Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES

Google Livres

EVCLIDIS MEGA-
rensis mathematici clarissimi Elementorum geometricorum libri XV.

Cum expositione Theonis in priores XIII à Bartholomæo Zamberto Veneto latinitate donata, Campani in omnes, & Hypsiclis Alexandrini in duos postremos.

His adiecta sunt Phænomena, Catoptrica & Optica, deinde Protheoria Marini, & Data.

Postremùm uerò, Opusculum de Leui & Ponderoso, hactenus non uisum, eiusdem autoris.



Cum priuilegio Cæsareo.

BASILEAE, PER IOANNEM HERVAGIVM & Bernhardum Brand, Anno M. D. LVIII.

Lectori s. D.

QVONIAM inhumanum eſt repugnare haud ita difficilia rogantibus amicis, non licuit amplius editionem Latinam huius autoris in aliud tempus proferre: quod eo alacriùs ſumus perſecuti, ne aditum ad omnes diſciplinas (quod Plato teſtatur fieri, neglecta Geometria) Latinè tantum eruditis præcludere uelle uideantur. Collatum eſt itaque exemplar Iacobi Fabri Stapulenſis ductu Pariſijs ante aliquot an nos excuſum, ad fidem Græci exemplaris à doctiſsimo uiro Chriſtanno Herlino Mathematicarum diſciplinarum publico apud Argētinenſes profeſſore: cui acceptum feras quicquid hîc aut ad Græcum exemplar, aut alioqui doctè reſtitutum uideris. Adiecimus Phænomena, Specularia, Protheoriam Marini, & Data, argumentorum ſimilitudine inducti. Quumq; eo ipſo tempore, quo opus abſolueretur, Libellum, ſiue potius Fragmentum (nam uidetur eſſe mutilus) mihi afferret quidam de Leui & Ponderoſo, eum etiam addidimus: ut ſi quid hinc poſsit eſſe emolumenti, boni conſulas: ſin minus, ne mea fide in ſtudioſos deſiderata, tuo commodo alicubi uidear non ſtuduiſſe.

Vale.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI, MATHEMATICORUM facilè principis, primùm ex Campano, deinde ex Theone Græco cõmentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorũ elementorum Liber primus.

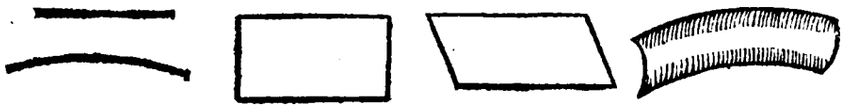
Ex Campano, triplex principiorum genus.

Primùm, Diffinitiones.



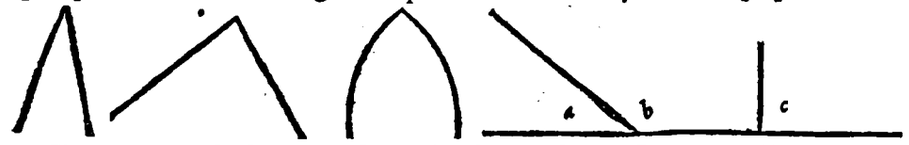
VNctus eſt, cuius pars non eſt. 2 Linea, eſt lõgitudo ſine latitudine: 3 cuius quidẽ extremitates, ſunt duo pũcta. 4 Linea recta, eſt ab uno puncto ad aliũ breuiſsima extenſio, in extremitates ſuas eã recipiens. 5 Superficies eſt, quæ longitudinem & latitudinem tantùm habet: 6 Cuius quidem termini, ſunt lineę. 7 Superficies plana, eſt ab una linea ad aliam breuiſsima extenſio, in extremitates ſuas eam recipiens.

Punctus, aut ſignum. Linea. Superficies.



8 Angulus planus, eſt duarũ linearũ alternus contactus, quarũ expãſio eſt ſuper ſuperficiẽ, applicatioq; nõ directa. 9 Quãdo autem angulũ continent duæ lineæ rectę, rectilineus angulus nominatur. 10 Quãdo recta linea ſuper rectã ſteterit, duoq; anguli utrobiq; fuerint ęquales, eorũ uterq; rectus erit, lineaq; lineæ ſuperſtãs, ei cui ſuperſtat, perpẽdicularis uocatur. 11 Angulus uerò qui recto maior eſt, obtuſus dicitur. 12 Angulus uerò minor recto, acutus appellatur.

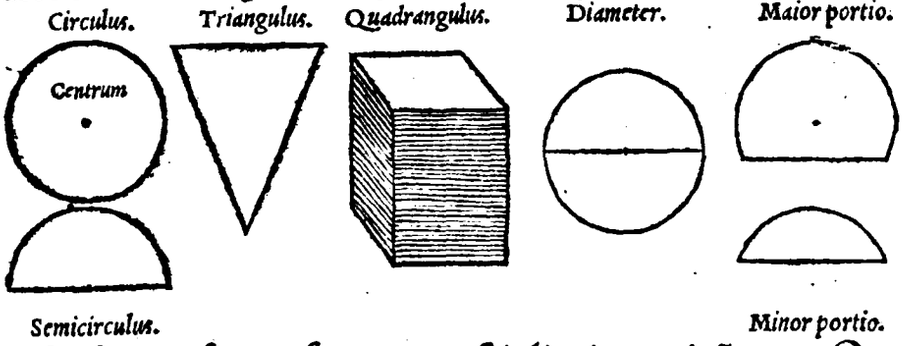
Angulus planus. Rectilineus. Angulus obliquus. a Acutus. b Obtuſus. Linea perpend. c Rectus.



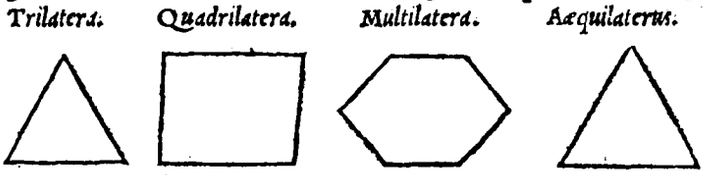
13 Terminus eſt, q̃d uniuſcuiuſq; finis eſt. 14 Figura eſt, quæ termino uel terminis continetur. 15 Circulus, eſt figura plana, una quidẽ linea cõtenta, quę circũferentia nominatur: in cuius medio punctus eſt, à quo omnes lineę rectę & ad circũferentiã exeũtes, ſibi inuicem

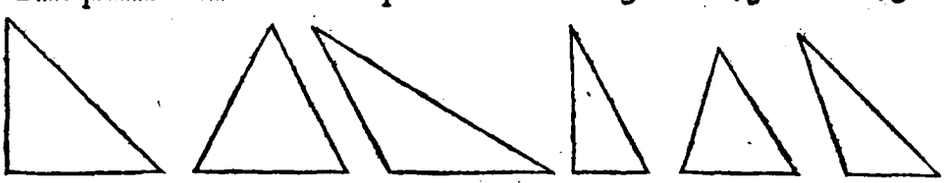
ſunt æquales. 16 Et hic quidem punctus, centrum circuli dicitur.

17 Diameter circuli, eſt linea recta, quę ſuper eius centrū tranſiens, extremitatesq; ſuas circūferētię applicās, circulū in duo media diuidit. 18 Semicirculus, eſt figura plana diametro circuli, & medietate circūferētię contēta. 19 Portio circuli, eſt figura plana, recta linea & parte circūferentię cōtenta, ſemicirculo quidē aut maior aut minor.

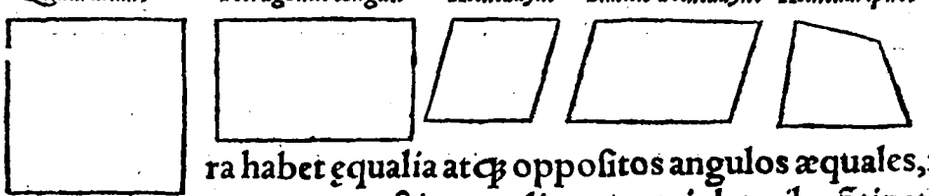


20 Rectilineę figuræ ſunt, quę rectis lineis continētur. 21 Quarum quędā trilateræ, quę tribus rectis lineis: 22 Quędam quadrilaterę, q̄ quatuor rectis lineis: 23 Quædā multilateræ, quæ pluribus q̄ quatuor rectis lineis cōtinent. 24 Figurarū trilaterarū, alia eſt triāgulus, habēs tria latera æqualia: 25 Alia triangulus, duo habēs ęqualia latera: 26 Alia triangulus triū inęqualiū laterū. 27 Harū iterū alia eſt orthogoniū, unū ſcilicet rectū angulū habēs. 28 Alia eſt amblygoniū, aliquē obtuſum angulū habens. 29 Alia eſt oxygoniū, in qua tres anguli ſunt acuti.





30 Figurarū autē quadrilaterarū, alia eſt quadratū, quod eſt æquilaterū rectāgulū: 31 Alia eſt tetragonus lōgus, quę eſt figura rectangula, ſed ęquilatera nō eſt: 32 Alia eſt helmuayn, quę eſt ęquilatera, ſed rectāgula nō eſt: 33 Alia eſt ſimilis helmuayn, quæ oppoſita late



ra habet ęqualia atq; oppoſitos angulos æquales, idē tamen nec rectis angulis nec ęquis laterib. cōtinetur.

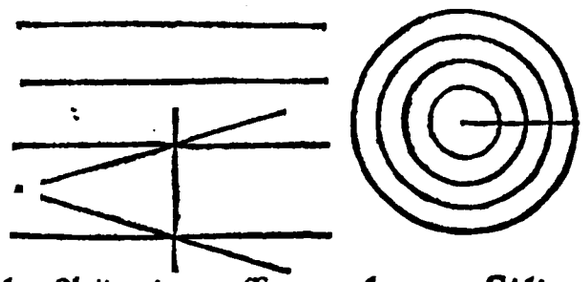
Præte

34 Præter has autem omnes, quadrilateræ figuræ, helmuariphæ nominantur.

35 Æquidiſtantes lineæ ſunt, quæ in eadem ſuperficie collocatę atque in alterutram partem protractæ non conueniunt, etiam ſi in infinitum protrahantur.

Secundum, Petitiones.

1 A' quolibet puncto in quemlibet punctum, rectam lineam ducere, atq; lineã definitam, in cõtinuum rectumq;, quantumlibet protrahere. 2 Super centrum quodlibet, quantumlibet occupando ſpaciũ, circulum deſignare.



3 Omnes rectos angulos ſibĩjnuicem eſſe æquales. 4 Si linea recta ſuper duas lineas rectas ceciderit, duoq; anguli ex unaparte duobus rectis angulis minores fuerint, iſtas duas lineas in eandem partem protractas, proculdubio coniunctum iri. 5 Duas lineas rectas, ſuperficiem nullam concludere.

Tertium, Communes animi conceptiones.

1 Quæ uni & eidem ſunt æqualia, & ſibĩjnuicem ſunt æqualia.

2 Et ſi æqualibus æqualia addantur, omnia quoq; fient æqualia.

3 Et ſi ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquuntur erũt æqualia. 4 Et ſi ab inæqualibus æqualia demas, quæ relinquuntur erunt inæqualia. 5 Et ſi inæqualibus æqualia addas, ipſa quoque fient inæqualia. 6 Si fuerint duæ res uni duplices, ipſæ ſibĩjnuicem erunt æquales. 7 Si fuerint duæ res, quarum utraq; unius eiuſdem fuerit dimidium, utraq; erit æqualis alteri.

8 Si aliqua res alicui ſuperponatur, applicetur q; ei, nec excedat altera alteram, illæ ſibĩjnuicem erunt æquales. 9 Omne totum, eſt maius ſua parte.

CAMPANVS. Sciendum eſt autem, quòd præter has communes animi conceptiones, ſiue communes ſententias, multas alias, quæ numero ſunt incomprehenſibiles, prætermiſit Euclides: quarum hęc eſt una. Si duæ quantitates æquales, ad quamlibet tertiam eiuſdem generis comparentur, ſimul erunt ambæ illa tertia, aut æquè maiores, aut æquè minores, aut ſimul æquales. Item alia. Quanta eſt aliqua quantitas ad quamlibet aliam eiuſdem generis, tantam eſſe quamlibet tertiam ad aliquam quartam eiuſdem generis. In quantitatibus continuis hoc uniuerſaliter uerum eſt, ſiue antecedentes maiores fuerint conſequentibus, ſiue minores: magnitudo enim decreſcit in infinitum: in numeris autem non ſic. Sed ſi fuerit primus ſubmultiplex ſecundi, erit quilibet tertius æquè ſubmultiplex alicuius quarti: quoniam numerus creſcit in infinitum, ſicut magnitudo in infinitum minuitur.

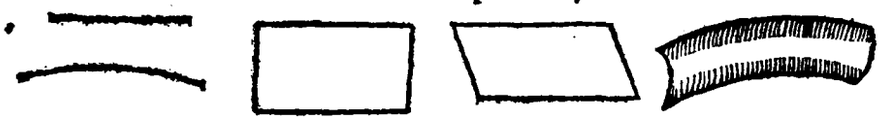
EVCLIDIS MEGARENSIS PHILOSOPHI ELEMENTA, BARTHOLOMAEO ZAMBERTO Veneto interprete. *Triplex principiorum genus.*

Primùm, Diffinitiones.



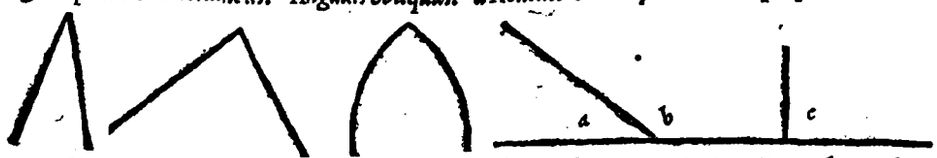
Signum, eſt cuius pars nulla. 2 Linea uerò, longitudo illatabilis. 3 Lineæ autem limites, ſunt ſigna. 4 Recta linea, eſt quæ ex æquali, ſua interiacet ſigna. 5 Superficies, eſt quæ longitudinem latitudinemq; tantum habet. 6 Superficiei extrema, ſunt lineæ. 7 Plana ſuperficies, eſt quæ ex æquali, ſuas interiacet lineas. Planus angulus, eſt duarum linearum in plano ſeſe tangentium & non in directo iacentium, ad alterutram inclinatio.

Punctus, aut ſignum. Linea. Su per fi ci es.



9 Quando autem quæ angulũ continent, rectę lineę fuerint, rectilineus angulus nũcupat. 10 Cum uerò recta linea ſuper rectã cõſiſtẽs lineã, utrobiq; angulos æquales adinuicẽ fecerit, rectus eſt uterq; æqualiũ angulorũ: & quæ ſupſtat recta linea, perpẽdicularis uocat. ſuper quã ſteterit. 11 Obtuſus angulus maior eſt recto. 12 Acutus uerò, minor eſt recto. 13 Terminus eſt, quod cuiusq; finis eſt.

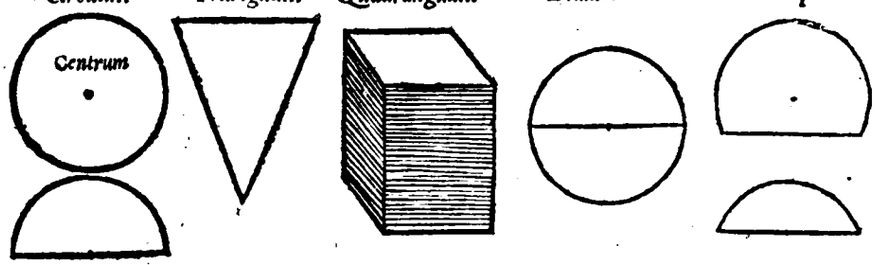
Angulus planus. Rectilineus. Angulus obliquus. a Acutus. b Obtuſus. Linea perpend. c Rectus.



14 Figura eſt, quę ſub aliquo, uel aliquib. terminis cõprehenditur. 15 Circulus, eſt figura plana una linea cõtenta, quę circũferentia appellatur, ad quã ab uno ſigno introrſum medio exiſtẽte omnes prodeũtes lineę, in ipſiusq; circuli circũferentiã incidẽtes, adinuicẽ ſunt æquales. 16 Cẽtrũ uerò ipſius circuli id ſignũ appellat. 17 Dimetiẽs circuli, eſt recta quædã linea per centrũ acta, & ex utraq; parte in circuli circunferentiã terminata, quę circulũ bifariã diſpeſcit. 18 Semicirculus, eſt figura quę ſub dimetiẽte & eà quę ex ipſa circuli circunferentia

ferẽtia ſublata eſt, cõtinetur. 19 Sectio circuli, eſt figura q̃ ſub recta li nea et circuli circũferẽtia aut maiore aut minore ſemicirculo cõtinet.

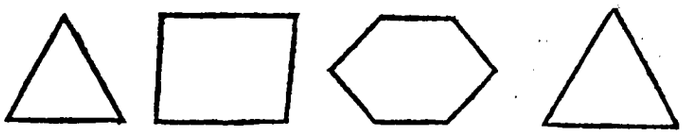
Circulus. Triangulus. Quadrangulus. Diameter. Maior portio.



Semicirculus. Minor portio.

20 Rectilineę figuræ ſunt, quę ſub rectis lineis continẽtur. 21 Trila teræ figuræ ſunt, quæ ſub tribus rectis cõtinentur lineis. 22 Qua drilaterę figurę ſunt, q̃ ſub quatuor comprehenduntur rectis lineis. 23 Multilaterę figurę ſunt, quæ ſub plurib. q̃ quatuor rectis lineis cõprehendũtur.

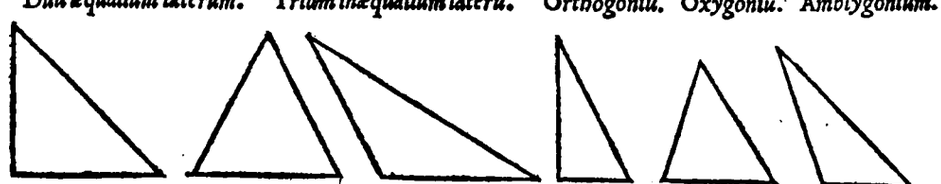
Trilatera. Quadrilatera. Multilatera. Æquilaterus.



24 Trilaterarũ porrò figurarũ, ęquilaterũ eſt tri angulũ, quod ſub tribus æqualibus lateribus cõtinetur.

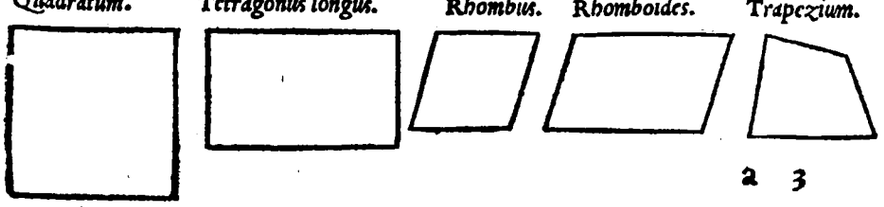
25 Iſoſceles autem, eſt quod ſub binis tãtum æqualibus lateribus continetur. 26 Scalenũ uerò eſt quod ſub tribus inęqualibus lateri bus cõtinetur. 27 Amplius trilaterarum figurarum, rectangulum triangulum eſt, quod rectum angulum habet. 28 Amblygonium autem, quod obtuſum angulum habet. 29 Oxygoniũ uerò, quod trẽs habet acutos angulos.

Duũ æqualium laterum. Trium inæqualium laterũ. Orthogoniũ. Oxygoniũ. Amblygonium.



30 Quadrilaterarum autẽ figurarum, quadratũ quidẽ eſt, quod & æquilaterũ ac rectangulũ eſt. 31 Altera parte longius eſt, quod re ctangulum quidẽ, at æquilaterũ non eſt. 32 Rhombus, eſt quæ æ quilatera, ſed rectãgula nõ eſt. 33 Rhomboides uerò eſt, quæ ex op poſito latera & angulos habẽs ęquales, neq; ęquilatera neq; rectan gula eſt. 34 Pręter hęc aũt, reliqua quadrilatera, trapezia appellanť.

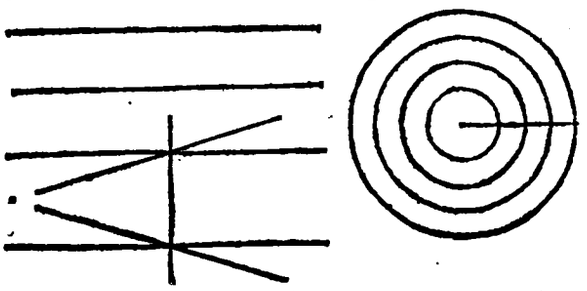
Quadratum. Tetragonus longus. Rhombus. Rhomboides. Trapezium.



35 Parallelæ, rectę lineæ sunt, quæ in eodem existentes plano, & ex utraq; parte in infinitum productæ, in nulla parte concurrunt.

Secundum, Postulata.

1 Ab omni signo in omne signum, rectam lineam ducere. 2 Rectam lineam terminatam, in continuum rectum'que producere. 3 Omni centro & interuallo, circulum describere. 4 Omnes angulos rectos, adinuicem æquales esse. 5 Si in duas rectas lineas recta linea incidens, interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores fecerit, rectas lineas in infinitum productas concurrere necesse est ad eas partes, in quibus anguli duobus rectis minores existunt.



Tertium. Communes sententiæ.

1 Quæ eidem æqualia, & ad inuicem sunt æqualia. 2 Etsi æqualibus æqualia adijciãtur, omnia erunt æqualia. 3 Et si ab ęqualibus æqualia auferantur, quæ relinquuntur, æqualia erunt. 4 Et si inæqualibus æqualia adjungãtur, omnia erunt inæqualia. 5 Et si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua inæqualia erunt. 6 Quæ eiusdem duplicia sunt, adinuicem sunt æqualia. 7 Et quæ eiusdem sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem. 8 Et quæ sibimetipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem. 9 Totum, est sua parte maius.

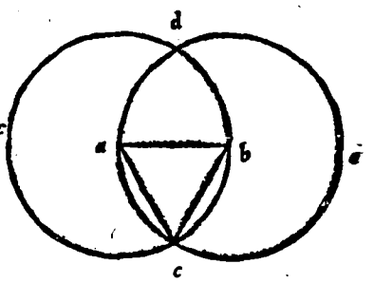
χωρίον 10 Duæ rectæ lineæ, * superficiem non concludunt.

EVCLIDIS MEGARENSIS
GEOMETRICA ELEMENTA,
EX CAMPANO.

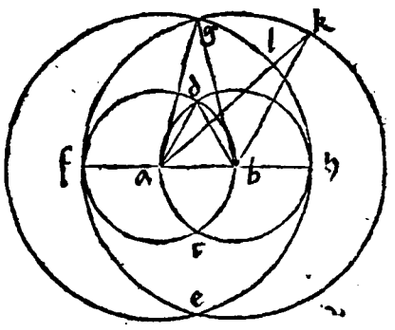
Primi libri propoſitio prima.

Riangulum æquilaterũ, ſupra datam lineam rectam collocare.

Eſto data linea recta a b. uolo ſuper ipſam, triangulũ æquilaterum conſtituere: ſuper alteram eius extremitatem, ſcilicet in puncto a, ponam pedem circini immobilem, & alterum pedem mobilem extendam uſq; ad b, & deſcribam ſecundum quantitatem ipſius lineæ datę, per ſecundam petitionem circulum c b d f. Rurſus alteram eius extremitatem, ſcilicet punctum b faciam centrum: & per eandem petitionem & ſecundum eiuſdẽ quantitatẽ, lineabo circulum c a d h. qui circuli interſecabunt ſe in duobus punctis, quæ ſint c d. Et alteram duarum ſectionum, ſicut ſectionem d, continuabo cũ ambabus extremitatibus datę lineę: protractis lineis d a, d b per primam petitionem. Quia ergo à puncto a, quod eſt centrum circuli c b d, protractæ ſunt lineæ a d & a b uſq; ad eius circunferentiam: ipſæ erunt æquales, per diffinitionem circuli. Similiter quoq;, quia à puncto b, quod eſt centrũ circuli c a d h, protractæ ſunt lineæ b a & a d uſq; ad eius circunferentiam, ipſæ erunt etiam æquales. Quia ergo utraq; duarum linearum a d, b d, æqualis eſt lineæ a b, ut probatum eſt, ipſæ erunt æquales inter ſe, per primam communem animi cõceptionem. Ergo ſuper datam rectam lineam, collocauimus triangulum æquilaterum, quod eſt propoſitum.



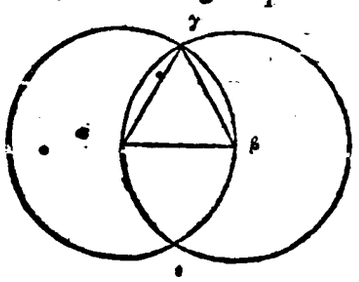
CAMPANI additio. Si autem ſuper eandem lineam libeat collocare reliquas duas triangulorum ſpecies, ſcilicet triangulum duũm æqualium laterum, & triangulum trium inæqualium laterum: protrahatur linea a b, in utranq; partem, uſq; quo occurret circunferentijs amborum circulorum ſuper duo puncta f & h. Et poſito centro in puncto a, lineetur circulus e h g, ſecundũ quantitatem lineæ a h. Item poſito centro in puncto b, lineetur circulus e f g, ſecundum quantitatem lineæ b f. Hi autem circuli interſecabunt ſe in duobus punctis, quę ſunt e g. Coniungantur igitur extremitates datæ lineę cum altera dictarum ſectionũ, per duas lineas rectas, quæ ſint a g, b g. Et quia hæ lineæ a b, & a f, exeunt à centro circuli c d f, ad eius circunferentiam, ipſę erunt æquales. Similiter quoq; a b & a h, quia exeũt à centro circuli c a d h, uſq; ad ipſius circunferentiam, ipſæ erũt æquales. Quia ergo utraq; duarum linearum a f & b h æqualis eſt lineę a b, ipſæ erunt inter ſe æquales: ergo poſita a b, communi, erit b f æqualis a h. ſed b f æqualis ipſi b g: quia ambæ exeunt à centro circuli e f g, ad eius circunferentiam. Similiter quoq; a h, eſt æqualis ipſi a g. & utraq; earum eſt maior a b, eo quòd utraque duarum linearum b f & a h maior eſt a b. Quare ſuper datam lineam rectam collocauimus triangulum duorum æqualium laterum. Triangulum etiam trium inæqualiũ laterum ſuper eandem lineam collocabimus: ſi aliquod punctum exiſtens in circunferentia alterutrius duorum maiorum circulorum, quod non ſit in altera duarum ſectionum, & cui non obuiet f h, cùm in utramlibet partem producta fuerit in continuum & directum, coniunxerimus per duas lineas rectas cum ambabus extremitatibus datæ lineæ. Sit enim punctus k ſignatus in circunferentia circuli e f g: & non ſit in altera ſectionum, nec occurrat ei f h, cùm protraheretur in continuum & directum eius uſque ad circunferentiam: protraham ergo lineas a k & b k: & ſecabit linea a k: circunferentiam circuli e h g: ſecet ergo in puncto l, eritq; b k per 1 communem animi conceptionem æqualis a l, quia b k per diffinitionem circuli eſt æqualis b g, & a l æqualis a g: quare a k eſt maior b k. Sed & b k, eſt maior a b: triangulus ergo a b k, eſt trium inæqualium laterum. Sic igitur ſuper datam lineam rectam, omnes triangulorum ſpecies collocauimus.



Euclides ex Zamberto. Problema 1. Propoſitio 1.

Super data recta linea terminata, triangulũ æquilaterũ conſtituere. 1

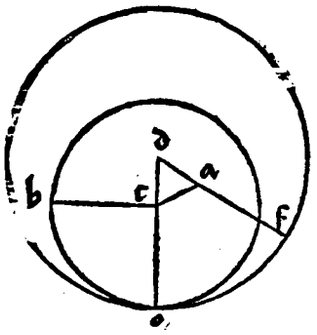
THEON ex Zamberto. *Sit data recta terminata linea, α β. Oportet ſuper α β, triangulũ æquilaterum conſtituere. Centro quidem α, ſpacio uerò α β, circulus deſcribatur β γ δ (per 3 poſtulatum) & rurſus (per idem) cẽtro quidem β, ſpacio uerò β α, alter circulus deſcribatur α γ ε. Et (per 1 poſtulatum) à ſigno γ, in quo ſe circuli adinuicem ſecant, ad α β, ſigna connectantur rectæ lineæ γ α, γ β. Et quoniam α ſignum, centrum eſt circuli γ β δ, æqualis eſt (per 15 diffinitionem) α γ ipſi α β. Rurſus quoniam β ſignum, centrum eſt circuli γ α ε, æqualis eſt β γ ipſi β α (per 15 diffinitionem). At oſtenſa eſt linea α γ, ipſi α β æqualis: utraque igitur & γ α & γ β, ipſi α β eſt æqualis. Quæ autem eidem æqualia, & adinuicem ſunt æqualia (per 1 communem ſententiam) & γ α igitur ipſi γ β eſt æqualis. Tres igitur lineæ γ α, α β, β γ, æquales adinuicem ſunt. Æquilaterum igitur eſt triangulum α β γ, & conſtitutum ſuper data recta linea terminata α β, quod feciſſe oportuit.*



Euclides ex Campano. Propoſitio 2.

Dato puncto, cuilibet lineæ rectæ propoſitæ æquam rectam lineam ducere. 2

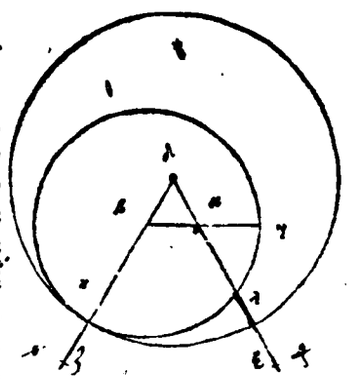
CAMPANVS. Sit a, punctus datus: & b c, linea recta data, uolo à puncto a ducere unam lineam æqualem lineæ b c: in quãcunq; partem contingat. Cõiungam ergo punctũ a, cum altera extremitate lineę b c: cum qua uoluero: & cõiungam ipſum a, cum extremitate c, per lineam a c: ſuper quam conſtituam triangulũ æquilaterum ſecundum doctrinam præcedentis, qui ſit a c d. & in illa extremitate lineæ datæ cum qua coniunxi punctum datum, a ſcilicet: in extremitate c, ponam pedem circini immobilem, deſcribamq; ſuper ipſum (per 3 petitionẽ) circulum ſecundum quantitatẽ ipſius datæ lineę: qui ſit circulus e b. & latus trianguli æquilateri quod opponitur puncto dato, ſcilicet latus d c protraham per centrum circuli deſcripti uſque ad eius circunferentiam: & ſit tota linea ſic protracta d c e. ſecundum cuius quantitatẽ, lineabo circulum. poſito centro in d, qui ſit circulus e f. Poſtea protraham latus d a uſq; ad circunferentiam huius ultimi circuli: & occurrat circunferentiæ ipſius in puncto f. Dico igitur quòd a f, eſt æqualis b c. nam b c, & c e ſunt æquales: quia exeunt à centro circuli e b, ad eius circunferentiam. Similiter quoq; d f & d e ſunt æquales: quia exeunt à centro circuli e f, ad circunferentiam. ſed d a & d c ſunt æquales: quia ſunt latera trianguli æquilateri. ergo ſi d a & d c demantur de d e & d f quę ſunt æquales, erunt reſidua, quæ ſunt a f & c e, æqualia. Quia ergo utraque duarum linearum a f & c b eſt æqualis c e: ipſæ per 1 communem animi conceptionem, adinuicem ſunt æquales. Quare à puncto a, protraximus lineam a f æqualem b c: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 2.

Ad datum ſignum, datæ rectæ lineæ æquam rectam lineam ponere.

THEON ex Zamb. *Sit datũ ſignum α: data autẽ recta linea, β γ oportet ad ipſum α, ipſi β γ rectæ lineæ æquam rectam lineam ponere. Ducatur enim ab α ſigno, in β ſignum, recta linea α β (per 1 poſtulatum) & conſtituatur ſuper eã (per 1 propoſitionẽ) triangulum æquilaterum: ſitq; illud δ α β, & producãtur (per 2 poſtulatum) in rectum ipſis δ α, δ β lineæ α ε, β ζ & (per 3 poſtulatum) cẽtro β, ſpacio uerò β γ, circulus deſcribatur γ η θ. & rurſus (per idem) cẽtro δ, ſpacio uerò δ η, circulus deſcribatur η κ λ. Quoniã igitur β ſignum, centrũ eſt circuli γ η θ, æqualis eſt (per 15 diffinitionem) β γ ipſi β η: & quoniam δ ſignum, centrum eſt circuli η ι λ: æqualis eſt (per eandem) δ λ ipſi δ η, quarũ δ α, ipſi δ β eſt æqualis (per præcedentem:) reliqua igitur α λ, reliquæ β η (per 3 communem ſententiam) eſt æqualis.*



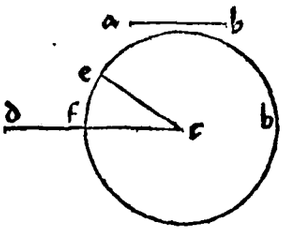
Oſten-

Oſtenſum eſt autem, quòd β γ ipſi β ν eſt æqualis, utraq; igitur & α λ & β γ, ipſi β ν eſt æqualis. Quæ autẽ eidem æqualia, (per primam communem ſententiam) & adinuicem ſunt æqualia, & lineæ α λ, igitur ipſi β γ eſt æqualis. Ad datum igitur ſignum α, datæ rectæ lineæ β γ, æqua recta linea collocata eſt α λ, quod feciſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

3 Roposítis duabus lineis inęqualibus, de lõgiori earum, breuiori æqualem abſcindere.

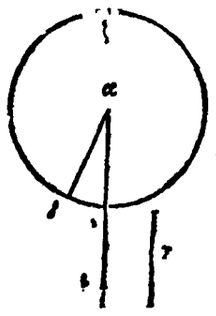
CAMPANVS. Sint duæ lineę a b & c d, & ſit a b minor: uolo ex c d abſcindere unam, quę ſit æqualis a b. Duco primò à pũcto c unam lineam ęqualem a b, ſecundũ quod docuit prędcedens, quæ ſit c e: poſito ergo centro in puncto c, deſcribam circulum ſecundum quantitatem c, qui ſecabit lineam c d: ſit ergo ut ſecet eam in puncto f, eritq; linea c f, æqualis lineæ c e, quia ambæ exeunt à centro eiuſdem circuli ad circunferentiã, & quia utraque duarum linearum a b & c f eſt æqualis c e, ipſę per 1 cõmunem animi conceptionem ſunt inter ſe æquales, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 3.* *Propoſitio 3.*

3 Duabus datis rectis lineis inæqualibus, à maiori, minori æqualem rectam lineam abſcindere.

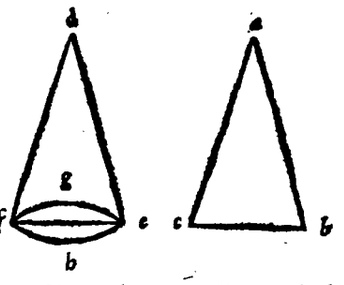
THEON *ex Zamberto.* *Sint datæ duæ rectæ lineæ inæquales α β, γ, quarum maior ſit α β: oportet ab ipſa α β maiore, ipſi γ minori æqualem rectã lineam abſcindere. Ponatur (per ſecundam propoſitionem) ad ſignum α, lineæ uerò rectæ γ, æqualis α δ, & centro quidẽ α, interuallo uerò α δ, (per 3 poſtulatum) circulus deſcribatur δ ε ζ. Et quoniam α ſignum, centrum eſt circuli δ ε ζ, æqualis eſt α ε ipſi α δ. At linea γ, ipſi α δ eſt æqualis: utraq; igitur & α ε & γ, ipſi α δ eſt æqualis: quare & linea α ε, ipſi γ eſt æqualis. Duabus igitur datis rectis lineis inæqualibus α β, γ, ab ipſa α β maiore, ipſi γ minori æqualis abſciſſa eſt α ε, quod facere oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

4 Mnium duorum triãgulorum, quorũ duo latera unius duobus lateribus alterius æqualia fuerint, duoq; anguli eorum illis ęquis lateribus contenti ęquales fuerint alter alteri, latera quoq; illorum reliqua ſeſe reſpicientia ęqualia, reliqui uerò anguli unius reliquis angulis alterius æquales erunt, ac totus triangulus toti triangulo æqualis.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f, ſitq; latus a b, æquale lateri d e, & latus a c, æquale lateri d f, & angulus a, æqualis angulo d. Tunc dico, quòd baſis b c, eſt æqualis baſi e f, & angulus b, ęqualis angulo e. Item angulus c, æqualis angulo f, & totus triangulus a b c, toti triangulo d e f, quod probatur. Superponã triangulũ a b c, triãgulo d e f, ita q; angulus a, cadat ſuper angulũ d, & latus a b ſuper latus d e, & latus a c ſuper latus d f. Patet autẽ per penultimã conceptionẽ, q; nec anguli nec latera ſeſe excedent, eòq; angulus a, eſt æqualis angulo d, & latera ſuperpoſita ijs, quibus ſuperponuntur, per hypotheſin: pũcta ergo b c, cadẽt ſuper puncta e f. Si ergo linea b c cadit ſuper lineã e f, pater propoſitum, quia cum linea b c ſuperpoſita lineę e f, non excedat eã, nec excedatur ab ea, eſt ei ęqualis per conuerſionem penultimę conceptionis. Eadem ratione erit angulus b, æqualis angulo e, & angulus c ęqualis angulo f. Si autẽ linea b c non cadit ſuper lineam e f, ſed cadit intra triangulum ſicut liuea e g f, aut extrà, ſicut linea e h f, tunc duæ lineæ rectè concludunt ſuperficiem, quod eſt contra ultimam petitionẽ.

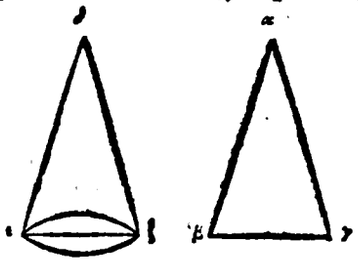


Euclid.

Euclid. ex Zamb. *Theorema primum.* *Propoſitio 4.*

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterũ alteri, & angulum angulo æqualẽ ſub æqualibus rectis lineis contentum, & baſin baſi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquum erit, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. 4

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ, duo latera, uidelicet α β, α γ, duobus lateribus, hoc eſt, δ ε, δ ζ, æqualia habentia, alterum alteri, ſcilicet α β, ipſi δ ε: & α γ, ipſi δ ζ, & angulum β α γ, angulo ε δ ζ æqualem. Dico quòd & baſis β γ, baſi ε ζ, eſt æqualis: & triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ, æquum erit: & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur, hoc eſt, α β γ, ipſi δ ε ζ: & α γ β, ipſi δ ζ ε. Congruente nanque triangulo α β γ ipſi δ ε ζ triangulo, ac poſito ſigno α ſuper δ, & α β, recta linea ſuper δ ε, congruit & ſignum β ſigno ε, ex eo quia linea α β, ipſi δ ε eſt æqualis (per hypotheſin). Et congruente linea α β ipſi lineæ δ ε, congruit & linea recta α γ, ipſi lineæ δ ζ: quoniam angulus β α γ, angulo δ ε ζ eſt æqualis (per hypotheſin). At quoniam linea recta α γ, ipſi δ ζ eſt æqualis (per hypotheſin): ſignum igitur γ, ipſi ſigno ζ congruit. Rurſus quoniam γ ſignum ipſi ζ ſigno congruit, at β ſignum ipſi ε ſigno congruit: baſis igitur β γ, baſi ε ζ congruit. Si enim congruente β ipſi ε, & γ ipſi ζ, baſis β γ, baſi ε ζ non congruit: duæ rectæ lineæ ſuperficiem concludunt, quod (per 10 communem ſententiam) eſt impoſſibile. Congruit ergo baſis β γ, baſi ε ζ, & ei eſt æqualis. Quare totum triangulum α β γ toti triangulo δ ε ζ, congruit (per 8 communem ſententiam), & ei eſt æquale. Et reliqui anguli (per eandem) reliquis angulis congruent, & eis erunt æquales, hoc eſt angulus α β γ, angulo δ ε ζ, & angulus α γ β, angulo δ ζ ε. Cum igitur bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, & angulum angulo æquum ſub æqualibus rectis lineis contentum: baſin quoque baſi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquum erit, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur: quod oportuit demonſtraſſe,*

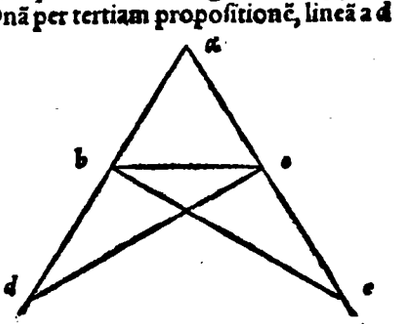


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*



OMnis trianguli duum æqualium laterum angulos, qui ſu per baſin ſunt, æquales eſſe neceſſe eſt. Quòd ſi eius duo latera directè protrahantur, fient quoque ſub baſi duo anguli inuicem æquales. 5

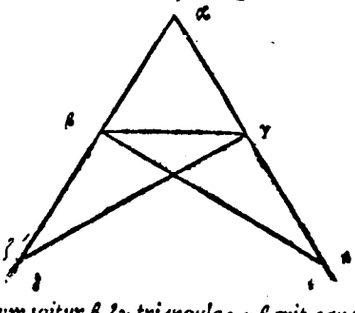
CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius latus a b ſit æquali lateri a c. Dico quòd angulus a b c, eſt æqualis angulo a c b. Quòd ſi protrahãtur a b & a c, uſq; ad d & e, fiet angulus d b c æqualis angulo e c b. quod ſic probatur: Protractis a b & a c, ponã per tertiam propoſitionẽ, lineã a d æqualem lineæ a e, & protraham lineas e b, & d c. Et intelligam duos triangulos a b e & a c d, quos probabo eſſe æquales, & adinuicem æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera a b & a e, trianguli a b e, æqualia duobus lateribus a c & a d, trianguli a c d, & angulus a, communis utrique: ergo per præmiſſam, baſis b e, eſt æqualis baſi d c, & angulus e, æqualis angulo d: & angulus a b e, æqualis angulo a c d. Item intelligo duos triangulos d b c & e c b, quos ſimiliter probabo eſſe æquilateros & æquiangulos. Nam duo latera b d & d c trianguli b d c, ſunt æqualia duobus lateribus e c & e b trianguli c e b, & angulus d, angulo e: ergo per præmiſſam baſis baſi, & reliqui anguli reliquis angulis: ergo angulus d b c eſt æqualis angulo e c b (Et eſt ſecundũ propoſitum, ſcilicet, quòd anguli ſub baſi ſunt æquales) & angulus d c b, eſt æqualis angulo e b c. Sed totus angulus a b e, eſt æqualis toti a c, ut probatũ fuit ſuprà: ergo angulus a b c reſiduus eſt (per tertiam cõmunem animi cõceptionem) æqualis angulo a c b reſiduo, quorum uterq; eſt ſupra baſin. Et hoc eſt primũ propoſitum.



Euclid ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 5.

Iſoſcelium triangulorũ qui ad baſin ſunt anguli, adinuicem ſunt æquales. Et productis æqualibus rectis lineis, qui ſub baſi ſunt anguli, adinuicem æquales erunt.

THEON ex Zamb. *Sit triangulum iſoſceles α β γ, æquum habens latus α β, lateri α γ, & producantur (per 2 poſtulatũ) in rectũ ipſis α β, α γ, rectæ lineæ β δ, γ ε. Dico quòd angulus α β γ, angulo α γ β, eſt æqualis: & angulus γ β δ, angulo β γ ε. Capiatur in linea β δ, cõtingens ſignum, ſitq; illud ζ, & auferatur (per 3 propoſitionem) à linea α ε, maiore, ipſi α ζ, minori æqualis, ſitq; illa α η, & connectantur ζ γ & η β. Quoniam α ζ, ipſi α η: & α β, ipſi α γ, ſunt æquales: duæ igitur ζ α, α γ, duabus η α, α β ſunt æquales altera alteri, & communem angulũ concludũt, qui ſub ζ α η continetur.*

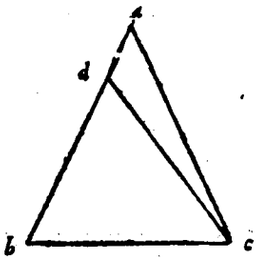


Baſis igitur ζ γ, baſi η β (per 4 propoſitionem) eſt æqualis: & triangulum α ζ γ, triangulo α η β erit æquale: & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, ſub quibus latera æqualia explicantur: hoc eſt, angulus α γ ζ, angulo α β η, & angulus α ζ γ, angulo α η β. Et quoniã tota α ζ, toti α η eſt æqualis, quarum linea α β, lineæ α χ eſt æqualis: reliqua igitur β ζ reliquæ γ η (per 3 communẽ ſententiam) eſt æqualis. Oſtenſum eſt autem, q; ζ γ ipſi β η eſt æqualis. Duæ autẽ β ζ, ζ γ, duabus γ η, η β æquales ſunt altera alteri: & angulus β ζ γ, angulo γ η β (per 4 propoſitionẽ) eſt æqualis: & β γ, baſis eorũ communis eſt. Triangulum igitur β ζ γ, triangulo γ η β erit æquale: & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur (per eandem). Angulus igitur ζ β γ, angulo η γ β, & angulus β γ ζ angulo γ β η ſunt æquales. Quoniã igitur totus angulus α β ζ, toti angulo α γ ζ (ut oſtenſum eſt) æqualis eſt, quorum γ β η, angulo β γ ζ eſt æqualis: reliquus igitur angulus α β γ, reliquo angulo α γ β (per 3 communẽ ſententiã) eſt æqualis, & ad baſin ſunt trianguli α β γ. Oſtenſum eſt autem, quòd angulus ζ β γ, angulo η γ β, eſt æqualis, & ſub baſi exiſtunt. Iſoſcelium igitur triangulorum, qui ad baſin anguli ſunt, æquales ſunt adinuicẽ. Et productis æqualibus rectis lineis, anguli qui ſub baſi exiſtunt, æquales erunt adinuicem, quod demonſtrandum fuerat.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 6.

SI duo anguli alicuius trianguli æquales fuerint, duo quoque latera eius illos angulos reſpicientia, æqualia erunt.

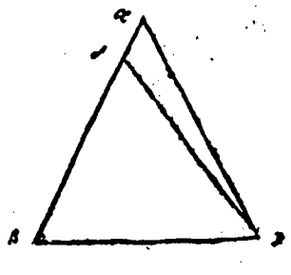
CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa præmiſſæ, quantũ ad primam partẽ ipſius. *Sit* enim triãgulus a b c, cuius duo anguli b & c ſunt æquales. Dico quòd latus a b, eſt æquale lateri a c. Si enim non ſunt æqualia, erit alterũ maius: ſitq; a b maius, quod reſecetur ad æqualitatẽ a c per 3 propoſitionẽ, ut ſuperfluũ ſit a d, ad partem a, & reſecetur in puncto d, ſitq; d b æqualis a c. Intelligo ergo duos triãgulos a c b & d b c, quos probabo eſſe æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera d b & b c trianguli d b c, æqualia duobus lateribus a c & c b trianguli a c b, & angulus b æqualis angulo c totali per hypotheſin: ergo baſis d c eſt æqualis baſi a b, per 4 propoſitionem: & angulus d c b æqualis angulo a b c. Sed angulus a c b, eſt æqualis angulo a b c, per hypothẽſin: ergo angulus d c b, eſt æqualis angulo a c b, pars uidelicet toti, quod eſt impoſsibile.

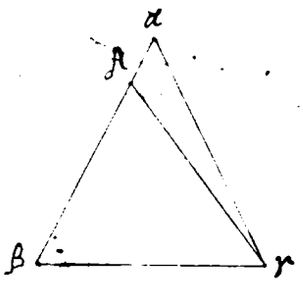


Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 6.

Si triãguli duo anguli æquales adinuicẽ fuerint, æquales ſq; angulos ſubtẽdẽtia latera æqualia adinuicẽ erũt.

THEON ex Zamb. *Sit triangulũ α β γ, æquũ habens angulum α β γ, angulo α γ β. Dico quòd & latus α β, æquũ eſt lateri α γ. Si enim æquale nõ eſt latus α β ipſi lateri α γ, alterũ eorũ erit maius. Sit maius α β, & auferatur (per 3 propoſitionẽ) ab ipſo α β, maiore, ipſi α γ minori linea æqualis: ſitq; illa δ β, protrahatur linea δ γ, (per 3 poſtulatum). Igitur quoniam latus δ β eſt æquale lateri α γ, communis uerò linea β γ: duo igitur δ β, β γ, latera, duobus lateribus α γ & γ β ſunt æqualia alterum alteri, & angulus δ β γ, angulo α γ β (per hypotheſin). Baſis igitur δ γ (per 4 propo-*





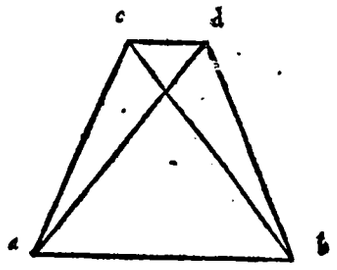
ſitionem) baſis α β, eſt æqualis: & triangulum Δ β γ, (per eandem) triangulo α γ β æquum erit, minus ſcilicet maiori, quod eſt impoſsibile. Latius igitur α β, lateri α γ non eſt inæquale: æquale igitur. Si trianguli ergo duo anguli æquales adinuicem fuerint, æquales quoque angulos ſubtendentia latera æqualia adinuicem erunt: quod fuerat oſtendendum.

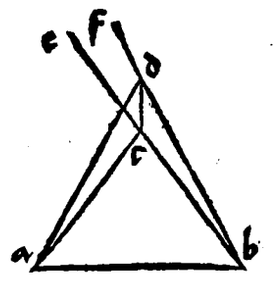
Latus

Euclid. ex Camp. Propoſitio 7.

SI à duobus punctis aliquam lineam terminantibus, duæ lineæ ad punctum unum concurrentes exierint, ab eiſdem punctis alias duas lineas ſingulas ſuis conterminalibus æquales, quæ ad alium punctum concurrant, in eandem partem adduci eſt impoſsibile. 7

CAMPANVS. Sit linea a b, à cuius extremitatibus a & b protrahãtur duæ lineæ in partem unam, quæ concurrant in eodem puncto, ut ſint lineæ a c & b c, quæ concurrant in puncto c. Dico quòd in eandem partem non protrahentur aliæ duæ ab extremitatibus lineæ a b, quæ concurrant ad aliũ punctum, ita quòd illa quæ egredietur à puncto a, ſit æqualis a c, & quę egredietur à puncto b ſit ſimul æqualis lineæ b c: quod ſi fuerit poſsibile, protrahantur aliæ duæ lineæ in eandem partem, quæ concurrãt in puncto d, & ſit a d æqualis lineæ a c, & ſimul linea b d æqualis lineæ b c. Aut ergo punctus d cadet intra triangulũ a b c, aut extrà: nam in alterum laterum nõ cadet, quia tunc pars eſſet æqualis ſuo toti. Si ergo cadat extrà, aut altera linearũ a d, & b d ſecabit alterã linearũ a c & b c, aut neutra neutram. Et ſecet primò altera alterã, & protrahatur linea c d. Quia ergo triãguli a c d duo latera a c & a d ſunt æqualia: erit angulus a c d æqualis angulo a d c (per 5 propoſitionẽ.) Similiter quia in triangulo b c d duo latera b c & b d ſunt æqualia, erunt anguli b c d & b d c per eandem æquales. & quia angulus b d c eſt maior angulo a d c, ſequitur angulum b c d eſſe maiorem angulo a c d, partem ſcilicet toto, quod eſt impoſsibile. Si autem d cadat extra triangulum a b c, ita quòd lineæ ſe non ſecent, protraham lineam d c, & producã b d & b c ſub baſi uſque ad e & f. Et quia lineæ a c & a d ſunt æquales, erunt anguli a c d & a d c æquales per 5. ſimiliter quia b c & b d ſunt æquales, erunt anguli ſub baſi, qui ſunt c d f & e c d, æquales per 2 partem eiuſdem. Quia ergo angulus e c d minor eſt angulo a c d, ſequitur angulum f d c eſſe minorem angulo a d c, quod eſt impoſsibile. eodem modo ducetur aduerſarius ad incõueniens, ſi d punctus cadat intra triangulũ a b c.

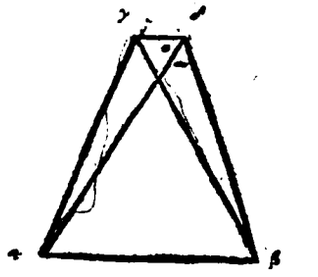




Euclides ex Zamberto. Theorema 4. Propoſitio 7.

Super eadem recta linea duabus eiſdem rectis lineis aliæ duæ rectę lineę æquales altera alteri non cõſtituentur, ad aliud atq; aliud ſignũ ad eaſdem partes, eoſdem fines primis rectis lineis poſsidentes. 7

THEON ex Zamb. *Si enim eſt poſsibile, ſuper eadem recta linea α β, duabus rectis lineis α γ, γ β, aliæ duæ rectæ lineæ α Δ, Δ β, æquales altera alteri conſtituantur ad aliud atque aliud ſignum, hoc eſt γ & Δ, ad eaſdem partes ſcilicet γ Δ eoſdem fines, hoc eſt α β, poſsidentes: ut æqualis ſit γ α, ipſi Δ α, eundem finem habens, hoc eſt α & γ β, ipſi Δ β, eundem finem habens, hoc eſt β, connectatur γ Δ (per 1 poſtulatum). Quoniam igitur α γ æqualis eſt ipſi α Δ, æqualis erit quoque angulus α γ Δ angulo α Δ γ. Minor igitur eſt angulus α γ Δ, angulo β Δ γ: multo minor igitur eſt angulus β γ Δ angulo β Δ γ. Rurſus quoniam β γ, ipſi Δ β eſt æqualis, æquus eſt igitur & angulus β γ Δ, angulo γ Δ β. Oſtenſum eſt autem quòd admodum minor, quod impoſsibile. Super igitur eadem recta linea, duabus eiſdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri, non conſtituentur ad aliud atque aliud ſignum, ad eaſdem partes, eoſdem fines rectis primis lineis poſsidentes, quod demonſtraſſe oportuit.*

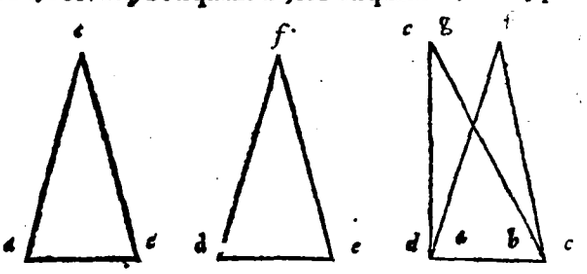


Euclid.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 8.

8 OMnium duorum triangulorum, quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, baſiſq; unius baſi alterius æqualis, duos angulos æquis lateribus contentos, æquales eſſe neceſſe eſt.

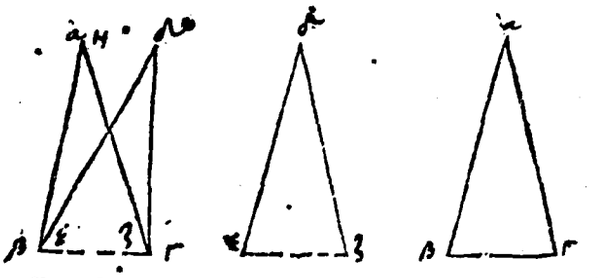
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f: ſitq; a c æqualis d f, & b c æqualis e f, & a b æqualis d e. Dico ergo quòd angulus c eſt æqualis angulo f: & angulus a, angulo d: & angulus b, angulo e. Superponã baſin a b, baſi d e, quæ cum ſint æquales, neutra excedit alteram per conuerſionem penultimæ conceptionis. Aut ergo punctus c cadet ſuper punctum f, aut non. Si ſic, tunc quia angulus c ſuperpoſitus eſt angulo f, & neuter excedit alterum, eo quòd a c ſuper d f & b c ſuper e f cadunt, ipſi ſunt æquales per eandem conceptionem. Similiter argue reliquos angulos eſſe æquales. Si autem punctus c non cadat ſuper f, cadat ſuper quemlibet alium qui ſit punctus g, quia e g eſt æqualis b c, imò eadem: itemq; quia d g eſt æqualis a c, erit d g æqualis d f, & e g æqualis e f, quod eſt impoſsibile per præcedentem,



Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 8.

8 Si bina triangula, duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, & baſin quoq; baſi æqualem: angulũ quoq; angulo ſub æqualibus rectis lineis contentum, æqualem habebunt.

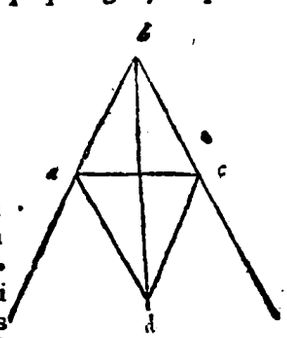
THEON ex Zamb. *Sint bina triãgula α β γ, δ ε ζ, duo latera α β, α γ duobus lateribus δ ε, δ ζ, æqualia habentia alterũ alteri, hoc eſt α β ipſi δ ε & α γ ipſi δ ζ: habeantq; baſim β γ baſi ε ζ æqualẽ. Dico quòd angulus β α γ, angulo ε δ ζ eſt æqualis. Congruente enim triangulo α β γ ipſi triãgulo δ ε ζ. & poſito quidem β ſigno, ſuper ε ſignum, & recta linea β γ ſuper ε ζ: congruit quoq; ſignum γ ipſi ζ ſigno, quoniam β γ æqualis eſt ipſi ε ζ: congruente uerò β ipſi ε ζ, congruit quoque & β α, α γ ipſis ε δ, δ ζ. Si enim baſis β γ baſi ε ζ congruit, at β α, α γ latera, lateribus ε δ, δ ζ, nõ congruent, ſed differẽt, ſicut ε η, η ζ: conſtituentur ſuper eadem recta linea duabus eiſdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri, ad aliud & aliud ſignum, ad eaſdem partes eoſdemq; fines poſsidentes. Non conſtituuntur autem (per 7 propoſitionem,) Non igitur congruente baſi β γ baſi ε ζ, non congruunt quoq; & β α, α γ, latera ipſis ε δ, δ ζ lateribus, congruunt igitur. Quare & angulus β α γ, angulo ε δ ζ congruet: & eidem æqualis erit. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, baſimq; baſi æqualem, angulum quoque angulo ſub æqualibus rectis lineis contentum, æqualem habebunt, quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 9.

9 DAtum angulum, per æqualia ſecare.

CAMPANVS. Si datus angulus, quem oportet diuidere, angulus a b c, lineas ipſum continentes, quæ ſunt a b, & b c, ponam æquales, per 3 propoſitionem, & producã lineam a c: ſuper quam conſtituam triangulum æquilaterum a d c per 1 propoſitionem, & protraham lineam b d. Dico quòd ipſa diuidit datum angulum per æqualia. Intelligo duos triangulos a b d & c b d, duo latera a b & b d trianguli a b d ſunt æqualia duobus lateribus c b & b d trianguli c b d: & baſis a d baſi

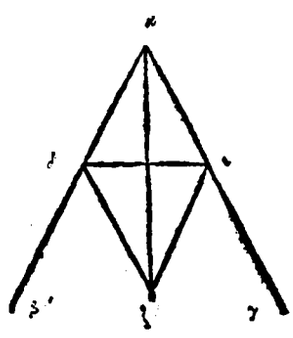


a d baſi c d. ergo per prçcedentẽ angulus a b d eſt çqualis angulo b c d, quod oportebat efficere.

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 9.

Datum angulũ rectilineũ, bifariam ſecare.

THEON ex Zamberto. *Sit datus rectilineus angulus β α γ. Oportet ipſum bifariam ſecare. Suſcipiatur ſuper linea α β contingens ſignum, ſitq; illud δ, & à linea α γ (per 3 propoſitionẽ) auferatur α ε, ipſi α δ æqualis. & per 1 poſtulatum connectatur linea δ ε: conſtituaturq; (per 1 propoſitionẽ) ſuper δ ε, triangulũ æquilaterum, ſitq; illud δ ζ ε, & connectatur (per primũ poſtulatum) linea δ ζ. Dico quòd angulus β α γ, à linea α ζ bifariã ſecatur. Quoniam α δ eſt æqualis ipſi α ε, cõmunis uerò α ζ: binæ igitur δ α, α ζ duabus ε α, α ζ, ſunt altera alteri æquales. At baſis δ ζ, baſi ε ζ (p 1 propoſitionẽ) eſt æqualis: angulus igitur δ α ζ, angulo ζ α ε (p 8 propoſitionẽ) eſt æqualis. Datus igitur angulus rectilineus q ſub β α γ, bifariã ſectus eſt à recta linea α ζ, quod feciße oportuit.*



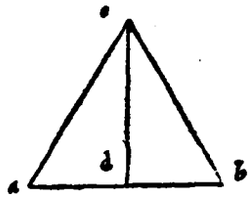
9

Euclid. ex Camp. Propoſitio 10.

Ropoſita recta linea, eam per æqualia diuidere.

10

CAMPANVS. Sit propoſita linea quam oportet diuidere per çqualia, linea a b: ſuper ipſam conſtituam triangulum æquilaterum a b c. & angulum c diuido per æqualia ſecundum doctrinam prçcedentis, per lineam c d. Dico quòd linea c d, diuidit datam lineam a b per æqualia. Intelligo enim duos triangulos, a c d & b c d, & argumentor ſic: duo latera a c & c d trianguli a c d, ſunt æqualia duobus lateribus b c, & c d trianguli b c d, & angulus c unius angulo c alterius: ergo (per 4) baſis a d, baſi b d: quod eſt propoſitum.

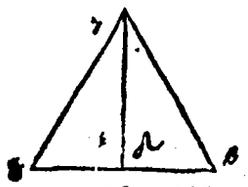


Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 10.

Datam rectam lineam terminatam, bifariam ſecare.

10

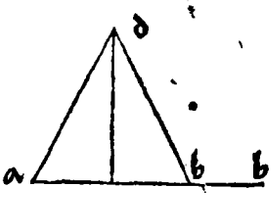
THEON ex Zamb. *Sit data recta linea terminata α β, oportet lineã α β bifariàm ſecare. Cõſtituatur (per 1 propoſitionẽ) ſuper ea, triangulum æquilaterũ α δ γ. Et (per 9 propoſitionem) ſecetur angulus à γ β bifariàm, à recta linea γ δ. Dico quòd linea recta α β, bifariam ſecatur in ſigno δ. Quoniã enim (per 1 propoſitionẽ) α γ ipſi γ β eſt æqualis, communis uerò γ δ: duæ igitur α γ, γ δ, duabus β γ, γ δ ſunt æquales altera alteri. & angulus α γ δ angulo β γ δ æquus eſt. baſis igitur α δ, (per 4 propoſitionẽ) δ β eſt æqualis. Data igitur recta linea terminata α β, bifariàm ſecta eſt in ſigno δ: quod factendũ fuerat.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 11.

Data linea recta, à pũcto in ea ſignato ppẽdiculare extrahere, duobus qdẽ angulis æqualib. ac rectis utrinq; ſubnixã.

CAMPANVS. Sit data linea a b, in qua ſit datus pũctus c, à quo oportet perpendicularem extrahere. Faciam ergo per 3 propoſitionem, lineam b ć æqualẽ lineę a c. & ſuper totã a b cõſtituo triangulũ çquilaterũ a b d. & protraho lineam c d, de qua dico quòd ipſa eſt perpendicularis ſuper lineã a b. Intelligo duos triangulos a c d & b c d. & quia duo latera a c & c d, trianguli a c d ſunt æqualia duobus lateribus c b & c d, trianguli c b d, & baſis a d baſi b d: erit per 8 propoſitionẽ angulus a c d æqualis angulo b c d. quare uterq; eorum erit rectus, per diffinitionẽ anguli recti: & linea c b perpendicularis ſuper lineam a b, per diffinitionem lineæ perpendicularis. quod eſt propoſitum.

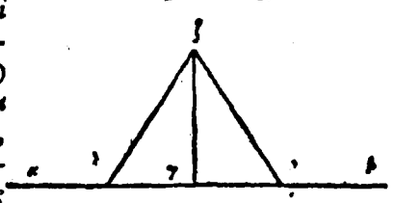


Euclid. ex Zamb. Problema 6. Propoſitio 11.

Data recta linea, à ſigno in ea dato rectam lineam ad angulos rectos excitare.

THEON ex Zamb. *Sit data recta linea α β, datũ uerò in ea ſignum ſit γ. Oportet ab ipſo ſigno γ, ipſius rectæ lineæ α β, ad angulos rectos rectã lineam excitare. Suſcipiatur in ipſa α γ contingens ſignum, ſitq; illud δ: & ponatur ipſi δ γ (per 3 propoſitionẽ) æqualis linea γ ε, & ſuper δ ε, (per 1 propoſitionem) conſtrua-*

cõſtruatur triangulũ æquilaterũ ſ δ ε, & cõnectatur linea ſ γ. Dico q, datæ rectæ lineæ α β, à dato in ipſo ſigno quod eſt γ, ad rectos angulos, ſ γ recta linea excitatur. Quoniã enim δ γ æqualis eſt ipſi γ ε, cõmunis uerò linea γ ſ. duæ igitur δ γ, γ ſ, duabus ε γ & γ ſ altera alteri ſunt æquales: & baſis δ ſ (per 1 propoſitionẽ) baſi ε ſ eſt æqualis. Angulus igitur δ γ ſ, angulo ε γ ſ (per 8 propoſitionẽ) eſt æqualis, & ſunt * utrobiq; Cum aũt recta linea ſuper rectam lineam conſiſtẽs, * utrobiq; angulos adinuicem æquales fecerit, uterq; æqualiũ angulorum rectus eſt (per 10 diffinitionẽ.) Igitur angulus δ γ ſ, & angulus ſ γ ε ſunt recti. Datæ igitur rectæ lineæ α β, à dato in ea ſigno γ, ad rectos angulos recta linea γ ſ excitata eſt: quod feciſſe oportuit.



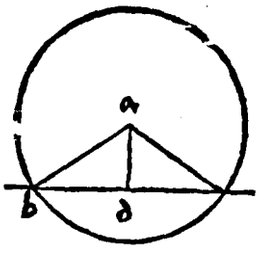
ipſius 1. decimæ
ipſius

12

Euclid. ex Camp. Propoſitio 12.

Puncto extrà ſignato, ad datam lineam indefinitæ quantitatis, perpendicularem deducere.

CAMPANVS. Sit a, punctus ſignatus extra lineam b c, à quo ad ipſam oportet deducere perpẽdicularem. Protrahã ergo lineam b c in utrãq; partẽ, quantũ libuerit: & ſuper punctũ a, deſcribã circulum b c, ſic ut ſecet lineam datã in punctis b c, & protrahã lineas a b & a c, & diuidã angulum b a c per æqualia, per lineam a d (per 9 propoſitionem.) Dico quòd a d eſt perpendicularis ſuper lineam b c. Intelligo duos triangulos, a b d & a c d: & quia duo latera a b & a d, trianguli a b d, ſunt æqualia duobus lateribus a c & a d trianguli a c d, & angulus b a d æqualis angulo c a d, erit per 4 propoſitionem baſis b d æqualis baſi d c, & angulus a d b æqualis angulo a d c: quare uterq; eorum rectus, & linea a d perpendicularis ſuper lineam b c, per diffinitionem anguli recti & lineæ perpendicularis, quod eſt propoſitum.

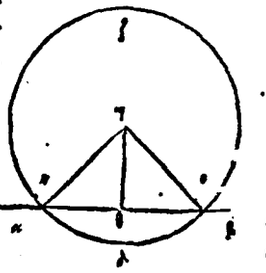


12

Euclid. ex Zamb. Problema 7. Propoſitio 12.

Super datam rectam lineam infinitam, à dato ſigno quod in ea non eſt, perpendicularem rectam lineam deducere.

THEON ex Zamb. Sit data recta linea infinita, ſitq; illa α β, datum uerò ſignum quod in ea non eſt, ſit γ. Oportet ſuper datam rectam lineam infinitam α β, à dato ſigno γ quod in ea non eſt, perpendicularem rectam lineam ducere. Suſcipiatur enim in altera parte ipſius α β rectæ lineæ contingens ſignũ, ſitq; illud δ, centro quidem γ, interuallo uerò γ δ, (per 3 poſtulatum) circulus deſcribatur ε ζ η. Seceturq; (per 10 propoſitionem) ε η bifariam, in ſigno θ, & connectatur (per 1 poſtulatum) rectæ lineæ γ η, γ θ, γ ε. Dico quòd ſuper datam rectam lineam infinitam α β, à dato ſigno quod in ea non eſt, uidelicet γ, perpendicularis, ducta eſt recta linea γ θ. Quoniã η θ ipſi θ ε eſt æqualis, communis uerò θ γ: duæ igitur η θ, θ γ, duabus ε θ, θ γ ſunt altera alteri æquale, & baſis γ η, baſi γ ε (per 10 diffinitionem) eſt æqualis. Angulus igitur γ θ η, angulo ε θ γ (per 8 propoſitionem) eſt æqualis, ſuntq; * utrobiq; Cum recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam, angulos * utrobiq; adinuicem æquales fecerit, uterque æqualium angulorum rectus erit (per 10 diffinitionem) & ſuperſtans recta linea perpendicularis uocatur. Super datam igitur rectam lineam infinitam α β, à dato ſigno γ quod in ea non eſt, perpendicularis ducta eſt γ θ, quod feciſſe oportuit.



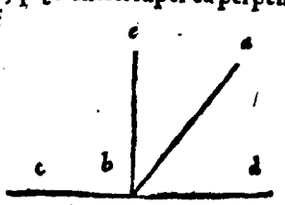
ipſius
ipſius

13

Euclid. ex Camp. Propoſitio 13.

Omnis rectæ lineæ ſuper rectam lineam ſtantis, duo utrobiq; anguli, aut ſunt recti, aut duobus rectis æquales.

