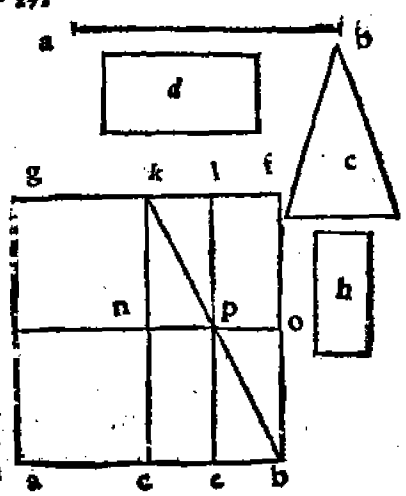


ALITER. *Sit enim rursus α β, dissecta bifariam in γ, et cõparatũ α λ, deficiens specie ipso λ δ. Compareturq; rursus ad α δ, parallelogrammum α ε, deficiens ipso ε β, simili similiterq; posito ipsi λ β, quod à dimidia fit ipsius α β. Dico quod à dimidia comparatum, α λ maius est ipso α ε. Quoniam enim simile est ε δ, ipsi λ β, circum eandem dimetientẽ sunt (per 26 sexti.) Sit eorum dimetiens ε β, describaturq; figura. & quoniam æquum est λ ζ, ipsi λ θ, quoniam & rectæ ζ κ, rectæ κ θ est æqualis: maius igitur est λ ζ, ipso κ ε, æquũ autem est λ ζ ipsi δ λ, maius igitur est & δ λ ipso κ ε. commune esto α δ, totum igitur α λ, toto α ζ maius est: quod demonstrare oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 27.*

27  Rilatera superficie proposita æquũ ei sup quãlibet assignatã lineã parallelogrãmũ designare, cui desit ad cõplendã lineã alij supficiei propositæ simile parallelogrãmũ quod secũdũ eiusdẽ suũ esse parallelogrãmo super dimidium datę lineæ collocato minimè maius existat.



CAMPANVS. Sit assignata linea a b, & propositus triangulus c, propositum'que parallelogrammum d, uolo super lineam a b designare parallelogrammum æquale triangulo c, ita quod desit ad complen-

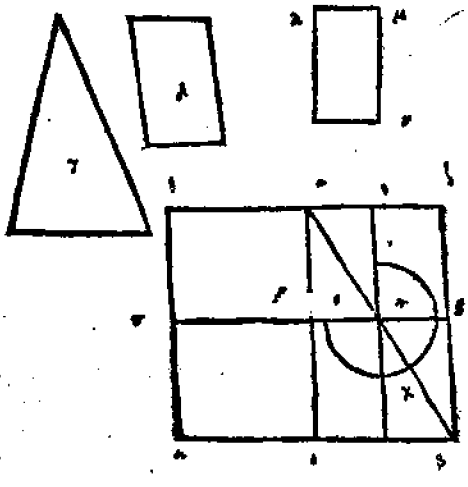
dam lineam a b parallelogrammum ſimile d: & ſit ita cõditionatum quod triangulus c nõ ſit maior parallelogrãmo ſimili d, collato ſuper dimidiũ lineæ a b, alioquin ad impoſsibile laboraret, per prẽmiſſam. Diuido igitur lineã a b per æqualia in puncto e & ſecũdũ doctrinã 19 huius ſuper eius medietatẽ b e cõſtituo parallelogrãmũ c f ſimile d, & cõplebo ſup totã lineã a b parallelogrãmũ b g. Quia igitur c non eſt maior parallelogrammo e f, ſed æqualis ei aut minor ſicut poſitum eſt, ſi fuerit ei æqualis, erit parallelogrãmũ e g quale inrẽditur per 36 primi coadiuuãte prima parte 9, & per diffinitionẽ ſimiliũ ſuperficierum & 20 huius. Si aũt minor, ſit minor in ſuperficie aliqua, cui æqualis & ſimilis d fiat ſecundũ doctrinã 25 huius quæ ſit h, eritq; h ſimilis e f per 20 huius: quare per cõuerſionẽ diffinitionis, æquiãgula ſibi & ꝓportionaliũ laterũ, protrahã igitur in parallelogrãmo e f diametrũ b k, & reſecabo latera k f, & e k ſuperficiei e f, ad menſurã laterũ ſuperficiei h, protractis lineis l m & n o æquidiſtãtibus laterib. ſuperficiei e f, ſecãtibus ſe in puncto p, ut ſuperficies k p ſit æqualis & ſimilis ſuperficiei h, eritq; per 23, huius pũctũ p, in diametro k b: protracta itaq; o n uſq; ad a d, dico parallelogrãmũ a p eſſe quale proponitur. Deeſt enim ſibi ad cõplementũ lineę a b parallelogrãmũ p b, quod per 22 & 20 huius eſt ſimile parallelogrammo d. Sed ipſum etiã parallelogrãmum a p eſt æquale triãgulo c. Eſt enim per primã huius, a n æquale n b, ergo per 43 primi, & hanc cõmunẽ ſcientiã ſi æqualibus æqualia addas, tota quoq; fient æqualia, parallelogrammũ a p, eſt æquale gnomoni n b l, & quia iſte gnomo eſt æqualis triangulo c propter id quod parallelogrammum e f poſitum fuit eſſe maius triangulo c in parallelogrammo h, quod eſt æquale prallelogrammum k p, patet propoſitum.

Euclid. ex Zamb. **Problema 6.** **Propoſitio 28.**

Ad datã rectã lineã dato rectilineo ęq̃le parallelogrãmũ cõparare, deficiẽs ſpecie parallelogrãmo ſimili dato. Oportet iam datũ rectilineũ cui * expedit æquũ cõparare, nõ maius eſſe eo q̃d à dimidia cõparatũ ſimilib. exiſtẽtib. ſumptis & eius q̃d à dimidia & cui expedit ſimile deficere. 28

* *Edita* — *Adã oportet* — *Adã*

THEON *ex Zãb.* *Sit quidem data recta linea* α β, *datum uerò rectilineũ cui oportet æquũ prætendere ad* α β, *ſitq; illud* γ, *nõ maius exiſtẽs eo quod à dimidia cõparatũ eſt ſimilib. exiſtentibus ſumptis, cui autẽ expedit ſimile deficere* Δ, *oportet iã ad datã rectã lineam* α β, *dato rectilineo* γ *æquale parallelogrãmũ prætendere deficiens ſpecie parallelogrãmo ſimili exiſtẽte ipſi* Δ. *Secetur* (ꝑ 10 primi) α β *bifariã in ſigno* ε. *Deſcribaturq;* (ꝑ 18 ſexti) α ε ζ, *ipſi* Δ *ſimile, ſimiliterq; poſitũ* ε β ζ η. *Cõpleaturq;* α η *parallelogrãmũ. Iã* α η *aut æquũ eſt ipſi* γ, *aut eo maius per determinationẽ. Si quidẽ igitur æquũ eſt* α η, *ipſi* γ, *quod quærimus factũ iam eſt. Cõparatũ ſiquidẽ eſſet ad datã rectã lineã* α β, *dato rectilineo* γ *æquũ parallelogrãmũ* α η *deficiẽs ſpecie parallelogrammo* η β, *ſimili ipſi* Δ. *Si aũt nõ eſt maius* θ ε *quàm* γ, *æquale aũt* θ ε *ipſi* η β, *maius igitur* & η β, *quàm* γ. *Quo aũt maius eſt* η β ꝙ γ, *tali exceſſui* (ꝑ 25 ſexti) *æquale ipſi* Δ, *ſimile ſimiliterq; poſitũ idẽ cõſtituatur* η λ μ ν. *Sed ipſi* η β, *ipſum* Δ *eſt ſimile, & ipſi* η μ, *igitur ipſi* η β *eſt ſimile. Eſto igitur ſimilis rationis* η λ, *ipſi* η ε, & λ μ, *ipſi* ε ζ. *Et quoniã æquũ eſt* η β, *ipſis* γ η μ, *maius igitur eſt* η θ *quàm* η μ. *Maior igitur eſt* η ε, *quàm* η ν, & η ζ, *quàm* λ μ, *ponatur* (ꝑ 11 primi) *ipſi quidẽ* η λ *æqualis* η ξ, *ipſi aũt* λ μ *æqualis* η ο, & *cõpleatur parallelogrãmum* ξ η ο π. *Aequũ igitur eſt & ſimile* η π *ipſi* η μ. *Sed* η μ, *ipſi* η θ *eſt ſimile, &* η π *igitur ipſi* η β *eſt ſimile. Circũ eandẽ dimetientẽ* (per 26 ſexti) *igitur ea* η π, *ipſi* η β. *Sit eorũ dimetiens* η α β, & *deſcribatur figura. Quoniã igitur æquũ eſt* β η *ipſis* γ & η μ, *quorũ* ο π *ipſi* η μ, *eſt æquale: reliquus igitur* ν φ ψ, *gnomon reliquo* γ *eſt æqualis, & quoniã æquũ eſt* ο ρ. *Totũ igitur* ο β, *toti* α β *eſt æquale. Sed* ξ θ *ipſi* π ε *eſt æquale: quoniã & latus* α ε, *lateri* ε β *eſt æquale, &* τ ε *igitur ipſi* ο β *eſt æquale. Cãmune applicetur* ξ ζ, *totũ igitur* τ φ *toti* φ χ ν, *gnomoni æquũ eſt. Sed* φ χ ν *gnomon ipſi* γ, *oſtenſum eſt quod eſt æqualis, &* τ φ *igitur ipſi* γ *æquũ eſt. Ad datã rectã lineã igitur* α β, *dato rectilineo* γ *æquũ parallelogrãmũ cõparatũ* τ ο *deficiẽs ſpecie parallelogrãmo* χ β, *ſimili exiſtenti ipſi* Δ, *quoniã* η β, *ipſi* η π *ſimile eſt: quod erat propoſitum.*

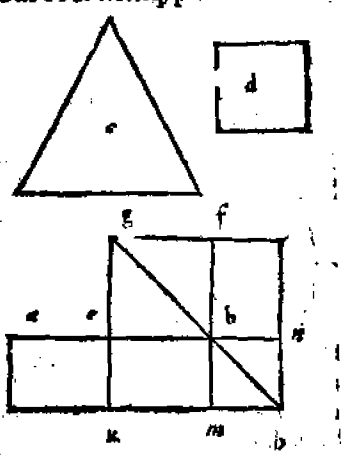


Euclid. ex Campano. **Propoſitio 30.**

Vper datã lineã datę ſupficiei trilaterę æquũ parallelogrãmũ cõſtituere, quod addat ſuper cõpletionẽ datę lineę ſupficiẽ æquidi- 30

quidistantium laterũ datæ superficiei æquidistantium laterũ simile.

CAMPANVS. Sit ut prius data linea a b, & datus triangulus c, datumq; parallelogrãmum d, uolo super lineã a b constituere parallelogrammũ æquale triangulo c, quod addat super totam lineam a b, parallelogrammum simile d. Diuido lineam a b per æqualia in puncto e, & super eius medietatẽ e b, facio e f similẽ d, secundum quod docet 19 huius, & secũdum doctrinam 25 huius, facio k l cuius diameter g h, similẽ d & æqualẽ duabus superficiebus e f & c. eritq; per 20 huius k l similis e f. Superposita igitur superficie k l superficiei e f, ita ꝗd ambæ cõmunicẽt in angulo g: erit per 23 huius superficies e f, cõsistens circa diametrũ superficiei k l: quare punctum b est in diametro g h, cõplebo igitur parallelogrãmum a h: quod dico esse quale proponitur, quod cõstat protractis linea f b usq; ad m, & linea e b, usq; ad n. Est enim per primã partẽ huius, a k æquale k b, & ideo per 43 primi est etiã æquale n f, addito ergo utriq; e h, erit per cõmunẽ scientiã a h æquale gnomoni e h f, sed iste gnomo est æqualis triãgulo c, quia parallelogrammũ k l positũ fuit æquale duabus superficiebus c & e f, ergo parallelogrammum a h est æquale c, & addit ad complementum lineæ a b parallelogrammũ m n, quod per 22 & 20 huius est simile parallelogrammo d, quare constat perfectum esse quod uolumus.

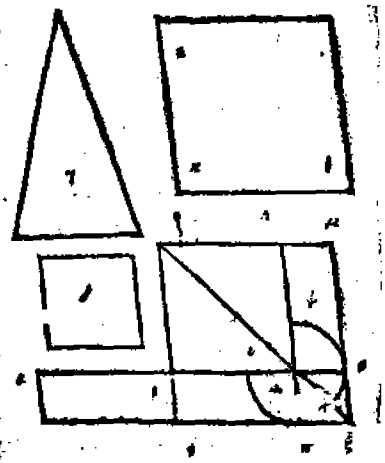


CAMPANI *additio*. Possumus aũt ad lineã datam adiungere parallelogrammum æquale nõ solũ trilaterq; superficiei positæ, sed & cuiuslibet rectilineæ figuræ propositæ quęcunq; ipsa fuerit: cui desit ad cõplendam lineam datã superficiei æquidistantiũ laterum propositæ sicut docet præmissa, obseruata conditione eius ne laboretur ad impossibile per ante præmissam, uel quod addat super cõpletionem lineæ superficiẽ æquidistantiũ laterũ simili superficiei propositæ sicut proponit cõclusio præsens. propositam enim superficiẽ cui æquale parallelogrammũ debet ad lineam datã adiungi, quod addat aut diminuat ad completionem lineæ parallelogrammum simile parallelogrammo dato: resoluemus in triangulos. & ipsis mediantibus describemus superficiẽ æquidistantium laterum, totali superficiei propositę æqualem, hoc autem qualiter fiat & si scire uolueris, require 25 huius. Deinc super duplum basis eius æqualis altitudinis triangulum constituemus, quem (si 44 primi diligenter inspexeris) parallelogrammo prius designato inuenies esse æqualẽm. quare & superficiei propositæ, huic ergo triangulo si æquale parallelogrammum ad lineam datam adiunxeris quod addat ad complementũ lineæ aut minuat parallelogrammum simile parallelogrammo dato secundum quod docet hęc & præmissa, quod propositum erat te perfeciſſe non dubites.

Euclid. ex Zamb. *Problema 9.* *Propositio 29.*

29 Ad datam rectam lineam, dato rectolineo æquale parallelogrammum prætendere, excedens specie parallelogrammo simili dato.

THEON *ex Zamb.* *Sit quidẽ data recta linea α β. datũ uero rectilineũ cui expedit ad α ℓ, æquale parallelogrammum prætendere γ. Cui aũt oportet simile prætẽdere ∂, oportet iam ad α β, rectã lineam ipsi γ, rectilineo æquum parallelogrammũ prætẽdere excedens specie parallelogrãmo simili ipsi ∂. Secetur (per 10 primi) α ℓ, bifariã in ϛ, & describatur (per 6 sexti) ex ϛ β ipsi ∂, simile similiterq; positum parallelogrammũ β ζ, & ambobus quidẽ β ζ γ æquale, ipsi aũt ∂, simile similiterq; posito, idẽ constituatur α ℓ. Simile igitur est α ℓ, ipsi β ζ. Similis autem rationis esto α θ, ipsi ζ λ, & α η ipsi ζ ι. Et quoniam maius est α ℓ, ipso ζ ℓ, maior igitur est quidẽm α ℓ, ipsa ζ λ, & α θ, ipsa ζ ι. Extendantur ζ λ & ζ ι, & ipsi quidem α ℓ, æqualis esto ζ λ μ, ipsi autem α η, æqualis esto ζ ι ν. Compleaturque μ ν, igitur α ν, ipsi α ℓ, æquum est & simile, sed α ℓ, ipsi ι λ, est simile. Igitur (per 26 sexti) μ ν, ipsi ι λ, est simile. circum igitur eandem diametrum consistunt ι λ & α ν. Excitetur eorum dimetiens ξ ϕ, et describatur figura: quoniã igitur æquũ est ζ θ ipsis ι λ et γ, sed α θ ipsi μ ν est æquale, & μ ν igitur ipsis ι λ γ, est æquale. Cõmune auferatur ι λ, reliquus igitur ϕ χ ψ gnomon ipsi γ est æqualis. Et quoniã α ι, ipsi ι ℓ, est æqualis, æquũ est (per trigesimam sextam primi) et α ν, ipsi ν β, hoc est (per quadragesimamtertiam primi) ipsi λ ι, cõmunẽ ap-*

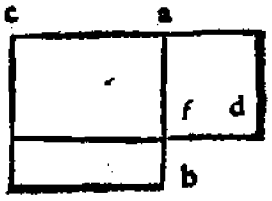


ponatur ε ξ, totũ igitur α ξ æquum est ipsi φ χ ψ, gnomoni. Sed φ χ ψ gnomon æqualis est ipsi γ. Igitur α ξ, ipsi γ est æquale. Ad datam igitur rectam lineam α β, dato rectilineo γ, æquale parallelogrammum comparatum est α ξ, excedens specie parallelogrammò π ο simili existente ipsi δ. Igitur Δ, simile est ipsi β ξ, & β ξ ipsi ο π, est simile: circum enim eandem dimetientem consistunt, quod fecisse oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propositio 29.*

QVamlibet lineam propositam, secundum proportionem habentem medium duoq; extrema secare. 29

CAMPANVS. Sit proposita linea a b: quam uolo diuidere secundum proportionem habentem medium & duo extrema. Ex ipsa describo quadratum b c: & ad eius latus a c adiungo secundum quod docet præmissa, parallelogrammum c d æquale quadrato b c: quod sit simile b c, sitq; latus parallelogrammi c d, quod ęquidistat a c, d e, & secet lineam a b in pũcto f. Dico, lineam a b esse diuisam in pũcto f, sicut proponitur. Est enim a d quadratum, propter id quod est simile b c, quare a f, est æquale f d, sed & f e est æqualis a b: propter id quod est æqualis a c, per 34. primi, & quia c d æquale b c: dempto ab utroq; c f, erit a d æquale e b, & angulus f unius angulo f alterius. ergo per 13 huius latera sunt mutekesia: ergo e f ad f d, sicut a f ad f b: & quia e f est æqualis a b & f d, erit a h ad a f, sicut a f ad f b: ergo per diffinitionem est diuisa ut proponitur. Idem etiam potest demonstrari ex 11 secundi. Diuidatur enim a b in puncto f: secundum quod docet 11 secundi, sitq; c b, quod continetur sub tota a b & eius parte f b: ita quod f e sit æqualis a b & a d sit quadratum a f est per prædictam 11 secundi e b, æquale a d. Quod restat arguere ut prius 13 huius, uel sic: cum a b sit diuisa in puncto f, secundum quod docet 11 secundi: quod fit ex a b prima in f b, tertiam est æquale quadrato a f secundæ: ergo per secundam partẽ 16 huius proportio a b primæ ad a f secundam, est sicut a f secundæ ad f b tertiam: per difinitionem itaque diuisa est a b ut proponitur.

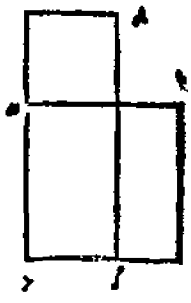


Euclid. ex Zamb. *Problema 10.* *Propositio 30.*

τμῆσαι *secare* Datã rectã lineã terminatã, extrema ac media ratione * dispescere. 30

THEON ex Zamb. *Sit data recta linea terminata α ζ, oportet iam ipsam α β, rectam lineam extrema & media ratione * dispescere. Describatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum ζ γ. Comparetur q; (per 29 sexti) ad α γ, ipsi ζ γ, æquum parallelogrammum γ δ excedens specie α Δ, simili ipsi β γ. Quadratum autem est β γ, quadratum igitur est & α Δ, & quoniam æquum est β γ, ipsi γ δ, commune auferatur γ ι, reliquum igitur β ξ, reliquo α Δ est æquale, est autem & æquiangulum. Igitur (per diffinitionem 2 tertij, & per 14 sexti) ipsorum β ξ, & δ α, reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Est igitur sicut ξ ι ad ι Δ, sic α ι, ad ι β. Æqualis autem est ξ ι, ipsi α γ, hoc est ipsi α β. Ipsa autem ι Δ, ipsi α ι. Est igitur sicut β α ad α ι, sic α ι ad ι β, maior autem est (per 14 primi) α β, quàm α ι: maior igitur est & α ι, quàm ι ζ. Igitur α ζ, recta linea extrema & media ratione secta est in ι, & maius segmentum ipsius est α γ, quod fecisse oportuit.*

τμῆμα *segmentum*



ALITER. *Sit data recta linea α β, oportet ipsam iam α β extremá & media ratione secare, secetur enim α β in γ (per 11 secundi) ut quod sub α β & ζ γ, æquum sit ei quod ex γ α, quadrato. Quoniam igitur quod sub α ζ & ζ γ, æquum est ei quod ex γ α, est igitur (per 17 huius) sicut β α ad α γ, sic α γ ad γ β. Igitur α β, media & extrema diuisa est ratione in γ, quod oportebat facere.*

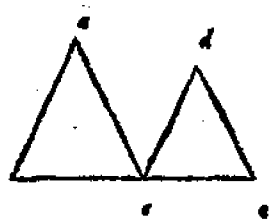
Euclid. ex Camp. *Propositio 30.*

SI fuerint duo anguli super unũ angulum constituti, quorum duo latera angulũ illum cõtinentia duobus alijs eorum lateribus æquidistet, fuerintq; illa quatuor latera secũdum æquidistantiã relata, proportionalia, illos duos triangulos super unam lineam rectam constitutos esse necesse est. 31

CAMPANVS. Sint duo anguli a b c, d c e constituti super angulum a c d. sitq; a c æquidistans d e & d c, a b, & fit proportio a c ad d e, sicut a b ad d c, dico quod duæ bases eorum b c & c e, sunt linea una. Est enim angulus a, æqualis angulo d: quia uterque eorum est æqualis angulo a c d, per primam partem uigesimæ nonæ primi, igitur per præsentem hypothe-

sin

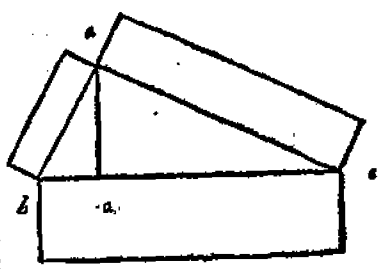
fi n & 6 huius: ipſi trianguli ſunt æquianguli, & angulus b eſt æqualis angulo d c e, & angulus a c b angulo e, quare per 31 primi, tres anguli qui ſunt ad c ſunt æquales duob. rectis. ipſi enim æquantur tribus angulis utriuslibet duobus triangulorum, ergo per 14 primi b c, eſt linea una, quod eſt propoſitum.

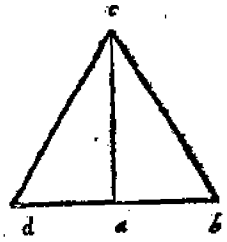


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 31.*

31 IN omni triangulo rectangulo ſuperficies lateris, quod ſubtẽditur angulo recto, æqualis eſt ſuperficiebus duorum laterum, angulum rectum continẽtium pariter acceptis, cum fuerint ſimiles ei in lineatione & creatione.

CAMPANVS. Quod proponit penultima primi de ſuperficiebus quadratis, proponit hic penultima ſexti de omnibus ſuperficiebus ſimilibus: unde hæc eſt illa tanto uniuerſalior, quanto ſuperficies laterata quadrato. Sit itaque triangulus rectãgulus a b c, cuius angulus a ſit rectus. Dico quòd ſuperficies conſtituta ſuper latus c b, eſt æqualis duabus ſuperficiebus conſtitutis ſuper a b & a b, cum omnes tres ſuperficies fuerint ſimiles in figura & ſitu. Ducam perpendicularem a d ad lineam b c, eritq; per ſecũdam partem correlarij 8 huius, proportio b c ad c a, ſicut c a ad d c, & c b ad b a, ſicut b a ad d b. Si itaq; ſuper quamlibet trium linearum b c, c a & a b fiat ſuperficies ſimilis alijs in figura & ſitu, erit per correlarium 17 huius, proportio ſuperficiei conſtitutæ ſuper b c primam ad conſtitutam ſuper c a ſecundam, ſicut b c primæ ad d c tertiam: & item eiuſdẽ ſuperficiei conſtitutæ ſuper b c primam ad conſtitutam ſuper a b ſecundam, ſicut b c primæ ad d b tertiam per idem correlarium. Quare per conuerſam proportionalitatem ſuperficiei a c ad ſuperficiem c b, ſicut c d ad c b, & ſimiliter ſuperficiei a b ad ſuperficiem b c, ſicut b d ad ſuperficiẽ b c: & ponatur a c prima, & c b ſecũda & quarta, & c d ſuperficies tertia, & a b ſuperficies quinta, & b d ſuperficies ſexta, & arguatur per 24 quinti, quòd proportio ſuperficiei conſtitutæ ſuper b c ad duas ſuperficies conſtitutas ſuper c a & c b ſimul, eſt ſicut b c ad c d & d b ſimul. quia igitur b c eſt æqualis duabus lineis c d & d b ſimul ſumptis erit ſuperficies conſtituta ſuper b c æqualis duabus ſuperficiebus conſtitutis ſuper c a & a b ſimul ſumptis: quod eſt propoſitum.





CAMPANI *additio.* Conuerſam quoque huius poſſumus facilè demonſtrare per modum demonſtrationis ultimæ primi, ſit enim triangulus a b c, ſitq; ſuperficies cõſtituta b c æqualis duabus ſuperficiebus conſtitutis ſuper duas lineas a b & a c ſibi ſimilibus. Dico quòd angulus a eſt rectus, ponam enim angulum c a d rectum & lineam a d æqualem a b, & claudo ſuperficiem ducta linea d c, eritq; per hanc 31 ſuperficies conſtituta ſuper c d æqualis duabus conſtitutis ſuper duas lineas c a & a d ſibi ſimilibus, quare etiam cõſtitutæ ſuper b c ſibi ſimili, hæc enim poſita eſt æqualis duabus conſtitutis ſuper a b & a c ſibi ſimilibus: erit ergo linea b c æqualis c d, quare per 8 primi, angulus a eſt rectus: quod eſt propoſitum.

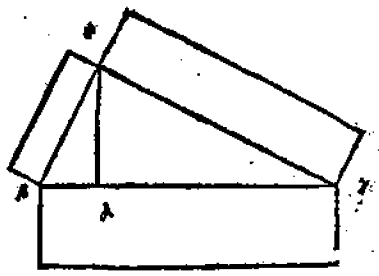
Sequentes duę ex Zamberto propoſitiones, duabus præcedentibus ex Campano prępoſitoro ordine reſpondent. *Euclid. ex Zamb.* *Theorema 21.* *Propoſitio 31.*

31 In rectangulis triangulis, quę ab rectum angulum ſubtendente latere ſpecies, æqualis eſt eis quæ ab rectum angulum comprehendẽtibus lateribus ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis.

THEON ex Zamb. *Sit triangulum α β γ, rectum habens angulum, qui ſub β α γ. Dico quòd quæ ex β γ ſpecies, æqualis eſt eis quæ ex β α & α γ ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis. Excitetur (per 12 primi) perpendicularis α δ. Quoniã igitur in triangulo rectãgulo α β γ, ab α recto angulo β γ, in baſim perpẽdicularis acta eſt α δ triangula α β δ et α δ γ, quæ ad perpẽdicularẽ, ſimilia ſunt toti α β γ, et ſibi inuicẽ (per 8 ſexti) quoniã ſimile eſt α β γ ipſi α β δ: eſt igitur ſicut γ β ad β α, ſic α β ad β δ. At quoniã tres rectæ lineæ proportionales ſunt, eſt igitur (per correlariũ ſecundũ 20 ſexti) ſicut prima ad tertiã, ſic quæ à prima ſpecies ad eã quæ à ſecunda ſimilis ſimiliterq; deſcripta eſt. Sicut igitur γ β ad β δ, ſic ſpecies quæ ex β γ ad eã quæ β α, ſimilis ſimiliterq; deſcripta eſt. Id propterea et ſicut β γ ad γ δ, ſic ſpecies q̃ ex β α ad eã quæ ex γ α.*

Quare

Quare ſicut β γ ad β δ & δ γ, ſic quæ ex 6 γ ſpecies ad ea quæ ſub β α & α γ, ſimiles ſimiliterq; deſcriptæ ſunt. Aequalis aũt eſt α γ, ipſi β δ & δ γ: æqualis igitur eſt ſpecies quæ ex 6 γ eis quæ ex β α & α γ ſunt ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis. In rectangulis igitur triangulis, quæ ad rectũ angulum ſubtendentem ſpecies, æqualis eſt eis quæ ad rectũ angulũ cõprehendentibus ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis: quod demonſtraſſe oportuit.

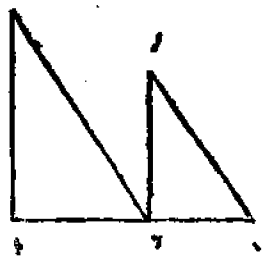


ALITER. Quoniam (per correlarium primum 20 ſexti) ſimiles figuræ in dupla ſunt ratione ſimilis rationis laterum, igitur quæ ex β γ, eſt ſpecies ad eam quæ ex β α, duplam rationem habet quam γ β ad β α: habet autem & quod ex β γ quadratum ad id quod ex β α quadratum duplam rationem quàm γ 6 ad 6 α: & ſicut igitur quæ ex γ β ſpecies ad eam quæ ex β α ſpeciem, ſic quadratum quod ex γ β ad quadratum quod ex β α. Id propterea & ſicut ſpecies quæ ex β γ ad ſpeciem quæ ex γ α, ſic quadratum quod ex β γ ad quadratum quod ex γ α. Quare & ſicut ſpecies quæ ex β γ ad ſpecies quæ ex β α & α γ, ſic quadratum quod ex β γ ad quadrata quæ ex β α & α γ. Quadratum autem quod ex β γ, æquum eſt eis quæ ex β α & α γ, quadratis (per 47 primi) æqualis igitur eſt ſpecies quæ ex 6 γ eis quæ ex β α & α γ ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis.

Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 32.

Si duo triangula componãtur ad unũ angulũ, duo latera duobus laterib. proportionalia habentia, ut quæ eiuſdẽ rationis eorũ latera ſint etiã parallela, reliqua ipſorũ triãgulorũ latera in rectã lineã erũt. 32

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ & δ γ ε, duo latera β α & α γ duobus lateribus δ γ & δ ε, proportionalia habentia, ſicut quidem α β ad α γ, ſic δ γ ad δ ε: parallelum autem α β ipſi δ ε, & α γ ipſi δ ε. Dico q; in rectam lineam eſt β γ ipſi γ ε. Quoniam enim parallelus eſt α 6 ipſi δ ε, & in eas incidit recta linea α γ, anguli igitur (per 29 primi) * utrobiq; qui ſub β α γ & α γ δ ſibi inuicem ſunt æquales. Id propterea & angulus γ δ ε angulo α γ δ eſt æqualis. Quare angulus β α γ angulo γ δ ε eſt æqualis: & quoniam duo triangula ſunt α β γ, et δ γ ε, unum angulũ qui ad α, uni angulo qui ad δ æqualẽ habentia, circum autem æquales angulos latera proportionalia, ſicut quidem β α ad α γ, ſic γ δ ad δ ε: æquiangulum igitur eſt (per 6 ſexti) triangulum α β γ triãgulo δ γ ε. Aequalis igitur eſt angulus α β γ angulo δ γ ε. Patuit autem q; angulus α γ δ æquus (per 29 primi) angulo β α γ. Totus igitur angulus α γ ε duobus α β γ et β α γ eſt æqualis. Communis apponatur angulus α γ β. Igitur anguli α γ ε & α γ β eis qui ſunt ſub γ α β, α γ 6 et γ β α ſunt æquales. Sed anguli β α γ, γ β α, et α γ 6 (per 32 primi) duobus rectis ſunt æquales, & anguli igitur α γ ε, & α γ 6 duobus rectis ſunt æquales. Ad aliquam autem rectam lineam α γ, ad ſignumq; in ea γ, duæ rectæ lineæ β γ & γ ε, non ad eaſdem partes ductæ, æquos * utrobiq; ſub α γ ε, & α γ β, duobus rectis æquales efficiunt angulos (per 14 primi) in rectam lineam: igitur eſt β γ ipſi γ ε. Si bina igitur triangula componantur ad unum angulum, duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ut eorum ſimilis rationis latera etiam parallela ſint, reliqua ipſorum triangulorum latera in rectam lineam erunt: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 32.

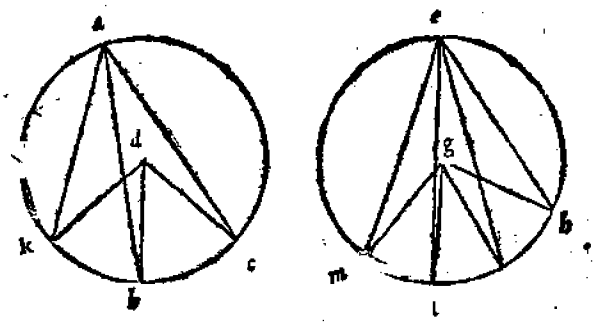


In circulis ęqualibus ſupra centrum ſiue ſupra circunferentiam anguli conſiſtant, erit angulorũ proportio tanquam proportio arcuum illos angulos ſuſcipientium. 33

CAMPANVS. Sint circuli a b c, cuius centrum d, & e f g, cuius centrum hæquales, ſuper quorum centra fiant duo anguli b d c & ſ h g, & ſuper eorum circũferentias alij duo qui ſint b a c, & f e g, dico quòd proportio angulorum tam eorũ qui ſunt ſuper centra, quàm eorum qui ſuper circunferentias, eſt ſicut arcus b c ad arcum f g. Continuabo enim illis duobus arcubus alios arcus ęquales, ſiue ſecundum eundẽ numerum ſiue ſecundum diuerſos, ſitq; arcus k b æqualis b c, & uterq; duorũ arcuum l m & f l, æqualis f g: & producam lineas k d, k a, m h, l h, m e, & l e: eruntq; per 26 tertij, anguli qui ſunt ad d adinuicem æquales: ſimiliter quoq; & qui ſunt ad h, adinuicem æquales. Idem etiã de ijs qui ſunt ad a, & de ijs qui ſunt ad e, ſicut igitur arcus k c eſt multiplex arcus b c: ita ãgulus k d c ãguli b d c, & angulus k a c ãguli b a c:

ſimiliter

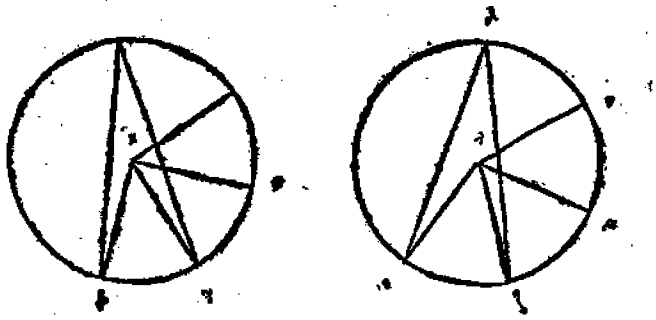
Similiter ſicut arcus m g eſt multiplex arcus f g, ita angulus m h g anguli f h g, & angulus m e g anguli f e g, ſed ſi arcus k c eſt æqualis arcui m g, angulus k d c eſt æqualis angulo m h g, & angulus k a c angulo m e g, & ſi maior, maiores: & ſi minor, minores per 26 tertij: per diffinitionem itaq; incontinuæ proportionalitatis, proportio arcus b c ad arcũ f g, eſt ſicut anguli b d c ad angulum f h g, & ſicut anguli b a c ad angulum f e g, quod eſt propoſitum. Idem intellige in eodem circulo.



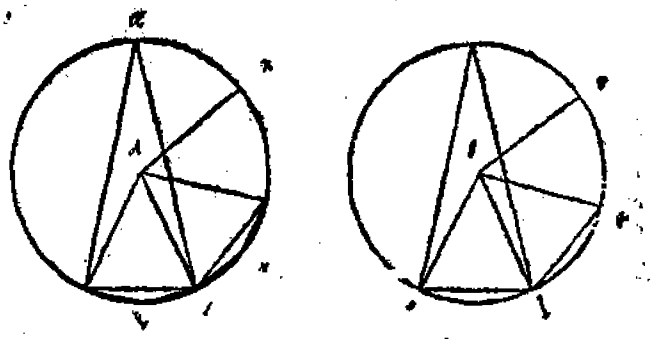
Euclid. ex Zamb. Theorema 23. Propoſitio 33.

In ęqualibus circulis anguli eandem habent rationem ipſis circunferentijs in quibus conſiſtunt, & ſi ad centra & ſi ad circunferentias fuerint conſtituti, tum etiam ſectores, utputa ad centra conſtituti.

THEON ex Zamb. *Sint æquales circuli α β γ, & δ ε ζ, ad eorũq; centra η θ, anguli ſint β η γ, & ε θ ζ: ad eorũ circunferentias uerò anguli qui ſub β α γ, & ε δ ζ. Dico q; eſt ſicut circũferentia β γ, ad circunferentiã ε ζ, ſic eſt angulus β η γ, ad angulũ ε θ ζ, et angulus β α γ ad angulũ ε δ ζ, & inſuper η β γ ſector ad θ ε ζ ſectorẽ. Ponatur (per 28 tertij) ipſi quidẽ β γ, circunferentiæ æquales quotcunq; ordine hoc eſt γ κ, & κ λ, ipſi aũt ε ζ, quotcunq; æquales circunferẽtiæ ζ μ & μ ν. Cõnectanturq; η κ, η λ, & μ, & θ ν. Quoniã igitur æquales ſunt β γ, γ κ, & κ λ, circunferentiæ adinuicẽ, æquales (per 27 tertij) quoq; ſunt anguli β η γ, γ η κ, & κ η λ. Quotuplex igitur eſt β λ, circũferentia ipſius β γ circũferentiæ, totuplex eſt angulus β η λ, anguli β η γ. Id propterea etiã quotuplex eſt ν ε, circunferentia ipſius ε ζ circũferẽtiæ, totuplex eſt angulus ν θ ε, ipſius ε θ ζ. Si igitur æqualis eſt circũferentia β λ, ipſi circunferẽtiæ ε ν, æqualis eſt et angulus β η λ angulo ε θ ν, & ſi maior eſt β λ circũferentia quã ε ν, circunferentia, maior eſt & angulus β η λ, angulo ν θ ε: & ſi minor, minor. Quatuor iam exiſtentibus magnitudinibus, duabus, inquã circunferẽtijs β γ & ζ, binisq; angulis hoc eſt β η γ, & δ ζ, ſuſcipiuntur quidẽ ipſius β γ circunferentiæ atq; ipſius anguli β η γ, æquè multiplices hoc eſt β λ circũferentia & angulus β η λ, ipſius aũt ε ζ circunferẽtiæ & anguli ε θ ζ, circũferẽtia ε ν, et angulus ε θ ν. Oſtẽſum aũt eſt q; ſi circunferentia β λ excedit circunferentiam ε ν, angulus quoq; β η λ excedit angulũ ε θ ν: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor. Eſt igitur (per 6 diffinitionẽ quinti) ſicut β γ circũferentia ad ε ζ circunferentiã: ſic angulus β η γ ad angulũ ε θ ζ. ſed ſicut angulus β η γ ad angulũ ε θ ζ, ſic angulus β α γ ad angulum ε δ ζ, duplus enim eſt (per 20 tertij) utergq; utriuſq;. Et ſicut igitur β γ, circunferentia ad ε ζ circunferentiam, ſic angulus β η γ, ad angulũ ε θ ζ, & angulus β α γ ad angulũ ε δ ζ. In æqualibus igitur circulis anguli eandẽ habent rationem ipſis circunferentijs, & ſi ad centra & ſi ad circunferentias cõſtituti fuerint: quod demonſtraße oportuit. Dico etiam, q; et ſicut β γ circunferentia ad ε ζ circunferentiam, ſic η β γ ſector ad θ ε ζ ſectorẽ. Cõnectantur β γ & γ κ, & aſſumptis ſuper β γ, & γ κ, circũferẽtijs ξ ο ſignis, cõnectantur β ξ, ξ γ, γ ο, & ο κ. Et quoniã (per diffinitionẽ primi) duæ β η, & η γ, duab. γ η et η κ, ſunt æquales, æqualesq; angulos comprehendunt, et baſis β γ ipſi γ κ eſt æqualis: triangulũ igitur η β γ (per 4 primi) triangulo η γ κ eſt æquale. Et quoniã æqualis eſt β γ circunferentia γ κ circunferentiæ, et reliqua igitur quæ in totũ circulũ α β γ circunferẽtia reliquæ quæ in eundẽ totũ η β γ, circulũ circũferẽtiæ eſt æqualis. Quare & angulus β ξ γ ipſi γ ο κ eſt æqualis. Simile igitur (per 10 diffinitionẽ tertij) eſt β ξ γ ſegmentũ, ipſi γ ο κ, eſt ſegmento, & in æqualibus ſunt rectis lineis β γ & γ κ. Quæ autem ſuper æqualibus rectis lineis ſimilia circulorum ſegmenta conſiſtunt, ea adinuicem ſunt æqualia (per 24 tertij) ſegmentum igitur β ξ γ ipſi γ ο κ ſegmento eſt æquale, eſt autem & triangulum η β γ triangulo η γ κ æquale. Totus igitur ſector η β γ, toti η γ κ ſectori eſt æqualis. Id propterea & η κ λ, ſector utrique ipſorum η β γ, & η γ κ, eſt æqualis. Tres igitur ſectores η β γ, η γ κ, & η κ λ ſibi inuicem ſunt æquales. Id propter*eq;*



pterea & θ ε ζ, θ ζ μ, & θ μ ν, sectores, sibi inuicem sunt æquales. Quotuplex igitur est β λ, circunferentiæ ipsius β γ circunferentiæ, totuplex est & λ π β, sector ipsius π β γ, sectoris. Id propterea & quotuplex est ν, circunferentia ipsius ε ζ, circunferentiæ, totuplex est et θ ε ν sector ipsius θ ε ξ, sectoris. Si igitur æqualis est β λ, circunferentia ipsi ε ν circunferentiæ, æqualis est & β π λ, sector ipsi ε θ ν, sectori. Et si excedit β λ, circunferentia ipsam ε ν circunferentiam, excedit quoque & β π λ, sector ipsum θ ε ν, sectorem: & si deficit, deficit. Quatuor iam existentibus magnitudinib. duabus inquam β γ, et ε ζ circunferentijs, duobusq; π β γ, & θ ε ζ, sectoribus, suscipiuntur æquè multiplices ipsius quidem β γ circunferentiæ & ipsius π β γ sectoris, hoc est β λ, circunferentiæ & π β λ sector, ipsius autem ε ξ: circunferentiæ & ipsius θ ε ζ, sectoris, circunferentia nempe ε ν, & sector θ ε ν. Et ostensum est, quòd si circunferentia β λ excedit ipsam circunferentiam ε ν, excedit quoque & β π λ, sector ipsum ε θ ν, sectorem: & si æqualis, æqualis: & si deficit, deficit. Est igitur (per conuersionem 5 diffinitionis sexti) sicut circunferentia β γ, ad ζ, sic π β γ, sector ad θ ε ζ, sectorem.



CORRELARIVM. Et manifestum est, quòd sicut sector ad sectorem, sic angulus ad angulum.

SEXTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORUM *Liber septimus.*

Ex Campano triplex principiorum genus. Primum. Diffinitiones.



VNitas, est qua unaquęq; res una dicitur. 2 Numerus, est multitudo ex unitatibus cõposita. 3 Naturalis series numerorũ dicitur, in qua secundum unitatis additionẽ fit ipsorum cõputatio. 4 Differentia numerorũ, appellatur numerus, quo maior abũdat à minore. 5 Numerus primus dicitur, qui sola unitate metitur. 6 Nũmerus compositus dicitur, quem alius numerus metitur. 7 Numeri cõtra se primi dicũtur, qui nullo numero excepta sola unitate numerantur. 8 Numeri adinuicẽ compositi siue communicantes dicuntur, quos alius numerus cõis unitas metitur, nullusq; eorum est ad alium primus. 9 Numerus per aliũ multiplicari dicitur, qui toties sibi coaceruatur, quoties in multiplicante est unitas. 10 Productus uerò dicitur, qui ex eorũ multiplicatione crescit. 11 Numerus aliũ numerare dicitur, qui secundũ aliquẽ multiplicatus illũ producit. 12 Pars, est numerus numeri minor maioris, cùm minor maiorẽ numerat. Et qui numerat, numerãtis multiplex appellat. 13 Denominãs, est numerus secũdũ quẽ pars sumit in suo toto. 14 Similes dicunt partes, q̃ ab eodẽ numero denominant.

Prima

15 Prima ſimpla numeri pars, eſt unitas. 16 Quando duo numeri partem habuerint communem, tot partes maioris dicetur eſſe minor, quoties eadem pars fuerit in minore: totæ uerò, quoties ipſa fuerit in maiore. 17 Numeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem, in eo quòd eſt maioris pars uel partes. Maioris uerò ad minorem, ſecundum quòd eum continet, & eius partem uel partes. 18 Cum fuerint quotlibet numeri continuè proportionales, dicetur proportio primi ad tertium ſicut primi ad ſecundum duplicata, ad quartum uerò triplicata. 19 Cum continuatæ fuerint eædem uel diuerſæ proportiones, dicetur proportio primi ad ultimum, ex omnibus compoſita. 20 Denominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorem, pars uel partes ipſius minoris quæ in maiore ſunt. Maioris autem ad minorem, totum uel totum & pars uel partes, prout maior ſuperfluit. 21 Similes ſiue una alij eadem dicuntur proportiones, quæ eandem denominationem recipiunt. Maior uerò, quæ maiorẽ. Minor autem, quæ minorem. 22 Numeri uerò quorum proportio una, proportionales appellantur. Termini ſiue radices dicuntur, quibus in eadem proportione minores ſumi impoſsibile eſt.

Petitiones.

1 Cuiuslibet numero, quotlibet poſſe ſumi æquales prout libet, uel multiplices. 2 Quolibet numero, aliquem quantumlibet ſumere poſſe maiorem. 3 Seriem numerorum, in infinitum poſſe procedere. 4 Nullum numerum in infinitum poſſe diminui.

Communes animi conceptiones.

1 Omnis pars, minor eſt ſuo toto. 2 Quicunque eiuſdem ſiue æqualium fuerint æquè multiplices, ipſi quoq; erũt æquales. 3 Quibus idem numerus æquè multiplex fuerit, ſiue quorum æquè multiplices fuerint æquales, & ipſi etiam erunt æquales. 4 Omnis numeri pars, eſt unitas ab ipſo denominata. 5 Omnis pars eſt minor, quæ maiorem habet denominationem, maior uerò quæ minorem. 6 Quilibet numerus totus eſt ab unitate, quota pars ipſius eſt unitas. 7 Quicũq; numerus in unitatẽ ducitur, ſeipſum producit, & in ſeipſum numerat, unitas quoq; in quemcunq; ducta, producit eundem. 8 Quicunq; numerus numerat duos, numerat quoq; compoſitum ex illis. 9 Quicunq; numerus numerat aliquem, numerat omnem numeratum ab illo 10 Quicunq; numerus numerat totum & detractum, numerat reſiduum.

FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEmentorum *Liber ſeptimus.*

Euclid. ex Zamberto. *Diffinitiones.*

VNitas eſt, qua unumquodq; eorũ quæ ſunt, unum dicitur. 2 Numerus autem, ex unitatibus cõpoſita multitudo. 3 Pars, eſt numerus numeri minor maioris, quando dimetitur maiorem. 4 Partes autem, quando non metitur. 5 Multiplex uerò, maior minoris, quãdo eũ metitur minor. 6 Par numerus eſt, qui biſariã diuiditur. 7 Impar uerò, qui biſariam non diuiditur, uel qui unitate differt à pari. 8 Pariter par numerus eſt, quem par numerus metitur per numerum parem. 9 Pariter autem impar eſt, quẽ par numerus metitur per imparem numerum. 10 Impariter uerò par eſt, quẽ impar numerus dimetitur per numerum parem. 11 Impariter uerò impar numerus eſt, quem impar numerus metitur per imparẽ numerum. 12 Primus numerus eſt, quem unitas ſola metitur. 13 Primi ad inuicem ſunt numeri, quos unitas ſola dimetitur communi menſura. 14 Cõpoſitus numerus eſt, quẽ numerus aliquis metitur. 15 Cõpoſiti autem ad inuicẽ numeri, ſunt, quos numerus aliquis cõmuni dimenſione metitur. 16 Numerus numerum multiplicare dicitur, quando quotę ſunt in ipſo unitates, toties cõponitur multiplicatus, & gignitur aliquis. 17 Quando autẽ bini numeri ſeſe ad inuicem multiplicantes, aliquem fecerint, factus, planus appellatur. Latera uerò illius, multiplicantes ſeſe inuicem numeri. 18 Quando uerò tres numeri ſeſe multiplicãtes adinuicem fecerint aliquem, factus ſolidus appellatur: latera uerò illius, multiplicantes ſeſe inuicẽ numeri. 19 Quadratus numerus eſt, qui æquè æqualis, uel qui ſub duobus æqualibus numeris cõtinetur. 20 Cubus uerò, qui ęquè ęqualis æquè, uel qui ſub tribus æqualibus numeris cõtinetur. 21 Numeri proportionales ſunt, quando primus ſecundi, & tertius quarti æquè fuerit multiplex, uel eadem pars, uel eædem partes. 22 Similes plani & ſolidi numeri ſunt, qui proportionalia habẽt latera. 23 Perfectus numerus eſt, qui ſui ipſius partibus eſt æqualis.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

SI à maiore duorũ numerorũ minor detrahatur, donec minus eo ſuperſit, ac deinde de minore ipſum reliquũ donec minus eo relinquat, itemq; à reliquo primo reliquũ ſecundũ, quouſq; minus eo ſuperſit, atq; in huiuſcemodi continua detractione nullus fuerit reliquus qui ante relictũ numeret uſq; ad unitatem, eos duos numeros contra ſe primos eſſe neceſſe eſt.

Campanus.

CAMPANVS. Sint duo numeri a b & c d, c d, minor: detrahaturq; c d ex a b quoties poteſt & ſit reſiduũ e b, qui erit minor c d, alioquin poſſet ex ipſo adhuc detrahi c d, detrahatur & ipſe e b ex c d, quoties poteſt, ſitq; reſiduum f d, ſed & f d detrahatur ex e b quoties a . . . . . e . . . g . b poteſt, & ſit reſiduũ g b, quod ſit unitas, dico tũc numeros a b & c d, eſſe cõtra ſe primos. Si enim ſunt compoſiti, numerabit eos communiter per diffinitionẽ aliquis numerus præter unitatem, qui ſit h. & quia h numerat c d, numerabit a e per penultimã conceptionem, c . . . . . f . . . d & quia idem numerat a b, numerabit etiam e b per ultimam conceptionẽ: ergo & c f per penultimam, quare & f d per ultimam, ergo & g e per penultimam, igitur & g b per ultimam, b . . & quia g b eſt unitas, ſequitur numerum eſſe partem unitatis uel ſibi æqualem: quod eſt impoſſibile. Erunt igitur a b & c d, contra ſe primi, quod eſt propoſitum.

CAMPANI *additio.* Quòd ſi duo numeri a b & c d ſint cõtra ſe primi, non erit in hac mutua detractione ſtatus, antequam ad unitatẽ perueniatur. Et eſt iſtud cõuerſum eius quod autor proponit. Si autem in hac mutua detractione fuerit ſtatus antequam perueniatur ad unitatem, ſit ut g b ſit numerus qui detrahatur a b f d, & nihil ſit reſiduum: igitur g a . . . . . e . . . g . b b numerat f d, ergo per penultimam cõceptionem, numerat & e g: & quia etiã numerat ſeipſum, numerabit per antepenultimam conceptionem totum e b, ergo per penulti- c . . . . f . . . d mam numerat c f. Sed oſtẽſum eſt prius, quòd numerat f d, ergo per antepenultimam numerat totum c d, quare per penultimam numerat a e. & quia oſtenſum eſt prius quòd etiam numerat e b, ſequitur per antepenultimam ut etiam numerat a b: quia igitur numerus g b numerat utrunque duorum a b & c d, numeri a b & c d ſunt compoſiti: non igitur contra ſe primi, quod eſt contra hypotheſin. Per hanc ergo uiam, propoſitis quibuſque duobus numeris, inueſtigamus utrum ipſi ſint contra ſe primi, ſi enim tali facta mutua detractione perueniatur ad unitatem, ipſi ſunt contra ſe primi. Si autem ſit ſtatus antequam perueniatur ad unitatem, ipſi ſunt compoſiti.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

1 Si duobus numeris inequalibus expoſitis, ſublato ſemper minore, à maiore reliquus minimè metiatur precedentẽ, quoad aſſumpta fuerit unitas, qui à principio numeri, primi adinuicem erunt.

THEON *ex Zamb.* *Duobus namq; inæqualibus numeris propoſitis α β & γ δ, ſublato ſemper minore à maiore, reliquus minimè metiatur præcedẽtem, quoad ſumpta fuerit unitas.* Dico quòd ipſi α β et γ δ *primi adinuicem ſunt: hoc eſt quod ipſos α β ad γ δ unitas ſola dimetitur. Si autem α β & γ δ non ſunt primi adinuicem, eos aliquis numerus metietur: metiatur, eſtoq; ε, & γ δ ipſum β ζ metiens, relinquat ſe minorem ζ α: at α ζ ipſum δ γ metiens, relinquat ſe minorẽ* ε . . *η γ: & η γ ipſum ζ θ metiens, relinquat unitatem β α. Quoniam igitur ε ipſum* δ . . . η . . γ *γ metitur, & γ δ ipſum β ζ metitur, igitur & ε ipſum* β . . . . . ζ . . θ . α *& totum θ α, & reliquum igitur α ζ metietur. At α ζ ipſum δ η metitur, & ε igitur ipſum δ η metietur: metitur autem & totum δ γ, & reliquum igitur γ η metietur. At ε η ipſum ζ θ metitur, & ε igitur ipſum ζ θ metietur: metitur autem & totum ζ α, & reliquam igitur α θ metietur unitatem, numerus exiſtens, quod eſt impoſſibile. igitur ipſos α β & γ δ, nullus numerus metietur. Igitur α β & γ δ, primi adinuicem ſunt: quod demonſtrare oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

2 PRopoſitis duobus numeris adinuicẽ cõpoſitis, maximũ numerum comunem eos numerantem inuenire.

CORRELARIVM.

Vnde manifeſtũ eſt, quia omnis numerus duos numeros numerans, numerat numerum maximum ambos numerantem.

CAMPANVS. Sint duo numeri compoſiti a b & c d, minor c d: quia ergo numerat eos cõmuniter aliquis numerus per diffinitionem, uolo inuenire maximum a . . . . . e . . . . . b numerum, eos communiter numerantem. Secundum modum & ſimilitu- c . . . . . f . . . d dinem prioris, minuo minorem de maiori, quoad poſſum, uidelicet c d de a b, & ſit g . . . reſiduum e b: itemq; e b de c d quoad poſſum, & ſit reſiduum f d: & quia huius diminutio nõ po-

teſt fieri infinities per ultimam petitionem, nec poteſt etiam ad unitatem peruenire in propoſito per præcedentem, quia tunc eſſent numeri propoſiti contra ſe primi, quod eſt cõtra hypotheſin: ſit ut cũ detraxero f d ex ex e b, quoad potero, quod nihil ſit reſiduum: dico tunc f d eſſe maximum numerum numerantem a b & c d. Quòd enim numerat eos, patet per penultimam & antepenultimam conceptionem alternatim quoties oportuerit repetitas, ſicut in demonſtratione cõuerſę prędcedẽtis. Numerat enim f d, e b, quia cum ab ipſo detrahitur quoad poteſt, nihil ſit reſiduũ, ergo & c f per penultimam conceptionem, igitur & c d per antepenultimam, quare & a e per penultimam, igitur & a b per antepenultimã. Quòd autem nullus maior f d, numeret a b, & c d ſic patet. Si enim fieri poteſt, ſit numerus g maior f d, numerans utrunque duorum numerorum a b & c d: quia igitur g numerat c d, numerabit per penultimam conceptionem a e: & quia numerat a b, numerabit per ultimam f d, maior uidelicet minorem: quod eſt impoſsibile. Ex hoc ſecundo proceſſu liquet correlarium.

a ..... e ..... b
c ..... f ... d
g ....

Euclid. ex Zamb. *Problema 1.* *Propoſitio 2.*

Duobus numeris datis non primis adinuicem, maximam eorum communem dimenſionem inuenire.

THEON *ex Zamb.* *Sint dati bini numeri non primi adinuicem, α β & γ δ: oportet iam ipſorum α β & γ δ, maximam dimenſionem inuenire. Si quidem γ δ ipſum α β metitur, metitur autem & ſeipſum. Igitur γ δ, ipſorum γ δ & α β communis dimenſio eſt: & manifeſtum eſt, quòd maxima, nullus enim maior ipſo γ δ, ipſum γ δ metietur. Si autem γ δ non metitur ipſum α β, ipſorum α β & γ δ ſublato (per primã ſeptimi) ſemper minore à maiore, ſumetur numerus aliquis qui metietur præcedentem, unitas quidem non ſumetur. Si autem non, erunt α β & γ δ primi adinuicem, quod non ſupponitur. Sumetur aliquis numerus igitur qui metietur præcedentem, & γ δ quidem ipſum α β metiens, (per primam ſeptimi) relinquat ſe minorem α ε: α ε autem ipſum γ δ metiẽs, relinquat ſe minorem γ ζ, & γ ζ ipſum α ε metiatur. Quoniã igitur γ ζ ipſum α ε metitur, & α ε ipſum δ ζ metitur: igitur γ ζ ipſum δ ζ metietur, metitur et ſeipſum, & totũ igitur γ δ metietur. At γ δ ipſum β ε metitur, & ε ζ igitur ipſum β ε metitur: metitur autem & ε α, igitur et totum β α metietur, metietur quoque ipſum γ δ, igitur γ ζ ipſos α β & γ δ metitur. igitur γ ζ ipſorum α β & γ δ communis dimenſio eſt. Dico enim quòd & maxima, ſi γ ζ ipſorum α β & γ δ non eſt maxima communis menſura, metietur ipſos α β & γ δ numeros aliquis numerus maior exiſtens, ipſo γ ζ metiatur, eſtoq; η. Et quoniam η ipſum γ δ, & γ δ ipſum β ε metitur, & η igitur ipſum β ε metitur. Metitur autem & totum α β, & reliquum igitur α ε metietur: at α γ ipſum δ ζ metitur, & η igitur ipſum δ ζ metietur: metietur autem & totum γ δ, & reliquum igitur γ ζ metietur, maior minorem, quod eſt impoſsibile. Igitur ipſos α β & γ δ numeros numerus non metietur, maior exiſtens ipſo γ ζ. Igitur γ ζ ipſorum α β & γ δ maxima eſt communis menſura: quod oportebat facere.*

β ..... α
δ .... γ
β ..... ε .... α
δ .... ζ .. γ
β ..... ε .... α
η ...
δ .... ζ .. γ

CORRELARIVM. Ex hoc manifeſtum eſt, quòd ſi numerus binos numeros metitur & maximam communem eorum dimenſionem metietur.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*



Propoſitis tribus numeris adinuicem compoſitis, maximum numerorũ eos communiter numerantiũ inuenire.

CAMPANVS. Priuſquam hanc tertiam concluſionẽ demonſtremus, demonſtrandũ arbitramur ipſius antecedẽs, uidelicet propoſitis tribus numeris, qualiter poterimus certificare, an ipſi ſint adinuicem compoſiti. Sint itaque tres numeri a b c, de quibus uolo uidere utrum ipſi ſint adinuicem compoſiti: per primam igitur inquiro, an duo primi qui ſunt a & b ſint adinuicem primi, quòd ſi ſic, non erunt a, b, c, adinuicem compoſiti per diffinitionem. Si autem a & b ſunt adinuicem compoſiti, ſit per præcedentem d maximus numerus eos numerans, qui ſi numerat c, erunt per diffinitionem, a, b, c, adinuicem compoſiti. Si autem non numerat ipſum, ſed ipſi c & d quidem ſunt contra ſe primi, non erunt a, b, c, adinuicem compoſiti: nam quicunque numeraret eos, numeraret etiam d per correlarium præcedentis, ſicq; eſſent d & c compoſiti, quod eſt contra

a .....
b .....
c ...
a ..... d ...
b ..... e ..
c ....
c .....
e .....

contra hypothesin. Si autem c & d sunt compositi, erũt etiam a,b,c,adinuicem compositi. Sit enim per præmissam e,maximus numerans c & d, qui etiam per penultimam conceptionem numerabit a & b, quare per diffinitionem a b c, sunt adinuicem compositi. Simili quoq; modo scietur, propositis quotliber pluribus quàm tribus, an omnes sint adinuicem compositi. Propositis itaq; tribus qui sunt adinuicem cõpositi, qui etiam sint a, b c, uolo inuenire maximum numerũ numerantem omnes. Sumo secundũ doctrinam prę missę, d maximum numerantem a & b, qui si numerat c, ipse est quem quærimus: alioqui per correlarium præcedentis sequeretur maiorem numerare minorem. Si autem non numerat c, erunt tamen c & d adinuicem compositi per hypothesin & correlariũ præcedentis & diffinitionem: fit igitur maximus eos numerãs e, dico e esse maximum numerantem a, b c. Quod enim eos numeret, patet per hanc ultimam hypothesin, quæ est ipsum esse maximum numerantem c & d, & per penultimam conceptionem. Et quòd nullus eo maior numeret eos, sic patet: sit enim, si potest fieri, f maior e, qui numeret a b c, qui cum numeret a & b, numerabit per correlarium præmissæ d: & quia etiam numerat c, numerabit per idem correlarium c maior uidelicet minorem, quod est impossibile. Non erit igitur numerus aliquis maior e, numerans a b c: quod est propositum.

a .....
b .....
c ...

a ..... d ....
b ..... e ..
c ....
c .....
c .....

a ..... d ....
b ..... e ..
c .... f ...
c .....

CAMPANI *additio.*

Simili quoque modo inuenietur maximus numerus numerans quotlibet plures tribus adinuicem compositos. unde non oportuit Euclidem de pluribus tribus hoc docere, quia idem est modus & ars in tribus & pluribus.

Ex ultimo autem huius demonstrationis processu, possumus etiam istud correlarium huic tertiæ conclusioni adijcere.

CORRELARIVM.

Vnde manifestum est, quòd omnis numerus numerans quotlibet adinuicem compositos, numerat maximum numerantẽ eos omnes, & etiam maximos numerãtes binos & binos eorum.

Euclid. ex Zamb. *Problema* 2. *Propositio* 3.

Tribus numeris datis non primis adinuicem, maximam eorum communem mensuram inuenire.

THEON *ex Zamb. Sint dati tres numeri non primi adinuicem α β γ, oportet iam ipsorum α β γ, maximam communẽ dimensionem inuenire. Sumatur ipsorum α β, maxima cõmunis mensura δ, (per 2 septimi.) Iam ipse δ, ipsum γ aut metitur aut non metitur, metiatur primum: metitur autem ipsos & α β. Igitur δ metitur ipsos α β γ. Igitur δ, ipsorum α β γ, cõmunis dimensio est.* α .....
Dico iam quòd & maxima. Si autem δ ipsorum α β γ non est maxima communis mensura, metietur ipsos α β γ, numeros aliquis numerus maior ipso δ. Metiatur, & esto ε. Quoniam enim ε metitur ipsos α β γ, metietur igitur & ipsos α β. Igitur & ipsorum α β, maximam communem mensuram metietur, (per correlarium secundæ septimi.) Ipsorum autem α β, maxima communis mensura est δ. Igitur γ ipsum δ metietur, maior minorem, quod est impossibile (per constructionem.) Ipsos igitur α β γ numeros, numerus aliquis non metietur, maior existens ipso δ. Igitur δ ε ipsorum α β γ, maxima communis dimẽsio est. Non metiatur iam δ ipsum γ. Dico quòd primum δ & γ, non sunt primi adinuicem. Quoniam enim α β γ, (per hypothesin) non sunt primi adinuicẽ, metietur eos aliquis numerus. At ipsos α β γ metiens, metietur & ipsos α β, & ipsorum α β maximam mensuram δ metietur (per correlarium secundæ septimi.) Metitur autem & γ. Ipsos igitur δ γ numeros, numerus aliquis metietur: igitur δ & γ, non sunt primi adinuicem. Sumatur (per 1 septimi) igitur ipsorum δ γ, maxima cõmunis mensura ε, & quoniam ε ipsum δ metitur, at δ ipsos α β, metitur, & ε igitur ipsos α β, metitur: metitur autem & γ. Igitur ε ipsos α β γ, metitur. Igitur ε ipsorum α β γ, communis dimensio est. Dico autem quòd & maxima. Si autem ε ipsorum α β γ, non est maxima mensura, ipsos α β γ numeros metietur, aliquis numerus maior existens ipso ε, metiatur, & esto ζ. Et quoniam ζ ipsos α β γ metitur, & ipsos α β metitur, & ipsorum α β, igitur communem maximam

β .....
γ .....
δ .....
ε ..
ζ ...

mensuram metietur (per correlarium secundæ septimi.) ipsorum autem α ..... α 6, maxima communis mẽsura est Δ. Igitur ζ ipsum Δ metitur: metitur β ..... autem & γ. Igitur ζ ipsos Δ γ, metitur & ipsorum Δ γ, maximam com- γ ..... munem mensuram metietur (per idem.) At ipsorum Δ γ maxima com- Δ ..... munis mensura est ε. Igitur ζ ipsum ε metitur, maior minorem: quod est ε .. impossibile. Ipsos igitur α β γ, numeros numerus aliquis non metitur ma ζ ... ior existens ipso ε. Igitur ε ipsorum α β γ, maxima communis dimensio est: quod fecisse oportuit.

CORRELARIVM.

Proinde manifestum est, quòd si numerus aliquis tres numeros metitur, & maximam eorum communem dimensionem metietur. Similiter autem & pluribus numeris datis non primis adinuicem, maxima communis dimensio inuenietur & correlarium succedet.

Euclid. ex Camp. *Propositio 4.*

OMnium duorum numerorum inæqualium, minor maioris aut pars aut partes. 4

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, b minor: dico q; b est pars uel partes a. Aut enim b numerat a, aut non: si numerat, pars eius est a ..... per diffinitionem. Si non numerat ipsum, aut ergo sunt adin b .... uicem primi, aut non: si non sunt adinuicẽ primi, habebunt per diffinitionem b ..... partem communem, quę quoties fuerit in b tot partes a dicetur esse b per dif- b ..... finitionem: si autem sint adinuicem primi, quia tamen omnis numeri pars est unitas ab ipso denominata, patet idem per unitates.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propositio 4.*

Omnis numerus, oĩs numeri minor maioris aut pars est, aut partes. 4

THEON ex Zamb. *Sint bini numeri α β γ, & sit minor β γ. Dico quòd β γ ipsius α, aut pars est aut partes. Ipsi enim α β γ, aut primi adinuicem sunt, aut nõ: sint primum α β γ, pri-*
mi adinuicem. Diuiso etenim β γ in eas quæ in ipso sunt unitates, erit unaquæque α .....
unitas earũ quæ in β γ, pars aliqua ipsius α: proinde partes sunt β γ, ipsius α. Non β .... γ
sint autem ipsi α 6 γ, primi adinuicem. Iam β γ ipsum α aut metitur, aut nõ meti- β ..... γ
tur. Si quidem igitur β γ ipsum α metitur, pars est β γ ipsius α. Si autẽ non, suma- β ... ε ... ζ ... γ
tur (per secundam septimi) ipsorum α 6 γ, maxima communis mensura, sit q; Δ. Δ ...
Diuidatur β γ in æquales ipsi Δ, hoc est β ε, ε ζ & ζ γ. Et quoniam Δ ipsum α meti-
tur, pars est Δ ipsius α: æqualis autem Δ unicuique ipsorum β ε, ε ζ & ζ γ: & unusquisque igitur ipsorum β ε, ε ζ & ζ γ, ipsius α est pars. Quare partes est β γ ipsius α. Omnis igitur numerus, omnis numeri minor maioris aut pars est aut partes: quod demonstrare oportebat.

Euclid. ex Camp. *Propositio 5.*

SI fuerint quatuor numeri, quorum primus tota pars secundi, quota tertius quarti, erunt primus & tertius pariter accepti tota pars secundi & quarti pariter acceptorum, quota primus secundi. 5

CAMPANVS. Volẽs Euclides hos libros de nume a ..... c ..... ris aliquo præcedentium non indigere, sed per seipsos b .... d ... stare, partem eius quod proposuit per primã quinti de quãtitatibus in genere proponit per hãc quintã huius septimi de numeris. Sint igitur quatuor numeri a b c d, sitq; b tota pars a, quota d, c: dico quòd b & d pariter accepti sunt tota pars a & c pariter acceptorũ, quota b est a: diuisis enim a & c secundũ quantitatem b & d, argumentare sicut in prima quinti. erit enim ut totidẽ sint partes a, quot c per positionem, & ut aggregatum ex prima parte a & prima c, sit æquale aggregato ex b & d: similiter quoq; & aggregatũ ex secunda parte a & secunda c: & quia hæc aggregatio toties potest fieri, quoties cõtinetur b in a, sequitur ut numerus æqualis aggregato ex b & d, toties contineatur in aggregato ex a & c, quoties b continetur in a: quare constat propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propositio 5.*

Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & uterque utriusque eadem pars erit, quæ unus unius. 5

THEON ex Zamb. *Numerus enim α, numeri β γ esto pars, & alter Δ alterius ε ζ eadẽ pars, quæ est α ipsius β γ. Dico quòd uterque α Δ, utriusq; β γ & ε ζ eadem pars est, quæ &* α .....
α ipsius

æ, ipſius β γ. Quoniam enim α pars eſt ipſius β γ, eademq; pars eſt Δ ipſius ε ζ. quot igitur ſunt in ipſo β γ numeri æquales ipſius α, tot ſunt & in ipſo ε ζ numeri æquales ipſi Δ. Diuidatur, inquam, β γ in æquales ipſi α, hoc eſt β η & η γ, & ε ζ in æquales ipſi Δ, hoc eſt ε θ, & θ ζ, erit iam æqualis multitudo ipſorum β η & η γ, multitudini ipſorum ε θ & θ ζ. Et quoniam æqualis eſt β η ipſi α, & ε θ ipſi Δ, igitur β η & ε θ, α & Δ ſunt æquales. Id propterea enim η γ ipſi α eſt æqualis, & θ ζ ipſi Δ: ipſi igitur η γ θ ipſis α & Δ æquales ſunt. Quot igitur ſunt in ipſo β γ numeri æquales ipſi α, tot ſunt & in β γ, et ε ζ æquales ipſi α, Δ. Quotuplex igitur eſt β γ ipſius α, totuplex eſt & uterq; β γ & ε ζ, utriuſq; α, Δ. Quæ igitur pars eſt α ipſius β γ, eadem pars eſt, & uterq; α, Δ, utriuſq; β γ & ε ζ: quod oportebat demonſtrare.

α . . . . . β . . . . . γ
Δ . . . .
ε . . . . θ . . . . ζ

Euclid. ex Camp. Propoſitio 6.

SI fuerint quatuor numeri, quorũ primus totæ partes ſecundi quotæ tertius quarti, erunt primus & tertius pariter accepti totæ partes ſecundi & quarti pariter acceptorum, quotæ primus ſecundi.

CAMPANVS. Quod propoſuit præmiſſa de parte, proponit iſta de partibus. Sint itaq; ut prius quatuor numeri a, b, c, d, ſitq; ut b ſit tot & totę partes a, quot & quotæ d eſt c: dico quòd b & d, pariter accepti erunt tot & totæ partes a & c pariter acceptorum, quot & quotæ b eſt a. Dico autem tot & totas, quia partium pluralitas duobus numeris diffinitur, quorum alter numerator dicitur, alter denominator: ut cùm dicimus tres quintæ, ternarius numerat, quinarius denominat. Quia igitur b eſt partes a, ſit ut ſint partes eius numeratæ ab h & denominatæ a k, eritq; ſimiliter per poſitionem, d partes c numeratæ ab h & denominatæ a k. Vna itaq; partium b ſit e, & una partium d ſit f, eritq; per hypotheſin, e pars b denominata ab h. & pars a denominata a k. Similiter quoque & f erit pars d ſecundum h, & pars c ſecundum k. Compoſitus igitur ex e & f ſit g, eritq; per præmiſſam, g pars b & d pariter acceptorum, ſecundum h, itemq; per eandem erit pars a & c pariter acceptorum, ſecundum k: quare per 16 diffinitionem, erunt b & d pariter accepti partes a & c pariter acceptorum numeratæ ab h & denominatæ a k, eo quòd eorum commmunis pars eſt g minoris ſecundum h & maioris ſecundum k, & quia ſic erat b, a, conſtat propoſitum.

a . . . . . c . . . . . .
b . . . . d . . . . . .
g
e . . f . . . .
h . . k . . .

CAMPANI *annotatio.* Potes autem & per hanc & præmiſſam, quod proponit de quatuor numeris, ad quotliber numeros ampliare, quòd ſi quotlibet numeri minores ad totidem maiores comparentur, fuerintq; ſinguli ſingulorum tota pars aut partes, quota uel quotæ primus ſecundi. erunt quoque omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorum, quota uel quotæ primus ſecundi, quod facilè probatur per hanc & præmiſſam, quoties oportuerit repetitas. Et ſi crederemus eſſe intẽtionem Euclidis aſſumere ex prius demonſtratis, aliqua ad demonſtrationem eorum quæ hic proponit, ex 13 quinti facilè demonſtraſſemus hanc ſextam. Nũc autem quia uidetur oppoſitum (aliter enim ſuperuacuè propoſuiſſet multa de numeris, quę demonſtrata ſunt in quinto de quantitatibus in genere) neceſſe habuimus proprijs uti demonſtrationibus tanquam ex prioribus nihil ſumentes, ſolis huius ſeptimi contenti principijs: propter quod & petitiones & communes animi conceptiones, propoſito proprias non inconuenienter huius ſeptimi principio appoſuimus.

Euclid. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 6.

SI numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eædem partes, & uterq; utriuſq; eædem partes erunt, quæ unus unius.

THEON ex Zãb. *Numerus enim α β, numeri γ eſto partes, & alter Δ ε, alterius ζ eædem partes, quæ α β ipſius γ. Dico quòd & uterq; α β & Δ ε, utriuſq; ε, ζ, eædẽ partes ſunt, quæ α β ipſius γ. Quoniã enim quales partes eſt α β ipſius γ, eædem partes eſt & Δ ε ipſius ζ: quot igitur partes ſunt in ipſo α β ipſius γ, tot partes & in Δ ε, ipſius ζ. Diuidatur quidem α β in partes ipſius γ, hoc eſt α η & η β, necnon Δ ε in partes ipſius ζ, hoc eſt Δ θ, & θ ε. Erit multitudo ipſorum α η, η θ æqualis multitudini ipſorum Δ θ, θ ε: & quoniam qualis pars eſt α η ipſius γ, talis pars eſt & Δ θ ipſius ζ: qualis igitur pars eſt α η ipſius γ, talis pars eſt & uterq; α η & Δ θ utriuſq; γ, ζ. Id propterea & qualis pars η β ipſius γ, talis pars eſt & uterq; η β & θ ε, utriuſq; γ ζ. Quales igitur partes ſunt α β ipſius γ, tales partes ſunt & uterq; α β & Δ ε, utriuſq; γ, ζ: quod oportebat demonſtrare.*

α . . . η . . . β
γ . . . . . .
Δ . . . . θ . . . . ε
ζ . . . . . .

Euclid. ex Camp. *Propositio 7.*

SI fuerint duo numeri, quorum unus alterius pars, detra- 7
hatur{que} ab ambobus ipsa pars, erit reliquus tota pars re liqui, quota totus totius.

CAMP. Quod proponit hic Euclides de numeris, proposuit superius in quinta quinti de quãtitatibus in genere. Sit ita ut quota pars est totus a totius b, totus sit c detractus ab a, d detracti a b: dico quòd tota erit e residuus a f, residui b, quota est totus a totius b: & hęc est quasi cõuersa quintæ. Sit enim per petitionem, e tota pars g, quota c est d, erit{que} per 5, tota pars a compositi ex g & d, quota c, d: quare & quota est a, b: igitur per secundam conceptionem compositus ex g & d est æqualis b: dempto itaq; ab utroq; numero, d, erit g æqualis f, quare erit e tota pars f, quota est a, b, tota enim erat e, g: quod est propositum.

g
.
.
.
.
.
.
.
.
b .
f.....d....
a
e....c..

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propositio 7.*

Si numerus numeri pars fuerit qualis ablatus ablati, & reliquus 7
reliqui pars erit qualis totus totius.

THEON ex Zamb. *Numerus enim α β numeri γ δ pars esto, qualis ablatus α ε ablati γ ζ. Dico quòd & reliquus ε β reliqui ζ δ eadem est pars, qualis est totius α β totius γ δ. Qualis enim pars est α ε ipsius γ ζ, talis pars esto & ε β ipsius γ η. Et quoniam qualis pars est α ε ipsius γ ζ talis pars est & ε β ipsius γ η, qualis igitur pars est α ε ipsius γ ζ, talis est (per 5 septimi) & α θ ipsius ζ η. Qualis autem pars est α ε ipsius γ ζ, talis pars supponitur α β ipsius γ δ. Qualis pars igitur est α β ipsius ζ η, talis pars est α β ipsius γ δ: igitur α β, utriusq; ipsorum η ζ & γ δ eadẽ pars est: æqualis igitur est ζ η ipsi γ δ. Communis auferatur γ ζ. Reliquus igitur η γ, reliquo ζ δ est æqualis. Et quoniam qualis pars est α ε ipsius ε ζ, talis pars est ε β ipsius η γ, æqualis autem est η γ ipsi ζ δ: qualis igitur pars est α ε ipsius γ ζ, talis pars est & ε θ ipsius ζ δ. Sed qualis pars est α ε ipsius γ ζ, talis pars est & α β ipsius γ δ: qualis igitur pars est ε β ipsius ζ δ, talis pars est & α β ipsius γ δ. Et reliquus igitur ε β, reliqui ζ δ talis est pars, qualis totus α β totius γ δ: quod oportebat demonstrare.*

α . . . . ε . . θ
γ . . . . . ζ . . . . δ
η . . . . .

Euclid. ex Camp. *Propositio 8.*

SI á duobus numeris (quorum alter alterius partes) propo 8
sitis partes illæ subtrahantur, erit reliquus reliqui eædem partes quæ est totus totius.

CAMP. Hæc est quasi cõuersa sextæ, ut si sit quot & quotę partes est totus a totius b, tot & totæ c, detractus a, b, ad detracti a b, erit e residuus a, tot & totę partes f residui b, quot & quotę est a b. Sit enim g una partium a, & h una partium c, erit{que} propter hypothesin, g tota pars a, quota h, c, & tota b, quota h, d: detrahatur h d g, & remaneat k, erit{que} k per præmissam, tota pars e, quota g, a, & tota f per eandem, quota g, b: quia igitur e & f habent partem communem quę est k, erit per 16 diffinitionem, e partes f tot quidem quota pars est k, e: & totæ, quota est k, f. & quia tot & totæ erat a, b patet propositum.

b
f...d.....
a
e..c....
g..k.
h..

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propositio 8.*

Si numerus numeri partes fuerit quæ ablatus ablati, & reliquus 8
reliqui, eædem partes erit, quæ totus totius.

THEON ex Zamb. *Numerus enim α ζ, numeri γ δ partes esto, quæ ablatus α ε, ablati γ ζ. Dico quòd reliquus ε β, reliqui ζ δ eædem partes est, quæ totus α β totius γ δ. Ponatur enim ipsi α ζ æqualis η θ, quæ igitur partes est η θ ipsius γ δ, eadẽ partes est & α ε ipsius γ ζ. Dividatur quidẽ η θ in ipsius γ δ partes, hoc est η κ et κ θ & α ε in ipsius γ ζ partes, hoc est α λ et λ ε, erit autem æqualis multitudo ipsorũ η κ et κ θ multitudini ipsorũ α λ et λ ε, et quoniã qualis pars est η κ ipsius α δ, talis pars est et α λ, ipsius γ ζ: maior autẽ est γ δ ipso γ ζ, maior igitur est et γ κ ipso κ λ, ponatur ipsi α λ, æqualis μ κ. Igitur qualis pars est η κ ipsius γ δ, talis*

α . . . λ . . . . . β
γ . . . . . δ . . . δ
η . . . μ κ . . . ν . θ

pars est

pars est & ν μ ipsius γ ζ: & reliquus igitur μ ν (per 7 septimi) reliqui ζ δ eadem pars est sicut totus ν ν totius γ δ. Rursus quoniam qualis pars est ν θ ipsius γ δ, talis pars est & ε λ ipsius γ ζ, maior autē est γ δ ipso γ ζ. maior igitur est & θ ν ipso ε λ, ponatur ipsi ε λ æqualis ν ν. Qualis igitur pars est ν θ ipsius γ δ, talis pars est & ν ν ipsius γ ζ, & reliquus igitur ν θ (per 7 septimi) reliqui ζ δ eadē pars est, quæ totus ν θ totius γ δ: patuit autem quòd & reliquus μ ν reliqui ζ δ eadem pars est, qualis totus ν ν totius δ γ: & uterq; igitur μ ν & ν θ (per 5 septimi) ipsius δ ζ eædem partes est, quæ totus θ ν totius γ δ. Aequalis autem est uterq; simul ν ν & ν θ ipsi ε β. At θ ν ipsi β α, & reliquus igitur ε β, reliqui ζ δ eædem partes est, quæ totus α β totius γ δ: quod oportebat demonstrare.

α ..... λ ... ε .. β
ν ... μ . ν ... ν . θ
γ ..... ζ ... δ

Euclid. ex Camp. Propositio 9.

9 SI fuerint quatuor numeri, quorū primus secūdi tota pars quota tertius quarti, erit permutatim tota pars aut partes primus tertij, quota pars aut partes secundus quarti.

CAMPANVS. Sit a primus tota pars b secundi, quota c tertius d quarti: sintq; a & b minores c & d: aliter enim esset econuerso ei quod proponit: dico quòd quota pars uel partes est a, c, tota uel totæ est b, d: diuidantur enim, b quidem secundum quantitatem a, d uerò secundum c, eruntq; per præsentem hypothesin, tot partes b, quot d: & quia unaquæq; partium b est æqualis a, & unaquæq; d, c, est autem a, c: pars aut partes per præsentem hypothesin, & per quartam huius, erit unaquæq; partium b suæ comparis ex partibus d ut prima primæ secundæ: sicq; de cæteris tota pars aut partes quota uel quotæ est a, c, per 5 igitur uel 6 sub disiunctione quoties oportuerit repetitas, erit tota pars aut partes b, d, quota uel quotæ est a, c: quod est propositum.

a ... c ....
b ..... d .....

Euclid ex Zamb. Theorema 7. Propositio 9.

9 Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & uicissim qualis pars est uel partes primus tertij, eadē pars erit uel partes secundus quarti.

THEON ex Zamb. *Numerus enim α numeri β γ esto pars, & alter δ alterius ε ζ eadem pars, qualis est α ipsius β γ: minor autem esto α ipso δ. Dico quòd et uicissim qualis pars est α ipsius δ uel partes, eadem pars est uel partes β γ ipsius ε ζ. Quoniam enim qualis pars est α ipsius β γ, talis pars est & δ ipsius ε ζ, quot igitur sunt in β γ numeri æquales ipsi α, tot sunt & in ε ζ æquales ipsi δ. Dirimatur quidem β γ in ipsi α æquales, hoc est β η et η γ, & ε ζ in ipsi δ æquales, hoc est ε θ et θ ζ, est iam æqualis multitudo ipsorum β η & η γ, multitudini ipsorum ε θ & θ ζ: & quoniam æquales sunt β η & η γ numeri adinuicem, & ε θ & θ ζ numeri, sibijnuicē sunt æquales, & æqualis est multitudo ipsorum β η & η γ multitudini ipsorum ε θ & θ ζ: æqualis igitur pars est β η ipsius ε θ uel partes, eadem pars est η γ ipsius θ ζ uel eædem partes. Itaq; qualis pars est β η ipsius ε θ uel partes, talis pars est (per 2 quinti & 5 septimi) & uterque β γ utriusq; ε ζ uel eædem partes, æqualis autem est η β ipsi α, & ε θ ipsi δ. Qualis igitur pars est α ipsius δ uel partes, eadem pars est & β γ ipsius ε ζ uel eædem partes: quod oportebat demonstrare.*

α ..... β ..... γ
δ ..... ε ..... ζ

Euclid. ex Camp. Propositio 10.

10 SI fuerint quatuor numeri, quorum primus totæ partes secundi quotæ tertius quarti, erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota uel quotæ secundus quarti.

CAMPANVS. Sint quatuor numeri ut prius, quorum similiter minores sint a & b, sitq; a totę partes b, quotę c est d: dico quòd quota pars aut partes est a, c: tota uel totæ est b, d. Diuidantur enim minores in partes illas qui sunt a & c: erūtq; per præsentē hypothesin tot partes a, quot c, & quia unaquæq; ex partibus a est tota pars b, quota quælibet ex partibus c est d (hoc enim habemus ex nostra hypothesi) erit permutatim per præmissam, ut quota pars aut partes est b, d, tota uel totæ sit unaquęq; ex partibus a suæ cōparis ex partibus c: per quintam igitur uel 6 sub disiunctione quoties oportuerit repetitas, erit tota pars aut partes b, d, quota uel quotæ est a, c: quod est propositum.

a .... b .....
c ..... d .....

Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 10.

10 Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eędē partes & uicissim

cíſsim quæ partes eſt primus tertíj uel pars, eædem partes erit & ſecundus quartí uel eadem pars.

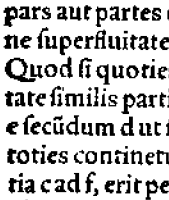
THEON ex Zamb. *Numerus enim α β, numeri γ, partes eſto, & alter δ ε, alterius ζ eædem eſto partes, ſit autem α β, ipſo γ δ minor. Dico quòd & uiciſsim quales partes eſt α β ipſius δ ε, uel pars eadē partes eſt & γ ipſius ζ uel eadem pars. Quoniam enim quales partes eſt α β ipſius γ, eædem partes eſt & δ ε ipſius ζ, quot igitur ſunt in ipſo α β partes ipſius γ, tot & in δ ε ſunt partes ipſius ζ. Diuidatur quidē α β in ipſius γ partes (æquales) hoc eſt α η & η β. Itidēq; δ ε in ipſius ζ partes (æquales) hoc eſt δ θ et θ ε, erit iam æqualis multitudo ipſorum α η & η β, multitudini ipſorum δ θ & θ ε. Et quoniam qualis pars eſt α η ipſius γ, eadem pars eſt & δ θ ipſius ζ, uiciſsim quoq; (per præcedentem) qualis pars eſt α η ipſius δ θ uel partes, eadem pars eſt & γ ipſius ζ uel eædem partes. Id propterea qualis pars eſt η β ipſius θ ε uel partes, talis pars eſt et & γ ipſius ζ uel partes. Quare qualis pars eſt α η ipſius δ θ uel partes, eadem pars eſt & α β ipſius δ ε uel eædem partes (per diffinitionem) Sed (per 6 ſeptimi) qualis pars eſt α η ipſius δ θ uel partes, talis pars oſtenſus eſt & γ ipſius ζ, uel eædem partes, & (per 12 quinti) quales igitur partes eſt & α β ipſius δ ε uel pars, eædem partes eſt & γ ipſius ζ, uel eadem pars: quod oportebat demonſtrare.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*

SI fuerint quatuor numeri proportionales, quorũ primus ſecũdo & tertius quarto ſit maior, erit ſecũdus tota pars aut partes primi, quota uel quotæ quartus tertíj. Quod ſi ſecundus fuerit tota pars aut partes primi, quota uel quotæ quartus tertíj, quatuor numeros proportionales eſſe conueniet. 11

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, ſicut c ad d, ſintq; a & c maiores. Dico quòd quota pars aut partes eſt b a, tota uel totæ eſt d, c, & econuerſo. Erit enim per conuerſionem diffinitionis ſimilium proportionum, ut quoties b in a, toties ſit d in c, & ſi qua pars aut partes b ſuperfluunt in a, tota pars aut partes d ſuperfluant in c, ſi itaq; cõtineatur b in a ſine ſuperfluitate partis, quia toties ſine ſuperfluitate continetur d in c, erit per diffinitionẽ ſimilium partium quota pars b a, tot ad c. Quod ſi quotieslibet continetur b a cum ſuperfluitate partis, toties cõtinetur d in c cũ ſuperfluitate ſimilis partis, diſtincto a ſecundum b ut ſuperfluitate, atq; e ſecũdum d ut ſuperfluat f, erit tota pars e b quota f, d. At quia toties continetur b in differentia a ad e, quoties d in differentia c ad f, erit per cõmunem ſcientiã toties e in a quoties f in c: cùm igitur a & b habeant e partem cõmunem, ſimiliter c & d, f, ſit itaq; e in b quoties f in d, itēq; e in a quoties f in c, erit per 16 diffinitionem, b tot & totæ partes a, quot & quotæ d c. Si autẽ quotieslibet b cõtinetur in a cum ſuperfluitate quotlibet partium, toties continetur d in c cum ſuperfluitate totidem & ſimilium partium, diſtincto a ſecundum b ut ſuperfluat e, ſimiliter c ſecundũ d ut ſuperfluat f: erit e tot & totę partes b, quot & quotæ f, d. Sumpta itaq; una ex ipſis, argumentandum ut prius, ſicq; patet primum. Secundum ſic. Sit b, a, tota pars aut partes, quota uel quotę d, c, dico quòd erit proportio a ad b, ſicut c ad d: ſi enim eſt tota pars, conſtat propoſitum. Si autem totæ partes, diuiſis eis ſecundum partes illas, patebit toties eſſe b in a, quoties d in c, & totam partem aut partes b, ſuperfluere in a, quota an quotæ d ſuperfluunt in c, per diffinitionem itaq; eſt proportio a ad b, ſicut c ad d, ſicq; liquet totum.



Hæc undecima, in Zamberto nullam habet reſpondentem.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*

SI à duobus numeris ſecundum ſuas proportiones duo numeri detrahantur, erit proportio reliqui ad reliquum tanquam proportio totius ad totum. 12

CAMPANVS. Quod propoſuit Euclides in 19 quinti de quantitatibus in genere, proponit hic de numeris. Vt ſi ſit proportio totius ad totum b ſicut c detracti ab a ad d detractum a b, erit e reſidui a ad f reſiduum b, ſicut a ad b. Si enim a ſit minor b, erit per præſentem hypotheſin & per conuerſionem diffi-



nitionis

nitionis, c tota pars aut partes d, quota uel quotę eſt a, b: per 7 igitur uel 8, erit e tota pars aut partes f, quota uel quotæ eſt a, b: per diffinitionem igitur erit proportio una, quod eſt propoſitum. Quod ſi a ſit maior b, erit per primam partem præmiſſæ quota pars aut partes b, a, tota uel totæ d, c: quare per 7 uel 8, tota uel totæ erit f, e, itaq; per ſecundam partẽ præmiſſæ erit e ad f, ſicut a ad b, quare conſtat propoſitum.

b
d . . . f . . .
a
c . . . . e . . . .

CAMPANI *annotatio.* Cedunt autem huic, 7 & 8, hæc enim ſola quod ambæ illæ, continet. Volunt autem quidam ſecundam partem huius probare per 19 quinti, ſed ſi hoc intẽderet Euclides, cùm iſta proponat particulariter, quod illa uniuerſaliter, uanè (illa demonſtrata in quinto) propoſuiſſet hanc hic in ſeptimo, & quia iterum non demonſtrant eam ſimpliciter per 19 quinti. At uerò nec modum demonſtrationis illius poſſunt affirmare ad demonſtrationem huius, cùm illa demonſtretur in quantitatibus in genere per proportionalitatem permutatam, quæ infrà demonſtratur in numeris. Exiſtimo autem, & rationabiliter conuinci uiderur Euclidem (quẽ uultum demonſtratoris arithmetici, gratia decimi, in quo ſine numerorũ aliqua pręcognitione trãſire non poterat, conſtat aſſumere) idcirco plurima eorum quę in quinto de quantitatibus in genere demonſtrauit, hic repetere demonſtranda de numeris, quoniam per alia principia propria uidelicet numerorum, quę magis nota ſunt intellectui, quàm ea per quę proceſsit in quinto, ipſa demonſtrare intendit. principia enim quinti propter malitiam quantitatum incommunicautiũ difficilia ſunt: principia uerò numerorum, magis ultrò ſe intellectui applicant, faciliusq; quàm illa. Egent enim illa intellectu magis diſpoſito.

Hæc ſequens undecima Euclidis ex Zamberto propoſitio, duodecimę pręcedenti ex Campano reſpondet.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propoſitio 11.*

11 Si fuerit ſicut totus ad totum, ſic ablatus ad ablatum, & reliquus ad reliquum erit, ſicut totus ad totum.

THEON *ex Zamb.* *Eſto ſicut totus α β ad totũ γ δ, ſic ablatus α ε ad ablatum γ ζ. Dico quòd & reliquus ε β ad reliquum ζ δ, eſt ſicut totus α β ad totum γ δ. Quoniam enim eſt ſicut α β ad γ δ, ſic α ε ad γ ζ: qualis igitur pars eſt α β ipſius γ δ uel partes, eadẽ pars eſt & α ε ipſius γ ζ uel eædem partes, & reliquus igitur ε β (per 8 ſeptimi) reliqui ζ δ eadem pars eſt uel partes, quæ α β ipſius γ δ: eſt igitur (per 11 quinti) ſicut ε β ad ζ δ, ſic α β ad γ δ: quod oportebat demonſtrare.*

b
a
d
f
e
c

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

13 Si fuerint quotlibet numeri proportionales, quãtus erit unus antecedens ad ſuũ conſequentem, tanti erunt omnes antecedẽtes pariter accepti ad omnes cõſequẽtes pariter acceptos.

CAMP. Quod proponit Euclides per 13 quinti de quantitatibus in genere, proponit per hãc de numeris. Vt ſi ſint a, b, & c, d, & e, f, proportionales, dico q; quæ eſt proportio a ad b ea eſt quæ a, c, e, pariter accceptorum ad b, d, f, pariter acceptos. Si enim a, c, e ſint minores b, d, f, erit per conuerſionẽ diffinitionis quota pars aut partes a b, tota uel totæ c, d, & e, f, per 5 ergo uel per 6 quoties oportuerit repetitas, erit quota pars uel partes a, b, tota uel totę a, c, e, pariter accepti b, d, f, pariter acceptorũ, quare per diffinitionem, proportio una. Si autem a, c, e, ſunt maiores b, d, f, erit per primam partem 11, quota pars uel partes b, a tota uel totæ d, c & f, e, per 5 ergo uel 6 quoties oportuerit repetitas, erit quota pars uel partes b, a, tota uel totę b, d, f, pariter accepti a, c, e, pariter acceptorum: itaq; per ſecundam partem 11, proportio a ad b, ſicut a, c, e, pariter acceptorum, ad b, d, f, pariter acceptos: quod eſt propoſitum.

a . . . . . c . . . . . .
b . . . d . . . f . . .

Euclid ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 12.*

13 Si fuerint quotcũq; numeri proportionales, erit ſicut unus antecedentiũ ad unũ ſequentiũ, ſic omnes antecedẽtes ad oẽs cõſequẽtes.

THEON *ex Zamb.* *Sint quotcunq; numeri proportionales α, β, γ, δ, ſicut α ad ζ, ſic γ ad δ. Dico q; eſt ſicut α ad ζ, ſic ſunt α & γ ad β & δ. Quoniã enim (per hypotheſin) eſt ſicut α ad ζ, ſic γ ad δ, qualis igitur pars eſt α ipſius ζ uel partes, eadẽ pars eſt et γ ipſius δ uel partes, & (per 5 ſeptimi) uterq; igitur α, γ, utriuſq; β, δ, eadẽ pars eſt uel eædem partes, quæ α ipſius ζ: eſt igitur (per 11 quinti) ſicut α ad ζ, ſic α & γ ad ζ δ: quod erat demonſtrandum.*

. . d
. . . c
. . . . . b
. . . . . a

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

SI fuerint quatuor numeri proportionales, permutatim 14
quoque proportionales erunt.

CAMP. Modum arguendi qui dicitur proportionalitas permutata, quam demonſtrauit Euclides per 16 quinti in genere, proponit hic demonſtrandũ in numeris. Vt ſi ſit proportio a ad b, ſicut c ad d, erit permutatim a ad c, ſicut b ad d, erit enim a maior b aut minor, ſimiliter quoq; & maior c aut minor.

Sit itaq; primò minor utroq;, erit ergo per præſentem hypotheſin & conuerſionem diffinitionis a tota pars aut partes b, a . . b . . . . c . . . d . . . . . quota uel quotæ c, d, per 9 itaq; uel 10, erit permutatim a tota pars aut partes c, quota uel quotæ b, d, quare per diffinitionem proportio una. Sit ſecundò a maior utroq;, erit per primam partem 11, ut quota pars aut partes eſt b, a, a . . . . . b . . . c . . . . d . . tota uel totæ ſit d, c, quare per 9 uel 10 tota pars aut partes erit b, d, quota uel quotæ c, a. Igitur per ſecundam partẽ 11 erit a ad c, ſicut b ad d. Sit tertiò a maior b, & minor c, eritq; per primam partem 11 tota pars aut partes b, a, a . . . . b . . c . . . . . d . . . quota uel quotæ eſt d c, quare per 9 uel 10 quota uel quoţ eſt a c, tota uel totæ erit b d, per diffinitionem itaq; proportio una. Vltimò quoq; ſit a minor b, maior; erit; ut tota pars aut partes ſit c, d, quota uel quotæ eſt a, b, a . . . b . . . . . c . . d . . . . per 9 itaq; uel 10 erit tota uel totę d, b, quota uel quotæ c, a, quare per ſecundam partem undecimæ, b ad d, ſicut a ad c, ſicq; conſtat propoſitum. Huic autem cedunt 9 uel 10, quia hæc ſola quod ambę illę proponit.

Euclid. ex Zamb. *Problema 11.* *Propoſitio 14.*

Si quatuor numeri proportionales fuerint, & uiciſsim propor- 14
tionales erunt.

THEON *ex Zamb. Sint quatuor numeri proportionales α, β, γ, δ, ſicut α ad β, ſic γ ad δ. Dico q; & uiciſsim proportionales erunt, ſicut α ad γ, ſic β ad δ.* α . . . . . β . . . . *Quoniam etiam (per hypotheſin) eſt ſicut α ad β, ſic γ ad δ, qualis igitur pars eſt* γ . . . . . δ . . . *α ipſius β uel partes, eadem pars eſt & γ ipſius δ uel partes (per 6 ſeptimi.) Vicißim igitur qualis pars eſt α ipſius γ uel partes, eadẽ pars eſt & β ipſius δ uel partes (per 9 ſeptimi & 10 eiuſdem.) Sicut igitur α ad γ, ſic β ad δ (per 11 quinti) quod erat demonſtrandum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*

SI fuerint quotlibet numeri aliiſq; ſecundum eorum nume- 15
rum, omnesq; duo ex prioribus ſecundum proportionẽ omnium duorum ex poſterioribus, in proportione æqualitatis proportionales erunt.

CAMP. Modum arguendi qui dicitur æqua proportionalitas, quam demonſtrauit Euclides per 22 quinti de quantitatibus in genere, proponit hic demonſtrandum in numeris directæ proportionalitatis: æquam autem proportionalitatem quam demõſtrauit per 23 quinti de quantitatibus indirectæ proportionalitatis, nõ proponit demonſtrandũ in numeris, ſed eam demonſtrabimus infrà ſuper 19 huius: nec eſt neceſſariũ, ut prędemonſtremus in numeris, quod demonſtratũ eſt per 11 quinti de quãtitatibus in genere, uidelicet ſi quotlibet proportiones in numeris fuerint uni æquales uel eædem, ipſas eſſe ſibi æquales uel eaſdem, hoc enim manifeſtum eſt per diffinionem. Vt ſi a ad c, & e ad f, a . . . . . c . . . . . e . . . . b . . . . d . . . f . . ſit ſicut b ad d, erit tam a c, quàm e f, tota pars aut partes, quota uel quotæ b, d, aut toties continebit a, c, & f, quoties b, d, & tota pars aut partes ſuperfluent e in a, & f in e, quota uel quotæ d in b, quia ergo quota pars aut partes eſt a c, tota uel totæ eſt e f, aut quoties a continet c toties e, f, & quota pars aut partes c ſuperfluunt in a tota uel totę f in e, erit per diffinitionẽ a ad c, ſicut e ad f. Sint igitur uti proponitur, numeri a b e, & aliį totidem c, d, f, ſitq; a ad b, a . . . . . e . . . . b . . . . . d . . . c . . . . f . . ſicut c ad d, & b ad e, ſicut d ad f: dico quòd erit in æqua proportionalitate a ad e, ſicut c ad f, erit enim per præmiſſam a ad c, ſicut b ad d, ſed & b ad d, ſicut e ad f: quare a ad c, ſicut e ad f: igitur per eandem a ad e, ſicut c ad f, idem erit ſumptis pluribus, ſicq; conſtat propoſitum.

CAMPANI *additio.* Quoniam autem Euclides cæteras quatuor ſpecies proportionalitatis, quę ſunt conuerſa, coniuncta, diſiuncta, euerſa, proponit demonſtrandas in numeris, conueniens arbitramur eas quas non autor tanquam facilè demonſtrabiles prætermiſit, demonſtrare.

Primùm

Primùm itaq; demõſtrabimus cõuerſam, ut ſi ſit a ad b, ſicut c ad d: dico quòd erit ecõuerſo b ad a, ſicut d ad c: ſi enim fuerit a minor b, tunc quoq; erit c minor d, & tota pars aut partes a b, quota uel quotæ c d, quare per ſecundam partem 11, erit b ad a, ſicut d ad c: ſi autem fuerit a maior b, erit quoque & c maior d, & per primam partem 11 b tota pars aut partes a, quota uel quotæ d c, per diffinitionem igitur, b ad a, ſicut d ad c.

a ..... c ..... b .... d ...

Diſiunctam proportionalitatem oſtendere.

Vt ſi ſit a b ad b, ſicut c d ad d, erit a ad b, ſicut c ad d, erit enim permutatim a b ad c d, ſicut b ad d, & per 12 ſicut a ad c, quia ergo a ad c, ſicut b ad d, erit permutatim a ad b, ſicut c ad d.

a ..... b... c ..... d ..

Coniunctæ proportionalitati demonſtrationem afferre.

Vt ſi ſit a ad b, ſicut c ad d, erit a b ad b, ſicut c d ad d: erit enim per mutatim a ad c, ſicut b ad d: quare per 13 a b ad c d, ſicut b ad d, permutatim igitur erit a b ad b, ſicut c d ad d.

a ..... b... c .... d ..

Euerſam proportionalitatem reſtat in numeris ſtabilire.

Vt ſi ſit a b ad b, ſicut c d ad d, erit a b ad a, ſicut c d ad c: erit enim permutatim a b ad c d, ſicut b ad d, quare per 12 ſicut a ad c, permutatim igitur erit a b ad a, ſicut c d ad c, patet itaque totum. Ex his quoq; leue eſt demonſtrare in numeris, quod Euclides propo nit per penultimam quinti de quantitatibus in genere uidelicet.

a ..... b ... c .... d ..

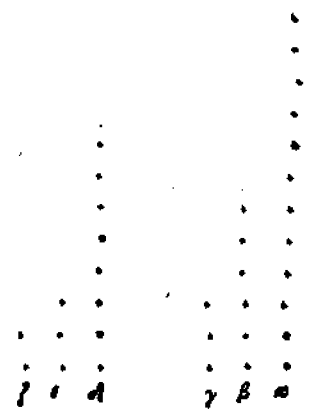
22 Si proportio primi ad ſecundum fuerit ſicut tertij ad quartum, quinti quoque ad ſecundum ſicut ſexti ad quartum, erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad ſecundum, ſicut tertij & ſexti pariter acceptorum ad quartum.

Vt ſi ſit a ad b, ſicut c ad d, itemq; e ad b, ſicut f ad d, erunt a & e pariter accepti ad b, ſicut c & f pariter accepti ad d: erit enim per conuerſam proportionalitatem b ad e, ſicut d ad f: quare per æquam proportionalitatem a ad e, ſicut c ad f, ergo coniunctim a & e ad e, ſicut c & f ad f: itaque per æquam proportionalitatem a & e ad b, ſicut c & f ad d: quod eſt propoſitum. Eodemq; modo probabis econuerſo, ſi ſit b ad a, ſicut d ad c, itemq; b ad e, ſicut d ad f, erit b ad a & e, ſicut d ad c & f, erit enim per conuerſam proportionalitatem a ad b, ſicut c ad d: quare per æquam a ad e, ſicut c ad f, & coniunctim a & e ad e, ſicut c & f ad f: igitur econuerſo e ad a & e, ſicut f ad c & f, per æquam itaque proportionalitatem erit b ad a & e, ſicut d ad c & f, quod erat propoſitum. Ex hoc quoque manifeſtum eſt, quòd ſi fuerit proportio quotlibet numerorum ad primum ſicut totidem aliorum ad ſecundum, erit aggregati ex omnibus antecedentibus ad primum ad primum, ſicut aggregati ex omnibus antecedentibus ad ſecundum, ad ſecundum. Itemq; econuerſo ſi fuerit proportio primi ad quotlibet numeros ſicut ſecundi ad totidem alios, erit primi ad aggregatum ex omnibus conſequẽtibus ad ipſum, ſicut ſecundi ad aggregatũ ex omnibus conſequentibus ad ipſum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 12. *Propoſitio* 14.

14 Si fuerint quotcunq; numeri, & alij eiſdẽ æquales numeros * cum duobus ſumpti, & in eadem ratione, & ex æquali in eadem ratione erunt. *vnò Alio, bini, duo & duo.*

THEON ex Zamb. *Sint quotcunq; numeri α, β, γ & alij eiſdem æquales numero cum duobus ſumptis in eadem ratione δ, ε, ζ, ſicut quidem α ad β, ſic δ ad ε, ſicut autem β ad γ, ſic γ ad ζ. Dico quòd & ex æquali eſt ſicut α ad γ, ſic δ ad ζ. Quoniam enim (per hypotheſin) eſt ſicut α ad β, ſic δ ad ε: & uiciſſim igitur (per 13 ſeptimi) eſt ſicut α ad δ, ſic β ad ε. Rurſus quoniam eſt ſicut β ad γ, ſic eſt ε ad ζ, uiciſſim igitur (per eandem) eſt ſicut β ad ε, ſic γ ad ζ: ſicut autem β ad ε, ſic α ad δ, & ſicut igitur (per 11 quinti) α ad δ, ſic γ ad ζ. Viciſſim igitur (per 13 ſeptimi) eſt ſicut α ad γ, ſic δ ad ζ: quod oportuit demonſtraſſe.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*

SI numeret unitas aliquem numerum, quoties quilibet tertius aliquem quartum, erit quoq; permutatim, ut quoties unitas numerat tertium, toties ſecundus numeret quartum. 16

CAMPANVS. Vt ſi ſit unitas ad a, ſicut b ad d, erit permutatim unitas ad b, ſicut a ad c. Non ſuperfluit autem hæc, demonſtrata permutata proportione, non enim ex illa poteſt concludi, quod hic proponitur. Nam illa demonſtrata eſt de quatuor numeris proportionalibus, unitas uerò non eſt numerus per diffinitionem. Hoc ergo modo pateat propoſitum. Diuidatur a per unitates, & c, ſecundum quantitatem b, eruntq; per præſentem hypotheſin tot partes a, quot c: & quia unaquæq; partiũ a eſt unitas, & unaquæq; partium c eſt æqualis b, erit ut quoties unitas in b, toties unaquæq; partium a in ſua compari ex partibus c, per modum itaq; demonſtrationis quintæ, ſequetur toties eſſe a in c, quoties unitas in b: quod eſt propoſitum.

unitas b . .
.
a .... c .....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propoſitio 15.*

Si unitas numerum aliquem metiatur, pariter autem alter numerus alium quempiam numerum metiatur, & uiciſsim pariter unitas tertium numerum metietur, & ſecundus quartum. 15

THEON *ex Zamb.* *Vnitas, inquam, α numerum aliquem β γ metiatur, pariter autem alius numerus Δ, alium quempiam numerum ε ζ metiatur. Dico quòd & uiciſsim pariter α ipſum Δ numerũ metietur, & β γ ipſum ε ζ. Quoniam enim æquè α unitas ipſum β γ numerum metitur, & Δ ipſum ε ζ: quot igitur ſunt in β γ unitates, tot ſunt in ε ζ numeri æquales ipſi Δ. Diuidatur, inquam, β γ in eas quæ in eo ſunt unitates, hoc eſt β η, η θ & θ γ. Ipſe uerò ε ζ in ipſi Δ æquales, hoc eſt ε κ, κ λ & λ ζ, eſt iam æqualis multitudo ipſorũ β η, η θ & θ γ, multitudini ipſorũ ε κ, & λ & λ ζ: & quoniam β η, η θ & θ γ unitates ſibi inuicem ſunt æquales, & ε κ, κ λ & λ ζ numeri ſibi inuicem ſunt æquales, & eſt æqualis multitudo ipſarum β η, η θ & θ γ unitatem multitudini ipſorum ε κ, κ λ & λ ζ numerorum, eſt igitur ſicut β η unitas ad ε κ numerum, ſic eſt η θ unitas ad κ λ numerum, & β γ unitas ad λ ζ numerum: erit igitur (per 12 ſeptimi) & ſicut unus antecedentiũ ad unum conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes. Eſt igitur ſicut β η unitas ad ε κ numerum, ſic β γ ad ε ζ: æqualis autem eſt β η unitas ipſi α unitati, & ε κ numerus ipſi Δ numero: eſt igitur (per 11 quinti) ſicut α unitas ad Δ numerum, ſic β γ ad ε ζ: pariter igitur α unitas ipſum Δ numerum metitur, & β γ ipſum ε ζ: quod oportuit demonſtraſſe.*

α . . η . . θ . γ
Δ . .
ε . . κ . . λ . . ζ

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 17.*

SI duorum numerorum uterque ducatur in alterum, qui inde producentur erunt æquales. 17

CAMPANVS. Sicut ſi ex a in b proueniat c b, & ex b in a proueniat d, erũt c & d æquales. Cum enim b multiplicatus per a producat c, erit per conuerſionem diffinitionis b in c, quoties unitas in a, ergo per præmiſſam, erit a in c, quoties unitas in b. Et quia toties eſt a etiã in d, quia ex b in a fit d, ſequitur ut toties ſit a in c, quoties in d: per conceptionem igitur c & d ſunt æquales.

unitas.
.
a ... b ....

CAMPANI *annotatio.* Poſſumus quoq; hanc concluſionem alio modo proponere. Si duorum numerorum uterq; ducatur in alterum, idem numerus utrobiq; proueniet, ut ſi ex a in b proueniat c, idem etiam ex b in a proueniet. Quia enim ex a in b fit c, erit priùs per conuerſionem diffinitionis b in c, quoties unitas in a. Et permutatim per præmiſſam a in c, quoties unitas in b: quia igitur a toties ſibi coaceruatur in c, quoties in b eſt unitas, ſequitur per diffinitionem quod ex b in a fit c.

c .....
d .....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propoſitio 16.*

Si bini numeri multiplicãtes ſe adinuicem, fecerint aliquos, geniti ex eis æquales adinuicem erunt. 16

THEON

THEON ex Zamb. *Sint bini numeri α, β, & α quidem ipſum β multiplicans, efficiat γ, & β ipſum α multiplicãs, efficiat δ. Dico quòd æqualis eſt γ ipſi δ. Quoniam enim α ipſum β multiplicans, γ fecit, & β igitur ipſum γ, metitur per eas quæ in α ſunt unitates: metitur autẽ & ε unitas ipſum γ numerum per eas quæ in eo ſunt unitates: pariter igitur (per 12 quinti) ε unitas ipſorum α numerum metitur & β ipſum γ. Viciſſim igitur (per 15 ſeptimi) pariter ε unitas ipſum β numerum metitur, & α ipſum γ. Rurſus quoniã β ipſum α multiplicans, fecit ipſum δ, igitur α ipſum δ metitur per eas quæ in ipſo β ſunt unitates. Metitur autem & ε unitas, ipſum β per eas quæ in eo ſunt unitates: pariter igitur (per 12 quinti) ε unitas ipſum β numerum metitur, & α ipſum δ: pariter autem ε unitas ipſum β numerum metitur, & α ipſum γ. Pariter igitur α, utrunque γ δ, metitur: æqualis igitur eſt γ ipſi δ: quod erat demonſtrandum.*

α . .
β . . . .
γ . . . . . .
δ . . . . . .

Euclid. ex Camp. Propoſitio 18.

18 SI unus numerus in duos ducatur, tãtus erit duorum inde productorum alter ad alterum, quãtus duorum multiplicatorum alter ad alterum.

CAMPANVS. Multiplicet a utrunq; duorum numerorum b & c, & proueniant d & e. Dico quòd erit proportio d ad e, ſicut b ad c: ſequitur enim per conuerſionem diffinitionis eius quod eſt multiplicari, ut b in d, & c in e fit, quoties unitas in a: quare per diffinitionem, proportio d ad b, eſt ſicut e ad c: æqualiter enim eos cõtinent, quia quoties a unitatem, ergo permutatim d ad e, ſicut b ad c: quod eſt propoſitum.

a . . . . . e . . . . . .
b . . . c . . . .
a . .
Vnitas

Euclid. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 18.

18 Si numerus duos numeros multiplicans, fecerit aliquos, geniti ex eis, eandem rationem habebunt, quam multiplicati.

THEON ex Zamb. *Numerus enim α duos numeros β, γ, multiplicãs, efficiat ipſos δ, ε. Dico quòd eſt ſicut δ ad γ, ſic eſt δ ad ε. Quoniam enim α ipſum δ multiplicans, ipſum δ fecit, & β igitur ipſum δ metitur per eas quæ in α ſunt unitates. Metitur autem & ζ unitas, ipſum α numerum, per eas quæ in eo ſunt unitates. Pariter igitur ζ unitas ipſum α numerũ metitur, & β ipſum δ: eſt igitur ſicut ζ unitas ad α numerum, ſic eſt δ ad δ. Propterea iam & ſicut ζ unitas ad α numerum, ſic γ ad ε: & ſicut igitur (per 11 quinti) β ad δ, ſic γ ad ε. Viciſſim igitur (per 15 ſeptimi) eſt ſicut β ad γ, ſic eſt δ ad ε. Si igitur numerus duos, & reliqua quæ ſequuntur: quod oportebat demonſtrare.*

ζ . .
α . . . .
β . . . . . .
δ . . . . . .
ε . . . . . .

Euclid. ex Camp. Propoſitio 19.

19 SI duo numeri unum multiplicent, erit proportio duorum inde productorum tanquam duorum multiplicantium.

CAMPANVS. Ex conuerſione antecedentis præmiſſæ, concluditur hæc eadem paſsio quæ in præmiſſa, ut ſi uterq; duorum numerorum b & c multiplicet a, & proueniant d & c, erit d ad e, ſicut b ad c: erit enim per ante præmiſſam ut ex a in b & c fiant d & e: quare per præmiſſam d ad e, ſicut b ad c: quod eſt propoſitum.

d . . . . . e . . . . . .
a . .
b . . . c . . . .

CAMPANI *annotatio.* Potes autem quòd proponit per hanc & præmiſsã de duobus numeris, ad quotlibet numeros ampliare, quòd ſi unus multiplicet quotlibet, erit productorum & multiplicatorum una proportio. Similiter quoq; ſi quotlibet multiplicent unum, erit productorum & multiplicantium una proportio, quod per hanc & præmiſſam quoties oportuerit repetitas, facile probabis. Hic autem (ut ſuprà polliciti ſumus) demonſtrare uolumus æquam proportionalitatem in quotlibet numeris duorum ordinum indirectæ proportionalitatis, quam demonſtrat Euclides per 13 quinti, in quantitatibus in genere. Dicimus igitur:

Si quotlibet numeri totidem alijs fuerint indirectè proportionales, extremi quoq; in eadem proportione proportionales erunt.

Vt ſi ſit a ad b, ſicut d ad f, & b ad e, ſicut c ad d, erit a ad e, ſicut c ad f: ducatur enim c in d & f, & proueniant g & h, eritq; per prȩmiſſam g ad h, ſicut d ad f, quare & ſicut a ad b, ducatur item f in d, & proueniat k: eritq; per hanc 19 g ad k, ſicut c ad f, & quia ex f in d fit k, fiet idem econuerſo per 10 ex d in f, quia igitur ex c & d in f fiunt h & k, erit per hanc 19, h ad k, ſicut c ad d, quare ſicut b ad c, & quia iam oſtenſum eſt, quòd eſt g ad h ſicut a ad b, erit per 15, a ad e, ſicut g ad k, ſed ſic erat etiam c ad f: eſt igitur a ad e, ſicut c ad f, quod eſt propoſitum. Idem probabis, ſi fuerint in utroque ordine numeri plures tribus, quemadmodum probatur in 23 quinti, de quantitatibus pluribus tribus.

g.....
h.....
a.....c....
b.....d...
c....f..
k.....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 16.* *Propoſitio 18.*

Si duo numeri numerũ aliquem multiplicantes, fecerint aliquos, geniti ex eis eandem habebunt rationem, quam multiplicantes. 18

THEON *ex Zamb.* *Duo enim α, ß, numerum aliquem γ multiplicantes, efficiant ipſos Δ, ε. Dico quòd eſt ſicut α ad ß, ſic eſt Δ ad ε. Quoniam α enim multiplicans ipſum γ, fecit ipſum Δ, & γ igitur ipſum α multiplicans, fecit ipſum Δ. Id propterea γ ipſum ß multiplicans, ipſum ε fecit. Numerus iam γ duos numeros α, ß, multiplicans, fecit ipſos Δ, ε. Eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut α ad ß, ſic eſt Δ ad ε: quod oportuit demonſtraſſe.*

α....
ß.....
γ...
Δ.....
ε.....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 20.*



I fuerint quatuor numeri proportionales, quod ex ductu primi in ultimum producetur, æquum erit ei quod ex ductu ſecundi in tertium. Si uerò quod ex primo in ultimum producetur, æquum eſt ei quod ex ſecundo in tertium, illi quatuor numeri ſunt proportionales. 20

CAMPANVS. Quod propoſuit Euclides per 15 ſexti, de quatuor lineis proportionalibus, proponit hic de quatuor numeris proportionalibus. uerbi gratia: Sit proportio a ad b, ſicut c ad d, fiatq; ex a in d, e & b in c, f: dico quòd e & f ſunt æquales, & econuerſo. Ducatur enim a in b, & fiat g, eritq; per 18 g ad e, ſicut b ad d: & quia per 17 ex b in a fit g, & ex eodẽ b in c, f, erit per 18 g ad f, ſicut a ad c: æquales igitur ſunt f & e, quod eſt primũ. Nec oportet prȩdemonſtrare ſi unius numeri ad duos ſit una ꝓportio, quod ſunt ęquales: aut ſi ipſi ſunt æquales, quod unius ad ipſos ſit una ꝓportio. Si enim eſt una proportio g ad e & ad f, aut ipſe erit tota pars uel partes e, quota uel quotæ idem eſt f, & tunc per conceptionem patet e & f eſſe æquales, aut toties g continebit e quoties f, & ſuperfluent in eo tota pars uel partes e, quota uel quotæ in eodem ſuperfluent f, & tunc etiam per conceptionem patet eos eſſe æquales. Quòd ſi ipſi fuerint æquales, patet per conceptionem, quòd aut g erit tota pars uel partes e, quota uel quotæ f, & tunc per diffinitionem erit ipſius g ad utrunque eorum proportio una, aut æqualiter continebit utrunque cum ſuperfluitate ſimilium & tot numero partium, & tunc etiam per diffinitionem erit eius ad utrunque proportio una.

e.....
g.....
f.....
a.....c....
b...d..

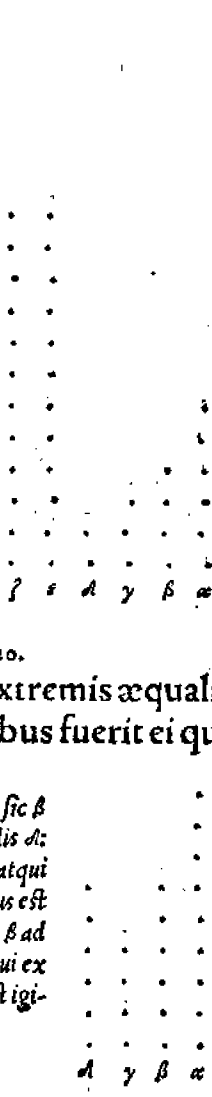
Secundum ſic patet. Sit e productus ex a in d, æqualis f producto ex b in c: dico proportio a ad b eſt, ſicut c ad d, & eſt hȩc conuerſa primæ partis. Sit enim ut prius g, qui fit ex a in b, & quia e & f ſunt æquales; erit g ad utrunque eorum proportio una, & quia ut prius per 18, g ad f ſicut a ad c, & ad e ſicut b ad e, erit a ad c, ſicut b ad d, quare permutatim a ad b, ſicut c ad d.

CAMPANI *annotatio.* Non proponit autem Euclides de tribus numeris continuè proportionalibus, quòd ille qui ex ductu primi in tertium producitur, ſit æqualis quadrato medij, & ſi ille qui ex primo in tertium producitur, fuerit ęqualis quadrato medij, quòd illi tres numeri ſint continuè proportionales, ſicut proponit in 16 ſexti, de tribus lineis: hoc enim facilè demonſtratur per hanc 20, medio illorum trium numerorum, æquali aſſumpto, quemadmodum in ſexto de tribus lineis probatur per quatuor, aſſumpta quarta æquali mediæ.

Euclid. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 19.

19 Si quatuor numeri proportionales fuerint, qui ex primo & quarto fit, æquus est ei qui ex secũdo & tertio. Etsi qui ex primo & quarto fit numerus æqualis fuerit ei qui ex secundo & tertio, ipsi quatuor numeri proportionales erunt.

THEON ex Zamb. *Sint quatuor numeri proportionales α, β, γ, δ, sicut α ad β, sic γ ad δ: & α quidem ipsum δ multiplicans, efficiat ipsum ε, & β ipsum γ multiplicans, efficiat ipsum ζ. Dico quòd æqualis est ε ipsi ζ. Ipse autem α ipsum γ multiplicans, efficiat ipsum η. Quoniã igitur α ipsum γ multiplicans, ipsum η fecit, multiplicans autem ipsum δ, ipsum ε fecit, numerus iam α duos numeros γ, δ, multiplicans, ipsos η, ε, fecit, & igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, sic est η ad ε. Sicut autem γ ad δ, sic α ad β: & sicut igitur (per 11 quinti) α ad β, sic η ad ε. Rursus quoniam α ipsum γ multiplicans, ipsum η fecit, sed β ipsum γ multiplicans, ipsum ζ fecit, duo iam numeri α, β, numerum aliquem γ multiplicantes ipsos fecerunt η, ζ: est igitur (per 18 septimi) sicut α ad β, sic η ad ζ: sed sicut α ad β, sic η ad ε, & sicut igitur (per 11 quinti) η ad ε, sic η ad ζ. Igitur η ad utrunque ipsorum ε, ζ, eandem habet rationem: æqualis igitur est ε ipsi ζ (per 7 quinti.) Sit uerò rursus æqualis ε ipsi ζ. Dico quòd est sicut α ad δ, sic est γ ad δ. Eisdem nanque dispositis, quoniam α ipsos γ, δ, multiplicans, ipsos η, ε, fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, sic η ad ε: æqualis autem est ε ipsi ζ: est igitur sicut η ad ε, sic η ad ζ (per secundam partem septimæ quinti.) Sed sicut quidem η ad ε, sic γ ad δ: sicut igitur γ ad δ, sic η ad ζ: sicut autem η ad ζ, sic α ad β, (per 18 septimi) sicut igitur (per 11 quinti) α ad β, sic γ ad δ: quod oportebat demonstrare*



Euclid. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 20.

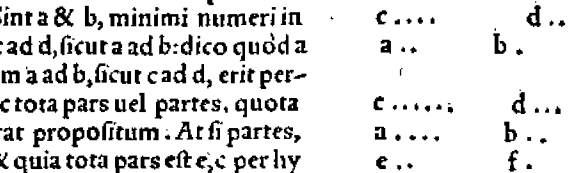
20 Si tres numeri proportionales fuerint, qui sub extremis æqualibus est ei qui à medio. Et si qui sub extremis æqualibus fuerit ei qui à medio, ipsi tres numeri proportionales erunt.

THEON ex Zamb. *Sint tres numeri proportionales α, β, γ, sicut α ad β, sic β ad γ. Dico quòd qui ex ipsis α, γ, æquus est ei qui ex β. Ponatur enim ipsi β æqualis δ: est igitur sicut α ad β, sic δ ad γ. Igitur qui ex ipsis α γ, æquus est ei qui ex ϐ, δ, atqui ex β, δ, æquus est ei qui ex β: æqualis enim est ϐ ipsi δ. Qui igitur ex α, γ, æquus est ei qui β. Sed qui ex α, γ, æquus esto ei qui ex β. Dico quòd sicut α ad β, sic est β ad γ. Quoniam enim qui ex α, γ, æquus est ei qui ex β, qui uerò ex ϐ, æquus est ei qui ex ϐ, δ, est igitur (per 11 quinti) sicut α ad β, sic δ ad γ, æquus autem est β ipsi δ: est igitur sicut α ad β, sic ϐ ad γ: quod erat demonstrandum.*

Euclid. ex Camp. Propositio 21.

21 NVmeri secundum quamlibet proportionem minimi, numerant quoslibet in eadem proportione, minor minorem, & maior maiorem æqualiter.

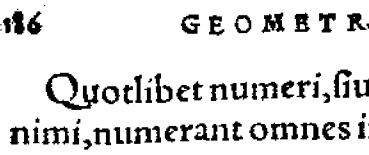
CAMPANVS. Sint a & b, minimi numeri in sua proportione, sitq; c ad d, sicut a ad b: dico quòd a numerat c, & b, d, æqualiter. Cum sit enim a ad b, sicut c ad d, erit permutatim a ad c, sicut b ad d: erit igitur a, c tota pars uel partes, quota uel quotæ b, d: si itaq; fuerit pars, constat propositum. At si partes, sit e una partium a, & f una partium b, & quia tota pars est e, c per hypothesin quota f, d, erit per diffinitionem proportio e ad c, sicut f ad d: quare permutatim e ad f, sicut c ad d, quare etiam sicut a ad b: non sunt itaque a & b, minimi suæ proportionis, quod est contrarium positis.



Similiter quoq;

Quotlibet numeri, ſiue in eadem proportione, ſiue in diuerſis minimi, numerant omnes in eadem proportione quiſq; ſuum correlarium æqualiter.

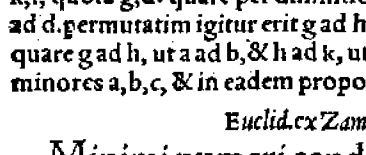
Vt ſi ſint a,b,c, minimi in eadem proportione uel in diuerſis, ſintq; in eadem uel eiſdem d,e,f, ita quòd ſit d ad e, ut a ad b, & e ad f, ut b ad c: dico quòd a numerat d, & b,e, & c,f, æqualiter: ꝗa enim eſt a ad b, ut d ad e, erit permutatim a ad d, ut b ad e: & quia b ad c, ut e ad f, erit etiã permutatim b ad e, ut c ad f, quare b ad e, & c ad f, ſicut a ad d: & quia a.b,c, ſunt minores d,e,f, erit b,e, & c,f, tota pars aut partes, quota eſt a,d. Si itaq; pars, conſtat propoſitum. At ſi partes, ſit g una partium a, & h una partium b, & k una c, eritq; per præſentem hypotheſin tota pars h,e, & k,f, quota g,d: quare per diffinitionem h ad e, & k ad f, ſicut g ad d. permutatim igitur erit g ad h, ut d ad e, & h ad k, ut e ad f: quare g ad h, ut a ad b, & h ad k, ut b ad c, quia ergo g,h,k, ſunt minores a,b,c, & in eadem proportione, ſequitur contrarium poſiti.



Euclid. ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 21.

Minimi numeri eandem rationem habentium eis, metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, maior maiorẽ, minor minorem. 21

THEON ex Zamb. *Sint enim minimi numeri eandem rationem habentium ipſis α, β, ipſi γ δ & ε ζ. Dico quòd æqualiter γ δ ipſum α metitur, & ε ζ ipſum β. Ipſe enim γ δ, ipſius α non eſt partes. Si enim poßibile eſto γ δ ipſius α partes: & θ ζ igitur ipſius β eædem partes eſt, quæ & γ δ ipſius α. Igitur quot ſunt in γ δ, partes ipſius α, tot ſunt & in ε ζ, partes ipſius β. Diuidatur quidem γ δ in ipſius α partes, hoc eſt γ η & η δ. Sicq; ε ζ in ipſius β partes, hoc eſt ε θ et θ ζ, erit iam æqualis multitudo ipſorum γ η & η δ, multitudini ipſorum ε θ & θ ζ: & quoniam æquales ſunt γ η & η δ numeri adinuicem, ſunt autem & ε θ, θ ζ numeri inuicem æquales, eſtq; multitudo ipſorum γ η & η δ æqualis multitudini ipſorum ε θ & θ ζ: eſt igitur (per 7 quinti) ſicut γ η ad ε θ, ſic η δ ad θ ζ. Erit igitur (per 12 ſeptimi) & ſicut unus antecedentium ad unum ſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes ſequentes. Eſt igitur ſicut γ η ad ε θ, ſic γ δ ad ε ζ. igitur γ η & ε θ, ipſius γ δ & ε ζ in eadem ratione ſunt, minores exiſtentes eis, quod eſt impoßibile. Supponuntur enim ipſi γ δ & ε ζ minimi, eandem rationem habentium eis. Igitur γ δ minimè partes eſt ipſius α, pars igitur, & ε ζ igitur ipſius β eadem pars eſt quæ & γ δ ipſius α, pariter igitur γ δ ipſum α metitur, & ε ζ ipſum β: quod oportebat demonſtrare.*

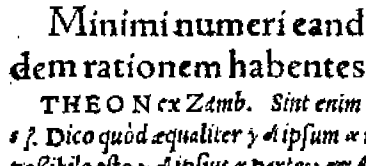


Huic ex Zamberto propoſitioni reſpondet id quod ſuprà, ad 19 addidit Campanus.

Euclid. ex Zamb. Theorema 20. Propoſitio 22.

καὶ δύο, bini Si fuerint tres numeri, & alij eiſdem æquales numero, * cum duobus ſumpti & in eadem ratione, fuerit autem perturbata eorũ proportio, & ex æquali in eadem ratione erunt. 22

THEON ex Zamb. *Sint numeri α, β, γ, & alij eiſdem æquales numero δ, ε, ζ, cum duobus ſumpti, & in eadem ratione: ſit autem perturbata eorum proportio, ſicut quidem α ad β, ſic ε ad ζ, & ſicut β ad γ, ſic δ ad ε. Dico quòd & ex æquali eſt ſicut α ad γ, ſic eſt δ ad ζ. quoniam enim eſt ſicut α ad β, ſic ε ad ζ. qui igitur ex α, ζ, (per 20 ſeptimi) æqualis eſt ei qui ex β, ε. Rurſus quoniam eſt ſicut β ad γ, ſic eſt δ ad ε: qui igitur ex δ γ, æqualis eſt ei qui ex β, ε: oſtenſum autem eſt, quòd qui ex α ζ, æquus eſt ei qui ex β, ε, & qui ex α, ζ igitur (per 20 ſeptimi) æquus eſt ei qui ex δ, γ. Eſt igitur (per 11 quinti) ſicut α ad γ, ſic δ ad γ, ſic δ ad ζ: quod oportebat demonſtrare.*

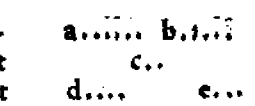


Euclid. ex Camp. Propoſitio 22.

Si fuerint duo numeri ſecũdum ſuam proportionem minimi, ipſi erunt ad inuicem primi. 23

CAMPANVS.

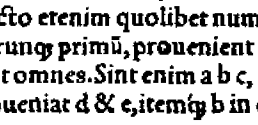
CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, ſecundum ſuam proportionem minimi: dico quòd ipſi ſunt cõtra ſe primi. Si enim nõ, numeret eos c ſecundũ d & e: eritq; per 18 d ad e, ſicut a ad b: & quia d & e ſunt minores a & b, ſequitur a & b non eſſe ſuæ proportionis minimos, quod eſt contrarium poſitioni.

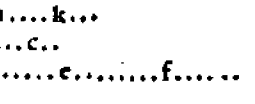


Similiter quoque.

Si fuerint quotlibet numeri in continuatione ſuarum proportionum, ſiue (eadem ſiue diuerſę fuerint) minimi, nullus numerus numerabit omnes.

Vt ſi ſint a b c, minimi in continuatione ſuarum proportionum: dico quòd nullus numerabit omnes. Sin autem numeret eos d, a quidem ſecundũ e, b uerò ſecundũ f, & c ſecundũ g: eritq; per 18 e ad f, ſicut a ad b, & f ad g, ſicut b ad c, quia ergo e f g, ſunt minores a b c, & ſecundum proportionẽ eorum, non erunt a b c, quales poſiti ſunt, quod eſt inconueniens. Quanquam autem nullus numeret a b c, ſi fuerint minimi, poteſt tamen eſſe ut quoslibet duos ex eis numeret unus: ducto etenim quolibet numero in aliquem ad ſe primum, ac utroq; eorũ in aliquem tertium ad utrunq; primũ, prouenient tres numeri, quorũ quiq; duo erunt compoſiti, nullus tamen numerabit omnes. Sint enim a b c, tres numeri, quorũ quiſq; ſit primus ad alios, ducaturq; a in b & c, & proueniat d & e, itemq; b in c, & proueniat f: dico quoſq; duos ex d e f, eſſe adinuicem compoſitos, tamen nullus numerabit omnes. Duos quoſq; patet eſſe compoſitos: a enim numerat d & e, b uerò d, & f & c, e & f. quod autem nullus numeret omnes, patebit prius demonſtrato quòd a eſt maximus numerans d & e, b quoq; maximus numerans d & f, & c maximus numerans e & f. Hoc autem ſic conſtat, ſi enim a non eſt maximus numerans d & e, ſit itaque g, numeretq; d ſecũdum h, & e ſecundum k, erit per ſecundam partem 20 a ad g, ſicut h ad b: itemq; per eandẽ a ad g, ſicut k ad c. Quia ergo a eſt minor g, erit b minor h, & k minor c: & quia h ad k, ſicut b ad c, utraq; enim eſt ſicut d ad a per 18 bis aſſumptam, ſunt autem h k minores b & c, erit per immediatè ſequentem, & hãc hypotheſin, quòd b & c ſunt contra ſe primi, reperire minimis minores: quod quia eſt impoſsibile, erit a maximus numerans d & e. Eodemq; modo probabitur quòd b ſit maximus numerans d & f, & c maximus numerans e & f: ſi quis ergo numerat d e f, per correlarium ſecundæ ter aſſumptum, ipſe numerabit a b c: ſed quiſque eorum primus erat ad reliquos, accidit igitur impoſsibile.

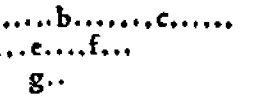




Similiter quoque.

Quotlibet numeri quos unus non numerat, ſecundum continuationem ſuarum proportionum ſunt minimi.

Vt ſi ſint a b c, quilibet numeri quos omnes nullus numerat: dico quòd ipſi ſunt in continuatione ſuarum proportionum minimi. Alioquin ſint minimi d e f, qui per 21 numerabunt a b c, quiſq; ſuum relatiuum æqualiter: ſit ergo ut ſecundum g, eritq; per 17 ut uiceuerſa g numeret a b c, ſecundum d e f, quare accidit contrarium poſitioni.



Euclid. ex Zamb. *Theorema* 22. *Propoſitio* 23.

23 ## Primi numeri adinuicem, minimi ſunt eandem rationem habentium eis.

THEON ex Zamb. *Sint primi numeri adinuicem α & β. Dico quòd ipſi α & β, minimi ſunt eandẽ rationem habentiũ eis: ſi autem α & β non ſunt minimi eandẽ habentiũ rationẽ eis, erũt aliqui numeri ipſis α & β*

minores in eadem ratione exiſtentes ipſis α β, ſint autem γ δ. Quoniam igitur minimi numeri eandem rationem habentium, eis metiuntur eandem rationem habentes pariter, maior maiorem, minor minorē (per 21 ſeptimi) hoc eſt antecedens ipſum antecedentem, & conſequens ipſum conſequentem, æqualiter igitur γ ipſum α metitur, & δ ipſum β. Quoties iam γ ipſum α metitur, tot unitates ſint in ε, & δ igitur ipſum β metitur, per eas quæ in ipſo ε ſunt unitates, & quoniam γ ipſum α metitur per eas quæ in ipſo ε ſunt unitates, igitur & ε ipſum α metitur per eas quæ in ipſo γ ſunt unitates. Id propterea & ε ipſum β metitur, per eas quæ in ipſo δ ſunt unitates. Igitur & ε ipſos α ζ, metitur primos exiſtentes adinuicem. Quod eſt impoßibile (per 13 diffinitionem ſeptimi) Non erunt igitur aliqui numeri ipſis α β, minores in eadem ratione exiſtentes ipſis α β. Minimi igitur ſunt α & β, eandem rationem habentium eis: quod oportuit demonſtraſſe.

α .....
β .....
ε ..
γ ....
δ ...

Sequens ex Campano 23, præcedenti 23 ex Zamberto reſpondet: præcedens autem ex Campano 22, ſequenti ex Zamberto 24.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 23.

QVilibet numeri contra ſe primi, ſunt ſecūdum ſuam proportionem minimi. 23

CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa præmiſſæ, ut ſi duo numeri ſint a & b contra ſe primi, ipſi erunt ſecundum ſuam proportionem minimi: a..... b.....
ſin autem, ſint minimi in eadem proportione (ſi poſsibile eſt) c & d, conſtat itaque per 21, quòd c numerata, e..
& d, æqualiter: ſit igitur ut ſecundum e, erit per 17 ut uiceuerſa e numeret a & b, a quidem ſecundum c, & b ſecundum d: non ſunt igitur a & b contra ſe primi, quod eſt contra hypotheſin. c.... d...

Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 24. Conuerſa præcedentis.

Minimi numeri eandem rationem habentium eis, primi adinuicem ſunt. 24

THEON ex Zamb. Sint minimi numeri eandem rationem habentium eis α β. Dico quòd α β, primi adinuicem ſunt. Si autem α β, adinuicem non ſunt primi, metietur aliquis numerus ipſos α β, metiatur & eſto γ: et quoties quidem γ ipſum α metitur, tot unitates ſint in δ: quoties autem γ ipſum β metitur, tot unitates ſint in ε. Et quoniam γ ipſum α metitur per eas quæ in δ unitates exiſtunt, igitur & γ ipſum δ multiplicans ipſum α fecit: id propterea & γ ipſum ε multiplicans, ipſum β fecit: numerus igitur γ duos numeros δ ε, multiplicans ipſos α β fecit. Eſt (per 17 ſeptimi, & per 12 quinti) igitur ſicut δ ad ε, ſic eſt α ad β: ipſi igitur, δ ε ipſis α β in eadem ſunt ratione minores exiſtentes, quod eſt impoßibile. Ipſos igitur α β numeros numerus aliquis nō metietur. Igitur ipſi α ζ, primi inuicē ſunt: quod demōſtraße oportuit.

α .....
β .....
γ ....
δ ...
ε ..

Euclid. ex Camp. Propoſitio 24.

SI fuerint duo numeri cōtra ſe primi, ſi quis unum eorum numeret, ad alterū eſſe primus neceſſariò comprobatur. 24

CAMPANVS. Sint a & b contra ſe primi, c uerò numeret a. Dico quòd c primus eſt ad b. alioquin numeret eos d, quæ per penultimam conceptionem numerabit etiam a, nō ſunt ergo a & b contra ſe primi, d enim numerat ambos.

a.... b.....
c.. d...

Euclid. ex Zamb. Theorema 23. Propoſitio 25.

Si bini numeri, primi adinuicem fuerint, unum eorum metiens ad reliquum primus erit. 25

THEON ex Zamb. Sint bini numeri primi adinuicem α & ζ. Ipſum aūt α metiatur aliquis numerus γ. Dico quòd et γ β, primi adinuicē ſunt. Si autem γ β, nō ſunt adinuicē primi, metietur ipſos γ β, aliquis numerus: metiatur & eſto δ. Et quoniā δ ipſum γ metitur, & γ ipſum α metitur, et δ igitur ipſum α metitur: metitur aūt et β. Igitur δ ipſos α β metitur, primos adinuicē exiſtētes, quod eſt impoßibile (per 13 diffinitionem

α .....
β .....
γ ...
δ ...

nitionem ſeptimi.) Ipſos igitur & γ numeros, numerus aliquis non metietur. Ipſi igitur γ β primi adinuicem ſunt: quod erat demonſtrandum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 25.*

25 SI fuerint duo numeri ad alium quemlibet primi, qui ex ductu unius in alterum producetur, ad eundem erit primus.

CAMP. Sit uterq; duorum numerorum a & b, primus ad e, & ex a in b ſit d. Dico quòd d eſt primus ad c, aliter enim numeret eos e d, quidem ſecundum f: eritq; per ſecundam partem 20 a ad e, ſicut f ad b, & quia a & c ſunt primi, & e numerat c, ipſe erit per 24 primus ad a, quare per 23 a & e, ſunt ſecundum ſuam proportionem minimi: ſequitur ergo per 21, ut e numeret, b: & quia poſitum eſt, quòd ipſe numeret c, non erunt b & c contraſe primi: quod eſt contra hypotheſin.

a... b....
c.....
d.....
e.. f.....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propoſitio 26.*

26 Si bini numeri ad aliquem numerum primi fuerint, & ex eis genitus ad eundem primus erit.

THEON ex Zamb. *Bini enim numeri α δ, ad aliquem numerum γ primi ſint, & α ipſum β multiplicans, ipſum Δ efficiat. Dico quòd ipſi γ Δ, primi ſunt adinuicem. Si autem γ Δ, non ſunt primi adinuicem, metietur eos aliquis numerus, metiatur & eſto ε. Et quoniam ε α primi adinuicem ſunt, ipſum autem γ metitur aliquis numerus ε, igitur ε α (per 25 ſeptimi) primi ſunt adinuicem. Quoties iam ε metitur ipſum Δ, tot unitates ſint in ζ: & ζ igitur ipſum Δ metitur, per eas quæ in ε ſunt unitates. Igitur ε ipſum ζ multiplicans ipſum Δ fecit. Sed & α ipſum β multiplicãs ipſum Δ, fecit: æqualis igitur eſt qui ex ε ζ ei qui ex α β. Si aũt qui ſub extremis æquus fuerit ei qui ſub medijs, quatuor numeri proportionales ſunt (per 19 ſeptimi) Eſt igitur (per 11 quinti) ſicut ε ad α ſic eſt β ad ζ. Ipſi aũt α ε, primi: ipſi autem primi, & minimi: minimi autem numeri (per 21 ſeptimi) eandem rationem habentium eis, metiuntur eandem rationem habentes pariter, maior maiorem, minor minorem, hoc eſt antecedens antecedentẽ, & conſequens conſequentem. Igitur ε ipſum β metitur: metitur autem & γ, igitur ε ipſos γ β, metitur primos exiſtentes adinuicem, quod eſt impoſsibile (per 13 diffinitionem ſeptimi) Ipſos igitur γ Δ, numeros numerus aliquis non metietur. Ipſi igitur γ Δ primi adinuicem ſunt: quod oportebat demonſtrare.*

α.. β...
γ.....
Δ.....
ε...
ζ..

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 26.*

26 SI fuerint duo numeri cõtra ſe primi, qui ex uno eorum in ſeipſum producitur, ad reliquum eſt primus.

CAMP. Sint contra ſe primi a & b, & ex a in ſe fiat c. Dico quòd c primus eſt ad b: fit enim d, æqualis a, eritq; d primus ad b, & ex a in d, fiet c, per præmiſſam: igitur patet c primum eſſe ad b: quod propoſuimus.

a... b....
c.....
d...

Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propoſitio 27.*

27 Si duo numeri primi adinuicem fuerint, qui ex uno eorum fit, ad reliquum primus erit.

THEON ex Zamb. *Sint bini numeri primi adinuicẽ α β, & α ſeipſum multiplicãs, ipſum γ efficiat. Dico quòd ipſi β γ, primi adinuicem ſunt. Ponatur enim ipſi α æqualis Δ. Et quoniam α β, primi adinuicem ſunt, æqualis autem eſt α ipſi Δ & Δ β: igitur primi adinuicem ſunt: uterq; igitur ipſorum Δ α, ad β primus eſt, et qui ex Δ α, igitur fit ad β primus eſt (per 36 ſeptimi) Qui autem ex Δ α, fit numerus, eſt γ, igitur γ β, primi adinuicem ſunt: quod erat demonſtrandum.*

α.. β....
γ.....
Δ...

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 27.*

27 SI duobus numeris ad alios duos comparatis, uterq; ad utrunque fuerit primus; qui ex duobus prioribus ad eũ qui ex duobus poſterioribus producetur, erit primus.

CAMP. Sint a & b priores, c & d posteriores: fiatq; uterq; duorum a & b, primus ad utrūq; duorum c & d, & ex a in b fit e, et ex c in d f: dico quòd e primus est ad f. Hoc autem 25 ter assumpta euidenter concludit. Cùm enim fiat e ex a in b, quorum uterq; primus est a ad c & ad d, erit per ipsam e primus ad c, & item per ipsam primus ad d. Quia item f fit ex c in d, quorum uterq; primus est ad e, erit rursus per ipsam f primus ad e: quod est propositum,

a.. b....
e.....
c... c.....
f.....

Euclid. ex Zamb. Theorema 26. Propositio 28.

Si bini numeri ad binos numeros uterq; ad utrūq; primi fuerint, & qui ex eis fient, primi adinuicem erunt. 28

THEON ex Zamb. *Bini enim numeri α ϛ, ad binos numeros γ δ uterq; ad utrunq; primi sint: & α quidē ipsum ϛ multiplicans, efficiat ipsum ε, & γ ipsum δ multiplicās, efficiat ipsum ζ. Dico quòd ε, ζ primi sunt adinuicē. Quoniā enim uterq; ipsorum α ϛ, ad ipsum γ primus est, et qui ex α ϛ, igitur fit (per 26 septimi) ad γ primus est: qui autem fit ex α ϛ, est ε, igitur ε γ primi sunt adinuicem. Id propterea et ipsi ε, δ, primi sunt adinuicem: & uterq; igitur ipsorū γ δ, ad ε primus est, & qui ex γ δ, igitur ad ε primus est, (per eandem.) Qui autem fit ex γ δ, est ζ. Igitur ε ζ, primi sunt adinuicem: quod erat demonstrandum.*

α...
β.....
ε.....
γ..
δ....
ζ.....

Euclid. ex Camp. Propositio 28.



I fuerint duo numeri cōtra se primi, ducaturq; eorum uterq; in seipsum, erunt inde producti contra se primi. Item q; si in utrunq; productorum suum ducatur principium, erunt quoque producti contra se primi. 28

CAMP. Sint a & b, contra se primi, ducaturq; uterq; in se, & proueniant ex a quidē c, ex b uerò d, itemq; ducatur a in c, & proueniat e, & b in d, & proueniat f: dico c & d esse contra se primos, itemq; e & f, contra se primos. Est enim per 26 c primus ad b: per eandem igitur erit d primus ad a & ad c, sicq; constat primum, quod est c & d esse contra se primos.

a..
c....
e.....
b...
d.....
f.....

Reliquum sic, est enim uterq; duorum numerorum a & e, primus ad utrunq; duorum b & d, itaq; per 27 erit e primus ad f, quod est reliquum. Non solū autem erit e primus ad f, sed etiam per 25, ad b & ad d, itemq; per eandem f ad a & c. Sicq; si infinities duceretur utrunq; productorum in suum principium, essent omnes producti contra se primi: & non solum, sed quilibet eductus ab a, ad quemlibet eductum a b.

Euclid. ex Zamb. Theorema 27. Propositio 29.

Si bini numeri primi adinuicem fuerint, & multiplicans uterq; seipsum fecerit aliquos, qui ex eis fiunt, primi adinuicem erunt. Et si qui in principio genitos multiplicantes fecerint aliquos, & illi quoque primi adinuicem erunt, & semper circa extremos hoc cōtinget. 29

THEON ex Zamb. *Sint bini numeri primi adinuicem α β, & α seipsum multiplicās, efficiat γ, ipsum uerò γ multiplicās, efficiat ε. At β seipsum multiplicans efficiat δ, ipsum autē δ multiplicans efficiat ζ. Dico quòd γ δ & ε ζ, primi sunt adinuicem. Quoniam enim α β, primi adinuicem sunt, & α seipsum multiplicans fecit ipsum γ, igitur γ β, primi sunt adinuicem (per 27 septimi.) Quoniam igitur γ β primi sunt adinuicem, & ϛ seipsum multiplicans ipsum δ fecit, igitur γ δ primi sunt adinuicem. Rursus quoniam α ϛ primi adinuicē sunt (per eandē) & ϛ seipsum multiplicans, ipsum δ fecit. Igitur α δ, primi sunt adinuicem (per eādem.) Quoniam igitur bini numeri α γ ad binos numeros β δ, uterq; ad utrunq; primi sunt (per 27 septimi) & qui ex α γ, igitur fit ad eum qui ex β δ, primus est: qui autem ex α γ, est ε, qui ex δ β uerò, est ζ: igitur ε ζ, primi sunt adinuicem: quod oportuit demonstrasse.*

α...
γ.....
ε.....
β....
δ.....
ζ.....

Euclid.

Euclid.ex Camp. Propoſitio 29.

29 SI fuerint duo numeri cõtra ſe primi, qui ex ambobus coaceruatur, ad utrũq; eorum erit primus. Si uerò ex ambobus coaceruatus ad utrunq; eorum fuerit primus, duo quoq; numeri adinuicem erunt primi.

CAMPANVS. Sint a & b, contra ſe primi, dico quòd ex eis compoſitus a b, ad utrunq; eorum erit primus; & econuerſo: nam ſi d numerat totum a b & alterum eorum numerabit per communem ſcientiam & reliquum: quare non erunt contra ſe primi, ſed hoc poſitum fuerat, patet ergo primum. Secundum ſic. a... b.....
Sit a b primus ad utrunq; ſuorum componentium qui ſunt a & b, d..
dico quòd a & b, ſunt contra ſe primi. Poſito enim quod d numeret utrunq; duorum numerorum a & b, ſequitur per communem ſcientiam, quòd etiam numeret a b ex eis compoſitum, quare ad neutrum duorum numerorum a & b, erit a b primus, ſed poſitum erat quod eſſet ad utrumque, accidit igitur impoſsibile.

CAMPANI *annotatio*. Eodem quoq; modo ſi coaceruatus ex duobus, primus fuerit ad alterum, primus quoque erit ad reliquum: ideoq; & coaceruati inter ſe. Sit enim compoſitus ex a b, primus ad a, dico quòd erit etiam primus ad b, alioqui numeret eos d, qui per cõceptionem numerabit & a, cum numeret totum & detractum: hoc autem inconueniens, erat enim compoſitus ex a & b, primus ad a.

Euclid.ex Zamb. Theorema 28. Propoſitio 30.

30 SI bini numeri, primi adinuicem fuerint, & utercq; ſimul ad alterum ipſorum primus erit. Et ſi utercq; ſimul ad unum aliquem eorũ primus fuerit, æqui in principio numeri, primi adinuicem erunt.

THEON *ex Zamb. Componãtur enim bini numeri primi adinuicem, α δ & β γ. Dico quòd & uterque α δ γ, ſimul ad alterum ipſorum α β, δ γ, primus eſt. Si autem γ α et α β* α.....δ.....γ
primi adinuicem non ſunt, metietur eos aliquis numerus: metiatur, & eſto ∂....
∂. Quoniam igitur ∂ ipſos γ α & α β metitur, & reliquum igitur β γ metietur. Metitur autem & β α. Igitur ∂ ipſos α β & β γ metitur, primos exiſtentes adinuicem, quod eſt impoſsibile (per 13 diffinitionem 7.) ipſos igitur γ α & α δ numeros, numerus aliquis non metietur. Igitur γ α & α δ, primi adinuicẽ ſunt. Id propterea iam & ipſi γ α & β γ primi ſunt adinuicem. Igitur α γ, ad utrunq; ipſorum α β & β γ primus eſt. Sint rurſus γ α & α δ, primi adinuicem. Dico quòd ipſi α β et δ γ primi adinuicem ſunt. Si enim ipſi α β, β γ, primi non ſunt adinuicem, metietur ipſos α β & β γ, numerus aliquis, metiatur & eſto ∂, & quoniam ∂ utrunq; ipſorum α δ et δ γ metitur: et totum igitur γ α, metietur: metietur autem & ipſum α δ. Igitur ∂, ipſos γ α, et α δ primos adinuicem exiſtẽtes metietur, quod (per 13 diffinitionem ſeptimi) eſt impoſsibile. Ipſos igitur α β & δ γ numeros, numerus aliquis non metietur. Ipſi igitur α δ & β γ, primi adinuicem ſunt: quod oportuit demonſtraſſe.

Euclid.ex Camp. Propoſitio 30.

30 OMnis numerus compoſitus, ab alio primo numeratur. Zamb.33

CAMP. Sit a, quilibet numerus compoſitus. Dico quòd aliquis primus numerat ipſum, quia enim eſt compoſitus, numerabitur ab aliquo numero qui ſit b: qui ſi fuerit primus, uerum erit quod dicitur: ſi autem compoſitus, ſit c qui numerat, eum, qui etiam per communem ſcientiam numerabit a: ſi ergo ipſe fuerit primus, conſtat quod dicitur. At ſi compoſitus, neceſſariò numerabit eũ a.....
alius qui ſit d, qui etiam per communem ſcientiam numerabit a, b.....
de quo ratiocinare ut prius. Quia ergo quoties occurrit compoſitus, neceſſe eſt minorem aſſumere, qui compoſitum occurrentem numeret, ſequitur ut tandem deueniatur ad aliquem primum, alioquin accidet impoſsibile & contrarium petitioni, numerum in infinitum decreſcere. c.....
d...

Euclid. ex Camp. Propoſitio 31.

31 OMnis numerus, aut eſt primus, aut à primo numeratur. Zamb.34

CAMPANVS. Sit a quilibet numerus, dico ipſum eſſe primum, uel numerari à primo, quia ſi non eſt primus, erit compoſitus, quilibet autem talis, ab aliquo primo numeratur per præmiſſam: a igitur uel primus eſt, uel à primo numeratur: quod proponitur. a.....
a.....
...

Euclid.

Euclid.ex Camp. *Propositio 32.*

Zamb.31 **Omnis numerus primus, ad omnẽ quẽ non numerat, est primus.** 32

CAMPANVS. Sit a numerus primus non numerans b, dico quòd a..... b..... a & b, sunt contra se primi: si enim c numerat eos, non est uerum quòd a sit primus. c..

Euclid.ex Camp. *Propositio 33.*

Zamb.32 **Si numerus ex duobus productus, ab aliquo primo numeretur,** 33 **necesse est eundem primum alterum, illorum duorum numerare.**

CAMPANVS. Sit c productus ex a in b, & sit d numerus primus qui ponatur numerare c: dico quòd d numerat a uel b, numeret enim c, secundum e: si ergo a.... b..... non numerat a, erit primus ad ipsum per præmissam, & ideo e- c..... runt secundum suam proportionem minimi per 23: & quia a ad d... e..... d, sicut e ad b, per secundam partem 20, sequitur ut d numeret b per uigesimam primam: quod est propositum.

CORRELARIVM.

Vnde manifestum est, quòd si aliquis numerus numerat productum ex duobus, uel si eidem fuerit commensurabilis, commensurabilis quoq; erit alteri eorum.

Campanus Quatuor præcedentes ex Campano, Euclidis propositiones, quatuor sequẽtibus
30 31 32 33 ex Zamberto propositionibus hoc præpostero ordine respondent.

Euclid.ex Zamb. *Theorema 29.* *Propositio 31.*

33 34 31 32 *Zambertus* **Omnis primus numerus, ad omnem numerum quem non meti-** 34 **tur, primus est.**

THEON ex Zamb. *Sit primus numerus α, & ipsum β non metiatur. Dico quòd ipsi β α, primi adinuicem sunt. Si autem ipsi α β, non sunt adinuicem primi, aliquis numerus eos metietur, metiatur γ ipse γ, nõ est unitas. Quoniam igitur γ ipsum δ metitur, & α non metitur ipsum β, igi- α.....δ..... tur γ ipsi α non est idem. Et quoniam γ ipsos α δ metitur, & α igitur metitur γ..... primum existentem, non existens ei idem, quod est impossibile (per 13 diffinitionem septimi.) Ipsos igitur α β, numerus aliquis non metitur. Igitur ipsi α β, primi adinuicem sunt: quod oportuit demonstrasse.*

Euclides ex Zamb. *Theorema 30.* *Propositio 32.*

Si bini numeri multiplicantes se adinuicem fecerint aliquem, fa- 35 **ctum autẽ ex eis metitur aliquis primus numerus, & unum eorum qui in principio metietur.**

THEON ex Zamb. *Bini enim numeri α β, multiplicantes se adinuicem, ipsum efficiant γ, ipsum autẽ γ metiatur aliquis numerus primus δ. Dico q; δ, unũ ipsorũ α β, metitur. Ipsum α nõ metiatur, est q; primus δ. Igitur α δ, primi adinuicẽ sunt (per præcedentẽ) Et quoties δ ipsum γ metitur, tot unitates sint in ε. Quoniã igitur δ ipsum γ metitur per eas quæ in ε sunt unitates: igitur δ ipsum ζ multi ε.... plicãs, ipsum γ efficit. Atqui & α ipsum β multiplicãs, ipsum efficit γ: æ qualis igitur est δ... qui ex ζ ε, ei qui ex α β. Est igitur (per 19 septimi) sicut α ad δ, sic β ad ε. Ipsi aũt δ æ pri- γ..... mi sunt, primi autẽ et minimi: minimi uerò metiuntur eandẽ rationẽ habẽtes æqualiter, β..... maior maiorẽ, & minor minorẽ (per 21 septimi) hoc est antecedẽs antecedentẽ, sequẽs α.. sequentẽ. Igitur δ ipsum β metitur. Similiter quoq; ostendemus, q, & si δ ipsum β nõ metiatur, metietur et α. Igitur δ, unũ ipsorũ α δ metitur: quod erat demonstrandũ.* Euclid.ex Zãb. Theor.31. Popoſit.35.

Omnis compositus numerus, sub alicuius primi numeri dimen- 36 **sionem cadit.**

THEON ex Zamb. *Sit compositus numerus α. Dico q, α sub alicuius primi numeri dimensionem cadit. Quoniam enim α compositus est, metietur eũ aliquis numerus (per 14. diffinitionẽ septimi) metiatur & esto β, & si β primus est, manifestum iam est quòd quærimus γ... (per eandem.) Si aũt cõpositus, metietur eũ aliquis numerus (per β..... eandem) metiatur, & esto γ. Et quoniã γ ipsum β metitur, & β α..... ipsum α metitur, et γ igitur ipsum α metitur: & si quidẽ γ primus est, manifestũ iã est id quod quæritur. Si aũt cõpositus eũ aliquis numerus metietur: tali uerò facta cõsideratione, sumetur aliquis numerus primus qui metietur præcedẽtem, qui & ipsum α metietur. Si aũt nõ sumetur, metientur ipsum α numerũ infiniti numeri, quorũ alter altero minor est, quod est impossibile in numeris. Sumetur igitur aliquis primus nume-*

rus quẽ

rus qui metietur præcedentem, qui & ipſum α metietur. Omnem igitur compoſitum numerum, primus aliquis numerus dimetitur: quod oportuit demonſtraſſe.

ALITER. *Sit cõpoſitus numerus α. Dico quòd eum aliquis primus numerus metitur. Quoniã compoſitus eſt ipſe α, metietur eum aliquis numerus (per 14. diffinitionem ſeptimi) & ſit minimus metientium eum β. Dico quòd β primus eſt. Si autem β, primus non eſt, metietur igitur eum aliquis numerus. Cadat ſub dimenſionem ipſius γ. igitur γ ipſo δ minor eſt: & quoniam γ ipſum δ metitur, & β ipſum α metitur, & γ igitur ipſum α metitur, minor exiſtens ipſo, β ipſum α metientium minimo, quod abſurdum eſt. Igitur β non eſt compoſitus, ſed primus.*

α .....
β ...
γ ..

Euclid. ex Zamb. Theorema 32. Propoſitio 34.

34 Omnis numerus aut primus eſt, aut eum aliquis primus metitur.

THEON ex Zamb. *Sit numerus α. Dico quòd α, aut eſt primus, aut eum aliquis numerus primus metitur. Si quidem primus eſt α, factum iam eſt id quod quæritur. Si autem compoſitus, eum aliquis numerus primus metietur (per 33 ſeptimi) Omnis igitur numerus, aut primus eſt, aut eum aliquis primus numerus metitur: quod oportuit demonſtraſſe.*

α...
α.....

Euclid. ex Camp. Propoſitio 34.

34 NVmeros ſecundum proportionem numerorum aſsignatorum minimos inuenire.

CORRELARIVM.

Vnde manifeſtum eſt, maximum numerum duos communiter numerantem, ſecundum minimos illius proportionis eos numerare.

CAMPANVS. *Sint a & b numeri propoſiti, ſecundum quorum proportionem uolumus inuenire minimos: ſi ergo fuerint contra ſe primi, ſunt quales inquirimus, per 23. ſi autem compoſiti, ſumatur (ut docet ſecunda) maximus eos communiter numerans qui ſit c, numeretq; eos ſecundum d & e, erũtq; in eadem proportione per 18, quos dico eſſe quales quærimus. Sin autem, ſint f & g, qui per 21 numerabunt a & b æqualiter: ſit igitur ut ſecundum h, eritq; per ſecundam partem 20 c ad h ſicut f ad d, uel ſicut g ad e: quare c eſt minor h, itaq; cum h numeret a & b, non fuit c maxima eos numerans, ſed erat poſitum quòd ſic: ergo contra hypotheſim.*

a ..... b .....
c ..
d ... e ....
f .. g ...
h .....

CAMPANI *additio.*

Numeros ſecũdum continuitatem proportionum numerorum aſsignatorum minimos reperire.

CORRELARIVM.

Vnde etiam manifeſtum eſt, maximum numerum quotlibet communiter numerantem, ſecundum minimos proportionum eorum eos numerare.

Vt ſi ſint a b c, ſecũdum quorum proportiones uolumus minimos inuenire, ſiue fuerint in eadem proportione, ſiue in diuerſis, ſi nullus numerus numerat eos omnes, ipſi ſunt quos quærimus, per 23. hoc enim ibi demonſtratum eſt. Si autem unus numerat omnes, ſumatur ut docet tertia, maximus eos communiter numerans qui ſit d, numeretq; eos ſecundum e f g, qui erunt in eadem proportione per 18, dico eos eſſe quos quærimus, alioqui ſint h k l, qui per 21 numerabunt a b c, æqualiter, ſit ut ſecundum m, eritq; per ſecundam partem 20 d ad m, ut h ad e, uel k ad f, uel l ad g. Minor eſt igitur d quàm m, quare cum m numeret a b c, non fuit d maximus eos numerans, quare ſequitur impoſsibile: fuit enim d, maximus numerans a b c.

a ..... b..... c.....
d ..
e ... f .... g .....
h .. k ... l .....

Euclid. ex Zamb. Problema 33. Propoſitio 35.

35 Numeris datis quotcunque, inuenire minimos eaſdem rationes habentium eis.

THEON ex Zamb. *Sint dati quotcunq; numeri α β γ. Oportet iam inuenire minimos eaſdem rationes habentium eiſdem α β γ. Ipſi enim α β γ, aut primi adinuicem ſunt, aut non. Si quidem ipſi α β γ, primi ſunt adinuicem, minimi ſunt eandem rationem habentium eis (per 23 ſeptimi) Si autem non ſumatur (per 3 ſeptimi) ipſorum α β γ, maxima communis dimenſio δ, & quoties δ unumquẽq; ipſorum α β γ metitur, tot unitates ſint in unoquoq; ipſorum ε ζ η, & unuſquiſq; igitur ipſorum ε ζ η, unumquenq; ipſorum α β γ, metitur per eas quæ in ipſo δ ſunt unitates. Igitur ipſi ε ζ η, ipſos α β γ: æquè metiuntur. Igitur (per 18 ſeptimi) ipſi ε ζ η, ipſis α β γ, in eadẽ ſunt ratione. Dico iam q, et minimi. Si enim ipſi ε ζ η, nõ ſunt minimi eãdem rationem habentium eiſdem α β γ: erũt aliqui numeri ipſis ε ζ η, minores in eadem ratione exiſtentes ipſis α β γ. Sint θ κ λ, æquè igitur θ metitur ipſum κ, & uterq; ipſorum κ λ, utrunq; ipſorum β γ. Quoties autem θ ipſum α metitur, tot unitates ſint in ipſo & μ, uterq; igitur (per 21 ſeptimi) ipſorum κ λ, utrunq; ipſorum β γ metitur per eas quæ in μ ſunt unitates. Et quoniam θ ipſum α metitur per eas quæ in μ ſunt unitates, & μ igitur ipſum α metitur per eas quæ in θ ſunt unitates. Id propterea μ utrunq; ipſorum β γ, metitur per eas quæ in utrunque ipſorũ κ λ ſunt unitates. Igitur μ, ipſos α β γ, metitur. Et quoniam θ ipſum α metitur per eas quæ in μ ſunt unitates, igitur θ ipſum μ multiplicans, ipſum α fecit. Id propterea & ε, ipſum δ multiplicans, ipſum effecit α. Aequalis igitur eſt qui ex θ μ (per 16 ſeptimi) Eſt igitur (per 19 ſeptimi) ſicut ε ad θ, ſic eſt μ ad δ, maior autẽ eſt ε, ipſo θ: maior igitur eſt et μ ipſo δ, & metitur ipſos α β γ, quod eſt impoßibile. Supponitur nanq; δ, ipſorum α β γ, maxima communis dimenſio. Igitur non erunt aliqui numeri, minores ipſis ε ζ η, in eadem exiſtentes ratione ipſis α β γ. Igitur ε ζ η, minimi ſunt eandem rationem habentium ipſis α β γ: quod feciſſe oportuit.*

α .....
β .....
γ .....
δ ..
ε ...
ζ ....
η .....
θ ..
κ ...
λ ....
μ ...

Euclid. ex Camp. Propoſitio 35.

QVilibet duo numeri minimos numeros, ſuæ proportionis maior minorem, & minor maiorem multiplicantes, minimum ab ipſis numeratum producunt. 35

CORRELARIVM.

Vnde manifeſtum eſt minimum, quem duo numerant, quemlibet ab eis numeratum numerare.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, minimiq; in eorũ proportione c & d, eritq; per primã partem 20, ut ex a in d, & b in c, fiat idem numerus qui ſit e: quem dico eſſe minimũ numeratum ab a & b, aliter enim, ſit f, quem numerent a & b ſecundum g & h, eritq; per ſecundam partem 20, h ad g ſicut a ad b, & ſicut c ad d, & per 18 erit c ad h, ſicut e ad f, cum itaque per 21 c numeret h, e numerabit f, maior minorem, quia ergo hoc eſt impoſsibile, conſtat uerum eſſe quod dicitur.

a .... b .....
c .. d ...
e .....
f .....
g ... h .....

Euclid. ex Camp. Propoſitio 36.

PRopoſitis quotlibet numeris minimum ab eis numeratum reperire; 36

CORRELARIVM.

Manifeſtum etiam ex hoc eſt, minimum numerum quem quotlibet numerãt, quemlibet ab eis numeratum numerare.

CAMPANVS. Sint propoſiti numeri a b c d. Volo inuenire minimũ numerũ numeratum ab eis. Inuenio itaq; primo minimũ numeratum ab a & b: quod ſi a numerat b, nõ erit alius quàm b: ſi autẽ non numerat eũ, nec econuerſo, ſi ipſi ſunt cõtra ſe primi, ex uno in alterũ prouenit, erit minimus per 23, & præmiſſam.

a ....
b .....
c ..
d ...
e .....
f .....
g .....
h .....

Quòd ſi ſunt communicantes, ſumantur minimi eorũ proportione, ut docet 34 & maiore in minorem eorũ multiplicato, proueniet e, qui erit minimus numeratus ab eis per præmiſſam. Similiq; modo inueniatur minimus numeratus ab e & c, qui ſit f, eritq; f minimus numeratus ab a b c, ſed & minimus quem numerant f & d, ſit g, eritq; g minimus: quẽ numerãt numeri propoſiti. quòd enim omnes ipſum numerent, patet per conceptionem: ſed ſi nõ eſt minimus, ponatur

ergo

ergo h, quem quia numerant a & b, numerabit etiam ipsum e, per correlariũ præmissę: per idem quoq; correlariũ, numerabit ipsum f, sed & g maior itaq; numerat minorẽ: quod est impossibile.

CAMPANI *additio.*

Hæc & præmissa proponuntur in alio loco sub tribus conclusionibus, quarum prima ęquiua let præmissę, secunda componitur ex cõrelarijs ambobus, tertia proponit de tribus quod hæc de quotlibet numeris. Est itaq; prima.

Datis duobus numeris, minimum ab eis numeratum inuenire. *Zamb. 35.*

Dati numeri sint a & b, quorum minor si numerat maiorẽ, est maior quem quęrimus, alioqui maiorem eorum numeraret minorem se. Si autẽ neuter neutrũ numeret, si ipsi sunt contra se primi, erit qui ex a in b prouenit (qui sit c) minimus omnium quem numerant a & b. Nam si minorem eo numerauerint, esto d, quem numerent secundum e & f, eritq; per secundam partem 20 a ad b, sicut f ad e: & quia a & b sunt suæ proportionis minimi per 23, numerabit a f, per 21, & quia per 18 est c ad d sicut a ad f, nam ex b in a & f fiunt c & d, sequitur c numerare d, sed erat d minor c, quare impossibile. Si autem a & b sint communicantes, negociare propositum ut in 35.

a . . . b . . . .
c . . . . . .
d . . . . . .
e . . f . . . . .

Secunda trium conclusionum ex ambobus correlarijs est confecta.

Si plures numeri numerum unum numerent, necesse est ut minimus quem numerant, eundem numerum numeret. *Zamb. 37*

Vt si sit quilibet numerus quem numerat a & b, d: minimusq; ab eisdem numeratus c, erit ut c numeret d, cum enim sit d maior c, si c eũ numerat ipsum, numerabit tamen aliquid eius, sitq; plurimum quod numerat e, & residuum sit f, eritq; f minus c quia igitur a & b numerant c, numerabunt per communem scientiam & e, sed numerabunt d. itaq; per aliam communem scientiam numerabunt f: inconueniens ergo sequitur, quòd c non fuit minimus quem numerant a & b. Idem quod conuinces & eodẽ modo de quolibet numerato à quotlibet plurimis, scilicet quod minimus ab illis quotlibet pluribus numeratus eundẽ numeret. Vltima triũ cõclusionum.

a . . b . . . c . . . . .
d . . . . . .
e . . . . . f . . .
c . . . . .

Propositis tribus numeris, minimum numerorum ab eis numeratorum inuenire. *Zamb. 38*

Tres numeri propositi sunt a b c, minimusq; quem numerãt a & b sit d, qui sumetur ut prima trium conclusionum docet. Sic igitur c numerat d, scito d esse quem quęrimus. Si enim a b c, minorem eo numerant, sit e, quem per præmissam conclusionem numerabit d, quod est impossibile. Si autem c non numerat d, sumatur e minimus numeratus ab eis. Quòd autem e numeretur ab a b c, patet, quia c numerat ipsum, & d similiter, ergo & a b, qui numerãt d, quare e numerabitur ab a b c. Eritq; e minimus quem numerant a b c. Sin autem, sit f, quem per prędictam conclusionem numerabit d, sed c numerat f, quia a b c, numerat eum: quare c d numerabunt eum: ideo per præmissam e numerabit eum, maior minorem: quod esse non potest. Idem inuenies & eodem modo, quotlibet propositis.

a . . . b . . . . c . . . . . .
d . . . . . .
e . . . . . .
f . . . . . .

Duæ præcedẽtes ex Campano propositiones, 35 scilicet & 36, tribus ex Zamberto sequentibus Euclidis propositionibus sic rẽspondent, ut correlarium 35 ex Campano, 37 ex Zamberto respõdeat: 36 autem ex Campano, sit ad 36 & 38 ex Zamberto propositiones uniuersales.

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propositio 36.

36 ## Duobus numeris datis, inuenire quem minimum metiuntur numerum.

THEON *ex Zamb. Sint dati bini numeri α β, oportet iam inuenire quem minimum numerum metiuntur. Ipsi α β certè aut primi sunt adinuicem, aut non. Sint prius α β, primi adinuicẽ, & α, ipsum β multiplicãs, efficiat ipsum γ, & β igitur ipsum α multiplicans, ipsum effecit γ (per 16 septimi) igitur ipsi α β ipsum γ metiuntur. Dico iam quòd & minimum. Si autem non, ipsi numeri α β, metiuntur aliquẽ numerum minorem existentem γ, metiantur & esto δ, & quoties α, ipsum δ metitur, tot unitates sint in ε, quotics autem β, ipsum γ metitur, tot unitates sint in ζ. Igitur α, ipsum ε multiplicans, effecit ipsum δ, & β multiplicans ipsum γ, effecit ipsum δ, æqualiũ igitur est qui ex α ε, ei qui ex β ζ. est igitur (per 18 septimi) sicut α ad*

β, sic est ζ ad ε, ipsi autem α β, sunt primi, primi autẽ (per 23 septimi) & minimi, minimi uerò metiuntur eandẽ rationẽ habentes æqualiter: maior maiorem, & minor minorem. Igitur (per 21 septimi) β metitur ipsum ε, sequens uidelicet sequentẽ. Et quoniam α ipsos β, ε, multiplicans ipsos γ Δ, fecit: est igitur (per 17 septimi) sicut β ad ε, sic γ ad Δ. At β, ipsum ε metitur, metitur ergo & γ, ipsum Δ, maior minorem, quod est impossibile. Igitur ipsi α β, non metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso γ, quando ipsi α θ, primi adinuicem fuerint. Igitur γ, minimus est, qui sub ipsorum α β, dimensionem cadit. Non sint primi ipsi θ adinuicem, & sumãtur (per 35 septimi) minimi numeri eandem rationem habentium ipsi α β, sintq; ζ ε, æqualis igitur est qui ex α ζ, ei qui ex β ε (per 19 septimi) & α ipsum ε multiplicans, efficiat ipsum γ, & β, igitur ipsum α multiplicans effecit ipsum γ. Igitur α β, ipsum γ, metiuntur. Dico iam quòd & minimum, si non, metiuntur ipsi numeri α β, aliquem numerum minorem existentem ipso γ, metiantur & esto Δ, & quoties quidem α, ipsum Δ, metitur, tot unitates sint in η. Quoties autem β, ipsum Δ, metitur, tot unitates sint in θ α, igitur η multiplicans, effecit ipsum Δ, ipse β uerò ipsum θ, multiplicans, effecit ipsum Δ, æqualis igitur est qui ex α η, ei qui ex θ β. Est igitur (per 19 septimi) sicut α, ad β, sic est θ, ad η. Sicut autem α ad β, sic ζ ad ε, & (per 11 quinti) igitur sicut ζ, ad ε, sic θ ad η, ipsi autem ζ ε: minimi uerò eandem rationem habentes æquè metiuntur: maior maiorem, & minor minorẽ (per 21 septimi) igitur ε, ipsum η metitur, & quoniam α, ipsos ε ζ multiplicans, ipsos fecit γ Δ, est igitur (per 17 septimi) sicut ε ad η, sic est γ, ad Δ. At ε, ipsum η metitur, & γ igitur ipsum Δ metitur maior minorem, quod est impossibile. Ipsi igitur α β, non metientur aliquem numerum minorem existentem ipso γ. Igitur γ, minimus existens, sub ipsorum α β, dimensionem cadit: quod oportuit facere.

α ... β ...
γ .....
Δ .....
ε ....
ζ .....
ζ ... α ....
ε ... β .....
γ .....
Δ .....
η ..
θ ...

Euclid. ex Zamb. Theorema 33. Propositio 37.

Dí bini numeri numerum aliquem mensi fuerint, & minimus qui sub eorum dimensionem cadit, eundem metietur. 37

THEON ex Zamb. Bini enim numeri α β, numerum aliquem γ Δ metiãtur, minimus uerò sit ε. Dico quòd ε quoq; ipsum γ Δ, metitur. Si autem ε, ipsum γ Δ, non metitur ipsum Δ ζ, metiens ipse ε, relinquat seipso minorem, hoc est γ ζ, & quoniam ipsi α β, ipsum ε metiuntur, at ε, ipsum Δ ζ & ipsi α β, igitur ipsum Δ ζ, metientur, metiũtur autem & totum γ Δ, & reliquum igitur γ ζ, metiẽtur minorem existẽtem ipso γ, quod est impossibile. Haud igitur non metitur ε, ipsum γ Δ, metitur ergo: quod erat demonstrandum.

α ..
β ...
ε .....
γ ... ζ ..... Δ

Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propositio 38.

Tribus numeris datis, ínuenire quẽ minimum numerũ metiũtur. 38

THEON ex Zamb. Sint dati numeri α β γ, oportet iam inuenire, quẽ minimũ numerum metiuntur. Suscipiatur enim (per 36 septimi) minimus numerus Δ, qui sub ipsorum α β, dimensionem cadat. Iam γ, ipsum Δ, aut metitur, aut non metitur, metiatur prius, metiuntur autem & ipsi α β ipsum γ. Igitur ipsi α β γ, ipsum Δ metiuntur. Dico quòd & minimum. Si autem non: ipsi α β γ, numeri metientur numerum minorẽ ipso Δ, metiãtur ε. Quoniam ipsi α β γ, ipsum ε metiuntur, igitur & α β, ipsum ε metiũtur, & minimus igitur quẽ ipsi α β metiũtur, metietur ipsum ε, per 37 septimi. At minimus quem ipsi α β metiuntur, est Δ. Igitur Δ, ipsum ε metietur, maior minorem, quod est impossibile. Ipsi α β γ, igitur nõ metiẽtur numerum aliquem minorem existentem ipso Δ. Igitur ipsi α β γ, minimũ Δ, metiuntur. Non metiatur rursus γ, ipsum Δ, & suscipiatur (per 36 septimi) minimus numerus ε, quem metiãtur ipsi γ Δ. Quoniã α β, ipsum Δ, metiuntur, at Δ ipsum ε metitur, & α θ ipsum ε, igitur metiũtur: metitur autem & γ, ipsum ε, igitur ipsi α β γ, ipsum ε, metiuntur. Dico quòd & minimum, si autem non ipsi α β γ, metiuntur aliquẽ numerum minorem existentem ipso ε, metiantur ζ. Quoniã ipsi α θ γ, ipsum ζ, metiuntur, & ipsi α β igitur ipsum ζ metiuntur, & minimus igitur quem α β, metiuntur, ipsum ζ, metietur (per 37 septimi) minimus autem quem ipsi α β metiũtur est Δ. Igitur Δ ipsum ζ, metitur autem & γ, ipsum ζ. Igitur ipsi Δ γ ipsum ζ metiũtur, quare (per eandem) & minimus quem ipsi γ Δ, metiuntur, ipsum ζ, metietur. At minimus quem ipsi γ Δ, metiuntur est ε. Igitur ε ipsum ζ metitur, maior minorẽ, quod est impossibile. Ipsi α β γ, igitur non metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso ε. Igitur ε minimus est, quem ipsi α β γ metiuntur: quod oportebat facere.

α ...
β .....
γ .....
Δ .....
ε .....
ζ .....

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propositio 37.*

37 SI numerus aliquis alium numerum numeret, erit in numerato pars à numerante denominata.

CAMPANVS. Huius sensus est quòd omnis numerus numeratus à ternario, habet tertiam, & numeratus à quinario habet quintã: ficq; de cæteris, ut si b numeret a, erit in a pars denominata a b: numeret enim ipsum, quoties unitas in c, eritq; per 16 ut c quoque toties numeret a, quoties unitas in b, quare tota pars est c a, quota unitas b: & quia unitas est pars omnis numeri ab ipso denominata per communem scientiam, erit c pars a, denominata a b: quod est propositum.

unitas
c ... c ..
a .....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 34.* *Propositio 39.*

39 Si numerum aliquis numerus metiatur, mensus cognominatam partem habebit metienti.

THEON *ex Zamb. Numerum enim α, numerus aliquis β, metiatur. Dico quòd α, cognominatã partem habet ipsi β. Quoties enim β, ipsum α metitur, tot unitates sunt in γ. Quoniam δ, ipsum α, metitur per eas quæ in γ sunt unitates, metitur autem & δ, unitas ipsum γ, per eas quæ in eo sunt unitates, æquè igitur (per 15 septimi) δ unitas ipsum γ, numerum metitur, & δ, ipsum α. Vicissim igitur (per eandẽ) æquè δ unitas ipsum β metitur numerum, metitur verò & γ, ipsum α. Qualitatis igitur pars est δ, unitas ipsius β numeri, talis pars est & γ, ipsius α. At δ unitas, pars est ipsius δ ei cognominata, & γ igitur ipsius α, pars est cognominata ipsi β. Quare α, partem habet γ cognominatam ipsi β: quod erat demonstrandum.*

α ....., ...
β ....
γ ...
δ .

Euclid. ex Camp. *Propositio 38.*

38 SI numerus aliquis partem quotamcunq; habeat, numerabit ipsum numerus ad illam partem dictus.

CAMPANVS. Hæc est conuersa præmissę: cuius est intentio, quòd omnis numerus habẽs tertiam, numeratur à ternario, & habens quintam, à quinario, ficq; de cęteris, ut si b sit pars a denominata a c, sequitur ut c numeret a, quia enim b est pars à denominata a c, sed & unitas est pars c denominata ab ipso c per conceptionem, sequitur ut quoties unitas numerat c, toties b numeret a, itaq; per 16 quoties unitas b, toties c numerat a, quare constat propositum. Aliter idem. Cum sit b pars a, sit tota unitas c, eritq; per hãc cõmunem scientiam, unitatem esse partẽ omnis numeri ab ipso denominatam c, denominans b in a: & quia est b in a quoties unitas in c, euidenter sequitur propositum per 16.

unitas
b .. c ..
a .....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 35.* *Propositio 40.*

40 Si numerus partem habuerit quamlibet, eum numerus cognominatus parti, metietur.

THEON *ex Zamb. Numerus inquam α, partem habeat quamlibet β, & ipsi β, parti cognominatus sit numerus γ. Dico quòd γ, ipsum α metitur. Quoniam enim β, ipsius α pars est cognominata ipsi γ, est autem & δ unitas ipsius γ, pars cognominata ei: qualis igitur pars est δ, unitas ipsius γ, numeri: talis pars est & β ipsius α, æquè igitur δ unitas ipsum γ numerum metitur: & β, ipsum α. Vicissim igitur (per 15 septimi) æquè δ, unitas ipsum β numerum metitur & γ ipsum α, & γ igitur ipsum α metitur: quod erat demonstrandum.*

α .....
β ....
γ ..
δ.

Euclid. ex Camp. *Propositio 39.*

39 VMerorum minimum, propositarũ denominationum habentem partes inuenire.

CORRELARIVM.

Ex q̃ manifestũ est q̃ minimus numerus numeratus à q̃tlibet, est minimus habẽs partes denominatas ipsis.

CAMPANVS. Sint a b c d, denominantes partes propositas, & e minimus numeratus ab eis

ſumptus ſecundum 36. Ipſum e dico eſſe quẽ quærimus. Sint enim ſecundũ quos numerant ipſum f g h k, eritq; per 16 & hanc communem ſcientiam, unitas eſt pars omnis numeri ab ipſo dicta, ut uiceuerſa f g h k, numerent e ſecundum a b c d, quare ſunt partes eius ab illis dictæ: eſt igitur e habẽs partes propoſitarum denominationum. Minimus etiam, quoniam ſi alter fuerit ut l, ſint partes l dictæ ab eis m n p q, eruntq; per 16 & prædictam communem ſcientiam a b c d, uiceuerſa partes l dictæ ab m n p q, quare non erat e minimus quem numerant, a b c d: quod eſt inconueniens.

e .....
a .. f .....
b ... g ....
c .... h ...
d ..... k ..

CAMPANI *annotatio.* Habito minimo, ſi cura eſt habere ſecũdũ, aut quotũcunq; libet, ſi ſecundũ quidẽ, ſume duplũ minimi, ſi tertiũ, triplum, & ad hunc modũ in alijs. Cum enim omnis multiplex ipſius e numeretur ab a b c d, per hanc communem ſcientiam omnis numerus numerans alium, numerat omnẽ numeratũ ab illo: neceſſe eſt per 37 ut omnis multiplex e habeat partes denominatas ab a b c d, ſi itaq; duplus e, non fuerit ſecundus habens partes propoſitarum denominationũ, erit alius, quem ſicut ſequitur eſſe maiorem e, ſic ſequitur eſſe minorẽ duplo, & quia illum numerant a b c d, per 38, ſequitur per correlarium 36 quòd e numeret eũdem, quod eſt impoſsibile: cum enim numeret ſe, numeraret per hanc cõmunem ſcientiam, omnis numerus numerans totum & detractum, numerat reſiduũ, differentiam illius ad ſe, quę cum ſit minor eo, maior numerus numeraret minorẽ, quod eſſe non poteſt. Sequitur itaq; duplum e, eſſe ſecundũ numerum habentem propoſitarum denominationum partes. Similiter quoq; argues triplũ e eſſe tertium, probato duplo eſſe ſecũdum, alioqui quia eſſet triplo minor & duplo maior, ſequeretur e numerare aliquem inter ipſius duplum & triplum, quod ut prius patet, eſt impoſsibile: probato autem triplo eſſe tertium, ad huius ſimilitudinem probabis quadruplum eſſe quartum, & ſic in cæteris.

l .....
m .....
n .....
p .....
q ...

CAMPANI *additiones.*

Minimum numerum habentem partes propoſitarum denominationum ſumptarum continuè, reperire.

Vt minimum numerum habentem ſecundam, quæ ſecunda habeat tertiam, quæ etiam tertia habeat quartã, aut qualitercunq; contingat eas ab eiſdem uel diuerſis denominari. Multiplicare oportet denominatorẽ primæ partis in denominatorẽ ſecundę, & ex eis productũ in denominatorẽ tertiæ, productum quoq; in denominatorẽ quartæ, ſicq; de cęteris uſq; ad ultimam à prima uel uſq; ad primam ab ultima: & qui prouenerit, erit qui inquiritur, ut propoſito 60 uel 84. Hoc autẽ ita eſſe demonſtratiuè ſic habeto. Sint numeri partes propoſitas denominantes a b c, uolumus inuenire minimum numerum qui habeat partem denominatam ab a, ita quòd illa pars habeat partem denominatam a b, ſed & hæc aliam dictam a c. Ducatur itaq; c in b, & prouenuiat e, & e in a, & proueniat f, eũ dico eſſe quem quęrimus. Cum enim f proueniat ex a in e, erit e pars f dicta ab a, ſed & propter hoc erit e pars e dicta a b, & quia unitas eſt pars c dicta ab ipſo c, patet f habere partes ut proponitur. Si ergo f non fuerit minimus, ſit g, ſitq; h pars eius dicta ab a, & k pars h dicta a b, l quoq; pars k dicta a c, eritq; per 18, f ad g, ut e ad h, & e ad h, ut c ad k. itemq; c ad k, ut unitas ad l, quare permutatim f ad e, ut g ad h, & e ad c, ut h ad k, & c ad unitatem ut k ad l, ergo per 15. erit in proportione æqualitatis f ad unitatem, ut g ad l, ergo permutatim erit f ad g, ut unitas ad l, quare cum g ſit minor f, erit l minor unitate, ſequitur igitur impoſsibile partem numeri, minorem eſſe unitate: erit itaq; f minimus, habens partes ut proponitur. Quo inuento ſi cura fuerit habere ſecundũ aut quotũcunq; libet, per minimi multiplices (ut prius dictum eſt) ſumendi erunt. hoc autem 39 proponitur in alio ſecundum hunc modum.

f .....
e ....
c .... c ... a..
unitas
g .....
h .....
k .....
l ..

Propoſitis partibus quotiſcunquelibet, minimum numerum eas continentium inuenire.

Vt ſi partes propoſitæ ſint a b c, ſintq; eas denominantes d e f, & ſumatur minimus quem numerãt d e f, qui ſit g, hunc dico eſſe quem quærimus, erunt enim in eo propoſitæ partes per 37, qui ſi non fuerit minimus eas continens: ſit ergo h, quem numerabunt d e f, per 38, igitur non erit g minimus numeratus ab eis. quod eſt incõueniens, quia minimus erat.

a tertia d ...
b quinta e ....
c ſexta f .....
g .....
h .....

CAMPANI *annotatio.* Intelligo uero partes a b c, indeterminatè poni, non ſub quantitate certa: aliter enim non eſſet neceſſarium, ut minimus numerus, quem numerant d e f,

eſſet

eſſet minimus contines partes propoſitas, plurimas enim contingit partes reperire, quas numerus numeratus ab eorum denominatoribus non continet: uerbi gratia, Tres numeri qui ſunt 120, 90 & 702, ſunt eiuſdē numeri partes, primus quidem tertia, ſecundus uerò quarta, & tertius quinta, nec tamen minimus quem numerant denominatores eorum qui eſt 60: partes iſtas continet. Inſtandum igitur eſt (ſi partes ſub certa quantitate ponantur) primæ conſequentiæ huius demonſtrationis. Non enim ſequitur ut arguit per 37 ſi ternarius hunc numerat, ergo hic numerus poſitus eſt eius tertia, ſed ergo habet tertiam, quapropter idem eſt quod proponitur ſecundum utrunq; modum, ſed ſecūdum primum, conuenientius uidetur quod intenditur proponi. Attendere autē oportet cùm omnis pars habeat quantitatē, quod in eo contingit ponere quotlibet & quaslibet partes ſecundum quantitatem, & inquirere quis minimus eas continet, & ſub quibus denominationibus. Minimum autem eas continentem conſtat eſſe minimum numeratum ab eis, ſecūdum quos uerò numerat, ſunt qui illas in illo denominant. Cōtingit iterum ponere quotlibet & quaslibet denominationes, & inquirere in quo minimo hæ denominationes reperiuntur & ſecundum quas quantitates. Minimum quoq; conſtat eſſe minimum numeratum ab illis, ſecundum quos uerò numerant, ſunt qui quantitates determinant, utrobiq; autem idcirco inquiritur minimus, quia infiniti ſunt hinc quidem qui has partes cōtinent: inde uerò in quibus hæ denominationes reperiuntur. Contingit rurſus ponere quotlibet partes & totidem denominationes uel quotlibet denominationes & totidem partes, non autem quaslibet cum quibuslibet: ſed certas cum certis. Si enim ponam partes tres, quatuor, quinq;, & denominationes earum 6, 7, 8, & inquiram quis numerus continet has partes ſub iſtis denominationibus: ſimilis ero inquiſitori uano quærenti impoſsibile. Certas igitur conuenit ponere partes cum denominationibus certis & non ut contingit, & inquirere quis numerus poſitas partes ſub poſitis denominationibus continet, non autem quos minimus, unicus enim eſt: nam ſiue propoſita fuerit una pars & una denominatio, ſiue plures & plures, non erit ſumere plures numeros quod propoſitum erit continentes. Solus enim eſt cuius ternarius eſt quinta: non plures. Solus quoq; cuius ternarius octaua, & ſenarius quarta, non plures. Ideoq; proponentem partes & denominationes ipſarum in toto, non eſt quærere quis minimus continet has partes ſub iſtis denominationibus: ſed quis unus continet, proponentem autē partes tantum, contingit quærere quis minimas continet & à quibus in eo denominantur: ſolas quoq; proponentem denominationes, conuenit quærere quæ partes ab illis dictæ & in quo minimo reperiuntur. Conuenientius autē uidetur partes per denominationes inquirere, quàm denominationes per partes, diuerſitatem quidem denominationum: non partium, comitatur proportionum diuerſitas.

Euclid. ex Zamb. *Problema 6.* *Propoſitio 41.*

Numerum inuenire, qui minimus exiſtens habeat datas partes.

14 THEO Nex Zamb. *Sint datæ partes α, β, γ, oportet iam numerum inuenire, qui minimus exiſtens habeat ipſas α, β, γ, partes. Sint (per 39 ſeptimi) ipſæ α, β, γ, partes cognominatæ numeris δ, ε, ζ, & ſumatur (per 38 ſeptimi) ν, minimus numerus, quem δ, ε, ζ, metiuntur. Quoniā igitur ipſi δ, ε, ζ, metiuntur ν, cognominatam partem habet ν, ipſis δ, ε, ζ, (per 39 ſeptimi.) Ipſis autem δ, ε, ζ, cognominatæ partes ſunt α, β, γ. Igitur ν, habet partes α, β, γ. Dico quòd & minimus exiſtens. Si autem ν, non exiſtat minimus habens ipſas α, β, γ, partes: erit aliquis numerus minor ipſo ν, qui habebit ipſas partes α, β, γ. Sit (per 40 ſeptimi) θ, quoniam θ, habet ipſas partes α, β, γ, igitur numeri cognominati partibus α, β, γ, metientur ipſum θ, partibus autē α β γ, numeri δ, ε, ζ, cognominatæ ſunt. Igitur ipſi δ, ε, ζ, ipſum θ metiētur, qui minor eſt ipſo ν. Quod eſt impoßibile. Non erit igitur aliquis numerus minor ipſo ν, qui habeat ipſas α, β, γ, partes: quod oportebat demonſtrare.*

a ſecunda d..
b tertia e....
c quarta f.....
g.....
h.....

SEPTIMI LIBRI FINIS.

r 4

SCD Lyon 1 Mathématiques

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEMENTORVM *Liber octauus.*

Ex Campano. *Diffinitiones.*



Atera numerorum dicuntur, quorum multiplicatione numeri producuntur. 2 Superficialis appellatur numerus, qui ſub duobus lateribus continetur. 3 Solidus uerò qui ſub tribus, ex quorum continua multiplicatione habet procreari. 4 Quadratus, eſt numerus ſuperficialis, æqualibus lateribus conſiſtens. 5 Cubus, eſt ſolidus æqualibus conſiſtens lateribus. 6 Similes dicuntur numeri ſuperficiales ſiue ſolidi, quorum latera ſunt proportionalia.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 1.

SI numerorũ quotlibet continuæ proportionalitatis duo extremi fuerint cõtra ſe primi, eos omnes ſecundum ſuã proportionem minimos eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint continuè proportionales, a, b, c, duoq; extremi qui ſunt a, c, ſint contra ſe primi, dico quòd in eadem proportione non reperientur totidẽ minores. Si autem contingit, ſint d, e, f, eritq; per 13 ſeptimi, a ad c, ſicut d ad f, & quia a & c ſunt minimi in ſua proportione per 23 eiuſdem, ſequitur per 21 ut a numeret d, & c, f, maiores ſcilicet minores, quod eſſe non poteſt.

a....b.....c.....

d...e.....f.....

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 1. *Propoſitio* 1.

SI fuerint quotcunq; numeri continuè proportionales, extremi uerò ipſorũ primi adinuicem fuerint, minimi ſunt eandem rationem habentium eis.

THEON *ex Zamb. Sint quotcunq; numeri continuè proportionales* α, β, γ, δ, *extremi autẽ ipſorũ hoc eſt* α δ, *primi ſint adinuicẽ. Dico quòd ipſi* α, β, γ, δ, *minimi ſunt eandem rationem habentium eis. Si autem non: ſint minores ipſis* α, β, γ, δ, *ipſi* ε, ζ, κ, θ, *in eadem ratione exiſtentes eis. Et quoniam ipſi* α, β, γ, δ, *in eadem ſunt ratione ipſis* ε, ζ, κ, θ, *& æqualis eſt multitudo ipſorum* ε, ζ, κ, θ, *at* α, δ, *multitudini ipſorum* α, β, γ, δ, *æquè igitur eſt ſicut* α *ad* δ, *ſic* ε, *ad* θ, *primi ſunt adinuicem, primi uerò & minimi (per 14 ſeptimi) minimi autem numeri metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, antecedens antecedentem, & ſequens ſequentem (per 21 ſeptimi). Metitur igitur* α, *ipſum* ε, *maior minorem, quod eſt impoſſibile. Igitur ipſi* ε, ζ, κ, θ, *minores exiſtentes ipſis* α, β, γ, δ, *in eadem non ſunt ratione ipſis. Igitur* α, β, γ, δ, *minimi ſunt eandem rationem habentium eis: quod oportebat demonſtrare.*

α.....

β.....

γ.....

δ.....

ε.....

ζ.....

κ.....

θ.....



Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 2.

VMeros quotlibet continuæ proportionalitatis, ſecundum proportionem datam, minimos inuenire.

Vnde

CORRELARIVM.

Vnde manifestum erit, quòd si fuerint tres numeri continuæ proportionalitatis secundum eam minimi, duo extremi erunt quadrati: quod si fuerint quatuor, erunt extremi cubi.

CAMPANVS. Sint datæ proportionis minimi, a & b ducaturq; a in se, & fiat c, & in b, & fiat d, b, quoq; in se, & proueniat e, erũtq; c, d, e, cõtinuè proportionales in proportione a ad b, per 18 & 19 septimi. Et quia c & e sunt contra se primi per 28 eiusdem, erunt c, d e, secundum datam proportionem minimi, per præmissam. Ducatur iterum a in omnes illos, & proueniãt f, g, h, & b in e, & proueniat k, & erunt etiam f, g, h, k, cõtinuè proportionales in proportione a ad b, per 18 & 19 septimi: minimi quoq; per 28 eiusdem & præmissam. Hac uia & ratione inuenientur quinq;, uel sex, uel quotlibet.

a ..
b ...
c ....
d .....
e .....
f .....
g .....
h .....
k .....

Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propositio 2.

Numeros inuenire continuè proportionales minimos, quotcunque imperauerit quispiam, in data ratione.

THEON ex Zamb. *Sit data ratio in minimis numeris, ipsius α ad β, oportet iam numeros inuenire continuè proportionales minimos quotcunq; imperauit quispiam in ipsius α ad β, ratione. Imperẽtur iam quatuor, & α, seipsum, multiplicans; efficiat γ, ipsum uerò β, multiplicans, efficiat ipsum δ: & insuper ε, seipsum multiplicans, ipsum efficiat ϛ. Et insuper α, ipsos γ, δ, ϛ, multiplicans, ipsos ζ, κ, θ, faciat, at β, ipsum ϛ, multiplicans efficiat ipsum κ. Et quoniam α, seipsum multiplicans ipsum effecit γ, ipsum autem β, multiplicans fecit ipsum δ, numerus iam α, binos numeros α, β, multiplicans effecit γ, δ. Est igitur (per decimam septimam septimi) sicut α, ad β, sic est γ, ad δ. Rursus quoniã α, ipsum β, multiplicans ipsum δ, fecit, at β, seipsũ multiplicans ipsum ϛ, fecit, uterque igitur ipsorum α, β, ipsum β, multiplicans effecit utrunque ipsorum δ ϛ. Est igitur (per decimamoctauam septimi) sicut α ad β, sic est δ ad ϛ. Sed sicut α ad β, sic est γ ad δ, & sicut igitur (per undecimam quinti) γ ad δ, sic est δ ad ϛ. Et quoniam α, ipsos γ, δ, multiplicans ipsos ζ, κ, fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, sic est ζ, ad κ. Sicut autem γ ad δ, sic erat α ad β, & sicut igitur (per undecimam quinti) α ad β, sic est ζ ad κ. Rursus quoniam α, ipsos δ, ϛ multiplicans, ipsos effecit κ, θ, est igitur (per eandem 17) sicut δ ad ϛ, sic est κ ad θ, sed sicut δ ad ϛ, sic est α ad β, & sicut igitur (per undecimam quinti) α ad β, sic κ ad θ, & quoniam ipsi α, β, ipsum ϛ, multiplicante θ, ipsos effecerunt θ, κ: est igitur (per decimamoctauam septimi) sicut α ad β, sic θ ad κ: patuit autẽ quòd sicut α ad β, sic ζ, ad κ, & κ ad θ, & sicut igitur (per undecimã quinti) ζ ad κ, & κ ad θ, sic est θ ad κ. Igitur ipsi γ, δ, ϛ, & ζ, κ, θ, κ, proportionales sunt in ipsius α ad β ratione. Dico quòd & minimi: quoniam enim ipsi α, β, minimi sunt eandem rationem habentium eis, minimi autem eandem rationem habentium primi sunt adinuicem (per 21 septimi,) ipsi α, β, igitur primi sunt adinuicem, & uterq; ipsorũ α, β, seipsum multiplicans, utrunq; ipsorum γ, ϛ, fecit: utrunq; autem ipsorum γ, ϛ, multiplicans, utrunq; ipsorum ζ, κ, fecit. Igitur (per 29 septimi) ipsi γ, ϛ, & ζ, κ, primi sunt adinuicem. Si autem fuerint quotlibet numeri continuè proportionales, extremi autem ipsorum primi adinuicem fuerint: minimi sunt eandem rationem habentium eis (per primam octaui.) Ipsi γ, δ, ϛ, igitur & ζ, κ, θ, κ, minimi sunt eandem rationem habentium ipsis α, β: quod oportuit fecisse.*

PORISMA *siue correlarium Proinde manifestum est quòd si tres numeri continuè proportionales minimi fuerint eandem rationem habentiũ eis, extremi eorũ quadrati sunt: si autẽ quatuor, cubi.*

Euclid. ex Camp. Propositio 3.

SI numeri quotlibet continuè proportionales secundũ suam propor-

proportionem fuerint minimi, duos eorum extremos contra se primos esse necessariò comprobatur.

CAMPANVS. Hęc tertia est conuersa primæ. Sint enim a, b, c, d, continuè proportionales, & secundum suam proportionem minimi, dico quòd a & d extremi, erunt adinuicem primi, minimi enim in proportione a ad b, sint e & f, eruntq; per 22 septimi contra se primi, per hos ergo duos secundum doctrinam præmissæ inueniantur totidē continuè proportionales & minimi quot sunt numeri propositi, primo quidē tres qui sunt g h k, deinde quatuor qui sunt l, m, n, p, & ad hunc modum continuè per additionem unius, quousq; fiant tot quot sunt numeri propositi, ut sunt hic l, m, n, p: sequitur ergo l, m, n, p, æquales esse a, b, c, d, eo quòd in eadem proportione sunt utriq; minimi, & quia l & p sunt contra se primi per 28 septimi, erunt quoq; a & d illis æquales, contra septimi, quod est propositum.

a.....
b.....
c.....
d.....
e..
f...
g....
h.....
k.....
l.....
m.....
n.....
p.....

Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 3. Conuersa primæ.

Si fuerint quotcunq; numeri cōtinuè proportionales, minimi eandem rationē habentium eis, eorum extremi primi adinuicem erunt.

THEON *ex Zamb. Sint quotcunque numeri continuè proportionales, minimi eandem rationē habētiū eis, α, β, γ, δ. Dico quòd extremi eorū hoc est α, et δ, primi adinuicē sunt. Sumantur enim (per 2 octaui uel 35 septimi) bini numeri minimi in ipsorū α, β, γ, δ, ratione: hoc est ι ζ. Tres aūt ν θ ν, et semp deinceps uno plus; quoad assumpta multitudo æqua sit multitudini ipsorū α, β, γ, δ. Suscipiātur sintq; λ μ ν ξ. Igitur (per 29 septimi) eorū extremi λ ξ, primi adinuicē sunt. Quoniā enim ι ζ, primi sunt, uterq; aūt eorū seipsū multiplicās utrunq; ipsorū ν, ν, fecit utrunque aūt ipsorū ν, ν, multiplicās utrunq; ipsorum λ, ξ, fecit igitur (per 29 septimi) ipsi ν, θ, primi sunt et λ ξ. Et quoniam ipsi α, β, γ, δ, minimi sunt, eandem rationem habentium eis, sunt autem et λ, μ, ν, ξ, minimi in eadem ratione existentes ipsis α, β, γ, δ, et æqualis multitudo ipsorum α, β, γ, δ, multitudini ipsorum λ, μ, ν, ξ, unusquisq; igitur ipsorum α, β, γ, δ, unicuiq; ipsorum λ, μ, ν, ξ, est æqualis, æqualis igitur est α, ipsi λ, et δ ipsi ξ, et quoniam ipsi λ, ξ, primi adinuicem sunt, æqualis autem est λ ipsi α, et ξ, ipsi δ, igitur et ipsi α, δ, primi sunt adinuicem: quod demonstrasse oportuit.*

α.....
θ.....
γ.....
δ.....
ε...
ζ....
ν.....
θ.....
ν.....
λ.....
μ.....
ν.....
ξ.....

Euclid. ex Camp. Propositio 4.



Similitudinem assignatarū proportionum in minimis numeris, secūdum ipsas proportiones continuatim proportionalibus inuenire.

CAMPANVS. Assignatæ proportiones in minimis terminis inueniantur, ut docet 34 septimi, sintq; prima inter a & b, secunda inter c & d, tertia inter e & f, sic quoq; de pluribus si fuerint plures, uolo has proportiones in quatuor minimis numeris continuare. Sumo ergo g minimū quem numerant b & c, & quoties b numerat ipsum g, toties a numeret h, d quoque toties numeret k, quoties e g. Itaq; si e numerat k, fit ut f numeret l, eruntq; h, g, k, l, quos quærimus: constat enim per 18 septimi, quòd sit h ad g, sicut a ad b, & g ad k, sicut c ad g, at k ad l, sicut

a.....
b.....
c....
d...
e.....
f...
h.....
g.....
k.....
l.....
m.....
n.....
p.....
q.....

eut e ad f. Minimi quoq; nam si alij sint minimi ut m n p q, oportebit per 21 septimi, bis assumptam ut uterque duorum b & c numeret p, quare & g numerabit eundem per correlarium 35 septimi, quod est inconueniens. Sunt igitur h, g, k, l, minimi.

At uerò si e non numerat k, sit m minimus numeratus ab eis scilicet e & k, quē m quoties numerat k, toties h numeret n, & g toties p, erūtq; per 18 septimi, n p m, in proportione h g k, quare n ad p, ut a ad b, & p ad m, ut c ad d, sed quoties e numerat m, toties f, numeret q, & erit per eandem m ad q, sicut e ad f. Manifestū igitur q; assignatæ proportiones, cōtinuatæ sunt in quatuor numeris qui sunt n p m q. Qui si nō fuerint minimi, sint (si possibile est) alij qui sint r, s, t, x, quia itaq; per 21 septimi, bis assumptā uterq; duorū numerorū b & c, numerat s, sequitur per correlariū 35 septimi, ut g numeret eundē, quare etiā k numerabit t: at quia per 21 septimi, ut e numerat eundē t, nō erit m minimus quē numerāt k & e. Hac ratione quartā illis & quotlibet alias sine omni offendiculo cōtinuare poteris.

a... b..
c.... d...
e..... f....
g.....
h .....
k.....
n.....
p.....
m.....
q .....
r.....
s.....
t.....
x.....

Euclides ex Zamb. *Problema 2.* *Propositio 4.*

Rationibus datis quibuscunq; in minimis numeris, numeros inuenire continuè proportionales minimos in datis rationibus.

THEON *ex Zamb. Sint datæ rationes in minimis numeris, ipsius α ad β, & ipsius γ ad δ, & ipsius ε ad ζ, oportet iā numeros inuenire continuè proportionales minimos, in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, ratione. Sumatur enim η, minimus numerus, quē metiuntur β γ, et quotics quidē β, ipsum η, metitur, toties α, ipsum θ metiatur: quotics autē γ ipsum η metitur, totics δ, ipsum η, metiatur. At γ ipsum η aut metitur aut nō metitur. Metiatur primū. Et quotics γ ipsū η metitur: toties et ζ, ipsū λ metiatur, et quoniā α, ipsum θ, æquè metitur & β, ipsum η, est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic est θ, ad η. Id propterea & sicut γ ad δ, sic η, ad η, et insuper sicut ε ad ζ, sic η ad λ. Igitur ipsi η θ η λ, continuè sunt proportionales, & in ipsius α ad β, & ipsius γ, ad δ, & insuper ipsius ε ad ζ, ratione. Dico quòd & minimi. Si autē ipsi η θ η λ, non sunt continuè proportionales minimi in ipsius α ad β, & γ ad δ, et ε ad ζ rationibus: erūt aliqui numeri minores ipsis η θ η λ, in ipsius α ad β, et γ ad δ, & ε ad ζ rationibus: sint autem ν ξ μ ο. Et quoniā est sicut α ad β, sic ν ad ξ, ipsi autē α β, minimi, minimi autē (per 21 septimi) metiuntur eandem habentes æquè, maior maiorē et minor minorē, hoc est antecedēs antecedentē, et sequēs sequentē, igitur β, ipsum ξ metitur. Id propterea & γ, ipsum ξ metitur. Igitur γ β ipsum ξ, metiuntur, & minimus igitur quē ipsi β γ, metiuntur (per 37 septimi) ipsum ξ metietur: minimus autē quem ipsi β γ, metiuntur, est η. Igitur η ipsum ξ metitur maior minorem, quod est impossibile. Non erūt igitur aliqui numeri minores (per 15 septimi) ipsis η θ η ν, cōtinuè proportionales in ipsius α ad β, et γ ad δ, & ε ad ζ, ratione. Nō metiatur iam ι, ipsum η, & sumatur (per 36 septimi) minimus numerus quem metiuntur ipsi ε η, & sit μ, et quotics quidem η, ipsum μ, metitur, toties uterq; ipsorum η θ utrunq; ipsorum ν ξ, metiatur. Quotics autem ε, ipsum π, metitur, toties et ζ, ipsum ο, metiatur. Et quoniam η ipsum ν, & θ, ipsum ξ, æquè metitur: est igitur sicut θ ad η, sic est ν ad ξ. Sicut autē θ ad η, sic est α ad β, & sicut igitur (per 11 quinti) α ad β, sic ξ ad ν. Id propterea etiam sicut γ ad δ, sic est ξ ad μ. Rursus quoniam quotics ε, ipsum μ metitur, toties & ζ, ipsū ο: est igitur sicut ε ad ζ, sic est μ ad ο. Igitur ipsi ν ξ, μ ο, cōtinuè proportionales sunt in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus. Dico q; & minimi. Si autem ipsi ν ξ μ ο, non sunt continuè proportionales*

α...
β....
γ..
δ...
ε....
ζ.....
θ.....
η.....
κ.....
λ.....
ν....
ξ.....
μ.....
ο.....

tionales

tionales minimi in ipſorum α β γ δ ε ſ rationibus, erunt aliqui numeri ipſis ξ ν, μ ο, minores, continuè proportionales in ipſorum α β γ δ ε ſ, rationibus. Sint π ϱ σ τ. Et quoniã eſt ſicut π ad ϱ, ſic eſt α, ad β, ipſi autem α β, minimi, minimi autẽ (per 21 ſeptimi) metiuntur eandem rationem habentes eis æqualiter antecedens antecedentem & ſequens ſequẽtem, igitur β, ipſum ϱ metitur. Id propterea etiam γ, ipſum ϱ, metitur. Igitur ipſi β, γ, ipſum ϱ metiuntur, & minimus igitur (per 36 ſeptimi) quem ipſi α γ, metiuntur, ipſum metietur ϱ. minimus autem quem ipſi β γ metiuntur, eſt π. Igitur π ipſum ϱ metitur, eſtq; ſicut π, ad ϱ, ſic eſt π, ad σ, & π igitur ipſum σ metitur, metitur autem & τ, ipſum σ. Igitur ipſi ε π, ipſum σ, metientur, & minimus quem ipſi ε π, metiuntur, (per eandem) metietur ipſum σ. Minimus autem quem ipſi ε π, metiuntur: eſt μ. Igitur μ, ipſum σ metitur maior minorem, quod eſt impoßibile. Igitur non erunt aliqui numeri minores ipſis ν ξ, μ ο, continuè proportionales in ipſius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ſ, rationibus. Igitur ipſi ν ξ, μ ο, continuè proportionales minimi ſunt in ipſorum α & γ δ ε ſ, rationibus: quod oportuit feciße.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*

Mnium duorum numerorum compoſitorum proportio unius ad alterum, eſt ex laterum ſuorum producta proportionibus.

CAMPANVS. Quod proponit 24 ſexti de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum, proponit hæc de numeris compoſitis. Sint duo numeri compoſiti a b, latera a, ſint c & g, latera b, ſint e & f, dico itaq; quòd proportio a ad b, conſtat ex ea quę eſt c ad e & d ad f. Sit enim ut ex d in e, fiat g. Quia ergo ex d in c fit a, & ex f in e fit b, per conuerſionem diffinitionis laterum erit per 18 ſeptimi, a ad g, ſicut c ad e, & per 19 eiuſdem g ad b, ſicut d ad f: quare per diffinitionem, proportio a ad b, compoſita eſt ex ea quæ eſt c ad e, & ea quæ eſt d ad f, quod eſt propoſitum.

a.....
b.....
c..
d.....
e....
f.....
g.....

CAMPANI *annotatio.* Nec eſt neceſſarium ut contineamus proportiones laterum (uidelicet eam quæ eſt c ad e & eam quæ eſt d ad f) in minimis numeris repertis, ſecundũ doctrinam præcedentis, ut docent quidam, hoc enim eſt propoſito pręter neceſſarium. Arguunt enim poſito quòd illi minimi ſint h k l, ita quòd ſit h ad k, ſicut c ad e & k ad l, ſicut d ad f, proportionem h ad l eſſe compoſitam ex propoſitorum laterum proportionibus. Sumptoq; g fieri ex d in e, arguunt a ad g, ut h ad k, quia ut c ad e, & g ad h ut k ad l, quia ut d ad f, ideoq; ſecundum ęquam proportionalitatem & a ad b: ut h ad l, concludunt igitur a ad b, componi ex quibus h & l, uerum quidem, ſed non neceſſarium aſſumpto.

a.....
g.....
b.....
c..
e....
d.....
f....
h.....
k.....
l.....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 5.*

Plani numeri, adinuicẽ rationẽ habent compoſitam ex lateribus.

THEON *ex Zamb. Sint plani numeri α β, ipſius quidẽ α, latera ſint γ δ, ipſius autem β, ſint ε ſ. Dico quòd α ad β, rationem habet ex lateribus compoſitam. Rationibus enim datis quas habent γ ad ε, & δ, ad ſ, ſuſcipiantur (per 4 octaui) numeri continuè proportionales minimi in ipſorum γ ε, & δ ſ, rationibus, ſintq; π θ ν. ut ſit ſicut γ ad ε, ſic eſt π, ad θ ſicut q; δ, ad ſ, ſic θ, ad ν. Ipſi igitur π θ ν habent laterum rationes. Sed ipſius π ad ν ratio compoſita eſt ex ea quam habet π ad θ, & ex ea quam habet θ, ad ν, ipſi igitur π ad ν, rationẽ habet ex lateribus compoſitã. Dico igitur quòd eſt ſicut α ad β, ſic π ad ν, ipſe enim δ ipſum ε multiplicans, efficiat ipſum λ. Quoniam δ ipſum γ, multiplicans ipſum fecit α, multiplicans autem ipſum ε efficit λ, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad ε, ſic eſt α, ad λ. Sicut autem γ ad ε, ſic π ad θ, & ſicut igitur (per 11 quinti) π, ad θ, ſic α ad λ. Rurſus quoniam ε ipſum δ, multiplicans ipſum fecit λ, ſed & ipſum ſ, multiplicans ipſum fecit β. eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut δ ad ſ, ſic eſt λ, ad β. Sed ſicut δ ad ſ, ſic eſt θ, ad ν, & ſicut igitur (per 11 quinti) θ, ad ν, ſic λ, ad β, patuit autem quòd ſicut π, ad β, ſic eſt α ad λ. Aequè igitur eſt (per 14 ſeptimi) ſicut π ad ν, ſic eſt α, ad β, ipſe autem π ad ν, rationem habet compoſitam ex lateribus: & α igitur ad β, rationem habet compoſitam ex lateribus,*

α.....
λ.....
β.....
γ...
δ.....
ε....
ſ.....
π.....
θ.....
ν.....

laterib. quod feciſſe oportuit. Euclid. ex Camp. Propoſitio 6.

6 SI numerorum quotlibet cõtinuè proportionalium primus ſecundum non numeret, nullus eorum numerabit ultimum.

CAMPANVS. Sint a, b, c, d, e, cõtinuè proportionales, dico quòd ſi a non numeret b, nullus eorũ numerabit e. Manifeſtum autem eſt quòd ſi ipſum numeret, omnes numerabũt e, & ſimpliciter quilibet præcedens quemlibet ſequentem. Si autẽ non numerat ipſum, patet quòd d non numerabit e, nec ſimpliciter aliquis eorum proximè ſequentem e, quia ſunt poſiti cõtinuè proportionales. Sed quòd nullus alius ut c numeret ipſum, ſic conſtat. Sumantur ſecundum doctrinam 2 huius, totidem minimi continuè proportionales in proportione eadẽ, quot ſunt ipſe c & omnes ſequentes, qui ſunt f, g, h, erũtq; per 3 huius & f & h, contra ſe primi, & quia per æquam proportionem c ad e ut f ad h, cum f non numeret h, nec c numerebit e: eodẽ modo nec aliquis aliorum, quare liquet, quod propoſitũ eſt.

a .....
b .....
c .....
d .....
e .....
f ...
g .....
h .....

Euclid. ex Zamb. Thorema 4. Propoſitio 6.

6 Si fuerint quotcunq; numeri continuè proportionales, primus autem ſecundum non metiatur, & alius nullus nullum metietur.

THEON ex Zamb. *Sint numeri continuè proportionales α, β, γ, δ, ε. Ipſe autem α, ipſum β, nõ metiatur. Dico quòd & alius nullus, nullum metietur. Quod quidem ipſi α, β, γ, δ, ε, continuè adinuicẽ ſeſe non metiuntur, manifeſtum eſt: quia neq; α, ipſum β metitur, dico iam quòd neq; alius ullus, ullum alium metietur. Dico quòd neq; α, ipſum γ metietur, quot enim ſunt ipſi α, β, γ, tot ſumantur (per 35 ſeptimi) minimi numeri eandem rationẽ habentium ipſis α, β, γ, ſintq; ζ, κ, θ. Et quoniam ipſi ζ, κ, θ, in eadem ratione ſunt ipſis, α, β, γ, & eſt æqualis multitudo ipſorum α, β, γ, multitudini ipſorum ζ, κ, θ, ex æquali igitur (per 14 ſeptimi), eſt ſicut α, ad γ, ſic eſt ζ, ad θ. Et quoniam eſt ſicut α, ad β, ſic eſt ζ, ad κ, non metitur autem α, ipſum β, igitur neque ζ ipſum κ, metitur. Igitur ζ, non eſt unitas. Si enim ζ, eſſet unitas, omnem numerum metiretur. Et ζ, θ, (per 3 octaui) primi ſunt adinuicem. Igitur neque ζ, ipſum θ, metitur, & eſt ſicut ζ, ad θ, ſic α, ad γ, neque igitur α, ipſum γ metitur. Similiter quoque oſtendemus, quòd neque alius ullus ullum metietur: quod oportuit demonſtraſſe.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 7.

7 SI numerorum continuè proportionalium primus ultimum numeret, idem ipſe & ſecundum numerabit.

CAMPANVS. Sint qui prius, continuè proportionales, dico ſi a numerat e: ipſe numerabit b, alioqui ex præmiſſa non numeraret e, quod eſt contrarium & impoſsibile. Non ſolũ autem numerabit b: ſed & omnes, & quiſque eorum quemlibet ipſum ſequentem.

a ..
b ....
c .....
d .....
e .....

Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 7.

7 Si fuerint quotcunque numeri continuè proportionales, primus autem extremum metiatur, & ſecundum quoq; metietur.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunq; numeri proportionales α, β, γ, δ, at α, ipſum δ metiatur. Dico quòd & α, ipſum β metietur. Si autem non metitur α, ipſum β, neq; alius ullus (per 7 octaui) aliũ ullũ metietur, quod (per hypotheſin) eſt impoßibile, ſupponitur enim α, ipſum δ metiri, metitur autẽ α, ipſum δ, metitur igitur & α, ipſum β: quod oportuit demonſtraſſe.*

α ...
β .....
γ .....
δ .....

Euclid. ex Camp. Propoſitio 8.

8 SI inter duos numeros numeri quotlibet in continua proportionalitate ceciderint, totidem inter omnes duos in eadem proportione relatos cadere neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint a & b, inter quos cadunt c & d in continua proportione habentes ſe in proportione e ad f, dico quòd totidē cadunt inter e & f & in eadē proportione, quod inter a & b. Sint enim g,h,k,l, totidē minimi: quot ſunt a & b qui inter eos cadūt, ſumpti quēadmodū docet 2 huius, continuè proportionales in eadem proportione, eruntq; per 3 g & l, contra ſe primi, & per æquam proportionalitatem erit g ad l, ſicut a, ad b, ideoq;, & ſicut e ad f, & quia ipſi ſunt in ſua proportione minimi per 23 ſeptimi, ſequitur per 21 eiuſdem ut g numeret e, & l, fæqualiter, toties igitur numeret h, m, & k, n, poſitisq; m & n inter e & f, conſtat per 18 ſeptimi, e, m, n, f eſſe continuè proportionales quemadmodum ſunt h, k, l, & ideo quemadmodum a, c, d, b: quare patet quod dictum eſt.

a ..
c ....
d .....
b .....
e ...
m .....
n .....
f .....
g.
h..
k ....
l .....

CAMPANI *annotatio.* Ex hac conſtat nullam ſuperparticularem poſſe per æqualia diuidi. ſi enim hoc eſſet, oporteret inter duos numeros ſola unitate diſtantes numerum cadere medium, quod eſſe non poteſt: ideoq; tonus in muſica, quem ſeſqui octaua continet proportio, in duo uera ſemitonia diuidi non poteſt, ſed neceſſariò diuiditur in minus ſemitonium & maius.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 8.*

Si inter duos numeros continuè proportionales ceciderint numeri, quot in eos ceciderint numeri, tot & inter eādem rationem habentes eis continuè proportionales cadent.

THEON *ex Zamb. Inter binos enim numeros α, β, cōtinuè proportionales cadāt numeri γ, δ. Fiatq; ſicut α, ad δ, ſic ε, ad ζ. Dico quòd quot inter ipſos α, β, cōtinuè proportionales numeri cadunt, tot quoque inter ipſos ε, ζ, continuè proportionales cadent. Quot enim ſunt multitudine ipſi α, β, γ, δ, tot ſumantur (per 35 ſeptimi) minimi numeri eandem rationem habentium eiſdem α, β, ε, δ, ſintq; η, θ, ι, λ. Igitur extremi ipſorum, hoc eſt ι, λ, primi ſunt adinuicem (per 5 octaui.) Et quoniā ipſi α, γ, & δ, β, ipſis η, θ, & η, λ, in eadem ſunt ratione, & æqualis eſt multitudo ipſorum α, γ, & δ, β, multitudini ipſorum η, θ, & η, λ, ex æquali igitur (per 14 ſeptimi) eſt ſicut α, ad β, ſic eſt η, ad λ. Sicut autem α, ad β, ſic ε, ad ζ, ut igitur η, ad λ, ſic eſt ε, ad ζ. Ipſi autem ι, λ, primi ſunt, primi autem, & minimi, minimi uerò numeri, eandem rationem habentes eis æquè metiuntur maior maiorem & minor minorem (per 21 ſeptimi) hoc eſt antecedens antecedētem & ſequens ſequentem. Aequè igitur ι, ipſum ε metitur, & λ, ipſum ζ. Quoties autem ι, ipſum ε metitur, toties & uterque ipſorum θ, ι, utrūque ipſorum μ, ν, metiatur. Ipſi igitur ι, θ, ι, λ, ipſos ε, μ, ν, ζ, æquè metiuntur. Igitur (per 18 ſeptimi) ipſi ι, θ, ι, λ: ipſis ε, μ, ν, ζ, in eadem ſunt ratione. Sed ipſi ι, θ, ι, λ, ipſis α, γ, δ, β, in eadē ſunt ratione, & ipſi α, γ, δ, β, igitur, ipſis ε, μ, ν, ζ, in eadem ſunt ratione. Ipſi autem α, γ, δ, β continuè ſunt proportionales, & ipſi ε, μ, ν, ζ, igitur continuè proportionales ſunt. Quot igitur inter ipſos α, δ, continuè proportionales numeri ceciderunt, tot & inter ε, ζ, continuè proportionales cadunt: quod oportuit demonſtraſſe.*

α ...
γ .....
δ .....
β .....
η.
θ ...
ι .....
λ .....
ε ...
μ .....
ν .....
ζ .....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

SI inter duos numeros cōtra ſe primos numeri quotlibet continua proportionalitate ceciderint, inter utrunque eorum & unitatem totidem continua proportionalitate cadere neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint a & b contra ſe primi, inter duos cadant in continua proportionalitate c & d. Dico quòd totidē erunt continuè proportionales inter a & unitatem, itemq; totidem inter b & unitatem. Sint enim in illa proportione minimi e & f, ſumpti, ut docet 34 ſeptimi, ex quibus ſumantur tres continuè proportionales & minimi in eorum proportione

prout

prout docet 2 huius, qui sint g,h,k, deinde quatuor, qui sint l,m,n,p, & hoc toties fiat, usquequo sic sumpti fiant totidem quot sunt numeri propositi, ut sunt hic l,m,n,p. Constat itaq; (cum sint a,c,d,b, in sua proportione minimi per primam huius, sintq; l, m, n, p, totidem minimi in eadem, nō sit autem possibile esse aliquid minus minimo) quòd numeri l,m,n,p, æquales erunt numeris a, c, d, b, quisq; suo relatiuo, est igitur l, æqualis a, & p, b. Manifestum autem est ex secunda huius, quòd ex f in se fit k, & ex eodem in k,p, per diffinitionem igitur eius quod est multiplicari, erit f in k, k quoque in p, quoties unitas est in f. itaq; unitas, f, k, p, sunt continuè proportionales, similiter autem & unitas e, g, l. Sumptis ergo a & b loco l & p sibi æqualiū erunt inter a & unitatē g, & e, & inter b & unitatem k & f, continuè proportionales totidē, quot sunt inter a & b: quod est propositū.

a .....
l .....
g ....
c .....
m ..... e ..
h .....
n ..... f ...
d .....
k .....
p .....
b .....

Euclid. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 9.

9 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, & inter eos cōtinuè proportionales ceciderint numeri, quot inter eos continuè proportionales ceciderint numeri, tot quoq; inter utrūq; eorum & unitatem continuè proportionales cadunt.

THEON ex Zamb. *Sint bini numeri primi adinuicem α, β, & inter eos continuè proportionales cadant γ, δ, & ponatur ε unitas. Dico quot quot inter α, β, continuè proportionales ceciderunt numeri, tot quoq; inter utrunq; ipsorum α, β, & ε, unitatem continuè proportionales numeri cadent. Sumantur (per 35 septimi) bini numeri minimi in ipsorum α, γ, δ, β, ratione existentes, sintq; ζ, κ, tres autem: sintq; θ, κ, λ, & semper ordinatim uno plus, quoad æqualis fiat multitudo ipsorum, multitudini ipsorū α, γ, δ, β, sumantur, sintq; μ, ν, ξ, ο. Manifestum iam est quòd ζ, seipsum multiplicans, fecit ipsum θ, ipsum autem θ multiplicans, ipsum effecit μ, & κ, seipsum multiplicans, ipsum λ, effecit: ipsum autem λ multiplicans, ipsum ο fecit. Et quoniam ipsi μ, ν, ξ, ο, (per hypothesin) minimi sunt eandem rationem habentium ipsis κ, ζ, sunt autem (per 2 octaui), et ipsi α, γ, δ, β, minimi eandem rationem habentium ipsis κ, ζ, & æqualis est multitudo ipsorum μ, ν, ξ, ο, multitudini ipsorum α, γ, δ, β: unusquisq; igitur ipsorum μ, ν, ξ, ο, unicuiq; ipsorum α, γ, δ, β, est æqualis. Aequalis igitur est μ ipsi α, & κ, ipsi β. Et quoniam ζ seipsum multicans, ipsum efficit θ, igitur (per 16 septimi) ζ, ipsum θ metitur per eas quæ in κ, sunt unitates: metitur autem & ε, unitas ipsum ζ, per eas quæ in ipso sunt unitates. pariter igitur (per 15 septimi) ε unitas, ipsum ζ numerum metitur, & ζ, ipsum θ. Est igitur sicut ε, unitas ad ζ, numerum, sic est ζ ad θ. Rursus quoniam ζ ipsum θ multiplicans, ipsum effecit μ, igitur θ ipsum μ, metitur per eas quæ in ζ sunt unitates. Metitur autē ε, unitas ipsum ζ numerum, per eas quæ in ipso sunt unitates, æquè igitur (per eandem) ε, unitas ipsum ζ, metitur numerum, & θ ipsum μ. Est igitur sicut ε, unitas ad ζ numerum sic est θ, ad μ. Ostensum autem est quòd & sicut ε, unitas ad ζ, numerum, sic est ζ, ad θ, & sicut igitur (per 11 quinti) ε, unitas ad ζ numerum: sic est ζ, ad θ, & θ ad μ. At μ, ipsi α, est æqualis, est igitur sicut ε unitas ad ζ numerum, sic est ζ, ad θ, & θ, ad α. Id propterea (per 7 & 11 quinti) & sicut ε, unitas ad κ, numerum: sic θ ad λ, & μ ad β. Quot igitur inter ipsos α, β, continuè proportionales ceciderint numeri, tot & inter utrunque ipsorum α, β, & ipsum ε, unitatem continuè proportionales numeri cadunt: quod erat demonstrandum.*

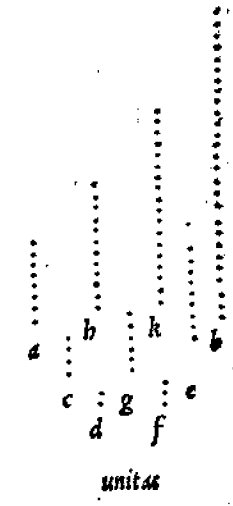
α .....
μ .....
θ .....
γ ..... ζ ...
ν .....
λ ..... κ ..
ξ .....
δ ..... κ ...
ο .....
β .....

Euclid. ex Camp. Propositio 10.

10 SI inter utrūq; eorum & unitatē quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint, ambobus numeris totidem continua proportionalitate interesse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, sintq; c & d, c d inter a & unitatē, e quo quæ & f inter b & unitatem, continuè proportionales. Dico totidē esse inter a & b cōtinuè proportionales. Hæc est cōuersa prioris, excepto quòd ad subiectum præmissæ, appositum erat a &

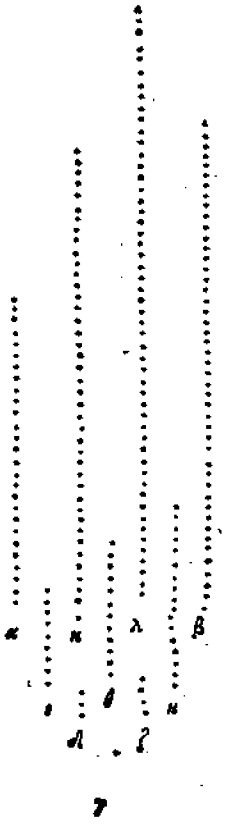
b esse contra se primos, quod non apponitur hic ad passionem, quapropter uniuersalior est passio huius subiecto illius. Quia igitur quoties unitas in d, toties est d in c, & toties c in a, constat quòd ex d in se fitc, & ex eodem d in c a. Similiter quoq; ex f in se & in c, fient e & b. Ducatur itaq; d in f, & productus sit g. item q; idem d ducatur in g & e, & sint producti h & k. Constat igitur ex 18 septimi, quòd c ad g, ut d ad f, & ex 19 quod g ad e, ut d ad f. quare c, g e, sunt continuè proportionales in proportione d ad f. Item per 18 iterum sunt a ad h sicut c ad g, & h ad k sicut g ad e, & per 19 k ad b sicut d ad f, igitur sunt a, h, k, b, continuè proportionales. Quare constat propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 10. Conuersa præcedentis.

Si inter binos numeros & unitatem continuè proportionales numeri ceciderint, quot inter utrũque ipsorum & unitatem continuè proportionales ceciderint numeri, tot & inter eos cõtinuè proportionales cadent.

THEONex Zamb. *Inter binos enim numeros α, β, & unitatem ε, continuè proportionales cadant numeri δ ε, & ζ, η. Dico quòd quot inter utrunque ipsorum α, β, & ipsam γ unitatem, continuè proportionales ceciderint numeri: tot quoque inter α, β, continuè proportionales cadent. Igitur δ, ipsum ζ, multiplicans, ipsum efficiat θ, uterque autem ipsorum δ, ζ, ipsum θ multiplicans, efficiat ipsos κ, λ. Et quoniam est sicut γ, unitas ad δ numerum, sic est δ, ad ε: æquè igitur γ, unitas ipsum δ, metitur numerum, & δ ipsum ε. Ipsa autem γ unitas, ipsum δ, numerum metitur, per eas quæ in ipso sunt δ unitates, & δ igitur numerus ε metitur, per eas quæ in δ, sunt unitates. Igitur δ, seipsum multiplicans, ipsum ε, fecit. Rursus quoniam est sicut γ, unitas ad δ numerum, sic est ε ad α, æquè igitur γ, unitas ipsum δ, numerum metitur, & ε, ipsum α. At γ unitas, ipsum δ, numerum metitur per eas quæ in ipso δ, sunt unitates, & ε, igitur ipsum α, metitur per eas quæ in ipso δ, sunt unitates. Igitur δ, ipsum ε multiplicans, ipsum α fecit. Id propterea etiam ζ seipsum multiplicans, ipsum η, fecit, ipsum autem η, multiplicans, ipsum β, fecit. Et quoniam δ, seipsum multiplicans ipsum ε fecit, ipsum autem ζ, multiplicans ipsum fecit θ, est igitur (per decimam septimi) sicut δ, ad ζ, sic est ε ad θ. Id propterea etiam sicut δ, ad ζ, sic θ, ad κ. Et sicut igitur (per undecimam quinti) ε ad θ, sic θ ad κ. Rursus quoniam δ utrunq; ipsorum ε, δ, multiplicans, utrunq; ipsorum α, κ, fecit: est igitur (per 17 septimi) sicut ε ad θ, sic α, ad κ. Sed sicut ε, ad θ, sic est δ, ad ζ, & sicut igitur (per undecimam quinti) δ ad ζ, sic α, ad κ. Rursus quoniam uterque ipsorum δ, ζ, ipsum θ, multiplicãs, utrunq; ipsorum κ, λ, fecit: est igitur (per decimã septimã septimi) sicut δ, ad ζ, sic κ ad λ. Sed sicut δ, ad ζ, sic α, ad κ, & sicut igitur (per undecimã quinti) α, ad κ, sic κ ad λ. Insuper quoniam ζ, utrunque ipsorum θ, κ, multiplicans, utrũque ipsorum λ, ζ, fecit: est igitur (per decimam septimam septimi) sicut θ ad κ, sic λ, ad β. Sicut autem θ ad κ, sic δ ad ζ: & sicut igitur (per 11 quinti) δ ad ζ, sic λ ad ζ. patuit autem quòd sicut δ ad ζ, sic α, ad κ, & κ ad λ, & λ ad ζ, igitur ipsi α, κ, λ, β, continuè sunt proportionales. Quot igitur inter utrunque ipsorum α, δ, & γ, unitatem, continuè proportionales cadunt numeri: tot & inter α, β, continuè cadunt: quod demonstrasse oportuit.*



Hæc undecima ex Campano, duabus ex Zamberto sequentibus respondent.

Euclid.

Euclid. ex Camp. Propositio 10.

10 SI fuerint ambo quadrati, erit proportio unius ad alterũ tanq; ſui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si uerò ambo fuerint cubi, erit proportio alterius ad alterũ tanquã ſui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo quadrati a & b, & duo cubi c & d, latera tam quadratorũ quàm cuborum: ſint e, quidem a & c, f uerò, b & d. Dico quòd proportio a ad b erit ſicut e ad f duplicata, c uerò ad d ſicut eadẽ triplicata. Manifeſtũ enim eſt quòd ex e in ſe fit a, & ex ipſo e in a, c, ſic quoq; ex f in ſe fit b, & ex ipſo in b, d, ducatur igitur e in f, & proueniat g. & in g & b, & proueniant h & k, eritq; per 18 ſeptimi a ad g, ſicut e ad f, & per 19 g ad b, ſicut e ad f, igitur ex diffinitione, a ad b, ſicut e ad f duplicata: quod eſt primum. Secundum eodem modo conſtat. Sunt enim per 18 iterum c ad h ſicut a ad g, & h ad k, ſicut g ad b, & per 10 k ad d, ſicut e ad f, quare c, h, k, d, ſunt etiam continuè proportionales in proportione c ad f, per diffinitionem igitur erit c ad d, ſicut e ad f, triplicata: quod eſt ſecundum.

c.....
a....
e.. h.....
g.....
f... k.....
b.....
d .....

Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 11.

11 Duorum numerorum quadratorum, unus medius proportionalis eſt numerus. Et quadratus ad quadratũ duplam habet rationem, quàm latus ad latus.

THEON ex Zamb. *Sint quadrati numeri α, δ, & ipſius quidem β, latus ſit γ, ipſius uerò β, ſit latus Δ. Dico quòd ipſorum α, β, unus medius proportionalis eſt numerus, & α, ad β, duplam habet rationem quàm γ, ad Δ. Ipſe enim γ, ipſum Δ, multiplicans, ipſum efficiat ε. Et quoniã α, quadratus eſt, latus autem eius eſt γ, igitur ſ ſeipſum multiplicans ipſum effecit α, ſed propterea & Δ, ſeipſum multiplicans ipſum β fecit. Quoniam igitur γ, utrunq; ipſorum γ, Δ, multiplicans utrunq; ipſorum α, ε, effecit: eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad Δ, ſic eſt α, ad ε. Rurſus quoniam γ, ipſum Δ, multiplicans ipſum effecit ε, ut Δ, ſeipſum multiplicans ipſum effecit β, duo iam numeri γ, Δ, unum & eundem multiplicantes Δ, ipſos ε, β, effecerunt. Eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut γ ad Δ, ſic eſt ε ad β. Sed ſicut γ ad Δ, ſic eſt α ad ε (& ſicut igitur (per 11 quinti) α ad ε, ſic eſt ε ad β. Ipſorum igitur α, β, unus medius proportionalis eſt numerus ε. Dico iam quòd & α ad β, duplam rationem habet, quàm γ ad Δ. Quoniam enim tres numeri proportionales ſunt α, ε, β, igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, duplam rationem habet quàm α ad ε. Sicut autem α ad ε, ſic γ ad Δ. igitur α ad β, duplam rationem habet, quàm γ latus ad Δ latus: quod oportuit demonſtraſſe.*

α.....
γ...
δ.....
Δ....
β.....

Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 12.

12 Duorum cuborũ numerorũ, binî mediî proportionales ſunt numeri. Et cubus ad cubũ triplam rationẽ habet, quàm latus ad latus.

THEON ex Zamb. *Sint bini cubi numeri α, β, & ipſius quidem α, latus eſto γ, ipſius autem β, latus eſto Δ. Dico quòd ipſorum α, β, bini mediî proportionales ſunt numeri, & α ad β, triplam rationẽ habet, quàm γ ad Δ. Igitur γ, ſeipſum multiplicans, ipſum efficiat ε: ipſum autem Δ, multiplicans, ipſum efficiat ſ, at Δ ſeipſum multiplicans, ipſum ν, faciat. Vterq; autem ipſorum γ, Δ, ipſum ſ multiplicans, utrunq; ipſorum θ, ν, faciat. Et quoniã α cubus eſt, ipſius autem latus eſt γ, igitur γ ſeipſum multiplicans ipſum effecit ε, ipſum autem ε, multiplicans ipſum α confecit, Id propterea & Δ ſeipſum multiplicans, ipſum ν effecit: ipſum autem ν, multiplicans, ipſum effecit β. Et quoniã γ utrunq; ipſorum γ, Δ, multiplicans, utrunque ipſorum ε, ſ, fecit: eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad Δ, ſic eſt ε, ad ſ. Id propterea etiam (per eandem) ſicut γ ad Δ, ſic ſ ad ν. Rurſus quoniam γ utrunque ipſorum ε ſ, multiplicans, utrunq; ipſorum α, θ, fecit: eſt igitur ſicut ε ad ſ, ſic α ad θ, ſicut autem ε, ad ſ, ſic γ ad Δ. Et ſicut igitur (per 11 quinti) γ, ad Δ, ſic eſt α, ad θ. Rurſus quoniam uterq; ipſorum γ, Δ, ipſum ſ multiplicans, utrunq; ipſorum θ, ν, fecit: eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut γ ad Δ, ſic eſt θ ad ν.*

α.....
ν.....
ε.....
β.....
γ...
Δ....
ſ.....
θ.....

Rursus quoniam δ utrunq; ipsorum ζ, ν, multiplicans, utrunq; ipsorum κ, β, fecit: est igitur (per 17 septimi) sicut ζ ad ν, sic est κ ad β, sicut autem ζ ad ν, sic est γ ad δ, & sicut igitur (per 11 quinti) γ ad δ, sic κ, ad β. Patuit autem quòd & sicut γ ad δ, sic est α ad θ, & θ, ad ν, & ν, ad ϛ. ipsorum igitur α, ϛ, bini medij proportionales sunt, hoc est θ λ. Dico iam quòd & α ad ϛ triplam rationem habet, quàm γ ad δ. Quoniam enim quatuor numeri proportionales sunt α, θ, ν, β, igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, triplam habet rationem quàm α ad θ, sicut autem est α, ad θ, sic est γ ad δ. Igitur α ad β triplã rationem habet, quàm γ ad δ: quod oportuit demonstrasse.

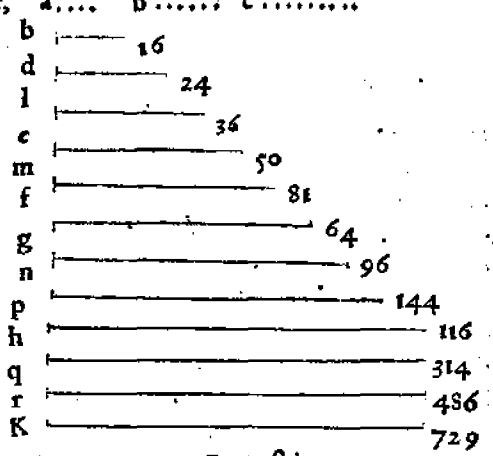
Euclid. ex Camp. Propositio 12.



Inumerorum continuæ proportionalitatis quiscp in seipsum ducatur, qui inde producentur sub cõtinua proportionalitate esse. Quod si item in ipsos productos principia sua ducãtur, inde quocp productos continuæ proportionalitatis esse, necesse est. Idemcp in omnibus hoc modo productis extremitatibus. 12

CAMPANVS. Sint a, b, c, cõtinuè proportionales, quorũ quiscp in se ducatur, & proueniãt ex a quidem, d. ex b, uerò, e. ex c, f. Dico quòd d, e, f, sunt continuè proportionales, quòd si item a ducatur in d & proueniat g, b quoque in e & proueniat h, & c in f, proueniat k, dico etiã q; g, h, k. erũt continuè proporttonales. Sit enim ex a in b, l, & ex c in eundem, m, eruntcp per 18 & 19 septimi, d, l, e, m, f, continuè proportionales in proportione a, b, c, itacp per æquã proportionalitatẽ argue d ad e, sicut e ad f: qd est primum.

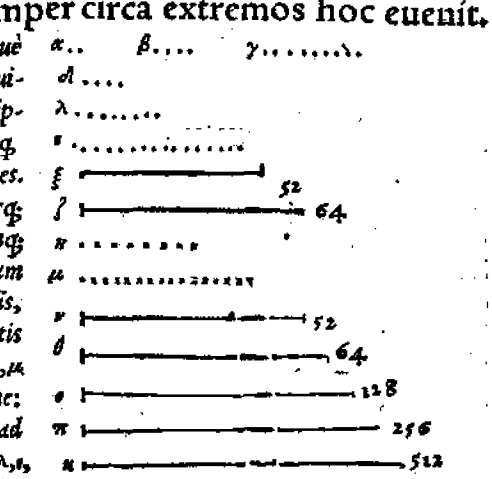
Reliquũ sic: Ducatur a in l & proueniãt n & p, c quocp ducatur in e & m, & proueniãt q & r, eruntcp per eadem g. n, p, h, q, r, k, cõtinuè quoque proportionales in proportione primorũ, per æquam igitur proportionalitatem cõclude g ad h, sicut h ad k: quod est reliquũ. Eadẽ erit ratio, quotiescũcp primi in productos ducãtur.



Euclid. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 13.

Si fuerint quotcũcp numeri cõtinuè proportionales, & multiplicãs unuqsq; seipsum fecerit aliqs, q fiũt ex ipsis proportionales erũt. Et si qui in principio genitos multiplicantes, fecerint aliquos, & ipsi quocp proportionales erunt, & semper circa extremos hoc euenit. 13

THEON ex Zãb. *Sint quotlibet numeri continuè proportionales α, ϛ, γ, sicut α ad β, sic ϛ ad γ, & ipsi quidem α, β, γ, seipsos multiplicãtes, efficiant ipsos δ, ε, ζ, ipsos aũt δ, ε, ζ multiplicantes, ipsos efficiant κ, θ, ν. Dico q; & ipsi δ, ε, ζ, & ipsi κ, θ, ν, continuè sunt proportionales. Ipse nanq; α, ipsum ϛ multiplicãs, ipsum efficiat λ, uterq; autem ipsorum α, β ipsum multiplicans λ efficiat utrunq; ipsorum ω, ν, & rursus ipse β, ipsum γ, multiplicãs, ipsum efficiat ξ, uterq; autem ipsorum β, γ, ipsum ξ multiplicãs, utrunq; ipsorum ο, π, faciat. Similiter iam ex præcedẽtis theorematis discursu ostendemus quòd ipsi δ, κ, ε, & κ, μ, ν, θ, cẽtinuè sunt proportionales in ipsius α ad β, ratione: et ipsi ε, ξ, ζ, et θ, ο, π, ν, sunt proportionales in ipsius β, ad γ, ratione. Et est sicut α, ad β, sic est β ad γ, & ipsi δ, λ, ε, igitur, ipsis ε, ξ, ζ, in eadem sunt ratione & insuper ipsi ε, μ, ν, θ, ipsis, θ, ο, π, ν, & æqualis est quidem ipsorum δ, λ, ε, multituldo, multitudini ipsorũ ε, ξ, ζ, ei autẽ quæ ipsorum est κ, μ, ν, θ, ea quæ ipsorum est θ, ο, π, ν. Ex æquali igitur (per 14 septimi) est sicut quidẽ δ, ad ε, sic est ε, ad ζ. Sicut autem κ ad κ, sic est κ ad θ: quod oportebat demonstare.*



Euclid.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 13.

13  I quis quadratus numerus alium quadratum numeret, latus ꝙq; ſuũ, latus illius numerare probatur. Si uerò latus ſuũ latus illius numeret, quadratus numerat quadratũ.

CAMP. Sint duo numeri a & b quadrati, laterag; eorũ c & d, dico ꝙ ſi a numerat b, c quoq; numerabit d, & econuerſo. Cõſtat enim quod ex c in ſe fit a, ex d quoq; in ſe, b fiat igitur, e ex c in d erũtq; per 18 & 19 ſeptimi, a e b, cõtinuè proportionales in proportione c ad d. Si igitur a numerat b, idem ipſe per 7 huius, numerabit e, quare & c d, quod eſt primum. Cõuerſa ſic patet, ſi c, numerat d, a numerabit e, propter id quod, proportio a ad e, ſicut c ad d, & ſi numerat e, ipſe numerabit b, propter hoc quod ſunt continuè proporrionales. *Euclid. ex Zamb. Theor* 12. *Propoſit.* 14.

a....
c.....
b.....:
c..
d...

14 Si quadratus numerus quadratũ numerũ mẽſus fuerit, & latus latus metietur. Et ſi latus latus metiatur, & quadratus quadratũ metietur.

THEON ex Zamb. *Sint quadrati numeri α & β, latera uerò ipſorum ſint γ & δ, at α ipſum β metiatur. Dico ꝙ & γ ipſum δ metietur. Igitur γ, ipſum δ multiplicans, efficiet ipſum ε. Igitur (per* 17 *&* 18 *ſeptimi, &* 11 *quinti, ac* 13 *octaui) ipſi α ε β, continuè proportionales ſunt in ipſius γ ad δ ratione. Et quoniam ipſi α ε β, cõtinuè ſunt proportionales, & metitur α ipſum β, metitur igitur (per* 7. *octaui) & α ipſum γ. Eſtq; ſicut α ad ε, ſic γ ad δ, metitur igitur & γ ipſum δ. Sed iam metitur & γ ipſum δ. Dico ꝙ & α ipſum β metitur, eiſdẽ nanq; diſpoſitis ſimiliter oſtendemus quod ipſi α ε β, cõtinuè ſunt proportionales in ipſius γ ad δ, ratione: et quoniã eſt ſicut γ ad δ, ſic eſt α ad ε, metitur aũt γ ipſum δ, metitur igitur & α ipſum ε, & ſunt ipſi α ε β, cõtinuè proportionales, metitur igitur & α ipſum β. Si quadratus igitur, & quæ ſequuntur reliqua: quod oportebat demonſt.* *Euclid. ex Camp. Propoſitio* 14.

α.....
ε.....
λ.....
γ...
δ....

14  Icubus alium cubum numeret, latus quoq; ſuum latus alterius numerabit. Si uerò latus ſuum latus alterius numeret, cubus numerabit cubum.

CAMP. Sint duo numeri a & b cubi, laterag; eorũ c & d, dico ꝙ ſi a numerat b, c quoq; numerabit d, & econuerſo: ducatur enim b in ſe, & fiat e, d quoq; in ſe, & fiat f, conſtat igitur ꝙ ex c in e fit a, & ex d in g b, fiat itaq; f, ex c in d: eruntq; per 17 & 19 ſeptimi, e f g, continuè proportionales in proportione c ad d, ſed & h, & k, prouenient ex c in f & g: per eaſdem igitur erunt a h k b, continuè quoq; proportionales in eadem proportione: itaq; ſi a numerat b, idem per 7 huius numerabit h, quare & c, d, eſt enim c ad d, ſicut a ad h, cõſtat igitur prima pars. Conuerſa patet, ſicut cõuerſa prioris. Nã ſi e numerat d, a quoq; numerabit h, quem ſi numerat: neceſſe eſt ut numeret b.

Euclid. ex Zamb. Theorema 13. *Propoſitio* 15.

15 Si cubus numerus cubum numerum menſus fuerit, & latus latus metietur. Et ſi latus latus menſum fuerit, & cubus cubum metietur.

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α, cubũ β metiatur, et ipſius quidem α, latus ſit γ, ipſius autem β ſit δ. Dico quòd γ ipſum δ metitur. Igitur γ, ſeipſum multiplicãs ipſum efficiat ε et inſuper γ, ipſum δ multiplicans ipſum efficiat ζ. Ad δ ſeipſum multiplicans ipſum efficiat η. Vterq; autem ipſorũ γ δ ipſũ ζ multiplicans utrunq; ipſorũ ꝺ faciat. Manifeſtũ iam eſt (per* 17 *et* 18 *ſeptimi et* 22 *octaui) quod ipſi ε ζ η et α θ η β, cõtinuè ſunt proportionales, in ipſius γ ad δ, ratione. Et quoniã ipſi α θ η β, cõtinuè ſunt proportionales, & metitur α ipſum b, metitur igitur (per* 7 *octaui) & α, ipſũ θ, & eſt ſicut α ad θ, ſic eſt γ ad δ. Metitur igitur & γ ipſũ δ. Sed iam metiatur γ ipſum δ. Dico ꝙ & α, ipſũ b metitur. Eiſdẽ nãq; diſpoſitis: ſimiliter oſtendemus quod ipſi α θ η β cõtinuè proportionales ſunt in ipſius γ ad δ, ratione: quoniã enim γ ipſum δ, metitur, eſtq; ſicut γ ad δ, ſic α ad θ, & α igitur ipſum θ metitur. Quare & α ipſum β metitur. Si cubus igitur numerus & reliqua: quod oportuit demonſtraſſe.* *Euclid. ex Camp. Propoſitio* 15.

α.....
θ.....
η.....
β.....
γ..
δ....
ε....
ζ.....
η.....

15  I numerus quadratus quẽdã aliũ quadratũ nõ numeret, nec latus ſuũ, latus illius numerabit. Si uerò latus ſuũ, latus illius

non numeret, quadratus is quadratum illum non numerare ex necessitate conuincitur.

CAMPANVS. Hæc 15 proponit negationes conuerti, quę affirmationibus quas 13 huius cõuerti proposuit opponuntur. Vt si sint duo numeri quadrati a & b, quorũ latera c & d, si a non numerat b, c quoq; non numerabit d, econuerso etiam si c non numerat d, nec a b. Sit enim primò ut a non numeret b, si itaq; c numerat d, per secundam partem 13 huius & a numerabit b, quod est contrarium positioni, sicq; patet primum. Secundum quoq; sic: sit ut c non numeret d, itaq; si a numeret b, per primam partẽ 13 necesse est ut c numeret d, necesse est igitur ut c numeret ipsum: cùm numerat ipsum: quod est impossibile.

a.... b.....

c.. d...

CAMPANI *annotatio.* Quemadmodũ autem necesse est cõuerti negationes oppositas affirmationibus quas 13 demonstrauit conuerti, sic quoq; necesse est eas negationes quæ opponuntur illis affirmationibus, quas præmissa cõuerti demonstrauit, cõuertantur. Vnde si cubus nõ numerat cubũ, nec latus eius numerabit latus illius: econuerso quoq; si latus unius nõ numerat latus alterius, nec ipse cubus numerabit alterum cubum: demonstratur autem hoc per præmissam à destructione consequentis, sicut quod propositum est per 13, ideoq; hoc autor non proposuit, sed per id quod propositum est, ipsum dedit intelligi.

Hæ sequentes ex Zamberto duæ propositiones præcedenti ex Campanõ cum annotatione eiusdem respondent.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 14. *Propositio* 16. *Conuersa* 14.

Si quadratus numerus quadratum numerum mensus nõ fuerit, nec latus latus metietur. Et si latus latus mensum non fuerit, nec quadratus quadratum metietur. 16

THEON *ex Zamb. Sint quadrati numeri α β, eorum aũt latera sint γ δ. At α ipsum β non metiatur. Dico q; nec; γ ipsum δ, metietur. Si autem γ ipsum δ metitur, metitur (per 14 octaui) & α ipsum β: non metitur autem (per hypothesin) β ipsum β, nec; igitur γ ipsum δ metietur. Nõ metiatur autem rursus γ ipsum δ. Dico q; nec; α ipsum β, metietur. Si aũt α ipsum β metitur, et γ (per 14 octaui) ipsum δ. Non metitur autem γ, ipsum δ (per hypothesin) neque α igitur, ipsum β metietur: quod erat demonstrandum.*

α.....

β.....

γ...

δ....

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 15. *Propositio* 17. *Conuersa* 15.

Si cubus numerus cubum numerũ non metiatur, nec latus latus metietur. Et si latus latus non metiatur, nec cubus cubũ metietur. 17

THEON *ex Zamb. Cubus enim numerus α cubum numerum β non metiatur, & ipsius quidem α latus esto γ, ipsius uerò β sit δ. Dico quòd & γ ipsum δ non metietur. Si enim γ ipsum δ metitur, & α ipsum β metietur (per 15 octaui) non metitur autem α ipsum β (per hypothesin) nec; igitur γ ipsum δ metietur. Sed iam non metiatur γ ipsum δ. Dico quòd & α ipsum β non metietur. si enim α ipsum β metitur, & γ ipsum δ metietur (per 15 octaui) non metitur autem γ ipsum δ (per hypothesin) nec; α igitur ipsum β metietur: quod oportuit demonstrare.*

α.....

β.....

γ.....

δ.....

Euclid. ex Camp. *Propositio* 16.

Si duo numeri superficiales fuerint similes, necesse est tertium numerum secundum proportionalitatem continuam eis interesse. Eritq; proportio unius numeri ad alterum sibi similem, uelut unius lateris sui ad latus alterius ipsum respiciens proportio duplicata. 16

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, superficiales & similes, dico quòd inter ipsos cadet unus numerus in continua proportione, latera enim a sint c & d, b uerò latera, sint e & f, eruntq; ex conuersione diffinitionis numerorum similium, c ad e, sicut d ad f, constat autem quòd ex c in d fiat a, & ex e in f b, fiat itaq; g ex e in d, eritq; per 19 septimi, a ad g, sicut c ad e, & per 18 eiusdem g ad b, sicut d ad f, quare a ad g, sicut g ad b,

a.....

g.....

b.....

c..

d....

e...

c.....

g ad b, est itaq; g, continua proportionalitate medius inter a & b, quod est propositū. Correlarium aūt patet, cū sit a ad b per diffinitionē sicut a ad g duplicata, quæ eadē est illi quę est c ad e.

Euclid. ex Camp. *Propositio 17.*

17 SI secundum continuam proportionalitatem tertius numerus duobus numeris intersit, illi duo numeri superficiales sunt & similes.

CAMP. Hęc est conuersa præmissæ. Vt si inter a & b sit c sub continua proportionalitate cōstitutus, a & b erunt superficiales & similes, sint enim d & e minimi in proportione qua cōtinuantur a c b, qui per 21 septimi, numerabunt a & c æqualiter, sitq; ut secundū f, & per eandem c & b æqualiter, sitq; ut secundū g, erunt igitur per diffinitionem a & b superficiales, & erunt etiam per diffinitionē d & f, latera numeri a, e quoq; & g latera numeri b. Quod autem ipsi sint similes, sic habeto, cùm enim ex d in g, sit c, & ex e in f, sit idem c, erit per secundam partem 20 septimi, d ad e, sicut f ad g, per diffinitionem igitur a & b sunt similes, quod est propositū. Hoc aūt ultimū quod est a & b esse similes, potest etiā haberi per 19 & 18 septimi, & per has hypotheses quod a c b, sunt cōtinuè proportionales in proportione d ad e minimorum numerantium a & c secundum f & c, & b secundum g.

a .....
c .....
b .....
d ..
e ...
f ....
g .....

Euclid. ex Camp. *Propositio 18.*

18 SI fuerint duo numeri solidi similes, necesse est eis duos numeros secundum continuam proportionalitatem intereſſe, eritq; proportio unius solidi ad alterū sibi similem, uelut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciens se proportionaliter, proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, solidi similes, dico quòd inter ipsos cadent duo numeri in continua proportione. Sint enim latera numeri a c d e: latera uerò b, sint f g h, eruntq; ex cōuersione diffinitionis numerorū similium, c ad f, & d ad g, sicut c ad h. Sit igitur ex c in d, k & ex f in g l, eruntq; ex diffinitione, k & l, superficiales & similes, quare per 16 huius, unus numerus cadit inter eos medius secundum proportionem c ad f, qui sit m. Manifestum autem est quòd ex e in k, fit a, & ex h in l b, si igitur ex e in m, & l fiant n & p, erūt per 18 septimi, a ad n, sicut k ad m & n ad p, sicut m ad l, quare an p, sunt cōtinuè proportionales in proportione c ad f, & quia per 19 eiusdem p ad b, sicut e ad h, & ideo sicut c ad f, sequitur ut quatuor numeri a n p b, sint continuè proportionales secūdum proportionem c ad f, sunt itaq; inter a & b duo numeri n & p, mediį in cōtinua proportionalitate suorum laterum interpositi, quod est propositum. Correlarium autē patet, cū proportio a ad b, sit per diffinitionem sicut a ad n triplicata quæ est eadem illi quę est c ad f.

a .....
n .....
p .....
b .....
c ..
d ....
e ..
f ...
g .....
h ...
k .....
m .....
l .....

Euclid. ex Camp. *Propositio 19.*

19 SI eis secundum continuam proportionalitatē duo numeri interiacēt, quilibet duo numeri, solidi sunt atq; similes.

CAMPANVS. Hæc est cōuersa præmissæ, ut si inter a & b sint duo numeri c & d mediį in cōtinua proportione, erūt a & b solidi & similes. Sumātur enim tres minimi in eadē proportione cōtinuè proportionales: qui sint e f g, eruntq; per 17 e, & g superficiales et similes: sint ergo h & k, latera e, at l & m, latera g: eritq; per correl. 16 huius e ad f, sicut h ad l, aut sicut k ad m. Manifestū aūt est ex tertia q̄d e & g. sunt contra se primi, ideoq; per 25 septimi, in sua proportione minimi, & qa per æquā proportionalitatē sūt a ad d & c ad b, sicut e ad g, sequitur per 21 septimi, ut ipsi numerēt a & d æqualiter, q̄d sit secundū n, & itē c & b æqualiter, q̄d sit secundū p. Quia igitur ex h in k fit e, & ex e in n fit a, sequitur per diffinitionē ut a sit solidus, eiusq; latera h k n, similiter quia ex l, in m fit g, & ex g in p b, sequtur etiā ut b sit solidus, & eius latera l, m, p. Ipsos autē esse similes sic cōstabit. Cùm ex g in n fiat d, & ex eodē in p b: erit per 18 septimi,

e .... h .. k .. n ..
f .....
g ..... m ... l ... p ...

mi, n ad p, ſicut d ad b, & quia ſic erãt h ad l, & k ad m, per diffinitionem manifeſtum eſt & b, e, eſſe ſimiles: quod eſt propoſitum.

Quatuor præcecedentes ex Campano Euclidis propoſitiones ſcilicet 16, 17, 18, 19, quatuor ſequentibus ex Zamberto propoſitionibus puta 18, 19, 20, 21, hoc ordine reſpondẽt, prima primæ, ſecunda tertiæ, tertia ſecundæ, quarta quartæ.

Euclides ex Zamb. *Theorema 16.* *Propoſitio 18.*

Duorum ſimilium planorum numerorum, unus medius proportionalis eſt numerus. Et planus ad planum duplam habet rationẽ, quam ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus. 18

THEON ex Zamb. *Sint bini plani ſimiles numeri α 6, & ipſius α latera ſint γ δ, ipſius aũt β ſint, ε ζ. Et quoniam ſimiles plani ſunt, qui proportionalia habent latera (per 32 diffinitionem ſeptimi) eſt igitur ſicut γ ad δ, ſic eſt ε ad ζ. Dico igitur quòd ipſorũ α β, unus medius proportionalis eſt numerus, & α ad β duplam rationem habet, quàm γ ad ε, uel δ ad ζ, hoc eſt quàm ſimilis rationis latus, ad ſimilis rationis latus. Et quoniam eſt ſicut γ ad δ, ſic eſt ε ad ζ, uicißim igitur eſt (per 13 ſeptimi) ſicut γ ad ε, ſic eſt δ ad ζ. Et quoniam α planus eſt, ipſius autem latera ſunt γ δ, igitur δ, ipſum γ multiplicans, ipſum α fecit. Id propterea etiam ε, ipſum ζ multiplicans, ipſum effecit β. At δ, ipſum ε multiplicans ipſum efficiat η, & quoniã δ, ipſum quidem γ multiplicans, ipſum effecit α, ipſum autem ε multiplicans ipſum fecit η, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad ε, ſic eſt α ad η. Sed ſicut γ ad ε, ſic eſt δ ad ζ, & ſicut igitur (per 11 quinti) δ ad ζ, ſic α ad η. Rurſus quoniam ε, ipſum quidem δ multiplicans ipſum effecit η, ipſum autem ζ, multiplicans ipſum 6 fecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut δ ad ζ, ſic eſt η ad β, oſtenſum autem eſt quòd & ſicut δ ad ζ, ſic eſt α ad η, & ſicut igitur (per 11 quinti) α ad η ſic eſt η ad β. Igitur ipſi α η β, continuè ſunt proportionales. Ipſorum igitur α 6 unus medius proportionalis eſt numerus. Dico iam quòd & α ad β, duplam rationẽ habet, quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus, hoc eſt quàm γ ad ε, uel quàm δ ad ζ. Quoniam enim ipſi α η β, continuè proportionales ſunt, igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, duplam habet rationem quàm ad η, & eſt ſicut α ad η, ſic eſt γ ad ε, & δ ad ζ, & α igitur ad β, duplam rationẽ habet quàm γ, ad ε uel δ ad ζ: quod erat demonſtrandum.* *Euclid. ex Zamb.* *Theorema 17* *Propoſitio 19.*

α .....
η .....
β .....
γ ..
δ .....
ε ...
ζ ...
θ .....

Duorum ſimilium ſolidorum numerorũ, bini medij proportionales ſunt numeri. Et ſolidus ad ſolidum ſimile triplam rationem habet, quam ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus. 19

THEON ex Zamb. *Sint bini ſimiles ſolidi numeri α 6, & ipſius quidẽ α, latera ſint γ δ ε, numeri ipſius autem 6 ſint ζ η θ, & quoniã (per 22 diffinitionem ſeptimi) ſimiles ſolidi latera habẽt proportionali, eſt igitur ſicut γ ad δ, ſic eſt ζ ad η, ſicut aũt δ ad ε, ſic η θ. Dico q; ipſorũ α 6, bini medij proportionales ſunt numeri, & q; α ad β, triplam rationẽ habet, quàm γ ad ζ, uel δ ad η, uel inſuper γ ad θ. Igitur γ ipſũ δ multiplicãs ipſũ efficiat κ: at ζ ipſum η multiplicans ipſũ efficiat λ. Et quoniã ipſi γ δ, ipſis ζ η in eadẽ ſunt ratione, ex ipſis q; γ δ gignitur κ, ex ipſis aũt ζ η, gignitur λ, igitur κ λ ſimiles plani ſunt numeri. Ipſorũ igitur κ λ, unus medius proportionalis eſt numerus (p 18 octaui) ſit μ. Igitur μ ex ipſis δ ζ gignitur, quemadmodũ ex præcedẽti patuit theoremate. Eſt igitur ſicut κ ad μ, ſic eſt μ ad λ. Et quoniã δ ipſũ quidẽ γ multiplicãs, fecit ipſũ κ, ipſum aũt ζ multiplicãs, fecit ipſum μ, eſt igitur (p 17 ſeptimi) ſicut γ ad ζ, ſic eſt κ ad μ, ſed ſicut κ ad μ, ſic μ ad λ. Ipſi igitur κ μ λ, cõtinuè ſunt proportionales, in ipſius γ ad ζ ratione. Et quoniã eſt ſicut γ ad δ, ſic eſt ζ ad η, uicißim igitur (p 13 ſeptimi) eſt ſicut γ ad ζ, ſic eſt δ ad η. Rurſus quoniã eſt ſicut δ ad ε, ſic η ad θ, uicißim igitur (p 13 ſeptimi) eſt ſicut δ ad η, ſic eſt ε ad θ. Ipſi igitur κ λ μ cõtinuè ſunt proportionales in ipſius γ, ad ζ, & δ ad η ratione, & inſuper ipſius ε ad θ. Vterque iam ipſorum ε θ, ipſum μ multiplicans, utrunq; ipſorum ν ξ faciat, & quoniam α ſolidus eſt, latera autem eius ipſi γ δ ε, igitur ε eũ*

qui ex

qui ex γ in ∂, multiplicans ipsum effecit α, at qui gignitur ex γ in ∂, est ν. Igitur ε ipsum ν multiplicans, ipsum effecit α. Id propterea etiam θ ipsum qui gignitur ex ζ in ν, hoc est λ multiplicans, ipsum effecit β. Et quoniam ε, ipsum ν multiplicans ipsum α effecit, sed & ipsum μ multiplicans, ipsum ν effecit, est igitur (per 17 septimi) sicut ν ad μ, sic est α ad ν. Sicut autem ν ad μ, sic est γ ad ζ, & ∂ ad ν, & in super ε ad θ, sicut igitur γ ad ζ, & ∂ ad ν, & ε ad θ, sic est α ad ν. Rursus quoniam uterq; ipsorum ε θ ipsum multiplicans μ, utrunq; ipsorum ν ξ fecit, est igitur (per 18 septimi) sicut ε ad ν, sic est ν ad ξ. Sed sicut ε ad θ, sic est γ ad ζ, & ∂ ad ν, & sicut igitur (per 11 quinti) γ ad ζ, et ∂ ad ν, & ε ad θ, sic est α ad ν, & ν ad ξ. Rursus quoniã θ, ipsum μ multiplicans cõficit ipsum ξ, sed et ipsum λ multiplicans, ipsum effecit β, est igitur (per 17 septimi) sicut μ ad λ, sic ξ, ad θ. Sed sicut μ ad λ, sic est γ ad ζ, & ∂ ad ν, & ε ad θ, & sicut igitur γ ad ζ, & ∂ ad ν, & ε ad θ, sic nõ solũ ξ ad β, sed & α ad ν, & ν ad ξ. Igitur ipsi α ν ξ β, continuè sunt proportionales in prædictis laterum rationibus. Dico insuper quòd & α ad β, triplam rationem habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est quàm γ, numerus ad ζ uel ∂ ad ν, & insuper quàm ε ad θ. Quoniam enim quatuor numeri continuè sunt proportionales, hoc est, α ν ξ β, igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, triplam rationem habet quàm α ad ν. Sed sicut α ad ν, sic patuit γ ad ζ, ∂ ad ν, & insuper ε ad θ. Igitur α ad β, triplam rationem habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est quàm γ numerus ad ζ numerũ, et ∂ ad ν, et ε ad θ: quod erat demonstrandum. Euclid. ex Zamb. Theorema 18 Propositio 20.

20 Si binorum numerorum unus medius proportionalis fuerit numerus, similes plani erunt ipsi numeri.

THEON ex Zamb. Duorum enim numerorum α β, unus medius proportionalis esto γ, numerus. Dico quòd ipsi α β, similes plani sunt numeri. Sumantur (per 35 septimi) enim minimi numeri eandem rationẽ habentiũ ipsis α γ β, duo: sintq; ∂ ε. Est igitur sicut ∂ ad ε, sic est α ad γ, sed sicut α ad γ, sic est γ ad β, et sicut igitur (per 11 quinti) ∂ ad ε, sic γ ad β. Aequè igitur ∂ ipsum α metitur, & ε ipsum γ, quoties autem ∂ ipsum α metitur, tot unitates sint in ζ, igitur ζ ipsũ ∂ multiplicans ipsum effecit α. Ipsum autem ε multiplicans ipsum fecit γ, quare α, planus est: latera autẽ eius sunt ∂ ζ (per 22 diffinitionem septimi) Rursus quoniam ipsi ∂ ε minimi sunt eandem rationem habẽtium ipsis γ β, aequè igitur (per 21 septimi) ∂ ipsum γ metitur, & ε ipsum β. Quoties autẽ ε, ipsum β metitur, tot unitates sint in ipso ν. Igitur ε ipsum β metitur per eas quæ in ν, sunt unitates, igitur ν ipsum ε multiplicans, ipsum effecit β, igitur planus est (per 22 diffinitionem septimi) latera autem eius sunt ε ν. Igitur ipsi α β, plani sunt duo numeri. Dico insuper quòd et similes. Quoniã enim uterque ipsorum ζ ν, ipsum ε multiplicans, utrunq; ipsorum γ β effecit, est igitur (per 17 septimi) sicut ζ ad ν, sic est γ ad β. Sicut autem γ ad β, sic ∂ ad ε, & sicut igitur (per 11 quinti) ∂ ad ε, sic ζ ad ν. Ipsi igitur α β similes plani sunt numeri, eorum enim latera proportionalia sunt: quod erat demonstrandum. Euclid. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 21.

α .....
γ .....
∂ .....
β .....
ε ..... Hoc fiet, per 35 septimi, sumendo ipsorum aut α γ, aut γ β, maximam dimensionem, per quam inuenientur duo in eadem ratione minimi, hoc est ∂ ε.
ζ .....
ν .....
θ .....
κ .....
λ .....
μ .....

21 Si duorum numerorũ duo medij proportionales fuerint numeri, similes solidi sunt ipsi numeri.

THEON ex Zamb. Duorũ enim numerorum α β, duo medij proportionales sint numeri γ ∂: dico q; ipsi α β, similes solidi sunt. Sumãtur enim (per 35 septimi aut 2 octaui) minimi numeri eandẽ rationẽ habentiũ eisdẽ α γ ∂ β, tres, sintq; ε ζ ν. Igitur (per 3 octaui) eorum extremi ε ν, primi adinuicẽ sunt, & quoniã ipsorum ε ν, unus medius proportionalis est numerus, similes igitur plani sunt (p 20 octaui.) Sint

Hoc fiet per 35 sept. sumendo ipsorũ aut α γ ∂, aut γ ∂ β, maximã dimensionẽ, per quã inuenientur tres in eadẽ ratione minimi. Aut ipsorũ uel α γ uel γ ∂, uel ∂ β, sumendo maximã dimẽsionẽ p quã sumẽtur duo in eadẽ ratione minimi, p quos per 2 octaui sumentur tres, hoc est ε ν.

Sint igitur ipſius quidem ε, latera θ ν, ipſius autem ν, ſint λ μ. Manifeſtum igitur eſt ex hoc, quòd ipſi ε ζ ν, continuè proportionales ſunt in ipſius ε, ad λ ratione, & ipſius ν, ad μ. Et quoniam ipſi ε ζ ν, minimi ſunt eandem rationem habentium ipſis α γ δ, ex æquali igitur (per 14 ſeptimi) eſt ſicut ε ad ν, ſic eſt α ad δ. At ε ν, (per 3 octaui primi) ſunt, primi autem, & minimi, minimi uerò (per 21 ſeptimi) metiuntur eandem rationẽ habentes æqualiter: maior maiorẽ, & minor minorẽ, hoc eſt antecedẽs antecedentẽ, & ſequẽs ſequentem: æquè igitur ν, ipſum α metitur, & ν ipſum δ: quoties igitur ε, ipſum α metitur, tot unitates ſint in ipſo ν. Igitur ν, ipſum ε, multiplicans, ipſum effecit α. At ε, eſt ex θ ν. Igitur ν, eum qui ex θ ν, gignitur multiplicãs ipſum effecit α. Solidus igitur eſt α, latera autem eius ſunt θ ν ν. Rurſus quoniam ipſi ε ζ ν, minimi ſunt eandem rationem habẽtium ipſis γ δ β, æquè igitur ε, ipſum γ metitur, & ν ipſum β. Quoties autem ν, ipſum θ metitur: tot unitates ſint in ξ. Igitur ν, ipſum β metitur per eas quæ in ξ, ſunt unitates. Igitur ξ, ipſum ν multiplicans, ipſum effecit ζ. At ν eſt ex λ μ. Igitur ξ, eum qui ex λ μ gignitur, multiplicans ipſum fecit β. Solidus igitur eſt β, latera autem eius ſunt λ μ ξ. Igitur ipſi α β, ſolidi ſunt. Dico inſuper quòd & ſimiles, quoniam ν ξ, ipſum ν multiplicantes, ipſos fecerunt α γ, eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut ν ad ξ, ſic eſt α ad γ, hoc eſt ε ad ζ. Sed ſicut ε ad ζ, ſic eſt θ ad λ, & ν ad μ, & igitur (per 11 quinti) θ ad λ, ſic ν ad μ & ν ad ξ, & ſunt quidem ipſi θ ν ν, latera ipſius α, ipſi uerò ξ λ μ, latera ſunt ipſius β. igitur ipſi α β, numeri ſolidi ſunt ſimiles: quod oportuit demonſtraſſe.

α .....
γ .....
δ .....
β .....
ε .....
ζ .....
ν .....
θ ...
ν ...
ν ...
λ ....
μ ....
ξ ....

Euclid. ex Camp. Propoſitio 20.

SI trium numerorum continuè proportionaliũ primus fuerit quadratus, tertium quoq; quadratum eſſe.

CAMPANVS. Sint tres numeri continuè proportionales a b c, ſitq; a quadratus. Dico quòd c eſt etiam quadratus: ſunt enim per 17 a & c ſuperficiales & ſimiles: cùm igitur a ſit quadratus per hypotheſin, erit c quadratus.

a .... b ..... c .....

Euclid. ex Zamb. Theorema 20. Propoſitio 22.

Si tres numeri continuè proportionales fuerint, primusq; fuerit quadratus, & tertius quadratus erit.

THEON ex Zamb. *Sint tres numeri continuè proportionales α β γ, primus autẽ ſit quadratus. Dico quòd & tertius quadratus eſt, quoniam enim ipſorum α γ (per 20 octaui) unus medius proportionalis eſt numerus ε, igitur α γ, ſimiles plani ſunt, at quadratus eſt α, quadratus igitur eſt & γ: quod erat demonſtrandum.*

α .....
β .....
δ .....

Euclid. ex Camp. Propoſitio 21.

SI quatuor numerorum continuè proportionaliũ primus fuit cubus, quartum cubum eſſe neceſſe eſt.

CAMP. Sint quatuor numeri continuè proportionales a b c d, ſitq; a cubus, dico quòd d eſt etiam cubus, conſtat enim per 19, quòd a & d, ſunt ſolidi ſimiles, & quia a eſt cubus per hypotheſin, erit etiam d cubus.

Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 23.

Si quatuor numeri continuè proportionales fuerint, primus autem cubus fuerit, & quartus cubus erit.

THEON ex Zamb. *Sint quatuor numeri proportionales continuè α β γ δ, ſit autem α, cubus, dico quòd & δ, cubus erit. Quoniam enim ipſorum α δ, duo medij proportionales ſunt numeri β γ. Ipſi igitur α δ, ſimiles ſunt ſolidi numeri, at α cubus eſt, cubus igitur eſt & δ: quod demonſtraſſe oportuit.*

α .....
β .....
γ .....
δ .....

Euclid.

Euclid. ex Camp. *propositio 22.*

22 SI duorum numerorum, quorum proportio sicut quadrati ad quadratum, fuerit unus quadratus, alterum quoq; quadratum esse.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, in proportione duorum quadratorum qui sunt c, & d, sitq; a uel b quadratus: dico reliquum esse quadratum. Cum enim c & d, sint quadrati, sequitur eos esse superficiales. Ideoq; per 16 cadet unus medius inter eos in continua proportione: quare per 8 inter a & b, per 26 igitur constat propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propositio 24.*

24 SI bini numeri rationẽ habuerint, quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, primus aũt fuerit q̃dratus, et secũdus quadratus erit.

THEON *ex Zamb. Bini enim numeri α β adinuicem rationem habeant, quam quadratus numerus γ ad quadratum numerum Δ. Ipse autem α quadratus sit, dico quòd & β quadratus est. Quoniam ipsi γ Δ, sunt quadrati, ipsi γ Δ, igitur similes plani sunt. Ipsorum igitur γ Δ (per 18 octaui) unus medius proportionalis est numerus. Et si sicut γ ad Δ, sic α ad β. Ipsorum igitur, α, β, unus medius proportionalis est numerus. At α quadratus est, & β igitur quadratus est: quod erat demonstrandum.*

α....
.....
β.....
γ.....
.....
Δ.....

Camp. 22
Zamb. 24

Euclid. ex Camp. *Propositio 23.*

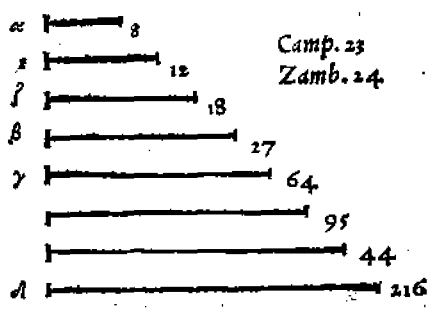
23 SI duorum numeror, ũquorum proportio unius ad alterum sit, sicut cubi ad cubum, alteruter fuerit cubus, & alterum cubum esse.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, in proportione duorum cuborum qui sunt c & d, sitq; a uel b cubus: dico reliquum esse cubum. Necesse est enim quòd c & d sint solidi similes, quippe omnes cubi sunt similes & solidi, itaque per 18 inter ipsos cadent duo medij in continua proportione: totidem igitur per 8 cadent inter a & b, itaque per 21 manifestum est quod dicitur.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propositio 25.*

25 SI bini numeri adinuicẽ rationẽ habuerint, quam cubus numerus ad cubum numerũ, primus autẽ cubus fuerit, & secũdus cubus erit.

THEON *ex Zamb. Bini enim numeri α ε, adinuicẽ rationem habeant, quam cubus numerus γ ad cubũ numerum Δ, cubus autẽ esto α. Dico quòd & β cubus est. Quoniam enim ipsi γ Δ, cubi sunt, sunt igitur (per 19 octaui) ipsi γ Δ, similes solidi, ipsorum igitur γ Δ, bini medij sunt proportionales (per 21 octaui) quot autem inter ipsos γ Δ continuè proportionales cadunt, totidem & inter eãdem rationem habentes cadunt numeri. Quare & inter α β duo medij proportionales cadunt (per 8 octaui) cadant ipsi ε ζ. Quoniam igitur quatuor numeri α ε ζ β, continuè proportionales sunt, & α cubus est, cubus igitur est (per 23 octaui) & β: quod erat demonstrandum.*



Camp. 23
Zamb. 24

Euclid. ex Camp. *Propositio 24.*

24 VMerorum superficialium similiũ est proportio unius ad alterum, sicut proportio quadrati ad quadratum.

CAMPANVS. Sint a & b superficiales similes, dico quòd unus ad alterum est proportio, sicut quadrati ad quadratum, erit enim per 16 inter eos unus numerus medius, in cõtinua ꝓportione qui sit c, sumptis itaq; tribus minimis in proportione eorũ qui sunt d e f, erũt per correlariũ 2, d & f quadrati: &

a.....
c.....
b.....
d....
e.....
f.....

quia per æquam proportionalitatem est a ad b sicut, d ad f, constat uerum esse quod proponitur.

Euclid. ex Zamb. Theorema 24. Propositio 26.

Similes plani numeri adinuicem rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. 26

THEON ex Zamb. *Sint similes plani numeri α β. Dico quòd α ad β rationē habet, quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Quoniam ipsi α β, similes planè sunt, inter ipsos igitur α β, unus medius proportionalis cadit numerus (per 18 octaui) Cadat, & sit γ, assumanturq; (per 35 septimi) mínimi numeri eandem ipsis α β γ, habentium rationem, sintq; δ ε ζ: ipsi igitur ipsorum extremi, hoc est δ ζ, sunt quadrati. Et quoniā est sicut δ ad ζ, sic α ad β, & ipsi δ ζ, sunt quadrati, igitur α ad β rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum: quod demonstrare oportebat.*

α .....
γ .....
β .....
δ .....
ε .....
ζ .....

Euclid. ex Camp. Propositio 25.

OMnium duorum solidorū similium est proportio unius ad alterum, sicut alicuius cubi ad aliquem cubum. 25

CAMPANVS. Sint a & b solidi similes, dico quòd est proportio unius eorum ad alterum, est sicut alicuius cubi ad aliquē alium cubū. Sunt quidē per 18 inter eos duo numeri medij secūdum continuā proportionē, qui sint c & d, & in eorum proportione sint minimi quatuor e f g h, quorum e & h erunt cubi per correlarium secundæ: quia igitur per æquam proportionalitatem est a ad b, sicut e ad h, liquet propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 27.

Similes solidi numeri adinuicem rationem habent, quam cubus numerus ad cubum numerum. 27

THEON ex Zamb. *Sint similes solidi numeri α β. Dico quòd α ad β rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum. Quoniam enim ipsi α β, similes solidi sunt, inter ipsos igitur α β (per 19 octaui) bini cadunt numeri proportionales, cadant, & sint ε δ. Accipianturq; (per 35 septimi) minimi numeri eandem habentium rationem ipsis α γ δ β, sintq; ipsis æquales multitudine ε ζ η θ. Ipsi igitur ε θ, eorum extremi cubi sunt: estq; sicut ε ad θ sic α ad β. Et α igitur ad β rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum: quod oportuit demonstrasse.*

α .....
γ .....
δ .....
β .....
ε .....
ζ .....
η .....
θ .....

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEMENTORUM *Liber nonus.*

Ex Campano. *Diffinitiones.*



PAr numerus, est qui potest in duo æqualia diuidi. 1 2 Impar numerus, est qui in duo æqualia diuidi non potest, additóq; supra parē unitatem. 3 Pariter par est, quem cuncti pares eum numerantes, paribus uicibus numerant. 4 Pariter impar est, quem cuncti pares eum numerantes, imparibus uicibus numerant. 5 Pariter par & impariter est, quem pares eum numerantes, quidam paribus, quidam imparibus uicibus numerant. 6 Impariter impar, quem cuncti impares

pares eũ numerantes, imparibus uicibus numerant. 7 Perfectus numerus appellatur, qui in omnibus partibus ſuis quibus numeratur, eſt æqualis. 8 Abundans dicitur, qui omnibus ſuis partibus minor eſt. 9 Diminutus uerò, qui maior.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

1 SI fuerint duo numeri ſuperficiales ſimiles, qui ex ductu alterius in alterũ producetur, numerum quadratũ eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. *Sint a & b ſuperficiales ſimiles, ex quorum multiplicatione prouenial c, dico c eſſe quadratum: fiat enim d ex a in ſe, eritq; per 18 ſeptimi, d ad c; ſicut a ad b, & quia inter a & b cadit medius ſecundum continuam proportionalitatem per 16 octaui, ſequitur per 8 eiuſdem, ut unus quoque cadat inter d & c, itaque cum d ſit quadratus, erit per 20 eiuſdem, c quoque quadratus: quod eſt propoſitum.*

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

1 Si bini ſimiles plani numeri ſeſe inuicem multiplicãtes, aliquem fecerint, factus ex eis quadratus erit.

THEON *ex Zamb. Sint bini ſimiles plani numeri α β, & α ipſum β multiplicans, ipſum efficiat γ. Dico quòd γ quadratus eſt. ipſe enim α ſeipſum multiplicans, ipſum δ efficiat, ipſe igitur δ, quadratus eſt. Quoniam igitur α ſeipſum quidem multiplicans ipſum fecit, ipſum autem β multiplicans ipſum γ fecit: eſt (per 19 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic δ ad γ. Et quoniam ipſi α β, ſimiles plani ſunt numeri, unus medius (per 18 octaui) proportionalis cadit numerus ipſorum α, β. Si autem inter binos numeros continuè proportionales, numeri proportionales ceciderint, quod inter ipſos cadunt, totidem quoq; (per 8 octaui) & inter eandem rationem habentes cadent. Quare & inter ipſos γ δ, unus medius proportionalis numerus cadit: eſt autem ipſe δ, quadratus: quadratus igitur eſt γ: quod oſtendere oportuit.*

γ.....
.....
δ.....
β.....
.....
α....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

2 SI ex ductu alterius in alterum tetragonus producatur, duo quilibet numeri ſunt ſuperficiales ſimiles.

CORRELARIVM.

Ex his itaq; patẽs eſt, quia ſi tetragonus in tetragonũ ducatur, qui ex eis producẽt, tetragonũ eſſe. Si uerò ex ductu tetragoni in numerũ aliquẽ, tetragonus producatur, illũ numerũ aliquẽ eſſe tetragonũ. Itemq; ſi ex ductu tetragoni in numerũ aliquẽ, non tetragonus producatur, eum numerũ aliquẽ non tetragonum eſſe. Si uerò tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur, qui inde producetur, non tetragonum eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. *Hæc eſt conuerſa prioris. Vt ſi ex a in b fiat c, fueritq; quadratus, erunt a & b, ſuperficiales ſimiles. Sit enim d ex a in ſe, eritq; per 18 ſeptimi, d ad c, ſicut a ad b. Per 16 autem octaui, cum d & c ſint ſuperficiales ſimiles, eo quòd ſunt ambo quadrati, erit inter eos unus numerus medius ſecundum cõtinuam proportionẽ: per 8 itaq; eiuſdẽ erit etiam unus inter a & b, igitur per 17 eiuſdem, a & b ſunt ſuperficiales ſimiles: quod eſt propoſitum. Prima pars correlarij patet per prę miſſam, ſunt enim omnes tetragoni, ſuperficiales ſimiles. Secunda patet ex hac, cum ſit ſolus tetragonus ſimilis tetragono. Tertia pars patet ex prima ipſius correlarij parte, à deſtructione cõſequentis. Quarta uerò patet ex eiuſdem parte ſecunda, à deſtructione conſequentis.*

c .....
.....
d....
b .....
....
a ..

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propoſitio 2.*

2 Si bini numeri inuicem ſeſe multiplicantes, quadratum fecerint, ſimiles plani ſunt.

THEON ex Zamb. *Bini enim numeri α β, inuicem ſeſe multiplicantes, quadratum efficiãt γ. Dico q & ipſi α β, ſimiles plani ſunt numeri. Ipſe enim α ſeipſum multiplicans, ipſum Δ efficiat: Δ igitur quadratus eſt. Et quoniam α ſeipſum quidẽ multiplicans* γ ..... *ipſum Δ fecit, ipſum autẽ β multiplicãs ipſum γ fecit,* ..... *eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic Δ ad γ: & quoniam Δ quadratus eſt, ſed & γ, ipſi igitur Δ γ, ſimiles plani ſunt, ipſorũ igitur Δ γ (per 18 octaui) unus medius proportionalis eſt numerus, & eſt ut Δ ad γ,* Δ ..... α ..... β .... *ſic α ad β. Ipſorũ igitur α β (per 8 octaui) unus medius eſt proportionalis. Si autẽ binorũ numerorũ unus medius proportionalis eſt numerus (per 18 octaui) ſimiles plani ſunt numeri: ipſi igitur α β ſimiles plani ſunt: quod oportuit demõſtraße.* Euclid. ex Camp. Propoſitio 3.

SI numerus cubus in ſeipſũ ducat, q inde pducet erit cubus. 3

CAMPANVS. *Sit a cubus, ex quo in ſe ducto fiat b, dico b eſſe cubũ: fit enim c latus cubicũ a, ex c uerò in ſe, fiat d, patet itaq; quòd ex c in d, fit a: ſunt igitur unitas c d a, cõtinuè proportionales, quod ex 18 ſeptimi, & præſentibus hypotheſibus manifeſtũ eſt, & quia eſt a ad b, ſicut unitas ad a, eo quòd quoties unitas eſt in a, toties a in b, erũt inter a & b, duo numeri medij ſecundũ proportionalitatẽ continuã per 8 octaui, cum igitur ex hypotheſi ſit a cubus, erit per 21 eiuſdem, b quoq; cubus: quod oportebat demonſtrare.*

Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 3.

Si cubus numerus ſeipſũ multiplicãs aliquẽ fecerit, factꝰ cubus erit. 3

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α, ſeipſum multiplicãs, ipſum efficiat β. Dico quòd β cubus eſt, accipiatur enim ipſius α latus γ, et γ ſeipſum multiplicãs, ipſum efficiat Δ, manifeſtum iam eſt, quòd γ ipſum Δ multiplicans, ipſum efficit α: & quoniã γ ſeipſum multiplicans, ipſum Δ fecit, igitur γ ipſum Δ metitur per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Sed & unitas ipſum γ metitur, per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Eſt igitur ſicut unitas ad γ, ſic γ ad Δ. Rurſus quoniam γ ipſum Δ multiplicans, ipſum effecit α, igitur ipſe Δ ipſum α metitur per eas quæ in ipſo γ ſunt unitates. At unitas ipſum γ metitur per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Eſt igitur ſicut unitas ad γ, ſic Δ ad α. Sed ſicut unitas ad γ, ſic γ ad Δ, & (per 11 quinti) igitur ſicut unitas ad γ, ſic γ, ad Δ et Δ ad α. Ipſius igitur unitatis & α, bini medij ſunt continuè proportionales numeri γ Δ. Rurſus quoniam α ſeipſum multiplicans, ipſum β fecit, igitur α ipſum β metitur per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Metitur autem & unitas ipſum α per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Eſt igitur ſicut unitas ad α, ſic α ad β. Ipſius autẽ α & unitatis, bini medij ſunt proportionales numeri. & ipſorum igitur α β, bini medij proportionales ſunt numeri (per 8 octaui) Si autẽ binorum numerorum bini medij proportionales fuerint numeri, primus autem cubus fuerit, & quartus cubus erit (per 21 octaui) eſt autẽ α cubus, & β igitur cubus eſt: quod oſtendere oportuit.* Euclid. ex Camp. Propoſitio 4.

Vnitas. α ..... β ..... γ .. Δ ....

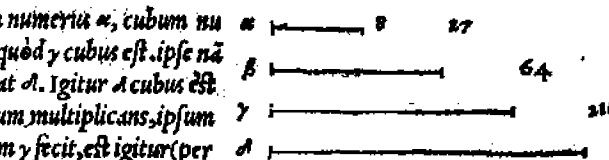
SI cubus in aliũ cubum ducatur, qui inde producet erit cubus. 4

CAMPANVS: *Sint a & b cubi, fiatq; c ex a in b, dico c eſſe cubum: fiat enim d ex a in ſe, eritq; per præmiſſam d cubus, & quia per 18 ſeptimi, eſt a ad b, ſicut d ad c, conſtat ex 23 octaui, c eſſe cubum: quod eſt propoſitum.*

Euclid. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 4.

Si cubus numerus cubum numerum multiplicans, aliquam fecerit, factus cubus erit. 4

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α, cubum numerum β multiplicans, efficiat γ. Dico quòd γ cubus eſt. ipſe nã que α ſeipſum multiplicans, ipſum efficiat Δ. Igitur Δ cubus eſt (per præcedentem) Et quoniam α ſeipſum multiplicans, ipſum Δ fecit, ipſum autem β multiplicans, ipſum γ fecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic Δ ad γ. Et quoniã ipſi α β cubi ſunt, ſimiles ſolidi ſunt ipſi α β. Ipſorum igitur α β (per 19 octaui) bini medij ſunt proportionales numeri. Quare & (per 8 eiuſdem ipſorum) Δ γ, bini medij proportionales ſunt numeri, eſt autem Δ cubus, cubus igitur eſt & γ: quod demonſtrare oportebat.*



Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

4 SI numerus cubus in numerum alium ducatur, fueritque productus cubus, in quem ductus eſt, numerum cubum eſſe neceſſe eſt.

CORRELARIVM.

Vnde & manifeſtum eſt, quia ex ductu cubi in non cubum, producitur non cubus. Ducto'que cubo in numerum aliquem, ſi fuerit qui inde producitur non cubus, in quem ille ductus fuerit neceſſe eſt eſſe non cubum.

CAMPANVS. Sit enim ex a cubo in b numerum, productus c cubus, dico b eſſe cubum: fiat enim d ex a in ſe, qui per antepręmiſſam erit cubus, quia igitur eſt per 18 ſeptimi a ad b ſicut d ad c, eſtq; a cubus, ſed & d & c cubi, erit per 23 octaui, b cubus, quod eſt propoſitũ. Prima pars correlarij patet ex hac quinta, à deſtructione cõſequentis, ſecunda per ręmiſſam, ſimiliter à deſtructione conſequentis. 1728 C. 5

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 5.* Z. 5.

5 SI cubus numerus numerũ aliquem multiplicans, cubum fecerit, & multiplicatus cubus erit.

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α numerũ aliquem β multiplicans, cubum efficiat γ. Dico quòd β cubus eſt. Ipſe enim α ſeipſum multiplicans, ipſum δ efficiat. Cubus igitur eſt (per 3 noni) & ipſe δ, & quoniam α ſeipſum multiplicans, ipſum δ fecit, ipſum autem β multiplicãs ipſum γ fecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic δ ad γ, & quoniam ipſi δ γ, cubi ſunt, ſimiles ſolidi ſunt. Ipſorum igitur δ γ, (per 19 octaui) bini medij ſunt proportionales numeri. Eſtq; ſicut δ ad γ, ſic eſt α ad β: & ipſorum igitur α β (per 8 eiuſdem) bini medij ſunt proportionales numeri, eſtq; α cubus, cubus igitur & β: quod oportuit demonſtraſſe.*

729 64 17 α β δ γ

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 6.*

6 EX ductu cuiuſdam numeri in ſeipſum cubus producatur, eum eſſe cubum neceſſariò comprobatur.

CAMPANVS. Sit ut ex a in ſe fiat b, ſitq; b cubus: dico ergo a eſſe cubum. Fiat enim c ex a in b, eritq; ex diffinitione, c cubus: & quoniam conſtat ex 18 ſeptimi, quòd ſit a ad b, ſicut b ad c, cum ſint b & c cubi, ſequitur ex 23 octaui, a eſſe cubum: quod eſt propoſitum.

512 c
64 b
8 a

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 6.*

6 SI numerus ſeipſum multiplicãs, cubũ fecerit, & ipſe cubus erit.

THEON ex Zamb. *Numerus enim α ſeipſum multiplicans, cubum efficiat β. Dico quòd α cubus eſt. Ipſe enim α ipſum β multiplicans, ipſum efficiat γ. Quoniam igitur α ſeipſum quidem multiplicans ipſum δ fecit, ipſum autem β multiplicans ipſum γ fecit, igitur γ (per 4 noni) cubus eſt. Et quoniam α ſeipſum multiplicans ipſum β fecit, ipſum autem β multiplicans ipſum efficit γ, ſicut igitur (per 17 ſeptimi) α ad β, ſic β ad γ. Et quoniam ipſi β γ cubi ſunt, ſimiles ſolidi ſunt, ipſorum igitur β γ (per 19 octaui) bini ſunt medij proportionales numeri, eſtq; ſicut β ad γ, ſic α ad β, & ipſorum igitur α β bini, medij ſunt proportionales numeri (per eandem) eſt autem β cubus, cubus igitur eſt & α: quod oſtendere oportuit.*

19683 729 27 α β γ

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*

7 SI numerus compoſitus in numerum quemlibet ducatur qui inde producetur, erit ſolidus.

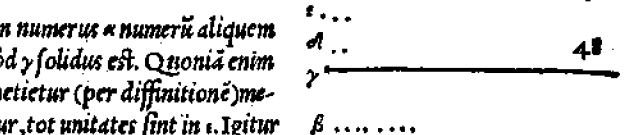
CAMPANVS. Sit a numerus compoſitus, qui ducatur in b & proueniat c, dico c eſſe numerum ſolidum. Cum enim a ſit compoſitus, numeratur ab aliquo numero, qui ſit d, numeretq; eum ſecundum e. Quia igitur ex e in d fit a, & ex a in b c, erit ex diffinitione ſolidorum c ſolidus: eiuſq; latera e d b: quod eſt propoſitum.

c.
d.
c.....
b.....
a....

ε β

Euclid.ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

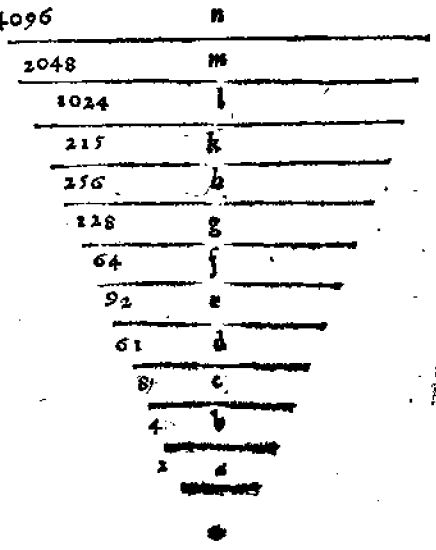
Si compositus numerus numerũ aliquem multiplicans, aliquem fecerit, factus solidus erit.



THEON ex Zãb. *Cõpositus enim numerus α numerũ aliquem β multiplicãs, ipsum γ efficiat. Dico, quòd γ solidus est. Quoniã enim α compositus est, eum aliquis numerus metietur (per diffinitionẽ) metiatur eũ δ. & quoties δ ipsum α mẽtitur, tot unitates sint in ε. Igitur ε ipsum δ multiplicãs, ipsum effecit α. Et quoniam α ipsum β multiplicãs, ipsum γ fecit, et α est ex δ ε, qui igitur ex δ ε, ipsum β multiplicãs, ipsum effecit γ: & β igitur eũ qui ex. δ γ, multiplicãs ipsum γ fecit. Igitur γ solidus est, latera autem ipsius sunt ipsi δ ε β: quod ostẽdere oportuit.*

Euclid.ex Camp. Propositio 8.

Si fuerint numeri ab unitate continuè proportionales, tertius ab unitate erit quadratus, ac deinceps uno semper intermisso. Quartus uerò ab unitate, cubus, ac deinceps duobus semper intermissis. Itemq; septimus ab unitate, est quadratus cubicus, ac deinceps quinq; semper intermissis quadratus cubicus continuò sequitur.



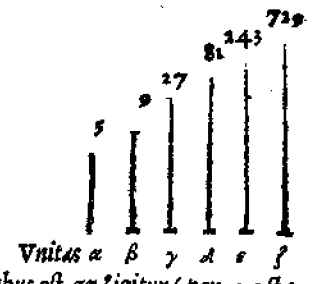
CAMPANVS. Sint cõtinuè proportionales, unitas a b c d e f g h k l m n. Dico b esse quadratum, & d, omisso c, & sic alios uno semper obmisso, unde simpliciter omnes existentes in locis imparibus, sunt quadrati, ut sunt tertius, quintus & septimus. Dico item c esse cubũ, & f, duobus obmissis, & sic in cæteris. Omnisq; simpliciter est cubus, cuius ab unitate locus addit super ternariũ, uel quẽlibet multiplicẽ ipsius ternarij unitatẽ, ut sunt quartus, septimus, decimus, tertiusdecimus & sextusdecimus: in hoc enim cõueniunt omnes qui cubos trãsmittũt. Itẽq; dico f ab unitate septimum, esse quadratũ cubicũ, & similiter n, quinq; numeris intermissis, idẽq; in cæteris. Simpliciter aũt dico, cuius locus ab unitate addit super senariũ, uel quẽlibet multiplicẽ ipsius unitatem, ut sunt septimus, tertiusdecimus, decimusnonus, & uicesimusquintus illum esse quadratũ cubicum: quadratũ quidẽ quoniã eius locus impar, cubũ autẽ quoniã super multiplicẽ ternarij addit unitatẽ, quippe senarij multiplices, cunctos ternarij necesse est esse multiplices. Quæ autẽ proposita sunt, sic constãt. Est enim ex hypothesi a in b, quoties unitas in a, itaq; b ex diffinitione quadratus. Quia igit b c d, sunt cõtinuè proportionales, cũ b sit quadratus, patet ex 17 uel 20 octaui, d esse quadratum. Eadẽ ratione & f, quia d e f, sunt cõtinuè proportionales, & d est quadratus. Idẽ in cæteris uno intermisso. Cõstat itaq; primũ. Secundũ sic: Cũ sit b in c quoties a in b ex hypothesi, sequitur à diffinitione ut ex a in b suũ quadratũ fiat c, igit ex diffinitione cubi, c est cubus. Ãt quia c d e f, sunt cõtinuè ,pportionales, sed & f g h k, est autẽ c cubus, necesse est per 19, uel 21 octaui, ut f quoq; sit cubus, ideoq; & k. Idẽq; in cæteris, duobus trãsmissis. Quare liquet secundũ. Quoniã autẽ in f septimo, & in n decimotertio, cæterisq; quinq; medios obmittẽtibus, simpliciter uerò & in omnibus quorũ locus super quẽlibet multiplicẽ senarij addit unitatẽ, terminẽtur quadratorũ et cuborũ cõputationes, in his quidẽ unius, in illis autẽ duorũ obmissione, sequitur ipsos esse quadratos ex huius prima parte, & cubicos ex secunda, quare quadrati cubici. Cõstat ergo totũ quod dicitur.

Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 8.

Si ab unitate quotcunq; numeri ordine proportionales fuerint, tertius ab unitate quadratus est, & unũ relinquentes omnes, quartus autem cubus, & binos relinquẽtes omnes, septimus uerò cubus simul & quadratus & quinque relinquentes omnes.

ẽgũr continuè. THEON ex Zãb. *Sint ab unitate quilibet * ordinatim proportionales numeri α b γ δ ε ζ. Dico q tertius quidẽ ab unitate scilicet β, est quadratus, & unũ relinquẽtes oẽs, quartus autẽ γ est cubus, & binos relinquẽtes oẽs, septimus uerò ζ cubus et simul quadratus, et quinq; relinquẽtes omnes. Quoniã enim est sicut*

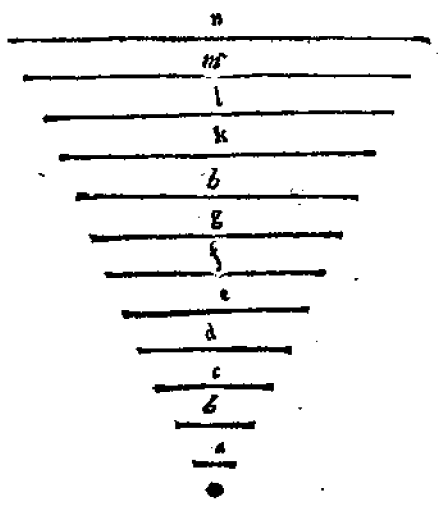
cut unitas ad α, sic α ad β, æquè igitur unitas ipsum α numerũ, & α ipsum δ metitur, at unitas ipsum α metitur per eas quæ in α sunt unitates, igitur, & α ipsum δ metitur per eas quæ in ipso α sunt unitates: & quoniam α ipsum β metitur per eas quæ in ipso α sunt unitates, igitur α seipsum multiplicans, ipsum effecit β, quadratus igitur est β. Et quoniam ipsi β, γ, Δ, ordinatim sunt proportionales, & β quadratus est, igitur (per 22 octaui) & Δ quadratus est, & iã id propterea & ζ quadratus est. Similiter iam demonstrabimus quòd & unum relinquentes, quadrati sunt omnes. Dico iam quòd & quartus ab unitate, hoc est γ, cubus est, & binos reliquentes omnes. Quoniam enim est sicut unitas ad α numerum, sic β ad γ: æquè igitur unitas ipsum α numerum, & β ipsum γ metitur, at unitas ipsum α metitur per eas quæ in α sunt unitates, igitur & β ipsum γ metitur per eas quæ in ipso α sunt unitates, et α igitur ipsum β multiplicans, ipsum effecit γ. Quoniam igitur α seipsum quidem multiplicans, ipsum effecit δ, ipsum autem β multiplicans ipsum Δ fecit, cubus igitur est ipse



γ. Et quoniam ipsi γ, Δ, ι, ζ, ordinatim sunt proportionales, ipse autem γ cubus est, & ζ igitur (per 22 octaui) cubus est. Demonstratum autem est, quòd ζ septimus ab unitate existens quadratus est. Igitur ζ cubus est & quadratus. Similiter iam ostendemus quod & quinq; relinquẽtes cubi sunt omnes & quadrati: quod oportuit demonstrasse. Euclid. ex Camp. Propositio 9.

SI numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis, unitatem sequens quadratus fuerit, cæteri quoq; omnes erunt quadrati. Si uerò qui unitatem sequitur fuerit cubus, cæteri quoq; omnes erunt cubi.

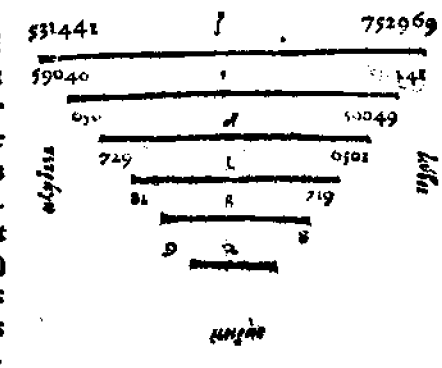
CAMPANVS. Sint qui prius continuè proportionales ab unitate, sitq; a quadratus, dico omnes esse quadratos. Aut sit idem cubus, tunc quoque dico omnes esse cubos, b enim constat esse quadratum per præmissam, quia ergo a ad b, sicut b ad c, ex 22 octaui, sequitur c esse quadratum, idem quoque ex eiusdem 17 uel 20 potes arguere. De sequentibus autem idem eodemq; modo probabis, quare patet primum. Secundum autem sic. Cum b fiat ex a in se, si fuerit a cubus, erit per tertiam ipse quoque cubus: c uerò constat esse cubum per præmissam, itaque per 23 octaui, d omnesq; sequentes cubicos esse probabis, est enim a ad b, sicut c ad d. Idem quoque arguere potes ex 19 uel 21 eiusdem: sunt enim a, b, c, d, seq; & b, c, d, e, singulicq; quatuor continuè sumpti, cõtinuè proportionales.



Euclid ex Zamb. Theorema 9. Propositio 9.

Si ab unitate quotcũq; numeri *consequẽter proportionales fuerint, qui uerò post unitatem quadratus fuerit, & reliqui omnes quadrati erũt. Et si q post unitatẽ cubus fuerit, & reliqui oẽs cubi erunt. *ἑξῆς

THEON ex Zamb. Sint ab unitate consequenter proportionales, quotcũq; numeri α, β, γ, Δ, ι, ζ, qui uerò post unitatem, α sit quadratus. Dico quòd & reliqui omnes quadrati erunt. Quod quidẽ tertius ab unitate, β sit quadratus & unũ relinquẽtes omnes, patet (ex præcedenti.) Dico q, & reliqui omnes quadrati sunt. Nã quoniã ipsi α, β, γ, ordinatim sunt proportionales, & α est quadratus, igitur (per 22 octaui) & γ est quadratus. Rursus quoniã ipsi δ, γ, Δ, ordine sunt proportionales, & δ est quadratus, & Δ igitur (p 22 octaui) est quadratus. Similiter iã ostendemus q, & reliqui omnes quadrati sunt. Sed iã esto α cubus. Dico quòd reliqui omnes cubi sunt. Quod quidem quartus ab unitate, hoc est γ cu-



bus est, & binos relinquentes omnes, (ex præcedenti) patet. Dico iam quòd & reliqui omnes cubi sunt. Quoniam enim est sicut unitas ad α, sic α ad β, æquè igitur unitas ipsum α numerum metitur, & α ipsum β metitur. Vnitas autem ipsum α metitur per eas quæ in ipso sunt unitates: & α igitur ipsum β metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Igitur α seipsum multiplicans, ipsum β fecit. Est autem & α cubus. Si autem cubus numerus seipsum multiplicans fecerit aliquem, factus cubus est. (per tertiam noni) & β igitur cubus est. Et quoniam quatuor numeri ordine proportionales sint ipsi α, β, γ, Δ, & α cubus est, & Δ igitur (per 23 octaui) cubus est. Iam id propterea & ε cubus est, & similiter reliqui omnes sunt: quod oportuit demonstrare. Euclid. ex Camp. Propositio 10.

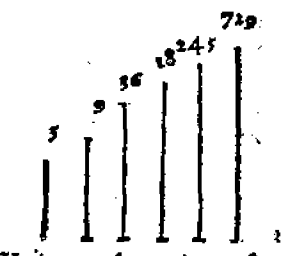
SI numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis, unitatem sequens non quadratus fuerit, non erit aliorum quisquam quadratus, exceptis ab unitate tertio & ijs qui deinceps uno semper intermisso reperiuntur tetragoni. Si uerò secundus ab unitate non fuerit cubus, nullus cæterorum erit cubus, exceptis ab unitate quarto, & deinceps ijs qui duorum semper intermissione formantur cubicis. 10

CAMPANVS. Hæc ex oppositi subiecti præmissæ, infert partem oppositi passionis. Dico autem partem quoniã ex 8 constat omnes in locis imparibus cõstitutos esse quadratos, omnesq; quorum locus super ternariũ uel quemlibet ipsius multiplicem addit unitatem, esse cubos. Sint itaq; qui prius ab unitate continuè proportionales, non sit autem a quadratus, sed nec cubus, dico nullum ex omnibus esse quadratum aut cubicum, nisi quos octaua proponit. Si enim quis alius ponatur quadratus, sequitur per 21 octaui, a esse quadratum. Quod si cubus, sequitur per 23 eiusdem, a esse cubum, quorum utrunq; contrarium est hypothesi. Constat ergo propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 10.

Si ab unitate quotcunq; numeri ordinatim proportionales fuerint, qui uerò post unitatem non fuerit quadratus, neq; alius nullus quadratus erit, exceptis tertio ab unitate & unum relinquentibus omnibus: & si qui post unitatẽ, cubus non fuerit, neq; alius ullus cubus erit, exceptis quarto ab unitate & binos relinquẽtib. omnibus. 10

THEON ex Zamb. *Sint ab unitate ordinatim proportionales quilibet numeri α, β, γ, Δ, ε, ζ, qui uerò post unitatem α non sit quadratus. Dico quòd neq; alius ullus quadratus erit, exceptis tertio ab unitate & unum relinquentibus omnibus. Si enim possibile, esto γ quadratus, est autem & β quadratus: ipsi igitur β, γ, adinuicem rationẽ habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Estq; sicut β ad γ, sic α ad β, ipsi igitur α, β, adinuicem rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum: quare (per 26 octaui) ipsi α, similes plani sunt, & quadratus est β, igitur α est quadratus, quod non suppositum est. Igitur γ non est quadratus, neq; ullus alius eadem ratione, exceptis ab unitate tertio & unum relinquentibus omnibus. Sed iam α non sit cubus. Dico quòd neq; alius ullus cubus erit, exceptis ab unitate quarto & binos relinquentibus omnibus. Si enim est possibile, sit Δ cubus. Est autem & γ cubus (per 8 noni) quartus enim ab unitate. Estq; sicut γ ad Δ, sic β, ad γ, igitur β ad γ rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum, quare (per 27 octaui) ipsi β, γ, similes solidi sunt, & cubus est γ, igitur β cubus est. Estq; sicut unitas ad α, sic α ad β. At unitas metitur ipsum α, per eas quæ in ipso sunt unitates, igitur & α ipsum β metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Igitur α seipsum multiplicans, ipsum β cubum effecit. Si uerò numerus seipsum multiplicans, cubum fecerit, & ipse cubus erit (per 6 noni.) Cubus igitur est & α, quod suppositum non est. Igitur Δ cubus non est. Similiter iam ostendemus quòd neq; alius ullus cubus est, præter quartum ab unitate & binos relinquentes omnes: quod ostendendum fuerat.* Euclid. ex Camp. Propositio 11.



SI numeris quotlibet ab unitate cõtinua proportionalitate dispositis aliquis numerus primus ultimum numeret, eum quoque qui unitatem sequitur numerare necesse est. 11

CAMPANVS.

CAMPANVS. Sint uſq; ad d cõtinuè proportionales ab unitate: ſitq; e numerus primus, de quo ponatur, ipſum numerare: d dico quòd idem numerabit a. Nam ſi non, erit ad ipſum primus per 32 ſeptimi. & quia ex a in ſe fit b, ſequitur ex 26 eiuſdẽ ut ipſe quoq; ſit primus ad b, ſed & ad c & ad d, ſequitur ipſum eſſe primũ per 25 eiuſdẽ, eo quòd ex a in b fit c, & ex eodẽ in c, d, non ergò numerat d, eũ ſit primus ad ipſum, quare accidit contrarium hypotheſi. Idem aliter. Cum ſit e primus, ſi non numerat a, primus erit ad ipſum per 32 ſeptimi, itaque per 32 eiuſdem, erunt minimi in ſua proportione: quia autem e ex hypotheſi numerat d,



ſit ut ſecundum f, conſtat uerò quod ex a in c, fiat d, ergo per ſecundam partem 30 ſeptimi, erit a ad e, ſicut f ad c, quare per 21 eiuſdem, e numerabit c, & ſit ut ſecundum g, & quia ex a in b fit c, ſequitur quoq; per eaſdem & eodem modo ut e numeret b: eſto ergo quòd ſecundum h, & quoniam rurſus ex a in ſe ſit b, neceſſe eſt iterum per eaſdem ut e numeret a, ſed poſitum erat non numerare, ergo accidit impoſsibile. *Euclid. ex Camp.* *Propoſitio* 12.

32 IN numeris ab unitate continuè proportionalibus, minor maiorem numerat, ſecundum aliquem in illa proportionalitate diſpoſitum.

CAMPANVS. Sint ab unitate uſq; ad f continuè proportionales, dico nullum ipſorum numerare f, niſi ſecundum aliquem aliorum. Conſtat enim quòd e numerat ipſum f ſecundum a, eſt enim e ad f, ut unitas ad a. f .....
Sed & d numerat eundem f ſecundũ b, e .....
eſt namq; per æquam proportionalitatẽ d .....
d ad f, ut unitas ad b. De c quoq; patet c .....
eodem modo, quòd ſecundum ſeipſum b ....
numeret eum. Econuerſo quoq; a numerat eũ ſecundum e, eo quod ſicut unitas a ..
ad e, ita ad f, b uerò ſecundũ d, eſt enim ut unitas ad d, ita b ad f, uerũ igitur eſt quod proponitur. Quippe quotus quiſq; qui proponitur ultimũ numerare, fuerit ſub ultimo ſecundum totũ ſupra unitatem, numerare ipſum: conuincitur per æquam proportionalitatem & diffinitionem. Vnitas .

Sequentes duæ ex Zamberto Euclidis propoſitiones, duabus præcedentibus ex Campano ordine præpoſtero reſpondent.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 2. *Propoſitio* 11.

31 Si ab unitate quotcũq; nũeri cõtinuè proportionales fuerint, minor maiorẽ metiẽt per aliquẽ præexiſtentẽ in proportionalib. numeris.

THEON *ex Zamb.* *Sint ab unitate α, quotcunq; numeri continuè proportionales β, γ, Δ, ε. Dico q. ipſorum β, γ, Δ, ε, minor β, ipſum ε maiorem metitur per aliquem ipſorum γ, Δ.*

Quoniam enim eſt ſicut α unitas ad β, ſic Δ ad ε. æquè igitur α unitas ipſum β numerum metitur, & Δ ipſum ε: uicißim igitur (per 15 ſeptimi) æquè α unitas ipſum Δ metitur, & β ipſum ε. At α unitas ipſum Δ metitur, per eas quæ in ipſo ſunt unitates: & β igitur ipſum ε metitur per eas quæ in ipſo Δ ſunt unitates.

ε .....
Δ .....
γ ....
β ..
α .

Quare minor β ipſum ε maiorem metitur per aliquem numerum præexiſtentem in proportionalibus numeris: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Zamb. *Problema* 12. *Propoſitio* 12.

32 Si ab unitate quotlibet numeri continuè proportionales fuerint, quot primorum numerorum ultimum metientur, tot & eum qui apud unitatem eſt metientur.

THEON *ex Zamberto.* *Sint ab unitate quotlibet continuè proportionales numeri α, β, γ, Δ. Dico quòd quot primorum numerorum ipſum Δ metiuntur, tot quoque & ipſum α metientur: metiatur enim ipſum Δ numerus aliquis primus ε. Dico etiam quòd ε ipſum α metiatur, nõ enim metiatur ε ipſum α, eſt autem ε primus, omnis autem numerus ad omnem numerum quem non metitur, primus eſt (per trigeſimum primum ſeptimi) ipſi igitur α, ε, primi ſunt adinuicem. Et quoniam ε ipſum Δ metitur, metiatur ipſum per ζ. Igitur ε ipſum ζ multiplicans, ipſum effecit Δ. Rurſus quoniam α ipſum Δ metitur per eas quæ in ipſo γ ſunt unitates, igitur α ipſum γ multiplicãs, ipſum Δ effecit. Sed & ε ipſum ζ multiplicans, ipſum Δ*

effecit.

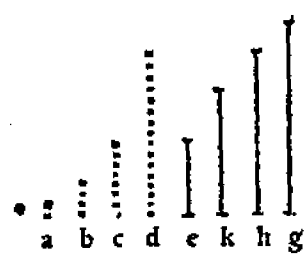
efficit. Igitur qui ex α γ, ei qui ex ε ζ, est æqualis. Est igitur sicut α ad ε, sic est ζ ad γ. At ipsi α, ε, primi, primi uerò & minimi, minimi autem metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentem, et sequens sequentem: metitur igitur ε ipsum γ, metiatur ipsum per η. Igitur ε ipsum η multiplicans, ipsum efficit γ. Sed η ε ipsum β multiplicans, ipsum efficit γ: qui igitur ex α, β, ei qui ex ε, η, est æqualis. Est igitur sicut α ad ε, sic η ad γ. Ipsi autem α, ε, primi, primi uerò & minimi, minimi autem numeri, (per 21 septimi) metiuntur eandem rationem habentes eis æqualiter, antecedens antecedentem, & sequens sequentem: metitur igitur ε ipsum δ, metiatur ipsum per θ, igitur ε ipsum δ multiplicans, ipsum β effecit. Sed & α seipsum multiplicans, ipsum effecit β: qui igitur ex ε θ, ei qui ex α est æqualis, est igitur sicut ε ad α, sic α ad θ. At ipsi α, ε, primi, primi autē & minimi: minimi uerò (per 21 septimi) metiuntur eandem eis rationem habentes æqualiter, antecedens antecedentem, & sequens sequentem. Igitur ε ipsum α metitur, sed & nō metitur, quod est impossibile. Ipsi igitur α, ε, non sunt adinuicem primi: compositi igitur. At compositos numeros aliquis primus numerus metitur. Ipsi igitur α, ε, sub alicuius numeri primi dimensionem cadunt, & quoniam ε primus supponitur. At primus numerus sub alterius numeri mensuram non cadit (per diffinitionem) quin sub sibiipsius, igitur ε ipsos α, λ, metitur, quare ε, ipsum α metitur: metitur autem & λ. Igitur ε ipsos α, λ, metitur: similiter iam demonstrabimus, quòd quot numeri primi ipsum λ metiuntur, tot & ipsum α metientur: quod ostendere oportuit.



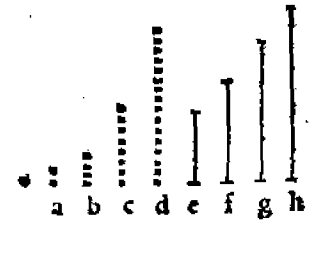
Euclid. ex Camp. *Propositio 13.*

QVotlibet numeris ab unitate continuè proportionalibus, si qui unitatem sequitur, fuerit numerus primus, maximum eorum, nisi de numeris in illa proportionalitate dispositis, nullus numerabit.

CAMPANVS. Sint ut prius usq; ad d, cōtinuè proportionales ab unitate, sitq; a numerus primus. Dico quòd nullus numerabit ultimum nec simpliciter aliquem eorum, nisi aliquis eorum, qui antecedit ultimū, uel eum qui ponitur numerari. Sit enim (si possibile est) e diuersus ab eis, qui numeret d, qui si fuerit primus per 11 numerabit a: non igitur est a primus, quod est contra hypothesin. Si autem ipse fuerit compositus, necesse est per 30 septimi, ut aliquis primus numeret eum, qui non erit nisi a. Nam si est alius ab a ut f, cum necesse sit ipsum numerare d, arguetur etiam eandem numerare a per 11, sic quoq; a non erit primus. Est igitur a primus, numerās e. Quoniam autem e numerat d, fit ut secundum g eritq; per secundam partem 20 septimi, a ad e, sicut g ad c: fit enim d ex a in c. Quare cum a numeret e, & g numerabit c, sitq; ut secundum h, sequituriq; ut a numeret g, sicut sequebatur ut numeraret e, alioqui si g quidem est primus, cum numeret c, sequitur per 11 ipsum numerare a. Si autē cōpositus, per eandē sequitur numerū primū numerantē g. numerare a, quod est inconueniens. Itaq; a numerat eū. Sequitur ergo per secundam partē 20 septimi, ut h numeret quoq; b, eo q; tam ex a in b, quàm ex g in h constat produci c, numeret h itaq; ipsum, secundum k. Constat autem (ut prius d e g) quod a numeret h. Nam si non, non erit a primus, itaq; per secundam partē 20 septimi, sequitur ut k numeret a: fit enim tam ex a in se quàm ex h, in k b. Manifestum est autem k non esse a, nullus enim numerorum g, h, k, est aliquis ex a, b, c, d: si enim g esset aliquis ex eis, cum ipse numeret d secundum e, esset per præmissam, e quoq; aliquis ex eis: sed non erat, igitur g. Similiter cum h numeret c secundum g non erit h aliquis ex a, b, c, nam esset per præmissam & g: ostensum est autem quòd non, nec igitur h. Eadem ratione nec k, cum enim ipse numeret b secundum h, si ipse esset a, conuinceretur per præmissam, h quoque esse a. At non erat, nec igitur k erit a. Numerat autem ipsum, non est itaq; a primus: quod est impossibile.



ALITER idem. Si e diuersus a b a, b, c, d, numerat d, sit ut secundum f, & quia a numerus primus numerat d productum ex e in f, sequitur ex 33 septimi, quòd ipse numeret e uel f, numeret ergo e: quia igitur tā ex a in c, quàm est e in f fit d, erit per secundam partem 20 septimi, a ad e, sicut f ad c, numerat itaq; f. c, sit ut secundū g, eritq; per 33 septimi, ut a quoq; numeret f uel g, sitq; ut f. Sequiturq; per secundam partem 20 eiusdem, ut g numeret b, sicq; ut secundum h. Vt prius igitur, a numerabit g uel h, & fit ut numeret g, h ergo per secundam partem 20 numerabit a. Si itaq; h non est æqualis a, non erit a primus. Quod est contra



est contra hypothesin. Si autem æqualis, erit unusquisq; numerorum g,f,e, aliquis ex a,b,c,d, per præmissam quoties oportet assumptam. Non est igitur e diuersus ab eis, quod est etiam contra hypothesin. Itaq; constat uerum esse quod proponitur.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propositio 13.*

13 * Si ab unitate quotlibet numeri ordinatim proportionales fuerint, qui uerò post unitatẽ primus fuerit, maximum nullus alius metietur, præter præexistentes in proportionalibus numeris.

THEON ex Zamb. *Sint ab unitate quotlibet numeri continuè proportionales α,β,γ,Δ, qui uerò post unitatem sit primus, hoc est α. Dico quòd maximum eorum Δ nullus alius metietur, præter ipsos α,β,γ. Si enim possibile metiatur ipsum ε, & ε nulli ipsorum α,β,γ,Δ, sit idem manifestum quòd ε primus non est. Si enim ε primus est, & ipsum Δ metitur, & ipsum α metietur primum existentem, eidem non idem existens, quod est impossibile. Igitur ε primus non est: compositus igitur. Omnis autem compositus numerus, sub alicuius primi mensuram cadit. Dico quòd eum nullus alius metietur, præter α. Si enim aliquis alius primus ipsum ε metitur, & ε ipsum Δ metitur, & ipsa igitur ipsum Δ metietur: quare & ipsum α metietur primum existentem, eidem non idem existens, quod est impossibile. Igitur α ipsum ε metitur. Et quoniam ipsum Δ metitur, metiatur ipsum per ζ. Dico quòd ζ nulli ipsorum α,β,γ, est idem. Si enim ζ alicui ipsorum α,β,γ est idem, & metitur ipsum Δ, per ε, unus igitur ipsorum α,β,γ, metitur ipsum Δ per ε, sed unus ipsorum α,β,γ, ipsum Δ metitur per aliquem ipsorum α,β,γ, igitur ε uni ipsorum α,β,γ, est idem, quod non supponitur. Igitur ζ uni ipsorum α,β,γ, non est idem. Similiter iam ostendemus quòd α ipsum ζ metitur, ostendentes rursus quòd ζ nõ est primus. Si enim est primus, & metitur ipsum Δ, & ipsum α metitur primum existentem non existens ei idem, quod est impossibile. Igitur ζ non est primus. Compositus igitur, & perinde eum aliquis primus numerus metietur. Dico q; cum nullus alius primus metietur præter α. Si enim aliquis alius primus ipsum ζ metitur, at ζ ipsum Δ metitur, & ille igitur ipsum Δ metietur, quare & ipsum α metietur primum existentem, cum ei non sit idem, quod est impossibile. Igitur α ipsum ζ metitur. Et quoniam ε ipsum Δ metitur per ζ, ipse igitur ε ipsum ζ multiplicans, ipsum effecit Δ. Sed & α ipsum γ multiplicans, ipsum Δ fecit: qui igitur ex α,γ, ei qui ex ε,ζ, est æqualis: proportionaliter igitur est sicut α ad ε, sic ζ ad γ. At α ipsum ε metitur, & ζ igitur ipsum γ metitur, metiatur ipsum per η, similiter ostendemus quòd ipse η, nulli ipsorum α,β, est idem, & quod eum metitur ipse α. Et quoniam ζ ipsum γ metitur per η: igitur η ipsum ζ multiplicans ipsum fecit γ, sed & α ipsum β multiplicans, ipsum fecit γ: qui igitur ex α,β, ei qui ex ζ,η, est æqualis: proportionaliter igitur est sicut α ad ζ, sic η ad β: metitur autem α ipsum ζ, metitur igitur & η ipsum β, metiatur ipsum per θ. Similiter iam ostendemus quòd ipsi α non est θ idem: & quoniam η ipsum β metitur per eas quæ in θ sunt unitates, igitur η ipsum θ multiplicans ipsum effecit β. Sed & α seipsum multiplicans, ipsum β fecit. Qui ex θ,η, igitur, ei qui ex α quadrato est æqualis. Est igitur sicut θ ad α, sic α ad η, metitur autem α ipsum η, metitur igitur & θ ipsum α primum existentem, non existens ei idem, quod absurdum est. Igitur ipsum Δ maximum alter numerus non metietur præter ipsos α,β,γ: quod oportuit demonstrare.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 14.*

14 SI propositus fuerit numerus, minimus quem numerãt primi assignati, non numerabit eum aliquis numerus primus, præter illos assignatos.

CAMPANVS. *Sit a minimus numerus numeratus à numeris primis qui sunt b,c,d. Dico quòd alius primus præter eos non numerabit a. Sin autem, sit e primus numerans eum secundum f: quia ergo quilibet numerorum b,c,d, numerat a productum ex e in f, est autem quilibet eorum primus, sequitur ex 13 septimi, ut quilibet eorum numeret e uel f, sed e nullus numerat cum sit primus: quilibet ergo eorum numerat f, cum itaque sit f minor a, utpote qui numerat eum secundum e, non erit a minimus numeratus ab illis, quod est inconueniens.*

Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propositio 14.*

Si minimum numerum primi numeri mensi fuerint, nullus alius primus numerus ipsum metietur, præter eos qui in principio metiuntur. 14

THEON ex Zamb. *Minimus enim quem ipsi δ, γ, ∂, primi metiuntur, sit α. Dico quòd ipsum α nullus alius primus numerus metietur, præter β, γ, ∂. si enim possibile, metiatur cũ primus numerus ε, & nulli ipsorum β, γ, ∂, esto idem. Et quoniã ε ipsum α metitur, ipsum metitur per ζ: ipse igitur ε ipsum ζ multiplicans, ipsum effecit α. Et ipsum α, primi numeri δ, γ, ∂, metiuntur: si autem bini numeri sese inuicem multiplicantes fecerint aliquẽ, factum uerò ex eis metiatur aliquis primus numerus, & unum eorum qui in principio metiuntur (per 32 septimi) ipsi igitur β, γ, ∂, unum ipsorum ε, ζ, metientur. Ipsum autem ε non metientur, nam ε primus est, & nulli ipsorum β, γ, ∂, est idem: ipsum igitur ζ metiuntur minorem existẽtem ipso α, quod est impossibile. Nam α supponitur minimus, quem ipsi β, γ, ∂, metiuntur. Ipsum igitur α, numerus primus non metietur, præter β, γ, ∂: quod oportuit demonstrare.*

α.....
β..
γ...
∂.....
ε
ζ

Hæc decimaquinta sequens ex Campano propositio, nullam in Zamberto respondentem habet.

Euclid. ex Camp. *Propositio 15.*

SI quotlibet numeri continuè proportionales secundum suam proportionem fuerint minimi, quicunq; aliquem illorum numerat, alteri terminorum illius proportionis erit commensurabilis. 15

CAMPANVS. Sint a, b, c, d, continuè proportionales & minimi secundum proportionem f ad g, qui sint in sua proportione minimi, et ponatur h numerare c. Dico quòd h est commensurabilis f uel g, sumantur enim in eadẽ proportione quatuor minimi, qui sunt k, l, m, n, constat autem ex 2 octaui, quod ex f in m fit c, alioqui contingeret esse minus minimo, quod esse non potest. Itaq; per correlarium 33 septimi, erit h commensurabilis f uel m, quod si f, constat propositum: si autem m, sumantur in eadem proportione tres minimi qui sint p, q, r, eritq; ex 2 octaui, ut fiat ex f in r, ne minus minimo aliquid esse cogamur concedere: quare per prædictum correlarium h est commensurabilis f uel r, sed non erat f, sic enim constabat propositum: commensurabilis igitur est, qui cùm ex 2 octaui, fiat ex g in se, sequitur ex dicto correlario, ut h sit commensurabilis g, quod est propositum.

a.....
b.....
c.....
d.....
e.....
k.....
l.....
m.....
n.....
p....
q.....
r.....
f.. g... h.....

Euclid. ex Camp. *Propositio 16.*

SI fuerint numeri quodlibet continuè proportionales in sua proportione minimi, quilibet eorum ad compositum ex reliquis primus esse, necessariò comprobatur. 16

CAMPANVS. Sint a, b, c, d, continuè proportionales & minimi: dico compositum ex a, b, c, primum esse ad d. Si enim non, aliquis numerus, qui sit e, compositum ex a, b, c, numerabit & d: per præmissam igitur erit e, communicãs alteri terminorum illius proportionis qui sunt f & g, erit itaq; numerus aliquis numerans e, & alterum duorum f g, qui sit h: quia ergo h numerat e, numerabit

numerabit d,& cõpoſitum ex a,b, c, & quia numerat f uel g, quorum uterq; numerat utrunque mediorum,& ſimpliciter omnes ſi plures duobus ſint, ex 2 octaui, ſequitur ut ipſe numeret b & c,ergò & a, quia numerat totũ a, b,c, non ſunt igitur a & d contra ſe primi, quod eſt inconueniens per 3 octaui. Similiter quoque conſtabit, compoſitum ex a, b, d, primum eſſe ad c.Si enim ut prius c numerat ambos,ſequitur per præmiſſam, ut aliquis numerus, qui etiam ſit h, numeret e & alterum duorum f,g, itaque h numerat c, & totum a, b,d,ſed & b, cum utraque radicum numeret omnes medios: igitur & compoſitum ex a & d. Et quia neceſſariò numerat alterum duorum a,d,cum numeret alterum duorum f,g, numerabit & reliquum. Non ſunt igitur a & d contra ſe primi,& ita idem ut prius.

a.....
b.....
c.....e.....
d.....
a.....b.....c.....
a.....b.....d.....
e ——————
f..
g...
h ——

CAMPANI *annotationes*. Demonſtrãt autem idem aliter de tribus continuè proportionalib. & minimis ſine adminiculo præmiſſæ,probant enim ex quibuſq; duobus compoſitum primum eſſe ad reliquum. Sint itaque tres continuè proportionales & minimi a,b,c, quorum termini d & e: dico tunc compoſitum ex a & b,primum eſſe ad c, & compoſitum ex b & c,ad a, itemq; ex a & c, ad b. Manifeſtum enim eſt ex ſecundo octaui, quod ex d in ſe, fit a,& in e fit b,& ex e in ſe,c,& ex 22 ſeptimi, quod d & e ſunt contra ſe primi. Itaque ex prima parte 29 eiuſdem, erit totus d e primus ad utrunque eorum: quia igitur uterque numerorum d & e primus eſt ad e,erit per 25 eiuſdem qui ex d in d e producitur (& ipſe eſt compoſitus ex a & b) primus ad e: ſequitur ergo per 26 eiuſdem ut etiam compoſitus ex a & b ſit primus ad c,fit enim c ex e in ſe, ſimili quoque demonſtratione probabis compoſitum ex b & c primum eſſe ad a.

a....
b.....
c.....
a....b.....
c.....
b ..... c.....
a....
d..
e...
d..e...

At uerò compoſitum ex a & c,primum eſſe ad b,ſic habeto. Cum ſit enim uterq; duorum d & e primus ad totum d e,erit per 25 ſeptimi,qui ex d in e producitur (& ipſe eſt b) primus ad d e, itaque per 26 eiuſdem qui ex d e in ſe prouenit (& ipſe eſt qui componitur ex a & c,& duplo b) primus erit ad b: ſequitur ergo compoſitum ex a & c primum eſſe ad b, neceſſe enim eſt ut ex duobus compoſitus, cum primus fuerit ad unum eorum ex quibus componitur, ſit primus ad reliquum: demonſtratum autem eſt hoc ſuprà 29 ſeptimi. Oportet autem ſtabilire ad robur iſtius demonſtrationis compoſitum ex a & b produci ex d in compoſitum ex d & e,ſuppoſito quòd ex d in ſe ſit a & ex eodem in e,b,itemq; quod ex d e in ſe producatur compoſitum ex a & c & duplo b,ſuppoſito eo quod prius,& quod ex e in ſe ſit c.Huius itaque gratia proponimus hæc demonſtranda.

a....
b.....
c.....
a....c.....
b.....
d..
e...
d..e..

1 Quod fit ex ductu unius numeri in quotlibet, tantum eſt quantum quod ex ductu eiuſdem in compoſitum ex illis.

Idem proponit prima ſecundi de lineis. Sit enim ut ex a in b & in c & in d, proueniant e & f & g. Dico quòd ex a in compoſitum ex b & c & d,prouenit compoſitum ex e & f & g. Sequitur enim ex conuerſione diffinitionis, eius quod multiplicatur, ut tota pars ſit b e tota c f,ſed & d tota g,quota eſt unitas a, per 5 itaque ſeptimi, tota quoque pars erit compoſitus ex b & c & d, compoſiti ex e & f & g, quota eſt unitas a, ergo per diffinitionem ex a in cõpoſitum ex b & c & d, fit compoſitus ex e & f & g: quod eſt propoſitum.

a..
b... c.... d.....
e.....f.....g.....
a..
b... c.... d.....
e.....f.....g.....

2 Quod fit ex ductu quotlibet numerorũ in unũ,æquũ eſt ei quod

u fit ex

fit ex compoſito eorum in eundem.

Hoc eſt conuerſum eius quod modò demonſtratum eſt. Vt ſi ex b & c & d in a, fiant e & f & g, fiet quoque compoſitus ex his ex illorum compoſito in eundem, quod ex 17 ſeptimi, & præmonſtrato facilè concluditur.

b... c.... d....
a..
e..... f..... g.....
b... c.... d.....
a..
e..... f..... g.....

Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet alios, æquum eſt ei quod fit ex compoſito horum in compoſitum illorum. 3

Vt ſi a, b, c, multiplicent d, e, f, quilibet quemlibet, iunganturq; producta, dico aggregatum ex productis eſſe æquale producto ex compoſito ex a & b & c, in compoſitum ex d & e & f. Eſt enim per præmiſſam quod fit ex compoſito ex a, b, c, in d, quantum quod ex ſingulis in illum d, ſic & in e & in f: ex compoſito autem horum a, b, c, in quemlibet illorum d, e, f, per antepræmiſſam fit quantum ex compoſito in compoſitum, itaque conſtat propoſitum.

a.. b... c....
d.... e..... f.....
a.. b... c....
d.... e..... f.....

Numero in quotlibet partes diuiſo, tantum eſt quod fit ex toto eo in ſe, quantum quod ex eo in omnes ſuas partes. 4

Idem proponit ſecunda ſecundi de lineis. Vt ſi a diuidatur in b, & c & d, dico quòd tantum fit ex a in ſe, quantum in omnes illos b, c, d: poſito enim e æquali a, conſtat ex prima harum incidentium tantum fieri ex e in a, quantum in omnes partes a, ſed per conceptionem ex e in a fit quantum ex a in ſe, & ex e in partes a, quantum ex a in eaſdem. Manifeſtum ergo eſt, uerum eſſe quod dicitur.

b .. c... d ....
e.....

Numero in duo diuiſo, quod fit ex toto in alterum diuidentium tantum eſt, quantum quod ex eodem in ſe & in alterum. 5

Idem proponit tertia ſecundi de lineis. Sit enim a diuiſus in b & c, dico tantum fieri ex a in c, quantum ex c in ſe & in b. Nam quod ex a in c eſt, quantum quod ex c in a, per 17 ſeptimi. Sumpto itaq; d æquali c, erit a in c, quantum d in a. At per primam harum, d in a, eſt quantum in b & c. Quia ergo d in a & in b & in c, eſt quantum c in a, & in b & in ſe propter æqualitatem c & d, conſtat propoſitum.

a
b.... c...
d..

Numero in duo diuiſo, quod ex ductu totius in ſe eſt, quantum quod ex ductu utriuſque diuidentium in ſe & alterius eorum bis in alterum. 6

Idem proponit quarta ſecundi de lineis. Vt ſi a diuidatur in b & c, dico tantum fieri ex a in ſe, quantum ex b in ſe & c in ſe, & ex b bis in e. eſt enim per 4. harum, quod ex a in ſe, quantum quod ex eo in b & in c: ex eo autem in b, per præmiſſam eſt quantum ex b in ſe & in c, at ex a in c, per eandem eſt quantum ex c in ſe & in b. Et quia ex c in b tantum eſt quantum ex b in c per 17 ſeptimi, liquet uerum eſſe quod proponitur.

a
b.... c...

Numero per duo æqualia, duóq; inæqualia diuiſo, quod fit ex maiori inæqualium in minorem cum quadrato inter medij æquum eſt quadrato medietatis totius. 7

Idem proponit de lineis 5 ſecundi. Vt ſi a b diuidatur in duos numeros æquales, qui ſint a c & c b, itemq; in duos inæquales, quorũ ſit maior a d, & minor d b: dico quòd illud quod fit ex toto a d in d b cum quadrato c d, æquale eſt quadrato c b. Per præmiſſam enim, quadratum c b, eſt æquale quadrato c d, & quadrato d b & ei quod fit ex b d in c d bis. Sed ex b d in ſe & in c d tantũ fit, quãtum in c b per primam harum, & ideo quantum in a c. Itaque ex b d in ſe & in c d bis, quantum ex ipſo b d in a d: per eandem igitur, quadratum c b ſuperat id quod fit ex b d in a d in quadrato c d, conſtat ergo propoſitum.

a..... c... d.. b

Cum

8 Cum fuerit numerus in duo æqualia diuisus, eiq; alius numerus adiũctus, quod fit ex ductu totius cõpositi in adiunctũ cum quadrato medietatis, æquum est quadrato cõpositi ex dimidio & adiũcto.

Idem proponit 6 secundi de lineis. Sit enim a b diuisus in duos æquales numeros, qui sint a c & c b, addaturq; ei numerus b d: dico illud quod fit ex tota a d in d b, cum quadrato b c, esse æquale quadrato c d. Est enim ex 6 harum, quadratum c d æquale quadrato d b, & quadrato b e, & ei quod fit ex d b in b c bis. Sed per primam harum, ex b d in se & in b c bis, est quantum ex b d in d a, sunt enim a c & c b, æquales. Itaque quadratum c d, superat id quod fit ex b d in d a, in quadrato c b: quod est propositum.

a.... c.... b.....d

9 Cum numerus in duo diuiditur, quod fit ex toto in se, cum eo quod ex altero diuidentium in se, est æquum ei quod ex toto in eundem bis cum eo quod ex altero in se.

Idem proponit 7 secundi de lineis. Sit enim numerus a diuisus in b & d: dico quadratum a cum quadrato d, tantum esse, quantum quod fit ex a in d bis cum quadrato b. Constat quidem ex 6 harum quòd quadratum a tantum est, quantum quadratum b & quadratum b & quod fit ex d in b bis. Itaq; quadratum a cum quadrato d, tantum est quantum quod ex d bis in se, & bis in b cum quadrato b. Sed ex d bis in se & bis in b fit, quãtum ex d bis in a per primam harum: ergo quod fit ex d bis in a cum quadrato b, est quãtum quadratum a cum quadrato d: quare patet propositum.

a
b..... d....

10 Cum fuerit numerus in duo diuisus, eiq; additus æqualis uni diuidentium, quadratum totius compositi æquum est quadruplo eius quod fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

Idem proponit 8 secundi de lineis. Sit numerus a b diuisus in a c & c b, cui addatur b d, qui ponatur æqualis c b. Dico quadratum a d tantum esse, quantum est id quod fit ex a b in b d quater cum quadrato a c. Est nanque ex 6 harum, quadratum a d, æquum quadrato a b & quadrato b d, & ei quod fit ex a b in b d bis. Et quia quadratum b d est æquale quadrato c b, erit quadratum a d æquale quadrato a b & quadrato c b, & ei quod fit ex a b, in b d bis. Per præmissam autem, est quadratum a b cum quadrato c b, quantum quadratum a c cum eo quod fit ex a b in b c bis. Itaque quadratum a d tantum est, quantum quod ex a b in b d bis, & ex a b in b c bis, cum quadrato a c. Et quia ex a b in b a tantum fit quantum in b d, constat uerum esse, quod propositum est.

a... c..... b.....d

11 Cum fuerit numerus in duo æqualia duo'que inæqualia diuisus, quadrata amborum inæqualium pariter accepta duplum sunt quadrato medietatis & quadrato eius quo maior portio excedit minorem pariter acceptis.

Idem proponit 9 secundi de lineis. Sit enim a b diuisus per duos æquales, qui sint a c & c b, & per duos inæquales qui sint a d & d b. Dico quòd quadrata duorum numerorum a d & d b pariter accepta, sunt duplum duobus quadratis duorum numerorum a c & c d pariter acceptis. Est enim per 6 harum, quadratum a d, quantum quadratum a & c quadratum c d & duplum eius quod fit ex a c in c d. Quia autem a c est æqualis c b, erit quadratum a d quantum quadratum b c & quadratum c d & duplum eius quod fit ex b c in c d. Itaque quadrarum a d cum quadrato b d, sunt quantum quadratum b c & quadratum c d & duplum eius quod fit ex b c in c d, & quadratum b d. Duplum autem eius quod fit ex b c in c d cum quadrato b d, est æquale quadrato b c & quadrato c d per 9 harum. Ergo quadrata duorum numerorum a d & d b, sunt quantum quadrata duorum numerorum b c & c d duplicata. Et quia b c & c a sunt æquales, patet propositum.

a..... c... d...b

Cum fuerit numerus in duo æqua diuiſus, alius'que adiunctus, quadratum totius compoſiti cum quadrato adiuncti, duplum ſunt ad quadratum medietatis ipſius cum quadrato compoſiti ex medietate & adiuncto. 12

Idem proponit 10 ſecundi de lineis. Sit enim numerus a b diuiſus in duos æquales a c & c b, ſitq; ſibi adiunctus numerus b d: dico quadratum a d cum quadrato b d, duplum eſſe ad quadratum a c cum quadrato c d. Cum ſit enim numerus c d in duo diuiſus, ſibiq; ſi a c additus æqualis uni diuidẽtium, erit per 10 harum, quadratum a d quantum quod fit ex c d in c a quater, cum quadrato b d. Quia uerò a c, eſt æqualis c b, erit quadratum a d quantum quod fit ex d c in c b quater cum quadrato b d. Itaque quadratum a d cum quadrato b d, erit quantum quod fit ex d c in c b quater, cum duplo quadrati b d. Hoc autem per 19 harum, duplum eſt ad quadratũ c d cum quadrato c b. Cum igitur ſit quadratum c b æquale quadrato a c, conſtat propoſitum.

a .... c .... b ...

Numerũ aliquem ita diuidere, ut quod ſub toto & una eius portione continetur, æquum ſit quadrato alterius, eſt impoſsibile. 13

Quod 11 ſecundi proponit faciendum in lineis, demonſtrat hoc impoſsibile eſſe in numeris. Sit enim quilibet numerus a, b. Dico impoſsibile eſſe ipſum ſic diuidi, ut poponitur: ſic enim diuideretur ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema, ut patet ex diffinitione & 20 ſeptimi. Si autem poteſt, diuidatur in c, ſitq; a b ad b c, ſicut b c ad c a: erit itaq; a c minor c b, detrahatur igitur ab eo æqualis ſibi qui fit c d, quia igitur eſt proportio totius a b ad totum b c, ſicut b c detracti ab a b ad c d detractum ab b c, erit eadem a c reſidui a b ad b d reſiduum b c, quare b c ad c d, ſicut c d ad d b, erit igitur c d, maior d b. Detracto itaque d e de c d, ut ſit d e æqualis d b, erit etiam proportio b c ad c d, ſicut c d ad d e, quare ſic d b reſidui c b, ad c e reſiduum c d: poteſt igitur c e detrahi ab e d, non erit itaque finis iſtius detractionis, quod eſt impoſsibile. Nunc ad propoſitum reuertamur.

a ..... c .... e .. d .. b

Euclid. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 15.

Si tres numeri continuè proportionales fuerint minimi, eandem eis habentium rationem, bini quilibet compoſiti ad reliquum primi erunt. 14

THEON ex Zamb. *Sint tres numeri continuè proportionales, minimi eandem eis habentium rationem* α, β, γ. *Dico quòd ipſorum* α, β, γ, *bini quilibet cõpoſiti, ad reliquum primi ſunt, ſcilicet* α β *ad* γ, *&* β γ *ad* α, *&* α γ *ad* β. *Aſſumantur (per 35 ſeptimi) bini minimi numeri eandem ipſis* α, β, γ, *habentium rationem, ſintq;* Δ ε, ε ζ: *manifeſtum iam eſt quòd* Δ ε *ſeipſum multiplicans, ipſum effecit* α, *& ipſum* ε ζ *muliplicans, ipſum* β *fecit, & inſuper* ε ζ *ſeipſum multiplicans, ipſum effecit* γ. *Et quoniam ipſi* Δ ε, ε ζ, *minimi ſunt, primi adinuicẽ ſunt (per 24 ſeptimi.) Si autem bini numeri, primi adinuicẽ fuerint, et uterq; ſimul ad alterum primus eſt (per 30 ſeptimi.) Igitur* Δ ζ, *ad utrunq; ipſorũ* Δ ε, ε ζ, *primus eſt. Sed et* Δ ε *ad* ε ζ *primus eſt. Ipſi igitur* Δ ζ, Δ ε, *ad ipſum* ε ζ *primi ſunt, & qui ex* Δ ζ, Δ ε, *igitur ad* ε ζ *(per 26 ſeptimi) primus eſt. Si uerò bini numeri primi fuerint adinuicẽ, qui ex uno eorum gignitur ad reliquum primus eſt (per 27 ſeptimi) quare qui ex* Δ ζ, Δ ε, *ad eum qui eſt ex* ε ζ, *primus eſt. Sed qui ex* ζ Δ, Δ ε, *eſt qui ex* Δ ε *unà cũ eo qui ex* Δ ε, ε ζ, *(per tertiam ſecũdi.) Qui igitur ex* Δ ε *unà cum eo qui ex* Δ ε, ε ζ, *ad eum qui ex* ε ζ *primus eſt. Eſt autem qui ex* Δ ε, *ipſe* α, *qui uerò ex* Δ ε, ε ζ, *ipſe* β: *qui autem ex* ε ζ, *eſt* γ. *Ipſi* α β, *igitur compoſiti, a* γ *primi ſunt. Similiter oſtendemus quòd ipſi* β, γ, *ad* α *primi. Dico iam quòd ipſi* α, γ, *ad* β *primi ſunt: nam quoniam* Δ ζ *ad utrunque ipſorum* Δ ε, ε ζ, *primus eſt, & qui ergo ex* Δ ζ, *ad eum qui ſub* Δ ε, ε ζ, *primus eſt. Sed ei qui ex* Δ ζ, *æquales ſunt qui ex* Δ ε, ε ζ, *unà cum eo qui bis eſt ſub* Δ ε, ε ζ, *Si enim quæ ex* Δ ε *unà cũ eo quæ ex* ε ζ, *& qui ſub* Δ ε, ε ζ, *nõ eſſent primi, cum cõmunis dimenſio metiatur cõpoſitũ, nõ erunt qui ex* Δ ε, ε ζ, *unà cum eo qui ſub* Δ ε, ε ζ, *et qui ſub* Δ ε, ε ζ, *primi. At iterũ cum cõmunis dimẽſio metiatur & cõpoſitum, nõ erũt qui ex* Δ ε, ε ζ, *unà cũ eo qui ſub* Δ ε, ε ζ *bis: et qui ſub* Δ ε, ε ζ, *adinuicẽ primi, cuius cõtrariũ eſt oſtẽſum.*

Et qui

Et qui ex A ε, ε ζ, igitur unà cum ijs qui bis sub A ε, & ζ, ad eum qui sub A ε, ε ζ, primi sunt. Diuidendo quoq; qui ex A ε, ε ζ, unà cum eo qui sub A ε, ε ζ, primi sunt ad eum qui sub A ε, ε ζ. Insuper diuidendo, qui ex A ε, A ζ, ad eum qui sub A ε, ε ζ, primi sunt. Est autem qui ex A ε, ipse α, qui ex ε ζ, ipse γ: qui uerò sub A ε, ε ζ, ipse β. Ipsi ergo α, γ, compositi, ad β primi sunt: quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propositio 17.*

17 SI fuerint duo numeri contra se primi, quantus est primus eorum ad secundum, tantum esse secundum ad tertium quemquam impossibile est.

CAMPANVS. Sint a & b contra se primi, dico impossibile esse, aliquem eis in continua proportionalitate adiungi. Si enim potest, sit c, quia igitur a ad b, sicut b ad c, sunt autem a & b in sua proportione minimi per 23 septimi, sequitur per 21 eiusdem, ut a numeret b, qui cum etiam numeret se, non erunt a & b contra se primi: quod est contrarium positioni.

c ——————
b .....
a ...

Euclid. ex Zamb. *Theorema 16.* *Propositio 16.*

16 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, non erit sicut primus ad secundum, sic secundus ad aliquem alium.

THEON *ex Zãb. Bini enim numeri α, β, primi sint adinuicem. Dico quòd nõ est sicut α ad β, sic β ad aliquẽ aliũ. Si enim impossibile, sit sicut α ad β, sic β ad γ. Ipsi autem α, β, primi sunt: primi autẽ & minimi (per 23 septimi) minimi uerò, metiũtur eãdem rationẽ habentes, æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentem & sequens sequentem, metitur igitur α ipsum β, antecedens antecedentem, metitur autem & seipsum: igitur α ipsos α, β, metitur primos adinuicem existentes, quod est absurdum, non est igitur sicut α ad β, sic β ad γ: quod ostendere oportebat.*

γ ——————
β .....
α .....

Euclid. ex Camp. *Propositio 18.*

18 SI quotlibet numerorũ continuè proportionaliũ duo extremi fuerint cõtra se primi, quãtus est primus ad secundũ, tãtum esse ultimũ ad aliquem alium, est impossibile.

CAMPANVS. Sint a, b, c, continuè proportionales, sintq; a & c contra se primi: dico quòd in eadẽ proportione non potest eis adiungi alius: si enim potest, sit d. Quia igitur est a ad b sicut c ad d, erit permutatim a ad c, sicut b ad d: sunt autem a & c, in sua proportione minimi, per 23 septimi, itaq; per 21 eiusdem a numerat b, quare etiam numerat c, numerorum enim cõtinuè proportionalium, si primus numerat secundum, ipse numerat omnes, & simpliciter quilibet præcedens quemlibet sequentem: at quia etiam numerat se, non erunt a & c contra se primi; quod est inconueniens.

d ——————
c .....
b .....
a ....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propositio 17.*

17 Si fuerint quotcunq; numeri continuè proportionales, ipsorum autem extremi primi adinuicem fuerint, non erit sicut primus ad secundum, sic ultimus ad aliquem alium.

THEON *ex Zãb. Sint quotcunq; numeri cõtinuè proportionales, α, β, γ, Δ, ipsorum autem extremi α β sint primi adinuicem. Dico quòd non est sicut α ad β, sic Δ ad aliquem alium. Si enim possibile, esto sicut α ad β, sic Δ ad ε: uicissim igitur (per 13 septimi) est sicut α ad Δ, sic β ad ε. Ipsi autem α, Δ, primi sunt, primi autem & minimi: minimi uerò numeri, metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentem, & sequens sequentem: metitur igitur α ipsum β, estq; sicut α ad β, sic β ad γ, & β igitur ipsum γ metitur quare & α ipsum γ metitur: & quoniam est sicut β ad γ, sic γ ad Δ, metitur autem β ipsum γ, metitur igitur & γ ipsum Δ. Sed α ipsum γ metitur, quare & α ipsum Δ metitur, metitur autem & seipsum. Igitur α, ipsos α, Δ, metitur primos inuicem existentes, quod est impossibile. Non est igitur sicut α ad β, sic Δ ad aliquem alium: quod ostendere oportuit.*

ε ——————
Δ .....
γ .....
β .....
α .....

Euclid. ex Camp. *Propositio 19.*

PRopositis duobus numeris, an sit eis tertius cõtinuè prõportionalis, perscrutari. 19

CAMPANVS. Sint a & b duo numeri propositi, uolo inquirere, an eis possit tertius sub continua proportionalitate adiungi. Igitur si ipsi sunt contra se primi, impossibile est per 17. si uerò compositi, ducatur b in se, & proueniat c, quem si a numerat, erit: si uerò non numerat, non erit. Numeret enim eum secũdum d, qui erit quem quærimus per 2 partem 20 septimi. Sit ergo ut non numeret eum, est tamen ut a ad b, sic b ad d, itaque quia ex b in se fit c, sequitur per primam partem 20 septimi, ut ex a in d sit idem: igitur a numerat c secundum d, sed erat positum quòd non, quare sequitur impossibile.

c.....
d ——
b....
a.....
c.....
d..
b....
a.....
——————
b....
a...

Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propositio 18.*

Binis numeris datis, considerare si possibile est eis tertium proportionalem inuenire. 18

THEON ex Zamb. *Sint bini dati numeri α, β, γ, sitq; * opportunum scrutari, si est possibile eis tertium inuenire proportionalem. Iam ipsi α, β, aut sunt primi adinuicem, aut non. Si quidem igitur primi sunt adinuicem, patet (per 16 noni) quod impossibile est eis inuenire proportionalem tertium. Sed iam non sint ipsi α, β, primi adinuicem, & β seipsum multiplicans ipsum efficiat γ. Iam α aut ipsum γ metitur aut non metitur. Metiatur prius per Δ. Ipse igitur α ipsum Δ multiplicans, ipsum effecit γ. Sed & β seipsum multiplicans, ipsum γ effecit, qui ex α, Δ, igitur ei qui ex β est æqualis. Est igitur sicut α ad β, sic β ad Δ (per secundam partem 19 septimi.) Ipsis igitur α β, tertius inuentus est Δ. Sed iam non metiatur α ipsum γ. Dico quòd ipsis α, β, impossibile est tertium inuenire proportionalem numerum. Si enim possibile, inueniatur Δ. Igitur qui ex α, Δ, ei est æquus qui ex β, qui autem ex β, ipse est γ. Igitur qui ex α, Δ, æquus est ipsi γ. Quare α ipsum Δ multiplicans, ipsum effecit γ. Igitur α, ipsum γ metitur per Δ. Sed supponitur etiam non metiri, quod est impossibile. Non est igitur possibile ipsis α, β, tertium proportionalem inuenire, quando α ipsum γ non metitur: quod oportuit ostendere.*

* Δέον ἐστιν

γ.....
Δ ——
β....
α.....
γ.....
Δ.....
β.....
α....
. ——————
β.....
α.....

Euclid. ex Camp. *Propositio 20.*

DAtis tribus numeris continuè proportionalibus, an sit aliquis quartus eis continuè proportionalis inquirere. 20

CAMPANVS. Sint continuè proportionales a, b, c. Volo inquirere an alius eis sub continua proportionalitate possit adiungi, igitur si a & c sunt contra se primi, impossibile est per 18. Si autem compositus d qui prouenit ex b in c, quem si numerat a, erit: si uerò non numerat, non erit. Numeret enim eum secundum e, qui erit quem quærimus per secundam partem 20 septimi. Sit ergo ut non numeret eum, est tamen ut a ad b, sicut c ad e, itaque quia ex b in c fit d, sequitur per primam partem 20 septimi, ut ex a in e fit idem, ergo a numerat d secundum e, sed positum erat quòd non. Idem potes perscrutari, quotlibet continuè proportionalibus propositis. si enim duo extremi sint contra se primi, finem habet intentio per 18. si autem compositi, ducto secundo in ultimum, si productum numeret primus, is secundum quem eum numerat, est quem quærimus per secundam partem 20 septimi: si autem primus productũ non numerat, nullus erit.

d ——————
e ——————
c.....
b.....
a.....
d ——————
e.....
c.....
b.....
a.....
. ——————
c.....
b.....
a.....

erit quotlibet enim posito, per primam partem eiusdem secundum ipsum positum numerabit primus productum, quod positum erat non numerare.

Euclid. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 19.

19 Tribus numeris datis, considerare si est possibile eis quartum inuenire proportionalem.

THEON ex Zamb. *Sint dati tres numeri, α β γ, sitq; * opportunum coniectare, si possibile est eis quartum proportionalem inuenire. Iam ipsi α β γ, aut continuè sunt proportionales, & eorum extremi α γ, sunt primi adinuicem, aut non sunt continuè proportionales, & eorum extremi primi sunt adinuicem, aut continuè sunt proportionales, & eorum extremi non sunt adinuicem primi, uel neque sunt cõtinuè proportionales, neque eorum extremi primi sunt adinuicem. Si quidem igitur ipsi α β γ, continuè sunt proportionales: & eorum extremi α γ, sunt primi adinuicem, patet per 17 noni, quod est impossibile eis quartum proportionalem inuenire numerum. Non sint iam ipsi α & γ, continuè proportionales, extremis rursus primis existentibus adinuicem. Dico quòd & sic quartum proportionalem inuenire, est impossibile. Si enim possibile, inueniatur δ. Vt sit sicut α ad β, sic γ ad δ. fiatq; sicut β ad γ, sic δ ad ε. Et quoniam est sicut quidem α ad β, sic γ ad δ, sicut autem & ad γ, sic δ ad ε, ex æquali igitur (per 14 septimi) est sicut α ad γ, sic γ ad ε. At α γ, primi sunt, primi autem & minimi, minimi uerò metiuntur eandem rationem habentes, antecedens antecedentem, & sequens sequentem (per 21 septimi) metitur igitur α ipsum γ, antecedens antecedentem: metitur autem & seipsum. Igitur α ipsos α γ, metitur primos adinuicem existentes, quod est impossibile: ipsis igitur α β γ, quartum proportionalem inuenire est impossibile. Sed iam rursus sint ipsi α β γ, continuè proportionales, at α γ, non sint primi adinuicem. Dico quòd eis quartum proportionalem inuenire est possibile. Nam β ipsum γ multiplicans, ipsum efficiat δ. Igitur α ipsum δ aut metitur, aut non metitur. Metiatur prius ipsum per ε. Igitur α ipsum ε multiplicans, ipsum effecit δ, sed & β ipsum γ multiplicans ipsum δ effecit. Igitur qui ex α ε, ei est æquus qui ex β γ, proportionalis igitur est sicut α ad β, sic γ ad ε. Ipsis igitur α & γ, inuētus est quartus proportionalis ε scilicet. Sed iam non metiatur α ipsum δ: dico quòd ipsis α β γ, quartũ proportionalẽ inuenire est impossibile. Si enim possibile, inueniatur ε. Igitur qui ex α ε, ei qui ex β γ, est æqualis. Sed qui ex β γ, est ipse δ, et qui ex α ε, igitur ipsi δ est æqualis. Igitur α ipsum ε multiplicans ipsum effecit δ. igitur α ipsum δ metitur, sed & non metitur, quod est impossibile. Igitur ipsis α β γ, quartum proportionalẽ inuenire numerum est impossibile, quando α ipsum δ nõ metitur. Sed iam ipsi α β γ, neq; cõtinuè sint proportionales, neq; eorũ extremi ad inuicẽ sint primi, & & ipsum γ multiplicans ipsum efficiat δ. Similiter ostendetur q, si quidẽ α ipsum δ metitur, possibile est eis proportionalẽ inuenire: si autẽ nõ metitur, est impossibile: quod ostẽdere oportebat.*

ε
δ
α ... β ..... γ .....
12 8
27 18
216 144
20 30 45 1350
α β γ ε δ

Euclid. ex Camp. Propositio 21.

21 DAtis quotlibet numeris primis, aliquem primum ab eis diuersum esse necesse est.

CAMPANVS. Nihil aliud intenditur, nisi quòd numeri primi sint infiniti, demonstrare. Sint enim a b c, numeri primi, dico esse aliquem primum diuersum ab eis, sit quidem d f minimus quem numerant, cui addita unitate fiat d g. qui est primus aut compositus: si primus, constat propositum: si compositus, numerat eum aliquis primus, qui sit h, quem non est possibile esse aliquem ex primis propositis. Si enim esset aliquis eorum, cùm quilibet ipsorum numeret d f, ipse quoque numeraret eundem: at quia numerat d g, oporteret ipsum numerare f g, qui est unitas, quod est impossibile. Idem sequitur posito d f quotlibet numero, quem numerant a b c: quare constat propositum.

a . . . b ..... c .....
d 105 f . g
h 53

Euclid. ex Zamb. Theorema 20. Propositio 20.

20 Primi numeri, plures sunt omni proposita multitudine primorũ numerorum.

THEON ex Zamb. *Sint propoſiti primi numeri α β γ. Dico quòd ipſis α β γ, plures ſunt primi numeri. Accipiatur enim (per 39 ſeptimi) minimus quem ipſi α β γ metiantur, ſit ſq; δ ε, addatur q; δ ε unitas δ ζ, iam ε ζ, aut eſt primus aut non, ſit prius primus, inuenti igitur ſunt primi numeri α β γ ε ζ, plures ipſis α β γ. Sed iam non ſit ε ζ primus: igitur eum aliquis numerus primus metitur (per 34 ſeptimi) metiatur eum numerus primus η. Dico quòd η nulli ipſorum α β γ, eſt idem. Si enim η alicui ipſorum α β γ, eſt idem, ipſi autem α β γ, ipſum δ ε metiuntur, igitur & η ipſum δ ε metietur, metitur autem et ε ζ, & reliquam δ ζ unitatem metietur η numerus exiſtens, quod eſt abſurdum: igitur η non eſt idem uni ipſorum α β γ, ipſe autem ſupponitur & primus. Inuenti igitur ſunt primi numeri plures propoſita multitudine ipſorum α β γ, ipſi α β γ η: quod oſtendere oportuit.*

α ..
β ...
γ ....
114 29
ε ——————— δ ζ
η ———————

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 22.*

SI coaceruentur quotlibet numeri pares, totus quoque ab eis coaceruatus erit par. 22

CAMPANVS. Sit quiſq; numerorum a b c, par. Dico ex eis compoſitum, eſſe parem: habet enim ex conuerſione diffinitionis quiſq; eorum medietatem, ſint ergo eorum medietates d e f, quia igitur ſicut a ad d, ſic b ad e, et c ad f, erit ex 13 ſeptimi, ſicut a ad d, ſic totus a b c ad totum d e f, itaq; d e f, eſt medietas a b c, ergo per diffinitionem a b c, eſt par: quod eſt propoſitum.

a.. b.... c.....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propoſitio 21.*

Si pares numeri quotcunq; componantur, totus par eſt. 21

THEON ex Zamb. *Componantur enim numeri quilibet pares ipſi α ζ, ζ γ, γ δ, δ ε. Dico quòd totus α ε par eſt. Nam quoniam unuſquiſq; ipſorum α ζ, ζ γ, γ δ, α....ζ.....γ.....δ.....ε*
δ ε, par eſt, partem habet dimidiam, quare & totus α ε habet partem dimidiam: numerus autem par eſt, qui bifariam diuiditur (per diffinitionem) igitur α ε par eſt: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 23.*

SI numeri impares numero pares coaceruẽtur, totus quoq; ex eis coaceruatus erit par. 23

CAMP. Sit quilibet numerorum a b c d, impar: dico ex eis compoſitũ, eſſe parem, dempta enim à quolibet unitate, conſtat reſiduos eſſe pares, & quia ille unitates, dẽptæ componunt parem, cùm ſint numero pares, conſtat propoſitum per præmiſſam.

a...b.....c.....d.....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propoſitio 22.*

Si impares numeri quotcunq; componantur, fuerit autem multitudo par, totus par erit. 22

THEON ex Zamb. *Componantur enim impares numeri quotcunq;, multitudine pares α β, β γ, γ δ, δ ε. Dico quòd totus α ε par eſt. Nam quoniam unuſquiſq; ipſorum α β, β γ, γ δ, δ ε, impar eſt, ablata unitate ab uno quoq;, unuſquiſq; reliquus par erit. Quare & compoſitus ex ipſis par erit (per 21 noni) Eſt autem & unitatum multitudo par, totus igitur α ε par eſt: quod oſtendere oportebat.*

α.....β.....γ.....δ...ε

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 24.*

SI numeri impares numero impares coaceruentur, totum quoq; ex eis coaceruatum imparem eſſe. 24

CAMPANVS. Sit quilibet numerorum a b c, impar. Dico totum ex eis compoſitum eſſe imparem. Erit enim per præmiſſam compoſitus ex a & b, par: & quia c, dempta unitate, eſt par, erit per antepræmiſſam totus a b c, dempta unitate par. Per diffinitionem itaque conſtat totum eſſe imparem.

a...b.....c.....

Euclid.

Euclid. ex Zamb. Theorema 23. Propositio 23.

23 Si impares numeri quotcunq; componantur, multitudo autem iſorum fuerit impar, & totus impar erit.

THEON ex Zamb. *Componantur enim quotcunq; impares numeri, quorum multitudo ſit impar* α δ, β γ, γ δ. *Dico quòd totus* α δ *impar eſt. Auferatur ab ipſo* γ δ, *unitas* δ ε, *reliquus igitur* γ ε *par eſt: eſt autem &* α γ *par, & totus igitur* α ε *par eſt: eſt autem* δ ε *unitas, totus igitur* α δ *impar eſt: quod oportuit demonſtraſſe.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 25.

25 SI à numero pari numerus par detrahatur, reliquus erit par.

CAMPANVS. Sit a totus par, à quo detrahatur b, qui quoq; ſit par, & reſiduus ſit c. Dico c eſſe parem, ſit enim d medietas a, e quoq; ſit medietas b, detracto; e de d, ſit reliquus f, erit per 13 ſeptimi, c ad f, ſicut a ad d, quare f eſt medietas, itaq; eſt par: quod eſt propoſitum.

a
..... d.....f...
b c
.....e..... .....

Euclid. ex Zamb. Theorema 24. Propoſitio 24.

24 Si à pari numero par auferatur, reliquus par erit.

THEON ex Zamb. *A' pari enim* α δ, *auferatur par. Dico quòd reliquus* α γ *par eſt. Nam quoniam* α β *par eſt, habet partem dimidiam: iam id propterea &* β γ, *habet partẽ dimidiam, quare & reliquus* γ α *habet partẽ dimidiã, par igitur eſt* α γ: *quod oſtendere oportuit.*

α ..... γ.... β

Euclid. ex Camp. Propoſitio 26.

26 SI de numero pari imparẽ tollas, qui relinquitur impar eſt.

CAMPANVS. Sit a b par, à quo tollatur a c, qui ſit impar. Dico c b reſiduum eſſe imparem, ſubtrahatur enim ab a c, unitas quæ ſit c d, eritq; a d par, itaq; per 25, d b quoq; erit par. Quia igitur d c eſt unitas, ſequitur c b eſſe imparem: quod eſt propoſitum.

a....d.c...b

Euclid. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 25.

25 Si à pari numero impar auferatur, reliquus impar erit.

THEON ex Zamb. *A' pari nanq; numero* α β, *auferatur impar* β γ. *Dico q; reliquus* γ β *impar eſt. Auferatur ab ipſo* β γ, *unitas* γ δ, *igitur* δ β, *par eſt. Eſt autem* α β *quoq; par, &* α .....γ. δ....ε *reliquus igitur* α δ, *par eſt, at* γ δ *eſt unitas, igitur* α γ *impar eſt: quod oſtendere oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 27.

27 SI à numero impari detrahatur impar, reliquus erit par.

CAMP. Sit a b numerus impar, à quo detrahatur b c, qui etiam ſit impar: dico reliquũ qui eſt a c, eſſe parem. Detrahatur enim ab utroq; duorum numerorum a b & b c, unitas quę ſit b d, erit uterq; duorum reſiduorum quæ ſunt a d & d c, par: per præmiſſam itaq; conſtat, a c eſſe parem: quod eſt propoſitum.

a.....c....d.b

Euclid. ex Zamb. Theorema 26. Propoſitio 26.

26 Si ab impari numero impar auferatur, reliquus par erit.

THEON ex Zamb. *Ab impari nanque* α ε, *impar auferatur* ε γ. *Dico quòd reliquus* γ α *par eſt, nam quoniam* α β *impar eſt, auferatur unitas* β δ: *reliquus igitur* α δ, *par eſt. Iam id propterea &* γ δ *par eſt (per diffinitionem) quare & reliquus* γ α *par eſt: quod oſtendere oportuit.*

α ....γ.....δ.β

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propositio 28.*

SI à numero impari numerum parem subtrahas, qui re- 28
linquitur impar est.

CAMP. Sit a b impar, à quo detrahatur a..... c.... d. b
a c qui sit par. Dico b c residuum esse imparem. Sit enim b d unitas, eritq; a d
par. Et quia a c est par, erit per 25 c d par, cum itaq; sit d b unitas, erit c b im-
par: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 27.* *Propositio 27.*

Si ab impari numero par auferatur, reliquus impar erit. 27

THEON ex Zamb. *Ab impari nanq; α δ, par referatur β γ. Dico quòd reli* α . δ .... γ .... β
quus γ α impar est. Auferatur unitas α δ, igitur δ β par est: est autem β γ par, & reliquus igitur γ δ, par est:
est autem & unitas δ α, igitur γ α impar est: quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propositio 29.*

SI numerus impar in numerum parem ducatur, qui inde 29
producetur erit par.

CAMP. Ex 23 manifestum est quod dicitur.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 28.* *Propositio 28.*

Si impar numerus parem multiplicans, aliquem fecerit, qui gigni 28
tur par est.

THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α parem β multiplicans, ip* γ .....
sum efficiat. Dico quòd γ par est. Nam quoniam α ipsum β multiplicans, i- β ....
psum γ fecit, igitur γ ex totidem ipsi β æqualibus quotæ sunt in α unitates α ...
componitur: estq; β par, igitur γ ex paribus componitur. Si verò numeri pares quotcunq; componãtur, to
tus par est (per 21 noni) igitur γ par est: quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propositio 30.*

SI in imparem ducatur impar, qui producetur erit impar. 30

CAMPANVS. Hæc quoque ex 24 manifesta est.

Hæ sequentes duæ ex Campano propositiones, nullas sibi
ex Zamberto respondentes habent.

Euclid. ex Camp. *Propositio 31.*

Si numerus impar numerum parem numeret, numero pari eum 31
numerabit.

CAMPANVS. Si enim numero impari eum numeraret, ex impari in imparẽ fieret par, quod est inconueniens per præmissam.

Euclid. ex Camp. *Propositio 32.*

Si impar imparem numeret, impariter eum numerat.

CAMP. Si enim pariter eum numeraret, ex numero impari in numerum parem fieret impar: quod est inconueniens per 29.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 29.* *Propositio 29.*

Si impar numerus imparem numerum multiplicans, fecerit ali- 29
quem, factus impar erit.

THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α, imparem numerum β mul* γ .....
tiplicãs, ipsum efficiat γ. Dico quòd γ impar est. Nam quoniam α ipsum β mul β .....
tiplicans, ipsum fecit γ, igitur γ ex totidẽ ipsi β æqualibus quotæ sunt in α uni α ...
tates, componitur. Est autem uterq; ipsorum α, β, impar. Igitur γ ex imparibus conflatur numeris, quorũ
multitudo impar est. Quare (per 23 noni) impar est: quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propositio 33.*

SI numerus impar numerum parem metiatur, eiusdem quoq; 33
dimidium ipsum metiri necesse est.

CAMPANVS.

CAMPANVS. Sit a numerus par, cuius dimidium b, sitq; c numerus impar qui numeret a: dico quòd c numerabit b, numeret enim a secundum d, eritq; per 31, d numerus par. Esto igitur eius dimidiũ e, ducaturq; c in e, & proueniat f, eritq; per 18 septimi a ad f sicut d ad e, & quia etiã est a ad b, sicut d ad e, sequitur b & f esse æquales: cũ itaq; c numeret f, idẽ numerabit b: quod est ꝓpositũ.

a ..... f.....
b..... e..
c... d....

Euclid. ex Zamb. Theorema 30. Propositio 30.

30 Si impar numerus parem numerum mensus fuerit, & eius dimidium metietur.

THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α, parem numerũ β metiatur. Dico quòd & eius dimidium metietur. Nam quoniã α ipsum β metitur, ipsum metiatur per γ. Dico quòd γ nõ est impar. Si enim posßibile, sit impar. Et quoniam α metitur ipsum β per γ, igitur α ipsum γ multiplicans, ipsum efficit β. Igitur β componitur ex imparibus numeris, quorum multitudo impar est. Igitur β impar est, quod est absurdum, supponitur enim par. Igitur impar non est, par igitur est γ. Quare α ipsum β metitur pariter, & γ igitur ipsum β metitur per α: habet autem uterq; ipsorum γ β, partem dimidiam, est igitur sicut γ ad β, sic dimidium ad dimidium: metitur autem γ, ipsum β per α, & dimidium ipsius metietur ipsius β dimidium per α: igitur α, dimidium multiplicans ipsius γ dimidium ipsius β efficit. Igitur α ipsius β dimidium metitur, metiturq; per ipsius γ dimidiũ. Idq; propterea α ipsius dimidium metietur: quod ostendere oportuit.*

α...
γ.....
β .....

Euclid. ex Camp. propositio 34.

34 SI numerus impar ad aliquem fuerit primus, idem ad eiusdem duplum erit primus.

CAMPANVS. Sit a numerus impar primus ad b, cuius duplum sit c. Dico quòd a est primus ad c: sin autem, numeret eos d. Cumq; a sit impar, sequitur d esse imparẽ. quicunq; enim impar parem numerat, pari numero eum nuumerabit per 31, per præmissam itaq; a numerabit b, non sunt igitur a & b contra se primi: quod est contra hypothesin.

c..... d
a.... d
b.....

Euclid. ex Zamb. Theorema 31. Propositio 31.

31 Si impar numerus ad numerum aliquem primus fuerit, & ad ipsius duplum primus est.

THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α, ad numerum aliquem β, primus esto, ipsius autem β, duplus esto γ. Dico quòd α ad γ primus est. Si autem α γ, non sunt primi, metitur eos aliquis numerus: metiatur, & esto δ. est autem impar numerus α, impar igitur & δ. Et quoniam δ impar existẽs ipsum γ metitur, est autem & γ par, igitur δ metietur ipsius γ dimidium (per præcedentem) Dimidium autem ipsius γ, est β, igitur δ ipsum β, metitur, metitur autem & α. Igitur δ, ipsos α β, metitur primos adinuicem existentes; quod est absurdum. Igitur α ad γ primus est. Ipsi igitur α γ, primi sunt adinuicem: quod erat ostendendum.*

α.....
β.....
γ.....
δ

Euclid. ex Camp. Propositio 35.

35 VNeria à duobus dupli, sunt pariter pares tantum.

CAMPANVS. Sint unitas a b c d, continuè proportionales, sitq; a binarius. Dico omnes eos esse pariter pares, eisq; secundum hanc proportionem in infinitũ auctis, nullum alium esse pariter parem. De his quidẽ constat per diffinitionem, cùm per 12 quilibet præcedens numeret quemlibet sequentem per aliquem eorũ quos omnes oportet esse pares, & nullus alius numeret aliquem eorum, per 13 eo quòd a qui est binarius unitatem sequens est primus. Quod autem nullus alius ab his sit pariter par, constat sic. Posito enim aliquo, diuidatur in duas medietates, eiusq; medietas in duas, & hoc toties fiat, quousq; numerus aut unitas diuisionem impediat, quod necesse est euenire per ultimam petitionem. Siquidem numerus hanc prohibeat, ipse erit impar, qui cùm numeret pariter parem positum non erat pariter par, qui positus est pariter par. Si autem unitas, non erit is alius à continuè duplis ab unitate.

d
.....
c
.....
b
....
a
..
.
Vnitas

Euclid

Euclid. ex Zamb. Theorema 32. Propositio 32.

A' binario duplorum unusquisq; pariter par est tantum. 32

THEON ex Zamb. A' binario enim α, duplicentur quotcunq; numeri β γ δ. Dico quòd ipsi β γ δ, pariter pares sunt tantum. Quod quidem unusquisq; pariter par est, manifestum est: à binario enim est duplicatus. Dico quòd & tantū. Exponatur unitas ε. Quoniam igitur ab unitate quotlibet numeri continuè proportionales sunt, qui autem post unitatem α primus est, maximū ipsorum α β γ, hoc est ipsum δ nullus metitur, præter ipsos α β γ (per 13 noni) est autem unusquisq; ipsorum α β γ, pariter par. Igitur δ pariter par est autem. Similiter iam ostendemus, quod et unusquisq; ipsorum α β γ, pariter par est tantum: quod oportuit demonstrare.

δ .....
γ .....
β ....
α ..
Vnitas

Euclid. ex Camp. Propositio 36.

NVmerus cuius medietas est impar, est pariter impar. 36

CAMPANVS. Sit a numerus, cuius medietas quæ sit b, sit impar. Dico a, esse pariter imparem. Sit enim c binarius, manifestum itaq;, quoniam ex c in b fit a. Sit autē d quilibet numerus par numerans a, qui numeret eum secundum e, eritq; per secundam partem 20 septimi, e ad b, sicut c ad d. Igitur e numerat b, quia c numerat d. Eritq; itaq; e numerus impar, erat enim & b, per diffinitionem igitur a est pariter impar.

a .....
b ..... b...
c.. d .....

Euclid. ex Zamb. Theorema 33. Propositio 33.

Si numerus dimidium imparem habuerit, pariter impar est tantū. 33

THEON ex Zamb. Numerus enim α, dimidiū habeat imparem. Dico quòd α pariter impar est tantum. Quod quidem pariter impar, est manifestum: eius nanq; dimidius impar existēs, eum pariter metitur (per diffinitionem) Dico quòd & tantum. Si enim α pariter par est, & eius dimidius par est (per diffinitionem) metietur igitur eum par numerus, per parem numerum. Quare & dimidium eius metietur (per 39 numerus) par, impar existens, quod est absurdum. Igitur α pariter impar est tantum: quod oportuit ostendere.

α .....

Euclid. ex Camp. Propositio 37.

OMnis numerus à duobus non duplus, cuius medietas est par, est pariter par & impariter. 37

CAMP. Sit numerus a, non duplus a duobus, cuius medietas quę sit b ponatur par: dico ipsum esse pariter parem & impariter. Sit enim c binarius, de quo manifestum est quod ipse numerat a secundum b: quia uerò a non est duplus a duobus, necesse est si eius medietas quæ est b, in alias duas medietates diuidatur, medietatisq; medietas in alias duas, ut tandem occurrat numerus impediens diuisionem, qui propter hoc quod diuisionē non recipit, erit impar, sitq; is in quo sistit diuisio d. In numero quippe necesse est stare, quia si usq; ad unitatem perueniret diuisio, esset a de numeris duplis a binario, de quibus non est, de d uerò manifestū est quod & ipse numerat a per hanc cōmunem scientiā. Omnis numerus numerans aliū, numerat omnē numeratū ab illo. Numeret ergo eū secundū e, eritq; e par, alioquin cùm d sit maior impar, sequeretur per 30 a esse imparem. Quia igitur b numerus par numerat a secundum c, qui quoq; est par (est enim binarius) at uerò c numerus par numerat eundem secundum d qui est impar, constat ex diffinitione numerum a esse pariter parē & impariter: quod est propositū.

a .....
b ..... d...
c.. e....

Euclid. ex Zamb. Theorema 34. Propositio 34.

Si numerus neq; à binario fuerit duplus, neq; dimidium imparē habuerit, pariter par est & pariter impar. 34

THEON ex Zamb. Numerus enim α non sit à binario duplus, neq; dimidium habeat imparem. Dico quòd α pariter par est et pariter impar, quod quidem α pariter par est, manifestum est: dimidiū nanq; non habet imparem. Dico iam quòd & pariter impar est. Si enim ipsum α bifariam secuerimus, idq; semper efficientes, in quēdam numerum α desinemus imparem, qui ipsum metietur α per parem numerum. Si autē non desinemus in quendam imparem numerum, qui per parem numerum metiatur ipsū α: ad binariū enim ueniemus, eritq; ipse α ex ijs qui à binario duplicati sunt, quod nō superponitur

α .....

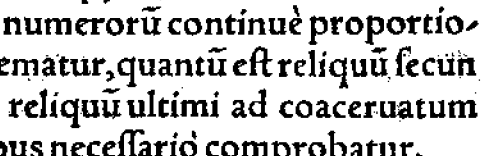
διαφυγόντες μον, incidemus.

ponitur. Quare α pariter impar est, patuit autem quòd & pariter par. Igitur α pariter par est & pariter impar: quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propositio 38.*

38 SI de secũdo atq; ultimo numerorũ continuè proportionalium, æquale primi dematur, quantũ est reliquũ secundi ad primũ, tantũ esse reliquũ ultimi ad coaceruatum ex cunctis præcedentibus necessariò comprobatur.

CAMPANVS. Sint continuè proportionales a b, c d, e f, g h, demanturq; de c d æqualis a b, qui sit c k, & de g h qui sit g l. Dico tunc quòd proportio k d ad a b, est sicut l h ad cõpositũ ex e f, c d, & a b. Sumatur ex g h æqualis e f, qui sit g m, & æqualis c d qui sit g n, eritq; l n æqualis k d. Manifestũ aũt est per 12 septimi, quòd cũ sit g h ad g m sicut g m ad g n, erit h m residuum ad m n residuum, sicut g h ad g m, ideoq; sicut e f ad c d, simili quoque modo erit m n ad l n sicut c d ad a b. Permutatim igitur erit h m ad e f & m n ad c d, sicut n l ad a b: itaque coniuncti, per 13 septimi, erit l h compositus ex h m, m n & l n, ad compositum ex e f, c d & a b: sicut l n ad a b: ideoq; sicut k d ad a b, quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 35.* *Propositio 35.*

35 SI fuerint quotcunq; numeri cõtinuè proportionales, auferantur autem à secundo & ultimo æquales ipsi primo, erit sicut secundi excessus ad primum, sic ultimi excessus ad omnes se præcedentes.

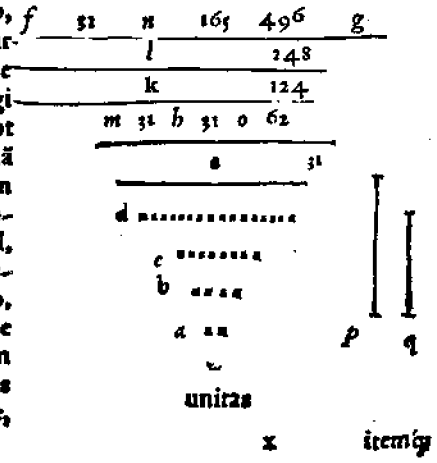
THEON ex Zamb. *Sint quotcunq; numeri continuè proportionales α, ζ, γ, δ, ε, ſ, incipientes ab α minimo, auferaturq; ab ipsis β γ & ε ſ ipsi α æqualis uterq; ipsorum γ, η, ſ, θ. Dico quòd est sicut β, η ad α, sic est θ ε ad α, ζ, γ, δ. Ponatur enim ipsi quidem β, γ, æqualis ſ η, ipsi autẽ δ æqualis ſ λ. Et quoniã ſ η, ipsi γ β est æqualis, quorũ ſ η, ipsi γ η est æqualis: reliquus igitur θ η reliquo η ζ est æqualis. Et quoniã est sicut ε ſ ad δ, sic est δ ad β γ, et γ β ad α: æquus aũt est δ ipsi ſ λ & β γ ipsi ſ η, & α ipsi ſ θ: est igitur sicut ε ſ ad ſ λ sic λ ſ ad ſ η, & η ſ ad ſ θ: diuidendo ergo (per 17 quinti) & sicut ε λ ad λ ſ, sic λ η ad ſ η, & θ η ad η θ. Est igitur & sicut unus antecedentium ad unum sequentium, sic omnes antecedentes ad omnes sequẽtes. Est igitur sicut η θ ad ſ θ, sic ε λ, λ θ, η θ ad ipsos λ ſ, ſ η, ſ θ: æqualis autem est η θ ipsi β η, & ſ θ ipsi α. Ipsi autem ſ λ, ſ η, ſ θ, ipsis δ, β γ, α, est igitur sicut β η ad α, sic ε θ ad δ, β, γ, α. Est igitur sicut secundi excessus ad primum, sic est ultimi excessus ad omnes seipsum præcedentes: quod ostendere oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 39.*

39 VM coaptati fuerint numeri ab unitate cõtinuè dupli, q cõiuncti faciãt numerũ primum, extemus eorũ in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.

CAMPANVS. Sint ab unitate continuè dupli, a, b, c, d, ex eis autem & unitate coaceruatus sit, qui ponatur esse numerus primus, in quẽ e multiplicetur d, & prouenia t f g, dico f g esse numerum perfectum. Sumantur igitur h, k, l, continuè dupli ad e, ut tot sint e, h, k, l, quot sint continuè dupli ad unitatem sumpti, eritq; per æquã proportionalitatẽ l ad e, sicut d ad a: quare per primam partẽ 20 septimi, ex a in l prouenit f g, nam ipse f g prouenit ex d in e. Et quia a est binarius, est f g duplus ad l, sunt igitur e, h, k, l, & f, g, continuè proportionales. Dematur igitur ex h æqualis e, qui sit m h, & residuus h o, qui erit etiam æqualis e, itemq; ex f g dematur eidem e æqualis qui sit f n, eritq; per præmissam n g, quantum aggregatum ex e & h & k & l. Sed & f n cum sit æqualis e, est quantum aggregatum ex a & b & c & d & unitate,



x item q

item ſ̃q totus f g eſt quãtus aggregatus ex omnibus his ſcilicet, a, b, c, d, & unitate, & illis e, h, k, l, de quibus omnibus manifeſtum eſt, quòd numerant eum ſcilicet f g̃. e quidem ſecundum h, & h ſecundum k, quod ex prima parte 20 ſeptimi conuincitur, adiuuãte æqua proportionalitate, ſicubi opus fuerit. Eſt enim ut a ad c, ſic k ad h, & ut d ad b, ſic k ad e, per æquam proportionalitatem, quare & ex c in h, & ex b in k, neceſſe eſt prouenire f g̃, quem dudum produxerat d in e. Si igitur nullus alius ab his numerat f g̃, ipſe erit per diffinitionem numerus perfectus. Quod autem nullus alius eum numeret, pãtet. Si enim hoc poſsibile eſt, ſit p qui numeret eum ſecundum q, eritq; per 33 ſeptimi, ut e numeret alterum eorum, ponatur que quòd numeret p. Et quia per ſecundam partem 20 ſeptimi, eſt q ad d ſicut e ad p, ſequitur ut q numeret d, quare cum a qui ſequitur unitatem ſit primus (eſt enim binarius) erit q per 13 huius, aut a aut b aut c, quicunque autẽ horum fuerit, erit p, aut l, aut k, aut h, ſi enim q fuerit a, conſtat quòd p erit l: quòd ſi fuerit b, p erit k, ſi autem c, p quoque erit h: non eſt igitur p diuerſus ab illis ut fuerat poſitum, relinquitur ergo quòd f g̃ ſit numerus perfectus, quod erat demonſtrandum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 36.* *Propoſitio 36.*

Si ab unitate quotcunq; numeri cõtinuè expoſiti fuerint in dupli ci proportione, quoad totus compoſitus primus fuerit, & totus in ultimum multiplicatus aliquem fecerit: qui gignitur, perfectus erit. 36

THEON ex Zamb. *Ab unitate ſiquidem exponantur quotcunq; numeri continuè duplici poportione, quoad totus compoſitus primus ſit α, β, γ, δ, & toti æquus eſto ε, & ε ipſum δ multiplicans, ipſum efficiat ζ, ν. Dico quòd ζ ν perfectus eſt. Quot enim ſunt multitudine ipſi α, β, γ, δ, totidem ab ε accipiãtur in duplici proportione, hoc eſt ε, θ, ν, λ, μ. Ex æquali igitur (per 13 ſeptimi) eſt ſicut α ad δ, ſic eſt ε ad μ. Igitur qui ex ε, δ, ei eſt æquus qui ex α, μ, eſtq; qui ex ε, δ, ipſe ζ ν. Igitur qui ex α, μ, ipſi ζ ν eſt æqualis. Igitur α ipſum μ multiplicatus, ipſum effecit ζ ν: igitur μ ipſum ζ ν metitur per eas quæ in α ſunt unitates. Eſt autem binarius α, duplus ergo eſt ζ ν ipſius μ. Sunt autem & μ, λ, θ, ν, cõtinuè duplices adinuicem, igitur ε, θ, ν, λ, μ, ζ, ν, continuè ſunt proportionales in duplici proportione. Auferatur iam à ſecundo ν θ, & ultimo ζ ν, ipſi ε primò æqualis uterq; ipſorum θ ν & ζ ξ: igitur (per præcedentem) ſicut ſecundi numeri exceſſus ad primũ: ſic ultimi exceſſus ad omnes ſeipſum præcedentes, eſt igitur ſicut ν λ ad ε, ſic eſt ξ ν ad ipſos μ, λ, ν, θ, ε. At eſt ν ν ipſi ε æquus, & ξ ν: igitur ipſis μ, λ, θ, ν, ε, eſt æquus. Eſt autem et ξ ζ ipſi ε æqualis, at ε ipſis α, β, γ, δ, et unitati. Totus igitur ζ ν æquus eſt & ipſis ε, θ, ν, λ, μ, & ipſis α, β, γ, δ, & unitati, et ſub eorũ dimẽſionem cadit. Dico quòd ipſum ζ ν nullus alius metitur, præter ipſos α, unit. α, β, γ, δ, ε, θ, ν, λ, μ, & unitatẽ. Si enim poſsibile metiatur ipſum ζ ν ipſe ο, & ο nulli ipſorũ α, β, γ, δ, ε, θ, ν, λ, μ, eſto idem, & quoties ο ipſum ζ ν metitur, tot unitates ſint in π. Igitur ο ipſum π multiplicans ipſum fecit ζ ν. Sed & ε ipſum δ multiplicãs, ipſum effecit ξ ν: eſt igitur (per 19 ſeptimi) ſicut ε ad ο, ſic π ad δ: uicißim igitur (per 9 ſeptimi) ſicut ε ad π, ſic ε ad δ. Et quoniã ab unitate continuè proportionales ſunt ipſi α, β, γ, δ, qui uerò poſt unitatẽ α primus eſt, igitur δ nullus alius numerus metitur præter α, β, γ (per 13 noni) Supponitur quæ nulli ipſorũ α, β, γ, ipſe ο idẽ: igitur ipſum δ ipſe ο nõ metitur. Sed ſicut ο ad δ, ſic ε ad π, neq; ε igitur ipſum π metitur, eſtq; ε primus, omnis autẽ primus numerus ad omnem quẽ non metitur primus eſt (per 31 ſeptimi) igitur ipſi ε, π, primi ſunt inuicem, primi autem & minimi, minimi uerò metiuntur eandẽ rationẽ habentes æqualiter (per 22 ſeptimi) antecedens antecedẽtem, & ſequens ſequentem. Eſtq; ſicut ε ad ϖ, ſic ο ad δ, æquè igitur ε ipſum ο metitur, & π ipſum δ. Sed δ nullus alius metitur præter α, β, γ, igitur π uni ipſorum α, β, γ, eſt idem. Sit π ipſi β idem, & quot ſunt ipſi β, γ, δ, multitudine, totidẽ aſſumãtur ab ipſo ε ipſi ε, θ, ν, λ: ſunt autẽ ipſi ε, θ, ν, λ, ipſis β, γ, δ, in eadẽ rationẽ, ex æquali ergo per 25, eſt ſicut β ad δ, ſic ε ad λ: igitur qui ex β, λ, ei qui ex δ, ε, eſt æqualis. Sed qui ex δ, ε, ei qui ex ϖ ε, eſt æqualis, & qui ex π ο, igitur ei qui ex β λ eſt æqualis. Eſt igitur ſicut π ad β, ſic λ ad ο, eſtq; π ipſi β idem, & λ igitur ipſi ο eſt idẽ: quod eſt impoſsibile. Nam ο nulli expoſitorũ ſupponitur idem: igitur ipſum ζ ν aliquis numerus non metitur præter α, β, γ, δ, ε, θ, ν, λ, μ, & unitatem, & oſtenſum eſt quòd ζ ν ipſis α, β, γ, δ, ε, θ, ν, λ, μ, & unitati eſt æqualis: perfectus autem numerus eſt (per diffinitionem) qui ſuis partibus eſt æqualis, perfectus igitur eſt ζ ν: quod oſtendere oportuit.*



NONI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM *Liber decimus.*

Ex Campano. *Diffinitiones.*



VAntitates quibus fuerit una quantitas communis eas numerans, dicẽtur cõmunicantes. 2 Quibus uerò non fuerit una cõmunis quãtitas eas numerans, dicentur incõmensurabiles. 3 Lineæ in potentia communicantes dicuntur, quarũ superficies quadratas una communis superficies numerat. 4 Lineæ incommensurabiles in potentia dicuntur, quarũ superficies quadratas non numerat una communis superficies. Quæ cum ita sint, manifestum est quia omni lineæ positæ, multę aliæ sunt incommensurabiles: quædam in longitudine tantum, quædam in longitudine & potentia. 5 Omnis autem linea cum qua ratiocinamur posita, uocetur rationalis. 6 Lineæq́; ei communicantes, dicuntur rationales. 7 Eidem autem incõmunicantes, dicuntur irrationales siue surdę. 8 Omnis uerò quadrata superficies, de qua per hypothesin ratiocinamur, dicitur rationalis. 9 Superficies uerò ei cõmunicantes, dicuntur rationales. 10 Eidem autem incommensurabiles superficies, dicuntur irrationales, siue surdæ. 11 Latera uerò quæ in illas quadratas possunt, dicuntur irrationalia.

Euclid. ex Zamb. *Diffinitiones.*



OMmensurabiles magnitudines dicũtur, quas eadẽ mensura dimetietur. 2 Incõmensurabiles autẽ, quæ sub nullius cõmunis mẽsuræ dimensionẽ cadunt. 3 Rectæ lineę potentia cõmensurabiles sunt, quando quæ ab ipsis quadrata, eadem area dimetitur. 4 Incõmensurabiles autẽ, quãdo nulla area cõmunis mensura esse potest eorũ quæ ex ipsis sunt quadratorum. His expositis indicatur, quòd proposita recta linea, hoc est à qua & cubitales, & palmi, & digitales, ac pedales sumuntur mẽsurę, ipsi sunt rectæ lineæ multitudine infinitæ cõmensurabiles & incommẽsurabiles. 5 Cõmensurabiles quidẽ, aut potentia tantũ, aut potẽtia & longitudine simul: incõmensurabiles uerò, aut longitudine tantum, aut longitudine & potentia simul. 6 Vocatur igitur ipsa quidem proposita recta linea, rationalis. 7 Et quæ huic cõmensurabiles siue longitudine & potentia, siue potentia tãtum, rationales.

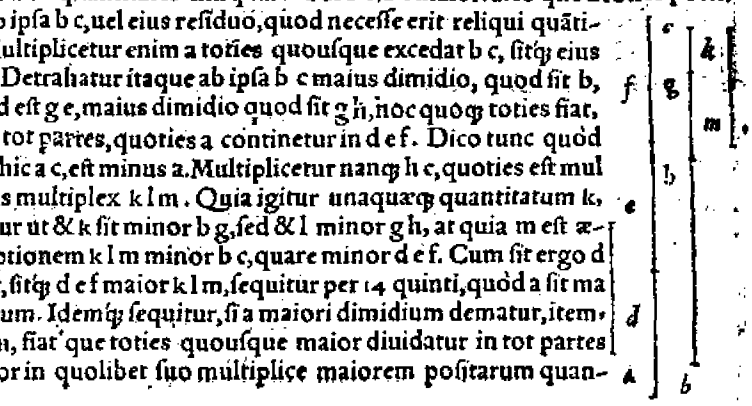
8 Quæ autem incommensurabiles per utruncq́, hoc est longitudine & potentia, irrationales appellantur. 9 Et quod quidem à proposita recta linea quadratum, rationale. 10 Et quæ huic commen

surabilia, irrationalia. 11 Et quæ huic incommensurabilia, irrationalia dicuntur. 12 Et ipsorum (si quadrata fuerint) latera, sin autem alia quæpiam rectilinea, ipsa potentes æqualiaq; ipsis quadrata describentes, irrationales uocentur.

Euclid. ex Camp. *Propositio* 1.

SI duabus quãtitatibus inæqualibus propositis maius dimidio à maiori detrahat, itẽq; de reliquo maius dimidio dematur, deinceps quoq; eodẽ modo, necesse est ut tandem minore positarum, minor quantitas relinquatur. 1

CAMPANVS. Sint duæ quantitates inæquales a & b c, b c maior: dico quòd toties potest maius dimidio detrahi ab ipsa b c, uel eius residuo, quod necesse erit reliqui quãtitatem minorem esse a. Multiplicetur enim a toties quousque excedat b c, sitq; eius multiplex d e f maius b c. Detrahatur itaque ab ipsa b c maius dimidio, quod sit b, d. Itemq; ex residuo quod est g e, maius dimidio quod sit g h, hoc quoq; toties fiat, quousque b c diuisa sit in tot partes, quoties a continetur in d e f. Dico tunc quòd ultimum residuum ut est hic a c, est minus a. Multiplicetur nanq; h c, quoties est multiplicata a in d e f, sitq; eius multiplex k l m. Quia igitur unaquæq; quantitatum k, l, m, est æqualis h c, sequitur ut & k sit minor b g, sed & l minor g h, at quia m est æqualis h c, erit per conceptionem k l m minor b c, quare minor d e f. Cum sit ergo d e f ad a sicut k l m ad h c, sitq; d e f maior k l m, sequitur per 14 quinti, quòd a sit maior h c, quod est propositum. Idemq; sequitur, si a maiori dimidium dematur, itemque de reliquo dimidium, fiatque toties quousque maior diuidatur in tot partes quoties continetur minor in quolibet suo multiplice maiorem positarum quantumlibet excedente.



CAMPANI *additio.* Attendere autem oportet, quòd huic propositioni uidetur decimaquinta tertij contradicere, proponens angulum contingentiæ minorem fore quolibet angulo à duabus lineis rectis contento. Posito enim angulo quolibet rectilineo, si ab ipso maius dimidio dematur, itemq; de residuo maius dimidio, necesse uidetur hoc toties posse fieri, quousque angulus rectilineus, minor angulo contingentiæ relinquatur, cuius oppositum 15 tertij syllogisat. Sed hi non sunt uniuocè anguli, non enim eiusdem sunt generis simpliciter curuũ & rectum. At uerò nec angulum contingentiæ toties contingit sumi, ut qualemcunque rectilineum excedat, quod necessarium est (ut ex præhabita demonstratione patet) ad hoc ut consequens ex antecedẽte sequatur. Planum ergo est etiam, quemlibet angulum rectilineum, infinitis angulis contingentiæ esse maiorem.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 1. *Propositio* 1.

Duabus magnitudinibus inæqualibus expositis, si à maiore auferatur maius quàm dimidium, & eius quod relictum est maius quàm dimidium, idq; semper fiet, relinquetur quædam magnitudo minor minore magnitudine exposita. 1



THEON *ex Zamb.* *Sint binæ magnitudines inæquales* α, β, *quarum maior sit* α β. *Dico quòd si ab ipsa* α β, *auferatur maius quàm dimidium, & reliqui maius quàm dimidium, & hoc semper fiat, relinquetur quædam magnitudo minor minore magnitudine exposita* γ. *Et quoniam minor est* γ, *igitur* γ *multiplicata, maior tandẽ erit quàm* α β, *multiplicetur, & esto* δ ε *ipsius quidem* γ *multiplex, maior autem quàm* α β. *Diuidaturq;* δ ε *in æquales ipsi* γ, *hoc est* δ ζ, ζ ν, ν ε. *Auferaturq; ab ipsa* α β *maius quàm dimidium* β θ, *& ab ipsa* α θ *maius quàm dimidium, hoc est* θ κ: *& hoc fiat semper, quoad quæ in* α β *sunt diuisiones æquales sint multitudine eis quæ in ipso* δ ε *sunt diuisionibus, sintq; igitur* α κ, κ θ, *& θ* β, *diuisiones æquales existentes multitudine ipsi* θ δ ζ, ζ ν, *& ν* ε. *Et quoniam maior est* δ ε, *quàm* α β, *ablatũq; est ab ipsa* δ ε *minus quàm dimidium, hoc est* ε ν, *ab ipsa autem* α β *maius quàm dimidium* β θ: *reliquum igitur* γ δ *reliquo* θ α *maius est. Et quoniam maius est* ν δ *quàm* θ α, *ablatumq; ab ipsa* ν δ *dimidium hoc est* ν δ, *ex ipsa autem* α θ *maius dimidio, hoc est* ν ν: *reliquum igitur* δ ζ *reliquo* α ν

maius

maius est. Aequale autẽ est δ ſ ipſi γ, & γ igitur ipſo α κ maius est: minus igitur est α κ ipſo γ. Relinquitur igitur ex α β, magnitudine ipſa α κ magnitudo, minor existens minore expoſita magnitudine γ: quod opor tuit demonſtraſſe. Similiter quoque oſtendetur, ſi dimidia ſublata fuerint.

ALITER *idem oſtendere. Conſtent binæ magnitudines inæquales α, β, γ. Sit autem γ minor. Et quoniã minor est γ, igitur γ multiplicata, maior erit tãdẽ quàm α, β, multiplicetur & eſto ſ μ ipſius γ multiplex. Diuidatuŕq; ſ μ, in ipſi γ æqualia, hoc eſt μ θ, θ κ, κ ſ, et ab δ ipſa α β auferatur maius quàm dimidiũ β ε, & ex ipſa ε α maius quàm dimidiũ, hoc eſt ε δ, et hoc fiat quoad quæ in ipſa ſ μ diuiſiones æquales fiãt ipſis quæ ſunt in α β diuiſionibus, fiant autẽ ſicut β ε, ε δ, & δ α. Et ipſi δ α unaquæq; ipſarũ κ λ, λ ν, & ν ξ eſto æqualis, & hoc fiat quoad diuiſiones quæ ſunt in κ ξ fiãt æquales eis quæ ſunt in μ ſ. Et quoniã β ε, maior eſt quàm dimidiũ ipſius α β, ipſa β ε maior eſt quàm ε α, multo maior igitur eſt β ε quàm δ α. Sed ipſi δ α æqualis eſt κ λ: igitur β ε maior eſt quàm ν ξ. Rursius quoniã δ ε maior eſt quàm dimidiũ ipſius ε α, ipſa igitur δ ε maior eſt quàm δ α, ſed ipſa δ α æqualis eſt ipſi λ ν: igitur ipſa δ ε maior eſt quàm λ ν. Tota igitur δ β maior eſt quàm ξ λ. Sed ipſa δ α æqualis eſt ipſi ν ξ. Tota igitur α β maior eſt quàm κ ξ. Sed ipſa μ ſ maior eſt quàm β α, multo maior igitur eſt μ ſ quàm κ ξ. Et quoniã ξ ν, ν λ, & λ κ ſibi inuicẽ ſunt æquales, & μ θ, θ κ, & κ ſ ſibi inuicẽ ſunt æquales, & æqualis eſt multitudo ipſarũ quæ in μ ſ, multitudini ipſarũ quæ in κ ξ: eſt igitur ſicut κ λ ad ſ κ, ſic λ ν ad κ θ, & ν ξ ad θ μ: igitur (per 22 quinti) ſicut κ λ ad ſ κ, ſic ξ κ ad ſ μ. Maior aũt eſt ſ μ quàm κ ξ, maior igitur eſt & ſ κ quàm λ κ. at ſ κ æqualis eſt ipſi κ λ, ipſi α δ. Igitur γ maior eſt quàm α δ: quod oportuit demõſtrare.*

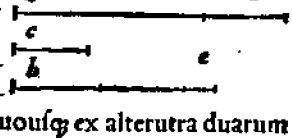


Euclid. ex Camp. Propoſitio 2.



SI fuerint duæ quãtitates inęquales, detrahaturq; à maiori ęquale minori, donec minus eo ſuperſit, ac deinde à minori ipſius reliqui æquale demaũ, donec minus eo relinquatur: denuò quoq; reliquo primo ęquale reliqui ſecũdi donec minus eo ſuperſit, auferaũ & in huiuſmodi cõtinua detractione nullum reliquum quod antè relictum numeret, inueniatur: eas duas quantitates incommenſurabiles eſſe, neceſſe eſt.

CAMPANVS. *Simile huic propoſuit prima ſeptimi in numeris. Sint duę quãtitates inęquales a & b maior a, quibus (ſi fiat reciproca quoad poteſt detractio) nõ occurrat (etiam ſi infinities fiat) aliqua quantitas detractione impediens, ſiue ante relictum numerans, dico eas incõmenſurabiles eſſe. Si autem ſint commenſurabiles, ſit cõmunis earum mẽſura c. Detrahatur igitur b ex a quoties poteſt, ſitq; reſiduũ d, quod reſiduũ detrahatur ex b, quoties poteſt, & ſit reſiduũ e. Fiatq; toties iſta detractio, quouſq; ex alterutra duarum quantitatũ a & b remaneat minus c, hoc enim neceſſe eſt eſſe poſsibile per pręcedentẽ, ſitq; hic e minus c. Cum igitur c mẽſuret b detractã ab a, & etiã a menſurabit per conceptionẽ, d reſiduum: ideoq; cum menſuret d detractum ab ipſo b, & etiam ipſum b menſurabit e reſiduum, ſed erat e minus c: maior ergo quantitas menſurat minorem, quod eſt impoſsibile.*



Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

2 SI duabus magnitudinibus inæqualibus expoſitis, ſublata ſemper minore à maiore reliqua minimè metiatur præcedẽtem, incommenſurabiles erunt ipſæ magnitudines.

THEON *ex Zamb. Duabus enim magnitudinibus inæqualibus existẽtibus α, β, γ, δ, & existente minore ipſa α β, ſublata ſemper minore ipſa α β, à maiore γ δ, reliqua nequaquã metiatur præcedentem. Dico quòd incommenſurabiles ſunt ipſæ α β, γ δ, magnitudines. Si enim ſunt cõmenſurabiles metietur (per 2 diffinitionem decimi) eas aliqua magnitudo metiatur ſi poſsibile eſt, & eſto ε & α β ipſam δ ſ metiens, relinquat ſeipſa minorem γ ſ. At γ ſ ipſam β κ metiens (per 1 decimi) relinquat ſeipſa minorem α ν, & hoc ſemper fiat, quoad ſumpta fuerit quædã magnitudo quæ ſit minor quàm ε: fiat, & (per præcedentẽ) ſumatur α κ minor quàm ε: Quoniã igitur ε ipſam α β metitur, ſed α β ipſam δ β metitur. Igitur ε ipſam δ ſ metietur, metitur aũt & totã γ δ, igitur & reliquã γ ſ metietur. Sed γ ſ ipſum β κ metitur, & ε igitur ipſam β κ metitur: metitur autẽ & totam α β, & reliquũ igitur α κ metietur, maior minorẽ, quod eſt*



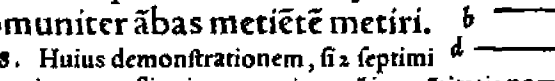
impoßibile. Ipſas igitur α β, γ Δ, nulla metietur magnitudo. Incommenſurabiles igitur ſunt ipſæ α β, γ Δ. Si binæ igitur magnitudines inæquales exponantur, auferaturq; ſemper à maiore minor, & reliqua tamen præcedentem non metiatur, ipſæ magnitudines erunt incommenſurabiles: quod oportuit demonſtrare.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 3.

PRopoſitis duabus quãtitatibus inæqualibus communicantib. maximã quãtitatẽ cõmuniter eas numerantẽ inuenire. 3

CORRELARIVM.

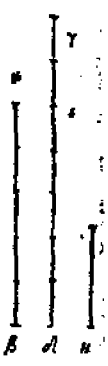
Ex hoc itaq; manifeſtũ eſt, quæ duas metiẽ quãtitates, maximã quoq; cõmuniter ãbas metiẽtẽ metiri.



CAMPANVS. Huius demonſtrationem, ſi 2 ſeptimi nõ ignoras, nõ potes ignorare. Si enim numeri nomẽ in quãtitatis nomẽ cõuertas, idẽ, prſus hic & illic efficies, proceſſus enim utrobiq; idẽ erit. Euclid. ex Zamb. Probl. 1. Propoſitio 3.

Duabus magnitudinibus commẽſuralibus datis, maximam earum communem inuenire menſuram. 3

THEON ex Zamb. *Sint datæ binæ magnitudines cõmenſurabiles α, β, & γ, Δ, quarũ minor ſit α β, oportet iã ipſarũ α β, et γ, Δ, maximã cõmunẽ inuenire menſurã. Igitur α β aut metitur ipſam γ Δ, aut non. Si enim metitur, metitur autẽ & ſeipſam, igitur α β, ipſarũ α β & γ Δ cõmunis eſt dimenſio. Et manifeſtum eſt quòd & maxima, maior nanq; ipſa α β magnitudine, ipſam α β non metietur. Non metiatur autem α β, ipſam γ Δ. Sublata igitur ſemper minore à maiori, id quod relinquitur metietur quandoq; præcedentem, eò quia ipſæ α β, γ Δ ſunt cõmenſurabiles, & α β ipſam ε Δ metiens relinquat ſeipſa minorem ε γ: at ε γ ipſam ζ β metiens, relinquat ſe ipſa minorem, hoc eſt ζ α, at ζ α ipſam γ ε metiatur. Quoniam igitur α ζ ipſam γ ε metitur, ſed γ ε ipſam ζ β metitur, & α ζ igitur ipſam ζ β metietur. Metitur autem & ſeipſam, & totam igitur α β metietur ipſa α ζ. Sed α β ipſam Δ ε metitur, igitur α ζ ipſam ε Δ metietur, metitur autem & γ ε, & totam igitur γ Δ metitur. Igitur α ζ ipſas α ϛ & γ Δ metietur: igitur α ζ ipſarum α β & γ Δ communis eſt dimenſio. Aio quoq; quòd & maxima, ſi enim non erit aliqua magnitudo maior ipſa α ζ, quæ ipſas α ϛ & γ Δ metietur, ſitq; inquam η. Quoniam igitur η ipſam α β metitur, ſed α β ipſam ε Δ metietur. Metitur autẽ & tota γ Δ, & reliquam igitur γ ε metietur ipſa η. Sed γ ε ipſam ζ β metitur & η ipſum ζ β metietur, metitur aũt & totã α β, & reliquã igitur α ζ metietur, maior minorẽ, quod eſt impoßibile. Igitur maior aliqua magnitudo ipſa α ζ ipſas α β & γ Δ magnitudines non metietur. Igitur α ζ ipſarum α β & γ Δ maxima communis dimenſio eſt. Duabus igitur magnitudinibus cõmenſurabilibus datis α ζ & γ Δ, maxima cõmunis dimẽſio inuenta eſt α ζ, quod feciſſe oportuit.*



CORRELARIVM.

Ex hoc manifeſtũ eſt, quòd ſi magnitudo binas magnitudines menſa fuerit, & maximã earũ cõmunem dimenſionem metietur. Euclid. ex Camp. Propoſitio 4.

PRopoſitis tribus quantitatibus communicantibus, maximam eas communiter numerantem inuenire. 4

CAMPANVS. Hæc ex tertia ſeptimi, ſic patet, ſicut præmiſſa ex ſecunda: ſimulq; correlarium ex hac deduces, ut illic ex ſecunda deductum eſt.

Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 4.

Tribus magnitudinibus commenſurabilibus datis, maximam earum communem menſuram inuenire. 4

THEON ex Zamb. *Sint datæ tres magnitudines commenſurabiles α, β, γ, oportet iam ipſarũ α, β, γ, maximã cõmunẽ menſuram inuenire. Sumatur enim (per 3 decimi) ipſarũ duarum α, β, maxima cõmunis menſura. ſitq; illa Δ. Igitur Δ ipſam γ aut metitur, aut non metitur, metiatur primum. Quoniã igitur Δ ipſum γ metitur, metitur autẽ & ipſas α ϛ, igitur Δ ipſas α, β, γ, metitur. Igitur Δ ipſarũ α, β, γ, cõmunis dimenſio eſt. Et manifeſtum quòd maxima, maior nãq; quàm Δ magnitudo, ipſas α, β, γ, non metietur. Si enim poßibile, metiatur ipſas α, β, γ, magnitudine Δ maior ipſa ε. Et quoniã ε ipſas α, β, γ, metitur, metitur & ipſas α, β, & ipſarũ igitur α β maximã cõmunẽ mẽſurã metietur, hoc eſt ipſam Δ, maior uidelicet minorẽ, quod eſt impoßibile. Non metiatur iam Δ ipſam γ, dico quòd cõmenſurabiles ſunt ipſæ α β γ Δ. Quoniam enim commenſurabiles ſunt ipſæ α, β, γ, metietur eas aliqua magnitudo, quæ uidelicet & ipſas α, β, metietur, quare & ipſarum α, β, maximam communem menſuram Δ, metietur (per correlarium præce-*



præcedentis) metitur autem & γ, quare dicta aliqua magnitudo metietur ipsas γ, Δ. Commensurabiles igitur sunt ipsæ γ, Δ. Sumatur (per 3 decimi) earum communis maxima dimensio, sitq; ε. Quoniam igitur ε ipsam Δ metitur, sed Δ ipsas α, β, metitur, & ε igitur α, β, metitur, metitur autem & γ. Igitur ε, ipsarũ α, β, γ, communis est mẽsura. Dico quòd & maxima. Si enim possibile, sit magnitudo ζ, minor quàm ε, metiaturq; ipsas α β γ. Et quoniam ζ ipsas α, β, γ, metitur, metitur & ipsas α, β: et ipsarum igitur α (per præcedens correlarium) maximã cõmunẽ mensuram metietur. At ipsarũ α, β, maxima cõmunis mensura est Δ. Igitur ζ ipsum Δ metitur, metitur autem et γ, igitur ζ ipsas γ Δ metitur, & ipsarum ergo γ, Δ, maximam cõmunem mensuram (per præcedens correlarium) metietur ζ, maxima uerò communis mensura ipsarum γ Δ, est ε, igitur ζ ipsam ε metitur maior minorem, quod est impossibile. Ipsa igitur magnitudine ε maior aliqua magnitudo, ipsas α, β, γ, nõ metitur. Igitur ε, ipsarũ α, β, γ, maxima cõmunis est dimẽsio, si nõ metiatur Δ ipsã γ. Si aũt metiatur, ipsa est Δ. Trib. igitur magnitudinib. cõmensurabilib. datis, maxima cõmunis earũ dimẽsio inuẽta est, quod facere oportebat.

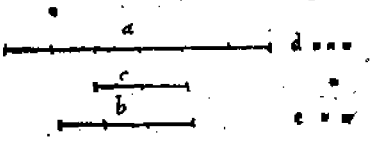


CORRELARIVM. Ex hoc proinde manifestũ est, q; si magnitudo tres magnitudines mensæ fuerit, & maximam quoq; earum cõmunem dimensionem metietur. Similiterq; & in pluribus & communis maxima mensura, & subinde correlarium, inuenietur. Euclid. ex Camp. Propositio 5.

5 

Mnium duarum quantitatum communicantium est proportio, tanquam numeri ad numerum.

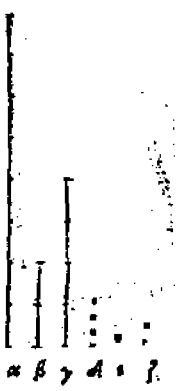
CAMPANVS. Sint duæ quantitates a & b, communicantes. Dico quòd earũ proportio est sicut alicuius numeri ad alium numerum. Sit enim c maxima quantitas communiter mensurans a & b reperta, ut docet secunda huius, quæ mensuret a secundum numerum d, & b secundum numerum e, eritq; a ad c ut d ad unitatem, eo quòd sicut a est multiplex c, ita d est multiplex unitatis ac c ad b, ut unitas ad e: quoniam sicut c est submultiplex b, ita unitas est submultiplex e, igitur per æquã proportionalitatẽ a ad b, ut d ad e, quod est propositũ.



Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 5.

6 Commensurabiles magnitudines, adinuicem rationem habent quam numerus ad numerum.

THEON ex Zamb. Sint commensurabiles magnitudines α ζ. Dico quòd α ad β rationem habet, quã numerus ad numerũ. Quoniã enim commensurabiles sunt α ζ, metietur eas aliqua magnitudo, metiatur & esto γ. Et quoties γ ipsam α metitur, tot unitates sint in Δ, quoties aũt γ ipsum β metitur, tot unitates sint in ε. Quoniam igitur γ ipsum α metitur per eas quæ in Δ sunt unitates, & unitas metitur ipsum Δ per eas quæ in ipso sunt unitates, æquè igitur unitas ipsum Δ metitur numerum, & γ magnitudo ipsam α, est igitur sicut γ ad α, sic est unitas ad Δ, contra igitur (per correlarium 4 quinti) sic ut α ad γ, sic Δ ad unitatem. Rursus quoniam γ ipsum β metitur per eas quæ in ε sunt unitates, metitur autem et unitas ipsum ε per eas quæ in eo sunt unitates, æquè igitur unitas ipsum ε metitur, & γ ipsum ζ. Est igitur (per idem) sicut γ ad β, sic est unitas ad ε. Patuit autem quòd & sicut α ad γ, sic Δ ad unitatem, ex æquali igitur (per 22 quinti) est, sicut α ad β, sic est Δ numerus ad ε numerum. Commensurabiles igitur magnitudines α β, adinuicem rationem habent, quam numerus Δ ad numerum ε; quod oportebat demonstrare.

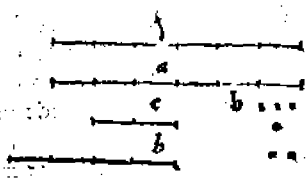


Euclid. ex Camp. Propositio 6.

6 

Si fuerint duæ quantitates quarũ sit proportio unius ad alterã tãq; numeri ad numerũ, eas duas cõmunicãtes esse necesse est.

CAMPANVS. Hæc est cõuersa prioris, ut si sit a ad b sicut numerus e ad numerũ d, erũt duæ quãtitates a & b cõmunicantes. Sit enim e toties mensurãs b, quoties est unitas in d, & toties mensurãs f, quoties unitas in c. Cũ sit igitur f ad e ut c ad unitatẽ, ac e ad b ut unitas ad d, erit per æquam proportionalitatem f ad b ut c ad d, quare etiam ut a ad b. Igitur per primam partem 9 quinti, f est æqualis a. Cùm itaq; e mensuret f, per cõceptionem mensurabit a: igitur a & b communicantes, mensurabat enim & b: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 6.

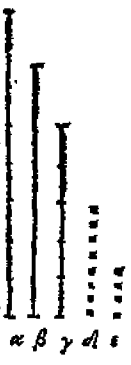
6 Si binæ magnitudines adinuicem rationẽ habuerint quam nume

rus ad numerum, commensurabiles erunt ipsæ magnitudines.

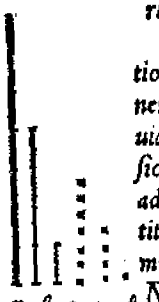
THEON ex Zamb. Binæ enim magnitudines α, β, adinuicem rationẽ habeant, quam numerus δ ad numerum ε. Dico quòd commensurabiles sunt ipsæ α, β, magnitudines. Quot enim sunt in ipso β unitates, in tot æquales diuidatur (per 9 sexti) ipsa α & uni earum æqualis esto γ. Quot autem unitates sunt in ε, ex tot idem magnitudines ipsi γ æqualibus componatur ζ. Quoniã igitur quot sunt unitates in ipsa δ, tot magnitudines sunt & in ipsa α æquales ipsi γ: qualis igitur pars est ι, unitas ipsius δ, talis pars est & γ ipsius α: est igitur sicut γ ad α, sic ι unitas ad ipsum δ. Metitur autem ι unitas ipsum δ numerum, metitur igitur & γ ipsum α. Et quoniã est sicut γ ad α, sic est ι unitas ad numerum δ: & contra (per correlarium 4 quinti) sicut est α ad γ, sic est δ numerus ad ι unitatem. Rursus quoniam quot unitates sunt in ε, tot sunt & in ipsa ζ æquales magnitudines ipsi γ: est igitur sicut γ ad ζ, sic ι unitas ad ζ numerum. Patuit autem et sicut α ad γ, sic est δ ad unitatem ι. Ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut α ad ζ, sic est δ ad ε. Sed sicut δ ad ε, sic est α ad β. Igitur (per 11 quinti) et sicut α ad ζ sic est & α ad ζ. Igitur α ad utranq; ipsarum ζ, β, eandem habet rationem, æqualis (per 9 quinti) igitur est β ipsi ζ, metitur autem γ ipsam ζ, metitur igitur & β, sed & ipsam α. Igitur γ ipsas α, β, metitur. Commensurabilis igitur est α ipsi β. Si binæ igitur magnitudines adinuicem rationem habuerint, quam numerus ad numerum, commensurabiles sunt ipsæ magnitudines: quod erat ostendendum.



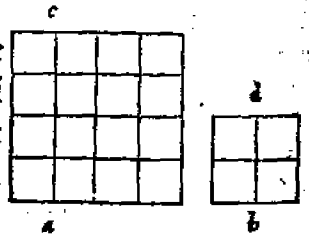
CORRELARIVM. Ex hoc proinde manifestum est, si fuerint bini numeri δ, ε, & recta linea sicut α, quod datur & factu est possibile sicut numerus ad numerum sic recta linea ad rectam lineam. Si autem ut ipsarum α, ζ, media proportionalis sumpta fuerit, sicut β, erit sicut α ad ζ, sic quod ex ipsa α ad id quod ex ipsa β, hoc est sicut prima α ad tertiam ζ, sic quòd α prima ad id quod ex secunda simile similiterq; descriptam (per correlarium 19 sexti) Sed sicut α ad ζ, sic est δ numerus ad ε numerum: fit igitur sicut δ numerus ad ε numerum, sic quòd ex α recta linea ad id quod ex β recta linea.



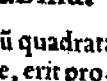
ALITER. Idem ostendere. Binæ enim magnitudines α, β, adinuicẽ rationem habeant, quam numerus γ ad numerum δ: dico quòd ipsæ magnitudines sunt cõmensurabiles. Quot enim sunt in ipso γ unitates, in tot æqualia diuidatur α, & uni earũ æqualis esto ε. Est igitur sicut unitas ad γ numerum, sic est ε ad α, est aũt & sicut γ ad δ, sic α ad β: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut unitas ad ipsum δ numerũ, sic est ε ad β, metitur autẽ unitas ipsum δ: metitur igitur ε ipsum β, metitur aũt & α, quoniã unitas ipsum ε. Igitur ε utranq; ipsarũ α, β, metitur. Ipsæ igitur α, β, cõmensurabiles sunt, & ε ipsarũ cõmunis est dimensio. Euclid. ex Camp. Propos. 6.



OMniũ duarũ superficierũ quadratarũ, quarum latera in lõ- 6
gitudine cõmunicant, est proportio unius ad alterã, tanq; numeri quadrati ad numerũ quadratũ. Si uerò fuerit proportio superficiei quadratæ ad superficiẽ quadratã, tanq; proportio numeri quadrati ad numerũ quadratũ, erũt latera earũ in lõgitudine cõmunicãtia. Quod si fuerit proportio superficiei quadratæ ad superficiẽ quadratã, nõ uelut numeri quadrati ad numerũ quadratũ, latera earum erũt in longitudine incõmensurabilia.

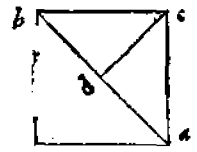


CAMPANVS. Sint a & b duæ lineæ quadratæ, quarũ quadrata sint c & d. Dico quòd si a & b cõmunicant in longitudine, erit proportio c ad d, sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ, & econuerso. Si aũt proportio c ad nõ sit sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ, a & b erũt incõmensurabiles in lõgitudine, & ecõuerso. Verumtamẽ istud argumẽtũ quartum non proponit. Primum pater sic. Si a & b communicant in lõgitudine, ipsæ per 5 erũt in proportione duorũ numerorũ qui sint e & f, quorũ quadrati sint g & h. Quia ergo est c ad d, sicut a ad b, proportio duplicata per 18 sexti, sequitur ut sit etiã c ad d c, sicut d etiã ad f, duplicata, sed etiam, per 11 octaui, g ad h, ut e ad f duplicata: ergo c ad d, sicut



ſicut g ad h, quod eſt primum. Secundum ſic. Sit c ad d, ſicut g numerus quadratus ad h numerũ quadratum, dico quòd a & b erunt in longitudine communicantes. Cùm enim ſit c ad d, ut a ad b, duplicata per 18 ſexti, & g ad h, per 11 octaui ut e ad f ad g duplicata, quare & ſimpla a ad b, ſicut ſimpla e ad f, per 6 igitur ſunt a & b communicantes, quod eſt ſecundum. Tertium uerò patet ex primo à deſtructione conſequẽtis. Similiter quartũ patet ex ſecũdo, à deſtructione cõſequentis.

CAMPANI *additio.* Ex tertia parte huius, nota diametrum eſſe incommenſurabilem coſtæ. Cum enim ſit quadratum diametri duplum quadrato coſtæ, dupla uerò proportio non ſit ſicut numerorum quadratorum, ſequitur diametrum eſſe incommenſurabilem coſtæ in longitudine. Alioqui cùm quaternarius ſit numerus quadratus, eſſent omnes pariter pares, quadrati, etiam alij infiniti, qui non ſunt quadrati. Ducit autem Ariſtoteles ad iſtud inconueniens, ſi diameter ponatur commenſurabilis coſtæ, quòd impar numerus erit æqualis pari, quod ſic patet. Sit enim diameter a b cõmenſurabilis lateri a c, erit que per 5 a b ad a c, ſicut aliquis numerus ad aliũ. Sint ergo hi numeri e & f, qui ſint minimi in ſua proportione, eritq; ob hoc alter eorũ impar.



Si enim uterque par, non erunt minimi, quadrati quoque eorum ſint g & h: ſi ergo e eſt impar, erit quoque ex 30 noni g impar, ſit itaque k duplus ad h, eritq; k ex diffinitione par. Quia igitur a b ad a c ut e ad f, erit per 8 ſexti, & 11 octaui quadratũ a b ad quadratũ a c ut g ad h: eſt itaq; g duplus ad h, ſic enim eſt quadratum a b ad quadratum a c, per penultimam primi. Et quia etiã k eſt duplus ad h, ſequitur per nonã quinti, utputa g numerus impar ſit æqualis k, numero pari. Quod ſi e æqualis, & ſimpar erit proportio f ad dimidium e quod ſit l, ſicut a c ad dimidium a b, quòd ſit a d: & ideo erit proportio quadrati a c ad quadratum a d, ſicut proportio numeri h qui eſt impar, per 30 noni ad quadratum numeri l, qui ſit m, cui k ponatur eſſe duplus, eritq; k per diffinitionem par. At quia quadratum a c eſt duplum ad quadratum a d per penultimam primi, erit h duplus ad m, cumq; k ſit etiã duplus ad m, erit per 9 quinti numerus impar b æqualis k numero pari: quod eſt ꝓpoſitũ.

e . . . . f . . . .
g . . . . . h . . . . . .
k . . . . . .
e . . , l . . f . . . . .
m . . . . k . . . . . h . . . . . .

Sequentia duo ex Zamberto Theoremata, in Campano nihil reſpondens habent.

Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 7. Conuerſa quintæ.

7 Incommenſurabiles magnitudines adinuicem rationem non habent, quam numerus ad numerum.

THEON ex Zamb. *Sint incommenſurabiles magnitudines α, β. Dico quòd α ad β rationem non habet quam numerus ad numerum. Si enim habet α ad β eam rationem quam numerus ad numerũ, cõmenſurabilis erit α ipſi β (per ſextam decimi) Non eſt autem: igitur α ad β rationem non habet, quam numerus ad numerum. Incommenſurabiles igitur magnitudines rationem non habent adinuicem, quam numerus ad numerum: quod oportuit demonſtraſſe.*

Rc. 16 α
Rc. 32 β

Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 8. Conuerſa ſextæ.

8 Si binæ magnitudines adinuicẽ rationem non habuerint, quam numerus ad numerũ, incommenſurabiles erũt ipſæ magnitudines.

THEON ex Zamb. *Binæ enim magnitudines α, β adinuicẽ non eam habeant rationẽ, quam numerus ad numerum. Dico quòd ipſæ α, β, magnitudines ſunt incõmenſurabiles. Si enim commenſurabilis eſt α ipſi β, rationem habebit quam numerus ad numerum (per decimam quinti) non habet autem. Incommenſurabiles igitur ſunt ipſæ α, β, magnitudines. Si binæ igitur magnitudines, &c. quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*

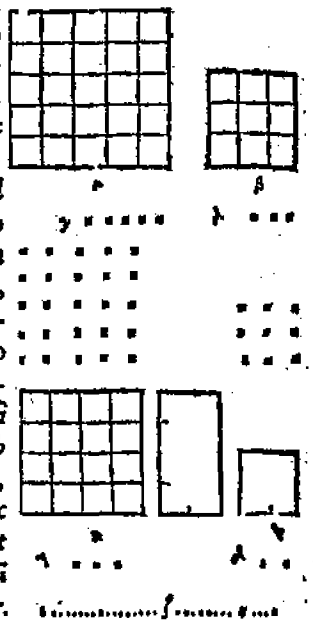
α
β

Euclid. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 9.

9 A' longitudine cõmenſurabilibus rectis lineis quadrata, adinuicẽ rationẽ habent quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Et quadrata adinuicẽ rationẽ habẽtia quã quadratus numerus ad quadratum numerũ, latera quoq; habebũt lõgitudine cõmenſurabilia. A' longitudine uerò incommenſurabilibus rectis lineis quadrata adinuicem

adinuicem rationem non habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Et quadrata adinuicem rationem non habentia quam quadratus numerus ad quadratum numerum, nec̃ latera habebunt longitudine commensurabilia.

THEON ex Zamb. *Sint enim α, β, longitudine commensurabiles. Dico quòd quadratum quod ex α ad id quod ex β quadratum ratione habet, quã quadratus numerus ad quadratũ numerum. Quoniã enim cõmensurabilis est α ipsi β lõgitudine: igitur α ad β, rationẽ habet quã numerus ad numerũ (per 5 decimi) habeat, inquã, quam γ ad δ. Quoniã igitur est sicut α ad β, sic est γ numerus ad δ numerum, sed ipsius quidem α ad β, rationis dupla est ipsius α quadrati ad ipsius β, quadratũ ratio (similes namq; figuræ (per 19 sexti & per correlarium primũ 20 sexti) in dupla sunt ratione similis rationis laterũ) ipsius autem γ numeri ad δ numerum rationis, dupla est ratio ipsius γ quadrati ad ipsius δ quadratũ (binorũ etenim quadratorum numerorum (per 11 octaui) unus medius proportionalis est numerus, & quadratus ad quadratum duplam rationem habet quam latus ad latus) est igitur sicut quadratum quod ex α ad quadratum quod ex β, sic & ex γ numero, quadratus numerus ad eum qui ex δ numero quadratũ numerũ.*



ALITER *idem demonstrare. Quoniã enim commensurabilis est α ipsi β, rationẽ habet (per 5 decimi) quã numerus ad numerũ, habeat autem quam γ ad δ, & γ seipsum multiplicans, efficiat ε, ipsum autem δ multiplicans, efficiat ipsum ζ ad δ, seipsum multiplicãs, efficiat ipsum η. Quoniam igitur γ seipsum multiplicans ipsum efficit ε, at multiplicans ipsum δ fecit ipsum ζ: est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, hoc est sicut α ad β, sic ε ad ζ. Sed sicut α ad β, sic id quod ex α ad id quod sub α β (per 1 sexti) Est igitur sicut quod ex α ad id quod fit sub α, β, sic ε ad ζ. Rursus quoniã γ ipsum δ multiplicans ipsum efficit ζ, δ autẽ multiplicans ipsum efficit ζ: igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, hoc est α ad β, sic est ζ ad η. Sed sicut α ad β, sic est quod sub α, β, ad id quod ex β, est igitur sicut id quod sub α, β, ad id quod ex β, sic est ζ ad η. Sed sicut quod ex α ad id quod sub α β, sic ε ad ζ: ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut quod ex α ad id quod ex β, sic est ε ad η: est autem uterque ipsorum ε, η, quadratus, ε quidem ab ipso γ, at η est ab ipso δ. Quod igitur ex α ad id quod ex β, eam habet rationem quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ: quod oportebat demonstrare.*

Sed iam esto sicut quadratũ quod ex α ad id quod ex β, sic qui ex γ quadratus ad eum qui ex δ quadratum. Dico quòd α ipsi θ commensurabilis est longitudine. Quoniam enim est sicut quadratum quod ex α ad id quadratum quod ex β, sic qui ex γ quadratus ad eum qui ex δ quadratum, sed ipsius quidẽ quadrati quod ex α ad id quod ex β ratio, est dupla eius quæ est ipsius α ad θ, quadrati aũt qui ex γ numero, ad eũ qui ex δ numero quadratũ (per 11 octaui) ratio dupla est eius rationis quæ est ipsius γ numeri ad ipsum δ numerũ: est igitur sicut α ad θ, sic est γ numerus ad δ numerũ. Igitur α ad θ eã habet rationẽ, quam γ numerus ad δ numerũ. Commensurabilis est igitur (per 6 decimi) α ipsi β longitudine.

ALITER *idem demonstrare. Sed habeat iam quod ex α ad id quod ex β, eam rationem quã quadratus numerus ε ad quadratum numerum η. Dico quòd commensurabilis est α ipsi β. Sit enim ipsius ε latus γ, ipsius autem η sit δ & γ ipsum δ multiplicans ipsum efficiat ζ. Ipsi igitur ε, ζ, η, continuè sunt proportionales, in ea quæ est ipsius γ ad δ ratione (per 17 & 18 septimi) Et quoniam eorum quæ ex α & β, medium proportionale est id quod sub α θ (per 17 sexti) & ipsorum ε η ipse ζ: est igitur sicut quod ex α ad id quod sub α, θ, sic ε ad ζ. sicut autem quod sub α, β, ad id quod ex θ, sic ζ ad η. Sed sicut quod ex θ ad id quod sub α, β, sic est α ad β. Igitur*

α Re. 16. ζ Re. 9.

α & β commensurabilia sunt, rationem etenim habent, quam numerus ε ad numerum ζ, hoc est γ ad δ, quod oportebat demonstrare. Sed iam incommensurabilis esto α ipsi θ longitudine: dico quòd quadratum quod ex α ad quadratum quod est θ eam non habet rationem quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Sit enim quadratum quod ex α ad quadratum quod ex θ eam habet rationem quam numerus quadratus ad numerum quadratum, commensurabilis erit α ipsi β, non est autem. Igitur quadratum quod ex α, ad id quadratum quod ex β (per præcedentem) eam non habet rationẽ quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Rursus quadratum quod ex α ad id quadratũ quod ex θ rationem non habeat, quam numerus quadratus ad

tus ad

tuad numerum quadratum. Dico quòd incommenſurabilis eſt α ipſi β longitudine. Si enim fuerit commẽ ſurabilis α ipſi β, quadratum quod ex α ad quadratum quod ex β, eam habebit rationẽ quam numerus quadratus ad numerum quadratum, non habet autem. Igitur commenſurabilis non eſt α ipſi β longitudine. Incommenſurabilis igitur eſt α ipſi β longitudine. A longitudine commenſurabilibus igitur quadrata, & quæ ſequuntur reliqua: quod demonſtraſſe oportuit. CORRELARIVM.

Et manifeſtum eſt ex his, quòd longitudine commenſurabiles rectæ lineæ, omnino ſunt potentia: quæ autem potentia, non omnino longitudine: longitudine uerò incommenſurabiles, non omnino potentia: quæ autem potentia, omnino & longitudine.

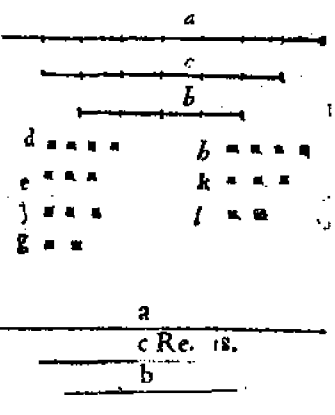
Quoniam enim ex longitudine commenſurabilibus rectis lineis quadrata rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, at quæ rationem habent quam numerus ad numerum, commenſurabilia ſunt (per 6 decimi) longitudine igitur commenſurabiles rectæ lineæ, non ſolùm longitudine ſunt commenſurabiles, ſed & potentia. Rurſus quoniã quæcunq; quadrata rationem habent quam numerus ad numerum commenſurabilia ſunt (per 6 decimi) at quatenus rationem habẽt quam quadratus numerus ad numerum quadratum eorum latera longitudine commenſurabilia ſunt, quæcunque igitur quadrata rationem non habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, ſed ſimpliciter quam aliquis numerus ad numerũ, cõmenſurabilia potentia quidẽ habent latera, non autẽ & longitudine. Quare longitudine quidem cõmenſurabiles rectæ lineæ, omnino & potẽtia: quæ aũt potẽtia, non omnino lõgitudine, niſi rationem habuerint eorum quadrata quàm quadratus numerus ad quadratum numerũ. Dico iam quòd & quæ longitudine incommenſurabiles, non omnino & potentia. Quandoquidẽ quadrata commenſurabilia, poßunt rationem habere non quidẽ quã quadratus ad quadratũ, ſed ſimpliciter quã aliquis numerus ad numerũ, & ob id potentia commenſurabilia latera habebunt, & longitudine incommenſurabilia. Quare quæ longitudine incommenſurabiles rectæ lineæ, non omnino & potentia. Sed longitudine exiſtentes incommenſurabiles poſſunt & potentia eße incommenſurabiles, ſi eorum quadrata ſunt incommenſurabilia. Quæ autem potentia incommenſurabiles, omnino et longitudine incommenſurabiles. Si enim longitudine commenſurabiles fuerint, erunt quoq; & potentia commenſurabiles. Supponuntur autem & incommenſurabiles, quod eſt abſurdum. Quæ igitur potentia incommenſurabiles, omnino & longitudine.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

8 

Si fuerint duæ quantitates uni quantitati communicantes, ipſas quoq; inuicem commenſurabiles eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit utraque duarum quantitatum a & b, communicans quantitati c, dico a & b eſſe commẽſurabiles. Eſt enim per 5, a ad c, ſicut numerus ad numerum, ſimiliter quoque per eandem, c ad b, ſicut numerus ad numerum. Sit itaque numerus d ad numerum e, ſicut a ad c, numerus q; f ad numerũ g, ſicut c ad b. At proportiones quæ ſunt d ad e & f ad g, continetur in tribus terminis qui ſunt h, k, l, ut docet 4 octaui, eritq; per æquam proportionalitatem a ad b, ſicut h numerus ad l, numerum, per 6 igitur ſunt a & b commmunicantes, quod eſt propoſitum.



CAMPANI *additio.* Ex hac quoq; ſequitur, q; ſi fuerint duæ quantitates ſibi inuicem communicantes, cuicunq; una earum communicat, & reliqua cuicunq; una non communicat, nec reliqua. Sint enim duæ quantitates a & b communicantes: ponatur q; quælibet quãtitas quæ ſit c, cum qua communicet a, dico q; b cõmunicabit cũ eadẽ, quod ex hac octaua patet cũ utrunq; earum communicet cũ a ex hypotheſi. Quòd ſi iterũ a & b ſint communicantes ut prius, ponatur c quælibet quãtitate cũ qua non communicet a, dico q; b non communicabit cum eadem.

Re. 18.

Si enim c cõmunicaret cũ b, cum a quoq; per hypotheſin communicet cũ eodẽ b, eſſent per hanc octauam a & c communicantes, ſed poſitum erat, quòd non eſſent: quare cõſtat quod diximus.

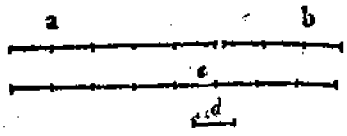
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

9 

Si fuerint duæ quantitates communicantes, totũ quoq; ex eis confectum utriq; earum erit cõmunicans. Si uerò fuerit totũ utriq; commenſurabile, erunt ambæ commenſurabiles.

CAMPANVS.

CAMPANVS. Sint duæ quantitates a & b commenſurabiles, dico totũ ex eis compoſitum quòd ſit c, utriq; earũ eſſe commenſurabile, & econuerſo. Adhuc quoq; ſi totum ex eis compoſitũ uni earum communicet, dico quòd cõmunicabit alteri, & ipſæ ſimiliter inter ſe etiam communicabunt. Idem quoq; in contrario, ſi enim a & b ſint incommunicantes, dico quòd c utriq; earum erit incommunicans: & econuerſo, ſic alteri earum ſit incommunicans, erit quoque incommunicans & alteri, & ipſæ etiam inter ſe. Sint itaque primùm a & b communicãtes, ſitq; earum communis menſura d, quæ cùm utranq; earum numeret, per conceptionem ſimilem antepenultimæ ſeptimi, numerabit & c, quare per diffinitionẽ c cõmunicabit utriq; earum ſcilicet a & b. Econuerſo quoque ſi



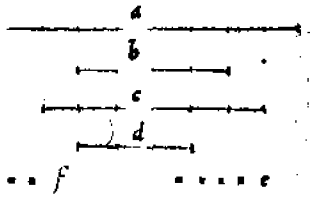
c communicet utrique earum, ſit omnium communis menſura d, conſtat itaque per diffinitionẽ a & b communicantes eſſe. Sed communicet c cum altera earũ quæ ſit a, dico quòd communicabit cum b, & a etiam & b communicabunt adinuicem: ſit enim d communiter menſurans c & a. Quia igitur d menſurat totum & detractum, per conceptionem ipſa menſurabit reſiduum uidelicet b, per diffinitionem ergo, & c communicat cum b, & a communicat quoque cum b.

CAMPANI *additio*. Si autem a & b ſint incommunicantes, erit c incommunicans utrique earum. Si enim cum utraque ſeu etiam cum altera earum communicaret, & ipſæ communicarent adinuicem quod eſt contra hypotheſin. Similiter quoque econuerſo ſic eſt incommunicans utri que earum, ſeu etiam alteri earum, erit quoque incommunicãs reliquæ, & ipſæ inter ſe, quod palàm eſt ex prædemonſtratis, à deſtructione conſequentis.

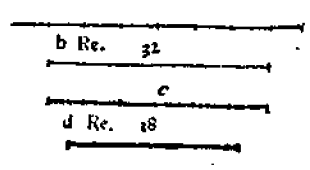
Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 10.

Zamb. 11. OMnium quatuor quantitatum proportionalium, ſi fuerit 10 prima communicans ſecundæ, tertia quoq; erit communicans quartæ. Si uerò prima incommenſurabilis fuerit ſecundæ, tertia quoq; incommenſurabilis erit quartæ.

CAMPANVS. Sint quatuor quantitates proportionales a, b, c, d: dico quòd ſi a communicat cum b, c quoque communicabit cum d: quòd ſi a eſt incõmenſurabilis b, c quoq; erit incommenſurabilis d. Et ſi a communicabit cum b in potentia tantum, c quoq; communicabit cum d in potentia tantum: ueruntamen illud non proponit autor, quia facilè patet ex demonſtratione priorum. Si enim a communicat cum b, erit per 5 a ad b, ſicut numerus ad numerum. ſit ergo ſicut e ad f. At quia per hypotheſin a ad b, ſicut c ad d, ſicut numerus e ad numerũ f, per 6 igitur eſt c communicans cum d: quod eſt primum. Secundum patet ex primo à deſtructione conſequentis. Si enim a eſt incommẽſurabilis b, oportet c eſſe incommenſurabilem d: nam ſi eſſet ei cõmenſurabilis, cùm ſit ut c ad d, ſic a ad b, per hypotheſin, eſſet per primam partem a communicans cum b: ſed non erat. Quare conſtat totum quod proponit autor. Quod autem adiunximus, uidelicet quòd



ſi a communicat cum b in potentia tantum, c communicat cum d in potentia tantũ, ſic patet. Cùm enim a non communicet cum b in longitudine, nec c quoque ex parte ſecunda huius, communicabit cum d in longitudine. At uerò cùm quadratum a communicet cum quadrato b ex hypotheſi, erit per 5, quadratum lineę a ad quadratum lineæ b, ſicut numerus ad numerum qui ſint e & f. Et



quia quadratum c ad quadratum d, ſicut quadratum a ad quadratum b, erit etiam quadratum c ad quadratum d, ſicut numerus e ad numerum f, per 6 igitur c & d, communicant in pontentia, & quia non communicant in longitudine, conſtat propoſitum.

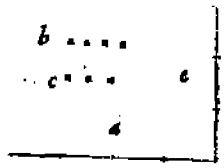
Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 11.

Zamb. 14. PRopoſita qualibet recta linea, duas ei incommẽſurabiles 11 alteram in longitudine tantum, alteram in longitudine & potentia rectas lineas inuenire.

CAMPANVS. Sit linea a propoſita, uolo duas lineas reperire, quarum una communicet cum a in potentia tantum, altera uerò ſit incommenſurabilis ei in longitudi-

ne

ne & in potentia. Sumo itaq; duos numeros nequaquã ſe habentes in proportione aliquorum numerorum quadratorum, ſintq; hi b & c, quos facile eſt ſumere, cùm quilibet quadratus numerus ad quemlibet non quadratum eam habeat proportionem, quam nequaquam habent aliqui numeri quadrati, confirmante hæc 22 octaui. Duobus talibus numeris ſumptis inuenio lineam d, ad cuius quadratum ſe habeat quadratum lineæ a, ſicut numerus b ad numerum c. Hanc autẽ lineam ita reperio. Diuido lineam a in tot partes æquales, quot ſunt unitates in numero b, quod facile facio adiuuante 11 uel 12 ſexti, dehinc ſuper extremitatem lineæ a, erigo lineam e perpendiculariter, in qua toties contineatur una ex partibus a, quoties unitas eſt in c. Quia igitur ex prima ſexti proportio quadrati lineæ a ad ſuperficiem quæ fit ex a in e eſt ſicut a ad e, & ideo ſicut numeri b ad numerum c: ponatur d medio loco proportionalis inter a & e ſicut docet 9 ſexti. Quia tunc per primam partem 6 eiuſdem quadratum erit æquale ſuperficiei productæ ex a in e, erit proportio quadrati lineæ a ad quadratum lineæ d, ſicut numeri b ad numerum c: quare a & d ſunt commenſurabiles in potentia ex diffinitione, & per ultimam partem, ipſę ſunt incommenſurabiles in longitudine, reperta eſt itaque d prima linea, quam propoſitum erat inquirere. Alteram ſic reperio. Interpono ut docet 9 ſexti, lineam f medio loco proportionalẽ inter a & d, eritq; per correlarium 17 ſexti quadratum a ad quadratum f, ſicut a ad d, itaque per ſecundam partem 10, quadratum a eſt incommenſurabile quadrato f, igitur linea f eſt incommenſurabilis lineæ a in potentia, quare & in longitudine, eſt itaque f ſecunda linea quam propoſitum erat reperire: & ſic patet propoſitum.



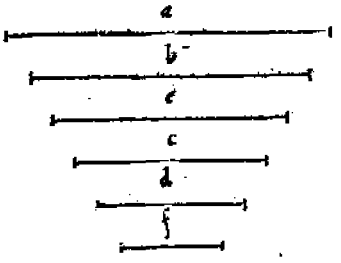
f Re. cub. 48
d Re. q. 12

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 12.

12 

OMnium quatuor linearum proportionaliũ ſi prima tanto amplius poſsit ſecunda, quantum eſt quadratum alicuius lineæ communicantis ſibi in longitudine, neceſſe eſt tertiam quoque tanto amplius poſſe quarta, quãtum eſt quadratum alicuius lineæ communicantis ſibi in longitudine. Quod ſi fuerit prima potentior ſecunda quadrato alicuius lineæ incõmenſurabilis ſibi in longitudine, erit quoq; tertia potentior quarta quadrato alicuius lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine.

CAMPANVS. Sint quatuor lineæ proportionales a b c d, ſitq; a maior b, & c maior d, ſit quoque a potẽtior b, quadrato lineæ e: & c potentior d, quadrato lineæ f, dico quòd ſi a commmunicet e in longitudine, c quoque communicabit f in longitudine: quòd ſi a non communicat e in lõgitudine, nec c communicabit f in longitudine. Quòd & ſi a communicat e in potentia tantùm, c quoque communicabit f in potentia tantum. Veruntamen iſtud ultimum non proponit autor, quia facilè patet ex priorum demonſtratione. Cum ſit enim proportio a ad b ſicut c ad d, erit quadrati ad quadratum b, ſicut quadrati c ad quadratum d. Et quia quadratum a eſt æquale quadratis duarum linearum b & e, ſimiliter quadratum c quadratis duarum linearum d & f, erit proportio quadratorum duarum linearum b & e ad quadratum e, ſicut quadratorum d & f ad quadratum f, ergo diſiunctim erit quadratum b ad quadratum e, ſicut quadratum d ad quadratum f, ergo b ad e ſicut d ad f, item per æquam proportionalitatem erit a ad e, ſicut c ad f, ergo per primam partem decimæ conſtat prima pars huius, & per ſecundam ſecunda, & per tertiam ibi adiunctam, tertia hic adiuncta.



Quinq; præcedentes propoſitiones ex Campano cũ ſuis additionibus, ſequentibus ſeptem ex Zamberto cum ſibi præmiſsis lemmatibus hoc ordine reſpondent. Octaua apud Campanum cum additione duodecimæ & decimætertiæ ex Zamberto propoſitionibus reſpondent. Nona apud Campanum cum additione decimæquintæ & decimæſextæ ex Zamberto propoſitionibus. Decima autem & undecima apud Campanum decimæ, & undecimę ex Zamberto propoſitionibus prępoſtero reſpondent ordine. Duodecima uerò apud Campanum, decimæquartæ ex Zamberto propoſitioni reſpondet.

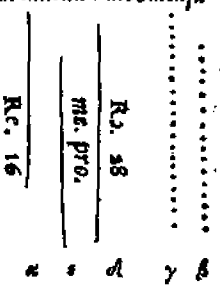
THEON. Lemma.

Quoniã autẽ oſtenſum eſt in arithmeticis (ex 26 octaui) quòd ſimiles plani numeri adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, & quòd ſi bini numeri adinuicem rationem habuerint, quam quadratus numerus ad quadratũ, numerũ ſimiles, ſunt ipſi plani numeri (per 24 eiuſdem) manifeſtum ex his, quòd diſſimiles plani numeri, hoc eſt latera proportionalia non habentes, adinuicem rationem non habent quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Si enim habebunt, ſimiles ipſi plani erunt, quod quidem non ſupponitur. Diſſimiles igitur plani numeri ad inuicem rationem non habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Euclid. ex Zamb. Problema 3. Propoſitio 10.

Propoſitæ rectæ lineæ binas rectas incõmenſurabiles inuenire lineas, alteram quidem longitudine tantum, alteram autẽ & potẽtia. 10

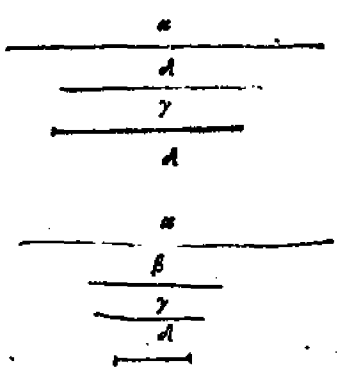
THEON ex Zamb. Sit propoſita recta linea α, oportet iam ipſi α, binas rectas inuenire incõmenſurabiles, alteram quidem longitudine tantum, alterã autem & potentia. Ponantur bini numeri δ ∆, adinuicem rationẽ non habẽtes, quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, hoc eſt nõ ſimiles plani (ſimiles nãq; plani, per 26 octaui, adinuicẽ rationẽ habẽt, quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ) & fiat ſicut β ad γ, ſic q ex α quadratũ ad id quod ex ∆ quadratũ, cõmenſurabile igitur eſt quod ex α, ei quod ex ∆, cõmenſurabilis igitur potẽtia eſt α ipſi ∆, & quoniã β ad γ rationẽ nõ habet, quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex α ad id quod ex ∆ rationẽ habet, quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. incommenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) α ipſi ∆, longitudine. Capiatur (per 13 ſexti) ipſarum α ∆, media proportionalis ε, eſt igitur ſicut α ad ∆, ſic quod ex α quadratum ad id quod ex ε. Incommenſurabilis autem eſt α, ipſi ∆ longitudine, incommenſurabile igitur eſt & id quod ex α quadratum, ei quod ex ε quadrato. Incõmenſurabilis igitur eſt α, ipſi ε, potẽtia. Propoſitæ igitur rectæ lineæ α inuentæ ſunt binæ rectæ lineæ incommenſurabiles longitudine, inquam tantum ipſa ∆, at ε potentia & longitudine. Propoſitæ igitur rectæ lineæ rationali, à qua diximus menſuras capi, uidelicet ipſi α, inuenta eſt tantum potentia commenſurabilis ∆, hoc eſt rationalis, potentia tantum commenſurabilis, irrationalis autem ε, irrationales enim in uniuerſum appellat, longitudine & potentia ipſi rationali incommenſurabiles.



Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 11.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima autem ſecundæ fuerit commenſurabilis, & tertia quartæ commenſurabilis erit: & ſi prima ſecundæ incommenſurabilis fuerit, & tertia quartæ incommenſurabilis erit. 11

THEON ex Zãb. Sint quatuor magnitudines proportionales α δ γ ∆, ſicut α ad β, ſic γ ad ∆, ſit autem α ipſi δ commenſurabilis. Dico quòd & γ ipſi ∆, eſt cõmenſurabilis. Quoniã enim commenſurabilis eſt α ipſi β, rationem habet (per 5 decimi) quam numerus ad numerum. Eſtq; ſicut α ad β, ſic γ ad ∆. Igitur & γ ad ∆ eã habet rationẽ, quam numerus ad numerũ. Commenſurabilis igitur eſt γ ipſi ∆. Sed iam α ipſi δ incõmenſurabilis eſto. Dico quòd & γ ipſi ∆ eſt incommenſurabilis. Quoniã enim incommenſurabilis eſt α ipſi β, igitur (per 7 quinti) α ad β, non habet rationem quam numerus ad numerum, & eſt ſicut α ad β, ſic γ ad ∆. Igitur (per octauam decimi) γ ad ∆, non habet rationem quam numerus ad numerum. Incommenſurabilis eſt igitur γ ipſi ∆. Si quatuor igitur magnitudines, & quæ ſequuntur reliqua: quod oportuit demonſtraſſe.



Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 12.

Quę eidẽ magnitudini cõmẽſurabiles, & adinuicẽ ſunt cõmẽſurabiles. 12

THEON ex Zamb. Vtraq; enim ipſarum α β, ipſi γ ſit commenſurabilis. Dico q, & α ipſi β eſt commẽſurabilis. Quoniã enim cõmẽſurabilis eſt α ipſi γ, igitur (p 5 decimi) α ad γ, eã habet rationẽ quã numerus ad numerũ habeat, quam ∆ ad ε. Rurſus quoniã cõmẽſurabilis eſt γ ipſi β, igitur (p eandẽ) γ ad β habet rationẽ quã numerus ad numerũ, habeat autẽ quã ζ ad η. Et rationib. datis quotcũq;, ea ſcilicet quã habet ∆ ad ε, & ζ ad η, capiãtur (p 4 octaui) numeri cõtinuè proportionales in datis rationib. ſintq; θ κ λ, ſicut α ad κ, ſic θ κ, ſicutq; ζ ad η, ſic κ ad λ. Quoniã igitur eſt ſicut α ad γ, ſic ∆ ad ε, ſed ſicut ∆ ad ε, ſic θ ad κ, eſt igitur

(per 11

(per 12 quinti) ſicut α ad γ, ſic eſt θ ad κ. Rurſus quoniam eſt ſicut γ ad β, ſic ſ ad κ, ſed ſicut ſ ad κ, ſic κ ad λ, & ſicut igitur γ ad β, ſic κ ad λ, eſt autem et ſicut α ad γ, ſic eſt θ ad κ, ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut α ad β, ſic eſt θ ad λ. Igitur α ad β rationẽ habet, quã numerus θ ad numerum λ. Cõmenſurabilis eſt igitur (per 6 decimi) α ipſi β. Quæ idem igitur magnitudini commenſurabiles, & adinuicem ſunt commenſurabiles: quod oportuit demonſtraſſe.

α
γ
β
θ ... κ .. λ....

THEON. Lemma.

Si fuerint binæ magnitudines, & altera quidem commenſurabilis fuerit eidem, altera uerò incommenſurabilis, incommenſurabiles erunt ipſæ magnitudines.

Sint enim binæ magnitudines α β, & alia quædã γ, & α ipſi quidem γ eſto commenſurabilis: at β ipſi γ eſto incommenſurabilis. Dico quòd & α, ipſi β eſt incommenſurabilis. Si enim commenſurabilis eſt α ipſi β, eſt quoque & γ ipſi α, & γ igitur (per 12 decimi) ipſi β eſt commenſurabilis: quod non ſupponitur.

α
γ
β

Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 13.

13 Si binæ magnitudines commenſurabiles fuerint, alteraq; earum magnitudini alicui incommenſurabilis fuerit, & reliqua eidem incommenſurabilis erit.

THEON ex Zamb. Sint binæ magnitudines cõmenſurabiles α β, earum q; altera uidelicet α, alicui hoc eſt γ, ſit incõmẽſurabilis. Dico quòd & reliqua β, ipſi γ incõmenſurabilis eſt. Si enim cõmenſurabilis eſt β ipſi γ, iam α ipſi β commenſurabilis eſt, & α igitur (per 12 decimi) ipſi γ, commenſurabilis eſt, ſed & incommenſurabilis, quod eſt impoſsibile. Igitur β & γ ſunt incommenſurabiles. Si binæ igitur magnitudines commenſurabiles fuerint, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.

α
γ
γ

THEON. Lemma.

Duabus datis rectis lineis inæqualibus, inuenire quo maius poteſt maior minore.

THEON ex Zamb. Sint binæ datæ inæquales rectæ lineæ α β γ, quarũ maior ſit α β, oportet iam inuenire quo maius poteſt α β, quàm ipſa γ. Deſcribatur ſuper α β, ſemicirculus α Δ β, & in ipſum (per 1 quarti) coaptetur ipſi γ æqualis α Δ, connectaturq; Δ β, manifeſtum eſt iam quòd angulus α Δ β rectus eſt, & quoniam quòd α β, ipſa α Δ, hoc eſt quàm ipſa γ maius poteſt ipſa Δ β. Similiter autem & ex duabus datis rectis lineis, potens ipſas ſic inuenietur. Sint datæ binæ rectæ lineæ α Δ, Δ β, oporteatq; inuenire potentem ipſas. Ponantur enim ut α Δ, Δ β, comprehendant rectum angulum qui ſub α Δ β, connectaturq; α β. Manifeſtum rurſus eſt (per 47 primi) quòd ipſas α Δ, Δ β, potens eſt ipſa α β.

α
β
γ

Euclid. ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 14.

14 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, potueritq; prima ſecunda maius eo quòd fit ab eidem lõgitudine commenſurabili, & tertia quarta maius poterit eo quòd fit ab eidem longitudine commenſurabili. Et ſi prima ſecunda maius potuerit eo quòd fit ab incommenſurabili eidem longitudine, & tertia quarta maius poterit eo quòd fit ab eidem longitudine incommenſurabili.

THEON ex Zamberto. Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α β γ Δ, ſicut α ad β, ſic γ ad Δ, & α quidẽ, ipſa β, maius poſsit, eo quòd fit ex ε, γ uerò ipſa Δ, eo quòd fit ex ſ. Dico quòd ſi α ipſi ε eſt commenſurabilis, commenſurabilis eſt quoq; γ ipſi ſ, ſed ſi α ipſi ε, incommenſurabilis eſt, incõmenſurabilis eſt quoq; γ ipſi ſ. Quoniam enim eſt ſicut α ad ζ, ſic eſt γ ad Δ, eſt igitur ſicut id quod ex α, ad id quod ex β, ſic

γ ε eſt id

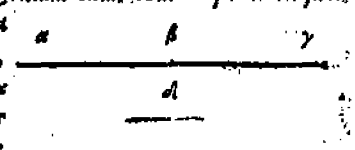
est id quod ex γ, ad id quod ex Δ. Sed ei quidē quod fit ex æ æqua sunt ea quæ fiunt ex ε β: ei autem quod fit ex γ, æqua sunt ea quæ fiunt ex Δ ζ. Igitur (per 9 quinti) sicut quæ ex ε β, ad id quod ex β, sic quæ ex Δ ζ, ad id quod ex Δ, dividendo igitur est (per 17 quinti) q; sicut ex ε, ad id quod ex β, sic est id quod ex ζ ad id quod ex Δ. Est igitur & sicut ε ad β, sic est ζ ad Δ. Conuersim igitur est (per 22 sexti, & correlarium 4 quinti) sicut β ad ε, sic est Δ ad ζ, est autem & sicut α ad β, sic est γ ad Δ: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut α ad ε, sic est γ ad ζ. Si igitur commensurabilis est α ipsi ε, commensurabilis est quoque (per 11 decimi) γ ipsi ζ, si uerò incommensurabilis est α ipsi ε, incommensurabilis est γ ipsi ζ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales, & quæ sequuntur reliquæ: quod erat demonstrandum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 15.

Si binę magnitudines cōmēsurabiles, cōpositę fuerint, & tota utri que ipsarū commensurabilis erit. Et si tota uni earū cōmensurabilis fuerit, & quę in principio magnitudines commensurabiles erunt. 15

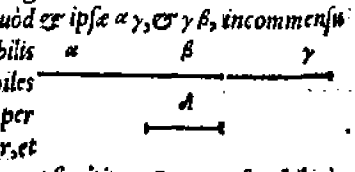
THEON ex Zamb. Componantur binæ magnitudines commensurabiles α β, β γ. Dico quòd tota α γ utriq; ipsarū α β, β γ, commensurabilis est. Quoniam enim commensurabiles sunt ipsæ α β, β γ, ipsas aliqua magnitudo metietur (per primam diffinitionē 10) metiatur, & sit Δ. Quoniā igitur Δ ipsas α β, β γ, metitur & totam α γ metietur, metitur autem & ipsas α β, β γ, igitur Δ ipsas α β, β γ, & α γ, metitur. Cōmensurabilis igitur est (per 12 decimi) α γ, utriq; ipsarum α β, β γ. Sed iam α γ, uni ipsarum α β, β γ, sit cōmensurabilis, sitq; ipsi α β. Dico quòd α β, β γ, commensurabiles sunt. Quoniam enim commensurabiles sunt α β, & α γ, metietur eas (per primam diffinitionem decimi) aliqua magnitudo metiatur, & esto Δ. Quoniā igitur Δ ipsas α ϐ, β γ metitur, & reliquam igitur metietur β γ, metitur autem & α β, igitur Δ ipsas α β, β γ metietur. Cōmensurabiles igitur sunt, α β, & β γ. Si binæ igitur magnitudines, & reliqua quæ sequuntur: quod oportebat demonstrare.



Euclid. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 16. Præcedentis conuersa.

Si binę magnitudines incōmēsurabiles cōpositę fuerint, & tota utri que ipsarū incōmēsurabilis erit. Et si tota uni ipsarū incōmēsurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incommensurabiles erūt. 16

THEON ex Zamb. Componantur enim binæ magnitudines incommensurabiles α β, β γ. Dico quòd tota α γ, utriq; ipsarum α β, β γ, incommensurabilis est. Si enim γ α, & α β, incommensurabiles non sunt, ipsas aliqua metietur magnitudo (per 1 diffinitionem decimi) metiatur si est possibile, sitq; Δ. Quoniam igitur Δ ipsas γ α, & α β, metitur, & reliquam β γ metietur, metitur autē & α β, igitur Δ, ipsas α ϐ, & β γ, metietur. Commensurabiles igitur (per 1 diffinitionem decimi) sunt ipsæ α β, β γ. Supponuntur autē quòd & incōmensurabiles, quod est impossibile. Ipsas igitur α ϐ, & α γ, aliqua magnitudo non metietur. Incommensurabiles igitur sunt ipsæ γ α, & α β. Similiter iam demonstrabimus, quòd & ipsæ α γ, & γ β, incommensurabiles sunt. Sed iam ipsa α γ, uni ipsarum α β, & β γ, incommensurabilis esto, & primum ipsi α ϐ. Dico quòd & ipsæ α β, β γ, incommensurabiles sunt. Si enim sunt commensurabiles, metietur eas aliqua magnitudo (per eandem) metiatur, sitq; Δ. Quoniam igitur Δ ipsas α β, & β γ metitur, et totam igitur α γ metietur, metitur autem & α β. Igitur Δ, ipsas γ α, & α ϐ metitur. Commensurabiles igitur sunt ipsæ γ α & α β. Suppositæ uerò sunt quòd & incommensurabiles, quod est impossibile. Ipsas igitur α β, & β γ, aliqua magnitudo non metietur. Incommensurabiles igitur sunt ipsæ α ϐ, ϐ γ. Similiter iam demonstrabitur quòd ipsa α γ, reliquæ ϐ γ, incommensurabilis est. Si binæ igitur magnitudines, & quæ sequuntur reliquæ: quod erat ostendendum.

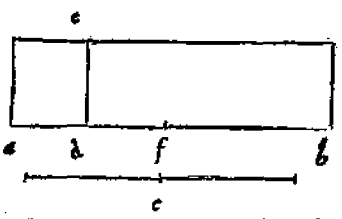


Euclid. ex Camp. Propositio 13.

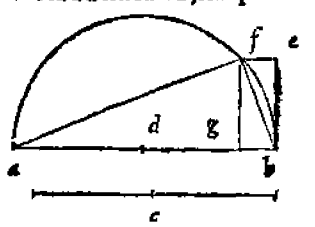
SI fuerint duę lineę inęquales, quarū longiorē in duo cōmuni- 17
cātia diuidat superficies sibi adiuncta inæqualis quartæ parti quadrati breuioris lineę, cui adiūctę supficiei desit ad cōplendā totam lineā superficies quadrata, necesse est ipsam lineā lōgiorē linea breuiori tāto amplius posse, quātum est quadratū alicuius lineę communi-

cõmunicãtis eidẽ lõgiori in lõgitudine. Si uerò lõgior fuerit potentior breuiori, augmẽto quadrati lineæ cõmunicãtis ſibi in longitudine, eiq; adiũgat ſuperficies ęqualis quartę parti quadrati breuioris lineæ, cui deſit quadrata ſuperficies, ſuperficiẽ ſibi adiũctã, eãdẽ lineã longiorem in duas portiones commẽſurabiles diuidere neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ inæquales a b & c, maior a b, & adiungatur ad lineã a b, quarta pars quadrati lineæ c, ita quòd deſit ad cõplendam lineam a b, ſuperficies quadrata: hoc enim eſt poſsibile per 27 ſexti. Quod facilè fiet hoc modo. Diuidatur a b in duas lineas a d & d b, ita q; inter eas cadat medietas lineæ e, cõtinuè proportionalis. Hoc autem qualiter fiat, in fine demonſtrationis huius docebitur. Eritq; ex 16 ſexti, ſuperficies b d in d a, quę ſit b e, ęqualis quadrato medietatis lineæ c, quare ex 4 ſecũdi erit eadem ſub quadrupla quadrati lineæ c, d: eſt quoq; ad complẽdam lineam a b, ſuperficies quadrata, cum & a d ſit æqualis d e. Dico itaq; quòd ſi ſuperficies b e diuidat lineam a b in duo cõmunicantia, erit linea a b potentior linea c in quadrato alicuius lineæ ſecum cõmunicantis in longitudine, & ecõuerſo. Cum enim ſit linea a b maior linea c, non erit a d æqualis d b, ſic enim eſſet ſuperficies d e quadrata, & quia ipſa eſt ęqualis quadrato medietatis lineæ c, eſſet a d æqualis medietati c, & tota a b toti c, quod eſt cõtra hypotheſin. Non eſt igitur a d ęqualis d b. Itaq; de maiori earum quę ſit d b, abſcindatur d f, æqualis a d: eritq; per 8 ſecundi quadratum totius a b, æquale iis quæ ſunt ex d b in d a quater & quadrato f b, quare linea a b, erit potentior linea c in quadrato lineę f b, quã neceſſe eſt cõmunicari toti a b, ſi linea a d eſt communicans lineæ d b: ſi enim hoc fuerit, erit d b cõmunicãs d f, eius ęquali, quare per 9, b f communicat cum f d, & ideo toti a d & propter hoc cũ tota a f, igitur & cũ tota a b. Sicq; patet primum. Conuerſum huius ſic patet. Sit a b potentior c in linea f b quę communicet cum eo in lõgitudine. Dico tunc quòd quarta pars quadrati lineæ c, adita ad lineã a b, ita quòd deſit ſuperficies quadrata, diuidet lineam a b, in duo communicãtia. Diuidatur enim f a per ęqualia in d, & fiat ſuperficies b e ex d b in d a, & deerit ad cõplendam lineam a b, ſuperficies quadrata, eritq; per 8 ſecũdi, quadratum a b æquale quadruplo ſuperficiei b e cum quadrato f b: igitur quadruplũ ſuperficiei b e eſt æquale quadrato c, cũ ſuperficies d e ſit æqualis quartæ parti quadrati c. Dico igitur quòd d b eſt cõmunicans cum a d, cum ſit f b communicans cum a b. Si enim hoc fuerit ut quod a d ſit communicans cum a b, erit etiam communicãs cum a f, per nonam, quare & cum a d: ſed & cum d f, itaq; & d b eſt communicans cum a d, quod eſt ſecundum.



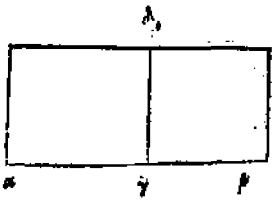
NVNC autem mõſtrandum eſt qualiter linea a b (cum ipſa poſita fuerit maior linea a c) poſſit ſic diuidi, ut inter partes eius cadat medietas lineę c, cõtinuè proportionalis. Cum enim ſic fuerit diuiſa, ſuperficies quæ fiet ex una in alterã, erit ſuperficies æqualis quadrato medietatis lineæ c, & ipſa erit ſuperficies ęqualis quartæ parti quadrati lineæ c: adiuncta ad lineã a b, ita quòd deſit ſuperficies quadrata: hoc enim ſic fiet. Duiſa a b p æqualia in d, linectur ſuper eam ſemicirculus a f b, & ſumatur b e perpẽdicularis ad a b, quæ ponatur æqualis medietati lineæ c, & ducatur e f æquidiſtans ad a b, uſquequo ſecet circunferentiam ſemicirculi in puncto f (neceſſe eſt enim ut ſecet eam, cùm linea a b ſit maior linea c) & ducatur f g, perpendicularis ad a b, quæ cum per 34 primi ſit æqualis lineæ e b, erit quoq; æqualis medietati lineæ c. Ducantur itaq; lineæ f a, f b, eritq; per primam partem 30 tertij, angulus a f b, rectus: & ideo per primam partem correlarij 8 ſexti, erit linea f g medio loco proportionalis inter a g & g b, quare medietas lineæ c quę eſt ſibi ęqualis, erit etiam proportionalis inter eaſdem: quod eſt noſtrum propoſitum.



THEON. *Lemma.*

Si ad aliquã rectã lineã * compareť parallelogrãmũ, deficiẽs forma quadrata, ipſum cõparatũ æquũ eſt ei quod (cõtineť) ſub ſegmẽtis rectę lineę, quę ex ipſa cõparatione ſunt facta.. * παραβληθῆ, apponatur, applicetur

THEON ex Zamb. *Ad aliquam rectam lineam α β, comparetur parallelogrammum α δ, deficiens forma quadrata δ β. Dico quòd α δ æquum eſt ei quod ſub α γ, γ β, & ex ſeipſo manifeſtum eſt. Quoniam enim quadratum eſt δ β, æqualis eſt δ γ, ipſi γ ε, & α δ, eſt quod ſit ſub*

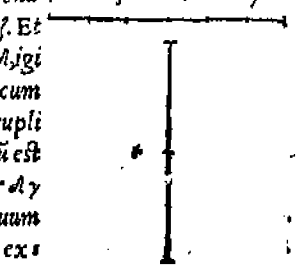


α γ, γ Δ, hoc est quod sub α γ, & γ β. Si ad aliquam igitur rectam lineam, & quæ sequuntur reliqua: quod fuerat demonstrandum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propositio 17.*

Si fuerint binæ rectæ lineę inęquales, quartæ autẽ parti eius quod ex minore æquũ ad maiorem cõparatã fuerit deficiẽs forma quadrata, & in cõmẽsurabilia ipsã diuiserit lõgitudine, maior minore maius poterit eo quod ex sibi lõgitudine cõmẽsurabili. Etsi maior minore maius poterit eo ꝙ fit à sibi cõmensurabili longitudine, quartę uerò parti eius quod à minore æquale ad maiorem cõparatum deficiens forma quadrata, incommensurabilia longitudine ipsam distribuet. 17

THEON ex Zamb. *Sint binæ rectæ lineæ inæquales α, & β γ, quarum maior sit β γ, quartæ uerò parti eius quod fit ex minore ipsa α, hoc est ei quod ex dimidio ipsius α, æquum ad ipsam β γ, comparetur (per 28 sexti) parallelogrammum deficiens forma quadrata, sitq; quod sub β Δ, & Δ γ, commensurabilis autem esto (per hypothesin) β Δ ipsi Δ γ longitudine. Dico quòd β γ, ipsa α maius potest, eo quòd fit α sibi lõgitudine commensurabili. Secetur enim (per 10 primi) β γ, bifariam in signo ε, ponatur q; (per 3 primi) ipsi Δ ε, æqualis ε ζ: reliqua igitur Δ γ æqualis est ipsi β ζ. Et quoniam recta linea β γ, secta est in æqualia in signo ε, & in inæqualia in Δ, igitur (per 5 secundi) quod sub β Δ, & Δ γ comprehenditur rectangulum unà cum eo quod ex γ Δ, quadrato æquum est ei quod ex ε γ quadrato. Et ipsa quadruplicia, quod igitur quater sub β Δ & Δ γ, unà cum eo quod ex ε Δ, sumpto æquũ est ei quod ex quater sumpto ε γ quadrato. Sed ei quidẽ quod quater sub β Δ & Δ γ æquũ est id quod ex α quadratum, ei autem quod ex Δ ε, quater sumpto, æquum est id quod ex Δ ζ, quadratum, dupla enim est Δ ζ, ipsius Δ ε. Ei autem quod ex ε γ quater sumpto, æquum est id quod ex β γ quadrato, dupla enim rursus est β γ,*



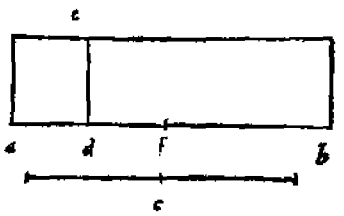
ad ipsum γ ε. Quæ igitur ex α & Δ ζ, quadrata, æqualia sunt ei quod ex β γ quadrato. Quare id quod ex β γ eo quòd ex α maius est, eo quod ex Δ ζ. Igitur β γ, ipsa α maius potest, ipsa Δ ζ, ostẽdendum quod & cõmensurabilis est β γ ipsi Δ ζ. Quoniam enim commensurabilis est β Δ, ipsi Δ γ longitudine, commensurabilis igitur est (per 15 decimi) & β γ, ipsi Δ γ, sed γ Δ, & β ζ, commensurabilis est longitudine, æqualis enim est γ Δ ipsi ζ β, & β γ igitur ipsis β ζ, & γ Δ longitudine commensurabilis est (per 12 decimi) Igitur (per 15 & β γ ipsi ζ Δ, commensurabilis est longitudine. Igitur β γ, quàm ipsa α maius potest, eo quod fit à sibi longitudine commensurabili. Sed iam ipsa β γ, quàm α maius posßit eo quòd à sibi commensurabili in longitudine, quartæq; eius quod ex α æquale ad ipsam β γ, comparetur deficiens forma quadrata, sitq; quod sub β Δ, & Δ γ. Demonstrandum est quòd commensurabilis Δ γ longitudine. Eisdem nanq; dispositis, similiter ostendemus quòd β γ, quàm ipsa α maius potest, eo quòd fit ex ζ Δ, potest autem β γ, quàm ipsa α maius eo quod ex sibi commensurabili. Commensurabilis igitur est β γ, ipsi ζ Δ, longitudine. Quare & reliquæ utriq; ipsarum β ζ, & γ Δ, simul commensurabilis longitudine est β γ. Sed utraq; β ζ, & Δ γ, simul commensurabilis est ipsi Δ γ longitudine: æqualis enim est β ζ, ipsi Δ γ, & β γ igitur commensurabilis est ipsi γ Δ, longitudine. Manifestum est igitur quòd β Δ ipsi Δ γ, est commensurabilis longitudine. Si fuerint igitur binæ magnitudines inæquales & reliqua: quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 14.*

Si fuerint duę lineę inæquales, quarũ longiorẽ diuidat in duas partes incõmẽsurabiles superficies ęqualis quartę parti quadrati breuioris sibi adiũcta, ita quod desit ad eius cõpletionẽ supficies quadrata, erit lõgior, potẽtior breuiori, augmẽto quadrati lineę incõmẽsurabilis ipsi lõgiori in lõgitudine. Si uerò lõgior, potẽtior fuerit breuiori, q̃drato lineę incõmẽsurabilis ipsi lõgiori in lõgitudine, adiũgatq; ei supficies æq̃lis parti quartę quadrati breuioris, defueritq; lõgiori supficies quadrata, necesse est ut ipsa supficies sibi adiũcta eãdẽ lõgiorẽ lineã in duas portiões incõmẽsurabiles diuidat. 14

Campanus.

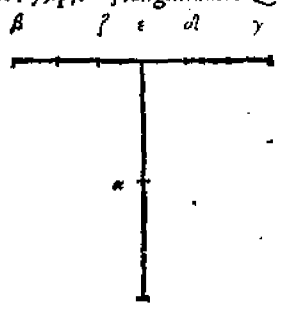
CAMPANVS. Hæc 14 ex contrario antecedentis præmissæ infert contrarium consequentis præmissæ, & non differt eius dispositio à dispositione illius, sed & modus argumentandi utrobique idem. Si enim a d non communicet cum d b, nec d f sibi a d æqualis communicabit cum eandem d b, itaq; per 9 d f non communicabit cum f b, quare neq; a f, sunt enim a f & d f communicantes tanquam numerans & numeratum, ideo neq; a b communicabit cum linea f b. Quod si hoc fuerit uidelicet si a b non communicet cum f b, non communicabit cũ a f, quare neque cum a d aut d f, neque igitur a b cum d a. Potest quoque hæc 14 demonstrari per præmissam, prima pars huius ex secunda illius, & secunda ex prima, à destructione consequentis. Si enim a d & d b non communicent, nec etiam a b & f b communicabunt, nam si a b & b f cõmunicarent, oporteret per secundam partem præmissæ ut a d communicaret cum d b, sed positum est quòd non. Eodem modo de secunda parte. si enim b a & b f non communicant, nec a d & d b communicabũt: nam si sic, sequitur per primam partem præmissæ, ut a b & b f communicent quæ non communicant: quare patet propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 18. Conuersa præcedentis.

18 Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartę autẽ parti eius quod ex minore æquum ad maiorẽ comparetur deficiẽs forma quadrata, & in incõmensurabilia ipsam diuiserit lõgitudine, maior minore maius potest eo quòd ex sibi incõmensurabili longitudine. Et si maior minor maius potuerit, eo quôd ex sibi incõmensurabili, quartæ autẽ ipsius quod ex minore æquũ, ad maiorẽ comparatum fuerit deficiẽs forma quadrata, in incommensurabilia longitudine ipsam dispescit,

THEON ex Zamb. *Sint binæ rectæ lineæ inæquales α & β γ, quarum maior sit β γ, quartæ autem parti eius quod ex α, ad ipsam β γ, æquale comparetur deficiens forma quadrata, sitq; quod sub β δ, & δ γ. Incommensurabilis autem esto β δ, ipsi δ γ. Dico quòd ϐ γ, quàm ipsa α maius potest, eo quòd à sibi incõmensurabili. Ipsis nanq; dispositis ut in præmissa, similiter demonstrabimus, quòd β γ quàm ipsa α, maius potest eo quòd ex δ γ. Demonstrandum igitur quòd incommensurabilis est β γ, ipsi δ γ longitudine. Quoniam enim incommensurabilis est β γ ipsi δ γ, incommensurabilis igitur est (per 16 decimi) β γ ipsi γ δ, longitudine. Sed ipsa δ γ commensurabilis est utriq; & ϐ ζ & δ γ simul, quia ϐ ζ ipsi δ γ est æqualis, & ϐ γ, igitur (per 13) ipsis β ζ & δ γ incommensurabilis est, & perinde (per 16 decimi) & reliquæ ζ δ, incommensurabilis est & β γ longitudine. Et ipsa β γ quàm α maius potest, eo quòd ex ζ δ. Igitur ipsa β γ, quàm α, maius potest eo quòd à sibi commensurabili longitudine. Posit iam rursus β γ maius quàm α, eo quòd à sibi incommensurabili, quartæ autem parti eius quod ex α, æquale ad ipsam ϐ γ comparetur deficiens forma quadrata, & esto id quod sub ϐ δ γ. Demonstrandum quòd incommensurabilis est ϐ δ ipsi δ γ, longitudine. Eisdem nanq; dispositis, similiter demonstrabimus, quòd ipsa β γ quàm α, maius potest eo quòd ex ζ δ. Sed iam (per hypothesin) ipsa β γ, quàm α, maius potest eo quòd à sibi incommensurabili. Incommensurabilis est igitur β γ ipsi ζ δ longitudine. Quare (per 16 decimi) & reliquæ β ζ & δ γ utriq; incommensurabilis est β γ. Sed utraq; ϐ ζ & δ γ, ipsi δ γ commensurabilis est longitudine. Igitur (per 13 decimi) ϐ γ ipsi δ γ incommensurabilis est longitudine, quare & diuidendo β δ, ipsi δ γ incommensurabilis est longitudine. Si binæ igitur rectæ lineæ, & reliqua quæ sequuntur: quod erat demonstrandum.*

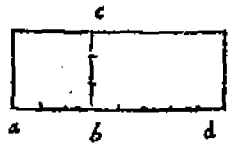


Euclid. ex Camp. Propositio 15.



15 Omnis superficies rectangula, quam continent duæ lineæ in longitudine rationales, rationalis esse probatur.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c cõtinentes superficiem rectangulã a c rationales in longitudine, dico superficiem a c esse rationalẽ: descripto enim quadrato cuiusuis earum, ut c d lineæ b c, erit per primam sexti c d ad a c, sicut b d ad a b. Quia igitur b d communicat in lõgitudine cũ a b ex hypothesi, eo quòd b c sua æqualis, erit per primam partem decimę, c d communicans a c. Cum sit itaq; c d rationalis per diffinitionem, erit & a c rationalis: quod est propositũ.

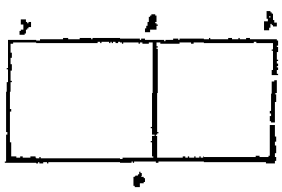


THEON. Lemma.

Quoniam oſtenſum eſt, quòd quæ longitudine cõmenſurabiles, omnino etiam potentia ſunt commenſurabiles, quæ autem potentia non omnino etiam longitudine, ſed uidelicet, poſſunt & longitu line commenſurabiles eſſe & incommenſurabiles, manifeſtum eſt q; ſi poſitæ rationali commenſurabilis aliqua fuerit longitudine, rationalis appellatur, & ei commenſurabilis non ſolum longitudine, uerùm & potentia, quæ enim longitudine commenſurabiles, omnino & potẽtia. Si autẽ poſitæ rationali commenſurabilis aliqua fuerit potentia, ſiquidem & longitudine dicitur etiã rationalis & ei cõmenſurabilis longitudine & potentia. Quæ uerò expoſitæ rurſus rationali commenſurabilis exiſtens potẽtia, longitudine fuerit ei incommenſurabilis, dicitur ſic rationalis, potentia tantũ cõmenſurabilis. Procli ſcholion. Rationales appellat, expoſitæ rationali longitudine & potentia commenſurabiles, aut potentia tantum. Sunt autem aliæ quoq; rectæ lineæ quæ longitudine incommenſurabiles ſunt expoſitæ rationali, potentia uerò tantum cõmenſurabiles, & id propterea rurſus appellantur rationales, cõmenſurabiles adinuicem quatenus rationales. Sed cõmenſurabiles adinuicem uel non ſolum potentia, ueruntamen & longitudine, uel potentia tantum, & ſi longitudine quidẽ, & ipſæ rationales longitudine commenſurabiles, audito quòd & potentia. Si uerò potentia tantum adinuicem ſunt commenſurabiles: appellantur & ipſæ rationales potentia tantum commenſurabiles. Quod autem rationales commenſurabiles ſunt, hinc certũ eſt. Quoniam enim rationales ſunt quæ expoſitæ rationali ſunt commenſurabiles, quæ uerò idem commenſurabiles & adinuicem ſunt commenſurabiles (per 12 decimi) quæ rationales igitur ſunt commenſurabiles.

Euclid. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 19.

Sub rationalib. longitudine cõmenſurabilib. rectis lineis iuxta aliquem prædictorũ modorũ comprehẽſum rectangulũ rationale eſt. 19



THEON ex Zamb. Sub rationalibus enim lõgitudine commenſurabilibus rectis lineis α β, & β γ, rectangulum comprehendatur α γ. Dico q; α γ, rationale eſt. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum α δ, rationale igitur eſt α δ. Et quoniam commenſurabilis eſt α β, ipſi β γ, longitudine, æqualis autem eſt α β, ipſi β δ, commẽſurabilis eſt igitur β δ, ipſi β γ longitudine, eſtq; ſicut δ δ ad β γ, ſic eſt δ α ad α γ. Commenſurabilis autem eſt β δ ipſi β γ, commenſurabile igitur & δ α, ipſi α γ: rationale autem δ α, rationale igitur (per 11 decimi) eſt & α γ. Quod ſub rationalibus commenſurabilibus igitur longitudine, & reliqua: quod oportuit oſtendiſſe.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 16.



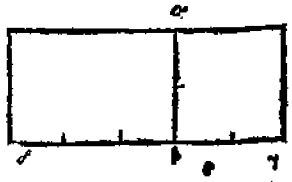
VM adiuncta fuerit lineæ in lõgitudine rationali ſuperficies rationalis rectãgula, latus eius ſecũdũ erit in lõgitudine rationale, lateriq; primo in lõgitudine cõmẽſurabile. 16



CAMP. Hæc eſt quaſi cõuerſa prioris. Vt ſi ſuperficies a c adiũcta ad lineam a b rationalẽ in longitudine, fuerit rationalis, dico q; latus eius ſecundũ quod eſt b c, erit etiam rationale in longitudine, & communicans lateri primo. Sit enim a d quadratum a b eritq; rationale ex diffinitione, & propter hoc erit communicans cum ſuperficie a c rationali. Quia igitur per primam ſexti, ſicut a d ad a c, ita eſt etiam d b ad b c, communicat autem d a cum a c, erit per primam partẽ decimæ b d communicans cũ b c, ergo cum b a ſua æquali. Sed b a, rationalis eſt, quare per diffinitionem & b c. Conſtat itaq; propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 20.

Si rationale ad rationalem comparatum fuerit, latitudinem efficit rationalem, commenſurabilemq; ei ad quam comparatur longitudine. 20



THEON ex Zamb. Rationale enim α γ, ad rationalem iuxta aliquẽ prædictorum modorũ α β, comparetur, latitudinem efficiens β γ. Dico q; rationalis eſt β γ, & cõmenſurabilis ipſi β γ longitudine. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratũ α δ. Rationale igitur (per 9 diffinitionẽ decimi) eſt α δ, rationale autẽ & α γ, cõmenſurabile igitur (per cõuerſionẽ 10 diffinitionis) eſt δ α, ipſi α γ. Eſtq; ſicut δ α ad α γ, ſic eſt δ β ad δ γ: commenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) δ β, ipſi β γ. Aequalis autem eſt δ β, ipſi β α, commenſurabilis igitur eſt α β, ipſi β γ. Rationalis autem eſt α δ, rationalis igitur eſt (per conuerſionẽ 7 diffinitionis.)

& δ γ

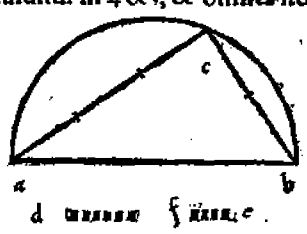
& β γ, & commensurabilis ipsi β α, longitudine. Si rationale igitur ad rationem comparatum fuerit, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.

Subsequentes ex Campano proportionales 17 scilicet & 18 respondent 29 & 30 ex Zamberto infrà suo loco & ordine dispositis.

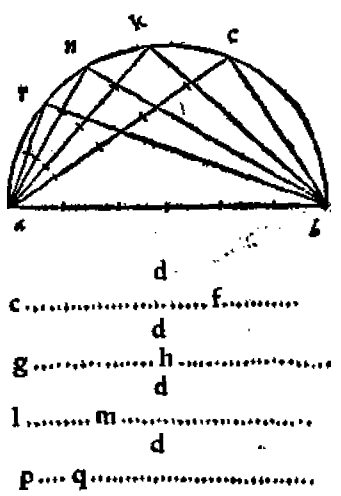
Euclid. ex Camp. *Propositio 17.*

17 DVas lineas inuenire potentia tantum rationales commensurabiles, quarum longior plus possit breuiori, quadrato lineæ sibi commensurabilis in longitudine.

CAMPANVS. Propositum est inuenire duas lineas rationales potentia tantum communicantes, quarum longior sit potentior breuiori, quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine. Sumo itaq; aliquam lineam rationalem, quæ sit a b, super quam describo semicirculũ a c b, & sumpto aliquo numero ut d e, diuido ipsum in duos numeros d f & f e, ita quòd sit proportio d e ad d f, sicut numeri quadrati ad numerum quadratum: non sit autem proportio d e ad f e, ut numeri quadrati ad numerum quadratum, talis autem numerus est quilibet quadratus diuisibilis in quadratum & non quadratum, ut 9 qui diuiditur in 4 & 5, & omnes horum æquè multiplices. Et inuenio lineam a d ad cuius quadratũ se habeat quadratum lineæ a b, sicut numerus d e ad numerum d f: qualiter autem ipsa reperiatur, in demonstratione 5 dictum est. Hanc lineam inuentam quæ necessariò est minor a b, coapto per primam quarti intra semicirculum a c b, sitq; a c, & subtraham lineam c b. Dico duas lineas a b & c b, esse quas quærimus. Erit enim per primam partem 30 tertij, angulus c rectus, & ideò per penultimam primi, quadratum a b æquale est quadratis duarum linearum a c & c b. Et quia proportio quadrati lineæ a b ad quadratũ lineæ a c est sicut d e ad f per hypothesin, erit per euersam proportionalitatem proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ c b, sicut d e ad f e, ergo quadratum c b, communicat cum quadrato a b per 6 huius, erit igitur quadratum c b, rationale per diffinitionem, cùm communicet rationali superficiei. Et quia c b & a b sunt incommensurabiles per ultimam partem 7, constat duas lineas a b & c b esse rationales, potentia tantum communicantes. At quia linea a b est potentior linea c b in quadrato lineæ a c quæ per secundam partem septimæ cõmunicat secum in longitudine, constat habitum esse propositum.



CAMPANI *annotatio.* Si autem lineæ plures duabus potentia tantum rationales communicantes, quarum una potentior longior sit qualibet aliarum in quadrato alicuius lineæ secum communicantis in longitudine, reperire, sicut prius linea a b rationalis in longitudine, super quam describatur semicirculus a c b, sumaturq; numerus d quadratus, qui sit diuisibilis in multos quadratos & nõ quadratos, quorum non quadratorum minimè sit proportio sicut aliquorũ numerorum quadratorum, tales autem numeri ultrò se offerunt, ut 36, qui est diuisibilis in 25 & 11: itemque in 16 & 20, rursùsque in 9 & 27, ac iterum in 4 & 32, istorum uerò non quadratorum qui sunt 11, 20, 27, 32. adinuicem, non est proportio sicut alicuius numeri quadrati ad alium numerum quadratũ. Esto igitur ut numerus d quadratus diuidatur in e quadratum & f non quadratum. Sitq; quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ a c, sicut numerus d ad numerum e, ducatur linea c b, & cõstat propositum: & ut prius demonstratum est a b & b c esse duas tales lineas, quas inquirimus. Similiter quoq; diuidã d in g quadratũ & h nõ quadratũ, sitq; quadratũ lineæ a b ad quadratum lineæ a k, sicut d ad g, & ducatur linea k b, eruntq; ut prius duæ lineæ a b & k b, quales inquirimus. Eodem modo, si rursus diuidatur d in l quadratum, & m non quadratum, & ponatur



proportio

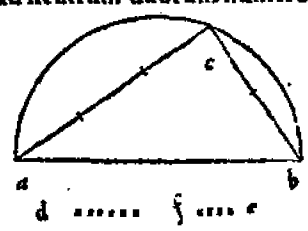
proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ a n, ſicut d ad l, m producatur n b, erunt duæ lineæ a b & b n quales inquirimus. Quod ſi rurſus diuidatur d in p quadratum & in q non quadratum, & fuerit proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ a r ſicut d ad p, & protracta fuerit linea r b erunt etiam duæ a b & b r, quales inquirimus. Sunt itaq; lineæ a b, b c, b k, b n, b r, potentia tantum rationales & in ea communicantes, quarum una uidelicet a b eſt potẽtior qualibet aliarum in quadrato lineæ ſecum communicantis in longitudine. Si igitur quatuor linearum b c, b k, b n, b r, nulla communicat alij in longitudine, conſtat propoſitum. Iſtud autem ſic probatur, patet enim ex præmiſſis, quòd quadratum lineæ b c ad quadratũ lineæ a b eſt ſicut numerus f ad numerum d, & quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ b k, eſt ſicut numerus f ad numerum d, & quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ b k eſt ſicut numerus d ad numerum h, ergo per æquam proportionalitatem quadratum lineæ b c ad quadratum lineæ b k, eſt ſicut numerus f ad numerum h: ſed nullus quatuor numerorum f, h, m, k, ſe habet ex hypotheſi ad alium ſicut numerus quadratus ad numerum quadratum, quare per 3 partem ſeptimæ, duæ lineæ b c, b k, ſunt incommmenſurabiles in longitudine. Eadem ratione quælibet duæ ex illis quatuor ſunt incommenſurabiles in longitudine. Liquet ergo quod uolumus.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 18.

Zamb. 50.

DVas lineas in potentia tantũ rationales communicantes, quarum longior plus poſsit breuiori quantum quadratũ lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine inuenire.

CAMPANVS. In hac quoq; remaneat eadem diſpoſitio eædemq; hypotheſes quę in præmiſſa, hoc ſolum mutato quòd proportio numeri d e ad neutrum duorum numerorum d f & f e, ſit ſicut numeri quadrati ad numerum quadratum, hoc autem facilè fiet, poſito d e, quotlibet numero quadrato diuiſo in duos numeros non quadratos, ut ſi d e ſit 9, & d f, 6, & f e 3, argumentando ut prius, hoc duntaxat excepto quòd a b & a c ſint incommenſurabiles in longitudine per ultimam partem 7.



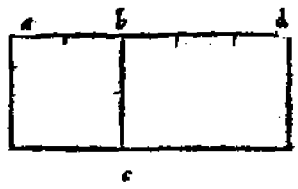
CAMPANI *additio*. Et ſciendum quòd duę lineæ quales hæc & præmiſſa docent inuenire, componunt binomium, & minori earum abſciſſa de maiori, quæ reliqua eſt dicitur reſiduum. Nota etiam quòd lineę tantum potentia rationales communicãtes, poſſunt eſſe una rationalis & alia irrationalis, ſicut latera tetragonica duarum ſuperficierum, quarum una ſit 25 pedum, & alia 24, ſunt rationalia potentia tantũ cõmunicantia. latus enim primæ ſuperficiei eſt 5, latus uerò ſecundæ non numeratur. Et poſſunt eſſe ambæ irrationales, ut latera tetragonica duarum ſuperficierum, quarum una ſit 24 pedum & alia 23, neutrius enim numeratur latus, ſuntq; in longitudine incommenſurabilia ex ultima parte ſeptimæ. Quòd ſi libeat etiam inuenire plures lineas duabus potentia tantum rationales commmunicantes, quarum una ſit potentior qualiber aliarum in quadrato lineæ ſecum non communicantis in longitudine, ſumatur talis numerus qui poſsit pluries ſic diuidi quòd ipſius ad nullam ſuarum partium nec alicuius ad aliquam aliarũ ſit proportio ut numeri quadrati ad numerum quadratum, ut 25 poteſt diuidi in 2 & 23: item in 5 & 20, & rurſus in 7 & 18. Et ſic proceſſus idem qui fuit in præmiſſa.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 19.

OMnis ſuperficies quam continent duæ lineę potentialiter tantum rationales communicantes, eſt irrationalis, dicitur'q; ſuperficies medialis, eius'que latus tetragonicum, ſcilicet quod in eã poteſt, eſt irrationale, dicitur'q; linea medialis.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b, b c, continentes ſuperficiem a c, rationales potentia tantum communicantes, quę qualiter reperiantur, ex præmiſſa & ante præmiſſam manifeſtum eſt, dico ſuperficiem a c eſſe irrationalem. Sit enim d c quadratũ b c, eritq; rationale per hypotheſin, eo quòd linea b c eſt rationalis in potentia. Et quia ex prima ſexti a c ad c d, ſicut a b ad b d, non communicat autem a b cum b d, quia ex hypotheſi nõ communicat cum ſua æquali, quæ eſt b c, ſequitur per ſecundam partem 10, ut etiam a c nõ communicet cum c d, quare per diffinitionem, ſuperficies a c eſt irrationalis, ideoq; & ſuum latus tetragonicũ eſt etiam irrationale. Dicitur autem

tem hęc ſuperficies medialis, quoniã ipſa eſt medio loco proportionalis inter duas ſuperficies rationales, uidelicet inter quadrata duarum linearum ipſam cõtinentium. Et lineam potens in ipſam dicitur medialis, quoniam ipſa quoque eſt medio loco proportionalis inter duas lineas potentia tantum rationales communicantes, & hę duę lineæ ſunt latera dictæ ſuperficiei. Et hoc eſt quod uolumus.



THEON. *Lemma.*

Potens irrationalem aream, irrationalis eſt.

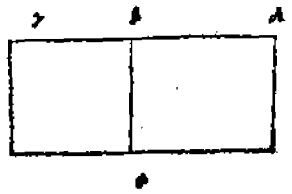
Poſsit enim α, irrationalẽ aream, hoc eſt id quod fit ex α, quadratũ æquale irrationali areæ. Dico quòd α irrationalis eſt: ſi enim eſt rationalis, erit rationale quoq; id quod ex α quadratum, ſic enim in diffinitionibus: nõ eſt autem. Irrationalis igitur eſt α. Potens irrationalem igitur, &c reliqua: quod erat demonſtrandum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propoſitio 21.*

21 ## Sub rationalibus potẽtia tantum commenſuralibus rectis lineis comprehenſum rectangulum, irrationale eſt, illudq; potens irrationalis eſt, uocetúrq; media.

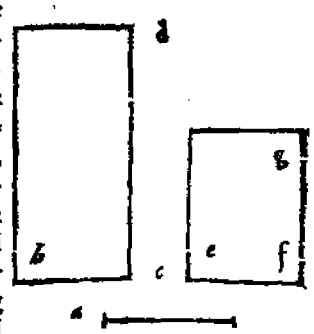
THEON ex Zamb. *Sub rationalibus enim potentia tantum commenſuralibus rectis lineis α ß, & ß γ comprehendatur rectangulum α γ. Dico quòd α γ, irrationale eſt, potensq; illud irrationalis eſt, & media appellatur. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α ß, quadratũ α Δ, rationale igitur eſt ipſum α Δ. Et quoniam incommenſurabilis eſt α ß ipſi ß γ, longitudine (potentia nanq; tantum ſupponuntur commenſurabiles) æqualis autem eſt α ß ipſi ß Δ, incommenſurabilis igitur eſt & ß Δ, ipſi ß γ longitudine. Eſtq; ſicut Δ ß ad ß γ, ſic eſt α Δ ad α γ, incommenſurabile igitur eſt (per 11 decimi) Δ α, ipſi α γ. Rationale autem eſt Δ α, irrationale igitur eſt α γ, quare & ipſum potens α γ, hoc eſt potens æquale ei quadratum, irrationalis eſt: uocetúrq; media, eo quia ex ipſa quadratũ, æquale eſt ei quod fit ex α ß, & ß γ, & eo quia ipſa media (per ſecũdam partem 17 ſexti) proportionalis eſt ipſis α ß, & ß γ. Sub rationalibus igitur potentia tantum, &c reliqua: quod oportuit demonſtraſſe.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 20.*

20 ## Cum adiũcta fuerit lineæ in longitudine rationali ſuperficies æqualis quadrato lineæ medialis, latus eius ſecundum potentialiter tantum erit rationale, lateríq; primo in longitudine incommenſurabile.

CAMPANVS. Hæc eſt quaſi conuerſa prȩmiſſæ. Sit a linea medialis, ſitq; linea b c rationalis in longitudine, cui adiungatur ſuperficies b d æqualis quadrato lineæ a. Quod hoc modo fiet. Sub iungatur duabus lineis b c & a, linea c d in continua proportionalitate, ut docet 10 ſexti, eritq; ſuperficies ex b c in d ęqualis quadrato lineę a, per 16 eiuſdem: dico latus eius ſecundum quod eſt d c, eſſe rationale in potentia tantum, & incommenſurabile in longitudine lateri b c. Eritq; ex prȩmiſſa per diffinitionem lineæ medialis, ut linea a poſsit in aliquam ſuperficiem contentam à duabus lineis potentia tantum rationalibus communicantibus, quæ ſit ſuperficies e g, cuius latera e f & f g. Eruntq; duę ſuperficies b d & e g per primam partem 13 ſexti laterum mutuorũ, propter hoc quod ipſæ ſunt æquales & rectangulę, proportio ergo b c ad e f, eſt ſicut f g ad c d. Quare per 10 cum b c communicet in potentia cum e, f: eo quòd quadrata utriuſque earum ſunt rationalia ex hypotheſi, f g communicabit in potentia cum c d. Cùm igitur quadratum f g ſit rationale per hypotheſin, erit quoque quadratum c d rationale per diffinitionem. At quia ſuperficies b d eſt irrationalis, ſicut ſua ęqualis e g, per prȩmiſſam; ſequitur ut quadratum lineę c d non communicet cum ſuperficie b d. Et quia quadratum lineę c d ad ſuperficiem b d eſt per primam ſexti, ſicut c d ad c b, erit per ſecundam partem 10, ut c d non communicet cum b c. Quare cum b c ſit rationalis in longitudine ex hypotheſi, erit c d irrationalis in longitudine, & potẽtia tantum rationalis. Patet ergo propoſita concluſio.

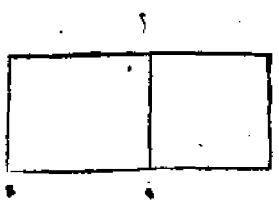


THEON

THEON. Lemma.

Si binæ fuerint rectæ lineæ, est sicut prima ad secundam, sic quod à prima ad id quod sub duabus rectis lineis.

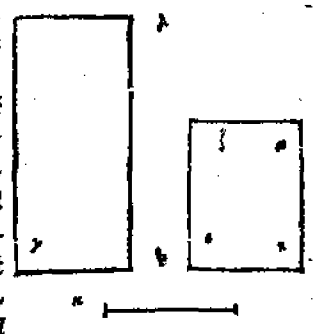
Sint binæ rectæ lineæ, ζ ε, ε η. Dico q; est sicut ζ ε, ad ε η, sic est quod ex ζ ε, ad id quod sub ζ ε, & ε η. Describatur enim (per 46 primi) ex ζ ε, quadratũ ϑ η, cõpleaturq; ζ η. Quoniã igitur est sicut ζ ε ad ε η, sic est ζ ϑ ad ζ η, & est quidã ζ ϑ, id quod fit ex ζ ε, at ζ η id est quod sub ϑ ε, et ε η, hoc est quod sub ζ ε, et ε η, est igitur sicut ζ ε ad ε η, sic quod ex ζ ε ad id quod sub ζ ε, et ε η, similiter quoq; et sicut quod sub η ε, et ε ζ ad id quod ex ε ζ, hoc est sicut η ϑ ad ϑ ζ, sic ε η ad ε ζ.



Euclid. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 22.

Quod à media ad rationalem comparatum, latitudinem efficit rationalem, & ei ad quam comparatur longitudine incommensurabilem.

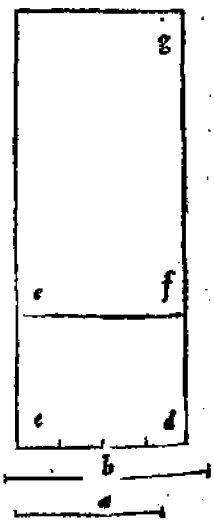
THEON ex Zamb. *Sit (per 21 decimi) media quidem α, rationalis autem γ δ, & ei quidem quod ex α, æqua ad β γ, comparetur (per 45 primi) area rectangula β ϑ, latitudinem efficiens γ ϑ. Dico quòd rationalis est γ ϑ, et incommensurabilis ipsi γ β longitudine. Quoniam (per 21 decimi) α media est, aream potest comprehensam sub rationalibus potentia tantũ commensurabilibus, posit ipsam ε ζ, potest autem & β ϑ, æqualis igitur est δ ϑ, ipsi η ζ, est autem & ei æquiangula. Æqualium autẽ & æquiangulorum parallelogrammorum (per 14 sexti) reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, proportionaliter igitur est sicut β γ ad ε η, sic ε ζ ad γ ϑ, est igitur (per 22 sexti) & sicut id quod ex β γ ad id quod ex ε η, sic est id quod ex ε ζ ad id quod ex γ ϑ. Commensurabile autem est (per hypothesin) quod ex β γ, ei quod ex ε η. Rationalis enim est utraq; ipsarum. Commensurabile igitur est (per 11 decimi) & quod ex γ ζ ei quod ex γ ϑ. Rationale autem est quod ex ε ζ, rationale igitur et quod ex γ ϑ, rationalis igitur est γ ϑ. Et quoniam incommensurabilis est ε ζ, ipsi ε η longitudine (potẽtia enim tantum sunt commensurabiles) sicut autem ε ζ ad ε η, sic (per lemma præcedens) quod ex ε ζ ad id quod sub ε ζ, & ε η, incommensurabile igitur est (per 11 decimi) quod ex ε ζ, ei quod sub ζ ε, & ε η. Sed ei quidem quod ex ε ζ, commensurabile est ei quod ex γ ϑ, rationales enim sunt potentia, ei autem quod sub ζ ε, & ε η, commensurabile est id quod sub ϑ γ, & γ β, æqualia enim sunt ei quod ex α. Incommensurabile igitur est (per 13 decimi) quod ex γ ϑ ei quod sub ϑ γ, & γ β. Sicut autem quod ex γ ϑ ad id quod sub ϑ γ, & γ β, sic (per lemma præcedens) est ϑ γ ad γ β. Incommensurabilis igitur est ϑ γ, ipsi γ β longitudine. Rationalis igitur est γ ϑ, et ipsi γ β longitudine commensurabilis: quod erat demonstrandum.*



Euclid. ex Camp. Propositio 22.

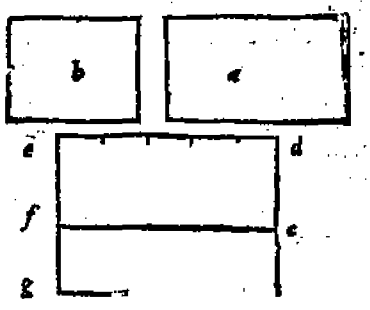
OMnis línea communicans mediali, est medialis.

CAMPANVS. Sit linea a medialis, cui ponatur linea b esse communicans siue in longitudine siue in potentia tantum. Dico quòd etiam linea b est medialis. Sit enim linea c d rationalis in lõgitudine, cui adiũgatur superficies c f æqualis quadrato lineę a: & item superficies e g æqualis quadrato lineæ b, hoc autem qualiter fiat, in præmissæ demonstratione dictum est. Eritq; per præmissam linea d f rationalis in potentia tantũ, & incommensurabilis lineæ c d. Et quia per primã sexti e g ad c f, sic f g ad d f, communicat autem e g cũ c f eo quòd quadratum b, communicat cum quadrato a per hypothesin, quib. quadratis dictæ superficies positæ sunt æquales, sequitur per primam partem decimæ ut linea f g cõmunicet cũ linea d f, quare f g est rationalis in potentia tantum, sicut est d f, & incommensurabilis in longitudine lineæ e f, cũ linea d f sibi cõmunicans sit incõmensurabilis eidẽ e f, eo quòd suæ æquali. Hoc enim probatum est in 8. quòd si fuerint duę qnantitates communicantes, unicuiq; una earum nõ communicat, nec reliqua. itaq; per 19 erit superficies e g medialis, & eius latus tetragonicum, quod est b mediale: quod est propositum.



CAMPANI *additio.* Similiter quoque omnis superficies communicans superficiei mediali, medialis esse conuincitur. Sit enim superficies

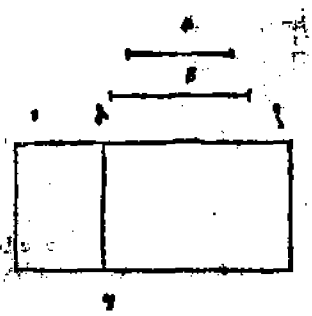
cies a medialis, cui ponatur ſuperficies b eſſe communicans, dico ſuperficiem b eſſe medialem, quod ſic conſtabit. Sit linea c d rationalis in longitudine, adiungaturq; ei ſuperficies c e, quæ ſit æqualis ſuperficiei a, quod hoc modo fiet. Inueniatur linea c f, ad quam ſic ſe habeat unum ex lateribus ſuperficiei a, ſicut linea c d ſe habet ad reliquum: hæc autem linea qualiter reperiatur, in 10 ſexti dictum eſt, eritq; ex 15 eiuſdem ſuperficies d f æqualis a. Item quę eodem modo ad lineam e f adiungatur ſuperficies e g, quæ ſit æqualis b: erit itaque per 10 linea c f potentia tantum rationalis, erit quoque lineæ c d in longitudine incommenſurabilis. Et quia a & b erant communicantes ex hypotheſi, erunt quoq; c e & e g eis æquales communicantes, itaque per primam ſexti & per primam partem decimæ huius, erunt duæ lineæ c f & f g, communicantes in longitudine. Eſt igitur linea f g rationalis in potentia tantum, & lineæ e f incommenſurabilis in longitudine: quare per 19 ſuperficies e g erit medialis, cum linea e f ſit rationalis in longitudine ſicut c d ſibi æqualis. Cum ſit ergo b æqualis e g, erit quoque b medialis, quod eſt propoſitum. Et nota quòd omnes ſuperficies mediales communicantes, componunt ſuperficiem medialem. Vnde tota d g eſt medialis, quia cum duæ lineæ c f & f g ſint rationales in potentia tantum, & non communicantes in longitudine, ſequitur ut tota c g ſit rationalis in potentia tantum, & non communicans c d in longitudine, itaque per 19 d g eſt medialis. Eodemq; modo ſi ſint plures.



Euclid. ex Zamb. Theorema 20. Propoſitio 21.

21 Quæ mediæ commenſurabilis, media eſt.

THEON ex Zamb. *Sit media α, & ipſi α commenſurabilis eſto β. Dico quòd & β media eſt. Exponatur enim rationalis, γ δ, et ei quod ex α ſit æquale ad γ δ comparetur area rectangula γ ε (per 45 primi) latitudinem efficiens ipſam ε δ. Rationalis igitur eſt (per præcedentem) ε δ, incommenſurabilisq; ipſi γ δ longitudine, ei autem quod eſt β æquale ad γ δ comparetur (per 44 primi) area rectangula γ ζ, latitudinem efficiens δ ζ. Quoniam igitur commenſurabilis eſt α ipſi β, commenſurabile eſt quoq; id quod ex α ad id quod eſt β. Sed ei quidē quod ex α, æquū eſt ε γ; ei autem quod ex β, æquū eſt, γ ζ. Commenſurabile igitur eſt ε γ ipſi γ ζ, eſtq; ſicut ε γ ad γ ζ, ſic eſt ε δ ad δ ζ. Commenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) ε δ ipſi δ ζ longitudine. Rationalis autem eſt ε δ, & ipſi δ γ incommenſurabilis longitudine. Rationalis igitur eſt & δ ζ & ipſi δ γ longitudine incommenſurabilis. Igitur γ δ & δ ζ (per 13 decimi) rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Quod autem ſub rationalibus potentia tantum commenſurabilibus rectis lineis comprehenditur rectangulum, irrationale eſt (per 21 decimi) & illud potens, irrationalis eſt, appellaturq; media, potens igitur id quod ſub γ δ, & δ ζ, media eſt, poteſtq; β quod ſub γ δ & δ ζ ſit, media igitur eſt β: quod erat oſtendendum.*



CORREL. *Hinc igitur eſt manifeſtum, quòd mediæ areæ rationali commenſurabilis media eſt, poſſunt enim eas rectæ lineæ quæ potentia ſunt commenſurabiles, quarum altera media, quare & reliqua media eſt. Similiter autem eis quæ de rationalibus & medijs dicta ſunt, ſequitur ut mediæ longitudine commenſurabilis, media apelletur, eiq; commenſurabilis, non tantum longitudine, ſed & potentia, quoniam in uniuerſali longitudine commenſurabiles omnino & potentia. Si uerò mediæ commenſurabiles potentia tantum, dicuntur mediæ potentia tantum commenſurabiles.*

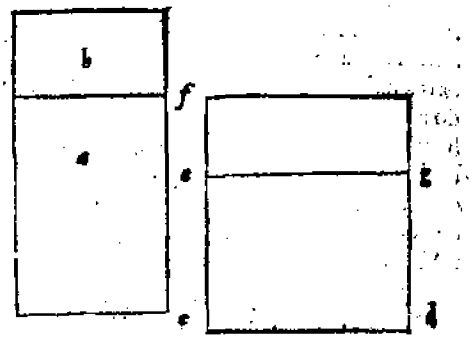
Euclid. ex Camp. Propoſitio 22.



22 Mnis differentia qua abūdat mediale à mediali, irrationalis eſſe probatur.

CAMPANVS. Sit utraq; duarum ſuperficierum a b & a, medialis: dico quòd ſuperficies ō quæ eſt earū differentia, eſt irrationalis. Sit enim linea c d rationalis in longitudine, cui adiungatur ſuperficies d e æqualis ſuperficiei a, & ſuperficies d r æqualis totali ſuperficiei a b, hoc autem qualiter fiat, in præmiſſa docuimus. Quia ergo d f eſt æqualis a b, & d e æqualis a, erit per cōceptionē g f æqualis b. Si itaq; ſuperficies b nō eſt irrationalis, ſed rationalis, erit & f g ſua æqualis rationalis. At cum linea e g ſit rationalis in longi

tudine ſicut ſua æqualis c d, erit per 16 linea e f rationalis in longitudine & communicans lineæ e g, per 20 autem eſt utraque duarum linearum c e & e f potentialiter tantum rationalis, & lineæ c d incommenſurabilis in longitudine: itaq; e f linea eſt incommenſurabilis lineæ c e in longitudine. Et quia per primam ſexti quadratum lineæ e f ad ſuperficiem quæ fit ex e f in c e eſt, ſicut e f ad c e, ſequitur per ſecundam partem decimæ, ut quadratum lineæ e f ſit incommenſurabile ſuperficiei factæ ex e f in c e, quare & ipſum quadratū erit incommenſurabile duplo ſuperficiei ex e f in c e: quadratum uerò c e cum ſit rationale, eſt communicans quadrato e f, totum igitur ex ambobus cōpoſitum erit per 9 communicans quadrato e f. Et ideo incommenſurabile duplo ſuperficiei ex e f in c e. Et quia per 4 ſecundi quadratum lineæ c f eſt æquale duobus quadratis duarum linearum c e & e f, & duplo ſuperficiei ex c e in e f, & duplum ſuperficiei c e in e f eſt incommenſurabile, aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f, ſequitur per ea quæ addita ſunt in 5, ut quadratum c f ſit incommenſurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f. At cum aggregatum ex his quadratis ſit rationale, ſequitur quadratum lineæ c f non eſſe rationale, & ideo linea c f non eſt rationalis in potentia, & idcirco non erit ſuperficies d f medialis, neque a b ſibi æqualis, quod eſt inconueniens, cum ſit contrarium poſitis. Relinquitur igitur quòd ſuperficies b, eſt irrationalis: quod eſt propoſitum.

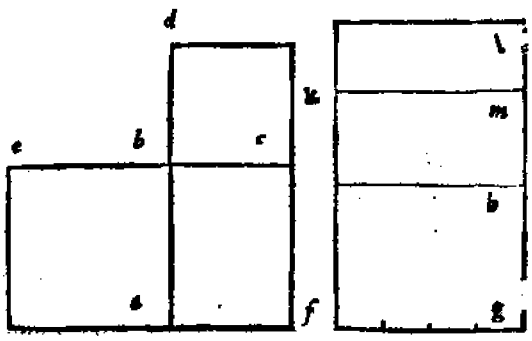


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 23.*



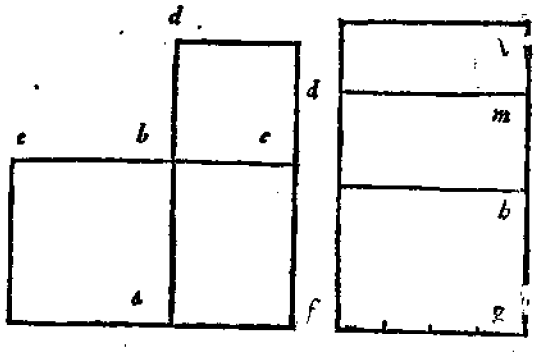
OMnis ſuperficies quam continent duæ lineæ mediales potētialiter tantum communicantes, aut rationalis eſt, aut medialis.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c mediales potentia tantum communicantes, dico quòd ſuperficies a c ab eis contenta aut eſt rationalis, aut medialis. Sint enim, c d quadratum lineæ b c, & a e quadratum lineæ a b: erūtq; ex hypotheſi hæc duo quadrata communicantia, & erit per primam ſexti ſuperficies a c medialis medio loco proportionalis inter ipſa quadrata. Sumatur igitur linea f g, quæ ſit rationalis in longitudine, cui adiungatur ſuperficies f h æqualis quadrato a e, & h k æqualis ſuperficiei a c, & k l æqualis quadrato d c, eruntq; hæ tres ſuperficies f h, h k, & k l continuè proportionales, ſicut ſunt æquales a e, a c, & d c, quare per primam ſexti erunt etiam tres lineæ g h, h m, & m l, quæ ſunt baſes earum, continuè proportionales. Et cum ſuperficies f h & k l ſint communicantes ſicut duo quadrata a e & c d eis æqualia, ſequitur per primam ſexti & decimam huius, ut linea g h ſit communicans cum l m, utraq; autem earum eſt rationalis, in potentia per 20 huius: igitur ſuperficies unius earum in alteram eſt rationalis: omnis enim ſuperficies quam continent duæ lineæ rationales in potentia, communicantes in longitudine, neceſſariò eſt rationalis, ut patet ex prima ſexti & prima parte decimę huius, & ex diffinitione ſuperficierum rationalium. Et quia ex prima parte decimæ ſextæ quadratum lineæ l m eſt æquale ſuperficiei ex g h in m l, erit quadratum lineæ h m rationale. Si ergo linea h m eſt rationalis in longitudine ſibi communicans lineæ k m, quæ eſt æqualis lineæ f g, erit, per 15 ſuperficies h k rationalis, ideo'que & ſua æqualis a c. Si autem h m ſit irrationalis in longitudine ſiue incommenſurabilis lineæ k m, quæ eſt æqualis lineæ f g, cum ipſa ſit rationalis ſaltem in potentia, eo quòd ſuum quadratum eſt rationale, erit ex 19 ſuperficies h k medialis, quare & ſua æqualis a c. Conſtat ergo propoſitum.



Zamb. 24 CAMPANI *annotatio.* Et nota quòd ſi duæ lineæ a b & b c eſſent mediales in lōgitudine communicantes

municantes, esset superficies a c medialis tantum, esset enim superficies a c communicans utriq; duorum quadratorum a e & c d per primam sexti & per præsentem hypothesin, & per 10 huius, & ideo superficies h k æqualis a c, esset communicans utriq; superficiei f h & k l, igitur per primam sexti & 10 huius linea h m esset communicans utrique duarum linearum g h & l m. Et quia hæ ambæ essent rationales in potentia tantum, non communicantes in longitudine lineæ f g, esset quoque h m rationalis in potentia tantum, non communicans in longitudine lineę f g. quare per 19 esset superficies h k medialis tantum, & ideo etiam a c sibi ęqualis. Si autem duæ lineæ a b & b c essent mediales, neq; in longitudine neque in potentia communicantes, superficies a c neque esset rationalis neque medialis: si enim sic esset, scilicet quòd duæ lineæ a b & b c essent mediales, neque in longitudine neque in potentia communicantes, essent duo quadrata a e & c d incommunicantia, itaque & duæ superficies f h & k l eis æquales quoque essent incommunicantes, quare & duæ lineæ g h & m l essent incommensurabiles per primam sexti, & per secundam partem decimi. Et quia utraque earum est rationalis tantum in potentia, per 20 esset superficies unius earum ad alteram medialis per 19. Cum ergo quadratum lineę h m sit æquale dictę superficiei, quæ fit ex g h in m l, per primam partem 16 sexti esset per 19 linea h m linea medialis, per 15 ergo non esset superficies h k rationalis, nec etiam per 20 medialis, quare nec sua æqualis a c.

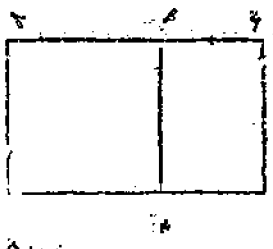


Præcedentes duæ ex Campano propositiones, scilicet 22. & 23. tribus ex Zamberto sequentibus, uidelicet 24. 25. & 26. inuerso ordine respondent, 22. nanque ex Campano, 26. ex Zamberto, 26. autem ex Campano, cum additione, 24. & 25. ex Zamberto respondent.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propositio 24.*

24 Sub medijs longitudine commensurabilibus rectis lineis comprehensum rectangulum, medium est.

THEON *ex Zamb. Sub medijs enim longitudine commensurabilibus rectis lineis* α β, β γ, *comprehendatur rectangulum* α γ, *dico quòd* α γ *medium est. Describatur enim (per 46 primi) ex* α β, *quadratum* α δ, *medium igitur est* α δ. *Et quoniam commensurabilis est* α β *ipsi* β γ *longitudine, æqualis autem est* α β *ipsi* β δ, *commensurabilis igitur est* δ β *ipsi* β γ *longitudine. Quare & ipsa* δ α *ipsi* α γ *(per correlarium 23 decimi) commensurabile est: medium autem est* δ α, *medium igitur & ipsa* α γ: *quod oportebat ostendere.*

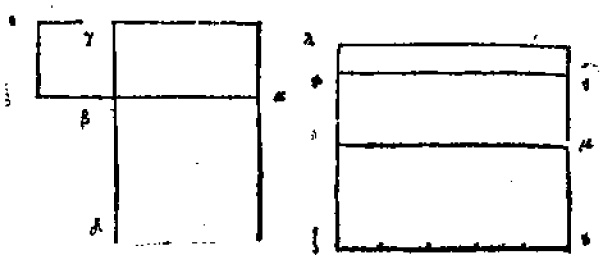


Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propositio 25.*

25 Sub medijs potentia tantum commẽsurabilibus rectis lineis comprehensum rectangulum, aut rationale aut medium est.

THEON *ex Zamb. Sub medijs potentia tantum commensurabilibus rectis lineis* α β, β γ, *comprehendatur rectangulum* α γ. *Dico quòd* α γ, *aut rationale, aut medium est. Describantur enim (per 46 primi) ex* α β *& ipsa* β γ, *quadrata* α δ *&* β ε, *medium est igitur utrunq; ipsorum* α δ *&* β ε. *Exponatur q; rationalis* ζ η *ipsiq;* α δ *æquum ad* ζ η *comparetur (per 43 primi) rectangulum parallelogrammum* η θ, *ipsam latitudinem efficiens* ζ θ. *Ipsi autem* α γ *ad* θ μ *æquum comparetur (per eandem) rectangulũ parallelogrammum* μ ν, *latitudinem efficiens* θ ν. *Et insuper (per eandem)* β ε *æquum similiter ad* ν ξ *cõparetur* ξ λ, *ipsam latitudinẽ efficiẽs* ν λ. *In rectas lineas igitur sunt* ζ θ, θ ν, *& quoniã utrũq; ipsorũ* α δ *&* β ε *medium est, estq; æquale* α δ, *ipsi* η θ, *& ipsi* ξ λ, *mediũ igitur est & utrũq; ipsorũ* η θ, ξ λ, *et ad rationalẽ* ζ η *com-*

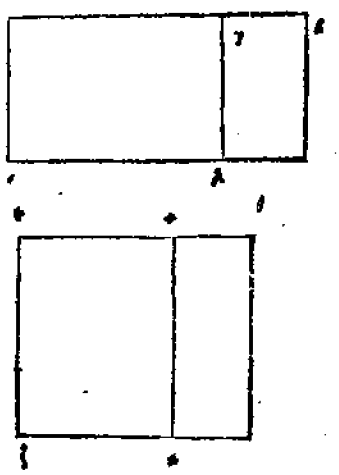
parata sunt. Rationalis igitur est (p 22 decimi) utraq; ipsarũ ζθ & ιλ, & incõmensurabilis ipsi ζγ, lõgitudine. Quoniã igitur commensurabile est αΔ ipsi Gε, cõmensurabile igitur est (per 11 decimi) & ιθ ipsi ιλ, estq; sicut ιθ ad λι, sic (per 1 sexti) est ζθ ad ιλ. Cõmensurabilis igitur est (per eandẽ 11) ζθ ipsi ιλ longitudine. Ipsæ igitur ζθ, ιλ, rationales sunt longitudine commẽsurabiles. Rationale est igitur (per 19 decimi) quod sub ζθ, ιλ. Et quoniam æqualis est quidem Δβ ipsi βα, & ξβ ipsi βγ, est igitur sicut Δβ ad βγ, sic est αβ ad βξ. Sed sicut quidem Δβ ad βγ, sic est (per 1 sexti) & per 11 quinti) Δα ad αγ, sic ut autem αβ ad βξ, sic est αγ ad γξ, est igitur sicut Δα ad αγ, sic est αγ ad γξ, æquum autem est αΔ ipsi ιθ, & αγ ipsi μι, & γξ ipsi ικ, est igitur (per 17 sexti) sicut ιθ ad μι ad ικ, est igitur sicut & ζθ ad ipsam θι, sic est θι ad ipsam κλ. Igitur quod sub ζθ, ιλ, æquum est ei quod fit sub θι. Rationale autem est quod sub ζθ, ζλ, rationale igitur est & quod ex θι. Rationalis est igitur (per 19 decimi) ipsa θι, & siquidem commensurabilis est ipsi θμ, hoc est ipsi ζι longitudine, rationale est (per 22 decimi) ipsam κθ. Si autem incõmensurabilis est ipsi ζι longitudine, ipsæ θι & θμ rationales (per 22 decimi) potentia solum commensurabiles, medium igitur est θκ. Igitur θκ aut rationale est aut medium, æquum autem est θκ ipsi αγ, igitur αγ uel rationale, uel medium est. Sub medijs igitur potentia tantum commensurabilibus, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.



Euclid ex Zamb. Theorema 23. Propositio 26.

Medium non excedit medium rationali. 26

THEON ex Zãb. Si enim possibile, medium αβ, medium αγ excedat rationali Δβ, ponaturq; rationalis ε ζ, ipsiq; αβ æquum ad ε ζ comparetur (per 44 primi) parallelogrammum rectangulum ζθ, latitudinem efficiens εθ: ipsi autem αγ æquum auferatur ζε, reliquum igitur βΔ (per tertiam communem sententiam) reliquo lθ est æquale. Rationale autem est Δβ, rationale igitur est & ιθ. Quoniam igitur medium est utrunque ipsorum αβ, αγ, estq; αβ ipsi ζθ æquale (per correlarium 23 decimi) at αγ ipsi ζκ, medium igitur est utrunq; ipsorum ζθ, ζκ, & ad rationalem ε ζ comparata sunt. Igitur rationalis est utraq; ipsarum θε & εκ, & incommensurabilis ipsi ε ζ longitudine (per 22 decimi.) Et quoniam rationale est Δβ, estq; ipsi ιθ æquale rationale, igitur est & ιθ, ad rationalemq; ε ζ comparatum est, rationalis igitur est (per 20 decimi) ιθ, & ipsi ε ζ longitudine commensurabilis. Sed εκ rationalis est, & ipsi ε ζ longitudine incommensurabilis: incommensurabilis igitur est (per 13 decimi) εκ ipsi ικ longitudine, estq; sicut εκ ad κι, sic quod ex εκ ad id quod εκ & κι. Incommensurabile igitur est (per 11 decimi & lemma 21 decimi) quod ex εκ, ei quod sub εκ & κι. Sed ipsi quidem quod ex εκ, commensurabilia sunt quæ ex εκ & κι, κι quadrata, rationalia etenim utraq;, ei autem quod sub εκ & κι commensurabile est (per 13 decimi) id quod bis sub εκ & κι, duplum nanq; est illius. Incommensurabilia sunt (per 16 decimi) quæ ex εκ & κι, ei quod bis sub εκ & κι, & utraq; igitur simul quæ ex εκ & κι, & quod bis sub εκ & κι, & quod est id quod ex εθ (per 4 secundi) incommensurabile est eis quæ ex εκ & κι. Rationalia autem sunt quæ ex εκ & κι (per diffinitionem.) Irrationale igitur est quod ex εθ, irrationalis igitur est εθ, sed & rationalis, quod est impossibile: medium igitur, medium non excedit rationali: quod erat ostendendum.



Sequentes duæ ex Zamberto neutiquam in Campano respondentes habent.

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propositio 27.

Medias inuenire potentia tantum commensurabiles, rationale 27 comprehendentes.

THEON ex Zamb. Exponantur binæ rationales potentia tantum commensurabiles αG, sumanturq; (per 13 sexti) ipsarũ α, β, media proportionalis γ. Fiatq; (per 12 sexti) sicut α ad β, sic γ ad Δ. Et quoniam ipsa α, β, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, igitur quod sub α, β, hoc est quod ex γ fit (per 21 decimi) medium est, media igitur est γ. Et quoniam est sicut α ad G, sic γ ad Δ, ipsæ autem α, β, potentia

tantum

tantum ſunt commenſurabiles, & γ, Δ, igitur (per 11 decimi) potentia tantum ſunt commenſurabiles, eſtq; γ media, media igitur eſt (per 23 decimi) & Δ. Ipſæ igitur γ, Δ (per conſtructionẽ) mediæ ſunt potẽtiæ tantũ cõmenſurabiles. Dico quòd & rationale cõprehendunt. Quoniã enim eſt ſicut α ad β, ſic eſt γ ad Δ, uicißim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut α ad γ, ſic eſt β ad Δ. Sed ſicut α ad γ, ſic γ ad β, & ſicut igitur (per 11 quinti) γ ad β, ſic ζ ad Δ, igitur quod ſub γ, Δ, æquũ eſt ei quod ex β. Rationale autem eſt quod ex β. Rationale igitur eſt quod ſub γ, Δ. Inuẽtæ igitur ſunt mediæ potentia tantum commenſurabiles, rationale comprehendentes: quod feciſſe oportuit.

α R. 9
γ R.R 54
β R. 9
Δ R.R. 24

Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 28.

28 Medias comperire potentia tantum commenſurabiles, medium comprehendentes.

THEON ex Zãb. Exponãtur enim tres rationales potẽtia tantũ cõmenſurabiles, α, ζ, γ, ſuſcipiaturq; (per 13 ſexti) ipſarũ α, β, media proportionalis Δ. Fiatq; (per 12 ſexti) ſicut β ad γ, ſic Δ ad ε. Quoniã enim α, β, rationales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles, igitur (per 21 decimi) quod ſub α β, hoc eſt id quod ex Δ, medium eſt: media igitur eſt Δ. Et quoniã β, γ, potentia ſolum ſunt cõmenſurabiles, eſtq; ſicut β ad γ, ſic eſt Δ ad ε, ipſæ igitur Δ, ε (per 11 decimi) potentia tantum ſunt cõmenſurabiles, media uerò eſt Δ, & igitur ε. Igitur ipſæ Δ, γ, mediæ ſunt potentia tantũ commẽſurabiles. Dico q, & medium comprehendunt. Quoniam enim eſt ſicut ζ ad γ, ſic eſt Δ ad ε, uicißim igitur (per 16 quinti) ſicut β ad Δ, ſic eſt γ ad ε. Sicut autem β ad Δ, ſic Δ ad α. Et ſicut igitur (per 11 quinti) Δ ad α, ſic γ ad ε. Quod igitur ſub α, γ, (per 16 ſexti) æquum eſt ei quod ſub Δ, ε, medium autem quod ſub α, γ, medium igitur (per correlarium 23 decimi) quod ſub Δ ε. Inuẽtæ igitur ſunt mediæ potentia tantum commenſurabiles, medium comprehendentes: quod feciſſe oportuit.

α R. 19
Δ R, R. 128
β R. 8
γ R. 6
ε R. R. 72

THEON. Lemma.

Cõperire duos q̃dratos numeros, ut ex eis cõpoſitus ſit quadratus.

THEON ex Zamb. Exponantur bini numeri α β & β γ, ſintq; aut pares, aut impares. Et quoniam ſi à pari par auferatur, & ab impari impar, (per 26 noni) reliquus erit par, ſi igitur ab α β pari par β γ, aut ab impari α β, impar ζ γ auferatur, reliquus α γ par eſt. Secetur α γ biſariam in Δ, ſint autẽ ipſi α ζ, ζ γ, aut ſimiles plani, aut quadrati, qui & ipſi ſimiles plani ſunt. Igitur qui ſub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ Δ quadrato, æquus eſt (per 6 ſecundi) ei qui ex β Δ quadrato, eſtq; quadratus qui ſub α β, β γ, quoniam patuit (per primam noni) quòd ſi bini ſimiles plani multiplicantes ſe adinuicem aliquem fecerint, factus quadratus eſt. Inuenti igitur ſunt bini quadrati numeri qui ſub α β, β γ, & qui ex γ Δ, qui compoſiti, β Δ quadratum conficiunt.

α ..... Δ ..... γ ..... β

CORREL. Ac manifeſtũ quòd inuenti ſunt rurſus bini quadrati, & qui ex ζ Δ, & qui ex γ Δ, ut & eorum exceßus qui ſub α β, β γ, eſt quadratus, quando ipſi α β, β γ, ſimiles fuerint plani. Quando autẽ non fuerint ſimiles plani, inuenti ſunt bini quadrati & qui ex β Δ & qui ex Δ γ, quorum exceſſus qui ſub α β & β γ non eſt quadratus. Lemma præcedentis oppoſitum.

Inuenire binos quadratos numeros, ut ex eis cõpoſitus nõ ſit quadratus.

Sint enim α β, ζ γ, ſimiles plani ut qui ſub α β, β γ, (per 1 noni) ſit quadratus, ſitq; par γ α, ſecetur q; γ α biſariam in Δ. Manifeſtum iam eſt quòd qui ſub α β, ζ γ, quadratus α .. ν .. β. Δ. ε. ζ .. γ ..... β

Græcus ſic habet: Maior autem nõ erit, ne ſcilicet ſecetur unitas, et ne qui ſub α ζ, ζ γ unà cum eo qui γ Δ, qui eſt ipſius Δ ζ quadratus, æquus ſit ei qui ſub α β, β γ unà cum eo qui ex γ ε, ſuperfluum.

unà cũ eo qui ex γ Δ quadrato, æquus eſt ei qui ex β Δ quadrato. Auferatur autem unitas Δ ε. Igitur qui ſub α β et β γ unà cum eo qui ex γ ε, minor eſt eo qui ex β Δ quadrato. Dico igitur q, qui ſub α β, β γ, quadratus unà cum eo qui ex γ ε, non eſt quadratus. Si enim eſt quadratus, uel eſt æqualis ei qui ex β ε, uel eo minor. * Maior aũt non erit, cũ qui ſub α ζ, β γ, quadratus unà cũ eo qui ex γ Δ quadrato, hoc eſt qui ex β Δ, primus ſit maiorũ quadrato qui ex β ε, unitas enim non ſecatur: maior autem eſt eo qui ſub α β, β γ, unà cũ eo qui ex γ ε, γ Δ enim, ipſo γ ε unitate maior. Sit autẽ (ſi poßibile eſt) prius qui ſub α β, β γ, unà cũ eo qui ex γ ε, æqualis ei qui ex β ε, ſitq; ipſius Δ ε unitatis duplus ν α. Quoniam igitur totus α γ totius γ Δ duplus eſt, quorum α ν ipſius Δ ε eſt duplus, & reliquus igitur (per 7 ſeptimi) ν γ reliqui ε γ duplus eſt, biſariam igitur ipſe γ ν, diuiſus eſt in ε. Igitur qui ſub ν β & ζ γ, unà cum eo qui ex γ ε, æquus eſt ei qui ex β ε quadrato. Sed q; ſub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ ε, æquus ſupponitur ei qui ex β ε quadrato. Qui ſub ν β, β γ igitur unà cũ eo qui ex γ ε, æquus eſt ei qui ſub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ ε. Cõmuni igitur ſublato eo qui ex γ ε, * ducitur α β æqualis ipſi ν β, quod eſt impoßibile. Qui ſub α ζ, β γ, igitur unà cum eo qui ex γ ε, æquus nõ eſt ei qui

* ἀπὸ ὑποστάσεως, colligitur.

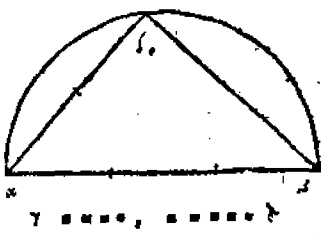
qui ex β ε. Dico iam q; neq; minor ei ex β ε. Si enim possibile, sit ei qui ex β ζ æqualis, et ipsius Δ ζ duplus ponatur θ α. * Conducaturq; duplus rursus θ γ ipsius γ ζ, et quod ipse θ γ bifariā sectus est in ζ, ac per hoc ius qui sub θ β, β γ, unà cum eo qui ex ζ γ, æquus erit ei qui ex β ζ. Supponitur autem quòd qui sub α β, β γ unà cum eo qui ex γ ε est æqualis ei qui ex β ζ. Conducetur igitur qui sub α β, β γ unà cum eo qui ex γ ε æqualis ei qui ex θ β & ζ γ, unà cum eo qui ex γ ζ, quod absurdū est. Igitur qui α .. ε .. β . Δ . ε . ζ ... γ ..... β sub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ ε, æquus non est minori eo qui ex β ε, patuit autē q; neq; ei qui ex ζ ε, neq; eo maiori. Igitur qui sub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ ε, quadratus nō est. Cum autē sit possibile & pluribus modis prædicta ostendere, sufficiāt nobis tamen prædicta, ne materia longior existens longius protrahatur.

ἐνωκχβἡσετεαι colligetur

Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 29.

Camp. 27 Cōperire binas rationales potētia tantū commensurabiles, ut maior minore maius possit, eo quod ex cōmensurabili sibi lōgitudine. 29

THEON ex Zamb. Exponatur enim quædā rationalis α β, & bini quadrati numeri γ Δ, Δ ε, ut ipsorum residuus γ ε non sit quadratus (per correlarium 1 lemmatis 28 decimi) & super α β describatur semicirculus α ζ β. Fiatq; sicut (per correlariū 6 decimi) Δ γ ad γ ε, sic quòd ex β α quadratū ad id quod ex α ζ quadratū, connectaturq; ζ δ. Quoniam igitur est sicut quod ex β α ad id quod est α ζ, sic γ Δ ad γ ε. igitur quod ex β α ad id quod ex α ζ, eam habet rationē quā numerus γ Δ ad numerū γ ε. Cōmensurabile igitur est quod ex β α, ei quod ex α ζ. Rationale autē quod ex α β, rationale igitur & id quod ex α ζ. Rationalis igitur est & α ζ. Et quoniā Δ γ ad γ ε rationē non habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; quod ex α β igitur ad id quod ex α ζ rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Igitur α β (per 9 decimi) ipsi α ζ longitudine incōmensurabilis est. Ipsæ igitur α ζ, α β, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Et quoniā est sicut Δ γ ad γ ε, sic est quod ex α β ad id quod ex α ζ, conuertendo igitur (per correlariū 19 quinti, sicut γ Δ ad Δ ε, sic quod ex α β ad id quod ex δ ζ. At γ Δ ad Δ ε eam habet rationē quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Quod igitur ex α β ad id quod ex β ζ, eam habet rationem quā quadratus numerus ad quadratum numerū. Cōmensurabilis igitur est (per 9 decimi) α β ad β ζ lōgitudine. Et quod ex α β (per 47 primi) æquū est eis quæ ex α ζ & ζ δ. Igitur α β ipsa α ζ maius potest ipsa δ ζ sibi commensurabili. Inuentæ igitur sunt binæ rationales potentia tantum commensurabiles δ α & α ζ, ut δ maior ipsa α ζ maius possit, eo quod ex ζ δ sibi longitudine commensurabili: quod facere oportebat.

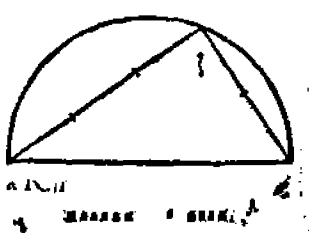


Camp. 28

Euclid. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 30.

Cōperire binas rationales potētia tantū cōmensurabiles, ut maior minore maius possit eo quod fit à sibi longitudine incōmensurabili. 30

THEON ex Zāb. Exponatur rationalis α β, biniq; numeri quadrati γ ε & Δ, ut ex eis cōpositus γ Δ non sit quadratus (per lemma secundum 28 decimi.) Describaturq; super α β, semicirculus α ζ δ, fiatq; (per correlariū 6 decimi) sicut Δ γ ad γ ε, sic quod ex α β ad id quod ex α ζ, connectaturq; ζ β. Similiter iam ostendemus sicut in præcedenti, quòd ipsæ β α & α ζ rationales sunt potentia tātum cōmensurabiles. Et quoniam est sicut Δ γ ad γ ε, sic est quod ex β α ad id quod ex α ζ, cōuertendo igitur (per correlariū 19 quinti) sicut γ Δ ad Δ ε, sic quod ex α β ad id quod ex ζ β. At γ Δ ad Δ ε rationē non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, nec igitur quod ex α β, ad id quod ex β ζ rationē habet quam numerus quadratus ad quadratū numerū. Incommēsurabilis igitur est α β ipsi β ζ lōgitudine, potestq; α β, quā ipsa α ζ maius eo quod ex β ζ sibi incōmēsurabili. Ipsæ igitur α β, β ζ, rationales sunt potentia tātū cōmensurabiles, & α δ q̄ ipsa α ζ maius potest quod ex ζ β sibi longitudine incōmensurabili: quod fecisse oportuit. Euclid. ex Camp. Prop. 24.



DVas lineas mediales potētia tantū cōmunicātes, superficiem q; rationalē continētes, quarū longior sit potētior breuiore, augmēto quadrati lineæ cōmunicantis eidē longiori in longitudine, inuenire. 24

CAMPANVS. Cum omnes duæ lineæ mediales potentia tantū communicantes, cōtineant superficiē rationalē aut medialē, ut ex præmissa patet, docet inuenire eas duas quæ cōtinent superficiē rationalē & eas quæ medialē. Vnde propositum est inuenire duas lineas mediales potentia tantū communicantes, quarum longior

possit

posſit amplius breuiori in quadrato alicuius lineæ ſibi communicantis in longitudine, quę con tineant ſuperficiem rationalem. Ad hoc ſecundum doctrinam 17 ſumo duas lineas a & b potentia tantum rationales communicantes, quarum longior quæ ſit a posſit amplius breuiori quæ ſit b, in quadrato alicuius lineæ ſecũ communicantis in longitudine, & ponam lineam c ſecundum doctrinam 9 ſexti, medio loco proportionalẽ inter a & b, & ponam ut ſit proportio a ad b, ſicut c ad d, quod qualiter fiat, in 10 ſexti dictum eſt. Dico tunc duas lineas c & d, eſſe quas quærimus. Patet enim ex 19, quod ſuperficies quam cõtinent duæ lineæ a & b, eſt medialis. Et quia per primam partem 16 ſexti, quadratum lineæ c eſt dictæ ſuperficiei æquale, erit igitur per 19 linea c medialis. Cum autem ſit a ad b, ſicut c ad d, & b communicet cum a in potentia tantum ex hypotheſi, quia tam a quàm b rationalis eſt in potẽtia, ſequitur per 10 quòd c quoq; communicet cum d in potentia tantum. Itaq; per 21, cũ c ſit linea medialis, erit etiam d medialis, & per primam parrem 11 erit linea c potentior linea d, in quadrato lineæ ſibi communicantis in longitudine. Si ergo duæ lineæ c & d, contineãt ſuperficiẽ rationalem, ipſæ ſunt quales inquirimus. Eas autẽ continere ſuperficiem rationalem, ſic habeto. Cũ ſit a ad b, ſicut c ad d, erit permutatim a ad c, ſicut b ad d, ſed erat a ad c, ſic c ad b, igitur eſt c ad b, ſicut b ad d: itaq; per primam partẽ 16 ſexti, ſuperficies quã continent duæ lineæ c & d, eſt æqualis quadrato b: eſt autem quadratum b, rationale per hypotheſin, cum ipſa ſit rationalis in potẽtia. Superficies ergo quam continent duæ lineæ c & d, eſt rationalis: quare conſtat propoſitum.

a Re. 35

c

b 20

d

Euclid, ex Camp. Propoſitio 25.

25 DVas lineas mediales potentia tantũ communicantes, ſuperficiemq; rationalẽ continentes, quarũ longior ſit potentior breuiori, quadrato lineæ eidem longiori in longitudine incommenſurabilis, inuenire.

CAMPANVS. Poſitis duabus lineis a & b rationalibus potentia tantum communicantibus, quarum longior poſsit amplius breuiori in quadrato lineæ ſecum non communicantis in longitudine, quæ quidem reperiuntur ſecundum doctrinam 18. cæteris q; poſitionibus manentib. ſicut in præmiſſa, argumẽtando modo conſimili, patebit duas lineas c & d, eſſe quales quærimus. Et nota quòd duæ lineę quas hęc & præmiſſa docent inuenire, componunt bimediale primum, & minori earum abſciſſa de maiori: quę reliqua eſt dicitur reſiduum mediale primum.

a 36

c

b R. 18

d

Euclid. ex Zamb. *Problema* 8. *Propoſitio* 31.

31 Comperire binas medias potentia tantum commenſurabiles rationale comprehendentes, ut maior minore maius poſsit, eo quod ſit à ſibi longitudine commenſurabili.

THEON ex Zamb. *Exponantur (per 29 decimi) binæ rationales potentia tantum commenſurabiles α β, ut α maior exiſtens, ipſa δ minore maius poſsit, eo quod ex ſibi longitudine commenſurabili, & ei quod ſub α δ, comprehenditur æquum eſto id quod ex γ. Medium autem eſt quod ſub α β, medium igitur eſt (per correlarium 23 decimi) quod ſub γ, media igitur eſt γ (per 21 decimi) Et uerò quod ex β, æquum eſto quod ſub γ Δ. Rationale autem eſt quod ex β, rationale igitur & quod ſub γ Δ. Et quoniam (per 1 ſexti) eſt ſicut α ad Δ, ſic eſt quod ſub α β, ad id quod ex δ, ſed et quidem quod ſub α δ, æquum eſt id quod ex γ, ei autem quod ex δ æquum eſt quod ſub γ Δ, ſicut igitur α ad β, ſic quod ex γ ad id quod ſub γ Δ. Sicut autem quod ex γ ad id quod ſub γ Δ, ſic eſt γ ad Δ: & ſicut igitur α ad β, ſic γ ad Δ. Commenſurabilis autem eſt (per hypotheſin) α ipſi δ potentia tantum: commenſurabilis igitur (per 11 decimi) & γ ipſi Δ potentia tantum. At γ, media eſt, media igitur eſt (per 23 decimi) & Δ. Et quoniam eſt ſicut α ad β & γ ad Δ, at α ipſa β maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili, & γ igitur ipſa Δ maius poteſt, eo quod ex ſibi commenſurabili. Inuentæ ſunt igitur binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles γ Δ, rationale comprehendentes, & γ ipſa Δ maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine commenſurabili. Similiter uerò oſtendetur & id quod ex incommenſurabili, quando β maius potuerit eo quod ſit ex ſibi incommenſurabili: quod fuerat oportuit.* Camp. 25.

α 64

γ

β Re. 28

Δ

Euclid. ex Camp. *Propositio 26.*

DVas lineas mediales potentia tantū communicantes superficiemq; medialē continentes, quarū longior breuiore tanto amplius possit, quantum est quadratū alicuius lineę incōmensurabilis ipsi lōgiori in lōgitudine, inuenire. 26

CAMPANVS. Cùm docuerit inuenire duas lineas mediales potētia tantum communicantes, superficiemq; rationalem continētes, quarum longior plus possit breuiori in quadrato lineæ secum communicantis in longitudine, & secum incommensurabilis in longitudine: nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes, superficiemq; medialem, continētes, quarum longior sit potētior breuiori in quadrato lineæ non secum commensurabilis, sed solum sibi incommensurabilis in longitudine, illud enim facilè habetur ex isto. Sint itaq; tres lineæ sumptæ secundum doctrinam 18 a b c, potentia tantum rationalis, & in ea solū communicantes, sitq; a potentior b & c, quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine, & ponatur d medio loco proportionalis inter a & b ut docet 9 sexti, & fit d ad e, sicut a ad c, dico duas lineas d & e esse quales inquirimus. Cùm sit enim quadratum lineæ d æquale superficiei quę continetur sub a & b per primam partem 16 sexti, sitq; superficies contenta sub a & b medialis ex 19 cum a & b sint potentia tantùm rationales communicantes, erit ex eadem linea d medialis. At quia a ad c, sicut d ad e, communicat autem a cum c in potentia tantùm ex hypothesi, sequitur ex 10 ut e quoq; communicet cum d in potentia tantum. Itaq; per 21 erit e linea medialis. Et etiam quia a est potentior c, quadrato lineæ sibi incommēsurabilis in longitudine, erit quoq; per 12 d potentior e quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine. Si igitur duę lineę d & e contineant superficiem medialem, constat eas esse quales inquirimus. Eas autem continere superficiē medialem, sic habetur. Cū sit ex hypothesi a ad c, sicut d ad e, erit permutatim a ad d, sicut c ad e. Sed a ad d est sicut d ad b per hypothesin, itaq; d ad b, sicut c ad e, igitur per primam partem 12 sexti superficies quam continent d & e, est æqualis ei quam continent c & b. Sed b & c continent superficiem medialem per 19, cum ipsæ sint rationales in potentia tantum communicantes ex hypothesi, itaq; d & e continent superficiem medialem: quod est propositū.

a 36.
d R.R.864
b Re.24
c Re.12
e R.R.96

CAMPANVS. Si autem cura esset inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes, superficiemque medialem continentes, quarum longior esset potentior breuiori quadrato lineæ secum communicantis in longitudine, sumeremus tres lineas secundum doctrinā 17 a b c, potentia tantum rationale, & in ea solum cōmunicantes, & poneremus lineam a esse potentiorem lineæ c, quadrato alicuius lineę sibi communicantis in longitudine, cætera uerò manerent ut prius, & argumentatione consimili concluderemus, duas lineas d & e esse quales proponitur inquirere. Et nota quòd duę lineę quas hæc 26 docet inuenire, componunt bimediale secundum, & minori earū abscissa de maiori, quæ reliqua est: dicitur residuū mediale secundū.

a Re.54
d R.R.1944
b Re.36
e R.R.499
c Re.15

Euclid. ex Zamb. *Problema 9.* *Propositio 31.*

Inuenire duas medias potentia tantum commensurabiles mediū 31 comprehendentes, ut maior minore maius possit, eo quod fit ex sibi commensurabili.

THEON *ex Zamb.* *Exponantur tres rationales potentia tantum commensurabiles* α β γ, *ut* α *(per 29 decimi) ipsa* γ *maius possit eo quod ex sibi commensurabili, & ei quidem quod sub* α δ, *æquum sit (per 13 & 17 sexti) quod ex* Δ, *medium autē est quod sub* α β, *medium igitur (per eandem) quod ex* Δ, *& Δ igitur media est. Ei autem quod sub* δ γ, *æquum esto quod sub* Δ ε. *Et quoniā (per 1 sexti et lēma 21 decimi) sicut quod sub* α β *ad id quod sub* β γ, *sic*

α Re.64
d R.R.3072
β Re.48
ε R.R.R.1456
γ R.18

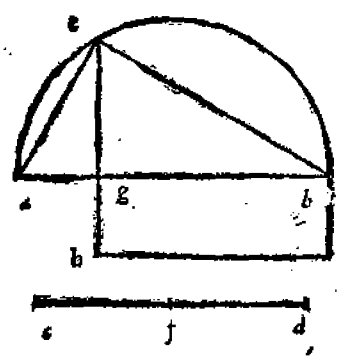
β γ, sic est α ad γ, sed ei quidem quod sub α ζ, æquum est id quod ex Δ, ei autem quod sub β γ, æquum est id quod sub Δ ι, est igitur (per 9 quinti) sicut α ad γ, sic quod ex Δ ad id quod sub Δ ε. Sicut autẽ quod ex Δ ad id quod sub Δ ε, sic est Δ ad ι, & sicut igitur (per 11 quinti) α ad γ, sic Δ ad ε. Commensurabilis autem est α, ipsi γ potentia tantum, commensurabilis igitur est (per 11 decimi) & Δ ipsi ι potentia tantum. Media autem est Δ, media igitur (per 22 decimi) est & ε. Et quoniam est sicut α ad γ, sic est Δ ad ι, & α quàm γ, maius potest eo quod ex sibi commensurabili, & Δ igitur quàm ε maius poterit eo quod ex sibi cõmensurabili (per 14 decimi) Dico insuper quòd comprehensum sub Δ ε, medium est. Quoniã enim æquum est quod sub β γ, ei quod sub Δ ι, medium autem quod sub β γ, medium igitur (per correlarium 22) & quod sub Δ ι. Inuẽtæ sunt igitur duæ mediæ potentia tantum commensurabiles Δ ι, medium comprehendentes, ut maior minore maius possit, eo quod fit ex sibi commensurabili. Similiter iam rursus ostendetur & id quod ex incõmensurabili, quando α ipsa γ maius poterit, eo quod fit ex sibi incommensurabili: quod facere oportuit.

α Re.64
Δ Re.Re.3072
β Re.48
ι Re.Re.Rc.1456
γ Re.18

Euclid. ex Camp. Propositio 27.

27 DVas lineas potentialiter incommẽsurabiles superficiemque medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint rationale, inuenire.

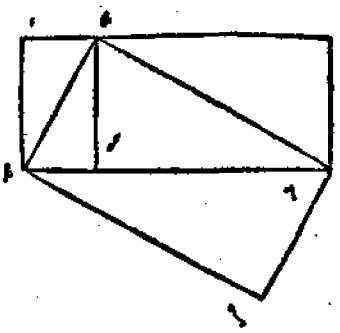
CAMPANVS. Propositum est inuenire duas lineas incommẽsurabiles tam in potentia quàm in longitudine, quæ contineant superficiem medialem, & quadrata ambarum pariter accepta faciant superficiem rationalẽ. Ad hæc autem sumo per 18 duas lineas a b & c d potentia tantùm rationales cõmunicantes, quarum longior quæ sit a b, sit potentior c d, quadrato alicuius lineæ secum incõmensurabilis in longitudine. Et super lineam a b describo semicirculum a e b. Et diuido lineam c d per æqualia ad punctum f. Et diuido lineam a b ad pũctum g, ita quòd linea e f cadat in medio loco proportionalis inter a g & g b: qualiter hoc fiat, in 13 dictũ est. Et pono quòd superficies b h fiat ex a g in g b, eritq; ex prima parte 16 sexti quadratum c f, æquale superficiei b h. Et quia quadratum c f, est æquale quartæ parti quadrati c d ex quarta secũdi, & quia superficiei b h deest ad complẽdam lineã a b, superficies quadrata cum a g sit æqualis g h, & quia linea a b potentior est linea c d, quadrato lineę sibi incommensurabilis in longitudine ex hypothesi, erit ex secunda parte 14 linea a g incommensurabilis lineæ g b. Educo igitur à puncto g perpendicularem super lineam a b usq; ad circunferentiam semicirculi, quę sit g e, & protraho lineas a e & e b. Quas dico esse quales quærimus, erit enim e g æqualis c f, eo quòd utraq; cadit medio loco proportionalis inter a g & g b, primam quidem per primam partem correlarij 8 sexti, secunda uerò per hypothesin, propter quod quadratum utriusq; earum per primam partem 16 sexti est æquale superficiei a g in g b, quæ est b h, ipsæ igitur sunt æquales. At quia per quartam sexti proportio a e ad e b est sicut a g ad g e: sunt autem a g & g e, & g b continuè proportionales, erit a e ad e b duplicata, sicut a g ad g b. quare per 18 sexti, erit quadratum lineę a e ad quadratum lineæ e b, sicut a g ad g b. Cùm sit igitur a g incommunicans g b, erit per secundam partem 10 quadratum a e incommunicans quadrato e b, quare duæ lineæ a e & e b sunt incommensurabiles in potentia. Et quia per penultimam primi quadratum a b est æquale quadratis duarum linearum a e & e b pariter acceptis, quadratum autem a b est rationale, cum a b sit rationalis in potentia per hypothesin, erunt quoq; quadrata duarũ linearũ a e & e b pariter accepta, rationale. Si uerò hæ duæ lineæ cõtinent superficiẽ medialem, habitũ est propositũ. Erat aũt c d rationalis in potentia & in ea tantũ cõmunicans lineæ a b, quare & c f, & ideo etiã g e sibi æqualis erit potẽtia rationalis, & tantum in eadẽ communicans cũ a b, itaq; per 19 superficies a b in g e est medialis. Quia igitur per 4 sexti & per primam partem 15 eiusdem superficies a e in e b, est superficiei a b in g e æqualis, constat duas lineas a e & e b, esse quales uolumus. Et nota quòd duæ lineę quas docet hæc 27 inuenire, componunt lineã maiorem & minori earum abscissa de maiori: quæ reliqua est, dicitur linea minor.



THEON,

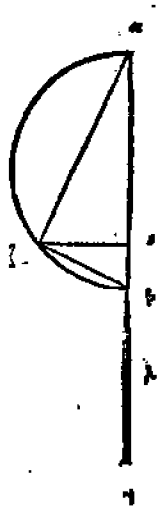
THEON. Lemma.

THEON ex Zamb. Esto triangulum rectangulum α β γ, rectum habẽs qui sub β α γ, excitetur q; (per 11 primi) perpẽdicularis α Δ. Dico q; sub γ β & β Δ, æquũ est ei quod ex β α: quod uerò sub β γ, γ Δ, ei q; sub γ α: quod autem sub α β & Δ γ, æquũ est ei quod ex α Δ: & insuper id quod sub β γ, α Δ, æquũ est ei quod sub β α & α γ. In primis q; q; id quod sub γ β & β Δ, æquũ est ei quod ex α β. Quoniã enim in rectangulo triangulo β α γ, ab angulo recto in basin, perdẽdicularis ducta est α Δ, igitur (per 8 sexti) triangulũ α β Δ, & α Δ γ, similia sunt toti α β γ, & sibi inuicem. Et quoniã triangulũ α β γ, simile est triangulo α Δ β, est igitur sicut γ β ad β α, sic est α β ad β Δ. Igitur quod sub γ Δ & β Δ, æquum est ei quod ex α β. Id propterea iã quod sub β γ & γ Δ, æquũ est ei quod ex α γ. Et quoniam si in rectangulo triangulo ab angulo recto in basin perpẽdicularis excitetur, excitata basis segmentorũ media proportionalis est (per correl. 8 sexti) est igitur sicut β Δ ad Δ α, sic est α Δ ad Δ γ. Igitur (per 17 sexti) quod sub β Δ, Δ γ, æquũ est ei quod ex Δ α. Dico autem q; & id quod sub β γ & α Δ, æquũ est ei quod sub β α & α γ. Quoniã enim ut diximus α β γ, simile est ipsi α γ Δ, est igitur sicut β γ ad α γ, sic β α ad α Δ. Si fuerint aũt quatuor rectæ lineæ proportionales, quod sub extremis (per 16 sexti) æquum est ei quod sub medijs, quod igitur sub β γ, α Δ, æquum est ei quod sub β α, α γ. Vel etiã quando describimus ε γ rectangulum parallelogrammũ, complebimus q; α ζ, æquũ erit (per 41 primi) ε γ ipsi α ζ, utrunq; enim eorũ, ipsius α β γ trianguli duplũ est, est q; quod ex β α, α γ, id quod sub β γ, α Δ, ipsũ aũt α ζ est id quod sub β α & α γ. Quod igitur sub β γ, α Δ, æquũ est ei quod sub β α & α γ. Euclid. ex Zamb. Problema 10. Propositio 33.



Inuenire binas rectas lineas potentia incommensurabiles, confi- 11
cientes conflatum ex quadratis quæ ab ipsis rationale, quod uerò sub ipsis medium.

THEON ex Zamb. Exponantur (per 30 decimi) binæ rationales potentia tantum commensurabiles α β, β γ, ut maior α β, minore β γ maius possit, eo quòd ex sibi incommensurabili. Secetur q; (per 10 primi) β γ bifariam in Δ, & ei quod ex altera ipsarũ β Δ, Δ γ (per 16 sexti) æquum ad ipsam α β comparetur parallelogrammum deficiẽs forma α quadrata, sit q; quod sub α ε, ε β. Describatur q; super α β semicirculus α ζ β, excitetur q; (per 11 primi) ipsi α β ad angulos rectos ε ζ, cõnectantur q; α ζ & ζ β. Et quoniam binæ rectæ lineæ sunt inæquales α β, β γ, & α β ipsa β γ maius potest, eo quòd a sibi incõmensurabili, quartæ autem parti illius quod ab ipsa β γ minore, hoc est ab eius dimidio, æquum ad ipsam α β parallelogrãmum comparatum est deficiens forma quadrata, efficit q; id quod sub α ε, ε β: incommensurabilis igitur est (per secundam partem 18 decimi) α ε ipsi ε β. Est q; sicut α ε ad ε β, sic quod sub α β & β ε. Ei autem quod sub β α, & α ε, æquũ est id quod ex α ζ. Quod aũt sub α β, & β ε (per lemma præcedentis) ei quod ex β ζ est æquale. Incommensurabile igitur est quod ex α ζ, ei quod ex β ζ. Ipsæ igitur α ζ, ζ β, potentia sunt incõmensurabiles. Et quoniã α β rationalis est, rationale igitur est (per 7 diffinitionẽ decimi) quod ex α β, quare & compositũ ex eis quæ ex α ζ, ζ β, rationale est. Et quoniã rursus quod sub α ε, ε β, æquũ est (per lemma præcedentis) ei quod ex ε ζ, supponitur aũt id quod sub α ε, ε β, ipsi quod ex β Δ æquale, æqualis igitur est ζ ε, ipsi β Δ. Dupla igitur est β γ, ipsius ζ ε. Quare & quod sub α β, β γ, duplum est eius quod sub α β, ε ζ, mediũ autẽ est quod sub α β, β γ, mediũ igitur & id quod sub α β, ε ζ, æquũ autem est quod sub α β, ε ζ, ei quod sub α ζ, ζ β, medium igitur & quod sub α ζ, ζ β, patuit uerò quod et rationale cõpositũ ex eis quæ ab ipsis quadrata. Inuentæ igitur sunt binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles α ζ, ζ β, efficiẽtes compositum ex eis quæ ab ipsis sunt quadratis rationale, & quod sub ipsis mediũ: quod erat agendum.

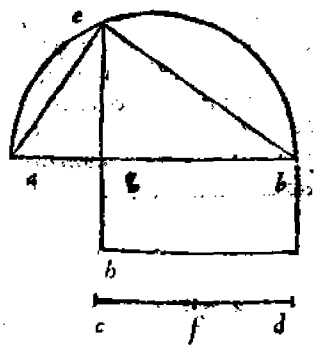


Euclid. ex Camp. Propositio 22.

DVas lineas potentialiter incõmensurabiles superficiem q; 22
rationalem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale, inuenire.

CAMPANVS.

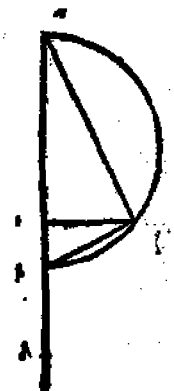
CAMPANVS. Sit hic prorsus eadē dispositio quę prius in præmissa. Sint autem duæ lineæ a b & c d, quales proponit 25, eruntq; simili argumentatione præmissæ duæ lineę a e & e b, quales hęc 28 proponit. Cùm sit enim a b linea medialis, erit eius quadratū mediale per 19, & ideo quadrata duarum linearum a e & e b, sunt mediale per penultimam primi. Et quia a b in c d continet superficiē rationalem, sequitur etiam ut a b in c f, & ideo in g e sibi æqualem, contineat superficiem rationalem, itaque & a e in e b. Patet ergo quod quæritur. Vnde duæ lineę quas hæc 28 docet inuenire, componunt lineam potentem in rationale & mediale, & minori earū abscissa de maiori, quę reliqua est, dicitur linea quę iuncta cum rationali componit totum mediale.



Euclid. ex Zamb. *Problema 11.* *Propositio 34.*

34 Binas rectas lineas potentia incommensurabiles efficientes, compositum ex ijs quæ ab ipsis sunt quadrata medium, quod uerò sub ipsis rationale, comperire.

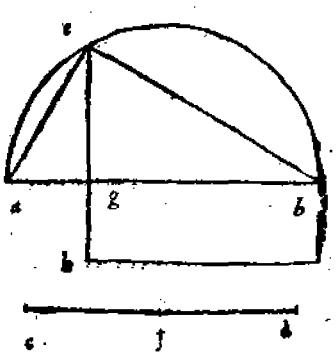
THEON ex Zamb. Exponantur binæ mediæ potentia tantùm commensurabiles α β, β γ, rationale comprehendentes quod sub ipsis, ut α β, ipsa β γ, maius possit eo quòd α sibi incommensurabili. Describaturq; super ipsa α β, semicirculus α Δ β, secetur q; (per 10 primi) β γ, bifariam in ε, comparetur q; (per 28 sexti) ad ipsam α ζ, ei quod ex β ε æquum parallelogrammum forma deficiens α quadrata, sitq; quod sub α ζ, ζ β. Incommensurabilis igitur α ζ, ipsi ζ β longitudine. Excitetur q; (per 11 primi) ab ζ, ipsi α β ad angulos rectos ζ Δ, connectanturq; ipsæ α Δ & Δ β. Quoniam igitur incōmensurabilis est α ζ ipsi ζ β, incommensurabile est igitur & quod sub β α, et α ζ, ei quod sub α β, & β ζ. Æquale autem est id quod sub β α et α ζ, ei quod ex α Δ, quod autem sub α ζ, β ζ, ei quod ex Δ β, incommensurabile igitur est & id quod ex α Δ ei quod ex Δ β. Et quoniam medium est quod fit ex α β, mediū igitur est & compositum ex eis quæ ex α Δ, Δ ζ. Et quoniam dupla est β γ ipsius Δ ζ, duplum igitur est quod sub α β, β γ, eius quod sub α β, ζ Δ. Rationale autem est quod sub α ζ, β γ, supponitur enim: rationale igitur & quod sub α β, ζ Δ. Et autem quod sub α ζ, ζ Δ, æquum est (per lemma 32 decimi) quod sub α Δ, Δ β. Quare & quod sub α Δ, Δ ζ, rationale est. Inuentæ sunt igitur binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles α Δ, Δ β, efficientes compositum ex eis quæ ab ipsis sunt quadratis medium: quod uerò sub ipsis rationale, quod facere oportuit.



Euclid. ex Camp. *Propositio 29.*

29 DVas lineas potentialiter incommēsurabiles superficiemque medialem continentes, quarum quadrata ambo pariter accepta sint mediale, duplo superficiei unius in alteram incommensurabile, inuenire. Zamb. 25.

CAMPANVS. Huius quoq; dispositio, à duarum præmissarum dispositione nō sit in quoquam diuersa. Sint autē lineæ duæ a b & c d, quales 26 proponit, erūtq; præmissa argumentatione duæ lineæ a e & e b, quas inquirimus. Cùm enim a b sit linea medialis, erunt quadrata duarū linearū a e & e b pariter accepta mediale: at cū a b & c d contineant superficiem medialem, sequitur ut a b in e f, & ideo in e g sibi æqualem cō tineat quoq; superficiem medialem, omnis enim superficies mediali communicās, medialis esse conuincitur, quēadmodū in 22 monstratum est: superficies igitur a e in e b medialis est cū ipsa sit æqualis superficiei a b in g e. Quia uerò linea a b est incōmensurabilis lineę c d, erit etiā incōmēsurabilis lineæ ę ſ, quare

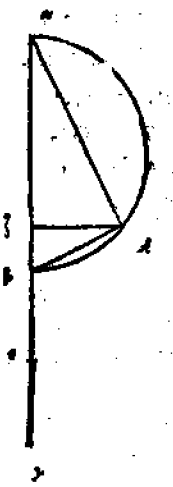


quare & lineæ e g. Quare per primam partem sexti & secundam partem decimæ huius, superficies a b in e g quę est æqualis superficiei a e in e b: erit incommensurabilis quadrato lineæ a b, itaque & quadratis duarum linearum a e & e b pariter acceptis. Quod cùm ita sit, sequitur quoque ut duplum superficiei a e in e b sit incommensurabile quadratis prædictis duarum linearum a e & e b pariter acceptis. Et hoc erat demonstrandum. Duæ lineæ quas hæc 29 docet inuenire, componunt lineam potentem in duo medialia, & minori earum abscissa de maiori, quæ reliqua est, dicitur linea quæ iuncta cum mediali facit totum mediale.

Euclid. ex Zamb. *Problema 12.* *Propositio 35.*

Comperire binas rectas lineas potentia incommensurabiles, efficientes compositum ex earum quadratis medium, & quod sub ipsis mediũ, & insuper incõmensurabile composito ex earũ quadratis. 35

THEON *ex Zamb.* *Exponantur (per 22 decimi) binæ mediæ potentia tantum incommensurabiles α β, β γ, medium comprehendentes, ut α β ipsa β γ, maius posit eo quod ex sibi incommensurabili. Describaturq; super α β, semicirculus α δ β, & reliqua fiant quemadmodum in superioribus. Et quoniam (per secundam partem 18) incommensurabilis est α ζ ipsi ζ β longitudine, incommensurabilis est (per 11 decimi) & α δ ipsi δ β potentia. Et quoniam quod ex α β medium est, medium igitur est & cõpositum ex ijs quæ ex α δ, δ β. Et quoniã quod sub α ζ, ζ β, æquũ est ei quod ex utraque ipsarũ β ε, δ ζ, æqualis igitur est β ε ipsi δ ζ. Dupla igitur est β γ ipsius ζ δ, quare & quod sub α β, β γ, duplum est eius quod sub α β, ζ δ. Medium autem quod sub α β, β γ, medium igitur est et quod sub α β, ζ δ, æquumq; est ei quod sub α δ, δ β, medium igitur est (per correlarium 23 decimi & per lemma primum decimi) quod sub α δ, δ β. Et quoniam incommensurabilis est α β, ipsi β γ longitudine, commensurabilis autem est β γ ipsi β ε, incõmensurabilis igitur est (per 13 decimi) et α β ipsi β ε lõgitudine. Quare & quod ex α β, ei quod sub α β, β ε, incommensurabile est. Sed ei quidem quod ex α β æqualia sunt quæ ex α δ, δ β (per 47 primi) ei autem quod sub α β, β ε, æquum est id quod sub α β, ζ δ, hoc est quod sub α δ, δ β, incõmensurabile igitur est compositum ex ijs quæ ex α δ, δ β, ei quod sub α δ, δ β. Inuentæ igitur sunt binæ rectæ lineæ α δ, δ β, potentia incommensurabiles, efficientes compositum ex earum quadratis medium, & quod sub ipsis medium, & insuper compositum ex earum quadratis incommensurabile: quod fecisse oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 30.*

SI duæ lineæ potentialiter tantùm rationales communicantes, in longum directumq; coniungantur, tota linea ex his composita erit irrationalis, diceturq; binomium. 36

CAMPANVS. *Sint duę lineæ a b & b c in continuũ directumq; coniunctę rationales in potentia tãtum communicantes, quas per 17 & 18 reperies, dico totam lineam a c ex eis compositã esse irrationalem, & ipsa uocatur binomium. Est enim per quartam secundi quadratum a c, æquale quadratis duarum linearum a b & b c, & duplo superficiei unius earum in alteram, quadrata autem ambarum faciunt superficiem rationalem ex hypothesi, duplum uerò superficiei unius earum in alteram facit superficiem medialem ex decimanona, itaq; quadrata ambarum pariter acceptarũ faciunt superficiẽ incommensurabilem duplo superficiei unius earũ in alterã: erit igitur ex 9 quadratum a c incommensurabile duobus quadratis duarum linearũ a b & b c pariter acceptis, quare irrationale per diffinitionem, cùm duo illa quadrata faciant superficiem rationalem, ideoq; suum latus tetragonicũ quod est a c, irrationale quoq; per diffinitionem: cõstat ergo propositũ.*

a Re. 12. b Re. 4. c

a c Re. Re. 256.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propositio 36.*

Si binæ rationales potẽtia tantùm commensurabiles compositæ fuerint, tota irrationalis est, uocetuŕq; ex binis nominibus. 36

THEON *ex Zamb.* *Componantur enim binæ rationales potentia tantùm commensurabiles α β, β γ. Dico quòd α γ, irrationalis est. Quoniam enim incommẽsurabilis est α β, ipsi β γ longitudine, potẽtia enim*

tantum

tantum ſunt commẽſurabiles, ſicut autem α β ad β γ (per lemma 21 decimi) quod ſub α β, β γ, ad id quod ex β γ. Incõmenſurabile (per 11 decimi) igitur eſt quod ſub α β, β γ, ei quod ex β γ, ſed ei quod ſub α β, β γ, commenſurabile quidẽ eſt quod bis ſub α β, β γ. Ei autẽ quod ex β γ, cmenſõurabilia ſunt quæ ex α β, β γ. Quare & quod bis ſub α β, β γ, eis quæ ex α β, β γ, incommenſurabile eſt. Componendoq; (per 4 ſecundi) quod bis ſub α β, β γ, unà cum eis quæ ex α β, β γ, hoc eſt quod ex α γ, incommenſurabile eſt compoſito ex iſs quæ ex α β, β γ, rationale autem eſt compoſitum ex iſs quæ ex α β, β γ: irrationale igitur eſt (per diffinitionem decimi) quod ex α γ. Quare & α γ irrationalis eſt, uocatur autem ex binis nominibus. Vocauit ſanè ipſam ex binis nominibus, eo quia ipſa ex binis rationalibus conſtat, proprium nomen appellans, rationale quatenus rationale: quod feciſſe oportuit.

α 20 β 6 γ

β γ Re. Re. 640

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 31.*

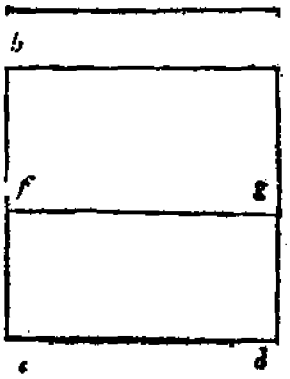
31 SI duę lineę medialis potẽtia tantũ cõmunicãtes, ſupficiẽq; rationalẽ continẽtes, directè coniungant, tota linea ex his compoſita erit irrationalis, dicetuŕq; bimediale primum.

CAMPANVS. Sint duę lineæ a b & b c, in continum directuḿq; coniunctæ quales proponuntur, quas per 24 & 25 reperies, dico totam lineam a c eſſe irrationalem, & ipſa uocatur bimediale primum. Eſt enim duplũ ſuperficiei a b in b c rationale per hypotheſin, duoq; quadrata duarum linearum a b & b c pariter accepta faciunt mediale, cum utrunq; quadratum ſit mediale per hypotheſin, & unum eorum communicans alij, duplum igitur ſuperficiei unius earũ in alterum eſt incommunicans duobus quadratis pariter acceptis, totum ergo aggregatũ ex dùplo ſuperficiei & duobus quadratis (& ipſum eſt quadratum totius a c per 4 ſecundi) eſt incommenſurabile duplo ſuperficiei unius earum in alterum per 9 huius. Cum itaque duplum ſuperficiei ſit rationale, erit quadratum a c irrationale, ideoq; & linea a c. quod eſt propoſitum.

7

a Re. Re. 54 Re. Re. 24 c

IDEM *aliter.* Sit linea d e, rationalis in longitudine, cui adiungatur ſuperficies d f æqualis duobus quadratis duarum linearum a b & b c, eritq; ſuperficies hæc d f medialis, cum utrũq; quadratum ſit mediale per hypotheſin, & unum eorum communicans alij, quare per 20 linea d g, eſt rationalis in potentia tantum, non communicãs in longitudine lineę d e. Rurſus ad lineam f g, quæ eſt æqualis d e, adiungatur ſuperficies f h æqualis duplo ſuperficiei a b in b c, eritq; f h rationalis per hypotheſin, quare per 16 linea g h erit rationalis in lõgitudine: duę itaq; lineę d g & g h ſunt potentialiter rationales, & in ea tantum communicantes, ergo per 30 tota ex eis compoſita quæ eſt d h, eſt binomium & irrationalis, quare per 16 à deſtructione conſequentis ſuperficies e h eſt irrationalis. At quia per 4 ſecundi latus eius tetragonicum eſt linea a c, ipſa erit irrationalis per diffinitionem: quod oportuit demonſtrare.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propoſitio 37.*

37 SI binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles compoſitæ fuerint rationale comprehendentes, tota irrationalis eſt, uocatur autem ex binis prima mediis.

THEON *ex Zamb. Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles α β, β γ, rationale comprehendentes. Dico quòd α γ irrationalis eſt. Quoniam enim incommenſurabilis eſt α β, ipſi β γ, longitudine, & quæ ex α β, β γ, igitur ſunt incõmenſurabilia, ut quod bis ſub α β, β γ. Componendo igitur quæ ex α β, β γ, unà cum eo quod bis ſub α β, β γ, hoc eſt illud quod ex α γ, incommenſurabile eſt ei quod ſub α β, β γ. Supponuntur autem ipſæ α β, β γ, rationale comprehendentes: irrationale igitur eſt id quod ex α γ, irrationalis igitur eſt α γ, uocatur ſanè ex binis mediis prima, & uocauit autem eam ex binis mediis primam, quoniam rationale comprehendit, & conterit rationale.*

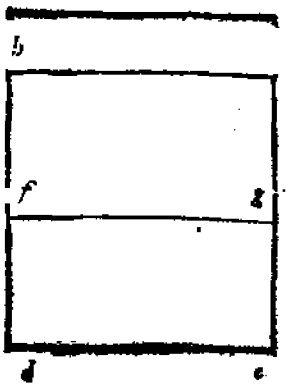
α Re. Re. 27 β Re. Re. 15 γ

Græcus non habet.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 32.*

32 SI duæ lineæ mediales potentialiter tantum communicantes, ſuperficieḿq; medialem continentes, directè coniungantur, tota linea erit irrationalis, dicetuŕq; bimediale ſecundum.

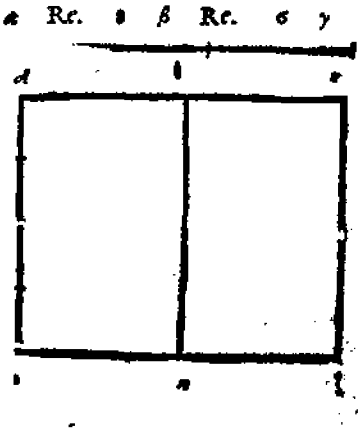
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c in continuum directuḿq; coniunctæ, ut proponitur
...is per 26 contingit reperiri, dico totam a c ex eis compositã esse
...tionalem &, ipsa uocatur bimediale secundum. Esto enim linea a Re.Re.128 b Re.Re.72 c
...ationalis in lõgitudine, cui adiungatur superficies d f æqualis
...obus quadratis duarũ linearũ a b & b c pariter acceptis. Et quia
...hypothesi duo illa quadrata sunt communicantia, & utrũq; me-
...le erit superficies d f medialis, quare per 20 linea d g quę est eius
...us secundũ, est rationalis in potẽtia tantum, & lineę d e incõmen
...surabilis in longitudine. Rursus adiũgatur ad lineã g f quæ est ęqua
...lineæ d e, superficies f h æqualis duplo superficiei a b in b c, eritq;
...am superficies f h medialis, erat enim per hypothesin superficies
...m b c medialis, ergo duplum eius cui est ęqualis f h erit mediale,
...rtẽ 20 igitur est linea g h, rationalis in potẽtia tantum & incom-
...mensurabilis in longitudine lineæ g f. Quia uerò a b & b c sunt po-
...tentialiter tantũ communicantes, erit per primam sexti & per secun
...dam partem 10 huius, superficies unius in alteram, incommensura-
...bilis quadrato utriusq;. At quia quadrata earum communicant per
hypothesin, erit dicta superficies, quare & duplum eius, incommu-
...nicans duobus quadratis earum pariter acceptis, duæ ergo superficies d f & f h sunt incommuni
cantes: per primam itaq; sexti & secundam partem 10 huius erit linea d g incommensurabilis li
neæ g h, quæ cum sint rationales in potentia, erit per 30 tota linea d h binomium & irrationalis.
Et quia latus eius tetragonicum per 4 secundi est linea c, sequitur per diffinitionem quòd linea
a c sit irrationalis: quod propositum erat ostendere.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 26.* *Propositio 38.*

Si binæ mediæ potentia tantum commensurabiles compositę fu erint medium comprehendentes, tota irrationalis est, uocatur autem ex binis secunda mediis.

THEON *ex Zamb. Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commensurabiles α β, β γ, medium comprehendentes. Dico quòd irrationalis est α γ. Exponatur rationalis Δ, ei autẽ quod ex α γ (per 44 primi) æquum ad ipsam Δ ε comparetur Δ ζ, latitudinem efficiẽs Δ η. Et quoniam quod ex α γ, æquum est ei quæ ex α β, β γ, & ei quod bis sub α β, β γ, quod autẽ ex α γ, æquũ est ipsi Δ ζ, igitur & Δ ζ, æquum est & eis quæ ex α β, β γ, & eis quod bis sub α β, β γ. Cõparetur (per eandem) iam eis quæ ex α β, β γ, ad ipsam Δ ε, æquum ipsum ε θ, reliquum igitur θ ζ æquum est ei quod bis sub α β, β γ. Et quoniam media est utra*que *ipsarũ α β, β γ, media igitur sunt & ea quæ ex α β, β γ, mediũ autem supponitur quod bis sub α β, β γ, eis autem quæ ex α β, β γ æquum est ε θ, ei uerò quod eis sub α β, β γ, æquum est ζ θ, mediũ igitur est utrunq; ipsorum ε θ, θ ζ, & ad rationalẽ Δ ε, comparata sunt. Rationalis igitur est utraq; ipsarum Δ θ, θ η, & ipsi Δ ε, longitudine, incommensurabilis. Et quoniam incommensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine. Estq; sicut α β ad β γ, sic quod ex α β, ad id quod sub α β, β γ, incõmensurabile igitur est ei quod ex α β, id quod sub α β, β γ, at ei quidem quod ex α β commensurabile est cõpositũ ex ijs quæ ex α β, β γ, sunt quadrata: ei uerò quod sub α β, β γ, commensurabile est id quod bis sub α β, β γ. Incommensurabile igitur est compositum ex ijs quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ. Sed eis quidem quæ ex α β, β γ, æquum est ε θ, ei autem quod bis sub α β, β γ, æquum est ζ θ. Incommensurabile igitur ζ θ, ipsi θ ζ. Quare & Δ θ, ipsi θ η, est incommensurabilis longitudine. Ostensum est autem quòd rationales. ipsæ igitur Δ θ, θ η, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Quare Δ η, irrationalis est, rationalis autem Δ ε. Quod autem sub irrationali & rationali comprehensum rectangulum, irrationale est (per 22 decimi) Igitur area Δ ζ irrationalis est, ipsamq; potens irrationalis est, ipsum autẽ Δ ζ, ipsa α γ, potest, irrationalis igitur est α γ, uocaturq; ex binis mediis secunda. Vocauit autem eam ex binis mediis secundam, quoniam medium comprehendit quod sub ipsis, & non rationale, in secundo uerò est loco medium rationale. Quod autẽ sub rationali & irrationali cõprehẽsum rectangulum sit irrationale, patet: si enim est rationale, comparatumq; est ad rationalem, erit aliud latus rationale, sed & irrationale, quod est absurdum. Quod igitur sub rationali & irrationale est: quod ostendere oportuit.*

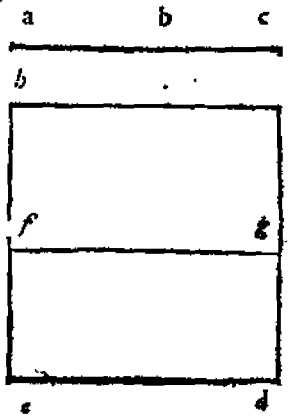


Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propositio 33.*

33 CVm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incõmensurabiles, superficiemq; medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint rationale, tota linea erit irrationalis, dicaturq; linea maior.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c sibi in continuum q; cõiunctę sicut proponitur, quas contingit ex 27 reperire. Dico a c ex eis compositam esse lineam irrationalẽ, & ipsa uocatur linea maior. Cum enim ambo quadrata pariter accepta sint rationale, superficies uerò alterius in alteram (quare & eius duplum) medialis per hypothesin erit totum ex duobus quadratis pariter acceptis in communicans duplo superficiei unius in alteram, itaq; totum aggregatum ex duobus quadratis & duplo superficiei (& ipsum est æquale quadrato a c) per 4 secundi, erit per 9 huius incommensurabile duobus quadratis a b & b c pariter acceptis. Per diffinitionem ergo est quadratum lineæ a c irrationalẽ, & linea a c, irrationalis: quod est propositum.

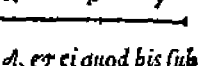


IDEM *aliter.* Sicut præmissis ad lineam d e, quę sit rationalis in longitudine, adiungatur superficies d f, quæ sit æqualis duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, eritq; rationalis per hypothesin, quare per 16 latus eius, secundum quod est d g, erit etiam rationale in longitudine & communicans lineæ d e. Rursus ad lineam f g adiungatur superficies f h æqualis duplo superficiei a b in b c, eritq; medialis per hypothesin, quare per 20 linea g h quæ est eius latus secundum est rationalis in potentia tantum: per 30 igitur est linea d h binomium & irrationalis, ideoq; per 16 à destructione consequentis superficies e h est irrationalis, quare latus eius tetragonicum, quod per 4 secundi est a c, est irrationale per diffinitionem: quod uolumus ostendere.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 27.* *Propositio 39.*

39 SI binæ rectę lineæ potẽtia incõmensurabiles cõpositę fuerint cõficientes compositũ ex quadratis, quæ ab ipsis rationale, quod autẽ sub ipsis mediũ, tota recta linea irrationalis est, uocatur autẽ maior.