CAMPANVS. Sit ut linea a b, ſuperſtet lineę c d, quę ſi fuerit ſuper eã perpendicularis, faciet duos ãgulos rectos per cõuerſionẽ diffinitionis lineæ perpendicularis. Si autem non fuerit ſuper eam perpendicularis, à puncto b ducatur b e perpendicularis ſuper c d per 11, eruntq; duo anguli e b c & e b d recti per cõuerſionem dictæ diffinitionis. Quia ergo duo anguli d b a & a b e adæquãtur angulo d b e, ipſi cũ angulo c b e, erũt ęquales duobus rectis: quare tres anguli, qui ſunt d b a, a b e, & c b e, ſunt æquales duobus rectis, ſed angulus c b a eſt ęqualis duobus angulis c b e & e b a, ergo duo an-

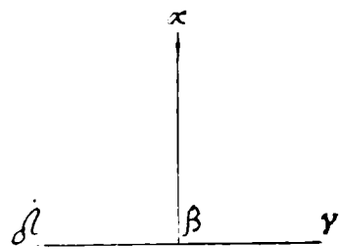


b a guli

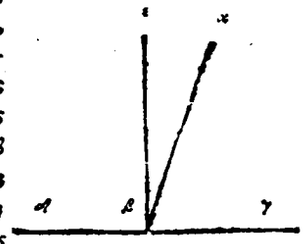
guli c b a & a b d ſunt ęquales duobus rectis, quod eſt propoſitũ. ex quo patet totũ ſpaciũ quod in qualibet ſuperficie plana punctum quodlibet circunſtat, quatuor rectis angulis eſſe æquale.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 13.*

Cum recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. 13



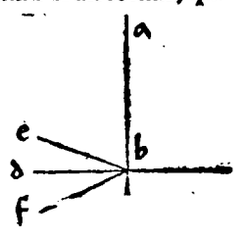
THEON *ex Zamb.* *Recta enim linea quædam α β, ſuper rectam lineam γ α conſiſtens, angulos efficiat γ β α & α β α. Dico quòd γ β α & α β α anguli, aut duo recti ſunt, aut duobus rectis æquales. Quòd ſi angulus γ β α, eſt æqualis angulo α β α, iam duo recti ſunt. At ſi non excitetur (per 11 propoſitionẽ) à dato ſigno β lineæ γ α, ad angulos rectos lineæ β ε, anguli igitur γ β ε, ε β α, (per 10 diffinitionem) ſunt recti. At quoniam angulus γ β ε, duobus γ β α, α β ε angulis eſt æqualis, communis ponatur angulus ε β α: igitur anguli γ β ε, ε β α, tribus angulis, hoc eſt γ β α, α β ε, ε β α, ſunt æquales. Rurſus quoniam angulus α β α duobus angulis α β ε, ε β α eſt æqualis, communis ponatur angulus α β γ. Igitur anguli α β α, α β γ, tribus angulis α β ε, ε β α, α β γ ſunt æquales. Oſtenſum eſt autem, quòd anguli γ β ε, ε β α, eiſdem tribus ſunt æquales: quæ autem eidem ſunt æqualia, (per 1 communem ſententiam) & ſibi inuicem ſunt æqualia: anguli igitur γ β ε, ε β α, angulis α β α, α β γ ſunt æquales. At anguli γ β ε, ε β α ſunt duo recti, & anguli igitur α β α, α β γ, duobus rectis ſunt æquales. Cum igitur recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam, angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales eſficiet: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

Si duę lineę à pũcto unius lineę in diuerſas partes exierint, duosq; circa ſe angulos rectos, aut duobus rectis æquales, fecerint, illæ duæ lineæ ſibi directè coniũctæ ſunt, & linea una. 14

CAMPANVS. *Sit ut à puncto b lineæ a b, exeant duæ lineæ in oppſitas partes, quæ ſint b c & b d, & faciant duos angulos qui ſint c b a & d b a, æquales duobus rectis: tunc dico quòd duæ lineæ c b & d b ſunt ſibi inuicem directè coniunctæ & linea una. Hæc eſt quaſi conuerſa prioris. Quòd ſi non fuerint linea una, tunc protrahatur c b in continuum & directum, quæ quia non eſt linea una cum d b, tranſibit ſuper eam ut b e, aut ſub ea ut b f. Quia ergo ſuper lineam rectam quę eſt c b e, cadit linea a b, erunt anguli c b a & e b a ęquales duobus rectis per præcedẽtem: & quia omnes recti ſunt adinuicẽ ęquales per 3 petitionem, anguli quoq; c b a & d b a ſunt æquales duobus angulis rectis per hypotheſim, erũt duo anguli c b a & e b a æquales duobus angulis c b a & d b a: ergo dempto communi angulo c b a, erit angulus e b a ęqualis angulo d b a, pars toti, quod eſt impoſsibile. Similiter linea c b protracta, probabis angulum d b a eſſe ęqualem angulo f b a, ſi fortè diceret aduerſarius lineam c b protractam cadere infra b d.*

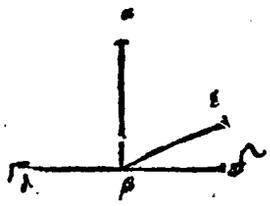


Euclid. ex Zamb. *Theorema 7* *Propoſitio 14.*

Si ad aliquam rectam lineam atq; ad eius ſignum duæ rectæ lineę non ad eaſdem partes ductæ, * utrobiq; duobus rectis angulos æquales fecerint, ipſæ in directum rectæ lineæ adinuicem erunt. 14

ἐφεξῆς

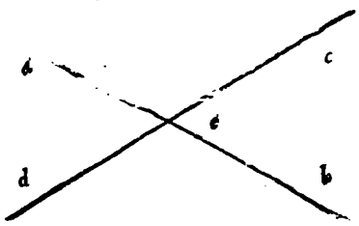
THEON *ex Zamb.* *Ad aliquam enim rectã lineã α β, ſignumq; in ea β, duæ rectæ lineæ β γ, β α non ad eaſdem partes ductæ, * utrobiq; angulos α β γ, α β α duobus rectis æquos efficiant. Dico quòd ipſi γ β, recta linea ſ α in directum eſt conſtituta. Si enim ipſi γ β recta linea β α non eſt in directum, ſit ipſi γ β recta linea β ε in directũ conſtituta. Quoniam igitur recta linea α ſ ſuper rectã lineam γ β ε ſtetit, anguli igitur α β γ, α β ε duobus rectis ſunt æquales (per 13 propoſitionẽ.) At anguli α β γ & α β α, duobus rectis ſunt æquales: anguli ergo γ β α, α β ε, angulis γ β α, α β α ſunt æquales. Cõmunis auferatur angulus α ſ γ, reliquus igitur angulus α β ε, reliquo angulo α β α eſt æqualis, minor maiori, quod eſt impoſsibile. Linea igitur β ε ipſi β γ in directum minimè eſt. Similiter quoq; oſtẽdemus, quòd nec aliqua præter lineã β α. In directum igitur eſt ipſi γ β, linea β α. Si ad aliquam igitur rectam lineam, ad ſignumq; eius duæ rectæ lineæ non ad eaſdem partes ductæ, utrobiq; angulos duobus rectis æquales fecerint, in directum ipſæ rectæ lineæ ſibi inuicem erunt: quod demonſtraſſe oportuit.*



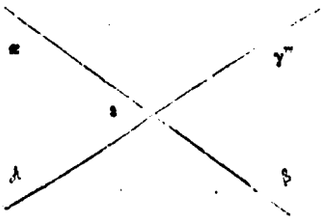
Euclides

Euclid. ex Camp. Propositio 15.

15 OMniũ duarũ linearũ seinuicẽ secantiũ, oẽs anguli cõtra se positi sunt æquales. Vnde manifestũ est, cũ duæ lineę rectę se inuicẽ secant, quatuor qui fiũt angulos, quatuor rectis esse ęquales. CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, se inuicem secantes in puncto e. Dico quòd angulus d e b est ęqualis angulo a e c, & angulus b e c est æqualis angulo a e d. Erunt enim (per 13) duo anguli a e c & c e b ęquales duobus rectis, itẽq; duo anguli c e b & d e b æquales duobus rectis, per eãdem: quare duo primi sunt ęquales duobus postremis, eo quòd omnes recti sunt adinuicẽ ęquales (per 4 propositionẽ) dempto ergo cõmuni angulo qui est c e b, erit angulus a e c æqualis angulo d e b. Eodẽ modo probabitur, angulum c e b esse æqualem angulo a e d: quod est propositũ. *Euclid ex Zamb. Theorema 8. Propositio 15.*

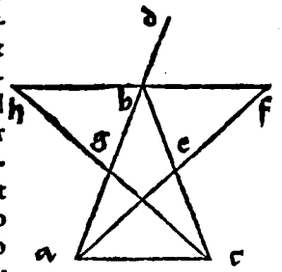


15 Si duę rectę lineę se adinuicẽ secuerint, ãgulos q circa uerticẽ sunt ęqs adinuicẽ efficiẽt. THEON ex Zamb. *Duæ rectæ lineæ α β & γ δ, se adinuicem secent in signo ε. Dico quòd angulus α ε γ, æqualis est angulo δ ε β. Quoniam enim recta linea α ε super rectam lineam γ δ stetit, angulos efficiens γ ε α & α ε δ, igitur anguli γ ε α, α ε δ, duobus rectis sunt æquales (per 13 propositionẽ.) Rursus quoniam recta linea δ ε super rectã lineã α β stetit, angulos efficiens α ε δ, δ ε β. igitur anguli α ε δ, δ ε β, duobus rectis sunt æquales (per eãdẽ 13 propositionẽ.) Ostẽsum aũt est, q; anguli γ ε α, α ε δ, duobus rectis sunt æquales: anguli igitur γ ε α, α ε δ, angulis α ε δ, δ ε β sunt æquales. Cõmunis auferatur α ε δ, reliquus igitur angulus γ ε α, reliquo angulo δ ε β, est æqualis. Similiterq; ostẽdetur q; et anguli γ ε β, δ ε α, sunt æquales. Si duæ igitur rectæ lineæ se adinuicẽ secuerint, angulos qui circa uerticẽ sunt, adinuicẽ æquales efficiẽt, quod oportuit demõstrasse.*

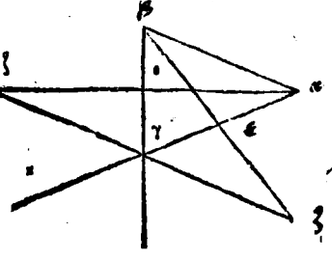


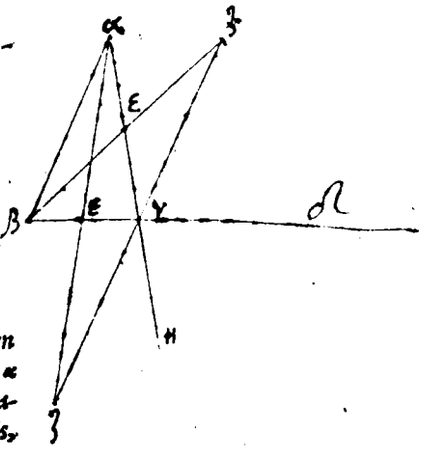
Euclid. ex Camp. Propositio 16.

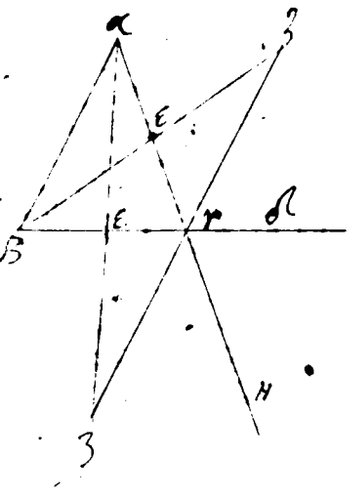
16 SI ꝙdlibet laterũ triãguli directè ꝓtrahaẽ, faciet angulũ extrinsecũ utroq; ãgulo triãguli sibi intrinsecus opposito maiorẽ. CAMPANVS. Sit ut trianguli a b c, latus a b protrahatur usque ad d, dico quòd angulus d b c, maior est utroq; duorum angulorum intrinsecorum sibi oppositorum, qui sunt b a c & b c a. Diuidam enim (per 10 propositionem) lineam c b per æqualia in puncto e, & protraham a e usq; ad f, ita ut e f fiat æqualis a e, & protraham lineã f b. Intelligo duos triangulos, c e a & b e f, & quia duo latera a e & e c triãguli a e c sunt ęqualia duobus lateribus f e & e b trianguli f e b, & angulus e unius est æqualis angulo e alterius per præmissam, quia sunt anguli contra se positi, erit (per 4 propositionẽ) angulus e c a, ęqualis angulo e b f, & ideo angulus e b d, maior erit angulo b c a. Similiter quoq; probabit, quòd est maior angulo c a b. Nã diuidã a b per æqualia in puncto g, (per 10 propositionẽ) & protrahã lineã g h, ęqualem lineæ c g (per 3 propositionẽ) postea protrahã h b k, erũtq; duorũ triangulorũ qui sunt a g c & b g h, duo latera a g & g c primi, æqualia duobus lateribus b g & b h secundi, & angulus g unius, angulo g alterius (per 15) ergo (per 4) angulus g c a, est ęqualis angulo g b h, quare (per 15) & angulo k b d. Et quia angulus c b d est maior angulo k b d, erit etiã maior angulo b a c quod est propositũ. *Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 16.*



16 Omnis triãguli uno latere producto, exterior angulus utroq; interiore & ex opposito maior est. THEON ex Zamb. *Sit triãgulũ α β γ, et producatur ipsius latus unũ (sitq; illud β γ) usq; in δ. Dico q; exterior angulus α γ δ, maior est utroq; interiore & ex opposito constituto, hoc est angulo γ β α, & β α γ. Secetur linea α γ bifariã (p 10 propositionẽ) in signo ζ, et protracta linea β ζ (p 2 postulatũ) extẽdatur in signũ ξ: collocetur q; ipsi β ζ (p 2 propositionẽ) æqualis linea ζ ξ, & cõnectatur (p 1 postulatũ) ξ γ, et extendatur (per 2 postulatũ) linea α γ usq; in κ. Quoniã igitur α ζ æqualis est ipsi ζ γ, & β ζ ipsi ζ ξ, duæ igitur α ζ & ζ β, duabus γ ζ & ζ ξ sunt æquales altera alteri, et angulus α ζ (p 15 propositionẽ) angulo ξ ζ γ est æqualis,*







lis, circa uerticẽ enim. Baſis igitur ∝ β, baſi ſ γ (per 4 propoſitionẽ) eſt æqualis: & triãgulũ ∝ β ε, triangulo ſ ε γ eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri ſunt æquales, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Angulus igitur ℓ ∝ ε angulo ε γ ſ eſt æqualis. At angulus ε γ ∂, angulo ε γ ſ maior eſt: maior igitur eſt angulus ∝ γ ∂, angulo β ∝ ñ. Similiter quoq; ſi ſecetur bifariã linea β γ, oſtẽdetur & angulus β γ ñ, hoc eſt ∝ γ ∂, maior angulo ∝ ℓ γ. Omnis igitur triãguli uno latere producto, exterior angulus utroq; interiore & ex oppoſito maior eſt: quod fuerat oſtendendum. Euclid. ex Camp. Propoſitio 17.

Omnis triãguli duo qlibet anguli, duob. rectis ſunt minores. CAMP.

17

Sit triãgulus a b c, dico q; duo quilibet eius anguli, duobus rectis ſunt minores. ,ptrahaĩ enim unũ latus eius, ut b c, uſq; ad d, eritq; per prę cedentẽ, angulus c extrinſecus, maior a & maior b, ſed c extrinſecus cũ c intrinſeco, eſt ęqualis duobus rectis per 13. ergo anguli b & c intrinſeci, ſiue anguli a & c intrinſeci, ſunt minores duobus rectis. Similiter ſi ,ptrahaĩ latus b a, ,pbabiĩ q; duo anguli a & b ſunt minores duobus rectis: quod eſt propoſitum. Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 17.

Omnis triãguli duo ãguli duob. rectis ſũt minores, omnifariã ſũpti.

17

THEON ex Zãb. Sit triãgulũ ∝ β γ. dico q; ipſius ∝ β γ triãguli duo anguli, duobus rectis omnifariã ſumpti, ſunt minores. Producatur enim (per 2 poſtulatũ, β γ, uſq; in ∂. Et quoniã triãguli ∝ β γ (per præcedentẽ) exterior angulus q eſt ∝ γ ∂, maior eſt angulo ∝ ℓ γ, interiore, et ex aduerſo cõmunis admittatur angulus ∝ γ β. Anguli igitur ∝ γ ∂, ∝ γ β, angulis ∝ β γ, β γ ∝ ſunt maiores: ſed anguli ∝ γ ∂, ∝ γ ℓ (per 13 propoſitionẽ) duobus rectis ſunt æquales: anguli igitur ∝ ℓ γ, ℓ γ ∝, duobus rectis ſunt minores. Similiter quoq; oſtẽdemus, quòd anguli β ∝ γ, ∝ γ β, duobus rectis ſunt minores, & etiam anguli ∝ γ β, ∝ β γ. Omnis igitur trianguli duo anguli duobus rectis ſunt minores, quomodocunq; aſſumpti: quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 18.

Omnis triãguli longius latus, maiori angulo oppoſitũ eſt.

18

CAMPANVS. Sit ut in triãgulo a b c, angulus a ſit maior angulo c, dico q; latus c b, maius erit latere a b. Si enim ſit æquale, erit (per 5) angulus a æqualis angulo c, quod eſt cõtra hypotheſim. Si autẽ a b ſit maius, reſecetur ad ęqualitatem a b (per 3) ſitq; d b ęquale c b, erit ergo (per 5) angulus d c b, ęqualis angulo b d c: ſed b d c eſt maior angulo b a c (per 16) ergo b c d, eſt maior b a c, quare multo fortius maior angulo a c b, pars toto: quod eſt impoſsibile.

Euclid. ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 18.

Omnis triãguli maius latus, maiori angulo ſubtẽditur.

18

THEON ex Zãb. Sit enim triãgulũ ∝ β γ, habẽs latus ∝ γ, maius latere ∝ ℓ. Dico quòd et angulus ∝ β γ, angulo ℓ γ ∝ maior eſt. Quoniã ∝ γ maius eſt ∝ ℓ, ponatur ipſi ∝ β (p 3 propoſitionẽ) æqualis linea ∝ ∂, et cõnectatur (per 1 poſtulatũ) linea β ∂. Et quoniã triãguli ℓ ∂ γ angulus exterior ∝ ∂ ℓ (per 16 propoſitionẽ) maior eſt interiore et oppoſito angulo ∂ γ ℓ, æqualis aũt eſt (per 5 propoſit.) angulus ∝ ∂ β angulo ∝ ℓ ∂, quoniã latus ∝ β ipſi ∝ ∂ eſt æquale, maior eſt igitur angulus ∝ β ∂ angulo ∝ γ ℓ, multo maior eſt igitur angulus ∝ β γ angulo ∝ γ ℓ. Omnis igitur trianguli maius latus, maiori ſubtenditur angulo, quod oportuit demonſtraſſe.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 19.

Omnis trianguli maior angulus, lõgiori lateri oppoſitus eſt.

19

CAMPANVS. Sit ut in triangulo a b c, latus b c ſit maius latere a b, dico quòd angulus a, erit maior angulo c. Hæc eſt conuerſa præcedentis. Si enim ſit æqualis, tunc (per 6) latus a b eſt æquale lateri b c, quod eſt cõtra hypotheſim. Si autem c ſit maior, tunc per præcedentem latus a b eſt maius latere b c, quod eſt contra hypotheſim: quare aſtruitur propoſitũ.

Euclid ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio 19.

Omnis trianguli ſub maiorem angulũ, maius latus ſubtenditur.

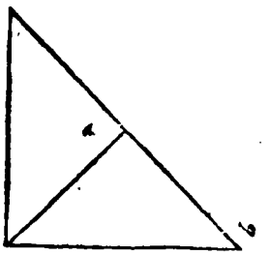
19

THEON ex Zãb. Sit triangulũ ∝ ℓ γ, maiorẽ habens angulũ ∝ ℓ γ angulo ℓ γ ∝. Dico q; latus ∝ γ maius eſt latere ∝ β. Si aũt nõ eſt, aut eſt æquale latus ∝ γ lateri ∝ ℓ, aut eo minus, æquale qdẽ minimè eſt latus ∝ γ, ipſi ∝ ℓ: æqualis nãq; eſſet (per 5 propoſitionẽ) angulus ∝ ℓ γ, angulo ∝ γ β, nõ eſt autẽ: latus igitur ∝ γ, lateri ∝ ℓ minimè eſt æquale. At latus ∝ γ, latere ∝ ℓ minus non eſt: nã angulus ∝ β γ, angulo ∝ γ ℓ mi-

nor eſſet, at non eſt: latus igitur α γ latere α β minus minimè eſt. Maius igitur eſt latus α γ, latere α ε. Omnis igitur trianguli maior angulus à maiore latere ſubtenditur: quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 20.

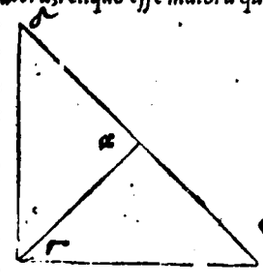
20 OMnis triãguli duo quęlibet latera ſimul iuncta, reliq̃ ſunt longiora.



CAMP. Sit triãgulus a b c, dico quòd duo latera a b & a c, ſunt longiora latere b c. Protrahatur linea b a uſq; ad d, ita ut a d ſit æqualis a c, & protrahatur c d, (per 5 propoſitionẽ) erit angulus a c d, æqualis angulo d, quare angulus b c d eſt maior angulo d, ergo (per 18) latus b d, eſt maius latere b c: ſed b d, eſt æquale a b & a c, quare b a & a c ſimul iuncta, ſunt maiora b c. Euclid. ex Zamb. Theorema 13. Propoſitio 20.

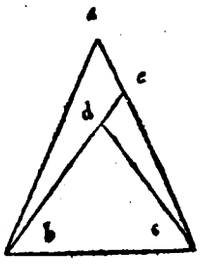
20 Omnis triãguli duo latera, reliq̃ ſũt maiora quomodocũq; aſsũpta.

THEON ex Zamb. Sit triangulũ α β γ: Aio ipſius α β γ triãguli bina latera, reliquo eſſe maiora quomodocũq; ſuſcepta, hoc eſt β α, α γ, ipſo β γ & γ α: β γ, ipſo α γ & β γ: γ α ipſo α β. Producatur nanq; (per 2 poſtulatũ) β α ad δ ſignũ: & ponatur (per 2 propoſitionẽ) ipſi α γ æqualis α δ, connectaturq; δ γ. Quoniã igitur δ α ipſi α γ eſt æquale, angulus igitur α δ γ (per 5 propoſitionẽ) angulo α γ δ eſt æqualis. Sed angulus β γ δ, angulo α γ δ, maior eſt: igitur angulus β γ δ, angulo α δ γ maior eſt. Et quoniã triangulũ eſt δ γ β, maiorẽ habens angulũ β γ δ angulo α δ γ, atq; maiorẽ angulũ maius latus ſubtendit (per 18 propoſitionẽ) ergo δ β ipſo β γ maius eſt. Aequale autẽ eſt δ β ipſis α β, α γ: maiora igitur ſunt latera β α & α γ, latere β γ, æquale autẽ eſt δ α ipſi α γ: maiora igitur ſunt latera β α, α γ, ipſo β γ. Similiter uerò demõſtrabimus, quòd etiã latera α β & β γ, ipſo γ α ſunt maiora. Sed β γ, γ α, ipſo α β. Omnis igitur trianguli bina latera, reliquo maiora ſunt, quoquo modo aſsumpta, quod demonſtraſſe oportuit. Euclid. ex Camp. Propoſitio 21.



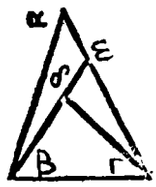
21 SI de duobus punctis terminalibus unius lateris triãguli duæ lineæ exeũtes, intra triangulũ ipſum ad punctũ unum cõueniant, eædẽ duabus quidẽ reliquis triãguli lineis breuiores erunt, & maiorẽ angulum continebunt.

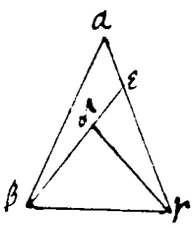
CAMPANVS. Sit ut in triãgulo a b c, ab extremitatibus lateris b c cõcurrãt duæ lineæ b d & c d, ad punctũ d, intra triangulũ a b c. Dico quod ipſæ lineæ b d & c d ſimul iunctæ, ſunt breuiores duabus lineis a b & a c ſimul iunctis, & quòd angulus d eſt maior angulo a. Protrahã enim b d, uſq; quo ſecet latus a c in puncto e, eruntq; (per 20 propoſitionẽ) b a & a e ſimul iunctæ, maiores b e, ergo b a & a c, ſunt maiores b e & e c. At uerò d e & e c ſimul iunctæ, per eandẽ ſunt maiores d c, quare b e & e c ſunt maiores b d & d c: & quia b a & a c ſunt maiores b e & e c, ut probatũ eſt prius, erũt multo fortius b a & a c maiores b d & d c, quod eſt 1 propoſitũ. At quoniã angulus b d c eſt maior angulo d e c (per 16 propoſitionẽ) & angulus d e c eſt maior angulo c a b (per eandẽ) erit angulus b d c multo fortius maior angulo b a c, quod eſt 2 propoſitum. Euclid. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 21.



21 Si triãguli à limitibus unius lateris binæ rectæ lineæ introrſum cõſtituantur, quæ cõſtituuntur, reliquis triãguli binis lateribus minores quidẽ erunt, maiorem uerò angulum continebunt.

THEON ex Zamb. Trianguli enim α β γ ſuper latere β γ, à terminis ipſius β γ, duæ rectæ lineæ interius conſtituãtur β δ & γ δ. Dico q; β δ & γ δ, reliquis trianguli lateribus β α et α γ ſunt minores: angulũ uerò β δ γ maiorẽ, ipſo α β γ cõprehendũt. Producatur enim (per 2 poſtulatũ) linea β δ ad ε. Et (per 20 propoſitionẽ) quoniã omnis triãguli bina latera reliquo ſunt maiora: triãguli, α β ε (per 20 ppoſitionẽ) duo latera à β & α ε ipſo β ε ſunt maiora. Communis ponatur linea ε γ, lineæ igitur β α & α γ, lineis β ε et ε γ ſunt maiores. Rurſus quoniã (per eandẽ) triãguli γ ε δ bina latera γ ε et ε δ ipſo δ γ ſunt maiora, cõmunis ponatur δ β, lineæ igitur γ ε et ε β, lineis γ δ et δ β ſunt maiores. Sed oſtẽſum eſt quòd β α & α γ, ſunt maiores ipſis β ε & ε γ: lõgè igitur maiores ſunt β α et α γ lineæ, ipſis β δ et δ γ. Rurſus quoniã (p 16 propoſit.) omnis triãguli exterior angulus interiore et oppoſito maior eſt, triãguli ergo γ δ ε, ãgulus β δ γ exterior maior eſt.

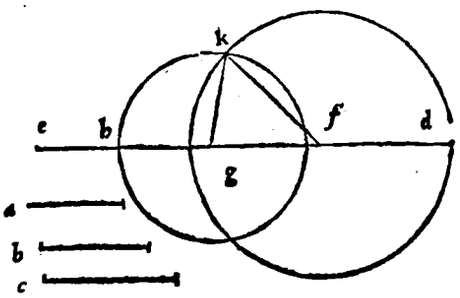




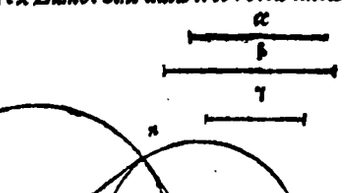
angulo γ ε δ, quare & trianguli α β ε, angulus γ ε β exterior, maior eſt angulo β α γ. Sed oſtenſum eſt quòd angulus β δ γ, eo qui ſub γ ε β, eſt maior: longè igitu maior eſt angulus β δ γ, angulo β α γ. Si trianguli ergo à limitibus unius lateris binæ rectæ lineæ introrſum conſtituantur, quæ conſtituentur, reliquis triangu li duobus lateribus minores quidem erunt, maiorem uerò angulum continebunt, quod oſtendere oportuit. Euclid. ex Camp. Propoſitio 22.

PRoposítis tribus lineis rectis, quarũ duæ quælibet ſimul iunctæ reliqua ſint longiores, de tribus alijs lineis illis æqualibus triangulum conſtituere. 22

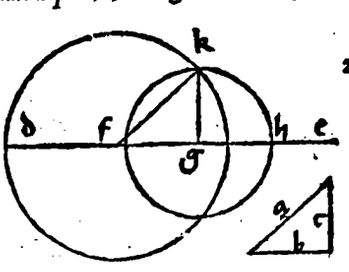
CAMP. Sint tres lineæ rectæ propoſitæ, a, b, c, & ſint quælibet duæ ſimul iunctæ longiores reliqua: aliter enim ex illis, tribus datis æqualibus, triangulus nõ poſſet cõſtitui (per 20 propoſitionẽ) Cùm ergo ex illis trib. prædictis uolo cõſtituere triangulũ, ſumo lineã rectam quæ ſit d e, cui nõ pono à parte e determinatũ finem, de qua ſumo (per 3 propoſitionẽ) d f æqualẽ a, & f g æqualem b, & g h æqualem c, factoq; puncto f cẽtro, deſcribo ſecundum quantitatẽ lineæ f d, circulũ d k: itemq; facto g cẽtro, deſcribo ſecundũ quantitatem lineæ g h, circulũ k h, qui circuli interſecabũt ſe in duobus punctis: quorũ unum ſit k: alioquin ſequeretur, unã dictarum linearũ eſſe æqualem alijs duabus iunctis, aut maiorem eis, quod eſt contrarium poſitioni. Duco ergo lineam k f & k g, eritq; triangulus k f g, conſtitutus ex tribus lineis æqualibus datis lineis a, b, c, ſunt enim f d & f k æquales, quoniam ſunt à centro ad circunferentiam, quare f k, eſt æqualis a. Similiterq; g h & g k ſunt æquales, quia exeunt à centro ad circunferentiam: quare g k, eſt æqualis c. & quia g f ſumpta fuit æqualis b, patet propoſitum manifeſtè. Euclid. ex Zamb. Problema 8. Propoſitio 22.



Ex tribus rectis lineis, quæ ſunt trib. datis rectis lineis æquales, triãgulum cõſtruere. Oportet aũt duas lineas reliqua eſſe maiores quomodocũq; aſſumptas, quoniã omnis triãguli bina latera quomodocũq; aſſumpta, reliquo ſunt maiora. 22 THEON ex Zamb. *Sint datæ tres rectæ lineæ α b γ, quarũ duæ reliqua ſint maiores quomodocũq; aſſumptæ, hoc eſt α, β, ipſa γ, & α, γ, ipſam b, & b, γ, ipſa α: oportet iã ex tribus lineis rectis, ipſis α, β, γ æqualibus, triangulũ cõſtruere. Proponatur recta linea finita quidem ex parte δ infinita uerò ex parte ε, ponaturq; (per 3 propoſitionẽ) ipſi α æqualis linea δ ζ, ipſi uerò β, linea ζ η, ipſi uerò γ, linea η θ. Et centro quidẽ ζ, ſpacio uerò ζ δ (per 3 poſtulatũ) circulus deſcribatur δ η λ: rurſus cẽtro quidẽ η, ſpacio uerò η θ (per idẽ) circulus deſcribatur θ η λ, & cõnectantur (per 1 poſtulatũ) η ζ & η η. Dico q, ex tribus rectis lineis æqualibus ipſis α, β, γ, triangulũ η ζ η cõſtitutũ eſt. Quoniã enim ζ ſignũ, centrũ eſt circuli δ η λ, æqualis eſt (per 15 diffinitionẽ) ζ δ ipſi ζ η. Sed α, ipſi ζ δ eſt æqualis, & η ζ, igitur (per cõmunẽ ſententiã) eſt ipſi α æqualis. Rurſus quoniã η ſignũ, centrũ eſt circuli λ η θ, æqualis eſt (per eandẽ diffinitionẽ) η ipſi η θ, ſed γ ipſi η θ eſt æqualis, & η η, igitur (per 1 communẽ ſententiã) ipſi γ eſt æqualis. At ζ η ipſi β eſt æqualis (per hypotheſin) tres igitur rectæ lineæ η ζ, ζ η, η η, ipſis tribus α, β, γ, ſunt æquales. Ex trib. igitur rectis lineis, hoc eſt η ζ, ζ η, η η, quæ tribus datis rectis lineis, hoc eſt, α, β, γ, ſunt æquales, triangulũ η ζ η conſtructũ eſt, quod feciſſe oportuit.* Euclid. ex Camp. Propoſitio 23.



DAta recta linea, ſup terminũ eius cuilibet angulo propoſito æquũ angulũ deſignare. 23 CAMP. Sit data linea f e, quę eſt in ſuperiori figura, & ſint lineę b a cõtinentes angulũ datũ, cui ſubtendã baſin e. Super punctũ f lineæ c f, iuberẽ facere ęqualẽ angulũ angulo dato. Ad lineã e f adiũgo f d ęqualẽ lineæ a, & ex f e ſumo f g æqualẽ b, & ex g e ſumo g h æqualem c, & ſuper puncta f & g deſcribo duos circulos d k & k h, ſecundum quantitatem

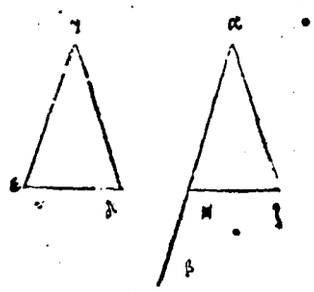


tatem duarum linearum f d & g h, interſecantes ſe in puncto k ſicut docuit præcedens, ductiſq; lineis k f & k g, erũt æqualia duo latera k f & f g trianguli k g duobus lateribus a & b trianguli a b c, & baſis g k æqualis baſi c: ergo (per 8) angulus k f g, æqualis erit angulo contento ſub a & b: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 9.* *Propoſitio 23.*

23 **Ad datam rectam lineam, ad datumq; in ea ſignum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum conſtituere.**

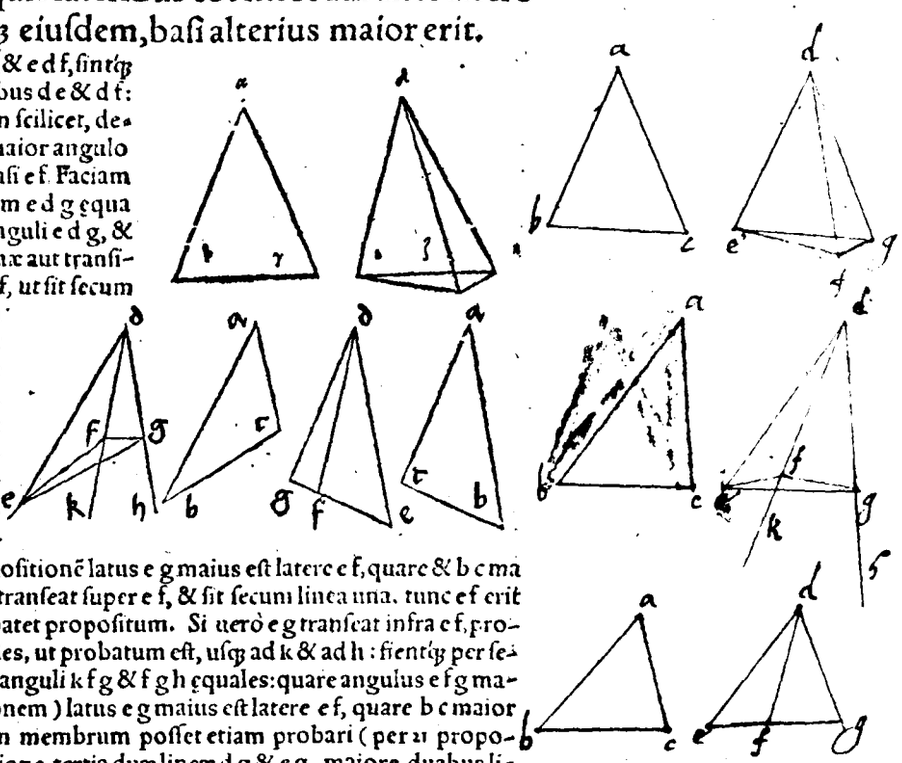
THEON *ex Zamb. Sit data recta linea α β, datumq; in ea ſignum ſit α: datus autem angulus rectilineus ſit δ γ ε. Oportet ad datam rectam lineã α β, ad datumq; in ea ſignũ α, dato angulo rectilineo δ γ ε, æqualẽ angulũ rectilineũ collocare. Sint in utriſq; lineis γ δ et γ ε contingẽtia ſigna, ſintq; illa δ ε, et connectãtur (per 1 poſtulatum) δ ε. Et ex tribus rectis lineis α ζ, ζ η, η α, quæ tribus datis rectis lineis, hoc eſt γ δ, δ ε, ε γ, ſunt æquales, (per præcedentem) triangulum conſtruatur, ſitq; illud α ζ η. Ita ut linea γ δ æqualis ſit α ζ, & γ ε ipſi α η, & inſuper δ ε ipſi ζ η. Et quoniam duæ lineæ δ γ & γ ε duabus lineis, hoc eſt ζ α & α η ſunt æquales altera alteri, & baſis δ ε (per hypotheſin) baſi ζ η, angulus igitur δ γ ε, angulo ζ α η (per 8 propoſitionem) eſt æqualis. Ad datam igitur rectam lineam α ζ, ad datumq; in ea ſignum α dato angulo rectilineo δ γ ε, æqualis angulus rectilineus ζ α η collocatus eſt: quod feciſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 24.*

24 **Omnium duorum triangulorũ, quorũ duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, ſi fuerit angulorum ſub illis æquis lateribus cõtentorum alter altero maior, baſis quoq; eiuſdem, baſi alterius maior erit.**

CAMPANVS. Sint duo triãguli a b c, & e d f, ſintq; duo latera a b & a c, æqualia duobus lateribus d e & d f: & unumquodque ſuo correlatiuo, dextrum ſcilicet, dextro, ſiniſtrumq; ſiniſtro, ſitq; angulus a, maior angulo d dato. Dico quòd baſis b c, maior erit baſi e f. Faciam enim iuxta doctrinam præcedentis angulum e d g æqualem angulo a, eritq; angulus e d f, pars anguli e d g, & ponam d g æqualem a c, protrahamq; e g, quæ aut tranſibit ſupra e f, ut ſecet lineam d f, aut ſuper e f, ut ſit ſecum linea una, aut infra. Tranſeat ergo primò ſupra. Et quia a b & a c latera trianguli a b c ſunt æqualia e d, & d g lateribus trianguli e d g, & angulus a angulo d totali, erit (per 4 propoſitionem) baſis b c æqualis baſi e g. At uerò quia d g & d f ſunt æquales (nam utraque eſt æqualis a c) erit (per 5 propoſitionẽ) angulus d f g æqualis angulo d g f, quare d f g, maior erit f g e, ergo e f g multo fortius maior eſt eodem f g e: ergo (per 18 propoſitionẽ latus e g maius eſt latere e f, quare & b c maior eſt e f: quod eſt propoſitum. Si uerò e g tranſeat ſuper e f, & ſit ſecum linea una, tunc e f erit pars e g: per ultimam ergo conceptionem patet propoſitum. Si uerò e g tranſeat infra e f, protrahantur duę lineę d f & d g, quę ſunt æquales, ut probatum eſt, uſq; ad k & ad h: fientq; per ſecundam partem 5 propoſitionis ſub baſi f g, anguli k f g & f g h æquales: quare angulus e f g maior erit angulo f g e: ergo (per 18 propoſitionem) latus e g maius eſt latere e f, quare b c maior eſt e f: quod eſt 5 propoſitum. Iſtud ultimum membrum poſſet etiam probari (per 21 propoſitionem) per ipſam enim erunt in diſpoſitione tertia duæ lineæ d g & e g, maiore duabus lineis d f & f e, & quia d g eſt æqualis d f, propter hoc quod ambæ ſunt æquales a c, erit e g maior e f, quare & b c maior e f, quod eſt propoſitum. Melius tamen eſt demonſtrare priori modo, ut in omni diſpoſitione arguatur per quintam.



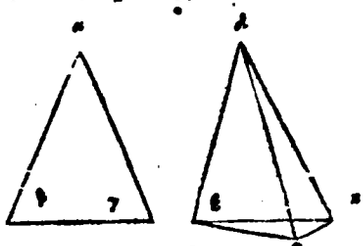
Euclid. ex Zamb. *Problema 15.* *Propoſitio 24.*

24 **Si bina triãgula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint**

alterum

alterum alteri, angulum uerò angulo maiorem ſub æquis rectis lineis contentum, baſin quoq; baſi maiorem habebunt.

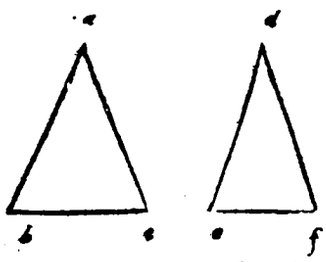
THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ, duo latera, hoc eſt α β, α γ, duobus lateribus, hoc eſt δ ε, δ ζ æqualia habentia, alterũ alteri, hoc eſt latus α β lateri δ ε, & latus α γ lateri δ ζ, angulus uerò qui ſub β α γ, angulo ε δ ζ eſto maior. Dico q; & baſis β γ, baſi ε ζ maior eſt. Quoniã enim angulus β α γ maior eſt angulo ε δ ζ, collocetur (per 23 propoſitionẽ) ad rectã lineã δ ε, ad datũq; in ea ſignũ δ, dato angulo β α γ æquus angulus ε δ η. Et ponatur alterutri, hoc eſt lineæ α γ uel δ ζ, æqualis ipſa δ η: & cõnectatur (per 1 poſtulatũ) η ε & ζ η. Quoniã igitur α β æqualis eſt ipſi δ ε, et α γ ipſi δ η, binæ lineæ β α et α γ duab. lineis ε δ et δ η ſunt æquales altera alteri, & angulus β α γ (per 23 propoſitionẽ) angulo ε δ η eſt æqualis: baſis igitur β γ (per 4 propoſitionẽ) baſi ε η eſt æqualis. Rurſus quoniã æqualis eſt δ η ipſi δ ζ: angulus igitur δ η ζ, angulo δ ζ η eſt æqualis. Angulus igitur δ ζ η, angulo ε η ζ maior eſt: lõgè maior igitur eſt angulus ε ζ η, angulo ε η ζ. At quoniã triangulũ eſt ε ζ η habens angulũ ε ζ η maiorẽ angulo ε η ζ, maiorem autem angulũ (per 18 propoſitionem) latus maius ſubtendit: maius igitur eſt latus ε η latere ε ζ. Aequale autem eſt latus ε η, lateri β γ: latus igitur β γ, maius eſt latere ε ζ. Si bina igitur triangula duo latera duobus laterib. æqualia habuerint, et quæ ſequũtur reliqua, ut in propoſitione, quod oſtẽdere oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 25.

OMniũ duorũ triangulorũ, quorũ duo latera unius duobus laterib. alterius fuerint æqualia, baſis uerò unius baſi alterius fuerit maior, erit quoq; angulus triãguli maioris baſis illis æquis laterib. cõtẽtus, angulo alterius ſe reſpiciẽte maior. 25

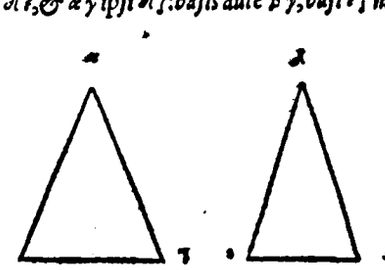
CAMRANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f: ſintq; duo latera a b & a c primi, æqualia duobus lateribus d c & d f ſecundi, unumquodq; ſuo correlatiuo: ſitq; baſis b c, maior baſi e f: dico quòd angulus a, maior erit angulo d. Hæc eſt cõuerſa præcedentis. Aequalis quidem non erit. Sic enim eſſet (per 4) baſis, b c æqualis baſi e f: quod eſt contra hypotheſin. Sed nec minor, quia ſic eſſet d maior: & ita per præcedentem baſis e f, erit maior baſi b c, quod eſt contrarium poſitioni, quare maior erit. Sicq; propoſitum aſtruitur.



Euclid. ex Zamb. Theorema 16 Propoſitio 25.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, baſin uerò baſi maiorem, angulum quoq; ſub æqualibus rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt. 25

THEON ex Zamb. *Sint duo triangula α β γ, δ ε ζ, duo latera, hoc eſt α β, & α γ, duobus lateribus, hoc eſt δ ε & δ ζ æqualia habentia alterũ alteri, α β ſcilicet, ipſi δ ε, & α γ ipſi δ ζ: baſis autẽ β γ, baſi ε ζ maior eſto: dico quòd angulus β α γ, maior eſt angulo ε δ ζ. Si autem non, aut ei eſt æqualis, aut eo minor. Aequalis autem nõ eſt angulus β α γ, angulo ε δ ζ: ſi enim æqualis eſſet, baſis quoq; β γ (per 4 propoſitionẽ) baſi ε ζ eſſet æqualis: at nõ eſt: angulus igitur β α γ, angulo ε δ ζ æqualis minimè eſt. Neq; etiam minor eſt angulus β α γ eo qui ſub ε δ ζ: nã baſis β γ, baſi ε ζ minor eſſet: at nõ eſt: minor igitur non eſt angulus β α γ, eo qui ſub ε δ ζ: oſtenſum autẽ eſt quòd neq; æqualis: maior igitur eſt angulus β α γ, angulo ε δ ζ. Si bina igitur triangula, duo latera duobus lateribus, & quæ ſequuntur reliqua, ut theoremate: quod oſtendere oportuit.* in propoſitione



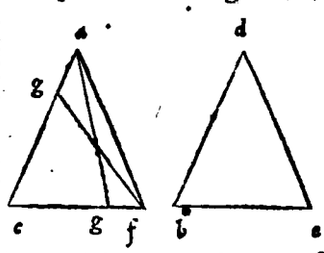
Euclid. ex Camp. Propoſitio 26.

OMnium duorum triangulorum, quorum duo anguli uni duobus angulis alterius & uterq; ſe reſpicienti æquales fuerint, latus quoq; unius lateri alterius æquale, 26

fueritq;

fueritq; latus illud aut inter duos angulos æquales, aut uni eorum oppositum, erunt quoq; duo unius reliqua latera duobus reliquis alterius trianguli lateribus, unumquodq; se respicienti æqualia, angulusq; reliquus unius angulo reliquo alterius æqualis.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f, sitq; angulus b, æqualis angulo e, & angulus c, æqualis angulo f, sitq; latus b c æquale lateri e f, aut alterum duorum laterum a b & a c, æquale alteri duorum laterum d e & d f, ita quòd a b sit æquale d e, aut a c, d f. Dico quòd reliqua duo latera unius, erunt æqualia reliquis duobus lateribus alterius, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis, angulus uidelicet a, angulo d. Ponam ergo primò ut latus b c, super quod iacent anguli b c, sit æquale lateri e f, super quod iacent anguli e, f, qui positi sunt æquales angulis b c. Tunc dico, quòd latus a b est æquale lateri d e, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus a b non sit æquale lateri d e, alterum erit maius: sit ergo maius d e, quod resecabo ad æqualitatem a b, sitq; g e æquale a b. Producam lineam g f, eritq; per 4 propositionem angulus g f e æqualis angulo a c b, quare & angulo d f e, pars toti, quod est impossibile. Erit ergo d e, æquale a b, ergo (per 4) d f æquale a c, & angulus d æqualis angulo a: quod est primum membrum diuisionis propositæ. Sint rursus ut prius, duo anguli b & c, æquales duobus angulis e & f: sitq; latus a b quod opponitur angulo c, æquale lateri d e quod opponitur angulo f, cui positus est æqualis angulus c. Dico, quòd latus b c erit æquale lateri e f, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus e f non fuerit æquale lateri b c, erit alterum maius: sit ergo e f. maius. ponatur itaq; e g æquale b c, producam lineam d g: eritq; per 4 propositionem angulus d g e, æqualis angulo a c b: quare & angulo d f e, extrinsecus uidelicet, intrinseco, quod est impossibile per 16 propositionem. Erit ergo e f æquale b c: ergo per 4 propositionē, latus d f æquale lateri a c, & angulus d totalis angulo a: quod est secundum membrum diuisionis propositę. Quare totum manifestè patet.

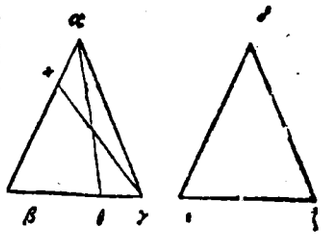


Euclid. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 26.

26 Si bina triangula duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint, unumq; latus uni lateri æquale, aut quod æquis adiacet angulis, aut quod ab uno æqualium angulorum subtēditur, reliqua quoq; latera reliquis lateribus æqualia alterum alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ: duos angulos, hoc est, α β γ & β γ α æquales habentia duobus angulis, hoc est δ ε ζ & ε ζ δ, alterum alteri, hoc est angulum α β γ, angulo δ ε ζ, & angulum β γ α angulo ε ζ δ, unumq; latus uni lateri æquū: & primū id quod æquis adiacet angulis, hoc est latus β γ lateri ε ζ. Aio quòd & reliqua latera reliquis lateribus æqualia habebunt: alterum alteri, hoc est latus α β, lateri δ ε: & latus α γ, lateri δ ζ: & reliquū angulum reliquo angulo æqualem, hoc est β α γ ipsi ε δ ζ. Si enim α β ipsi δ ε est non æqualis, earum altera maior est: esto maior α β, & * collocetur (per 3 propositionem) ipsi δ ε æqualis linea η β, & connectatur η γ. Quoniam igitur η β æqualis est ipsi δ ε, & β γ ipsi ε ζ: duæ igitur lineæ η β & β γ, duabus δ ε & ε ζ, altera alteri sunt æquales & angulus η β γ, angulo δ ε ζ æquus est: basis igitur η γ (per 4 propositionem) basi δ ζ est æqualis, & triangulum η β triangulo δ ε ζ æquū est: & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, sub quibus æqualia latera subtenduntur: æqualis igitur est angulus η γ β, angulo δ ζ ε. Sed angulus δ ζ ε ipsi β γ α supponitur æqualis: angulus igitur β γ η (per primam communem sententiam) angulo β γ α est æqualis minor maiori: quod est impossibile. Inæqualis igitur non est α β, ipsi δ ε. æqualis igitur. Est autē & β γ, ipsi ε ζ æqualis: duæ iam α β & β γ, duabus δ ε & ε ζ sunt altera alteri æquales: & angulus qui sub α β γ, angulo qui sub δ ε ζ est æqualis. Basis igitur α γ (per 4 propositionem) basi δ ζ est æqualis: et reliquus angulus β α γ, reliquo angulo ε δ ζ est æqualis.*

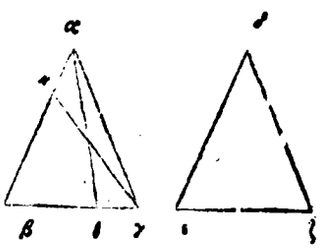
lucidus, ponatur, sit.



Rursus

æqualibus angulis ε

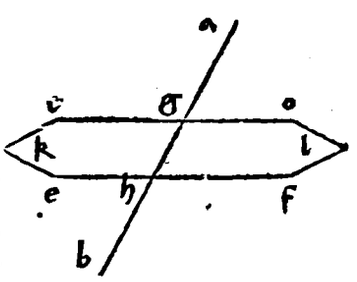
Rursus ſint ad angulos æquos latera ſubtenſa æqualia, ſintq; α β & δ ε. Dico rurſus quòd reliqua latera reliquis lateribus æqualia erunt, hoc eſt latus α γ lateri δ ζ, & latus β γ lateri ε ζ: & inſuper reliquus angulus β α γ, reliquo angulo ε δ ζ æqualis erit. Si enim β γ ipſi ε ζ æquale non eſt, alterũ eorum maius erit: ſit igitur (ſi poſsibile eſt) maius latus β γ: & ponatur (per 3 propoſitionẽ) ipſi ε ζ æqualis linea β θ: & connectatur (per 1 poſtulatũ) α θ. Et quoniam æqualis eſt β θ ipſi ε ζ, & α β ipſi δ ε: duæ igitur α β & β θ, duabus δ ε & ε ζ ſunt æquales altera alteri, & angulos æquos continent. Baſis igitur α θ, (per 4 propoſitionem) baſi δ ζ eſt æqualis: & triangulũ α β θ, triangulo δ ε ζ eſt æquale: & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales, ſub quib. æqualia ſubtenduntur latera: angulus igitur β θ α, angulo ε ζ δ eſt æqualis. Sed angulus ε ζ δ, angulo β γ α eſt æqualis. Angulus igitur β θ α, angulo β γ α eſt æqualis: trianguli igitur α θ γ angulus exterior β θ α, interiori angulo β γ α eſt æqualis & oppoſito: quod (per 16 propoſitionem) eſt impoſsibile. Latus igitur ε ζ, ipſi β γ inæquale nõ eſt, æquale igitur. Eſt autem α β, ipſi δ ε æqualis: duæ igitur α β & β γ, duabus δ ε & ε ζ ſunt æquales altera alteri, & angulos æquos continent. Baſis igitur α γ (per 4 propoſitionem) baſi δ ζ eſt æqualis: & triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ eſt æquale: & reliquus angulus β α γ, reliquo angulo ε δ ζ eſt æqualis. Si duo igitur triangula duos angulos duobus angulis, & quæ ſequuntur reliqua, ut in theoremate, quod oſtendere oportebat.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 27.

SI recta linea ſuper duas lineas rectas ceciderit, duoſq; angulos coalternos ſibi inuicem æquales fecerit, illę duæ lineæ erunt æquidiſtantes. 27

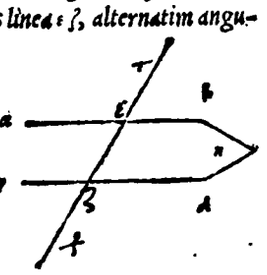
CAMPANVS. Sit ut linea a b cadat ſuper duas lineas c d, e f, & ſecet lineã c d in puncto g, & lineam e f in puncto h: ſitq; angulus d g h æqualis angulo e h g: dico quòd lineę c d & e f, ſunt æquidiſtantes. Si enim non concurrant, aut ad partem c, e, ſuper punctum k, aut ad partem d f, ſuper punctum l: & qualitercunq; fuerit, accidet impoſsibile per 16. uidelicet angulum extrinſecum, eſſe æqualem intrinſeco & oppoſito. nam unus dictorum angulorum coalternorum, qui poſiti ſunt æquales, erit extrinſecus, & reliquus intrinſecus & oppoſitus. Quia igitur impoſsibile eſt eas cõcurrere, in alterutram partem protractas, ipſę per ultimam diffinitionem erunt æquidiſtantes, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 18. Propoſitio 27.

Si in binas rectas lineas recta incidens linea, alternatim angulos æquos adinuicem fecerit, parallelæ adinuicem ipſę rectę lineę erunt. 27

THEON ex Zamberto. In binas enim rectas lineas α β, γ δ recta incidens linea ε ζ, alternatim angulos α ε ζ, & ε ζ δ æquales adinuicem efficiat, dico quòd parallelus eſt α β, ipſi γ δ. Si autem non, productæ concurrunt aut ad partes β δ, aut ad α γ: producantur igitur & concurrant ad partes β, δ, in ſigno η, ſi eſt poſsibile. Trianguli ergo η ε ζ, angulus α ε ζ exterior, æqualis eſt angulo ε ζ η interiori & oppoſito: quod (per 16 propoſitionem) eſt impoſsibile. Igitur α β & γ δ productæ, ad partes β δ, minimè concurrunt: ſimiliter quoque oſtendetur, quòd neque ad partes α γ. Quæ autem in nulla parte concurrunt, parallelæ ſunt (per ultimam diffinitionem.) Parallelus igitur eſt α β, ipſi γ δ. Si in binas igitur rectas lineas & quæ ſequuntur reliqua, ut in theoremate, quod erat oſtendendum.



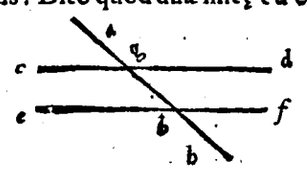
Euclid. ex Camp. Propoſitio 28.

SI linea recta duabus lineis rectis ſuperuenerit, fueritq; angulus eius intrinſecus angulo extrinſeco ſibi oppoſito æqualis, aut duo anguli intrinſeci ex una parte duobus angulis rectis æquales, illę duę lineę æquidiſtantes erunt. 28

CAMPANVS. Sit ut linea a b, ſecet duas lineas c d & e f, in punctis g & h: ſitq; angu-

lus

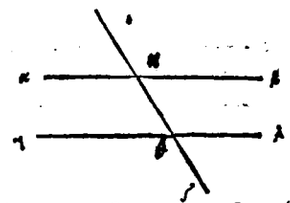
lus g extrinſecus, æqualis angulo h intrinſeco ex eadem parte ſumpto, aut duo anguli g & h intrinſeci ex eadem parte ſumpti, ſint æquales duobus angulis rectis. Dico quòd duæ lineæ c d & e f ſunt æquidiſtãtes. Sit ergo primò angulus d g a, æqualis angulo f h g: erit quoq; per 15 propoſitionẽ angulus c g h, æqualis eidẽ angulo f g h: quare per præmiſſam, c d & e f, ſunt æquidiſtantes. Sint rurſus duo anguli d g h & f h g, æquales duobus rectis: & quia per 13 propoſitionẽ duo anguli d g h & c g h ſunt ſimiliter æquales duobus rectis, erit angulus c g h æqualis angulo f h g, quare per præmiſſam c d & e f, erunt æquidiſtantes: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 28.

28 Si in binas rectas lineas, recta incidẽs linea exteriorẽ ãgulũ interiori & oppoſito ad eaſdẽ partes æqualẽ fecerit, aut interiores & ad eaſdẽ partes duob. rectis æquales, parallelæ erũt adinuicẽ ipſæ rectæ lineæ.

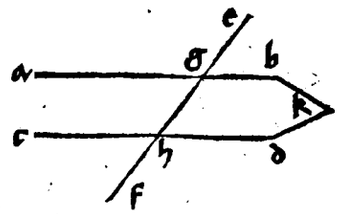
THEON *ex Zamb. Si in binas rectas lineas α β & γ δ, recta linea incidens ε ζ, angulum exteriorem ε η β, angulo interiori η θ δ & oppoſito, æqualem efficiat, aut interiores & ad eaſdem partes, hoc eſt β η θ, η θ δ, duobus rectis æquales: dico quòd parrallelus eſt α β, ipſi γ δ. Quoniã angulus ε η β (per hypotheſim) æqualis eſt angulo η θ δ, & angulus ε η b (per 15) æqualis eſt angulo α η θ: angulus igitur α η θ æqualis eſt angulo η θ δ, & ſunt alterni, (per 27 propoſitionem) parallelus eſt igitur α β ipſi γ δ. Rurſus quoniam anguli β θ η & η θ δ (per hypotheſim) duobus rectis ſunt æquales, & anguli α η θ & β η θ (per 13 propoſitionem) duobus rectis ſunt æquales: anguli ergo α η θ & β η θ, angulis β η θ & η θ δ ſunt æquales. Communis auferatur angulus β η θ: reliquus igitur α η θ, reliquo η θ δ eſt æqualis, & ſunt alterni. Parallelus igitur eſt α β, ipſi γ δ. Si recta igitur linea in duas incidens, & quæ ſequuntur reliqua, quod oſtendendum fuerat.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 29.

29  I duabus lineis æquidiſtãtibus linea ſuperuenerit, duo anguli coalterni æquales erunt, angulusq; extrinſecus angulo intrinſeco ſibi oppoſito æqualis: itemq; duo anguli intrinſeci ex alterutra parte conſtituti, duobus rectis angulis æquales.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquidiſtantes: ſuper quas cadat linea e f, ſecans eas in punctis g & h, dico quòd anguli g & h coalterni ſunt æquales, & quòd angulus g extrinſecus eſt æqualis angulo intrinſeco ſibi oppoſito ex eadem parte ſumpto, & quòd anguli g & h intrinſeci ex eadem parte ſumpti ſunt æquales duobus rectis. Et hæc eſt conuerſa duarum præcedentium. Primum ſic patet. Si enim angulus b g h non eſt æqualis angulo c h g, alter eorum erit maior, ſit ergo maior angulus c h g, & quia duo anguli c h g & g h d ſunt æquales duobus rectis, ergo per 15 propoſitionem erunt duo anguli b g h & d h g minores duobus rectis, ergo per quartam petitionẽ, duæ lineæ a b & c d ſi protrahantur, cõcurrent in parte b & d, ad punctũ aliquem, ut ad k: non ergo ſunt æquidiſtantes per ultimã diffinitionem, quod eſt cõtra hypotheſim: & quia hoc eſt impoſsibile, erunt duo anguli coalterni b g h & c h g æquales, quod eſt primum propoſitum. Ex hoc patet ſecundum. Eſt enim per 15 propoſitionem angulus b g h æqualis angulo a g e, ergo angulus a g e, erit æqualis angulo c h g, extrinſecus, uidelicet intrinſeco, quod eſt ſecundum propoſitum. Ex hoc rurſus patet tertium. Sunt enim per 13 propoſitionem duo anguli a g e & a g h, æquales duobus rectis, ergo duo anguli a g h & c h g, erunt etiam æquales duobus rectis, qui ſunt duo intrinſeci ex eadem parte ſumpti, quod eſt 3 propoſitum.

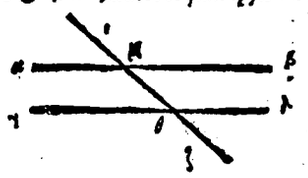


Euclides ex Zamberto. Theorema 20. Propoſitio 29.

29 In parallelos rectas lineas recta incidẽs linea, & alternatim angulos ad inuicẽ æquales, & exteriorẽ interiori & oppoſito & ad eaſdẽ partes æq̃lẽ, & interiores & ad eaſdẽ partes duob. rectis æquales efficit.

THEON *ex Zamb. In parallelos enim rectas lineas α β & γ δ, recta incidat linea ε ζ: dico quòd & alternos angulos α η θ & η θ δ æquos efficit, & exteriorem angulũ ε η β interiori & oppoſito & ad*

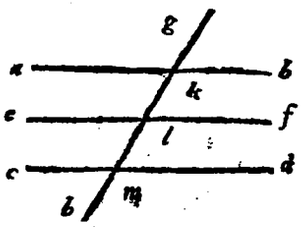
eaſdē partes,hoc eſt ipſi ν θ Δ æqualē,& interiores & ad eaſdē partes,hoc eſt β ν θ & ν θ Δ duobus rectis æquales. Si enim æqualis non eſt α ν θ ipſi ν θ Δ,alter eorū maior eſt.Sit maior α ν θ. Quoniā igitur α ν θ maior eſt ipſo ν θ Δ,communis ponatur angulus α ν θ: anguli ergo α ν θ & β ν θ,maiores ſunt ipſis ϛ ν θ & ν θ Δ. Sed anguli α ν θ & θ ν β (per 13 propoſitionem) duobus rectis ſunt æquales,anguli igitur β ν θ & ν Δ θ duobus rectis ſunt minores:quæ autem à minoribus duobus rectis producuntur in infinitū, concurrunt (per ε poſtulatum) Rectæ igitur lineæ α β & γ Δ, in infinitū productæ,concurrunt: nō concurrunt autem,quoniam paralleli, per hypotheſim. Angulus igitur α ν θ, angulo ν θ Δ inæqualis non eſt: æqualis igitur. Sed angulus α ν θ,angulo ε ν β (per 15 propoſitionem) eſt æqualis,angulus igitur ε ν β (per 1 communem ſententiam) angulo ν θ Δ eſt æqualis, communis ponatur β ν θ, anguli ε ν β & β ν θ, igitur anguli β ν θ & ν θ Δ ſunt æquales.Sed anguli ε ν β & β ν θ,duobus rectis ſunt æquales (per 13 propoſitionem) & anguli β ν θ & ν θ Δ,duobus rectis ſunt æquales. In parallelos igitur rectas lineas & quæ ſequuntur reliqua,quod oſtendere oportebat.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 30.

SI fuerint duæ lineæ uni æquidiſtantes, eædem ſibi inuicem diſtantes erunt. 30

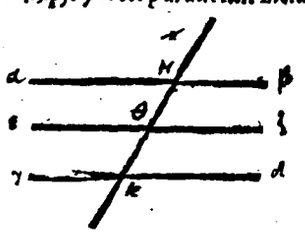
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d,quarum utraq; æquidiſtet lineæ e f. Dico illas duas,uidelicet a b & c d,eſſe æquidiſtantes. Hoc autem eſt uniuerſaliter uerum,ſiue duę lineæ a b & c d ſint in una ſuperficie cum linea e f, ſiue non: hic tamen non intelligitur, niſi ſecundum quod omnes ſunt in ſuperficie una.ſecundum enim quòd ſunt in diuerſis ſuperficiebus,probatur in 9 undecimi libri,quòd ſunt æquidiſtantes.Sint igitur omnes in ſuperficie una:protraham autem lineam g h, ſecantem lineas a b,e f,& c d,in punctis k,l,m. Et quia a b æquidiſtat e f,erit angulus b k l,æqualis angulo e l k per primam partem præcedētis, cum illi ſint coalterni:at quia a b æquidiſtat e f, erit angulus k l e extrinſecus æqualis angulo l m c intrinſeco, per ſecundā partem præcedentis.ergo angulus b k l,eſt æqualis angulo c m l:qui cū ſint coalterni,erūt (per 27) lineæ a b & c d æquidiſtātes:quod eſt propoſitū.



Euclid. ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 31.

Quæ eidem rectæ lineæ paralleli,& ad inuicem ſunt paralleli. 30

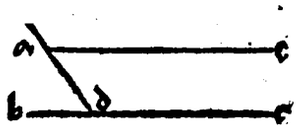
THEON ex Zamb. Sint α β & γ Δ,ipſi ε ζ paralleli,dico quòd α β,ipſi γ Δ eſt parallelus. Incidat enim in eas rectas lineas ν θ ν,& quoniam in parallelos rectas lineas α β & ε ζ,recta linea ν θ ν incidit:æqualis eſt igitur angulus α ν θ ipſi ν θ ζ (per 29 propoſitionem.) Rurſus quoniam in parallelos rectas lineas ε ζ & γ Δ recta linea ν ν incidit (per eandem) æqualis eſt ν θ ζ,ipſi ν ι Δ.patuit autem,quòd α ν θ ipſi ν θ ζ eſt æqualis,& quòd ν ν Δ eſt æqualis ν θ ζ,α ν ν igitur,ipſi ν ν Δ eſt æqualis,& ſunt alterni, parallelus igitur eſt α β ipſi γ Δ:quod oſtendendum erat.



Euclides ex Camp. Propoſitio 31.

PūCto extra lineā dato,lineæ propoſitę æqdiſtātē ducere. 31

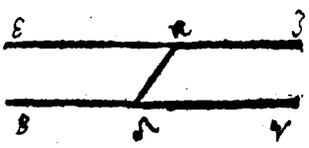
CAMPANVS. Punctus extra lineam datus intelligitur,cum linea utrinq; protracta,per ipſum non tranſit. Sit ergo punctus a,datus extra lineā b c,ab eodē puncto a, à quo oportet protrahere lineā æquidiſtātem ipſi b c, protraho lineam a d lineæ b c ſuperſtantē qualitercunq; cōtingat,& ſuper punctū a,qui eſt extremitas lineę a d,cōſtituo angulum e a d,per doctrinam 23 propoſitionis,ęqualem angulo b d a ſibi coalterno,eritq; a e æquidiſtans b c per 27 propoſitionem:quod eſt propoſitum.



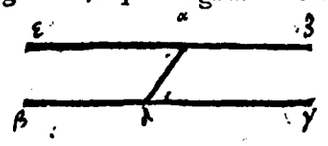
Euclid. ex Zamb. Problema 10. Propoſitio 31.

Per datū ſignum datæ rectæ lineæ parallelū rectam lineā ducere. 31

THEON ex Zamb. Sit quidem datum ſignum α, data uerò recta linea ſit β γ. Oportet iam per datum ſignum α ipſi β γ rectæ lineæ,parallelum rectam lineam ducere. Suſcipiatur in ipſa β γ, contingens



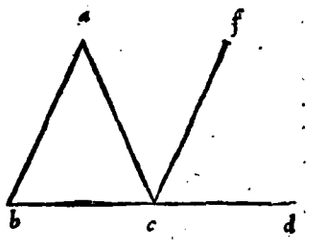
contingens ſignum, ſitq; illud δ, & connectatur (per 1 poſtulatum) α δ, & cõſtituatur (per 23 propoſitionem) ad datam rectam lineam α δ, ad datumq; in ea ſignum α, dato angulo α δ γ, æqualis angulus δ α ε, & producatur (per 14 propoſitionẽ) in rectum ipſius α ε, linea α ζ. Et quoniam in rectas lineas β γ & ε ζ, recta linea incidens α δ, alternos angulos ε α δ & α δ γ æquales adinuicem fecit, parallelus eſt igitur ε ζ ipſi β γ (per 27 propoſitionẽ.) Per datũ ergo ſignum α, datæ rectæ lineæ β γ parallelus recta linea ε α ζ ducta eſt: quod feciſſe oportuit.



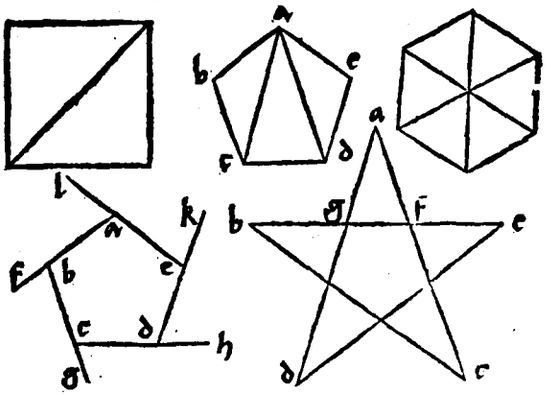
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 32.*

32 OMnis trianguli angulus extrinſecus, duobus intrinſecis ſibi oppoſitis eſt æqualis. Omnes autem tres angulos eius, duobus rectis angulis æquos eſſe neceſſe eſt.

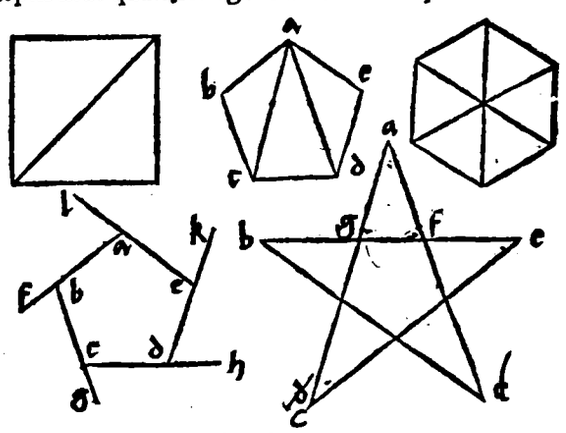
CAMPANVS. Sit trianglus a b c, cuius latus b c protrahatur uſq; ad d, dico quòd angulus c extrinſecus, eſt æqualis duobus angulis a & b intrinſecis ſibi oppoſitis ſimul iunctis: & quòd tres anguli trianguli a b c ſimul iuncti, ſunt æquales duobus rectis. A punctο c protraham c f æquidiſtantem a b, ſecundum doctrinam præcedentis, eritq; angulus f c a æqualis angulo a, quia ſunt coalterni per primam partem 29 propoſitionis, & angulus f c d extrinſecus, æqualis angulo b intrinſeco per ſecundam partem eiuſdem: quare totus a c d extrinſecus, eſt æqualis duobus angulis a & b intrinſecis ſibi oppoſitis, quod eſt primum. Et quia duo anguli a c b & a c d ſunt æquales duobus rectis per 13 propoſitionem, erunt tres anguli a, b, & c intrinſeci æquales duobus rectis, quod eſt ſecundum propoſitum.