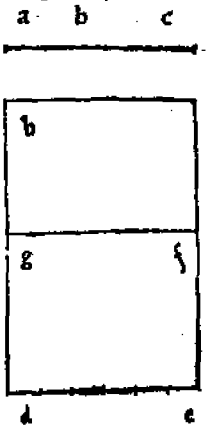
THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles à β, β γ, efficientes ea quæ proposita sunt. Dico quòd α γ irrationalis est. Quoniam enim (per hypothesin) quod sub α δ, β γ, medium est, & quod bis igitur sub α δ, β γ, medium est. Compositum uerò ex ijs quæ ex α β, δ γ, rationale est, incommensurabile igitur est quod bis sub α β, β γ, composito ex ijs quæ ex α β, δ γ. Quare & quæ ex α β, β γ, unà cum eo quod bis sub α δ, β γ, quod est id quod ex α γ, incõmensurabile est composito ex ijs quæ ex α β, β γ. Rationale autem est compositũ ex ijs quæ α β, β γ, irrationale igitur est quod ex α γ. Quare et α γ irrationalis est. Vocatur autem maior. Vocauit autem ipsum maiorem, tum quia quæ ex α β, β γ, rationalia maiora sunt eo quod bis sub α β, δ γ medio, tum quòd conueniat ab ipsorum rationalium proprietate imponere nomen. Quod autẽ quæ ex α β, β γ, maiora sunt eo quod bis sub α β, δ γ, sic ostendendum est. Manifestum quidem est quòd inæquales sunt ipsæ α β, β γ. Si enim æquales essent, æqualia quoq; essent (per 7 secundi) & quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α δ, δ γ, esset quoq; id quod sub α β, β γ, rationale. Quod non supponitur, inæquales igitur sunt ipsæ α β, β γ. Supponatur maior α β, ponatur q; ipsi β γ, æqualis β Δ. Quæ igitur ex α β, β Δ, æqualia sunt ei quod bis sub α β, β Δ, & ei quod bis sub α β, β Δ & ei quod ex α Δ, æqualis autem est Δ β, ipsi β γ. Quæ igitur ex α β, β γ, æqua sunt ei quod bis sub α β, β γ, & ei quod ex α Δ. Quare quæ ex α β, β γ, maiora sunt eo quod bis sub α β, β γ, eo quod ex Δ α, quod erat demonstrandum.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 34.*

34 CVm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incommẽsurabiles, superficiemq; rationalẽ continentes, quarũ ambo quadrata pariter accepta sint mediale, tota linea erit irrationalis, dicaturq; potẽs irrationale & mediale.

CAMPANVS. Sint ut in præmiſsis duæ lineæ a b & b c in continuum directumq; cõiunctę, quales proponitur, & ipſę ſunt ex 28 ſumẽdę. Dico quòd tota linea a c ex eis cõpoſita, erit irrationalis, & illa uocatur linea potens in rationale & mediale. Cum ſit enim ſuperficies a b in b c rationalis per hypotheſin, ideoq; & duplum eius, ac ambo quadrata pariter accepta ſint mediale, ſequitur per 4 ſecundi & 9 huius quemadmodum in præmiſsis, quòd quadratum totius a c ſit incommunicans duplo ſuperficiei a b in b c, per diffinitionem igitur ipſum eſt irrationale, & linea a c irrationalis: quod eſt propoſitum.



IDEM *aliter*. Sit ut in præmiſsis linea d e rationalis in longitudine, ſuperficies'que d f ſibi adiuncta æqualis duobus quadratis pariter acceptis duarum linearum a b & b c, eritq; medialis per hypotheſin, per 20 igitur erit linea d g rationalis in potentia tantum non communicãs in longitudine lineæ d e. Sitq; ſuperficies f h adiuncta ad lineam g f, æqualis duplo ſuperficiei a b in b c, eritq; rationalis per hypotheſin, & ideo per 16 latus eius ſecundum, quod eſt g h, rationale in longitudine, quare per 30 linea d h eſt binomium & irrationalis, & ſuperficies e h per 16 à deſtructione conſequentis eſt irrationalis. Cum itaque linea a c ſit eius latus tetragonicum per 4 ſecundi, ſequitur ut a c ſit irrationalis per diffinitionem: conſtat ergo propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 28.* *Propoſitio 40.*

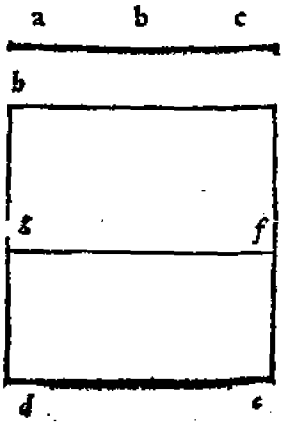
Si binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles compoſitæ fuerint, efficientes compoſitum quidem ex earum quadratis medium: quod uerò ſub ipſis rationale, tota recta linea irrationalis eſt, uocatur autem rationale mediumq; potens. 40

THEON *ex Zamb.* *Componantur enim binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles α β, β γ, efficientes præcedentia. Dico quòd irrationalis eſt α γ. Quoniam enim compoſitum ex ijs quæ ex α β, β γ, medium eſt, quod uerò bis ſub α β, β γ, rationale, incommenſurabile igitur eſt compoſitum ex ijs quæ ex α β, β γ, ei quod bis ſub α β, β γ. Quare & componendo (per 16 decimi & 4 ſecundi) quod ex α γ, incommenſurabile eſt ei quod bis ſub α β, β γ. Rationale autem eſt quod* α β γ
ſub α β, β γ. Irrationale igitur eſt quod ex α γ. Irrationalis igitur ——————
eſt α γ. Vocatur autem rationale mediumq; potens. Rationale autem & medium potentem appellauit, eo quia binas poteſt areas, unam quidem rationalem, alteram uerò mediam, ac propter rationalis præexiſtentiam, primam rationalem appellauit: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 35.*

Vm coniunctæ fuerint duæ lineę potentialiter incõmenſurabiles, ſuperficiemq; medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint mediale duplo ſuperficiei unius in alteram incommenſurabile, tota linea erit irrationalis, diceturq; potens in duo medialia. 35

CAMPANVS. Sint quoq; duæ lineæ hic a b & b c, in'cõtinuum directumq; coniunctæ ut proponitur. quæ ex 29 ſumendæ ſunt. Dico quòd linea a c ex eis compoſita eſt irrationalis, ac ipſa dicitur potens in duo medialia. Adiungatur enim ad lineam d e quę ſit rationalis in longitudine, ſuperficies d f æqualis duobus quadratis duarum linearũ a b & b c pariter acceptis, eritq; medialis per hypotheſin: quare per 20 linea d g erit rationalis in potẽtia tãtũ, & incõmenſurabilis d e lineæ rationalis in lõgitudine. Rurſus ad lineã g f quę eſt æqualis d e, adiungatur ſuperficies f h, quæ ſit æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram, erit etiam ex hypotheſi medialis, quare per 20 linea g h erit rationalis in potẽtia tantum. At quia per hypotheſin ambo quadrata pariter accepta ſunt incõmenſurabile duplo ſuperficiei unius in alteram, ſequitur ut d f ſit incommenſurabilis f h, quare per primam ſexti, & ſecundã partẽ 10 huius, linea d g eſt incõmẽſurabilis g h, per 30 igit eſt linea d h, binomiũ & irrationalis, itaque

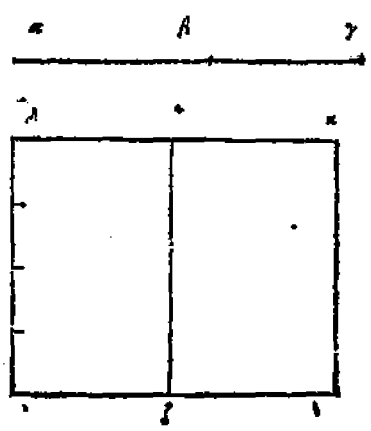


itaq; ſuperficies e h eſt irrationalis, & eius latus tetragonicũ quod eſt a c, ut in præmiſsis, quare cõſtat propoſitũ. Si autẽ duplum ſuperficiei a b in b c non eſſet incõmenſurabile ambobus quadratis pariter acceptis, eſſet linea a c medialis: eſſet enim d f cõmunicans f h: ideoq; linea d g, lineæ g h: tota igitur d h eſſet rationalis in potentia tantum, incõmenſurabilis in longitudine lineę d e, per 19 igitur eſſet ſuperficies e h medialis, eius q; latus tetragonicum quod eſt a c, linea medialis.

Euclid. ex Zamb. Theorema 29. Propoſitio 41.

41 Si binæ rectæ lineæ potẽtia incõmenſurabiles cõpoſitæ fuerint, efficiẽtes cõpoſitũ ex earũ quadratis mediũ, quod uerò ſub ipſis mediũ & inſuper incommenſurabile cõpoſito ex earum quadratis, tota recta linea irrationalis eſt, uocatur autem bina potens media.

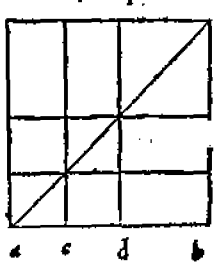
THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles α β, β γ, efficientes compoſitum ex ijs quæ ex α β, β γ medium, quod q; ſub ipſis α β, β γ, medium & inſuper incommenſurabile compoſito ex ijs quæ ex α β, β γ, quadratis. Dico quòd α γ irrationalis eſt. Exponatur rationalis Δ ε, comparetur q; (per 44 primi) ad ipſam Δ ε, ipſis quidem quæ ex α δ, β γ, æquum Δ ζ, ei uerò quod bis ſub α β, β γ, æquum α θ, totum igitur Δ θ æquũ eſt ei quod ex α γ quadrato. Et quoniã compoſitum ex ijs quæ ex α β, β γ, medium eſt, ac eſt æquale ipſi Δ ζ, medium igitur eſt & Δ ζ, & ad ipſam Δ ε rationalem comparatur, rationalis igitur eſt Δ κ, & ipſi Δ ε, longitudine incommenſurabilis. Ac (per 24 decimi) κ κ, rationalis eſt & ipſi κ ζ, incõmenſurabilis, hoc eſt ipſi Δ ε longitudine. Et quoniam incommenſurabilia ſunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis ſub α β, β γ, incommenſurabile eſt Δ ζ ipſi κ θ, quare & Δ κ ipſi κ κ (per 1 ſexti & 11 decimi) incommenſurabilis eſt, ſunt q; rationales, ipſæ igitur Δ κ, κ θ, rationales ſunt, potentia tantum comenſurabiles. Irrationalis igitur eſt Δ κ (per 36 decimi) appellata ex binis nominibus. Rationalis autem Δ ε, irrationale igitur eſt Δ θ, & illud potens irrationalis eſt, poteſt autẽ ipſum Δ θ, ipſa α γ. Irrationalis igitur eſt α γ, uocatur q; bina potens media. Appellat uerò ipſam bina potentẽ media, eo quia ipſa poteſt duas medias areas aliam compoſitam ex ijs quæ ex α β, β γ, & aliam quæ bis ſub ipſis α β, β γ: quod erat oſtendendum.*



CAMPANVS. Vt autem facilior fiat doctrina ſequentium, præmonſtranda arbitramur hoc loco duo, quorum primum eſt:

1 Si aliqua linea per duo inæqualia diuidat, quadrata ambarũ ſectionũ pariter accepta, tãto amplius ſunt duplo ſuperficiei unius earũ in alterã, quãtum eſt quadratũ eius lineæ qua maior excedit minorem.

Sit enim linea a b diuiſa per duo inæqualia in puncto c, ſitq; maior portio c b, de qua ſumatur c d æqualis a c. Dico quòd quadrata duarum linearum a c & c b ſunt amplius duplo ſuperficiei unius in alterã, in quadrato lineę d b, nã quod fit ex a c in c b bis, cum quadratis duarum linearũ a c & c b, eſt æquale ei quod fit ex a c in c b quater, cum quadrato d b, eo quod utraq; hęc æqualia ſunt quadrato lineę a b, primum quidẽ per quartã ſecundi, ſecundum uerò per 8 eiuſdẽ. Demptis itaq; utrinq; æqualibus, uidelicet eo quod fit ex a c in c b bis, erunt reſidua quę ſunt de primo quidem quadrata duarũ linearũ a c & c b, de ſecundo uerò quod fit ex a c in c b bis cum quadrato d b æqualia, quare cõſtat propoſitũ. Ex hoc ergo manifeſtũ eſt quòd ſi aliqua linea per duo inæqualia diuidat, quadrata ambarum partiũ pariter accepta plus ſunt duplo ſuperficiei unius earũ in alterã. Et hoc eſt, propter q̃d iſtud præmiſimus.



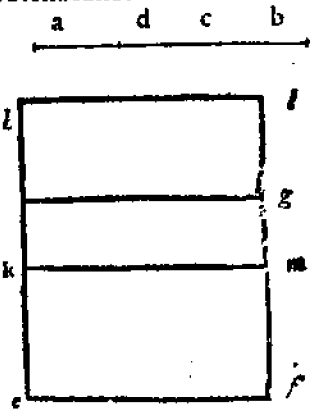
2 Si aliqua linea per duo inęqualia, itẽq; alia duo inęqualia diuidat, quadrata magis inæqualiũ pariter accepta, tanto ſunt amplius quadratis minus inæqualiũ pariter acceptis, quantũ eſt duplũ quadrati illius lineæ quæ in utraſq; eſt ſectiones, & quadruplũ eius quod fit ex eadem linea in eam, quæ eſt inter punctum ſectionis minus inæqualium, & punctum quod diuidit totam lineam per æqualia.

Sit linea a b diuiſa per duo inæqualia in puncto c, itemq; per alia minus inequalia in puncto d rurſus per æqualia in e. Dico quòd quadrata duarum partium magis inæqualiũ quæ ſunt a c & c b tantum ſunt amplius duobus quadratis duarum linearum minus inæqualium quæ ſunt a d & d b, quantum eſt duplum quadrati lineæ c d & quadruplum eius quod fit ex c d in d e. Sunt enim per 9 ſecundi quadrata duarum linearum a c & c b, pariter accepa dupla quadratis duarum linearum b e & e c, pariter acceptis. At per eandem 9 ſecundi quadrata duarum linearum a d & d b, pariter accepta, dupla ſunt quadratis duarũ linearũ b e & e c pariter acceptis. Itaq; quadrata duarũ linearum a c & c b, pariter accepta excedunt quadrata duarũ linearum a, d & d b pariter accepta in eo quo duplum quadrati lineæ c, excedit duplum quadrati li a c d e b
neæ d e hoc autem, per 4 ſecundi eſt duplum quadrati lineę c d, ——————
& quadruplũ eius quod fit ex c d in d c, quare conſtat propoſitum. Ex hoc manifeſtum eſt quòd quanto fuerint ſectiones alicuius lineæ magis inæquales, tanto erunt earum quadrata pariter accepta, maiora: & hoc eſt, propter quod iſtud præmiſimus.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 36.*

IN alias duas lineas ſub earum ţermino ex quibus coniunctum & nominatum eſt binomium, diuidi impoſsibile eſt. 36

CAMPANVS. Sit binomium, eritq; ex 30 compoſita ex duabus lineis, in potentia tantũ rationalibus cõmunicantib. quæ ſint a c & c b. Dico quòd impoſsibile eſt eã diuidi in alias duas lineas ſub hac diffinitione, uidelicet quòd ipſi ſunt potẽtia tantũ rationales cõmunicãtes. Si enim poteſt, diuidatur in a d & d b, quæ ſint potẽtia rationales tãtum cõmunicantes. Eſto quoq; linea e f rationalis in lõgitudine, cui adiungatur ſuperficies e g, quæ ſit æqualis quadratis duarum linearum a c & c b pariter acceptis, & ſuperficies f h quæ ſit æqualis quadrato lineæ a b. Eritq; ſuperficies e g rationalis, eo quòd utrunq; quadratorum linearum a c & c b pariter acceptorum eſt rationale per hypotheſin & ſuperficies g h medialis per 19, quoniam ipſa eſt ęqualis duplo ſuperficiei a c in c b per 4 ſecundi. Sit igitur rurſus ſuperficies f k ęqualis quadratis duarum linearum a d & d b pariter acceptis, quæ cum ſint diuerſæ à duabus lineis a c & c b erit per ſecundum prædemonſtratorũ antecedentium ſuperficies f k diuerſa à ſuperficie e g, earum ergo differentiã ſit k g, eritq; per 4 ſecundi exceſſus ſuperficiei f h, ſuper f k qui ſit k l, æqualis duplo eius quod fit ex a d in d b, & ꝓpter hoc erit etiã ſuperficies f k rationalis, & ſuperficies k l medialis. Itaq; ſuperficies k g cum ipſa ſit differentia duarum ſuperficierum rationalium quæ ſunt e g & f k, erit rationalis. Non enim differt rationale à rationali, niſi in rationali: & hoc dico, diffinitione & 9 huius hoc confirmantibus. Eadem quoq; cum ipſa ſit differẽtia duarum ſuperficierum medialium, quæ ſunt g h & k l, erit irrationalis per 22 quod eſt impoſsibile.



Quod autem prædictæ irrationales ſolummodo diuidunnur in eas rectas lineas, ex quibus componuntur efficientibus propoſitas ſpecies, oſtendemus iam huiuſmodi proponentes lemmatium.

THEON. *Lemma.*

Exponantur recta linea α β, ſecetur q; tota in inæqualia in utrunq; ſignorum γ Δ, ſupponaturq; maior α γ quàm Δ β. Dico quòd quæ ex α γ, β γ, maiora ſunt eis quæ ex α Δ, Δ β. Secetur enim (per 10 primi) α β, biſariam in ε, & quoniam maior eſt α γ, quàm Δ β, communis auferatur Δ γ. Reliqua igitur α Δ, reliqua γ β, maior eſt, æqualis aũt eſt α ε, ipſi ε β, minor igitur eſt Δ ε, q̃ ε γ, igitur γ & Δ ſigna, nõ æqualiter diſtãt à biſaria ſectione. Et quoniã (per 5 ſecundi) quod ſub α γ, γ β, unà cum eo quod ex Δ ε, æquũ eſt ei quod ex ε β, at quod ſub α Δ, Δ β, unà cum eo quod ex Δ ε, æquum eſt ei quod ex ε β, igitur quod ſub α γ, γ β, unà cum eo quod ex ε γ, æquum eſt ei quod ſub α Δ, Δ β, unà cum eo quod ex Δ ε, quorum α Δ ε γ β
quod ex Δ ε, minus eſt eo quod ex ε γ, & reliquum igitur quod ſub α γ, γ β, mi- ——————
nus eſt eo quod ſub α Δ, Δ β. Quare & quod bis ſub α γ, γ β, minus eſt eo quod bis ſub α Δ, Δ β, & reliquum igitur compoſitum ex ijs quæ ex α γ, γ β, maius eſt compoſito ex ijs quæ fiunt ex α Δ, Δ β, ſiquidem utraque æqualia ſunt ei quod ex α β: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 30.* *Propoſitio 42.*

Quę ex binis nominib. ad unũ duntaxat ſignũ diuidit in nomina. 24

THEON *ex Zamb. Sit ex binis nominibus α δ, diuiſa in nomina in γ, igitur ipſæ α γ, γ β, rationales ſunt*

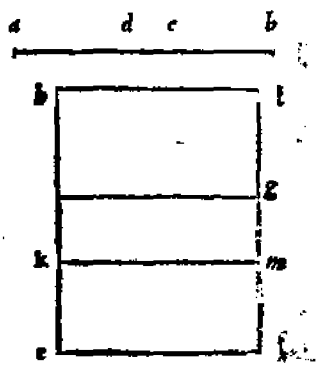
potentia

potentia tantum commensurabiles. Dico quòd ipsa α β, ad aliud signum non diuiditur in binas rationales potentia tantum commensurabiles. Si enim possibile, diuidatur in Δ, ut ipsæ α Δ, Δ β, sint rationales potentia tantum commensurabiles, manifestum iam quòd α γ, ipsi β Δ non est eadem. Si enim fieri potest, esto, erit iam & α Δ, ipsi β γ eadem, eritq; sicut α γ ad γ ζ, sic ζ γ ad Δ α, eritq; α ζ in eadem quæ γ diuisione, diuisa & in Δ, quod positum non est. Ipsa igitur α γ ipsi Δ β non est eadem. Ac per hoc etiam & signa γ, Δ, non æquidistant α bisaria sectione. Quoditaq; differunt quæ ex α γ, γ β, ab eis quæ ex α Δ, Δ β, eo etiam differt & quod bis sub α Δ, Δ β, ab eo quod tum quæ ex α γ, γ β, unà cum eo quod bis sub α γ, γ β, tum quæ ex α Δ, Δ ζ, unà cum eo quod bis sub α Δ, Δ β, sunt æqualia ei quod ex α β. Sed quæ ex α γ, γ β, ab eis quæ ex α Δ, Δ ζ, rationali differunt, utraq; enim rationalia (per 22 decimi) quod bis igitur sub α Δ, Δ ζ, ab eo quod bis sub α γ, γ β, differunt rationali, quæ media existunt: medium autem, medium non excedit rationali (per 26 decimi.) Ex binis igitur nominibus, ad aliud & aliud signum non diuiditur, ad unum duntaxat igitur: quod erat ostendendum.

α Δ γ β

Euclid. ex Camp. *Propositio 37.*

17 BImediali primo secũdum terminum suum in duas lineas mediales diuiso, sub earũ termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est impossibile.



CAMP. Sit quoq; hic linea a b, bimediale primum diuisa in duas lineas mediales potentia tantum communicantes, superficiemq; rationalem continentes, ex quibus 31 asserit eam componi, quæ sint a c & c b. Dico q; impossibile est eã diuidi in alias duas lineas sub earũ diffinitione. Quod si possibile fuerit, diuidam eam in puncto d, assumptaq; linea rationale e f, adiungatur ei e g æqualis duobus quadratis duarum linearum a c & c b, & superficies f h æqualis quadrato a b, & superficies f k æqualis quadratis duarum linearum a d & d b, eritq; per quartum secundi g h æqualis duplo supergentis a c in c b, & per eandem erit k l æqualis duplo superficiei a d in d b, propter hypothesin quoq; erit utraq; duarum superficierum e g & k f medialis, & utraq; duarum linearum g h & k l rationalis, hoc autem impossibile, esset enim per primum superficies k g, irrationales ex 22, per secundam autem eadem esset rationalis ex diffinitione & 9. Quod est inconueniens.

Euclid. ex Zamb. *Problema 31.* *Propositio 43.*

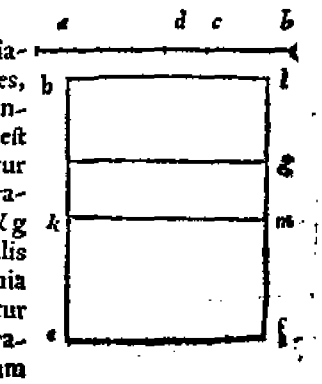
Ex binis medijs prima, ad unũ duntaxat signũ diuiditur in nomina.

43 THEON *ex Zamb. Esto ex binis prima medijs α β diuisa in γ, ut ipsæ α γ, γ ζ, mediæ sint potentia tantum commensurabiles rationale comprehendentes. Dico quòd ipsa α β, ad aliud signum non discinditur. Si enim possibile, diuidatur in Δ, ut α Δ & Δ β sint potentia mediæ tantum commensurabiles rationale comprehẽdentes. Quoniam igitur quo differt quod bis sub α Δ, Δ β, ab eo quod bis sub α γ, γ β, differunt quæ ex α γ, γ ζ, ab eis quæ ex α Δ, Δ β, rationali autem differt quod bis sub α Δ, Δ ζ, ab eo quod bis sub α γ, γ β, rationalia enim utraq;. Rationali igitur differunt & quæ ex α γ, γ ζ, ab eis quæ ex α β, Δ ζ, media existentia, quod est impossibile. Ex binis igitur medijs prima, ad aliud & aliud signum non diuiditur in nomina, ad unum duntaxat igitur: quod erat demonstrandum.*

α Δ γ β

Euclid. ex Camp. *Propositio 38.*

BImediale secundum, nisi in duas lineas tantum sub termino suo diuidi non potest.



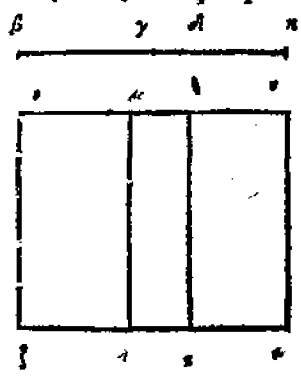
CAMPANVS. Sit ut prius linea a b bimediale secundum, diuisa in duas lineas a c & c b mediales, potentia tantũ communicantes, superficiemq; medialem continentes, ex quibus 32 proponit eam componi. Dico quòd impossibile est eam diuidi sub earũ diffinitione in alias duas. Sin autem, diuidatur in d, sintq; ut prius superficies e g, f h, & f k, adiunctæ ad lineam rationalẽ e f, eritq; per prçsentes hypotheses, utraq; superficies e g, & g h, medialis, quare per 20 utraq; duarũ linearũ f g & g l erit rationalis in potentia tantũ non cõmunicans in longitudine lineæ e f. At quia duæ lineæ a c, & c b, erunt incõmensurabiles in lõgitudine, sequitur per primã sexti & per secundã partẽ 10 huius, quòd utrunq; quadra-

torum linearum a c & c b, ſit incommenſurabile ſuperficiei unius in alteram. Cumq; dicta quadrata communicent ex hypotheſi, ſequitur ut ambo quadrata pariter accepta ſint incommenſurabile ſuperficiei unius in alteram, ideoq; & eius duplo. Quare ſuperficies e g incommenſurabilis eſt ſuperficiei g h, & linea g f, lineæ g l, per primam ſexti & ſecundam partem 10 huius. Itaque per 30 linea f l eſt binomiũ, diuiſa ſecundum ſuũ terminum in punctο g. Eodemq; modo probabitur ipſam binomium eſſe, mediantibus ſuperficiebus e m & m h diuiſam, ſecundum ſuum terminum in punctο m, quod eſt impoſsibile per 36. Nõ enim poteſt dici, quòd linea f l diuiſa ſit ad puncta g & m in partes conſimiles, ſic enim eſſet linea f m æqualis g l, ſed ipſa eſt maior linea m l, ut patet ex primo præmiſſorum antecedentiũ huius & prima ſexti, cum e m ſuperficies ſit maior h m ſuperficie. Huius aũt demõſtrationis modus poteſt eſſe cõmunis 37 cæteriſq; eã ſequẽtibus.

Euclid. ex Zamb. Theorema 32. Propoſitio 44.

Ex binis ſecunda medijs, ad unũ dũtaxat ſignũ diuidit in nomina. 44

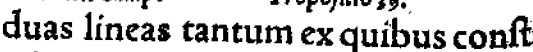
THEON ex Zamb. *Sit ex binis medijs ſecunda α β, diuiſa in γ, ut α γ, γ β, mediæ ſint potentia tantum commenſurabiles mediũ comprehendentes, manifeſtum iam eſt q, γ nõ eſt in diuidua ſectione, quando quidem non ſunt longitudine commenſurabiles. Dico q, ipſa α β ad aliud ſignum non diuiditur. Si enim poſsibile, diuidatur in Δ ut α γ ipſi Δ β non ſit eadem, ſed per hypotheſin ſit maior α γ, manifeſtum q, ea quæ ex α γ, γ β, maiora ſunt eis quæ ex α Δ, Δ β, ſicut ſuprà demonſtrauimus. Et quod ipſæ α Δ, Δ β, mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles, medium comprehendentes. Exponaturq; rationalis ε ζ, et ei quidem quod ex α β æquum, ad ipſam ε ζ comparetur (per 44 primi) ε κ, eis autem quæ ex α γ, γ δ, æquum auferatur ε ν, reliquum igitur θ κ æquum eſt ei quod bis ſub α γ, γ β. Rurſus iam eis quæ ex α Δ, Δ β, quæ minora ſunt eis quæ ex α γ, γ β, æquum auferatur ε λ, & reliquũ igitur μ κ, æquum eſt ei q, bis ſub α Δ, Δ β. Et quoniam media ſunt quæ ex α γ, γ δ, mediũ igitur eſt & ε ν. Et ad rationalẽ ε ζ comparatur: rationalis igitur eſt ε θ & incommenſurabilis ipſi ε ζ longitudine. Ac per hoc etiã θ ν rationalis eſt & ipſi ε ζ longitudine incommenſurabilis. Et quoniam ipſæ α γ, γ β, mediæ ſunt potentia tantum cõmenſurabiles, incõmenſurabilis eſt igitur α γ ipſi γ β longitudine. ſicut aũt α γ ad γ δ, ſic quod ex α γ ad id quod ſub α γ, γ β. Incõmenſurabile igitur eſt quod ex α γ, ei quod ſub α δ, γ δ. Sed ei quidẽ quod ex α γ commenſurabilia ſunt quæ ex α γ, γ δ, potentia enim ſunt cõmenſurabiles ipſæ α γ, γ β, ei autẽ quod ſub α γ, γ, δ, cõmenſurabile eſt quod bis ſub α γ, γ δ, et quæ ex α γ, γ β, igitur incõmenſurabilia ſunt ei quod bis α γ, γ β. Sed eis quidẽ quæ ex α γ, γ δ, æquũ eſt ε κ, ei autem q, bis ſub α γ, γ δ, æquum eſt θ κ. Incommenſurabile igitur eſt ε ν ipſi θ κ, quare & ipſa ε θ ipſi θ ν, eſt longitudine incommenſurabilis. Et ipſæ ε θ & θ ν ſunt rationales, igitur rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Si ucrò binæ rationales potẽtia tantum cõmenſurabiles compoſitæ fuerint, tertia irrationalis eſt, uocaturq; ex binis nominibus (per 36 decimi) ipſa igitur ε ν ex binis nominibus, eſt diuiſa in δ. Per eandem iam oſtendentur & ipſæ ε μ, μ ν, rationales potentia tantum cõmenſurabiles. Igitur ipſa ε ν ex binis nominibus per aliud ſignum & aliud diuiſa eſt in θ & in μ, nec eſt ε θ ipſi μ ν eadem: quandoquidem quæ ex α γ, γ β, maiora ſunt eis quæ ex α δ, α Δ, ſed quæ ex α Δ, Δ δ, maiora ſunt eo quod bis ſub α Δ, Δ β, multo igitur magis quæ ex α γ, γ δ, hoc eſt ε κ, maius eſt eo quod bis ſub α Δ, Δ δ, hoc eſt μ κ. Quare & ε θ, ipſa μ ν maior eſt. Igitur ε κ, ipſi μ ν non eſt eadẽ. Ex binis igitur nominibus in alio et alio ſigno diuiditur, quod eſt abſurdum. Ex binis ſecunda medijs igitur, in alio & alio ſigno non diuiditur, in uno igitur tantum ſigno diuiditur: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 39.

Linea maior, niſi in duas lineas tantum ex quibus conſtat 49 ſub earum termino diuidi non poteſt.

CAMPANVS. Sit quoq; hęc linea maiora a b diuiſa ad punctum c, in duas lineas potẽtialiter incõmenſurabiles, ſuperficiemq; medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint rationale, ex talibus enim componitur, ut affirmat 33. Dico quòd impoſsibile eſt ad alium punctum in alias duas lineas ſub hac diffinitione ipſam diuidi. Quòd ſi poteſt, ſit hic ad d, maneantq; ſub his eadẽ figura eædemq; hypotheſes quę prius, & argue quemadmodum in 36 ſuperficiem g k eſſe rationalem & irrationalem: quod eſt impoſsibile.



Euclid. ex Zamb. Theorema 33. Propoſitio 45.

Maior, ad unum duntaxat ſignum diuiditur in nomina. 45

THEON. ex Zãb. *Sit maior α β, diuiſa in γ, ut (p 34 decimi) α γ, γ β, potẽtia nõ ſint cõmẽſurabiles efficiẽtes cõpoſitũ ex ijs q ex α γ, γ δ, quadratis rationale: quodq; ſub ipſis α γ, γ δ, mediũ: dico q, ipſa α δ, ad diuã ſignum*

ſignum non diuiditur. Si enim poßibile, diuidatur in Δ, ut ipſæ α Δ, Δ β, potentia ſint incommenſurabiles, efficientes quidem compoſitum ex quadratis quæ ex α Δ, Δ β rationale, quodq; ſub ipſis mediũ (per 39 decimi.) Et quoniam quo differunt quæ ex α γ, γ β, eis quæ ex α Δ, Δ β, hoc differt & quod bis ſub α Δ, Δ β, ab eo quod bis ſub α γ, γ β, ſed quæ ex α γ, γ β, ea quæ ex α Δ, Δ β, excedũt rationali (rationalia enim utraq;) & quod bis ſub α Δ, Δ β igitur id quod bis ſub α γ, γ β, excedit rationali, media exiſtentia, quod eſt impoßibile. Maior igitur, ad



ali ud & aliud ſignum non diuiditur, per idem igitur unum tantum ſignum: quod demonſtrare oportebat.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 40.

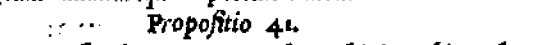
40 Linea potẽs in rationale & mediale, niſi in ſuas duas lineas tantum ſub termino ſuo non diuiditur.

CAMP. Hæc quoq; 40, manentibus prioribus figura & poſitionibus (excepto quòd ipſa linea a b diuidatur in punctum c, in illas duas lineas ex quibus 34 dicit: eam componi) probabitur, quemadmodum 37. Si autẽ aliter fuerit quàm propo niat, erit ſuperficies k g rationalis & irrationalis, quod eſſe non poteſt.

Euclid. ex Zamb. Theorema 34. Propoſitio 46.

46 Rationale mediũq; potẽs, ad unũ dũtaxat ſignũ diſcinditin nomina.

THEON ex Zamb. *Eſto rationale mediumq; potens α ß, diuiſa in γ, ut ipſæ α γ, γ β, potentia ſint incommenſurabiles efficientes compoſitum ex ijs quæ ex α γ, γ ß, medium quod autem ſub α γ, γ β rationale dico quòd ad aliud ſignum α β non diuiditur. Si enim poßibile eſt, diuidatur & in Δ, & ut α Δ, Δ β, potentia ſint incommenſurabiles efficientes compoſitum ex α Δ, Δ β medium, quod uerò ſub ipſis α Δ, Δ β, rationale (per 40 decimi) Quoniã enim quo differt quod bis ſub α γ, γ β, ab eo quod bis ſub α Δ, Δ β, eo differunt & quæ ex α Δ, Δ ß, eis quæ ex α γ, γ ß, quod autẽ ſub α γ, γ β, id quod bis ſub α Δ, Δ β, rationali excedit, & quæ ex α Δ, Δ β, igitur quæ ex α γ, γ ß rationali excedunt, cum media exiſtant, quod eſt impoßibile. Rationale mediumq; potens igitur, ad aliud potens, ad aliudq; ſignum non diuiditur, ad unum igitur ſignum diuiditur: quod oportuit demonſtrare.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 41.

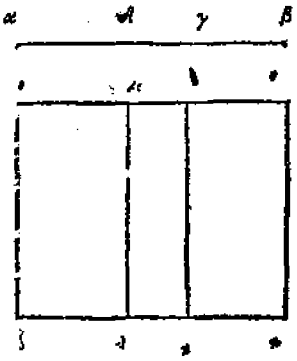
41 Linea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas ſub termino earum ex quibus cõiuncta eſt, ſed in ſuas tantum duas ex quibus componitur, eſt diuiſibilis.

CAMP. Hæc enim 41 diuiſa linea a b ad punctum c, in eas ex quibus 35 aſſerit eam componi, cæterisq; ut ſuprà tam figura quàm poſitionibus manentibus, probatur ſicut 38, nam dato propoſito propoſiti, ſequitur oppoſitum 36, quod eſt impoſsibile.

Euclid. ex Zamb. Theorema 35. Propoſitio 47.

47 Bina potens media, ad unũ dũtaxat ſignum duiditur in nomina.

THEON ex Zamb. *Sit bina potens media α β diuiſa in γ, ut ipſæ α γ, γ β, potentia ſint incommenſurabiles efficientes (per 35 decimi) compoſitum ex eis quæ ex α γ, γ β, mediũ, quod uerò ſub α γ, γ β, mediũ, & inſuper incommẽſurabile compoſito ex ijs quæ ab ipſis ſunt quadrata. Dico quòd ipſa α β in alio ſigno non diuiditur, efficiens ea quæ propoſita ſunt. Si enim poßibile, diuidatur in Δ, ut uidelicet ipſa α γ ipſi Δ β, non ſit eadem, ſed maior per hypotheſin ſit α γ, ponaturq; rationalis ε ζ, comparetur q; (per 43 primi) ad ipſam ε ζ, ris quæ ex α γ, γ β, æquũ ε κ, ei aũt quòd bis ſub α γ, γ β, æquũ θ κ. Totũ igitur ε κ, æquũ eſt ei quod ex α β quadrato. Rurſus comparetur ad ipſam ε ζ, eis quæ ex α Δ, Δ β, æquum ε λ, reliquum igitur quod bis ſub α Δ, Δ β, reliquo μ κ eſt æquale. At quoniam medium ſupponitur compoſitum ex ijs quæ ex α γ, γ β, medium igitur eſt & ε κ, & ad rationalem ε ζ comparatur. Rationalis igitur eſt (per 26 decimi) θ ε, & ipſi ε ζ longitudine incommenſurabilis. Id propterea etiam θ ν, rationalis eſt, & ipſi θ ν longitudine incommenſurabilis. Et quoniam compoſitum ex ijs quæ ex α γ, γ β, incommenſurabile ex eo quod bis ſub α γ, γ ß, igitur ε κ, ipſi θ κ eſt incõmenſurabile. Quare & ε θ ipſi θ ν, eſt incommenſurabilis, ſuntq; rationales. Ipſæ igitur θ ε, θ ν, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, ipſa igitur ε ν ex binis nominibus eſt diuiſa in θ. Similiter iam demonſtrabimus quòd in μ diuiſa, et quòd ε θ ipſi μ ν eſt eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio ſigno diuiditur, quod eſt abſurdum. Bina potens media igitur in alio & alio ſigno non diuiditur: in uno igitur tantum ſigno diuiditur: quod erat oſtendendum.*



Euclid.

Euclid. ex Camp. *Binomiorum diffinitiones.*

1 Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmento quadrati lineæ cõmunicantis eidẽ longiori in longitudine, fueritq; eadem longior lineæ positæ rationali communicans, ipsum uocabitur binomiũ primum. 2 Si uerò breuior positæ rationali cõmunicet, dicetur binomiũ secundum. 3 Quòd si neutra portionũ eius positæ rationali communicet, appellabitur binomium tertium.

4 Item si longior breuiore tanto amplius possit, quantum est quadratum alicuius lineæ ipsi longiori incommensurabilis in longitudine, fueritq; longior portionum positæ lineæ rationali cõmunicans in longitudine, ipsum nuncupabitur binomium quartum. 5 Si uerò breuior, positæ rationali communicet in longitudine, quintum nominabitur. 6 Si autem neutra portionum eius positæ rationali communicet in longitudine, erit binomium sextum.

Euclid. ex Zamb. *Binum nominum Diffinitiones.*

1 Proposita rationali & ea quæ ex binis diuisa in nomina, cuius nomẽ maius minore maius possit, eo quod ex sibi longitudine commensurabili, si maius nomen longitudine fuerit commensurabile ex positæ rationali, tota uocetur ex binis nominibus prima. 2 Si uerò nomẽ minus longitudine cõmensurabile fuerit expositæ rationali, uocatur ex binis nominibus secunda 3 Si autem neutrum ipsorum nominum commensurabile longitudine fuerit expositæ rationali, uocatur ex binis nominibus tertia. 4 Rursus iam si maius nomen minore maius possit, eo quod à sibi longitudine incommensurabili, si quidem maius nomen expositę rationali longitudine commensurabile fuerit, uocatur ex binis nominibus quarta. 5 Si uero minus, quinta. 6 Si uerò neutrum, sexta.

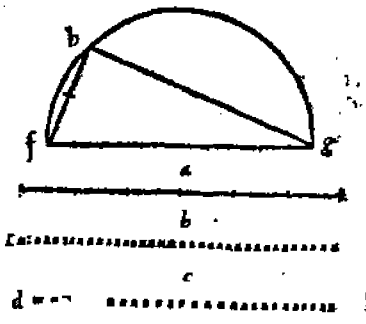
Sex igitur existentibus sic sumptis rectis lineis, primas ordine facit, tres primas quibus maior minore maius potest, eo quod ex sibi commensurabili, secundas ordine uerò reliquas tres similiter, quarũ maior minore maius possit, eo quod ex sibi incommensurabili, eo quia præstantius est commensurabile incommẽsurabili. Et insuper primam, in qua maius nomen expositæ rationali commensurabile est. Secundam autem in qua minus, quoniam rursus præstantius est maius minore dum continet maius. Tertiam uerò, cuius neutrũ nominum expositæ rationali est commensurabile. Et in tribus sequentibus similiter primam prędicti secundi ordinis quartam appellans, secundam uerò quintam, ac tertiam sextam.

Euclid. ex Camp. *Propositio 42.*

Binominum primum inuenire. 42

CAMPANVS. Sit a linea rationalis posita, sumanturq; duo numeri quadrati b & c, quorũ e sit diuisibilis in quadratum qui sit d, & in non quadratum qui sit e, ponaturq; proportio quadrati lineæ a ad quadratũ lineæ f g, sicut numeri b ad numerum c, eritq; ex secunda parte 7 linea f g communicans lineæ a rationali positæ in longitu-

in longitudine. Super eam igitur lineetur f g h semicirculus, fitq; proportio quadrati lineę f g ad quadratū lineę f h, ſicut c ad d, & ducatur linea g h: dico ergo duas lineas f g & g h directè coniunctas, componere binomium primum. Eſt enim linea f g, quę eſt longior, potentiorq; linea g h, quæ eſt breuior, in quadrato lineæ f h, per 30 tertij & penultimam primi, communicat autem linea f h lineę f g in longitudine, per 2 partem 7, cum proportio quadratorum ipſarū f g & f h ſit ſicut numerorum quadratorum qui ſunt c & d. Linea uero g h, conuincitur eſſe rationalis in potentia tantum non communicans lineæ f g in longitudine, ideoq; neq; lineæ a rationali ponitq. cum ſit enim quadratum lineę f g ad quadratum lineæ f h, ſicut numerus c ad numerum d, erit per euerſam proportionalitatem quadratum lineæ f g ad quadratū lineæ g h, ſicut numerus c ad numerum e. Cū itaq; c ſit numerus quadratus, e uerò non quadratus,

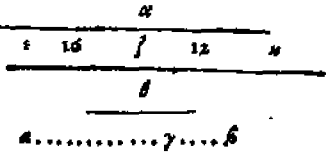


ſequitur per ultimam partem 7, ut linea g h, ſit incommenſurabilis lineę f g lõgitudine, relinquitur igitur ipſam g h eſſe rationalem in potentia tantum, & a diuiſione lineas f g & g h, componere binomium primum: quod erat inueniendum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 13.* *Propoſitio 48.*

42 Inuenire ex binis nominibus primam.

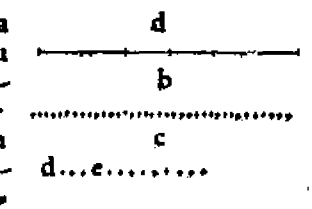
THEON *ex Zamb. Exponãtur bini numeri* α γ, γ β, *ut compoſitus ex ipſis* α β *ad* β γ, *rationẽ habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, ad ipſum autem* γ α *rationẽ non habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ: exponaturq; quædã rationalis* δ, *ac ipſi* δ *commenſurabilis eſto (per correlariũ 6 decimi) longitudine ipſa* ε ζ, *rationalis igitur eſt* ε ζ, *fiatq; (per 9 decimi) ſicut* ζ α *numerus ad* α γ, *ſic quod ex* ε ζ *ad id quod ex* ζ η. *At* α β *ad* α γ *rationem habet quam numerus ad numerũ. Igitur & quod ex* ε ζ *ad id quod ex* ζ η *rationẽ habet quam numerus ad numerũ. Quare quod ex* ε ζ, *ei quod ex* ζ η *eſt commenſurabile. Eſt autem rationalis* ε ζ, *rationalis igitur eſt & ζ η. Et quoniam* α β *ad* α γ *rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, neq; quod ex* ε ζ *ad id quod ex* ζ η *rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum: incommenſurabile igitur eſt* ε ζ, *ipſi* ζ η *longitudine. Ipſæ igitur* ε ζ, ζ η, *rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, ex binis igitur nominibus eſt ipſa* ε η. *Dico quòd & prima. Quoniam enim eſt ſicut* β α *numerus ad* α γ, *ita quod ex* ε ζ *ad id quod ex* ζ η, *maior autem eſt ipſe* β α *ipſo* α γ, *maius igitur eſt & quod ex* ε ζ *eo quod* ζ η, *eſto igitur ei quod ex* ε ζ *æquale quæ ex* ζ η θ. *Et quoniam eſt ſicut* β α *ad* α γ, *ſic quod ex* ε ζ *ad id quod ex* ζ η, *conuertẽdo igitur (per correlarium 19 quinti) eſt ſicut* α β *ad* β γ, *ſic quod ex* ε ζ *ad id quod ex* θ. *At* α β *ad* β γ *rationem habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum, & quod ex* ε ζ *igitur ad id quod ex* θ *rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Commenſurabilis igitur eſt* ε ζ *ipſi* δ *longitudine. Ipſa igitur* ε ζ *quam* ζ η, *maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili. Ipſæq; ε ζ, ζ η, rationales ſunt. Commenſurabilisq; eſt* ε ζ *ipſi* δ *longitudine, ipſa igitur* ε η *ex binis nominibus prima eſt: quod erat oſtendendum*



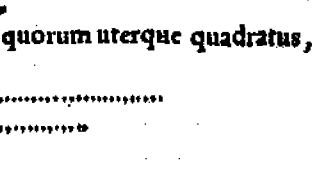
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 43.*

43 Binomium ſecundum reperire.

CAMPANVS. Sit ut prius a rationalis linea poſita, b uerò numerus quadratus, c uerò ſit numerus non quadratus, diuiſibilis in d non quadratum & e quadratum: ita tamen quod proportio totius c, qui eſt non quadratus ad d, qui eſt etiam non quadratus, ſit ſicut numerorum quadratorum: talis autem numerus eſt 12 & 48, diuiſibilis enim eſt 12 in 9 quadratum numerum, & 3 non quadratum, eſtq; proportio 12 ad 3, ſicut 16 ad 4, quorum uterque quadratus, eodem modo 48 diuiſibilis eſt in 36 & 12.

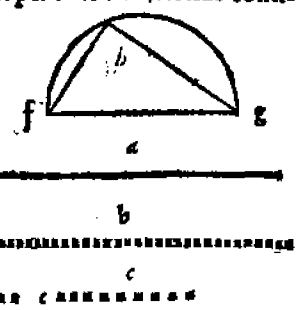


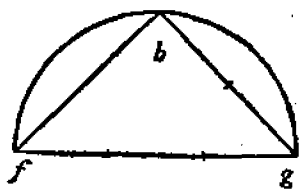
Tales autem numeros ſic reperies. Sit a numerus quadratus, b quoq; ſit unitate minor, cuius quadratũ ſit c, at uerò d proueniat ex b in a, eritq; ex prima incidentiũ noni, b differentia d ad c, ducatur idem a in c, & proueniat e, eritq; e quadratus ex prima parte correlarij 2 noni, eo quòd uterque numerorum a & c eſt quadratus per hypotheſin. Fiat rurſus f ex a in d, eritq; f qualem



quærimus

quærimus. Est enim ex ultima parte prędicti correlarij numerus f non quadratus, eo quòd d numerus sit non quadratus. Si enim d numerus esset quadratus, esset quoq; b quadratus ex 2 parte eiusdem correlarij 2 noni & ex 22 octaui, & quia a est quadratus, esset per 16 eiusdē, tertius continuè proportionalis inter a & b, quod est impossibile, cum sint sola unitate distātes, non est igitur d quadratus, quare nec f, est enim f ęqualis d & e, quoniam cum b sit differentia d ad c, ut patet ex pręmissis, erit per primam incidentium noni, quod fit ex a in d, æquum ijs quæ fiunt ex a in b & in c, & quia ex a in b fit d, & in c fit e, sequitur ut d, sit differentia f ad e, & quia per 18 septimi est f ad e, sicut d ad c, erit permutatim f ad d, sicut e ad c. Cumq; uterq; duorum numerorū e & c sit quadratus, manifestum est numerum f esse qualem uolumus, est enim non quadratus diuisibilis in d non quadratum & e quadratum, cuius proportio ad d est sicut quadrati ad quadratum uidelicet e ad c. Cætera omnia sint ut prius: Dico quòd lineæ f g & g h componunt binomium secundum. Cum enim sit a quadratum f g, sicut b ad c, rursusq; quadratum f g ad quadratum g h, sicut c ad e, erit per æquam proportionalitatem quadratum a ad quadratum g h, sicut b ad e. Cum igitur uterq; duorum numerorum b & e sit quadratus, erit per 2 partem 7 linea g h cōmunicans in longitudine lineæ a rationali positæ: de linea uerò f g constat quòd ipsa sit rationalis in potentia tantum non communicans lineæ a rationali positæ in longitudine per ultimā partē 7, quæ cum sit potētior linea g h in linea f h, per 30 tertij & penultimam primi, communicet autem linea f h lineæ f g in longitudine, per secundam partem 7, eo quòd eorum quadrata sunt in proportione numerorum c & d, quorum est proportio sicut numerorum quadratorū per hypothesin, constat propositum. Aliter quoq; idem. Esto linea g h, communicans a rationali positæ in longitudine, quam facilè est inuenire, sitq; c numerus quadratus diuisibilis in quadratum d, & non quadratum e, sitq; proportio quadrati lineę g h ad quadratum lineæ f g, sicut numerus e ad numerum c, eritq; f g incommensurabilis lineæ g h in longitudine per ultimam partem 7, & potentior ea in quadrato lineę f h, cui communicat in longitudine primò per conuersam, deinde per euersam proportionalitatem, & per secundam partem 7, ex diffinitione igitur lineæ f g & g h, componunt binomium secundum.





8 Re. 5

d ..... e .....

Euclid. ex Zamb. Problema 44. Propositio 49.

Comperire ex binis nominibus secundam. 49

THEON ex Zamb. *Explicentur bini numeri α γ, γ β, ut ex ipsis compositus α δ ad β γ, rationē habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum, ad ipsum autem γ α rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Exponatur q; rationalis A, ipsiq; A commensurabilis esto longitudine ζ ι, ipsa igitur ζ ι rationalis est. Fiat etiam (per correlarium 6 decimi) & sicut γ α numerus ad α β, sic quod ex ι ζ ad id quod ex ζ ε, commensurabile igitur est id quod ex ι ζ, ei quod ex ζ ι, rationalis igitur est et ζ ε. Et quoniam γ α, numerus ad α β, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū, neq; igitur quod ex ι ζ ad id quod ex ζ ε, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommensurabilis igitur est ι ζ, ipsi ζ ε longitudine. Ipsæ igitur ε ζ, ζ ι, rationales sunt potentia tatum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est ipsa ε ι. Ostendendum uerò quod & secunda. Quoniam rursus est sicut β α, numerus ad α γ, sic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ ι, maior autē est β α, ipso α γ, maius igitur et quod ex ε ζ, eo quòd ζ ι, esto autem ei quod ex ε ζ, æqualia quæ ex ι ζ θ. Conuertendo igitur (per correlarium 19 quinti) est sicut α β ad δ γ, sic quod ex ε ζ ad id quod ex θ. At α β ad β γ, rationē habet quā quadratus numerus ad quadratum numerū, & quod ex ε ζ, igitur ad id quod ex θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Commensurabilis igitur est ε ζ, ipsi θ, longitudine (per 9 decimi.) Quare ε ζ, ipsa ζ ι, maius potest, eo quod fit ex sibi commensurabili, & ipsæ ε ζ, ζ ι, rationales sunt potentiæ tantum commensurabiles, & ζ ι, nomen minus commensurabile est longitudine ipsi A rationali expositæ, ipsa igitur ε ι, ex binis nominibus est secunda: quod erat faciendum.*

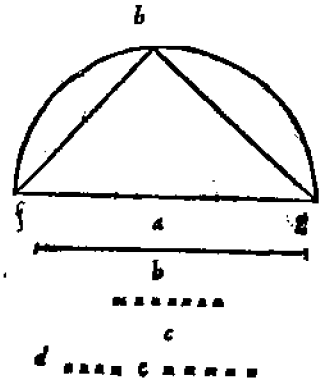
α ..... γ ... β
A
ε 12 ζ 9 ι
θ 6

Euclid.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 44.

44 # Binomium tertium inueſtigare.

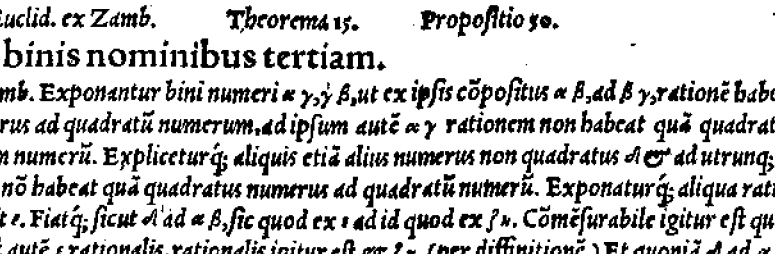
CAMPANVS. Binomiũ quoq; tertium ſic reperitur. Poſita ut prius linea a rationali in longitudine, ſit b numerus primus, c uerò quadratus, diuiſibilis in quadratum d, & nõ quadratũ e, cætera omnia ſint ut prius, dico quòd duæ lineæ f g & g h componunt binomium tertium: neutra enim earũ eſt commenſurabilis in longitudine lineæ a rationali poſitæ, ſed utraq; incommenſurabilis, f g quidem, per ultimam partem 7, h g uerò, per æquam proportionalitatem & ultimam partem 7. Eſt enim per æquam proportionalitatem quadratum lineæ a ad quadratum lineæ g h, ſicut numerus b ad numerum e, mediantibus hinc quidem quadrato lineæ f g, inde uerò numero c, numeri autem b & e non ſunt in proportione aliquorum quadratorum, cum b ſit numerus primus: ſi enim eſſent in proportione numerorum quadratorum, neceſſe eſſet per 16 octaui & octauam eiuſdem tertium eis in continua proportionalitate intereſſe, eſſet igitur per 17 eiuſdem numerus b ſuperficialis, quod eſt impoſsibile, cum ſit primus per hypotheſin, incommenſurabilis eſt itaq; linea g h, lineæ a rationali poſitæ, ex ultima parte 7. Quia ergo linea f g potentior eſt linea g h in quadrato lineæ f h ex 30 tertij & penultima primi, quæ communicat ei in longitudine ex ſecunda parte 7, ex diffinitione binomij tertij patet noſtra intentio.



Euclid. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 50.

50 # Inuenire ex binis nominibus tertiam.

THEON ex Zamb. *Exponantur bini numeri α γ, γ β, ut ex ipſis cõpoſitus α β, ad β γ, rationẽ habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, ad ipſum autẽ α γ rationem non habeat quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Expliceturq; aliquis etiã alius numerus non quadratus Δ & ad utrunq; ipſorũ ζ α, α γ, rationem nõ habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Exponaturq; aliqua rationalis recta linea quæ ſit ε. Fiatq; ſicut Δ ad α β, ſic quod ex ε ad id quod ex ζ η. Cõmẽſurabile igitur eſt quod ex ε, ei quod ex ζ η. Eſt autẽ ε rationalis, rationalis igitur eſt & ζ η, (per diffinitionẽ.) Et quoniã Δ ad α β, rationem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum, neq; quod ex ε ad id quod ex ζ η, rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt ε, ipſi ζ η, longitudine (per 9 decimi.) Fiat iam rurſus ſicut α β numerus ad α γ, ſic quod ex ζ η, ad id quod ex η θ. Cõmenſurabile igitur eſt quod ex ζ η, ei quod ex η θ. Rationalis autẽ eſt ζ η, rationalis igitur & η θ. Et quoniã ζ α, ad α γ, rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; quod ex ζ η ad id quod ex θ η rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incõmenſurabilis igitur eſt ζ η, ipſi η θ longitudine. Ipſæ igitur ζ η & η θ, rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles. Igitur ipſa ζ θ ex binis nominibus eſt. Aio etiã quòd & tertia. Quoniam enim eſt ſicut Δ ad α β, ſic eſt id quod ex ε ad id quod ex ζ η, ſicut autẽ β α, ad α γ, ſic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut Δ ad α γ, ſic quod ex ε ad id quod ex η θ. At Δ ad α γ, rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ, neq; quod ex ε igitur ad id quod ex η θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, incommenſurabilis eſt igitur ε ipſi η θ longitudine. Et quoniam eſt ſicut β α, ad α γ, ſic quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, maius igitur eſt quod ex ζ η eo quod ex η θ. Eſto igitur ei quod ex ζ η, æqualia quæ ex η θ, κ. Conuertendo igitur (per 19 quinti & eius correlarium) eſt ſicut α β ad β γ, ſic quod ex ζ η ad id quod ex κ. At α β, ad β γ rationem habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum, & quod ex ζ η igitur ad id quod ex κ, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Commenſurabilis igitur eſt ζ η, ipſi κ longitudine. Ipſa igitur ζ κ, ipſa κ θ maius poteſt, eo quod ex ſibi longitudine cõmenſurabili. Ipſæq; ζ κ, κ θ, rationales ſunt potentia tantũ commenſurabiles. At neutra ipſarum commenſurabilis eſt ipſi ε longitudine: ipſa igitur ζ θ, ex binis nominibus tertia eſt: quod inuenire oportebat.*

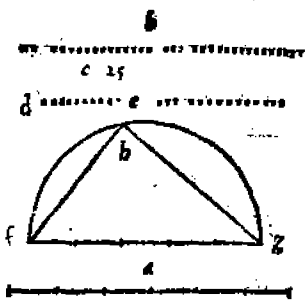


Euclid. ex Camp. Propoſitio 45.

45 # Binomium quartum ſcrutari.

CAMPANVS. In inuentione binomij quarti eodem modo procedendũ eſt ſicut in inuentione primi, excepto quòd quadratus numerus c diuidatur in duos

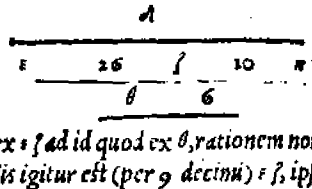
non quadratos qui ſunt d & e. Cætera omnia negocianda ſunt hic ex diffinitione binomij quarti, ſicut ibi ex diffinitione binomij primi.



Euclid. ex Zamb. Problema 16. Propoſitio 51.

Inuenire ex binis nominibus quartam.

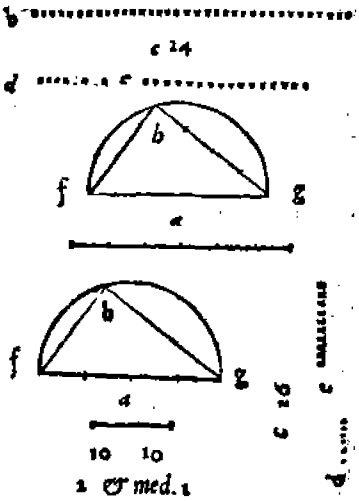
THEON ex Zamb. *Exponantur bini numeri α γ, γ β, ut α β, ad utrũq; ipſorum rationem non habeat quã quadratus numerus ad quadratum numerũ, exponaturq; rationalis δ. Ipſiq; δ commenſurabilis eſto lõgitudine, ipſa ε ζ. Rationalis igitur eſt ipſa ε ζ. Fiatq; ſicut β α numerus ad α γ, ſic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η. cõmenſurabile igitur eſt per diffinitionẽ quod ex ε ζ, quod ex ζ η. Rationalis autẽ eſt (per corre larium 6 decimi) ε ζ. Rationalis igitur eſt (per 6 decimi) & ζ η. Et quoniam β α ad α γ rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numeram, neq; quod ex ε ζ, igitur ad id quod ex ζ η, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incõmenſurabilis igitur eſt ε ζ, ipſi ζ η longitudine. Ipſæ igitur ε ζ, ζ η, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. quare ipſa ε η, ex binis nominibus eſt. Dico iam quod & quarta. Quoniã enim eſt ſicut β α, ad α γ, ſic quod ex ε ζ, ad id quod ζ η, maior autem eſt β α ipſo α γ, maius igitur & quod ε ζ, eo quod ex ε ζ, eſto nempe ei quod ex ε ζ, æqualia quæ ex ζ η, θ. Conuertendo igitur (per 19 quinti) et eius correlariam ſicut α β, numerus ad γ, ſic quod ex ε ζ, ad id quod ex θ. Ipſæ uerò α β, ad β γ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, neq; igitur quod ex ε ζ ad id quod ex θ, rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incommenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) ε ζ, ipſi θ longitudine. Ipſa igitur ε ζ, ipſa ε η, maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili, & ipſæ ε ζ η, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, & ε ζ, ipſi δ commenſurabilis eſt longitudine. Ipſa igitur ε η, ex binis nominibus eſt quarta: quod erat inueniendum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 46.

Binomium quintum quærere.

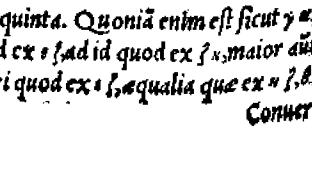
CAMPANVS. Huius inuentio ſic eſt ſicut binomij ſecundi, excepto quòd numerus c non quadratus diuidetur in d nõ quadratum, & e quadratũ, ita tamen quod proportio c ad d, non ſit ſicut numeri quadrati ad numerũ quadratum. Cætera omnia ſunt hic perquirenda ex diffinitione binomij quinti. ſicut ibi quæſita ſunt ex diffinitione binomij ſecundi. Vel pone quod linea g h ſit communicans lineæ à rationali poſitæ in longitudine, & pone numerum c quadratum diuiſum in duos non quadratos qui ſunt d & e. Pone itaq; proportionem quadrati lineæ g a ad quadratum f g, ſicut numeri e ad numerum c, deinde aſtrue propoſitum ex ultima parte 7, & præſentibus hypotheſibus & conuerſa & euerſa proportionibus 7. & iterum ex ultima parte 7. & diffinitione binomij quinti.



Euclid. ex Zamb. Problema 17. Propoſitio 52.

Inuenire ex binis nominibus quintam.

THEON ex Zamb. *Explicentur bini numeri α γ, γ β, ut α β, ad utrunq; ipſorum rationẽ non habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerum. Exponaturq; aliqua rationalis recta linea δ ac ipſi δ commẽſurabilis eſto (per diffinitionem) lõgitudine ζ η, rationalis igitur ipſa ζ η. Fiatq; ſicut γ α ad α β, ſic quod ex η ζ, ad id quod ex ζ ε. Cõmenſurabile igitur eſt quod fit ex η ζ, ei quod ex ζ ε. Rationalis igitur eſt (per 6 decimi) & ζ ε. Et quoniã γ α ad α β, rationem nõ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; quod ex η ζ, igitur ad id quod ex ζ ε, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) η ζ, ipſi ζ ε longitudine. Igitur ε ζ, ζ η, rationales ſunt potentia cõmenſurabiles, tãtum ex binis igitur nominibus eſt ipſa ε η, (per 36 decimi.) Dico iam quòd et quinta. Quoniã enim eſt ſicut γ α, ad α β, ſic quod ex η ζ, ad id quod ex ζ ε, & rurſus ſicut β α ad α γ, ſic quod ex ε ζ, ad id quod ex ζ η, maior aũt eſt β α ipſo α γ, maius igitur eſt quod ex ε ζ, eo quod ex ζ η. Eſto nempe ei quod ex ε ζ, æqualia quæ ex η ζ, θ.*



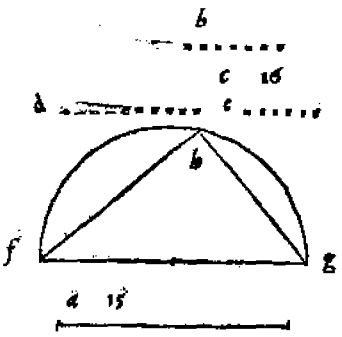
ἀνάπαλιν

Conuer-

Conuertẽdo igitur (per 19 quinti & eius correlariũ) est sicut α β numerus ad β γ, sic quod ex ε ſ ad id quod ex θ. At α δ, ad β γ, rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex ε ſ, ad id quod ex θ rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) ε ſ, ipsi θ longitudine. Quare ε ſ ipsa ſ ν maius potest, eo quod sibi ex incommensurabili. Suntq; rationales potentia tantũ commensurabiles, & ſ ν nomen minus cõmensurabile, est expositæ rationali δ longitudine. Ipsa igitur ε ν, (per 48 decimi) quinta est ex binis nominibus: quod erat inueniendum.

Euclid. ex Camp. Propositio 47.

47 IN binomio sexto demum oportet insistere.

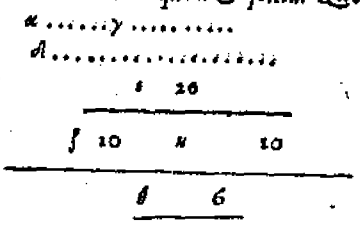


CAMPANVS. Binomium sextum sicut tertium scrutandum est, & tamen erit hic numerus quadratus c diuisus in duos non quadratos d & e. Cætera ut ibi, eritq; ex diffinitione binomij 6 linea quã componunt f g & g h sibi inuicem directè coniunctæ binomium sextum, quod est propositum inuenire.

Euclid. ex Zamb. Problema 18. Propositio 53.

53 Inuenire ex binis nominibus sextam.

THEON ex Zamb. Explicentur bini numeri α γ, γ β, ut α β, ad utrumq; ipsorum rationem nõ habeat quã quadratus numerus ad quadratum numerum. Sitq; etiam alius numerus δ non existẽs quadratus, quia utrunq; ipsorũ β α, α γ, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. Exponaturq; aliqua recta linea rationalis quæ sit ε, fiatq; (per diffinitionem) sicut δ ad α β, sic quod ex ε ad id quod ex ſ ν. Commensurabilis igitur est (per 6 decimi) ε ipsi ſ ν, potentia, estq; rationalis ε, rationalis igitur est & ſ ν. Et quoniã δ ad α β, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, neq; quod ex ε igitur ad id quod ex ſ ν, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incõmensurabilis igitur est ε, ipsi ſ ν, longitudine. Fiat rursus sicut β α ad α γ, sic quod ex ſ ν, ad id quod ex ν θ. Commensurabile igitur est (per 6 decimi) quod ex ſ ν, ei quod ex ν θ. Rationale autẽ est quod ex ſ ν, rationale igitur est & quod ex ν θ, rationalis igitur ν θ. Et quoniam β α ad α γ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur est quod ex ſ ν ad id quod ex ν θ, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incõmensurabilis igitur ex ſ ν ipsi ν θ lõgitudine. Ipsæ igitur ſ ν, ν θ, rationales sunt potentia tantũ, ex binis igitur nominibus ex ſ θ (per 36 decimi.) Ostendendum uerò quòd & sexta. Quoniã enim est sicut δ ad α β, sic quod ex ε, ad id quod est ſ ν, est autẽ et sicut ζ α ad α γ, sic quod ex ſ ν ad id quod ex ν θ, ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut δ ad α γ, sic quod ex ε ad id quod ex ν θ. At δ ad α γ, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; igitur quod ex ε, ad id quod ex ν θ, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incõmensurabilis est igitur utraq; ipsarũ ſ ν, & ν θ, ipsi ε longitudine. Et quoniã est sicut β α, ad α γ, sic est quod ex ſ ν, ad id quod ex ν θ, maius igitur est quod ex ſ ν eo quod ex ν θ. Esto igitur ei quod ex ſ ν æqualia, quæ ex ν θ, ν. Conuertendo igitur (per 19 quinti & correlarium eiusdem) sicut α β ad β γ, sic quod ex ſ ν ad id quod ex ν. At α β, ad β γ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Quare neq; quod ex ſ ν, ad id quod ex ν, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommensurabilis igitur est ſ ν ipsi ν longitudine, ipsa igitur ſ ν, ipsa ν θ maius potest eo quod ex sibi incommensurabili. Suntq; ipsæ ſ ν, ν θ, rationales, potentia tantum commensurabiles. Ac ipsarum ſ ν, neutra commensurabilis est longitudine ipsi ε expositæ rationali, ipsa igitur ſ θ, ex binis nominibus est sexta: quod erat inueniendum.

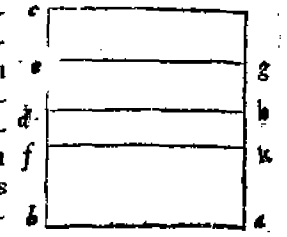


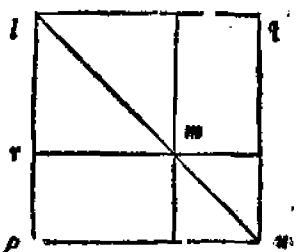
Euclid. ex Camp. Propositio 48.

48 SI fuerit superficies binomio primo lineaq; rationali cõtenta, latus quod super eã potest, binomiũ esse necesse est.

CAMPANVS. Sit superficies a c, cõtenta linea rationali a b, & binomio primo quod sit b c. Dico q; latus tetragonicũ superficiei a c est binomiũ. Si enim punctus d communis terminus duarum portionum binomij primi in b c, cuius maior portio sit b d, eritq; rationalis in longitudine ex diffinitione, & commẽsurabilis lineæ a b rationali positę. Diuidatur itẽ minor portio quę est d c per æqualia ad pũctum e, lineaq; d b diuidatur sub ea conditione ad punctum f, quod inter partes eius quę sunt b f, & f d, cadat d e medio loco proportionalis

nalis quod qualiter fiat, in 13 dictum est, ducantur autē lineę e g, d h, f k, æquidistātes lineæ a b. Et quia ex diffinitione binomij primi linea d b est potentior linea d c in quadrato lineę sibi cōmuni cātis in lōgitudine, sequitur ex secunda parte 13 quòd duę lineę b f & f d sint cōmunicantes, per 9. igitur est utraq; earum communicans toti lineæ b d, quare per diffini tionem ambæ sunt rationales in longitudine, ideoq; per 15 utraq; earum communicans toti lineæ b d, quare per 15 utraq; duarum superficierum a f & f h, est rationalis. Describatur itaq; quadratum l m, cuius latus l r, æquale superficiei a f, cui circumponatur gnomo protracta diagonali l m n, ad eam quantitatē, quod ipsius gnomonis quadratum quod sit m n, sit æquale superficiei f h, duoq; eius supplementa sint p m & m q, quare necesse est esse æqualia duabus superficiebus d g & g c. Quod sic collige. Cum enim sit linea d e medio loco proportionalis inter lineas b f & f d erit superficies d g, ex 1 sexti medio loco proportionalis inter superficies a f & f h, quare & inter quadrata l m & m n. Et quia supplementum p m est etiam medio loco proportionale inter quadrata dicta ex prima sexti, sequitur ut p m sit æqualis d g, ideoque m q, g c, igitur linea l p, est latus retragonicum superficiei a c. Hanc lineam dico esse binomium. Cum sint enim ambo quadrata l m, & m n, rationalia, erunt ex diffinitione duæ lineæ l r & r p potentialiter rationales. Est autem per primam sexti a f ad d g, sicut b f ad d e: sed b f est incommensurabilis d e, scilicet, quia b f est rationalis simpliciter, ut probatum est, d e uerò quia communicat in longitudine d c rationali in potentia tantum, erit etiam ipsa rationalis in potentia tātum per 18, quod ex præmissis hypothesibus manifestum est. Itaq; per 2 partem 10, superficies a f, est incommensurabilis superficiei d g, igitur & quadratū l m, supplemento p m, quare per primam sexti & secundam partem 10 linea l r, est incōmensurabilis lineæ r p. Ex 30 igitur constat lineam l p esse binomium: quod erat demonstrandum.

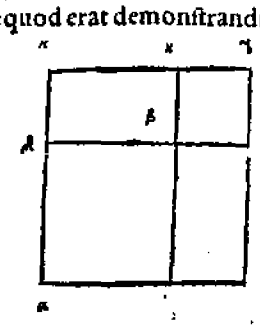


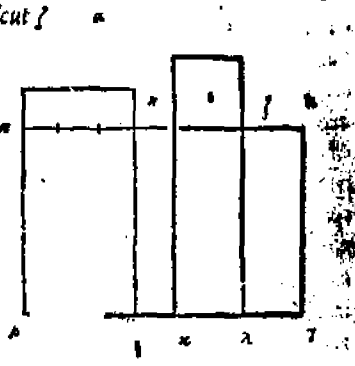


197

THEON. *Lemma.*

Sint bina quadrata α β, β γ, ponaturq; (per 14 primi) ut ∂ β, ipsi β ε, sit in rectas lineas. In rectas lineas igitur est & ζ β, ipsi β ν. Cōpleaturq; parallelogrammū α γ. Dico quòd α γ, quadratū est, & quod ∂ ν, ipsorum α β, β γ, medium est proportionale, & insuper ∂ γ, ipsorum α γ, γ β, mediū proportionale est. Quoniā enim ∂ β, ipsi β ζ est æqualis, & β ε ipsi β ν: igitur ∂ ε toti ζ ν est æqualis. Sed ∂ ε, utriq; ipsarū α θ, ν γ est æqualis. Igitur (per 33 primi) parallelogrāmum α γ, æquilaterū est, est quoq; & rectangulū, quadratum igitur est α γ, (per 46 primi) & quoniā est sicut ζ β ad β ν, sic ∂ β, ad β ε, sed sicut quidē ζ β, ad β ν, sic (per 1 sexti) α β ad ∂ ν, sicut uerò ∂ β ad β γ, sic ∂ ν ad β γ. & sicut igitur α β ad ∂ ν, sic ∂ ν ad β γ. Igitur ∂ ν, ipsorum α β, β γ, mediū proportionalitate est. Dico iam quòd & ∂ γ, ipsorum α γ, γ β, medium proportionale est. Quoniā enim est sicut α ∂ ad ∂ ν, sic est ν ν ad ν γ (æqualis est enim altera alteri) & componendo (per 18 quinti) sicut α ν ad ν ∂, sic ν β, ad γ ν, sed sicut α ν, ad ν ∂, sic α γ, ad γ ∂, sicut autem ν γ ad γ ν, sic (per 1 sexti) ∂ γ, ad γ δ, igitur ∂ γ, ipsorum α γ, γ β, medium & proportionale est.



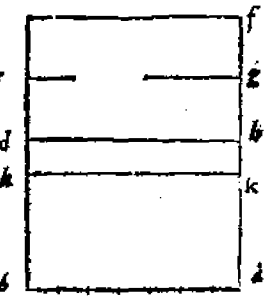


Euclid. ex Zamb. Problema 16. Propositio 54.

Si areola cōprehēdat sub rationali ac ex binis nominib. prima, quę areolā potest, irratiōalis est, ex binis nominib. uocata.

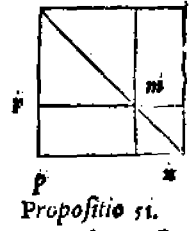
THEON ex Zāb. *Areola etenim α β γ ∂, cōprehēdatur sub rationali α β, & ex prima ex duobus nominibus α ∂. Dico quod ipsam α γ areolā potēs irrationalis est, ex binis uocata nominibus. Quoniam enim ex binis nominibus est prima ipsa α ∂, diuidatur (per 42 decimi) in nomina in ε, sitq; maius nomen α ε. Manifestū iam, quod ipsæ α ε, ε ∂, ratiōales sunt potētia tantū cōmēsurabiles, & α ε, ipsa ε ∂, maius potest eo quod fit ex sibi cōmen surabili & α ε, (per 48 decimi) commēsurabilis est expositæ rationali α β lōgitudine. Secetur iā (per 10 primi) ε ∂, bifariam in signo ζ. Et quoniā α ε, ipsa ε ∂, maius potest eo quod*

eo quod ex ſibi cõmẽſurabili, ſi quartæ igitur parti eius quod ex minore, hoc eſt ei quod ex ε ζ, æquum ad maiorẽ α ε cõparatũ fuerit deficiẽs forma quadrata, in cõmẽſurabilia diſtribuit (per 27 decimi) Cõparetur (per 28 ſexti) igitur ad ipſam α ε, ei quod ex ε ζ, æquũ quod ſub α ν, ν ε cõmẽſuralis igitur eſt α ν, ipſi ν ε lõgitudine. Excitẽturq; (per 31 primi) per ipſa ν, ε, ζ, utriq; ipſarũ α β, δ γ, parallели ν θ, ε ν, ζ λ. Et ipſi quidẽ α θ parallelogrãmo, æquũ (p 14 ſecũdi) q̃dratũ cõſtituatur σ ν, ipſi aũt ν ν, ν π. Ponãturq; (p 14 primi) ſicut in rectas lineas μ ν, ipſi ν ξ, in rectas igitur lineas eſt & ϱ ν, ipſi ν ο. Cõpleaturq; ipſũ σ π, parallel. quadrãtũ igitur eſt σ π. Et quoniã quod ſub α ν, ν ε, æquũ eſt ei quod ε ζ, eſt igitur (per cõſtructionẽ) ſicut α ν, ad ε ζ, ſic ζ ε, ad ε ν, et ſicut igitur (per 1 ſexti) α θ ad ε λ, ſic λ, ad ν ν. Ipſorũ igitur α θ, ν ν, mediũ ε λ, proportionale eſt. Sed α θ qdẽ, æquũ eſt ipſi σ ν et ν ν, æquũ eſt ipſi γ π. Ipſorũ igitur α θ, ν ν, mediũ ε λ proportionale eſt. Eſt aũt ipſorũ σ ν, ν π, mediũ μ ϱ proportionale, (per oſtẽſum lẽma) æquũ eſt igitur μ ϱ, ipſi ε λ. Sed μ σ quidẽ ipſi ο ξ, æquũ eſt, et ε λ, ipſi ζ γ, totũ igitur ϱ γ, ipſis μ ϱ, ο ξ, eſt æquale. Sũt autẽ et ipſa α θ, ν ν, ipſis σ ν, ν π, æqualia, (p 44 primi) totũ igitur α γ, æquũ eſt toti σ π, hoc eſt ei qd' ex μ ξ, quadrato, igitur ipſa μ ξ, ipſum poteſt α γ. Dico iã q; et ipſa μ ξ, ex binis nominib. eſt. Quoniã enim cõmẽſurabilis eſt (p 17 decimi) α ν ipſi ε ν, cõmẽſurabilis igitur eſt (p 12 decimi et diffinitionẽ,) et α ε, utriq; ipſarũ α η, ν ε. Supponatur aũt (p diffinitionẽ primæ) α ε ipſi α β, cõmẽſurabilis, et ipſæ igitur α ν, ν ε, ipſi α β, ſunt cõmẽſurabiles. Rationalis uerò eſt α β, rationalis igitur eſt et utraq; ipſarũ α ν, ν ε. Rationale igitur eſt et utrũq; ipſorũ α θ, ν ν. Cõmẽſurabile autẽ eſt (per 1 ſexti et 11 decimi) α θ ipſi ν ν. Sed α θ, ipſi quidẽ σ ν eſt æquale, ipſum uerò ν ν, ipſi ν π, et ipſa igitur ν ν, ν π, hoc eſt qd' ex μ ν, ξ, rationalia ſunt et cõmẽſurabilia. Et quoniã incõmẽſurabilis eſt α ε, ipſi ε δ lõgitudine, ſed ipſa quidẽ α ε ipſi α ν, eſt cõmẽſurabilis, ipſa autẽ δ ε ipſi ε ζ cõmẽſurabilis (per 13 decimi) incõmẽſurabilis igitur eſt & α ν, ipſi ε ζ. Quare et α θ, ipſi ε λ, incõmẽſurabile eſt. Sed α θ, quidẽ ipſi σ ν eſt æquale, ipſum uerò ε λ, ipſi μ ϱ, et σ ν, igitur ipſi μ ϱ, incõmẽſurabile eſt. Sed ſicut σ ν ad μ ϱ, ſic & ε ν ad ν ϱ. Incommẽſurabilis igitur eſt ο ν ipſi ν ϱ. Aequalis autẽ eſt ο ν ipſi μ ν et ν ϱ, ipſi ν ξ, incommenſurabilis igitur eſt μ ν, ipſi ν ξ. Et quod ex μ ν, incõmẽſurabile eſt ei quod ex ν ξ, & utrũq; rationale. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ, rationales ſunt potẽtia tantũ, cõmenſurabiles, ipſa igitur μ ξ, ex binis nominibus eſt, ipſumq; α γ, poteſt: quod erat oſtendendum. Euclid. ex Camp. Propoſitio 49.



49 Si fuerit ſuperficies linea rationali binomioq; ſecũdo cõtenta, latus eius tetragonicũ erit bimediale primũ.

CAMP. Sit eadẽ figura eædẽq; hypotheſes quę in prçmiſſa, eritq; ex diffinitiõe binomij ſecũdi, linea d c, ratiõalis in longitudine, quare p 15 utraq; duarũ ſuperficierũ d g & g c, (ideoq; & duo ſupplemẽta p m, m q) erit ratiõalis, linea uerò b d erit rationalis in potẽtia tãtũ. & diuiſa in duas lineas cõmunicãtes f d & b f, ex diffinitione binomij ſecũdi & prçmiſsis hypotheſib. & ſecũda parte 13 per 19 igit erit utraq; duarũ ſuperficierum a f & f h, (ideoq; & utrũq; quadratorũ l m & m n) medialis, itaq; ambę lineę l r & r p, ſunt mediales in potẽtia q̃q; cõmunicãtes, nã cũ linea b f cõmunicet lineę f d, ſequit ut a f cõmunicet f h, quare quadratũ l m, quadrato m n, ideoq; & linea l r, lineę r p in potẽtia, in lõgitudine autẽ nõ cõmunicãt, q̃niã per 1 ſexti una earũ ad alterã eſt ſicut l m ad m p. Cũ igitur l m nõ cõmunicet m p, eo q̃d altera medialis uidelicet l m, altera uerò rationalis uidelicet m p, ſequit ut l r nõ cõmunicet in lõgitudine r p. Quia igitur ipſę cõtinent ſuperficiẽ rationalẽ quę eſt m p, cõſtat lineã l p ex 31 huius, eſſe bimediale primũ. Euclid. ex Zamb. Theorema 17.

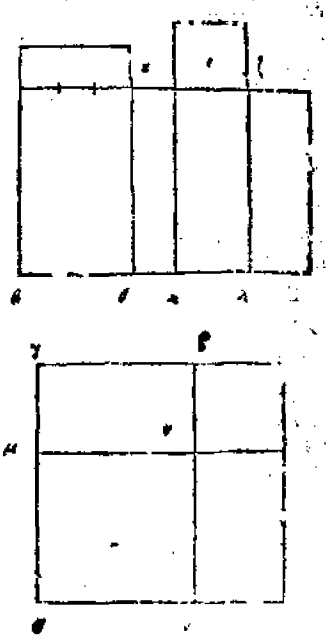


Propoſitio 51.

51 Si areola cõprehẽſa fuerit ſub rationali, & ex binis nominibus ſecũda, areolã potẽs irrationalis eſt, uocaturq; ex binis mediis prima.

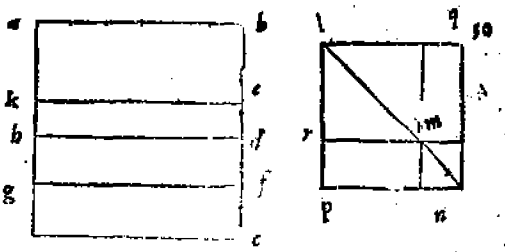
THEON ex Zãb. Cõprehẽdatur areola α β γ δ, ſub ratiõali α β, ac ex binis nominib. ſecũda α δ. Dico ę, α γ areã potẽs, ex binis mediis eſt prima. Quoniã enim ex binis nominib. ſecũda eſt α δ, diuidatur in nomina in ſigno ε, ut maius nomen ſit α ε, ipſæ igitur α ε, ε δ, (per 49 decimi) rationales ſunt potẽtia tantum commenſurabiles, & α ε, ipſa ε δ maius poteſt eo quod ex ſibi cõmenſurabili, ac nomen minus ε δ commenſurabile eſt ipſi α β longitudine. Secetur (per 10 primi) ipſa ε δ bifariam in ſigno ζ, & ei quod ex ε ζ, æquum ad ipſam α ε comparetur (per 28 ſexti) deficiens forma quadrata quod ſub α ν, ν ε, commenſurabilis igitur eſt (per 27 decimi) α ν, ipſi ν ε longitudine. Et per ipſa ν, ε, ζ, ſigna excitentur (per 31 primi) parallели ipſis α β, γ δ, ſintq; ν θ, ε ν, ζ λ. Ac ei quidem quod eſt α θ, parallelogrammo conſtruatur (per 14 ſecundi) æquum quadratum σ ν, ipſi autem ν ν, æquũ quadratũ ν π. Ponaturq; (per 14 primi) ſic in rectas lineas, μ ν, ipſi ν ξ, in rectas lineas: igitur eſt & ϱ ν, ipſi ν ο. Compleaturq; σ π quadratũ. Manifeſtũ iam eſt ex præoſtenſo lẽmate quod μ ϱ mediũ proportionalitate eſt ipſorum σ ν, ν π, & per præcedẽs theorema æquũ ipſi ε λ, & quod α γ areã poteſt μ ξ. Oſtẽdendũ iã quod μ ξ, ex binis mediis eſt prima. Quoniã α ε ipſi ε δ eſt incõmenſurabilis lõgitudine, cõmẽſurabilis aũt eſt (per 49 decimi) ε δ, ipſi α β, incõmẽſurabilis igitur per

13 decimi, est α ε, ipsi α β, lõgitudine. Et quoniã cõmẽsurabilis est α κ, ipsi ε κ, cõmẽsurabilis est et α ε utriq; ipsarũ α κ, κ ε. Et α ε, rationalis: est ratiõalis igitur et utraq; ipsarũ α κ, κ ε, p cõparationẽ. Et quoniã incõmẽsurabilis est α ε, ipsi α β, cõmẽsurabilis aũt est α ε, utriq; ipsarũ α κ, et ipsæ α κ, κ ε, igitur incõmẽsurabiles sunt ipsi α β. Ipsæ β α, α κ, κ ι, igitur (p 13 decimi) ratiõales sunt potẽtia tãtũ cõmẽsurabiles. Quare (p 21 decimi) utrũq; ipsorũ α β, κ α, mediũ est, quare & utrũq; ipsorũ σ ν, ν π, mediũ est, et ipsæ μ ν, ν ξ, igitur mediæ sunt (per 21 decimi) Et quoniã cõmẽsurabilis est α κ ipsi κ ε lõgitudine, cõmẽsurabile est et α β ipsi ι κ, hoc est σ ν ipsi ν π, hoc est qd' ex μ ν ei qd' ν ξ. quare et ipsæ μ ν, ν ξ, potẽtia sũt cõmẽsurabiles. Et quoniã incõmẽsurabilis est α ε, ipsi ε δ, lõgitudine, sed ipsa qdẽ α ε cõmẽsurabilis est ipsi α κ, et ε δ, ipsi ε ζ, incõmẽsurabilis igitur est (p 13 decimi) α κ ipsi ε ζ. Quare (p 1 sexti & 11 decimi) et α κ, ipsi ε λ incõmẽsurabile est, hoc est σ ν, ipsi μ ϱ, hoc est σ ν, ipsi ν ϱ, hoc est μ ν, ipsi ν ξ, incõmẽsurabilis lõgitudine est. Ostẽsũ aũt est & ipsæ μ ν, ν ξ, mediæ existẽtes, potẽtia sunt cõmẽsurabiles. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ, mediæ sunt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles. Dico iã & ratiõale cõprehendũt. Quoniã enim δ ε supponitur utriq; ipsarũ α β, ε ζ cõmẽsurabilis, cõmẽsurabilis igitur (p 12 decimi) est et ζ ε ipsi ε κ. Et utraq; ipsarũ rationalis, rationale igitur ε λ, hoc est μ ϱ. Sed μ ϱ, est qd' sub μ ν, et ν ξ. Si uerò (per 37 decimi) binæ mediæ potẽtia tantũ cõmẽsurabiles, cõpositæ fuerint rationale cõprehendẽtes, tota irrationalis est, uocaturq; ex binis prima medijs. Igitur ipsa μ ξ, ex binis est prima medijs: quod erat ostendendum.



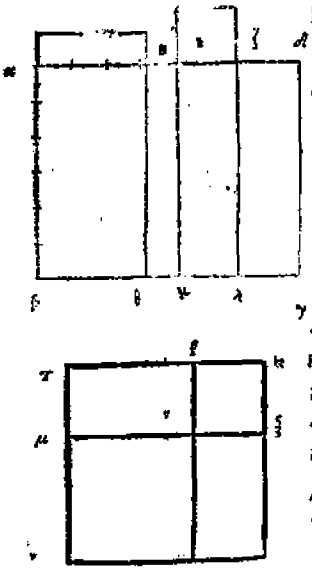
Euclid. ex Camp. Prop. 50.

SI binomio tertio ac linea ratiõali superficies cõtineat linea in eã potens erit bimediale secũdũ. CAMP. Dispositio & hypotheses maneãt ut suprà. Eritq; ex his hypothesib. & diffinitiõe binomij tertij & 19, unaquæq; quatuor superficierũ in quas diuisa est superficies a c medialis, quare utrũq; duorũ quadratorũ l m, m n, & utrũq; supplemẽtorũ p m & m q, erit etiã mediale, utraq; igitur duarũ linearũ l r & r p, erit medialis. Et cũ duæ superficies a f & f h sint cõmunicãtes, eo q; duæ lineæ b f & f d sint cõmunicãtes, per secũdã partẽ 13 erũt duæ lineæ l r & r p cõicãtes in potẽtia, in lõgitudine uerò nõ, quia superficies l m nõ cõicat cũ superficie m p, eo ꝺd neq; a f cõmunicat cũ d g. Nã linea b f nõ cõmunicat cũ d e, cũ igitur ipsæ cõtineãt superficiẽ quæ est p m, constat ex 32 linea l p esse mediale secundũ: quod est propositum.

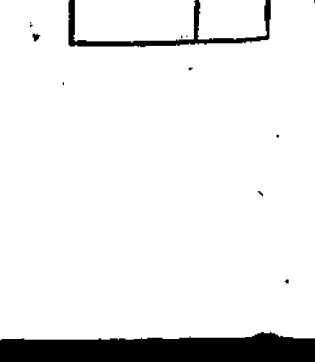


Euclid. ex Zamb. Theorema 38. Propositio 56.

SI superficies sub rationali, & ex binis nominibus tertia 56
comprehensa fuerit, superficiem potens irrationalis est, appellaturq; ex binis secunda medijs.



THEON ex Zamb. Areola nãq; α β γ δ, cõprehendatur sub rationali α β, ac ex binis nominib. tertia ϛ δ diuisa in nomina in ε, quorũ maius sit α ε, dico quod areolã α γ potẽs irrationalis est, uocaturq; ex binis secũda medijs. Construãtur nãq; eadẽ quæ prius. Et quoniã α δ, ex binis est tertia nominibus, ipsæ igitur α ε, ε δ, rationales sunt potẽtia tantũ commẽsurabiles, & ipsæ α ε, ipsa ε δ, maius potest eo quod ex sibi cõmẽsurabili, et ipsarũ α ε, ε δ, neutra ipsi α β, est cõmẽsurabilis lõgitudine. Similiter iã ex ijs quæ prius sunt ostẽsa, demõstrabimus, quod ipsæ μ ν, ν ξ, mediæ sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Quare μ ξ, ex binis est medijs. Ostẽdendũ etiã quod & secũda. Quoniã incõmensurabilis est (p 50 decimi) δ ε, ipsi α β, lõgitudine, hoc est ipsi ε κ, atqui δ ε cõmensurabilis est ipsi ε ζ, incõmẽsurabilis igitur est (p 13 decimi) ε ζ, ipsi ε κ lõgitudine. Sũtq; rationales, ipsæ ζ ε, ε κ, igitur rationales sunt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles. Mediũ igitur (per 21 decimi) est ε λ, hoc est μ ϱ, cõprehẽditurq; sub μ ν, ν ξ. Mediũ igitur est quod sub μ ν, ν ξ. Ipsa igitur μ ν ξ, ex binis est secunda medijs, quod fuerat ostendendum.

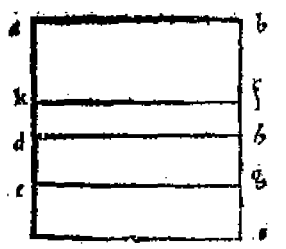


Euclid. ex Camp. Prop. 51.

SI linea rationali binomio quarto superficies cõti 57
neatur, quæ in eã superficiẽ potest, est linea maior.

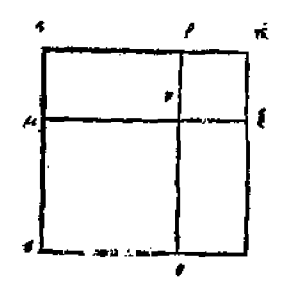
CAM-

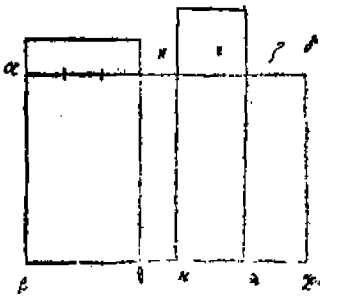
CAMP. Cunctis ut in præmissis manentibus erit ex hypothesi & diffinitione binomij 4 & 19 utraq; duarũ superficierũ d g & g c (quare & utraq; duarũ p m, & m q) medialis, duoq; quadrata l m & m n pariter accepta rationale, eo quod superficies a d est rationalis per diffinitionẽ binomij 4 & 15. Et quia d b diuiditur in puncto f ꝙ duo in cõmunicãtia per secundã partẽ 14, erit superficies a f incõmẽsurabilis superficiei f h, ideoq; quadratum l m, in quadrato m n. Duæ igitur lineæ l r & r p, sunt incõmẽsurabiles in potẽtia quæ cũ cõtineant superficiẽ medialẽ p m & earũ quadrata ambo pariter accepta sint rationale, cõstat per 33 lineã l p esse lineã maiorẽ: quod erat demonstrandum. *Euclid. ex Zamb. Theorema 39. Propositio 57.*

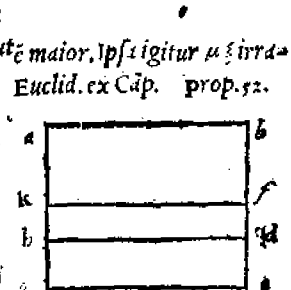


17 Si areola sub ratiõali ac ex binis quarta noĩb. cõprehẽsa fuerit ipsã areolã potẽs irratiõalis est, uocatq; maior.

THEON ex Zãb. *Areola nãq; α γ, cõprehẽdatur sub ratiõali α ε, et ex binis quartanoĩbus α δ diuisa in nomina in ε, quorũ maius esto α ι. Dico q areolã α γ, potẽs irrationalis est appellata maior. Quoniã enim α δ ex binis est quarta nominibus, ipsæ igitur α ι, ι δ, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles, & α ι ipsa ι δ maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili, et α ε, ipsi α β, lõgitudine cõmensurabilis est. Secetur (per 10 primi) δ ε, bifariam in ζ, & ei quod ex ι ζ, equũ ad α ε, cõparetur (per 44 primi) parallelogrãmũ quod sub α κ, κ ε. Incõmensurabilis igitur est (per 18 decimi) α κ, ipsi κ λ lõgitudine excitẽtur (per 31 primi) paralleli ipsi α β, sintq; κ θ, ι κ, ζ λ. Fiantq; reliqua eadẽ sicut in præcedẽti. Manifestũ iã est quod μ ξ, est potẽs ipsam α γ. Ostendendũ uerò quod μ ξ irrationalis est, appellata maior. Quoniã incõmensurabilis est α κ ipsi ε κ lõgitudine, incõmẽsurabile (per 1 sexti & 11 decimi) est & α θ ipsi θ κ, hoc est σ ν ipsi ν π. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ, potẽtia sunt incõmensurabiles. Et quoniã cõmensurabilis est α ι, ipsi α β lõgitudine, rationale est α κ. Et æquũ est eis quæ ex μ ν, ν ξ, ratiõale est α κ, est, cõflatũ ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ. Et quoniã (per 34 decimi) incõmensurabilis est δ ι ipsi α β longitudine, hoc est ipsi ι κ, sed (per 15 decimi) δ ι cõmensurabilis est ipsi ι ζ, incõmensurabilis igitur est ι ζ, ipsi ι κ lõgitudine. Ipsæ igitur ι κ, ι ζ, rationales sunt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles. Mediũ (per 21 decimi) igitur est λ ι hoc est μ ξ. Cõprehenditurq; sub μ ν, ν ξ, mediũ igitur est quod sub μ ν, ν ξ. Et compositũ ex ijs, quæ ex μ ν, ν ξ, rationale & μ ν, ipsi ν ξ potentia incõmensurabilis est. Si autẽ (per 39 decimi) duæ lineæ potentia incõmensurabiles cõpositæ fuerint efficientes cõpositum ex ijs quæ ex ipsis sunt quadratis rationale, quod uerò sub ipsis medium, tota irrationalis est, appellatur autẽ maior. Ipsa igitur μ ξ irrationalis est, uocata maior, ipsamq; α γ areolã potest: quod erat ostẽdendũ.* *Euclid. ex Cãp. prop. 52.*

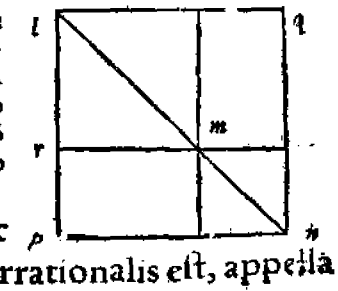






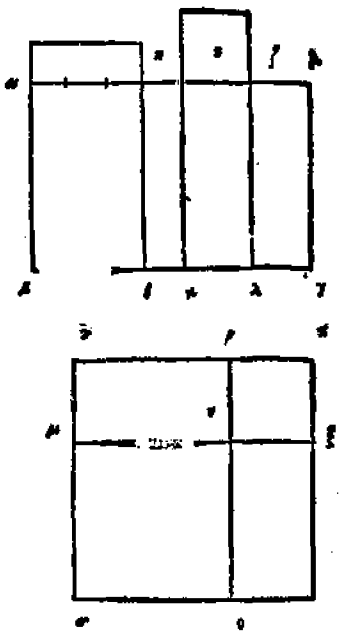
18 Si fuerit superficies linea rationali atq; binomio quinto cõtẽta, q̃cunq; in eã lineã potest, potẽs in rationale & mediale esse, ex necessitate conuincitur.

CAMP. Nec in hac quoq; est aliquid ex priorũ dispositione & positionibus mutandum, eis enim manentibus erit ex ijs quæ posita sunt in diffinitione binomij 5 & 15, utraq; duarũ superficierum d g & g e, quare utraq; duarũ p m & m q, ratiõalis totaq; a d, quare & duo quadrata l m, m n pariter accepta, medialis ex 19. Cũq; ex secũda parte 14 sit linea f b incommensurabilis lineæ f d, ideoq; superficies a f superficiei f h, & quadrato m n, erit linea l r incommensurabilis in potentia lineæ r p. At quia ipsę cõtinẽt superficiẽ rationalẽ p m, et earũ quadrata ambo pariter accepta fũt mediale, cõclude ex 34 lineã l p esse potẽtẽ in ratiõale & mediale: q̃d est propositum. *Euclid. ex Zamb. Theorema 40. Propositio 58.*



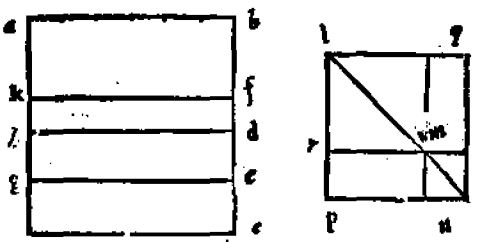
19 Si areola comprehendatur sub rationali, ac ex binis quinta nominibus, areolam potens irrationalis est, appellata rationale mediumq; potens.

THEON ex Zãb. *Areola etenim α γ, cõprehendatur ſub rationali α β, ac ex binis quinta noĩb. α δ diſiuncta in noĩa in ε, ut maius nomẽ ſit α ε. Dico q̃ ipſa α γ, areolã potẽs irratiõalis eſt, appellata rationale mediũq̃ potẽs. Cõſtruãtur enim ea quæ ſuperius demõſtrata ſũt. Non dubiũ quod α γ, areolã potẽs, eſt μ ξ. Oſtendendũ iã, quod μ ξ eſt rationale mediũq̃ potens. Quoniã enim incõmenſurabilis eſt α ε ipſi ε ι, incõmenſurabile igitur eſt (per 1 ſexti, et 11 decimi) et α ε, ipſi θ ε, hoc eſt qđ ex μ ν ei quod ex ν ξ. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ, potentia ſunt incõmenſurabiles. Et quoniã α δ, ex binis eſt quinta noĩbus, ac eius minus ſegmẽtũ eſt ε δ, cõmenſurabilis igitur eſt ι δ ipſi α β lõgitudine. Sed α ε, ipſi ε δ, eſt incõmẽſurabilis, et α β, igitur (per 13 decimi) ipſi α ε, eſt incõmenſurabilis lõgitudine. Ipſæ igitur α ζ, α ε, ratiõales ſũt potẽtia tãtũ cõmẽſurabiles, mediũ igitur eſt (per 21 decimi) α κ, hoc eſt cõſtatũ ex ijs q̃ ex μ ν, ν ξ. Et quoniã cõmẽſurabilis eſt δ ε, ipſi α β lõgitudine, hoc eſt ε κ, ſed δ ε, ipſi ε ſ, cõmẽſurabilis eſt, et ε ſ igitur (p 12 decimi) ipſi ε κ cõmẽſurabilis eſt. Ratiõalis aũt ε κ, ratiõale igitur (p 19 decimi) et ε λ, hoc eſt μ ξ, hoc eſt qđ ſub μ ν, ν ξ. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ (p 40 decimi) potẽtia incõmenſurabiles ſũt, efficiẽtes cõſtatũ ex ipſarũ quadratis mediũ, et qđ ſub ipſis ratiõale, ipſa igitur μ ξ, eſt ratiõale mediũq̃ potẽs, ipſãq̃ poteſt areã α δ. Quod fuerat demõſtrãdũ. Eucl. ex Cãp. Prop. 53*



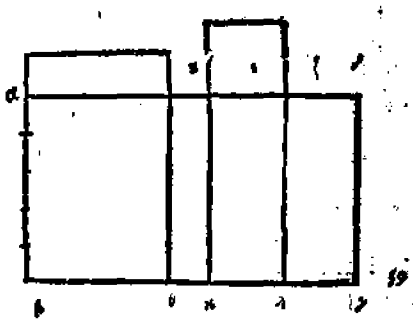
Si binomio ſexto lineæq̃ rationali ſuperficies cõtineatur, linea quæ in eam poteſt, in duo medialia potens eſſe probatur. 53

CAMPANVS. Hæc 53, adhuc te ſuſtinet ociari à pingẽdis figuris, contẽta enim eſt præmiſsis diſpoſitione & poſitionibus. Quibus ſtãtibus, neceſſe eſt ex ipſis poſitis & diſpoſitione, id eſt diffinitione binomij poſtremi & 19, quãlibet ex ſuperficiebus a d & d g & g c (propter q̃d & ambo quadrata l m & m n pariter accepta & p m & m q) eſſe medialẽ. Cũq̃ b f & f d (propter q̃d a f & f h, ideoq̃ l m & m n) ſint incõmẽſurabiles erũt duæ lineæ b c & r p incõmẽſurabiles in potẽtia. At qa ipſæ cõtinent ſuperficiẽ medialẽ p m, earũq̃ ambo quadrata pariter accepta ſunt mediale, quod eſt duplo ſuperficiei unius in alterã incõmẽſurabile, quod ex eo ꝓbatur q̃ ſuperficies b h eſt incõmẽſurabilis ſuperficiei h c, propter hoc quod linea d b eſt incõmẽſurabilis lineæ d c, ſequitur ex 35 lineam l p eſſe, quæ poteſt in duo medialia.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 41. Propoſitio 59.*

Si areola cõprehẽdat ſub rationali, et ex binis ſexta nominib. areolã potẽs irrationalis eſt, appellata bina potẽs media.



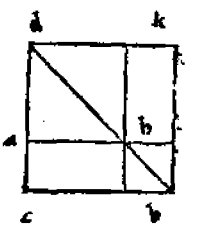
THEON ex Zãb. *Areola nãq̃ α β γ δ, cõprehẽdatur ſub rationali α β, & ex binis nominibus α δ, diuiſa in nomina in ε, ut maius nomẽ ſit α ε. Dico q̃ ipſam α γ potẽs, irrationalis eſt, appellata bina potẽs in media. Cõſtruãtur enim q̃ & præoſtenſis. Nõ dubiũ qđ μ ξ eſt potẽs ipſã α γ, et q̃ incõmenſurabilis eſt μ ν, ipſi ν ξ, potẽtia. Et quoniã incõmenſurabilis eſt α ε, ipſi α β lõgitudine, ipſæ igitur α ε, α ζ, rationales ſunt potentia tãtũ cõmenſurabiles, mediũ igitur eſt (per 21 decimi) α κ, hoc eſt cõpoſitũ ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ. Rurſus quoniã incõmenſurabilis eſt ε δ, ipſi α ζ lõgitudine, incõmẽſurabilis igitur eſt et ε ſ, ipſi ε κ. Et ſ ε, ε κ, igitur rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles, mediũ igitur eſt (per eandẽ ε λ, hoc eſt μ ξ, hoc eſt, cõſtatum ſub μ ν, ν ξ. Et quoniã incommenſurabilis eſt α ε ipſi ε ſ, & α κ ipſi ε λ incõmenſurabile eſt.*

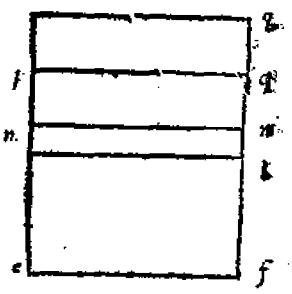
est. Sed a n quidem est conflatum ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ, & ε λ est quod sub μ ν, ν ξ, incommensurabile igitur est (per 1 sexti & 11 decimi) compositum ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ, ei quod sub μ ν, ν ξ, & ipsorum utrunq; medium est. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ, potentia sunt incommensurabiles. Ipsa igitur μ ξ bina potens est media (per 42 decimi) & ipsam potest α γ: quod ostendere oportebat.

Euclid. ex Camp. Propositio 54.

54 SI lineę rationali æquũ quadrato binomij rectangulũ adiũgatur, latus eius secũdum binomiũ primũ esse cõueniet.

CAMPANVS. Hæ sex sequentes, conuersæ sunt sex præcedentiũ per ordinẽ. Huius autẽ est hęc intẽtio, sit linea a b binomiũ, diuisa ad punctũ c in duas lineas a c & c b, secundũ suã diffinitionẽ aut terminũ, eiusq; a b quadratũ sit b d, sitq; linea e f, rationalis in longitudine, cui adiungatur superficies e g æqualis quadrato b d. Dico q, latus secundum huius superficiei est, quod & linea f g, est binomium primum. Diuidatur enim quadratũ b d in duo quadrata b h & h d, quæ sint quadrata duarũ linearum portionũ binomij, & in duo supplemẽta a h & h k, quorum utrũq; continetur sub duab. portionib. binomij, eritq; ex diffinitione binomij quæ habetur per 30, utrũq; istorum quadratorum rationale, & per 19 utrumq; supplementũ mediale. Ex superficie igitur e g. abscindatur superficies e l æqualis quadrato d h, & l m, æqualis quadrato h b, & n p æqualis uni duorum supplemẽtorum a h uel h k, eritq; p g residua, æqualis reliquo supplemento: quare per 1 sexti linea n q, est æqualis lineæ q g. Ex præmissis autẽ manifestũ est q; utraq; duarũ superficierum e l & l m (& ideo tota superficies e n) est rationalis. Et utraq; duarũ æqualiũ n p & p g (& ideo tota m g) medialis, quare per 16 utraq; duarum linearũ f l & l n, & tota linea f n, rationalis in lõgitudine, & lineæ e f rationali positæ cõmensurabilis, & per 20 utraq; duarũ n q & q g, & tota n g, rationalis in potẽtia tantũ, incõmensurabilis lineę m n (& ideo lineę e f sibi æquali, & per cõsequens & lineæ f n) in lõgitudine. Si igitur linea f n, quæ est maior linea n g, ut ex primo duorũ antecedẽtium 35 demonstrationi subiunctorũ & prima sexti appareat, fuerit potẽtior linea n g minori in quadrato lineæ secum cõmunicãtis in longitudine, tunc ex diffinitione binomij primi manifestũ est lineã f g esse binomium primum. Hoc autẽ ita esse sic habeto. Cũ inter duo quadrata d h & h b, sit (per primã sexti) superficies a h medio loco proportionalis, cõuincitur ex priorib. hypothesib. superficiem m q esse inter superficies e l & l m medio loco proportionalis, quare (per 1 sexti) linea n q quæ est medietas lineæ n g est medio loco proportionalis inter duas lineas f l & l n. Quod igitur fit ex f in l n, est quantum quod ex n q in se per 16 sexti, ideoq; per 4 secundi quantum quarta pars quadrati lineæ n g. Itaq; per primam partẽ 13 cũ linea f n diuidatur à superficie sibi adiuncta æquali quartę parti quadrati breuioris lineæ n g, ita quod ad complendam totam lineam f n defit superficies quadrata lineæ sibi cõmunicantia ad punctum l, erit f n potentior n g in quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine: constat ergo propositum.





THEON Lemma.

Si recta linea secetur in inęqualia, quę ab inæqualib. quadrata, maiora sunt, eo quod bis sub inæqualib. cõprehensum est rectãgulum.

Sit recta linea α δ, secturq; in inæqualia in γ, sitq; maior α γ. Dico q, quæ ex α γ, γ β, maiora sunt eo q, sub α γ, γ β, fecetur enim (per 10 primi) α β, bifariã in Δ. Quoniã igitur recta linea secta est in æqualia in Δ et in inæqualia in γ, igitur (per 5 secũdi) quod sub α γ, γ δ, unà cũ eo quod ex γ Δ, æquũ est ei quod ex α Δ, & perinde quod ex sub α γ, γ δ, minus est eo quod α Δ.

Quod igitur bis sub α γ, γ β, est minus quàm duplum eius quod ex α Δ. Sed quæ ex α γ, γ β, dupla sunt eorũ quæ ex α Δ, Δ γ, ergo quæ ex α γ, γ δ, maiora sunt eo quod bis sub α γ, γ β: quod erat ostendendum.

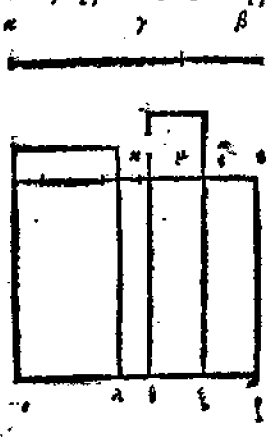
Euclid. ex Zamb. Theorema 42. Propositio 60.

60 Quod ex ea quę ex binis nominibus ad rationalem comparatum latitudinem efficit, ex binis nominibus primam.

THEON ex Zamb. *Esto ex binis nominibus α β, diuisa in nomina in γ, ut maius nomen sit α γ, existensq; rationalis Δ ε, & ei quod ex α δ, æquum ad ipsam Δ ε, cõparetur (per 44 primi) Δ ζ κ, latitudinem efficiens Δ κ. Dico quòd Δ κ ex binis est prima nominibus. Cõparetur enim (per 44 primi) ad Δ ε, ei quidẽ quod ex α γ æquum Δ θ, ei autem quod ex β γ, æquũ κ λ. Reliquum igitur quod bis sub α γ, γ Δ (per 4 secundi) æquum est ipsi μ ζ. Secetur (per decimam primi) ipsa μ κ bifariam in ν, excitetur q; (per 31 primi) parallelus ν ξ utriq; ipsarum μ λ, κ ζ. Vtrunq; igitur ipsorũ μ ξ, ν ζ, æquũ est ei quod sub α γ, γ β. Et quoniã α β,*

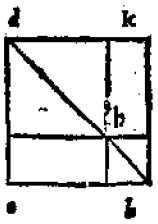
ex binis

ex binis nominibus est diuisa in nomina in γ, ipsæ igitur α γ, γ β, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Quæ igitur ex α γ, γ β, rationalia, sunt sibi inuicem commensurabilia. Quare (per 15 decimi) et compositum ex ijs quæ ex α γ, γ β, commensurabile est eis quæ ex α γ, γ β, rationale igitur est compositum ex ijs quæ ex α γ, γ β. Et ipsi Δ λ, est æquale, rationale igitur est Δ λ. Et ad ipsam Δ ι, comparatur, rationalis igitur (per 20 decimi) Δ μ, & ipsi Δ ι, longitudine commensurabilis. Rursus quoniam α γ, γ β, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, medium igitur est quod bis sub α γ, γ β, hoc est ipsum μ ξ, & ad ipsum comparatur μ λ, rationale, rationalis igitur est et μ ν, ipsi λ μ incommensurabilis (hoc est ipsi Δ ι) longitudine, est autem et μ Δ rationalis, et ipsi Δ ι longitudine cõmensurabilis. Incõmensurabilis igitur est (per 13 decimi) Δ μ ipsi μ ν, longitudine. Suntq; ipsæ igitur Δ μ, μ ν rationales, potentia tantũ commensurabiles, ex binis nominib. igitur est (per 36 decimi) Δ ν. Ostendendũ q; et prima. Quoniã enim (per lẽma præcedẽs & 4 decimi) eorũ quæ ex α γ, γ β, mediũ proportionale est quod sub α γ, γ β, & ipsorum igitur Δ θ, ι λ, mediũ proportionale est μ ξ. Est igitur (per constructionem) sicut Δ θ ad μ ξ, sic μ ξ ad ι λ, hoc est sicut Δ ι ad μ ν, sic μ ν ad μ ι: quod igitur sub Δ ι, ι μ, æquũ est ei quod ex μ ν. Et quoniã cõmensurabile est quod ex α γ, ipsi quod ex β γ, commensurabile est et Δ θ, ipsi ι λ: quare (per 1 sexti et 11 decimi) & Δ ι ipsi ι μ commẽsurabilis est. Et quoniam maiora sunt quæ ex α γ, γ β, eo quod bis sub α γ, γ β, maius igitur est & Δ λ ipso μ ξ. Quare (per lẽma præcedẽs & per primã sexti) & Δ μ, ipsa μ ν maior est, & quale quod sub Δ ι, ι μ, ei quod ex ν ι, hoc est quartæ parti eius quod ex μ ν, & commensurabilis est Δ ι, ipsi ι μ. Si uerò (per 17 decimi) fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod ex minore æquũ, ad maiorem comparetur deficiens forma quadrata, & incommensurabilia ipsam diuiserit, maior minore maius potest, eo quòd ex sibi commensurabili. Ipsa igitur Δ μ, ipsa μ ν maius potest, eo quod fit ex sibi commẽsurabili. Ipsa igitur Δ μ, ipsa μ ν maius potest, eo quod ex sibi commensurabili. Suntq; rationales ipsæ Δ μ, μ ν, & Δ μ nomen maius existens, commensurabilis est longitudine ipsi Δ ι expositæ rationali, ipsa igitur Δ ν, ex binis nominibus est prima: quod oportuit demonstrasse. Euclid. ex Camp. Propositio 55.



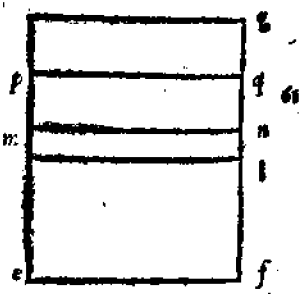
SI lineæ rationali æqua superficies quadrato bimedialis primi adiungat, latus eius reliquũ binomium secundũ esse oportebit.

CAMPANVS. Sit linea a b bimediale primũ, diuisa ad punctum c secundum suum terminum, cætera autem sint ut prius. Dico lineam f g esse binomiũ secundũ. Erit enim superficies m g rationalis, eo quod partes bimedialis primi continent superficiẽ rationalem, & superficies tres e l, l m, & tota e n, mediales cõmunicantes, eo quòd portiones bimedialis primi sunt lineæ mediales potentia tantum cõmunicantes ex 31. Per 16 igitur erit linea n g rationalis in longitudine, cõmensurabilis lineæ e f rationali positę, & per 20 linea f n rationalis in potẽtia tantum: quæ cũ sit maior linea n g ex primo duorum antecedentium demonstrationi 35 adiunctorũ & 1 sexti, ea q; potentior quadrato lineæ communicantis secum in longitudine ex prima parte 13, erit à diffinitione linea f g binomium secundum: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 43. Propositio 61.

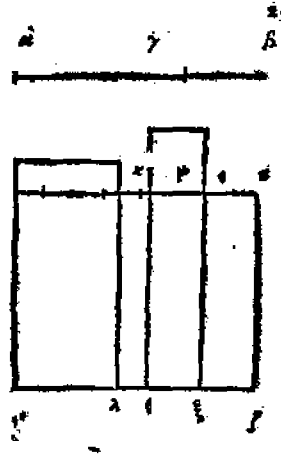
Quod ex ea q̃ ex binis medijs prima ad ratiõalẽ cõparatũ latitudinẽ, efficit ex binis noĩb. secũdã.



THEON ex Zamb. *Esto (per 43 decimi) ex binis medijs prima α β, diuisa in medias in γ, quarum α γ maior sit, exponatur q; rationalis Δ ι. Cõparetur q; (per 44 primi) ad ipsam Δ ι, ei quod ex α β æquum parallelogrammum Δ ξ, latitudinẽ efficiens Δ ν. Dico q; ipsa Δ ν, ex binis est secunda nominibus. Construantur enim eadem quæ & in præcedenti. Et quoniam α β, ex binis medijs est prima diuisa in γ, ipsæ α γ, γ β, igitur (per 37 decimi) mediæ sunt potentia tantũ cõmensurabiles rationale cõprehendentes. Quare (per 24 decimi) & quæ ex α γ, γ β, media sunt: medium igitur (per correlarium 23 decimi) est Δ λ. Et ad ipsam Δ ι comparatur, rationalis igitur est (per 22 decimi) μ Δ, & ipsi Δ ι longitudine incommensurabilis. Rursus quoniã rationale est quod bis sub α γ, γ β, rationale est & μ ξ, ad ipsam q; μ λ, rationalem comparatur, & rationalis igitur est (per 20 decimi) μ ν, & longitudine commensurabilis ipsi μ λ, hoc est ipsi Δ ι. Incõmensurabilis igitur est Δ μ, ipsi μ ν lõgitudine. Suntq; rationales ipsæ, igitur Δ ν, μ ν, rationa-*

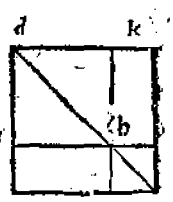
les

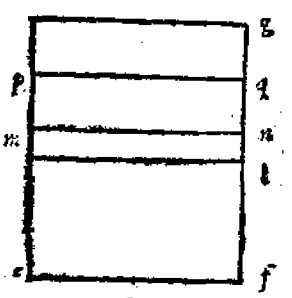
les ſunt potentia tantum cõmenſurabiles, ex binis igitur nominibus eſt (per 36 decimi) ☐ ν. Oſtendendum iam quod & ſecunda. Quoniam enim quæ ex α γ, γ 6, maiora ſunt eo quod bis ſub α γ, γ β, maius eſt igitur & ☐ λ ipſo μ ζ, quare (per primam ſexti) & ☐ μ ipſa μ ν. Et quoniam cõmenſurabile eſt quod eſt ex α γ, ei quod ex γ 6, cõmenſurabile eſt & ☐ θ ipſi ν λ. Quare & ☐ ν, ipſi ν μ, commenſurabilis eſt & id quod ſub ☐ ν, ν μ, æquum eſt ei quod ex ν ν. Ipſa igitur ☐ μ, ipſa μ ν maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili, & μ ν, ipſi ☐ ν longitudine commenſurabilis eſt, ipſa igitur ☐ ν, ex binis nominibus eſt ſecunda: quod erat oſtendendum. Euclid. ex Camp. Propoſitio 56.



56 SVm adiuncta fuerit lineę in longitudine rationali ſuperficies rectangula æqualis quadrato bimedialis ſecundi, latus eius ſecundum binomium, tertium eſſe neceſſe eſt.

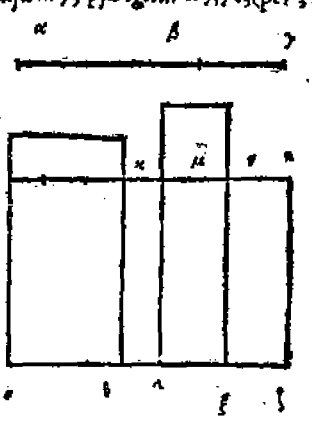
CAMP. Si fuerit linea a b bimediale ſecundum diuiſa per terminum ſuũ ad punctum c, reliqua uerò omnia fuerint ut prius, erit linea f g binomium tertiũ. Erit enim ex 32 & noſtris poſitionibus utraq; ſuperficierum e n & g m, medialis: quare per 30 utraq; duarum linearũ f m & n g erit rationalis in potẽtia tantum lineæ e f rationali potentia commenſurabilis. At quia bimedialis ſecundi partes ſunt communicantes in potentia tantum, erit ſuperficies e l communicans ſuperficiei l m & ideo linea f l lineæ l n, potentior ergo eſt per primam partem 13 f n quàm ſit n g, in quadrato lineæ ſibi communicantis in longitudine. Cumq; ſint ſuperficies a h & quadratum h b incommenſurabilia, eo quod lineæ a c & c b incommenſurabiles, ideoq; & ambo quadrata pariter accepta ambobus ſupplementis pariter acceptis, eo quod quadrata ſibi inuicẽ communicãt ex hypotheſi, ſupplemẽta quoq; cũ ſibi inuicẽ ſint ęqualia, ſequitur ut ſuperficies e n ſit incõmenſurabilis ſuperficiei m g, & ideo linea f n, lineæ n g, per diffinitionẽ igitur eſt linea f g, binomiũ tertiũ: ꝗd eſt ꝓpoſitũ. Euclid. ex Zamb. Theorema 44. Propoſitio 62.





62 QVod ex ea quę ex binis ſecunda mediis ad rationalem comparatũ latitudinẽ efficit, ex binis nominibus tertiã.

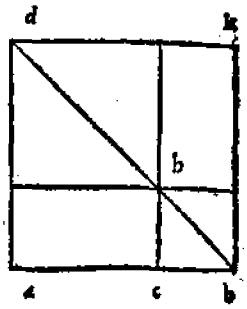
THEON ex Zamb. Eſto (per 44 decimi) ex binis mediis ſecunda α β, diuiſa in medias in γ ut maius ſegmentũ ſit α γ, rationalis autẽ eſto ☐ ε, & ad ipſam ☐ ε, ei quod ex α β æquum parallelogrammũ cõparetur (per 44 primi) ☐ ζ, latitudinem efficiens ☐ ν. Dico q; ☐ ν eſt ex binis nominibus tertia. Conſtruãtur eadem quæ in præcedentibus. Et quoniam α 6 ex binis eſt ſecunda mediis diuiſa in γ, ipſæ igitur α γ, γ 6, (per 38 decimi) mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles mediũ cõprehẽdentes, quare & cõflatũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, mediũ eſt, et eſt æquale ipſi ☐ λ mediũ igitur eſt et ☐ λ, cõparatur q; ad rationalẽ ☐ ε. Rationalis igitur eſt (per 22 decimi) μ ☐, ipſi ☐ ε lõgitudine incommẽſurabilis. Id propterea etiã μ ν rationalis eſt et ipſi μ λ incommẽſurabilis (hoc eſt ipſi ☐ ε) lõgitudine. Rationalis igitur eſt utraq; ipſarũ ☐ μ, μ ν, et ipſi ☐ ε lõgitudine incõmenſurabilis. Et quoniã α γ ipſi γ 6 longitudine eſt incõmenſurabilis, ſicut aũt (per lẽma præcedẽs 22 decimi) α γ ad γ β, ſic quod ex α γ, ad id quod ſub α γ, γ β, incommẽſurabile igitur eſt et quod ex α γ, ei quod ſub α γ, γ β. Quare et conflatũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, ei quod bis ſub α γ, γ β incommenſurabile eſt, hoc eſt ☐ λ ipſi ☐ ζ. Quare (per 1 ſexti, et 11 decimi) et ☐ μ ipſi μ ν incõmenſurabilis eſt. Sũtq; rationales. Ipſa igitur ☐ ν, ex binis nominib. eſt. Oſtendendũ iã quod & tertia. Similiter iam ſicut in præcedentib. ratiocinabimur quod maior eſt ☐ μ ipſa μ ν, & quod & ☐ ν ipſi ν μ cõmẽſurabilis eſt. Eſtq; quod ſub ☐ ν, ν μ æquũ ei quod ex μ ν. Ipſa igitur ☐ μ, ipſa μ ν, maius poteſt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili, et neutra ipſarũ ☐ μ, μ ν, cõmẽſurabilis eſt ipſi ☐ ε, lõgitudine ipſa igitur ☐ ν, ex binis eſt tertia noĩb. qd erat oſtẽdẽdũ. Euclid. ex Cãp. Prop. 57.



57 SI lineæ rationali rectãgulũ ęquũ quadrato lineæ maioris adiũgatur, alterũ ſe cõtinentiũ laterũ erit binomium quartum.

CAMPANVS.

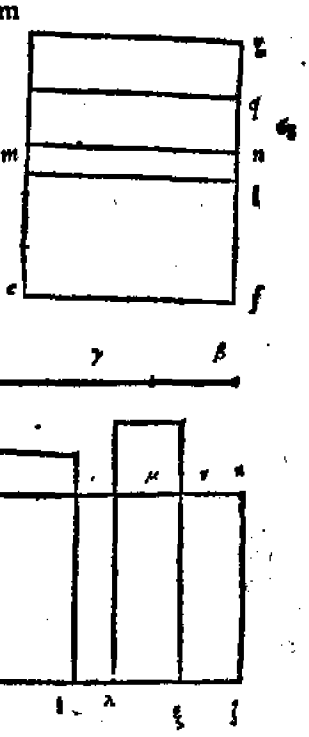
CAMPANVS. Si hæc quoque fuerit linea a b linea maior diuisa secundum terminũ suum ad punctum c, cunctaq; reliqua nõ fuerint aliter quàm prius, erit linea f g binomium quartum. Cũ enim sint ambo quadrata portionum lineæ maioris pariter accepta rationale, erit superficies e n rationalis, ideoq; per 16 linea f n rationalis in longitudine, communicans lineæ e f rationali positæ, superficies uerò m g erit medialis, propter illud quod portiones lineæ maioris continent superficiem medialem, itaq; per 20 linea n g est in potentia rationalis tantum, & quia etiam portiones prefatæ lineę a b sunt potentialiter incõmensurabiles, superficies e l incõmensurabilis erit l m, ideoq; linea f l, lineæ l n, igitur per primam partem 14. linea f n est potẽtior linea n g, in quadrato lineæ sibi incommensurabilis. Ex diffinitione igitur est linea f g binomium quartum, quod erat propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 45. Propositio 63.

Quæ ex maiore ad rationalem comparatum latitudinẽ efficit ex binis quartam nominibus.

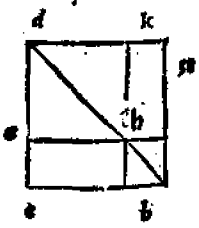
THEON *ex Zamb. Sit maior α β, diuisa in γ, ut maior sit α γ, ipsa γ β. Rationalis uerò esto δ ε, & ei quod ex α ζ, æquũ ad ipsam δ ε, comparetur (per 44 primi) δ ζ parallelogrammum, latitudinem efficiens δ η. Dico q; δ η, ex binis est quarta nominibus. Cõstruantur eadem quæ in præostensis. Et quoniam (per 39 decimi) maior est α β diuisa in γ, ipsæ α γ, γ ζ, potentia sũ commensurabiles efficientes conflatum ex ijs quæ ex ipsis fiunt quadrata rationale, quod uerò sub ipsis medium. Quoniam igitur rationale est conflatum ex ijs quæ ex α γ, γ β, rationale igitur est δ λ, rationalis igitur est & μ δ, & δ ε, lõgitudine cõmensurabilis. Rursus quoniam medium est quod bis sub α γ, γ β, hoc est μ ζ, & ad rationalem comparatur μ λ, rationalis igitur (per 22 decimi) est & μ η, et ipsi δ ε, longitudine incommensurabilis. Incommensurabilis igitur est (per 13 decimi) & δ μ, ipsi μ η longitudine. Ipsæ igitur δ μ, μ η, rationales sunt potentia tãtum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est δ η. Ostendendum iam quod & quarta. Similiter iam ut & in præcedentibus ratiocinabimur, quod maior est δ μ ipsa μ θ, & q; quot sub δ η, η μ, æquũ est ei quod ex γ η. Quoniã igitur incõmensurabile est quod ex α γ, ei quod ex γ β, incõmensurabile igitur est et δ θ, ipsi η λ. Quare (per 1 sexti et 11 decimi) & δ η ipsi η μ incõmensurabilis est. Si autẽ fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod fit ex minore (per 27 decimi) æquũ comparatũ fuerit parallelogrammũ ad maiorẽ forma quadrata deficiẽs, & in incõmensurabilia ipsam diuiserit, maior minore maius potest, eo quod à sibi incõmensurabili in longitudine, ipsa igitur δ μ, ipsa μ η maius potest, eo quod à sibi incõmensurabili sunt et ipsæ δ μ, μ η, rationales potẽtia tantũ cõmensurabiles: & δ μ, cõmensurabilis est ipsi expositæ rationali δ ε, ipsa igitur δ η, ex binis nominibus est quarta: quod erat ostendendũ.*



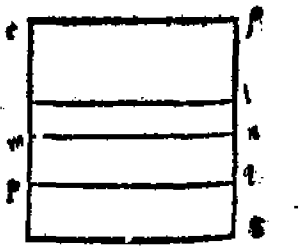
Euclid. ex Camp. Propositio 58.



Si lineæ rationali quadrato lineæ potẽtis supra rationale & mediale æqualis parte altera longior forma adiungatur, alterum latus eius, binomium quintum esse necesse est.



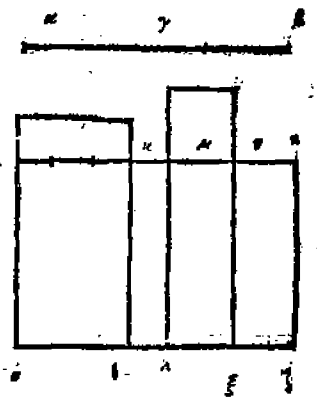
CAMPANVS. Proposita linea a b ea quę potest supra mediale & rationale diuisa secundum eius diffinitionẽ ad punctum c nihil immutetur de reliquis, sequiturq; lineã f g esse binomiũ quintum. Cùm enim partes huius lineæ a b contineant rationalem superficiẽ, necesse est ut superficies g m, ideoq; (per 16 linea n g) sit rationalis. Cumq; ambo quadrata partium huius lineæ pariter accepta sint mediale, erit superficies e n medialis, & per 20 linea f n rationalis in potentia tantum lineæ f e potentia rationali communicans. At quia portiones prædictæ lineæ sunt incõmensurabiles



biles in potentia, erit superficies el incommensurabilis superficiei m l, ideoq; & linea f l, lineæ l n: potentior igitur est per primam partem 14 linea f n linea n g, in quadrato lineæ sibi incommensurabilis. Per diffinitionem itaq; binomij quinti, concludetur propositum.

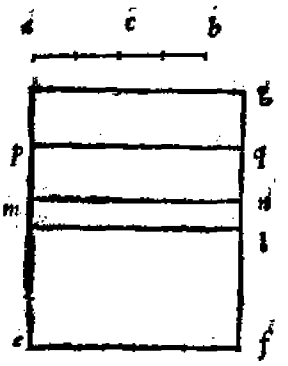
Euclid. ex Zamb. Theorema 46. Propositio 64.

64 Quod ex ea quæ rationale medium'q; potest ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis quintam nominibus.



THEON ex Zamb. Sit rationale medium'q; potens α β, diuisa in rectas lineas in γ, ut sit maior α γ, exponaturq; rationalis δ ε, et ei quod ex α β, æquũ ad δ ε, comparetur δ ζ (per 44 primi) latitudinẽ efficiẽs δ η. Dico quòd δ η ex binis est quinta nominibus. Cõstruantur eadem quæ in præcedẽtibus. Et quoniã α β est rationale mediũq; potens diuisa in γ, ipsæ igitur α γ, γ β, potentia sunt incommensurabiles efficientes conflatum ex earum quadratis mediũ, quod uerò sub ipsis rationale. Quoniam igitur conflatũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, medium est, medium igitur est δ λ. Quare rationalis est δ μ, & ipsi δ ε longitudine incõmensurabilis. Rursus quoniã rationale est quod bis sub α β, β γ, hoc est μ ζ, rationalis igitur est μ η, & ipsi δ ε, lõgitudine cõmensurabilis. Incommẽsurabilis igitur est δ μ, ipsi μ η. Ipsæ igitur δ μ, μ η, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles, ex binis igitur nominibus est δ η. Dico quòd & quinta. Similiter nanq; ostendetur quod sub δ η, η μ, æquum est ei quod ex η η, & quod δ η ipsi η μ longitudine incõmensurabilis est, ipsa igitur δ μ, ipsa μ η maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, et ipsæ δ μ, μ η, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & minor μ η, commensurabilis est ipsi δ ε longitudine. Ipsa igitur δ μ ex binis est quinta nominibus: quod erat ostendendum.

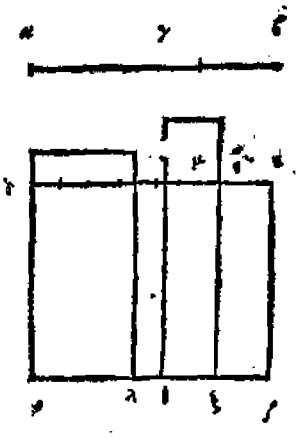
Euclid. ex Camp. Propositio 59.



59 QVoties adiuncta fuerit lineæ rationali superficies rectãgula æqualis quadrato lineę potentis in duo medialia, eiusdem superficiei latus secundum, binomium sextum esse conuincitur.

CAMPANVS. In hac 59 sit linea a b, linea potens supra duo medialia, quæ autem præter hæc sunt, sicut suprà maneãt. & erit tunc linea f g binomium sextũ, quod ignorare nõ poteris, si præmissorum eiusq; quod 55 proponit, immemor nõ fueris, & sic patet in hac, nostra intentio. Euclid. ex Zamb. Theorema 47. Propositio 65.

65 Quod ex bina media potente ad rationalem comparatum latitudinem efficit ex binis nominibus sextam.



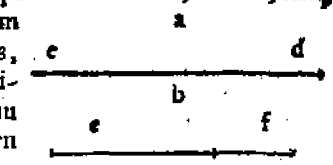
THEON ex Zamb. Esto (per 47 decimi) bina potẽs media α β, diuisa in γ, rationalis autem esto δ ε, & ad ipsam rationalẽ δ ε, ei quod ex α β æquum comparetur (per 44 primi) δ ζ, latitudinem efficiẽs δ η. Dico quòd ipsa δ η, ex binis nominibus est sexta. Construatur etenim eadẽ quæ & in præcedentibus. Et quoniã α β bina media potens, est diuisa in γ, ipsæ igitur (per 41 decimi) α γ, γ β, potentia sunt incommensurabiles efficientes compositum ex earum quadratis medium, & quod sub ipsis mediũ & insuper incõmensurabile cõposito ex earum quadratis. Quare per ea quæ ostensa sunt, medium est utrunq; ipsorum δ λ, μ ζ. Et ad rationalem δ ε comparatur, rationalis igitur est (per 22 decimi) utraq; ipsarum δ μ, μ η, & ipsi δ ε longitudine incommensurabilis. Et quoniam conflatum ex ijs quæ ex α γ, γ β, incommensurabile est ei quod bis sub α γ, γ β, incommensurabile igitur est (per 2 partem 11 decimi) δ λ ipsi μ ζ. Incommensurabilis igitur est (per 1 sexti & 11 decimi) & δ μ ipsi μ η. Ipsæ igitur δ μ, μ η, rationales sunt potentia tãtum commensurabiles, ex binis igitur nominib. est δ η. Dico quòd & sexta. Similiter nãq; rursus ut prius demõstrabimus, quia quod

ſub ∝ π, π μ, æquum eſt ei quod ex γ ε, & quod ∝ π ipſi π μ longitudine incommenſurabilis eſt, ac id propterea ∝ μ ipſa μ π maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine cõmenſurabili, & neutra ipſarũ ∝ μ, μ π, cõmenſurabilis eſt expoſitæ rationali ∝ ε lõgitudine. Ipſa igitur ∝ π (per ſecundas diffinitiones) ex binis eſt ſexta nominibus: quod erat oſtendendum. Euclid. ex Camp. Propoſitio 60.



Mnis linea cuilibet binomiorum communicans, ſub ea- 66 dem ſpecie binomium eſſe probatur.

CAMPANVS. *Sit linea a binomiũ cuiuſuis ſpeciei, ſitq; linea b ei cõmunicãs in longitudine. Dico lineã b eſſe binomium eiuſdẽ ſpeciei cuius a. ſint enim binomiales portiones, a c & d, erũtq; ambę rationales in potentia tantum cõmunicãtes per 30, linea uerò b diuidatur per 12 ſexti ſecundum proportionem c ad d, in e & f, eritq; per coniunctam & euerſam & permutatam proportionalitatem c ad e, & d ad f, ſicut a ad b. Cum ſint igitur a & b communicãtes, erunt etiam per primam partem 10 c & e, itemq; d & f, communicãtes. Si igitur fuerit c rationalis in potentia tãtum, erit & e: ſi autem in lõgitudine & e. Eodemq; modo ſi d eſt rationalis in potentia tantum uel etiã in longitudine, erit quoq; & f ſimiliter, & ex 12 ſi potentior eſt c d, in quadrato lineę ſibi commenſurabilis in longitudine, uel ſi fortè incommenſurabilis, erit & e potentior f in quadrato lineæ ſibi commenſurabilis uel etiã incõmenſurabilis, neceſſe eſt ex diffinitionibus ſex ſpecierum binomiorum, ut eiuſdem ſpeciei binomij ſint a & b.*

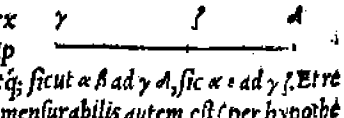


Si autẽ linea b communicet binomio a in potentia tantũ, erit etiã & ſic linea b. Binomiũ autem eiuſdem eſſe ſpeciei nõ eſt neceſſariũ, immo impoſsibile eſt ut ambæ ſimul cadant ſub prima ſpecie binomiorum uel ſub ſecunda, quarta uel quinta, ſed neceſſe eſt ut ambo cadant ſub primis tribus, aut ambo ſub tribus poſtremis. unum enim eorum eſſe in aliqua ex tribus primis ſpeciebus & aliud in aliqua ex tribus poſtremis, eſt impoſsibile. Cum enim a communicet cum b in potentia tantum, c quoq; cum e, & d cum f communicabit tantum in potentia ex 10. Si igitur alterutra duarum linearum c & d fuerit rationalis in longitudine, non erit ſua compar ex lineis e & f rationalis in lõgitudine. Non eſt itaq; poſsibile ut a & b cadant ſimul ſub aliqua ex illis ſpeciebus binomiorum, in quibus altera duarum portionum binomij eſt rationalis in lõgitudine, hæ autem ſpecies ſunt, prima & ſecunda, quarta & quinta. At uerò quia per 12 duæ lineæ c & e ſimul potentiores ſunt duabus lineis d & f in quadratis duarum linearum ſibi in longitudine communicantium aut incõmunicantiũ, neceſſe eſt ut ambo binomia a & b ſimul cadant ſub primis tribus ſpeciebus binomiorum, aut ſimul ſub tribus poſtremis ex diffinitione ipſarum ſpecierum. Lineam autem b quid dubitas eſſe binomium? cum ſint enim c & e communicantes in potentia tantum, ſimiliter quoq; d & f, ſint autem c & d rationales in potentia, conuincitur e & f rationales in potentia tantum: quæ quia non communicant in longitudine, ſicut nec eis proportionales c & d, ipſæ componunt indubiranter binomium per 30 huius.

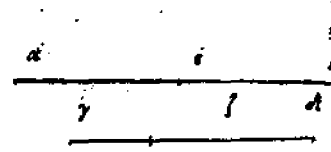
Euclid. ex Zamb. Theorema 48. Propoſitio 66.

Ei quæ ex binis nominibus longitudine commenſurabilis, ipſa 66 quoq; ex binis nominibus eſt ac in ordine eadem.

THEON ex Zamb. *Eſto ex binis nominibus ∝ β & ipſi ∝ β longitudine commenſurabilis eſto γ ∆. Dico quòd ipſa γ ∆ ex binis nominibus eſt, & in ordine ipſi ∝ β eadem. Quoniam enim (per 42 decimi) ex binis nominibus eſt ∝ β, diuidatur in nomina in ε, ſit maius nomen ∝ ε. Ipſæ igitur ∝ ε, ε β, rationales ſunt potentia tantum commẽſurabiles. Fiatq; ſicut ∝ β ad γ ∆, ſic ∝ ε ad γ ζ. Et reliqua igitur ε β, ad reliquam ζ ∆ (per 19 quinti) eſt ſicut ∝ β ad γ ∆. Cõmenſurabilis autem eſt (per hypothẽſin) ∝ β ipſi γ ∆ longitudine. Cõmenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) & ipſa ∝ ε ipſi γ ζ, et ε ipſi ζ ∆. Sũtq; rationales ipſæ ∝ ε & ε β, rationales igitur ſunt (per 12 decimi) & ipſa γ ζ, ζ ∆. Et quoniã eſt ſicut ∝ ε ad γ ζ, ſic eſt ε β ad ζ ∆, uicißim igitur (per 16 quinti) ſicut ∝ ε ad ε β, ſic eſt γ ζ ad ζ ∆. Ipſæ autem ∝ ε, ε β, tãtum potentia ſunt commenſurabiles, & ipſæ γ ζ, ζ ∆, igitur potentia tantum ſunt commenſurabiles, ſuntq; rationales: ex binis igitur nominibus eſt ipſa γ ∆. Dico iam quòd in ordine eſt eadem ipſi ∝ β. Ipſa ∝ ε, ipſa ε β aut maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili, uel eo quod ex ſibi incommenſurabili. Si uerò ∝ ε ipſa ε β maius poteſt eo quod ex ſibi incõmenſurabili, et γ ζ ipſa ζ ∆ (per 14 decimi) maius poterit eo quod ex ſibi commenſurabili. Et ſi ∝ ε expoſitæ rationali commenſurabilis fuerit, & γ ζ eidem commenſurabilis erit (per 12 decimi) Idq; propterea utraq; ipſarum ∝ β, γ ∆, ex binis nominibus eſt prima, hoc eſt in ordine eadẽ. Si uerò ε β commenſurabilis eſt ipſi expoſitæ rationali, & ζ ∆ eidem commenſurabilis eſt. Ac per hoc rurſus in ordine eadem eſt ipſi ∝ β, utraq; enim ipſarum eſt ex binis nominibus ſecunda. Si uerò neutra ipſarum ∝ ε, ε β, com-*



ε β.commenſurabilis eſt expoſitæ rationali, neutra etiam ipſarum γ ζ, ζ δ, eidē erit commēſurabilis, & utraq; tertia eſt. Si autē α ε ipſa ε β maius poteſt eo quod ex ſibi incommēſurabili, & γ ζ, ipſa ζ δ maius poterit eo quod ex ſibi incommenſurabili. & ſi α ε expoſitæ rationali commenſurabilis eſt, & γ ζ eidem commenſurabilis eſt, & utraq; erit quarta. Si autem ε β, & ζ δ, & erit utraq; quinta. Si uerò neutra ipſarum α ε, ε β & ipſarum γ ζ, ζ δ neutra commenſurabilis, eſt expoſitæ rationali, eritq; utraq; ſexta. Quare ei quæ ex binis nōminibus longitudine commenſurabilis, ex binis nominibus eſt, & in ordine eadem: quod erat oſtendendum.

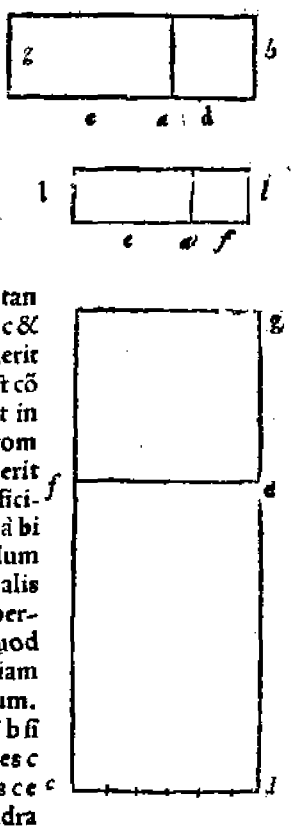


Euclid. ex Camp. Propoſitio 61.



61 # Mnis linea alterutri bimedialium commenſurabilis, ſub eadem ſpecie bimedialis eſſe, ex neceſsitate conuincitur.

CAMPANVS. Veritatem habet quod dicitur, ſiue in lōgitudine, ſiue etiā in potentia tantum cōmunicet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint enim duæ lineæ communicātes a & b quouis duorum modorum prædictorū, ſitq; a bimediale primum uel ſecūdum, dico quòd etiam b eſt bimediale primū uel ſecundum, prout fuerit a. Diuiſo enim a bimediale in ſuas bimediales portiones, ex quibus componitur per 31 & 32 quæ ſunt c & d, b quoq; diuiſa in e & f ſecūdum proportionem c ad d ut docet 12 ſexti, poſitaq; g ſuperficie cōtenta ſub c & d, & k ſub e & f, & poſito h quadrato d, & l f, erit per coniunctam & euerſam & permutatā proportionalitatem quemadmodum in præmiſſa c ad e & d ad f, ſicut a ad b: ſicut igitur ex poſitione a & b ſunt communicātes, ſiue hoc ſit in lōgitudine ſiue in potētia, ſic c & e, itēq; d & f, ſimiliter erunt communicantes. At quia c & d ſunt mediales potentia tantum communicantes, ſequitur ex 12 ut e & f ſint etiam mediales, & ex 10 potētia tantum communicantes, cum ipſę per hypotheſin ſint proportionales c & d. Cumq; ſit per primam ſexti g ad h, ſicut c ad d, & k ad l ſicut e ad f, erit g ad h ſicut k ad l, & permutatim g ad k ſicut h ad l. Quia igitur h eſt cōmunicans l, eo quod duo eorum latera quæ ſunt d & f communicāt in longitudine uel in potētia ſecūdum quod a & b in alterutro eorū communicār, ſequitur ex 10 ut g & k quoq; ſibi inuicem communicent: erit igitur k rationalis aut medialis prout fuerit g, ex diffinitione ſuperficiei rationalis aut 21. In hoc enim tantum differt bimediale primum à bimediali ſecundo, quod portiones bimedialis primi in quas ſecundum ſuū terminum diuiditur, cōtinent ſuperficiem rationalem, bimedialis autē ſecūdi, medialem. Si igitur a fuerit bimediale primum, erit ſuperficies g rationalis, quare & k, & ideo b bimediale primum per 31. Quod ſi a fuerit bimediale ſecūdum, erit ſuperficies g medialis, ob hoc etiam & k, b itaq; per 32 erit bimediale ſecundum, quare conſtat propoſitum. Idē aliter. Ad lineā rationalem c d (poſita a alterutro bimedialiū, & b ſibi in longitudine uel potentia communicante) adiūgatur ſuperficies c e æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b, eruntq; ſuperficies c e & f g communicantes, eo quod quadrata eis æqualia quæ ſunt quadrata linearum a & b ſunt communicantia ex hypotheſi: ex prima igitur ſexti & decima huius, neceſſe eſt duās lineas d e & e g eſſe communicantes. Et quia ſi a fuerit bimediale primum, linea d e erit binomium ſecundum per 55, ideoq; e g etiam binomium ſecundum per præmiſſam, quare latus tetragonicum ſuperficiei f g (& ipſum eſt b) bimediale primum per 49, at uerò ſi a fuerit bimediale ſecundum linea d e erit binomium tertium per 56, ideo e g eſt binomium tertium per præmiſſam, quare & latus tetragonicum ſuperficiei f g (& ipſum eſt b) bimediale ſecundum per 50, manifeſtum eſt igitur uerum eſſe quod proponitur.



Euclid. ex Zamb. Theorema 49. Propoſitio 67.

67 # Ei quæ ex binis mediis longitudine commenſurabilis, & ipſa ex binis eſt mediis, & in ordine eadem.

THEON ex Zamb. *Eſto ex binis mediis α β, & ipſi α β commenſurabilis eſto longitudine γ δ. Dico quòd γ δ ex binis eſt mediis, & in ordine ipſi α β eadem. Quoniam enim α β ex binis mediis eſt diuiſa in me, dias in ε, ipſæ igitur α ε, ε β (per 37 & 38 decimi) mediæ ſunt potentia tantum commēſurabiles. Fiatq; (per 31 ſexti) ſicut α β ad γ δ, ſic α ε ad γ ζ, & reliqua igitur ε β ad ζ δ, reliquā (p 19 quinti) eſt ſicut α β ad γ δ.*

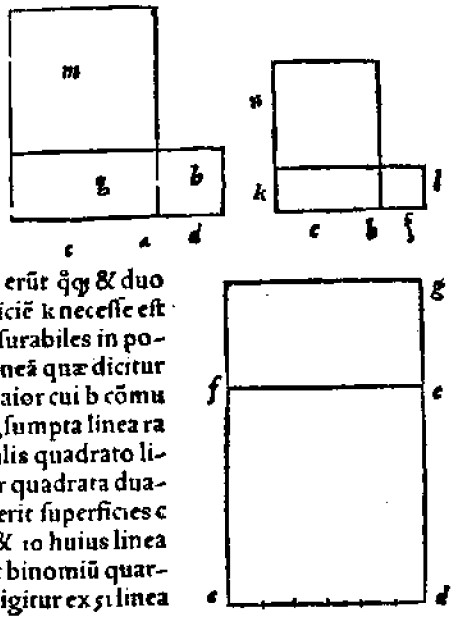
Cõmensurabilis aũt est α β ipsi γ Δ lõgitudine, cõmensurabilis igitur est & α ε ipsi γ ζ, et ε β ipsi ζ Δ, suntq; mediæ ipsæ α ε, ε β, mediæ igitur sunt et ε ζ, ζ Δ. Et quoniã est sicut α ε ad ε β & γ ζ ad ζ Δ, ipsæ autẽ α ε, ε β, potẽtia tantũ sunt cõmensurabiles, & ipsæ igitur γ ζ, ζ Δ, potẽtia tantũ cõmensurabiles. Ostensum autẽ quòd mediæ. ipsa igitur γ Δ, ex binis est medijs. Dico quòd & in ordine eadẽ est ipsi α β. Quoniã enim est sicut α ε, ad ε β, sic est γ ζ ad ζ Δ, & sicut igitur quod ex α ε ad id quod sub α ε, ε β, sic quod ex γ ζ ad id quod sub γ ζ, ζ Δ. Vicißim igitur (per 16 quinti) sicut quod ex α ε ad id quod ex ε ζ, sic quod sub α ε, ε β, ad id quod sub γ ζ, ζ Δ. Commensurabile autem est quod ex α ε ei quod ex γ ζ. Commensurabile igitur & quod sub α ε, ε β, ei quod sub γ ζ, ζ Δ. Si igitur rationale est quod sub α ε, ε β, & quod sub γ ζ, ζ Δ, rationale est, ac per hoc ex binis medijs prima. Si autẽ mediũ fuerit quod sub α ε, ε β, medium erit & quod γ ζ, ζ Δ, & utraq; est secunda, ac per hoc & γ Δ erit ipsi α β in ordine eadẽ: quod erat ostendendũ.

Euclid. ex Camp. Propositio 62.



Mnis linea communicans lineæ maiori, est linea maior. 62

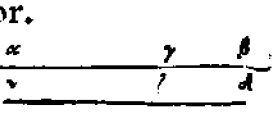
CAMPANVS. Et hęc quoq; ueritatẽ habet, si utroliber modo cõmunicãs fuerit aliqua linea lineę maiori. Esto enim a linea maior, b uerò quouis sibi cõmunicãs modo, erit b linea maior. Diuisa nãq; a in eas portiones ex quib. cõstat per 33 quę sunt c & d, & b secundũ earũ ꝓportionem in e & f, positoq; ꝙ g sit superficies cõtẽta sub c & e, & k sub e & f, & m & h sint quadrata c & d, at n & l, e & f, erit m ad h sicut n ad l per secundã partẽ 18 sexti, & coniunctim m & h ad h, sicut n & l ad l, & permutatim m & h ad n & l, sicut h ad l. quia ergo h cõmunicat cũ l eo ꝙ d cõmunicat cum f, aut in longitudine aut in potẽtia prout cõmunicat cũ b, sequit ut ambo quadrata m & h pariter accepta communicẽt cũ ambobus quadratis n & l pariter acceptis. Cũ itaq; duo prima pariter accepta sint rationale per 33, erũt ꝙq; & duo postrema rationale per diffinitionẽ. At quia superficiẽ k necesse est esse medialẽ sicut g ex 21, lineasq; e & f esse incõmensurabiles in potẽtia sicut c & d ex 10. cõcluditur per 33 lineã b esse lineã quæ dicitur maior, ꝙd est propositũ. ¶ Idẽ aliter. Cũ sit a linea maior cui b cõmunicat, siue hoc fuerit in longitudine, siue in potẽtia, sumpta linea rationali quæ sit c d adiũgatur superficies ei c e, æqualis quadrato lineę a. deinde f g æqualis quadrato lineæ b. Cũ igitur quadrata duarũ linearum a & b sint cõmunicantia ex hypothesi, erit superficies c e cõmunicans superficiei f g, ideoq; per primã sexti & 10 huius linea d e lineæ e g in lõgitudine. At quia ex 57 linea d e est binomiũ quartũ, erit quoq; per 60 linea e g binomium quartum, igitur ex 51 linea b potens in superficiem f g, est linea maior.



Euclid. ex Zamb. Theorema 50. Propositio 63.

Maior commensurabilis, eadem quoque maior. 63

THEON ex Zamb. Esto maior α β, & ipsi α β cõmensurabilis esto γ Δ. Dico quòd & γ Δ maior est. Diuidatur α β in ε. Ipsæ igitur α ε, ε β (per 39 decimi) potẽtia sunt incommensurabiles, efficientes quidẽ cõstatum ex earũ quadratis rationale, quod uerò sub ipsis medium. Fiãtq; eadẽ quæ in præcedentibus. Et quoniã est (per 2 sexti) sicut α β ad γ Δ, sic est α ε ad γ ζ & ε β ad ζ Δ, commensurabilis autem est α β ipsi γ Δ, cõmensurabilis igitur est & utraq; ipsarũ α ε, ε β, utriq; ipsarũ γ ζ, ζ Δ. Et quoniam est sicut α ε ad γ ζ, sic ε β ad ζ Δ, et uicißim (per 16 quinti) sicut α ε ad ε β, sic est γ ζ ad ζ Δ. Et cõponendo igitur (per 18 quinti) sicut α β ad ε β, sic γ Δ ad ζ Δ, et sicut igitur (per 22 sexti) quod ex α β ad id quod ex ε β, sic quod ex γ Δ ad id quod ex ζ Δ. Similiter iã demõstrabimus quòd & sicut quod ex α β ad id quod ex α ε, sic quod ex γ Δ ad id quod ex γ ζ. Et sicut igitur (per 11 quinti) quod ex α β ad ea quæ ex α ε, ε β, sic quod ex γ Δ, ad ea quæ ex γ ζ, ζ Δ. Et uicißim igitur (per 16 quinti) sicut quod ex α β ad id quod ex γ Δ, sic quæ ex α ε, ε β, ad ea quæ ex γ ζ, ζ Δ. Cõmensurabile autẽ est id quod ex α β, ei quod ex γ Δ. Cõmensurabilia sunt igitur & quæ ex α ε, ε β, eis quæ ex γ ζ, ζ Δ. Suntq; quæ ex α ε, ε β, simul rationale, & quæ ex γ ζ, ζ Δ simul, rationale. Similiter autẽ & quod bis sub α ε, ε β, commensurabile est ei quod bis sub γ ζ, ζ Δ. At quod bis sub α ε, ε β, medium est: medium igitur est & quod bis sub γ ζ, ζ Δ. Ipsæ igitur γ ζ, ζ Δ, potẽtia sunt incõmensurabiles, efficiẽtes cõstatũ ex earũ quadratis simul rationale, & quod bis sub ipsis medium. Tota igitur γ Δ (per 57 decimi) irrationalis est, maior appellata. Maiori igitur commensurabilis, & eadem maior est: quod ostendendum fuerat.

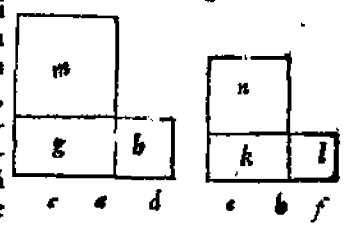


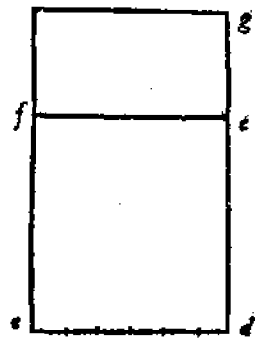
Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propositio 36.*

68 SI qua linea lineæ potenti in rationale & mediale cõmunicet, ipsa in rationale & mediale potens esse cõprobatur.

CAMPANVS. Verũ quoq; est, quod quali tercunq; linea aliqua sit cõmunicãs potẽti in rationale & mediale siue in lõgitudine siue in potentia tantum, ipsa etiam est potens in rationale & mediale, quod sicut prius duplici modo probatur, necesse est autẽ quãtũ ad primũ modũ, q; sicut duæ lineæ c & d sunt in potẽtia incõmensurabiles, ita sunt etiã e & f per 10, & quòd quẽadmodũ g est superficies rationalis (nam talẽ continẽt portiones lineæ potentis in rationale & mediale) ita etiam per diffinitionẽ sit k rationalis, & quẽadmodum duo quadrata m & h pariter accepta sunt mediale, sic etiã per 21 duo quadrata m & l pariter accepta erũt mediale, igitur ex 34 b est potens rationale & mediale. Quantum autẽ ad secundum modum, necesse est ex 58, ut linea d e sit binomiũ quintum, ideoq; & per 60 linea e g est binomium quintum, quare per 52 latus tetragonicum superficiei f g, quod est b, erit linea potẽs in rationale & mediale: quod est propositum.

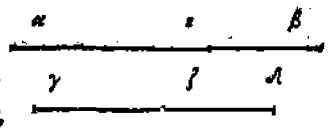




Euclid. ex Zamb. *Theorema 51.* *Propositio 69.*

69 Rationale ac medium potenti cõmensurabilis, & eadem rationale ac medium potens est.

THEON ex Zamb. *Esto rationale mediũq; potẽs α β, & ipsi α β commensurabilis esto γ δ. Ostendẽdum quòd & γ δ rationale ac mediũ potẽs est. Distribuatur (per 46 decimi) α β in rectas lineas in ε. Ipsæ igitur α ε, ε β (per 40 decimi) potentia sunt incommensurabiles, efficientes quidẽ compositum ex earũ quadratis mediũ, quòd uerò sub ipsis rationale, et eadẽ construatur quæ in præcedentib. Similiter iam demõstrabimus q; γ ζ, ζ δ, potẽtia sunt incõmensurabiles, & cõmensurabile est conflatũ ex ijs quæ ex α ε, ε β, cõflato ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, quod autẽ sub α ε, ε β, ei quod sub γ ζ, ζ δ. Quare & cõflatũ ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, quadratis, mediũ est, quod uerò sub γ ζ, ζ δ, rationale. Rationale igitur est ac mediũ potens ipsa γ δ: quod erat ostẽdendum.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 64.*

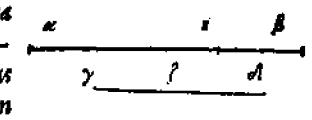
64 Omnis linea communicans potenti in duo medialia, ipsa quoque potens est in duo medialia.

CAMPANVS. Hęc quoq; manentibus eisdem dispositione & positionibus, eo duplici modo quo præmissæ probabitur uera esse, siue in lõgitudine, siue in potẽtia cõmunicet linea b cũ linea a potẽte in duo medialia. Quantũ enim ad primũ argumẽtationis modũ erit per 35 superficies g medialis, ideoq; & k per 21, cũ cõmunicet ei duo q; quadrata m & h pariter accepta erũt ex eadem 35, ideoq; duo n & l pariter accepta per 21. At quia duo quadrata m & h pariter accepta ex prædicta 35 sunt incõmẽsurabile duplo superficiei g, sequitur per 10 & nostras positiones ut duo quoq; l & n pariter accepta sint incõmẽsurabile duplo superficiei k, cum itaq; sint e & f incõmensurabiles in potentia quẽadmodũ c & d, erit ex 35 linea b potẽs in duo medialia. Quãtum autẽ ad secundũ sõlitæ argumẽtationis modum erit per 59 d e binomium sextum, ideoq; etiam per 60 linea e g erit binomium sextum, quare per 53 latus tetragonicum superficiei f g quod est b, erit potens in duo medialia: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 52.* *Propositio 70.*

70 Bina potenti media commensurabilis, bina potens est media.

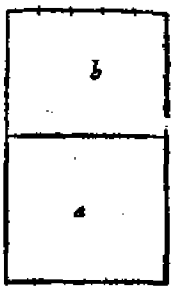
THEON ex Zãb. *Esto bina potens media α β, & ipsi α β cõmensurabilis esto γ δ. Ostendendũ quod & γ δ, bina potẽs est media. Quoniã enim bina potẽs est media α β, distribuatur (per 47 decimi) in rectas lineas in ε, igitur α ε, ε β (per 41 decimi) potentia sunt incõmensurabiles, efficientes conflatũ ex ipsarũ quadratis mediũ, & quod sub ipsis mediũ, & incommensurabile est conflatũ ex ipsarum α ε, ε β, quadratis ei quod sub α ε, ε β. Construatur eadẽ quæ in præcedentibus. Similiter iã demõstrabimus quòd et ipsæ γ ζ, ζ δ, potẽtia sunt incõmẽsurabiles, & cõpositũ ex ijs quæ ex α ε, ε β, cõposito ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, cõmensurabile est: quod autẽ sub α ε, ε β, ei quod sub γ ζ, ζ δ, quare & conflatũ ex ipsarũ γ ζ, ζ δ, quadratis mediũ est, & quod sub ipsis γ ζ, ζ δ, mediũ & insuper incommensurabile est conflatũ ex ipsarum*



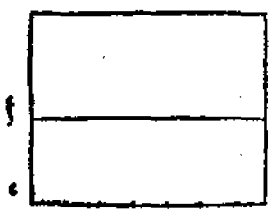
γ ζ, ζ Δ, quadratis ei quod ſub γ ζ, ζ Δ. Ipſa igitur γ Δ, bina potens eſt media: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 65.

65 SI duę ſuperficies quarũ altera rationalis, altera uerò medialis cõiũgatur, linea potẽs totã ſuperficiẽ inde cõpoſitã aliq; erit quatuor irratiõaliũ linearũ, uidelicet aut binomiũ, aut bimediale primũ, aut linea maior, aut potẽs in ratiõale & mediale.



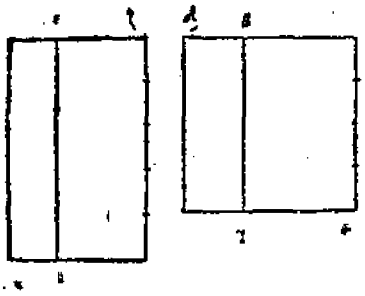
CAMPANVS. Vt ſi a ſit rationalis ſuperficies, & b medialis, erit linea potẽs in totã a b, aliqua præmiſſarũ quatuor. Sit enim linea c d rationalis, cui adiungatur c e æqualis a, & f g æqualis b, eritq; ex 16 linea d e rationalis in lõgitudine, cõmunicãs lineę c d rationali poſitæ. ex 20 linea e g rationalis in potẽtia tantum, & ex 30 linea d g binomiũ, cuius cũ altera binomialiũ portionũ quę eſt d e, ſit rationalis in longitudine cõmunicans lineę rationali poſitæ quæ eſt c d, ipſum erit ex diffinitione ſpecierum binomij aut binomium primum, aut ſecundũ, aut quartum, aut quintũ: tertiũ autẽ aut ſextum non erit ex diffinitione, itaq; ex 44, 49, 51, & 52, linea potẽs in totã c g quæ eſt æqualis duabus ſimul a & b, erit aut binomiũ, aut bimediale primũ, aut linea maior, aut potẽs in rationale aut mediale, quod eſt propoſitum. Bimediale uerò ſecundũ, aut potẽs in duo medialia nõ erit, quoniã ſi eſſet bimediale ſecundũ, eſſet ex 56 linea d g binomiũ tertiũ, quod ſi eſſet potẽs in duo medialia, eſſet ex 59 linea d g binomium ſextum, ſed neutrum erat: unde patet noſtra intentio.



Euclid. ex Zamb. Theorema 53. Propoſitio 71.

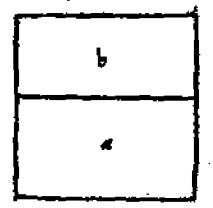
71 Rationali ac medio cõpoſitis, q̃tuor fiũt irrationales, quę ex binis nominib. quę ex binis prima mediis, maior ac rationale mediũq; potẽs.

THEON ex Zamb. *Sit rationale α β, mediũ autem γ Δ. Dico quòd ipſam α Δ areolam potens, aut ex binis nominibus eſt, aut ex duobus prima mediis, aut maior, aut rationale mediumq; potẽs. Ipſa etenim α β, ipſa γ Δ aut maior aut minor eſt. Eſto prius maior, exponaturq; rationalis ε ζ, cõpareturq; (per 44 primi) ad ipſam ε ζ ipſi α ζ æqua areola ε η, latitudinẽ efficiẽs ε ζ. Ipſi autẽ Δ γ æquũ ad ε ζ, hoc eſt θ η, cõparetur θ ι latitudinẽ efficiẽs θ η. Et quoniã rationale eſt α β, et æquale eſt ipſi ε η, ratiõale igitur eſt ε η. Et ad ipſam rationalẽ ε ζ cõparatur, latitudinẽ efficiẽs ε θ, rationalis igitur eſt ε θ, & cõmenſurabilis eſt ipſi ε ζ longitudine. Rurſus quoniã mediũ eſt γ Δ, et æquũ eſt ipſi θ ι, mediũ igitur eſt et θ ι. Et ad rationalẽ ε ζ cõparatur, hoc eſt ad ipſam θ η, latitudinẽ efficiens θ η, rationalis igitur eſt θ η, et ipſi ε ζ lõgitudine incommenſurabilis. Et quoniã mediũ eſt γ Δ, rationale autẽ α β, incõmenſurabile igitur eſt α β ipſi γ Δ, quare & ε η incõmenſurabile eſt ipſi θ ι. Sicut aũt ε η ad θ ι ſic (per 1 ſexti) eſt ε θ ad θ η. Incõmenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) & ε θ, ipſi θ η longitudine. Et ambæ ſunt rationales, ipſæ igitur ε θ, θ η, rationales ſunt, potẽtia tãtũ cõmenſurabiles, ex binis igitur nominib. eſt ε η, diuiſa in θ. Et quoniã maius eſt α β ipſo γ Δ, æquũ aũt eſt α β ipſi ε η, et γ Δ ipſi θ ι, maius igitur eſt ε η ipſo θ ι, et ε θ, igitur maior eſt ipſa θ η. Igitur ε θ, ipſa θ η maius poteſt, aut eo quod ex ſibi lõgitudine cõmẽſurabili, aut eo qd' fit ex ſibi cõmẽſurabili. Poſſit prius maius eo qd' fit ex ſibi cõmẽſurabili. Eſtq; maior ε θ cõmẽſurabilis expoſitæ rationali ε ζ. Ipſa igitur ε η (per ſecũdas diffinitiones) ex binis nominib. eſt prima. Rationalis aũt eſt ε ζ. Si areola uerò cõprehẽdatur ſub rationali & ex binis nominib. prima, quæ areolam poteſt, eò binis nominib. (p 54 decimi) Igitur quæ ipſum ε ι poteſt, ex binis nominibus eſt. Quare et ipſum α Δ potẽs, ex binis nominibus eſt. Poſſit uerò ε θ ipſa θ η, maius eo quod ex ſibi incõmenſurabile, eſtq; maior ε θ, cõmẽſurabilis ipſi ε ζ expoſitæ rationali lõgitudine. Ipſa igitur ε η, ex binis nominib. eſt quarta. Rationalis aũt eſt ε ζ. Si uerò areola cõprehẽdatur ſub rationali ac ex binis quarta nominibus, quæ areolã poteſt, irrationalis eſt appellata maior (per 57 decimi) Igitur quæ ipſam ε ι poteſt areolã, maior eſt. Quare et ipſam α Δ potẽs maior eſt. Sed iã eſto minus α β ipſo γ Δ, et ε η igitur ipſa θ ι minus eſt, quare & ε θ, minor eſt ipſa θ η. At θ η ipſa ε θ maius poteſt, aut eo quod ex ſibi cõmẽſurabili, aut eo quod ex ſibi incõmẽſurabili. Poſſit prius maius eo quod ex ſibi cõmẽſurabili lõgitudine, et minor ε θ eſt, cõmẽſurabilis lõgitudine ipſi ε ζ expoſitæ rationali, ipſa igitur ε η, ex binis nominib. ſecũda. Rationalis aũt eſt ε ζ. Si uerò areola cõprehẽdatur ſub rationali et ex binis ſecũda nominib. quæ areolã poteſt, ex binis eſt prima (per 55 decimi) quæ igitur ipſam ε ι poteſt areolã, ex binis eſt prima mediis. Quare et quæ ipſam α Δ areolã poteſt, ex binis mediis eſt prima. Atq; θ η ipſa ε θ maius poſſit, eo quod ex ſibi incõmẽſurabili, et minor ε θ eſt, cõmẽſurabilis expo*

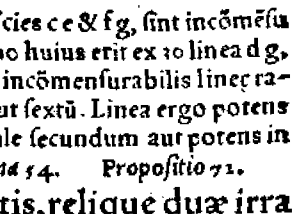


ſitæ ratio-

ſitæ rationali ε ſ. Ipſa igitur ε κ ex binis nominibus eſt quinta. Rationalis aũt eſt ε ſ. Si uerò areola cõprehẽ datur ſub rationali & ex binis nominibus quinta, quæ areolam poteſt rationale ac medium potens eſt (per 58 decimi.) Quæ igitur ipſam ε ε areolam poteſt, rationale ac medium poteſt, quare & ipſam α δ areolam potens, rationale ac medium poteſt. Rationali igitur ac medio compoſitis, quatuor irrationales fiunt quæ ex binis nominibus quæ ex binis prima medijs, maior, & rationale mediumq; potens: quod demonſtraſſe oportuit. Euclid. ex Camp. Propoſitio 66.

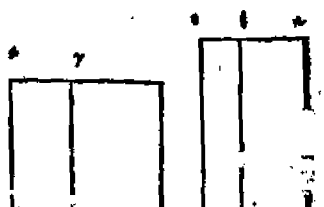


66 Vm cõiunctæ fuerint duæ ſuperficies mediales incõmẽſurabiles linea potẽs in totã ſupficiẽ alterutra erit duarũ irratiõaliũ linearũ, uidelicet aut bimediale ſecũdũ aut potẽs in duo medialia. CAMP. Vt ſi a & b ſint duę ſuperficies mediales incõmenſurabiles (ſi enim eſſent cõmenſurabiles, eſſet cõpoſita ex eis medialis ex 9 & 21, quare & linea potẽs in eã, medialis ex 19) dico q; linea potẽs incõpoſitã ex ambabus, erit aut bimediale ſecũdũ, aut potens in duo medialia. Sit quidẽ linea c d, rationalis, ſuperficies uero ſibi adiuncta c e ęqualis a, & ſuperficies f g æqualis b, erit q; ex 20 linea d e, ſimiliter q; linea e g, rationalis in potẽtia tantũ. Cũq; ſuperficies c e & f g, ſint incõmẽſurabiles ſicut a & b eis æquales, ideo q; lineę d e & e g ex prima ſexti & 10 huius erit ex 10 linea d g, binomiũ. Cuius cũ utraq; binomialiũ portionũ quæ ſunt d e & e g, ſit incõmenſurabilis lineę rationali poſitæ quæ eſt c d, ipſum erit ex diffinitione binomiũ tertiũ aut ſextũ. Linea ergo potens in totam c g æqualem compoſitę ex a & b, erit ex 50 & 53, aut bimediale ſecundum aut potens in duo medialia: quod eſt propoſitũ. Euclid. ex Zamb. Problema 54. Propoſitio 72.



72 Binis mediſs adinuicẽ incõmẽſurabilib. cõpoſitis, reliquę duæ irrationales fiũt, q̃ ex binis ſecũda mediſs, & quę bina potens eſt media.

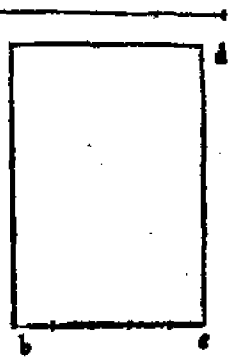
THEON ex Zãb. *Cõponãtur etenim bina media adinuicẽ incõmẽſurabilia α ß, γ Δ. Dico q; α Δ areolã, potẽs aut ex binis eſt ſecũda mediſs aut bina potẽs eſt media. Ipſũ nãq; α ß ipſo γ Δ aut maius eſt aut minus. Sit prius maius α ß ipſo γ Δ, exponaturq; ratiõalis ε ζ, et ipſi α β æquã ad ipſã ε ζ (per 45 primi) cõparetur ε η latitudinẽ efficiẽs ε θ, ipſi aũt γ Δ, æquũ θ ι, latitudinẽ efficiẽs θ η. Et quoniã utrũq; ipſorũ α ß, γ Δ, mediũ eſt, et utrũq; igitur ipſorũ ε η, θ ι, mediũ eſt. Et ad ipſã ε ζ ratiõalẽ cõparatur, latitudinẽ efficiẽs ipſas ε θ, ι η, utraq; igitur ipſarũ ε θ, θ η, ratiõalis eſt (per 22 decimi) et ipſi ε ζ lõgitudine incõmẽſurabilis. Et quoniã α ß ipſi γ Δ incõmẽſurabile eſt, et æquũ eſt α ß quidẽ ipſi ε η, et γ Δ ipſi θ ι, incõmẽſurabile igitur eſt, et ε η ipſi θ ι. Sicut aũt (per 1 ſexti) ε η ad θ ι, ſic eſt ε η ad θ η, incõmẽſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) ε θ ipſi θ η lõgitudine. Ipſæ igitur ε θ, θ η, ratiõales ſũt potẽtia tãtũ cõmẽſurabiles. Ipſa igitur ε η, ex binis nominib. eſt. Ipſa aũt ε θ ipſa θ η aut maius poteſt eo qd ex ſibi cõmenſurabili, aut eo quod ex ſibi incõmenſurabili. Poßit prius maius eo quod ex ſibi incõmenſurabili lõgitudine, et neutra ipſarũ ε θ, θ η, cõmenſurabilis eſt lõgitudine ipſi ε ζ expoſitæ ratiõali. Ipſa igitur ε η (per 50 decimi) ex binis eſt tertia nominib. Rationalis aũt eſt ε ζ. Si uerò areola cõprehẽdatur ſub ratiõali et ex binis nominib. tertia, q̃ areolã poteſt, ex binis eſt ſecũda mediſs (p 56 decimi) Quæ areolã igitur ε ι, hoc eſt α Δ poteſt, ex binis eſt ſecũda mediſs. Sed iã ε θ ipſa θ η, maius poßit eo qd ex ſibi lõgitudine incõmẽſurabili. Et quoniã incõmẽſurabilis eſt utraq; ipſarũ ε θ, θ η, ipſi ε ζ lõgitudine, ipſa igitur ε η ex binis eſt ſexta noĩb. (p 53 decimi.) Si uero ſub ratiõali et ex binis ſexta noĩb. areola cõprehẽdatur, q̃ areolã poteſt, bina potẽs eſt media (p 59 decimi) Quare et q̃ α Δ poteſt areolã, bina potẽs eſt media. Similiter iã oſtẽdemus, quod et ſi minor fuerit α ß ipſa γ Δ, quæ ipſam α Δ areolã poteſt aut ex binis eſt ſecũda mediſs, aut bina potẽs eſt media. Binis igitur mediſs inuicẽ cõmẽſurabilib. cõpoſitis, reliquæ irrationales fiũt ex binis ſecũda mediſs et quæ bina potẽs eſt media: qd erat oſtẽdẽdũ. Euclid. ex Cãp. Prop. 67.*



67 Vm poſita fuerit linea binomialis cæteræq; irrationales ſequẽtes eam, nõ erit earum aliqua ſub termino alterius.

CAMP. Vult quod ſi linea aliqua ut a fuerit aliqua ex ſex præhabitis lineis irrationalibus quę ſunt binomiũ & eius quinq; comites, ipſa nõ erit aliqua aliarum. Si enim quadrato eius æqualis ſuperficies adiũgatur ad lineã rationalẽ b c, quæ ſit b d, ſi quidẽ a fuerit binomiũ, erit ex 54 linea c d binomiũ 1. Quæ ſi fuerit bimediale 1, erit c d ex 55 binomiũ ſecũdũ. Si aũt bimediale ſecũdũ, erit c d ex 56 binomiũ tertiũ. Et ſi linea maior, erit c d ex 57 binomiũ quartum. At ſi potẽs in rationale & mediale, aut ſi potens in duo medialia, erit

ex 58 c d binomium quintum, aut ex 59 binomium ſextum. Et quia impoſsibile eſt c d eſſe ſimul ſub diuerſis ſpeciebus binomiorum a diffinitione, eſt impoſsibile a eſſe ſimul ſub diuerſis ſpeciebus ſex præhabitarum linearum irrationaliũ. De linea autem mediali conſtat quòd ipſa quoq; non ſit aliqua ſex ſequẽtium, uidelicet neq; binomium, neq; aliqua ex ipſius comitibus. Cum enim ſuperficies æqualis quadrato lineæ medialis adiungitur ad lineam rationalem, latus eius ſecundum eſt rationale in potentia ex 20. Cum autem ſuperficies æqualis quadrato binomij, aut alicuius ſuarum comitũ, latus eius ſecundum, eſt binomium, aut primum, aut ſecundum, & ſic de cæteris per 54 quinq; eam ſequentes. Quare ipſum eſt irrationale & in longitudine & in potentia per 30. Cum igitur ſit impoſsibile eandem lineam eſſe rationalem in potentia, & irrationalem tam in longitudine quàm in potentia, nimirum impoſsibile lineam medialem eſſe binomialem, aut aliquam ex quinq; ſuis comitibus.



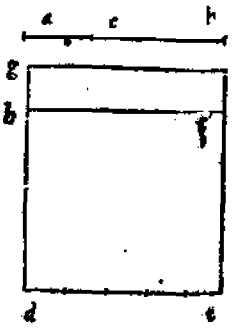
THEON.

Quæ ex binis nominibus, & poſt ipſam irrationales, neq; mediæ neq; inuicem ſunt eædem. Quod enim ex media ad rationalem comparatum, latitudinem efficit rationalem, & ei longitudine incommenſurabilẽ, ad quam comparatur (per 22 decimi.) Quod ex ea quæ ex binis nominibus ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus primam (per 60 decimi.) Quod ex ea uerò quæ ex binis primæ medijs ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus ſecundam (per 61 decimi.) Quod ex ea autem quæ ex binis ſecundæ medijs ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus tertiam (per 62 decimi.) Verùm quod ex minore ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus quartam (per 63 decimi.) Sed quod ex rationale ac medium potente ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus ſextam (per 65 decimi.) Quoniam prædictæ latitudines differunt & à prima & adinuicem, à prima quoniam rationalis eſt, adinuicem uerò quia in ordine non ſunt eædem, manifeſtum eſt, quòd & ipſæ irrationales adinuicem differunt.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 68.*

SI linea de linea abſcindatur, fuerintq; ambæ potentialiter tantum rationales communicantes, reliqua linea erit irrationalis, dicaturq; reſiduum. 68

CAMPANVS. Sit linea b c, abſciſſa ex a b, ſintq; ambæ rationales tantum potẽtia communicantes, quales docuit inuenire 17 & 18, & hæ ſunt quæ componunt binomium. Dico quòd a c reliqua eſt irrationalis, & ipſa uocatur reſiduum. Conſtat enim ex 7 ſecundi, quod quadrata duarum linearum a b & b c pariter accepta, quæ componunt ſuperficiem rationalem ex hypotheſi & diffinitione rationalis ſuperficiei & 9 huius, tantum ſunt quãtum duplum ſuperficiei a b & b c cum quadrato a c. Cumq; ex 19 ſuperficies a b in b c ſit medialis, ideoq; & duplum eius mediale per 21, & ideo irrationale per 19, ſequitur ut ambo quadrata duarum linearum a b & b c pariter accepta ſint incommenſurabile duplo ſuperficiei unius earum in alteram, quare per 9, & quadrato lineæ a c. Ex diffinitione igitur quadratum lineę a c eſt irrationale, cum ipſum ſit incommenſurabile rationali, uidelicet duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, itaq; etiam ex diffinitione linea a c eſt irrationalis, quod eſt propoſitum. Exemplariter in figura, eſto ſuperficies duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, eritq; rationalis, itemq; ſit ſuperficies d f æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram, eritq; ex 19 medialis, & erit ex 7 ſecundi ſuperficies f g æqualis quadrato lineæ a c. Cumq; ſuperficies e g ſit incommenſurabilis ſuperficiei d f, eadem erit ex 9 incommenſurabilis f g, quare f g irrationalis, & eius tetragonicum latus a c.

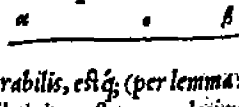


Incipiunt hexades per aphæreſin, hoc eſt per abſciſsionem.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 55.* *Propoſitio 73.*

Si rationali rationalis auferatur, potentia tantum commenſurabilis exiſtens toti, reliqua irrationalis eſt, uocatur autem apotome. 73

THEON ex Zamb. *A rationali nanq; α β, rationalis inferatur β γ, potentia tantum toti commenſurabilis exiſtens. Dico q; reliqua α γ irrationalis eſt, apotome appellata. Quoniam α δ ipſi β γ longitudine eſt incommenſurabilis, eſt q; (per lemma 11 decimi) ſicut α β ad β γ, ſic quod ex α β ad id quod ſub α δ, β γ, incommenſurabile igitur eſt (per 11 decimi)*



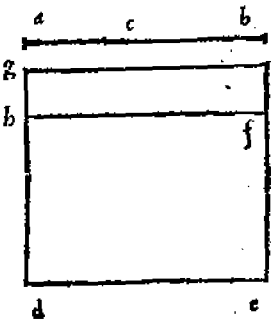
quod

quod ex α ß,ei quod ſub α β, β γ. Sed ei quidem quod ex α β, incommenſurabilia ſunt quæ ex α δ, β γ, quadrata,ei autem quod ſub α ß,β γ,commenſurabile eſt quod bis ſub α β,β γ. Quæ igitur ex α β,δ γ, incommẽ ſurabilia ſunt ei quod bis ſub α δ,β γ,& reliquo igitur quod ex α γ,incommenſurabilia ſunt ei quæ ex α β, α γ,quoniã (per 5 ſecũdi) et quæ ex α β,δ γ,æqua ſunt ei quod bis ſub α β,β γ,unà cum eo quod ex γ α. Rationalia autẽ ſunt ea quæ ex α δ,δ γ,quadrata,irrationalis igitur eſt lineæ α γ, uocatur autẽ ipſa apotome.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 69.*

69 SI fuerit linea de linea abſciſſa, fuerintq; ambæ mediales potentialiter tantum cõmunicantes,ſuperficiemq; rationalem continentes,reliqua linea erit irrationalis,dicetur que reſiduum mediale primum.

CAMPANVS. Sit linea b c,abſciſſa ex linea a b,ſintq; ambæ quales proponitur,quas ex 24 & 25 reperies,& hę ſunt quę coniungunt bimediale primum. Dico q; reliqua linea a c erit irrationalis,& ipſa dicitur reſiduũ mediale primũ.Erũt etiã ambo earũ quadrata pariter accepta,mediale, duplum uerò ſuperficiei unius in alterã rationale,itaq; ambo quadrata pariter accepta,incommenſurabile ſunt duplo ſuperficiei unius in alterã. Quia itaq; ambo quadrata pariter accepta cõponuntur ex duplo ſuperficiei unius in alterã & quadrato lineæ a c,ſequitur per 9 ut quadratũ lineæ a c, ſit incõmenſurabile duplo ſuperficiei unius in alterã, quare tã ipſum quadratũ q̃ latus eius a c,eſt irrationale per diffinitionẽ,cõſtat ergo propoſitũ. Quod(quẽadmodũ in præmiſſo) ſi libet potes declarare exemplariter in figura. Aliter idẽ ſic. Sit linea d e rationalis in longitudine,cui adiũgatur ſuperficies d f æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram,& ſuperficies g e,æqualis ambobus quadratis pariter acceptis,eritq; per 7 ſecũdi ſuperficies f g,æqualis quadrato lineę a c.Cũ itaq; per hypotheſin ſit ſuperficies e g,medialis erit per 20 linea d g rationalis in potẽtia tantũ.Cũ uerò ſit ſuperficies e h rationalis per hypotheſin ,erit ex 16 linea d h rationalis in longitudine.



Itaq; per 68,linea g h eſt reſiduũ,& irrationalis:ideoq; per 16 à deſtructione cõſequentis ſuperficies f g eſt irrationalis,& eius latus tetragonicũ quod eſt a c,eſt irrationale. Et ſic patet ,ppoſitũ.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 56.* *Propoſitio 74.*

74 Si à media auferatur media potentia tantum toti ſubſiſtens commenſurabilis,cum tota uerò rationale comprehendens,reliqua irrationalis eſt,uocetur uerò mediæ apotome prima.

THEON ex Zamb. *A' media nanq; α δ,media auferatur β γ potentia tantum commenſurabilis ſubſiſtens toti α β,& cum ipſa α β rationale comprehendens quod ſub α β, β γ. Dico quòd reliqua α γ irrationalis eſt,appellaturq; mediæ apotome prima. Quoniam enim α β, β γ mediæ ſunt, media quoq; ſunt quæ ex α β, β γ. Rationale autem quod bis ſub α β, β γ, incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex α δ, β γ, ei quod bis ſub α β, β γ: & reliquo igitur ei quod ex α γ (per 16 decimi) incõmẽſurabile eſt quod bis ſub α β, β γ, quoniam & ſi tota uni earum incommenſurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incommenſurabiles erũt (per 16 decimi.) Rationale autem eſt quod bis ſub α β, β γ, irrationale igitur quod ex α γ. Irrationalis igitur eſt α γ, uocatur ſanè mediæ apotome prima: quod fuerat oſtendendum.*

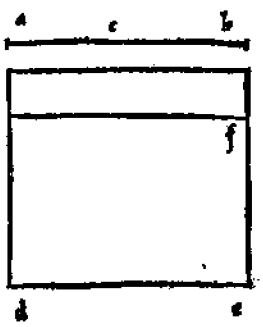
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 70.*

70 SI linea de linea ſecetur, fuerintq; ambæ mediales potẽtialiter tantum cõmunicantes, cõtinẽtesq; mediale, reliqua linea erit irrationalis, dicetur q; reſiduum mediale ſecundum.

CAMP. Sit hic quoq; linea b c,abſciſſa ex linea a b,utraq; autem a b & b c,ſint ut ponitur,& ipſæ per 26 reperiuntur,& ſunt quæ componunt bimediale ſecundũ. Dico q; linea reliqua quæ eſt a c,eſt irrationalis, & ipſa dicitur reſiduũ mediale ſecundum. Sunt enim ex hypotheſi & 21 ambo quadrata duarum linearum a b & b c pariter accepta mediale,ſimiliter quoq; duplum ſuperficiei unius in alteram,eſt mediale. Cum itaq; ex 22 mediale non differat à mediali niſi irrationali, erit quadratum lineæ a c in quo per 7 ſecundi duo quadrata a b & b c pariter accepta excedunt duplum ſuperficiei unius in alteram irrationale,quare & linea a c irrationalis.Figurali quoq; exẽplo patefieri poteſt iſtud ut prius. Si enim ſit e g æqualis ambobus quadratis a b & b c, ſimiliter & d f duplo ſuperficiei unius in alteram, erit f g, per 7 ſecundi æqualis quadrato a c, quæ cum ſit differentia ſuperficiei unius medialis e g ad ſuperficiem medialem d f, ipſa eſt irrationalis, per 22, & eius tetragonicum latus a c irrationale.

IDEM

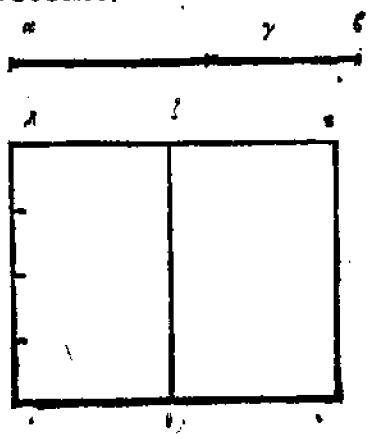
IDEM aliter. Sit linea d e rationalis, cui adiungatur superficies d f æqualis duplo superficiei unius in alteram, & e g æqualis ambobus quadratis pariter acceptis, erit per 7 secundi f g, æqualis quadrato a c. Quia uerò e g est medialis, erit ex 20 linea d g in potentia tantum rationalis. Similiter quoq; cum e h sit medialis, erit ex eadem, linea d h rationalis similiter in potentia tantum. Et quoniam a b & b c sunt incommensurabiles in longitudine, ideoq; quadratum utriusq; earũ superficiei unius in alteram, & propter hoc ambo quadrata pariter accepta (cum ipsa ex hypothesi communicent) sunt quoq; incommẽ surabilia duplo superficiei unius in alteram, sequitur ut e g, sit incommensurabilis h c, quapropter linea d g, lineæ d h, igitur ex 68, linea g h est residuum, & irrationalis: ideoq; per 16 à destructione consequentis superficies f g irrationalis, & eius latus tetragonicum a c irrationale.



Euclid. ex Zamb. Problema 57. Propositio 75.

Si à media media auferatur potentia tantum toti commensurabi- 75
lis subsistens, & cum tota medium comprehendens, reliqua irrationalis est, uocetur autem mediæ secunda apotome.

THEON ex Zamb. A media nanq; α β, media auferatur γ β potentia tantum toti α δ commensurabilis subsistens, unaq; cum ipsa tota α β mediũ cõprehendens quod sub α δ, δ γ. Dico quòd reliqua α γ irrationalis est, appellatur autẽ mediæ secunda apotome. Exponatur enim rationalis ζ ι. Et ipsis quidẽ quæ ex α β, β γ, æquũ ad ζ ι cõparetur (per 44 primi) ζ ε, latitudinẽ efficiens ζ η, ei uero quod bis sub α β, β γ, æquũ ad ipsam ζ ι cõparetur (per 44 primi) ζ θ, latitudinẽ efficiens ζ ξ. Reliquũ igitur ξ ε, æquum est ei quod ex α γ. Et quoniã ea quæ ex α β, β γ, media sunt, mediũ igitur est & ξ ε, & ad ipsam rationalẽ ζ ι, cõparatur, latitudinẽ efficiens ζ η: rationalis igitur est (per 22 decimi) ζ η, & ipsi ζ ι longitudine incõmensurabilis. Rursus quoniã quod sub α β, β γ, mediũ est, & quod bis igitur sub α β, δ γ, mediũ est, & est æquale ipsi ζ θ, & ζ θ igitur mediũ est, & ad ipsam ζ ι rationalẽ cõparatum est, latitudinẽ efficiens ζ ξ, rationalis igitur est ζ ξ, & ipsi ζ ι longitudine incõmensurabilis. Et quoniam α β, β γ, potentia tantum sunt cõmensurabiles, incommensurabilis est igitur α β ipsi β γ longitudine. Incõmensurabile igitur (per lemma 21 decimi & 11 decimi) & quod ex α β quadratũ, ei quod sub α β, β γ. Sed ei quidẽ quod ex α β, cõmensurabilia sunt quæ ex α β, β γ, ei autem quod sub α β, β γ, cõmensurabile est quod bis sub α β, δ γ. Incõmensurabilia igitur sunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ. Sed eis quidẽ quæ ex α β, δ γ, æquũ est ζ ε, ei autẽ quod bis sub α β, β γ, æquum est ζ θ. Incommensurabile igitur est ζ ι, ipsi ζ θ. Sicut autem ζ ε ad ζ θ, sic α ζ ad ζ ξ. Incommensurabilis igitur est α ζ, ipsi ζ ξ longitudine. Et utræq; rationales. Ipsæ igitur α ζ, ζ ξ (per 11 decimi) rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles. Ipsa igitur ξ α, apotome est. Rationalis autẽ ζ ι. Quod autem sub rationali & irrationali comprehensum, irrationale est (per lemma 20 decimi) & quæ illud potest irrationalis est. Ipsum autem ξ ε, potest ipsa α γ, ipsa igitur α γ irrationalis est, appellatur autẽ mediæ secunda apotome. Euclid. ex Camp. Propositio 72.



SI linea de linea detrahat, fuerintq; ambę potẽtialiter incõmen- 77
surabiles, cõtinẽtesq; mediale, quadrataq; earũ ambo pariter accepta rationale, reliq̃ linea erit irrõnalis, uocabiturq; minor.

CAMPANVS. Si sint a b & b c quales proponitur, quæ per 27 reperiuntur & componunt lineam maiorem, erit linea a c irrationalis, & ipsa est quę dicitur linea minor. Quod qui præmissa firmiter tenuerit, positionesq; diligenter attenderit, duplici, modo ut antecedentes facile probabit.

a c b

Euclid. ex Zamb. Problema 62. Propositio 76.

Si à recta linea recta linea auferatur potẽtia toti subsistens incõmen- 76
surabilis, cũ tota uerò efficiens quod ab eis simul rationale, quod uerò sub ipsis medium, reliqua irrationalis est, appellaturq; minor.

THEON ex Zamb. A recta nanq; linea α β, auferatur recta linea δ γ, potentia toti subsistens incommensurabilis, efficiens cum tota quidem α β compositum ex ijs quæ ex α δ, δ γ, simul rationale: quod uero

uero bis ſub ipſis α ϛ, ϛ γ, ſimul medium. Dico quòd reliqua α γ irratio- α γ ϛ
nalis eſt, appellata minor. Quoniam nanq; compoſitum quidem ex ijs
quæ ex α ϛ, ϛ γ, quadratis rationale eſt, quod uerò ſub ipſis α ϛ, ϛ γ, medium: incommenſurabilia igitur ſunt
quæ ex α β, β γ, ei quod bis ſub α ϛ, β γ. Et conuertendo igitur (per correlarium 19 quinti) incommenſura-
bilia ſunt quæ ex α ϛ, β γ, ei quod ex α γ. Rationale autem eſt, conflatum ex ijs quæ ex α ϛ, β γ, irrationale igi
tur quod ex α γ, ipſa igitur α γ irrationalis eſt, appellatur autem minor.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 72.

72 SI linea de linea dematur, fuerintq; ambæ potentialiter incommenſurabiles, ſuperficiemq; rationalẽ continen tes, quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale, linea reliqua erit irrationalis, dicenturq; iuncta cum ra tionali componens totum mediale.

CAMPANVS. Et hoc quoq; neſcire non poteſt qui priora noue a b c
rit, niſi à memoria exciderint: quin poſitis lineis a b & b c (quales
proponitur, quę & per 28 reperiuntur, & lineam potentem in rationale & mediale componunt)
ſit a c reliqua irrationalis, & ipſa dicitur quæ iuncta cum rationali componit totum mediale.

Euclid. ex Zamb. Theorema 59. Propoſitio 77.

77 Si à recta linea recta linea auferatur potentia toti ſubſiſtens incõ menſurabilis, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipſarũ quadratis medium, quod uerò bis ſub ipſis rationale, reliqua irrationalis eſt, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens.

THEON ex Zamb. A recta enim linea α β, recta linea auferatur β γ, α γ β
toti α ϛ potentia ſubſiſtens incommenſurabilis, efficiens conflatum quidem
ex ipſarum α β, β γ, quadratis medium, quod uerò bis ſub ipſis rationale. Dico quòd reliqua α γ irrationa-
lis eſt, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens. Quoniam enim conflatum ex ipſarum α β, ϛ γ,
quadratis medium eſt, quod uerò bis ſub ipſis α β, β γ rationale, incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex α β,
β γ, quadrata ei quod bis ſub α β, β γ, & reliquum igitur quod ex α γ, incommenſurabile eſt quod bis ſub α
β, β γ. Quod uerò bis ſub α ϛ, β γ, rationale eſt, quod igitur ex α γ, irrationale eſt. Irrationalis igitur eſt ipſa
α γ, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 73.

73 SI linea à linea detrahatur, fuerintq; ambæ potẽtialiter incõmenſurabiles, ſuperficiemq; medialẽ continentes, quadrataq; earũ ambo pariter accepta mediale duplo ſuperficiei alterius in alterũ incõmenſurabile, reliqua linea erit irrationalis, dicenturq; iuncta cum mediali faciens totũ mediale.

CAMP. Sint etiam hîc a b & b c quales proponitur, quæ per 29 reperiun a c b
tur, & ipſæ ſunt quæ componunt lineam potentem in duo medialia. erit q; a c reliqua irrationa-
lis dicta, quæ iuncta cum mediali componit totum mediale. Quod ut facile (ſicut præmiſſa) du-
plici argumentatione concludes, proceſſum 70 moneo diligenter attendas.

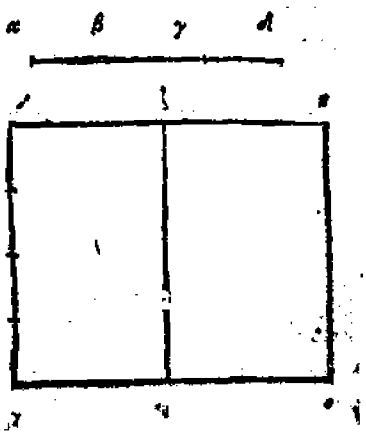
Euclid. ex Zamb. Theorema 60. Propoſitio 78.

78 Si à recta linea recta linea ſublata fuerit potẽtia toti ſubſiſtens incommenſurabilis, & cum tota efficiens conflatum ex ipſarum quadratis medium, quod uerò bis ſub ipſis medium, inſuper ipſarũ quæ drata incommenſurabilia ei quod bis ſub ipſis, reliqua irrationalis eſt, appellatur autem cum medio medium totum efficiens.

THEON ex Zamb. A recta nanq; linea α β, recta linea auferatur β γ potẽtia α γ β
incõmenſurabilis ſubſiſtens toti efficiẽs compoſitum ex ipſarum α β, β γ, quadratis
medium, quod uerò ſuo ipſis α β, β γ medium, inſuper ipſarũ α β, β γ, quadrata incommenſurabilia ei quod
bis ſub α ϛ, ϛ γ. Dico quòd reliqua α γ irrationalis eſt, uocatur autem cum medio medium totum efficiens.

Exponatur

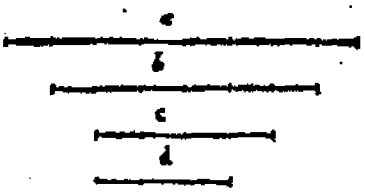
ponatur rationalis Δ ε, & eis quidem quæ ex α β, β γ, æquum ad ipsam Δ ε comparetur (per 44 primi) Δ ε, latitudinem efficiens Δ ν, ei autem quod bis sub α β, β γ, æquum auferatur Δ θ, latitudinem efficiens Δ ξ, reliquũ igitur ξ ε, æquũ est ei quòd ex α γ, quare α γ potest ipsum ξ ε. Et quoniam compositũ ex ipsarum α β, β γ, quadratus mediũ est, & ipsi Δ ε est æquale, ipsum igitur Δ ε medium est. Et ad ipsam Δ ε rationalem comparatur, latitudinem efficiens Δ ν, rationalis igitur est (per 21 decimi) Δ ν, & ipsi Δ ε longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam quod bis sub α β, β γ, medium est & ipsi Δ θ æquale, igitur Δ θ medium est. Et ad ipsam Δ ε rationalem comparatur, latitudinem efficiẽs Δ ξ, rationalis igitur est Δ ξ, & ipsi Δ ε longitudine incommensurabilis. Et quoniam incommensurabilia sunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ, incommensurabile igitur est & Δ ε ipsi Δ θ. Sicut autem (per primam sexti) Δ ε ad Δ θ, sic est & Δ ν ad Δ ξ. Incommensurabilis igitur est ν Δ ipsi Δ ξ, & utræq; sunt rationales. Ipsæ igitur ν Δ, Δ ξ rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est ξ ν, rationalis autem est ξ θ. Quod uerò sub rationali & apotome comprehensum rectangulum, irrationale est & illud potens irrationalis est (per 73 decimi) ipsum autem ξ ε, potest ipsa γ α. Igitur ipsa γ α irrationalis est, appellatur sanè cum medio medium totum efficiens: quod erat ostendendum.



CAMPANVS. Est autem prœmittendum hic antecedens necessarium ad demonstrationes sequentium.

Si fuerint quatuor quantitates, quarum differentia primæ ad secundam, sit sicut tertiæ ad quartam, erit permutatim differentia primæ ad tertiam, sicut secundæ ad quartam.

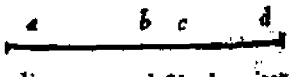
Intelligendum est hoc de quantitatibus eodem modo relatis, ut cum prima maior fuerit secunda, sit quoq; tertia maior quarta, cũ uerò minor, & minor. Exempli gratia sit differẽtia a ad b, sicut c ad d, dico quòd erit a ad c, sic b ad d: est enim (per hanc communem animi conceptionem differentia extremorum, composita est ex differentijs ipsorum ad media) differẽtia a ad c, composita est ex ea quę est a ad b, & ea quæ est b ad c. At ea quæ est b ad d, per eandem conceptionem componitur ex ea quæ est b ad c, & ea quę est c ad d. Et quia ex hypothesi differentia a ad b, sicut c ad d, ea uerò quæ est b ad c est cõmunis, sequitur per communem scientiam ut sit a ad c, sicut b ad d: quod est propositum.



Euclid. ex Camp. *Propositio 74.*

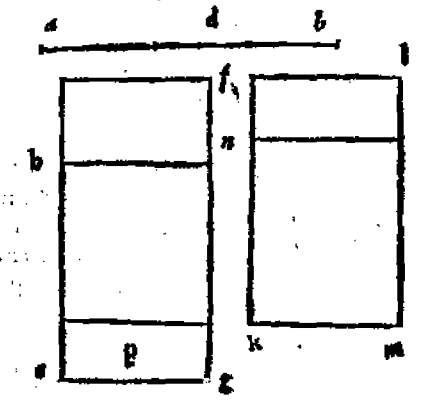
NVlla linea nisi una tantũ residuo coniungi potest, ut sint ambæ sub termino earũ quæ erant ante separationem. 74

CAMPANVS. Sit linea a c residuum, quæ fuerit reliqua abscissa b c ex a b, eruntq; a b & b c, rationales tantum potentia communicantes ex 68. Dico quòd ipsa a c, nulli alij lineæ quàm b c poterit componi sub hac diffinitione, neq; maiori b c, neque minori b c. Si autem potest, componatur cum c d, indifferenter maiori aut minori quàm b c, eruntq; ob hoc ambæ lineæ a d & d c, rationales in potẽtia tantum communicantes. Quare ergo ex 7 secundi quadrata ambarum linearum a b & b c pariter accepta excedunt duplũ superficiei unius earum in alteram in quadrato a c, similiter quoq; quadrata duarum linearum a d & d c pariter accepta, excedunt duplum superficiei unius ipsarum in alteram in quadrato eiusdem a c, sequitur ex præmisso antecedente, ut differẽtia duorum quadratorum duarum linearum a b & b c pariter acceptorum ad duo quadrata duarum linearum a d & c d pariter accepta, sit sicut differentia dupli superficiei a b in b c ad duplum superficiei a d in d c. Cum autẽ sint duo quadrata utriusq; sectionis pariter accepta rationale ex hypothesi, duplum uerò superficiei unius in alteram portionum utriusq; sectionis mediale per hypothesin, & 19, erit una & eadem differentia duarum superficierum rationalium & duarum medialium, hoc autẽ est impossibile, rationales enim superficies non differunt nisi in rationali superficie, ut patet per diffinitionem rationalis superficiei & per 9, medialis autẽ, non differt a mediali nisi irrationali superficie



per

per 22. Hoc autem fit manifestum in figura, sic. Sit enim superficies e f, adiuncta, ad lineam e g, æqualis ambobus quadratis duarum superficierum a b & b c pariter acceptis, at g h sit æqualis duplo superficiei unius in alterã. Eritq; f h, æqualis quadrato lineæ a c ex 7 secundi. Similiter quoq; fit k l, adiuncta ad lineam k m, æqualis duobus quadratis duarum linearum a d & d c pariter acceptis, & m n, fit æqualis duplo superficiei unius in alteram, eritq; ex 7 secundi n l æqualis quadrato lineæ a c, ideoq; etiam æqualis h f. Est itaq; differentia e f ad g h, sicut k l ad m n. Quare per antecedens præmissum, erit permutatim differentia e f ad k l (& ipsa sit p) sicut g h ad m n. Et quia utraq; duarum superficierum e f & k l est rationalis, utraq; uerò duarum superficierum g h & m n medialis, sequitur impossibile, uidelicet, superficiem p esse rationalem & irrationalem.



Euclid. ex Zamb. Theorema 61. Propositio 79.

79 Apotome una tantum congruit recta linea rationalis, potẽtia tantum toti subsistens commensurabilis.

THEON *ex Zamb. Sit apotome* α β, *congruens autẽ ei sit* β γ, *ipsæ igitur* α γ, γ β, *potentia tantum sunt commensurabiles. Dico quòd ipsi* α β, *altera non congruit rationalis potentia tantũ subsistens toti commensurabilis. Si enim possibile, congruat, sitq;* β Δ. *Ipsæ igitur* α Δ, Δ β, *potentia tantum sunt cõmensurabiles. Et quoniã (per 7 secundi) quo excedunt ea quæ ex* α Δ, Δ ε, *id quod bis sub* α Δ, Δ β, *hoc excedunt & quæ ex* α γ, γ β, *id quod bis sub* α γ, γ ζ, (eodẽ nanq; id est quod ex α β, utraq; excedunt) *uicißim igitur (per 16 quinti) quo excedunt quæ ex* α Δ, Δ β, *ea quæ ex* α γ, γ β *eo excedit, & id quod bis sub* α Δ, Δ β, *id quod bis sub* α γ, γ β. *Sed quæ ex* α β, β Δ, *ea quæ ex* α γ, γ β, *excedunt rationali, utraq; nãq; rationalia sunt, & quod bis igitur sub* α Δ, Δ ζ, *id quod bis sub* α γ, γ β, *rationali excedit, quod est impossibile. Vtraque nanque media sunt, & (per 22 decimi) medium non excedit rationali. Ipsi igitur* α ζ, *altera non congruit rationalis potẽtia tantũ cõmensurabilis existẽs toti. Vna igitur tantũ ipsi apotomæ cõgruit, rationalis potẽtia tantũ toti subsistens cõmensurabilis: quod erat ostẽdendum.*

Euclid. ex Camp. Propositio 75.

71 NVlla linna nisi una tantum residuo mediali primo coniungi potest, ut sint ambæ sub termino earum quæ erãt ante separationem.

CAMPANVS. Hæc quoq; probabis simili modo. Sint enim in utraq; sectione ambo quadrata pariter accepta, mediale duplum uerò superficiei unius in alteram rationale. Et quia ut prius eadem differentia quadratorum unius sectionis ad quadrata alterius, quę est dupli superficiei unius ad duplum superficiei alterius, erit una & eadem superficies differentia duarum medialium & duarum rationalium: quod est impossibile.

Euclid. ex Zamb. Theorema 62. Propositio 80.

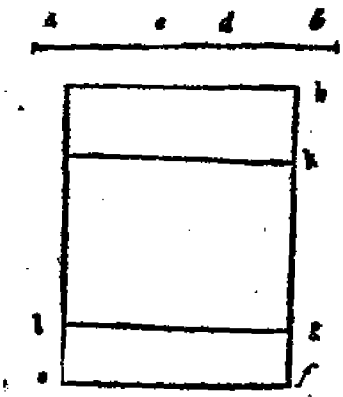
80 Mediæ apotomæ primæ una tantum congruit recta linea media, potentia tantum toti subsistens commensurabilis, & cum tota irrationale comprehendens.

THEON *ex Zãb. Esto nãq; media apotome prima* α β, *& ipsi* α β, *cõgruat* γ δ, *ipsæ igitur* α γ, γ β, *mediæ sunt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles, rationale cõprehẽdentes duo quod sub* α γ, γ β. *Dico quòd ipsi* α β, *altera nõ congruit media, toti potẽtia tantũ subsistẽs cõmensurabilis, & cũ tota rationale cõprehendens. Si enim possibile, cõgruat & Δ β, ipsæ igitur* α Δ, Δ β, *mediæ sunt potẽtia tantũ, cõmensurabiles, rationale cõprehendentes, quod sub* α Δ, Δ β. *Et quoniã (per 7 secundi) quo excedunt ea quæ ex* α Δ, Δ β, *id quod bis sub* α Δ, Δ β, *hoc excedunt & quæ ex* α γ, γ δ, *id quod bis sub* α γ, γ δ, (eodẽ etenim rursus excedunt, *id est quod ex* α β) *uicißim igitur (per 16 quinti) quo excedunt quæ ex* α Δ, Δ β, *ea quæ ex* α γ, γ β, *eo excedit & id quod bis sub* α Δ, Δ β, *id quod bis sub* α γ, γ β. *At quod bis sub* α Δ, Δ β, *id quod bis sub* α γ, γ ζ, *excedit rationali, utraq; nẽpe rationalia. & quæ ex* α Δ, Δ β, *igitur quadrata, quæ ex* α γ, γ β, *excedunt rationali. Quod est impossibile. Media etenim utraq; & (per 26 decimi) medium sanè medium non excedit rationali. Mediæ igitur apotomæ primæ una cõgruit recta linea media, potentia tantũ toti subsistens cõmensurabilis, & cum tota rationale cõprehendens: quod oportuit demonstrare.*

Euclid.ex Camp. Propositio 76.

VLla linea residuo mediali secũdo coniungibilis est, ut sub termino earum fiant, nisi tantum quæ ab ea ante separata erat. 76

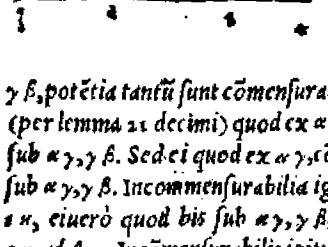
CAMPPANVS. Sit enim a c residuum mediale secundum, quæ fuit residua, abscisa b c ex a b, eruntq; ex 7, duæ lineæ a b & b c, mediales potentia tantum communicantes mediale continẽtes. Dico q; ipsa a c, nullę lineæ alij q̃ c b, sub hac diffinitione cõiungi potest. Sin autem, cõiungatur lineæ c d. Sitq; linea e f rationalis in lõgitudine ad quã coniungatur superficies e h æqualis quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, & e k æqualis quadratis linearum a d & d c pariter acceptis, à qua abscindatur e g, æqualis quadrato lineæ a c, eritq; per 7 secundi superficies l h æqualis duplo superficiei a b in b c, & l k per eandem æqualis duplo superficiei a d in d c. Quia ergo quadrata ambarum partium primæ sectionis sunt mediale, & duplum etiam superficiei mediale incommẽsurabile duobus quadratis pariter acceptis (quæ nescire diligens Geometra non poterit, qui positiones diligenter seruauerit) erit superficies e h medialis, cum ipsa sit æqualis duobus quadratis pariter acceptis, & superficies l h medialis, cum ipsa sit æqualis duplo superficiei unius in alteram, per 20 igitur est utraq; duarum linearum f h & g h, rationalis in potentia tantum. Et quia una est incommensurabilis alij, eo quòd superficies e h est incommensurabilis superficiei h l, sicut duo quadrata duplo superficiei, erit ex 6 1 linea f g residuum. Quare linea f g quæ est residuum componitur lineæ g h, ut sint ambæ sub termino earum quæ erãt ante separationem. Similiter quoq; probabis eandem f g cum linea g k componi eadem conditione, mediantibus superficiebus e k & k l quarum prima est æqualis quadratis duarum linearum a d & d c, pariter acceptis, & secunda duplo superficiei unius in alteram: quod est impossibile per 74. Et hic modus demonstrationis potest esse communis 75. cæterisq; quatuor eam sequentibus.



Euclid.ex Zamb. Theorema 62. Propositio 81.

Mediæ apotomæ secundæ una tantum congruit recta linea media potentia tantum toti commensurabilis & cum tota medium comprehendens. 81

THEON ex Zãb. *Esto media apotome secũda α β, et ipsi α β, congruẽs sit β γ. Ipsæ igitur α γ, γ β, mediæ sunt potẽtia tãtũ cõmẽsurabiles, mediũ cõprehendentes quod sub α γ, γ β. Dico q; ipsi α β, alia non congruit recta linea media potentia tãtũ toti subsistẽs cõmẽsurabilis et cũ tota mediũ cõprehẽdẽs. Si enim possibile, cõueniat β δ, igitur α δ, & δ ζ, mediæ sunt potẽtia tãtũ cõmẽsurabiles, mediũ cõprehẽdẽtes quod sub α δ, δ ζ. Exponatur q; rationalis ι ϛ. Et eis qdẽ quæ ex α γ, γ β, æquũ ad ipsã ι cõparetur (p 44 primi) ι ν, latitudinẽ efficiens ι μ, ei uerò quod sub α γ, γ β, æquũ auferatur θ ν latitudinẽ efficiẽs θ μ. Reliquũ igitur ι λ, (per 7 secũdi) æquum est ei quod ex ν β. Quare α β ipsum potest ι λ. Rursus iam eis quæ ex α δ, δ β, æquũ ad ipsam ι ϛ cõparetur (per 44 primi) ι ξ, latitudinẽ efficiẽs ι ν. Est autẽ & ι λ, æquũ ei quod ex α β, quadrato, reliquũ igitur θ ν, (per 7 secundi) æquũ est ei quod bis sub α δ, δ β. Et quoniã ipsæ α γ, γ β, mediæ sunt, media igitur sunt & quæ ex α γ, γ β. Et æqualia sunt ipsi ι ν, mediũ igitur (p 16 decimi & correlariũ 23) est ι ν. Et ad ipsam rationalẽ ι ϛ apponitur latitudinẽ efficiẽs ι μ, rationalis igitur est (per 22 decimi) ι μ, & ipsi ι ϛ lõgitudine incõmensurabilis. Rursus quoniã quod sub α γ, γ β, mediũ est, & quod bis sub α γ, γ β, mediũ est (per correlariũ 23 decimi) & æquũ est ipsi θ ν, & θ ν, igitur mediũ est. Ad ipsamq; ι ϛ rationalẽ apponitur, latitudinẽ efficiens θ μ, rationalis igitur est θ μ (per 22 decimi) & ipsi ι ϛ, lõgitudine incommensurabilis. Et quoniam α γ, γ β, potẽtia tantũ sunt cõmensurabiles, incõmensurabilis igitur est α γ, ipsi γ β, longitudine. Sicut autẽ α γ, ipsi γ β, sic est, (per lemma 21 decimi) quod ex α γ, ad id quod sub α γ, γ β. Incõmẽsurabile igitur est (per 11 decimi) quod ex α γ, ei quod sub α γ, γ β. Sed ei quod ex α γ, cõmensurabilia sunt quæ ex α γ, γ β. Ei autẽ quod sub α γ, γ β, commensurabile est quod bis sub α γ, γ β. Incommensurabilia igitur sunt quæ ex α γ, γ β, ei quod bis sub α γ, γ β. Eis autẽ quæ ex α γ, γ β, æquum este est ι ν, eiuerò quod bis sub α γ, γ β, æquum est ν θ. Incommensurabile igitur est ι ν, ipsi θ ν. Sicut autem ι ν, ad θ ν, ſi ι μ, ad θ μ. Incõmensurabilis igitur est ι μ, ipsi θ μ longitudine. Et utræq; sunt rationales. Ipsæ igitur ι μ, μ θ, rationales sunt potentia tãtum cõmensurabiles, apotome igitur est ι β, cõgruens autẽ ei est θ μ. Similiter ostendemus quòd & θ ν, ei cõgruit. Apotome igitur, alia & alia cõgruit recta linea, potẽtia tantũ toti subsistẽs cõmẽsurabilis, quod (per 79 decimi) est impossibile. Mediæ igitur apotomæ secundæ una tantũ cõgruit recta linea potẽtia tantũ toti subsistẽs cõmẽsurabilis & cum tota medium cõprehendens: quod erat ostendendum.*



Euclid.ex Camp. Propositio 77.

VLla linea minori coniungibilis est, ut sub termino suo fiant nisi tãtum quæ ante sibi abscisionem coniungebatur. 77

CAM-

CAMPANVS. Intellige quid sit linea minor: quod si oblitus es, consule 21, & sine obiectione cõcludes propositum, si (quemadmodum in 74.) processeris, poterisq; si libuerit, quemadmodum in 76 procedere.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 64.* *Propositio 82.*

82 Minori una tantum congruit recta linea potentia toti incommensurabilis subsistens, efficiẽs cum tota compositum ex earum quadratis rationale, quod uerò bis sub ipsis medium.

THEON ex Zamb. *Esto minor α ζ, & ipsi α β congruens esto β γ, ipsæ igitur α γ, γ ζ, potentia sunt incõmensurabiles, efficientes conflatũ quidem ipsarum quadratis rationale, quod uerò bis sub ipsis medium. Dico quòd ipsi α β, alia recta linea non congruit efficiens eadem. Si enim possibile, congruat β δ, & igitur α δ, δ β, potentia sunt incõmensurabiles efficientes quæ ex α δ, δ ζ, quadrata simul rationale, quod autẽ bis sub ipsis α δ, δ β, medium. Et quoniam quod excedunt quæ ex α δ, δ ζ, ea quæ ex α γ, γ β, eo excedit & id quod bis sub α δ, δ β, quod bis sub α γ, γ β, quæ autem ex α δ, δ ζ, quadrata, ea quadrata quæ ex α γ, γ ζ, rationali excedunt, utraq; enim rationalia, & quod bis igitur sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ β, rationali excedit, quod (per 26 decimi) est impossibile, utraq; nanq; media sunt. Minori igitur una tantum congruit recta linea potentia toti subsistens incõmensurabilis, efficiens quæ ex ipsis quadratis simul rationale, quod uerò bis sub ipsis medium: quod ostendere oportebat.*

α β γ δ

Euclid ex Camp. *Propositio 78.*

78 Linea quę coniuncta cum rationali facit totam mediale, nisi uni tantum componi non potest, ut sub earum termino fiant quæ erant ante separationem.

CAMPANVS. Quid sit linea quæ proponitur, ex 72 didicisti. Cum ergo de ea uolueris quod per hanc 78 dicitur demonstrare, à processu 75, in quo quàm non deuies, sed sicut in 76, si te delectauerit, ingenio duce poteris procedere.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 65.* *Propositio 83.*

83 Efficienti cum rationali medium totum una tantum congruit recta linea potentia toti incommensurabilis subsistens, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipsarum quadratis medium, quod uerò bis sub ipsis rationale.

THEON ex Zamb. *Sit cum rationali mediũ totum efficiens α ζ, & ipsi α β congruat β γ. Ipsæ igitur α γ, γ β, potentia sunt incõmensurabiles, efficientes conflatũ quidem ex ipsarum α γ, γ β, quadratis medium, quod uerò bis sub ipsis α γ, γ β, rationale. Dico quòd ipsi α β, alia non congruit eadem efficiens. Si enim possibile, congruat β δ, & ipsæ igitur α δ, δ β, rectæ lineæ, potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatum ex ipsarum α δ, δ β, quadratis mediũ, quod uerò bis sub ipsis α δ, δ β, rationale. Quoniam igitur quo excedunt quæ ex α δ, δ β, ea quæ ex α γ, γ β, eo excedit & quod bis sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ β, excedit, & quod bis sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ β consequenter ut in præcedẽtibus: quod uerò bis sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ ζ, excedit rationali, rationalia nanq; utraq; & quæ ex α δ, δ β, igitur ea quæ ex α γ, γ β, excedunt rationali, quod est (per 26 decimi) impossibile, utraq; enim media sunt (per 77 decimi.) Ipsi igitur α ζ, alia non congruit recta linea potentia toti subsistens incommensurabilis, & cum tota efficiens conflatum ex ipsarum quadratis medium, quod autem bis sub ipsis rationale. Efficienti ergo cum rationali medium totum una tantum congruit recta linea, & quæ sequuntur reliqua: quod erat demonstrandum.*

α β γ δ

Euclid. ex Camp. *Propositio 79.*

79 Lineæ quæ iuncta cum mediali facit totum mediale, nisi una linea tantum iungi nequit, ut sub earum termino fiant quæ erant ante separationem.

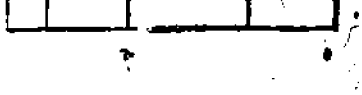
CAMPANVS. Huius lineæ quę iuncta cum mediali componit totum mediale, magistra est 73. De qua quod hęc 79 enunciat, concludere cogeris, sicut de residuo mediali secundo (quod per 76 enunciatum est) conclusisti.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 66.* *Propositio 84.*

84 Efficiẽti cum medio mediũ totum, una tantũ congruit recta linea

potẽtia incõmenſurabilis toti ſubſiſtẽs,& cum tota efficiens cõflatũ ex ipſarũ quadratis mediũ,& quod bis ſub ipſis medium,& inſuper incõmenſurabile conflatum ex ijs quę ab ipſis,ei quod bis ſub ipſis.

THEON ex Zãb. Eſto cũ medio medũ totũ efficiẽs α ζ,cõgruẽs aũt illi ſit β γ:ipſæ igitur α γ,γ ζ,potentia ſunt incõmenſurabiles,efficiẽtes conflatũ ex ipſarum quadratis mediũ,& quod bis ſub ipſis α γ,γ β, mediũ,inſup et quæ ex α γ,γ β,quadrata,incõmẽſurabilia ei quod bis ſub α γ,γ β. Dico q; alia ipſi α ζ,nõ cõgruit,cũ tota efficiẽs propoſita. Quod ſi poßibile eſt,cõgruat β δ,ut et α δ,δ β,potẽtia ſint incõmẽſurabiles efficiẽtes quæ ex α δ,δ β,quadratis ſimul mediũ,et quod bis ſub ipſis α δ,δ β,mediũ,& inſup quæ ex α δ,δ β,incõmẽſurabilia ei quod bis ſub α δ,δ β. Exponatur q; rationalis ε ζ. Et cis qdẽ quæ ex α γ,γ β, æquũ ad ipſam ε ζ cõparetur (p 45 primi) ε η,latitudinẽ efficiẽs ε ν,ei aũt quod bis ſub α γ,γ β,æquũ auferatur (p 44 primi) θ η,latitudinẽ efficiẽs θ μ. Reliquũ igitur quod ex α β,(p 7 ſecũdi) æquũ eſt ipſi ε λ,ipſa igitur α λ poteſt. Rurſus eis quæ ex α δ,δ β,æquũ ad ipſam ε ζ cõparetur(p 44 primi) ε ι,latitudinẽ efficiens ε ν. Eſt aũt quod ex α β, æquũ ipſi ε ι. Reliquũ igitur quod bis ſub α δ,δ β,æquũ eſt ipſi θ ι. Et quoniã conflatũ ex ijs quæ ex α γ,γ ζ,mediũ eſt,ac ipſi ε η,æquale,medium igitur eſt & ε η. Et ad rationalẽ cõparatur ε ζ,latitudinẽ efficiens ε μ,rationalis igitur eſt (per 22 decimi) ε μ,et ipſi ε ζ,lõgitudine incõmẽſurabilis. Rurſus quoniã quod bis ſub α γ,γ β,mediũ eſt & ipſi θ η,æquale,mediũ igitur eſt θ μ. Et ad ipſam rationalẽ ε ζ apponitur latitudinẽ efficiens θ μ,rationalis igitur eſt θ μ,& ipſi ε ζ longitudine incõmẽſurabilis. Et quoniã incõmenſurabilia ſunt quæ ex α γ, γ β,ei quod bis ſub α γ, γ β, incõmenſurabile igitur eſt ε η,ipſi θ η, incommenſurabilis igitur eſt & ε μ,ipſi μ θ longitudine,& ambæ rationales ſunt. Ipſæ igitur ε μ,μ θ,potentia tantũ ſunt cõmenſurabiles. Igitur ipſa ε θ, apotome eſt. Congruẽs autẽ ei,eſt θ μ. Similiter iam oſtẽdemus quòd ε θ,rurſus apotome eſt:cõgruens aũt ei eſt θ μ. Apotome igitur ipſi alia & alia cõgruit potentia tantũ toti ſubſiſtens cõmenſurabilis, quod (per 69 decimi) impoßibile eſſe oſtendimus. Ipſi igitur α ζ,alia recta linea non congruit. Ipſi igitur α β,una recta linea tãtum congruit,potentia tantũ toti ſubſiſtens incõmenſurabilis, & cum tota efficiẽs quæ ex ipſis quadratis ſimul medium, & quod bis ſub ipſis. Efficienti igitur cum medio mediũ totum,& quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.



Ex Campano. Reſiduorum diffinitiones.

1 Si fuerit idem totũ poſitæ rationali lineę in longitudine cõmenſurabile,quod poſitũ erat,dicetur reſiduum primum.

2 Si uerò linea adiuncta, poſitæ rationali communicet in lõgitudine,dicetur reſiduum ſecundũ. 3 Quòd ſi fuerit utraq; rationali poſitæ in longitudine incommenſurabilis,uocabitur reſiduum tertium. 4 Si eadem tota poſitæ rationali cõmunicet in longitudine, nũcupabitur reſiduũ quartum. 5 Si uerò linea adiuncta, poſitæ rationali, cõmunicet in longitudine, uocabitur reſiduum quintum. 6 Quòd ſi fuerit utraq; rationali poſitę in longitudine incommenſurabilis,appellatur reſiduum ſextum.

Commune initium trium priorum diffinitionum.

Poſitis duabus lineis altera ratiõali, altera reſiduo, adiectaq; ipſi reſiduo ſecũdũ eius terminũ,ſi fuerit totũ cõpoſitũ potẽtius linea adiecta, in quadrato lineæ ipſi toti cõmunicãtis in lõgitudine.

Commune initium trium poſteriorum diffinitionum.

Poſitis duabus lineis altera rationali, altera reſiduo,adiectaq; ipſi reſiduo ſecũdũ eius terminũ,ſi fuerit totũ cõpoſitũ potẽtius linea adiecta,in quadrato lineæ ipſi toti incõmẽſurabilis in lõgitudine.

Ex Zamb.

Ex Zamberto. Apotomarum diffinitiones.

1 Siquidem tota expositę rationali lõgitudine cõmensurabilis fuerit, appellatur apotome prima. 2 Si uerò cõgruens commensurabilis fuerit, lõgitudine expositę rationali, secũda appellatur apotome. 3 Si autem neutra cõmẽsurabilis fuerit expositæ rationali longitudine, tertia appellatur apotome. 4 Si quidem tota commmensurabilis fuerit expositę rationali longitudine, appellatur apotome quarta. 5 Si uerò congruens, quinta. 6 Si autem neutra, sexta.

Commune initium trium priorum diffinitionum.

Suppositа rationali & apotomę, si qdẽ tota, cõgruẽte maius potuerit eo quod fit ex sibi lõgitudine cõmensurabili.

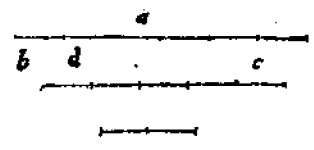
Commune initium trium posteriorum diffinitionum.

Rursus suppositа rationali & apotomę, si tota maius potuerit cõgruente eo qd fit ex sibi longiore incõmensurabili.

Euclid. ex Camp. Propositio 10.

10 RESiduum primum inuestigare.

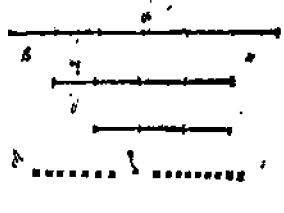
CAMPANVS. Ab inuentione omnium specierum residui, facilè nos absoluat inuentio per ordinem omnium specierum binomij. Nam in qualibet specie binomiorum si minor portio abscindatur de maiori, linea reliqua erit residuum similis speciei ut patet ex diffinitionibus tam binomiorum quàm residuorũ. Proprijs tamen inuentionibus residuorum insistentes, sic inquiramus primum. Sit linea a rationalis posita, cui commensurabilis in lõgitudine sumatur b c, sitq; e numerus quadratus diuisus in f nõ quadratum & in quadratum g, sitq; proportio quadrati lineæ b c ad quadratum lineæ c d, sicut e ad f, eritq; per ultimã partẽ septimæ, f ..... g .... c d, rationalis in potentia tantum. Cum itaq; sit c b potentior c d in quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine, quod patet in explanatione binomij primi, constat ex diffinitione lineam b d esse residuum primum.



Euclid. ex Zamb. Problema 19. Propositio 85.

85 Inuenire primam apotomen.

THEON ex Zamb. *Exponatur rationalis α, & ipsi α longitudine commensurabilis esto β ν, rationalis igitur est β ν. Exponanturq; bini quadrati numeri δ ν, ε ζ, quorũ excessus δ ζ non sit quadratus. Igitur (per correlarium 1 lemmatis 28 decimi) ν δ, ad δ ζ, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Fiatq; (per correlariũ 6 decimi) sicut ν δ, ad δ ζ, sic quod ex β ν quadratũ ad id quod ex ν γ quadratũ, cõmensurabile igitur est quod ex β ν, ei quod ex ν γ. Rationale autem quod ex β ν, rationale igitur & quod ex ν γ. Rationalis igitur est (per diffinitionem) & ν γ. Et quoniam ν δ ad δ ζ rationalem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex β ν, ad ν γ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incommensurabilis igitur est β ν ipsi ν γ longitudine, utræque autem sunt rationales. Ipsæ igitur β γ, ν γ, (per 9 decimi) rationales sunt potentia commensurabiles. Igitur ipsa β γ, apotome est (per 73 decimi) Dico quòd & prima. Quo nanq; maius est quod ex β ν, eo quod ex ν γ, sit quod ex θ. Et quoniam sicut ν δ ad δ ζ, sic est quod ex β ν, ad id quod ex ν γ, cõuertendo igitur (per correlarium 18 quinti) sicut δ ν, ad ν ζ, sic quod ex ν β ad id quod ex θ. At δ ν ad ν ζ, rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, uterq; enim quadratus est. Quod igitur ex ν β, ad id quod ex θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, commensurabilis igitur est β ν ipsi θ longitudine, & β ν ipsa ν γ maius potest, eo quod ex θ, ipsa igitur β ν ipsa ν γ maius potest eo quod ex sibi lõgitudine cõmensurabile, estq; tota β ν, ipsi α expositæ rationali cõmẽsurabilis. Igitur (per tertias diffinitiones) β γ apotome est prima. Inuẽta igitur est prima apotome β γ, quod erat agẽdum.*

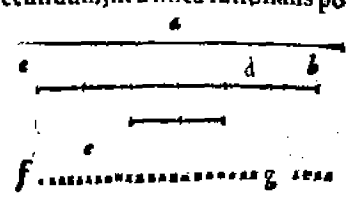


Euclid. ex Camp. Propositio 81.

Residuum secundum patefacere.

81

CAMPANVS. Ad habendum residuum secundum, sit a linea rationalis posita, eiq; communicans in longitudine c d, & sit quadratum c d ad quadratū b c, sicut f ad e, eritq; b d residuum secūdum ex diffinitione. Si dubitas, aut positas non seruas hypotheses, aut binomij secundi repetitione indiges.

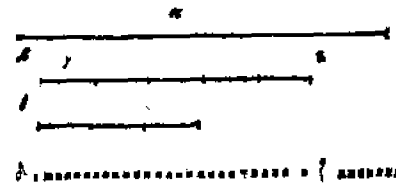


Euclid. ex Zamb. Problema 19. Propositio 86.

Inuenire secundam apotomen.

86

THEON ex Zamb. Exponatur rationalis α, & ipsi α longitudine cōmensurabilis esto η γ. Rationalis igitur est η γ. Et exponātur bini numeri quadrati Δ ε, & ε ζ, quorū excessus Δ ζ, nō sit quadratus. Fiatq; (p correlariū 1 lēmatis 28 decimi) sicut Δ ζ ad Δ ε, sic quadratū quod ex η γ, ad quadratū quod ex η β, commēsurabile igitur est (p 11 decimi) quod ex η γ quadratū, ei quod ex η β, quadrato. Ratiōale autē est quod ex γ ε, rationale igitur est qd' ex η β. Ratiōalis igitur est β η. Et quoniā qd' ex η γ quadratū ad id quod ex η θ, rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, incōmēsurabilis igitur est (p 10 decimi) γ η, ipsi η β lōgitudine, & ambæ sunt rationales. Ipsæ igitur γ η, η β, rationales sunt potētia tantū cōmēsurabiles. Igitur (p 73 decimi) β γ apotome est. Dico q; & secūda. Quo etenim maius est quod ex β η, eo quod ex η θ, esto quod ex θ. Quoniā igitur est (p correlariū 6 decimi) sicut quod ex β η, ad id quod ex η γ, sic est ε Δ numerus ad Δ ζ numerū, cōuertēdo igitur (p correlariū 19 qnti) est sicut quod ex β η, ad id quod ex θ, sic est Δ ε, ad Δ ζ, & uterq; ipsorū Δ ε, ε ζ, quadratus est, quod igitur ex β η, ad id quod ex θ, (per 9 decimi) rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, cōmēsurabilis igitur est β η, ipsi θ, & β η, ipsa η γ, maius potest eo quod ex θ. Igitur β η, ipsa η γ, maius potest eo quod ex sibi lōgitudine cōmēsurabili. Et cōgruens est γ η, cōmensurabilis lōgitudine ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur β γ (per tertias diffinitiones) secūda est apotome. Inuēta est igitur secunda apotome β γ: quod facere oportebat.

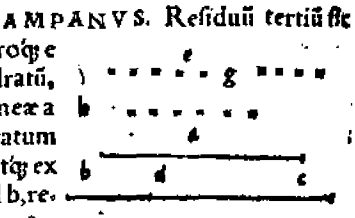


Euclid. ex Camp. Propositio 82.

Residuum tertiū perscrutari.

82

CAMPANVS. Residuū tertiū sic habetur. Posita ut prius à rationali numero q; e quadrato diuiso in f non quadratū & g quadratū, assumptoq; h numero primo, sit quadratū lineæ a ad quadratū lineæ b c sicut h ad e, fitq; quadratum lineæ b c ad quadratū lineæ c d, sicut e ad f, eritq; ex diffinitione (de quo si hæsitas, consule binomiū tertiū) linea d b, residuum tertiū.

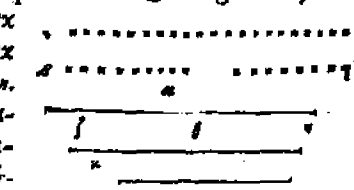


Euclid. ex Zamb. Problema 20. Propositio 87.

Inuenire tertiam apotomen.

87

THEON ex Zāb. Exponatur rationalis α, explicēturq; tres numeri ε, β, γ Δ, rationē adinuicē nō habentes, quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Ipse aūt δ γ, ad Δ β rationē habeat, quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Fiatq; (p correlariū 6 decimi) sicut ε ad δ γ, sic quod ex α quadratū ad id quod ex ζ η, quadratū, sicut uerò β γ ad γ Δ, sic quod ex ζ η, quadratū ad id quod ex η θ. Quoniā igitur est sicut ε ad β γ, sic qd ex α, quadratū ad id qd' ex ζ η quadratū, quod igitur ex α, quadratū ei qd' ex ζ η quadrato est cōmēsurabile. Quadratū aūt ex α, rationale est: ratiōale igitur est et quod ex ζ η, ratiōalis igitur est ζ η. Et quoniā ε, ad β γ, rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur qd' ex α, quadratū ad id qd' ex ζ η, quadratū rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmēsurabilis igitur est (p 9 decimi) α, ipsi ζ η lōgitudine. Rursus quoniā est sicut β γ ad γ Δ, sic quod ex ζ η, quadratū ad id quod ex η θ, cōmēsurabile igitur est quod ex ζ η, ei quod ex η θ. Rationale autē est quod ex ζ η. Rationale igitur quod ex η θ, rationalis igitur est η θ. Et quoniam β γ, ad γ Δ, rationē non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; igitur quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur est ζ η, ipsi η θ longitudine. Et utræq; sunt rationales, ipsæ igitur ζ η, η θ, rationales sunt potētia tantū cōmensurabiles. Apotome igitur est ζ θ (per 73 decimi) Dico q; et tertia. Quoniā enim est sicut ε ad β γ, sic quod ex α quadratū, ad id quod ex ζ η

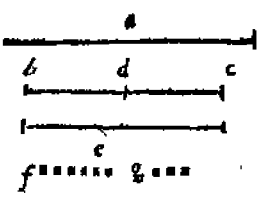


qua-

quadratū, ſicut autē β γ ad γ Δ, ſic quod ex ſ ν ad id quod ex ν ϑ, ex æquali igitur (per 22 quinti) ſicut ε ad γ Δ, ſic quod ex α ad id quod ex ϑ ν. Sed ε ad γ Δ rationē non habet, quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Neq; igitur quod ex α ad id quod ν ϑ rationē habet quā quadratus numerus ad quadratum numerū. Incommenſurabilis igitur eſt α ipſi ν ϑ longitudine. Neutra igitur ipſarū ſ ν, ν ϑ, cōmenſurabilis eſt longitudine ipſi α expoſitæ rationali. Quo nempe maius eſt quod ex ſ ν eo quod ex ν ϑ, eſto id quod ex ν. Quoniam igitur eſt ſicut ϛ γ ad γ Δ, ſic eſt quod ex ſ ν, ad id quod ex ν ϑ, conuertendo igitur (per correlariū 19 quinti) eſt ſicut β γ ad γ Δ, ſic eſt quod ex ſ ν, quadratū ad id quod ex ν. At β γ ad β Δ rationem habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, & quod ex ſ ν, igitur ad id quod ex ν rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, commenſurabilis igitur eſt ſ ν, ipſi ν longitudine. Et ſ ν, ipſa ν ϑ, maius poteſt, eo quod ex ν, ipſa igitur ſ ν, ipſa ν ϑ, maius poteſt, eo quod ex ſibi commenſurabili. Et neutra ipſarum ſ ν, ν ϑ, commenſurabilis eſt longitudine ipſi α expoſitæ rationali. Igitur (per 3 diffinitiones) ſ ϑ, apotome eſt tertia. Inuenta igitur eſt tertia apotome: quod erat agendum. Euclid. ex Camp. Propoſitio 83.

87 Reſiduum quartum inuenire.

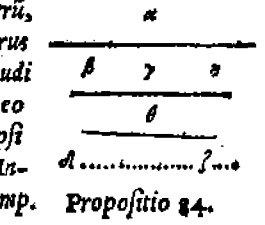
CAMP. Hic (ſicut in inuentione reſidui primi) ſit linea b c, cōmunis lineæ a rationali poſitæ, numerus autē e quadratus, ſit diuiſus in f & g quorum ſit uterq; non quadratus, ſitq; quadratum lineæ b c, quadratū lineæ d e, ſicut e ad f, & ſcies ex diffinitione, lineā d b eſſe reſiduū quartū, ſi eorū quę in inuētione binomij quarti didiceras, oblitus nō fueris.



Euclid. ex Zamb. Problema 21. Propoſitio 88.

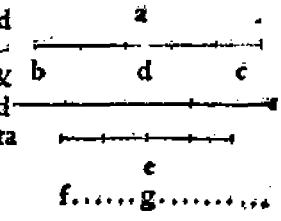
88 Inuenire quartam apotomen.

THEON ex Zamb. Exponatur rationalis α, & ei lōgitudine cōmenſurabilis eſto β ν, rationalis igitur eſt et ϛ ν. Exponāturq; (per lēma ſecūdū 18 decimi) bini numeri Δ ſ, ſ ν, ut totus Δ ν ad utrūq; ipſorū Δ ſ, ſ ν, rationē nō habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Fiatq; (per correlariū 6) ſicut Δ ε ad ε ſ, ſic quod ex ϛ ν, quadratū cōmēſurabile igitur eſt (per correlariū 11 decimi) quod ex β ν, ei quod ex ν γ. Rationale aūt eſt id quod ex ϛ ν, rationale igitur & quod ex ν γ, rationalis igitur eſt (per 7 diffinitionē decimi) et ν ε. Et quoniā Δ ε ad ε ſ, rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur quod ex β ν, ad id quod ex ν γ rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) β ν, ipſi ν γ longitudine. Et utræq; rationales. Ipſæ igitur β ν, ν γ, rationales ſunt potentia tantum cōmenſurabiles. Apotome igitur eſt β γ. Dico q; & quarta. Quo nēpe maius eſt quod ex β ν, eo quod ex ν γ, eſto (per lēma 13 decimi) quod ex ϑ. Quoniā igitur eſt ſicut Δ ε ad ε ſ, ſic eſt quod ex β ν, ad id quod ex ν γ, et cōuertendo igitur (per correlariū 18 quinti) ſicut ε Δ ad Δ ſ, ſic quod ex ν β, ad id quod ex ϑ. Sed ε Δ ad Δ ſ, rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur quod ex ν β, ad id quod ex ϑ, rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmenſurabilis igitur eſt (p 9 decimi) β ν, ipſi ϑ lōgitudine, & ν ϛ, ipſa ν γ, maius poteſt, eo quod ex ϑ, ipſa igitur ϛ ν, ν γ maius poteſt, eo quod ex ſibi incommenſurabili, eſtq; tota ϛ ν, commenſurabilis longitudine ipſi α rationali expoſitæ. Ipſa igitur β γ (per 3 diffinitiones) apotome eſt quarta. Inuenta igitur eſt quarta apotome: quod faciendum erat. Euclid. ex Camp. Propoſitio 84.



84 Reſiduum quintum demonſtrare.

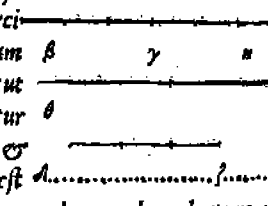
CAMP. Cū reſiduū quintū inuenire libuerit, erit linea c d cōmunicans lineæ a rationali poſitæ in longitudine, ſicut erat in inquiſitione ſecundi, & erit quadratus numerus e diuiſus in f & e, quorū neuter quadratus ſicut in præmiſſa erit quadratum lineæ c d ad quadratū b c, ſicut f ad e, ex quib. à diffinitiōe cōcludere licet (habita ſufficienti noticia binomij quinti) lineā d b eſſe reſiduum quintum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 89.

89 Inuenire quintam apotomen.

THEON ex Zāb. Exponatur rationalis α & ipſi α longitudine cōmenſurabilis eſto γ ν, rationalis igitur eſt γ ν. Exponāturq; (per ſecundū lēma 28 decimi) bini numeri Δ ſ, ſ ε, ad utrunq; ipſorū Δ ſ, ſ ν, rationē rurſus nō habeat quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Fiatq; (per correlariū 6 decimi) ſicut ſ ε ad ε Δ, ſic quod ex ν γ, ad id quod ex ν ϛ, cōmenſurabile (per 11 decimi) igitur eſt quod ex γ ν, ei quod ex ϛ ν. Rationale autem eſt quod ex γ ν, rationale & quod ex ν β, rationalis igitur eſt ϛ ν. Et quoniam eſt ſicut Δ ε ad ε ſ, ſic eſt quod ex β ν ad id quod ex ν γ, at Δ ε ad ε ſ, rationem non habet quam numerus quadratus ad quadratum numerum

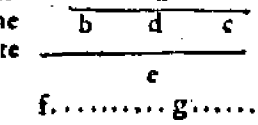


uerum, neq; igitur quod ex β ν ad id quod ex ν γ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) β ν ipsi ν γ lõgitudine. Et utræq; sunt rationales. Ipsæ igitur β ν, ν γ, rationales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Igitur β γ, apotome est (per 73 decimi) Dico q, et quinta. Quo nanq; maius est id quod ex δ ν, eo quod ex ν γ, esto id quod ex ζ. Quoniã igitur est sicut quod ex β ν, ad id quod ex ν γ, sic est Δ ε ad ε ζ, cõuertendo igitur (per correlarium 18 quinti) est sicut ε Δ ad Δ ζ, sic quod ex β ν ad id quod ex δ. At ε Δ ad Δ ζ, rationẽ nõ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, neq; igitur quod ex β ν, ad id quod ex ν θ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incõmensurabilis igitur (per 9 decimi) β ν, ipsi θ, lõgitudine. Ipsaq; ν β, ipsa ν γ, maius potest, eo quod ex ζ. Ipsa igitur ν δ ipsa ν γ maius potest, eo quod ex sibi lõgitudine incõmensurabili, & cõgruẽs est lõgitudine cõmensurabilis ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur β γ, apotome est quinta. Inuenta igitur est apotome quinta: quod ostendendum fuerat. **Euclid. ex Camp. Propositio 85.**



Reliduum sextum demum præstò sit reperire. 85

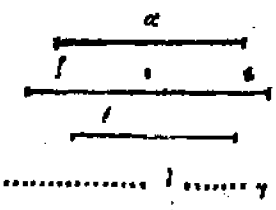
CAMP. Residuũ sextũ sic reperitur. Erit ut prius linea a rationalis posita, & c numerus quadratus diuisus in f & g non quadratos, & erit h numerus primus. Et quadratũ lineæ a ad quadratũ lineę b c, sicut h ad e. at uerò quadratũ lineæ b c, quadratũ c d ut e ad f, eritq; ex diffinitione linea d b, reliduũ sextũ. Cui nõ planè animus tuus assenserit, exerceri te cõuenit in inuẽtione binomij sexti.



Euclid. ex Zamb. Problema 23. Propositio 90

Inuenire sextam apotomen. 90

THEON ex Zãb. *Exponatur rationalis α, & tres numeri ε β, β γ, γ Δ, rationẽ nõ habẽtes adinuicem quã quadratus numerus ad quadratũ. Insuperq; et ζ γ ad β Δ, rationẽ nõ habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Fiatq; (per correlariũ 6 decimi) sicut ε ad β γ, sic quod ex α ad id quod ex ζ ν, sicut aũt ζ γ ad γ Δ, sic quod ex ζ ν ad id quod ex ν θ. Quoniã igitur est sicut ε ad β γ, sic est quod ex α ad id quod ex ζ ν: cõmẽsurabile igitur est (per 6 decimi) quod ex α ei quod ex ζ ν, rationale autẽ quod ex α rationale igitur est & id quod ex ζ ν, rationalis igitur est & ζ ν. Et quoniã ε ad β γ rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex α ad id quod ex ζ ν, rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) α ipsi ζ ν longitudine. Rursus quoniã est sicut β γ ad γ Δ, sic quod ex ζ ν ad id quod ex ν θ, commensurabile igitur est (per 6 decimi) quod ex ζ ν, ei quod ex ν θ rationale, autẽ est quod ex ζ ν, rationale igitur est & quod ex ν θ, ratiõalis igitur et ν θ. Et quoniã β γ ad γ Δ rationem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex ζ ν, ad id quod ex ν θ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmẽsurabilis igitur est (per 9 decimi) ζ ν, ipsi ν θ lõgitudine. Et utræq; rationales. Ipsæ igitur ζ ν, ν θ, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Igitur ζ θ apotome est. Dico iam quod et sexta. Quoniã enim est sicut ε ad β γ, sic quod ex α ad id quod ex ζ ν, sicut q; β γ ad γ Δ, sic quod ex ζ ν ad id quod ex ν θ, ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut ε ad γ Δ, sic quod ex α ad id quod ex ν θ. At ε ad γ Δ rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Neq; igitur quod ex α, ad id quod ex θ ν, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) α ipsi ν θ lõgitudine. & neutra ipsarũ ζ ν, ν θ, cõmẽsurabilis est lõgitudine ipsi α expositæ rationali. Quo nẽpe maius est quod ex ζ ν, eo quod ex ζ θ, esto quod ex κ. Quoniã enim est sicut ζ γ ad γ Δ, sic quod ex ζ ν ad id quod ex ν θ, cõuertẽdo igitur (per correlariũ 18 quinti) est sicut β γ ad ζ Δ, sic est quod ex ζ ν, ad id quod ex κ. At γ ζ ad β Δ rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex ζ ν, ad id quod ex κ rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est ζ ν ipsi κ lõgitudine. Et ζ ν, ipsa κ θ maius potest, eo quod ex κ. Igitur ζ ν, ipsa κ θ maius potest, eo quod est sibi longitudine incommensurabili, et utraq; ipsarum ζ ν, ν θ, incõmensurabilis est lõgitudine ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur ζ θ, apotome est sexta. Inuẽta igitur est apotome sexta ζ θ, quod erat agendũ. Sit prædictarũ sex apotomarũ inuẽtionis ostensio cõcisior. Deturq; ut inueniatur prima. Exponaturq; ex binis nominibus prima α γ, cuius maius nomen sit α β, & ab ipsa quidem α β, auferatur ipsi quidem ζ γ, æqualis β Δ. Ipsæ igitur α β, β γ, hoc est α ζ, β Δ, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles, & α β Δ γ*



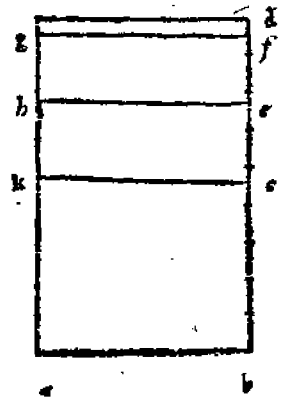
α β, ipsa β γ, hoc est ipsa β Δ, maius potest, eo quod ex sibi incommensurabili, & α ζ, cõmensurabilis est ex posita rationali lõgitudine. Igitur α Δ prima est apotome. Similiter iam & reliquas apotomas inuenietis eas quæ ex binis nominibus ν in numeros exponentes. **Euclid. ex Camp. Propositio 86.**

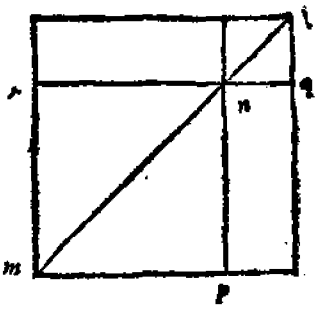
ἰσοπλεύρου, *pari numero, id est eiusdem ordinis.*

Si fuerit superficies linea rationali residuo primo contenta, latus eius tetragonicum necesse est esse residuum. 90

CAMPANVS.

CAMPANVS. Sit ſuperficies a c contenta linea rationali a b & reſiduo primo b c, dico latus tetragonicum ſuperficiei a c, eſſe reſiduum. Adiungatur enim ad lineam b c, linea c d, ſitq; illa cuius detractione b c fuit reſiduum primum. Eritq; ex diffinitione, b d rationalis ex longitudine, & c d in potentia tantũ, b d quoq; erit potentior d c, in quadrato lineæ ſecum communicantis in longitudine. Diuidatur igitur d c per æqualia in e, & tota b d diuidatur ea conditione in f, quod inter b f & f d, ſit e d medio loco proportionalis, eritq; ex ſecunda parte 13 b f, communicans in longitudine f d, per 9 igitur utraq; earum communicat cum tota linea b d. quare per diffinitionem ambæ ſunt rationales in lõgitudine. Ducantur itaq; lineæ f g, e h, & c k, æquidiſtãtes a b, eritq; per 15 utraq; duarum ſuperficierum a f & g d, rationalis. Sit quadratũ ergo l m, æquale ſuperficiei a f, eritq; rationale, & latus eius rationale in potentia. Intra illud quadratum protracta diagonali linea l m, deſcribatur quadratum l n, æquale ſuperficiei g d, eritq; ipſum rationale & eius latus rationale in potentia, protrahãtur autem duæ lineæ m p, q n, æquidiſtanter lateribus totalis quadrati. Dico ergo quadratum p r eſſe æquale ſuperficiei a c, & eius latus quod eſt n p eſt reſiduum. Cum enim linea d e ſit ex hypotheſi medio loco proportionalis inter b f & f d, erit ex prima ſexti ſuperficies h d medio loco proportionalis inter duas ſuperficies a f & f d, ideoq; & inter duo quadrata l m & n l. Cumq; ex prima ſexti ſit ſuperficies l p medio loco proportionalis inter eadẽ duo quadrata, erit l p æqualis d h, & etiam h c. Et quia quadratum l n eſt æquale g d, erit t r æquale g e, totus itaq; gnomo circũſcriptus quadrato m n, eſt æqualis c g. Et quia l m erat æquale a f, relinquitur m n æquale a c. Quod autem n p latus quadrati m n ſit reſiduum, ſic collige. Eſt enim utraq; duarum p t & t n rationalis in potentia, eo quod utrunq; quadratum l m & n l eſt rationale, unaq; earũ eſt incõmenſurabilis alij per primam ſexti & 10 huius, eo quod quadratum l m eſt incõmenſurabile l r ſuperficiei, ſicut ſuperficies a f ſuperficiei h d. De quibus manifeſtum eſt q; ipſæ ſunt incommenſurabiles, eſt enim per primam ſexti una earũ ad alteram, ſicut linea b f, quæ eſt rationalis in longitudine ad lineam d e quæ eſt rationalis in potẽtia tantum, ex 68 igitur linea p n, quę poteſt in ſuperficiẽ a c, eſt reſiduũ: & hoc eſt quod intendimus.



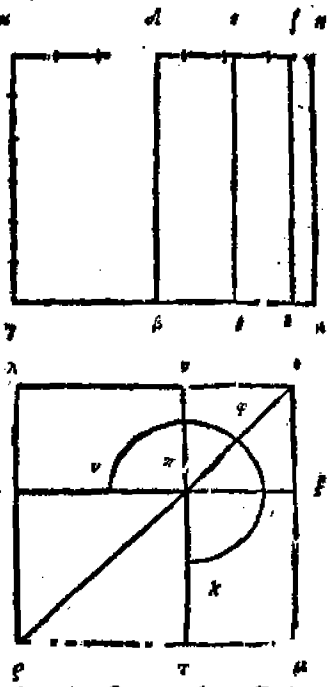


Euclid. ex Zamb. Theorema 67. Propoſitio 91.

19 Si areola comprehendatur ſub rationali & apotome prima, quæ areolam poteſt apotome eſt.

THEON ex Zamb. *Cõprehendatur enim areola α β, ſub rationali α γ, & apotome prima α δ. Dico q; ipſam α β, areolam potens, apotome eſt. Quoniam apotome eſt α δ, eſto eidem cõgruens (per 79 decimi) δ ν. Ipſæ igitur α ν, δ ν, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles, et tota α ν (per 3 diffinitiones) commenſurabilis eſt ipſi α γ, expoſitæ rationali, et α ν, ipſa α δ (per 73 decimi) maius poteſt, eo quod ex ſibi lõgitudine cõmenſurabili. Si igitur (per 28 ſexti) quartæ parti eius quod ex δ ν æquum ad ipſam α ν comparetur deficiens forma quadrata, incõmenſurabilia ipſam (per 17 decimi) diuiſerit. Secetur (per 10 primi) δ ν bifariam in ε, & ei quod ex ε ν, æquum ad ipſam α ν cõparetur (per 28 ſexti) deficiens forma quadrata, ſitq; quod ſub α ζ, ζ ν, cõmenſurabilis igitur eſt α ζ, ipſi ζ ν. Et per ε ζ ν, ſigna (per 31 primi) ipſi α γ paralleli excitẽtur ε θ, ζ ι, ν κ. Et quoniam cõmenſurabilis eſt α ν ipſi ζ ν, lõgitudine, et α ν igitur utriq; ipſarũ α ζ, ζ ν, cõmenſurabilis eſt lõgitudine. Sed α ν cõmenſurabilis eſt ipſi α γ, et utraq; igitur ipſarũ α ζ, ζ ν, cõmenſurabilis eſt lõgitudine ipſi α γ, et rationalis eſt α γ, rationalis igitur eſt et utraq; ipſarũ α ζ, ζ ν, quare et utrũq; ipſorũ α ι, ζ ν, rationale eſt. Et quoniã commenſurabilis eſt δ ε, ipſi ε ν (æquales nanq;) quæ uerò æqualia commenſurabilia ſunt lõgitudine: & δ ν, igitur utriq; ipſarum δ ε, ε ν, longitudine cõmenſurabilis eſt. Rationalis autem eſt δ ν, & ipſi α γ longitudine incommenſurabilis, rationalis igitur eſt & utraq; ipſarum δ ε, ε ν, & ipſi α γ, longitudine incommenſurabilis, utrunq; igitur ipſorum δ β, ε ν, medium eſt. Apponatur iam ipſi quidẽ α ι, æquũ quadratũ λ μ, ipſi aũt ζ ν, æquũ auferatur cõmunẽ ipſi λ μ, angulũ habẽs eũ qui ſub λ ε, ε ν, ſitq; ν ξ, circa eandẽ igitur demetientẽ ſunt (per 26 ſexti) ipſa λ μ, ν ξ, quadrata. ſit eorũ dimetiẽs ε ο, ac deſcribatur figura. Quoniã certè rectangulum comprehenſum ſub α ζ, ζ ν, æquũ eſt ei quod ex ν ε, quadratoꝛ eſt igitur (per 17 ſexti) ſicut α ζ ad ε ν, ſic ε ν ad ζ ν. Sed ſicut quidem α ζ ad ε ν, ſic (per 1 ſexti) α ε ad ε ν, ſicut autem ε ν ad ζ ν, ſic eſt ε ν, ad ν ζ. Ipſorũ igitur α ε, ν ζ, mediũ proportionale eſt ε ν, eſt autem ipſorũ λ μ, ν ξ, medium*

medium proportionale, ν μ, ſicut in præcedentibus patuit (per lemma 53 decimi) & α ι, ipſi quidē λ μ quadrato æquū eſt, at α ſ ipſi ν ξ, & ι π igitur, ipſi μ ν eſt æquale. Sed ι π (per 36 primi) ipſi ſ t eſt æquale, & μ ν, ipſi λ ξ. Igitur ſ π, æquū eſt ipſi ν φ χ, gnomoni, et ipſi ν ξ. Eſt autē & α π æquū ipſis λ μ, ν ξ, quadratis. Reliquū igitur α β (per 43 primi) æquum eſt ipſi σ τ, hoc eſt ei quod ex λ ν quadrato. Quod igitur ex λ ν quadratum, ipſi α β, æquum eſt. Ipſa igitur λ ν ipſam α β areolam poteſt. Dico quòd & λ ν apotome eſt. Quoniā enim rationalia ſunt α ι, ſ π, & æqualia ſunt ipſis λ μ, ν ξ, & utrunque igitur ipſorum λ μ, ν ξ, rationale eſt, hoc eſt quod ex utraq; ipſarum λ ο, ο ν, & utraque igitur ipſarum λ ο, ο ν, rationalis eſt. Rurſus quoniam ſ t medium eſt, & ipſi λ ξ, eſt æquale, medium igitur eſt λ ξ. Et quoniam λ ξ medium eſt, & ν ξ rationale, incommenſurabile igitur eſt λ ξ, ipſi ν ξ. Sicut autem λ ξ ad ν ξ, ſic eſt λ ο ad ο ν. Incō menſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) λ ο, ipſi ο ν longitudine. Et utræque rationales, ipſæ igitur λ ο, ο ν, rationales ſunt potentia commenſurabiles. Apotome igitur eſt (per 73 decimi) λ ν & ipſam α β areolā poteſt. Quæ igitur ipſam α β areolam poteſt, apotome eſt. Si areola igitur comprehendatur ſub rationali & apotome prima, quæ areolam poteſt, apotome eſt: quod erat oſtendendum.



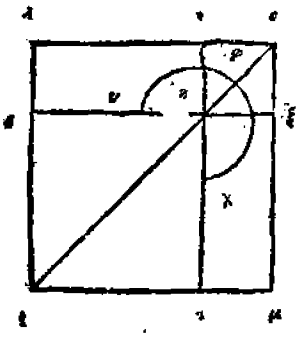
Euclid. ex Camp. Propoſitio 87.

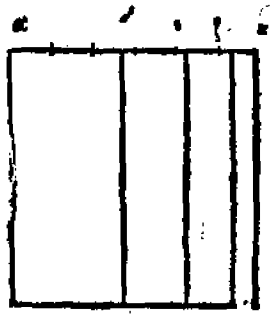
SI ſuperficies aliqua linea rationali reſiduoq; ſecundo cōtinea- 87
tur, linea in eandem potens erit reſiduum mediale primum.

CAMP. In hac quoq; argue ſicut in præmiſſa ex diffinitione reſidui ſecundi & ſecunda parte 13 & nona & decimanona & 15 & 69.

Euclid. ex Zamb. Theorema 68. Propoſitio 92.

Si areola comprehenſa fuerit ſub rationali & apotome ſecunda 92
quæ areolam poteſt, mediæ apotome eſt prima.





THEON ex Zāb. Areola nāq; α β cōprehēdatur ſub ratiōali α γ, & apotome α δ. Dico q; quæ α β, areolam poteſt, mediæ apotome eſt prima. Eſto enim (p 79 decimi) ipſi α δ cōgruēs δ π. Ipſæ igitur α π, π δ, rationales ſūt potētia tantū cōmēſurabiles (per 3 diffinitiones) et ipſa δ π, cōgruēs commēſurabilis eſt ipſi α γ, expoſitæ rationali, ipſa uerò α π tota ipſa congruente π δ maius poteſt eo quod ex ſibi cōmenſurabili. Quoniā igitur ipſa α π plus quā π δ poteſt eo q d ex ſibi incō mēſurabili lōgitudine. Si igitur quartæ parti eius qd ex π δ, æquū ad ipſam α π, cōparetur (per 28 ſexti) forma deficiēs quadrata, ipſam dirimet incōmenſurabilia (per 17 decimi) Secetur (per 10 primi) nēpe δ π, biſariam in ι, & ei quod ex ι π, æquum ad ipſam α π, cōparetur forma deficiēs à quadrata, ſitq; qd ſub α ſ, ſ π, cōmenſurabilis igitur eſt α ſ, ipſi ſ π lōgitudine. Et per ipſa ι ſ π ſigna (per 31 primi) ipſi α γ, paralleli excitentur ι θ, ſ ι, π κ. Et quoniā (per 15 decimi) α ſ ipſi ſ π lōgitudine cōmenſurabilis eſt, et α π igitur utriq; ipſa rū α ſ, ſ π, lōgitudine cōmenſurabilis eſt. Rationalis autē eſt α π, & ipſi α γ, lōgitudine incōmenſurabilis, & utraq; igitur ipſarū α ſ, ſ π, rationalis eſt. & ipſi α γ longitudine incōmenſurabilis. utrunq; igitur ipſorum α ι, ſ π, medium eſt. Rurſus quoniā cōmenſurabilis eſt δ ι ipſi ι π & δ γ, igitur (per 6 decimi, & per 15 decimi) utriq; ipſarū δ ι, ι π, cōmenſurabilis eſt. Sed δ γ, ipſi α γ lōgitudine cōmēſurabilis eſt. Rationalis igitur eſt utraq; ipſarū δ ι, ι π, & ipſi α γ longitudine cōmenſurabilis, igitur & utrūq; ipſorū δ θ, ι π (per 19 decimi rationale eſt. Cōſtituatur ergo (per 14 ſecundi) ipſi quidē α ι æquū quadratū λ μ, ipſi aūt ſ π æquum auſe ratur ν ξ, circa eundem exiſtens angulū ipſi λ μ qui ſub λ ο μ. Circa eundē igitur demetientē ſunt ipſa λ μ, ν ξ, quadrata. Eſto (per 26 ſexti) ipſorum dimetiens ο φ, & deſcribatur figura. Quoniam nempe ipſa α ι, ſ π media ſunt, & adinuicem commenſurabilia, & eis quæ ex λ ο, ο ν, ſunt æqualia, & quæ igitur ex λ ο, ο ν, media ſunt,*

ilia ſunt, & ipſæ λ ε, ε ν, igitur mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles. Et quoniam quod ſub α ζ, ζ ν, æquum eſt ei quod ex ε ν, eſt igitur ſicut α ζ ad ε ν, ſic ε ν ad ζ ν. Sed ſicut quidē α ζ ad ε ν, ſic α ι, ad ε ν, ſicut autē ε ν, ad ζ ν, ſic ε ν ad ζ ν. Ipſorū igitur α ι, ζ ν, mediū proportionale eſt ε ν. Sed ipſorū λ μ, ν ξ, quadratorū, medium proportionale eſt (per lēma 53 decimi) μ ν, & α ι, quidem æquum eſt ipſi λ μ, & ζ ν ipſi ν ξ. Igitur μ ν ipſi ε ν, æquum eſt. Sed ipſi quidem ε ν, æquū eſt Δ ϐ, at μ ν, ipſi λ ξ (per 36 primi) eſt æqualē. Totū igitur Δ ν, æquum eſt ipſi ν φ χ, gnomoni & ipſi ν ξ. Quoniam ergo totum α ν, æquum eſt ipſis λ μ ν ξ, quorum Δ ν, æquum eſt ipſi ν φ χ gnomoni et ipſi ν ξ, reliquum igitur α β ipſi σ τ, eſt æquale. Hoc eſt, ei quod ex λ ν, quod igitur ex λ ν, ipſi Δ β, areolæ æquum eſt, ipſam igitur α β areolam, ipſa λ ν poteſt. Dico q, λ ν, mediæ apotomæ eſt prima. Quoniā enim ε ν rationale eſt, & ipſi ν μ æquale, hoc eſt ipſi λ ξ, rationale igitur eſt λ ξ, hoc eſt id quod ſub λ ε, ε ν (per conſtructionem) Oſtenſum autem eſt, q, ν ξ mediū eſt. Igitur λ ξ, ipſi ν ξ eſt incommenſurabile. Sicut autē λ ξ ad ν ξ, ſic λ ο ad ο ν. Ipſæ igitur λ ε, ε ν longitudine ſunt incommenſurabiles. Ipſæ igitur λ ε, ε ν, mediæ ſunt potētia tantū cōmenſurabiles, ratiōale cōprehēdentes. Ipſa igitur λ ν, mediæ apotomæ eſt prima (per 74 decimi) Et ipſam α β poteſt areolā. Igitur quæ ipſam α ϐ areolā poteſt, mediæ apotomæ eſt prima. Si areola igitur cōprehenſa fuerit, et quæ ſequūtur reliqua: quod erat oſtēdendū.

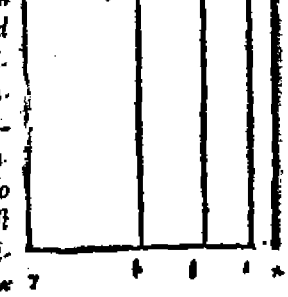
Euclid. ex Camp. Propoſitio 28.

91 Si linea rationali reſiduo cęp tertio ſuperficies contineatur, erit linea ſuper eam potens reſiduum mediale ſecundum.

CAMP. Priori demonſtrationi inſiſte, & facile concludes propoſitū ex diffinitione reſidui tertij & ſecūda parte 13 & 9 & 19 & 70. Eucl. ex Zāb. Theor. 69. Prop. 93.

92 Si areola comprehendatur ſub rationali & apotome tertia, quę areolam poteſt, mediæ apotomæ eſt ſecunda.

THEON ex Zamb. Areola enim α ϐ, comprehendatur ſub rationali α γ, & apotome tertiæ α Δ. Dico quòd quæ ipſam α ϐ, areolam poteſt, mediæ apotomæ eſt ſecunda. Eſto enim (per 79 decimi) ipſi α Δ congruens Δ ν. Ipſæ igitur α ν, ν Δ, rationales ſunt potentia tantū cōmenſurabiles, & neutra ipſarum α ν, ν Δ, ipſi α γ, expoſitæ rationali cōmenſurabilis eſt longitudine. At (per 87 decimi) tota α ν, ipſa Δ ν, cōgruēte maius poteſt, eo quòd ex ſibi cōmenſurabili. Si igitur quartæ parti eius quod ex Δ ν, æquum ad ipſam α ν, apponatur forma deficiens quadrata, in incōmenſurabilia (per 18 decimi) ipſam diuiſerit, ſecetur (per 10 primi) nempe Δ ν bifariā in ε, & (per 18 ſexti) ei quod ex ε ν, æquum ad ipſam α ν, comparetur forma deficiens quadrata ſitq; quod ſub α ζ, ζ ν. Excitenturq; (per 31 primi) per ι ζ ν, ſigna ipſi α γ, paralleli ε Δ, ζ ι, ν ϰ, cōmenſurabiles igitur ſunt α ζ, ζ ν, cōmenſurabile igitur eſt & α ι, ipſi ζ ν. Et quoniā α ζ, ζ ν, cōmēſurabiles ſunt longitudine, & α ν, igitur (per paralēlā) utriq; ipſarū α ζ, ζ ν, cōmenſurabilis eſt longitudine. Rationalis autē eſt α ν, & ipſi α γ, longitudine incommenſurabilis, & utraq; igitur ipſarū α ζ, ζ ν, rationalis eſt, & ipſi α γ, longitudine incōmenſurabilis, & utrunq; igitur ipſorum α ι, ζ ν (per 21 decimi) mediū eſt. Rurſus quoniā cōmenſurabilis eſt Δ ι, ipſi ι ν, longitudine & Δ ν, igitur utriq; ipſarū Δ ε, ι ν, longitudine commenſurabilis eſt (per 16 decimi) Rationalis autē eſt γ Δ, & ipſi α γ, lōgitudine incōmenſurabilis, rationalis igitur eſt & utraq; ipſarū Δ ε, ι ν, & α γ, longitudine incōmenſurabilis. Vtrunq; igitur ipſorū Δ ϐ, ε α (per 21 decimi) mediū eſt. Et quoniam α ν, ν Δ, potētia tantū ſunt cōmēſurabiles, incōmenſurabilis igitur eſt lōgitudine α ν, ipſi γ Δ. Sed α ν, ipſi quidē α ζ lōgitudine cōmēſurabilis eſt: & Δ ν, ipſi ε ν, incōmenſurabilis igitur eſt α ζ, ipſi ι ν lōgitudine. Sicut aūt α ζ ad ε ν, ſic α ι ad ε ν, incōmenſurabile igitur eſt α ι, ipſi ε ν. Cōſtituatur igitur (per 14 ſecūdi) ipſi quidē α ι æquū quadratū λ μ, ipſi autē ζ ν, æquū auferatur ν ξ, circa eundē exiſtens angulū cū μ λ. Circa igitur eundē dimetientē, ſunt λ μ, & ν ξ, eſto (per 26 ſexti) ipſorū dimetiēs ο ρ deſcribaturq; figura. Quoniā igitur quod ſub α ζ, ζ ν, æquū eſt ei quod ex ε ν, eſt igitur (per 17 ſexti) ſicut α ζ ad ε ν, ſic ι ν ad ζ ν. Sed ſicut quidē α ζ ad ε ν, ſic eſt α ι ad ζ ν, ſicut aūt ι ν ad ζ ν, ſic eſt ι ν ad ζ ν, et ſicut igitur α ι ad ε ν, ita ε ν ad ζ ν. Ipſorū igitur α ι, ε ν, mediū proportionale eſt ε ν, eſt aūt (per lēma 53 decimi) ipſorū λ μ, ν ξ, quadratorū mediū proportionale μ ν, & α ι, æquū eſt ipſi λ μ, & ζ ν, ipſi γ ξ. Et ε ν igitur æquū eſt ipſi μ ν. Sed μ ν ipſi λ ξ, eſt æquale, & ε ν, ipſi Δ ϐ æquū eſt (p 26 primi) & totū igitur Δ ν æquū eſt ipſi ν φ χ, gnomoni & ipſi ν ξ. Eſt aūt & α ν æquū ipſis λ μ, ν ξ, reliquū igitur α ϐ, æquū eſt ipſi ο τ, hoc eſt ei quod ex λ ρ quadrato. Igitur ipſa λ ν, ipſam α β, areolā poteſt. Dico iam q, λ ν mediæ apotomæ eſt ſecūda. Quoniam enim oſtenſum eſt q, α ι, ζ ν, media ſunt et æqualia eis quæ ex λ ο, ο ν, medium igitur eſt (per correlarium 23 decimi) et utrunque ipſorum quæ ex λ ο, ο ν, media igitur eſt utraq; ipſarum λ ο, ο ν. Et quoniam α ι, ipſi ζ ν, commenſurabile eſt, igitur quod ex λ ε, ei quod ex ο ν, commenſurabile eſt. Rurſus quoniam oſtenſum eſt quod α ι, ipſi ε ν incommenſurabile eſt, incommenſurabile igitur eſt λ μ ipſi μ ν, hoc eſt quod ex λ ε, ei quod ex ſub λ ο, ε ν, quare et λ ο, incommenſurabilis eſt longitudine ipſi ο ν. Ipſæ igitur λ ε, ο ν, mediæ ſunt potentia tantum cōmenſurabiles. Dico iam quod et mediū cōprehendūt. Quoniā patuit, q, ε ν, mediū eſt, & ei



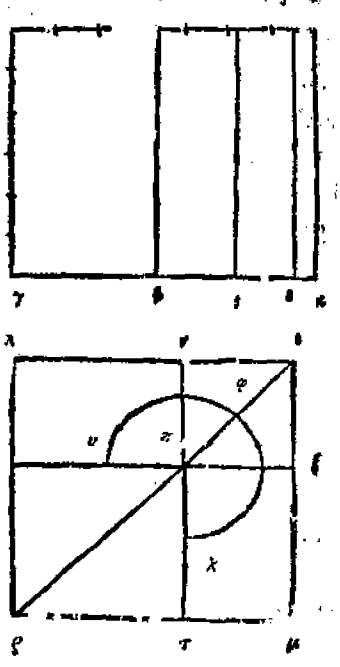
& ei est æquale quod sub λ o, o γ, medium igitur (per correlariũ 25 decimi) est & quod sub λ o, o ν. Quare ipsæ λ o, λ ν, mediæ sunt potentia tantum commensurabiles medium comprehendentes. Ipsa igitur λ ν mediæ apotomæ est secunda (per 75 decimi) & ipsam potest α ϐ. Quæ igitur ipsam α ϐ, areolam potest, mediæ apotomæ est secunda: quod ostẽdere oportuit. Euclid. ex Camp. Propositio 89.

SI fuerit superficies linea rationali residuóq; quarto contenta, linea super eam potens erit linea minor. 89

CAMP. In hac quoq; non aliter procedas quàm prius, facile erit ibi propositum concludere, si præmissam nõ despicis, ex diffinitione residui quarti & secunda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 71, & sic patebit propositum. Eucl. ex Zãb. Theor. 70. Prop. 94.

Si areola comprehendatur sub rationali & quarta apotome, quæ areolam potest, minor est. 94

THEON ex Zãb. Areola nãq; α 6, cõprehẽdatur sub rationali α γ, et quarta apotome α δ. Dico q; quæ α 6 areolã potest, minor est. Sit enim (p 80 decimi) ipsi α δ cõgruens δ ν, ipsæ igitur α o, ν δ, ratiõales sunt potentia tantũ cõmensurabiles, & α ν, ipsi α γ, expositæ rationali lõgitudine cõmensurabilis est, & tota α ν, ipsa δ ν cõgruente maius potest, eo quod ex sibi lõgitudine incõmensurabili. Quoniã igitur (per 51 decimi) α ν ipsa ν δ maius potest, eo quod ex sibi longitudine incõmensurabili, si igitur quartæ parti eius quod ex δ ν, æquũ ad ipsam α ν, cõparetur (p 28 sexti) forma deficiẽs quadrata, in incõmensurabili (per 18 decimi) ipsam diuiserit. Secetur (per 10 primi) igitur δ ν, b: fariã in ε, & ei quod ex ε ν (per 28 sexti) æquũ ad ipsã α ν cõparetur forma deficiẽs quadrata, sitq; quod sub α ζ, ζ ν. Incõmensurabilis igitur est lõgitudine α ζ, ipsi ζ ν. Excitẽtur igitur (p 31 primi) per ι ζ ν signa paralleli ipsis α γ, 6 δ. sintq; ε θ, ζ ι, ν κ. Quoniã igitur ratiõalis est α ν, et ipsi α γ, lõgitudine cõmensurabilis, ratiõale igitur est totũ α κ. Rursus quoniã cõmensurabilis est δ ν ipsi α γ lõgitudine, et utræq; sunt ratiõales, mediũ igitur est δ κ (per 21 decimi) Rursus quoniã incõmensurabilis est α ζ, ipsi ζ ν lõgitudine, incõmensurabile igitur est (per 9 decimi) et α ι ipsi ζ ν. Cõstituatur igitur (per 14 secũdi) ipsi quidẽ α ι æquũ quadratũ λ μ, ipsi aũt ζ ν, æquũ auferatur ν ξ ad eundẽ existẽs ipsi λ μ, angulũ qui sub λ o μ, circa igitur eundẽ dimetientẽ sunt (p 26 sexti) ipsa λ μ ν ξ quadrata. Sit ipsorũ dimetiens o ς, describaturq; figura. Quoniã igitur quod sub α ζ, ζ ν, æquũ est ei quod ex ε ν proportionaliter igitur est σ (p 17 sexti) sicut α ζ ad ε ν, sic ε ν ad ζ ν. Sed sicut quidẽ α ζ ad ε ν, sic α ι ad ε ν, sicut aũt (per 1 sexti) ε ζ ad ζ ν, sic ε ν, ad ζ ν. Ipsorũ igitur α ι, ζ ν, mediũ proportionale est ε ν. Ipsorũ aũt λ μ, ν ξ, quadratorũ (per lẽma 53 decimi) mediũ proportionale est μ ν, et α ι, æquũ est ipsi λ μ, et ζ ν, ipsi ν ξ, et ε ν, igitur ipsi μ ν est æquale. Sed ipsi quidẽ ε ν, æquũ est δ θ, ipsi aũt μ ν, æquũ est λ ξ. Totũ igitur δ ν, æquũ est ipsi υ φ χ, gnomoni, & ipsi ν ξ. Quoniã igitur α ν, totũ æquũ est ipsis λ μ, ν ξ, quadratis, quorũ δ ν, æquũ est ipsi υ φ χ, gnomoni et ipsi ν ξ quadrato: reliquũ igitur α ϐ (per 2 cõmunẽ sententiã) æquũ est ipsi o τ, hoc est ei quæ ex λ ν, quadrato. Igitur λ ν, ipsam α ϐ, areolã potest. Dico q; λ ν irrationalis est, appellata minor. Quoniã enim α ν ratiõale est, et eis est æquale quæ ex λ o, o ν, sunt quadratis, cõflatũ igitur ex ijs quæ ex λ o, o ν, ratiõnale est (per diffinitionẽ) Rursus quoniã δ ν mediũ est, et δ θ, æquũ est ei quod bis sub λ o, o ν, quod igitur bis sub λ o, o ν, mediũ est. Et quoniã patuit quod α ι, ipsi ζ ν, est incõmensurabile: incõmẽsurabile igitur est (per 11 decimi) quadratũ quod ex λ o, ei quod ex o ν quadrato. Ipsæ igitur λ o, o ν (per 76 decimi) potẽtia sunt incõmensurabiles, efficiẽtes cõflatũ quidẽ earũ quadratis rationale, quod uerò bis sub ipsis mediũ. Ipsa igitur λ ν, irrationalis est appellata minor, & ipsam areolam α ϐ potest. Quæ igitur ipsam α ϐ areolam potest, minor est: quod erat ostendendum. Euclid. ex Camp. Propositio 90.



SI fuerit linea rationali residuóq; quinto superficies cõtenta, latus eius tetragonicum erit cum rationali componẽs mediale. 90

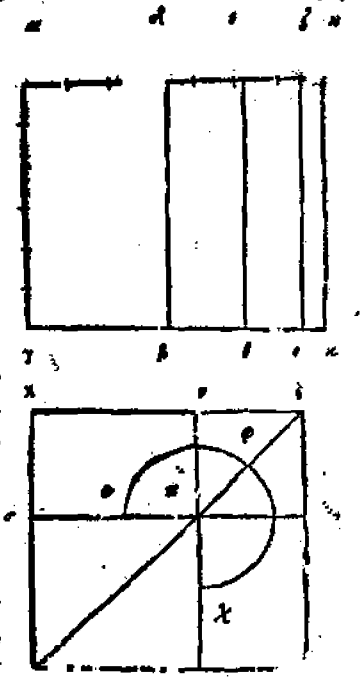
CAMP. Nitere præmissa argumẽtatione ex diffinitione residui quinti & 2 parte 14 & 9 & 19 & 15 & 72. quod propositũ est cõcludere. Euclid. ex Zamb. Theorema 71. Propositio 95.

Si areola comprehendatur sub rationale & quinta apotome, quę areolam potest, est quæ cum rationali medium totum conficit. 95

THEON ex Zãb. Areola etenim α 6, comprehendatur sub rationali α γ, et quinta apotome α δ. Dico q;

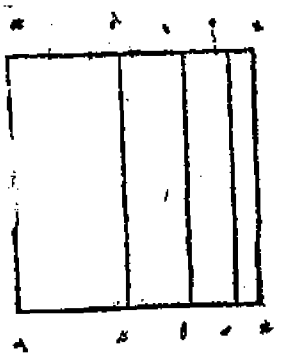
quę

quæ ipsam areolã α ß, potest, est quæ cũ rationali medium totum conficit. Sit nanq; (per 79 decimi) ipsi α Δ cõgruens Δ ν, ipsæ igitur α ν, ν Δ (per 80 decimi) rationales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles, & congruens ν Δ, commensurabilis est longitudine ipsi α γ, expositæ rationali. Et tota α ν cõgruens Δ ν maius potest eo quod ex sibi incommensurabili. Si igitur (per 18 sexti) quartæ parti eius quod ex Δ ν, æquum ad ipsam α ν (per 17 decimi) comparetur deficiens forma quadrata, in incõmensurabilia ipsam diuidet. Secetur igitur (per 10 primi) Δ ν, bifariam in ε signo, et ei quod ex ε ν (per 28 decimi) æquũ ad α ν cõparetur forma deficiens quadrata, sitq; quod sub α ζ, ζ ν. Incommensurabilis igitur est (per 9 & 34 decimi) α ζ, ipsi ζ ν longitudine. Excitentur q; (per 31 primi) per ε ζ ν, signa ipsi α γ paralleli ε θ, ζ ι, ν κ. Et quoniã α ν ipsi α γ lõgitudine est incõmensurabilis, & utræq; sunt rationales, medium igitur est α κ. Rursus quoniam Δ ν est rationalis & ipsi α γ lõgitudine cõmensurabilis, rationale igitur est Δ κ. Constituatur igitur (per 14 secundi) ipsi quidẽ α ι æquũ quadratum λ μ, ipsi autẽ ζ ν, æquũ quadratũ auferatur ν ξ. Ad eundem angulum qui sub λ ο μ sunt ipsa λ μ, & ν ξ, ad eandem igitur diametrum sunt λ μ, ν ξ quadrata. Sit (per 26 sexti) ipsorũ dimetiens ο ς, describaturq; figura. Similiter iam ostendemus, quòd λ ν, potest ipsam α ß areolã, dico q; ipsa λ ν, est quæ cum rationali mediũ totum cõficit. Quoniã enim ostensum quod α κ mediũ est, & ei sunt æqua quæ ex λ ο, ο ν, cõstatum, igitur ex eis quæ ex λ ο, ο λ, mediũ est (per correlariũ 23 decimi) Rursus quoniã Δ κ rationale est, & ei est æquũ quod bis sub λ ο, ο ν, et quod bis igitur sub λ ο, ο γ, rationale est. Et quoniã incõmẽsurabile est α ι ipsi ζ ν, incõmensurabile igitur est quod ex λ ο, ei quod ex ο γ. Ipsæ igitur λ ο, ο ν, potẽtia incõmẽsurabiles efficientes conflatũ ex ipsarũ quadratis mediũ, quot autem bis sub ipsis rationales, reliqua igitur λ γ (per 77 decimi) irrationalis est appellata cum rationali mediũ totã efficiens. Et ipsam α ß, areolã potest, quæ igitur ipsam α ß, areolam potest, est quæ cum rationali mediũ totum efficit: quod oportuit demonstrare.



Euclid. ex Camp. Propositio 91.

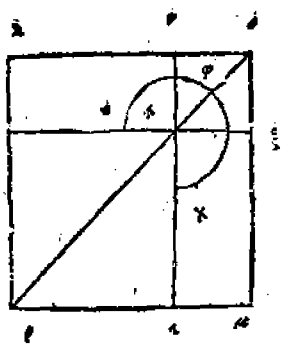
91 SI linea rationali residuoq; sexto superficies cõtineat, latus tetragonicũ quod super eã potest cũ mediali cõstituẽs, totum mediale esse comprobatur.



CAMPANVS. Nunc quoq; ultimo quod per hãc dicitur præmisso modo satage cõcludere ex diffinitione residui sexti, & secũda parte 14 & 19 & 73. In his autem omnibus processum ruũ nihil offendere poterit, si primã earũ & perfectè didiceris, & memoriter tenueris, & quid quoq; supponet solerter attenderis. Quod si forsan de aliquo in quadrato Im te dubitare cõtigerit, ad suum æquale in superficie a d tibi recurrendum erit, & patebunt tuo ingenio.

Euclid. ex Zamb. Theorema 62. Propositio 96.

96 SI areola cõprehendatur sub rationali & apotome sexta, quæ areolam potest, est quæ cum medio medium totum efficit.



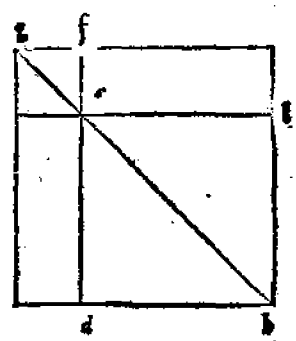
THEON ex Zamb. Areola nanq; α ß comprehendatur sub rationali α γ & apotome sexta α Δ. Dico quòd quæ α ß areolã potest, est quæ cũ medio mediũ totũ efficit. Esto enim (per 79 decimi) ipsi α Δ cõgruens Δ ν, ipsæ igitur α ν, ν Δ (per 90 decimi) rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Et neutra ipsarum α ν, ν Δ (per 3 diffinitionem) commensurabilis est ipsi α γ expositæ rationali longitudine, & tota α ν ipsa Δ ν congruẽte maius potest eo quod ex longitudine incõmensurabili. Quoniam igitur α ν ipsa ν Δ, maius potest eo quod ex sibi longitudine incõmẽsurabili, si igitur (per 18 sexti) quartæ parti eius quod ex Δ ν, æquũ ad ipsam α ν cõparetur forma deficiẽs quadrata in incommẽsurabilia ipsam (per 17 decimi) diuidet. Secetur igitur (per 10 primi)

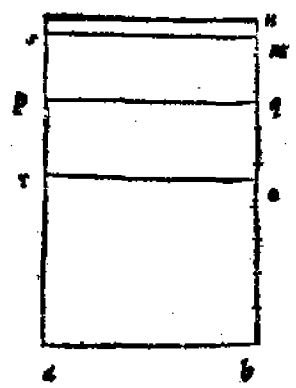
α ν, bifariam in signo ι, & ei quod ex ε ν (per 28 sexti) æquũ ad ipsam α ν, comparetur forma deficiẽs quadrata, sitq; quod sub α ζ, ζ ν. Incommensurabilis igitur est (per 18 decimi) α ζ, ipsi ζ ν, longitudine. Sicut autem (per 1 sexti) α ζ, ad ζ ν, sic α ι ad ζ ν, incommensurabile igitur est (per 9 decimi) α ι ipsi ζ ν. Et quoniam ipsæ α ν, α γ, rationales sunt potẽtia tantũ commẽsurabiles, medium est α ν. Et quoniã ipsæ α γ, δ ν, rationales sunt longitudine incõmensurabiles, mediũ est & δ ν (per 21 decimi) Quoniam igitur ipsæ α ν, ν δ, potẽtia tantũ sunt cõmmensurabiles, igitur α ν, ipsi δ ν lõgitudine est incõmensurabilis. Sicut autem α ν ad ν δ, sic est α ν ad ν δ sic est α ν, ad δ ν, incõmensurabile igitur est α ν, ipsi ν δ. Cõstituatur igitur (per 14. secundi) ipsi α ι, æquũ quadratũ λ μ, ipsi autẽ ζ ν, æquũ auferatur ν ξ, ad eundẽ angulũ ipsi λ μ, circa eundẽ dimetientẽ igitur (p 26 sexti) sunt ipsa λ μ, ν ξ, quadrata esto ipsorũ dimetiens ν ρ, describaturq; figura. Similiter iã ex præcedẽtibus ostẽdemus q̃ λ ν, potest ipsam α β arcolã. Dico q̃ ipsa λ ν est quæ cum medio mediũ totum efficit. Quoniã nãq; patuit quod α ν mediũ est & eis est æquale quæ ex λ ο, ο ν. cõstatũ igitur ex ijs quæ ex λ ο, ο ν, mediũ est (per correlariũ 23 decimi) Rursus quoniã patuit quod δ ν mediũ est, et et æquale quod bis sub λ ο, ο ν, & quod igitur bis sub λ ο, ο ν, mediũ est. Et quoniã patuit quod α ν, ipsi δ ν est incõmensurabile, incõmẽsurabilia igitur sunt & quæ ex λ ο, ο ν, sunt quadrata ei quod bis sub λ ο, ο ν. Et quoniã α ι, ipsi ζ ν, est incõmẽsurabile, incõmẽsurabile est igitur & quod ex λ ο, ei quod ex ο μ. Ipsa λ ο, ο ν, igitur (per 78 decimi) potentia sunt incõmẽsurabiles, efficientes conflatũ ex ipsarum quadratis medium, & quod bis sub ipsis medium insuper quæ ex ipsis quadrata incommensurabilia ei, quod bis sub ipsis. Ipsa igitur λ ο, irrationalis est, appellata cum medio medium totum efficiens: quod erat demonstrandum.

Euclid. ex Camp. **Propositio 92.**

Si ad lineã rationalẽ superficies æqualis quadrato residui applicetur, alterũ latus residuũ primum esse necesse est. 92

CAMPANVS. Hæ sex sequentes, sunt cõuersæ sex præcedẽtiũ per ordinem. Huius autem primæ hęc est intẽtio, quod si sit superficies a c adiuncta ad lineam rationalẽ a b, æqualis quadrato residui quod fit d e, erit eius latus secundũ quod est b c necessariõ residuum primum. Adijciatur enim lineæ d e quæ proponitur esse residuum, linea per cuius abscisionem ipsa d e fuerit residuũ, sitq; ei adiuncta e f, eritq; ex 68 utraq; duarum linearũ d f & f e, rationalis in potẽtia, & una earũ incõmẽsurabilis alij. Describat ergo quadratũ lineæ f e, quod sit e g, & quadratũ d e quę posita est esse residuũ: quod sit e h, & adijciãtur supplemẽta d k & f l, eritq; quadratum g h. tanquã quadrarũ lineę d f, & quadratũ e h erit sicut superficies a c. Erit etiã utrunq; quadratorum g h & g e, rationale. Sit igitur superficies a m adiũcta ad lineã a b, æqualis quadrato g h, eritq; ob hoc rationalis, quare per 16 linea m n est rationalis, in longitudine: superficies uerò p n sit æqualis quadrato e g, quę propter hoc erit rationalis, & per 16 linea m n rationalis in longitudine, itaq; tota linea b n est rationalis per 9. Diuidat autẽ c n per æqualia in q, & ducatur q r æquidistans a b, eritq; ex prima sexti c r æqualis r n. Manifestũ uerò est quod cũ tota superficies a n sit æqualis duobus quadratis g h & e g pariter acceptis quę sunt quadrata duarũ linearũ d f & f e, & superficies a c sit æqualis quadrato lineę d e q̃d est e h, erit per septimã secũdi superficies residua ex a n quę est c s æqualis duplo superficiei ex d f in f e, quare & horũ dimidia quę sunt r n & d g, necesse est esse æqualia. Cũq; igitur ex prima sexti sit superficies d g medio loco, pportionalis inter duo quadrata g h & g e, erit quoq; superficies r n medio loco proportionalis inter duas superficies a m & p n, ideoq; per primã sexti erit etiã q n medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m n. Cumq; sit q n dimidium lineæ n c. & linea b n diuisa per punctum m in duo cõmunicantia inter quę cadit q n medio loco proportionalis, sequitur ex prima parte 13 quod linea b n sit potẽtior linea n c in quadrato lineæ secum communicãtis in longitudine.





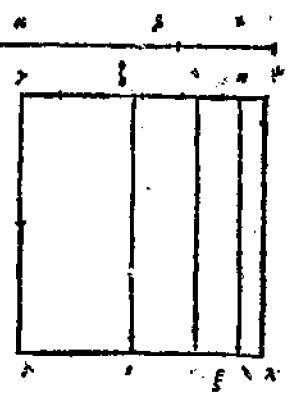
Quia ergo superficies d g est medialis ex 19, ex hypothesi autem superficies c r sibi æqualis medialis. & linea c q rationalis in potẽtia tãtum per 20, ideoq; etiã duplum eius quod est linea n c est rationalis tãtum in potẽtia, quia ergo b n est rationalis in lõgitudine cõmunicantis lineæ a b positæ rationali, & potentior n c in quadrato lineæ sibi incommunicantis in longitudine, sequitur ex diffinitione lineam b c esse residuum primum: quod est propositum.

Euclid.

Euclid. ex Zamb. Theorema 73. Propositio 97.

97 Quod ex apotome ad rationalem comparatum latitudinem, primam efficit apotomen.

THEON ex Zamb. Sit apotome α β, rationalis autẽ sit γ δ, & ei quod ex α β, æquũ ad ipsam γ δ, cõparetur γ ε, latitudinem efficiens γ ζ. Dico q; γ ζ, est prima apotome. Esto enim (per 79 decimi) ipsi α β congruens β κ: ipsæ igitur α κ, κ β (per 80 decimi) rationales sunt potẽtia tãtum cõmensurabiles. Et ei quidem quod ex α κ (per 44 primi) æquũ, ad ipsam γ δ, cõparetur γ θ, ei autẽ quod ex β κ, comparetur κ λ. Totũ igitur γ λ, æquũ est eis quæ ex α κ, κ β, quorũ γ ε æquũ est ei quod ex α κ β, reliquũ igitur ζ λ, æquũ est ei quod bis sub α κ, κ β. Secetur (per 10 primi) ζ μ bifariã in signo γ, et excitetur (per 31 primi) per ν ipsi γ δ parallelus γ ξ. Vtrũq; igitur ipsorũ, ζ ξ, λ γ, æquum est ei quod sub α κ, κ β. Et quoniã quæ ex α κ, κ β, rationalia sunt, & eis quæ ex α κ, κ β, æquũ est δ μ, rationale igitur est (per diffinitionẽ decimi) δ μ. Et ad rationalẽ apponitur γ δ, latitudinem efficiens γ μ, rationalis igitur est γ μ (per 20 decimi) & ipsi γ δ longitudine cõmensurabilis. Rursus quoniã quod bis sub α κ, κ β, medium est (per 21 decimi) & ei quod bis sub α κ, κ β, æquũ est ζ λ medium igitur est ζ λ. Et ad ipsam γ δ rationalẽ apponitur latitudinem efficiens ζ μ, rationalis igitur est ζ μ, & ipsi γ δ longitudine incõmensurabilis. Et quoniã quæ ex α κ, κ β, rationalia sunt, quod autẽ bis sub α κ, κ β, medium est, incõmensurabilia igitur sunt quæ ex α κ, κ β, ei quod bis sub α κ, κ β. Et eis quidem quæ ex α κ, κ β, æquum est γ λ, ei autẽ quod bis sub α κ, κ β, æquum est ζ λ, incõmensurabile igitur est (per 9 decimi) δ μ ipsi ζ λ. Sicut autẽ (per 1 sexti) δ μ, ad ζ λ, sic est γ μ, ad ζ μ, incommensurabilis igitur est (per 13 decimi) γ μ ipsi ζ μ, lõgitudine. Et utræq; sunt rationales, igitur γ μ, μ ζ (per 11 decimi) rationales sunt potẽtia tãtũ cõmẽsurabiles. Igitur γ ζ apotome est. Dico insuper q; & prima. Quoniã nempe eorum quæ ex α κ, κ β, medium proportionale est quod sub α κ, κ β, & quod ex α κ, æquum est ipsi γ θ, ipsi autem quod sub α κ, κ β, est ν λ, ei autem quod ex β κ, æquum est κ λ, & ipsorum igitur γ θ, κ λ, medium proportionale est γ λ. Est igitur (per 1 sexti) sicut γ θ ad γ λ, sic est ν λ, ad κ λ. Sed sicut quidem γ θ ad ν λ, sic est γ κ ad ν μ, sicut autẽ ν λ ad κ λ, sic est γ μ ad κ μ, & sicut igitur (per 11 quinti) γ κ ad ν μ, sic ν μ, ad κ μ. Quod igitur sub γ κ, κ μ (per 17 decimi) æquum est ei quod ex ν μ, hoc est quartæ parti eius quod ex ζ μ. Et quoniam quod ex α κ, ei quod ex κ β est incommensurabile, commensurabile est γ θ ipsi κ λ. Sicut autem γ θ ad κ λ, sic γ κ, ad κ μ, commensurabilis est igitur (per 11 decimi) γ κ ipsi κ μ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ sunt inæquales scilicet γ μ, μ ζ, et quartæ parti eius quod ex ζ μ æquum ad ipsam γ μ apponitur forma deficiens quadrata quod scilicet sub γ κ, κ μ, & γ κ ipsi κ μ commensurabilis est, ipsa igitur μ γ, ipsa μ ζ maius potest eo quod ex sibi longitudine commensurabilis. Et γ μ, cõmensurabilis est ipsi γ δ, expositæ rationali longitudine. Ipsa igitur γ ζ (per 85 decimi) apotome est prima. Quod igitur ex apotome ad rationalem comparatum latitudinem, efficit primã apotomẽ: quod erat ostendendum. Euclid. ex Camp. Propositio 93.



93  Vm adiuncta fuerit superficies æqualis quadrato residui medialis primi ad lineam rationalem, alterum latus eius erit residuum secundum.

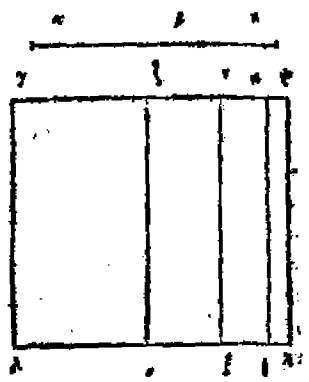
CAMPANVS. Hic erit linea d e residuum mediale primũ, & linea e f erit linea illa per cuius abscisionẽ d e fuerat residuũ mediale primũ. Dico quòd b c erit residuũ secũdũ. Quod nescire nõ poteris, si demonstrationi præmissæ (quousq; eam solido amplectaris habitu) institeris, & quales lineas oporteat esse d f & f e uigilanter attenderis: de quo si dubitas, 69 requirenda erit.

Euclid. ex Zamb. Theorema 74. Propositio 98.

98 Quod ex mediæ apotomæ prima ad rationalem comparatum latitudinem, secundam efficit apotomen.

THEON ex Zãb. Sit mediæ apotomæ prima α β, rationalis autẽ esto γ δ, & ei quod ex α β, (per 44 primi) æquũ ad ipsam γ δ, apponatur γ ε, latitudinẽ efficiẽs γ ζ. Dico q; γ ζ apotome est secũda, esto nãq; ipsi α β congruens β κ, ipsæ igitur α κ, κ β, mediæ sunt potentia tãtum cõmensurabiles, rationale comprehendentes. Et ei quidem quod ex α κ æquum ad ipsam γ δ comparetur (per 44 primi) γ θ, latitudinẽ efficiens γ κ, ei autem quod ex κ β, æquum ad ipsam κ θ comparetur κ λ latitudinẽ efficiens κ μ. Totũ igitur γ λ, æquũ est eis quæ ex α κ, κ β, medium igitur est & γ λ. Et ad ipsam γ δ rationalem comparatur, latitudinẽ efficiens γ μ, rationalis igitur est & γ μ, & ipsi γ δ in lõgitudine incõmensurabilis (per 22 decimi) Et quoniã γ λ æquum est eis quæ ex α κ, κ β quadratis, quorum quod ex α β, æquum est ipsi γ ε, reliquũ igitur quod bis sub α

ν,ν β, æquũ est ipsi ζλ. Rationale autẽ est quod bis sub α ν,ν β, cõprehẽditur: rationale igitur & ζλ. Et ad ζλ rationalẽ comparatur, latitudinem efficiens ζμ, rationalis igitur est (per 20 decimi) & ζμ, & ipsi γδ longitudine cõmensurabilis. Quoniã igitur quæ ex α ν,ν 6, hoc est ipsum γλ, medium est, quod autem bis sub α ν,β γ, hoc est ipsum ζλ rationale, incõmensurabile igitur est (per 9 decimi) γλ ipsi ζλ. Sicut autem γλ, ad ζλ sic est γμ, ad ζμ, incõmensurabilis igitur γμ, ipsi ζμ longitudine, & utræq; sunt rationales. Ipsæ igitur γμ, μζ, rationales sunt potẽtia tantũ commensurabiles, ipsa igitur γζ, apotome est (per 73 decimi) Dico etiã q; & secũda. Secetur nãq; (per 10 primi) ζμ bifariam in ν. Exciteturq; (per 31 primi) per ν, ipsi γδ, parallelus νξ, utrunq; igitur ipsorum ζξ, γλ, æquũ est ei quod sub α ν,ν β. Et quoniam (per lemma 53 decimi) ipsorum quæ ex α ν,ν β, quadratorum medium proportionale est quod sub α ν,ν β, & quod ex α ν, æquũ est ipsi γθ, quod uerò sub α ν,ν β, ipsi νλ: quod autẽ ex β ν ipsi νλ, & ipsorũ igitur γθ, νλ, mediũ proportionale est νλ (per idem lẽma) Est igitur sicut γθ ad νλ, sic νλ, ad νλ, sed sicut quidem γθ ad νλ, sic est γν ad νμ, sicut autẽ νλ ad νλ, sic est νμ ad μν. Sicut igitur (p 11 quinti) γν ad νμ, sic est νμ ad νμ. Igitur quod sub γν, νμ (p 17 decimi) ei est æquum quod ex νμ, hoc est quartæ parti eius quod ex ζμ. Et quoniam quod ex α ν, commẽsurabile est ei quod ex β ν, commensurabile est (per 1 sexti & 11 decimi) & γθ ipsi νλ, hoc est γν, ipsi νμ. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt γμ, & μζ, quartæ autem parti eius quod ex μζ (per 17 decimi) æquum ad maiorem γμ apponitur deficiẽs forma quadrata, quod scilicet sub γν, νμ, & ipsam incõmẽsurabilia dimẽsecit, ipsa igitur γμ ipsa μζ (per eandem) maius potest eo quod ex sibi incommensurabili. Et congruens ζμ (per 85 decimi) est commensurabilis longitudine ipsi γδ expositæ rationali. Ipsa igitur γζ, apotome est secunda (per 3 diffinitiones) Quod igitur à mediæ apotomæ prima ad rationalem comparatum latitudinem, secundam efficit apotomen: quod erat ostendendum.



Euclid. ex Camp. Propositio 94.

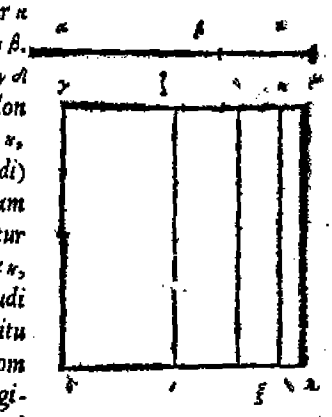
SI superficies æqualis quadrato residui medialis secundi applicata fuerit ad lineam rationalem, alterum latus eius residuum tertium esse conueniet. 94

CAMPANVS. Hic etiam erit d e residuum mediale secundum, & sequetur ut sit c b residuum tertium. Quod ut facilè concludas, primæ demonstrationi insistas: & quales lineas conueniat esse d f & f e, ex 70 collige.

Euclid. ex Zamb. Theorema 75. Propositio 99.

Quod ex mediæ apotomę secunda ad rationalem comparatum latitudinem tertiam apotomen conficit. 99

THEON ex Zãb. Esto mediæ apotomæ secundæ α β, rationalis autẽ esto γδ, & ei quod ex α β (per 44 primi) æquũ ad ipsam γδ apponatur γε, latitudinẽ efficiens γζ. Dico q; γζ est apotome tertia. Sit nanq; α 6, congruens β ν, ipsæ igitur α ν,ν β (per 81 decimi) mediæ sunt potentia tantum cõmensurabiles medium cõprehendẽtes. Et ei quidẽ quod ex α ν (per 44 primi) æquum ad ipsam γδ, cõparetur γθ latitudinẽ efficiens γν, ei autẽ quod ex β ν (per eandẽ) æquum ad ipsam νθ comparetur ν λ, latitudinem efficiens λμ. Totum igitur γλ, æquũ est eis quæ ex α ν,ν β. Et ea quæ ex α ν,ν β, media sunt, medium igitur est & γλ. Et ad ipsam γδ apponitur, latitudinem efficiẽs γμ. Rationalis igitur est γμ, & ipsi γδ longitudine incõmensurabilis. Et quoniã totum γλ, æquum est eis quæ ex α ν, ν β, quorũ γε æquum est ei quod ex α 6, reliquum igitur λζ (per 7 secundi) æquũ est ei quod bis sub α 6, ν β. Secetur igitur (per 10 primi) ζμ, bifariam in ν, signo & ipsi γδ (per 31 primi) parallelus excitetur γξ, utrunq; igitur ipsorum ζξ, νλ, æquum est ei quod sub α ν,ν β. Medium autẽ est quod sub α ν, ν 6, medium igitur est & λζ. Et ad ipsam ζ rationalem cõparetur, latitudinem efficiens ζμ, rationalis igitur est (per 22 decimi) ζμ, & ipsi γδ, longitudine incommensurabilis. Et quoniam ipsæ α ν,ν β, potentia tantum sunt commensurabiles, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) α ν, ipsi ν 6 longitudine. Incommensurabile igitur est & quod ex α ν, ei quod sub α ν,ν β. Sed ei quidem quod ex α ν, commensurabilia sunt quæ ex α ν,ν β, ei autem quod sub α ν,ν β, commensurabile est quod bis sub α ν,ν β. Incõmensurabilia igitur sunt quæ ex α ν,ν β, ei quod bis sub α ν,ν β. Sed eis quidem quæ ex α ν,ν 6, æquũ est γλ, ei autem quod bis sub α ν,ν β, æquum est ζν. Incõmensurabile igitur est γλ, ipsi ζλ. Sicut autem γλ ad ζλ, sic est

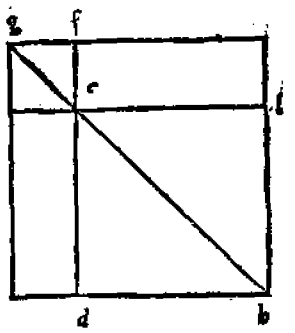


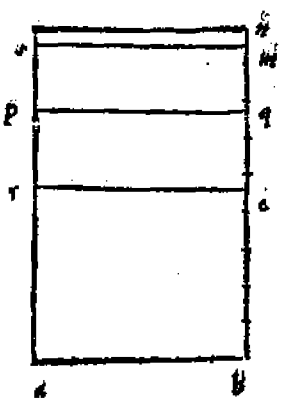
(per

(per 1 sexti, & 11 decimi) γ μ ad ζ μ, incommensurabilis igitur est γ μ, ipsi ζ μ longitudine. Et utræq; sunt rationales. Ipsæ igitur γ μ, μ ζ, rationales sunt potẽtia tantũ commensurabiles. Apotome igitur est γ ζ. Dico q & tertia. Quoniam enim quod ex α ν commensurabile est ei quod ex β ν, commensurabile igitur est γ θ ipsi κ λ, quare & γ ν, ipsi κ μ. Et quoniam eorum quæ ex α ν, ν β (per lemma 53 decimi) mediũ proportionale est quod sub α ν, ν β, & ei quidem quod ex α ν æquũ est γ θ, ei autẽ quod ex ν β æquũ est ν λ: ei autem quod sub α ν, ν β, æquũ est γ ι, & ipsorum γ θ, ν λ, igitur (per lẽma 53 decimi) medium proportionale est γ ι. Est igitur sicut γ θ ad ν λ, sic est ν λ ad ν ι. Sed sicut γ θ ad ν λ, sic (per 1 sexti) est γ ν ad ν μ, sicut autem ν λ, ad ν ι, sic est ν μ, ad ν μ. Sicut igitur γ ν, ad ν μ, sic est ν μ ad ν μ: quod igitur sub α ν, ν μ, æquũ est ei quod ex ν μ, hoc est quartæ parti eius quod ex ζ μ. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt γ μ, μ ζ, & quartæ parti eius quod ex ζ μ (per 17 decimi) æquũ ad ipsam γ μ apponitur forma deficiens quadrata, & incommensurabilia ipsam diuidit, igitur γ μ ipsa μ ζ maius potest, eo quod ex sibi cõmensurabili. Et ipsarũ γ μ, μ ζ, neutra cõmensurabilis est longitudine ipsi γ δ expositæ rationali. Ipsa igitur γ ζ (per 95 decimi) apotome est tertia. Quod igitur ex mediæ apotomæ secundæ ad rationalẽ comparatũ latitudinẽ, efficit tertiam apotomen: quod erat ostendendum, Euclid. ex Camp. Propositio 95.

97 Vm adiũcta fuerit lineæ rationali superficies æqualis quadrato lineæ minoris, latus eius secundũ, erit residuum quartum.

CAMP. Si fuerit d e linea minor, asserit hæc 95 quòd b c erit residuũ quartum. Est autẽ sumendum ex 71 quales lineas esse necesse sit d f & f e, cum d e fuerit linea minor, & est astruendum propositum præmisso modo, excepto quòd in hac & duabus sequentibus necesse est lineã b n diuidi ad punctum m in duo incõmensurabilia, quę in tribus præmissis diuidebatur necessariò duo cõmensurabilia. nam in tribus præmissis fuerant duæ lineæ d f & f e cõmunicãtes in potẽtia tantũ, & ideo earũ quadrata cõmunicãtia, propter quod & superficies a m & p n quadratis earum æquales communicantes, quapropter etiã & duæ lineæ b m & m n, ideoq; fuit in tribus præmissis linea b n potẽtior linea n c, in quadrato lineæ secum cõmunicãtis in longitudine ex prima parte 13 in hac autẽ & duabus sequentibus sunt duæ lineę d f & f e incommensurabiles in potentia, ut apparet ex 71 & 72 & 73, & ideo earum quadrata, propter quod & superficies a m & p n incommensurabiles, propter quod & duę lineæ b m & m n incommensurabiles: ideoq; per primam partem 14 tam in hac quàm in duabus sequentibus necesse est lineam b n esse potentiorem linea n c, in quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine: cætera perquire ut prius.





Euclid. ex Zamb. Theorema 76. Propositio 100.

100 Quod ex minori ad rationalẽ comparatum latitudinem, efficit quartam apotomen.

THEON ex Zãb. Sit minor α β, rationalis autẽ esto γ δ, & ei quod ex α β (p 44 primi) æquum ad ipsam γ δ cõparetur γ ε, latitudinem efficiens γ ζ. Dico quòd γ ζ apotome est quarta. Sit (per 79 decimi) ipsi α ϛ, congruẽs β ν. Ipsæ igitur α ν, ν β (per 80 decimi) potentia sunt incõmensurabiles, efficiẽtes cõstatũ ex ijs quæ ex α ν, ν ϛ, quadrata rationale, quod autẽ bis sub α ν, ν β, mediũ. Et ei quidẽ quod ex α ν (per 28 sexti) æquũ ad ipsam γ δ cõparetur γ θ, latitudinẽ efficiẽs γ ν, ei aũt quod ex β ν æquũ ad ipsam ν θ cõparetur ν λ latitudinẽ efficiẽs ν μ. Totũ igitur γ λ, æquum est eis quod ex α ν, ν β, & cõstatũ ex ijs quæ ex α ν, ν β, rationale est: rationale igitur est & γ λ, & ad rationalẽ γ δ cõparatur, latitudinem efficiens γ μ, rationalis igitur est (per 20 decimi) γ μ, & ipsi γ δ longitudine commensurabilis. Et quoniã totum γ λ æquum est eis quæ ex α ν, ν β, quorum γ ι, æquum est ei quod ex α β, reliquum igitur ζ λ (per 7 secundi) æquum est ei quod bis sub α ν, ν β. Secetur (per 10 primi) ζ μ, bifariam in γ signo. Excitetur q; (per 31 primi) per ν signum, utriq; ipsarũ γ δ, μ λ, parallelus ν ξ: utrunq; igitur ipsorũ ζ ξ, ν λ, æquũ est ei quod sub α ν, ν β. Et quoniam quod bis sub α ν, ν ϛ, medium est & ipsi ζ λ æquale: medium igitur est & ζ λ. Et

ſμ. Et ad ipſam ſν rationalē oomparetur: latitudinem efficiens ſμ, rationalis igitur eſt ſμ, & ipſi γδ, lōgitudine incōmenſurabilis. Et quoniā cōſtatū quidē ex ijs quæ ex α ν, ν β, rationale eſt. quod aūt bis ſub α ν, ν ζ, medium: incōmenſurabilia igitur ſunt quæ ex α ν, ν β, ei quod bis ſub α ν, ν β. At γλ, æquum eſt eis quæ ex α ν, ν β, ei autē quod bis ſub α ν, ν β, æquū eſt ſλ. Incōmēſurabile igitur eſt (p 9 decimi) γλ, ipſi ſλ. Sicut autē γλ, ad ſλ (p 1 ſexti & 11 decimi) ſic eſt γμ, ad μſ. Incōmenſurabilis igitur eſt γμ, ipſi ſμ lōgitudine. Et utræq; ſunt rationales. Ipſæ igitur γμ, μſ (per 73 decimi) ratiōales ſunt potētia tātū cōmēſurabiles. Apotome igitur eſt γſ. Dico q; et quarta. Quoniā enim ipſæ α ν, ν β, potētia ſunt incōmēſurabiles, incōmenſurabile eſt igitur & quod ex α ν, ei quod ex ν β. Et ei quidē quod ex α ν, æquū eſt γθ, ei autē quod ex ν β, æquū eſt & α λ. Incōmenſurabile igitur eſt γθ, ipſi θλ. Sicut autem γθ ad ν λ, ſic eſt γ ν ad ν μ, incōmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) γ ν ipſi ν μ lōgitudine. Et quoniā ipſorū quæ ex α ν, ν β, mediū proportionale eſt (per lēma 53 decimi) quod ſub α ν, ν ζ, & id quod ex α ν, æquū eſt ipſi γθ, quod autē ex ν ζ, æquū eſt ipſi ν λ, quod uerò ſub α ν, ν β, æquū eſt ipſi ν θ, ipſorū igitur γθ, ν λ, mediū proportionale eſt (per idem lemma ν λ) Eſt igitur ſicut γθ ad ν λ, ſic eſt ν λ ad ν λ. Sed ſicut quidē γθ ad ν λ, ſic (per 1 ſexti) eſt γ ν ad ν μ, ſicut autē ν λ ad ν λ, ſic eſt ν μ ad ν μ, & ſicut igitur (p 11 qnti) γ ν ad ν ν, ſic eſt μ ν ad ν μ. Quod igitur ſub γλ, ν μ, æquū eſt ei quod ex μ ν, hoc eſt quartæ parti eius quod ex ſμ. Quoniā igitur binæ rectæ lineæ inæquales ſunt γμ & μſ, & quartæ parti eius quod ex μſ (per 17 decimi) ad ipſam γμ, apponitur fōrma deficiēs quadrata, quod ſcilicet ſub γ ν, ν μ, & in incōmenſurabilia ipſam diuidit, ipſa igitur γμ, ipſa μſ, maius poteſt eo quod ex ſibi incōmenſurabili, & tota γμ, ipſi γδ, expoſitæ rationali cōmenſurabilis eſt lōgitudine. Ipſa igitur γſ apotome eſt quarta (per 85 decimi) quod ex minori ad rationalē igitur cōparatū latitudinē, quartā efficit apotomē: quod erat oſtendendū. Euclid. ex Camp. Propoſitio 96.

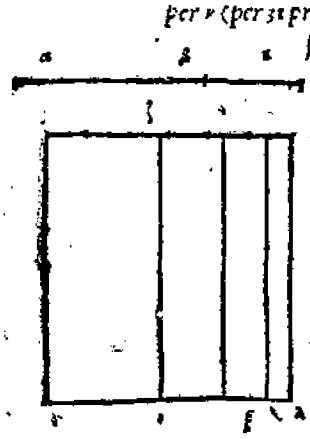


96 I ad lineā ratōalē q̄drato lineę cū ratiōali cōſtituētis media le ę̄q̄lis ſuꝑficies adiūgaī, lat⁹ eius ſecūdū, erit reſiduū qntū.

CAMP. Pone hic ſimiliter lineā d e eſſe illā quę adiūcta cū rationali cōponat totū mediale, & attēde ex 72 quales lineas oporteat eſſe d f & f e, & cōcludes ſine offendiculo, ſi prius habitæ demonſtrationi oportunè inſtiteris, lineam b e eſſe reſiduum quintum. Euclid. ex Zamb. Theorema 77. Propoſitio 101.

101 Quod ex ea quæ cum rationali medium totum efficit, ad rationalem comparatum latitudinem, quintam efficit apotomen.

THEON ex Zāb. Sit cū rationali medium totū efficiēs α β, rationalis aūt eſto γδ, & ei quod ex α β (per 44 primi) æquū ad ipſam γδ, cōparetur γε, latitudinē efficiens γſ. Dico q; ſγ, apotome eſt quinta. Sit enim (per 77 decimi) ipſi α ζ, cōgruens ſ ν. Ipſæ igitur α ν, ν ζ, rectæ lineæ potētia tātū, ſunt incōmēſurabiles, efficiētes cōſtatū quidem ex ipſarū quadratis medium, quod autē bis ſub ipſis rationale. Et ei quidē quod ex α ν (per 44 primi) æquū ad ipſam γδ cōparetur γθ, ei autem quod ex ν ζ, æquū eſto ν λ. Totū igitur γλ æquū eſt eis quæ ex α ν, ν β. Quod autē cōſtatū ex ijs quæ ex α ν, ν β, ſimul mediū eſt, mediū igitur eſt (per 22 decimi γλ) Et ad ipſam rationalē γδ, apponitur, latitudinē efficiens γμ, rationalis igitur eſt γμ, & ipſi γδ, incōmenſurabilis. Et quoniā totū γλ, æquū eſt ijs quæ ex α ν, ν β, quorū ε, æquū eſt ei quod ex α β, reliquū igitur ſλ, æquū eſt ei quod bis ſub α ν, ν β. Secetur, inquā (per 10 primi) ſμ, bifariam in ν, exciteturq; per ν (per 31 primi) utriq; ipſarum γδ, μλ, parallelus νξ. Vtrunq; igitur ipſorum ſξ, ν λ, æquum eſt ei quod ſub α ν, ν ζ. E quoniā quod bis ſub α ν, ν β, rationale eſt & ipſi ſλ eſt æquale, rationale igitur eſt ſλ. Et ad rationalem εſ, cōparatur latitudinem efficiens ſμ, rationalis igitur eſt (per 20 decimi) ſμ, & ipſi γδ longitudine commenſurabilis. Et quoniam γλ quidē mediū eſt, at ſλ rationale, igitur γλ ipſi ſλ eſt incōmēſurabile. Sicut aūt γλ ad ſλ, ſic γμ, ad μξ, incōmēſurabilis igitur eſt γμ, ipſi μξ longitudine. Et utræq; ſunt rationales, ipſæ igitur γμ, μξ (per 73 decimi) rationales ſunt potentia tātum commenſurabiles. Igitur γξ, apotome eſt. Dico quòd & quinta. Similiter namq; oſtendemus quòd ſub γ ν, ν μ, æquū eſt ei quod ex ν μ, hoc eſt quartæ parti eius quod ex ſμ. Et quoniam quod ex α ν ei quod ex ν β eſt incommenſurabile, quod uerò ex α ν æquum eſt ipſi γθ, quod autem ex ν β ipſi ν λ, incommenſurabile igitur eſt θδ, ipſi ν λ. Sicut autem γθ ad ν λ, ſic eſt γ ν, ad ν μ. Igitur γ ν, ipſi ν μ lōgitudine eſt incommenſurabilis. Quoniā igitur binæ rectæ lineæ inæquales ſunt γμ, μξ, & quartæ parti eius quod ex ſμ (per 17 decimi) æquū ad ipſam γμ apponitur fōrma deficiens quadrata, & in incommenſurabilia ipſam diuidit, igitur (per 85 decimi) γμ, ipſa μξ, maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine incōmmenſurabili. Et cōgruens ſμ, ipſi γδ rationali expoſitæ eſt cōmēſurabilis. Igitur γξ, eſt apotome quinta. Quod ex ea igitur quæ cum rationali medium totū, & reliqua quæ ſequuntur: quod fuerat oſtendendum.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 97.



97 I ad lineam rationalē ſuperficies æqualis quadrato lineæ cū mediali cōponentis mediale adiungatur, latus eius alterum erit reſiduum ſextum.

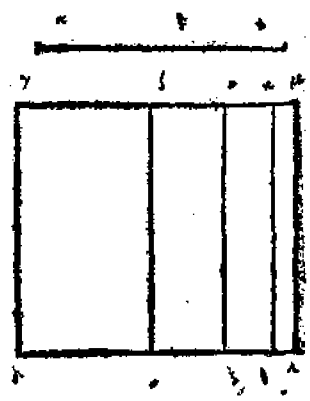
CAM-

CAMPANVS. Nunc ultimò conuenit lineam d e esse illam, quę iuncta cum mediali compo-nit totum mediale, cui adiuncta linea e f (quæ uidelicet sit illa per cuius abscisionē linea d e fuerat quæ proponitur) si quales lineas d f & f e esse oporteat ex 73 didiceris, priorem q; argumentationem firma mente tenueris, sine obice quoquam lineam b c esse residuum sextum concludere poteris. Si autem fortasis in aliquo te hæsitare contigerit, quicquid illud fuerit de quadrato g h ad sibi æqualem superficiem a n conferendum erit: & sic patebit propositum nostrum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 78.* *Propositio 102.*

102 Quod ex ea quæ cum medio medium totum efficit, ad rationalē comparatum latitudinem, efficit sextam apotomen.

THEON ex Zāb. *Sit cū medio mediū totum efficiēs α β, rationalis autē esto γ δ, & ei quidem quod ex α β (per 44 primi) æquum ad ipsam γ δ, cōparetur γ ε, latitudinē efficiēs γ ζ. Dico q; γ ζ sexta est apotome. Sit inquā (per 84 decimi) ipsi α β congruens β η, ipsæ igitur α η, η β, potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatū quidem ex ijs quæ ab ipsis sunt quadratis medium, & quod bis sub α η, η β medium, insuper incommensurabilia quæ ex α η, η β, ei quod bis sub α η, η β. Comparetur inquam ad ipsam γ δ, ei quidē quod ex α η, æquum γ θ, latitudinem efficiens γ η, ei autē quod ex β η, sit η λ. Totum igitur γ λ, æquū est eis quæ ex α η, η β. Igitur γ λ, medium est. Et ad rationalē γ δ, comparatur, latitudinē efficiēs γ μ: rationalis igitur est (per 22 decimi) γ μ, & ipsi γ δ lōgitudine incommensurabilis. Quoniam igitur γ λ, æquū est eis quæ ex α η, η β, quorū γ ε æquū est ei quod ex α β, reliquū igitur ζ λ æquū est ei quod bis sub α η, η β. Et quoniā bis sub α η, η β, mediū est & ζ λ igitur mediū est. Et ad ipsam ζ ι, cōparatur, latitudinem efficiens ζ μ, rationalis igitur est (per 22 decimi) ζ μ, & ipsi γ δ, lōgitudine incommensurabilis. Et quoniā quæ ex α η, η β, incōmensurabilia sunt ei quod bis sub α η, η β, & eis quidē quæ ex α η, η β, æquū est γ λ, ei uerò quod bis sub α η, η β, æquū est ζ λ, incommensurabile igitur est γ λ ipsi ζ λ. Sicut autem γ λ ad ζ λ, sic est γ μ ad ζ μ, incōmensurabilis igitur est (per 9 decimi) γ μ ipsi μ ζ lōgitudine. Et utræq; sunt rationales, ipsæ igitur γ μ, μ ζ, rationales sunt potentia tantū cōmensurabiles. Apotome igitur est γ ζ (per 73 decimi) Dico q; & sexta. Quoniā ζ λ, æquū est ei quod bis sub α η, η β, secetur (per 10 primi) in ν ipsa ζ μ, bifariam, excitetur q; (per 31 primi) per ν ad ipsam γ δ, parallelus ν ξ. Vtrunq; igitur ipsorū ζ ξ, ν λ, æquū est ei quod bis sub α η, η β. Et quoniā ipsæ α η, η β, potētia sunt incommensurabiles, incommensurabile igitur est quod ex α η, ei quod ex η β. Sed ei quidem quod ex α η, æquum est γ θ, ei autem quod ex η β æquum est η λ: incommensurabile igitur est γ θ, ipsi η λ. Sicut autem γ θ ad η λ, sic est γ η ad η μ: incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) γ η, ipsi η μ. Et quoniā eorū quæ ex α η, η β, medium proportionale est (per lēma 53 decimi) quod sub α η, η β, & quod ex α η, æquum est ipsi γ θ, ei autem quod ex η β, æquum est η λ, ei uerò quod sub α η, η β, æquum est ν λ, ipsorum igitur γ θ, η λ, medium est proportionale ν λ. Est igitur sicut γ θ ad ν λ, sic est ν λ ad η λ, & id propterea iam (per 85 decimi) γ μ, ipsa μ ζ maius potest, eo quod ex sibi incommensurabili. & ipsarum neutra ipsi γ δ, expositæ rationali est commensurabilis, ipsa igitur γ ζ, sexta est apotome. Quod ex ea igitur quæ cum medio, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 98.*

98 OMnis linea residuo commensurabilis, ipsa quoq; in termino & ordine est idem residuum.

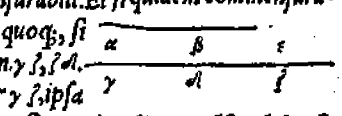
CAMP. Quod 60 & quatuor eam sequentes de binomio eiusq; comitibus quinq; proposuerunt, hæc 98 & quatuor eam sequentes de residuo suisq; quinq; comitibus uerum esse proponunt, quibus qui usq; ad solitum habitum institerit, has ignorare non poterit. Quidquid autem in illis de communicantia in longitudine & potentia tantū dictum est, in his quoq; idē oportet intelligi, nā omnis linea residuo cōmunicans in longitudine, siue in potētia tantum, ipsa etiam est residuū. Sed si cōmunicat in lōgitudine, nō solū est ipsa residuū, sed etiam eiusdē speciei residuū, uerbi gratia, linea cōmunicans in lōgitudine residuo primo, est residuū primū, & secundo communicans est secundū, sic quoq; in cæteris. Quod autem linea communicat residuo in potentia tantū, ipsam quoq; necesse est esse residuū, sed nō eiusdē speciei: immo impossibile est, ut linea cōmunicās in potētia tantū residuo primo aut secūdo aut tertio aut quarto aut 5 cadat simul cum eo sub eadē specie, sed necesse est ut ambo cadāt simul sub tribus primis speciebus, aut ambo simul sub tribus postremis. Sit itaq; exempli gratia, a residuū: cui



communicet b in longitudine, dico quòd b erit residuũ eiusdem speciei cum a. Adiungatur enim linea c ad lineam a, & c illa sit per cuius abscisionẽ a fuit residuum. Et ad b adiungatur alia quæ sit d, ad quam sic se habeat b sicut a ad c, sitq; composita ex a & c e: composita uerò ex b & d, sit f, eritq; ex permutata ꝓportionalitate a ad b, sicut c ad d, & per 13 quinti erit e ad f, sicut a ad b, uel sicut c ad d. Cum itaq; a communicet cum b, erit per 10 c communicans cum d, & e communicãs cum f. Et quia etiã est necessariò ex permutata proportionalitate e ad c, sicut f ad d, sequitur per 11 ut si fuerit e potentior c in quãdrato lineæ sibi communicantis in longitudine, uel si forte incommensurabilis, sit similiter f potentior d. At quoniam omnis linea communicans in longitudine lineę rationali, est similiter illi rationalis (similiter dico, quia ambæ erunt rationales in longitudine, uel ambæ in potentia tantum) sequitur ex diffinitionibus residuorum ut b sit residuum eiusdem speciei cum a. Si autem b cõmunicat in potẽtia tantùm cum a, ipsa quoq; erit residuum, nõ tamen eiusdem speciei necessariò, sed quemadmodum dictum est, cuius demonstratio ex ijs quæ in 60 de binomijs dicta sunt, colligenda est.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 79.* *Propositio 101.*

Quæ ipsi apotomæ longitudine est commensurabilis, apotome 101 est & in ordine eadem.

THEON ex Zamb. *Sit apotome α β, & ipsi α β, lõgitudine cõmensurabilis esto γ δ. Dico q, & γ δ apotome est, & in ordine eadẽ. Quoniã enim α β apotome est, sit ei cõgruens (per 79 decimi) β ε. Ipsæ igitur α ε, ε β (per eandem) rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Et ipsius α β ad γ δ, ratione eadẽ fiat ratio ipsius β ε ad δ ζ. Et igitur sicut (per 12 quinti) unum ad unũ, omnia sunt ad omnia, est igitur & sicut tota α ε, ad totam γ ζ, sic est α β ad γ δ. Cõmensurabilis autẽ est α β, ipsi γ δ lõgitudine, cõmensurabilis igitur est (per 11 decimi) & α ε, ipsi γ ζ, & β ε ipsi δ ζ. Et ipsæ α ε, ε β, rationales sunt potentia tantũ commensurabiles, & ipsæ igitur γ ζ, ζ δ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est γ δ. Dico etiã q, in ordine eadẽ ipsi α β. Quoniam est sicut α ε ad γ ζ, sic est β ε ad δ ζ, uicißim igitur (per 16 quinti) est sicut α ε ad ε β, sic est γ ζ ad δ ζ. Iam ipsa α ε, ipsa ε β, aut maius potest, eo quod ex sibi commensurabili, aut eo quod ex sibi incommensurabili. Si quidem α ε, ipsa ε β, maius potest, eo quod ex sibi commensurabili, & γ ζ, ipsa ζ δ, (per 14 decimi) maius poterit eo quod ex sibi commensurabili. Et si quidem commensurabilis est α β ipsi expositæ rationali longitudine, & (per 13 decimi) γ ζ, quoq;, si* 

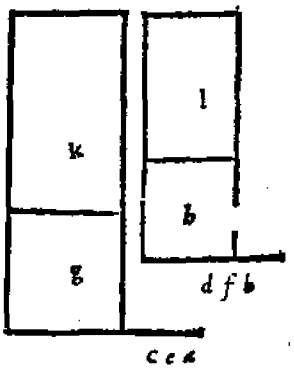
uerò β ε, & δ ζ etiam, si autem neutra ipsarum α ε, ε β, et neutra ipsarum γ ζ, ζ δ. Si uerò α ε, ipsa ε β, maius poterit eo quod ex sibi incommensurabili, & γ ζ, ipsa ζ δ, maius poterit eo quod ex sibi incommensurabili. Et ipsi α ε, ipsi expositæ rationali commẽsurabilis est longitudine, & γ ζ (per 13 decimi) si autem β ε, & δ ζ etiam, si uero neutra ipsarum α ε, ε β, neutra etiam ipsarum γ ζ, ζ δ. Igitur γ δ apotome est, & ipsi α β, in ordine eadẽ. Quæ ipsi igitur apotomæ, & reliqua quæ sequuntur: quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 99.*



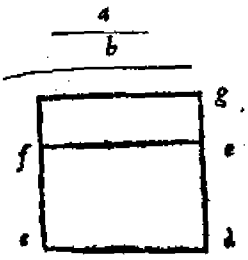
Mnis linea utrilibet residuo mediali cõmunicans, est sub 99 ipsius termino & in ordine residuum mediale.

CAMPANVS. Verum est quod dicitur, siue communicet linea cũ utrolibet residuo mediali in longitudinè, siue in potentia. Sit enim a utrumlibet residuũ mediale, cui b communicet in longitudine uel potentia. Dico quòd b est etiam residuum mediale, quale fuerit a. Adiungatur enim linea c ad lineam a, & sit c per cuius abscisionem a fuit residuum mediale. Et ad b adiungatur alia quæ sit d, sitq; b ad d, sicut a ad c, totaq; composita ex a & c, sit e: & ex b, d, sit f. Describantur igitur quadrata c & d, quæ sint g & h, & superficies e in c, sit k, & f in d, sit l. Et quia est ut prius e ad f & c ad d, sicut a ad b, sunt autem e & c mediales potentia tantum communicantes ex 69 & 70, sequitur ex 21 ut f & d eis communicantes sint etiam mediales potentia tantum communicantes. Constat autem ex prima sexti, quòd sit k ad g, sicut e ad c, & l ad h sicut f ad d. Et quia est e ad c, sicut f ad d, sequitur ut sit k ad g, sicut l ad h. Et permutatim k ad l, sicut g ad h. Cũ ergo g communicet cum h, sequitur ut k communicet cum l. Si igitur k est rationale (quod est in residuo mediali primo) erit etiam per diffinitionem l rationalis, quare per 69 b etiam est residuũ mediale primum. Si autem k sit medialis (quod est in residuo mediali secundo) erit per 21 etiã l medialis, ideoq; b per 70 residuũ mediale secundũ: quare constat propositũ.



IDEM

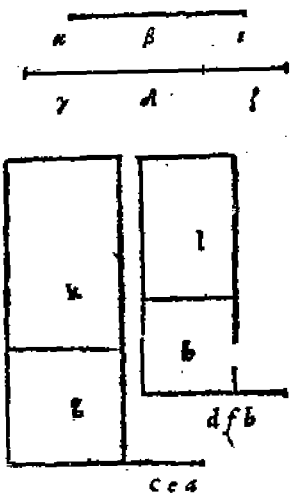
IDEM aliter. Si linea b communicat cum linea a (quæ est utrumlibet residuū mediale) in longitudine uel in potentia, fit superficies c e adiuncta ad lineam rationalē c d, æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b, eruntq; ob hoc c e, & f g communicantes, quemadmodū & quadrata linearum a & b, eis æqualia, ideoq; per primam sexti & 10 huius, d e & e g sunt commnicantes in longitudine. Et quia si a est residuum mediale primum linea d e est residuum secundum per 93, & si a est residuum mediale secūdum, linea d e est residuum tertium per 94, at cum d e est residuum secundum, linea e g est etiam residuum secundum, & cum illa tertiū similiter, & hæc est tertium per 98, sequitur itaq; ex 87 & 88 ut b sit residuum mediale primum aut secundum, prout fuerit a. Et sic patet quod intendimus.



Euclid. ex Zamb. Theorema 80. Propositio 104.

104 Mediæ apotomæ commensurabilis, mediæ apotomæ est, & in ordine eadem.

THEON ex Zāb. *Sit mediæ apotomæ α ζ, & ipsi α ζ cōmensurabilis esto γ δ. Dico q; & γ δ mediæ apotomæ est, & in ordine eadē ipsi α β. Quoniā enim mediæ apotomæ est α β, esto ei congruēs (per 80 decimi) ipsa β ε, ipsæ igitur α ε, ε ζ, mediæ sunt potētia tātum cōmensurabiles, fiatq; (per 12 sexti) sicut α β ad γ δ, sic ζ ε ad δ ζ: cōmensurabilis igitur est (per 6 decimi) & α ε, ipsi γ ζ, & ζ ε, ipsi δ ζ. Ipsæ autē α ε, ε β, mediæ sunt potētia tantū cōmensurabiles. Ipsæ igitur γ ζ, ζ δ, mediæ sunt in potētia tantū cōmensurabiles, mediæ igitur apotomæ est (per 74 & 75 decimi) γ δ. Ostendendū est q; & in ordine eadē est ipsi α ζ. Quoniam enim est sicut α ε ad ε β, sic γ ζ ad ζ δ, sed sicut quidē α ε ad ε ζ, sic quod ex α ε ad id quod sub α ε, ε ζ, sicut autem γ ζ ad ζ δ, sic quod ex γ ζ ad id quod sub γ ζ, ζ δ, est igitur (per 11 quinti) & sicut quod ex α ε ad id quod sub α ε, ε β, sic quod ex γ ζ, ad id quod sub γ ζ, ζ δ. Et uicissim (per 16 quinti) sicut quod ex γ ζ ad id quod ex ζ γ, sic quod sub α ε, ε β, ad id quod sub γ ζ, ζ δ. Commensurabile autem est quod ex α ε, ei quod ex γ ζ commensurabile igitur est & quod sub α ε, ε ζ, ei quod sub γ ζ, ζ δ. Si quidē igitur quod sub α ε, ε β, rationale est, rationale est & quod sub γ ζ, ζ δ. Si autem medium est quod sub α ε, ε ζ, medium est & quod sub γ ζ, ζ δ, mediæ igitur apotomæ est γ δ & ipsi α β, in ordine eadem: quod erat ostendendum.*

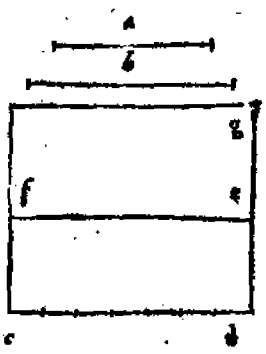


Euclid. ex Camp. Propositio 100.

100 

I linea aliqua lineæ minori communicet, ipsa quoq; erit linea minor.

CAMP. Facile est hanc probare duplici modo si cut præmissam, siue communicet linea aliqua cum linea minori in longitudine, siue in potentia. Hoc autem appositō, quātum ad primum modum, quòd cum sit f ad d sicut e ad c, erit ex secūda parte 18 sexti quadratum f ad quadratum d, sicut quadratum e ad quadratum c, & coniunctim quadrata duarū linearum f & d ad quadratum d, sicut quadrata duarum linearum e & c ad quadratum c, & permutatim quadrata duarum linearum f & d ad quadrata duarum linearum e & c, sicut quadratum d ad quadratum c. Communicat autem quadratum d, cum quadrato c, ergo duo quadrata duarum linearum f & d pariter accepta, communicāt cum duobus duarum linearum e & c pariter acceptis. Et quia ex 71 quadrata duarum linearum e & c pariter accepta sunt rationale: erit etiam per diffinitionem & duo duarum linearum f d & d pariter accepta rationale. Cumq; sit superficies k medialis, erit etiam l sibi communicans medialis, igitur ex 71 b est linea minor. Quantum autem ad secundum modum erit per 95 linea d e residuum quartum, ideoq; per 98 & linea e g erit etiam residuum quartum, ideoq; etiam per 89 linea b est linea minor.



Euclid. ex Zamb. Theorema 81. Propositio 105.

105 Minori commensurabilis, minor est.

THEON ex Zāb. *Sit minor α ζ, et ipsi α β, cōmēsurabilis esto γ δ. Dico q; γ δ, minor est. Fiāt inquā ſa prædicta, Et quoniā ipsæ α ε, ε β, potentia sunt incommensurabiles, & ipsæ γ ζ, ζ δ, potentia sunt incōmensurabiles*

ſurabiles. Quoniã igitur eſt ſicut α ε ad ε β, ſic eſt γ ſ ad ſ Δ, eſt igitur (per 22 ſexti) & ſicut quod ex α ε ad id quod ex ε β, ſic quod ex γ ſ ad id quod ex ſ Δ. Cõponendo igitur (per 18 quinti) eſt ſicut quod ex α ε, ε β ad id quod ex ε β, ſic eſt quod ex γ ſ, ſ Δ ad id quod ex ſ Δ, & uiciſſim (per 16 quinti.) Cõmenſurabile autẽ eſt (per 6 decimi) quod ex β ε ei quod ex Δ ſ, cõmenſurabile igitur eſt & conflatũ ex ipſarum α ε, ε β, quadratis conflato ex ipſarum γ ſ, ſ Δ, quadratis. Rationale autẽ eſt (per 22 decimi) conflatũ ex ipſarum α ε, ε β, quadratis, rationale igitur eſt (per correlarium 25 decimi & 21 quinti) & conflatum ex ipſarũ γ ſ, ſ Δ, quadratis. Rurſus quoniã eſt ſicut quod ex α ε ad id quod ſub α ε, ε β, ſic quod ex γ ſ, ſ Δ ad id quod ſub γ ſ, ſ Δ, & uiciſſim: cõmenſurabile autem eſt (per 6 decimi) quod ex α ε quadratum ei quod ex γ ſ, quadrato, cõmenſurabile igitur eſt quod ſub α ε, ε β, ei quod ſub γ ſ, ſ Δ. Medium autem quod α ε, ε β, medium itidẽ quod ſub γ ſ, ſ Δ. Ipſæ igitur γ ſ, ſ Δ, (per 82 decimi) ſunt incommenſurabiles, ſunt efficientes quidem cõflatum ex ipſarum quadratis rationale, quod uerò bis ſub ipſis medium. Ipſa igitur γ Δ, minor eſt. Minori commenſurabilis igitur, & quæ ſequuntur: quod erat oſtendendum.

α	β	ε
γ	Δ	ſ

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 101.*

Figura propoſitionis 100.



OMnis linea communicans lineæ cum rationali componenti mediale, eſt cum rationali componens mediale. 101

CAMPANVS. Hanc quoque duplici prædicto modo non eſt difficile probare, ſiue de communicantia in longitudine, ſiue de communicantia in potentia tantum intelligatur. Sed quantum ad primum modum, erunt duo quadrata duarum linearum f & d pariter accepta mediale per 21, quemadmodum ſunt duo quadrata duarum linearum e & c pariter accepta ex 72, quibus ipſa communicant, ſuperficies l erit rationalis, per diffinitionem, quemadmodum eſt ſuperficies k ex 72 cui ipſa communicat. Igitur ex 72 b eſt cum rationali componens mediale. Quantum ad ſecundum modum, erit d e reſiduum quintum ex 69, ideoq; & e g ex 98. quare b eſt cum rationali componens mediale per 90.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 82.* *Propoſitio 106.*

Cum rationali medium totum efficienti commenſurabilis, & eadem cum rationali medium totum efficiens eſt. 106

THEON ex Zamb. *Eſto cum rationali medium totum efficiens α β, & ipſi α ε commenſurabilis eſto γ Δ. Dico q. γ Δ eſt cũ rationali medium totum efficiens. Sit inquam (per 79 decimi) ipſi α β congruens β ε. Ipſæ igitur α ε, ε β (per 80 decimi) potentia ſunt incõmenſurabiles, efficientes quidẽ ex ipſarum quadratis medium, quod autem ſub ipſis rationale & eædem conſtruantur. Similiter iam oſtendemus ex præcedentibus, quod ipſæ γ ſ, ſ Δ, in eadem ſunt ratione ipſis α ε, ε β, & conflatum quidem ex ipſarũ α ε, ε β, quadratis, commenſurabile eſt cõflato ex iſs quæ ex γ ſ, ſ Δ, quadratis: quod autem ſub α ε, ε β, ei quod ſub γ ſ, ſ Δ. Quare & ipſæ γ ſ, ſ Δ, potentia ſunt incõmenſurabiles, efficiẽtes cõflatum quidem ex ipſarum γ ſ, ſ Δ, quadratis medium, quod autem ſub ipſis rationale. Ipſa igitur γ Δ eſt cum rationali totum efficiens medium. Cum rationali ergo medium totum efficienti, & quæ ſequuntur reliqua: quod oſtendere oportebat.*

α	β	ε
γ	Δ	ſ

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 102.*

Figura eadem.



OMnis linea commenſurabilis lineæ cum mediali conſtituens mediale, eſt cum mediali conſtituens mediale. 102

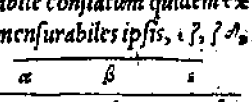
CAMPANVS. Hic quoq; pone lineam aliquam communicare cum ea quæ cum mediali componit mediale, indifferenter in longitudine uel potentia tantum prout uolueris, & duplici modo præmiſſo ſine difficultate concludes eam quoq; cum mediali componere mediale. Erit etiam quantum ad primum modum, ſuperficies l medialis quemadmodum & k, & duo quoq; quadrata duarum linearum f d pariter accepta mediale, ſicut & duo quadrata duarum e & c. Et quia duo quoq; duarum linearum e & c ad k ſicut duo duarum f & d ad l, cum duo prima non communicẽt cum duplo k ex 73, neq; duo ſecunda communicabũt cum duplo l ex 10. Igitur ex ſeptuageſima tertia b eſt cum mediali componens mediale. Quantum autem ad ſecundũ modum, erit d e reſiduum ſextum ex 97, ideoq; & e g ex 98. Quare b eſt cum mediali componens mediale ex 91.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 83.* *Propoſitio 107.*

Cum medio medium totum efficienti commẽſurabilis, & eadem cum medio medium totum efficiens eſt. 107

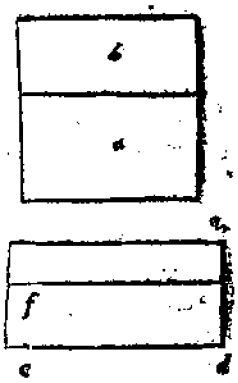
THEON

THEON ex Zamb. *Esto cum medio medium, totum efficiens α β, & ipsi α ε, commensurabilis esto γ Δ. Dico q; γ Δ cum medio medium totum efficiens est. Sit (per 72 decimi) ipsi α β, congruens β ε, et eadem construantur. Ipsæ igitur α ε, ε β, (per eandem potentiam) sunt incommensurabiles, efficientes conflatum ex ipsarum quadratis medium, & quod sub ipsis medium, & insuper incommensurabile conflatum quidem ex ipsarum quadratis ei quod sub ipsis. Suntq; sicut ostensum est, ipsæ α ε, ε β, commensurabiles ipsis, ε ζ, ζ Δ, conflatum ex ipsarum, α ε, ε β, quadratis cõflato ex ijs quæ ex γ ζ, ζ Δ, quod aũt sub α ε, ε β ei quod sub γ ζ, ζ Δ. Et ipsæ igitur γ ζ, ζ Δ, potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatum ex ipsarum quadratis mediũ, & quod sub ipsis medium, & insuper incommensurabile conflatum ex ipsarum quadratis ei quod sub ipsis. Igitur γ Δ, cum medio medium totum efficiens est. Cum medio medium totum igitur, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.*



Euclid. ex Camp. Propositio 103.

103 SI de superficie rationali superficies medialis abscindatur, linea in reliquam superficiẽ potens, erit alterutra duarum irrationalium aut residuum, aut linea minor.

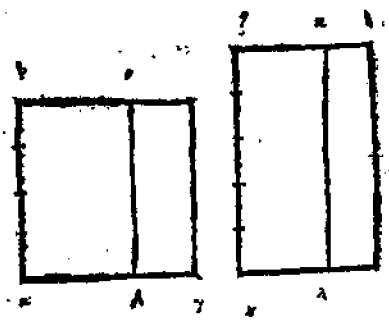


CAMPANVS. Sit enim tota superficies cõstans ex a & b, rationalis, a qua detrahatur b quæ sit medialis. Dico quòd linea potens in a reliquum, aut est residuum aut linea minor. Esto nanq; linea c d rationalis, superficiesq; c e sibi adiuncta fit tanquam a, & f g tanquam b, & tota c g sicut tota a b, eritq; c g rationalis, ideoq; per 16 linea d g rationalis, in longitudine, & f g medialis, ideoq; per 20 e g rationalis in potentia tantum, est igitur ex diffinitione linea d e, residuum primum aut quartum, ergo per 86 & 89 linea potens in superficiem c e, & ideo in superficiem a sibi æqualem est residuum aut linea minor. Quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 84. Propositio 108.

108 A' rationali, media ablata, reliquã areolam potẽs una duarũ irrratiõaliũ est, uel apotome uel minor.

THEON ex Zamb. *A' rationali enim ζ γ, auferatur media β Δ. Dico quòd quæ reliquam areolam ε γ potest una duarum irrationalium est, uel apotome uel minor. Exponatur enim rationalis ζ ν, & ipsi (per 44 primi) æquum ad ipsam ζ ν, comparetur rectangulum parallelogrammũ ν θ. ipsi aũt Δ β, æquum auferatur ν ν, reliquũ igitur ε γ, (per 3 communẽ sententiã) æquũ est ipsi λ θ. Quoniam igitur ζ γ rationale est, medium autẽ β Δ, æquum uero β γ ipsi ν θ, et β Δ, ipsi ν ν, rationale igitur est ν θ, medium autem ν ν, & ad ipsam ζ ν comparetur, rationalis igitur est (per 20 decimi) ζ θ, & ipsi ζ ν, cõmensurabilis longitudine, rationalis autem (per 12 decimi) ζ ν, & incõmensurabilis longitudine ipsi ζ ν. Incõmensurabilis igitur est (per lẽma 12 decimi) ζ θ ipsi ζ ν longitudine. Et utræq; rationales, ipsæ igitur ζ θ, ζ ν, rationales sunt potentia tãntum cõmensurabiles. Apotome igitur est ζ ν, congruẽs autem ei est ν θ. At ζ θ, ipsa ν ζ aut maius potest, eo quod ex sibi commensurabili, aut eo quod ex sibi incommensurabili. Posit prius eo quod ex sibi cõmensurabili, & tota θ ζ, commensurabilis est ipsi ζ ν, expositæ rationali lõgitudine, apotome igitur prima est ν θ (per 73 diffinitiones & 85 decimi) Areolam autem sub rationali & apotome prima cõprehensam potens, apotome est (per 91 decimi) Quæ igitur λ θ, hoc est ε γ potest, apotome est. Si autem θ ζ, ipsa ζ ν maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & tota ζ θ cõmensurabilis est longitudine expositæ rationali ζ ν apotome quarta est ν θ. Areolã autem sub rationali & apotome quarta cõprehensam potens, minor est (per 94 decimi) A' rationali media ablata igitur, reliquã, et quæ sequũtur reliqua: quod erat ostendẽdum.*

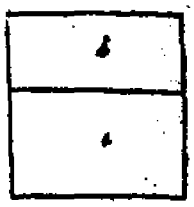


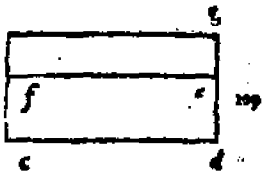
Euclid. ex Camp. Propositio 104.

104 SI de superficie mediali superficies rationalis detrahatur, linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum, aut residuum mediale primum, aut cum rationali componens mediale.

CAMPANVS.

CAMPANVS. Hęc quoq; ſicut præmiſſa probatur. Erit enim tota a b medialis, b autem rationalis, & tunc dico quòd in a reliquum poteſt, aut eſt reſiduum mediale primum, aut cum rationali componens mediale. Cum enim c g ęqualis ſit a b, erit per 20 linea d g rationalis in potẽtia tantum, & cum ſit f g æqualis b, erit per 16 linea e g rationalis in longitudine, ergo ꝑ diffinitione erit linea d e, reſiduum ſecundum aut quintum, quare per 87 & 90 latus tetragonicum ſuperficiei c e, & ideo ſuperficiei a, eſt reſiduum mediale primum, aut cum rationali componens mediale: quod eſt propoſitum noſtrum.

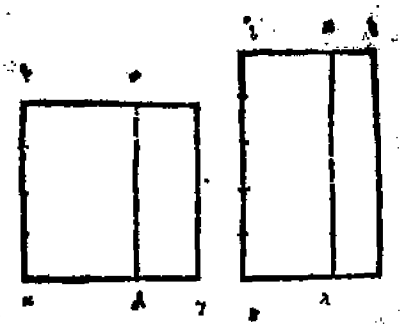




Euclid. ex Zamb. *Theorema 85.* *Propoſitio 109.*

A' medio, rationali ſublato, aliæ duę irrationales fiunt uel mediæ apotomæ prima, uel cum rationali medium totum efficiens. 109

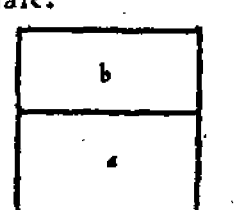
THEON *ex Zamb.* *A' medio γ, rationale auferatur β δ. Dico ꝙ quæ reliquã poteſt ε γ, una duarũ irrationaliũ eſt, aut mediæ apotomæ prima, aut cum rationali medium totum efficiens. Exponatur enim rationalis ζ κ, & comparentur ſimiliter areolæ. Conſequenter eſt autem rationalis quidem ζ θ, & ipſi ζ κ longitudine incommẽſurabilis. Rationalis autem eſt (per 22 decimi) κ ζ, & ipſi ζ κ, longitudine commenſurabilis. Ipſæ igitur ζ θ, ζ κ, (per 20 decimi) rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt ipſa κ θ. Congruens autẽ eſt ζ κ. At ζ θ, ipſa ζ κ, uel maius poteſt eo quod ex ſibi cõmenſurabili, uel ex eo quod ex incommenſurabili. Si quidem θ ζ, ipſa ζ κ, maius poteſt, eo quod ex ſibi commenſurabili & eſt congruens (per 20 decimi) ζ κ commenſurabilis ipſi ζ ε expoſitæ rationali longitudine, ipſa κ θ apotome eſt ſecunda (per 9 diffinitiones) Rationalis autem eſt ζ κ: Quæ autem poteſt quod ſub rationali & apotome ſecunda, mediæ eſt prima (per 92 decimi.) Quare λ θ, hoc eſt γ ε potens, mediæ apotome eſt prima. Si autem θ ζ, ipſa ζ κ maius poteſt, eo quod ex ſibi incommenſurabili, & ζ κ congruens eſt commenſurabilis longitudine ipſi ζ κ, expoſitæ rationali, apotome quinta eſt κ θ. Quare ipſam ε γ potẽs, (per 95 decimi) cum rationali medium totum efficiens eſt. A' medio igitur, rationali ſublato, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*

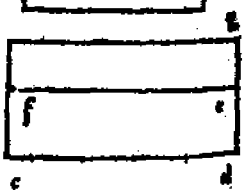


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 109.*

SI ſuperficies medialis de ſuperficie mediali detrahat̃, fuerit́q; reliqua toti incommenſurabilis, quæ in ipſam reliquã poteſt alterutra erit duarum irrationalium, uidelicet aut reſiduũ mediale ſecundum, aut cum mediali componens mediale. 109

CAMPANVS. Si à duarum præmiſſarum demonſtratione non deuias, concludes ſine difficultate propoſitum. Sint enim tota a b & b mediales, & ſit a reliqua incommenſurabilis toti (aliter enim eſſet a medialis ex 21: & eius latus tetragonicum mediale ex 19) tunc dico quòd linea potẽs in a, eſt reſiduum mediale ſecundum, aut cum mediali componens mediale. Nam cum ſit c g æqualis a b, erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum, per eandem quoq; cum ſit f g æqualis b, erit etiam e g rationalis in potẽtia tantum, & cum ſit a incommenſurabilis toti a b, erit etiam f g incõmenſurabilis c g, ideoq; per primam ſexti & 10 huius erit etiam e g incommenſurabilis d g, igitur à diffinitione linea d e, erit reſiduum tertium, aut ſextum quare per 88 & 91 latus tetragonicum ſuperficiei c e, & ideo ſuperficiei a, eſt reſiduum mediale ſecundum, aut cum mediali componens mediale.



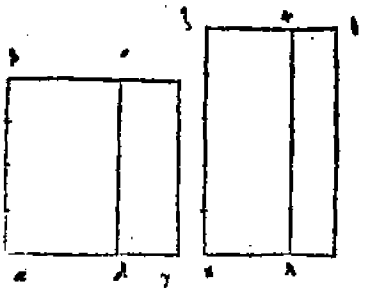


Euclid. ex Zamb. *Theorema 86.* *Propoſitio 110.*

A' medio, medio ablato incõmẽſurabili toti, reliquę duę irrationales fiũt, uel mediæ apotomæ ſecunda, uel cũ medio mediũ efficiens. 110

THEON

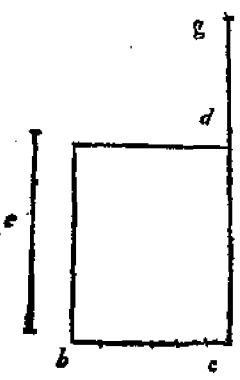
THEON ex Zamb. *Auferatur enim ſicut in præcedentibus deſcriptionibus, à medio β γ, medium β δ, incommenſurabile toti. Dico quòd quæ ε γ poteſt, una eſt duarum irrationalium, aut mediæ apotomæ ſecundæ, uel cum medio medium totum efficiens. Quoniam enim medium eſt (per 22 decimi) utrũq; ipſorum, β γ, & δ, & δ γ, ipſi δ, eſt incommenſurabile, erit per conſequens rationalis utraq; ipſarum ζ θ, ζ ν, & ipſi ζ ν longitudine incommenſurabilis. Et quoniam incommenſurabilis eſt β γ, ipſi β δ, hoc eſt ν θ ipſi ν ν, incommenſurabilis eſt (per 1 ſexti & 11 decimi) & ζ θ, ipſi ζ ν, & ipſæ igitur θ ζ, ζ ν (per 73) rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt ν θ, congruens autem eſt ζ ν. At θ ζ, ipſa ζ ν maius poteſt, aut eo quod ex ſibi commenſurabili, aut eo quod ex ſibi incommenſurabili. Siquidem igitur θ ζ, ipſa ζ λ, maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili: & neutra ipſarum θ ζ, ζ ν commenſurabilis eſt ipſi ζ ν, expoſitæ rationali longitudine, apotome tertia eſt ipſa ν θ. Rationalis autem ν λ. Quod autem ſub rationali & apotome tertia comprehenſum rectangulum, irrationale eſt, & quæ illud poteſt irrationalis eſt, appellaturq; mediæ apotomæ ſecundæ (per 93 decimi) quare λ θ, hoc eſt ε γ, potens mediæ eſt apotomæ ſecundæ. Si autem θ ζ, ζ ν, maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili longitudine, & neutra ipſarum θ ζ, ζ ν, ipſi ζ ν, longitudine eſt commenſurabilis, apotome ſexta eſt θ ν. Quæ autem poteſt id quod ſub rationali & apotome ſexta, eſt cum medio medium totum efficiens, quare quæ ipſum λ θ, hoc eſt ε γ poteſt, cum medio medium totum efficiens eſt (per 96 decimi) A medio igitur, medio ablato, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 106.*

108 Inearum irrationaliũ quæ ſunt reſiduum & poſt ipſam ſubſecutæ, ullam, alij termino & ordine ſubeſſe impoſſibile eſt, reſiduo quoque, binomij terminum uel ordinem conuenire, non eſt poſsibile.

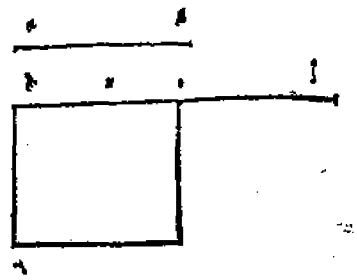
CAMPANVS. Vult autem per hanc 106, quòd reſiduum, & aliæ quinq; lineæ irrationales eam ſequentes differunt ſpecie & diffinitione adinuicem, & nulla linea una poteſt eſſe ſub duabus neq; ſub pluribus ſpeciebus harum ſex linearum irrationalium quę ſunt reſiduum, & eius quinq; comites, & quod omnes ſpecies reſidui differunt ab omnibus ſpeciebus binomij, nec eſt poſsibile lineam unam ſimul eſſe reſiduum & binomium cuiuſcunq; ſpeciei reſidui uel binomij. Pars prima ſic conſtat, quoniã ſuperficies æquales quadratis reſidui & ſuarum quinq; comitum cum adiunguntur ad lineam rationalem, habẽt ſecunda latera neceſſariò diuerſa ab inuicem ex 92 & quinq; eam ſequentibus. ſunt autem ſecunda latera reſiduum primum & ſecundum, & deinceps uſque ad ſextum. Secunda pars conſtat hoc modo. Si eadem linea poteſt eſſe ſimul reſiduum & binomium ſit a, cuius quadrato ſuperficies æqualis adiungatur ad rationalem lineã b c, ſitq; b d, eritq; ex 54 linea c d binomiũ primum & ex 92 reſiduum primum. in quantum ergo binomium primum, diuidatur in ſuas binomiales portiones ad punctum e, ſitq; maior portio c e, quæ erat rationalis in longitudine per diffinitionem, inquantum autem eſt reſiduum primum, ei adiungatur d g, per cuius abſciſionem fuerat reſiduum primum, eritq; etiam ex diffinitione c g rationalis in longitudine. Cum itaq; ſit utraq; duarum linearum c g & c e rationalis in longitudine, erit etiam per 9 linea e g rationalis in longitudine. At quia linea d e eſt rationalis in potentia tantum, cum ipſa ſit per hypotheſin minor portio binomij primi, erit per 68 linea d g reſiduum, & quia ipſa erat rationalis in potentia tantum, cum per eius abſciſionem eſſet linea c d reſiduum, ſequitur impoſsibile per 68. Quod ut clarius pateat, eſto ſuperficies b d adiuncta ad lineam rationalẽ b c, æqualis quadrato lineæ d g. Cum itaq; linea d g ſit rationalis in potentia, erit per 16 linea c d rationalis in longitudine. At cum etiam linea d g ſit reſiduũ, erit ex 92 linea c d reſiduum primum, quod eſſe non poteſt, cum linea quæ dicitur reſiduum, ſit irrationalis per 68.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 87.* *Propoſitio 111.*

111 Apotome non eſt eadem ei quæ ex binis nominibus.

THEON ex Zamb. *Esto apotome α β. Dico quòd α β non est eadem ei quæ ex binis nominibus. Si enim possibile: esto, exponatur rationalis Δ γ. Et ei quod ex α β (per 44 primi) æquũ ad ipsam γ Δ, comparetur rectangulum γ ε, latitudinem efficiens Δ ε. Quoniam igitur apotome est α β, apotome igitur est (per 91 decimi) prima ipsa Δ ε. Esto ei (per 79 decimi) congruens ε ζ, ipsæ igitur Δ ζ, ζ ε, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & Δ ζ, ipsa ζ ε maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & Δ ζ, commensurabilis est ipsi Δ γ expositæ rationali longitudine. Rursus quoniam ex binis nominibus est α β, ex binis igitur nominibus est prima (per 60 decimi) ipsa Δ ε. Diuidatur (per 42 decimi) in nomina in ν, sitq; maius nomen Δ ν, ipsæ igitur Δ ν, & ν ε, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & Δ ν, ipsa ν ε maius potest, eo quod ex sibi commensurabili, & Δ ν, commensurabilis est longitudine ipsi Δ γ expositæ rationali, & Δ ζ igitur ipsi Δ ν longitudine est commensurabilis. & reliquæ igitur ν ζ (per 12 decimi) commensurabilis est longitudine ipsa Δ ζ. Quoniam igitur Δ ζ, ipsi ν ζ est commensurabilis, rationalis autem est Δ ζ, rationalis igitur est & ν ζ. Quoniam igitur commensurabilis est Δ ζ ipsi ν ζ, incommensurabilis autem est Δ ζ, ipsi ζ ε incommensurabilis igitur est longitudine ζ ν ipsi ζ ε, & sunt rationales. Ipsæ igitur ν ζ, ζ ε, rationales sunt, potentia tantum cõmensurabiles. Apotome igitur est (per 73 decimi) ε ν, sed & rationalis, quod est impossibile. Igitur apotome non est eadem ei quæ ex binis nominibus: quod erat ostendendum.*

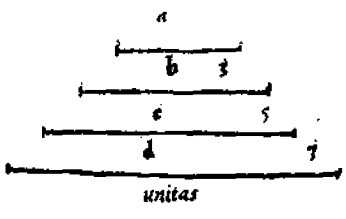


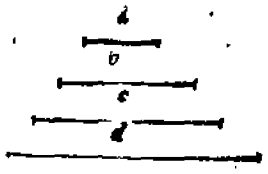
Euclid. ex Camp. *Propositio 107.*

LInea quę residuum dicitur, ulla'ue irrationaliũ, quę post eam sunt, nequit esse sub termino binomij, aut sub termino & ordine ullius cæterarũ linearum irrationaliũ quæ binomiũ subsequũtur. Cum autem possibile sit linearũ irrationalium seriem in infinitum produci, non est possibile ullã earum cum ea quæ præcesserit in termino & ordine conuenire.

CAMPANVS. Vult per hanc ultimam libri decimi, quòd tredecim irrationales lineæ, de quibus in hoc decimo demonstratum est (& ipsæ sunt linea medialis, binomium & eius quinq; comites residuum & eius quinque comites) sint abinuicem singulæ à singulis specie differẽtes, & quòd nulla linea una potest esse simul sub duabus aut pluribus speciebus earum, & quòd species linearum irrationalium possunt in infinitum produci, quarum nulla cum alia conuenit in diffinitione & ordine. Quod autem hæ tredecim lineæ, uidelicet medialis, binomium & eius quinque comites, residuum & eius quinq; comites, sint irrationales, demonstratum esse superius memento: de mediali quidem, ex 19, de binomio autem & eius quinq; comitibus, ex 30 & quinq; eam sequentibus: at uerò de residuo suisq; quinq; comitibus, ex 69, & quinque eam sequentibus. Nullam autem harum tredecim linearum irrationalium posse conuenire in specie cum aliqua aliarum, sic collige. Esto enim ut ad unam eandemq; lineam rationalem in longitudine adiungantur superficies æquales quadratis prædictarum tredecim linearum irrationalium, secundũ quòd ordine se inuicem sequuntur, eritq; ex 20 secundum latus primæ istarum tredecim superficierum & quinq; eam sequentium, rationale in potentia tantum. Secunda autem latera secundæ istarum tredecim superficierum & quinq; eam sequẽtium esse omnes species binomiorum per ordinem, uidelicet binomium primum, secundum, & deinceps usque ad sextum, ex 54 & quinque eam sequentibus demonstratum esse memineris. Secunda uerò latera octauæ superficiei & quinq; eam sequentium, sunt species residuorum in ordine, uidelicet residuum primum & residuũ secũdum, & deinceps usq; ad sextum, quod ex 92 & quinq; eam sequentibus didicisti. Cum igitur ipsa linea rationalis in potentia tantum non conueniat cum aliqua specie binomiorum aut cum aliqua residuorum, quoniam omne binomium per 30 & omne residuum per 62 est linea irrationalis & in longitudine & in potentia: & cum nulla species residuorum conueniat cum aliqua specie binomiorum ex secunda parte penultimæ huius decimi, sequitur ut omnia secunda latera harum tredecim superficierum sint abinuicem diuersa, ideoq; per primam sexti & ipsæ tredecim superficies sunt diuersæ, cum earũ omniũ altitudo sit una, quare etiã hæ tredecim lineæ irrationales propositæ, sunt singulę à singulis diuersæ. Possunt aũt harũ tredecim linearũ irrationaliũ species, in infinitũ, pduci, infinitę enim sunt species linearũ medialiũ, infinitę quoq; binomiorũ, & sic de singulis. Quod hoc modo cõstat. Esto linea a medialis, sumaturq; unitas & ꝙlibet numeri primi ut 3, 5, & 7.

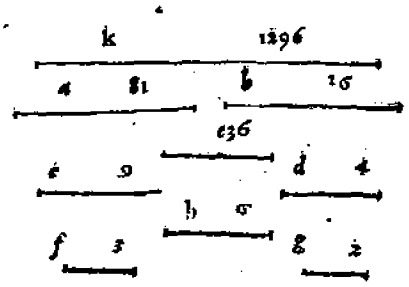
5,& 7,& ſint totidem lineæ b,c, d,quot ſunt ſumpti numeri primi,ſintq; quadrata iſtarum linearum b c d ad quadratum a,ſicut hi numeri primi ad unitatem,eruntq; lineæ b c d,mediales ex 21, quoniam ipſæ communicant in potentia cum linea a mediali. Omnes autem erunt diuerſæ in longitudine ab a,& à ſeinuicem per ultimam partem 7: quoniã nullius iſtorum numerorum ad unitatem, nec alicuius eorum ad alterum per 16 & 8 & correlarium ſecundæ octaui & præſentis hypotheſis eſt proportio ſicut numeri quadrati ad numerum quadratum,erit ergo a, & omnes ſibi communicantes in longitudine, ſub prima ſpecie linearum medialium,b uerò & omnes ſibi communicantes in longitudine,ſub ſecunda,c autem & omnes eidem communicantes uel commenſurabiles,ſub tertia,d quoq; & omnes ſibi communicantes in longitudine,ſub quarta. Et quia numeri primi ſunt infiniti ut ex 21 noni didiciſti,neceſſe eſt ſpecies linearũ medialiũ eſſe infinitas. Quod autem eſt dictum de linea mediali,intellige de binomio ſuisque quinq; comitibus,& reſiduo,ſuisq; quinq; comitibus. nam ſicut omnis linea communicans mediali eſt medialis,ſiue communicet ei in longitudine ſiue in potentia,ut probatum eſt in 21,ita etiam omnis linea communicans binomio aut alicui ſuarum quinq; comitum,uel etiam reſiduo, aut alicui ſuarum quinq; comitum in longitudine uel in potentia,eſt ſecum ſub eadem ſpecie,ut probatum eſt in 60 & quatuor eam ſequentibus,& 98 & quatuor eam ſequentibus. Sunt igitur ſpecies harum tredecimi linearum irrationalium infinitæ,quarum nulla conueniet cum præcedenti in ordine uel diffinitione. Conuenit quoq; aliter demonſtrare,ſpecies linearum irrationalium eſſe infinitas. Nam omne latus tetragonicum ſuperficiei dictæ à numero non quadrato, eſt irrationale per ultimam partem 7 & per diffinitionem. Cum itaq; tales numeri ſint infiniti, erunt etiam ſpecies harum linearum irrationalium infinitæ. Tertio modo contingit ſecũdam partem huius ultimæ concluſionis libri decimi ſic exponi,ut dicamus ab unaquaq; linea rationali in potentia tantum,infinitas linearum irrationalium ſpecies produci,quarum nullam cum aliqua earum quæ ipſam præceſſerint,poſsibile eſt in diffinitione & ordine conuenire. Verbi gratia: Sumatur aliqua ſuperficies rationalis dicta à numero non quadrato ut 5,eritq; latus eius tetragonicum irrationale in longitudine,quoniam ipſum eſt incommenſurabile lateri tetragonico ſuperficiei rationalis dictæ à numero quadrato ex ultima parte 7. Dico ergo quòd huius lateris latus,itemq; ſecundi lateris latus,& rurſus huius tertij lateris latus,& ſic in infinitum, ſunt lineæ irrationales tam in longitudine quàm in potentia, & quod nulla earum cõuenit diffinitione uel ſpecie cum aliqua quæ eam præceſſerit in ordine: eſtq; latus tetragonicum prçmiſſæ ſuperficiei quæcunq; dicta fuerit à numero non quadrato earum omnium ſicut radix & principium, & quælibet ipſarum eſt principium omnium ipſam ſequentium,& quæcunq; ab aliquo tetragonico latere cuiuſq; talis ſuperficiei proficiſcuntur, diuerſæ ſunt in longitudine & potentia ab omnibus quç à quoquam alio tetragonico lateris talis ſuperficiei generãtur. Et hoc dico, cum ipſarum ſuperficierum non fuerit proportio ſicut numerorum quadratorum. Hæc autem ut poſſimus firma demonſtratione colligere,antecedens ad ipſa præmittere oportet. Sitq; iſtud.



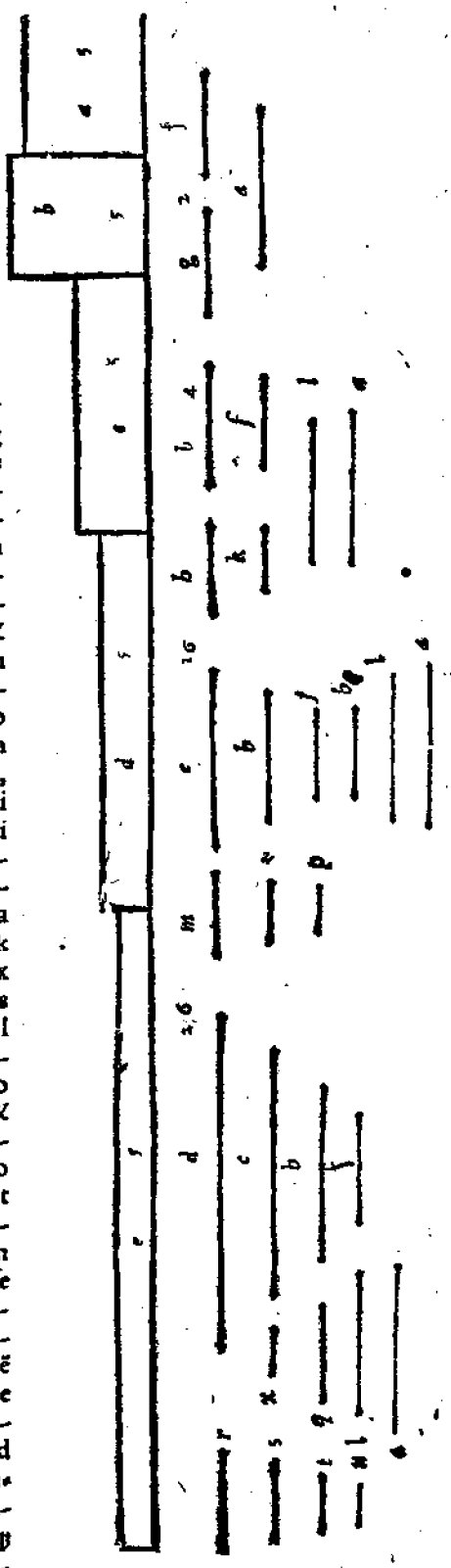


Quibuslibet duobus inuicẽ ductis ſi quid licet producatur, quota latera tetragonica duorum præcedentium inuicem duces, totum tetragonicum latus ipſius producti produces.

Verbi gratia. Sit ut ex a in b ſit k: at c d ſint latera tetragonica a & b: fiat autem e, ex c in d: ſintq; iterum f & g latera tetragonica c & d, & fiat h ex f in g. Dico quòd h eſt latus tetragonicum e, & quod e rurſus eſt latus tetragonicum k. Cum enim ex f in ſe & in g fiant c & h, erit c ad h ſicut f ad g, ſed & ſit h ad d, ſicut f ad g, eo quod ex g in f & in ſe fiunt h & d, ſunt igitur c h d, continuè proportionales. Itaq; ex h in ſe, quantum ex c in d, quare h eſt latus tetragonicum e. Eadem quoq; ratione cum ex c in ſe ſit a, & in d ſit e, & ex d in ſe ſit b, erunt etiã a e b, continuè proportionales in proportione c ad d. Cum igitur ex a in b ſit k, ſequi



tur etiam ut ex e in se sit k, quare e est latus tetragoni cum k. Constat itaq; quod dicitur. Restat itaque demonstrare quod propositum est. Sit igitur superficies a, rationalis, dicta à numero non quadrato ut 5, sitq; linea a, eius tetragonicum latus, & sumantur quotlibet lineæ rationales in longitudine quæ sint b c d e. Sintq; dictæ à numeris quorum quisque præcedens sit tetragonicum latus proximo sequentis, ut si b sit 4. c 4, d 16, e uerò 256, ad has autem lineas rationales in longitudine, adiungatur superficies æqualis a, eruntq; secunda latera singularũ rationalia in longitudine per 16: ut secundum latus b, 2 & dimidium, secundum c, unum & quarta, secundum uerò d, una quarta & una 16, at uerò superficiei c secundum latus, erit una 64 & una 256. Sit ergo f tetragonicum latus b: g uerò sit tetragonicum latus secundi lateris superficiei b, eritq; per præmissam antecedens ut ex f in g sit a. Rursus sit h tetragonicum latus secundi lateris c, k quoq; sit tetragonicum latus h, eritq; per prædictum antecedens ut ex b in h fit a, & ex f in k sit tetragonicum latus a, quod sit l. Sit iterũ m tetragonicum latus secundi lateris superficiei d, sed cum n sit tetragonicũ latus m, & p tetragonicum n, eritq; per prædictum antecedens ut ex c in m fiat a, & ex b in n l, & ex f in p tetragonicum latus l quod sit q. Amplius autem sit r, tetragonicum latus lateris secundi superficiei e, sit quoq; s tetragonicum r & t s, sit & u tetragonicum t, sequiturq; per dictum antecedens, ut ex d in r fiat a, & ex c in f l, & ex b in t, sit q, & etiam ex f in u, tetragonicũ latus q, quod sit x. & sic in infinitum. Dico ergo has lineas a l q x, quarum a est tanquam radicale principium, esse irrationales, a quidem in longitudine tantum, cæteræ uerò in longitudine & in potentia, & dico quòd nulla earum conuenit cum alia in diffinitione uel ordine. Cum enim ex f in g & k fiant a & l: erit a ad l, sicut g ad k. Et quia ut patet ex dictis hypothesibus g & k sunt incommensurabiles in longitudine & in potentia, sequitur etiam ut a & l sint incõmẽsurabiles in lõgitudine & in potẽtia. Eadem ratione a & q, est enim a ad q, sicut g ad p. Et propter eandem causam etiam a & x, cum sint sicut g & u. Et hac uia quoq; necesse est, ut l & q sint simpliciter incõmensurabiles tam in lõgitudine quàm in potentia, cum enim ex f in k & p, fiant l & q, erit l ad q, ut k ad p. At k & p nec commensurabiles sunt in longitudine nec in potentia. Si enim sint, erunt h & n commensurabiles, sed non sunt, at uerò l & x oportet esse utroq; modo incommensurabiles: est enim l ad x, sicut k ad u, eo quòd ex f in k & u fiunt l & x. Sunt autem k & u, utroq; modo incõmensurabiles: sin autẽ accidet d & h esse cõmensurabiles, quod est inconueniens, q uerò & x quòd sint quoq; incommensurabiles, potentia & lõgitudine, ex eo patet, quòd est q ad x sicut p ad q: constat autem quòd p & u sunt incommensurabiles: nam si non, erunt n & c cõmensurabiles, ideoq; m & s, sed non sunt. Manifestum est itaq; infinitas lineas irrationales in longitudine & in potentia incommensurabiles, & ideo diffinitione & specie differẽtes, produci ex linea a rationali in potentia tantum. Restat autem nunc ostendere quòd quæcunq; irrationales lineę ab aliqua linea rationali in potẽtia tantum hac uia generãtur, diuersæ sunt ab omnibus tam in lõgitudine quàm



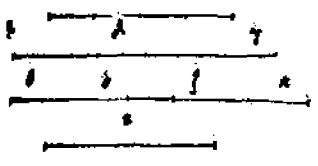
in

In potentia quæ à qualibet alia linea rationali in potentia tantum quadratum, cuius ad quadratum prioris nõ sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratum, hac eadem uia egrediuntur: hoc quoq; sic constat. Sint & a b rationales in potentia tantum siue tetragonica latera duarum superficierum dictarum à numeris non quadratis: sitq; ut illi numeri non sint in proportione aliquorum numerorum quadratorum, lineæ quoq; quæ procedunt hac uia ab a, siue c d e, & a b procedant f g h. Dico quòd nulla ex lineis c d e communicant in lõgitudine uel potentia cum aliqua ex lineis f g h. cum enim sint c & f tetragonica latera a & b, at d & g tetragonica latera c & f, & e & h, tetragonica latera d & g, non est posibile ut aliqua ex c d e, communicet cum sua compari ex f g h, uel longitudine uel potentia. Si enim alterutro modo communicet e cum h, sequitur ut d communicet cum g, & c cum f, quare & a cum b etiam in longitudine, quod est contra hypothesin. Vniuersaliter autem uerum est dicere quamlibet harum esse utroque modo incommensurabilem cuilibet. Dato nanq; quod d communicet cum h etiam in potentia tantum, sequitur ut c quoq; communicet cum g, & a cum f, quod nõ est posibile. Attẽdere autem oportet, quòd cũ dico latus lateris, nihil aliud intelligo quàm latus superficiei denominatæ à latere priori, unde tetragonicum latus lineæ à, uoco lineam illam quæ potest in superficiem dictã à linea a, talis autẽ superficies est quã cõtinet linea a & linea rationalis in longitudine dicta ab uno. Si ergo libet inuenire tetragonicum latus cuiuslibet lineæ, fit linea a, cuius tetragonicum latus uolo inuenire, b uerò sit linea rationalis in longitudine dicta ab unitate, & ipsa est minima omnium linearum rationalium numeratarum ab integris, medio loco proportionalis inter eas sit c, est igitur per 16 sexti c tetragonicum latus a: idem enim fit ex a in b & ex c in se. At uerò ex a in b fit superficies dicta ab a. Quicquid enim à quolibet in unũ ducto producitur, ab eo quod unũ multiplicat, denominatur. Et nota quòd cum c fuerit latus tetragonicum lineæ a, indifferenter contingit lineam c esse maiorem linea a & minorem, prout b etiam fuerit maior aut minor.

THEON ex Zamb. *Apotome & quæ post eam irrationales, neque mediæ, neq; adinuicem sunt eædem. Quod ex media nanque ad rationalem comparatum latitudinem efficit rationalem & ei ad quam apponitur longitudine incommensurabilem (per 22 decimi) Quod uerò ex apotome ad rationalem comparatum latitudinem, primam efficit apotomen (per 97 decimi) Quod autem ex mediæ apotomæ prima ad rationalem appositum latitudinem, secundam efficit apotomen (per 98 decimi) Quod ex mediæ secunda apotomæ ad rationalem appositum latitudinem, tertiam efficit apotomen (per 99 decimi) Quod ex minori ad rationalem appositum latitudinẽ, quartam efficit apotomen (per 100 decimi) Quod ex efficiente cum rationali medium totum ad rationalẽ appositum latitudinem, efficit quintam apotomen (per 101 decimi.) Quod ex efficienti uerò cum medio medium totum ad rationalem comparatum latitudinem, sextam efficit apotomen (per 102 decimi) Quoniam igitur prædictæ latitudines à prima & adinuicem differunt (à prima quidẽ quoniã rationalis est, adinuicẽ uerò quia in ordine non sunt eædem) patet quòd & ipsæ irrationales differunt adinuicem. Et quoniam ostensum est (per 111 decimi) quòd apotomæ non est eadem ei quæ ex binis nominibus, ad rationalem autem appositæ latitudinem efficiant, quæ sanè post apotomen apotomas, consequenter unaquæque quæ in ordine circa eandem: quæ uerò post eas quæ ex binis nominibus, eas quæ ex binis nominibus, & easdem, ordine consequenter: aliæ igitur sunt quæ post apotomen, & aliæ quæ post eam quæ ex binis nominibus, ut omnes irrationales sint tredecim, hæ uidelicet:*

1 *Media.* 2 *Ex binis nominibus.* 3 *Ex binis prima medijs.* 4 *Ex binis secunda medijs.* 5 *Maior.* 6 *Rationale medium q; potens.* 7 *Bina potens media.* 8 *Apotome.* 9 *Mediæ prima apotome.* 10 *Mediæ secunda apotome.* 11 *Minor.* 12 *Cum rationali mediũ totum efficiẽs.* 13 *Cum medio mediũ totum efficiens.* *Euclid, ex Zamb.* *Theorema 89.* *Propositio 112.*

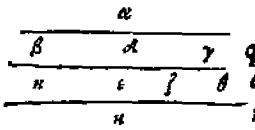
112 Quod ex rationali ad irrationalẽ, eã quę ex binis nominib. appositũ latitudinẽ efficit apotomẽ, cuius noĩa cõmensurabilia sunt noĩbus eius quę ex binis noĩb. est, & in eadẽ rõne, & insup apotome quæ gignit, eũdẽ habebit ordinẽ ei quę ex binis nominib. est.



THEON ex Zãb. *Sit rationalis quidẽ α, ex binis nominibus sit β γ, cuius maius nomen esto δ γ, & ei quod ex α æquum esto id quod sub β γ, ε ζ. Dico quòd ipsa ε ζ apotome est, cuius nomina commensurabilia sunt ipsis γ δ, δ β, & in eadem ratione, & insuper ε ζ eundem ordinem habet ipsi β γ. Sit enim rursus ei quod ex α, æquum id quod sub β δ κ. Quoniam igitur quod sub β γ, ε ζ, æquum est ei quod sub β δ, δ κ, est igitur (per 14. quinti) sicut γ β, & β δ, sic est κ ad ε ζ, maior autẽ est γ β, ipsa β δ, maior igitur et κ ipsa ε ζ. Esto ipsi κ æqualis ε θ. Est igitur (per 7 et 11 quinti) sicut γ β ad β δ, sic est θ ζ ad ζ ε, diuidẽdo igitur est (per 17 quinti) quod sicut γ δ, ad β δ, sic est θ ζ ad ζ ε. Fiat sicut θ ζ ad ζ ε sic ζ κ ad κ ε, & tota igitur θ κ (per 12 quinti) ad totã κ ζ, est sicut ζ κ ad κ ε. Sicut enim unũ antecedentiũ ad unum consequentium, sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Sicut autem (per 12 quinti) ζ κ ad κ ε, sic est γ δ*

ad Δ β, & ſicut igitur (per 11 quinti) θ ν, ad ν ζ, ſic γ Δ, ad Δ β, commenſurabile autem eſt (per 11 decimi) quod ex γ Δ, ei quod ex β Δ, commenſurabile igitur eſt & quod ex θ ν, ei quod ex ζ ν. Et eſt ſicut (per 22 ſexti) quod ex θ ν, ad id quod ex ν ζ, ſic eſt θ ν, ad ν ε. Et quoniam ipſæ tres θ ν, ν ζ, ν ε, ſunt proportionales: commenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) θ ν, ipſi ν ζ longitudine, quare & θ ε, ipſi ε ν longitudine eſt commenſurabilis. Et quoniã (per correlariũ 20 ſexti) quod ex α æquũ eſt ei quod ſub ε θ, β Δ, rationale aũt eſt id quod ex α, rationale igitur eſt & id quod ſub θ ε, β Δ. Et ad ipſam β Δ, rationalẽ apponitur, rõnalis igitur eſt et ε θ, et ipſi β Δ longitudine cõmẽſurabilis, quare & ei cõmenſurabilis ε ν, rationalis eſt, & ipſi β Δ, lõgitudine commenſurabilis. Quoniã igitur eſt ſicut γ Δ, ad Δ β, ſic ζ ν ad ν ε, ipſæ aũt γ Δ, Δ β, potẽtia tantũ cõmenſurabiles, & ipſæ igitur ζ ν, ν ε (per 11 decimi) potẽtia tantũ ſunt cõmenſurabiles. Rationalis aũt eſt ν ε, & ipſi β Δ lõgitudine cõmenſurabilis. Rationalis igitur eſt & ζ ν, & ipſi γ Δ lõgitudine cõmenſurabilis. Ipſæ igitur ζ ν, ν ε, rationales ſunt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles (p 11 decimi) Igitur ζ ε apotome eſt. Verũ γ Δ, ipſa Δ β, aut maius poteſt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili, aut quod ex ſibi incõmẽſurabili. Si quidẽ γ Δ, ipſa Δ β, maius poteſt eo quod ex ſibi commẽſurabili, et ζ ν (p 13 decimi) ipſa ν ε maius poteſt eo qd ex ſibi cõmẽſurabili. Et ſi γ Δ, ipſi expoſitæ rõnali cõmẽſurabilis eſt lõgitudine, et ζ ν, ſi aũt Δ β, & ν ε, ſi uerò neutra ipſarũ γ Δ, Δ β, & neutra ipſarũ ζ ν, ν ε. Si aũt γ Δ, ipſa β Δ maius poteſt eo quod ex ſibi incõmẽſurabili, & ζ ν, ipſa ν ε, maius poteſt eo quod ex ſibi incõmẽſurabili. Et ſi quidẽ γ Δ cõmẽſurabilis eſt ipſi expoſitæ rationali lõgitudine, et ζ ν, ſi aũt β Δ, et ν ε, ſi uerò neutra ipſarũ γ Δ, Δ β, & neutra ipſarũ ζ ν, ν ε. Quare ipſa ζ ε apotome eſt, cuius nomina ζ ν, ν ε, cõmẽſurabilia ſunt eis nominib. quæ ſunt ex ea quæ ex binis nominib hoc eſt ipſis γ Δ, β Δ, & in eadẽ ratione, eũdẽ habet ordinẽ ipſi β γ. A rationali igitur & reliqua: quod erat oſtẽdendũ. Euclid. ex Zãb. Theor. 89. Prop. 113.

Quod ex ratiõali ad apotomẽ cõparatũ latitudinẽ efficit eã q̃ ex binis noĩb. cuius noĩa cõmẽſurabilia ſunt ipſius apotomes, noĩb. & in eadẽ rõne, & inſup q̃ gignit ex binis noĩb. ipſi apotome eũdẽ obtĩet ordinẽ. 113

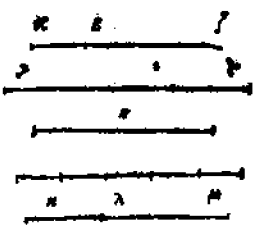


THEON ex Zãb. Eſto rationalis quidẽ α, apotome aũt ſit β Δ, & ei quidẽ quod ex α, æquũ eſto quod ſub ε Δ, ν θ, ut quod ex α rationali ad ipſam β Δ apotomẽ cõparatũ latitudinẽ efficiat ipſam ν θ. Dico q̃ ν θ ex binis nominibus eſt, cuius nomina cõmenſurabilia ſunt eis quæ ipſius β Δ, ſunt nominibus, & in eadẽ ratione, & q̃ ipſa ν θ, eundẽ habebit ordinẽ ipſi β Δ. Sit, inquã (per 80 decimi) ipſi β Δ cõgruens Δ γ. Ipſæ igitur β γ, γ Δ (per 80 decimi) rationales ſunt potentia tãtũ commẽſurabiles. Et ei quod ex α, æquũ eſto id quod ſub β γ ν, rationale autẽ eſt quod ex α, rationale igitur & quod ſub β γ ν, et ad rationalẽ β γ cõparatũ, rationalis igitur eſt (per diffinitionẽ decimi) ipſi ν, & ipſi ε γ lõgitudine cõmenſurabilis. Quoniã igitur (per 20 decimi) quod ſub β γ ν, æquũ ei quod ſub β Δ, ν θ, proportionaliter igitur eſt (p 16 ſexti) ſicut β γ, ad β Δ, ſic eſt ν θ ad ν, maior autẽ β γ, ipſa ε Δ, maior igitur eſt et ν θ, q̃ ν. Ponatur (per 2 primi) ipſi ν, æqualis ν ε. Cõmẽſurabilis (per 12 decimi) igitur eſt ν ε ipſi β γ, longitudine. Et quoniã eſt ſicut γ ε ad β Δ, ſic eſt θ ν, ad ν ε, cõuertendo igitur eſt (per correlariũ 18 quinti) ſicut ε γ ad γ Δ, ſic eſt ν θ ad θ ε. Fiat (per 12 quinti) ſicut ν θ, ad θ ε, ſic θ ζ, ad ζ ε, & reliqua igitur ν ζ, ad θ ζ, eſt ſicut ν θ, ad θ ε, hoc eſt ſicut β γ, ad γ Δ. Ipſæ aũt β γ, γ Δ, potẽtia tantũ ſunt cõmẽſurabiles, & ipſæ igitur ν ζ, ζ θ (per 11 decimi) potẽtia tatum ſunt cõmẽſurabiles. Et quoniã eſt ſicut ν θ ad θ ε, ſic ν ζ, ad ζ θ, ſed ſicut ν θ, ad θ ε, ſic θ ζ, ζ ε, & ſicut igitur (per 11 quinti) ν ζ ad ζ θ, ſic θ ζ ad ζ ε. Quare (per correlariũ 19 ſexti) & ſicut prima ad tertiã, ſic quod ex prima ad id quod ex ſecũda, & ſicut igitur (per 12 quinti) ν ζ, ad ζ ε, ſic quod ex ν ζ, ad id quod ex ζ θ, cõmẽſurabile autẽ eſt (p 9 decimi) quod ex ν ζ, ei quod ex ζ θ. Ipſæ ν ζ, ζ θ, potẽtia ſunt cõmẽſurabiles, igitur eſt ν ζ, ipſi ζ ε, lõgitudinc, quare et ε Δ, ipſi ζ ε, lõgitudine cõmẽſurabilis eſt. Rationalis aũt eſt ν ε, & ipſi β γ lõgitudine cõmẽſurabilis: ratiõalis igitur eſt (p 12 decimi) ν ζ, & ipſi β γ lõgitudine cõmẽſurabilis. Et quoniã eſt ſicut β γ ad γ Δ, ſic ν ζ, ad ζ θ, uiciſſim quoq; (per 16 quinti) & ſicut β γ ad ν ζ ſic Δ γ, ad ζ θ, cõmẽſurabilis autẽ eſt β γ ipſi ν ζ: cõmẽſurabilis eſt igitur & ζ θ ipſi γ Δ. Ipſæ aũt β γ, γ Δ rationales ſunt potẽtia tãtũ cõmẽſurabiles, & ipſæ igitur ν ζ, ζ θ, rationales ſunt potẽtia cõmenſurabiles. Ex binis igitur nominibus eſt ν θ. Siquidẽ igitur ε γ, ipſa γ Δ, maius poteſt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili, & α ζ, ipſa ζ θ, maius poteſt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili. Et ſi β γ, commẽſurabilis eſt lõgitudine ipſi expoſitæ rationali, & ν ζ quoq; Si aũt γ Δ cõmẽſurabilis eſt lõgitudine ipſi expoſitæ rationali, & ζ θ quoq; ſi aũt neutra ipſarũ β γ, γ Δ, & neutra ipſarũ ν ζ, ζ θ. Si uerò β γ, ipſa γ Δ maius poteſt eo quod ex ſibi incõmenſurabili, & ν ζ, ipſa ζ θ maius poterit eo quod ex ſibi incõmenſurabili. Et ſi β γ ipſi expoſitæ rationali cõmenſurabilis eſt lõgitudine, & ν ζ, ſi autẽ γ Δ, & ζ θ, ſi uerò neutra ipſarũ ε γ, γ Δ, & neutra ipſarũ ν ζ, ζ θ. Ex binis nominibus igitur eſt ν θ, cuius nomina ν ζ, ζ θ, cõmenſurabilia ſunt ipſis β γ, γ Δ nominibus ipſius apotomes & in eadẽ ratione, & inſuper ν θ, ipſi β γ eundẽ habebit ordinem: quod erat oſtendendum. Euclid. ex Zamb. Theorema 90. Propoſitio 114.

Si areola comprehẽdatur ſub apotome & ea quæ ex binis nominibus cuius nomina commẽſurabilia ſunt ipſius apotomes nominibus, & in eadem ratióne quæ areolam poteſt, rationalis eſt. 114

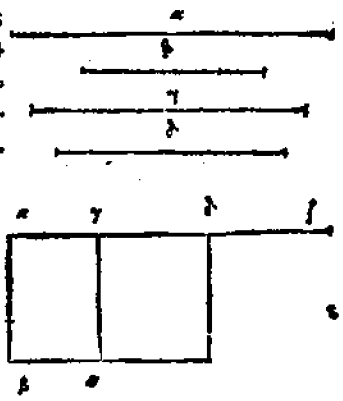
THEON

THEON ex Zamb. Comprehendatur areola ſub apotome α β, & ea quæ ex binis nominibus γ δ, cuius maius nomen γ ε, ſintq; eius quæ ex binis nominibus nomina γ ζ, ε δ (per 113 decimi): commenſurabilia ipſius apotomes nominibus α ζ, ζ θ, & in eadem ratione. Sitq; potens id quod ſub α θ, γ δ, ipſa κ. Dico q; ipſa κ rationalis eſt. Exponatur enim rationalis ι, & ei quod ex ι, æquum ad ipſam γ δ comparetur, latitudinem efficiens κ λ, igitur ipſa κ λ, apotome eſt (per 113 decimi) cuius nomina ſint κ μ, μ λ, cõmenſurabilia nominib. eius quæ ex binis nominib. hoc eſt ipſis γ ε, ε δ, & in eadẽ ratione. Iam & ipſæ γ ε, ε δ, (per 12 decimi) commenſurabiles ſunt ipſis α ζ, ζ β, & in eadem ratione, eſt igitur ſicut α ζ ad ζ β, ſic eſt κ μ ad μ λ: uicißim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut α ζ ad κ μ, ſic eſt β ζ ad λ μ, & reliqua igitur α θ (per 12 quinti) ad reliquam κ λ eſt, ſicut α ζ ad κ μ. Commenſurabilis autem eſt α ζ ipſi κ μ, commenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) & κ β ipſi κ λ. Eſtq; (per conſtructionem) ſicut α θ ad κ λ, ſic eſt quod ſub γ δ, α β, ad id quod ſub γ δ, κ λ. Commenſurabile igitur eſt & quod ſub γ δ, α β, ei quod ſub γ δ, κ λ. Æquum autem eſt id quod ſub γ δ, κ λ, ei quod ex ι, commenſurabile igitur eſt quod ſub γ δ, α β, ei quod ex ι. Quod autem ſub γ δ, α β, æquum eſt ei quod ex κ, commenſurabile igitur eſt & quod κ, ei quod ex ι. Rationale autem eſt id quod ex ι, rationale igitur eſt & id quod ex κ. Rationalis igitur eſt (per diffinitionem decimi) κ, & ipſam poteſt areolam quæ ſub γ δ, α θ. Si areola igitur comprehendatur ſub apotome, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum. CORRELE. Fitq; nobis & id propterea manifeſtum, quod poßibile eſt rationalem areolam ſub irrationalibus rectis lineis contineri. Euclid. ex Zamb. Theorema 91. Propoſitio 115.

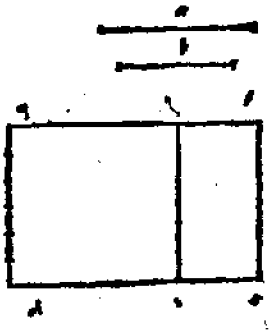


115 A media infinitę irrationales fiunt, neq; ulla ulli earum quæ prius eſt eadem.

THEON ex Zamb. Eſto media α. Dico quòd ab α, infinitæ irrationales fiunt, neq; ulla ulli earum quæ prius eſt eadem. Exponatur rationalis β, & ei quod ſub β α (per 14 ſecundi) æquum eſto id quod ex γ. Agitur γ irrationalis eſt. Quod enim ſub irrationali, & rationali (per lemma 38 decimi) irrationale eſt, & nulli earũ quæ prius eſt eadem. Nõ enim q; ex ulla earum quæ prius ad rationalẽ appoſitũ latitudinem efficit mediam. Rurſus iam ei quod ſub β γ, æquum eſto id quod ex δ. Irrationale igitur eſt id quod ex δ, irrationalis igitur δ, & nulli earũ quæ prius eadem eſt. Nõ enim quod ex ulla earum quæ prius ad rationalem appoſitum latitudinem efficit γ. Similiter quoq; iam & huiuſmodi ordo ſequetur, ſi in infinitum extendas, manifeſtum eſt igitur quòd à media infinitæ fiunt irrationales, neq; ulla ulli earum quæ prius eadem.



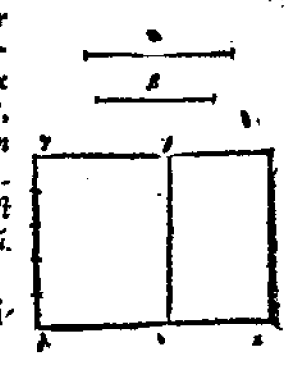
ALITER. Eſto media α γ. Dico q; ab α γ, infinitæ ſunt irrationales, neq; ulla ulli earum quæ prius eſt eadem. Excitetur (per 11 primi) ipſi α γ ad angulos rectos α β, ſit rationalis α β, compleatur q; β γ, irrationale igitur eſt (per 11 decimi) & ipſum potens irrationalis eſt. Poßit autem (per lemma 38 decimi) ipſum γ δ, igitur γ δ eſt irrationalis & nulli earum quæ prius eadem eſt. Nõ enim quod ex ulla earum quæ prius ad rationalem appoſitum latitudinem efficit mediam. Rurſus compleatur ε γ, irrationale igitur eſt ε δ, & ipſum potens irrationalis eſt, poßit autem ipſum δ ζ, irrationalis igitur eſt δ ζ, & nulli earum quæ prius eadem. Non enim quod ex ulla earum quæ prius ad rationalem appoſitum latitudinem efficit γ δ, à media igitur infinitæ irrationales, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 92. Propoſitio 116.

116 Minori commenſurabilis, minor eſt.

THEON ex Zãb. Eſto minor α, et ipſi α cõmenſurabilis eſto (per 11 decimi) β. Dico q; β minor eſt. Exponatur γ δ rationalis, & ei q; ex α (per 44 primi) æquũ ad ipſam γ δ cõparetur γ ε, latitudinẽ efficiens γ ζ. Apotome igitur eſt quarta γ ζ. Ei autem quod ex β (per eandem) æquũ ad ipſam ζ ι comparetur ζ κ, latitudinẽ efficiens ζ θ. Quoniã igitur commenſurabilis eſt α ipſi β, cõmenſurabile igitur eſt et quod ex α, ei quod ex β. Sed ei quidẽ quod ex α, æquũ γ ε: ei aũt quod ex β, æquũ eſt ζ κ, cõmenſurabile igitur eſt γ ι, ipſi ζ κ. Sicut autem δ, ι, ipſi ζ κ, ſic eſt γ ζ ad ζ θ. Cõmenſurabilis igitur eſt γ ζ, ipſi ζ θ longitudine. Apotome autem quarta eſt (per 100 decimi) ipſa γ ζ. Igitur & ζ θ, quarta eſt apotome. Rõnalis aũt eſt ζ ι. Si uero areola comprehendatur ſub rationali & quarta apotome, quæ areolam poteſt minor eſt (per 64 decimi) ipſam aũt ζ κ areolã, ipſa β poteſt, ergo α minor eſt: quod erat oſtendendũ.



Euclid. ex Zamb. Theorema 93. Propoſitio 117.

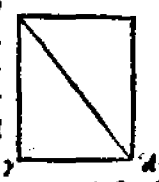
117 Cum rationali medium totum efficienti commenſurabilis, cum rationali medium totum efficiens eſt.

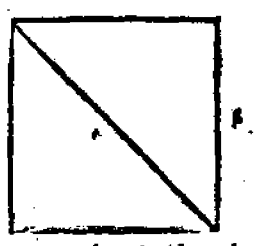
THEON ex Zãb. Sit cum rationali mediũ totum efficiens α, cõmenſurabilis aũt eſto β. Dico q; β cũ rationali mediũ totum efficiens eſt. Exponatur rõnalis γ δ, et ei quidẽ quod ex α æquũ ad ipſam γ δ, comparetur γ ε, latitudinẽ efficiens γ ζ,

Apotome igitur eſt quinta ipſa γ ζ (per 102 decimi) Ei autem quod ex β (per 44 primi) æquum ad ipſam ζ ι cõparetur ζ ν, latitudinẽ efficiens ζ θ. Quoniam igitur cõmẽſurabilis eſt α ipſi β, cõmenſurabile igitur eſt id quod ex α ei quod ex β. Sed ei quidẽ quod ex α, æquũ eſt γ ι, ei uerò quod ex δ, æquũ eſt ζ ν. Igitur γ ι, ipſi ζ ν, eſt commenſurabile. Commenſurabilis igitur eſt γ ζ, ipſi ζ θ, longitudine. Quinta autem apotome eſt γ ζ. Apotome igitur quinta eſt, & ζ θ. Rationalis autem ζ ι. Si uero areola comprehendatur ſub rationali & apotome quinta, quæ areolã poteſt cũ rationali mediũ totũ efficiẽs eſt (per 95 decimi.) poteſt autẽ ipſum ζ ν, ipſa β. Igitur β, cũ rõali mediũ totũ efficiẽs eſt. qđ erat oſtẽdendũ. Eucl. ex Zãb. Theo. 94. Prop. 118.

Propoſitum nobis ſit oſtendere, quòd in quadratis figuris incommenſurabilis eſt dimetiens lateri longitudine.

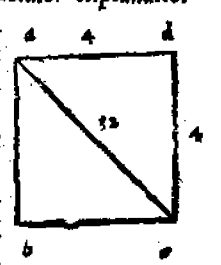
THEON ex Zamb. *Eſto quadratũ α δ γ ε, dimetiens uerò illius ſit α, γ. Dico quòd α γ, ipſi α δ, longitudine eſt incommenſurabilis. Si enim poſsibile, ſit cõmenſurabilis. Dico quod eueniet, q̃ idem numerus erit par & impar. Manifeſtũ quidẽ igitur (per 47 primi) q̃ id quod ex α γ duplum eſt eius quod ex α δ Et quoniam α γ ipſi α β cõmenſurabilis eſt, igitur α γ ad α β rationẽ habet quã numerus ad numerũ (per 5 decimi) habeat aũt quã ι ad ν. Sint q̃ ι ζ minimi eandem rationẽ habentium eis. Igitur ι ζ nõ eſt unitas. Si enim ι ζ, eſt unitas, & rationẽ habet ad ν, quã α γ ad α β, & maior eſt α γ ipſa α β, maior igitur eſt ι ζ unitas ipſo ν nũero, quod eſt impoſsibile. Igitur ζ ι, non eſt unitas, nũerus igitur. Et quoniã eſt ſicut α γ ad β, ſic eſt ι ζ ad ν, & ſicut igitur (per 15 quinti) quod ex γ α, ad id quod ex α δ, ſic qui ex ι ζ, ad eũ qui ex ν. Duplum aũt eſt quod ex γ α eius quod ex α β. Duplus igitur eſt et qui ex ι ζ, eius qui ex ν, par igitur eſt qui ex ι ζ, quare & ipſe ι ζ par eſt. Si enim impar eſſet, & qui ex eo quadratus impar eſſet (per 29 noni) quippe quoniã ſi quilibet numeri impares compoſiti fuerint, multitudo q̃ fuerit impar, totus impar eſt. Igitur ι ζ, par eſt. Secetur (per 10 primi) ι ζ, bifariam in θ. Et quoniam ipſi ι ζ, ν, numeri, minimi ſunt eandẽ eis habentiũ rationẽ, primi ſunt adinuicẽ (per 24 ſeptimi) & ι ζ, par eſt. Impar igitur eſt ν. Si enim eſſet par, ipſos ι ζ, metiretur binarius (omnis etenim par, habet partẽ dimidiã) primos adinuicẽ exiſtẽtes, quod eſt impoſsibile. Igitur ν nõ eſt par. Et quoniam ipſius ι θ, duplus eſt ι ζ, quadruplus igitur eius qui ex ι ζ, eius quod ex ι θ. Duplus aũt qui ex ι ζ eius qui ex ν. duplus igitur qui ex ν, eius qui γ ex ι θ. Igitur qui γ ex ν par eſt, & par igitur eſt ν per ea quæ dicta ſunt, ſed & impar. quod eſt impoſsibile. Igitur α γ, ipſi α δ longitudine nõ eſt cõmenſurabilis, incõmenſurabilis igitur. Oſtendendum & aliter, quod incõmenſurabilis eſt quadrati dimetiens lateri. Sit enim pro dimetiẽte, α pro latere uero, ſit β. Dico q̃ α, ipſi β longitudine eſt incõmenſurabilis. Si enim poſsibile, ſit commenſurabilis. Fiatq̃ rurſus ſicut α ad β, ſic ι ζ ad ν, ſintq̃ minimi eandẽ eiſdẽ habentium rationem, ipſi ι ζ, ι ν igitur ipſi, primi ſunt adinuicẽ. Dico primum q̃ ν nõ eſt unitas. Si enim poſsibile, eſto unitas. Et quoniam eſt ſicut α ad β, ſic eſt ι ζ ad ν, & ſicut igitur (per 11 & 15 quinti) quod ex α ad id quod ex β, ſic qui ex ι ζ ad eum qui ex ν. Duplum aũt eſt id quod ex α, eius quod ex β. Duplus igitur & qui ex ι ζ, eius qui ex ν. Et ν unitas eſt. Igitur ι ζ binarius eſt quadratus. Quod eſt impoſsibile. Igitur ν non eſt unitas: numerus igitur. Et quoniam eſt ſicut quod ex α ad id quod ex β, ſic qui ex ι ζ ad eum qui ex ν, & rurſus ſicut quod ex β ad id quod ex α, ſic qui ex ν ad eum qui ex ι ζ, quare & latus idẽ ν ipſũ ι ζ metitur, metitur autem quod ex θ, id quod ex α, metitur igitur et qui ex ν quadratus eũ qui ex ι ζ, quare & latus idẽ ν ipſũ ι ζ metitur, metitur aũt et ipſum ν, igitur ν ipſos ι ζ, ν, metitur qui primi ſunt adinuicẽ, quod eſt impoſsibile. Igitur α, ipſi β non eſt commenſurabilis: incõmenſurabilis igitur, quod oſtendere oportuit.* Priorum dilucidior explanatio.





Græcus non habet.

Sit quadratũ a b c d, dimetiẽs uerò ipſius ſit a c. Manifeſtum eſt quod iſoceles eſt triangulũ c d a, æquũ habens d a ipſi d c, ſimiliterq̃ triangulũ iſoceles eſt a b c. Sit igitur d a unitatũ 4 ſiue pedũ, ficq̃ & c d, quatuor: quare manifeſtum eſt, quod ex d a quadratũ eſt unitatũ ſiue pedũ 16. ſic etiã & quod ex c d. 16 eſt unitatũ ſiue pedũ. At quoniã id quod ex a c æquum eſt eis quæ ſunt ex d a, c d, quẽadmodũ ex 47 primi perſpicuũ eſt, manifeſtũ eſt q̃ id quod ex a c eſt duplũ eius quod ex d a. At id quod ex d a, eſt unitatũ 16, id igitur quod ex dimetiente, 32 erit, in dupla quidem. At quoniã lõgitudine cõmenſurabiles lineæ ſunt quas aliqua magnitudo metitur, earũq̃ quadrata rõnem habẽt quã nũerus quadratus ad numerũ quadratũ, at efficiens 32 per latus aliqua magnitudo nõ metitur, neq̃ quę ex eis quadrata ſunt rationẽ habẽt quã nũerus quadratus ad numerũ quadratũ (nullũ enim quadratũ alterius quadratũ duplũ eſt, incõmẽſurabilis igitur eſt lõgitudine dimetiẽs lateri, efficiẽs enim 32 ſiue latus eſt unitarũ 5 & minutorũ 39 quę 5, 39, ac 4, nullã habẽt cõmunẽ mẽſurã, quare 32 ad 16 ſicut dictũ eſt: rõnẽ nõ habẽt qualẽ quadratus nũerus ad quadratũ numerũ.



Inuen-

*Inuentis iam longitudine incommenſurabilibus rectis ut α, β, & plures aliæ magnitudines ex binis * diuiſionibus comperimur (plana intelligo) adinuicem incommenſurabiles. Quoniam ſi ipſarum α, β, linearum rectarum mediam proportionalem ſuſceperimus γ, erit igitur ſicut α ad β, ſic quæ ex α ſpecies ad eam quæ ex γ ſimilem ſimiliter q; deſcriptam * ſpeciem, ſiue quadratæ, ſiue aliæ rectilineæ ſimiles deſcriptæ fuerint, ſiue etiam circuli circa dimetientes α γ, quippe quoniam circuli adinuicem ſunt ſicut ea quæ ex dimetientibus ſunt quadrata. Inueniuntur igitur & arcolæ planæ adinuicem incommenſurabiles. Cum oſtendemus quòd ex binis interualli diuerſæ arcolæ incommenſurabiles, oſtendemus eas quæ ex ſolidis ſpeculationes, qualiter ſunt ſolida commenſurabilia & incommenſurabilia adinuicem.*

Ἀναγραφαὶ interuallis

εἴδος figura

α
γ
β

Si enim in ijs quæ ex α, β, quadratis aut eis æqualibus rectilineis figuris conſtituamus altitudine æqualia ſolida parallelipipeda, uel pyramides, uel priſmata, erunt ipſa conſtituta adinuicem ſicut baſes & ſiquidem baſes ſint commenſurabiles, commenſurabilia erunt ipſa ſolida. Si uerò incommenſurabiles, incommenſurabilia. Sed & ſi duobus expoſitis circulis α β, ipſis conos uel cylindros altitudine æquales deſcribemus, erunt adinuicem ſicut baſes, hoc eſt, ſicut ipſi circuli. Et ſi ipſi circuli ſunt commenſurabiles & ipſi coni & cylindri commenſurabiles erunt. Si uerò ipſi circuli erunt incommenſurabiles, ipſi coni & cylindri erunt incommenſurabiles. Et nobis fit manifeſtum, quòd non ſolum in lineis & ſuperficiebus ſunt commenſurabiles & incommenſurabiles, ſed in ſolidis quoq; figuris hoc reperitur.

DECIMI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM *Liber undecimus.*

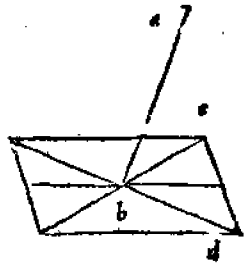
Ex Campano. *Diffinitiones.*



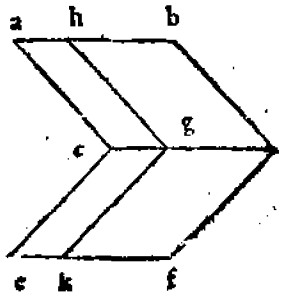
1 CORpus, eſt quod longitudinẽ & latitudinem, & altitudinem habet. Cuius termini, ſunt ſuperficies.

2 Linea erecta ſupra ſuperficiẽ, eſt quę cũ ſingulis ſibi conterminalib. lineis in ea ſuperficie expaſsis angulos rectos facit. Linea autẽ hæc ſupra eam ſuperficiẽ perpendicularis eſſe, & ad eandem orthogonaliter inſiſtere dicitur.

Intelligatur enim linea a b exurgere ſupra planum, ità q; punctus a imaginetur in aere, & b in plano, & a pũcto b ducãtur plures lineæ in eodem plano: ut b c, b d, & quotlibet aliæ. Si igitur ita fuerit quòd linea a b cum linea b c, & cũ linea b d, & cum qualibet alia linea protracta à puncto b in plano illo angulum rectum contineat, ipſa dicetur eſſe perpendicularis ad illam ſuperficiem in qua protractæ ſunt hæ lineæ. uidelicet b c, & b d, & aliæ cum quibus ipſa ponitur continere angulum rectum.



3 Superficies aũt erecta ſuper ſuperficiẽ eſt, q̃ties pũcto uno eodem lineæ q̃ eſt cõmunis terminus illarũ ſuperficierũ duæ perpendiculares cõtermi nales ſuperſtant, quæ rectum cõtinentes angulum in eiſdem ſuperficiebus ſitæ ſunt.



Verbi gratia imaginemur ſuperficiem a b c d exurgere, ſuperficiem uerò c d e f iacere, & intelligamus lineam c d eſſe communem terminum ambarum. In ea itaque ſignetur punctus g à quo ad lineam c d extrahantur duæ lineæ perpendiculares, una uidelicet in ſuperficie c d e f, quæ ſit g k, & alia in ſuperficie a b c d quæ ſit g h. Si igitur angulus quem

quem continent hæ duę lineæ perpendiculares: uidelicet g h & g k, erit rectus: superficies a b c d dicitur orthogonaliter erecta super superficiem c d e f.

4 Superficies æquidistantes sunt, quæ in utramlibet partem protractę non concurrent, etsi in infinitum producantur.

Intellectum est quod dicitur. Scire tamē debes, quòd omnes planæ superficies, aut sunt æquidistantes abinuicem, aut in omnem partem protractæ concurrent alicubi & super rectam lineā se secabunt. Lineas autem rectas non est necessarium uel esse æquidistātes uel in utranq; partem protractas concurrere, quippe quæ in eadem superficie nō sunt nec æquidistant abinuicem, nec tamen quantumlibet protractæ concurrent.

5 Æqua corpora sunt atq; similia, quorum terminales superficies numero ac quantitate æquales unius creationis sint atq; similes.

6 Similia corpora sunt, quæ similibus superficiebus numero æqualibus continentur.

Si has duas diffinitiones de corporibus æqualibus & similibus non intelligis, ad diffinitionem similium superficierum positam in principio sexti recurre.

7 Corpus serratile dicitur, quod quinq; superficiebus, quarum tres parallelogrammæ sunt, duæ uerò triangulæ, continentur.

Domui quatuor parietes æquidistantes habenti, rectum unico fastigio supremis duorum parietum lateribus æquali & æquidistanti superpositum, serratilis corporis expressam similitudinem gerit.

8 Sphæra est transitus arcus circunferētiæ dimidij circuli quoties sumpto uel supremo semicirculo lineaq; diametri fixa donec ad locum suum redeat, arcus ipse circunducitur.

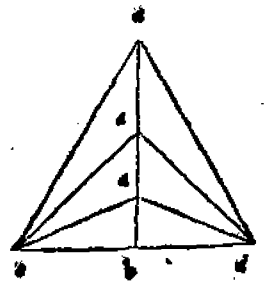
Super quamlibet lineam semicirculo descripto, si linea illa fixa semicirculus tota reuolutione circūducatur, corpus quod describitur, sphæra nominatur. Cuius centrum, constat esse cētrum semicirculi circunducti.

9 Pyramis laterata, est figura corporea, quam continent superficies, à quarum una reliquæ sunt ad unum oppositum punctum sursum erectæ.

In omni laterata pyramide cunctæ superficies ipsam ambientes, ab ipsius basi ad unum punctum subleuantur, qui conus pyramidis dicitur: suntq; omnes hæ laterales superficies, triangulæ, basis uerò frequenter non est triangula.

10 Pyramis rotunda, est figura solida, estq; transitus trianguli rectanguli alterutro suorum laterum rectū angulum continētium fixo, donec usq; ad locū unde moueri cœpit, redeat, triangulo ipso circunducto. Si igitur latus fixum lateri circūducto fuerit æquale, erit figura rectangula. Si aūt longius, acutiangula. Si uerò breuius, obtusiangula erit. Axis autē ipsius figuræ, est latus fixū. Basisq; sua, circulus. Dicitur autem figura hæc, pyramis columnæ rotundæ.

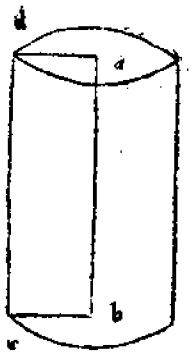
Sit trigonus a b c, rectum angulum habens qui sit b, figaturque alterum duorum laterum ambientium rectum angulum b, sitque latus quod figitur a b, quo fixo, circundatur trigonus quousq; ad locū unde moueri cœpit redeat. Corporea ergo figura quæ huius trigoni motu describitur, rotunda pyramis appellatur. Cuius tres sunt differentię. Alia enim est rectangula, alia acutiangula, tertia obtusiangula. Et prima quidē est, quādo latus a b lateri b c fuerit æquale. Esto enim ut linea b c, quū rotatu trigoni peruenerit ad sitū lineę b d ita q; pūctus c cadat super punctū d, fiat linea una: hoc est, ut ipsa tunc cōiungatur

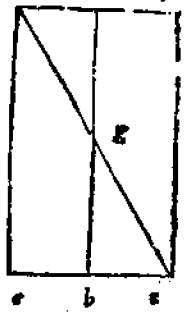


gatur ſitui à quo moueri cœpit ſecundũ rectitudinem, eritq; linea hæc, quaſi b c d. Et quia (ex 32 primi & 5 eiuſdem) angulus c a b eſt medietas recti, erit angulus c a d rectus, ideoq; pyramis hæc dicitur rectangula. Si autem latus a b ſit longius latere b c, erit acutiangula. Erit enim tunc (ex trigeſimaſecunda primi & 19) eiuſdem angulus c a b, minor medietate recti: ideoq; totus angulus c a d eſt minor recto & acutus, quare pyramis acutiangula. Quòd ſi latus a b fuerit breuius latere b c, erit angulus c a d maior medietate recti (ex 32 primi & 19 eiuſdem) & totus c a d, qui eſt duplus ad ipſum c a b, maior recto & obtuſus, igitur & pyramis conueniẽter tunc dicitur obtuſiangula. Axis autẽ huius pyramidis, dicitur linea a b. Baſis uerò eius, circulus quem deſcribit linea c b ſuper centrum b. Dicitur quoq; hæc pyramis columnæ rotundæ, illius uidelicet quam motu ſuo deſcriberet parallelogrammum proueniens ex a b & b c, latere a b manente fixo.

11 Figura corporea rotunda, cuius baſes ſunt circuli duo plani extremitatibus, & craſsitudine, id eſt altitudine æquales, eſt tranſitus parallelogrammi rectanguli latere rectum angulum continente fixo, ipſaq; ſuperficie donec ad locũ ſuum redeat circumducta. Dicitur-que hæc figura, colũna rotunda. Columnæ itaq; rotundæ atq; ſphæræ circuliq;, unum atque idem eſt centrum.

Sit parallelogrammum rectangulũ a b c d, figaturq; latus a b, & eo fixo totũ parallelogrammum, quouſq; ad locũ ſuum cadat uel redeat, circundatur. Corporea ergo figura huius parallelogrammi motu deſcripta, rotunda columna nominatur, cuius baſes ſunt duo circuli, & eſt unus eorum, circulus quem deſcribit motu ſuo linea b c, cuius circuli centrum eſt punctus b, alter uerò eſt, quẽ motu ſuo deſignat linea d a, & eius centrum eſt punctus a. Axis autẽ huius columnæ, dicitur linea a b, quæ manet fixa in motu parallelogrammi. Quòd ſi imaginati fuerimus parallelogrammũ a b c d cũ peruenerit rotatu ſuo ad ſitum a b e f, cõiungi ſitui à quo moueri cœpit ſecundũ continuitatem ſuperficiei planę, ut ſcilicet totum ſit unum parallelogrammũ d c, e f, & protraxerimus in eo diametrum d e, erit quoq; diameter d e diameter columnæ. Quod autem dicitur columnę & ſphæræ & circuli idẽ eſſe centrum, intelligi debet cum horum una eſt eademq; diameter. Verbi gratia, diximus enim q; d e eſt diameter iſtius columnæ. Sphæram igitur atq; circulum quorum diameter eſt linea d e, neceſſe eſt idem centrũ habere cum centro propoſitæ columnæ. Sit enim ut linea d e ſecet lineam a b in puncto g, eritq; g centrũ columnæ: diuidit enim axem colũnæ per æqualia, quod patet per 25 primi, nam & anguli qui ſunt ad g ſunt æquales ex 15 primi, & anguli qui ſunt ad a b, recti ex hypotheſi, linea quoq; a d, eſt æqualis lineę b e, itaq; d g eſt æqualis e g, & a g æqualis g b. Cumq; anguli c & f ſint recti, ſi ſuper punctum g ſecundũ ſpacium d g, ac ſuper lineã d e circulus deſcribatur, tranſibit ex conuerſa primæ partis 30 tertij per puncta c & f, itaq; punctum g eſt centrum circuli, cuius diameter eſt diameter columnæ, ideoq; & ſphęræ. Quare & manifeſtũ eſt omni parallelogrammo rectangulo circulum, omniq; columnæ rotundę ſphæram eſſe circumſcriptibiles. Sicq; patet quod uoluit iſtud theorema.





12 Angulus corporeus ſiue ſolidus, eſt quem continent anguli plani plures quàm duo, qui haudquaquam in una ſuperficie ſiti ad unum punctum angularem conueniunt.

Duo anguli plani angulum ſolidum perficere nequeunt: ſicut nec duæ rectæ lineę nequeunt ſuperficiem claudere. Angulos quoq; planos ſolidum angulum continentes in eadem ſuperficiẽ non conuenit eſſe ſitos, ſed in diuerſis, quemadmodum duas rectas lineas planum perficientes angulum, non conuenit ſibi inuicem ſecundum ſitum rectitudinis applicari.

Similes

Similes ſunt figurę corporeæ rotundæ, ſiue ſint colũnæ, ſiue earũ pyramides, quarũ axes diametris ſuarũ baſiũ ſunt proportionales.

Propoſitis enim duabus pyramidibus rotundis, aut duabus columnis rotundis, ſi fuerit proportio axis unius earum ad diametrum ſuę baſis ſicut alterius ad diametrum ſuæ baſis, illæ duæ columnæ aut pyramides ſimiles adinuicem eſſe dicuntur.

Ex translatione Zamberti. *Diffinitiones.*



Olidum, eſt quod longitudinẽ, latitudinem, & craſsitudinẽ habet. Solidi uerò terminus, ſuperficies eſt. 2 Recta linea ad planum recta eſt, quando ad omnes cõtingentes ipſam rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes, rectos efficit angulos. 3 Planum ad planum rectum eſt, quando communi ſegmento ipſorum planorũ ad angulos rectos ductę rectę lineæ in uno ipſorũ planorum, reliquo plano ad angulos rectos fuerint. Rectæ lineæ ad planum inclinatio eſt, quando à termino ſublimi rectæ lineæ in planũ ducta perpendiculari, à ſigno facto & à termino lineæ in plano recta coniuncta fuerit, angulus acutus qui ſubducta linea & ſtante cõtinetur. 4 Plani ad planũ inclinatio, eſt angulus acutus cõprehenſus ſub ijs quæ ad angulos rectos cõmuni ſegmento ducũtur ad idem ſignũ in utroq; ipſorũ planorũ. 5 Planũ ad planum ſimiliter inclinari dicitur, & alterum ad alterum, quando prædicti inclinationum anguli ſibi inuicẽ æquales fuerint. 6 Parallela plana, ſunt quæ contactũ nõ admittunt. 7 Similes ſolidæ figuræ ſunt, quę ſub ſimilibus planis, æqualib. multitudine cõprehendũtur. 8 Similes ſolidæ figuræ & æquales, ſunt quæ ſub ſimilibus planis, multitudine & magnitudine æqualibus, cõprehẽduntur. 9 Angulus ſolidus, eſt ſub plurib. duabus lineis ſeſe adinuicẽ tangẽtibus & nõ exiſtẽtibus in eadẽ ſuperficie ad oẽs lineas inclinatio. *Aliter.*

Solidus angulus, eſt qui ſub pluribus duob. planis angulis cõprehenditur, nõ exiſtentibus in eodẽ plano ad unũ ſignum conſtitutis.

10 Pyramis, eſt figura ſolida planis cõprehenſa ab uno plano ad unum ſignũ cõſtituta. 11 Priſma, eſt figura ſolida planis cõprehenſa, quorũ duo quæ ex oppoſito æqualia & ſimilia & parallela ſunt, reliqua uerò parallelogrãma. 12 Sphæra, eſt quãdo ſemicirculi manẽte dimetiẽte circũductus ſemicirculus in ſeipſum rurſus reuoluitur unde incepit, circũaſſumpta figura. 13 Axis ſphæræ, eſt manẽs recta linea quã circũ ſemicirculus uertitur. 14 Centrum ſphæræ, eſt illud quod & ſemicirculi. 15 Dimetiẽs ſphæræ, eſt recta quædã linea per cẽtrũ acta & terminata ex utraq; parte ſub ipſius ſphęræ ſuperficie.

16 Conus, eſt quãdo rectãguli, triãguli manẽte uno eorũ quę circa rectum angulũ latere, circumductũ triangulũ in idem rurſus unde ſumpſerat exordiũ circumuoluitur, ea aſſumpta figura. Et ſi manẽs

recta

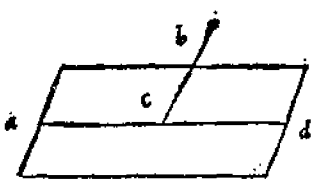
recta linea æqua fuerit reliquę quę circũ rectum circunductæ, rectangulus erit conus. Si uerò minor, amblygonius. Si autem maior, oxygonius. 17 Axis coni eſt, manens quædam recta linea quã circum triangulum uertitur. Baſis autem eſt, circulus ſub circunducta recta linea deſcriptus. 18 Cylindrus eſt, quando rectãguli parallelogrammi manente uno eorum quę circum rectum angulum latere circumductum parallelogrammum in idem unde ſumpſit exordium ſteterit, ea aſſumpta figura. 19 Axis cylindri, eſt manans quędam recta linea quam circum parallelogrammum uertitur. Baſis autem circuli, qui ſub ijs quæ ex oppoſito circumductis lateribus ſunt deſcripti.

20 Similes cõni & cylindri, ſunt quorum axes & dimetientes baſium, ſunt proportionales. 21 Cubus eſt, figura ſolida ſub ſex quadratis contenta lateribus. 22 Octaedrum eſt, figura ſolida ſub octo æqualibus & æquilateris contenta triangulis. 23 Dodecaedrum eſt, figura ſolida ſub duodecim quinquangulis æqualibus & æquilateris & æquiangulis comprehenſa. 24 Icoſaedrum eſt, figura ſolida ſub uiginti triangulis æqualibus & æquilateris comprehenſum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

1 LIneæ rectæ partem eſſe in plano, & partem in ſublimi, eſt impoſsibile.

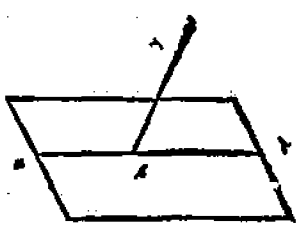
CAMPANVS. Sit linea a b recta. Dico quod non eſt poſsibile, ut pars eius ſit in plano, & pars ſurſum eleuata. Si enim eſt impoſsibile, ſit pars eius quæ eſt a c ſita in plano, & pars eius quæ eſt c b in ſublimi poſita, & protrahatur directè a c in plano in quo ipſa ſita eſt, uſq; ad d, eritq; ut uni eidemq; lineæ quæ eſt linea a c, duæ lineæ penitus diuerſæ quæ ſunt lineæ c b & c d ex eadem parte directè adijciantur: quod eſt impoſsibile ex 13 primi.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

2 Rectæ lineæ partem in ſubiecto plano, partem uerò in ſublimi eſſe, eſt impoſsibile.

THEON *ex Zamb. Si enim poßibile, rectæ lineæ α β γ, pars quidẽ α β eſto in plano, pars autem β γ eſto in ſublimi, erit iam quædam ipſi α β, continua recta linea in rectum in ſuppoſito plano, ſit β δ. Igitur binis datis rectis lineis α β γ, α β δ, commune ſegmentum eſt α β, quod eſt impoßibile. Recta linea nanq; cum recta linea non concurrit in pluribus ſignis uno, ſi adinuicem ipſæ rectæ lineæ congruentes non fuerint. Rectæ igitur lineæ partem in ſubiecto plano, partem autem in ſublimi eſſe, eſt impoßibile: quod fuerat oſtendendum.*

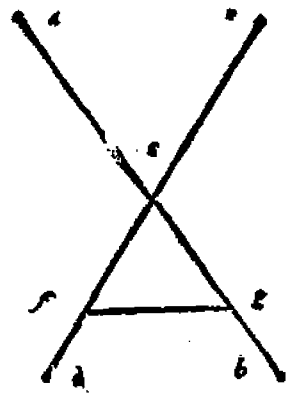


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

2 OMnes lineæ duæ quarum altera alteram ſecat, in una ſuperficie ſitæ ſunt, omnisq; triangulus, in una ſuperficie totus conſiſtit.

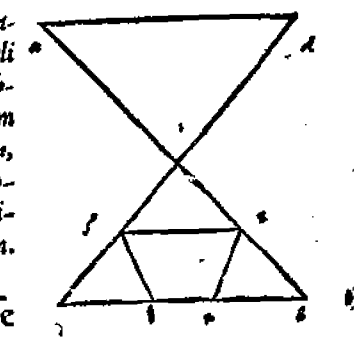
CAMPANVS. Sint duæ lineæ rectæ a b & c d, ſe inuicem ſecantes in pũcto c. Dico eas eſſe in ſuperficie una, & omnem triangulum dico eſſe in ſuperficie una totum. Signetur enim punctus f, in linea c d, & punctus g, in linea a b, & ducatur linea f g.

Quia igitur impoſsibile eſt partem triãguli e f g eſſe in plano & partẽ in ſublimi, quin etiã ſuarũ terminaliũ linearũ unius aut pluriũ pars ſimiliter ſit in plano & pars ſimiliter in ſublimi, cũ de lineis hoc ſit impoſsibile per prẽmiſsã, erit q̃q; impoſsibile de triãgulo. Itaq; totus triãgulus e f g, eſt in ſuperficie una. Ex hac igit ſecũda parte & prẽmiſſa, cõſtat pars huius ſecundæ propoſitionis. Euclid. ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 2.



Si binę rectę lineę ſe adinuicẽ ſecuerint, in uno ſũt plano, & omne triãgulũ in uno plano eſt.

THEON ex Zãb. *Binæ, inquã, rectæ lineæ α β, γ Δ, ſe adinuicẽ ſecent in ſigno ε. Dico quòd ipſæ α β, γ Δ, in uno conſiſtunt plano, & omne triangulũ in uno eſt plano. Aſſumantur in ipſis ε γ, ε β, ſigna utcunq;, ſintq; ζ η, cõnectãturq; β γ, ζ η, extẽdanturq; ζ θ, η κ, dico primũ quod triangulũ ε β γ in uno eſt plano. Si ipſius nãq; triãguli ε γ β pars, aut ζ γ θ, aut η β κ in ſubiecto plano eſt, reliquũ uerò in alio, erit etiam unius ipſarũ ε γ, ε β, rectarũ linearũ pars in ſubiecto plano, pars autẽ in alio. Si autem ipſius ε γ β trianguli, ζ γ β η, pars fuerit in ſubiecto plano, reliquũ uerò in alio, erit & ambarũ ε γ, ε β, rectarũ linearũ pars quidẽ in ſubiecto plano, & pars in alio, quod (per 1 undecimi) impoſsibile eſſe oſtẽſum eſt. Igitur triangulũ β γ ε in uno eſt plano. In quo enim eſt triangulũ β γ ε, in eo eſt et utraq; ipſarũ ε γ, ε β. In quo autẽ eſt utraq; ipſarũ ε γ, ε β, in eodẽ ſunt & α β, γ Δ (per eandẽ) Ipſæ igitur α β, γ Δ, rectæ lineæ, in uno exiſtũt plano, & omne triangulum in uno eſt plano: quod erat oſtendendum.*

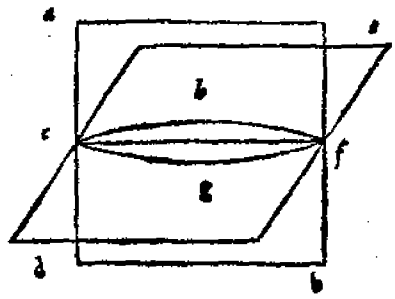


Euclid. ex Camp. Propoſitio 3.



Mniũ duarũ ſuperficierũ ſeinuicẽ ſe cãtiũ, cõmunis ſectio eſt linea recta.

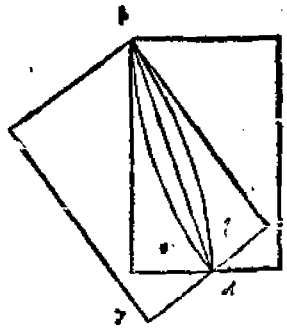
CAMPANVS. De planis ſuperficiebus intellige, & uerum erit q̃d dicit. Sint itaq; duæ ſuperficies planè a b & c d, ſeinuicẽ ſecãtes. Dico q; earũ cõmunis ſectio, erit linea recta. Eſto enim duo puncta c & f termini cõmunis ſectionis earũ quæ cõtinẽtur per lineã rectã quę ſit e f. Si igitur linea e f eſt in utraq; duarũ ſuperficierũ a b & c d, cõſtat ꝓpoſitũ. At uerò ſi in neutra, aut ſi nõ in altera, cum ambo pũcta e & f ſint in utraq; ſuperficierũ a b & c d: in ea ſuperficie in qua ipſa nõ fuerit, protrahatur linea recta quę ſit e h f, erũt igitur duę rectæ lineæ e f & e h f, habentes duos terminos communes. Quod eſt impoſsibile. Sic enim duæ rectæ lineæ includerent ſuperficiem, quod eſt cotra petitionem ultimam primi libri.



Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 5.

Si bina plana ſe adinuicẽ ſecuerint, cõis eorũ ſectio recta linea eſt.

THEON ex Zãb. *Bina etenim plana α β, β γ, ſe adinuicẽ diſpeſcant, cõmunis autẽ ſectio ſit linea Δ β. Dico quòd Δ β linea recta eſt. Si autẽ non, cõnectantur Δ ε ipſo α β plano, recta linea Δ ε β, & in ipſo β γ plano, recta linea Δ ζ ε, erunt nẽpe duarũ rectarũ linearũ Δ ε β, Δ ζ β, ijdẽ fines, & perinde areolã cõprehendent, quod (per ultimã cõmunẽ ſententiã) eſt impoſsibile. Ipſæ igitur Δ ε β, Δ ζ β, rectæ lineæ non ſunt. Similiter quoq; oſtendemus, q, neq; ulla alia ex Δ in β ducta recta linea eſt, præter ipſam Δ β communẽ ſectionẽ ipſorum α β, ε γ, planorũ. Si bina igitur plana ſe adinuicẽ ſecuerint, ipſorum cõmunis ſectio recta linea eſt: quod erat oſtendendum.*



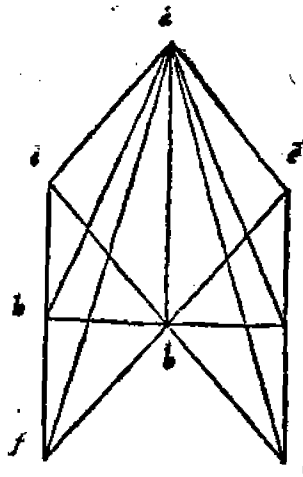
Euclid. ex Camp. Propoſitio 4.

Si fuerit linea orthogonaliter ab inciſione duarum linearum erecta interſecantium ſe, ipſa ad earundem ſuperficiem perpendicularis erit.

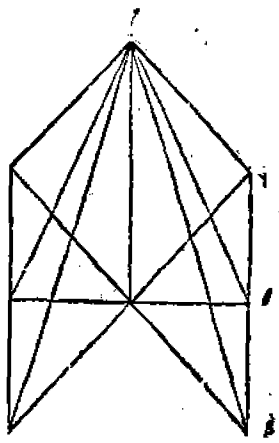
CAMPANVS. Sit linea a b orthogonaliter erecta ſuper inciſionem duarum linearum

c d &

cd & ef ſecantium ſe in puncto b, de quibus cõſtat per antepręmiſſam quòd ipſæ ſunt ſitæ in una ſuperficie. Dico quòd linea ab, perpẽdicularis eſt ad ipſarum ſuperficiẽ. Sint enim cb & bd, æquales, at uerò fb & be æquales, & protrahãtur lineę ed & cf, quę erunt ęquales per 4 primi, & ęquidiſtãtes per 17 eiuſdẽ. Signato itaq; puncto aliquo in linea ed, qui ſit g, producatur linea gbh, eritq; ex 25 primi eg æqualis fh, igitur à puncto a uel quouis puncto lineę ab, demittãtur hypothenuſaliter lineę ac, ad, ae, af, ag, ah. Eritq; ex 4 primi ac, æqualis ad, & ae ęqualis af. itemq; per 8 eiuſdẽ ęqualis erit angulus aed, ęqualis angulo afc, ergo per 4 ipſius erit ag æqualis ah, & ideo per 8 eiuſdem erit angulus abg, æqualis angulo abh, quare ex diffinitione uterq; eſt rectus, & linea ab ppẽdicularis ad lineã gh. Simili ẽq; modo probabis eãdẽ eſſe perpẽdicularẽ ad omnes lineas protractas à pũcto b in ſuperficie duarũ linearũ cd & ef, igitur ex diffinitione cõſtat, lineã ab eſſe perpendicularẽ ad ſuperficiẽ in qua ſitæ ſunt duæ lineæ cd & ef ſeinuicẽ ſecantes: quod eſt propoſitum. *Euclid. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 4.*



4 Si recta linea duab. rectis lineis ſe adinuicẽ diſpeſcẽtib in cõmuni ſectiõe ad rectos angulos ſteterit, & ad earũdẽ planũ ad ãgulos rectos erit. THEON ex Zãb. *Recta enim linea quædam ε ζ, duabus rectis lineis α β, γ δ ſeinuicẽ diſpeſcentib. in ε ſigno, ex ε ad angulos rectos cõſtituatur. Dico q; ε ζ etiã ad ipſarũ α β γ δ planum ad angulos eſt rectos. Aſſumãtur nanq; ipſæ α ε, ε β, γ ε, ε δ, ſibi inuicẽ æquales. Extendatuŕq; quædã recta linea per ε utcunq; ſit́q; κ ε θ, cõnẽctãtuŕq; ipſæ ζ α, ζ κ, ζ δ, ζ γ, ζ θ, ζ β. Et quoniã binæ α ε, ε δ, duabus γ ε, ε β, ſunt æquales, & æquales cõprehẽdunt angulos (per 15 primi) igitur (per 4 primi) baſis α δ æqualis eſt baſi γ β, & triangulũ α ε δ ipſi γ ε β triangulo æquũ eſt, quare & angulus qui ſub δ α ε angulo qui ſub ε β γ eſt æqualis. Eſt autem & qui ſub α ε κ angulus ei, qui ſub β ε θ æqualis: bina igitur ſunt triãgula (per 26 primi) α κ ε, β ε θ, binos angulos binis angulis æqualia habentia alterũ alteri, & unũ latus uni lateri æquum ad æquos angulos, α ε ipſi ε β & reliqua igitur latera, reliquis laterib. æqualia habebunt: æqualis igitur eſt κ ε ipſi ε θ, & α δ ipſi β θ. Et quoniã æqualis eſt α ε ipſi ε β, cõmunis autem & ad angulos rectos ζ ε, baſis igitur ζ α (per 7 primi) baſi ζ β eſt æqualis. Id propterea & ζ γ ipſi ζ δ eſt æqualis. Et quoniã æqualis eſt α δ ipſi γ β, eſt autem & ζ α ipſi ζ β æqualis, duæ igitur ζ α, α δ, duabus ζ β, γ β, æquales ſunt altera alteri, & baſis ζ δ, baſi ζ β eſt æqualis: & angulus igitur qui ſub ζ α δ, angulo qui ſub ζ β γ eſt æqualis. Et quoniam rurſus oſtenſum quod α κ ipſæ β θ eſt æqualis, ſed ζ α ipſi ζ β eſt æqualis, binæ iã ζ α, α κ, duabus ζ β, β θ, ſunt æquales, & angulus qui ſub ζ α κ, oſtẽſum eſt æqualis ei qui ſub ζ γ θ, baſis igitur ζ κ (per 4 primi) baſi ζ θ eſt æqualis. Et quoniã rurſus æqua eſt oſtenſa α κ ipſi ε θ, cõmunis autẽ ε ζ, duæ igitur κ ε, ε ζ, duabus θ ε, ε ζ ſunt æquales & baſis ζ θ, baſi ζ κ eſt æqualis: angulus igitur qui ſub κ ε ζ, angulo qui ſub θ ε ζ eſt æqualis, uterq; igitur ipſorũ κ ε ζ, θ ε ζ, angulorum rectus eſt. Ipſa igitur ε ζ, ad ipſam κ θ cõtingenter per ε ductã, recta eſt. Similiter iam demõſtrabimus, quod ζ ε ad omnes eã tangentes rectas lineas & in ſubiecto exiſtentes plano, rectos efficiet angulos. Recta enim linea ad planũ (per 2 diffinitionem 11) recta eis, quando ad omnes eam tangentes rectas lineas & in eodem exiſtentes plano, rectos efficit angulos. Igitur ipſa ζ ε in ſubiecto plano, eſt ad angulos rectos. Subiectũ autem planũ, eſt quod ſit per ipſas α β, γ δ, rectas lineas. Ipſa igitur ζ ε ad angulos rectos eſt ei quod per α β, γ δ, eſt plano. Si recta igitur linea duabus rectis lineis & quæ ſequũtur reliqua: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 5.

5 SI ſuper tres lineas conterminales communi earum termino erecta linea quædam orthogonaliter inſiſtat, eædem tres lineæ in una ſuperficie ſitæ erunt.

CAMPANVS. Sit linea ab orthogonaliter erecta ſuper cõmunẽ terminum triũ linearũ bc, bd, be, angulariter ſe contingentium in puncto b, quarũ nulla alij directè applicetur, quod idẽ eſt ac ſi inuicem ſecent in puncto e, protractæ enim ſe ſecabunt. Dico quòd tres lineæ bc,

neæ b c, b d, b e ſunt in una ſuperficie ſitæ. Cõſtat autẽ de quibuſcũq; eã rum duabus quòd ipſę ſunt in una ſuperficie ſitæ, per 2 huius uel per primã partẽ ſecũdę huius. Si igiť linea b d nõ fuerit in ſuperficie duarũ linearum b c & b e, ſed illę duę in plano, hęc autẽ in ſublimi, erit ut hęc ſuperficies in qua ſitæ ſunt duę lineę a b & b d, ſi protrahať & per illud quod notum eſt ſuper quartã, ſecet illã in qua ſitę ſunt b c & b e, eriťq; per 3 huius cõmunis earũ ſectio linea recta, & ipſa ſit b f. Quia igitur ex prœmiſſa, linea a b eſt perpẽdicularis ad ſuperficiẽ duarũ linearũ b c & b e, ſequitur ex diffinitione ut ipſa ſit perpẽdicularis ad lineã b f, quare angulus a b f, eſt rectus. Cũq; etiã angulus a b d ſit rectus ex hypotheſi, ſequiť impoſsibile: uidelicet partẽ ſuo toti eſſe æqualẽ. b



Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

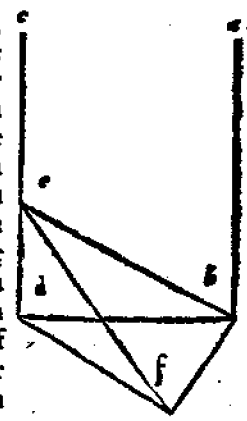
Si recta linea trib. rectis lineis ſe adinuicẽ tãgẽtib. ad angulos rectos in cõmuni cõtactu extiterit, ipſæ tres rectæ lineæ in uno ſunt plano. 5

THEON ex Zamb. *Recta enim linea quędã α β, tribus rectis lineis β γ, β δ, β ε, ad rectos angulos cõmuni contactu β conſtituatur. Dico quòd ipſæ β γ, β δ, β ε, in uno ſunt plano. Nõ enim, ſed ſi poſsibile eſt, ſint ipſæ quidẽ β δ, β ε, in ſubiecto plano ipſa autẽ β γ in ſublimi, protendaturq; per ipſas α β, β γ, planũ. Cõmunẽ ſectionẽ, inquã, faciet in ſubiecto plano, & rectã efficiet lineã (per 3 undecimi) β ζ. In uno igitur ſunt plano deducto per ipſas α β, β γ, ipſæ tres rectæ lineæ α β, ζ γ, β ζ. Et quoniã α ζ recta eſt ad utrãq; ipſarũ β δ, β ε, & ei igitur quod per β δ, β ε, plano recta eſt ipſa α ζ. Subiectũ autẽ planũ eſt quod per β δ, β ε. Ipſa igitur α β, recta eſt ad ſubiectũ planũ, quare (per 1 diffinitionẽ undecimi) ad omnes eã tangẽtes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtẽtes, rectos efficit angulos ipſa α β. Tangit autẽ ipſam ζ β exiſtens in ſubiecto plano. Angulus igitur qui ſub α β ζ, rectus eſt. Supponitur autem qui ſub α β γ, rectus æqualis igitur eſt & qui ſub α β ζ, angulus ei qui ſub α β γ, & in uno ſunt plano. Quod eſt impoſsibile. Ipſa igitur β γ recta linea in altiori plano non eſt. Tres igitur rectæ lineæ ζ β γ, β δ, β ε, in uno ſunt plano (per 2 undecimi) Si recta linea igitur tribus rectis lineis ſeſe adinuicẽ tangentibus in cõtactu ad rectos angulos extiterit, ipſæ tres rectæ lineæ in uno ſunt plano: quod erat oſtendendum.* Euclid. ex Camp. Propoſitio 6.



Si fuerint duæ lineę ſuper unam ſuperficiem perpendiculares, eas æquidiſtantes eſſe neceſſe eſt. 6

CAMPANVS. Sint duę lineę a b & c d, perpẽdiculares ad unam ſuperficiem. Dico eas eſſe æquidiſtãtes. Protrahatur enim linea b d, eruntq; ex diffinitione, duo anguli a b d & c d b, recti. Si igitur duæ lineæ a b & c d ſint in ſuperficie una, ipſæ ſunt æquidiſtantes per ſecundam partem 28 primi. Ipſas autem eſſe in ſuperficie una ſic collige. A' puncto b ſuper lineam b d, in plano cui perpẽdiculariter inſiſtunt a b & c d, protrahe orthogonaliter lineam b f, & ex linea c d, ſume d e æqualem b f, & protrahe lineas e b & e f. Erunt igitur duo latera e d & d b, trianguli e d b, æqualia duobus lateribus f b & d b trianguli f b d, & angulus e d b æqualis angulo f b d, cum uterq; ſit rectus, itaq; per 4 primi linea b e, eſt æqualis lineę d f. Itemq; cum duo latera e b & b f trianguli e b f ſint æqualia duobus lateribus f d & d e trianguli f d e, & baſis e f communis, erit (per 8 primi) angulus e b f æqualis angulo f d e. Quia igitur angulus f d e eſt rectus ex diffinitione, erit etiam angulus e b f rectus: itaq; linea f b, perpendiculariter eſt erecta ſuper communem terminum trium linearum b a, b d, b e, ſe contingentium angulariter in puncto b, quare per præmiſſam ipſę ſunt in ſuperficie una. Cum igitur ex ſecunda parte ſecundæ huius linea c d ſit in eadem ſuperficie cum utraq; linearum e b & b d, ſequitur a b & c d eſſe in ſuperficie una: conſtat ergo propoſitum.



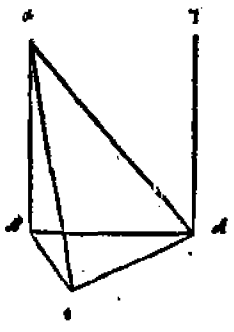
Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 6.

Si binę rectæ lineæ in eodem plano ad angulos rectos fuerint, parallelæ erunt ipſæ rectæ lineæ. 7

THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ α β, γ δ, ſubiecto cuidam plano ſint ad angulos rectos. Dico quòd parallelus eſt α β, ipſi γ δ. Concurrant enim in ſignis ſubiecto plano β δ, connectanturq; ζ δ. Et (per 11 primi) ipſi β δ ad angulos rectos in ſubiecto plano excitetur δ ε, ponaturq; (per 2 primi) ipſi α ζ æqualis δ ε, cõnectanturq; β ε, α ε, ε δ. Et quoniã recta α β linea eſt ad ſubiectũ planũ, et ad omnes igitur eam*

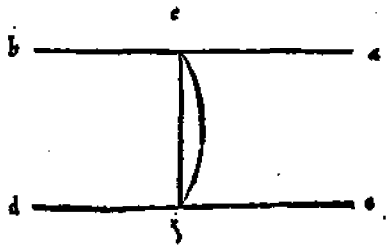
tangentes

tangentes rectas lineas (per 2 diffinitionē undecimi) & in subiecto plano existentes, rectos efficiet angulos ipsa α β. Tangit autē ipsam α β, utraq; ipsarū β Δ, 6 ε, existēs in subiecto plano, rectus igitur est uterq; ipsorū angulorū α β Δ, α β ε, id propterea etiā uterq; ipsorū γ Δ β, γ Δ ε, rectus est. Et quoniā α β ipsi Δ ε est æqualis, cōmunis autē 6 Δ, duæ igitur α β, β Δ duabus ε Δ, Δ β, sunt æquales, & rectos cōprehendūt angulos: basis igitur α Δ (per 4 primi) basi β ε est æqualis. Et quoniā æqualis est α β ipsi Δ ε, sed & α Δ ipsi β ε, duæ igitur α β, β ε, duabus ε Δ, Δ α, sunt æquales, et ipsorū cōmunis basis est α ε, angulus igitur qui sub α 6 ε, (per 8 primi) angulo qui sub ε Δ α, est æqualis: rectus autē qui sub α β ε, rectus igitur et qui sub ε Δ α. Igitur ε Δ, ad ipsam Δ α, recta est: est autē & ad utranq; ipsarū β Δ, Δ γ, recta. Igitur ε Δ, tribus rectis lineis 6 Δ, Δ α, Δ γ, ad angulos rectos in cōtactu stētit. Igitur ipsæ tres rectæ lineæ β Δ, Δ α, Δ γ (per 5 decimi) in uno sunt plano, & in quo sunt ipsæ β Δ, Δ α, in eodē & α β: omne enim triāgulū in uno est plano (per 2 undecimi) Ipsæ igitur α 6, β Δ, Δ γ, rectæ lineæ, in uno sunt plano. Et uterq; ipsorū α β Δ, β Δ γ, angulorum, rectus est: parallelus igitur est, α β, ipsi γ Δ (p 28 primi) Si duæ igitur rectæ lineæ eidē plano ad angulos fuerint rectos, parallelæ erūt ipsæ rectæ lineæ: quod erat ostendendū. Euclid. ex Camp. Propositio 7.



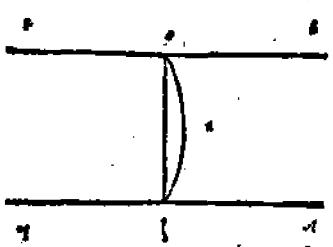
7 SI in duabus lineis æquidistātibus, duobus pūctis signatis, ab altero ad alterū recta linea ducatur, in qua superficie illæ duę lineæ sitæ sunt, eam quoq; in eandem sitam esse necessariō cōprobatur.

CAMPANVS. Sint duę lineę a b & c d æquidistātes, de quibus cōstat per diffinitionē quòd ipsæ sunt in superficie una, in eis autē signētur duo pūcta e & f, & producatur linea recta e f. Dico itaq; lineā e f, esse sitā in superficie linearū a b & c d. Sin autē sit e f in alia superficie ut in sublimi, depēdēs quoq; superficies si protrahatur, secabit necessariò superficiē in qua sitæ sunt duę lineæ a b & c d, eritq; per 3 huius, cōmunis sectio earū, linea recta eisdem



punctis terminata. Quod est impossibile, sic enim duæ rectæ lineæ concluderent superficiem.
Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 7.

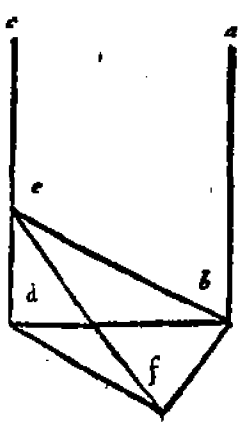
7 Si fuerint binę rectę lineę parallelę, assumantq; in ipsarū utraq; cōtingētia signa, ad ipsa signa cōnexa recta linea in eodē est plano cū ipsis parallelis. THEON ex Zāb. Sint binæ rectæ lineæ parallelæ α β, γ Δ, sumāturq; in ipsarū utraq; utcūq; signa ε ζ. Dico q; ad ipsa ε ζ signa ✳ adiecta recta linea, in eodē est plano cū ipsis parallelis Nō enim, sed si possibile esto in sublimiori sicut ε η ζ, & excitetur q; per ε η ζ planū, sectionē iā faciet in suppositio plano rectā lineā, efficiat (p 3 undecimi) ε ζ. Binæ igitur rectæ lineæ ε η ζ, ε ζ, arcolā cōprehēdūt. Quod est impossibile (p ultimā cōmunē sentētiā) Igitur quæ ex ε in ζ adiecta recta linea, in sublimiori plano non est. In eo igitur (in quo & α 6 & γ Δ parallelæ) est plano, quæ ex ε in ζ adiūcta est recta linea. Si fuerint igitur binæ rectæ lineæ



ἐπὶ τοῦ γραμμικοῦ

parallelæ, assumāturq; in ipsarū utraq; utcūq; signa, ad ipsa signa adiecta recta linea, in eodē est cū ipsis parallelis plano: quod ostēdere oportebat. Euclid. ex Camp. Propositio 8.

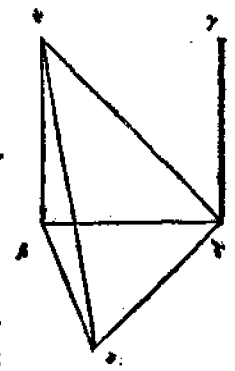
8 SI in idē planū duę rectę lineę equidistāter erigant, altera uerò earū orthogonaliter sistat, reliquā quoq; idē planū perpendicularē esse cōueniet. CAMPANVS. Hæc est quasi cōuersa sextę. Sint enim duæ lineę a b & c d equidistātes, & sit earum altera ut c d erecta perpēdiculariter super superficiē quālibet. dico reliquā earū quæ est a b, esse perpendicularē ad eandē superficiē. Fiat enim prorsus eadē dispositio quæ in sexta, eritq; ut ibi uterq; duorū angulorū f b e, & f d e, rectus: primus quidem per positionē, secundus autem, per 8 primi, quare per 4 huius, linea f b, est perpendiculariter erecta super superficiem in qua sunt duæ lineæ b d & b e. Cumq; per præmissam duæ lineæ a b & c d sint in eadē superficie cum



duabus lineis b d & b e, ſequitur lineã f b eſſe perpẽdiculariter erectã ſupra ſuperficiẽ in qua eſt linea b a. A' diffinitione igitur erit angulus f b a, rectus. Et quia etiã angulus d b a eſt rectus per ultimã partẽ 29 primi, ſequitur per 4 huius, lineã a b eſſe ppẽdicularẽ ad ſuperficiẽ in qua ſitæ ſunt duæ lineæ b d & b f: quare cõſtat propoſitum. *Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 8.*

Si fuerint binę rectę lineæ parallelæ, altera aũt ipſarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua eidẽ plano ad ãgulos rectos erit. 8

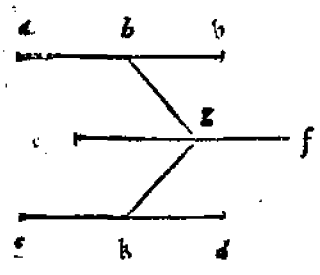
THEON ex Zãb. *Sint binæ rectæ lineæ parallelæ α β, γ δ, altera autẽ ipſarũ, hoc eſt α β, in ſubiecto plano ad angulos ſit rectos. Dico q; reliqua γ δ, eidem plano ad angulos rectos erit. Cõcurrãt enim ipſæ α ẽ, γ δ, in ſubiecto plano in ſignis β δ, cõnectãturq; (per 1 poſtulatum) β δ. Igitur ipſæ α β, γ δ, β δ, in uno ſunt plano. Exciteturq; (per 11 primi) ipſi β δ ad angulos rectos in ſubiecto plano δ ε ponaturq; (per 3 primi) ipſi α β æqualis δ ε, cõnectanturq; β ε, α δ. Et quoniã α ẽ recta eſt ad ſubiectũ planũ, et ad omnes igitur eã tãgẽtes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes (per 3 undecimi diffinitionẽ) recta eſt ipſa α β. Igitur uterq; ipſorũ α β δ, α β ε, angulorũ rectus eſt. Et quoniã in parallelos α β, γ δ, recta linea incidit β δ, igitur ipſi anguli α β δ, γ δ β, duobus rectis ſunt æquales (per 29 primi) rectus autẽ eſt qui ſub α β δ, rectus igitur & qui ſub γ δ β, igitur γ δ, ad β δ recta eſt. Et quoniã α β ipſi δ ε eſt æqualis, cõmunis aũt β δ, duæ igitur α β, β δ, duabus ε δ, δ β, ſunt æquales, & angulus qui ſub α β δ, angulo qui ſub ε δ α eſt æqualis, rectus enim uterq;: baſis igitur α δ (per 4 primi) baſi β ε eſt æqualis. Et quoniã α β ipſi δ ε eſt æqualis, et β ε ipſi α δ, binæ igitur α β, β ε, ſunt æquales altera alteri, & cõmunis ipſarũ baſis α ε. Angulus igitur q ſub α β ε, angulo qui ſub ε δ α eſt æqualis (per 8 primi) Rectus aũt eſt qui ſub α β ε, rectus igitur & qui ſub ε δ α. Igitur ε δ, ad α δ recta eſt, ſed recta eſt etiã ad ipſam δ β, igitur ε δ, ad id quod per β δ, δ α, planũ recta eſt: & ad omnes igitur eã tãgentes rectas lineas & exiſtentes in eo quod per β δ, α β, plano rectos efficiet angulos ipſa ε δ (per 2 undecimi diffinitionẽ) In eo aũt quod per β δ, δ α, plano eſt ipſa δ γ. Quoniam igitur in eo quod per β δ, δ α, plano ſunt ipſæ α ẽ, β δ, in quo autẽ ipſæ α β, β δ, in eodem eſt & δ ε, igitur ε δ ipſi δ γ ad angulos eſt rectos. Quare & γ δ, ipſi δ ε ad rectos angulos eſt. Eſt aũt & γ δ ipſi δ β ad angulos rectos. Igitur ipſa γ δ, duabus rectis lineis ſe adinuicẽ diſpeſcẽtibus δ ε, δ β, ab ipſa δ ſectione ad angulos rectos ſtetit. Quare ipſa γ δ, in eo quod per δ ε, δ β, plano ad angulos rectos eſt (per 4 undecimi) Subiectũ autẽ planũ eſt, quod per δ ε, δ β. Igitur ipſa γ δ in ſubiecto plano ad angulos eſt rectos. Si igitur fuerint duæ rectæ lineæ parallelæ, altera aũt ipſarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua eidem plano ad angulos rectos erit: quod oſtẽdiſſe oportuit.* *Euclid. ex Camp. Propoſitio 9.*



Si duę lineę uni nõ in una ſuperficie ęquidiſtãt, eas q; ſibi inuicem æquidiſtare neceſſe eſt. 9

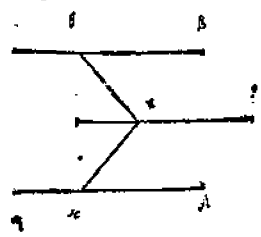


CAM. Sit utraq; duarũ linearũ a b & c d æquidiſtãs lineæ e f, nec ſint oẽs in ſuperficie una. Dico q; eædẽ quoq; ſibi inuicẽ ſunt ęquidiſtãtes. De ijs quidẽ quæ ſunt oẽs in ſuperficie una, probatum eſt per 30 primi. At uerò de ijs quę in una ſuperficie nõ ſunt, ut eſt hic e f quę intelligaẽ ſurſum erecta in ſublimi, reſtat hoc loco probãdũ. Signeẽ itaq; in ea pũctus g, à quo educãtur duæ perpẽdiculares ad duas lineas a b & c d quę ſint g h & g k, eritque per 4 huius linea e f, perpẽdicularis ad ſuperficiẽ, uidelicet illã in qua ſunt ſitæ duæ lineæ g h & g k. Itaq; per præmiſsã bis aſſumptã utraq; illarum duarũ linearũ a b & c d, perpẽdicularis eſt ad eandẽ ſuperficiẽ uidelicet ad illam in qua ſitæ ſunt dictæ duę lineæ g h & g k, per 6 huius, igitur ipſæ ſunt ſibi inuicem æquidiſtantes: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 9.

Quę eidẽ rectę lineę parallelæ nec eidẽ in eodẽ exiſtentes plano, adinuicem ſunt parallelæ, 10

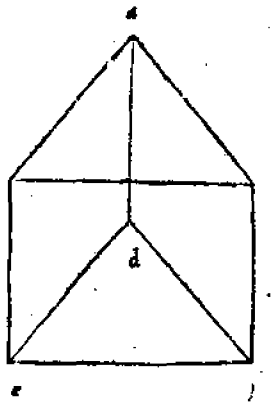


THEON ex Zãb. *Sit enim utraq; ipſarũ α β, γ δ, ipſi ε ſ parallelus nõ exiſtẽs eidẽ in eodẽ plano. Dico q; parallelus eſt α β ipſi γ δ. Sumatur enim in ipſa ε ſ, utcũq; ſignũ η. Et ab ipſo η, ipſi ε ſ, in eo quod per ε ſ, α β, plano ad angulos rectos excitetur η θ (per 11 primi) in eo autẽ quod per ſ ε, γ δ, ipſi ε ſ rurſus ad angulos excitetur rectos ſ η. Et quoniã ε ſ ad utrãq; ipſarũ η θ, ſ η, recta eſt, igitur (p 4 undecimi) ε ſ, ad id quod per η θ, η ſ, planũ ad angulos eſt rectos, et ε ſ ipſi α β parallelus eſt, et α β igitur ei quod per η θ, η ſ, plano ad angulos eſt rectos. Et id propterea ipſa γ δ, ei quod*

δ,ei quod per κ θ,κ ν,plano ad angulos eſt rectos. Vtraq; igitur ipſarũ α β,γ δ,ei quod per ι θ,ν κ, plano ad angulos eſt rectos. Si autẽ binæ rectæ lineæ eidem plano ad rectos fuerint angulos, parallelæ erunt ipſæ rectæ lineæ (per 6 undecimi) Parallelus igitur eſt α β,γ δ: quod erat demonſtrandum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

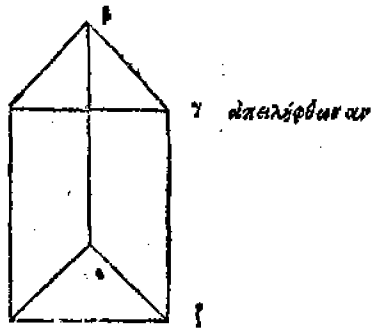
10 SI duæ lineæ ſe angulariter contingẽtes, duabus alijs ſe cõtingentibus eis oppoſitis æquidiſtãtes fuerint, nõ autẽ in ſuperficie una, qui ab eis fiunt duo anguli æqui ſibi inuicem eſſe comprobantur.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & a c, ſe angulariter cõtingentes in puncto a, æquidiſtantes alijs duabus quæ ſunt d e & d f ſe quoq; angulariter contingentibus in pũcto d, nec ſint cũ eis in ſuperficie una. Dico angulũ a eſſe æqualem angulo d. Eſto enim linea d c æqualis lineæ a b, cui ipſa poſita eſt eſſe æquidiſtãs, & d f æqualis a c, cui etiã ipſa æquidiſtare ponit, & ducantur lineæ d a & e b & f c, eritq; ex 33 primi bis aſſumpta, utraq; duarũ linearũ b e & e f, æqualis & æquidiſtãs lineæ a d: per conceptionem igitur & præmiſſam, eædem ſunt æquales & æquidiſtantes ſibi inuicem, et itaq; per 33 primi denuò repetitam duæ lineæ b c & e f, ſunt etiam æquales & æquidiſtantes. Igitur per 8 primi conſtat propoſitum.

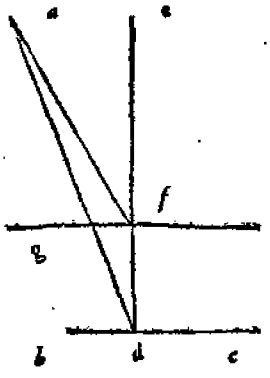
Euclid. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 10.*

10 SI binæ rectæ lineæ ſeſe inuicẽ tangentes, ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangentes parallelæ, in eodem non fuerint plano, æquales angulos comprehendent.



THEON ex Zamb. Binæ, inquam, rectæ lineæ ſeſe inuicem tangentes α β, β γ, ad binas rectas lineas δ ε, ε ζ, ſeſe inuicem tangentes parallelæ ſint non tamẽ in eodẽ plano. Dico q, angulus qui ſub α β γ, æquus eſt angulo δ ε ζ. Suſcipiantur enim ipſæ ℓ α, β γ, ꝫ δ, ε ζ, ſibi inuicem æquales, cõnectãturq; α δ, γ ζ, β ε, α γ, δ ζ. Et quoniã β α ipſi ε δ æqualis & parallelus eſt, et α δ igitur ipſi β ε, æqualis & parallelus eſt. Idq; propterea ipſa γ ζ, ipſi β ε eſt æqualis & parallelus. Vtraque igitur ipſarum α δ, γ ζ, ipſi ε β eſt æqualis & parallelus (per 33 primi) Quæ autem eidem rectæ lineæ parallelæ, & in eodem plano non exiſtentes, & adinuicem ſunt parallelæ (per 9 undecimi) parallelus igitur eſt α δ ipſi γ ζ, & æquales eidem. Et ipſas connectunt, ipſæ α γ, δ ζ. Igitur (per 33 primi) & α γ ipſi δ ζ eſt æqualis, & parallelus. Et quoniam binæ α β, β γ, duabus δ ε, ε ζ, ſunt æquales, & baſis etiã α γ baſi δ ζ eſt æqualis, angulus igitur qui ſub α β γ (per 8 primi) angulo qui ſub δ ε ζ eſt æqualis. Si igitur duæ rectæ lineæ inuicẽ ſeſe tãgentes, fuerint ad binas rectas lineas inuicẽ ſeſe tãgentes parallelæ, nõ in eodẽ plano, æquos angulos cõprehẽdunt: quod erat oſtendendũ. *Euclid. ex Camp.* *Prop. 11.*

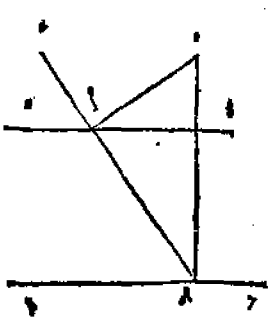
11 PVncto in aere aſsignato, ab eo ad datã ſuperficiẽ perpẽdicularẽ ducere. CAMP. Sit pũctus a, ſurſum in aere, à quo uolumus ad ſuperficiem ſubiacentem, perpendicularem ducere. Ducatur igitur in plano illo linea b c utcunq; cõtigerit, ad quã ab ipſo puncto a ducatur perpẽdicularis a d, ſecundum doctrinã 12 primi. Rurſusq; à puncto d, in plano illo ad quod ducenda eſt perpendicularis à puncto a, extrahatur linea d e quæ ſit perpendicularis ad lineã b c, ut docet 11 primi. Ad hanc quoq; lineam d e, ducatur alia linea perpẽdicularis à puncto a, quæ ſit a f. Hãc dico eſſe eã quã intendimus. Sit enim linea f g æquidiſtãs lineæ b c. Et quia uterq; duorũ angulorũ b d a & b d f, eſt rectus, erit ex 4 huius, linea b d perpendicularis ad ſuperficiẽ in qua eſt triangulus a d f, ideoq; etiã per 8 huius erit linea g f perpendicularis ad eãdem ſuperficiẽ. Igitur à diffinitione erit angulus g f a, rectus. Cũq; etiã angulus d f a, ſit rectus, ſequitur ex 4 huius, lineã a f eſſe perpendicularem ad ſuperficiem in qua ſunt duæ lineæ d f & f g: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 1.* *Propoſitio 11.*

11 A dato ſigno in ſublimi, ad ſubiectũ planũ ppẽdicularẽ lineã ducere.

THEON ex Zamb. *Sit datum quidē ſignū in ſublimi α, datū autē planum ſuppoſitum. Oportet iam* ἀνάχθω *ab ipſo α ſigno, in ſubiectū planū perpendicularem rectā lineā ducere.* Extēdatur enim quædam in ſubiecto plano recta linea utcunq; ſitq; β γ, excitenturq; (per 12 primi) ab ipſo α ſigno, in ipſam β γ, perpendicularis α Δ. Si igitur α Δ perpendicularis eſt ad ſubiectum planū factum iam eſt quod quæritur. Si autē non, excitetur (per 11 primi) ab ipſo Δ ſigno ipſi ζ in γ in ſubiecto plano ad angulos rectos Δ ε. Excitenturq; (per 11 primi) ab ipſo α, in ipſam Δ ε, perpendicularis α ζ, et per ζ ſignū ipſi ζ γ parallelus excitetur (per 31 primi) ζ θ. Et quoniā ζ γ utriq; ipſarum Δ α, Δ ε, ad angulos eſt rectos, igitur (per 4 undecimi) β γ ad id quod per ε Δ α planū ad angulos eſt rectos. Et ei parallelus eſt κ θ. Si autem fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, altera uerò ipſarum plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua ad idem planum ad angulos erit rectos (per 8 undecimi) linea igitur κ θ ei quod per ε Δ, ζ α, plano ad angulos eſt rectos, & ad omnes rectas lineas eā tangentes, & in eo quod per ε Δ, ζ α, plano exiſtentes, ipſa κ θ recta eſt (per conuerſionem diffinitionis 2 undecimi.) Tangit autem ipſam, ipſa α ζ exiſtēs in eo quod per ε Δ, Δ α, plano. Igitur κ θ, ad ipſam ζ α recta eſt (per 2 undecimi.) Quare & ζ α, recta eſt ad ipſam κ θ. Eſt autem & α ζ ad ipſam Δ ε recta, igitur α ζ utrāq; ipſarum θ κ, Δ ε, recta eſt. Si autem recta linea (per 4 undecimi) duabus rectis lineis inuicem ſe tangentibus in cōtactu ad angulos rectos ſteterit, & ad id quod per ipſa planū ad angulos rectos erit. Igitur ζ α ad id quod ſub ε Δ, κ θ, planū ad angulos rectos eſt. Quod autē per ε Δ, κ θ, planū eſt ſubiectū. Ipſa igitur α ζ, ipſi ſubiecto plano ad angulos rectos eſt. A dato igitur ſigno in ſublimi α, in ſubiectum planum perpendicularis recta linea acta eſt: quod facere oportebat.* Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*

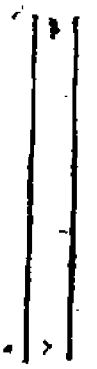


VPerficie propoſita, puncto'q; in ea aſsignato, ab eo puncto ad datā ſuperficiem, lineam orthogonaliter erigere. 12

CAMP. Cum à puncto quolibet in ſuperficie propoſita aſsignato, perpendicularem educere libuerit, à quolibet puncto ſurſum in aere ad libitū poſito ad eandē ſuperficiē perpendicularē (quemadmodum præmiſſa docuit) demitte, quę ſi in aſsignatum punctum ceciderit, ipſa eſt quam quęris. Sin autem, ab ipſa aſsignato puncto ad demiſſam perpendicularem, æquidiſtantem ducito, eamq; per 5 huius probabis eſſe quam quæris.

Euclid. ex Zamb. *Problema 2. Propoſitio 12.*

Ad datū planū, à dato in eo ſigno, ad angulos rectos rectā lineā cōſtituere. 13



THEON ex Zāb. *Sit datū planū ſuppoſitū, ſignum autē in eo ſit α. Oportet ab ipſo α ſigno, ipſi ſuppoſito plano ad angulos rectos rectam lineam conſtituere. Intelligitur ſignum quoddam in ſublimi, ſitq; β, & ab ipſo β (per 11 undecimi) ad ſubiectum planum perpendicularis excitetur β γ, excitenturq; (per 12 primi) ab ipſo α ſigno, ad angulos rectos α Δ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ parallelæ ſunt α Δ, γ β, altera autem ipſarum β γ ad ſubiectum planum ad rectos eſt angulos, reliqua igitur α Δ ad ſubiectum ad angulos eſt rectos (per 8 undecimi:) ad datū igitur planū, à ſigno in eo dato α, ad rectos angulos cōſtituta eſt α Δ. Quod facere oportebat.* Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

DVas lineas ſuper punctum unum ad ſuperficiem unam orthogonaliter inſiſtere, impoſsibile eſt. 14

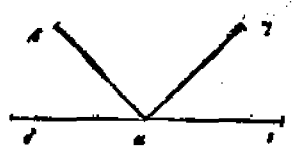
CAMPANVS. Si enim poſsibile eſt ut duę lineæ uni eidemq; ſuperficiei ſuper punctum unum perpendiculariter inſiſtant, ſuperficies in qua ipſæ perpendiculares ſitæ ſunt intelligatur produci quoſq; ſecet in ſuperficiē, cui dictæ lineę perpendiculariter inſiſtunt, eritq; per 3 huius, communis earum ſectio linea recta. Et quia ex diffinitione utraq; illarum duarū perpendiculariū cum cōmuni ſectione continet angulum rectum, ſequitur ut angulus rectus ſit pars anguli recti. Quod eſt impoſsibile. Quemadmodum autem demōſtratum eſt impoſsibile eſſe ab uno eodēq; puncto extra ſuperficiē duas lineas ſuper punctū unum ad eandē ſuperficiē eſſe perpendiculares, ita etiā demonſtrabimus impoſsibile eſſe duas lineas ab uno eodēq; puncto extra ſuperficiē ſignato ad eandē ſuperficiē protractas ad ipſam eſſe perpendiculares. Si enim hoc fuerit, ipſæ erunt æquidiſtantes ex 6 huius. Quod eſt impoſsibile ex diffinitione linearū æquidiſtantiū. Cōſtat igitur ex hac, quòd ſi aliqua ſupefircies plana aliam planam ſuperficiem orthogonaliter ſecet, & ab aliquo puncto ſecantis ſuperficiei ad ſuperficiē ſectam perpendicularis ducatur, in communi earum ſectione eam cadere neceſſe eſt. Alioqui ab eodem puncto ſecantis ſuperficiei ad communem earum ſectionem perpendicularis protrahatur, docet 11 primi, & à puncto in quo incidit cum communi ſectione, alia perpendicularis ad eandem communem ſectionem in ſuperficie ſecta educatur, ut docet 11 primi. Eritq; ex diffinitione ſuperficiei ſuper aliam ſuperficiem orthogonaliter erectæ angulus quem cōtinent hæ duæ lineæ perpendiculares, rectus: quare per 4 huius prima harum duarum perpendicularium,

etiam

etiam est perpendicularis ad superficiē sectā. Ergo ab uno pūcto protractæ sunt duæ lineæ perpendiculares ad eādem superficiē, quod est impossibile, relinquitur itaq; propositum nostrum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 11. *Propositio* 13.

13 Ab eodem signo, ad idem planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non constituentur ad easdem partes.



διήχθω

THEON ex Zamb. *Si enim possibile, ab eodem signo α, ad idem planū binæ rectæ lineæ α δ, α γ, ad angulos rectos constituantur ad easdem partes.* * *Extēdatur q; per β α, α γ, planū. Quod iā efficiet sectionem per α in subiecto plano lineā rectā, efficiat lineā δ α ε. Ipsæ igitur α β, α γ, δ α ε, in uno sunt plano (per* 3 *undecimi) Et quoniā γ α ad subiectū planū ad angulos rectos est, & ad omnes igitur rectas lineas eam tangētes & in subiecto plano existentes, rectos efficiet angulos (per* 2 *undecimi diffinitionem) ipsam autem tangit δ α ε in subiecto existens plano. Igitur angulus qui sub γ α ε, rectus est, & id propterea angulus qui sub β α ε, rectus est. Aequalis igitur est angulus qui sub γ α ε ei qui sub δ α ε, & in uno sunt plano. Quod est impossibile. Ab eodē igitur signo, ad idem planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non constituentur ad easdem partes: quod oportuit demonstrasse.*

Euclid. ex Camp. *Propositio* 14.

14 Si linea una super duas superficies assignatas orthogonaliter insistat, illæ duę superficies si etiā in infinitū in quamcunq; partem protrahantur, nunquam concurrent.

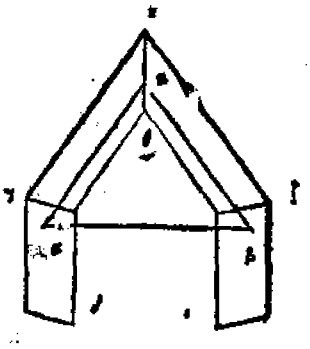
CAMPANVS. Posita enim una linea duabus superficiebus orthogonaliter insistere, si impossibile est superficies illas cōcurrere, in earum cōmuni sectione, quæ per 3 huius erit linea recta, punctus quocūq; modo signetur, à quo duæ lineæ in illis duab. superficiebus ad lineam illam quæ ipsis perpendiculariter superstat protrahatur, erit constitutus triangulorum ex his duabus lineis & perpendiculari. Huius itaq; trianguli utercq; duorum angulorum qui super perpendicularē consistunt, est rectus, ut patet ex diffinitione lineæ super superficiem perpendiculariter stantis, hoc autē est impossibile per 32 primi. Ecōuersoquoq;, uidelicet.

Si super duas supficies æquidistātes linea recta ceciderit, q̄ ad alterā earū perpēdicularis sit, ipsa quoq; perpēdicularis erit ad reliquā.

Positis enim duabus superficiebus æquidistantibus, intelligatur linęa recta ambas penetrās quę alteri earū perpendiculariter superstat. Dico quòd eadē linea reliquę superficici perpēdiculariter superstat. Sit enim superficies una secās positas superficies æquidistātes, super lineā eas penetrantē, eritq; cōmunis sectio huius superficiei secantis & alterius sectarū uidelicet illius cui linea penetrans ponitur perpendiculariter insistere, continens angulū rectum cū ipsa linea penetrāte ex diffinitione lineæ perpendicularis ad superficiē. Si igitur alia cōmunis sectio ipsius superficiei secātis & reliquæ duarū sectarū cū eadem linea penetrāte nō contineat angulū rectū, erit ex ultima petitione primi, ut illæ duæ cōmunes sectiones in alterutrā partē protractę necessariò cōcurrāt, quare & superficies quę positæ sunt æquidistātes necessariò cōcurrēt. Et quia hoc est impossibile, erit ille angulus rectus. Eodēq; modo erit de qualibet alia superficie easdē superficies æquidistātes secāte super eandē lineā, igitur ex quarta huius & ex ista 14, cōstat uerū esse q̄d diximus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 12. *Propositio* 14.

14 Ad quæ plana eadem recta linea recta est, parallela sunt ipsa plana.



ἐκβεβλήσθω

THEON ex Zāb. *Recta enim quædā linea α β, ad utrūq; γ δ, ε ζ, planorū, esto ad angulos rectos. Dico q, parallela sunt ipsa plana. Si aūt nō, extēsa cōcurrūt. Cōcurrāt. Efficiēt iā cōmunē sectionē lineā rectā, efficiāt η θ (per* 3 *undecimi) assumaturq; in ipsa η θ, utcūq; signū κ cōnectāturq; α κ, β κ. Et quoniā α β recta est ad ipsum ε ζ planū, & ad ipsam igitur δ κ rectā lineā existentē in ipso ε ζ extenso plano, recta est ipsa α β. Igitur angulus qui sub α δ κ, rectus est. Et id propterea etiam angulus qui sub β α κ, rectus est. Trianguli igitur α β κ, anguli qui sub α β κ, β α κ, duob. rectis sunt æquales. Quod est impossibile (per* 17 *primi) Igitur ipsa γ δ, ε ζ, plana, extēsa nō cōcurrūt, parallela igitur sunt ipsa γ δ, ε ζ, plana. Plana igitur ad quæ eadem recta linea recta est, parallela sunt: quod oportebat ostendere.*

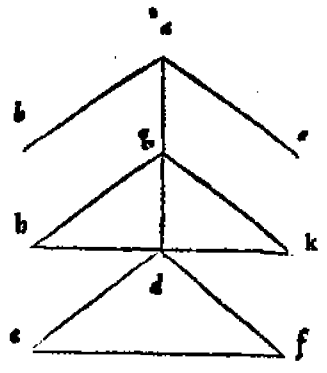
Euclid. ex Camp. *Propositio* 15.

15 Si fuerint duę lineę se cōtingētes angulariter, æquidistātes aliis duabus se cōtingētibus, nō autē in superficie una, ab

eisdem

eiſdem lineis contentæ duæ ſuperficies in nulla parte quantumcunque producantur, poſſunt concurrere.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & a c, ſe angulariter contingentes in puncto a, æquidiſtantes duabus lineis d e & d f, ſe angulariter contingentibus in puncto d, & non ſint in ſuperficie una, dico earum ſuperficies in quamcunq; partem & quantumcunq; protrahantur, nunquam concurrere. Protrahatur etenim à puncto d, prout docet 5 huius, perpendicularis ad ſuperficiem duarũ linearũ a b & a c, ſitq; d g, & à puncto g, ducatur g h æquidiſtans a b, & g k, æquidiſtãs a c, eritq; ex diffinitione uterq; duorum angulorũ d g h, d g k, rectus et per 9 erit linea d f æquidiſtans lineæ g k, & linea d e æquidiſtans lineæ g h, quare per ultimam partẽ 29 primi, uterq; duorum angulorum e d g, f d g erit rectus, ideoq; per 4 huius linea d g, erit perpendicularis ad ſuperficiem duarum linearũ d e & d f. Cumq; ipſa eadem ſit etiam ex hypotheſi perpendicularis ad ſuperficiem duarum linearum a b & a c, ex præmiſſa liquet quod eſt propoſitum.



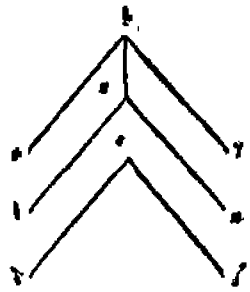
Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propoſitio 15.*

Si binæ rectæ lineę ſe inuicem tangẽtes ad binas rectas lineas ſe inuicem tangentes fuerint parallelæ, non tamen in eodem plano exiſtentes, parallela ſunt quę per ipſas plana. 15

THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ ſeſe inuicem tangentes α ζ, β γ, ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangẽtes δ ε, ε ζ, ſint parallelæ, ſed non in eodem exiſtentes plano. Dico quòd * educta quæ per α β, ζ γ & δ ε, ε ζ, plana, non concurrunt adinuicẽ. Excitetur, inquam, (per 11 undecimi) ab ipſo β ſigno, in id quod per δ ε, ε ζ, planum perpendicularis β η, & * extendatur in planũ per η ſignum. Et per η, ipſi quidẽ ε δ parallelus excitetur (per 31 primi) η θ, ipſi autẽ ε ζ, ipſa η κ. Et quoniã ζ η ad id quod per δ ε, ε ζ, planũ recta eſt, & ad omnes igitur eam tangẽtes rectas lineas (per 2 undecimi diffinitionem) & in eodem quòd per δ ε, ε ζ plano exiſtentes, rectos efficiet angulos. Tangit autem ipſam utraq; ipſarũ η θ, η κ, exiſtens in eo quod per δ ε, ε ζ, plano, rectus igitur eſt (per 4 undecimi) uterq; ipſorum qui ſub β η θ, ζ η κ, angulorum. Et quoniam parallelus eſt β α ipſi η θ, ipſi igitur ſub η β α, ζ η γ, anguli (per 29 primi) duobus rectis ſunt æquales, ſed rectus eſt qui ſub ζ η θ, rectus igitur eſt qui ſub η β α, igitur ipſa η β, ipſi ζ α ad angulos rectos eſt. Id propterea etiam β η, ipſi β γ ad angulos rectus eſt. Quoniam igitur recta linea β η duabus rectis lineis ζ α, β γ, ſeſe inuicem tangentibus ad angulos rectos ſtetit, igitur (per 4. undecimi) β η, & ad id quod per β α, β γ, planum ad rectos angulos eſt. Eſt autem & ei quod per η θ, η κ, plano recta: quod uerò per η θ, η κ planum, id eſt quod per δ ε, ε ζ, ipſa igitur ζ η ei quod per δ ε, ε ζ, plano recta eſt. Igitur β η ad utrũq; eorum quæ per α ζ γ, δ ε ζ, planorum recta eſt. Plana autem ad quæ eadem recta linea recta eſt, parallela ſunt (per 14 undecimi) Parallelum igitur eſt quod per α β, ζ γ, planum, ad id quod per δ ε, ε ζ. Si binæ igitur rectæ lineæ ſeſe inuicem tangentes, ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangentes fuerint parallelæ, ſed non in eodem plano parallela ſunt quæ per ipſas plana: quod erat oſtendendum.*

ἐπιζευγνύμεναι

συμπιπτέτω



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*

SI duas ſuperficies æquidiſtantes una ſuperficies ſecet, cõmunes earum ſectiones æquidiſtantes erunt. 16

CAMP. Conſtat equidẽ ex tertia, quod una ſuperficie quaſcũq; duas ſuperficies æquidiſtãtes ſecãte, cõmunes earũ ſectiones erunt duæ lineæ rectæ. Quæ cũ ſint ambæ ſitæ in ſuperficie ſecãte, ſi ipſę non fuerint æquidiſtantes, ponantur ad quodlibet unũ punctũ concurrere, erit itaq; ut unus atq; idẽ punctus ſit in utraq; illarũ duarũ ſectionũ communiũ. Cumq; una illarũ cõmunium ſectionũ ſit in una duarũ ſuperficierum ſectarũ & reliqua in altera ſequitur ſuperficies illas quę poſitæ ſunt eſſe æquidiſtãtes concurrere, hoc autem impoſsibile eſt. Erunt igitur communes earũ ſectiones æquidiſtantes, quod eſt propoſitũ.

CAMPANVS. Ex hac & præmiſſa potes elicere concluſionem unam ſimilem trigeſimę primi, uidelicet iſtam ipſam. Si fuerint duæ ſuperficies uni æquidiſtantes, ipſæ quoque erunt adinuicem æquidiſtantes. Poſitis enim tribus ſuperficiebus, quarum utraque duarum extremarum æquidiſtat mediæ, dico quòd neceſſe eſt ipſas extremas æquidiſtare adinuicem. Secentur omnes illę tres ſuperficies duabus ſuperficiebus ſe quoque inuicem ſecantibus, erũntq;

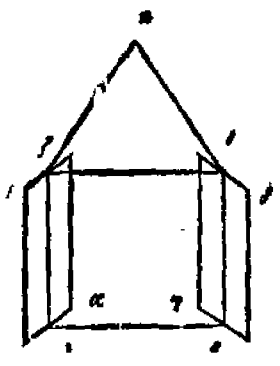
extinc

ex hac 16 communes sectiones duarum extremarum superficierum, æquidistantes sectionibus mediæ. Quare ex 30 primi ipsæ etiam sectiones duarum extremarum superficierum, erunt æquidistantes adinuicem. Et quia ipsæ cõtingunt se in communi sectione duarum superficierum tres positas superficies secantium, ex præmissa euidenter constat quod diximus.

Euclid. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 16.

16 Si bina plana parallela à plano aliquo dissecta fuerint, communes ipsorum sectiones parallelæ sunt.

THEON *ex Zamb. Bina, inquã, plana parallela α ζ, γ δ, à plano ε ζ κ θ secentur, communes autẽ ipsorũ sectiones, sint ε ζ, κ θ. Dico q; parallelus est ε ζ, ipsi κ θ. Si autẽ nõ, productæ ipsæ ε ζ, κ θ, uel ad partes ζ θ, uel ad ε κ concurrunt. Producantur primum ad ζ θ partes, & concurrant in ν. Et quoniã ε ζ ν est in plano α β, & omnia igitur quæ in ipsa ε ζ signa in ipso α β sunt plano (per 2 undecimi) Vnũ autẽ eorũ quæ in ε ζ ν recta linea signorũ, est ν: igitur ν, in ipso est α β plano, & id propterea etiam ν, in ipso γ δ, est plano. Igitur α β, γ δ, plana, producta concurrunt. Nõ concurrunt autem per hypothesin, quoniam parallela supponuntur. Ipsæ ε ζ, κ θ, rectæ lineæ productæ ad partes ζ θ, non concurrunt. Similiter quoq; ostendemus, quod ipsæ ε ζ, κ θ, rectæ lineæ neq; ad partes ε κ productæ concurrunt. Quæ autem in nulla parte concurrunt (per ultimam diffinitionem primi) parallelæ sunt: parallelus igitur est ε ζ, ipsi κ θ. Si bina igitur plana, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.* Euclid. ex Camp. Propositio 17.



17 Si superficies tres uel plures æquidistãtes duas rectas lineas seinuicem contingentes uel æquidistantes secent, illarum linearum portiones proportionales esse probantur.

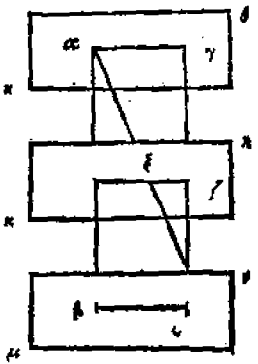
CAMP. Intelligantur enim duæ rectæ lineę penetrãtes qualitercunq; cõtigerit tres superficies æquidistantes, aut etiã plures trib. dico itaq; duas portiones illarũ linearum inter quasliber duas superficies interceptas, proportionales esse quibusq; duab. inter alias duas ex illis æquidistantib. superficieb. interceptis. Cõiungantur enim duæ extremitates illarũ duarũ linearũ, ducta inter eas linea una diagonaliter, eritq; hæc diagonalis, cũ utraq; illarũ duarũ linearũ penetrantiũ superficies propositas, in superficie una illas æquidistantes superficies positas secante. Si ergo harum superficierum communes sectiones, quæ per præmissam erunt æquidistantes, cogitatione protraxeris, ex prima parte secundæ sexti constabit propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 17.

17 Si binę rectę lineę à planis parallelis secentur, in easdẽ ratiões secabũtur.

THEON *ex Zamb. Binæ, inquam, rectæ lineæ α β, γ δ, à planis parallelis κ θ, λ μ, ν ξ, secentur in α, ε, β, ζ, γ, δ, signa. Dico quòd est sicut α ε recta linea ad ε β, sic est γ ζ ad ζ δ. Connectantur α γ, β δ, α δ, & concurrat α δ ipsi κ λ plano in ξ signo, connectaturq; ε ξ, ξ ζ. Et quoniã bina plana parallela κ λ, μ ν, à plano ε β, δ ξ, secantur, ipsorum communes sectiones ε ξ, β δ, parallelæ sunt (per 16 undecimi) Idq; propterea quoniã bina plana parallela κ θ, λ ν, à plano α ξ, ζ γ, secantur, communes ipsorum sectiones α γ, ξ ζ, parallelæ sunt (per 16 undecimi.) Et quoniam lateri β δ, trianguli α β δ, recta linea parallelus ducta est ε ξ, proportionaliter igitur sicut α ε ad ε β, sic est α ξ ad ξ δ. Rursus quoniam lateri α γ trianguli α δ γ, recta linea parallelus ducta est ξ ζ, proportionaliter igitur sicut α ξ ad ξ δ, sic γ ζ ad ζ δ, patuit autem et sicut α ξ ad ξ δ, sic α ε ad ε β, et sicut igitur (per 11 quinti) α ε ad ε β, sic γ ζ ad ζ δ. Si binæ igitur rectæ lineæ à planis parallelis secentur.*

Euclid. ex Camp. Propositio 18.



18 Si in superficie assignata orthogonaliter steterit linea, omnis superficies à linea illa quorsumlibet ducta, ad eandẽ assignatam superficiem erit orthogonaliter erecta.

CAMPANVS. Sit enim linea a b erecta perpendiculariter super assignatam superficiem, & à linea a b producatur superficies quorsum libuerit. Quam dico super propositam superficiem esse perpendiculariter erectam, Cum enim ipsa secet superficiem

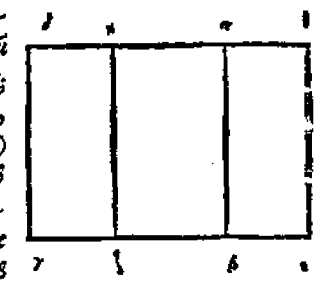
ciem aſsignatã, erit earũ communis ſectio linea recta ex 3 huius, ſitq; b d. In hac ergo communi ſectione ſignato puncto quolibet qui ſit d, extrahatur ab eo in ſuperficie quæ producta eſt à linea a b, linea quædam perpendicularis ad lineam b d, quæ ſit d c. Eritq; ex ſecunda parte 28 primi, linea c d, quidiſtans lineæ a b, ideoq; ex 8 huius, linea c d, eſt etiam perpendicularis ad ſuperficiem propoſitam. Quia ergo hoc modo quælibet linea protracta orthogonaliter à quolibet puncto lineæ b d, ad ipſam lineam b d in ipſa ſuperficie quæ producta eſt à linea a b, eſt perpendicularis ad propoſitam ſuperficiem, ex diffinitione ſuperficiei ſupra ſuperficiem orthogonaliter erectæ: conſtat uerum eſſe quod propoſitum eſt.



18

Euclid. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 18.

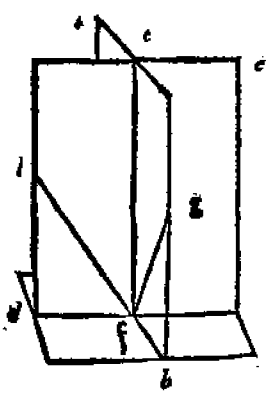
Si recta linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quę per ipſam plana ad idem planũ ad angulos rectos erunt.



THEON *ex Zamb. Recta enim linea α β, ſubiecto plano ad angulos rectos eſto. Dico q, & omnia quæ per α β plana, ad ſubiectũ planũ ad angulos rectos ſunt.* Extendatur, *inquam, per α β, planum δ ε, ſitq; (per 3 undecimi) communis ſectio ipſius δ ε linea plani, & ſubiecti, γ ε, & ſumatur in γ ε, contingens ſignum ζ, & ab ipſo ζ, (per 12 undecimi) ipſi γ ε ad angulos rectos excitetur in δ ε plano ipſa ζ η. Et quoniam α β ad ſubiectum planum recta eſt, & ad omnes igitur ipſam tangentes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes recta eſt ipſa α β (per 2 undecimi diffinitionem) quare & ad γ ε recta eſt. Igitur angulus qui ſub α β ζ, rectus, eſt autem qui ſub η ζ β, rectus, igitur (per 28 primi) α β, ipſi ζ η parallelus eſt. Ipſa autem α β, ad ſubiectum planum ad angulos rectos eſt, & ζ η igitur ad ſubiectum planũ ad angulos rectos eſt. Et quoniã (per 3 diffinitionẽ undecimi) planum ad planũ rectum eſt quando quæ cõmuni ſectioni planorum ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in uno planorum, ad reliquum planum ad angulos fuerint rectos, & ipſi γ ε ſectioni planorum communi, in uno planorum δ ε ſcilicet ad angulos rectos acta ζ η, oſtenſa eſt ſuppoſito plano ad angulos rectos eſſe, igitur planum δ ε rectum eſt ad ſuppoſitum planum. Similiter iam oſtendetur quod omnia quæ per α β plana, recta ſunt ad ſubiectum planum. Si recta igitur linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quæ per ipſam plana ad idem planum ad angulos rectos erunt: quod oportuit demonſtraße.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 19.

SI duæ ſuperficies ſeinuicem ſecantes, ſupra unam ſuperficiem erectæ fuerint orthogonaliter, communis earum ſectio ad eandem ſuperficiem perpendicularis erit. 19



CAMPANVS. Sint duę ſuperficies a b & c d ſeinuicem ſecantes erectæ orthogonaliter ſuper aſsignatam ſuperficiem, ſitque communis earum ſectio linea recta e f. Hanc dico eſſe perpendicularẽ ad aſsignatam ſuperficiem. Alioqui à puncto f qui eſt communis terminus ſectionum duarum ſuperficierum ſecãtium & tertiæ ſuperficiei ſectę, producatur una linea recta quæ ſit f g, in ſuperficie a b, perpẽdicularis ad ſuperficiẽ aſsignatam, itemq; ab eodem puncto ducatur alia perpendicularis ad eandem ſuperficiem, quæ ſita ſit in ſuperficie c d, & ipſa ſit f h, erũtque duę lineæ f g & f h, orthogonaliter inſiſtentes ſuper punctũ unum ad ſuperficiem aſsignatam. Hoc autẽ impoſsibile eſt per 13 huius. Tales autem lineas poſſe protrahi à puncto f in utraque duarum ſuperficierum a b & c d, cum e f non fuerit perpendicularis ad aſsignatam ſuperficiem, dubitare non conuenit. Intelligatur quidem linea f b cõmunis ſectio ſuperficiei a b & ſuperficiei aſsignatæ, & linea f d, ſuperficiei c d & ſuperficiei aſsignatæ. Si igitur linea e f fuerit perpendicularis ad utranq; duarũ linearum f b & f d, ipſa etiam erit perpendicularis ad ſuperficiem aſsignatã ex quarta huius. Si autem ad neutram, ſit f g perpẽdicularis ad f b, & f h perpẽdicularis ad f d. Deinde à puncto f protrahe in ſuperficie aſsignata unam lineam perpendicularẽ ad lineã f b, quę ex diffinitione ſuperficiei ſuper aliam ſuperficiem orthogonaliter erectæ, cum linea f g

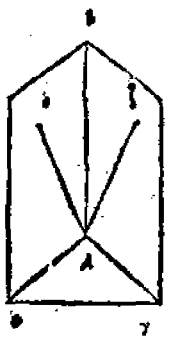
continebit

continebit angulum rectum: per quartam igitur huius erit linea f g perpendicularis ad superficiem assignatam. Eodem quoq; modo protracta alia linea à puncto f in superficie assignata, quæ sit perpendicularis ad lineam f d, sequetur ex diffinitione prædicta & ex quarta huius, lineam f h esse perpendicularem ad superficiem assignatam, quod est impossibile per 13 huius. Quod si contendat lineam e f esse perpendicularem ad lineam f b, sed non ad lineam f d, sequetur modo consimili duas lineas e f & f h esse perpendiculares ad superficiem assignatam. Quod nihil minus est impossibile.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propositio 19.*

19 Si bina plana sese inuicem dispescentia, plano alicui ad angulos rectos fuerint, & ipsorum communis sectio ad idem planum ad angulos rectos erit.

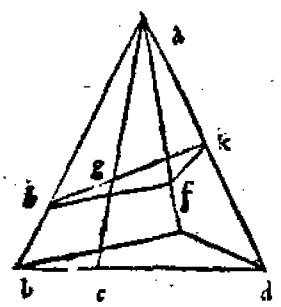
THEON *ex Zamberto.* *Bina etenim plana α β, β γ, subiecto plano ad angulos sint rectos, communis autem ipsorum sectio sit δ λ. Dico quod ipsa β λ, ad subiectum planum ad angulos est rectos. Non sit. Et excitentur (per 12 undecimi) ab ipso λ signo in plano quidem α β, ipsi α λ rectæ lineæ, ad angulos rectos ipsa λ ε, in plano autem β γ, ipsi γ λ ad angulos rectos λ ζ. Et quoniam planum α β ad subiectum planum rectum est, & communi ipsorum sectioni α λ, ad angulos rectos, α λ in ipso α δ plano excitatur λ ε, igitur λ ε ad subiectum planũ recta est. Similiter iam demõstrabimus, quod & λ ζ ad subiectum planum recta est. Ab eodem igitur signo λ, ad subiectum planum binæ rectæ ad angulos rectos constitutæ sunt ad easdem partes. Quod est impossibile. Igitur ad subiectum planum, à signo γ ad angulos rectos non constituetur alia, præter λ β communem sectionem, ipsorum β α, & γ, planorum. Si bina igitur plana inuicem sese dispescentia ad planum aliquod ad angulos fuerint rectos, & communis ipsorum sectio ad idem planum ad angulos rectos erit. Quod ostendere oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 20.*

20 Si tres anguli superficiales solidum angulum contineant, illorum trium angulorum quique duo pariter accepti reliquo sunt maiores.

CAMPANVS. *Sint tres lineæ a b, a c, a d, pyramidaliter erectæ supra superficiem b c d, cõtinentes tres superficiales angulos, ex quibus solidus perficitur angulus in puncto a. Dico quoslibet duos ex ipsis superficialibus angulis solidum angulum in pũcto a constituentibus, pariter acceptos, tertio esse maiores. Si enim hi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem æquales, aut si duo tantum æquales existente tertio minore utroliber duorum æqualium, constat per communem scientiam uerum esse quod dicitur. Quod si eorũ unus utroliber duorum reliquorum maior fuerit, siue illi duo ponantur æquales siue non æquales, adhuc constat illum maiorem & utroliber duorum reliquorum pariter acceptos, tertio esse maiores. Sed & illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior utroliber põnitur, esse maiores, sic collige. Esto enim trium propositorum angulorum superficialium angulus a c d, maior utroliber reliquorum duorum. Ex ipso ergo abscindam angulum e a d æqualem angulo b a d, protracta linea a e. Et sumam ex hac linea a e, lineam a g, & ex linea a b, lineam a f, quas ponam esse æquales. Et protraham lineam à puncto g qualitercunq; contingat, in superficie duarum linearum a c & a d, quousq; secet a c in puncto h, & a d in puncto k, & ipsa sit h g k. Et producam lineas f h & f k. Cum sit igitur a f æqualis a g, posita a k communi, erit per 4 primi f k æqualis k g. Et quia ex 20 primi duæ lineæ h f & f k sunt maiores linea h k, erit per conceptionem h f maior h g. Ideoq; per 25 primi cum sit linea a f æqualis lineæ a g, erit angulus f a l, maior angulo h a g. Per conceptionem igitur constat duos angulos h a f, f a k, pariter acceptos, esse maiores angulo h a k. Quod erat demonstrandum.*

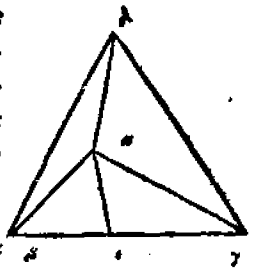


Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propositio 20.*

20 Si solidus angulus sub tribus angulis planis comprehẽdatur, quiuis duo reliquo maiores sunt quomodocunq; suscepti.

THEON *ex Zamb.* *Solidus angulus qui ad α, sub tribus planis, hoc est β α γ, γ α δ, δ α β, comprehendatur. Dico quòd bini quomodocunque suscepti, reliquo sunt maiores. Si quidem ipsi qui sub β α γ, γ α δ,*

γ α δ, δ α ζ, anguli ſunt inuicem æquales, manifeſtum eſt quòd bini reliquo, quomodocunque ſuſcepti ſunt maiores. Si aũt, non ſit maior qui ſub β α γ, conſtituatur q; (per 23 primi) ad α β rectam lineam, & ad ſignum in ea α, angulo qui ſub δ α β, in eo quod per β α γ, plano, æqualis angulus β α ε, ponatur q; (per 2 primi) ipſi α δ æqualis α ε, & per ε ſignum ducta β ε γ linea, diſſecet ipſas α β, α γ, rectas lineas in ſignis β, γ, connectantur q; δ β, δ γ. Et quoniam δ α ipſi α ε eſt æqualis, communis autem α β, duæ igitur δ α, α β duabus δ α, α ε, ſunt æquales, & angulus qui ſub δ α β, angulo qui ſub β α ε eſt æqualis: baſis igitur δ β (per 4 primi) baſi β ε eſt æqualis. Et quoniam duæ δ β, δ γ, ipſa β γ ſunt maiores, quarum δ β ipſi β ε oſtenſa eſt æqualis, reliqua igitur δ γ, reliqua ε γ maior eſt. Et quoniam ipſa δ α ipſi α ε æqualis, communis autem α γ, & baſis δ γ baſi ε γ maior eſt, angulus igitur qui ſub δ α γ, angulo qui ſub ε α γ maior eſt. Oſtenſum autem eſt, quòd & qui ſub δ α ζ, eſt æqualis ei qui ſub β α ε. Ipſi igitur qui ſub δ α β, δ α γ, eo qui ſub β α γ ſunt maiores. Si ſolidus igitur angulus ſub tribus angulis planis comprehendatur, duo quomodocũq; aſſumpti ſunt maiores reliquo. Quod erat oſtendendum.

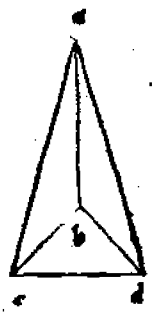


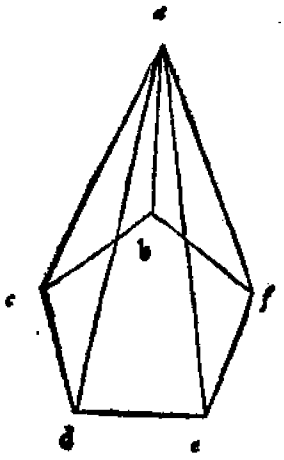
Euclid. ex Camp. Propoſitio 21.

OMnis angulus ſolidus quatuor rectis angulis minor eſſe probatur. 21



CAMPANVS. Anguli ſolidi quantitas, ex angulorum ſuperficialium ipſum ſolidum continentium quantitate determinatur. Hac ergo 21 propoſitione id etiam proponitur, quoslibet ſuperficiales angulos ſolidum quemlibet continentes pariter acceptos, quatuor rectis angulis eſſe minores. Sit enim triangula pyramis a b c d, cuius ſupremus angulus cum poſsit eſſe quilibet ſuorum angulorum, hic tamen ſit a, de quo dico, quod tres ſuperficiales anguli ipſum a continentes, ſunt minores quatuor rectis. Conſtat enim ex 32 primi, nouem angulos trium triangulorum hanc pyramidem circumſtantium (& ipſi ſunt a b c, a c d, a d b) eſſe æquales ſex angulis rectis, de tribus autem angulis baſis eius quę eſt triangulus b c d, conſtat quoq; per eãdem, quòd ipſi ſunt æquales duobus rectis. Cum igitur ſex anguli trium triangulorum prędictorum hanc noſtram pyramidem (de cuius ſupremo angulo diſputamus) circundantium, qui inquam ſex anguli cum tribus angulis baſis reliquos tres angulos ſolidos pyramidis continent, ſint ex præmiſſa ter aſſumpta maiores tribus angulis baſis, ſequitur ipſos ſex angulos eſſe maiores duobus rectis, ex nouem igitur angulis trium triangulorum pyramidem circundantium his ſex angulis demptis erunt ex communi ſcientia reliqui tres (& ipſi ſunt qui conſtituunt ſolidum angulum a) minores 4 rectis. Si autem angulus a ſupremus in aſſumpta pyramide pluribus angulis ſuperficialibus quàm tribus contineatur, quod erit ſecundum multitudinem angulorum ſuæ baſis, cum igitur omnes anguli omnium triangulorum ipſam pyramidem circundantium pariter accepti ſint ex 32 primi, tot rectis angulis æquales quantus eſt numerus angulorum ſuæ baſis duplicatus, eo quòd tot neceſſe eſt eſſe triangulos pyramidem circundantes quot fuerint anguli ſuæ baſis, cumq; omnes anguli ſuæ baſis ſint tot rectis angulis æquales quantus eſt numerus angulorum ſuorũ duplicatus, demptis inde 4 ut in 32 primi demonſtratum eſt: cumq; igitur omnes anguli triangulorum pyramidem circundantium, qui ſuper latera baſis ipſius pyramidis cõſiſtunt pariter accepti ſint maiores omnibus angulis baſis pariter acceptis, ut euidenter conſtat ex prçmiſſa toties quot angulos baſis habuerit repetita, adhuc neceſſariò ſequitur ex communi ſcientia, ſuperficiales angulos ſolidum angulum a continentes pariter acceptos eſſe minores quatuor rectis, eo inquam minores quo omnes anguli trigonorum pyramidem circundantium, qui ſuper latera baſis ſtatutę pyramidis conſiſtunt, excedunt omnes angulos baſis pariter acceptos.



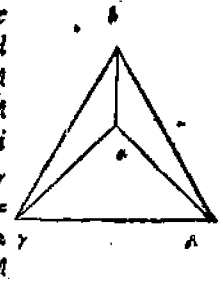


Euclid. ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 22.

OMnis ſolidus angulus, ſub paucioribus, quàm quatuor rectis angulis planis comprehenditur. 22

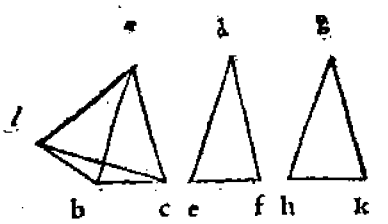
THEON ex Zamb. Sit ſolidus angulus qui ad α, comprehenſus ſub planis angulis qui ſub α β γ, δ α γ,

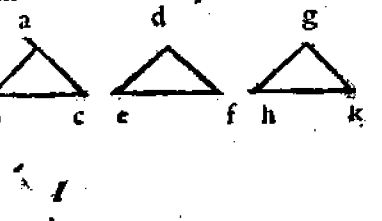
∠α γ,∠α β. Dico quòd ipſi β α γ,∠α γ,∠α β, anguli, quatuor rectis ſunt minores. Aſſumatur, inquam, in unaquaq; ipſarum α γ,α β,α ∠, recta rũ linearũ ſigna utcunq;, ſintq; β,γ,∠, connectãturq; β γ, γ ∠, ∠ β. Et quoniã ſolidus angulus eſt qui ad β, ſub tribus enim planis angulis comprehenditur, hoc eſt, ſub ijs qui ſub γ β α, α β ∠, & γ β ∠ (per 20 undecimi) bini utcunq; ſumpti, reliquo ſunt maiores. Igitur qui ſub γ β α, α β ∠, eo qui ſub γ β ∠ ſunt maiores. Et id propterea qui ſub β γ α, α γ ∠, eo qui ſub β γ ∠ ſunt maiores, & inſuper qui ſub γ ∠ α, α ∠ β, eo qui ſub γ ∠ β ſunt maiores. Igitur ſex anguli γ β α, α β ∠, β γ α, α γ ∠, γ ∠ α, α ∠ β, tribus, hoc eſt eis qui ſub γ β ∠, β γ ∠, γ ∠ β, ſunt maiores. Sed ipſi tres qui ſub γ β ∠, β ∠ γ, β γ ∠, duobus rectis ſunt æquales, igitur qui ſub γ β α, α β ∠, β γ α, α γ ∠, γ ∠ α, α ∠ β, ſex anguli, duobus rectis ſunt maiores. Et quoniã uniuſcuiuſq; ipſorum α β γ, α β ∠, α γ ∠, triangulorum tres anguli duobus rectis ſunt æquales (per 32 primi,) trium igitur triangulorum anguli nouem qui ſub γ β α, α γ β, β α γ, α γ ∠, ∠ α γ, γ ∠ α, α ∠ β, ∠ β α, β α ∠, ſex rectis ſunt æquales. Quorum qui ſub α β γ, β γ α, α γ ∠, γ ∠ α, α ∠ β, ∠ β α, ſex anguli, duobus rectis ſunt maiores: reliqui igitur qui ſub β α γ, γ α ∠, ∠ α β, tres anguli, cõprehendentes ſolidũ angulũ, quatuor rectis ſunt minores. Omnis igitur ſolidus angulus ſub minus quatuor rectis angulis planis comprehenditur: quod erat oſtendendum. *Euclid. ex Camp.* *Propoſitio 22.*

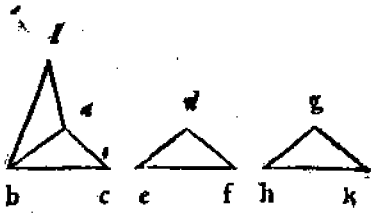


22 SI tres anguli ſuperficiales quorũ quicq; duo pariter accepti tertio ſint maiores, cunctis ſibi inuicẽ æquis lineis cõtineantur, de tribus baſibus angulos illos ab ipſorum linearum æqualium terminis ſubtendentibus, triãgulum ſubſtitui uel conſtitui poſsibile eſt.

CAMPANVS. Sint tres ſuperficiales anguli b a c, e d f, h g k, ut proponitur, tales uidelicet ut quicq; duo eorum tertio ſint maiores, ſintq; ſex latera eos cõtinentia, æqualia, quæ ſunt a b, a c, d e, d f, g h, g k, & ſubtẽdantur eis tres baſes quæ ſint b c, e f, h k. Ex his ergo tribus baſibus triangulum aio cõſtitui poſſe. Eſto enim angulus a b l æqualis angulo d, & linea a l lineæ d e, & prorrahãtur l b, l c, eritq; ex 4 primi, linea l b, æqualis lineæ e f. Ex hypotheſi uerò conſtat, totalẽ angulum a eſſe maiorẽ angulo g, erant enim quicq; duo ex tribus angulis b a c, d & g, tertio maiores. Igitur ex 24 primi linea l c, linea h k eſt maior. Cumq; ſint ex 20 primi duæ lineæ l b & b c maiores linea l c, ſequitur duas lineas l b & b c eſſe multo fortius maiores linea h k. Quia igitur l b eſt æqualis e f, erunt duæ lineæ b c & e f maiores linea h k. Cõſtat itaq; hoc modo, quaſque duas lineas ex tribus lineis b c, e f, h k, eſſe longiores tertia. Igitur ex 22 primi conſtat uerum eſſe quod dicitur. Hoc duntaxat addito, quod ſi duo anguli b a c & d pariter accepti ſint æquales duobus rectis, erũt duæ lineæ l a & a c ex 14 primi linea una, quæ cum ſit æqualis ex hypotheſi duabus lineis g h & g k quæ ex 20 primi longiores ſunt linea h k, cumq; ex eadem lineæ duæ l b & b c ſint longiores linea l c, ſequitur ut prius b c & e f pariter acceptas eſſe longiores h k. At uerò ſi duo prædicti anguli ſunt maiores duobus rectis, erunt ex 21 primi duæ lineæ a l & a c (ideoq; & duæ g h & g k) breuiores duabus quæ ſunt l b & b c. Quare ut prius, b c & e f pariter acceptæ ſunt longiores linea h k.





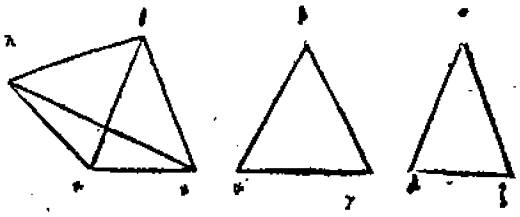


Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propoſitio 22.*

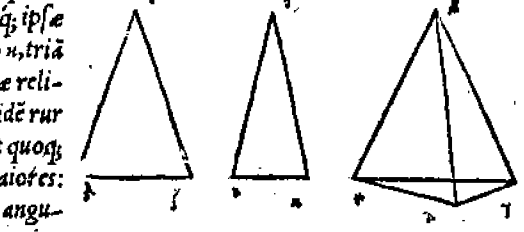
22 SI fuerint tres anguli plani, quorũ bini reliquo ſint maiores q̃modocũq; aſſumpti, cõprehẽdant autẽ ipſos æquales rectæ lineæ, ex cõnectẽtibus æquales rectas líneas triangulũ conſtitui eſt poſsibile.

THEON ex Zamb. *Sint tres anguli plani qui ſub α β γ, ∠ ε ζ, & κ θ ν, quorũ bini reliquo ſint maiores quomodocunq; ſumpti, hoc eſt α β γ, ∠ ε ζ, ipſo κ θ ν. ipſi autem qui ſub ∠ ε ζ, κ θ ν, ipſo α β γ, & inſuper qui ſub κ θ ν, α β γ, eo qui ſub ∠ ε ζ, ſintq; æquales α β, β γ, ∠ ε, ε ζ, κ θ, θ ν, rectæ lineæ, connectãturq; α γ, ∠ ζ, κ ν. Dico quòd ex æqualibus ipſis α γ, ∠ ζ, κ ν, triangulũ conſtituere eſt poſsibile, hoc eſt quod ipſarum α γ, ∠ ζ, κ ν, binæ quomodocũq; ſumptæ reliquæ ſunt maiores. Si quidem qui ſub α β γ, ∠ ε ζ, κ θ ν, anguli inuicem ſunt æquales, manifeſtũ quod & ipſis α γ, ∠ ζ, κ ν, æqualibus adinuicẽ factis, eſt poſsibile ex æqualibus ipſis*

∝ γ, ∧ ſ, ν ν, triangulũ cõſtrui. Si autẽ non, ſint inæquales. Conſtituaturq; (per 23 primi) ad ipſam θ ν rectã lineã, & ad ſignũ in ea θ, angulo qui ſub ∝ β γ, æqualis, angulus qui ſub ν θ ι, & ponatur (per 2 primi) uni ipſarũ ν β, β γ, ∧ ε, ε ſ, ν θ, θ ν, æqualis θ λ, connectanturq; ν λ, ν λ. Et quoniã binæ ∝ β, β γ, duabus λ θ, θ λ, ſunt æquales, et angulus qui ad β angulo qui ſub ν θ λ eſt æqualis, baſis igitur ∝ γ (per 4 primi) baſi ν λ eſt æqualis. Et quoniam qui ſub ∝ β γ, ν θ ν, eo qui ſub ∧ ε ſ ſunt maiores, æqualis autẽ qui ſub ν θ λ eis qui ſub ∝ β γ, et ν θ ν, qui igitur ſub ν θ λ eo qui ſub ∧ ε ſ maior eſt. Et quoniam duæ ν θ, θ λ, duabus ∧ ε, ε ſ ſunt æquales, & angulus qui ſub ν θ λ angulo qui ſub ∧ ε ſ maior eſt, baſis igitur ν λ (per 24 primi) baſi ∧ ſ maior eſt. Sed ipſæ ν ν, ν λ, ipſa ν λ ſunt maiores, multomagis igitur ipſæ ν ν, ν λ, ipſa ∧ ſ ſunt maiores. Æqualis autem eſt ν λ, ipſi ∝ γ: ipſæ igitur ∝ γ, ν ν, reliqua ∧ ſ ſunt maiores. Similiter iam oſtẽdemus, quòd & ipſæ quidẽ ∝ γ, ∧ ſ, ipſa ν ν ſunt maiores, & ν ν, ∧ ſ, ipſa ∝ γ. Poſsibile igitur eſt, ex æqualibus ipſis ∝ γ, ∧ ſ, ν ν, triangulũ conſtrui: quod oſtendendum erat.



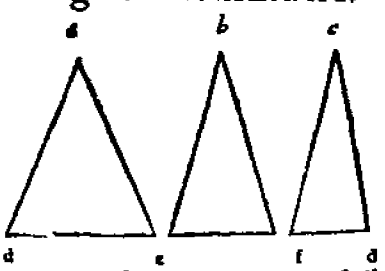
ALITER. Sint dati tres anguli plani qui ſub ∝ β γ, ∧ ε ſ, ν θ ν, quorũ duo reliquo ſint maiores quomodocũq; aſſumpti. Cõprehendant autẽ ipſos æquales rectæ lineæ ∝ β, β γ, ∧ ε, ε ſ, ν θ, θ ν. Cõnectanturq; ipſæ ∝ γ, ∧ ſ, ν ν. Dico quòd ex æqualib. ipſis ∝ γ, ∧ ſ, ν ν, triãgulũ cõſtrui eſt poſsibile, hoc eſt rurſus quòd duæ reliquæ ſunt maiores quomodocũq; aſſumptæ. Siquidẽ rurſus qui ad β, ε, θ, ſigna anguli ſunt æquales, erunt quoq; ipſæ ∝ γ, ∧ ſ, ν ν æquales, & duæ reliqua erunt maiores: Si autẽ nõ, ſint inæquales qui ad ipſa β, ε, ν, ſigna anguli, ſitq; maior angulus qui ad ε, utroq; ipſorũ ε, θ: maior igitur eſt (per 24 primi) & ∝ γ recta linea, utraq; ipſarũ ∧ ſ, ν ν, & manifeſtũ, quòd ∝ γ cum utraq; ipſarũ ∧ ſ, ν ν, reliqua maior eſt. Dico quòd & ∧ ſ, ν ν, reliqua ∝ γ ſunt maiores. Cõſtituatur (per 23 primi) ad ∝ β rectã lineã ad ſignũq; in ea β, ei qui ſub ν θ ν angulo æquus qui ſub ∝ β λ, ponaturq; (per 2 primi) uni ipſarũ ∝ β, β γ, ∧ ε, ε ſ, ν θ, θ ν, æqualis β λ: cõnectãturq; ∝ λ, λ γ. Et quoniã duæ ∝ β, β λ, duabus ν θ, θ ν, ſunt æquales altera alteri, & æquos angulos cõprehẽdũt: baſis igitur ∝ λ (per 4 primi) baſi ν ν eſt æqualis. Et quoniã qui ad ε, θ, ſigna anguli: eo qui ſub ∝ β γ ſunt maiores, quorum qui ſub ν θ ν, eo qui ſub ∝ β λ eſt æqualis, reliquus igitur qui ad ε angulus, eo qui ſub λ β γ maior eſt, & quoniã duæ λ β, β γ, duabus ∧ ε, ε ſ, ſunt æquales altera alteri, & angulus qui ſub ∧ ε ſ, angulo qui ſub λ β γ maior eſt, baſis igitur ∧ ſ (per 24 primi) baſi λ γ maior eſt. Oſtẽſum autẽ eſt quòd æqualis eſt ν ν ipſi ∝ λ. Ipſæ igitur ∧ ſ, ν ν, ipſis ∝ λ, λ γ, ſunt maiores. Sed ipſæ ∝ λ, λ γ, ipſa ∝ γ, ſunt maiores, multomagis igitur ∧ ſ & ν ν, ipſa ∝ γ ſunt maiores. Ipſarũ igitur ∝ γ, ∧ ſ, ν ν, rectarũ linearũ duæ reliquæ ſunt maiores, quomodocũq; aſſumptæ. Poſsibile igitur eſt, ex æqualibus ipſis ∝ γ, ∧ ſ, ν ν, triangulũ cõſtrui: quod oportuit oſtẽdere. Euclid. ex Camp. Propoſitio 23.



23

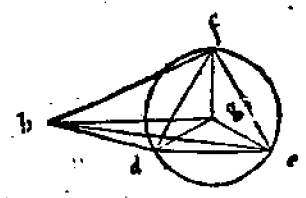
RIbus angulis ſuperficialibus propoſitis, quorum quicq; duo pariter accepti tertio ſunt maiores omnes, & tres ſimul quatuor rectis angulis minores, ex tribus illis æqualibus qualeſcunq; ſint, ſolidum angulum conſtituere.

CAMPANVS. Sint propoſiti tres anguli ſuperficiales qui ſunt a, b, c, de tribus illis æqualib. uolumus unũ ſolidũ angulũ cõſtituere. Oportet igit ex 10 huius, ut qq; duo eorũ pariter accepti tertio ſint maiores, & ex 17 huius ut oẽs pariter accepti quatuor rectis angulis ſint minores. Ex ipſis itaq; ſint hęc poſita. Latera uerò eos cõtinẽtia cũcta adinuicẽ ſint ęqualia, eisq; ſubtẽdant tres baſes, & ipſæ ſint d e, e f, & f d, erit q; ex prȩmiſſa poſsibile, de tribus lineis his baſib. æqualib. triãgulũ cõſtitui. Sit igit ex eis fecũdũ doctrinã 22 primi, triãgulus d e f, cõſtitutus, cui ſicut docuit 5 quarti, circũſcribatur circulus d e f ſupra cẽtrũ g, & protrahatur g d, g e, g f. Quæ cũ ſint adinuicẽ æquales ex diffinitione circuli, lateraq; tres propoſitos angulos ambiẽtia æqualia ex hypotheſi, neceſſe eſt ut earũ quęlibet quolibet illorũ laterũ ſit minor, ęqualẽ aũt aut maiorẽ eſſe eſt impoſsibile. Si enim lineæ exiẽs à cẽtro g, circũferẽtiã circuli d e f eſſet æqualis alicui laterũ a d, a e, b e, b f, c f, c d. ſequeretur propter ea quę poſita ſunt, annuẽte 8 primi, tres angulos a, b, c, propoſitos, eſſe ęquales tribus angulis d g e, e g f, f g d. Cũq; hi tres ſint æquales quatuor rectis angulis, ut facilè patet ex 13 primi,

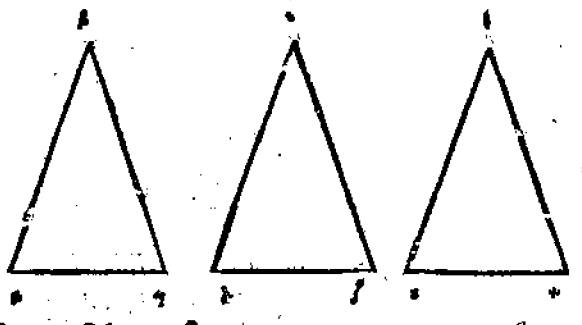


protracta

protracta pauliſper una linearũ exeuntium à centro ad circũferentiã in cõtinuũ & directũ eſſent etiã tres anguli a,b,c,æquales etiã quatuor rectis. Quod eſt cõtra poſita. Quod ſi eſſet maior ſuperpoſitis tribus triangulis quorũ ſunt anguli a,b,c,tribus triangulis diuidẽtibus triãgulum d e f uno quoq; illi cũ quo cõmunicat in baſi, ita q̃d baſes ſuperpo nantur baſibus æquales uidelicet æqualibus,& anguli a b c cadant ad partẽ puncti g,ſequeretur ex 21 primi tres angulos a,b, c,eſſe maiores tribus qui ſunt d g e,e f g,f g d. Eſſent itaq; maiores quatuor rectis. Quod eſt amplius cõtrarium poſitis. Relinquitur itaq; unũquodq; ex ſex lateribus tres propoſitos angulos ambientibus,maius eſſe linea egrediente à centro g,ad circumferentiã d e f,ideoq; etiã potentius. Sit igitur potẽtius in linea g h,quæ ſit ſecundũ 12 huius orthogonaliter erecta ſuper ſuperficiem anguli uel circuli d e f, demittenturq; tres hypothenuſæ h d,h e,h f,quas dico cõtinere angulos tres ſuperficiales æquales tribus ,ppoſitis, cõſtituẽtes angulũ ſolidũ in puncto h. Cũ enim quadratũ lineæ a d ſit æquale duobus quadratis duarum linearũ d g & g h ex hypotheſi, at quadratũ lineę d h ſit æquale eiſdẽ ex penultima primi, neceſſe eſt lineã a d eſſe ęqualẽ lineæ d h. Eodemq; modo & lineã a e, lineæ e h. Igitur ex 8 primi cum baſes etiã ſint æquales, erit angulus a æqualis angulo d h e. Simili quoq; modo erit angulus b æqualis angulo e h f,& angulus c æqualis angulo f h d. Quare cõſtat factũ eſſe quod facere diſpoſuimus. *Euclid.ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 23.*

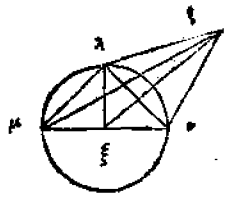


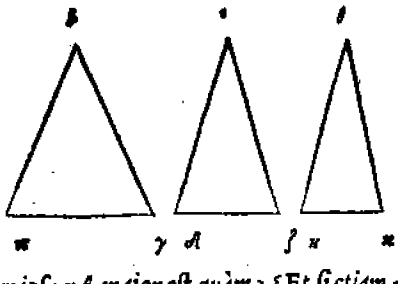
23 Ex tribus angulis planis quorũ duo q̃modocũq; ſumpti ſint reliquo maiores, ſolidũ angulum cõficere, oportet uero ipſos tres, quatuor rectis eſſe minores.

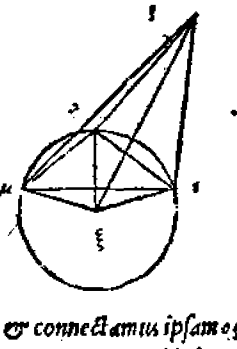


THEON ex Zamb. *Sint dati tres anguli plani qui ſub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quorũ duo quomodocunq; aſſumpti reliquo ſint maiores, inſuperq; ipſi tres quatuor rectis minores, oportet iam ex æqualibus eis qui ſub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, ſolidũ cõſtituere angulũ. Aſſumãtur æquales α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, cõnectanturq; α γ, δ ζ, η κ. Igitur (per 22 undecimi) ex æqualibus ipſis α γ, δ ζ, η κ, triãgulũ cõſtitui eſt poſsibile. Cõſtruatur. ſit q̃; λ μ ν, ſic ut α γ æqua ſit ipſi λ μ, & δ ζ ipſi μ ν & η κ ipſi λ ν. Circũſcribatur aũt (per 5 quarti) ipſi λ μ ν triangulo, circulus λ μ ν, ſumaturq; (per 1 tertij) ipſius centrũ, quod quidẽ erit aut intra triãgulũ λ μ ν, aut in uno laterũ ipſius, aut extra, ſit prius intra triangulũ, ſitq; ξ, cõnectanturq; λ ξ, μ ξ, ν ξ. Dico quòd α β, ipſa λ ξ maior eſt. Si autẽ non, aut α β ipſi λ ξ eſt æqualis, aut ea minor. Sit primũ æqualis. Et quoniã α β ipſi λ ξ eſt æqualis, ſed α β ipſi β γ eſt æqualis, igitur λ ξ ipſi β γ eſt æqualis. Ipſa autẽ λ ξ ipſi ξ μ (per 15 diffinitionem primi.) Duæ iã α β, β γ, duabus λ ξ, ξ μ, ſunt æquales altera alteri, & baſis α β, baſi λ μ ſupponitur æqualis, angulus igitur qui ſub α β γ (per 8 primi) angulo qui ſub λ ξ μ eſt æqualis. Id propterea etiã & qui ſub δ ε ζ, ei qui ſub μ ξ ν eſt æqualis, & præterea qui ſub η θ κ, ipſi qui ſub ν ξ λ. Ipſi igitur qui ſub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, anguli, ipſis tribus qui ſub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, ſunt æquales. Sed tres qui ſub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, quatuor rectis ſunt æquales, & tres igitur qui ſub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quatuor rectis ſunt æquales. Supponuntur & quatuor rectis minores. Quod eſt impoßibile. Igitur α β ipſi λ ξ æqualis nõ eſt. Dico etiã quod nec minor eſt α β, ipſa λ ξ. Si enim poßibile eſto, ponaturq; (per 2 primi) ipſi α β æqualis ξ ο, ipſi autẽ β γ æqualis ξ π, cõnectaturq; ο π. Et quoniam æqualis eſt α β ipſi β γ, æqualis eſt & ξ ο ipſi ξ π: quare & reliqua ο λ, reliquæ π μ eſt æqualis. Parallelus igitur eſt (per 2 ſexti) λ μ ipſi ο π, & æquiangulũ eſt λ μ ξ ipſi ο π ξ, quẽadmodum igitur ξ λ ad ipſam λ μ, ſic eſt ξ ο ad ο π, uiciſsim igitur (per 16 quinti) ſicut λ ξ ad ξ ο, ſic λ μ ad ο π. Maior autem eſt λ ξ ipſa ξ ο, maior igitur eſt & λ μ, ipſa ο π. Sed ipſa λ μ, poſita eſt ipſi α γ æqualis, & α γ igitur, ipſa ο π maior eſt. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ α β, β γ, duabus ο ξ, ξ π, ſunt æquales, & baſis α β baſi ο π maior eſt, angulus igitur qui ſub α β γ, angulo qui ſub ο ξ π maior eſt (per 25 primi.) Similiter iam oſtendemus, quod & qui ſub δ ε ζ, eo qui ſub μ ν ξ maior eſt, & qui ſub η θ κ eo qui ſub ν ξ λ. Ipſi igitur tres anguli qui ſub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, tribus qui ſub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ ſunt maiores. Sed qui ſub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quatuor rectis ſupponuntur minores: multo igitur magis qui ſub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, quatuor rectis ſunt minores. Sed & æquales. Quod eſt impoſsibile. Non igitur α β minor eſt quàm λ ξ. Oſtenſum autem eſt, quòd neq; æqualis, maior igitur eſt α β quam λ ξ.*

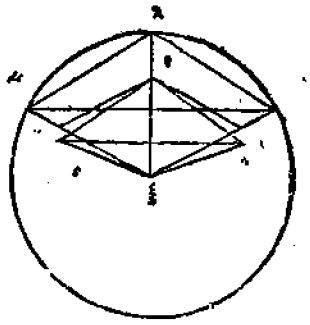
Cõstituatur iam à signo ξ ipsius λ μ ν circuli plano ad angulos rectos ξ ρ (per 12 undecimi) Et quo maius est quadratũ quod ex α β, eo quod ex λ ξ, ei æquũ ſito quod ex ξ ϱ, cõnectãturq; ϱ λ, ϱ μ, ϱ ν. Et quoniã ϱ ξ recta est & ad ipsius λ μ ν circuli planũ & ad unãquãq; igitur ipsarũ λ ξ, μ ξ, ν ξ, (per cõuerſionẽ ſecũdæ diffinitionis undecimi) recta est ipsa ϱ ξ. Et quoniã æqualis est λ ξ ipſi ξ μ, cõmunis aũt et ad angulos rectos est ξ ϱ, baſis igitur ϱ λ (p 4 primi) baſi ϱ μ est æqualis. Iã id propterea & ϱ ν, utriq; ipsarũ ϱ λ, ξ μ, est æqualis. Ipsæ igitur tres ϱ λ, ϱ μ, ϱ ν, ſibi inuicẽ ſunt æquales. Et quoniam quo maius est quod ex α β eo quod ex λ ξ, ei ſupponitur æquũ qd ex ξ ϱ, quod ex α β igitur æquũ est eis quæ ex λ ξ, ϱ ξ. Eis aũt quæ ex λ ξ, ξ ϱ, æquum est (p 47 primi) quod ex λ ϱ, rectus enim est qui ſub λ ξ ϱ. Quod igitur ex α β æquũ est ei qd ex ϱ λ. Aequalis igitur est α β, ipſi ϱ λ. Sed ipſi quidẽ α β, æqualis est unaquæq; ipsarũ β γ, δ ε, ε ζ, μ θ, θ ν, ipſi aut ẽ ϱ λ, æqualis est utraq; ipsarũ ϱ μ, ϱ ν. Vnaquæq; igitur ipsarũ α β, β γ, δ ε, ε ζ, μ θ, θ ν, unicuiq; ipsarũ ϱ λ, ϱ μ, ϱ ν, æqualis est. Et cũ duæ λ ϱ, ϱ μ, duabus α β, β γ, ſunt æquales. & baſis λ μ baſi α γ ſupponitur æqualis, angulus igitur ϱ ſub λ ϱ μ (p 8 primi) ei q ſub α β γ est æqualis. Id propterea & q ſub μ ϱ ν, ei qui ſub δ ε ζ est æqualis, & qui ſub λ ϱ ν, ei qui ſub μ θ ν. Ex tribus igitur angulis planis qui ſub λ ϱ μ, μ ϱ ν, λ ϱ ν, qui ſunt æquales tribus datis ſcilicet eis qui ſub α β γ, δ ε ζ, μ θ ν, ſolidus angulus cõstruitur qui ad ϱ, cõprehẽſus ſub λ ϱ μ, μ ϱ ν, & λ ϱ ν angulis: quod facere oportebat. Sed iam ſto cẽtrũ circuli in uno laterũ trianguli, ſitq; in μ ν, eſtoq; ξ. Connectaturq; λ ξ Dico rurſus quòd maior est α β, quã λ ξ. Si autẽ nõ, aut α β est æqualis ipſi λ ξ, aut ea minor. Sit primũ æqualis. Duæ iã α β, β γ, hoc est δ ε, ε ζ, duabus μ ξ, ξ λ, hoc est ipſi μ ν ſunt æquales. Sed ipſa quidem μ ν, ipſi δ ζ ſupponitur æqualis, & ipſæ igitur δ ε, ε ζ, ipſi δ ζ ſunt æquales. Quod est impoßibile. Igitur α β, ipſi λ ξ, æqualis nõ est. Similiter iã oſtẽdemus, quod neq; minor, igitur ipſa α β, maior est q̃ λ ξ. Et ſi ſimiliter quo maius est quod ex α β eo qd ex λ ξ, ei æquũ & ad angulos rectos ad circuli planũ cõſtituemus ſicut quod ex ϱ ξ, cõſtituetur problema. Sed iã ſto centrũ circuli extra triangulũ λ μ ν, ſitq; ξ. Cõnectanturq; λ ξ, μ ξ, ν ξ. Dico quod & ſic maior est α β quàm λ ξ. Si autẽ non, aut æqualis est aut minor. Sit prius æqualis. Duæ igitur α β, β γ, duabus μ ξ, ξ λ, ſunt æquales altera alteri, & baſis α γ baſi μ λ est æqualis, angulus igitur qui ſub α β γ (per 8 primi) angulo qui ſub μ ξ λ est æqualis. Idq; propterea etiam qui ſub α θ ν, ei qui ſub λ ξ ν est æqualis. Totus igitur qui ſub μ ξ ν, duobus qui ſub α β γ, α θ ν, est æqualis. Sed qui ſub α β γ, α θ ν, ipſo qui ſub δ ε ζ, ſunt maiores. Et qui ſub μ ξ ν igitur, eo qui ſub δ ε ζ maior est. Et quoniam duæ δ ε, ε ζ, duabus μ ξ, ξ ν, ſunt æquales, & baſis δ ζ, baſi μ ν est æqualis, angulus igitur qui ſub μ ξ ν (per 8 primi) ei qui ſub δ ε ζ est æqualis. Patuit autẽ quod & maior. Quod est abſurdũ. Igitur α β ipſi λ ξ non est æqualis. Itidẽq; oſtẽdemus quod neq; minor. Igitur ipſa α β, maior est quàm λ ξ. Et ſi etiam angulos rectos in circuli plano rurſus cõſtituamus ipſam ξ ξ, & ipſi æqualem ponamus eam quæ poteſt id quo maius est quod ex α β eo quod ex λ ξ, cõſtituetur problema. Dico inſuper quod α β nõ est minor quam λ ξ. Si enim poßibile, eſto, ponaturq; (per 2 primi) ipſi quidẽ α β æqualis ξ ο ipſi autẽ β γ æqualis ξ π. Connectaturq; ο π. Et quoniã æqualis α β ipſi β γ, æqualis est ξ ο ipſi ξ π, quare et reliqua ο λ, reliquæ μ π, est æqualis. Parallelus igitur est (per 2 ſexti) λ μ ipſi π ο, & æquiangulum est triangulũ λ ξ μ ipſi triangulo π ξ ο. Eſt igitur (per 6 ſexti) ſicut λ ξ ad λ μ, ſic ξ ο ad π ο, & uicißim (per 16 quinti) ſicut λ ξ ad ξ ο, ſic λ μ ad ο π. Maior autem est λ ξ, quàm ξ ο, maior igitur est & λ μ, quàm ο π. Sed λ μ, ipſi α γ est æqualis, igitur & α γ, quàm ο π maior est (per 14 quinti.) Quoniã igitur duæ α β, β γ, duabus ο ξ, ξ π, ſunt æquales altera alteri, & baſis α γ baſi ο π maior est, angulus igitur qui ſub α β γ (per 25 primi) angulo qui ſub ο ξ π maior est. Similiter iam & ſi ipſam ξ ϱ æqualem utriq; ipſarum ξ ο, ξ π, aſſumamus & connectamus ipſam ο ϱ, oſtendemus quod & qui ſub α θ ν angulus eo qui ο ξ ϱ maior est. Cõſtituatur iam (per 23 primi) ad ipſam λ ξ rectã lineam, ad ſignumq; in ea ξ, ei quidem qui ſub α β γ angulo æquus angulus qui ſub λ ξ σ, ei autem qui ſub α θ ν æqualis qui ſub λ ξ τ, ponaturq; (per 2 primi) utraq; ipſarum ο ξ, ξ τ, ipſi ο ξ æqualis, & connectantur ρ σ, ρ τ, σ τ. Et quoniã binæ α β, β γ, binis ο ξ, ξ ρ, ſunt æquales, & angulus qui ſub α β γ angulo qui ſub ο ξ ρ est æqualis, baſis igitur α γ (per 4 primi) hoc est λ μ baſi ο ρ est æqualis. Idq; propterea etiam λ ν, ipſi ο τ est æqualis, Et quoniam duæ λ μ, λ ν, duabus ο ρ, ο τ ſunt æquales, & angulus qui ſub μ λ ν angulo qui ſub ρ ο τ maior est, baſis igitur μ ν (per 24 primi) baſi ρ τ maior est. Sed ipſa quidem μ ν, ipſi δ ζ est æqualis, & ipſa igitur δ ζ quàm ρ τ maior est. Quoniam igitur duæ δ ε, ε ζ, duabus ρ ξ, ξ τ, ſunt æquales, & baſis δ ζ baſi ρ τ maior est, angulus igitur qui ſub δ ε ζ (per 25 primi) angulo qui ſub ρ ξ τ maior est. Ac qualis autem est qui





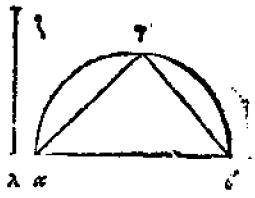


est qui sub ϝ ξ τ, eis qui sub α β γ, ν θ κ. Igitur qui sub δ ε ζ, eis qui sub α β γ, ν θ κ, maior est Sed & minor. Quod est impossibile. Quomodo autē id quod ex ϱ ξ, æquum sumatur ei quo quod ex α ϭ maius est eo quod ex λ ξ, sic ostendemus. Exponātur α ϭ & λ ϱ rectæ lineæ, sitque maior α β, describaturq; super ipsa semicirculus α γ β. & in semicirculo α γ ϭ annectatur ipsi λ ϱ, rectæ lineæ æqualis ipsa α γ, connectaturq; γ β. Quoniā igitur in semicirculo α γ β angulus est qui sub α γ β, rectus igitur est qui sub α β γ (per 31 tertij.) Quod igitur ex α β (per 47 primi) æquum est eis quæ ex α γ, γ β, quare id quod ex α β, maius est eo quod ex α γ, eo quod ex γ β, æqualis autem est α γ ipsi λ ϱ; quod igitur ex α β, maius est eo quod ex λ ϱ, eo quod ex γ ϭ. Si ipsi igitur γ β æqualem ϱ ϱ assumamus, quod ex α β maius est quàm id quod ex λ ϱ, eo quod ex ϱ: quod facere proposueramus.*



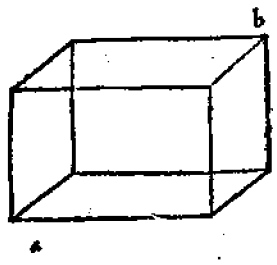
Inuenio

Euclid. ex Camp. *Propositio 24.*



24 SI superficiebus æquidistantibus solidum contineatur, eius oppositæ superficies sibi inuicem æquales sunt & æquidistantium laterum.

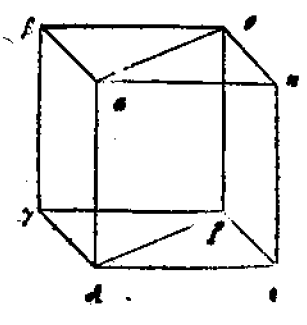
CAMPANVS. Quicquid dicant alij, solidum æquidistantibus superficiebus contentū, superficiebus paribus necesse est contineri, quæ sicut esse non possunt pauciores sex, ita possunt esse in omni numero pari senarium excedēte. Cōstat enim columnam hexagonā, posse octo superficiebus quę binæ & binæ oppositę sibi inuicē æquidistant, cōtineri. Sic quoq; octogonā 10, & decagonā 12, & ad istarum similitudinem, in infinitum. Sed horum omniū solidorū æquidistantibus superficiebus cōtentorū, quæ infinita esse pronuncio, solū illud dicitur parallelogrammū, cuius omnes superficies ipsum ambiētes parallelogrāmæ sunt, & istud sex superficiebus duntaxat necesse est ambiri De tali itaq; quod sex tantū superficieb. ambitur, dico debere intelligi quod hæc 24 proponit. Sit igitur tale solidū, corpus a b, cuius omnino superficies fac ut solido habitu mente comprehēdas, patebitq; tibi unamquāq; earū quatuor ex reliquis secare eius quatuor latera, cū sint communes sectiones ipsius secātis & quatuor sectarum. Sint autem illæ quatuor sectæ binæ & binæ secundum quod adinuicē opponuntur, æquidistantes ex hypothesi, sequitur ex 10 bis assumpta, ut quatuor latera huius superficiei secātis & quatuor sectarū sint adinuicē bina & bina æquidistantia. Cōstat itaq; secundū. At uerò ex 34 primi manifestum est, omnia latera oppositā istarū sex superficierū esse æqualia, erunt igitur bina latera angulū planū continentia cuiusq; earū, æqualia binis lateribus angulū planū in superficie sibi oppositā continentib. anguli quoq; ab illis binis lateribus contenti, æquales per 10 huius. Igitur ex conuersa penultimę communis scientiæ in primo libro positę, necesse est quasq; duas superficies in solido a b oppositas, esse sibi inuicem æquales, Quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propositio 24.*

24 Si solidum sub parallelis planis comprehendatur, quæ ex opposito ipsius plana, æqualia & parallelogramma sunt.

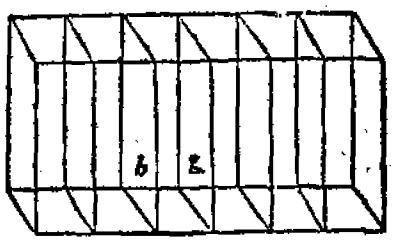
THEON ex Zamb. *Solidum, inquam, γ δ θ κ, sub parallelis planis α γ, κ ζ, α ι, δ ζ, ζ ϭ, α ε, comprehendatur. Dico quod quæ ex opposito ipsius plana, æqualia & parallelogramma sunt. Quoniam enim bina plana parallela, hoc est β κ, γ ε, à plano α γ secantur, communes ipsorum sectiones parallelæ sunt (per 16 undecimi.) parallelus igitur est α β ipsi γ δ. Rursus quoniam planū α γ dispescit plana bina parallela β ζ, α ι, communes ipsorum sectiones parallelæ sunt (per eandem) parallelus igitur est α δ, ipsi ϭ γ. Patuit autem quod & α β ipsi δ γ est parallelus: parallelogrammum igitur est α δ, ipsi β γ. Similiter iam ostendemus quod & unumquodq; ipsorum δ ζ, ζ κ, κ β, β ζ, α ι, parallelogrammū est. Connectantur α θ, δ ζ. Et quoniā parallelus est α ϭ, ipsi δ γ, & ϭ θ, ipsi γ ζ, binæ iam α β, ϭ θ, sese inuicē tangētes, binis rectis lineis δ γ, γ ζ, sese inuicem tangentibus parallelæ sunt, non tamen in α ϭ,*



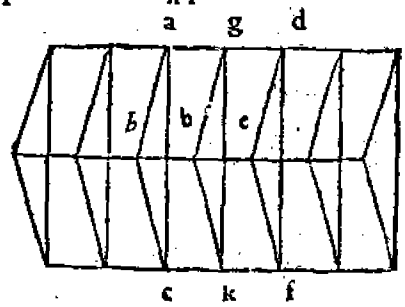
eodẽ plano, igitur æquales cõprehẽdũt angulos (per 10 undecimi.) Angulus igitur qui ſub α ζ θ, angulo qui ſub λ ε ζ, eſt æqualis. Et quoniam binæ α β, β θ, duabus λ γ, γ ζ, ſunt æquales, & angulus qui ſub α β θ, angulo qui ſub λ γ ζ eſt æqualis, baſis igitur α θ (per 4 primi) baſi λ ζ, eſt æqualis, & triangulum α ζ θ triangulo λ γ ζ eſt æquale. Et quoniam ipſius quidã α β θ, duplũ (per 41 primi) eſt β ν parallelogrãmum, ipſius uerò λ γ ζ duplum eſt ipſum γ ε parallelogrammum, æquũ igitur eſt parallelogrãmum β ν, parallelogrammo ε γ. Similiter iam oſtẽdemus, quod & α γ ipſi ν ζ eſt æquale, & α ε ipſi β ζ. Si planum igitur ſub parallelis planis comprehendatur, quæ expoſito eius plana, æqualia & parallelogramma ſunt: quod eſt propoſitum.

Euclid ex Camp. Propoſitio 25.

SI ſuperficies quædam ſecet ſolidũ parallelogrammum æquidiſtãter duabus ipſius ſolidi ſuperficiebus oppoſitis, duo partialia corpora quæ ad illam ſecantẽ ſuperficiem uelut ad communem terminum copulantur, ſuis baſibus ſunt proportionalia. 25



CAMP. Sit corpus a b, ſolidum parallelogrammũ, & ſecet ipſum ſuperficies c d æquidiſtãter duabus eius oppoſitis ſuperficiebus quæ ſunt a e & f b. Et ſit ſuperficies g b, baſis ipſius ſolidi a b, de qua conſtat per præmiſſam quod ipſa ſit æquidiſtãtiũ laterũ. Et ſit cõmunis ſectio duarũ ſuperficierum c d & g b, linea h d, de qua cõſtat per 3 huius, quod ipſa ſit linea recta, & per 16 huius, quod ipſa ſit æquidiſtãs g e. Ideoq; ſunt duæ ſuperficies g d & h b æquidiſtãtiũ laterũ, & ipſæ ſunt baſes duorum partialiũ corporũ in quæ ſuperficies c d diuidit ſolidũ a b. Dico itaq; quod proportio ſolidi a d ad ſolidũ b c, eſt ſicut baſis g d ad baſin h b. Protrahãtur enim utrinq; quantũ libuerit, quatuor lineæ penetrãtes ſuperficiẽ c d ſuper eius angulos, & ipſæ ſunt a f & e b cũ duab. reliquis ſibi æquidiſtãtibus. Sumãturq; ex eis omnib. portiones ex parte pũcti b, quot libuerit, quæ ponãtur ſingulæ æquales lineæ b d, & ex parte pũcti e, aliæ ſimiliter quot libuerit, quæ ponãtur æquales lineæ e d. Super quas utrinq; cõſtituãtur ſolida parallelogrãma ſecũdũ lõgitudinũ exigẽtiã, ſintq; ex parte pũcti b, ſolida f k & l m, & ex parte pũcti e, ſolida a n & p q. Eritq; ex diffinitione corporũ æqualiũ atq; ſimiliũ, unũquodq; ſolidorũ f k & l m æquale ſolido c d, & unũquodque a n & p q æquale a d. Fiat igitur argumẽtũ quẽadmodum in prima ſexti. Eſt enim ſolidũ c m ita multiplex ſolidi b c, ſicut baſis h m, baſis h b, & ſolidũ q c ita multiplex ſolidi a d, ſicut baſis q h, baſis g d. Et ſi baſis h m eſt æqualis baſi q h, ſolidũ e m eſt æquale ſolido q c, ex diffinitione corporũ æqualiũ atq; ſimiliũ, & ſi baſis eſt minor baſi, & ſolidũ eſt minus ſolido, & ſi maior, maius: quod patet ex diffinitione eadẽ, reſecata maiori baſi ad æqualitatẽ minoris, & deſcripto ſuper eã ſolido parallelogrãmo. Itaq; ex diffinitione incõtinuę ,,portionalitatis ,,portio ſolidi a d ad ſolidũ c b, ſicut baſis g d ad baſin h b. Quod eſt ,,poſitũ.

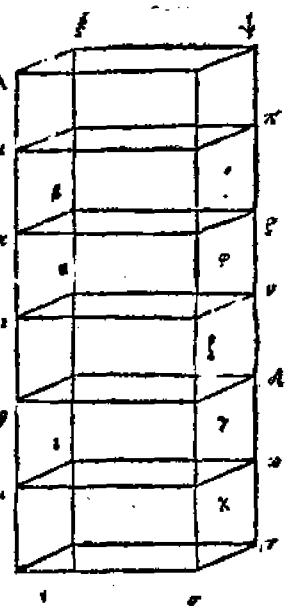


CAMPANVS. Quod ſi ſuperficies aliqua ſecet corpus ſerratile æquidiſtanter duob. eius triangularibus ſuperficiebus oppoſitis, duo partialia corpora quę ad illã ſecantẽ ſuperficiẽ, uelut ad cõmunẽ terminũ copulantur, ſuis baſibus erunt proportionalia. Sit enim a f corpus ſerratile, cuius ſint duæ trigonæ ſuperficies a b c, d e f. Cõſtat igitur ex diffinitione ſerratilis, unam quãq; triũ ſuperficierũ quæ ſunt a b d e, b c e f, a c d f, eſſe parallelogrammũ. Secet igitur ſuperficies g h k, iſtud ſerratile æquidiſtanter duabus eius oppoſitis ſuperficiebus quæ ſunt a b c, d e f. Dico quod proportio ſerratilis a k ad ſerratile g f, eſt ſicut baſis a k ad baſin g f. Quod ſicut de ſolidis parallelogrãmis probatur. Protractis enim in utrãq; partem lineis a d, b e, c f, factiſq; inter eas ex parte pũcti e ſerratilibus æqualibus ſerratili g f, & ex parte pũcti b aliis æqualibus ſerratili a k utrinq; quouis numero, ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis (ſi cuncta uigili mente perluſtres) non erit tibi difficile concludere quod diximus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 22. Propoſitio 25.

Si ſolidũ parallelepipedũ plano ſecetur, parallelo exiſtẽte eis quę ex oppoſito planis, erit ſicut baſis ad baſin, ſic ſolidum ad ſolidum. 25

THEON *ex Zãb. Solidũ, inquã, parallelopipedum α β γ δ ſecetur à plano υ ε parallelo exiſtẽte eis quæ ex oppoſito planis ſcilicet ipſis ϱ α & λ θ. Dico quod eſt ſicut α ε ζ ϱ baſis ad δ γ ζ baſin, ſic eſt α β ζ υ ſolidum*

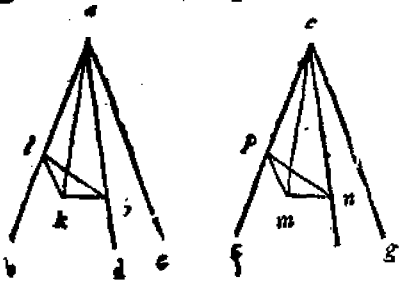


solidũ ad ι ν γ ♂ solidũ. Extẽdatur enim α θ ex utraq; parte, ponãturq; ipsi quidẽ ι θ æquales quotcũq;, ∂ μ, μ ν, ipsi aũt α ι æquales, α π, π λ, cõpleanturq; ipsa λ ο, π φ, θ χ, μ σ, parallelogramma. & ipsa λ π, π ϱ, ♂ μ, μ τ, solida. Et quoniã ipsæ λ π, π α, α ι, rectæ lineæ inuicẽ sunt æquales, æqualia quoq; sunt ipsa λ ο, π φ, α ϱ, parallelogrãma sibijnuicẽ (per 1 sexti) & ipsa quoq; π ξ, π β, α π, sibi inuicẽ (per eãdẽ) sunt æqualia. Et simi liter ipsa λ ψ, π ω, α ϱ, sibi inuicẽ (per 24 undecimi) sunt æqualia, ex op posito enim. Idq; propterea etiã ipsa quidẽ ι γ, ∂ χ, μ σ, parallelogãma adinuicẽ sunt æqualiq (per 1 sexti) ipsa quoq; θ π, θ ι, ι ν, sibi inuicẽ (per eandẽ) sunt æqualia. Et insuper ipsa ♂ θ, μ ω, ν τ (per 24 undecimi) sunt æqualia (ex opposito enim.) Tria igitur plana ipsorũ λ π, π ϱ, α ν, solido rum, tribus reliquorũ planis sunt æqualia (idq; propterea et ipsorũ ι ♂, ♂ μ, ω τ, solidorũ.) Sed tria, tribus quæ ex oppositio (per 24 undecimi) sunt æqualia. Ipsa igitur tria solida λ π, π ϱ, α ν, inuicẽ sunt æqualia (per 8 undecimi diffinitionẽ) id propterea etiã tria solida ι ♂, ♂ μ, μ τ, inui cẽ sunt æqualia. Quotuplex igitur est λ ſ basis, ipsius α ſ basis, totuplex est & λ ν solidũ ipsius α ν solidi, & iam id propterea quotuplex est ν ſ basis, ipsius ſ θ basis, totuplex est & ν ν solidum ipsius θ ν solidi, & ſi æ qualis est λ ſ basis ipsi ν ſ basi, æquum est & λ ν solidum ipsi ν ν solido, & ſi excedit λ ſ basis ipsam ν ſ basin, excedit quoq; ipsum λ ν solidum ipsum ν ν solidũ, & ſi deficit, deficit (per 1 & 14 quinti.) Quatuor iam existẽtibus magnitudinibus, binis quidem basibus α ſ, ſ θ, duobus autem solidis α ν, ν θ, aßumuntur æquè multiplicia, ipsius quidẽ α ſ basis et α ν solidi, ipsa λ ſ basis & λ ν solidum, ipsius aũt θ ſ basis & θ ν solidi, ipsa ν ſ basis & ipsum ν ν solidũ. Osten sumq; est, q; ſi λ ſ basis excedit basin ν ſ, excedit quoq; λ ν solidum, ipsum ν ν solidum, & ſi æquale, æquale, & ſi deficit, deficit (per diffinitionem 6 quinti.) In eadem autem magnitudines esse dicuntur, & reliqua. Est igitur sicut α ſ basis ad ſ θ basin, sic est α ν solidum ad θ ν solidum: quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp. Propositio 26.

26 SVper datũ punctũ datę lineæ, angulo solido proposito ęqua lem angulũ solidum cõstituere.

CAMP. Solidus angulus propositus sit a, qui cõtineatur tribus lineis a b, a c, a d, tres superficiales angulos ipsum solidum perficientes continentibus, cui super punctum e lineæ e f propositæ quæ ad libitum pro ponentis iaceat aut in sublimi consurgat, iubemur æqua lem angulum solidum constituere. Qualiscunq; sit situs lineæ e f, à puncto g ubicunq; uolueris signato, produci to lineam g e, eruntq; (ex 2 huius) duæ lineæ e f & g e, in superficie una. In hac itaq; superficie super punctum e da tum in assignata linea secundum consilium 23 primi cõ-

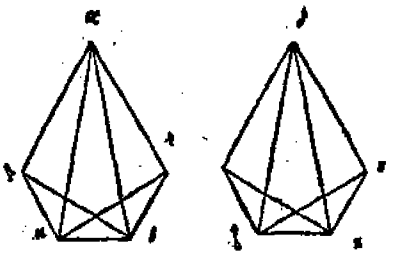


stituæ angulum æqualem angulo b a c, & ipse sit f e g, dehinc ex linea a d abscinde lineam a h sicut uolueris, & à puncto h producito perpendicularem h k ad superficiem in qua sunt duæ lineæ a b & a c. Quod qua iter faciendum sit, 12 huius docuit. Nec sit igitur tibi cura de puncto k. Nihil e- nim refert utrum perpendicularis h k occurrat superficiei in qua sunt duæ lineæ a b & a c, inter ipsas lineas, aut extra aut in earum altera, ducito tamen lineam a k. Posito; puncto l in linea a b ubicunq; uolueris, protrahe lineas k l & l h, & pone angulum f e m in superficie linearum g f & e g, æqualem angulo b a k, & lineam e m æqualem lineæ a k, & ex linea e f, sume lineam e ϱ æqualẽ lineæ a l, & à puncto m educ lineam m n perpendicularem ad superficiem in qua sunt duæ lineæ e f & e g, & pone eam æqualem h k, & protrahe lineas e n, n p, & p m. Dico igitur tres lineas e f, e g, e n, continere angulum solidum in puncto e, æqualem angulo a proposito. Cum sint enim ex hypothesi duo latera a k & k h, trianguli a k h, æqualia duobus lateribus e m & m n trianguli e m n, & anguli qui sunt ad k & ad m recti ex diffinitione lineæ perpendiculariter erectæ supra super ficiem, erunt ex 4 primi duæ lineę a h & e n æquales, per eandem quoq; erunt duæ lineæ k l & m p, æquales: ideoq; etiam per eandem h l & n p ęquales, cũ sint h k & k l æquales m n & m p, & an- guli h k l & m n p recti: per 8 igitur primi, erit angulus n e p æqualis angulo h a l. Simili quoque modo probabis, angulum g e n esse æqualem angulo c a d. Constat itaq; nos effecisse quod uolu mus. Huic si studiosus institeris, quotcunq; lateribus, a solidus angulus propositus contineatur, quod à te petitur sine offendiculo perficere poteris.

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propositio 26.

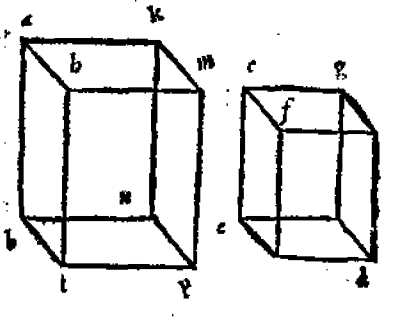
26 Ad datam rectam lineam, ad signumq; in ea, dato solido angulo æquum solidum angulum constituere.

THEON



THEON ex Zamb. Sit quidem data recta linea α β, datumq; in ea signũ sit α, datus angulus solidus sit qui ad δ, comprehensus sub ε δ γ, ε δ ζ, ζ δ γ, angulis planis. Oportet iam ad ipsam α β rectã lineã, & ad signũ in ea α, ei qui ad δ solido angulo æquũ solidum angulũ constituere. Sumatur in ipsa δ ζ, cõtingẽs signum ζ, excitenturq; (per 14 undecimi) ab ipso ζ, ad id quod per ε δ, δ γ, planũ perpẽdicularis ζ η, & occurrat plano in η, cõnectaturq; δ η, cõstituaturq; (per 23 primi) ad ipsam α β, & ad signũ in ea α, ei qui sub ε δ γ angulo æqualis angulus qui sub β α λ, ei autem qui sub ε δ η, æqualis qui sub β α κ, ponaturq; (per 2 primi) ipsi δ η æqualis α κ, constituaturq; (per 19 undecimi) ab ipso κ signo, ei quod per β α λ plano ad angulos rectos κ θ, ponaturq; (per 2 primi) κ θ ipsi η ζ æqualis. cõnectaturq; θ α. Dico quod angulus solidus qui ad α, comprehensus sub ϛ α λ, β α θ, θ α λ, angulus æquus est ei qui ad δ solido angulo, comprehenso sub ε δ γ, ε δ ζ, ζ δ γ, angulis. Auferantur enim æquales α β, δ ε, cõnectanturq; θ ζ, κ β, ζ ε, ε γ. Et quoniã ζ η recta est ad subiectum planũ, & (per 2 diffinitionẽ undecimi) ad omnes igitur tangentes eã rectas lineas & in subiecto existẽtes plano, rectos efficiet angulos. Rectus est igitur uterq; ipsorũ ζ η κ, ζ η θ, angulorum, rectus est. Et quoniam binæ κ α, α β, duabus η δ, δ ε, sunt æquales altera alteri, & æquales comprehendunt angulos, basis igitur κ β (per 4 primi) basi η ε est æqualis. Est autẽ & κ θ ipsi η ζ æqualis, et rectos comprehendunt angulos, æqualis igitur est & β θ, ipsi ζ ε. Rursus quoniã duæ α κ, κ θ, duabus δ η, η ζ, sunt æquales, & rectos angulos comprehendunt, basis igitur α θ (per 4 primi) ipsi δ ζ est æqualis. Est aũt & α β, ipsi δ ε æqualis, binæ igitur θ α, α β, duabus ζ δ, δ ε, sunt æquales, & basis θ ϛ, ipsi ζ ε est æqualis. Angulus igitur qui sub ϛ α θ (per 8 primi) angulo qui sub ε δ ζ est æqualis. Iam id propterea & qui sub θ κ λ ei qui sub ζ η γ est æqualis. Quoniam si assumamus æquales α λ, δ γ, connectamusq; ipsas κ λ, θ λ, η γ, ζ γ, quoniam totus qui sub ϛ α λ, toti qui sub ε δ γ est æqualis, quorum qui sub ϛ α κ, ei qui sub ε δ η supponitur æqualis, reliquus igitur qui sub κ α λ, reliquo qui sub η δ γ est æqualis. Et quoniam binæ κ α, α λ, duabus η δ, δ γ, sunt æquales, & rectos comprehendunt angulos, basis igitur κ λ (per 4 primi) basi η γ est æqualis. Est autẽ & κ θ, ipsi η ζ æqualis, binæ iam λ κ, κ θ, binis γ η, η ζ, sunt æquales, & angulos rectos comprehendunt: basis igitur θ λ (per 4 primi) basi ζ γ est æqualis. Et quoniã binæ θ α, α λ, duabus ζ δ, δ γ, sunt æquales, & basis θ λ basi ζ γ est æqualis, & angulus igitur qui sub θ α λ (per 8 primi) angulo qui sub ζ δ γ est æqualis. Est autẽ & qui sub β α λ, ei qui sub ε δ γ æqualis, ad datam igitur rectam lineam α ϛ, ad datumq; in ea signum α, dato angulo solido qui ad δ æqualis angulus solidus cõstitutus est: quod erat agendũ. Eucl. ex Cãp. Prop. 27.

SVper assignatã lineam, dato solido æquidistantiũ superficierum, simile solidũ constituere. 27



CAMP. Sit assignata linea a b, d e, cuius situ utrũ in plano iaceat uel sursum exurgat, nil curetur, sitq; assignatũ parallelogrammũ solidũ, corpus c d, cui super lineã a b, iubemur simile solidũ fabricare. Sint igitur tres lineę continẽtes superficiales angulos, ex quib. cõponitur solidus angulus c, inscriptæ literis c e, c f, c g. Ad secũdũ præcepta præmissæ super punctũ a lineæ a b cõstituatur angulus solidus æqualis c, quẽ contineant tres lineę a b, a h, a k, & auxilio 10 sexti fit proportio c e, ad a b, & e f ad a h, & g c, ad a k, proportio una. Dehinc à trib. pũctis b, h, k, protrahãtur sex lineæ h l æquidistãtes lineę a b, & h m æquidistans lineæ a k, iterũ b l æquidistãs lineę a h, & b n æquidistans lineæ a k, rursus quoq; k n æquidistãs a b, & k m æquidistãs a h, amplius aũt protrahãtur, m p æquidistãs h l, & p l æquidistãs h m, protrahatur quoq; & linea p n. Eritq; completũ solidum parallelogrammũ a p, quod dico esse simile solido c d. Hoc autem ex diffinitione similiũ superficierum & diffinitione similium corporum si earum memineris, facile concludes.

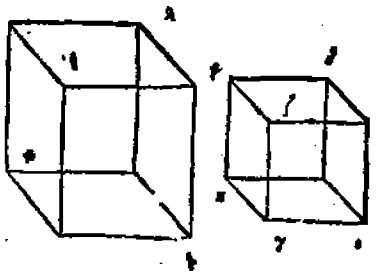
Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propositio 27.

Ex data recta linea, dato solido parallelepipedo simile & similiter positum solidum parallelepipedum describere. 27

THEON ex Zãb. Esto quidẽ data recta linea α β, datũ autẽ solidũ parallelepipedũ esto γ δ. Oportet iam ex data recta linea α ϛ, ipsi γ δ solido parallelepipedo dato simile similiterq; positum solidũ parallelepipedum describere. Cõstituatur enim (per 26 undecimi) ad ipsam α β, rectam lineam, ad signumq; in ea α, ei qui ad γ solido angulo æqualis qui sub ϛ α θ, θ α κ, κ α β, comprehenditur, ut æqualis sit qui sub β α θ ei qui sub ε γ ζ, qui uerò sub β α κ ei qui sub ε γ η, insuper qui sub κ α θ, ei qui sub η γ ζ. Fiatq; sicut ε γ ad γ η, sic β α ad α κ: sicut autem η γ ad γ ζ, sic κ α ad α θ, & ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut ε γ ad γ ζ, sic β α ad α θ.

Complea-

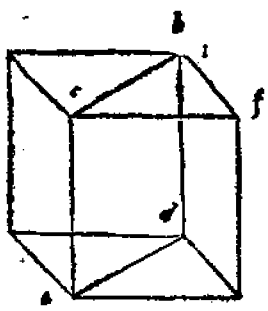
Compleatur q; ipſum θ β parallelogrammum, & ipſum α λ ſolidum. Et quoniam eſt ſicut ε γ ad γ υ, ſic β κ ad κ ν, & quæ circum æquos angulos qui ſub ε γ υ, β κ ν, latera ſunt proportionalia, igitur parallelogrammũ ν ε ipſi ν β parallelogrammo eſt ſimile (per diffinitionem ſexti.) Idq; propterea & ν θ parallelogrammum ipſi ν ſ parallelogrãmo eſt ſimile, & inſuper ipſum ſ ε ipſi θ β. Tria igitur parallelogramma ipſius γ Δ ſolidi, tribus parallelogrãmis ipſius α λ ſolidi ſunt ſimilia. Sed tria, tribus quæ ex oppoſito æqualia & ſimilia ſunt. Totum igitur γ Δ ſolidum, toti α λ ſolido ſimile eſt. A data igitur recta linea α β, dato ſolido parallelepipedo γ Δ ſimile & ſimiliter poſitum deſcriptum eſt α λ: quod fecisse oportuit.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 28.

28 SI ſuperficies aliqua ſolidũ parallelogrammũ ſuper duas quaslibet oppoſitas ſuperficies eius terminales & ſuper earum duas diametros ſecet, eãdem ſuperficiem corpus illud per æqualia ſecare neceſſe eſt.

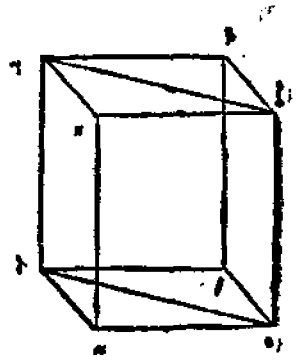
CAMPANVS. Sit corpus a b ſolidum parallelogrammum, de quo ſit poſitum quòd ſuperficies a b c d ſecet ipſum ſuper diametros duarum ſuperficierum oppoſitarum ipſum terminantiũ, quæ ſint a d & c b. Dico quòd ipſa diuidit iſtud ſolidum propoſitum, per æqualia. Conſtat enim quòd ipſa diuidit illud ſolidum in duo ſerratilia, quorum ſuperficies quadrilateras binas & binas adinuicem relatas, ſecundum quod ipſæ ſunt oppoſita latera ſolidi propoſiti, manifeſtum eſt ex 24 huius eſſe æquales, cum ſolidum de quo loquimur, poſitum ſit eſſe parallelogrammum. Eadem quoq; & 41 primi conſtat, trilateras ſuperficies dictorum ſerratilium eſſe æquales. Igitur à diffinitione ſolidorum æqualiũ, liquet quod propoſitum eſt.

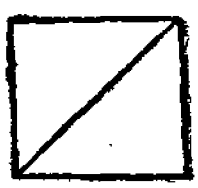


Euclid. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 28.

29 SI ſolidũ parallelepipedũ plano ſecetur per diagonios eorũ quæ ex oppoſito planorum, ipſum ſolidũ ſecabitur ab ipſo plano bifariam.

THEON ex Zãb. Solidum enim parallelepipedum α β, plano γ Δ ε ſ, ſecetur per diagonios eorum quæ ex oppoſito planorũ γ ſ, Δ ε. Dico quòd ipſum α β ſolidum ab ipſo γ Δ ε ſ plano bifãriam ſecabitur. Quoniã enim (per 34 primi) γ κ ſ triangulum æquũ eſt triangulo γ β ſ, & triangulum κ Δ ε ipſi Δ ε θ, eſt autem γ κ parallelogrammum ipſi ζ ε æquale, ex oppoſito enim, ipſum autem κ ε ipſi γ θ, & (per 21 undecimi) priſma igitur comprehenſum ſub duobus triangulis γ κ ſ, κ Δ ε, & tribus parallelogrammis, hoc eſt κ ε, κ γ, γ ε, æquum eſt priſmati comprehenſo ſub duobus triangulis γ ſ ζ, Δ ε θ, & tribus parallelogrammis, hoc eſt γ θ, β ε, γ ε. Sub æqualibus enim planis & multitudine & magnitudine comprehenduntur (per diffinitionem undecimi.) Quare totum α ζ ſolidum bifariam ſcinditur ab ipſo γ Δ, ε ſ, plano: quod erat oſtendendum.





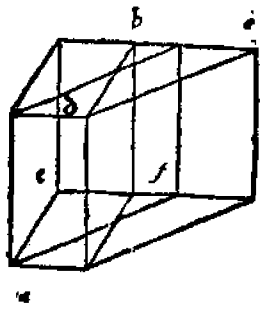
ZAMBERTVS. Diagonius, linea recta eſt quæ in figuris angularibus ab uno angulo inſurgit, & ſeſe in alium extendit angulum. Vt in hac figura patet.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 29.

29 VNcta ſolida æquidiſtantiũ ſuperficierũ æquè alta atq; in eadẽ baſi ſuper unam lineam conſtituta, probantur eſſe æqualia.

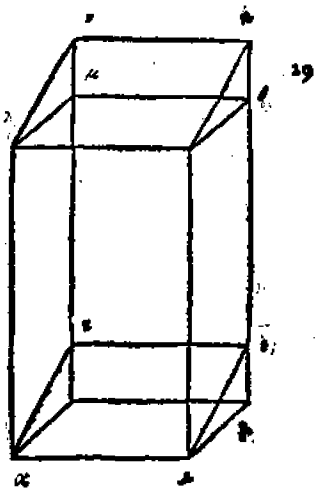
CAMPANVS. Verum eſt quòd ſolida æquidiſtantium laterum æquè alta, ſiue inter ſuperficies æquidiſtantes ſuper unam & eandem baſin conſtituta, ſunt adinuicem æqualia, ſicut de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum ſuper unam baſin, & inter lineas æquidiſtantes conſtitutis, in 35 primi demonſtratum eſt. Sed talium ſolidorum quædam dicuntur conſtitui ſuper lineam unam, & ſunt illa, quorum ſupremarum ſuperficierum duo oppoſita latera ſunt ſecundum rectitudinem protracta, linea una, & de talibus hæc 29 proponit demon-

demonſtrandum, ipſa omnia eſſe ęqualia adinuicem. Sunt autem eorum alia quæ non dicuntur conſtituta ſuper lineam unam, & ſunt illa quorum ſupremarum ſuperficierum duo latera oppoſita quæcunq; ſumantur ſecundum rectitudinem protracta, non ſunt linea una, & de talibus ſequens demonſtrandum proponet, ipſa quoq; omnia eſſe adinuicem ęqualia. Sint itaq; duo ſolida parallelogramma æquè alta ſiue inter ſuperficies ęquidiſtãtes a b & a c, conſtituta ſuper unam baſin quæ ſit a d, quorum ſupremæ ſuperficies ſunt e b & b c, ſintq; harum ſupremarum ſuperficierum duo latera oppoſita, cum ſecundum rectitudinem protrahantur, linea una, & ipſa ſunt c f & b c. Dico itaq; quod ſolida a b & a c, ſunt æqualia. Hoc autem (ſi figura eius ſecũdum quod oportet, actu uel cogitatione fabricaueris, & quemadmodum in 35 primi proceſſeris, idem faciẽs hic de ſerratilibus quod ibi de triangulis) facile concludere poteris, occurruntq; tibi hic eædem diuerſitates in ſolidis, quę ibi in ſuperficiebus occurriſſe nouiſti.



Euclid. ex Zamb. Theorema 24. Propoſitio 29.

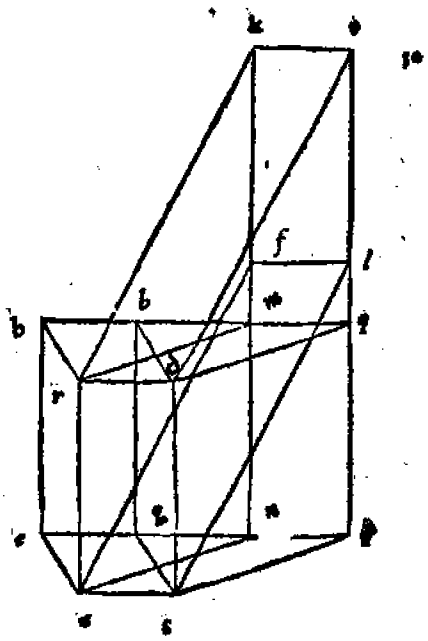
Super eadẽ baſi & ſub eadem altitudine ſolida parallelepipeda cõſiſtentia, quorũ ſtantes ſuper eiſdẽ ſunt rectis lineis, inuicẽ ſunt æqualia.



THEON *ex Zamb. Sint ſuper eadẽ baſi α ζ, ſolida parallelepipeda γ μ, γ ν, ſub eadem altitudine, quorum ſtantes hoc eſt α ζ, α κ, λ μ, λ ν, γ ο, γ ξ, ζ θ, & β κ, ſuper eiſdem ſint rectis lineis ipſi ζ ν & κ plano. Dico quod ſolidum γ μ, æquũ eſt ipſi γ ν ſolido. Quoniam enim parallelogrammum eſt utrũq; ipſorum γ θ, γ κ, æqualis eſt (per 34 primi) γ ζ utriq; ipſarum ο θ, ξ κ. Quare & ο θ, ipſi ξ κ eſt æqualis. Communis auferatur ξ θ, reliqua igitur ο ξ, reliquæ θ κ eſt æqualis. Quare & ipſum quidem ο γ ξ triangulum ipſi θ κ ζ triangulo eſt æquale, & ο κ parallelogrammũ ipſi θ ν parallelogrammo, & id propterea triangulum α κ ζ, triangulo μ λ ν eſt æquale. Eſt autem & ipſum quidem γ ζ parallelogrammum, ipſi β μ parallelogrammo æquum, & γ κ, ipſi β ν, ex oppoſito nanq;. Igitur & priſma comprehenſum ſub duobus quidem triangulis ζ α κ, ο γ ξ, tribuſq; parallelogrammis α ο, ο κ, γ κ, æquum eſt priſmati comprehenſo ſub duobus quidem triangulis μ λ ν, θ β κ, & tribus parallelogrammis, hoc eſt β μ, γ θ, β ν. Commune apponatur ſolidum, cuius baſis quidem ſit parallelogrammum α β, ex oppoſito autem κ θ α. Totum igitur γ μ ſolidum parallelepipedum, toti γ ν ſolido parallelepipedo eſt æquale. Super eadem igitur baſi exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, quorum ſtantes ſuper eiſdem ſunt rectis lineis, ſunt inuicem æqualia. Quod oportuit oſtendere.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 30.

Vncta ſolida æquidiſtantium ſuperficierũ æquè alta, quę in eadẽ baſi, nõ autem ſuper unam lineã fuerint conſtituta, probantur eſſe æqualia.



CAMPANVS. Sint nunc duo ſolida parallelogramma æquè alta ſiue inter ſuperficies ęquidiſtantes, ſintq; ſuper unam & eandem baſin, ſed non ſuper lineam unam conſtituta. Dico iterum ea eſſe æqualia. Eſto enim duo ſolida parallelogramma a b & a c ęquè alta ſiue inter ſuperficies ęquidiſtãtes, conſtituta ſuper unam baſin quæ ſit a d, ſed non ſuper unam lineam, ſintq; eorũ ſupremæ ſuperficies e b & f c, duarum oppoſita latera ſecundum rectitudinem protracta nõ erunt linea una. Cumq; ipſa ex hypotheſi ſint in una ſuperficie eo quod ſolida propoſita ſunt inter ſuperficies æquidiſtantes, neceſſe eſt ut duo latera unius earum protracta

ſecundum

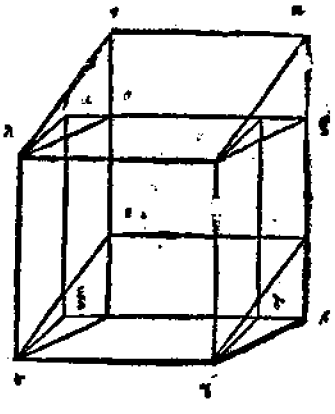
ſecundum rectitudinẽ, ſecent duo alterius earum protracta ſecundum rectitudinem: Protrahantur itaq; duo oppoſita latera ſuperficiei e b, quæ ſint e g & h b, & duo oppoſita ſuperficiei f c, quę ſint k f & c l, & ſecent quatuor puncta m, n, p, q, eritq; ſuperficies m n p q, æquidiſtãtium laterum, æqualis unicuiq; triũ ſuperficierum, quarum una eſt baſis propoſitis ſolidis cõmunis, & ipſa eſt a d, & duæ reliquæ ſunt ſupremæ ſuperficies eorundem ſolidorum, & ipſæ ſunt e b & c f. Ductis itaq; lineis à quatuor punctis m, n, p, q, ad quatuor angulos baſis a d ſibi inuicem directã habitudinem relatos, quæ ſit n a, m r, p ſ, q d, perfectum erit ſolidum parallelogrãmum a q in eadem baſi cum utroq; duorum priorum, & æquè altum, & ſuper lineam unam cum utroque ipſorum. Per præmiſſam igitur utrunlibet duorum ſolidorum propoſitorum quæ ſunt a b & a c, eſt æquale ſolido a q, per conceptionem ergo eſt ſolidum a b, æquale ſolido a c, quare cõſtat propoſitum.

CAMPANVS. Potes quoq; conuerſas huius & præmiſſæ probare ſi libet, ducendo ad impoſſibile. Pones enim quælibet duo ſolida pararallelogramma eſſe ęqualia & cõſtituta ſuper eãdem baſin æquidiſtantia, & demonſtrabis ea eſſe æquè alta. Eruntq; hæc & præmiſſa tuæ demonſtrationis mediũ. Impoſsibile aũt ad quod duces, erit partẽ ſuo toti eſſe æqualẽ. Quod euidenter patebit, ſi de illo ſolido (quod altius eſſe mentitur aduerſarius, cum tamẽ ambo poſita ſint æqualia & ſuper eandem baſin conſtituta) unum ſolidum parallelogrammum ęquè altum demiſsiori abſcideris. Hoc autem abſciſsum æquale eſſe demiſsiori conuinces ex hac & præmiſſa, ideoq; & toti illi à quo ipſum abſcideris ex communi ſcientia.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propoſitio 30.*

30 Sup eadẽ baſi exiſtẽtia ſolida parallelepipeda & ſub eadẽ altitudine, quorũ ſtãtes nõ ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis, inuicẽ ſunt ęqualia.

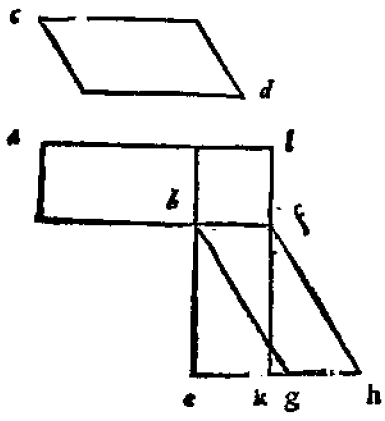
THEON *ex Zamb.* *Sint ſuper eadem baſi α β ſolida parallelepepida γ μ, γ ν, ſub eadem altitudine, quorum ſtantes α ζ, α ν, λ μ, λ ν, γ θ, γ ι, β θ, β ν, non ſint ſuper eiſdem rectis lineis. Dico quòd ſolidum γ μ, æquum eſt ipſi γ ν ſolido. Extendantur, inquam, ipſæ ν ν, ν ι, inſuper et ipſæ μ θ, ζ θ, concurrantq; adinuicem in ο, ę, π, ξ, ſignis, cõnectanturq; α ξ, λ ο, γ π, β ρ. Aequũ iam eſt (per 29 undecimi) ipſum γ μ ſolidum, cuius baſis eſt α γ β λ, parallelogrammum, ex oppoſito uerò ξ θ θ μ, ipſi γ ο ſolido, cuius quidem baſis α γ β λ, parallelogrammum, ex oppoſito autem ξ π ρ ο, ſuper eadẽ enim baſi ſunt α γ β λ, quorũ ſtantes α ζ, α ξ, λ μ, λ ο, γ θ, γ π, β θ, β ρ, ſuper eiſdem ſunt rectis lineis ζ π, μ ρ. Sed ſolidum γ ο, cuius baſis quidem eſt α γ, β λ parallelogrammum, ex oppoſito autem ξ π ρ ο, æquum eſt ipſi γ ν ſolido, cuius baſis quidem α γ β λ, parallelogrammum, ex oppoſito autem ν ι ν ν, ſuper eadem enim ſunt baſi α γ β λ, & ipſorum ſtantes α ν, α ξ, γ ι, π γ, λ ν, λ ο, β ν, β ρ, ſuper eiſdem ſunt rectis lineis λ ξ, ν π. Quare & γ μ ſolidum, æquum eſt ipſi γ ν ſolido. Super æqualibus igitur baſibus exiſtentia ſolida & parallelepipeda & ſub eadem altitudine, quorũ ſtantes nõ ſunt ſuper eiſdem rectis lineis, ſunt inuicem æqualia: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 31.*



31 Olida ęqdiſtãtiũ ſupficierũ in baſib. æquis cõſtituta, ſi fuerint ęquè alta, lineęq; eorũ angulares ſupra baſes orthogonaliter ſteterint, erunt æqualia.



CAMPANVS. Et hoc quoq; uerũ eſt ąd omnia ſolida parallalelogrãma in æquis baſibus atq; inter ſuperficies æquidiſtantes, ſiue æquè alta conſtituta ſunt ad inuicem æqualia, ſicut de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum ſuper æquales baſes & inter lineas æquidiſtãtes conſtitutis in 36 primi probatum eſt. At talium ſolidorum, alia quorum angulares lineæ ſuper ſuas baſes orthogonaliter eriguntur, de quibus hæc 31 proponit, demonſtrandum ea eſſe æqualia. Alia uerò ſunt quorum angulares lineæ ſuper ſuas baſes non ſunt orthogonaliter erectæ, de quibus ſequens demonſtrandum proponit ea eſſe ęqualia. Intelli-

gantur itaque ſuper duas baſes a b & c d, quæ ſint æquales & æquidiſtantium laterum non tamen unius creationis, ſed ſit a b tetragonus longus & c d diſsimilis helmuayn, duo ſolida æquidiſtantium laterum conſtituta æquè alta, ſintq; lineę erectæ ſuper angulos propoſitarum baſium, perpendiculares ad ipſas. Dico hæc duo ſolida adinuicem eſſe æqualia. Protrahatur itaq; duo latera baſis a b, & ſint illa quę continẽt angulum b, uſq; ad f & e, & fiat angulus f b g, qualis angulo c baſis c d & ſumantur duæ lineæ b f & b g, æquales duobus lateribus baſis c d, quę continent angulum c & perficiatur ſuperficies æquidiſtantium laterum b h, quæ erit ęqualis & ſimilis baſi c d. Dehinc protrahatur h e æquidiſtans b f, & f k æquidiſtans b e, eritq; quadrilatera ſuperficies b k ęquidiſtantium laterum, ęqualis b h, ex 35 primi. Cumq; b h ſit æqualis c d, erit per conceptionem b k æqualis a b. Compleatur itaque ſuperficies ęquidiſtantium laterum b l, protracta linea k f quouſq; concurrat cum uno er lateribus continentibus angulum a in puncto l. Age ergo ſuper tres ſuperficies æquidiſtantium laterum, quæ ſunt b h, b k, b l, conſtituantur æquè alta ſolida ſolido conſtituto ſuper baſin a b, ſintq; lineæ omnium ſolidorum iſtorum erectę ſuper baſes perpendiculares ad ipſas & appellentur baſes, & ſolida ſuper eas conſtituta eiſdẽ nominibus. Manifeſtum eſt ergo ex diffinitione ſolidorum ęqualium atq; ſimilium, quod duo ſolida b h & c d, ęqualia atq; ſimilia ſunt: de ſolidis autem b h & b k, conſtat ex 29 quòd ipſa ſunt æqualia: ſunt enim ęquè alta & conſtituta ſuper eandem baſin, & ipſa eſt ſuperficies erecta ſuper lineam b f & ſuper lineam unam, eſt autem per 25 proportio ſolidi a b ad ſolidum b l, ſicut baſis a b ad baſin b l, & per eandem ſolidi b k, ad ſolidum b l, ſicut baſis b k ad baſin b l. Cumq; ſit utriuſq; duarũ baſium a b & b k ad baſin b l una proportio ex prima parte 7 quinti, erit utriuſq; duorum ſolidorum a b & b k ad ſolidum b l proportio una, igitur ex prma parte 9 quinti erunt duo ſolida a b & b k ęqualia. At quia ſolidum b k eſt æquale ſolido b h, ſolidumq; b h ſolido c d, ſequitur ex communi ſcientia ſolidum a b eſſe æquale ſolido c d: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 31.