CAMPANI additio. Ex hac autem patet, quòd omnes figuræ polygoniæ omnes anguli ſimul ſumpti tot rectis angulis ſunt æquales, quotus eſt numerus quo à prima deſtiterit, duplicatus. Verbi gratia, polygoniarum figurarum, eſt triangula prima: quia ſi eſſet duarũ linearum, cum figura ſit clauſio linearum, tunc duæ lineæ rectæ includerent ſuperficiem, quod eſt impoſsibile per ultimã petitionem. Quadrilatera, ſecunda: pentagona, tertia. Similiter autem quælibet rota erit in ordine, quotus erit numerus laterum aut angulorum eius, dempto binario. Dico ergo quòd triãgulæ (quæ eſt prima) omnes anguli ſunt æquales duobus rectis: quadrilateræ (quæ eſt ſecunda) erunt æquales quatuor rectis: & pentagonæ (quæ eſt tertia) erũt æquales ſex rectis. Hoc autẽ manifeſtũ eſt, quoniam cum quælibet talis figura ſit in tot triangulos reſolubilis, quota ipſa fuerit à prima, ductis rectis lineis, à quouis angulorum eius ad omnes angulos oppoſitos, ſintq; omnes anguli omnis trianguli duobus rectis æquales, erunt omnis lateratæ figuræ omnes anguli bis tot rectis æquales, quota ipſa fuerit à prima, quod eſt propoſitum. Sit enim exempli gratia pentagonus a b c d e, à cuius angulo a, ducam lineas ad angulos c d, ipſi oppoſitos, erit totus pentagonus reſolutus in tres triangulos a b c, a c d, & a d e: quorũ cum cuiuslibet ſint anguli æquales duobus rectis, erunt pentagoni anguli æquales ſex rectis, quod eſt duplum eius numeri quo à prima diſtat, ſiue duplum numeri angulorum aut laterum eius, inde dẽpto binario. Poſſumus quoq; & ſic idem proponere, dicentes quòd omnis figuræ polygoniæ omnes anguli pariter accepti ſunt tot rectis angulis æquales, quantus eſt numerus quem eius anguli duplicãt, inde dẽptis quatuor: pũcto enim quouis intra figurã ſignato, & ab eo ad ſingulos angulos lineis ductis, erit ipſa figura in tot triãgulos reſoluta quoti fuerint eius anguli: ideoq; omnes anguli omnium illorũ triangulorum pariter accepti, tot rectis angulis erunt æquales, quãtus eſt numerus quem duplicant anguli propoſitæ figuræ. Cum itaq; ſint omnes anguli triangulorum, in quos ipſa reſoluta eſt, punctum mediũ circunſtantes, quatuor rectis æquales per 13 propoſitionem, manifeſtum conſtat propoſitum. Similiter quoq; patet, quòd omnis figuræ polygoniæ



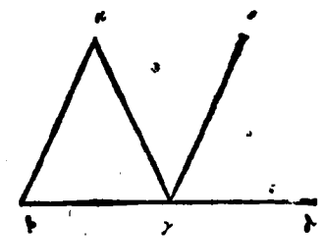
anguli omnes extrinſeci, quatuor rectis angulis ſunt ęquales: ſunt enim intrinſeci & extrinſeci bis tot rectis ęquales, quot habuerit angulos, per 13 propoſitionem. Intrinſeci autem ſunt bis tot rectis æquales, quot habuerit angulos, dęptis inde quatuor: ergo extrinſeci ſunt quatuor rectis æquales: quod eſt propoſitum. Exempli gratia, propoſiti pentagoni latera protrahantur, ut fiant anguli extrinſeci, a b quidem protrahatur uſq; ad f, b c uſq; ad g, c d uſq; ad h, d e uſq; ad k, e a uſq; ad l: eruntq; per 13 propoſitionem duo anguli, a intrinſecus & a extrinſecus, æquales duobus rectis: eadem autem ratione, duo anguli b intrinſecus & b extrinſecus: ſic & cæteri: quare a, b, c, d, e, anguli intrinſeci & extrinſeci decem rectis ęquantur. demptis igitur intrinſecis qui ſunt æquales ſex rectis, erunt extrinſeci, uidelicet b a l, c b f, d c g, e d h, & a e k, æquales quatuor rectis. Patet etiam, quòd omnis pęntagonus, cuius unumquodq; latus duo ſecat, ex reliquis habet quinq; angulos duobus rectis æquales. Sit qualis proponitur pentagonus a b c d e, & ſecet latus a c, latus b e in puncto g, & latus a d idem latus b e in puncto f, erit angulus a f g ęqualis duobus angulis b & d, cum ſit extrinſecus ad ipſos in triangulo f d b. Itemq; angulus f g a erit æqualis duobus angulis c & e, cum ſit extrinſecus ad ipſos in triangulo g c e, ſed duo anguli a f g & f g a cum angulo a, ſunt æquales duobus rectis: ergo quatuor anguli b d & c e, ſunt cum angulo a ęquales duobus rectis, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. **Theorema 22.** **Propoſitio 32.**

Omnis trianguli uno latere producto, exterior angulus binis interioribus ex oppoſito eſt æqualis. Et trianguli tres interiores anguli, binis ſunt rectis æquales. 32

THEON *ex Zamb.* *Sit triangulum α β γ, & producatur unum illius latus (ſitq; β γ) uſq; in δ. Dico quòd exterior angulus α γ δ ipſis γ α β & α β γ duobus interioribus ex oppoſito, eſt æqualis, & trianguli tres anguli interiores, hoc eſt α β γ, β γ α, & γ α β, duobus rectis ſunt æquales. Excitetur enim (per præcedentem) per ſignum γ, ipſi α β rectæ lineæ parallelus γ ε. Et quoniam parallelus eſt α β ipſi γ ε, & in ipſas incidit lineas α γ, alterni anguli β α γ & α γ ε, æquales ſunt ad inuicem. Rurſus quoniam parallelus eſt α β ipſi γ ε, & in eas incidit recta linea β δ, exterior angulus ε γ δ (per 27, 28, 29 propoſitiones) æqualis eſt angulo α β γ interiori & oppoſito: patuit autem, quòd α γ ε ipſi β α γ eſt æqualis. Totus igitur exterior angulus α γ δ, æqualis eſt duobus interioribus & oppoſitis, hoc eſt ipſis β α γ & α β γ. Communis ponatur, α γ β angulus: igitur α γ δ & α γ β, tribus angulis α β γ, β γ α & β α γ, ſunt æquales. Sed α γ δ & α γ β, duobus rectis (per 13 propoſitionem) ſunt æquales, anguli α γ β & γ α β & γ β α igitur duobus rectis ſunt æquales. Omnis igitur trianguli & quæ ſequuntur reliqua, ut in theoremate, quod oportuit oſtendere.*



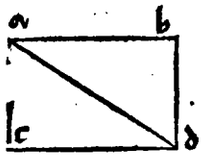
Euclid. ex Camp. **Propoſitio 33.**



Si in ſummitatibus duarum linearum æquidiſtantium & æqualis quantitatis, aliæ duæ lineæ coniungantur, ipſæ quoque æquales & æquidiſtantes erunt. 33

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, æquales & æquidiſtantes, quarum extremitates coniungam per lineas a c & b d. Quas dico eſſe æquales & æquidiſtantes: protraham enim lineam a d. Et quia lineæ a b & c d ſunt æquidiſtantes, erit angulus b a d ęqualis angulo a d c, per primam partem uiceſimęnonę propoſitionis. Quare erunt duo latera a b & a d trianguli a b d, æqualia duobus lateribus d c & d a trianguli d c a, & angulus a primi, æqualis angulo d ſecundi: ergo per quartam propoſitionem baſis b d primi, eſt æqualis baſi a c ſecundi, & anguli a d b primi, ęqualis angulo

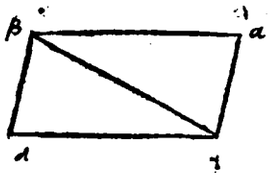
gulo d a c ſecundi. At quia ipſi anguli a d b & d a c ſunt coalterni, erunt lineæ b d & a c æquidiſtantes, per uiceſimamſeptimam. Et quia prius probatum eſt ipſas eſſe ęquales, patet propoſitum utrunque.



Euclid. ex Zamb. Theorema 23. Propoſitio 33.

33 Æquos & parallelos ad eaſdem partes, rectæ lineæ coniungentes, & ipſæ æquales & parallelæ ſunt.

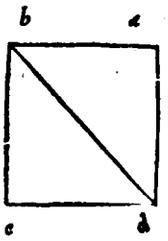
THEON ex Zamb. *Sint æquales rectæ lineæ & paralleli, α β & γ δ, & ipſas cõiungãt ad eaſdem partes, rectæ lineæ α γ & β δ, dico quòd α γ & β δ, æquales & paralleli ſunt. Connectatur enim (per primum poſtulatum) β γ. Quoniam parallelus eſt α β ipſi γ δ, & in eas incidit β γ, alterni anguli α β γ & β γ δ ad inuicem ſunt æquales, (per uiceſimam nonam propoſitionem. Et quoniam æqualis eſt α β ipſi γ δ, communis autem β γ, duæ igitur α β & β γ, duabus β γ & γ δ ſunt æquales, & angulus α β γ, angulo β γ δ eſt æqualis. Baſis igitur β δ (per quartam propoſitionem) baſi α γ eſt æqualis, & triangulum α β γ, triangulo ei quod ſub β γ δ, æquum eſt, & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales alter alteri, ſub quib. æqualia latera ſubtenduntur. Angulus igitur α γ β, æqualis eſt ei qui ſub γ β δ: & angulus β α γ, ei qui ſub β δ γ. Et quoniam in duas rectas lineas α γ & β δ, recta linea incidit β γ, alternos angulos, hoc eſt α γ β & γ β δ æquales ad inuicem efficiens: parallelus igitur eſt α γ ipſi β δ, (per uiceſimamſeptimam propoſitionem. Oſtenſum autem eſt, quòd & ei æqualis eſt. Æquales igitur & parallelos ad eaſdem partes coniungentes lineæ rectæ, & ipſæ æquales & paralleli ſunt, quod oportuit demonſtraſſe.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 34.

34 OMnis ſuperficies æquidiſtantibus contẽta lateribus, lineas atque angulos ex aduerſo collocatos habet æquales, diametro diuidente eam per medium.

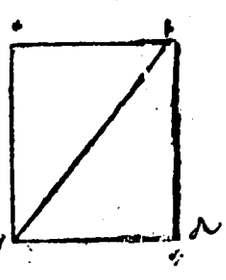
CAMPANVS. Sit ſuperficies a b c d ęquidiſtantium laterum, ita quòd linea a b æquidiſtet c d, & a c ipſi b d. Dico duas lineas a b & c d, item duas lineas a c & b d eſſe æquales: ſimiliter dico angulum a eſſe ęqualem angulo d, & angulum b angulo c. Protraham diametrum a d, quæ etiam diuidet ſuperficiem illam per medium. Cum a b & c d ſint æquidiſtantes, erunt anguli b a d & c d a, qui ſunt coalterni, æquales per uiceſimamnonam. At quia etiam a c & d b ſunt æquidiſtantes, erunt anguli c a d & d b a, qui ſunt coalterni æquales, per eandem. Intelligo enim duos triangulos a d b & d a c: & quia duo anguli a & d trianguli a d b, ſunt æquales duobus angulis d & a a trianguli d a c, & latus a d ſuper quod iacent illi anguli in utroque triangulo eſt commune, erit per uiceſimamſextam propoſitionem latus a b æquale lateri c d, & latus a c lateri b d, & angulus b angulo c. Et quia angulum a totalem patet eſſe æqualem angulo d totali, per ſecundam communem animi conceptionem, totum propoſitum cum correlario liquet.



Euclid. ex Zamb. Theorema 24. Propoſitio 34.

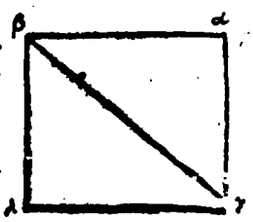
34 Parallelogrammorum * locorum latera quæ ex oppoſito, & anguli, æqualia ſunt ad inuicem, & dimetiens ea bifariam ſecat. * χωρίου.

THEON ex Zamberto. *Sit parallelogrammus locus α γ δ β, dimetiensq; illius β γ eſto. Dico quòd parallelogrammi α γ δ β latera & anguli ex oppoſito, ad inuicem ſunt æqualia, & illud β δ dimetiens bifariam ſecat. Quoniam enim parallelus eſt α β ipſi γ δ, & in eas incidit recta linea β γ (per 29 propoſitionem) alterni anguli α β γ & β γ δ, ſunt adinuicem æquales. Rurſus quoniam parallelus eſt α γ ipſi β δ, & in eas incidit recta linea β γ, anguli alterni, hoc eſt α γ β & γ β δ æquales ſunt ad inuicem. Bina igitur triangula ſunt α β γ & β γ δ, duos angulos qui ſub α β γ & α γ β, duobus angulis β δ γ et γ β δ æquales habentia alterum alteri & unum latus uni lateri æquale ad angulos æquos, & commune eorum β γ, & reliqua latera: igitur (per 26 propoſitionem) reliquis lateribus æqualia erunt alte-*



c 9 rum

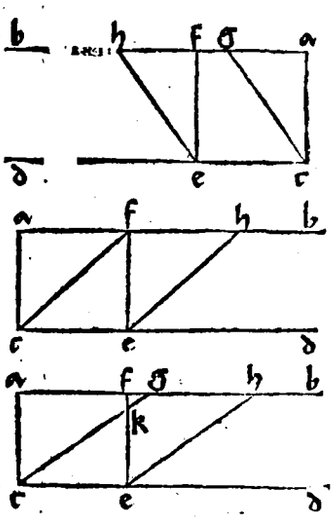
rum alteri, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis: latus igitur α β est æquale lateri γ δ, & α γ ipsi β δ, & angulus β α γ angulo δ γ α est æqualis. Et quoniam angulus α β γ æqualis est angulo β γ δ, & angulus γ β δ ei qui sub α γ δ: totus igitur angulus α β δ, toti angulo α γ δ (per 2 communem sententiam) est æqualis. Ostensum est autem, quòd angulus δ α γ χωρίων *angulo γ δ β est æqualis. Parallelogrammorũ igitur * locorũ anguli & latera ex opposito, adinuicem sunt æqualia. Dico etiam, quòd dimetiens ea bifariam secat. Quoniam enim α β æquum est ipsi γ δ, & β γ communis est, duæ igitur α β & β γ, duabus β γ & γ δ sunt altera alteri æquales: & angulus α β γ angulo β γ δ est æqualis: basis igitur α γ (per 4 propositionem) basi β δ est æqualis, & triangulum α β γ triangulo β γ δ est æquale. Dimetiens igitur β γ, bifariam secat parallelogrammum α β γ δ: quod erat ostendendum.*



Euclid. ex Camp. Propositio 35.

OMnes superficies æqdistãtiũ laterũ super unã basin atq; in eisdẽ alternis lineis constitutę, æquales esse probãtur. 35

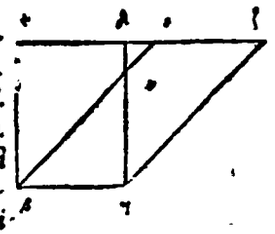
CAMPANVS. Sint duæ lineę a b & c d equidistantes, inter quas fiat a c f e superficies æquidistãtiũ laterũ super basim c e, & super eandẽ basim, & inter easdem lineas fiat alia superficies g c h e, similiter æquidistãtium laterũ: dico duas prædictas superficies, esse æquales. Quod sic probatur. Aut enim linea c g secabit lineã a b in aliquo puncto lineæ a f, aut in puncto f, aut in aliquo puncto lineæ b f. Secet ergo primo in aliquo puncto lineæ a f, ut in prima figuratione apparet. Et quia utraq; duarũ linearum a f & g h est æqualis lineæ c e per præcedentem, una earum erit æqualis alteri: dempta ergo linea f g communi, remanebit a g æqualis f h. Et quia per præcedentem iterum est a c æqualis f e, & angulus h f e angulo g a c per secundam partem 29, uidelicet extrinsecus intrinseco, erit per 4, triangulus a c g æqualis triangulo f e h. Ergo irregulari figura quadrilatera, quæ est g c f e, addita utriq;, erit superficies a c f e æqualis superficiei g c h e, quod est propositũ. Secet secundo modo linea c g lineam a b in puncto f, ut in secunda figuratione apparet, eruntq; simili argumentatione priori, duo trianguli a c f & f c h, æquales: quare utrobique addito triangulo f c e, patet propositum. Secet tertio modo linea c g lineam a b inter duo puncta f, b, ut in tertia figuratione apparet, secabitq; lineam f e, sit ut in puncto k, & quia simili argumentatione priori, linea a f est æqualis lineæ g h, facta communi linea g f, erit g h æqualis f h, & triangulus a g c, æqualis triangulo f e h. Addito ergo utrique triangulo c k e, & detracto ab utroq; triãgulo f k g, erit superficies a c f e æqualis superficiei g c h e, quod est oppositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 35.

Parallelogramma in eadem basi & in eisdem parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia. 35

THEON ex Zamb. *Sint parallelogramma α β γ δ & ε β γ ζ, in eadem basi existentia, hoc est β γ, & in eisdem parallelis, hoc est, α ζ & β γ. Dico quòd parallelogrammum α β γ δ, æquale est parallelogrammo ε β γ ζ. Quoniã enim parallelogrammũ est α β γ δ, æqualis est α δ ipsi δ γ (per 34 propositionẽ,) & id propterea etiã ε ζ ipsi δ γ est æqualis: quare & α δ ipsi ε ζ est æqualis, et communis δ ε: tota igitur α ε, toti δ ζ est æqualis. At α β ipsi δ γ est æqualis, duæ igitur ε α & α β, duabus ζ δ & δ γ sunt altera alteri æquales, & angulus ζ δ γ, angulo ε α δ est æqualis, exterior interiori. Basis igitur ε β, (per quartam propositionem) basi ζ γ est æqualis, & triangulum ε α β, triangulo ζ δ γ est æquale. Cõmune auferatur triangulũ δ η ε, reliquum igitur trapezium α β η δ trapezio ε η γ ζ est æquale. Cõmune autem ponatur triangulum α β γ: totum igitur parallelogrammum α β γ δ, toti parallelogrammo ε β γ ζ est æquale. Parallelogramma igitur & quæ sequuntur reliqua, quod ostendere oportuit.*

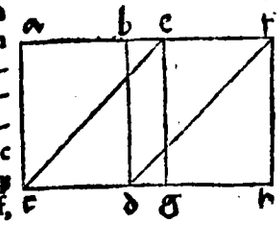


Euclid. ex Camp. Propositio 36.

Mnia parallelogramma in basibus æqualibus atq; in eisdem lineis constituta, æqualia esse necesse est. 36

CAM-

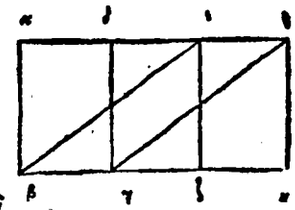
CAMP. Parallelogrammum, dicitur ſuperficies æquidiſtantium laterum. Sint duæ ſuperficies a b c d & e f g h, æquidiſtantiũ laterum conſtitutæ inter duas lineas æquidiſtantes quæ ſunt a f & c h, & ſuper æquales baſes quę ſunt c d & g h, dico eas eſſe ęquales: nam protraham duas lineas c e & d f, eritq; per 33, ſuperficies c d e f, æquidiſtantium laterum, propter hoc quod e f eſt æqualis & æquidiſtans c d: nam utraq; earum eſt æqualis g h. Quia ergo per pręmiſſam utraq; duarum ſuperficierum a b c d & e f g h eſt æqualis ſuperficiei c d e f, ipſæ erunt ſibi inuicem æquales, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 26. Propoſitio 36.

88 Parallelogramma in æqualibus baſibus & in eiſdẽ parallelis exiſtentia, adinuicem ſunt æqualia.

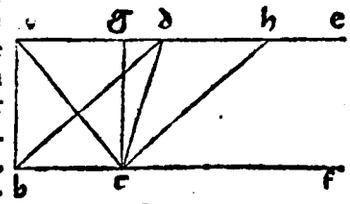
THEON ex Zamb. *Sint parallelogramma α β γ δ & ε ζ η θ, in æqualibus baſibus conſtituta, hoc eſt β γ & ζ η, & in eiſdem parallelis, hoc eſt α θ & β η. Dico quòd parallelogrammum α β γ δ eſt æquale parallelogrammo ε ζ η θ. Connectantur enim β ε & γ θ. Quoniam æqualis eſt β γ ipſi ζ η, ſed ζ η æqualis eſt ipſi ε θ, & β γ igitur ipſi ε θ eſt æqualis: ſunt autem paralleli, & coniungunt eas β ε & γ θ: æquales autem & ſi parallelos, coniungentes lineæ, æquales & paralleli ſunt (per 33 propoſitionem.) Igitur ε β & γ θ æquales & paralleli ſunt. Parallelogrammum igitur eſt ε β γ θ, & eſt æquale Parallelogrammo α β γ δ: baſin enim eandem habet, hoc eſt β γ, & in eiſdem eſt parallelis, hoc eſt ϛ γ & ε θ: ac per hoc etiam ε ζ η θ, ipſi ε β γ θ eſt æquale. Quare parallelogrammum α β γ δ parallelogrammo ε ζ η θ eſt æquale. Parallelogramma igitur & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 37.

37 Æquales ſunt ſibi cuncti trianguli, qui ſuper eandem baſin, atq; inter duas lineas æquidiſtantes ſunt conſtituti.

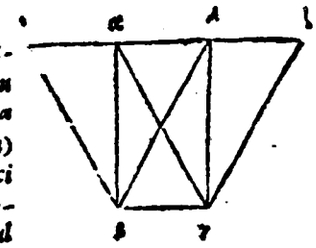
CAMP. Sint duo trianguli a b c & d b c, conſtituti ſuper baſin b c, inter duas lineas a e & b f, quę ſint æquidiſtãtes, dico eos eſſe ęquales. Protrahã enim c g ęquidiſtantẽ a b, & c h æquidiſtantẽ d b per 31, erũtq; duę ſuperficies a b c g & d b c h ęquales per 35. Et quia dicti triãguli ſunt earum dimidia per corellariũ 34. propoſitionis, ipſi erũt æquales per cõmunẽ ſcientiã quę eſt, quorum tota ſunt æqualia & dimidia, ficq; patet propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 27. Propoſitio 37.

37 Triangula in eadem baſi & in eiſdem parallelis conſtituta, adinuicem ſunt æqualia.

THEON ex Zamb. *Sint triangula α β γ & δ ϛ γ, in eadem baſi β γ, & in eiſdem parallelis α δ & ϛ γ conſtituta. Dico quòd triangulum α β γ, eſt æquale triangulo δ ϛ γ. Producatur (per 2 poſtulatum) α δ ex utraq; parte, in ε & ζ, & per ϛ, ipſi γ α (per 31 propoſitionem) excitetur parallelus ϛ ε, & per γ, ipſi ϛ δ (per eandem) parallelus excitetur η ζ. Parallelogramma igitur ſunt ε ϛ γ α & δ ϛ γ ζ, & parallelogrammum ε β γ α, (per 35 propoſitionem) æquale eſt ipſi δ β γ ζ parallelogrammo: in eadem enim ſunt baſi ϛ γ, & in eiſdem parallelis ϛ γ & ζ. At parallelogrammi ε β γ α, triãgulum α ϛ γ, dimidium eſt (per 34 propoſitionem) nam α ϛ dimetiens, illud biſariàm ſecat, parallelogrammi uerò δ β γ ζ (per eandem) triangulum δ ϛ γ dimidium eſt. nam β γ dimetiens illud biſariàm ſecat: at quæ æqualium ſunt dimidium, adinuicem ſunt æqualia (per ſeptimam communem ſententiam) triangulum igitur α ϛ γ, triangulo δ β γ eſt æquale. Triangula igitur & quæ ſequuntur reliqua, ut in theoremate: quod erat oſtendendum.*

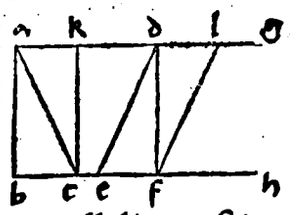


Euclid. ex Camp. Propoſitio 38.

Si duo trianguli ſuper baſes æquales atq; inter duas lineas æquidiſtantes ceciderint, æquales eos eſſe neceſſe eſt.

CAMP. Sint duo trianguli a b c & d e f, conſtituti ſuper baſes b c & e f æquales, & inter lineas

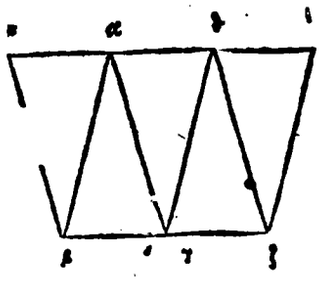
a g & b h æquidiſtantes, dico eos eſſe æquales. Protraham enim c k æquidiſtantem a b, & f l æquidiſtantem e d, eruntq; duæ ſuperficies a b c k & d e f æquales (per 36) & quia dicti trianguli ſunt earũ dimidia per correlarium 34 propoſitionis, ipſi erunt æquales per antedictam communem ſententiam.



Euclid. ex Zamb. Theorema 28 Propoſitio 38.

Triangula in æqualibus baſibus & in eiſdem parallelis conſtituta, adinuicem ſunt æqualia. 38

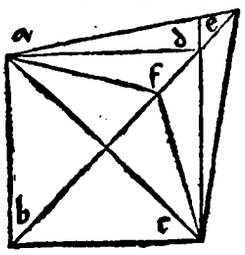
THEON ex Zamb. *Sint triangula α β γ & δ ε ζ, in æqualibus baſibus conſtituta, hoc eſt β γ & ε ζ, & in eiſdem parallelis, hoc eſt β ζ & α δ. Dico quòd triangulum α β γ, æquũ eſt triangulo δ ε ζ. Producatur enim (per ſecundum poſtulatum) α δ, ex utraq; parte in η θ, & per β, ipſi γ α (per 31 propoſitionem) parallelus excitetur β η, & per ζ, ipſi δ ε parallelus excitetur ζ θ (per eandẽ) Parallelogrammum igitur eſt, & η β γ α & δ ε ζ θ. At parallelogrammum η β γ α (per 36) æquum eſt ipſi δ ε ζ θ parallelogrammo, in æqualibus enim ſunt baſibus, hoc eſt β γ & ε ζ, & in eiſdem parallelis, hoc eſt β ζ & η θ. At parallelogrammi η β γ α (per 34 propoſitionem) triangulum α β γ, medietas eſt, α β enim dimetiens, illud bifariàm ſecat: & triangulum δ ε ζ, parallelogrammi δ ε ζ θ medietas eſt (per eandem), nam dimetiẽs ζ δ, illud ſecat bifariàm. Aequaliũ uerò ea quæ ſunt dimidium, ſibi inuicem ſunt æqualia, (per 7 communem ſententiam). Triangulum igitur α β γ, triangulo δ ε ζ eſt æquale. Triangula igitur in æqualibus baſibus & in eiſdem parallelis conſtituta, ſibi inuicem ſunt æqualia. quod oportuit demonſtraſſe*



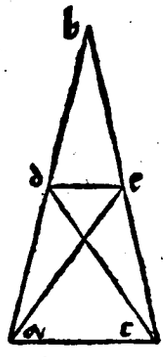
Euclid. ex Camp. Propoſitio 39.

Mnes duo trianguli æquales, ſi in eandem baſin & ex eadẽ parte ceciderint, inter duas lineas æquidiſtãtes erũt. 39

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d b c, conſtituti ſuper baſin b c ex una eademq; parte, ſintq; æquales: dico eos eſſe inter lineas æquidiſtãtes. Et hęc eſt cõuerſa 37. A' puncto a, protraham lineam æquidiſtantẽ lineę b c, quæ ſi pertranſierit per punctum d, liquet propoſitum. Sin autem, pertrãſibit ſupra aut infra. Tranſeat primò ſuprà, & ſit a e, producam b d, uſq; quo ſecet lineam a e in puncto e, & protraham lineam e c. Et quia triangulus e b c eſt æqualis triangulo a b c (per 37) & triangulus d b c poſitus eſt æqualis triangulo a b c, erit triangulus d b c æqualis triangulo e b c, pars toti, quod eſt impoſsibile. Non igitur pertrãſibit linea quę à puncto a ducitur æquidiſtanter b c, ſupra d. Trãſeat ergo infrà, & ſit a f, ſecans lineã d b in puncto f. Protraham ergo lineam f c, & quia per 37 triangulus f b c eſt æqualis triangulo a b c, ipſe etiam erit æqualis triangulo d b c, pars toti, quod eſt impoſsibile. Quia ergo à puncto a, æquidiſtans b c non tranſit niſi per punctum d, patet propoſitum.



CAMPANI additio. Ex hac autem & prœmiſſa, nota quòd ſi aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera per æqua ſecet uel ſecuerit, ipſa erit tertio æquidiſtãs, quod ſic probatur. Sit triangulus a b c, cuius duo latera quę ſunt a b & b c, ſecet linea d e per æqualia, a b quidem in puncto d, & b c in puncto e, dico quòd linea d e eſt æquidiſtans a c. Protraham enim in quadrilatero a c e d, diametros a e & d c. Ductaq; per 31 à puncto e ipſi a b æquidiſtante, erit per 38 triangulus a e d æqualis triangulo d e b, propter id quòd linea a d baſis trianguli a e d poſita eſt æqualis lineę d b baſi trianguli d e b. Rurſus quia ducta à puncto d per 31 ipſi b c æquidiſtante, per eandem triangulus c e d erit æqualis eidem triangulo d e b, propter id quòd linea c e poſita eſt æqualis lineæ e b, triangulus a e d eſt æqualis triangulo c e d. Quia ergo ipſi ſunt conſtituti ſuper eandem baſin, uidelicet lineam e d, & ex eadem parte, ipſi erunt per hanc 39 inter lineas æquidiſtantes: ergo linea d e, eſt æquidiſtans lineę a c. Quod quidem propoſitum ad quintam quarti tibi ualebit.

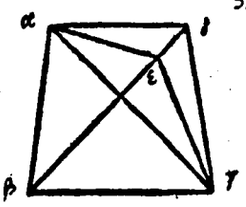


Euclid. ex Zamb. Theorema 29. Propoſitio 39.

Triangula æqualia in eadem baſi & ad eaſdem partes conſtituta, in eiſdem ſunt parallelis. 39

æqualia

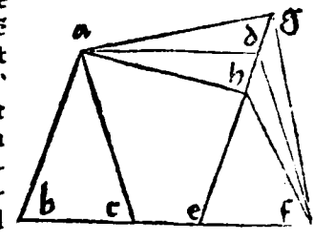
THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ & Δ γ ϛ, cõſtituta in eadẽ baſi β γ, & ad eaſdem partes, dico quòd & in eiſdem ſunt parallelis. Connectatur α Δ. Dico quòd α Δ ipſi ϛ γ eſt parallelus. Si autem nõ, excitetur (per 31 propoſitionem) per α ſignum, ipſi β γ rectæ lineæ parallelus α ε, & cõnectatur ε γ. Triangulum igitur ε β γ (per 37 propoſitionem) æquale eſt triangulo α β γ: in eadem enim ſunt baſi ϛ γ in eiſdemq; parallelis α ε & β γ. At triangulum igitur Δ β γ, ipſi triangulo α β γ eſt æquale per hypotheſin. Triãgulum igitur Δ β γ, triangulo ε β γ eſt æquale, maius uidelicet minori, quod eſt impoßibile: parallelus igitur minimè eſt α ε ipſi β γ. Similiterq; oſtendemus, quòd nulla alia præter α Δ: parallelus igitur eſt α Δ ipſi β γ. Triangula igitur æqualia, & quæ ſequuntur reliqua, quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 40.*

40 SI duo trianguli æquales ſuper æquales baſes unius eiuſdemq; lineæ ex eadem parte fuerint conſtituti, eos inter duas lineas æquidiſtantes neceſſe eſt contineri.

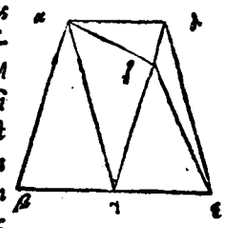
CAMPANVS. Sint duo triãguli a b c, d e f æquales conſtituti ſuper duas baſes, quæ ſunt b c & e f, ex eadẽ parte: dico eos eſſe inter duas lineas æquidiſtantes, & hæc eſt conuerſa 38 Et probatur per ipſam, ſicut præcedens per 37. A punctο a, ducatur linea æquidiſtans lineæ b f, quæ ſi tranſierit per punctum d, patet propoſitum: ſin autem, pertranſeat ſupra ut a g, & producatur e d uſq; ad ipſum g, ut ſit e g, & ducatur linea g f. Erit per 38 triangulus a b c, æqualis triangulo g e f, quare & triangulus d e f erit æqualis triangulo g e f, pars toti, quod eſt impoſsibile: non ergo tranſibit ſupra. Tranſeat ergo infra, ſecetq; lineam d e in punctο h, & ducatur linea f h, erit per 38 triangulus h e f, æqualis triangulo a b c, quare & triangulo d e f, pars toti, quod eſt impoſsibile. Quia ergo non tranſibit, niſi per punctum d, patet propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 30.* *Propoſitio 40.*

40 Triangula æqualia in æqualibus baſibus exiſtentia, & ad eaſdem partes conſtituta, in eiſdem ſunt parallelis.

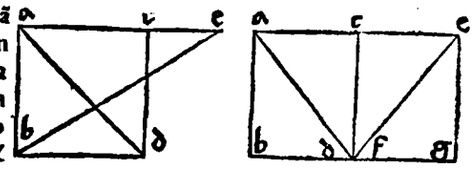
THEON ex Zamberto. *Sint triangula æqualia α β γ & γ Δ ε, in æqualibus baſibus conſtituta, hoc eſt β γ & γ ε, & ad eaſdem partes α. Dico quòd & in eiſdem ſunt parallelis. Connectatur (per primum poſtulatum) α Δ. Dico quòd α Δ ipſi β ε eſt parallelus. Si autem non, excitetur (per 31 propoſitionem) per α ipſi β ε parallelus α ζ, & connectatur ζ ε. Triangulum igitur α β γ, triangulo γ ζ ε eſt æquale (per 38) in æqualibus enim ſunt baſibus conſtituta β γ & γ ε, & in eiſdem parallelis β ε & α ζ, ſed triangulum α β γ, triangulo Δ γ ε eſt æquale. Triangulum igitur Δ γ ε, æquum eſt triangulo ζ γ ε, maius minori, quod eſt impoßibile: parallelus igitur minimè eſt α ζ ipſi β ε. Similiterq; oſtendemus quòd nulla præter α Δ. Parallelus igitur eſt α Δ ipſi β ε, quod oſtendere oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 41.*

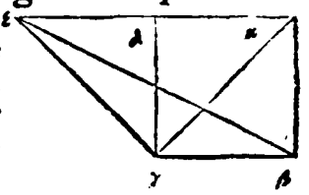
41 IN parallelogrammum triangulusq; in eadem baſi atque in eiſdem alternis lineis fuerint conſtituta, parallelogrammum triangulo duplum eſſe conueniet.

CAMPANVS. Sit parallelogrãmũ a b c d, & triãgulus e b d ſuper baſin b d, & inter lineas a e & b d, quę ſint ęquidiſtãtes. Dico parallelogrammũ, duplũ eſſe triãgulo. Protrahã in parallelogrãmo diametrũ a d, erit triãgulus a b d, dimidiũ parallelogrammi per corellariũ 34, & quia triãgulus e b d eſt ęqualis triãgulo a b d per 37, patet triangulũ e b d, eſſe dimidiũ parallelogrãmi a b c d, quod eſt propoſitũ. Similiter quoq; poteſt probari, quòd ſi parallelogrammũ triangulusq; in æqualibus baſibus atq; inter lineas æquidiſtãtes fuerint cõſtituta, parallelogrammũ duplũ erit triãgulo. Quod ideo nõ poſuit Euclides,



des, quia leuiter patet ex hac præcedente corollarium, & 38, diuiſo parallelogrammo per diametrum in duos triangulos, uel ſuper baſin parallelogrammi inter eaſdē lineas æquè diſtantes triangulo cōſtituto, ad quē duplum erit parallelogrammum per hāc præcedentē, & ipſe æqualis alteri dato triangulo, per 38. *Euclid. ex Zamb.* *Theorema* 31. *Propoſitio* 41.

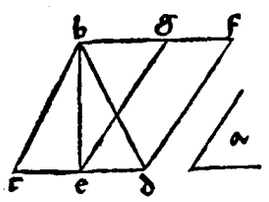
Si parallelogrammum & triangulum eandem baſin habuerint, in eiſdemq; fuerint parallelis, trianguli parallelogramū duplum erit. 41



THEON *ex Zamb.* *Parallelogrammum enim α β γ δ, & triangulum ε β γ, eandem habeant baſin β γ, in eiſdemq; ſint parallelis β γ & α ε. Dico quòd parallelogrammum α β γ δ, trianguli β ε γ duplum eſt. Connectatur enim (per* 1 *poſtulatum) α γ. Triangulū igitur α β γ (per* 37) *æquale eſt triangulo ε β γ: in eadem ſunt baſi β γ, & in eiſdem parallelis β γ & α ε. Sed parallelogrammum α β γ δ, duplū eſt ipſius trianguli α β γ (per* 34 *propoſitionem) etenim dimetiens α, γ illud biſariàm ſecat. Quare parallelogrammum α β γ δ, ipſius trianguli ε β γ duplum eſt. Si parallelogrammum, & triangulum igitur, & quod ſequitur reliquum, quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 42.

Equidiſtantium laterum ſuperficiem deſignare, cuius angulus ſit angulo aſsignato æqualis, ipſa uerò ſuperficies triangulo aſsignato æqualis. 42

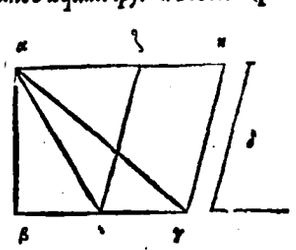


CAMPANVS. Sit aſsignatus angulus a, & aſsignatus triangulus b c d, uolo deſcribere ſuperficiem æquidiſtantium laterum æqualem triangulo b c d, cuius uterq; duorum angulorum ex aduerſo poſitorum ſit æqualis a. Diuido baſin c d per dimidium in puncto e, & protraho lineam b e, & à puncto b duco b f æquidiſtantem c d, eritq; (per 38) triangulus b e d æqualis triangulo b e c, quare triangulus b e d, eſt dimidium totalis trianguli b c d. Igitur ſuper punctum e lineæ d e, conſtituo (per 23) angulum d e g æqualem angulo a, & perficio parallelogrammum g e d f, quod etiam quia per præcedentem eſt duplum ad triangulum b e d, erit etiam æquale triangulo b c d, per hanc communem ſcientiam, quorum dimidia ſunt æqualia, ipſa quoq; ſunt æqualia: eſt enim triangulus b e d, utriuſq; dimidium. Quare deſcripſimus parallelogrammum g e d f æquale triangulo b c d, cuius uterq; duorum angulorum g e d & d f g ex aduerſo poſitorum eſt æqualis angulo a, quod fuit propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema* 11. *Propoſitio* 42.

Dato triangulo, æquale parallelogrammum conſtituere, in dato angulo rectilineo. 42

THEON *ex Zamb.* *Sit datum triangulum α β γ, datus uerò angulus rectilineus ſit δ, oportet iam ipſi triangulo α β γ æquale parallelogrammum cōſtruere in angulo rectilineo æquali ipſi δ. Secetur (per* 10 *propoſitionem) linea β γ biſariàm, in ſigno ε, & connectatur (per* 1 *poſtulatum) α ε. Conſtituaturq; (per* 23 *propoſitionem) ad datā rectam lineam ε γ, ad datumq; in ea ſignum ε, ipſi angulo δ, æqualis angulus γ ε ζ. Et (per* 31 *propoſitionem) per α, ipſi ε γ excitetur parallelus α κ & (per eandem) per γ ipſi ε ζ, parallelus excitetur γ κ: parallelogrammū igitur eſt ζ ε γ κ. Et quoniam æqualis eſt β ε ipſi ε γ, triangulum α β ε (per* 38) *triangulo α ε γ eſt æquale: in æqualibus enim ſunt baſibus β ε & ε γ, & in eiſdem parallelis β γ & α κ. Duplum igitur eſt triangulum α β γ, trianguli α ε γ: baſin enim eandē habet, in eiſdemq; parallelis eſt: parallelogrammum igitur ζ ε γ κ æquum eſt ipſi triangulo α β γ, & habet angulum γ ε ζ æqualem dato angulo δ. Dato igitur triangulo α β γ, æquale conſtitutum eſt parallelogrammum ζ ε γ κ, in angulo γ ε ζ qui æqualis ipſi δ, quod feciſſe oportuit.*



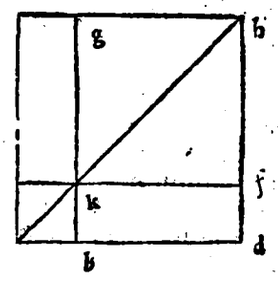
Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 43.

Omnis parallelogrāmi ſpacij, eorū quæ circa diametrū ſunt parallelogrāmorū ſupplemēta, æqua ſibi inuicē eſſe neceſſe eſt. 43

CAMPANVS. Sit parallelogrammum a b c d, in quo protraham diametrum b c, & protraham e f æquidiſtantē utriq; duorum laterum a b & c d, quę ſecet diametrum in puncto k, à quo ducam k g æquidiſtantem utriq; duorū laterum a c & b d, & producā eam quouſq;

ſecet

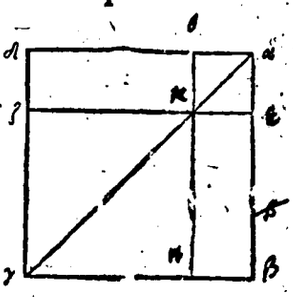
a b & c d, ſitq; tota g k h. Erit totum parallelogrammum a b c d diuiſum in quatuor parallelogramma, quorum duo, ſcilicet e c k h & g k b f dicuntur cõſiſtere circa c b, eo quòd diameter tranſit per medium eorum, & ideo ſunt circa diametrum: reliqua duo, ſcilicet, a e g k & k h f d, dicuntur ſupplementa. Hæc duo ſupplementa dicuntur eſſe æqualia: ſunt enim duo trianguli a b c & d c b, æquales per correl. 34 propoſitionis: ſimiliter quoq; duo trianguli g k b & f k b, ſunt æquales per idem correlarium: at duo trianguli c e k & k h c, ſimiliter ſunt æquales per idem correlarium. Demptis igitur duobus triãgulis b f k & k c e de totali triangulo a b c, ac duobus triangulis reliquis b k & k c h de totali triangulo reliquo c d b, erunt per 3 communem animi conceptionem reſidua, quę ſunt duo dicta ſupplementa, æqualia: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 32. Propoſitio 43.

43 **Omnis parallelogrammi eorum quæ circa dimetientem ſunt parallelogrammorum ſupplementa, ſibi inuicem ſunt æqualia.**

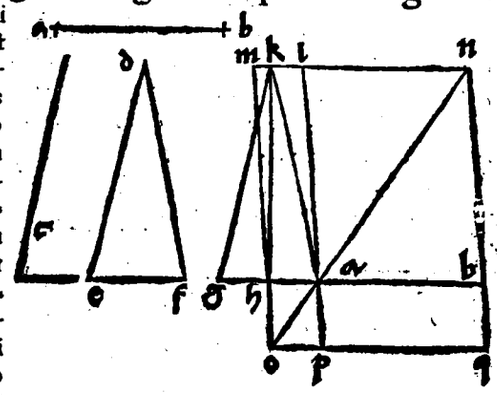
THEON ex Zamb. *Sit parallelogrammum α ζ γ δ, dimetiens uerò illius ſit α γ, circa uerò α γ parallelogramma ι θ & κ ζ, ſupplementa uerò ſint β κ & κ δ. Dico quòd ſupplementum β κ, æquale eſt ſupplemẽto κ δ. Quoniam enim parallelogrammum eſt α β γ δ, dimetiens uerò illius eſt α γ, triangulum α β γ (per 34 propoſitionem) æquum eſt triangulo α δ γ. Rurſus quoniam parallelogrammum eſt α ι κ θ, dimetiens uerò illius eſt α κ, triangulum igitur α ι κ (per eandem) æquum eſt triangulo α θ κ, ac per hoc etiam triangulum κ ζ γ, æquum eſt triangulo κ κ γ. At quoniam triangulum α ι κ triangulo α θ κ eſt æquale, & triangulum κ ζ γ triangulo κ κ γ eſt æquale, triangula igitur α ι κ & κ κ γ, triangulis α θ κ & κ ζ γ ſunt æqualia: eſt autem totum triangulum α β γ, toti triangulo α δ γ æquale: reliquum igitur ſupplementum β κ (per 3 communem ſententiam) reliquo ſupplemento κ δ eſt æquale. Omnis parallelogrammi ergo, & quod ſequitur reliquum, quod oportuit demonſtraße.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 44.

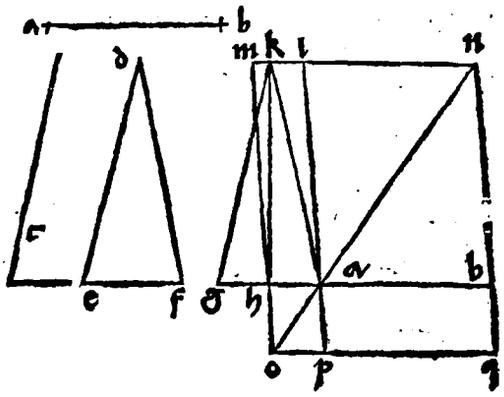
44 **Propoſita linea recta, ſuper eam ſuperficiẽ æquidiſtantiũ laterũ, cuius angulus ſit angulo adſignato æqualis, ipſa uerò ſuperficies triangulo aſsignato æqualis deſignare.**

CAMPANVS. Deſignare ſuperficiem æquidiſtantium laterum ſuper lineam aliquam, eſt lineam ipſam facere latus unum ipſius ſuperficiei. Sit ergo data linea a b, & datus angulus c, & datus triangulus d e f. Super lineam a b uolo deſignare ſuperficiẽ unam æquidiſtantium laterum, ita quòd linea a b ſit unum ex lateribus eius, cuius utercq; duorũ angulorum exadueꝛſo poſitorũ ſit æqualis angulo c, & ipſa tota lis ſuperficies ſit ęqualis triãgulo d e f. Differt autẽ hęc à 42. quia hic datur latus unius ſuperficiei deſcribẽdę, ſcilicet linea a b, ibi autẽ nullum. Cum ergo hoc uoluero facere, adiungo lineã a g lineę a b ſecundum rectitudinẽ, qũã ponо ęqualẽ lineę e f baſi triãguli dati, ſuper quã conſtituto triangulum unum, dato triangulo æqualem, & eidem æquilaterum, quod hoc modo facio. Conſtituo angulũ a k g æqualẽ angulo c, & angulũ g a k æqualẽ angulo f, per 23: & quia g a poſita fuerat ęqualis e f, erit per 26 triangulus g a k æqualis & æquilaterus triangulo c f d. Diuidam ergo g a per æqualia in puncto h, & protraham k h, & producam à puncto k lineã m k n æquidiſtantẽ lineæ g b, eritq; per 38 triangulus a h k æqualis triangulo g h k. Tunc ſuper punctũ lineę g a faciam angulum g a l per 23 æqualem angulo c dato, & complebo ſuper baſin a h, & inter lineas g b & m n æquidiſtantes, ſuperficiẽ æquidiſtantiũ laterũ m l h a, quę per 41 dupla erit ad triangulum h k a: æqualis igitur totali triangulo k g a, quare & triangulo d e f propoſito.



Protraham

Protraham ergo b n æquidiſtantẽ a l, & produ cam diametrũ n a, quam protraham quouſq; concurrat cum m h producta in puncto o, & complebo ſuperficiẽ æquidiſtantium laterum m o n q, & protraham l a uſq; ad p punctum li neæ o q, eritq; per præcedentem, ſupplementũ a b p q, æquale ſupplemento m l h a, quare & triãgulo d e f, & quia (per 15) angulus l a h eſt æqualis angulo b a p, & ideo angulus b a p eſt æqualis angulo c, patet ſuper datã lineam a b deſcriptam eſſe ſuperficiem æquidiſtantium la terum a b p q æqualem dato triãgulo d e f, cu ius uterq; duorum angulorum ex aduerſo po ſitorum, qui ſunt a & q, eſt æqualis dato angu lo c, quod fuit propoſitum.

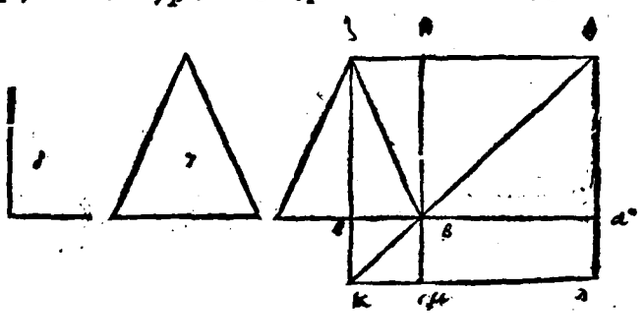


Euclid. ex Zamb. Problema 12. Propoſitio 44.

Ad datam rectam lineam, dato triangulo æquale parallelogram- 44 mum * conſtruere in dato angulo rectilineo.

παραβαλεῖν

THEON ex Zamb. *Sit quidem data recta linea α β, datum uerò triangulum, ſit γ: datus autem angulus rectilineus ſit δ: oportet iam ad datam rectam lineam α β, dato triangulo γ æquale parallelogrammum* παραβαλεῖν * *prætendere in angulo qui æqualis δ. Conſtituatur (per 42) ipſi γ triangulo æquale parallelogrammum β ε ζ η, in angulo ε β η, qui ipſi δ eſt æqualis. Et (per 2 poſtulatum) ponatur, ut β ε ſit in rectum ipſi α β, & extendatur ζ η in θ, & per α (per 31 propoſitionem) utriſq; & β η & ε ζ parallelus excitetur α θ, & connectatur (per primum poſtulatum) θ β. Et quoniam in parallelos ε θ & ε ζ recta linea incidit θ ζ, anguli ergo α θ ζ, θ ζ ε, (per 29 propoſitionem) duobus rectis ſunt æquales: anguli uerò* igitur *β θ η & η ζ ε, duobus rectis ſunt minores, quæ autem à minoribus duobus rectis in infinitum producũtur, (per 5 poſtulatum) concurrunt. Lineæ igitur θ β & ζ ε, in infinitum productæ concurrunt: producantur igitur, & concurrant in κ. Et (per 31 propoſitionem) per κ ſignum utriſq; ε α & ζ θ parallelus excitetur κ λ, & producantur (per 2 poſtulatum) lineæ θ α & η β ad λ μ, ſigna. Parallelogrammum igitur eſt θ λ η ζ, illiuſq; dimetiens eſt θ κ. circa uerò ipſum dimetientem θ η parallelogramma ſunt α η & μ ε, ſupplementa uerò λ β & β ζ. Igitur (per 43) λ β ipſi β ζ eſt æquale, ſed β ζ (per 42) ipſi triangulo γ eſt æquale, igitur & λ β, ipſi γ eſt æquale. Et quoniam angulus η β ε (per 15) angulo α β μ eſt æqualis, ſed angulus η β ε, ipſi δ eſt æqualis, angulus igitur α β μ ipſi δ eſt æqualis. Ad datam igitur rectam lineam α β, dato triangulo γ æquale parallelogrammum* παραβέβληται *prætenditur λ μ, in angulo α β μ, qui ipſi δ eſt æqualis, quod feciſſe oportuit.*

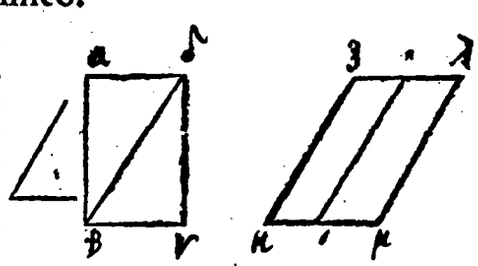


Euclid. ex Zamb. Problema 13. Propoſitio 45.

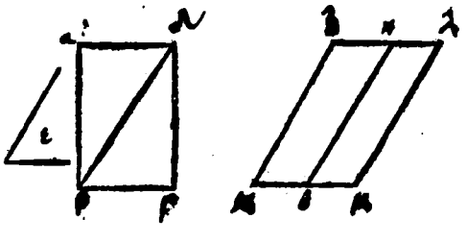
Dato rectilineo, æquale parallelogrammum conſtituere 45 in dato angulo rectilineo.

παραβεβλήσθω

THEON ex Zamberto. *Sit datum rectilineum α β γ δ, datus uerò angulus rectilineus ſit ε, oportet iam ipſi α β γ δ rectilineo æquale cõſtruere parallelogrammum in dato angulo rectilineo. Cõnectatur enim (per 1 poſtulatum) δ β, & cõſtituatur (per 42) triãgulo α β δ æquale parallelogrammum ζ θ, in angulo θ η ζ, qui ipſi ε eſt æqualis, & * prætendatur (per 44) ad rectã lineã η θ, triangulo δ β ζ æquale parallelogrammũ η μ, in angulo η θ μ, qui ipſi ε eſt æqualis. Et quoniã angulo ε, angulus θ η ζ & angulus*



angulus ζ θ μ est æqualis, angulus igitur θ ν ζ, angulo ν θ μ æqualis. Communis ponatur angulus ν θ ν, anguli ergo ζ ν θ & ν θ ν, angulis ν θ ζ & ζ θ μ sunt æquales. Sed anguli ζ ν θ & ν θ ν (per 29 propositionē) duobus rectis sunt æquales: anguli igitur ν θ ν & ν θ μ, duobus rectis sunt æquales. Ad aliquā igitur rectā lineā ν θ (per 14 propositionē) ad aliquod q; in ea signū θ, binæ rectæ lineæ ν θ & θ μ nō in eisdem partibus existentes, * utrobiq; angulos bimis rectis æquales efficientes. In rectū igitur est ν θ ipsi μ θ. At quoniā in parallelos ν μ & ζ ν recta linea incidit θ ν, alterni anguli μ θ ν & θ ν ζ (per 29 propositionē) sibi inuicē sunt æquales. Cōmunis ponatur angulus θ ν λ. Anguli ergo μ θ ν et θ ν λ, angulis θ ν ζ et θ ν λ sunt æquales. Sed ăguli μ θ ν et θ ν λ (per cădē) duob. rectis sunt æquales. In rectū est igitur linnea ζ ν, lineæ ν λ. At quoniā ipsi ζ ν (per 24) æqualis est & parallelus, & ipsi θ ν ipsa μ λ, igitur (per 1 cōmunē sentētiam.) ζ ν ipsi μ λ æqualis est et parallelus (per 30 propositionē.) Sed eas coniungunt rectæ lineæ ν μ & ζ λ, lineæ igitur ν μ & ζ λ (quæ per 33 propositionē) æquales & paralleli sunt: parallelogrāmum igitur est ν ζ λ μ. Et quoniam (per 42) triangulum α β δ parallelogrammo ζ θ est æquale, & triangulū δ β γ parallelogrammo ν μ, totum igitur α β γ δ rectilineum, toti ν ζ λ μ parallelogrammo est æquale. Dato igitur rectilineo α β γ δ, æquum parallelogrāmum constitutum est ν ζ λ μ, in angulo ζ ν μ ipsi ε dato æquali, quod feciße oportuit.

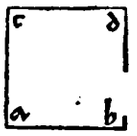


Euclid. ex Camp. Propositio 45.

45 

X data línea, quadratum describere.

CAMPANVS. Sit data linea a b, ex qua uolo quadratum describere. A` punctis a & b lineę a b educo, per 11, lineas a c & b d perpēdiculares ad lineā a b, quę erunt æquidistantes, per ultimā partē 28, & pono utrāq; earum, eidē a b per 3 ęqualem, & protraho lineā c d, eritq; ipsa æqualis & æquidistans lineę a b, per 23. Et quia uterq; duorum angulorum a & b est rectus, erit uterque duorum c & d rectus per ultimam partem 29. ergo per diffinitionem quadrati, a b c d est quadratum: quod est propositum.

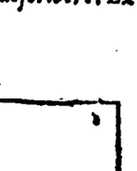


Idem aliter ostendere. Sit à c perpendicularis super lineam a b per 11, & sit ei ęqualis ut prius, & à puncto c per 31 ducatur c d ęquidistans a b, & ponatur ęqualis ei, & ducatur linea d b, quæ per 33 erit æqualis & ęquidistans a c, & omnes anguli recti, per ultimā partem 29, quare per diffinitionem quadrati habemus propositum.

Euclid. ex Zamb. Problema 14. - Propositio 46.

46 Ex data recta linea quadratum describere.

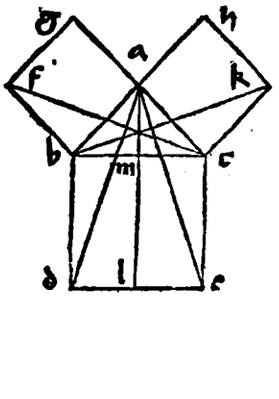
THEON ex Zamb. *Sit data recta linea α β, oportet ex α β recta linea quadratum describere. Excitetur (per 11 propositionem) ipsi rectæ lineæ α β, à dato signo α, ad angulos rectos α γ, & ponatur (per 3 propositionem) ipsi α δ æqualis α δ. Et (per 31 propositionē) per signum δ, ipsi α β parallelus excitetur δ ε, & (per eandem) per signū β, ipsi α δ excitetur parallelus β ε: parallelogrāmum igitur est ipsum α δ ε β, æqualis igitur est α γ ipsi δ ε, & α δ ipsi β ε. Sed α β ipsi α δ est æqualis: quatuor igitur β α, α δ, δ ε, & ε β, sibi inuicem sunt æquales: æquilaterū igitur est α δ ε β parallelogrammum. Dico etiam quòd & rectangulū est. Quoniā enim in parallelos α β & δ ε, recta linea incidit α δ, anguli igitur β α δ & α δ ε (per 29 propositionē) duobus rectis sunt æquales: angulus autē β α δ est rectus, angulus igitur α δ ε est etiā rectus, parallelogrammorum * locorum autem latera & anguli ex opposito, sibi inuicē sunt æqualia (per 34 propositionem.) Ex opposito igitur ambo & α β ε & β ε δ anguli, sunt recti. Rectangulum igitur est α β ε δ, ostensum autem est, quòd & æquilaterum. Quadratum igitur est, atque ex data recta linea α β descriptum, quod facere oportebat.*



Euclid. ex Camp. Propositio 46.

46 

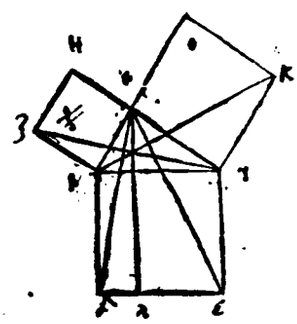
IN omni triangulo rectangulo quadratum quod à latere rectāgulo oppositō in semetipso ducto describit̄, æquum est duobus quadratis, quæ ex duobus reliquis laterib. conscribūtur.



CAMPANVS. Sit triãgulus a b c, cuius angulus a ſit rectus. Dico quòd quadratum lateris b c, æquum eſt quadrato lateris a b, & quadrato lateris a c ſimùl ſumptis. Quadrabo ergo hæc tria latera, ſecundũ doctrinam præcedẽtis, ſitq; quadratũ b c, ſuperficies b c d e, & quadratũ b a, ſuperficies b f g a, & quadratũ a c, ſuperficies a c h k. Ab angulo a recto, ducã ad baſim maximi quadrati, tres lineas, ſcilicet a l æquidiſtantẽ utriq; lateri b d & c e, quę ſecet b c in puncto m, & hypothenuſas a d & a e. Itemq; à duobus reliquis angulis trianguli, qui ſunt b & c, ducam ad duos angulos duorum quadratorum minorũ, duas lineas ſe interſecantes intra ipſum triangulum, quæ ſunt b k & c f. Et quia uterq; duorum angulorum b a c & b a g, eſt rectus, per 14 erit g c linea una: eadem ratione erit b h, linea una, quia uterq; duorum angulorum c a b & c a h eſt rectus. Quia ergo ſuper baſim b f, & inter duas lineas æquidiſtantes, quæ ſunt c g & b f, conſtituta ſunt, parallelogrãmum b f g a & triangulo b f c, erit per 14 parallelogrammum b f g a, duplum triangulo b f c, ſed triangulus b f c eſt æqualis triangulo b a d per 4, quia f b & b c latera primi ſunt æqualia a b & b d lateribus poſtremi, & angulus b primi eſt æqualis angulo b poſtremi, eo quòd uterq; conſtat ex angulo recto & angulo a b c communi: ergo parallelogrammum b f g a, eſt duplum ad triangulum a b d. Sed parallelogrammum b d l m eſt duplum ad eundem triangulum per 41, quia conſtituti ſunt ſuper eandem baſim, ſcilicet b d, & inter lineas æquidiſtantes quæ ſunt b d & a l: ergo per communem ſcientiam quadratum a b f g, & parallelogrãmum b d l m ſunt æqualia, quia eorum dimidia, uidelicet prædicti trianguli ſunt æqualia. Eodem modo & per eaſdem propoſitiones mediantibus triangulis k b c & a e c, probabimus quadratum a c h k eſſe æquale parallelogrammo c e l m: quare patet propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 33.* *Propoſitio 47.*

In rectangulis triangulis quadratum quod à latere rectum angulum ſubtendente fit, æquum eſt quadratis quæ fiunt ex lateribus rectum angulum continentibus. 47



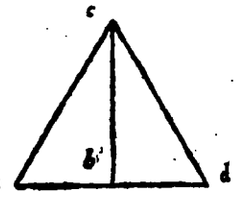
THEON *ex Zamb. Sit triangulum rectangulum α β γ, rectum habens qui ſub β α γ angulum. Dico quòd quadratum quod fit ex β γ, æquum eſt quadratis quæ fiunt ex β α & α γ. Deſcribatur enim (per 46) ex β γ, quadratum β δ γ ε, & (per eandem) ex β α & α γ, quadrata α β ζ η & α γ ϑ ι. Et per α, ipſis β δ & γ ε, (per 31 propoſitionẽ) parallelus excitetur α λ, & cõnectãtur (per 1 poſtulatũ) α δ et γ ζ. Et quoniam anguli β α γ & β α η ſunt recti, ad aliquam igitur rectam lineam β α, ad datumq; in ea ſignum α, duæ rectæ lineæ α γ & α η non in eaſdẽ partes proiectæ, angulos + utrobiq; duobus rectis æquos efficiunt (per 14 propoſitionem) in rectum igitur eſt α γ ipſi α η. Ac per hoc & β α ipſi α θ eſt in rectum. Et quoniam angulus δ β γ æqualis eſt angulo ζ β α, rectus enim uterq; eſt, cõmunis ponatur angulus α β γ: totus igitur δ β α, toti ζ β γ eſt æqualis. Et quoniã duæ α β & β δ duabus ϛ ζ & β γ ſunt altera alteri æquales, & angulus δ β α angulo ζ β γ eſt æqualis, baſis igitur α δ baſi ζ γ (per 4 propoſitionẽ) eſt æqualis, & triangulum α β δ triangulo ζ β ε eſt æquale. Triãguli uerò α β δ (per 41) parallelogrammũ β λ duplum eſt: baſim enim habet eandem, hoc eſt β δ, in eiſdemq; eſt parallelis, hoc eſt β δ & α λ. Et trianguli quoq; ζ β γ (per eandem) quadratum η β duplum eſt, baſim namq; eandem habet, hoc eſt β ζ, & in eiſdem eſt parallelis, hoc eſt ζ β & η γ: quæ autem æqualium dupla ſunt (per 6 communem ſententiam) ad inuicem ſunt æqualia: parallelogrammum igitur β λ æquum eſt quadrato η β. Similiterq; ſi connectantur (per 1 poſtulatum) α ε & β η, oſtendetur parallelogrammum γ λ, æquale eſſe quadrato ϑ γ. Totum igitur quadratum β δ ε γ, duobus η β & ϑ γ quadratis æquum eſt. Et quadratum β δ ε γ, eſt deſcriptum ex β γ: at quadrata η β & ϑ γ, ſunt deſcripta ex β α & α γ. Quadratum igitur quod ex ϛ γ latere, æquum eſt quadratis quæ fiunt ex lateribus β α & α γ. In rectangulis igitur triangulis, quadratum quod ex rectum angulum ſubtendente latere fit, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 47.*

SI quod ab uno trianguli latere in ſeipſum ducto producitur, æquum fuerit duobus quadratis, quę à duobus reliquis lateribus deſcribuntur, rectus eſt angulus, cui latus illud opponitur. 4

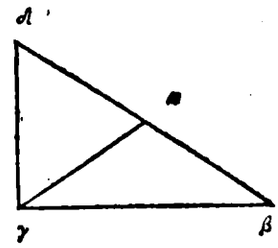
CAMPANVS. Lineam in ſeipſam ducere, eſt eius quadratũ deſcribere. Sit triangulus a b c, ſitq; quadratum lateris a c, æquale quadratis duorum laterum a b & b e ſimul iunctis, dico angulum b cui latus a c opponitur, eſſe rectũ. Et hæc eſt conuerſa prioris. A' puncto extraho lineam b d per

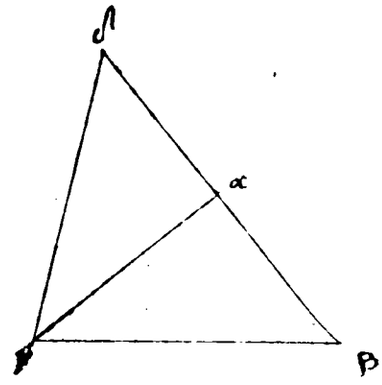
b d per 11 perpendicularem ſuper lineam b c, quam pono ęqualem a b, & produco lineam d c, erit per prędcedẽtem, quadratũ d c, æquale duobus quadratis duarum linearum d b & b c: & quia b d poſita eſt ęqualis b a, erũt per cõmunem ſcientiam, quæ eſt, linearũ æqualium ęqualia eſſe quadrata, quadrata duarum linearum a b & b d æqualia: quapropter erit quadratum d c, æquale quadrato a c: ergo per aliam communem ſcientiam quæ eſt cõuerſa prioris, ſcilicet lineas, quarum quadrata ſunt æqualia eſſe æquales, erit d c ęqualis a c: quare per 8 angulus b, trianguli a b c, eſt rectus: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 34. Propoſitio 48.

48 Si trianguli quod ab uno laterum quadratum, æquale fuerit eis quæ ex reliquis trianguli lateribus, quadratis, angulus comprehenſus ſub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit.





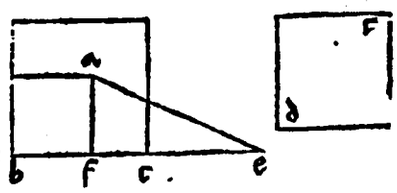
THEON ex Zamb. *Trianguli nanq; α β γ, quod ex uno latere β γ quadratum, æquum ſit eis quæ ex β α, α γ lateribus, quadratis. Dico quòd angulus β α γ, rectus eſt. Excitetur enim (per 11 propoſitionem) ab α ſigno, ipſi α γ rectæ lineæ ad angulos rectos α Δ. Et (per 3 propoſitionem) ponatur ipſi α β æqualis α Δ, & (per 1 poſtulatum) connectatur Δ γ. Et quoniam æqualis eſt Δ α ipſi α β, quadratum quod ex Δ α, æquum eſt quadrato quod ex α β. Commune apponatur quadratum quod ex α γ, quadrata igitur quæ ex Δ α & α γ, æqualia ſunt eis quæ ex β α & α γ quadratis. At (per præcedentem) quadratis quæ ex Δ α & α γ, æquum eſt quadratum quod ex Δ γ. Rectus enim eſt angulus Δ α γ. Quadratis autem ex α β & α γ (per hypotheſim) æquum eſt quadratum quod ex β γ, nam id receptum eſt. Quadratum igitur quod ex Δ γ, æquum eſt quadrato quod ex β γ. Quare latus Δ γ, lateri β γ eſt æquale: & quoniam α Δ, ipſi α β eſt æquale, communis autem α γ, duæ igitur Δ α & α γ, duabus β α & α γ ſunt æquales, & baſis Δ γ, baſi β γ æqualis. Angulus igitur Δ α γ angulo β (per 8 propoſitionẽ) eſt æqualis. At angulus Δ α γ, rectus eſt: rectus igitur eſt & angulus β α γ. Si trianguli ergo quod ab uno laterum quadratum, æquum fuerit eis quæ à reliquis trianguli duobus lateribus quadratis, angulus comprehenſus ſub reliquis duobus trianguli lateribus, rectus erit: quod erat oſtendendum.*

βαr

CAMPANI additio.

Propoſitis quibuſcunque quadratis, alteri illorum gnomonem reliquo æqualem deſcribere.

Proponantur ergo duo quadrata, ſcilicet a b & c d, & ſit propoſitum producere gnomonem circa quadratum a b, ęqualem c d quadrato. Protrahatur itaq; unum latus quadrati a b ad æqualitatem unius lateris quadrati c d in continuum & directum, & ſit f e, ita quòd f e ſit ęquale uni laterum quadrati c d, & ex e ducam lineam rectam ad a: fit ergo triangulus orthogonius, quia f eſt angulus rectus. Nectatur ergo ſic argumentum, ſecundum penultimam primi: quadratum e a eſt tãtum, quantum quadratum e f & quadratum f a, ſed quadratum e f eſt æquale quadrato c d, & quadratum f a eſt æquale quadrato a b: ergo quadratum a e, eſt æquale quadratis a b & c d. Item e f a, eſt triangulus, ergo e f & f a latera, ſunt longiora a e latere, ſecundum 20 primi, ſed f a eſt æquale f b ratione quadraturæ, ergo e f & f b ſunt longiora a e: ergo illa totalis linea, ſcilicet e b, eſt maior a e: reſecetur ergo b e ad æqualitatem a e, ad punctum c, ita quòd b c ſit æquale a e, ergo quadratum b c eſt ęquale quadrato a e: ſed quadratum a e (ut prius probatum fuit) eſt æquale quadratis a b & c d, ergo quadratum b c eſt ęquale eiſdem. Sed quadratum b c addit ſupra quadratum a b, gnomonem illum quem uides, ergo gnomo ille, eſt quadrato c d æqualis: quod erat probandum.



LIBRI PRIMI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELementorum, *Liber ſecundus.*

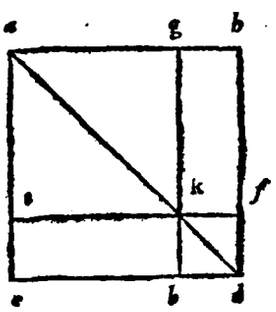
Euclides ex Campano.

OMne parallelogrammum rectangulum ſub duabus lineis angulum rectum ambientibus dicitur contineri.

CAMPANVS. Parallelogrammum, eſt ſuperficies æquidiſtantium laterum. Parallelogrammum rectangulum, eſt ſuperficies æquidiſtantium laterum, habens omnes angulos rectos, & producitur ex uno duorum laterum eius ambientium unum ex ſuis angulis, ducto in reliquum, & ideo ſub illis dicitur contineri.

Omnis parallelogrammi ſpacij, ea quidē quæ diameter ſecat per medium parallelogramma, circa eandem diametrum conſiſtere dicuntur. Eorum uerò parallelogrammorum, quæ circa eandem diametrum conſiſtunt, quodlibet unà cum ſupplementis duobus, gnomo nominatur.

CAMPANVS. Quæ parallelogramma dicuntur conſiſtere circa diametrum, & quæ ſunt ſupplementa, expoſitum eſt ſuprà in demonſtratione 43 primi. Sit enim parallelogrammum a b c d, cuius diametrum a d diuidant duæ e f, g h, ductæ lineæ æquidiſtanter lateribus oppoſitis dicti parallelogrammi, ſecantes ſe ſuper diametrū a d, in puncto k, erit ipſum parallelogrammum diuiſum in 4 parallelogramma. Et unumquodq; duorum parallelogrammorum quæ ſunt a g e k & k f h d, quæ diameter ſecat per medium, dicitur conſiſtere circa diametrum. Reliqua duo quæ diameter non ſecat, dicuntur ſupplementa: quæ duo ſupplementa, cum utroq; dictorum parallelogrammorum conſiſtentium circa diametrum, componunt figuram quandam, qui gnomo appellatur, cui deeſt ad complementum parallelogrammi, parallelogrammum unum reliquum circa diametrum conſiſtens, quod ſi addatur, ſupra diametrum totalis compoſiti conſiſtet, eritq; ſimile totali. Vnde parallelogrammum addito gnomone quamuis creſcat, minimè tamen alteratur, quemadmodum dixit Ariſtoteles in Prædicamentis.



Euclid. ex Zamb. *Parallelogrammon rectangulum.*

OMne parallelogrammum rectangulum, ſub duabus rectum angulum comprehendentibus, rectis lineis dicitur contineri.

Quid gnomon.

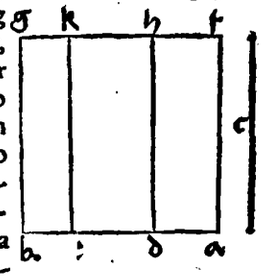
χνώμων Omnis parallelogrammi * loci eorum, quę circa dimetiētem illius ſunt parallelogrammorum, unumquodq; cum binis ſupplementis, gnomon uocetur.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

SI fuerint duæ lineæ, quarum una in quotlibet partes diuidatur, illud quod ex ductu alterius in alteram fiet, æquum erit iis quæ ex ductu lineæ indiuiſæ in unamquamq; partem lineæ particulatim diuiſæ rectangula producentur.

CAMPANVS. Lineā in aliam lineam ducere, eſt ſupra terminos unius earum duas lineas orthogonaliter alij æquales erigere, & ſuperficiem æquidiſtantium laterum rectangulam complere, quæ ſub illis duabus lineis per diffinitionem dicitur contineri. Sint duę lineæ a b & c, quarum una

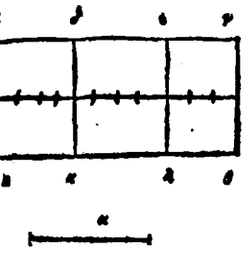
rum una ſcilicet a b, in quotlibet partes diuidatur quæ ſint a d & d e & e b: dico quòd illud quod fit ex ductu c in totum a b, ęquum eſt illis parallelogrammis rectangulis ſimul iunctis, quę nunc ex c in a d & in d e & in e b. Super puncta a b, erigam lineas a f & b g perpendiculares ſuper lineam a b, quarum utraq; ſit æqualis lineæ c, & complebo rectangulam ſuperficiem a f b g, ducta linea f g, quæ per diffinitionem producitur ex c in a b, & ſub illis dicitur contineri. Protraham quoq; per 31 primi à punctis d & e, lineas d h & e k ęquidiſtantes lateribus a f & b g, eritq; utraq; earum ęqualis c per 34 primi, quoniam utraq; earum eſt æqualis a f: per diffinitionem igitur rectangulũ a d f h producitur ex c in a d, & ſub illis dicitur contineri, & rectangulum d h e k, ex c in d e, & rectangulum e k b g, ex c in e b. Et quia hęc rectãgula ſimul iũcta ſunt ęqualia toti rectãgulo a f b g, patet uerũ eſſe propoſitũ. Euclid. ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 1.



1 Si fuerint binę rectę lineæ, ſecetur q; ipſarũ altera in q̃tcũq; ſegmenta, rectangulũ cõprehẽſum ſub duabus rectis lineis, ęquũ eſt eis quę ab inſecta & quolibet ſegmento rectangulis cõmprehenduntur.