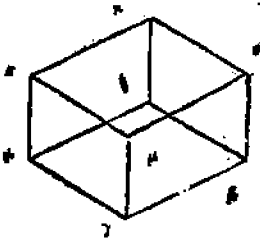
SI ſolida ęquidiſtantium ſuperficierum in æquis baſibus cõſtituta æquè alta fuerint, lineæ autem angulares ſupra baſes orthogonaliter non ſteterint, ipſa eſſe æqualia neceſſe eſt.

CAMPANVS. Fabricatis duobus corporibus, ut proponitur, uidelicet qui ſint æquidiſtantium terminorum & æquè alta & ſuper baſes æquas perpendiculariter, non autem ſuper baſes ſuas erecta, ſed ambo ſuper eas inclinata, ſi autem à quatuor angulis ſupremarum ſuperficierum ipſorum ad baſes ſuas perpendiculares ducantur, quæ ex ſexta erunt ſingulæ ęquidiſtantes & etiam ex hypotheſi ſingulæ ſingulis æquales (ipſæ enim ſolidorum propoſitorum altitudinem diffiniunt) & ſi inter eas ſolida æquidiſtantium laterum perficiantur, conſtabit ex præmiſſa hęc duo ſolida ultimò conſtituta eſſe adinuicem æqualia. Cumq; duorum priorum & duorum poſteriorum ſint eædem baſes, uidelicet eorum ſuperficies ſupremæ, cõſtat ex 29 uel 30 & hac communi ſcientia quæcunque æqualibus ſunt æqualia, ſibi inuicem ſunt æqualia, uerum eſſe quod propoſitum eſt. Ex his potes conuerſas huius & præmiſſæ eiuſdem mediantibus indirectæ demonſtrare ſi libet, eodem modo & ad idem inconueniens ſicut in conuerſis duarum iſtas antecedentium deducendo: pones enim duo ſolida parallelogramma eſſe æqualia & ſuper æquales baſes, & conuinces ea eſſe æquè alta, uel pones ea eſſe æquè alta & æqualia, & conuinces ea eſſe ſuper baſes æquales.

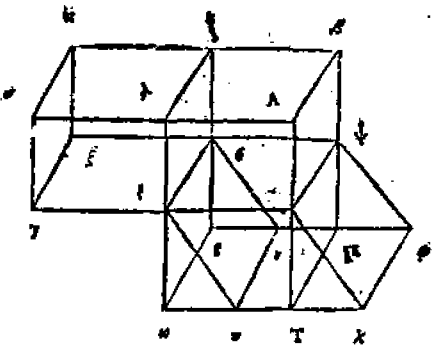
Euclid. ex Zamb. *Theorema* 26. *Propoſitio* 31.

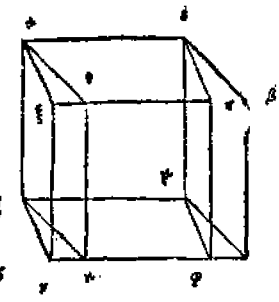
Super æqualibus baſibus ſolida parallelepipeda exiſtẽtia, & ſub eadem altitudine inuicem ſunt æqualia. 31

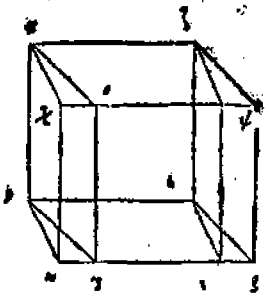
THEON ex Zamberto. *Sint ſuper æqualibus baſibus α ζ, γ δ, ſolida parallelepipeda α ε, & γ ζ, ſub eodem faſtigio. Dico quòd ſolidum α ε,* Camp. 31 *æquum eſt ipſi γ ζ ſolido. Sint primum ſtantes ipſæ θ κ, β ε, α ν, λ μ, ο π, δ ζ, γ ξ, & ρ σ, ad angulos rectos ipſis α β γ δ baſibus, & angulus qui ſub α λ β, æqualis non ſit angulo qui ſub γ ρ δ. Extendatur q; in rectam lineam γ ρ, ipſi ρ τ. Conſtituatur q; (per 23 primi) ad ipſam ρ τ rectam lineam, ad ſignum q; in ea ρ, ipſi α λ β, angulo æqualis angulus qui ſub τ ρ υ, ponatur q; (per 3 primi,) ipſi quidem α λ, æqualis ρ τ. ipſi autem λ β æqualis ρ υ (per 31 primi) ipſi ρ τ parallelus excitetur χ υ compleatur q; baſis ρ χ, & ſolidum ψ υ. Et quoniam binæ τ ρ, ρ υ, binis α λ, λ ζ, ſunt æquales, & æquos angulos comprehendunt, æquũ igitur eſt & ſimile ρ χ, parallelogrammum ipſi α β, parallelogrammo. Et quoniam rurſus æqualis eſt α λ quidem*



dē ipſi ϱ τ: λ μ uerò ipſi ϱ φ, & angulos noſtros cõprehendunt, æquũ igitur & ſimile eſt ϱ ψ parallelogrãmum ipſi α μ parallelogrammo. Iam idq; propterea & λ ε, ipſi σ υ eſt æquale, & ſimile. Tria igitur paral lelogramma ipſius α ε. ſolidi, tribus parallelogrammis ipſius ψ υ, ſolida æqua ſunt & ſimilia. Sed tria, tribus iis quæ ex oppoſito æqua ſunt & ſimilia. Totum igitur ſolidum α ε parallelepipedum, toti ψ υ, ſolido parallelepipedo æquum eſt. Extendantur (per 2 poſtulatum) ipſæ ∂ ϱ & χ υ, quæ ueniant in cõgreſſum in ω, & per τ (per 31 primi) ipſi ϱ ω parallelus excitetur τ T, extendaturq; τ T & σ ∂ quæ ueniunt in cõgreſſum in A, cõpleanturq; ipſa ω ψ, & ϱ ι, ſolida. Æquum iam eſt ψ ω ſolidum, cuius baſis quidem eſt ϱ ψ, parallelogrammum, ex oppoſito uerò ω P, ipſi ψ υ ſolido, cuius quidem baſis eſt ϱ ψ parallelogrãmum, ex oppoſito uerò υ φ. In eadem ſiquidem ſunt baſi ϱ ψ, ſub eodẽq; faſtigio, & ſtãtes ϱ ω, ϱ υ, τ T, τ χ, σ ε, σ υ, ψ Γ, & ψ φ, ſuper eiſdem ſunt rectis lineis ω χ, & σ φ. Sed ſolidũ ψ φ, ipſi α ε, ſolido æquũ eſt, & ſolidum igitur ψ ω, ipſi α ε ſolido æquũ eſt. Quoniã autem ipſum ϱ υ, χ τ, parallelogrãmum ipſi ω τ parallelogrãmo (per 35 primi) æquum eſt: æquũ ẽſt autem & α β, parallelogrãmum ipſi ϱ χ, parallelogrammo, æquum igitur eſt & ω T ipſi α β. Æquum autẽ eſt & γ ∂ ipſi α β, æquũ igitur eſt & ω τ ipſi γ ∂. Eſt autẽ aliud ∂ τ, eſt igitur (per 7 quinti,) ſicut γ ∂, baſis ad ∂ τ baſin, ſic ω τ baſis ad ∂ τ baſin. Et quoniã parallelepipedũ γ ι, plano ϱ ξ ſecatur, parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis, eſt igitur ſicut γ ∂ baſis ad ∂ τ baſin, ſic γ ξ, ſolidum ad ϱ ι ſolidum. Idq; propterea iam quoniã ſolidum parallelepipedum ω ι, plano ϱ ψ, ſecatur parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis: eſt igitur ſicut ω τ baſis ad ∂ τ, baſin, ſic ω ψ ſolidum ad ϱ ι ſolidum. Sed ſicut γ ∂ baſis ad ∂ τ baſin, ſic ω τ, ad τ ∂, & ſicut igitur (per 11 quinti,) γ ξ, ſolidũ ad ϱ ι ſolidum, ſic ω ψ ſolidũ ad ϱ ι. Vtrunq; igitur ipſorum γ ξ, ω ψ, ſolidorũ, ad ϱ ι ſolidũ eandẽ habet rationẽ. Æquũ igitur eſt γ ξ ſolidũ, ipſi ω ψ ſolido. Sed oſtenſum eſt, quòd ω ψ, ipſi α ε, æquum eſt, & γ ξ. Igitur ipſi α ε æquum eſt. Non ſint iam ſtantes κ ν, θ κ, β ε, λ μ, γ ν, σ ϖ, ∂ ξ, ϱ σ, ad angulos rectos, ipſis α 6, γ ∂, baſis. Dico quòd rurſus ſolidũ α ε, æquũ eſt ipſi γ ξ, ſolido. Excitentur (per 11 undecimi) ab ipſis κ ε, ν μ, ϖ ξ, υ σ, ſignis, ad ſuppoſitũ planum, κ ξ, ξ τ, ν υ, μ φ, ϖ χ, ξ ψ, ϖ ω, σ ι perpendiculares, & cõnectantur ξ τ, υ φ, ξ υ, τ φ, χ ψ, χ ω, ω ι, ψ ι. Æquũ iam eſt (per 31 undecimi) ὰ φ ſolidum ipſi π ι ſolido, in æqualibus ſiquidẽ ſunt baſibus κ μ, ν σ, & ſub eodẽ faſtigio quorũ ſtantes ad angulos rectos ſunt ipſis baſibus. Sed ipſum quidem κ φ ſolidũ, ipſi α ε, ſolido (per 30 undecimi) eſt æquale, & π ι ipſi γ ξ, in eadẽ ſiquidẽ ſunt baſi & ſub eodem faſtigio, quorum ſtantes non ſunt in eiſdem rectis lineis. Et α ε ſolidum igitur ipſi γ ξ ſolido æquum eſt. Super æqualibus igitur baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eodem faſtigio, inuicem ſunt æqualia: quod demonſtrare oportebat.







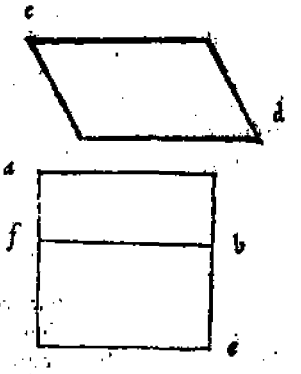
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 33.*

33



Mnia ſolida æquidiſtãtiũ ſuperficierũ, æquè alta ſuis baſibus ſunt proportionalia.

CAMPPANVS. Sint duo ſolida æquidiſtantium ſuperficierũ æquè alta, conſtituta ſuper duas baſes a b & c d. Dico quòd proportio illorũ duorum ſolidorũ unius ad alterũ eſt ſicut proportio ſuarũ baſium quæ ſunt a b & c d, unius ad alterã. Conſtat quidem ex 24, utranq; harum duarum baſium eſſe æquidiſtantium laterum, duo igitur latera oppoſita & æquidiſtãtium, in ſuperficie a b protrahantur, & inter ea fiat ſuperficies æquidiſtantium laterum quæ ſit f e, æqualis c d. Deinc ſupra ſuperficiem f e, compleatur ſolidum parallelogrammum æquè altum ei quòd conſtitutum eſt ſuper baſin a b, ſitq; amborum communis terminis illa ſuperficies, quæ exurgit ſuper lineam b f, hæc autem ſolida & ſuæ baſes, eiſdem nuncupentur nominibus. Quia igitur baſis f e, eſt æqualis baſi c d, erit ex 31 uel 32 ſolidum f e æquale ſolido c d. At quia totale ſolidum a e ſecat ſuperficies, exurgens ſuper lineam b f æquidiſtanter duobus lateribus oppoſitis,

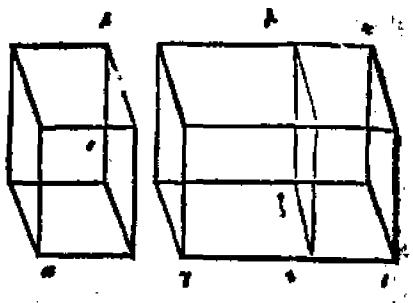


positis, erit ex 25 proportio solidi f e ad solidum a b, sicut basis f e ad basin a b. Cumq; sint c d & f e tam bases quàm solida æqualia, bases quidē ex hypothesi, solida autem ex 31 uel 32, sequitur ex 7 quinti bis assumpta semel pro basibus & semel pro solidis, quòd solidorum a b & c d basium q; a b & c d sit proportio una. Quod demonstrare uoluimus. Huius quoq; conuersam ipsa eadem mediante demonstrare quemadmodum cōuersas præcedentium, non est difficile. Pones enim duo solida parallelogramma esse suis basibus proportionalia, & cōuinces ea esse æquè alta. Absciso q; ab eo quod altius mentietur aduersarius uno solido parallelogrammo æquè alto demissiori, erunt abscisum & demissius suis basibus proportionalia ex hypothesi & ex hac 33. Cumq; etiam essent totale altius à quo partiale abscidisti, & ipsum demissius eisdem basibus proportionalia ex hypothesi, sequitur (ex prima parte 9 quinti) totale quod aduersarius dicit altius, & partiale quod ab eo abscidisti, esse æqualia.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 27.* *Propositio 32.*

Sub eadem altitudine existentia solida parallelepipeda, adinuicem sunt sicut bases. 32

THEON ex Zamb. *Sint sub eadem altitudine solida parallelepipeda, α β, γ δ. Dico quod ipsa α β, γ δ, solida parallelepipeda adinuicē sunt sicut bases, hoc est quod sicut α ι basis ad γ ζ basin, sic est α β solidum ad γ δ solidum. Prætendatur enim (per 45 primi) ad ipsam ζ κ, ipsi α ι æquū ζ θ, & à basi quidem ζ θ, altitudine autem ipsius γ δ, solidum parallelepipedum compleatur κ ν. Aequū iam est (per 31 undecimi) α β solidum, ipsi ν κ solido. in æqualibus enim sunt basibus α ι, ν θ, & sub eadem altitudine. Et quoniam solidum parallelepipedū γ ν, à plano δ ν, secatur parallelo existenti eis quæ opposito planis, est igitur (per 25 undecimi) sicut θ ζ, basis ad ζ γ, basin, sic est γ δ, ad ipsum ν δ, solidū. Aequalis uerò est ipsa quidem ζ θ, basis ipsi α ι basi, & ν κ solidum ipsi α β solido, est igitur & sicut α ι basis ad γ ζ, basin, sic α β solidum ad γ δ solidum. Sub eadem igitur altitudine existentia solida parallelepipeda, & reliqua ut suprà: quod erat ostendendum.*

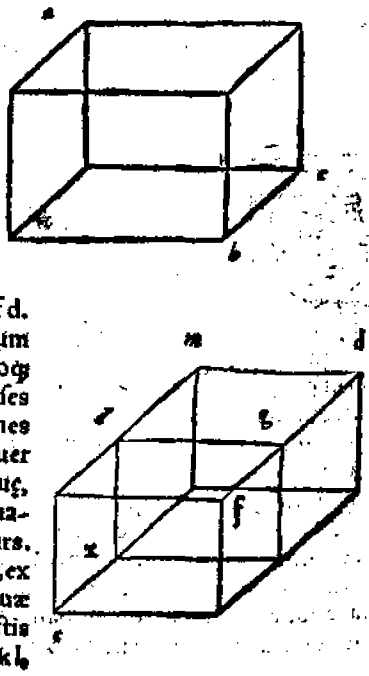


Euclid. ex Camp. *Propositio 34.*



I duo solida æquidistātium superficierum lineis altitudinum super bases orthogonaliter erectis fuerint æqualia, eorum bases eorūdem altitudinibus mutuas esse. Si uerò fuerint duæ bases suis altitudinibus mutuæ, ipsa solida sibi inuicem æqualia esse necesse est. 34

CAMPANVS. Quæcunq; sint duo solida æquidistantium superficierum æqualia, eorum bases & altitudines necesse est esse mutekesias, & econuerso, quemadmodum de superficiebus æquidistantium laterum æquiangulis 13 sexti proposuit. Attamen hac 34 istud demōstrandum proponitur de illis solidis parallelogrāmis, in quibus lineę altitudinum suis basibus parallelogrammis orthogonaliter insistunt, ea uerò quæ sequitur, proponit idem de cæteris. Sint ergo nūc duo solida parallelogramma a b & c d æqualia, quorum bases sint a e & c f, lineæq; altitudinum ipsorū sint super has bases orthogonaliter erectę, & sit altitudo solidi a b, linea e b, & solidi c d linea f d. Si igitur fuerint duæ lineæ e b & f d determinantes ipsorum solidorum altitudines, æquales adinuicem, cum ipsa quoq; solida sint ex hypothesi æqualia, erunt ex conuersa 31 bases eorum quę sunt a e & c f, æquales, ideoq; bases & altitudines erunt mutuæ, sicq; cōstabat propositi prima pars. Econuerso constabat secunda. Vt si altitudines & bases sint mutuę, ponanturq; altitudines æquales, erunt quoq; bases æquales: ideoq; per 31 & solida æqualia: & sic cōstat secunda pars. At uerò si lineæ b & f d non fuerint æquales, sit f d maior, ex ea resecetur f g ad æqualitatē e b, tribusq; cæteris lineis quæ sunt altitudinis solidi c d ad eandem mensuram in punctis b, k, l,



b,k,l,resectis perficiatur solidum parallelogrãmum c g æquè altum solido a b, eritq; ex præmissa, a b c g, sicut a e ad c f. Cum itaq; c d sit æquale a b, erit (ex prima parte 7 quinti) c d ad c g, sicut a e ad c f. Per præmissam autem est proportio c d ad c g, sicut m f ad f l, quod patet, si una ex lateralibus superficiebus solidi c d (& ipsa sit f m) intelligatur basis ipsius. At (per primam sexti) f m ad f l, sicut d f ad f g, ideoq; per sextam quinti sicut d f ad b e. Igitur a e ad c f, sicut d f ad b e. Constat itaq; prima pars. Secundam partem cum sit conuersa primæ, conuerso modo probabis, sit enim eadem dispositione manente, proportio a e ad c f, sicut d f ad e b. Dico tunc solida a b & c d esse æqualia. Erit enim ex 7 quinti d f ad f g, sicut a e ad c f. Sed ex præmissa est a b ad c g, sicut a e ad c f. Igitur est a b ad c g, sicut d f ad f g, ex prima autem sexti est d f ad f g, sicut m f, ad f l, & ex præmissa c d ad c g sicut m f ad f l. Itaq; c d ad g c, sicut a b ad c g. Igitur ex 9 quinti a b & c d sunt æqualia, quod est propositum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 35.*

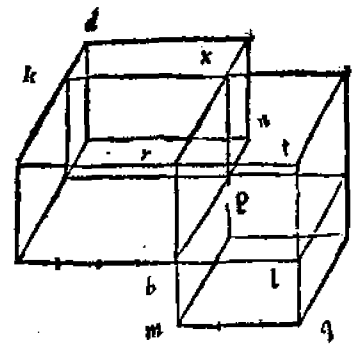
35 SI duo solida æquidistantium terminorum fuerint æqualia, eorum bases eorundem altitudinibus erunt mutuæ. Si uerò bases suæ altitudinibus suis mutuæ fuerint, quælibet duo corpora æquidistantium superficierum probantur esse æqualia.

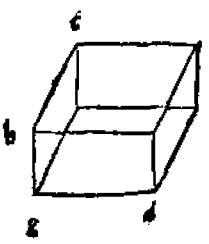
CAMPANVS. Quod præmia proposuit de solidis parallelogrammis, quorum lineæ altitudinum super bases suas orthogonaliter exurgunt, hæc 35 proponit indistinctè de omnibus. Demonstrare autem conuenit hanc ex præmissa, quẽadmodum demonstrauimus 32 & 33. Fabricatis enim duobus solidis æquidistantium laterum quibuscunq;, si lineæ altitudinum suis basibus orthogonaliter insistunt, constat uerum esse quod dicitur ex præmissa. Sin autem à quatuor angularibus punctis supremarum superficierum in utroq; solido quaternæ lineæ demittãtur perpendiculariter ad bases, uel à punctis angularibus infimarum superficierum quaternę erigãtur, inter quas duo solida parallelogramma perficiantur æquè alta solidis prioribus, eruntq; ex 29 & 30 hæc duo solida duobus prioribus solidis æqualia. Cum igitur horum & eorum sint eædem bases & eædem altitudines, sit autem ex præmissa de posterioribus, uerum quod hæc 35 proponit, uerum erit idem etiam de prioribus.

Euclid. ex Camp. *Propositio 36.*

36 SI duo solida æquidistantium superficierum fuerint similia, proportio erit utriusq; ad alterum, tanquam cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint enim duo solida a b & c d parallelogramma & similia. Dico quòd proportio unius eorum ad alterum est sicut unius lateris eius ad unum latus alterius quod sibi refertur, proportio duplicata. quemadmodum duarum superficierum similium proportio est sicut suorum relatiuorum laterum proportio duplicata, ut in 18 sexti demonstratum est. Nam si solida a b & c d fuerint æqualia, cum ipsa ponantur similia, erunt ex diffinitionibus similium corporum & similium superficierum cuncta latera unius æqualia suis relatiuis lateribus alterius. Ideo'que cum duarum quantitatum æqualium proportio triplicata aut quotieslibet sumpta non efficiat nisi æqualitatis proportionem, constat ex hoc casu uerum esse quod proponitur. Si autem inæqualia, sit a b maius, cuius longitudo sit b e, latitudo e f, altitudo f a, basis e r, & suprema superficies a n: solidi uerò c d, sit longitudo d g, latitudo g h, altitudo h c. Constat itaq; ex diffinitionibus similium corporum & similium superficierum & præsenti hypothesi quod proportio a f ad c h, & f e ad h g, & e b, ad g d, sit proportio una. Sumatur igitur ex linea a f quam manifestum est esse maiorem c h, linea f k, æqualis h c, cæteræ'que tres determinantes altitudinem solidi a b. resecentur ad qualitatem eius, & inter eas compleatur solidum parallelogrammum k b æquè altum solido c d. Et protrahantur duæ lineæ basis e b, usque ad l, & r b usque ad m, sitq; b l





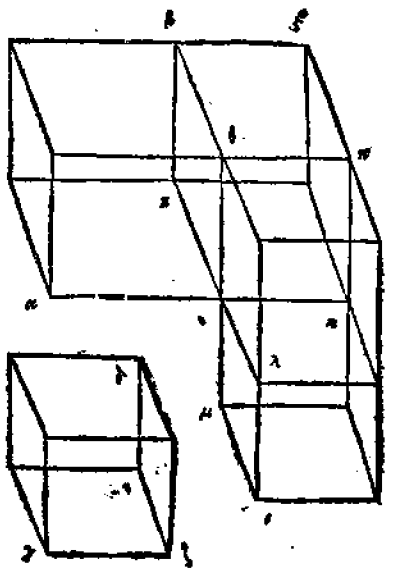
æqualis g d, & b m ęqualis h g & perficiatur ſuperficies ęquidiſtãtium laterũ m l, quę erit ęqualis & ſimilis h d. Super cã igitur erigat ſolidũ parallelogrãmum p q ſecundũ altitudinẽ præciſam ex altudine ſolidi a b, eritq; p q æquale & ſimile ſolido c d. Rurſusq; inter lineas r b & b l perficiatur ſuperficies ęquidiſtãtium laterũ b t, ſuper quã quoq; erigatur ſolidũ parallelogrãmũ x l æquè altum utriq; duorũ ſolidorũ k b & p q, replẽdo alterutrũ duorũ angulorũ hiãtiũ inter e a. Cũ autẽ duo ſolida a b, p q, ſint ſimilia, eo quòd ambo poſita ſint ſimilia ſolido c d, corpora uerò uni & eidẽ corpori ſimilia inter ſe ſunt ſimilia, ut patet ex diffinitione ſimiliũ corporũ & 20 ſexti, manifeſtum eſt ex 25 ter aſſumpta quod inter duo ſolida a b & p q, ſecundum cõtinuã proportionalitatẽ cadunt duo ſolida k b & x l. Opportunè ergo cõſtituta uel cõſtructa figura hypotheſibusq; memoriç firmè cõmendatis, ex prima ſexti facilè cõcludes propoſitum. Excute torporẽ, & diligẽter attẽde, ſciesq; ex 25 huius, pportionẽ ſolidi a b ad ſolidũ k b eſſe ſicut ſuperficiei a r ad ſuperficiem k r, ideoq; ex prima ſexti ſicut lineæ a f ad lineã k f, & proportionẽ ſolidi k b ad ſolidũ x l ſicut ſuperficiei k r ad ſuperficiẽ x t, ideoq; ſicut lineæ f r ad lineã r t, & proportionẽ ſolidi x l ad ſolidum p q, ſicut ſuperficiei r l ad ſuperficiẽ l m, ideoq; ſicut r b ad lineam b m. Ex hypotheſi uerò liquet, quòd proportio lineæ f r ad lineã r t, & lineæ r b ad lineam b m, eſt ſicut lineæ a f ad lineã k f. Itaq; ex diffinitione proportionis triplicatæ poſita in proœmio quinti, conſtat quòd proportio ſolidi a b ad ſolidum p q, ideoq; etiam ad ſolidum c d, eſt ſicut lineæ a f ad lineam k f triplicata. Et quia linea k f poſita eſt æqualis lineæ c h, patet uerum eſſe quod dicitur.

CAMPANVS. Scire autem oportet quod quicquid per hanc 36 & per 7 eam continuè prędicẽtes demõſtratum eſt de ſolidis parallelogrãmis, idẽ quoq; uerũ eſt de ſeratilibus, quorũ baſes cõmuniter ſunt trigonæ aut cõmuniter tetragonę. Hoc autẽ, ex 28 & hac 36 & 7 eam cõtinuè præcedẽtib. cõſtabit ingenioſo inſpectori. Si enim fuerint ſeratilia quælibet æquè alta ſuper eandẽ baſin uel ſuper baſes æquales, cõmuniter tamẽ trigonas aut cõmuniter tetragonas. Cũ ipſa ſint dimidia ſolidorũ parallelogrãmorũ ſuarũ altitudinũ ex 22, ipſa erunt ęqualia ex 29 & trib. eã ſequẽtibus. ex his enim cõſtat, ſolida parallelogrãma ipſis ſeratilibus dupla eſſe æqualia. Simiſiter quoq; ſi fuerint duo ſeratilia ſuper baſes cõmuniter trigonas aut cõmuniter tetragonas æquè alta, ipſa erunt ſuis baſibus proportionalia quẽadmodum de ſolidis parallelogrãmis ex 33 habetur. Ipſa enim ſunt ex 28 dimidia ſolidorum parallelogrãmorum ſuæ altitudinis, ſolidorũ autẽ parallelogrãmorum ſuæ altitudinis ſuarũq; baſium eſt una proportio ex 33. Cum itaq; ſit ſolidorũ parallelogrãmorum proportio ſicut ſeratiliũ (quia ſicut ſimplũ ad ſimplũ) ſic duplum ad duplum ex 15 quinti, atq; baſium ſolidorum parallelogrãmorum eſt proportio ſicut baſium ſeratilium (Aut enim eædẽ erunt baſes ſeratilium & ſolidorũ parallelogrãmorum, & hoc quidẽ erit cum baſes ſeratiliũ fuerint tetragonæ, tunc enim ex ſeratilibus ſuper eaſdẽ baſes erunt ſolida parallelogrãma cõplenda. Aut baſes ſeratilium erunt ſubduplæ ad baſes ſolidorum parallelogrãmorum: & hoc quidẽ erit cum baſes ſeratilium fuerint cõmuniter trigonę: tunc enim erunt ex ſeratilibus ſolida parallelogrãma cõplẽda adiunctis ad baſes ſeratiliũ ſuperficiebus trigonis, ut ſi ant baſes ſeratiliũ cum trigonis adiunctis ſuperficiebus, ſuperficies ęquidiſtãtiũ laterũ) ſequitur ut ſit proportio ſeratiliũ ſicut ſuarũ baſiũ. Eodẽq; modo ſi ſeratilia fuerint æqualia, fuerintq; cõmuniter ſuper baſes trigonas uel cõmuniter ſuper baſes tetragonas, baſes eorũ altitudinib. ipſorum mutuę erunt. Quod ſi baſes eorũ ſuis altitudinib. fuerint mutuę, ipſa ſeratilia erunt ęqualia, quẽadmodum de ſolidis parallelogrãmis 34 & 35 proponunt. Hoc autẽ facile patet ex ijs quę dicta ſunt in 35. Si uerò ſeratilia fuerint adinuicẽ ſimilia, erit proportio unius ad alterum, ſicut proportio lateris unius ad ſuum reliquum latus alterius proportio triplicata, quẽadmodum de ſolidis parallelogrãmis 36 proponit. Quod ex eadẽ 36 facile tibi patebit, ſi ex illis ſeratilibus ſimilibus ſolidis parallelogrãmis cõpletis ſolida ipſa probaueris eſſe ſimilia. Quod ex diffinitione ſimilium corporum & ſimilium ſuperficierum, & hoc quod ſeratilia ponuntur adinuicẽ ſimilia, ex 34 primi leue eſt negociari. *Euclid. ex Zamb. Theorema 28. Propoſitio 33.*

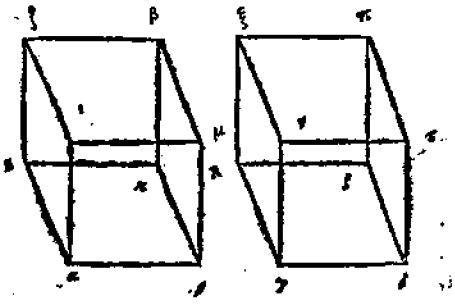
Similia ſolida parallelepipeda, adinuicem in triplici ratione ſunt eiuſdem rationis laterum. 33

THEON ex Zãb. *Sint ſimilia ſolida parallelepipeda α β, γ δ, ſimilis autẽ rationis eſto α ε ipſi γ ζ. Dico q; ſolidũ α β ad γ δ ſolidũ triplicẽ habet rationẽ, quã α ε, ad γ ζ. Extẽdantur enim in rectũ lineas ipſis α ε, κ ε, β ε, ipſæ ε ν, ε λ, ε μ, ponaturq; (per 2 primi) ipſi quidẽ γ ζ æqualis ε κ, ipſi aũt ζ ν æqualis ε λ, & inſuper ipſi ζ ę ipſa ε μ, & cõpleatur κ λ parallelogrammũ, & κ ο ſolidũ. Et quoniã duæ ε ν, ε λ, duabus γ ζ, ζ ν ſunt æquales, ſed & angulus qui ſub κ ε λ, ipſi qui ſub γ ζ ν, eſt æqualis, quoniã & qui ſub α ε ζ, ei qui ſub γ ζ ν, eſt æqualis propter ſimilitudinẽ ipſorũ α β, γ δ, ſolidorũ. æquũ igitur eſt & ſimile (per 24 primi) ipſum κ λ parallelogrammũ ipſi γ ν parallelogrãmo, & iã id propterea & κ μ parallelogrãmũ æquũ eſt & ſimile ipſi γ ę parallelogrãmo, & inſuper ο ε, ipſi ζ δ. Tria igitur parallelogrãma ipſius κ ο ſolidi tribus parallelogrãmis ipſius γ δ ſolidi ſimilia et æqualia ſunt, ſed ipſa quidẽ tria tribus ijs quæ ex oppoſito, ſunt æqualia & ſimilia, totũ igitur κ ο ſolidũ, toti γ δ ſolido ſimile eſt & æquale (per diffinitionẽ 11) Compleatur κ π parallelogrãmũ, & à baſibus quidẽ κ π, κ λ, parallelogrãmis, altitudine autem ipſius α β, ſolida complcantur ε ξ, λ π. Et quoniam propter ipſorũ α β, γ δ, ſolidorũ ſimilitudinẽ eſt ſicut α ε ad γ ζ, ſic ε κ ad ζ ν, & ε θ, ad ζ ę,*

ad ſ ϱ, æqualis autem eſt γ ſ, ipſi ε ν, & ſ ν, ipſi ε λ, et ſ ϱ ipſi ε μ, eſt igitur (per cõuerſionẽ diffinitionis ſecundæ) ſicut α ε ad ε ν, ſic eſt ν ε ad ε λ, & θ ε ad ε μ. Sed ſicut quidem α ε ad ε ν, ſic eſt α ν parallelogrãmum ad ν ν parallelogrãmum, ſicut aũt ν ε ad ε λ, ſic ν ν ad ν λ, ſicut uerò (per 1 ſexti) θ ε ad ε μ, ſic π ε ad ν μ, & ſicut igitur (per 11 quinti) α ν, parallelogrãmum ad ν ν, parallelogrãmũ, ſic ν ν ad ν λ, & π ε ad ν μ. Sed ſicut quidẽ α ν ad ν ν, ſic eſt α β ſolidũ ad ε ξ ſolidũ, ſicut aũt ν ν ad ν λ, ſic ξ ε ſolidũ ad π λ ſolidũ, ſicutq; π ε ad ν μ ſicut π λ, ſolidũ ad ν ο ſolidũ. Et ſicut igitur α β ſolidũ ad ε ξ, ſolidũ, ſic ε ξ ad π λ, & π λ ad ν ο. Si uerò quatuor magnitudines continuè fuerint proportionales, prima ad quartam (per 10 diffinitionẽ quinti) triplicẽ rationẽ habet quam ad ſecundã. Igitur α 6 ſolidũ ad ν ο ſolidũ triplicem rationẽ habet, quam α β ad ε ξ. Sed ſicut α 6 ad ε ξ, ſic eſt α ν, parallelogrammũ ad ν ν, & α ε, recta linea ad ε ν, quare & α β ſolidũ ad ν ο, ſolidum triplicem rationẽ habet, quã α ε ad ε ν. Æquum autem eſt ipſum quidẽ ν ο ſolidum ipſi γ ∂ ſolido, & ε ν rectæ lineæ ipſi γ ſ, & α 6 igitur ſolidum ad γ ∂ ſolidũ triplicem rationem habet, quam ſimilis rationis latus hoc eſt α ε, ad ſimilis rationis latus, hoc eſt ad γ ſ. Similia igitur ſolida parallelepipeda, in triplici ſunt ratione ſimilis rationis laterum: quod oſtendere oportebat.

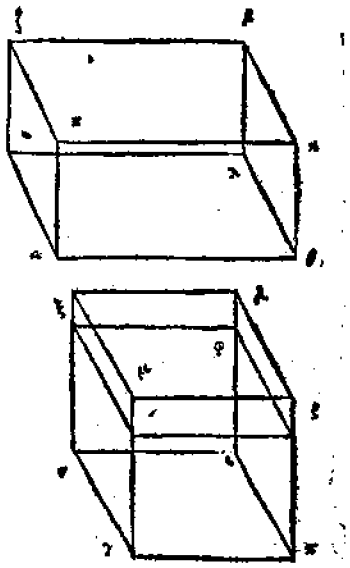


CORRELARIVM. Ex hoc, inquam, manifeſtum eſt, q; ſi quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erit ſicut prima ad quartam, ſic quod ex prima ſolidum parallelepipedum ad id quod ex ſecunda, ſimile ſimiliterq; deſcriptum. quandoquidem prima ad quartam triplicem rationẽ habet, quam ad ſecundam.



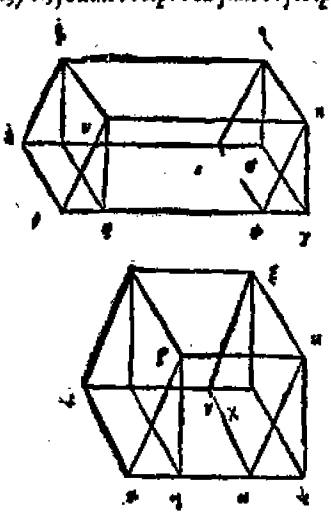
Euclid. ex Zamb. Theorema 29. Propoſitio 34.

34 Æqualiũ ſolidorũ parallelepipedorũ, reciprocæ ſunt baſes altitudinib. Et ſolida parallelepiped a quorũ baſes altitudinibus ſunt reciprocæ, ſunt æqualia.



THEÖN ex Zãb. Sint æqualia ſolida parallelepipeda, α 6, γ ∂. Dico q; ipſorũ α 6, γ ∂ ſolidorũ parallelepipedorũ reciprocæ ſunt baſes altitudinib. eſtq; ſicut ε θ, baſis ad ν π baſin, ſic eſt ipſius γ ∂, ſolidi altitudo ad ipſius α ∂ ſolidi altitudinẽ. Sint enim primũ ſtantes α ν, ε ſ, λ β, θ ν, γ μ, ν ξ, ο ∂, π ϱ, in ipſis baſib. ad angulos rectos. Dico q; eſt ſicut ε θ baſis ad ν π baſin, ſic eſt γ μ ad α ν. Si quidẽ igitur æqualis eſt ε θ baſis ipſi ν π baſi, eſt aũt & α 6 ſolidũ æquũ ipſi γ ∂ ſolido, et γ μ ipſi α ν eſt æqualis. Si enim ipſis ε θ, ν π, baſibus æqualib. exiſtẽtibus, æquales nõ fuerint ipſæ α ν, γ μ, altitudines, neq; igitur ſolidũ α β, æquũ erit ipſi γ ∂, ſupponitur aũt æquale. Igitur altitudo γ μ altitudini α ν inæqualis nõ eſt: æqualis igitur. Eritq; ſicut baſis ε θ ad baſin ν π, ſic γ μ ad α ν, & manifeſtũ q; ipſorũ α β, γ ∂, ſolidorũ parallelepipedorũ reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinibus. Nõ ſit iã æqualis ε θ, baſis ipſi ν π, baſi, ſed eſto maior ε θ. Eſt aũt ſolidũ α β, ipſi γ ∂ ſolido æquum: maior igitur eſt et γ μ, ipſa α ν. Si autẽ nõ, neq; igitur rurſus ipſa α β, γ ∂, ſolida ſũt æqualia, ſupponũtur aũt æqualia. Ponatur igitur (per 2 primi) ipſi α ν, æqualis γ τ, complcaturq; ex baſi quidẽ ν π, altitudine autẽ γ τ, ſolidum parallelepipedum γ φ. Et quoniã ſolidum α β æquum eſt ipſi γ ∂ ſolido, aliud autẽ eſt ipſum φ γ, ad idem aũt æqualia eandẽ rationẽ habent (per 7 quinti) eſt igitur ſicut α β ſolidũ ad γ φ ſolidũ, ſic eſt γ ∂ ſolidũ ad γ φ ſolidum. Sed ſicut quidẽ ſolidum α β ad ſolidum γ φ, ſic ε θ baſis ad ν π baſin (per 32 undecimi) ſub æquali enim ſunt altitudine, ipſa α 6, γ φ, ſolida. Sicut autẽ ſolidum γ ∂ ad ſolidum γ φ, ſic eſt μ π, baſis ad π τ baſin, & μ γ ad γ τ, & ſicut igitur (per 11 quinti) ε θ, baſis ad ν π baſin, ſic μ γ ad γ τ. Æqualis autem eſt γ τ, ipſi α ν, &

ſicut igitur (per 9 quinti) ε ϑ baſis ad ν π baſin, ſic μ γ ad α κ. Ipſorũ igitur α ϛ, γ ϰ, ſolidorũ parallelepipedorũ reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Rurſus ipſorũ α β, γ ϰ, ſolidorũ parallelepipedorũ, reciprocæ ſint baſes altitudinib. ſitq; ſicut ε ϑ baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ ϰ ſolidi altitudo ad ipſius α ϛ ſolidi altitudinẽ. Dico q; ſolidũ α ϛ æquũ eſt ipſi γ ϰ ſolido. Sint enim rurſus ſtãtes, ad angulos rectos ipſis baſib. Et ſi quidem æqualis eſt ε ϑ baſis ipſi ν π baſi, eſtq; ſicut ε ϑ baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ ϰ ſolidi altitudo ad ipſius α β ſolidi altitudinem, æqua igitur eſt ipſius γ ϰ ſolidi altitudo, altitudini ipſius α β ſolidi. Super æqualibus autẽ baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, inuicẽ ſunt æqualia (per 31 undecimi) Igitur ſolidum α β, æquũ eſt ipſi γ ϰ ſolido. Nõ ſit iam ε ϑ baſis ipſi ν π baſi æqualis, ſed eſto maior ε ϑ, maior igitur eſt & ipſius γ ϰ, ſolidi altitudo, ipſius α β ſolidi altitudine, hoc eſt γ μ, maior quàm α ν. Ponatur (per 2 primi) ipſi α κ, rurſus æqualis γ τ, & cõpleatur γ τ ſolidũ. Quoniã eſt ſicut ε ϑ baſis ad ν π baſin, ſic μ γ ad α κ, æqualis aũt eſt α κ ipſi γ τ, eſt igitur ſicut ε ϑ baſis ad ν π baſin, ſic γ μ ad γ τ, reciproca enim ſupponuntur. Sed ſicut quidem ε ϑ baſis ad ν π baſin, ſic (per 32 undecimi) α β ſolidũ ad γ φ ſolidum, ſub æquali enim ſunt altitudine, ipſa α β, γ φ ſolida. Sicut autem γ μ ad γ τ, ſic (per 1 ſexti) μ π, baſis ad π τ baſin, & (per 32 undecimi) γ ϰ, ſolidũ ad γ φ ſolidũ, et ſicut igitur (per 11 & 9 quinti) α ϛ ſolidũ ad γ φ ſolidũ, ſic γ ϰ ſolidũ ad γ φ ſolidũ. Vtrunq; igitur ipſorũ α ϛ, γ ϰ ad ipſum γ φ eandẽ rationẽ habet. Aequũ igitur eſt (per conuerſionẽ 7 quinti) α β, ſolidũ ipſi γ ϰ ſolido. Quod oportuit oſtendere. Non ſint autem ſtantes ſ ϱ, β λ, κ σ, ϑ ν, ν ξ, ϰ ο, ω γ, ϱ π, ad angulos rectos baſibus eorũ, excitẽturq; (per 10 undecimi) ab ipſis ſ ϱ, β κ, ξ μ, ϰ ϱ, ſignis in ipſorũ ε ϑ, ν π, baſium planis, perpẽdiculares, concurrantq; planis ad ſigna ο τ υ, φ χ, ψ ω, σ, cõpleanturq; ipſa ſ φ, ξ ω, ſolida. Dico q; & ſic æqualibus exiſtentibus ipſis α β, γ ϰ, ſolidis reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinibus, eſtq; ſicut ε ϑ, baſis ad ν π baſin, ſic eſt ipſius γ ϰ ſolidi altitudo, ad ipſius α β, ſolidi altitudinẽ. Quoniam enim α ϛ ſolidũ æquũ eſt ipſi γ ϰ ſolido, ſed α ϛ, quidem ipſi ϛ τ (per 31 undecimi) eſt æquale (ſuper eadẽ enim ſunt baſi κ, & ſub eadẽ altitudine, quorũ ſtãtes nõ ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis) at α γ ϰ ſolidũ (per 31 undecimi) ipſi ϰ ψ ſolido eſt æquale (ſuper eadem namq; ſunt baſi ξ ϱ, & ſub eadem altitudine, quorũ ſtãtes nõ ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis) igitur ſolidũ β τ ipſi ϰ ψ ſolido æquũ eſt. Aequaliũ autem ſolidorũ parallelepipedorũ, quorũ altitudines ad angulos rectos ipſis eorũ baſibus ſunt, reciprocæ ſunt baſes ipſis alticudinib. Eſt igitur ſicut ſ π baſis ad ξ ϱ baſin, ſic ipſius ϰ ψ ſolidi altitudo ad ipſius β τ ſolipi altitudinẽ. Aequalis autẽ eſt ſ π baſis ipſi ε ϑ baſi, & ξ ϱ baſis ipſi ν π baſi, eſt igitur ſicut ε ϑ baſis ad ν π baſin, ſic eſt ipſius ϰ ψ ſolidi altitudo ad ipſius β τ ſolidi altitudinem. Eædem uerò altitudines ſunt ipſorũ ϰ ψ & β τ ſolidorũ & ipſorũ ϰ γ & β α. Eſt igitur ſicut ε ϑ baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ ϰ ſolidi altitudo ad ipſius α ϛ, ſolidi altitudinẽ. Ipſorũ igitur α β, γ ϰ, ſolidorum parallelepidedorum, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Rurſus iã ipſorũ α β, γ ϰ, ſolidorum parallelepipedorũ, reciprocæ ſint baſes altitudinibus, ſitq; ſicut ε ϑ, baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ ϰ ſolidi altitudo ad ipſius α β ſolidi altitudinẽ. Dico q; ſolidũ α β æquũ eſt ipſi γ ϰ ſolido. Eiſdẽ nanq; diſpoſitis, quoniã eſt ſicut ε ϑ baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ ϰ ſolidi altitudo ad ipſius α ϛ, ſolidi altitudinem, æqualis autem eſt baſis ε ϑ, ipſi ſ π & ν π, ipſi ſ ϱ, eſt igitur ſicut ſ π baſis ad ξ ϱ baſin, ſic ipſius γ ϰ ſolidi altitudo ad ipſius α β, ſolidi altitudinẽ. Eædem autẽ ipſorum α β, γ ϰ & β τ, ϰ ψ, ſolidorum ſunt altitudines. Eſt igitur ſicut ſ π baſis ad ξ ϱ baſin, ſic ipſius ϰ γ ſolidi altitudo ad ipſius β τ ſolidi altitudinem. Ipſorum igitur β τ, ϰ ψ, ſolidorum parallelepipedorum, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Solida uerò parallelepipeda, quorũ altitudines ad angulos rectos ſunt baſibus eorum, & reciprocæ ſunt baſes altitudinibus, æqualia ſunt (per 21 undecimi) Igitur ſolidum β τ, æquum eſt ipſi ϰ ψ ſolido. Sed ipſum quidẽ β τ, ipſi β α, æquum eſt (per 29 undecimi) ſuper eadẽ nanq; ſunt baſi ſ π, & ſub eadẽ altitudine, quorũ ſtantes ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis. Solidum autẽ ϰ ψ, ipſi ϰ γ, ſolido æquũ eſt, ſuper eadẽ nanq; ſunt baſi ξ ϱ, & ſub eadẽ altitudine, quorũ ſtantes ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis. Igitur & α β ſolidum, ipſi γ ϰ, ſolido æquum eſt: quod demonſtrare oportebat. Euclid. ex Camp. Propoſitio 37.

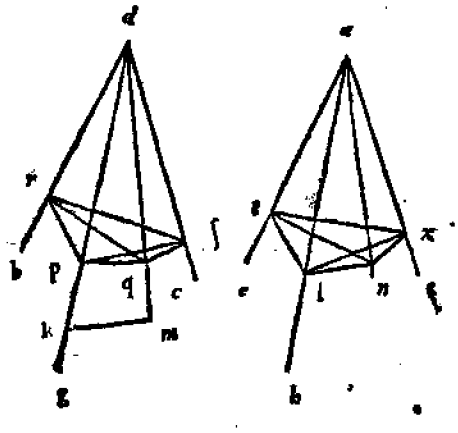


SI fuerint duo anguli plani æquales ſuper quos duæ hypothenuſæ in aere ſtatuãtur cũ lateribus angulorũ ſubiacentiũ ſingulos ſingulis æquos angulos cõtinẽtes, atq; in illis hypothenuſis duo puncta ſignentur, à quibus punctis duæ perpendiculares ad ſuperficies angulorũ propoſitorũ demittantur, à punctis autẽ ſu- 17

per

per quæ perpendiculares ceciderint ad eoſdem duos angulos planos duæ rectæ lineæ ducantur, duo anguli qui ab illis duabus lineis atq; duab. hypothenuſis cõtinentur, æqui ſibi inuicẽ eſſe probantur.

CAMPANVS. Sint duo anguli plani a & d æquales, contenti lineis a b & a c & d e & d f, & ſuper eos erigantur duæ lineæ hypothenuſaliter a g & d h, ſitq; angulus g a c æqualis angulo h d f, & angulus g a b æqualis angulo h d e, atque in duabus hypothenuſis a g & d h, ſignẽtur quomodolibet duo puncta k & l, à quibus ſecundum præcepta 11 huius demittantur ad ſuperficies angulorum a & d, duæ perpendiculares quæ ſint k m & l n, & protrahãtur duæ lineæ a m & d n. Dico igitur angulum g a m, eſſe æqualem angulo h d n. Si linea a k eſt æqualis d l, bene quidẽ. Sin autem, ex linea a g ſumatur a p, æqualis d l, & à puncto p demittatur perpẽdicularis ad ſuperficiem anguli a, linea quæ ſit p q. Manifeſtum eſt igitur quod punctum q eſt in linea a m, quod ex 6 huius & diffinitione linearũ æquidiſtantiũ quas neceſſe eſſe in ſuperficie una, facilè cõſtat ſtudioſè intuẽti. Deinde à puncto q ducãtur perpendiculares duæ, una ad lineã a b quæ ſit q r, & alia ad lineam a c, quę ſit q ſ. Similiter quoq; à puncto n ducantur aliæ duæ perpendiculares, una ad lineã d e, quæ ſit n t, & alia ad lineã d e, quę ſit n x, & protrahãtur r ſ & t x. Iterumq; à punctis p & l, demittantur hypothenuſæ p q, p r, p ſ, & l n, l t, l x. His itaq; poſitis, figuraq; prudẽter diſpoſita, demonſtrationẽ propoſiti ſic collige. Conſtat ex penultima primi q quadratũ lineæ a p eſt æquale quadratis duarũ linearum a q, & p q, ac ex eadem q quadratum a q eſt æquale quadratis duarum linearum a ſ, ſq, itaq; quadratũ a p, eſt æquale quadratis trium linearum a ſ, ſ q, & q p. Sed ex eadem, quadratũ ſp, eſt æquale quadratis duarũ linearum ſq & p q, ergo quadratũ a p, eſt æquale quadratis duarũ linearũ a ſ & ſp, ideoq; ex ultima primi angulus a ſ p eſt rectus. Similiq; modo probabis, unũquẽq; triũ angulorũ d x l, a r p, d t l, eſſe rectũ. Cũ igitur ex hypotheſi ſit angulus ſ a p æqualis angulo x d l, & linea a p lineæ d l, erit ex 26 primi linea d x æqualis a ſ, & x l æqualis ſ p. Eodẽ quoq; modo cũ ex hypotheſi ſit angulus r a p æqualis angulo e d l, erit ex eadẽ linea a r æqualis d t, & r p æqualis t l. Quare per 4 primi linea r ſ erit æqualis lineæ t x & angulus a r ſ æqualis angulo d t x, & angulus a ſ r angulo d x t: eſt enim ex hypotheſi angulus a, æqualis angulo d. A cõceptione igitur erit angulus ſ r q æqualis angulo x t n, & angulus r ſ q angulo t x n, ſunt enim reſidui duorũ rectorũ, dẽptis æqualibus. Neceſſe eſt itaq; ex 26 primi, ut linea r q ſit æqualis t n, & q ſ æqualis n x. Cũq; ex penultima primi quadratũ lineæ r p ſit æquale quadratis duarum liearũ r q & q p, & quadratũ lineæ t l æquale quadratis duarũ linearũ t n & l n, ſint autẽ duę lineę r p & t l æquales, duo quoq; quę ſunt r q & t n æquales, ſequitur ex cõmuni ſciẽtia duas quæ ſunt p q & l n eſſe æquales. Eodem modo cũ quadratũ lineæ a p ſit æquale quadratis duarũ linearum quæ ſunt a q & q p, ſimiliter quadratũ lineæ d l quadratis duarum linearum quæ ſunt d n & n l, ſit autem a p æqualis d l, & p q æqualis l n, ſequitur ex cõmuni ſcientia a q eſſe æqualem d n. Ex octaua igitur primi concludo propoſitum, uidelicet angulum p a m eſſe æqualem angulo l n d.



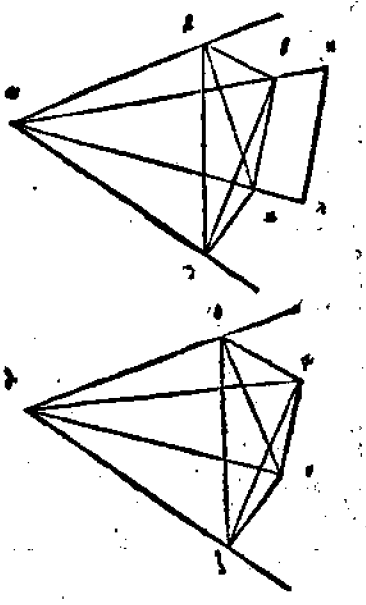
Euclid. ex Zamb. Theorema 20. Propoſitio 35.

35 Si fuerint bini anguli plani æquales, ſuper quorũ uerticibus ſublimes rectæ lineę ſteterint, æquales angulos cõprehendẽtes cũ ijs quę in principio rectis lineis, alterũ alteri, in ſublimibus autẽ ſumpta fuerint cõtingentia ſigna, & ab eiſdẽ ad plana in quibus ſunt qui in principio anguli, perpendiculares actę fuerint, à ſignis aũt quæ in planis à perpẽdicularibus fiunt, ad eos qui in principio angulos cõiunctæ fuerint rectæ lineæ, æquos angulos cũ ſublimibus comprehendent.

THEON ex Zãb. *Sint bini anguli rectilinei æquales plani qui ſub α β, γ δ ſ, à ſignis autem α, δ, ſub lineis excitentur rectæ lineæ α ν, δ μ, æquos cõprehendẽtes angulos cũ ijs quæ in principio rectis lineis alterũ alteri, hoc eſt angulum μ δ ε angulo ei qui ſub ν α β, eũ autem qui ſub μ δ ſ, ei qui ſub ν α γ, ſumanturq; in ipſis α ν, δ μ, continentia ſigna ν, μ, excitenturq; (per 11 undecimi) ab ipſis ν, μ, ſignis ad ea quæ per β α γ, ε δ ſ, plana perpendiculares ν λ, μ κ, coincidantq; ipſis planis in κ λ, connectanturq; ipſæ λ α, κ γ. Dico quòd*

angulus

angulus qui ſub ν α λ, æquus eſt angulo μ ∂ ν, ponatur (per 2 primi) ipſi ∂ μ æqualis α θ, excitenturq; (per 11 primi) per ſignũ θ, ipſi ν λ parallelus θ ν. At ν λ, perpendicularis eſt ad id quod per β α γ planũ. Igitur & θ ν, perpendicularis eſt ad id quod per β α γ, planũ. Excitentur (per 11 primi) ab ipſis α ν, ſignis ad ipſas α ζ, α γ, ∂ ζ, ∂ ε, rectas lineas perpendiculares ν γ, ν ζ, ν β, ν ε, cõnectanturq; ipſæ θ γ, γ β, μ ζ, ζ ε. Et quoniã quod ex θ α (per 47 primi) æquũ eſt eis quæ ex θ ν, ν θ, ei autem quod ex ν α, æqualia ſunt quæ ex ν γ, γ α, igitur quod ex θ α æquũ eſt eis quæ ex θ ν, ν γ, γ α, eis uerò quæ ex θ ν, ν γ, æquũ eſt id quod ex θ γ, quod igitur ex θ α (per 47 primi) æquũ eſt eis quæ ex θ γ, γ α, rectus eſt igitur qui ſub θ γ α, angulus. Idq; propterea & qui ſub ∂ ζ μ angulus, rectus eſt: æqualis igitur eſt qui ſub θ γ α angulus, ei qui ſub ∂ ζ μ angulo. Eſt autem & qui ſub ν γ β, æqualis ei qui ſub ∂ ζ μ. Bina igitur triangula ſunt ∂ ζ μ & θ α γ, duos angulos duobus angulis æquos habentia alterũ alteri et unũ latus uni lateri æquũ, quod unum æqualiũ angulorũ ſubtendit, hoc eſt, θ α, ipſi θ ν, & reliqua igitur latera (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt alterũ alteri, æqualis igitur eſt α γ ipſi ∂ ζ. Similiter oſtendemus, q; & α β, ipſi ∂ ε eſt æqualis. Connectantur θ β, & μ ε. Et quoniam quod ex α β (per 47 primi) æquũ eſt eis quæ ex α ν, ν θ, ei autẽ quod ex α ν (per eandẽ) æqua ſunt quæ ex α β, β ν, quæ igitur ex α β, β ν, ν θ, ſunt æqualia ei quod ex α ∂. Sed eis quæ ex β ν, ν θ, æquũ eſt id quod ex β θ rectus enim eſt qui ſub θ ν β angulus, quoniam θ ν perpendicularis eſt ad ſubiectũ planũ, igitur quod ex α θ æquum eſt eis quæ ex α β, β θ, rectus igitur eſt qui ſub α β θ angulus, & id propterea qui ſub ε ∂ μ angulus, rectus eſt. Eſt autẽ et qui ſub β α ∂, angulus, ei qui ſub ε ∂ μ æqualis: ſupponitur nanq;, eſtq; ipſa α θ, ipſi ∂ μ, æqualis, æqualis igitur eſt (per 26 primi) α β, ipſi ∂ ε. Quoniã igitur æqualis eſt α γ, ipſi ∂ ζ, & α β, ipſi ∂ ε, binæ igitur γ β, α β, duabus ζ ∂, ∂ ε, ſunt æquales. ſed & angulus qui ſub γ α β, ei qui ſub ζ ∂ ε, eſt æqualis. Baſis igitur β γ (per 4 primi) baſi ε ζ, eſt æqualis & triangulũ triangulo et reliqui anguli reliquis angulis. Æqualis eſt igitur qui ſub α γ β angulus & qui ſub ∂ ζ ε. Rectus autẽ & qui ſub α γ ν, recto qui ſub ∂ ζ ν eſt æqualis. & reliquus igitur qui ſub β γ ν, reliquo qui ſub ε ζ ν eſt æqualis. Et id propterea qui ſub γ β ν, ei qui ſub ζ ε ν, eſt æqualis. Bina igitur triangula ſunt (per 8 primi) β γ ν, ε ζ ν, binos angulos duobus angulis æquos habentia alterũ alteri, & unũ latus uni lateri æquũ, quod ad æquos angulos, hoc eſt β γ, ipſi ε ζ. & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt. Æqualis igitur eſt γ ν, ipſi ζ ν: eſt autẽ & α γ, ipſi ∂ ζ æqualis. Binæ igitur α γ, γ ν, duab. ∂ ζ, ζ ν, ſunt æquales, & æquos cõprehendunt angulos, baſis igitur α ν (per 4 primi) baſi ∂ ν eſt æqualis. Et quoniã æqualis eſt α θ, ipſi ∂ μ, æquũ eſt quod ex α θ, ei quod ex ∂ μ. Sed ei quod ex α θ γ (per 47 primi) æqualia ſunt quæ ex α ν, ν θ, rectus enim eſt qui ſub α ν θ. Et autẽ quod ex ∂ μ, æqua ſunt quæ ex ∂ ν, ν μ, rectus enim eſt qui ſub ∂ ν μ. Igitur quæ ex α ν, ν θ, ſunt eis æqualia quæ ex ∂ ν, ν μ, quorũ quod ex α ν, æquũ eſt ei quod ex ∂ ν. Reliquum igitur quod ex ν θ, æquũ eſt ei quod ex ν μ. Æqualis igitur eſt θ ν, ipſi μ ν. Et quoniã binæ θ α, α ν, duabus μ ∂, ∂ ν, ſunt æquales altera alteri, & baſis θ ν, baſi μ ν eſt æqualis, angulus igitur qui ſub θ α ν (per 8 primi) angulo qui ſub μ ∂ ν eſt æqualis. Si fuerint igitur bini anguli plani æquales, & quæ ſequuntur reliqua: quod oſtendere oportebat.



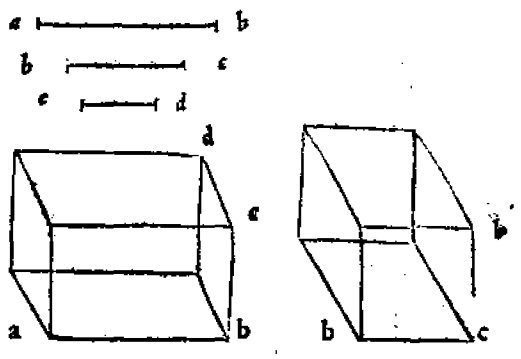
CORRELARIVM Ex hoc nempe manifeſtum, quòd ſi fuerint bini anguli plani rectilinei æquales, ſteterintq; ſuper ipſis ſublimes rectæ lineæ æquales æquos angulos comprehendentes, unà cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri, quæ ex ipſis perpendiculares ductæ ad plana in quibus ſunt qui principio anguli, inuicem ſunt æquales. Euclid. ex Camp.

Propoſitio 38.

SOlidum tribus lineis proportionalibus contentum, æquum erit ſolido quod à mediæ lineæ æquis lateribus continetur, ſi anguli ſui amborum ſibi inuicem æquales fuerint.

CAMP. De ſolidis parallelogrãmis intelligatur. de his enim qualiacũq; ſint dũ tamẽ æquiangula, uerũ eſt, quod cõtentũ à tribus lineis proportionalibus æquale eſt ei quod à media earũ cõtinetur, quẽadmodũ de ſuperficieb. rectangulis probatũ eſt in 16 ſexti. & de non rectangulis elicitur euidenter ex ſecunda parte 13 eiuſdẽ. Sint igitur tres lineæ a b, b c, & c d, cõtinuè proportionales, fiatq; ex eis unus angulus ſolidus ad libitũ, & perficiatur ſolidũ æquidiſtantiũ laterum, cuius linea a b ſit longitudo, b c uerò altitudo, ſed c d latitudo, & ipſum ſolidum dicatur a d. Sumpta quoq; alia linea qualibet æquali b ç, quæ etiam uocetur b ç, ſuper ipſius extremitatẽ quæ eſt b, con-

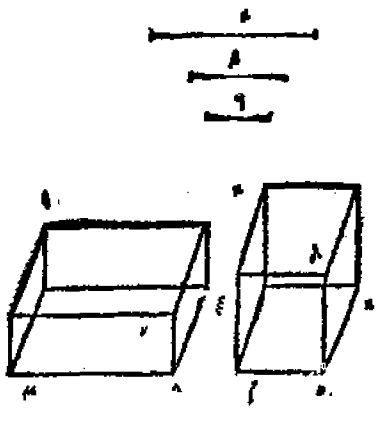
constituatur angulus solidus æqualis angulo solido a, secundum quod docet 26 lineæq; cæteræ solidum angulum b continentes resecentur ad æqualitatẽ lineę b c, & perficiatur solidum æquidistantium superficierum, cuius longitudo, latitudo & altitudo sit linea b c, & ipsum appelletur b c. Dico itaq; duo solida a d & b c esse æqualia. Manifestum est enim, quòd cunctæ superficies unius sunt æquianguleę suis relatiuis superficiebus alterius. Quod ex 34 primi patere potest, nam cũ solidus angulus b, ponatur æqualis solido angulo a, necesse est ut unus angulus uniuscuiusq; superficiei solidi a d sit æqualis uni angulo suæ relatiuæ superficiei in solido b c, itaq; per 34 primi eorũ oppositi, erunt æquales. At quia uniuscuiusq; superficiei quadratilateræ omnes anguli sunt æquales quatuor relictis ex 32 primi, necesse est duos reliquos unius esse æquales duobus reliquis suę relatiuæ. Cumq; ipsi 9, 10 reliqui in qualibet sint etiam adinuicem æquales, conuincitur necessariò ut unaquæq; ex superficiebus solidi a d sit æquiangula suę relatiuæ in solido b c, quare ex secunda parte 13 sexti bases duorum solidum propositorum erunt æquales: sunt enim æquiangulæ & laterum mutuorum. Si itaq; lineæ altitudinum super bases ipsorum orthogonaliter insistunt, constat ex 31 ipsa esse æqualia, cum enim hæ lineę sint æquales & ipsi determinent altitudinem solidorum, erunt solida æquè alta. At si lineæ altitudinum ipsorum non insistunt suis basibus orthogonaliter, ab ipsarũ summitatibus ad bases perpendicularibus demissis, erunt ex præmissa hæ perpendiculares adinuicem æquales, ipsę enim erunt, sicut erant & in præmissæ demonstrationis figura duæ lineæ p q & l n, quas demonstrauimus oportere esse æquales. Quia igitur omnium solidorum altitudo experpendicularibus à summitatibus ipsorum ad suas bases descendentibus diffinitur, erunt ex 32 duo solida a d & c b æqualia. Conuersam quoq; huius possumus, si delectat, cõuersio modo probare. Vt si parallelogrammum corpus a d sit æquale & æquiangulum corpori parallelogrammo b c, & corpus b c contineatur à media trium linearum continentium corpus a d, erunt tres lineę continentes corpus a b cõtinuè proportionales. Cùm enim duo solida parallelogramma a d & c b sint æqualia & æquè alta, ex hypothesi ipsa erunt super bases æquales per conuersas 31 & 32. Et quia ipsæ bases eorũ sunt æquiangulæ, sequitur ex prima parte 13 sexti, quòd ipsæ sunt mutuorum laterum. Itaq; proportio a b ad b c, sicut b c ad c d: quare constat propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 31.* *Propositio 36.*

36 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, ex ipsis tribus rectis lineis solidum parallelepipedum, æquum est ei quod ex media fit solido parallelepipedo, æquilatero quidem, æquiangulo autem prædicto.

THEON ex Zamb. *Sint tres rectæ lineæ proportionales α ϐ γ, sicut α ad ϐ, sic ϐ ad γ. Dico quòd ex α ϐ γ, solidũ, æquum est ei quod ex ϐ solido æquilatero quidem, æquiangulo autem prædicto. Exponatur (per 23 undecimi) solidus angulus qui ad ε, comprehensus sub tribus angulis planis hoc est ∠ ε κ, κ ε ζ, ζ ε ∠. ponaturq; (per 2 primi) ipsi quidẽ ϐ, æqualis unaquæque ipsarũ ∠ ε, κ ε, ζ ε, compleaturq; ipsum ε κ, solidum. Ipsi aũt α, æqualis est o (per eandem λ μ) constituaturq; (per 26 undecimi) ad ipsam λ μ rectam lineam ad signum q; in ea λ, ipsi qui ad ε solido angulo æquus comprehensus sub ν λ ξ, ξ λ μ, ν λ μ. ponaturq; (per 2 primi) ipsi quidem ϐ æqualis λ ξ, ipsi autem γ æqualis λ ν. Et quoniam est sicut α ad ϐ, sic est ϐ ad γ, æqualis autem est α ipsi λ μ, & ϐ unicuiq; ipsarum λ ξ, ε ζ, ε κ ∠, & γ, ipsi λ ν, est igitur λ μ ad ε ζ, sic est ∠ ε ad λ ν, & circũ, æquos angulos qui sub μ λ ν, ∠ ε ζ, latera sunt reciproca. Igitur parallelogrammum μ ν, æquum est ipsi ∠ ζ, parallelogrammo (per 14 sexti) Et quoniam bini anguli plani rectilinei æquales sunt, qui sub ∠ ε ζ, ν λ μ, & super ipsis sublimes rectæ lineæ sunt cõstitutæ λ ξ, ε ν, inuicẽ æquales (per præcedentẽ) æquos angulos cõprehendentes*

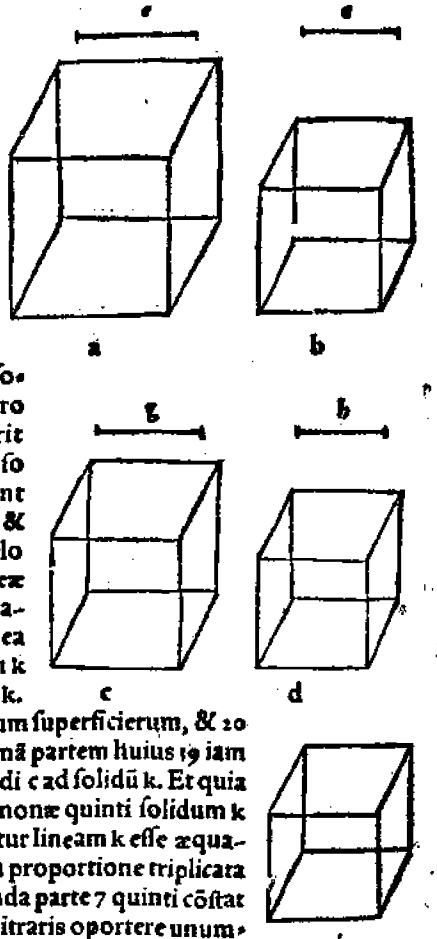


tes cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri: ipſæ igitur quæ ex π ξ, ſignis perpendiculares ductæ ad ea quæ per ν λ μ, Δ ε ρ, plana (per correlarium præcedentis) inuicem ſunt æquales. Quare λ θ, ε π ſolida, ſub eadem ſunt altitudine. Super æqualibus autem baſibus & ſub eiſdem altitudinibus conſtituta ſolida parallelepipeda, inuicem ſunt æqualia (per 31 undecimi) igitur ſolidum θ λ, ſolido ε π eſt æquale. At λ θ, ſolidũ, eſt ex ipſis α β γ, & ε π, ſolidũ eſt ex β. Igitur quod ex α & γ, ſolidum parallelepipedum, æquum eſt ei quod ex β ſolido æquilatero quidem, ſed æquiangulo prædicto: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 39.*

SI fuerint quotlibet lineę proportionales, ſolida quoq; ſua, æquidiſtantium atq; ſimilium uniuſcuiuſq; creationis ſuperficierum, erunt proportionalia. Si uerò ſolida æquidiſtantium atq; ſimilium uniuſcuiuſq; creationis ſuperficierum fuerint proportionalia, lineæ quoq; à quibus ipſa ſolida continentur, erunt proportionales.

CAMPANVS. Simile proponit uigeſima prima ſexti de ſuperficiebus. Sint itaq; quatuor lineæ a b, & c d, proportionales, & ſuper has fabricẽtur quatuor ſolida parallelogramma eiſdem nominibus dicta, quę ſint expreſſe ſimilia. duobus enim ad libitũ fabricatis ſuper duas lineas a & c, cætera ſecundũ prę cepta 27 conſtituenda erunt. Dico hæc 4 ſolida eſſe proportionalia. Et ecõuerſo. Subiungãtur enim duabus lineis a & b, in cõtinua proportione duæ quæ ſũt e & f, quemadmodum docet 10 ſexti, & duabus lineis c & d, aliæ duę quæ ſint g & h. Conſtat igitur ex 36 & ex diffinitione proportionis triplicatæ, quę poſita eſt in principio quinti, & ex hac hypotheſi quòd ſolida a & b ſibi inuicem, & ſolida c & d ſibi ad inuicem ſunt expreſſe ſimilia: quòd proportio ſolidi a ad ſolidũ b eſt ſicut proportio lineæ a ad lineã f: ſolidi quoq; c ad ſolidum d ſicut lineę c ad lineã h. Et quia per 22 quinti proportio lineæ a ad lineã f eſt, ſicut lineæ c ad lineam h, erit ex 11 quinti ſolidum a ad ſolidum b, ſicut ſolidum c ad ſolidum d. Conſtat igitur prima pars. Secunda ſic: Sint duo ſolida a & b ſibi adinuicem, duoq; alia quæ ſint c & d, ſibi adinuicem expreſſe ſimilia, ſintq; cuncta parallelogramma, & ponantur proportionalia. Dico quòd lineæ a b, & c d, ſuper quas ſunt conſtituta, ſunt proportionales. Sit enim ex 10 ſexti ſicut linea a a d lineam b, ita linea c ad lineam k. Et fiat ſecundum 27 huius ſuper lineam k ſolidum expreſſe ſimile ſolido d, quod etiam dicatur k.



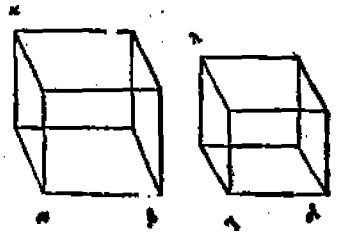
Eritq; ex diffinitionibus ſimilium corporum & ſimilium ſuperficierum, & 20 ſexti, corpus k expreſſe ſimile corpori c, ideoq; per primã partem huius 19 iam probatam erit proportio ſolidi a ad ſolidũ b, ſicut ſolidi c ad ſolidũ k. Et quia eadem erat ſolidi c ad ſolidum d, erit ex ſecunda parte nonæ quinti ſolidum k æquale ſolido d. Cumq; eſſet ſibi expreſſe ſimile, ſequitur lineam k eſſe æqualem lineę d. Aequalitas enim non producitur ex aliqua proportione triplicata uel quotieslibet ſumpta, niſi ex æquali. Igitur ex ſecunda parte 7 quinti cõſtat etiam huiuſmodi pars ſecunda. Deciperis autem ſi arbitraris oportere unumquodq; quatuor ſolidorum a b c d eſſe ſimile cuilibet aliorũ. Neceſſe eſt enim duo ſolida a & b ſibi adinuicem, itemq; duo c & d ſibi adinuicem eſſe ſimilia, ſolida autem c & d ſolidis a & b eſſe ſimilia contingens eſt, neceſſarium autem non. Idem ex hac 39 de ſerratilibus facile poteris concludere.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 32.* *Propoſitio 37.*

Si quatuor rectę lineę proportionales fuerint, & q̃ ex ipſis ſolida parallelepipeda ſimilia, ſimiliterq; deſcripta proportionalia erũt. Et ſi

quæ

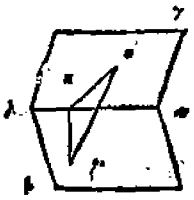
quę ex ipſis ſolida parallelepipeda ſimilia ſimiliterq; deſcripta, ppor tionalia fuerint, & ipſæ quoq; rectæ lineæ proportionales erunt.



THEON ex Zãb. *Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α β, γ δ, ε ζ, υ θ, ſicut α β ad γ δ, ſic ε ζ ad υ θ, et deſcribãtur ab ipſis α β, γ δ, ε ζ, υ θ, ſimilia ſimiliterq; iacentia ſolida parallelepipeda υ α, λ γ, μ ε, ν υ. Dico q; eſt ſicut υ α ad λ γ, ſic eſt μ ε ad ν υ. Quoniã enim ſo lidum υ α parallelepipedum ipſi λ γ ſimile eſt, igitur (per 33 undecimi) υ α ad λ γ triplicẽ rationem habet quam α β ad γ δ, & id propte rea μ ε ad ν υ triplã habet rationem quã ε ζ ad υ θ. Et ſicut igitur (p ii quinti) α υ ad λ γ, ſic μ ε ad ν υ. Sed iam eſto ſicut α υ ſolidum ad λ γ ſolidum, ſic μ ε ſolidum ad ν υ ſolidũ. Dico quòd eſt ſicut α β recta linea ad ipſam γ δ, ſic eſt ε ζ ad υ θ. Quoniam enim rurſus υ α ad λ γ tri plam rationem habet quam α β ad γ δ, habet autem & μ ε ad ν υ triplã rationẽ quã ε ζ ad υ θ, eſtq; ſicut υ α ad λ γ, ſic μ ε ad ν υ, & ſicut igitur α β ad γ δ, ſic ε ζ ad υ θ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*

Eucl. ex Zamb. Theorema 33. Propoſitio 38.

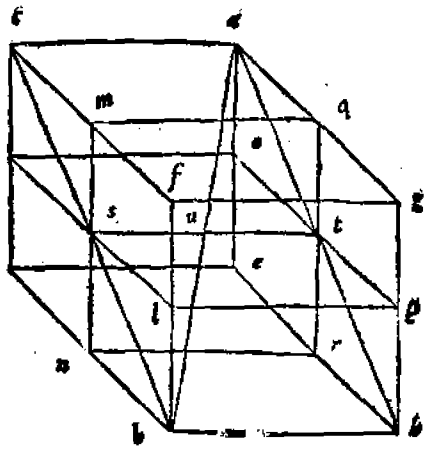
38 Si planum ad planũ rectum fuerit, à ſigno autem in altero planorum exiſtente, in alte rum planum perpendicularis ducta fuerit, in comunem ipſorũ pla norum ſectionem cadit ipſa perpendicularis.



THEON ex Zamb. *Planum enim γ δ, ad planum α β, rectũ eſto, cõmunis au tem ipſorũ ſectio ſit δ α, ſumaturq; in ipſo γ δ plano, contingens ſignũ ε. Dico q; ab ipſo ε in α β planũ perpendicularis ducta, in ipſam δ α cadit. Non enim, ſed ſi poſſi bile eſt, cadat extra ſicut ε ζ, & cõcurrat ipſi α β plano in ζ ſigno, & ab ipſo ζ, in ip ſam δ α, in plano α β (per 11 undecimi) perpendicularis excitetur ζ υ, quæ & ipſi γ δ plano ad angulos rectos eſt. Connectanturq; ε υ. Quoniam igitur ζ υ ipſi γ δ pla no ad angulos rectos eſt, tangit autem ipſam ipſa ε υ exiſtens in ipſo γ δ plano, igitur angulus qui ſub ζ υ ε, rectus eſt. Sed & ε ζ, ipſi α β plano ad angulos rectos: angulus igitur qui ſub ε ζ υ, rectus eſt. Trianguli iam ipſius ε ζ υ bini anguli, duobus rectis ſunt æquales, quod (per 17 primi) eſt impoſſibile. Igitur ab ε in α β pla num perpendicularis ducta, non cadit extra ipſam δ α, in ipſam igitur α δ cadit: quod erat oſtendẽdum.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 40.

40 Incíſa fuerint latera duarũ oppoſitarũ ſuperficierũ cubi unũquodq; in duo media, exierintq; à pũctis ſectionum duę ſuperficies ſe uiciſsim ſecãtes & cubũ, cõmunẽ earũ ſe ctionẽ diametrũ cubi p æqualia ſecare, et ab ipſa diametro uerſa uice p æq̃lia ſecari neceſſe eſt.



CAMPANVS. Statue cubũ qui ſit a b, de quo cõſtat per diffinitionẽ q; oẽs lineæ ipſum cõtinen tes ſint æquales, & eius ſuperficies rectangulę: tale enim corpus, cubũ dicimus. Huius igit baſis ſit e ius ſuperficies a c d e, ſuperficies uerò eius ſupremа b f g h, dextra uerò eius ſuperficies ſit a e g h, ſiniſtra autẽ ſuperficies b f c d, citerior quoq; ſit d e b h, ſed ulterior a c g f, eiusq; diameter ſit a b. Diuidãtur i taq; omnia latera duarũ quarũlibet ſuperficierum oppoſitarũ eius per æqualia, & ſint nũc ſuperficies quarum latera diuidãtur, dextra atq; ſiniſtra. Diui dãtur inquã, quatuor latera dextræ quidem ſuper quatuor puncta quæ ſunt o p, q r, ſiniſtrę uerò ſu per quatuor quæ ſint k l m n, & cõiungãtur pun cta in his ſuperficiebus oppoſita, ductis lineis o p & q r quę ſecẽt ſe in puncto t, itemq; k l & m n quę

ſecent ſe in puncto f, & perficiatur duæ ſuperficies ſecãtes ſe inuicẽ & cubum, ꝓtractis itẽ lineis o k & p l, q m & r n ſitq; harum duarum ſuperficierum cõmunis ſectio linea s t. Dico igitur q; linea s t diuidit diametrum a b, & diuiditur ab eadem diametro per æqualia. Quod patet, utraq; enim earum tranſit per centrum cubi.

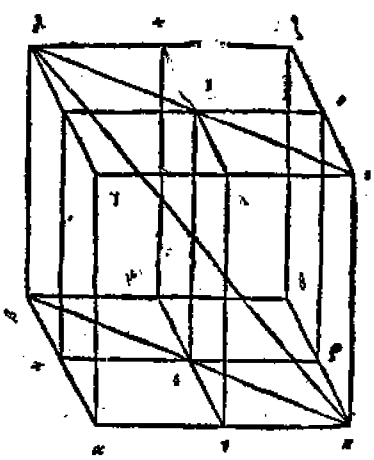
ALITER uerò conuenit quod propoſitum eſt demonſtrare. Producantur enim duæ lineę t a & t h, & item duæ ſ c, ſ b, eritq; ex 4 primi a t æqualis t h, & ſ c æqualis ſ b. Cõſtat autẽ ex prima parte 29 primi, quòd angulus p t q eſt ęqualis angulo a q t, & ex 4 primi angulus h t p eſt ęqualis angulo t à q. Itaq; ex 32 primi totus angulus h t q cũ angulo q t a, ualet duos rectos, quare ex 14 primi linea a h erit linea una, ſimiliter quoq; linea a b erit linea una. At quia ex nona huius, linea a c eſt æquidiſtans lineę b h (utraq; enim eſt æquidiſtans lineæ d e) cumq; ipſæ ſint æquales quia latera cubi, ſequitur ex 33 primi duas lineas a h & c b eſſe æquales & æquidiſtantes: ideoq; per cõceptionem, earum medietates quæ ſunt a t & b s, erunt æquales. Ex 7 autem huius manifeſtum eſt, quòd linea ſ c eſt in ſuperficie duarum linearum a h & b c, & ex eadẽ linea a b quæ eſt diameter cubi, eſt etiã diameter ſuperficiei parallelogrãmæ a c b h. Itaq; linea s t ſecat diametrum a b. ſecet ergo ipſam in puncto u. Dico ergo lineã s u eſſe æqualẽ lineę u t, & lineã etiam a u lineæ u b. Intelligantur duo triãguli a t u, b s u, quorũ anguli qui ſunt ad t & s ſunt ęquales adinuicẽ, ſimiliter anguli eorundẽ qui ſunt ad a & b ęquales adinuicẽ ex prima parte 29 primi, ꝓpter id ꝙd linea a t æquidiſtat lineę s b. Et quia etiam ipſę ſunt adinuicẽ æquales, ſequitur ex 26 primi, quod propoſitum eſt. Idem quoq; eodem modo concluditur. & ſi ſolidum a b non ſit cubus, ſed ſolidum corpus parallelogrammum ſiue æqualibus lineis ſiue nõ æqualibus cõtentum fuerit, ſiue quoq; ſuper baſim ôrthogonaliter erectum, ſiue etiam & ſuper ipſam inclinatum. Vnde ampliatur in hac 40 figuratio cubi, ad omnes figuras parallelogrammas ſolidas.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 34.* *Propoſitio 39.*

Si ſolidi parallelepipedi eorum quæ ex oppoſito planorũ latera bifariàm ſecta fuerint, extẽſaq; fuerint per ſectiones plana, communis ipſorum planorum ſectio, & ſolidi parallelepipedi dimetiens bifariam ſe adinuicem diſpeſcent. 39

ALITER. Si cubi eorum quæ ex oppoſito planorum latera, & reliqua quæ ſequuntur, ut ſuprà.

THEON ex Zãb. *Solidi, inquã, parallelepipedi α ſ, eorum quæ ex oppoſito planorum γ ſ, α θ, latera bifariàm diſpeſcãtur per κ λ μ ν, & ξ π ο ρ ſignũ; & per ſectiones protẽdãtur plana κ ν ξ ρ, cõmunis autem planorũ ipſorum ſectio eſto υ σ, ipſius autem α β, ſolidi parallelepipedi diagonius eſto λ κ. Dico iam q; & ipſæ υ σ, λ κ, ſeſe inuicẽ diſpeſcunt, hoc eſt quod υ τ ipſi τ σ eſt æqualis, & λ τ ipſi τ κ. Cõnectantur enim λ υ, υ ε, β σ, σ κ. Et quoniã λ ξ parallelus eſt ipſi ο ε, anguli alternatim poſiti (per 29 primi) qui ſub λ ξ υ, υ ο ε inuicẽ ſunt æquales. Et quoniã æqualis eſt λ ξ ipſi ο ε, & ξ υ, ipſi ε ο, & æquos angulos cõprehẽdunt, baſis igitur λ ω (per 4 primi) ipſi υ ε eſt æqualis, & triangulũ λ ξ υ ipſi υ ο ε triãgulo eſt æquale, et reliqui anguli reliquis angulis. Igitur angulus qui ſub ξ υ λ, æquus eſt ei qui ſub ο υ ε angulo, ac ꝙ hoc recta linea eſt ipſa λ υ ε, & per eadem etiã β σ κ recta linea eſt, eſt & æqualis β σ ipſi σ κ. Et quoniã γ α ipſi λ β eſt æqualis & eſt parallela, ſed γ α ipſi κ ε eſt æqualis & parallela, & λ ϛ igitur ipſi ε κ eſt æqualis & parallela (per primã communẽ ſententiã) & ipſas cõnectũt rectæ lineæ λ ε, β κ, parallelus igitur eſt (per 33 primi) λ ε, ipſi β κ, & ſuſcipiuntur in utriſq; contingentia ſigna, hoc eſt λ υ, κ ε, connectanturq; λ κ, χ σ. In uno igitur ſunt plano (per 17 undecimi) ipſæ λ κ, υ σ. Et quoniã parallela eſt λ ε ipſi β κ, æqualis igitur eſt (per 29 primi) qui ſub ε λ τ angulus ei qui ſub β κ τ angulo: uiciſſim enim & qui ſub λ τ υ ei qui ſub κ τ ε. Bina iam triangula ſunt, hoc eſt λ τ υ & κ τ σ, duos angulos duobus angulis æquos habentia & unum latus uni lateri æquum, quod ſubtendit autem æqualium angulorũ, hoc eſt λ υ ipſi κ σ, dimidiæ nanq; ipſarum λ ε, β κ, & reliqua igitur latera reliquis lateribus æqualia habebunt. Aequalis igitur eſt λ τ ipſi τ κ, & υ τ ipſi τ σ. Si ſolidi igitur parallelepipedi eorum quæ ex oppoſito planorum latera bifariàm ſecta fuerint extenſaq; fuerint per ſectiones planas, communis ipſorum planorum ſectio & ſolidi parallelepipedi dimetiens bifariàm ſe adinuicem diſpeſcent: quod erat oſtendendum.*

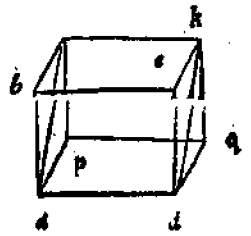


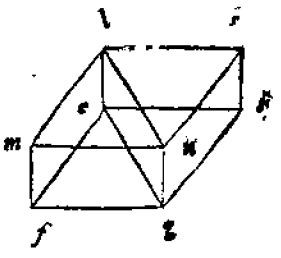
Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propositio 41.*

41 SI duo corpora seratilia q̃rũ alterũ basin triãgulã, alterũ uerò basin habeat æquidistãtiũ laterũ ipsi basi triangulæ duplã, æquè alta fuerint, illa duo corpora necesse est esse æqualia.

CAMPANVS. Sit superficies a b c æquidistãtium laterũ dupla trilateræ superficiei e f g, & super has duas superficies fiant duo corpora seratilia æquè alta. Sitq; seratile quod est supra basin quadrãgulã a b c d, a b h d c k, cuius basis est superficies æquidistãtiũ laterum proposita a b c d, alia eius superficiei æquidistãtium laterũ est a h d k, tertia uerò est b h c k, duæ autẽ est eius triangulares superficies, sunt altera quidem triangulus a b h, reliqua uerò triãgulus d c k. Seratile autẽ quod est super basin triangulam e f g, sit e f g l m n cuius altera duarũ trilaterarũ superficierũ est basis prædicta, reliqua uerò triãgulus l m n, triũ autẽ superficierum eius æquidistãtium laterum prima quidem est e f l m, secunda uerò e g l n, tertia uerò f g m n. Dico itaq; hæc duo seratilia proposita, esse adinuicẽ æqualia. Perficiãtur enim duo solida parallelogramma, adiungẽdo utriq; duorum propositorũ seratiliũ aliud seratile sibi æquale. Primo quidẽ seratili super eãdẽ basin sit adiunctũ seratile a p h d q k cuius duæ trilaterę superficies sint a p h, d q k, tres autẽ quadrilateræ, prima quidẽ a h d k quæ est terminus cõmunis sibi & ei cui adiungitur secũda uerò a d p q, tertia quoq; p q h k. Secundo autẽ seratili adiungatur aliud seratile sibi æquale hoc modo. Adiungatur primo triangulo e f g alius triangulus æqualis qui e g r, ita quòd tota superficies e f g r sit æquidistantium laterum, & super hunc triangulum fiat seratile e g l r l n s, quod cum illo cui adiungitur perficiat corpus parallelogrãmum huius seratilis adiuncti, duę trilaterę superficies sunt e g r, l n s, tres autem parallelogrammæ sunt, prima quidem c l r s, secunda e l g n quæ est communis terminus sibi & ei cui adiungitur, tertia uerò g r n s. Manifestum igitur ex definitione solidorum æqualium atque similium, quod duo seratilia parallelogrammum componentia solidum a k, sibi inuicem, itemq; componentia solidum parallelogrammum e n, sibi inuicem sunt æqualia. At uerò ex 31 uel ex 32 huius, duo solida a k & e n sunt sibi inuicem æqualia. Quia ergo horum solidorum medietates sunt seratilia proposita, per communem sciẽtiam constat ea esse æqualia, quæcunq; enim fuerint æqualia, eorum medietates necesse est esse æquales. Liquet itaq; quod propositum est.

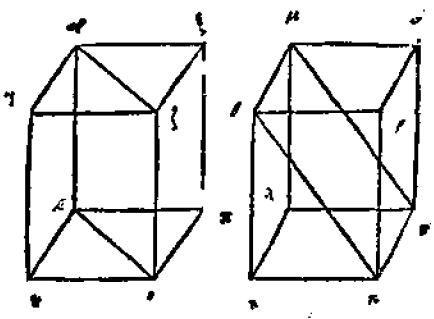




Euclex Zamb. *Theorema 35.* *Propositio 40.*

40 SI fuerint bina prismata sub æquis altitudinib. & alterũ quidẽ basin parallelogrãmũ habuerit, alterũ autẽ triãgulum, duplũ autẽ fuerit parallelogrammum ipsius trianguli, ipsa prismata æqualia erunt.

THEON ex Zamb. *Sint bina prismata α β γ δ ε ζ, κ θ κ λ μ ν, & alterum quidem habeat basin α ζ, parallelogrammum, alterum uerò κ θ κ triangulũ, duplum uerò sit α ζ parallelogrammum, ipsius κ θ κ trianguli. Dico quòd prisma α β γ δ ε ζ, æquum est ipsi θ κ κ λ μ ν prismati. Cõpleantur inquam, ipsa α ξ, ν ο, solida. Et quoniam α ζ parallelogrammũ ipsius κ θ κ triãguli duplum est, estq; θ κ parallelogrammum (per 41 primi) duplum ipsius κ θ κ trianguli, æquum igitur est α ζ parallelogrammum ipsi θ κ parallelogrammo. Super æqualibus autem basibus existentia solida parallelepipeda & sub eadem altitudine, inuicem sunt æqualia (per 31 undecimi) Igitur solidum α ξ, æquum est ipsi ν ο solidõ & ipsius quidem α ξ solidi, dimidium est ipsum α β γ δ ε ζ prisma, ipsius autẽ ν ο solidi, dimidiũ est ipsum κ θ κ λ μ ν prisma. Igitur prisma α β γ δ ε ζ, ipsi κ θ κ λ μ ν prismati est æquum. Si fuerint igitur bina prismata sub æquali altitudine, & alterum quidem habuerit basin parallelogrammum, alterum autem triangulum, duplum autem fuerit parallelogrammum ipsius trianguli, æqualia sunt ipsa prismata: quod erat ostendendum.*



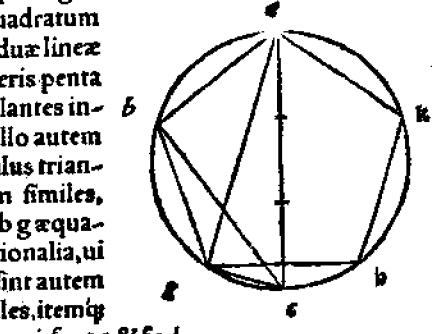
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORUM *Liber duodecimus.*

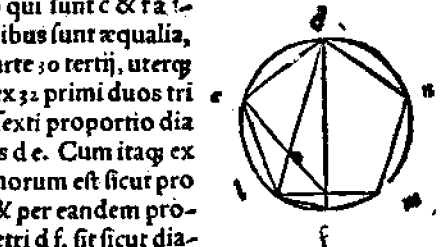
Ex Campano. *Propoſitio 1.*



MNiū duarū ſuperficierū ſimilium multiangularū inter duos circulos deſcriptarū, eſt proportio alterius ad alterā, tanquam proportio quadratorum quę ex diametris circulorum eas circunſcribentium proueniunt. 1

CAMPANVS. Sint duo circuli a b c, d e f, quibus inſcribantur duæ quælibet figuræ polygoniæ, quę ponantur adinuicem ſimiles, ſintq; nunc pentagonæ inſcriptæ, ut docet 11 quarti, & ipſæ ſint a b g h k, d e l m n, diametri quoq; circulorum ſint a c & d f. Dico itaq; quòd proportio pentagoni a b g h k ad pentagonum d e l m n, eſt ſicut quadratum diametri a c ad quadratum diametri d f. Protrahantur enim in utroq; circulo duæ lineæ ab extremitate diametri, ad extremitatem unius lateris pentagoni diametro non cōterminalis ſeinuicem cancellantes infra ipſum pentagonum: in hoc quidē, a g & c b, in illo autem d l & f e. Eritq; ex 6 ſexti triangulus a b g, æquiangulus triangulo d e l. Nam cum pēntagoni ponantur adinuicem ſimiles, erunt ex diffinitione ſimiliū ſuperficierū angulus a b g æqualis angulo d e l, & latera ipſos continentia proportionalia, uidelicet proportio a b ad d e, ſicut b g ad e l. Cum ſint autem ex 20 tertij, duo anguli a c g & a g b ſibi inuicē æquales, itemq; duo alij d f e & d l e ſibi inuicem æquales, erunt duo qui ſunt c & f a ſinuicem æquales ex hac cōmuni ſcientia, quæ ęqualibus ſunt æqualia, ſibi quoq; æqua eſſe neceſſe eſt. Et quia ex prima parte 30 tertij, uterq; duorum angulorum a b c, d e f, eſt rectus, ſequitur ex 32 primi duos triangulos a b c, d e f, eſſe æquiangulos. Quare pēr 4 ſexti proportio diametri a c ad diametrum d f, eſt ſicut lateris b ad latus d e. Cum itaq; ex ſecunda parte 18 ſexti, proportiō duorum pentagonorum eſt ſicut proportio lateris a b ad latus d e proportio duplicata, & per eandem proportio quadrati diametri a c ad quadratum diametri d f, ſit ſicut diametri a c ad diametrum d f duplicata: per hanc communem ſcientiam, quorum dimidia ſunt æqualia, ipſa quoq; adinuicem eſſe æqualia manifeſtum eſt: quòd propoſitum eſt.



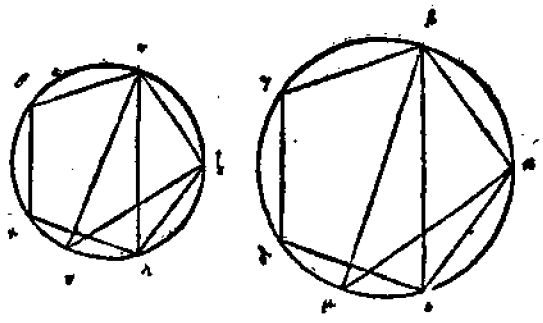


Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*



VAe in circulis ſimiles multangulæ figuræ, adinuicem ſe habent ſicut quæ ex dimetientibus quadrata. 1

THEON *ex Zamb.* *Sint circuli α β γ Δ ε, ζ η θ κ λ, & in eis ſint ſimiles figuræ multangulæ α β γ Δ ε, ζ η θ κ λ, dimetientes autē circulorum ſint β μ, η ν. Dico quòd eſt ſicut quadratum quod ex β μ ad id quod ex η ν quadratum, ſic eſt multangulum α β γ Δ ε ad multangulum ζ η θ κ λ. Connectantur enim β ε, α μ, η λ, ζ ν. Et quoniam multangulum α β γ Δ ε ipſi ζ η θ κ λ multangulo ſimile eſt, æquus eſt & qui ſub β α ε angulus ei qui ſub η ζ λ, eſtq; ſicut β α ad α ε, ſic η ζ ad ζ λ. Bina iā triāgula ſunt β α ε & η ζ λ, unū angulū uni angulo æqualē habētia, qui ſub β α ε ei qui ſub η ζ λ, circa aūt æquos angulos latera proportionalia: æquiāgulum igitur eſt*



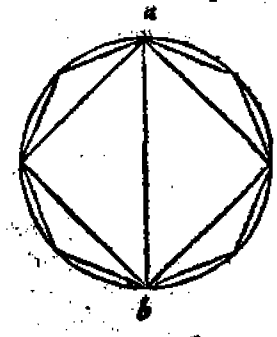
(per

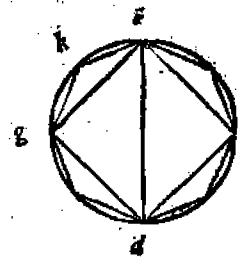
(per 1 diffinitionem sexti) ∝ β ε triangulũ, ipsi ʃ ν λ triangulo: æqualis igitur est angulus qui sub ∝ ε β, ei qui sub ʃ λ ν. Sed qui (per 21 tertij) sub ∝ ε β ei qui sub ∝ μ β est æqualis (in eãdem nanq; circumferentiã ierunt) qui autẽ sub ʃ λ ν ei qui sub ʃ ν ν, & qui sub ∝ μ β, igitur ei qui sub ʃ ν ν est æqualis. Est aũt & rectus qui sub β ∝ μ, ei qui sub ν ʃ ν recto (per 4. postulatum) æqualis: reliquus igitur reliquo est æqualis (per 3 cõmunem sententiam) Aequiangulum igitur est triangulum ∝ μ β, ipsi ʃ ν ν triangulo. Proportionaliter igitur est sicut β μ ad ν ν sic β ∝ ad ν ʃ. Sed ipsius quidem β μ ad ν ν rationis, dupla est ea quæ ipsius β μ quadrati ad id quod ex ν ν quadratum. Ipsius autem β ∝ ad ν ʃ, dupla est ipsius ∝ β γ δ ε multanguli ratio ad ipsum ʃ ν θ ν λ multangulum: & sicut igitur (per 11 quinti) quod ex β μ quadratum, ad id quod ex ν ν quadratum, sic est multangulum ∝ β γ δ ε ad multangulum ʃ ν θ ν λ. In circulis igitur similia multangula sese adinuicem habent, sicut quæ ex dimetientibus quadrata: quod erat ostendendum.

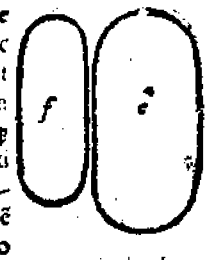
Euclid. ex Camp. Propositio 2.

2 Mniũ duorũ circulorũ est proportio alterius ad alterũ tanq; ꝓportio quadrati ſuæ diametri ad q̃dratũ diametri alterius.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b & c d, quorum diametri quoq; dicantur a b & c d. Dico itaq; quòd proportio circuli a b ad circulum c d, est ſicut quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d. Manifeſtum enim est ex hac communi ſcientia ſcilicet quanta est quælibet magnitudo ad aliquam ſecundam, tantam neceſſe est eſſe quamlibet tertiam ad aliquam quartam, quòd proportio quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d, est ſicut circuli a b ad ſuperficiem aliquam quæ ſit e, cuiuſcunq; figuræ aut formę ponatur. Hanc autem impoſsibile est maiorẽ eſſe aut minorẽ circulo c d. Si enim est poſsibile ipſam eſſe minorem circulo c d, ſit itaq; minor in ſuperficie f. Itaq; circulus c d, ſit æqualis duabus ſuperficiebus e & f pariter acceptis. Conſtat igitur ex 1 decimi, quod toties poſsit ex circulo c d, ſuiſq; reſiduis ſubtrahi maius dimidio, quouſq; relinquatur quãtitas aliqua minor f. Inſcribatur ergo ſibi ut docet 6 quarti, quadratũ c d g h, de quo cõſtat quòd ipſum ſit maius medietate circuli: quadratũ enim quod est duplũ ad ipſum, est circulũ circũſcribẽs, ut patet ex penultima primi & 7 quarti. Si igitur portiones circuli exiſtentes ſuper latera quadrati pariter acceptæ, fuerint minus ſuperficie f, ſufficit. Sin autẽ quatuor arcus exiſtẽtes ſuper dicta latera per ęqualia diuidãtur, & puncta ipſos arcus diuidẽtia cum extremitatibus laterũ cõtinuentur per lineas rectas. Verbi gratia, arcus c g diuidatur per ęqualia in puncto k, & protrahanẽ lineæ k c, k g, ſicq; de cæteris. Eritq; quilibet triangulorũ deſcriptorum ſuper latera quadrati, maior medietate portionis in qua exiſtit, eo quòd omnis triangulus iſoſceles est medietas parallelogrãmi ſiq; baſis per 41 primi, quod quidẽ parallelogrãmum maius erit ſuperficie ipſo arcu chordaq; cõtenta. Sint itaq; portiones exiſtẽtes ſuper latera octogonij inſcripti pariter acceptæ, minus ſuperficie f. Si enim nondũ hoc eſſet, non ceſſarem diuidere arcus (quorũ latera ultimę deſcriptæ figurę ſunt chordę) per ęqualia, & inſcribere figurã æquilateram duplo pluriũ laterum primæ, ſemper ſubtrahẽdo ab ipſis circuli portionib. maius dimidio, quouſq; per 1 decimi, portiones ſuper latera alicuius talis figuræ circulo inſcriptæ exiſtẽtes pariter acceptę, erũt minus ſuperficie f. Sint ergo nũc quæ dictę ſunt, eritq; ex cõceptione octogonũ c d, maius ſuperficie e. In circulo igitur a b eadẽ uia inſcribat ſimile octogonũ quod dicatur a b, ſitq; ex præmiſſa proportio octogoni a b ad octogonum c d, ſicut quadrati diametri a b ad quadratũ diametri c d, ideoq; per 11 quinti ſicut proportio circuli a b ad ſuperficiẽ e, itaq; permutatim polygonij a b ad circulũ a b, ſicut polygonij c d ad ſuperficiẽ e. Cũq; ſit polygoniũ c d maius ſupficie e, erit polygoniũ a b maius circulo a b, hoc aũt impoſsibile. Nõ est ergo ſuperficies e, minor circulo c d. Sed nec maior. Esto enim ſi poſsibile ſit. Cũ igit ſit proportio quadrati diametri a b ad quadratũ diametri c d, ſicut circuli a b ad ſuperficiẽ e, erit ecõuerſo quadrati diametri c d ad quadratũ diametri a b, ſicut ſuperficiei e ad circulũ a b. Et cõſtat ex cõmuni ſciẽtia in principio huius demõſtrationis poſita, quod eadẽ est circuli c d ad aliquã ſuperficiẽ quę ſit f, eritq; ex 14 quinti ſuperficies f, minor circulo a b. Itaq; proportio quadrati diametri c d ad quadratũ diametri a b, erit ſicut circuli c d ad ſuperficiẽ f minorẽ circulo a b. Sed ex hoc demõſtrauimus paulo antè ſequi impoſsibile, uidelicet polygoniũ inſcriptum circulo maius eſſe circulo. Sicut ergo ſuperficies e nõ poteſt eſſe minor circulo c d, ita nec maior, erit ergo neceſſariò æqualis. Quare per ſecũdã partẽ 7 qnti, liquet quod ꝓpoſitũ est.



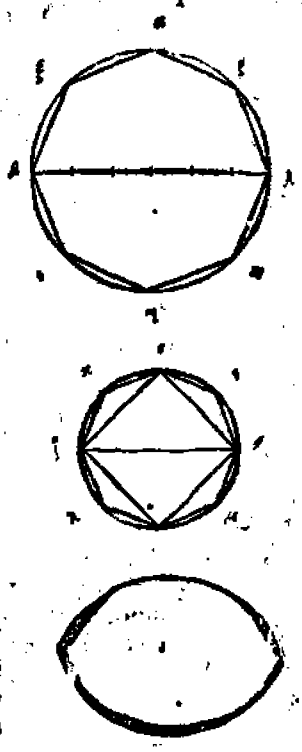


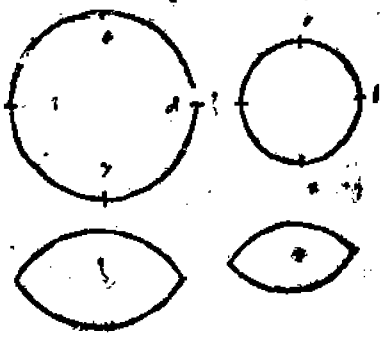


Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 2.

Circuli sese adinuicē habent, sicut quæ ex dimetiētibus quadrata.

THEON ex Zamb. Sint circuli α β γ Δ, ε ζ η θ, dimetiētes autē eorū sunt Δ ζ, ζ θ. Dico q; est sicut quod ex β Δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, sic est α β γ Δ circulus ad ε ζ η θ circulū. Si enim non est sicut quod ex ζ Δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratum, sic α β γ Δ circulus ad ε ζ η θ circulū, erit sicut quod ex β Δ ad id quod ex ζ θ, sic α β γ Δ circulus uel ad minorem ipso ε ζ η θ circulo areā, uel ad maiorē. Sit prius ad minorem σ. describaturq; (per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratū ε ζ η θ. Iam descripti quadrati dimidium est ε ζ η θ quadratū, ipso autē circūscripto quadrato minor est circulus, quare ε ζ η θ inscriptū quadratū, maius est quàm dimidium ipsius ε ζ η θ circuli. Secentur bifariam ipsæ ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, circū ferentiæ in signis κ λ, λ μ, μ ν, cōnectanturq; ε κ, κ ζ, ζ λ, λ κ, κ μ, μ θ, θ ν, ν ε. Et unūquodq; igitur ipsorū ε κ ζ, ζ λ κ, κ μ θ, θ ν ε, triāgulorū, maius est quàm dimidium eius quod circū ipsum est circuli segmenti, quoniā si per κ λ, μ ν, signa circulum tangentes ducamus, & compleamus quæ in ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, rectis lineis parallelogrāma, unumquodq; ipsorum ε κ ζ, ζ λ κ, κ μ θ, θ ν ε triangulorū, dimidium est eius quod circum ipsum prarallelogrāmi, sed circum ipsum segmentum, minus est parallelogrāmo, quare unumquodq; ipsorum ε κ ζ, ζ λ κ, κ μ θ, θ ν ε triāgulorū, maius est dimidio eius quod circū seipsum segmēti circuli. Dispescentes iam (per 30 tertij) reliquas circunferētias bifāriam, cōnectētesq; rectas lineas, & hoc semper efficientes (per undecimi) relinquentes quædā circuli segmenta quæ minora erunt excessu quo excedit circulus ε ζ η θ aream σ. Ostensum etenim est in primo decimi uoluminis theorematē, quod binis magnitudinib. inæqualib. expositis, si à maiori auferatur maius quàm dimidiū, & reliquæ maius quàm dimidium, hoc quoq; semper fiat, quædam relinquetur magnitudo quæ minore magnitudine exposita, minor erat. Relinquantur igitur, sintq; quæ in ipsis ε κ, κ ζ, ζ λ, λ κ, κ μ, μ θ, θ ν, ν ε, segmenta ipsius ε ζ η θ circuli, minora excessu quo excedit circulus ε ζ η θ ipsam σ aream. Reliquū igitur ε κ ζ λ κ μ θ ν multangulū, maius est ipsa area σ. Inscribatur in circulum α β γ Δ, ipsi ε κ ζ λ, κ μ θ ν multangulo, simile multāgulū α ξ, β ο, γ π, Δ ρ. Est igitur (per præcedētē) sicut quod ex β Δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratum, sic est multangulum α ξ β ο γ π Δ ρ ad ε κ ζ λ κ μ θ ν multangulum. Sed sicut quod ex β Δ quadratum ad id quod ex ζ θ quadratū, sic circulus α β γ Δ ad aream σ: & sicut igitur (per 12 quinti) α β γ Δ circulus ad σ aream, sic multangulū α ξ β ο γ π Δ ρ ad ipsum ε κ ζ λ κ μ θ ν multāgulum. Vicissim igitur (per 16 quinti) sicut circulus α β γ Δ, ad id quod in ipso multangulum, sic σ area ad multangulum ε κ ζ λ κ μ θ κ. Maior autem est α β γ Δ circulus, eo quod in se est maltangulo: maior igitur est & area σ, ipso ε κ ζ λ κ μ θ ν multangulo, sed & minor, quod est impossibile. Non est igitur sicut quod ex β Δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, sic circulus α β γ Δ ad aliquā areā ipso ε ζ η θ circulo minorē. Similiter iam demōstrabimus quod neq; sicut quod ex ζ θ ad id quod ex β Δ, sic circulus ε ζ η θ ad aliquā areā minorē ipso α β γ Δ circulo. Dico nēpe q; neq; sicut quod ex ζ θ ad id quod ex β Δ, sic circulus α β γ Δ ad aliquā areā maiorē ipso ε ζ η θ circulo. Si enim possibile, sit ad maiorē σ. Conuersim igitur est sicut quod ex ζ θ quadratum ad id quod ex β Δ, sic est σ area ad α β γ Δ circulum. Sed sicut σ area ad α β γ Δ circulum, sic est circulus ε ζ η θ ad aliquam aream minorem ipso α β γ Δ circulo, & sicut igitur (per 21 quinti) quod ex ζ θ ad id quod ex β Δ, sic est ε ζ θ circulus ad aliquam aream minorem ipso α β γ Δ circulo, quod impossibile esse demonstratum est. Non est igitur sicut quod ex β Δ quadratum ad id quod ex ζ θ, sic circulus α β γ Δ ad maiorem aliquam aream ipso ε ζ η θ circulo. Ostensum autem est, quod neq; ad minorem. Est igitur sicut quod ex β Δ quadratum ad id quod ex ζ θ quadratum, sic circulus α β γ Δ ad circulum ε ζ η θ. Circuli ergo adinuicem sese habent, sicut quæ ex dimetientibus quadrata. Quod erat ostendendum. Dico iā q; σ area maiore subsistente ipso ε ζ η θ circulo, est sicut area σ ad α β γ Δ circulum, sic ε ζ η θ circulus ad aliquā aream minorem ipso α β γ Δ circulo. Fiat enim sicut σ area ad α β γ Δ circulum, sic ε ζ η θ circulus ad aream τ. Dico q; area τ, minor est ipso α β γ Δ circulo. Quoniam enim est sicut





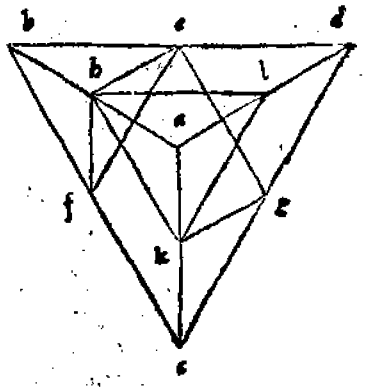
ſicut ρ area ad α β γ Δ circulũ, ſic eſt ε ſ κ θ circulus ad aream τ, uiciſſim (per 16 quinti) eſt ſicut σ area ad ε ſ κ θ circulum, ſic eſt α β γ Δ circulus ad τ aream. Maior autẽ eſt σ area ipſo ε ſ κ θ circulo, maior igitur eſt & α β γ Δ circulus, ipſa area τ, quare eſt ſicut ρ area ad α β γ Δ circulum, ſic eſt ε ſ κ θ circulus ad minorem aliquam aream ipſo α β γ Δ circulo: quod oportuit demonſtraße.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*



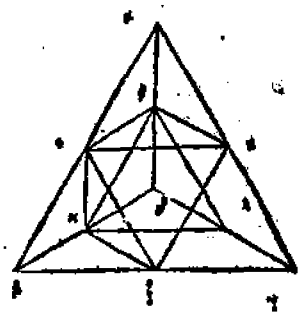
Mnis pyramis cuius baſis triangula, ſcindi poteſt in duas æquas pyramides ſibi inuicem totiq; pyramidi ſimiles, unaq; in duo ſeratilia, quæ ambo pariter accepta dimidio totius pyramidis neceſſe eſt eſſe maiora.

CAMPANVS. Sit pyramis a b c d ſuper baſin triangulam b c d, eiusq; uertex ſolidus angulus a, à quo demittantur tres hypothenuſæ a b, a c, a d, tres angulos baſis, & diuidãtur omnia latera baſis per æqualia in trib. punctis e f g, tres quoq; hypothenuſæ per æqualia in tribus punctis h k l, & protrahantur in baſi duæ lineæ e f & e g. Eritq; baſis eius diuiſa in tres ſuperficies, quarũ duæ ſunt duo trianguli b e f, e g d, q̃s ex ſecũda parte 2 ſexti, & diffinitione ſimiliũ ſuperficierũ conſtat eſſe ſimiles ſibi inuicẽ & toti baſi, & æquales adinuicẽ ex 8 primi, tertia eſt tetragona parallelogrãma & ipſa eſt e f g c, quã conſtat eſſe duplã ad triangulum e g d ex 40 & 41 primi. Demittantur ergo rurſus à puncto h duæ hypothenuſæ h e, h f, & à puncto k l hypothenuſa k g, & protrahantur lineæ h k, k l, et l h. Diuiſa eſt itaq; tota pyramis a b c d in duas pyramides quæ ſint h b e f & a h k l, & duo ſeratilia quorũ unum eſt e h f g k c & eſt ſuper baſin quadrangulã c f g e, & aliud eſt e g d h k l & eſt ſuper baſin triangulam e g d. De duabus autem pyramidibus h b e f, a h k l, quod ipſæ ſunt æquales adinuicẽ ſibiq; & toti pyramidi a b c d ſimiles, conſtat ex diffinitione corpoſũ æqualiũ & ſimiliũ & ex 10 undecimi & ex ſecunda parte 2 ſexti. De duobus autem ſeratilibus quod ipſa ſint æqualia, cõſtat ex ultima undecimi. Quod uerò ambo ſeratilia pariter accepta ſint maius medietate totius pyramidis, ex hoc manifeſtum eſt quod utrunq; illorum diuiſibile eſt in duas pyramides, quarum altera triangula æqualis uni duarum, in quas & ſeratilia totalis pyramis diuiditur: altera uerò quadrangula, quæ dupla eſt ad reliquam: quare patet ambo ſeratilia pariter accepta tres quartas eſſe totalis pyramidis diuiſæ. Ac proportionem ſi ſcire deſideras, ſextam huius duodecimi conſule. Sed ſufficit tibi ſcire (quantum ad propoſitum) illa duo ſeratilia pariter accepta duas partiales pyramides in quas & ſeratilia totalis diuiditur pariter acceptas, quantalibet quantitate excedere.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 3.*

Omnis pyramis triangularem baſin habens, diuiditur in binas pyramides æquas & ſimiles inuicem triangulares baſes habentes, & ſimiles toti, & in bina priſmata æqualia, & ipſa bina priſmata maiora ſunt quàm dimidium totius pyramidis.



THEON ex Zãb. *Sit pyramis cuius baſis quidem ſit triangulum α β γ, faſtigium uerò ſit ſignum Δ. Dico q̃ pyramis α β γ Δ diuiditur in pyramides binas æquas adinuicem triangulares baſes habentes et toti ſimiles, et in bina priſmata æqualia, et bina priſmata maiora ſunt quã totius pyramidis dimidiũ. Secentur (per 10 primi) α β, β γ, γ α, α Δ, Δ β, Δ γ, bifariã in ſignis ε, ζ, κ δ, κ λ, cõnectanturq; ε θ, ε κ, κ θ, κ λ, λ θ, ε κ, κ ζ, ζ κ. Et quoniã α ε eſt æqualis ipſi ε β, et α θ ipſi Δ θ, parallelus igitur eſt ε θ ipſi Δ β. Idq; propterea etiam θ κ, ipſi α β parallelus eſt: parallelogrammũ igitur eſt θ ε κ θ, æqualis igitur eſt ipſa θ κ ipſi ε β. Sed ε β ipſi α ε eſt æqualis, & α ε igitur ipſi θ κ eſt æqualis. Eſt autẽ et α θ ipſi θ Δ æqualis. Duæ iã α ε, α θ, duab. κ θ, θ Δ, ſunt æquales altera alteri, & angulus qui ſub ε α θ (p 28 primi) ei qui ſub κ θ Δ, eſt æqualis: baſis igitur ε θ (p 4 primi) baſi κ Δ eſt æqualis. Igitur triãgulũ α ε θ, æquũ & ſimile eſt ipſi θ κ Δ triãgulo. Et id propterea etiã triãgulũ α θ κ, ipſi θ λ Δ triangulo æquũ et ſimile eſt. Et quoniã binæ rectæ tangẽtes ſe adinuicẽ ε θ, θ κ,* ad binas rectas lineas ſeſe inuicẽ tangẽtes κ Δ, Δ λ, ſunt nõ tamen in eodẽ plano exiſtẽtes, æquos angulos cõprehendũt: æqualis igitur eſt (per 10 undecimi) angulus qui ſub ε θ κ, ei qui ſub κ Δ λ, angulo. Et quoniam binæ*

* πεφ᾽ ἁὐὸ παράλληλοι.

rectæ lineæ ε θ, θ ν, duabus, ν Δ, Δ λ, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub ε θ ν (per 10 undecimi) angulo qui sub ν Δ, Δ λ, est æqualis, basis igitur ε ν (p 4 primi) basi ν λ est æqualis. Triangulũ igitur ε θ ν, æquũ est ei triangulo quod sub ν Δ λ & simile, & id propterea triangulum α ε ν, ipsi θ ν λ triangulo æquũ & simile est. Pyramis igitur cuius basis α ε ν triangulũ, fastigium autem θ signũ, æqualis & similis est pyramidi cuius basis quidẽ est θ ν λ triangulum & uertex Δ signũ. Et quoniã tranguli α Δ β (per 2 sexti) ‖ ad unum latus α β, excitata est ϑ ν, æquiangulũ est α Δ β triangulũ ipsi Δ ν θ triangulo, & latera habent proportionalia. Igitur triangulũ α Δ β, simile est ipsi triãgulo Δ θ ν. Idq; propterea & triangulũ quidẽ Δ β γ simile est ipsi triangulo Δ ν λ, & α Δ γ triangulum ipsi Δ θ λ triangulo. Et quoniam (per 10 undecimi) binæ rectæ lineæ ſeſe inuicẽ tangentes β α, α γ ‖ ad binas rectas lineas ſeſe inuicẽ tangentes ν θ, ϑ λ, sunt nõ tamen in eodẽ plano, æquos cõprehendunt angulos. Angulus igitur qui sub β α γ, æquus est ipsi angulo qui sub ν θ λ. Estq; sicut β α ad α γ, sic ν θ ad θ λ. Triangulũ igitur α β γ, ipsi α ν λ triangulo simile est. Et pyramis igitur cuius basis quidem est triangulũ α β γ, uertex autẽ Δ signũ, similis est pyramidi cuius basis quidem est θ ν λ triangulum, uertex autem Δ signũ. Sed pyramis cuius basis est triangulũ θ ν λ, uertex autẽ Δ signũ, ostensa est similis pyramidi cuius basis quidẽ est α ε ν triangulũ, uertex uerò θ signũ. Quare & pyramis cuius quidem basis est triangulũ α β γ, uertex uerò Δ signũ, similis est pyramidi, cuius basis quidem est α ε ν triangulum, & uertex θ signum: utraq; igitur ipsarũ α ε ν θ, θ ν λ Δ, pyramidũ, similis est toti α β γ Δ pyramidi. Et quoniã β ζ æqualis est ipsi ζ γ, parallelogrãmum ε β ζ ν, ipsius ν ζ γ trianguli duplũ est (per 41 primi) Et quoniam si fuerint bina prismata æquè alta, & alterũ quidẽ habuerit basin parallelogrãmum, alterũ autẽ triangulũ, duplum autẽ fuerit parallelogrãmum ipsius trianguli, ipsa prismata sunt æqualia (per 40 undecimi) prisma igitur cõprehensum sub binis triangulis β ν ζ, θ ν λ, tribusq; parallelogrãmis ε β ζ ν, ε β ν θ, ν θ ζ ν, prismati cõprehenso sub binis triangulis ν ζ γ, θ ν λ, tribusq; parallelogrãmis ν ζ γ λ, λ γ ν θ, θ ν ζ ν est æquale. Manifestũ autẽ q; utrunq; ipsorũ prismatũ cuius basis ε δ ζ ν parallelogrammum, ex opposito aũt θ ν recta linea, et cuius basis ν ζ γ triangulũ, ex opposito autẽ ν λ θ triangulũ, maius est utraq; ipsarũ pyramidũ, quarũ bases quidẽ sunt triãgula α ν ε & θ ν λ, uertices autẽ θ Δ signa. Quoniam si cõnectamus ε ζ, ν, rectas lineas prisma cuius basis ε β ζ ν parallelogrãmũ, ex oppositio autẽ ν θ recta linea, maius est pyramide cuius basis ε β ζ triangulũ, & uertex ν signũ. Sed pyramis cuius basis ε β ζ triangulũ, uertex autẽ est ν signum, æqua est pyramidi cuius basis est α ε ν triangulum, & uertex est Δ signũ: sub æquis enim & similib. planis cõprehenduntur. Quare & prisma cuius basis quidẽ ε δ ζ ν parallelogrammum, ex oppositio autẽ θ ν recta linea, maius est pyramide cuius basis α ε ν triangulũ, uertex autẽ θ signũ. Prisma uerò cuius basis ε δ ζ ν parallelogrãmũ, ex opposito autẽ θ ν recta linea, æquũ est prismati cuius basis ν ζ γ triãgulum, ex opposito autẽ triãgulum θ ν λ. Pyramis autẽ cuius basis quidẽ α ε ν triãgulum, uertex autẽ signũ θ, æqua est pyramidi cuius basis θ ν λ triãgulũ, uertex autẽ est Δ signũ. Prædicta igitur bina prismata, maiora sunt prædictis duab. pyramidib. quarũ bases sũt ipsa α ε ν, θ ν λ triãgula, uertices autẽ sunt θ Δ signa. Tota igitur pyramis cuius basis est triãgulũ α δ γ, uertex autẽ signũ Δ, diuiditur in binas pyramides sibi inuicẽ æquas & similes toti, & in bina prismata æqualia, et bina prismata maiora sunt q̃ totius pyramidis dimidiũ: quod erat ostẽdendum.

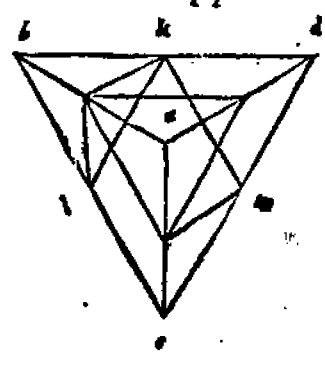
ωεχρὰ, id est æquidistanter.

ωεχραὶ δύο

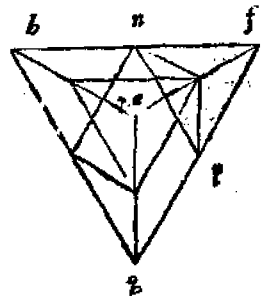
Eutlid. ex Camp. Propoſitio 4.

SI duæ pyramides æquè altæ, quarũ bases triangulæ singulæ in binas pyramides æquales sibi inuicẽ ac toti similes, binaq; seratilia æq̃lia diuidant, erit proportio basis unius ad basin alterius tãq; proportio duorũ seratiliũ suorũ ad duo seratilia alterius. Eritq; palàm omnia seratilia q̃ fuerint in utralibet illarũ pyramidũ pariter accepta ad cũcta seratilia q̃ in altera pyramide fuerint, eandẽ habere proportionẽ, quã basis eius pyramidis ad basin alterius pyramidis.

CAMPANVS. Sint duæ pyramides quarum bases triangulæ, æquè altæ: hæc quidẽ a b c d, cuius conus punctus a, basis triangulus b c d, hypothenusæ a b, a c, a d, illa uerò e f g h, cuius conus pũctus e, basis triãgulus f g h, hypothenusæ e f, e g, e h: hæ autẽ duæ pyramides diuidantur, sicut in prœmissa. Sintq; bases earum diuisæ. Hęc quidẽ protractis lineis latera basis ipsius per æqualia diuidentibus, quæ sint k l & k m: illa uerò protractis lineis quæ sint n p, n q. Dico ergo quòd proportio basis b c d ad basin f g h, est sicut duorũ seratilium pyramidis a pariter acceptorũ ad duo seratilia pyramidis e pariter accepta. Manifestũ est aũt ex 15 sexti parte secũda, q̃ proportio



portio trianguli b c d ad triangulum k m d, eſt ſicut lineæ b d ad lineam k d duplicata, per eandē quoq; eſt proportio trianguli f g h ad triangulū n q h, ſicut lineæ f h ad lineā n h duplicata. Cūq; ſit linea b d ad lineam k d, ſicut linea f h ad lineā n h (utrobiq; enim eſt dupla proportio) erit triangulus b c d ad triangulū k m d, ſicut triangulus f g h ad triangulum n q h, & permutatim triangulus b c d ad triāgulū f g h, ſicut triangulus k m d ad triāgulum n q h. Triāgulus autem k m d ad triangulum n q h, eſt ſicut ſeratile exiſtens ſuper, ipſum ad ſeratile exiſtēs ſuper illū per 33 undecimi. Huius quoq; ſeratilis ad illud, eſt ſicut æmborum ſeratiliū pyramidis a pariter acceptorū, ad ambo ſeratilia pyramidis e pariter accepta ex 15 quinti: neceſſe eſt enim ut ſit duplum ad duplum, quemadmodum ſimplum ad ſimplum. Itaq; conclude ex 11 quinti, quod propoſitū eſt. Dormitas autē, ſi dubitas ſeratilia unius harum pyramidū, æquè alta eſſe ſeratilibus pyramidis alterius. Cū enim ſint pyramides æquè altę, ſit quoq; utraq; earū diuiſa in duas pyramides ęquales ſibi to



tidēq; ſimiles & in duo ſeratilia æqualia, & ſint duę partiales pyramides ęquè altæ, eo quòd ſimiles & æquales (quod facile patebit demiſsis à uerticibus partialium pyramidum perpendicularibus ad baſes ipſarum, de quibus perpendicularibus ex 37 undecimi conſtat eſſe æquales) cumq; altitudines harum partialium pyramidum pariter acceptæ componūt altitudinē totalis pyramidis diuiſæ, ſintq; ambo ſeratilia æquè alta uni partialium pyramidum ei, uidelicet quæ ſuper partialem triangulum baſis totalis pyramidis componitur, non eſt fas ambigere ſeratilia unius earum pyramidū eſſe æquè alta ſeratilibus alterius earum. Correlarium uerò ex eo manifeſtū eſt, q; ſi militer baſes partialium pyramidū ſic ſe habeant adinuicem, ſicut bina ſeratilia unius ad bina ſeratilia alterius. Et quia baſes partialium ſic ſe habēt adinuicem, ſicut baſes totaliū ex ſecūda parte 18 ſexti, & permutata a proportione, cōſtat ex 13 quinti uerū eſſe quod correlarium proponit.

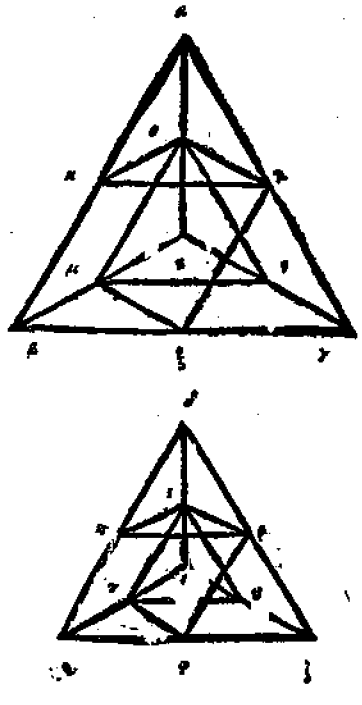
Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propoſitio 4.*

4 Si fuerint binæ pyramides ſub eadem altitudine, triangulares baſes habentes, diuiſa uerò fuerit utraq; ipſarum in binas pyramides adinuicē æquales & ſimiles totí & in bina priſmata æqualia, & in utraq; factarū pyramidū is modus ſemper ſeruetur, erit ſicut unius pyramidis baſis ad alterius pyramidis baſin, ſic q̄ in una pyramide priſmata omnia ad ea q̄ in altera pyramide priſmata * æquè multiplicia. * ἰσοπλήθη, id

THEON ex Zāb. *Sint binæ pyramides ſub eadem altitudine, triangulares baſes habentes, hoc eſt α δ eſt pari multi- γ, δ ι ζ, & faſtigia κ ϑ ſigna. Diuidatur q; ipſarum utraq; in binas pyramides inuicem æquas & toti ſimiles tudine ſumpta. & in bina priſmata æqualia. Ipſarumq; factarum pyramidum utraq;, itidē intelligatur diuiſa, & hoc ſemper fiat. Dico quòd eſt ſicut α δ γ baſis ad δ ι ζ baſin, ſic ſunt omnia priſmata quæ in ipſa α β γ κ pyramide ad ea quæ in δ ι ζ ϑ pyramide priſmata æquè multiplicia. Quoniā enim β ξ ipſi ξ γ, & α λ ipſi λ γ eſt æqualis, parallelus igitur eſt ξ λ ipſi α β, & α β γ triangulum ipſi λ ξ γ triangulo ſimile eſt, & id propterea iam triangulum δ ι ζ, ſimile eſt, ipſi ρ φ ſ triangulo. Et quoniam δ γ ipſius γ ξ dupla eſt, & ι ζ ipſius ζ φ, eſt igitur ſicut δ γ ad γ ξ, ſic eſt ι ζ ad ζ φ. Deſcriptæq; ſunt ab ipſis quidē β γ, γ ξ, ſimiles ſimiliterq; poſitæ rectilineæ figuræ α β γ, λ ξ γ, ab ipſis autē ι ζ, ζ φ, ſimiles ſimiliterq; poſitæ rectilineæ figuræ δ ι ζ, ρ φ ſ. Si autē quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, et quæ ab ipſis rectilineæ figuræ ſimiles ſimiliterq; poſitæ, proportionales erunt. Et igitur ſicut α β γ triangulum ad λ ξ γ triangulum, ſic eſt δ ι ζ triangulum ad ρ φ ſ triangulū, uiciſſim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut α β γ triangulum ad δ ι ζ triangulum, ſic eſt λ ξ γ triangulum ad ρ φ ſ triangulum. Sed ſicut λ ξ γ triangulum ad ρ φ ſ triangulum, ſic priſma, cuius baſis quidem eſt λ ξ γ triangulū, ex oppoſito aūt ο μ ν, ad priſma cuius baſis eſt quidē ρ φ ſ triangulū, ex oppoſito aūt ſ τ ν, et ſicut igitur (p 11 quinti) α β γ triāgulū ad δ ι ζ triāgulū, ſic eſt priſma cuius baſis qdē eſt λ ξ γ triāgulū, ex oppoſito uerò ο μ ν ad priſma cuius baſis eſt ρ φ ſ triāgulū, ex oppoſito aūt σ τ ν. Et quoniā bina priſmata exiſtētia in ipſa α β γ κ pyramide inuicē ſūt æqualia, et quia bina priſmata exiſtētia in ipſa δ ι ζ ϑ pyramide inuicē ſūt æqualia, eſt igitur ſicut priſma cuius baſis eſt ξ κ λ ξ parallelogrāmū, ex oppoſito uerò μ ο recta linea, ad priſma cuius baſis eſt λ ξ γ triāgulū, ex oppoſito aūt ο μ ν, ſic priſma cuius baſis π ι ρ φ, ex oppoſito uerò σ τ ad priſma cuius baſis ρ φ ſ, ex oppoſito aūt σ τ ν. Cōponēdo igitur (p 18 quinti) eſt ſicut κ β ξ λ μ ο, λ ξ γ μ ο priſmata ad λ ξ γ μ ν ο priſma, ſic π ι φ ρ σ τ, ρ φ ſ σ τ ν, priſmata ad ρ φ ſ σ τ ν priſma uiciſſim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut κ β ξ λ ο μ, λ ξ γ ο μ ν ad ipſa π ι φ ρ σ τ, ρ φ ſ σ τ ν priſmata, ſic priſma λ ξ γ μ ν ο ad ρ φ ſ σ τ ν priſ-*

τ υ prisma. Sicut autem λ ξ γ μ ν ο prisma ad ϱ φ ſ σ τ υ prisma, ſic oſtẽſum eſt eſſe baſin λ ξ γ ad ipſam ϱ φ ſ, & baſin α β γ ad baſin Δ ε ſ, & ſicut igitur (per 11 quinti) triangulum α β γ ad triangulũ Δ ε ſ, ſic bina priſmata quæ ſunt in α β γ κ pyramide ad ea bina priſmata quæ ſunt in Δ ε ſ γ pyramide. Similiter ucrò ſi et reliquas pyramides eodem modo ✳ trahemus, uidelicet ο μ ν θ, σ τ υ θ, erit ſicut baſis ο μ ν ad σ τ υ baſin, ſic bina priſmata exiſtentia in ipſa ο μ ν κ pyramide ad bina priſmata exiſtẽtia in σ τ υ θ pyramide. ſed ſicut ο μ ν baſis ad σ τ υ baſin, ſic α β γ baſis ad Δ ε ſ baſin, & ſicut igitur (per 11 quinti) α β γ baſis ad Δ ε ſ baſin, ſic & bina priſmata exiſtentia in ipſa α β γ ο pyramide ad bina priſmata exiſtentia in Δ ε ſ θ pyramide, & bina priſmata exiſtentia in ο μ ν κ pyramide ad bina priſmata exiſtẽtia in ipſa σ τ υ θ pyramide, & quatuor ad quatuor. Et eadem quoq; oſtendentur in priſmatibus factis ex ipſarum α κ λ ο et Δ π ϱ σ pyramidum diuiſione, & omnium ſimpliciter æquẽ multiplicium. Quod autem ſit ſicut λ ξ γ triangulum ad ϱ φ ſ triangulum, ſic priſma cuius baſis λ ξ γ triangulum, ex oppoſito autẽ ο μ ν, ad priſma cuius baſis quidem eſt ϱ φ ſ triangulum, ex oppoſito σ τ υ, ſic oſtendendum eſt. In eadem enim deſcriptione intelligantur ab ipſis κ θ perpendiculares in ipſa α β γ, Δ ε ſ, triangula plana, æquales autem ipſæ erunt, quoniam æquè ſublimes ipſæ ſupponuntur pyramides. Et quoniam binæ rectæ lineæ κ γ & quæ ex κ perpendicularis, à parallelis planis hoc eſt α β γ, ο μ ν, ſecantur, in eiſdem rationibus ſecabuntur (per 17 undecimi) & κ γ biſariam ſecatur à plano ο μ ν, in ſigno ν, & perpendicularis igitur quæ ex κ, in triangulum α β γ, planum biſariam ſecatur à plano ο μ ν, & id propterea & perpendicularis quæ ex θ in Δ ε ſ planum, biſariam ſecabitur ab ipſo σ τ υ plano. Et ipſæ quæ ex κ θ, perpendiculares in ipſa α β γ, Δ ε ſ, plana ſunt æquales. Igitur & quæ ex ο μ ν, σ τ υ, triangulis in ipſa α β γ, Δ ε ſ plana perpendiculares, ſunt æquales. Priſmata igitur quorum baſes ſunt λ ξ γ & ϱ φ ſ triangula, ex oppoſito autem ο μ ν, σ τ υ, æquè ſunt alta. Quare & ſolida parallelepipeda quæ à prædictis priſmatibus deſcribuntur æquè alta, ad inuicem ſunt ſicut baſes, & dimidia igitur erunt ſicut λ ξ γ baſis ad ϱ φ ſ baſin, ſic prædicta priſmata adinuicem. Si binæ igitur pyramides ſub eadem fuerint altitudine, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.

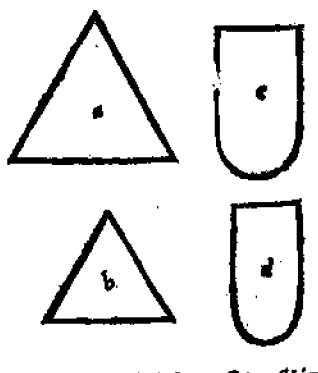
Διὰ τέλους, diuiſerimus.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 5.

OMnes duæ pyramides æquè altæ quarum baſes triãgulæ, ſuis baſibus ſunt proportionales.

CAMPANVS. Quod 33 undecimi propoſuit de ſolidis parallelogrammis & in fine 36 undecimi uerum eſſe demonſtrauimus de ſeratilibus, hæc 5 duodecimi proponit de pyramidibus triangulis. Intelligantur enim duę pyramides æquèal tæ, quarum baſes ſunt duo trigoni a & b, dico quòd proportio pyramidis a ad pyramidem b, eſt ſicut baſis a ad baſin b, quod eodẽ demonſtrationis uel argumẽrationis genere demõſtrandum eſt, quo ſecundam huius demonſtrauimus. Sit enim ut baſis a ad baſin b, ita pyramis a ad corpus c, de quo dico, & ipſum non erit minus neq; maius pyramide b. Nam ſi poſsibile eſt ut ſit minus, eſto minus in ſolido d, ut pyramis b ſit æqualis duob. corporibus c & d pariter acceptis. Diuiſa itaq; pyramide b ut proponit 3 huius, detrahãtur ab ea duo ſeratilia, quæ ex prędmiſſa ſunt maius medietate pyramidis ipſius, itemq; ex utraq; duarũ partialium reſiduarũ pyramidum, duo earum prędicto modo diuiſarũ ſeratilia demantur, & fiat hoc toties, quouſq; ex pyramide b cogatur aduerſarius per primã decimi confiteri relinqui minus ſolido d, eruntq; ex cõmuni ſcientia, ſeratilia detracta, maius c. Fiat igitur à pyramide a, ſimilis ſeratiliũ detractio, & intelliga-

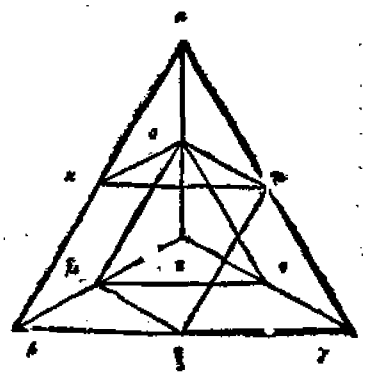


telligamus tot ſeratilia detracta eſſe ex pyramide a, quot detraximus ex pyramide b, eritq; ex corelario præmiſſę ſicut baſis a ad baſin b, ita ſeratilia detracta à pyramide a ad ſeratilia detracta à pyramide b, ſed fic erat pyramis a ad corpus c, itaq; ſeratilia pyramidis a ad ſeratilia pyramidis b, ſicut pyramis a ad corpus c, & permutatim ſeratilia pyramidis a ad pyramidem a, ſicut ſeratilia pyramidis b ad corpus c. Cumq; ſint ſeratilia pyramidis b, maius corpore c, erunt ſeratilia pyramidis a, maius pyramide a. Et quia hoc eſt impoſsibile, non erit corpus c, minus pyramide b. Sed nec maius. Hoc enim poſito, cùm ſit proportio baſis a ad baſin b, ſicut pyramidis a ad corpus c, erit è conuerſo baſis b ad baſin a, ſicut corporis c ad pyramidem a, eritq; eadem ex communi ſcientia, pyramidis b ad aliquod corpus quod ſit d, ſequeturq; ex 14 quinti, quòd corpus d ſit minus pyramide a, eo quòd pyramis b ponitur minor corpore c. Erit igitur baſis b ad baſin a, ſicut pyramis b ad corpus minus pyramide a. Ex hoc autem demonſtratũ eſt ſequi impoſsibile, uidelicet ſeratilia detracta ab aliqua pyramide, maius eſſe ea pyramide à qua detrahũtur. Ideoq; relinquitur corpus c eſſe æquale pyramidi b, cùm nec minus ea poſsit eſſe nec maius, & proportionem pyramidis a ad pyramidem b eſſe ſicut baſis c ad baſin b. Hoc autẽ erat demonſtrandum.

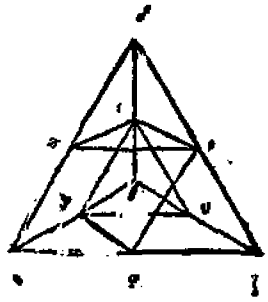
Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 5.*

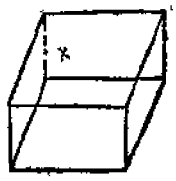
5 Sub eodem faſtigio pyramides ſubſiſtentes, triangulares ſq; baſes habentes, adinuicem ſeſe habent ſicut baſes.

THEON ex Zamb. *Sint ſub eadem altitudine pyramides, quarum baſes quidem ſint α β γ, δ ε ζ, triangula, faſtigia uerò η, θ, ſigna. Dico quòd eſt ſicut α β γ, baſis ad δ ε ζ baſin, ſic eſt α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramida. Si autem nõ eſt ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramida, erit ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α β γ η pyramis uel ad ſolidum aliquod minus ipſa δ ε ζ θ pyramide, uel ad maius. Sitq; prius ad minus aliquod, ſitq; χ. Diuidaturq; (per 3 duodecimi) ipſa δ ε ζ θ pyramis, in binas pyramides æquas & toti ſimiles, & in bina priſmata æqualia: iam bina priſmata, maiora ſunt quàm totius pyramidis dimidium, & rurſus (per eandẽ) quæ fiũt ex diuiſione pyramides, ſimiliter diuidantur, & hoc ſemper fiat, quo ad amplius nõ ſuperſint aliquæ pyramides ex ipſa δ ε ζ θ pyramide, qui ſint minores exceſſu quo excedit δ ε ζ θ pyramis ipſum χ ſolidũ. Acciantur, ſintq; rationis cauſa, ipſæ δ π ρ σ & σ τ υ θ, reliqua igitur priſmata exiſtẽtia in ipſa δ ε ζ θ pyramide, maiora ſunt ipſo χ ſolido. Diuidaturq; (per præcedentem) ipſa α β γ η pyramis, ſimiliter & æquè multipliciter ipſi δ ε ζ θ pyramidi. Eſt igitur ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic (per præcedentem) quæ in α β γ η pyramide priſmata ad ea quæ in δ ε ζ θ pyramide priſmata. Sed & ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α β γ η pyramis ad χ ſolidum. Et ſicut igitur (per 12 quinti) α β γ η pyramis ad χ ſolidum, ſic priſmata quæ in α β γ η pyramide ad ea priſmata quæ in δ ε ζ θ pyramide: uicißim igitur (per 16 quinti) ſicut α β γ η pyramis ad ea quæ in ipſa priſmata, ſic eſt χ ſolidum ad ea quæ in δ ε ζ θ pyramide priſmata. Maior autem eſt pyramis α β γ η, eis quæ in ſeipſa priſmatibus. Igitur & ſolidum χ, maius eſt pyramide δ ε ζ θ ſunt priſmatibus, ſed et minus. Quod eſt impoſsibile. Igitur nõ eſt ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α β γ η pyramis ad aliquod ipſa δ ε ζ θ pyramide ſolidum minus. Similiter iam oſtẽdetur, quòd neq; ſicut baſis δ ε ζ ad baſin α β γ, ſic δ ε ζ θ pyramis ad minus aliquod ſolidũ ipſa α β γ η pyramide. Dico iam, quòd neq; eſt ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α β γ η pyramis ad maius aliquod ſolidum ipſa δ ε ζ θ pyramide. Si enim poßibile, eſto ad maius χ ſolidum. Conuerſim igitur eſt ſicut δ ε ζ baſis ad α β γ baſin, ſic χ ſolidũ ad α β γ η pyramidẽ. Sed ſicut χ ſolidum ad α β γ η pyramidem, ſic δ ε ζ θ pyramis ad minus aliquod ipſa α β γ η pyramide, ſicut antè oſtenſum eſt. Et ſicut igitur (per 11 quinti) baſis δ ε ζ ad baſin α β γ, ſic δ ε ζ θ pyramis ad minus aliquod ipſa α β γ η pyramide, quod abſurdum eſſe patuit. Nõ eſt igitur ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α β γ η pyramis ad maius aliquod ſolidum ipſa pyramide δ ε ζ θ. Patuit autem quòd neq; ad minus. Eſt igitur ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramidem. Sub eodem igitur faſtigio, & quæ ſequũtur reliqua: quod oſtendere oportuit.*



λόγος ἕνεκα, uerbi cauſa



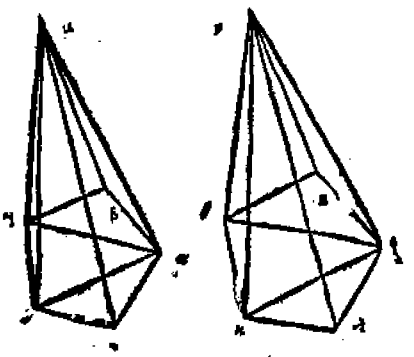


Euclides

Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

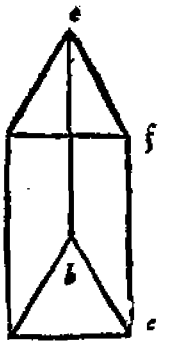
Sub eadem altitudine pyramides existētes, multangulasq; bases habentes, adinuicem sese habent sicut bases.

THEON ex Zamb. *Sint sub eadem altitudine pyramides multangulas bases habētes, hoc est* α β γ Δ ε, ϛ η θ κ λ, *sastigia uerò* μ ν, *signa. Dico quòd est sicut* α β γ Δ ε *basis ad* ϛ η θ κ λ *basin, sic est* α β γ Δ ε μ, *pyramis ad* ϛ η θ κ λ ν *pyramida. Diuidatur enim ipsa* α β γ Δ ε *basis in triangula* α β γ, α γ Δ, α Δ ε, *et* ϛ η θ κ λ *in* ϛ η θ, ϛ θ κ, ϛ κ λ *triangula. Intelligātur q; ab unoquoq; triangulo, pyramides æquè altæ eis quæ in principio pyramidibus. Et quoniam est sicut* α β γ, *triangulum ad* α γ Δ *triangulum, sic est* α β γ μ *pyramis ad* α γ Δ μ *pyramida, & cōponendo (per 18 quinti) sicut* α β γ Δ *trapeziū ad* α γ Δ *triangulum, sic* α β γ Δ μ *pyramis ad* α γ Δ μ *pyramida, sed & sicut* α γ Δ *triangulum ad* α Δ ε *triangulum, sic* α γ Δ μ, *pyramis ad* α Δ ε μ *pyramida: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut* α β γ Δ *basis ad* α Δ ε *basin, sic* α β γ Δ μ, *pyramis ad ipsam* α Δ ε μ *pyramida: & componendo rursus (per 18 quinti) sicut* α β γ Δ ε *basis ad ipsam* α Δ ε, *sic* α β γ ε μ *pyramis ad* α Δ ε μ *pyramida. Idq; propterea etiam sicut* ϛ η θ κ λ, *basis ad* ϛ κ λ *basin, sic &* ϛ η θ κ λ ν *pyramis ad* ϛ κ λ ν *pyramida. Et quoniā binæ pyramides sunt* α Δ ε μ, ϛ κ λ ν, *triāgulas habētes bases ac sub eadē altitudine, est igitur (per 5 duodecimi) sicut* α Δ ε *basis ad* ϛ κ λ *basin, sic* α Δ ε μ, *pyramis ad ipsam* ϛ κ λ ν *pyramida. Quoniā igitur sicut* α β γ Δ ε, *basis ad* α Δ ε *basin, sic* α β γ Δ ε μ, *pyramis ad* α Δ ε μ *pyramida, sicut autē* α Δ ε *basis ad* ϛ κ λ *basin, sic* α Δ ε μ *pyramis ad* ϛ κ λ ν *pyramida, ex æquali igitur (per 22 quinti) & sicut* α β γ Δ ε *basis ad* ϛ κ λ *basin, sic* α β γ Δ ε μ *pyramis ad* ϛ κ λ ν *pyramida. Sed & sicut* ϛ κ λ *basis ad* ϛ η θ κ λ *basin, sic erat &* ϛ κ λ ν *pyramis ad* ϛ η θ κ λ ν *pyramida: & ex æquali rursus (per 22 quinti) est sicut* α β γ Δ ε *basis ad* ϛ η θ κ λ *basin, sic* α β γ Δ ε μ *pyramis ad* ϛ η θ κ λ *pyramida. Sub eadē altitudine igitur & quæ sequūtur reliqua: quod erat ostendendū.* Euclid. ex Cāp. Prop. 6.



Omne corpus seratile, in tres pyramides æquales basesq; & triangulas habentes, est diuisibile.

CAMPANVS. Sit seratile a b c d e f, ipsum dico esse diuisibile in tres pyramides triāgulas æquales. protrahatur enim in unaquaq; suarū triū superficierū parallelogrāmarū linea diagonalis, ita quòd una earū diagonaliū fit cōterminalis reliquis duabus. Vt si protrahas lineas b d, b f, & f a, quas propter confusionē protrahere cōtempsi, eritq; totū seratile in tres triāgulas pyramides diuisum, quas ex præmissa bis assumpta facile constat esse æquales.



CAMPANI *additiones.* Quoniā autē Euclides nihil demonstrandū proponit de pyramidibus lateratis, exceptis solis quarum sunt bases triangulæ, ut omniū cognitionē ex elemētis quæ ponit, sufficiēter elicere possimus, quædam arbitramur nō inutile demōstrationib. hic positis adiūgere. Solis enim elemētis cōtentus Euclides, multa prætermisit, quę quāuis ex eis cōsequantur, non tamen sine difficultate patent studētibus. Horum primum est hoc:

Si duo solida (quorum alterum seratile, alterum uerò pyramis, cuius basis triangula) super eandem basin, aut super æquales trigonas, aut seratile super quadrangulam, pyramis uerò super trigonam quę quadrangulæ basis seratilis sit dimidiū, constituta fuerint æquè alta, seratile pyramidi triplum esse conueniet.

Si seratile propositū fuerit super basin trigonam, tunc ex pyramide propositā super propriam basin perficiatur seratile pyramidi propositæ æquè altum. Si uerò seratile fuerit super basin quadrangulam, tunc basi pyramidis adijciatur triangulus, ex quo & basi pyramidis perficiatur superficies æquidistantium laterum, super quam ex ipsa pyramide compleatur seratile pyramidi æquè altum. Quia igitur istud seratile seratili priori est æquè altum, & utrorumq; bases sunt æquales ex hypothesi, sequitur ipsa esse æqualia, hoc enim demonstratum est in 36 undecimi. At quoniam ex 6 huius, seratile secūdum triplum est ad pyramidem propositam, nam ipsa est una ex tribus pyramidibus in quas ipsum seratile diuiditur, erit quoq; per communem scientiam propositum seratile triplum ad propositam pyramidem.

Si quot-

2 Si quotlibet pyramides quarum baſes triangulæ, ſuper unam eandemq; baſin, ſiue ſuper æquales conſtitutæ fuerint æquè altæ, eas eſſe adinuicem æquales neceſſe eſt.

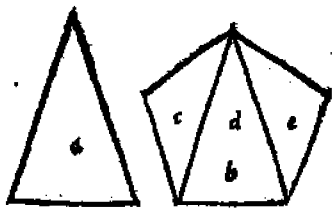
Fabricato enimuerò ſeratili, æquè alto pyramidibus propoſitis, ſuper baſin triangulam æqualem baſibus propoſitarum pyramidum, aut ſuper baſin quadrangulam duplam baſibus earundem, erit ipſum ſeratile triplum ad pyramides ſingulas: hoc enim conſtat ex præmiſſa addita, ſiue interpoſita. Igitur ex communi ſcientia cunctæ propoſitæ pyramides ſunt, ut diximus, adinuicem æquales.

3 Omnes pyramides quarum baſes triangulæ æquè altæ, ſuis baſibus ſunt proportionales.

Fiant ſuper baſes propoſitarum pyramidum, aut ſuper alias trigonas æquales, aut ſuper parallelogrãmas duplas, ſeratilia ipſis pyramidibus æquè alta, erunt ob hoc ſeratilia ſibi adinuicem æquè alta. Et quia ipſa ſeratilia ſuis baſibus ſunt proportionalia, ut probatum eſt in 36 undecimi, 33 ipſius mediante: cumq; ex prima harum additarum manifeſtum ſit hæc ſeratilia tripla eſſe ad propoſitas pyramides, unumquodque uidelicet, ad ſuam relatiuam, baſesq; ipſorum æquales, aut duplas eſſe baſibus ipſarum: ſicut autem ex 15 quinti, triplum ad triplum, ita ſimplum ad ſimplum, erunt quoq; propoſitæ pyramides ſuis baſibus proportionales.

4 Si fuerint duæ quælibet pyramides æquè altæ, fueritq; alterius baſis trigona, reliquę autem tetragona aut plurilatera, pyramides ipſas ſuis baſibus proportiõnales eſſe conueniet.

Exempli gratia: Intelligantur duæ pyramides æquè altæ, ſuper duas baſes a & b, ſitq; baſis a triangula, b uerò pentagona. Et dicantur hæ pyramides, a & b. Itaque dico proportionem pyramidum a & b, eſſe ſicut baſium a & b. Diſtinguatur quidem pentagonus b, in tres triangulos c d e, eritq; tota pyramis b, diſtincta in tres pyramides æquè altas, quarum baſes ſunt trianguli c d e, quæ etiam dicantur nominibus ſuarum baſium. Quia igitur ex præmiſſa interpoſita, proportio pyramidis c ad pyramidem a, eſt ſicut trigoni c ad trigonum a, & pyramidis d ad pyramidem a, ſicut trigoni d ad trigonum a, itemq; pyramis e ad pyramidem a, ſicut trigoni e ad trigonum a, ex 24 quinti bis aſſumpta, ſequitur quod ſit proportio aggregati ex omnibus pyramidibus c d e (& ipſum eſt pyramis b) ad pyramidem a, ſicut aggregati ex omnibus trigonis c d e (& ipſum eſt pẽtagonus b) ad trigonum a. Conſtat igitur quod uolumus.



5 Omnes lateratæ pyramides æquè altæ, ſuis baſibus proportionales eſſe probantur. *Zamb.d*

Si altera earum fuerit ſuper baſin trigonam, ex præmiſſa interpoſita conſtat quod dicitur. Si autem baſis utriuſque fuerit polygonia, utralibet ipſarum baſium reſoluta in triangulos, & ipſa pyramide in pyramides triangulas, erit ex præmiſſa interpoſita proportio uniuſcuiuſque harum triangularum pyramidum, in quas altera propoſitarum diuiditur, ad reliquam, ſicut ſuę baſis ad baſin alterius. Itaque per 24 quinti, quoties oportet aſſumptam, conſtat uerum eſſe quod diximus.

Eucl. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propoſitio 7.*

6 Omne priſma triangularem baſin habens, diuiditur in tres pyramides ſibi inuicem æquas, triangulares baſes habentes.

THEON ex *Zamb.* *Sit priſma α β γ Δ ε ζ, cuius quidem baſis ſit α β γ triangulum, ex oppoſito autem Δ ε ζ. Dico quòd ipſum α β γ Δ ε ζ priſma, diuiditur in tres pyramides ſibi inuicem æquas, triangulares baſes habentes. Connectantur enim β Δ, ε γ, γ Δ. Et quoniam α β ε Δ parallelogrammum eſt, eius autem dimetiens eſt β Δ, triangulum igitur α β Δ ipſi ε Δ β triangulo æquum eſt, & pyramis igitur cuius baſis quidem eſt α β Δ triangulum, faſtigium autem γ ſignum, æqualis eſt pyramidi cuius baſis eſt triangulum ε Δ ζ, & uertex eſt ſignũ γ. Sed pyramis cuius baſis quidem eſt ε Δ β triangulum, uertex autem γ ſignum, eadem eſt ipſi pyramidi cuius baſis quidem eſt triangulum ε β γ, & uertex Δ ſignum, ab eiſdem enim planis com-*

prehenduntur. Et pyramis igitur cuius basis quidem est triangulũ α β Δ, fastigium autem signum γ, æqualis est ipsi pyramidi cuius basis quidem est α β γ triangulum, fastigium autem Δ signum. Rursus quoniam ζ γ β ε parallelogrammum est, dimetiens uerò ipsius est ε γ, triangulum ε γ ζ æquum est ipsi γ β ε triangulo, & pyramis igitur cuius basis quidem est triangulum β ε γ, fastigiũ autem Δ signum, est æqualis pyramidi cuius basis quidem est triangulum ε γ ζ, uertex uerò Δ signum. Pyramis autem cuius basis quidem est β ε γ triangulum, uertex autem Δ signum, ostensa est æqualis pyramidi cuius basis quidem est α β Δ triangulum, uertex autem signum γ, & pyramis igitur cuius quidem basis est γ ε ζ triãgulum, uertex autem Δ signum æqua est pyramidi cuius basis quidem est α β Δ triangulum, uertex autem γ signum. Igitur α β γ Δ ε ζ prisma, in tres pyramides æquas sibi inuicem diuisum est, triangulares bases habentes. Et quoniam pyramis cuius basis quidem est triangulum α β Δ, fastigium autem γ signum, eadem est ipsi pyramidi cuius basis quidem est triangulum γ α β, uertex autem signum Δ (sub eisdem nanq; planis comprehenduntur) pyramis autem cuius basis est triangulum α β Δ, uertex autem signum γ, tertiũ esse prismatis ostensum est, cuius basis est triangulum α β γ, ex opposito autem Δ ε ζ, & pyramis igitur cuius basis est α β γ triangulum, uertex autem Δ signum, tertium est prismatis, cuius basis est triangulum α β γ, ex opposito autem Δ ε ζ. Omne igitur prisma, & quæ sequuntur reliqua: quod oportebat demonstrare.



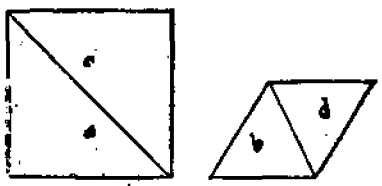
CORRELARIVM.

Ex hoc iam est manifestum, quòd omnis pyramis tertia pars est prismatis eandem eidem basin habentis & altitudinem æquam. Quoniam si aliam quampiam figuram rectilineam habuerit basis prismatis & eandem ex opposito diuiditur in prismata triangulares bases habentia, & ea quæ ex opposito.

Euclid. ex Camp. Propositio 7.

SI duæ pyramides triangularum basium fuerint æquales, earum bases earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si uerò bases & altitudines fuerint mutuę, ealdem pyramides sibi inuicem esse æquales necesse est.

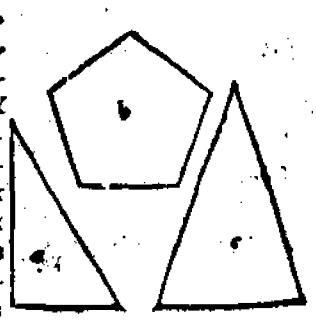
CAMPANVS. Quod 34 & 35 undecimi proposuerunt de solidis parallelogrammis, & nos in 36 eiusdem demõstrauimus de seratilibus, hæc 7 duodecimi proponit de pyramidibus habentibus bases triãgulas. Intelligantur enim duæ pyramides æquales super duos trigonos uel triangulos a & b, quæ dicãtur a & b. Dico itaq; quòd proportio basis a ad basin b, est sicut proportio altitudinis pyramidis b ad altitudinem pyramidis a. Et si hoc fuerit, dico pyramides a & b esse æquales. Adhibeantur quidẽ duobus trigonis a & b, duo alij qui sunt c & d ut fiant ambę superficies a c & b d æquidistãtium laterum, & ex ipsis pyramidibus super bases a c & b d, compleantur solida parallelogramma pyramidibus propositis æquè alta quę similiter dicãtur a c & b d. Manifestũ igit est ex sexta huius 12, q; pyramis a est sexta pars solidi a c, & pyramis b sexta solidi b d. Itaq; ex 35 undecimi argue ppositũ primã quidẽ partẽ ex prima, secũdã autẽ ex secũda.



CAMPANI *additio.*

Quòd si duæ quælibet pyramides lateratæ fuerint æquales, earum bases earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si uerò bases earum altitudinibus ipsarum mutuæ fuerint, ealdem pyramides æquales esse oportet.

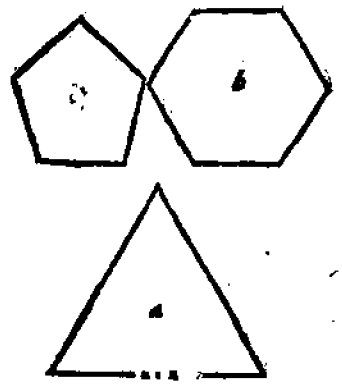
Si bases utrarumq; fuerint triãgulæ, demonstratũ est uerum esse quod diximus. Si altera tantum, sit igitur a, basisque alterius pyramidis sit b, & sumatur trigonus c æqualis polygonio b, fiatque super c, pyramis æquè alta pyramidi quæ est super b, & sint a b c, æquiuoca nomina pyramidum & basium. Quia igitur ex hypothesi duæ pyramides a & b sunt æquales, & ex ultima interpositarum ad sextam huius duæ pyramides b & c sunt æquales: ideoq; ex communi scientia duæ pyramides a & c æquales, igitur bases earum sunt mutuæ ad altitudines earum ex prima parte 7 huius. Cumq; bases b & c sint æquales, altitudines



nes quoq; pyramidum b & c æquales erunt, ex prima parte & ſecunda 7 quinti, baſes a & b mutuæ altitudinibus pyramidum a & b.

Secunda pars conuerſo modo probatur. Nam ſi fuerit baſis a ad baſin b, ut altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a, erit ex ſecunda parte & prima 7 quinti, baſis a ad baſin c, ſicut altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a, itaq; ex ſecunda parte huius 7 duæ pyramides a & c, ſunt æquales, quare per communem ſcientiam duæ quoq; pyramides a & b, ſunt æquales.

Si uerò neutra propoſitarum pyramidum fuerit trigona, ſed utraq; polygonia (uerbi gratia altera pẽtagona, altera hexagona) quæ adhuc dicantur a & b, ſumatur ſimiliter triangulus c æqualis hexagono b, ſuper quem fiat pyramis æquè alta pyramidi b, eruntq; duæ pyramides b & c æquales, ideoque duæ quæ ſunt a & c etiam per conceptionem æquales, quare baſis a ad baſin c, ſicut altitudo pyramidis c ad altitudinem pyramidis a, hoc enim nuper demonſtratum eſt. Eſt ergo ex 7 quinti baſis a ad baſin b, ſicut altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a. Conuerſa conuerſo modo patet: Si enim baſis a ad baſin b fuerit, ut altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a, erit quoq; ex 7 quinti baſis a ad baſin c ut altitudo pyramidis c ad altitudinem pyramidis a, ideoq; (ut patet ex prioribus) erunt duæ pyramides a & c æquales, quare ex communi ſcientia & duæ quæ ſunt a & b, erunt etiam æquales: & hoc eſt propoſitum.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

OMnium duarum pyramidum ſimilium quarum baſes triangulæ, eſt proportio alterius ad alteram, tãquam lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata.

CAMPANVS. Propoſitis duabus pyramidibus ſimilibus baſes triangulas habentibus, ex ipſis perfice duo ſolida parallelogramma, quemadmodum dictum eſt in demonſtratione præmiſſæ, eruntq; hęc duo ſolida parallelogramma ſimilia, eo quòd pyramides ponuntur ſimiles adinuicem. nam duo ſolidi anguli qui ſunt communes pyramidibus & ſolidis parallelogrammis, ſuperficialibus angulis numero & quantitate æqualibus continentur. & latera quoque illos angulos ſuperficiales continentia, ſunt proportionalia. Quare ex 34 primi tres ſuperficies ſolidorum parallelogrammorum communes angulos ſolidos conſtituentes, ſunt æquiangulæ & laterum proportionalium, ideoq; ſimiles ex diffinitione ſimilium ſuperficierum: quare ex 14 & 13 quinti cunctæ ſex ſuperficies horum duorum ſolidorum parallelogrammorum, ſunt ſimiles adinuicem. Igitur à diffinitione corporum ſimilium, erunt ipſa ſolida ſimilia. Quare cum proportio ſolidorum & pyramidum ſit una ex 15 quinti (nam ſolida ſunt ſexcupla pyramidibus ex 6 huius) cumq; ſit proportio ſolidorum una ſicut ſuorum relatiuorum laterum triplicata ex 36 undecimi libri, ſunt autem latera ſolidorum eadem lateribus pyramidum, erit quoque ex 11 quinti proportio propoſitarum pyramidum ſicut ſuorum relatiuorum laterum proportio triplicata, quod eſt propoſitum.

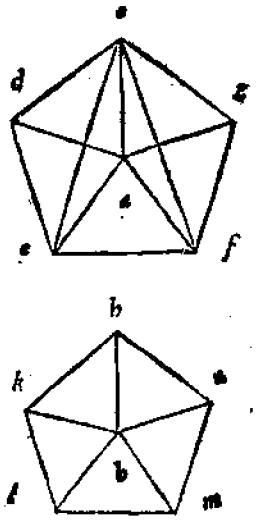
CAMPANI *additionet.*

Quòd ſi fuerint duæ quælibet pyramides lateratæ ſimiles, erit proportio alterius ad alteram ſicut ſui lateris ad ſibi relatiuum latus alterius proportio triplicata.

Sint duæ lateratæ pyramides, quarum coni a & b, ſimiles, ſintq; ſuper baſes pentagonas quæ ſunt c d e f g, h k l m n. Dico quòd proportio earum, eſt ſicut ſuorum relatiuorum laterum triplicata. Cõſtat enim ex diffinitione ſimilium ſuperficierum & corporum, quòd pentagoni qui ſunt baſes propoſitarum pyramidum, ſibi adinuicem, cunctiq; relatiui trianguli ipſas ambientes ſibi inuicem, ſunt ſimiles. Diuidantur itaq; baſes ambarum in triangulos ſimiles & numero æquales prout 18 ſexti proponit eſſe poſsibile, protractis in hac quidem lineis c e & c f, in illa uerò h l & h m. Dico igitur iſtas pyramides eſſe diuiſas in pyramides triangulas ſimiles & numero æquales. Conferantur enim adinuicem duæ pyramides a c d e, b h k l, quarum coni ſunt a & b. Conſtat autem ex hypotheſi triangulum c a d eſſe ſimilem triangulo b h k, & triangulum d a e triangulo k

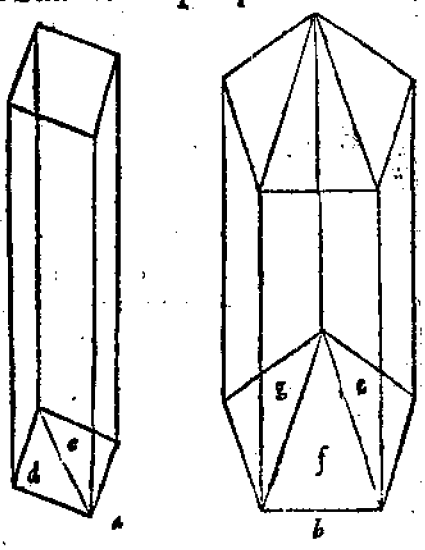
© C.D. Lyon / Mathématiques

b l. Et quia etiam ex hypothesi angulus d est æqualis angulo k & latera c d, & d e continentia angulum d sunt proportionalia lateribus h k & k l continentibus angulum k, erunt ex 6 sexti duo trianguli c d e & h k l æquianguli, ideoq; per 4 sexti erit proportio c d ad h k, sicut c e ad h l. Cumq; ex hypothesi sit proportio c a ad h b, & etiam a e ad b l, sicut c d ad h k, erit ex 11 quinti c a ad h b, & a e ad b l, sicut c e ad h l. Igitur ex 5 sexti & diffinitione similium superficierum, triangulus c a e, erit similis triangulo h b l. Manifestum est itaq; ex diffinitione similium corporum, quod pyramis a c d e est similis pyramidi b h k l, similiter quoque constat pyramidem a c e f esse similem pyramidi b h l m, & pyramidem a c f g, pyramidi b h m n. Quia ergo ex hac 8 proportio pyramidis a c d e ad pyramidem b h k l est sicut lateris c d ad latus h k triplicata, etiam pyramidis a c e f ad pyramidem b h l m, sicut e f ad l m triplicata, ac etiam pyramidis a c f g ad pyramidem b h m n, sicut c g ad h n, triplicata, cum sit ex hypothesi proportio e f ad l m, & c g ad h n, sicut c d ad h k, sequitur ex 13 quinti, ut proportio totalium pyramidum a & b sit sicut unius harum partialium ad aliam unam. Igitur ex hac 8 & 11 quinti constat uerum esse quod diximus.



Omnes colũnę lateratę equè altę, suis basib. sunt proportionales.

Verum est quod dicitur, super qualescunq; bases polygonias sint columnæ. Columnas autem lateratas, uocamus solida corpora laterata, quorum bases & superficies supremæ sunt similes & æquales, cunctæ uerò reliquę superficies ipsa solida circunstantes sunt æquidistantium laterum. Talium autem solidorum prima species est seratile, quando super unã suarum trilaterarum superficierum intelligitur esse statutum: secunda uerò species est columna, cuius basis sit quadrilatera quã ex duobus seratilibus necesse est esse compositam: & tertia est cuius basis est pentagona, & ipsa ex tribus seratilibus perficitur. Simpliciter autem dico quòd omnis laterata columna in tot corpora seratilia potest distingui, in quot triangulos sua basis. Intelligantur itaq; duæ columnæ lateratæ a & b, constitutæ super duas bases a & b, æquè altæ, dico quòd proportio columnarum a & b, est sicut basium a & b. Distinguantur nanq; hæ bases in triangulos, & hę columnæ in seratilia, basis quidem a quæ ponatur esse quadrangula, in duos trigonos scilicet c & d, & columna a, in duo seratilia c & d, basis uerò quæ sit pentagona, distinguatur in tres trigonos e f g, & columna b in tria seratilia quæ similiter uocentur e f g. Manifestum est igitur ex ijs quæ in 36 undecimi dicta sunt, quòd proportio seratilis c ad seratile e, est sicut basis c ad basin e, & iterum seratilis d ad seratile e, sicut basis d ad basin e, quare per 24 quinti erit columnæ a ad seratile e, sicut basis a ad basin e. Eadem ratione erit columna a ad seratile f, sicut basis a ad basin f. At rursus colũnæ a ad seratile g, sicut basis a ad basin g. Igitur ex 24 quinti, quoties necesse fuerit assumpta, facilè concludes propositum. Constat itaq; ex hoc, quòd omnes columnæ lateratæ super eandem basin uel super æquales constitutę si fuerint æquè altæ, erũt æquales. Cum enim (ut proximo probatũ est) æquè altæ columnæ lateratę sint suis basibus proportionales, ponãtur autem bases esse aut eædem aut æquales, necesse est ex 24 quinti, ut etiam columnę sint æquales. Constat, quoq; quòd si fuerint quælibet solida parallelogramma seratilia & lateratæ columnæ æquè altæ, ipsa quoq; suis basibus proportionalia esse necessariò comprobantur. Omnia enim hæc, species sunt lateratarum columnarum, de quibus paulo antè uniuersaliter probatum est uerum esse quod dicitur.



Omnis laterata columna, tripla est ad suam pyramidem.

Distinguatur basis columnæ in triangulos, & secundum numerum triangulorum illorum distinguatur columna in seratilia, & pyramis columnæ in pyramides habentes bases triangulas, quæ uidelicet sunt bases seratilium. Constat itaq; unumquodq; seratile ad eam pyramidem quæ super eandem basin cum ipso seratili consistit, triplum esse: hoc enim demõstratum est in 6 huius

duodeci mi

duodecimi libri. Igitur ex 13 quinti omnia ſeratilia pariter accepta, ad omnes pyramides pariter acceptas neceſſe eſt eſſe triplum. Cumq; ex omnibus ſeratilibus pariter acceptis columna, & ex omnibus pyramidibus pariter acceptis pyramis columnæ perficiantur, conſtat ueram eſſe hanc noſtram propoſitionem.

Si fuerint duæ quælibet columnæ lateratæ æquales, earum baſes earundem altitudinibus mutuæ erunt: ſi uerò baſes earum & altitudines mutuæ fuerint, eaſdem columnas æquales eſſe neceſſe eſt.

Si enim columnæ ſint æquales, earũ pyramides erunt æquales, eo quòd omnis laterata columna eſt tripla ad ſuã pyramidẽ. Si autẽ pyramides fuerint æquales, ſuę baſes ſuis altitudinibus mutuę erunt, quẽadmodum demõſtratum eſt in 7 huius. Quia igitur columnarũ ſuarumq; pyramidũ eædẽ ſunt baſes, & altitudines ſunt eædẽ, cõſtat prima pars propoſiti. Sint igitur & altitudines propoſitarũ columnarũ lateratarum mutuæ. Dico quòd colũnæ erunt æquales. Cum enim eædẽ ſint baſes eædemq; altitudines columnarum ſuarum pyramidũ, erunt baſes & altitudines pyramidum propoſitarum columnarum mutuæ. Si hoc ut poſitum eſt, uerum fuerit de columnis, erunt quoq; pyramides æquales, prout in 7 huius demõſtratum eſt, igitur & colũnæ æquales, cum ipſæ triplę ſint ad ſuas pyramides. Quare patet ſecunda pars eius quod propoſitum eſt.

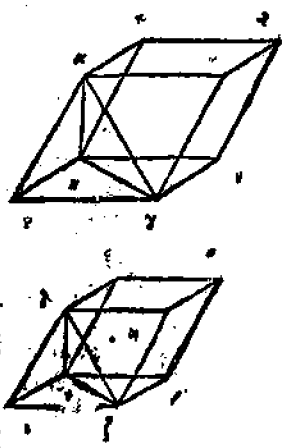
Omnium duarum columnarum lateratarum ſimilium eſt proportio alterius ad alteram, tanquam lateris ad ſuum relatiuum latus proportio triplicata.

Si columnæ fuerint ſimiles, erunt ex diffinitione ſimilium corporum, baſes earum cæteræq; ſuperficies eas ambientes ſimiles. Diuidantur itaq; baſes earum in triangulos ſimiles & numero æquales, quemadmodum 18 ſexti proponit eſſe poſsibile, & ipſæ columnę diuidantur in ſeratilia ſuper hos triangulos exiſtentia. Stude igitur probare ſeratilia unius, ſuis relatiuis ſeratilibus alterius eſſe ſimilia. quod facilè probabis ex hypotheſi & 6 & 4 & 5 ſexti, & ex diffinitione ſimilium ſuperficierum & diffinitione ſimilium corporum. Hoc autem probato, erit ex 36 undecimi proportio uniuſcuiuſq; ſeratilis unius ad ſuum relatiuum ſeratile alterius, ſicut ſui lateris ad latus illius proportio triplicata. Et quia omnium laterum eſt proportio una, cum cũcta ſeratilia unius ſint ſimilia ſuis relatiuis ſeratilibus alterius, ſequitur ex 11 quinti, ut cunctorum ſeratiliũ unius ad ſua relatiua ſeratilia alterius ſit proportio una. Quare per 13 quinti, quæ eſt proportio unius ſeratilis ad ſuum ſeratile relatiuum alterius, eadem eſt omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta. Et quia utrobiq; omnia ſeratilia pariter accepta componunt columnas, & relatiua latera ſeratilium ſunt relatiua latera columnarum, neceſſe ex 11 quinti, ut proportio columnarum ſit ſicut ſuorum relatiuorum laterum proportio triplicata: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propoſitio 8.*

8 Similes pyramides, triangulares baſes habentes, in triplici ſunt ratione eiuſdem rationis laterum. *Camp. 8.*

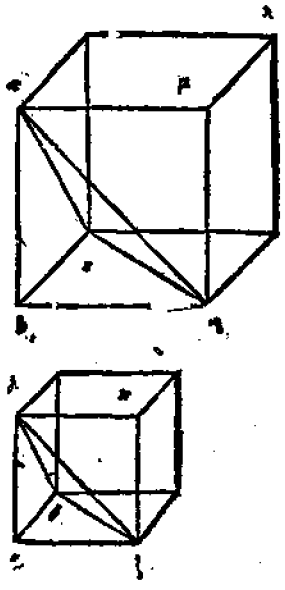
THEON ex Zamb. *Sint ſimiles & ſimiliter poſitæ pyramides, quarum baſes quidem ſunt α β γ, δ ε ζ, triangula faſtigia uerò ipſarum ſint η θ ſigna. Dico quòd α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramidẽ, triplam habet rationem, quam β γ ad ε ζ. Cõpleantur enim β η μ ε, ε θ π ο, ſolida parallelepipeda. Et quoniã pyramis α β γ ν, ſimilis eſt ipſi δ ε ζ θ pyramidi, æqualis igitur eſt angulus qui ſub α β γ ci qui ſub δ ε ζ angulo, & qui ſub η β γ ci qui ſub θ ε ζ, & qui ſub α β η ei qui ſub δ ε θ, eſtq; ſicut α β ad δ ε, ſic eſt β γ ad ε ζ, & β η ad ε θ. Et quoniam eſt ſicut α β ad δ ε, ſic β γ ad ε ζ, & circum æquos angulos latera ſunt proportionalia, igitur β μ parallelogrammũ ipſi ε π, ſimile eſt parallelogrammo: & id propterea & β ν ipſi ε ρ ſimile eſt, et β η ipſi ε ξ. Tria igitur β μ, η β, β ν, tribus ε π, ε ξ, ε ρ, ſunt ſimilia. Sed tria quidẽ μ β, β η, β ν, tribus quæ ex oppoſito æqualia ſunt ſimilia, & tria ε π, ε ξ, ε ρ, æqua & ſimilia ſunt tribus quæ ex oppoſito: ipſa igitur β η μ λ, ε θ π ο, ſolida parallelepipeda, ſub ſimilibus planis æquè multiplicib. cõprehẽduntur. Igitur β η μ λ, ipſi ε θ π ο ſolido ſimile eſt. Similia aũt ſolida parallelepipeda, in triplici ſunt ratione eiuſdẽ rationis laterũ (per 33 undecimi) Igitur β η μ λ ſolidũ ad ε θ π ο ſolidũ triplã habet rationẽ, quam eiuſdẽ rationis latus β γ ad eiuſdẽ rationis latus ε ζ. Sicut autẽ β η μ λ ſolidũ ad ε θ π ο ſolidum, ſic α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramida, quoniã pyramis ſexta pars eſt ſolidi, eo quod & priſma dimidiũ exiſtens ſolidi parallelepipedi, triplum eſt ipſius pyramidis, & α β γ η igitur pyramis ad δ ε ζ θ pyramida triplam rationem habet, quam β γ ad ε ζ: quod demonſtraſſe oportuit.*



CORRELARIVM.

Ex hoc nempe eſt manifeſtũ, quod & multãgulas baſes habentes ſimiles pyramides, adinuicẽ in triplici ſunt ratione, eiuſdẽ rationis laterũ. Diuiſis enim ipſis in ipſas pyramides, triãgulares baſes habentes (quia ſimilia polygona baſiũ in ſimilia triãgula diuidũtur, & in æquè multiplicia, & eiſdẽ rationis totis) erit ſicut in altera una pyramis triãgularẽ habẽs baſin ad unã baſin triãgularẽ habentẽ in altera pyramide, ſic et omnes pyramides in altera pyramide triãgulares baſes habẽtes, ad pyramides exiſtẽtes in altera pyramide, & habẽtes triangulares baſes. Hoc eſt, pyramis ipſa polygonã baſin habens ad pyramida baſin polygonam habentẽ. Pyramis autẽ triangularẽ baſin habẽs ad pyramida triangularẽ baſin habẽtem, in triplici eſt ratione eiuſdem rationis laterum. Et polygonam igitur baſin habẽs, ad ſimilẽ baſin habentẽ, triplã habet rationem quam latus ad latus. Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 9.

Æqualiũ pyramidũ & triãgulares baſes habẽtiũ, reciprocę ſunt baſes altitudinibus. Et pyramides triãgulares baſes habẽtes, quarũ reciprocę ſunt baſes uerticibus ſunt æquales.



THEON ex Zãb. *Sint enim æquè pyramides α β γ ν, Δ ε ζ θ, triangulares baſes habẽtes α β γ, Δ ε ζ, faſtigia uerò ν θ ſigna. Dico q ipſarum α β γ ν, Δ ε ζ θ, pyramidũ reciprocæ ſunt baſes altitudinib. & eſt ſicut baſis α β γ ad baſin Δ ε ζ, ſic eſt ipſius Δ ε ζ θ pyramidis altitudo ad ipſius α β γ ν pyramidis altitudinẽ. Cõpleantur aũt ipſa β ν μ λ, ε θ π ο, ſolida parallelepipeda. Et quoniam pyramis α β γ ν æqualis eſt ipſi Δ ε ζ θ pyramidi, eſtq; ipſius quidẽ α β γ ν pyramidis ſexcuplũ ipſum β ν μ λ ſolidũ, ipſius aũt Δ ε ζ θ ſolidũ ε θ π ſexcuplũ eſt, igitur ſolidũ β ν μ λ, ipſi ε θ π ſolido æquũ eſt. Æqualiũ autẽ ſolidorũ parallelepipedorum reciprocæ ſunt baſes altitudinib.* (p 34 undecimi) *Eſt igitur ſicut β μ baſis ad ε π baſin, ſic eſt ipſius ε θ π ſolidi faſtigiũ ad ipſius β ν μ λ faſtigiũ. Sed ſicut quidẽ β μ baſis ad ε π baſin, ſic α β γ triãgulũ ad Δ ε ζ triangulũ. Et ſicut igitur (per 11 quinti) triãgulũ α β ad triãgulũ Δ ε ζ, ſic ipſius ε θ π ο ſolidi altitudo, ad ipſius β ν μ λ ſolidi altitudinẽ. Sed ipſius ε θ π ο ſolidi altitudo, eadẽ eſt ipſi ipſius Δ ε ζ θ pyramidis altitudini, & ipſius β ν μ λ ſolidi altitudo, eadem eſt ipſi ipſius α β γ ν pyramidis altitudini. Eſt igitur ſicut α β γ baſis ad Δ ε ζ baſin, ſic ipſius Δ ε ζ θ pyramidis altitudo ad ipſius α β γ ν pyramidis altitudinem. Ipſarum igitur α β γ ν, Δ ε ζ θ, pyramidũ, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. ſed iam ipſarum α β γ ν, Δ ε ζ θ, pyramidũ reciprocæ ſunt baſes altitudinib. eſtoq; ſicut α β γ baſis ad Δ ε ζ baſin, ſic ipſius Δ ε ζ θ pyramidis faſtigium ad ipſius α β γ ν pyramidis faſtigium. Dico q pyramis α β γ ν, æqualis eſt ipſi Δ ε ζ θ pyramidi. Eiſdẽ nãq; diſpoſitis, quoniã eſt ſicut α β γ baſis ad Δ ε ζ baſin, ſic eſt ipſius Δ ε ζ θ pyramidis uertex ad ipſius α β γ ν pyramidis uerticẽ, ſed ſicut α β γ baſis ad ipſam Δ ε ζ baſin, ſic β μ parallelogrammum ad ε π paralelogrãmum, & ſicut igitur (per 11 quinti) β μ parallelogramum ad ε π paralelogrãmum, ſic eſt ipſius Δ ε ζ θ pyramidis faſtigiũ ad ipſius α β γ ν pyramidis faſtigiũ. Sed ipſius quidem Δ ε ζ θ pyramidis uertex, eſt idẽ ipſius ε θ π ο parallelepipedi uertici, & faſtigiũ ipſius α β γ ν pyramidis, idem eſt ipſius β ν μ λ parallelepipedi altitudini. Igitur ſicut β μ baſis ad ε π baſin, ſic ipſius ε θ π ο parallelepipedi altitudo ad ipſius β ν μ λ parallelepipedi altitudinẽ. Solida uerò parallelepipeda quorum reciprocæ ſunt baſes altitudinibus ſunt æqualia* (per 34 undecimi) *Igitur ſolidum parallelepipedum β ν μ λ, ipſi ε θ π ο ſolido parallelepipedo eſt æquale. Eſtq; ipſius quidem β ν μ λ parallelepipedi, pyramis α β γ ν ſexta pars, ipſius autẽ ε θ π ο parallelepipedi, ſexta pars eſt pyramis Δ ε ζ θ. Igitur pyramis α β γ ν, ipſi Δ ε ζ θ pyramidi eſt æqualis. Æqualium igitur pyramidum & triangulares baſes habentium, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Et pyramides triangulares baſes habentes, quarum baſes uerticibus ſunt reciprocæ, ſunt æquales: quod oſtendendum fuerat.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 9.

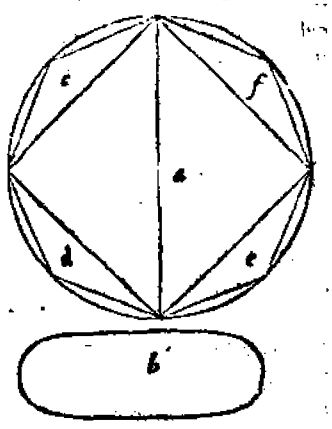


Omnis colũna rotũda, pyramidi ſuę tripla eſſe cõprobãtur.

CAMPANVS. Supra circulum a, intelligãtur una colũna & una pyramis, ſecundum eandẽ ſuam altitudidem erectæ, dicanturq; æquiuocè ipſa pyramis & columna & circulus, nomine uno ſcilicet a. Dico itaq; quòd colũna a eſt tripla ad pyramidem a: cuius probatio eſt. Quia neq; maior neq; minor poteſt eſſe, quàm tripla. Sit enim primum (ſi poſsibile eſt) maior quàm tripla, quantitate corporis b, ita quòd ſi b corpus dematur de colũna a, erit reſiduum eius triplũ ad pyramidẽ a. Inſcribatur ergo quadratũ circulo a, ſuper quod erigantur duo ſeratilia æquè alta columnæ a, de quibus duobus ſeratilibus pariter acceptis cõſtat, quod ipſa ſunt plus medietate columnæ a, quemadmodũ ipſum quadratũ cõſtat eſſe plus medietate circuli a. ſi enim ex ipſis ſeratilibus perficiãtur ſolida parallelogrãma, uorũ ipſa ſunt medietates, erit ipſa colũna pars ipſorum duorum ſolidorũ pariter acceptorum.

Deinde

Deinde ſuper latera quadrati inſcripti perficiam quatuor triangulos duum æqualium laterum in portionibus circuli, quarum portionũ latera quadrati ſunt chordæ, diuiſis arcubus illarum portionũ per æqualia, & ſint illi trianguli c d e f, ſuper quos etiam erige ſeratilia ad altitudinẽ colũnæ a. Et manifeſtum eſt quod hæc ſeratilia ſunt maius medietate portionũ colũnæ ſuper portiones circuli conſiſtentium, quẽadmodum & ipſi trianguli ſunt maius medietate portionũ circuli. Fiat autẽ hoc toties, quouſq; per primã 10 cogatur aduerſarius cõfiteri portiones columnæ pariter acceptas eſſe minus corpore b. Erit igitur colũna laterata octogona quam componũt omnia ſeratilia pariter accepta, quorum baſes ſunt trianguli diuidentes polygonium inſcriptum circulo a, maius triplo pyramidis rotundæ a. Et quia ipſa laterata columna eſt tripla ad ſuam pyramidem, ſicut demonſtratũ eſt in eis quæ præmiſſa ſunt, ſequitur ex ſecunda parte 10 quinti libri, ut rotunda pyramis a ſit minor laterata pyramide lateratæ columnæ, cuius baſis eſt inſcriptũ polygonium baſi rotũdæ pyramidis a, quod eſt impoſsibile: eſt enim pyramis laterata, pars ipſius pyramidis rotundę. Nõ eſt igitur pyramis a, minus tertia parte ſuæ colũnæ. Sed nec plus tertia. Si enim poſsibile eſt, ſit pyramis a, plus tertia parte colũnæ a, quantitate corporis b, ita quod detracto corpore b de pyramide a, ſit reſiduum ipſius pyramidis tertia pars columnæ a. Igitur quẽadmodũ prius ex pyramide a, intelligatur detrahi pyramis laterata ſibi æquè alta, cuius baſis ſit quadratum circulo a inſcriptum, quam lateratam pyramidem conſtat eſſe plus dimidio pyramidis rotũdæ. Item de reſiduo pyramidis a, rurſus intelligantur detrahi pyramides æquè altæ, ſtaturæ ſuper trianguloſ c, d e f, qui ſunt in portionibus baſis, & hoc toties fiat, ut ex prima decimi relinquatur ex pyramide a, minus corpore b. Eritq; itaq; pyramis laterata inſcripto polygonio ſuperſtans, quam componunt lateratæ pyramides ex rotunda pyramide detractæ, maius tertia parte rotundæ colũnæ a. Et quia ut probatum eſt in præcedẽtibus, hæc pyramis laterata eſt tertia pars ſuæ colũnæ lateratę a, ſequitur denuo ex ſecunda parte 10 quinti columnam rotundam a eſſe minorem columna laterata eiuſdem altitudinis, cuius baſis eſt polygonium baſi rotundæ pyramidis inſcriptum. Hoc autẽ impoſsibile. nam hæc columna laterata, pars eſt columnæ rotundæ. Cum igitur columna rotunda non poſsit eſſe minus triplo ſuę pyramidis, neq; maius, erit neceſſariò tripla ad eam: quod demonſtrare uolumus. *Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 10.*

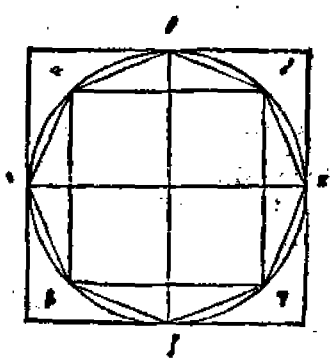


Omnis conus, cylindri tertia pars eſt eandem idem baſin habentis & æquale faſtigium.

THEON ex Zãb. Habeat enim conus, cylindro baſin eandẽ, hoc eſt circulum α β γ δ, & æquale faſtigium. Dico q, conus cylindri tertia pars eſt, hoc eſt quod cylindrus, coni triplus eſt. Si autẽ cylindrus, coni non eſt triplus, erit cylindrus cono aut maior quàm triplus, aut minor. Sit prior maior quàm triplus. Et deſcribatur (per 6 quarti) in circulo α β γ δ, quadratũ α β γ δ. Iam quadratũ α β γ δ, maius eſt quàm dimidium ipſius circuli α β γ δ. Cõſtituatur ab ipſo α β γ δ quadrato, priſma æquè altum ipſi cylindro. Iam conſtitutum priſma, maius eſt quàm ipſius cylindri dimidium, quoniã & ſi ipſi circulo α β γ δ, quadratum circũſcribamus, quadratum in ipſo orbe α β γ δ deſcriptũ, circũſcripti dimidiũ eſt, & ab ipſis conſtituta ſunt, æquè alta ſolida parallelepipeda priſmata: priſmata igitur ipſa, adinuicem ſunt ſicut baſes. Et priſma igitur ſtans in ipſo α β γ δ quadrato, dimidium eſt eius priſmatis quod cõſtituitur à quadrato ipſi circulo α β γ δ circũſcripto. Et cylindrus ipſo priſmate quod fit à quadrato circũſcripto ipſi circulo α β γ δ, minor eſt. Igitur priſma à quadrato α β γ δ conſtitutum, ipſi cylindro æquè altum, maius eſt dimidio ipſius cylindri. Secentur (per 30 tertij) ipſæ α β, β γ, γ δ, δ α, circumferentiæ bifariam in ε ζ η θ, ſignis, & connectantur ipſæ α ε, ε β, β ζ, ζ γ, γ η, η δ, δ θ, θ α, & unumquodq; igitur ipſorum α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α triãgulorum, maius eſt quàm dimidiũ eius quod circũ ſeipſum ipſius α β γ δ circuli ſegmẽti, ſicut antè oſtẽdimus. Cõſtituantur ab unoquoq; ipſorũ α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α triangulorũ, priſmata æquè alta ipſi cylindro, & unumquodq; igitur ipſorum conſtitutorũ priſmatũ, maius eſt quàm dimidia pars circũ ſeſe ipſius ſegmenti circuli, quoniã ſi per ε ζ η θ, ſigna parallelos ipſis α β, β γ, γ δ, δ α, ducamus, cõpleamusq; quæ in ipſis α β, β γ, γ δ, δ α, parallelogrãma, et ab ipſis cõſtituamus ſolida parallelepipedà ipſi cylindro æquè alta uniuſcuiuſq; cõſtitutorũ dimidia ſũt priſmata quæ in α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α, triãgulis et ſũt ipſius cylindri ſegmẽta, minores ipſis ſolidis parallelepipedis cõſtitutis. Itaq; etiã quæ in α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α triãgulis priſmata, maiora ſunt q̃ dimidiũ circũ ſeſe cylindri ſegmẽtorũ. Diſpeſcẽtes iã (p 30

tertij) relictas circũferentias diuidue. & connectentes rectas lineas, excitantesq; ab unoquoq; ipsorũ triangulorum prismata æqualis fastigij ipsi cylindro. & hoc semper efficientes, relinquemus quasdam segmẽta ipsius cylindri quæ erunt minores excessu quo excedit cylindrus triplũ coni. Relinquantur, sintq; α ε, ε ϐ, ϐ ζ, ζ γ, γ κ, κ δ, δ θ, θ α. Reliquum igitur prisma cuius basis quidem est α ε ϐ ζ γ κ δ θ multangulum, fastigiũ autem idem cum cylindro, maius est quàm triplum coni. Sed prisma cuius basis quidem est α ε ϐ ζ γ κ δ θ multangulum fastigium autem idem cum cylindro, pyramidis triplum est cuius basis quidem est α ε ϐ ζ γ κ δ θ multangulum, fastigium uerò idem quod & cono: & pyramis igitur cuius basis quidem est α ε ϐ ζ γ κ δ θ multangulum, uertex autem idem qui cono, maior est cono habente basin circulum α ϐ γ δ. Sed & minor, comprehenditur etenim ab ipso. Quod est impossibile. Non est igitur cylindrus, cono maior quàm triplus.

Dico insuper quod neq; minor quàm triplus est cylindrus cono. Si enim possibile, sit minor quàm triplus cylindrus cono. Conuersim igitur conus cylindri maior est quàm tertia pars. Describatur iam (per 6 quarti) in circulo α ϐ γ δ, quadratum α ϐ γ δ. Igitur quadratum α ϐ γ δ, maius est quã dimidiũ ipsius α ϐ γ δ circuli. Constituatur ab ipso α ϐ γ δ quadrato pyramis, idem ipsi cono habens fastigium. Igitur pyramis constituta, maior est quàm dimidium coni, quoniam (sicut antè ostendemus) quando ipsi circulo quadratum circumscribimus quadratum α ϐ γ δ, circũscripti dimidium est, & si à quadratis solida parallelepipeda constituamus æquè alta ipsi cono, quæ & prismata appellantur, erit constitutum ab ipso α ϐ γ δ quadrato, dimidium eius quod constituitur à circũscripto quadrato, adinuicem enim sunt ut bases. Quare & tertiæ partes. Et pyramis igitur cuius basis α ϐ γ δ quadratum, dimidium est pyramidis constitutæ ad quadratum ipsi orbi circũscriptum, & pyramis constituta à circa circulum quadrato, cono quem comprehendit maior est. Pyramis igitur cuius basis α ϐ γ δ quadratum, fastigium autem idem quod & cono, maior est quàm coni dimidium. Secẽtur (per 30 tertij) α ϐ, ϐ γ, γ δ, δ α, circumferentiæ bifariam in ε, ζ, κ, θ, signis, & connectantur α ε, ε ϐ, ϐ ζ, ζ γ, γ κ, κ δ, δ θ, θ α. Vnumquodq; igitur ipsorum α ε ϐ, ϐ ζ γ, γ κ δ, δ θ α, triangulorum, maius est quam pars dimidia circumsese segmenti circuli α ϐ γ δ. Constituantur nempe ab unoquoq; ipsorum α ε ϐ, ϐ ζ γ, γ κ δ, δ θ α, triangulorum, pyramides idem ipsi cono habentes fastigium: & unaquæq; igitur constitutarum pyramidum eodem modo, maior est quàm dimidia pars circumsese segmẽti ipsius coni. Secantes iam (per 20 tertij) relictas circũferentias diuidue, & connectentes rectas lineas, & excitantes ab unoquoq; triangulorum pyramida idem ipsi cono fastigiũ habẽtem & hoc semper efficientes, relinquemus quædã coni segmenta quæ erũt minora excessu quo excedit conus tertiam partẽ cylindri. Relinquãtur et sint α ε, ε ϐ, ϐ ζ, ζ γ, γ κ, κ δ, δ θ, θ α. Reliqua igitur pyramis cuius quidẽ basis est α ε ϐ ζ γ κ δ θ multangulũ, uertex autem idẽ qui cono, maior est quã tertia pars cylindri. Sed pyramis cuius basis quidem est α ε ϐ ζ γ κ δ θ multangulũ, uertex autem idẽ qui cono, tertia est pars prismatis cuius basis quidẽ est α ε ϐ ζ γ κ δ θ multãgulum, fastigium aũt idem quod & cylindro. Igitur prisma cuius basis quidem est α ε ϐ ζ γ κ δ θ multangulum, fastigium autem idẽ ipsi cylindro, maius est cylindro cuius quidem basis est α ϐ γ δ. Sed & minus, comprehẽditur nanq; ab eo, quod est impossibile. Cylindrus igitur cono minor non est quã triplus. Patuit aũt quod neq; maior quàm triplus: triplus igitur est cylindrus coni. Quare conus cylindri tertia pars est. Omnis igitur coni cylindri tertia pars est eandem eidem basin habentis æquale fastigium: quod erat ostendendum.

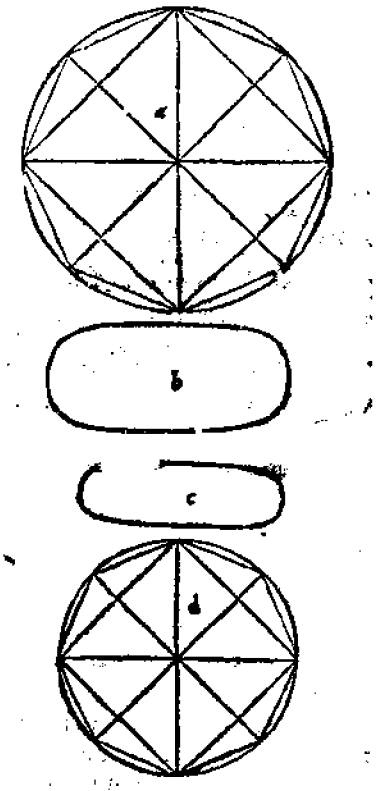


Euclid. ex Camp. Propositio 10.

OMniũ duarũ rotundarũ pyramidũ similiũ, colũnarumúe rotundarũ similiũ est proportio alterius ad alterã, tanq; diametri suæ basis ad diametrũ basis alterius proportio triplicata. 10

CAMPANVS. Sint duo circuli a & b, super quos constituantur duæ rotundæ pyramides similes, duæq; columnæ rotundæ similes, & dicantur circuli & pyramides & columnæ & diametri circulorum, his nominibus a & b equiuocè. Dico itaq; quòd proportio duarum pyramidum a & b, duarumq; columnarũ a & b, est ficut duarũ diametrorũ a & b proportio triplicata. Hoc autẽ si de pyramidibus cõstiterit: de columnis quoq; constabit ex 13 quinti, cum omnis columna rotunda fit ex præmissa, tripla ad suam pyramidem. De pyramidibus autem constabit hac demonstratione ducente ad impossibile. Est enim per communem scientiam positam in principio secũdæ demonstrationis huius 12 libri, quę proportio diametri a ad diametrum b triplicata, eadẽ pyramidis a ad aliquod corpus. Illud igitur corpus sit c, de quo dico q̃d ipsum nõ potest esse minus neq; maius pyramide b. Sit primo minus (si fuerit possibile) quãtitate corporis d, ita q̃d duo corpora c & d pariter accepta sint quantũ pyramis b. Itaq; quemadmodũ in secunda parte præmissæ, ex

ſæ ex pyramide b detrahatur laterata pyramis ſibi æquè alta, cuius baſis ſit quadratum inſcriptũ circulo b, & ex reſiduo eius detrahantur pyramides eiuſdẽ altitudinis conſiſtẽtes ſuper trigonos portionum circuli b, fiat itaq; hoc toties, quouſq; cogẽte prima 10, ſit reſiduũ pyramidis b minus corpore d, eritq; ex cõmuni ſcientia, laterata pyramis detracta, quam componunt partiales pyramides detractæ, maius corpore c. Inſcribatur itaq; circulo a, polygoniũ ſimile illi, quod eſt baſis lateratæ pyramidis detractæ à pyramide b, & ad angulos huius polygonij inſcripti circulo a, demitte lineas à cono pyramidis a, perficiẽs ſuper illud polygoniũ, lateratã pyramidem æquè altã rotundæ pyramidi a. Hanc igitur ſtudeas demõſtrare eſſe ſimilẽ lateratæ pyramidi detractę à rotunda pyramide b, quod hoc modo facies. In utraq; pyramide eriges axem ipſius qui erit ex diffinitione linea continuans uerticem pyramidis cũ centro baſis, & erit perpendicularis ad baſin: dehinc à centris baſium, protrahas in utroq; circulo ſemidiametros, ad omnes angulos utriuſq; polygonij inſcripti. Cumq; ex diffinitione ſimilium pyramidum rotundarum ſit proportio axis unius ad axem alterius, ſicut diametri baſis unius ad diametrũ baſis alterius, ideo etiã ex 15 quinti & æqua proportionalitate, ſicut ſemidiametri ad ſemidiametrum, ſint autẽ utrobiq; omnes anguli quos axes cũ ſemidiametris cõtinent recti, neceſſe eſt ex 6 propoſitione ſexti libri & 4 eiuſdem & diffinitione ſimilium ſuperficierũ & ſimilium corporum diffinitione, ut laterata pyramis a ſit ſimilis lateratæ pyramidi b, quare per additam ad 8 huius, proportio lateratę pyramidis a ad lateratam b, eſt ſicut lateris unius ad ſuum relatiuum latus alterius proportio triplicata, ideoq; & ſicut diametri a, ad diametrum b triplicata: igitur quoq; ſicut rotundæ pyramidis a ad corpus c, ex 11 quinti, quare permutatim proportio lateratæ pyramidis a ad rotundam pyramidem a, ſicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Et quia laterata pyramis b, maior eſt corpore c, erit laterata pyramis a, maior rotunda pyramide a. Quod eſt impoſsibile, cum ſit pars eius. Non eſt ergo corpus c, minus rotunda pyramide b. Reſtat itaq; probandum, quod nec maius. Si enim aduerſarius dicat ipſum eſſe maius, tunc arguatur ex conuerſa proportionalitate proportionem diametri b ad diametrum a triplicatã eſſe, ſicut corporis c ad rotundam pyramidem a. Sed ex conceptione, eadem eſt rotundæ pyramidis b, ad aliquod corpus aliud quod ſit d. Et quia ex hypotheſi corpus c, maius eſt rotunda pyramide b, ſequitur ex 14 quinti, quod rotunda pyramis a ſit maior corpore d. Itaq; proportio rotundæ pyramidis b ad corpus, quod eſt minus rotũda pyramide a, uidelicet ad d, eſt ſicut ſuę diametri b ad diametrum alterius proportio triplicata. Hoc autẽ eſt impoſsibile. Nam ex hoc demõſtrauimus ſequi, quod pars ſit maior ſuo toto. Cum ergo corpus c, non poſsit minus eſſe neq; maius rotunda pyramide b, erit neceſſariò ſibi æquale, ideoq; ex ſecunda parte 7 quinti, conſtat propoſitum.

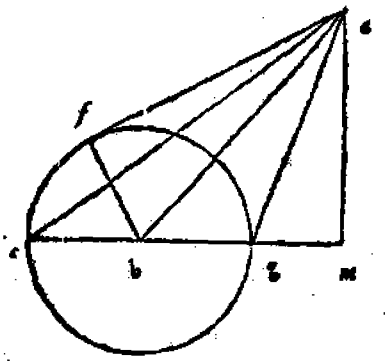


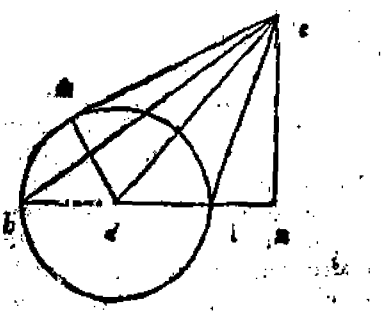
CAMPANI *annotatio.* Non lateat autem nos, huius demonſtrationis proceſſum ad eas duntaxat colũnas & pyramides rotundas coartari, quarum axes ſuis baſibus perpendiculariter inſiſtunt: tales enim diffinitæ fuerunt in principio undecimi. Cum tamen paſsio hic demonſtrata, cõmuniter conueniat omnib. colũnis rotundis ſimilibus pyramidibusq; rotundis ſimilibus, ſiue earum axes ſuper baſes ſuas fuerint orthogonaliter erectæ, ſiue ſuper eas fuerint inclinatæ (& appellentur differentiæ cauſa hæ rotundæ colũnæ & pyramides, quarum baſibus axes orthogonaliter ſuperſtãt erectę, reliquę uerò dicãtur inclinatæ) & quia in principio 11 non ſunt diffinitæ columnæ aut pyramides rotundæ, niſi illę tantum quas erectas uocamus, hæ quidem per motũ parallelogrammi rectanguli, illę uerò per motum trigoni rectanguli, ideo conueniens arbitramur diffinire columnas & pyramides rotundas diffinitionibus communiter & uniuocè conuenientibus, erectis & inclinatis columnis & pyramidibus rotundis. Cùm igitur extra ſuperficiem alicuius circuli deſcripti, ſignatur punctus qui cum circumferentia ipſius circuli per lineam rectam continuatur, ſi linea ipſa ſignato puncto manente fixo deſcripto circulo, quouſque ad locum unde moueri incœperit, circumducatur: corpus, quod à curua ſuperficie, quam motu ſuo deſcribit hæc linea, & ab ipſo circulo, cui circumducitur,

continetur

continetur, uoco pyramidem rotundam. Et circulū cui linea hæc circūducitur, uoco baſin ipſius pyramidis. Fixum autem punctum extra circuli ſuperficiem ſignatū, uoco conum pyramidis. Lineamq; rectam continuantem cētrum baſis cum cono pyramidis, appello axem ſeu ſagittam pyramidis. Cumq; hęc ſagitta fuerit perpendicularis ad baſin, dico pyramidem eſſe erectam. Cū uerò inclinata, dico eſſe pyramidem inclinatam. Cum autē fuerint duo circuli æquales deſcripti in ſuperficiebus æquidiſtātibus, quos una plana ſuperficies per eorum cētra tranſiens ſecuerit, fuerintq; cōtinuatæ per lineam rectam duæ relatiuæ ſectiones duarum circumferētiarum ipſorum circulorum, ſi linea hæc in circūferentijs ipſorum circulorum æquidiſtanter ſitui à quo moueri incœperit quouſq; ad locū ſuum redeat, circūducatur, corpus quod à curua ſuperficie quam motu ſuo deſcribit hæc linea & à duobus propoſitis circulis continetur, uoco columnam rotundā. Cum axis ſiue ſagitta, eſt linea recta, centra duorum circulorum continuans. Et hæc ſagitta fuerit perpendicularis ad ſuperficiem utriuſq; duorum circulorum, dico columnam eſſe erectam. Cum uerò fuerit ſuper baſin inclinatæ, dico columnā eſſe inclinatam. Cumq; fuerint duæ rotundæ pyramides aut columnæ (à quarum axibus egrediantur duæ ſuperficies ſuper baſes earum orthogonaliter erectæ) fuerintq; anguli (quos axes & communes ſectiones harum ſuperficierum & baſium continent) adinuicem æquales, & fuerit proportio axis unius ad axem alterius, ſicut ſemidiametri baſis unius ad ſemidiametrum baſis alterius, tunc illas duas pyramides adinuicē, aut illas duas columnas adinuicem, dico ſimiles eſſe. His diffinitionibus poſitis, demonſtrandū eſt, quod omnium duarum rotundarum pyramidum ſimilium, columnarumue rotundarum ſimilium, ſiue erectæ ſiue inclinatę fuerint, eſt proportio unius ad alteram, ſicut diametri baſis unius ad diametrum baſis alterius proportio triplicata. Quod de ſolis erectis demonſtratum eſt. Ad hoc autem præmittimus antecedens neceſſarium.

Si fuerint duæ rotūdæ pyramides adinuicem ſimiles, quarum utranq; duæ planæ ſuperficies ſuper axem ſecent, fueritq; harum duarum ſuperficierum altera in utraq; pyramide ſuper baſin eius orthogonaliter erecta, & arcus baſium inter illas duas ſuperficies contenti, ſimiles erunt anguli quos axes & communes ſectiones baſium & earum ſuperficierum quæ ſuper baſes non ponuntur orthogonaliter erectæ continent, adinuicem æquales.

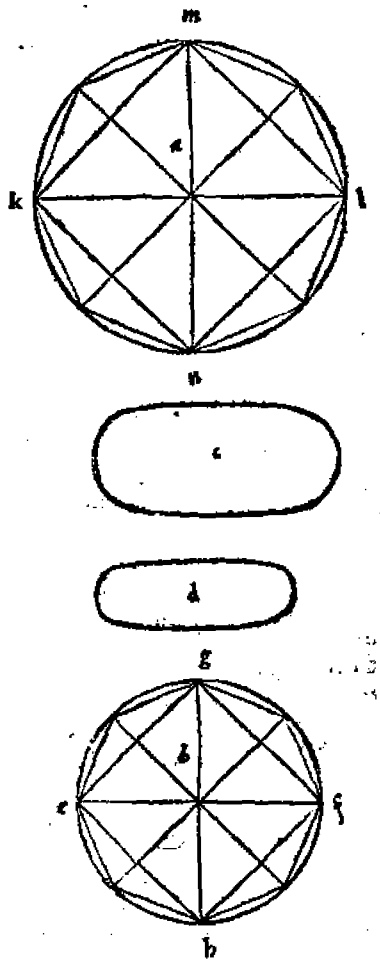




Sint duæ rotundę pyramides a b & c d, quarum baſes ſunt circuli e f g & h k l, & axes duæ lineæ a b & c d, & diametri baſium e g & h l, centra baſium ſunt duo puncta b & d, coni pyramidum a & c, ſimiles adinuicē & ab earum conis ad ſuperficiem baſium protrahantur, ut docet 11 undecimi libri, duæ perpēdiculares quę ſunt a m & c n, & continuentur puncta m & n cum centris baſium, protractis lineis b m & d n, eritq; ex 18 undecimi ſuperficies a b m quæ egreditur ab axe a b, erecta ſuper baſin pyramidis a b orthogonaliter. Eodem modo ſuperficies c d n, quæ egreditur ab axe c d, erit erecta ſuper baſin pyramidis c d orthogonaliter. Sint itaq; duo arcus f g & k l, ſimiles & intelligantur duæ ſuperficies a b f, c d k, egredi ab axibus, & ſecare pyramides a b & c d ſimiles. Dico igitur duos angulos a b f, c d k, eſſe adinuicem ęquales. Protrahantur enim duæ lineæ f m & k n. Quia igitur duæ pyramides a b & c d, ſunt ſimiles, & duę ſuperficies a b m, c d n, ſtātes orthogonaliter ſuper baſes, egrediuntur ab earū axibus, erit ex diffinitione ſimiliū pyramidū, angulus a b m æqualis angulo c d n. Et quia ex diffinitione lineę ſupra ſuperficiem perpēdiculariter erectæ, uterq; duorū angulorum a m b, c n d, eſt rectus: erunt ex 32 primi & 4 ſexti, duo primi trianguli a b m & c d n, laterum proportionalium. Vt proportio lineæ a b ad lineam c d, ſicut b m ad d n, & ſicut a m ad c n. Et quia ex diffinitione ſimilium pyramidum, proportio axis a b ad axem c d, eſt ſicut ſemidiametri b f ad ſemidiametrum d k, erit ex undecima quinti, proportio b f ad d k, ſicut b m ad d n. Cūq; ſint duo

anguli

anguli f b m & k d n æquales, eo quòd duo arcus f g & k l sunt similes ex hypothesi, erit ex 6 & 4 sexti proportio b m ad k n, sicut b m ad d n, ideoq; sicut a m ad c n. Et quia iterum ex diffinitione lineæ super superficiem perpẽdiculariter erectę uterq; duorum angulorum a m f, c n k, est rectus, erit ex 6 & 4 sexti, proportio a f ad c k, sicut a m ad c n, ideo per 11 quinti, sicut a b ad c d, & sicut b f ad d k. Igitur ex 5 sexti, duo anguli a b f & c d k, sunt adinuicem æquales. Quod est propositũ. Idẽ probabis leuiter de rotundis columnis similibus. Hoc itaq; demonstrato, dico quòd omniũ duarum rotundarum pyramidum similium quæcunque fuerint siue erectæ siue inclinatæ est proportio unius earum ad alteram, sicut diametri suæ basis ad diametrum alterius basis proportio triplicata. Sint enim ut prius duæ rotundæ pyramides a & b, quarũ bases sunt circuli a & b, & horum circulorum diametri sint etiã a & b, sitq; proportio pyramidis a ad corpus c, sicut diametri a ad diametrũ b proportio triplicata. Nõ erit igitur corpus c, minus neq; maius rotunda pyramide b. Sit enim primo (si possibile est) minus, quantitate corporis d, ita q; duo corpora c & d pariter accepta sint quantum rotunda pyramis b. Ab axe igitur pyramidis b, prodeat superficies quæ sit orthogonaliter erecta, super circulum b, sitq; communis sectio huius superficiei & circuli b, linea e f transiens per centrum b, quæ erit diameter circuli b, & protrahatur in circulo b, alia diameter secans hanc orthogonaliter, quę sit g h, sicq; inscribatur circulo b, quadratũ e g f h, & a rotunda pyramide b, intelligatur detrahi laterata pyramis, cuius basis est quadratũ circulo b, inscriptũ quæ (ut probatũ est suprà) maius erit dimidio rotundæ pyramidis, & ex residuo eius detrahãtur pyramides eiusdem altitudinis, cõsistentes super trigonos portionũ circuli b, fiatq; hoc totiẽs quousq; residuum rotundæ pyramidis b sit minus corpore d ex 1 decimi. Eritq; ex conceptione laterata pyramis detracta quã componunt lateratæ partiales pyramides detractę, maius corpore c. Tunc ergo prodeat ex axe pyramidis a, superficies alia quæ sit orthogonaliter erecta super circulũ a, & sit cõmunis sectio huius superficiei & circuli a, linea k l, quæ ob hoc erit diameter circuli a, protrahatur autem in circulo a, alia diameter secans hãc orthogonaliter, quæ sit m n, sicq; inscribatur in circulo a, quadratũ k m l n, & diuidendo arcus portionum circuli a per æqualia, perficiatur in circulo a, polygoniũ simile illi quod est inscriptũ circulo b, & ad singulos angulos huius polygonij demitte lineas rectas à cono pyramidis a, perficiens super illud polygonium lateratam pyramidẽ equè altam pyramidi a. Hanc autem lateratam pyramidẽ, probabis esse similem lateratæ pyramidi detractę à rotunda pyramide b, quod hoc modo facies. Duces axes cogitatione uel actu utriusq; in utrisq; pyramidibus a & b, & à centris basium protrahas lineas rectas ad omnes angulos inscriptorum polygoniorum. Eruntq; ex prçmisso antecedente omnes anguli quos continet axis pyramidis a, cum singulis lineis ductis a centro circuli a, ad angulos polygonij sibi inscripti, æquales suis relatiuis angulis quos cõtinet axis pyramidis b, cum singulis lineis ductis à centro circuli b, ad angulos polygonij sibi inscripti. Et quia ex diffinitione rotundarum pyramidum similium, proportio axis pyramidis a ad axem pyramidis b est sicut semidiametri circuli a ad semidiametrum circuli b, sequitur ex 6 & 4 sexti & diffinitionibus similium superficierum & similium corporum quòd duæ lateratæ pyramides a & b sint similes. Cætera argue sicut prius in decima. Constat itaq; de omnibus rotundis pyramidibus similibus, q; proportio earũ sit sicut diametrorũ suarũ basiũ triplicata. Et quia omnis colũna rotunda est tripla ad suam pyramidẽ (hoc enim sufficienter est demonstratũ siue columnæ & suæ pyramides fuerint erectæ siue inclinatæ) sequitur ex 15 quinti ut etiam quarumlibet columnarum rotundarum similium sit proportio sicut suarum diametrorum triplicata.

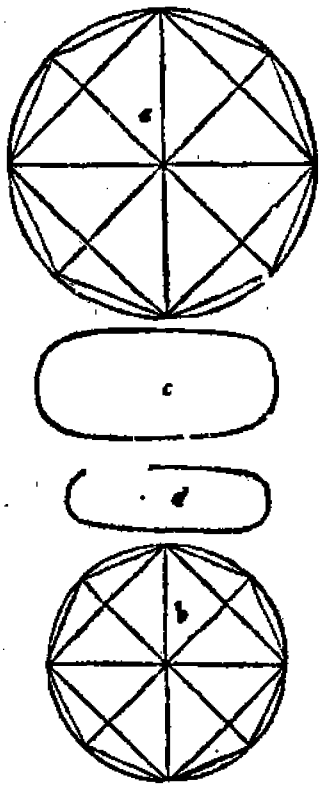


Euclid. ex

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 11.

Mnes duas rotundas pyramides ſiue columnas æquè altas, ſuis baſibus proportionales eſſe neceſſe eſt. 11

CAMPANVS. Supra duos circulos a & b, ſtatuantur ut prius duæ rotũdæ pyramides æquè altæ quæ dicantur ſimiliter a & b, & duæ rotundæ columnæ æquè altę eiſdem literis aſcriptæ a & b. Dico itaq; quòd proportio duarum pyramidũ a & b, duarumq; columnarum a & b, eſt ſicut duorum circulorũ a & b. Quod de columnis manifeſtum erit, ſi hoc prius de pyramidibus d f demõſtrabitur: omnis enim rotũda colũna, tripla eſt ad ſuã pyramidẽ. De pyramidibus autẽ conſtabit indirecta demonſtratione hoc modo. Eſt enim ex communi ſciẽtia, proportio rotundæ pyramidis a ad aliquod corpus, ſicut circuli a ad circulũ b, illud corpus ſit c. Dico itaq; quòd corpus c, nõ poteſt eſſe maius neq; minus rotũda pyramide b. Sit enim primò minus, quãtitate corporis d. Igitur circulo b inſcribitur quadratum, & detrahatur a rotũda pyramide b, pyramis laterata, cuius ſit baſis quadratum circulo b inſcriptum, & exportionibus pyramidalibus detrahãtur pyramides ſuper trigonos portionum circuli cõſiſtentes, fiatq; hoc totiens, quouſq; ſit ex pyramide b, reſiduum minus corpore d, eritq; laterata pyramis detracta, quam componunt partiales pyramides detractę, maior corpore c. Inſcribatur ergo circulo a, polygonium ſimile illi polygonio quod eſt baſis lateratæ pyramidis b, et perficiatur ſuper ipſum pyramis laterata ductis lineis à uertice pyramidis lateratæ a, ad angulos polygonij inſcripti. Eruntq; duæ lateratæ pyramides a & b, æquè altæ. Hoc enim eſt propoſitum de rotundis. Quare proportio lateratę pyramidis a ad lateratam pyramidem b, eſt ſicut baſis eius ad baſin illius, uidelicet ſicut polygonij a ad polygoniũ b. Hoc enim demonſtratũ eſt, in ſexta huius. At uerò polygonij a ad polygonium b eſt ſicut circuli a ad circulum b, quod manifeſtum eſt ex prima & ſecundę huius. Itaq; lateratæ pyramidis a ad lateratam pyramidem b, ſicut rotundę pyramidis a ad corpus c: quare permutatim lateratę pyramidis a ad rotundam pyramidem a, ſicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Cumq; ſit laterata pyramis b, maior corpore c, ſequitur lateratam pyramidem a, eſſe maiorem rotunda pyramide a. Hoc autem impoſsibile, eſt enim pars eius. Non erit ergo corpus c, minus rotunda pyramide b. Si uerò ponat aduerſarius quod ſit maius, demonſtrabimus rurſum idem impoſsibile conſequi. Erit enim per conuerſam proportionalitatẽ proportio corporis c ad rotundam pyramidem a, ſicut circuli b ad circulum a. Sit quoq; eadem rotundę pyramidis b, ad aliquod corpus quod ſit d. Cum igitur corpus c ſit maius rotunda pyramide b per hypotheſin, erit ex 14 quinti rotunda pyramis a maior corpore d. Itaq; proportio circuli b ad circulum a, erit ſicut rotundę pyramidis b ad quoddam corpus minus rotunda pyramide a. Sed hoc demonſtratum eſt prius, eſſe impoſsibile: ſic enim ſequitur, quod pars ſit maior ſuo toto. Non eſt igitur corpus c, neq; minus neq; maius rotunda pyramide b, ſed tantum æquale. Itaq; ex ſecunda parte 7 quinti, concludę propoſitum. Vt autem facilius inconcuſsiusq; demonſtraretur quod ſequitur, ad ipſam eſt antecedens utile præmittendum: quod eſt,



Zamb. 13. Si ſuperficies quædam rotundam columnam æquidiſtanter baſi eius ſecuerit, erunt duo partialia corpora quæ ad illam ſecantem ſuperficiem terminantur, portionibus axis columnæ proportionalia.

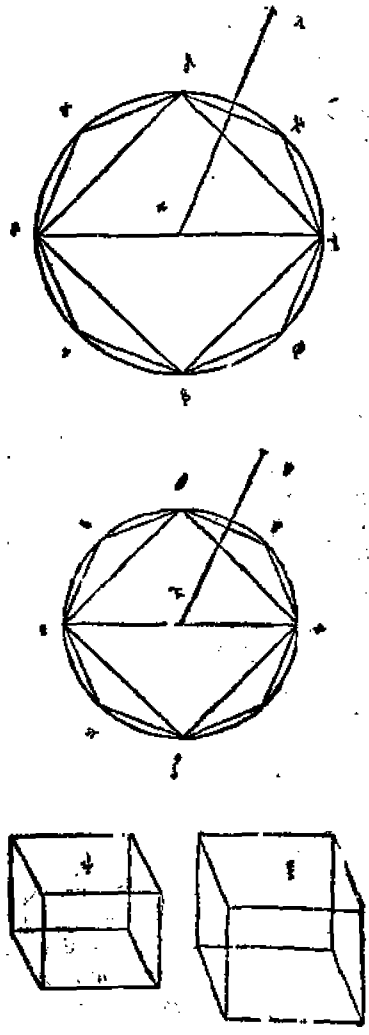
Simile eſt hoc, ei quod propoſuit 25 undecimi libri de ſolidis parallelogrammis. Nec ſolum uerum eſt hoc de columnis rotundis, immo ſimpliciter de omnibus columnis ſiue lateratæ fuerint, ſiue rotundæ. Quod qui argumentationem primæ ſexti, uel uigeſimam quintam undecimi firmiter tenuerit, facile demonſtrare poterit: hic enim non aliter quàm ibi ex diffinitionę

tione incontinuæ proportionalitatis quæ posita est in procœmio quinti libri, arguendũ est propositum. Attendere autem oportet, quod quæcunq; superficies secat columnam æquidistanter basi ipsius, secat etiam eam æquidistanter superficiei basis eius oppositæ. nã quęcunq; superficies uni superficiei sunt æquidistantes, ipsæ quoq; sunt æquidistantes adinuicem, ut ex ijs quæ dicta sunt ex 17 undecimi didicisti. Quare manifestum est, quod omnes rotundæ columnæ quarum sunt bases æquales, altitudinibus suis sunt proportionales. Idem quoq; de lateratis. Idem quoq; de pyramidibus rotundis & etiam de lateratis, quod de pyramidibus constabit, si prius de columnis probetur. Est enim omnis columna, tripla ad suam pyramidem: rotunda quidem, ex nona huius: laterata uerò ex ijs quæ suprà in octaua demonstrata sunt.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 11. *Propositio* 11. (bases.

11 Sub eodẽ fastigio existẽtes coni & cylindri, adinuicẽ sese habẽt sicut *Camp.* 11.

THEON ex Zamb. *Sint sub eadem altitudine coni & cylindri, quorũ bases quidẽ sunt α β γ Δ, ε ζ η θ circuli, axes autem sint η λ, μ ν, dimetientes uerò basium sint α γ, ε η. Dico q; est sicut α β γ Δ circulus ad ε ζ η θ circulũ, sic est α λ, conus ad conum ε ν. Si autem non est sicut α β γ Δ circulus ad ε ζ η θ circulũ, sic α λ conus ad ε ν conũ, erit sicut α β γ Δ circulus ad ε ζ η θ circulũ, sic α λ conus ad aliquod solidum, minus ipso ε ν, cono uel ad maius. Sit prius ad minus, hoc est ad ξ. Et quo minus est ξ solidum ipso ε ν cono ei æquum esto ψ solidum, igitur conus ε ν, æquus est ipsi ξ ψ, solidis. Describatur (per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratum ε ζ η θ, quadratũ igitur maius est quàm dimidium circuli. Excitetur ab ipso ε ζ η θ quadrato, pyramis æquè alta ipsi cono. Igitur ipsa pyramis excitata, maior est quàm dimidium ipsius coni, quoniã si circunscribamus ipsi orbi quadratum, & ab ipso excitemus pyramida cono æquè altã inscripta pyramis dimidium est circunscriptæ, adinuicẽ enim sunt sicut bases. Conus autẽ minor est pyramide circũscripta. Pyramis igitur cuius basis est ε ζ η θ quadratum, uertex autem idem ipsi cono, maior quàm dimidiũ coni. Secentur (per 30 tertij) ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, circũferentiæ diuiduè in fignis ο π ρ σ, cõnectanturq; ipsæ θ ο, ο ε, ε π, π ζ, ζ ρ, ρ η, η σ, σ θ. Vnũquodq; igitur ipsorũ θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ, triangulorũ, maius est quàm dimidiũ apud sese segmẽti ipsius circuli. Excitetur ab uno quoq; ipsorũ θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ triãgulorũ, pyramis æquè alta ipsi cono. Vnãquæq; igitur excitatarũ pyramidum, maior est quàm dimidia pars apud sese segmẽti coni. Secãtes igitur (per 30 tertij) reliquas circũferẽtias diuiduè, cõnectentesq; rectas lineas, & excitantes ab unoquoq; triãgulorũ pyramides ipsi æquè altas cono: & hoc semper faciẽtes, relinquẽtes quædã coni segmenta quæ erunt minora ipso ψ solido. Relinquãtur, sintq; quæ in θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ. Reliqua igitur pyramis cuius basis quidem est θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulum, fastigiũ idẽ quod cono, maior est ipso ξ solido. Inscribatur et in circulo α β γ Δ, ipsi θ ο ε π ζ ρ η σ, multãgulo simile & similiter positũ, multangulũ Δ τ α υ β φ γ χ, excitetur q; ab ipso pyramis æquè alta ipsi α λ cono. Quoniã igitur est sicut quod ex α γ ad id quod ex ε η, sic Δ τ α υ β φ γ χ multãgulũ ad ipsum θ ο ε π ζ ρ η σ multãgulũ, sicut aũt quod ex α γ ad id quod ex ε η, sic α β γ Δ orbis ad ε ζ η θ orbẽ, & sicut igitur (per 11 quinti) α β γ Δ, orbis ad ε ζ η θ orbẽ, sic Δ τ α υ β φ γ χ, multãgulũ sic ad θ ο ε π ζ ρ η σ, multãgulũ. Sicut aũt α β γ Δ orbis ad ε ζ η θ, orbem α λ conus ad ξ solidũ. Sicut autẽ Δ τ α υ β φ γ χ, multãgulũ ad θ ο ε π ζ ρ η σ multãgulũ, sic pyramis cuius basis est Δ τ α υ β φ γ χ, multãgulũ, uertex autẽ λ signũ, ad pyramida cuius basis quidẽ est θ ο ε π ζ ρ η σ multangulum, fastigium autem ν signum. Et sicut igitur (per 11 quinti) α λ conus ad ξ solidum, sic pyramis cuius basis quidem Δ τ α υ β φ γ χ multangulum, uertex autem λ signum, ad pyramida cuius basis quidem est θ ο ε π ζ ρ η σ multangulum, uertex autem ν signum. Vicissim igitur (per 16 quinti) est sicut α λ conus ad eã quæ in se ipso pyramida, sic ξ solidũ ad eam quæ in ε ν cono pyramida. Maior autẽ est α λ conus, ea quæ in se ipso pyramide, maius igitur est & ξ solidum ea quæ in ε ν, cono pyramide, sed & minus, quod absurdũ est. Nõ igitur est sicut α β γ Δ circulus ad ε ζ η θ circulũ, sic α λ conus ad aliquod solidũ minus ipso ε ν cono. Similiter iã demõstrabimus quod neq; sicut ε ζ η θ, orbis*

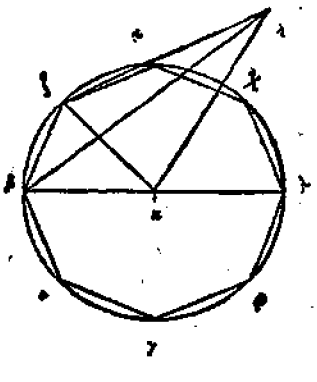


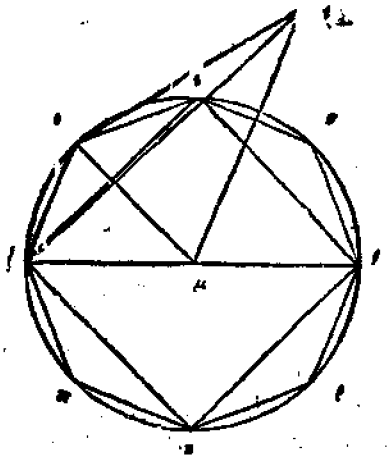
ad α β γ Δ orbem, sic ε ν conus ad solidum aliquod maius ipso α λ cono. Dico iam quòd neq; est sicut α β γ Δ orbis ad ε ζ ν θ orbem, sic conus α λ ad aliquod solidum maius ipso ε ν cono. Si enim possibile, esto ad maius ξ. Conuersim igitur est sicut ε ζ θ, orbis ad α β γ Δ orbem, sic est ξ solidum ad α λ conum. sed sicut ξ solidum ad α λ conum, sic est ε ν conus ad aliquod solidum minus ipso α λ cono. Et sicut igitur (per 11 quinti) ε ζ ν θ circulus ad α β γ Δ circulum, sit conus ε ν, ad aliquod solidum minus ipso α λ cono, quod absurdum esse patuit. Non est igitur α β γ Δ orbis ad ε ζ ν θ orbem, sic α λ conus ad solidum aliquod maius ipso ε ν cono. Patuit autẽ quòd neq; ad minus. Est igitur sicut α β γ Δ orbis ad ε ζ ν θ orbem, sic α λ conus ad ε ν conũ. Sed sicut conus ad conum, sic cylindrus ad cylindrum, triplus enim est alter alterius. Et sicut igitur (per 11 quinti) α β γ Δ orbis ad ε ζ ν θ orbem, sic qui in ipsis cylindri æquè alti ad conos. Sub eodem igitur fastigio subsistentes coni & cylindri se adinuicem habent sicut bases: quod erat ostendendum.

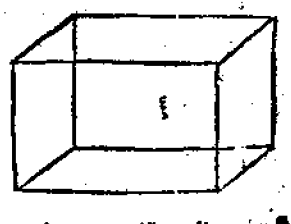
Eucl. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 12.

Similes coni & cylindri, ad se inuicem in tripla sunt ratione, sicut dimetientium quæ in basibus. 12

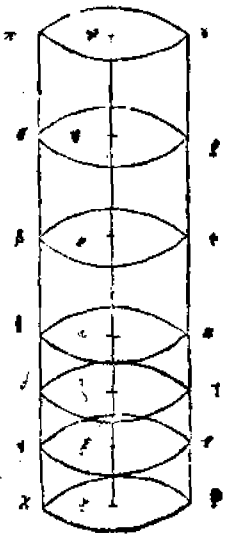
THEON ex Zãb. Sint similes coni & cylindri, quorũ bases quidẽ α β γ Δ, ε ζ ν θ, orbes dimetiẽtes uerò basiũ sint β Δ ζ θ, & axes conorũ siue cylindrorũ sint ν λ, μ ν. Dico q; conus cuius basis quidẽ est α β γ Δ circulus, fastigium autẽ λ signum, ad conum cuius quidem basis est ε ζ ν θ, uertex autẽ ν signum triplã habet rationẽ quam β Δ ad ζ θ. Si autẽ α β γ Δ λ conus ad ε ζ ν θ ν, conũ triplã rationem non habet quam β Δ ad ζ θ, habebit conus α β γ Δ λ, uel ad solidũ aliquod minus ipso ε ζ ν θ ν, cono triplã rationem, uel ad maius. Habet prius ad minus ξ. Describaturq; (per 6 quarti) in circulo ε ζ ν θ, quadratũ ε ζ ν θ. Igitur ε ζ ν θ quadratũ, maius est quàm dimidium circuli ε ζ ν θ. Excitetur ab ipso ε ζ ν θ quadrato, pyramis æquè alta ipsi cono. Igitur pyramis excitata, maior est quàm dimidia pars coni. Secẽtur iã (per 30 tertij) ipsæ ε ζ, ζ ν, ν θ, θ ε circunferẽtiæ diuiduè in ο π, ϱ σ, signis cõnectãturq; ε ο, ο ζ, ζ π, π ν, ν ρ, ϱ θ, θ σ, σ ε. Vnũquod que igitur ipsorum ε ο ζ, ζ π ν, ν ϱ θ, θ σ ε, triangulorũ, maius est q̃ dimidia pars, quæ apud seſe segmẽti circuli ε ζ ν θ. Constituatur ab uno quoq; ipsorũ ε ο ζ, ζ π ν, ν ϱ θ, θ σ ε, triãgulorum, pyramides idẽ habẽt fastigiũ ipsi cono, unaquæq; igitur ipsarum excitatarũ pyramidũ, maior est quàm dimidiũ eius quod apud seſe segmẽti circuli. Secãtes igitur (per 30 tertij) relictas circũferẽtias diuiduè, & cõnectantes rectas lineas, excitantesq; ab unoquoq; triangulorũ pyramides fastigium ipsi cono habentes, idem & hoc semper efficientes, relinquemus quædã coni segmenta quæ erunt minores excessu quo excedit ε ζ ν θ ν, conus ipsum ξ solidum, relinquantur, & sint in ε ο, ο ζ, ζ π, π ν, ν ϱ, ϱ θ, θ σ, σ ε, reliqua igitur pyramis cuius basis quidẽ est ε ο ζ π ν ϱ θ σ multãgulũ, uertex autẽ ν signũ, maior est ipso ξ solido. Describatur in circulo α β γ Δ, ipsi ε ο ζ π ν ϱ θ σ, multãguli simile similiterq; positũ multangulũ α τ β υ γ φ Δ χ, & excitetur ab ipso pyramis, idẽ habens ipsi cono fastigiũ. Et comprehendentium ipsam pyramida cuius basis quidem est α τ β υ γ φ Δ χ multangulum, uertex autẽ λ signũ, unũ triangulum esto λ β τ, cõprehendentium autem pyramida cuius basis quidẽ ε ο ζ π ν ϱ θ σ multangulũ, fastigiũ autẽ ν signum unũ triãgulum esto ν ζ ο, & cõnectantur ν τ, μ ο. Et quoniã α β γ Δ λ conus similis est ipsi ε ζ ν θ ν cono, est igitur (per 20 undecimi diffinitionẽ) sicut β Δ ad ζ θ, sic ν λ axis ad μ ν axẽ. Sicut autẽ β Δ ad ζ θ, sic (ϱ 15 quinti) ϱ ν ad ζ μ, & sicut igitur (ϱ 11 quinti) β ν ad ζ μ, sic ν λ ad μ ν, et uicissim (ϱ 16 quinti) sicut β ν ad ν λ, sic ζ μ, ad μ ν. Et circũ æquos angulos β ν λ, ζ μ ν latera sunt proportionalia. Igitur (ϱ 1 sexti diffinitionẽ) triangulũ β ϱ λ, simile est ipsi ζ μ ν triãgulo. Rursus quoniã est sicut β ν, ad ν τ, sic ζ μ, ad μ ο, & circũ æquos ãgulos β ν τ, ζ μ ο, quoniã qualis pars est ãgulus β ν τ eorũ qui ad ν cẽtrũ quatuor rectorũ, talis pars est et angulus ζ μ ο eorũ qui ad μ cẽtrũ quatuor rectorũ, quoniã igitur circũ æquos angulos latera sunt proportionalia, igitur triãgulũ β ν τ simile est ipsi ζ μ ο triangulo. Rursus quoniam patuit sicut β ν ad ν λ, sic ζ μ ad ν μ: æqualis autẽ est β ν ipsi ν τ, & ζ μ ipsi μ ο, est







μ o, est igitur sicut τ n ad n λ, sic o μ ad μ v. Et circũ æquos angulos τ n λ, o μ v, recta latera (recti enim) sunt proportionalia. Igitur λ n τ, triangulũ ipsi μ v o, triangulo simile est. Et quoniã (p 6 sexti) & propter similitudinẽ ipsorũ λ n β, v μ ζ, triãgulorũ est sicut λ β, ad β n, sic v ζ, ad ζ μ, & propter similitudinẽ ipsorũ β n τ, ζ μ o, triãgulorũ est sicut n β ad β τ sic μ ζ ad ζ o, ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut λ β ad β τ, sic v ζ ad ζ o. Rursus quoniã ob similitudinẽ ipsorũ λ τ κ, v o μ, triãgulorũ est (per 6 sexti) sicut λ τ ad τ κ, sic v o, ad o μ, propter autẽ similitudinẽ ipsorũ τ n β, o μ ζ, triãgulorũ est sicut n τ ad τ β, sic μ o, ad o ζ, ex æquali igitur (p 22 quinti) sicut λ τ ad τ β, sic v o ad o ζ. Patuit autem & sicut τ β ad β λ, sic o ζ ad ζ v, ex æquali ergo (per 22 quinti) sicut τ λ ad λ β, sic o v ad v ζ. Igitur ipsorũ λ τ β, v o ζ, triãgulorũ, proportionalia sunt latera. Ipsa igitur λ τ β, v o ζ, triangula, æquiangula sunt, quare & similia (per 5 sexti) Et pyramis igitur cuius basis quidẽ est bla τ triangulum, uertex aũt λ signũ, similis est pyramidi cuius basis quidẽ est ζ μ o triangulũ, uertex autem v signũ, sub similib. enim planis æquè multiplicib. cõprehenduntur. Similes autẽ pyramides, triangulares bases habentes in triplici sunt ratione eiusdẽ rationis laterum (per 8 duodecimi) pyramis igitur β n τ λ, ad ζ μ o v, pyramida, triplã rationẽ habet, quàm β n ad ζ μ. Similiter iã cõnectẽtes ab ipsis, α χ, δ φ, γ υ, in n rectas lineas, & ab ipsis ε σ, θ ϱ, n π, in μ, excitantesq; in triangulis pyramides eadẽ habentes fastigia ipsis conis, ostendemus quod & unaquæq; ipsarũ eiusdẽ ordinis pyramidum ad unamquãq; eiusdem ordinis pyramida, triplã habet rationẽ quàm β n eiusdẽ rationis latus ad ζ μ eiusdẽ rationis latus, hoc est quàm β δ ad ζ θ. Sed sicut unũ antecedentium ad unũ sequentium, sic omnia antecedentia ad omnia sequẽtia. Est igitur & sicut β n τ λ pyramis ad ζ μ v o pyramida, sic est tota pyramis cuius basis α τ β υ γ φ δ χ multãgulũ, uertex autẽ λ signũ, ad totã pyramidem cuius quidẽ basis est ε o ζ π n ϱ θ σ multangulũ, uertex uerò v signum. Quare & pyramis cuius basis quidẽ est α τ, β υ, γ φ, δ χ multãgulũ, fastigiũ autẽ λ signũ, ad pyramida cuius quidem basis ε o ζ π n ϱ θ σ multangulũ, fastigiũ autẽ v signũ, triplã habet rationẽ quàm β δ ad ζ θ. Supponitur autẽ & conus cuius basis quidẽ α β γ δ orbis, fastigiũ autem λ signũ, ad ξ solidum, triplã rationem habens quàm β δ, ad ζ θ, est igitur sicut conus cuius basis quidẽ α β γ δ circulus, uertex autẽ λ signum ad ξ solidũ, sic pyramis cuius quidẽ basis est α τ β υ γ φ δ χ multãgulũ, uertex aũt λ ad pyramida cuius basis quidem est ε o ζ π n ϱ θ σ, multãgulũ, uertex autẽ v signum. Vicissim igitur (per 16 quinti) sicut conus cuius basis quidem est α β γ δ orbis, uertex autẽ λ signũ ad eã quæ in se pyramida cuius basis est α τ β υ γ φ δ χ multãgulum, uertex autẽ λ signum, sic solidum ξ ad pyramida cuius basis quidẽ est ε o ζ π υ ϱ θ σ multangulum, uertex aũt v signum. Maior autẽ est prædictus conus ea quæ in se ipso pyramide, ipsam enim cõtinet. Igitur ξ solidũ, maius est ipsa pyramide cuius basis quidem est ε o ζ π n ϱ θ σ multangulũ, uertex autẽ v signũ. Supponebatur autẽ quod & minus, quod est absurdũ. Nõ igitur conus α β γ δ λ, ad aliquod corpus minus ipso ε ζ n θ v, cono triplã rationẽ habebit, quàm β δ ad ζ n. Similiter iã demõstrabimus, q; neq; ε ζ n θ conus ad solidũ aliquod minus ipso α β γ δ λ cono, triplã rationẽ habet, quàm ζ θ ad β δ. Dico iam q; neq; α β γ δ λ, conus ad aliquod solidum maius ipso ε ζ n θ v cono, triplã habet rationẽ, quàm β δ ad ζ θ. Si enim possibile, habeat ad maius ξ. Cõuersim igitur ξ solidũ, ad α β γ δ λ conum, triplã habet rationem, quàm ζ θ ad β δ. Sicut aũt ξ solidũ ad α β γ δ λ conũ, sic ε ζ n θ v conus ad aliquod solidũ minus ipso α β γ δ λ cono. & ε ζ n θ v igitur conus, ad solidũ aliquod minus ipso α β γ δ λ, cono triplã rationem habet, quàm ζ θ ad β δ, quod impossibile esse patuit. Igitur α β γ δ λ conus, ad solidũ aliquod maius ipso ε ζ n θ v cono, triplã rationẽ nõ habet, quàm β δ ad ζ θ, patuit aũt quòd neq; ad minus. Conus igitur α β γ δ λ, ad conum ε ζ n θ v triplã rationẽ habet, quàm β δ ad ζ θ (per 15 quinti) sicut autẽ conus ad conum, sic cylindrus ad cylindrũ: triplus enim est cylindrus, ipsius coni qui in eadẽ est basi & sub æquali fastigio ipsi cono. Ostensum est autẽ (in 10 duodecimi) quod omnis conus, cylindri tertia pars est eandem eidem basin habentis (per 10 duodecimi) & æquale fastigium. Et cylindrus igitur, ad cylindrum triplam habet rationẽ quam β δ ad ζ θ. Similes igitur coni & cylindri adinuicẽ in triplici sunt ratiõe dimetientiũ quæ in basib. quod ostẽdere oportuit.



Euclid. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 13.

13 Si cylindrus plano secetur, parallelo existenti eis quæ ex opposito planis, erit sicut cylindrus ad cylindrum, sic axis ad axem.

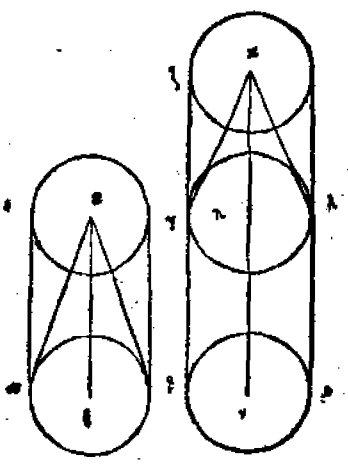
THEON ex Zamb. Cylindrus enim α δ, plano κ θ secetur, parallelo existente eis quæ ex opposito planis, hoc est ipsis α β γ δ. Dico q; est sicut β κ cylindrus ad κ δ cylindrum, sic est ε κ axis ad ζ axem. Extẽdatur axis ε ζ ex utraq; parte, in λ μ signa, exponanturq; ipsi ε κ axi æquales quilibet utcunq; ε ν, ρ λ, ipsi autem ζ κ, quilibet utcunq; ζ ξ, ξ μ, & extendantur per λ ν, ξ μ signa: plana parallela α β, γ δ, & intelligantur in ipsis per λ ρ ξ μ, planis circũ centr a λ ρ ξ μ, circuli ρ σ, ξ σ, τ ν, φ ψ, æquales ipsis α β, γ δ, et intelligãtur cylindri π ϱ, ϱ β, δ τ, τ χ.

Et quoniã ipſi λ ν, ν ε, ε κ, axes adinuicem ſunt æquales, ipſi igitur π ϱ, ϱ β, β κ, cylindri adinuicem ſunt ſicut baſes (per 12 duodecimi) Baſes autẽ ſunt æquales. Igitur & ipſi π ϱ, ϱ β, β κ cylindri, ſunt æquales. Quoniam igitur ipſi λ ν, ν ε, ε κ, axes adinuicem ſunt æquales, ſunt autẽ & ipſi π ϱ, ϱ β, β κ, cylindri adinuicem æquales, & multitudo ipſorum λ ν, ν ε, ε κ, æqualis eſt multitudini ipſorum π ϱ, ϱ β, β κ. quotuplex igitur eſt κ λ axis, ipſius ε κ axis, totuplex erit & π κ cylindrus ipſius β κ cylindri. Et iam id propterea quotuplex eſt μ κ axis ipſius κ ζ axis, totuplex eſt & cylindrus χ κ ipſius κ Δ cylindri. Et ſi κ λ axis æqualis eſt ipſi κ μ axi, æquus eſt & cylindrus π κ ipſi κ χ cylindro. Si autem axis κ λ maior eſt ipſo κ μ axe, maior erit & π κ cylindrus ipſo κ χ cylindro. Et ſi minor, minor (per 1 quinti) Quatuor iam exiſtentibus magnitudinibus, axibus quidem, κ λ, κ ζ, cylindris autem β κ, κ Δ accepta (per diffinitionem 6 quinti) ſunt æquè multiplicia ipſius quidem ε κ axis & β κ cylindri, ipſe axis κ λ, & π κ cylindrus. Ipſius autem κ ζ axis, & κ Δ cylindri, κ μ axis & κ χ cylindrus. Et patuit quòd ſi κ λ, axis excedit κ μ axem, & π κ cylindrus ipſum excedit κ χ cylindrum, & ſi æqualis, æqualis, & ſi minor, minor. Eſt igitur (per 6 diffinitionem quinti) ſicut ε κ axis ad κ ζ axem, ſic β κ cylindrus ad κ Δ cylindrum: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propoſitio 14.*

In æqualibus baſibus exiſtentes coni & cylindri, adinuicem ſeſe habent ſicut faſtigia. 14

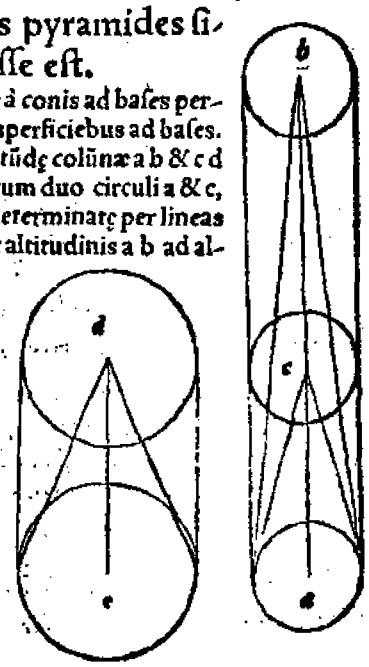
THEON ex Zãb. *Sint enim in æqualibus baſibus κ β, γ Δ, cylindri ζ Δ, ε β. Dico q̃ eſt ſicut cylindrus ε β ad cylindrũ ζ Δ, ſic eſt κ θ axis, ad κ λ axẽ, extendatur enim κ λ axis in ν ſignũ, ponaturq̃ ipſi κ θ axi æqualis λ ν, & circũ axem Δ ν, intelligatur cylindrus γ μ. Quoniam igitur ε β γ μ cylindri, ſub eodem ſunt faſtigio, adinuicem ſunt ſicut baſes (per 11 duodecimi) Baſes autem inuicem ſunt æquales, igitur & cylindri ε β, γ μ, ſunt æquales. Et quoniam cylindrus ζ μ, plano quodã ſecatur γ Δ, parallelo exiſtẽte eis quæ ex oppoſito planis, eſt igitur (per 13 duodecimi) ſicut γ μ cylindrus ad Δ cylindrũ, ſic eſt λ ν axis ad κ λ axem, æqualis autem eſt γ μ cylindrus ipſi ε θ cylindro, & λ ν axis ipſi κ θ axi. Eſt igitur ſicut ε β cylindrus ad ζ Δ cylindrum, ſic eſt κ θ axis ad κ λ axem. Sicut autem ε β cylindrus ad ζ Δ cylindrum, ſic κ β ω conus ad γ Δ κ conum, tripli enim ſunt cylindri ipſorum conorum (per 10 duodecimi) & ſicut igitur (per 11 quinti) κ θ axis ad κ λ axem, ſic κ β κ, conus ad γ Δ κ conum, & ε β cylindrus ad ζ Δ cylindrũ: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*

SI duæ pyramides rotũdæ ſiue columnę fuerint æquales, ſuæ baſes & altitudines erũt mutuæ. Si uerò ſuę baſes & altitudines mutuę fuerint, ipſas pyramides ſiue columnas æquales eſſe neceſſe eſt. 15

CAMPANVS. *Altitudinẽ pyramidum, determinãt lineę à conis ad baſes perpẽdiculariter deſcẽdentes, colũnarũ autẽ, à ſupremis earũ ſuperficiebus ad baſes. Sint itaq; duę rotũdæ pyramides a b & c d æquales, duæq; rotũdę colũnæ a b & c d æquales, ſintq; cõmunes baſes tam pyramidũ quàm colũnarum duo circuli a & c, cõmunes quoq; altitudines tam pyramidũ quàm colũnarũ determinatę per lineas a b & c d. Dico quòd proportio circuli c ad circulũ a, eſt ſicut altitudinis a b ad altitudinẽ c d, & ecõuerſo. Hoc autẽ ſi de colũnis probatũ fuerit, de pyramidibus certũ erit, quoniã omnis colũna rotunda tripla eſt ad ſuã pyramidẽ. Si itaq; duæ altitudines a b & c d, fuerint æquales, ex prçmiſſa cõſtat propoſitũ. Si aũt inçquales, ſit a b maior, ſumaturq; a e çqualis a d, & ſeceſ colũna a b, à ſuperficie e çquidiſtãter baſi eius a, eritq; ex prçmiſſo antecedẽte, colũna a b ad columnã a e, ſicut altitudo a b ad altitudinẽ a e, ideoq; ex prima parte 7 quinti cõlumnã c d ad columnã a e ſicut altitudo a b ad altitudinẽ a e, quare per ſecundã partẽ 7 quinti, ſicut altitudo a b ad altitudiuẽ c d, ex prçmiſſa aũt eſt columna c d ad columnã a e, ſicut circulus c ad circulũ a, itaq; per 11 quinti eſt altitudo a b ad altitudinẽ c d ſi-*

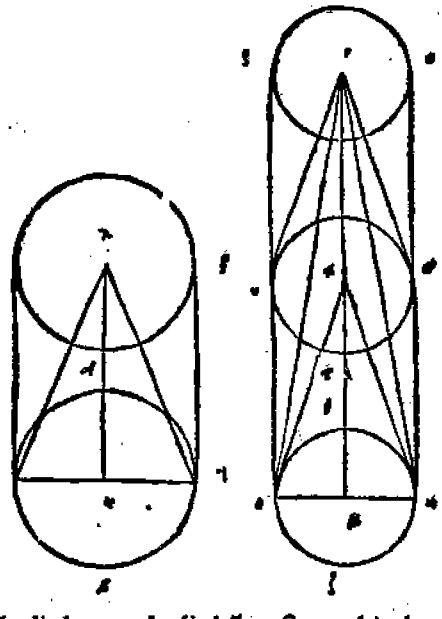


c d, ſicut baſis c ad baſin a. Conſtat igitur prima pars. Secunda cõuerſo modo conſtabit, eadẽ diſpoſitione manente. Sit enim ut baſis c ad baſin a, ſic altitudo a b ad altitudinẽ c d. Dico q; duæ columnæ a b & c d ſunt æquales: erit enim ex ſecunda parte 7 quinti altitudo a b ad altitudinem a e, ſicut baſis c ad baſin a. Et quia ex præmiſſa, columna c d ad columnam a e eſt ſicut baſis c ad baſin a & ex præmiſſa antecedente columna a b ad columnam a e, ſicut altitudo a b ad altitudinem a e, ſequitur ex 11 quinti ut columna c d ad columnã a e ſit ſicut colũna a b ad eandẽ a e. Igitur ex prima parte 9 quinti duæ columnæ a b & c d, ſunt æquales. Quare conſtat etiam ſecunda pars.

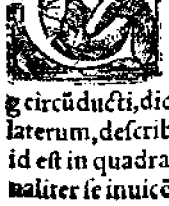
Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propoſitio 15.*

15 **Æqualiũ conorũ & cylindrorũ, reciprocæ ſunt baſes uerticib. Et coni & cylindri quorũ reciproce ſunt baſes uerticibus, ſunt æquales.**

THEON ex Zamb. *Sint æquales coni & cylindri, quorũ baſes quidem α β γ δ, ε ζ η θ orbes, dimetientes autem ipſorum α γ, ε η, axes autem κ λ, μ ν, qui & altitudines ſunt conorum & cylindrorũ. Et compleantur ipſi α ξ, ε ο, cylindri. Dico q; ipſorũ α ξ, ε ο, cylindrorũ, reciprocæ ſunt baſes uerticibus, hoc eſt quod eſt ſicut α β γ δ baſis ad ε ζ η θ baſin, ſic eſt μ ν uertex ad κ λ uerticẽ. Faſtigium enim κ λ, ipſi μ ρ, faſtigio aut eſt æquale, aut nõ. Sit prius æquale. Eſt autẽ & α ξ cylindrus, ipſi ε ο cylindro æqualis, ſub eodẽ autem faſtigio exiſtentes coni & cylindri, adinuicẽ ſunt ſicut baſes (p 11 duodecimi) Aequalis eſt igitur α β γ δ baſis, ipſi ε ζ η θ baſi. Quare & reciprocæ ſunt, ſicut α β γ δ baſis ad ε ζ η θ baſin, ſic μ ν faſtigium ad κ λ faſtigium. Sed iam nõ ſit uertex λ κ ipſi μ ν æqualis, ſed eſto maior μ ν, et auferatur (per 3 primi) ab ipſa μ ν altitudine, ipſi κ λ æqualis π μ, ponaturq; (per 2 primi) ipſi λ κ uertici æqualis π μ, & per π ſignum ſecetur (p 13 duodecimi) cylindrus ε ο, plano τ υ σ parallelo exiſtẽte eis quæ ex oppoſito planis, hoc eſt ε ζ η θ, ϱ ο, circulorũ. Et à baſi quidẽ ipſius ε ζ η θ circuli, faſtigio uerò μ π, cylindrus intelligatur ε σ. Et quoniã α ξ cylindrus æquus eſt ipſi ε ο cylindro, alius autem ε σ cylindrus, eſt igitur (p 7 quinti) ſicut α ξ, cylindrus ad ε ζ cylindrũ, ſic eſt ε ο cylindrus ad ε σ cylindrũ. Sed ſicut quidem α ξ cylindrus ad ε σ cylindrũ, ſic eſt α β γ δ baſis ad ε ζ η θ baſin. Sub eadem enim ſunt altitudine, ipſi α ο, ε ξ, cylindri. Sicut autẽ cylindrus ε ο ad cylindrũ ε σ, ſic μ ν altitudo ad μ π altitudinem, cylindri nanq; in æqualibus baſibus exiſtentes, ſe habent ſicut faſtigia. Eſt igitur ſicut α β γ δ baſis ad ε ζ η θ baſin, ſic eſt μ π uertex ad μ σ uerticem. Aequalis autem eſt π μ uertex, ipſi κ λ uertici. Eſt igitur ſicut α β γ δ baſis ad ε ζ η θ baſin, ſic eſt μ ν altitudo ad κ λ altitudinem. Aequalium igitur α ξ, ε ο cylindrorum, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Sed iam ipſorum α ξ ε ο cylindrorum reciprocæ ſint baſes altitudinibus, eſtoq; ſicut α β γ δ baſis ad ε ζ η θ baſin, ſic uertex μ ν ad uerticem κ λ. Dico q; α ξ cylindrus, æqualis eſt ipſi ε ο cylindro. Eiſdem nanq; diſpoſitis, quoniam eſt ſicut α β γ δ baſis ad ε ζ η θ baſin, ſic μ ν faſtigium, ad κ λ faſtigium, æqualis autem eſt κ λ uertex ipſi π μ uertici, eſt igitur ſicut α β γ δ, baſis ad ε ζ γ θ baſin, ſic μ ν uertex ad π μ uerticem. Sed ſicut quidem α β γ δ, baſis ad ε ζ η θ, baſin, ſic cylindrus α ξ ad ε σ cylindrum: ſub eodem nanq; eſt faſtigio. Sicut autem μ ν (per 14 duodecimi) uertex ad π μ uerticem, ſic ε ο cylindrus ad ε σ cylindrum. Eſt igitur ſicut α ξ cylindrus ad ε σ cylindrum, ſic eſt ε ο cylindrus ad ε σ, cylindrum. Aequalis igitur eſt α ξ cylindrus, ipſi ε ο cylindro. Sic etiam & in conis. Aequalium igitur conorum & cylindrorum & quæ ſequuntur reliqua: quod oſtendere oportuit.*



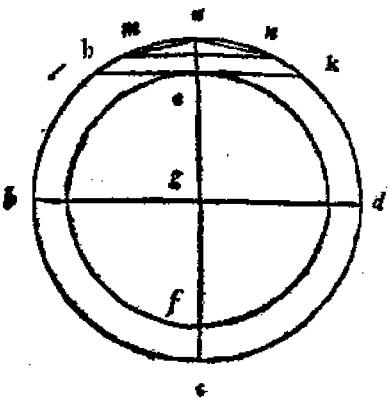
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

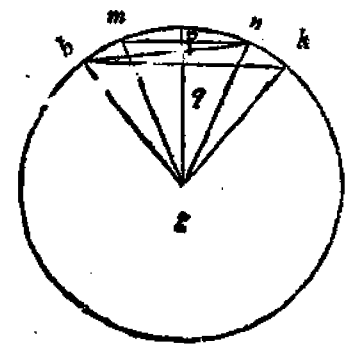


13 **Vmpoſiti fuerint duo circuli ab uno cẽtro circũducti, ſuperficiẽ multiangulã æqualiũ laterũ circulũ minorem minimè tangentiũ, intra circulum maiorem deſcribere.**

CAMPANVS. Sint duo circuli a b c d & e f, ab uno communi cẽtro quod ſit g circũducti, dico quòd intra maiorẽ qui ſit a b c d, poſsibile eſt unum polygonium quod ſit æqui laterum, deſcribi minorẽ circulum qui eſt e f, nullo ſuorum laterum tangens. Quadrentur enim, id eſt in quadrantes diuidãtur hi duo circuli duabus diametris ſuper centrum ipſorum orthogonaliter ſe inuicẽ ſecantibus, quæ ſint a c & b d, ſitq; e f diameter minoris, pars diametri a c quę eſt

diameter maioris. Sicq; igitur à pūcto e, ducatur utrinq; uſq; ad circunferētiam maioris lineæ orthogonaliter ſu per diametrum e f, quę occurrat circunferentiæ maioris hinc quidē in puncto h, inde uerò in puncto k, eritq; ex correlario 15 tertij linea h e k, cōtingens circulum mino rē. Poſtea uerò quadrantē a b maioris circuli diuide per ęqualia in puncto l, ſecundum doctrinā 29 tertij, dehinc rurſus arcū a l, per ęqualia ad punctū m. Cumq; hoc plu ries feceris, neceſſario tādem deuenies ad arcum qui mi nor erit arcu a h, ſitq; hic a m. Hoc autem idcirco neceſſa rium eſt, quia cum fuerint duæ quātitates inæquales, ſi à maiori earum dematur eius dimidium, itemq; à reſiduo dimidiū, poſsibile eſt hoc toties fieri quouſq; tandē mi nor minore earum relinquetur, quēadmodum in 1 deci mi demōſtratum eſt. Cū igit ſic diuidendo, ad arcū quā tulumcunq; minorem a h, fuerit deuentum, cuiuſmodi eſt hic arcus a m, ſumatur arcus a n, æqua lis arcui a m, ducāturq; duæ lineæ a m & m n. Quia igitur arcus a k eſt æqualis arcui a h, quod ex ſecūnda parte tertiæ tertij & quarta primi & 28 tertij manifeſtum eſt. & quia arcus a n eſt æqualis arcui a m, erit ex communi ſcientia, arcus n k æqualis arcui m h. Ergo duæ lineæ m n & k h, ſunt æquidiſtātes: ergo linea m n, non poterit tangere circulum e f, quare multo fortius neq; linea a m poteſt ipſum tangere. Quoniam igitur conſtat circulum a b c d diuiſibilem eſſe per arcus ęquales arcui a m, ideoq; per 28 tertij ſimul conſtat intra ipſum circulum poſſe chordulas ęquales chordu læ a m cōtinuè coaptari circulum ipſum polygoniæ chordantes, manifeſtum eſt intra circulū ma iorem poſſe unum polygoniū æquilaterum, cuius unum latus eſt linea a m inſcribi. Et quia linea a m non cōtingit circulum minorem, patet ex prima parte 13 tertij & diffinitione linearum à cen tro circuli æqualiter æquidiſtātium, quod inſcriptum polygoniū nullo laterum ſuorum tāgit cir culum minorem: quod eſt propoſitum. At quid dubitas duas lineas m n & k h, eſſe æquidiſtan tes, cum ſint duo arcus n k & m h æquales? Hoc autem incōcuſſam ueritatem ſortitum eſt, quod duæ lineæ circulum unum non autem ſe inuicem ſecantes, ſi ex circunferētia æquales arcus hinc inde lineis ipſis interſint, erunt æquidiſtantes. Duc quidem à centro g, lineam g p perpēdicularē ad lineam m n, quæ ſecet lineam h k in puncto q, & protrahe lineas g m, g n, g k, g h, & duobus ar cubus n k & m d, ſubtende duas chordas quæ etiā dicantur n k & m h, eruntq; ex 28 tertij hę chor dæ æquales n k & m h, eo quòd arcus æquales, & per ſecundam partem 3 eiuſdem tertij erit linea n p, æqualis lineę m p. Cum igitur uterq; duorum angu lorum qui ſunt ad p, ſit rectus ex diffinitione perpendi cularis, erit ex 4 primi angulus n p g æqualis angulo p g m. At uerò per 8 primi angulus k g n eſt æqualis angu lo h g m. Itaq; per cōmunem ſcientiam (quæ eſt, ſi æqua libus æqualia addas, tota erunt æqualia) erit angulus k g q æqualis angulo q g h, ideoq; per 4 primi linea k q, erit ęqualis lineę q h, quare per primam partem 3 tertij, linea g q erit perpendicularis ad lineā k h. Igit ex prima parte 28 primi duæ lineæ n m & k h ſunt æquidiſtantes. Et hoc eſt quod dubitare conqueſtus es. Hoc enim idem aliter demonſtrare eſt poſsibile. Ducatur enim li nea n h, eritq; ex ultima ſexti angulus h n m, æqualis an gulo n h k, eo quod arcus h m eſt æqualis arcui n k, ideo ex 27 primi linea m n erit æquidiſtans li neæ h k. Conuerſam quoq; ſi libuerit, conuerſo modo probabis. Si enim linea m n eſt æquidi ſtans lineæ h k, erit arcus n h æqualis arcui m h. Erunt enim ex prima parte 29 primi, duo anguli h n m & n h k æquales. Ideoq; ex ultima ſexti duo arcus n k & m h, erunt etiam æquales.





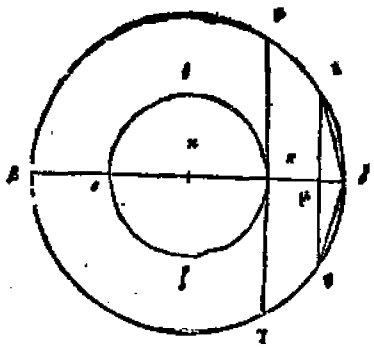
Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 16.*

Binis orbibus circū idē cētrū exiſtētib. in maiori orbe multāgulū æ- 16
qlaterū & parilaterū inſcribere, non tangēs orbē minorē in ſuperficie.

THEON ex Zamb. *Sint bini orbes α β γ δ, ε ζ η θ, circum idem centrum κ. Oportet in maiori circulo α β γ δ, multangulum æquilaterum & parilaterum inſcribere, non tangens ipſum ε ζ η θ, circulum. Excite tur per κ centrum, rectæ lineæ β δ, & à ſigno κ ipſi δ β rectæ lineæ ad angulos rectos excitetur (per 12 pri mi) α κ, & extendatur in γ. Igitur α γ tangit ipſum ε ζ η θ orbē. Secātes tam (per 30 tert ij) ipſam β α δ cir cunferentiam diuidatur, & ipſius dimidium bifariam, & hoc ſemper efficientes (per 1 decimi) relinquemus*

quandam

quandam circumferentiam minorem ipſa α Δ, relinquatur, & eſto λ Δ et ab ipſo λ in β Δ, perpendicularis excitetur (per 12 primi) λ μ extendaturq; in ν, & connectantur ipſæ λ Δ, Δ ν, λ ν. Igitur λ Δ, ipſi Δ ν, eſt æqualis. Et quoniam parallelus eſt α γ ipſi λ ν, ſed α γ tangit ipſum ε ζ ϑ orbem: igitur λ μ non tangit ipſum orbem ε ζ ϑ, multo minus igitur ipſæ λ Δ, Δ ν, tangũt ipſum ε ζ ϑ orbem. Si igitur ipſi λ Δ, rectæ lineæ æquales in continuum aptabimus in orbe α β γ Δ, deſcribetur in orbe α β γ Δ, multangulum æquilaterum & parilaterum non tangens ipſum orbem ε ζ ϑ, minorem: quod facere oportuit.

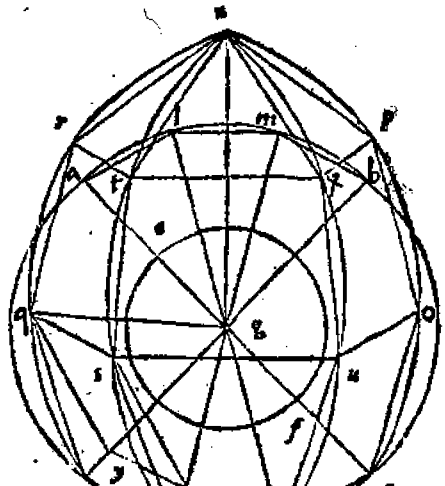


CORRELARIVM. *Et inde eſt manifeſtum, quòd perpendicularis quæ ex λ in Δ, unum circulum non tangit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

14 DVabus ſphæris unum centrum habentibus propoſitis, intra maiorem earum ſolidum multarum baſium ſuperficiẽ minoris ſphæræ minimè tangentium figuraliter cõſtituere. Quo conſtituto ſi in minori ſphæra, ſiue in qualibet alia ſphæra ſimile corpus intelligibiliter conſtituatur, erit proportio corporis multarum baſium intra maiorem ſphæram conſtituti ad corpus multarum baſium intra minorem ſphæram uel alterã conſtitutum, ſicut diametri maioris ſphæræ ad diametrum minoris uel alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint propoſitæ duę ſphęræ, a b c d & e f, unum atq; idem centrum quod ſit g habentes, & ſit maior earum ſphæra a b c d, minor uerò ſphæra e f, uolumus autẽ intra maiorẽ earũ unum corpus multarũ baſium cõſtituere, de quibus non intendimus quòd ipſæ baſes ſint æquales aut ſimiles, ſed quòd nulla earum tangat ſuperficiem minoris ſphęræ. Cum igitur hoc uoluerimus facere, ſecabimus ſimul utranq; propoſitarum ſphærarũ una plana ſuperficie per commune centrum earũ tranſeunte, eruntq; ex diffinitione ſphæræ & diffinitione circuli, communes ſectiones huius ſecãtis ſuperficiei & ſuperficierum ſphærarum propoſitarum, lineę cõtinentes circulos. Sint itaq; duo circuli a b c d & e f, quorũ centrum eſt centrum ſphærę, de quo propoſitum eſt quod ipſum ſit g. Quadrabimus igitur hos duos circulos duabus diametris ſe ſupra commune centrum eorũ orthogonaliter ſecãtibus, quę ſint a c & d b, poſtea maiori circulo ſecundum præcepta premiſſæ inſcribemus unum polygonium æquilaterum, nullo ſuorum laterum tangẽs minorem circulũ. Et ſufficiat exempli cauſa inſcripſiſſe dodecagonũ æquilaterum, ita quod



in quadrãte ipſius maioris circuli qui eſt c d, ſint tria latera huius dodecagoni quæ ſint chordæ d h, h k, & k c, quæ cũ ſint æquales, erũt quoq; ex prima parte 27 tertij arcus earũ æquales. Dehinc à duob. punctis h & k, quæ ſunt extremitates mediæ chordæ, producemus duas diametros quæ ſunt h m & k l, & ſuper centrũ g erigemus lineam g n perpendicularẽ ad ſuperficiem circuli a b c d, quam producemus quouſq; obuiet ſuperficiei ſphærę maioris ſuper punctum n. Deinde intelligam quatuor ſuperficies ſecãtes ſphæras propoſitas, quarũ unaquæq; ſecet eas ſuper lineã g n, ſcilicet prima earũ ſupra lineã g n & diametrũ d b, ſecunda ſuper lineã g n & diametrũ h m, tertia uerò ſuper lineã g n & diametrũ k l, quarta aũt ſuper lineam g n & diametrũ c a: eruntq; ex diffinitionibus ſphæræ & circuli, cõmunes ſectiones harũ ſuperficierũ & ſuperficiei ſphæræ maioris, lineæ cõtinẽtes circulos, & erũt portiones inſcriptę ut inter pũctũ n & quatuor pũcta quę ſunt d h k c, quadrãtes horũ circulorũ, qui quadrãtes ſunt d n, h n, k n, & c n. Hoc autẽ ideo euenit, ſ̃d oẽs

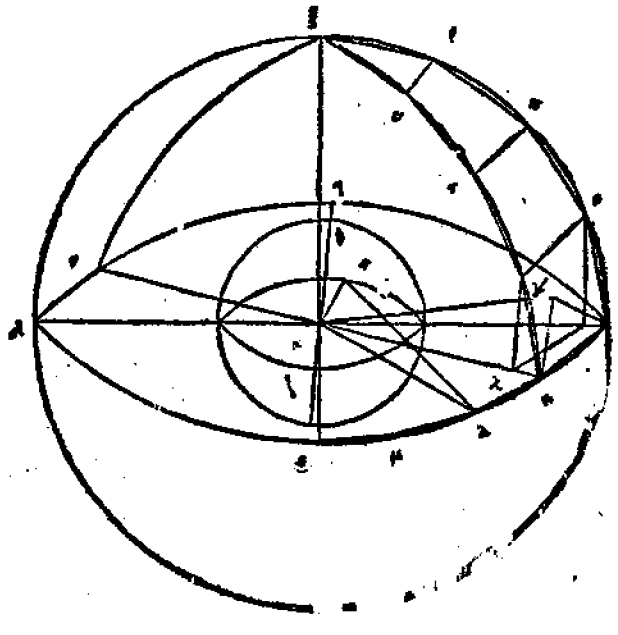
anguli quos continet linea g n cum unaquaq; diametrorũ protractarũ in ſuperficie circuli a b c d ſunt recti ex diffinitione lineæ perpẽdicularis ad ſuperficiẽ, recti uerò anguli in cẽtro, quartæ circunferentiæ ſubtendantur, quod ex ultima ſexti euidẽter apparet. Ex diffinitione autem circulorum æqualium manifeſtum eſt, quod unuſquiſq; horum quatuor circulorum eſt æqualis circulo a b c d, nã diameter omnium ipſorum, eſt diameter ſphæræ maioris. Igitur per 15 quinti quadrantes eorũ ſunt æquales. Quare quinq; arcus qui ſunt d n, h n, k n, c n, & d c, ſunt æquales. In unoquoq; ergo quatuor quadrantium circulorũ erectorum coaptẽtur hypothenuſales chordæ, quarum quælibet ſit æqualis chordę circuli proſtrati, quæ ſunt latera polygonij ſibi inſcripti, & eſt una earũ chorda d h, ſintq; in primo quidẽ d q, q r, & r n, in ſecundo uerò h ſ, ſ t, & t n, in tertio autem k u, u x, & x n, & in quarto ſint c o, o p, & p n. Et protrahantur corauſti coniungentes capita hypothenuſalium chordarum quæ ſint q ſ, ſ u, u o, & r t, t x, x p. Vides igitur quartæ parti ſuperioris hemiſphærij maioris ſphæræ quæ quidem quarta pars eſt d n c, inſcriptũ eſſe corpus 9 baſiũ quarum tres quæ coeunt in puncto n, ſunt triangulæ, cæteræ autem ſunt quadrangulæ, ſuntq; harum quadrangularum ſuperficierum hypothenuſalia latera æqualia, ſed non ęquidiſtantia. Corauſti autem inter quoſq; duos circulos intercepti, ſunt æquidiſtantes adinuicem & chordę circuli proſtrati, ſed non ſunt adinuicem æquales. Hoc autem ſcies, ſi perpendiculares à corauſtorum extremitatibus ad ſuperficiem circuli iacentis dimiſeris, de quibus cõſtat quod ipſæ cadẽt ſuper diametros circulorum quos corauſti continuant, quod ex demonſtratis in 13 undecimi facile deprehendes. Verbi gratia. Sint à duobus terminis corauſti q ſ, demiſſę duæ perpendiculares q y & ſ z, cadẽtes in diametris d b & h m, & protrahantur lineæ q g & y z, eruntq; ex 4 ſexti duo trianguli q y d & ſ z h ſimiles, quare proportio duarum perdendicularium q y & ſ z, erit ſicut duarum chordarum q d & ſ h. Cumq; ſint chordæ æquales, erunt etiam & perpendiculares æquales. At ipſæ ſunt ęquidiſtantes ex 6 undecimi, ergo ex 33 primi, corauſtus q ſ eſt æqualis & ęquidiſtans lineæ y z. Et quia ex ſecunda parte ſecundæ ſexti linea y z eſt æquidiſtans chordæ d h, & ideo minor ea, ſequitur ex 9 undecimi, ut corauſtus q ſ, ſit etiam æquidiſtans chordæ d h, & minor ea ex conceptione. Cũ itaq; chordę quæ ſunt latera polygonij inſcripti in circulo iacẽti (& ipſæ ſunt omnes æquales chordę d h) non tangãt ſphæram minorem, neceſſe eſt ut nullum latus harum baſium corporis inſcripti ſiue quadrangulę ſint ſiue trigonæ, tangant eandem minorem ſphęram, cum omnia hęc latera ſint ipſis chordis æqualia aut minora. Simpliciter aũt dico q; nulla etiã harum baſium, de quibus omnibus manifeſtũ eſt ex ſecunda parte 1 undecimi, quod ipſę ſunt totæ in ſuperficie una, poteſt aliquo ſui puncto contingere minorem ſphęram, eo quod omnis linea recta ducta ſuper quemlibet punctum cuiuſq; earum ęquidiſtanter corauſto, minor eſt neceſſario chorda proſtrati circuli. Si igitur conuexitates aliarũ quartarum maioris ſphærę tam ſuperioris hemiſphęrij quàm inferioris ad eius ſimilitudinẽ quadrilateris trilaterisq; ſuperficiebus ſubtexantur, erit maiori ſphærę corpus 72 baſiũ ſuperficiem minoris ſphæræ minimè tangentium, quemadmodum propoſitũ fuerat inſcriptum. Dico inſuper q; ſi in alia qualibet ſphęra ſimile corpus ſtatuatur, erit proportio unius ad alterũ, ſicut diametri unius ſphęrę ad diametrum alterius triplicata. Erunt enim ex 72 baſes utriuſq; corporis, baſes totidem lateratarũ pyramidum, quarum omniũ uertices erunt in centris ipſarum ſphęrarum. Has autẽ pyramides perficies, ſi à ſingulis angulis inſcriptorum corporũ quę ſunt extremitates chordarũ & corauſtorum lineas ad centra ſphęrarum produxeris. Stude itaq; ex diffinitione ſimilium corporũ probare cunctas pyramides unius, eſſe ſimiles ſuis relatiuis pyramidibus alterius. Quo probato erit ex 8 huius, proportio uniuſcuiuſq; earũ unius ad ſuã relatiuã alterius, ſicut proportio ſemidiametrorum ſphęrarum ipſarum triplicata: ſunt enim ſemidiametri ſphęrarum, latera cunctarum pyramidum. At quia ſemidiametrorũ eſt ex 15 quinti una proportio, ex 13 eiuſdẽ facile concludes propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propoſitio 17.*

Binis ſphæris circũ idẽ centrũ exiſtẽtibus, in maiori ſphæra ſolidũ polyhedrũ inſcribere, nõ tangens ſphæram minorem in ſuperficie. 17

THEON *ex Zamb.* *Intelligantur binæ ſphęræ circũ idẽ centrũ α. Oportet iam in maiori ſphęra ſolidum polyhedrũ inſcribere, non tangens ſphęram minorẽ in ſuperficie. Secẽtur ſphęræ, plano aliquo per centrũ erũt igitur ſectiones circuli: quoniã (per 12 diffinitionẽ undecimi) manẽte diametro et circũducto ſemicirculo facta eſt ſphæra. Quare in qualicunq; poſitione intelligamus hemicyclium, quod per ipſum eductum planũ, efficiet in ſuperficie ſphęræ circulũ, et manifeſtũ quod & maximũ, quoniam ſphęræ diameter quæ etiã eſt hemicycli diameter, et perinde circuli, maior eſt (per 15 tertij) omnibus in circulo uel ſphæra ductis rectis lineis. Eſto igitur in maiori quidem ſphęra circulus β γ δ ι, in minori autẽ circulus ſ κ θ, excitẽturq; ipſorũ diametri ad angulos rectos ſibi inuicẽ β δ, γ ι, & binis orbibus circa idẽ centrũ exiſtentib. hoc eſt β γ δ ι, ſ κ θ, in maiori circulo β γ δ ι, multangulum æquilaterum & parilaterũ deſcribatur (per præcedẽtem) non tangens ſphęrã minorẽ ſ κ θ, cuius latera ſint in β ι quarta parte, β ν, ν λ, λ μ, μ ι, et cõnexa ν ę recta*

ν α recta linea, extẽdatur in ν, & excitetur (per 12. undecimi) ab ipso α signo, ipsi ipsius β γ δ ε circuli plano ad angulos rectos α ξ, & incidat ipsi superficiei sphæræ in ξ & per α ξ, & per utranq; ipsarum β δ, κ ν, plana producantur. Facient iam per prædicta in ipsius sphæræ superficie maximos orbes, efficiant, quorum hemicyclia sint in β δ, κ ν, diametris, ipsa β ξ δ, κ ξ ν. Et quoniam ξ α recta est ad ipsius β γ δ ε planum, & omnia igitur quæ per ξ α, plana, recta sunt ad ipsius α ϛ γ δ ε circuli planum, quare & ϛ ξ δ, κ ξ ν, hemicyclia, recta sunt ad ipsius ϛ γ δ ε circuli planum. Et quoniam hemicyclia β ε δ, ϛ ξ δ, κ ξ ν, sunt æqualia, in æqualibus nanq; sunt diametris β δ, κ ν, & β ε, β ξ, κ ξ, quartæ partes inter se sunt æquales. Quod igitur latera multanguli sunt in β ε quarta parte, tot quoque sunt in ipsis β ξ, κ ξ, quartis partibus ipsis κ β, κ λ, λ μ, μ ε, rectis lineis æquales. Describantur, & sint ϛ ο, ρ π, π ρ, ϱ ξ, κ σ, σ τ, τ υ, υ ξ, & connectuntur ipsæ ο σ, τ π, υ ϱ. Et ab ipsis ο σ, in ipsius β γ δ ε, circuli planum perpendiculares excitentur. Cadũt, inquam, in communes sectiones planorũ ϛ δ, κ ν, quoniam et ipsorum ϛ ξ δ, κ ξ ν, plana recta sunt ad ipsius β γ δ ε, circuli planum, cadant, & sint ο φ, σ χ, & connectantur φ χ. Et quoniam in æqualibus hemicyclijs β ξ δ, κ ξ ν, æquales rectæ lineæ sunt β ε, κ σ, & perpendiculares ductæ sunt ο φ, σ χ, æqualis igitur est ο φ ipsi σ χ, et β φ, ipsi κ χ, est autem & tota β α, toti κ α æqualis, & reliqua igitur φ α, reliquæ χ α est æqualis. Est igitur sicut β φ ad φ α, sic est κ χ ad χ α, parallelus igitur est φ χ, ipsi κ β. Et quoniam utraq; ipsarum ο φ, σ χ recta est ad ipsius β γ δ ε circuli planum, parallelus igitur est ο φ ipsi σ χ: patuit autem, quòd & ipsi æqualis, ipsæ χ φ, σ ο, igitur æquales & paralleli sunt. Et quoniam χ φ, ipsi σ ο parallelus est, sed φ χ, ipsi κ β parallelus est, & σ ο igitur ipsi κ β parallelus est, & ipsas connectunt, ipsæ β ο, κ σ, igitur β ο, κ σ, quadrilaterum, in uno est plano. Quoniam (per 7 undecimi) si fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, & in utraq; ipsarum accipiãtur cõtingentia signa, & ad ipsa signa annexa recta linea, in codẽ est cũ ipsis parallelis plano. Idq; propterea et unũquodq; ipsorũ σ ο π τ, τ π ϱ υ quadrilaterorũ in uno est plano. Est aũt triangulũ υ ϱ ξ, in uno plano. Si uerò intelligamus ab ipsis ο σ π, τ ϱ υ, signis in α cõnexas rectas lineas, cõstituetur quædã figura solida polyhedra inter ϛ ξ, κ ξ, circũferẽtias, ex pyramidibus cõpositã, quarũ baſes quidẽ sunt κ β ο σ, σ ο π τ, τ π ϱ υ, quadrilatera, et υ ϱ ξ triãgulũ, uertex aũt α signũ. Si aũt et in unoquoq; ipsorũ κ λ, λ μ, μ ε laterũ, sicut in β κ eadẽ cõstruamus, et insup in reliquis trib. quartis partib. et in reliquo hemisphærio, cõstituetur figura solida polyhedra descripta in sphæra, cõtenta ex pyramidib. quarũ baſes sunt prædicta quadrilatera et triãgulũ υ ϱ ξ, et quæ in eodẽ ordine eis, uertex aũt α signũ. Dico q; prædicta polyhedra nõ tãget minorẽ sphærã in superficie, in qua est circulus ξ κ θ. Excitetur (per 11 undecimi) ab ipso α signo in ipsius κ β ο σ quadrilateri planũ, perpẽdicularis α ψ, et incidat ipsi plano in ψ signo, et cõnectãtur β ψ, ψ κ. Et quoniã α ψ recta est ad ipsius β κ ο σ planũ, et ad oẽs igitur ipsã tãgẽtes rectas lineas et existẽtes in ipsius quadrilateri plano recta est α ψ (per 3 diffinitionẽ undecimi) Igitur α ψ, recta est ad utrãq; ipsarũ β ψ, ψ κ. Et quoniã (per 15 diffinitionẽ primi) α β ipsi α κ est æqualis, æquũ est et qd̃ ex α β, ei quod ex α κ. Et ipsi qdẽ qd̃ ex α ϛ, æqualia sũt (per 47 primi) ea quæ ex α ψ, ψ β, rectus enim, qui ad ψ. Ipsi aũt qd̃ ex α κ, æqualia sũt quæ ex α ψ, ψ κ. Quæ igitur ex α ψ, ψ β, æqua sũt eis quæ ex α ψ, ψ κ. Cõmune auferatur qd̃ ex α ψ, reliquũ igitur quod ex β ψ, reliquo qd̃ ex ψ κ est æquale, æqualis igitur est β ψ, ipsi ψ κ. Similiter iã demõstrabimus quod et quæ ab ψ ad ο σ cõnexæ rectæ lineæ, æquales sũt utriq; ipsarũ ϛ ψ, ψ κ. Cẽtro igitur ψ, et spacio altero ipsorũ β ψ, ψ κ, circulus describatur, ibit etiã per ο σ, et quadrilaterũ κ β ο σ, erit in circulo. Et quoniã κ ϛ maior est ipsa χ φ, æqualis aũt est χ φ ipsi σ ο, maior igitur est β κ ipso σ ο. Aequalis aũt est κ β, utriq; ipsarũ κ σ, β ο, et utraq; igitur ipsarũ κ σ, ϛ ο, ipsa σ ο maior est. Et quoniã in circulo quadrilaterũ est κ ϛ ο σ, et β κ, β ο, κ σ, æquales et minor σ ο, et ex cẽtro circuli est β ψ, igitur qd̃ ex κ ϛ, eo qd̃ ex β ψ maius est q̃ duplũ. Excitetur (per 12 primi) ab ipso κ, in β φ ppẽdicularis κ ω. Et quoniã ϛ λ ipsa λ ω minor





est quàm

est quàm dupla, estq; sicut β λ ad λ ω, sic quod ex λ β, β ω, ad id quod sub λ ω, ω β, describito autem ab ipsi 6 ω quadrato completoq; quod in parallelogrammo, & quod sub λ β, β ω, minus est quàm duplum. & conne xa ν 6, quod sub λ β, β ω, æquũ est ei quod ex 6 ν, quod uerò sub λ ν, ω β, æquũ est ei quod ex ν ω. Igitur quod ex ν β, eo quod ex ν ω minus quàm duplum. Sed quod ex ν 6, eo quod ex β ψ maius est quàm duplum, maius igitur est quod ex ν ω, eo quod ex β ψ. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) β α, ipsi ν α est æqualis, æquum est & quod ex β α ei quod ex ν α. Ei autem quod ex β α (per 47 primi) æqualia sunt quæ ex β ψ, ψ α. Ei autẽ quod ex ν α (per 47 primi) æqua sunt quæ ex ν ω, ω α. Quæ igitur ex β ψ, ψ α, æqualia sunt eis quæ ex ν ω, ω α, quorum quod est ν ω maius est, eo quod ex β ψ. Reliquum igitur quod ex ω α minus est, eo quod ex ψ α. Maior igitur est α ψ, ipsa α ω, multo igitur maior est α ψ, ipsa α ν. Estq; ipsa α ψ in unam ipsius polyhedri basin, & α ν in minoris sphæræ superficiem. Quare & polyhedrum non tangit sphæram in superficie: quod facere oportebat. Ostendẽdũ iam & aliter ac expeditius quod maior est α ψ, ipsa α ν. Excitetur (per 11 primi) ab ipso ν ipsi α ν ad angulos rectos ν, & connectantur α λ. Secantes iam (per 30 tertij) ipsam γ 6 circumferentiam diuiduæ, & dimidium ipsius diuiduæ, & hoc semper facientes, relinquemus quandam circumferentiam quæ est minor quàm circumferentia β γ λ circuli quæ subtenditur ab æqua li ipsi ν λ, relinquatur, & esto ν β circumferentia. Minor igitur est & ν β recta linea, ipsa ν λ. Et quoniam in circulo est β ν σ ο quadrilaterum, & æquales sunt ο β, β ν, ν ζ, & minor est ο σ, angulus igitur qui sub 6 ψ ν obtusus est, maior igitur est 6 ν, ipsa β ψ. Sed ipsa ν β maior, est quàm ipsa ν λ, multo maior igitur est ν λ, ipsa β ψ, maius igitur est & quod ex ν λ, eo quod ex β ψ. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) α λ ipsi α β est æqualis, & quod ex α λ, gitur ei est æquũ quod ex α β. Sed ei quod ex α λ, æqua sunt quæ ex α ν, ν λ: ei uerò quod ex α β æqua sunt quæ ex β ψ, ψ α. Quæ igitur ex α ν, ν λ, æqualia sunt eis quæ ex 6 ψ, ψ α. Quorum quod ex β ψ, minus est eo quod ex ν λ, & reliquum igitur quod ex ψ α, maius est, eo quod ex α ν. Maior igitur est α ψ, ipsa α ν. Binis igitur sphæris circum idem centrum existentibus, in maiori sphæra solidum polyhedrum descriptum est non tangens minorem sphæram in superficie: quod facere oportuit.

CORRELARIVM.

Si uerò & in altera sphæra ei quod in β γ λ ε sphæra, solido polyhedro, simile solidum polyhedrum inscribatur, in ipsa β γ λ ε, sphæra solidum polyhedrum ad id quod in altera sphæra solidum polyhedrum triplam habet rationem, quàm ipsius β γ λ ε, sphæræ dimetiens ad ipsius alterius sphæræ dimetientem. Distributis nanque solidis in numero æquales & æqualis ordinis pyramidas, pyramides similes erunt. Similes uerò pyramides (per 8 duodecimi) adinuicem in tripla sunt ratione eiusdem rationis laterum. Pyramis igitur cuius basis quidem est ν 6 ο σ quadrilaterum, uertex autem α signum, ad eam quæ in altera sphæra similis ordinis pyramida triplam habet rationẽ, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est quàm α β quæ ex centro eius est sphæræ quæ circum α centrum, ad eam quæ ex centro alterius sphæræ. Similiter & unaquæq; pyramis quæ in sphæra quæ circum centrum α, ad quamlibet pyramida etusdem ordinis in altera sphæra triplam habebit rationem quàm α β ad eam quæ ex centro alterius sphæræ. Et sicut unum antecedentium ad unum sequentium, sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Quare totum solidum polyhedrum quod in sphæra quæ circum centrum α, ad totum solidum polyhedrum quod in altera sphæra triplam rationem habebit quàm α β ad eam quæ ex centro alterius sphæræ, hoc est quàm β λ diameter ad alterius sphæræ diametrum: quod ostendere oportuit.

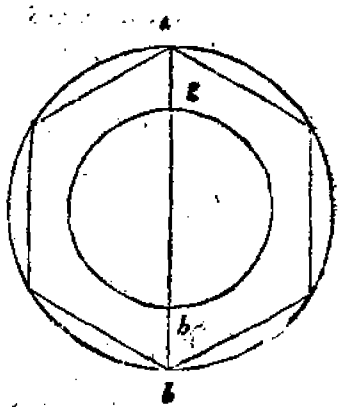
Euclidex Camp. Propositio 15.

OMnium duarum sphærarum est proportio alterius ad alteram, tanquam suæ diametri ad diametrum alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duę sphærę a b & c d, quarum diametri sint a b & c d. Dico q; proportio earum, est sicut suarum diametrorum proportio triplicata. Cuius demonstrario est. Quoniã neque ad minorem sphæram quàm sit sphæra c d neq; ad maiorẽ est proportio spæræ a b, sicut diametri a b ad diametrũ c d triplicata. Esto quidem proportio sphæræ a b ad sphęram e f, sicut diametri a b sphæræ a b, ad diametrum c d triplicata. Demonstrabo itaq; quod sphæra e f non potest esse minor neq; maior quàm sphæra c d. Si enim affirmet aduersarius eã esse minorem, imaginabor eam includi à sphęra c d, & circũduci ab eodem centro, & inscribam sphæræ c d iuxta prȩcepta prȩmissæ, unum corpus multarũ basium nõ tangentiũ superficiem sphærę e f, minoris, dicaturq; istud corpus nomine sphęrę cui inscribitur c d. Postea simile corpus multarũ basiũ inscribam sphęrę a b, quod etiã nomine suę sphęrę dicatur a b: cõstat itaq; ex secũda parte præmissæ & undecimi quinti, quòd proportio sphæræ a b ad sphærã e f, est sicut corporis multarũ basiũ

quod

quod eſt a b ad corpus multarũ baſium quod eſt c d: utraq; enim eſt ſicut diameter a b ad diametrum c d triplicata. Hæc autem, ex hypotheſi: illa uerò, ex ſecunda parte præmiſſæ. Quare permutatim proportio ſphæræ a b ad corpus multarũ baſiũ a b, eſt ſicut ſphæra e f ad corpus multarum baſium c d. Cũ igitur ſphæra a b ſit maior corpore multarum baſium a b, erit etiam ſphæra e f, maior corpore multarũ baſium c d. Hoc autem eſt impoſsibile, nam ipſa eſt pars eius. Nõ eſt ergo ſphæra e f minor ſphęra c d. Si autẽ dicat aduerſarius eã eſſe maiorẽ, confutabimus ipſum hoc modo. Erit enim per cõuerſam proportionalitatem ſphęra e f ad ſphæram a b, ſicut diameter c d ad diametrũ a b triplicata. Sit itaq; eadem ſphęræ c d, ad ſphærã g h, eritq; ex 14 quinti ſphæra g h, minor ſphęra a b, eo quod ſphęra c d poſita eſt minor ſphęrã e f. Quare proportio ſphærę c d ad aliquã ſphęrã minorũ ſphęra a b, eſt ſicut diametri c d ad diametrũ a b triplicata. At hoc eſt impoſsibile, nã ex hoc ſequitur, quod pars ſit maior ſuo toto, ut demonſtratum eſt prius. Itaq; ſphæra e f, non eſt maior neq; minor quàm ſphęra c d. Igitur (ex 7 quinti) cõclude propoſitam concluſionem, quę imponit finem libro duodecimo.

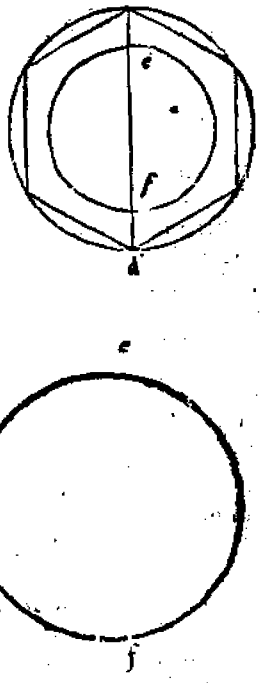


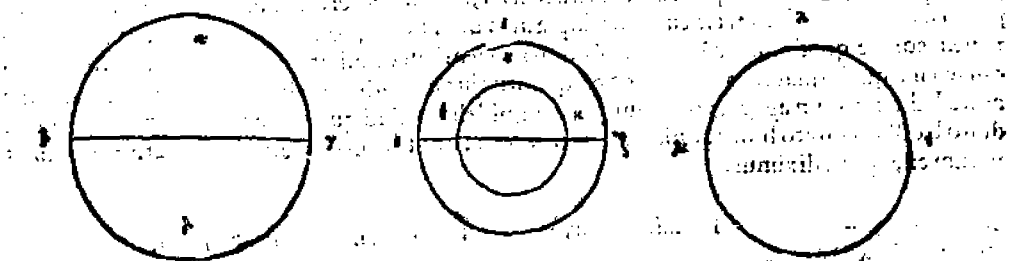
Euclid. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 18.

Sphæræ adinuicẽ, in triplici ſunt ratione priorum dimetientium.

18

THEON ex Zam. *Intelligantur ſphęræ α β γ, δ ε ζ, diametri uerò ipſarũ ſint β γ, ε ζ, dico q; ſphæræ α β γ ad ſphærã δ ε ζ, triplã habet rationẽ quàm β γ ad ε ζ. Si autẽ nõ habebit igitur α β γ ſphæra ad minorẽ aliquã ipſa δ ε ζ, ſphæra triplã rationẽ, uel ad maiorẽ, quã β γ ad ε ζ. Habeat prius ad minorem η θ ι, & intelligatur δ ε ζ ſphæra, ipſi η θ ι, circũ idẽ centrum, deſcribaturq; (per præcedentẽ) in ſphæra maiori δ ε ζ, ſolidũ polyhedrũ non tangens minorẽ ſphærã κ λ μ in ſuperficie. Deſcribatur aũt (per eandem) & in α β γ ſphæra ei quod in δ ε ζ ſolido polyhedro ſimile ſolidum polyhedrũ. Igitur per correlariũ cuiuſdẽ, ſolidũ polyhedrũ quod in ſphæra α β γ, ad id ſolidũ polyhedrũ quod in δ ε ζ, triplã habet rationẽ quam β γ ad ε ζ. Habet aũt et α β γ, ſphæra ad η θ ι ſphæram triplam rationem quam β γ ad ε ζ, eſt igitur ſicut ſphæra α β γ ad ſphæram η θ ι, ſic ſolidum polyhedrum quod in α β γ ſphæra, ad ſolidũ polyhedrum quod in δ ε ζ, ſphæra. Viciſsim igitur (per 16 quinti) ſicut α β γ ſphæra ad id quod in ipſa polyhedrũ, ſic η θ ι, ſphæra ad id quod in δ ε ζ ſphæra ſolidum polyhedrũ. Maior aũt eſt α β γ ſphæra ipſo quod in ſe polyhedro. Maior igitur & η θ ι ſphæra, eo quod in δ ε ζ, ſphæra polyhedro. Sed et minor, ab ipſo nãq; cõprehenditur, quod eſt impoſsibile. Sphæra igitur α β γ, ad minorem ipſa δ ε ζ ſphærã, triplam rationem non habet quàm β γ, diameter ad δ ε ζ diametrum. Similiter iam demonſtrabimus, quod neq; δ ε ζ ſphæra, ad minorem ipſa α β γ ſphæra, triplam habet rationẽ quàm ε ζ ad β γ. Dico iam quod neq; ſphæra α β γ, ad maiorem aliquam ipſa δ ε ζ ſphæra triplam habet rationem quàm β γ ad ε ζ. Si enim poſsibile habeat ad*





maiorem λ μ ν. Conuerſim igitur ſphæra λ μ ν ad ſphęram α β γ triplam, habet rationem quàm diameter ε ζ ad diametrum β γ. Sicut autem λ μ ν ſphæra ad α β γ ſphæram, ſic δ ε ζ ſphæra ad minorem aliquam ipſa α β γ ſphæra: ſicuti antea patuit, quoniam maior eſt λ μ ν ipſa δ ε ζ. & ſphæra δ ε ζ ad minorẽ ipſa α β γ, ſphæra triplam habet rationẽ quàm ε ζ ad β γ, quod eſt impoſsibile. Igitur ſphæra α β γ ad maiorẽ ipſa δ ε ζ ſphæra, triplam rationem non habet quàm β γ ad ε ζ. Patuit autem quòd neq; ad minorem. Ipſa igitur α β γ ſphæra, ad δ ε ζ ſphæram, triplam habet rationem, quàm β γ ad ε ζ: quod oſtendendum fuerat.

Euclid.

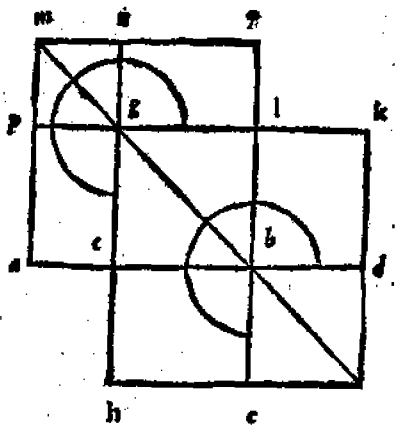
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM *Liber tertiusdecimus.*

Ex Campano. Propositio 1.



VM diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium duo'que extrema, si maiori portioni linea in lõgum addatur æqualis dimidio ipsius lineæ proportionaliter diuisæ, quadratum lineæ ex eis duabus compositæ quadrati medietatis eiusdem lineæ diuisæ quintuplum esse necesse est.

CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in puncto c, prout docet 29 sexti, & sit maior portio eius linea b c, cui b c directè adiungatur linea b d, quę sit ęqualis medietati totius a b. Dico quòd quadratum lineæ c d, erit quintuplum ad quadratum lineæ b d. Quadrabo enim lineam b d, & sit eius quadratum d e, & circumponam huic quadrato gnomonem secundum quantitatem lineę b c, protracta diametro f b g, sitq; circumpositus gnomo e g d, eritq; ex 22 sexti superficies inde composita, quæ sit h k, tanquam quadratum lineæ c d. Dico igitur quadratum h k, quintuplum esse ad quadratum d e. Sit igitur c l quadratũ circumpositi gnomonis, sibiq; circumponatur alius gnomo ad quantitatem lineæ a c protracta diametro f b usque ad m, sitq; hic gnomo c m l, & protrahantur lineæ c n & p l æquidistanter lateribus oppositis, secantes se super diametrum f m in puncto g. Manifestum est autem ex 22 sexti, quod compositum ex hoc secũdo gnomone & quadrato c l, (& ipsum quadratum sit a q) est quadratum lineæ a b, quod ex quarta secundi necesse est esse quadruplum ad quadratũ d e, eo quod linea b d est medietas lineæ a b. Cumq; sit ex prima parte 16 sexti superficies a n, ideoq; per 43 primi superficies m l, æqualis quadrato c l (prouenit enim a n, ideoque & m l, ex b a in a c, & c l prouenit ex c b in se) & cum ex prima sexti sit a l dupla ad l d, ideoq; æqualis l d et c e pariter acceptis ex 43 primi, erit ex hac communi scientia (si æqualibus æqualia addas tota fient ęqualia) quadratũ a q æquale gnomoni e g d. Hic ergò gnomo quadruplus est ad quadratum d e, quemadmodum erat quadratum a q. Itaq; totum quadratũ h k, cum ipsum constet ex simplo & quadruplo, erit ex communi scientia quintuplum ad idem: quod est propositum.



IDEM aliter. Ex quarta secundi constat quod quadratum lineæ a b, est quadruplum ad quadratũ lineę b d. At per secundam eiusdẽ quod fit ex a b in b c & in a c, est æquale quadrato a b, quod autem ex a b in b c, æquum est ei quod ex b d bis in b c, quod ex prima secundi manifestum est, cũ a b sit dupla ad b d. At uerò quod ex a b in a c est ex prima parte 16 sexti ęquale quadrato b c. Itaq; per cõmunem scientiam quod fit ex b d, bis in b c, & quod ex b c in se, est æquale quadrato a b, & ideo est quadruplũ ad quadratum b d. Quare superaddito quadrato b d, erit totum aggregatum quintuplum, uidelicet illud quod fit ex b d bis in b c cum quadrato b c & quadrato b d. At quia ex quarta secundi hoc totum est æquale quadrato c d, constat uerum esse quod diximus.

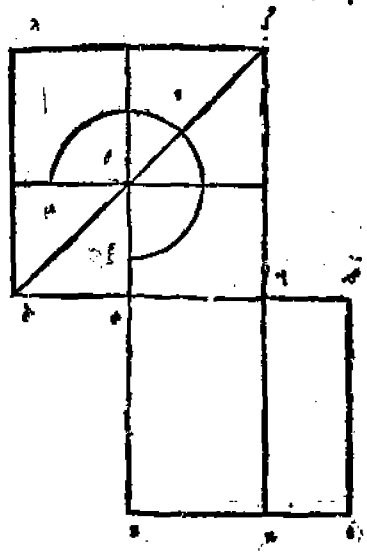
Euclid. ex Zamb. Theorema 1. Propositio 1.



SI recta linea extrema & media ratione secetur, maius segmentum admittens totius dimidiam, quintuplum potest eius quod ex totius dimidia.

THEON

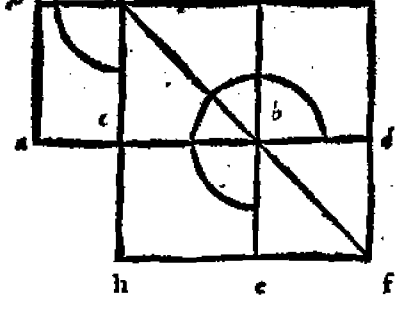
THEON ex Zãb. *Recta enim linea α β, extrema & media ratione secetur in γ signo, & sit maius segmentum α γ, & extẽdatur in rectam lineam γ α, α δ: & ponatur ipsius α β, dimidia α δ. Dico q̃ quod ex γ δ, eius quod ex δ α, quincuplũ potest. Describantur enim (per 46 primi) ab ipsis α β, δ γ, quadrata α ε, δ ζ, & in δ ζ describatur figura, extendaturq̃ ζ γ in κ. Et quoniã α β, extrema & media ratione diuisa est in γ, igitur quod sub α β, β γ, æquum est ei quod ex α γ. Est autem id quod sub α β, β γ, ipsum γ ε, quod autem ex α γ, ipsum ζ θ. Igitur γ ε, ipsi ζ θ est æquale. Et quoniam β α ipsius α δ dupla est, æqualis autem est β α ipsi λ α, & α δ ipsi α θ, igitur & κ α, ipsius α θ dupla est. Sicut autem κ α ad α θ, sic γ κ ad γ θ. Duplum igitur est γ κ, ipsius γ θ. Sunt autem & ipsa λ θ, θ γ, dupla ipsius γ θ (supplementa nanq; adinuicem sunt æqualia per 43 primi) Igitur γ κ, ipsis λ θ, θ γ, est æquale. demõstratum autem est, quod & γ ε, ipsi ζ θ est æquale, totum igitur α ε quadratum, æquum est ipsi μ ν ξ gnomoni. Et quoniam β α ipsius α δ dupla est, quadruplum est quod ex β α eius quod ex α δ, hoc est κ ε ipsius δ θ. Est autem α ε, ipsi μ ν ξ gnomoni æquale & μ ν ξ, igitur gnomon, quadruplus est ipsius δ θ. Totum igitur δ ζ, quincuplum est ipsius δ θ. Estq̃ δ ζ quod ex γ δ, & δ θ, quod ex δ α: quod ex γ δ igitur, quincuplum est eius quod ex δ α. Si recta igitur linea extrema & media ratione secetur, maius segmentum totius admittens dimidiam, quincuplum est siue potens eius quod ex dimidia quadrati: quod erat ostendendum.*



Euclid. ex Camp. Propositio 2.

SI cuilibet lineæ bipartitæ cuius quadratũ quadrati alterutrius suarum portionũ sit quintuplũ, in longũ sibi linea addatur, donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex, eadem duplex linea secundum proportionem habentem medium duoq̃ extrema diuisa erit, maiorq̃ portio eius erit linea media.

CAMPANVS. Hæc est conuersa prœmissæ, duplici quoq̃ modo sicut illa demonstrabitur nisi retrograda, eadem prorsus manẽte dispositione. Verbi gratia, sit quadratum h k quintuplum ad quadratũ d e, & linea a b dupla ad lineã b d. Dico quòd linea à b diuisa est in puncto c secũdum proportionem habẽtem medium & duo extrema, & maior portio eius est linea media ut est c b. Cõstat autẽ ex 4 secundi, quòd quadratum a q est quadruplum ad quadratum d e. Itaq̃ gnomo d g e, æqualis est quadrato a q. Cumq̃ duo supplementa l d & c e pariter accepta sint quãtum gnomo c m l, atq̃ eadem supplementa pariter accepta sint ex 1 sexti quantum a l, ideoq̃ quãtum c q, sequitur quòd c q, sit æqualis gnomoni c m l. Dempta igitur ab utroq̃, superficie l n, erit quadratum c l æquale superficiei a n. Cũ igitur fiat superficies a n ex a b in a c, sit aũt quadratum c l quadratum lineæ c b, erit ex secũda parte 16 sexti proportio a b ad b c, sicut b c ad c a. Ex diffinitione ergo lineæ secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisq̃ positam in principio sexti libri, concludo propositum.

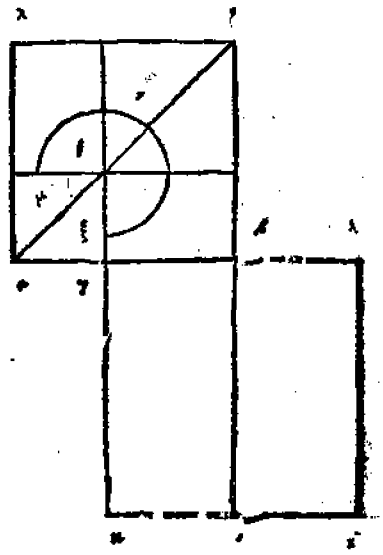


IDEM *aliter.* Cum quadratum c d fit ex hypothesi quintuplum ad quadratum b d, quadratum uerò a b sit ex quarta secundi quadruplum ad idem, at quadratum c d fit ex eadem æquale quadrato c b & quadrato b d, & ei quod fit ex b d bis in c b, sequitur ut illud quod fit ex d bis in c b cum quadrato c b, sit æquale quadrato a b. Sed ex b d bis in c b, tantũ est quantum quod ex a b in b c, eo quod à b dupla est ad b d. Ergo quod fit ex a b in b c cum quadrato b c, est æquale quadrato a b. Et quia ex secunda secundi quod fit ex a b in b c & a in a c est æquale quadrato a b: sequitur ex cõmuni scientia ut quadratum lineæ b c sit æquale ei quod fit ex a b in a c. Igitur ex secunda parte 16 sexti & diffinitione: constat propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propositio 2.*

Si recta linea sui ipsius segmento quincuplũ potuerit, dupla prædicti segmenti extrema & media ratione dissecta, maius segmentum reliqua est pars eius quæ in principio rectæ lineæ.

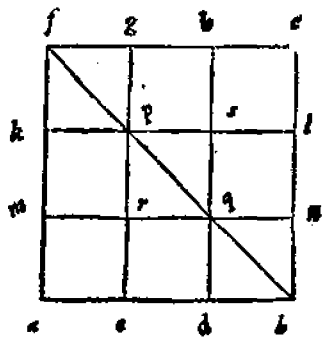
THEON ex Zãb. *Recta enim linea α β, sui ipsius segmento α γ quincuplum posit, ipsius autẽ α γ dupla sit ε γ. Dico quòd ipsa γ δ extrema & media ratione diuisa, maius segmentũ est γ β. Describantur enim ex utraq; ipsarum α β, γ δ, quadrata α ζ, γ κ, & describatur in ipso α ζ, figura & extendatur β ζ in ε. Et quoniã α ζ ipsius α θ quincuplum est, quadruplus igitur est μ ν ξ gnomon, ipsius α θ. Et quoniam δ γ ipsius γ α dupla est, quadruplũ igitur est quod ex δ γ eius quod ex γ α, hoc est γ κ ipsius α θ. Patuit autem, quòd μ ν ξ, gnomon ipsius α κ quadruplus est. Aequus igitur est μ ν ξ gnomon ipsi γ κ. Et quoniam δ γ ipsius γ α dupla est, æqualis autem est δ γ ipsi γ κ, & α γ ipsi γ θ, dupla igitur est & κ γ, ipsius γ θ, duplum igitur est & κ β, ipsius β θ. Sunt autem & λ θ, ι β, dupla ipsius β θ. Igitur κ β, ipsi λ κ, ι β est æquale. Ostensum autem est quod & totus μ ν ξ gnomon toti γ κ est æqualis, & reliquum igitur θ ζ, ipsi β κ, est æquale. Estq; ipsum β κ, id quod sub γ δ, δ β, æqualis enim est δ γ ipsis δ θ, & θ ζ ipsum quod ex γ δ. Igitur quod sub γ δ, δ β, æquũ est ei quod ex γ β. Est igitur sicut δ γ ad γ β, sic γ β ad δ δ. Maior aũt est δ γ, ipsa γ β, maior igitur est & γ δ ipsa β δ. Igitur γ δ recta linea extrema & media ratione diuisa maius segmentum est γ β. Si recta igitur linea sui ipsius segmento quincuplum potuerit, dupla dicti segmenti extrema & media ratione dissecta, maius segmentum reliqua pars eius quæ in principio rectæ lineæ. Quod autem dupla ipsius α γ maior sit quàm ipsa β γ, sic ostendendum est. Si autem non, esto (si posibile est) β γ dupla ipsius γ α, quadruplũ igitur est quod ex δ γ, eius qd ex γ α, quæ igitur ex β γ, γ α, eius quod ex γ α, quincupla sunt. Supponitur autem & quod ex β α, quincuplum eius quod ex γ α. Quod ex δ α igitur æquum est eis quæ ex β γ, γ α, quod est impossibile. Igitur β γ, ipsius α γ dupla non est. Similiter iam ostendemus, quod neq; minor quàm ipsa β γ, est dupla ipsius α γ, multo enim absurdius. Ipsius igitur α γ, dupla maior est ipsa β γ: quod demonstrasse oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 3.*

CVm diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium & duo extrema, si minori portioni tanquã dimidium maioris directè iungatur, erit ut quadratum lineæ inde compositæ quintuplum sit quadrati quod ex ipsa maioris medietate portionis describitur.

CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in puncto c, secundum proportionẽ habentem medium & duo extrema, sitq; eius maior portio linea c b, quę diuidatur per ęqualia in d. Dico quòd quadratum lineæ a d, est quintuplum ad quadratum lineæ c d. Describatur enim quadratũ a b, quod sit a e, in quo protrahantur diameter b ę & lineæ g c & d h, itemq; k l & m n, æquidistanter lateribus oppositis, secãtes se inuicem super diametrum in duobus punctis p & q, & extra diametrũ in duobus alijs locis r & s. Manifestũ igitur est ex 22 sexti uel ex correlario 4 secundi, quod oẽs superficies existentes in quadrato a e, quas diameter diuidit per medium, sunt quadratæ. Quatuor autẽ superficies quæ sunt a r, m p, & p h, & s e, cõstant ex 43 primi & prima sexti esse adinuicẽ æquales: nam duæ postremæ p h & s e, sunt adinuicem æquales ex 1 sexti. quoniã igitur ex præsenti hypothesi & diffinitione lineę secundum quod ,pponitur diuisæ & prima parte 16 sexti quadratũ c l est ęquale superficiei a g, ideoq; & gnomoni r f s propter id quod superficies a r est æqualis superficiei p h, & quoniã ex 4 secũdi quadratũ c l est quadruplũ ad quadratũ r s quod est tãquã quadratũ lineę c d, sequitur ex cõmuni sciẽtia quod



quod quadratum m h sit quintuplum quadrati r s. Constat enim ex gnomone quadruplo, & r s simplo. Hoc autem est propositum.

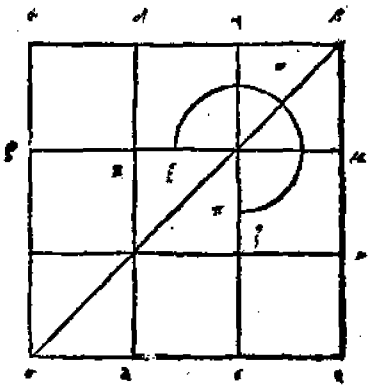
IDEM *aliter.* Cum sit linea b c diuisa per æqualia in puncto d, & addita est ei linea a c, erit ex 6 secundi quod fit ex a b in a c, cum quadrato c d interiacētis, æquale quadrato a d. At quia quod fit ex a b in a c est æquale quadrato c b ex prima parte 16 sexti, hoc autem est quadruplum ad quadratum c d, manifestè patet ueritas eius quod dicitur. Potes quoq; si libet, duplici modo ex consequente huius suum antecedens concludere processu retrogrado. Sit enim (eadem dispositione manente) quadratum m h quintuplum ad quadratum r f, eritq; gnomo r f s, æquale quadrato c l. Vtrunq; enim est quadruplum ad quadratum r s. At quia superficies a g est æqualis gnomoni prædicto, necesse est ut superficies eadem sit æqualis quadrato prædicto. Quare ex secunda parte 16 sexti & diffinitione linea a b est diuisa in puncto c secundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maior portio eius est linea c d.

IDEM *aliter.* Cum sit ex hypothesi quadratum lineæ a d quintuplum ad quadratum lineę c d, & ex 6 secundi idem ipsum quadratū fit æquale ei quod fit ex a b in a c cum quadrato c d, sequitur ut id quod fit ex a b in a c cum quadrato c d, sit quintuplum ad idem quadratū c d. Ideoq; eo dēpto, erit residuū uidelicet quod fit ex a b in a c, quadruplum ad ipsum. Et quia etiam ex 4 secundi quadratum lineę c b est quadruplum ad idem, necesse est ut quod fit ex a b in a c, sit æquale quadrato c b. Quare iterum ex secunda parte 16 sexti & diffinitione, linea a b est diuisa secundū proportionem habentem medium & duo extrema, in puncto c, & maior portio est linea c b.

Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 3.

3 Si recta linea media & extrema ratione secetur, minus segmētum admittens dimidiam maioris segmenti, quincuplū potest eius quod à media maioris segmenti fit quadrati.

THEON *ex Zāb.* *Recta enim quædam linea α β, media & extrema ratione secetur in γ signo, sitq; maius segmentum α γ, secetur q; (per 10 primi) α γ bifariam in δ. Dico q; quod ex β δ quincuplum potest eius quod δ γ. Describatur (per 46 primi) ex α β, quadratum α ε, & describatur figura. Et quoniam α γ, dupla est ipsius δ γ, quadruplum igitur est quod ex α γ eius quod ex δ γ, hoc est ϱ σ ipsius ζ η. Et quoniam quod sub α β, β γ, æquum est ei quod ex α γ, est q; quod sub α β, β γ, ipsum γ ε, & quod ex α γ, id quod ϱ σ, igitur γ ε ipsi ϱ σ est æquale. Quadruplum autem est ϱ σ, ipsius ζ η, quadruplum igitur est & γ ε ipsius ζ η. Rursus quoniam æqualis est α δ ipsi δ ε, æqualis est et θ η, ipsi η ζ, quare & η ζ quadratū, æquū est ipsi θ λ quadrato, æqualis igitur est η η ipsi η λ, hoc est μ ν ipsi ν ε, quare et μ ζ, ipsi ζ ε est æquale. Sed μ ζ, ipsi γ η est æquale, & γ η igitur, ipsi ζ ε est æquale. Commune apponatur γ ν. Igitur ξ ο π, gnomon, æquus est ipsi γ ε: sed γ ε quadruplum ostensum, est esse ipsius η ζ, & ξ ο π, igitur gnomon ipsius η ζ quadruplus est. Igitur quadratum δ ν, quincuplum est ipsius ζ η quadrati, est q; δ ν id quod ex δ β, & η ζ quod ex δ γ. Quod ex δ β igitur quincuplum potest eius quod ex δ γ: quod ostendere oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 4.*

4  I secundum proportionem habētem medium & duo extrema quælibet linea fuerit diuisa, eiq; in longum directè tāquam maior sectio adijciatur, erit totā lineam inde compositam secundum proportionē habentem medium & duo extrema diuisam esse, & erit eius maior portio linea prima.

CAMPANVS. Sit linea a b diuisa qua supponitur proportione in puncto c, & sit eius maior portio c b, totiq; a b adijciatur directè linea b d quæ sit æqualis c b. Dico quòd tota a d eadem proportione diuisa est in pūcto b, & maior eius portio est linea a b quæ est linea prima. Est enim ex diffinitione a b ad b c, sicut b c ad c a. At quia ex 7 quinti a b ad b d, sicut ad b c, igitur ex undecima eiusdem a b ad b d, sicut b c ad c a, quare per conuersam proportionalitatē b d ad b a sicut a c ad c b, & cōiunctim d a ad a b,

a c b d

ad a b, ſicut a b ad b c. Cumq; ſit ex 7 quinti a b ad b c, ſicut ad b d, erit ex undecima eiuſdē, d a ad a b, ſicut a b ad b d. Itaq; ex diffinitione linea a d diuiſa eſt in puncto b ſecundum proportionem habentē medium & duo extrema, & maior portio eius eſt linea a b: quod eſt propoſitum. Eodē quoq; modo ſi ex maiori portione cuiuslibet lineæ ſecundum prędictā proportionē diuiſę tanquā minor portio detrahatur, erit maior ipſa portio ſecundū eādē proportionē diuiſa, eritq; maior portio eius linea detracta. Verbi gratia. Sit linea a b ſicut proponitur in puncto c diuiſa, ſitq; maior portio a c, à qua detrahatur c d æqualis c b. Dico quòd a c eſt diuiſa ſecundū proportionē eandē in puncto d, & quod maior portio eius eſt linea d c. Cū enim ſit ex diffinitione, b a ad a c, ſicut a c ad c b, at ex 7 quinti a c ad c b ſicut a d c d, erit ex undecima eiuſdē b a ad a c, ſicut a c ad c d, ideoq; per 19 quinti ſicut c b reſiduū ad d a reſiduum. Sed ex ſeptima eiuſdem, c b ad d a, ſicut c d ad d a, itaq; a c ad c d, ſicut c d, ad d a. Ex diffinitione ergo conſtat quod diximus. Nec igitur ea quam autor proponit additio, nec ea quam ex oppoſito proponimus detractio, quantumcunq; utralibet in prolixum tendat, à proprietate diuiſionis lineæ primitiuæ diſcordat.

a d c b

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*

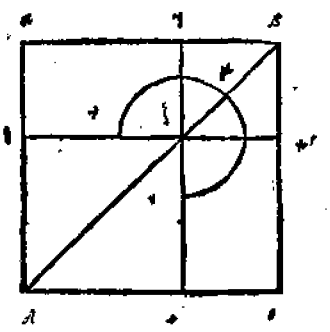
Zamb. 4. SI ſecundum proportionē habētem medium & duo extrema quælibet linea fuerit diuiſa, quod ex tota linea, quodq; ex minori portione producitur ambo quadrata pariter accepta, triplū ſunt eius quod ex maiore portione quadratum deſcribitur.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa per ſæpe dictam proportionē in puncto c, ſitq; maior portio eius linea c b. Dico quod quadrata duarum linearum a b & c a pariter accepta, triplum ſunt ad quadratum lineę c b. Hæc enim duo quadrata pariter accepta, ſunt ex 7 ſecundi quantum quadratum c b, & duplum eius quod fit ex a b in a c. Itemq; quia quod fit ex a b in a c eſt æquale quadrato c b ex diffinitione & prima parte 16 ſexti, manifeſtum eſt propoſitum.

a c b

Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propoſitio 4.*

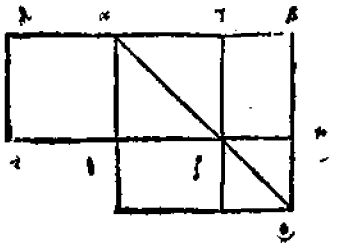
Camp. 5. Si recta linea extrema mediaq; ratione ſecetur, quod ex tota & quod ex minori ſegmento utraq; quadrata, tripla ſunt eius quod à maiori ſegmento fit quadrato.



THEON ex Zab. *Sit recta linea α β, ſecturq; extrema & media ratione in γ, ſitq; maius ſegmentū α γ. Dico quod quæ ex α β, β γ, tripla ſunt eius quod ex ipſa α γ. Deſcribatur rq; (per 46 primi) ab ipſa α β quadratū α δ, & β, & deſcribatur figura. Quoniā igitur α β extrema & media ratione ſecta eſt in γ, & maius ſegmētū eſt α γ, quod igitur ſub α β, β γ, æquum eſt ei quod ex α γ, eſtq; id quod ſub α β, β γ id quod α ν. quod autē ex α γ, id quod θ ν, æquum igitur eſt α ν ipſi θ ν. Sed α ξ, ipſi ξ ι, æquum eſt, apponatur cōmune γ ν, totum igitur α ν, toti γ ι eſt æquale. Igitur γ ι, α ν, ipſius α ν dupla ſunt. Sed α ν γ ι, ſunt id quod λ μ ν gnomon, & γ ν quadratū. Igitur λ μ ν gnomon & γ ν quadratum, dupla ſunt ipſius α ν. Sed quod α ν, ipſi θ ν ſit æquale, oſtenſum eſt. Igitur λ μ ν gnomon & γ ν quadratū dupla ſunt ipſius θ ν, quare λ μ ν gnomō et γ ν, θ ν quadrata, tripla ſunt ipſius θ ν, quadrati. Et λ μ ν gnomō et γ ν, θ ν, quadrata, ſunt totū α ι, et γ ν, quæ ſunt ex α β, β γ quadrata, & ν θ ipſum quod ex α γ quadratum, quæ igitur ex α β, β γ quadrata, tripla ſunt eius quod ex α γ quadrati: quod oſtendere oportuit.*

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 5.*

Camp. 4. Si recta linea extrema & media ratione ſecetur, apponatur quæ ei dē æqualis maiori ſegmēto, tota recta linea extrema & media ratione ſecatur, & maius ſegmētum eſt ea quæ in principio recta linea.



THEON ex Zamb. *Recta enim quædam linea α β extrema & media ratione ſecetur in γ ſigno, & ſit maius ſegmentum α γ, & ipſi α γ æqualis ponatur α δ. Dico q; δ β recta linea extrema et media ratione ſecatur in α, & maius ſegmentum eſt ipſa quæ in principio recta linea α β. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum, α ε & deſcribatur figura. Quoniam enim α β, extrema & media ratione ſecatur in γ, quod ſub α β, β γ, æquum eſt ei quod ex α γ, eſtq; quod ſub*

ſub α β, β γ, id quod γ ε, & id quod ex α γ, ipſum γ θ: æquum igitur eſt γ ε, ipſi γ θ, ſed ipſi quidẽ γ ε, æquũ eſt θ ε: ipſi aũt γ θ, æquũ eſt Δ θ: & Δ θ, igitur ipſi θ ε eſt æquale. Cõmune adijciatur β Δ, totũ igitur Δ κ, toti α ε eſt æquale, eſtq; Δ κ id quod ſub β Δ, Δ α, æqualis enim eſt α Δ, ipſi Δ λ, et α ε, ei qd' ex α β: quod igitur ſub β Δ, Δ α, æquũ eſt ei quod ex α β. Eſt igitur ſicut Δ β, ad β α, ſic β α ad α Δ. Maior aũt eſt Δ β, ipſa β α, maior igitur et β α, ipſa α Δ, ipſa igitur β Δ extrema & media rõne ſecatur in α, et maius ſegmẽtũ eſt: quod erat oſtẽdẽdũ.

Quid ſit reſolutio.

RESOLVTIO, eſt aſſumptio quæſiti tãquam cõceſſi p̃ ea quæ ſequuntur in uerũ aliquod cõceſſum.

Quid ſit compoſitio.

COMPOSITIO uerò, eſt aſſũptio cõceſſi p̃ ea quæ ſequũtur in quæſiti terminationẽ ſiue occupationẽ.

1 RESOLVTIO primi theorematis. Recta enim quædã linea α β, extrema & media ratione ſecetur in γ, ſitq; maius ſegmentũ α γ, & dimidiũ ipſius α β, æqualis apponatur α Δ. Dico q̃ quod ex γ Δ, eius qd' ex α Δ quincuplũ eſt. Quoniã enim quod ex γ Δ eius quod ex Δ α quincuplũ eſt: at quod ex γ Δ eſt, ea quæ ex γ α, α Δ, unà cũ eo quod bis fit ſub γ α, α Δ, quæ igitur ex γ α, α Δ, unà cũ eo quod bis ſub γ α, α Δ, quincuplũ eſt eius quod ex γ α, α Δ, diuidẽdo igitur quod ex γ α unà cũ eo quod bis ſub γ α, α Δ, quadruplum eſt eius quod ex α Δ. Sed ei quod bis ſub γ α, α Δ, æquũ eſt ei quod ſub γ α, α β, dupla enim eſt β α ipſius α Δ. Ei aũt quod ex α γ, æquum eſt quod ſub α β, β γ, ipſa enim α β, extrema & media ratione ſecatur: qd' igitur ſub β α, α γ, unà cũ eo qd' ſub α β, β γ, quadruplũ eſt eius qd' fit ex α Δ. Sed qd' ex α β, quadruplũ eſt eius quod fit ex α Δ, ſed quod ſub β α, α γ, unà cũ eo qd' ſub α β, β γ, eſt id quod ex α β. Quod igitur ex α β, eius quod ex α Δ quadruplum eſt, eſt uerò: dupla enim eſt α β ipſius α Δ.

| Δ α γ β

COMPOSITIO primi theorematis. Quoniã igitur quod ex β α eius qd' ex α Δ quadruplũ eſt. ſed qd' ex β α, eſt id quod ſub β α, α γ, unà cũ eo quod ſub α β, β γ, qd' igitur ſub β α, α γ, unà cũ eo quod ſub α β, β γ, quadruplũ eſt eius quod ex α Δ. Sed quod ſub β α, α γ, æquũ eſt ei qd' bis ſub Δ α, α γ, quod aũt ſub α β, β γ ei eſt æquũ qd' ex α γ, qd' igitur ex α γ unà cũ eo qd' bis ſub Δ α, α γ, quadruplũ eſt eius qd' ex Δ α. Quare quod ex Δ α, α γ, unà cũ eo qd' bis ſub Δ α, α γ, quincuplũ eſt eius quod ex Δ α. Quæ aũt ex Δ α, α γ, unà cũ eo quod bis ſub Δ α, α γ, eſt id quod ex γ Δ, quod igitur ex γ Δ, quincupũ eſt eius quod ex Δ α, qd' oſtendere oportuit.

2 RESOLVTIO ſecundi theorematis. Recta enim quædã linea Δ α γ β

γ Δ, ſui ipſius ſegmento Δ α, quincuplum poſſit, ipſius autem Δ α, dupla ſit α β. Dico quòd α β extrema & media ratione ſecatur in γ ſigno, & maius ſegmentum eſt α γ quæ eſt reliqua eius quæ in principio rectæ lineæ. Quoniam enim α β extrema & media ratione ſecatur in γ, & maius ſegmentum eſt α γ, quod igitur ſub α β, β γ, æquum eſt ei quod ex α γ. Eſt autem & quod ſub β α, α γ, æquum eſt ei quod bis ſub Δ α, α γ, dupla enim eſt β α, ipſius α Δ. Quod igitur ſub α β, β γ, unà cum eo quod ſub β α, α γ, quod eſt id quod ex α β, æquum eſt ei quod bis ſub Δ α, α γ, unà cum eo quod ex α γ. Quod autem ex α γ, eius quod ex Δ α quadruplum eſt: quadruplum igitur eſt & quod bis ſub Δ α, α γ, unà cum eo quod ex α β, eius quod ex α Δ. Quare quæ ex Δ α, α γ, unã cum eo quod bis ſub Δ α, α γ, quod eſt id quod ex γ Δ quincuplum ſunt eius quod ex Δ α: ſunt uerò, propter hypotheſin.

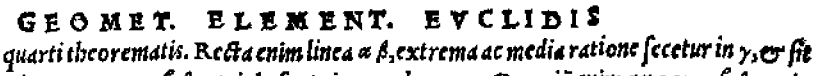
COMPOSITIO ſecũdi theorematis. Quoniã igitur quod ex γ Δ quincuplum eſt eius quod ex Δ α, quod aũt ex γ Δ eſt id quod ex Δ α, α γ, unà cũ eo quod bis ſub Δ α, α γ, quæ igitur ex Δ α, α γ, unà cũ eo qd' bis ſub Δ α, α γ quincupla ſunt eius quod ex Δ α: diuidẽdo igitur, quod bis ſub Δ α, α γ, unà cum eo quod ex γ α, quadruplũ eſt eius quod ex α Δ, eſt uerò et quod ex α β quadruplum eius qd' ex α Δ, quod igitur bis ſub Δ α, α γ, qd' eſt id quod ſub β α, α γ, ſemel unà cũ eo qd' ex α γ æquum eſt ei quod ex α β. Sed quod ex α β, eſt id quod ſub β α, α γ, unà cũ eo quod ſub β α, α γ, quod igitur ſub β α, α γ, unà cũ eo quod ſub α β, β γ, æquũ eſt ei quod ſub β α, α γ, unà cũ eo qd' ex α γ, & ſublato cõmuni, eo qd' ſub β α, α γ, reliquũ igitur qd' ſub α β, β γ, æquũ eſt ei qd' ex α γ. Eſt igitur ſicut β α ad α γ, ſic α γ ad γ β. Maior aũt eſt β α ipſa α γ, maior igitur eſt et α γ, ipſa γ β. Igitur α β extrema et media ratione ſecatur in γ, & maius ſegmentũ eſt α γ: quod erat oſtendendum.

3 RESOLVTIO tertij theorematis. Recta enim quædã linea α β, extrema & media ratione ſecetur in γ ſigno, ſitq; maius ſegmentũ α γ & ipſius α γ, dimidia eſto γ Δ. Dico q̃ ex β Δ ad ipſius γ Δ quincuplum eſt. Quoniam enim quod ex β Δ, eius quod ex γ Δ quincuplum eſt. quod autem ex Δ α Δ γ β

β, eſt id quod ſub α β, β γ, unà cum eo quod ex Δ γ. quod igitur ſub α β, β γ, unà cum eo quod ex Δ γ, quod igitur ſub α β, β γ, unà cum eo quod ex Δ γ, quincuplum eſt eius quod ex Δ γ, diuidendo igitur quod ſub α β, β γ, quadruplum eſt eius quod ex Δ γ. Ei autem quod ſub α β, β γ, æquum eſt id quod ex α γ: ipſa enim α β, extrema & media ratione ſecatur in β, quod igitur ex α γ, quadruplum eſt eius quod ex Δ γ, eſt uerò, ipſa enim α γ eſt dupla ipſius Δ γ.

COMPOSITIO tertij theorematis. Quoniam igitur α γ ipſius Δ γ dupla eſt, quadruplũ eſt quod ex α γ, eius quod ex Δ γ. Sed ei quod ex α γ, æquum eſt quod ſub α β, β γ, quod igitur ſub α β, β γ, eius quod ex Δ γ quadruplum eſt. Componendo igitur (per 18 quinti) quod ſub α β, β γ, unà cum eo quod ex Δ γ, quod eſt id quod ex Δ β, quincuplum eſt eius quod ex Δ γ: quod oſtendere oportuit.

RESOLVTIO *quarti theorematis. Recta enim linea* α β, *extrema ac media ratione secetur in* γ, *& sit maius segmẽtum* α γ. *Dico q̃ quæ ex* α β, β γ, *tripla sunt eius quod ex* α γ. *Quoniã enim quæ ex* α β, β γ, *tripla sunt eius quod ex* α γ, *sed quæ ex* α β, β γ, *sunt id quod bis sub* α β, β γ, *unà cum eo quod ex* α γ, *quod igitur bis sub* α β, β γ, *unà cũ eo quod ex* α γ, *triplũ est eius quod ex* α γ, *diuidẽdo igitur quod bis sub* α β, β γ, *eius quod ex* α γ *duplum est. Quare quod semel sub* α β, β γ, *æquum est ei quod ex* α γ: *est uerò. Ipsa enim* α β, *extrema & media ratione secta est in* γ.



COMPOSITIO. *Quoniã igitur* α β, *extrema & media ratione in* γ, *secatur maiusq̃ segmentum est* α γ, *quod igitur sub* α β, β γ, *ei est æquum quod ex* α γ, *quod bis igitur sub* α β, β γ, *duplum est eius quod ex* α γ. *Componendo (per 18 quinti) quod igitur bis sub* α β, β γ, *unà cum eo quod ex* α γ, *triplum est eius quod ex* α γ. *Sed quod bis sub* α β, β γ, *unà cum eo quod ex* α γ, *est ea quæ ex* α β, β γ, *sunt quadrata. Quæ igitur ex* α β, β γ, *quadrata, tripla sunt eius quod ex* α γ: *quod ostendere oportuit.*

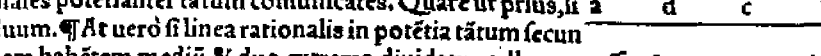
RESOLVTIO *qnti theorematis. Recta enim quædã linea* α β, *extrema & media ratione secatur in* γ, *sitq̃ maius segmẽtum* α γ, *& ipsi* α γ *æqualis ponatur* α Δ. *Dico q̃* Δ β, *extrema & media ratione secatur in* α *& maius segmentũ est* α ζ. *Quoniã enim* Δ β *extrema & media ratione secatur in* α, *& maius segmẽtum est* α β, *est igitur sicut* Δ ζ *ad* β α, *sic* ζ α *ad* α Δ, *Æqualis autẽ est* α Δ, *ipsi* α γ. *Est igitur sicut* Δ β *ad* β α, *sic est* β α, *ad* α γ. *Conuertendo igitur sicut* β Δ *ad* Δ α, *sic* α ζ, *ad* β γ, *diuidendo igitur & sicut* β α *ad* α Δ, *sic* α γ *ad* γ β. *Æqualis autẽ est* α Δ, *ipsi* α γ, *est igitur sicut* ζ α *ad* γ β, *sic* α γ *ad* β α, *est uerò: ipsa enim* α β, *extrema & media ratione secta est in* γ.

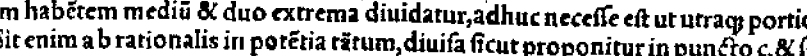


COMPOSITIO. *Quoniã* α β, *extrema & media ratione in* γ *secatur, est igitur sicut* ζ α *ad* α γ, *sic* α γ, *ad* γ β. *Æqualis aũt est* α γ, *ipsi* α Δ, *est igitur sicut* β α *ad* α Δ, *sic* α γ, *ad* γ ζ, *cõponendo (p 18 quinti) sicut* ζ Δ *ad* Δ α, *sic* α β *ad* β γ. *Cõuertẽdo sicut* Δ β *ad* ζ α, *sic* β α *ad* α γ. *Æqualis aũt est* α γ, *ipsi* α Δ, *est igitur sicut* Δ ζ *ad* ζ α, *sic* ζ α, *ad* α Δ. *Ipsa igitur* Δ β, *extrema & media ratione secatur in* α, *& maius segmentum est* α β: *quod ostendere oportuit.* *Euclid. ex Camp.* *Propositio 6.*

OMnis rationalis lineę secũdũ ꝓportionẽ habẽtẽ mediũ & duo extrema diuisæ, utramq̃ portionem residuum esse necesse est.

CAMPANVS. Sit linea a b secundũ solitã proportionẽ diuisa in puncto c rationalis, dico quòd utraq̃ portio eius residuum est. Sit enim maior eius portio a c, cui directè adijciatur a d æqualis dimidio totius a b, eritq̃ etiã d a rationalis ex 6 decimi libri, & deffinitione. Cõstat autẽ ex prima huius, quòd quadratum lineæ d c, quintuplũ est ad quadratum lineæ d a. Igitur linea d c, est cõmunicãs lineæ d a in potẽtia ex diffinitione, sed nõ in lõgitudine ex ultima parte 7 decimi, quare per 68 decimi linea a c, est residuũ, cum duæ lineæ c d & d a sint ambæ rationales potẽtialiter tantũ cõmunicantes. Et quia iterum si ad lineã rationalẽ a b adiungatur su perficies æqualis quadrato lineę a c quę est residuum, erit latus eius se cundũ linea c b ex prima parte 16 sexti, necesse est ex 92 decimi ut linea c b sit residuũ primũ, quare cõstat propositũ. ¶ Amplius autẽ si lineę sic diuisæ ut ꝓponitur maior portio fuerit rationalis, erit minor residuum. Verbi gratia, sit ut prius a b diuisa in c secundũ dictã proportionẽ, & maior eius portio quę est a c, sit rationalis, quę diuidat̃ per æqualia in d, eritq̃ ex tertia huius quadratum d b, quintuplũ ad quadratũ d c. At quia d c est rationalis cum ipsa sit dimidiũ a c, sequit̃ ut duæ lineæ d b, & b c sint rationales potẽtialiter tãtum cõmunicãtes. Quare ut prius, li linea & b est residuum. ¶ At uerò si linea rationalis in potẽtia tãtum secun dum proportionem habẽtem mediũ & duo extrema diuidatur, adhuc necesse est ut utraq̃ portio eius sit residuum. Sit enim a b rationalis in potẽtia tãtum, diuisa sicut proponitur in puncto c, & su matur aliqua rationalis in lõgitudine quę sit d e, quæ etiã diuidatur in f secundum prędictam pro portionẽ, manifestum est igitur ex 12 quartidecimi quæ sine adminiculo alicuius eorum quæ sequũ tur, incõcussa demõstratione roboratur quod proportio a b ad d e, est sicut a c ad d f, & sicut c b ad f e. Cum ergo a b communicet cum d e in potẽtia, sequitur ex pri ma parte 10 decimi quòd a c communicet cum d f, & c b cum f e in potentia. Et quia utraq̃ portio lineæ d e est residuum, ut patet ex prædictis, sequitur ex 98 decimi ut utraque portio lineæ a b sit eti am residuum, sed non eiusdẽ speciei, ut ibidem demonstratum est. Quare constat, quòd omnis lineæ rationalis in longitudine uel in potentia tantum, secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisæ utraq̃ por tio est residuum.





CAMPANI *annotatio.* Et nota, quòd prima pars prẽsentis demõstrationis qua demõstrat̃ q̃d ma ior portio lineę diuisę secũdũ ꝓportionẽ habẽtẽ mediũ & duo extrema sit residuũ, si tota linea sit rationalis, procedit ex sufficiẽtibus siue tota linea ponatur rationalis in lõgitudine, siue in poten tia tãtũ. Secũda uerò pars qua demõstratur hoc de minori portiõe quòd ipsa quoq̃ sit residuum si tota est rõnalis, nõ ꝓcedit ex sufficiẽtib, nisi tota sit rationalis in longitudine. Tertia autẽ pars quæ

proba-

probatur quod minor portio est residuum, sufficienter procedit, siue maior portio sit rationalis in longitudine siue in potentia tantum. Ad concludendum igitur de maiori portione lineę prædicto modo diuisæ quod ipsa sit residuum, sufficit ponere totam lineam diuisam esse rationalem in potentia tantum, sed ad concludendum quoq; hoc de minori portione mediante maiore, sufficit ponere portionem maiorem similiter rationalem in potentia tantum: ad concludendum autem hoc de minori portione mediante tota, necesse est ponere totam lineam esse rationalem in longitudine, aut utendum est 13 quartidecimi, quemadmodum dictum est.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propositio 6.*

Si recta linea rationalis, extrema & media ratione secta fuerit, utrunq; segmentorum irrationalis est ea quæ appellatur apotome.

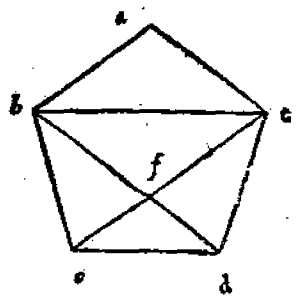
THEON *ex Zamb. Si recta linea rationalis α β, secetur q; extrema & media ratione in γ, sit q; maius segmẽtum α γ. Dico quod utraq; ipsarum α γ, γ β, irrationalis est ea quæ appellatur apotome. Extendatur enim α β, & ponatur ipsius β α, dimidia α δ. Quoniam igitur recta linea α β, extrema & media ratione secatur in γ, maioriq; segmento α γ apponitur α δ dimidia existẽs ipsius α ϛ, quod igitur ex γ δ, eius quod ex δ α quincuplum est (per 1 decimitertij) Quod ex γ δ igitur, ad id quod ex δ α, rationem habet quam numerus ad numerũ. Quod igitur ex γ δ, ei quod ex δ α, cõmensurabile est.* α γ β

Quod autẽ ex δ α, rationale est, ipsa enim δ α, rationalis est, dimidium existens ipsius α β rationalis existentis. Rationale igitur est & quod ex γ δ, rationalis igitur γ δ. Et quoniã quod ad id quod ex δ α rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, incommensurabilis igitur est γ δ ipsi δ α longitudine. Ipsæ igitur γ δ, δ α, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Igitur α γ, apotome est. Rursus quoniam α ϛ extrema & media ratione secatur, & maius segmentum est α γ, igitur quod sub α ϛ, β γ ei quod ex α γ æquum est. Igitur ex α apotome ad α β rationalem comparatum latitudinem primam efficit β γ, quod ex apotome uerò ad rationalem comparatũ latitudinem primam efficit apotomẽ. Igitur γ ϛ, prima est apotome (per 97 decimi) Ostensum autem est, quod & α γ apotome est. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua: quod oportuit ostendere.

Euclid. ex Camp. *Propositio 7.*

7 SI quis pentagonus tres æquos angulos habens, fuerit æquilaterus, æquiangulus quoq; idẽ pentagonus esse probatur.

CAMP. Sit pẽtagonus a b c d e, æquilaterus, sintq; quilibet tres eius anguli, siue cõtinuè siue incõtinuè sumãtur, adinuicẽ æquales, & sint prius incõtinuè sumpti, sintq; anguli a c d, illi tres qui ponuntur adinuicẽ æquales. Dico totum pentagonũ esse æquiangulum. His angulis subtendantur chordæ b e, b d & e c, & totus pẽtagonus, diuidatur in trigonũ, & quadrilaterũ cuius duæ diagonales sint chordæ duorũ proximorũ æqualiũ angulorũ secãtes se intra quadrilaterũ ipsum in pũcto f, eritq; per 4 primi basis b e æqualis basi b d, & angulus a e b æqualis angulo c d b. Cũq; per 5 primi angulus b e d sit æqualis angulo b d e, eo q̃d duo latera b e & b d sunt æqualia, erit ex cõmuni sciẽtia totalis angulus e æqualis totali angulo d. Similiter probabis, totalẽ angulũ b esse æquale totali angulo c, est enim per 4 primi basis b e æqualis basi c e, & angulus a b e æqualis angulo d c e, per quintã autẽ eiusdẽ scilicet primi est angulus e b c æqualis angulo e c b, igitur ex cõmuni scientia totalis angulus b, est æqualis totali angulo c. Sint itaq; tres anguli b c d, cõtinuè sumpti, æquales: & sic quoq; erit pentagonus æquiangulus. Erit enim ex 4 primi basis b d æqualis basi c e, & angulus c b d angulo d e c, & angulus b d c, angulo e c d, quare per 5 primi duę lineæ e f & f d erunt æquales, cum duo anguli triãguli f c d, qui sunt ad basin c d, sint æquales, igitur ex cõmuni sciẽtia erit linea f b, æqualis lineæ f e, erat enim tota b d, æqualis toti c e, ideoq; per 5 primi erit angulus f b e æqualis angulo f e b. Per eandẽ autẽ est angulus a b e, æqualis angulo a e b. Itaq; per cõmunẽ scientiã angulus b totalis, est æqualis angulo e totali, tres enim partiales anguli cõponentes unum, sunt æquales trib. partialibus cõponentib. aliũ, unusquisq; suo relatiuo. Manifestũ est igitur, quod tres anguli e b c, nõ cõtinuè sumpti in proposito pẽtagono sunt æquales. Cũ autem sic: demonstratũ est totũ pentagonũ esse æquiangulũ, utrolibet ergo modo cõstat propositum.

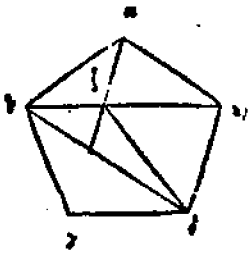


Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propositio 7.*

7 Si quinquanguli æquilateri tres anguli ordinatim, aut non ordinatim, æquales fuerint, æquiangulum erit ipsum quinquangulum.

THEON *ex Zãb. Quinquãguli æquilateri α ϛ γ δ ε, tres anguli prius ordinatim q ad α β γ signa, inuicẽ sint æquales. Dico q; quinquangulũ α β γ δ ε, æquiangulũ est. Cõnectãtur enim α γ, ϛ ε, & ζ δ. Et quoniã bina*

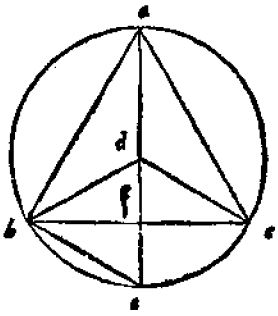
γ β, β α duab. β α, α ε, sunt æquales altera alteri, et angulus qui sub β γ α ei qui sub β α γ est æqualis, basis igitur α γ (p 4 primi) basi β ε est æqualis, et triangulũ α β γ, triãgulo α ζ ε, est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt sub quib. æqualia latera subtendũtur, qui sub β γ α ei qui sub β ε α, qui autem sub α ζ ε ei qui sub γ α ζ. Quare & latus α ζ, ipsi β ζ lateri est æquale, patuit autẽ quod & tota α γ, toti ζ ε est æqualis, & reliqua igitur ζ γ, reliquæ ζ ε est æqualis. Est autem & γ Δ, ipsi Δ ε æqualis. Binæ iam ζ γ, γ Δ, duabus ζ ε, ε Δ, sunt æquales, & communis ipsorum basis, est ζ Δ. Angulus igitur qui sub ζ γ Δ, angulo qui sub ζ ε Δ est æqualis. Patuit autem quod et qui sub ζ γ α, ei qui sub α ε ζ. est æqualis, totus igitur qui sub ζ γ Δ, toti qui sub α ε Δ est æqualis. Sed qui sub β γ Δ, æqualis supponitur eis qui ad α β, & qui sub α ε Δ, igitur eis qui ad α β, angulis est æqualis. Similiter iam ostendemus, quod & qui sub γ Δ ε angulus, eis est æquus qui ad α β angulis. Aequiangulũ igitur est, α β γ Δ ε quinquangulum. Sed iam nõ sint æquales ordinatim ipsi anguli, sed sint æquales qui ad α γ Δ signa. Dico quòd & sic æquiangulum α β γ Δ ε æquiangulum est. Connectantur enim β Δ. Et quoniam binæ β α, α ε, duabus β γ, γ Δ, sunt æquales, & æquos comprehendunt angulos, basis igitur β ε (per 4 primi) basi β Δ est æqualis, et triangulũ α β ε, triangulo β Δ γ est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus qui sub α ε β, ei qui sub γ Δ β. Est autem & qui sub ζ ε Δ angulus, ei qui sub β Δ ε æqualis, quoniam & latus β ε lateri β Δ est æquale. Totus igitur qui sub α ε Δ angulus, toti qui sub γ Δ ε est æqualis. Sed qui sub γ Δ ε, eis qui ad α γ, angulis supponitur æquus, & angulus igitur qui sub α ε Δ, eis est æquus qui ad α γ. Iam id propterea & qui sub α β γ, æqualis eis qui ad α γ Δ, angulis. Aequiangulum igitur est, & ipsum α ζ γ Δ ε quinquangulum: quod ostendere oportuit.



Euclid. ex Camp. *Propositio 8.*

Zamb.12. OMnis trianguli æquilateri quod à latere suo quadratum, describitur, triplum est quadrato dimidiæ diametri circuli à quo triangulus ipse circunscribitur.

CAMPANVS. Sit triangulus a b c æquilaterus, cui circunscribatur circulus a b c supra centrum d, quemadmodũ docet 5 quarti, & protrahatur in eo diameter a d e. Dico ergo quod quadratum lineę a b, triplum est ad quadratum semidiametri a d. Ducantur enim duę lineę b d & d c, & arcui b e, subtẽdatur chorda b e, eritq; ex 5 primi angulus b a d, æqualis angulo c a d, quare per ultimam sexti arcus b e, est æqualis arcui e c. Et quia ex 27 tertij tres arcus a b, b c, & c a, sunt adinuicem æquales, eo quod eorũ chordæ quę sunt latera trigoni, sunt æquales ex hypothesi, erit arcus b e, sexta pars circumferentiæ, ideoq; chorda b e, erit latus hexagoni æquilateri ipsi circulo inscripti, quare per correlariũ 15 quarti, linea b e, est æqualis semidiametro a d. Manifestum est aũt ex prima parte 30 tertij, q; angulus a b e est rectus, ideoq; quadratum lineæ a e, est æquale quadratis duarum linearũ a b & b e pariter acceptis, ex penultima primi. At uerò quadratum a e, quadruplum est ad quadratum b e ex 4 secundi cum linea a e fit dupla b e, relinquitur ergo quadratũ a b triplum esse ad quadratum a b, & ideo ad quadratũ a d: quod est propositum.



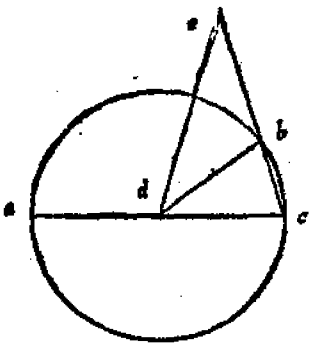
Non lateat autẽ nos, quòd linea b c, quę est latus trigoni, diuidat semidiametrum d e, per æqualia. Esto quidem punctus diuisionis f. Cõstat igitur ex 4 primi, quod b f est æqualis f c, ideoq; per primam partem 3 tertij, omnes anguli qui sunt ad f, sunt recti, quare ex penultima primi quadratum b d, est æquale quadratis duarum linearum, d f & f b: quadratum uerò b e, æquale quadratis duarum linearum, quæ sunt b f & f e. Et quia b d, est æqualis b e, erunt ex communi scientia, duo quadrata duarum linearum b f & f d pariter accepta, æqualia duobus quadratis duarum linearum b f & f e pariter acceptis. Dempto igitur utrinq; quadrato b f, erit ex communi scientia quadratum f d residuum, æquale quadrato f e residuo, quare & linea f d, lineę f e. ex hac communi scientia, quarum quadratum sunt æqualia eas lineas esse æquales. Ex hoc itaq; manifestum est, quod perpendicularis ducta à centro circuli ad latus trigoni æquilateri sibi inscripti, æqualis est dimidio lineæ ductæ à centro eiusdem circuli ad ipsius circunferentiam.

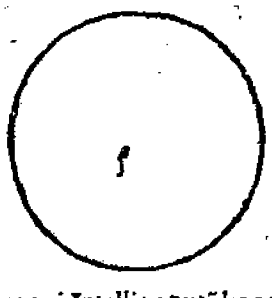
Euclid. ex Camp. *Propositio 9.*

Zamb.9. SI latus hexagoni æquilateri, latus que decagoni æquilateri, quos ambos unus idem que circulus circunscribit, sibi inuicem

inuicem in longum directum'que coniungantur, tota linea ex eis composita, secundum proportionem habentem medium, & duo extrema diuisa erit, maiorq; eius portio latus hexagoni.

CAMPANVS. Sit circulus a b c, cuius centrum d, & diameter a d c, sitq; arcus c b quinta pars arcus semicirculi a b c, cui subtendatur chorda c b, quam constat esse latus decagoni æquilateri, proposito circulo inscripti, adiungaturq; lineæ c b, in continuum & directum linea b e, quæ ponatur esse æqualis lateri hexagoni æquilateri prædicto circulo inscripti. Dico totam lineam c e, diuisam esse in puncto b, secundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maiorem eius portionem: dico esse lineam b e, quę est latus hexagoni. Ducantur enim in centrum, duæ lineæ e d & d b, eritq; angulus e æqualis angulo b d e, ex 5 primi, propter hoc quod linea e b est æqualis lineæ b d, ex correlario 15 quarti, angulus quoq; d b c est æqualis angulo c, ex 5 primi, quare ex 32 primi angulus a d b erit duplus ad angulum d b c. Et quia per eandem angulus d b c, est duplus ad angulum e, sequitur ut angulus a d b sit quadruplus ad angulum e: est enim ex communi scientia quadruplum, quicquid fuerit duplum dupli. Cumq; sit etiam idem angulus a d b, quadruplus ad angulum b d c, ex ultima sexti, eo quod arcus a b est quadruplus ad arcum b c, necesse est ex cõmuni scientia, ut angulus e, sit æqualis angulo b d c. Si igitur intelligantur duo trianguli d e c totalis, & b d c partialis, cum angulus e totalis trianguli sit æqualis angulo b d c partialis, & angulus c sit communis utriusq;, necesse est ex 32 primi ut ipsi sint æquianguli, quare per 4 sexti proportio duorum laterum e c & c d continentium angulum c in totali triangulo, est sicut duorum laterum d c & c b continentium eundem angulum in partiali triangulo. Quia ergo proportio e c ad c d est sicut ad e b, ex secunda parte 7 quinti, & d c ad c b, est sicut e b ad eãdem ex prima parte eiusdem, sequitur ex 11 quinti ut sit proportio c e ad e b, sicut e b ad b c. Igitur à diffinitione conclude propositum, lineam e c esse diuisam secũdum proportionẽ habentem medium & duo extrema, & maiorem portionem eius esse latus hexagoni: quod oportuit nos demonstrare.





CAMPANVS. Conuersam quoq; demonstrare conuenit, quod facilè fiet, uia retrogada. eam enim assumit Ptolemæus capitulo 9 primæ dictionis Almagesti, ad demonstrandum quãtitatem chordarũ arcuum circuli. Dico itaq; q; si linea quælibet secundũ proportionẽ habentem mediũ & duo extrema diuidatur, cuius circuli maior portio fuerit latus hexagoni, eiusdẽ minor erit latus decagoni: at uerò cuius minor erit latus decagoni, eiusdẽ maior erit latus hexagoni. Sit enim (priori dispositione manẽte) linea e c diuisa in puncto b, secundũ prædictam proportionẽ, & maior eius portio sit e b, dico q; cuiuscunq; circuli linea e b, est latus hexagoni, eiusdẽ est linea b c latus decagoni: & cuiuscunq; circuli linea b c est latus decagoni, eiusdẽ est linea e b latus hexagoni. Intelligo autẽ hoc de hexagonis & decagonis æquilateris. Si enim sit e c latus hexagoni circulo a b c inscripti, erit per correlarium 15 quarti e b æqualis d c. Et quia proportio c e ad e b, est sicut e b ad b c ex hypothesi, erit ex 7 quinti c e ad d c, sicut d c ad c b. Igitur ex 6 sexti duo trianguli e d c & d c b, sunt æquianguli: angulus ergo e, est æqualis angulo b d c, ipsos enim latera proportionalia respiciunt. Cumque sit angulus a d b quadruplus ad angulum e ex 32 primi bis assumpta, & quinta eiusdem bis, sequitur ut etiam idem angulus a d b sit quadruplus ad angulum b d c. Ideoq; ex ultima sexti, arcus a b, quadruplus est ad arcum b c. Linea igitur b c, est latus decagoni circulo a b c inscripti. Quod si linea b c fuerit latus decagoni circuli a b c, erit e b latus hexagoni eiusdem. Sit enim e b latus hexagoni circuli f, eritq; ex prædictis b c, latus decagoni eiusdem. Intelligãtur igitur inscripti esse decagoni æquilateri duobus circuli a b c & f, quorum omnia latera erunt æqualia lineæ b c. Et quia omnis figura æquilatera circulo inscripta est æquiangula, ut probatum est in 15 quarti libri, sequitur utrosque decagonos esse æquiangulos. Cumq; omnes anguli unius pariter accepti sint æquales omnibus angulis alterius pariter acceptis, sicut euidẽter apparet ex demonstratis in 32 primi, necesse est ex hac communi scientia (quorumlibet æqualiũ decimas aut quotasliber partes eiusdẽ denominationis, esse æquales) ut unus horũ decagonorũ sit æquiangulus

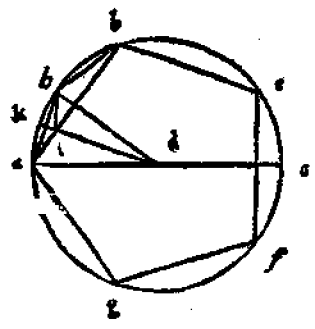
alij, ideoq; similis ex diffinitione similium superficierum. Et quia si duæ figuræ similes duobus circulis inscribantur, erit proportio duorum relatiuorum laterũ illarum figurarum sicut duarũ diametrorum illorum circulorum, ut apparet ex correlario 18 sexti libri & 1 duodecimi, cùm latera decagonorũ similium inscriptorum duobus circulis a b c & f, sint æqualia, sequitur ut diametri eorum sint æquales, ideoq; & semidiametri etiam æquales. Sunt autem semidiametri & latus hexagoni, æqualia ex correlario 15 quarti. Erit ergo linea e b, latus hexagoni circulo a b c inscripti, sicut ipsa est latus hexagoni circuli f sibi æqualis Hoc autem est, quod demõstrare uoluimus.

Ex hac autem nona huius decimitertij noueris exortam esse 10 quarti libri, quæ duum æqualium laterum proponit trigonum describendũ cuius uterq; duorum angulorum quos basis obtinet, ad tertium duplus existat, talis enim est uterq; triangulorum e d c & d c b, & simpliciter omnis, cuius duo latera sunt æqualia maiori portioni alicuius lineæ diuisæ secundũ portionem habentem medium duoq; extrema, & tertiũ quod est basis est æquale minori portioni lineæ eiusdem, uel cuius duo latera sunt æqualia lateri hexagoni æquilateri alicui circulo inscripti, basis uerò est æqualis lateri decagoni æquilateri eidem circulo inscripti: quod est propositum.

Euclid. ex Camp. *Propositio* 10.

Zambert. 10.

OMne latus pentagoni æquilateri tanto potentius est latere hexagoni æquilateri, quantum potest latus decagoni æquilateri, si sint in eodem circulo ambo inscripti. 10



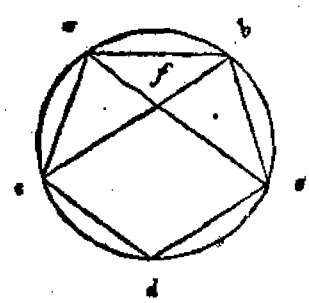
CAMPANVS. Sit circulus a b c, cuius centrum d, & diameter a d c, inscribaturq; ei pẽtagonus æquilaterus, qui sit a b e f g, & à centro d protrahatur perpendicularis ad latus a b, quæ producatur usquequo obuiet circunferentiæ in puncto h, sitq; d h, & protrahantur duæ chordæ a h & h b, quæ erunt æquales adinuicem ex secunda parte 3 tertij & 4 primi, ideoq; etiam duo arcus a h & h b æquales adinuicem ex 27 tertij. Est igitur utraq; duarum chordarum a h & h b, latus decagoni æquilateri proposito circulo inscripti. Dico itaq; quòd quadratum lineæ a b, quæ est latus pentagoni, est æquale duobus quadratis duarum linearum b d & a h pariter acceptis, quarum prima est æqualis lateri hexagoni ex correlario 15 quarti, & secunda est latus decagoni, protrahatur enim à centro d, perpendicularis à linea a h, quæ est latus decagoni, quę producatur usq; ad circunferentiam, sitq; d k, quę secet lineam a b, quæ est latus pentagoni in puncto l, & protrahatur linea h l. Cõstat autem ex secunda parte 3 tertij & 4 primi & 27 tertij, quod linea d k quę est perpendicularis ad chordam a h, simul diuidit per æqualia chordam & arcum, ideoq; arcus a k est æqualis arcui k h, quare ex ultima sexti angulus a d l, est æqualis angulo l d h, ideoq; ex 4 primi basis a l, basi l h. igitur ex 5 primi angulus l a h, æqualis est angulo l h a. Cumq; etiam sit ex eadem angulus h a b æqualis angulo h b a, sequitur ut angulus l h a sit æqualis angulo h b a, ergo ex 32 primi duo trianguli b a h & a h l, sunt æquianguli: est enim angulus b, maioris æqualis angulo h, minoris, & angulus a, communis est utriq;. Itaq; per quartam sexti proportio b a ad a h, est ficut a h ad l a, quare ex prima parte decimæ sextę sexti, quod prouenit ex b a in a l, est æquale quadrato lineæ a h, quę est latus decagoni. Cum sit autem semicirculus a e c, æqualis semicirculo a f e, & arcus a e arcui a f, erit arcus e c residuus æqualis arcui f residuo, quare arcus e c, est medietas arcus e f, ideoq; æqualis arcui a h, & duplus ad arcum h k. Et quia arcus e b est duplus ad arcum b h, erit ex 13 quinti totus arcus c e b duplus ad totum arcum b h k, ideoq; ex ultima sexti angulus c d b, est duplus ad angulum b d l. Cumq; etiam angulus c d b duplus sit ad angulum b a d, ex 32 & 5 primi, sunt enim duo latera d a & d b æqualia, erit angulus b d l, æqualis angulo b a d. Itaque per 32 primi erit triangulus b d l, æquiangulus triangulo b a d, est enim angulus d, minoris, æqualis angulo a, maioris, & angulus b est cõmunis utrique: ergo per quartam sexti proportio a b ad b d, est sicut b d ad l b, quare per primam partem 16 sexti, quod prouenit ex a b in b l. est æquale quadrato d b. At uerò probatum est prius, quòd illud quod prouenit ex a b in l a est æquale quadrato a h. Itaque quod prouenit ex a b in a l & in l b, est æquale duobus quadratis duarum linearum a h & b d. Et quia ex secunda secundi quod prouenit ex a b in l a & in l b est

eſt æquale quadrato lineæ a b: eſt autem linea a b latus pentagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti, linea uerò a h eſt latus decagoni æquilateri, & linea b d eſt (ex correlario 15 quarti) æqualis hexagoni æquilateri propoſito circulo inſcriptorum, inconcuſſa demonſtratione aſtruitur hoc quod dicitur.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 11.

11 SI duobus propinquis angulis pentagoni æquilateri intra circulum deſcripti, à terminis ſuorum laterum duæ rectæ lineæ ſubtendantur, utraque alteram ſecundum proportionem habentem medium, duo'que extrema ſecabit, maior'que ipſius portio lateri ipſius pentagoni æqualis erit. *Zamb. 8.*

CAMPANVS. Sit pentagonus æquilaterus a b c d e, inſcriptus circulo eiſdem literis ſignato, & duobus eius propinquis angulis qui ſunt a & b, ſubtendãtur duæ rectæ lineæ a c & c b e, ſecantes ſe inuicem in puncto f. Dico itaq; utranq; harum eſſe diuiſam in puncto f, ſecundum proportionem habentem medium, duoq; extrema, & quod maior portio utriuſq; eſt æqualis lateri pentagoni. Manifeſtum eſt enim ex 27 tertij, quòd quinq; arcus circuli pentagonum propoſitum circumſcribentis, quorum latera ipſius pentagoni ſunt chordæ, ſunt adinuicem æquales, ideoq; ex ultima 6 quatuor anguli a e b, a b e, b a c, & b c a, ſunt adinuicẽ æquales, nam arcus a b, a e, & b c, ſunt adinuicem æquales. Cumq; ſit arcus c d e duplus ad arcum b c, erit quoq; ex ultima ſexti angulus c a e duplus ad angulum c a b. At uerò ex uigeſimaſeptima primi angulus a f e, duplus eſt ad angulum f a b. Igitur angulus a f e eſt æqualis angulo f a e, quare per 6 primi linea a e, eſt æqualis lineæ f e. Sunt autem duo trianguli a b e & a f b, æquianguli, per ea quæ dicta ſunt & per 32 primi, eſt enim angulus e, maioris, æqualis angulo à minoris, & angulus b, communis utriq;, igitur per 4 ſexti proportio e b ad b a, ſicut b a ad f b. Cumq; ſit e f, æqualis a b, eo quod ipſa (ut probatũ eſt) eſt æqualis a e, ſequitur ex 7 quinti, ut ſit proportio b e ad e f, ſicut e f ad f b. Quare per diffinitionem linea e b eſt diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & eius maior portio eſt æqualis lateri ipſius pẽtagoni. Si autem hoc eſt uerum de linea e b, erit quoq; ex 7 quinti & quinta eiuſdem & diffinitione, idem uerum de linea a c: nam tota b e eſt æqualis totiæ c, ex 4 primi, & portiones portionibus ex 6 primi & cõmuni ſcientia, portiones enim a f & b f, ſunt æquales ex 6 primi, ideoq; f e & f c reſiduæ, erunt adinuicem æquales ex conceptione. Vel potes ſi libet & facilius, de linea a c demonſtrare propoſitum, negociando circa ipſum, ut prius circa lineam e b.



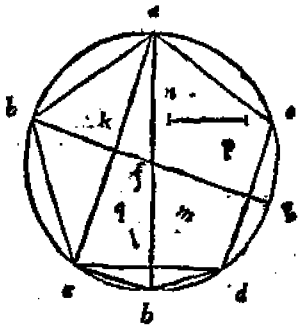
Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 12.

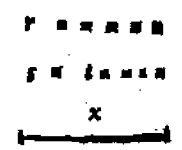
12 SI circuli pentagonum æquilaterum circunſcribentis, diameter fuerit rationalis, eius latus pentagoni erit linea irrationalis, ea ſcilicet quæ dicitur minor. *Zamb. 12.*

CAMP. Sit pentagonus æquilaterus a b c d e inſcriptus circulo eiſdem literis a ſcripto, cuius centrũ f, & duæ diametri b g & a h, ſitq; utraq; harũ diametrorũ linea rationalis in longitudine. Dico tunc quòd latus pẽtagoni inſcripti, erit linea irrationalis, illa uidelicet quæ dicitur minor. Protrahatur enim linea a c, quæ ſecet diametrũ b g, in puncto k, eritq; ex ultima ſexti & 4 primi linea a c, diuiſa à diametro b g orthogonaliter & per æqualia in puncto k, quia cum ſemicirculus a g ſit æqualis ſemicirculo b c g, & arcus b a arcui b c, ſicut conſtat ex 27 tertij, erit arcus a g reſiduus, æqualis arcui c g reſiduo, ideoq; ex ultima ſexti angulus a b g, æqualis etiam angulo c b g.

Cùm

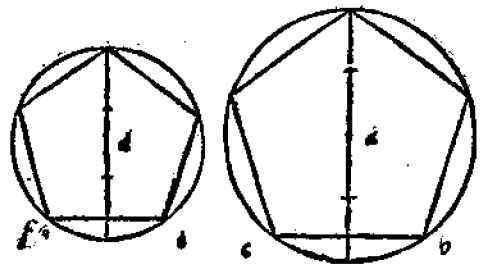
Cùm itaq; duo latera a b & b k trianguli a b k ſint æqualia duobus lateribus c b & b k trianguli c b k, & angulus b unius angulo b alterius, erit ex 4 primi baſis a k æqualis baſi k c, & omnes anguli qui ſunt ad k, ſunt recti ex prima parte 3 tertij. Diameter autem a h, ſecet latus pentagoni c d, in puncto l. Eritq; linea c d diuiſa à diametro a h orthogonaliter, & per æqualia in puncto l. Cùm enim ſint duo arcus a d h & a c h æquales, & arcus a c, ſit æqualis arcui a d, erunt duo reſidui ſemicirculorum qui ſunt c h & d h æquales, quibus ſi ſubtendantur duæ chordæ quæ ſunt c h & d h, ipſæ quoq; ex 28 tertij erunt æquales. Et quia arcus a c eſt æqualis arcui a d, erit ex ultima ſexti angulus c h l æqualis angulo d h l, ideoq; per 4 primi baſis c l eſt æqualis baſi d l, & omnes anguli qui ſunt a d l, recti ex prima parte 3 tertij, itaq; duo trianguli a c l & a f k ſunt æquianguli ex 32 primi. Eſt enim angulus l, maioris, æqualis angulo k, minoris, eo quod uterq; eſt rectus, & angulus a eſt cõmunis utriq;, quare ex 4 ſexti proportio l c ad c a: eſt ſicut k f ad f a. Sumatur igitur ex diametro b g, linea f m æqualis quartæ parti ſemidiametri, eritq; per æquam proportionalitatẽ proportio c l ad quartã partem lineæ a c, quæ ſit c q, ſicut k f ad quartam partẽ lineæ f a, quæ eſt f m. Et quia per 15 quinti proportio c d ad c k, eſt ſicut c l ad c q (ſic enim eſt duplum ad duplum ſicut ſimplum ad ſimplum) erit per 11 quinti d c ad c k, ſicut k f ad f m, & coniunctim lineæ conſtãtis ex d c & c k ad k c, ſicut k m ad m f, & ideo per primam partem 22 ſexti proportio quadrati lineæ compoſitæ ex d c & c k, ad quadratum lineæ c k, ſicut quadrati lineæ k m ad quadratũ lineæ m f. Conſtat autem ex præmiſſa, quòd ſi linea a c diuidatur ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, maior portio eius erit æqualis lineæ d c, igitur linea conſtans ex d c & c k, componitur ex maiori portione diuiſæ ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & ex medietate totius lineæ ſi c diuiſæ, eſt enim c k, medietas a c. Itaq; per primam iſtius 13 libri quadratum lineæ compoſitæ ex d c, & c k, quintuplum quoq; eſt ad quadratum lineæ c k, ideoq; quadratum lineæ k m, quintuplum quoq; eſt ad quadratum lineæ m f, cum ſit horum quadratorum & illorũ una proportio. Eſt autem linea b m, quintupla ad lineam m f: erat enim m f, quarta pars ſemidiametri propoſiti circuli. Ergo quadratum lineæ k m ad quadratũ lineæ m f, eſt ſicut linea b m ad lineam m f. Et quia ex ſecunda parte 18 ſexti quadratum lineæ k m ad quadratum lineæ m f, eſt ſicut linea k m ad lineam m f duplicata, erit ex 11 quinti linea b m ad lineam m f, ſicut linea k m ad lineam m f duplicata. Igitur linea k m, eſt medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m f. Quod ſic conſtat. Sit enim linea n p medio loco proportionalis inter eas, ſumpta ſecundũ doctrinam 9 ſexti: eritq; ex diffinitione proportionis duplicatæ, quæ poſita eſt in principio quinti, proportio b m ad m f, ſicut b m ad n p duplicata. Et quia b m ad n p, ſicut n p ad m f, erit etiam ex 11 quinti proportio b m ad m f, ſicut n p ad m f duplicata: igitur ex prima parte 9 quinti, duæ lineæ k m & n p, ſunt æquales, ideoq; ex prima parte 7 quinti, & ex ſecunda parte eiuſdem, linea k m, eſt medio loco proportionalis inter b m & m f. Quare ex correlario 5 ſexti, proportio quadrati lineæ b m ad quadratũ lineæ m k, eſt ſicut lineæ b m ad lineam m f. Et quia linea b m eſt quintupla ad lineam m f, erit quadratum lineæ b m, quintuplum ad quadratum lineæ m k. Linea autem b m, eſt rationalis in longitudine, ergo per ultimam partem 7 decimi, linea m k eſt rationalis in potentia tantum. Et quia linea b m eſt potentior linea m k, in quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine, ut in continuo probabitur, erit linea b k reſiduum quartum ex diffinitione reſidui quarti. Quod autem probandum aſſumpſimus, ſic patet: Sit numerus r quintuplus ad numerum ſ, ſintq; t & ſ quantũ r, ac ſi eſſet r quinq;, ſunum, t quatuor & ſit linea b m, potentior linea m k in quadrato lineæ x. Cùm igitur ſit quadratum lineæ b m ad quadratũ lineæ m k ſicut numerus r ad numerum ſ, erit per euerſam proportionalitatem quadratũ lineæ b m ad quadratũ lineæ x, ſicut numerus ad numerum t, quare per ultimam partem 7 decimi, linea eſt incommenſurabilis lineæ b m in longitudine, non eſt ergo dubium, quin b k ſit reſiduum quartũ. Manifeſtũ uerò eſt ex 34 tertij, quòd illud quod fit ex b k in k g, eſt æquale ei quod fit ex a k in k c, ideoq; etiam ipſum idẽ eſt æquale quadrato k c, eo quòd a k eſt æqualis k c, ergo quadrato b k addito utriq;, erit ex penultima primi quod fit ex b k in ſe & in k g, æquale quadrato b c. Et quia ex prima ſecũdi quod fit ex b k in ſe, & in k g, eſt æquale ei quod fit ex b k in g b, erit linea b c latus tetragonicum ſuperficiei contentæ à duabus lineis g b & k b. Et quia linea g b eſt rationalis, linea uerò b k eſt reſiduum quartum, et quia linea potẽs in ſuperficiem linea rationali reſiduoq; quarto contentã eſt linea minor, ut cõſtat ex 89 decimi libri, neceſſe eſt lineam b c, quę eſt latus pentagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti, eſſe lineam minorẽ





quod

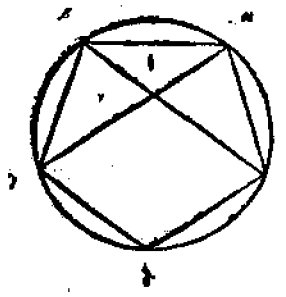
quod erat ex principio demonstrandum. Hoc ergo modo sequitur, quod latus pẽtagoni æquilateri circulo inscripti sit linea minor, si diameter circuli cui inscribatur, fuerit rationalis in lõgitudine. ¶ At uerò si diameter circuli fuerit rationalis in potẽtia tantum, adhuc necesse est ut latus pentagoni æquilateri sibi inscripti sit linea minor. Esto enim linea a, rationalis in potentia tãtum, supra quam describatur circulus, eiq; descripto inscribatur pentagonus æquilaterus, cuius unum latus sit b c, dicanturq; pentagonus & circulus a. Dico q; linea b c est linea minor. Sumatur enim aliqua linea rationalis in longitudine, quæ sit d, & super eam lineetur circulus cui inscribatur pentagonus æquilaterus, & sit unum latus ipsius linea e f, dicanturq; pentagous & circulus d. Constat igitur ex hac 12, quòd c f est linea minor, cũ diameter d, sit rationalis in longitudine. Quoniã uerò proportio pentagoni a ad pẽtagonum d est sicut quadrati lineæ b c ad quadratum lineæ e f (utraq; enim est ex secunda parte 18 sexti, sicut lineæ b c ad lineam e f duplicata) pentagoni autem a ad pentagonum d, est sicut quadrati diametri ad quadratum diametri d ex prima 12, erit ex 11 quinti quadratum lineæ c b ad quadratum lineæ e f, sicut quadratum diametri a ad quadratum diametri d. Cumq; quadrata duarum diametrorum a & d sint cõmunicãtia, quia ambo sunt rationalia ex hypothesi, erũt quoq; ex prima parte 10 decimi quadrata duarũ linearum b c & e f, cõmunicantia: ergo linea b c cõmunicat in potẽtia cum linea e f. Et quia linea e f est minor, sequitur ex 10 decimi, quod etiam b c sit linea minor, quod est propositũ. Siue ergo diameter alicuius circuli sit rationalis in lõgitudine, siue in potentia tantũ, necesse est ut latus pentagoni æquilateri sibi inscripti, sit linea minor.



Eucl. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 8.

8 Si qn quãguli æquilateri & æquiãguli binos ordinatim ãgulos rectę lineæ * expliciũt extrema & media rõne sese inuicẽ dispescunt, & maiora eorum segmenta ipsius quinquanguli lateri sunt æqualia. *Camp. ὑποτείνωσαι subtendant,*

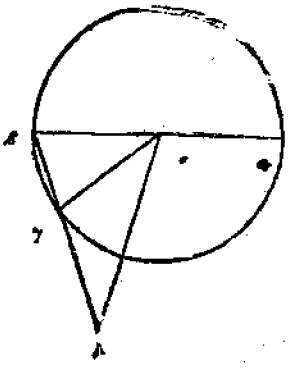
THEON ex Zãb. *Quinquanguli enim æquilateri & æquianguli α β γ δ ε, binos ordinatim angulos qui ad α β, rectæ lineæ α γ β ε * explicẽt, sese inuicẽ in θ signo dispescẽtes. Dico q; ipsarũ utraq; extrema et media ratione secatur in θ signo, & earum maiora segmenta sunt æqualia ipsius quinquanguli lateri. Circũscribatur (per 14 quarti) ipsi quinquangulo α β γ δ ε, circulus α β γ δ ε. Et quoniam binæ rectæ lineæ ε α, α β, duabus α β, δ γ, sunt æquales, & angulos æquales comprehendunt, bases igitur β ε (per 4 primi) basi α γ est æqualis, & triangulum α β ε ipsi triangulo α β γ est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis erũt æquales alter alteri sub quibus æqualia latera subtẽdentur. Angulus igitur qui sub β α γ, ei qui sub α β ε est æqualis. Duplus igitur est qui sub α θ ε, eius qui sub β α θ anguli: extra enim est ipsum α β θ triangulum. Est autẽ & qui sub δ α γ, duplus, eius qui sub β α γ quoniam & circunferẽtia ε δ γ, ipsius γ β circũferentiæ est dupla. Angulus igitur qui sub θ α ε, ei qui sub α θ ε est æqualis. Quare & θ ε recta linea, ipsi ε α, hoc est ipsi α β est æqualis. Et quoniam δ α recta linea ipsi α ε est æqualis, æqualis est & angulus qui sub α β ε, ei qui sub α ε β. Sed qui sub α β ε, ei qui sub β α θ, patuit quod æqualis: qui igitur sub β ε α, ei qui sub β α θ est æqualis. Et ipsorum duorum triangulorum α β ε, & α δ θ, communis est angulus qui sub α δ ε, reliquus igitur qui sub β α ε angulus, reliquo qui sub α θ β est æqualis. Triãgulum igitur α β ε, ipsi α β α triangulo æquiangulum est: proportionaliter igitur est sicut ε β ad δ α, sic α β ad β θ. Aequalis autẽ est β α, ipsi ε θ. Sic ut igitur δ ε ad ε θ, sic ε θ ad δ β, maior autem est β ε, ipsa β α, maior igitur est ε θ, ipsa θ β. Ipsa igitur β ε, extrema & media ratione in θ secatur, & maius segmentum θ ε æquum est ipsius quinquanguli lateri. Similiter iam ostendemus, quod α γ extrema & media ratione in θ secatur, & ipsius maius segmentum γ θ ipsius quinquanguli lateri est æquale: quod ostendere oportuit.* *ὑποτείνωσαι subtendant*



Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 9.

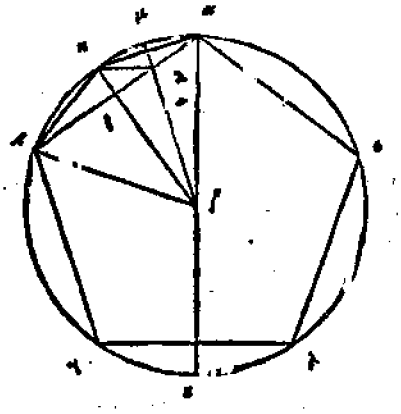
9 Si sexanguli & decagoni latus in eodem circulo descriptorum componantur, tota recta linea extrema & media ratione secatur, & maius segmentum est ipsius sexanguli latus.

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ, & in ipso circulo α β γ, descriptarũ figurarũ decagoni quidẽ latus esto β γ, & sexãguli γ δ, & sint in rectas lineas. Dico quòd tota β δ, extrema & media ratione secatur in γ, & maius ipsius segmentũ est γ δ. Assumatur enim (per 1 tertij) centrũ circuli signũ ε, & cõnectãtur ε β, ε γ, ε δ, & extẽdatur β ε in α. Et quoniã decagoni æquilateri latus est β γ, quincupla igitur est α γ β circunferentia ipsius γ β circunferẽtiæ. Quadrupla igitur est α γ circũferẽtia, ipsius γ β. Sicut aũt α γ circunferentia ad γ β, sic angulus qui sub α ε γ ad angulum qui sub γ ε β: quadruplus igitur est qui sub α ε γ, eius qui sub γ ε β. Et quoniã qui sub ε β γ angulus ei qui sub ε γ β angulo est æqualis, qui igitur sub α ε γ angulus, duplus est eius qui sub ε γ β. Et quoniam ε γ recta linea æqualis est ipsi γ δ, uterq; enim ipsarũ æqualis est ipsius ſexanguli lateri in α β γ circulo descripti, & angulus qui sub γ ε δ, angulo qui sub γ δ ε est æqualis, igitur angulus qui sub ε γ β, duplus est eius q sub ε δ γ. Sed eius qui sub ε γ β, duplũ esse demõſtratũ est eũ qui sub α ε γ. Igitur qui sub α ε γ, quadruplus est eius qui sub ε δ γ. Oſtenſum est autem quod & eius qui sub β ε γ, quadruplus est qui sub α ε γ, æqualis igitur est qui sub ε δ γ ei qui sub ζ ε γ. Cõmunis aũt ipsorũ binorũ triãgulorũ, hoc est β ε γ & ζ ε δ, est angulus qui sub ε β δ, & reliquus igitur qui sub β ε δ, ei qui sub ε γ β est æqualis. Aequiãgulũ igitur est triãgulũ ε β δ, ipsi ε β γ triãgulo: proportiõaliter igitur est sicut β δ ad β ε, sic ε β ad β γ. Aequalis autẽ est ε β, ipsi γ δ. Est igitur sicut β δ ad δ γ, sic δ γ ad γ β. Maior aũt est β δ, ipsa δ γ, maior igitur est & δ γ, ipsa γ β. Igitur ipsa β δ, recta linea extrema & media ratione secatur in γ signo, & maius segmentum est δ γ: quod oſtendere oportuit.* Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 10.



Si in circulo qnquãgulũ æquilaterũ deſcriptũ fuerit, ipſius qnquãguli latus põt & ſexãguli & decagoni latus in eodẽ circulo deſcriptorũ. 10

THEON ex Zãb. *Sit circulus α β γ δ ε, & in ipso α β γ δ ε (p 11 quarti) quinquãgulũ describatur α β γ δ ε. Dico q ipſius α β γ δ ε quinquãguli latus, potest & ſexanguli & decagoni latus in ipſo α β γ δ ε circulo deſcriptorũ. Aſſumatur (p 1 tertij) centrũ circuli, & ſit ζ, & cõnexa α ζ, extẽdatur in η ſignum & cõnectatur ζ β, & ab ipſo ζ in α β perpẽdicularis excitetur (p 12 primi) ζ θ, & extẽdatur in η, & cõnectãtur α η, η β, & rurſus ab ipſo ζ, in α η excitetur (p 12 primi) perpẽdicularis ζ λ, & extẽdatur in μ, & cõnectatur η ν. Et quoniã circunferẽtia α β γ η ipſi α ε δ η circũferentiæ eſt æqualis, quarũ α β γ ipſi α ε δ eſt æqualis, reliqua igitur γ η circũferẽtia reliquæ δ η circunferẽtiæ eſt æqualis. Quinquãguli aũt γ δ, & decagoni igitur γ η. Et quoniã ζ α ipſi ζ β (per 15 diffinitionẽ primi) eſt æqualis & perpẽdicularis eſt ζ θ, igitur angulus qui sub α ζ η, ei qui sub η ζ β eſt æqualis: quare & circũferẽtia α η, ipſi η β eſt æqualis. Dupla igitur eſt α θ circũferentia, ipſius β η circunferẽtiæ, decagoni latus igitur, eſt recta linea α η, & id propterea & α η, ipſius η μ eſt dupla. Et quoniã dupla eſt circũferẽtia α β ipſius circũferẽtiæ θ η, æqualis aũt eſt γ δ circũferẽtia ipſi η β circũferẽtiæ, dupla igitur eſt α δ circũferẽtia ipſius θ η circunferẽtiæ. Eſt autẽ γ δ circũferẽtia, ipſius γ η dupla: igitur circunferentia γ η, ipſi θ η circunferẽtiæ eſt æqualis. Sed β η ipſius η μ dupla eſt, quoniã & η α, & γ η igitur ipſius η μ eſt dupla. Sed & γ θ circũferentiã, ipſius β η circũferẽtiæ dupla eſt: æqualis enim eſt γ β circũferẽtiæ, ipſi β α & tota igitur η β circunferẽtia, totius β μ eſt dupla. Quare & angulus qui sub η ζ β, anguli qui sub θ ζ μ duplus eſt. Eſt autẽ qui sub η ζ β, eius qui sub ζ α θ duplus. Aequalis enim eſt qui sub ζ α β, ei qui sub α β ζ. Qui sub θ ζ ν igitur, ei eſt æquus qui sub ζ α β. Binorũ autẽ triãgulorũ α θ ζ & β ζ ν, cõmunis angulus eſt qui sub α β ζ. Reliquus igitur qui sub α ζ β, reliquo qui sub β ν ζ eſt æqualis. Triãgulum igitur α β ζ, ipſi β ζ ν triãgulo æquiangulũ eſt, proportionaliter igitur eſt ſicut α β recta linea ad β ζ, ſic ζ β ad θ ν, qd' igitur sub α β, β ν, ei quod ex β ζ eſt æquale. Rurſus quoniã æqualis eſt α λ ipſi λ η, cõmunis autẽ & ad angulos rectos λ ν, baſis igitur η ν (p 4 primi) baſi α ν eſt æqualis, et angulus igitur qui sub λ η ν, ei qui sub λ α ν eſt æqualis. Sed qui sub λ α ν ei qui sub η β ν, eſt æqualis, & qui sub λ η ν igitur, ei qui sub η β ν eſt æqualis, & ipſorũ triãgulorũ binorum α η β et α η ν, cõmune eſt quod sub ν α η. Reliquũ igitur quod sub α η β, reliquo quod sub η ν α eſt æquale. Aequiãgulũ igitur eſt triãgulũ η β α, ipſi η ν α triãgulo: proportionaliter igitur eſt ſicut β α recta linea ad α η, ſic η α ad α ν. Quod igitur sub β α, α ν, æquũ eſt ei quod ex α η. Oſtẽſum eſt autẽ q qd' sub α β, β ν æquũ eſt ei qd' ex θ ζ. Quod igitur sub α θ, β ν, una cũ eo quod sub β α, α ν, qd' eſt id quod ex β α, ei eſt æquũ qd' ex β ζ una cũ eo quod*

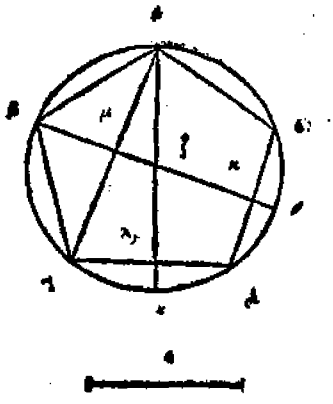


quod ex α n, & β α quidē est latus ipsius quinquanguli, & ϛ ſ sexāguli, & α n decagoni. Quinquāguli ergo latus potest & sexanguli & decagoni latus in eodem circulo descriptorum: quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 11.

11 Si in circulo ratiōalē habēte diametrū, quinquāgulū æquilaterū in scribat, quinquanguli latus irratiōnālis est ea quæ appellatur minor. Camp. 12.

THEON ex Zāb. In circulo enim α β γ δ ε, ratiōalē habēte diametrū, quinquāgulū inscribatur α β γ δ ε. Dico q; ipsi α β γ δ ε quinquanguli latus α β irrationalis est ea quæ appellatur minor. Assumatur enim (per 1 tertij) circuli centrū ſ signū, & cōnectantur α ſ, ſ β & extēdatur in α θ signa, & cōnectatur α γ, ponatur q; ipsius α ſ, quarta pars ſ α. Rationalis aūt α ſ, rationalis igitur & ſ α. Est aūt & β ſ rationalis. Tota igitur β α rationalis est. Et quoniā circūferētia α γ α ipsi α δ α circūferētiæ est æqualis, quarū α β γ æqualis est et ipsi α ε δ, reliqua igitur γ α reliquæ α δ est æqualis. Et si cōnectamus α δ α ducuntur recti qui ad λ anguli, & dupla est γ δ ipsius γ λ, & id propterea & quī ad μ recti sunt, & dupla est α γ ipsius γ μ. Quoniā igitur anguli q ſub α λ γ ei est æquus qui ſub α μ ſ, cōiūcti aūt ipsorū trianguloꝝ binorū α λ γ, α μ ſ, est qui ſub λ α γ, reliquus igitur qui ſub α γ λ ei est æqualis qui ſub μ ſ α, æquiāgulū igitur est triāgulū α γ λ, ipsi α μ ſ triangulo, proportionaliter igitur est sicut λ γ ad γ α, sic μ ſ ad ſ α, et antecedētium duplicia. Sicut igitur dupla ipsius λ γ ad γ α, sic ipsius μ ſ dupla ad ſ α. Sed sicut ipsius μ ſ dupla ad ſ α, sic μ ſ ad ipsius ſ α dimidiā. Sicut igitur ipsius λ γ dupla, ad γ α, sic est μ ſ ad dimidiā ipsius ſ α, et sequētium dimidia. Sicut igitur ipsius λ γ dupla ad ipsius γ α, dimidiā, sic μ ſ ad quartā partē ipsius ſ α, & ipsius λ γ dupla est δ γ ipsius uerò γ α, dimidia est γ μ, ipsius aūt ſ α, quarta pars est ſ α. Est igitur sicut δ γ ad γ μ, sic μ ſ ad ſ α. Cōponendo (p 18 quinti) & sicut utraq; δ γ μ ad γ μ, sic μ γ ad ſ α: & sicut (p 11 quinti) qd' ex utraq; ipsarū δ γ μ, ad id qd' ex γ μ, sic qd' ex μ ſ ad id quod ex α ſ. Et quoniā (p 8 decimitertij) ea quæ sub duobus laterib. pētagoni subtēsa ut α γ, extrema & media ratione secta, maius segmentū est æquale ipsius pētagoni lateri, hoc est ipsi δ γ, maius autē segmentū totius admittens dimidiū quincuplū potest eo quod ex totius dimidia (per 1 decimitertij) & totius α γ dimidia est γ μ, quod igitur ex δ γ μ tāquā ex una, quincuplū est eius quod ex γ μ. Sicut autē qd' ex δ γ μ sicut una, ad id qd' ex γ μ, sic ostēsum est esse id qd' ex μ α ad id quod ex α ſ, quincuplū igitur est quod ex μ α, eius quod ex α ſ, ratiōale aūt quod ex α ſ, rationalis enim est diameter. Rationale igitur est & quod ex μ α. Rationalis igitur est μ α, rationē enim habet quā numerus ad numerū quod ex μ α, ad id quod ex α ſ. Et quoniā quadrupla est β ſ ipsius ſ α, quincupla igitur est β α ipsius α ſ. Vigintiquīncuplex igitur est quod ex β α, eius quod ex α ſ. Quincuplū autē est id quod ex μ α, eius quod ex α ſ, quincuplū igitur est quod ex β α, eius quod ex λ μ. Quod igitur ex β α, ad id quod ex α μ rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) β α ipsi α μ in longitudine, & ipsarū utraq; rationalis est. Ipsæ igitur β α, α μ, rationales sunt potentia tantū cōmēsurabiles. Si aūt à ratiōali rationalis auferatur potētia tantū cōmēsurabilis subsistens toti, reliqua irrationalis est, uocatur autē apotome (per 63 decimi) igitur μ β apotome est. Cōgruens autē ei est μ α. Dico q; & quarta. Quo enim maius est id quod ex β α eo quod ex α μ, ei æquū est quod ex ν. Igitur ipsa β α, ipsa α μ maius potest ipso ν. Et quoniā (p 16 decimi) cōmēsurabilis est α ſ ipsi ſ β & cōponendo (per 18 quinti) cōmensurabilis est α β ipsi β ſ, sed β ſ ipsi β θ lōgitudine est cōmensurabilis, & β α igitur ipsi β θ cōmensurabilis est. Et quoniā quod ex ϛ α eius quod ex α μ quincuplum est, quod igitur ex β α ad id quod ex α μ rationē habet quā quinq; ad unū. Cōuertēdo igitur (p correlariū 18 quinti) quod ex β α ad id qd' ex ν, rationē habet quā quinq; ad quatuor, nō quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur est β α, ipsi ν. Igitur ϛ α, ipsi α μ maius potest, eo quod ex sibi incōmēsurabili. Quoniā igitur tota β α, ipsa α μ cōgruēte maius potest eo quod ex sibi incōmēsurabili, et tota β α, ipsi ϛ θ rationali expositæ cōmensurabilis est. Apotome igitur quarta est ipsa μ β. Quod autē sub rationali & apotome quarta cōprehensum rectāgulū, irratiōale est & ipsum potēs irrationalis est, minorq; appellatur (per 94 decimi) Potest aūt quod sub θ β, β μ, ipsa α β, quoniā propter cōnexionē ipsius α θ, triāgulū α β θ æquiāgulū fit ipsi α β μ. Et est sicut ϛ θ ad β α, sic est α β ad ϛ μ, ipsa igitur α ϛ quinquāguli latus, irrationalis est minor appellata: quod erat ostendendum.

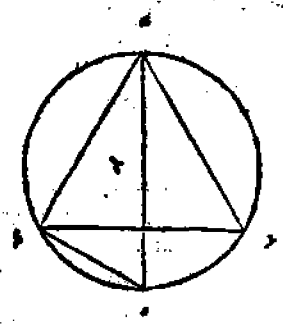


Euclid. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 12.

12 Si in circulo triangulū æquilaterū descriptum fuerit, ipsius trianguli latus potentia triplum est eius quæ ex centro circuli. Camp. 8.

THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ, & in eo triangulum æquilaterum describatur α ϛ γ. Dico q; ipsius α ϛ γ trianguli latus potentia triplū est eius quæ ex centro ipsius circuli α β γ. Assumatur enim (per 1

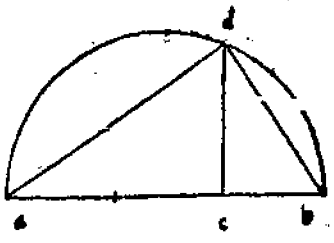
tertij) centrum ipſius circuli d, & connexa α d extendatur in ε, & cõnectatur β ε. Et quoniã triãgulũ α β γ æquilaterũ eſt, igitur β ε γ, circunferẽtia tertia pars eſt ipſius circuli α β γ circũferentiæ: igitur β ε circũferẽtia, ſexta pars eſt circũferentiæ ipſius circuli, hexagoni igitur latus eſt ipſa β ε recta linea, æqualis igitur eſt ei quæ ex cẽtro, hoc eſt ipſi d ε. Et quoniam α γ ipſius d ε dupla eſt, quadruplum eſt quod ex α ε eius quod ex d ε. hoc eſt eius quod ex β ε. Æquũ autẽ eſt id quod ex α ε, eis quæ ex α β, β ε, quæ igitur ex α ε, β ε, quadrupla ſunt eius quæ ex β ε, diuidẽdo igitur q quod ex α β, triplũ eſt eius quod ex β ε. Æqualis autẽ eſt β ε, ipſi d ε, quod ex α ε igitur triplũ eſt eius quod ex d ε. Trianguli ergo latus potẽtia triplũ eſt eius quæ ex centro circuli: quod oſtendere oportuit. Euclid. ex Camp. Propoſitio 15.

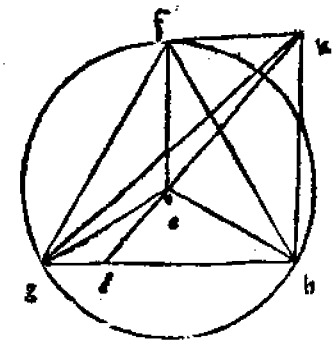




Yramidem quatuor baſiũ triangulariũ & æquilaterarum ab aſſignata ſphæra circunſcriptibilẽ fabricare. Huius ergo ſphæræ diametros, ad latus ipſius pyramidis ſeſquialteram proportionem potentialiter habere probatur. 15

CAMPANVS. Sit linea a b diameter aſſignatæ ſphęræ, quę diuidat pũcto c, ita quòd a c ſit dupla ad b c, & lineetur ſuper eã ſemicirculus a d b, & producatur linea c d orthogonaliter ſuper lineã a b, & prõducãtur lineæ b d & d a. Poſtea fiat circulus f g h ſuper cẽtrũ e, cuius ſemidiameter ſit æqualis lineæ c d, cui ex 2 quarti libri inſcribat triãgulus æquilaterus qui ſit f g h, ad cuius angulos protrahãtur à centro, lineę e f, e g, e h, deinde ſuper centrũ e, erigat (ſecundũ quod docet 12 undecimi) linea e k quę ponat æqualis a c, perpendicularis ad ſuperficiẽ circuli f g h, & demittãtur à puncto k hypothenuſæ k f, k g, k h, eritq; cõpleta pyramis quatuor baſiũ triãgulariũ & æquilaterarũ, quã dico eſſe ab aſſignata ſphæra circunſcriptibilẽ, & dico quadratum diametri propoſitæ ſphęræ, ſeſquialterũ eſſe ad quadratum lateris fabricatę pyramidis. Cõſtat enim ex prima parte correlarij 8 ſexti, quod linea c d eſt medio loco proportionalis inter a c & c b, quare ex correlario 16 eiuſdẽ, quadratum lineæ a c ad quadratum lineę c d, eſt ſicut linea a c ad c b, ergo coniunctim quadratũ a c & quadratum c d, ad quadratum c d, ſicut linea a b ad b c, ideoq; ex penultima primi quadratum a d ad quadratum d c, ſicut a b ad b c. Cum ergo linea a b ſit tripla ad b c, erat enim a c dupla ad eã, erit quoq; quadratum a d triplum ad quadratum d c. Eſt autem ex 8 huius, quadratum f g triplum ad quadratum e f, quare cum ex hypotheſi d c ſit æqualis e f, erit ex communi ſcientia a d æqualis f g. Et quia ex diffinitione lineæ perpendicularis ad ſuperficiem, linea e k continet cum ſingulis lineis e f, e g, e h, angulos rectos, quarũ quælibet eſt æqualis lineæ c d, & quia ipſa eadem eſt æqualis lineæ a c, & angulus c eſt rectus, erit per 4. primi unaquæq; trium linearum k f, k g, k h, æqualis lineæ a d. Manifeſtum eſt igitur fabricatam pyramidem eſſe quatuor baſium triangularium æquilaterarum.

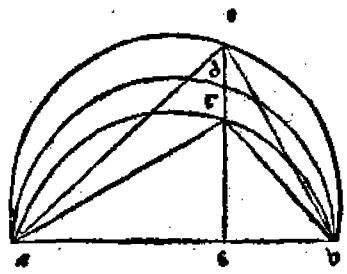




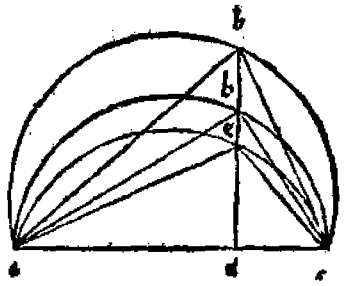
¶ Ipſam autem eſſe circunſcriptibilem ab aſſignata ſphæra, ſic habeto. Linea e k intelligatur adijci ſecundum rectitudinem lineæ e l æqualis lineæ c b, ut tota k l ſit æqualis a b, quæ eſt diameter aſſignatæ ſphæræ. Hanc autem lineam inquam, e l imagineris eſſe ſub circulo f g h, perpendicularem quoque ad ipſius ſuperficiem ex parte inferiori, ſicut eſt e k ex parte ſuperiori, eritq; unaquæque trium linearum e f, e g, e h, & ſimpliciter quælibet ſemidiameter circuli f g h, medio loco proportionalis inter k e & e l, quemadmodum eſt d c inter a c & c b, nam hæ ſunt æquales illis, unaquæque ſuæ relatiuæ. Si igitur ſuper lineam l k deſcribatur ſemicirculus, circunducaturq; quouſque ad locum unde moueri cœperat, redeat, erit ex diffinitione ſphærarum æqualium, ſphæra deſcripta motu huius ſemicirculi, æqualis ſphæræ aſſignatæ: ſunt enim ſphæræ æquales, quarum ſunt æquales diametri, quemadmodum de circulis in principio tertij dictum eſt. Hunc uerò ſemicirculum neceſſe eſt tranſire per tria puncta f g h, quæ ſunt anguli ſolidæ pyramidis fabricatæ. Similiter autem dico quòd ſemicirculus hic, quoniam ſuper lineam k l fuerit deſcriptus, ſi circunducatur quouſque ad locum redeat unde moueri cœperat, continget circulum f g h, ſuper omnia puncta circunferentiæ ipſius. Quod ex hac uetuſta ueritate probatur. Si lĩnea recta ſuper lineam rectam perpendiculariter ſteterit, quæ inter partes eius cui ſuperſtat uel circũſtat medio loco proportionalis ponatur: fueritq; ſuper eam lineã cui perpendicularis ſuperſtat ſemi-

ſemicirculus deſcriptus, circunferẽtia ipſius per extremitatẽ lineæ medio loco proportionalis poſitæ perpẽdiculariter neceſſariò trãſibit. Cũ igitur cunctę ſemidiametri circuli f g h ſint perpendiculares ad lineam k l, & medio loco proportionales inter partes ipſius quæ ſunt k e & e l, ſequitur ut ſemicirculus deſcriptus ſuper k l, ſi circunducatur, trãſeat per omnia puncta circunferentię f g h, & per omnes ſolidos angulos pyramidis fabricatæ. Itaq; à diffinitione eius quod eſt figuram inſcribi figurę, pyramis fabricata eſt inſcriptibilis illi ſphęrę quam ſemicirculus per lineam k l lineatus motu ſuo deſcribit. Et quia hæc ſphæra deſcripta, eſt aſſignatæ ſphęræ æqualis per diffinitionem æqualium ſphærarum, ſequitur ex communi ſcientia ut hæc pyramis fabricata, ſit ab aſſignata ſphæra circunſcriptibilis: quod eſt propoſitum.

CORRELARIVM autẽ patet ſic. Cum enim a b ſit tripla ad b c, per euerſam proportionalitatẽ erit a b ſeſquialtera ad a c, ideoq; ex ſecũda parte correlarij 8 ſexti & correlario 17 eiuſdẽ, quadratũ lineę a b erit etiã ſeſquialterũ ad quadratũ lineę a d. Et quia linea a d eſt æqualis lateri fabricatę pyramidis, at uerò a b eſt diameter ſphæræ, cõſtat uerũ eſſe quod per correlariũ dicitur. ¶ Ne autẽ quicquã de uetuſta ueritate propoſita lęſitare cõtingat, eam uolumus hoc modo demõſtratione firmare. Sit igitur ſuper lineã a b linea c d perpẽdicularis, quæ ponatur medio loco proportionalis inter partes lineę a b, quę ſint a c & c b, ita quod ſit proportio a c ad c d, ſicut c d ad c b. Et ſuper lineam a b, deſcribatur ſemicirculus a e b. Dico q; huius ſemicirculi circunferẽtia trãſibit per punctum d, qui eſt extremitas perpendicularis. Sin autẽ aut ſecabit lineã c d, aut ſupertrãſibit eã totã ipſam tranſiẽs & includẽs & non cõtingens. Secet ergo primò eam in puncto e, & ducantur lineæ e b & e a, erit´que, ex prima parte 30 tertij totalis angulus a e b rectus, itaq; ex prima parte correllarij 8 ſexti proportio eſt a c ad c e, ſicut c e ad c b, aut uerò ex ſecunda parte 8 quinti proportio a c ad c e, eſt maior quàm a c ad c d, eo quod c e eſt minor quàm c d. Cũ igit´ ſit c e ad c b, ſicut a c ad c e, & c d ad c b, ſicut a c ad c d, erit per 12 quinti e c ad c b, maior quã c d ad c b: ideoq; per primã partẽ 10 quinti e c eſt maior q̃ d c, pars uidelicet, quàm ſuũ totum, quod eſt impoſsibile. Nõ ergo ſecabit circunferẽtia ſemicirculi lineã c d. Supertrãſeat igit´ & producatur c d uſq; ad circunferẽtiã, ſit´q; tota c e, & protrahãtur lineæ e b & e a, ſequetur´q; ut prius lineam c d eſſe maiorem quàm ſit linea c e, quod eſt etiam impoſsibile. Conſtat ergo propoſitum.



Similiter autẽ dicimus, q; ſi fuerit aliquis angulus rectus, cui baſis ſubtẽdatur ſuper quã ſemicirculus lineetur, ipſius circũferentiã per angulũ rectum trãſire neceſſe eſt. Cõuerſam huius proponit prima pars 30 tertij. Quod autẽ dicimus, ſic cõſtat. Sit enim angulus a b c rectus, cui ſubtenda tur baſis a c, & ſuper eã lineetur ſemicirculus, dico q; ipſius circunferentia trãſibit per pũctũ b, in quo ceeũt lineę cõtinentes angulum rectũ. Cuius demõſtratio eſt, quod neq; tranſibit ſupra neq; infra. Sin autẽ trãſeat primò infra, ſit´q; a e c, & ab angulo b producatur linea b d perpendicularis ad baſin a c, quæ ſecet circunferentiã ſemicirculi in puncto e, & protrahantur lineę e a & e c, erit´q; angulus a e c, rectus ex prima parte 30 tertij, at ipſe eſt maior angulo a b c per 21 primi, hoc autẽ eſt impoſsibile ex tertia petitione, cum uterq; ſit rectus, hũc quidẽ ex hypotheſi, ille uerò ex prima parte 30 tertij. Nõ ergo trãſibit circunferentia ſemicirculi infra angulum b. Trãſeat itaq; ſupra, & ſit a f c, producatur autẽ perpendicularis d b, quouſq; obuiet circunferentiæ ſemicirculi a f e in puncto f, & producantur lineæ f a, f c, erit´q; ex prima parte 30 tertij angulus a f c rectus. Cum´q; etiam eſſet ex hypotheſi angulus a b c rectus, ſequitur impoſsibile per 21 primi, ſicut in principio. Relinquitur ergo quod diximus. Hoc autem neceſſarium eſt ad cognitionem eorum quæ ſequuntur.

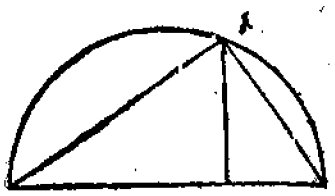


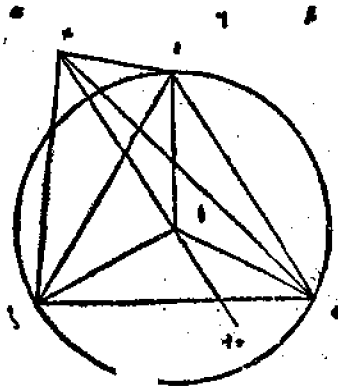
Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 13.

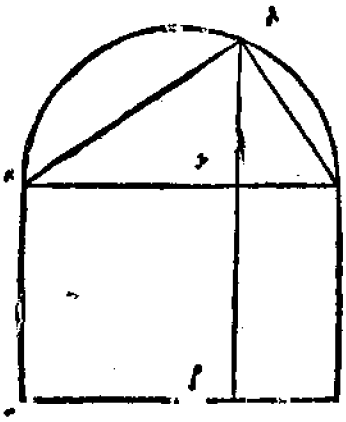
Pyramidẽ cõſtituere, & data ſphęra cõprehẽdere, & demõſtrare q; ipſius ſphęrę dimetiẽs potẽtia ſeſquialter eſt lateris ipſius pyramidis.

THEON ex Zamb. *Exponatur data ſphæræ dimetiens α β, ſeceturq; in γ ſigno, ut α γ ipſius 6 γ dupla ſit. Deſcribaturq; ſuper α β, ſemicirculus α Δ β, excitenturq; (per 11 primi) ab ipſo γ ſigno ad angulos rectos γ Δ, & connectatur Δ α, exponaturq; circulus ε ζ η, æquam habens eam quæ ex cẽtro ipſi Δ γ, deſcribaturq; in ipſo ε ζ η circulo triangulũ æquilaterũ ε ζ η, & accipiatur (per 1 tertij) cẽtrum circuli, ſit´q; θ ſignum, & connectantur ε θ, θ ζ, & θ η. Et conſtituatur (per 11 undecimi) ab ipſo ſigno ipſius ε ζ η circuli plano ad angulos rectos recta θ κ, & ponatur ipſi θ κ ipſa α γ rectæ lineæ æqualis, & connectantur κ ε, κ ζ, κ η. Et quoniã κ θ recta eſt ad ipſius ε ζ η circuli planum, & ad omnes igitur ipſam tangẽtes rectas lineas, & in eode ipſius*

ſ ν circuli plano exiſtentes rectos efficit angulos (per 2 undecimi diffinitionẽ) Tãgit aũt ipſum unaquæq; ipſarũ θ ε, θ ζ, θ ν. Igitur θ ν, ad unãquãq; ipſarũ θ ι, θ ζ, θ ν recta eſt. Et quoniã æqualis eſt α γ ipſi θ ν et γ Δ ipſi θ ε, & rectos cõprehẽdũt angulos, baſis igitur Δ α (p 4 primi) baſi ν ε eſt æqualis, et id propterea & utraq; ipſarũ θ ζ, ν ν, ipſi Δ α eſt æqualis. Tres igitur ν ε, ν ζ, ν ν, inuicẽ ſunt æquales. Et quoniã dupla eſt α γ ipſius γ β, tripla igitur eſt α β ipſius β γ. Sicut autẽ α β ad β γ, ſic qd' ex α Δ ad id qd' ex Δ γ ſicut oſtẽdetur. Quoniã enim eſt ſicut β α ad α γ, ſic qd' ex Δ α ad id qd' ex α γ, cõuertẽdo (p correlariũ 19 quinti) ſicut α β ad β γ, ſic qd' ex α Δ ad id qd' ex α γ. Sicut demõſtrabitur. Triplũ igitur eſt qd' ex α Δ, eius qd' ex Δ γ. Eſt aũt & qd' ex ζ ε eius qd' ex ε θ triplũ, & æqualis eſt Δ γ ipſi ε θ, æqualis igitur eſt Δ α ipſi ε ζ. Sed Δ α unicuiq; ipſarũ ν ε, ν ζ, ν ν, oſtẽſa eſt æqualis. Vnaquæ igitur ipſarũ ε ζ, ζ ν, ν ε, unicuiq; ipſarũ ν ε, ν ζ, ν ν eſt æqualis, æquilatera igitur ſunt ipſa quatuor triãgula, hoc eſt ε ζ ν, ν ε ζ, ν ζ ν, ν ε ν. Pyramis igitur cõſtructa eſt ex quatuor triãgulis æqualib, et æquilateris, cuius baſis eſt ε ζ ν triãgulũ, faſtigiũ uerò eſt ſignũ ν. Oportet iã ipſam datã ſphæra cõprehẽdere, oſtẽdere q; qd' ipſius ſphæræ diameter potẽtia lateris ipſius pyramidis ſeſqualtera eſt. Extendatur enim in rectã lineã ipſi ν θ, recta lineã θ λ & ipſi ζ γ æqualis ponatur θ λ. Et quoniã eſt ſicut α γ ad γ Δ, ſic γ β ad γ α, æqualis aũt eſt ipſa quidẽ α γ ipſi ν θ, & γ Δ ipſi θ ε, & γ β ipſi θ λ, eſt igitur ſicut ν θ ad θ ε, ſic ε θ ad θ λ: qd' igitur ſub ipſis ν θ, θ λ, æquũ eſt ei quod ex ε θ. Et rectus eſt uterq; ipſorũ ν θ ε, ε θ λ angulorũ. Igitur ſemicirculus deſcriptus ſuper ν λ ueniet & per ε, quoniã ſi cõnectamus ε λ, rectus fit qui ſub λ ε ν angulus, eo quia triãgulũ ε λ ν utriq; ipſorũ ε λ θ, ε θ ν, triangulorũ æquiãgulũ fit. Si iã manente ν λ circũducatur ſemicirculus, & in idem unde duci incœpit rurſus ſteterit, ueniet & per ſigna ζ ν, cõnexis ipſis ζ λ, λ ν, & rectis ſimiliter factis iis qui ad ζ ν, angulis pyramis data ſphæra cõprehenſa erit, ipſa enim ν λ ſphæræ dimetiẽs, æq̃lis eſt ipſi α β datæ ſphæræ diametro. quoniã ipſi quidẽ α γ æqualis ponitur ν θ, ipſi autẽ γ β ipſa θ λ. Dico iã q; ipſius ſphæræ dimetiẽs, lateris ipſius pyramidis potẽtia ſeſqualter eſt. Quoniã etenim dupla eſt α γ ipſius γ β, tripla igitur eſt α β ipſius β γ. Cõuertendo igitur (per correlariũ 18 quinti) ſeſqualtera eſt α β ipſius α γ. Sicut autẽ β α ad α γ, ſic quod ex β α ad id quod ex α Δ, quoniã cõnexa ipſa β Δ, eſt ſicut β Δ ad α Δ, ſic Δ α ad α γ, propter ipſorũ Δ α β, Δ α γ, triangulorũ ſimilitudinem, & eo quia eſt ſicut prima ad tertiã, ſic quod ex prima ad id quod ex ſecũda. Seſqualterũ igitur eſt quod ex β α, eius quod ex α Δ. Et β α quidẽ eſt ipſius datæ ſphæræ diameter, & α Δ æqualis eſt lateri ipſius pyramidis, ipſius igitur ſphæræ diameter, ipſius pyramidis lateris ſeſqualtera eſt: quod erat oſtendendũ. Oſtẽdendũ iam q; eſt ſicut α β ad β γ, ſic quod ex α Δ ad id quod ex Δ γ. Exponatur ipſius ſemicirculi deſcriptio, & ab ipſa α γ deſcribatur (per 46 primi) quadratum ε γ, & cõpleatur ζ β parallelogrammum. Quoniã igitur triangulum Δ α β ipſi Δ α γ triangulo æquiangulum eſt, eſt ſicut β α ad α Δ, ſic eſt Δ α ad α γ. Igitur quod ſub β α, α γ, æquum eſt ei quod ex α Δ. Et quoniã eſt ſicut α β ad β γ, ſic eſt ε β ad β ζ, & eſt quidem ipſum ε β id quod ſub β α, α γ (æqualis enim eſt ε ν ipſi α γ, & β ζ, id eſt qd' ſub α γ, γ β) ſicut igitur α β ad β γ, ſic quod ſub ipſis β α, α γ, ad id quod ſub ipſis α γ, γ β. Et quod ſub β α, α γ, æquũ eſt ei quod ex α Δ, quod autẽ ſub α γ, γ β, æquum eſt ei quod ex Δ γ, ipſa enim Δ γ perpẽdicularis, baſis ſegmẽtorum α γ, γ β, media eſt proportionalis, quoniã qui ſub α Δ β rectus eſt. Sicut igitur α β ad β γ, ſic quod ex α Δ ad id quod ex Δ γ: quod oſtendere oportuit.



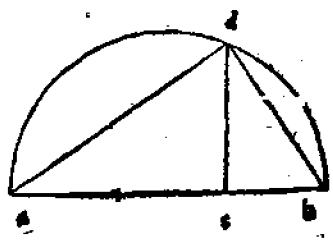




Euclid. ex Camp. Propoſitio 14.

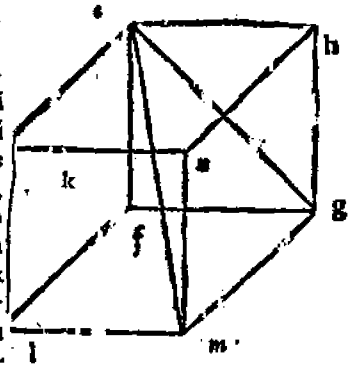
Zamb. 15.

A B aſsignata ſphæra circũſcriptibilẽ cubũ cõſtituere. Eiuſdẽ autẽ ſphæræ diametrũ lateri ipſius cubi potentialiter triplicem eſſe manifeſtum erit.



CAM. Aſsignatæ ſphæræ diameter ſit a b, ſuper quã lineetur ſemi circulus a d b, diuidaturq; diameter in pũcto c, prorſus ſecundũ cõditionẽ præmiſſæ, uidelicet ut linea a c ſit dupla ad lineã c b, & producatur c d perpẽdicularis ad a b, & protrahãtur d b & d a. Poſtea fiat unũ quadratũ cuius omnia latera ſint æqualia b d, ſitq; e f g h, ſuper cuius quatuor angulos erigãtur, ut docetur

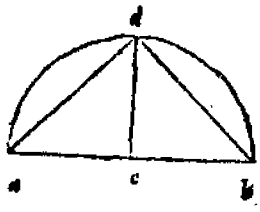
cet 12 undecimi, quatuor lineæ perpẽdiculares ad ſuperficiẽ ipſius quadrati, quarum quælibet ponatur etiã æqualis lineæ b d, ſintq; e k, f l, g m, h n, eruntq; hæ quatuor perpẽdiculares, ſinguլ ſingulis æquidiſtantes ex 6 undecimi, & anguli quos continent cum lateribus quadrati, recti ex diffinitione lineæ perpẽdicularis ad ſuperficiẽ. Deinde coniungantur extremitates iſtarũ perpẽdicularium, protractis lineis k l, l m, m n, n k, eritq; cõpletus cubus, ſex ſuperficieb. quadratis contentus, cõſtat ex 34 primi, q; quatuor ſuperficies ipſum ambiẽtes (& ipſæ ſunt quarũ oppoſita latera ſunt 4 perpẽdiculares) ſunt oẽs quadratæ, de baſi autem, hoc poſitũ eſt: at uerò de ſuprema eius ſuperficie quæ eſt k l m n, q; ipſa quoq; ſit quadrata, cõſtat ex 34 primi & 10 undecimi, ideoq; ex 4 undecimi manifeſtũ eſt, ſingula latera eiuſdẽ cubi duabus ipſius oppoſitis ſuperficieb. orthogonaliter inſiſtere. Vt aũt cubũ hũc ab aſsignata ſphæra circunſcriptibilẽ eſſe demonſtremus, in una ſuarũ ſuperficierũ protrahatur diagonalis: uerbi gratia in baſi eius. ſitq; e g, & ab huius diagonalis altera extremitate, protrahatur diameter cubi e m, eritq; ex penult. primi quadratũ e g, duplũ ad quadratum f g, ideoq; & ad quadratũ g m, eo quòd g m eſt æqualis f g. ſunt enim omnia latera cubi adinuicẽ æqualia. Et quia rurſus ex penult. primi, quadratũ e m eſt æquale quadratis duarũ linearũ e g & g m, propter hoc q; angulus e g m eſt rectus ex diffinitione lineæ perpẽdicularis ad ſuperficiẽ, erit quadratũ e m triplũ ad quadratũ m g, cõſtat enim ex duplo & ſimplo. Cũq; ex ſecũda parte correlarij 8 ſexti & ex correlario 17 eiuſdem quadratũ quoq; a b ſit triplum ad quadratũ b d, eo quòd linea a b tripla eſt ad lineã b c, ſit aũt b d, æqualis f g, ſequitur ex cõmuni ſciẽtia, ut c m, quæ eſt diameter cubi, ſit æqualis a b, quę eſt diameter ſphęræ. Itaq; ſi ſuper e m lineetur ſemicirculus, circũducaturq; ſuſq; ad locũ unde fuit initiũ motus, redeat: ſphæra deſcripta, erit ex diffinitione ſphærarum æqualiũ æqualis ſphæræ aſsignatæ. At uerò quia hic ſemicirculus tranſitũ faciet per punctũ g, eo quòd angulus e g m eſt rectus, eadẽq; ratione per cęteros ſingulos rectos angulos cubi, quod ex antecedẽte ante hãc 14 immediatè pręmiſſo manifeſtũ eſt, cõſtat cõſtitutũ cubũ ab aſsignata ſphęra (eo quòd à ſua ęquali) circũſcriptibilẽ eſſe: ꝙd demõſtrare oportebat. Correlarij uerò demõſtratio in iſtius demõſtrationis proceſſu prępatuit. *Euclid. ex Cãp. Propoſitio 15.*

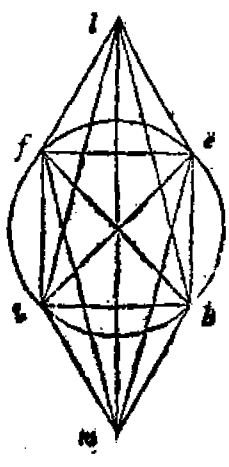


Corpus octo baſiũ triãgulariũ & æquilaterarũ à ſphęra propoſita circunſcriptibile, componere: eritq; palàm eiuſdẽ ſphæræ diametrum lateri ipſius corporis duplicẽ eſſe potentialiter.

Zamb. 14.

CAMP. Diameter ſphæræ propoſitæ ſit a b, quę diuidatur per æqualia in puncto c, & ſuper eã lineetur ſemicirculus a d b, & producatur c d perpẽdicularis ad a b, & iungatur punctus d cum a & cũ b, deſcribaturq; unũ quadratũ cuius ſingula latera ſint æqualia lineæ b d, ſitq; quadratũ hoc e f g h, in quo ꝓtrahãtur diametri duę e g & f h, ſecãtes ſeinuicẽ in pũcto k. Cõſtat igitur ex 4 primi, q; utraq; iſtarũ diametrorum ſit æqualis lineæ a b quę eſt diameter ſphęrę, cum angulus d ſit rectus ex prima parte 30 tertij, & ſinguli quoq; anguli e f g h, recti ex diffinitione quadrati. Conſtat rurſus, q; eædẽ diametri e g & f h diuidunt ſeinuicem per æqualia in punctо k. Hoc autẽ ex 5 primi & 32 & 6 eiuſdẽ facilè eſt elicere. Erigatur itaq; ſuper punctum k, linea k l perpẽdicularis ad ſuperficiem quadrati, quæ ponatur æqualis medietati diametri e g uel f h, & demittantur hypothenuſę l e, l f, l g, l h, eruntq; ex his quę poſita ſunt, & penultima primi, quoties oportuerit repetita, ſingulæ harum hypothenuſarũ æquales ſibijnuicẽ & ęquales lateribus quadrati. Habes ergo pyramidẽ quatuor ęquilaterarum triangulariumq; baſiũ, ſuper quadratum conſtitutã. Huic itaq; ſub ipſo quadrato ſimilẽ pyramidẽ hoc modo appone. Lineam l k producas, perforãdo quadratum, uſq; ad m, ita q; k m exiſtẽs ſub quadrato, ſit ęqualis l k exiſtẽti ſupra, & iunge punctum m cum ſingulis angulis quadrati, producendo 4 alias hypothenuſas quę ſunt m e, m f, m g, m h, de quibus quoq; manifeſtũ eſt ex penult. primi, quẽadmodum de alijs quę ſunt in ſuperiori parte, quòd ipſę ſint æquales adinuicẽ & laterib. quadrati. Compleuimus igitur corpus 8 baſium triãgularium & ęquilaterarum. Hoc autẽ ab aſsignata ſphæra circunſcriptibile eſſe, ſic habeto. Cõſtat enim quod linea l m eſt ęqualis diametro aſsignatæ ſphęræ, nã utraq; earũ eſt æqualis diametro quadrati. Igitur ſi ſuper l m lineetur ſemicirculus qui circũuoluatur quouſq; ad locũ ſuum redeat, ſphæra quã motu ſuo deſcribet, erit æqualis aſsignatæ ſphæræ, ut ex diffinitione æqualium ſphęrarum colligitur. Hic uerò ſemicirculus tranſibit per

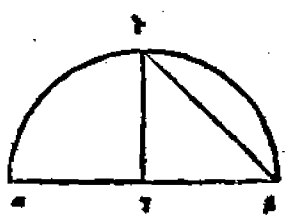


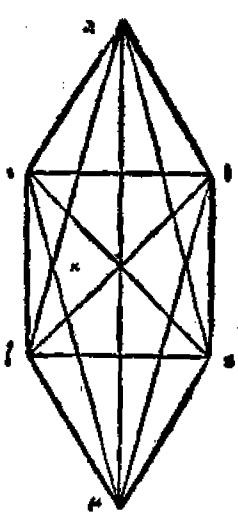


quatuor angulos quadrati, & ſimpliciter per omnia pũcta circunferentiæ circuli circunſcribẽtis quadratum, eo quòd ſemidiameter quadrati, ut linea f k & portiones lineę l m, quę ſunt l k & k m, ſunt adinuicẽ ęquales, quare ex diffinitione eius quod eſt figuram unam alij figuræ inſcribi, fabricatum corpus inſcriptibile eſt ſphæræ motu huius ſemicirculi deſcriptæ. Iraq; & ſphęræ aſſignatæ ex conceptione, cum ipſæ ſint adinuicem æquales ex diffinitione. Correlarium uerò manifeſtè conſtat, ſunt enim duæ lineæ d b & d a æquales ex quarta primi: ideoq; quadratum lineæ b d, duplum eſt ad quadratum lineæ b d, ex penultima primi, latus autem fabricati corporis, eſt ęquale lineæ b d: uerum eſt ergo correlariũ. Euclid. ex Zãb. Problema 2. Propoſit. 14.

Octahedrum conſtruere, & datæ ſphæra comprehendere ea qua 14 pyramidem, oſtendereq; quòd ipſius ſphæræ dimetiens potentia lateris ipſius octahedri duplus eſt.

THEON ex Zamb. *Exponatur datæ ſphæræ diameter α β, ſecetur q; (per 10 primi) diuidue in γ, & deſcribatur ſuper α β ſemicirculus α δ β. Excitetur q; (per 10 primi) ab ipſo γ ipſi α β ad rectos angulos γ δ, & connectatur δ β. Exponatur q; quadratum ε ζ η θ, æquum habens unumquodque latus ipſi β δ, & connectantur ζ θ, ε η. Excitetur q; (per 12 undecimi) ab ipſo η ſigno ad ipſius ε ζ η θ quadrati planum ad angulos rectos recta linea η λ, & extendatur in alteram partem plani λ μ ut ipſa η μ, auferatur q; ab utraq; ipſarum η λ, η μ, uni ipſarum η ε, η ζ, η η, η θ, æqualis utraq; ipſarum η λ, η μ, & connectantur λ ε, λ ζ, λ η, λ θ, μ ε, μ ζ, μ η, μ θ. Et quoniam η ε ipſi η θ eſt æqualis, & angulus qui ſub ε η θ rectus eſt, igitur quod ex θ ε duplum eſt eius quod ex ε η. Rurſus quoniam λ η ipſi η ε eſt æqualis, & angulus qui ſub λ η ε rectus eſt, quod igitur ex ε λ, duplum eſt eius quod ex ε η. Oſtenſum aũt eſt q, & quod ex θ ε, duplum eſt eius quod ex ε η. Igitur quod ex λ ε, ei quod ex ε θ eſt æquale. Ipſa igitur λ ε ipſi ε θ eſt æqualis. Idq; propterea iam et λ θ, ipſi θ ε eſt æqualis. Triangulum igitur λ ε θ æquilaterum eſt. Similiter iam demonſtrabimus quod unũquodq; reliquorum triangulorum, quorũ baſes quidem ſunt ipſa ε ζ η θ quadrati latera, faſtigia uerò λ μ, ſigna, æquilaterum eſt. Octahedrum igitur cõſtitutum eſt, ſub octo triangulis æqualia habentibus latera comprehenſum.*



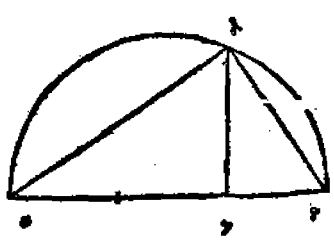


Oportet iam & illud ſphæra data cõprehendere, oſtendereq; q, ipſius ſphæræ dimetiens potentia duplus eſt lateris ipſius octahedri. Quoniam enim ipſæ tres λ η, η μ, η ε, inuicem ſunt æquales, ſuper λ μ igitur deſcriptus ſemicirculus ueniet & per ε, & id propterea ſi manente λ μ, circunducatur ſemicirculus, & in idem unde circunduci cœpit ſteterit, ueniet et per ζ η θ ſigna, & octahedrum ſphæræ erit comprehenſum. Dico q, & data. Quoniam nanq; æqualis eſt λ η ipſi η μ, communis autem η ε, & angulos rectos comprehendunt, baſis igitur λ ε (per 4 primi) baſi ε μ eſt æqualis. Et quoniam angulus qui ſub λ ε μ rectus eſt, in ſemicirculo enim, quod igitur ex λ μ, duplũ eſt eius quod ex λ ε. Rurſus quoniam α γ ipſi γ β eſt æqualis, dupla eſt α β ipſius 6 γ. Sicut aũt α 6 ad 6 γ, ſic quod ex α β ad id quod ex β δ. Duplum igitur eſt quod ex α β eius quod ex 6 δ. Oſtenſum eſt aũt q, & quod ex λ μ duplũ eſt eius quod ex λ ε, & quod ex β δ, ei eſt æquum quod ex λ ε, æqualis enim ponitur ε θ, ipſi δ β. Quod igitur ex α β, ei quod ex λ μ, eſt æquale, ipſa igitur α β ipſi λ μ eſt æqualis, eſtq; α β datæ ſphæræ dimetiens, ipſa igitur λ μ, æqualis eſt datæ ſphæræ diametro. Comprehenſum eſt igitur octahedrum data ſphæra, & ſimul oſtenſum eſt quod ipſius ſphæræ diameter potentia dupla eſt ipſius octahedri lateris: quod facere & oſtendere oportebat.

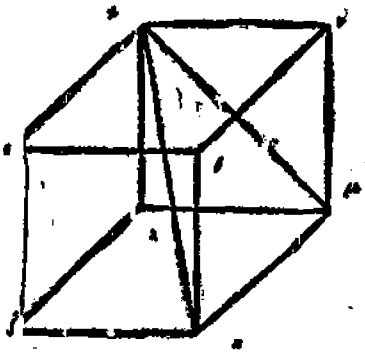
Euclid. ex Zamb. Problema 3. Propoſitio 15.

Cubũ cõſtruere & data ſphęra cõprehẽdere ea, q̃ priora, oſtẽde- 15 req; q̃ ipſius ſphæræ dimetiẽs potẽtia triplus eſt lateris ipſius cubi.

THEON ex Zamb. *Exponatur datæ ſphæræ diameter α β, ſecetur q; in γ, ut α γ dupla ſit ipſius γ β. Deſcribatur q; ſuper α β, ſemicirculus α δ β, & ab ipſo γ ipſi α β (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur γ δ, et connectatur δ β. Exponatur q; quadratum ε ζ η θ, æquum habens unumquodq; latus ipſi δ β, & ab ipſis ε ζ η θ, ſignis, ad ipſius ε ζ η θ quadrati planum ad angulos rectos excitentur (per 12 undecimi) ε κ, ζ λ, η μ, θ ν, & auferatur ab unaquaque ipſarũ ε κ, ζ λ, η μ, θ ν, uni ipſarũ ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, æqualis unaquæq; ipſarum ε*



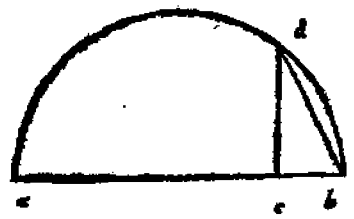
rum ι ν, ϛ λ, ϸ μ, ϐ ν, connectantur q̃; ipſæ ν λ, λ μ, μ ν, ϸ ν: cubus igitur ϸ ν, cõſtructus eſt ſub ſex quadratis æqualibus comprehenſus. Oportet iam ſphæra data comprehendere, & oſtẽdere quòd ipſius ſphæræ dimetiens potentia triplex eſt ipſius cubi lateris. Connectantur enim ipſæ ν ν, ϸ ν. Et quoniam angulus qui ſub ν ι ν rectus eſt, eo quia ν ι recta eſt ad planũ ι ν, uidelicet & ad rectam lineã ι ν, igitur ſuper ν ν deſcriptus ſemicirculus ueniet & per ι ν ſigna. Rurſus quoniã ϸ ν recta eſt ad utranq; ipſarum ϸ λ, ϸ ϵ, & ad ϸ ν: igitur planũ recta eſt ipſa ϸ ν. Quare & ſi cõnectamus ipſam ϸ ν, ipſa ν ϸ recta erit ad ipſam ϸ ν, ac per hoc rurſus ſuper ν ν deſcriptus ſemicirculus, trãſiet & per ϸ, ſimiliter & per reliqua ſigna ipſius cubi ueniet. Si iam manente ipſa ν ν, circunductus ſemicirculus in idẽ ſteterit unde circunduci cœpit, cubus ſphæra comprehenſus erit.

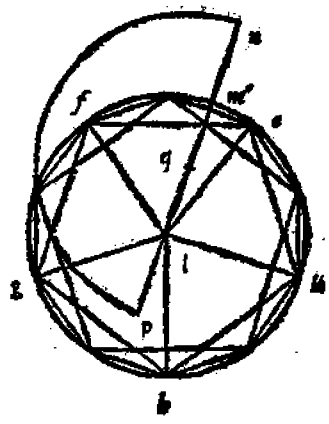


Dico iam quòd & data. Quoniam enim æqualis eſt ι ϸ ipſi ϸ ν, & angulus qui ad ϸ rectus eſt, quod igitur ex ι ν, duplum eſt eius quod ex ι ϸ. Aequalis autem eſt ι ϸ ipſi ι ν, quod igitur ex ι ν, duplũ eſt eius quod ex ι ϸ. Quare quod ex ν ι, ι ν, triplum eſt eius quod ex ι ν. Et quoniam α β ipſius β γ triplex eſt, ſicut autem α β ad β γ, ſic quod ex α β ad id quod ex β Δ, triplum igitur eſt quod ex α β, eius quod ex β Δ, patuit autem quòd & quod ex ν ι ν, triplum eſt eius quod ex ν ι, & æqualis poſita eſt ν ι, ipſi β Δ, æqualis igitur eſt & ν ν, ipſi α β. Et α β eſt datæ ſphæræ dimetiens, & ν ν igitur æqualis eſt ipſi datæ ſphæræ diametro. Data igitur ſphæra comprehenditur cubus, & unà oſtenditur quòd ſphæræ diameter potẽtia tripla eſt ipſius cubi lateris: quod facere & oſtendere oportebat. *Euclid. ex Camp.* *Propoſitio 16.*

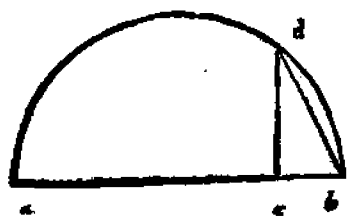
CORpus uiginti baſium triangulariũ atq; æquilaterarum à data ſphæra diametrum rationalem habente circunſcriptibile, fabricare: eritq; palàm, latus eiuſdẽ corporis eſſe lineam irrationalem, eam ſcilicet quæ dicitur minor.

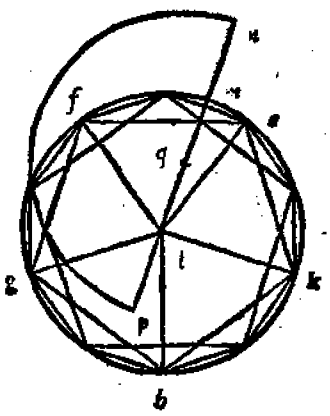
CAMP. Sit hic quoq; diameter aſsignatæ ſphæræ a b, quæ ponatur eſſe rationalis ſiue in longitudine ſiue in potentia tantum, & diuidatur in puncto c, ita q; a c ſit quadrupla ad c b, & lineetur ſuper eã ſemicirculus a d b, & producatur c d perpẽdicularis ad a b, & protrahatur linea d b, deinde ſecundum quantitatẽ lineæ d b lineetur circulus e f g h k ſupra cẽtrum l, cui inſcribatur pentagonus æquilaterus eiſdẽ literis annotatus, ad cuius angulos à cẽtro ducãtur lineæ l e, l f, l g, l h, l k. Rurſus in eodẽ circulo inſcribatur decagonus æquilaterus, diuidãtur enim cuncti arcus quorũ chordæ ſunt latera pentagoni per æqualia, & à punctis mediis ad extremitates cunctorum laterum inſcripti pentagoni lineæ rectæ dirigantur. Itemq; ſuper ſingulos angulos pentagoni erigatur cathetus ſecundum quòd docet duodecima undecimi, quorum quilibet ſit etiam æqualis lineę b d & continuentur extremitates horum quinque cathetorum, quinque corauſtis, eruntq; ex 6 undecimi quinque catheti erecti, adinuicem æquidiſtantes, cumq; ipſi ſint æquales, erunt quoq; ex 33 primi quinq; corauſti eorũ extremitates iungentes æquales laterib. pentagoni. Demitte igitur à ſummitatibus ſingulis ſingulorũ cathetorũ, binas & binas hypothenuſas ad duos circunſtantes angulos inſcripti decagoni, & harum decẽ hypothenuſarũ à quinq; extremitatibus cathetorũ ad quinq; puncta quæ ſunt ſinguli anguli medij inſcripti decagoni, deſcẽdentium extremitates cõtinua aliũ pentagonũ rurſus ipſi circulo inſcribẽdo, qui quoq; erit æquilaterus ex 23 tertij. Cũ hoc itaq; feceris, uidebis te perfeciſſe decẽ triãgulos, quorũ latera ſunt decẽ hypothenuſę & quinq; corauſti & quinq; latera huius ſecundi pentagoni inſcripti. Hos ergo decem triãgulos, æquilateros eſſe, ſic collige. Cùm enim tam ſemidiameter deſcripti circuli quàm quilibet erectorũ cathetorum ſit æqualis lineę b d ex hypotheſi, erit ex correlario 15 quarti, quilibet cathetorũ æqualis lateri hexagoni æquilateri circulo cuius ſemidiameter eſt æqualis lineæ b d in-





b d inſcripti. Quia uerò ex penultima primi unaquæq; decem hypothenuſarum tanto eſt potentior catheto quantū poteſt latus decagoni: at uerò ex 10 huius, latus quoq; pentagoni eſt tāto potentius eodem quantum poteſt idem latus decagoni, erit ex communi ſcientia unaquęque harū hypothenuſarum ęqualis lateri pentagoni. De corauſtis autem iam patuit, quòd ipſi ſint æquales lateribus pentagoni. Itaque cuncta latera horum decem triangulorum, aut ſunt latera pentagoni æquilateri ſecundà uice circulo inſcripti, aut illis æqualia, ſunt igitur æquilateri trianguli. Amplius aūt ſuper centrū circuli quod eſt punctum l, erige alium catheтum æqualem prioribus qui ſit l m, eiuſq; ſuperiorem extremitatem quę eſt m, iungè cum ſingulis extremitatibus priorū, per quinq; corauſtos, eritq; ex 6 undecimi, hic centralis catheтus, ſingulis catheторum angularium æquidiſtans, ideoq; ex 33 primi, hi quinq; corauſti erūt ſemidiametro circuli æquales, & ex correlario 5 quarti, quælibet eorum tanquā latus hexagoni. Centrali ergo catheto ex utraq; parte adijciatur linea una æqualis lateri decagoni, ſupra quidem adijciatur ei m n, deorſum autem ſub circulo adijciatur ſibi à centro circuli p, poſtea demittantur à puncto n, 5, hypothenuſę ad 5 ſuperiores angulos decem triangulorum, qui ſunt in circuitu, & à puncto p, aliæ 5 ad alios 5 inferiores. Erunt hæ decem hypothenuſæ æquales adinuicem lateribus inſcripti pentagoni ex penultima primi & 10 huius, quemadmodum de alijs decem prius demonſtratum eſt. Habes ergo corpus 20 baſium triangularium atq; æquilaterārū cuius cuncta latera ſunt æqualia lateribus pentagoni, eius uerò diameter eſt linea n p, horum autem 20 triangulorū decem conſiſtunt in circuitu ſupra circulum: quinq; autem conſurgunt ſurſum ad punctū n concurrentes, atq; quinq; reliqui deorſum emergunt ſuper punctum p coeuntes. ¶ Hoc autem icoſedron corpus à data ſphæra circūſcriptibile eſſe, ſic erit manifeſtum. Cum linea l m ſit æqualis lateri hexagoni, & m n lateri decagoni æquilaterorū quos circulus e f g circunſcribit, tota l n erit ex 9 huius diuiſa ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema in pūcto m, & maior portio eius erit linea l m. Diuidatur itaq; l m per æqualia in q, eritq; ex communi ſcientia p q, æqualis q n, nam p l, poſita eſt ęqualis lateri decagoni, quemadmodum m n, quare q n eſt medietas n p, quemadmodum eſt q m medietas m l. Cùm ergo quadratum n q, ſi ex 3 huius quintuplum ad quadratum q m, erit quoq; ex 15 quinti quadratum p n quintuplum ad quadratum l m, eſt enim ex 4 ſecundi quadratum p m, quadruplum ad quadratum q n, quadratum quoq; l m, quadruplum ad quadratum q m ex eadem, quadruplum autem ad quadruplum, eſt ut ſimplum ad ſimplum, teſte 15 quinti, at uerò quadratum a b, quintuplum eſt ad quadratum b d ex ſecunda parte correlarij 8 ſexti & ex correlario 17 eiuſdem, eſt etiam a b, quintupla ad b c, eo quòd a c fuit ad eandem quadrupla. Quia ergo l m ex hypotheſi æqualis b d, erit ex cōmuni ſcientia a b ęqualis n p. Itaq; ſi ſuper lineam n p ſemicirculus deſcribatur, qui tamdiu quòd locū primum repetat circunuoluatur, ſphæra ipſius motu deſcripta, erit à diffinitione ſphærarum æqualium, æqualis ſphæræ propoſitę. Et quoniam linea l m eſt medio loco proportionalis inter l n & n m, ideoq; inter l n & p l, erit quoq; quælibet ſemidiameter circuli, medio loco proportionalis inter l n & l p. Et cū l m ſit ęqualis ſemidiametro circuli, itaq; ſemicirculus ſuper p n deſcriptus trāſibit per omnia puncta circūferentiæ circuli e f g, ideoq; & per ſingulos angulos ſolidi fabricati, in illa circūferentia conſiſtentes. Et quia eadem ratione ſinguli corauſti continuantes extremitates angularium catheторum cum extremitate centralis, ſunt medio loco proportionales inter p m & m n, eo quòd quilibet eorum eſt æqualis l m, ſequitur ut idem ſemicirculus trāſeat etiam per reliquos angulos figuræ icoſedræ ſtatutæ. Eſt igitur corpus hoc inſcriptibile ſphęræ cuius diameter p n, ideoq; & ſphęrę cuius diameter a b. ¶ Latus autem huius ſolidæ figuræ dico eſſe lineam minorē. Conſtat enim quòd linea b d eſt rationalis in potentia, cum eius quadratum ſit ſub quincuplum ad quadratum lineę a b, quę poſita eſt rationalis ſiue in longitudine ſiue in potentia tantū. Itaq; ſemidiameter atq; diameter circuli e f g eſt etiam rationalis in potentia. nā eius ſemidiameter eſt æqualis b d. Igitur ex 11 huius latus pentagoni æquilateri huic circulo inſcripti eſt linea minor: at uerò (ſicut in huius demonſtrationis proceſſu patuit) latus huius figuræ eſt quantum latus





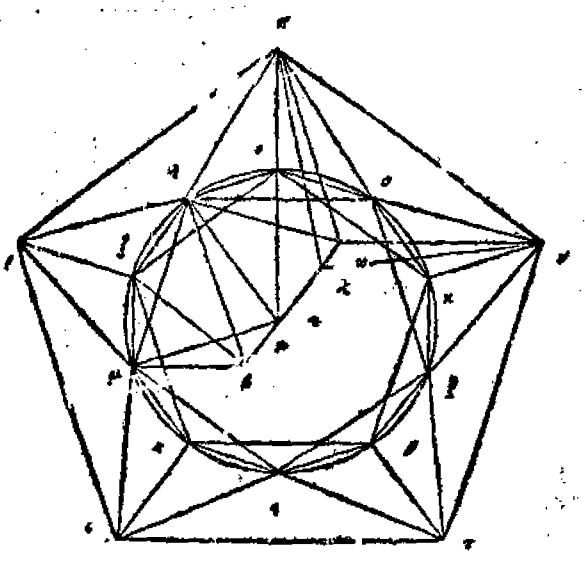
pentagoni,

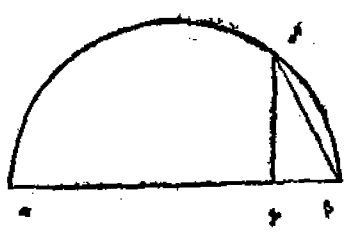
pentagoni, ergo latus huius figuræ 20 alchaidarum, id est basium, est linea minor: quemadmodum proponitur.

Euclid. ex Zamb. *Problema 4.* *Propositio 16.*

16 Icosahedrum construere, & data sphæra comprehendere, qua & dictas figuras, ostendere, quòd ipsius icosahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur minor.

THEON ex Zab. Exponatur datæ sphæræ diameter α ζ, secetur in γ, ut α γ quadrupla sit ipsius γ ζ, et describatur super α β semicirculus α δ ζ, et excitetur (per 11 primi) ab ipso γ, ipsi α β ad angulos rectos recta linea γ δ, connectatur δ β, ponatur circulus ε ζ η θ κ, cuius quæ ex centro, æqualis est ipsi δ ζ, & in ipso ε ζ η θ κ circulo describatur (per 11 quarti) quinquangulum æquilaterum & æquiangulum ε ζ η θ κ. Et secentur ε ζ, ζ κ, κ θ, θ η, η ε, circumferentiæ bifariam in signis λ μ ν ξ ο, connectanturq; λ μ, μ ν, ν ξ, ξ ο, ο λ, λ ε, æquilaterum igitur est quinquangulum λ μ ν ξ ο, & decagoni latus est ε ο recta linea. Constituantur (per 12 undecimi) ab ipsis ε ζ η θ κ, signis ad ipsius circuli planum ad rectos angulos rectæ lineæ ε π, ζ ρ, η σ, θ τ, κ υ, æquales existentes ei quæ ex cētro ipsius ε ζ η θ κ circuli, & connectantur ipsæ π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, υ π, π λ, λ ρ, ρ μ, μ σ, σ ν, ν τ, τ ξ, ξ υ, υ ε, ο π. Et quoniam utraq; ipsarum ε π, κ υ, eidem plano ad angulos est rectos, parallelus igitur est (per 6 undecimi) ε π ipsi κ υ, est autem et ei æqualis. æquales autem & parallelos connectentes ad easdem partes rectæ lineæ, æquales & paralleli (per 33 primi) sunt. Igitur π υ ipsi ε κ æqualis & parallelus est, pentagoni autem æquilateri latus est ipsa ε κ, pentagoni ergo æquilateri est & π υ, in ε ζ η θ κ circulo descripti, & iam id propterea & unaquæq; ipsarum π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, pētagoni est æquilateri in circulō ε ζ η θ κ descripti, pentagonū igitur π ρ σ τ υ æquilaterum est. Et quoniam π ε hexagoni est, decagoni autem ε ο, & angulus qui sub π ε ο rectus est, pentagoni igitur est π ο, pētagoni enim latus potest & hexagoni & decagoni in eodē circulo descriptorū latus (per 10 decimitertij) Iam id propterea & ο υ pentagoni latus est, est etiam π υ pentagoni latus. Aequilaterū igitur est π ο υ triangulum. Iam id propterea & unumquodq; ipsorum π λ ρ, ρ μ σ, σ ν τ, τ ξ υ, æquilaterū est. Et quoniā ostensum est utrunque & π λ & π ο pentagoni esse, est autem & λ ο pentagoni, æquilaterum igitur est π λ ο triangulum. Iam id propterea & unumquodq; ipsorum λ ρ μ, μ σ ν, ν τ ξ, ξ υ ο triangulorum, æquilaterum est. Assumatur (per 1 tertij) centrum circuli ε ζ η θ κ, & sit φ signum, & ab ipso φ ad ipsius circuli planum ad rectos angulos (per 12 undecimi) excitetur φ ω, extendaturq; ex utraque parte ut φ ψ, & auferatur ipsius quidem hexagoni φ χ, decagoni autem utrunque ipsorum φ ψ, χ ω, & connectantur π ω, π χ, ν ω, υ χ, ο φ, λ φ, λ ψ, ψ μ. Et quoniam utraq; ipsarum φ χ, π ε, ad circuli planum ad rectos angulos est, parallelus igitur est φ χ ipsi π ε. Sunt autem æquales & ipsæ igitur ε φ, π χ, æquales & parallelæ sunt. Hexagoni autem est ε φ, hexagoni ergo & π χ. Et quoniam hexagoni quidem est π χ, decagoni uerò χ ω, & rectus est qui sub π χ ω angulus, pentagoni igitur est π ω, iam id propterea & υ ω, pentagoni est. Quoniam si connectamus ipsas φ κ, χ υ, æquales, æquales & ex opposito erunt. Est autem ipsa φ κ ex centro existens, hexagoni: hexagoni igitur est & ipsa χ υ. Decagoni autem & χ ω, & qui sub υ χ ω rectus est, pentagoni igitur est ipsa υ ω. Est autem & π υ, pentagoni. Igitur triangulum π υ ω æquilaterum est. Iam id propterea & unumquodq; reliquorum triangulorum quorum bases sunt π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, rectæ lineæ, fastigium uerò ω signum, æquilaterum est. Rursus quoniam hexagoni quidem est ipsa φ λ, decagoni autē ipsa φ ψ, & rectus est qui sub λ φ ψ angulus, pentagoni igitur est λ ψ. Iam id propterea si connectamus ipsam μ φ, quæ est hexagoni,





* ducetur q.

ευπόρητα colligitur.

ducetur q; ipſa μ ψ pentagoni, eſt autem & λ μ pentagoni, triangulum igitur λ μ ψ æquilaterum eſt. Similiter iam oſtendetur quod unum quodq; reliquorum triangulorum quorum baſes ſunt μ ν, ν ξ, ξ ω, ω λ, faſtigium autem ψ ſignum, æquilaterum eſt. Conſtructum igitur eſt icoſahedrum, ſub uiginti triangulis æqualia latera habentibus comprehenſum. Oportet iam illud quoq; data ſphæra comprehendere, ac demonſtrare quod latus icoſahedri eſt irrationalis ea quæ appellatur minor. Quoniam enim hexagoni eſt ipſa φ χ, decagoni autem ipſa χ ω, ipſa igitur φ ω extrema & media ratione ſecatur in χ, & ipſius maius ſegmentum eſt φ λ. Eſt igitur ſicut ω φ ad φ χ, ſic φ χ ad χ ω: æqualis autem eſt & φ χ ipſi φ λ, & χ ω ipſi φ ψ, eſt igitur ſicut ω φ ad φ λ, ſic φ λ ad φ ψ, & recti ſunt anguli, qui ſub ω φ λ, λ φ ψ. Si connectamus igitur ipſam λ ω rectam lineam, rectus erit angulus qui ſub ψ λ ω, propter ipſorum ψ λ ω, φ λ ω, triangulorum ſimilitudinem. Semicirculus igitur ſuper ψ ω deſcriptus, ueniet & per λ iam id propterea quoniam eſt ſicut ω φ ad φ χ, ſic φ χ ad χ ω, æqualis autem ipſa quidem ω φ ipſi ψ χ, & φ χ, ipſi χ π, eſt igitur ſicut ψ χ ad χ π, ſic π χ ad χ ω. Ac per hoc rurſus ſi connectamus ipſam π ψ, rectus erit qui ad π angulus. Igitur ſuper χ ω deſcriptus ſemicirculus, ueniet & per π, & ſi manente ψ ω, circumductus ſemicirculus in illud idem unde circũduci cœpit fleterit, ueniet & per π, & per reliqua ipſius icoſahedri ſigna, & ſphæra comprehenſum erit ipſum icoſahedrum. Dico quòd & data. Secetur (per 10 primi) φ χ diuidue in α. Et quoniam recta linea φ ω extrema & media ratione ſecatur in χ, & minus ſegmentum illius eſt ω χ, ipſa igitur ω χ admittens dimidium maioris ſegmenti χ α, quincuplum poteſt eius quod ex dimidia maioris ſegmenti (per 3 huius) Quincuplum igitur eſt quod ex ω α, eius quod ex α χ. Ipſius autem ω α, dupla eſt ω ψ, ipſius autem α χ, dupla eſt χ φ. Quod igitur ex ex ω ψ, quincuplum eſt eius quod ex φ χ. Et quoniam α γ ipſius γ β eſt quadrupla, quincupla igitur eſt α β ipſius β γ. Sicut autem α β ad β γ, ſic quod ex α β ad id quod ex β Δ, quincuplũ igitur eſt quod ex α β, eius quod ex β Δ. Patuit autem quòd ex ω ψ, quincuplum eſt eius quod ex φ χ. Et Δ β æqualis eſt ipſi φ χ, utraque enim ipſarum, æqualis eſt ei quæ ex centro ipſius ε ζ η θ κ circuli, æqualis igitur eſt et α β ipſi ψ ω. Et α β eſt ipſius datæ ſphæræ diameter, & ψ ω igitur datæ ſphæræ diametro eſt æqualis. Data igitur ſphæra, icoſahedrum comprehenſum eſt. Dico iam quòd ipſius icoſahedri latus irrationalis eſt ea quæ appellatur minor. Quoniam enim rationalis eſt ipſius ſphæræ diameter, & potentia quincuplum eſt eius quæ ex centro circuli ε ζ η θ, rationalis igitur eſt & ea quæ ex centro circuli ε ζ η θ. Quare & diameter illius, rationalis eſt. Si uerò in circulo rationalem habente diametrum, quinquangulum æquilaterum deſcriptum fuerit, latus pentagoni irrationalis eſt ea quæ appellatur minor (per 11 huius) Latus autem ipſius ε ζ η θ κ pentagoni, eſt quod & icoſahedri. Icoſahedri ergo latus, irrationale eſt, minor appellatum: quod facere & oſtendere oportebat.

CORRELARIVM.

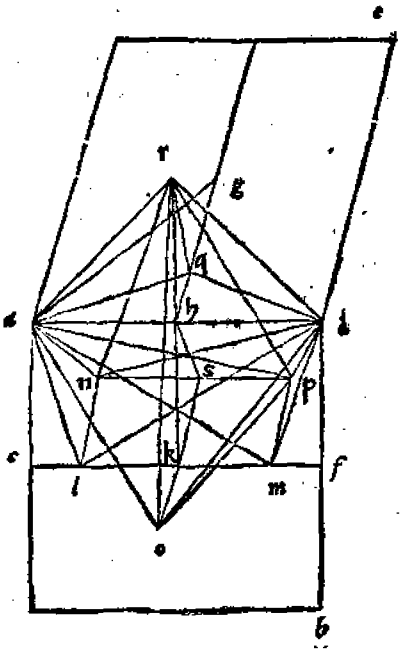
Ex hoc igitur eſt manifeſtum, quod ſphæræ diameter potentia quincuplum eſt eius quæ ex centro circuli à quo icoſahedrum deſcribitur: & quod ſphæræ diameter componitur & ex ſexanguli & ex binis decagoni in eodem circulo deſcriptorum lateribus.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 17.

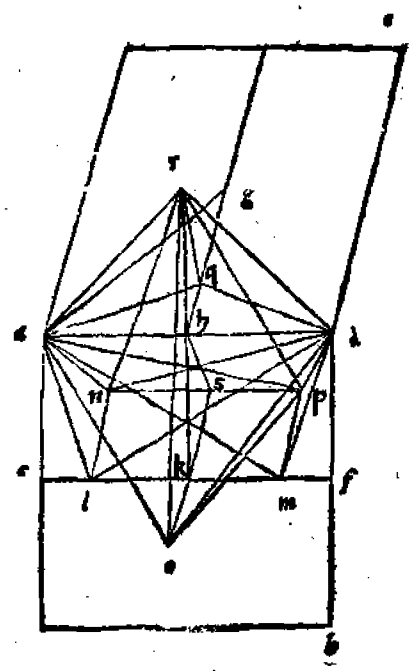
CORpus duodecim baſium pentagonarum æquilaterarum, atq; æquiangularium ab aſſignata ſphæra circunſcriptibile, conſtituere: eritq; palàm latus eiuſdem corporis, irrationale eſſe id quod reſiduum dicitur.

CAMP. Fiat cubus ſecundũ quod docet 14 huius, circũſcriptibilis ab aſſignata ſphęra, ſintq; huius cubi duę ſuperficies a b & a c, imaginemur autẽ nũc, quod a b ſit ſuprema ſuperficies cubi, & a c ſit una ex lateralib. ſitq; linea a d, cõmunis iſtis duabus ſuperficiebus. Diuidantur itaq; in ſuperficie a b duo oppoſita latera per æqualia, uidelicet d b & latus ei oppoſitum, & puncta diuiſionis continẽtur per lineã e f, latus quoq; a d, & illud quod ſibi opponitur in ſuperficie a c, diuidantur per æqualia, & puncta diuiſionis cõtinuentur linea recta cuius media ſit g h, ſitq; punctus h, medius punctus lineæ a d, ſimiliter linea e f diuidatur per æqualia in k, & ꝓtrahatur h k. Quãlibet igitur trium linearũ e k, k f, & g h, diuidę ſecundũ proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema in tribus punctis l m q ſintq; maiores portiones earũ l k, k m, & g q, quas manifeſtũ eſt eſſe æquales. cum totæ lineæ diuiſę ſint æquales, uidelicet quęlibet earum medietati lateris cubi. Deindę à duobus punctis l & m, erige perpẽdiculares, ut docet 11 undecimi, ad ſuperficiẽ a b, quarũ utrãq; ponas æqualẽ lineę k l, ſintq; l n & m p, ſimiliter à puncto q, erigẽ perpẽdiculariter q r ad ſuperficiem a c,

ciem a c, quam ponas æqualem g q, protrahe itaq; lineas a l, a n, a m, a p, d m, d p, d l, d n, a r, a q, d r, d q. Manifestum est igitur ex quinta huius, quod duæ lineæ k e & e l potentialiter sunt triplum ad lineam k l, ideo'que etiam ad lineam l n, cum k l & n l sint æquales. At uerò k e est æqualis e a: igitur duæ lineæ a e, & e l, sunt potentia triplum ad lineam l n. Quare ex penultima primi a l, est potentia tripla ad l n, ideoq; per eandem, a n est potentia quadrupla a e l n. Cumq; omnis linea sit potentia quadrupla ad medietatem sui, sequitur ex cõmuni scientia quòd a n sit dupla in longitudine ad l n. Et quia l m dupla est ad l k: at k l, & l n, sunt æquales, erit a n æqualis l m: sunt enim earum dimidia, æqualia. Et quia ex 33 primi, l m est æqualis n p, erit a n, æqualis n p. Eodem modo probabis, tres lineas p d, d r, & r a esse æquales sibi inuicem & duabus prædictis. Habemus itaq; ex his 5 lineis, pentagonum æquilaterum qui est a n p d r. Sed fortasse dices ipsum non esse pentagonum, quia nec forsan est totus in superficie una, quod esset necessarium ad hoc ut esset pentagonus. Quod ergo sit totus in superficie una, sic habeto. Prodeat equidem à puncto k lineæ k s, perpendicularis ad superficiem a b, quæ sit æqualis l k, eritq; ob hoc æqualis utraque duarum l n & m p. Cumq; ipsa sit æquidistans utrique earum ex sexta undecimi, ideoq; cum ambabus in eadem superficie ex diffinitione linearum æquidistantium, necesse est ut punctus s sit in linea n p, & quod diuidat eam per duo æqualia. Protrahantur igitur duæ lineæ r b & h s, sunt itaque duo trianguli k s h & q r h super unum angulum, uidelicet k h q constituti, & est proportio k h, ad q r, sicut k s ad q h, nam ut g h ad q r, sic k h ad q r ex 7 quinti, & ut r q ad q h, sic k s ad q h ex eadem, sed g h ad p r, ut q r ad q h, eo quòd q r est æqualis g q. ergo per 30 sexti linea r h s est linea una. Quare ex secunda undecimi, totus pentagonus de quo disputamus, est in superficie una. Ipsum quoque dico esse æquiangulum. Cum enim e k sit diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & k m sit æqualis maiori portioni eius, erit quoque ex 4 punctis tota e m diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, maior quoque portio eius linea e k, ideoq; (per 5) duæ lineæ e m & m k (ideoq; duæ e m, & m p, nam m p est æqualis m k) sunt potentia triplum ad lineam a e, nam a e est æqualis e k. Itaque tres lineæ a e, e m, & m p, sunt potentia quadruplum ad lineam a e. Constat autem per penultimam primi bis assumptam, quòd linea a p est potentia æqualis tribus lineis a e, e m, & m p, itaq; a p, est potentia quadrupla ad lineam a e. Latus uerò cubi cum sit duplum ad lineam a e, est potentia quoq; quadruplum ad ipsam ex 4 secundi, igitur ex communi scientia a p, est lateri cubi æqualis. Cumq; a d sit unum ex lateribus cubi, erit a p æqualis a d. Ideo'que ex 8 primi angulus a r d, est æqualis angulo a n p. Eodem modo probabis angulum d p n esse æqualem angulo d r a, quia probabis lineã d n esse potẽtialiter quadruplum ad medietatẽ lateris cubi. Cum igitur ex his pentagonus sit æquilaterus, & habeat tres angulos æquales, ipse erit æquiangulus ex septima præsentis libri. Si itaq; hac uia rationeq; consimili, & super unumquodq; reliquorum laterum cubi pentagonum æquilaterum & æquiangulum fabricemus, perficietur solidum 12 superficiebus pentagonis æquilateris & æquiangulis contentum. cubus enim habet 12 latera. Reliquum autem est demonstrare, solidũ hoc esse à data sphæra circunscriptibile. Protrahantur igitur à linea s k duæ superficies secantes cubum, quarum una secet ipsum super lineam h k, & aliam super lineam e f, eritq; ex 40 undecimi, ut communis sectio harum duarum superficierum secet diametrum cubi, & secetur uiceuersa ab ipsa diametro per æqualia. Sit ergo communis sectio earum usque ad diametrum cubi linea k o, ita quòd o sit centrum cubi, & ducantur lineæ o a, o n, o p, o d, o r. Constat autem, quòd utraque duarum linearum o a & o d est semidiameter cubi, ideoq; æquales, de linea autem o k, constat ex 40 undecimi, quòd ipsa est æqualis e k, uidelicet medietati lateris cubi. Et quia k s est æqualis k m, erit o s diuisa in puncto k, secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & maior portio eius erit linea o k quę est æqualis e k. Itaq; per 5 huius erunt duæ lineæ o s & s k (ideoq; o s & s p, eo quod s p, ad quos hæc demonstratio non extenditur, est æqualis k s) triplum in potentia ad lineam o k, & ideo ad medietatem lateris cubi. Quare per penultimam primi linea o p, est potentia tripla ad medietatem lateris cubi. Ex correlario autem 14 huius constat, quòd semidiameter sphærę tripla est in potentia ad medietatem lateris cubi, quam circunscribit eadem sphęra. Itaq; o p, est quanta semidiameter sphæræ circunscribentis cubum propositum. Eadem ratione, cunctę lineæ ductę à



puncto o, angulos singulos pentagonorum omnium super latera cubi descriptorum ad singulos, inquam, qui propriȝ sunt pentagonis, non autem cõmunes eis & superficiebus cubi, quales sunt in pentagono statuto tres anguli n, p, r, de illis autem lineis quæ ueniunt à puncto o ad angulos singulos pentagonorum qui sunt communes pentagonis & superficiebus cubi, quales sunt in pentagono præsenti duo anguli a & d, constat quòd ipsæ sunt æquales semidiametro sphærę circunscriben eis cubum: ipsę enim sunt semidiametri cubi ex 40 undecimi: at uerò semidiater cubi est tanquam semidiameter sphęrę ipsum circunscribentis, quemadmodum ex ratione 14 apparet. Igitur omnes aliæ ductæ à puncto o ad singulos angulos dodecedri, sunt æquales adinuicem & semidiametro sphęræ. Semicirculus itaq; super totã diametrum sphæræ uel cubi lineatus, sic circunducatur, trãsibit per omnes angulos eius. Quare per diffinitionem ipsum est ab assignata sphæra circunscriptibile. Dico iterum quod latus huius figuræ est linea irrationalis, ista uidelicet quæ residuum dicitur, si diameter sphærę ipsum circunscribentis fuerit rationalis in longitudine uel in potentia. Cum enim diameter sphæræ sit ex 14 huius tripla in potentia ad latus cubi, erit latus cubi rationale in potentia, si diameter sphæræ fuerit rationalis in longitudine uel in potentia. Constat autem ex 11, quod linea r p diuidit lineam a d quæ est latus cubi, secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & quod portio eius maior æqualis est lateri pentagoni. Et quia maior eius portio est residuum, ex sexta huius, manifestum est latus figuræ duodecim basium, esse residuum: quod demonstrare uoluimus.



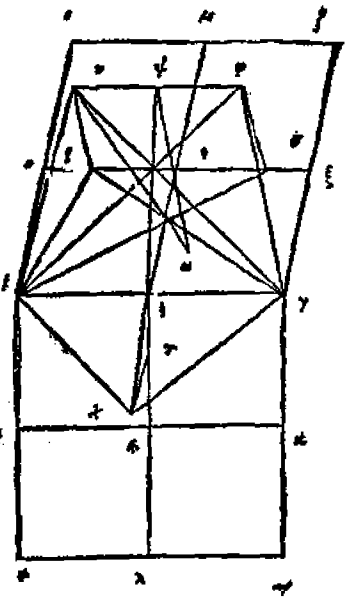
CAMPANVS. Fabricata sunt igitur per 13 & quatuor eam sequentes, quinque corpora æquilatera atque æquiangula, quorum ùnumquodque est circunscriptibile ab assignata sphæra. Sunt autem hæc solida primum quidem quatuor basium triangularium, & dicitur tetrahedron. Secundum est sex basium quadratarum, & dicitur cubus siue hexaedron. Tertium octo basium triangularium. & dicitur octoedron. Quartum autem est solidum icosedron, & est uiginti basiũ triangularium. Quintum uerò ex 12 basibus pentagonis consistit, diciturq; dodecedron. Hæc autem quinq; solida, regularia dicuntur, quoniam ipsa æquiangla sunt atq; æquilatera, & à sphæra atq; adinuicem circunscriptibilia, plura uerò his quinque æquilatera quæ sunt æquiangula esse est impossibile. At costitutiõnẽ cuiuslibet anguli solidi, necesse est ad minus tres superficiales angulos concurrere. Ex duobus enim solis superficialibus nequit solidus angulus compleri. Quia ergo tres anguli cuiuslibet hexagoni æquilateri & æquianguli sunt æquales quatuor angulis rectis, at uerò heptagoni cuiuslibet plurium laterum figurę æquilateræ atq; æquiangulæ tres anguli sunt maiores quatuor angulis rectis, quemadmodum ex 32 primi euidenter dicitur, omnis autem angulus solidus quatuor rectis angulis minor est, teste 21 undecimi, impossibile est tres angulos hexagoni atque heptagoni & simpliciter omnis plurilateræ figuræ ęquilateræ tamen atq; ęquiangulæ, solidum angulum constituere. Ideo nulla solida figura æquilatera atq; ęquiangula, potest ex superficiebus hexagonalibus aut plurium laterum constitui. Si enim tres anguli hexagoni æquilateri atq; æquianguli quemq; solidum angulum excedunt quatuor, & plures multo fortius eundem excedunt. Tres autẽ angulos pẽtagoni æquilateri atq; æquianguli minores esse quatuor rectis angulis manifestum est, & quatuor esse maiores: quare ex tribus angulis pẽtagoni æquilateri atq; æquiãguli possibile est solidũ angulum constitui, ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile, ideoq; unum duntaxat solidum ex pentagonis æquilateris atq; æquiangulis cõstitutum est illud, uidelicet quod dodecedron dicitur, in quo anguli pentagonorum trini & trini solidos angulos perficiunt. Eadem quoq; est ratio in quadrilateris figuris æquilateris & æquiangulis, quæ in pentagonis. omnis enim quadrilatera figura si æquilatera æquiangula fuerit, ipsa erit quadrata à diffinitione. nam omnes eius anguli erunt recti per 32 primi. Ex tribus igitur angulis talis superficialis figuræ, possibile est solidum angulum cõstitui, ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile est: propterea quòd ex talibus figuris superficialibus (quę cum quadrilateræ sint ipsæ æquilateræ atq; æquiangulæ) unicum solidum quod cubum dicimus, fabricatum est. Triangulorum autem æquilaterorum sex anguli, sunt æquales quatuor rectis ex 32 primi

primi. Ex tribus igitur angulis talis ſuperficialis figuræ, poſsibile eſt ſolidum angulum cõſtitui, ex quatuor autem aut ex pluribus impoſsibile eſt: propterea quòd ex talibus figuris ſuperficialibus (quæ cum quadrilateræ ſint ipſæ ęquilateræ atquo æquiangulæ) unicum ſolidum quod cubum dicimus, fabricatum eſt. Triangulorũ autẽ æquilaterorum ſex anguli, ſunt æquales quatuor rectis ex 32 primi, pauciores ergo minores, & plures, maiores, igitur ex ſex angulis talium trigonorum aut ex pluribus, impoſsibile eſt angulum ſolidum fieri, ex quinque & quatuor & ex tribus poſsibile. Cum itaq; tres anguli trigoni æquilateri efficiunt angulum ſolidum, perficitur ex triangulis æquilateris corpus quatuor baſium triangularium atque æquilaterarum. Cum uerò quatuor conſurgunt: corpus octo baſium, quod octoedron diximus. At uerò ſi quinque triangulorum æquilaterorum anguli, ſolidum angulum contineant, fiet corpus icoſedron uiginti baſium triangularium & æquilaterarum. Quare ergo tot & talia ſunt ſolida regularia: & quare plura his non ſint, dictum eſt.

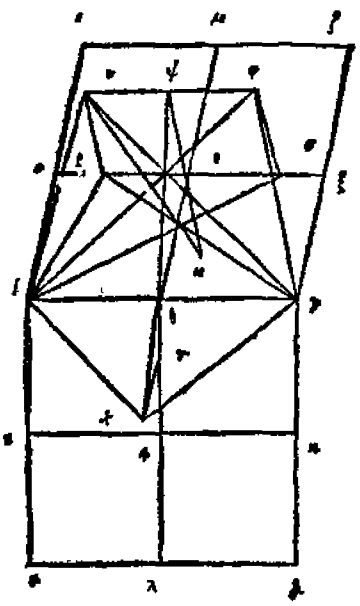
Euclid. ex Zamb. *Problema 5.* *Propoſitio 17.*

17 Dodecahedrum conſtruere & data ſphęra comprehendere, quã & prædictas figuras, oſtendereq; quòd dodecahedri latus irrationalis eſt ea quæ appellatur apotome.

THEON ex Zamb. *Exponãtur prædicti cui bina plana inuicem ad angulos rectos, α β γ δ, γ β ε ζ, ſecenturq; (per 11 primi) unumquodq; ipſorum laterum α β, β γ, γ δ, δ α, ε ζ, ε β, ζ γ, diuidatè in κ, θ, ν, λ, μ, ξ, & connectantur ipſæ κ ν, θ λ, ſeſe ſecantes in ſigno ο & μ θ, ν ξ ſeinuicem ſecantes in ſigno π, ſecetur'que unaquæque ipſarum ν ο, ο ξ, θ π, extrema & media ratione in ρ, τ, σ ſignis, ſintq; ipſarum maiora ſegmenta ρ ο, ο σ, τ π, & conſtituantur (per 12 undecimi) ab ipſis ρ, σ, τ, ſignis ad ipſius cubi plana ad angulos rectos ad exteriores partes ipſius cubi ipſæ ρ υ, σ φ, τ χ, exponanturq; æquales ipſis ρ ο, ο σ, τ π, connectanturq; ipſæ υ β, β χ, χ γ, φ υ. Dico quòd υ β χ γ φ pentagonum æquilaterum eſt, & in uno plano, & inſuper æquiangulum. Connectantur enim ρ β, σ β, φ β. Et quoniam recta linea ν ο extrema & media ratione ſecatur in ρ, & maius ſegmentum eſt ρ ο, quæ igitur ex ν ο, ν ρ, tripla ſunt eius quod ex ρ ο. Æqualis autem eſt ο ν, ipſi ν β, & ο ρ ipſi ρ υ. Quæ igitur ex β ν, ρ ν, tripla ſunt eius quod ex ρ υ. Eis autem quæ ex β ν, υ ρ æquum eſt quod ex β ρ, quod igitur ex β ρ, triplum eſt eius quod ex ρ υ, quare quæ ex β ρ, ρ υ, quadruplũ ſunt eius quod ex ρ υ. Eis uerò quæ ex β ρ, ρ ν, æquũ eſt id quod ex β ν: quod igitur ex β ν, quadruplũ eſt eius quod ex ν ρ. Dupla igitur eſt β ν, ipſius ρ υ. Eſt autẽ & φ υ dupla ipſius ν ρ, quoniam & φ υ dupla ipſius υ ρ, quoniam & σ ρ, ipſius ο ρ, hoc eſt ipſius ρ υ dupla eſt. Aequalis igitur eſt β υ, ipſi υ φ. Similiter iam oſtendetur, quòd & unaquæq; ipſarum β χ, χ γ, γ φ, utrique ipſarum β υ, υ φ, eſt æqualis, quinquangulum igitur β υ φ γ χ, æquilaterum eſt. Dico quod & in uno eſt plano. Excitetur enim (per 31 primi) ab ipſo ο, utriq; ipſarum ρ υ, σ φ, parallelus ad exteriores partes cubi, ο ψ, & connectantur ψ θ, θ χ. Dico quod ipſa ψ θ χ recta linea eſt. Quoniam enim θ π, extrema & media ratione ſecatur in τ & maius ſegmentum eſt π τ, eſt igitur ſicut θ π, ad π τ, ſic π τ ad τ θ, æqualis autem eſt θ π ipſi θ ο, et π τ utriq; ipſarum τ χ, ο ψ, eſt igitur ſicut θ ο, ad υ ψ, ſic χ τ, ad τ θ, et eſt parallelus quidem θ ο ipſi τ χ, utraq; enim ipſi β δ plano ad angulos rectos eſt, & ipſa τ θ parallelus eſt ipſi ο ψ, utraque enim ipſarum plano ad angulos rectos eſt. Quando autem bina triangula compoſita fuerint ad unum angulum (ut ſunt ipſa ψ ο θ, & θ τ χ,) bina latera binis proportionalia habentia, ut ipſorum eiuſdem rationis latera ſint parallela, reliquæ rectæ lineæ in rectas lineas erunt (per 32 ſexti) Igitur ψ θ, ipſi θ χ in rectam lineam eſt. Omnis autem recta linea, in uno eſt plano. In uno igitur plano eſt ipſum υ β χ γ φ, quinquangulum. Dico iam quod & æquiangulum eſt. Quoniam enim recta linea ν ο extrema & media ratione ſecatur in ρ, & maius ſegmentum eſt ο ρ, eſt igitur ſicut utraq; ν ο, ο ρ, ſimul ad ο ν, ſic ο ν ad ο ρ. Aequalis autem eſt ο ρ, ipſi ο σ. Eſt igitur ſicut σ ν ad ν ο, ſic ν ο ad ο σ. Ipſa igitur σ ν, extrema & media ratione ſecatur in ο, & maius ſegmentum eſt ν ο, quæ igitur ex γ σ, σ ο, tripla ſunt eius quod ex ν ο. Aequalis autem eſt ν ο, ipſi ν β, & σ ο ipſi σ φ, quæ igitur ex ν σ, σ φ, quadrata tripla ſunt eius quod ex ν β, quare quæ ex φ σ, σ ν, ν β, quadrupla ſunt eius quod ex ν β. Eis autem quæ ex σ ν, ν β, æquale eſt (per 47 primi) id quod ex σ β, quæ igitur ex β σ, σ φ, hoc eſt quod ex β φ (rectus enim eſt qui ſub φ σ β,



angulus) quadruplū eſt eius quod ex ν 6, dupla igitur eſt β φ, ipſius β ν. Eſt autē & 6 ι, ipſius β ν dupla, æqualis igitur eſt 6 φ, ipſi β γ. Et quoniam binæ β ν, ν φ, duabus 6 χ, χ γ, ſunt æquales, & baſis β φ baſi β γ eſt æqualis, angulus igitur qui ſub β ν φ angulo qui ſub β χ γ (p 8 primi) eſt æqualis. Similiter iam demōſtrabimus, quod & angulus qui ſub ν φ γ, æqualis eſt ei qui ſub β χ γ. Tres igitur anguli qui ſub 6 χ γ, β ν φ, ν φ γ, inuicē ſunt æquales. Si autem quinquanguli æquilateri tres anguli æquales inuicem fuerint, æquiangulū erit (per 7 decimitertij) quinquangulum. Quinquangulum igitur 6 ν φ χ γ, æquiangulum eſt. Patuit autem, quod & æquilaterum. Igitur pentagonum β ν φ γ χ æquilaterum & æquiangulum eſt, eſtq; ſuper β γ uno cubi latere. Si igitur ab uno quoq; ipſius cubi duodecim laterum eadem cōſtruamus, conſtituetur figura quædam ſolida comprehenſa ſub duodecim quinquangulis æqualia habentibus latera & angulos æquos. Oportet iam ipſum ſphæra data comprehendere, & demonſtrare quod dodecahedri latus irrationalis eſt ea quæ appellatur apotome. Extendatur ψ ο, & ſit ψ ω, coincidit igitur ψ ω, ipſi cubi diametro & biſariam ſe inuicē diſpeſcunt. hoc enim patuit in penultimo undecimi theoremate, ſecentur in ω. Igitur ω centrum eſt ſphæræ cubum comprehendentis, & dimidia eſt ψ ω lateris cubi. Connectantur autem ν ω. Et quoniam recta linea ν ο extrema & media ratione ſecatur in ο, & maius illius ſegmentū eſt ν ο: quæ igitur ex ν ο, ο ο, tripla ſunt eius quod ex ν ο. Æqualis autem eſt ν ο, ipſi ψ ω, quoniam & ipſa ν ο, ipſi ο ω eſt æqualis, & ψ ο, ipſi ο ο, ſed ο ο ipſi ψ ν, quoniam & ρ ο, quæ igitur ex ω ψ, ψ ν, tripla ſunt eius quod ex ν ο. Eis autem quæ ex ω ψ, ψ ν, æquum eſt (per 17 primi) quod ex ν ω. Quod igitur ex ν ω, triplum eſt eius quod ex ν ο. Eſt autem & quæ ex centro ſphæræ cubum ipſum comprehendentis potentia triplex dimidij ipſius cubi lateris, antea enim oſtēſum eſt cubum conſtruere, ac ſphæra comprehendere, ac demonſtrare quod ſphæræ dimetiens potentia triplex eſt lateris cubi (in 15 decimitertij) Si autem tota totius, et dimidia dimidiæ. Et ν ο, dimidia eſt lateris cubi. Ipſa igitur ν ω æqualis eſt ei quæ ex centro ſphæræ cubū comprehēdentis. Sphæræ aūt cubum cōprehēdentis cētrum eſt ω. igitur ν ſignum, ad ſuperficiem eſt ipſius ſphæræ. Similiter iam oſtendemus, quod & unuſquiſq; reliquorum ipſius dodecahedri angulorum, eſt ad ipſius ſphæræ ſuperficiem. Igitur dodecahedrum, data ſphæra comprehenſum eſt. Dico iam quòd ipſius dodecahedri latus irrationalis eſt ea quæ appellatur apotome. Quoniam enim ipſa ν ο extrema & media ratione diuiſa maius ſegmentum eſt ρ ο, ipſa autem ο ξ, extrema & media ratione diuiſa maius ſegmētum eſt ο ο, tota igitur ν ξ extrema & media ratione diuiſa, maius ſegmentum eſt ρ σ. Et quoniā eſt ſicut ο ν ad ο ρ, & ο ρ ad ν ρ & duplicia (partes enim æquè multiplicium eandem habent rationem) ſicut igitur ν ξ, ad ρ σ, ſic ρ σ, ad utrāq; ipſarum ν ρ, σ ξ, ſimul. Maior autem eſt ν ξ, ipſa ρ σ, utraq; ipſarum ν ρ, σ ξ, ſimul. Igitur ν ξ, extrema & media ratione diuiditur, & maius ſegmētum eſt ρ σ. Æqualis autē eſt ρ σ, ipſi ν φ. Ipſa igitur ν ξ, extrema & media ratione diuiſa, maius ſegmentum eſt ν φ. Et quoniam rationalis eſt ipſius ſphæræ diameter, potentiaq; triplex eſt ipſius cubi lateris, rationalis igitur eſt ν ξ, latus cubi exiſtēs. Si autē rationalis linea extrema & media ratione ſecta fuerit, utrumque ſegmētorum, irrationalis eſt ea quæ appellatur apotome (per 6 decimitertij.) Igitur ν φ, latus exiſtens dodecahedri irrationalis eſt ea quæ apotome appellatur: quod oſtendere oportuit, & fieri poſtulabatur.



COROLARIVM. Ex hoc, inquam, eſt manifeſtum, quod cubi latere extrema & media ratione diuiſo, maius ſegmentum eſt dodecahedri latus: quod erat oſtendendum.

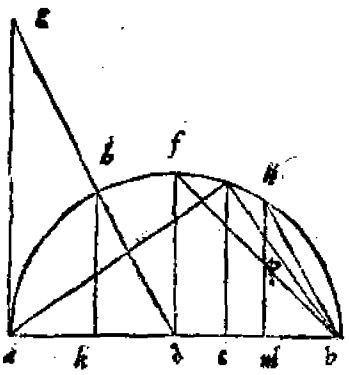
Euclid. ex Camp. Propoſitio 18.



Atera quinq; corporū prēmiſſorū ab eadē ſphēra circūſcriptibiliū, cuius ſphēræ ſola diametros nobis propoſita fuerit, per ipſam propoſitam diametrum inuenire. 18

CAMPANVS. Sit a b diameter alicuius ſphæræ, nobis propoſita, ex qua inuenire latera quinq; præmiſſorum corporum elicere. Diuidamus igitur hāc diametrum in c, ita quod a c ſit dupla ad c b, & per æqualia in d, & lineamus ſuper eam ſemicirculum a f b, ad cuius circunferentiam protrahantur duæ lineæ perpendiculares ad lineam a b, quę ſint c e & d f & iūgamus e cum a & cum b & f cum b. Manifeſtum ergo eſt ex demōſtratione 14, quòd ā e eſt latus figurę quatuor baſiū triāgularium & æquilaterarum, & ex demonſtratione 14, quod e b eſt latus cubi & ex demonſtratiōne 15, quod f b eſt latus figuræ octo baſium triangularium & æqui-

æquilaterarum. Prodeat itaq; à puncto a, linea a g perpendicularis ad a b, & æqualis eidē a b, & iungatur g cum d, sitq; h punctus in quo g d secat circunferentiam semicirculi, & ducatur h k per pēdicularis ad a b. Et quia g a est dupla ad a d, erit ex quarta sexti h k dupla ad k d: sunt enim duo trianguli g a d & h k d, æquianguli ex 32 primi, eo quod angulus a, maioris est æqualis angulo k minoris. nam uterq; rectus, & angulus d, est comunis utriq;: igitur ex 4 secundi, b k est potentia quadrupla ad k d, ergo ex penultima primi h d est potentia quincupla ad k d. Cumq; d b sit æqualis h d est enim d centrū semicirculi, erit quoq; d b potentia quincupla ad k d. At uerò cum tota a b sit dupla ad totā b d, quēadmodū a c detracta ex prima a b est dupla ad c b detractā ex secunda b d, erit ex 19 quinti b c residua primę, dupla ad c d residuam secundæ, ideoq; tota b d, est tripla ad d c. Igitur quadratum b d est nōcuplum ad quadratū d c. Et quia ipsum erat quincuplum tātum ad quadratū k d, erit ex secunda parte decimę quinti, quadratum d c minus quadrato k d, ideoq; d c minor k d. Sit g d m æqualis k d, & prodeat m n usq; ad circunferētiam, quæ sit perpēdicularis ad a b & iungatur n cum b. Cum igitur d k & d m sunt æquales, erunt (ex diffinitione eius quod est aliquas lineas à cētro æquidistare) duæ lineę h k & m n æqualiter distātes à cētro, ideoq; æquales adinuicē ex secunda parte 13 tertij & ex secunda parte tertiæ eiusdē. Itaq; m n est æqualis m k; nā h k erat æqualis ei. At quia a b dupla est ad b d, & k m dupla est ad d k, & quadratum b d quincuplum ad quadratum d k, erit ex 15 quinti quadratum a b similiter quincuplum ad quadratum k m, est enim quadratum dupli ad quadratum dupli, sicut quadratum simpli ad quadratum simpli. Ex demōstratione autē 16 manifestum est, quod diameter sphęræ est potentialiter quincupla ad latus hexagoni circuli figurę 20 basium, ergo k m est æqualis lateri hexagoni circuli figurę 20 basium, nā diameter sphęræ quę est a b, est potentialiter qncupla tā ad latus hexagoni circuli illius figuræ, quàm ad k m. Rursus quoq; ex demonstratione eiusdem manifestum est, quod diameter sphærę constat ex latere hexagoni & duplici lateri decagoni circuli figurę 20 basium. Cum ergo k m sit tanquam latus hexagoni, at uerò a k sit æqualis m b, nam ipsa sunt residua æqualium demptis æqualibus, erit m b tanquam latus decagoni. Quia igitur m n est tanquam latus hexagoni, nam ipsa est equalis k m, erit ex penultima primi & 10 huius, n b tanquam latus pentagoni figurę circuli 20 basium. Et quia ex demonstratione 16 apparet quod latus pentagoni circuli figuræ 20 basium est latus eiusdem figuræ 20 basium. Constat lineā n b esse latus istius figuræ. Diuidatur itaq; e b quæ est latus cubi, ab assignata sphęra circunscriptibilis, secundum proportionem habentem medium duoq; extrema in puncto d, sitq; maior portio eius p b. Constat igitur ex demonstratione præmissæ, quod p b est latus figuræ 12 basium. Inuenta ergo sunt latera 5 præmissorum corporum ex diametro sphærę nobis proposita: est enim a e latus pyramidis 4 basium e b latus cubi f b, latus octoedri, at uerò n b, latus icosedri, linea aut p b latus dodecedri. Quę autem horum laterum sint maiora aliis, sic habetur: constat enim, quod a e est maior f b: nam arcus a e, est maior arcu f b. Item f b, est maior e b, & e b maior quàm n b, at uerò n b, dico etiā esse maiorem q̄ b p. Cū enim sit a c dupla ad c b, erit ex 4 secūdi quadratum a c quadruplum ad quadratum c b. Constat aūt ex secunda parte correlarij 8 sexti & ex correlario 17 eiusdem, quod quadratum a b triplum est ad quadratum b c. Sed per 21 sexti quadratum a b ad quadratum b c, est sicut quadratum b e ad quadratum c b, ex eo quod proportio a b ad b e, est sicut b e ad b c ex secunda parte correlarij 8 sexti. Itaq; per 1 quinti quadratum b e triplum est ad quadratum c b. Et quia quadratum a c quadruplum est ad idem quadratum, ut ostensum est, ut ex prima parte 10 quinti quadratum a c minus quadrato b e, ideoq; linea a c maior est linea b e, ideoq; a m, multo maior b e. Manifestum uerò ex 9 huius, quod si linea a m diuisa fuerit secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, erit maior portio eius linea k m quæ est æqualis m n. At uerò cum b diuiditur secundum eandem portionem uidelicet habentem medium duoq; extrema, maior eius portio est linea p b. Cum itaque a m tota sit maior tota b e, erit m n quæ est æqualis maiori portioni a m, maior quàm p b quę est maior portio b e. Hoc autem manifestum est ex 2 decimiquarti, quæ sine auxilio alicuius earum quæ sequuntur firma demonstratione solidatur: ergo per 19 primi à fortiori n b, maior est q̄ p b. Quare patet latera horū 5 corporū præmissorū fere eo ordine quo corpora seinuicē sequunt, seinuicē excedere. In cubo enim duntaxat & octoedro habet hic instantias, nam latus octoedri excedit latus cubi, quamuis cubus excedat octoedron. Cubum autem præmittunt idcirco octoedro, quia eadem diuisione diametri, assignatæ sphęræ, latus pyramidis 4 bases triangulas habentis, & latus cubi inuenitur. Est igitur a e latus pyramidis, maius lateribus cæterorum corporum, post ipsum autem est f b latus octoedri maius sequentium corporum laterib̄. Tertio ordine sequi-

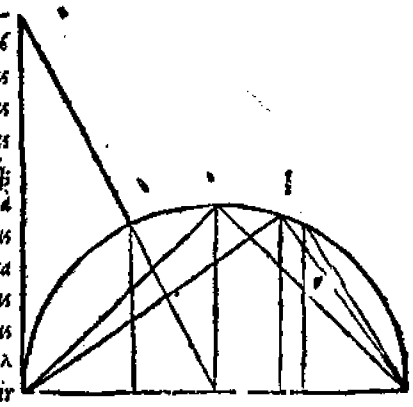


tur in magnitudine e b, latus cubi. Quarto uerò loco est n b latus icosedri. Minimum autem est omnium p b, latus dodecedri.

Euclid. ex Zamb. **Problema 6.** **Propositio 18.**

Latera quinq; figurarum exponere, & adinuicem comparare.

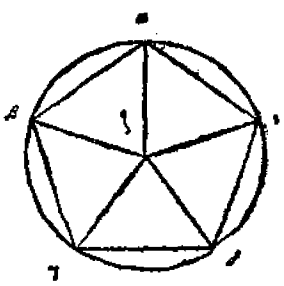
THEON ex Zamb. *Exponatur datæ sphæræ diameter* α β, *secetuŕq; in* γ, *ut* α γ *ipsi* γ β, *sit æqualis, & in* Δ, *ut* α Δ *ipsius* Δ β *dupla sit. & super* α β *describatur semicirculus* α ε β, *& ab ipsis* γ Δ, *ipsi* α β *(per* 11 primi) *ad angulos rectos excitentur* γ ε, Δ ζ, *& connectantur* α ζ, ζ β, ζ ε. *Et quoniam dupla est* α Δ *ipsius* Δ β, *tripla igitur est* α β, *ipsius* Δ β: *conuertendo igitur (per correlarium* 20 *quinti) sesquialtera est* β α *ipsius* α Δ. *Sicut autem* β α, *ad* α Δ, *sic quod ex* β α *ad id quod ex* α ζ, *æquiangulum enim est* α ζ β *triangulum, ipsi* α ζ Δ *triangulo, sesquialterum igitur est quod ex* β α, *eius quod ex* α ζ. *Est autem & ipsius sphæræ diameter, potentia sesquialtera lateris pyramidis, & α β, ipsius sphæræ diameter est. Igitur* α ζ *æqualis est lateri ipsius pyramidis. Rursus quoniam dupla est* α Δ *ipsius* Δ β, *tripla igitur est* α β, *ipsius* β Δ. *Sicut autem* α β, *ad* β Δ, *sic quod ex* α β *ad id quod ex* ζ β, *triplum igitur est quod ex* α β, *eius quod ex* ζ β. *Est autē & ipsius sphæræ diameter, potētia tripla lateris ipsius cubi (per* 15 decimitertij) *& sphæræ diameter est* α β, *igitur* β ζ, *cubi est latus. Et quoniam æqualis est* α γ *ipsi* γ β, *dupla igitur est* α β *ipsius* γ β. *Sicut autem* α β *ad* γ β, *sic quod ex* α β, *ad id quod ex* β ε. *Duplum igitur est quod ex* α β, *eius quod ex* β ε. *Est autem & ipsius sphæræ diameter, potētia dupla lateris ipsius octahedri, & α β datæ sphæræ diameter est. Igitur* β ε, *octahedri est latus. Excitetur iam (per* 11 primi) *ab ipso* α *signo ipsi* α β *rectæ lineæ ad angulos rectos,* α η. *Ponatuŕq; ipsa* α η *æqualis ipsi* α β, *& connectatur* η γ, *secetǫ́q; η γ circunferētiam semicirculi in signo* θ. *& ab ipso* θ, *in ipsam* α β *(per* 12 primi) *perpendicularis excitetur* θ κ. *Et quoniā dupla est* η α, *ipsius* α γ *(æqualis enim est* η α *ipsi* α β) *sicut autem* η α *ad* α γ, *sic* θ κ, *ad* κ γ, *dupla igitur est & θ κ ipsius* κ γ. *Quadruplū igitur est quod ex* θ κ, *eius quod ex* κ γ. *Quæ igitur ex* θ κ, κ γ, *quæ idem sunt ei quod ex* θ γ, *quincuplum est eius quod ex* κ γ. *Aequalis autem est* θ γ *ipsi* γ β, *quincuplum igitur est quod ex* θ γ, *eius quod ex* γ κ. *Et quoniam dupla est* α ζ *ipsius* β γ, *quarū* α Δ *ipsius* Δ β *dupla est, reliqua igitur* β Δ, *reliquæ* Δ γ *est dupla. Tripla igitur est* β γ, *ipsius* γ Δ, *nonicuplum igitur est quod ex* β γ, *eius quod ex* γ Δ, *quincuplū autem est quod* β γ, *eius quod ex* γ κ, *maius igitur est quod ex* γ κ, *eo quod ex* γ Δ *maior igitur est* γ κ, *ipsa* Δ γ, *ponatur (per* 2 primi) *ipsi* γ κ *æqualis* γ λ, *& ab ipso* λ *ipsi* α β *ad angulos rectos excitetur* λ μ, *& connectatur* μ β. *Et quoniam quod ex* γ θ *eius quod ex* γ κ *quincuplum est, & ipsius* β γ *dupla est* α θ, *ipsius autem* γ κ *dupla est* κ λ, *quincuplum igitur est quod ex* α β *eius quod ex* κ λ. *Est autem sphæræ diameter potētia quincupla, eius quæ ex centro ipsius circuli à quo icosahedrum describitur est́q; α β, ipsius sphæræ diameter, ipsa igitur* κ λ *ex centro est circuli à quo icosahedrum describitur. Ipsa igitur* κ λ, *hexagoni est latus dicti circuli. Et quoniam sphæræ diameter componitur ex hexagoni & binis decagoni in dicto circulo descriptorum lateribus (per correlarium* 16 *decimitertij) est́q; ipsa quidem* α β, *ipsius sphæræ diameter, & κ λ hexagoni latus, & æqualis est* κ κ *ipsi* λ β, *utraq; igitur ipsarū* α κ, λ θ, *decagoni latus est descripti in circulo à quo icosahedrum describitur. Et quoniam decagoni quidem* λ θ, *hexagoni autem* μ λ *(æqualis enim est ipsi* κ λ, *quoniam & ipsi* κ θ, *æqualiter enim distant à cētro) & utraq; ipsarum* θ κ, κ λ, *dupla est ipsius* κ γ, *quinquanguli igitur est* μ β. *Quod autē pentagoni est, & icosahedri. Icosahedri ergo est* μ β. *Et quoniam* ζ β *est latus cubi, secetur extrema & media ratione in* ν, *sitque maius segmentum* ν β. *Igitur* ν β, *dodecahedri est latus. Et quoniam ostensum est quòd ipsius sphæræ diameter potentia est sesquialtera ipsius* α ζ *lateris pyramidis, ipsius autem* β ε *lateris octahedri potentia dupla, ipsius autem* ζ θ, *cubi potentia tripla: qualium igitur sphæræ diameter potentia sextalium ipsius quidem pyramidis latus quatuor, octahedri uerò latus trium, cubi uerò duorum. Latus igitur ipsius pyramidis, lateris octahedri potentia est epitritum. Cubi autem lateris, potentia est duplum. Octahedri autē latus lateris, cubi potentia est hemiolium. Ipsa quidem igitur prædicta trium figurarum latera, hoc est pyramidis et octahedri & cubi adinuicē, in rationib. rationalib. subsistūt. Reliqua uerò duo & icosahedri, & dodecahedri, neq; adinuicē, neq; ad prædicta in rationib. rationalib. existūt, irrationalia sunt etenim, hoc est minor & apotome. Quod autē maius est icosahedri latus* μ β, *dodecahedri latere* ν β *sic ostendemus. Quoniam triangulū* ζ Δ β, *ipsi triangulo* ζ α θ *æquiangulum est, proportionaliter est sicut* β Δ, *ad* β ζ, *sic* α ζ *ad* β α. *Et quoniam tres rectæ lineæ proportionales sunt, est igitur sicut prima ad tertiam, sic quod ex prima ad id quod ex secunda. Est igitur sicut* Δ β *ad* β α, *sic quod ex* Δ β *ad id quod ex* β ζ. *Conuersim igitur sicut* α β *ad*



Latus pyramidis.
Latus cubi.
Latus octahedri.
Latus icosahedri.
Latus dodecahedri.
Comparatio laterum.

α β ad ζ δ, sic quod ex ζ β ad id quod ex ζ δ. Tripla autẽ est α ζ, ipsius β δ, triplum igitur quod ex ζ β, eius qđ ex ζ λ. Est autẽ & quod ex α δ, eius quod ex δ β, quadruplũ, dupla enim est α δ, ipsius δ β. Maius igitur est quod ex α δ, eo quod ex ζ β, et maior igitur est α δ, ipsa ζ β, multò igitur maior est α λ, ipsa ζ β. Et ipsa quidẽ α λ, extrema & media ratione diuisa maius segmentũ est κ β, quoniã ipsa quidẽ λ κ hexagoni est, et κ α decagoni, ipsa aũt ζ β extrema et media rõne diuisa maius segmentũ est ν β. Maior igitur est κ λ, ipsa ν β. Aequalis aũt est κ λ, ipsi λ ν, maior igitur est λ μ, ipsa ν ζ. Ipsa aũt λ μ, maior est μ ζ: multo igitur maior est μ ζ latus existens icosahedri, ipsa ν ζ latere existente ipsius dodecahedri: quod facere & ostendere oportuit.

Aliter, quod maior est μ ζ ipsa ν β. Quoniã enim dupla est α δ ipsius δ β, tripla igitur est α ζ, ipsius δ β. Sicut aũt α β ad β δ, sic quod ex α β ad id quod ex β ζ, quoniã triãgulũ ζ α β, ipsi ζ δ β triãgulo æquiangulũ est, qđ igitur ex α ζ, eius quod ex ζ ζ triplũ est. Patuit aũt q ex α β eius qđ est ex κ λ, quincuplum. Quinq; igitur quæ ex κ λ, trib. quæ ex ζ β, sunt æqualia. Sed tria quæ ex ζ β, sex quæ ex ν ζ, sunt maiora, & quinq; igitur quæ ex κ λ sex quæ ex ν β sunt maiora. Quare & unũ quod ex κ λ, uno quod ex ν β maius est, maior igitur est κ λ, ipsa ν β, æqualis aũt est κ λ, ipsi λ μ, maior igitur est & λ μ, ipsa ν β, multò igitur maior μ β, ipsa ν β: quod ostendere oportuit. Quod aũt tria quæ ex ζ β, sex quæ ex ν β sunt maiora, sic ostẽdemus. Quoniã enim maior est β ν ipsa ν ζ, qđ igitur sub ζ ζ, ζ ν, maius est eo quod ex β ζ, ζ ν, qđ igitur sub ζ β, β ν, unà cũ eo quod sub β ζ, ζ ν, maius est quàm duplũ eius quod sub β ζ, ζ ν. Sed quod sub β ζ, ζ ν, unà cũ eo quod sub β ζ, ζ ν, id est, quod ex β ζ, quod uerò sub β ζ, ζ ν, æquũ est ei quod ex ν ζ, extrema nãq; et media rõne secatur ipsa β ζ in ν, & quod sub extremis æquũ est ei quod à media (per 17 sexti) Quod igitur ex ζ β, eo quod ex β ν maius est quàm duplũ, unũ igitur quod ex ζ β, duob. quæ ex ζ ν maius est, quare et tria q̃ ζ ζ, sex quæ ex β ν, sũt maiora: quod ostendere oportuit. Dico iã q; præter prædictas quinq; figuras, nõ construitur alia figura comprehensa sub æquilateris & æquiangulis inuicem æqualib. Sub binis nãq; triãgulis, neq; sub duob. alijs planis solidus angulus nõ cõstruitur. Sub trib. triãgulis, quæ pyramis, sub quatuor, quæ octahedri, sub quinque quæ icosahedri. Sub sex triãgulis æquilateris & æquiãgulis ad unũ signũ cõstitutis, nõ erit solidus angulus. existẽte nãq; æquilateri triãguli angulo duarũ partium recti erunt sex quatuor rectis æquales: quod est impoßibile. Omnis nanq; solidus angulus, sub pauciorib. quàm quatuor rectis cõprehenditur (per 21 undecimi) iã id propterea, ne q; sub plurib. quàm sex planis angulis solidus cõstruitur angulus. Sub quadratis trib. cubi angulus cõprehenditur. Sub quatuor est impoßibile, erunt enim rursus quatuor recti. Sub pentagonis æquilateris & æquiangulis trib. dodecahedri. At sub quatuor, impoßibile, existente nãq; quinquangulo æquilateri anguli angulo recto & quinto, erunt quatuor anguli quatuor rectis maiores: quod est impoßibile. Neq; sub polygonis alijs figuris cõprehẽdetur solidus angulus, quoniã absurdum esset. Igitur præter prædictas quinq; figuras alia figura solida nõ construetur sub æquilateris & æquiangulis cõprehensa: quod erat ostendendum. Quod autem æquilateri & æquianguli quinquãguli angulus rectus est & quintum, sic ostendendum. Sit enim quinquangulũ æquilaterum & æquiangulũ α β γ δ ε, & circunscribatur (per 14 quartidecimi) ei circulus α β γ δ ε, & accipiatur (per 1 tertij) illius centrum, sitq; ζ, cõnectanturq; ζ α, ζ β, ζ γ, ζ δ, ζ ε. Bifariam igitur secant ipsius pentagoni angulos ad ipsam α β γ δ ε, signa. Et quoniã quinque anguli qui ad ζ, quatuor rectis sunt æquales, & sunt æquales, igitur unus ipsorum (sicut qui sub α ζ β) unius recti est, † quasi quintũ: reliqui igitur qui sub ζ α β, unius sunt recti & quintum. Aequalis autem est qui sub ζ α β, ei qui sub ζ β γ, totus igitur qui sub α β γ pentagoni angulus, unius recti est & quintum: quod ostendere oportuit. FINIS.



† πλεῦρὸν πέμπτον præter quintum, id est quinta parte minor recto.

EVCLIDI MEGARENSI CLARISSIMO PHILOSOPHO MATHEMATICORVMQVE FACILE principi, deputatus liber De regularium corporum proportione Campano commentatore, qui in ordine est decimusquartus.

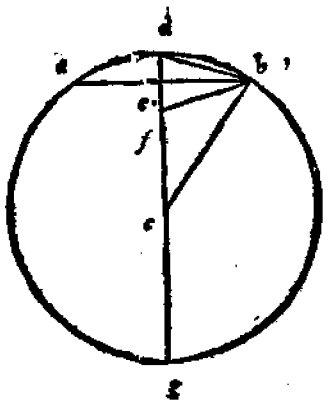
Eulid. ex Campano. Propositio 1.



OMnis perpẽdicularis à cẽtro circuli ducta ad latus pẽtagoni intra circulũ ipsũ descripti dimidiũ lateris decagoni atq; dimidio lateris hexagoni intra circulũ eũdẽ, descriptorũ ambob. dimidijs in lõgũ directũq; cõiũctis æqualis esse probat. Patet igitur q; perpẽdicula

ris ducta à centro circuli ad latus pentagoni, est æqualis perpendiculari ductæ à centro ad latus trianguli dimidioq; lateris decagoni intra eundem circulum descripti directè coniunctis.

CAMPANVS. Sit linea a b latus pentagoni æquilateri inscripti circulo cuius cẽtrum c, & ducatur à centro c, perpendicularis ad lineam a b, quæ per secundam partem tertiæ tertij diuidet ipsam per æqualia, & arcum eius etiam per æqualia ex 4 primi & 27 tertij, sitq; hæc perpendicularis linea c d, secans a b in puncto e, & arcũ eius in puncto d. Est igitur ut diximus linea a e, æqualis lineæ e b, & arcus a d, arcui d b, protrahaturq; linea d b, de qua constat quòd ipsa est latus decagoni æquilateri proposito circulo inscripti, cum ipsa subtendatur medietati quinti totius circũferentiæ. Dico itaq; quòd linea e c, est æqualis medietati lineæ c d & medietati lineę d b, in longũ directumq; coniunctis. Compleatur quidem diameter d c, sitq; d c g, & sit e f æqualis e d, & protrahatur b f, eritq; ex 4 primi b f æqualis b d, ideoq; per 5 primi angulus b d f erit æqualis angulo b f d. Constat autem ex ultima sexti, quod angulus g c b, quadruplus est ad angulũ b c d, eo quod arcus g b quadruplus est ad arcũ b d: at uerò angulus g c b per 32 primi duplus est ad angulũ b d c, nam ipse est extrinsecus duobus qui sunt b d c & d b c, at ipsi sunt æquales ex 5 primi: igitur angulus b d c, duplus est ad angulũ b c d, quare angulus quoq; b f d, duplus est ad angulum b c f. Sed angulus b f d, duplus est ad angulũ b c f. Sed angulus b f d, est æqualis duobus intrinsecis, qui sunt b c f & c b, per 32 primi. Itaq; duo anguli b c f & c b f, sunt æquales, ideoq; per 6 primi c f est æqualis b f, ideoq; etiam c f, est æqualis b d, & nã b d & b f, sunt æquales adinuicem. Quare dimidiũ c d cum dimidio b d, est quantum dimidium c d cum dimidio c f, at uerò dimidium c d cum dimidio c f, est quantum dimidium c f bis cum dimidio f d, dimidium autem c f bis, est quantũ c f, & dimidium f d, est quantum e f. Itaq; e c, est quantum dimidium e d cum dimidio c b & d b: quod est propositum.



Correlarium autem sic constat. Manifestum est enim ex 13 tredecimi libri, quòd perpẽdicularis ducta à centro circuli ad latus trianguli sibi inscripti, est æqualis dimidio lineę ductę à centro ad circumferentiam. Hoc quidem ibi demonstratum est, & quasi correlarium conclusum. Cùm igitur ex hac prima istius 14 libri pateat quod perpendicularis ducta à centro circuli ad latus pentagoni sit æqualis dimidio lineæ ductæ à centro ad circũferentiam & dimidio lateris decagoni, sequitur quòd perpendicularis ducta à centro circuli ad latus pentagoni sit æqualis perpendiculari ductæ à centro ad latus trianguli, dimidioq; lateris decagoni intra eundem circulum descripti. Et hoc est quod ex correlario proponitur.

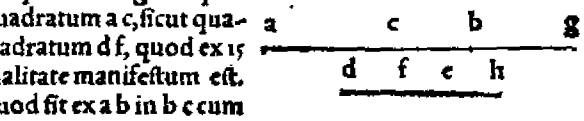
CAMPANI *annotatio*. Nunc ergo explicandum est quod ait Aristæus in libro intitulato, Expositio scientiæ quinq; corporum: necnon & Apollonius in dono secundo in proportionalitate figurę 12 basium ad figuram 20 basium, dicens quod proportio superficierum figuræ habentis 12 bases ad superficies figuræ habentis 20 bases, est tanquã proportio corporis 12 basium ad corpus 20 basium, linea etenim ducta à centro circuli pentagoni figuræ 12 basium dodecedri ad circumferentiam eius est quasi linea prodiens à centro circuli trianguli figuræ uiginti basium icosedri ad circumferentiam eius. Hęc sunt ipsius magni Apollonij uerba. Intelligenda autem sunt de figura 12 & 20 basium ab una eademq; sphęra circunscriptibilium. Est enim proportio corporis dodecedri ad corpus icosedron, cum ambo una eademq; sphęra circunscribit sicut proportio omnium superficierum dodecedri pariter acceptarum, ad omnes superficies icosedri pariter acceptas, quemadmodum Apollonius præmissorum uerborum prima parte commemorat, quod & 10 huius decimiquartilibri solida demonstratione stabilitur. Et est circulus circunscribẽs pentagonum dodecedri æqualis circulo circunscribenti trigonum icosedri cum dodecedron & icosedron eãdem sphæra circunscribit, quemadmodum ipse Apollonius secunda parte præmissorum uerborum commemorat, quod etiam 5 huius libri demonstratione firmatur. Præmittenda sunt igitur antecedentia, ad tantorum uirorum eloquia, inconcussa ueritate corroboranda.

Euclid. ex Camp. *Propositio* 2.

QVicquid accidit uni lineę diuisæ secundum proportionem habentem medium & duo extrema, omni lineæ similiter diuisæ probatur accidere.

CAMP.

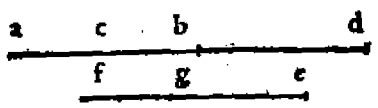
CAMPANVS. Sit utraq; duarum linearum a b & d e diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, hæc quidem in c, illa uerò in f, ſintq; maiores portiones huius quidem a c, illius autem d f. Dico itaq; quòd ambarum ad ſui maiores portiones eſt una proportio, itemq; ambarum ad ſui minores portiones eſt proportio una, at quoq; maiorum portionum ad maiores una, & econtrariò & permutatim & coniunctim & diſiunctim & euerſim: nihil enim aliud eſt, quicquid uni earum accidit, idem quoq; alij accidere: conſtat enim ex diffinitione lineę ſecundum proportionem medium duoq; extrema diuiſæ, & ea parte 16 ſexti quod illud quod fit ex a b in b c, eſt ęquale quadrato a c, eodemq; modo quod fit ex d e in e f, eſt æquale quadrato d f: ideoq; proportio eius quod fit ex a b in b c, ad quadratū a c eſt ſicut eius quod fit ex d e in e f ad quadratū d f. utraq; enim eſt proportio æqualitatis. Igitur quadruplum eius quod fit ex a b in b c ad quadratum a c, ſicut quadruplum eius quod fit ex d e in e f ad quadratum d f, quod ex 15 quinti & permutata & ęqua proportionalitate manifeſtum eſt. Quare coniunctim quadruplum eius quod fit ex a b in b c cum quadrato a c ad quadratum a c, ſicut quadruplum eius quod ſit ex d e, in e f cum quadrato d f ad quadratum d f. Adiungatur autem ſecundum rectitudinem ad lineam a b, una linea quę ſit æqualis b c, quæ dicatur b g, & ad d e adiungantur æqualis e f, quę dicatur e h. Manifeſtum eſt igitur ex octaua ſecundi, quod quadruplum eius quod fit ex a b in b g cum quadrato a e, eſt ęquale quadrato lineę a g. At uerò ſimiliter quadruplum eius quod fit ex d e in c h cum quadrato d f. eſt ęquale quadrato d h. At uerò ex communi ſcientia quadruplum eius quod fit ex a b in b c æquum eſt quadruplo eius quod fit ex a b in b g, eo quod b c & b g ſunt æquales: ſimiliter quoq; quadruplum eius quod fit ex d e in e f, ęquum eſt quadruplo eius quod fit ex d e in e h, eo quod e f & e h ſunt etiam æquales. Igitur ex prima parte 7 quinti & ex 11 quinti quadratum a g ad quadratum a c, ſicut quadratum d h ad quadratū d f. Quare ex ſecunda parte 21 ſexti, proportio lineæ a g ad lineam a c, eſt ſicut lineæ d h ad lineam d f, & coniunctim a g & a c ad a c, ſicut d h & d f ad d f. At uerò a g cum a c, ſunt tanquam, duplum a b, & d cum d f, tanquam duplum d e. Quare dupla a b ad a c, ſicut duplum d e ad d f & permutatim duplum a b ad duplum d e, ſicut a c ad d f. Sed duplum a b ad duplum d e, ſicut a b ad d e, ex 15 quinti. Igitur a b ad d e, ſicut a c ad d f. Itaque permutatim & euerſim & conuerſim & diſiunctim & coniunctim quod oportebat oſtendere.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*

DIuiſo latere hexagoni ſecundum proportionem habentem medium, duo que extrema, maior eius portio erit latus decagoni circunſcripti à circulo ipſum hexagonum circunſcribente.

CAMPANVS. Sit linea a b latus hexagoni alicuius circuli diuiſa ſecundum proportionem habente medium duoq; extrema in puncto c, ſitq; maior proportio eius b c. Dico quòd cuiuſcunque circuli a b eſt latus hexagoni, eiuſdem b c erit latus decagoni. Adiungatur enim ad lineam a b, linea d b, quæ ſit latus decagoni illius circuli cuius a b eſt latus hexagoni, eritq; ex 9 tredecimi, linea a d diuiſa ſecūdum proportionem habentem medium duoq; extrema & maior portio eius erit linea b. Cùm igitur utraq; duarum linearum a b & a d ſit diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, igitur erit per prǫmiſſam ambarum ipſarum ad ſui maioris portiones una proportio. Itaq; d a ad a b, quæ eſt eius maior portio, ſicut a b ad b c, quæ eſt etiam eius maior portio, ſed d a ad a b, ſicut a b ad b d, ex diffinitione lineæ diuiſæ ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & maior portio eius igitur ex undecima quinti a b ad b c. Quare per ſecundam partem 9 quinti b d & b c, ſunt ęquales. Cùm ergo d b, ſit latus decagoni, erit quoq; ex communi ſcientia b c latus decagoni.



Vel aliter. Ad lineam a b adiungatur b d æqualis b c, eritq; ex quarta tredecimi tota a d diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & maior portio eius linea a b. Itaque per conuerſam nonam tredecimi quam continuè poſt ipſam demonſtrauimus, cuius circuli linea a b eſt latus hexagoni, eiuſdem linea b d (ideoq; linea b c ſibi æqualis) eſt latus decagoni. Poſſumus iterum idem alia uia (ſi libet) demonſtrare. Sit enim e f æqualis a b, quæ etiam diuidatur in g ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & ſit

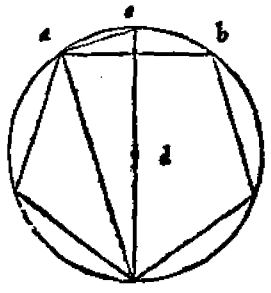
maior

maior portio, eius linea f g. Constat igitur ex præmissa quòd quemadmodum a b est æqualis e f, sic a c, est æqualis e g, & c b, æqualis g f. Cumq; fuerit b d adiuncta ad a b, latus decagoni illius circuli, cuius a b est latus hexagoni, erit (sicut prius dictum est) ex 9 tredecimi tota a d, diuisa secundum proportionem habentē medium duoq; extrema, & maior eius portio erit linea a b. Itaq; per præmissam a b ad b d, sicut f g ad g e, quare per primam partem 15 sexti quod fit ex a b in g e, æquum est ei quod fit ex b d in f g. Cumq; a b sit æqualis e f, & erit quod fit ex e f in g e, æquum ei quod fit ex b d in f g. Sed quod fit ex e f in g e, æquum est quadrato f, ex diffinitione lineæ diuisæ secundū proportionem habētem medium duoq; extrema, & ex prima parte 16 sexti, igitur quod fit ex b p in f g, est æquale quadrato f g, ideoq; ex prima sexti linea b d, æqualis f g. Et quia f g est æqualis c b, erit quoq; c b æqualis b d, & latus decagoni: quod oportebat ostendere.

Euclid. ex Camp. *Propositio 4.*

QVadratum lateris pentagoni intra circulū descripti, quadratumq; lineæ quæ illius pentagoni angulo subtenditur, ambo hęc quadrata pariter accepta, quadrati medietatis diametri eiusdē circuli quincuplū esse pronuncio.

CAMPANVS. Sit in circulo a b c, cuius cētrum d, inscriptus unus pentagonus æquilaterus, cuius unum latus sit a b, & protrahatur diameter c d e, diuidens lineā a b, & eius arcum per æqualia. Est igitur arcus a e, medietas quintæ partis circumferentiæ illius circuli, quare arcus a c est duæ quintæ totius circumferentiæ. Protrahantur itaq; duæ lineę a e & a c, eritq; a e, latus decagōni æquilateri, eo quod eius arcus est medietas quintæ partis circunferentię, linea uerò a c, erit quæ subtenditur uni ex angulis pentagoni prędicti, eo quod arcus a c, est duæ quintæ partes circumferentię circuli. Dico itaq; quòd quadrata duarum linearum a b & a c, pariter accepta, quincuplum sunt ad quadratum lineæ d e. Est enim ex 4 secundi quadratum lineę c e, quadruplum ad quadratum lineę d e. Cum autē angulus c a e, sit rectus ex prima parte 30 tertij, eruntq; ex penultima primi quadrata duarum linearum c b & a e, quadruplum ad quadratum d e, igitur quadrata trium linearum c a & a e & d e, quincuplum sunt ad quadratū lineæ d e. Et quia ex 10 tredecimi quadratum a b, est æquale quadratis duarum linearum a e & d e, sequitur ut quadrata duarum linearum a b & e a, sint quincuplum ad quadratum d e: quod est propositum.



CORRELARIVM.

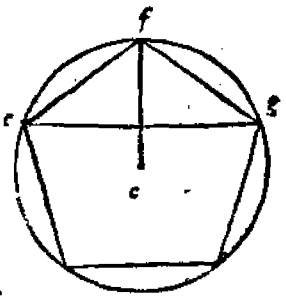
Manifestum est ergo quòd quadratum duarum lateris cubi atq; quadratum lateris figurę duodecim basium, cum cubum & figuram duodecim basium eadem sphæra circunscribit, ambo quadrata pariter accepta quincuplū sunt quadrati medietatis diametri circuli, qui circunscribit pentagonum eiusdem figuræ duodecim basium.

Istud correlarium uerè manifestum est, constat enim ex demonstratione 17 tredecimi, quod latus cubi subtenditur angulo pentagoni dodecedri, cū cubum & dodecedron una eademq; sphæra circunscribit, itaq; per hanc 4 fine obice constat correlarium.

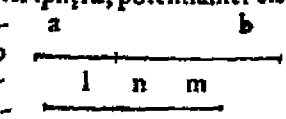
Euclid. ex Camp. *Propositio 5.*

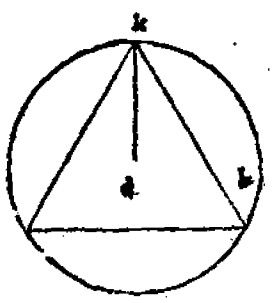
PEntagonus figurę duodecim basium, triangulusq; figuræ uiginti basium, quos eadem sphæra circūscribit, uno eodemque circulo circunscribuntur.

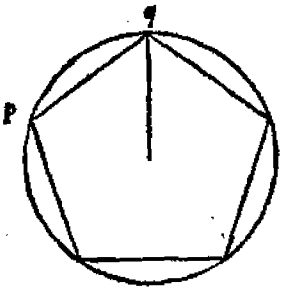
CAMPANVS. Sit sphæra cuius diameter a b, circunscribens duas solidas figuras, uidelicet dodecedron cuius unus ex duodecim pentagonis sit c, & icosedron cuius unus ex 20 triangulis sit d, pentagono autem c, & trigono d, super duo centra d & c, circunscribantur duo circuli, huic quidem f c ex 14 quarti, illi uerò e f d, ex 5 eiusdem. Dico itaque quòd hi duo circuli sphæræ propositæ, quorum alter circunscribit pentagonum c, alter uerò trigonum d, sunt æquales. Signentur enim duo latera pentagoni c, unum ex suis angulis continentia, literis e f & f g, & protrahantur linea e g, quę subtendat angulum f, & semidiameter circuli quæ sit c f. Vnum quoque ex lateribus trigoni d, signetur



gnetur literis k h, et protrahatur ſemidiameter ſui circuli quę ſit d k. Dehinc ſumatur linea l m, ad quam ſit linea a b, quę eſt diameter ſphærę aſsignatæ, quincupla in potentia, quæ quidem l m diuidatur in n ſecundum proportionem habẽtem medium duoq; extrema, ſitq; maior portio eius linea l n, & ſecundum quantitatem totius l m lineetur circulus p q. Itaq; ſemidiameter circuli p q, erit æqualis lineę l m, eritq; ex correlario 15 quarti, linea l m, tanquam latus hexagoni æquilateri circulo p q inſcripti, ideoq; per tertiam huius, linea l n, erit tanquam latus decagoni ęquilateri eidem circulo inſcripti. Igitur ex 11 quarti, inſcribatur pentagonus ęquilaterus circulo p q, cuius unum latus ſit p q, eritq; ex 10 tredecimi libri quadratum lineæ p q, ęquale quadratis duarum linearum l m & l n pariter acceptis. Conſtat autem ex demonſtratione 12 tredecimi, quod h k eſt ęqualis p q, ergo quadratum h k, eſt æquale quadratis duarũ linearum l m & l n pariter acceptis. At uerò ex demõſtratione 17 tredecimi, manifeſtum eſt quòd e g latus cubi ab eadem ſphæra circunſcriptibilis, quare per correlarium 14 tredecimi a b, quę eſt diameter ſphęræ, potentialiter eſt tripla a d e g, quæ eſt latus cubi. Si autem e g diuidatur ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, patet ex demonſtratione tredecimi quòd e f eſt tanquam maior portio eius, igitur ex ſecunda huius, e g ad l m, ſicut e f ad l n, nã ut tota ad totam, ſic maior portio ad maiorem. Itaq; per 21 ſexti quadratum e g ad quadratũ l m ſicut quadratum e f ad quadratum l n: quare per 13 quinti, quadrata duarum linearum e g & e f pariter accepta, ad quadrata duarum linearum l m & l n, pariter accepta, ſicut quadratum e g ad quadratum l m. Ergo per 15 quinti et permutatam proportionalitatem, & æquam, triplum duorum quadratorũ duarũ linearum e g & e f, pariter acceptorum ad quadrata duarum linearum l m & l n, pariter accepta, ſicut triplum quadrati e g ad quadratum l m. Triplũ autem quadrati e g, eſt tanquam quadratum a b, ex correlario 14 tredecimi, at quadratum a b, eſt per hypotheſin quincuplũ ad quadratum l m, ergo triplum quadrati e g, quincuplum quoq; eſt quadrati l m. Quare etiam triplum quadratorum duarum linearum e g & e f pariter acceptorum, eſt quincuplum ad quadrata duarum linearum l m & l n, pariter accepta. Et quia probatum eſt quod quadratum h k eſt ęquale e quadratis duarum linearum l m & l n, pariter acceptis, ſequitur ex communi ſcientia ut triplum quadratorum e g & e f, ſit quincuplum ad quadratum h k. Conſtat autem ex 8 tredecimi, quod quincuplum quadrati h k, eſt quindecuplum ad quadratum d k, nam ſimplum eſt triplum. Et ex quarta huius conſtat, quod triplum quadratorum e g & f, eſt quindecuplum quadrati e f, nam ſimplum eſt quincuplum. Itaq; quindecuplũ quadrati c f, eſt æquale quindecuplo quadrati d k, ideoq; per 15 quinti quadratum c f, eſt æquale quadrato d k, quare etiam linea c f, eſt æqualis lineæ d k. Ergo ex diffinitione circulorum ęqualium, circulus circunſcribens pentagonum c, eſt æqualis circulo circunſcribenti trigonum. nam ſemidiametri horum circulorum ſunt æquales, uidelicet c f & d k: quod erat ex principio demonſtrandum.

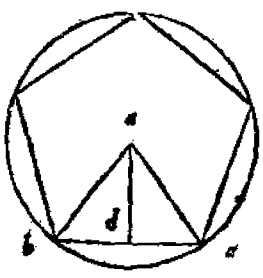






Euclid. ex Camp. *Propoſitio 6.*

6 QVadratum quoq; quod eſt triangulum alias trigincuplũ tetragoni, qui ſub perpendiculari ducta à centro circuli circunſcribentis pentagonum figuræ duodecim baſium ad latus pentagoni, atq; ſub latere ipſius pentagoni continetur, omnibus ſuperficiebus corporis duodecim baſium pariter acceptis eſſe ęquale, ex neceſsitate conuincitur.



CAMPANVS. Sit pentagonus a una ex 12 baſibus figuræ dodecedri, & unũ ex eius lateribus ſit b c, ſibiq; ex 14 quarti circunſcribatur circulus ſupra centrum a, & protrahantur lineæ a b & a c & b d perpẽdidicularis ad b c. Dico ergo quòd trigincuplũ eius quod fit ex a d in b c, eſt æquale omnibus ſuperficiebus dodecedri pariter acceptis. Conſtat enim pentagonũ d, eſſe diuiſibilẽ in quinq; triangulos æquales

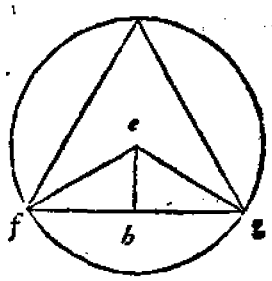
triangul

triangulo a b c ex 8 primi. Itaq; omnes 12 pentagoni dodecedri (cum omnes sint æquales & simi les pentagono a) diuisibiles sunt in 60 triangulos, quorum quisq; per 8 primi est æqualis triangulo a b c. Quod autem fit ex a d in b c, est duplum per 41 primi, ad triangulum a b c. Ergo trigin cuplum eius quod fit ex a d in b c, est sexagincuplum ad triangulum a b c, nam ut simplum ad sim plum sic duplum ad duplum. Cum itaq; omnes dodecedri superficies pariter acceptæ sint etiam sexagincuplum ad triangulum a b c, sequitur ut trigincuplum eius quod fit ex a d in b c, sit æqua le omnibus superficiebus dodecedri pariter acceptis. Quod est propositum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 7.*

QVadratum quoq; quod est triangulũ, alias trigincuplum tetragoni, qui sub perpendiculari ducta à centro circuli ad latus sibi inscripti triãguli figuræ uiginti basium, atq; sub ipso latere trianguli continetur, æquale est omnibus superficiebus figuræ uiginti basium pariter acceptis.

CAMPANVS. Esto enim hic trigonus e, una ex 20 basibus figu ræ icosedri & unum ex eius lateribus sit f g, sibiq; ex 5 quarti circũscribatur circulus super centrum e, & protrahãtur lineæ e f, e g, & e h perpẽdicularis ad f g. Dico igitur quod trigincuplum eius quod fit ex e h in f g, est æquale omnibus superficiebus icosedri pariter acceptis. Constat enim trigonũ esse diuisibilẽ in tres trigonos, quorum quilibet per octauam primi, est æqualis trigono e f g Itaque omnes 20 trigoni icosedri pariter accepti, (cum cuncti sint æquales & similes trigono e) sunt tanquam sexagincuplum trigoni e f g. Et quia per 41 primi, quod fit ex e h in f g est duplum trigoni e f g, ideoq; trigincuplum huius est æquale sexagincuplo illius, sequitur ut trigincuplũ e h in e f sit æquale omnibus superficiebus icosedri pariter acceptis: quod erat demonstrandum.



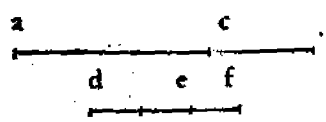
COROLLARIVM. Manifestum igitur est, quòd proportio superficierum figuræ duodecim basium in aliqua sphæra contentæ ad superficies figuræ uiginti basium in eadem sphæra conclusæ, est tanquam proportio tetragoni contenti sub latere pentagoni ipsius figuræ duodecim basium & sub perpendiculari ducta à centro sui circuli ad ipsum latus pentagoni, ad tetragonum contentum sub latere trianguli ipsius figuræ uiginti basium & perpendiculari ducta à centro sui circuli ad ipsum latus trianguli corporis uiginti alchaidarum. Quod per illud correlarium concluditur uerum esse, siue figura duodecim basium & figura uiginti basium sint ab eadem sphæra circunscriptibiles ut proponitur, siue etiam fuerint circunscriptibiles à diuersis sphæris, proponitur autem prout hæ figuræ sunt circũscriptibiles ab eadem sphæra, quoniam hoc modo ualet & sufficit ad propositum. Eius ergo communis ueritas sic patet. Constat enim ex 6 huius, quòd trigincuplum a d in b c æquum est omnibus superficiebus dodecedri pariter acceptis cuius pentagonus, a est una ex 12 superficiebus. Et ex hac 7 constat similiter, quòd trigincuplum e h in f g, æquũ est omnibus superficiebus icosedri pariter acceptis, cuius trigonus e est una ex 20 basibus, siue illud dodecedron & istud icosedron eadem sphæra circunscribat, siue diuerse, itaq; proportio trigincupli a d in b c ad omnes superficies illius dodecedri pariter acceptas, est sicut trigincupli e h in f g ad omnes superficies icosedri pariter acceptas: utrobiq; enim est proportio æqualitatis. Quare permutatim trigincuplum a d in b c ad trigincuplum e h in f g, sicut omnes superficies illius dodecedri ad omnes superficies huius icosedri, & per 11 quinti trigincupli ad trigincuplũ, est sicut simpli ad simplum. Constat igitur per 11 quinti quòd proportio omnium superficierum illius dodecedri ad omnes superficies huius icosedri, est eius quod fit ex a d in b c, ad id quod fit ex e h in f g. Et hoc est, quod ex correlario proponitur.

Euclid. ex Camp. *Propositio 8.*

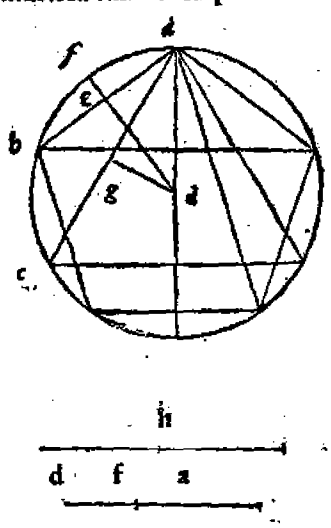
PRoportio cunctarum superficierum corporis duodecim basium pariter acceptarum ad cunctas superficies corporis uiginti basiũ pariter acceptas, quæ ab una sphæra ambo circunscribuntur, est tanquam proportio lateris cubi quem circunscribit eadem sphæra, ad latus trianguli ipsius corporis uiginti basium.

CAMPANVS.

CAMPANVS. Vt ab huius octauę demõſtrationis 14 libri proceſſu ambiguitas omnis abſcedat iſtud præſcire oportet. Quòd ſi aliqua linea ſecundum proportionem habẽtem medium duoq; extrema fuerit diuiſa, & ex medietate eius tanquam dimidium ſuæ maioris portionis detrahatur ipſa quoq; medietas ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema diuiſa erit, & eius maior portio eſt tãquam dimidium maioris ſuæ duplæ. Verbi gratia: Sit a b diuiſa ſecundum proportionẽ habentem medium duoq; extrema, in c, & maior eius portio ſit a c, & ſit d e tanquam dimidium a b, & d f tanquam dimidium a c. Dico ergo quòd d e diuiſa eſt in f ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & maior portio eius eſt d f, conſtat enim ex 15 quinti, quod proportio a b ad a c, eſt ſicut d e ad d f, uidelicet duplum ad duplum, tanquam ſimplum ad ſimplum. Quare permutatim a b ad d e, ſicut a c ad d f, igitur per 19 quinti c b ad f e, ſicut a b ad d e. Eſtq; c b, dupla ad f e, ſic enim eſt a b ad d e. Cum igitur tota a b ſit dupla ad totam d e, & ſingulæ partes a b ad ſingulas partes d e, erit ex 15 quinti & prima eiuſdem & diffinitione lineæ diuiſæ ſecundum proportionem habentem medium, duoq; extrema, linea diuiſa in f, quemadmodum proponitur.

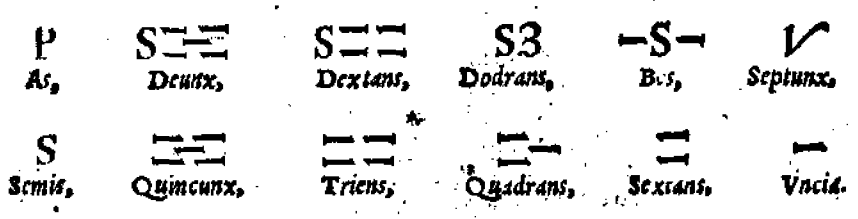


Nunc igitur demõſtrationi eius quod propoſitum eſt inſiſtamus. Ad cuius exemplum ſit a b c circulus, cuius centrum d, circunſcribens pentagonum dodecedri & trigonum icoſedri, quæ ambo pariter eadem ſphæra circunſcribit & concludit. nam ex 5 huius manifeſtum eſt, quod idem circulus huius pentagonum & illius trigonum circunſcribit. Sit autem linea a b, latus pentagoni, & linea a c, trigoni, ſitq; linea h, tanquam latus cubi ab eadem ſphæra circunſcripti. Dico itaque quòd proportio omnium ſuperficierum dodecedri pariter acceptarum ad omnes ſuperficies icoſedri pariter acceptas, eſt ſicut linea h ad lineam a c, producatur quidem à centro d, perpendicularis ad a b, quæ tranſeat uſque ad circunferentiam, ſecans a b in puncto e, & arcum eius in puncto f. hanc autem perpendicularem conſtat diuidere per æqualia tam lineam a b quàm eius arcum, chordam quidem a b per ſecundam partem 3 tertij, arcum uerò eius per 4 primi & 27 tertij. Eſt igitur arcus f a decima pars circunferentiæ. Subtendatur itaq; ſibi chorda a f, quæ erit latus decagoni æquilateri eiuſdem circuli, erit igitur ex 9 tredecimi linea conſtans ex d f, f a, diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoque extrema & maior portio eius erit linea d f. At uerò ex prima huius d e, eſt æqualis dimidiò f, dimidioq; f a in longum directumq; coniunctis. Sit igitur d g perpendicularis ad a c, eritq; ex correlario 8 tredecimi g d, tanquam dimidium d f. Itaq; ſi à linea d e quæ eſt tanquam dimidium d f a, cum d f, & f a ſit linea una, detrahatur æqualis d g quæ eſt tanquam dimidium d f, erit per illud quod ante hoc probatum eſt, linea d e diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & maior portio erit tanquam g d. Ex demonſtratione autem 17 tredecimi cõſtat, quòd ſi linea h, quæ eſt latus cubi diuidatur ſecundum proportionem habentem medium duoque extrema, maior portio eius erit tanquam a b, quæ eſt latus pentagoni figuræ 12 baſium. Itaq; per 2 huius, proportio h ad a b, eſt ſicut d e ad g d, quare per primam partem 15 ſexti, quod prouenit ex h in g d, æquum eſt ei quod fit ex a b in d e. Ex correlario autem præmiſſæ manifeſtum eſt, quod proportio omnium ſuperficierum dodecedri cuius latus a b pariter acceptarum ad omnes ſuperficies icoſedri, cuius latus a c, pariter acceptas, eſt ſicut eius quod fit ex a b in d e, ad illud quod fit ex a c in g d. Igitur ex prima parte 7 quinti & 11 eiuſdem, proportio eius quod prouenit ex h in g d, ad illud quod prouenit ex a c in g d, eſt ſicut omniũ ſuperficierũ illius dodecedri ad omnes eius icoſedri. At uerò huius quod prouenit ex h in g d, ad illud quod prouenit ex a c in g d, eſt per 1 ſexti, ſicut h ad a c. Itaq; per 11 quinti proportio omnium ſuperficierum illius dodecedri ad omnes huius icoſedri, eſt ſicut h ad a c quod eſt propoſitum. Hoc ipſum aliter probare poterimus, ſi ad ipſum huius antecedens neceſſarium præmiſerimus, quod eſt.

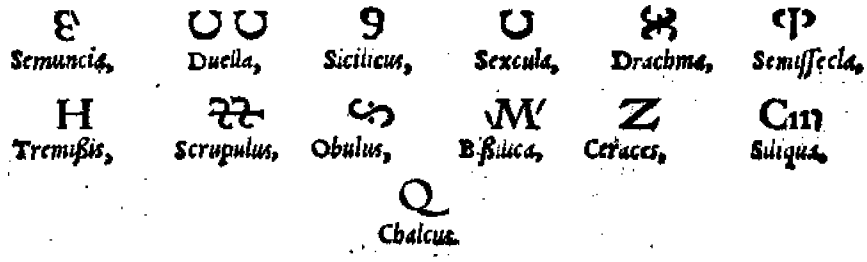


Si circulò cuilibet pentagonus æquilaterus inſcribatur, rectangulum quod ſub dodrante diametri ipſius circuli & ſub dextãte ipſius lineæ angulum ipſius pentagoni ſubtendentis continetur, eidem pentagono æquum eſſe ex neceſſitate oportet.

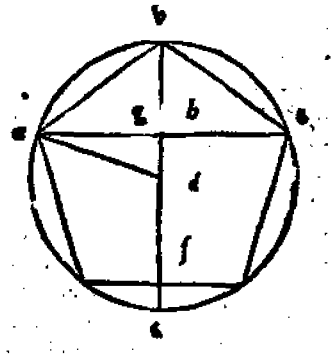
Maiores noſtri unumquodque integrum in duodecim parteis æquales intellectu & ratione diuiſerunt: omnesq; eas ſimul, hoc eſt ipſum totum, *Aſſem* uocauerunt: undecim uerò earum, dixerunt deuncem: decem autem, Dextantem: nouem, Dodrantem: octo uerò Beſſem: at ſeptem, Septantem uel ſeptuncem: ſex autem, Semiſſem: quinque, Quincuncem: quatuor, Triente m:res autem, Quadrantem: duas uexò, Sextantem: unam autem, appellauerunt Vnciam. Easq; per ordinem talibus deſignauere figuris, quæ ſæpiſsimè inueniuntur in antiquis libris.



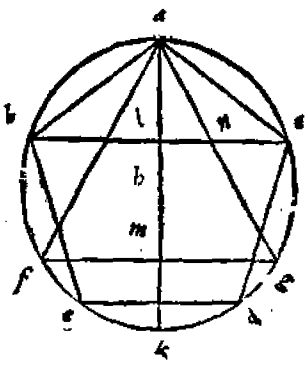
Vnciam quoq;, quam duodecimam partem Aſsis fore diximus, in alias duodecim fractiones, ſed alia uia diuiſerunt. Nam medietatem Vnciæ, dixerunt Semunciam: tertiam uerò, Duellam: quartam, Sicilicum: ſextam, Sexculam: octauam, Drachmam: duodecimam, Semiſſeclam: decimamoctauam, Tremiſſem: uigeſimamquartam, Scrupulum: quadrageſimamoctauam, Obulum: ſeptuageſimamſecundam, Biſsiliquam: nonageſimamſextam, Ceracem: ultimam uerò quæ eſt centeſima quadrageſimaquarta pars ipſius Vnciæ, Siliquam nominauerunt. Has autem duodecim fractionibus Vnciæ, poſteriores adiunxere Chalcum: eſt autem Chalcus, centeſima nonageſimaſecunda pars Vnciæ. Cuius additionis cauſa fuit, ut uſq; ad minimum extremum diateſſeron & diapente ſymphoniarum tonorum ſemitonorumq; interuallis diſtinctarum, harum fractionum denominatio conſcenderet uel contenderet: & ipſas omnes ſecundum ordinem talibus annotauere figuris.



Eius ergo quod dicitur, ſenſus eſt: Quòd ſi in aliquo circulo pentagonus æquilaterus inſcribatur, illud quod *fit ex tribus quartis diametri circuli in quinq; ſextas lineas ſubtẽdentis unum* ex angulis inſcripti pentagoni, æquale eſt pentagono. Verbi gratia: Sit circulus a b c, ſicut centrum d, eiq; ex undecima quarti, inſcribatur pentagonus æquilaterus, cuius duo latera unum ex ſuis angulis continentia ſint a b & b c, & angulo b ſubtendatur linea a c, & protrahatur diameter b d e ſecans lineam a c per æqualia in puncto g, ſitq; d f medietas d e, & g h dupla ad h c, eritq; b f dodrans diametri: eſt enim tres quartæ ipſius, & a h erit dextans uel ſextans a c: *eſt enim quinta ſextæ eius*, protrahatur autem linea a d: dico quòd illud quod prouenit ex b f in a h, eſt æquale pentagono inſcripto circulo. Cum enim a g ſit perpendicularis ad b d, erit ex quadrageſimaprima primi, & illud quod prouenit ex b d in a g, duplum ad triangulum a b d, ideoq; quod prouenit ex b f in a g, triplum erit ad eundem triangulum. & quod prouenit ex b f in h g duplum, & ex b f in totam a h quincuplum. Cum itaque totus pentagonus quintuplus ſit ad eundem triangulum, conſtat quòd illud quod fit ex b f in a h, eſt æquale pentagono. Et illud erat demonſtrandum. Quod igitur ex principio propoſitum eſt, nuncalia uia (ſicut promiſimus) demonſtremus. Sint itaq; circulo, cuius centrum h inſcripti, pentagonus figuræ duodecim baſium, & trigonus figuræ uiginti baſium, quas eadem ſphæra circunſcribit. Conſtat enim ex *quinta huius, quòd huius dodecedri pentagonus, & illus icoſedri trigonus*, ab eodem circulo circunducentur, ſitq; pentagonus a b c d e, & trigonus a f g, & angulo a pentagoni ſubtendatur linea



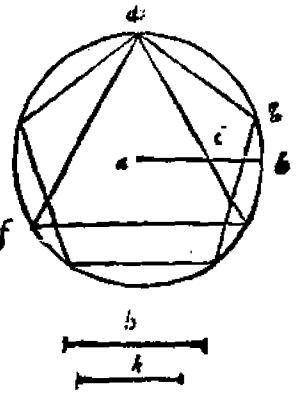
tur linea b e, quæ ex demonſtratione 17 tredecimi erit latus cubi quem eadem ſphæra concludit, protrahatur itaq; diameter a h k, ſecans orthogonaliter & per æqualia utranq; duarum linearum b e & f g, hanc quidem in puncto l, illam uerò in puncto m. Dico ergo quòd proportio omnium ſuperficierum dodecedri ad omnes icoſedri, quorum pẽtagonus & trigonus propoſito circulo ſunt inſcripti, eſt ſicut lineæ b e, quę eſt latus cubi ab eadem ſphæra concluſi, ad lineam f g quę eſt latus trigoni icoſedri. Cõſtat enim ex correlario 8 tredecimi, quòd linea h m eſt dimidium lineę a h, ideoq; a n erit dodrans diametri a k, eſt enim eius tres quartæ. Sit ergo l n dupla ad n e, eritq; b n dextans b e, eſt enim quinque eius ſextæ. Ita quòd per præmiſſum antecedẽs, quod prouenit ex a m in b n, erit æquale pẽtagono a b c d e, quod autem prouenit ex a m in m f, eſt æquale triangulo a f g. Igitur ex 1 ſexti, proportio pentagoni ad trigonum, eſt ſicut b n ad m f, quare duo decupli illius pentagoni ad uigincuplum iſtius trigoni, ſicut duodecupli lineæ b n ad uigincuplum lineæ m f, quod ex 15 quinti & æqua proportionalitate manifeſtum eſt. Duodecuplum autem b n, eſt tanquam decuplum b e, nam 12 dextantes, coęquant 10 aſſes, hoc eſt 10 tota: uigincuplum uerò m f, eſt tanquam decuplum f g, nam f g eſt dupla ad m f. Igitur duodecupli iſtius pentagoni ad uigincuplum iſtius trigoni, eſt ſicut decupli b e ad decuplum f g. Et quia duodecuplum illius pentagoni eſt omnes ſuperficies dodecedri, uigincuplum autem huius trigoni eſt omnes ſuperficies icoſedri, & quia per 15 quinti decupli b e ad decuplũ f g, ſicut b e ſimplæ ad f g ſimplam, erit per 11 quinti, proportio omnium ſuperficierum dodecedri pariter acceptarum ad omnes ſuperficies icoſedri pariter acceptas, ſicut b e ad f g: & hoc eſt quod oportuit nos demonſtrare.



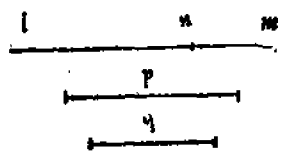
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

9 DIuiſa qualibet linea ſecundum proportionem habẽtem medium duoq; extrema, erit proportio lineæ potentis ſupra totam lineam, eiusq; maiorem portionẽ ad lineã potẽtem ſupra totam eiuſdemq; minorem portionem, tanquam proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis uiginti baſium unà cum cubo ipſo in eadem ſphæra contenti.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa ſecundum proportionem habentẽ medium duoq; extrema, & maior portio ſit linea a c, & ſuper centrum a ſecundum quantitatem lineæ a b deſcribatur circulus d b e, eiq; inſcribatur ex 11 quarti pentagonus æquilaterus, cuius unum latus ſit d e, & ex ſecunda eiuſdem triangulus æquilaterus cuius unum latus ſit d f, & uni ex angulis pẽtagoni qui ſit d, ſubtendatur linea e g. Conſtat igitur ex 5 huius, quòd ſphęra circunſcribens dodecedron cuius pẽtagoni latus eſt d e, circunſcribit ſimul icoſedron, cuius triãguli latus eſt d f, & ex demonſtratione 17 tredecimi manifeſtum eſt, quòd eadem ſphæra circunſcribit cubum cuius latus eſt e g. Sumatur ergo linea h potẽs ſuper totum a b & eius maiorem portionem a c, & ſumatur k potẽs ſuper totam a b & minorem eius portionẽ b c. Dico itaq; quòd proportio e g ad d f, hoc eſt lateris cubi ad latus triãguli icoſedri unà cum ipſo cubo ab ipſa ſphæra cõtenti, eſt ſicut h ad k. Conſtat quidem quod ex correlario 15 quarti, quòd a b eſt tãquam latus hexagoni æquilateri circulo b d e inſcripti. Igitur ex 3 huius, a c eſt tanquam latus decagoni eiuſdem circuli. Itaq; per 10 tredecimi, d e potens eſt ſuper totam a b & eius maiorem portionem a c, quare d e eſt æqualis h, nam quadratum utriuſq; earum, tãtum eſt quãtum quadrata duarum linearum a b & a c pariter accepta. Patet autem ex 8 tredecimi, quòd d f eſt tripla potentialiter ad a b, at uerò ex 5 eiuſdem patet, quòd k quoq; tripla eſt potentialiter ad a c. Ergo ex ſecunda parte 11 ſexti, proportio d f ad a b, eſt ſicut k ad a c, quare permutatim d f ad k, ſicut a b ad a c. Et quia ex demonſtratione 17 tredecimi, manifeſtum eſt quòd ſi e g diuidatur ſecundum proportionem habẽtem medium duoq; extrema, maior portio eius erit tanquã d e, erit per ſecunda huius proportio e g ad d e, ſicut a b ad a c, quare per 11 quinti erit quoq; e g ad d e, ſicut d f ad k, & permutatim e g ad d f, ſicut d e ad k. Et quia per primã partem 7 quinti, d e ad k, ſicut h ad k, eo quòd d e & h ſunt æquales, erit per 11 quinti e g ad d f, ſicut

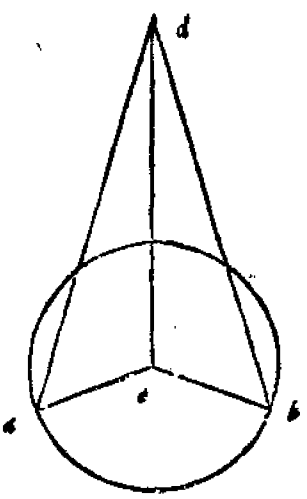


h ad k:quod eſt propoſitum. Non ſolum autem eſt proportio e g lateris cubi ad d f latus triangu li icoſedri ſicut h ad k,immo ſimpliciter ſicut quarumlibet duarum linearum unius ad alteram, quarum altera poteſt ſuper totam quamlibet lineam diuiſam ſecundum proportionẽ habentem medium duoq; extrema,& ſuper eius maiorem portionem,altera uerò ſuper totam & eius mino rem portionem.nam ſingularum linearum talium eſt proportio una. Verbi gratia,maneant prio res hypotheſes circa lineas a b,h & k,& ſumatur quoq; quælibet alia linea quæ ſit l m, diuiſa ſecundum proportionem habentem medium, duoq; extrema in n, & portio maior ſit l n, ſitq; linea p potens ſuper totam l m & eius maiorem portionem l n,& linea q ſit potens ſuper totam l m & eius minorem portionem m n.Dico ergo quòd proportio p ad q,eſt ſicut h ad k. Conſtat enim ex 2 huius,quòd b a ad a c,eſt ſicut l m ad l n,ergo per primam partem 21 ſexti,quadrati b a ad quadratum a c, eſt,ſicut quadrati m l ad quadratum n l,quare cõiunctim quadrati h ad quadratũ a c,ſicut quadrati p ad quadratum l n,& permutatim quadrati h ad quadratum p,ſicut quadrati a c ad quadratum l n. Eodẽ argumẽtationis genere ſequitur quòd proportio quadrati k ad quadratum q,eſt ſicut quadrati c b ad quadratum n m.Et quia ex 2 huius & prima parte 21 ſexti,quadratum a c ad quadratum l n,ſicut quadratũ c b ad quadratum m n,erit ex 11 quinti quadratum h ad quadratum p,ſicut quadratum k ad quadratum q,quare per ſecundam partẽ 21 ſexti h ad q,ſicut k ad p. Et permutatim h ad k,ſicut p ad q:quod erat demonſtrandum. Et ne quiſquã dubitationis locus ea quæ demonſtranda reſtant obfuſcet, præmittenda adhuc duximus quædã, quibus ſequẽtia firmo demõſtrationis robore inconcuſſa permaneant.



Si aliqua plana ſuperficies ſphæram quamlibet ſecet, communis ſectio planæ ſuperficiei ſecantis & curuæ ſuperficiei ſphæræ erit circunferentia continens circulum.

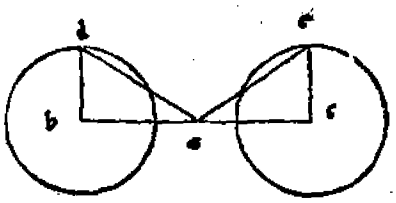
Sit igitur aliqua plana ſuperficies ſecans ſphæram, & ſit linea a b communis ſectio ſuperficiei ſecantis & ſuperficiei ſphęræ, dico quòd linea a b eſt circunferentia circuli. Aut enim centrum ſphæræ eſt in plana ſuperficie ſecante,aut extra. Quòd ſi fuerit in ea,ponatur ubicunq; contigerit,&ſit c c. Quia ergo tota linea a b eſt in ſuperficie ſphærę, & quia omnes lineæ ductæ à centro ſphærę ad ipſius circunferentiam ſunt æquales,quemadmodum conſtat ex diffinitione ſphærę,ſequitur ut omnes lineæ ductæ à puncto c ad lineam a b ſint æquales. Eſt igitur ex diffinitione circuli ſuperficies quam cõtinet linea a b circulus, & eius centrum eſt c, uidelicet idem quòd centrum ſphærę. Si autem centrum ſphærę fuerit extra ſuperficiem ſecantem, ponatur ergo ubilibet quod ſit d,à quo ſecundum doctrinã 11 undecimi,ducatur linea d c perpendicularis ad ſuperficiem ſecantem,& protrahantur ab eodem centro d,duæ lineæ rectę quomodocunq; contingat ad lineam a b,quæ ſint d a & d b, & iungatur c cum a & cum b,eruntq; duæ lineæ d a & d b æquales, eo quòd ipſę ſunt à centro ſphæræ ad ſuperficiem eius. Ex diffinitione autem lineę perpendicularis ad ſuperficiẽ manifeſtum eſt,quòd anguli d c a ad d c b ſunt recti,ideoq; ex penultima primi,& iſta cõmuni ſcientia (quę æqualibus ſunt æqualia inter ſe ſunt æqualia) erunt quadrata duarum linearum c d & c a pariter accepta,æqualia quadratis duarum linearum d c & c b pariter acceptis.dempto itaq; utrinq; quadrato d c,erit quadratum c a æquale quadrato c b,quare & linea c a,lineæ c b. Eodem argumentationis genere neceſſe eſt omnes lineas ductas à puncto c ad lineam a b,eſſe æquales.Ergo ex diffinitione circuli,ſuperficies quam continet linea a b,eſt circulus,& eius centrum eſt c,quod eſt propoſitum. Ex hoc itaq; manifeſtum eſt,quòd cum ſuperficies ſecat ſphęram ſuper centrum eius,ſector prouenies in ſuperficie ſphæræ eſt linea cõtinens circulum,cuius centrum eſt centrũ ſphæræ. Cum autẽ ſuperficies ſecat ſphæram non ſuper centrum eius,ſector quoq; prouenies in ſuperficie ſphæræ,eſt linea continẽs circulum cuius centrum eſt punctus ille in quo incidit penpendicularis ducta à centro ſphæræ ad ſuperficiem ſecantem. Amplius autem dico:



Si in ſphæra aliqua fuerint circuli æquales, perpendiculares ductæ à centro ſphæræ ad ſuperficies illorum circulorum erunt adinuicem æquales.

Sint in ſphæra cuius centrum a, ſignati duo circuli b & c æquales, quorum ſuperficies protra-

protrahantur à centro ſphæræ, uidelicet à puncto a, perpendiculares, ſecundum quod docet 11 undecimi, ad hunc quidem a b, ad illum autem a c. Dico quòd duæ lineæ a b & a c ſunt ęquales. Protrahantur enim à punctis b & c ſingulæ lineæ rectę ad circunferentias illorum circulorum prout libuerit, in hoc quidem b d, in illo autem c e, & iungatur a cum d & cum e, eritq; ex diffinitione lineæ ſupra ſuperficiem perpendiculariter ſtantis, uterq; duorum angulorum a b d, a c e rectos. At uerò ex ſecunda parte præmiſsi correlarij manifeſtum eſt, quòd duo puncta b & c ſunt centra circulorum b c, ideoq; duæ lineæ b d & c e ſunt ſemidiametri eorum, qui circuli cum ponantur æquales, ſequitur ex diffinitione æqualium circulorum has ſemidiametros eſſe æquales. Et quia duæ lineæ a d & a e ſunt ęquales, quia ſunt ductę à centro ſphærę ad eius ſuperficiem, erunt ex penultima primi duæ perpẽdiculares a b & a c æquales: quod oportebat demonſtrare. Nunc igitur ad propoſitum redeamus.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

10 PRoportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri, quæ ambo una eademq; ſphæra includit, eſt ſicut omnium ſuperficierum eius pariter acceptarum ad omnes ſuperficies illius pariter acceptas.

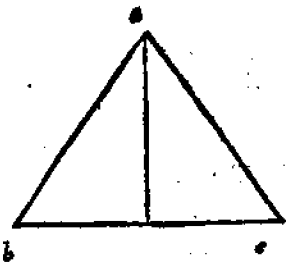
CAMPANVS. Hoc eſt quod ſuperius poſt demonſtrationem 1 huius, autoritate Ariſtæi & Apollonij commemorauimus, cuius demonſtratio ex ijs quæ præmiſſa ſunt, euidenter elicitur. Ex 5 quidem huius manifeſtum eſt, quòd circuli quorum alter circũſcribit pẽtagonum dodecedri, reliquus uerò trigonum icoſedri, quę ambo corpora ſphęra una coercet, ſunt adinuicem ęquales. Itaq; erunt perpendiculares à centro ſphærę ad ſuperficies omniũ circulorum circunſcribentiũ pentagonos huius dodecedri & trigonos illius icoſedri in eorum cẽtra cadentes, adinuicem æquales, ſicut ex præmiſsis manifeſtũ eſt. nam omnes hi circuli, teſte 5 huius ſicut dictũ eſt, æquales ſunt ſibi adinuicem. Pyramides igitur quarum ſunt baſes pẽtagoni dodecedri, & coni earum ſimiliter cẽtrum ſphæræ, ac pyramides quarum baſes ſunt trigoni icoſedri & coni earum ſimiliter centrum ſphærę, ſunt æquè altę. Cunctarum quidem pyramidum altitudinem, menſurant uel determinant à conis ad baſes perpendiculares cadentes. Pyramides autem ęquè altas, ſuis baſibus proportionales eſſe oportet, quemadmodum in 6 duodecimi probatum eſt. Itaq; proportio pyramidis cuius pẽtagonus dodecedri, ad pyramidem cuius baſis trigonus icoſedri eſt ſicut iſtius pentagoni ad hunc trigonũ, ideoq; per 24 quinti, proportio duodecupli illius pyramidis cuius baſis pentagonus dodecedri ad pyramidẽ cuius baſis trigonus icoſedri, ſicut duodecupli illius pentagoni ad hunc trigonũ, hę autẽ 12 pyramides quarũ ſunt baſes 12 pentagoni dodecedri, ſunt tanquam totum corpus ipſius dodecedri, at 12 pẽtagoni tãquam omnes ſuperficies eius, itaq; proportio corporis dodecedri ad pyramidem cuius baſis eſt trigonus icoſedri, eſt ſicut proportio omniũ ſuperficierum dodecedri ad trigonum icoſedri. Quare rurſus ex 24 quinti, proportio corporis dodecedri ad uigincuplũ illius pyramidis cuius baſis eſt trigonus icoſedri, eſt ſicut omniũ ſuperficierum dodecedri ad uigincuplũ trigoni icoſedri. Cum igitur uigincuplum huius pyramidis ſit tãquam totum corpus icoſedri, ad uigincuplum iſtius trigoni tanquã omnes ſuperficies ipſius icoſedri, erit proportio coporis dodecedri ad corpus icoſedri, quę ambo una eademq; ſphęra cõcludit, ſicut proportio omnium ſuperficierum corporis dodecedri pariter acceptarum ad omnes ſuperficies corporis icoſedri pariter acceptas. Hoc autẽ eſt prædictorum philoſophorum de proportione horum duorum corporum ſentẽtia, fixa ſolidaq; demonſtratione roborata. Cui quoq; adijciendum eſt hoc, nam cũ proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis icoſedri unà cum ipſo cubo ab eadẽ ſphæra cõcluſi, ſit ſicut proportio omnium ſuperficierum corporis dodecedri pariter acceptarũ ad omnes ſuperficies ipſius icoſedri in eadem ſphæra concluſi, ſicut ex 8 huius demonſtratum eſt, erit ex 11 quinti proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri quæ ambo ſphæra una circumuoluit, tanquam proportio lateris cubi eidemq; ſphæræ inſcriptibilis ad latus ipſius trigoni icoſedri. Amplius autem quia diuiſa qualibet linea ſecundum proportionem habẽtem medium duoq; extrema eſt proportio lineæ potẽtis ſuper totam & eius maiorem portionẽ, ſicut lateris cubi alicui ſphærę inſcripti ad latus trigoni corporis icoſedri ab eadem ſphæra circunducti, ſicut ex 9 huius demonſtratũ eſt, erit etiã ex 11 quinti, ut diuiſa qualibet linea ſecundum proportionẽ habentem medium duoq; extrema ſit proportio lineæ potentis ſuper totam & eius maiorẽ portionem ad lineam potentem ſuper totam & eius minorem portionẽ, ueluti proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri quæ ambo una ątq; eadem ſphæra circũſcribit. Ex dictis igitur manifeſtũ eſt quòd proportio lateris cubi alicui

ſphærę inſcripti ad latus trigoni icoſedri ab eadē ſphæra circūſcripti, item proportio cunctarum ſuperficierum dodecedri ad cunctas ſuperficies icoſedri, quæ ambo eadē ſphæra circunſcribit, & rurſus proportio lineæ potentis ſuper quālibet lineā diuiſam ſecundum proportionē habētem medium duoq; extrema, & ſuper eius maiorē portionem ad lineam potentē ſuper eandem & ſuper eius minorē portionem, itaq; iterū proportio corporis dodecedri ad corpus, icoſedron quæ ambo una eademq; ſphęra coercet, eſt proportio una. Mirabilis itaq; eſt potētia lineæ ſecūdum proportionē habentē medium, duoq; extrema diuiſæ. Cui cum plurima philoſophātium admiratione digna cōueniant, hoc principiū uel pręcipuum ex ſuperiorum principiorum inuariabili procedit natura, ut tam diuerſa ſolida tum magnitudine tum baſiū numero tum etiam figura, ir rationali quadā ſymphonia irrationabiliter cōciliet. Quippe demōſtratum eſt quōd proportio dodecedri corporis ad icoſedron corpus, quæ ambo ſphæra una coambit, eſt quaſi proportio li neæ potentis ſuper quālibet lineā ſecudum prędictam proportionem diuiſam & ſuper eius maiorem partem, ad quamlibet lineam potētem ſuper eandem & eius minorem partē. Quoniā uerō de tribus cęteris corporib. regularibus nihil adhuc diximus, ſtudeamus de ipſis aliquid dicere.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 11.

IN omni triangulo æquilatero ſi ab uno angulorum eius perpendicularis ad baſin ducatur, latus eiuſdem trianguli ad ipſam perpendicularem potentialiter ſeſquitertium eſſe conueniet. 11

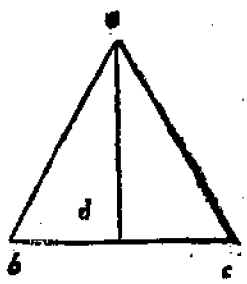
CAMPANVS. Sit enim triangulus æquilaterus a b c, ducaturq; ab angulo a, linea a d, perpēdicularis ad baſin. Dico quōd a b eſt potētialiter ſeſquitertiū ad a d. Sunt quidē ex 5 primi, duo anguli b & c æquale s. Et qa anguli ad d ſunt recti, erit per 26 primi, linea b c diuiſa per æqualia in pūcto d. Itaq; ex 4. ſecūdi quadratum b c, quadruplum ad quadratū b d, ideoq; etiam quadratum a b, quadruplum eſt ad quadratū b d, eſt enim triangulus æquilaterus. Quare per penult. primi, quadrata duarum linearū a d & b d pariter accepta, quadruplū ſunt ad quadratū b d. Itaq; quadratū a d, triplū eſt ad quadratū b d: conſtat ergo propoſitū.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 12.

OMnis trigonus æquilaterus cuius eſt latus rationale, ſuperficies medialis eſſe probatur. 12

CAMPANVS. Sit ut prius, trāgulus a b æquilaterus, & ſit latus eius a b rationale ſiue in longitudine ſiue in potētia tantū. Dico itaq; quōd ipſe triāgulus eſt ſuperficies medialis. Ducatur enim perpēdicularis ad a b, angulo a ad baſin, eritq; ex præmiſſa & ex 6 decimi, & diffinitione ſuperficiei rationalis, quadratū lineę a d rationale, & linea a d rationalis in potētia. Ipſa autē ex ultima parte decimæ mediante pręmiſſa, erit incommenſurabilis lineæ a b, ideoq; & linea b d, quę eſt tanquā eius dimidium. Sunt itaq; duæ lineæ a d & b d rationales: potētialiter tantū cōmunicantes, igitur ex 19 decimi, ſuperficies unius earū in alterā eſt medialis. Cumq; ſuperficies unius earum in alterā ſit æqualis trigono a b c, cōſtat uerū eſſe quod diximus.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 13.

VNctę ſuperficies utriuslibet duorū ſolidorū, quorū alterū eſt pyramis quatuor baſiū triangulariū & æquilaterarum, reliquū uerò eſt corpus octo baſium triangularium & æquilaterarū pariter acceptę, ſi diameter ſphærę ea circunſcribentis rationalis fuerit, componunt ſuperficiem medialem. 13

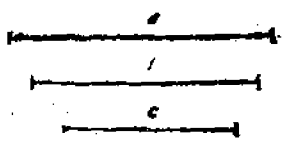
CAMPANVS. Nā ſi diameter ſphærę alterū duorum propoſitorū corporū circūſcribētis fuerit ratiōalis ſiue in lōgitudine ſiue in potētia tātū, erit ex correlario 13 tredecimi, latus pyramidis ratiōale in potētia, & ex correlario eiuſdē 35, latus q̄dq; corporis octo baſiū rōnale in potētia, quare per pręmiſſam, triāguli qui ſunt baſes utriuslibet corporis, erunt ſuperficies mediales. Et quia triāguli utriuslibet eorū ſibi adinuicē ſunt æquales, erunt ex 21 decimi, omnes ſuperficies utriuſlibet eorum pariter acceptæ componētes ſuperficiem medialem, quemadmodum proponitur.

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propositio 14.*

14 SI tetrachedron & octohedron una eadēq; sphæra circunscribat, erit una ex basibus tetrachedri sesquitertia ad unam ex basibus octohedri. Omnes autem bases octohedri pariter acceptas, ad omnes bases tetrachedri pariter acceptas, sesquialteram proportionem habere necesse est.

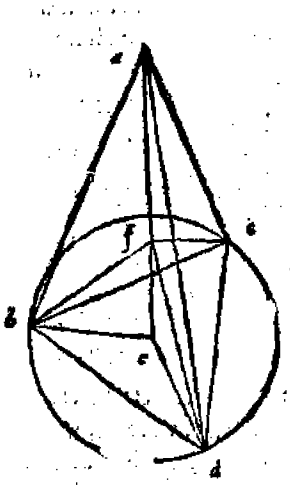
CAMPANVS. *Sit aliqua sphæra cuius diameter a, circunscribens pyramidem cuius latus b, & octohedron cuius latus c. Dico itaq; quòd triangulus æquilaterus cuius latus b, sesquitertius est ad triangulum æquilaterum cuius latus c, & quod superficies quam componunt octo trianguli æquilateri cuiusq;, quorum est latus c, sesquialtera est ad superficiem quam componunt quatuor trianguli æquilateri cuiusq; quorū est latus b. Constat enim ex correlario 13 tredecimi, quòd quadratum a ad quadratum b, est sicut 6 ad 4, igitur econuerso quadratum b ad quadratum a, sicut 4 ad 6. Ex correlario uerò 15 eiusdem manifestum est, quòd quadratum a ad quadratum c, sicut 6 ad 3. Itaq; per æquam proportionalitatem quadratum b ad quadratum c, sicut 4 ad 3. Quadratum autem b ad quadratum c, est sicut trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterum cuius latus c, utrobiq; enim est, sicut b ad c proportio duplicata ex secūda parte 18 sexti, igitur trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterum cuius latus c, sicut 4 ad 3. Quare constat prima pars propositi. Ex quo euidenter elicitur secūda. Erit enim per cōuersam proportionalitatem trigonus æquilaterus, cuius latus c, ad trigonū æquilaterum cuius latus b, sicut tria ad quatuor, ideoq; octuplū trigoni æquilateri cuius latus c, ad quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b, est sicut octuplum ternarij ad quadruplum quaternarij, hoc aūt sicut 24 ad 16. Et quia octuplū trigoni æquilateri cuius latus c, est oēs bases octohedri cuius latus c, & quadruplū trigoni æquilateri cuius b, est oēs bases pyramidis cuius latus b, & quia proportio 24 ad 16 est sesquialtera, sequitur ut superficies quam componunt omnes bases octohedri cuius latus c, ad superficiem quam componūt omnes bases pyramidis cuius latus b, sesquialtera (sicut diximus) in proportione respiciat.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 15.*

15 PYramide quatuor basium triangularium atque æquilaterarum intra sphęram quamlibet collocata, si à quolibet angulorum, eius per centrum sphæræ recta linea ad basin ducatur, in centrum circuli basin circunscribentis eam cadere, atque eidem basin perpendiculariter insistere necessario comprobatur.

CAMP. *Sit pyramis a b c d, quatuor basium triangularium atque æquilaterarum, intra sphæram aliquam cuius centrum sit f, collocata, & cum quilibet quatuor angulorum istius pyramidis posit esse conus eius, & quilibet quatuor triangulorum esse basis, imaginemur nunc eius solidum angulum a esse conum, & triāgulum b c d imaginemur esse basin, atq; huic basi intelligamus circunscriptū esse circulum b c d, dehinc à puncto a, quē imaginati sumus conū pyramidis, ducamus ad basin b c d, lineam rectam transeuntē per punctum f, qui est centrum sphæræ circunscribētis pyramidem de qua disputamus, & occurrat hæc linea superficiei b c d quam imaginati sumus basin pyramidis, super punctum e. Dico igitur q; punctum e est centrum circuli b c d, & quòd linea a f e est perpendicularis ad superficiem b c d. Producam enim lineas f b, f c, f d. Et quia quatuor puncta a b c d, sunt in superficie sphęræ cuius centrū f, propter hoc quod illam sphæram positum est circunscribere hanc pyramidem, erunt oēs quatuor lineæ f a, f b, f c, f, d, adinuicem æquales, sunt enim ductę à centro sphęræ ad eius superficiem. Ergo quia duo latera a f, & f b, trianguli a f b,*

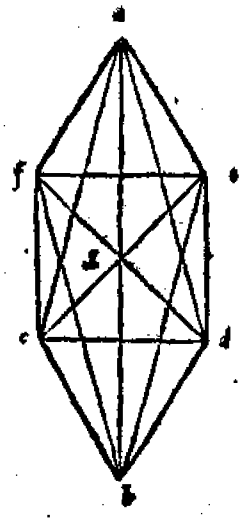


ſunt æqualia duobus lateribus a f & f c, trianguli a f c, & baſis a b baſi a e, nam pyramis poſita eſt æquilatera, erit ex 8 primi angulus a f b æqualis angulo a f c, ideoq; per 13 primi, angulus quoq; b f e, erit æqualis angulo c f e. Eodem modo probabis angulum d f e eſſe æqualem angulo c f e, neceſſe eſt enim ex 8 primi, ut angulus a f d ſit æqualis angulo a f c. Quare per 13 primi angulus quoque c f e, erit æqualis angulo d f e. Sunt igitur tres anguli c f e, d f e, adinuicem æquales. Protractis igitur lineis e b, e c, & e d, ſequitur ex 4 primi bis aſſumpta eas eſſe adinuicē æquales, ideoq; per 9 tertij punctus e, eſt centrum circuli b c d. Et quia perpendicularis ducta à centro ſphæræ ad ſuperficiem cuiuslibet circuli eam ſecantis, cadit ſuper centrum ęiuſdem circuli, ſicut ex iis quę præmiſſa ſunt, uidelicet ex iis quæ 10 huius immediatè præcedunt didiciſti, conuincitur lineam a f e eſſe perpendicularem ad ſuperficiem circuli a b c, quemadmodum proponitur. Sin autem, erunt eiuſdem circuli duo centra, quod natura tanquam impoſsibile exhorruit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*

SOlidum octo baſium triangularium atq; æquilaterarum quod ab aliqua ſphæra circunſcribitur, diuiſibile eſt in duas pyramides æquè altas, quarum altitudo æqualis eſt ſemidiametro ſphæræ, baſis autem utriuſq; quadratum quod eſt ſubduplum quadrato diametri ſphæræ. 16

CAMPANVS. Eſto corpus octo baſium triangularium atq; æquilaterarū cuius ſexanguli ſint a b c d e f, circunſcripta à ſphęra cuius centrum g. Conſtat itaq; quod ſex puncta a b c d e f, ſunt in ſuperficie ſphæræ cuius cētrum g. Si igitur centrum g iungatur cum quolibet horum ſex punctorum, erunt duę lineę iungentes ipſum eis adinuicem æquales, cū ipſæ ſint à centro ſphæræ ad ſuperficiem. Cum autem ex correlario 15 tredecimi, ſit diameter ſphæræ potētialiter dupla ad latus huius corporis, erit ex 4 ſecundi latus huius corporis potētialiter duplū ad ſemidiametrum ſphęræ. Quadratum ergo e f, duplū eſt ad quadratū ipſius c e, ideoq; æquale duobus quadratis duarum linearum e g et g f. Itaq; per penultimam primi angulus c g f, eſt rectus, eadem ratione quiſq; angulorū f g d, d g e, & e g c eſt rectus, quare per 14 primi, & c g d, & f g e eſt linea una, igitur ex 2 undecimi quinq; puncta c f d e g, ſunt in ſuperficie una. Manifeſtum eſt autem ex 5 primi & 32 eiuſdē quòd quilibet quatuor angulorum c e d f, eſt rectus, igitur ex diffinitione quadrati, ſuperficies c e d f, eſt quadrata. Et quia latus eius eſt latus propoſiti corporis conſtat ex correlario 15 tredecimi, iſtud quadratum eſſe ſubduplum quadrato diametri ſphæræ. Conſimili quoq; ratiocinatione conſtat utranque duarum linearum a g & g b, cum qualibet quatuor linearum c g, f g, d g, e g, cōtinere angulum rectum, ideoq; ex 4 undecimi utranque earum eſſe perpendicularem ad ſuperficiem c e d f, & ambas ſcilicet a g & g b per 14 primi componere lineam unam. Diuiſum eſt igitur propoſitum corpus in pyramidem a c f d e, cuius baſis quadratum c e d f, quod eſt ſubduplum quadrato diametri ſphæræ, & etiam altitudo linea a g, quæ eſt ſemidiameter ſphæræ, & in pyramidem b c f d e, cuius baſis eſt prædictum quadratum, & eius altitudo linea g b, quæ eſt ſemidiameter ſphæræ. Et hoc eſt quod oportebat oſtendere.



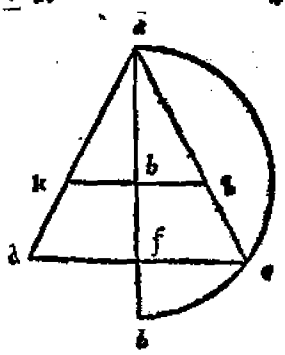
Euclid, ex Camp. *Propoſitio 17.*

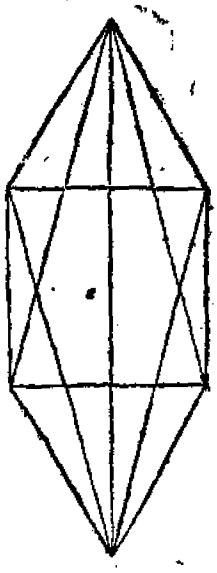
PYramidem quatuor baſium triangularium atq; æquilaterarum ſphæra aliqua circunſcribente, erit proportio tetragoni qui ſub linea potentialiter ſubſeſquitertia ad dodrantem lateris ipſius pyramidis & ſub linea ſuperquincupartiente uigeſimaſeptimas eius dodrantis continetur, ad quadratum diametri ſphęræ, ſicut corporis ipſius pyramidis ad corpus octo baſium triangularium atq; æquilaterarum, quæ ambo eadem ſphæra circumducantur. 17

CAMPANVS. Sit ſphęra cuius diameter a b & centrum h, circunſcribens pyramidē quatuor baſium triangularium atq; æquilaterarum a c d, & corpus octō baſium triangulariū atq; æquilaterarum quod ſit e, ſitq; linea l m potētialiter ſubſeſquitertia ad dodrantem lineę a ć quę eſt latus

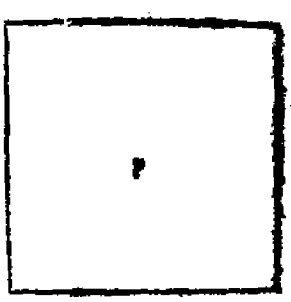
pyrami-

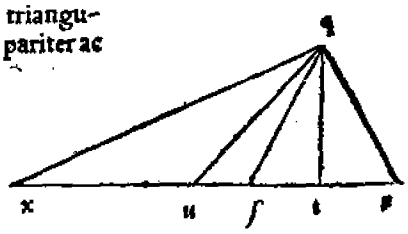
pyramides, & linea m n contineat dodrantem prędictum & eius quinq; uigesimasseptimas, sit p quadratū diametri a b. Dico itaq; quod proportio pyramidis a c d ad octohedron e, est sicut superficiei l m in m n ad quadratū p. Imaginemur enim solidum angulum a esse conum pyramidis, & basin pyramidis cuius unū latus est d c, secare diametrum sphæræ in puncto f, eritq; (quemadmodū ex ratiocinatione 13 tredecimi manifestū est) a f dupla ad f b. Cūq; etiā a b sit dupla ad f h erit ex 19 quinti b f dupla ad h f, ideoq; a f, quadrupla ad b h. Imaginemur igitur superficiē secantem pyramidem a c d, sua per centrū sphæræ æquidistanter basi ipsius, sitq; linea g k cōmunis sectio huius superficiei & trianguli a c d, eritq; ex 17 undecimi proportio c a ad a g, sicut f a ad a h, igitur c a ad a g, sicut 4 ad 3, sic enim est ex euersa proportionalitate f a ad a h. Cōstat etiam ex secūda parte 29 primi, & 16 undecimi, & 10 eiusdē, & prima parte 2 sexti, & diffinitione similiū superficierum & similiū corporū, q; pyramis a g k, est similis pyramidi a c d, ideoq; ex 8 duodecimi proportio pyramidis a c d ad pyramidē a g k, est sicut c a ad a g triplicata, quare sicut 4 ad 3 triplicata. Cōstat autē ex 2 octaui, quod proportio 4 ad 3 triplicata, est sicut 64 ad 27. Itaq; proportio pyramidis a c d ad pyramidē a g k, est sicut 64 ad 27. Fiat ergo triāgulus æquilaterus q r s ex linea æquali a g, quam constat esse dodrantē lineę a c, & producatur linea q t perpendicularis ad r s, erit ex 11 huius linea q t potentialiter subsesquitertia ad lineam q r, ideoq; æqualis l m. Adijciatur quoq; linea r s lineę s x, ita quod proportio r x ad r s, sit sicut 64 ad 27, diuidaturq; r x per æqualia in u, ut sit r u 32 de partibus illis de quibus r s est 27, aut r x 64, eritq; r u æqualis m n. Et ducantur lineæ q u & q x, eritq; ex 1 sexti, proportio trianguli q r x ad triāgulum q r s, sicut 64 ad 27. Cumq; per eandem triāgulus q r x sit duplus ad triangulum q r u, at ex 41 primi quod fit ex q t in r u, duplum quoq; fit ad triangulū q r u, erit quod fit ex q t in r u (& ipsum est æquale superficiei l n) æquale triangulo q r x, quare proportio superficiei l n ad triangulum q r s, est est sicut 64 ad 27: ideoq; sicut pyramidis a c d ad pyramidem a g k. Manifestum est autem ex 15 huius, quod linea a f est perpendicularis ad basin pyramidis a c d, ideoq; per 19 undecimi linea a h est etiam perpendicularis ad basin pyramidis a g k. Igitur altitudo a g k pyramidis, est semidiameter sphæræ. Diuidatur itaque octohedron e, quēadmodum proponit prędicta, erit itaq; utraq; duarū pyramidum in quas ipsum e diuiditur, æquè alta pyramidi a g k, nā singularum altitudo, est semidiameter sphæræ. Quia igitur omnes latera pyramides æquè altæ, suis basibus sunt proportionales, ut in 6 duodecimi demonstratū est, erit proportio pyramidis a g k ad utranque earum in quas diuiditur octohedron e, sicut basis eius ad bases earum. Quare per 24 quinti proportio pyramidis a g k ad totum octohedron e, est sicut suæ basis quam constat esse æqualem triangulo q r s, ad bases ambarum pyramidum, in quas diuiditur e pariter acceptas, quas constat esse æquales quadrato diametri sphæræ per prędictam, uidelicet p. Quoniam ergo proportio pyramidis a c d ad pyramidem a g k, est sicut ipsius tetragoni l n ad trigonū q r s, uidelicet 64 ad 27, & pyramidis a g k ad octohedron e, sicut trigoni q r s ad quadratum p, erit per æquam proportionalitatem proportio pyramidis a c d ad octohedron e, sicut tetragoni l n ad quadratum p. Et hoc erat demonstrandum.









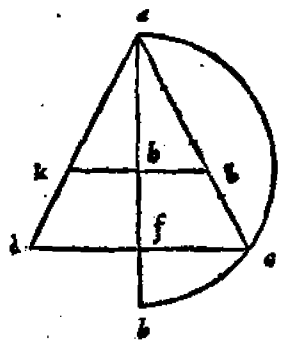


CORRELARIVM.

Ex præmissis igitur manifestum est, quòd perpendicularis ueniens à centro sphęrę ad pyramidem quatuor basium triangularium atq; æquilaterarum circunscribentis ad quamlibet basin ipsius pyramidis, æqualis est sextæ parti diametri sphęræ.

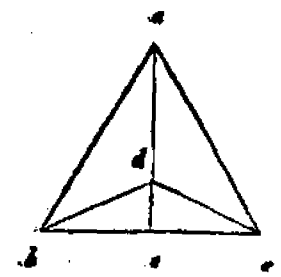
Cum

Cum enim cuncti trianguli pyramidem ambientes sint similes & æquales, erunt quoq; circuli ipsos circunscribentes æquales, ideoq; perpendiculares à centro sphæræ ad eosdem circulos in eorum centra, erunt etiam æquales, perpendiculares autem cadentes ad circulos sunt perpendiculares ad bases pyramidis, itaq; perpendiculares ad bases, sunt adinuicem æquales. Linea autem h f, est perpendicularis ad basin pyramidis a c d, quam h f, quia constat ex prædictis esse sextam partẽ diametri a b, relinquitur ergo esse uerum quod per correlarium concluditur. ¶Idem aliter demonstrare contingit, si prius hoc antecedens fuerit stabili ratione firmatum.



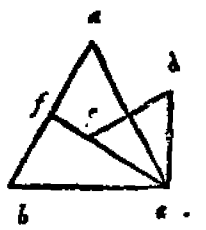
In omni triangulo æquilatero linea descendens ab uno angulorũ eius orthogonaliter supra basin, tripla est ad perpendicularem quę à centro circuli trigonum ipsum circunscribentis ad quodlibet latus eius protrahitur.

Sit enim triangulus a b c, æquilaterus, sitq; d centrum circuli ipsum circunscribentis, à quo ducantur lineę ad singulos angulos, quas manifestum est esse æquales, cum sint à centro circuli ad circunferentiam. Sint enim tria puncta a b c, in circunferentia circuli ipsum trigonum circumscribentis, protrahatur autem a d in continuum & directum, quousq; obuiet lateri b c super punctũ e. Constat igitur ex 8 primi, quod angulus a d b est æqualis angulo a d c, ideoq; ex 13 primi angulus b d e, est æqualis angulo c d e. Quare per 4 primi, b e est æqualis e c, & anguli qui sunt ad e recti. Itaq; d e perpendicularis est ad b c, ueniens à centro circuli circunscribẽtis trigonum a b c, & a e perpendicularis est etiam ad b c, ueniens ab uno angulorum prædicti trigoni. Dico ergo quòd a e tripla est ad e d. Constat enim quòd tetragonus qui fit ex d e in e b, æqualis est trigono b d c, tetragonus quoq; qui fit ex a e in e b, æqualis est trigono a b c. At quia trigonus a b c triplus est ad trigonum d b c, eritq; tetragonus qui fit ex a e in e b, triplus ad eum qui fit ex d e in e b. Cum igitur ex 1 sexti sit proportio tetragoni a e in e b ad trigonum d e in e b, sicut a e ad e d, erit a e tripla ad e d. Quemadmodum proponitur.



Necesse est ergo ut perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni æquilateri super latus oppositum, transeat per centrũ circuli trigonum ipsum circunscribentis.

Nunc itaq; quod promisimus absoluamus. Ad hoc autem imaginemur pyramidem quatuor basium triangularium atq; æquilaterarum, cuius una ex quatuor basibus eius sit trigonus a b c, circunscriptam esse à sphæra cuius centrum d & protraharur linea d e perdendicularis ad superficiem trianguli a b c, quã constat cadere in centrum circuli dictũ trigonum circunscribentis. Dico igitur lineã d e, esse sextam partem diametri sphæræ propositam pyramidem circunscribẽtis: producam enim lineam d c, & lineam c f perpẽdicularem ad lineam a b, quam c f ex proximo correlario constat transire per punctum e, & ex præmisso antecedente triplam ésse ad e f. Constat autẽ ex 4 secundi q; secundum quadratum diametri sphęrę cuius centrum d, est 36 & quadratum semi diametri d c 9, ex correlario autem 13 tredecimi est quadratum b c 24, & per 1 huius quadratũ c f, 18, & per pręmissam antecedens, quadratũ c e, 8. Quia igitur ex penultima primi quadratũ d c est æquale quadratis duarũ linearum d e & e c, est autem quadratum d c 9, & quadratum c e 2, prout quadratum diametri sphæræ 36, relinquitur quadratum d e unum, prout quadratum diametri sphæræ est 36: itaq; linea e d est unũ, prout diameter sphæræ est 6, quod oportebat probare. Eodem demonstrationis genere demonstrabitur nobis q; semidiameter sphęrę circunscribentis corpus 8 basium triangularium atq; æquilaterarum tripla est in potẽtia ad perpẽdicularem à centro sphæræ circũscribẽtis ipsum, ad quãliber suarũ basium descendentẽ. Constat quidẽ quẽadmodũ dictũ est prius, q; cũ omnes bases huius corporis sint æquales & similes, erũt circuli ipsas circunscribentes æquales, ideoq; perpẽdiculares à cẽtro sphæræ in ipsorum circulorũ centra cadentes, erunt adinuicẽ æquales.



Cumq;

Cumq; perpendiculares ad circulos baſium, ſint quoq; perpendiculares ad baſes, ſequitur ut perpendiculares à centro ſphæræ ad ſingulas baſes, adinuicē ſint æquales. Si ergo quod dicimus de perpendiculari ad unam ſuarum baſium probetur, relinquetur uerum eſſe quod proponitur. Sit itaq; ut prius triangulus a b c, una ex baſibus octohedri circunſcripti à ſphæra cuius centrum d, & cætera quoq; fiant ut prius. Cùm igitur ex correlario decimæquintæ tredecimi, diameter ſphæræ ſit potentialiter dupla ad latus octohedri, ſequitur ut latus octohedri ſit potētialiter duplum ad ſemidiametrum ſphæræ, ideoq; cùm quadratum lineæ b c eſt duodecim. quadratum lineæ d c, quę eſt ſemidiameter ſphæræ ſex: ex undecima autem huius, cùm quadratum b c eſt duodecim, quadratum c f eſt nouem. Et ex præmiſſo antecedente, quadratum c e eſt quatuor. Itaque cùm quadratum d c, quæ eſt ſemidiameter ſphæræ eſt ſex, quadratum c e eſt quatuor. Et quia ex penultima primi, quadratum d c eſt æquale quadratis duarum linearum c e & e d, ſequitur ut quadratum e d ſit duo, prout quadratum d e eſt ſex. Conſtat ergo quod diximus.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 18.*

DVplum quadrati quod ex diametro ſphæræ cubum circunſcribentis deſcribitur, æquum eſt omnibus ſuperficiebus ipſius cubi pariter acceptis. Perpendicularis quoque quę à centro ſphæræ ad quamlibet ex ſuperficiebus cubi producitur, mediętati lateris cubi eiuſdem æqualis eſſe ex neceſsitate conuincitur.

CAMPANVS. Manifeſtum eſt enim ex correlario decimæquartę tredecimi, quòd diameter ſphæræ cubum includentis, tripla eſt in potentia ad latus cubi. Cùm igitur quadratum diametri ſphæræ triplum ſit ad quadratum lateris cubi, duplum quadrati diametri ſphæræ æquum erit ſexcuplo quadrati lateris cubi. Sunt autem omnes ſuperficies cubi, ſex quadrata quę ex latere cubi in ſe producuntur, itaq; duplum quadrati diametri ſphæræ, æquum eſt omnibus ſuperficiebus cubi. Conſtat igitur prima pars. Secundam autem partem, ex decimaoctaua, decimanona & quadrageſima undecimi libri probabis.

CORRELARIVM.

Ex his ergò euenire neceſſe eſt, ut ex mediętate lateris cubi in b eſſe quadrati producti, ex diametro ſphæræ ipſum cubum ambientis, cubi ſoliditas producatur.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORVM DEputatus liber *De regularium corporum proportione, traditore Hypſicle Alexandrino, ac Bartholomæo Zamberto Veneto interprete, qui in ordine eſt decimusquartus.*

PROOEMIVM.

BASILIDES Tyrius Protarche, cùm Alexandriam petiſſet, patriq; noſtro ob Mathematicas diſciplinas familiaris ſubſtitiſſet, cū eo, ipſo peſtilentię tēpore diu uerſatus eſt. Et quam docq; diſcutiendo, id quod ab Apollonio ſcriptū eſt de dodecahedri & icoſahedri in eadē ſphæra deſcriptorū cōparatione, & quā inter ſe figurę huiuſmodi habeant rationē: uidebatur nanq; Apollonius hęc rectè minimè conſcripſiſſe, ipſi uerò enucleantes (quemadmodum pater meus dicebat) perſcripſerant. Ego uerò poſterius alium comperi librum ab Apollonio conſcriptū, qui rectè complectebatur eius quod obijciebatur demonſtrationē: gauiſi ſunt, inquam, illi ualde, in problematis indagatione. Ab Apollonio nanque editum uidetur communiter conſiderare, nam ſic

circumferatur,

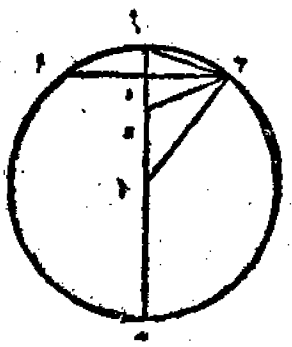
circumfertur. Quod uerò à nobis rursus laborioſe conſcriptum uiſum eſt, ea quę ex commentatione deprehendi, tibi † diſcutienda eſſe cenſui, propter eam quę in omnibus diſciplinis, & in Geometria præcipuè promotionem adhibetur; ut promptè ea quæ dicentur poſsis iudicare, tum propter beneuolentiam erga patrem, tum ob amorem erga nos. Benignè igitur audies ea quę tibi trademus. Sed tempus iam eſto procœmio ſuperſedere, & conſtructionẽ exordiri.