THEON ex Zamb. *Sint binæ rectæ lineæ α & β γ, ſecetur q; earum altera β γ utcunq; in δ ſcilicet, & ε ſignis. Dico quòd rectangulum comprehenſum ſub α & β γ æquum eſt rectangulo comprehenſo ſub α & β δ, & ei quod ſub α & δ ε, & etiam ei quod ſub α & ε γ. Excitetur nanq; (per 11 propoſitionem primi) ex β, ipſi β γ ad angulos rectos β ζ: ponatur quoque (per 3 primi) ipſi α æqualis β η, & per η ipſi β γ (per 31 primi) parallelus excitetur η ν, & (per eandẽ) per δ ε γ, ipſi β η excitentur paralleli δ κ, ε λ, γ θ. Aequũ eſt iam ζ θ ipſis ζ κ, δ λ, & ε θ, & β θ ei quod ſub α & β γ: cõprehẽditur enim ſub η β & ζ γ, æqualis autẽ eſt β η ipſi α. At β η ei quod ex α & β δ: cõprehẽditur nãq; ſub η β & β δ, æqualis autẽ eſt β η ipſi α. At β η, ei quod ex α & β δ. cõprehẽditur nãq; ſub γ ζ & β δ, æqualis autẽ eſt β γ ipſi α. At δ λ ei quod ſub α & δ ε: æqualis nãq; δ κ, hoc eſt β η ipſi α. Et inſuper ſimiliter ε θ ei quod ſub α & ε γ, quod igitur ſub α & β γ cõprehẽditur, æquũ eſt ei quod ſub α & β δ, & ei quod ſub α & δ ε, & ei inſuper quod ſub α & ε γ. Si fuerint ergo binæ rectæ lineæ, ſecetur q; earum altera, & quæ ſequũtur reliqua: quod erat oſtendendum.*

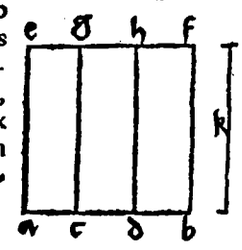
Euclid. ex Camp. Propoſitio 2.



2 Si fuerit linea in partes diuiſa, illud q̃d ex ductu totius lineæ in ſeipſam fit, æquũ erit ijs q̃ ex ductu eiuſdẽ in oẽs ſuas partes.

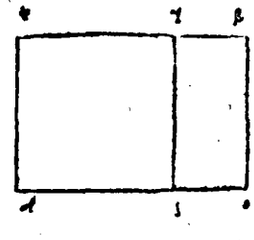
CAMPANVS. *Sit linea a b diuiſa in a c & c d & d b, dico quòd illud quod fit ex ductu totius a b in ſe quod ſit a e b f, æquũ eſt ijs quæ fiũt ex ipſa tota in unãquamq; dictarum partiũ. quod palàm patebit, ductis e g & d h ęquidiſtãter a c & b f. Aliter. Sumatur k ęqualis a b, eritq; per præmiſſam quod fit ex ductu k in totã a b, ęquũ ei quod fit ex ductu k in omnes partes a b. Et quia ex k in a b tantũ fit quãtũ ex a b in ſe, & ex k in omnes partes a b quãtũ ex a b in omnes partes eiuſdẽ, propter id quod k & a b ſunt æquales: patet uerum eſſe propoſitum.*

Euclides ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.



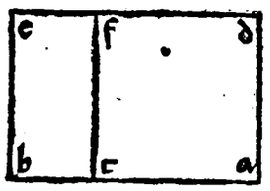
3 Si recta linea ſecetur utcũcq;, quæ ſub tota & quolibet ſegmẽtorũ rectãgula cõprehẽdunt, æqualia ſunt ei quod ex toto eſt quadrato.

THEON ex Zamb. *Recta enim linea α ζ, ſecetur utcũq; in ſigno γ. Dico q; rectãgulũ comprehẽſum ſub α ζ & ζ γ, cũ rectangulo cõprehenſo ſub β α & α γ, æquũ eſt quadrato quod ex α β. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratũ α δ ε β, excitetur q; (per 31 primi) per γ, utriq; & α δ & ζ ε parallelus γ ζ, æquũ eſt igitur α ε ipſis α ζ & γ ε, eſt autẽ α ε ex α ζ quadratũ. Et α ζ ſub β α & α γ rectangulũ cõtentũ, cõprehenditur enim ſub δ α et α γ, æqualis autẽ eſt α δ ipſi α β. Et γ ε ei quod ſub α β, β γ: æqualis enim eſt β ε ipſi α β. Quod igitur ſub β α & α γ cum eo quod ſub α ζ et β γ, æquũ eſt quadrato quod ex α β. Si recta igitur linea, et quæ ſequũtur reliqua ut in theoremate: quod oſtẽdere oportuit.* Euclid. ex Camp. Propoſitio 3.



4 Si fuerit linea in duas partes diuiſa, illud quod fiet ex ductu totius in alterutram partem, æquum erit ijs quæ ex ductu eiuſdem par-

tis in ſeipſam, & alterius in alteram.

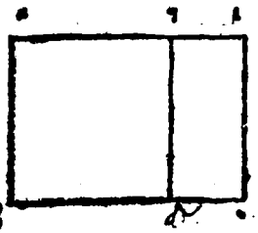


CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in a c & b c, dico quòd illud quod fit ex tota a b in eius partē a c, æquum eſt quadrato eiuſdē a c partis, & ei quod fit ex eadē parte a c in b c. Fiat quadratū lineæ a c quod ſit a c d f, & perficiatur ſuperficies a b d e, patebitq; propoſitū. Aliter. Sumatur g æqualis a c, & quia b a in a c tantū eſt quantū a c in a b, & econuerſo, & a c in a b, itē & in c b & in ſeipſam quantū g in eaſdē, at g in totā a b quantū in a c & in c b per primā huius: patet propoſitū, ſcilicet & quòd tantum erit a c in a b, quātum in ſe & in c b. Quare econuerſo a b in a c quantum a c in ſe & in c b. Quod uolumus demonſtrare.

Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 3.

Si recta linea ſecetur utcunq;, rectangulū ſub tota & uno ſegmẽtorum cõprehenſum, æquum eſt ei quod ſub ſegmẽtis comprehenditur rectangulo, & ei quod ex prædicto ſegmento fit quadrato. 3

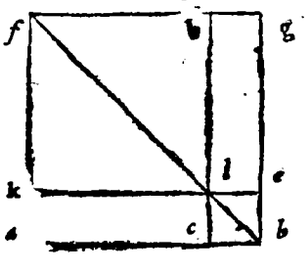
THEON *ex Zamb. Rectę enim lineæ α β, ſecetur utcunq; in ſigno γ. Dico quòd rectāgulū cõprehẽſum ſub α β & β γ, æquū eſt rectāgulo cõprehẽſo ſub α γ & γ β, cum quadrato quod ex β γ. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex β γ, quadratū γ δ ε β, & extẽdatur ε δ in ζ, (per 2 poſtulatū.) Et per α, utriq; γ δ & β ε (per 31 primi) parallelus excitetur α ζ. Aequū iam eſt α ε ipſis α δ & χ ε, eſtq; α ε rectāgulum cõprehẽſum ſub α β & β γ. cõprehẽditur etenim ſub α β et β ε, et æqualis eſt β ε ipſi β γ. Et α δ eſt quod ſub α γ et γ β, æqualis enim eſt δ γ ipſi γ β at δ β quadratū eſt quod fit ex γ β. Rectāgulū igitur cõtentū ſub α β et β γ, æquū eſt rectāgulo cõprehenſo ſub α γ et γ β cum quadrato quod ex β γ. Si recta igitur linea ſecetur & quæ ſequūtur reliqua ut in theoremate, quod demõſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 4.

SI fuerit linea in duas partes diuiſa, illud q̃d ex ductu totius in ſeipſã fit, æquũ eſt ijs quæ ex ductũ utriuſq; partis in ſeipſam & alterius in alterã bis: ex hoc manifeſtũ eſt, q̃ in oĩi quadrato duæ ſuperficies quas diameter ſecat p̃ mediũ, ſunt ãbæ quadratę. 4

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in a c & b c, dico quòd quadratū totius a b, æquum eſt duob. quadratis duarũ linearũ a c & b c & duplo eius quod fit ex ductu unius earũ in alterã. Deſcribã quadratū alterius partiũ, ſitq; c d b e, quadratū lineæ c b, cui adiungã gnomonẽ ſecundũ ductũ directiuũ lineę alterius, ſcilicet a c, quẽ faciã hoc modo. In quadrato deſcripto protrahã diametrũ b d, & à puncto a e ducã perpendicularẽ ſuper lineam a b, quę ſit a k, quã à k & diametrum b d, producã uſquequo per penultimã petitionẽ concurrãt in puncto f, & à puncto f producã f h æquidiſtantẽ lineæ a b, quam f h & b e, producã uſquequo cõcurrant in puncto g, & producã c d uſq; ad h, & e d uſq; ad k. Et quia duo latera d e & e b, trianguli d e b ſunt æqualia, erunt per 5 primi, duo anguli e d b & e b d æquales, & quia angulus e eſt rectus, erit per 32 primi uterq; eorũ medietas recti, eadẽ ratione uterq; duorũ angulorũ c d b & e b d, erit medietas recti. Quare per ſecundã partẽ 29 primi, & 15 eiuſdẽ, erit unuſquiſq; quatuor angulorũ qui ſunt h f d & h d f & k f d & k d f, medietas recti: ergo per 6 primi, f g & g b ſunt æquales, ſimiliter quoq; f a & a b, pari ratione f h & h d, itemq; f k & k d, quare utraq; duarũ ſuperficierũ a b g f & k d h f. eſt quadrata. Et quia totale quadratũ a b f g quod eſt quadratũ lineæ a b, conſtat ex duobus quadratis quę cõſiſtunt circa diametrũ quæ ſunt quadrata duarũ linearum a c & c b, & ex duobus ſupplemẽtis quorũ unũquodq; producitur ex a c in b c, patet propoſitũ noſtrũ. *Aliter. Sit linea a b, ut prius diuiſa in a c & c b, eritq; per 2 huius, quod fit ex tota a b in ſe, æquũ ei quod fit ex ipſa in a c & c b, ſed ex ipſa in a c tantũ fit quãtũ ex a c in ſe & ex a c in b c, per 3 huius. Itemq; ex ipſa a b tota in b c tantũ fit quantũ ex c b in ſe & ex c b in a c per eandẽ, ergo quod fit ex tota a b in ſe, æquũ eſt ei quod fit ex a c in ſe & in c b, & ex c b in ſe & in a c, quod eſt propoſitum. Sed hac uia nõ patet correlariũ, ſicut uia præcedenti patet, unde prima eſt autori magis cõſona.*



Euclid. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 4.

Si recta linea ſeceꝰ utcũcq;, q̃dratũ q̃d fit ex tota, æquũ eſt quadratis quę fiũt ex ſegmẽtis, & ei q̃d bis ſub ſegmẽtis cõprehẽditꝰ rectãgulo. 4

THEON

THEOR. ex Zã. Recta enim linea α β, secetur utcũq; in signo γ. Dico q̃ quadratũ α β, æquũ est quadratis quæ fiũt ex α γ et γ β, et bis sub α γ et γ β cõtento rectãgulo. Describatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratũ α δ ε β, et cõnectatur β δ, et (per 31 primi) per γ, utriſq; α δ et β ε parallelus excitetur γ ζ, diſpeſcẽs diametrũ β δ in ν signo: et (per eandẽ) per ν, utriſq; α β et δ ε parallelus excitetur θ κ. Et quoniã parallelus est γ ζ ipſi α δ, et in eas incidit β δ, æ (p 28 et 29 primi) ãgulus exterior γ ν β æqualis est interiori et oppoſito ν δ β. Sed ãgulus α δ β, ei q̃ sub α β δ (per 5 primi) est æqualis, quoniã latus θ β κ, lateri α δ est æquale. Igitur ãgulus γ ν β, angulo ν β γ est æqualis: quare (per 6 primi) latus β γ, lateri γ ν est æquale. Sed γ β ipſi ν κ est æquale, et γ ν ipſi ν β: igitur ν κ ipſi ν β est æquale: æquilaterũ igitur est γ ν κ β. Dico etiã q̃ rectãgulũ, quoniã parallelus est γ ν ipſi β χ, et in eas incidit linea ν β, ãguli igitur ν β γ et ν γ β (p 29 primi) duob. rectis sũt æquales, ãgulus aũt ν β γ rectus est: rectus igitur est et ãgulus β ν κ. Quare (per 34 primi) & ex oppoſito ãguli γ ν κ et ν κ β sũt recti. Rectãgulũ igitur est γ ν κ β. Oſtẽſũ aũt est q̃ et æquilaterũ, quadratũ igitur est, eſtq; ex β γ, ac p hoc etiã θ ζ quadratũ est, et est ex α ν, hoc est α γ. Quadrata enim θ ζ et γ ν, sũt ex lineis α γ et ι β. Et quoniã α ν æquũ est ipſi ν ε, eſtq; α ν id quod sub α γ et γ β, æqualis nãq; est ν γ ipſi γ β, igitur ν ε (p 43 primi) æquũ est ei qđ sub α γ et γ β. Igitur et α ν et ν ε, æqualia sũt ei qđ bis est sub α γ et γ β. Quadrata aũt θ ζ et γ ν, sũt ex α γ et γ β. Quatuor enim α ζ, β ν, γ ν et ν ε, sũt eis æqualia q̃ fiũt ex α γ et γ β quadratis, et ei qđ fit bis sub α γ et β γ rectãgulo. Sed θ ζ, γ ν, α χ, et ν ε, sũt totũ α δ ε β, qđ est quadratũ quod ex α β. Quadratũ igitur quod fit ex α β, æquũ est eis q̃ fiũt ex α γ, et γ β quadratis, et ei quod bis sub α γ et γ β cõprehẽditur rectãgulo. Si recta igitur linea secetur utcũq; quadratũ quod fit ex tota, æquũ est eis q̃ ex sectionib. fiũt quadratis, & ei qđ bis cõprehẽditur sub sectionib. rectãgulo: qđ demõſtraſſe oportuit.

ALITER idẽ oſtendere. Dico q̃ quadratũ α β, æquũ est eis quæ fiunt ex α γ et γ β quadratis, ei quod bis sub α γ et γ β cõprehẽditur rectãgulo. In eadẽ enim deſcriptione, quoniã æquale est α β ipſi α δ, æqualis est angulus α β δ ei qui sub α δ β, (per 5 primi.) Et quoniã omnis triãguli tres anguli duobus rectis sunt æquales (per 32 primi) trianguli α β δ tres anguli α δ β, δ β α, & β α δ, duobus rectis sunt æquales (per eandẽ) Rectus autem est angulus ϛ α δ, reliqui ergo anguli α β δ, & α δ ϛ, uni recto sunt æquales, & sunt æquales alter alteri, uterq; igitur α ϛ δ & α δ β, dimidiũ est recti. Angulus aũt β γ ν, rectus est, æquus enim est ei qui ex oppoſito ad α (per 29 primi) Reliquus igitur angulus γ ν β, dimidium est recti. Angulus igitur γ ν β, angulo γ β ν est æqualis, quare & latus β γ, æquale est ipſi γ ν, ſed β γ ipſi ν κ est æquale, & γ ν ipſi ϛ κ est æquale. Æquilaterum igitur est γ ν, habet autẽ & angulum γ β ν, rectũ: quadratum est igitur γ ν, & est ex β γ, & ob id etiã θ ζ quadratum est, & æquum est ei quod ex α γ: igitur γ ν & θ ζ, sunt quadrata, & æqualia sunt eis quæ ex α γ & γ β fiunt quadratis. Et quoniã æquũ est α ν ipſi ε ν, eſtq; α ν id quod sub α γ & γ β: æqualis enim est ϑ γ ipſi γ β, & ε ν igitur æquũ est ei quod fit sub α γ & γ β: igitur α ν & ε ν, sunt æqualia ei quod bis fit sub α γ & γ β. Sunt autẽ γ ν & θ ζ, æqualia eis quæ fiunt ex α γ & γ β quadratis. Igitur γ ν, θ ζ, α ν, & ν ε, sunt æqualia eis quæ ex α γ & γ β, & ei quod bis fit sub α γ & γ β: ſed γ ν, θ ζ, α ν, & ν ε, totum sunt α ε quadratũ quod fit ex α β. Quadratum igitur quod fit ex α β, æquum est quadratis quæ fiunt ex α γ & γ β, & ei rectangulo quod bis comprehenditur sub α γ & β γ: quod oſtendere oportuit.

CORRELARIVM. Ex hoc manifeſtum est, quod in quadratis * areis parallelogramma quæ circa dimetientem, quadrata sunt. Euclid. ex Camp. * χωρίοις

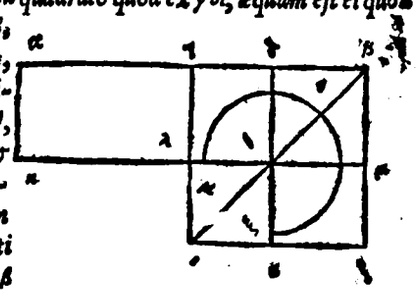
Propoſitio 5.

SI linea recta p̃ duo æqualia duoq; inæqualia secet̃, quod sub inæqualib. totius ſectionis rectangulũ cõtinetur cũ eo quadrato quod ab ea q̃ inter utraſq; est ſectiones deſcribitur, æquũ est ei quadrato quod à dimidio totius lineæ in ſe ducto deſcribitur. CAMP. Sit linea a b diuiſa per æqualia in pũcto c, & per inæqualia in pũcto d, dico quadratũ c b, eſſe æquale ei quod fit ex a d in d, & quadrato c d. Deſcribã quadratum c b, quod sit c b f e, in quo protrahã diametrum e b, & ducã d g æquidiſtantẽ b f, quæ ſecet diametrum e b in puncto h, & à puncto h educam æquidiſtantẽ lineæ a b, quæ sit h k ſecãs lineã b f in puncto m, & lineã c e in puncto l, & protrahã a k, æquidiſtantẽ c e. Eritq; per correl. præmiſſæ, utraq; duarũ ſuperficierũ l g & d m, quadrata, & per 43 primi, duo ſupplementa e h & h f, æqualia. Ergo addito quadrato d m, utriq; erit parallelogrãmũ c m æquale parallelog. d f, & q̃ a l est æquale c m per 26 primi, erit a h æquale gnomoni q̃ circũſtat quadrato l g, ergo addito utriq; quadrato l g: erit a h cũ quadrato l g æquale q̃drato e f, quod eſt propoſitũ.

Euclid.ex Zamb. Theor ma 5. Propoſitio 5.

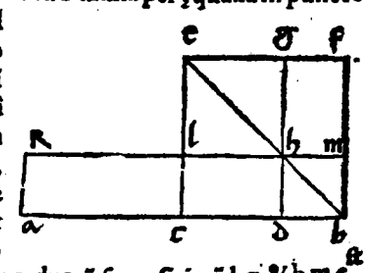
Si recta linea ſecetur inæqualia & nõ æqualia, rectangulũ cõpre-5
henſum ſub inæqualibus ſegmẽtis totius, unà cũ quadrato eius quæ media eſt ſectionum, æquum eſt ei quod à dimidia fit quadrato.

THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædã α β ſecetur quidẽ in æqualia in γ, & in nõ æqualia in δ. Dico quòd rectangulum comprehenſum ſub α δ & δ β unà cũ quadrato quod ex γ δ, æquum eſt ei quod fit ex γ β quadrato. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex γ β, quadratum γ ε ζ θ, & (per primũ poſtulatũ) connectatur β ε, & (per 31 primi) per δ, utriſq; & γ ε & β ζ parallelus excitetur δ κ, ſecans β ε in puncto θ, & rurſus (per eandẽ) per θ, utriſq; α β & ε ζ parallelus excitetur κ μ æqualis ipſi α θ: & rurſus (per eandẽ) per α, utriſq; γ λ & θ μ parallelus excitetur α κ. Et quoniã (per 43 primi) ſupplementum γ θ æquum eſt ſupplemẽto θ ζ, cõmune ponatur δ μ: totũ igitur γ μ, toti δ ζ, eſt æquale. Sed γ μ ipſi α λ eſt æquale, quoniã α γ ipſi γ β eſt æqualis, & α λ igitur ipſi δ ζ eſt æquale. Commune ponatur, γ θ, totũ igitur α θ ipſis δ λ & δ ζ eſt æquale. Sed α θ æquũ eſt ei quod ſub α δ & δ β, æqualis enim eſt δ θ ipſi δ β, & ζ δ λ eſt μ κ ξ gnomon. Gnomon igitur μ ρ ξ, æqualis eſt ei quod ſub α δ & δ β. Commune ponatur λ ν, quod æquũ eſt ei quod fit ſub γ δ: gnomon igitur μ ρ ξ, & λ κ, ſunt æqualia rectangulo comprehẽſo ſub α δ & δ β, & ei quod fit ex γ δ quadrato (per 36 primi.) Sed gnomon μ ρ ξ & λ κ, totũ ſunt quadratum γ ε ζ β quod eſt ex β γ. Rectangulũ igitur comprehenſum ſub α δ & δ β unà cum quadrato quod ex γ δ fit, æquũ eſt ei quadrato quod fit ex γ β. Si recta igitur linea & quæ ſequuntur reliqua, ut in theoremate: quod oportuit demonſtraſſe.*



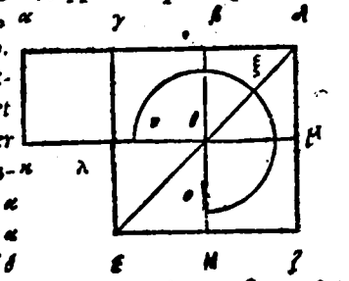
Euclid.ex Camp. Propoſitio 6.

SI recta linea in duo æqualia diuidatur, alia uerò ei linea in lõ6
gũ addatur, quod ex ductu totius iam cõpoſitæ, in eã quæ iam adiecta eſt, cũ eo quod ex ductu dimidiæ in ſeipſam, æquum eſt ei quadrato quod ab ea quę cõſtat ex adiecta & dimidia in ſeipſam ducta deſcribitur. CAMP. *Sit linea a b diuiſa per æqualia in puncto c, eiq; addatur linea b d: dico quòd quadratũ à d, quod fit c d e f, æquale eſt ei quod fit ex tota a d in b d et quadrato c b. Producam in quadrato prędicto e d, diametrũ d e, & ducã lineã b g æquidiſtantẽ d f, quę ſecet diametrum d e in puncto h, à quo h, producã æquidiſtantẽ lineæ a b, quæ ſit h k, ſecãs d f in puncto m, & c e in puncto l, & producã a k, æquidiſtantẽ e l, eritq; per 36 primi, a l, æquale c h. At c h erit æquale h f, per 42 primi, quare a l, eſt æquale h f. Ergo addito c m utrobiq;, erit a m, æquale toti gnomoni circunſtanti l g, quare l g addito utrobiq;, erit a m cũ l g, æquale toti quadrato d c. Et quia utraq; duarũ ſuperficierũ l g & b m e quadrata per correl. 4 huius: patet propoſitũ.* *Euclid.ex Zamb. Theor 6. Propoſit. 6.*

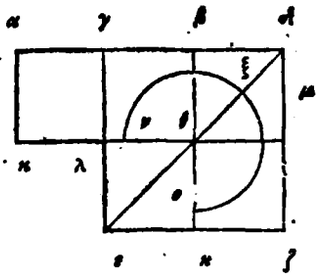


Si recta linea bifariã ſecetur, adijciaturq; ei aliqua recta linea in rec-6
tũ, rectangulũ comprehẽſum ſub tota cũ appoſita & appoſita, unà cum quadrato quod fit à dimidia, æquũ eſt ei quod fit ex coniuncta ex dimidia & appoſita, tanquam ex una deſcripto quadrato.

THEON *ex Zamb. Recta enim linea α β ſecetur bifariàm in ſigno γ, apponaturq; ei aliqua recta linea in rectũ β δ. Dico quòd rectãgulũ comprehenſum ſub α δ & δ β, unà cũ quadrato quod fit ex β γ, æquũ eſt ei quod fit ex δ γ, quadrato. Deſcribatur (per 46 primi) ex γ δ quadratũ γ ε ζ δ, & (per 1 poſtulatum) connectatur δ ε, & (per 31 primi) per β ſignum, utriq; earũ ε γ et δ ζ, parallelus excitetur β γ, ſecans ξ ε in puncto θ, & (per eandem) per θ ſignum, utriq; ipſarum α δ & ε ζ, parallelus excitetur κ μ & inſuper (per eandẽ) per α, utriq; earum γ λ & δ μ, parallelus excitetur α κ. Quoniam igitur (per 36 primi) æqualis eſt α γ ipſi γ β, æquum eſt α λ ipſi γ θ. Sed (per 34 primi) γ θ æquum eſt ipſi θ ζ, igitur & α λ ipſi θ ζ (per eandem) eſt æquale, commune apponatur γ μ: totum igitur α μ, gnomoni ρ ξ σ eſt æquale.*



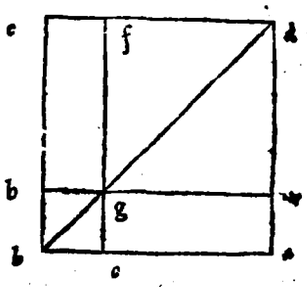
Sed α μ eſt id quod fit ſub α Δ & Δ β, æqualis enim eſt Δ μ ipſi Δ β: & gnomon igitur ρ ξ ο, æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub α Δ & Δ β. Commune apponatur λ ν, quod æquũ eſt quadrato quod fit ex γ β. Rectangulum igitur comprehenſum ſub α Δ & Δ β, unà cum eo quod ex β γ quadrato, æquũ eſt ipſi, ρ ξ ο gnomoni, & ipſi λ ν, ſed gnomon ρ ξ ο, & λ ν, totum ſunt γ ε ſ Δ quadratũ, quod fit ex γ Δ. Rectangulum igitur comprehenſum ſub α Δ & Δ β, una cum quadrato, quod ex β γ, æquum eſt quadrato quod ex γ Δ. Si recta igitur linea, & quæ ſequuntur reliqua: quod oſtendere oportuit.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 7.

7 SI linea in duas partes diuidatur, quod fit ex ductu totius in ſeipſam, cum eo quod eſt ex ductu alterius partis in ſe ipſam, æquum eſt eis quæ ex ductu totius lineæ in eandem partem bis, & ex ductu alterius partis in ſeipſam.

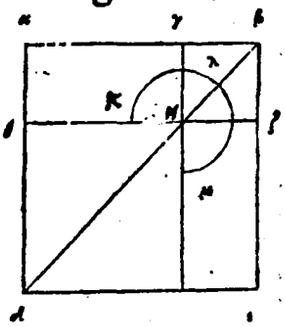
CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in duas partes in puncto c, dico quòd quadratum totius a b cum quadrato b c, æquum eſt ei quod fit ex a b in b c bis cum quadrato a c. Deſcribatur quadratum totius, quod ſit a b d e, & ducatur diameter b d, & c f æquidiſtans, b e ſecans diametrum in puncto g, & ducatur k g h æquidiſtans a b. Et quia quadratum a e cum quadrato c h tantum ſunt, quantum quadratum k f cũ duabus ſuperficiebus a h & c e: patet propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 7.

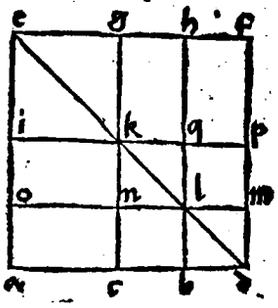
7 Si recta linea ſecetur utcunq;, & quod ex tota & quod ex uno ſegmentorum utraq; fiunt quadrata, æqualia ſunt, rectangulo comprehenſo bis ſub tota & dicto ſegmento, & ei quod à reliquo ſegmento fit quadrato.

THEON ex Zamb. Recta enim linea α β, ſecetur utcũq; in ſigno γ, dico q; quadrata ex α β et β γ, æqua ſunt rectãgulo cõtento bis ſub α β & β γ, et ei quod fit ex α γ quadrato. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β quadratũ α Δ ε β, deſcribaturq; figura. quoniã (per 43 primi) æquũ eſt α ν ipſi ν ε, cõmune apponatur γ ſ: totũ enim α ſ, toti γ ε eſt æquale. Igitur α ſ et γ ε, duplũ eſt ipſius α ſ: ſed α ſ et γ ε ſunt ν λ μ gnomon, et γ ſ quadratũ, et ν λ μ igitur gnomon et γ ſ duplũ eſt ipſius α ſ. Eſt aũt ipſius α ſ duplũ, etiam id quod bis ſub α β et β γ fit, æqualis enim eſt β ſ ipſi β γ, ergo ν λ μ gnomon, et quadratũ γ ſ, æquũ eſt rectãgulo cõtento bis ſub α β et β γ, cõmune apponatur Δ ν, quod eſt quadratũ ex α γ: gnomon igitur ν λ μ, et β ν et ν Δ quadrata, æqualia ſunt & ei quod bis ſub α β & β γ rectangulo continetur, & ei quod ex α γ fit quadrato. Sed ν λ μ gnomon, et quadrata β ν & Δ ν, totũ ſunt β α Δ ε & γ ſ, quæ ſunt ex α β & β γ quadrata: quadrata igitur ex α β, β γ, æqualia ſunt rectangulo bis ſub α β & β γ comprehenſo, cũ eo quod fit ex α γ quadrato. Si recta igitur linea, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate: quod demonſtraſſe oportuit. Euclid. ex Camp. Propoſit. 8.



8 SI linea in duas partes diuidatur, eiq; in longũ æqualis uni diuidentiũ adiungatur, quod ex ductu totius iam cõpoſitæ in ſeipſam fiet, æquũ erit ijs quæ ex ductu prioris lineę in eã adiectã quater, & ei quod ex ductu alterius diuidentis in ſeipſam.

CAMP. Sit a b diuiſa in pũcto c, qualitercũq; cõtingat, cui addatur b d æqualis c b, dico quòd quadratum totius a d quod ſit a d e f, eſt æquale ei quod fit ex a b in b d quater cum quadrato a c. Hoc autẽ patebit, ducta diametro d e, & lineis c g & b h æquidiſtantibus lineę d f, & ſecantibus diametrum in punctis k l, per quæ puncta ducãtur p q k r, & m l n o, æquidiſtantes a d. Erit enim per corrol. 4. huius, unaquæq; ſuperficierũ r g, n q & b m, quadrata. Et quia c b poſita eſt



ta eſt æqualis b d, erit utraq; ſuperficierum c l & l p, quadrata. Eruntq; quatuor quadrata diuidentia quadratum c p, æqualia: & quia totus gnomo circunſtans quadrato r g, eſt per 36 & 43 quadruplus ei quod ex a b in b d, quia quadruplus ad ſuperficiem a l: patet propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propoſitio 8.*

Si recta linea ſecetur utcũq;, rectangulum comprehenſum quater ſub tota & uno ſegmentorum cũ eo quod ex reliquo ſegmento eſt quadrato, æquum eſt ei quod fit ex tota & prædicto ſegmento tanquam ab una deſcripto quadrato. 8

THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædam α β ſecetur utcunq; in ſigno γ, dico quòd quater ſub α β & β γ comprehenſum rectangulũ, unà cũ eo quod ex α γ quadrato, æquum eſt ei quod fit ex α β et β γ, tanquã ab una deſcripto quadrato. Producantur enim (per 6 ſecundi) in rectã lineã ipſi α β recta linea β δ, & ponatur ipſi γ β æqualis β δ (per 3 primi) Et (per 46 primi) ex α δ deſcribatur quadratũ α ε ζ δ, & deſcribatur dupla figura. Quoniã igitur æqualis eſt γ β ipſi β δ, ſed γ β ipſi π ν, eſt æqualis, & β δ (per 34 primi) ipſi ν ρ eſt æqualis, & ν ν igitur ipſi ν ρ eſt æqualis. & perinde π ϱ ipſi ϱ σ eſt æqualis. Et quoniã æqualis eſt ξ γ ipſi β δ, et ν ν ipſi ϱ μ, æquũ eſt igitur γ ν ipſi ν δ, & ν ϱ ipſi ϱ μ, (per 36 primi.) Sed (per 43 primi) γ ν ipſi ϱ ρ eſt æquale: ſupplementa enim ſunt parallelogrãmi γ σ, & ν δ, igitur ipſi ρ ρ eſt æquale. Igitur δ ν, γ ν, ν ϱ, & ϱ μ, ſibi inuicẽ ſunt æqualia: ipſa quatuor igitur quadruplicata ſunt ipſius γ ν. Rurſus quoniã æqualis eſt γ β ipſi β δ, ſed β δ quidẽ ipſi β ν, hoc eſt ipſi γ ν eſt æqualis, & γ β igitur, hoc eſt ν ν ipſi ν π eſt æqualis: & γ ν igitur ipſi ν π eſt æqualis. Et quoniã æqualis eſt γ ν ipſi ν π et π ϱ ipſi ϱ σ, æquum eſt α ν ipſi μ π, & π λ ipſi ϱ ζ, ſed μ π ipſi π λ (per 43 primi) eſt æquale: ſupplemẽta enim ſunt parallelogrãmi μ λ: et α ν igitur ipſi ϱ ζ (per 43 eiuſdẽ) eſt æquale. Quatuor igitur α ν, μ π, π λ, et ϱ ζ, ſibi inuicẽ ſunt æqualia: quatuor igitur quadruplicata ſunt ipſius α ν. Oſtẽſum autẽ eſt q, quatuor γ ν, ν δ, ν ϱ, et ϱ ρ ipſius γ ν quadruplicata: octo igitur quæ gnomonẽ σ τ υ cõplectũtur, quadruplicata ſunt ipſius α ν. Et quoniã α ε eſt quod ſub α β et β δ, æqualis enim eſt β ν ipſi β δ, quod igitur quater eſt ſub α β & β δ, quadruplicatũ eſt ipſius α ν: oſtẽſum eſt autẽ q, ipſius α ν quadruplicatũ, eſt gnomon σ τ υ. Igitur id quòd quater eſt ſub α β & β δ, gnomoni σ τ υ æquũ eſt. Cõmune apponatur ξ θ, quod æquum eſt quadrato quod ex α γ. Rectangulũ igitur quater ſub α β et β δ cõprehenſum, cũ quadrato quod ex α γ, æquũ eſt gnomoni σ τ υ et (ei quod eſt) ξ θ. Sed σ τ υ gnomon et ξ θ, totũ ſunt α ε ζ δ quadratũ, quod eſt ex α δ: quod igitur quater ſub α β & β δ, unà cũ eo quod fit ex α γ, æquũ eſt ei quod fit ex α δ quadrato: æqualis autẽ eſt β δ ipſi β γ. Rectangulũ igitur comprehẽſum quater ſub α β & β γ, unà cum eo quod fit ex α γ quadrato: æquũ eſt ei quod fit ex α δ, hoc eſt ei quod ex α β & β γ tanq; ab una deſcriptũ eſt quadrato. Si recta igitur linea, et quæ ſequũtur reliqua: quod erat oſtendendũ.* Euclid. ex Camp. Propoſit. 9.

quadrupla

Si linea in duo æqualia duoq; inæqualia diuiditur, q; fiunt ex ductu utriuſq; inæqualiũ ſectionũ in ſeipſã pariter acceptã, duplũ ſũt utriſq; pariter acceptis, q; quidẽ ex dimidia, eaq; q; utriq; ſectioni interiacet q; dratis, deſcribunt. 9

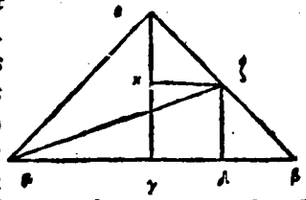
CAMP. *Sit linea a b diuiſa per æqualia in c, & per inæqualia in d. Dico q; quadratũ a d & quadratũ d b ſimul iũcta, dupla ſunt quadrato a c & quadrato c d ſimul iunctis. Super lineã a b, erigo lineã c e, perpendicularem & æqualem utriq; earũ linearũ a c & c b, & produco e a & e b, eritq; per 32 primi, uterq; angulorũ a & b, & uterq; angulorũ partialiũ qui ſunt ad e, medietas recti, totusq; e, rectus. Et produco d f, æquidiſtantẽ c e, & perpendicularẽ ſuper lineã a b, eritq; uterq; angulorũ d, rectus, & angulus d f b, medietas recti per 32 primi, ſiue 2 partẽ 29 primi. Quare per 6 primi d f & d b ſunt æqualia. A' puncto f duco f g, æquidiſtantẽ a b: eritq; per 2 partẽ 29 primi, & per 32 eiuſdem, uterq; angulorũ g, rectus, & angulus e f g per 32 medietas recti, quare per 6 eiuſdẽ, latera e g & g f, ſunt æqualia. Et quia per penultimã eiuſdẽ, quadratum e f eſt æquale quadrato e g, & quadrato g f, ipſum erit duplũ ad quadratũ g f, quare ad quadratũ c d. Itẽ quia per eandẽ quadratũ e a eſt æquale quadrato a c & quadrato c e, ipſum erit duplũ ad quadratũ a c: & quia quadratum*

a f eſt æquale quadrato e f & a e per eandem, ipſum erit duplũ ad quadratũ a c & ad quadratum c d. Sed quadratum a f, eſt iterum æquale per eandem quadrato a d & quadrato d f, ergo quadratum d & quadratum d f, dupla ſunt ad quadratum a c & ad quadratum c d. Et quia quadratum d f eſt æquale quadrato d b, erunt quadrata duarum linearum a d & d b, dupla quadratis duarum linearum quæ ſunt a c & c d, quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 9.

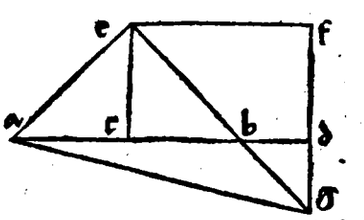
9 Si recta linea ſecetur in æqualia & non æqualia, quæ ab inæqualib. totius ſegmentis fiunt quadrata, dupla ſunt eius quod à dimidia & eius quod ab ea quæ media eſt ſectionum fit, quadratorum.

THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædam α β, ſecetur in æqualia in ſigno γ, & in non æqualia in δ. Dico quòd quadrata ex α δ & δ β, dupla ſunt eorum quæ ex α γ & γ δ ſunt quadratorum. Excitetur enim (per 11 primi) ex γ ſigno ipſius α β, ad angulos rectos γ ε, & ponatur (per 3 primi) æqualis utriq; ipſarũ α γ & γ β, & (per 1 poſtulatum) connectantur α ε & ε β. Et (per 31 primi) per δ ipſi ε γ, parallelus excitetur δ ζ, & (per eandem) per ζ ipſi α β, parallelus excitetur ζ η, & (per 1 poſtulatũ) connectatur α ζ. Et quoniam æqualis eſt α γ ipſi γ ε, æqualis eſt (per 5 primi) angulus ε α γ angulo γ ε α. Et quoniã rectus eſt angulus qui ad γ, reliqui igitur anguli ε α γ & α ε γ, uni recto ſunt æquales: utercq; igitur eorum qui ſub α ε γ & ε α γ, recti dimidius eſt. Ob id quoq; & uterq; ipſorum ε β γ & γ ε β, recti dimidius eſt. Totus igitur α ε β, rectus eſt. Et quoniam qui ſub η ε ζ recti dimidius eſt, rectus autẽ qui ſub ε η ζ, æqualis enim interiori eſt & oppoſito (per 29 primi) hoc eſt ipſi ε γ β, reliquus igitur qui ſub ε η ζ recti dimidius eſt. Aequus igitur eſt (per 6 communẽ ſententiam) qui ſub η ε ζ, ei qui ſub ε ζ η: quare (per 6 primi) & latus ζ ε, lateri ε η eſt æquale. Rurſus quoniã angulus qui ad β, recti dimidius eſt, rectus autẽ eſt qui ſub ζ δ β, æqualis enim rurſus eſt interiori & oppoſito ipſi ε γ β (per 29 primi) reliquus igitur qui ſub β ζ δ, recti dimidius eſt. Aequalis igitur eſt angulus qui ad β ipſi δ ζ β. Quare (per 6 primi) & latus δ ζ, lateri δ β eſt æquale. Et quoniã α γ æqualis eſt ipſi γ ε, & æquum eſt quod ex α γ ei quod ex γ ε: quadrata igitur quæ ſunt ex γ α & γ ε, eius ſunt dupla quod eſt ex α γ. At (per 47 primi) eis quæ ſunt ex α γ & γ ε, æquum eſt quod ex ε α fit quadratũ: angulus enim qui ſub α γ ε, rectus eſt. Igitur quod ex α ε fit eius quod eſt ex α γ, duplum eſt. Rurſus quoniã æqualis eſt ε η ipſi η ζ, æquum eſt id quod ex ε η, ei quod ex η ζ. quadrata igitur quæ ſunt ex η ε & ε ζ, dupla ſunt quadrati quod ex η ζ. Quadratis autẽ quæ fiunt ex ε η, & η ζ æquũ eſt id quod ex ε ζ (per 47 primi) quadratũ igitur quod ex ε ζ, duplum eſt eius quod ex η ζ. Aequalis autem eſt η ζ ipſi γ δ: igitur quod ex ε ζ duplum eſt eius quod ex γ δ. Eſt autẽ & id quod ex α ε, duplum eius quod fit ex α γ. Quadrata igitur, quæ ex α ε & ε ζ, quadratorum quæ fiunt ex α ε & γ δ, dupla ſunt. Eis autem quæ fiunt ex α ε & ε ζ, æquum eſt id quod ex α ζ fit quadratũ (per 47 primi.) Rectus enim eſt angulus qui ſub α ε ζ. Quadratum igitur ex α ζ, eorũ quæ ex α γ & γ δ fiunt, duplum eſt. Ei autẽ quod fit ex α ζ, æqualia ſunt ea quæ fiũt ex α δ & δ ζ (per 47 primi) rectus enim eſt angulus qui ad δ. Ea igitur quæ ex α δ & δ ζ, dupla ſunt eorũ quæ ex α γ & γ δ fiunt quadratorũ. Aequalis autẽ eſt δ ζ ipſi δ β, quadrata igitur quæ ex α δ & δ β fiũt, dupla ſunt eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, quadratorũ. Si recta igitur linea ſecetur in partes æquales & inæquales, quæ ab inæqualibus totius ſegmentis fiũt quadrata, dupla ſunt eius quod ex dimidia, & ex medio ſegmentorum fit, quadratorum: quod oportuit demonſtrare.*



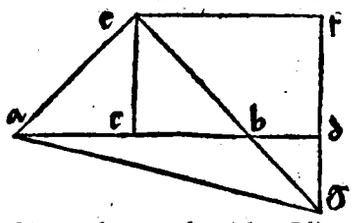
Euclid. ex Camp. Propoſitio 10.

10 Si linea in duo æqualia diuidatur, eiq; in longum alia addatur, quadratum quod deſcribitur à tota cũ addita, & quadratum quod ab ea quæ addita eſt utraque quadrata pariter accepta, ei quadrato quod à dimidia, eiq; quod ab ea producitur quæ ex dimidia adiecta'q; conſiſtit, utriſq; quadratis pariter acceptis dupla eſſe neceſſe eſt.



CAMPANVS. *Sit linea a b diuiſa per æqualia in c, & addita ſibi linea b d, dico quòd duo quadrata duarũ linearum a c & b d, pariter accepta, dupla ſunt duobus quadratis duarum linearũ a c & c d, pariter acceptis. Erigo c e perpendicularẽ ſuper lineã a b, & æqualẽ utriq; linearũ a c & c b, & perficio triangulum a e b, ductis lineis a e & e b, eritq; ut in præmiſſa uterque angulorum a & b, & uterque eorum, qui ſunt ad e, medietas recti per 32 primi*

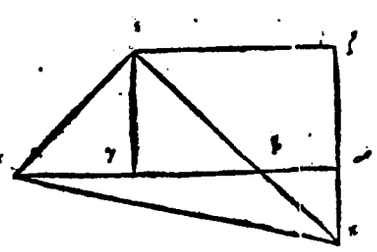
totusq; e eſt rectus. A puncto e, produco e f, æqualem & æquidiſtantẽ c d, & produco f d & e b, quouſq; concurrãt in puncto g, & produco lineã a g. Eritq; per ultimã partẽ 29 primi, angulus c e f, rectus, ſed angulus c e b, eſt medietas recti, ergo angulus b e f, eſt ſimiliter medietas recti: & quia per 33 primi, f d eſt æquidiſtãs c e, erit per 34 eiuſdẽ, angulus f rectus: ergo per 32 eiuſdẽ, erit angulus e g f medietas recti: item per eandẽ, angulus d b g ſimiliter medietas recti, propter id q; angulus b d g eſt rectus, ergo per 6 eiuſdem duo latera e f & f g ſunt æqualia: item duo latera d b & d g ſunt æqualia. Ergo per penultimã eiuſdem, quadratum e g, duplum eſt ad quadratũ e f: quare ad quadratum c d. Itemq; per eandem, quadratum a e, duplum eſt ad quadratum a c. Et quia quadratum a g eſt per eandem æquale quadratis a e & e g, ſimiliter quoq; & quadratis a d & d g, at quia quadratum d g eſt æquale quadrato b d, erunt duo quadrata duarũ linearum a d & b d pariter accepta, dupla duobus quadratis duarũ linearũ a c & c d pariter acceptis, quod eſt propoſitum. Hæc autẽ & omnes præmiſſæ, ueritatẽ habẽt in numeris ſicut & in lineis.



Euclid. ex Zamb. *Theorema* 10. *Propoſitio* 10.

Si recta linea ſecetur bifariàm, apponatur autẽ ei quæpiam recta linea in rectũ, quod ex tota cũ apposita & quod ex apposita utraq; quadrata, dupla ſunt eius quod ex dimidia & eius quod ex adiacente dimidia & adiuncta, tanquam ex una deſcriptorum quadratorũ. 10

THEON ex Zamb. *Recta enim quædam linea α β, ſecetur bifariàm in γ, apponaturq; ei quæpiam recta linea in rectum, β δ. Dico quòd quadrata quæ ex α δ & δ ε, dupla ſunt quadratorum quæ fiunt ex α γ & γ δ. Excitetur (per 11 primi) æqualis ab ipſo γ ſigno, ipſi α ε δ ad angulos rectos γ ζ, et ponatur (per 3 primi) æqualis utriq; ipſarum α γ & γ β, et (per 1 poſtulatũ) connectantur ζ α & ζ ε. Et (per 31 primi) per ζ, ipſi α δ parallelus excitetur ζ ϛ, (& per eandem) per δ, ipſi γ ζ parallelus excitetur δ ϛ. Et quoniam in parallelos rectas lineas γ ζ & δ ϛ, recta quædam linea incidit ζ ϛ, anguli igitur γ ζ ϛ & ζ ϛ δ, (per 29 primi) duobus rectis ſunt æquales. Anguli igitur ϛ ζ β & ζ ϛ δ, duobus rectis ſunt minores, (per eandem.) Quæ autem à minoribus duobus rectis producuntur (per 5 poſtulatum) coincidunt: igitur ζ ε & ϛ δ productæ ad partes β δ coincidunt: producantur, & coincidant in ν, & (per 1 poſtulatum) connectatur α ν. Et quoniam æqualis eſt α γ ipſi γ ζ, angulus quoq; α ζ γ angulo ζ α γ eſt æqualis (per 5 primi) & rectus eſt qui ad γ, dimidius ergo recti, eſt uterque qui ſub ζ α γ & α ζ γ. Et propterea uterq; etiam qui ſub γ ζ β & ζ β γ recti dimidius eſt: rectus igitur eſt qui ſub α ζ ε. Et quoniam angulus ζ β γ recti dimidius eſt, & (per 15 primi) angulus igitur δ β ν recti dimidius eſt. Angulus autem β δ ν, rectus eſt, æqualis enim eſt ei qui ſub δ γ ζ, alterni enim: reliquus igitur angulus δ ν β, recti dimidius eſt. Igitur (per 6 communem ſententiam primi) angulus δ ν β, recti dimidius eſt. Igitur (per 6 communem ſententiam primi) angulus δ ν β, ei qui ſub δ β ν eſt æqualis. Quare (per 6 primi) et latus β δ, lateri ν δ æquum eſt. Rurſus quoniam angulus ζ ν ϛ, recti dimidius eſt, rectus autem qui ad ϛ, æqualis enim (per 34 primi) ex oppoſitio ei qui α δ γ: reliquus igitur angulus ϛ ζ ν, recti dimidius eſt. Angulus igitur ζ ν ϛ, angulo ϛ ζ ν eſt æqualis. Quare (per 6 primi) & latus ϛ ν, lateri ϛ ν eſt æquale. Et quoniam æqualis eſt ζ γ ipſi γ α, quadratum quoq; quod ex ζ γ, ei quod eſt ex γ α quadrato, æquum eſt: quadrata igitur ſunt ex γ ζ & γ α, dupla ſunt eius quod fit ex α γ, quadrati. Eis autem quæ fiunt ex ζ γ & γ α (per 47 quæſt. primi) æquum eſt id quod ex ζ α. Quadratum igitur quod ex ζ α, duplum eſt eius quod fit ex α γ. Rurſus quoniam æqualis eſt ν ϛ ipſi ζ ϛ, quadratũ quod fit ex ν ϛ, æquum eſt ei quod fit ex ζ ϛ quadrato: quadrata igitur quæ ex ν ϛ & ζ ϛ fiunt, eius quod fit ex ζ ϛ, dupla ſunt. Eis autem quæ fiunt ex ν ϛ & ζ ϛ (per 47 primi) æquum eſt id quadratum quod fit ex ζ ν: id igitur quod fit ex ζ ν, duplum eſt eius quod fit ex ζ ϛ. Aequalis autem eſt ζ ϛ ipſi γ δ: id igitur quod fit ex ζ ν, duplum eſt eius quod fit ex γ δ. Patuit autem quòd & id quod fit ex ζ α, duplum eſt eius quod fit ex α γ. Quadrata igitur quæ fiunt ex α ζ & ζ ν, eorum quæ fiũt ex α γ & γ δ quadratorum, dupla ſunt. Quadratis autem quæ fiunt ex α ζ & ζ γ, æquum eſt id quod fit ex α ν quadratum (per 47 primi) Quadratum igitur quod fit ex α ν, eorum quæ fiunt ex α γ & γ δ, duplũ eſt. Ei autem quod fit ex α ν, æqualia ſunt quadrata quæ fiunt ex α δ & δ ν. Quadrata igitur quæ fiunt ex α δ & δ ν, dupla ſunt eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, quadratorum: æqualis autem eſt δ ν ipſi δ β. Quadrata igitur quæ fiunt ex α δ & δ β, dupla ſunt eorum quæ fiunt ex α γ & γ δ quadratorum. Si recta igitur linea ſecetur bifariàm, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod oſtendere oportebat.*

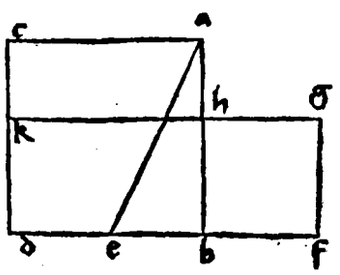


Euclides

Euclid. ex Camp. Propoſitio 11.

11 DAtam lineam ſic ſecare, ut quod ſub tota & una portione rectangulum continetur, æquum ſit ei quod fit ex reliqua ſectione quadratum.

CAMPANVS. Sit linea data a b, quam uolumus ſic diuidere, ut quod ex tota & una eius portione producitur, æquum ſit quadrato alterius. Deſcribo quadratum ipus a b, quod ſit a b c d. Latus b d diuido per æqualia in e, & produco a e: & e b produco uſq; ad f: ita quòd e f ſit æqualis a e. Et ex b f portione extrinſeca, deſcribo quadratum quod ex latere a b reſecat portionem æqualem b f, quæ ſit b h: & quadratũ deſcriptum ſit b f h g. Dico quòd a b ſic eſt diuiſa in puncto h, quòd illud quod fit ex tota a b in eius portionem h a, eſt æquale quadrato h b. Produco g h uſq; ad k, quæ erit æquidiſtans a c.

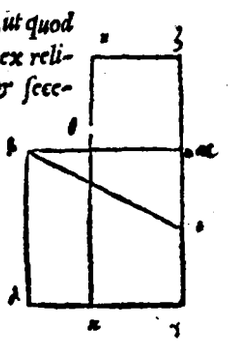


Quia ergo linea d b diuiſa eſt per æqualia in e, & eſt ſibi addita linea b f, erit per 6 huius, quod fit ex d f in b f cum quadrato e b, æquale quadrato e f: quare & quadrato e a: quare per penultimam primi, quadratis duarũ linearum e b & b a. Ergo dẽpto ab utriſq; quadrato lineæ e b, erit quod fit ex d f in b f, & ipſum eſt ſuperficies d g, æquale quadrato lineæ a b. Ergo dempto ab utriſq; parallelogrammo h d, erit quadratum h f æquale parallelogrammo h c. Et quia quadratum h f eſt quadratum lineæ h b, & parallelogrammum h c producitur ex c a, quæ eſt æqualis a b, in a h, patet factum eſſe propoſitum. ¶ Ad hoc autẽ faciendum in numeris, non labores: quia impoſsibile eſt numerum ſic diuidi, ut hic undecima proponit, ſicut ſcies, ſexti 26 te docente.

Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 11.

11 Datam rectam lineam ſecare, ut quod ſub tota & alterno ſegmento comprehenſum rectangulum, æquum ſit ei quod fit ex reliquo ſegmento quadrato.

THEON ex Zamb. *Sit data recta linea α β: oportet autem ipſam α β ſecare, ut quod ſub tota & altero ſegmento comprehenſum rectangulum, æquum ſit ei quod fit ex reliquo ſegmẽto, quadrato. Deſcribatur (per 46 primi) ex α β, quadratum α β γ δ, & ſecetur (per 10 primi) α γ bifariam, in ε, ſigno, & connectatur β ε. Et extendatur (per 2 poſtulatum) γ α, in ζ, et ponatur (per 3 primi) ipſi β ε, æqualis ε ζ. Et (per 46 primi) ex α ζ deſcribatur quadratũ ζ η α θ, & extendatur (per 2 poſtulatũ) η θ, in κ. Dico quòd α ξ, ſecatur in θ, ut quod ex α β, & β θ, comprehenſum rectangulum, æquum ſit ei quod fit ex α θ, quadrato. Quoniam enim recta linea α γ ſecta eſt bifariam in ε, adiecit autem ei α ζ, igitur (per 6 ſecundi) rectangulum comprehenſum ſub γ ζ, & ζ α, una cum eo quod fit ex α ε, quadrato, æquum eſt ei quod fit ex ε ζ quadrato, æqualis autem eſt ε ζ, ipſi ε β: rectangulum igitur comprehenſum ſub γ ζ, & ζ α, una cum eo quod fit ex ε α quadrato, æquum eſt ei quod fit ex ε β quadrato.*



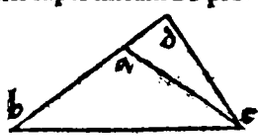
cβ *Sed ei quod fit ex ε α, æqualia ſunt (per 47 primi) ea quæ fiunt ex β α, & α ε, quadrata: rectus enim eſt angulus qui ad α. Quod igitur eſt ſub γ ζ, & ζ α, cum eo quod fit ex α ε, æquum eſt eis quæ fiunt ex β α, & α ε. Commune auferatur id quod ex α ε, reliquum igitur rectangulum comprehenſum ſub γ ζ, & ζ α: æquum*

ζκ *eſt ei quod fit ex α β, quadrato. Et id quidem quod fit ſub γ ζ, & ζ α, eſt ipſum ζ κ: æqualis enim eſt ζ α, ipſi ζ κ. Id autem quod fit ex α θ, eſt ipſum α δ. Igitur ζ κ æquum eſt ipſi α δ. Commune auferatur α κ, reliquum igitur ζ θ, ipſi θ δ, eſt æquale. Eſt autem θ δ, id quod ſub α β, & β θ, æqualis enim eſt α β, ipſi β δ. At ζ θ, id eſt quod ex α θ. Rectangulum igitur comprehenſum ſub α β & β θ, æquum eſt ei quod fit ex θ α, quadrato. Data igitur recta linea α β, in θ, diſſecta eſt, ut rectangulum ſub α β, & β θ comprehenſum, æquum ſit ei quod ex α θ fit quadrato: quod feciſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 12.

12 IN his triãgulis qui obtuſum habẽt angulũ, tanto ea quæ obtuſum ſubtẽdit angulum, ambobus reliquis lateribus quæ obtuſum cõtinent angulũ amplius poteſt, quãtum eſt quod continetur bis ſub uno eorũ, atq; ea quę ei dire ctè iuncta ad obtuſum angulũ, à perpẽdiculari extrà deprehẽditur.

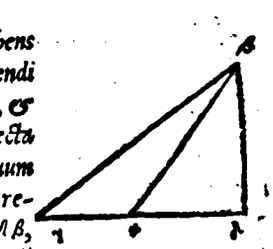
CAMPANVS. Sit triangulus a b c, habens angulum a, obtusum. A' puncto c, ducatur linea perpendicularis ad lineam b a, quę necessariò cadet exrra triangulum a b c: alioqui angulus obtusus esset rectus aut minor recto per 16 primi: fit ergo c d perpẽdicularis super lineam a b productam usq; ad d. Dico quòd quadratum lateris b c quod subtenditur angulo obtuso, tanto maius est duobus quadratis duarum linearum a b & a c ambientibus ipsum angulum obtusum, quantum est illud quod fit ex b a in a d bis. (Potentia enim lineæ, respectu quadrati sui est, unde tantum dicitur posse linea quælibet, quantum in se ducta producit.) Erit enim per 4 huius, quadratum b d, æquale duobus quadratis duarum linearum b a & a d, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Et quia quadratum b c per penultimam primi est æquale quadrato b d & quadrato d c: ipsum erit æquale quadratis trium linearum b a, a d, & d c, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Sed per eandem, quadratum a c, est æquale quadratis a d & d c. Ergo quadratum b c est æquale quadratis duarum linearum b a & c a: & duplo eius, quod fit ex b a in a d. Quare b c tanto amplius potest duabus lineis b a, a c, quantum est duplum eius quod fit ex b a in a d. Iam enim diximus, quòd tantum dicitur posse linea quælibet, quantum in se ducta, producit: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema* 11. *Propositio* 12.

In obtusi anguli triangulis, quod ad obtusum angulum subtendente latere fit quadratum, maius est eis quæ fiunt ab obtusum angulum comprehendentibus lateribus, quadratis, comprehenso bis sub uno eorum qui sunt circa obtusum angulum, in quod protractum cadit perpendicularis, & assumpto extrinsecus sub perpendiculari ad obtusum angulum. 12

THEON *ex Zamb.* *Sit obtusi anguli triangulum α β γ, obtusum habens angulum β α γ, & ducatur ex β signo, in γ α, productam (per 12 primi) perpendicularis β Δ. Dico quòd quadratum quod ex β γ, maius est eis quæ fiunt ex β α, & α γ, quadratis: bis sub γ α, & α Δ, comprehenso rectangulo. Quoniam enim recta linea γ Δ, secta est utcunq; in α, signo: igitur (per 4 secũdi) quod fit ex γ Δ æquum est eis quæ fiunt ex γ α, & α Δ, quadratis, & bis sub γ α & α Δ comprehenso rectangulo. Commune ponatur id quod ex Δ β. Ergo igitur quæ sunt ex γ Δ, & Δ β, æqua sunt eis quæ fiunt ex γ α, & α Δ, & Δ β, quadratis, & bis sub γ α & α Δ, cõprehenso rectangulo. Sed eis quæ sunt ex γ Δ & Δ β: æquum est id quod ex γ β, (per 47 primi) rectus enim est angulus qui ad Δ. Eis autem quæ fiunt ex α Δ, & Δ β, (per eandem) æquum est id quod fit ex α β. Quadratum igitur quod fit ex γ β, æquum est eis quæ fiunt ex γ α & α β, quadratis, (per eandem) & bis sub γ α, & α Δ, comprehenso rectangulo. Quare quadratũ quod fit ex γ β, eis quæ fiunt ex γ α, & α β, maius est: bis sub γ α, & α Δ, comprehenso rectangulo. In amblygonijs igitur triangulis, quod ab obtusum angulum subtendente latere fit quadratum, maius est, & quæ sequuntur reliqua: quod ostendere oportuit.*

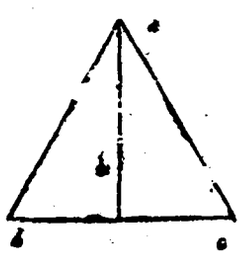


Euclid. ex Camp. *Propositio* 13.



Omnis oxygonij tanto ea quæ acutum respicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest: quantum est quod bis continetur sub uno eorum, cui perpendicularis intrà superstat, eaq; sui parte quæ perpendiculari angulo q; acuto interiacet. 13

CAMPANVS. Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto, in triãgulo oxygonio: ueritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangulo, siue fiat orthogonius, siue amblygonius, siue oxygonius. Sit ergo in triangulo a b c, quicunq; triãgulus fuerit, angulus c acutus: qui si fuerit oxygonius, ducatur perpendicularis ab quouis angulorum a uel b, ad quamuis basim b c uel a c: quia cum sic fuerit, semper cadet perpẽdicularis intra triangulum. Si autem sit amblygonius aut orthogonius, ab angulo obtuso uel recto ducatur perpendicularis ad latus oppositum, quã manifestũ est cadere intra triangulum. Et, ut simpliciter dicã, cum in omni triãgulo sint duo acuti anguli, necessariò erit alter

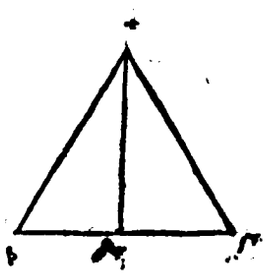


reli-

reliquorum angulorum qui ſunt a & b, acutus. Ducam igitur perpendicularem, ad lineam illam quæ duobus acutis interiacet. Sit ergo ut trianguli a b c, angulus b etiam ſit acutus: ducam ergo ad b c, perpendicularem quæ ſit a d, quæ (ut dictum eſt) cadet intra triangulum. Dico itaq; quòd quadratum lateris a b, quod ſubtenditur angulo acuto c, tanto minus eſt duobus quadratis duarum linearum a c & c b, quantum duplum eius quod fit ex b c in d c. Vel dico quòd quadratum a c quod etiam ſubtenditur angulo b, quem poſuimus acutum (quicquid fuerit de anguloa) tanto minus eſt duobus quadratis duarum linearum a b, & b c, quantum eſt duplum eius quod fit ex c b in b d. Erit enim per 7 huius, quadratũ b c cum quadrato d c, æquale ei quod fit ex b c in d c bis, & quadrato alterius partis ſcilicet b d: quare addito utriq; quadrato a d, erit quadratum b c cum quadratis duarum linearum a d & d c, æquale quadratis duarũ linearum a d & d b, & duplo eius quod fit ex c b in c d. At quia per penultimã primi, quadratũ a c eſt æquale quadratis duarũ linearum a d & d c: erit quadratum b c cum quadrato a c, æquale quadratis duarum linearum a d & b d, & duplo eius quod fit ex b c in c d. Sed per eandẽ penultimã primi, quadratum a b, æquum eſt quadratis duarum linearũ a d & b d: ergo quadratum b c cum quadrato a c, æquum eſt quadrato a b: & duplo eius quod fit ex b c in c d: quare tanto minus poteſt a b duobus lateribus b c & a c: quantum eſt duplum eius quod fit ex b c in c d, quod eſt propoſitum. Simili modo probabis, latus a c quod ſubtẽditur angulo b acuto, poſſe tãto minus duobus lateribus a b & b c: quantum eſt duplum eius quod fit ex c b in b d. ¶ Notandum autẽ per hanc & præcedentẽ & penultimam primi, quòd cognitis lateribus omnis trianguli, cognoſcitur area ipſius, & auxiliantibus tabulis de chorda & arcu, cognoſcitur omnis eius angulus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propoſitio 13.*

13 **In oxygonijs triangulis, quod ex acutum angulum ſubtẽdente fit quadratum, minus eſt eis quæ ex acutum angulum comprehendentibus lateribus fiunt quadratis: comprehenſo bis ſub uno eorũ quę ſunt circa acutum angulum, in quod perpendicularis cadit, & ſumpto intus ſub perpendiculari ad acutum angulum.**

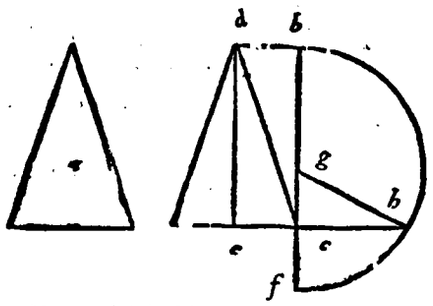


THEON ex Zamb. *Sit oxygonium triangulum α β γ, acutum habens angulum qui ad β, & (per 12 primi) ducatur ab α ſigno, in β γ, perpendicularis α δ. Dico quòd quadratum ex α γ, minus eſt quadratis quæ fiunt ex γ β & β α, comprehenſo bis rectangulo ſub γ β, & β δ. Quoniam enim recta linea β γ diſſecta eſt utcunq; in δ, igitur (per 7 ſecundi) quadrata quæ ex γ β, & β δ, æqualia ſunt bis ſub γ β, & β δ, comprehẽſo rectangulo, & ei quod fit ex γ δ quadrato. Commune apponatur quadratum, quod ex δ α. Igitur quadrata quæ ex γ β, & β δ, & δ α, (per 7 ſecundi) æqualia ſunt rectãgulo comprehenſo bis ſub γ β, & β δ, & eis quæ fiunt ex α δ, & δ γ, quadratis. Sed eis quæ fiunt ex β δ, & δ α, æquum eſt id quod fit ex α β, angulus enim qui ad δ, rectus eſt. Eis autem quæ fiunt ex α δ, & δ γ, æquum eſt id quod ex α γ, (per 47 primi) ea igitur quæ fiunt ex γ β, & β α, æqualia ſunt ei quod fit ex α γ, & ei quod bis fit ſub γ β, & β δ. Quare ſolum quod fit ex α γ, minus eſt eis quæ fiunt ex γ β, & β α, quadratis: eo quod eſt bis ſub γ β, & β δ, comprehenſo rectangulo. In oxygonijs igitur triangulis, & quæ ſequuntur reliqua: quod oſtendere oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

14 

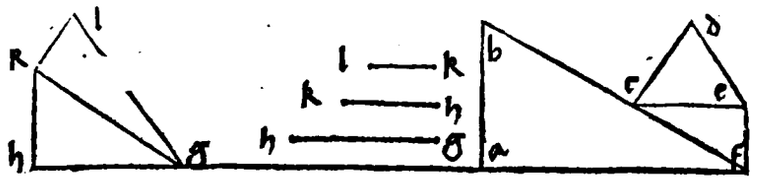
Ato trigono, æquum quadratum deſcribere.



CAMPANVS. Sit datus trigonus a: cui nos uolumus æquum quadratum deſcribere. Deſignabo ſuperficiẽ æquidiſtantium laterum & rectorum angulorum æqualem trigono dato, ſecundum quod docet 42 primi: ſitq; ſuperficies illa b c d e: cuius ſi latera fuerint æqualia, habemus quod quærimus: ipſa enim erit quadrata per diffinitionem. Si autem latera ſint inæqualia, tunc adiungam minus ipſorum laterum maiori, ſecundum rectitudinẽ: ſitq; linea c f, æqualis minori duorum laterum, quod eſt c e, adiuncta maiori quod eſt b c, ſecundum rectitudinem. Totam b f diuidam per æqualia, in puncto g, & facto g centro, ſuper lineam b f ſecundum quantitatem lineæ g b: deſcribam ſemicirculum b h, & latus e c producam, uſquequò ſecet circũferentiam in puncto h. Dico quòd quadra-

tum lineæ c h, eſt æquale trigono dato. Producam lineam g h. Et quia linea b f diuiſa eſt per æqua lia in g, & per inæqualia in c: erit per 5 huius. quod fit ex ductu b c in c f cum quadrato c g, æquale quadrato g f, quare & quadrato g h, quare per penultimam primi, & duobus quadratis duarum linearum g c & c h. Ergo dempto utrinque quadrato c g, erit quod fit ex b c in c f, quod eſt æquale ſuperficiei b e, eo quòd c f eſt æquale quadrato lineæ c h, quare quadratum lineæ c h, eſt æquale trigono a, quod eſt propoſitum.

CAMPANI *additio.* Et nota quòd per hoc inuenitur latus tetragonicum cuiuslibet altera parte longioris, & ſimpliciter omnis figuræ rectis lineis contentæ: quæcũq; fuerit, quoniã omnem figuram talem in triãgulos re

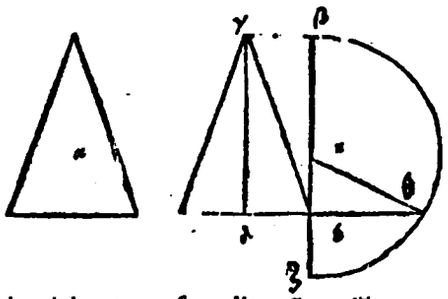


ſoluemus: & cuiusliber illorum triangulorũ inueniemus tetragonicum latus ſecundum doctrinam iſtius, & inueniemus per penultimam primi, lineam unam, quæ poſsit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia, uolo inuenire latus tetragonicum rectilineæ figuræ irregularis a b c d e f. Reſoluo eam in tres triangulos, qui ſunt a b f, & c d e, & f c e. Inuenio quoque ſecundum doctrinam iſtius, tria latera tetragonica iſtorum trium triangulorum, quæ ſunt g h, h k, & k l: & erigo h k, perpendiculariter ſuper g h, & produco g k, eritq; per penultimam primi, quadratum g k, æquale quadratis duarum linearum g h, & h k: & tertium latus k l, erigo perpendiculariter ſuper lineam g k, & produco lineam g l, eritq; per penultimam primi, g l latus tetragonicum totius figuræ rectilineæ propoſitæ.

Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propoſitio 14.*

Dato rectilineo, æquum quadratum conſtituere. 14

THEON *ex Zamb. Sit datum rectilineum* α, *oportet ei rectilineo æquum quadratum conſtituere: conſtituatur (per 45 primi) ipſi* α, *rectilineo: æquum parallelogrammum rectangulum* β γ δ ε. *Si æqualis eſt* β ε, *ipſi* γ δ, *factum iam eſt problema: conſtituitur enim ipſi* α, *rectilineo æquum quadratum* β δ. *Si autem non, ipſarũ* β ε, & ε δ, *altera maior eſt. Sit maior* β ε, & *producatur in* ζ, & *ponatur ipſi* ε δ, *æqualis* ε ζ, *(per 3 primi,)* & *(per 10 primi) ſecetur* β ζ, *biſariam in* κ. *Et centro quidẽ* κ, *ſpacio uerò aut* κ β, *aut* κ ζ, *ſemicirculus deſcribatur* β θ ζ, & *(per 2 poſtulatum) producatur* δ ε, *in* θ. & *(per 1 poſtulatum) connectatur* κ θ. *Quoniã igitur recta linea* ζ β, *ſecta eſt in æqualia in* κ, & *in inæqualia in* ε, *igitur (per 5 ſecundi) rectangulũ comprehenſum ſub* ζ ε & ε ζ, *cum quadrato quod fit ex* γ κ, *æquum eſt ei quod ex* κ ζ, *quadrato. Aequalis autem eſt* κ ζ, *ipſi* κ θ: *rectangulum igitur comprehenſum ſub* β ε, & ε ζ, *(per 5 ſecundi) cum eo quod ex* κ ε, *fit quadrato, æquum eſt ei quod fit ex* κ θ: *ei autem quod fit ex* κ θ, *æqualia ſunt ea quæ ex* θ ε, & κ ε, *fiunt quadratis, (per 47 primi.) Quod igitur fit ſub* β ε, & ε ζ, *cum eo quod fit ex* κ ε: *æquum eſt eis quæ fiunt ex* θ ε, & κ ε, *commune auferatur quadratum quod ex* ε κ: *reliquum igitur rectangulum comprehenſum ſub* β ε, & ε ζ, *æquum eſt ei quod fit ex* ε θ, *quadrato. Sed id quod ſub* β ε, & ε ζ *eſt, quod ipſum* β δ, *æqualis enim eſt* ε ζ, *ipſi* ε δ, *parallelogrammum igitur* β δ, *æquum eſt ei quod fit ex* θ ε, *quadrato. Sed* β δ, *æquum eſt ipſi* α, *rectilineo: &* α *igitur rectilineum æquum eſt quadrato deſcripto ex* ε θ. *Dato igitur rectilineo* α, *æquum quadratum conſtitutum eſt ſub* ε θ, *deſcriptum: quod feciſſe oportuit.*



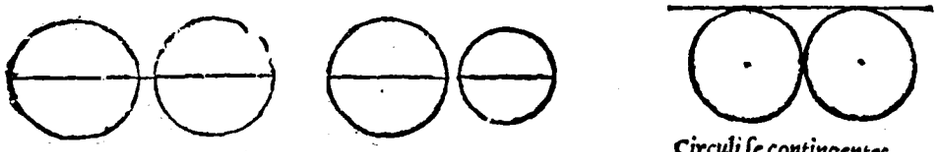
LIBRI SECVNDI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum, Liber tertius.

Ex Campano. Diffinitiones.

QVorum diametri ſunt æquales, ipſos circulos æquales eſſe. Maiores autem, quorum maiores: & minores, quorum minores. 2 Circulum linea contingere dicitur: quæ cum circulum tangat, in utranque partem eiecta circulum non ſecat. 3 Circuli ſeſe contingere dicuntur, qui ſe tangentes, ſe inuicem non ſecant.

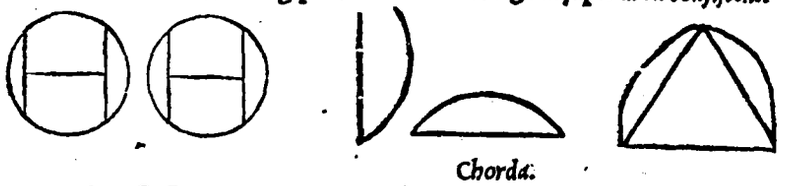
Circuli æquales. *Maior.* *Minor.* *Linea circulum contingens.*



Circuli ſe contingentes.

4 Rectæ lineæ in circulo æqualiter diſtare dicuntur à centro, cum à centro ad ipſas ductæ perpendiculares, fuerint æquales. 5 Plus uerò diſtare à centro dicitur, in quam perpendicularis longior cadit. 6 Recta linea portionem circuli continens, chorda nominatur. 7 Portio uerò circunferentiæ, arcus nuncupatur. 8 Angulus autem portionis dicitur, qui à chorda & arcu continetur. 9 Supra arcum angulus conſiſtere dicitur, qui à quolibet puncto arcus ad chordæ terminos duabus rectis lineis exeuntibus continetur.

In circulo rectæ lineæ. *Ang. portionis.* *Arcus.* *Angulus ſuper arcũ conſiſtens.*



Chorda.

10 Sector circuli, eſt figura quæ ſub duabus à centro ductis lineis, & ſub arcu qui ab eis comprehenditur, continetur. 11 Angulus autem qui ab eis lineis ambitur, ſupra centrum conſiſtere dicitur. 12 Similes circulorum portiones dicuntur, in quibus qui ſupra arcum conſiſtunt anguli, ſibi inuicem ſunt æquales. 13 Arcus quoq; ſimiles ſunt, qui æquos angulos prædicto modo ſuſcipiunt.

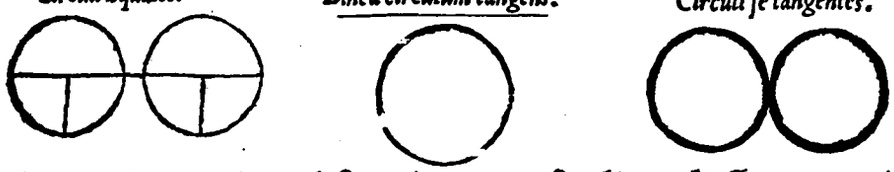
Sector circuli. *Angulus ſuper centrum conſiſtens.* *Similes circuli portiones & ſimiles arcus.*



Ex Zamberto. *Diffinitiones.*

AEquales circuli ſunt, quorum dimetientes ſunt æquales, uel quorum quæ ex centris ſunt æquales. 2 Recta linea circulum tangere dicitur, quæ circulum tangens & eiecta, circulum non ſecat. 3 Circuli ſeſe tãgere adinuicem dicuntur, qui ſeſe inuicem tangentes, ſe non inuicem ſecant.

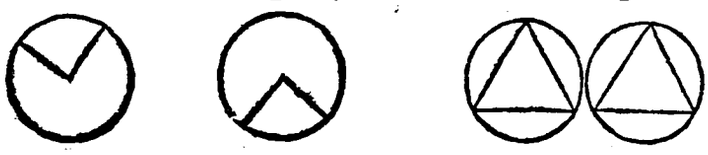
Circuli æquales. *Linea circulum tangens.* *Circuli ſe tangentes.*



4 In circulo æqualiter diſtare à cẽtro rectæ lineæ dicũtur, cum à centro in eas perpẽdiculares ductæ ſunt æquales. Magis autem diſtare dicitur, in quam maior perpendicularis cadit. 5 Segmentum circuli, eſt figura comprehenſa ſub recta linea, & circuli circũferentia. 6 Segmenti angulus eſt, qui ſub recta linea, & circuli circunferentia comprehenditur. 7 In ſegmento autem angulus eſt, cum in circunferentia ſegmenti ſumitur aliquod ſignum, & ab eo in rectæ lineæ fines, quæ baſis eſt ſegmenti, rectæ lineæ coniunguntur, angulus qui continetur, ſub coniunctis rectis lineis eſt.



8 Cum uerò comprehendentes angulum rectæ lineæ, aliquam ſuſcipiunt circunferentiam, in illa angulus eſſe dicitur. 9 Sector autem circuli, eſt cum ad centrũ circuli ſteterit angulus, cõprehenſa figura ſub angulum comprehendentibus rectis lineis, & aſſumpta ſub eis circũferentia. 10 Similia ſegmenta circuli, ſunt quæ angulos æquos ſuſcipiunt: uel in quibus anguli ſibi inuicem ſunt æquales.

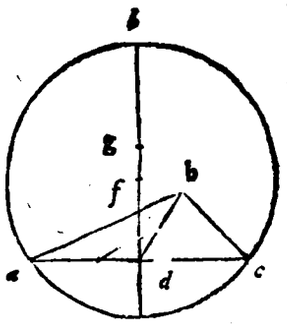


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

CIrculi propoſiti, centrum inuenire. Vnde manifeſtũ eſt, quòd duabus rectis lineis in eodẽ circulo apud circunferentiam terminatis, neutra illarum alteram per æqualia orthogonaliter ſecat: niſi ipſa ſuper centrum tranſierit.

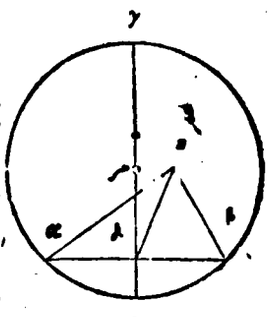
CAMPANVS. Sit circulus propoſitus a b c, cuius uolumus centrũ inuenire. Duco in ipſo circulo lineam a c, qualitercunq; contingat, quam diuido per æqualia in puncto d, à quo duco perpendicularem ad lineam a c, quam applico circunferentiæ ex utraque parte: fitque e d b, quam rurſus diuido per æqualia in puncto f, quem dico eſſe centrum circuli. Si enim non eſt, erit autem alibi aut in linea e b, aut extra. In linea e b, non. Si enim fuerit in ea ut in puncto

cto g, erit linea e f maior linea e g, pars uidelicet toto, quod eſt impoſsibile. Quod ſi fuerit extra lineam e b, ut in puncto h, ducantur lineæ h a, h d, h c. Et quia latera h d, & d a trianguli h d a ſunt æqualia lateribus h d & d c triāguli h d c, & baſis h a baſi h c, erit (per 8 primi) angulus a d h æqualis angulo c d h, quare uterq; rectus, & quia angulus a d b fuit etiam rectus, erit a d h æqualis a d b (per 3 petitionem primi,) pars uidelicet toti, quod eſt impoſsibile. Nō eſt ergo centrum dati circuli alicubi, q̄ in puncto f, quod eſt propoſitū. *Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propoſit. 1.*



Dati circuli, centrum inuenire.

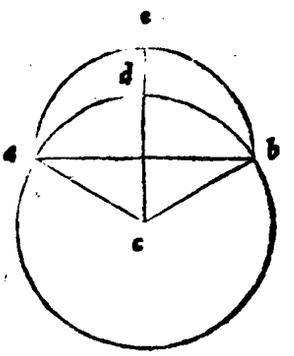
THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ, oportet ipſius circuli α β γ, centrum inuenire. Excitetur in eo linea quædam recta utcunq;, ſitq; α β. Et (per 10 primi) ſecetur biſariam in δ, & (per 11 eiuſdē) ab ipſo δ, ipſi α β, excitetur δ γ ad angulos rectos, & (per poſtulatū ſecundū) extendatur in ε, ſeceturq; (per 10 primi) γ e, biſariam in ζ. Dico q; ζ, centrū eſt circuli α β γ. Nō enim, ſed ſi poſsibile eſt, ſit η, & (per 1 poſtulatum) cōnectātur η α, η δ, η β. Et quoniā æqualis eſt α δ, ipſi δ β, cōmunis autem δ η, duæ igitur α δ, & δ η, duab. η δ, & δ β, ſunt æquales altera alteri, et (per 15 diffinitionem primi) baſis γ α, baſi η β, eſt æqualis. Ex centro enim igitur (per 8 primi,) angulus α δ η, angulo β δ η, eſt æqualis. Cū autē recta linea ſuper rectam cōſiſtens lineā, utrobiq; angulos æquos adinuicē fecerit, eorū angulorū uterq; (per 10 primi diffinitionē) rectus erit. Angulus igitur ζ δ η, rectus eſt: at angulus ζ δ β, nō rectus eſt. Angulus igitur ζ δ β, angulo β δ η (per 4 poſtulatū) æqualis, maior minori, q̄d eſt impoſsibile. Igitur η nō eſt cētrum circuli α β γ. Similiter oſtēdemus, q; nullū aliud præter ζ. Igitur ζ, cētrū eſt circuli α β γ, q̄d feciſſe oportuit.*



CORREL. *Hinc manifeſtum, quòd ſi in circulo recta linea aliqua aliquā rectam lineam biſariam, & ad angulos rectos diſpeſcit in diſpeſciente eſt cētrum circuli. Euclid. ex Camp. Propoſitio 2.*

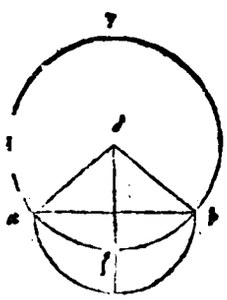
SVper circuli circunferentiā duobus punctis ſignatis, lineam rectam ductam ab altero ad alterū circulū ſecare neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit ut in circunferentia circuli a b, cuius centrum ſit c, ſignata ſunt duo puncta, quæ ſunt a & b. Dico quòd linea recta coniungens unum cum altero, ſecabit circulum. Alioqui cadet extra circulum, ſitq; a e b, linea recta: ſi poſsibile eſt. Producā lineas c a & c b, eruntq; (per 5 primi) anguli c a b & c b a æquales: protrahā item lineā c e, quæ ſecet circunferētiam in puncto d, eritq; (per 16 primi) angulus a e c maior angulo c b e, quare maior angulo c a e, quare (per 18 eiuſdem) latus a c, maius latere c e, & quia eſt æqualis c a, erit c d, maior c e, pars toto, quod eſt impoſsibile. Quia ergo linea cōiungens duo puncta a b, nō trāſibit extra circulū, ſecabit ipſum: quod eſt propoſitū. *Euclid. ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 2.*



Si in circuli circūferentia duo fuerint ſigna utcūq; ſumpta, ea ſigna cōnectēs recta linea intra ipſum circulū cadit.

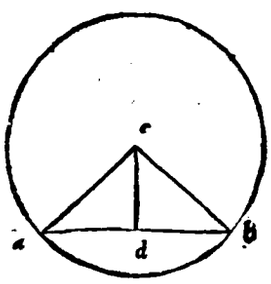
THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ, & in eius circunferentia ſint utcūq; bina ſigna α β. Dico quòd recta linea applicata ex α in β intra ipſum circulum α β γ, cadit. Non enim, ſed ſi poſsibile eſt, cadat extrà ut α ε β. Et cōtingat ſiue accipiatur centrū circuli, ſitq; illud (per præcedentē) δ, & (per 1 poſtulatū) connectātur δ α, δ β, & extendatur δ ζ, ad ε. Quoniam igitur æqualis eſt (per 15 diffinitionē primi,) δ α, ipſi δ β, æqualis eſt angulus δ α ε, angulo δ β ε. Et quoniā trianguli δ α ε, unum latus producitur α ε β, igitur (per 16 primi) angulus δ ε β, angulo δ α ε, maior eſt. Æqualis autem eſt angulus δ α ε, ei qui ſub δ β γ. Maior igitur eſt angulus δ ε β, angulo δ β ε: maiori autē angulo, maius latus ſubtēditur (per 18 primi) maior igitur eſt δ β, quàm δ ε. Æqualis autē eſt (per 15 diffinitionem primi) δ β, quàm δ ζ, maior igitur eſt δ ζ, quàm δ ε, minor maiore, quod eſt impoſsibile. Recta igitur extenſa linea ex α, in β,*



extra ipſum circulum non cadit. Similiter etiam demonſtrabimus, quòd neq; in ipſam circunferentiam: intra igitur. Si in circuli circunferentia igitur, & quæ ſequũtur reliqua ut in theoremate: quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

SI lineam intra circulum præter centrum collocatam alias à centro ueniens per æqua ſecet, orthogonaliter ſuper eam inſiſtere: & ſi in eam orthogonaliter ſteterit, eã per æqualia diuidere, neceſſe eſt.

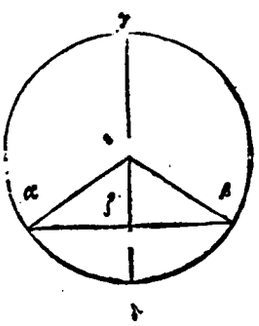


CAMPANVS. Sit ut lineam a b collocatam intra circulũ a b, cuius centrum ſit c, linea c d ueniens à centro, diuidat per æqualia. Dico quòd diuidit eam orthogonaliter, & econuerſo, uidelicet ſi diuidit eam orthogonaliter, diuidit eam per æqualia. Producam lineas c a & c b, & ponã primò quòd diuidat eam per æqualia, erunt ergo duo latera c d & d a, trianguli c d a: æqualia duobus lateribus c d, & d b, trianguli c d b, & baſis c a baſi c b: ergo (per 8 primi) angulus d unius, eſt æqualis angulo d alterius: uterque igitur eſt rectus. Quare c d, eſt perpendicularis ſuper a b, quod eſt propoſitum. Ponam iterũm quòd c d ſit perpendicularis ſuper a b, & oſtendam q; ipſa diuidit a b, per æqualia: erit enim propter hanc poſitionem, uterq; angulorum qui ſunt ad d, rectus: quare unus æqualis alteri. At quia (per 5 primi) angulus c a d, eſt æqualis angulo c b d, & latus c a æquale lateri c b, (per 26 primi) erit linea a d, æqualis lineæ d b, quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propoſitio 3.*

Si in circulo recta linea quædam per centrum extenſa, quandam non per centrum extenſam rectam lineam bifariàm ſecuerit, ad angulos rectos ipſam ſecabit. Et ſi ad angulos rectos ipſam ſecuerit, bifariàm quoque ipſam ſecabit.

THEON *ex Zamb. Sit circulus α β γ, & in eo recta quædam linea per centrum extenſa γ δ, rectam lineam quædam non extenſam per centrum α β, bifariàm ſecet in ſigno ζ. Dico quòd & ad angulos rectos eam ſecat. Contingat ſiue accipiatur centrum circuli α β γ, (per primam tertij) ſitq; illud ε, & (per 1 poſtulatum) connectatur ε α, & ε β. Et quoniam æqualis eſt α ζ, ipſi ζ β, communis autem ζ ε, duæ igitur ε ζ, & ζ α, duabus ε ζ, & ζ β, ſunt æquales. Et baſis ε α, baſi ε β, (per 15 diffinitionem primi) eſt æqualis. Igitur (per 8 primi) angulus α ζ ε, angulo β ζ ε, eſt æqualis. Cùm autem recta linea ſuper rectam lineam conſiſtens, utrobiq; angulos ſibi inuicem æquos fecerit, (per 10 diffinitionem primi,) uterque ipſorum angulorum rectus erit, uterque igitur eorum qui ſunt ſub α ζ ε, & β ζ ε rectus eſt. Igitur γ δ, quæ per centrum ſecans, ipſam α β, non per centrum extenſam bifariàm, & ad angulos rectos ſecat. Sed ſecet γ δ, ipſam α β, ad angulos rectos. Aio quòd & bifariàm ipſam ſecat, hoc eſt quòd æqualis eſt α ζ, ipſi ζ β. Eiſdem nanque diſpoſitis & conſtructis, quoniam æqualis eſt ε α, ipſi ε β, (per 15 diffinitionem primi,) æqualis eſt angulus ε α ζ angulo ε β ζ. Et angulus α ζ ε, rectus: æqualis eſt (per quartum poſtulatum,) angulo recto qui eſt ſub β ζ ε. Duo igitur triangula ſunt ε α ζ, & ε β ζ, duos angulos duobus angulis æquales habentia, & unum latus uni lateri æquale ε ζ, ſcilicet quod (per 26 primi,) commune ipſis eſt ſubtendens unum æqualium angulorum, & reliqua igitur latera reliquis lateribus habebunt æqualia: æqualis igitur eſt α ζ ipſi ζ β. Si recta igitur linea, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod demonſtraße oportuit.*

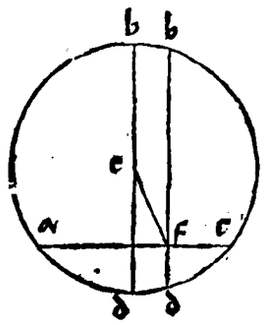


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

SI intra circulum duæ lineæ ſe inuicem ſecent, & ſuper centrũ non tranſeant, non per æqualia eas ſecari neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit ut in circulo a b c d, cuius centrum ſit e, duæ lineæ a c, & b d, ſecẽt ſe in puncto f, & utraq; earum uel altera non tranſeat per centrum. Dico quòd ipſæ non diuidũt ſeſe per æqualia, ita quòd utraq; per æqualia diuidatur ab utraque. Quod ſi fuerit hoc poſsibile, ponatur:

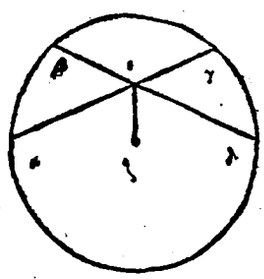
ponatur: & ſit primò, ut neutra tranſeat per centrum. A centro e producam lineam e f, eritq; per primam partem præmiſſæ, unuſquiſque quatuor angulorum qui ſunt a f e, e f c, b f e & e f d, rectus quod eſt impoſsibile, ſic enim rectus eſſet minor recto. Sit igitur ut altera earum tranſeat per centrum, adhuc dico quòd nõ diuidunt ſeſe per æqualia. Quòd ſi ſic, tunc per primam partem præmiſſę, cũ b d ducta à centro diuidat a c per æqualia, diuidet eam orthogonaliter, quare etiam a c diuidet b d orthogonaliter. Et quia diuidit a c ipſam b d per æqualia, ut ponit aduerſarius, ipſa tranſibit per centrum, per correlarium primæ huius: quare ambæ tranſeunt per centrum, quod eſt contra hypotheſin.



Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 4.

4 Si in circulo binæ rectę lineæ ſeſe inuicẽ ſecuerint, non per centrum extenſæ, ſeſe inuicem bifariàm non ſecabunt.

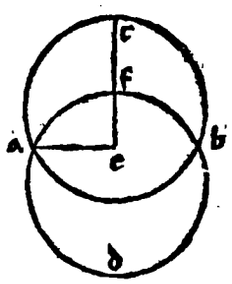
THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ Δ, & in eo binæ rectæ lineæ α γ, & β Δ, ſeſe inuicem ſecent in ε, non per centrum extenſæ. Dico quòd ſe bifariàm non ſecant. Si enim eſt poßibile, ſeſe inuicem ſecent bifariàm, ita ut α ε æqualis ſit ipſi ε γ, & β ε ipſi ε Δ, ſumatur centrum circuli α β γ Δ, ſitq; illud (per primam tertij) ζ, & (per primum poſtulatum) connectatur ζ ε. Quoniam igitur recta linea quædam per centrum extenſa ζ ε, rectam aliquam lineam non per centrum extenſam α γ, bifariàm ſecat, & ad angulos rectos ipſam (per 3 tertij) ſecat. Igitur angulus ζ ε α, rectus eſt. Rurſus quoniam recta linea quædam ζ ε, rectam quandam lineam non per centrum extenſam β Δ, etiam bifariàm ſecat: & (per 3 tertij) ad angulos rectos eam ſecat. Angulus igitur ζ ε β, rectus eſt: patuit autem quòd angulus ζ ε α, rectus eſt. Angulus igitur ζ ε α (per quartum poſtulatum) angulo ζ ε β, eſt æqualis, minor maiori, quod eſt impoßibile. Rectæ igitur lineæ α γ, & β Δ ſeſe inuicem bifariàm minimè ſecant. Si in circulo igitur, & quæ ſequuntur reliqua, quod demonſtraße oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 5.

5  Irculorum ſe inuicem ſecantium, centra diuerſa eſſe.

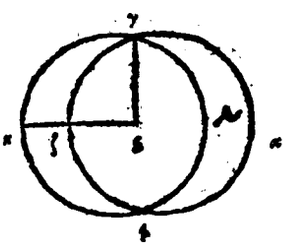
CAMPANVS. Sint duo circuli a c b, a d b, ſecantes ſe ſuper duo punćta a & b. Dico quòd eorum ſunt diuerſa centra. Si enim haberent idem centrum, ipſum eſſet per diffinitionẽ, in portione utriq; circulo communi, ſitq; illud e, & ducantur lineæ e a & e f c, eruntq; per diffinitionem circuli duę lineæ e a & e f, æquales. Itemq; per eandem diffinitionẽ duæ lineæ e a & e c, æquales, quare e f eſt æqualis e c, cùm utraq; earum ſit æqualis e a, pars uidelicet toti, quod eſt impoſsibile.



Euclid. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 5.

Si bini circuli ſeſe inuicem ſecuerint, non erit eorum idem centrum.

THEON ex Zamb. *Duo inquam circuli α β γ, & γ ξ ν, ſeſe inuicem ſecent in ſignis γ & ξ. Dico quòd eorum non eſt idem centrum. Si enim poßibile: eſto ε, & (per primum poſtulatum) connectatur ε γ, & ducatur ε ζ ν, utcunq;. Et quoniam ε, ſignum, centrum eſt circuli α ξ γ, æqualis eſt ε γ, ipſi ε ζ, (per 15 diffinitionem primi.) Rurſus quoniam ε ſignum, centrum eſt circuli γ ξ ν, æqualis eſt (per eandem diffinitionem) ε γ, ipſi ε ν. oſtenſum eſt autem, quòd ε γ, ipſi ε ζ, eſt æqualis: & ε ζ igitur ipſi ε ν, eſt æqualis, minor maiori, quod eſt impoßibile. Igitur ε ſignum, centrum non eſt circulorum α ξ γ, & γ ξ ν. Si duo igitur circuli: & reliqua quæ ſequuntur, quod demonſtrare oportebat.*

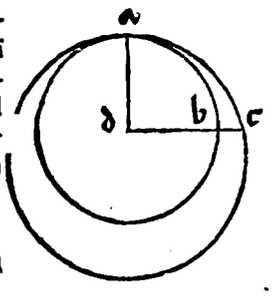


Euclid. ex Camp. Propoſitio 6.

6  Irculorum ſeſe contingentium, non idem centrum eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b & a c, contingentes ſe in punćto a: Dico

Dico quòd eorum ſunt diuerſa centra. Si enim habuerint idem centrum, erit per diffinitionem, inter minorem eorum cum minor poſitus fuerit intra maiorẽ, ſitq; ipſum d, & ducantur lineæ d a & d b c, eritq; (per diffinitionem circuli, utraque duarum linearum) d b & d c, æqualis a d, quod eſt impoſsibile. ¶ De circulis autem ſe contingentibus extra quorum ſcilicet unus eſt extra alterum, manifeſtum eſt per diffinitionem centri, quòd ipſi non habent idem centrum.

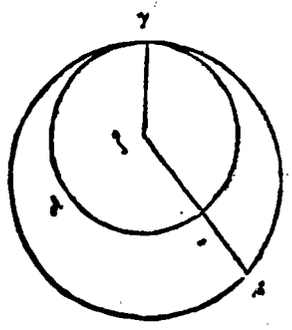


Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 6.*

Si duo circuli ſe adinuicem tetigerint, eorum non eſt idem centrum.

THEON ex Zamb. *Duo enim circuli α β γ, & γ δ ε, ſeſe inuicem tangant in γ ſigno. Dico quòd eorum non eſt idem centrum. Si enim poßibile, ſit ζ, & (per primum poſtulatum) connectatur ζ γ, & ducatur utcunq; ζ ε β. Quoniam igitur ζ ſignum, centrum eſt circuli α β γ, æqualis eſt (per 15 primi diffinitionem) ζ γ ipſi ζ β. Rurſus quoniam ζ ſignum, centrum eſt circuli γ δ ε, æqualis eſt ζ γ, ipſi ζ ε, (per eandẽ diffinitionem.) Paluit autem quòd ζ γ, ipſi ζ β, eſt æqualis. igitur ζ ε, ipſi ζ β, eſt æqualis, minor maiori, quod eſt impoßibile. Igitur ζ ſignum, non eſt centrum orbium α β γ, & γ δ ε. Si bini igitur circuli ſe adinuicem tetigerint, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod erat oſtendendum.*

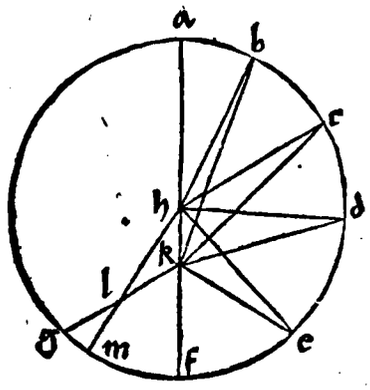
circulorum



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*

SI in diametro circuli punctus præter centrum ſignetur, & ab eo ad circunferentiam lineæ plurimę ducãtur, quę ſuper centrum tranſierit, omnium erit longiſsima. Quæ uerò diametrum perficiet, omniũ erit breuiſsima. Quæ autem centro proximę, cæteris longiores. Quanto uerò à centro remotiores, tanto breuiores eſſe conueniet. Duas quoq; æquidiſtantes lineæ breuiſsimæ collaterales, æquales eſſe neceſſe eſt. 7

CAMP. Sit ut in diametro a f, circuli a b c, cuius centrũ ſit h: ſit ſignatus punctus k præter centrũ, à quo ducantur plurimæ lineæ quæ ſunt k a, k b, k c, k d, k e, k f, k g, ad circunferentiã, & tranſeat a k per centrũ h: & k f ſit complementũ diametri, ſitq; ut k e & k g æquidiſtẽt k f: hoc eſt dicere, ut angulus e k f, ſit æqualis angulo f k g. Dico quòd k a, eſt omniũ lõgiſsima: & k f, omniũ breuiſsima. Aliæ uerò tãto longiores, quãto centro propinquiores, ut k b, eſt longior k c: & k c, eſt lõgior k d: & k d, lõgior k e. Et k e & k g, ſunt æquales. Quia enim in triãgulo b k h, duo latera b h & h k (per 10 primi) ſunt maiora latere b k, & ipſa ſunt æqualia lineę a k: erit a k maior b k, & eadẽ ratione, maior omnib. aliis, & hoc eſt primũ. Itẽ quia in triangulo e h k, duo latera h k et k e per eandẽ ſunt maiora latere h e, quod eſt æquale lineæ h f: ipſa erũt maiora linea h f: ergo dempta cõmuni linea, quæ eſt h k. remanebit k e maior k f: eadẽ ratione, quęlibet aliarum erit maior ipſa, & hoc eſt ſecundũ. Itemq; quia duo latera b h & h k, trianguli b h k ſunt æqualia duobus lateribus c h & h k, trianguli c h k, & angulus b h k eſt maior angulo c h k: erit per uiceſimamquartam primi, baſis b k maior baſi k c: eadẽ ratione, k c, maior erit k d, & k d, maior k e: & hoc eſt tertium. Quòd ſi duæ lineę k g & k e non ſunt æquales, erit altera maior, ſitq; k g, de qua ſumam k l, æqualem k e: & producam h l, quouſq; ſecet circunferentiam in puncto m. Et quia per hypotheſin angulus g k f eſt æqualis angulo f k e: erit (per decimamtertiam primi) angulus l k h, æqualis angulo e k h, & duo latera l k & k h, trianguli l k g, ſunt trianguli l k g, ſunt ęqualia duobus lateribus e k & k h, trianguli e k h: ergo (per 4) primi, baſis h l, eſt æqualis baſi h e: & quia h m eſt æqualis h e, erit h m æqualis h l, quod eſt impoſsibile. Sunt ergo duę lineæ k g & k e, æquales: quod eſt noſtrum propoſitum 4.

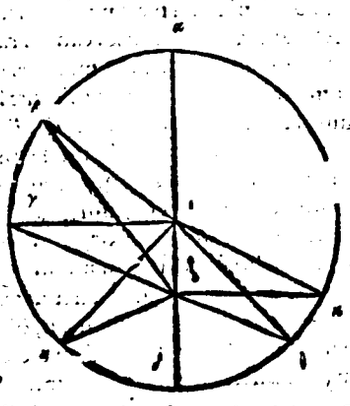


Euclid.

Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 7.

Si in diametro circuli aliquod ſumatur ſignum, quod minimè cir-
culi centrum ſit, ab eoq; ſigno in circulum quædam rectæ lineæ pro-
cidant: maxima erit in qua centrum, minima uerò reliqua: aliarum
uerò ſemper propinquior ei quæ per centrum extenditur, remotio
re maior eſt. Duæ autem ſolùm rectæ lineę æquales, ab eodem ſigno
in circulum cadunt ad utraſq; partes minimæ.

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ Δ, cius q; dimetiens ſit α Δ, & in ipſo α Δ, ſuſcipiatur ſignum ε, aliquod, ſitq; illud ζ, quod ipſius circuli centrũ non ſit. Centrum autem circuli, ſit (per primam tertij) η. Et ab ipſo ζ, in ipſum α β γ Δ, circulum procidant quædam rectæ lineæ ζ θ, ζ γ, ζ κ. Dico quòd ζ α maxima eſt: minima uerò ζ Δ, aliarũ autẽ ζ β, quàm ζ γ, maior eſt, & ζ γ, quàm ζ κ. Cõnectantur (per primum poſtulatum) β η, γ η, & κ η. Et quoniam (per 20 primi) omnis trianguli duo latera reliquo ſunt maiora: igitur η β & η ζ, reliquo ζ β, ſunt maiora. Aequalis autem eſt α η, ipſi β η (per 15 diffinitionem primi) Igitur θ η, & η ζ, ipſi α ζ ſunt æquales. maior igitur eſt α ζ, quàm β ζ. Rurſus quoniam æqualis eſt β η ipſi γ η (per 15 diffinitionem primi) communis autem ζ η, duæ igitur θ η & η ζ, duabus γ η, & η ζ, ſunt æquales. Sed angulus θ η ζ, angulo γ η ζ, maior eſt: baſis igitur β ζ, (per 24 primi) baſi γ ζ maior eſt: & ob id γ ζ, maior eſt quàm ζ κ. Rurſus quoniam η ζ, & ζ ε, ipſæ η κ (per 20 primi) ſunt maiores, æqualis autem eſt (per 15 diffinitionem primi) η κ ipſi η Δ, igitur κ ζ & ζ ε, ipſæ η Δ, ſunt maiores, communis auferatur η ζ, reliqua igitur κ ζ, reliqua ζ Δ, maior eſt. Maxima igitur eſt ζ α, minima uerò ζ Δ, maior eſt autem ζ θ, quàm ζ γ, & ζ γ, quàm ζ κ: dico etiam quòd à ſigno ζ, duæ tantùm rectæ lineæ æquales, in ipſum circulum α β γ Δ, cadunt ad utraſq; partes ipſius ζ Δ, minimæ. Cor. ſtituatur enim (per 23 primi) ad datam rectam lineam η ζ, ad datumq; in ea ſignum η, ei qui ſub κ η ζ, angulo æqualis angulus ζ η θ, & (per primum poſtulatum) connectatur ζ θ. Quoniam igitur æqualis eſt (per 15 diffinitionem primi) κ η, ipſi η θ, communis autem η ζ, duæ igitur κ η & η ζ, duabus θ η, & η ζ, ſunt æquales, & (per 8 primi) angulus ζ η κ angulo θ η ζ, eſt æqualis. Igitur (per 4 primi) baſis ζ κ, baſi ζ θ, eſt æqualis. Dico inſuper quòd ipſi ζ κ, alia nulla æqualis, cadit in ipſum circulum à ſigno ζ. Si enim poßibile, cadat ζ κ. Et quoniã ζ κ, ipſi ζ κ eſt æqualis, ſed ζ θ, ipſi ζ κ eſt æqualis: igitur ζ κ, ipſi ζ θ eſt æqualis. Quæ igitur propinquior eſt ei quæ per centrum extenditur, remotiori eſt æqualis, quod per prius oſtenſum eſt impoßibile. Vel etiam ſic, (per primum poſtulatum) connectatur η κ, & quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis eſt η η, ipſi η κ, communis autem ζ η, & baſis κ ζ, baſi ζ κ eſt æqualis: igitur (per 8 primi) angulus κ η ζ, angulo κ η ζ, eſt æqualis. Sed angulus κ η ζ, ei qui ſub θ η ζ, eſt æqualis. Igitur (per primam communem ſententiam) angulus θ η ζ, ei qui ſub κ η ζ, ei eſt æqualis, minor maiori: quod eſt impoßibile. Igitur ab ipſo ζ ſigno, nulla alia cadit in ipſum circulum ipſi κ ζ, æqualis: una igitur ſola. Si in demetiente igitur circuli, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate: quod erat oſtendendum.*



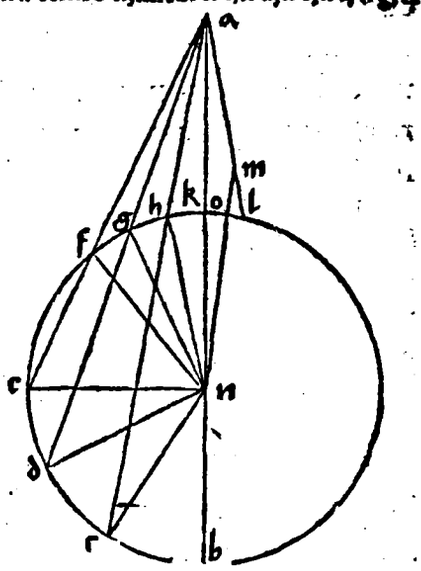
Euclid. ex Camp. Propoſitio 8.

Si extra circulũ puncto ſignato, ab eo ad circuuferentiam lineæ plurimæ ducantur circulum ſecando: quæ ſuper centrum tranſierit, omnium erit longiſsima. Centro autem propinquiores, cæteris remotioribus longiores. Linearum uerò partialium ad circunferentiam extrinſecus applicatarum, ea quidem quæ diametro in directum adiacet, omnium eſt minima. Eiq; propinquiores, remotioribus breuiores. Duæ uerò quę lineæ breuiſsimæ utrinq; æquè propinquant, æquales ſunt.

CAMPANVS. Sit ut à puncto a, aſsignato extra circulum b c d, cuius centrum ſit n, ducantur plurimæ lineæ ad circunferentiã, ſecando circulũ, quæ ſint a k n b, a h c, a g d, & a f e. Dico q; a b tranſiens per centrum, omnium erit longiſsima. Et quòd a c, eſt maior a d, & a d maior a e. Et

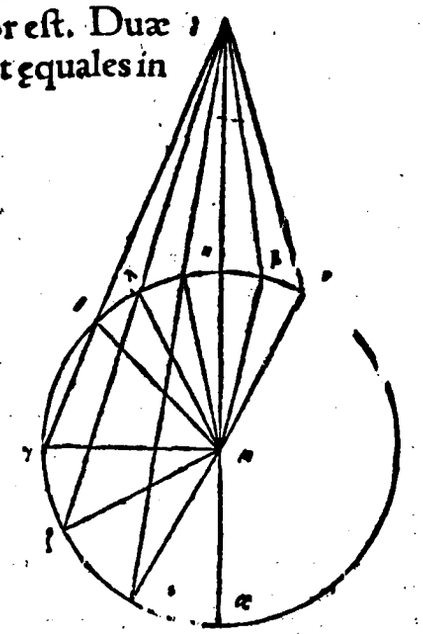
quòd

quòd a k, eſt omnium breuiſsima extrinſecarum. Et quòd a h, eſt minor a g, & a g, minor a f. Et dico quòd ſi ducatur a l, ita quòd ipſa & a h æqualiter diſtent ab a k, hoc eſt quod angulus k a h ſit æqualis angulo l a k, ipſæ erunt æquales. Producam enim à centro n, lineas n c, n d, n e, n f, n g, n h, eruntq; per 20 primi, duo latera a n & n c, trianguli a n c, maiora a c: & quia ipſa ſunt æqualia lineæ a b, erit a b, maior a c, eadem ratione erit maior omnibus alijs, quod eſt primum. Et quia duo latera a n & n c, trianguli a n c ſunt æqualia duobus lateribus a n & n d, trianguli a n d, & angulus a n c eſt maior angulo a n d, erit per 24 primi, baſis a c maior baſi a d: & eadem ratione erit a d, maior a e, quod eſt ſecundum. Item quia in triangulo a n h, duo latera a h & n h ſunt maiora a n per 20 primi, & h n eſt æqualis n k, erit per communẽ ſcientiam, a h maior a k: eadem ratione quælibet extrinſecus applicatarum, maior erit a k, quod eſt tertium. Item quia per 21 primi, duæ lineæ a h & h n ſunt minores duabus lineis a g & g n, & h n eſt æqualis g n, erit per communem ſciẽtiam, a g maior a h. eadem ratione erit a f, maior a g, quod eſt quartum. Quòd ſi a l, non ſit æqualis a h, cùm ipſæ ſint æqualiter diſtantes ab a k, erit altera maior, ſitq; a l. Ponam ergo a m æqualem a h, & producam n o m. Quia ergo duo latera m a & a n, trianguli m a n ſunt æqualia duobus lateribus h a, & a n, trianguli h a n, & angulus m a n eſt æqualis angulo h a n, erit per 4 primi, baſis m n æqualis baſi n h, & quia n o eſt æqualis n h, erit n o æqualis n m, pars uidelicet toti, quod eſt impoſsibile, & hoc eſt quintum.



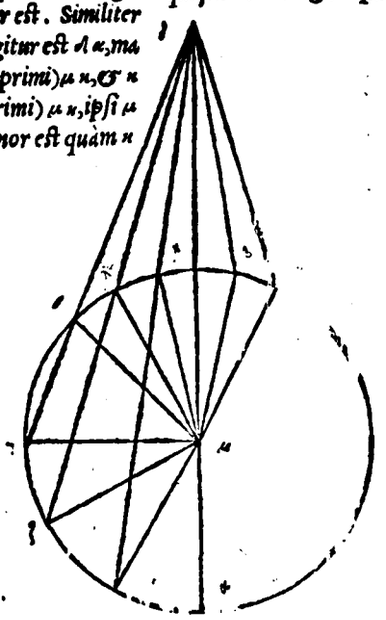
Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propoſitio 8.*

Si extra circulũ ſuſcipiatur aliquod ſignũ, ab eoq; ſigno ad circulũ deducãtur rectæ lineæ aliquæ, quarũ quidẽ una per centrũ extenda tur, reliquæ uerò utcunq;, in conuexã circunferentiã cadentiũ rectarum linearũ, maxima eſt quæ per centrũ ducta eſt: aliarum autẽ ſem per ei quæ per centrũ tranſit propinquior, remotiore maior eſt. In curuã uerò circunferentiam cadentiũ rectarũ linearum minima eſt, quæ inter ſignũ & dimetientẽ iacet: minimæ uerò propinquior, ſemper remotiore minor eſt. Duæ aũt tantũ rectæ lineæ, ab eo ſigno cadũt æquales in ipſũ circulũ, ad utraſq; partes minimæ.



THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ, & extra ipſum α β γ, ſuſcipiatur ſignum Δ, & ab eodem ducantur rectæ lineæ aliquæ in ipſum circulum, ſintq; Δ α, Δ ε, Δ ζ, Δ γ: ſit autem Δ α, per centrum extenſa. Dico quòd in α ε ζ γ conuexam circunferentiam cadentiũ rectarum linearum maxima eſt, quæ per centrum tranſit, hoc eſt Δ α: minima uerò quæ inter Δ ſignum, & diametrum α π, iacet: maior uerò eſt Δ ε quàm Δ ζ, & Δ ζ quàm Δ γ. Cadentium uerò rectarum linearum in θ λ π curuam circunferentiam ſemper ipſi Δ γ minimæ propinquior, remotiore minor eſt, hoc eſt Δ π quàm Δ λ, & Δ λ quàm Δ θ. Suſcipiatur (per primam tertij) centrum circuli α β γ, ſitq; illud μ, & (per 1 poſtulatũ) connectantur μ ε, μ ζ, μ γ, μ θ, μ λ, & μ π. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis eſt α μ, ipſi ε μ, communis apponatur μ Δ. Igitur α Δ, ipſis ε μ & μ Δ, eſt æqualis, ſed ε μ & μ Δ, ipſa ε Δ (per 20 primi) ſunt maiores: & α Δ, igitur, maior eſt quàm ε Δ. Rurſus quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis eſt μ ε, ipſi μ ζ, communis*

manifeſtè apponatur μ Δ. Igitur ε μ, & μ Δ, ipſis ζ μ, & μ Δ ſunt æquales: & angulus qui ſub ε μ Δ, angulo qui ſub ζ μ Δ, maior eſt. Igitur (p 24 primi) baſis ε Δ, baſi ζ Δ, maior eſt. Similiter quoq; oſtẽdemus, quòd ζ Δ maior eſt quàm γ Δ. Maxima quidẽ igitur eſt Δ α, maior autem eſt Δ ε quàm Δ ζ, & Δ ζ, quàm Δ γ. Et quoniã (per 20 primi) μ ν, & ν Δ, ſunt maiores quàm μ Δ, æqualis autẽ eſt (per 15 diffinitionẽ primi) μ ν, ipſi μ ν, reliqua igitur ν Δ, quàm reliqua ν Δ, maior eſt. quare ν Δ, minor eſt quàm ν Δ. Et quoniã trianguli μ λ Δ, in uno latere μ Δ, duæ rectæ lineæ introrſum cõſtituerunt μ ν, & ν Δ, igitur (per 21 primi) μ ν & ν Δ, ipſis μ λ, & λ Δ, ſunt minores, quarũ μ ν, æqualis eſt ipſi μ λ: reliqua igitur Δ ν, minor eſt quàm reliqua Δ λ. Similiter iam oſtendemus, quòd et Δ λ, minor eſt quàm Δ θ, minima igitur eſt Δ ν: ipſa uerò Δ ν, quàm Δ λ, & Δ λ, quàm Δ θ, minor eſt. Dico etiã quòd duæ tantũ æquales à ſigno Δ, in ipſum circulũ cadunt: ad utraſq; partes ipſius Δ ν, minimæ. Cõſtituatur (per 23 primi) ad rectam lineã μ Δ, & ad ſignum in ea μ, angulo ν μ Δ, æqualis angulus Δ μ β, & (per 1 poſtulatũ) cõnectatur Δ β. Et quoniã (p 15 diffinitionem primi) æqualis eſt μ β, ipſi μ ν, cõmunis autem μ Δ, duæ igitur μ ν, & μ Δ, duabus β μ, & μ Δ, ſunt æquales altera alteri. & angulus ὑ μ Δ (per 23 primi) angulo β μ Δ, eſt æqualis. Igitur (per 4 primi) baſis Δ ν, baſi Δ β, eſt æqualis. Dico iam quòd rectæ lineæ Δ β, alia æqualis non cadit in ipſum circulum, à ſigno Δ. Si enim poſsibile: cadat, & ſit Δ ν. Quoniam igitur ipſi Δ ν, Δ ν, eſt æqualis, ſed ipſi Δ ν, Δ β, eſt æqualis: & Δ β, igitur (per 1 communem ſententiã) ipſi Δ ν, eſt æqualis: propinquior igitur ipſi Δ ν minimæ: remotiori eſt æqualis: quod iam oſtẽſum eſt impoſsibile. Vel etiam aliter. Connectatur (per 1 poſtulatum) ω ν. Quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis eſt ν μ, ipſi μ ν, communis autem μ Δ, & baſis Δ ν, baſi Δ ν, eſt æqualis (per hypotheſim) igitur (per 8 primi) angulus ν μ Δ, angulo Δ μ ν, eſt æqualis. Sed angulus qui ſub ν μ Δ, ei qui ſub β μ Δ, eſt æqualis, & qui ſub β μ Δ, ei qui ſub ν μ Δ, eſt æqualis, minor ſcilicet maiori, quod eſt impoſsibile. igitur plures duabus rectis lineis, æquales in circulum α β γ, ab ipſo Δ ſigno ad utraſq; partes ipſius Δ ν, minimæ non cadunt. Si extra circulum igitur ſuſcipiatur ſignum, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate: quod oſtendere oportuit.

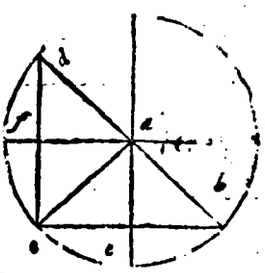


Euclid. ex Camp. Propoſitio 9.



9 Si intra circulum puncto ſignato, ab eo plures quàm duæ lineæ ductæ ad circumferentiam, fuerint æquales, punctum illud, centrum circuli eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit ut à pũcto a, ſignato intra circulum b c d, ductę ſint tres lineæ, a b, a c, a d, ad circũferentiã: quas pono eſſe æquales. Dico punctũ a, eſſe centrũ circuli. Producã enim duas lineas c b & d c: & diuidã utrãq; earũ per æqualia, c b quidẽ in pũcto e, & d c in pũcto f. Et producã e a & f a, quas applico circunferẽtię ex utraq; parte, eritq; per 8 primi uterq; angulorũ qui ſunt ad e, æqualis alteri: igitur per diffinitionem anguli recti, uterq; erit rectus. Similiter quoq; per eandẽ uterq; angulorũ qui ſunt ad f, rectus: ergo per corollariũ primæ huius, quia a e diuidit c b per æqualia & orthogonaliter, ipſa tranſit per centrum: ſimiliter quoq; a f tranſit per centrum, quia diuidit d c per æqualia & orthogonaliter, quare a eſt centrum: quod eſt propoſitum.



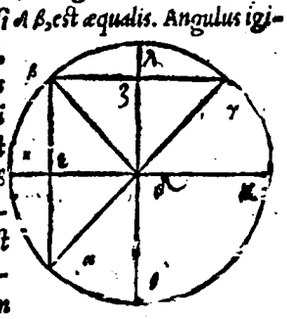
Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 9.

9 Si in circulo ſuſcipiatur ſignum aliquod, & ab eo ſigno ad circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineę æquales: ſuſceptũ ſignum, centrum ipſius eſt circuli.

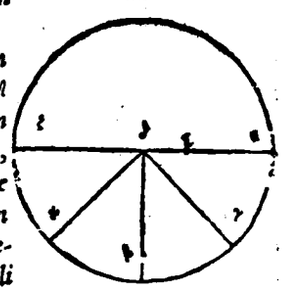
THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ, intra ipſum: ſignũ ſit Δ, & ab ipſo Δ, in ipſum α β γ circulum, cadãt plures quàm duæ rectæ lineæ æquales, hoc eſt Δ α, Δ ε, Δ γ. Aio quòd Δ ſignum, cẽtrum eſt circuli α β γ. Coniungantur enim (per primum poſtulatũ) α β, & ε γ, ſecẽturq; (per 10 primi) bifariam in ſignis ζ & η, uidelicet α β per ζ, & ε γ, per η, & coniunctæ ζ Δ, & η Δ (per 2 poſtulatum) extendantur utrobique

f in

in ν ν, & θ λ, signa. Quoniam igitur æqualis est α ε, ipsi ε β, cõmunis uerò ε Δ, duo igitur latera α ε & ε Δ, duobus lateribus β ε, & ε Δ sunt æqualia, & (per hypothesim) basis Δ α, basi Δ β, est æqualis. Angulus igitur α ε Δ, angulo β ε Δ, est æqualis (p 9 primi,) uterq; igitur angulorũ α ε Δ, & β ε Δ, rectus est. Igitur ν ν, ipsam α β, bifariã secat, & ad angulos rectos (per 3 tertij). Et quoniã si in circulo recta linea quædã rectam lineã quandã bifariã et ad angulos rectos secet, (per correlariũ primæ tertij) in secãte est centrũ circuli: igitur in ν ν, (per idẽ correlariũ) est centrũ ipsius circuli α β γ. Ac per hoc etiã in θ λ, est centrũ circuli α β γ, & nullũ aliud habent commune ν ν, & θ λ, rectæ lineæ præter Δ, signum. Igitur Δ signum, centrum est circuli α β γ. Si intra circulum igitur sumatur signum aliquod, à signo autem ad circulum incidant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: assumptum signum, centrum est circuli: quod ostendere oportebat.



ALITER idem ostẽdere. Intra circulũ enim α β γ, suscipiatur signum Δ, & ab ipso Δ, in circulum cadant plures quàm binæ rectæ lineæ æquales, Δ α, Δ β, & Δ γ. Dico quòd assumptum signũ Δ centrum est circuli α β γ. Non enim: sed si possibile est: sit ε, & cõnexa Δ ε, extẽdatur in ζ ν, signa. Igitur ζ ν, dimetiens est ipsius α β γ, circuli. Quoniam igitur circuli α β γ, in dimetiẽte ζ ν, assumptũ est signũ Δ, quod ipsius circuli centrũ non est, maxima quidem est Δ ν, (per 7 tertij) maior autẽ est Δ γ, ipsa Δ β: & Δ β, ipsa Δ α. Sed & æqualis (per hypothesim) quod est impossibile. Igitur ε, non est centrũ circuli α β γ. Similiter ostendemus quòd aliud nullum præter Δ. Igiur Δ signum, centrum est circuli α β γ.

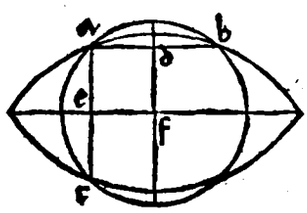


Euclid. ex Camp. Propositio 10.

SI circulus circulum secet, in duobus tantùm locis secare necesse est. 10



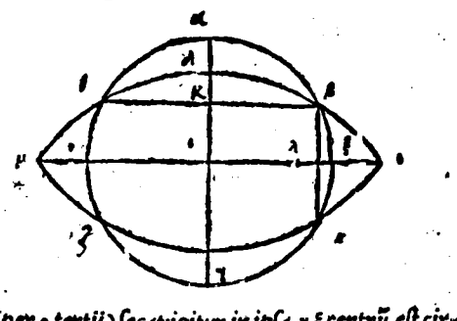
CAMPANVS. Sint, si possibile est, duo circuli, secantes se in pluribus quàm in duobus locis, super tria pũcta a b c, producã lineas a b & a c, quas diuidã per æqualia in pũctis d & e. & producã à pũcto e, lineã e f perpendicularẽ, super lineã a c, & à pũcto d, lineę d f, perpendicularẽ super lineam a b, & secent se duæ lineæ e f, d f, in puncto f, eritq; per correlarium primæ huius punctum f, centrum circuli utriusq;: quod est impossibile, per 5 huius.

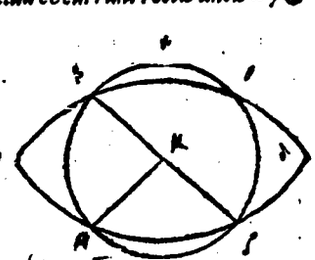


Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 10.

Circulus circulum in pluribus duobus signis non secat. 10

THEON ex Zamb. Si enim possibile, circulus α β γ, circulum Δ ε ζ, in pluribus signis quàm duobus secet, hoc est in β ν, & θ ζ, & cõiunctæ β ν, β θ, bifariã (per 10 primi) secẽtur in ν λ, signis. Et (per 11 primi,) ab ipsis ν λ, ipsis β ν et β γ, ad angulos rectos excitatæ ν γ, & λ μ ν, extẽdantur in α, et ξ ε, signa. Quoniã igitur in circulo α β γ, recta linea quædã α, rectã lineam quandã β θ, bifariã & ad angulos rectos secat (per 3 tertij) in ipsa igitur α γ, centrũ est circuli α β γ. Rursus quoniã in eodẽ circulo α β γ, recta linea ν ξ, hoc est μ, ε rectã lineã quandã β ν, bifariã & ad angulos rectos (per 3 tertij) secat: igitur in ipsa ν ξ centrũ est circuli α β γ (per eandẽ.) Ostensum autẽ est quòd & in α γ. Et circa nullũ aliud cõcurrunt rectæ lineæ α γ & ν ξ, inuicem, nisi circa ο. Igitur ο, centrũ est circuli α β γ. Similiter quoq; ostendemus quòd & circuli Δ ε ζ, centrum est ipsum ο. Duorũ igitur circulorum sese adinuicem secantium α β γ, & Δ ε ζ, idem est centrum: quòd (per 5 tertij) est impossibile. Circulus igitur, circulum in pluribus duobus signis non secat: quod erat ostendendum.





ALITER idẽ ostendere. Circulus enim rursus α β γ, circulũ Δ ε ζ, secet in pluribus quàm in duobus signis, hoc est in β ζ, & ζ θ, & (per 1 tertij) suscipiatur centrũ circuli α β γ, sitq; illud κ. Et cõnectantur κ β, κ ν, et κ ζ. Quoniã igitur intra circulũ Δ ε ζ, suscipitur signũ quoddã κ,

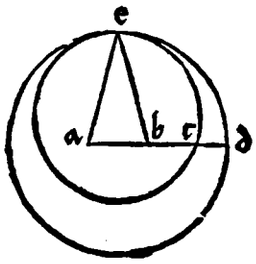
in ipsum

in ipſum q; δ ε ζ circulum plures duabus æquales rectæ incidunt lineæ α β, ι α, & α ζ, igitur (per 9 tertij) α ſignum, centrum eſt circuli δ ε ζ. At circuli α β γ, centrum eſt ipſum ι. Duorum enim circulorum ſeſe inuicem ſecantium idem eſt centrum α. quod (per 5 tertij) eſt impoßibile. Circulus igitur circulum in pluribus quàm duobus ſignis non ſecat: quod fuerat oſtendendum.

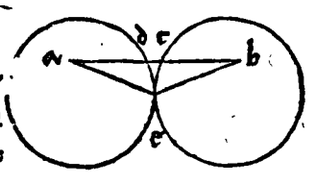
igitur

Euclid. ex Camp. Propoſitio 11.

11 SI circulus circulum contingat, linea'q; per centra eorum tranſeat, ad punctũ contactus eorũ applicari neceſſe eſt.



CAMPANVS. Si enim linea tranſiẽs per cẽtra duorum circulorũ c e & d e ſeſe contingentiũ intrà uel extra, non uadit ad locum contactus, ſecet circunferẽtiam utriuſq;, ſitq; a per primã huius, centrum circuli e d, & b centrum circuli e c, & ducatur linea recta a b c d, ſecans circunferentiam utriuſq;, & ducantur lineæ à puncto e, qui ſit locus contactus, ad centra, quæ ſint e a, e b, eruntq; in cõtactu interiori, per 20 primi, duæ lineæ e b & b a, longiores e a, quare longiores a d: eſt enim a, centrum circuli e d, & quoniam b c eſt æqualis e b, quoniam b eſt centrum circuli e c, erit c a longior a d, quod eſt impoſsibile. In contactu uerò exteriori erunt duæ lineæ a e & e b, longiores a b, quare a d & c b, maius erunt quàm tota a b: quod eſt falſum.

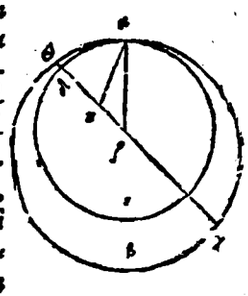


Euclides ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 11.

11 Si bini circuli ſe introrſum adinuicem tetigerint, ſuſcipianturq; eorum cẽtra, recta linea coniungens eorum centra & eiecta, in contactum circulorum, cadit.

producta

THEON ex Zamb. Bini inquam circuli α β γ, & α δ ε, ſeſe adinuicem tangant introrſum in ſigno α, ſuſcipiaturq; (per primã tertij) centrum circuli α ζ γ, ſitq; illud ζ, circuli autẽ α δ ε, ſit η. Dico quòd recta linea dúcta ex ζ, in η, & eiecta in ipſum α, ſignum cadit. Nõ enim, ſed ſi poßibile eſt, cadat ſicut ζ η δ θ, & conectãtur α ζ & α η. Quoniã igitur α η, & η ζ, ipſa ζ α, hoc eſt ipſa ζ η (per 23 primi) ſunt maiores, communis auferatur η ζ, reliqua igitur α η, maior eſt quàm reliqua η θ. Aequalis autem eſt δ η, ipſi η α (per 15 diffinitionẽ primi) & η δ, ipſa η θ, igitur maior eſt minor maiore, quod eſt impoßibile. Recta igitur linea ducta ex ζ, in η ſignum, extra ipſum α ſignũ cõtactus non cadit, in ipſum contactum igitur. Si bini circuli igitur ſeſe inuicem introrſum tetigerint, ſumanturq; eorum centra recta linea eorum centra contingens, & in eorum cadit contactum, quod demonſtraſſe oportuit. ALITER idem oſtendere. Sed iam cadat ſicut η ζ γ. & extendatur in rectas directũ lineas, γ ζ η in θ, ſignum, & coniungãtur α η, & η ζ. Quoniam igitur α η, & η ζ maior ſunt ipſa α ζ, (per 20 primi) ſed α ζ æqualis eſt ipſi γ ζ, hoc eſt ipſi ζ θ, communis auferatur ζ η. reliqua igitur α ζ, reliqua η θ, maior eſt, hoc eſt η δ, quàm η θ, maiore minor, quod eſt impoßibile. Similiter et ſi extra circulum paruum fuerit centrum maioris circuli, oſtendemus impoßibile.

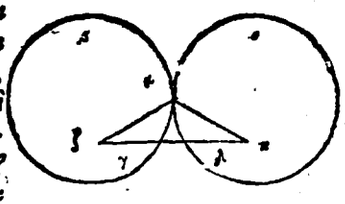


rectum

maiorẽ

Euclid. ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 12

12 Si duo circuli ſeſe adinuicem exterius tetigerint, ad centra eorum coniungens recta linea, per contactum tranſibit.

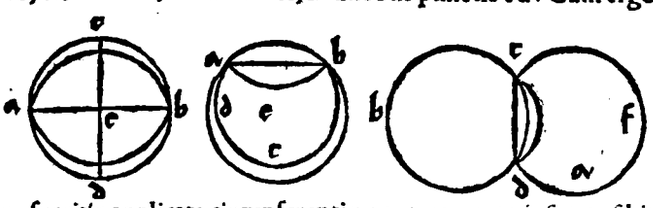


THEON ex Zamb. Duo enim circuli α β γ, & α δ ε, ſeſe adinuicem exterius tangũt in ſigno α. Sumaturq; (per 1 tertij) centrum circuli α β γ, ſitq; illud ζ, & circuli α δ ε ſit η. Dico quòd ex ζ, in η, ducta recta linea, per ipſum α contactum tranſit. Non enim, ſed ſi poßibile eſt trãſeat ſicut ζ γ, & δ η. Et coniungantur α ζ & α η. Quoniam igitur ζ ſignum centrum eſt circuli α β γ, æqualis eſt ζ α, ipſi ζ γ. Rurſus quoniam η ſignum, centrum eſt circuli α δ ε, æqualis eſt α η, ipſi δ η. Oſtenſum autem eſt quòd ζ α, ipſi ζ γ, eſt æqualis. Igitur ζ α, & α η, ipſis ζ γ, & η δ, ſunt æquales: quare tota ζ η ipſis ζ α, & α η, maior eſt, ſed & minor (per 20 primi) quod eſt impoßibile. Igitur quæ ab ζ in η, ducitur recta linea, per ipſum α, contactum tranſit. Si duo circuli igitur ſeſe adinuicem exterius tetigerint, ad eorum centra coniungens recta linea per contactum ueniet.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*

SI circulus circulum contingat, ſiue intrinſecus, ſiue extrinſecus, in uno tantùm loco contingere neceſſe eſt. 12

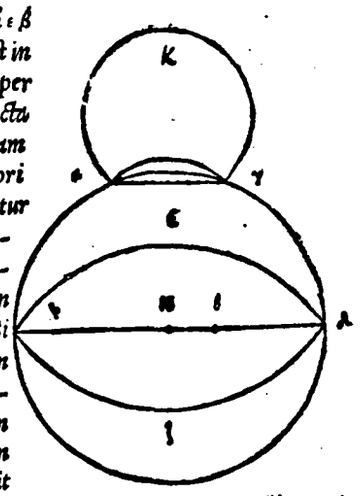
CAMPANVS. Si enim fuerit poſsibile, ut circulus circulũ cõtingat in duobus locis intrà uel extrà, contingat circulum a b c d, circulus a b e interius in duobus punctis a b, uel exterius, circulus c d f, in duobus punctis c d. Cum ergo ducemus lineã rectam ab a, ad b, ſi ipſa cadat extra circulum à b e, interiorem, accidet cõtrarium ſecundæ huius. Quòd ſi ipſa cadat intra ipſum, cum diuiſerimus ipſam per æqualia, & eduxerimus à puncto diuiſionis perpẽdicularem ad ipſam, fueritq; applicata circunferentiæ ex utraq; parte, ipſa tranſibit per centrum amborum circulorum, quare accidet contrarium præmiſſæ. In circulo uerò contingente exterius in punctis c d, ſi ducamus lineam rectam à puncto c ad punctum d, neceſſe eſt accidere contrarium ſecundæ huius. Quare utrunque impoſsibile.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propoſitio 13.*

Circulus circulum non tangit in pluribus ſignis uno, etſi extra, etſi intus tangat. 13

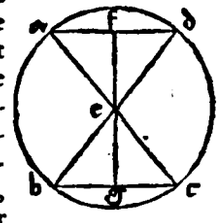
THEON ex Zamb. *Si enim poßibile, circulus α β γ Δ, circulũ ε β ζ Δ, tangat primum introrſum in pluribus quàm uno ſignis, hoc eſt in Δ β, & ſumatur quidẽ centrum ipſius circuli α β γ Δ, ſitq; illud η, (per primam tertij,) circuli autẽ ε β ζ Δ, ſit θ. Igitur (per 11 eiuſdem) recta linea ducta ex η, in θ, cadit in ſigna β Δ, cadat ſicut θ η θ Δ. Et quoniam η, ſignum centrum eſt circuli α β γ Δ, æqualis (per 15 diffinitionem primi) eſt β η, ipſi Δ η. Maior igitur eſt β η, quàm θ Δ, multo maior igitur β θ, quàm θ Δ. Rurſus quoniam θ ſignum, centrũ eſt circuli ε β ζ Δ, æqualis eſt (per eandẽ) β θ, ipſi θ Δ. patuit autẽ quòd ea multo maior, quod eſt impoßibile: igitur circulus circulum introrſum non tangit, in pluribus quàm uno ſignis. Dico etiam quòd nec exterius. Si enim eſt poßibile, circulus α γ κ, circulum α β γ Δ, tangat exterius in pluribus quàm uno ſignis, uidelicet in α γ. & cõiungatur (per 1 poſtulatũ) α γ. Quoniã igitur in circunferentia utrorunq; circulorum α β γ Δ, & α γ κ, ſuſcepta ſunt duo contingentia ſigna α & γ, coniungens ea ſigna recta linea, (per 2 tertij) intra utrunq; cadit. Sed cadit intra ipſum circulum α γ β Δ, & extra circulum α γ κ, quod abſurdũ eſt. Circulus igitur circulũ exterius non tãget in pluribus ſignis quàm uno, oſtenſum autem eſt quòd neq; introrſum. Circulus igitur circulum non tanget in pluribus ſignis quàm uno, etſi exterius, etſi interius tangat: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

REctæ lineę in circulo ſi fuerint æquales, eas à centro æqdiſtare, & ſi à cẽtro æqdiſtiterint, æq̃les eſſe neceſſe eſt. 13

CAMPANVS. Sit ut in circulo a b c d, cuius centrũ ſit e, duę lineæ a d & b c ſint æquales, dico quòd ipſæ æquidiſtant à centro, & econuerſo. Producantur enim à centro e, lineæ e f & e g, perpendiculares ad a d & b c, eritq; per 2 partem tertiæ huius, a d, diuiſa per æqualia in f, & b c in g. Quia ergo duo latera e d, & d a trianguli e d a ſunt æqualia duobus lateribus e c & c b trianguli e c b, & baſis e a baſi e b, erit (per 8 primi) angulus d æqualis angulo c. Et quia duo latera e d & d f, trianguli e d f ſunt æqualia duobus lateribus e c, & g c, trianguli e c g: nam d f, eſt æqualis c g, eo quòd tota a d poſita eſt æqualis b c, & angulus d eſt æqualis angulo c, erit per 4 primi, baſis e f, æqualis baſi e g. Et quia iſtæ ſunt perpendiculares, uenientes ad eas à centro, patet per quartam diffinitionem ſiue quartam propoſitionem huius, ipſas æqualiter diſtare à centro. Aliter idem. Quadratum enim e d, per penultimam primi, ualet quadrata duarum linearum e f & f d, & quadratum e c, quadrata duarum linearum quę ſunt e g & c g: & quia quadratum d e eſt æquale quadrato e c, & quadratum d f, quadrato



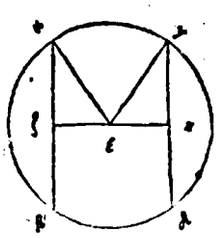
f,quadrato g c,erit quadratum e f,æquale quadrato e g,quare e f,eſt æquale e g, ſicq; patet idem.

Sit ergo e f, æqualis e g,quod eſt, eas a d,ſcilicet & b c, æqualiter diſtare à centro. Dico tunc quòd a d,eſt æqualis b c. Quadratis enim duarũ linearum e d, & e c æqualibus, demptis q; quadratis duarum linearum e f,& e g,æqualibus,remanent per penultimam primi, quadrata duarum linearum f d, & g c,quæ per tertiam communem ſententiam neceſſe eſt eſſe æqualia: quare f d,eſt æqualis g c, ergo duplum f d, quod eſt a d, eſt æquale duplo g c,quod eſt b c. Et hæc eſt ſecunda pars propoſiti.

Euclid. ex Zamb. Theorema 13. Propoſitio 14.

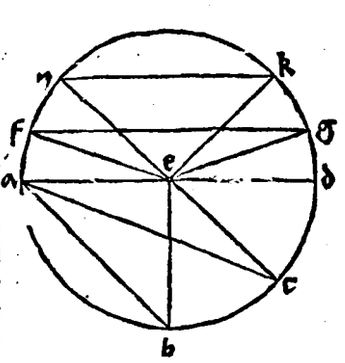
14 In circulo rectæ lineæ ſunt æquales,quæ æqualiter diſtant à cẽtro. Et quæ æqualiter diſtant à centro, æquales adinuicem ſunt.

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ δ,& in ea ſint æquales rectæ lineæ α β,& γ δ. Dico quòd æqualiter diſtant à centro. Suſcipiatur enim (per 1 tertij) centrum circuli α β γ δ,ſitq; illud ε. Et ab ipſo ε in ipſas α β,& γ δ (per duodecimam primi) perpendiculares excitentur ε ζ,& ε η, & coniungantur (per primum poſtulatum) α ε,& ε γ. Quoniam igitur (per tertiam tertij) recta linea quædam per centrum extenſa ε ζ, rectam lineam quandam non extenſam per centrum α β,ad angulos rectos & biſariam diſpeſcit, æqualis eſt igitur α ζ, ipſi ζ β: dupla igitur eſt α β, ipſius α ζ, & ob id etiam γ δ, ipſius γ η, dupla eſt. Et eſt æqualis α β, ipſi γ δ: æqualis igitur eſt α ζ, ipſi γ η. Et quoniam æqualis eſt α ε, ipſi ε γ, ex centro enim in circunferentiam, æquum eſt quadratum quod fit ex ε γ, & quod fit ex α ε quadrato. Sed ei quod fit ex α ε, quadrato (per 47 primi) æqua ſunt ea quæ fiunt ex α ζ, & ζ ε quadrata: rectus enim eſt angulus qui ad ζ. Ei autem quod fit ex ε γ, (per eandem) æqua ſunt ea quæ fiunt ex ε η, & η γ. rectus enim eſt angulus qui ad η. Ea igitur quæ fiunt ex α ζ, & ζ ε, quadrata, æqualia ſunt eis quæ fiunt ex γ η, & η ε, quadratis, quorum id quod fit ex α ζ, æquum eſt ei quod fit ex γ η: æqualis enim eſt α ζ, ipſi γ η. Reliquum igitur quod fit ex ζ ε, reliquo quod fit ex ε η (per tertiam communem ſententiam) eſt æquale. Aequalis igitur eſt ε ζ, ipſi ε η. In circulo autem æqualiter rectæ lineæ diſtare dicuntur à centro, quando à centris in ipſas perpendiculares ductæ ſunt æquales (per diffinitionem 4 tertij) igitur α β, & γ δ, æqualiter diſtant à centro. Sed iam α β, & γ δ, rectæ lineæ æqualiter diſtent à centro, hoc eſt æqualis ſit ε ζ, ipſi ε η. Dico quòd æqualis eſt α β, ipſi γ δ. Eiſdem enim conſtructis, ſimiliter oſtendemus quòd α β, dupla eſt ipſius α ζ, & γ δ, ipſius γ η. Et quoniam æqualis eſt α ε, ipſi γ ε, ex centro enim in circunferentiam, æquum eſt, quadratum quod fit ex α ε, ei quod fit ex γ ε, quadrato. Sed ei quod fit ex α ε, quadrato, æqualia ſunt (per 43 primi) quæ fiunt ex ε ζ, & ζ α, quadrata. Ei autem quod fit ex γ ε, æqualia ſunt (per eandem) ea quæ fiunt ex ε η, & η γ. Ea igitur quæ fiunt ex ε ζ, & ζ α quadrata, æqualia ſunt eis quæ fiunt ex ε η, & η γ, quadratis. Quorum quod fit ex ε η, ei quod fit ex ε ζ, eſt æquale: æqualis enim eſt ε ζ, ipſi ε η. Reliquum igitur quod fit ex α ζ (per 3 communem ſententiam) æquum eſt ei quod fit ex γ η, æqualis igitur eſt α ζ, ipſi γ η. At ipſius α ζ, dupla eſt ipſa α β: ipſius uerò γ η, dupla eſt ipſa γ δ. Aequalis igitur eſt α β, ipſi γ δ. In circulo igitur rectæ lineæ ſunt æquales, quæ æqualiter diſtant à centro: & quæ æqualiter diſtant à centro, ſibi inuicem ſunt æquales: quod erat demonſtrandum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 14.

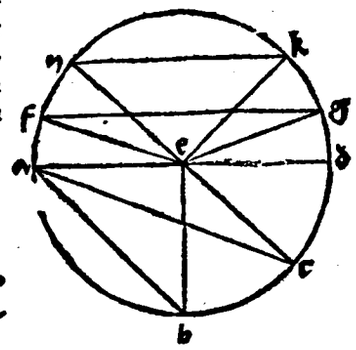
14 Si intra circulum plurimæ rectæ lineæ ceciderint, diametrum eius omnium longiſsimam, eiq; propinquiores remotioribus longiores eſſe neceſſe eſt.



CAMPANVS. Sit ut in circulo a b e,cuius centrũ e cadant plurimæ lineæ quæ ſint a b,a c,a d,f g,h k, ſitq; a e d, diameter. Dico ipſam eſſe longiſsimam,& alias tanto maiores, quanto ſunt ipſi propinquiores. Ducantur enim à centro e, lineæ ad extremitates omnium,quæ ſint e b,e c,e f, e g,e h, & e k,erũtq; per 20 primi,duo latera e f, & e g,trianguli e f g, longiora f g: & quia ipſa ſunt æqualia a d,erit a d maior f g. Eadem ratione maior erit quàm a c,quia a e & e c, ſunt maiora a c, & æqualia a d,ergo a d maior eſt a c. Sic quoq; eſt maior h k, & maior etiã quàm a b. Quòd autem f g ſit maior h k,& a c quàm a b,patet,

f 5 quia

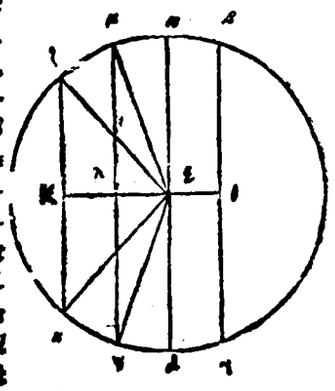
quia cum duo latera f e, & e g, triãguli f e g, ſint æqualia duobus lateribus h e & e k trianguli h e k, & angulus f e g, maior angulo h e k, erit per 24 primi baſis f g maior baſi h k. Similiter quoque quia a e, & e c, ſunt æqualia a e & e b, & angulus a e c, maior angulo a e b, erit baſis a c, per eandem maior baſi a b, & ſic eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 15.