† ἀνατρωπῆσαι, dedicare.

Euclid. ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 1.

Camp. 1. Quæ ex cẽtro alicuius circuli in pẽtagoni latus in eodẽ circulo deſcripti perpendicularis acta, dimidia eſt ſimul utriuſq; & eius quę ex centro, & eius quę decagoni in eodem circulo deſcripti. 1

HYPSICLES ex Zamb. Sit circulus α β γ, & in ipſo α β γ circulo latus pentagoni æquilateri ſit β γ, aſſumaturq; (per 1 tertij) centrum ipſius circuli, ſitq; δ, & in ipſam β γ (per 12 primi) perpendicularis excitetur δ ε, extendaturq; in rectã lineã ipſius δ ε recta linea δ ζ. Dico quòd ipſa δ ε dimidia eſt & hexagoni & decagoni laterum in eodem circulo deſcriptorum. Connectantur enim δ γ, γ ζ, & ponatur ipſi ε ζ æqualis ε η, & ab ipſo η in γ connectatur η γ. Quoniam quincupla eſt totius circuli circumferentia ipſius β ζ γ circumferentiæ, & totius quidem circumferentiæ circuli dimidia eſt circumferentia α γ ζ, ipſius autem β γ ζ dimidia eſt ζ γ, igitur et circumferentia α γ ζ ipſius ζ γ circumferentia quincupla eſt. Quadrupla igitur eſt α γ ipſius ζ γ. Sicut autẽ α γ ad ζ γ, ſic qui ſub α δ γ angulus ad eum qui ſub ζ δ γ angulum: quadruplus igitur eſt qui ſub α δ γ, eius qui ſub ζ δ γ. Duplus autem qui ſub α δ γ, eius qui ſub ε ζ γ, duplus igitur eſt qui ſub ε ζ γ, eius qui ſub η δ ε. Eſt autem qui ſub ε ζ γ ei æquus qui ſub ε η γ, duplus eſt igitur is qui ſub ε η γ, eius qui ſub η δ ε, æqualis igitur eſt δ η, ipſi η γ. Sed η γ ipſi ζ γ eſt æqualis: æqualis igitur eſt δ η ipſi ζ γ. Eſt autem η ε ipſi ε ζ æqualis: æqualis igitur eſt & ipſa δ ε, ſimul utrique ε ζ γ. Communis autem apponatur & ipſa δ ε. Vtraque igitur ſimul δ ζ γ, dupla eſt ipſius δ ε. Eſt autem δ ζ, æqualis quidem ipſius hexagoni lateri. At ζ γ æqualis ei quod decagoni. Igitur δ ε dimidia eſt & eius quod hexagoni & eius quod decagoni, in eodem circulo deſcriptorum. Manifeſtũ nempe eſt ex ijs quæ in tertiodecimo libro theorematibus, quòd ex centro circuli in latus trianguli æquilateri perpendicularis acta, dimidia eſt eius quæ ex centro circuli.



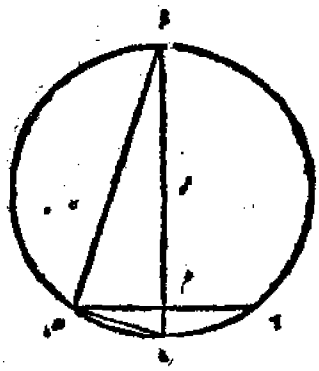
Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

Idem circulus comprehendit & dodecahedri quinquangulum, & icoſahedri triangulum in eadem ſphęra deſcriptorum. 2

HYPS. ex Zamb. Hoc inquam, ab Ariſteo deſcribitur in eo libro cuius index eſt quinq; figurarũ comparatio, ab Apollonio autẽ in ſecunda traditione comparationis dodecahedri ad icoſahedrũ, quod eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic & ipſum dodecahedrum ad ipſum icoſahedrũ, quoniam ex centro ſphæræ in dodecahedri pentagonum & in icoſahedri triangulum perpendicularis acta eadẽ eſt. Deſcribẽdum quoq; à nobis eſt, quòd idẽ circulus cõprehendit et dodecahedri pentagonũ et icoſahedri triangulũ in eadẽ ſphæra deſcriptorũ. Hoc deſcripto, ſi in circulo quinquangulum æquilaterũ deſcriptum fuerit, quod ex latere pentagoni & quod ab ea quæ ſub binis pentagoni lateribus ſubtenſa eſt recta linea, quincuplum erit eius quod ſit ex ea quæ ex centro circuli. Sit circulus α β γ, & in ipſo α β γ circulo ſit latus pentagoni α γ, aſſumaturq; (per 1 tertij) ipſius circuli centrum & ſit δ, & in ipſam α γ (per 12 primi) perpendicularis excitetur δ ζ: & extẽdatur in ε, & connectatur α β. Dico q; quæ ex ε α, α γ quadratæ, quincupla ſunt, eius quod ex δ α quadrati. Connectatur α ε, igitur α ε decagoni eſt. Et quoniam β ε, ipſius α ε dupla eſt.

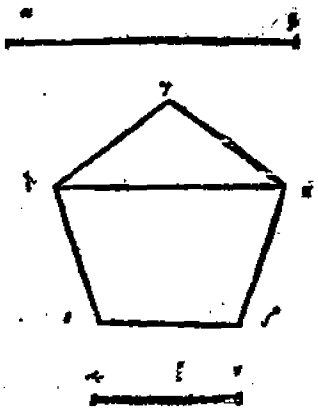
ἐπιδέιξις, editione.

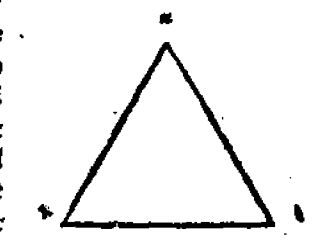
προγαφεύς.



quadruplum

quadruplũ igitur est quod ex β ε, eius quod ex Δ ε. Et auemt quod ex ε ζ, æqua sunt quæ ex β α, α ε: quadrupla igitur sunt quæ ex β α, eius quod ex Δ ε: quincupla igitur sunt quæ ex α β, α ε, & Δ ε, eius quod ex Δ ε: quæ autẽ ex Δ ε, ε α, æqualia ei quod ex α γ: quincupla igitur sunt quæ ex β α, α γ, quod ex Δ ε. Hoc ostenso demonstrandum est quòd circulus idem comprehẽdit & dodecahedri pentagonum, & icosahedri triangulum, in eadem sphæra descriptorũ. Exponatur ipsius sphæræ diameter α ζ, & in eadem sphæra describatur dodecahedrũ & icosahedrũ, & sit quidẽ unũ dodecahedri pentagonũ, γ Δ ε ζ η, icosahedri uerò triãgulũ esto η λ θ. Dico q; quæ à cẽtris circulorũ qui circũ ipsa, sunt æquales, hoc est quod idẽ circulus cõprehendit & quinquãgulum γ Δ ε ζ η, & ipsum η λ θ triãgulum. Cõnectatur Δ η. Cubi igitur latus est Δ η (per 17 decimitertij & eius correlarium) Exponatur autẽ quædã recta linea μ ν, ut quincuplũ sit quod ex α β, eius quod ex μ ν. Est autẽ & ipsius sphæræ diameter, potentia quincupla eius quæ ex centro circuli, à quo icosahedrum describitur: est igitur μ ν, ea quæ ex cẽtro circuli, à quo icosahedrũ describitur. Secetur (per 30 sexti) μ ν extrema & media ratione in ξ, sitq; maius segmentũ μ ξ. decagoni igitur ipsius circuli est ipsa μ ξ (per 9 decimitertij) Et quoniã quod ex α β, eius quod ex μ ν quincuplum est, triplũ aũt quod ex β α, eius quod ex Δ η (per correlariũ 15 decimitertij) tria igitur quæ ex Δ η æqua sunt quinq; quæ ex μ ν. Sicut autẽ tria quæ ex Δ η ad quinq; quæ ex μ ν, sic tria quæ ex γ η, ad quinq; quæ ex μ ξ: tria igitur quæ ex γ η, quinq; quæ ex μ ξ sunt æqualia. Quinq; autẽ quæ ex η λ, quinq; quæ ex μ ν & quinq; quæ ex μ ξ, sunt æqualia (per 10 decimitertij) Quinq; igitur quæ ex η λ, æqua sunt tribus quæ ex Δ η, & tribus quæ ex γ η. Sed tria quidem quæ ex Δ η, et tria quæ ex γ η, sũt æqualia decẽ et qnq; eis quæ ex ea quæ ex cẽtro circuli ipsi γ Δ ε ζ η pẽtagono circunscripti: patuit nãq; quod ex Δ η, unà cum eo qd ex γ η, quincuplum est eius quod ex ea quæ ex centro circunscripti ipsi γ Δ ε ζ η pẽtagono. Quinq; autẽ quæ ex η λ, æqualia sunt decẽ & quinq; eis quæ ex ea quæ ex cẽtro circuli ipsi η θ λ triãgulo circũscripti, patuit equidẽ (per 12 decimitertij) q; quod ex η λ, triplum est eius quod ex ea quæ ex centro circuli ipsi η λ θ triãgulo circunscripti. Quindecim igitur quæ ex ea quæ ex cẽtro, æqua sunt eis 15 quæ ex ea quæ ex cẽtro: unũ igitur qd ex ea quæ ex cẽtro, æquũ est uni eorũ quod ex ea quæ ex centro, dimetiẽs igitur ipsi diametro est æqualis. Idem igitur circulus cõprehendit & ipsius dodecahedri quinquangulum, & ipsius icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum.

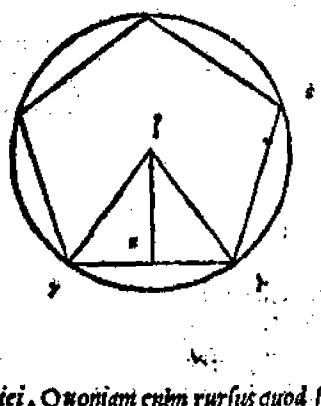




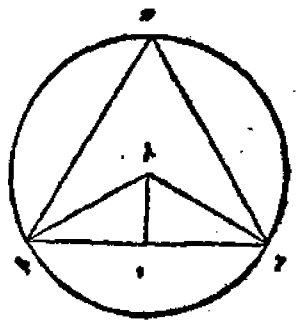
Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 3.

3 Si fuerit pẽtagonũ æquilaterũ & æquiãgulũ, & circũ ipsum circulus, & ex cẽtro perpẽdicularis in unum latus acta fuerit, qd trigesies sub uno laterũ & perpẽdiculari, æquũ est ipsius dodecahedri superficiei.

HYPSICLES ex Zãb. Esto pentagonũ æquilaterũ & æquiãgulum α β γ Δ ε, & circũ quinquãgulũ sit (per 14 quarti circulus & capiatur (per 1 tertij) centrum, sitq; ζ, & ab ipso ζ in γ Δ perpẽdicularis agatur (per 12 primi) ζ η. Dico q; quod sub γ Δ, η ζ trigesies, æquum est 12 pentagonis quæ α β γ Δ ε. Cõnectantur γ ζ, ζ Δ. Quoniã quod sub γ Δ, η ζ, duplũ est ipsius triãguli γ Δ ζ: quod igitur quinquies sub γ Δ, ζ η, decẽ triãgula sunt æqualia. Decẽ uerò triãgula, bina sunt quinquãgula, & omnia sexies: quod igitur trigesies sub γ Δ, η ζ, decem quinquangulis æquum est. Duodecim aũt quinquangula sunt ipsius dodecahedri superficies. Quod igitur trigesies sub γ Δ, ζ η, æquũ est ipsius dodecahedri superficiei. Similiter quoq; demonstrabimus q; & si fuerit triãgulum æquilaterum sicut α β γ, & circum ipsum circulus, & cẽtrum circuli ζ, perpendicularis uerò Δ ε, quod trigesies sub β γ Δ ε, æquum est ipsius icosahedri superficiei. Quoniam enim rursus quod sub Δ ε, ζ γ, duplum est ipsius Δ β γ, bina igitur triangula æqua sunt ei quod sub Δ ε, β γ, & omnia ter. Sex igitur triangula Δ ζ γ, æqua sunt tribus eis quæ sub Δ ε, ζ γ. Sex autem triangula Δ β γ, æqua sunt binis α ζ γ. Tria igitur quæ sub Δ ε, β γ, æqualia sunt duobus α β γ. Et omnia decies. Quod igitur trigesies sub Δ ε, β γ,



æquum est uiginti triangulis α β γ, hoc est ipsius icosahedri superficiei. Quare erit sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic quod sub γ Δ, ζ κ, ad id quod sub ϛ γ, ϑ ε.

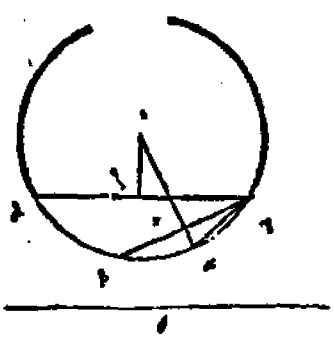


CORREL. Ex hoc nempe manifestum est, quòd sicut ipsius dodecahedri superficies ad ipsius icosahedri superficiē, sic quod sub latere pentagoni & sub ea quæ ex centro circa quinquangulum circuli, in ipsam perpendiculari acta, ad id quod sub latere icosahedri, & sub ea quæ ex centro circa triangulum circuli, in ipsam perpendiculari acta, in eadem sphæra descriptorum icosahedri & dodecahedri.

Euclid. ex Zāb. Theorema 4. Propositio 4.

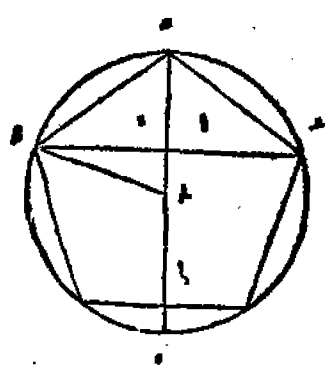
Camp. 8. Hoc demonstrato, ostendendum est, ꝙ erit ut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic cubi latus ad icosahedri latus.

HYPS. ex Zamb. Exponatur (per 2 theorema) circulus comprehendens & dodecahedri quinquangulum & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum, sitq; Δ β γ, & in ipso Δ β γ describatur trianguli æquilateri latus γ Δ, quinquanguli uerò α γ, & assumatur (per 1 tertij) centrum circuli, & sit κ, & ab ipso κ in ipsas Δ γ, γ α, perpendiculares excitentur κ ζ, κ ν, & extendatur in rectas lineas ipsi κ ν recta linea ν β, & connectatur ϛ γ, ponaturq; cubi latus ν θ. Dico quòd est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiē, sic est θ ad γ Δ. Quoniā enim utraq; simul κ β γ extrema & media ratione diuisa, maius segmentū est ϛ κ (per 9 decimitertij) & est quidē utriusq; simul κ ϛ γ dimidia κ ν (per 1 decimiquarti) ipsius autē β κ dimidia est κ ζ, & ipsa igitur κ ν extrema & media ratione diuisa, maius segmentum est κ ζ. Est autem & ipsius θ extrema & media ratione diuisæ maius segmētū γ α, sicut in dodecahedro ostēsum est: sicut igitur θ ad γ α, sic κ ν ad κ ζ. æquū igitur est qd sub θ ζ κ, ei quod sub γ α, κ ν. Et quoniā est sicut θ ν ad γ Δ, sic quod sub θ ν ζ, ad id quod sub γ Δ ζ κ, ei autē quod sub θ ν ζ, æquum est quod sub γ α ν κ: & sicut igitur (per 11 quinti) θ ν ad γ Δ, sic quod sub γ α ν κ, & ad id quod sub γ Δ ζ κ, hoc est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic θ ν ad γ Δ.



Camp. 8. Aliter ostendere, quòd est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic est cubi latus ad icosahedri latus sic descripti.

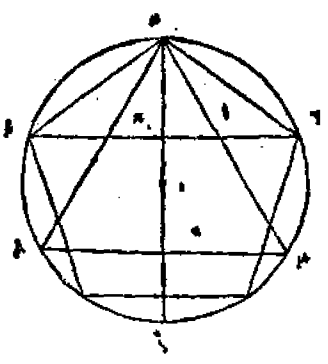
Esto circulus α β γ, & in ipso circulo α β γ, describātur quinquāguli æquilateri latera α β, α γ, & connectatur β γ, assumaturq; (per 1 tertij) centrū ipsius circuli, & sit Δ, & ab ipso α in Δ connectatur recta linea α Δ, & extendatur in rectas lineas ipsi α Δ recta linea Δ κ, ponaturq; ipsius α Δ, rectæ lineæ dimidia Δ ζ, & ν γ, ipsius κ θ, esto tripla. Dico quòd sub α ζ, β θ, æquum est ipsi quinquangulo. Ab ipso enim ϛ, in Δ connectatur β Δ. Quoniā dupla est α Δ, ipsius Δ ζ, hemiolia igitur est α ζ ipsius α Δ. Rursus quoniā tripla est ν γ ipsius γ θ, dupla est ν θ ipsius θ γ, hemiolia igitur est ν γ, ipsius θ ν. Sicut igitur ζ α ad α Δ, sic γ ν ad ν θ, æquū igitur est qd sub α ζ, θ ν, ei quod sub Δ ν, γ ν. Ipsa autem γ ν, ipsi β ν est æqualis, quod igitur sub α Δ, β ν, æquū est ei quod sub α ζ, θ ν. Quod autē sub α Δ, β ν, bina sunt triangula ficut α β Δ, & quod igitur sub α ζ, ν θ, bina sunt α ϛ Δ, quinq; igitur quæ sub α ζ, ν θ, decem sunt triangula. Decem uerò triangula, bina sunt pētagona: quinq; igitur quæ sub α ζ, ν θ, binis pentagonis sunt æqualia. Et quoniam dupla est ν θ ipsius θ γ, quod sub α ζ ν θ, duplum est eius quod sub α ζ, θ γ. Duo igitur quæ sub α ζ, γ θ, æqua sunt uni quod sub α ζ, θ ν. Et omnia quinquies, decem igitur quæ sub α ζ θ γ, æqualia sunt quinq; quæ sub α ζ, ν θ, hoc est binis pentagonis, quare quinq; quæ sub α ζ, θ γ, æqua sunt uni quinquangulo. Quinquies autem quæ sub α ζ, θ γ, æqua sunt ei quod sub α ζ, θ β, quoniam quincupla est θ β ipsius θ γ, & commune fastigium est α ζ, quod sub α β, α θ, igitur æquum est uni pentagono.



Camp. 8. Hoc demōstrato, nūc exponat circulus cōprehēdens & dodecagoni pentagonū & icosahedri triangulum, in eadē sphæra descriptorū.

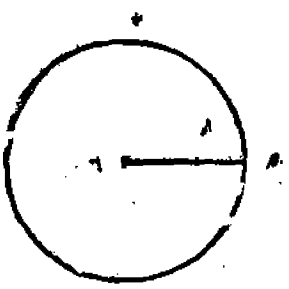
Describātur in ipso circulo α β γ, pentagoni æquilateri latera ϛ α, α γ, & cōnectatur ϛ γ. & assumatur centrum

centrum circuli, & sit ι, & ab ipso α in ι connectatur α ι, & extendatur α ι in ſ: & ſit α ι ipſius ι ν dupla: tripla autem ν γ ipſius γ θ. Et ab ipso ν, ipſi α ſ ad angulos rectos excitetur (per 11 primi) ν μ: & extẽdatur in rectũ linea ν λ ipſi ν μ, trianguli ergo æquilateri eſt λ μ. Cõnectantur ipſæ α λ, α μ: æquilaterũ igitur eſt ipſum α λ μ triangulum. Et quoniam quod ſub α ν, β α, æquum eſt ipſi quinquãgulo: quod autem ſub α ν λ, æquum eſt ipſi α λ μ triangulo: eſt igitur ſicut quod ſub α ν, θ β, ad id quod ſub λ θ α, ſic quinquangulum ad triangulum. Sicut autem quod ſub β θ α ν, ad id quod ſub λ ν α, ſic β θ ad λ ν. Et ſicut igitur (per 11 quinti) duodecim β θ, ad uiginti λ ν, ſic 12 quinquangula ad 20 triangula, hoc eſt dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem. Et 12 quidem β θ, ſunt 10 β γ: nam ipſa β θ, ipſius α γ quincupla eſt, & β γ ipſius γ θ ſexcupla eſt. Sex igitur β θ, ſunt æquales 5 β γ & duplicia, 20 uerò λ ν, 10 ſunt λ μ: dupla nanq; eſt λ μ, ipſius λ ν. Sicut igitur 10 β γ ad 10 λ μ, hoc eſt ſicut β γ ad λ μ, ſic dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, & β γ quidem cubi eſt latus λ μ ipſius icoſahedri: & ſicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic β γ ad λ μ, hoc eſt cubi latus ad icoſahedri latus.



Oſtendendum iam, quòd (recta linea ſecta extrema & media ratione) qualem rationem habet potens quod à tota & quod à maiori ſegmẽto, ad potentẽ quod à tota & minori ſegmento, talem habet rationem cubi latus ad icoſahedri latus. Camp. 9.

Eſto circulus α β comprehendens & dodecahedri pentagonum et icoſahedri triangulum in eadẽ ſphæra deſcriptorum, capiaturq; (per 1 tertij) centrũ circuli, & ſit γ, & extẽdatur quædã ab ipſo γ utcunq; recta linea β γ, ſeceturq; (per 30 ſexti) extrema & media ratione in δ, & maius ſegmentum ſit γ δ. Decagoni igitur eſt latus ipſa γ δ, in eodem circulo deſcripti. Exponatur icoſahedri latus & ſit ι, dodecahedri uerò & ſit ſ, cubi autem & ſit ν. Igitur ι trianguli latus eſt æquilateri, & ſ pentagoni in eodem circulo deſcripti, & ſ ipſius ν, extrema & media ratione diuiſæ, maius eſt ſegmẽtum. Et quoniam ι æqualis eſt ipſi æquilateri trianguli lateri, trianguli autẽ æquilateri latus (per 12 decimitertij) potentia ipſius β γ triplum eſt: triplum igitur eſt quod ex ι, eius quod ex β γ. Sunt autem & quæ ex β γ, β δ, eius quod ex γ δ tripla. Sicut igitur quod ex ι, ad id quod ex γ δ, ſic ſunt quæ ex γ β, β δ, ad id quod ex γ δ, & uicißim (per 16 quinti) ſicut igitur quod ex ι ad ea quæ ex γ β, β δ, ſic quod ex γ δ, ad id quod ex γ δ. Sicut autem quod ex δ γ, ad id quod ex γ δ, ſic eſt quod ex ν, ad id quod ex ſ: maius nanq; ſegmentum eſt ſ, ipſius ν. Et ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex ι, ad ea quæ ex γ β, β δ: ſic quod ex ν, ad id quod ex ſ, & uicißim (per 16 quinti) Ac conuerſim, ſicut igitur quod ex ν, ad id quod ex ι ſic quod ex ſ, ad ea quæ ex γ β, β δ. Ei añt quod ex ſ, æqua ſunt quæ ex β γ δ, quinquãguli nanq; latus (per 10 decimitertij) poteſt & hexagoni & decagoni latus. Sicut igitur quod ex ν, ad id quod ex ι: ſic quæ ex β γ, γ δ, ad ea quæ ex γ δ β. Sicut autem quæ ex β γ δ, ad ea quæ ex γ δ β, ſic (recta linea extrema & media ratione diuiſa quacunque) potens quod ex tota & ex maiori ſegmento, ad potentem quod ex tota & ex minori ſegmento: & ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex ν, ad id quod ex ι, ſic (recta linea quacunq; extrema & media ratione diuiſa) potens id quod ex tota, & ex maiori ſegmento, ad potentem id quod ex tota & minori ſegmento. Eſt autem ν latus cubi, & ι icoſahedri. Si recta igitur linea extrema & media ratione ſecta fuerit, erit ſicut potens totam & maius ſegmentum ad potentem totam & minus ſegmentum, ſic cubi latus ad icoſahedri latus in eadem ſphæra deſcriptorum.



ι cubi latus
ſ dodecahedri
ν icoſahedri

Oſtendendum iam nunc eſt, quòd ſicut cubi latus ad icoſahedri latus, ſic dodecahedri ſolidum ad icoſahedri ſolidum. Camp. 10.

Quoniam enim æquales circuli comprehendunt & dodecahedri quinquangulum & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum, in ſphæris autem æquales circuli æqualiter diſtant à centro (à centro nanq; ſphæræ ad circulorum plana perpendiculares ductæ æquales ſunt, & in centra circulorum cadunt) quare à centro ſphæræ in centrum circuli comprehendentis & icoſahedri triangulum & dodecahedri pentagonum æquales ſunt, perpendiculares inquam: æqualiter igitur faſtigiatæ ſunt pyramides, æquè altæ, ἰσοϋψεῖς, id eſt

habentes baſes dodecahedri pentagona, & baſes habentes icoſahedri triangula. Aequalis autem faſtigij pyramides, adinuicem ſunt ſicut baſes (per 5 duodecimi) Sicut igitur quinquangulum ad triangulum, ſic pyramis, cuius baſis quidem eſt dodecahedri pentagonum, uertex autem centrum ſphæræ, ad pyramidā baſin quidem habentem triangulum, uerticem autem centrum ſphæræ. Et ſicut igitur (per 11 duodecimi) pentagona ad 20 triangula, ſic 12 pyramides pentagona baſes habentes, ad 20 pyramides triangula baſes habentes. Et 12 pentagona ſunt dodecahedri ſuperficies, & 20 triangula, icoſahedri ſunt ſuperficies. Eſt igitur ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic 12 pyramides pentagona baſes habentes, ad 20 pyramides triangula baſes habentes. Suntq; 12 quidem pyramides pentagona baſes habentes, ſolidum ipſius dodecahedri, 20 autem pyramides triangula baſes habentes, ſolidum ſunt icoſahedri. Et ſicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic ſolidum dodecahedri, ad ſolidum icoſahedri. Sicut autem ſuperficies dodecahedri ad ſolidum icoſahedri, ſic patuit eſſe cubi latus ad icoſahedri latus. Et ſicut igitur (per 11 quinti) cubi latus ad icoſahedri latus, ſic ſolidum dodecahedri ad ſolidum icoſahedri, & quæ ſequuntur.

Camp. 11. Quòd ſi binæ rectæ lineæ extrema & media ratione ſectæ fuerint, in proportione ſunt ſubiecta, ſic oſtendemus.

Secetur enim (per 30 ſexti) α β, recta extrema & media ratione in γ, maius autem ſegmentum eius ſit α γ, ſimiliter quoque & δ ε (per 30 ſexti) extrema & media ratione ſecetur in ζ, & maius ſegmentum eius eſto δ ζ. Dico quòd eſt ſicut tota α β, ad maius ſegmentum ipſius α γ, ſic tota δ ε ad maius ſegmentum ipſius δ ζ. Quoniam etenim quod ſub α β γ æquum eſt ei quod ex α γ: quod autem ſub δ ε ζ, æquum eſt ei quod ex δ ζ: eſt igitur ſicut quod ſub α β, & γ, ad id quod ex α γ, ſic quod ſub δ ε, & ζ, ad id quod ex δ ζ. Et ſicut quod quater igitur ſub α β γ, ad id quod ex α γ: ſic quod quater ſub δ ε ζ, ad id quod ex δ ζ. Et componendo (per 18 quinti) ſicut quod quater ſub α β γ, unà cum eo quod ex α γ, ad id quod ex α γ: ſic quod quater ſub δ ε ζ, unà cum eo quod ex δ ζ, ad id quod ex δ ζ. Quare & ſicut quod ex utraq; ipſius δ ε ζ, ſimul ad id quod ex δ ζ, & longitudine, ſicut utraq; ſimul α β γ ad α γ, ſic utraque ſimul δ ε ζ ad δ ζ. Componendo (per 18 quinti) ſicut utraque α β γ, unà cum α γ ad α β, ſic utraq; δ ε ζ, unà cum δ ζ ad ipſam δ ζ, hoc eſt binæ δ ε ad δ ζ, & antecedentium dimidia, hoc eſt ſicut α β ad α γ, ſic δ ε ad δ ζ. In antiquiſſimo codice ſic. Quare & ſicut quod ex utraq; ſimul α β γ, ad id quod ex α γ, ſic quod ex utraque ſimul δ ε ζ, ad id quod ex δ ζ: & longitudine ſicut utraq; ſimul α β γ, unà cum α γ, hoc eſt binæ α β ad α γ, ſic utraq; ſimul δ ε ζ, unà cum δ ζ, hoc eſt binæ δ ε ad δ ζ, & dimidia, ſicut α β ad α γ, ſic δ ε ad δ ζ. Hoc demonſtrato, quòd (recta linea quacunque extrema & media ratione diuiſa) qualem rationem habet potens quod ex tota & ex maiore ſegmento, ad potentē quod ex tota & ex minori ſegmento, talem habet rationem cubi latus ad icoſahedri latus: hoc etiam demonſtrato, quòd ſicut cubi latus ad icoſahedri latus, ſic dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem in eadem ſphæra deſcriptorum, & hoc quoque percepto, quòd ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic ipſum dodecahedrum ad icoſahedrum, eo quia ab eodem circulo comprehenduntur & ipſius dodecahedri pentagonum & icoſahedri triangulum, manifeſtum eſt quòd ſi in eadem ſphæra dodecahedrum & icoſahedrum fuerint deſcripta rationem habebunt (recta linea quacunq; extrema & media ratione diuiſa) ſicut potens, quod ex tota & quod ex maiori ſegmento, ad potentem quod ex tota & minori ſegmento. His omnibus nobis notis, patet quòd ſi in eadem ſphæra dodecahedrum & icoſahedrum deſcripta fuerint, rationem habebunt, ſicut (recta linea diuiſa extrema & media ratione) potens totam & maius ſegmentum, ad potentem totam & minus ſegmentum. Quoniam enim eſt ſicut dodecahedrum ad icoſahedrum, ſic dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, hoc eſt cubi latus ad icoſahedri latus, ſicut autem cubi latus ad icoſahedri latus, ſic (recta linea quacunq; extrema & media ratione diuiſa) potens totam & maius ſegmentum, ad potentem totam & minus ſegmentum: ſicut igitur dodecahedrum ad icoſahedrum in eadem ſphæra deſcriptum, ſic (recta linea quacunq; extrema & media ratione diuiſa) potens totam & maius ſegmentum ad potentem totam & minus ſegmentum.

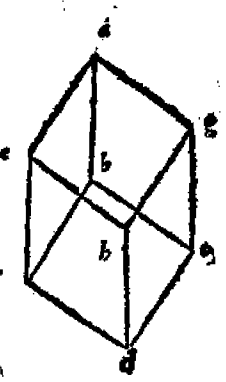
LIBRI XIIII
FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI MATHEMATICORVM QVE FACILE principis, ex traditione Campani, Geometricorum elementorum Liber decimusquintus.

Euclid. ex Camp. *Propositio 1.*

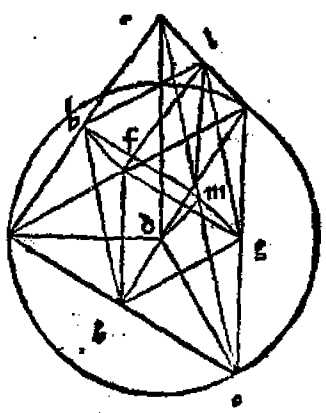
INtra propositum cubum, corpus habēs quatuor bases triangulas æqualium laterum designare.

CAMPANVS: Sit cubus cuius basis est quadratum a b c d, suprema uerò eius superficies quadratum e f g h. Ipsum autem hac arte fabricare conuenier. Quadrato basis secundum quamlibet lineam ex quadragesimaquinta primi descripto, super singulos angulos eius ex duodecima undecimi catheti, secundum mensuram lateris ipsius quadrati erigantur, quos ex sexta undecimi constat esse æquidistantes. Quinque ergo eorum bini & bini, corausto eis imposito æquidistanter lateribus quadrati continuentur. Constat igitur esse compositum cubum, nam quatuor eius laterales superficies sunt quadratæ, ex trigesima tertia primi, & ex trigesimaquarta eiusdem & diffinitione quadrati: de suprema autem superficie manifestum est quoque quòd ipsa est quadrata ex trigesimaquarta undecimi, & hac communi scientia, quæ æqualibus sunt æqualia, si bi quoq; sunt æqualia, & ex diffinitione quadrati. Si itaque huic cubo libeat corpus quatuor basium triangularium & æquilaterarum inscribere, in basi & eius superficie suprema protrahantur duæ diametri, quarum una continuet duas extremitates infimas duorum cathetorū, & alia continuet supremas aliorum duorum, quas animo intelliges esse a c & h f, dehinc à duobus punctis h & f terminantibus diametrum superficiei supremę, demitte hypothenusaliter binas & binas diametros, quæ quatuor laterales superficies diuidant, quas imaginaberis esse ab h quidem a h & h c, at uerò a b f, f a & f c. Has autē diametros in hac plana figura protrahere contempsi, ne multitudo linearum confunderet intellectum. Si igitur figuram hanc ut oportet, actu uel animo compleueris, uidebis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus, pyramidem quatuor basium triangularium esse perfectam, quam cubo proposito ex diffinitione constat esse inscriptam, huius autem pyramidis bases æquilateras esse constat: eo quòd ex quarta primi, omnes istæ sex diagonales sunt adinuicem æquales.



Euclid. ex Camp. *Propositio 2.*

INtra datum corpus habens quatuor bases triangulas atque equilateras, corpus octo basium triangularium æqualium laterum distinguere.



CAMPANVS. Si intra pyramidem quatuor basium triangularium & æquilaterarum, octoedron libeat inscribere, prius conuenit pyramidem ipsam fabricare, quæ ratione certa hoc modo componitur. Statuatur secundum cuiuslibet lineæ quantitatem trigonus æquilaterus, qui sit a b c, cui circunscribatur circulus supra centrum d, & exeat d e perpendicularis ad superficiem ipsius trigoni, ex duodecima undecimi, quę ponatur dupla esse in potentia ad semidiametrum circuli circunscribentis trigonum a b c, & à puncto cadant tres hypothenusæ super tria puncta a b c. Est itaque completa pyramis quatuor basium trilaterarum & equilaterarum: protrahātur enim

d a, d b, d c. Cum igitur anguli quos continet linea e d, cum ſingulis lineis d a, d b, d c, ſint recti ex diffinitione perpendiculares ad ſuperficiem, cumq; quadratum lineæ e d ſit ex hypotheſi duplum ad quadratum ſemidiametri circuli a b c, erit ex penultima primi quadratum uniuſcuiuſq; trium hypothenuſarum linearum e a, e b, e c, triplum ad quadratum ſemidiametri circuli a b c. Sed ex octaua tredecimi, quadratum quoq; cuiuſq; trium laterum trianguli a b c, triplum eſt ad quadratum ſemidiametri eiuſdem circuli, igitur omnia latera ſtatutæ pyramidis ſunt adinuicem æqualia, quare ipſa eſt æquilaterarum baſium. Cum itaq; ſibi octoedron includere uoluerimus, diuidemus unumquodque ſex laterum eius in duo media æqualia, & continuabimus medium punctum cuiuſque laterum mediis punctis cunctorum reliquorum laterum, cum quibus ipſum continet & angulum ſuperficialem: uerbi gratia, diuidam latera baſis in punctis f, g, h, & hypothenuſas cadentes ab e, in punctis k, l, m, & continuabo punctum f, cum puncto g & cum h & cum k & cum l, punctumq; m, cum eiſdem h & l. Ecce itaque perfectum eſt corpus octo baſium triangularium iis duodecim lineis media puncta laterum fabricatæ pyramidis iungentibus contentum. Has autem octo baſes ex quarta primi, quoties oportet repetita æquilateras eſſe manifeſtum eſt, ipſum quoque corpus ſtatutæ pyramidi ex diffinitione inſcriptum, quemadmodum iuſſi eramus, efficere.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

INtra cubum aſsignatum figuram octo baſium triangularium æqualium laterum conſtituere. 3

CAMPANVS. Cubo intendimus inſcribere octoedron. Qualiter autem cubum componere oporteat, in prima huius ſufficienter dictum eſt. Igitur fabricato cubo pyramis quatuor baſium triangularium & æqualium laterum in eo ex prima huius deſignetur, ac intra ipſam pyramidem ex premiſſa octoedron diſtinguatur: quo facto, ſimul etiam factum erit quod uoluimus. Cõſtat ènim ex ratiocinatione primæ, latera cuncta ipſius inſcriptæ pyramidis eſſe diagonos baſium cubi, & ex ratiocinatione præmiſſæ liquet cunctos angulos octoedri in hac pyramide diſtincti eſſe in lateribus ipſius pyramidis: quare manifeſtum eſt omnia angularia puncta huius octoedri eſſe in baſibus aſsignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus propoſitum. ¶ *Aliter idem.* Centris cunctarum baſium cubi, quemadmodum in nona quarti fit, reperis, à centro ſupremæ ſuperficiei eius ad centra quatuor lateralium ſuperficierum quatuor hypothenuſas demitte, & à centro infinitæ, & ad earundem lateralium ſuperficierum centra quatuor alias hypothenuſas eleua, centra quoq; quatuor lateralium quatuor rectis lineis continua: ita uidelicet quòd centra earum tantum quæ inuicem ſecant, continues. Verbi gratia, iunges centrum anteriorum cum centro dextræ & cum centro ſiniſtræ, centrum quoq; ultimæ iunges cum eiſdem, hoc eſt cum centro dextræ & cum centro ſiniſtræ. Habes itaque corpus octo baſium triangularium, iis duodecim lineis, quæ centra ſuperficierum cubi continuant, complexum. Si igitur has baſes æquilateras eſſe, probare uolueris, à cẽtris baſium cubi ad cuncta perpendiculares protrahe, quas neceſſarium eſt omnia latera ipſius cubi per æqualia diuidere, ex ſecunda parte tertiæ tertij. Quod planum erit, ſi unicuiq; baſium cubi circulum circunſcripſeris, atque ideo binas & binas ſuper idem punctum in lateribus baſium cubi conſtat, concurre: easq; ex ſecunda parte 28 primi, ideoq; etiam ſingulas eſſe æquales dimidio lateris cubi. Igitur ex 10 undecimi, manifeſtum eſt binas & binas earum ſuper idem latus cubi in medio eius puncto concurrentes rectum angulum continere, eo quòd omnes ſuperficies cubi ſunt quadratæ. Quia igitur illæ duodecim lineæ centra ſuperficierum cubi continuantes, quæ & angulis quos hæc lineæ ſuper media puncta laterum cubi concurrentes binæ & binę continent, ſubtenduntur, ipſæ erunt ex quarta primi, uel etiam (ſi mauis) ex penultima primi, adinuicem æquales. Ergo eſt in propoſito cubo deſignatum corpus octo baſium triangularium & æquilaterarum: quod oportebat facere.

Eulid. ex Campano. *Propoſitio 4.*

INtra datum corpus octo baſium triangularium atq; æquilaterarum cubum figurare. 4

CAMPANVS. Non dubites, quin corpus octo baſium triangularium atque æquilaterarum certo dogmate fabricabis hoc modo. Qualibet recta linea ſuper aliquod planum ſurſum orthogonaliter erecta, eam per æqualia diuide, & à puncto eius medio duas lineas hincinde perpendiculares extrahe, quæ componant lineam unam, eruntq; hæ duæ lineæ ſeinuicem ſecãtes, uidelicet prima, quæ ſuper poſitum planum eſt orthogonaliter erecta, & alia quæ ipſam ſuper eius medium punctum orthogonaliter ſecat, in eadem ſuperficie ſitæ ſunt, per primam partem 2 undecimi. Ad ſuperficiem igitur in qua ipſæ

ſitæ

sitæ sunt super cõmunem punctum sectionis earum (ut 12 docet undecimi) perpendicularem erige, quam facias eandem superficiem in utranque partem penetrare, & pone cunctas sex portiones harum trium linearum à puncto in quo seinuicem secant æquales: sic enim quælibet quamlibet per æqualia & orthogonaliter diuidet, ita quòd cùm sint tres quæque duæ earum, salutiferæ crucis uenerandum signum ad angulos rectos continebunt. A' supremo igitur erectæ lineæ super positum planum puncto quatuor hypothenusas ad extremitates duarum linearum ipsam secãtium demitte: deinde ab infimo eiusdem erectæ puncto, quatuor alias hypothenusas ad easdem duarum secantium linearum extremitates eleua: postremò quoq; harum hypothenusarum extremitates quatuor rectis lineis quadratum continentibus continua. Erunt enim hæ duodecim lineæ, uidelicet quatuor hypothenusæ à supremo puncto erectę perpendicularis descendentes, quatuorq; postremæ ab eius infimo puncto sursum eleuatæ, & reliquę quatuor lineæ harum hypothenusarum extremitates continuantes, ex penultima primi sine nugationis peccato pluries repetita adinuicem æquales, quare cõstat corpus ab eisdem terminatum, octo basibus triangularibus æquilateris q; contineri. Si igitur huic corpori cubum inscribere delectat, centra octo triangulorum ipsum ambiẽtium inuenire ex quinta quarti labora, eaq; reperta duodecim lineis rectis hac lege continua, ut centrum cuiusque horum triangulorum cum centro cuiusque trium ad ipsius latera terminatorum, per rectam lineam copuletur. Non est autem huius rei idoneum figuram in plano depingere: ideoq; restat, ut quod dicitur mente concipias, ipsumq; (si placet) actu & opere compleas. Videbis enim duodecim lineas horum triangulorum centra, posita lege continuantes cubum continere, quem restat ut æquilateris rectangulisq; superficiebus demonstres esse conclusum. non enim erit cubus, nisi omnes eius superficies sint quadratæ. Ducito ergo à quolibet angulo trigonarum superficierum octohedri, perpendicularem ad latus illi angulo oppositum, has autem perpendiculares ex prima quartidecimi, constat adinuicem ęquales, & diuidere latera quibus perpendiculariter insistunt, per æqualia, ideoq; binas & binas super idẽ punctũ lateris, cui superstant cõuenire. Easdemq; constat ex his quæ in decimaseptima quartidecimi demonstrata sunt, transire per centra triangulorum, ideoq; per extremitates laterum inclusi corporis transire, ac eorum portiones quę intra centra trigonorum & latera ipsorum intercipiuntur, ex ijs etiam quę in eadem demonstrata sunt, constat esse æquales, angulos quoque ab ijs perpendicularibus binis coeuntibus contentos, ex octaua primi patet esse æquales. Et quia hæ perpendiculares, suæq; portiones inter centra & latera intercepte eosdem angulos ambiunt: erunt quoque anguli, quos lineæ à centris trigonorum ad latera perpendiculariter cadentes binę & binæ continent adinuicem ęquales. Cumq; latera illius corporis, de quo disputamus, hos angulos subrendunt: sequitur ex quarta primi frequenter sumpta, corpus inclusum esse æquilaterum: at quoq; rectangulum. Protrahãtur enim diagoni in singulis superficiebus, hos diagonos ex quarta primi, omnes ãdinuicem ęquales esse conuinces, mediantibus angulis à dnabus perpendicularibus per ipsarum diagonorum extremitates transeuntibus contentis, si prius hos angulos, ex octaua primi, æquales sibi inuicem esse probaueris. Cùm igitur diameter tetragonarum basium corporis huius sint adinuicem ęquales: latera quoque earundem basium æqualia, necesse est ex octaua primi multoties repetita, ipsas tetragonas bases esse ęquiangulas. At quia ex duodecima primi, omnes anguli cuiusque earum sunt æquales quatuor rectis, sequitur eas esse rectangulas: itaque ex diffinitione quadrati, ipsæ sunt quadratę. Igitur inscriptum corpus manifestum esse cubum, sicut intendimus.

Euclid. ex Camp. *Propositio 5.*

5 DYramidem quatuor basium triangularium atque æquilaterarum, assignato corpori octo basium triangularium quoq; atq; ęquilaterarum inscribere.

CAMPANVS. Assignato corpori octo basium inscribe, secundum præcepta præmissæ cubum, cuboq; inscripto inscribe (ut docet prima huius) pyramidẽ qualis proponitur. Cùm igitur huius pyramidis anguli sint etiam anguli cubi, quemadmodum ex demonstratione primæ manifestum est: cũcti autem anguli cubi sint ex præmissa in superficiebus assignati octohedri: erũt quoq; cuncti anguli pyramidis huius in superficiebus corporis octo basium, cui eam iubemur inscribere: quare ex diffinitione manifestum est, nos fecisse quòd quęritur.

Euclid. ex Camp. *Propositio 6.*

6 ENtra datum corpus uiginti basium & æqualiũ laterum, corpus duodecim basium pentagonaliũ æqualium laterum atq; æqualium angulorum figuraliter componere.

CAMPANVS. Corpus uiginti basium non docemus hic fabricare, quoniam ex 16 tredecimi, qua conuenit arte, hoc fieri, satis euidens est. Eo igitur ut ibi docetur composito, ut sibi

corpus duodecim basium pentagonarum atque æquilaterarum includere delectat, hac uia procedendum est. Manifestum est enim uiginti triangulos, sexaginta superficiales angulos habere, & quia ad constitutionem uniuscuiusque solidi anguli corporis icosedri quinque superficiales conueniunt, sicut ex demonstratione decimasexta tredecimi colligitur, constat illud corpus duodecim solidis angulis compleri. Inuentis igitur, ut in antè præmissa, centris cunctorum triangulorum totum icosedron terminantium, ea triginta rectis lineis continua, ita quòd cuiusque centrum centris omnium circumiacentium, cum quibus communicat in latere per rectas lineas iungas. Cùm ergo hoc feceris, uidebis ex illis triginta in eis duodecim pentagonos constitui duodecim angulis solidis dati icosedri oppositos: hos itaque pentagonos, quemadmodum in antè præmissa fecisti, de basibus cubi, æquilateros esse probabis. Necesse est enim, ut quorumlibet triangulorum duorum idem latus habentium, centra eodem spatio distent: restat ergo, ut eos etiam æquiangulos esse syllogizes. Manifestum est autem ex ratiocinatione decimasexta tredecimi, datum corpus uiginti basium ab eadem sphæra, cuius diameter est, tanquam diameter huius corporis, uidelicet linea quæ duos eius angulos oppositos continuat, esse circunscriptibile. Si igitur hæc diameter per medium secetur, punctus sectionis erit centrum sphæræ circunscribentis. Ab eo itaque ad superficies cunctorum pentagonorum perpendiculares, ex undecima undecimi ducito, & à puncto in quo singulis pẽtagonis obuiauerint, ad singulos eorum angulos rectas lineas dirigito, deinde centrum sphæræ cum singulis angulis ipsorum pentagonorum continuato. Age ergo, eos proba esse æquiangulos hoc modo. Cùm enim omnes circuli circumscribentes trigonos icosedri sunt æquales, erunt omnes perpendiculares à cẽtro sphæræ ad ipsos uenientes & in eorum centra cadentes, æquales: omnes ergo lineę à centro sphæræ ad angulos cuiuslibet pentagoni uenientes, sunt æquales: nam anguli pentagonorum sunt centra circulorum trigonos ipsos icosedri circumscribentium ex hypothesi. Igitur ex penultima primi, eodem argumentationis genere, quo superius in decimoquarto syllogizauimus, sectorem prouenientem in superficie sphæræ, cùm aliqua plana superficies sphæram secat non super centrum eius, esse circumferentiam continentem circulum, necesse est quinque lineas uenientes à concursu perpendicularis ductæ à centro sphæræ ad superficies omnium pentagonorum ad quinque angulos cuiuscunque pentagoni, esse adinuicem æquales, itaque omnibus duodecim pentagonis est circulus circunscriptibilis. Cùm igitur ipsi sint æquilateri, conuincitur eos esse etiam æquiangulos: quod oportebat ostendere.

Euclid. ex Camp. *Propositio 17.*

INtra datum corpus duodecim basium pẽtagonarum æquilaterarum atque æquiangularium, corpus uiginti basium triangularium, atque æquilaterarum fabricare.

CAMPANVS. Qualiter corpus duodecim basium pentagonarum æquilaterarum atque æquiangularium componere oporteat, ex decimaseptima tredecimi require. Sed qualiter corpus uiginti basium triangularium æquilaterarum sibi conueniat inscribi, hic addisce. Suorum pentagonorum centris (ut in decimaquarta quarti fit) repertis, ea adinuicem triginta lineis hac lege continua, ut uniuscuiusque pentagoni centro, cuiusque pentagoni secum in latere communicantis iungatur: ita uidelicet quòd uniuscuiusque pentagoni centrum, centris quinq; pentagonorum terminantium uel circumiacentium continuetur. Cùm igitur hoc feceris, obuient tibi uiginti trianguli ab ijs triginta lineis centra pentagonorum continuantibus contenti, eruntq; ij uiginti trianguli uiginti solidis angulis ipsius dodecedri oppositi, amplectentes corpus uiginti basium triangularium, quas æquilateras esse demonstrabimus, & erunt duodecim solidi anguli huius corporis uiginti basium in centris duodecim pentagonorum corpus dati dodecedri terminantium. Hos itaque uiginti triangulos æquilateros esse sic proba. A centris pentagonorum ducito perpendiculares ad latera, eruntq; omnes perpendiculares æquales. Binas ergo & binas probabis ex octaua primi, æquos angulos continere. Et quia lineæ continuantes centra pentagonorum his angulis à binis & binis perpendicularibus contentis subtenduntur, cùm omnes perpendiculares sint æquales, erunt ex quarta primi omnes lineæ continuantes centra pentagonorum æquales: quod est propositum.

Perpendiculares autem binas & binas æquales angulos continere, & omnes eas adinuicem esse æquales, sic collige. Ex quinta primi & uigesimaseptima eiusdem, constat singulas earum diuidere latera pentagonorum super quę cadunt, per æqualia, easq; esse adinuicem æquales ductis lineis à centris pentagonorum ad singulos angulos eorum. Quare binæ & binæ super idem latus cadentes in eodem ipsius lateris puncto coibunt, eo quòd utraque diuidit illud latus duobus

duobus pentagonis, à quorum centris ueniunt commune per æqualia. Has igitur perpendiculares binas & binas usque ad angulos, quibus commune latus in quo coeunt, oppositum per centra pentagonorum producito, & eisdem angulis duas lineas subtendito, quas ex demonstratione decimaseptimæ tredecimi, manifestum est esse tanquam latus cubi ab eadem sphæra, cum proposito dodecedro circunscriptibili: ideoq; patet eas esse æquales, eo quòd omnia latera cubi sint æqualia, easdemq; liquet ex nona undecimi, esse æquidistantes: propter hoc quòd ambæ æquidistant communi lateri, in quo binæ & binæ perpendiculares conueniunt. At uerò ipsas easdē constat ex his perpendicularibus per æqualia diuidi. Itaque per trigesimamtertiam primi, cunctæ lineæ continuantes puncta, in quibus binę & binæ perpendiculares super has lineas, quæ tanquam cubi latera fore diximus, concurrunt, sunt adinuicem æquales: nam omnes sunt, tanquam latus cubi. Igitur ex octaua primi, anguli contenti à binis & binis perpendicularibus, sunt æquales. Quare per quartam eiusdem, lineæ quoq; continuantes centra pentagonorum sunt sibi inuicem æquales: inscriptum ergo est proposito dodecedro corpus uiginti basium triangularium & æqualium laterum, sicut iussi eramus.

Euclid. ex Camp. *Propositio 8.*

8 SOlido duodecim basium pentagonarum atque æquilaterarum proposito, intra ipsum cubum distinguere.

CAMPANVS. Cùm dodecedron super cubi latera fabricetur, ut constat ex decimaseptima tredecimi, nimirum eo fabricato sibi conuenit cubum inscribi: nam cùm duodecim sint pentagoni, si uniuscuiusque eorum uni angulo (prout cubi figuram uidebis exigere) chordam unam subtenderis, ex ijs duodecim chordis sex æquilateras rectangulasq; superficies cubi & corpus amplectentes superficies. Æquilateras quidem eas esse, constat ex quarta primi: rectangulas autem, eodem argumentationis genere, quo in sexta huius bases dodecedri, dato icosedro inscripti, demonstrauimus esse æquiangulas, constat quidem ex decimaseptima tredecimi, propositum dodecedron sphęrę esse inscriptibile. Ergo à cētro illius sphęrę, ad omnes has quadrilateras superficies, perpendiculares, ut docet undecima undecimi, protrahe & à puncto concursus ad singulos angulos illarum quadrilaterarum superficierum rectas lineas dirige, ac eosdem angulos quadrilaterarum superficierum cum centro sphęræ iunge: eruntq; hæ lineæ centrum sphæræ cum angulis quadrilaterarum superficierum continuantes, semidiametri sphęræ, de quarū quadratis (quia dempto quadrato perpendicularis, remanent ex penultima primi quadrata linearum continuantium punctum concursus perpendicularium cum angulis quadrilaterarum superficierum) necesse est omnibus his quadrilateris superficiebus circulos esse circunscriptibiles, ideoq; necesse est eas esse æquiangulas, quum sint æquilaterę. Et quia ex trigesimasecunda primi, anguli cuiusque earum pariter accepti sunt æquales quatuor rectis angulis, sequitur eas esse rectangulas: nihil ergo deest inscripto corpori de ratione cubi.

Euclid. ex Camp. *Propositio 9.*

9 DAto dodecedro, sibi demum octohedron includere

CAMPANVS. Composito dodecedro, ut in decimaseptima tertij decimi, sex latera suarum superficierum, ea uidelicet quę cathetos super sex lineas opposita latera superficierum cubi per æqualia secantes erectos, tanquam eorum corausti iungunt, per æqualia diuide, eaq; bina & bina adinuicem composita, continua per tres lineas, quæ seinuicem super medium punctum diametri cubi, ex quadragesimaoctaua undecimi, per æqualia secabunt: eritq;, ut quæque duæ earum trium seinuicem quoq; ad angulos rectos diuidant. Si igitur harum trium linearum extremitates per duodecim lineas rectas continuaueris, proueniet tibi corpus octo basium triangularium & æquilaterarum, ex quarta primi, uel (si mauis) ex penultima primi: quod oportebat ostendere.

Euclid. ex Camp. *Propositio 10.*

10 INtra assignatum dodecedron, pyramidem quatuor basium triangularium atque æquilaterarum adhuc restat distinguere.

CAMP. Assignato dodecedro inscribe cubum, ex octaua huius, cuboq; pyramidem ex prima. Cùm igitur anguli pyramidis sint in angulis cubi, ut patet ex ratiocinatione primæ, & anguli cubi in angulis dodecedri ex ratiocinatione octauæ, erunt quoq; anguli pyramidis in angulis dodecedri, itaq; constat quod uolumus.

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 11.

PRopoſito icoſedro, in eodem cubum figurare. 11

CAMPANVS. Icoſedro inſcribe dodecedron ex ſexta, ac dodecedro cubum ex octaua. Conſtat autem ex demonſtratione ſextæ, quòd omnes anguli dodecedri cadunt ſuper centrum baſium icoſedri, & anguli cubi ſunt in angulis dodecedri: itaq; anguli cubi ſunt in centris baſium icoſedri. Habemus ergo propoſitum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 12.

ICoſedron datum pyramidem quatuor baſium triangu- 12
larium atq; æquilaterarum ſibi poſtulat inſcribi.

CAMPANVS. Si in dato icoſedro ex præmiſſa cubum inſcripſeris, cuboq; ex prima pyramidem incluſeris, quin poſtulationi icoſedri ſatisfeceris, hæſitandum non erit. Scire autem oportet, quòd cùm ſint quinque regularia corpora, de quorum mutua abinuicem inſcriptione in hoc 15 libro determinetur, ſi unumquodq; eorum cuilibet cæterorum eſſet inſcriptibile, 10 eorundem inſcriptiones accideren. Quippe cuilibet eorum quinq;, eſſent cætera quatuor inſcriptibilia, ideoq; quater quinq; inſcriptiones, quod eſt 20, neceſſariò prouenirent. At uerò pyramidi ſolùm octohedron conueniens eſt inſcribi, non enim ſunt in pyramide baſes aut anguli aut latera, in quibus anguli cubi aut icoſedri aut etiam dodecedri poſsint extrema ipſius pyramidis cõtingere. Cubus quoq; ſolius pyramidis & octohedri, & octohedron ſolius pyramidis & cubi, receptioni ſunt apta: qualiter enim in eorum alterutro 12 angulos icoſedri, aut 20 angulos dodecedri, ita ut ſinguli in eorũ ſingulis cadant collocabis? Icoſedron autem cum cætera conuenienti ambitione poſsit complecti, ſolius octohedri nequit eſſe receptaculum: nam octohedri ſex anguli ſemidiametrali ſeinuicem bini & bini oppoſitione reſpiciunt, lineæq; eos continuantes ſeſe per æqualia orthogonaliter diuidũt, ita quòd illud glorioſum ſignum ad cuius intuitum conſternantur dæmones, ſub rectis angulis triplicatum reddant. hos itaq; triangulos neq; baſes, neq; anguli, neq; latera icoſedri poſſunt ſub ſuo ſitu recipere, neq; enim in eo reperies ſex baſes, aut ſex angulos, aut ſex latera, hac diametrali orthogonalique oppoſitione ſe contuentes. Dodecedron autem nulli cæterorum ſuæ ambitionis denegauit hoſpitium, immò cunctorum receptorium exiſtit. Vnde non inconuenienter dodecedri figuram antiqui Platonis diſcipuli aſcripſere cœlo, quemadmodum pyramidis formam tribuerunt igni, eo quòd ſurſum ſub pyramidali figura euolet. At octohedri, aeri: quippe ſicut aer ignem motus paruitate ſequitur: ſic octohedri forma, pyramidis formam ad motum habilitate comitatur. Viginti uerò baſium figuram aquæ dictauerunt: nam cum ipſa baſium pluralitate plus cæteris circuletur in ſphæram, fluentis rei motui magis quàm ſcandentis conuenire uiſa eſt. Cubum uerò figuram quidam dedere terræ: quid enim in figuris maiori ad motum uiolẽtia indiget quàm teſſera? at in elementis quid fixius cõſtantiusq; reperitur terra? Si igitur ex 20 inſcriptionibus, tres quas pyramis non ſuſtinet, binasq; à quibus natura cubi & octohedri aliena eſt, rurſusq; unam cui repugnat icoſedri figura, reieceris, erunt reliquæ tantum 12 inſcriptiones, pyramidis quidem, ſola, cubi uerò octohedriq; binæ, icoſedri autem tres, dodecedri autem quatuor, de quibus omnibus (ut arbitror) ſufficienter aliàs diſputatum eſt.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 13.

FAbricato quouis quinq; regularium corporũ, ſibi ſphæ- 13
ram inſcribere.

CAMP. Ex 13 libro itaq; manifeſtum eſt, unumquodq; quinq; horum corporum eſſe ſphæræ inſcriptibile. Nunc itaq; cõſtabit uiceuerſa ſphæram unicuiq; ipſorum eſſe inſcriptibilem. A' circunſcribentis enim ſphæræ centro ad baſes uniuerſas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant, quas intra centra circulorum baſes ipſas circũſcribentium cadere, neceſſe eſt. Cumq; omnes circuli eas circunſcribentes ſint æquales, eruntq; hæc perpendiculares æquales. Itaq; ſi ſecundum quantitatem unius earum circulum ſuper centrum circunſcribentis ſphæræ deſcripſeris, eiusq; ſemicirculum quouſq; ad locum unde mouerí cœperit, redeat, circunduxeris: quia ipſum per extremitates cunctarum perpendiculariũ, neceſſe eſt tranſire, cõuinces ex correlario 15 tertij, ſphæram iſtius ſemicirculi motu deſcriptam uniuerſas baſes aſsignati corporis in concurſibus perpendiculariũ contingere. Non enim plus poteſt ſphæra de baſibus corporis contingere, quàm circũductus ſemicirculus (dum mouebatur) cõtingit. Quare aſsignato corpori conſtat nos ſphæram: quemadmodum propoſitũ erat, inſcripſiſſe.

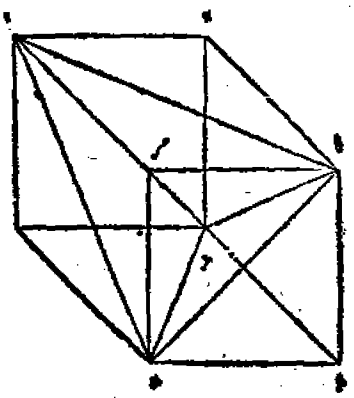
FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSI CLARISSIMI PHILOSOPHI MATHEMATICORVMQVE FACILE principis, ex Hypſiclis Alexandrini, Græci philoſophi traditione: Geometricorum elementorum Liber decimuſquintus.

Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 1.

1 IN dato cubo pyramida deſcribere. Camp. 1.

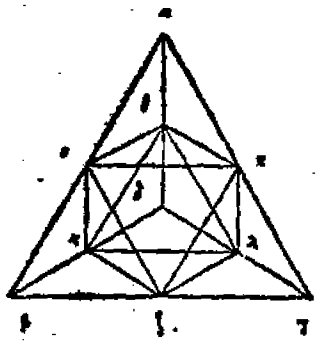
HYPSICLES ex Zamb. Eſto datus cubus α β γ δ ε ζ η θ, in quo oportet pyramida inſcribere: connectantur α γ, γ ε, α ε, ε β, β γ. Manifeſtum iam, quòd ipſa α ε γ, α θ η, α θ γ, γ θ ε, triangula æquilatera ſunt: quadratorum enim diametri ſunt latera. Pyramis igitur eſt ipſa α ε γ θ, & deſcribitur in dato cubo: quod facere oportebat.



Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 2.

2 In data pyramide octaedrũ deſcribere. Camp. 2.

HYPS. ex Zãb. Eſto data pyramis α β γ δ, ſecetur q; biſariam ipſis ε ζ η θ κ λ ſignis, & connectantur ipſæ θ η, θ λ, ε ζ, ζ η, & reliquæ. Et quoniã α β dupla eſt utriuſq; ipſarum θ η, η ζ, æqualis igitur eſt θ η ipſi ζ ε & parallelus, ſimiliter & θ η ipſi ζ η eſt æqualis et parallelus: æquilaterum igitur eſt θ η ζ. Dico quòd et rectangulum. Si enim ab ipſa η λ perpendiculares agantur ad plana ε ζ β η, ε ζ η γ, ε ζ η θ, ζ η ε, ſimiliter oſtendemus quæ in ipſius θ η ζ, quadrati æquilatera: quod facere oportebat.

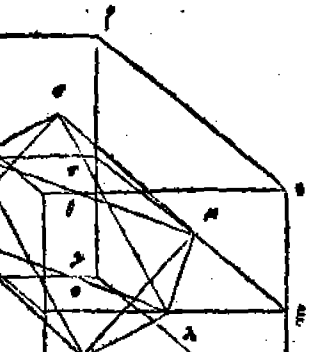


Euclid. ex Zamb. Problema 3. Propoſitio 3.

3 In dato cubo octahedrum deſcribere. Camp. 3.

ἐφηρμόσαι συμβαίνοντιν.

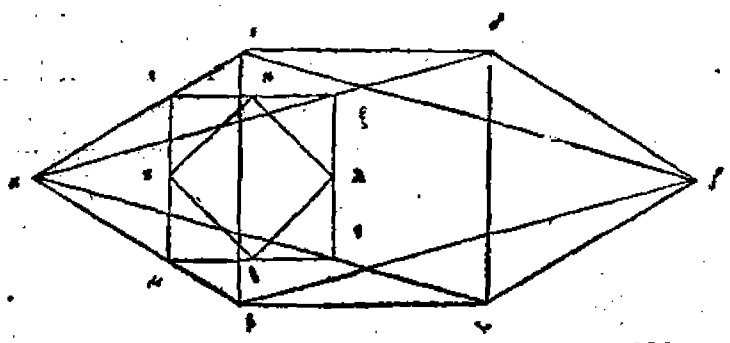
HYPS. ex Zamb. Eſto datus cubus α β γ δ ε ζ θ, & capiantur contra κ inſidentium quadratorum η λ μ ν. Dico q; η κ λ μ ν quadratũ eſt. Excitentur per ipſa η λ paralleli (per 31 primi) ξ ο, π ρ. Quoniã igitur dupla eſt π ο ipſius ρ η, & ξ ο ipſius ο λ, id propter & quod ex ο η: igitur ei eſt æquum quod ex λ ο, & per hoc & ο η ipſi ρ λ eſt æqualis. Quod igitur ex η λ duplum eſt eius quod ex ρ λ. Ac per hoc & quod ex μ λ, duplũ eſt eius quod ex λ ξ: quod igitur ex η λ, æquũ eſt ei quod ex μ λ: æquilaterũ igitur eſt η λ μ ν, manifeſtum eſt q; et rectangulũ. Aſſumantur ipſi β θ ε η bina quadrata, & centra ρ σ, & connectantur ρ λ, ρ μ, ρ ν, σ η, σ λ, σ ν, σ μ, manifeſtum eſt quòd triangula efficientia octahedrum æquilatera ſunt, eadem nanq; oſtendemus ratione.



Eucl. ex Zãb. Problema 4. Prop. 4.

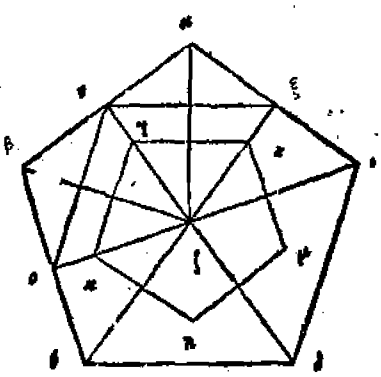
4 In dato octahedro, cubum deſcribere. Camp. 4.

HYPS. ex Zãb. Capiantur (per primam tertij) eorum qui circũ α β γ, α γ δ, α β ε, α δ ε triangula, circulorum centra η θ, η λ, & connectantur η θ, η κ, η λ, λ θ. Dico q; η θ κ λ eſt quadratum. Excitentur (per 31 primi) per ipſa ο θ η λ ipſis β γ, β ε, γ δ, δ ε, paralleli μ ν, μ ρ, ν ξ, ξ ο. Quoniam igitur æquilaterum eſt α β γ triangulum, quæ ex α in θ centrum, eius qui circum α β γ triangulum circuli, biſariam diſpeſcit eum, qui ad α ipſius α β γ trianguli: æqualis igitur eſt & ν θ ipſi θ μ. Ac per hoc iam & μ κ, ipſi κ ο: & ο κ, ipſi κ π eſt æqualis. Quoniam autem ipſa μ ν, ipſi μ ι, &



μ o & μ o, ipſi o ξ eſt æqualis: æqualis igitur & ν θ ipſi μ κ, & ϑ μ ipſi κ o, & μ κ ipſi o ν, qui autem ſub θ μ κ & κ κ o recti, ex quo manifeſtũ eſt, q; κ ϑ æqualis eſt ipſi κ κ. Ei id propterea iam & reliquæ. Quoniam igitur ν θ κ λ parallelogrammũ eſt, in uno eſt plano. Et quoniã dimidiũ eſt uterq; ipſorũ qui ſub μ κ ι, o κ κ, recti: reliquus igitur qui ſub θ ρ κ rectus eſt. Similiter et reliqui. Quadratũ igitur eſt ν θ κ λ, poſsibile aũt eſt quæ in principio aſsũpta κ θ κ λ, cẽtra & parallelos cõficiẽtia μ ν, ν ξ, ξ o, o μ, cõnectere ipſas ν θ, θ λ, λ κ, κ ν, et dicere ipſũ κ θ κ λ quadratũ. Si uerò aſsumamus et reliquorũ triãgulorũ cẽtra, cõnectamusq; eadẽ, oſtẽdemus reliqua quadrata, habebimusq; in dato octahedro cubũ deſcriptũ, quod agendũ fuerat. Eucl. ex Zãb. Theor. 5. Prop. 5.

Camp. 6. ## In dato icoſahedro dodecãhedrum inſcribere.



HYPSICLES ex Zamb. Exponatur quinquãgulum ipſius icoſahedri α ξ γ ϑ ε, et centra circulorũ qui circũ α ξ ι, α ξ β, β ξ ι, ξ γ ϑ, ϑ ξ ι, triãgula, ſintq; κ θ κ λ μ, cõnectãturq; κ θ, θ κ, κ λ, λ κ, μ κ. Et rurſus cõnexæ ξ ν, ξ θ, ξ κ, extẽdãtur in ξ ν o biſariã, nẽpe ipſæ ε κ, α β, ϭ γ, ſecabũtur in ipſis ξ ν o ſignis. Et ſicut ν ξ ad ν o, ſic κ θ ad θ κ, æqualiũ igitur eſt θ ν, ipſi κ o. Similiter iã et reliqua ipſiuſ κ θ κ λ μ pentagoni latera, æqualia demõſtrabũtur. Dico q; et æquiangula. Quoniã enim duæ ν ξ, ν o κ ad binas κ θ, θ κ, æquos cõprehendunt angulos, & reliqua manifeſta ſunt. Intelligatur ab ipſo ξ ad ipſius α ϭ γ ϑ ε pentagoni planũ perpẽdicularis acta quæ cadit in cẽtrũ eius qui circũ pẽtagonũ circuli. Si uerò ab ipſo ν in ſignũ in quod cõcurrit quæ ex ξ perpẽdicularis cõnectamus, ac per θ parallelũ agemus ad eã, manifeſtũ quod cõcurrit ei quæ ex ξ perpendiculari, et quæ ab ipſo ν parallelus rectũ cõprehendit angulũ, unà cũ ea quæ ex ξ perpẽdiculari. Rurſus ſi cõnectamus ab ipſis ξ κ in cẽtrũ eius qui circũ α β γ ϑ ε pẽtagonũ circuli, et in ſignũ in quod cõcurrit quæ ex θ, ei quæ ex κ cõnexa recta, quo cũ eadẽ cõprehẽdet. Ex quo manifeſtũ eſt q; quinquangulũ κ θ κ λ μ in uno eſt plano. Nos uerò ſcire oportet, q; ſi quis nos interroget quot latera habet icoſahedrũ, ſic dicemus: Manifeſtũ q; icoſahedrum ſub 20 triãgulis cõprehẽditur & q; unumquodq; triãgulum tribus rectis lineis cõſtat. Oportet igitur nos multiplicare 20 triãgula in ipſa trianguli latera, fiunt 60. quorũ medietas ſunt 30. Similiterq; & in dodecahedro. Rurſus quoniã 12 quinquangula dodecahedrũ cõficiunt, et unũquodq; quinquangulũ quinq; cõtinet rectas lineas, efficiemus duodecies quinq;, & fiunt 60. rurſus eorum medietas ſunt 30. Cur autẽ dimidium efficiamus? Quia quodlibet latus etiã ſi fuerit triãgulũ ſiue quinquãgulũ ſiue quadratũ ut in cubo, * ex ſecundo capitur. Itidẽ eadẽ diſciplina in cubo & in pyramide: & in octahedro eadẽ efficiẽs latera cõperies. Si uerò uelis rurſus uniuſcuiuſq; figurarũ angulorũ numerum inuenire, rurſus eadẽ efficiẽs diuide per plana cõprehẽdentia unũ angulũ ſolidi. * Et quoniã icoſahedri angulũ quinq; triãgula cõprehendunt, diuide per quinq;, fiunt 12 icoſahedri anguli. In dodecahedro, tria pẽtagona angulũ cõprehẽdunt, diuide per tria & uiginti, habebis dodecahedri angulos. Similiter autẽ & in reliquis angulos inuenies. Quæſitum eſt quomodo ab unaquaq; quinq; ſolidarum figurarũ uno plano cõprehẽdentiũ quomodocunq; dato, inuenitur et inclinatio, in quã adinuicẽ inclinãtur cõprehendentia plana unãquãq; figurarũ. Inuẽtio aũt (ſicut Iſidorus noſter magnus magiſter enarrabat) hunc habet modũ. Quod quidẽ in cubo per rectũ angulũ diſpeſcũt ipſũ cõprehẽdentia plana adinuicẽ, manifeſtum. In pyramide uerò expoſito uno triãgulo, cẽtris terminis unius lateris, ſpacia uerò à uertice in baſin perpendiculari acta, ambitiones deſcriptæ inuicẽ ſe ſecent, & ab ipſa ſectione ad cẽtra cõnexæ rectæ lineæ cõprehendent inclinationẽ planorũ pyramidem comprehendẽtium. In octahedro uerò à latere trianguli deſcripto quadrato, cẽtris terminis diagonij, interuallo aũtem itidem trianguli perpendiculari, deſcribantur circumferentiæ, & rurſus à communi ſectione ad centra connexæ rectæ lineæ * comprehendent deſinentem in binas rectas quæſitæ inclinationis. In icoſahedro porrò, à latere trianguli deſcripto pentagono conſtectatur ſub binis lateribus ſubtenſa recta linea, & centris terminis eiuſdem, interuallo autẽ ipſius trianguli perpendiculari deſcriptis circũferentijs, quæ ex communi ſectione

παρὰ δύο, id eſt, paralleli.

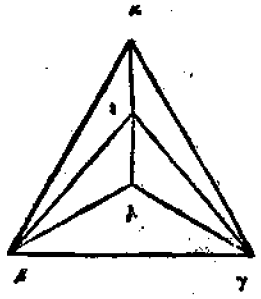
ἐπ' ἄκρου, id eſt, repetitus.

εἶον, ut.

περιφέρεια τὴν λέπουσαν εἰς δύο ὀρθάς, id eſt, comprehendẽt eũ quo quæſita inclinatio à duob. rectis deficit.

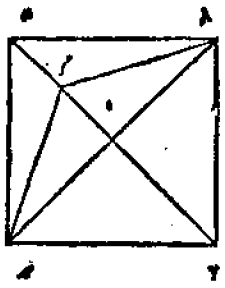
ctione ad centra connexæ, cõprehendent desinentẽ similiter in binas rectas inclinationis icosahedri plano rum. In dodecahedro uerò expositio uno quinquangulo, connexa similiter sub binis lateribus subtensa recta linea, cẽtris terminis eiusdem, interuallo autẽ acta perpẽdiculari à bifaria sectione ipsius in parallelum ei latus pentagoni, describantur circunferentiæ & quæ à signo in quod inuicẽ concurrunt ad centra connexæ, similiter cõprehẽdunt * desinentẽ in binas rectas inclinationis planorũ dodecahedri. Sic quidẽ clarissimus ille uir de prædictis disseruit, clarã putans in quouis demonstrationẽ. Sed ut manifesta fiat illorum demonstratio, uisum est uerba ipsius declarare, primumq; in pyramide. Intelligatur pyramis sub quatuor æquilateris triangulis comprehensa α ϐ γ Δ, basi α ϐ γ, fastigio uerò Δ, & secto ipso α Δ latere (per 10 primi) bifariàm in ε, connectatur ϐ ε, ε γ. Et quoniam α Δ ϐ, α Δ γ, triangula æquilatera sunt, & α Δ bifariam secatur, ipsæ igitur α ε, ε γ, perpẽdiculares sunt in ipsam α Δ. Dico quòd angulus qui sub ϐ ε γ, est acutus. Quoniã enim dupla est α γ ipsius α ε, quadruplũ est quod ex α γ eius quod ex α ε. Sed quod ex α γ, æquũ est eis quæ ex α ε, ε γ, (per 47 primi) quorũ quod ex α γ ad id quod ex γ ε rationẽ habet quam 4 ad 3, & est æqualis γ ε ipsi ε ϐ: quod igitur ex ϐ γ, minus est eis quæ ex ϐ ε, ε γ: acutus igitur est qui sub ϐ ε γ. Quoniã igitur binorũ planorũ α ϐ Δ, α Δ γ, communis sectio est α Δ, & cõmuni sectioni ad angulos rectos sunt rectæ lineæ in utroq; ipsorũ planorũ actæ ϐ ε, ε γ, & acutũ angulum cõprehendunt: angulus igitur qui sub ϐ ε γ inclinatio est planorum, et est datus, data enim ϐ γ latus existens trianguli, & utraq; ipsarum ϐ ε, ε γ, perpẽdicularis, subsistẽs æquilateri trianguli, centris nimirum ε, γ, hoc est terminis unius lateris, interuallo uerò trianguli perpendiculari descripti * ambitus, sese inuicẽ in ε signo dispescunt. Et quæ ab ipso in ipsa ϐ γ connexæ rectæ lineæ, cõprehendunt planorũ inclinationẽ: id autẽ erat dictum. Et quod cẽtris quidem ϐ γ, interuallo autem trianguli perpendiculari, descripti circuli adinuicem se secent, perspicuum est, utraq; enim ipsarum ϐ ε, ε γ, maior est dimidia ipsius ϐ γ, centris autem ϐ γ, interuallo autem dimidia ipsius ϐ γ descripti circuli, sese inuicem tangunt. Si uerò minor fuerit, neq; se tangunt, neq; dispescũt: si uerò maior, omnino secant: & sic in pyramide hæc consequens apertè apparet ratio. Intelligatur rursus in quadrato α ϐ γ Δ, pyramis uerticem habens ζ, & ipsam cõprehendentia * bifariam basis triangula æquilatera, erit autẽ α ϐ γ Δ pyramidis dimidiũ octohedri, secetur (per 10 primi) unũ latus unius trianguli α ζ bifariam in η, & connectãtur ϐ η, Δ η, æquales igitur sunt ϐ η, Δ η, & perpendiculares in α ζ. Dico quòd angulus qui sub ϐ η Δ, obtusus est, connectatur enim ϐ Δ. Et quoniã quadratũ est α γ, dimetiẽs autem ϐ Δ, quod ex ϐ Δ, duplum est eius quod ex Δ α. Quod aũt ex Δ α, ad id quod ex Δ η rationem habet (sicut in præcedenti dictum est) quã 4 ad 3, & quod ex Δ ϐ igitur ad id quod ϐ η, rationem habet quam octo ad tria, æqualis autem est Δ η, ipsi η ϐ. Quod igitur ex Δ ϐ, eis quæ ex ϐ η, η Δ, maius est. Obtusus igitur est qui sub ϐ η Δ. Et quoniam binis planis ε inuicem secantibus, hoc est α ϐ ε, α Δ ε, communis sectio est α ε, & ad rectos angulos ei in utroq; ipsorũ planorũ actæ sunt, ipsæ autem ϐ η, η Δ, obtusum cõprehendentes, qui igitur sub ϐ η Δ, angulus * desinit in binas rectas inclinationes ipsorũ α ϐ ε, α Δ ε planorũ. Si datus fuerit igitur qui sub ϐ η Δ, datur quoq; dicta inclinatio. Quoniã igitur datur triangulũ octahedri & unũ latus octahedri est α Δ, & ab ipsa quadratum describitur α γ, datáq; ϐ Δ, dimetiens existens ipsius quadrati. Sed & ϐ η, η Δ, ipsius trianguli perpẽdiculares. Quare & qui sub ϐ η Δ angulus datur. Descripto igitur quadrato ex latere trianguli sicut α γ, & connexa dianetro sicut ϐ Δ, si centris ϐ Δ, interuallo autem trianguli perpendiculari circulos describamus, se inuicem in η dispescent. Et quæ ex η in centra connexæ rectæ lineæ, comprehẽdunt inclinationem eam quæ sub ϐ η Δ, * quæ desinit in binas rectas (sicut dictum est) ipsorũ planorũ inclinationis. Et hic perspicuũ est quidẽ sicut utraq; ipsarum ϐ η, η Δ, est dimidia ipsius ϐ Δ maior, ac per hoc in organica cõstructione circulos sese inuicẽ dispescere necesse est. Et ex demõstratione manifestum fit sicut ϐ Δ ad Δ η, potentia rationem habet quam octo ad tria, dimidiæ uerò ipsius ϐ Δ potentia quadrupla est, & proinde maior est utraq; ipsarum ϐ η, η Δ, dimidia ipsius ϐ Δ, & hæc quidem de octahedro. In icosahedro autem intelligatur pentagonum æquilaterum α ϐ γ Δ ε, & in eo pyramis uerticẽ habens η, ut triangula ipsam comprehendentia æquilatera sint, erit iam ipsa α ϐ γ Δ ε pyramis pars icosahedræ figuræ. Secetur unum latus unius trianguli η γ bifariam

ut suprà.



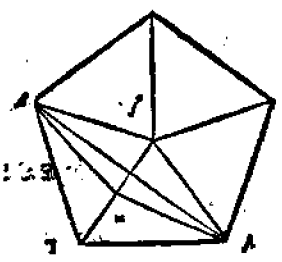
πρισμα.

ἀλλαχοῦ τῆς βάσεως, præter basim.



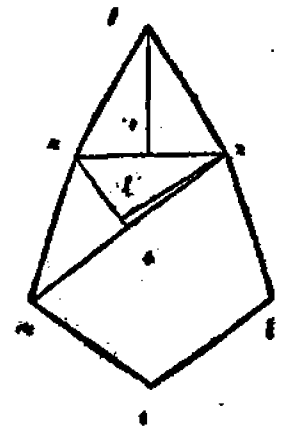
Est quo deficit à duobus rectis inclinatio.

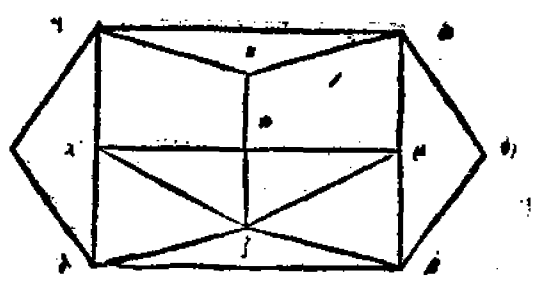
ut suprà.



bifariã in κ, & connectantur β κ, κ δ, æquales existentes & perpendiculares factæ in ipsum ζγ. Dico quòd qui sub β κ δ angulus obtusus est, & ibidem manifestum est, nam connexa recta linea β δ, obtusum quidem explicat eum qui sub β γ δ ipsius pentagoni angulum, hoc autem maior qui sub ϐ κ δ, ipsæ nanque β κ, κ δ, ipsis β γ, γ δ, sunt minores: similiter iam ut in præcedenti, quod qui sub ϐ κ δ angulus * desinit in binas inclinationes ipsorum β ζγ, γ ζδ, triangulorum, hoc dato, data erit & inclinatio ipsius icosahedri planorum. A latere nanq; trianguli icosahedri descripto quinquangulo connexa sub binis lateribus subtensa pentagoni, sicut in ipsa descriptione β δ data, similiter autem & ipsis β κ, κ δ perpendicularibus triangulorum, datur & qui sub β κ δ. Si enim centris limitibus eius quæ sub binis lateribus subtensa pentagoni, sicut ϐ δ, interuallo autem ipsius trianguli perpendiculari circuli describantur, secabunt se inuicem sicut in κ, & quæ ex κ ad ipsa β δ connexæ rectæ lineæ, comprehendent desinentem sub binis rectis ipsorum planorum inclinationis, & hic quidem ex descriptione manifestum est, quòd utraque ipsarum β κ, κ δ maior est dimidia ipsius β δ. Instrumentali quoq; fabrica est ostendere. Intelligatur separatim æquilaterum quidem triangulum θ κ λ, ab ipso autem κ λ quinquangulum describatur κ μ ν ξ λ, & connectatur μ λ, excitenturq; (per 12 primi) perpendicularis ipsius θ κ λ trianguli, ϐ ο. Dico quòd ipsa ϐ ο maior est dimidia ipsius μ λ subtendentis inclinationem planorum. Acta ab ipso κ in ipsam μ λ, perpẽdiculari ipsa κ π quoniam qui sub κ λ π maior est tertio recti, hoc est eo qui sub κ ϐ ο, constituatur ei qui sub κ ϐ ο æquus qui sub π λ ρ, ipsa igitur π λ, perpendicularis est æquilateri trianguli cuius est latus ρ λ, quare quod est ex ϱ λ, ad id quod ex λ π, rationem habet quàm 4 ad 3, maior autem est κ λ, ipsa λ ϱ. Quod igitur ex κ λ, ad id quod ex λ π, maiorem rationem habet quàm 4 ad 3, habet autem et ad id quod ex ϐ ο, quàm 4 ad 3. Ipsa igitur κ λ, ad λ π maiorẽ rationem habet quàm ad ϐ ο, maior igitur est ϐ ο ipsa λ κ. In dodecahedro sic intelligatur unum quadratũ cubi à quo dodecahedrũ describitur, & sit κ β γ δ, & bina plana dodecahedri, hoc est κ β ζ κ, κ δ θ γ ζ. Dico iam & hic datum esse, binorum quinquangulorum inclinationem. Secetur (per 10 primi) ζκ bifariam in κ, & ab ipso κ ipsi ζκ (per 11 primi) ad angulos rectos excitentur in utroq; planorũ κ λ, κ μ, & connectatur μ λ. Aio primum quòd qui sub μ κ λ angulus obtusus est. Ostensum autẽ est in decimotertio Elementorum uolumine, siue statu dodecahedri, quod quæ ex κ perpendicularis acta in κ β γ δ, quadratum dimidia est lateris pentagoni, quare minor est dimidia ipsius μ λ & id propterea qui sub μ κ λ angulus obtusus est. Simulq; ostẽsum est in eodem theoremate quòd & quod quidem ex κ λ, æquum est ei quod ex dimidio lateris cubi & ei quod ex dimidio lateris pentagoni, quare quoniam eadem κ λ & κ μ sunt æquales, & maiores sunt dimidia ipsius μ λ: dato igitur angulo sub μ λ κ, desinens in binas rectas inclinatio erit planorum, uidelicet data. Quoniam igitur latus κ β γ δ, quadrati subsistens est bina latera pentagoni, datur q; & pentagonum, datur ergo & μ λ. Datur autem & utraque ipsarum μ κ, κ λ, perpendiculares etenim sunt à bifaria sectione κ β sub binis subtensa lateribus in parallelum eidem latus pentagoni ut ζκ. Datur igitur qui sub λ κ μ desinens (sicut dictum est) in binas rectas quæsitæ inclinationis. Binæ igitur in instrumentali fabrica dixit quòd oportet dato pentagono, connectere subtensam sub binis lateribus quæ æqualis fit ipsius cubi lateri, & centris limitibus ipsius, interuallo uerò ab ipsa bifaria sectione acta perpendiculari in parallelum eidem pentagoni latus, sicut in descriptione κ λ, κ μ, descriptæ circunferentiæ, & ab ipso commissuræ circunferentiarum signo ad centra connectere rectas lineas comprehendentes desinentem in binas rectas inclinationis ipsorum planorum, quod enim ipsa κ λ, perpendicularis maior est dimidia ipsius μ λ: dictum est, sicut in Elementis simul etiam est ostensum.

ὑπατείνει subtendit.





DECIMIQVINTI LIBRI FINIS.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS CLARISSIMO VIRO PAVLO PIsano, patritio Veneto, equiti lurato, grauissimoque Senatori, fœlicitatem perpetuam.



LICET Mathematicę disciplinæ, quę primum certitudinis fastigium uno omnium philosophantium iudicio obtinent, Paule Pisane uir grauissime, à priscis illis philosophãtibus semper excultæ fuerint, tamen Astrologiam cęteris longè præstare censuerim, & hoc sanè binis adductus rationibus: nam longè clariora & excellentiora sunt, quæ ab astrologis in cœlestium globorum cõuersione, astrorumq; reuolutione, traduntur: hæc siquidem disciplina cœlestia, quæ his inferioribus longè sunt præstantiora, homines intuentur, astra fixa errantiaq; pariter, distantias, solisq; & lunæ defectus coniectant, quæ Deus opt. max. mira sapientia construxit. Illud quoq; accedit quòd hæc disciplina reliquas tres in sese continet: nam cum in Astrologicis theorematibus spectantur circuli, anguli, quadrata, quæ ex cœlestium globorum conuersione fiunt, tunc Geometria est opus, cum uerò numeri adhibentur, ut supputationes accõmodatius fieri possint, tam minutorũ, quàm secundorum & reliquarum particularum (sicut in magna constructione Mathematica Claudius tradit Ptolemæus, quam imperiti Almagestum, nescio quo belluoso nomine appellant) tunc auxiliatur Arithmetica, si autem globorum motus alios celeriores, at alios tardiores inuenis, ubi eos simul cõparaueris, proportionalibus sese mutuò correspõdere cõperies, quas Musica disciplina ostẽdit. Pythagoreus nanq; Nicomachus in globorũ cœlestium reuolutionibus Harmoniã sonosq; gigni in Musicis tradit. Cuius disciplinæ primordia quæ Phęnomena sunt, hoc est apparentia, cum Euclides Megarẽsis clarissimus mathematicus mira indagatione conscripserit, opusculum illud ijs, qui Astrologiæ disciplinam sibi uendicare contendunt, utile & scitu iucundum, cum fortasse hisce diebus ad nostras manus peruenisset, ne tanta utilitate studẽtes carerent, illud Latinum fecimus. Quod opus quoniam Latinis hucusque ignotum extitit, uoluimus ut sub tuo nomine è Græcia in Italiam migraret, sesèq; Latinis præberet legendum (ut licet ex sese au-

ctoritatem uel maximam habeat: nam non rectè sentiunt, qui Euclídi plurimum non tribuunt) tua auctoritate, maior existimatio & auctoritas ei accederet. Tum ut licet te pater meus, nos'que omnes semper excoluerimus, tuáq; uetustissima fuerimus mancipia, hanc obseruationem nostram nullam esse censerem, nisi ea tibi hoc mune re certior fieret. Quod opus ubi abs te comprobatum fuisse cognoscam, communi utilitati consulens, conabor ut aliorum præclarissima mathematicorum opera in lucem uèniant. Tu uerò uale in æternum, nostrisq; uotis da facilem cursum. In ædibus patrijs xij. Kal. Octobris, in XI. IIVI. & XIX. Elemento à reconciliata diuinitate.

1505

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI *philosophi Platonici mathematicíq; præstantissimi Phænomena, ex traditione Theonis, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.*

QVONIAM *astra non errantia ex eodem oriri loco, in eundémq; locum occidere spectantur, quæq; simul oriuntur simul semper oriri, & quæ simul occidunt, semper simul occidere. Ab ortuq; in occasum uergentia eisdem inuicem interuallis distare, ueluti Orionis, ad id quod obtigit à cingulo ad pedes usq; idem semper est interuallum. Id, inquam, fit in ijs solis quæ in gyrum feruntur, quoniam uisus omnino à circunferentia æquè distat, quemadmodum in Opticis ostenditur. Receptum siquidem esse oportet astra circulose ferri, in unoq; corpore reuinciri, uisumq; à circunferentijs æquè distare: spectatur siquidem stella aliqua inter sublimes loco, locum ex loco non permutans, sed in qua est regione in eadem reuoluta. Quandoquidem ita ad circulorum circunferentias in quibus reliqua astra feruntur, ubique æquè distare uidetur. Admittendum est sanè circulos omnes parallelos esse, & id propterea astra non errantia per parallelos ferri polum habentes iam dictam stellam. Horum autem nonnulla neque orientia neque occidentia spectantur, eo quia in sublimioribus circulis feruntur, quos semper apparentes appellant. Hæc siquidem sunt astra quæ polum apparentem sequuntur usq; ad circulum arcticum, & quæ polo propinquiora minimo circulo feruntur, maximo uerò quæ longius absunt. At quæ in arctico circulo existunt, horizontem radere uidentur. Quæ uerò ad meridiem omnia & oriri & occidere spectantur, eo quia eorum circuli non sunt toti super terram, sed eorum pars supra, at reliqua sub terra. Eorum uerò segmentorum quæ supra terram unumquodq; quo propius ad semper apparentium circulum maximum accesserit, magis apparet: eorum uerò quæ sub terra quo propius ad dictum circulum accedit, minus spectatur. Eo quia astra in segmento orbis, quod sub terra existunt inuehuntur tempore minimo: quæ uerò in eo quod supra terram maiori feruntur. Quæ uerò ab ijs longius absunt, semper suprà terram tempus obtinent minus: quæ uerò sub terra minus, minimum uerò tempus habebunt quæ suprà terram feruntur ea quæ in meridiem uergunt: quæ uerò infra terram maius, quæ uerò inter hos medij sunt æquale tempus habent ei quæ sub terra est parti. Quare orbem huiusmodi æquinoctialem appellamus. Qui uerò ab æquinoctiali circulo æqualiter distent, æquali tempore, & segmentis uicissim æqualibus inuehuntur, sicut quæ suprà terram aut in septentrionem uergunt, eis quæ super terram in meridiem tendunt. Quæ uerò supra terram in meridiem tendunt, eis quæ infra terram ad septentrionem commeant, utriusque enim circuli & eius qui supra terram, & qui sub terra in continuum tendit idem tempus, apparet præterea lacteus circulus & zodiacus in parallelos obliqui existentes circulos, sese; inuicem in circunuectione dispescentes semper hemicyclia super terram habere uidentur. Iam ex his omnibus quæ dicta sunt mundus sphericæ speciei esse supponitur. Si enim cylindroides aut conoides esset. Quæ in obliquis circulis æquinoctialemq; bifariam secantibus stellæ comprehensæ in ambitu, neutiquam semper in æqualibus semicirculis prouehi apparerent, sed quandoq; in maiori semicirculi segmento, & quandoque in minori. Si enim conus aut cylindrus plano secetur, non autem ad basim, sectio fit oxygoni coni,*

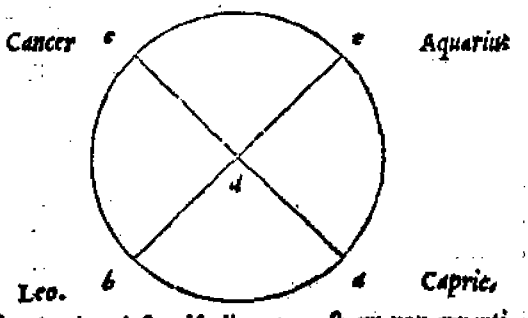
quæ

quæ clypeo similis est. Manifestum igitur quòd huiusmodi figura in medium secta & in longum & in latum dissimilia segmenta efficiet. Manifestum autem quòd & si obliquè per medium secta fuerit, & sic dissimilia efficiet segmenta. Quod in mundo nequaquam fieri deprehenditur, his igitur omnibus mundus est sphæricus, æqualiterq; circa axem uoluitur. Cuius unus quidem est polus supra terram apparens, alter uerò infra terram occultus. Horizon uerò uocetur per planum nostrum procidens in mũdo circulus finiensq; supra terrã spectatum hemisphærii, si sphæra nãq; plano secta fuerit sectio circulus est. Meridianus porrò circulus appelletur, qui per sphæræ polos & rectè ad horizontẽ prouenit. Tropici uerò sunt quos per mediũ zodiacus orbis tangit, qui eosdẽ cum sphæra polos habent, sed qui per medium currit zodiacus circulus & æquinoctialis maximi sunt, bifariam enim inuicem sese dispescunt in principio arietis & libræ, sunt nanq; in diametro, & in æquinoctiali existentes, coniugatè oriuntur & occidunt, inter ipsos habentes 12 signorum sex signa, æquinoctialis uerò circuli binos semicirculos, quãdoquidem utrunq; principium in æquinoctiali orbe existens in eodem feratur tempore, & quæ supra & quæ infra terram est pars. Si enim sphæra circa suum æqualiter axem euoluta fuerit, omnia in ipsius sphæræ circunferentia consistentia signa in æquali tempore similes circunferentias circulorum per quos feruntur transibunt, similes igitur æquinoctialis circuli circũferentias transibunt, eam scilicet quæ supra terram, & eam quæ infra: circunferentiæ igitur sunt æquales, semicirculus etenim utraq; est. Nam ab oriente in ortum, siue ab occidente in occasum totus circulus est. Id propterea animalium circulus & æquinoctialis inuicem sese bifariam dispescunt. Si uerò in sphæra bini circuli sese inuicem bifariam secuerint, uterq; secantium maximus est. Igitur zodiacus orbis, & æquinoctialis maximi sunt, & horizon quoque maximus est, zodiacum etenim & æquinoctialem orbem maximos existentes semper bifariam dispescit. Duodecim uerò animalium sex semper supra terram, & æquinoctialis circuli semper supernè semicirculum habent: quæq; in eo sunt astra simul & orientia & occidentia in eodem tempore aduenient, alterum siquidem ab ortu in occasum, alterum uerò ab occasu in ortum. Ex his igitur ostensis manifestum est quòd æquinoctialis circuli semicirculus in horizonte est. Si uerò in sphæra manens circulus bifariam maximorum aliquem secuerit semper delatum, & secans quoque maximus est, horizon igitur maximus est.

Theorema 1. *Apparens 1.*

TErra in medio mundo est, cẽtriq; ordinem obtinet ad mũdum.

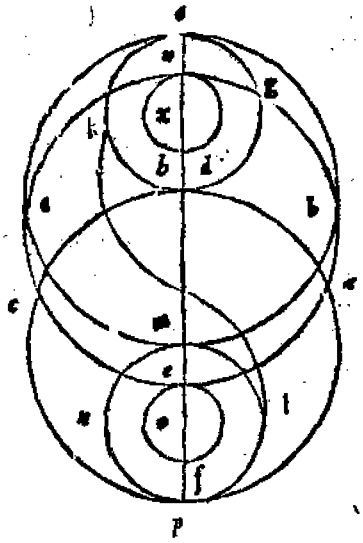
Sit in mundo horizon a b, terra autem sit uisus noster qui sit ad d, sintq; orientales partes c, occiduæ uerò sint a, spectenturq; per dioptram iacentem ad d, signum cancer oriens in c signo, spectabitur igitur eadem dioptra capricornus occiduus, spectetur per a signum & quoniam signa a d c, per dioptram spectantur, recta igitur est linea quæ per a d c, esto a d c, manifestum iam est quòd a d c dimetiens est non errantium sphæræ & zodiaci, quãdoquidẽ zodiaci super horizontem sex animalia discindit. Rursus iam moto zodiaco & dioptra spectetur leo oriens in b signo: spectabit igitur eadem dioptra aquarius occidẽs, spectetur in e signo, & quoniam e d b signa per dioptram spectantur, recta est linea quæ per e d b, sit e d. Igitur ipsa e d b diametros est, & non errantium sphæræ & zodiaci circuli, patuit autem quod & a d c. Igitur d signum centrum est, non errantium sphæræ, estq; ad terram, similiter iam ostendemus quòd si illud signum, in terra assumatur centrum est mundi, terra igitur in medio mundo est, centriq; ordinem ad mundum obtinet.



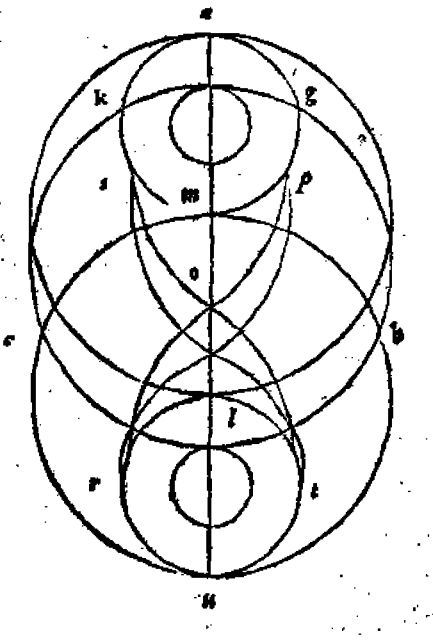
Theorema 2. *Apparens 2.*

IN uno mũdi ambitu, qui per polos sphærę circulus bis erit rectus ad horizõtem, zodiacus uerò circulus ad meridianum bis erit rectus, ad horizontem uerò minimè quando polus horizontis fuerit inter æstiuum tropicum circulum, si uerò in aliquo tropicorũ fuerit polus horizontis, zodiacus circulus omnino ad horizõtem rectus erit: quando autem polus horizontis inter tropicos circulos fuerit, zodiacus circulus ad horizontem bis erit rectus.

Esto horizon circulus b e c, & maximus semper apparentium circulorum esto ω d, maximus uerò semper non apparentium esto e f, æstinus uerò tropicus sit g h k, hybernus autem tropicus sit l m n, zodiacus porrò circulus positionem habeat sicut k l, poli autem sphæræ sint x o, signa, describaturq; per x maximus circulus a x e o. Dico quòd in uno sphæræ ambitu, qui per polos sphæræ circulus bis erit rectus ad horizontem, zodiacus autem circulus ad meridianum bis erit rectus, ad horizontem uerò minimè quando polus horizontis inter g h k, & ω d, fuerit, quod quidem qui per polos sphæræ ad b e c, horizontem bis est rectus ostenditur. Dico iam quòd k l, ad a o, meridianum bis erit rectus. Quoniam enim in sphæra bini circuli, ω b c, g h k, sese inuicem dispescunt, perq; polos eorum describitur circulus maximus a h o, æqualis igitur est circunferentia k h, ipsi b k, & l p, ipsi p n, estq; æqualis circunferentia g h k, ipsi circunferentiæ l p n, æqualis igitur est l p, circunferentiæ ipsi k h circunferentiæ. In quo igitur tempore k signum ab ipso exordiens k, ipsum k h, percurrens circunferentiam in h, peruenit in eo & l signum ambitum l p, percurrens in ipsum stabit, & zodiacus circulus positionem habebit sicut h b, p c. Nam quoniam in sphæra bini orbes a g h k, b h p c, sese inuicem tangunt, ac per unius polum & contactum maximus describitur circulus x h o b. Igitur ipse x b o q, orbis ueniet & per ipsius h b p c, orbis polos, ad eum'que rectus erit, quare & h b p c, orbis ad ipsum x h o p, orbem rectus est. Rursus quoniam ad circunferentiam ipsi m n, circunferentiæ similis est, in quo igitur tempore a ad d, peruenit in eodem & n ad m, & zodiacus circulus positionem habebit sicut a b m c. nam quoniam in sphæra bini orbes a b m c, a h sese inuicem tangunt, perq; unius polum & contactum maximus describitur circulus a x o h, rectus igitur est a x h o ad a b m c, orbem, quarè & a x m c, orbis ad a d h o, orbem rectus est. Rursus quoniam a k circunferentia ipsi l m, circunferentiæ similis est, in quo igitur tempore a, peruenit ad k, in eodem & m ad l uenit. zodiacusq; circulus positionem habebit sicut k l: in quo igitur tempore k incipiens a k, ipsamq; k h, percurrens circunferentiam ad h, peruenit, quod temporis interuallum est unius sphæræ ambitus, ipse k l, orbis ad b e c, orbem bis erit ad angulos rectos. Eisdem expositis



sit polus ipsius b e c K, inter signa d x. Dico quòd K l, circulus zodiacus ad b e c K, horizõtem neutiquam erit erectus. Si enim orbis K l rectus est ad orbem b e c K, ipsum per polos dispescit, trãsietq; per polum existentem inter d x, secabit quoq; ipsum g h K, tropicum quod est impossibile, idq; propterea K l zodiacus non erit rectus ad b e c K, horizontem. Sit autem horizontis polus in l m n, in m signo. Dico quòd omnino orbis K l, ad horizontem rectus erit. Nam quoniam K m circunferentia, ipsi l n circunferentiæ, est æqualis. In quo igitur tempore K ipsam K m, percurrens circunferentiam ad m, peruenit, in eodem l in n, erit & zodiacus circulus positionem habebit sicut b K c. Quoniã igitur b m, ipsum n b c, horizõtẽ per polos secat, ipsumq; bifariã secat & ad angulos rectos. Rectus igitur est zodiacus circulus ad horizontem. Esto autem polus horizontis inter tropicos, sitq; o signũ. Dico q. K l circulus ad horizõtẽ bis erit rectus. describãtur per polũ o maximi orbes s o t, p o r, tangentes ipsum a g m K, tanget iam & ipsum t n r, & quoniam orbis p o r, ipsum g e K, per polos secat bifariam & ad angulos rectos ipsum secat, rectus ergo est circulus p o r, ad g e K. Idq; propterea iã orbis s o t, ad g K e, rectus est. Et quoniã qui ex K semicirculus sicut ad K l partes cõtactũ nõ admittit ipsi s semicirculo, sicut ad s t, partes. Similis & K s, circunferen-



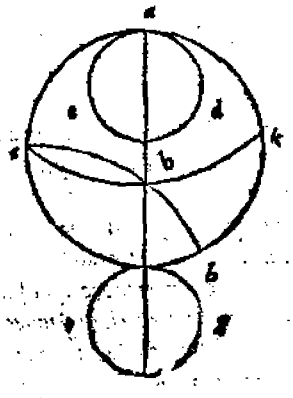
tia

lia ipſi l t circumferentiæ: in quo igitur tempore k in s peruenit, in eodem & l in t, & k l circulus cohærens in ipſo s t circulo. at s t circulus ad g e k rectus eſt: & k l igitur ad e k rectus eſt. Rurſus quoniam s m p circumferentia ipſi l n r eſt ſimilis: in quo igitur tempore s in p, in eodem quoq; & t in r uenit, & circulus zodiacus conuenit in circulo p o r, & p r ad g e k rectus eſt, & zodiacus circulus rectus eſt ad g e k horizontem, bis igitur zodiacus circulus ad horizontem rectus eſt.

Theorema 3. Apparens 3.

ASTRORUM non errantium, ortus occaſuſq; efficientium, unumquodq; iuxta eadem horizontis ſigna oritur & occidit.

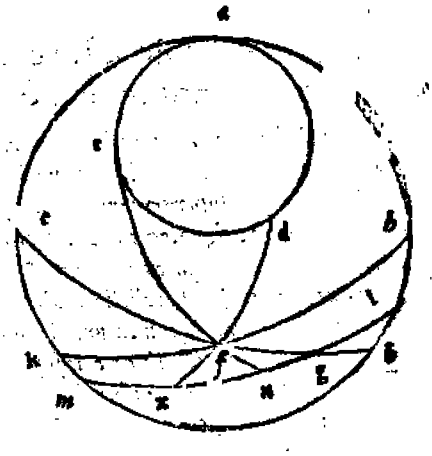
Sit in mundo horizon a b c, maximus autem ſemper apparentium eſto circulus a d e, non apparentium uerò maximus eſto b g s, aſſumanturq; ſignum h ortus & occaſus facientium. ſintq; orientales partes c, occiduæ uerò ſint k. Dico quòd h ſignũ ſemper iuxta eadẽ horizontis ſigna oritur & occidit cuoluta ſphæra. fit orbis per quem ſignũ h conuertitur, ſitq; k h c, igitur orbis k h c ipſum horizontem ſecat, eſtq; rectus ad ipſius ſphæræ axem. Ipſi autem axi ad angulos rectos exiſtentes circuli, horizontem diſpeſcentes, ortus & occaſus per eadem horizontis ſigna efficiunt. orbis igitur k h c, per c ſignũ oritur, & per k occidit. fertur autem h ſignũ in circumferentia ipſius k h c circuli, & h igitur ſignum per ſignum c oritur, & per k occidit.



Theorema 4. Apparens 4.

ASTRORUM in maximi circuli ambitu exiſtentium, maximumq; ſemper apparentium non tangentis, necq; ſecantis, quæ prius oriuntur, prius & occidunt: & qui prius occidunt, prius oriuntur.

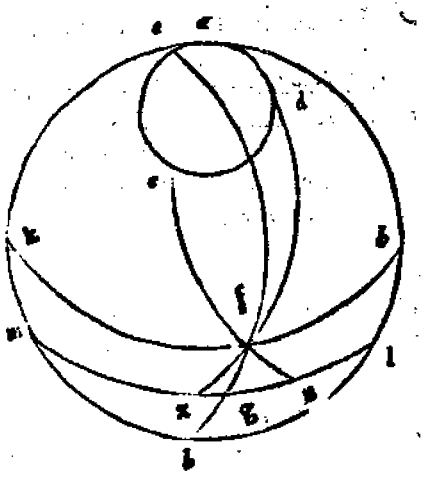
Sit in mundo horizon a b c, maximus autem ſemper apparentium ſit a d e, alius autem maximus orbis eſto e f b, non ſecans circulum a d e, necq; ipſum tangens. Aſſumanturq; in ipſius c f b circuli circumferentia bina contingentia ſigna, ſintq; f g. Dico quòd ipſorum f g ſignorum, quod prius oritur, prius & occidit: & prius occidens, prius oritur. Sint autem orientales partes c, occiduæ uerò ſint b, ſintq; paralleli circuli per quos ſigna f g inuebuntur b k, l m, & per f maximus deſcribatur circulus n f e, ipſum a d e circulum tangens, ut tamen non tangat ſemicirculum qui ex e ſicut ad partes e f n, ei qui ex a ſemicirculo ad a c partes: ſimilis igitur eſt k f circumferentia, ipſi m n circumferentiæ: reliqua igitur f h circumferentia & continua ei ſub terram uſque ad k, ſignum ſimilis eſt ipſi n l circumferentiæ & ei continuæ ſub terram uſque ad m ſignum. In æquali igitur tempore f n ſigna, ipſas f h, n l, & eis continuas uſque ad k m ſigna circumferentias pertranſeunt. Ipſa igitur f n ſigna ſimul oriuntur, & g ipſo n prius oritur, & g igitur ipſo f prius oritur. Dico quòd & prius occidit. deſcribatur per f ſignum maximus circulus x f d, ipſum a d e, circulum tangens, ut a b d, ſemicirculus ad partes d f x, ipſi a, ſemicirculo ad partes a b, non concurrat, ſimilis igitur eſt f b, circumferentia ipſi x l. In æquali igitur tempore f ſignum, ipſam f h circumferentiam tranſit, & x ſignum ipſam n l circumferentiam. Igitur f ſigno in h ducto, & x, in l, ſtabit. Ipſa igitur f x, ſigna ſimul occidunt: & g, ipſo x, prius occidit, & g ipſo igitur f, prius occidit: ſimiliter iam demonſtrabimus, quòd & prius occidens prius & oritur.



Theorema 5. Apparens 5.

ASTRORVM in maximi orbis ambitu qui maximum ſemper apparentium ſecat, exiſtentium, quæ in ſeptentrione ſunt prius oriuntur, poſterius uerò occidunt.

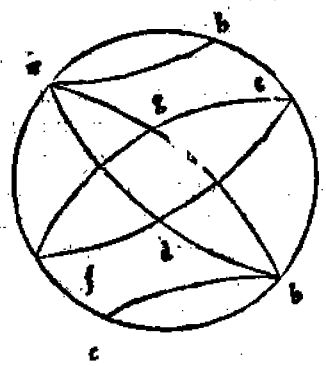
ESto in mundo horizon a b c, maximus autem ſemper apparentium ſit a d e, alius autem maximus circulus eſto c f b, ipſum a d e, circulum diſpeſcens. Aſſumanturq; in ipſius c f b, orbis ambitu bina contingentia ſigna, ſitq; f ſignum ad ſeptentrionem. Dico quòd f ſignum ipſo g prius quidem oritur, poſterius autem occidit. Sint orientales quidem partes c, occiduæ uerò ſint b, ſintq; circuli paralleli per quos f g, ſigna inuehuntur h k, l m, deſcribaturq; per f ſignum maximus circulus n f e, ipſum a d e, circulum tangens, ut non tangat eum qui ex a, ſemicirculum ad partes f g, ei qui ex a ſemicirculo, ſicut ad a c k, partes. Similis ergo eſt f k, circumferentia ipſi n m circumferentiæ. Reliqua igitur b f, circumferentia & continuæ ei ſub terram uſque ad k ſignum ſimilis erit ipſi n l, circumferentiæ & ei continuæ ſub terram uſque ad m ſignum. In æquali igitur tempore ipſa f n, ſigna ipſa f b, n l, circumferentias, & eis continuas uſque ad k m, ſigna percurrent. Igitur ipſa f n, ſigna ſimul oriuntur. Ipſum autem n ipſo f prius oritur, & f ipſo g igitur prius oritur. Dico quòd & poſterius occidit, deſcribatur per x ſignum maximus circulus f d, ipſum a d e, circulum tangens, ut non tangat eum qui ex d, ſemicirculum ſicut ad partes d f, ei qui ex a ſemicirculo, ſicut ad q b partes. Similis igitur eſt f b, ambitus ipſi x l, ambitui. In æquali igitur tẽpore f, ipſum f b, ambitum, & x ipſum x l, perficit. Ipſo igitur f in b ſigno exiſtente, & x in l ſtabit, ipſa igitur x f, ſigna ſimul occidunt. Ipſum autem g prius ipſo x occidit. Igitur & g ipſo f prius occidit, quare et x ipſo g poſterius occidit, patuit autem quòd & prius oritur. Igitur ipſum f ipſo g prius oritur, poſterius autem occidit.



Theorema 6. Apparens 6.

IN zodiaco circulo aſtra conſiſtentia in diametro cõiugatè oriuntur & occidunt, ſimiliter & qui in æquinoctiali.

Sit in mundo horizon a b c, zodiacus autem circulus poſitionem habeat a d b, æquinoctialis autem eſto e f d, ſintq; ipſorum quidem ſegmenta ſuper terram a g b, e g f, in diametro igitur eſt a, ſignum ipſi b ſigno, & e ipſi f. Dico quòd ipſa a b & e f, ſigna coniugatè oriuntur & occidunt. Sint orientes partes a, occiduæ uerò b, & ſint paralleli circuli per quos ſigna a b inuehuntur a h, b c, ſitq; ſegmentum a h ſuper terram, at b c infra terram. Quoniam a ipſi b & e, ipſi f eſt in diametro, æqualis igitur eſt circumferentia e b, ipſi a f, circumferẽtiæ. Sed e b, ipſi f c, eſt æqualis, & a f igitur ipſi f c, eſt æqualis, eſtq; maximus parallelorum e f d, æquus igitur eſt orbis a b ipſi b c orbi, ſuntq; ipſorum ſegmenta quæ uicißim a h, b c, æqualis igitur eſt a h, circumferentia ipſi b c circumferentiæ, in æquali igitur tempore a ſignum ipſum a h, ambitum tranſiens in h ueniet, & b ipſam b c, circumferentiam perficiens ueniet in c. Sed a ipſam a b, percurrens in h proueniens occidit, at b ipſam b c, currens in c, quod proueniens oritur. Ipſo igitur a occidente, ipſum b oritur, ſimiliter demonſtrabimus quòd & a oriente b occidit. Rurſus quoniam uterque ipſorum e g f, f d e, ſemicirculus eſt, æqualis eſt ambitus f g e, ipſi f d e, ambitui, in æquali igi-

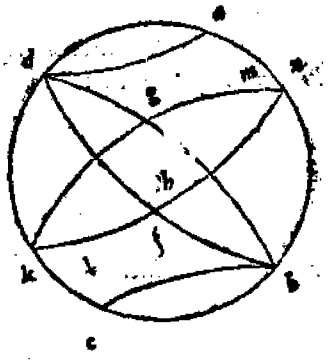


tur

tur tempore f, signum ipsam f g e, circumferentiam efficiens in e, ueniet & e ipsum efficiem ambitum e d f in f ueniet. Sed f quidem per f g e, circumferẽtiam ductus in e, quod proueniens occidit. At e, per e d f, ambitum inuectus in f, quod proueniens oritur. Ipso igitur f occidente e, oritur, similiter iam demonstrabimus quòd f ipso oriente ipsum e occidit. Similiter autem & omnia in zodiaco & æquinoctiali astra consistentia in diametro coniugatè oriuntur & occidunt.

Aliter ex impossibili.

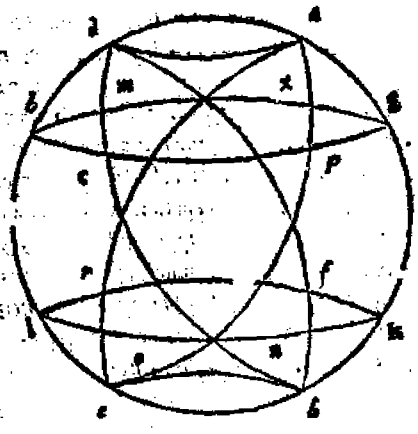
Sit horizon circulus a b c d, æstiuus autem tropicus sit a d, hybernus uerò b c, zodiacus porrò positionem habeat sicut d g b f, sintq; in d g b f in diametro signa f g. Dico quòd ipso f oriente, ipsum g occidit. Si autem est possibile, non occidat, sed esto h, occidens & per f h, paralleli describantur circuli n h f k, quare f signo oriẽte per k, ipsum h occidet per n, & zodiacus circulus positionem habebit sicut m n l k, & quoniam unusquisq; ipsorum a b c d, m n, l k, maximus est: in diametro igitur est k ipsi n, sed & k ipsi f, est idem, & n ipsi h, igitur f, ipsi h, est in diametro, sed & g, quod est impossibile. Igitur oriente ipso f, ipsum g occidit.



Theorema 7. *Apparens 7.*

ZOdiacus circulus per omnem horizontis locũ inter circulos tropicos oritur & occidit, quando maximus semper apparentium maior fuerit circulo tropico, cõuersionesq; contrarias fecerit trasmutatus. quãdo enim ortus ad meridiem cum ipso ad septentrionem occasu immutatus fuerit, transmutatus apparet: quando uerò ortus septentrionalis cum ortu meridiano immutatus fuerit; transmutatus apparet, & quandoq; aliter supra nos stabit.

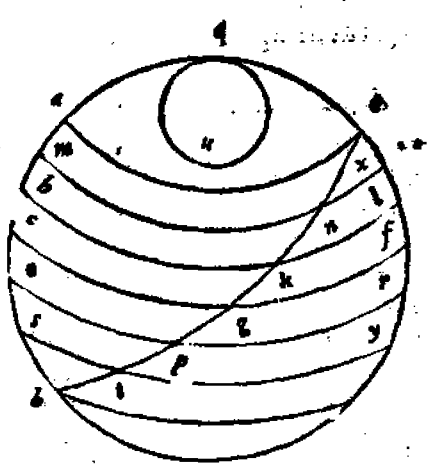
Sit in mundo horizon a b c d, æstiuus quidem tropicus sit a d, hybernus uerò tropicus b c, zodiacus circulus positionem habeat d e b, sitq; d e b, segmentum infrà terram, at d f b, supra terram. Dico quòd zodiacus circulus per omnem horizontis locum inter tropicos oritur & occidit, conuersionesq; efficit oppositò transmutatus: quando enim ortu meridiano eo qui ad septentrionem immutatus fuerit, transmutatus apparet, & quandoque aliter supra nos stabit. Sint quidem partes orientales d c, occidua uerò a b, quod igitur zodiacus quidem circulus per omnem horizontis inter tropicos locum oritur & occidit, manifestum est, quandoquidem maximos tangit orbes: fuerit autem unus eorum quem tangit horizon. Dico autem quòd & conuersiones oppositæ immutatus efficit, assumantur æquales & ex opposito circumferentiæ d e, b f. Describanturq; paralleli circuli per quos signa e f, inuehuntur g e h, h f l. Quoniam circumferentia d e ipsi b f, circumferentiæ est æqualis, communis apponatur e b, tota igitur d e b, toti e b f, est æqualis, semicirculus est autem d e b, semicirculus igitur est & e b f: in diametro igitur est per præcedentem e signum ipsi f signo, & quoniam circumferentia e d, ipsi d m, circumferentiæ est æqualis, & b f, ipsi b n. Sed d e ipsi b f est æqualis, & d m igitur ipsi b n est æqualis. Communis apponatur m b, tota igitur d m b toti m b n est æqualis, semicirculus autem est d m b, semicirculus igitur est m b n, igitur per præcedentem in diametro est m signum ipsi n signo, & quoniam per præcedentem zodiaci circuli in diametro signa existentia coniugatè oriuntur & occidunt. Ipso igitur d signo oriente per signum d ipsum b, quod ei est in diametro signum occidit, & ipso igitur e, oriente per b signum f, quod



f, quod ei est in diametrò occidit per k signum, & ipso n signo oriente per b signum, ipsum m, quod ei est in diametro signum, per g signum occidit, & insuper ipso b signo per c oriente, ipsum d, quod ei est in diametro per a occidit. Quando igitur zodiacus circulus ortu meridiano cum occasu septentrionali immutatus fuerit, transmutatus apparet. Dico quòd & quando ortu qui ad septentrionem, occasu eo qui ad meridiem permutatus fuerit, immutatus apparet. Oriente siquidem d e b semicirculo, zodiacus circulus positionem habebit a x c. Similiterq; ostendemus quòd in diametro est ipsum quidem x signum ipsi o signo & r ipsi p. Et quoniam signo c oriente per c, quod in diametro ipsi c, est a, signum occidit per a. Ipso autem o, per l signum, oriente ipsum x, quod est ei in diametro per g signum occidit. Ipso autem p signo per h, oriente ipsum r, quod ei est in diametro per k occidit. Et insuper ipso a signo, per d oriente, ipsum c, quod ei est in diametro per b occidit. Quando igitur zodiacus circulus ortu septentrionali eo qui ad meridiem immutatus fuerit, permutatus apparet, patuit autem quòd & quando ortu meridiano occasu septentrionali immutatus fuerit, permutatus apparet, & manifestum quòd & quandoq; aliter supra nos stabit. Quando enim zodiaci circuli contactus fuerit in bifaria sectione segmenti, quod supra terram tropici æstiui ad nos erit rectus: quando uerò in bifaria sectione segmenti, quod infra terram æstiui tropici humilior ad nos erit, semperq; longius factus à bifaria sectione segmenti circuli, quod supra terram æstiui tropici ualde erit proclinatus, similiter autem erit inclinatus æquè distans ab utraq; bifaria sectione.

Theorema 8. *Apparens 8.*

SIgna in inæqualibus horizontis segmentis oriuntur, & occidũt, & in maximis quæ ad æquinoctialem, in minoribus autem quæ hæc sequuntur, in minimis uerò quæ ad tropicos, in æqualibus quę ab æquinoctiali circulo æquè distant.



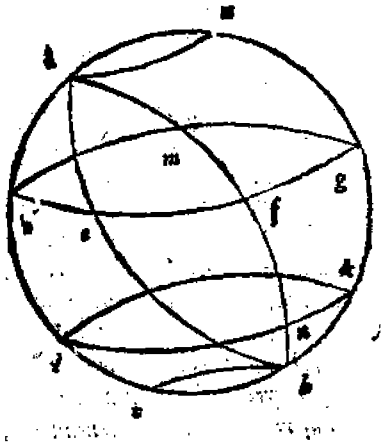
Sit horizon circulus a b c d, tropici autem a c, b d, maximus uerò semper apparẽtium sit q n, & zodiacus porrò circulus positionem habeat c b, æquinoctialis circulus sit e f. Secenturq; utraq; ipsarum c g, g b, in tria æqualia per n k, p t, signa. Dico quòd ipsæ c n, n k, k g, g p, p t, t b, circumferentiæ in æqualibus horizontis segmentis oriuntur & occidunt. In maximis ipsæ k g, g p, in minoribus autem k n, p t, in minimis uerò c n, b t, in æqualib. k g, ipsi g p, & k g, ipsi p t, & n c, ipsi t b. Sint per quos inuehũtur ipsa n k, p t, signa paralleli circuli m x, h l, o r, s y. Quoniã ipsæ g k, k n, n c, sunt adinuicem æquales: ipsæ igitur f l, l x, x c, adinuicẽ sunt maiores, incipientes à maxima f l. Idq; propterea ipsæ quidem e h, h m, m a, inuicem sunt maiores, incipientes à maxima e h, & insuper ipsæ quidem f r, r y, y d, ab ipsa f r, maxima incipientes inuicem sunt maiores, & insuper ipsæ e o, o s, s b, ab ipsa e o, maxima incipientes inuicem sunt maiores, & quoniam ipsæ c n, n k, k g, g p, p t, t b, oriuntur quidem per c x, x l, l f, f r, r y, y d circumferentias, occidunt autem per a m, m h, h e, e o, o s, s b, quare in inæqualibus horizontis segmentis oriuntur & occidunt. Et quoniam in sphæra, paralleli circuli h l, o r, maximi alicuius circuli circumferentias ipsius c b, hoc est p g, g k æquas auferunt ad maximum parallelorum e f, æqualis igitur est circulus h l, ipsi o r circulo. Quoniam igitur in sphæra æquales & paralleli circuli h l, o r maximi alicuius circuli circumferentias ipsius a b c d, ipsas l f, f r, auferunt ad maximum parallelorum e f, æqualis est circumferentia l f ipsi f r circumferentiæ. Similiter autem ostendemus, quòd circumferentia f x ipsi f y, circumferentiæ est æqualis. Reliqua igitur x l, reliquæ r x, per tertiam communem sententiam est æqualis. Iam id propterea & c x, ipsi y d. Signa igitur in inæqualibus horizontis segmentis oriuntur & occidunt: in maximis quidem quæ ad æquinoctialem, in minori quæ ea sequuntur, in minimis uerò quæ ad tropicos, in æqualibus porrò quæ ab æquinoctiali circulo æqualiter distant.

Theorema

Theorema 9. *Apparens 9.*

SIgnorum circuli ſemicirculi, qui exordiū in eodem parallelo non habuerint inæquali tempore oriuntur toti, & in pluri qui cum cancro, in minori autem qui ſubſequuntur, in minimis uerò qui cū capricorno: quicunque autem exordium in eodem habuerint parallelo, in æqualibus temporibus oriuntur.

Sit in mundo horizon a b c d, æſtiuus autem tropicus ſit b c, zodiacus uerò circulus poſitionem habeat, d e b f, ſintq; orientales partes quidem c d, occidue uerò a b & d e b: ſit qui poſt cancrum ſemicirculus, at b f eſſit, qui poſt capricornum. Dico quòd ipſius zodiaci circuli ſemicirculi qui exordium in eodem non habent parallelo, inæquali tempore oriuntur, & in pluri quidem qui cum ipſo cancro d e b, in minore qui hunc ſubſequuntur, in minimo autem qui cum capricorno b f d, quæcunque uerò exordium in eodem parallelo habuerint æquali tempore oriuntur, auferantur æquales circumferentiæ d e, b f. Deſcribanturq; paralleli circuli g e h m, k f l n, per quos inuehuntur ipſa, e f ſigna. Sintq; eorū quæ ſupra terram ſegmenta g m h, k f l. Similiter iam oſtendemus, ſicut in præcedentibus quòd in diametro eſt e ſignum ipſi f ſigno, & m ipſi n. Et quoniam ipſa a d circumferentia, ipſa m h circumferētia eſt maior aut ei ſimilis. Ipſa autem g m h, ipſa k f l, & inſuper k f l, ipſa b c. In maiori igitur tempore d ſignum, incipiens a d, ipſam d a circumferentiam ambit: quam e incipiens ab h, ipſam h m g circumferentiam ambit. Et e ab ipſo h incipiens in maiori tempore ipſam h m ambit, quàm n incipiens ab l ipſam l f k, ambit circumferentiam, & n ab ipſo l incipiēs in maiori tempore ipſam f k ambit quàm b ab ipſo c incipiens ipſam c b ambit circumferentiam. Sed in quo quidem tempore d ſignum ipſam d a, ambit circumferentiam, in eo & ei exiſtens in diametro b ſignum, ipſam b c ambit circumferentiam, & ſemicirculus d e b oritur. In quo autē tempore e incipiēs ab ipſo h ipſam h m g ambit circumferentiam in eo f, ei in diametro exiſtens incipiens a k, ipſam k n l, ambit circumferentiam, & ſemicirculus e b f oritur. In quo uerò tempore n incipiens ab ipſo l, ipſam l f k ambit circumferentiam, in eo m & in diametro exiſtens incipiens ab ipſo g, ipſam g e h ambit, & ſemicirculus n b m oritur. In quo uerò tēpore b incipiēs ab ipſo c, ipſam c b ambit, in eo ipſum d ei exiſtens in diametro incipiens ab a, ipſam a d ambit: & ſemicirculus b f d, oritur. In maiori igitur tempore ſemicirculus qui cum cancro oritur, hoc eſt ipſe d e b, minore uerò eo quod in d e b ipſe e b f, & inſuper ipſe n b m, in minori ipſo e b f, in minimo demum qui capricorno. Dico inſuper quòd quæcunque, exordium in eodem parallelo habentium æquali tempore oriuntur, habeant enim ipſi m d n, e b f, ſemicirculi exordium in eodem parallelo, dico quòd æquali tempore ipſi m d n, e b f, ſemicirculi oriuntur: quoniam in æquali tempore m ſignum incipiens ab h, ipſam h m g, ambit circumferentiam, & e incipiens ab h, ipſam h m g ambit circumferentiam, ſed in quo tempore m ſignum incipiens ab h ipſam h m g ambit, in eodem quod ei eſt in diametro n incipiens a k, ipſam k n l ambit circumferentiam, & ſemicirculus m d n oritur. In quo autem tempore e ſignum incipiens ab h ſigno, ipſam h m g ambit circumferentiam, in eodem quod ei eſt, in diametro f incipiens ab ipſo k ipſam k n l, ambit circumferentiam, & ſemicirculus e b f, oritur. In æquali igitur tempore ipſi m d n, e b f, ſemicirculi oriuntur.



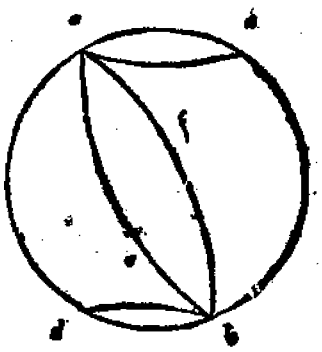
Theorema 10. *Apparens 10.*

SI zodiaci circuli bini ſemicirculi communem quandam habentes circūferentiam inæquali tempore orti fuerint, & ex oppoſito circumferentiæ inæquali tēpore oriuntur, & eædem erunt differentiæ

tempore,

tempore, in quibus ſemicirculi & circumferentia quæ ex oppoſito oriuntur, & ſi zodiaci circuli bini ſemicirculi æquali tempore communem quandam habentes circumferentiam orti fuerint, & quæ ex oppoſito circumferentiæ æqualibus temporibus orientur.

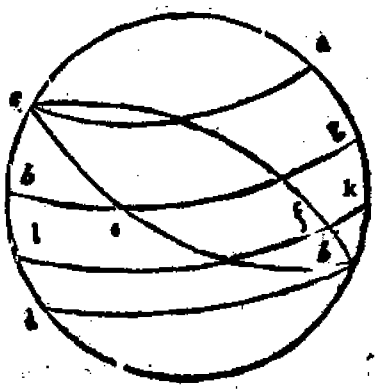
Sit horizon circulus a b c d, tropicus uerò æſtiuus ſit a c, hybernus autem ſit b d, zodiacus porrò ſit b c. Aſſumanturq; æquales circumferẽtiæ c e, b f, ipſi igitur ſemicirculi c e b, e b f, inæquali tẽpore oriũtur. Dico quòd & ipſæ c e, b f, circumferentiæ in æquali tempore oriuntur. Nam quoniam c e b, ipſo e b f, in maiori oritur tempore communis auferatur ipſius e f, circumferentiæ ortus tempus: ipſa enim a b, circũferentia eadem, ſed in æquali oritur. Reliqua igitur c e, ipſa b f in maiori tempore oritur, & manifeſtum quòd eodem ſunt differentiæ tempore, in quibus ipſi c e b, e b f, ſemirculi oriuntur, & quæ ex oppoſito circumferentiæ c e b, b f. Manifeſtum autem quòd ſi ſemicirculi aliqui æquali tempore orti fuerint, & quæ ex oppoſito circumferentiæ æquali tempore orientur.

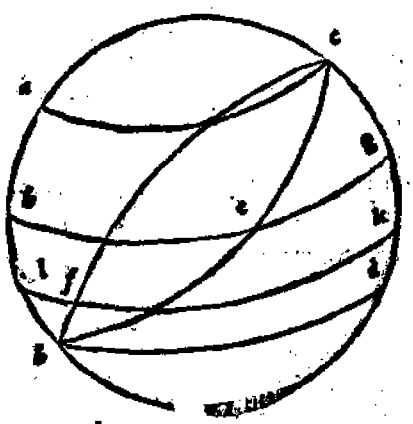


Theorema 11. Apparens 11.

ZOdiaci circuli æqualium & ex oppoſito circumferentiarum, in quo tempore altera oritur, & altera occidit, & in quo altera occidit, altera oritur.

Sit horizon circulus a b c d, tropicus autem æſtiuus ſit a c, hybernus autem b d, zodiacus ſit c b, aſſumãturq; in ipſo æquales circumferentiæ ex oppoſito c e, b f. Dico quòd in quo tempore c e oritur, b f occidit. Sint per quos inuehuntur e f, ſigna paralleli circuli g h k l, & quoniam aſtra in zodiaco in diametro exiſtentia per 6 theorema coniugatè oriuntur & occidunt. Ipſo igitur e oriente f occidit. In quo igitur tempore e, incipiens a b e, ipſa e h, ambiens circumferentiam uenit in h, in eodem & f ab ipſo f incipiens f k ambiens ad k uenit. Sed quando e ipſam e h ambiens ad h uenit, circũferentia e c, oritur: quando uerò f ipſam f k ambiens ad k uenit, occidit b f circũferentia. In quo igitur tempore c e, circũferentia oritur in eodem f b, circumferentia occidit. Dico quòd & in quo tempore b f oritur, occidit ipſa c e. Immutetur enim in b a, caſu zodiacus circulus, habeatq; poſitionem ſicut c e b. Dico quòd in quo tempore b f oritur, ipſa c e occidit. Quoniam f ipſi e ſigno in diametro eſt, ipſo igitur f oriente, ipſum e occidit. In quo igitur tempore f ipſam f l, ambiens circumferentiam ad l uenit. In eodẽ & e ipſam e g, circumferentiam percurrens ad g, uenit. Sed quando f ipſam f l, circumferentiam ambiens peruenit ad l, ipſa b f oritur. Quando uerò e ipſam e g ambiens ad g uenit, ipſa c e occidit. In quo igitur tempore b f, ambitus oritur, in eodem & c e, ambitus occidit.





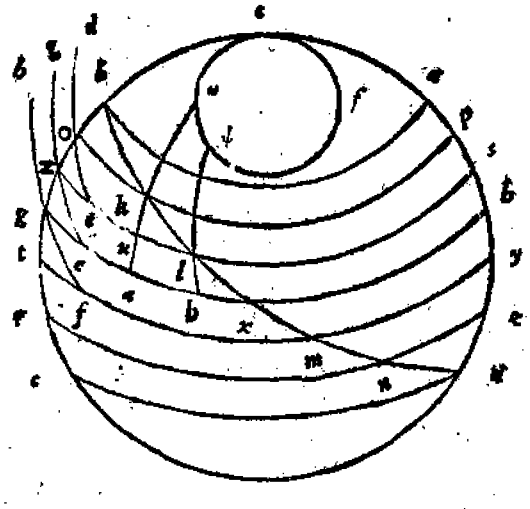
Theorema 12. Apparens 12.

SEmicirculi qui cũ cancro æqualibus temporibus occidunt, & in maiori quæ ſunt ad tropicorum

corum

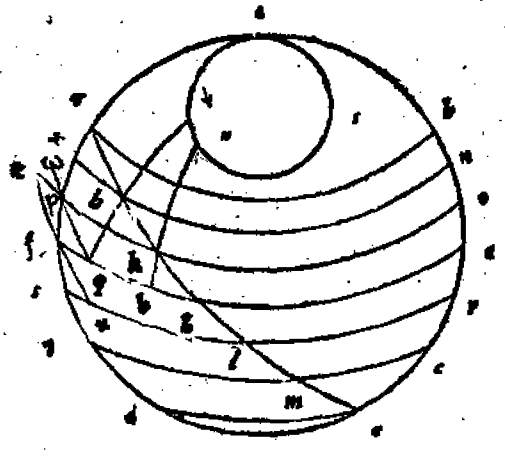
corum contactus, in minori autem quæ has subsequuntur, in minimis uerò quæ ad æquinoctialem, æqualibus porrò qui æqualiter distant ab æquinoctiali circulo & occidunt & oriuntur.

Esto horizon circulus a b c d, maxima autem semper apparentium sit e f, tropicus uerò æstiuus sit a b, hybernus sit c d, sit porrò cum cancro semicirculus qui super terram b d, æquinoctialis circulus sit b g. Secetur q; utraque ipsarum b x, d x, in tria æqualia per signa k l, m n. Dico quòd ipsæ b k, k l, l x, x m, m n, n d, in æqualibus temporibus occidunt, & in maiori quidem ipsæ b k, n d, in minoribus ipsæ k l, m n, in minimis uerò ipsæ l x, x m, in æqualibus porrò ipsa quidem l x, ipsi x m, ipsa k l, ipsi m n, & b k ipsi n d. Sint per quos inuehuntur ipsa k l, m n, signa paralleli circuli p o, s r, y t, z φ. Describantur per k l, maximi orbes ψ a, ω b ipsum tangentes circulum e f. Quoniam ipsæ b k, k l, l x, adinuicem sunt æquales, ipsæ igitur g a, a b, b x, sunt adinuicem maiores incipientes ab ipsa g a maxima. Quoniam igitur g a ipsa a b maior est, sed g a ipsi o k est similis, & a b ipsi u l & o k, igitur ipsa u l maior est uel ei similis. Ipsa autem l r maior fuerit uel similis o k. Sit ipsi o k similis l c. In quo igitur tempore k, signum incipiens ab ipso k, ipsam k o, ambiens circunferentiam ad ipsum usque peruenit o. In eodem & l, incipiens ab ipso l,



ipsam l c ambiens perueniet ad c, & zodiacus circulus positionem habebit sicut c o d. Quoniam igitur o k circunferentia ipsi l c similis est, sed o k ipsi r u est similis, & r u igitur ipsi l c est similis, simi q; eiusdem circuli. Aequalis igitur est r u ipsi c l, communis auferatur c u. Reliqua igitur r c ipsi u l est æqualis, & o k ipsa u l est maior aut ei similis, & o k igitur ipsa r c maior est aut similis ei, in pluri ergo tempore k ipsam k o circunferentiam ambiens peruenit ad o quàm c, incipiens a c ipsam c r ambiens circunferentiam ueniat ad r. Sed in quo quidem tempore k ipsam k o ambiens circunferentiam, uenit ad o, ipsa b k circunferentiam occidit: in quo autem tempore c ipsam c r ambiens circunferentiam, peruenit ad r, occidit circunferentia k l. In maiori igitur tempore occidit b k quàm k l. Rursus quoniam minor est a b ipsa b x, sed a b ipsi u l est similis, & ipsa igitur u l ipsa b x, maior est uel ei similis, multo igitur maior est r l ipsa b x, uel ei similis. Ipsa autem g x minor, uel ei similis, sit ipsi r l similis x e. In quo igitur tempore x ipsam x e, circunferentiam ambiens ad e, uenit in eodem & l ipsam l r, circunferentiam ambiens ad r, uenit & zodiacus circulus positionem habebit sicut e r g. Quoniam igitur circunferentia r l ipsi e x similis est, sed r l ipsi g b est similis, & g b igitur ipsi e x est similis, & sunt eiusdem circuli, æqualis igitur est g b ipsi e x circunferentiæ, communis auferatur e b: reliqua igitur g e, reliquæ b x est æqualis. Et quoniam u l ipsa b x, maior est aut similis ei, æqualis autem est ipsa quidem u l ipsi r c, & b x ipsi g e, & r c igitur ipsa g e, maior est aut ei similis. In maiori igitur tempore c ipsam c r, circunferentiam ambiens ad r uenit quàm e, ipsam e g percurrens ad g ueniat. Sed in quo tempore c ipsam c r, circunferentiam ambiens ad r uenit, ipsa c o circunferentia occidit, hoc est ipsa k l circunferentia occidit. In quo igitur tempore e ipsam e g, circunferentiam ambiens ad g peruenit, ipsa e r, hoc est l x circunferentiam occidit. In pluri ergo tempore k l occidit quàm l x. Rursus quoniam t m ipsa n x, maior est aut ei similis sit ipsi g x, similis m x. In quo igitur tempore x incipiens ab ipso x ipsam x g, ambiens circunferentiam ad g peruenit. In eodem & m ipsam m x, ambiens circunferentiam peruenit ad x, & zodiacus circulus positionem habebit sicut x g h. Et quoniam in sphæra paralleli circuli t y, r l, maximi cuiusdem circuli ambitus ipsius b d, ipsos l x, x m, æquos auferunt ad maximum parallelorum orbem g h, æquus est r s ipsi t y. Quoniam igitur in sphæra æqualis & paralleli circuli r s, y t, maximi cuiusdã circuli ambitus, a b c d, ad

maximum parallelorum g b auferunt, æqualis est t g ipsi g r, est autem & x n ipsi g h æqualis. Quoniam l x ipsi x m est æqualis: æqualis igitur est & quæ ab h in r ei quæ ab t in f. Estq; orbis r s ipsi t y orbi æqualis, æqualis igitur est circunferentia h r ipsi t f circunferentiæ. Sed ipsa quidem h r ipsi g e ambitui est similis, & ipsa g e igitur ipsi t f est similis. In quo igitur tempore e, incipiens ab ipso e ipsam e g, circunferentiam ambiens ad g peruenit. In eodem & f, ipsam f t ambiens ad t peruenit. Sed in quo quidem tempore e ad g peruenit, occidit g r ambitus, hoc est l x circunferentia. In quo autem tempore f ad t peruenit, occidit f g ambitu, hoc est x m. Igitur l x ambitus ipsi x m, circunferentiæ in æquali tempore occidit. Similiter iam ostendemus quòd & K x ipsi x n, in æquali occidit tempore, quarum l x ipsi x m in æquali tempore occidit. Reliqua igitur K l ipsi m n, in æquali occidit tempore. Similiter iam ostendemus quòd & b K ipsi n d, in æquali occidit tempore. Et quoniam in pluri tempore b K occidit quàm K l, & K l quàm l x. Sed in quo tempore b K occidit, in eodem & d n. In quo igitur tempore K l in eodem & m n. In quo autem l x in eodem x m, & ipsa quidem d n, igitur ipsa n m in maiori occidit tempore, & n m ipsa m x. Dico quòd & ipsa l x ipsa x m, in æquali tempore oritur, & K l ipsa m n, & b K ipsa n d, inspiciantur; ea quæ in secunda descriptione dicta sunt, sitq; cum cancro semicirculus qui sub a c, diuidatur; utraque ipsarum a g, g c, in tria æqualia per h K l m, signa paralleli autem circuli sint n x, o p, s r, t y, quoniam f g ipsa K p, maior est uel ei similis. Sit ipsi K p similis g q. In quo igitur tempore K, incipiens ab ipso K ipsam K p, ambiens ad p, peruenit in eodem & g, incipiens ab ipso g, ambiens ipsam g q circunferentiam, erit in q. Et zodiacus circulus positionem habebit, sicut q p z. Rursus quoniam l s ipsa g f, maior est aut ei similis. Sit ipsi g f similis l u. In quo igitur tempore g ipsam g f, ambiens peruenit ad f, in eodem & l ipsam l u ambiens peruenit ad f. In eodem & l ipsam l u, ambiens peruenit ad u, & zodiacus circulus positionem habebit, sicut u f ω. Et quoniã in sphæra paralleli circuli o p, r s, maximi cuiusdam orbis circunferentias ipsius, ac ipsas l n, g K æquas auferunt ad maximum parallelorum e f, æqualis est o p ipsi r s. Quoniam igitur in sphæra æquales & paralleli circuli o p, r s, maximi cuiusdam orbis circunferentias ipsius a b c d, auferunt ipsas s f, f p, ad maximum parallelorum e f, æqualis est s f ipsi f p, est autem & u f ipsi f ω æqualis, æqualis igitur est & quæ ex p in ω, ei quæ ex u in s, estq; orbis o p ipsi r s orbi æqualis, æqualis igitur est ipsa p ω ipsi u s circunferentiæ. Quoniam autem semicirculus z, non coincidit sicut ad partes z p ipsi ω semicirculo, sicut ad partes ω f, similis est circunferentia p ω ipsi q f circunferentiæ. Sed p ω ipsi u s, est æqualis ipsis circulis æqualibus existentibus. Similis est & q f, ipsi igitur u s. In quo igitur tempore q ipsam q f, ambiens circunferentiam ad f, peruenit in eodem, & u ipsam u s percurrens, ad s perueniet. Sed quando u ad f peruenit, oritur p q circunferentia, hoc est K g circunferentia, quando uerò u ad s uenit, oritur u f circunferentia, hoc est l g & K g, igitur ipsi l g, in æquali tempore oritur, & a h ipsi m c, in æquali tempore oritur, cum cancro igitur semicirculi æquales circunferentiæ in æquali tempore occidunt: & in pluri quidem quæ ad tropicorum contactus, in minori autem quæ subsequuntur, in minimis porrò quæ ad æquinoctialem, in æqualibus quæ æqualiter ab æquinoctiali circulo distant & occidunt & oriuntur.



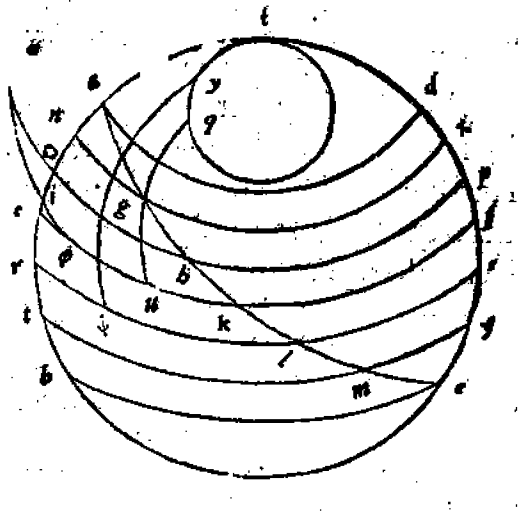


ALITER idem. Eadem manente descriptione. Dico quòd

quòd ipſa a b ipſi a c, in æquali occidit tempore. nam quoniam c d ipſa b e maior eſt, uel ei ſimilis ponatur ipſi b e, ſimilis e f, & zodiacus circulus poſitionem habeat f e g. Et quoniam æqualis eſt a b ipſi b c, æqualis eſt circulus a h ipſi c d circulo, æqualis igitur eſt a e ipſi e d, eſt autem & f e ipſi e g æqualis. Et quoniam c b ipſi b a eſt æqualis, eſt autem & quæ ex g in a, ei quæ ex d in f: æqualis igitur eſt & a g, circunferentia ipſi d f circunferentiæ. Sed ipſa a g ipſi e b eſt ſimilis, & e b igitur ipſi d f eſt ſimilis. In quo igitur tempore b, incipiens ab ipſo b, ipſam b e ambiens circunferentiam peruenit ad e in eodem & f, incipiens ab f, ipſamq; f d ambiens circunferentiam peruenit ad d. Sed quando ipſum b ad e peruenit, occidit b a: quando autem f peruenit ad d, occidit f e, hoc eſt c b. Igitur ipſa a b ipſi c b in æquali occidit tempore.

Aliter xij. eadem & manifeſtior.

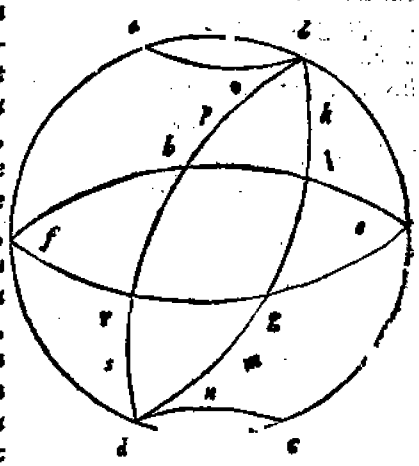
Semicirculi qui cum cancro æquales circunferentiæ in æquali tempore occidunt, & in pluri quidem quæ ad tropicorum contactus, in minori autem quæ ſubſequuntur has, in minimis uerò quæ ad æquinoctialem, in æqualibus porrò quæ æqualiter ab æquinoctiali circulo diſtant & occidunt & oriuntur. Sit in mundo horizon a b c d, æſtiuus uerò tropicus ſit a d, hybernus autem tropicus ſit b c, zodiaci porrò ſemicirculus qui cum cãcro ſit ſupra terram a c, ſintq; partes orientales d c, occiduæ uerò a b, æquinoctialis circulus autem ſit e f. Secetur q; a c ſemicirculus in ea quæ in ipſo ſigna per g h k l m, ſigna, deſcribanturq; paralleli circuli n g x, o h p, r l s, & t m y, per quos inuehuntur ipſa g h l m ſigna. Dico quòd in pluri tempore ipſæ a g, m c, circunferentiæ occidunt, in minori autem ipſæ g h, l m, in minimo porrò ipſæ h k, l k, in æquali autem quæ ab æquinoctiali æquè diſtant. Sit maximus ſemper apparentiũ t y q. Deſcribãturq; per g h, maximi circuli y ϕ, q g u ipſum orbem t y q tangentes, ut non coincidant ſemicirculi qui ab ipſis y q, ſicut ad partes u & ϕ, ei qui ex t a ſemicirculo, ſicut ad partes t a. Similis igitur eſt g n, circunferentia utriq; ipſarum ω o, u & a r, h ω, ipſi u z. In æquali igitur tempore g ipſam g n, ambit circunferentiã, & ω ipſam ω o. Sed tẽpus in quo g ipſam n g, circunferentiã ambit, id eſt in quo circunferentia g a occidit, & tẽpus igitur in quo ω ipſam ω o ambit, id eſt tempori in quo ipſa g a, circũferentia occidit. Rurſus quoniã tempus in quo h ipſam h o ambit, id eſt in quo ipſa h a occidit. A quibus auferatur tẽpus in quo ω ipſam ω o ambit, idem exiſtẽs tẽpori in quo ipſa h a occidit circunferentia. Reliquũ igitur tempus in quo h ipſam h ω ambit, idẽ eſt tempori in quo ipſa g h occidit circunferẽtia. Similis autem eſt ipſa quidẽ o ω ipſi u e, & ω h ipſi u ϕ, & tempus igitur in quo u ipſam u e ambit, id eſt in quo ipſa g a occidit circunferentia, tempus autem in quo ϕ ipſam ϕ u ambit, id eſt in quo ipſa h g circunferẽtia occidit. Atq; id propterea iam & tempus in quo ipſum k ipſam k ϕ tranſit, id eſt in quo ipſa k h circunferentia occidit. Et quoniã in ſphæra maximus orbis a b c, quendam tangit circulum parallelum t y q, & ipſum a b c maximi orbes ſecant e f, a c, quorum e f maximus eſt parallelorum, & a c obliquus ad parallelos, & aſſumptæ ſunt circũferentiæ a g, g h, h k, in obliqui circuli circunferentia, æquales conſequenter ad eaſdem partes maximi parallelorum, & per g h ſigna deſcripti ſunt maximi orbes y ϕ, q g u, ipſum orbem t y q tangentes, maior eſt ipſa quidem e u circunferentia, ipſa u ϕ circunferentia, & u ϕ ipſa ϕ k, in pluri igitur tempore u, ipſam u e trãſit, quàm ϕ ipſam ϕ u, & u ϕ ipſam ϕ u, pluri tempore ambit quàm k ipſam k ϕ. Sed tẽpus in quo u ipſam u e trãſit, id eſt in quo g ipſam g n, circunferentiã perficit, hoc eſt in quo ipſa a g occidit circunferentia, tempus autem in quo ϕ ipſam ϕ u ambit, id eſt in quo h ipſam h ω perficit, hoc eſt id in quo ipſa g h circunferentia occidit, tempus autem in quo k ipſam k u tranſit, id eſt in quo k h circunferentia occidit. In pluri ergo tempore ipſa a g circunferentia occidit, ipſa g h circunferentia, & g h ipſa h k. Dico iam quòd in æqualibus temporibus, quæ æquè diſtant ab æquinoctiali occidunt. Exiſtente iam k



signo in ϛ, zodiacus orbis positionem habeat ω i φ, & quoniã æqualis est ω e, circunferentia ipsi e φ circunferentiæ, parallelorum autem maximus est e f: æquus igitur est h p, orbis ipsi r l s, orbi: æqualis igitur est o e, circunferentia ipsi e r, circunferentiæ: est autem & ω e ipsi e t, æqualis igitur est & quæ ex ω in ρ, ei quæ ex r in l, suntq; æquales circuli ipsi ω h p, r l s. similis igitur est ω o, circunferentia ipsi r φ circunferentiæ. In æquali ergo tempore r signũ, ipsam φ r perficit, & o ipsum o ω. Sed tempus quidem in quo e ipsam φ r perficit, id est in quo ipsa r e circunferentia occidit, tempus uerò in quo o ipsam o ω perficit, ei est æquum tempori in quo e ω circunferentia occidit. In æquali ergo tempore φ c, e ω, circunferentiæ occidunt, æqualis autem est φ e ipsi l k, & e ω ipsi k h. Ipsæ igitur l k, k h, in æquali tempore occidunt. Similiter autem demonstrabimus quòd & ipsæ m k, k g, in æquali tempore occidunt, quarum ipsæ l k, k h, in æquali tempore occidunt. Reliqui igitur m l, h k in æquali tempore occidunt. Similiter iam ostendemus quòd & ipsæ m c, a g, circunferentiæ tempori æquali occidunt. Et quoniam in pluri tempore a g, circunferentia occidit quàm g h, & g h quàm h k, in pluri ergo tempore occidit c m, circunferentia quàm m l, & m l quàm l k. In pluri igitur tempore ipsæ a g, m c, circunferentiæ occidunt, in minori autem ipsæ g h, l m, in minimo uerò h k, k l, in æquali autem quæ æqualiter ab æquinoctiali distant occidunt & oriuntur. eadem enim manente descriptione, si conuertamus zodiacum, efficiamus a c semicirculum zodiaci infra terrã, eadem demonstratio eueniet, demonstrabiturq; æquè restantes ab æquinoctiali æquali tempore oriri & occidere.

Theorema 13. Apparens 13.

SEmicirculi qui cum capricorno æquales circunferentiæ tẽporibus inęqualibus oriuntur, in maiori quidem quę ad tropicorum contactus, in minori autem quę has subsequũtur, in minimis uerò quæ ad æquinoctialem, in æquali porrò quæ ab æquinoctiali circulo distant, oriunt & occidunt.



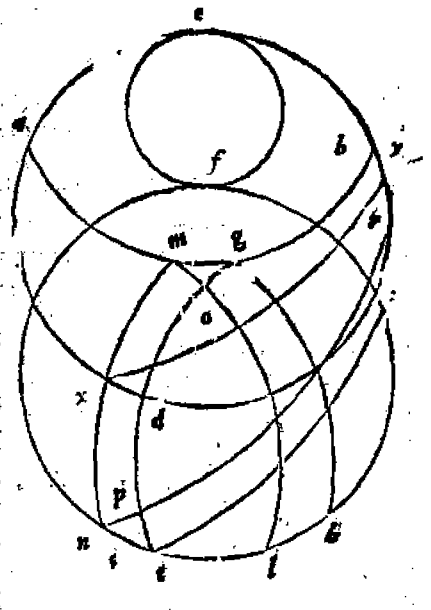
Sit horizon circulus a b c d, æstiuus uerò tropicus sit a b, hybernus autem tropicus sit c d, sitq; cum capricorno semicirculus qui sub terra d g, æquinoctialis uerò circulus sit e h f g. Diuidantur utraq; ipsarum b g, g d, in tria æqualia per k l, m n, signa. Dico quòd ipsæ b k, k l, l g, g m, m n, n d, temporibus inæqualibus oriuntur, & in pluri quidem ipsæ b k, n d, in minori autem ipsæ k l, m n, in minimis autẽ ipsæ l g, g m, in æquali porrò ipsa b k, ipsi n d, & k l, ipsi m n, & l g, ipsi n m oritur. Sit enim cum cancro semicirculus super terram b h d, secetúrq; utraq; ipsarum b h, h d, in tria æqualia in p r s. Quoniam in pluri tempore b o occidit, quàm o p, sed in quo tẽpore b o occidit, ipsa d g oritur. In quo autẽ tempore o p occidit, n m oritur. In pluri ergo tempore ipsa n d oritur quàm n m. Rursus quoniam ò p in maiori tempore occidit quàm p h. Sed in quo tempore o p occidit, oritur ipsa n m. In quo autem tempore p h occidit, oritur n m. In pluri igitur tempore n m oritur quàm m g. Iam id propterea & ipsa quidem b k, ipsa k l, in maiori tẽpore oritur, & k l ipsa l g, & quoniam in quo tempore p h occidit, in eodẽ & h r. Sed in quo p h occidit, ipsa m g oritur. In quo autẽ tempore h r occidit, & g l oritur, & m g igitur ipsa g l, in æquali tempore oritur. Iamq; id propterea & ipsa quidem k l, ipsi m g, in æquali tempore oritur, & b k ipsi d n. Rursus quoniã in quo tẽpore p h oritur, in eodem h r. Sed in quo tempore p h oritur, occidit m g: in quo autem tempore h r oritur, ipsa g l occidit. Igitur l g ipsi g m, æquali tempore occidit. Iam id propterea, & ipsa quidem k l, ipsi m n, in æquali tempore occidit, & b k ipsi g d.

Theorema 14. Apparens 14.

ZOdiaci circuli ęquales circũferentiæ inęqualib. temporibus permutãt apparẽs hemisphærium, sed in pluri tempore quę propè cõtactum æstiui tropici ea quæ lõgius distat, quãdo polus horizontis inter arcticum circulum & æstiuum tropicum fuerit.

Sit

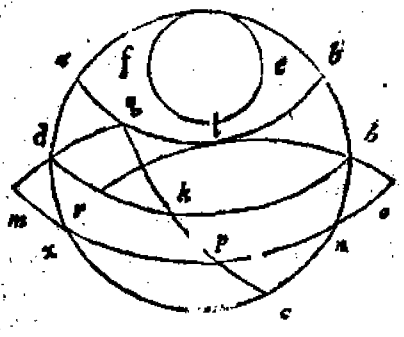
Sit horizon circulus a b c d, maximus autem semper apparentium sit e f, æstiuus uerò tropicus sit b a, sitq; ipsius a b c d, polus inter e f, b a, zodiacus autem circulus quandoq; positionem habeat sicut h g k, quandoq; uerò sicut l m n, assumaturq; n k m, maior semicirculo. Describaturq; per k signum circulus maximus k n f, tangens e f. Quoniam in sphæra maximus orbis a b c d, quendam orbem e f, tangit alium uerò huic parallelum secat a b, estq; ipsius a b c d, orbis polus inter a b & e f, descriptiq; sunt maximi orbes h g k, l m n, ipsum b a tangentes, maior est m x circunferentia, ipsa o d circunferentia. Rursus quoniam in sphæra maximus orbis a b c d, circulum quendam e f tangit, alium autem huic parallelũ b a secat, estq; ipsius a b c d, circuli polus inter b a, e f. Describiturq; maximus orbis f n k, ipsum c f tangens, & ipsius f n k, igitur circuli polus est inter b a et e f. Alius igitur polus ipsius est inter æquos & parallelos ipsis e f & b a, maior igitur est ipsa k o, ipsa o m, quorum x m o ipsa o d maior est. Reliqua igitur d k, ipsa x n, maior est, ponatur ipsi n x æqualis d p. Sintq; per quos inuehuntur ipsa n p signa paralleli circuli n r, c p s. Quoniam non coincidit ei qui ex e semicirculo, sicut ad partes e r, ei qui ex f semicirculo, sicut ad partes f n. Similis est r n circunferentia, ipsi c s circunferentiæ. Igitur n r, ipsa c p maior est uel similis ei. In pluri ergo tẽpore n, incipiens ab n, ipsam n r perficiens circunferentiã, peruenit ad r quàm p, incipiẽs ab ipso p, ipsam p c ambiens circunferentiã, peruenit ad c. Sed in quo tempore n ipsam n r, circunferentiã ambiens, ad r uenit, ipsa n x, permutat hemisphærium apparens. In quo autem tempore p incipiẽs à p, ipsamq; p c ambit circunferentiam, & peruenit ad c, ipsa p d permutat apparens hemisphæriũ. In pluri ergo tempore ipsa x n, permutat apparens hemisphærium quàm d p. Dico quòd & propior est ipsa x n, cõtactui æstiui tropici q̃ p d. Describatur per x parallelus x y, æqualis igitur est x m, circunferentiæ ipsi d k, maior igitur est d g ipsa m x, & x n igitur propior est contactui tropici æstiui quàm ipsa p d.



Theorema 15. Apparens 15.

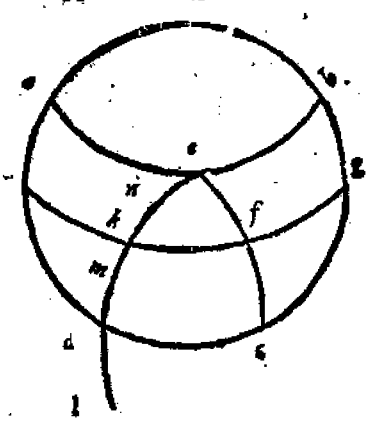
SImiliter autẽ & in altero semicirculo, æquales circunferẽtię in inæqualibus temporibus permutãt apparens hemisphęriũ, & in pluri quidẽ quæ propiores sunt cõtactui æstiui tropici, ea quę longius distat, in æquali uerò quæ æqualiter distant ab æstiuo tropico in utroq; semicirculo.

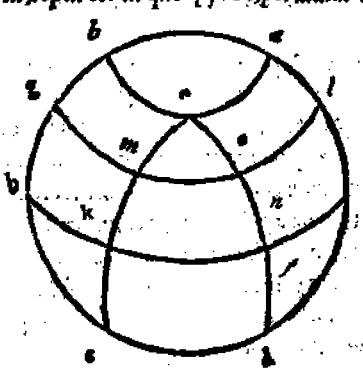
Sit horizon circulus a b c d, maximus autem semper apparentiũ e f, æstiuus uerò tropicus sit b g a, zodiacus autẽ circulus positionẽ habeat c g d. Dico q; in altero semicirculo qui ad g c partes, æquales circunferẽtię nõ permutãt æquali tẽpore apparẽs hemisphærium, sed in pluri quæ propiores cõtactui æstiui tropici ea quæ lõgius distat, in æquali uerò quæ æquè ab æstiuo tropico distant in utroq; semicirculo. Describatur per assumptionẽ parallelus circulus d h, æqualis igitur est k g ipsi g d, permutetur q; zodiacus circulus, habeatq; positionẽ sicut h l r. Quoniã k g, g d, à cõtactu æstiui tropici æquè distãt, in quo igitur tẽpore d g oritur, in eodẽ k g occidit, hoc est k l. Sed tẽpus quidẽ in quo d g oritur, id est in quo g incipiẽs ab ipso a, ipsam a g ambiens circunferentiã ad ipsum g uenit. Tẽpus autẽ in quo h occidit, id est in quo l incipiens ab ipso l, ipsam l h ambiens circunferentiã ad ipsum uenit h. In quo igitur tẽpore g ipsam a g ambiens, ad g peruenit, in eodẽ & l ipsam l h circunferentiã ambiens, ad ipsum uenit h. Cõmune apponatur tẽpus in quo d, incipiens ab ipso d, ipsam d k h ambiens circunferentiã, peruenit ad h, tempus igitur in quo g, incipiens ab ipso a, ipsam a g ambiens circunferentiã, ad ipsum g uenit, cum tempore in quo d



incipiens ab ipso d, ipsam d h ambiens circunferentiã, ad ipsum uenit h, æquale est tempori in quo l, incipiens ab ipso l, ipsam l b ambiens circunferentiam, ad b uenit cum tempore in quo h, incipiens ab ipso d, ipsam d k b, ambiens circunferentiam in h uenit. Sed tempus quidẽ in quo g incipiens ab a, ipsam a g ambiens circunferentiã ad g uenit, cũ tempore in quo d, incipiens ab ipso d, ipsam d h, ambiens circunferentiã ad h uenit. Idem est in quo g d, circunferentia apparẽs hemisphærium permutat. Tempus uerò in quo l, incipiens ab ipso l, ipsam l b, circunferentiã ambiens ad ipsum uenit b, cum tẽpore in quo h incipiens ab ipso d, ipsam d r h, ambiens circunferẽtiã ad h uenit, id est in quo ipsa l h apparẽs hemisphærium permutat, hoc est ipsa k h. In quo igitur tempore k g, circunferentia apparens hemisphæriũ permutat, in eodẽ & g d. Assumatur iam quoddã signum m, ut g d ipsi d m sit æqualis. Sitq; per quẽ inuehatur m, signum parallelus circulus m x n o. Aequalis igitur est d m ipsi k p. Et ipsæ d m, k p, à contactu æstiui tropici æquè distant. In quo igitur tempore d m circunferentia oritur, in eodem ipsa p k occidit, hoc est ipsa h o occidit. Sed tẽpus quidẽ in quo d m oritur, idem est in quo m incipiens ab ipso m ipsam m x ambiens circunferentiã ad x uenit. Tempus autẽ in quo h o occidit, id est in quo o, incipiens ab n, ipsam n o, ambiens circunferentiã ad o uenit. Tempus igitur in quo m incipiẽs ab ipso m, ipsam m x, ambiens circunferentiã ad x uenit, idem est tẽpori in quo ipsum n, incipiens ab n ipsam n o ambiens circunferentiã ad ipsum peruenit o. Cõmune apponatur tempus in quo x incipiens ab x ipsam x n. circunferentiã ambiẽs ad ipsum n peruenit. Tempus igitur in quo m, incipiens ab ipso m ipsam m n, circunferentiã ambiens ad ipsum n uenit, æquũ est tẽpori in quo incipiens ab ipso z, ipsam x o ambiens circũferentiã ad ipsum peruenit o. Sed tempus quidem in quo m, incipiens ab ipso m ipsam m n, ambiens circunferentiã ad n uenit, id est in quo ipsa d m, circunferentia permutat apparens hemisphæriũ. At tẽpus in quo ipsum o incipiens ab ipso x, ipsam x o ambiẽs circũferentiã ad o uenit, id est in quo ipsa o h, hoc est ipsa k p, permutat apparẽs hemisphæriũ. In quo igitur tẽpore d m, permutat apparẽs hemisphæriũ, in eodẽ & k p, & in maiori tẽpore ipsa g d, permutat apparẽs hemisphæriũ quàm d m. Sed in quo qdẽ tempore g d, permutat apparens hemisphærium, in eodẽ & g k, permutat apparens hemisphæriũ. In quo autem d m, in eodẽ & k p. In pluri ergo tempore g k, permutat apparens hemisphæriũ quàm k p,

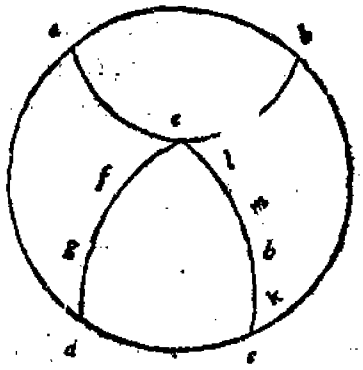
ALITER idem. Eisdẽ expositis assumatur e f, nõ maior existens quarta parte, estq; per quẽ fertur f signũ, ipsi f k h orbis, æqualis igitur est e f, ipsi e k, ponatur ipsi e k, æqualis k l, tota igitur f e k toti e l est æqualis. Dico q, si quarta pars est e f, ipsæ e f k, e k l, æquali tẽpore permutãt apparẽs hemisphæriũ. Si autẽ minor est quarta parte ipsa e f. In pluri tẽpore f e k, permutat apparẽs hemisphæriũ, quàm ipsa e l. Esto prius quarta pars e f & e k, ipsa quarta pars est, æquinoctialis igitur est g f h, & quoniam ipsæ e k, k l, æqualiter distãt ab æquinoctiali, in quo igitur tẽpore ipsa e k occidit, in eodẽ et k l. In quo aũt tẽpore ipsa e k occidit, in eodẽ e f oritur. & in quo igitur tẽpore e f oritur, ipsa k l occidit, cõmune apponatur tẽpus in quo ipsa e k, pemutat apparẽs hemisphæriũ: tẽpus igitur in quo k l occidit, cũ tẽpore in quo ipsa e k, pmutat apparẽs hemisphæriũ, æquũ est tẽpori in quo e f oritur, & ipsa e k permutat apparẽs hemisphæriũ, æquũ est tẽpori in quo e f oritur, et ipsa e k permutat apparẽs hemisphæriũ. Sed tẽpus qdẽ in quo k l occidit, & ipsa k e pmutat apparens hemisphæriũ, tẽpus est in quo ipsa e l, permutat apparẽs hemisphæriũ. Tẽpus uerò in quo e f oritur, cũ tẽpore in quo e k, permutat apparẽs hemisphæriũ, tẽpus est in quo f e k, permutat apparẽs hemisphæriũ. Igitur ipsæ f e et k l, in æquali tẽpore apparẽs hæmisphæriũ pmutãt. Sed esto e f circũferẽtia minor q̃rta parte, & ipsa e k igitur quarta parte minor est: ponatur quarta pars e m, ponatur q; ipsi m K æqualis K n. Reliqua igitur e n reliquæ m l est æqualis, & e n ipsius æstiui tropici cõtactu propior q̃ m l: in pluri ergo tẽpore ipsa e n occidit, q̃ m l. Idq; propterea et n K, in pluri tẽpore occidit q̃ K m: & ipsa igitur e k, ipsa K l pluri tpe occidit. In quo aũt tẽpore e K occidit, ipsa e f oritur: in pluri ergo tpe ipsa e f oritur, q̃ K l occidit. Cõmune apponatur tps in quo e K, permutat apparẽs hemisphæriũ, in pluri ergo tẽpore f e K pmutat apparẽs hemisphæriũ q̃





ipsa

ipſa e l. Eiſdem ſuppoſitis aſſumatur e f, non maior 4 parte, aſſumaturq; cõtingens ſignum n, ſitq; per quẽ inuehatur n, ſignũ parallelus circulus h k, n l, ponaturq; ipſi f n, æqualis k m, æqualis igitur eſt et k e n ipſi m e f. Dico q; in pluri tempore ipſa k e n circunferentia permutat apparens hemiſphæriũ quã ipſa m e f. Sit per quẽ fertur ſignũ parallelus circulus g m x, æqualis igitur eſt k m ipſi o n, et quoniã o n contactui æſtiui tropici propinquior eſt quàm n f, in pluri igitur tempore o n occidit quàm n f. In quo autẽ tẽpore o n occidit, ipſa m k oritur. In pluri igitur tẽpore m g oritur q̃ n f occidit. Cõmune apponatur tẽpus in quo ipſa e n permutat apparens hemiſphærium. In pluri ergo tempore ipſa k e n permutat apparẽs hemiſphærium quàm ipſa m e f.

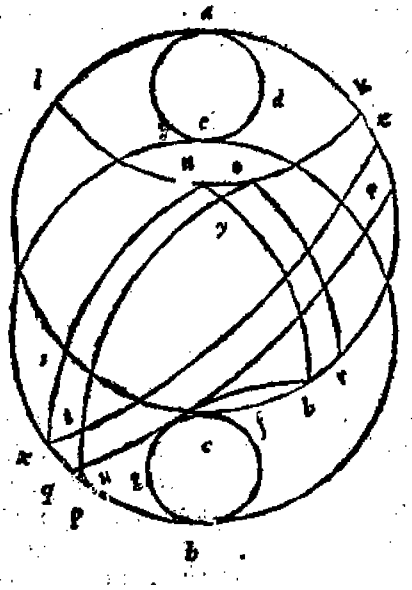


Eiſdem expoſitis aſſumantur æquales, & ex oppoſito circunferentiæ f g, h k, ſitq; f g propior contactui ipſius æſtiui tropici quàm h k. Dico quòd in pluri tẽpore f g permutat apparens hemiſphærium, quàm h k. Quoniam enim f g, propior eſt contactui ipſius æſtiuũ tropici, quam h k, maior eſt h e ipſa e f, ponatur ipſi quidem f e, æqualis e l, ipſi autẽ f g, æqualis l m. Quoniam igitur ipſæ l m, f g æquè diſtant à contactu æſtiũ tropici, in quo tẽpore l m permutat apparẽs hemiſphæriũ, in eodem & f g: in pluri autem tempore l m permutat apparens hemiſphæriũ, quàm h k, in pluri ergo tempore & f g permutat apparens hemiſphærium, quam h k.

Altera traditio ſuper 14 propoſitionem.

ZOdiaci circuli æquales circũferentiæ tempore inequali permutant apparens hemiſphæriũ, in pluri quę propius contactui æſtiui tropici, ea quę longius diſtat, quando polus horizontis inter arcticum circulum & æſtiuum tropicum fuerit.

Sit in mundo horizon a b c, & maximus ſemper apparentium ſit a d e, maximus autem ſemper non apparentium f g h, tropicus autem æſtiuus ſit k l, hybernus uerò tropicus ſit b c. Sitq; ipſius a b c circuli polus inter a d e & k l circulos. Sintq; partes orientales l, occiduæ uerò b, zodiaci uerò poſitiones ſint ſemicirculi qui cum cancro n x, o p. Aſſumaturq; o p circunferentia non minor exiſtens ſemicirculo, deſcribaturq; per p maximus circulus tangens ipſum a d e, tanget igitur & ipſum f g h. Iam aut per o ſignum, ſiue ſupra o ſignum cadit, deſcribatur: ſitq; e h p, ut nõ coincidat qui ex h ſemicirculus, ſicut ad partes ex p, ei qui ex a ſemicirculo, ſicut ad partes a k r. Compleanturq; ipſi x n b, p o r, circuli. Quoniam in ſphæra maximus circulus eſt a b c, & bini maximi circuli ſeſe inuicem diſpeſcũt ipſi b n s, r o t p, & ipſius a b c, circuli polus eſt inter a d e & k l circunferentias: maior igitur eſt s n y, circunferentia y t circunferentia. Ipſa igitur t y, circunferentia ipſa y n s minor eſt. Et quoniam in ſphæra bini maximi circuli a b c, e h p, eundem circulum a d e tangunt, & ipſi a d e, ipſum k l parallelum exiſtentem ſecant, et

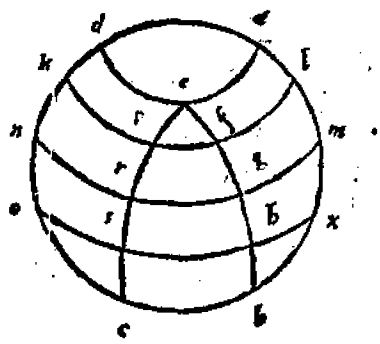


ipſius a b c, polus eſt inter ipſos a d e, & k l circulos, & ipſius e h p, igitur polus eſt inter ipſos a d e & k l orbes. Alter igitur eius polus eſt inter ipſos f g h & b c circulos. Quoniã igitur in ſphæra maximus orbis eſt e h p & ipſum e h p, ſecant bini maximi circuli r o p, b n x, & ipſius c h p, polus eſt inter ipſos b c & f g h orbes, maior eſt p y, circunferentia ipſa y n x circunferentia. Quarum y t ipſa y n s, minor eſt, reliqua igitur t p, ipſa s x maior eſt: ponatur ipſi s x, circunferentiæ æqualis circunferentia t u. Deſcribanturq; paralleli circuli per quos inuehuntur ipſa u x ſigna, ipſi x z, q φ. Similis igitur eſt x z, circunferentia ipſi q φ, circunferentiæ. Ipſa igitur x z, ipſa u φ, maior eſt uel ei ſimilis. In pluri ergo tẽpore x ſignum, ipſam x z, circunferentiam tranſit quàm u, ipſam u φ. Sed tempus in quo x ſignum, ipſam x z, circunferentiam ambit, id eſt in quo s x, circunferentia permutat apparens hemiſphærium.

Tempus autem in quo u ſignum ipſam u φ circunferentiam perficit, id eſt in quo ipſa t u permutat apparens hemiſphærium. In pluri ergo tempore ipſa s x, permutat apparens hemiſphærium quàm t u, & eſt ipſa s x, propior ipſi æſtiuo tropico quàm t u. In pluri ergo tempore permutat apparens hemiſphærium propinquior æſtiuo tropico, ea quæ longius diſtat.

Alia traditio in 15. Theorema.

SImiliter autẽ & in eo qui cũ capricorno ſemicirculo æquales circunferentiæ inæqualibus temporibus permutant apparẽs hemiſphærium, & in pluri quæ tropico æſtiuo propinquior ea quæ longius diſtat, in æquali autem quę æquè diſtant ab utroq; contactu.



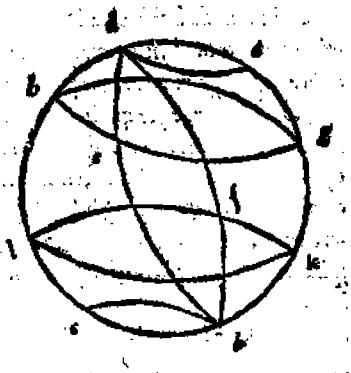
Sit in mundo horizon a b c d, tropicus uerò æſtiuus ſit a d, zodiacus circulus autem poſitionem habeat b e c. Sitq; ipſa quidem b e circunferentia in ſemicirculo, qui cum capricorno, & e c ſit in eo qui cum cancro. Sintq; orientales partes d, occiduæ uerò b. Aſſumanturq; æquales circunferẽtiæ f g, g h. Dico quòd f g in pluri tempore permutat apparẽs hemiſphærium quam g h. Deſcribãtur parallelꝰ circuli k l, m n, x o, per quos inuehantur ipſa f g h ſigna, æqualis igitur eſt f g, circunferẽtia ipſi p r, circunferentiæ, & g h, ipſi r s. Sed f g ipſi g h eſt æqualis, & p r igitur ipſi r s eſt æqualis. Et quoniã in quo tempore p r occidit, ipſa f g oritur. Commune apponatur tempus in quo p ſignum ipſam k l, circunferentiam perficit, æquum exiſtens tempori, in quo f ſignum ipſam k l circunferentiam tranſit. Tempus igitur in quo p ſignum ipſam k l, ambit circunferentiam, & p r occidit, æquum eſt tempori in quo f g circunferentia oritur, & f ſignum ipſam k l, circunferentiam perficit. Sed tempus quidem in quo p ſignum ipſam k l, circunferentiam ambit, & p r occidit, id eſt in quo ipſa p r permutat apparens hemiſphærium. Tempus autem in quo f g oritur, & f ſignum ipſam k l, ambit circunferentiam, id eſt in quo f g, permutat apparens hemiſphærium. Ipſæ igitur f g, p r, in æquali tempore apparens hemiſphærium permutant. Similiter iam oſtendemus quòd ipſæ g h, r s, in æquali tempore permutant apparens hemiſphærium, & p r ipſa r s, pluri tempore permutat apparens hemiſphærium, & oſtenſæ ſunt ipſæ f g, p r, æquali tempore apparens hemiſphærium permutare, & f g, igitur in pluri tempore permutat apparẽs hemiſphærium quàm g h: zodiaci ergo circuli æquales circunferentiæ, inæquali tempore permutat apparẽs hemiſphærium. Sed in pluri quæ propinquior æſtiuo tropico ea quæ longius diſtat, & ſimul oſtenſum eſt quòd æquè diſtantes æquali tempore permutat.

Aduerte. Vniuerſaliter ſcire oportet, quod præcedentibus ſignis ſuper horizonte exiſtentibus circunferentia neq; oritur, neq; occidit: ſubſequentibus autem ſignis ſuper horizonte exiſtẽtibus, tota oritur & tota occidit. præcedentia nanq; ſigna prius oriuntur & prius occidunt per 5 theorema. Ipſius igitur p r circunferentiæ ſignum præcedens eſt p, ipſius autem g f præcedens eſt g: accipiens igitur ipſam p r occidentem, ipſam uerò g f orientem, neceſſariò permutationes earum quærens, eas in ſemper apparenti hemiſphærio accepit. Ipſius autem p r occaſum, ipſius uerò g f ortum: quando enim p ad ipſum l uenit, ipſa p r nequaquam occidit, ſed adhuc ſuper terram eſt, quare accepit eius occaſum. ipſum enim p r, per k in oriente exiſtẽte, tota p r ſub terra eſt, motaq; ſphæra tota ſuperfertur. Quare in quo p ab ipſo k ad l uenit cũ occaſu ipſius p r, id eſt tempus in quo p r permutat apparens hemiſphærium. Rurſus ipſo f per k, in oriente exiſtente, ipſa g f tota prius oritur. Quare accepit eius ortum. Facto autem f per l, tota g f occidit. Quare in quo f ab ipſo k in l, uenit cum ortu ipſius g f, tempus eſt in quo g f permutat apparens hemiſphærium. Si autem ſicut habetur in alia traditione ipſius quidem p r ortum ipſius g occaſum, nequaquam accipient ipſa p f ſigna, ſed ipſa r g, & tempus in quo ipſum r ipſam r g, & n ipſam n m, perficit.

Theorema 16. *Apparens 16.*

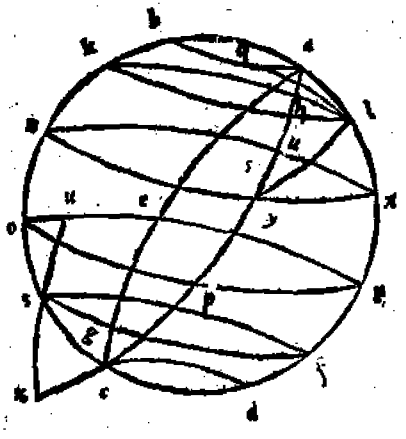
ZOdiaci circuli æqualium & ex oppoſito circunferentiarũ, in quo tẽpore permutat altera apparẽs hemiſphærium, altera nõ apparẽs: & in quo tẽpore altera nõ apparẽs, altera apparens.

Sit in



Sit in mundo horizon a b c d, æstiuus quidem tropicus sit a d, hybernus uerò tropicus sit b ϰ, zodiacus porrò circulus positionem habeat d e b f, sicq; d e b semicirculus qui cum cancro sub terra, ad b f a sit qui cum capricorno super terram. Sintq; orientales partes d, occiduæ uerò sint b, assumanturq; binæ æquales & ex opposito circũferentiæ d e, b f. Dico quòd in quo tempore d e, permutat apparens hemisphærium, in eodem f b non apparens: & in quo tempore d e non apparens, b f apparens. Describantur paralleli g e h, k f l, per quos inuehuntur ipsa e f signa. Et quoniam in zodiaco circulo astra in diametro existentia coniugatè oriuntur & occidunt. Ipso igitur e signo occidẽte per g signũ, ipsa f quod ei est in diametro oritur per l signũ. Sed ipsum quidẽ e, ipsam e h perficiens occidit, ipsum autem f, ipsam f k l ambiens oritur. In quo igitur tempore e, ipsam e h g ambit circunferentiam, & ipsam f k l. Sed tempus quidem in quo e ipsam e h g transit, id est in quo d e permutat apparens hemisphærium. At tempus in quo e ipsam f k l transit, id est in quo ipsa f b, permutat non apparens hemisphærium. In æquali igitur tempore d e permutat apparens hemisphærium, & f b non apparens, similiter ostendemus quòd & in quo tempore ipsa d e permutat non apparens hemisphærium ipsa f b apparens.

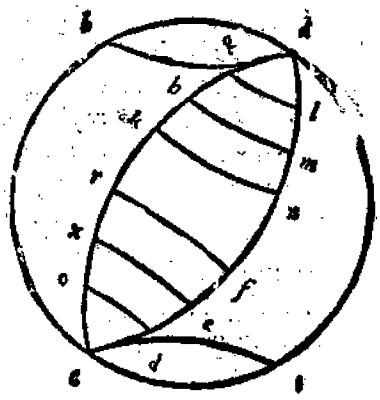
ALITER idem. Sit horizon circulus a b c d, æstiuus autem tropicus sit b a, hybernus uerò sit c d, zodiacus circulus positionem habeat sicut a e, c f. Assumanturq; æquales et ex opposito circunferentiæ e g, f h. Dico quòd in quo tempore f h, permutat apparens hemisphærium ipsa e g non apparens. Sint per quos inuehuntur ipsa f h, e g, signa paralleli circuli k h l, m n x f, e o p r, s g t, permuteturq; zodiacus circulus, & hic habeat positionem y l q, at alius ipsam u s z. Et quoniam ipsæ f h, e g, circunferentiæ æquales sunt, & ex opposito æquales sunt & ipsi m n x, o p r circuli, æqualium autem & parallelorum circulorum sectiones, quæ per uices adinuicem sunt æquales. Ipsius igitur m n x f, circuli segmentum m n x supra terram, æquũ est ei quod sub terra ipsius o e p r, circuli o p r. Rursus quoniam ipsæ f h, e g, æquales sunt & ex opposito in quo tempore f h oritur, in eodem e g occidit. Sed tempus in quo h f oritur, hoc est ipsa y l, tempus est in quo y signum incipiens ab ipso y ipsam y x, ambiens circunferentiam ad ipsum x, uenit tempus autem in quo e g occidit, hoc est ipsa u s, tempus est in quo u incipiẽs ab ipso u ipsam o, ambiẽs circunferentiã ad o uenit: tempus autem in quo y incipiens ab ipso y, ipsam y x, ambiens circunferentiam ad x uenit, æquum est tempori in quo u incipiens ab ipso u, ipsam u o ambiens circunferentiam ad o uenit. Commune apponatur tempus in quo y incipiens ab ipso x, ipsam x n m, circunferentiam ambiens ad ipsum m, uenit æquum existens tempori, in quo u incipiens ab ipso u, ipsam u o, circunferentiam ambiens ad r uenit. Tempus igitur in quo y incipiens ab ipso y, ipsam y x n m, circunferentiam ambiens ad m uenit, æquum est tempori in quo u, incipiens ab ipso u ipsam u o p r, ambiens circunferentiam ad r uenit. Sed tempus quidẽ in quo y, incipiens ab ipso y, ipsam y x n m, ambiens circunferentiam ad ipsum m uenit, id est in quo y l permutat apparens hemisphærium, hoc est h f. Tempus autem in quo u, incipiens ab ipso u, ipsam u o, p r, circunferentiam ambiens ad r uenit, tempus est in quo u s, permutat non apparens hemisphærium, hoc est ipsa e g. In quo igitur tempore h f, permutat apparens hemisphærium, in eodem ipsa e g non apparens.



Theorema 17. Apparens 17.

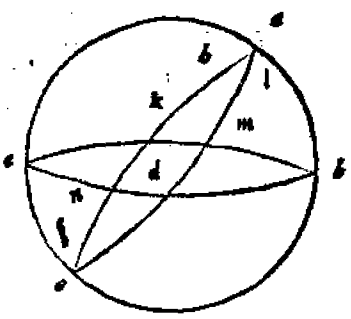
ZOdiaci circuli æquales circunferentiæ æquali tempore non permutant non apparẽs hemisphærium, sed in pluri tempore quę propinquior est tropico ea quæ longius distat, in æquali uerò quæ ab utroq; contactu æquè distant.

Sit in



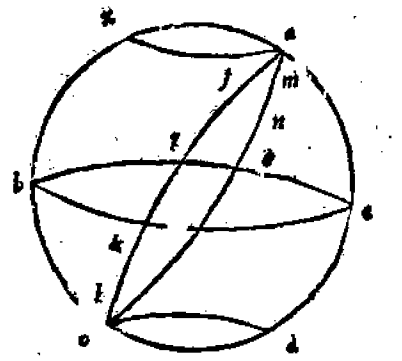
Sit in mundo horizon a b c, æstiuus quidem tropicus sit a b, hybernus uerò sit d e, zodiacus uerò circulus positionẽ habeat a c e, assumantur q; æquales circũferentiæ d e, e f. Dico quòd ipsæ d e, e f, æquali tempore non permutant nõ apparens hemisphærium. Sed in pluri tempore ipsa d e quàm e f. Assumantur ipsis d e, e f, circunferentijs æquales, & ex oppositio circunferentiæ g h, h k. Ipsæ igitur g h, h k, circunferentiæ æquali tempore non permutant apparens hemisphærium. Sed in pluri g h quàm h k. Sed in quo tempore g h permutat apparens hemisphærium, permutat ipsa f e nõ apparens. Ipsæ igitur d e, e f, circunferentiæ, æquali tempore non permutant non apparens hemisphærium. Sed in pluri d e, ipsa e f. Dico quòd & in æquali tempore, quæ æquè distant ab utroq; contactu tropicorum, sint n, per quos inuehantur ipsa d e f g h k, signa circuli paralleli d o, e x, f r, l g, h m, n k. Ipsæ h k, l m, igitur circũferentiæ in æquali tempore permutant apparens hemisphærium. Sed in quo tempore h k apparens hemisphærium permutat, ipsa d e non apparens permutat. In quo autem l m apparens, hemisphærium permutat, ipsa x o non apparens permutat. Ipsæ igitur e d, o x, circunferentiæ æquali tempore non permutant, nõ apparens hemisphærium. Theorema 18. Apparens 18.

FArum quę in utraq; parte æquinoctialis circũferentiarũ æqualium, & ab æquinoctialiæ qualiter distantiũ, in quo tẽpore altera permutat apparẽs hemisphæriũ, altera nõ apparẽs, & in quo tẽpore altera permutat nõ apparẽs hemisphæriũ, altera apparẽs.



Sit in mũdo horizon a b c, æquinoctialis autem circulus sit b d c, zodiacus autem circulus positionem habeat sicut a e h, & ipsius b c d, æquinoctialis ex utraq; parte æquales et æquè distantes circunferentiæ sint h k, f n. Dico quòd in quo tẽpore h k permutat apparẽs hemisphærium, ipsa f n non apparẽs. ponatur enim ipsi f n, æqualis & ex opposito m l circunferẽtia. Ipsæ igitur m l, h k, circunferentiæ permutant apparens hemisphærium. Sed in quo tempore l m apparens hemisphærium permutat, ipsa f n non apparens permutat: et in quo igitur tempore h k circunferentia permutat apparẽs hemisphærium, ipsa n f circũferentia non apparens permutat. Idq; propterea iam & in quo tẽpore h k, circũferentia permutat nõ apparens hemisphærium, ipsa f n non apparens permutat. Theorema 19. Apparens 19.

IN semicirculo assumpto sub æquinoctiali ad æstiuum tropicũ æqualium circunferentiarum existentiũ, in pluri tempore altera earum permutat apparens hemisphærium quàm reliqua non apparẽs, & cõtingens contingente.



Esto in mundo horizon a b c, æstiuus quidem tropicus esto a x, hybernus uerò sit d o, æquinoctialis autem circulus sit b e c, zodiacus porrò circulus positionẽ habeat a e o, & in ipso a o, semicirculo æquales circunferentiæ sint f g, h k. Si autem propinquior æstiuo tropico f g. Dico quòd in pluri tempore g f, permutat apparens hemisphærium quàm h k, non apparens & contingens ipso contingente ponatur n ipsi h k, circunferentiæ æqualis, & ex opposito circunferentia m n, propinquior igitur est f g, æstiuo tropico quàm m n. in pluri igitur tempore f g, permutat apparens hemisphærium quàm m n, non apparens. Sed in quo tempore m n, circunferentia permutat apparens hemisphærium, ipsa h k non apparens. Similiter iam demonstrabimus, quòd & contingens

contingens contingente, in pluri tempore permutat apparens hemisphærium quàm reliqua non apparens. Similiter autem & earum quæ in altero semicirculo assumpto, sub æquinoctiali ad hybernum tropicum æqualium circumferentiarum in pluri tempore altera permutat, non apparens hemisphærium quàm reliqua apparens, & contingens contingente.

PHAENOMENA FINIVNT.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS LODOVICO MOCENICO PATRITIO VENETO, equiti iurato, Senatorij ordinis, ac Oratori facundissimo, gaudere & bene rem gerere.



VIRTVS, doctrina, morumq; singularium tuorum claritudo, Lodouice uir integerrime, quibus in homine splendidius aut rutilantius nihil esse sapientissimi Græcorum dicere consueuerunt, ea semper in te extitit, ut omnes de te nil nisi clarum aliquid, nil nisi perspicuum, nil nisi omni ex parte glorioſum semper conciperent, aut sperarent. Idq; propterea ego quoque, quem tibi destinatum tute scis semper habuisse mancipium, præclaras animi tui dotes, probitatemq; singularem coniectans animoq; perpendens, nil de te inquam aliud mihi persuadere solebam, nisi quòd tibi tuæq; familiæ præclarissimæ immortalem gloriam & laudem afferre posset. Quod, inquam, ut esse queat iam tibi uirtute, quæ sola ex omnibus possessionibus, Isocratica sententia, mortalitati minimè obnoxia est, aditus comparasti. Factum est enim ut huiusce inclytæ Reipub. Senatores ingenij tui peracuti uires, facundiamq; singularem (habes enim, ut ingrati mancipij suspicionem fugiam, in orando nescio quid uiuæ uocis, ac latentis energiæ tibi naturæ benignitate concesse) uel magni æstimantes, te oratorem Maximiliano Cæsari, Germaniæq; principibus destinauerint. Quam legationem ità egisti, ita tractasti, ut Senatorem optimum par est facere, & adeò ut regi gratus, sed huic grauissimo Senatui gratissimus extiteris. Illud, inquam, munera equestria tibi à rege donata, hoc uerò Senatorius ordo, quem tibi comitia contulerunt, exactissimè comprobant. Neque id mirum: quippe quoniam omnia adsunt bona, quem penes est uirtus (ut eo utar Plauti familiaris nostri) hac etenim ductrice tibi nec legationes, nec prætura, nec cæteri magistratus deerunt, modò Dei Opt. max. munere tibi uita superstes. Verùm quid illud fuerit, quòd eam fidem, eam obseruantiam quam erga te (licet exilis seruus) semper maximam habui, idq; gaudij, quod ex dignitatibus tibi collatis concepi hucusque: si scire cupis, tibi non aperuerim, illud, inquam, fuit quod hoc à me fieri oportere censebam aliquo argumento, & eo fanè quo tibi hæc fieri posseni explicatiora. Cumq; id propterea sapientium Græcorum uoluminа reuoluerem, sese Catoptrica Euclidis Megarensis præstantissimi mathematici obtulerunt, opusculum certè arduum, rarissimum & Latinis hucusq;, aut ex toto, aut magna ex parte ignotum. speculari nanq; & indagare uoluit sapientissimus philosophus quæ in speculis imagines. quas mirabili quadam disciplina patefacit, dum humanum uisum, & oculi potentiam accommodat. Quod opus sic reliqua Euclidis opuscula excellit, sicut cæteros humanos sensus uisus, qui rationi & intellectui in eo quod sub sensu cadit, obsequitur, exuperare cognoscitur. Taceo de Elementis. nam ex opere illo quod non minoribus uigilijs quàm laboribus, quos per multos dies ei accommodauimus, unà cum Theonis acutissimi mathematici traditione Latinum fecimus, nec minus Euclidi qui illa compegit, quemadmodum Proclus inquit Diadochus, quàm eorum inuentoribus tribuo, licet uetus sit adagium, Inuentis addere facilimum esse. Sed quibus aut inuentoribus, aut ipsi Euclidi, siue etiam interpretibus magis tribuendum sit, bonam hominum partem ignorare crediderim. Id igitur opuscuի quod Catoptrica nuncupatur, à me Latinum faciendum esse censui, tuo que nomini destinandum, ut ex eo tanquam ex plano, conuexis, tausq; speculis Bartholomæi Zamberti tui, & quidem ueterrimi mancipij, fidem insp[illegible]

obseruantiam

obſeruantiam ſpectes, amoris erga te ſui magnitudinem uideas, & demum beneuolentiam in te maximam intuearis. At fortaſſe diceres, quid ſic id uis mathematicis huiuſmodi diſciplinis aperire? Ne id propterea mireris uelim, ob id ſcias Lodouice *uir grauiſſime, à me id conſultò factum fuiſſe. Nam cùm mihi ſit compertum te diſciplinas ſemper amaſſe & coluiſſe, earúmq; amatorem extitiſſe, facile propterea mihi perſuaſerim te eas in primis diligere, & colere, quæ primum certitudinis omnium philoſophantium decreto gradum obtineant. Hæc, inquam, ſunt mathematicæ diſciplinæ, quæ uno eodemq; modo ſemper ſeſe habent, quemadmodum* Ammonius interpres Ariſtotelicus, *philoſophiæ diffinitionẽ* Ariſtotelicam *interpretans nos docuit. Has certè diſciplinas naturales ſequuntur, ſicut* Auerrois Peripateticus Ariſtotelem nobis aperiens *ſenſiſſe uidetur. Quas qui ignorant (ſicut* Euclidis interpres, Proclus Lycius, *inquit) ieiunas uoluptates capiunt. Hoc igitur argumento amorem erga te meum tibi eſſe explicãdum ſum arbitratus. In qua interpretatione licet Flaccus noſter* Horatius *dixerit, Nec uerbum uerbo curabis reddere fidus interpres: nihil tamen ex noſtra officina adiunximus, ac etiam nihil ſubſecuimus, ſed ſicut lectio ſeſe habet Græca, ſic ueritatem colentes, nuda, pura, ſyncera, & fideli ſumus interpretatione interpretati. Noluimus enim eos imitari, qui ex auctoribus aliqua decerpunt, aliqua omittunt & aliqua permutant, & ſic hinc & inde ſumpta conglutinant, ut nec pes nec caput uni reddatur formæ, & perinde cùm ſic auctorum illorum ueterum, quos uetuſtas ueritatis indagatrix mira quadam religione coluit, fama & fidei plurimum detraxerint, falſam & furto comparatam ſibi gloriam uendicare ſtudeant. Sed hi tandem ſunt quos unuſquiſque poſſit deridere. Nam ſi forte ſuas repetitum uenerit olim Grex auium plumas, mouebit cornicula riſum, Furtiuis nudata coloribus. Stulti ſunt qui aliena pluma ſeſe obtegere quærunt. Accipias igitur uir clariſſime opuſculum huiuſmodi iam in nulla ſede receptum, ut tuo nomine in lucem prodeat: quod obſecro legere uelis, ubi quid tibi ocij ſuperfuerit: uidebis etenim quanto fuerit ingenio præditus is philoſophus, cuius ſi id opuſculi tibi placuiſſe cognoſcam, ſunt in manibus illius & alia opera: Phænomena quidem,* Optica & Data, *quæ quandoque me interprete è Græcia in Italiam uenient, & ſic ſe Latinis legenda tradent, & is auctor priſcam auctoritatem penè amiſſam, philoſophantiũ ſcholas petẽs ſibi comparabit. Verùm ne pluribus quàm par eſt, uerbis tecum agere uidear, ſupereſt iam ut ipſum audias* Euclidem *De ſpeculorum imaginibus, ſic per nos Latinè loquentem. Vale æternum noſtri memor, equeſtris ordinis rariſſimum ornamentum, & his audacibus annue cœptis. Venetijs XI Calendas Octobris, in IXII. IIIVII. & XIX. Elemento, reconciliatæ diuinitatis.*

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI *philoſophi Platonici mathematiciq; præſtantiſſimi Specularia, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.*

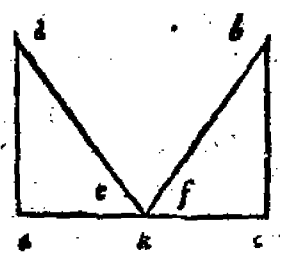
VISVM lineam rectam eſſe, qua media cuncta extremis correſpondent, quę́q; uidẽtur per rectam ſpectari lineam, planũ ac receptum eſſe oportet. Speculo in plano collocato, inſpectóq; aliquo ſublimi, quod & ipſi plano ad angulos rectos exiſtat, fiant proportionalia, ut inter ſpeculũ & ſpectantem recta linea ad eam quæ inter ſpeculum & id quod ad angulos rectos faſtigium, ſic aſpecti faſtigij ad id quod ad angulos rectos in plano faſtigiũ obiectum eſt. In planis nanq; ſpeculis loco aſſumpto, in quẽ ab inſpecto perpendicularis cadit, non amplius ſpectatur uiſibile. In conuexis uerò ſpeculis aſſumpto loco per quẽ ab inſpecto in cẽtrum ſphæræ ducitur, uiſibile non amplius ſpectatur, id quoq; in cauis euenit. Si in uas enim quidpiam proiectum ſit, acceperitq; interuallum ut minimè uideatur, eodem exiſtente interuallo ſi aquà infundatur, iniectum ſpectabitur.

Theorema

Theorema primum.

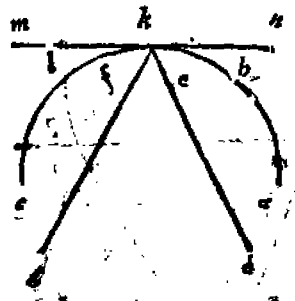
A Planis, conuexis, cauisq; speculis uisus inæqualibus angulis refringuntur.

Sit oculus b, speculum autem planum sit a c, uisus uerò ferat ur b K & refringatur in d. Dico quòd angulus e ipsi angulo f est æqualis. Excitẽtur per 11 primi elementorum perpendiculares in speculum b c d a: est igitur sicut b c ad c k, sic est d a ad a k, hoc inquam, in diffinitionibus patuit. Simile igitur est triangulum b c K triangulo d a k, per diffinitionem primam 6 elemẽtorum. Igitur angulus angulo e f est æqualis: nam quæ similia, æquiangula sunt.



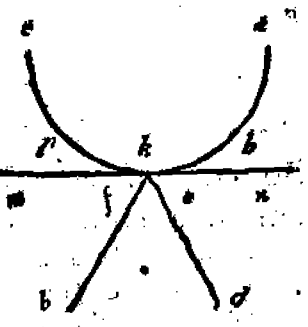
In conuexis.

Sit iam conuexum speculum a k c, uisus uerò sit b k, refractus in d. Dico quòd angulus e b, æqualis est angulo f l. apposui planum speculum n m, æqualis est angulus e angulo s per præcedentem. Sed & b ipsi l, connectitur nanque m K, totus igitur e b, toti l f est æqualis.



In cauis.

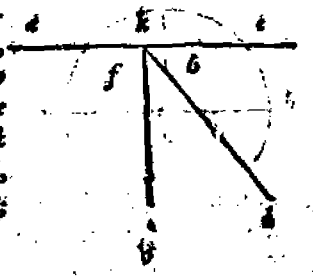
Sit rursus cauum speculum a k c, uisus autem b k refractus in d. Dico quòd angulus e, æquus est angulo f. collato enim plano speculo m n æqualis est per primam angulus b e angulo f l. Æqualis autem est b ipsi l: reliquus igitur e reliquo f est æqualis.



Theorema secundum.

IN qualiacunq; specula inciderit uisus æquos efficiens angulos, ipse per sese refringetur.

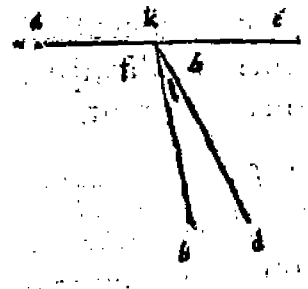
Sit planum speculum a k c, oculus autem sit b, uisus uerò sit b k, cadatq; æquos efficiens angulos f h. Dico quòd b k refractus in seipsum, hoc est in b reuertetur. Nõ enim sed si possibile est agatur in d: & quoniam per primam uisus in æqualibus angulis refringuntur, angulus e æquus est ipsi angulo h, ostensum quoq; est quòd e f angulus ipsi h est æqualis, & angulus igitur e f, ipsi e angulo erit æquus maior minori, quod est impossibile. Igitur b K in seipsum refringetur. eadem quoq; demonstratio in conuexis & in cauis speculis conueniet.



Theorema tertium.

IN qualecunq; speculum procidẽs uisus æquales efficiens angulos, in seipsum non refringetur, neq; in minori etiam angulo.

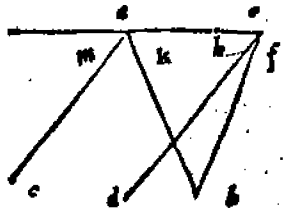
Sit planum speculum a K c, uisus autem b K procidat maiorem efficiens angulum f ipso b l. Dico quòd b K, refractus, non refringetur in sese, neq; in angulo h l. si enim ueniet in b K angulus f, ipsi h l est æqualis, quod est impossibile: maior enim supponitur. Igitur b K in maiori refringetur angulo f: à maiori nanq; minori æquale abscindi est possibile per 3 primi elementorum, eademq; demonstratio est & in conuexis, & in cauis.



Theorema quartum.

VIsus in planis speculis, & conuexis refracti, neque concurrut adinuicem, neque sunt paralleli.

Sit planum ſpeculum a c, oculus ſit b, uiſus uerò refracti ſint b c d, b a e. Dico quòd c d, & a e, neque paralleli ſunt, neque concurrunt in d e. Nam quoniam angulus f æqualis eſt angulo h & K ipſi m, maior autem eſt per 16 primi elemen. f ipſo K, quoniam eſt extra ipſum triangulum b K c, maior autem fuerit h quàm m. Igitur c d ipſi a e, parallelus non eſt, neque in e d, concurrunt.



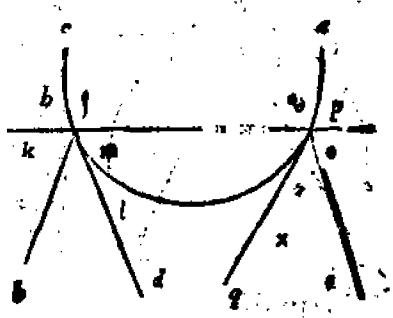
In conuexis.

Sit rurſus conuexum ſpeculum a g f e, oculus uerò ſit b, aſpectus autem refractus ſint b f d, b g e. Dico quòd ipſi f d, g e, neq; in e d concurrunt, neque ſunt paralleli, & connectatur enim g f, recta linea, extendaturq; ex utraque parte, quoniam æqualis eſt K b, ipſi l, eo quia in æquis angulis refringitur, maior fuerit quoq; l m ipſo K & K ipſo n x eſt maior, ſed n x ipſo p o maior eſt. Rurſus x, æqualis eſt ipſi o p, maior igitur eſt l m ipſo o p, multo igitur maior eſt l m ipſo o: non concurrunt igitur ipſæ f d, g e, rectæ lineæ, neque paralleli.

Theorema quintum.

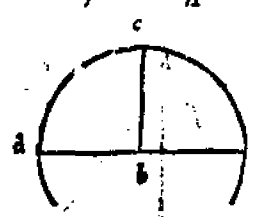
IN cauis ſpeculis ſi ad centrum, ſiue ad circunferentiam, ſiue extra circunferentiam oculus extiterit, hoc eſt inter centrum & circunferentiam, uiſus refracti concurrent.

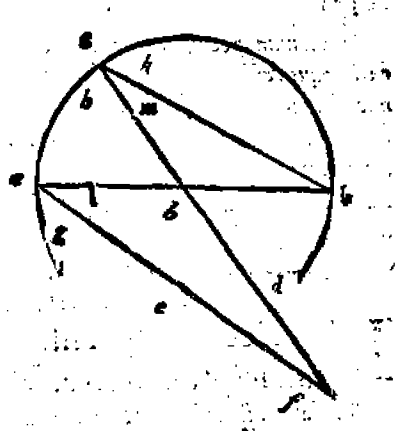
Sit cauum ſpeculum a c d, centrum autem ſphæræ ſit b, ponaturq; oculus in b & procidant ex b uiſus in circunferentiam b a, b c, b d, æquales igitur ſunt qui ad ſigna a c d, ſunt anguli: ſemicirculi enim ſunt per 27 tertij elemen. uiſus igitur refracti per ſeipſos refringentur b a, b c, b d, hoc autem patet quod in b concurrunt.



Oculus in circunferentia.

Sit rurſus cauum ſpeculum a b c, oculus autem eſto b, ponaturq; in eius circũferentia, & ab ipſo b, incidant uiſus b c, b a, refracti in d e ſignis. Quoniam maius eſt a c b ſegmentum ipſo b c, ſegmento, maior eſt angulus f, angulo h per 32 tertij elementorum, & g per a igitur ipſo K maior. Ipſi igitur f K, ipſis h K ſunt maiores. Reliquus igitur l reliquo m minor, multo magis igitur: quæ enim concurrunt igitur ipſæ e d a e, in f ſimiliter oſtendetur, & ſi extra circunferentiam ceciderit oculus, ſicut in ſequenti theoremate.





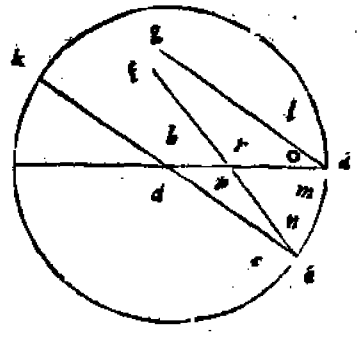
Theorema ſextum.

IN cauis ſpeculis, ſi ad medium centri & circunferentiæ poſitus fuerit oculus, quandoq; uiſus refracti concurrent, & quandoq; non concurrent.

Sit ſpeculum cauum a c, centrum autem ſit d, oculus uerò ponitur b, intra centri medium & circunferentiæ, uiſus autem b a, b c, refringuntur in g f, extendanturq; uiſus uſq; ad ſpeculum a h, c K. Ipſa a h, iam ipſa c K aut maior eſt, aut ei æqualis, aut ea minor. Siquidem uiſus, a h æqualis eſt ipſi c K, æqualis eſt & a c h, circunferentia ipſi c h K, circunferentiæ. Quare & m angulus ipſi x angulo, æqualium circunferentiarum anguli inuicem ſunt æquales per 27 tertij elementorum, & anguli m l, igitur ipſis n x, ſunt æquales per refractionem per primum theorema, & reliquus igitur angulus o angulo p eſt æqualis: maior igitur eſt angulus r ipſo angulo o. Quoniã enim per 16 primi elementorũ angulus r ipſo

p maior

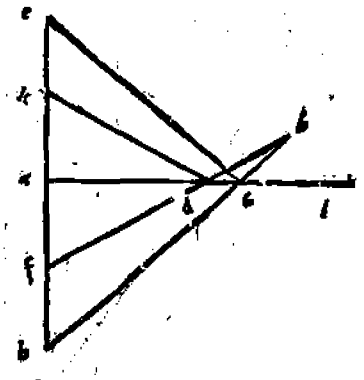
p maior est, quia exterior est. Et angulus p ipsi o angulo est æqualis. Igitur angulus r, ipso angulo o maior est, cõmunis apponatur qui sub o r f, igitur ipsæ c f, a g, concurrunt sicut ad g f. Idem quoq; erit & si maior sit uisus a h, ipso c K, maiores enim erunt ipsi l m anguli ipsis n x, & angulus p angulo o maior, & r ipso o. Si uerò a h recta linea minor fuerit ipsa c k, id propterea maior erit angulus o angulo p: est autem & angulus r ipso p maior. Nihil enim prohibet angulum r ipso o esse æqualem uel ipso o minorem, & non concurrere a g ipsi f. Manifestum est autem quòd et si maior fuerit a h, circunferentia ipsa c K. Sitq; æqualis coincidentia refractionum, neq; in circuli circunferentia, neq; extra utiq; fiet, sed intus tantum.



Theorema septimum.

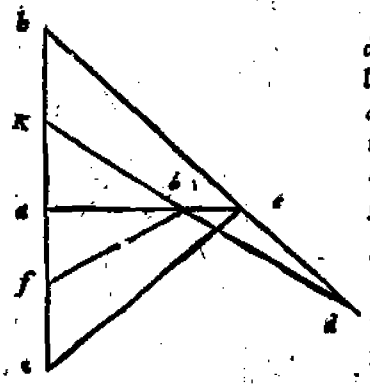
CElsitudines & crassitudines à planis speculis conuersæ uidentur.

Sit fastigium quidem a e, speculum autem planum sit a l, oculus uerò sit b, uisus porrò sint b c, b d, refracti, in e K. Igitur oportet deductis uisibus in rectam lineam e, quidem supra esse, ipso h infra existente, & K infra existens in f, quod supra est, ac perinde conuersa sunt in phantasia.



In crassitudinibus.

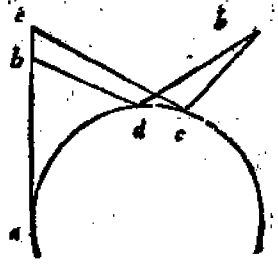
Sit rursus crassitudo quidem e a, speculum autem planum sit a c, oculus uerò sit d, uisus porrò sint d c, d b refracti in e f, similiter eductis uisibus ad h K, apparet quidem e infra existens super h superius existente, & f, supra existens super K infra existente.



Theorema octauum.

FAstigia & crassitudines à conuexis speculis conuersa uidentur.

Sit celsitudo a e, speculum autem cõuexum sit a d c, uisus uerò sint b d, b c, refracti in e b: patet quòd non concurrunt, reliqua uerò sicut & in planis.



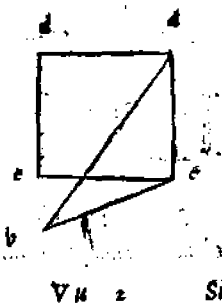
In crassitudinibus.

Sit rursus crassitudo a e, speculum uerò conuexum sit a d c, oculus autem sit b, uisus autem refracti in e h, sint b c e, b d h, reliqua uerò sicut & in planis.

Theorema nonum.

OBliquæ longitudines à planis speculis sicut se habent, sic & uidentur.

Sit oculus b, lõgitudo autem obliqua sit d e, speculum uerò sit a c, igitur refractis uisibus uidentur quidem d in a & e, super c sicq; se habet in phantasia, sicut uerò se habet, propius propius, & remotius remotius.



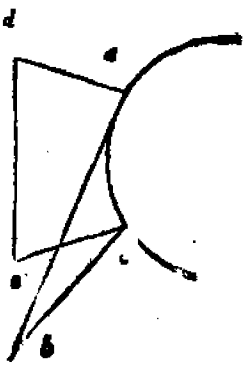
Theorema decimum.

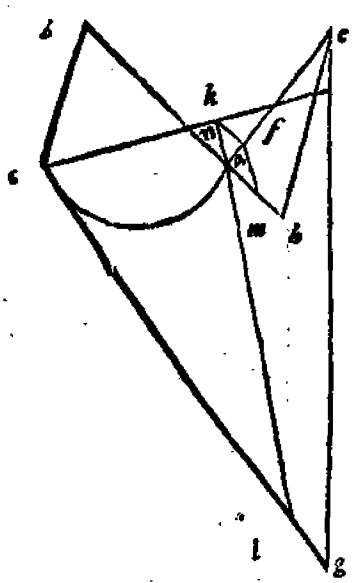
OBliquæ longitudines à conuexis speculis sicut sunt uerè, sic spectantur.

Sit longitudo e d, oculus autem b, ſpeculum uerò conuexum a c, aſpectus porrò refracti in e d, ſint b a, b c, reliqui uerò eadem.

Theorema undecimum.

CElſitudines & craſsitudines à cauis ſpeculis quæcũq; ſunt intra coincidentiã uiſuũ, conuerſa uidentur: quemadmodum in planis & conuexis ſpeculis, quęcunq; autẽ extra coincidentiam ſicut ſunt, ſic & ſpectantur.

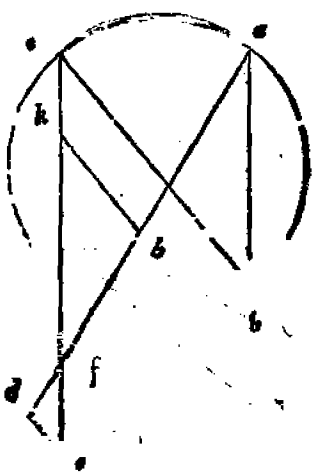




Sit cauum ſpeculum a c, oculus aũt ſit b, uiſus uerò refracti ſint b a, b c: eorũ coincidentia porrò ſit f, celſitudo ſit d e, & k n, & k n quidem intra f coincidentiam ſit t a, d e ſit extra coincidentiam: igitur productis uiſibus ſicut in planis & conuexis ſpeculis apparet h ſuper m, & n ſuper l. quare conuerſæ uidẽtur, rurſus ſuper exteriorem coincidentiam celſitudinis apparet quidem d ſuper g, & e ſuper h, ſicut ſe habet, ſic ſpectatur.

In craſsitudinibus.

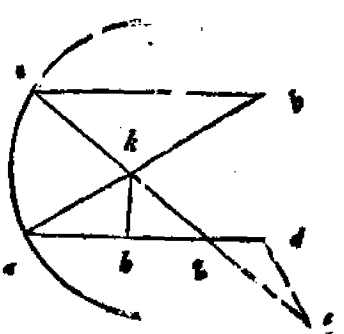
Rurſus craſsitudo quidem ſit d e, & k h, cauũ autem ſpeculum ſit a c, oculus uerò ſit b, uiſus autem refracti ſint & concurrentes in f b a, b c, igitur productis uiſibus ſimiliter k h, conuerſæ apparent, k quidem per c & h pẽr a. Sicut eſt in planis & conuexis ſpeculis ad d e, ſicut ipſum quidem e, infra per a & d ſuper e.



Theorema duodecimum.

OBliquæ longitudines à cauis ſpeculis, quæcunq; intra coincidentiam uiſuum iacent, ut ſunt, ſic ſpectantur, quæcunq; uerò extra, conuerſæ.

Sint inquãm longitudines obliquæ e d, b k, cauum uerò ſpeculum ſit a c, oculus autem ſit b, uiſus refracti & concurrentes in g ſint b a d, b c e, & ipſa quidem h k, obliqua longitudo ſit intra. Igitur h k iuxta naturam apparet, ſicut & in planis & conuexis ſpeculis. Sed e d, conuerſa: nam ipſum quidem d, ſuper a apparet, & e ſuper c.

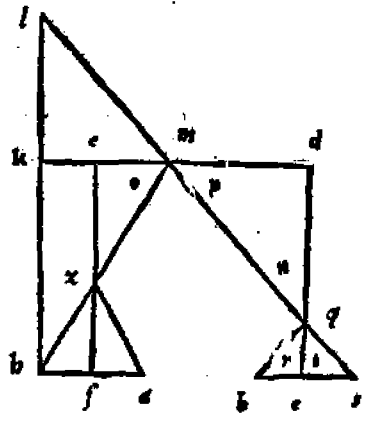


Theorema decimumtertium.

IDem ſpectare pluribus planis ſpeculis, eſt poſsibile.

Sit quod uidendum eſt a, oculus uerò ſit b, ſpecula autem tria ſint c d, d e, e f, excitetur per 12 primi elementorum perpendicularis ab ipſo b in c d ſpeculum b c, æqualis autem ſit b c, ipſi c t, & rurſus per

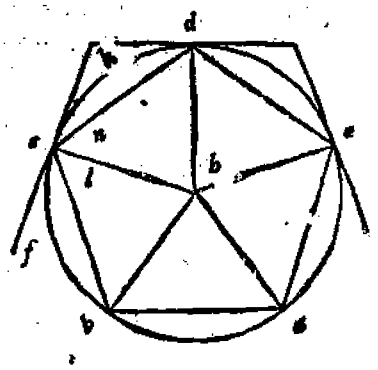
per eandē ab ipſo a in e f, perpēdicularis excitetur a f & ipſi a f æqualis eſto f h, & per eandē ab ipſo h, in ſpeculum d e, perpendicularis excitetur h k, ſitq; ipſi h k, æqualis k l, & ab ipſo l in s connectātur l m x s, ab ipſo autem m in b connectatur m r h. Connectantur autem & a r & b x. Quoniā igitur æqualis eſt b e ipſi c s & qui ad c anguli recti ſunt: binæ igitur b c, c q, ipſis binis s c, c q, ſunt altera alteri æquales, & angulus q ſub b c q, rectus exiſtens, angulo qui ſub s c q, recto exiſtēti eſt æqualis per 4 poſtulatum, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur per quartam primi elementorum. Angulus quidē qui ad b angulo qui ad s, & angulus x angulo t. Sed t ipſi n eſt æqualis per 15 primi elemētorum ad uerticem enim. Quare & angulus n angulo x. Igitur uiſus b x in m refringitur. Rurſus quoniam æqualis eſt h k, ipſi k l, & qui ad k recti ſunt, angulus o æqualis eſt ipſi p. Refringitur ergo idem uiſus b x m in r, & id propterea iam & in a, quia æqualis eſt qui ſub f r a, angulus ei qui ſub e r m, ſimiliter & in reliquis demonſtrationibus. Inſpice igitur ab ipſo b oculo uiſus a, per tria ſpecula plana exiſtentia c d, d e, e f.



Theorema decimumquartum.

EST autem & in quibuslibet ſi quis conſtituat ſpeculis idem inſpicere, oportet autem iuxta ſpeculorum numerum polygonum æquilaterum & æquiangulum conſtituere binis lateribus excedens ſpecula.

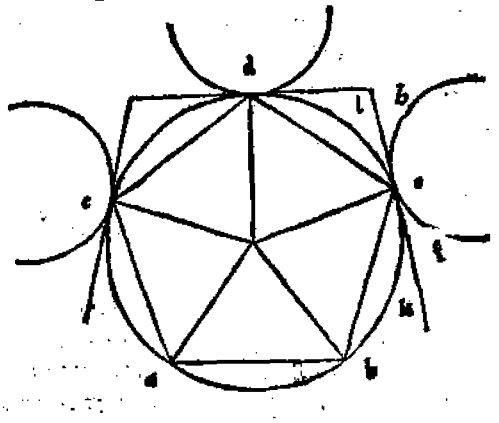
Eſto enim quod ſpectari debeat a, oculus autem ſit b & connectatur a b & ab ipſo a b, deſcribatur polygonum æquilaterum, & æquiangulum binis lateribus excedens ipſa ſpecula, & ſit a b d polygonum, & ſumatur per primam tertij elementorum centrum circuli ipſi polygono circunſcripti, & ſit h, & ab ipſo connectantur, h c, h e, h d, h b, h a, in angulis, & proponantur ſpecula plana ad angulos rectos ipſis conuexis. Quoniam igitur per quartum poſtulatum æqualis eſt f l, angulus ipſi n k angulo: uterq; enim rectus eſt, quorum n ipſi l eſt æqualis, reliquus igitur f, ipſi k eſt æqualis. Quare refractio ipſius b uiſus erit in d, per æquos enim angulos refractiones fiunt per primum theorema. Similiter iam oſtendetur quòd qui ad d e ſigna ad omnia ſpecula uenient in a.



Theorema decimumquintum.

ILLUD idem quoque & in conuexis & in cauis ſpeculis uideri poteſt.

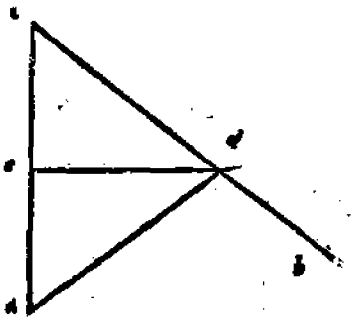
Si nanq; ſpectare oportet a, oculus uerò ſit b, & ſimiliter deſcribatur polygonum æquilaterum & æquiangulum a b c d e, & ad ſigna c d e, ſint ſpecula plana à quibus ſpectatur a, ſicut oſtenſum eſt, adijciantur his ſpecula aut caua aut conuexa ad uiſuum contactus. Igitur æqualis eſt f ipſi b, et k ipſi l, totus igitur k f, æqualis eſt ipſi l b: refringetur ergo uiſus à ſpeculo conuexo c



c in d, & ab ipso d in c, & ab ipso e in a: manifestum igitur est quòd conuexis aut cauis existentibus omnibus & mixtis, illud idem uideri potest.

Theorema decimumsextum.

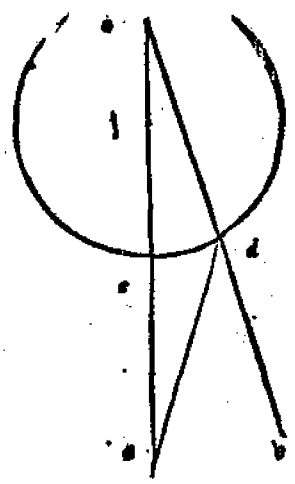
IN planis speculis unūq̄dq̄ eorū quæ sub aspectū cadūt, per illius quod sub aspectū cadit perpendicularē uidetur.



Sit speculum planum c d, oculus autem sit b, res uerò uisa sit a, sitq; perpendicularis k, re uisa in speculum a c: igitur quoniam supponitur in Phænomenis quòd assumpto loco c, ipsum a non uidetur, ergo a uidebitur in linea recta a e. Sed & in rectas lineas ipsi b d, uisus per e igitur: positum namque est nobis rectum, cuius medium extremis correspondet. Quare a e & b e recta linea erat.

Theorema decimumseptimum.

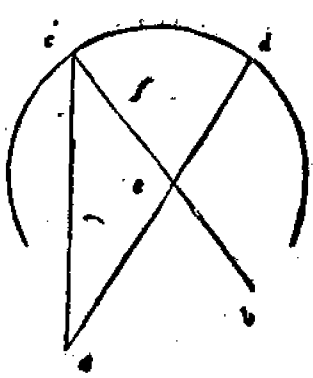
IN speculis cōuexis, unumquodq̄ eorum quæ sub aspectum cadunt, per eam quæ à re uisa in sphæræ cētrum deducitur, rectam lineam spectatur.



Esto conuexum speculum c d, oculus autem sit b, uisus uerò sit b d, refractus in a, aspiciatur q̄; a, centrum autem sphæræ sit f, & connectatur a f, extendaturq; b d in e: igitur quoniam supponitur in Phænomenis, quod assumpto c ipsum a non uidetur, uidebitur igitur in rectam lineam a c, per id quod euenit ex b d uisu, & ab ipso a e in e, sicut & in planis.

Theorema decimumoctauum.

IN cauis speculis unumquodq̄ eorū quæ sub aspectum cadunt, per eam quæ à re uisa in centrum sphæræ deducitur, rectam lineam spectatur.



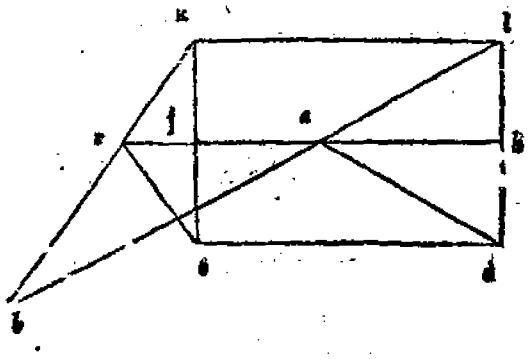
Sit cauum speculum c d, aspectus autem refractus sit b c, in a uisum, centrum autem sphæræ sit e, connectatur recta linea, & extendatur igitur, quoniam in Phænomenis deprehenditur quòd assumpto loco d, ipsum a non uidetur. quare agetur in rectam lineam a e, aspicietur ergo per congressum ipsius a d rectæ lineæ & b c uisus per f.

Theorema decimumnonum.

IN planis speculis quæ dextra sunt, sinistra apparent: & quę sinistra, dextra, & simulacrum æquum est rei uisæ, & distantia à speculo æqualis est.

Sit planum speculum a c, oculus autem b, uisus uerò sint b a, b c, refracti in d e: quod autem spectatur sit d e, & ab ipsis e d, per 12 primi elementorum in speculū perpendiculares excitētur e f, d h & extēdantur. Extēdanturq; & b c, b a, uisus & cōcurrant parallelis in k l, & cōnectatur l k: Igitur e apparet

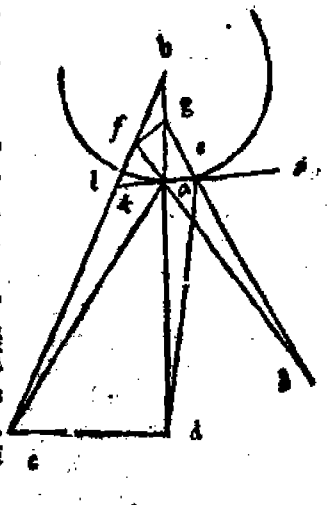
paret ſuper k & d ſuper l: hoc enim prius oſtẽſum eſt, ergo ſiniſtra dextra apparẽt, & dextra ſiniſtra: et quoniam æqualis eſt qui ſub k c f, angulus ei qui ſub f c e angulo, & recti ſunt qui ad f, æqua igitur etiam fuerit f k ipſi f e. Idq; propterea & d h, ipſi h l, æquum eſt igitur interuallum quod abeſt à ſpeculo e d, ipſi a abeſt ſimulacrũ k l & æquum eſt uiſum e d ſimulacro k l, quoniam æqualis eſt e f ipſi f k, & d h ipſi h l, communis autem & ad rectos angulos ipſa h f.



Theorema uigeſimum.

IN conuexis ſpeculis ſiniſtra dextra, & dextra ſiniſtra ſpectantur, & interuallum à ſpeculo ſimulacro minus abeſt.

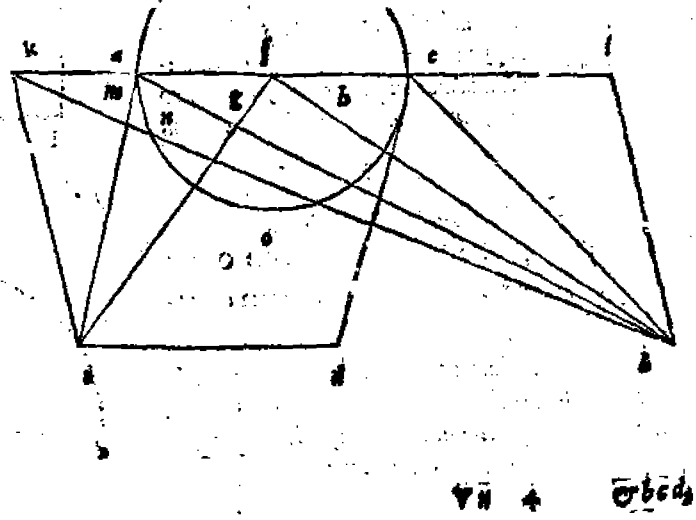
Sit ſpeculum conuexũ a c, centrum autem ſphæræ ſit b, oculus porrò b, uiſus autem ſint b a, b c, refracti in d e, quod ſpectatur ſit d e, & ab ipſo b cẽtro excitentur in d e ipſæ b d, b e, & extendantur uiſus ad f g, & connectatur f g ſimulacrum. Igitur ipſum quidem d apparet ſuper g, & e ſuper f, dextra igitur ſiniſtra, & ſiniſtra dextra ſpectãtur. Dico quòd maior eſt e l ipſa l f, excitetur per a ipſam tangẽs circumferẽtiam r a k, quoniam igitur b a, a e ad ipſam circumferentiam æquos efficiunt angulos, propter refractionẽ tangit ipſa k a r, bifariam fuerit ſectus qui ſub e a f angulus, & obtuſus eſt angulus k, maior igitur eſt e k, ipſa k f, multò maior igitur e l ipſa l f: minus igitur abeſt ſimulacrum f g à ſpeculo: magis autem quod ſpectatur e d, ſicut in ſequenti patet.



Theorema uigeſimumprimum.

IN conuexis ſpeculis ſimulacrum ſpectatis minus eſt.

Sit ſpeculum conuexũ a o c, oculus autem ſit b, uiſus uerò refracti ſint b a, b c, in d e, igitur à conuexo ſpeculo aſpicitur e d in angulo qui ſub a c b, apponatur iam ſpeculum planum a c tangens, uiſui in a c. Igitur uiſus uiſurus e à plano ſpeculo nõ eſt b a e, non enim æquos efficit angulos ad planum ſpeculum, neq; refringetur intra a c, refringatur ſi poſsibile eſt, et eſto b f, uiſus: æqualis igitur eſt angulus g angulo b propter refractionem, & b maior eſt ipſo n et m ipſo g: quare et m ipſo n maior eſt, quod eſt impoſsibile. Ipſe nãq; n ipſo m maior eſt. Aequalis enim eſt totus ei q̃ ad circũferẽtiã: extra igitur ipſũ m refringatur, refringatur eſto b k e. Similiter aũt

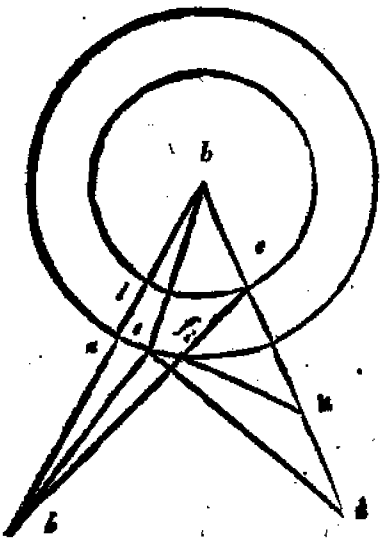


& b c d, extra cadit. Igitur e d in maiori angulo ſpectatur à ſpeculo plano comprehenſo ſub k b l, quæ à conuexo, æquum autem patuit apparens in plano: manifeſtum igitur quod à conuexo ſpeculo ſimulacrum minus apparet re uiſa.

Theorema uigeſimumſecundum.

IN cõuexis ſpeculis, à minoribus ſpeculis minora ſimulacra ſpectantur.

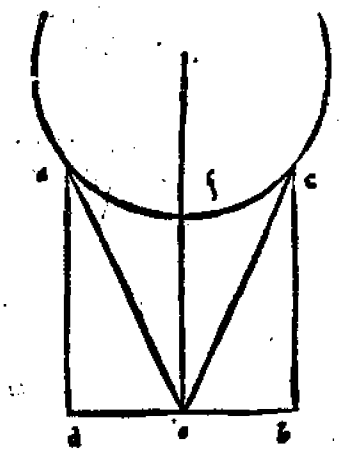
Sit ſphæra maior a c, minor uerò e l, circa idem centrum h, oculus uerò ſit b & connectatur b a h, et ab ipſa ſphæra refringatur uiſus b c d, dico q; uiſus refractus à minori ſphæra in d. neq; per c, neq; extra ipſum c cadit. Cadat enim prius ſi poſsibile eſt per c & refringatur à minori ſphæra in d, & ſit b e d, & connectatur ab h in c & refringatur in k. Igitur h c k, biſariam ſecat eum qui ſub b c d, angulum: quoniam ipſos b c d angulos æquos ad circunſe rentiam propter refractionem efficit. Idq; propterea iam quæ ab h in e connexa recta linea & extenſa angulum ſub b e d biſariam ſecat. Secet ſitq; h e f. Quoniam angulus cõprehenſus ſub b c d, angulo comprehenſo ſub b e d maior eſt, & dimidius dimidio maior eſt qui ſub b c k, eo qui ſub b e f: eſt autem & minor, quod eſt impoſsibile: uiſus ergo à minori ſphæra refractus per ipſum c minimè ueniet. Supponantur rurſus eadem, & à minori ſphæra refractus uiſus b e d, extra ipſum c cadat, & b e ſecet maiorem ſphæram in f. Viſus iam ab ipſo f, refractus in b f k, non coincidet ipſis c d, hoc inquam, patet. Ipſi igitur e d, coincidat in k. Igitur b f k, uiſus refractus à maiori ſpeculo ipſum aſpicit k & ipſe b e k: refractus à maiori ſpeculo ipſum aſpicit k, hoc inquam, ſuperius impoſsibile patuit. Intra igitur e a, cadit uiſus refractus à maiori ſpeculo in d. Similiter quoque oſtendetur, & quæ ab altera parte idem efficiens. Sub minori igitur angulo ſpectatur eo qui ad b facto à minori ſpeculo quàm à maiori, minus igitur apparet ſimulacrum à minori ſpeculo.



Theorema uigeſimumtertium.

IN curuis ſpeculis ſimulacra conuexa ſpectantur.

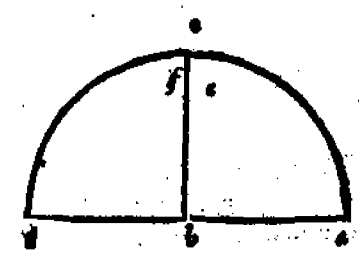
Sit curuum ſpeculum a c, oculus autem ſit e, uiſus uerò refracti e a, e c, in d b, at f e, ſit in ſeipſum refractus, hoc eſt in e. Igitur uiſus iam maiores ſunt qui longiores: minimi uerò qui circa medium, hoc eſt f e: ſpectatur igitur propius a ſpeculo magis e, longius uerò b, & d, quare totum curuum ſpectatur.



Theorema uigeſimumquartum.

IN cauis ſpeculis ſi in centro oculus poſitus fuerit, ipſe tantum oculus ſpectatur.

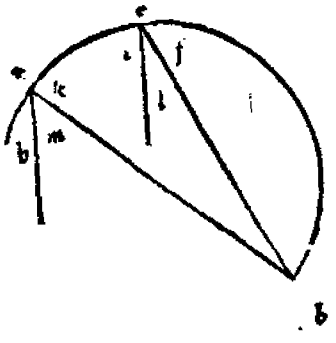
Eſto cauum ſpeculum a c d, cẽtrum autem ipſius ſit b, uiſus uerò ſint b a, b c, b d. Igitur angulus e æqualis eſt ipſi f, igitur uiſus b c refractus ueniet in b: ſimiliter quoq; & reliqui, ipſum igitur tantum b, ſpectatur.



Theorema

Theorema uigeſimumquintum.

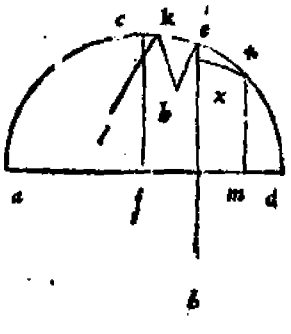
IN cauis ſpeculis ſi in circunferentia aut extra circunferentiam oculus poſitus fuerit, oculus non ſpectatur.



Eſto cauum ſpeculum a c b, & oculus ponatur in circunferentia ipſius, & ſit b, aſpectus autē procidāt b a, b c & refringātur: igitur angulus m b a angulo k maior eſt, et e l ipſo f. Quare non refringuntur b a, b c uiſus in b oculum. Si in oculum refringuntur, anguli æqui ad ipſa a c, ſigna. Oſtēdetur autem & quod ſi extra circunferentiam ſit oculus, idem eueniet: ſcilicet quòd non ſpectabitur oculus, quippe quoniam in ipſum non fiunt refractiones.

Theorema uigeſimum ſextum.

IN cauis ſpeculis ſi extendatur dimetiens ſphæræ, ex centróq; ad angulos rectos ducatur, & in altera parte poſitus fuerit oculus, nihil eorum quæ inſunt parte in aqua oculus ſpectabitur: hoc eſt neq; eorum quę ad diametrum, neq; eorum quæ extra diametrum, neq; eorum quæ in diametro.

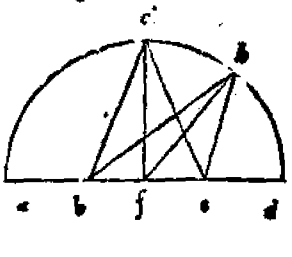


Sit cauum ſpeculum a c d, dimetiens autem eſto ipſius ſphæræ a d & ipſi a d ad angulos excitetur rectos ab ipſo f ipſa f c circulus, aut c m eſto b extra ipſum diametrum, uiſus autem ſit b e. Igitur uiſus b e, refractus non ueniet in b, neq; in f. In æqualibus nanq; angulis refringitur. Veniet igitur ſicut e h. Similiter quoq; & ſi introrſum cadat oculus ſicut b, ſiue in diametro, ſicut m, refracti autem uiſus ſicut h k, m n: uenient enim ſicut k l, n x. Igitur eorū quæ in ea ſunt parte in qua oculus ſpectatur nihil, neq; eorum quæ in diametro, neq; eorum quæ extra diametrum, neq; eorum quæ introrſum.

Theorema uigeſimum ſeptimum.

IN cauis ſpeculis ſi in dimetiente ponantur oculi æqualiter diſtantes à centro, nullus ipſorum oculorum ſpectabitur.

Sit cauum ſpeculum a c d, dimetiens uerò ſit a d, centrum autem ſit f, ad rectos angulos ſit f c, oculi porrò ſint b e à centro æqualiter diſtātes, uiſus autem b c, igitur refractus ueniet in e: in æqualibus enim angulis refringitur, alius autem nullus ibit ut b b. Connectantur b e, h f, igitur angulus qui ſub b h e bifariam ſecabitur ab ipſa f h, et proportionale erit ſicut b h ad h e ſic b f ad f e, quod eſt impoßibile. Nam b h, ipſo h e maior eſt, & b f, ipſi f e eſt æqualis, nullus igitur refractus ueniet ex b in e: unus igitur uiſus refringetur in utroq; oculorum, & ipſe non ſpectabitur. Nam b c, extenſa ipſi b d, non concurrit ad partes c d, apparebat autem unumquodq; propter ſpectatorum congreſſum, neq; e c, ipſi e a ad partes c a, concurrit. In cauis neq; ſpeculis unumquodq; ſpectatorum per ex ſpectato in centrum ſphæræ ductam rectam lineam ſpectatur.

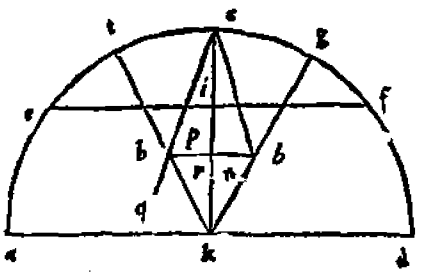


Theorema uigeſimum octauum.

IN cauis ſpeculis ſi eam quę ex centro bifariam ſecans, & ad angulos rectos educens quis ponat oculos æquè diſtantes in ea quæ ex centro, ponatur autem uel per medium diametri & eius quæ ad rectos angulos, uel in ipſa quę ad rectos angulos, ipſorū oculorum nullus ſpectabitur.

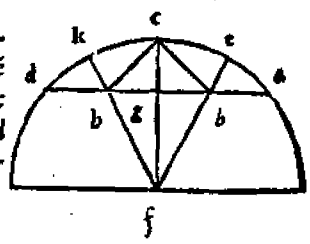
Eſto

Esto cauum speculum a c d, dimetiens autem sit a d, centrum sit k, & quæ ad rectos angulos k c, secetur per 10 primi elementorum bifariam in p, super e a uerò ad angulos rectos esto e p f, et oculi intra diametrum a d & e f, sint b h, in parallelis e f, b h, æquè distantes ipsi k c, uisus uerò esto b c refractus in h: æquos igitur efficit angulos ad circunferentiam, quippe quoniam f e, ipsi b h parallelus est, & b n ipsi n h, est æqualis, & connexæ k b, k h extendantur, extendatur autem & c b in q, & quoniam b c maior est ipsa b k maior est angulus r angulo i. Quare & qui sub c b h, maior est eo qui sub h b k, hoc est eo qui sub h b k, igitur b c, ipsi k h, non concurrit. Igitur ipse b non spectabitur: propter congressum nanque ipsorum b c, k h spectatur.



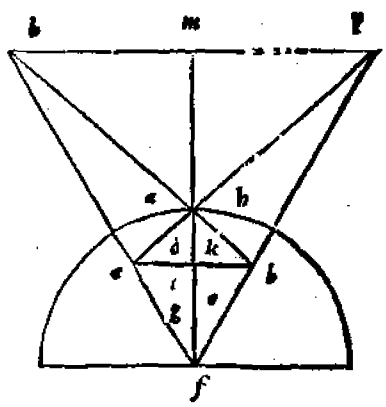
Aliter.

Sint rursus eadem qui supra, sed b h oculi sint in bifaria, & ad angulos rectos secta ea quæ ex centro a d: quoniam igitur æqualis quidē est b c, ipsi b f & e h ipsi f h, parallelus igitur est b c, ipsi f h. Igitur b c uisus non concurrit ei quæ ex centro in spectatum, hoc est ipsi f h ad partes, h c: quare oculus h non spectatur, spectabitur nanq; propter ipsorum b c f h congressum.



Aliter.

Sunto rursus eadem, in superiori uerò ipsius bifariæ sectionis ponātur oculi b c, æquè distantes ab ea quæ ex centro, hoc est f a. Dico iam b c ipsos spectari, & ea quæ sunt dextra sinistra, & quæ sunt sinistra dextra, & simulacrū maius ore & interuallum à speculo maius habens simulacrum: esto enim b a, uisus refractus & connectantur à centro f ad b c ipsæ f b, f c, & extendatur b a. Quoniam igitur bifaria sectio est g maior est b f ipsa b a, & angulus k angulo e: æqualis autem est k ipsi d: maior igitur est e t d ipso e: coincidunt igitur ipsæ f b, c a, extensæ concidant in p. Id propterea iam b a, f c concurrunt in h, spectabitur igitur ipsæ quidem c, in b, & b in p & dextra quidē sinistra, & sinistra dextra apparent. Sed maior esto h p ipsa b c, paralleli enim sunt: simulacrum igitur maius apparet, & magis à speculo distans, maior est enim m a ipsa a l.

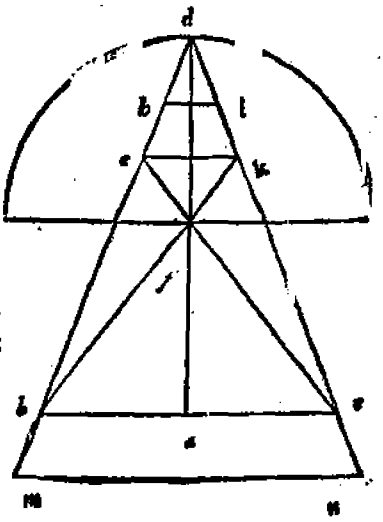


Theorema uigesimum nonum.

SI uerò extra diametrum ponātur oculi, ea quæ dextra sūt dextra, & quę sinistra sunt, sinistra spectantur, & simulacrum minus spectato, & in eo quod medium inter spectatum & speculum.

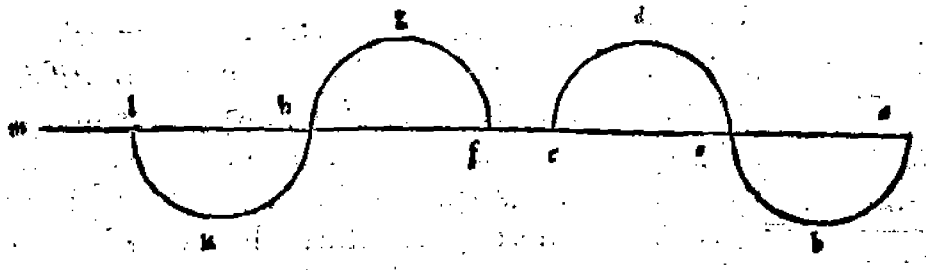
Esto, inquam, oculi b c, centrum autem sit f, ipsius speculi: et ipsi diametro ad angulos rectos esto a f d, et huic ad angulos rectos b c & ipsi b a, æqualis esto a c, et uisus sit b d, refractus in c, & per centrū ipsæ b f k, c f e, & ab ipsis e k, cōnectatur e k, igitur b in k apparet & c in e. Igitur quæ dextra sunt dextra, et quæ sinistra sunt sinistra spectantur, et simulacrū e k, minus est ipso b c spectato, parallelus nanq; est e k ipsi b c, & circa medium speculi, & spectate apparet simulacrum.

Deducto autem spectato, & eo minus apparet simulacrum



trum sepositum ab ipso b c, positum, similiter igitur ab ipso m in f, centrum connexa & extensa superius cadit in k sicut l: quæ uerò ab n in f superius in e, usque h. Igitur m n spectatur sicut b l & minus est b l, ipso e k & speculo propinquius.

Theorema trigesimum.



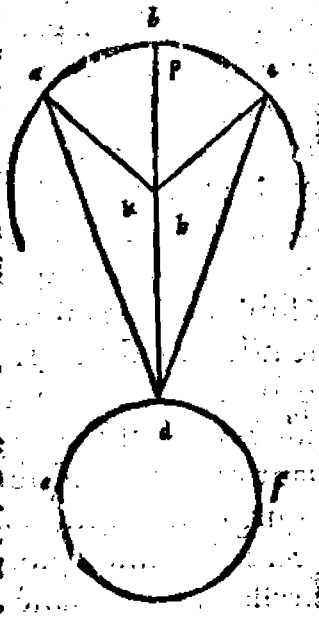
SPeculum cõstruere est posſibile, ut in ipso spectentur plures facies, & maiores, & minores, & aliquæ propius, & aliquæ lõgius, & aliæ dexteræ, & aliæ siniſtræ.

Sit enim planum a m, igitur in hoc fieri possunt conuexa specula sicut a b c, h k l. Caua autem qualia sunt c d e, f g h, plana porrò qualia sunt e f, l m, posita uerò facie sicut g spectantur à planis æqualia simulacra æquè distantia, à conuexis uerò minora & minus distantia, à cauis porrò omnino sicut manifestum est.

Theorema trigesimum primum.

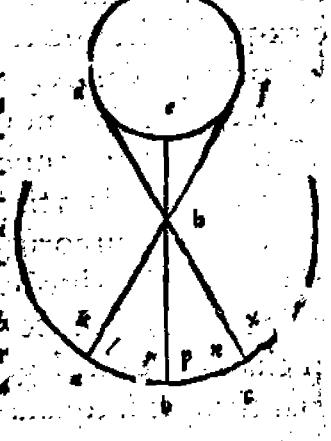
EX cauis speculis ad solem positis ignis accenditur.

Esto cauum speculum a b c, sol autem sit e f, centrum autem speculi sit b, & à quodam signo d connexa quidem in b centrum d b, extendatur in b. Incidat autem d c acta & refracta in k, refringetur autem super b centrum. Angulus enim qui ad p, circunferentiam minor est eo qui ad circunferentiam sub b c d, & sit a h circunferentia æqualis ipsi b c, & ab ipso d alia acta cadat ut a, manifestum igitur quod refracta c d acta cadit in h, quippe quoniam circunferentia a b æqualis est ipsi b c, similiter autem ostendetur quòd omnes ab ipso d incidentes in speculum & æquos suscipientes in idem coincidunt ipsi b k super ipsum b.



Aliter.

Esto rursus cauum speculum a b c, sol autem sit d e f, & à signo quodam e per b centrum sit e b b & a b d f, sint d b c, f b a, igitur demonstratum quidem quòd quæ ex e actæ concurrunt in se ipsas per p r, angulos æquos existentes, diametri enim sunt. Quæ uerò a b f in h à per k l angulos. Quæ uerò a b d in b c, quoniam n x anguli sunt æquales, quod autem omnes in se ipsas refringuntur, manifestum: ex centro nanque existentes semicirculos faciunt: qui uerò in semicirculis anguli sunt æquales, per uigesimamseptimam tertij elementorum, per æquos enim angulos fiunt reflectiones, in se ipsos igitur refringuntur. omnes igitur coincidunt quæ ab omnibus signis in eas quæ per centrum & in centro aguntur. his igitur actis, calefactioq; circa centrum ignis colligitur, quare ibi stupa apposita accendetur.



Catoptrices, hoc est de imaginibus quæ in speculis

FINIS.

BARTHO-

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS IOANNI ZAMBERTO VENETO, FRATRI *humaniſſimo, ſalutem perpetuam.*



VVM me iam pluribus annis hiſce mathematicis diſciplinis mirũ in modũ delectari tibi exploratiſsimũ eſſet, Ioannes frater chariſsime, cũq; ſepius, me quaſi ad pugnã prouocãs, aliqua abſte mechanico artificio ſtructa oſtẽderes, quæ optices, hoc eſt perſpectiuæ ſpeculationibus cõpacta plurib. lineis ſeſe inuicẽ diſpeſcẽtibus, multiplicibusq; angulis, mirandã ingenij tui ſolertiã altamq; indaginem præ ſe ferrẽt: efficere nõ poteram quin etiã theoremata maximè nõ comprobarẽ: quãdoquidẽ niteris lineis & angulis efficere, ut ea quæ plana ſunt, quãdoq; cõuexa: at quãdoq; ſeſe in intima penetralia extẽdere, aliquãdo uerò ſolida & trib. dimenſionibus conſtare uideãtur. Cuius quidẽ diſciplinę rationẽ quandoq; cùm apud Socraticũ Euclidẽ in uetuſtiſsimis & tineis ac carie cõtritis Grecis codicib. legerẽ, quodã ſtupore perfuſus, hominis ingeniũ arduũ & ſublime inde dijudicans, opus illud mira ſolertia, ſed maximo ſtudio nõ legi, ſed relegi trãſcripſiq; pariter, ut tãta doctrina quoq; inter noſtros codices ſumma ueneratione ſeruata reperiri poſſet. Quodquidẽ opuſculũ cum quãdoq; tibi demõſtraſſem, auidiſsimè, ut qui hiantibus faucib. ſtibundi fontis frigidam aquã æſtiuis ardoribus ingurgitãt, petijſti, ut illud tibi Latinũ efficerẽ, exiſtimãs eſſe aliquid cęteros homines quos diuerſa inutilia oblectamẽta iuuãt diſciplinis excellere. Quod ſanè ut tuis uotis frater chariſsime ſatisfactũ eſſet, quaſi ocio deditus ex Euclidea interpretatione illa laboris plena, ſedulò curaui, opusq; ipſum ſublimi, & mirãdo iudicio ab Euclide ipſo exquiſitũ Latinũ feci, ut tibi ſatisfaciẽdo, cõmuni quoq; ſtudẽtiũ utilitati conſulerẽ. Quod ſanè opuſculũ tibi id propterea deſtino, ut tibi neceſsitudinis noſtræ amoriſq; & beneuolẽtiæ ſit exploratiſsimũ pignus, tu quia hiſce ſtudijs & ſpeculationib. delectaris: idq; propterea iure quodam tibi id opus deſtinari debet, quãdoquidẽ ea illis ſunt dedẽda, qui eorũ peritiã tenent. Sub tuo igitur nomine perſpectiua Euclidis in lucẽ ueniet, ex Grecorũ illis diſciplinarũ ingeniorũ & doctrinæ mũdæ & caſtigatæ plenis ſcrinijs eruta. Cæterũ tu frater chariſsime hæc leges, uidebisq; quantum fuerit Euclidis iudiciũ, quantũ ingeniũ, quãta doctrina, ut hæc optica theoremata eo examine ſtruxerit, ut eorũ nullũ rectè ſentiẽtes negare poſsimus, in quib. ſi quid fortaſſe cõperies minus obuiũ & tibi notũ, teſtatim ad elementorũ ſpecularia & apparentiũ Euclidis doctrinã conferes. inde nãq; omnia tibi plana fiẽt, & luce meridiana clariora. uerùm ne me Criſpini ſcrinia lippi cõpilaſſe putes, uerbũ nõ amplius addam. Vale XI. IV. XIX. elemento cõciliatę diuinitatis. Venetijs VI. Calẽd. Octobr.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI PLATONICI, INSIGNISQVE *mathematici, incipiunt Optica, ex traditione Theonis, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.*



STENDENS ea quæ per uisum consolationis gratia nonnullos induxerunt, ratiocinatus est, quòd omne lumen in rectas lineas protenditur, reique huiusmodi argumentum uel maximum esse ex corporibus umbras eductas, deque foraminibus & aspectibus lucem delatam. Horum etenim unumquodque neutiquam fieret, sicut & nunc factum spectatur, nisi à sole delati radij in rectas lineas extenderentur. Itidem quoque ex ignibus nostris emissam, inquit, lucem causam esse, qua corporum adiacentium aliqua illustrantur, indeq; umbræ educuntur aliquæ quidem subiectis æquales corporibus. Aliæ uerò maiores, aliæ porrò suppositis corporibus minores. Æquales quidem emittunt umbras quæcunque lucentibus illustrantibusq; ignibus sunt æqualia. extremi nanque radij in his in parallelis conueniunt, fitque ut umbræ neque concurrentes imminuant, neque his umbræ crescant, sed sicut se habet offensio corporis, talem quoque umbræ commensurationem obtineat. Minores uerò corporibus umbræ sunt, quando illustrantes ignes maiores fuerint: extremi nanque radij in ipsis concurrunt, idque propterea umbras imminuunt. Maiores porrò corporibus umbræ sunt, quando illuminantes ignes minores fuerint: extremos nanque radios in his rotundi contingit, inumbratamque maiorem partem perficere. Id minimè fieret, nisi ab igne delati radij in rectas lineas protenderentur. Clarius quoque hoc & alijs affectibus deprehendi contingit. Lucerna etenim utcunque iacente si apposita fuerit portula subtilem habens rimulam ut ferè, proueniatq; rimula ex opposito lucernæ. Ipsi autem portulæ in alteram partem propior apponatur portula, inquam, per rimulam lux delata procidat, omnino procidentem lucem in ipsam portulam rectis contentam lineis inueniemus, connectentemq; interuallum medium inter rimulam portulamq; in eandem rectam lineam existere. Cum igitur manifestum sit quòd omne lumen in rectam lineam protenditur, & omnibus constat in recti aspectum euenire ab ipso erumpentes radios, eiusdem esse rationis, hoc est per rectas protendi lineas, hosq; in interuallis, idq; propterea ea quæ spectantur, simul tota aspici non posse, præceptionem attulit huiusmodi. Acu siquidem siue alio huiusmodi corpusculo sæpius in pauimentū delapso aliquibusq; accuratius inquirentibus, locumq; ipsum sæpius nullo corpusculū quæsitum prohibēte tangentibus, deinde rursus uisum proijcientibus ad locum in quo erat corpusculum, acū perspexerunt. Manifestum nempe quòd id quod inuentum est, neq; etiam locus in quo erat uidebatur, proinde quæsito sub aspectum exposito, loci partes omnes non spectantur. Si enim uideretur, & quæsitū quoq; aspiceretur, nō aspicitur autem. Itidem quoq; eos qui libris accuratè assistunt neq; omnes literas in margine existentes intueri posse dixi. Sæpius nanque coactos ostendere rarò descriptas literas, minimè ipsas ostēdere posse, eo quia ad omnes literas uisus non efferuntur, sed per interualla ipsos existere, ac perinde ordine expositarum literarum plures percipi non possunt: proinde manifestum est quòd neq; totus marginis locus aspicitur, itidem quoq; in alijs spectaculis euenit, quare quæcunq; spectantur simul tota non spectantur, uidentur tamen aspici ob nimiam uisuum celeritatem, nihilq; relinquentium, hoc est in continuum delatorum, minimeq; salientium. Sub uisum nanq; cadit spectatæ rei imago, ut inde motus uisus rē uisam pcipiat, causamq; has attulit. In quæsito nāq; corpore & in eo qui accuratè libro studet, dubium sumitur ut dicatur. Si imaginibus procidentibus passio uisiua gignitur, & si ab omni corpore cōtinuè imagines profluunt quæ nostros sensus commouent, qua de causa fit ut quærens acum, itidemq; librum accuratè legens omnes literas non perspicit. Eo quia quandoq; intellectu eleuantur, nihil minus ratiocinationes quærunt, sed omnino non inueniunt: sæpius autem cum alijs ratiocinantes, intellectuq; attrahentes, celerius inueniunt. Sed non omnes imagines per effectū iudicantur, & qui nam causa iudicata permanent, dixerunt, inquam, naturam esse iuxta animalia. Eorum uerò quæ sensus habēt aliqua ad receptaculum recta linea sunt constructa, aliqua uerò nō. auditum etenim & gustum & olfactum conuexa construxit intrinsecus, ut extrinsecus procidētia corpora eisdem sensus huiusmodi mouerēt,

auditui ſiquidem uox procidēs locum aptum inuenire debet ut permaneat, ac ne ut obtigerit è ueſtigio tranſiliat, ſed ſenſum immobilem ſeruet, ac delatam uocem confundat. Similiter quoq; & olfactum. at de guſtu aliquid dicere oportet, et maximè quomodo ipſi ſenſus conuexi, & in ſpeluncæ ſimilitudinem ſint conſtructi: ad hoc, ut procidentia corpora plurimo tempore permaneant, & in uiſu quoq; igitur ſi extrinſecus eidem ceciderint ipſum corpora mouentia, & non ab ipſo in eadem aliquid ſit emiſſum, illius conſtructionem conuexam bene q; compoſitam, ad receptaculum corporum præcedentium eſſe oportuit: nunc autem ſpectatur hoc non ſic ſeſe habens, ſed potius ſphæricus uiſus apparet, fidemq; huiſmodi efficiūt in præſentia radij effuſi, paſſionemq; uiſiuam mouentes. At de huiuſmodi ſatis dictum uidetur. Cur autem uiſui in eodem exiſtenti plano ſuperficies iacētes in rectam lineam appareant, hæc aſſeruit: quippe quoniam in eodem plano exiſtens uiſus rei uiſæ idem eſt, neq; ſublimior, neq; humilior, eo quia in eodem ſitus eſt plano: ſi igitur neq; ſublimior, neq; humilior eſt uiſus in eodem exiſtente plano circunferentia, in partes aliquas ſubliminores, & in partes aliquas humiliores radios minimè tranſfundit. Sed omnibus circunferentiæ partibus æquos per planum delatos radios tranſmittit. Quare hac de cauſa fit ut planum rectas per phantaſiam lineas relinquet, et in plano deſcriptam circunferentiam: planum etenim in rectas uiſui lineas iacens, inuiſibile ſiquidem eſt eo quia in illud nullus ab uiſu emiſſorum radiorum cadit: at illius finis ſpectatur, quæ linea eſt. Inquit enim quòd eo quia in uiſu linea manet, quæ reliquis plani partibus adiecta inuiſibile planum efficit. Eadem quoque cauſa aſſeritur de plano in rectas lineas poſito ad oculum. efficit nanq; rectas lineas relinquere phantaſiam, circunferentiarumq; in eodem plano ad oculum expoſitarum apparere, ut maior pars appareat quando plures uiſus emittuntur, æqualis uerò quando æquales, minor autem quando minores, fiunt uiſibus ſicut anguli quidem ad oculum.

Suppoſitio prima.

Supponatur ab oculo uiſus emiſſos in rectas lineas ferri, interuallumq; quoddam inuicem efficientes, & ſub uiſibus figuram comprehenſam eſſe conum uerticem habentem ad oculum, baſin uerò ad fines rerum uiſarum.

Suppoſitio ſecunda.

Ea uidentur ad quæ uiſus perueniunt.

Suppoſitio tertia.

Ad quæ uiſus non perueniunt, ea non ſpectantur.

Suppoſitio quarta.

Sub maiori angulo ſpectata, maiora apparent.

Suppoſitio quinta.

Sub minori angulo, minora uidentur.

Suppoſitio ſexta.

Æqualia uerò uidentur, quæ æqualibus angulis ſpectantur.

Suppoſitio ſeptima.

Quæ ſub ſublimioribus radijs ſpectantur, ſubliminora apparent.

Suppoſitio octaua.

Quæ uerò ſub humilioribus radijs uidentur, humiliora apparent.

Suppoſitio nona.

Et ſimiliter quæ ſub dexterioribus ſpectantur radijs, dexteriora apparent.

Suppoſitio decima.

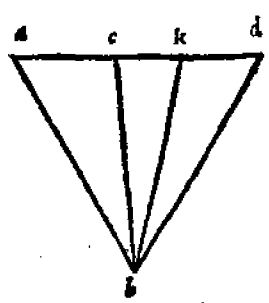
Quæ uerò ſub ſiniſterioribus radijs ſpectantur, ſiniſteriora uidentur.

Suppoſitio undecima.

Quæ ſub pluribus angulis ſpectantur, expeditius uidentur.

Theorema primum.

EOrum quæ ſub aſpectum cadunt, quicquam ſimul totū aſpici minimè poteſt.



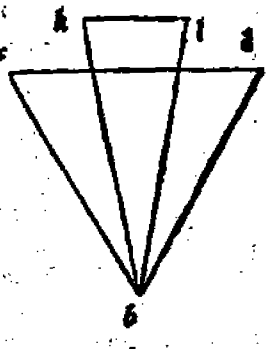
Sit nāq; uiſile quoduis a d, oculus uerò ſit b, à quo procidāt uiſus b a, b c, b k, b d. Igitur quoniā in interuallo ſerūtur procidētes uiſus nō prociderent continui ad a d, quare fient quoq; & ad a d, interualla, ad quæ uiſus non ueniunt, ea non ſpectantur per 5 ſuppoſitionem: totum igitur a d, ſimul minimè ſpectabitur, uidetur autem ſimul ſpectari uiſibus celerrimè delatis.

Theorema

Theorema secundum.

AEqualibus magnitudinib. interuallo positis, propius positæ euidẽtius spectãtur.

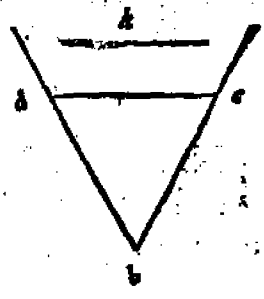
Sit oculus b, quod autem spectatur sit c d, & k l: oportet, inquã, ipsa æqualia & parallela esse, propius uerò sit c d, procidantq; uisus b c, b d, b k, & b l, non utiq; dixerimus quòd ab ipso b, oculo ad ipsam k l procidentes iisus ueniãt per c d, signa, fuerint nanq; trianguli, b k l, & b c d, ipsum k l, maius q̃ ipsum c d, atqui positũ est quòd & æquale, igitur sub plurib. uisibus spectatur c d, quàm k l, euidentius igitur apparebit c d, quàm k l.



Theorema tertium.

EOrum quæ spectantur unumquodq; longitudinem interualli habet aliquam, qua aduentante, non amplius spectatur.

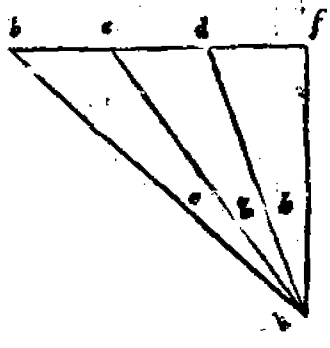
Sit, inquam, oculus n, spectatum uerò c d, sitq; in aliqua distantia, non amplius spectabitur, fiat nanq; c d, inter uisuũ intervallũ in quo k, igitur ad k nullus ab ipso b uisus procidet, id uerò ad quod uisus nõ addunt non spectatur. Eorum igitur quæ spectantur, unumquodq; longitudinem distantiæ habet aliquam, qua aduentante, non amplius spectatur.



Theorema quartum.

AEqualibus interuallis, in eadem recta linea existẽtibus, quæ ex pluri distantia spectantur, minora apparent.

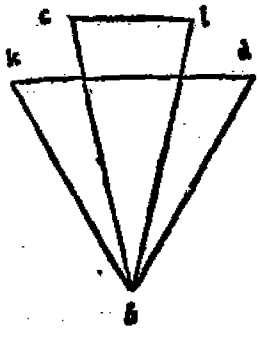
Sint, inquam, æqualia h c, c d, d f, oculus uerò sit k, ex quo procidant uisus k b, k c, k d, & k f, & k b, ad rectos subsistat angulos ipsi b f: quoniam igitur in rectangulo k b f, æquales sunt b c, c d, d f, maior est quidem angulus e angulo g, & g angulus ipso angulo b: maius igitur apparet b c ipso e d, & c d, ipso d f.



Theorema quintum.

AEquales magnitudines inæqualiter expositæ, inæquales apparẽt, & maior semper ea quæ propius oculum adiacet.

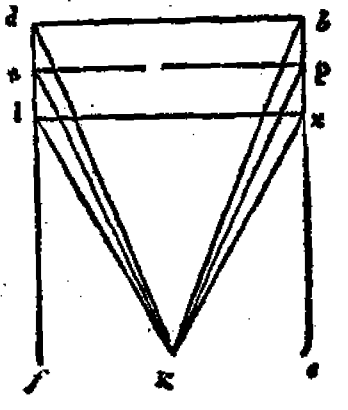
Sit æqualis c d ipsi k l, oculus uerò sit b a, quo procidant uisus b c, b k, b l, & b d, igitur d c, sub maiori spectatur angulo quàm ipsa k l: maior igitur apparet c p ipsa k l.



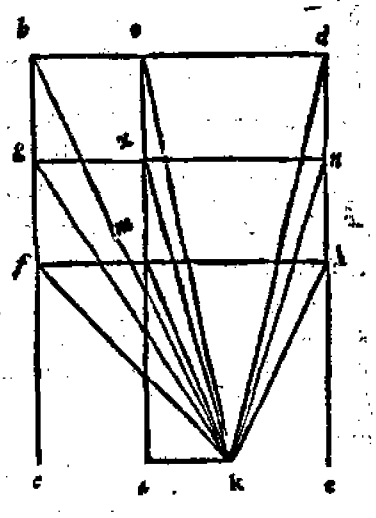
Theorema sextum.

PArallela interualla in distantia spectata inæqualis latitudinis apparent.

Sit, inquam, b c ipsi d f parallelum interuallum, oculum uerò sit k. Dico quòd b c, & d f inæquali latitudine apparet, & maius, inquam, propius interuallum remotiore, procidant nẽpe radij k x, k p, k b, k d, k n, & k l, & connectantur rectæ lineæ x l, p n, & p d. Quoniã igitur angulus qui sub x k l, maior est eo angulo qui sub p k n, maius igitur apparet ipsum x l ipso p n, atq; id propterea n p, recta linea maior apparet ipsa b d, recta linea non amplius spectabuntur parallela interualla, sed minorã, & inæqualis latitudnis: parallela igitur interuallorũ ex distantia si spectẽtur, inæqualis latitudinis apparent. Sic nẽpe in eodẽ plano spectato fuerit oculus sic. esto enim k, & excitetur per undecimam undecimi elementorum, ab ipso k ad subie

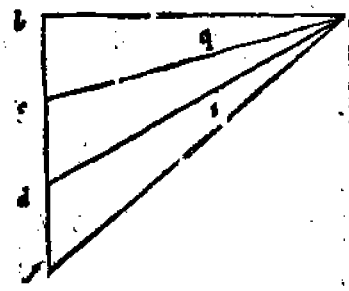


ctum planum perpendicularis k h: ab ipso autem a in f l, ipsa a m, per duodecimam primi elementor & extendatur per secundum postulatum in o, procidantq; radij K b, K g, K f, K d, K n, & K l, & connectantur per primum postulatum K m, K x, & K o. Quoniam igitur ab ipso K, sublimi in ipsum m annectitur K m, perpendicularis igitur est in ipsam m l, per duodecimam primi elementorum: similiter iam & K x, in ipsa g n, & ipsa K o, in ipsa b d. Igitur triangula K m l, K x n: K o d, rectangula sunt, & aequalis est ipsa quidem x n ipsi m l, parallelogrammum, in quam, est ipsum m n, utraq; ipsarum x K, K n, maior est utraque ipsarum m K. K l, maior igitur est & angulus qui sub m K l, eo qui sub x K n. Quare & tota f l, tota g n maior apparet, idq; propterea & l s, ipsa b d, inaequalis igitur latitudinis ipsae magnitudines apparent.



Theorema septimum.

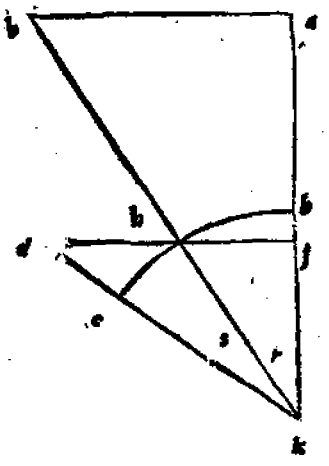
IN eadem recta linea aequales magnitudines remotius inuicem positae, inaequales apparent.



Sint aequae magnitudines b c, & d f, oculus uero sit K, & ab ipso K, oculo procidat uisus K b, K c, K d, K f, rectus uero sit angulus qui sub K f b, igitur angulus s angulo q maior est, quare & d f ipsa c b, maior apparet. Igitur ipsae d f & b c magnitudines inaequales apparent.

AEquales magnitudines inaequaliter expositae interuallis, proportionaliter minimè spectantur.

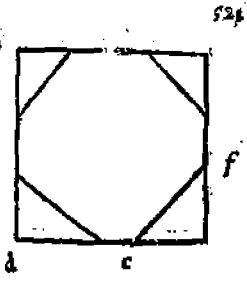
Esto enim b c ipsi d f aequalis, & ei parallelus apponatur, K oculus, & ab ipso procidant radij, K f c, K h b, K f, & K c d: quorum K c, ipsi b c, esto ad angulos rectos. Dico iam quòd ipsae b c, & d f magnitudines ipsis c K, & K f, interuallis proportionaliter minimè apparent. Quoniam enim angulus qui sub d f K, rectus est, acutus igitur est angulus qui sub f K h, quare & ipsa h K ipsa K f maior est, centro igitur K, interuallo uerò K h, per tertium postulatum circulus descriptus extra ipsam K f cadit, describatur & esto e h g: & quoniam h d K, triangulum maiorem habet rationem ad h K e, sectorem, quàm f b K, triangulum ad g b K, sectorem: uicissim igitur h d K, triangulum ad f h K, triangulum maiorem habet rationem, quàm e h K, sector, ad g b K sectorẽ. Cõponendo igitur per decimãoctauam quinti elemẽtorũ triãgulũ f d K, triangulum f h K, maiorem habet rationem, quàm e g N sector, ad g b K, sectorem, sed sicut f d K triangulum, ad f h K triangulum, sic d f ad f K: sicut autem g e K, sector ad g h K, sectorem, sic qui sub d K f angulus, ad eum qui sub h K f angulum. In maiori ergo ratione est d f ad f h, quàm s r angulus ad r angulum. Sicut autem d f ad f h, sic c K, ad K f, & K c, igitur ad K f, in maiori est ratione quàm s r angulus ad r angulum, at ex angulo s r, spectatur d f: ex r uerò angulo spectantur b c. Igitur magnitudines interuallis proportionaliter minimè spectantur.



Theorema

Theorema nonum.

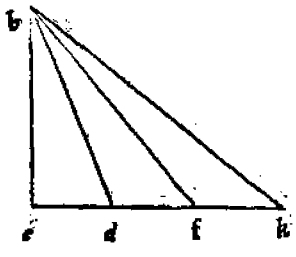
REctangulę magnitudines ex interuallo ſpectatæ, circunductæ apparent.



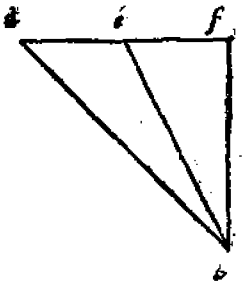
Sit rectangula magnitudo b c ex interuallo ſpectata, igitur eorum quæ ſpectantur unumquodq; longitudinem habet aliquã interualli, quæ aduentante nõ amplius ſpectatur, ſicut per 3 theorema apparet, igitur angulus c non ſpectatur. At ſigna d f, ſolũ apparent. Similiter etiam & in unoquoq; reliquorũ angulorum hoc eueniet, quare totum circunductum apparebit.

Theorema decimum.

SVb oculo poſitorũ planorum, quæ remotiora, ſublimiora apparent.



Sit, inquam, oculus b ſuper ipſo c k plano, à quo oculo procidant radij, b c, b d, b f, & b k: perpendicularis autem eſto per 11 undecimi elementorum b k ad ſubiectum planum. Dico quòd c d ipſo d f ſublimius apparet. Igitur ipſo quidem c d, ipſo d f ſublimius apparet, & f d ipſo f k: quæ uerò ſub ſublimioribus radijs ſpectantur, ſublimiora uidentur, ſicut per ſuppoſitionem ſeptimam per ſpectiuæ apparet.



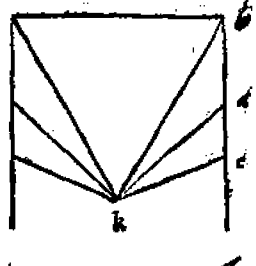
Theorema undecimum.

PLanorum ſuper oculo poſitorum, quæ remotiora, humiliora apparent.

Sit oculus b ſub ipſo d f plano poſitus, à quo exeuntes radij procidãt ut b c, b d: et b f humillima omniũ quæ ex b ad ipſum d f prodeũt, planum eſt ipſa b d, & b c etiam ipſo b f humilior eſt. Sed per b d, & b c, radios ſpectatur ipſum d c, & per b c & b f, ſpectatur ipſum c f; ipſum igitur d c humilius ipſo c f ſpectatur.

Theorema duodecimum.

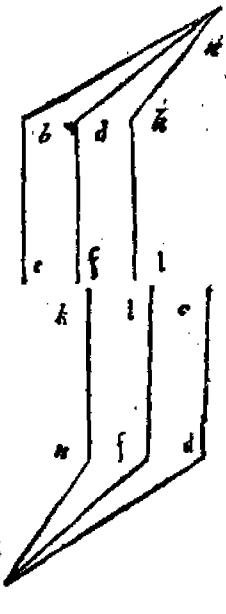
QVę obijciuntur lõgitudinem habẽtium quæ ſunt in dextris, in ſiniſtra procedere uidentur: quæ uerò in ſiniſtris, in dextra.



Sint enim ſpectata b c, d f, oculus uerò ſit k: à quo procidant uiſus k c, k a, k b, k f, k g, & k d. Igitur ipſum d in ſiniſtram magis quàm g. ſimiliter quoq; b dextrorſum magis quàm a uidetur procedere. Quare quæ obijciuntur longitudinem habentium quæ in dextris ſiniſtrorſum & quæ in ſiniſtris dextrorſum uidentur procedere.

Theorema decimumtertium.

AEqualium magnitudinum ſub oculum poſitarum, quæ longè poſitæ ſunt, ſublimiores apparent.



Sint enim æquæ magnitudines b c, d f, k l, ſub oculum n poſitæ, & ab ipſo n oculo procident radij n b, n d, n k, igitur ſublimior eſt n b, reliquis radijs, quare & b ſignum. igitur b c ipſa d f, ſublimior apparet, & d f ipſa k l: æqualium igitur magnitudinum ſub oculum poſitarum, quæ longè poſitæ ſunt, ſublimiores apparent.

Theorema decimumquartum.

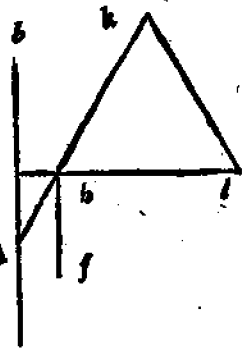
AEqualium magnitudinum ſupra oculum poſitarum, quæ longè poſitæ ſunt, humiliores apparent.

Sint æquæ magnitudines k n, l f, c d, ſuper oculum poſitæ, quæ ſit et ab b

ipſo b oculo procidant radij b n, b f & b d. Igitur humilima eſt b d, quare & d ſignum. Ac per hoc c d, humilior apparet ipſa l f, & l f ipſa k n.

Theorema decimumquintum.

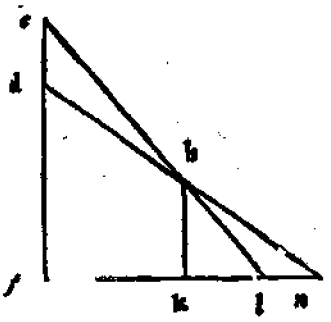
EOrum quæ ſub oculū poſita ſunt, quę ſeſe inuicem excedunt adhęrente oculo maiore ſupra ſpectatum maius apparet, recedente uerò minore minus.



Sit nempe maius b c ipſo b f, ponaturq; ut oculus ſit k, ſemper ipſa b c, & b f, procidatq; radius per b, ſitq; k d, igitur b c ipſo b f maius apparet ipſo b d. æquum enim apparebat b f ipſi d c, quoniā iam ſub eodem oculo k & radio k d aſpiciebatur. Rurſus iam permutetur oculus k, ſitq; oculus in l & p h, procidat radius l n, igitur rurſus b r ipſo b f maius apparet ipſo b n minore, igitur ipſum b c, ipſum b f, uidetur excedere abeunte oculoq; adhærente.

Theorema decimumſextum.

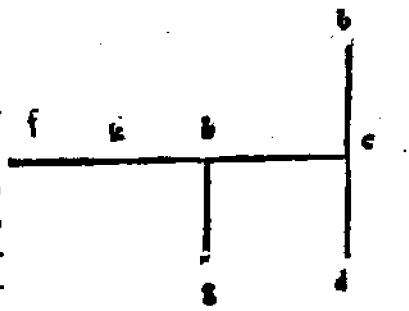
QVæ ſeſe inuicem excedunt inferius oculo poſito, adhęrente oculo minore minus ſuper ſpectatum apparet, recedente uerò maius maiore.



Eſto, inquam, maius b f ipſo b k, & oculo l inferius poſito cadat radius l c: per b, igitur b f ipſo b k maius apparet ipſo c b. Immutetur iam l oculus, ſitq; oculus n, cadatq; radius n d, per b igitur rurſus b f ipſo b k maius ipſo b d apparet. Adhærente igitur oculo minore maius, & recedente maiore ipſum b f, ipſum b k uidetur excedere.

Theorema decimumſeptimum

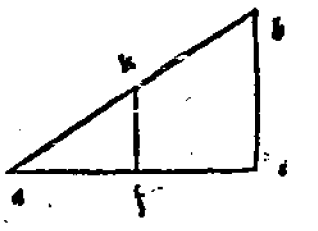
QVæcūq; ſeſe inuicē excedūt, oculo poſito in recta linea minori magnitudine exiſtēte, adhęrēte et recedēte oculi æquali ſemper ſuperius ſpectatum minus uidebitur excedere.



Excedat, inquam, b d ipſum b g ipſo b c & connexa c b per 2 poſtulatum extendatur, ſitq; oculus in f. Igitur ab ipſo f radius procidens per f c, annectetur. Rurſus iam permutetur oculus in k, igitur per hoc ab ipſo k oculo rādius procidens per k c annectetur, eodem igitur excedet b d, ipſum b g & adhærente & recedente oculo.

Theorema decimumoctauum.

DAtam altitudinem cognoſcere quanta ſit.

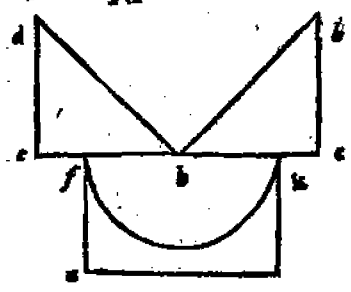


Sit, inquam, quam oportet cognoſcere, quanta ſit data altitudo b c, cadatq; radius ſolis ab ipſo b ut b d, igitur umbra erit ut c d. capę magnitudinem quampiam notam, ſitq; k f annectaſq; per trigeſimamprimam primi elementorum ſub angulo d, parallelum b c. Igitur eſt ſicut d c ad c b, ſic d f ad f k, & nota eſt ratio ipſius d f, ad ipſam f k, nota igitur eſt ipſius d c ad c b ratio. Sed d c umbra non eſt ipſa, igitur c b altitudo nota eſt.

Theorema decimumnonum.

SOle non apparente datam altitudinem quanta ſit cognoſcere.

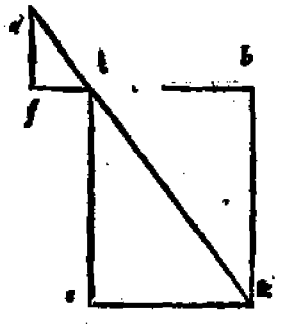
Sit quam cognoscere conuenit quanta sit data altitudo b c, exponaturq; speculum h a, oculus uerò sit d, & ab ipso procidat radius d h, refringaturq; ut h b, ſiniens, & ab ipso d oculo perpẽdicularis d f agatur per duodecimam primi elementorum. Igitur anguli qui ad h ſunt æquales adinuicem, hoc enim oſtenſum eſt per primum theorema ſpeculariæ, ſed angulus ad c, eo qui ad f, eſt æqualis per 4 poſtulatum, rectus enim eſt eorũ uterq;. Reliquus igitur angulus qui ad b, reliquo qui ad d eſt æqualis. Quare triangulum b c h, ipſi d h f, triangulo ſimile eſt per primam diffinitionem 6i elementorum. Eſt igitur ſicut h c ad c b, ſic h f ad f d. Ipſius autem f h ad f d ratio nota eſt, & ipſius igitur h c ad c b, ratiõ nota eſt: at nota eſt c h, nota igitur & c b altitudo.



Theorema uigeſimum.

DAtam profunditatem quanta ſit cognoſcere.

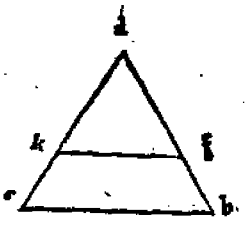
Eſto, inquam, profunditas quàm oportet quanta ſit cognoſcere b k, ponaturq; oculus d, procidatq; radius d l k in deiectum, excitenturq; per 31 primi elementorum ab ipſo d ad ipſam b k ipſa d f, quoniam parallelus eſt b k ipſi d f, procidit q; d k, angulos igitur per uigeſimamnonam primi elementorum b k l, & l d f, inuicem efficit æquales: ſunt autem qui ad l ad uerticem inuicem æquales, per decimamquintam primi elementorum, reliquus igitur angulus reliquo angulo eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt b k l triangulum ipſi l d f triangulo: eſt igitur ſicut l f ad f d, ſic l b ad b k. Data autem eſt ratio ipſius l f ad f d. Data igitur eſt ratio & ipſius l b ad b k. Data autem eſt l b. Data quoq; eſt ipſa b k.



Theorema uigeſimumprimum.

DAtam longitudinẽ quãta ſit cognoſcere.

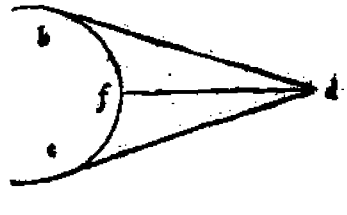
Eſto enim quam quanta ſit cognoſcere oportet data longitudo b c, ponatur oculus d, à quo procidant radij d b, d c, & ab ipſo f, excitetur, per trigeſimamprimam primi elementorum ad ipſam b c, ipſa f k: igitur eſt ſicut f k ad k d, ſic b c ad c d, nota autem eſt ratio ipſius f k ad k d: nota igitur & ipſius b c ad c d ratio, & nota eſt c d, nota igitur eſt et c b.



Theorema uigeſimumſecundum.

SI in eodem plano, in quo & oculus, circuli ambitus poſitus fuerit, recta linea ipſius circuli ambitus apparebit.

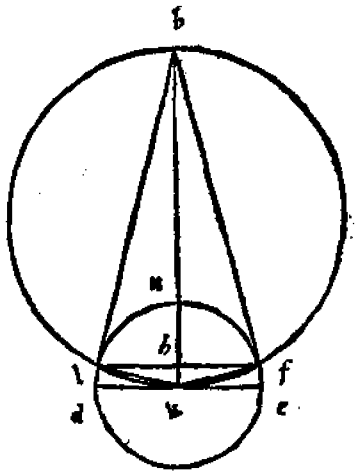
Eſto, inquam, ambitus b c, oculus uerò ſit d, in eodẽ exiſtens plano ipſi b c, à quo procidant radij d b, d f & d c. Igitur quoniam per primum theorema eorũ ſub proſpectum cadunt nihil ſimul ſpectatur, nequaquam apparebit f b, ambitus, ipſa igitur f b, ſigna in rectam eſſe lineam uidebũtur, ſimiliter quoq; & f c, tota igitur b c circunferentia recta linea uidebitur.



Theorema uigeſimumtertium.

SPhæra utcunq; inſpecta ab uno oculo minus ſemper hemiſphærio cernetur, ipſum uerò ſpectatum ſub ſphæræ circulo comprehenſum apparet.

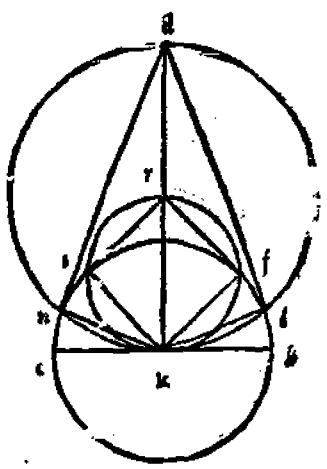
Sit enim ſphæra cuius centrum ſit k, oculus autem ſit b, & connectatur per primum poſtulatum b k, & per 11 primi elementorum ei ad angulos excitetur rectos per k ipſa c k d & extendatur per b k, planum c k d, efficiet, inquam, in ſphæra circulum, efficiat iam ipſum c d l n f, circum uerò k b dimetiẽtem circulus deſcribatur, & per primum poſtulatum connectantur k f, f b, b l, l k, & igitur quoniã per 31 tertij elementorum, angul: qui ſub k f b, b l k recti ſunt, quoniam in ſemicirculis ſunt, & ex centro k f & k l in uno ſigno tangunt b l, b f, ipſam ſphæram. Igitur ab ipſo b oculo procidentes radij in ipſas b f, b l, procidunt. Et quoniam uterq; qui ad h, ſunt angulorum rectus eſt, eò quia c d, ipſi f l, parallelus eſt, & f h, ipſi h l, eſt æqualis per tertium tertij elementorum, ſi iam manente ipſa h b ipſum h f b, triangulum circunducatur in idem, rurſus reuoluetur unde cœperat circunduci. At b f, circumacta in uno ſigno ſphæræ ambitum tangit per correlarium 16 tertij elementorum, hoc eſt in f, & circulus erit deſcriptus per f l ſigna, quare ſub circulo id ſphæræ quod ſpectatur contentum, uidetur & minus hemiſphærio: ipſum itaq; f in l, minus eſt hemiſphærio. Quare & ab oculo ſpectatum minus eſt hemiſphærio.



Theorema uigeſimumquartum.

OCulo ad ſphæram propius accedente, ſpectatum minus eſt, putabitur autem maius uideri.

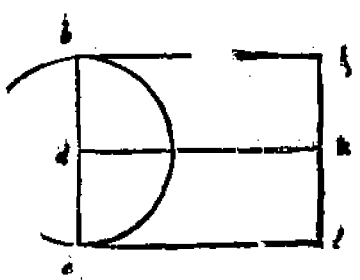
Eſto enim ſphæra cuius centrum ſit k, & ab oculo d in centrum connectatur d k, & per k, per 11 primi elementorum excitetur b c, circum uerò d k circulus deſcribatur, per 3 poſtulatum, & per ſecundum poſtulatum connectantur d n, n k, d l, l k, igitur recti ſunt qui ad l n, anguli: quoniam l n ſemicirculus ſunt, per 31 tertij elementorum. In unum igitur contactum tangunt ipſæ d l, d n, ipſam ſphæram per correlarium 16 tertij elemẽtorum. Ipſi igitur ab ipſo d, oculo procidentes radij per d l & d n cadũt. Rurſus remoueatur oculus, & ſit in r & circum ipſum r, per 3 poſtulatũ circulus deſcribatur, & per ſecundũ poſtulatũ connectantur r f, f k, r s, s k: igitur ipſo r f, r s, in uno ſigno ipſam tangunt ſphæram per correlarium 16 tertij elementorum, & ab ipſo r oculo procidentes radij ut r f, r s cadunt. Quare ſub angulo r ipſum f s, & ſub angulo d ipſum n f s l, ſpectatur, ſed f n s l, ipſo f s, maius eſt: apparet autem minus. angulus enim qui ad r maior eſt eo qui ad d eſt angulo per 20 tertij elemẽtorum: quæ uerò ſub maiori ſpectantur angulo per 4. ſuppoſitionem optices maiora uidentur: maius ergo apparet f s, ipſo n f s l, eſt autem minus.



Theorema uigeſimumquintum.

SPhæra binis ſpectata oculis, ſi dimetiens ſphęræ æquus fuerit rectę lineę diſtanti ab oculis, ipſius hemiſphæriũ ſpectabitur.

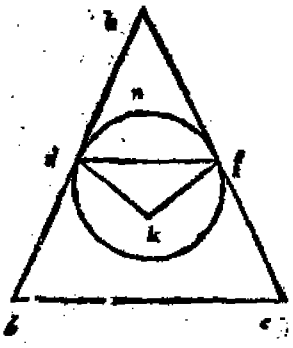
Sit ſphæra cuius dimetiẽs ſit b c, et ab ipſo b c per 11 primi elementorũ excitentur ad angulos rectos b f, c l, et ab ipſo f ad ipſam b c, per 31 primi elemẽtorum excitetur f l, et ponatur oculus unus in f, alter uerò in l: ab ipſo uerò cẽtro d, per 31 primi elemẽtorũ ad ipſã b f parallelus d k. igitur ſi manẽte d k ipſum b k parallelogrammũ, circũagatur in idẽ rurſum



ſus unde cœpit agi conſiſtet, & circumſcripta ab ipſa b d, figura circulus erit, qui per centrum erit ipſius ſphæræ. Quare hemiſphærium tantum ipſius ſphæræ ſpectabitur ſub f l oculis.

Theorema uigeſimumſextum.

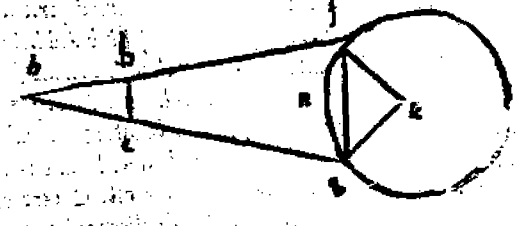
CVm oculorum diſtantia ſphæræ diametro maior fuerit hemiſphærio, maius id quod ipſius ſphæræ ſpectabitur apparebit.



Eſto enim ſphæra cuius centrum ſit h, oculorum uerò interuallum maius eſto ipſius ſphæræ diametro, & per k & b c, extendatur planum, efficiatq; in ſphæra circulū d f n, procidantq; radij b d, c f, in uno ſigno tangentes, igitur producti inuicem congrediuntur. Quoniam b c ipſius ſphæræ diametro maior eſt, congrediantur iam in h, ſignum. Igitur quoniam ab ipſo ſigno h ipſæ h f, h d, per unum ſignum tangentes cadunt, minor eſt ipſe f n d, ambitus ſemicirculo per uigeſimumtertium theorema, anguli enim b f k, h d k ſunt recti. Ipſius uerò ſphæræ reliquum ſphæræ hemiſphærio maius ſpectatur ſub b d c f.

Theorema uigeſimumſeptimum.

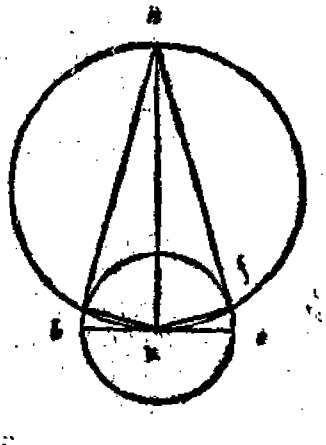
SI oculorum interuallū minus fuerit ſphæræ diametro, id ſphæræ quod ſpectatur, hemiſphærio minus ſpectabitur.



Eſto, inquam, ſphæra cuius centrū ſit k oculorum interuallum ſit b c minus exiſtēs ipſius ſphæræ diametro: & per k & b c, extendatur planum, efficiatq; in ſphæra circulum f g n, excitentur autem per decimamſeptimam tertij elementorum ab ipſis b c oculis in uno ſigno tangentes b f, & c g, quæ in h inuicem congrediantur. Quoniam b c, & ipſius ſphæræ diameter ſunt inæquales. Igitur ab ipſo h ſigno procidēte in ipſam ſphæram minorem hemiſphærio ambitum capient, per uigeſimumtertium theorema. Igitur ambitus f g n, hemiſphærio minor eſt. Quare ſub b c oculis ſpectatum, hemiſphærio minus erit.

Theorema uigeſimumoctauum.

CYlindro utcunq; inſpecto ab oculo uno, minus hemicylindro ſpectabitur.



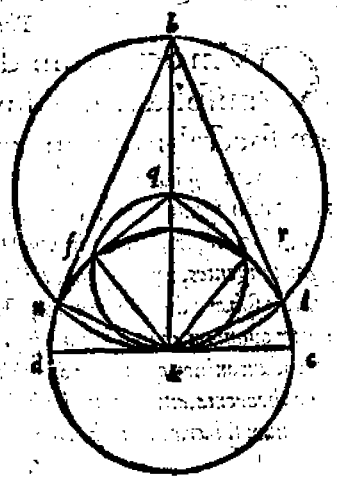
Eſto nanq; cylindri circa baſin circuli centrum k, ab ipſo n, oculo excitetur ad k ipſa n k, per primū poſtulatum, et per k: per ſecundam primi elementorum excitetur b c, & circum k n, deſcribatur circulus, cōnectanturq; n f, f k, n d, d k. Igitur qui ad f d recti ſunt. In uno igitur ſigno f n, n d, tangūt per corrclarium decimæſextæ tertij elementorum. Ipſi igitur ab ipſo n oculo educti radij per n f, n d procidunt, quare ipſi ambitus f l d, tantum ſpectabitur: ſed f l d, minor eſt ipſo c l b ſemicirculo. Igitur f l d, ſemicirculo minor uidebitur, hoc eſt cylindrus. Similiter enim baſi per omnem ſuperficiem cylindri demonſtrabimus, quare totius cylindri dimidio minus ſpectabitur.