In circulo, maxima quidem eſt dimetiẽs, aliarum autem ſemper propinquior centro, remotiore maior.

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ δ, dimetiens uerò illius ſit α δ, centrum autem ſit ε. Et propinquior ipſi α δ, dimetienti ſit β γ. remotior autem ſit ζ η. Dico quòd α δ, maxima eſt, maior autem β γ, quàm ζ η. Excitetur (per 12 primi) ab ε, centro in ipſas β γ, & ζ η, perpendiculares ε θ, & ε κ. Et quoniam propinquior quidem centro eſt β γ, remotior autem ζ η, maior eſt (per 4 diffinitionem) igitur ε κ, ipſa ε θ. Ponatur autem (per quartam tertij) æqualis ε λ, ipſi ε θ, & (per undecimam primi) per λ, ipſi ε κ ad rectos angulos excitata λ μ, extendatur in ν. Et (per primum poſtulatum) coniungantur ε μ, ε ν & ζ, & ε κ. Et quoniam æqualis eſt ε θ, ipſi ε λ, æqualis eſt (per quartam tertij & diffinitionem quartam eiuſdem) β γ, ipſi μ ν. Rurſus quoniam æqualis eſt α ε ipſi ε μ, & ε δ, ipſi ε ν: igitur α δ, ipſis μ ε, & ε ν, eſt æqualis. Sed μ ε, & ε ν, (per 20 primi) ipſa μ ν, maiores ſunt. Igitur α δ, maior eſt quàm μ ν. Et quoniam duæ μ ε, & ε ν, duabus ζ ε, & ε η, ſunt æquales (per 15 diffinitionem primi) ex centro enim in circunferentiam, & angulus qui ſub μ ε ν, angulo qui ſub ζ ε η, maior eſt, baſis igitur μ ν, (per 24 primi) baſi ζ η, maior eſt. Sed μ ν, ipſi β γ, oſtenſa eſt æqualis, & β γ, igitur quàm ζ η, maior eſt. Maxima igitur eſt α δ, dimetiens, maior autem β γ ipſa ζ η. In circulo igitur dimetiens maxima eſt: aliarum autem ſemper propinquior centro, remotiore maior eſt: quod demonſtraſſe oportuit.*

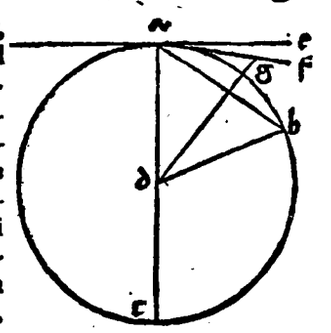


æquales autem ſunt μν ipſi βγ, & ad igitur maior eſt, quàm βγ.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 15.

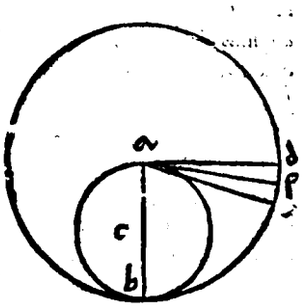
19 SI ab altero terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur, extra circulum eam cadere neceſſe eſt. Atque inter illam & circulum, aliam lineam rectam capi impoſsibile eſt. Angulum autem ab illa & circunferentia cõtentum, omnium acutorum angulorum eſſe anguſtiſsimum. Angulum uerò intrinſecum à diametro & circunferẽtia cõtentum, omniũ angulorum acutorũ eſſe ampliſsimũ neceſſe eſt. Vnde etiã manifeſtũ eſt, omnem lineã rectã à termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam, circulũ ipſum cõtingere.

CAMPANVS. Sit ut à termino a diametri a c, circuli a b c, cuius centrum d, ducatur lineà orthogonaliter, dico quòd ipſa cadit extra circulum, & quòd inter lineam illam & circunferentiam, nulla alia recta linea intercipitur, & quòd angulus quem ipſa & circunferentia continet, eſt minor omni angulo rectilineo, qui uidelicet à duobus rectis lineis continetur, & quòd angulus contentus à diametro & circunferentia, eſt maior omni angulo rectilineo acuto. Si enim linea ducta ab a, orthogonaliter ſuper a c lineam, poteſt cadere intra circulum, ſit illa linea a b, & ducatur linea d b, erit'que per 5 primi, angulus d a b, æqualis angulo d b a, & quia

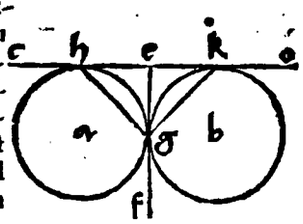


& quia angulus d a b, eſt rectus per hypotheſin, habebit triangulus a b d, duos angulos rectos, quod eſt impoſsibile per 32 primi. Cadet ergo extrà, ſitq; a e, quòd ſi inter ipſam & circunferentiam poteſt linea recta intercipi, ſit illa a f, ad quam ducatur perpendicularis d g: & quia angulus d g a, eſt rectus, erit per 18 primi linea a d, longior linea d g, quod eſt impoſsibile: quare inter ipſam, & circunferentiam, nulla linea recta intercipietur. Propter quod patet, quòd angulus cõtentus ab a c, & circunferentia, qui dicitur angulus contingentiæ, eſt minor omni angulo à duobus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus eſſet angulo contingentiæ æqualis, aut eo minor: cùm omnis talis poſsit per æqualia diuidi ſecundum doctrinam 9 primi, inter lineam a e, & circunferentiam, poſſet linea recta intercipi, quod monſtrauimus eſſe non poſſe. Per quod patet angulum contentum à diametro & circunferentia, omnium acutorũ rectilineorum eſſe maiorem, quia non differt a recto, niſi in angulo contingentiæ quem monſtrauimus eſſe minorem omni rectilineo. Correlarium patet per primam partem. Cùm enim linea a e, in utramq; partem ejecta non ſecet circulum, & tangat ipſum in puncto a, ipſa eſt cõtingens per diffinitionem.

CAMPAANI *additio.* Ex hoc notandum, quòd non ualet iſta argumẽtatio, Hoc tranſit à minori ad maius, & per omnia media: ergo per æquale. Nec iſta: Contingit reperire maius hoc, & minus eodem: ergo contingit reperire æquale. hoc autem ſic patet. Sit circulus a b, ſuper centrum c, cuius diameter a c b, & ducatur ab eius termino a, linea a d orthogonaliter, eritq; contingens circulũ per correlarium huius. Deſcribatur iterum ſuper punctum a ſecundum quantitatem diametri a b, circulus b e d, & imaginetur linea a b, moueri ſuper punctum a, per circunferentiam arcus b e d, ita quòd punctum b numeret omnia puncta arcus b e d, quouſque perueniat ad lineam a d, & cooperiat ipſam. Et quia angulus b a d, eſt rectus: erit ut non ſit ſumere aliquem angulum acutum cui



æqualem non fecerit linea a b, cum diametro a c b, minoris circuli, quia tranſiuit ad angulum rectum, dinumerãs ſitum omnium angulorum acutorum, quorum manifeſtum eſt quoſdam eſſe minores angulo ſemicirculi, contento a ſemicircunferentia a b, & diametro a c b, & angulum rectum manifeſtum eſt eſſe maiorem eodem. Dico quòd nullus in trãſitu ab acutis minoribus ad rectum maiorem intermedius, fuit ei æqualis. Si enim fuerit aliquis, ſit ut illum fecerit linea a b, cùm punctus b, fuit in pũcto e, arcus b e d. Quia ergo angulus e a b eſt æqualis angulo ſemicirculi prędicto, angulus autem ſemicirculi eſt ampliſsimus omnium acutorum per ultimam partem huius, erit angulus e a b ampliſsimus omnium acutorum. Diuidatur ergo angulus e a d, ſicut propoſuit 9 primi, per æqualia, ducta linea a f, eritq; (per 9 conceptionem) angulus f a b, amplior angulo e a b, quare erit aliquid amplius ampliſsimo: quod eſt impoſsibile. Vel ſic. Cùm angulus e a b, ſit æqualis angulo ſemicirculi ſicut ponitur, at angulus ſemicirculi cum angulo contingentiæ eſt æqualis uni recto, ſimiliter quoque angulus e a b cum angulo e a d eſt æqualis uni recto, erit angulus e a d, æqualis angulo contingentiæ: & quia angulus contingentiæ eſt anguſtiſsimus omnium acutorum per 3 partem huius: erit ſimiliter angulus e a d, ei æqualis, anguſtiſsimus omnium acutorum, ſed angulus e a f, eſt eo anguſtior per conceptionem: erit ergo aliquid anguſtius anguſtiſsimo: quod eſt impoſsibile. Non ergo erit angulus rectilineus æqualis angulo ſemicirculi. Et quia tranſitur à minori ad maius, & non per æquale: item quia eſt reperire minorem eo & maiorem: patet inſtantia contra utranque argumentationem prędictam. Vnde per interemptionem ad illud eſt reſpondendum. Poſſet probari q; angulus contingentiæ eſt diuiſibilis ſecundum lineam rectam, ut conſtat per figurationem hic à latere poſitam. Certum eſt quòd angulus qui cauſatur ex contactu duorum circulorum uel ſphærarum, eſt angulus contingentiæ: & talis diuidatur per lineam e g, quia hic habetur triangulus h g k, cuius baſis h k, diuidatur per æqualia in puncto e: & protrahatur uerſus g, contactum: & arguitur per quartam primi, deinde per uiceſimamſextam huius, & patet propoſitum.

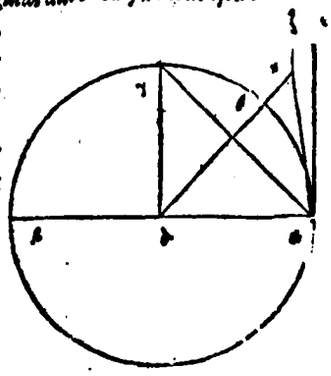


Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propoſitio 16.*

16 Quæ à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, extra ipſum circulũ cadit, & in locũ inter ipſam rectam lineã & circunferentiam, altera recta linea non cadet, & ſemicirculi angulus, omni

angulo acuto rectilineo maior est, reliquus autem minor.

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ, circa centrum δ, & demetientem α β. Dico quòd quæ ex α ipsi α ζ, ad angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadit. Non enim, sed si possibile est, cadat interius sicut γ α, & coniungatur δ γ. Et quoniam æqualis est δ α, ipsi δ γ (per 15 diffinitionem primi) ex centro enim in circunferentiã, æqualis est & angulus δ α γ, angulo α γ δ. Angulus autẽ δ α γ, rectus est: rectus igitur est & qui sub α γ δ. Anguli igitur qui sub δ α γ, & α γ δ, duobus rectis sunt æquales, quod (per 17 primi) est impossibile. Igitur ab α signo, ipsi α ζ, ad angulos rectos ducta, intra ipsum circulum non cadit. Similiter quoq; ostendemus, quòd neq; in ipsam circunferentiam, extrà igitur cadit sicut α ε. Dico quòd in locum inter α ε, rectam lineam, & γ β α, circunferentiam, alia recta linea non cadit. Si enim possibile est, cadat sicut ζ α, & excitetur (per 12 primi) ab δ signo, in ipsam ζ α, perpendicularis δ η. Et quoniam rectus est angulus α η δ, minor recto autem qui sub δ α η, maior igitur est α δ, quàm δ η. Aequalis autem est δ α ipsi δ θ, ex centro enim in circunferentiam, maior (per 19 primi) igitur est δ θ, ipsa δ η, minor maiore, quod est impossibile. In locum igitur inter rectam lineam & circunferentiam, altera recta linea non cadet. Dico quòd & semicirculi angulus contentus sub α β, recta linea & γ β α, circunferentia, omni angulo acuto rectilineo maior est. Reliquus autẽ cõtentus sub γ η α circunferentia & α ε recta linea, omni acuto angulo rectilineo minor est. Si enim aliquis est angulus rectilineus maior eo qui sub β α, recta linea & γ θ α, circunferentia continetur, minor uero eo qui sub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea continetur, in locum inter γ θ α, circunferentiam & α ε, rectam lineam recta linea cadet, quæ efficiet maiorem quidem angulum contentum sub rectis lineis, eo qui sub ζ α, recta linea & γ θ α, circunferentia continetur, minorem autem eo qui sub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea continetur, non cadit autem. Igitur per præostensam in possibilitatem angulo contento sub ζ α recta linea, & γ θ α, circunferentia, angulus acutus sub rectis lineis contentus maior non est, neque etiam minor contento sub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea.*

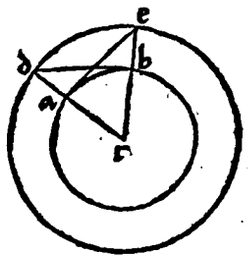


CORRELARIVM. *Hinc manifestum est, quòd à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta, ipsum circulum tangit, & quòd recta linea circulum in uno signo tantum tangit, quoniam ostensum est (per secundam tertij) quòd quæ in duobus illis signis incidit, intrà ipsum cadit: quod demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propositio 16.

Dato puncto, ad datum circulum lineam contingentem ducere. 16

CAMPANVS. Sit circulus datus a b, cuius cẽtrum c, punctusq; datus d, uolo ergo à puncto d, ducere lineam contingentem circulum a b. Produco lineã d c, secantem circunferentiam circuli a b, in puncto a, super quam describo circulum d e, secundum quantitatem lineæ d c, cõcentricum circulo a b, & à puncto a, produco lineam a e, perpendicularem ad lineam d c, quæ secet circunferentiam circuli d e, in puncto e o, & produco lineam e c, secantem circunferentiam circuli a b in puncto b. Deinde produco lineam d b, quæ erit contingẽs circulum a b. Quia enim duo latera a c & c e, trianguli a c e sunt æqualia duobus lateribus b c & c d trianguli b c d, & angulus c est communis utriq;, erit per 4 primi angulus e a c, æqualis angulo d b c: angulus autem e a c, est rectus, quare angulus d b c, est rectus. Per correlarium ergo præcedentis erit linea d b, contingens circulum a b: quod est propositum.



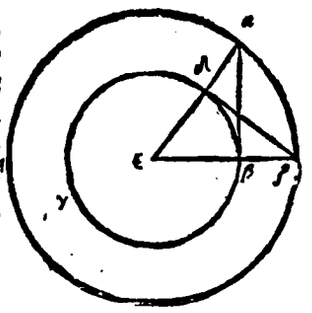
Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propositio 17.

A dato signo, dato circulo contingentem rectam lineam ducere. 17

THEON ex Zãb. *Sit quidẽ datum signũ α, datus autẽ circulus sit ζ γ δ, oportet iam à dato signo α, dato circulo ζ γ δ, contingentem rectam lineã ducere. Suscipiatur enim (per 1 tertij) centrum circuli, sitq; illud ε, & coniungatur (per 1 postulatũ) α δ ε. Et centro quidem ε, spacio uerò ε α (per 3 postulatũ) circulus describatur α ζ η, & ab ipso δ, ipsi ε α, ad angulos rectos excitetur δ ζ (per 11 primi) et cõiungantur (per 2 postulatũ) ε ζ, & α β. Dico q; ab α signo, circulo ζ γ δ, contingens ducta est α β. Quoniã enim ε signum, centrum*

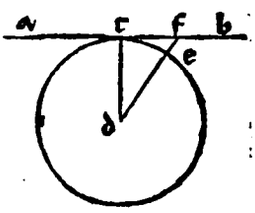
1 rectam lineam ducere, qui datum circulũ cõtingat
1 qui datum circulum β rẽ contingat

centrum eſt circulorum β γ δ, et α ζ η, æqualis eſt ε α, ipſi ε ζ, & ε δ, ipſi ε θ: ex centro enim in circunferentiam. Duæ igitur α ε, & ε β, duabus ε ζ, & ε δ, ſunt æquales, & angulum communem habent qui ad ε: baſis igitur δ ζ (per 4 primi) baſi α β, eſt æqualis, & triangulum δ ε ζ, triangulo ε β α, eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis: æqualis igitur eſt angulus ε δ ζ, angulo ε β α, rectus eſt autem qui ſub ε θ ζ, rectus igitur eſt & qui ſub ε θ α, & eſt ε β, ex centro. Quæ autem ex diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, ipſum tangit circulum (per correlarium 16 tertij) Igitur α θ, ipſum circulum θ γ δ, tangit. A dato igitur ſigno α, dato circulo β γ δ, cõtingens recta linea ducta eſt α β, quod feciſſe oportuit. Euclid. ex Camp. Propoſitio 17.



17 SI circulum linea recta contingat, à contactu uerò ad centrum linea recta ducatur, neceſſe eſt eam ſuper lineam cõtingentem eſſe perpendicularem.

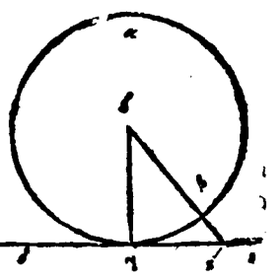
CAMP. Sit linea a b, contingens circulum c e, cuius centrum ſit d, in puncto c, qui iungatur cum centro per lineam c d. Dico hanc eſſe perpendicularem ſuper lineam contingentem. Si enim non eſt perpendicularis ad ipſam, ſit ergo d f perpendicularis ad eandem, quę ſecet circunferentiam circuli in puncto e, eritq; uterq; angulorũ qui ſunt ad f: rectus igitur per 18 primi, linea c d, eſt maior linea d f, quod eſt impoſsibile. Conſtat itaq; d c eſſe perpendicularẽ ſuper a b: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Problema 16. Propoſitio 18.

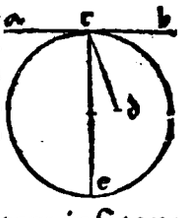
18 Si circulũ tetigerit aliqua recta linea, à cẽtro autẽ in cõtactum ducta fuerit aliqua recta linea, ipſa ducta, perpẽdicularis erit cõtingẽti.

THEON ex Zamb. Circulũ enim α θ γ, tangat recta linea quædam δ ε, in γ ſigno, & ſumatur (per 1 tertij) centrum circuli α θ γ, ſitq; illud ζ. Et ab ζ, in γ, ducatur (per 1 poſtulatum) ζ γ. Dico q; ζ γ, perpendicularis eſt in δ ε. Si enim non, excitetur (per 12 primi) ab ζ in ipſam δ ε, perpendicularis ζ η. Quoniam igitur angulus ζ η γ, rectus eſt, angulus igitur qui ſub η γ ζ, eſt acutus, maior igitur eſt angulus ζ η γ, angulo ζ γ η, ſub maiori autem angulo (per 19 primi) maius latus ſubtenditur, maior igitur eſt ζ γ, quàm ζ η. Aequalis autem eſt ζ γ, ipſi ζ β: ex cẽtro enim in circunferentiã: maior igitur eſt ζ β, quàm ζ η, minor maiore, quod eſt impoſsibile. Igitur ζ η, ipſi δ ε nõ eſt perpendicularis. Similiter quoq; oſtẽdemus, q; nulla alia præter ζ γ. Igitur ζ γ, perpendicularis eſt ipſi δ ε. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, & quæ ſequũtur reliqua: quod demonſtraſſe oportuit. Euclid. ex Camp. Propoſitio 18.



18 SI circulũ linea recta cõtingat, & à cõtactu in circulũ linea quędam orthogonaliter ducatur, in eadẽ centrũ eſſe neceſſe eſt.

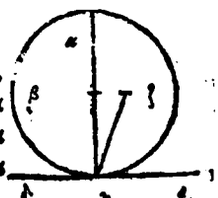
CAMP. Sit ut prius linea a b contingens circulum c e in puncto c, & à contactu ducatur linea intra circulum c e, perpendicularis ad lineam a b. Dico q; centrum circuli eſt in linea c e. Hæc eſt conuerſa prioris. Si enim non fuerit centrũ in linea c e, ſit alibi ubicunq; contingat, ſitq; d, & producatur d c, eritq; d c, per præmiſſam perpendicularis ad lineam a b, quod eſt impoſsibile, cùm e c, poſita ſit perpendicularis ad ipſam.



Euclid. ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 19.

18 Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem ipſi tangenti ad angulos rectos recta linea quædam excitetur, in excitata erit centrum circuli.

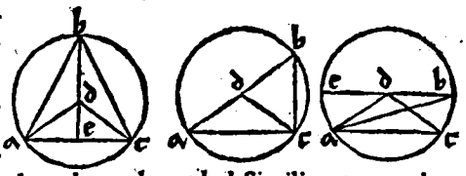
THEON ex Zamb. Circulũ enim α θ γ, tangat recta linea quædã δ ε, in ſigno γ, et ab ipſo γ, ipſi δ ε (per 11 primi) excitetur ad angulos rectos γ α. Dico q; in ipſa γ α, eſt centrũ circuli. Nõ enim, ſed ſi poſsibile eſt, ſit ζ, & (per 1 poſtulatũ) cõiungatur γ ζ. Quoniã igitur circulũ α β γ, recta linea quædã δ ε tãgit, à cẽtro aũt in cõtactũ ducta eſt ζ γ igitur (p 18) ppendicularis eſt ipſi δ ε. Rectus igitur eſt ãgulus ζ γ ε,



at angulus α γ ε, rectus eſt, æqualis igitur eſt angulus ζ γ ε, ei qui ſub α γ ε, minor maiori, quod eſt impoſſibile. Igitur ζ, centrum circuli α β γ non eſt. Similiter quoq; oſtendemus, quòd nec alibi præter quàm in α γ. Si circulum igitur aliqua recta linea tetigerit; à contactu autem ipſi tangenti ad angulos rectos recta linea excitetur, in excitata erit centrum circuli: quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

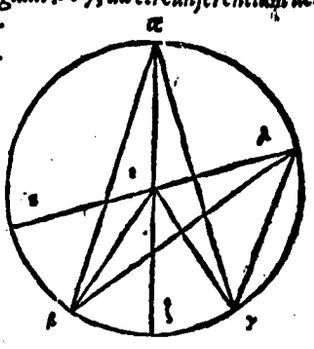
SI intra circulum angulus ſupra centrum conſiſtat, alius 19
uerò angulus ſupra circunferentiam conſiſtens eandem baſin habeat, interior ſuperiori duplus erit.

CAMPANVS. *Sit ut in circulo a b c, cuius centrum d, fiat angulus a d c, ſupra centrum, & angulus a b c ſuper circunferentiam, ſitq; utriuſq; anguli eadem baſis quæ ſit arcus a c. Dico angulum a d c, duplum eſſe ad angulum a b c. Quod ſic probatur. Aut enim duæ lineæ a b & c b, includunt duas lineas a d & d c, aut altera earum ſit linea una cum altera reliquarum, aut etiam altera primarum ſecat alteram poſtremarum. Sit ergo primò ut includant eas ut in prima figuratione apparet,*  *& producatur linea b d e, eritq; per 32 primi, angulus a d e extrinſecus, æqualis duobus intrinſecis, qui ſunt b a d & a b d, anguli. Et quia ipſi ſunt æquales per quintam eiuſdem, erit angulus a d e, duplus ad angulum a b d. Simili quoq; modo erit angulus e d c, duplus ad angulum d b c, quare totus angulus a d c, duplus erit ad totum angulum a b c, quod eſt propoſitum. Quòd ſi altera duarum linearum a b & b a, fuerit linea una cum altera duarum quæ ſunt a d & b d, ut in ſecunda figuratione apparet, per eaſdem per quas prius & ſimili modo liquet propoſitum. Quòd ſi altera duarum linearum primarum ſecet alteram duarum poſtremarum, ut in tertia figuratione apparet, ubi linea a b ſecat lineam d c, producatur linea b d e. Erit per eaſdem quas à principio aſſumpſimus & ſimili modo e d a, duplus ad angulum d b a, & totus angulus e d c, duplus ad totum angulum d b c, quare angulus a d c, duplus eſt ad angulum a b c: quod eſt propoſitum.*

Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propoſitio 20.*

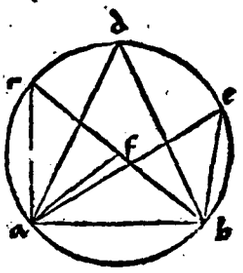
In circulo angulus qui ad cẽtrum, duplus eſt eius qui ad circunfe 20
rentiam, quando anguli eandem circunferentiam habuerint.

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ, & ad eius centrum ſit angulus β ε γ, ad circunferentiam uerò angulus δ α γ, habeant autem eandem baſin, circunferentiam β γ. Dico quòd duplus eſt angulus β ε γ, anguli δ α γ. Ducta enim α ε (per ſecundum poſtulatum) extendatur in ζ. Quoniam enim æqualis eſt α ε, ipſi ε β, ex centro enim in circunferentiam, æqualis eſt angulus ε α β, ei qui ſub ε β α. Anguli igitur ε α β, & ε β α (per 5 primi) eius qui eſt ſub ε α β, dupli ſunt: æqualis autem eſt qui ſub β ε ζ (per 32 eiuſdem) eis qui ſub ε α β et ε β α. Angulus igitur β ε ζ, ipſius ε α β, duplus eſt. Et perinde angulus ζ ε γ, eius qui ſub ε α γ (per eandem) duplus eſt. Totus igitur β ε γ, totius qui ſub δ α γ, eſt anguli, duplus eſt. Rurſus conſtituatur, & ſit alter angulus β λ γ, & ducatur (per primum poſtulatum) λ ε, extendatur q; (per 2 poſtulatum) in κ. Similiter quoq; oſtendemus quòd duplus eſt κ ε γ, angulus eius qui ſub ε λ γ, eſt anguli. Quorum qui ſub ε ε β, duplus eſt eius qui ſub ε λ δ. Reliquus igitur qui ſub β ε γ, eius qui eſt ſub δ λ γ, duplus eſt. In circulo igitur angulus qui ad centrum, duplus eſt eius qui ad circunferentiam, quando eandem circunferẽtiam baſin habuerint ipſi anguli: quod oportuit demonſtraſſe.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 20.*

SI in una circuli portione, anguli ſuper 20
arcum conſiſtant, angulos quoslibet æquales eſſe neceſſe eſt.

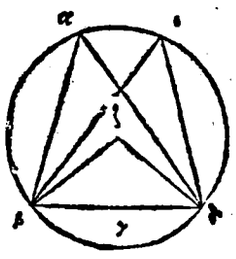


CAMPANVS. *Sit ut in portione a d b, circuli a b c, cuius centrum ſit f, cõſiſtant quotlibet anguli ſuper arcũ a d b, qui ſunt e d c. Dico eos eſſe æquales. Protrahatur enim chorda a b, & ab eius extremitatib. ducantur in centrũ lineæ a f, & b f, eritq; per præmiſſam angulus f conſiſtens ſupra centrum, ad unumquemq; eorum duplus, quare ipſi ſunt æquales: quod eſt propoſitum.*

Euclid.

Euclid.ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 21.

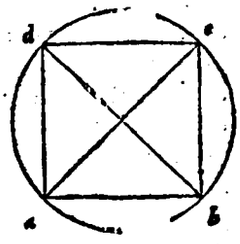
21 In circulo, qui in eodem ſegmento ſunt anguli, ſibi inuicem ſunt æquales.



THEON ex Zamb. *Sint in ſegmento β α ε Δ, circuli α β γ Δ, anguli qui ſub β α Δ, & β ε Δ. Dico quòd anguli β α Δ, & β ε Δ, ſibi inuicẽ ſunt æquales. Suſcipiatur enim (per primam tertij) centrum circuli α β γ Δ, ſitq; illud ζ. Et ducantur (per primum poſtulatum) β ζ, ζ Δ. Et quoniam angulus β ζ Δ, eſt ad centrum, angulus autem qui ſub β α Δ, ad circunferentiam, & eandem habent baſin circunferentiam β γ Δ, angulus igitur β ζ Δ (per præcedentem) duplus eſt eius qui ſub β α Δ, & per hoc angulus β ζ Δ, duplus eſt etiam eius qui ſub β ε Δ. Aequalis igitur eſt (per communem ſententiam dicentem, quæ eiuſdem ſunt dimidium, adinuicem ſunt æqualia) angulus β α Δ, angulo β ε Δ. In circulo igitur, qui in eodem ſegmento ſunt anguli, ſibi inuicem ſunt æquales: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 21.

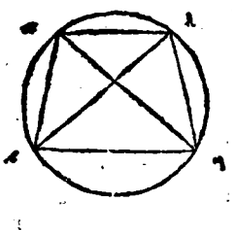
21 Si intra circulum quadrilaterum deſcribatur, quoslibet eius duos angulos ex aduerſo collocatos, duobus rectis angulis æquos eſſe neceſſe eſt.



CAMPANVS. Sit quadrilaterum a b c d, inſcriptum circulo a b c d. Dico quoſq; eius duos angulos oppoſitos, eſſe æquales duobus rectis. Protrahantur in quadrilatero, diametri a c, b d, eritq; per prçmiſſam, angulus c b d æqualis angulo c a d, & angulus a b d æqualis angulo a c d: quare totus a b c, æqualis erit duobus angulis qui ſunt a c d & c a d. Et quia ipſi cum angulo a d c ſunt æquales duobus rectis per 32 primi, eritt & anguli b totalis, & d totalis, æquales duobus rectis: quod eſt propoſitum. Similiter quoq; probabo angulos a & c totales, eſſe æquales duobus rectis.

Euclid. ex Zamb. Theorema 20. Propoſitio 22.

22 In circulis quadrilaterorum exiſtentium, anguli qui ex oppoſito, duobus rectis ſunt æquales.



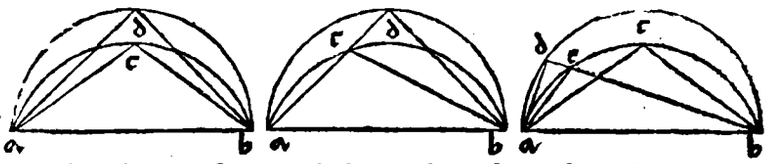
THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ Δ, & in eo quadrilaterum ſit α β γ Δ. Dico quòd anguli qui ex oppoſito, duobus rectis ſunt æquales. Coniungantur (per primum poſtulatum) α γ, & β Δ. Quoniam igitur (per 32 primi) omnis trianguli tres anguli duobus rectis ſunt æquales: trianguli igitur α β γ, tres anguli γ α β, α β γ, & β γ α, duobus rectis ſunt æquales. Angulus autẽ γ α β, angulo β Δ γ eſt æqualis (per 21 tertij) in eodem enim ſunt ſegmento β α Δ γ. Angulus uerò α γ β (per eandem) angulo α Δ β, in eodẽ enim ſunt ſegmento α Δ γ β. Totus igitur qui ſub α Δ γ, eis qui ſub β α γ, & α γ β eſt æqualis, communis apponatur angulus α β γ. Anguli igitur qui ſub α β γ, β α γ, & α γ β, eis qui ſunt ſub α β γ, & α Δ γ, ſunt æquales: ſed qui ſub α β γ, β α γ, et α γ β, duobus rectis ſunt æquales. Anguli igitur α β γ, & α Δ γ, duobus rectis ſunt æquales. Similiter iam oſtendemus, q, etiam anguli β α Δ, & Δ γ β, duobus rectis ſunt æquales. In circulis igitur quadrilaterorum exiſtentium anguli ex oppoſito, duobus rectis ſunt æquales: quod demonſtrare oportebat.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 22.

22 Duas ſimiles circuli portiones inæquales, ſupra unã rectã lineam aſsignatam, ex eadẽ parte cadere impoſsibile eſt.

CAMPANVS. Sit recta linea a b, ſuper quam fiat portio circuli, a c b. Dico quòd ſuper eandem lineam ex eadem parte non fiet alia portio quæ ſit ſimilis huic, & ea maior aut minor. Quòd ſi fuerit poſsibile, fiat ergo portio a d b, maior ea, quę cùm ſit ſimilis ei, ſtat ergo angulus a c b in portione minori, & angulus a d b in maiori. Erit ergo lineæ a d, & d b, includant lineas a c & c b, ut in figuratione prima apparet. Aut altera primarum, una fiat cum altera poſtremarum, ut in ſecunda. Aut ut altera ſecet alteram, ut in tertia. Quòd ſi fuerit primo modo, erit per uicesimam primam primi, angulus ç maior angulo d, non

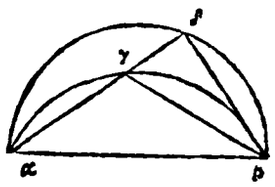
d, non ergo portiones ſimiles per diffinitionem. Quòd ſi ſecundo modo, erit adhuc angulus c, maior angulo d, per decimamſextam primi: non igitur erunt portiones ſimiles. Si autem tertio modo, ſit ut linea b d, ſecet lineam a c, & ſecet circunferẽtiam portionis minoris in puncto e, & ducatur linea e a. Eritq; per eandem decimamſextam primi, angulus a e b, conſiſtens in portione a c b, maior angulo d, quare nullo modo ſunt portiones ſimiles. ¶ Simili quoque modo probabis, quòd ſuper eandem lineam non fiet portio ſimilis portioni a c b, minor ea: poſito c, in loco d, & d in loco c, in figura cum omnibus prædictis: erit enim per præmiſſas & per 21 primi, & per 16 eiuſdem & præmiſſo modo, angulus d omnium figurationũ, maior angulo c, quare portiones non erunt ſimiles. Et nota, quod licet proponatur ſuper lineam unam non poſſe fieri portiones ſimiles inæquales ex eadem parte: uerum eſt tamen, quòd neq; ex diuerſis partibus. Quodlibet probare, minore quæ eſt ex una parte, ſuperpoſita maiori quæ eſt ex altera. Neceſſe enim erit per communem ſcientiam, ipſam à maiori excedi, non ergo ſunt ſimiles per hanc 22.



Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 23.

Super eadem recta linea, duo ſegmenta circulorum ſimilia, & inæqualia, non conſtituentur ad eaſdem partes. 23

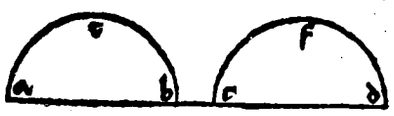
THEON ex Zamb. Si enim poſsibile, ſuper eadem recta linea α β, duo circulorum ſegmenta ſimilia & inæqualia conſtituantur ad eaſdem partes α γ β, & α δ β, & ducatur (per primum poſtulatum) α γ δ, & coniungantur (per 2 poſtulatum) γ β & δ β. Quoniam igitur ſegmentum α γ β, ſimile eſt ſegmento α δ β, ſimiliáq; circulorum ſegmenta ſunt quæ æquales angulos ſuſcipiunt, (per diffinitionem 10 tertij) angulus igitur α γ β, angulo α δ β, eſt æqualis, exterior interiori: quod (per 16 primi) eſt impoßibile. Super eadem igitur recta linea, duo circulorum ſegmenta ſimilia & inæqualia non conſtituentur ad eaſdem partes: quod oportuit demonſtraße.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 23.

SI circulorum ſimiles portiones ſupra lineas æquas fuerint, ipſas portiones æquas eſſe oportet. 25

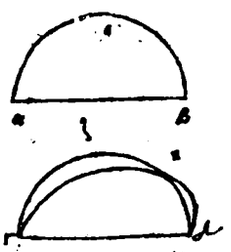
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquales, ſuper quas ſunt duæ portiones circulorum a c b, c f d, quę ſunt ſimiles. Dico quòd ipſę ſunt ęquales. Si enim non ſunt æquales, altera earum ſuperpoſita alteri, excedet maior minorem. Sed linea a b, non excedet lineam c b, nec excedetur ab ea, cum ſint æquales. Quare accidet contrarium præmiſſæ, quod eſt impoſsibile. Erit enim a b & c d linea una.



Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 24.

Super ęqualibus rectis lineis ſimilia circulorum ſegmenta conſtituta, ſibi inuicem ſunt æqualia. 24

THEON ex Zamb. Super æqualibus, inquam, rectis lineis α β, & γ δ, ſimilia circulorum ſegmenta α ε β, & γ ζ δ, conſtituantur. Dico quòd æquum eſt ſegmentum α ε β, ſegmento γ ζ δ. Congruente nanq; ſegmento α ε β, ipſi ε ζ δ, ſegmento, & poſito ſigno α, ſuper ſigno γ, recta uerò linea α β, ipſi rectæ lineæ γ δ congruente, & β ſignum congruet ipſi δ ſigno, quoniam æqualis eſt α β, ipſi γ δ. Congruente autem α β, recta linea ipſi γ δ, congruit α ε β, ſegmẽtum ipſi ε ζ δ. Si enim α β, recta linea ipſi γ δ congruit, ſegmentum autem α ε β, ipſi γ ζ δ, non congruit, ſed differt ſicut γ η δ, circulus autem circulum (per uiceſimam tertij) non ſecat in pluribus ſignis duobus. Sed γ η δ, ipſum γ ζ δ, in pluribus quàm duobus ſignis, hoc eſt γ η δ, ſecat, quod (per eandem) eſt impoßibile. Non igitur, congruente α β, recta linea ipſi γ δ, non congruit quoque & ſegmentum α ε β, ſegmento γ ζ δ. Congruit igitur & ei eſt æquale. Super æqualibus igitur rectis lineis ſimilia circulorum ſegmenta conſtituta, ſibi inuicem ſunt æqualia: quod erat demonſtrandum.



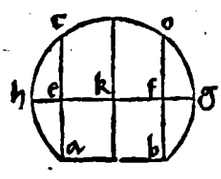
Euclid.

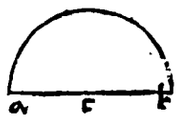
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 24*

24 # Dati ſemicirculi, ſiue ſemicirculo maioris ſiue minoris portionis, circulum perficere.

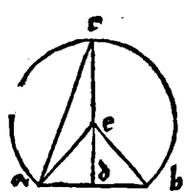
CAMPANVS. Intentio per hanc concluſionem, eſt ex omni arcu dato, ſiue ex omni circuli portione data, circulum perficere. Sit ergo a b quilibet arcus: ex quo uolo perficere circulum. Protraham in eo duas lineas qualitercunq; contingat, quæ ſint a c, & b d: quas diuidam per æqualia, a c quidem in puncto e, & b d in puncto f. Et protraham e g perpendicularem ad a c, & f h perpendicularem ad b d: quæ ſecent ſe in puncto k. Eritq; per correlarium primæ huius, centrum circuli in utraq; linearum e g & f h. Quare centrum eſt punctum k. Si autem e g non ſecet f h, ſed ſint linea una, quemadmodum erit ſi duæ lineæ a c & b d ſint æquidiſtantes: tunc ipſa applicabitur circunferentiæ dati arcus ex utraq; parte: ipſa igitur diuiſa per medium in puncto k, erit ibi cẽtrum circuli per idem correlarium.

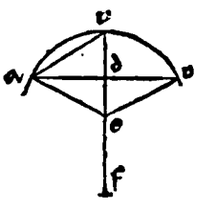






Aequidiſtantes autem non erunt e g & f h, quia cum in utraq; ſit cẽtrum circuli per dictum correlarium, eſſent eiuſdem circuli duo centra. Sic poteſt de omni arcu, ſiue de omni portione communiter demonſtrari, qualiter inde circulus perficiatur. Quia tamen auctor uidetur hanc concluſionem uariare ſecundum diuerſas ſpecies arcuum, omnium portionum enumerãdo ſpecies: demonſtrabimus diuiſim per ſpecies, qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. Sit ergo primum a b portio data, ſemicirculus: eritq; per diffinitionem ſemicirculi, linea a b diameter: ea igitur diuiſa per medium in puncto c, erit c cẽtrum circuli. Sit rurſus portio a c b ſemicirculo maior, cuius chorda ſit a b, quam diuido per æqualia in puncto d, à quo duco d c perpendicularem ad ipſam, quæ tranſibit per centrum, per correlariũ primæ huius: & protraho lineam a c. Et quia linea a b eſt minor diametro, cum ſit a c b portio maior ſemicirculo, erit a d minor ſemidiametro: ſed d c eſt maior ſemidiametro, ergo d c eſt maior quàm a d: ergo per 19 primi angulus e a d eſt maior angulo a c d. Fiat itaq; per 23 primi, angulus c a e æqualis angulo a c d: producta linea a e quæ ſecet lineam c d in puncto e, eritq; per 6 primi, linea a e æqualis lineæ e c: producatur igitur linea e b, eritq; per 4 primi, linea e b æqualis lineæ a e, quare tres lineæ e a, e b, e c ſunt æquales, ergo per 6 huius e eſt centrum circuli. Sit iterum a c b portio minor ſemicirculo: cuius chorda ſit a c, quam diuido per æqualia in puncto d, à quo produco lineam c d e perpendicularem ad lineam a b, quæ ſecet circunferentiam in puncto c: hanc manifeſtum eſt tranſire per centrum per correlarium primæ huius. Produco iterum lineam a c, eritq; angulus a c d maior angulo c a d. Si eſt æqualis, erit a c b ſemicirculus: & ſi minor, erit maior ſemicirculo: poſitum eſt autem quòd ſit minor. Produco igitur lineam a e, quæ cum linea a c faciat angulum æqualem angulo c, & ſecet lineam c f in puncto e: & manifeſtum eſt quòd punctum e, cadat extra datam portionem, & produco lineam e b, & quia angulus a totalis eſt æqualis angulo c, erit per 6 primi, linea e a æqualis lineæ e c: & quia per 4 primi, linea e b eſt æqualis lineæ e a, erit per 9 huius punctum e, centrum circuli: quare patet propoſitum, ſecundum omnes ſpecies portionum circuli.

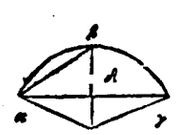


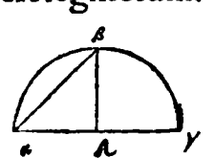


Euclid. ex Zamb. *Problema 3.* *Propoſitio 25.*

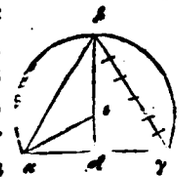
25 # Circuli ſegmento dato, deſcribere circulum cuius eſt ſegmẽtum.

THEON ex Zamb. *Sit datum ſegmentum circuli α β γ. Oportet iam ſegmenti α β γ, circulum cuius eſt ſegmentũ deſcribere. Secetur enim (per 10 primi) α γ, bifariam in Δ. Excitetúrq; (per 11 eiuſdem) à ſigno Δ, ipſi α γ, ad angulos rectos β Δ, & coniungatur (per primum poſtulatum) α β. Angulus igitur α β Δ, angulo β α Δ comparatus, aut eo eſt maior, aut ei æqualis, aut eo minor. Sit prior maior, & conſtituatur (per 23 eiuſdem) ad ipſam β α, rectam lineam, ad ſignumq; in ea α, ipſi angulo α β Δ, æqualis angulus β α ε. Et extẽdatur (per 2 poſtulatum) β Δ, in ε. Et coniungatur (per 1 poſtulatum) ε γ, quoniam igitur angulus α β ε, æqualis eſt angulo β α ε, æqualis igitur eſt (per 6 primi) recta linea ε β, ipſi α ε. Et quoniam æqualis eſt α Δ, ipſi Δ γ, communis autem Δ ε,*





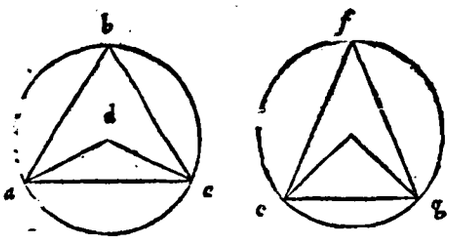
duæ igitur α δ, & δ ε, duabus γ δ, & δ ε, sunt æquales altera alteri. Et angulus α δ ε (per 4 postulatum) angulo γ δ ε est æqualis, rectus enim uterq; Et basis igitur α ε (per 4 primi) basi γ ε, est æqualis. Sed α ε ipsi β ε, ostensa æqualis est. Igitur β ε, ipsi γ ε est æqualis. Tres igitur α ε, ε β, & ε γ, sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur ε, spacio autem (per 3 postulatum) aut α ε, aut ε β, aut ε γ, circulus descriptus per reliqua signa ueniet & descriptus erit. Circuli igitur segmento dato, circulus descriptus est: & manifestum est, quòd segmentum α β γ, minus est semicirculo, quoniam ε, centrum extra ipsum cadit. Similiter quoque ostendemus, & si angulus α β δ, æqualis fuerit angulo β α δ, Si α δ, æquali existente utriq; ipsarum β δ, & δ γ, tres igitur δ α, δ β, & δ γ, sibi inuicem sunt æquales. Et erit ipsum centrũ δ, completi circuli, ipsum erit quoque semicirculus α β γ. Si autem α β δ, minor fuerit β α δ, constituemus (per 23 primi) ad β α rectam lineam, & ad signum in ea α, angulo α β δ, æqualem intra α β γ segmentum. Segmenti centrum cadet super δ β, ut β, & erit, uidelicet segmentum α β γ, maius semicirculo. Dato igitur segmento, describitur circulus cuius est segmentum: quod fecisse oportuit.



Euclid. ex Camp. Propositio 25.

SI in æquis circulis seu super cẽtra, seu super circunferentias, æquales anguli consistant, super æquos arcus eos cadere necesse est. 25

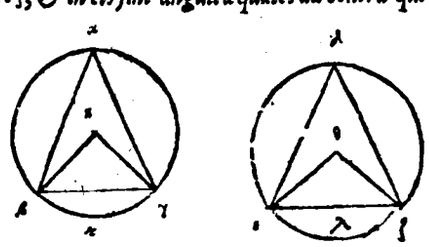
CAMPANVS. Sint duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g, cuius centrum h, & fiant supra centra eorum, duo anguli a d c & e h g, qui ponantur æquales. Dico duos arcus a b c, & e f g, esse æquales. Protrahantur duæ lineæ a c & e g, & fiant duo anguli in circunferentijs ipsorum, consistentes supra prædictos arcus, qui sint angulus a b c & angulus e f g. Quia ergo circuli sunt æquales, erunt per diffinitionem æqualium circulorum semidiametri æquales: & quia duo anguli d & h sunt æquales per 4 primi, linea a c æqualis lineæ e g, & per 19 huius, erit angulus b, æqualis angulo f, cũ d angulus sit æqualis angulo h. Ergo per diffinitionem similium portionum duæ portiones a b c & e f g, sunt similes: & quia ipsæ sunt super lineas a c & e g æquales, ipsæ erunt æquales per 23 huius, quare arcus a b c & e f g, sunt æquales. Quòd si anguli b & f qui sunt in circunferentia, ponantur æquales, erunt per diffinitionem portiones similes, & anguli d & h æquales, per 19 huius. Et quia circuli sunt æquales per positionem, erunt per 4 primi, duæ lineæ a c & e g æquales: quare ut prius, portiones æquales per 23 huius, cum sint similes, & super æquales lineas, igitur & arcus æquales: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 23. Propositio 26.

In æqualibus circulis æquales anguli, in æqualibus circunferẽtijs 26 insistunt, siue ſi ad centra, siue ſi ad circunferentias consistũt.

THEON ex Zamb. Sint æquales circuli, α β γ, & δ ε ζ, & in eis sint anguli æquales ad centra quidem, qui sub β η γ, & ε θ ζ, ad circunferentias autem, qui sub β α γ, & ε δ ζ. Dico quòd circunferentia β κ γ, æqualis est circunferentiæ ε λ ζ. Coniungantur (per primum postulatum) β γ, & ε ζ. Et quoniam circuli α β γ, & δ ε ζ, sunt æquales, etiam quæ ex centris, sunt æquales (per primam diffinitionem tertij) Duæ igitur β η, & η γ, duabus ε θ, & θ ζ, sunt æquales. Et angulus qui ad η, angulo qui ad θ est æqualis. Et quoniam angulus qui ad α, æqualis est angulo qui ad δ, segmentum igitur β α γ (per 24 tertij) simile est segmento ε δ ζ, & sunt in æqualibus rectis lineis β γ, & ε ζ. Super æqualibus autem rectis lineis (per 24 eandem) similia circulorum segmenta existentia, inuicem sunt æqualia. Segmentum igitur β α γ, æquale est ipsi ε δ ζ segmento. Est autem totus circulus α β γ, æqualis toti circulo δ ε ζ. Reliqua igitur β κ γ circunferentia (per 3 communem sententiam) reliquæ ε λ ζ, circunferentiæ est æqualis. In æqualibus igitur circulis æquales anguli in æqualibus circunferentijs insistunt, siue ſi ad circunferentias, siue ſi ad centra consistant: quod demonstrasse oportuit.

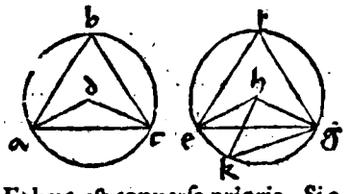


Euclid.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 26.

26 SI in æquis circulis æqui ſumantur arcus, infra illos, formatos angulos qui ſupra centra eorũ, ſeu ſupra circunferentias conſtituantur, æquos eſſe neceſſe eſt.

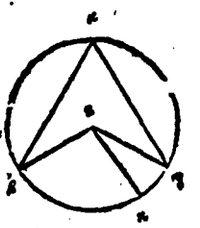
CAMPANVS. Sint ut prius duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g, cuius centrum h: ſintq́ue duo arcus a b c & e f g æquales, fiantq́ue ſuper ipſos arcus, duo anguli in centro, qui ſunt d & h: ductis a d, c d, e h, g h. Item que ſuper eoſdem arcus fiant duo alij anguli in circunferentia, qui ſint b & f: ductis lineis a b, c b, e f & g f. Dico duos angulos d & h, adinuicem eſſe æquales: itemq́ue duos b & f, adinuicem eſſe æquales. Et hæc eſt conuerſa prioris. Si enim non ſunt d & h anguli adinuicem æquales: ſit ergo h maior, à quo abſcindatur angulus k h g, qui ſit æqualis angulo d, erit'que per præmiſſam, arcus k e f g, æqualis arcui a b c. Sed duo arcus a b c & e f g poſiti, ſunt æquales: accidet ergo partem eſſe æqualem toti: quod eſt impoſsibile. Quare anguli d & h totales, ſunt æquales. Simili quoque modo probabis angulos b & f, eſſe æquales: uel ſi mauis, probato quòd anguli d & h ſint æquales: ſequitur b & f eſſe æquales per 19 huius, & econuerſo.

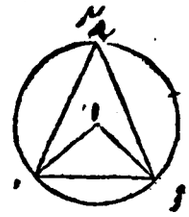


Euclid. ex Zamb. Theorema 23. Propoſitio 26 Conuerſa præcedentis.

26 In æqualibus circulis anguli qui æqualibus circunferentijs inſiſtunt, ſibi inuicem ſunt æquales: ſiue ſi ad centra, ſiue ſi ad circunferentias fuerint conſtituti.

THEON ex Zamb. *In æqualibus enim circulis α β γ, & δ ε ζ, ſuper æqualibus circunferentijs β γ & ε ζ, ad centra γ η θ, anguli conſiſtant β η γ & ε θ ζ: ad circunferentias autem β α γ & ε δ ζ. Dico quòd angulus β η γ æqualis eſt angulo ε θ ζ: & angulus β α γ æquus eſt angulo ε δ ζ. Siquidem angulus β η γ æquus eſt àngulo ε θ ζ: manifeſtum eſt quòd angulus etiam β α γ æquus eſt angulo ε δ ζ per 20 tertij. Si uerò non, alter eorum maior eſt: ſit maior angulus β η γ, & conſtituatur per 23 primi, ad rectam lineam β η, ad datumq́ue in ea ſignum η: angulo ε θ ζ æqualis angulus β η κ. Anguli autem æquales ſuper æqualibus circunferentijs conſiſtunt, per 20 tertij, quando ad centra fuerint: æqualis igitur eſt circunferentia β κ, circunferentiæ ε ζ. Sed ε ζ, ipſi β γ eſt æqualis: & β κ igitur, ipſi β γ eſt æqualis: minor maiori, quod eſt impoſsibile. Angulus igitur β η γ, angulo ε θ ζ inæqualis non eſt: æqualis igitur. Et eſt ipſius quidem anguli β η γ dimidius angulus, qui ad α, per 20 tertij. Ipſius autem ε θ ζ dimidius angulus qui ad δ per eandem. Aequalis igitur eſt angulus qui ad α, angulo qui ad δ: in æqualibus igitur circulis anguli ſuper æqualibus circunferentijs conſiſtentes, ſibi inuicem ſunt æquales: ſiue ſi ad centra, ſiue ſi ad circunferentias fuerint conſtituti: quod demonſtraſſe oportuit.*

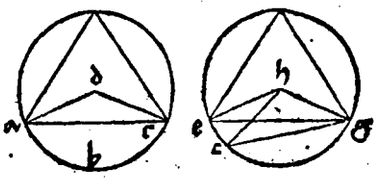




Euclid. ex Camp. Propoſitio 27.

27 IN circulis æqualibus æquæ lineæ arcus reſecent, arcus quoque æquos eſſe: ſi autem lineæ inæquales fuerint, arcus quoque inæquales, & à maiore linea maiorem arcum, à minore uerò minorem abſcindi neceſſarium eſt.

CAMPANVS. Sint duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g, cuius centrum h: ſitq́ue chorda a c æqualis chordæ e g. Dico duos arcus a b c & e f g, quos prædictæ chordæ ex prædictis circulis reſecant, eſſe æquales. Quòd ſi chorda e g ponatur maior chorda a c; dico arcum e f g eſſe maiorem arcu a b c. Primum quidem ſic probatur. Ducãtur à centris lineæ ad extremitates chordarum, quæ ſint d a, d c, h e, h g: & quia circuli poſiti ſunt ferè æquales, erũt



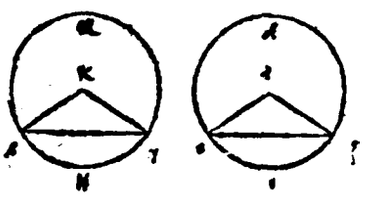
hæ ſemidiametri æquales: & quia linea a c poſita eſt æqualis lineæ e g, erit per 8 primi, angulus d æqualis angulo a totali: quare per 25 huius, erit arcus h b c, æqualis arcui e f g: ſicq; patet primũ.

Secundum ſic. Sit e g maior a c: eritq; per 25 primi, angulus h, maior angulo d, fiat ergo angulus f h g æqualis angulo d: eritq; per 25 huius, arcus a f g, æqualis arcui a b c. Quare arcus e f g, eſt maior arcu a b c: quod eſt ſecundum propoſitum.

Euclides ex Zamb. *Theorema 25.* *Propoſitio 28.*

In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori. 28

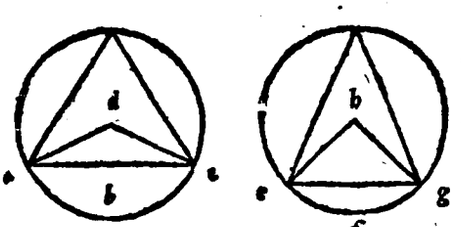
THEON ex Zamb. *Sint æquales circuli α β γ & δ ε ζ, & in eis ſint æquales rectæ lineæ β γ & ε ζ: circunferentias β α γ & ε δ ζ maiores auferentes, circunferentias autem β α γ & ε θ ζ minores. Dico quòd circunferentia β α γ maior, æqualis eſt circunferentiæ ε δ ζ maiori: circunferentia uerò β γ α minor, æqualis eſt circunferentiæ ε θ ζ minori. Suſcipiantur enim circulorum centra (per primam tertij) ſintq; κ λ, & coniungantur κ β, κ γ, λ ε & λ ζ. Et quoniam circuli ſunt æquales, æquales quoque ſunt quæ ex centris (per primam diffinitionem tertij) Duæ igitur β κ & κ γ, duabus ε λ & λ ζ ſunt æquales. Et baſis β γ (per hypotheſim) baſi ε ζ eſt æqualis: angulus igitur β κ γ (per 8 primi) angulo ε λ ζ eſt æqualis: æquales autem anguli (per 26 tertij) in æqualibus circunferentijs inſiſtunt: etiam quando ad centra fuerint conſtituti. Circunferentia igitur β α γ, æqualis eſt circunferentiæ ε θ ζ: eſt autem totus circulus α β γ, toti circulo δ ε ζ æqualis. Reliqua igitur circunferentia β α γ (per 3 communem ſententiam) reliquæ circunferentiæ ε δ ζ eſt æqualis. In circulis æqualibus igitur æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt: maiorem minori, minorem autem minori: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 28.*

Circulorum æqualium æquos arcus, æquas chordas habere neceſſe eſt. 28

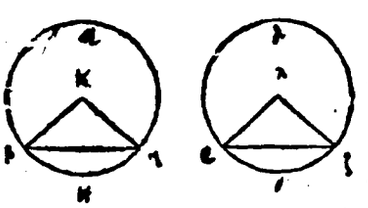
CAMPANVS. Sint duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g, cuius centrum h: ſitq; arcus a b c æqualis arcui e f g. Dico quòd chorda a c, eſt æqualis chordæ e g. Et eſt hæc conuerſa primæ partis præmiſſæ. Ducantur lineæ d a, d c, h e, h g: erunt q; per 26 huius anguli d & h æquales. Quare per quartam primi, erit a c, æqualis e g, quod eſt propoſitum. Quæcunque autem probatæ ſunt paſsiones de diuerſis circulis æqualibus, intelligemulto fortius ueras eſſe de eodem.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 26.* *Propoſitio 29.* *Conuerſa præcedentis.*

In æqualibus circulis, ſub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ ſubtenduntur. 29

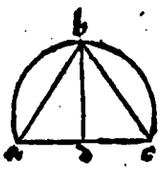
THEON ex Zamb. *Sint æquales circuli α β γ & δ ε ζ, & in eis æquales ſumantur circunferentiæ β α γ & ε θ ζ, coniunganturq; β γ & ε ζ rectæ lineæ. Dico quòd æqualis eſt recta linea β γ ipſi ε ζ rectæ lineæ. Sumantur enim (per primam tertij) circulorum centra, ſintq; κ & λ, & coniungantur κ β & κ γ, ε λ & λ ζ. Et quoniam circunferentia β α γ æqualis eſt ipſi ε θ ζ circunferentiæ: æqualis eſt angulus β κ γ angulo ε λ ζ (per decimam diffinitionem tertij) & quoniam circuli α β γ & δ ε ζ ſunt æquales: & quæ ex centris quoque ſunt æquales (per 1 eiuſdem diffinitionem) Duæ igitur β κ & κ γ, duabus ε λ & λ ζ ſunt æquales, & angulos comprehendunt æquales. Baſis igitur β γ (per 4 primi) baſi ε ζ eſt æqualis. In æqualibus igitur circulis, ſub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ ſubtenduntur: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 29.

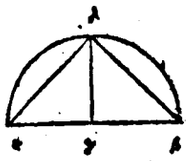
29 # DAtum arcum per æqualia diuidere.



CAMPANVS. Sit datus arcus a b c, cui ſubtendatur chorda a c, quæ diuidatur per æqualia in puncto d, à quo ducatur perpendicularis ad ipſam, quæ ſit d b, ſecans circunferentiam dati arcus in puncto b, quam dico diuidere datum arcum per æqualia. Ducantur enim lineæ b a, b c, quæ erunt æquales per 4 primi. Quare per primam partem 27 huius, arcus a b, erit æqualis arcui b c: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 30.

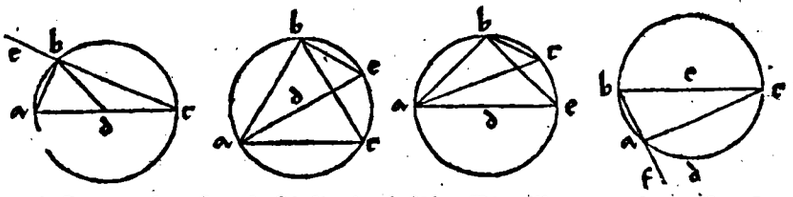
Datam circunferentiam, bifariam ſecare.



THEON ex Zamb. *Sit data circunferentia α δ β, oportet iam ipſam circunferentiam α δ β, bifariam ſecare. Coniungatur α β, ſeceturq; (per 10 primi) bifariam in γ ſigno: & ab ipſo γ, ipſi α β rectæ lineæ (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur γ δ, & coniungantur α δ & δ β. Et quoniam æqualis eſt α γ ipſi γ β, communis autem γ δ: duæ igitur α γ & γ δ, duabus β γ & γ δ ſunt æquales: & β angulus α γ δ (per 4 poſtulatum) angulo β γ δ eſt æqualis: rectus enim uterque eſt. Baſis igitur α δ (per 4 primi) baſi δ β eſt æqualis. Æquales autem rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori (per 28 tertij) Et utraque ipſarum circunferẽtiarum α δ & δ β, ſemicirculo minor eſt: æqualis igitur eſt circunferentia α δ, ipſi δ β circunferentiæ. Data igitur circunferentia, bifariam ſecta eſt: quod feciſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 30.

30 # SI rectilineus angulus in ſemicirculo ſupra arcum conſiſtat, rectus eſt. Si uerò in portione ſemicirculo minore, recto maior. Si autem in portione ſemicirculo maiore, recto minor. Item'que omnis portionis angulus ſemicirculo maioris, recto maior: minoris uerò, recto minor de neceſsitate erit.



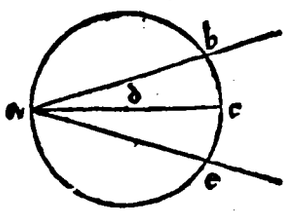
CAMPANVS. Sit in circulo a b c, cuius cẽtrum d & diameter a d c, ſemicirculus a b c, in cuius ſemi circuli circunferentia fiat angulus a b c: ductis lineis a b & b c. Dico illum angulum eſſe rectum. Protrahatur ab ipſo angulo in centrum, linea b d: eritq; per 5 primi, angulus a b d, æqualis angulo a: & angulus d b c, æqualis angulo c. Et quia angulus c d b eſt æqualis duobus angulis d b a, & a per 31 primi: ipſe erit duplus ad angulum d b a. Eadem ratione angulus a d b, duplus erit ad angulum d b c: ergo duo anguli c d b & a d b, dupli ſunt ad totalem angulum a b c: ſed ipſi ſunt æquales duobus rectis per 13 primi: erit igitur angulus a b c totalis, medietas duorũ rectorum, quare rectus: quod eſt primum propoſitum.

IDEM *aliter.* Protrahatur c b uſq; ad e, eritq; per 32 primi, angulus a b e, æqualis duobus angulis a & c, & quia angulus a eſt æqualis a b d, & angulus c angulo c b d: erit angulus a b e æqualis totali angulo a b c: ergo uterq; eorum eſt rectus per diffinitionem. Secundum ſic patet. Sit in circulo a b c, cuius centrum d, portio a b c cuius chorda a c, maior ſemicirculo: & fiat ſuper eius circunferentiam angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico illum angulum eſſe minorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea e b, eritq; per primam partem huius b totalis, rectus: quare angulus a b c, erit minor recto per 9 communem ſcientiam, cum ſit pars eius, ſicq; patet ſecundum. Tertium ſic: Sit rurſus in circulo a b e, cuius centrum d, portio a b c cuius chorda a c, quę ſit ſemicirculo minor, & fiat ſuper eius circunferentiam angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico hunc angulum eſſe maiorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea b e, eritq; per primam partem huius, angulus a b e rectus, quare angulus a b c erit maior recto, quod eſt

tertium propoſitum. Quartum & quintum ſic. Sint in circulo a b c d cuius centrum e, portio a b c, cuius chorda a c maior ſemicirculo: & portio a d c cuius eadem chorda a c minor ſemicirculo. Dico angulum contentum ab arcu c b a & chorda a c, eſſe maiorem recto: & angulum contentum ab arcu c d a & chorda a c, eſſe minorem recto. Producatur diameter c e b, & linea b a, uſque ad f, eritq; per primam partem huius, angulus b a c rectus, quare per 13 primi, angulus f a c, eſt ſimiliter rectus. Quia igitur angulus rectus eſt pars primi, & ſecundus pars recti: euidenter patet utrumque, quare tota liquet hæc pentamembris concluſio.

CAMPANI. *additio.*

Ex iſtis duabus ultimis partibus nota inſtantiam contra illas duas argumentationes, ad quas tulimus inſtantiam in 15 huius. Tranſitur enim ab angulo portionis ſemicirculo minoris, qui eſt minor recto (per ultimam partem huius) ad angulum portionis ſemicirculo maioris, qui eſt maior recto per penultimam partem huius, non tamen per æquale. Cum enim omnis portio circuli ſit aut ſemicirculus, aut maior ſemicirculo aut minor, ſit autẽ tam angulus ſemicirculi per ſecundam partem 15, quàm angulus portionis minoris per ultimam partem huius minor recto, portionis uerò maioris ſit maior recto: non tamen erit alicuius portionis angulus, nec ſimpliciter aliquis contentus à circunferentia & linea recta, aut rectus aut æqualis recto. Quod ut clarius pateat: ſit in circulo a b c cuius centrum d, linea a b cui non ſit determinatus finis ex parte b, ſecans ex ipſo b portionem ſemicirculo minorem: eritq; per ultimam partem huius, minor recto. Huius circuli ſit diameter a d c, & imaginetur linea a b, moueri ad partem c ſuper punctum a: quæ quandiu fuerit citra c, uel in ipſo c, cooperiens diametrum a d c: faciet cum arcu angulum minorem recto. In omni autem puncto ultra c, uelut in e: faciet per penultimam partem huius, angulum maiorem recto. Tranſitur ergo à minori ad maius, non per æquale. Et ſicut in rectilineis angulis eſt reperire maiorem angulo ſemicirculi & minorem, nõ tamen æqualem, ut demonſtratum eſt in 15 huius: ſic in angulis portionis eſt reperire maiorem recto & minorem, non tamen æqualem, ut patet ex iſta demonſtratione.



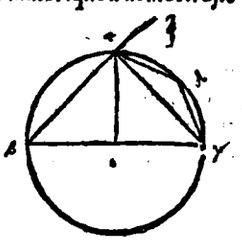
Euclid. ex Zamb. Theorema 27. Propoſitio 31.

In circulo angulus qui in ſemicirculo eſt, rectus eſt: qui autẽ in maiore ſegmento, minor recto: qui uerò in minore ſegmẽto, maior eſt recto. Et inſuper angulus maioris ſegmenti, recto quidem maior eſt: minoris autem ſegmenti angulus, minor eſt recto. 31

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ δ: dimetiens autem eius ſit β γ, centrum uerò ε. Sumaturq; in ſemicirculo ſignum utcunq;, ſitq; illud δ & coniungãtur β α, α γ, α δ & δ γ. Dico quòd angulus in β α γ ſemicirculo, rectus eſt. Angulus autem in α β γ ſegmento maiore ſemicirculo, qui eſt ſub α β γ, recto minor eſt. Angulus uerò in α δ γ minore ſemicirculo ſegmẽto, qui eſt ſub α δ γ, recto maior eſt. Coniungatur α ε, et extendatur β α in ζ. Et quoniã æqualis eſt β ε ipſi ε α, ex centro enim in circunferẽtiam: æqualis eſt angulus ε α β angulo ε β α (per 5 primi) Rurſus quoniam æqualis eſt α ε ipſi ε γ, æqualis eſt per eandem angulus qui ſub α γ ε eiqui ſub γ α ε. Totus igitur angulus β α γ duobus angulis α β γ & α γ β eſt æqualis. Angulus autem qui ſub ζ α γ extra ipſum triangulum α β γ: duobus angulis α β γ & α γ β eſt æqualis, per 32 primi. Aequalis igitur eſt angulus β α γ, angulo ζ α γ: rectus igitur uterq; eſt. In ſemicirculo igitur β α γ, angulus qui ſub β α γ, rectus eſt. Et quoniã trianguli α β γ, duo anguli α β γ & β α γ (per 17 primi) duobus rectis ſunt minores, angulus autẽ β α γ rectus eſt: angulus igitur qui ſub α β γ, recto minor eſt, & eſt in ſegmẽto α β γ, maiore ſemicirculo. Et quoniã in circulo ineſt quadrilaterũ α β γ δ, in circulis autem quadrilaterorum conſiſtentium (per 22 tertij) anguli qui ex oppoſito duobus rectis ſunt æquales: anguli igitur α β γ & α δ γ, per eandem duobus rectis ſunt æquales. At angulus α β γ recto minor eſt. Reliquus igitur angulus α δ β, maior eſt recto, & in ſegmento minore ſemicirculo eſt. Dico iam etiam quòd angulus ſegmenti maioris, comprehenſus ſub α β γ circunferentia & α γ recta linea, recto maior eſt: angulus autem minoris ſegmenti comprehenſus ſub α δ γ circunferentia & α γ rẽcta linea, recto eſt minor, manifeſtumq; illinc eſt. Quoniam enim angulus comprehenſus ſub β α & α γ rectis lineis, rectus eſt: angulus igitur comprehenſus ſub α β γ circunferentia & α γ recta linea, maior eſt recto: quoniam totum ſua parte maius eſt (per 9 cõmunem ſententiam) Rurſus quoniã angulus cõprehenſus ſub α γ & α ζ rectis lineis, rectus eſt: angulus igitur ſub γ α recta linea et α δ γ circũferentiam cõprehenſus, recto minor eſt. In circulo igitur angulus in ſemicirculo exiſtẽs, rectus eſt: qui uerò in maiore ſegmẽto, recto eſt minor: in minori autẽ, recto eſt maior.*

Et inſuper

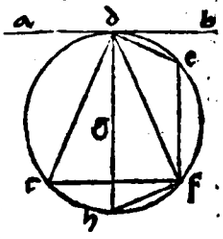
Et insuper angulus maioris segmẽti, maior est recto: minoris autẽ segmẽti, recto minor: quod demõstrasse oportuit. ALIA ostensio, quòd angulus qui sub β α γ rectus est. Quoniam angulus α ι γ, eius qui sub β α ι duplus est (per 32 primi) æqualis nanq; est duobus interioribus ex oppositis interiores autẽ (per 5) sunt æquales: angulus autem α ι β eius qui sub ι α γ duplus est: anguli igitur α ι β et α ι γ, ipsius β α γ, dupli sunt. Sed anguli α ι β & α ι γ, duobus rectis sunt æquales. Angulus igitur qui sub β α γ, rectus est: quod erat demonstrandũ. CORREL. Hinc manifestum est, q; si trianguli angulus unus, reliquis duobus æqualis fuerit rectus est: eo quod illi contiguus (qui scilicet producto latere extra triangulũ fit) eisdem est æqualis. sed quando utrobiq; æquales fuerint, recti sunt.



Euclid. ex Camp. Propositio 31.

31 SI circulũ linea recta cõtingat, & à cõtactu in circulũ quædam circulũ secãs recta linea, præter centrũ ducatur, quousq; duos angulos cũ cõtingẽte facit, duob. angulis q in alternatis circuli sup arcus cõsistũt portionib. æquales sunt.

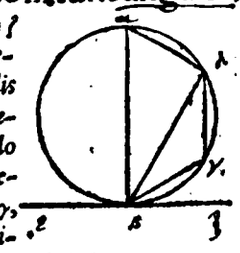
CAMPANVS. Si recta linea a b, contingens circulum c d e f, cuius centrum g, in puncto d: à quo d ducatur in circulũ præter centrum, linea d f, secans ipsum: fiant; angulus, d c f, consistens super arcum portionis d c f, ductis lineis c d & c f: & angulus d e f consistens super arcum portionis d c f, ductis lineis e d & e f. Dico angulo c, esse æqualem angulum b d f: & angulo e, angulum a d f. Ducantur enim, diameter d g h & linea f h: eritq; per 17 huius, d h, perpendicularis super a b: & per primam partem præmissæ, angulus d f h, rectus. Quare duo anguli a d h & d f h, sunt æquales. Posito ergo cõmuni angulo h d f: erit angulus a d f, æqualis duobus angulis, qui sunt d f h, & h d f: sed hi duo cũ angulo h, sunt æquales duobus rectis, per 32 primi: ergo angulus a d f cum angulo h, æquales duobus rectis. Sed angulus a d f cũ angulo b d f: æquivalet duobus rectis per 13 primi: ergo angulus b d f, est æqualis angulo h: ergo & angulo c, per 20 huius: & hoc est primum. Et quia duo anguli c & e sunt æquales duobus rectis, per 21 huius erit angulus e æqualis angulo a d f: quod est secundum. Vel illud secundum sic. Angulus a d f cum angulo h æquivalet duobus rectis, ut præmonstratum est: sed angulus e cum angulo h, æquivalet duobus rectis, per 21 huius: ergo angulus e est æqualis angulo a d f: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 28. Propositio 32.

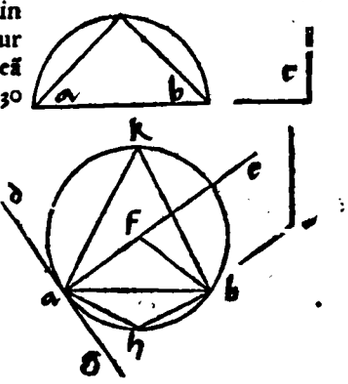
32 SI circulũ tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem ducta fuerit quędam recta linea, circulum secans: anguli quos efficit ad tangẽtẽ, æquales sunt eis qui in alternis circuli segmẽtis cõsistunt angulis.