Theorema uigeſimumnonum.

OCulo propius ad cylindrū poſito, minus quidem erit aſſumptū cylindri ſub ipſis aſpectibus, uidebitur aūt maius aſpici.

Eſto

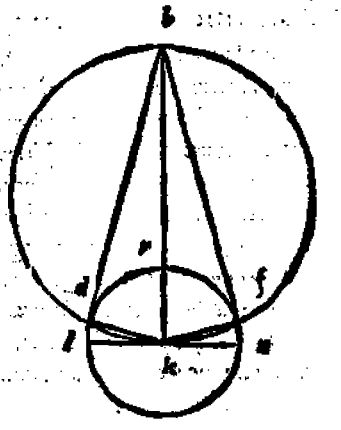
Esto enim cylindri circa basim circuli centrum k, & ab ipso k oculo in k centrum per 1 postulatum connectatur b k, & per k, per 11 primi elementorum ad angulos excitetur rectos c d, & circum k b circulus describatur, per 2 postulatum, & connectantur b n, n k, b l, l k s, iam per ea quæ prædicta sunt l f n, minus est semicirculo, & similiter basi cylindri minus est, & dimidium spectabitur. Sed propius excitetur oculus, sit q, & circum f k, per 3 postulatum circulus describatur, connectanturq; q r, r k, k s & s q. Igitur qui ab ipso q radij procidentes per q r & q s cadunt, qui uerò ab ipso b scatent, cadunt per b l, b n, maior igitur ambitus n f l, ambitu r s, uidetur aut minor r f s, ipso n f l: maior enim est angulus q, angulo b, per 20 tertij elementorum, quare cylindri minor pars spectabitur, uidetur autem maior aspici.



Theorema trigesimum.

CONO circulum basin habente sub uno oculo perspecto, minus hemiconio spectabitur.

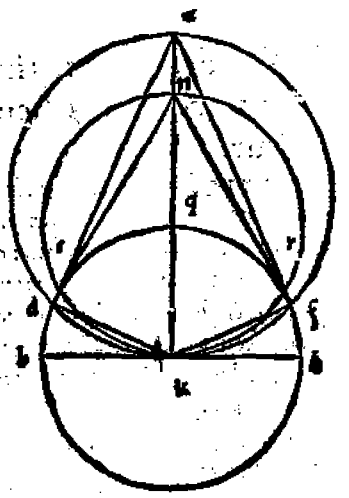
Esto enim coni basis circulus cuius centrum sit k, & ab ipso b oculo excitetur in centrum per primum postulatum b k, et per k, per 11 primi elementorum, ad angulos rectos ipsi k b excitetur n l: circum uerò k b, per 3 postulatum describatur circulus. Connectanturq;, per 2 postulatum b f, f k, b d, d k. Igitur anguli qui ad f d, recti sunt per 31 tertij elementorum. Igitur ipsæ b d, b f in uno signo tangunt per correlarium 6 tertij elementorum, & radij qui ex b per b d, b f procidunt. igitur ambitus f r d, perspectum minor existens ipso n r l. At n r l semicirculus est. Igitur ambitus f r d semicirculo minor est. Quare & coni quod spectatur minus est hemiconio: similiter enim & in reliquorum circulorum ipsius coni superficie ostendemus.



Theorema trigesimum primum.

OCulo propius posito in eodem plano minor, inquã, erit uisibus assumpta pars, at maior perspicij uidebitur.

Esto coni basis circulus cuius centrum sit k, oculus uerò sit a, & ab ipso a per primum postulatum in k connectatur a k. Et per undecimam primi elementorum, ad angulos rectos excitetur per k ipsa h b. Describaturq; per tertium postulatum circum a k circulus, & per primum postulatum connectantur a f, f k ad d k, permuteturq; oculus a in n, & circum K n, per tertium postulatum circulus describatur, connectanturq; n r, r K, n s, s K, igitur qui ex a oculo radij scatent, per a d, a f, cadũt. Quare ambitus f q d apparet. Idq; propterea & qui ab ipso n, oculo radij scatent per n r, n s cadunt, spectabitur igitur ambitus r q s. Sed maior f q d ipso r q s. At minor apparet, maior enim est angulus n eo qui ad a est angulo.



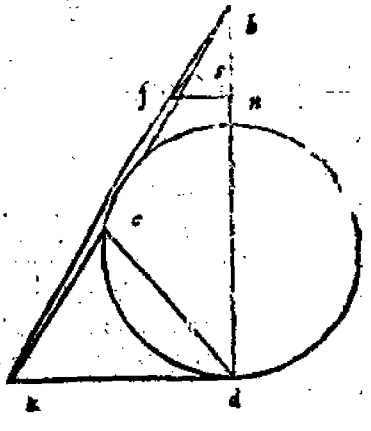
Theorema trigesimum secundum.

CONO circulũ basin habẽte, si à cõtactibus q ab oculo in cõni basin procidẽtib, radijs rectę lineę deducãtur per superficiẽ

coni

coni ad uerticem eius perq; deductas, & eis quę ab oculo in basin coni procidentibus plana educta fuerint, in communiq; planorũ sectione oculus positus fuerit, id quod spectatur coni, omnifariã æquum spectabitur uisu in plano proposito existenti.

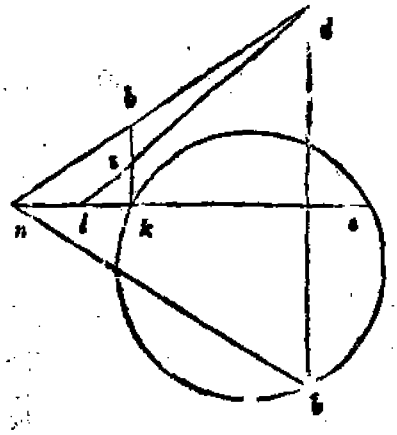
Sit conus cuius basis quidem sit circulus c d, uertex autem sit b signum, oculus uerò sit k à quo procidant radij k d, k c, tangentes in c d, connectaturq; ab ipsis d c, signis in uerticem coni d b, & c b, & per c b & c k, quidem planum extendatur quod ex ipsorum d b, d k. Similiterq; alterum protenditur planum, igitur ipsi plani ueniunt in congressum. nam ipsæ c d b, concurrunt, & c k, d k concurrunt, ueniant in congressum igitur ipsa plana, & sit eorum communis sectio b k. Dico quod ubi in b k, positus fuerit oculus, quo spectatur coni, æquum est, ponatur in b k oculus, sitq; f, excitenturq; per 31 primi elementorum per f ad ipsam quidem k d, ipsa f n, ad ipsam autem c k ipsa f s, igitur ipsæ f n, f s coni superficiem in signis f s tangunt. In ipsa enim coni super æquidistantium circulorum segmenta sunt similia. Igitur in ipsa b d c, coni superficici interualla spectata æqualia apparent. Quoniam æqualis est quem ipsæ f s, s n comprehendunt, angulus ei qui sub k c, c d, comprehenditur angulo, æquum apparuerit igitur, s n, interuallum ipsi d c interuallo. Quare quando oculus in k b, recta linea positus fuerit, æquum semper spectatum apparet.



Theorema trigesimumtertium.

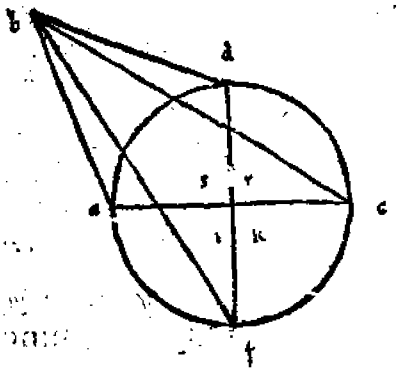
AEqualiter autem semper oculo à cono distante, sublimis quidem oculo posito minus apparet coni spectatum, humilius uerò maius.

Esto coni uertex quidem ad d signum, basis autem circulus, excitetuq; per 31 primi elementorum k b, ipsi b d, ponaturq; oculus in b. Dico iam quòd id quod spectatur coni oculo posito in b minus spectabitur quàm in s. Connectantur, inquam, per primum postulatum ab ipso d signo in b s signo ipsæ b d, d s, et per secundum postulatum extẽdantur in n l, igitur in n & l, signo posito oculo spectata coni æqualia apparebũt, et minus quidem apparebit quod ad n, maius autem id quod ad l, æquũ uerò id quod ad n, ei quod ad b. Id autem quod ad l ei quod ad s, sicut in præcedẽti patuit: oculo igitur in b, signo existẽte spectatum coni minus apparet quàm in signo.



Theorema trigesimumquartum.

IN circulo si à centro ad angulos rectos quædam agatur recta linea ipsius circuli plano, & in ipsa apponatur oculus circuli dimetiẽtes æquales apparent.

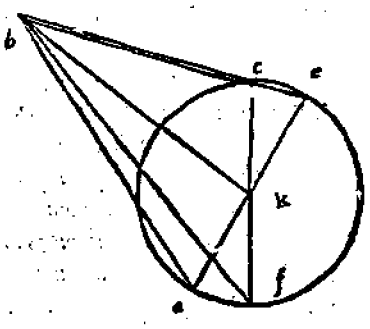


Esto enim circulus cuius centrum sit k, & ab ipso k, per 12 undecimi ele. ad angulos rectos excitetur ipsi plano circuli ipsa k b, oculus uerò sit in b, excitenturq; diametri c a, & d f. Dico iam ipsum a c ipsi d f, æqualem apparere: connectantur enim ipsæ b a, b f, b c, b d, per primum postulatum. Igitur binæ b k, k f binis b k, k c, sunt alterutri

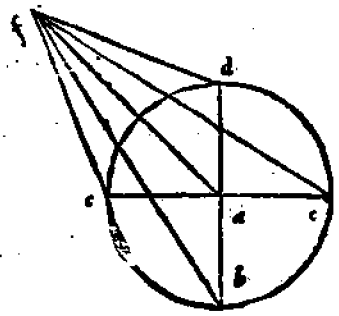
teri æquales, est autem & angulus r angulo s æqualis, æqualis igitur est per 4 primi elementorum basis b f, basi b c. Idq; propterea iam & b d ipsi b a est æqualis, binæ iam d b, b f, binis c b, b a, sunt æquales, est autem & d f ipsi c a æqualis: angulus igitur qui sub d b f, angulo qui sub c b a est æqualis. Sed ea quæ sub æqualibus spectantur angulis, æqualia apparent: æqualis igitur per suppositionem sextam c a, ipsi d f apparet.

Theorema uigesimumquintum.

ET si quæ ex centro excitatur non fuerit ad angulos rectos ipsi plano, æqualis autem fuerit ei quę ex centro, dimetientes ipsi æquales apparent.

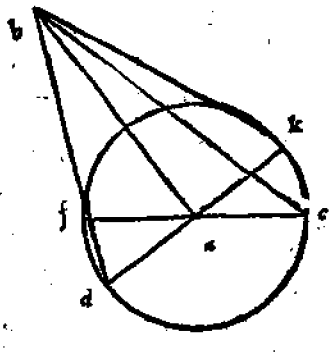


Sit circulus cuius centrum k, & ab ipso k, excitetur non ad angulos rectos ipsi plano ipsa k b, æqualis autem esto ei quæ ex centro circuli, & per primum postulatum connectantur ab ipso b signo ea quæ prius: quoniam igitur ipsæ d k, k b, k f, inuicem sunt æquales, rectus est angulus contentus sub f b d. Idq; propterea iam & qui sub a b c, angulus rectus est, æquales igitur sunt ipsi adinuicem per quartum postulatum. Sed quæ sub æqualibus spectantur angulis æqualia apparent per suppositionem 6. æqualis igitur apparet d f ipsi a c. Sed iam a f, neque sit æqualis ei quæ ex centro, neque sit ad angulos rectos ipsi circuli plano, æquales uerò efficiat angulos sub d a f, f a c, & e a f & f a b. Dico quòd & sic dimetientes ipsi æquales apparent. Quoniam enim æqualis est d a, ipsi a c, per decimamquintam diffinitionem primi elementorum: communis autem a f, & æquos comprehendunt angulos. Basis igitur d f, per quartam primi elementorum basi c f, est æqualis, & angulus d f a angulo a f c, est æqualis. Similiter iam ostendemus quòd & angulus e f a, angulo a f b est æqualis, totus angulus igitur qui sub d f b, toti angulo sub e f c, est æqualis, quare per suppositionem 6 perspectiuæ ipsæ diametri æquales apparebunt.



Theorema trigesimumsextum.

SI uerò quę ab oculo ad centrum procidens circuli, neq; ad angulos fuerit rectos ipsius circulo plano, neq; etiã ei quę ex cẽtro fuerit æqualis, neq; æquos cũ his quæ ex centro comprehendet angulos, sed aut maior aut minor ea quæ ex centro fuerit, diametri ipsæ inæquales apparebunt.



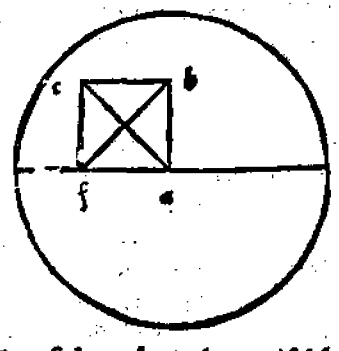
Sit enim circulus cuius centrũ sit a, & ab ipso b oculo in centrum circuli excitetur recta linea b a, sit autem neq; ad angulos rectos ipsi plano, neq; ei quæ ex circuli cẽtro æqualis, neq; etiam cum his quæ ex centro æquos comprehẽdat angulos. Dico quòd ipsæ diametri circuli inæquales apparebunt. excitetur, inquam, c f, dimetiens ad angulos subsistens rectos ipsi a b. Et d k inæquales efficiens angulos ipsi a b, & per primum postulatum connectantur b c, b d, b f, & b k. Sit, inquam, prius b a ipsa a k maior: igitur maior est angulus comprehensus sub c b f, eo qui comprehensus est sub k b d, sicut in theorematibus ostensum est. Quæ uerò sub maiori angulo spectantur, maiora apparent. Igitur c f ipsa d k maior apparet.

Theorema trigesimumseptimum.

SI autem b a, ipsa a k, minor fuerit, maior apparet d k ipsa c f.

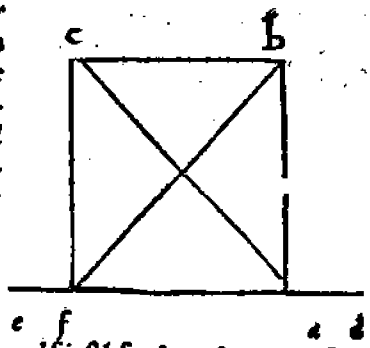
Esto

Eſto circulus cuius centrũ ſit a, oculus uerò ſit b, à quo in circulum perpendicularis acta non cadat in a, ſed exterius, ſitq; b c, connectaturq; per primum poſtulatum r x c in a, ipſi c a, inſuper ab a in b, ipſa a b per idem poſtulatum. Dico q; omnium per a actarũ rectarum linearum, ad ipſamq; b a angulos efficientium minimus eſt qui ſub c a b. excitetur enim e recta linea d a, & ab ipſo c per xi. xi. elemen. in d e perpendicularis agatur ipſi plano c f, connectaturq; b f, per primum poſtulatũ: igitur ipſa b f, ſuper d e perpendicularis eſt. Quoniam igitur angulus c f a rectus eſt, qui ſub a c f, igitur minor eſt recto: maius igitur eſt per 18 primi elemen. latus a c, latere a f. Igitur b a ad ipſam a f, maiorem habet rationem, quàm ad a c: ſed angulus a c b, & qui ſub b f a recti ſunt, & c a, & a f, ſunt inæquales, & reliquus igitur qui ſub f a b, eo qui ſub c a b maior eſt. ſimiliter autem oſtendetur quòd & omnium per a, actarum rectarum linearum ad ipſam a b, rectam lineam angulum efficientium minimus eſt qui ſub c a b.



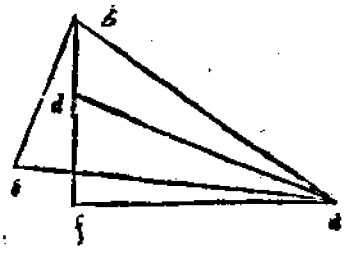
Theorema trigeſimumoctauum.

SEd quod f b ipſi d e ad angulos rectos exiſtat, ſic oſtendemus. Quoniam b c, ipſi circuli plano ad angulos eſt rectos, & omnia igitur per b c, plana producta ipſi circuli plano per 3 diffinitionem 11 elemen ad angulos rectos exiſtunt. Vnum autem eorum quæ per b c extẽduntur planorum eſt ipſum b e f, triangulum. Igitur triangulũ b c f, ipſius circuli plano ad angulos rectos exiſtit. Quoniam igitur bina plana, hoc eſt & id quod ipſius e d, circuli, & id quod ipſius b c f, trianguli adinuicem ſeſe diſpeſcũt, & ipſi e f, quæ ipſorum communis eſt ſectio ad angulos rectos eſt ipſa f d, in ipſius circuli plano: perpendicularis nanq; agitur c f, in e d, & f d igitur ipſius b e f, trianguli plano ad angulos rectos eſt. Quare per 2 diffinitionẽ 11 element. ad omnes ipſum tangentes rectas lineas, & in ipſo e trianguli e f b, plano exiſtentes ad angulos rectos ſubſiſtit. Igitur d f ipſi b f, ad angulos rectos eſt.

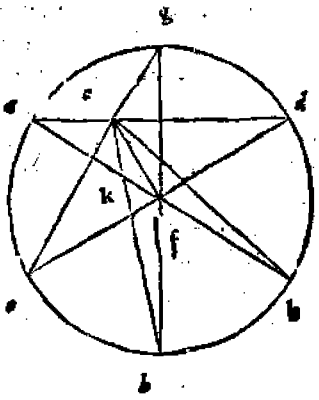


Theorema trigeſimumnonum.

RVrſus igitur b f ipſi e f d, dimetienti ad angulos rectos eſt. Eſto bina triangula b c a, & b f a, rectos habentia eos qui ad c f, angulos, & b a, ad f a, maiorem habeat rationem quàm ad c a. Dico quòd angulus f a b, eo qui ſub c a b eſt, angulo maior eſt. Quoniam enim b a ad a f, maiorẽ habet rationem quàm ad c a: & rurſus igitur f a ad a b, minorem habet rationem quàm c a, ad a b, quare c a ad a b, maiorem habet rationem quàm f a, ad a b. Fiat igitur ſicut e a, ad a b, ſic f a, ad maiorem ipſa a b, hoc eſt ad ipſam a d, æquiangula igitur ſunt triangula b c a, & d f a, quare angulus c a b angulo f a d eſt æqualis. Igitur angulus f a b, angulo c a b, maior eſt. Eſto circulus a b, c d, excitenturq; binæ diametri a b, c d, ſeſe inuicem ad angulos rectos diſpeſcentes, oculus uerò eſto e, à quo in centrum connexa e f, ad angulos quidem rectos eſto ipſi c d, ad ipſam autem a b contingentem angulum comprehendat, eſtoq; e f, utraq; ipſarum quæ ex centro maior. Quoniam igitur c d, utriq; ipſarum a b & e f, ad angulos eſt rectos, & omnia igitur plana per c d, proiecta ei quod per e f & a b, plano ad angulos rectos ſubſiſtũt. excitetur perpendicularis igitur ab ipſo e, ſigno ad ſubiectum planum per 11 undecimi elementorum: in communem igitur planorum ſectionem a b cadit. Cadat igitur & ſit e k, extẽdaturq; dimetiens g h, ponaturq; ipſi dimetienti circuli æqualis l m, ſeceturq; per 10 primi element. biſariam in n, & ab ipſo n, ipſi l m, per 11 eiuſdem excitetur ad angulos rectos in ſublimi recta linea n x, ſitq; ipſa n x, ipſi e f æqualis. Segmentum igitur circum l m, deſcriptum, tanſicnsq; per 10 ſemicirculo maius erit. Quoniam n x, maior eſt utraq; ipſarum l n, n m, ſit ipſum l x m. Connectanturq; ipſæ x l, & x m, angulus igitur qui ad x comprehenſus ſub l x m, ei eſt æquus qui ad e, ſignum, cõprehenſo ſub continen



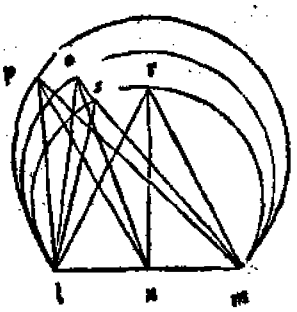
tibus ipſum e, & c d, ſigna. Inſuper ponatur ei qui ſub e f, & f g, æquus qui ſub l n, n o, auferaturq; ipſa e f, æqualis ipſi n o, connectanturq; ipſæ l o, m o, deſcribaturq; circum l o m, triangulum ſegmentum circuli comprehẽſum ſub l o, o m, hoc eſt ipſum l o m. Erit iam qui ad o, ſignum angulus comprehenſus ſub l o, m æquus ei qui ſub g e h. Inſuper ponatur ei qui ſub e f g, æqualis qui ſub l p n, auferaturque e f, æqualis ipſi n p, connectanturq; ipſæ l p, p m, deſcribaturq; circum ipſum triangulum ſegmentum circuli, erit iam angulus qui ad p, ſignum angulo cõprehẽſo ſub a e, & e b, æqualis. Quoniam igitur angulus x, angulo o, maior eſt, ſed angulus x, angulo s, eſt æqualis, & qui ad s, per 32 primi element. maior eſt eo qui ad o, extra enim triangulum eſt l s o, & qui ad x igitur eo qui ad o maior eſt, & qui ad x, ei eſt æqualis qui ſub c e d, & qui ad o, ei qui ſub g e h, igitur per 4 ſuppoſitionem perſpectiuæ c d, ipſa g h, maior apparebit. Rurſus angulus s, angulo g e h, eſt æqualis, & qui ad p, ei qui ſub a e b: maior autem eſt angulus o, angulo p, maior igitur apparebit per ſuppoſitionem 4 perſpectiuæ g h, ipſa a b recta linea.



Theorema quadrageſimum.

NOn ſit autẽ maior quę ab oculo in cẽtrum annexa eſt ea quæ ex cẽtro, ſed minor, erit iam circa diametros cõtrarium: nam ipſorum dimetiẽtium maior, minor, & minor, maior, apparebit.

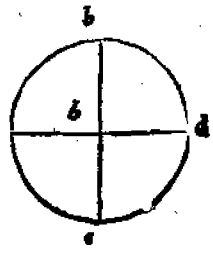
Eſto circulus a b c d, extẽdanturq; bini dimetientes a b, c d, ſeſe inuicem ad rectos angulos ſecantes, altera uerò quæpiam extendatur n h, oculus uerò ſit e, à quo in centrum f, connexa eſto e f, minor exiſtens utraque earum quæ ex centro, ad angulos uerò rectos eſto e f, ipſi c d, ponaturq; circuli diametro æqualis l m, quæ per 10 primi element. ſecetur biſariam in n, excitenturq; per 11 eiuſdem ad angulos rectos ipſi l m, ipſa n x. Deſcribaturq; circum l m x, ſegmentum circuli, ſit' que l x m. Erit iam minus ſemicirculo, quoniam n x, minor eſt ea quæ ex centro, eſto, inquam, l x m, connectanturq; per primum poſtulatum ipſæ x l, x m, igitur angulus qui ad x, comprehenſus ſub l x, x m, æquus eſt ei qui ad e, comprehenſo ſub c e, & e d. Inſuper ponatur ei qui ſub e f, f g, æqualis qui ſub l n, l o, angulus, auferaturq; e f, ipſi n o, æqualis, connectanturq; l o, m o. Deſcribaturq; circa l o m, triangulum ſegmentum circuli l o m. Iam angulus qui ad o, ſignum comprehenſus ſub l o, o n, rectis lineis æqualis erit ei qui ad e, comprehenſo ſub b e n. Inſuper ponatur ei qui ſub a f, f e, æquus qui ſub l p, p n, auferaturq; n p, ipſi e f, æqualis, connectanturq; l p, p m, deſcribaturq; circum l p m, triangulum ſegmentum circuli, ſitq; l p m, erit iam angulus qui ad p, ſignum comprehenſus ſub l p, p m, æqualis ei qui ad e, angulo comprehenſo ſub a e & e b. Quoniam igitur angulus qui ad x, eo qui ad o, minor eſt, æqualis autem eſt angulus qui ad o, ei qui ad e, comprehenſo ſub b e, e n, & qui ad a, ei qui ad e, comprehenſo ſub c e d, minor igitur apparebit e d, ipſa n h. Rurſus quoniam angulus qui ad e, comprehenſus ſub b e n, minor eſt eo qui comprehenſus eſt ſub l e b, minor igitur per ſuppoſitionem 5 ſpeculariæ apparebit & n h, ipſa a b.



Theorema quadrageſimumprimum.

CVruũ rotę quãdoq; circulares, & quãdoq; cõtractę apparẽt.

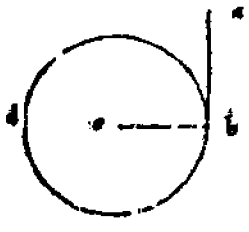
Eſto enim rota cuius dimetientes ſint d f, & b c. Igitur quandoq; ab oculo in centrum agitur, ad angulos fuerit rectos, ipſi plano uel æqua fuerit ei quæ ex centro, æquales diametri apparent, ſicut in præcedenti theoremate oſtenſum eſt. Quare rota currus his exiſtentibus circulares apparet: producto uerò curru & eo qui ab oculo in centrum actus eſt ad rectos angulos non ſubſiſtente radio ipſius rotæ plano, neq; æquale ei quæ ex ipſius centro, dimetientes inæquales apparent, quod ſimiliter in præcedenti oſtenſum eſt, quare rota contracta apprebit.



Theorema

Theorema quadrageſimumſecundum.

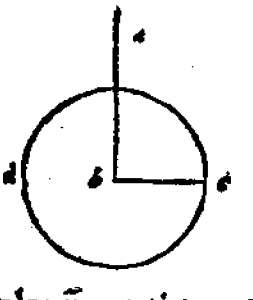
SI magnitudo quæpiam ſublimis ad ſubiectum planum ad angulos rectos extiterit, poſitusq; fuerit oculus in aliquo ſigno ipſius plani, & permutatum fuerit uiſile in circuli circunferentia, uiſile ſemper æqualiter ſpectabitur.



Eſto, inquã, ſpectata aliqua magnitudo a b, ſublimior plano, oculus autẽ eſto c, cõnectaturq; b c, & cẽtro c, ſpacio uerò c b, per 3 poſtulatum circulus deſcribatur b d. Dico quòd ſi in circuli circunferentia permutabitur ipſa a b, ab ipſo c, oculo æqualiter ſpectabitur. Quoniam enim a b, recta eſt et ad ipſam b c, angulum efficit rectum: omnes igitur quæ ex centro c, ad ipſam a b magnitudinem procidentes inuicem æquos efficiunt angulos, per ſecundam diffinitionem 11 elemen. æqualiter igitur uiſile ſpectabitur, ſimiliter quoq; & ſi à centro c, ſublimis excitetur recta linea, & in ipſa poſitus fuerit oculus in parallelum exiſtens ſpectatæ magnitudini, commotaq; fuerit magnitudo, ſpectatum æqualiter ſemper apparet.

Theorema quadrageſimumtertium.

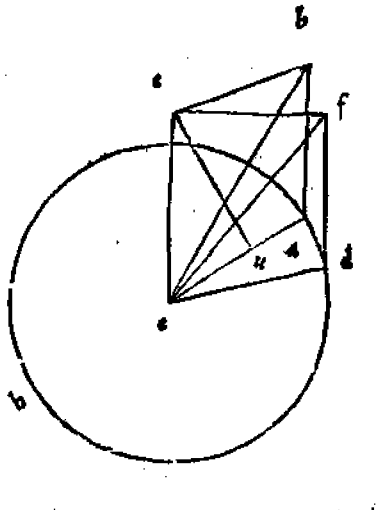
SI uerò uiſile ad ſubiectum planũ ad angulos fuerit rectos, permutatus autem fuerit oculus in circuli circunferentia, cẽtrum habẽte ſignum circum quod conuertitur magnitudo ipſi plano, uiſile ſemper æqualiter apparebit.



Sit, inquam, ſpectata magnitudo a b, ſublimis & ad angulos rectos exiſtens ad ſubiectum planum, oculus uerò ſit c, & centro quidem b, ſpacio uerò b c, per 3 poſtulatum circulus deſcribatur c d. Dico quòd ſi c permutetur in circuli circunferentia ipſa a b, magnitudo æqualiter ſemper apparebit: hoc, inquam, eſt manifeſtum. omnes enim ab ipſo c ſigno ad a b, cadẽtes radij ad æquos angulos procidunt. Quoniam angulus qui ad b rectus eſt. Aequaliter igitur ſpectata magnitudo apparebit.

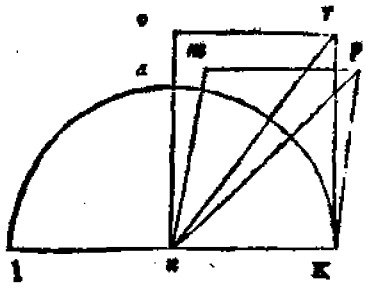
Theorema quadrageſimumquartum.

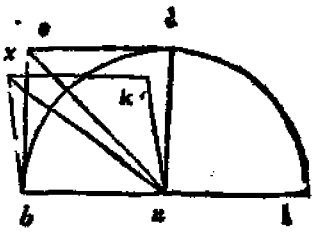
SI autem ſpectata, à magnitudo ad ſubiectum planũ neutiquam ad angulos rectos fuerit, mutatumq; fuerit uiſile in circuli circunferentia, inæqualiter ſemper ſpectabitur.

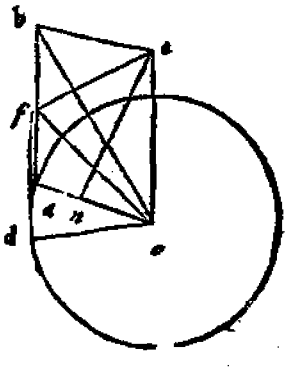


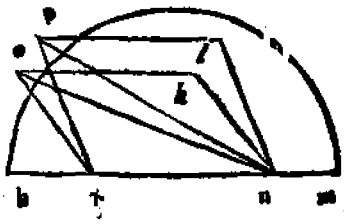
Eſto circulus a b, & ſuſcipiatur in ipſius circunferentia ſignum, ſitq; illud d, & conſtituatur non ad rectos angulos ipſi circulo ipſa d f, oculus uerò ſit e. Dico quòd ipſa d f, ſi in ipſius circuli circunferentia permutabitur quandoque maior, & quandoque minor apparebit. Iam ipſa d f, uel eſt maior eo quæ ex centro, uel ei æqualis, uel minor: ſit in primis maior, excitetur quæ per 31 primi elementorum per e, centrum ipſi d f, parallelus e c, ſitq; æqualis d f, ipſi c e. Excitetúrq; per 11 undecimi element. ab ipſo c, ſignum ad ſubiectum planum perpendicularis c n, & cadat ipſi plano, in n, ſignum, & connexa e n, per 2 poſtulatum extendatur, & procidat in circuli circunferentia in a, & per a, per 31 primi element. Ipſi c e, parallelus excitetur a b, ipſi d f æqualis: dico quòd a b omnibus in circuli circunferentia ſtantibus rectis lineis minor apparebit. Connectantur enim per primum poſtulatum c f, e f, b c, & e b: habuimus autem in præterito 36 theoremate, quod omnium per e, ſignum ductarum rectarum linearum, efficientiumq; a d, e c angulum, minimus eſt qui ſub

c e a. Quoniã igitur c e, ipſi a b, parallelus eſt, ſed & æqualis, & ea igitur ipſi c b, æqualis eſt & parallelus: parallelogrãmum igitur eſt b e, idq; propterea iam & f e, parallelogrãmũ eſt. Et quoniã oportet oſtendere quod minor apparet a b, ipſa d f, manifeſtum eſt quod prius oſtendere oportet quod angulus qui ſub b e a, minor eſt angulo qui ſub f e d. Quoniam igitur oſtenſum eſt quod omnium per e, ſignum actarum rectarum linearum ad c e, angulosq; efficiẽtium minimus eſt qui ſub c e a, minor igitur eſt & ipſo c e d, is qui ſub c e a. Exponatur circuli ſemicirculo, æquum ſegmentum h a l, accipiaturq; illius centrum & ſit n, ponaturq; ei angulo qui ſub c e a, æqualis angulus qui ſub k n m, ei autẽ qui ſub c e d, æqualis qui ſub k n o, ponaturq; ipſi d f, utraq; ipſarum o n, m n, æqualis per 2 primi elementorum, & per m ipſi k n, æqualis & parallelus excitetur m p, per 31 primi element. Connectaturq; per primum poſtulatũ p k, parallelogrãmum igitur eſt n p & æquum & ſimile ipſi b e. Rurſus per o ipſi k n, per trigeſimam primam primi ele. excitetur o r, & cõnectatur r k. Igitur r n, parallelogrãmum æquũ eſt & ſimile ipſi f e. Cõnectanturq; diagonij r n, p n. Quare angulus qui ſub k n p, eo qui ſub k n r, minor eſt. Eſtq; qui ſub k n p, ei æqualis qui ſub a e b, & qui ſub k n r, ei eſt æqualis qui ſub d e f, minor igitur eſt qui ſub a e b, angulus eo qui ſub d e f. Quare & magnitudo a b, magnitudine d f, minor apparebit. Similiter iam oſtendemus quod b a, ipſa f d, minor eſt ipſa f d, minore exiſtente & æquale ei quæ ex cẽtro. Sed iã eſto d e, ei quæ ex centro æqualis, cõſtruãturq; omnia eadem quæ ſuper, ponatur circuli ſemicirculo æqualis ſemicirculus h d l, accipiaturq; illius centrum, & ſit n: & quoniã d o, æqualis ſupponitur ei quæ ex centro, æqualis igitur eſt d o, ipſi h n: ponatur, inquã, ei qui ſub c e a, angulo, æqualis angulus qui ſub h n K, excitenturq; ipſi h n, parallelogrammũ n x, & ipſi h n, auferatur æqualis K x, cõnectaturq; x h, ei autem qui ſub c e d, æqualis ponatur qui ſub h n d, & ipſi h n, parallelus per 31 primi element. excitetur d o, ipſiq; h n, æqualis auferatur d o, cõnectaturq; o h: parallelogrammum igitur eſt utrunq; ipſorum h d, h K, & ſunt æqualia & ſimilia ita ſis e f, e b, quare & qui ſub m d, angulus ei eſt æqualis qui ſub c e d, & qui ſub h n K, eſt æqualis ei qui ſub c e a, minor autem eſt qui ſub c e a, eo qui ſub c e d, minor igitur eſt & qui ſub h n K, eo qui ſub h n d, connectanturq; diagonij x n, o n, minor igitur eſt & qui ſub h n x, eo qui ſub h n o, æqualis autem eſt qui ſub h n x, ei qui ſub a e b, ipſo d e f, minor igitur & qui ſub a e b, eo qui ſub d e f, minor igitur ſpectabitur a b, magnitudo, ipſa d f, magnitudine, quod oſtendere oportebat. Sed iam eſto d f, minor ea quæ ex centro circuli, conſtruanturq; eadem quæ ſupra, ponaturq; circuli ſemicirculo æqualis ſemicirculus, ſitq; h m, accipiaturq; centrum illius, ſitq; n, auferaturq; ab ipſa h n, ipſi d f æqualis n x, ponaturq; ei angulo qui ſub c e a, æqualis angulus qui ſub h n K, ei autem qui ſub c e d, æqualis qui ſub h n l. Sit autem utraque ipſarum n K, n l, æqualis & ipſi d f, excitenturq; per K, ipſi n x, per 31 primi elementorum, æqualis parallelus K o, connectanturq; o x, & per l, ipſi x n, per eandem parallelus excitetur l p, connectaturque p x, parallelogrammum igitur eſt utrunque ipſorum K x, x l, & eſt quidem ipſum K x, ipſi e b, ſimile & æquale & x l ipſi e f. Quare & angulus qui ſub h n K, æquus eſt ei qui ſub c e a, & qui ſub h n l, ei qui ſub c e d, maior autem eſt angulus qui ſub c e d, eo qui ſub c e a, maior igitur eſt angulus qui ſub h n l, eo qui ſub a n K, connectantur n o, n p. Angulus igitur qui ſub x n o, eo qui ſub x n p, minor eſt, æqualis autem eſt qui ſub x n o, ei qui ſub a e b, & qui ſub x n p, ei qui ſub d e f, minor igitur eſt qui ſub a e b, angulus eo qui ſub d e f, perſpicitur aũt ſub a e b, magnitudo







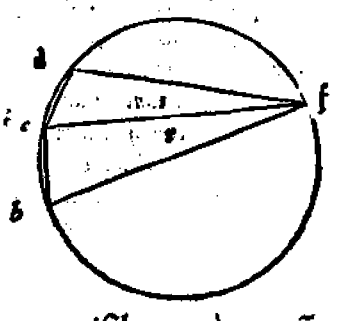


gnitudo a b, at ſub angulo d e f, magnitudo d f: minor igitur ſpectabitur magnitudo a b, magnitudine d f, quod oportebat oſtendere.

Theorema quadrageſimumquintum.

EST aliquis locus in quo oculo manente uiſile, quæ permutato æquum ſemper uiſile apparet.

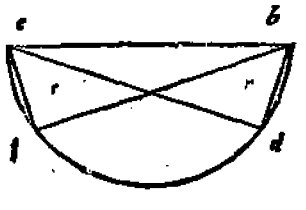
Sit, inquam, ſpectata magnitudo b c, oculus autem ſit f, à quo procidant radij f b, f c, ſuſcipiaturq; triangulum f b c, in circulo d b f. Dico quòd b c, magnitudo permutata in deſcripti circuli circunferẽtia æqualiter ſemper apparebit. permutetur enim b c, in c d, connectaturq; d f. igitur circunferentia b c, æqua circunferentiæ c d, igitur per 27 tertij elemẽtorum æqualis eſt angulus r, angulo s: quæ uerò ſub æqualibus ſpectantur angulis per 6 ſuppoſitionem optices, æqualia apparent, æqualis igitur apparet b c, ipſi c d.



Theorema quadrageſimũ ſextũ conuerſum præcedẽtis.

EST aliquis locus in quo oculo permutato, uiſile uerò manẽte, æqualiter ſemper uiſile apparet.

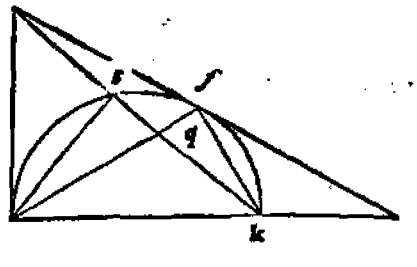
Eſto, inquam, quod ſpectatur b c, oculus autem ſit f, à quo procidant radij f b, f c, & accipiatur b f c, triangulũ in ipſius circuli b f c, ſegmento, permutetur q; oculus f, ſitq; in d, procidantq; radij d b, d c. Igitur per 21 tertij angulus r, angulo s, eſt æqualis: in eodem enim ſunt circuli ſegmento: quæ uerò ſpectantur ſub æqualibus angulis, æqualia apparent, æqualiter igitur ſemper b c, apparet: permutato oculo in b d c, circunferentia.



Theorema quadrageſimumſeptimum.

EST aliquis locus in quo oculo permutato & uiſile permanẽte, inæqualiter uiſile apparet.

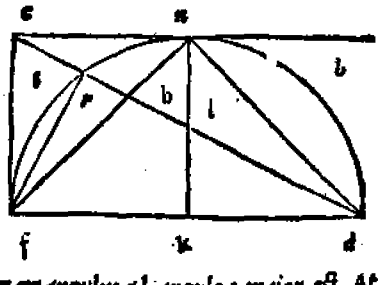
Sit, inquam, uiſile k d, recta autẽ linea b c, in ipſam k d, procidens, accipiaturq; per 13 ſexti element. ipſius d c, & c k, media proportionalis c f, & connectatur f k, & f d. Super autem k d, ſegmentum deſcribatur, acutum habens angulum q, tangat autem rectam lineam b c. Quoniam eſt ſicut d c, ad c f, ſic c f, ad c k, ponatur igitur oculus in b ſigno, protendaturq; d b, b k, connectatur s d, igitur angulus q, æqualis eſt per 21 tertij elementorum, angulo s, in eodem nanq; eſt ſegmento, & angulus s, angulo b, maior eſt, & angulus q, igitur angulo b maior eſt, oculo igitur in f exiſtente, maior apparet k d, quàm ſi oculus in b poſitus fuerit.



Theorema quadrageſimumoctauum.

IDEM continget & ſi parallelus fuerit linea ipſi ſpectatæ magnitudini, in qua oculus permutatur.

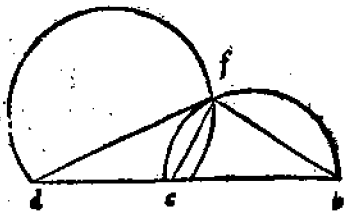
Eſto enim parallelus b c, ipſi ſpectato d f, ſecetur q; per 10 primi element. d f, bifariam in k, excitetur q; per 11 eiuſdem ad angulos rectos k n, ponatur igitur oculus in n, connectaturq; n d, n f, & circum d f, deſcribatur ſegmentum quod ſuſcipiet angulum q l. Quoniam igitur dimetiens eſt k n, & ad rectos angulos ab extremitate excitatur k n, ipſi b c. Igitur per correlarium 16. 3. element. b c, ipſum d n f, ſegmẽtum tangit, permutetur autem oculus in c, extendaturq; c f, c d, cõnectaturq; r f. Igitur angulus q l, ipſi angulo r, eſt æqualis. Sed angulus r, angulo c, maior eſt: igitur & angulus q l, angulo s maior eſt. At



quæ sub maiori spectantur angulo, maiora apparent. Igitur magnitudo d f, maior apparet oculo in n existente quàm in c: oculo igitur in b è permutato parallelo existenti ipsi d f, spectatum inæquale apparet.

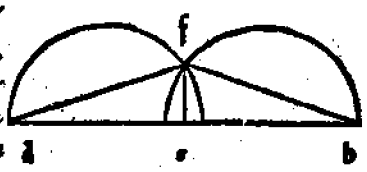
Theorema quadragesimumnonum.

ESt aliquis locus in quo æquales magnitudines inæquales apparent.



Sit namq; æqualis b c ipsi c d, & circum quidem b c, semicirculus describatur b f c, circum uerò d, describatur segmentum maius semicirculo. Cõnectatur f b, f c, f d, igitur angulus qui sub semicirculo per 31 tertij elemẽt. maior est eo qui est in maiori segmento: at quæ sub maiori spectantur angulo per 4 suppositionẽ opticæ maiora apparẽt, oculo uerò posito in f, maior igitur apparet b c, ipsa c d, erat autẽ & æqualis: est igitur cõmunis locus in quo æquales inæquales apparent magnitudines. *Theorema quinquagesimum conuersum præcedentis.*

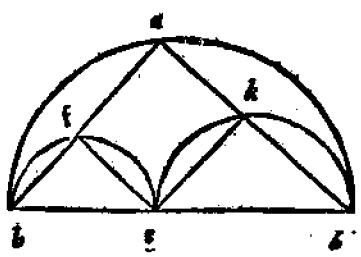
ESt aliqs locus cõmunis à q̃ inæquales magnitudines æquales apparent.



Esto, inquam, maior r b c, ipsa c d. & super b c, maius semicirculo segmẽtum describatur, & super c d, simile ei quod super b c, hoc est suscipiens angulum æqualem ei qui in b f c, connectantur autem f b, f c, f d: igitur quoniã p 27 tertij elemẽt. in similibus segmentis anguli constituti inuicem sunt æquales, æquales quoq; sunt & in b f c, c f d, segmentis angali sibi inuicem. Quæ uerò sub æquis spectantur angulis, æqualia apparent, per 6 suppositionem opticæ: oculo igitur posito in f signo, æqualis apparet, b c ipsi c d, est autem maior. Est igitur locus quidam communis ex quo inæquales magnitudines æquales apparent.

Theorema quinquagesimumprimum.

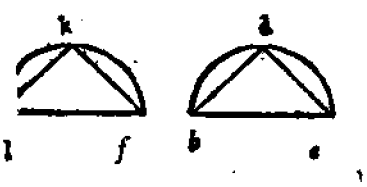
ALiqui sunt loci in quibus binæ magnitudines inæquales in idem compositæ, utriq; inæqualium æquales apparent.



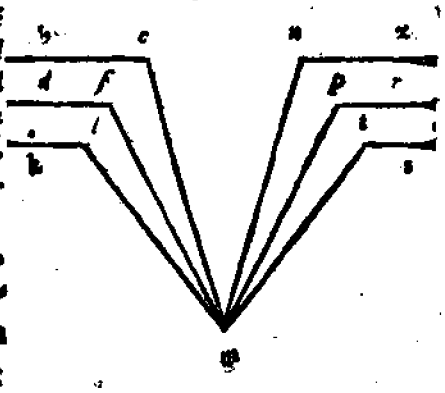
Esto nempe maior b c, ipsa c d, & super ipsis b c & c d, semicirculi describãtur, superq; tota b d. Igitur per 31 tertij element. angulus qui in semicirculo b a d, æqualis est ei qui in b k c: uterq; enim ipsorũ rectus est. Igitur b c ipsi b d, æqualis apparet, itidem quoq; & b d ipsi c d, oculis in b a d, b k c, c f d, semicirculis positis. sunt igitur aliqui loci in quibus binæ inæquales magnitudines in idem compositæ æquales utrique inæqualium apparent.

Problema primum. *Propositio 52.*

LOcos inuenire à quibus æqualis magnitudo dimidiũ apparet, siue quarta pars, & uniuersaliter in data ratione, in qua & angulus secatur.



Sit enim recta linea l f, & super l f, describatur segmẽtum cõtingens, & inscribatur in eo angulus k. Ipsi autẽ l f, æqualis esto b c, et super b c, describatur segmẽtũ quod suscipiet angulum ipsius k, anguli dimidium: igitur angulus k, ipsius d, anguli duplus est, dupla igitur apparet l f, ipsius b c, oculis in l k f, & b d c, circunferẽtijs iacẽtibus.



Theorema 52. *Propositio 53.*

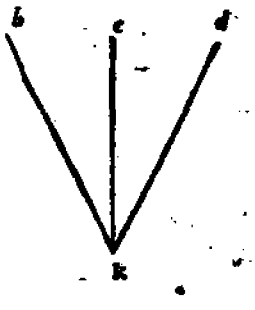
AEquali celeritate delatorum, in eademq; recta linea existentiũ, propinquũ oculo postremum præire

præire putabitur, permutatis autem præcedens ſubſequi, & ſubſequens præcedere putabitur.

Deferantur æquicelerĩter b c, d f, k l, & ab oculo m, procidãt radij m c, m f, & m l, igitur ſublimior & dexterior omnium ab m, oculo radiorum erumpentium eſt ipſum m c. Igitur b c, præcedere putabitur: permutatis autem b c, d f, & k l, in n x, p r, s t, quæ poſitis procidant radij m n, m p, & m s, omniũ igitur ab m, oculo radiorum erumpentium dexterior eſt ipſe m s. Sinifterior uerò m n: quare & s t præcedere putabitur, ſubſequi uerò n x. Igitur b c præcedens in n x, poſitum ſubſequi & l k, ſubſequens in s t, poſitum præcedere putabitur.

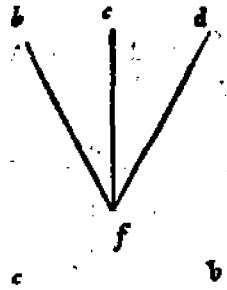
Theorema 53. Propoſitio 54.

SI aliquibus delatis, & pluribus celeritate inæquali, cõferatur uerò ad eadem & oculus, oculo quidem æquicelerĩter delata ſtare: quę uerò tardius, in contrarium ferri: quæ autem celerius, præcedere exiſtimabuntur.



Ferantur inæquali celeritate b c d, tardius uerò feratur b, ſed c æquicelerĩter oculo k & d, celerius ipſo c: ab oculo uerò k, procidant radij k b, k c, k d, igitur oculo ipſos b c d, inſequente. Semper c per c delatum ſtare putabitur. At b derelictum in contrarium ferri, & d celerius ipſo c uidebitur præcedere: plus nanq; ab ipſo c diſtat.

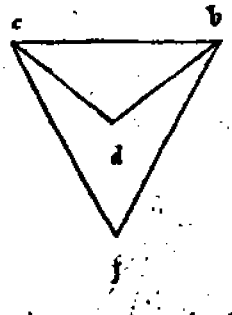
Theorema 54. Propoſitio 55.



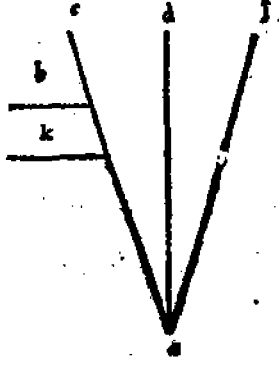
SI aliquibus delatis differat, quippiã aliquid non delatum, non delatum in contrarium ferri putabitur.

Ferantur nanq; b d, maneat autem c, & ab oculo f, procidant radij f b, f c, f d. Igitur b quidẽ delatum propius, eritq; c. At d diſcedere longius, proinde c in contrarium ferri putabitur.

Theorema 55. Propoſitio 56.



OCulo prope ſpectatũ accedente, ſpectatum augeri putabitur.

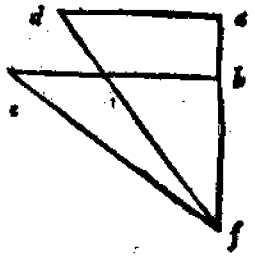


Spectetur, inquã, b c, oculo in f, poſito ſub f b, f c radijs, permuteturq; oculus ut propius ſit ipſi b c, ſitq; in d, ſpecteturq; idem ſub d b, & d c radijs. Igitur angulus d, angulo f, maior eſt. Sed quæ ſub maioribus angulis ſpectantur per ſuppoſitionem 4 opticæ maiora apparent. Igitur b c, oculo exiſtente in d, augeri putabitur potius quàm in f.

Theorema 56. Propoſitio 57.

AEquali celeritate delatorũ, quæ longius diſtant, tardius ferri uidentur.

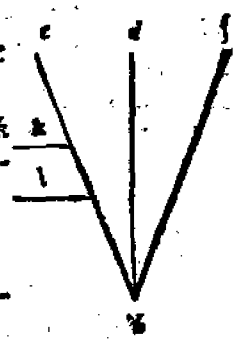
Ferantur enim æquicelerĩter b k, ſicut ad partes f, & ab oculo a, radij excirentur a c, a d, a f. Igitur k minores habet ab ipſo oculo radios productos, quàm b, minus igitur tranſibit interuallũ, et prius permutans a f, uiſum celerius ferri putabitur. Aliter.



Ferantur bina ſigna a b, in parallelos rectas lineas ad b e, æqualiter æquè citò & æquali tempore procedent: ſint igitur æquales a d, b e, procidantq; radij ab f, oculo f a, f d, f e. Quoniam angulus qui ſub d f b, minor eſt eo qui ſub b f e: minus igitur a d, interuallum, uidebitur quàm b e. Quare a tardius quàm b ferri putabitur.

Theorema 57. Propositio 58.

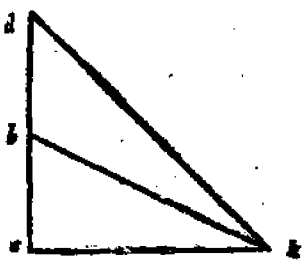
OCulo translato quæ longius spectantur, de stitui uidentur.



Sit inquam, oculus b, à quo excitentur radij b c, b d, b f, spectentur uerò k et l. igitur oculo translato ad partes c, celerius transibunt uisus k quàm l, putabitur igitur k, destitui, & l, in contrarium ferri, hoc est ad partes f.

Theorema 58. Propositio 59.

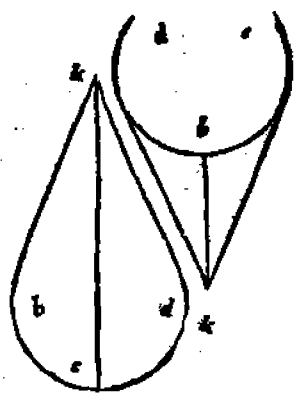
AVctæ magnitudines, propius oculo produci putantur.



Sit spectatum b c, sub k b, k c radijs, augeaturq; b c, ipsa b d, & ab ipso k, oculo procidat radius k d. Igitur angulus qui sub d k c, maior est angulo qui sub b k c: qui uerò sub maiori spectantur angulo, per 4 suppositionem opticæ maiora apparent: maior igitur apparet c d, ipso c b, & ea quæ oculo putantur maiora, augeri putantur, & auctæ igitur magnitudines ad oculum prouehi putantur.

Theorema 59. Propositio 60.

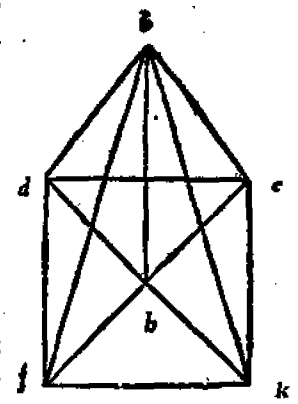
QVæcunq; in eodem non iacent inter quallo, neq; parallela in extremis posita, neq; inuicem posita medijs, neque in rectas existentia lineas totam figuram quandoq; manentem conuexam, quandoq; uerò curuam efficiunt.



Spectentur nanq; b c d, oculo in k posito, procidantq; radij k b, k c, k d, igitur tota figura conuexa esse putabitur, permutetur iam rursus spectatum, ponaturq; propius ad oculum. Igitur d b c, curuum esse putabitur.

Theorema 60. Propositio 61.

QVadrato existente, si à contactu dimetientiū ad angulos rectos quædam excitata fuerit ad ipsius quadrati planū, in ipsaq; positus fuerit oculus, latera & dimetientes ipsius quadrati æquales apparent.



Esto, inquam, quadratum c f, excitenturq; dimetientes c f, k d, & ab b, ad angulos rectos, excitetur per 12 undecimi elementorum b b, oculus uerò ponatur in b, procidātq; radij b k, b d, b c, b f. igitur duæ f b, b b, duabus c b, b b, sunt æquales, & æquales sunt anguli qui sub ipsis cōprehenduntur, hoc est anguli qui ad b. Æqualis igitur est per 4 primi elementorum f b, basis ipsi b c, basi. Idq; propterea & k b, ipsi b d, est æqualis. Binæ iam f b, b c, binis k b, b d, sunt altera alteri æquales. Et diametri sunt æquales, quarè & anguli qui ad b, erunt æquales. Quæ uerò sub æqualibus angulis spectantur, æqualia apparent. Diametri igitur & altera quadrati æqualia apparent: ea uerò quæ ab oculis in dimetientium contactum ad angulos rectos ipsi plano existente, neq; æquali utriq; eorum quæ à contactu ad angulos quadrati ducta sunt, neq; angulos comprehendente æquos cum ipsis, diametri inæquales apparent: similiter enim ostendemus contingentiam, quemadmodum & in circulis.

BARTHO-

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS DOCTISSIMO PHYSIOLOGO ANTONIO ABIOSIO RAVENNATI, artium ac Medicinæ doctori eximio socero patriq; humanissimo, fælicitatem perpetuam.

PHILOSOPHANTES illi ueteres, Antoni uir clarissime, eorum opera, aut magnis, aut doctissimis uiris destinare consueuerunt, aut quia inde eorum operibus maximam inuehi posse autoritatem censebant, aut quoniam eis eorum obseruantiam explicatiorem fieri posse arbitrabantur, aut quòd ab illis aliquid assequi posse expeditius existimabant. Idq; propterea nos qui cùm aliquid ocij supereſt, illud omne Græcorum operibus sapiẽtium studendis accommodauimus, & maximè his mathematicis, quæ tute scis qualem nam gradum certitudinis obtineant, ex hisq; studijs pinguibus & multiplici disciplina scatentibus, nostris laboribus (ut scis) eduximus illius Megarensis Euclidis mathematici præstantissimi elementa, optica, phænomena, catoptrica, & data. Quæ opera eo sunt iudicio & arte ab insigni illo Socratico philosopho structa & compacta, ut studẽtes eis miro quodam stupore detineant. Scalam enim quandam uenerandus ille uir compegit, qua ad omnes mathematicas disciplinas percipiẽdas ascendere possimus, qua sine ad eas non sit accessus: quæ opera cùm à me nonnullis emancipata fuerint, uterem, sinceram ac puram illam beneuolentiam tuam, qua patrem meum nostramq; familiam iam pluribus annis complexus es, & quam postea inuicem sanximus conciliauimusq; cùm Luciam filiam tuam mihi dicaueris, fraudem facillimè perpeti posse cẽserem, nisi aliquo nostrorum studiorum munere amoris nostri mutui ac beneuolentiæ defecatæ fructum reportaret. Quam cùm tibi uellem fieri explicatiorem, cumq; nollem Euclidis opera in lucem uenire, nisi tuum quoq; nomen aliquem eius partem sibi uendicaret, cũq; ad manus nostras fortasse ex bibliotheca senatoria Marini philosophi ac dialectici præstantissimi Protheoria in data Euclidis constructa peruenissent, eam à me Latinã esse censui faciẽdam, tibiq; dedendam: non ut abs te aliquid mihi id propterea dari uelim (nã tute scis te & nos iam unum esse) sed ut eam tua autoritate studẽtes cumulatius existiment, & tu obseruantiam amoremq; nostrũ singularem perpendas, ac ut beneuolentiæ tuæ erga nos pari lance correspondeam. Futurum etenim scias, quòd si hos labores nostros tibi placuisse, gratosq; fuisse perspexerimus, conabimur efficere, ut nostris uigilijs aliqua in intimis Græcorum penetralibus recondita, scitu iucunda & utilia Latinam uestem induere non aspernentur: nam quid possum agere melius, cùm ocium supereſt, quàm illud omne ad linguam Latinam illustrandam conuertere, & inde curare ut uiui post mortem nostræ possimus interesse posteritati? Sed iam ipsius Marini Protheoriam doctissimè inspicito. Philosophè æternumq; ualeas, in XI. IV. XIX. elemento salutis, nonis Octobribus.

IN

IN LIBRVM DATORVM EVCLIDIS

PHILOSOPHI PLATONICI, AC PRAESTANTISSIMI *mathematici, protheoriæ ex uoce Marini philosophi, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete,*

Caput primum.



IN primis quid sit Datum, ponere oportet: postmodum, quæ nam huius ex tractatu utilitas, dicendum est: tertium uerò, ad quam disciplinam deducitur. Diffiniunt nempe datum multipliciter, aliter quidem antiquiores, & aliter iuniores: idq; propterea obtigit, ut eius uera aßignatio difficilis sit. Nonnulli siquidem nullam ipsius diffinitionem tradunt: propriam nanq; dati inuentionem tentauerunt. Alij uerò quæ ab illis iamdiu dicta sunt complicantes, ipsum diffinire ausi sunt, neque hi cum illis congruè. Videntur siquidem omnes ex una eademq; sententia ac perceptione excitati, de eo aliquid dicere: assumptum enim quid datum esse perceperunt, ac per hoc simpliciori, ac una quadam differentia datum describere proponentibus illis: hi quidem ordinatum, ut Apollonius in libro Inclinationum, & in uniuersali tractatu. Notum sicut Diodorus, sic etenim rectas lineas & angulos dari inquit, & quicquid, & si rationale minimè fuerit, in cognitionem aliquam uenit. Nonnulli uerò ipsum rationale esse dixerunt, quemadmodum uidetur Ptolemæus, data illa appellans, quorum mensura nota est ad certitudinem uel prope. In suppositione autem à proponente propositum, datũ nonnulli esse contenderunt. Inquiunt autem, & alio modo in primis elementarijs datũ & datam rectam lineam, hoc est qualem quis diffiniat, detq; rectam lineam. Omnia uerò huiusmodi perceptionem quandam significare uolũt, unde maximè illæ diffinitiones comprobantur, quæ à nobis assumptum manifestè ostendunt. In præsentia uerò ipsius dati naturam non solum tenui, et uno aliquo aßignantium, qualem uerò diffinitionem efficientium, differentias exponemus id capitulatim, cùm horum modi bene enumerati sint. Alij nanq; ordinatum & porimon datum esse diffiniũt. Alij uerò ordinatum simul & notum. Nonnulli porrò ordinatum simul & porimon. Hi siquidẽ omnes apprehensionem, siue perceptionem & inuentionem ipsius dati respicere uidentur, ac perinde prædicto modo diffinire. Vt autem eorum huiusmodi sententiam ostendamus, insuperq; ut uerã propositæ diffinitionis ex multis propositis comprehendamus, inquirendum prius est simplicis uniuscuiusq;, & ei oppositum significatiũ, inordinati quidem dico, ignoti, & apori, & irrationalis. Extenduntur siquidem hæc ad præsentaneam geometricam materiam, necnon & ad res naturales, ac ad alias mathematicas disciplinas. Describunt siquidem ordinatum, quod idem obseruat, per quod ordinari dicitur, aut per magnitudinem, uel speciem, siue aliud quidpiam huiusmodi. Vel aliter, quod aliter fieri non comprehenditur: sed tantummodo in diffinito aliquo est loco, ut si dicatur, per bina signa existentia descripta recta linea ordinari dicitur, eo quia aliter & inordinatè minimè fit. Inordinatus est qui per bina angulus, multipliciter siquidem & inordinatè describitur maioris, scilicet, & minoris circuli infinities descriptorũ per bina signa. Rursus ordinatus est qui per tria signa angulus. Sunt autem & hæc ordinata, sicut super data recta linea triangulum æquilaterum constituere, sed ex utraq; rectæ lineæ parte tantummodo, & præter coincidentiã. Et datam rectam lineam in datam rationem dispescere, tantummodo siquidẽ hoc fieret, in utraq; bifaria sectione. Inordinata sunt quæ his contrariò sese habent, sicut scalenum constituere, & rectam lineam infinities secare: adiacet autem diffinitioni id ex quo ordinatur, quãdoquidem unum quid & idem existens quandoq; ordinatum, aliter autem inordinatum esse potest, sicut æquilaterum triangulum, siquidem æquilaterũ est, ordinatur: magnitudine uerò non omnino diffinitur. Notum autem est quod cognitum est, sicut nobis manifestum & perceptum: ignotum uerò, quod neutiquam notum, neq; à nobis perceptum est, sicut quadrati lõgitudo nota esse dicitur, quæ percipitur quotnam sit stadiorum, & quòd trianguli tres anguli binis sunt rectis æquales, & quòd quæ ex binis nominibus irrationalis est, insuperq; & talia nota dicuntur, ut unam tãtum esse ab exterius dato signo curuam tangentem ad utrasq; partes: si enim & alia fuerit, binæ rectæ lineæ areolam comprehendent: quod absurdum est. Ignota uerò irrationala non sunt: sed quæ non sunt nota, neq; à nobis percepta. Porimon autem est

tem est quod neq; efficere, neq; construere, hoc est in opinionem ducere non possumus. Aliter uerò rursus porimon diffiniunt, uel quòd per demonstrationem exhibetur, uel quando quidpiam absq; demonstratione manifestum fuerit, sicut centro & interuallo circulum describere, & triangulum constituere non solum æquilaterum, sed & scalenum, & eam quæ ex binis nominibus inuenire, & rectas lineas rationales potentia tantum commensurabiles indagare, & alia quæ infinities fiunt porimata sunt, sicut per bina signa circulum describere. Aporon uerò est quod porimo ipsi sese contrario habet, sicut circuli tetragonismus: nondum enim in uia est, & si illum exhiberi posse putent: at scire eum possumus, eius siquidem est disciplina, nondum tamen percepta. In præsentia uerò iam de eo quod in uia est ratio assignatur. quare & propriè porimon id appellant, quod nondum in disciplinæ uia est: quod autem perceptum exhiberi potest, porisron propriè appellant. Aporon autem, ut dictũ est, quod ipsi porimo contrarium est, hoc est cuius inquisitio dijudicata non est. Rationale est, de quo dicendum est, magnitudo, uel species, siue positio: sed diffinitio huiusmodi quidem communior est, propriè uerò & ex seipso rationale est, quod per aliquam dimensionem positione cognoscimus, aut palæsta siue cubito, aut digito. His sic diffinitis, quod reliquum superest facile est, eorum quæ dicta sunt communicantiam, & differentiam coniectare. In primis q; quomodo ordinatum ad notum, & his oppositа sese inuicem habent. Eorum quæ cõnectuntur eadem non sunt, neq; eorum in quibus alterum altero plus est. Et si eis plura communia existant, sicut per bina signa rectam lineam scribere, ac per tres circulos triangulum æquilaterum construere. Sed circulum quadrare ordinatum quidem, ignotum uerò est, & quod una tantum recta linea curuaturam ab uno signo tangit. Ordinatorum & minimè perceptorũ aliter se habere est, siquidem & illius demonstratio & constructio cognoscitur. Rursus quæ in infinitum fit sectio, & scaleni constructio cognoscitur quidem, sed nondum ordinatur. Quare manifestum est, quod ipsius ordinati, aliud quidem notum, aliud uerò ignotum: & rursus ipsius noti aliud ordinatum, at aliud inordinatum est, & sic se hæc habent adinuicem sicut rationale, & quod incedit: neq; huiusmodi coæquant sese, neq; alterum alterum excedit. Similiter ordinatum & inordinatũ sese habet, ac porimon & aporon. Communicant siquidem hæc plurimum, differunt q; ut dictum est. Curuatura siquidem ordinatur, sed his qui Archimedem præceßerunt, in uia erat, & alia quæ infinities fiunt, & inordinatè, porima quidem sunt, si quis eorum constructionem ac constitutionem intelligat, non tamen etiam ordinata, ut scalenum triangulum intelligere, in ipsius q; constructionem intelligentiam ducere ab æquilatero, nec difficile id est, sed in promptu, & quicquid inordinatum & infinitum. Sic autem ad rationale & irrationale, ordinatum & inordinatum sese habet: communicant siquidem inuicem admodum, differunt q; modo prædicto: hæc autem inuicem minimè sunt æqualia, neque alterum altero percipitur. nam quæ ex binis nominibus, & sic assumptæ irrationales, ordinatæ quidem sunt. sed neutiquam rationales, & quæ dimetientis ad costam quadrati est ratio. Rationalium quidem plura inordinata sunt, sicut quæ multipliciter, indeterminateq; fiunt: possumus enim & scalenum triangulum mensura diffinita rationali proposita metiri, & siquidem inordinatum fuerit, noti autem ad porimon similitudinem omnino inspicere facile est, differentiam uerò elicere difficile: natura nanq; propè sunt adinuicem, quare sese inuicem coæquare uidentur, tamen hæc certè intuentibus quædam inesse uidebitur differentia. Quod quidem una sit inflexionem ab uno signo tangens, manifestum ac notum est. Non tamen id propterea iam id problema porimon est, nondum enim perceptum, quare omne notũ non omnino porimon est: porimon siquidem omne notum est. Maius igitur est notum ipso porimo. Rursus notum porimum & rationale quandoq; communicant, at quandoq; inuicem differunt modo iam dicto. Nam quæ irrationales dicuntur, notæ sunt, non tamen rationales: numerus enim omnis rationalis quidem est, non tamen omnis notus est. Et rationale ex suijpsius more similiter rationale est, nec sic rationalis erit longitudo, in idem siquidem deducunt dimensionẽ, nota siquidem est longitudo, at quandoq; minimè, etsi in eadem fuerint consuetudine. Fortasse autem & inuenire difficile est. Rationali quidem, at ignotum, uidetur siquidem & rationali notum esse aliquid plus. Quod autem porimon & aporon, à rationali & irrationali differunt, ex his est manifestum: porima enim esse possunt & irrationaliũ aliqua. At rationalium irrationale nullum. affinitas autem horum sicut & aliorum omnino manifesta. hæc adinuicem sic se habent, quare porimon rationali plus esse uidetur. operæ etiam precium est & prædictorũ differentiam coniectare. Rationale quidem & irrationale per dimensionis relationem, dicuntur ad cognitionẽ nostram minimè uenientis. potest enim quidpiam rationale existens nobis minimè notum esse, quatenus rationale est, neq; percipi quod rationale sit. Ordinatum uerò & inordinatum, non per idem, & iuxta propriam speculati naturam est, & si à nobis minimè percipiatur: plura igitur ordinata natura posterius Archimedes ex Serini sermonibus, quod ordinantur demonstrauit. Notum autem & ignotum, quo ad nostram rela-

tionem

tionem dicitur,quare prædicta inuicem differũt.Siquidem hoc ad nos habet relationem,illud uerò quo ad naturam, hoc autem ad dimensionem. Cum iam præpositorum societas & differentia diffinita sit, reliquum superfuerit,quid nam sit datum indagare. Quicunq; in præsentia à proponente quid per hypothesin datum,id datum esse putant,à quæsito aberrant.elementa nanq; datorum omnia simul ordinantur,& nõ de eo quod per hypothesin,sicuti ex his quæ in eorum tractatu sunt licet intueri. Quare perceptionem huiusmodi nos negligentes, aliter diffinientium rationes ordinare oportet. Erit autem quod per hypothesin datum,id quod post principia speculatur, diffiniunt iam nominatiuis diffinitionibus utentes,uno aliquo dictorum illud charactere pingẽtes.Sicut in principio dictum est,omnes autem fermè ut communem sentẽtiam de dato retinere uidẽtur. perceptũ enim quid illud esse assumpserũt, quemadmodum & ipsius dati nomen ostendit,& in primis illi qui per hypothesin datum describunt. Nonnulli uerò cõcessionem respexerunt. Nos autem quoq; utentes prædicta tanquam canone & foro, ipsius dati perfectam diffinitionem inuenire poterimus. Manifestum autem quod coæquatione aut conuersione ipsum indiget ad diffinitum,& hoc subsistere oportet eis quæ rectè datæ sunt diffinitionibus, est & propositi hæc in illis diffinitionibus quæ simplicius dictæ sunt, quæ porimon diffiniet,in complicatis autem notum simul & porimon:reliquæ uerò omnes imperfectæ sunt. neq; enim ordinatum diffiniens eueſtigio ad dati comprehẽsionem extenditur,eo quia neq; in notum,neq; solum ordinatum perceptum est,sed inordinatorum nonnulla,sicut ostensum est. Neq; illa idonea est quæ totum ipsum diffinit,neq; enim hoc totum perceptum est,& si tantum ignotum enim nequaquam fuerit perceptum,neque ipsum rationale diffiniens diffinitio,perfecta erit.nam hoc solum perceptum non est,quoniam & irrationalium aliqua,forsitan autem neque omne rationale perceptum est, sicut & hoc diffinitum est prius.Deficit iam in nominatiuè assignatis porimon,quare uidetur maximè perceptionem ostendere. nam omne porimon percipi potest & solum.huiusmodi autem diffinitione usus est Euclides,species omnes dati describens.Compositarũ diffinitionum perfecta est quæ notum simul & porimon datum esse diffinit,genere quidem proportionale habens ipsum notum, differentia uerò porimon. Ordinatum autem simul & porimon dicens imperfecta est.nam non solum huiusmodi data sunt & qui datum,& rationale similiter defectiuè datum comprehendit.Quæ uerò notum simul & ordinatum, eo quia propositum excedit,neq; sana est,neq; enim omne huiusmodi datum est. Soli iam reliquum dati sententiæ attingere uidentur,qui illum notum esse dixerunt.nam tale omne percipi potest & solum: bina autẽ hæc subsistere oportet in disciplinaribus diffinitionibus datis.His autem propè sunt compositæ & sic. Datum est cui exhibere possumus æquum per ea quæ à nobis in primis prioribusq; suppositionibus dicta sunt,prædictis autem Euclides ubiq; in exhibendo utens.notum prætermittit, tanquam porimon iuxta sequens.Accusaret autem quispiam ipsum rationabiliter,tanquam prius cõmuniter datum minimè diffinientem,sed immediatè unamquanq; ipsius speciem. At qui in geometria elementari prius simplicem lineam quàm lineæ species,& alia huiusmodi diffiniuisse uidetur.

Quænam utilitas ex datorum tractatu. Caput secundum.

Cum forsitan quoad præsentaneum usum ipsum datum dijudicatum sit,subsequens fuerit ipsius tractatus utilitatem præbere:est siquidem hoc ad aliud habentium reductionem: ad locum enim qui resolutus dicitur,necessaria est admodum huius cognitio.Quantam nanq; potentiam habeant in mathematicis disciplinis,& alijs eiusdem generis, sicut perspectiua & canonica locus resolutus in alijs diffinitum est,& quòd demonstrationis est inuentio ipsa resolutio, et quòd ad inuentionem demonstrationis similium nobis confert. Et quòd maius est resolutiuam potentiam obtinere, quàm plures particulares demonstrationes habere.

Ad quam disciplinam reducatur datorum tractatus, Caput tertium.

Ad omnes siquidem huiusmodi disciplinas,cum datorum speculatio utilis sit, quandoquidem ad resolutionem plurimum confert,opportunum neutiquam fuerit ipsam reduci ad aliquam unam disciplinam dicere.Sed ad eam quæ in uniuersali mathematica dicitur,ea siquidem est quæ sese habet circa multitudines,tempora,& celeritates,huiusmodiq; omnia,inquantum iam circa rationes proportiones, & ubiq; medietates negociatur.Huiusmodi ergo datorum disciplinari perceptione utilima existente,datorum uolumen Euclides elaborauit, quem propriè & elementarem appellauerunt. Totius enim fermè mathematicæ disciplinæ elemẽta,& tanquam introductoria ordinauit,sicut geometriæ quidem totius in tredecim uoluminibus,& astronomiæ in phænomenis, musicesq; & perspectiuæ similiter elementa præbuit. At dati tractatus in proposito libro elementarè resolutiuam fecit. Geometricus enim existens ipse uir diuisim communes ipsius dati rationes propriè conglutinauit. Sicut in uniuersalibus rationibus fecit,ut in magnitudinibus eas propriè operatus in quinto de plano uolumine.Cõmuniter quidem quid

sit datum

sit datum dictũ est, & ad quam disciplinã reducatur, ac quòd eius speculatio utilissima est, his iam quæ dicta sunt, adijciatur quoq; ipsius descriptio disciplinæ: erit ea siquidem, sicuti ex prædictis est manifestum, Datorũ perceptio iuxta omnem locum, & eorum quæ eis cueniunt: propriè uerò et sicut ex proposito uolumine dicatur esse methodus totius Datorũ disciplinæ elementa cõprehendens: habebit autem & ipsa consequenter utilitatem & alia iuxta relationem ad ipsum datum. Diuidatur autem ipsum uolumen in Dati species: & in primis, primum segmentum ea quæ ratione data sunt comprehendit: secundum autem ea quæ positione, & demum ea quæ specie. Simplex enim erat quæ de magnitudine datis: disseminauit autem & hæc particulatim in alijs, & maximè in his quæ specie data sunt. Orsus autem est ab his quæ ratione & positione data sunt: quandoquidem ex his quæ specie dantur constant. Aliter facta etiam ipsius libri diuisio, in uniuersales magnitudines, in lineas & plana, & cyclica theoremata: simili nanq; ordine & in diffinitionibus siue uoluminis suppositionibus usus est. Secutus autem est modum doctrinæ non per compositionem, sed per resolutionem, quemadmodum & Pappus satis in libri huius commentationibus demonstrauit.

FINIS.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS CLARISSIMO VIRO MARINO GEORGIO, PATRITIO *Veneto, artium ac sacræ Theologiæ doctori eximio, Brixiensiumq; præfecto designato, S. D.*



LVRES hominum maxima tenet admiratio Marine Georgi philosophe doctissime, quòd in humanis ita sit comparatum homines absque dissidijs, contumelijs, iurgijs, tumultibus, bellisque atrocibus quasi uiuere nesciant. Ac si eorum misera conditio foret, si amore pace que mutua sibi inuicem corresponderent. Idq; magis mirum uideri solet, cum hi qui ab humanitate nomen sibi uendicarunt, non nisi inhumaniter uitam agere curent. Quod quidem uir clarissime nobis enucleatissimè constat: nam si uelimus ueterum memorias altius recensere, quam ætatem bellorum uacuam comperiemus? nullam. Sed ne à memoria nostra longè distantia repetamus, quid de nostra ætate, quam uidimus, nec apud autores legimus, in qua ea obtigerunt, quæ si à nobis sic sicut uisa sunt legerentur, proculdubio somnia & phantastica machinamenta esse putarentur. Nam decem autem aut undecim annorum interuallo quot, quantaq; ac qualia euersa, immutata, subuoluta, radicitusq; conuulsa nostris oculis conspeximus? Tu optime nosti qui ob singularem doctrinam tuam, erga patriamq; uel maximam fidem, à senatu legatus missus hos turbines uidisti, & ingenij tui libramine ponderasti. Testis heu testis est Neapolitana ciuitas, quæ plures strages perpessa, uno anno, rem nullis seculis auditam regale sceptrum quinquies commutauit. Testis heu testis est illa Roma, quæ cum alias, subacta Italia, fero cissimas infrenesq; nationes domuerit, lõgè lateq; fines imperij propagauerit, sæpius in præsentia non in Italia, sed apud urbis muros: non apud muros urbis, sed in ipsa urbe: non hominũ tumultus, sed enses euaginatos: non enses euaginatos, sed multas cædes, & funera passa est. Testes heu testes sunt Fluentinorum, Pelsinensiumq; agri toties à militibus dissipati. Testis demum tota Italia transpadana toties bellis atrocibus, cædibus miserandis, ignibus maximis conquassata. Sed quid de illa quæ citra Padũ est Italiæ regione dicemus? nil nisi laboriosum, nil nisi flebile, nil nisi illachrymabile, & quod potius silẽtio transeundum sit, quàm ea quæ obtigerunt cõnumerare. Nam si Tarrhenses agri uocem attollere possent, se hominum cæde uel maxima cõtabuisse, humaniq; sanguinis copia affatim effusi inundasse quererẽtur.

Si tota Italia loqui posset, eam ad funestum deplorabilemq; statum peruenisse intelligeremus. Sed hæc in præsentia missa faciamus: quandoquidem in præsentia historiam non conscribimus, & quæ apud posteros, non paruam, sed nullam fidem ob rei magnitudinem sit habitura. Quæ omnia licet quodam nictu oculi obtigerint, non est tamen quòd perinde nos mirari oporteat: nam si à causis exordiri atq; ad huiusmodi effectus nos ipsos deuoluere uelimus, siue etiam ab his effectibus incipiētes causas altius repetere uoluerimus, bella huiusmodi ex contrarijs gigni uoluntatibus comperiemus, quæ ab appetitu diuerso oriuntur, quem diuersa hominū sortita est qualitas, quam illi quatuor humores efficiūt, qui cum ab illis elementis toties celebratis scateant, iuxta temporum qualitatem, stellarumq; in humana huiusmodi uires suas transfundentium motum & influxus, augentur, attolluntur, imminuuntur ac deprimi solent. Fitq; nimirum ut uniuscuiusq; loci & regionis exigit dispositio, quemadmodum in Aphorismis medicorum princeps nos docet Hippocrates. Alij nanq; sunt influxus in septentrionalem plagam uergentibus, at alij his qui australem inhabitant, itidemq; alij orientalem regionem colentibus. At aliis aliter sese habet, & sic sicut regio sepositā fuerit. Quare cum ea quæ inuicem non conueniūt, non sint æqualia, sed dissideant, sicut in elementis præstantissimus ille mathematicus nos docet Euclides: at aduersæ hominum uoluntates cum inuicem non conueniant, sed mira quadam discrepantia dissideant. superest igitur ut contrariæ remaneant. Quod cum ita sese habeat, si priscis illis temporibus sacrorū uatum monumenta multa bella, & funera facta fuisse commemorant: si Assyriorum, Persarum, ac aliarum nationum horrendos tumultus Dionysius Halicarnassæus, Diodorusq; Siculus, ac Iustinus narrāt: si Thucydides Atheniensium: si T. Liuius Romanorum illa deniq; miranda facinora & non sine magna copia sanguinis, & non nisi totius mundi trementibus quasi cardinibus, explanant: si Quintus Curtius Alexandri Macedonis in Persarum Darium delicatissimum regem expeditionem terribilem, expugnationemq; ac uictoriam subactis Persis explicat: si ille quoq; dicat quòd fraterno primi maduerunt sanguine muri: si demum quoq; nostra tempestate priscis illis tēporibus exorta bella, ac nō extincta, sed usq; in id tēporis propagata in præsentia horredis tumultibus, magnis cædibus, ardentibusq; occultè odijs ferueant: non est id propterea, clarissime philosophe, quod mirari debeamus. Dolendum potius est ingemiscendumq; plurimū, quandoquidem bella quæ inter eos qui sub Christi glorioſi uexillo uiuunt, tam atrociter fiunt, non externa, sed ciuilia sunt, ac si in præcordijs, in intestinis ac in intimis cordis penetralibus gererentur. Illud, inquam, uir doctissime posſumus dicere: Quis furor ô ciues, quæ tanta licentia ferri, Gentibus inuisis Latium præbere cruorem. Cumq; superba foret Babylon spolianda trophæis Aut sonijs, umbraq; errarit Crassus inulta, Bella geri placuit nullos habitura triumphos. Heu quantum terræ potuit pelagiq; parari, Hoc quem ciuiles auxerūt sanguine dextræ, Vnde uenit Titan, et nox ubi sidera condit, Quaq; dies medius flagrantibus æstuat horis, Et qua bruma rigens ac nescia uere remitti, Astringit Scythicum glaciali frigore pontum. Sub iuga iam Seres, iam Barbarus isset Araxes, Et gens si qua manet nascenti conscia Nilo. Tum illud accedit, quòd his bellis noui emergunt ritus, noui mores: nam nunc prætextatos referūt Artaxata mores, & si quid uspiam est bonarum literarum illud interit. Nam adsunt adhuc in Italia illa fœdissima Vandalorum, Gothorumq; uestigia, quæ postea quàm Italiam flamma, ferro, cæde, rapinis, & alijs huiusmodi sæuientium belluarum peruersis moribus fœdarunt, maximas bonis literis tenebras obiecerunt, & adeò ut ipsæ contremiscentes pluribus annis inuisæ, ritu ferino uiuentibus delitescerent. Quibus beluis in uniuersum sæuientibus, multa priscorum illorum ueterum præclara opera interierūt, multa occæcata & subuersa, multa fœdissima barbarie obsita in lucem exierunt. Perijt, inquam, tunc perijt illa prisca mathematicè disserendi consuetudo & adeò ut quæ priscis illis temporibus adolescentulis plana & facillima ac in promptu erant, in præsentia uelut alta caligine demersa, difficillima nimisq; recondita eruditissimis uiris etiam esse uideantur. neq; id mirum. Euclides nanq; Megarēsis mathematicus præclarissimus, qui omniū mathematicarum disciplinarum unus est qui nobis fores reserat, in primis nimis peruersè interpretatus studentiū animos pluribus annis ambiguos tenuit. Nam cum illud quod illius esse asseritur uolumen studētes legerent, miris laruis, somnijs, & phātasmatibus quibus ille interpres barbarissimus illud refersit, offensi, neq; autori fidē adhibebāt, neq; illi detrahere audebant. Quare cum nos his disciplinis operam per plures annos accommodauerimus, uolentesq; nostris laboribus studentiū communi utilitati cōsulere, ipsius Euclidis elementorum uolumina tredecim ex Theonis traditione non minoribus uigilijs quàm laboribus, quibus per septennium insudauimus, ex Græcia in Italiam deduximus: quibus laboribus tandem uoto superatis, decreuerāmus, ut qui ex fluctuanti procelloſoq; mari portum quietum cupit, nos alicui amœno studio emancipare, animumq; his studijs fessum ad humaniora conuertere. Cupiebamus etenim illam sublimis Homeri poesim uidere, uim Demosthenis suspicere, suauitatem Isocratis mira quadam sanctitudine mixtam

gustare,

guſtare, Pindaricos fontes libare. Tum illa ruſticana Theocriti in præſentia in aliqua grata umbra æſtuanti corpori relegere. Quãdoquidem, ut optimè noſti, in præſentia ſol domum eſt leoninam ingreſſus, radijſq; ad rectos angulos procidunt, idq; propterea inferiora hæc uehementius incendunt. Tamen habitus qui aut nunquam, aut difficulter à ſubiecto conuelli poteſt, diſpoſitionem huiuſmodi diffiauit. factum nanque eſt ut cum me accingerem, ut ipſius Euclidis opera ſeponerem, ecce ut euenire ſolet, ad manus ipſius Euclidis Data peruenerunt, opus ſanè præter id quod iucundum, ſtudentibus etiam neceſſarium, quandoquidem ex eo facillimè datur intelligi, quod toties Euclides ipſe in elementis Datum appellat. Quod opus quoniam pulchrum, utile, neceſſarium, ſcitu iucundum, & quia ex his laqueis mathematicis me eximere neſcio, tum quoniam hucuſq; Latinis ignotum extitit, Latinum id à me propterea faciendum eſſe cenſui, tuoq; nomini humaniſſime philoſophe deſtinandum. Eo ſanè argumento ut meam erga te obſeruantiam, amoremq; ſingularem inde cognoſceres. Tum quoniam cum hiſce diebus triumuiratum Reipublicæ patrocinatorium ageres, magiſtratum ſanè in ciuitate grauiſſimũ, à quo ſicut uirtutes benigniſſimè fouentur, ſic uitia & ſcelera ſeueriſſimè uindicãtur, quem cum per pauculos dies mira integritate, ſed miranda te adeuntium ſatisfactione exercueris, & adeò ut Brixientium præfectus omnium penè comitiorum ſuffragijs deſignatus extiteris, tu te meo patri neſcio qua liberalitate te me uel libẽter cognoſcere uelle dixiſti. Cognoſces igitur me, & quid tui uetuſtiſſimum mancipium, quale uerò quis neſcit, ineruditum, indoctum, inculum, philoſophum tamen, & eum qui diuini Platonis decreta auidiſſimè ſequi cupiat, ita tamen ut quandoq; uelut transfuga & explorator caſtra philoſophantium petat. Sed quoniam ſi uelis binas lõgè inæquales magnitudines componere: id, inquam, haud facile factu tibi fuerit, niſi medius quidem ſit propoſitus limes quo analogico medio extrema conueniant, coaleſcant, ſeq; mutuo pulſent. Nam ſi ſexdecim ad quaternarium compara rare uolueris, quippe quoniam longè diſtant, medio indigent: octonario ſanè, ad quem eam ſexdecim habent, quam ipſe ad quatuor habitudinem, duplam quidem. Sed quoniam bini dupli quaternariũ conficiunt, ex ea igitur analogia ipſorum ſexdecim, ad octo, & octo ad quatuor, ea ſecat ratio quadrupla qua & ſexdecim, & quatuor reuinciuntur. Quod cum ita ſeſe habeat, cum mea paruitas tuæ magnitudini nulla ex parte cohæreat, fuit igitur mediũ adhibẽdum, quo tibi uir clariſſime fuiſſet ſatisfactum, & id ſanè quod tuæ illi rariſſimæ doctrinæ correſponderet. Data igitur ipſius Euclidis ea erunt quibus me cognoſes, quibus meam erga te fidem, & obſeruãtiæ magnitudinem intueberis. Quæ cum in præſentia Græca ueſte repoſita, Latina induta ſint, te petũt, te adeũt, te uir doctiſſime uidere geſtiũt, tuoq; ſublimi iudicio cõprobata, ſub tuo nomine in manus ſtudentium uenire cupiunt. Tantum igitur hoſpitem philoſophe præſtantiſſime, hilari fronte ſereno q; uultu acciples, & eo ſanè quo uiros doctos aſpicere, & tibi beneuolentia deuincire ſoles. Verùm quoniam priſcorum fuit conſuetudo, ut maximos uiros abſq; munere adire nulli liceret, id propterea, tibi non orientalium gemmas, non Arabum munera uulgo precioſa, non id quod plures hominum præclariſſimum bonum exiſtimant, aurum ſcilicet, non id demum quod paruo temporis interuallo exiguo nutu fortunæ euaneſcit, afferimus. Id quoniam tibi tradere conamur quod rariſſimum ſit, idq; propterea omni theſauro felicisq; Arabiæ ditiſſimis muneribus longè precioſius, lõgéq; præclarius, hæc igitur noſtra tibi erũt tradita munera: quæ ſi talia fuerint, quæ tua excellens doctrina amplexetur, tuum illud ferax ingenium benignè foueat. Curabimus noſtris laboribus, præclaris illorum ueterum operibus, & huic noſtræ ætati ignotis nomen tuum illuſtrare, ut tu multis annis etiam poſt mortem uiuere poſſis. Sed hoc iam ſatis eſt, hoc libello: iam peruenimus uſque ad umbilicum, longaq; nimis ac inculta oratione: quæ ne, quàm par eſt, prolixior euadat, iam te ad ſublimem Datorum doctrinam, philoſophe doctiſſime tranſmittam. Vale æternum philoſophantium exemplar rariſſimum.

Venetijs, M. D. V. VIII.
Idib. Sextilis.

EVCLIDIS MEGARENSIS PHILOSOPHI PLATONICI, MATHEMATICIQ; PRÆSTANTISSIMI INCIPIT LIBER DATORUM, EX TRADITIONE PAPPI, BARTHOLOMÆO ZAMBERTO VENETO INTERPRETE.



Diffinitio prima.

DATA magnitudine dicuntur arcæ lineæ, & anguli quibus æqualia possumus exhibere.

Diffinitio secunda.

Ratio dati dicitur, cui eandem possumus exhibere.

Diffinitio tertia.

Rectilineæ figuræ specie dari dicuntur, quarum anguli dati sunt ad unum, & laterum rationes adinuicem datæ.

Diffinitio quarta.

Positione dari dicuntur signa, lineæ, & anguli, quæ eundem semper locum obtinent.

Diffinitio quinta.

Circulus magnitudine dari dicitur, cuius quæ ex centro magnitudine datur.

Diffinitio sexta.

Positione magnitudineq; circulus dari dicitur, cuius centrum positione datur, ea quæque ex centro magnitudine.

Diffinitio septima.

Segmenta circuli magnitudine dari dicuntur, in quibus anguli dati sunt, & segmentorum bases magnitudine.

Diffinitio octaua.

Positione & magnitudine segmenta dari dicuntur, in quibus & anguli dati sunt magnitudine, & bases segmentorum positione & magnitudine.

Diffinitio nona.

Magnitudo magnitudine dato maior est, quando sublato dato, reliquum eidem æquum fuerit.

Diffinitio decima.

Magnitudo magnitudine dato minor est, quando adiecto dato, totum eidem æquum fuerit.

Diffinitio undecima.

Magnitudo magnitudine dato maior est quàm in ratione, quando ablato dato reliquum ad idem rationem datam habuerit.

Diffinitio duodecima.

Magnitudo magnitudine dato minor est quàm in ratione, quando appositio dato reliquum ad idem rationem habuerit datam.

Diffinitio decimatertia.

Producta est quæ à dato signo in positione rectam lineam acta recta linea in datum angulum, uel in datum signum.

Diffinitio decimaquarta.

Reducta quæ à dato signo ad positionem rectam lineam, recta linea in angulo dato acta est.

Diffinitio decimaquinta.

Appositione est quæ per datum signum positione rectæ lineæ parallelus acta est.

Interpres.

Quoniam in eo uolumine ex quo Data huiusmodi transcripsimus, in Latinumq; conuertimus, quod sanè uetustissimum est, nonnullas adiectiones comperimus, quæ licet breues & concisæ sint, quoniam ad Datorum intelligentiam plurimum cõferunt, ut sese habent, sic eas sumus interpretati, studentes uerò iudicabunt. Apud Græcos id obseruatum, inquam, inuenimus, ut non omnes interpretationes autorum

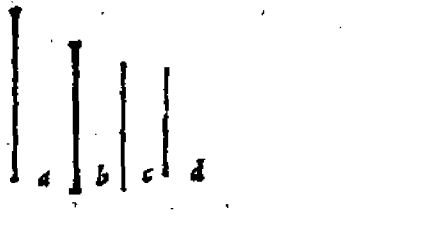
autorum ſcribant aut conficiant, ſed hi tantum qui inter autores nominari poſſint, ut fuerunt Homerici & Pindarici interpretes, et alij plures uiri ſanè grauiſſimi in diſciplinis humanioribus. Itidem quoque in Phyſiologicis. ut ſunt interpretes Ariſtotelici, Ammonius, Alexander, Ioannes grãmaticus, Themiſtius, & Platonici: ſic etiã in mathematicis, ut Theon, Hypſicles, Pappus, Heron Alexandrinus, Proclus Lycius qui in Euclidem ſcripſerunt, factumq; eſt id propterea ut apud Græcos non uideamus iſta immẽſa nugarum uoluminа, quorum nos Latini pleni ſumus. Vidimus enim unumquẽq; autorem tribus et quatuor cõmentationibus eſſe non interpretatum, ſed laceratum, & adeò ut crebrò ſtudentes ne ſciant ubi nam ſit incipiendum, quippe quoniã ſunt adeò nugis & laruis neſcio quibus obſiti, ut cæcutientes in tenebris ambulent. illud, inquam, Horatianum ſi unquam, nunc mirum in modum uerum eſt, nam ſcribimus indocti doctiq; poemata paſſim. nolim tamẽ detrahere fidem & autoritati Seruij, Acronis, Porphyrij, Donati, Lactantij grauiſſimorũ autorum, qui linguã Latinã illuſtrarũt. de illis uerò aliis quid dicendum ſuperſit, ignoramus. Ecce iam plurima uideas opuſcula in grãmaticis compoſitã, quæ in eum creuerunt numerum, ut ſtudentes ſuperauerint. Miramur plurimum quòd in hac noſtra ætate tanta ſit audacia, ut quaſi Priſcianus, Diomedes, Agretius, Phocas, Donatus, & alij autores grauiſſimi non ſatis exquiſitè ea quæ in grammaticis erant dicenda cõſcripſerint, neſcio qui inſurrexerint, contentes ut ſuæ nugæ neglectis autoribus bonis legantur, & his aſſueſcãt adoleſcentes, qui bis nugis cura præceptorũ iudicio carentium ſtudentes ſcholis ignorantiſſimi exeũt. ſed hos iam miſſos faciamus, cum cuilibet audendi ſemper æqua fuerit poteſtas: redeamusq; ad rem noſtram. Vbicunq; igitur in datorum theorematibus lector humaniſſime, uidebis aliqua dicta per Scholiũ, ea omnia ex Græcis adiectionibus ſumpta eſſe cenſeto. Ea enim à Græcis Scholia nuncupantur, quæ à nobis Latinè Poſtilla dicuntur.

Scholium.

Datorum aliqua poſitione, & alia magnitudine data ſunt. Datum ſiquidẽ quadrupliciter dicetur. aut enim magnitudine, aut ſpecie, aut ratione, aut poſitione dari dicitur: quid uerò horum unũquodq; ſignificet, ipſe Euclides docet. Cõmuniter autem dicitur datum, cui idem inuenire & exhibere eſt poſſibile. Datorum uerò traditionem in plano uno poſitam accepimus. ſicut in ſex prioribus libris Elementorum. Data ſunt definita, hoc eſt quorum finis datur aut intellectu aut ſenſu, his enim æqua poſſumus exhibere, ſimiliter autem ſiue intelligentia, ſiue ſenſu. poteſt autem rationale & irrationale datũ eſſe, ut inquit Pappus in principio eorum quæ in Euclidem ſcripſit, rationale nanq; datum eſt: ſed non omnino datum rationale eſt. ſed has tres diffinitiones ultimas de magnitudinibus aiunt eſſe Apollonij.

Theorema 1. Propoſitio 1.

DAtarum magnitudinũ ratio adinuicẽ datur.



Sint datæ magnitudines a b, dico quòd ipſius a ad b, ratio data eſt. Quoniam enim datur a, poſſibile eſt per primam diffinitionem ei æquam exhibere, exhibeatur & eſto c. Rurſus quoniam data eſt b, poſſibile eſt per eandem eidem æquam, exhibere: exhibeatur & eſto d: quoniam igitur a eſt æqualis ipſi c, & b ipſi d: eſt igitur ſicut a ad b, ſic c ad d. Ipſius igitur a ad b ratio data eſt, eadem nanq; eidem exhibetur ipſius c ad ipſam d.

Theorema 2. Propoſitio 2.

SI magnitudo data ad aliam aliquam magnitudinem rationem datam habuerit, & eadem magnitudine datur.



Data, inquam, magnitudo a ad quampiam aliam magnitudinem b rationem habeat datam. Dico quòd ipſa b magnitudine datur. Quoniã enim datur a, poſſibile eſt eidem per primam diffinitionem eandem exhibere: exhibeatur ac eſto c. Et quoniã ratio ipſius a ad b datur, ſic enim ſupponitur, & ei æqualem per 2 diffinitionem exhibere eſt poſſibile: exhibeatur, eſtoq; ipſius c ad ipſam d ratio: & quoniã eſt ſicut a ad b, ſic eſt c ad d: uiciſſim igitur per 16 quinti Element. eſt ſicut a ad c, ſic b ad d: æqualis autẽ eſt a ipſi c: æqualis igitur eſt & b, ipſi d. Datur igitur per primam diffinitionem ipſa b magnitudo, æqualis ſiquidem ei exhibetur d.

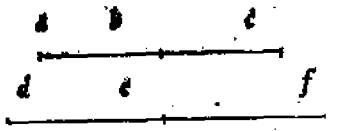
Scholium.

Hoc præcedentis conuerſum eſt quodammodo. ſed non uniuerſaliter id eſſe cõuerſum dicendũ eſt: eſſet enim uniuerſaliter id præcedentis conuerſum, ſi magnitudines inuicem rationem haberent datã. dantur magnitudine, nonnulli autem aggrediuntur ut oſtendant eſſe conuerſum præcedentis, inquiuntq; quòd ſi magnitudines aliquæ rationem adinuicem datam habuerint, dantur magnitudine.

Theorema 3. Propositio 3.

SI datæ magnitudines quæcunq; compositæ fuerint, & ex ipsis compositum datum erit.

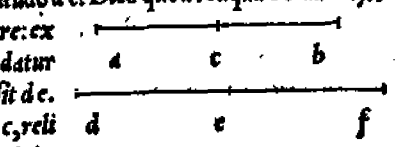
Componantur enim quælibet datæ magnitudines a b, b c. Dico quòd & quod ex a b, b c hoc est ipsum a c constatū datum est. Quoniam enim datur a b, possibile est per primam diffinitionem æqualem eidem exhibere: exhibeatur per eandem, sitq; d e. Rursus quoniam datur b c, possibileq; est eidem eandē exhibere, exhibeatur per eandem & sit e f. Quoniam igitur æqualis quidem est a b, ipsi d e & b c, ipsi e f. Tota igitur a c toti d f, est æqualis, per 2 cōmunem sententiam. Datur igitur ipsa a c: eidē siquidem in eadem exhibeatur d f.



Theorema 4. Propositio 4.

SI à data magnitudine, data magnitudo auferatur, reliqua data erit.

A data siquidem magnitudine a b, data auferatur magnitudo a c. Dico quòd reliqua c b data est. Quoniam enim datur a b, possibile est eidem æqualem exhibere: exhibeatur per primam diffinitionem & sit d f. Rursus quoniā datur a c, possibile est ei æquam exhibere: exhibeatur per eandē et sit d e. Quoniā æqualis est a b ipsi d f, & a c ipsi d e, reliqua igitur b c, reliquæ e f, est æqualis per tertiam communem sententiam. Datur igitur b c, æqualis enim eidem exhibetur e f.

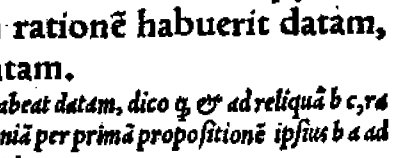


Scholium.

Et id theorema præcedentis quod minimè est conuersum, propriè siquidem esset conuersum, si data magnitudo in quascūq; diuisa fuerit, & unaquæq; earum in quas diuiditur data est, quæ eidē eædem & adinuicē sunt eædē: hoc, inquā, patet in 11 quinti elementorū. Theorema 5. Propositio 5.

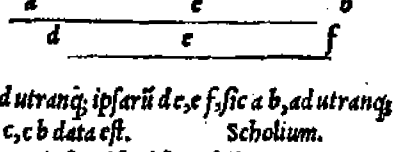
SI magnitudo ad sui partem aliquam rationē habuerit datam, & ad reliquam rationem habebit datam.

Magnitudo siquidem a b ad aliquā sui partē a c, rationē habeat datam, dico q; & ad reliquā b c, rationē habet datā, ponatur siquidē data magnitudo d f, & quoniā per primā propositionē ipsius b a ad a c, ratio data est, eadē eidem per 2 diffinitionē exhibeatur, ut ipsius d e ad d f: possibile enim est tribus datis magnitudinib. quartam proportionalem inuenire per 12 sexti element. Ipsius igitur f d, ratio data est, data igitur est et f d. Igitur et d e data est, et reliqua igitur e f, data est. Est autē & d f data. Ratio igitur ipsius d f, ad f e data est. Et quoniā est sicut d f ad d e, sic a b ad a c. Conuertendo igitur per correl. 2. quint. elemen. est sicut d f ad f e, sic a b ad b c. Ratio autē ipsius d f ad f e, data est ut patuit. Ratio igitur & ipsius d f ad f e, data est ut patuit. Ratio igitur & ipsius a b ad b c, data est. Theorema 6. Propositio 6.



SI binæ magnitudies cōpositæ fuerint adinuicem rationem habētes datā, & tota ad ipsarum utranq; rationē habebit datam.

Componantur enim binæ magnitudines a c, c b adinuicem datā rationem habentes. Dico quòd tota a b ad utranq; ipsarum a c, c b rationem datam habet, exponatur enim data magnitudo d e, & quoniā per primam propositionem ipsius a c ad c b data est, eadem fiat quæ ipsius d e ad e f ratio: data est autem utraq; ipsarum d e, e f data. Ratio igitur ipsius d e ad utranq; ipsarū d e, e f, data est. Et quoniam est sicut a c ad c b, sic est d e ad e f. Componendo igitur per 18 quinti elementorum, sicut a b ad b c, sic d f, ad f e, & conuertendo igitur per correlarium, decimæoctauæ quinti elementorū sicut b a ad a c, sic d f, ad d e, & quoniam sicut d f, ad utranq; ipsarū d e, e f, sic a b, ad utranq; ipsarū a c, c b. Ratio igitur & ipsius a b ad utranq; ipsarū a c, c b data est.



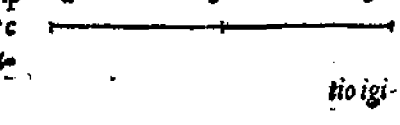
Scholium.

Datarū siquidem magnitudinū ratio inuicē datur, æquā enim ipsius d f, ad f e, exhibemus rationem.

Theorema 7. Propositio 7.

SI data magnitudo ī datā rōnē diuisa fuerit, utrūq; segmētū datū est.

Data enim magnitudo a b, in datā rationē ipsius a c ad c b, diuidatur. Dico q; utrunq; segmentū & a c & c b datum est: quoniam enim ratio ipsius a c ad c b data est, ra-



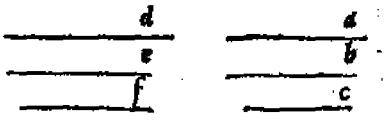
tio igi-

tio igitur ipsius a b ad utrãq; ipsarum a c, c b data est. Data est a b, data igitur utraq; ipsarum a c, c b.

Theorema 8. Propositio 8.

EAndem ad idem rationem datam habẽtia, & adinuicem rationem datam habebunt.

Habeat siquidem utraq; ipsarum a c ad b rationem datam. Dico quòd & a ad c, rationem habebit datam. Sit, inquam, data magnitudo d, & quoniam ratio ipsius a b data est, eadem eidem fiat quæ ipsius d a d e. Data, inquã, est d, data igitur & e. Rursus quoniam ratio ipsius b ad c data est, eadem eidẽ fiat quæ ipsius e ad f, data est e, data igitur est & f. Est autem & d, data. Ratio igitur ipsius d ad f, est data. Et quoniam est sicut d ad e, sic a ad b, & sicut b ad c, sic est e ad f: sed ratio ipsius b ad f, data est, ratio igitur & ipsius a ad c data est.



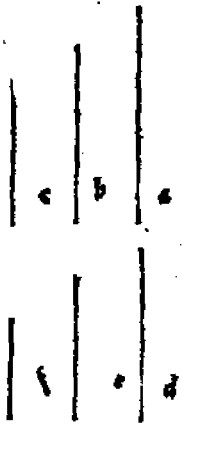
Scholium.

Aequa est ratio sicut in 17 diffinitione & 22 propositione 5 Elementorum, patet.

Theorema 9. Propositio 9.

SI binæ aut plures magnitudines inuicem rationẽ habuerint datam, habuerint autem eædem magnitudines inuicem ad alias quasdam magnitudines rationes datas, neq; easdem, & ipsæ magnitudines inuicem rationes datam habebunt.

Binæ, inquam, siue plures magnitudines a, b, c adinuicem rationẽ habeant datam, habeant autem ipsæ a, b, c magnitudines ad alias quasdam magnitudines d, e, f, datas rationes, non autẽ easdem. Dico quòd & ipsæ d, e, f magnitudines adinuicem rationem datam habebũt. Quoniam ipsius a ad b, ratio est data, & ipsius a ad d, ratio est data, & ipsius igitur d ad b ratio est data. Sed ipsius b ad e ratio est data, & ipsius igitur d ad e, ratio est data. Rursus quoniam ipsius b ad c ratio est data, ipsius autem b ad e, ratio est data, & ipsius igitur e ad c ratio data est. Ipsius autem c ad f ratio est data, & ipsius igitur e ad f ratio est data, ipsæ igitur d, e, f, adinuicem rationem datã habent.



Scholium.

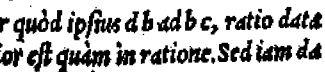
Si enim de substantia se habet ostensio quando hoc fuit eadem, uel ratio propositarum ad aliquas contingentes magnitudines eadem, uel quod contingentes rationem habebunt datam, in hoc exercetur problema.

Theorema 10. Propositio 10.

SI magnitudo magnitudine dato maior fuerit quàm in ratione, & utraq; eadem dato maior erit quàm in ratione, & si utraq; eadem dato maior fuerit quàm in ratione, & reliqua eadẽ uel dato maior est quàm in ratione, uel reliqua cũ consequenti ad quam altera rationem habet datam, data est.

Magnitudo, inquam, a b, magnitudine b c dato maior esto quàm in ratione: dico quòd & utraq; a c, eadem c b, dato maior est quàm in ratione. Quoniã enim a b, ipsa b c, dato maior est quàm in ratione, auferatur data magnitudo a d. Reliquæ igitur d b, ad b c, per 4 propositionem ratio est data, & componendo, per 18 quinti ele. & 3 datorum ipsius d c ad b c, ratio data est, & est data a d, igitur ipsa d a ipsa c d, dato maior est quàm in ratione. Rursus iam a c, ipsa c b, dato maior esto quàm in ratione. Dico quòd & reliqua a b, eadem b c, aut dato maior erit quæ in ratione, uel ipsa a b, consequenti ad eam ad quam ipsa b c, rationem datam habet, data est. Quoniam enim a c, ipsa c b, dato maior est quàm in ratione, auferatur data magnitudo. Data iam aut ipsa a b minor, aut maior est. Sit prius minor, sitq; a d, reliquæ igitur d c ad c b, ratio per 4 propositionẽ data est. Distribuendo igitur quòd ipsius d b ad b c, ratio data est, per 7 propositionẽ, estq; data ipsa a d. Igitur a b ipsa b c dato maior est quàm in ratione. Sed iam data





ta maior esto ipsa a b, ponaturq;, per diffinitionem primam Datorum eidem æqualis a e. Ratio igitur reliquæ e c ad c b data est. Quare & econtra ipsius b c ad e c, ratio data est, & conuertendo per corre larium 18 quinti elementorum ipsius b c ad b e, ratio data est, & est c b, cum ipsa b a, data. Tota enim a e data est. Igitur b a, cum consequenti ad quam b, rationem datam habet, data est.

Scholium.

Hoc est componendo maior est quàm in ratione, sicut magnitudo 20 & altera magnitudo 23 data autem sit 3 & utraque 33, & ipsa 20 in ipsa c d, est data quàm in ratione. Auferantur sicut à data cap. 20 ad 20 data sicut nunc in secunda ratione, & sicut in diffinitionibus dictum est, sicut magnitudo a b, per hypothesin 23 magnitudine b c, existente per hypothesin 10 dato maior esto quàm in ratione. Sitque data ad 33, si igitur ab ipsa a b, abscindis datum a d, hoc est 3 reliqu- d c 20 ad b c 10 rationem habet datam. patuit autem in diffinitionibus. dato enim maior est quàm in ratione hoc patet, & manifestum quod & reliqua est, & tota a c, maior est dato quàm in ratione. Si enim æqualis extiterit data a b reliqua b c ad eandem b c, rursus datam habet rationem: possum siquidem eandem eidem exhibere, sicut in diffinitionibus. Datur siquidem e c, per 4. theorema, & quoniam datur utraque ipsarum c a, a c, & ipsarum adinuicem ratio datur, per primum theorema & ipsius a c ad c e. Sed ipsius a c ad c b, sic ipsius b c ad c e. Quoniam enim est sicut a d ad d e, sic c d ad d b, & uicißim, per 16 quinti Elemẽtorum sicut a d ad d c, sic e d ad d b. Et componendo igitur, 18 quinti Elementorum, sicut a c ad c d, sic e b ad d b, & uicißim per 16 quinti Elementorum, sicut a c ad e b, sic c d ad d b: datur autem ipsius a d ad d b, ratio. Datur igitur & ipsius a c ad e b, ratio. Sed potius conciſiùs dicendum est, sicut unũ antecedentium ad unum sequentiũ, hoc est sicut c d ad d b, sic omnia antecedentia, ad omnia sequẽtia, hoc est a c ad e b.

Theorema 11. Propositio 11.

SI magnitudo magnitudine dato maior fuerit quàm in ratione eadem, & utraq; dato maior erit, quàm in ratione: & si eadem & utraq; dato maior fuerit quàm in ratione eadem, & reliqua dato maior igitur erit quàm in ratione.

Magnitudo enim a b ipsa b c dato maior sit quàm in ratione. Dico quòd & ipsa a c, dato maior est quàm in ratione. Quoniam enim a b ipsa b c, dato maior est quàm in ratione, auferatur data magnitudo a d. Reliquæ igitur d b ad d c, ratio est data, & econtrà, & componendo per 18 quinti Elementorum & 4 datorum. Eadem eidem fiat ipsius a d ad d e. Ratio igitur ipsius a d ad d e data est. Data est a d, data igitur & d e. Quare per quartam propositionem reliquæ a data est. Est autem totius a c ad totam ratio, quare & ipsius e b ad a c, ratio est data & a e, data est. Igitur b a ipsa a c, dato maior est quàm in ratione. Dico quòd eadem a b reliqua b c, dato maior est igitur quàm in ratione. Quoniam enim ab ipsa a c dato maior est quàm ratione, auferatur data magnitudo a e, reliquæ igitur e b ad a c, ratio data est. Quare & ipsius a c, hoc est econtra a d, e b, ratio est data. Eadem eidem fiat, ipsius a d ad e d, & ipsius d a igitur ad e d, ratio est data. Et conuertendo per correlarium 18 quinti Elementorum, ipsius d a ad a e, ratio est data, & econtra ipsius e a ad a d, ratio est data & data est a e, data igitur & tota a d. Et quoniam tota a c ad totam e b, ratio data est, quarum ipsius a d ad d e, ratio data est, erit & per 19 quinti Elementorum reliquæ c d ad reliquam d b ratio data. Et distribuendo per 7 propositionem ipsius c b ad b d, ratio est data. Quare & ipsius d b ad b c, ratio est data. Ipsa enim d a data est, igitur a b ipsa b c maior est dato, quàm minor.



Scholium.

Quoniam enim est sicut a c ad e b, sic ablata a b ad ablatam d e, et reliqua igitur c d ad a d reliquam d b, est sicut a c ad e b, per 19 quinti Elementorum: data autem est ipsius a c ad e b, ratio data igitur & ipsius c d ad d b.

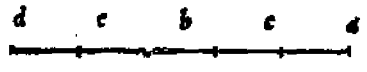
Theorema 12. Propositio 12.

SI fuerint tres magnitudines, & prima cum secũda data fuerit, fuerit autem & secunda cum tertia data, prima tertiæ aut est æqualis, uel altera dato maior est.

Sint tres magnitudines a b, b c, c d, et a b cum b c, data sit ut a c. At b cum c d, data sit ut d b. Dico q;

a b ipsi

& b ipſis c d, aut eſt æqualis, uel altera altera dato maior eſt. Quoniam enim data utraq; ipſarum a c, b d. Data iam aut ſunt æqualia aut inæqualia. Sint primum æqualia, æqualis igitur eſt a c ipſi b d, communis auferatur c b, reliqua igitur a b reliquæ c d eſt æqualis.



Non ſint autem æqualia, ſed eſto maior a c, ipſa b d & ipſi b d, exhibeatur æqualis c e, per 2 primi elemen. Ipſa b d, data eſt, data igitur eſt & c e, eſt autem & tota a c data, & reliqua a c data eſt. Et quoniam æqualis eſt c c ipſi b d, communis auferatur b c: reliqua igitur b e, reliquæ c d eſt æqualis. Eſt autem data a e. Igitur a b ipſa c d, dato maior eſt.

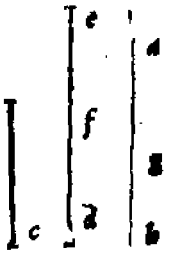
Scholium.

Si autem maior fuerit b d ipſa a c dato a c, æquum autem quod ex b & eadem efficientes demonſtrabimus, quòd c d ipſa a b dato maior eſt: hoc enim patuit in prima, uel altera, altera dato maior eſt.

Theorema 13. Propoſitio 13.

SI fuerint tres magnitudines, & prima ad ſecundam rationẽ habuerit datam, ſecunda uerò tertia dato maior fuerit quàm in ratione, & prima tertia dato maior erit quàm in ratione.

Sint tres magnitudines a b, c d, e, & ipſa quidem a b ad c b, rationem habeat datam, at c d ipſa e dato maior ſit quàm in ratione. Dico quòd & ab ipſa e dato maior eſt quàm in ratione. Nam quoniam c d ipſa e dato maior eſt quàm in ratione: auferatur data magnitudo c f. Reliquæ igitur d f ad e ratio data eſt, & quoniam ipſius a b ad c d, ratio data eſt, eadem eidem fiat quæ ipſius a g ad c f data. Data eſt c f, data igitur, & a g & reliquæ g b ad reliquam f d, ratio data eſt, & ipſius d f ad e, ratio data, & ipſius g b ad e, igitur ratio data eſt. Eſt autem data a g. Igitur ipſa e dato maior eſt quàm in ratione.



Scholium.

Si enim fuerit ſicut totum ad totum, ſic ablatum ad ablatum, & reliquum ad reliquum erit ſicut totum ad totum, ſicut patet per 10 quinti elemen. & in diffinitionibus, componitur enim dato quòd maior ſit quàm in ratione.

Theorema 14. Propoſitio 14.

SI binę magnitudines adinuicẽ rationẽ datam habuerint, appoſitaq; fuerit earũ utriq; data magnitudo, totæ adinuicẽ aut rationem datã habebũt, aut altera altera maior eſt quàm in ratione.

Binæ ſiquidem magnitudines a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, & apponatur earum utriq; data magnitudo, hoc eſt a e & c f. Dico quòd totæ e b, f d: adinuicem aut rationem habent datam uel altera altera, dato maior eſt quàm in ratione. Nam quoniam data eſt utraq; ipſarum e a, c f. Ratio igitur ipſius e a ad c f, data eſt, & ſiquidem eadem quæ ipſius a b ad c d, igitur & totius e b ad totam f d, ratio eſt data. Non autem ſit eadem. Fiatq; ſicut a b ad c d, ſic g a ad c f. Ratio igitur & ipſius g a ad c f data eſt. Data autem eſt f e data igitur & g a & ipſius f c ad g a, ratio data eſt. Et reliqua igitur e g, data eſt. Eſtq; ſicut a b ad c d, ſic g a ad f c. Ratio igitur ipſius g a ad f c eſt data. Data autem & f c. Data igitur eſt & g a. Eſt autem et e a data, & reliqua igitur e g data eſt. Et quoniam ſicut a b ad c d, ſic g a ad f c, ratio igitur ipſius g b ad f d data eſt. Eſt autem data & e g. Igitur e b ipſa f d, maior eſt dato quàm in ratione.



Scholium.

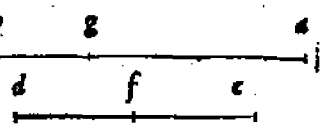
Si uerò efficiemus ſicut a b ad c d, ſic a e, ad id quod ex c, ſicut in γ inuenietur f d ipſa e b, dato maior quàm in ratione.

Theorema 15. Propoſitio 15.

SI binæ magnitudines adinuicem rationẽ datam habuerint, & auferatur ab earũ utraq; data magnitudo, reliquæ adinuicem

aut

aut rationem datum habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.



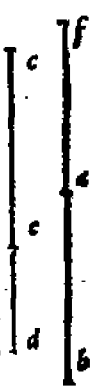
Binæ nanq; magnitudines a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, auferatur q; ab earum utraq; data magnitudo: ab ipſa, inquam, a b ipſa a e, ab ipſa uerò c d, ipſa c f. Dico quòd & reliquæ e b, f d, adinuicem aut rationem habebunt datam, uel altera, altera dato maior eſt quàm in ratione. Nam quoniam utraq; a e, c f, data eſt, ratio igitur ipſius a e ad c f, data eſt, per primam propoſitionem. Et ſiquidem eadem eſt ei quæ ipſius a b, ad c d, erit & reliquæ e b, ad reliquam f d ratio data. Non ſit autem eadem, fiatq; ſicut a b ad c d, ſic a g ad c f. Ratio autem ipſius a b, ad c d data eſt. Ratio ipſius igitur a g, ad c f data eſt. Data igitur eſt & a g. Eſt autem & a e data. Et reliqua igitur e g data eſt. Et quoniam eſt ſicut a b ad c d, ſic eſt a g, ad c f. Reliquæ igitur g b, ad reliquam f d, ratio data eſt. Eſt autem data e g. Igitur e b, ipſa f c, dato maior eſt quàm in ratione.

Scholium.

Hoc conuerſum eſt quodammodo præcedentis, oſtendens, quod ſi appoſitæ fuerint datæ magnitudines, eis datam habent rationem, nunc uerò auferatur eadem ab eiſdem idem oſtendit.

Theorema 16. Propoſitio 16.

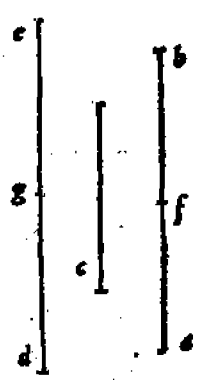
SI binę magnitudines inuicem rationem habuerint datã, & ſub una earum data magnitudo auferatur, alteri uerò earum data magnitudo appoſita fuerit, tota dato maior eſt quàm in ratione.



Binæ ſiquidem magnitudines a b, c d, rationem habeant datam, & ab ipſa c d, data auferatur magnitudo, ipſi uerò a b data apponatur magnitudo f a. Dico quòd tota f b tota e d, dato maior eſt quàm in ratione. Nam quoniam ipſius a b ad c d, ratio data eſt, eadem ei dem fiat, hoc eſt ipſius a g ad c e. Igitur ipſius a b ad c e ratio data eſt. Data autem eſt c e, data igitur & a g. Eſt autem & a f data. Tota igitur f g, data eſt per 3 propoſitionem. Et quoniam eſt ſicut a b ad c d, ſic eſt a g ad c e, & reliquæ g b, ad reliquam e d, ratio eſt data per 19 quinti elemen. Et g f data eſt. Igitur f b ipſa e d dato maior eſt quàm in ratione.

Theorema 17. Propoſitio 17.

SI fuerint tres magnitudines, & prima ſecũda dato maior fuerint quàm in ratione, fuerit autem & tertia eadem dato maior quàm in ratione, prima ad tertiã aut datã rationẽ habebit, uel altera altera dato maior erit q; in ratione.



Sint tres magnitudines a b, c d e, & utraq; ipſarum a b, d e, ipſa c dato maior eſto quàm in ratione. Dico quòd ipſæ a b, d e, aut adinuicem datam habent rationem, uel altera altera dato maior eſt quàm in ratione. Auferatur data magnitudo d g. Reliquæ igitur g e ad c, ratio eſt data. Id propterea iam & ipſius f b ad c, ratio eſt data, & ipſius f b ad g e, igitur ratio eſt data, & eis apponuntur datæ magnitudines a f, d g. Totæ igitur a b, d e, adinuicem uel rationem habent datam, uel altera altera dato maior eſt quàm in ratione.

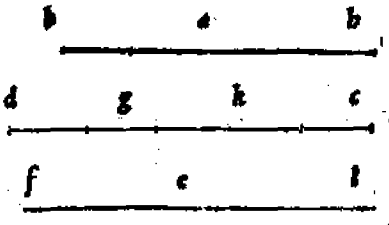
Theorema 18. Propoſitio 18.

SI fuerint tres magnitudines, una autem earũ utraq; reliquarũ dato maior fuerit quàm in ratione, binę reliquæ adinuicẽ aut rationem datam habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.

Sint tres magnitudines a b, c d, e f, earum uerò una c d, utraq; reliquarum a b, e f, dato maior ſit

quàm

quàm in ratione. Dico quòd ipſa a b ad e f, aut rationem habet datam, uel altera altera dato maior eſt quàm in ratione. Nam quoniam c d ipſa a b, dato maior eſt, quàm in ratione, auferatur data magnitudo c g. Reliquæ igitur g d ad a b, ratio eſt data, eadem eidem fiat quæ ipſius c g ad a b. Ratio igitur ipſius c g ad a b data eſt. Data autem eſt c g: data igitur, & a b & totius c d ad totam b b, ratio eſt data. Rurſus quoniam c d ipſa e f, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo c k. Reliquæ igitur k d ad e f ratio data eſt, eadem eidem exhibeatur quæ ipſius c k ad l e. Ratio igitur & ipſius c k ad l e data eſt. Data autem c k, data igitur & l e, & totius c d ad totum l f, ratio eſt data. Ipſius autem c d ad h b, ratio eſt data. Et ipſius h b, igitur ad l f, ratio eſt data. Et ab ipſis datæ auferuntur magnitudines h a, l e. Ipſæ igitur a b, e f, aut adinuicem rationem habebunt datam, aut altera altera dato maior erit quàm in ratione.



Theorema 19. Propoſitio 19.

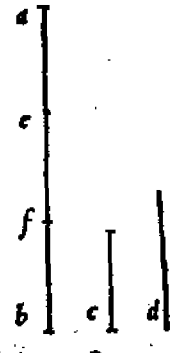
SI fuerint tres magnitudines, & prima ſecunda dato maior fuerit quàm in ratione, fuerit autẽ & ſecunda tertia dato maior ꝯp in ratione, & prima tertia dato maior igitur erit quàm in ratione.

Sint tres magnitudines a b, c d, e, et a b ipſa c d, dato maior eſto quàm in ratione, & c d, ipſa e dato maior eſto quàm in ratione. Dico quòd et a b ipſa e dato maior eſt quàm in ratione: nam quoniam c d, ipſa e, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo c f. Reliquæ igitur f d ad e, ratio eſt data. Rurſus quoniam a b ipſa c d, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo a g. Reliquæ igitur g b ad c d, ratio eſt data, eadem ridem fiat quæ ipſius g h ad c f. Ratio igitur ipſius g h ad c f data eſt. Data autem eſt c f, data igitur eſt & g h, eſt autem & g h data, & tota igitur h a, data eſt. Et quoniam eſt ſicut g b ad c d, ſic eſt g h ad c f, & reliquæ h b ad reliquam f d ratio data eſt. Ipſius autem f d ad e, ratio eſt data, & ipſius h b, igitur ad e, ratio eſt data, & data eſt h a. Igitur b a ipſa e, dato maior eſt quàm in ratione.



Aliter.

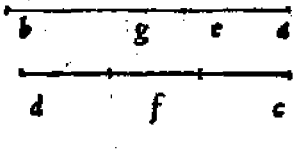
Sint tres magnitudines a b, c, d, & a b ipſa c dato maior ſit quàm in ratione, & c ipſa d, dato maior ſit quàm in ratione. Dico quòd & a b ipſa d, dato maior eſt quàm in ratione. Quoniã a b ipſa c dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo a e. Reliquæ igitur e b ad c ratio eſt data, per 4 propoſitionem. At c ipſa d, dato maior eſt quàm in ratione, & e b, igitur ipſa d, dato maior eſt quàm in ratione. Auferatur igitur data magnitudo e f. Reliquæ igitur f b ad d, ratio eſt data per eandem. At a f, data eſt, & a b igitur ipſa d, dato maior eſt quàm in ratione.



Theorema 20. Propoſitio 20.

SI fuerint binæ magnitudines datæ, ab eiſdem'q; ablatæ fuerint magnitudines adinuicem rationem datam habentes, reliquæ adinuicem aut datam rationem habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.

Sint binæ magnitudines datæ a b, c d, & ab ipſis a b, c d auferantur magnitudines a e, c f, rationem adinuicem habẽtes datã, dico quòd ipſæ e b, f d, adinuicem rationem datam habent, uel altera altera dato maior eſt quàm in ratione. Nã quoniã utraq; ipſarũ a b, c d, data eſt. Ratio igitur ipſius a b ad c d data eſt, et ſiquidem eadem eſt ei quæ ipſius a e ad c f, erit & reliquæ e b ad reliquã f d ratio data. Non ſit iam eadem, fiatq; ſicut e a ad c f, ſic a g ad c d. Ratio autem ipſius a e ad c f eſt data. Ratio igitur ipſius a g ad c d, data eſt. Data autem c d, data igitur & a g. Eſt autem & a b recta linea data, & reliqua igitur



tur g b data est, & quoniam est sicut a e ad c f, sic est a g ad c d, & reliquæ g e ad reliquum f d ratio est data. Data autem est g b, igitur e b, ipsa f d, dato maior est quàm in ratione.

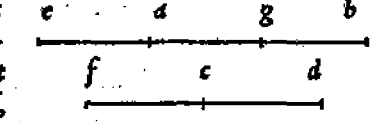
Scholium.

Quoniam enim est sicut a e ad c f, sic est a g ad c d, manifestũ quòd & reliquæ e g ad reliquam, f d, ratio data per 19 quinti elementorum, & in alijs eiusmodi per scholium maximè decimi theorematis.

Theorema 21. Propositio 21.

SI fuerint binæ magnitudines datæ, eisdemq; appositæ fuerint magnitudines adinuicem rationem datam habentes, totæ adinuicem aut rationem datam habebunt, aut altera dato maior erit quàm in ratione.

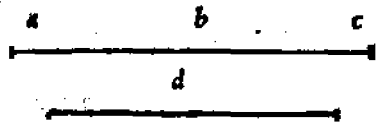
Sint binæ magnitudines datæ a b, c d, apponanturq; eisdem magnitudines e a, c f, rationem habentes datam adinuicem. Dico quòd & totæ e b, f d, adinuicem rationem habebunt datam: uel altera dato maior est quàm in ratione. Quoniam enim data est utraq; ipsarum a b, c d. Ratio igitur ipsius a b ad c d, per primam propositionem data est, & siquidem eadem est ei quæ ipsius a e ad c f erit, & totius e b ad totam f d ratio data est. Si autẽ non fiat sicut a e ad c f, sic g a ad c d. Ratio igitur ipsius g a ad c d data est. Data autem est c d, data igitur est & g a. Est autem & a b data, et reliqua igitur g b data est. Et quoniam est sicut e a ad c f, sic est a g ad c d, & totius e g ad totam f d, ratio est data, & data est g b, igitur e b, ipsa f d, dato maior est quàm in ratione.



Theorema 22. Propositio 22.

SI binæ magnitudines ad aliquam magnitudinem rationem datam habuerint, & utraq; ad eandem rationẽ habebit datum.

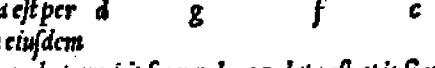
Binæ siquidem magnitudines a b, b c, ad aliquam magnitudinem d rationem habeant datam. Dico quòd & utraq; a c ad eandem d rationem habet datam. Quoniam utraq; ipsarum a b, b c ad d, rationem habet datam: ratio igitur & ipsius a b ad b c data est. Et componendo per 17 quinti elementorum ipsius a c ad c b, ratio est data: ipsius autem b c ad d ratio est data, & ipsius a c, igitur a d ratio data est.



Theorema 23. Propositio 23.

SI totum ad totum rationem habuerit datam, habuerint autẽ partes ad partes rationes datas, non autem easdem, & omnia ad omnia rationes datas habebunt.

Habeat enim totum a b ad totum c d, datam rationem, habeant autẽ & a e, e b, partes ad c f, f d, partes datas rationes, non autem easdẽ. Dico quòd & omnia ad omnia rationes habebunt datas. Quoniam enim ipsius a e ad c f, ratio data est, eadem eidẽ fiat ipsius a b ad c g. Ratio igitur & ipsius rectæ lineæ a b ad c g, rectam lineam data est. Erit & reliquæ e b, ad reliquam f g, ratio data. Ipsius autem e b ad f d, ratio data est. Et ipsius f d ad f g, ratio data est per 18 quinti elementorum, & cõuertendo, per correlarium eiusdem ipsius f d ad d g, ratio data est. Et quoniam ratio ipsius b a ad utrunq; ipsorum d c, c g, data est, et ipsius d c, igitur ad c g, ratio est data, & conuertendo per idem correlarium & ipsius c d ad d g, ratio est data. Sed ipsius d c ad d f, ratio est data, & ipsius c d, igitur ad d f, ratio est data: quare & ipsius c f ad f d, ratio est data. Sed ipsius quidem c f ad a e, ratio est data, ipsius autem f d ad b e ratio est data. Quare omnium ad omnia ratio data est.



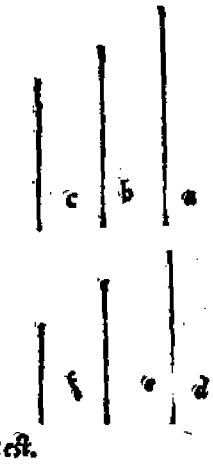
Scholium.

Receptum siquidem est, quod ipsius c f ad f d, ratio data est, ponitur autem & ipsius e b ad f d:

ad f d, ratio data, & ipsius igitur c f, ad e b, ratio est data per 8 propositionem. Rursus quoniam ipsius a c, ad e b, ratio data demonstratur, ponitur autem & ipsius e b, ad f d, ratio data, & ipsius igitur e a, ad f d, ratio est data, per 8 propositionem, & quoniam a e, e b, adinuicem rationem habent datam, & totum a b, ad utrunq; ipsorum a e, e b, rationem habet datam. Quare & similiter & c, ad utranque ipsarum c f, f d, rationem habet datam. Et quoniam a b, ad c d, rationem habet datam: habet autem & c d, ad utrunq; ipsarum c f, f d, rationem datam & a b, igitur ad utrunq; ipsarum c f, c d, rationem habet datam. Quare omnia ad omnia rationes habent datas.

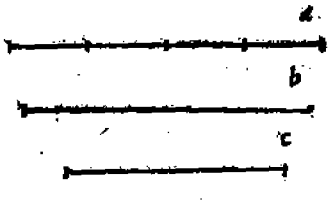
Theorema 24. Propositio 24.

SI tres rectę lineæ proportionales fuerint, prima uerò ad tertiã rationẽ habuerit datam, & ad secundã rationẽ habebit datam.



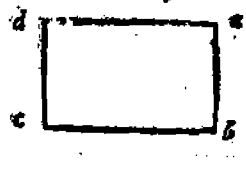
Sint tres rectæ lineæ proportionales a b c, sicut a ad b, sic b ad c. At a ad c, rationem datam habeat. Dico quòd & ad b, rationem habebit datam, extendatur enim data recta linea d, et quoniam ratio ipsius a ad c, data est. Eadem eidẽ fiat ipsius d ad f. Igitur ipsius d ad f, ratio data est. Data autẽ est d, data igitur est & f, accipiatur per 13 sexti elementarũ ipsorum d f, media proportionalis e. Igitur per 17 eiusdem quod sub d f, æquum est ei quod ex e. Sed quod sub d f, datum est, utraq; enim earũ data est. Datum igitur & quod ex e. Est autem & d data. Ratio igitur ipsius d ad e, data est. Et quoniã est sicut a ad c, sic est d ad f. Sed sicut a ad c, sic quod ex a ad id quod sub a c, sicut autem d ad f, sic quod ex d ad id quod sub d f. Sicut igitur quod ex a, ad id quod sub a c, sic quod ex d, ad id quod sub d f. Sed ei quidẽ quod sub a c, æquũ est id quod ex b per 17 sexti elemẽt. ipsæ a b c, sunt proportionales. Ei autem quod sub d f, æquum est id quod ex e, per eandem. Sicut igitur id quod ex a, ad id quod ex b, sic quod ex d, ad id quod ex e, et sicut igitur a ad b, sic d ad e. Ratio autem ipsius d ad e data est. Ratio igitur ipsius a ad b data est.

Aliter idem.



Quoniam ratio ipsius a ad c data est, sicut autem a ad c, sic quod ex a ad id quod sub a c. Ratio igitur ipsius a ad id quod sub a c data est. Ei autem quod sub a c æquum est id quod ex b. Ratio igitur eius quod ex a, ad id quod ex b data est. Quare et ipsius a ad b, ratio data est: utriq; siquidem ipsarum a b, æquas exhibuimus in proprio cuilibet quadrato.

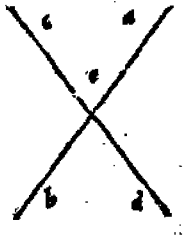
Scholium.



Quoniam didicimus in diffinitionibus, rectilineas figuras specie dari, quarum anguli dati sunt, & laterum rationes adinuicem sunt datæ, si efficimus parallelogrammum a b c d, rectãgulum æquum habens d, ipsis a b, habemus siquidem angulorum unumquẽq; datum, quoniam recti sunt, omnis enim rectus angulus datur, rectus siquidem à recto non differt, sicut patet per quartũ postulatum, & manifestum quod rationes laterum sunt datæ. Ratio siquidem ipsius a b, ad b c datur. Quoniam & ipsius d ad f, ratio datur, ac per hoc quod sub d f datur.

Theorema 25. Propositio 25.

SI binę rectæ lineæ positione datæ seſe inuicẽ secuerint, signum in quo seſe inuicem dispescunt positione datur.



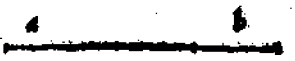
Binæ, inquam, lineæ positione datæ a b, c d, seſe inuicem secent in e, dico quòd datum est e signum. Si autem non intercidet e signum intercidet igitur & unius ipsarum a b, c d, positio, non intercidit autem. Datum igitur est signum e.

Theorema 26. Propositio 26.

SI rectæ lineæ fines fuerint dati positione, datur ipsa recta linea positione & magnitudine.

Rectæ siquidem lineæ a b fines a b dati sunt positione. Dico quòd ipsa a b positione & magnitudine datur. Si enim manente a intercidet ipsius a b rectæ lineæ aut positio, aut magnitudo,

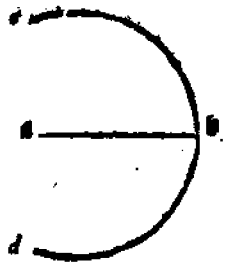
gnitudo, intercidet & b signum, non intercidit autem. Datur igitur a b, recta linea positione & magnitudine.



Theorema 27. Propositio 27.

SI rectæ lineæ positione & magnitudine datæ unum extremum datum fuerit, & alterum dabitur.

Rectæ siquidem lineæ a b positione & magnitudine datæ, unum extremum a datum sit. Dico quòd & b datũ est. Si enim manente a signo intercidit signum b, incidit igitur & ipsius a b rectæ lineæ aut positio aut magnitudo, non intercidit autem. Datum igitur est b signum, & centro a, interuallo uerò a b, per tertium postulatum circunferentia describatur c b d: positione igitur est ipsa c b d, positione autem & ipsa a b, recta linea. Datum igitur est & b signum.



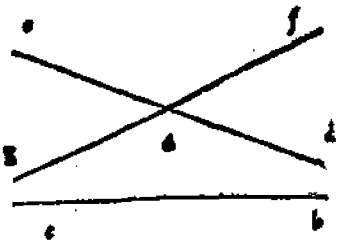
Scholium.

Siquidem enim b signum aut introrsum aut exterius intercidit, igitur recta linea magnitudine data non est: si autẽ intercidit, aut supra aut infra, nec positione data est igitur.

Theorema 28. Propositio 28.

SI per datum signum ad positionem datam rectam lineam, linea acta fuerit, datur quæ acta est positione.

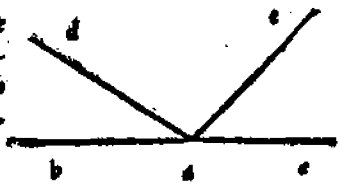
Per siquidem datum signum a ad positione datam rectam lineam b c, recta linea agatur d a e. Dico quòd ipsa d a e, positione datur: si autem non manente signo a intercidit ipsius d a e, positio permanente b c parallelo. Intercidat, & esto f a g, parallelus igitur est c b, ipsi a f g, sed b c ipsi d a e, est parallelus, & d a e igitur ipsi f a g parallelus est. Sed est coincidẽs, quod est absurdum. Ipsius igitur d a e, positio non intercidit, positione igitur est ipsa d a e.



Theorema 29. Propositio 29.

SI additione data recta linea fuerit, ad signumq; in ea datum recta linea acta fuerit, datum efficiens angulum, acta positione datur.

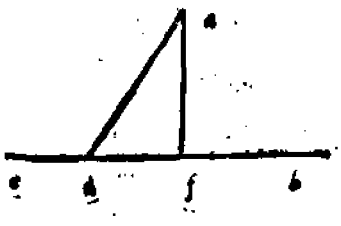
Additione siquidem recta linea a b, & ad signum ad eam datum c, recta excitetur linea c d angulum datum efficiens eum qui sub b c d. Dico quòd ipsa c d, est positione data. Si autem non manente signo c intercidit ipsius c d positio, seruans ipsius b c d, anguli magnitudinem, intercidat & sit c e: æquus igitur est angulus qui sub d c b, ei qui sub e c b, minor maiori, quod est absurdum. Non intercidit ergo ipsius d c positio, positione igitur est ipsa c d.



Theorema 30. Propositio 30.

SI à dato signo in positione datam rectam lineam, linea acta fuerit, datum efficiens angulum, acta positione datur.

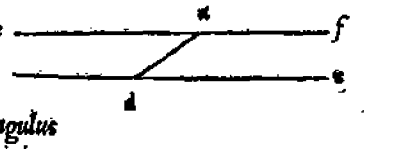
A' dato enim signo a in positione datam rectam lineam b c, recta agatur linea a d, datum efficiens angulum sub a d c. Dico quod positione est ipsa a d. Si autem non, manente a signo intercidit ipsius a d positio, seruans ipsius a d c anguli magnitudinem, intercidat & esto a f. Aequum igitur est qui sub a d c, angulus ei qui sub a f c, maior minori, quod est alienum. Non intercidit igitur ipsius a d positio, positione igitur est ipsa a d.

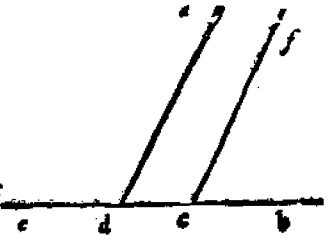


Excite-

Aliter idem.

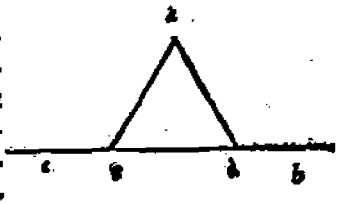
Excitetur per 31 primi element. ab a signo ipsi b d c, rectæ lineæ parallelus e a f. Quoniam igitur per datum signum a ad positione datam rectam lineam b d c, recta linea acta est e a f, igitur per 28 propositionem ipsa e a f, positione datur, & quoniam parallelus est e a f, positione datur, & quoniam parallelus est e a f, ipsi b d c, et in eas incidit d a: æqualis igitur est per 29 primi elementorum angulus e ad angulos a d c. Datus igitur est & qui sub e a d. Quoniam igitur additione data recta linea e a f, & ad signum in ea datū à recta excitatur linea a d, datum efficiens angulum, igitur per uigesimamnonam propositionem positione est ipsa a d. Assumatur in ipsa b c, datum signum e & per e signum ipsi a d, per 31 primi elementorum parallelus excitetur e f, quoniam parallelus est f e, ipsi a d, & in eas incidit b e d. Aequus igitur est per 29 primi elementorum qui sub f e d, angulus ei qui sub a d c. Datus igitur est & qui sub f e c. Quoniam igitur additione data recta linea b e & ad datum in ea signum e linea excitata est e f, datum efficiens angulum f e c, igitur per 29 propositionem positione data est ipsa e f. Quoniam per datum signum a ad positione datam rectam lineam d c linea excitatur a d: igitur per 28 propositionem positione est ipsa a d.





Aliter.

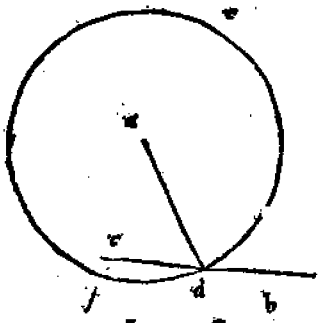
Assumatur in b c, contingens signum e, connectatur q e a, quoniam a signum datum est: igitur per 26 propositionem ipsa a e positione data est, positione autem & b c. Quoniam enim utraque ipsarum a e, b c, rectarum linearum positione datur. Datur qui sub a e d, angulus magnitudine, sicut in diffinitionibus, possumus enim eidem æquum exhibere. Datus igitur est qui sub a e d angulus, est autem & qui sub a d e angulus datus, & reliquus igitur qui e a d, datus est. Quoniā igitur additione data recta linea e a & ad signum in ea a, recta excitatur linea a d datam efficiens angulum eum qui sub a e d, positione igitur est per 29 propositionem ipsa a d.



Theorema 31. Propositio 31.

SI à dato signo in positione datam rectā lineam, recta linea proiecta fuerit data magnitudiue, datur etiam positione.

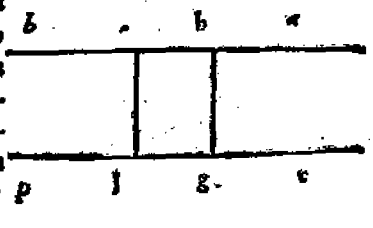
A dato enim signo a in positione datam rectam lineam b c recta excitetur linea d a, data magnitudine. Dico quòd etiā positione datur. Centro siquidem a interuallo uerò a d, per 3 postulatum circulus describatur e d f, positione igitur est, per 6 diffinitionē ipse circulus d f. Datur siquidem a centrum positione, & quæ ex cētro a d magnitudine, positione autem & b c, recta linea. Si uerò binæ lineæ positione datæ seſe inuicem secuerint, datur per 25 propositionem signum, in quo se dispescunt positione. Est autem & a datum, igitur per 26 propositionem positione datur ipsa à d.



Theorema 32. Propositio 32.

SI in parallelas positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, datos efficiens angulos, acta magnitudine datur.

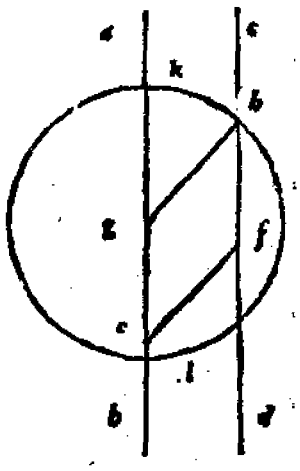
In parallelas enim positione datas rectas lineas a b c d, recta agatur linea e f, datos efficiens angulos sub b e f, & e f d. Dico quòd ipsa e f, magnitudine datur. Assumatur enim in c d, datum signum g, & per g ipsi e f, per 31 primi element. parallelus excitetur g h. Quoniā igitur parallelus est g h ipsi f e, & in eas recta cecidit linea c d, æquus est igitur per 29 primi elementorum



angulus e f d, angulo h g d. Datus autem est qui sub e f d, datus igitur est & qui sub h g d. Quoniam igitur additione datæ rectæ lineæ c d, & ad in ea datum signum g recta linea excitatur g h datum efficiens angulum h g f. Igitur per 29 propositionem, ipsa g h positione datur, positione autem & a b. Datum igitur est h signum, est autem & g. Data igitur est g h, magnitudine per 26 propositionẽ, & ipsi e f est æqualis. Data igitur est e f magnitudine.

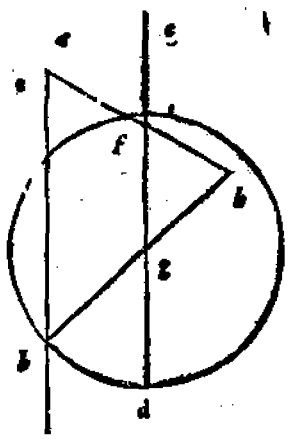
Theorema 33. Propositio 33.

SI in parallelos positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, magnitudine data, angulos efficiet datos.



Si in parallelos enim positione datas rectas lineas a b, c d, recta linea excitetur e f magnitudine data. Dico quòd angulos datos efficiet sub b e f, e f d, assumatur enim in ipsa a b datum signum g & per g ipsi e f, per 32 primi elementorum parallelus excitetur g h, æqualis igitur est e f ipsi g h. Data autem est e f magnitudine. Data igitur est & g h: estq; g d datum. Centro igitur g, interuallo uerò g h, circulus descriptus erit positione. Describatur, sitq; k h l, positione igitur est circulus k h l, positione autem & c d, datum igitur & h signum, est autem & g datũ positione, igitur est ipsa g h, per 22 propositionem. positione autem & c d. Datus igitur est qui sub g h d angulus & ei est æquus qui sub e f d. Datus igitur est & qui sub e f d, & reliquus igitur qui sub f e b, datus est.

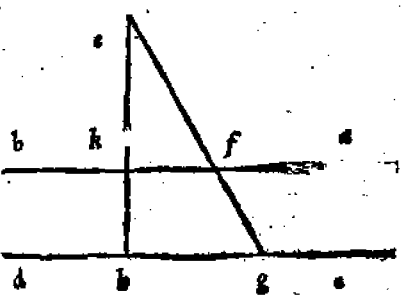
Aliter.



Assumatur in c d datũ signum g, ponaturq; per 2 primi element. ipsi e f, æqualis g d, & centro quidem g, spacio uerò g d, per 3 postulatum circulus describatur d b, positione igitur est ipse b d circulus. Datur siquidem eius centrum positione & quæ ex centro magnitudine, positione autem & a b. Datum igitur est b signum, est autem & g datum: positione igitur est ipsa b g, per 26 propositionem positione autem & c d. Datus igitur est qui sub b g d angulus. Et si quidem parallelus est e f, ipsi g b erit, et qui sub e f g, angulus datus: quare & reliquus qui sub f e b angulus datus est. Si autem non concurrunt ipsæ e f, b g in h. Quoniam æqualis est e f ipsi d g, hoc est ipsi g b, & parallelus est e b ipsi f g, æqualis igitur est f h ipsi h g. Quare & angulus qui sub h g f, ei qui sub h f g est æqualis. Datus autem qui sub h g f. Datus igitur & qui sub g f h, quare & consequens qui sub g f e, datus est, & reliquus qui sub f e b, datus est.

Theorema 34. Propositio 34.

SI in parallelos positione datas rectas lineas à dato signo recta linea acta fuerit, in datam rationem secabitur.

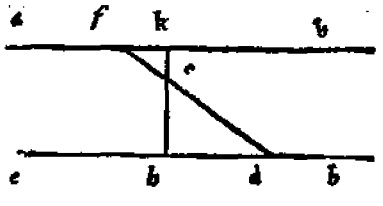


In parallelos enim positione datas rectas lineas a b, c d, à dato signo e, recta excitetur linea e f g. Dico quòd ratio ipsius e f ad f g, data est, excitetur enim per 32 primi element. ab ipso e signo in c d perpendicularis e k h. Quoniam à dato signo e in positione datam rectam lineam c d, recta linea excitata est e h, datum efficiẽs angulum sub e h g. Igitur per 30 propositionem ipsa e h positione datur, positione autem & utraq; ipsarum a b, c d. Datum igitur est utrunque ipsorum k h. Est autem & e datum. Data igitur est utraq; ipsarum e k, k h. Ratio igitur ipsius e k ad k h, per primam propositionem data est. Estq; sicut e k ad k h sic e f ad f g. Ratio igitur ipsius e f ad f g data est.

In paralle-

Aliter.

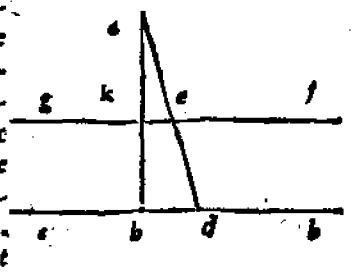
In parallelos siquidem positione datas a b, c d, à dato signo e, recta linea agatur f e g. Dico quòd ipsius g e ad e f ratio data est: excitetur siquidem ab e signo per duodecimam primi elementorũ in ipsam c d, perpendicularis e h, & extendatur in k. Quoniam à dato signo e, in positione datam rectam lineam c d, recta linea excitatur e h, datum efficiens angulum qui sub e h g, positioni igitur est ipse h e a, positione autem & utraq; ipsarum a b, c d. Datum igitur est utrunq; ipsorum h k signorum, est autem & e datum. Data igitur est utraq; ipsarum h e, e k. Ratio igitur ipsius h e ad e k data: sicut autem h e, ad e k, sic g e, ad e f. Ratio igitur & ipsius g e ad e f data est.



Theorema 35. Propositio 35.

SI à dato signo in positione datã rectam lineã, recta linea acta fuerit, & secta fuerit in datam rationẽ, & per sectionẽ ad positionem datã rectam lineã recta linea acta fuerit, datur acta positione.

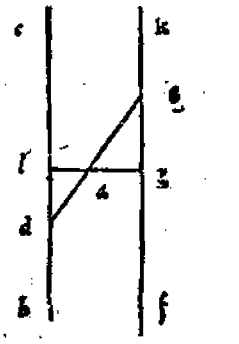
A' dato siquidem signo a in positione datam rectam lineam c b, recta linea a agatur a d, secetur q; per precedentem in datam rationem ipsius d e, e a. Excitetur q; per trigesimam primam primi element. per c signum ipsi b c parallelus f e g. Dico quòd positione est ipsa f e g. Excitetur enim per duodecimã primi element. ab ipso a in ipsam b c, perpendicularis a h, quoniam à dato signo a in positione datam rectam lineam b c, recta excitatur linea a h, datum efficiens angulum qui sub a h d, positione igitur est per trigesimam primam propositionem ipsa a h, positione autem & b c. Datum igitur h signum. Est autem & a datum. Data igitur est per uigesimamsextam propositionem & a h. Et quoniã ratio ipsius d e ad a e, data est: sicut aũt d e ad e a, sic h k ad k a. Ratio igitur & ipsius h k ad k a, data est. Componendo igitur per decimamoctauam quinti elementorum, ratio ipsius h a ad a k, data est: data autem ipsa h a, data igitur & a k. Sed & positione, est q; a datum, datum igitur & k. Quoniam igitur per datum signum k, ad positione datam rectam lineam b c, recta linea excitatur f g, positione igitur est & f g.



Theorema 36. Propositio 36.

SI à dato signo in positione datam rectam lineam recta linea acta fuerit, proiectaq; fuerit eidem aliqua recta linea rationem habens ad eandem datam, ac per proiectæ finem ad positione datam rectam lineam linea acta fuerit, datur acta positione.

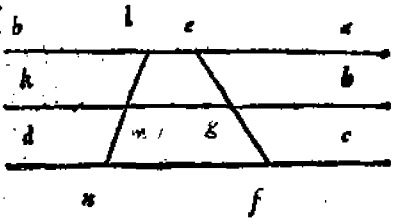
A' dato enim signo a in positione datam rectam lineam b c, recta agatur linea a d, et apponatur ipsi a d, ipsa a e, rationẽ habens ad a d datam, ac per e, per 31 primi element. ipsi b c parallelus excitetur f k. Dico quòd positione est ipsa f k, excitetur per duodecimam primi elementorum ab ipso a in b c, perpendicularis a h, extendatur q; in g. Quoniam à dato signo a in positione datam rectam lineam b c, recta excitata est linea a h, datum efficiens angulum a h c, positione igitur datur per 31 propositionem h a g, positione autem & b c. Datum igitur est h signum, est autem & a datum. Data igitur est ipsa a h per 26 propositionem. Et quoniã ratio ipsius d a ad a e data est, sicut autem d a e, sic h a, ad a g. Ratio igitur & ipsius h a ad g, data est, data autem h a. Data igitur & a g. Sed & positione, est q; a datũ, datum igitur & g. Quoniã igitur per datum signum g ad positione datam rectam lineam b c, recta excitatur linea f g k, positione igitur est per 28 propositionem ipsa f g k.



Theorema 37. Propositio 37.

SI in parallelos positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, sectaq; fuerit in ratione data, ac per sectionem ad positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, datur acta positione.

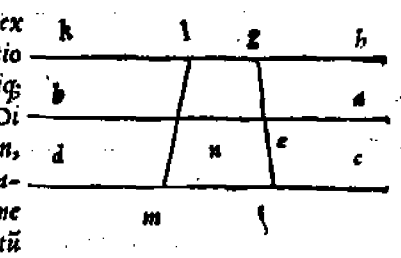
In parallelos enim positione datas rectas lineas a b, c d, recta excitetur linea e f, & secetur per propositionē in datam rationē ipsius f g ad g e. Excitetur per 31 primi element. per g utriq; ipsarū a b, c d parallelus h k. Dico q; positione est ipsa h k. Assumatur enim in ipsa a b, datū signum l & per 12 primi elemen. ab ipso l excitetur in c d perpendicularis l n. Quoniā à dato signo l in positione datam rectā lineā c d, recta linea excitatur l n, datum efficiēs angulū l n d; positione igitur per 28 propositionē est ipsa l n, positione aūt & c d. Datum igitur n signum Est autem & l datum. Data igitur est ipsa l n; per 26 propositionem. Et quoniā ratio ipsius f g ad g e data est: sicut autem f g ad g e, sic n m ad m l. Ratio igitur ipsius n m ad m l data est. Quare & ipsius n l ad m l componendo per 18 quinti ele. ratio data est. Data autem n l, data igitur & l m, sed & positione, est q; l datum: datum igitur & m. Quoniam igitur per datum signum m ad positione datam rectam lineam c d, recta linea acta est h k, positione igitur est h k, per 28 propositionem.



Theorema 38. Propositio 38.

SI in parallelos positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, proiectaq; fuerit aliqua eidem recta linea rationem habēs ad eandem datam, ac per extremum ad positione datas parallelus recta linea acta fuerit, acta positione datur.

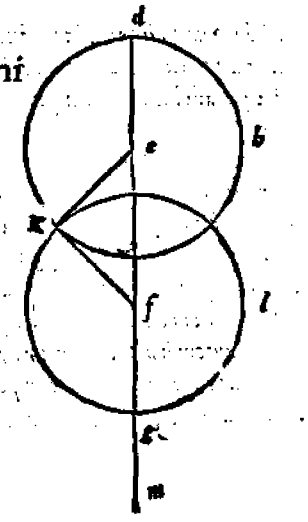
In parallelos positione datas, inquam, lineas a b, c d recta excitetur linea e f, apponaturq; eidem aliqua recta linea e g ratione habens ad e f, datam a c per g per 31 primi element. utriq; ipsarum a b, c d, rectarum linearum recta agatur linea h k. Dico quòd positione est h k, assumatur enim in a b datū signū n, excitetur q; per 12 primi elemen. ab ipso n, in c d perpēdicularis n m extēdatur q; in l. Quoniam à dato signo n in positione datam rectam lineā c d, recta linea c d, recta acta est n m, datū efficiens angulum n m d. Igitur per 30 propositionē positione data est ipsa l m, positione autem & c d. Datum igitur est m signum, est autem & n datum. Igitur per 26 propositionem positione datur n m. Et quoniam ratio ipsius f e ad e g, data est. Sicut autem f e ad e g, sic m n ad n l. Ratio igitur & ipsius m n ad n l data est. Data autem & n m, data igitur & n l. Sed & positione datum est n, datum igitur est & l. Quoniam igitur per datum signum l ad positione datam rectam lineam a b recta linea acta est h k positione est ipsa h k.



Theorema 39. Propositio 39.

SI triāguli unumquodq; latus datum magnitudine fuerit, datur triangulum specie.

Trianguli enim a b c, unumquodque latus est o magnitudine datum. Dico quòd & triangulum a b c, specie datur, exponatur recta linea positione data d m, terminata quidem in d, infinita uerò in reliquum, ponaturq; per secundam primi elementorum, ipsi quidem a b æqualis d e. Data autem a b, data igitur est & d e. Sed & positione, est q; datum ipsum d, datum igitur & e. Ipsi autem b c æqualis e f data est b c, data igitur & e f, sed & positione, datum est e, datū igitur est & f, ipsi autem a c æqualis f g. Data est a c. Data igitur & f g, sed & positione. Est autem datū f, datū igitur & g & centro quidē e, interuallo autem d, per 3 postul. datū circulus describitur d k h, positione igitur est ipse d K h, circulus p 6 diffinitionem



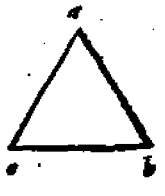
nem datorum. Rursus centrò quidem f interuallo uerò f g, per idem postulatum circulus describatur g k l, positione igitur est ipse g k l, circulus per eandem diffinitionem, positione autem & circulus d k h. Datum igitur est & k signum, est autem & utrunq; ipsorum e f datum. Data igitur est unaquæq; ipsarum k e, e f, f k positione & magnitudine. Datur igitur k e f triangulum specie, & æquum ac simile est ipsi a b c. Datur igitur a b c triangulum specie.

Scholium.

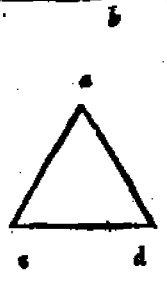
Quoniam igitur datæ sunt ipsæ k e, e f earum adinuicem ratio data est per primum theorema datorum, similiter autem & ipsarum e f, f k ratio data est, estq; ipsarum f k, k e ratio data. Rursus quoniam ipsæ k e, e f, datæ sunt positione, eundem igitur semper locum obtinent, ac per hoc qui sub k e f magnitudine datur, similiter autem & qui sub e f k, datur magnitudine, & insuper qui sub f k e, datur magnitudine.

Theorema 40. Propositio 40.

SI trianguli unusquisq; angulus datus fuerit magnitudine, datur triangulum specie.

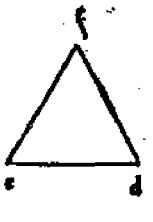


Trianguli enim a b c, unusquisq; angulus datus sit magnitudine. Dico quòd a b c triangulum specie datur, exponatur enim positione & magnitudine data recta linea d e, & cõstruatur ad d e, ad signaq; in ea d e, per uigesimamtertiam primi element. ei qui sub c b a, angulo æquus rectilineus angulus qui sub e d f, ei autem qui sub b c a, æquus qui sub d e f. Reliquus igitur qui sub b a c, reliquo ei qui sub d f e, est æqualis. Datus autem unusquisque eorum qui ad a b c signa. Datus igitur & unusquisque eorum qui ad d e f. Quoniam igitur additione data recta linea d e, & ad signum in ea datum d recta excitatur linea d f, datum efficiens angulum d. Igitur per 29 propositionem d f positione est, idq; propterea iam & e, f positione est. Datum igitur est f signum, est autem & utrunq; ipsorum d e datum. Data igitur est unaquæque ipsarum d f, d e, e f, positione & magnitudine, datũ igitur d f e triangulum specie, & simile est ipsi a b c triangulo. Datur igitur & a b c triangulum specie.



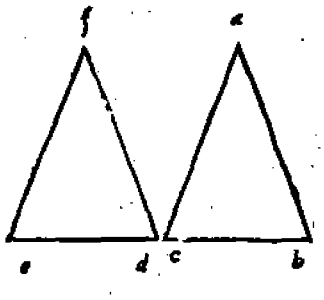
Scholium.

Quoniam igitur datur utraq; ipsarum d e, e f, datur & earum adinuicem ratio per primum theorema. Similiter iam & ipsarum e f, f d, ratio datur, & insuper ipsorum f d, d e, datur. Insuper & unusquisq; ipsorum d e f angulorum datus est magnitudine. Datur igitur d e f triangulum specie, sicut in diffinitionibus.



Theorema 41. Propositio 41.

SI triangulum unum angulum datum habuerit, circum uerò datum angulum latera adinuicẽ rationem habuerint datam, datur triangulum specie.



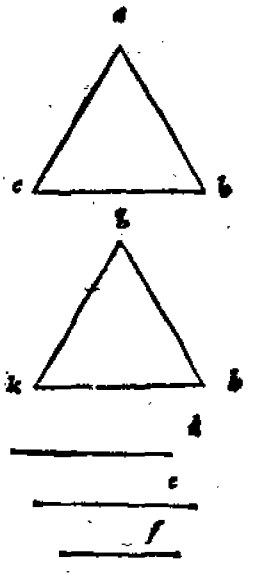
Habeat enim triangulum a b c, unum angulum datum eum qui sub b a c, circum uerò b a c, latera b a, a c, adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd a b c, triangulum specie datur. Exponatur enim in positione data recta linea d f, cõstituaturq; per uigesimamtertiam primi element. ad ipsam d f, rectam lineã, ad signũq; in ea f, ei qui sub b a c angulo æqualis angulus qui sub d f e. Datus autem qui sub b a c, datus igitur & qui sub d f e. Quoniam igitur additione data recta linea d f, & ad signum datum in ea f, recta linea acta est f e, datum efficiens angulum d f e. Igitur per 29 propositionem ipsa f e, positione est. Et quoniã ratio ipsius b a ad a c data est, eadem eidem fiat, quæ ipsius d f ad f e, & connectantur d e. Ratio igitur & ipsius d f ad f e data est. Data autem d f, data igitur & f e. Sed & positione, & f datum est, datum igitur & e, est autem & utrunque ipsorum d f, datum. Data igitur est unaquæque ipsarum d f, f e, d e, positione &

magnitudine, datur igitur d f e triãgulum ſpecie. Et quoniam bina triangula a b c, d e f, unum angulum uni angulo æquum habent, eum ſcilicet qui ſub b a c, ei qui ſub d f e: ea uerò quæ circum eos qui ſub b a c, d f e, angulos latera proportionalia, ſimile igitur eſt & æquale per primam diffinitionem & 6 propoſitionem ſexti elementorum triangulum a b c ipſi d e f triangulo. Datur autem d f e ſpecie, datur igitur & a b c triangulum ſpecie.

Theorema 42. Propoſitio 42.

SI trianguli latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum ſpecie.

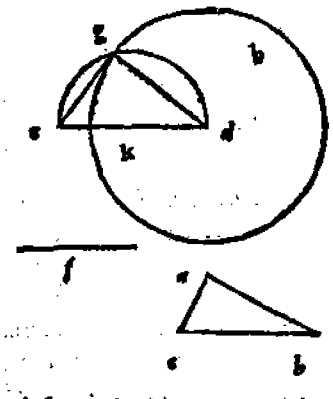
Trianguli enim a b c, latera adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd ipſum a b c, triangulum datur ſpecie: exponatur enim data magnitudine recta linea d, & quoniam ratio ipſius a b ad b c data eſt. Eadẽ eidem fiat ipſius d ad e. Data autem d. Data igitur & e. Rurſus quoniam ratio ipſius b c ad a b, data eſt, eadem eidem fiat ipſius e ad f. Data autem e data igitur & f, & ex tribus rectis lineis quæ æquales ſunt tribus datis d e f, quarum binæ reliqua quomodocunque aſſumptæ ſunt maiores, per 22 primi elementorum triangulum conſtituatur g h k. Quoniam æqualis eſt d ipſi g h, & e ipſi h k et f ipſi g k. Data autem unaquæque ipſarum d e f. Data igitur & unaquæque ipſarum g h, h k, k g magnitudine. Datur igitur triangulum g h k ſpecie, & quoniam eſt ſicut a b ad b c, ſic eſt d ad e. Aequalis autem eſt d ipſi g h, & e ipſi h k: eſt igitur ſicut a b ad b c, ſic g h ad h k. Rurſus quoniam eſt ſicut b c ad c a, ſic e ad f. Aequalis autẽ eſt e ipſi h k, & f ipſi g k. Eſt igitur ſicut b c ad c a, ſic h k ad k g. Oſtenſum autem eſt ſicut a b ad b c, ſic g h ad h k, ex æquali igitur per 22 quinti elementorum, ſicut b a ad a c, ſic g h, ad g k. Simile igitur eſt per primã diffinitionem 6 elementorum a b c triangulum ipſi g h k triangulo. Datur autem g h k triangulum ſpecie. Datur igitur & a b c triangulum ſpecie.



Theorema 43. Propoſitio 43.

SI trianguli rectanguli, circa unum acutorum angulorum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum ſpecie.

Trianguli enim rectanguli a b c, rectum habentis eum qui ſub a b c angulum, circa unum acutorum eiuſdem angulorum qui ſub a b c latera c b, b a adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd ipſum a b c triangulum datur ſpecie. Exponatur enim poſitione & magnitudine data recta linea d e. Deſcribaturq; ſuper d e ſemicirculus d g e, poſitione igitur eſt d g e ſemicirculus, & quoniam ratio ipſius c b ad b a, data eſt, eadem eidem fiat ipſius d e ad f. Ratio igitur ipſius d e ad f data eſt. Data autem d e, data igitur & f, & quoniam maior eſt c b ipſa b a, maior igitur eſt & e d, ipſa f. Congruat ipſi f, per primam quarti elementorum d g, connectaturq; g e & centro quidem d, interuallo autem d g, per tertium poſtulatum circulus deſcribatur h g k, poſitione igitur eſt circulus h g k. Datur enim ipſius centrum poſitione, & quæ ex centro magnitudine, poſitione autem & d g e ſemicirculus datum igitur, eſt & ſignum, eſt autem utrunq; ipſorum d e, datum. Data igitur eſt, per uigeſimam ſextam propoſitionem unaquæque ipſarũ g d, d e, e g, poſitione & magnitudine. Datur igitur triangulum g d e ſpecie. Quoniam igitur bina triangula ſunt a b c, d e g unum angulum uni angulo æquum habentia, eum ſcilicet qui ſub b a c, ei qui ſub d g e. Circum uerò alios angulos qui ſub c b a, e d g, latera proportionalia. Reliquorum autem qui ſub b c a, d e g, utrunque ſimul minorem recto. Simile igitur eſt per ſeptimam ſexti elementorum triangulum a b c ipſi d e g, triangu-



lo

lo. Datur autem d e g, triangulum ſpecie, datur igitur & a b c, triangulum ſpecie.

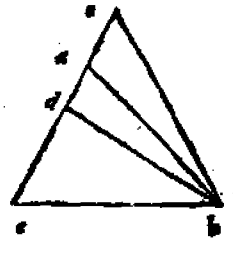
Scholium.

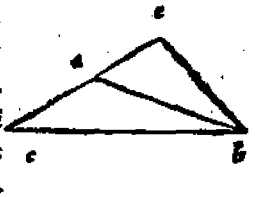
Quoniam enim ponitur d e, poſitione & magnitudine data, manifeſtum quòd ſi circulus bifariam ſecetur, eſt centrum circuli poſitione. Dimidia uerò, hoc eſt quæ ex centro datur poſitione & magnitudine ſicut & circulus, per diffinitionem.

Theorema 44. Propoſitio 44.

SI triangulum unum habuerit angulum datum, circum autem alium angulum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum ſpecie.

Sit triangulum a b c, unum habens angulum datum eum qui ſub b a c, circum autem alium angulum eum qui ſub a b c latera a b, b c, rationem habeant adinuicem datam. Dico quòd triangulum a b c, ſpecie datur. Nõ ſit autem qui ſub b a c, angulus rectus. Sed ſit prius acutus. Excitetur q; per 12 primi elementorum ab ipſo b ſigno in ipſam a c perpendicularis b d. Quoniam angulus b d a, datus eſt, eſt autem & qui ſub b a d datus, & reliquus igitur qui ſub a b d datus eſt. Datur igitur triangulum a b d, ſpecie. Ratio igitur ipſius b a ad b d data eſt: ſed ipſius a b ad b c, ratio data eſt, & ipſius b d igitur a d b c, ratio data eſt. Rectus autẽ eſt qui ſub b d c. Datur igitur triangulum b d c, ſpecie. Datus igitur eſt qui ſub b c d angulus. Eſt autem & qui ſub b a c datus, & reliquus igitur qui ſub a b c, datus eſt. Datur igitur & a b c, triangulum ſpecie. Sed iam eſto qui ſub b a c angulus obtuſus, extendatur q; c a in e. Excitetur q; per 12 primi elemẽtorum ab ipſo b ſigno in ipſam a e perpendicularis b e. Quoniam angulus b a c datus eſt, & conſequẽs igitur qui ſub b a e, datus eſt. Datur igitur triangulum e b a, ſpecie. Ratio igitur ipſius e b ad b a data eſt, ipſius autem a b ad b c, ratio data eſt, & ipſius igitur e b ad b c, ratio eſt data. Et qui ſub b e c, rectus eſt angulus. Datur igitur triangulum e b c ſpecie. Datus igitur eſt qui ſub b c e, eſt autem & qui ſub b a c, angulus datus, & reliquus igitur qui ſub a b c, angulus datus eſt. Datur igitur triangulum a b c, ſpecie.

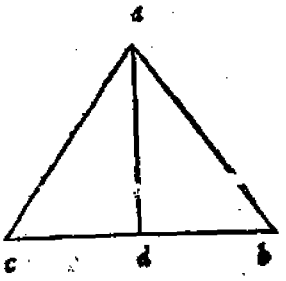


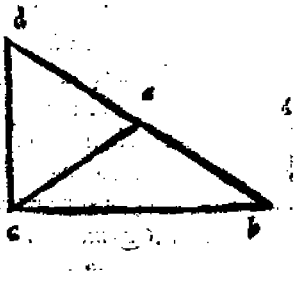


Theorema 45. Propoſitio 45.

SI triangulum unum habuerit angulum datum, circum uerò datum angulum latera utraq; , ſicut unum ad reliquum rationem habuerint datam, datur triangulum ſpecie.

Eſto triangulum a b c, unum habens angulum datum qui ſub b a c, at quæ circum b a c, angulum latera utraq; hoc eſt b a c tanquam unum ad c b, rationem habeant datam. Dico quòd a b c, triangulum ſpecie datur. Secetur per 9 primi elementorum angulus b a c, bifariam à recta linea a d. Datus igitur eſt qui ſub b a d angulus, & quoniam eſt ſicut b a ad a c, ſic b d ad d c, uicißim etiam per 16 quinti elementorum, ſicut a b ad b d, ſic a c ad c d. Ratio utriuſq; b a c ad b c, data eſt. Ratio igitur ipſius b a ad b d, data eſt. Eſt q; datus qui ſub b a d angulus. Datur igitur a b d triangulum ſpecie. Datus igitur eſt qui ſub a b d angulus eſt autem & qui ſub b a c angulus datus, et reliquus igitur qui ſub a c b datus eſt. Datur igitur triangulum a b c ſpecie.





Scholium.

Sicut enim unum antecedentium ad unum ſequentium, ſic omnia antecedentia ad omnia ſequentia, per 12 quinti element.

ALITER. Extendatur b a in rectã lineã in d, & ipſi a c, ponatur æqualis a d & connectatur d c. Etenim ipſius b d ad b c, ratio data eſt. Et qui ſub a d c, datus eſt, dimidius ſiquidem eius qui ſub b a c. Datur igitur triangulum b c d ſpecie. Datus

tus igitur est qui sub a b c, angulus est autem qui sub b a c datus, & reliquus qui sub a c b datus est. Datur igitur a b c, triangulum specie.

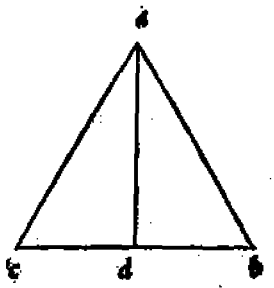
Scholium.

Quoniam enim angulus qui ad a datus est, & qui ad a eis qui ad d c, angulis exterior binis interioribus est æqualis, & oppositio per 32 primi element. & anguli d b, quare & anguli a c, dati sunt.

Theorema 46. Propositio 46.

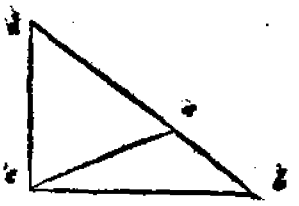
SI triangulum unum habuerit angulum datum, circum verò alium angulum latera utraq; sicut unum ad reliquum rationem datam habuerint, datur triangulum specie.

Esto triangulum a b c, unum habens angulum datum qui sub a b c, circulum verò alium angulum b a c, latera utraq; hoc est b a c ad b c, rationem habeant datam. Dico quòd ipsum a b c, triangulum specie datur. Secetur enim per 9 primi element. angulus b a c, bifariam à recta linea a d. Est igitur utrunq; b a c ad c b, sicut a b ad b d. Ratio autem utriusq; b a c ad c b, data est. Ratio igitur & ipsius a b ad b d, data est. Estq; datus qui sub a b d, angulus. Datur igitur triangulum specie. Datus igitur est qui sub a b d angulus, est autẽ duplus eius qui sub b a c. Datus igitur est & qui sub b a c. Est autem & qui sub a b c datus, & reliquus igitur qui sub a c b datus est. Datur igitur a b c triangulum specie.



Aliter.

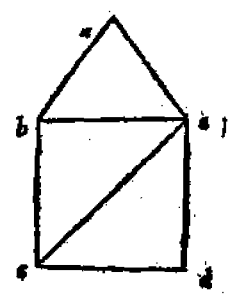
Ponatur ipsi c a, æqualis d a, & connectatur d c. Quoniam ratio utriusq; b a c ad c b data est. Aequalis autem est c a ipsi a d. Ratio igitur & ipsius d b ad b c data est. Et qui sub d b c angulus datus est. Datur igitur triangulum d b c specie. Datus igitur est qui sub b d c angulus. Et eius est duplus qui sub b a c. Qui sub b a c, angulus igitur datus est. Datur igitur a b c triangulum specie.



Theorema 47. Propositio 47.

DAta rectilinea specie, in data triangula specie diuiduntur.

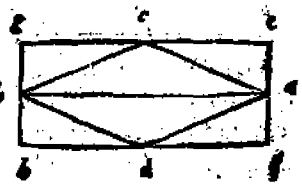
Esto datum rectilineum specie a b c d e. Dico quòd ipsum a b c d e, rectilineum in data triangula specie diuiditur. Connectantur enim a e, e c. Quoniam rectilineum a b c d e, specie datur. Igitur angulus qui sub b a e, datus est, & ratio data est. Quoniã igitur angulus b a e, datus est, & ratio data est. Quoniam igitur angulus b a e datus est, & ratio ipsius b a ad e a, data est. Datur igitur triangulum b a e specie. Datus igitur est qui sub a b e, angulus. Est autem & totus qui sub a b c, angulus datus, & reliquus igitur qui sub e b c datus est. Estq; ratio ipsius a b ad b e data, ipsius autem a b ad b c, ratio data est, & ipsius igitur e b ad b c, ratio data est, & datus est qui sub c b e angulus. Datur igitur b c e triangulum specie. Ac per hoc iam & c d e, triangulum specie datur. Data igitur rectilinea specie in data triangula specie diuiduntur.



Theorema 48. Propositio 48.

SI ab eadem recta linea descripta fuerint triangula, specie data, adinuicem rationem habebunt datam.

Ab eadem enim rectæ lineæ a b bina triangula specie data describantur a b c, & a b d. Dico q ratio ipsius a b c ad a b d, data est. Excitẽtur per undecimam primi elementorum ab ipsis a b signis, ipsi a b, rectæ lineæ ad angulos rectos a e, b g. Extendanturq; in f h, ac per c d signa per 31 primi elementorum ipsi a b parallelæ excitentur e c, d h. Quoniã datur a b c, triangulum specie. Ratio ipsius a c ad

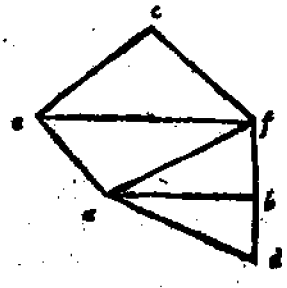


b a, data est. Quoniam igitur angulus qui sub c a b, datus est, est autem & qui sub e a b datus. Reliquus igitur qui sub e a c, datus est, datur igitur triangulum a e c specie. Ratio igitur ipsius e a ad a c, data est, ipsius autem c a ad a b, ratio est data, & ipsius e a ad a c igitur ratio data est. Idq; propterea & ipsius f a ad a b ratio est data, estq; sicut a e ad a f, sic b g ad b h. Quare & ipsius b g ad b h ratio est data. Estque ipsius quidem a g, dimidium triangulum a b c, per 41 primi element. ipsius autem a h, per eandem dimidium est triangulum a b d, & ipsius igitur a b c ad a d b, ratio est data.

Theorema 49. Propositio 49.

SI ab eadē recta linea, bina rectilinea utcunq; data specie descripta fuerint, adinuicem rationem datam habebunt.

Ab eadem enim recta linea a b, bina rectilinea utcunq; specie data describantur a e c f b & a d b. Dico quòd ratio ipsius a e c f b ad a d b, est data. Connectantur a f. f e.

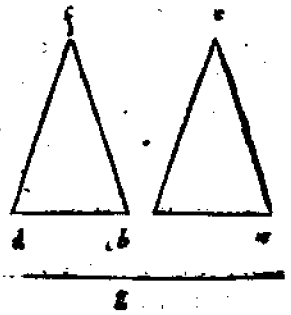


Datur igitur unumquodq; ipsorū e c f. e f a, f a b, triangulorum specie. Et quoniam ab eadem recta linea e f, bina triangula specie data e f c, & e f a describuntur. Ratio igitur ipsius c f e ad f e a, data est per præcedentem, & componendo igitur per 18 quinti elementorū ratio ipsius c e a f data est. Ipsius autem f e a ad f a b, ratio est data. Quoniam ab eadem recta linea a f, describitur. Et ipsius f e e, e a f, igitur & a f b, ratio est data, & componendo igitur per 18 quinti elemēt. ipsius c e a b f ad b f a, ratio est data. Ipsius autem f b a ad a d b, ratio est data, & ipsius igitur c e a b f ad a d b, ratio est data.

Theorema 50. Propositio 50.

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datam, & ab ipsis rectilinea similia, similiterq; descripta adinuicem rationem datam habebunt.

Binæ siquidem rectæ lineæ a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, describanturq; ab ipsis a b, c d, similia similiterq; posita rectilinea e f. Dico quòd earum ratio data est. Assumatur enim ipsis a b, c d, per 11 sexti element. tertia proportionalis g. Est igitur sicut a b ad c d, sic c d ad g. Ratio autem ipsius a b ad c d data, ratio igitur & ipsius c d ad g data. Quare & ipsius a b ad g, ratio est data. Sicut autē a b ad g, sic e ad f. Ratio igitur ipsius e ad f data est.

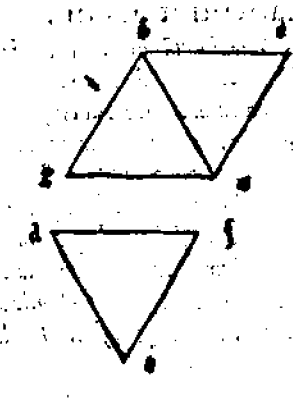


Scholium.

Quoniam enim ipsius a b ad c d, ratio est data, est autē & ipsius c d ad g, ratio data, manifestum est quod & composita ex binis datis rationibus ratio data est, uel & per octauum theorema, quod & melius est.

Theorema 51. Propositio 51.

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datam, & ab ipsis rectilinea utcunq; descripta, specie data rationem adinuicem datam habebunt.



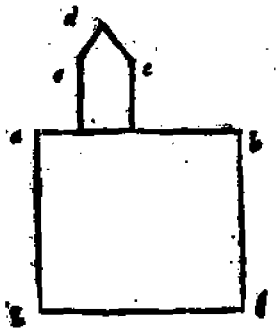
Binæ enim rectæ lineæ a b, c d, adinuicem rationē habeant datam, describanturq; ab ipsis a b, b c, rectilinea utcunq; specie data e f. Dico q; et ipsius e ad f, ratio est data. Describatur enim per nigesimam quintā sexti ele. ab ipsa a b ipsi f, simile similiterq; positū rectilineū a g b. Datur autem f specie, datur igitur & a g b specie. Sed & e, specie

cic datur & ab eadem describitur recta linea a b. Ratio igitur ipsius e ad a g b, data est. Et quoniam ratio ipsius a b ad c d, data est. Describuntur q; ab ipsis a b, c d, similia similiter q; posita a b f g, ratio igitur ipsius a g b ad f data est. ipsius autem a g b ad e, ratio est data. Et ipsius igitur e ad f, ratio est data.

Theorema 52. Propositio 52.

SI à data recta linea magnitudine data specie species descripta fuerit, datur quæ descripta est magnitudine.

A data enim recta linea magnitudine a b data specie species describatur a c d e b, dico quòd a c, d e b, datur magnitudine. Describatur enim ab ipsa a b, per 46 primi element. quadratum a f. Datur igitur a f, specie & magnitudine, & quoniã ab eadem recta linea a b, bina rectilinea describuntur specie data a c d e b, & a f, igitur per 49 propositionem ipsius a c d e b, ad a f, ratio data est. Datur igitur & ipsum a c d e b, magnitudine.



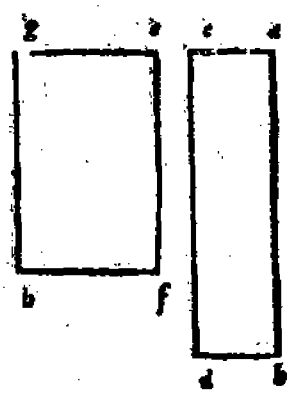
Scholium.

Omne enim quadratum datum est specie quandoquidem ipsius anguli dãtur, omnes enim sunt recti, & rationes quoq; laterum, omnia enim sunt æqualia: & enim non solum inæqualium est ratio, sed & æqualium. Et quoniam exponitur quadratum: describitur enim possum & eidem exhibere idem, ac per hoc datur & magnitudine idem quadratum & eius unumquodq; latus.

Theorema 53. Propositio 53.

SI binæ species specie datæ fuerint, & unum latus unius ad unũ latus alterius rationem datam habuerit, & reliqua latera ad reliqua latera rationem datam habebunt.

Sint binæ species specie datæ a d, e b, ratio autem ipsius b d ad f b, esto data. Dico quòd & reliquorum laterum ad reliqua latera ratio est data. Nam quoniam ipsius d b ad f b, ratio est data, ipsius autem d b ad b a, ratio est data, et ipsius igitur d b ad f b, ratio data est, ipsius autem f b ad f e, ratio est data, & ipsius a b, igitur ad e f, ratio est data. Idq; propterea iam & reliquorum laterum ad reliqua latera ratio est data.



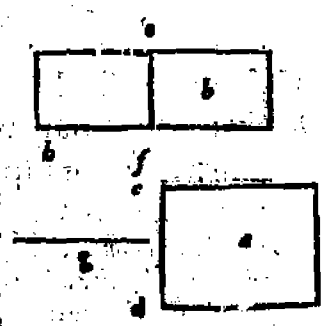
Scholium.

Ostensum est in scholio 20 propositionis quòd si a ad b, rationẽ habet datam: fuerit autem & c datum, & fiat sicut a ad b, sic c ad aliud quid, ut puta d, non tamẽ & uicissim rationẽ habebunt datam, quoniam & hic non per uices est eorum rationem datam inuenire, sed aliter sicut nunc.

Theorema 54. Propositio 54.

SI binæ species specie datæ adinuicem rationem datam habuerint, & eorum latera adinuicẽ rationem habebunt datam.

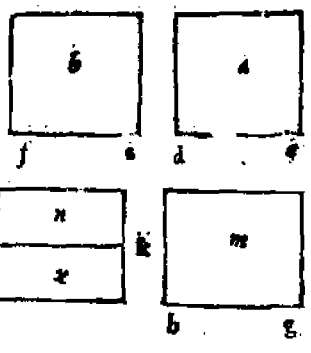
Binæ, inquã, species specie datæ a b, adinuicem rationem habeãt datam. Dico quòd & eorum latera adinuicem rationẽ habent datã. Ipsum enim a ipsi b aut est simile, aut non, sit prius simile. Accipiatur q; per 11 quinti element. ipsorum c d, e f, tertia proportionalis g: est igitur sicut c d ad g, sic est a ad b. Ipsius autẽ a ad b ratio data est. Ratio quoq; igitur c d ad g data est. Et sunt c d, e f, g proportionales, & ipsius c d igitur ad e f, ratio est data. Similiq; est a ipsi b, & reliqua igitur latera ad reliqua latera per præcedentem rationẽ datam habebunt. Non sit autem simile a ipsi b, & describatur a b, e f, per 25 sexti element. ipsi a, simile similiterq; positũ e h, datæ igitur est e h, specie.



ſpecie. Datur autem & b. Ratio igitur ipſius b ad e h, data eſt, ipſius autem b ad a, ratio eſt data & ipſius a ad e h. Igitur ratio eſt data, & ſimile eſt a ipſi e h. Ratio igitur ipſius c d ad e f, data eſt. Idq; propterea iam & reliquorum laterum ad reliqua latera, per precedentem ratio eſt data.

Aliter.

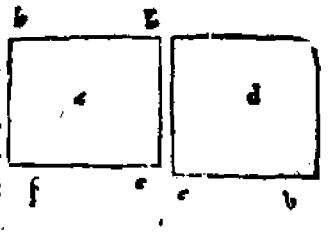
Exponatur recta linea g h iam d ipſi b, aut eſt ſimile, aut non. Sit prius ſimile, fiatq; ſicut c d ad e f, ſic g h ad k l. Deſcribanturq; per 25 ſexti element. ab ipſis g h, k l ipſis a b, ſimiles ſimiliterq; poſitæ m n, ſpecies. Et quoniam eſt ſicut c d ad e f, ſic eſt g h ad k l. Deſcribantur ab ipſis c d, e f, g h, k l, ſimilia ſimiliterq; poſita rectilinea a b m n, eſt igitur ſicut a ad b, ſic m ad n. Ratio autem ipſius a ad b data eſt. Ratio igitur ipſius m ad n data. Datū autem m per 25 propoſitionem, à data ſiquidē magnitudine rectilinea deſcribitur ſpecies. Datum igitur eſt & n. Deſcribatur iam per 46 primi element. ex ipſa k l quadratū x. Datur igitur ipſum x ſpecie. Ratio igitur ipſius n ad x data, datum autem ipſum n, datū igitur & x. Data igitur eſt k l, eſt autem & g h data. Ratio igitur ipſius g h ad k l data eſt, eſtq; ſicut g h ad k l, ſic c d ad e f. Ratio igitur ipſius c d ad e f, data eſt. Simile eſtq; a ipſi b & latera quoq; reliqua ad reliqua latera per precedentem rationem habebūt datam, non ſit autem ſimile, conſequenter iam priori oſtenditur demonſtratione.



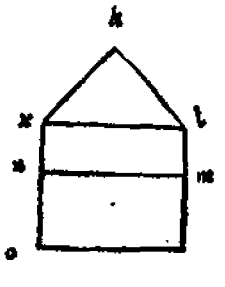
Theorema 55. Propoſitio 55.

SI areola ſpecie & magnitudine data fuerit, & eius latera magnitudine data erunt.

Sit areola ſpecie & magnitudine data a. Dico quòd & ipſius latera magnitudine data recta ſunt, exponatur ſiquidem poſitione & magnitudine data recta linea b c, deſcribaturq; per 25 ſexti elemēt. ex ipſa b c ipſi a ſimile ſimiliterq; poſitū d. Datur iam ipſum d ſpecie, datur igitur & d magnitudine. Datur autem & a, ratio igitur ipſius a ad d, data. Simileq; eſt a ipſi d, ratio igitur ipſius e f ad b c data. Data autem & b c, data igitur & e f. Et ipſius f e ad e g data eſt ratio, data igitur e g. Idq; propterea iā & unumquodque ipſorum magnitudine datur.



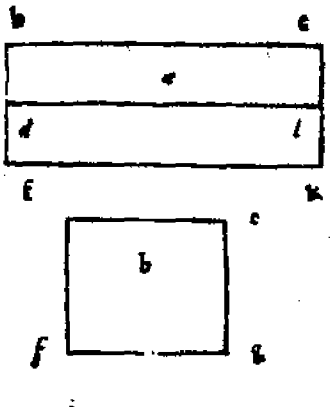
Eſto areola k l m n x ſpecie data & magnitudine, dico quòd & latera eius data ſunt ſpecie. Deſcribatur per 46 primi elementorum, ex m n, quadratum m o. Datur igitur ſpecie. Sed & l n. Ratio igitur ipſius l n ad m o data eſt. Data autem l n magnitudine. Data igitur & m o, magnitudine, eſtq; quadratum ex m n. Datum igitur eſt quod ex m n. Data igitur eſt m n magnitudine. Idq; propterea iam & unumquodque ipſorum m l, l k, k x, x n, data eſt magnitudine.



Theorema 56. Propoſitio 56.

SI bina æquiangula parallelogrāma, adinuicem rationem habuerint datā, erit ſicut primi latus ad ſecūdi latus, ſic reliquū ſecundi latus ad quod alterum primi rationem habet datam, quam parallelogrammum ad parallelogrammum.

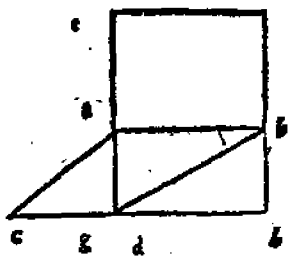
Bina enim æquiangula parallelogramma a b, adinuicē rationem habeāt datam. Dico quòd eſt ſicut c d ad e f, ſic eſt e g ad id quod ipſa c h rationē habet datā, quā parallelogrammū a ad parallelogrāmū b, extēdatur in rectā lineā ipſi c h, ipſa c k, fiatq; ſicut c d ad e f, ſic e



f, ſic e g ad c k. Compleaturq; c l parallelogrammum. Quoniam igitur eſt ſicut c d ad e f, ſic e g ad c k, æqualis autem eſt c d ipſi k l. Eſt igitur ſicut k l ad e f, ſic e g ad c k, circum æquales angulos qui ſunt ſub c k l, g e f, latera ſunt reciproca, æquum igitur eſt per 14 ſexti elementorum k d ipſi g f. Et quoniam ratio ipſius a ad b eſt data, eſt autem æquale b ipſi c l. Ratio igitur ipſius h d ad c l data eſt. At ſicut h d ad c l, ſic h c ad c k. Et ipſius igitur h c ad c k ratio eſt data: & quoniam eſt ſicut c d ad e f, ſic e g ad c k, at ipſa c h ad c k rationem habet datam, quam area a ad ipſam b: eſt igitur ſicut c d ad e f: ſic eſt e g ad quod h c, rationem habet quam areola a ad areolam b.

Theorema 57. Propoſitio 57.

SI datum ad datam comparatum fuerit in angulo dato, dátur latitudo exceſſus.



Datum enim a g ad datam b a, proiectum ſit in angulo dato qui ſub c a b. Dico quòd ipſa c a data eſt. Deſcribatur per 46 primi element. ex a b quadratum a e b. Datum igitur eſt e b, excitentur e a, f b, c g ad ipſas d b, & quoniam utrunq; ipſorum e b, a g datum eſt. Ratio igitur ipſius e b ad a g data eſt, æquum autem eſt e b ipſi a h. Ratio igitur & ipſius e b ad a h, data eſt. Quare & ipſius e a ad a d ratio eſt data, æqualis autem eſt e a ipſi a b. Ratio igitur ipſius b a ad a d, data eſt, & quoniã qui ſub c a b datus eſt, & qui ſub d a b datus eſt. Reliquus igitur qui ſub a c d datus eſt. Datur igitur triangulum a c d ſpecie. Ratio igitur ipſius c a ad a d data eſt, ipſius autem d a ad a b ratio eſt data, & ipſius c a ad a b, igitur ratio eſt data, eſtq; data ipſa b a. Data igitur & a c, & latitudo ipſius comparationis.

Scholium.

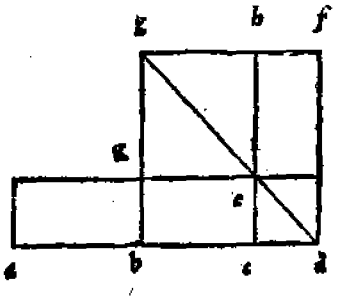
Quoniam binæ ſpecies e a, a d ſpecie datæ ſunt, adinuicem rationem habent datam & ipſarum latera adinuicem rationem datam habebunt.

Scholium.

Ipſius, inquam, a g b latitudo parallelus eſt, & a h ad rectam exiſtens ipſi a b, ipſius autem a c g b comparationis, ut in quatuor rectis lineis a b, b g, g c, c a, longitudine exiſtente ipſa a b latitudo erit ipſa a c: in quatuor ſiquidem propoſitis rectis lineis latitudinem quærit, non autem ueræ areæ latitudo alia eſt præter quatuor, ſicut a c.

Theorema 58. Propoſitio 58.

SI datum ad datam proiectum fuerit ſpecie deficiens à dato ſpecie, dantur latitudines defectus.



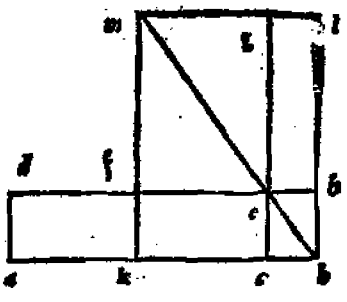
Datum enim a c ad datam a d proiectum ſit ſpecie deficiens à dato d c. Dico quòd utraq; ipſarum b c, b d data eſt. Secetur enim per decimam primi element. ipſa a d bifariam in e ſigno: data igitur eſt e d. Deſcribatur ab ipſa e d per 25 ſexti elemẽt. ipſi c d ſimile, ſimiliterq; poſitum rectilineum e f. Deſcribaturq; e f. Datur igitur e f ſpecie. Et quoniam à data recta linea e d data ſpecie, ſpecies deſcribitur e f, datur igitur ipſum e k magnitudine, et æquum eſt ipſis a c k h. Dantur igitur, ipſa a c k h magnitudine, eſt autem a c datum magnitudine: ſupponitur enim. Reliquum igitur k h, datum eſt magnitudine, eſt autem & ſpecie datum ſimile, ſiquidem eſt ipſi c d. Ipſius b k, ergo latera data ſunt, datum igitur k c: & eſt æquũ ipſi c b. Ipſa igitur e b data eſt. Eſt autem & e d, data, & reliqua igitur b d data eſt, & ratio ipſius b d ad b c data eſt. Data igitur eſt & b c.

Theorema 59. Propoſitio 59.

SI datum ad datam proiectum fuerit excedens ſpecie dato ſpecie, dantur latitudines exceſſus.

Datum

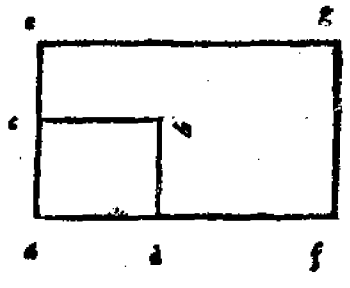
Datum ſiquidem a b ad datam a c proiectum ſit excedens ſpecie data c b, dico quòd utraq; ipſarum h c, c e data eſt. Secetur enim per 10 primi element. ipſa d e bifariã in f ſigno. Deſcribaturq; per 25 ſexti element. ex e f ipſi c b ſimile ſimiliterq; poſitum f g. Circa igitur eundem dimetientem eſt f g ipſi c b, excitentur per 26 ſexti element. eorũ dimetiens h e m, deſcribaturq; figura. Et quoniam c b ipſi f g eſt ſimile. Datur autem c b ſpecie. Datur igitur & f g ſpecie, & deſcribitur à data recta linea f e. Data igitur ſunt a b, f g & ipſi k a, ſunt æqualia. Datum igitur eſt b c. Ipſius ergo k a latera ſunt data, data igitur eſt k h, & k c data eſt, & ipſi e f æqualis, reliqua igitur c b data eſt, & ad h b rationem habet datam. Data igitur eſt & h b.



Theorema 60. Propoſitio 60.

Si parallelogrammum ſpecie & magnitudine datum dato gnomone auctũ aut imminutũ fuerit, dãtur latitudines gnomonis.

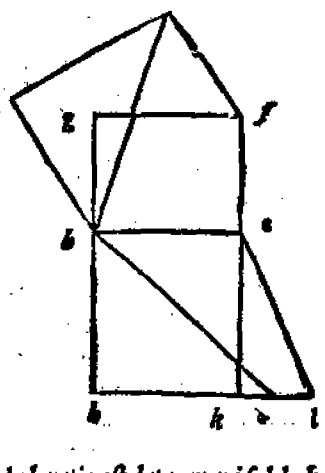
Parallelogrammum enim a b datum ſpecie et magnitudine augeatur prius dato gnomone e c b d f g. Dico quòd datæ ſunt utraq; ipſarũ c e, d f. Nam quoniam a b datum eſt, eſt autem d f g gnomon datus, & totum igitur a g datum eſt. Sed & ſpecie, ſimile enim eſt ipſi a b. Igitur ipſius a g latera data ſunt. Data igitur eſt utraq; ipſarum a e, a f, eſt autem utraque ipſarum c a, a d data, reliqua igitur utraq; ipſarum c e, d f data eſt. Rurſus iam parallelogrammum a g datum ſpecie & magnitudine minuatur dato gnomone e c b d f g. Dico quòd utraque ipſarum e e, d f, data eſt. Quoniam igitur datum eſt a g cuius gnomon e c b d f g, datus eſt. Reliquum igitur a b datum eſt. Sed & ſpecie. Ipſius igitur a b latera data ſunt. Data igitur eſt utraq; ipſarum c a, a d, eſt autem & utraq; ipſarum e a, a f, data. Et reliqua utraque igitur ipſarum e c, d f data eſt.



Theorema 61. Propoſitio 61.

Si data ſpcie ſpecie, ad unũ latus parallelogrãma area proiecta fuerit in dato angulo, habeat autem ſpecies ad parallelogrammum rationem datam, datur parallelogrammum ſpecie.

Data enim ſpecie ſpecie a f c b, ad unum latus c b parallelogrãma areola proiecta ſit c d in dato angulo l c b. Ratio autem ſit ipſius a c ſpeciei ad c d parallelogrãmum data. Dico quòd datur c d ſpecie, excitetur enim ſiquidẽ per 31 primi element. ipſi f c parallelus b g, & per f ipſi b c, parallelus f g, extendãturq; f c g h, in h k ſigna. Quoniam datus eſt qui ſub f c b angulus. Et ipſius f c ad c b ratio data eſt. Datum eſt igitur ipſum f p parallelogrammum ſpecie. Datur autem ſpecie a f c b ſpecies, & deſcribitur eadem recta linea c b. Ipſius igitur a b ſpeciei ad f b, parallelogrammum per 49 propoſitionem ratio data eſt. Ipſius autem f b ad c d, ratio eſt data, quoniam iam ipſius a b, a d ſupponitur. æquum autem eſt c d ipſi k b, per 25 primi element. ratio igitur ipſius k b ad c g, eſt data. Quare & ipſius f e ad c K, ratio eſt data, ipſius autem f g ad c b, ratio eſt data, ipſius igitur b c ratio data eſt. Et quoniam angulus qui ſub b c K datus eſt & qui ſub b c l datus eſt, & reliquus igitur qui ſub l c K datus eſt. Eſt autem & qui ſub l K c, datus angulus, æquus ei qui ſub K c b. Reliquus igitur qui ſub c l K datus eſt. Datur igitur l c K triangulum ſpecie. Ratio ipſius igitur l c ad c K data eſt. Ipſius autem c K ad b c ratio eſt data. Et ipſius igitur l c ad c b ratio eſt data, & qui ſub l c b angulus datus eſt. Datur igitur c d, parallelogrammum ſpecie.



Scholium.

Datur f b, parallelogrammum manifeſtè, quoniam angulus f c b datur. Datur igitur & c f g

angulus, in parallelos enim f g, c b recta cecidit linea c f, efficiens interiores & ad easdem partes binis rectis æquales. Quorum qui sub f c b, datur: & reliquus qui sub c f g datur. Quare & reliqui dati sunt: & quoniam datur ratio c f ad c b, æqualis autem ipsa g b ipsi c f & c b ipsi f g, quare & laterum ratio dicatur.

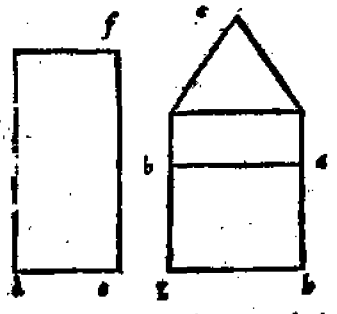
Scholium.

Quoniam enim ipsius f b parallelogrammi ad a f c b, speciem ratio est data, ipsius autem a f c b, speciei ad c d, ratio est data, & ex æquali per 22 quinti element. ipsius b f ad c d, ratio est data.

Theorema 62. *Propositio 62.*

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datam, descriptaque fuerit ab una quidem data specie species, altera uero area parallelogramma in angulo dato, habuerit autem species ad parallelogrammum rationem datam, datur parallelogrammum specie.

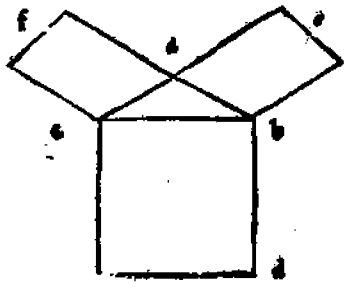
Binæ enim rectæ lineæ a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, & describatur ab ipsa quidem a b, data specie species a e b & ab ipsa c d, parallelogrammum f d in dato angulo f c d. Ratio autem sit ipsius a e b speciei ad f d parallelogrammum data. Dico quòd datur d f, parallelogrammum specie. Describatur enim ab ipsa a b ipsi d f, per 25 sexti element. simile similiterque positum a g. Quoniam ratio ipsius a b ad c d data est. Describanturque ab ipsis a b c d similia similiterque posita rectilinea a g, f d. Ratio igitur ipsius a g ad f d, data est. Ipsius autem f d ad e b ratio est data, & ipsius e b igitur ad a g, ratio data est, & angulus qui sub b a h, datus est, æquales enim ei qui sub f c d. Quoniam igitur data specie: specie e b ad unum latus a b proiectum est in a g dato angulo h a b, & ratio ipsius e b speciei ad a g, parallelogrammum data est. Datur igitur a g specie, estque similis ipsi f d, datur igitur f d specie.



Theorema 63. *Propositio 63.*

SI triangulum specie datum fuerit, quod ex unoquoque latere ipsius, quadratum ad triangulum rationem datam habebit.

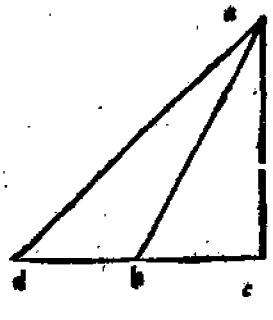
Esto triangulum specie datum a b c. Describaturque ex unoquoque ipsius latere quadratum e b, a d, c f. Dico quòd unumquodque ipsorum e b, c d, c f, ad a b c, triangulum rationem datam habebit. Nam quoniam ab eadem recta linea b c, rectilinea data specie describuntur utcunque a b c d. Igitur per 49 propositionem, ratio ipsius a b c ad c d data est. Idque propterea ipsa, & utriusque ipsorum e b & c f ad a b c, triangulum ratio est data.



Theorema 64. *Propositio 64.*

SI triangulum obtusum habuerit angulum datum, qua maius quod obtusum angulum subtendit latus, area lateribus obtusum angulum comprehendentibus ad triangulum, rationem datam habebit.

Sit triangulum obtusum habens angulum eum qui sub a b c datum, extendaturque in rectas lineas ipsius b c, recta linea b d, excitetur que per 12 primi elementorum, ab ipso a in c d, perpendicularis a d. Dico quòd quod maius est quod ex a c eis quæ ex a b, b c, hoc est quod bis sub d b, b c, area ad a b c, triangulum datam rationem habebit. Quoniam nanque angulus qui sub a b c, per hypothesim datus est, & qui sub a b d, datus est, est autem & qui sub a d, d b, datus.

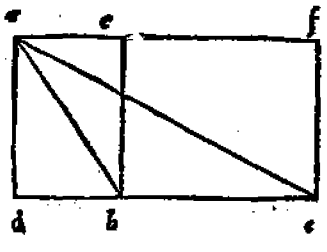


Reliqum

Reliquus igitur qui ſub d a b, datus eſt. Datur igitur d a b triangulum ſpecie. Ratio igitur ipſius a d ad d b, data eſt, eſtq; ſicut a d ad d b, ſic quod ſub a d, b c, ad id quod d b, b c, quare & ipſius d a, b c, ad id quod ſub d b, b c, ratio data eſt. Et eius quod bis ſub d b, b c, igitur ad id quod ſub d d, b c, ratio data eſt. Sed eius quod ſub d a, b c, ad a c b triangulum ratio eſt data, & eius igitur quod bis ſub d b, b c ad a b c, triangulum ratio eſt data, eſtq; quod bis ſub d b, b c, quo maius eſt quod a c, eis quæ ex a b, b c, igitur area ad a b c, triangulum rationem datam habet.

Scholium.

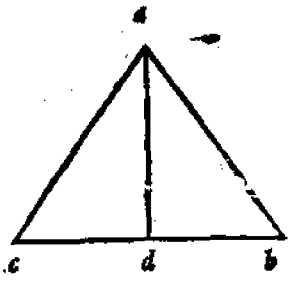
Excitetur ad angulos rectos ab ipſo b ſigno ipſi a d per 31 primi element. æqua & parallelus b f, & ab ipſo a ſigno ipſi d c, per eandem æqua & parallelus excitetur d c, & connectatur e c, & quoniam per 31 primi element. parallelogrammum b e ipſius b a c trianguli duplum eſt: ſuper nanq; eadem baſi, & in eiſdem eſt parallelis, comprehenditurq; parallelogrammum ſub f e, e c, æqualis autem eſt e c, ipſi a d & f e ipſi b c. Quoniam parallelogrammum ad triangulum rationem habet, quare & parallelogrammum ad triangulum ratio eſt etiam dupla. Quod uerò bis ſub a d, c b, rationem habet datam, ad triangulum quadruplam: eſt enim ſub d c, c b ſicut in 2 elementorum.



Theorema 65. Propoſitio 65.

SI triangulum acutum habuerit angulum datum, qua minus poteſt angulum acutum ſubtendens latus comprehendentibus lateribus acutum angulum, illa areola ad triangulum rationem habebit datam.

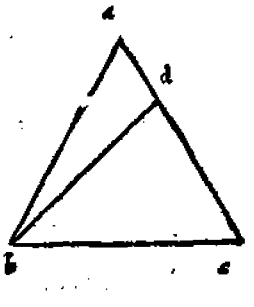
Eſto triangulum acutum habens angulum a b c. Excitetur q; ab ipſo a per 12 primi elementorum perpendicularis a d. Dico quòd qua minus eſt quod ex d c, eis quæ ex a b, b c, hoc eſt quod bis ſub c b, b d ad a b c triangulum rationem habet datam. Nam quoniam angulus a b d datus eſt, & qui ſub a d b datus eſt. Reliquus igitur qui ſub b a d datus eſt. Datur igitur a b d, triangulum ſpecie. Ratio igitur ipſius b d ad d a data eſt. Quare & eius qui ſub c b d, ad id quod ſub c b, ratio data eſt: & eius quod bis ſub c b, b d igitur. Sed eius quod ſub c b, b d ad ea quæ ex a b, b c: quo igitur minus eſt quod ex a c eis quæ ex a b, b c, ea area ad a b c, triangulum rationem habet datam.



Theorema 66. Propoſitio 66.

SI triangulum datum habuerit angulum, rectangulum ſub datum angulum comprehendentibus rectis lineis ad triāgulum rationem habebit datam.

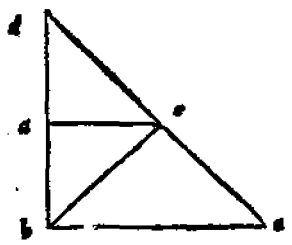
Eſto triangulum a b c, datum habens angulum eum qui ad a. Dico quòd quod ſub b a c ad a b c, triangulum rationem habet datam. excitetur enim per 12 primi elemẽt. ab ipſo b in ipſam a c perpendicularis b d. Quoniam igitur angulus b a c, datus eſt. Eſt autem & qui ſub a d b, angulus datus. Et reliquus igitur qui ſub a b d angulus datur. Datur igitur a b d, triangulum ſpecie. Ratio igitur ipſius a b ad b d data eſt. Sicut autem a b ad b d, ſic quod ſub b a c ad id quod ſub b d a c. Quare & eius qui ſub b a c, ad id quod ſub b d a c ratio eſt data. Eius autem quod ſub a c, b d, ad a b c triangulum ratio eſt data. Et eius qui ſub b a c, igitur ad a b c, trianguli ratio eſt data.



Theorema 67. Propositio 67.

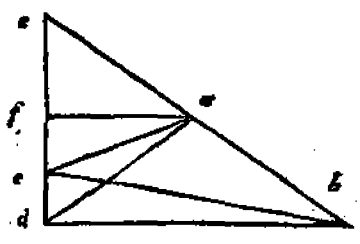
Si triangulum datum habuerit angulum, qua maius possint datum angulum cõprehendentia latera ut unum, ea quæ ex reliquo, area ad triangulum rationem habebit datam.

Esto triangulum a b c, datum habens angulum b a c. Dico quòd quo maius est quod ex utraq; b a c, eo quod b c, ea area ad a b c, triangulum rationem habet datam. Extendatur enim rectas lineas ipsius a b ipsa a d, ponaturq; ipsa a c æqualis ipsi a d per 2 primi elementorum, & connexa recta linea d c extendatur in e, excitetur q; per 31 primi elementorum ab ipso b ipsi a c parallelus b e. Et quoniam æqualis est a d ipsi a c, æqualis igitur est & d b ipsi b e, extenditur q; quædam b c. Quod igitur sub d c e, unà cum eo quod ex b c, æquum est ei quod ex b d, æqualis autem est d a ipsi a c. Quod igitur ex utroque b a c, æquum est ei quod sub d c e, unà cum eo quod ex b c. Quare quod ex utroq; b a c, eo quod ex b c maius est eo quod sub d c e. Dico iam quòd eius quod sub d c e ad a b c triangulũ ratio est data. Quoniam enim eius angulus b a c, datus est, & consequens igitur qui sub d a c, datus est, est autem & uterq; ipsorum a b c, d c e a datus. Dimidia nanq; sunt eius qui sub b a c. Datur enim qui sub b a c, datur igitur triãgulũ d a c specie. Ratio igitur ipsius d a ad d c, data est. Quare & eius quod ex a d ad id quod ex d c ratio data est. Et quoniã est sicut b a ad a d, sic est e c ad c d, sed sicut q lẽ b a ad a d, sic quod sub b a ad id quod ex a d. Sicut autem e c ad c d, sic quod sub e c, c d ad id quod ex c d, & sicut igitur per undecimã quinti elementorũ, quod sub b a ad id quod ex d a, sic quod sub e c d, ad id quod ex c d. Et uicißim igitur per decimamsextam quinti elemẽtorum quod sub b a d ad id quod sub e c d, sic quod ex a d id quod ex d c. Ratio autem eius quod ex a d ad id quod ex d c data est. Ratio igitur & eius quod sub b a d ad id quod sub e c d data est. Aequalis autem est d a ipsi a c. Ratio igitur eius quod sub b a c, ad id quod sub e c d, data est, eius autem quod sub b a c, trianguli ratio est data, eo quia angulus qui sub b a c datus est. Et eius qui sub d c e, igitur ad a b c ratio est data. Estq; quod sub d c e, eo maius quod est ex utraq; b a c, eo quod ex b c. Quo uerò maius est quod ex utroq; b a c, eo quod ex b c ea area ad triangulum rationem datam habebit.



Aliter.

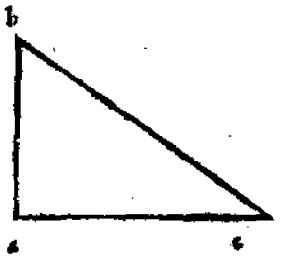
Constituantur enim eadem quæ prius, excitetur q; per duodecimam primi elementorum ab ipso a in e c perpendicularis a f, connectatur q; a d, & quoniam datus est angulus b a c & eius dimidium est angulus a c f, est autem & angulus a f c, datus. Datur igitur triangulum a f c specie. Ratio igitur ipsius a f ad f c, data est, ipsius autem f c ad c e, ratio data est. Dupla siquidem eius est, & ipsius igitur e c, ad a f ratio data est. Quare & eius qui sub e c d ad eum qui sub a f c d ratio data est. Duplum siquidem illius est & eius qui sub e c d, igitur ad eum qui sub a c d, ratio data est, æquum autem est a c d, triangulum ipsi a b c triangulo per trigesimamseptimam primi elementorum, in eadem siquidem basi a c, & in eisdem sunt parallelis a c, b d, & eius qui sub e c d, igitur ad a b c, triangulum ratio est data, estq; quæ sub e c d, qua maius est quod ex utroque b a c, ea quæ ex b c, qua maius est quod ex utroque b a, a c, ea quæ ex c b area ad triangulum rationem habet datam.

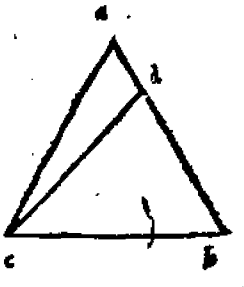


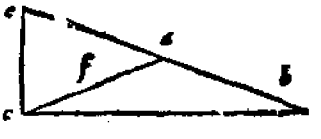
Aliter.

Angulus a aut est rectus, aut acutus, aut obtusus. sit prius rectus: quod igitur ab utroq; b a c id quod ex b c excedit, eo quod bis sub a b c, & eius quod bis sub b a c ad a b c triangulum ratio data. Esto autem acutus qui sub b a c, excitetur q; per duodecimam primi elementorum ab ipso c in ipsam a b perpendicularis c d, quoniam triangulum a b c, oxygonium est, & excitatur perpendicularis c d. Quæ igitur ex b a c, æqua sunt & ei quod ex b c, & eis quod bis sub b a d. Commune adiungatur quod bis sub b a c. Quæ igitur ex b a c, unà cum eo quod bis sub b a c, quod est ex utroq; b a c, æqua sunt ei quod ex b c

ex b c & ei quod bis ſub b a d, & inſuper ei quod bis ſub b a c, hoc eſt ei quod bis ſub utroq; e c d et a b. Quare quod ex utroq; b a c maius eſt eo quod ex b c, eo quod bis ſub utroq; c a d & a b. Quare quod ab utroque b a c maius eſt eo quod ex b c, eo quod bis ſub utroque d a c & b a, & quoniam angulus b a c datus eſt & qui ſub a d c quoq; datus eſt. Et reliquus igitur qui ſub d c a datus eſt. Datur igitur trian gulum a d c ſpecie. Ratio igitur ipſius a d ad a c data eſt, quare & utriuſque d a c ad a c, ratio eſt data. Et eius igitur quod ſub utroq; d a c & a b, ad id quod ſub b a c, ratio eſt data. Et eius quod bis ſub utroque d a c & a b ad id quod ſub b a c ratio eſt data. Eo quia qui ſub b a c, angulus datus eſt, & eius quod bis ſub utroque d a c & a b igitur ad a b c, triangulū ratio data eſt. Sed iam eſto angulus qui ſub b a c obtuſus, & producta b a in eam per duodecimā primi ele mentorum perpendicularis agatur c e, & ponatur per ſecundam primi elementorum ipſi a e æqualis a f. Quoniam igitur angulus b a c, eſt obtuſus excitaturq; perpēdicularis c e, quæ igitur ex b a, a c, unà cum eo quod bis ſub b a e, hoc eſt bis ſub b a f, æqua ſunt ei quod ex b c. Commune proiectum ſit quod bis ſub b a c. Quæ igi tur ex b a, a c unà cum eo quod bis ſub b a c, hoc eſt, ex utroq; b a c, unà cum eo quod bis ſub b a f, æqua ſunt ei quod ex b c, unà cum eo quod bis ſub b a c. Commune auferatur quod bis ſub b a f, quod igitur ab utroq; b a c, æquū eſt ei quod ex b c, & ei quod bis ſub b a c f. Quare quæ ex utroq; b a c, id quod ex b c, excedit eo quod bis ſub b a e f. & quoniā angulus b a c, datus eſt, & qui ſub e a c, igitur datus eſt. Sed et qui ſub c e a datus eſt: & reliquus igitur qui ſub a c e datus eſt. Datur igitur a e c, triangulū ſpecie. Ratio igitur ipſius c e ad a e data eſt, hoc eſt ad a f. Quare & ipſius a c ad c f, ratio eſt data. Ipſius autē a c ad c e ratio eſt data, & ipſius e c ad c f, igitur ra tio eſt data. Quare & eius quod ſub e c, a b, ad id quod ſub c f a b ratio eſt data. Ipſius autem quod ex a b, c e ad a b c, triangulū ratio eſt data, quare & eius quod ſub c f, b a, ad b c, triangulum ratio eſt data, eſtq; quod bis ſub f c b a, quo maius eſt quod ex b c: eo igitur maius eſt quod ex utroq; b a c, eo quod ex b c, ea area ad triangulum rationem habet datam.

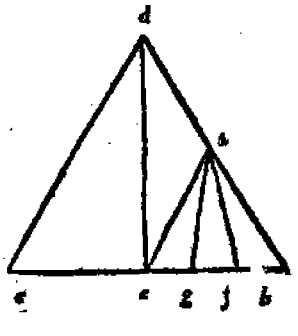






Aliter.

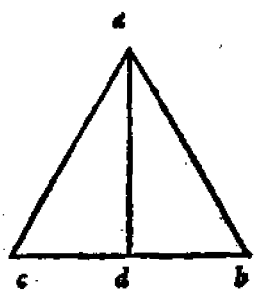
Excitetur b a et ipſi a c æqualis ponatur d a, cōnectaturq; d c. Quo niam igitur angulus a b c datus eſt, & eius uterq; qui ſub a d c, a c d, dimidium eſt. Datur ergo uterq; eorum qui ſub a d c, a c d, & reli quus igitur qui ſub d a c, datus eſt. Datur ergo triangulum a c d ſpe cie. Ratio igitur ipſius a c ad c d, data eſt. Et quoniam qui ſub a d c, datus eſt, excitetur eidem æquus uterq; eorum qui ſub d e c, a f c, per uigeſimamſecundam primi elemētorum. Et quoniam angulus b d c, ipſi d e c æquus eſt. Communis autem qui ſub a b c ipſius d b e trian guli exiſtens, & ipſius d b c. Reliquus igitur angulus d b e, reliquo an gulo b c d, eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt b d e, triangulum ipſi d b c triangulo. Eſt igitur ſicut e b ad b d, ſic eſt d b ad c b. Quod igi tur ſub e b, b c, hoc eſt quod ſub e c b, unà cum eo quod ex c b ei æquū eſt quod ex b d, hoc eſt ei quod ex utroq; b a c, æqualis enim eſt d a ipſi a c. Quod igitur ſub e c b, unà cum eo quod ex c b, æquum eſt ei quod ex utroq; b a c. Quod igitur ex utroq; b a c, id quod ex b c excedit, eo q; ſub b c e. Dico igitur q; ratio ipſius qui ſub b c e ad a b c, triā gulum data eſt. Quoniam æqualis eſt angulus b d e, angulo b c d, quorū qui ſub a d c, ei qui ſub a c d, eſt æqualis. Reliquus ergo qui ſub c d e, reliquo qui ſub a c b eſt æqualis. Eſt autē & qui ſub d e c, ei quī ſub a f c, æqualis: reliquus ergo qui ſub c a f, reliquo qui ſub d c e, eſt æqualis, æquiangulū igitur eſt tri angulum a c f, triangulo d e c. Eſt igitur ſicut c a ad a f, ſic d c, ad c e: & uicißim igitur per 16 quintī



elementorum ſicut c a ad d c, ſic a f ad c e. Ratio autem ipſius a e ad c d data eſt. Ratio igitur ipſius a f. ad c e data. Excitetur per duodecimam primi elementorum, ab ipſo a in b c, perpendicularis a g. & quoniam angulus a f c datus eſt, eſt autem & qui ſub a g f datus, & reliquus ergo qui ſub g a f datus eſt. Datur ergo a g f triangulum ſpecie. Ratio igitur ipſius f a ad a g data eſt, ipſius autem f a, a c, ce ratio data eſt. Quare & quod ſub a g b c ad id quod ſub b c, c e, ratio data eſt. Eius autem quod ſub a g, b c, ad id quod ſub a c b, triangulum ratio eſt data, & eius quod ſub b c, c e ad a b c ratio eſt data. Eſt autem quod ſub b c, c e, quam maius eſt quod ex utroq; b a c, eo quod ex b c. Quæ igitur maius eſt quod ex utroque b a c, eo quod ex d c, ea area ad triangulum rationem habet datam.

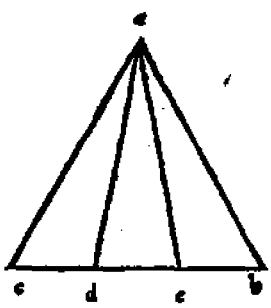
Scholium ſuper prima demonſtratione 63 propoſitionis.

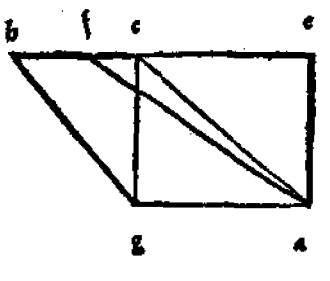
Si in triangulo iſoſcele acta fuerit aliqua recta linea utcunque in baſin, quod ex acta unà cum eo quod ſub baſis ſegmentis, æquum eſt ei quod ex uno laterum æqualiũ gignitur. Sit nempe iſoſceles triangulum a b c, æquum habens latus a b lateri a c, & ab ipſo a in b c agatur quædam recta linea utcunque a d. Dico quòd ex a d unà cum eo quod ſub b d c, æquum eſt ei quod ex a c, ipſa a d in b c, aut perpendicularis eſt, aut non. Sit prius perpendicularis, & quoniam recta linea aliqua b c ſecatur biſariam in d. Quod igitur ſub c d b, æquum eſt ei quod ex b d, commune apponatur quod ex a d: quod igitur ſub c d b, unà cum eo quod ex a d, æquum ei eſt quod ex a d, d b. At eis quæ ex a d, d b, æquum eſt quod ex a b. Quod uerò ſub d b unà cum eo quod ex a d, æquum eſt ei quod ex a b. Sed iam non ſit perpendicularis a d, excitetúrq; ab ipſo a in b c, perpendicularis a e. Et quoniam recta quædam linea ſecatur in æqualia in e, & in inæqualia in d. Igitur per nonam ſecundi elementorum quod ſub c d b, unà cum eo quod ex d e, ei eſt æquum quod ex b e, commune apponatur quod ex a e, igitur quod ſub c d b, unà cum eo quod ſub a e, e d, æquum eſt ei quod ex a e, e b, æquum eſt autem eis quæ ex a e, e d, id quod ex a d. Quod igitur ſub c d b, unà cum eo quod ex a d, eis eſt æquum quod ex a d b, & eis quæ ex a d b, id quod ex a b, eſt æquũ, quod autem ſub c d b, unà cum eo quod ex a d, ei quod ex a b.



Scholium in ſecundam demonſtrationem.

Quoniam autem quod ſub a f c d, trianguli duplum ſit, ſic demonſtrabimus. excitetur per a ipſi c d, parallelus per trigeſimam primi elementorum, ipſa a g, & per eandem ipſi a f, per g, parallelus excitetur g h. Bina igitur ſunt parallelogrãma ipſa a h, a d. ſupponitur autem a c ipſi d g, parallelus ſuper eadem baſi a g exiſtentes & in eis dẽ parallelis a g, c h, parallelogrammũ igitur a h, per trigeſimamquintam primi elementorum, ipſi a d, parallelogrammo æquũ eſt, & quoniam quod ſub a f, a g, eſt ipſum a h. æqualis autem eſt a g ipſi c d, & quod igitur ſub a f, c f d, eſt quod a b. Duplum autem eſt a h ipſius a c d trianguli per 41 primi elementorum: quoniam & a d. Quod igitur ſub a f, c d, duplum eſt ipſius a c d trianguli.



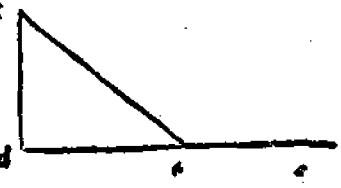


Item ſcholium.

Si enim efficiemus in rectas lineas d a ipſi a c, ſicut d a e, & per d ipſi d c, per undecimam primi elementorum ad angulos rectos excitemus d b. Manifeſtum quòd manente quidem æquali d a ipſi d c, ipſa autem d c, ipſi a c, ipſa uerò b a ipſi d a, manifeſtum erit quod dictum eſt. Quoniam enim ſicut ſe habent baſes, ſic & parallelogramma ſub eodem faſtigio exiſtentia.

Super tertia demonſtratione ſcholium.

Eſto recta linea d e, & ipſi quidem d e, ponatur d u, ipſi autem a c, ipſa a c, et ab ipſo a ipſi d e, per 23 primi elemẽt. ad angulos excitetur rectos a b, & ipſi a b æqualis



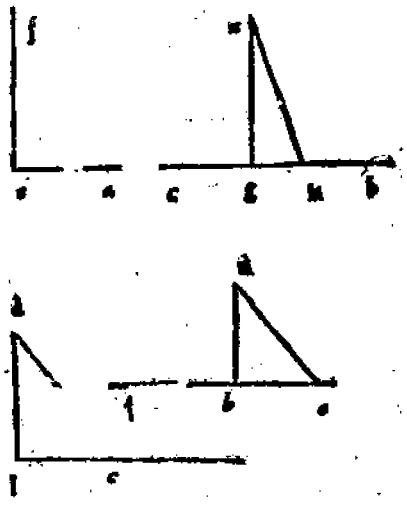
qualis esto d e. Quoniam igitur ipsius d a c ad c a, ratio data est, sicut autem d a c ad c a, sic quod sub d a c, a b, ad id quod sub c a, a b, & eius quod sub d a c, a b, ad id quod sub c a, a b, igitur ratio est data: est autem & eius quod sub c a, a b ad a b c, triangulum ratio data per 66 theorema, & quod sub d a c, a b: igitur ad id quod ex a b c triangulum ratio est data per 8 theorema.

Super eadem ubi agitur de angulo obtuso.

Si enim per c ipsi e b, per 31 primi elementorum aganus parallelos, & per eandem per a b ipsi e c: aganus parallelos, manifestum enim q, quod sub e c, a b est ipsum a b & a g ipsius a b c, trianguli dupli est, ac per hoc & a b c, triangulum rationem datam habet: si enim per c ipsi e b, & per a b ipsi e c, per eandem parallelos aganus, manifestum igitur, quæ enim ex a ipsi e c, est æqualis, sicut in superiori scholio habetur.

Super quarta demonstratione 67.

Quoniam autem ipsam d e c, ipsi a d c, æqualem constituere posimus: secus autem ab Apollonio sic demonstrabimus, quoniam enim angulus a c d æquus est angulo a d c, maior est qui sub b c d, eo qui sub a d c: ponatur, inquam, ipsi b c d, æquus angulus qui sub b d c, & extendatur b c, est autem angulus qui a d b, communis & ipsius d b c, & ipsius d b e, trianguli. Reliquus ergo qui sub b d c, reliquo qui sub d e c est æqualis. Quoniam autem uniuersaliter sit possibile à dato signo sicut a, in datam rectam lineam b c, deducere rectam lineam æquum efficientem angulum dato angulo d e f, sic ostendemus. Angulus enim d e f, aut est rectus, aut acutus, aut obtusus. Siquidē igitur rectus est, manifestum, ago enim ab ipso a perpendicularem a g, æquus igitur est angulus e ipsi g. Sed iam esto angulus d e f, acutus, excitetur q; per duodecimam primi elementorum ab ipso d in e f, perpendicularis d h, ab ipso autem a in b c, ipsa a g, constituatur q; ad ipsam a g rectam lineam, ad signum q; in ea a ipsi e d h, per 23 primi elementorum, æquus angulus g a k. Reliquus igitur qui sub d e f, ei est æquus qui sub a k g. Sed iam esto obtusus angulus qui sub d e f, extensa igitur d e, in le acutus igitur qui sub f e l, perpendicularis excitetur, per duodecimam primi elementorum d l, & ipsi k d e, æqualis ponatur g a k. Sic igitur qui sub d e l, ei est æquus qui sub a k g. Quare & ex consequenti qui sub d e f, ei qui sub a k b, est æqualis.



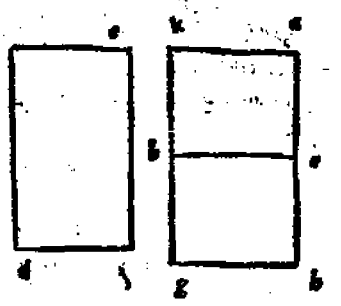
Theorema 68. *Propositio 68.*

SI bina æquiangula parallelogramma adinuicem rationem datam habuerint, unum latus ad unum latus rationem habuerit datam, & reliquum latus ad reliquum latus rationem habebit datam.

Bina siquidem parallelogramma a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, habeat autem & unum latus ad unum latus rationem datam, sit autem ipsius b e ad f d ratio data. Dico quòd & ipsius a e ad f c, ratio est data: comparetur enim ad ipsam e b, parallelogrammum æquum ipsi e d, sitq; per uigesimamquintam sexti elementorum e g, ponaturq; ut a e ipsi e b, sit in rectas lineas, in rectas igitur lineas est k b, ipsi b g. Quoniam igitur ipsius a b ad c d, ratio est data, æquū est autem c d ipsi e g. Ratio igitur ipsius a b ad e g, est data: quare & ipsius a e ad e b, ratio est data. Et quoniā æquū est e g,

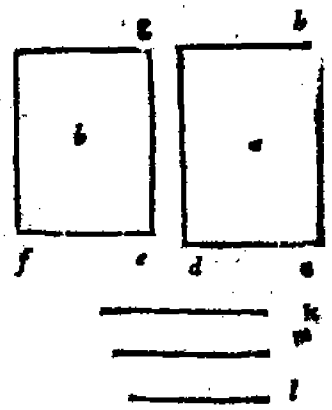
ipsi

ipſi c d, eſt autem & æquiangulum. Igitur per 14 ſexti elementorum latera quæ circum æquos angulos ſunt reciproca, eſt igitur ſicut e b ad f d, ſic eſt c f ad e h. Ratio autem ipſius e b ad f d data, et ipſius igitur c f ad e h, ratio eſt data, ipſius autem e h ad a c, ratio eſt data, & ipſius igitur a e ad c f, ratio eſt data.



Aliter.

Exponatur data recta linea k, & quoniam ratio ipſius a ad b data eſt, eadem eidem fiat quæ ipſius k ad l. Ratio autem ipſius a ad b data, & ipſius igitur k ad l ratio eſt data. Data autem eſt k, data igitur & l per conuerſionẽ primæ diffinitionis. Rurſus quoniã ipſius c d ad e f, ratio eſt data, eadẽ eidem fiat quæ ipſius k ad m. Igitur ratio ipſius k ad m data eſt. Data aũt & k data igitur & m, eſt autem & l data. Ratio igitur & ipſius l ad m data eſt, & quoniam æquiangulum eſt a ipſi b, igitur a ad b rationem habet ex lateribus compoſitam, per 23 ſexti elementorum, hoc eſt ex ea ratione quam habet c d ad e f, et h c ad e g. Sed & k ad l rationem habet compoſitam ex ea quam habet k ad m, et m ad l. Ratio igitur compoſita ex ea quam habet c d ad e f, & h c ad g e eadem eſt compoſitæ rationi ex ea quam habet k ad m, & m ad l. Quantum ipſius c ad e f, ratio eadem eſt ei quæ eſt ipſius k ad m rationi, reliqua ergo quæ ipſius h c ad g e, ratio eadem eſt ei quæ eſt ipſius m ad l, ipſius autem m ad l ratio eſt data. Igitur & ipſius h c ad e g, ratio eſt data.



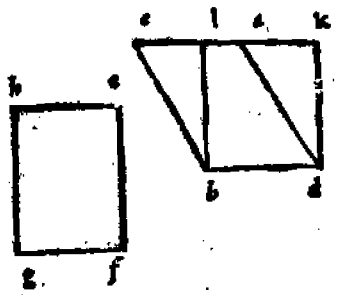
Scholium.

Si fuerint binæ rectæ lineæ, aſſumaturq; quædam una recta linea, una priorum ad alteram rationem habet compoſitam ex ea quam habet prima ad extrinſecus utcunque ſumptam, & quam aſſumpta ad alteram.

Theorema 69. Propoſitio 69.

Si bina parallelogramma datos angulos habuerint, habuerint autem & adinuicem rationem datam, unumq; latus uni lateri rationem habuerit datam, & reliquum latus ad reliquũ latus rationem datam habebit.

Bina ſiquidem parallelogramma a b, g e, datos habentia angulos, eos qui ad d f, adinuicem rationem datam habeant. Ipſius autem d b ad f g, ratio ſit data. Dico quòd & ipſius a d ad e f, ratio data eſt. Siquidem igitur æquiangulum eſt a b, parallelogrammum ipſi d g parallelogrammo, manifeſtum eſt. Si autem non. Conſtituatur per 23 primi element. ad ipſam d b, ad ſignumq; in ea d ei qui ſub c f g, æqualis angulus b d k. Compleaturq; d l, parallelogrammum. Quoniam uterq; ipſorum d a c, a k d, angulorum datus eſt, & reliquus igitur qui ſub a d k, datus eſt. Datur igitur triangulum a d k ſpecie. Igitur ipſius a d ad d k, ratio data eſt. Et quoniam ipſius d c ad f h, ratio eſt data, ſupponitur enim & eſt æquum d c ipſi d l, per 33 primi elementorum. Ratio igitur ipſius d l ad f h data eſt. Et æquiangulum eſt d l ipſi f h, & ratio ipſius d l ad f h, data eſt. Eſtq; ipſius d l ad e g, ratio data, & inſuper ipſius d b ad f g, id enim eſt receptum. Ratio igitur & ipſius d K ad e f data eſt, & ipſius d K ad d a ratio eſt data, & ipſius igitur a d ad e f, ratio eſt data.



Scholium.

In uniuerſum enim ſi parallelogrammi unus angulus datus fuerit, & reliqui dati erunt, uno enim dato neceſſario et conſequentes dabuntur, quare & econuerſo.

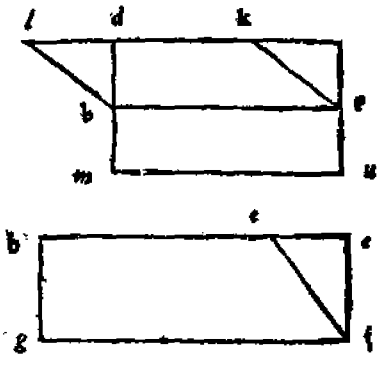
Theorema 70. Propoſitio 70.

Si binorum parallelogrammorũ quæ circum æquales angulos

ſed

uel inæquales datos, tamen latera adinuicem rationem datam habuerint, & ipsa parallelogramma adinuicem rationem datam habebunt.

Binorum siquidem parallelogrammorum a b, e g, quæ circum angulos qui ad f c, aut æquos aut inæquales, datos tamen latera adinuicem rationem habeãt datam, hoc est sit ratio ipsius quidem a c ad e f, data itidemq; ipsius b c ad f g. Dico quòd & ipsius c d ad f h, ratio est data: esto enim æquiangulum c d ipsi f h. Comparetur q; per uigesimam quintam sexti element. ad c b, rectam lineam ipsi f h, parallelogrammo æquum parallelogrammũ c m, ponaturq; ut a c ipsi c n, sit in rectam lineã. Igitur & d b ipsi b m, erit in rectam lineam. Et æquum est b n ipsi f h, est autem & æquiangulum. Igitur per decimamquartam sexti elementorum ipsorum b n, h f, latera quæ circum æquos angulos sunt reciproca. Est igitur c b ad f g, sic f e ad c n. Ratio autem ipsius c b ad f g, data est. Ratio igitur & ipsius e f ad c n data est, ipsius autem e f ad a c ratio est data: et ipsius igitur a c ad c n ratio est data. Quare & ipsius c d ad c m, ratio est data: est autem c m ipsi f h, æquale. Ratio igitur & ipsius c d ad e g, data. Non sit iam æquiangulum a b, ipsi f h. Constituaturq; per 23 primi elementorum ad ipsam b c, rectam lineã, ad signum in ea c ei qui sub e f g angulo æqualis angulus b c k, compleaturq; parallelogrammum c l. Et quoniam angulus a c b datus est, & reliquus igitur qui sub a k c datus est, est autem & qui sub c a k datus, & reliquus igitur qui sub a k c datus est. Datur ergo triangulum a c k specie. Ratio igitur ipsius a c ad e k est data, ipsius autem a c ad e f, ratio est data, ipsius autem a c ad e f, ratio est data, & ipsius c k igitur ad e f, ratio est data, est autem & ipsius c b ad f g, ratio data, æquum autem est c l ipsi c d. Ratio ipsi c d. Ratio igitur ipsius c d ad f h, data est.



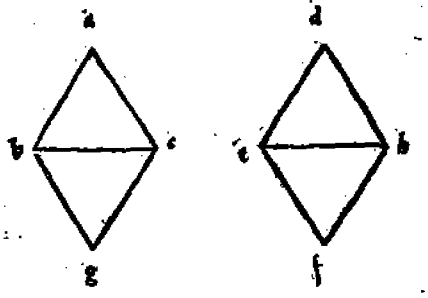
Scholium.

Nam quoniam æquiangulum est a b ipsi e g, æqualis est qui sub a c b, ei qui ad g & qui ad f exterior interiori, & alius igitur ad g ei qui ad f, est æqualis, similiter quoq; et alij a c b, in rectum igitur est d b, ipsi b m. Quoniam enim parallelus est a g. ipsi d m anguli qui sub d b c, b c n, inuicẽ sunt æquales. Rursus quoniam parallelus est m b ipsi a c, qui sub m b c, a c b, sunt inuicem æquales, qui sub a c b, b c n, eis qui sub d b c, c b l sunt æquales. Recti enim duo, qui sub a c b, b c n, & qui sub d b c, c b m. Si autem ad rectam lineam & ad signum, & quæ sequuntur, ut in 23 primi elementorum.

Theorema 71. Propositio 71.

SI binorum triangulorum quæ circum æquos angulos, uel inæquales, datos tamen, latera rationem habuerint datam, & eadem triangula adinuicem rationem datam habebunt.

Duorum, in quam, triangulorũ a b c & d e h, quæ circum æquos angulos, aut inæquales datos tamen, latera adinuicem rationem habeant datam. Sitq; ipsius b a ad d e ratio data, & ipsius a c ad d h. Dico quòd & ipsius a b c trianguli ad d e h triangulum ratio est data. Cõpleantur enim a g, d f, parallelogrãma: quoniam igitur binorum parallelogrammorum a g, d f, quæ circum æquos angulos, uel inæquales datos tamen, eos qui ad a d latera adinuicem rationem habẽt datam, & parallelogramma per præcedentem rationem datam habebũt. Ratio igitur ipsius a g ad d f, data est, ipsius autem a g dimidiũ est per conuersionẽ quadrageſimamprimam primi elementorum, triangulum a b c, ipsius autem d f, per eandem ipsum d e h. Ratio igitur a b c trianguli ad d e h triangulum data est.

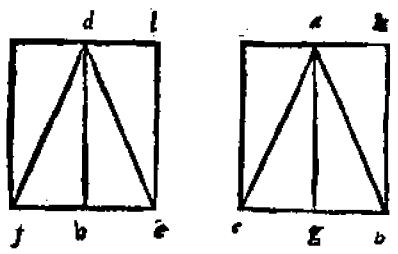


Theorema

Theorema 72. Propositio 72.

SI duorum triangulorũ bases in data ratione fuerint, & quæ in ipsas ductæ ab angulis aut æquos aut inæquales angulos efficientes, datos tamen, eos qui ad basin, adinuicem rationẽ habuerint datam, & eadem triangula adinuicem rationem habebunt.

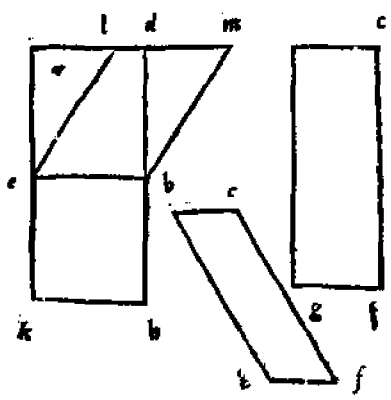
Sint bina triangula a b c, d e f, excitenturq; a g, d h, aut æquos angulos efficientes a g c, d h f, uel inæquales: datos tamen. Estoq; ratio ipsius quidem b c ad e f, data ipsius autem a g ad d h, itidem data. Dico quòd & ipsius a b c, trianguli ad d e f, triangulum ratio data est. Cõpleantur enim ipsa k c, l f, parallelogramma, & quoniam anguli a g c, d h f, aut æquales, aut inæquales sunt, dati tamẽ: æqualis autem est angulus a g c, angulo k b c, & qui d h f, ei qui sub l e f. Et qui ad b e, igitur anguli aut æquales aut inæquales sunt tamen dati. Et quoniã ratio ipsius a g ad d h data est, æqualis autem est a g, ipsi k b & d h, ipsi l e. Ratio igitur ipsius k b ad l e, data est: est autem & ipsius b c ad e f, ratio data, & qui ad b e, signa anguli aut æquales, aut inæquales sunt, dati tamen. Et ipsius igitur c k, parallelogrammi ad l f, parallelogrammum ratio est data. Quare & ipsius a b c, trianguli ad d e f, triangulum ratio est data.



Theorema 73. Propositio 73.

SI binorũ parallelogrammorũ quæ circũ æquos aut inæquales angulos, datos tamen, latera sic se habuerint sicut latus ad aliquid aliud, habuerit aũt & reliquũ primi latus ad idem rationẽ datam, & ipsa parallelogramma adinuicẽ rationẽ datam habebunt.

Binorum, inquam, parallelogrammorum a b, e g, quæ circum æquales aut inæquales angulos, datos tamen, eos qui ad c f, latera sic adinuicem se habeant, ut sit sicut c b ad f g, sic e f ad c k. Ipsius autem a c ad c k ratio esto data. Dico quòd & ipsius c d, parallelogrammi ad e g parallelogrammũ ratio est data. Sit enim prius a b ipsi e g, æquiangulũ, cõpareturq; per 25 sexti elementorum ad ipsam c b, rectam lineam ipsi e g, parallelogrammo æquum c h, ponaturq; ut a c, ipsi c k, sit in rectam lineam. In rectam igitur est lineam & d b, ipsi b h: et quoniam c h, ipsi e g, est æquale, est autem & æquiangulum c h ipsi e g. Ipsorum igitur c h e g, latera quæ circũ æquales angulos per 14 sexti elementorũ sunt reciproca: est igitur sicut b c ad f g, sic est f e ad c k. Sicut autem c b ad f g, sic e f, ad quam a c, rationem habet datam. At a c uerbi gratia ad d aut quãpiam aliam rationem habet datam. Ratio igitur ipsius a c ad c k est data. Quare et ipsius a b ad c h, hoc est e g, ratio data est. Non sit autem æquiangulum. Constituaturq; per 23 primi elementorum ad ipsam c b rectam lineam, ad signaq; ad ipsam c ei qui sub e f g, angulo, æquus angulus qui sub b c l, compleaturq; c m parallelogrammum. Quoniam uterque qui sub a c b, l c b, angulorum datus est, et reliquus igitur qui sub a c l est datus. Datur autem & qui sub c a l, & reliquus ergo qui sub c l a datur. Quare triangulum a c l specie datur. Ratio igitur ipsius a c ad c l data est. Et quoniam est sicut b c ad f g, sic est e f, ad quam ipsa a c, rationem habet datam. Ipsius autem a c ad c l, ratio est data: est igitur sicut c b ad f g, sic f e ad c l. Estq; æqualis angulus l c m, angulo e f g. Ratio igitur ipsius c m parallelogrammi ad e g, parallelogrammum data est. Æquum autem est c m ipsi c d. Ratio igitur ipsius c d ad h g data est.



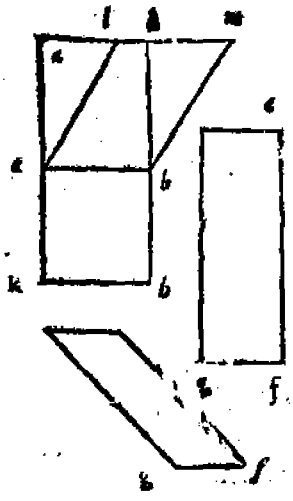
Theorema 74. Propositio 74.

SI bina parallelogramma rationem adinuicẽ datam habuerint, aut in angulis æqualibus, aut inæqualibus datis tamẽ, erit sicut

primi

primi latus ad ſecundi latus, ſic alterum ſecundi latus ad quod reliquum primi rationem habet datam.

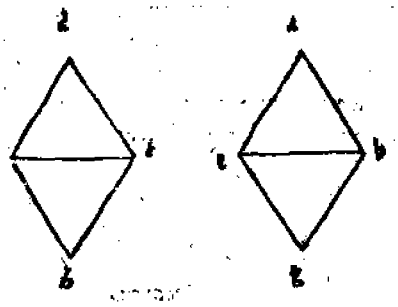
Bina ſiquidem parallelogrãma a b, e g, adinuicem rationẽ habeãt datã, aut in æqualibus, aut in inæqualibus angulis datis tamẽ, eis qui ad c f. Dico q̃ eſt ſicut c b ad f g, ſic eſt e f ad quod a c, rationẽ habet datã. Ipſum inquam, a b, ipſi e g, aut eſt æquiangulũ, au non. Sit prius æquiangulum, comparetur q̃ ad rectam lineam c b ipſi e g, parallelogrammo per 25 ſexti element. æquum parallelogrammum c h, ponaturq; ut a c ipſi c k, ſit in rectam lineam. In rectam igitur eſt lineam d b ipſi b h, & quoniam ipſius a b ad e g, ratio eſt data, æquum autem eſt e g ipſi c h, ratio igitur ipſius a b ad e h, data eſt, quare & ipſius a c ad c k ratio eſt data. Et quoniam æquum eſt c h, ipſi e g, eſt autẽ & æquiangulum. Ipſorum igitur c h, e g, per 14 ſexti elementorum, latera quæ circum æquos angulos ſunt reciproca. Eſt igitur ſicut c b ad f g, ſic e f, ad quod a c, rationem datam habet. Non ſit autem æquiangulum, conſtituaturq; per 25 primi element. ad ipſam c b rectam lineam ad ſignum q̃ in ea c ei qui ſub e f g, angulo æqualis angulus l c b. Compleaturq; c m parallelogrammũ. Quoniam igitur ipſius c m ad e g, ratio eſt data. æquum eſt autem c d ipſi c m. Ratio igitur ipſius c m ad e g, data eſt, eſt autem angulus l c b, angulo e f g, æqualis eſt igitur ſicut b c ad f g, ſic e f ad quod c l rationem habet datam, ipſius autem c a ad c l, ratio eſt data, eſt igitur ſicut e b ad f g, ſic e f ad quod a c, rationem habet datam.



Theorema 75. *Propoſitio 75.*

SI bina triangula adinuicẽ rationem habuerint datam, aut in æqualibus angulis aut in inæqualibus, datis tamen, erit ſicut primi latus ad ſecundi latus, ſic alterum ſecundi latus ad quod reliquum primi rationem habet datam.

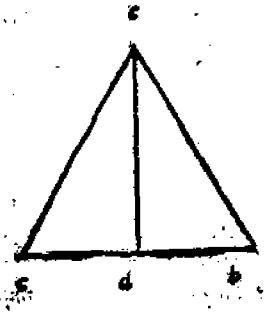
Sint bina triangula a b c, d e f, adinuicem rationem datam habentia, ſintq; anguli qui ad a d, aut æquales aut inæquales, dati tamen. Dico quòd eſt ſicut a b ad d e, ſic eſt d f, ad quod a c rationẽ habet datam. Compleantur enim a g d h, parallelogramma, & quoniam trianguli a b c ad d e f, triangulum ratio eſt data. Ratio igitur & ipſius a g, parallelogrammi ad d h parallelogrammum data eſt. Quoniam igitur bina parallelogramma a g d h, adinuicem rationem habent datam aut in æqualibus, aut in inæqualibus angulis, datis tamen. Eſt igitur per præcedentem ſicut a b ad d e, ſic d f ad quod a c rationem habet datam.



Theorema 76. *Propoſitio 76.*

SI à uertice trianguli ſpecie dati in baſin perpendicularis acta fuerit, acta ad baſin rationem habet datam.

Sit ſpecie datum triangulũ a b c, excitetur q̃ ab ipſo a in b c, perpẽdicularis a d. Dico quòd ratio ipſius a d ad b c data eſt. Quoniã enim triangulum a b c datum eſt ſpecie, datus igitur eſt & qui ſub a b d, angulus, eſt autem & qui ſub b d a, datus: & reliquus igitur qui ſub b a d, datus eſt: datur ergo triangulum a b d ſpecie. Ratio igitur ipſius a b ad b c data eſt, & ipſius igitur a d ad c b ratio eſt data.

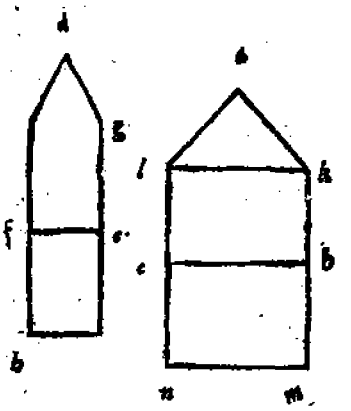


Theorema 77. *Propoſitio 77.*

SI binæ ſpecies ſpecie datæ adinuicem ra-

tionem datam habuerint, & unumquoduis unius latus ſpeciei ad quoduis alterius rationẽ datã habebit.

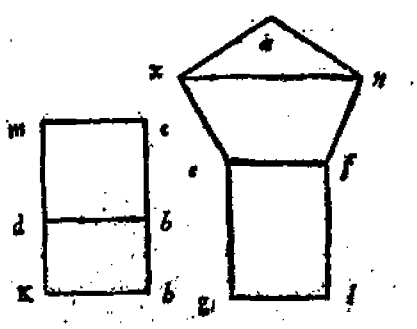
Binæ, inquam, ſpecies a b c, d e f, ſpecie datæ adinuicem rationem habeant datum. Dico quòd & unumquoduis latus ipſius a b c, ad unumquoduis latus ipſius d e f, rationem habet datam. Deſcribantur per 46 primi elementorum ex b c, e f, quadrata b n, e h. Quoniam ab eadem recta linea b c, binæ ſpecies deſcribuntur, quæ utcunque ſpecie ſunt datæ, ſcilicet a b c, & b n. Igitur per 49 propoſitionem ratio ipſius a b c ad b n, data eſt. Idq; propterea iam rurſus & ipſius d e f, ad e g, ratio eſt data. Quoniam igitur ipſius a b c ad d e f, ratio eſt data, ſed ipſius quidem a b c ad b n, ratio eſt data: quare & ipſius b c ad e f, ratio eſt data.



Theorema 78. Propoſitio 78.

SI data ſpecies ad rectangulum aliquod rationem habuerit datam, & unum latus ad unum latus rationem habuerit datam, datur rectangulum ſpecie.

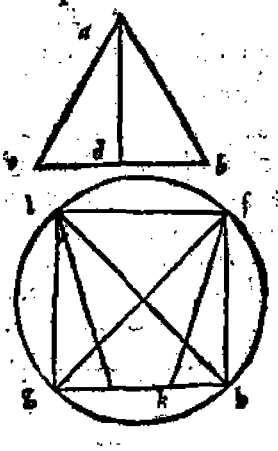
Data enim ſpecies a f b ad rectangulum c d, rationem habeat datam, ſitq; ipſius f b ad c d, ratio data. Dico quòd c d ſpecie datur. Deſcribatur per 46 primi element. ex f b, quadratum f g. Cõpareturq; per 25 ſexti element. ad ipſam e d, ipſi f g, æquum parallelogrammum e k, ponaturq; ut c e ipſi e h, ſit in rectam lineam, in rectam igitur lineam eſt & m d, ipſi d k. Et quoniam ab eadem recta linea f b bina rectilinea quæ utcunq; ſpecie data ſunt deſcribuntur a f b, f g. Ratio igitur ipſius a f b, ad f g per 49 propoſitionem data eſt. Ipſius autem a f b ad c d ratio eſt data, & ipſius ergo f g ad c d, ratio eſt data. Sed f b ipſi e k eſt æquale, & ipſius c d ergo ad e k ratio eſt data. Quare & ipſius c e ad e h ratio eſt data. Et quoniam f g ipſi e k, æquum & æquiangulum eſt, eſt autem & rectangulum. Igitur per 14 ſexti element. ipſorum latera reciproca ſunt, eſtq; ſicut f b ad e d, ſic e h ad f l. Ratio autem ipſius f b ad e d ſupponitur data. Ratio igitur & ipſius e h ad f l data eſt. Ipſius autem e h ad c e, ratio eſt data, & ipſius ergo c e ad f l ratio eſt data, æqualis autem eſt f l ipſi f b, quadrati enim. Ipſius ergo f l ad e d, ratio eſt data: componatur enim, & ipſius igitur c e ad e d, ratio eſt data, et angulus qui ad e rectus eſt. Datur ergo c d ſpecie.



Theorema 79. Propoſitio 79.

SI bina triãgula unum angulum uni angulo æqualẽ habuerint, & ab æqualibus angulis in baſes perpendiculares rectæ lineæ actæ fuerint, fuerit autẽ ſicut primi trianguli baſis ad perpendicularem, ſic alterius trianguli baſis ad perpendicularem, æquiangula erunt ipſa triangula.

Sint bina triangula a b c, b f g, æquos habentia angulos qui ad f b, excitẽturq; per 12 primi element. ab ipſis f b, perpendiculares b d, f k, ſit autem ſicut a c ad b d, ſic g h ad f k. Dico q; æquiangulum eſt b c triangulum ipſi h f g triãgulo. Deſcribatur per 5 quarti element. circum triangulum f g h circulus, cuius ſegmentum ſit h f g. Conſtituaturq; per 23 primi element. ad ipſam

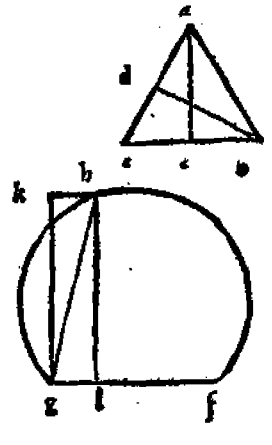


ipſam h g rectam lineam ad ſignum q; in ea h ei qui ſub b a c angulo æquus angulus qui ſub g h l. Connectatur q; ipſe f l, l g, excitetur q; per 12 primi element. perpendicularis l m. Et quoniam angulus b a d angulo l h g eſt æqualis, & qui ſub h l g ei qui ſub a b c, & reliquus igitur qui ſub b c a reliquo qui ſub h g l, eſt æqualis. Simile igitur eſt triangulum b c a ipſi h l g triangulo & perpendiculares ductæ ſunt b d, l m, eſt igitur ſicut a c ad b d, ſic h g ad l m, per 7 6 propoſitionem. Erat autem ſicut a c ad b d, ſic h g ad f h, ſupponitur enim. Et ſicut igitur per 11 quinti element. h g ad m l: ſic h g ad f h, æqualis igitur eſt f h ipſi l m, eſt autem & parallelus & f l ipſi h g, eſt æqualis & parallelus. Aequalis igitur eſt angulus f l h ipſi l h g angulo. Sed qui ſub l h g ipſi b a c eſt æqualis, qui uerò ſub f l h ipſi f g h eſt æqualis. Et qui ſub b a c igitur ei qui ſub f g h eſt æqualis, eſt autem & qui ſub a b c ei qui ſub f h g, æqualis. Reliquus igitur qui ſub b c a, reliquo qui ſub f h g, eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt a b c triangulum ipſi f h g triangulo.

Theorema 80. Propoſitio 80.

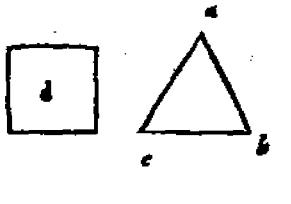
SI triangulum unum habuerit angulum datum, & quod ſub datum angulum comprehendentibus rectis lineis, ad id quod ex reliquo latere quadratum rationem habuerit datam, datur triangulum ſpecie.

Eſto triangulum a b c datum habẽs angulum qui ad a, & quod ſub b a c ad id quod ex b c rationem habeat datam. Dico quòd ipſum a b c triangulum ſpecie datur, excitẽtur enim per 12 primi elementorum, ab ipſis a b in ipſas b c, c a, perpendicularis b d, a c. Quoniam igitur angulus b a d, datus eſt, eſt autem & qui ſub a d b datus. Datur ergo triãgulũ a d b ſpecie, ratio igitur ipſius a b ad b d, data eſt, quare & eius quod ſub a c b d, ratio eſt data. Ei autem quod ſub a c, b d, æquũ eſt id quod ſub b c a e, utrũq; enim eorum ipſius a b c trianguli duplum eſt. Ratio igitur & eius quod ſub b a c, ad id quod ſub b c a e data eſt. Eius autem quod ſub b a c ad id quod ex b c ratio eſt data, & eius quod ſub b c, a e, igitur ad id quod ex b c ratio eſt data, & ipſius b c ad a e, ratio eſt data, exponatur poſitione, & magnitudine data recta linea f g. Deſcribatur q; ſuper ipſa f g ſegmentum f h g per 33 tertij elementorum, datum habens angulum æquum ipſi b a c. Datus autem eſt qui ſub b a c angulus, datus igitur & qui in f h g, ſegmento angulus, poſitione igitur eſt ſegmentum f h g, excitetur per 11 primi element. ab ipſo g ipſi f g ad angulos rectos g k: poſitione igitur eſt g k, fiatq; ſicut b c ad a e, ſic f g ad g k. Ratio autem ipſius b c ad a e data eſt. Ratio igitur & ipſius f g ad g k data eſt. Data autem eſt f g, data igitur & g k, ſed & poſitione, eſtq; datum ipſum g, datum igitur & k, excitetur per 31 primi element. per ipſum K ipſi f g, parallelus K h poſitione igitur eſt K h, poſitione autem ipſum f h g. Datum igitur eſt ſignum h. Connectatur f h, h g, excitetur q; per 12 primi element. perpendicularis h l. Data igitur eſt h l, eſt autem & h ſignum datum. Et utrũq; ipſorum f g, Datur igitur unaquæq; ipſarum h f, f g, g h poſitione & magnitudine. datur ergo f h g, triangulum ſpecie. Et quoniam eſt ſicut b c ad a e, ſic f g, ad g K, æqualis autem eſt g K, ipſi h l, eſt igitur ſicut b c ad a e, ſic f g ad h l, eſtq; æqualis angulus b a c angulo f h g, æquiangulum igitur eſt per præcedentem a b c triangulum ipſi h f g triangulo. Datur autem h f g triangulum ſpecie, datur igitur & a b c triangulum ſpecie.



Aliter.

Sit triãgulum a b c, datum habẽs angulum qui ad a, ſit autem eius quod ſub b a, a c, ad id quod ex c b ratio eſt data. Dico quòd triangulum a b c ſpecie datur. Nam quoniam angulus b a c, datus eſt, qua igitur maius eſt quod ex utroq; ipſius b a c, eo quod ex b c, ea area ad b a c triangulum rationem habet datam: qua aũt eſt maius quod ex utroq; ipſius b a c, eo quod ex b c ſit area d. Ratio igitur ipſius d areæ ad a b c, triangulum data eſt. Ipſius autem a b c ad id quod ſub b a c ratio eſt data, eo quia angulus qui ſub b a c datus eſt. Et ipſius igitur d, areæ ad id quod ſub b a c ad id quod ex b c, ratio eſt data, & ipſius igitur d ad id quod ex b c, ratio eſt data, & componendo igitur per 18 quinti element. ipſius d areæ unà cum ea quod ex b c, ad id quod ex b c, ratio eſt

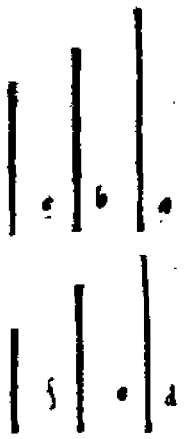


data. Sed area d unà cum ea quæ ex b c est id quod ex utraq; b a c. Ratio enim eius quod ex utraque b a c ad id quod ex b c data est, quare & utriusque b a c ad b c ratio data est, estq; angulus qui sub b a c, datus: datur igitur triangulum a b c specie.

Theorema 81. *Propositio 81.*

SI tres rectæ lineæ proportionales, existentes tribus rectis lineis proportionalibus existentibus, extremas in ratione data habuerint, medias in data ratione habebunt, & si extrema ad extremã rationem datam habuerit, & media ad mediam, reliqua ad reliquam extremam rationem datam habebit.

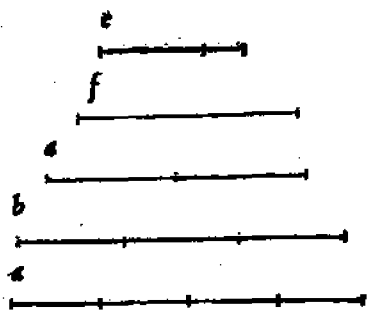
Tres, inquam, rectæ lineæ proportionales existentes a b c, tribus rectis lineis proportionalibus existentibus d e f, extremas in data ratione habeant, sitq; ipsius quidẽ a ad d ratio data, ipsius autem c ad f, ratio quoq; data. Dico quòd ipsius b ad e, ratio est data, nam quoniã ipsius a ad d ratio quidem data est, ipsius autem c ad f, ratio quoq; est data. Ratio igitur eius quod sub a c ad id quod sub d f, data est. Sed ei quidem quod sub a c, æquũ est id quod ex b, per 17 sexti element. ei autẽ quod sub d f per eandẽ: æquum est id quod ex e, ratio igitur eius quod ex b ad id quod ex e data est, quare et ipsius b ad e, ratio data est. Esto iam rursus ipsius quidem a ad d ratio data, ipsius q; b ad e, ratio est data. Dico quòd & ipsius c ad f ratio est data. Nam quoniam ratio ipsius a ad d est data, ipsius autẽ b ad e, ratio est data: ratio quoq; eius quod ex b ad id quod ex e data. Sed ei quidem quod ex b æquũ est id quod ex a c per 17 sexti elem. Ei autem quod ex e, per eandem æquũ est id quod ex d f: ratio igitur eius quod sub a c ad id quod sub d f est data, & unius lateris a ad unum latus d ratio est data, & reliqui igitur c ad reliquũ f ratio est data.



Theorema 82. *Propositio 82.*

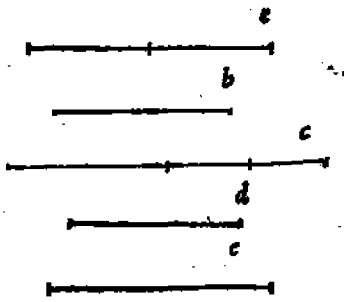
SI quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erit sicut prima ad quam secunda rationem habet datam, sic tertia ad quam quarta rationem habet datam.

Sint quatuor rectæ lineæ proportionales a b, c d, sicut a ad b, sic c ad d. Dico quòd est sicut a ad quã b rationẽ habet datam, sic c ad quam d rationẽ habet datã: esto enim ad quã b rationem habet datã e, fiatq; sicut b ad e, sic d ad f. Ratio aũt ipsius b ad e data, ratio igitur ipsius d ad f data. Et quoniã est sicut a ad b, sic c ad d. Est autem & sicut b ad e, sic d ad f, ex æquali igitur p uigesimãsecundã quinti element. sicut a ad e, sic c ad f. Estq; e ad quã b rationẽ habet datam, et f ad quã d: est igitur sicut a ad quam b rationem habet datam, sic c ad quam d rationẽ habet datã.



Theorema 83. *Propositio 83.*

SI quatuor rectæ lineæ sic se adinuicẽ habuerint, sicut tribus assumptis ex ipsis quomodocunq;, & quarta eiusdẽ proportionali assumpta, ad quam reliqua earum quę in principio quatuor linearum rectarum rationem habet datam, proportionales gigni ipsas quatuor rectas lineas, erit sicut quarta ad tertiam, sic secunda ad quam primam rationem habet datam.



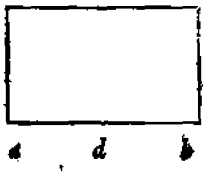
Sint quatuor rectæ lineæ a b, c d, sic se habentes ad inuicem, ut tribus ex ipsis quomodocũq; assumptis, & quarta eisdẽ, hoc est e ad quã d rationẽ habet datam proportionales fieri ipsas a b c e, rectas lineas. Dico q; est sicut d ad e, sic b ad

ſic b ad quam a rationem habet datam. Nam quoniam eſt ſicut a ad b, ſic e ad c. Quod igitur ſub a c, ei eſt æquum quod ſub b c, per 16 ſexti element. Et quoniam ratio ipſius e ad d, data eſt. Ratio igitur ipſius quod ſub a d ad id quod ſub a e data eſt. Quod autem ſub a e, ei eſt æquum quod ſub b c. Ratio igitur eius quod ſub a d ad id quod ſub b c data eſt, igitur ſicut d ad c ſic b ad quã a rationem habet datam.

Theorema 84. Propoſitio 84.

SI binæ rectæ lineæ datam areolam comprehenderint in dato angulo, & altera altera data maior fuerit, & ipſarum utraque data erit.

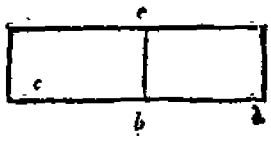
Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c areolam comprehendant a c in angulo ſub a b c. At c b ipſa b a data maior ſit. Dico quòd utraq; ipſarum a b, b c, data eſt. Nam quoniam c b ipſa b a dato maior eſt. Sit data d c. Reliqua igitur d b ipſi a b, eſt æqualis: compleatur a c. Et quoniam æqualis eſt a b ipſi b d. Ratio igitur ipſius a b ad b d data eſt. Datus autem eſt angulus a b d. Datur igitur a d ſpecie. Quoniam a c data eſt, ad datam d c adiungitur excedens ſpecie dato a d. Datur igitur exceſſus per 59 datorum. Data igitur eſt b d. Sed & d c. Igitur tota b c data eſt, eſt autem & a b data, utraque igitur a b, b c data eſt.



Theorema 85. Propoſitio 85.

SI binæ rectæ lineæ datam areolã comprehenderint in dato angulo, fuerit aũt & utraq; ſimul data, & ipſarũ utraq; data erit.

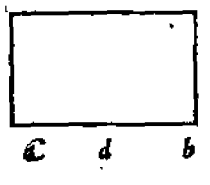
Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c, datam areolam comprehendant a c in dato angulo a b c data. Dico quòd & utraq; ipſarum a b, b c, data erit. Extendatur c b in d, ponaturq; per 2 primi element. ipſi a b æqualis b d, & per 31 primi element. per d ipſi b a parallelus excitetur d e. Compleatur q; a d, & quoniam æqualis eſt d b ipſi b a. Et angulus a b c datus eſt, quoniam & qui ex utraq; parte datus eſt. Datur igitur e b ſpecie. Et quoniã a b c, ſimul data eſt, æqualis autem eſt & a b ipſi d b. Data igitur eſt d c. Quoniam igitur a c data eſt, ad datam d c comparatur deficiens ſpecie dato e b, igitur per 58 Datorum dantur latitudines defectus. Datæ igitur ſunt ipſæ d b, b d. Sed & utraque ſimul a b c, data eſt. Data igitur eſt utraq; ipſarum a b, b c.



Theorema 86. Propoſitio 86.

SI binæ rectæ lineæ datam areolam comprehenderint in dato angulo, potuerit autem utraq; dato maius quàm in ratione, & ipſarum utraq; data erit.

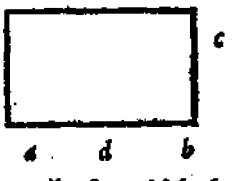
Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c datam aream comprehendant a c, in dato angulo a b c, quod autem ex b c eo quod ex a b dato maius ſit quàm in ratione. Dico quòd & utraque ipſarum a b, b c, data eſt. Nam quoniam quod ex c b eo quod ex b a dato maius eſt quàm in ratione. Auferatur datum, ſitq; quod ſub c b, b d. Reliqui igitur quod ſub a d, c b ad id quod ex a b ratio data eſt. Et quoniam quod ſub a b, b c, datum eſt, eſt autem quod ſub c b, b d datum. Ratio igitur eius quod ſub a b, b c ad id quod ſub c b, b d, data eſt. Sicut autem quod ſub a b, b c, ad id quod ſub c b, b d: ſic a b ad b d. Quare & ipſius a b ad b d ratio eſt data. Quare & eius quod ex a b ad id quod ex b d ratio eſt data. Eius aũt quod ex a b ad id quod ſub b c, c d ratio eſt data, & eius quod ſub b c, c d, igitur ad id quod ex d b ratio eſt data. Quare & eius quod quater ſub b c, c d ad id quod ex b d ratio eſt data. Et eius igitur quod quater ſub b c, c d unà cum eo quod ex b d ad id quod ex b d ratio eſt data. Sed id quod quater ſub b c, c d unà cum eo quod ex b d, id eſt quod ex utroque ſimul eſt ipſius b c, c d. Ratio igitur utriuſq; ſimul quod ex b c, c d ad id quod ex b d data eſt. Quare & utriuſque b c, c d, ad b d, ratio data eſt. Et componendo igitur per 18 quinti element. binarum b c ad b d, ratio eſt data. Quare unius c b, ad b d, ratio eſt data. Sicut autem c b ad b d, ſic quod ſub c b, b d ad id quod ex b d. Et eius quod ſub c b, b d igitur ad id quod ex b d ratio eſt data. Datum autem quod ſub a b d, datum igitur & quod ex b d. Data igitur eſt b d, quare & b c data eſt, ipſius enim c b ad b d ratio



est datus, & datur b d. Datur igitur & b c, est autem & a c, datum, & angulus a b c datus. Data igitur est a b, utraq; igitur ipsarum a b, b c, data est. Theorema 87. Propositio 87.

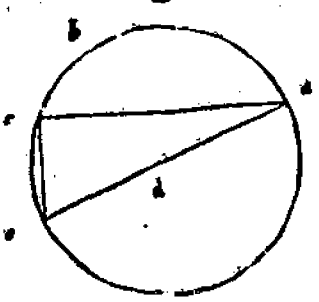
SI binæ rectæ lineæ areolam comprehenderint datam in dato angulo, quod à maiori uerò minore dato maius fuerit, & ipsarum utraque data erit.

Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c datam aream comprehendant a c in dato angulo a b c, quod autem ex a b dato maius esto, eo quod ex b c, dico quòd utraq; ipsarum a b, b c data est. Nam quoniã quod ex a b, eo quod ex b, dato maius est. Auferatur datum, sitq; quod sub a b, b d. Reliquum igitur quod sub b a, a d, æquum est ei quod ex b c. Et quoniam quod sub a b, b c, datum est, est autem & quod sub a b, b d datum. Ratio igitur eius quod sub a b, b d, ad id quod sub a b, b c data est. Estq; sicut quod sub a b, b d ad id quod sub a b, b c, sic d b ad b c. Ratio igitur ipsius d b ad b c, data est. Ratio igitur & eius quod ex d b, ad id quod ex b c data est. Ei autem quod ex b c, æquum est id quod sub b a, ad a d. Ratio igitur eius quod sub b a, a d, ad id quod ex d b, data est. Et eius igitur quod quater sub b a, a d unà cum eo quod ex d b ad id quod ex d b ratio est data. Sed quod quater sub b a, a d, una cum eo quod ex b d, id est quod ex utraque simul ipsarum b a, a d. Ratio igitur & eius quod ex utraque simul b a, a d, ad id quod ex d b data est. Ratio igitur & utriusq; simul b a ad b d data est. Et componendo igitur per 18 quinti elementorum, utriusq; simul b a, a d, unà cum ipsa d b hoc est binarum a b ad b d, ratio est data, & unius igitur a b ad d b, ratio est data. Ipsius aũt d b ad b c, ratio est data. Et ipsius igitur a b ad b c, ratio est data. Et quoniã ipsius a b ad b d ratio est data, estq; sicut a b ad b d, sic quod ex a b ad id quod sub a b, b d. Ratio igitur & eius quod ex a b ad id quod sub a b, b d data est. Datum aũt est quod sub a b, b d, sic enim datum auferetur. Datũ igitur est & quod ex a b. Data igitur est a b, estq; ratio ipsius a b ad b d data: data igitur est & b c. Theorema 88. Propositio 88.



SI in circulo magnitudine dato, recta linea acta fuerit assumens segmentũ capiens angulum datum, datur acta magnitudine.

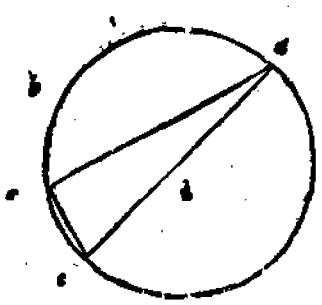
In circulo enim a b c magnitudine dato, excitetur a c assumens segmentum a e c, accipiens angulum datum. Dico quòd a c datur magnitudine. Assumatur enim per 1 tertij element. centrum circuli, sitq; illud d, & connexa a d ſet extendatur in e & connectatur c e. Datus igitur est qui sub a c e. Rectus enim est, est autem & qui sub a e c, datus, & reliquus igitur qui sub c a e. datus est, datur igitur triangulum a e c ſpecie. Ratio igitur est ipsius a e ad a c data, data autem est ea magnitudine, quoniam & circulus datur magnitudine. Data igitur est a c magnitudine.



Theorema 89. Propositio 89.

SI in circulo magnitudine dato, recta linea acta fuerit data magnitudine, relinquetur segmentum capiens angulum datum.

In circulo enim magnitudine dato a b c, recta linea excitetur a c data magnitudine. Dico quòd relinquetur segmentum capiens angulum datum. Accipiatur enim per 1 tertij element. centrũ circuli, sitq; illud d & connexa a d extendatur in e, & quoniã utraque ipsarum e a, a c est data. Ratio igitur ipsius e a ad a c, data est. Et angulus qui sub a c e, rectus est. Datur igitur a c e triãgulum ſpecie. Datus igitur est angulus a e c.

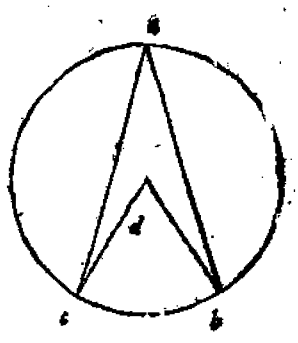


Theorema 90. Propositio 90.

SI in circuli positione dati circunferẽtia assumptũ fuerit signum datũ, ab hoc autem ad circuli circunferentiã infringatur aliqua recta linea datum angulum efficiens, datur alter finis refractæ.

Circuli enim positione dati a b c in circunferentia accipiatur datum signum b, ab ipso autem b refringatur recta linea b a c, datum efficiens angulum b a c. Dico quod c signum datur. Aſſumatur

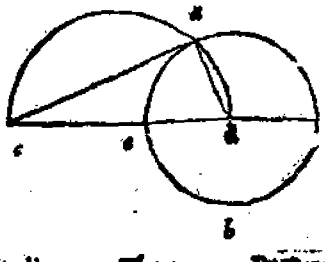
tur per 1 tertij elementorum ipsius circuli centrum d, & cõnectantur b d, d c. Et quoniam utrunq; ipsorum b d, datum est positione igitur est ipsa b d. Et quoniam angulus b a c datus est. Datus igitur est angulus b d c. Quoniam igitur ad positione rectam lineam b d ad signumq; d recta linea excitatur d c datum efficiens angulum b c d. Data igitur ipsa d c positione, datus est autem & circulus a c b. Datum igitur est c signum.



Theorema 91. Propositio 91.

SI à dato signo, positione datum circulum tangens recta linea acta fuerit, data tur acta positione & magnitudine.

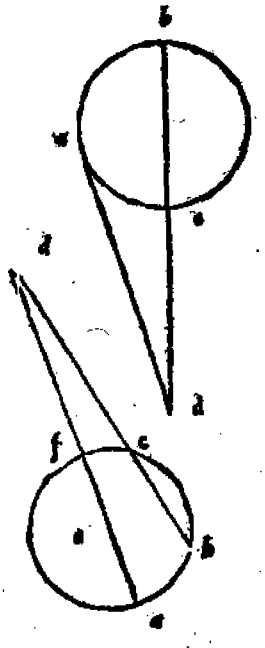
A dato enim signo c positione datũ circulũ a b tangens recta linea excitetur c a. Dico q; c a recta linea datur positione & magnitudine. Accipiatur enim per 1 tertij element. ipsius circuli centrum d, & cõnectatur d a, & quoniam datũ est utrunq; ipsorum d c, data est igitur d c, estq; angulus d a c, datus igitur super c d, descriptus semicirculus ueniet per a, ueniat sitq; d a c, positione igitur est d a c, positione autem est a b circulus. Igitur a datum est. Sed & c datum est. Data igitur est a c positione & magnitudine.



Theor. 92. Prop. 92.

SI extra circulũ positione datũ assumptum fuerit aliquod datũ signum, ab ipso autem signo in circulum acta fuerit aliqua recta linea, quod sub acta & ea quæ inter ipsum signum & curuam circunferẽtiam comprehensum rectangulum datum.

Extra enim circulum positione datum a b c assumatur signum aliquod d, ab ipso autem d signo extendatur recta linea d b secans circulum. Dico quòd quod sub b d, d c datum est, excitetur enim ab ipso d signo ipsum a b c, circulũ tangens, recta linea d a, per 17 tertij element. Data igitur est d a positione & magnitudine. Quoniam igitur data est a d, datum igitur est & quod ex a d, & est æquale ei quod sub b d, d c, per 36 tertij element. Datum igitur est quod sub b d. d c. Aliter.

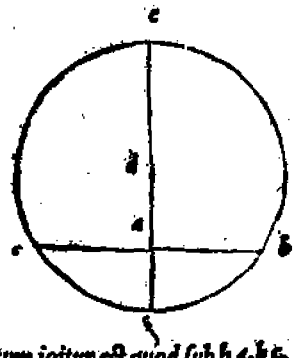


Assumatur per 1 tertij element. ipsius circuli centrum e, & connectatur d e, extendatur in a & quoniam datum est utrunque ipsorum e d. Data igitur est e d positione. Datur autem & a b f circulus, datum igitur est utrunque ipsorum a f, est autem ipsum d datum. Data igitur est utraq; ipsarum a f, f d. Datum igitur est quod sub a d, d f, & ei est æquum quod sub b d, d c, ei quod sub a d, d f. Datum igitur est quod sub b d, d c.

Theorema 93. Propositio 93.

SI in circulo positione dato, assumptũ fuerit aliquod datũ, ac per signũ illud acta fuerit aliqua recta linea in ipso circulo, quod sub actæ sectionibus comprehensum rectangulum datum est.

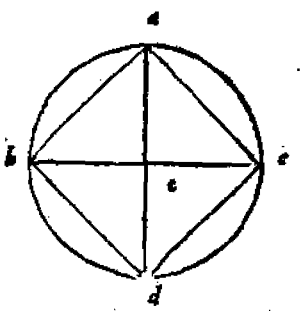
In circulo enim dato positione b c accipiatur signũ aliquod datum a, ac per a excitetur quedam recta linea b c. Dico q; quod sub b a, a c datum est. Assumatur enim per primam tertij elemen. ipsius circuli centrum, sitq; d & connexa a d extendatur ad f e. Quoniam igitur utrũq; ipsorum d a, datum est, positione igitur est d a, positione autem & c b f circulus. Datum igitur est utrunque ipsorum f e, est autẽ [illegible] datum. Data igitur est utraq; ipsarũ f a, a e. Datum igitur quod sub f a, a e, & ei est æquum quod sub b a, a c, datum igitur est quod sub b a, b c.



Theorema 94. Propositio 94.

SI in circulo magnitudine dato recta linea acta fuerit, assumens segmentum capiens angulum datum, & qui in segmento angulus bifariam sectus fuerit, utraque simul angulum datum comprehendens ad secantem angulum bifariam rationem habebit data tam, & quod sub utraq; simul angulum datum comprehendente recta linea, & infra assumpta ab ea quæ angulum bifariam ad circunferentiam dispescit, datum erit.

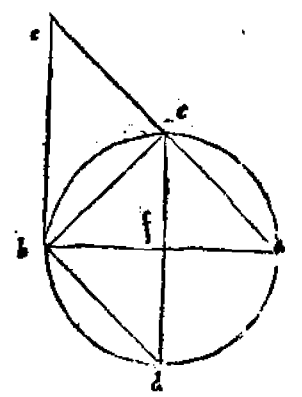
In circulo enim magnitudine dato a b c recta excitetur linea b c assumens segmentum capiens angulum datum qui sub b a c, secetuŕq; ipse b a c, per 9 primi elementorum bifariam recta linea a d. Dico quod ratio utriusq; simul b a c ad a d, data est: & etiam quod datum est id sub utraq; simul b a c, & c d. Connectatur b d & quoniã in circulo magnitudine dato d a c, excitatur b c assumens segmentum b a c, capiens angulum datũ b a c. Data igitur est b c magnitudine. Idq; propterea iam & b d, data est magnitudine. Ratio igitur ipsius b c ad b d data est. Et quoniam angulus b a c, bifariam secatur à linea recta a d est igitur sicut b a ad a c, sic b e ad e c, uicißim igitur per 16 quinti element. sicut a b ad b e, sic a c ad c e, & sicut utraq; simul b a c ad b c, sic a c ad c e. Et quoniã angulus b a e angulo e a c, est æqualis, est autem & qui sub a c e, ei qui sub b d e æqualis. Reliquus igitur qui sub a e c, reliquo qui sub a b d, est æqualis, æquiangulum igitur est a e c, triangulum ipsi n b d triangulo. Est igitur sicut a c ad c e. Sic a d ad b d. Sed sicut a c ad c e, sic utraq; simul b a c ad b c, & sicut igitur per 11 quinti element. utraque simul b a c ad b c, sic a d ad d b, uicißim igitur per 16 quinti elementorum, sicut utraq; simul b a c ad a d, sic b c ad b d. Ratio autẽ ipsius b c ad b d data est. Ratio igitur & utriusq; simul b a c ad a d data est. Dico quòd et quod sub utraq; simul b a c, & d e, datũ est:



nam quoniam æquiangulum est triangulum a e c ipsi d e b, triangulo, est igitur sicut b d ad d e, sic a c ad c e. Sicut autem a c ad c e, sic est utraq; simul b a c ad b c, & sicut igitur per 11 quinti element. utraq; simul b a c ad b c, sic est b d ad b e. Igitur quod sub utraque simul b a c & d e, æquum est ei quod sub c b & b d. Datum est quod sub c b, & b d datum igitur & quod sub utraq; simul b a c, & c d.

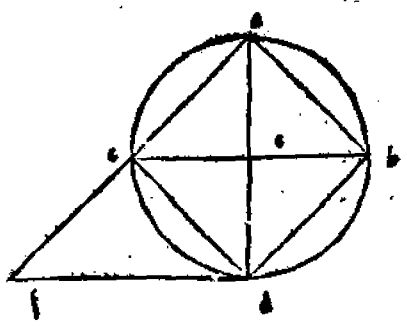
Aliter idem.

Extendatur a c in e, ponaturq; ipsi c b, æqualis c e. cõnectanturq; e b, b d. Et quoniam qui sub a c b, duplus est utriusq; ipsorum a c d, c e b, æqualis igitur est qui sub c b e, angulus ei qui sub a c d, hoc est ei qui sub a b d. Communis ponatur qui sub a b c. Totus igitur qui sub d b c, toti qui sub f b e, est æqualis, est autem & qui sub c a b, ei qui sub c d b, æqualis. Reliquus igitur angulus qui sub c e b, reliquo angulo qui sub d c b, est æqualis: æquiangulum igitur est e a b, triangulum ipsi c d b triangulo. Est igitur sicut e a ad a b. Sic c d ad d b. Ipsa autem utraq; de est ipsa a c b, & sicut igitur utraque ipsarum simul a c b ad a b, sic c d ad b d. Et uicißim igitur per 16 quinti ele. sicut utraq; simul a c b ad c d. Sic a b ad b d. Ratio autem est ipsius a b ad d b data: utraque enim ipsarum data est. Ratio igitur & utriusque simul a c b ad c d data est. Et quoniam æquiangulum est triangulũ e a b, triangulo f b d: est igitur sicut e a ad a b, sic b d ad d f. Ipsa autem e a, utraq; est a c b, & sicut igitur utraq; a c b ad a b, sic b d ad d f. Igitur quod sub utraq; simul a c b & f d, æquum est ei quod sub a b, b d. Datum est autem quòd sub a b, b d. Data igitur ipsarum utraque. Datũ igitur est & quod sub utraque simul a c b & f d.



Aliter idem.

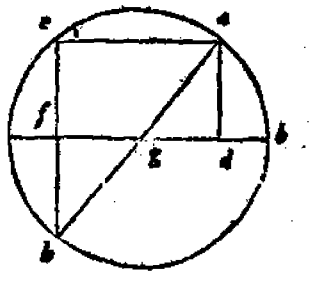
Extendatur a c, in f, ponaturq; ipsi b a æqualis c f. Connectanturq; b d, d c, d f, & quoniam æqualis est b a ipsi c f & d b, ipsi d c. Binæ iam a b, b d binis f c, c d, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub a b d, angulo qui sub d c f, est æqualis, quandoquidem a b c d, quadratũ est: basis igitur a d per quartam primi elementorum basi d f, est æqualis, & triangulum a b d, triangulo c d f est æquale, & reliqui



liqui anguli reliquis angulis æquales erunt, quos æqualia latera subtendunt. Igitur angulus b a d, angulo d f e, est æqualis: datus autem angulus b a d, datus igitur est et qui sub f d c angulus: est autem & qui sub d a f, angulus datus. Datur igitur triãgulum a d f specie. Ratio igitur ipsius f a ad a d, data est. At a f, utraq; est simul b a c, eo quia æqualis est c f, ipsi b a. Ratio igitur utriusq; simul b a c ad a d, data est, & similiter sicut prius demonstrabimus, quòd id sub utraq; b a c, & e d datum est.

Theorema 95. Propositio 95.

SI in circuli positione dati diametro datum signum assumptum fuerit, ab ipso autem signo ad ipsum circulum proiecta fuerit aliqua recta linea, & à sectione ad rectos angulos acta fuerit ipsi excitatę, à signo autem in quod concurrit quæ ad rectos angulos ipsi circuli circunferẽtia parallelus acta fuerit excitatę. Datum est signum quod concurrit parallelus diametro, & quod sub parallelis comprehensum rectangulum datum erit.



In circuli enim a b c positione dati diametro b c assumptum sit datum signum d a c per ipsum d ad circulum producatur quædam utcunq; recta linea d a, ab ipso autem a ipsi d a angulus excitetur rectus a e, ac per e ipsi a d, per 31 primi element. parallelus excitetur e f. Dico quòd f datum est, & quod ea quæ sub a d, e f, area data est, extendatur e f in h, & connectatur a h. Quoniam angulus h e a, rectus est, & h a dimetiens est circuli a b c, est autẽ & b c dimetiens. Igitur cẽtrum g est circuli a b c. Datum igitur est signum g, est autem & d datum. Data igitur est d g, magnitudine: & quoniam a d ipsi e h, parallelus est. Et æqualis est h g ipsi g a, per 15 diffinitionẽ primi ele. & d g ipsi g f, & a d f g. Data igitur d g. Data igitur est & f g. Sed & positione. Vtraq; igitur ipsarum g f, g d data est, & g datum est. Datum igitur & f, & quoniam in circulo a b c positione dato, assumitur signum f datum, & extenditur e f h. Datum igitur est per 30 datorum, quod sub e f, f h, æqualis autẽ est h f ipsi d a. Datũ igitur est quod sub a d, e f. Finis Datorum.

EVCLIDIS DE LEVI ET PONDEROSO FRAGMENTVM.

1 Æqua magnitudine corpora sunt, quæ loca replent æqua. 2 Diuersa magnitudine corpora sunt, quæ loca replẽt nõ æqua. 3 Grandiora magnitudine dicunt corpora, quæ loco sunt ampliore. 4 Æqua potentia corpora sunt, quorũ & tẽpore & aere aqua úe media æqualibus & per æqualia interualla æquales sunt motus. 5 Diuersa potẽtia corpora sunt, quorum tempore diuerso motus sunt æquales. 6 Diuersorũ potentia corporũ, maius id potentia dicitur, quod mouẽdo temporis insumpsit minus: minus autem potentia, quod temporis amplius. 7 Generis eiusdẽ corpora sunt, quæ cum æqua magnitudine sint, etiam sunt potentia. 8 Diuersa genere corpora sunt, quæ cũ æqua magnitudine sint, potentia nõ sunt, per idem licet medium moueantur. 9 Diuersorum genere corporũ, potẽtius id dicitur, quod est solidius.

Theorema primum.

DIuersorum potentia corporum, quod spacium amplius mouetur, habet amplius potentiæ.

Sint

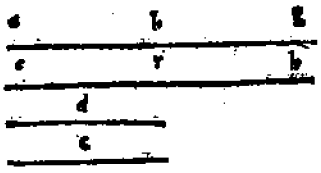
Sint a & b corpora duo, sint g d & e f, spacia duo, g d maius per quod a e f minus per quod b mouetur, resecabo à spacio g d, g r spaciũ, sic ut sit e f spacio spacium g r æquale. Cætera sponte patent.



Theorema secundum.

EOrundem genere corporum si ipsa inter se erunt multiplicia, erunt æquè ipsorum potentiæ multiplices.

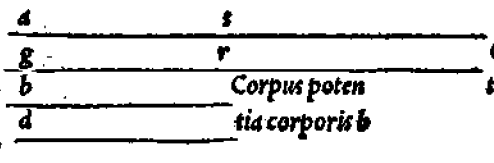
Sit corpus a g, eodem genere corpori d duplũ, dico etiam potentia duplum esse. Sit enim a g, quidem corporis potentia e h, d uerò & a g iuxta multiplicis excessum in a b & b g diuidatur, sicut utriusq; potentia, ipsius d corporis potentiæ quæ erat c æqualis, fiat rursus ut a g corpus in partes a b, b g, corpori d æquas diuisimus: sic e h, potentiam in partes e r & r h, æquas c potẽtia diuidamus. Liquidum est e h, potentiam duplum potentiæ c euadere.



Theorema tertium.

EOrundem genere corporum, proportio & magnitudine & potentia est eadem.

Sit a corpus corporis eodem genere b duplum, dico ut a corpus ad b corpus est, sic corporis a potentia g ad corporis b potẽtiam d esse. Patet si ut corpora sic potentias æquè utrinq; multipliciter diuidamus.



Theorema quartum.

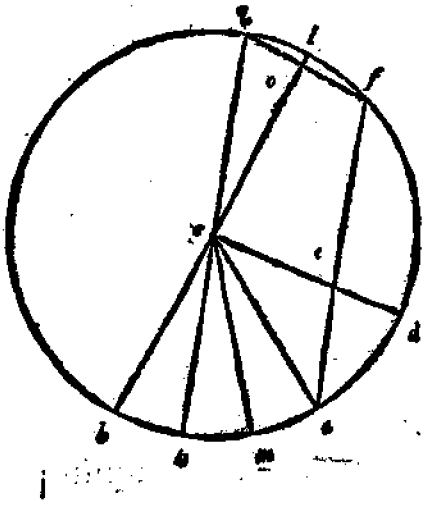
QVæ corpora, æqua potentia eiusdem generis, corpori sunt, eiusdem sunt inter se generis. ablatis enim æqualibus illi tertio, erunt ipsorum uirtutes æquales, quia potentiæ tertij æquales.

Quorum corporum & magnitudo & potentia proportio una est, ipsa generis eiusdem erunt. Sit ut a corpus ad corpus b, sic corporis a potentia ad corporis b potentiam d, dico a b, corpora generis eiusdem esse. Statuamus enim a corpus, æquale corpori cuius potentia sit r. Erunt igitur ut b ad a, sic r ad potentiam ipsius a quæ est g. Reliqua patent.

Ad finem quarti libri hæc à Campano adiecta sunt.

DAtum triangulum in tria æqualia diuidere.

Sit angulus datus c, uolo ipsum diuidere in tres æquales angulos, quod sic facio. Pono primo c, centrum circuli describendo circulum usq; quo secent circunferẽtiam in punctis a & b, tum a puncto c, quod est cẽtrum circuli, duco lineam c d perpendiculariter ad lineam c b & in linea c d assignabo punctum e, à quo duco lineam ad æqualitatem c b usque quo secet circunferẽtiam circuli in puncto f, & produco usq; ad a, deinde protraho lineam g h, æquidistantem f a, quæ scilicet g h, transeat per centrum, et duco lineam f g æquidistantẽ lineæ c c, & protraho lineam c b in continuũ & directum usq; ad l quæ secat lineã f g orthogonaliter in pũcto o et per æqualia, dico ergo q; arcus l g est æqualis arcui h b, propter hoc quod angulus l c c, est æqualis angulo b

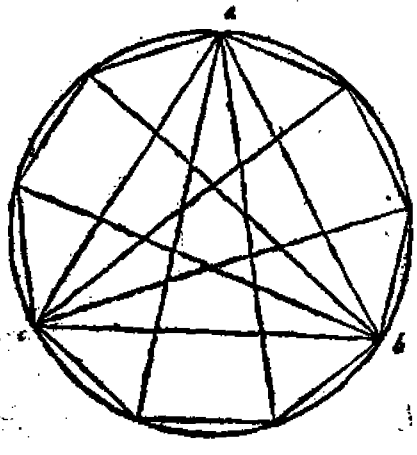


c b

a b cum sint contra se positi. Cum igitur arcus f g sit duplus arcui l g, erit duplus arcui h b: sed arcus f g est æqualis arcui h a cum sint inter duas æquidistantes lineas quæ sunt f a & g b, ergo arcus h a est duplus arcui h b, ergo et angulus a c h, est duplus angulo h c b. diuidam ergo angulum c h, per æqualia per lineam c, ut patet propositum.

INtra datum circulum no n angulum æquilaterum at q̃ equiangulum designare.

Quod sic fieri potest, iuxta doctrinam secundæ huius, inscribo circulo assignato triangulum æquilaterum atq; æquiangulū qui sit a b c, & unumquemq; angulum eius diuidam per tria æqualia, & protrahã lineas diuidentes angulos usq; ad circunferentiam: & tunc quia nouem anguli locati in circulo sunt æquales, de necessitate arcus suppositi ipsis angulis sunt æquales, protraham enim cordas subtendentes singulis arcubus, & habebo intentum.



REGISTVM.

† a b c d e f g h i k l m n o p q r s t u x y z.
Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll Mm Nn
Oo Pp Qq Rr Ss Tt Vu Xx Yy Zz. AA BB
CC. Omnes sunt terniones, præter † qui est duernio.

BASILEAE, PER IOANNEM HERVAgium & Bernardum Brand, Anno M. D.
LVIII, mense Martio.