THEON ex Zamb. Circulum enim α β γ Δ tangat recta linea quædam ι ζ in β signo: & à signo β, ducatur recta linea quædam in circulum α β γ Δ, eum secans, sitq; β Δ. Aio quòd anguli quos β Δ simul cum ι ζ tangente conficit angulis qui sunt in alternis segmentis circuli sunt æquales, hoc est quod angulus ζ β Δ, æqualis est angulo existenti in β α Δ segmento: & angulus ι β Δ, æqualis est angulo existenti in θ γ Δ segmento. Excitetur enim (per 11 primi) ab ipso β, ipsi ι ζ ad rectos angulos β α. Sumaturq; in β Δ circunferentia, signum utcunq;: sitq; illud γ, & connectãtur α Δ, Δ γ, & γ β. Et quoniam circulum α β γ Δ, quædam recta linea tangit ι ζ in β, & ex β contactu ducta est ipsi contingenti ad angulos rectos β α: in ipsa β α igitur centrum est circuli α β γ Δ (per 19 tertij.) Angulus igitur α Δ β in semicirculo existẽs (per 31 tertij) rectus est. Reliqui igitur anguli β α Δ & α θ Δ, uni recto sunt æquales. Angulus aũt α θ ζ, rectus est. Angulus igitur qui sub α β ζ, est æqualis eis qui sunt sub β α Δ & α β Δ angulis. Communis auferatur angulus α β Δ. Reliquus igitur angulus Δ β ζ, æqualis est angulo β α Δ existenti in alterno segmento circuli. Et quoniam in circulo quadrilaterum est α β γ Δ, anguli ex opposito duobus rectis sunt æquales (per 22 tertij) anguli igitur Δ β ζ & Δ θ ι, eis qui sunt sub θ α Δ & β γ Δ anguli sunt æquales. Quorum angulus β α Δ, ostensum est quòd æqualis est ipsi Δ β ζ angulo. Reliquus igitur angulus qui sub Δ β ι, angulo Δ γ β, in alterno segmẽto Δ γ θ existenti est æqualis. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem in circulum ducta fuerit aliqua recta linea circulum secans, anguli quos efficit ad tangentem, ijs qui in alternis circuli segmentis cõsistunt angulis æquales: quod erat demonstrandum. Euclid. ex Camp. Propositio 32.



SVper datam lineam, circuli portionem deſcribere: capiẽtem angulum dato angulo æqualem, ſeu rectum, ſeu maiorem, ſeu minorem recto.

CAMPANVS. Sit a b linea data, & c datus angulus. Super lineam a b uolo deſcribere unam circuli portionem, recipientem in circunferentia rectilineum angulum æqualem angulo c. Si igitur fuerit angulus c, rectus: diuiſa a b per medium, deſcribam ſuper eã ſemicirculum, factumq; erit propoſitum, per primam partem 30 huius. Si autem ſit obtuſus, ducam lineam d a cum linea b a, cõtinentem æqualem angulum angulo c: & à puncto a ducam lineam a e perpendicularem, ſuper lineam a d. Et ſuper punctum b faciam angulum per 23 primi æqualem angulo e a b, in quo obtuſus excedit rectum, ducta linea b f uſq; ad perpendicularẽ a e: eruntq; per 6 primi lineæ f a & f b æquales. Facto itaq; puncto f centro circuli, deſcribam ſecundum quantitatem lineæ f a circulum a h b: eritq; per correlarium 15 huius linea a d, contingens circulum: quare per præmiſſam, angulus qui fit in portione a h b, eſt æqualis d a b, quare & angulo c, quod eſt propoſitum.



Si autem angulus c ſit acutus: producam lineam a g, continentem cum linea a b, angulũ æqualem angulo c, & à puncto a ducam a e, perpendicularem ad lineam a g: & ſuper punctum b faciam angulum æqualem angulo e a b, in quo rectus excedit acutum, ducta linea b f uſque ad perpẽdicularem a e, eruntq; per 6 primi, lineæ f a & f b æquales. Facto itaq; puncto f, centro circuli, deſcribam ſecundum quantitatem lineæ f a, circulum a k b: eritq; per correlarium 15 huius, linea a g contingens circulũ: quare per præmiſſam, angulus qui fit in portione a k b, eſt æqualis angulo g a b, quare & angulo c, quod eſt propoſitum.

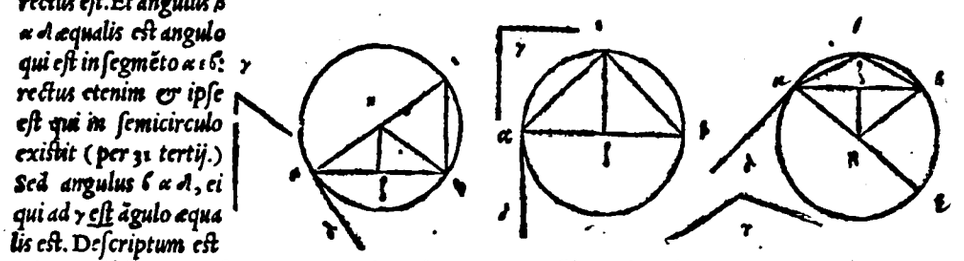
Euclid. ex Zamb. *Problema 5.* *Propoſitio 33.*

Super data recta linea, deſcribere ſegmentum circuli capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo. 13

THEON *ex Zãb.* *Sit data recta linea α β, datus uerò angulus rectilineus ſit γ: oportet iam ſuper data recta linea α β, deſcribere ſegmentum circuli ſuſcipiens angulum æqualẽ ipſi angulo qui ad γ. Angulus igitur qui ad γ, aut eſt acutus, aut rectus, aut obtuſus. Sit primum acutus, ſicut in prima deſcriptione, & cõſtituatur (per 23 primi) ad α β rectam lineam, & in ea ſignũ α, ipſi angulo γ æqualis angulus δ α β. Angulus igitur δ α β, acutus eſt. Excitetur (per 11 eiuſdẽ) igitur ipſi α δ ad angulos rectos α ι, ſecetuŕq; (per 10 primi) bifariã α β, in ſigno ζ. Et à ſigno ζ, ipſi α β ad angulos rectos excitetur ζ η (per 11 eiuſdẽ) & connectatur η β. Et quoniã æqualis eſt α ζ ipſi ζ β, igitur cõmunis autem ζ η: duæ α ζ & ζ η, duab. ζ β & ζ η ſunt æquales, & angulus qui ſub α ζ η (per 4 poſtulatũ) æqualis eſt ei qui ſub α ζ β. Baſis igitur α η (per 4 eiuſdẽ) baſi η β eſt æqualis. Centro igitur η, ſpacio uerò η α (per 3 poſtulatũ) circulus deſcriptus: ueniet etiam per β, deſcribatur, & ſit α β ι, & cõnectatur ι β. Quoniã igitur ab extremitate ipſius α ι diametri, ab α ſigno ipſi α ι ad angulos rectos eſt α δ: igitur α δ tangit circulũ α β ι (per correlarium 16 tertij.) Et quoniam circulum α β ι tangit quædã recta linea α δ, & ab α contactu in ipſum circulũ α β ι ducta eſt recta linea quædã α β: angulus igitur δ α β (per 32 eiuſdẽ) angulo α ι β existenti in alterno circuli ſegmento eſt æqualis. Sed angulus δ α β, ei qui eſt ad γ angulo eſt æqualis. Angulus igitur qui ad γ, æqualis eſt ei qui ſub α ι β eſt angulo. Super data igitur recta linea α β, ſegmentũ circuli deſcriptum eſt, ſuſcipiens angulũ α ι β æqualẽ dato angulo qui ad γ. Sed iam rectus ſit angulus qui ad γ, & * opportunũ ſit: rurſus ſuper α β deſcribere ſegmẽtum circuli ſuſcipiens angulũ æqualẽ ei qui ad γ recto. Cõſtituatur enim rurſus ad ipſam α β rectam lineam, ad ſignumq; in ea α: dato angulo rectilineo γ æqualis angulus qui ſub β α δ (per 23 primi) ſicut in ſecunda habetur deſcriptione. Seceturq; (per 10 primi) α β, bifariã in ζ, & cẽtro ζ, ſpacio uerò ζ α aut ζ β: circulus deſcribatur α ι β (per 3 poſtulatũ) Tangit igitur recta linea α δ, circulũ α ι β: quoniã angulus qui ad α, rectus*

opportet — dicunt igitur

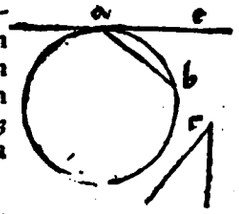
rectus eſt. Et angulus β α Δ æqualis eſt angulo qui eſt in ſegmẽto α ε ζ: rectus etenim & ipſe eſt qui in ſemicirculo exiſtit (per 31 tertij.) Sed angulus ζ α Δ, ei qui ad γ eſt ãgulo æqualis eſt. Deſcriptum eſt igitur iterũ ſuper α β, ſegmentum circuli α ε ζ, capiens angulũ æqualem ei qui ad γ eſt angulo. Sed iã eſto angulus qui ad γ obtuſus, & cõſtituatur ei iterũ ad α β rectam lineam & ad α ſignum: æqualis angulus β α Δ (per 23 primi) ſicut habet tertia deſcriptio, & ipſi α Δ: ad angulos rectos (per 11 eiuſdẽ) excitetur α ε, ſeceturq; rurſus α β biſariã in ſigno ϛ (per 10 eiuſdem) & ipſi α β ad angulos rectos excitetur ϛ η (per 11 eiuſdem) & connectatur η β. Et rurſus quoniã æqualis eſt α ϛ ipſi ϛ β, & cõmunis ϛ η: duæ igitur α ϛ & ϛ η, duabus β ϛ & ϛ γ ſunt æquales: & angulus α ϛ η (per 4 poſtulatum) angulo β ϛ γ eſt æqualis: baſis igitur α η (per 4 eiuſdem) baſi β η eſt æqualis. Centro igitur η, ſpacio autem η α (per 3 poſtulatũ) circulus deſcriptus, tranſibit per ζ, tranſeat ſicut α β ε. Et quoniam ab extremitate α ε dimetientis, ad angulos rectos excitata eſt α Δ: igitur (per correl. 16 tertij) α Δ tangit ipſum circulum α ε β, & à cõtactu α extẽditur α β. Angulus igitur β α Δ (per 32 eiuſdem) æqualis eſt angulo α ε β exiſtenti in alterno ſegmento circuli. Sed angulus β α Δ, ei qui eſt ad γ eſt æqualis. Igitur angulus qui eſt in α ε β ſegmento, æqualis eſt, ei qui eſt ad γ angulo. Super data igitur recta linea α β, deſcriptum eſt ſegmentum circuli α ε β capiens angulum æqualem ei qui ad γ eſt angulo, quod feciſſe oportuit. Euclid. ex Camp. Propoſitio 33.



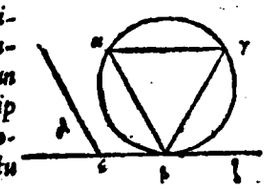
53 

Dato circulo, dato angulo æquum angulum capientem, portionem abſcindere.

CAMPANVS. Sit a b datus circulus, & c datus angulus: uolo ergo à circulo a b, abſcindere portionem unam capientem æqualem angulum angulo c. Produco lineam d a e, contingentem datum circulum in puncto a, à quo duco in circulum lineam a b, continentem cum linea a e, angulum æqualem angulo c. eritq; per 31 huius, portio a b exiſtens à parte lineæ a d, recipiens angulum æqualem angulo c: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Problema 6. Propoſitio 34.

84 

A dato circulo, ſegmẽtum abſcindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

THEON ex Zamb. Eſto datus circulus α β γ: datus uerò angulus rectilineus qui ad Δ: oportet iam ab α β γ circulo, ſegmentum abſcindere, capiens angulum æqualem ei qui ad Δ eſt angulo. Excitetur enim (per 17 tertij) linea tangens circulũ: ſitq; illa ε ϛ, & tangat in ε ſigno. Et cõſtituatur (per 23 primi) ipſi ε ϛ rectæ lineæ, & in ea ſigno ζ, angulo qui ad Δ, æqualis angulus ϛ β γ. Quoniam igitur circulum α β γ tangit quædam recta linea ε ϛ & in ζ, & à contactu β ducta eſt β γ: angulus igitur ϛ β γ (per 32 tertij) æqualis eſt angulo β α γ conſiſtenti in alterno ſegmento. Sed angulus ϛ ζ γ, ei qui eſt ad Δ eſt æqualis. Igitur angulus exiſtens in ζ α γ ſegmento, æqualis eſt ei qui eſt ad Δ angulo. A dato igitur circulo α β γ ſegmentũ abſciſſum eſt ζ α γ, capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo: quod feciſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 34.

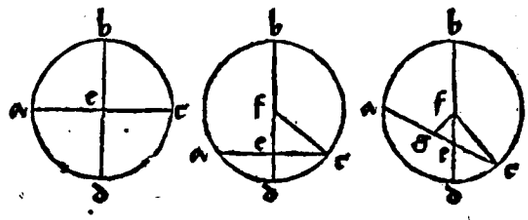
84 

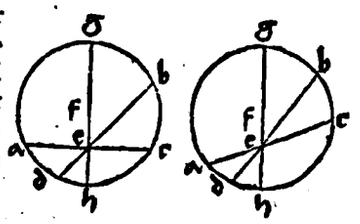
Si intra circulũ duæ rectę lineę ſeſe inuicẽ ſecẽt, quod ſub duabus partib. unius earũ procedit, æquũ eſt ei rectangulo quod ſub duab. alterius lineę partibus continetur.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a c & b d, ſecantes ſe in circulo a b c d, ſuper punctum e. Dico quòd illud rectangulum quod fit ex a e in e c, æquum eſt ei quod fit ex b e in e d. Aut enim ambæ lineæ a c & b d tranſibunt per centrum circuli: aut altera tantùm, aut neutra. Quòd ſi ambæ tranſeant per centrum, erit e centrum circuli, omnesq; quatuor lineæ æquales: quare liquet propoſitum. Quod ſi altera earum tantùm tranſit per centrum, ſit illa b d, centrumq; circuli ſit f. Aut ergo b d ſecabit a c per æqualia,

aut

aut per inæqualia. Secet ergo primò per æqualia, eritq; per primam partem tertij huius, secans eam orthogonaliter. Ducatur itaque linea f c, eritq; per 5 secundi, quod fit ex b e in e d cum quadrato e f, æquale quadrato lineæ f d: quare & quadrato lineæ f c: ergo per penultimam primi, & quadratis duarum linearum f e & e c. Dempto ergo utrinq; quadrato e f, erit quod fit ex b e in e d, æquale quadrato lineæ e c: & quia e c est æqualis a e, per 46 primi patet propositũ. Quòd si b d tranſiens per centrum, secat a c per inæqualia, à centro f ducatur f g perpendicularis ad a c: eritq; per secundam partem tertij huius a g æqualis g c: & ducatur linea f c. Eritq; per 5 secundi, quod fit ex b e in e d cum quadrato e f (Et ideo per penultimam primi cum quadratis duarum linearum f g & g e, propter id quòd angulus f g e est rectus) æquale quadrato lineæ d f, & ideo lineæ f c, propter quod per penultimam primi & quadratis duarum linearum f g & g c. Dempto ergo utrinque quadrato lineę f g, erit quod fit ex b e in e d cum quadrato lineæ g e, æquale quadrato lineæ g c: sed per 5 secundi, quod fit ex a e in e c cum quadrato lineę g e: est æquum ei quod fit ex g c quadrato. Dempto igitur utrinque quadrato lineę g e, erit quod fit ex b e in e d, æquale ei quod fit ex a e in e c, quod est propositum. Quòd si neutra earum trãsit per centrum, siue altera diuidat alteram per æqualia siue per inæqualia, producam lineam g f e h diametrum circuli transeuntem per punctum sectionis earum. Et si altera diuidat alteram per æqualia: ut b d ipsam a c, tunc g h diuidit etiam a c per æqualia: ergo orthogonaliter per tertiam huius: ergo per secundum modum huius conclusionis, quod fit ex g e in e h: æquum est ei quod fit ex a e in e c: & per tertium modum huius quod fit ex g e in e h, æquum est ei quod fit ex b e in e d: ergo quod fit ex a e in e c, æquũ est ei quod fit ex b e in e d, quod est propositum. At si neutra diuidat alteram per æqualia, erit per tertium modum huius conclusionis, quod fit ex g e in e h, æquale utriq; eorum quæ fiunt ex a e in e c & b e in e d. Quare unum eorum erit æquale alteri, quod est propositum.

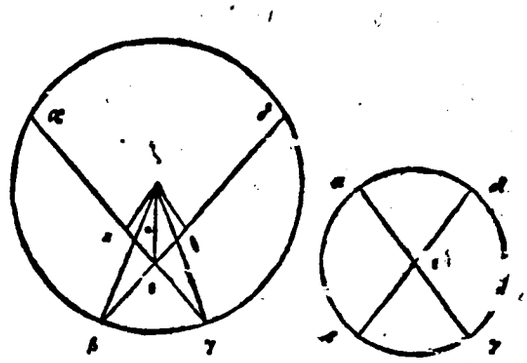




Euclid. ex Zamb. *Theorema 29.* *Propositio 35.*

Si in circulo duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint, rectangulũ 35 comprehensum sub segmentis unius, æquum est ei quod sub segmentis alterius comprehenditur rectangulo.

THEON ex Zamb. *In circulo enim α β γ δ, duæ rectæ lineæ α γ et β δ sese inuicẽ secent in signo ε. Dico quòd rectangulum cõprehensum sub α ε ϛ ε γ, æquum est rectãgulo comprehẽso sub δ ε ϛ ε β. Si enim α γ et β δ per centrũ sunt, ut ε centrum sit circuli α β γ δ, manifestũ est quòd cùm α ε, ε γ, δ ε ϛ ε β sunt æquales, rectangulũ comprehẽsum sub α ε ϛ ε γ, æquũ est ei quod comprehenditur sub δ ε ϛ ε β rectãgulo. Sint iam α γ, ϛ δ β, nõ extensæ per centrũ, ϛ sumatur centrum circuli α β γ δ: sitq; illud ζ (per primam tertij) ϛ ab ζ in α γ ϛ δ β rectas lineas: ducantur (per 12 primi) perpendiculares ζ η ϛ ζ θ: ϛ connectantur ζ β, ζ γ, ϛ ζ ε. Et quoniam (per tertiam tertij) recta linea quædam per centrum extensa ζ η, quandam rectam lineam non per centrũ transeuntem α γ ad angulos rectos secat, etiam bifariam eam secabit: æqualis igitur est α η ipsi η γ. Et quoniam recta linea α γ dissecta est in æqualia in η, in inæqualia autem in ε: rectangulum igitur comprehensum sub α ε ϛ ε γ unà cum eo quod fit ex ε η (per 5 secundi) quadrato, æquum est ei quod fit ex η γ. Commune apponatur illi quod fit ex η ζ. Quod fit igitur sub α ε ϛ ε γ unà cum ijs quæ fiũt ex ε η ϛ η ζ, æquũ est eis quæ fiũt ex ε η ϛ η ζ.* γπ

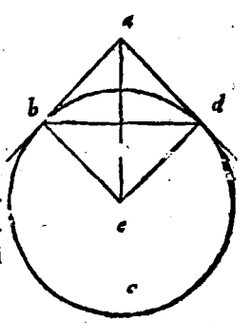


& n ζ. Sed eis quæ fiunt ex ε η, & n ζ, æquum eſt id quod fit ex ζ ε, (per 47 primi) eis autem quæ fiunt ex γ n & n ζ, æquum eſt id quod fit ex ζ γ (per eandem.) Quod igitur continetur ſub α ε, & ε γ, unà cum eo quod fit ex ζ ε, æquum eſt ei quod fit ex ζ γ. Æqualis autem eſt ζ γ, ipſi ζ β. Et centro enim in circunferentiam. Quod continetur igitur ſub α ε & ε γ, unà cum eo quod fit ex ε ζ, æquum eſt ei quod fit ex ζ β. Et per hoc quod continetur ſub α ε, & ε β, unà cum eo quod fit ex ζ ε, æquum eſt ei quod fit ex ζ β. Quod continetur igitur ſub α ε & ε γ, unà cum eo quod fit ex ζ ε, æquum eſt ei quod fit ex ζ β. Quod fit igitur ſub α ε & ε γ, unà cum eo quod fit ex ζ ε, æquum eſt ei quod continetur ſub α ε & ε β, unà cum eo quod fit ex ζ ε. Commune auferatur id quod fit ex ζ ε. Reliquum igitur rectangulum comprehenſum ſub α ε & ε γ, æquum eſt rectangulo comprehenſo ſub α ε & ε β. Si in circulo igitur duæ rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint, rectangulum comprehenſum ſub ſegmentis unius, æquum eſt rectangulo comprehenſo ſub ſegmentis alterius, quod demonſtraße oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 35.*

SI extra circulum punctus ſignetur, ab eo autem ad circulum alia linea ſecans, alia cõtingens, duæ rectæ lineæ ducantur: quod ſub tota ſecante atque parte ſui extrinſeca continetur, æquum eſt ei quadrato quod ex contingente linea deſcribitur.

CAMPANVS. Sit a punctus ſignatus extra circulum b c d, cuius centrum e, à quo ducantur ad circulum, duæ rectæ lineæ a b contingens, & a d c, ſecans. Dico quòd illud quod fit ex a c in d a, æquũ eſt quadrato lineæ a b. Aut enim a d c, tranſit per centrum, aut non. Tranſeat ergo primò per centrum, quod eſt e, & ducatur linea e b, quę per 17 huius, perpendicularis erit ſuper lineam a b. Et quia linea d c diuiſa eſt per æqualia in puncto e, & eſt ei addita linea d a, erit per ſextam ſecundi, quod fit ex c a & a d cum quadrato lineę e d, & ideo cum quadrato lineę e b: æquale quadrato lineę e a: & ideo per penultimam primi, æquale quadratis duarum linearũ e b, & b a, propter id quod angulus b eſt rectus. Dempto ergo utrinq; quadrato e b, erit quod fit ex c a, in a d, æquale lineę a b, quod eſt propoſitum. Quòd ſi linea a d c non tranſit per centrum, ſumatur a f e g, tranſiẽs per centrum, & ducantur lineæ e d & e h, & ſit e h, perpendicularis ad a d c, eritq; per 3 huius, d h, æqualis h c. Quia ergo linea d c diuiſa eſt per æqualia in puncto h, & addita ſibi linea a d, erit per 6 ſecundi, quod fit ex c a, in a d, cum quadrato d h: æquale quadrato lineæ a h. Ergo addito utrinq; quadrato h e erit quod fit ex c a in a d, cum quadratis duarum linearum d h & h e, & ideo per penultimam primi cum quadrato d e, propter id quod angulus h, eſt rectus, & ideo cum quadrato e f, propter id quod e d & e f ſunt æquales, æquale quadratis duarum linearũ a h, & h e, & ideo per penultimam primi quadrato lineæ a e. Sed per ſextam ſecundi, quod fit ex g a, in a f, cum quadrato f e, æquale eſt quadrato lineæ a e. Quia ergo utrunq; eorum quæ fiunt ex c a, in a d, & ex g a in a f, cum quadrato lineæ f e, eſt æquale quadrato lineæ a e, ipſa erunt inter ſe æqualia. Dempto ergo utrinque quadrato lineæ e f, erit quod fit ex c a in a d, æquale ei quod fit ex g in a f. Sed id quod fit ex g a in a f, eſt æquale quadrato lineæ a b, per præmiſſum modum huius. Ergo quod fit ex c a, in a d eſt æquale quadrato lineæ a b: quod eſt propoſitum.



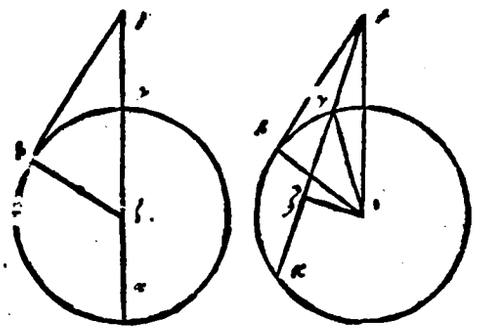
CAMPANI *additio.* Et ex hac nota, quòd puncto extra circulum ſignato, ſi ab ipſo ad circulũ quodlibet ſecantes lineæ ducantur, rectangula quæ continentur ſub totis & earum portionibus extrinſecis adinuicem ſunt æqualia, quoniam omnia ſunt æqualia quadrato lineę cõtingentis. Nota etiam, quòd ſi à quolibet puncto extra circulũ ſignato duæ lineæ contingentes ad circulum ipſum ducantur, ipſæ erunt adinuicem æquales. Erit enim quadratum utriuſque earum, æquale ei quod fit ex linea ſecante ab ipſo puncto, ducta in circulum in partem eius extrinſecam. Hoc autem euidentius patet per penultimam primi.

Sit

Sit a punctus ſignatus extra circulum b c d, cuius centrum e, & ab ipſo a ducantur duę lineæ a b & a d, contingentes circulum in punctis b d. Dico ipſas eſſe æquales. Producam enim lineas e a, e b, & e d. eritq; per 17 huius uterque angulorum b & d, rectus. Quare per penultimam primi, quadratum a e, erit æquale duobus quadratis duarum linearum a b & b e, ſimiliter quoq; & duobus duarum a d & d e. Quare quadrata duarum linearum a b & b e, ſunt æqualia quadratis duarum a d & d e. Et quia quadrata duarum quæ ſunt b e & e d ſunt æqualia, erunt quadrata duarum quæ ſunt a b & a d, æqualia: ergo eſt a b, æqualis a d, quod eſt propoſitum. Aliter etiam. Ducatur linea b d, eritq; per 5 primi, angulus e b d, æqualis angulo e d b, propter id quod linea e b, eſt æqualis lineę e d. Et quia uterq; duorum angulorum b & d eſt rectus, erit per communem ſcientiam angulus a b d reſiduus, æqualis angulo a d b reſiduo: per ſextam ergo primi, eſt linea a b, æqualis lineæ a d.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 30.* *Propoſitio 36.*

Si extra circulum ſumatur ſignum aliquod, ab eoq; in circulũ cadant duæ rectæ lineæ, & earum altera circulum diſpeſcat, altera uerò tangat, quod ſub tota diſpeſcente & extrinſecus ſumpta inter ſignum & curuam circunferentiam comprehenditur rectangulum, æquum eſt ei quod fit ex tangente quadrato. 36



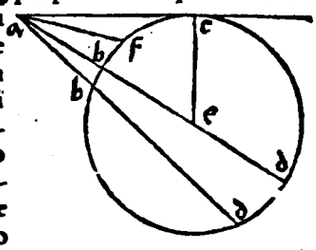
THEON ex Zamb. *Extra circulum igitur α β γ, ſumatur ſignũ aliquod, ſitq; illud Δ, & ab ipſo Δ in circulum α β γ, cadant duæ rectæ lineæ Δ γ α, & Δ β, ſecet autem circulum α β γ, recta linea Δ γ α, et β Δ, tangat. Dico quòd rectangulũ comprehenſum ſub α Δ & Δ γ, æquũ eſt ei quod fit ex β Δ, quadrato. Recta linea Δ γ α, aut eſt per centrum extenſa, aut non. Sit primũ extenſa per centrum, ſitq; (per 1 tertij) ζ centrum circuli α β γ, & coniungatur ζ β. Angulus igitur ζ β Δ, rectus eſt. Et quoniam recta linea α γ biſariam diſſecta eſt in ζ, adiacetq; ei recta linea γ Δ, quod cõtinetur igitur (per 6 ſecundi) ſub α Δ & Δ γ, unà cũ eo quod fit ex ζ γ, æquũ eſt ei quod fit ex ζ Δ. Aequalis autẽ eſt ζ γ, ipſi ζ β, ex centro enim in circunferentiam. Quod continetur igitur ſub α Δ, & Δ γ, unà cum eo quod fit ex ζ β, æquum eſt ei quod fit ex ζ Δ. Aequum autem eſt id quod fit ex ζ Δ, eis quæ fiunt ex ζ β, & β Δ, (per 47 primi) rectus enim eſt angulus qui eſt ſub ζ β Δ. Quod igitur continetur ſub α Δ, & Δ γ, unà cum eo quod fit ex ζ β, æquum eſt eis quæ fiũt ex ζ β, & β Δ. Commune auferatur id quod fit ex ζ β. Reliquũ igitur quod ſub α Δ, & Δ γ, æquum eſt ei quod fit ex Δ β, tangente. Sed recta linea Δ γ α, non ſit extẽſa per centrum circuli α β γ. Sitq; (per primam tertij) ε centrũ circuli α β γ, & ab ε, in α γ, (per 12 primi) perpendicularis ducatur ε ζ, & connectantur ε β, ε γ, & ε Δ, rectus igitur eſt angulus ε ζ Δ. Et quoniam recta linea quædam per centrum extenſa ε ζ, (per 3 tertij) rectam lineam quandã non extenſam per centrũ α γ, ad angulos rectos ſecat, etiã biſariàm eam ſecat. Igitur α ζ, ipſi ζ γ, eſt æqualis. Et quoniam recta linea α γ, biſariàm diuiditur in ζ ſigno, adiacet autem ei γ Δ, quod igitur continetur ſub α Δ & Δ γ, unà cum eo quod fit ſub ζ γ, æquum eſt ei quod fit ex ζ Δ, (per 6 ſecundi.) Cõmune apponatur quod fit ex ζ ε. Quod igitur continetur ſub Δ α, & Δ γ, unà cũ eis quæ fiunt ex α ζ & ζ ε, & æqualia ſunt eis quæ fiunt ex ζ Δ, & ζ ε. Eis autem quæ fiũt ex ζ Δ, & ζ ε, æquũ eſt id quod fit ex ζ Δ ε, (per 47 primi) angulus nãq; qui eſt ſub ε ζ Δ, rectus eſt. Eis uerò quæ fiunt ex γ ζ, & ζ ε (per eandem) æquum eſt id quod fit ex γ ε. Quod igitur continetur ſub α Δ, & Δ ε, unà cũ eo quod fit ex ε γ, æquũ eſt ei quod fit ex ε Δ. Aequalis autem eſt ε γ, ipſi ε β, ex centro enim in circũferentiam. Quod igitur continetur ſub α Δ, & Δ γ, unà cum eo quod fit ex ε β, æquum eſt ei quod fit ex ε Δ. Ei autem quod fit ex ε Δ, (per 47 primi) æqualia ſunt quæ fiũt ex ε β, & β Δ: angulus enim qui ſub ε β Δ, rectus eſt. Quod igitur cõtinetur ſub α Δ, & Δ γ, unà cũ eo quod fit ex ε β, æquum eſt eis quæ fiunt ex ε β, & β Δ. Commune auferatur quod fit ex ε β: reliquum igitur quod continetur ſub α Δ & Δ γ, æquum eſt ei quod fit ex Δ β. Si extra circulum igitur ſumatur ſignum aliquod, & quæ ſequuntur reliqua: quod demonſtraße oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 36.*

Si fuerit pũctus extra circulũ ſignatus, à quo duæ lineę ad circunferentiã ducãtur, altera ſecãs, altera circunferẽtiæ applicata, fueritq; ęq ex ductu totius ſecantis in partẽ ſui extrinſecam 36

extrinſecum æquum ei quod ex ductu applicatæ in ſeipſam fit, erit linea applicata ex neceſsitate circulum contingens.

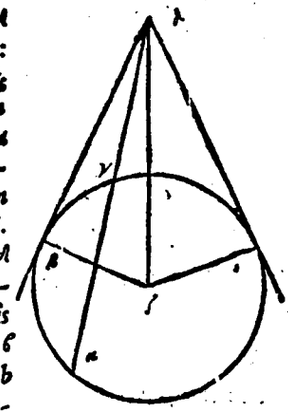
CAMPANVS. Sit a punctus ſignatus extra circulum b c d, cuius centrum e, à quo ducantur ad circulum linea a b d, ſecans ipſum, & linea a c, applicata circunferentiæ, & eſto ut quod ſit ex d a in a b, ſit æquale quadrato a c. Dico lineam a c, eſſe contingentem. Et eſt hæc conuerſa prioris. Si enim non eſt contingens, ſit ergo cõtingens linea a f, eritq; per præmiſſam quod fit ex d a in a b, ęquale quadrato lineæ a f, quare quadratũ lineę a f, eſt ęquale quadrato lineæ a c, ergo a c eſt æqualis f, quod eſt impoſsibile per 8 huius. Erit ergo a c, contingẽs, quod eſt propoſitum. Idem oſtẽſiuè probabitur. Maneat prior diſpoſitio & hypotheſis. Et ſi linea a b d tranſit per centrum, ducatur linea c e, erit per 6 ſecundi, quod fit ex d a in a b, cum quadrato e b, & ideo cum quadrato e c, æquale quadrato a e. Sed quod fit ex d a in a, poſitũ eſt æquale quadrato a c: ergo quadratum a c, cum quadrato c e, eſt æquale quadrato a e: ergo per ultimam primi, angulus c eſt rectus. Ergo per correlarium 15 huius, linea a c eſt contingens circulum, quod eſt propoſitum. Si autem a b d, non tranſit per centrum, ducatur à puncto a, linea tranſiens per centrum. Et quia quod fit ex hac tota in eius partem extrinſecam, eſt æquale ei quod fit ex d a, in a b, per præmiſſam, ipſum erit æquale quadrato lineæ a c, quare ut prius a c, erit contingens circulum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 31. Propoſitio 37. Conuerſa præcedentis.

37 Si extra circulum ſumatur ſignum aliquod, & ab eo ſigno in circulum duæ rectæ lineæ ceciderint, & earum altera circulum ſecet, altera uerò cadat: ſit autem quod fit ſub tota ſecante, & extrinſecus ſumpta inter ſignum & curuam circunferentiam æquale ei quod fit ex incidente, incidens circulum tanget.

THEON ex Zamb. *Extra circulum igitur α β γ, ſumatur ſignum, ſitq; illud Δ, & ab ipſo Δ, in circulum α β γ, incidant duæ rectæ lineæ Δ γ α, & Δ β, & Δ γ α, quidem circulum ſecet, & Δ β incidat. Sit autem quod continetur ſub α Δ, & Δ γ, æquum ei quod fit ex Δ β. Dico quòd Δ β, ipſum tangit circulum α β γ: excitetur enim (per 17 tertij) recta linea contingens circulum α β γ, ſitq; illa Δ ε. Sitq; (per primam eiuſdem) ζ centrum circuli α β γ, & connectantur ζ ε, ζ β, & ζ Δ. Angulus igitur ζ ε Δ, rectus eſt. Et quoniam recta linea Δ ε, ipſum circulum α β γ tangit, & recta linea Δ γ α, ſecat: quod continetur igitur ſub α Δ, & Δ γ, æquum eſt ei quod fit ex Δ ε. Ponitur autem quòd id quod continetur ſub α Δ, & Δ γ, æquum ſit ei quod fit ex Δ β. Quod igitur fit ex Δ ε, æquum eſt ei quod fit ex Δ β. Aequalis igitur eſt Δ ε, ipſi Δ β. Eſt autem & ζ ε, æqualis ipſi ζ β, ex centro enim in circunferentiam. Duæ iam Δ ε, & ε ζ, duabus Δ β, & β ζ, ſunt æquales, & baſis earum communis eſt ζ Δ. Angulus igitur Δ ε ζ, (per 8 primi) angulo Δ β ζ, eſt æqualis. Rectus autem eſt angulus Δ ε ζ, rectus igitur eſt, & qui ſub Δ β ζ. Et ζ β ejecta dimetiens eſt, quæ autem ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos ducitur, circulum tangit (per 16 tertij) Recta linea igitur Δ β, circulum α β γ, tangit. Similiter oſtendetur, ſi centrum ſuper α γ fuerit. Si extra circulum igitur ſumatur ſignum aliquod, & reliqua quæ ſequuntur: quod demonſtraße oportuit.*



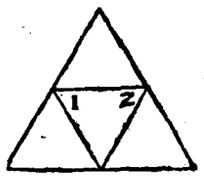
TERTII LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM *Liber quartus.*

Euclid. ex Campano. Diffinitiones.



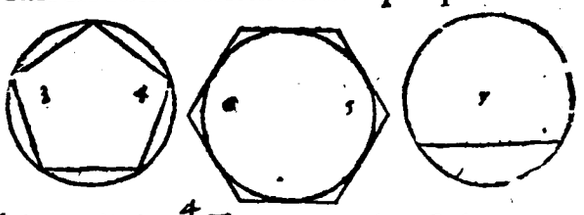
FIgura intra figuram dicitur inſcribi, quãdo ea quæ inſcribitur, eius in qua inſcribitur, latera uno quoque ſuorũ angulorũ ab interiore parte contingit. 2 Circunſcribi uerò figura figurę perhibet, quoties ea quidẽ figura eius cui circũſcribitur, omnib. omnes angulos cõtingit.



Ex Zamberto. Diffinitiones.

FIgura rectilinea in figura rectilinea deſcribi dicitur, quando unuſquiſq; inſcriptæ figuræ angulus, unumquodq; latus eius in qua deſcribitur, tangit. 2 Figura autem ſimiliter circa figuram deſcribi dicitur, quando unumquodq; latus circũſcriptæ, unumquẽq; angulũ eius circũ quẽ deſcribitur, tangit. 3 Figura rectilinea in circulo deſcribi dicitur, quando unuſquiſq; angulus inſcriptæ circuli circunferentiam tangit. 4 Circulus uerò circa figurã rectilineam deſcribi dicitur, quando circuli circunferentia unumquẽq; eius circum quem deſcribitur, angulum tangit. 5 Circulus autem in figura rectilinea deſcribi dicitur, quãdo circuli circũferẽtia unũquodque latus eius, in qua deſcribitur, tãgit. 6 Figura uerò rectilinea circa circulum deſcribi dicitur, quando unumquodq; latus circunſcriptæ circuli circunferentiam tangit. 7 Recta linea in circulum coaptari dicitur, quando eius extrema in circuli circunferentiã cadunt.

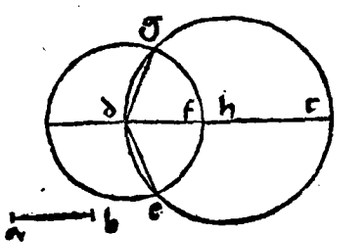




Euclid. ex Camp. Propoſitio 1.

INtra datum circulũ, datæ lineæ rectæ, quæ diametro minimè maior exiſtat, æquam rectam lineam coaptare.

CAMPANVS. Sit linea data a b, circulus'que datus c d e, cuius diameter c d, qua non eſt maior linea a b, uolo intra datum circulum coaptare lineam æqualem a b, quæ ſi fuerit æqualis diametro, conſtat propoſitum. Si autem minor ex diametro ſumatur d f, ei æqualis, & ſuper punctum d, ſecundum quantitatem lineæ d f, deſcribatur circulus e f g, ſecans datum circulum in punctis g & e, ad alterum quorum ducatur linea à pũcto d, ut d e, uel d g, eritq; quælibet earum æqualis lineę a b, eo quòd utraq; earum eſt



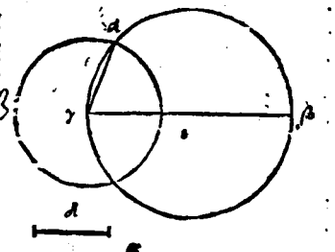
æqualis

æqualis lineæ d f, per diffinitionem circuli, quare habemus propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 1.

In datum circulum, datæ rectæ lineæ quę circuli diametro maior non eſt, æqualem rectam lineam coaptare.

THEON ex Zamb. *Eſto datus circulus α β γ, data uerò recta linea non maior circuli diametro, eſto Δ, oportet iam in datũ circulũ α β γ, ipſi Δ, rectæ lineæ æqualẽ rectam lineam coaptare. Excitetur circuli α β γ dimetiens, ſitq; β γ. Si β γ, æqualis eſt ipſi Δ, iam factum eſt id quod proponitur, in datum enim circulum α β γ, coaptata eſt recta linea β γ, æqualis ipſi Δ. Si autem non: maior eſt β γ, quàm Δ, ponatur (per 2 primi) ipſi Δ, æqualis γ ε. Et centro quidem γ, ſpacio uerò γ ε, (per 3 poſtulatum) circulus deſcribatur ε α ζ, & connectatur γ α. Quoniam igitur centrũ circuli ε α ζ, eſt ſignum γ (per 13 diffinitionem primi) æqualis eſt γ α, ipſi γ ε. Sed ipſi Δ, æqualis eſt ipſa γ ε. Igitur (per primam communem ſententiam) & Δ, æqualis eſt ipſi α γ. In datum circulum igitur α β γ, datæ rectæ lineæ Δ, æqualis aptata eſt γ α, quod oportebat facere.*

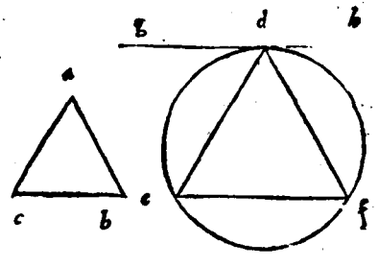


Euclid. ex Camp. Propoſitio 2

2 

Ntra aſsignatum circulum, triangulo triangulo aſsignato æquiangulum collocare.

CAMPANVS. Sit aſsignatus triangulus a b c, aſsignatusq; circulus d e f. Volo intra hunc circulum collocare unum triangulum æquiangulum triangulo a b c, æquilaterum enim non eſt neceſſarium eſſe, ſed eſt poſsibile. Produco g d h, contingẽtem circulum in puncto d, ſuper quem facio angulum h d f, ducta linea d f, æqualem angulo c, & angulum g d e, ducta linea d e, æqualẽ angulo b, & protraho lineam e f, eritq; per 33 tertij, angulus e, æqualis angulo c, quia uterq; eſt æqualis angulo h d f c, quidem, per poſitionem, e uerò per 31 tertij. Eadem ratione erit angulus f, æqualis angulo b: quare per 32 primi, d tertius, erit æqualis a, tertio, quare habemus propoſitum.

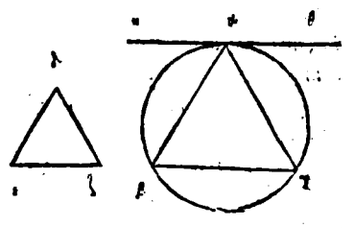


Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 2.

2 ## In dato circulo, dato triangulo æquiangulũ triangulũ deſcribere.

THEON ex Zamb. *Sit datus triangulus α β γ, datum autem triangulum Δ ε ζ, oportet iam in dato circulo α β γ, ipſi Δ ε ζ, triangulo æquiangulum triangulum deſcribere. Excitetur enim (per 17 tertij,) recta linea tangens ipſum circulũ α θ γ, ſitq; u α θ, & tangat in α, & conſtituatur (per 23 primi,) ad rectam lineã α θ, & ad ſignum in ea α, angulo qui eſt ſub Δ ε ζ, æqualis angulus θ α γ, ad rectam uerò lineam α u, & ad ſignum in ea α, ei qui eſt ſub Δ ζ ε angulo æqualis angulus u α β, (per eandem,) & coniungantur β γ. Quoniam igitur circulum α β γ, tangit quædam recta linea u α θ, & ab α contactu in circulum ducitur recta linea α γ, angulus igitur qui eſt ſub θ α γ, (per 32 tertij,) æqualis eſt angulo qui in alterno eſt circuli ſegmento, α β γ. Sed angulus θ α γ, ei qui ſub Δ ε ζ, eſt æqualis: angulus igitur α β γ, ei qui ſub Δ ε ζ eſt angulo, eſt æqualis. Et per hoc angulus α γ β, ei qui eſt ſub Δ ζ ε, angulo, eſt æqualis. Et reliquus igitur angulus β α γ, reliquo ε Δ ζ, eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulum α β γ, ipſi Δ ε ζ, triangulo, & deſcriptum eſt in dato circulo α β γ. In dato igitur circulo, dato triangulo æquiangulum triangulum deſcriptum eſt, quod facere oportebat.*

circulus



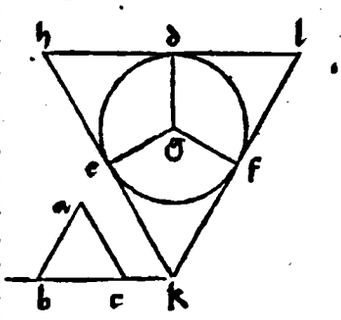
Euclid. ex Camp. Propoſitio 3.

3 

Irca aſsignatum circulum, aſsignato triangulo triangulum æquiangulum deſcribere.

CAMPANVS. Sint ut prius, aſsignatus triãgulus a b c: aſsignatusq; circulus d e f, cuius centrũ g: circa hunc circulum, uolo deſcribere unum triangulum

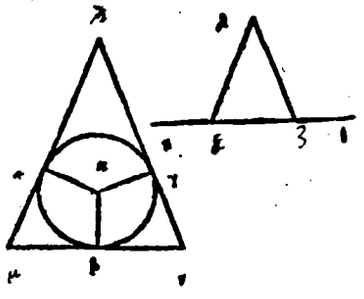
æquiangulum, triangulo a b c. æquilaterum enim non eſt neceſſarium, ſed eſt poſsibile. Producam baſim b c, in utranque partem, ut fiant duo anguli extrinſeci, & à centro g producam lineam g d ad circunferentiam, & conſtituam angulum d g e, ducta linea g e, æqualem angulo b, extrinſeco, & d g f, ducta linea g f, æqualem c extrinſeco: & à punctis d e f, producam in utramque partem lineas orthogonaliter, quæ per correlarium 15 tertij erunt contingentes circulum, quas protraham quouſque concurrant in punctis h k l. Neceſſe eſt enim ipſas concurrere. cum enim uterque angulorum qui ſunt ad d, & uterque eorum qui ſunt ad e, ſit rectus, ſi intelligatur protrahi linea d e, erunt duo anguli qui ſunt ad partem h minores duobus rectis, quare per penultimam petitionem, in partem illam protractæ, concurrent lineæ l d h, k e h. Eadem ratione concurrent duæ lineæ h d l, k f l: cum uterque angulorum qui ſunt ad f, ſit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero h d e g duo anguli d & e ſunt recti: erunt duo anguli g & h æquales duobus rectis: cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli, ſunt æquales quatuor rectis: ut monſtratum eſt ſuprà 32 primi. Et quia duo anguli b intrinſecus & extrinſecus ſunt ſimiliter æquales duobus rectis per 13 primi, at uerò b, extrinſecus poſitus eſt æqualis d g e, erit intrinſecus b, æqualis h. Simili quoque ratione erit c intrinſecus, æqualis l. Et quia duo anguli b & c, intrinſeci ſunt minores duobus rectis per 17 primi, erunt ſimiliter duo anguli h & l, minores duobus rectis: quare per penultimam petitionem, duæ lineæ h e & l f protractæ, concurrent in puncto k, fietq; triangulus h k l: & quia angulus h eſt æqualis angulo b intrinſeco, & angulus l, angulo c intrinſeco, erit per 32 primi, angulus k æqualis angulo a: quare habemus propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 3.*

Circa datum circulum, dato triangulo, æquiangulum triangulum deſcribere.

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ, datum autem triangulum ſit Δ ε ζ, oportet circa α β γ, circulum, ipſi Δ ε ζ, triangulo æquiangulum triangulum deſcribere. Extendatur α ζ, ex utraque parte, in η θ, ſigna. Et ſumatur (per 1 tertij) centrum circuli α β γ: ſitq; illud κ. Et ducatur utcunque recta linea η β. Et conſtituatur (per 23 primi,) ad η β, rectam lineam, ad ſignumq; in ea η, angulo qui eſt ſub Δ ε η, æqualis angulus β η ι, angulo autem Δ ζ θ, æqualis angulus β η γ. Et per ſigna α β γ, (per 17 tertij) excitentur rectæ lineæ tangentes circulum α β γ, ſintq; λ α μ, μ β ν, ν γ λ. Et quoniam rectæ lineæ λ μ, μ ν, & ν λ, tangunt circulum α β γ, in ſignis α β γ, & à centro η, in α β γ, ſigna coniunctæ ſunt η α, η β, & η γ, anguli igitur qui ſunt ad ſigna α β γ, recti ſunt. Et quoniam quadrilateri α μ β η, quatuor anguli quatuor rectis ſunt æquales, & quoniam quadrilaterum α μ β η, in duo triangula diuiditur, quorum anguli η α μ & η β μ, duo recti ſunt: reliqui igitur anguli α η β, & α μ β, duobus rectis ſunt æquales. Anguli autem Δ ε η, & Δ ε ζ, (per 13 primi,) duobus rectis ſunt æquales. Anguli igitur α η β, & α μ β, anguli Δ ε η, & Δ ε ζ, ſunt æquales, quorum angulus α η β, angulo Δ ε η, eſt æqualis: reliquus igitur angulus α μ β, reliquo angulo Δ ε ζ, eſt æqualis. Similiter quoque oſtendetur, quòd & angulus λ ν μ, angulo Δ ζ ε, eſt æqualis: & reliquus igitur angulus μ λ ν, reliquo angulo ε Δ ζ, eſt æqualis: æquiangulum igitur eſt triangulum λ μ ν ipſi Δ ε ζ, triangulo: & deſcribitur circa circulum α β γ. Circa circulum igitur datum, dato triangulo æquiangulum deſcriptum eſt: quod facere oportebat.*

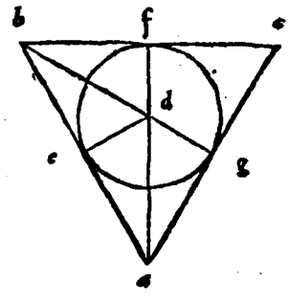


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

ENtra datum triangulum, circulum deſcribere.

CAMPANVS. Sit aſsignatus triangulus a b c. Volo intra ipſum, circulum deſcribere. Hæc eſt quaſi conuerſa ſecundæ. Diuido enim duos eius angulos a & b, per æqualia: a quidem, ducta linea a d, b uerò ducta linea b d, quę concurrent in pũcto d, à quo ducã perpẽdiculares ad tria latera ipſius triãguli: d e quidẽ ad a b: d f, ad b c: & d g ad a c. Et quia duorum triangulorũ e a d, & g a d, angulus a unius, eſt æqualis

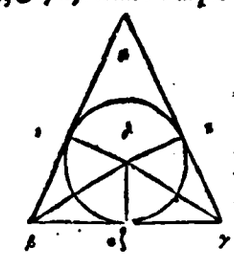
æqualis angulo a alterius, & uterque angulorum e & g, rectus, & latus a d, commune erit per 26 primi, linea d e æqualis lineæ d g. Eadem ratione cum duorum triangulorum e b d, & f b d, angulus b unius, ſit æqualis angulo b alterius, & uterque angulorum e & f rectus, latus quoque d b commune, erit per eandem, linea e d æqualis lineæ d f, quare tres lineæ d e, d f, d g, ſunt æquales. Poſito ergo centro in d, deſcriptus circulus ſecundum quantitatem unius earum, tranſibit per 9 tertij per reliquarum duarum extremitates. Et quia per correlarium 15 tertij, unaquæque linearum a b, b c, c a, erit contingens circulum: patet perfectum eſſe propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 4.

4 In dato triangulo, circulum deſcribere.

THEON ex Zamb. *Sit datum triangulum α β γ, oportet iam in triangulo α β γ, circulum deſcribere. Secentur (per 9 primi) anguli α β γ, & α γ β, bifariam, per rectas lineas β Δ, & γ Δ, quæ concurrant adinuicem in ſigno Δ. Excitenturq; (per 12 primi) ab ipſo Δ, in ipſas α β, β γ, & γ α, rectas lineas perpendiculares Δ ε, Δ ζ, & Δ η. Et quoniam æqualis eſt angulus α β Δ, angulo γ β Δ, & angulus β ε Δ, rectus æqualis eſt angulo β ζ Δ, recto: duo iam triangula ſunt ε β Δ, ζ β Δ, duos angulos duobus angulis habentia æquales, & unum latus uni lateri æquale β Δ, ſcilicet quod commune ipſis eſt æqualium angulorum ſubtendens, unum & reliqua igitur latera (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt, æqualis igitur eſt Δ ε, ipſi Δ ζ, & per hoc etiam Δ η, ipſi Δ ζ, eſt æqualis, quare & Δ ε, ipſi Δ η eſt æqualis: tres igitur Δ ε, Δ ζ, & Δ η, ſibi inuicem ſunt æquales (per 1 communem ſententiam.) Centro igitur Δ, ſpacio uerò aut Δ ε, aut Δ ζ, aut Δ η, circulus deſcriptus, per reliqua ſigna tranſibit, & tanget rectas lineas α β, β γ, & γ α, quoniam anguli ad ε ζ η, ſigna exiſtentes, recti ſunt. Si enim eas ſecat, erit ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos excitata, in circulum cadens: quod eſſe impoßibile, patuit (per 16 tertij.) Circulus igitur deſcriptus centro Δ, ſpacio uerò aut Δ ε, aut Δ ζ, aut Δ η, rectas lineas α β, β γ, & γ α, non ſecat, tanget igitur eas per correlarium eiuſdem, & erit circulus deſcriptus in triangulo α β γ. In dato triangulo igitur α β γ, circulus deſcriptus eſt ε ζ η, quod facere oportebat.*



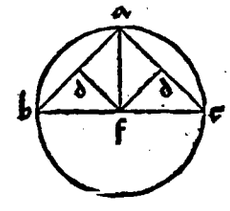
Euclid. ex Camp. Propoſitio 5.



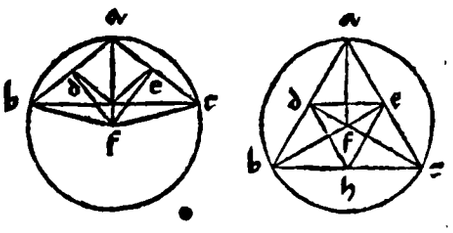
5 Circa trigonum aſsignatum, ſiue illud ſit orthogonium, ſiue amblygonium, ſiue oxygonium, circulū deſcribere.

CAMPANVS. Sit trigonus aſsignatus a b c. Volo circa ipſum deſcribere circulum. Hæc eſt quaſi conuerſa tertiæ. diuido duo eius latera a b & a c, per æqualia a b, quidem in puncto d & a c, in pūcto e, à quibus punctis produco perpendiculares ad lineas a b & a c, quas protraho quouſq; concurrant in puncto f, ſintq; d f, & e f. concurrent enim, quoniam cum uterq; angulorum d & e, ſit rectus, ſi intelligatur protrahi linea d e, fient duo anguli ad partem in quam protrahuntur, minores duobus rectis, quare concurrent per penultimam petitionem. igitur à puncto f, qui eſt punctus concurſus, quem dico eſſe centrum circuli quæſiti, protraho lineas ad ſingulos quæ ſunt f a, f b, f c. Et quia in triangulo a d f, duo latera a d & d f, ſunt æqualia duobus lateribus b d & d f, trianguli b d f, & angulus d unius anguli d alterius, quia uterque rectus: erit per 4 primi f a, æqualis f b. Eadem ratione erit f a, æqualis f c, cōparatis lateribus angulis duorum trium angulorū a c f, & c e f: ergo per 9 tertij, pūctum f, erit centrū circuli quæſiti eſt. Hæc eſt uniuerſalis demonſtratio ad omnes ſpecies trigoni. Quia tamē auctor uidetur uelle medium uariare diſtinguendo inter orthogonium, amblygonium & oxygonium, de quolibet eorum ſigillatim eſt demonſtrandum. Sit ergo trigonus propoſitus orthogonius, ſitq; angulus a rectus. Latus b c a, reſpiciens hunc angulum rectum, diuido per æqualia in f, à quo puncto quem dico eſſe cētrum circuli, ad medium punctum utriuſq; duorum reliquorum laterum, qui ſit d, duco lineam f d. Et quia linea f d, diuidit duo latera a b & b c trianguli a b c per æqualia ipſa erit æquidiſtans tertiò uidelicet lineæ a c, hoc enim demōſtratū eſt, ſuprà 39 primi. Et quia angulus a poſitus eſt rectus,





erit per ſecundam partem & per tertiam 29 primi, uterque angulorum qui ſunt ad d, rectus. Ducatur igitur linea f a, eritq; per 4 primi, linea a f æqualis lineæ b f, comparatis adinuicem lateribus & angulis triangulorum a d f, h d f. Et quia linea b f eſt æqualis lineæ c f, erunt tres lineæ b f, a f, c f, adinuicem æquales, quare per 9 tertij, erit f, centrum circuli quæſiti. Sit rurſus trigonus a b, amblygonius, ſitq; angulus a obtuſus. Latus b c reſpiciens hunc angulum obtuſum, diuido per æqualia in puncto h, à quo ad media puncta duorum reliquorum laterum, quæ ſunt d & e, duco lineas h d & h e, eritq; d h æquidiſtans a c, & e h æquidiſtans a b, propter id quod demonſtratum eſt ſuprà 39 primi, uidelicet quòd linea ſecans duo latera alicuius trianguli per æqualia tertio eſt æquidiſtans, quare per ſecundam partem 29 primi, erit uterque duorum angulorum b d h & c e h, æqualis angulo a, & ideo uterque obtuſus. Ductis igitur perpendicularibus d f, ad lineam a b, & e f ad lineam a c, quouſque concurrant in puncto f, quem dico eſſe centrum circuli (manifeſtum eſt enim eas concurrere, propter cauſam prius dictam) ſecabit utraque earum, lineam b c, quæ reſpicit obtuſum, & concurrent extra triangulum a b c. Igitur à puncto f qui eſt punctus concurſus earum, produco lineas f a, f b, f c, quæ per 4 primi bis aſſumptam erunt æquales, comparatis primo lateribus & angulis duorum triangulorum a d f, b d f, deinde aliorum duorum a e f, c e f, quare per 9 tertij, f eſt centrum circuli quæſiti. Eſto iteum ut trigonus a b c, ſit oxygonius. Diuiſis omnibus eius lateribus per æqualia, uidelicet latere a b, in puncto d, & latere a c in puncto e, & b c in puncto h, protraho lineas d e, d h, & e h, eritq; d h æquidiſtans a c, & e h ipſi a b, propter id quod demonſtratum eſt ſuper trigeſimamnonam primi, quare per ſecundam partem 29 primi, uterque angulorum b d h, c e h, erit æqualis angulo a, & ideo acutus. Ductis igitur perpendicularibus d f ad lineam a b, & e f ad lineã a c, manifeſtum eſt eas cõcurrere intra triangulum a b c, ſitq; punctus concurſus f, quem dico eſſe centrum circuli, produco enim lineas f a, f b, f c: quæ per 4 primi bis aſſumptam ut prius, erũt æquales: quare per 9 tertij, erit f, centrum circuli quæſiti.

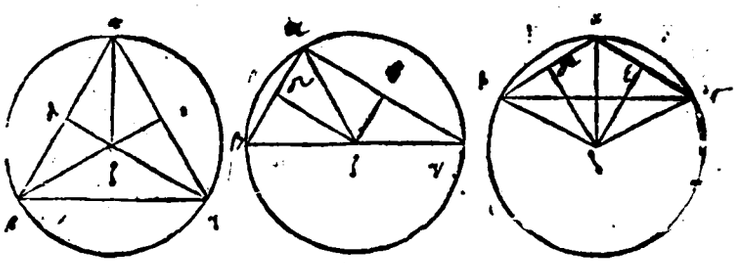


CORRELARIVM. Per prædicta patet, quòd ſi triangulus fuerit orthogonius, centrum circuli circunſcribendi cadet in medio lateris, quod opponitur angulo recto. Si fuerit amblygonius, centrum cadet extra triangulum. Si autẽ fuerit oxygonius, cadet intra triãgulum.

Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 5.

Circa datum triangulum, circulum deſcribere.

THEON ex Zamb. *Sit datum triangulum α β γ, oportet iam circa datum triangulum α β γ, circulum deſcribere. Secentur enim (per 10 primi) α β, & α γ, rectæ lineæ bifariam, in δ & ε, ſignis, & ab ipſis δ ε, ſignis, ipſis α β, & α γ, (per 11 primi) ad angulos rectos excitentur δ ζ, & ε ζ. Concurrunt autem, aut intra ipſum triangulum α β γ, aut in ipſa recta linea β γ, aut extra rectam lineam β γ. Concurrant igitur primum intra ipſum triangulum, in ζ ſigno: cõnectanturq; (per 1 poſtulatum) ζ β, ζ γ, & ζ α.) Et quoniam æqualis eſt α δ, ipſi δ β, communis autem δ ζ, & ad angulos rectos, baſis igitur α ζ, (per 4 primi) baſi ζ β, eſt æqualis. Similiter iam oſtendemus, quòd etiam γ ζ, ipſi α ζ, eſt æqualis: quare ζ β, ipſi ζ γ, eſt æqualis. Tres igitur ζ α, ζ β, & ζ γ, ſibi inuicem ſunt æquales: Centro igitur ζ, ſpacio uerò aut ζ α, aut ζ β, aut ζ γ, circulus deſcriptus, tranſibit per reliqua ſigna: & erit circulus deſcriptus circa triangulum α β γ, deſcribatur iam ſicut α β γ. Sed rectæ lineæ δ ζ, & ε ζ, concurrant ſuper β γ, recta linea in ſigno ζ, ſicut ſecunda habet deſcriptio, & connectatur α ζ: ſimiliter quoque oſtendemus quòd ζ ſignum, centrum eſt circuli deſcripti circa α β γ, triangulum. Sed iam δ ζ, & ε ζ, rectæ lineæ, concurrant extra ipſum triangulum α β γ, in ſigno ζ. Rurſus ſicut habet tertia deſcriptio, coniungantur α ζ, ζ β, & ζ γ, rectæ lineæ: & quoniam rurſus æqualis eſt α δ, ipſi δ β, communis autem & ad angulos rectos δ ζ, baſis igitur α ζ, (p 4 primi) baſi β ζ, eſt æqualis. Similiter quoq; oſtẽdemus, q; et γ ζ, ipſi α ζ, eſt æqualis. Centro rurſus igitur ζ, ſpacio uerò aut ζ α, aut ζ β, aut ζ γ, circulus deſcriptus trãſibit p reliqua ſigna*



a quare & β ζ ipſi ζ γ eſt æqualis

quæ ſigna, & erit deſcriptus circa α β γ, triangulum, deſcribatur ſicut α β γ. Circa datum igitur triangulum deſcriptus circulus eſt, quod facere oportebat.

CORRELARIVM. Et manifeſtum eſt quòd quando introrſum trianguli, cadit centrum circuli angulus β α γ, exiſtens in maiore circuli ſegmento, recto minor eſt. Quando autem in β γ, rectam lineam, in ſemicirculo exiſtens angulus, rectus eſt. Quando uerò extra ipſam β γ, rectam lineam centrum cadit, angulus β α γ, exiſtẽs in minore circuli ſegmẽto, recto maior eſt. Quare & quando minor recto fuerit datus angulus, introrſum ipſius trianguli concurrunt ſ ζ; & ſ ζ, rectæ lineæ. Quando autem rectus, ſuper β γ. Quando uerò maior recto, extra ipſam β γ: quod feciſſe oportuit.

intra triangulum

intra ipſum triangulum

Euclid. ex Camp. Propoſitio 6.

6 INtra datum circulum, quadratum deſcribere.

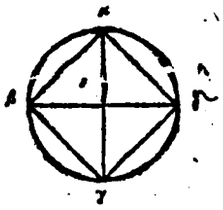
CAMPANVS. Sit datus circulus a b c d, cuius centrum e: uolo intra ipſum deſcribere quadratum. Protraho in ipſo duas diametros a c & b d, ſecantes ſe orthogonaliter ſupra cẽtrum e, quarum extremitates coniungo, protractis lineis a b, b c, c d, & d a, quas dico continere quadratum quæſitum, ipſæ enim erunt æquales adinuicem per 4 primi ter aſſumptam, propter id quod quatuor lineę e a, e b, e c, & e d, ſunt æquales, & quatuor anguli qui ſunt ad e, recti: ſed unuſquiſq; quatuor angulorum a b c & d, eſt rectus per primam partẽ 30 tertij, propter id quod quilibet eorum eſt in ſemicirculo: erit igitur a b c d quadratum per diffinitionem: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Problema 6. Propoſitio 6.

6 In dato circulo quadratum deſcribere.

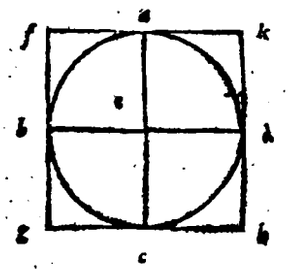
THEON ex Zamb. Sit datus circulus α β γ δ, oportet iam in circulo α β γ δ, quadratum deſcribere. Excitentur enim ipſius circuli α δ γ δ, diametri ad angulos rectos adinuicem, ſintq; α γ & β δ, & coniungantur α β, β γ, γ δ, & δ α. Et quoniam æqualis eſt β ε, ipſi ε δ, (per diffinitionẽ 15 primi) centrum enim eſt ε, communis autẽ & ad angulos rectos ε α, baſis igitur α β, (per 4 primi) baſi α δ eſt æqualis: & per hoc etiam utraq; ipſarũ δ γ, & γ δ, utriq; ipſarum α β & α δ eſt æqualis: æquilaterum igitur eſt quadrilaterum α β γ δ. Dico quòd etiam rectangulum: quoniam enim recta linea δ δ, dimetiens eſt circuli α δ γ δ: ſemicirculus igitur eſt angulus: rectus igitur eſt angulus β α δ (per 31 tertij) & per hoc etiam unuſquiſq; angulorum contentorum ſub α β γ, δ γ δ: & γ δ α, rectus eſt. Rectangulum igitur eſt quadrilaterũ α β γ δ, oſtenſum autem eſt, quòd & æquilaterum: quadratum igitur eſt (per 30 diffinitionem primi) & deſcriptum in circulo α β γ δ: quod feciſſe oportuit.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 7.

7 CIrca propoſitum circulum, quadratum deſcribere.

CAMPANVS. Sit propoſitus circulus a b c d, cuius centrum e uolo circa ipſum, deſcribere quadratũ. Protraho in ipſo duas diametros a c & b d, ſecantes ſe orthogonaliter ſuper centrum e, à quarum extremitatibus duco in utramq; partẽ lineas orthogonaliter, quouſq; quælibet earũ concurrat cũ duab. laterib. ſintq; puncta concurſus earum f g h k, eritq; per correlariũ 15 tertij, uterq; angulorũ qui ſunt ad unumquẽq; quatuor punctorũ a b c d, rectus: quia ergo in quadrilatero a f b e tres anguli a b & e ſunt recti, erit quartus angulus qui eſt f, rectus: habet enim quodlibet quadrilaterũ quatuor angulos æquales quatuor rectis, ut demonſtratũ eſt ſuprà 32 primi. Eadẽ ratione quilibet angulorũ g h & k, erit rectus: ergo per ſecundã partẽ 28 primi duę lineę f g & k h, itẽq; duæ f k & g h, ſunt æquidiſtãtes: ergo per 34 primi f k eſt æqualis g h, & f g, ipſi k h. Et quia per eandẽ f k eſt æqualis b d, & f g ipſi a c: at uerò b d eſt æqualis a c: erũt quatuor lineæ f k, & g h, & f g & k h, æquales. Sed & quatuor anguli f g k h ſunt recti: ut probatũ eſt prius. ergo f g k h, eſt quadratum per diffinitionem: quod eſt propoſitum.

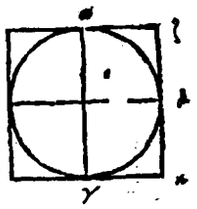


Euclid. ex Zamb. Problema 7. Propoſitio 7.

7 Circa datum circulum, quadratum deſcribere.

THEON ex Zamb. Sit datus circulus α β γ δ. Oportet iam circa ipſum α β γ δ circulum quadratum deſcribere. Excitentur ipſius circuli α β γ δ duæ diametri ad angulos rectos adinuicem, ſintq; α γ & β δ

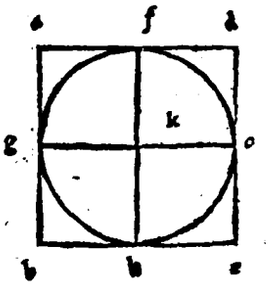
δ Δ: & per ſigna α, δ, γ, Δ, excitẽtur (per 17 tertij) rectæ lineæ tangẽtes circulũ α δ γ Δ, ſintq; ζ ν, ν θ, θ ν et ν ζ. Quoniã igitur recta linea ζ ν, ipſum circulũ α β γ Δ, tangit in ſigno α, & ab ε, cẽtro in ipſum α, contactum cõiungitur recta linea ε α, anguli igitur qui ſunt ad α, ſunt recti (per 18 tertij) & ob id etiam anguli qui ad β γ Δ, ſigna, ſunt recti. Et quoniã angulus α ε β, rectus eſt, & angulus qui ſub ε β ν, quoq; rectus eſt: parallelus igitur eſt ν θ, ipſi α γ, (per 28 primi,) & ob id quoq;, α γ, ipſi ζ ν, parallelus eſt. Similiter quoq; iam oſtendemus, q; & utraq; ipſarum κ ζ, & θ κ, ipſi β ε Δ, parallelus eſt: parallelogramma igitur ſunt κ Δ, ν γ, α κ, ζ β, & β κ: æqualis igitur eſt κ ζ, ipſi θ κ, & κ θ, ipſi ζ κ (per 34 primi.) Et quoniam æqualis eſt α γ, ipſi δ Δ, ſed α γ, utriq; ipſarum κ θ & ζ ν, eſt æqualis, & β Δ, utriſq; ipſarum ν ζ, & θ κ, eſt æqualis: utraq; igitur ipſarum κ θ, & ζ ν, utriq; ipſarum ν ζ, & θ κ, eſt æqualis; æquilaterum igitur eſt κ ν, θ κ quadrilaterum. Dico q; & rectangulum. Quoniam enim parallelogrammum eſt κ δ ε α, & angulus α ε δ, rectus eſt: rectus igitur eſt et qui ſub α κ β, eſt angulus, (per 34 primi) ſimiliter quoq; oſtendemus quòd & qui ad θ κ ζ, anguli conſiſtunt recti ſunt. Rectangulum igitur eſt, ipſum ζ κ θ κ quadrilaterum, demonſtratum uerò quod & æquilaterum. quadratum igitur eſt, & circa α β γ Δ, circulum: deſcriptum eſt. Circa datum igitur circulum, quadratũ deſcriptum eſt, quod oportebat facere.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 8.

INtra quadratum aſsignatum, circulum deſcribere.

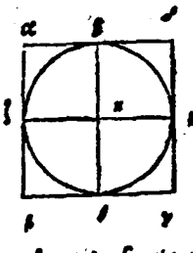
CAMPANVS. Sit quadratũ aſsignatum a b c d. Volo intra ipſum, deſcribere circulũ. Hæc eſt quaſi conuerſa 6. Diuido unumquodq; latus eius per æqualia: a d quidem in puncto f, b a in puncto g, c b in puncto h, & d c in pũcto e, & produco lineas e g & f h, ſecãtes ſe in puucto k, quẽ dico eſſe centrũ circuli: erit enim f h ęquidiſtans & ęqualis a b, per 33 primi, propter id quod a f, & b h ſunt æquales & æquidiſtantes. Similiter per eandem & d c, ipſi a b, & quia omnes medietates quatuor laterum ipſius quadrati ſunt adinuicem æquales, erunt per 34 primi quatuor lineę k e, k f, k g, & k h, æquales: ergo per 9 tertij k, eſt centrum circuli quęſiti.



Euclid. ex Zamb. Problema 8. Propoſitio 8.

In dato quadrato, circulum deſcribere.

THEON ex Zamb. Eſto datum quadratum α β γ Δ. Oportet iam in α β γ Δ, quadrato, circulum deſcribere, ſecetur (per 10 primi) utraque ipſarum α β & α Δ, bifariam in ε ζ, ſignis, & per ε, utriq; ipſarum α β, & Δ γ (per 31 primi) parallelus excitetur ε θ, & per ζ utrique ipſarum α Δ, & β γ (per 31 primi,) parallelus excitetur ζ ν. Parallelogrammum igitur eſt unumquodque ipſorum α ν, ν β, α θ, θ Δ, α ν, ν γ, β ν, & ν Δ, & corũ latera, uidelicet quæ ex oppoſito ſunt æqualia (per 34 primi,) & quoniam æqualis eſt α Δ, ipſi α β, & ipſius α Δ, dimidium eſt α ε. & ipſius α β, dimidium eſt α ζ, æqualis igitur eſt α ε, ipſi α ζ, quare & quæ ex oppoſito (per eandem) ſunt æquales, æqualis igitur eſt ζ ν, ipſi ε θ. Similiter quoq; oſtẽdemus quòd & utraque ipſarum ν θ, & ν κ, utrique ipſarum ζ ν, & ν ε, eſt æqualis. Quatuor igitur ν ε, ν ζ, ν θ, & ν ν, ſibi inuicem ſunt æquales, (per 1 communem ſciẽtiam.) Centro igitur ν, ſpacio uerò aut ν ε, aut ν ζ, aut ν θ, aut γ ν, circulus deſcriptus, tranſibit etiam per reliqua ſigna, & tanget α β, β γ, γ Δ, & Δ α, rectas lineas: quoniam anguli qui ſunt ad ſigna ε ζ θ ν recti ſunt. Si enim circulus rectas lineas α β, β γ, γ Δ, & Δ α, ſecat: quæ ab diametri circuli extremitate ducitur ad angulos rectos, introrſum ipſius circuli cadit, quod eſt impoſſibile (per 16 tertij.) Centro igitur ν, ſpacio autem aut ν ε, aut ν ζ, aut ζ θ, aut ζ ν circulus deſcriptus, ipſas rectas lineas α β, β γ, γ Δ, & α Δ non ſecat: tangit igitur eas. & in quadrato α β γ Δ, deſcriptus eſt. In dato quadrato igitur, & reliqua quæ ſequuntur, quod facere oportebat.

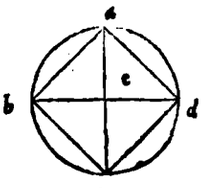


Euclid. ex Camp. Propoſitio 9.

CIrca aſsignatum quadratum, circulum deſcribere.

CAMPANVS. Sit quadratũ a b c d. Volo circa ipſum, circulũ deſcribere, Hæc eſt quaſi cõuerſa 7. Protraho in ipſo duas diametros a c & b d, ſecãtes ſe in pũcto e, quẽ dico eſſe cẽtrũ circuli. Cũ enim lineę a d, et a b, ſint ęquales, erũt per 5 primi anguli

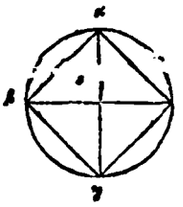
anguli a d b,& a b d,æquales: & quia angulus totalis eſt rectus: erit (per 32 primi) uterq; eorum medietas recti: ſimili quoque modo probabitur quemlibet partialium angulorum à prædictis diametris & lateribus quadrati propoſiti contentorum, eſſe medietatem recti. Quia igitur angulus e a d, eſt ęqualis angulo e d a, erit per 6 primi, linea e a, æqualis lineæ e d. Eadem ratione erit e a æqualis e b & e c, æqualis e d. quare: quia quatuor lineæ e a, e b, e c, e d, ſunt ęquales, erit per 9 tertij, e centrum circuli quęſiti, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Problema 9. Propoſitio 9.

9 Circa datum quadratum, circulum deſcribere.

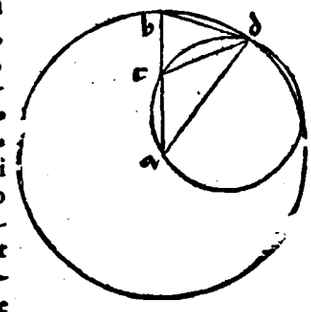
THEON ex Zamb. *Sit datum quadratum α β γ δ, oportet iam circa α β γ δ quadratum, circulum deſcribere. Coniunctæ rectæ lineæ α γ, & δ β, ſeſe inuicem ſecent in ε. Et quoniam æqualis eſt δ α ipſi α β, communis autem α γ, duæ igitur δ α, & α γ, duabus β α, & α γ, ſunt æquales, altera alteri, & baſis δ γ, (per 4 primi) baſi β γ, eſt æqualis: angulus igitur δ α γ, (per 8 primi) ei qui ſub β α γ eſt angulo æqualis eſt. Angulus igitur δ α β, biſariã diuiſus eſt, per lineam α γ. Similiter iam oſtendemus q; & unuſquiſq; angulorum qui ſunt ſub α β γ, β γ δ, & γ δ α, biſariam diuiſus eſt per α γ, & δ β, rectas lineas. Et quoniam angulus δ α β, æqualis eſt angulo α β γ, & anguli δ α β, angulus ε α β, dimidiũ eſt, et anguli α β γ, dimidiũ eſt angulus ε β α: angulus igitur ε α β angulo ε β α, eſt æqualis, quare (per 6 primi,) & latus ε α, lateri ε β, eſt æquale. Similiter iã oſtendemus q; & utraq; ipſarũ ε α et ε β, rectarũ linearũ, utriq; ipſarũ ε ν, et ε δ, eſt æqualis. Quatuor igitur ε α, ε β, ε γ, & ε δ, ſibi inuicẽ ſunt æquales. Centro igitur ε, ſpacio uerò aut ε α, aut ε β, aut ε γ, aut ε δ, circulus deſcriptus, tranſibit per reliqua ſigna, & erit deſcriptus circa α β γ δ, quadratũ deſcribatur ſicut α β γ δ. Circa datum igitur quadratum, circulus deſcriptus eſt: quod feciſſe oportuit.*



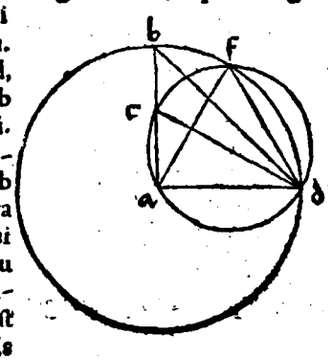
Euclid. ex Camp. Propoſitio 10.

10 DVum æqualium laterum triangulum deſignare, cuius uterque duorum angulorum, quos baſis obtinet, reliquo duplus exiſtat.

CAMPANVS. Intẽtio eſt deſcribere unũ triangulum duum ęqualiũ laterum & tertij inæqualis, cuius uterq; angulorũ qui ſuper latus quod eſt reliquis inęquale, exiſtũt ad tertiũ, duplus exiſtat. Ad hoc autẽ faciendũ ſumatur linea quælibet quæ ſit a b, quæ diuidatur ſecundũ quod docet 11 ſecundi, in puncto c, ita quod illud q; fit ex a b, in b c ſit æquale quadrato à c. Factoq; puncto a cẽtro, ſecundũ ipſius quantitatẽ deſcribatur circulus b d e, intra quẽ per primã huius coaptetur linea b d, æqualis lineæ a c, & producantur duæ lineæ d a, d c. Dico triangulũ a b d, eſſe qualis proponitur. Circũſcribatur circulus qui ſit d c a, per h huius: triãgulo d c a. Quia ergo linea d b, eſt ęqualis lineę a c, erit quod fit ex a b, in b c, æquale quadrato lineę b d, quare per ultimã tertij b d linea, eſt cõtingens circulum d c a, & per 31 eiuſdem, angulus c d b, eſt ęqualis angulo c a d. Poſito ergo cõmuni angulo c d a, erit totus angulus b d a, æqualis duob. angulis c a d, c d a, ſed per 32 primi, angulus b c d, eſt æqualis eiſdẽ, quia extrinſecus ad ipſos, ergo b d a, eſt æqualis angulo b c d: & quia angulus a d b, eſt æqualis angulo a b d, per 5 primi, eo quòd latera a b & a d ſunt æqualia: erit angulus b c d, æqualis angulo c b d, ergo per 6 primi linea c d, eſt ęqualis lineę b d, quare & lineæ c a: ergo per 5 primi, angulus c a d, eſt æqualis angulo c d a. Quia ergo uterq; angulorũ c d b, & c d a, eſt æqualis ãgulo c a d, erit totus ãgulus b d a, duplus ad angulũ d a b, & ideo ãgulus a b d, ſibi æqualis, duplus eſt etiã ad angulũ b a d: ꝙd eſt propoſitũ.

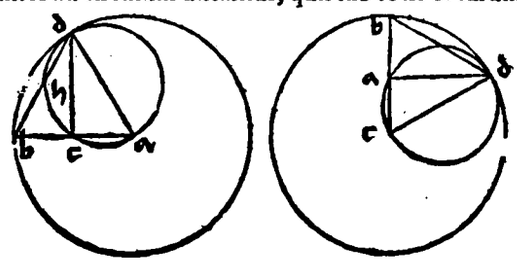


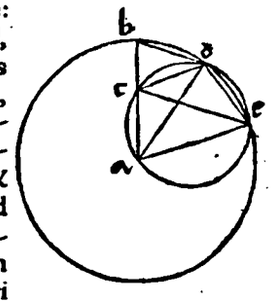
CAMP. *addtio.* Forſan dicet aduerſarius circulũ d c a, circũſcriptũ trigono partiali, ſecare circulũ b d e, in aliquo pũcto arcus b d: ita q; ſimul ſecabit lineã b d, unde ipſa nõ erit circulo applicata ſicut in demõſtratione ſupponitur, ſed ipſũ ſecãs. Sit ergo ſi poſſibile eſt ut ponit aduerſarius, & à pũcto b, ducatur ad ipſum circulũ minorẽ, cõtingẽs b f, & ducãtur lineæ f a, f d, eritq; per penultimã tertij, quod ſit ex a b, in b c, æquale quadrato b f, ergo b f eſt



æqualis

æqualis b d, quare per 5 primi, angulus b f d, eſt æqualis angulo b d f, & quia per 31 tertij, angulus b f a eſt ęqualis angulo a d f, erit angulus b d f maior angulo a d f, quod eſt impoſsibile: cùm ipſe ſit par eius. Aliter poſſumus illud refelliere, & oſtendere quòd ille min or circulus nullo modo ſecabit lineam b d. Forſan enim diceret quòd ſecaret eam, non ſecando arcũ d b, maioris circuli. Si enim poſsibile eſt quòd ſecet eam, ſit hoc in pũcto h, eritq; quod fit ex a b in b c, æquale ei quod fit ex d b, in b h. Monſtratum eſt enim ſupra penultimam tertij, quòd ſi ab aliquo puncto extra circulum ſignato, quotlibet lineæ ſecantes ad circulum ducantur, quæ ſub totis & earum portionibus extrinſecis continentur, æqua lia ſunt adinuicem: & quia quod fit ex a b, in b c, eſt æquale quadrato b d, quod eſt im poſsibile, per ſecundam ſecundi, quare cõ ſtat propoſitum. Et nota quòd minor cir culus neceſſariò ſecabit maiorem, & abſcin det ab eo arcum unum æqualem arcui b d, & maior abſcindet ſimiliter ab eodem unũ arcum æqualem arcui d c. Quod ſic proba tur. Si enim minor non ſecat maiorem, cõ tingit ergo ipſum in puncto d. Et per 11 tertij circulorum ſe contingentium centra & punctus contactus ſunt in linea una, erit centrum minoris circuli in linea a d, propter hoc quod in ea eſt centrum maioris, & punctus contactus, ergo per 30 tertij angulus a c d, eſt rectus, quare & angu lus a d b, eſt rectus, ſimiliter & angulus a b d, ſibi ęqualis, eſt rectus: quod eſt impoſsibile per 32 primi. Secet ergo ipſum in punctis e d, dico arcum e d maioris, eſſe æqualem arcui d b, & arcum e d minoris eſſe æqualem arcui d c. Produco lineas d e, c e, & e a, eritq; per 26 tertij, unuſquiſque quatuor angulorum qui ſunt d e c, c e a, d a c, & a d c, æqualis alij, propter id quod duo arcus d c, & c a, ſunt æquales per 22 eiuſdem, quare totalis angulus a e g, duplus eſt ad angulum b a d, & ideo æqualis utrique angulorum a b d & a d b. Et quia angulus a e d eſt æqualis angulo a d e, per 5 primi, propter id quod a e & a d, ſunt æquales, à centro enim ad circumferentiam, erunt duo anguli e d, trian guli a e d ęquales duobus angulis d & b, triãguli a d b: ergo per 32 pri mi, reliquus angulus a unius, eſt æqualis reliquo angulo a alterius. Ergo per 25 tertij, arcus e d, maioris, eſt æqualis arcui d b, & per eandem, arcus e d, minoris, eſt æqualis arcui d c: & hoc eſt quod propoſuimus.

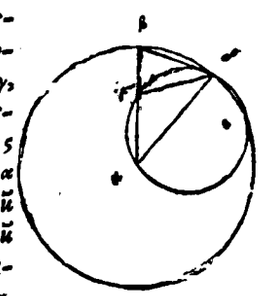




Euclid. ex Zamb. *Problema 10.* *Propoſitio 10.*

Iſoſceles triangulum conſtituere, habẽs unumquenq; eorum qui ad baſin ſunt angulorum duplum reliqui.

THEON ex Zamb. *Ponatur quædam recta linea α β, ſecetuŕq; (per undecimam ſecundi) in γ ſigno, ut ſub α β, & β γ, comprehenſum rectangulũ æquum ſit ei quod fit ex γ α quadrato, & centro α, ſpacio uerò α β, (per 3 poſtulatum) circulus deſcribatur β δ ε. Appliceturq; in circulum β δ ε, ipſi α γ, rectæ lineæ, quæ diametro ipſius β δ ε, maior non eſt circuli β δ ε, æqualis recta linea ζ δ, (per 1 quarti,) & connectãtur α δ, & δ γ, deſcribaturq; (per 5 quarti) circa α γ δ, triangulum, circulus α γ δ ζ. Et quoniam continetur ſub α β, et β γ, rectangulum æquum eſt ei quod fit ex α γ, quadrato, id enim receptũ eſt, æqualis autem eſt α γ, ipſi β δ. quod igitur continetur ſub α ζ, & β γ, æquũ eſt ei quod fit ex β δ. Et quoniam extra circulum α γ δ ζ, ſuſcipitur ſignum aliquod β, & ab ipſo β, in circulum α γ δ ζ, ceciderunt duæ rectæ lineæ ζ γ α, & ζ δ, & earum una ſecat & altera incidit, & id quod continetur ſub α β, & β γ, æquum eſt ei quod fit ex β δ, igitur (per 37 tertij,) β δ, tangit circulum α γ δ ζ. Quoniam igitur β δ, tangit in δ, ſigno, ab ipſo autem δ, contactu ducta eſt δ γ, angulus igitur β δ γ, (per 32 eiuſdem,) æqualis eſt ei qui in alterno eſt circuli ſegmento, angulo qui ſub δ α γ. Quoniam igitur æqualis eſt angulus ζ δ γ angulo δ α γ, communis appo natur angulus γ δ α. Totus igitur angulus β δ α æqualis eſt duobus quæ ſub γ δ α, & δ α γ, ſunt angulis. Sed eis qui ſunt ſub γ δ α, & δ α γ, æqualis eſt angulus exterior β γ δ, (per 32 primi,) & angulus igitur ζ δ α, æquus eſt angulo β γ δ. Sed angulus ζ δ α, ei qui ſub γ ζ δ, (per 5 primi) eſt æqualis, quoniam latus α δ (per 15 diffinitionem primi) lateri α β eſt æquale, quare & angulus δ β α (per 1 communem ſcientiam) angulo β γ δ eſt æqualis. Tres igitur anguli β δ α, δ β α & ζ γ δ, ſibi inuicem ſunt æquales. Et quoniam æqualis eſt*



circulo inuior non sit

quod

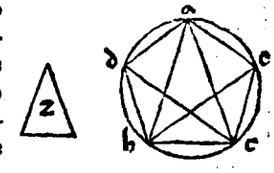
angulus

angulus ∠ β γ, angulo β γ ∠, æquale eſt & latus β ∠, lateri ∠ γ. Sed β ∠, ipſi γ α eſt æqualis per hypotheſin, & α γ, igitur ipſi γ ∠ eſt æqualis. Quare & angulus γ ∠ α (per 5 primi) angulo ∠ α γ eſt æqualis. Igitur anguli qui ſunt ſub γ ∠ α & ∠ α γ, eius qui ſunt ſub γ α ∠, dupli ſunt. Angulus autem ſub β γ ∠, angulis qui ſunt ſub γ ∠ α, & ∠ α γ eſt æqualis. Et angulus igitur β γ θ, eius qui eſt ſub γ α ∠, anguli duplus eſt. Æqualis autē eſt angulus β γ ∠, utriq; ipſorum ſub β ∠ α, & ∠ β α angulorum. Et uterq; igitur eorum qui ſunt ſub β ∠ α, & β ∠ α, angulorum, eius qui eſt ſub ∠ α β, duplus eſt. Iſoſceles igitur triangulum conſtitutum eſt α β ∠, habens unumquenque eorum qui ad baſin ∠ β ſunt angulorum, duplicem reliqui: quod feciſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 11.

INtra datum circulum, æquilaterum atq; æquiangulum pentagonum deſcribere.

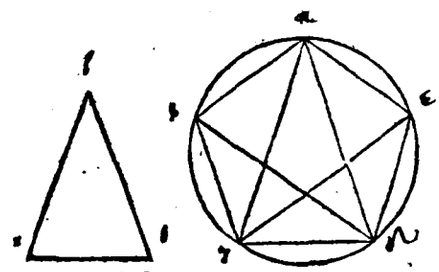
CAMPANVS. Sit datus circulus a b c, uolo intra ipſum deſcribere pentagonum unum æquilaterum atq; æquiangulum. Deſigno triangulum unum quale m præmiſſa proponit, qui ſit 2 cui alium æquiangulum intra datum circulum deſcribo, ſicut docet 2 huius, qui ſit a b c, ſitq; uterque angulorum a b c & a c b, duplus ad angulum c a b. Vtrunq; eorum diuido per æqualia, ductis lineis b e, & c d, erūtq; per 25 tertij, quinque arcus, in quos quinque puncta a d b c e, diuidunt circulum, adinuicem æquales, propter id quòd quinque anguli qui in dictos arcus cadunt, ſunt adinuicem æquales. Continuatis igitur illis quinque punctis per lineas rectas quæ ſunt a d, d b, b c, c e, & e a, erit pentagonus a d b c e inſcriptus dato circulo, qualis proponitur. Eſt enim æquilaterus, per 28 tertij, cum quinque arcus quorum eius quinque latera ſunt, chordæ ſint adinuicem æquales. Et etiam æquiangulus per 26 eiuſdem, eò quòd quinque arcus d a e, a e c, e c b, c b d, & b d a, in quos anguli ipſius pentagoni cadunt, ſunt adinuicem æquales. Sicq; conſtat propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Problema 11. Propoſitio 11.

In dato circulo pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere.

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ ∠ ε, oportet iam in α β γ ∠ ε, circulo, pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. Sumatur (per 10) triangulum iſoſceles, ſitq; illud ζ η θ, duplum habens unumquenq; eorum qui ſunt ad η θ angulorum, reliqui, hoc eſt eius qui eſt ad ζ. Et deſcribatur (per 2 quarti) in circulo α β γ ∠ ε, triangulo ζ η θ, æquiangulum triangulum α γ ∠. Ita ut angulo qui ad ζ, angulus qui ſub γ α ∠, fiat æqualis, & uterq; eorum qui ſub α γ ∠ & γ ∠ α, ſunt angulorum, utriq; eorum angulorum qui ad η, & θ fiat æqualis, & uterq; igitur eorum qui ſunt ſub α γ ∠, & γ ∠ α, eius qui eſt ſub γ α ∠, duplus eſt. Secetur (per 9 primi) uterque eorum qui ſunt ſub α γ ∠, & γ ∠ α, angulorum, biſariam per γ ε, ∠ β, rectas lineas, & coniungantur α β, β γ, γ ∠, ∠ ε, & ε α. Quoniam igitur uterque angulorum qui ſunt ſub α γ ∠, & γ ∠ α, eius qui ſub γ α ∠, eſt anguli duplus eſt, & diſſecti ſunt biſariam per rectas lineas γ ε, & ∠ δ, quinque igitur anguli qui ſunt ſub ∠ α γ, α γ ε, ε γ ∠, γ ∠ β, & β ∠ α, ſibi inuicem ſunt æquales. Sed anguli æquales, in æqualibus circunferentijs conſiſtunt (per 26 tertij) quinque igitur circunferentiæ α β, β γ, γ ∠, ∠ ε, & ε α, ſibi inuicem ſunt æquales. Sed æqualibus circunferentijs (per 29 eiuſdem) æquales rectæ lineæ ſubtenduntur: quinque igitur rectæ lineæ α β, β γ, γ ∠, ∠ ε, & ε α, ſibi inuicem ſunt æquales: æquilaterum igitur eſt pentagonum α β γ ∠ ε. Dico iam quòd & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia α β, circunferentiæ ∠ ε, eſt æqualis, communis apponatur β γ ∠: tota igitur circunferentia α β γ ∠, toti circunferentiæ ε ∠ γ β eſt æqualis, & conſiſtit quidē ſuper α β γ ∠ circunferentia, angulus α ε ∠, & ſuper ε ∠ γ β, circunferentia, conſiſtit angulus β α ε: & angulus igitur qui ſub β α γ, & qui ſub α ε ∠, eſt angulo æqualis eſt, & ob id unuſquiſque eorum qui ſunt ſub α β γ, & β γ ∠, & γ ∠ ε, angulorum, unicuique eorum qui ſunt ſub β α ε, & α ε ∠, angulorum eſt æqualis. Æquiangulum igitur eſt pentagonum α β γ ∠ ε: oſtenſum autem eſt quòd & æquilaterum. In dato circulo igitur pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcriptum eſt: quod facere oportebat.*

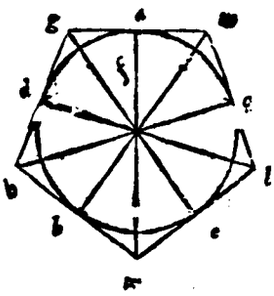


Euclid

Euclid.ex Camp. *Propoſitio 12.*

CIrca propoſitum circulum, pentagonum æquilaterum atque æquiangulum deſignare. 12

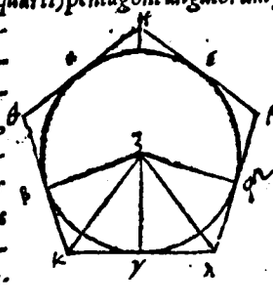
CAMPANVS. *Sit propoſitus circulus a b c, cuius cẽtrum f. Volo circa ipſum deſignare pentagonum, æquilaterum atque æquiangulum. Supra circunferentiã ipſius circuli (quaſi ſecundum doctrinam præmiſſæ ſibi inſcripſiſſem pentagonum) quinque puncta angularia notabo, quę ſint a d b c e, ad quę à centro ducam lineas f a, f d, f b, f c, f e, & ab eiſdem punctis educam perpendiculares ad iſtas lineas in utramque partem, quouſque concurrant in punctis g h k l m, eruntq; hæ lineę contingentes circulum per correlarium 15 tertij. Et ad iſta puncta concurſus, ducam à centro lineas f g, f h, f k, f l, f m. Et quia monſtratũ eſt ſuper penultimam tertij, quòd ſi ab aliquo puncto extra circulum ſignato duę lineę cõtingentes ad ipſum circulum ducantur, quod ipſę erunt æquales, erit linea g a æqualis lineę g d, & h d, ipſi h b, & ſic de cæteris. At quoniam quinque arcus in quos quinque puncta a d b c e, diuidunt circulum ſunt adinuicem æquales, erunt per 26 tertij, quinque anguli a f d, d f b, b f c, c f e e f a, conſiſtentes ſuper hos arcus in cẽtro f, ſibi inuicem æquales. Sunt autem duo latera a g, & f a, ęqualia duobus lateribus d g & f d, trianguli f g d, & latus g f: commune ergo per 8 primi duo anguli eorum qui ſunt ad f, itemq; duo anguli qui ſunt a g, ſunt adinuicem ęquales: eadem ratione duo anguli qui ſunt a d f, in triangulis d f h, & h f b, itemq; duo qui ſunt a d h, ſunt adinuicem ęquales. Similiter quoque ſinguli trium reliquorum angulorum qui ſunt b f c, c f e, e f a: & ſinguli trium qui ſunt k l m, diuidantur per ęqualia, primi quidem per lineam f k, ſecundi per lineam f l, tertij uerò per lineam f m. Et quia hi tres anguli qui ſunt b f c, c f e, e f a, ſunt ſibi inuicẽ ęquales, & aliįs duob. qui ſunt a f d, & d f b, æquales: eruntq; orti dimidia quæ ſunt decem anguli facti in centro f, adinuicem ęqualia. Quia igitur duo anguli a & f, ſunt æquales duobus angulis a & f, trianguli m a f, & latus a f, commune erit per 26 primi, angulus g unius, æqualis angulo m alterius, & latus g a æquale lateri a m. Eadem ratione erit angulus g m, triangulo g f d, æqualis angulo h, in triangulo d f h, & latus g d æquale lateri d h. Quare quia g a eſt dimidium g m, & g d dimidium g h. & g a & g d ſunt æqualia, erunt per communem ſcientiam g m & g h, eorum dupla, æqualia. Similiter quoq; probabimus g m, eſſe æquale m l & m l, ipſi l k & l k, ipſi k h, quare pentagonus g h k l m eſt æquilaterus. Sed & ęquiangulus. Cùm enim duo anguli qui ſunt ad g, ſint adinuicem æquales, & duo qui ſunt ad m, ſimiliter adinuicem ęquales, & g partialis ſit æqualis m partiali (utcunq; enim probatum eſt prius) erit per eandem communem ſcientiã g totalis, æqualis m totali, & eadem ratione probabis æqualitatẽ in cæteris angulis, quare eſt æquiangulus. Sicq; conſtat propoſitum.*



Euclid.ex Zamb. *Problema 12.* *Propoſit. 12.*

Circa datum circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. 12

THEON *ex Zamb. Sit datus circulus α β γ δ ε, oportet iam circa α β γ δ ε, circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. Intelligantur deſcripti (per 11 quarti) pentagoni angulorum ſigna α β γ δ ε, ita ut (per præcedentem) α ϛ, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, circunferentiæ ſint æquales, & per α β γ δ ε, excitatæ ſint (per 17 tertij) ipſum circulum tangentes rectæ lineæ, κ θ, θ ν, ν λ, λ μ, & μ κ. Sumatur centrum circuli α β γ δ ε ſit q; (per primam tertij) & connectantur rectæ lineæ ϛ β, ϛ ν, ϛ γ, ϛ λ, & ϛ δ. Et quoniam ν λ, recta linea circulum ipſum α ϛ γ δ ε, tangit in ſigno γ, & à centro ϛ, in ipſum γ, contactum ducta eſt ϛ γ, igitur (per decimamoctauam tertij) ϛ γ, ſuper ν λ, perpendicularis eſt, rectus igitur eſt uterque eorum qui ad γ ſunt angulorum. Et per hoc, anguli qui ſunt ad γ β, ſigna recti ſunt. Et quoniam angulus qui ſub ϛ γ ν, rectus eſt, quod fit igitur ex ϛ ν, æquum eſt eis quæ fiunt ex ϛ γ, & γ ν, (per quadrageſimam ſeptimam primi) & per hoc, eis etiam quæ fiunt ex ϛ β, & β ν, æquum eſt id quod fit ex ϛ ν, (per eandem.) Quæ ſunt igitur ex ϛ γ, & γ ν, eis quæ fiunt ex ϛ β, & β ν, ſunt æqualia, quorum quod fit ex ϛ γ, æquum eſt ei quod fit ex ϛ β. Reliquum igitur quod fit ex γ ν, reliquo quod fit ex ϛ ν eſt æquale, æqualis igitur eſt β ν, ipſi γ ν. Et quoniam æqualis eſt ϛ β, ipſi ϛ γ, & communis ϛ ν, duæ igitur ϛ ν, & ϛ γ, duabus γ ϛ & ϛ ν ſunt æquales. Et*



3 k

β ϛ & ϛ k

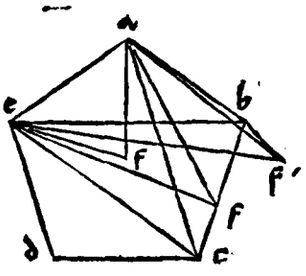
baſis

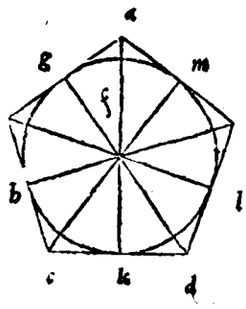
baſis β λ, baſi γ ν eſt æqualis. Angulus igitur β ζ ν (per 8 primi) angulo ν ζ γ eſt æqualis: & angulus β ν ζ (per 4 primi) angulo ζ ν γ. Duplus igitur eſt angulus β ζ γ, eius qui ſub ν ζ γ eſt anguli: & angulus β ν γ, eius qui ſub ζ ν γ. Et ob id iam & angulus γ ζ Δ, eius qui eſt ſub γ ζ λ duplus eſt: & angulus Δ λ γ, eius qui ſub ζ λ γ. Et quoniam circunferentia β γ æqualis eſt circunferentiæ γ Δ, æqualis eſt (per 27 tertij) angulus β ζ γ angulo γ ζ Δ: & angulus quidem β ζ γ, eius qui eſt ſub ν ζ γ duplus eſt: & qui ſub Δ ζ γ, eius qui ſub λ ζ γ: angulus igitur ν ζ γ, angulo λ ζ γ eſt æqualis. Duo igitur iam triangula ſunt ζ ν γ & ζ λ ν: duos angulos duobus angulis æquales habentia, & unum latus uni lateri æquale (per 26 primi) & eorum commune ζ γ, ſcilicet quod commune ipſis eſt: & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt, & reliquum angulum reliquo angulo. Æqualis igitur eſt ν γ recta linea ipſi γ λ, & angulus ζ ν γ, angulo ζ λ γ. Et quoniam æqualis eſt ν γ ipſi γ λ: dupla igitur eſt ν λ ipſius ν γ: & per hoc etiam oſtendetur, quòd θ ν, ipſius β ν dupla eſt. Et quoniam oſtenſum eſt, quòd θ ν ipſi ν γ eſt æqualis, & ν λ ipſius ν γ dupla eſt, & θ ν ipſius β ν: igitur θ ν ipſi ν λ eſt æqualis. Similiter iam oſtendetur, quòd unaquæque ipſarum γ θ, γ μ, & μ λ, unicuique ipſarum θ ν & ν λ eſt æqualis: æquilaterum igitur eſt pentagonum ν θ ν λ μ. Aio etiam quòd & æquiangulum: quoniam æqualis eſt angulus ζ ν γ angulo ζ λ ν, & oſtenſum eſt ipſius quidem anguli ζ ν γ duplum eum eſſe qui eſt ſub θ ν λ, eius autem qui eſt ſub ζ λ γ duplum eum eſſe qui eſt ſub ν λ μ: angulus igitur qui eſt ſub θ ν λ, angulo qui eſt ſub ν λ μ eſt æqualis. Similiter iam oſtendetur etiam quòd unuſquiſque eorum qui ſunt ſub ν θ ν, & θ ν μ, & ν μ λ, unicuique eorum qui ſunt ſub θ ν λ, & ν λ μ eſt æqualis. Quinque igitur anguli qui ſunt ſub ν θ ν, θ ν λ, ν λ μ, λ μ γ, & μ ν θ, ſibi inuicem ſunt æquales. Æquiangulum igitur eſt pentagonum ν θ ν λ μ: oſtenſum autem eſt quòd & æquilaterum: & deſcriptum eſt circa circulum α β γ δ ε: quod feciſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 13.

13 INtra æquilaterum atq; æquiangulum pentagonum aſſignatum, circulum deſcribere.

CAMPANVS. Sit aſſignatus pentagonus æquilaterus atq; æquiangulus (quia de alijs non eſt neceſſarium, hoc eſt poſsibile) a b c d e. Volo ei inſcribere circulum. Hæc eſt quaſi conuerſa 11. Duos eius propinquos angulos qui ſunt a & e, diuido per æqualia: ductis lineis a f & e f, donec concurrant in puncto f intra ipſum pentagonum, quem dico centrum eſſe circuli. Concurrent enim propter id quod dimidium totalis anguli a & ſimiliter totalis anguli c, minus eſt angulo recto. Si enim intra pentagonum non concurrent, aut extra ipſum pentagonum, aut in latere pentagoni, aut in eius angulo qui utrique angulorum diuerſorum opponitur. Concurrant ergo primò extrà in puncto f: & ducatur linea b f. & quia duo latera c a, & a f, trianguli e a f ſunt æqualia duobus lateribus b a & a f trianguli b a f, & angulus a unius angulo a lterius, erit per 4 primi, baſis e f æqualis baſi f b: & quia angulus a partialis eſt æqualis angulo e partiali, propter id quod a totalis e totali: erit per 6 primi, f a æqualis f e: quare f a eſt æqualis f b: ergo per 6 primi, duo anguli b totalis & a partialis, ſunt æquales. Quare a partialis eſt æqualis uel maior a totali, quod eſt impoſsibile. Concurrant ergo in puncto f ſuper latus b c: eritq; arguendo per præmiſſas, & præmiſſo modo angulus a partialis, æqualis angulo a totali, quod eſt impoſsibile. Quòd ſi forſitan concurrant in angulo c: erit per eaſdem & eodem modo c b æqualis c a, & ideo adhuc ut prius angulus a partialis, æqualis angulo a totali. Quod quia eſſe non poteſt: ſit ergo punctus concurſus qui eſt f, intra pentagonum: à quo duco quinq; perpendiculares ad eius quinque latera quæ ſint f g, f h, f k, f l, f m: & ad duos eius angulos propinquos altrinſecus angulis per æqualia diuiſis, qui ſunt b & d: duco lineas f b, f d. Et quia duo anguli a & m, trianguli a f m ſunt æquales duobus angulis a & g trianguli a f g, & latus a f commune: erit per 26 primi, f m æqualis f g. Per eandem quoque probabis f l æqualem f m, ſumptis duobus triangulis e f m & e f l. Quia iterum duo latera a f & a b trianguli a f b ſunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a f e, & angulus a unius angulo a alterius: erit per quartam primi, angulus b partialis, æqualis angulo e partiali: & quia b totalis æqualis eſt e totali, & e totalis diuiſus eſt per æqualia, erit etiam b totalis diuiſus per æqualia. Eodem modo probabis d totalem diui-



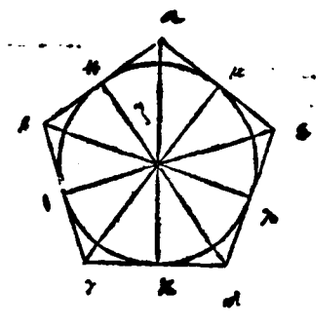


i ſum per

ſum per æqualia, propter æqualitatem d partialis & a partialis: ſumptis triangulis e a f & e d f. Quia ergo duo anguli g & b trianguli g f b ſunt æquales duobus angulis h & b trianguli h f b, & latus f b commune, erit per 26 primi, f h æqualis f g. Eodem modo probabis f k, æqualē f l, ſumptis triangulis l f d, k f d. Quoniam igitur quinq; lineæ f g, f h, f k, f l, & f m ſunt æquales, erit f, centrum circuli per 9 tertij. Quem circulum deſcribemus ſecundum quantitatem unius earum: & tanget omnia latera pentagoni, propter æqualitatem linearum: & nullum eorum ſecabit, per primam partem 15 tertij: ficq; conſtat propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 13.* *Propoſitio 13.*

In dato pentagono æquilatero & æquiangulo, circulum deſcribere. 13

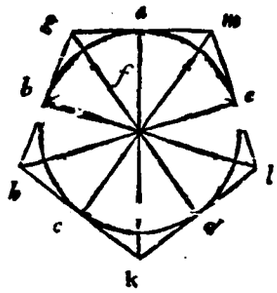


THEON ex Zamb. *Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum α β γ δ ε: oportet iam in pentagono α β γ δ ε, circulum deſcribere. Secetur (per 9 primi) uterque eorum qui ſunt ſub β γ δ & γ δ ε angulorum biſariam, per rectas lineas γ ζ & ζ δ: & ab ζ ſigno in quo concurrunt ad inuicem ipſæ rectæ lineæ γ ζ & δ ζ: coniungantur rectæ lineæ ζ β, ζ α, & ζ ε. Et quoniam æqualis eſt β γ ipſi γ δ, communis autem γ ζ: duæ iam β γ & γ ζ, duabus δ γ & γ ζ ſunt æquales: & angulus β γ ζ, angulo δ γ ζ eſt æqualis: baſis igitur β ζ (per 4 primi) baſi δ ζ eſt æqualis: & triangulum β γ ζ triangulo δ γ ζ æquale: & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales: ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Aequalis igitur eſt angulus γ β ζ, angulo γ δ ζ. Et quoniam angulus γ δ ε, eius qui ſub γ δ ζ eſt anguli, duplus eſt: æqualis autem eſt angulus γ δ ε ei qui ſub α β γ eſt angulo, & angulus γ δ ζ angulo γ β ζ: angulus igitur γ β α anguli γ β ζ duplex eſt: æqualis igitur eſt angulus α β ζ, angulo ζ β γ. Angulus igitur α β γ, biſariam diuiſus eſt per β ζ rectam lineam. Similiter quoque oſtendetur, quòd & uterq; eorum qui ſunt ſub β α ε & α ε δ angulorum, biſariam diuiſus eſt per utranque rectarum linearum ζ α & ζ ε. Excitentur (per 12 primi) ab ζ ſigno in α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, rectas lineas perpendiculares ζ κ, ζ θ, ζ ν, ζ λ, & ζ μ. Et quoniam æqualis eſt angulus θ γ ζ angulo ν γ ζ: eſt autem angulus ζ θ γ rectus, angulo ζ ν γ recto æqualis: duo iam ſunt triangula ζ θ γ & ζ ν γ duos angulos duobus angulis æquales habentia alterum alteri, & unum latus uni lateri æquum, commune enim eorum ζ γ ſubtenſum ſub uno æqualium angulorum, & reliqua igitur latera reliquis lateribus (per 26 primi) æqualia habebunt: æqualis igitur eſt perpendicularis ζ θ, ipſi ζ ν perpendiculari. Similiter quoque oſtendetur, quòd & unaquæque ipſarum ζ λ, ζ μ & ζ κ, unicuique ipſarum ζ θ & ζ ν eſt æqualis. Quinque igitur rectæ lineæ ζ κ, ζ θ, ζ ν, ζ λ, & ζ μ, ſibijnuicem ſunt æquales. Centro igitur ζ, ſpacio uerò aut ζ κ aut ζ θ aut ζ ν aut ζ λ aut ζ μ, circulus deſcriptus: per reliqua quoque ueniet ſigna. Et tanget rectas lineas α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α (per correlarium 16 tertij) quoniam anguli qui ſunt ad ν, θ, κ, λ, μ, ſigna recti ſunt. Si enim non tanget eas, ſed ſecabit, continget quòd à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta intra ipſum circulum cadet: quod eſſe impoſsibile oſtenſum eſt (per 16 tertij.) Igitur centro ζ, ſpacio uerò uno ipſorum ν, θ, κ, λ, μ, ſignorum deſcriptus circulus, rectas lineas α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α minimè ſecabit: tanget igitur eas (per correlarium 16 tertij) deſcribatur ſicut ν θ κ λ μ. In dato igitur pentagono æquilatero & æquiangulo, circulus deſcriptus eſt: quod facere oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*



Circa datum pentagonum quod ſit æquilaterum atq; æquiangulum, circulum deſcribere. 14



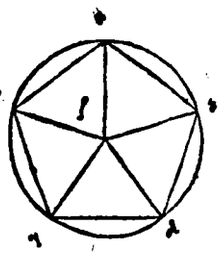
CAMPANVS. Sit ut prius, datus pentagonus, æquilaterus atque æquiangulus (quia de alijs non eſt neceſſarium hoc eſſe poſsibile) a b c d e: uolo circa ipſum deſcribere circulum. Hæc eſt quaſi conuerſa 12. Duos eius propinquos angulos, qui ſunt a & e, diuido per æqualia, ductis lineis a f & f e quouſque concurrant intra ipſum pentagonum in puncto f: concurrent enim & intra pentagonum, ut probatum eſt in præmiſſa. Et à puncto concurſus, duco ad reliquos angulos, lineas quæ ſint f h, f c, f d: & quia duo latera a f & a b trianguli a f b ſunt æqualia duobus lateribus a f & a

a f & a e trianguli a f e, & angulus a unius angulo a alterius: erit per 4 primi, f a æqualis f e, & angulus b partialis angulo e partiali. Et quia b totalis eſt æqualis a totali, & e totalis diuiſus eſt per æqualia: erit ſimiliter b totalis diuiſus per æqualia. Hoc quoque modo probabis utrunque angulorum c & d, diuiſum eſſe per æqualia: & quinq; lineas f a, f b, f c, f d, f e, eſſe æquales: quare per 9 tertij erit centrum circuli. Sicq; patet propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 14.* *Propoſitio 14.*

14 Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum, circulum deſcribere.

THEON ex Zamberto. *Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum α β γ Δ ε: oportet iam circa pentagonum α β γ Δ ε, circulum deſcribere. Secetur iam (per 9 primi) uterq; eorum qui ſunt ſub β γ Δ & γ Δ ε angulorum biſariam, per utranque ipſarum γ ζ & Δ ζ. Et à ζ ſigno in quo concurrunt ipſæ rectæ lineæ, ad ſigna β, α, ε, coniungantur rectæ lineæ ζ β, ζ α & ζ ε. Similiter præcedenti oſtendetur, quòd & unuſquiſque eorum qui ſunt ſub γ β α, β α ε & α ε Δ angulorum, biſariam ſecatur per unamquamq; ipſarum ζ β, ζ α, & ζ ε rectarum linearum. Et quoniam æqualis eſt angulus β γ Δ angulo γ Δ ε, & anguli β γ Δ dimidium eſt angulus ζ γ Δ: anguli autem γ Δ ε dimidium eſt angulus γ Δ ζ: & angulus ζ γ Δ igitur angulo ζ Δ γ eſt æqualis. Quare & latus ζ γ, lateri ζ Δ eſt æquale. Similiter iam oſtendetur, quòd & unaquæque ipſarum ζ β, ζ α, ζ ε, utrique ipſarum ζ γ & ζ Δ eſt æqualis. Quinque igitur rectæ lineæ ζ α, ζ β, ζ γ, ζ Δ & ζ ε, ſibi inuicem ſunt æquales. Centro igitur ζ, & ſpacio aut ζ α aut ζ β aut ζ γ aut ζ Δ aut ζ ε, circulus deſcriptus: ueniet per reliqua ſigna, & deſcriptus erit circa α β γ Δ ε pentagonum, quod æquilaterum & æquiangulum eſt. Deſcribatur, & ſit α β γ Δ ε. Circa datum igitur pentagonum, quod eſt æquiangulum & æquilaterum, circulus deſcriptus eſt: quod facere oportebat.*

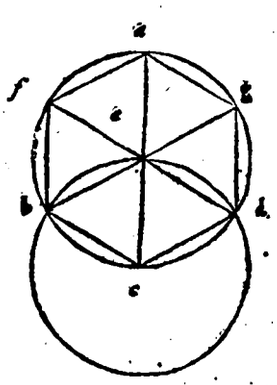


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*

15  NTra propoſitum circulum, hexagonum æquilaterum atq; æquiangulum deſcribere.

Ex hoc itaq; manifeſtum eſt, quòd latus hexagoni æquum eſt dimidio diametri circuli cui inſcribitur.

CAMPANVS. Sit propoſitus circulus a b c d, cuius centrum e, uolo ſibi inſcribere hexagonum æquilaterum atque æquiangulum. produco diametrum a e c, & ſecundum quantitatem ſemidiametri e c, facto centro puncto c, deſcribo circulum e b d, ſecantem priorem in duobus punctis b, d: à quibus produco duos diametros in circulo primo, quæ ſint b c g, d e f. Trium ergo diametrorum extremitates coniungo ſex lineis, quæ ſunt a f, f b, b c, c d, d g, & g a: quas dico continere hexagonum quæſitum. Erit enim, ut demonſtrat prima primi, uterque triangulorum b e c, c e d, æquilaterus: quare & æquiangulus per 5 eiuſdem: ergo per 32 primi, duo anguli b e c & c e d, cum uno æquali uni eorum, ſunt æquales duobus rectis: propter id quòd quiſque eorum eſt tertia duorum rectorum: ſed ipſi per 13 eiuſdem, cum angulo d e g, ſunt æquales duobus rectis: ergo angulus d e g, eſt æqualis utrique eorum: quare per 15 eiuſdem, ſex anguli qui ſunt ad e, ſunt adinuicem æquales: ergo per 25 tertij, arcus in quos cadunt, ſunt æquales: quare & eorum chordæ per 28 eiuſdem, quæ ſunt lateri ipſius hexagoni. Æquilaterus igitur eſt. Sed & æquiangulus per 26 tertij, propter id quod ſex arcus in quos angularia puncta hexagoni diuidunt circulum: bini & bini ſumpti ſunt adinuicem æquales, ut arcus a f b, arcui f b c: & ideo angulus f, qui conſiſtit in primo, eſt æqualis angulo b, qui conſiſtit in ſecundo, idem in cæteris: quare conſtat propoſitum.

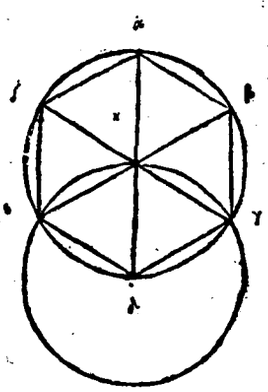


Correlarium ex hoc patet, quòd dimidium diametri & latus hexagoni, ſunt latera eiuſdem trianguli æquilateri, ut e c, & c b & c d.

CAMPANI *additio*. Et nota quòd non proponitur circa propoſitum circulum hexagonum æquilaterum & æquiangulum deſignare. Nec intra talem hexagonum aut circa talem circulum deſcribere quemadmodum fecit de triangulo, quadrato, & pentagono: non quia non ſit neceſſarium hoc eſſe poſsibile: ſed quia hæc tria per eadem præcepta fiunt in pentagono æquilatero & æquiangulo, & in omni figura æquilatera atque æquiangula quæcunque fuerit. Vnde quamcunque figuram æquilateram & æquiangulam ſcimus circulo inſcribere, eandem circulo, extra & circulum ſibi intra & extra, iiſdem mediis, per quæ hoc in pentagono fecimus, deſcribemus. Nota etiam quòd omnis figura æquilatera circulo inſcripta aut circunſcripta eſt etiam neceſſariò æquiangula: de *inſcripta patet per* 27 & 26 *tertij* ſumptis arcubus circuli: quibus latera inſcriptæ figuræ chordæ ſunt, binis & binis. In hos enim arcus, ipſius figuræ anguli cadũt. De circunſcripta autem ductis à circuli centro lineis ad omnes eius angulos, & ad loca contactus, facile probabis, ſi plenè intellectæ demonſtrationi 13 huius diligens intellectus acceſſerit: erit enim, ut omnes ipſius figuræ angulos, lineæ à centro uenientes per æqualia diuidant: ſumptis itaque quibuslibet duobus eius proximis lateribus cum linea ad angulum ab eis contentum, & cum duobus ad eorum extremitates à centro uenientibus: duos triangulos ab eis contentos, æquiangulos adinuicem per 4 primi eſſe probabis. Sicq; faciendo de omnibus, patebit eos eſſe æquiangulos per hanc communem ſcientiam, quorum dimidia ſunt æqualia, tota quoque eſſe æqualia.

Euclid. ex Zamb. *Problema* 15. *Propoſitio* 15.

In dato circulo, hèxagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. 15

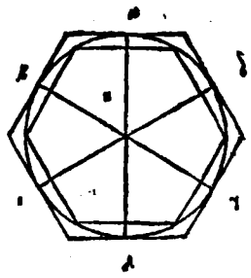


THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ δ ε ζ: oportet iam in dato circulo α β γ δ ε ζ, hexagonum æquilaterum æquiangulumq; deſcribere. Excitetur ipſius α β γ δ ε ζ circuli dimetiens, ſitq; illud α δ. Sumaturq; (per* 1 *tertij) centrum circuli: ſitq; illud η, & centro η ſpacio uerò η δ (per* 3 *poſtulatum) circulus deſcribatur γ θ ε δ: & coniunctæ rectæ ε θ & γ θ extendantur in β, ζ, ſigna, & connectantur α β, β γ, γ δ, δ ε, ε ζ, ζ α. Dico quòd α β γ δ ε ζ, hexagonum æquilaterum eſt & æquiangulum. Quoniam enim θ ſignum centrum eſt circuli α β γ δ ε ζ, æqualis eſt (per diffinitionem* 15 *primi) θ ε ipſi θ δ. Rurſus quoniam δ ſignum centrum eſt circuli γ θ ε δ, æqualis eſt (per eandem) δ ε ipſi δ θ. Sed θ ε ipſi θ δ oſtenſum eſt quòd eſt æqualis. Igitur θ ε, ipſi ε δ eſt æqualis (per* 1 *communem ſententiam.) Æquilaterum igitur eſt ε θ δ triangulum: & tres igitur eius anguli, ε θ δ, ſcilicet, θ δ ε et δ ε θ ſibi inuicem ſunt æquales. Quoniam (per* 5 *primi) iſoſcelium triangulorum anguli qui ad baſim ſibi inuicem ſunt æquales, & trianguli tres anguli duobus rectis ſunt æquales (per* 32 *primi) angulus igitur ε θ δ, duorum rectorum tertium eſt. Similiter quoque oſtendemus, quòd & angulus δ θ γ, duorum rectorum tertium eſt. Et quoniam recta linea γ θ ſuper ε β ſtans (per* 13 *primi)* † *utrobique angulos ε θ γ & γ θ β duobus rectis æquos efficit: & reliquus igitur angulus γ θ β, tertium eſt duorum rectorum: anguli igitur ε θ δ, δ θ γ & γ θ β, ſibi inuicem ſunt æquales. Quare anguli qui ad uerticem, hoc eſt, β θ α, α θ ζ & ζ θ ε, eiuſdem ε θ δ, δ θ γ & γ θ β ſunt æquales (per* 15 *primi.) Sex igitur anguli ε θ δ, δ θ γ, γ θ β, β θ α, α θ ζ, & ζ θ ε, ſibi inuicem ſunt æquales. Æquales autem anguli, ſuper æqualibus circunferentijs conſiſtunt (per* 26 *tertij.) Sex igitur circunferentiæ α β, β γ, γ δ, δ ε, ε ζ, & ζ α, ſibi inuicem ſunt æquales. At ſub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ ſubtenduntur (per* 29 *eiuſdem.) Sex igitur rectæ lineæ α β, β γ, γ δ, δ ε, ε ζ, & ζ α, ſibi inuicem ſunt æquales: æquilaterum igitur eſt α β γ δ ε ζ hexagonum. Aio quoque, quòd & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia α ζ æqualis eſt circunferentiæ ε δ, communis apponatur circunferentia α β γ δ. Tota igitur ζ α β γ δ, toti ε δ γ β α eſt æqualis. Et ſuper circunferentia ζ α β γ δ, conſiſtit angulus ζ ε δ: ſuper autem ε δ γ β α circunferentia, conſiſtit angulus α β ε. Æqualis igitur eſt angulus α ζ ε, angulo δ ε ζ. Similiter quoque oſtendetur quòd & reliqui anguli ipſius α β γ δ ε ζ hexagoni, hoc eſt, unuſquiſque eorum qui ſunt ſub ζ α β, α β γ, β γ δ, & γ δ ε, unicuique eorum qui ſunt ſub α ε ζ & ζ ε δ angulorum, ſunt æquales. Æquiangulum igitur eſt hexagonum α β γ δ ε ζ. Oſtenſum autem eſt quòd & æquilaterum, & deſcriptum eſt in circulo α β γ δ ε ζ. In dato circulo igitur α β γ δ ε ζ, hexagonum æquilaterum & æquiangulum deſcriptum eſt: quod facere oportebat.*

CORRELA-

CORRELARIVM. *Hinc manifeſtum eſt, quòd hexagoni latus ei qui eſt ex centro circuli eſt æquale: & ſi per ſigna α, β, γ, δ, ε, ζ, circulum tangentes ducamus rectas lineas, deſcribetur circa circulum, hexagonum æquilaterum & æquiangulum conſequentur ex prædictis in pentagono. Et inſuper per ea quæ ſimiliter in pentagono dicta ſunt, in dato hexagono circulum deſcribemus & circunſcribemus: quod facere oportebat.*

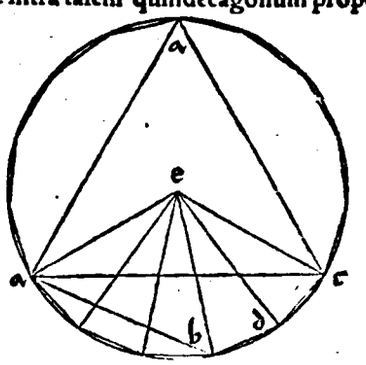
conſequuntur



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*

16 INtra datum circulum, quindecagonum æquilaterum atque æquiangulum deſignare. Deinde circa quamlibet circulum aſsignatum, qui decagonum æquilaterum atque æquiangulum, atque intra datum quindecagonum, circulum deſcribere.

CAMPANVS. Sit datus circulus a b c: uolo ſibi inſcribere quindecagonum æquilaterum & æquiangulum, deinde etiam circunſcribere, atque intra talem quindecagonum propoſitum, circulum deſcribere. Non proponit autem circa talem quindecagonum, circulum deſcribere: quia hoc ſatis dat intelligere per alia quæ proponit. In dato circulo iuxta doctrinam ſecundę huius, protraho latus trianguli æquilateri, quod ſit a c, & iuxta doctrinam 11 huius latus pentagoni æquilateri atque æquianguli, quod ſit a b. Et quia arcus a c, eſt totius circunferentiæ tertia, cuius arcus a b eſt quinta, erit ſuperfluum inter eos quod eſt arcus b c, duæ tertiæ arcus a b, uel duæ quintę arcus a c, ſiue duæ quintædecimæ totius circunferentiæ. Nam in omni toto excedit tertia quintam in duabus tertijs ipſius quintæ, uel in duabus quintis ipſius tertiæ, ſiue in duabus quintiſdecimis totius. Hoc enim patet in quinta & tertia primi numeri habentis quintam & tertiam qui eſt 15, eius enim tertia quæ eſt 5, excedit eius quintam quæ eſt 3 in duabus unitatibus quæ ſunt duæ tertiæ ipſius ternarij qui eſt quinta: uel duæ quintæ ipſius quinarij qui eſt tertia, ſiue duæ quintæ decimæ ipſius 15, qui eſt totum. Diuiſo igitur arcu b c per æqualia in d, patet utrumque duorum arcuum c d, & d b, eſſe tertiam arcus a b, uel quintam arcus a c, ſiue quintamdecimam totius circunferentiæ. Subtenſis igitur eis chordis c d, & d b, coaptatiſque continuè intra datum circulum ſibi æqualibus per primam huius, complebitur figura propoſita. Cætera uerò duo quæ proponit cum tertio quod dat intelligere, uidelicet quindecagonum circulo circũſcribere, ac circulum quindecagono inſcribere, ac etiam circunſcribere: ex duodecima, decimatertia & decimaquarta huius plenè intellectis facilè perficies.



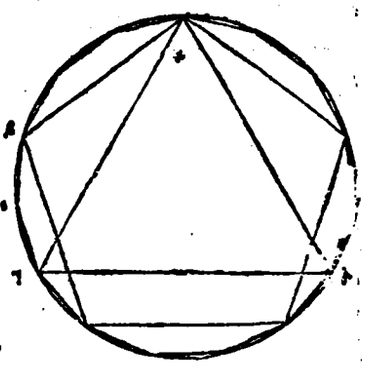
CAMPANI *additio.* Et nota quòd quamcunq; figuram æquilateram circulo ſcimus inſcribere, duplo plurium laterum circulo ſcimus inſcribere & circunſcribere, & ipſi circulum. Diuiſis enim arcubus, quibus latera eius quæ ſcitur inſcribi ſubtenduntur, per æqualia, & à punctis medijs ad extremitates laterum ipſius figurę ductis lineis, fiet intra circulum figura duplo plurium laterũ quę erit æquilatera per 28 tertij: ergo & æquiangula. Hoc enim demõſtratum eſt, ſuprà 15 huius, quòd omnis figura æquilatera circulo inſcripta, eſt etiam æquiangula. Et quia hanc circulo ſcimus inſcribere, ſciemus cætera tria per duodecimã, decimamtertiã & decimamquartam huius. Quia igitur ſcimus inſcribere triãgulum æquilaterum, ſciemus per hoc & hexagonum: & per hexagonum, dodecagonum: ac per dodecagonum figuram uigintiquatuor laterum, & ſic in infinitum duplando. Et licet per triangulum poſsit, ut diximus, inſcribi hexagonus: poſuit tamen huius propriam demonſtrationem, ex qua ſequitur potiſsimum perutile. Et & ſimiliter quia ſcimus & inſcribere quadratum, ſciemus per hoc inſcribere omnem figuram, cuius laterum numerus eſt pariter par: per pentagonum quoque ſciemus decagonum & figuram 20 laterum: ſicq; continuè duplando. Idem quoque intellige de quindecagono, per ipſum enim ſcientur figuræ 30 & 60, & omnium continuè duplatorum laterum. Cæterarum autem fi-

gurarum, de quibus iſta non docet, uel quæ per has non habentur: difficilis eſt ſcientia & parum utilis, ut ſunt heptagona, ennagona, hendecagona. Quòd ſi ſciemus triangulum duum æqualium laterum deſignare, cuius uterque angulorum ad baſim triplus eſſet ad reliquum, ſciremus heptagonum, ut ſupra pentagonum circulò inſcribere: quod ſi uterque quadruplus eſſet ad reliquum, ſciremus nonagonum: & ſi quintuplus, hendecagonum. Idemq; in cæteris figuris imparium laterum, poſito utroque angulorum ad baſim multiplici ad reliquum, per eum numerum qui eſt medietas maximi paris ſub impari numero laterum ipſius figuræ contenti.

Euclid. ex Zamb. Problema 16. Propoſitio 16.

In dato circulo, quindecagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. 16

THEON *ex Zamb.* *Sit datus circulus α β γ δ: oportet iam in α β γ δ circulo, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. Deſcribatur in circulo α β γ δ, trianguli æquilateri latus α γ, pentagoni uerò æquilateri latus α β in arcu α γ. Qualium igitur eſt circulus α β γ δ, æqualium ſegmentorum quindecim: talium quidem circumferentia, α β γ, tertium exiſtens ipſius circuli, erit quinque. Circumferentia autem α β, exiſtens quintum circuli, erit trium: reliqua igitur β γ, duorum æqualium. Secetur (per 30 tertij) β γ, biſariam in ε: utraque igitur ipſarum β ε, & ε γ, circumferentiarum quintumdecimum erit ipſius α β γ δ, circuli. Si igitur coniungentes rectas lineas β ε, & ε γ, ipſis æquales in continuum rectas lineas (per 1 quarti) coaptemus in circulum α β γ δ: erit in eo deſcriptum quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum: quod facere oportebat. Similiter autem ut in pentagono, ſi per circuli diuiſionem, tangentes circulum ducemus, deſcribetur circa circulum, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum: & per oſtenſionem ſimiliter in pentagonis, & in dato quintidecagono æquilatero & æquiangulo, circulum deſcribemus & circunſcribemus.*



QVARTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM *Liber quintus.*

Euclid.ex Camp. *Diffinitiones.*

1 PArs, eſt quantitas quantitatis minor maioris, cum minor maiorem numerat.

CAMPANVS. Pars quandoq; ſumitur propriè: & hęc eſt quæ aliquoties ſumpta, ſuum totum præciſè conſtituit, ſine diminutione uel augmento: & dicitur ſuum totũ numerare per illum numerum, ſecundum quem ſumitur ad ipſius totius conſtitutionem: talem autem partem, quam multiplicatiuam dicimus, hic diffinit. Quandoq; ſumitur communiter: & hæc eſt quælibet quantitas minor, quæ quotieſcunq; ſumpta, ſuo toto minus aut maius cõſtituit, quam aggregatiuam dicimus: eo quòd cum alia quantitate diuerſa totum ſuum conſtituat, per ſe autẽ quotieſcunque ſumpta fuerit, non producat.

2 Multiplex, eſt maior minoris, quando eam minor metitur.

CAMPANVS. Pars relatiuè dicitur ad totũ, & in iſtis duobus extremis, conſiſtit eorum adinuicem relatio, & ideo diffinito minori extremo, diffinit hic maius: uocat autem ipſum multiplex, propter hoc quòd minus aliquoties ſumptum, ipſum conſtituat: erunt igitur relatiuè dicta adinuicem, pars & multiplex. Nam omnis pars, ſubmultiplex: ut patet per eius diffinitionem.

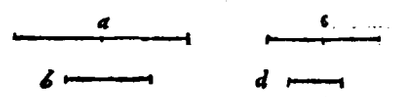
3 Proportio, eſt habitudo duarum quantæcunq; ſint eiuſdem generis quantitatum, certa alterius ad alteram habitudo.

CAMPANVS. Proportio, eſt habitudo duarũ rerum eiuſdem generis adinuicẽ, in eo quòd earum altera maior aut minor eſt reliqua uel ſibi æqualis. Non enim ſolum in quantitatibus reperitur proportio, ſed in ponderibus, potentijs & ſonis. In ponderibus quidem & potẽtijs, uult Plato in Timæo eſſe proportionem: ubi elementorũ numerum oſtẽdit. In ſonis autem eſſe proportionem, liquet ex muſica. Nam (ut uult Boetius in quarto) ſi quilibet neruus in duas inęquales partes diuidãtur, erit ipſarum partium ſuorumq; ſonorũ, eadem cõuerſo modo proportio. *Plato.* *Boetius.* Sed in quibuſcunq; proportio reperitur, ea participant naturam proprietatemq; quantitatis: nõ enim reperitur in aliquibus rebus duabus, niſi in eo quòd earum una eſt reliqua maior, aut minor, aut ei æqualis. Quantitatis autem proprium, eſt ſecundum ipſam æquale uel inæquale dici, ut uult Ariſtoteles in Prędicamentis: unde liquet proportionem primò in quantitate reperiri, & per ipſam in omnibus alijs: nec eſſe in aliquibus rebus proportionem, cui ſimilis non ſit in aliquibus quantitatibus: propter quod bene dixit Euclides, proportionem ſimpliciter eſſe in quantitate, cùm eam diffiniuit per habitudinem duarum quantitatum eiuſdem generis adinuicem. *Ariſtoteles.* Cuius diffinitionis intellectus eſt, quòd proportio eſt habitudo duarũ quantitatum adinuicem, quæ attenditur in eo quòd una earum eſt maior aut minor alia, uel æqualis ei: per quod patet quòd oportet eas eſſe eiuſdẽ generis, ut duos numeros, aut duas lineas, aut duas ſuperficies, aut duo corpora, aut duo loca, aut duo tempora. Nõ enim poteſt dici in ea, maior aut minor ſuperficie, aut corpore, nec tempus, loco: ſed linea, linea, & ſuperficies, ſuperficie. Sola enim uniuoca, cõparabilia ſunt. Quod autem dicit, Certa habitudo, non ſic intelligas, quaſi nota uel ſcita, ſed quaſi determinata: ut ſit ſenſus, Proportio eſt determinata habitudo duarum quãtitatum: ita, inquam determinata, quòd hæc, & non alia. Non enim eſt neceſſarium, ut omnis habitudo duarum quantitatum ſit ſcita à nobis, nec etiam à natura. Nam proportio quædam eſt diſcretorum, ut numerorum: quædam autem continuorum. In numeris autem, minor, eſt pars aut partes maioris, ut demonſtratur in ſeptimo: quare & in eis omnibus eſt habitudo certa

& nota. At uerò in continuis, eſt proportio magis larga: eſt enim in ea, ubi minor quantitas eſt, pars aut partes maioris: & talium omnium, mediantibus numeris eſt proportio nota, quæ & rationalis dicitur. Dicunturq; omnes tales quantitates, communicantes, quia eas una & eadem neceſſariò metitur, unde & omnes numeri ſunt communicãtes: omnes enim ipſos metitur unitas. Eſt etiam, ubi minor non eſt pars aut partes maioris: & in talibus non eſt nota proportio nec nobis nec naturę. Diciturq; hæc proportio irrationalis, & hę quantitates, incommunicantes: unde fit ut quæcunque portio reperitur in numeris, reperiatur in omni genere continuorum, ut in lineis, ſuperficiebus, corporibus & temporibus: non autem è conuerſo: infinitæ enim ſunt proportiones in continuis repertæ, quas numerorum natura non ſuſtinet. Sed quæcunque proportio reperitur in uno genere continuorum, eadem reperitur in omnibus alijs. Nam qualitercunque ſe habet aliqua linea ad quamlibet aliam: ſic ſe habet quælibet ſuperficies ad aliquam aliam, & quodlibet corpus ad aliquod aliud, ſimiliter & tempus: ſed non ſic, quilibet numerus ad aliquem alium, unde magis eſt larga proportio in continuis, quàm in diſcretis. Ex quo manifeſtum eſt, proportionem geometricam eſſe maioris abſtractionis, quàm proportionem arithmeticam: omnis enim proportio circa quam arithmetica uerſatur, rationalis eſt: geometrica uerò, rationales & irrationales æquilateras conſiderat.

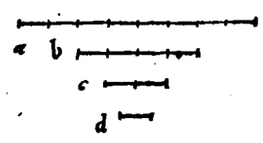
Proportionalitas, eſt ſimilitudo proportionum. 4

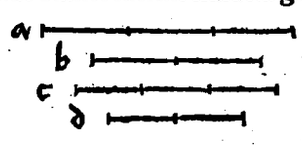
CAMPANVS. Vt ſi dicamus, quòd quæ eſt proportio a ad b, ea eſt etiam c ad d: proportio quæ eſt inter a & b, ſimilis eſt illi quæ eſt inter c & d. Hæc autem ſimilitudo, quæ ex iſtis proportionibus reſultat, dicitur proportionalitas.



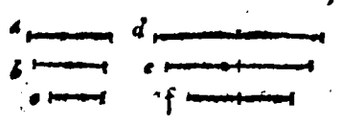
Quantitates autem quæ dicuntur continuam habere proportionalitatem, ſunt quarum æquè multiplicia aut æqua ſunt, aut æquè ſibi ſine interruptione addunt aut minunt.

CAMPANVS. Suppoſita diuiſione proportionalitatis per continuam & diſcontinuam, diffinit membra diuidentia, & primò continuam. Immò (ut uerius dicam) ſuppoſita diuiſione proportionalium per continuè proportionalia & incontinuè, diffinit non continuam proportionalitatem nec continuam: ſed continuè proportionalia & incontinuè, diffinitio autem continuæ proportionalitatis & incontinuæ, ſatis patet per diffinitionem cõtinuè proportionalium & incontinuè. Continua autem proportionalitas, eſt cùm quotlibet quantitatum eiuſdem generis, in qua proportione prima antecedit ſecundam, in eadem quælibet aliarũ antecedit proximo conſequentem: ut cùm dicimus, ſicut ſe habet a ad d, ita b ad c, & c ad d: eritq; quælibet earum, antecedens & conſequens: excepta prima quæ eſt ſolum antecedens, & ultima quæ eſt tantum conſequens. Et in hac quidem proportionalitate neceſſe eſt omnes quãtitates eſſe eiuſdem generis propter continuationem proportionum, eo quòd non ſit proportio inter quantitates quæ ſunt generum diuerſorum: & hęc erit ad minus in tribus terminis conſtituta. Incontinua autem proportionalitas, eſt cùm quatuor quantitatum ſiue omnes fuerint eiuſdem generis, ſiue duæ primæ unius, & duę poſtremę alterius, in qua proportione, prima antecedit ſecundam, in eadem tertia antecedit quartam: ut cum dicimus, ſicut ſe habet a ad b, ita c ad d: eritq; earum quælibet, aut tantum antecedens aut tantũ conſequens: nec eſt neceſſe ut ſint omnes quatuor eiuſdem generis, ſicut erat in proportionalitate continua: eo quòd conſequens primæ proportionis non continuatur antecedenti ſecundæ, ſed poſsibile eſt ut ſint eiuſdem generis: & poſsibile eſt, ut ſint diuerſorum. Sicut enim cõtingit lineam reperiri duplam ad lineam, aut triplam: ita ſuperficiẽ ad ſuperficiẽ, & corpus ad corpus, & tempus ad tempus, & numerum ad numerũ. Viſo quid ſit continua proportionalitas, & quid incontinua, explanemus diffinitionẽ cõtinuè proportionaliũ pręmiſſam. Quãtitates, inquit, proportionales cõtinuè, ſunt quarũ æquè multiplicia aut ſibi ſunt æqualia, aut æquè ſibi ſine interruptione addũt aut minuunt, uerbi



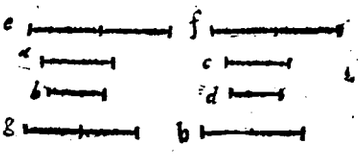


uerbi gratia. Sint tres quantitates eiuſdem generis a, b, c: ad quas ſumantur d,e,f: æquè multiplicia, ut ſicut d eſt multiplex ad a, ita e ſit multiplex ad b, & f ad c: eruntq; omnes in eodem genere: multiplicia enim & ſubmultiplicia, in eodem ſunt genere: ſitq; ut d,e,f, aut ſint æqualia adinuicem, aut ſimiliter ſe habeant in addendo aut minuendo: ita quòd ſicut d addit ſuper e aut minuit ab ipſo, ita e addat ſuper f, aut minuat ab ipſo. Cùm hęc, inquam, multiplicia ſic ſe habuerint, erunt tres quantitates a,b,c, continuè proportionales. Multiplicia autem non intelligas ſimiliter ſic ſe habere in addęndo aut minuendo, quantum ad quãtitatem exceſſus, ſed quantum ad proportionem: aliter enim diffinitio eſſet falſa. Nam quarumlibet quantitatum eiuſdem generis æquis ſe differentijs excedentium æquè multiplicia accepta æquis etiam differentijs ſe excedunt. Vnde ſimiliter ſe habent in addendo & minuendo quantum ad quantitatem exceſſus: nec tamẽ priores quantitates ſunt continuè proportionales, immò minorum eſt ſemper maior proportio. Hoc autem ideo euenit, quoniam earum multiplicia non ſimiliter ſe excedunt, quantum ad proportionem, ſed ſolum quantum ad quantitatem exceſſus: eſt enim & ibi in minoribus multiplicibus maior proportio: uerbi gratia. Sumantur tres numeri æquis differentijs ſe excedentes, in medietate uidelicet arithmetica, ut, 1,3,4 horum trium omnes æquè multiplices æqualiter ſe excedunt, dupli quidem binario, tripli ternario, & ſic de cęteris: non tamen ſunt 2,3, 4 continuè proportionalia: immò minorum eſt maior proportio: eſt enim ipſorũ proportio ſeſquialtera, & maiorũ ſeſquitertia, quia ergo inter eos non eſt ſimilitudo proportionũ, non erit inter eos proportionalitas: & ideo neq; continua neq; incontinua. Patet ergo ſimilitudinem illam additionis aut diminutionis, nõ intelligi quantum ad quantitatem exceſſus, ſed quãtum ad proportionem: erit itaq; ſenſus diffinitionis prędmiſſæ. Continuè proportionalia, ſunt quorum omnia multiplicia æqualia, ſunt continuè proportionalia. Sed noluit ipſam diffinitionem proponere ſub hac forma: quia tunc diffiniret, idem per idem, apertæ tamen rei eſt iſtud cum ſua diffinitione conuertibile. Tres autem quantitates a,b,c, oportet eſſe eiuſdem generis: ad hoc ut earum multiplicia ſibĩinuicẽ ęqualia ſint, aut ſimiliter ſe habeant in addẽdo aut minuendo. Si enim a & b eſſent diuerſorum generum, eſſent etiam d & e ipſarum a & b multiplicia, eorundem diuerſorum generum, propter hoc quòd multiplicia & ſubmultiplicia eiuſdem ſunt generis: quare d non eſſet ęqualis e: nec ea maior aut minor: nam quantitates diuerſorum generum, non ſunt adinuicem comparabiles.



6 Quantitates quæ dicuntur eſſe ſecundum proportionem unam, prima ad ſecundam & tertia ad quartam, ſunt quarum primæ & tertiæ multiplices æquales, multiplicibus ſecundæ, & quartæ æqualibus fuerint ſimiles, uel additione, uel diminutione, uel æqualitate eodem ordine ſumptæ.

CAMPANVS. Poſita ſuperius diffinitione quantitatum continuè proportionalium: hic ponit diffinitionem incontinuè proportionalium: & eſt quòd quarumlibet 4 quantitatum quarum primæ & tertiæ æquè multiplicia ſumpta fuerint, itemq; ſecũdæ & quartæ æquè multiplicia, fueritq; multiplex primæ, ſic ſe habens ad multiplex ſecundæ quantum ad additionem aut diminutionem aut æqualitatẽ, ſicut multiplex tertię ad multiplex quartæ: erit proportio primæ earum ad ſecundam, ſicut tertiæ ad quartam: uerbi gratia. Sint 4 quantitates a,b,c,d: ſumanturq; ad primam & ad tertiam quę ſunt a & c æquè multiplicia utpote dupla quę ſint e & f. Itemq; ad ſecundã & quartam quę ſunt b & d: ſumantur alia æquè multiplicia utpote tripla, quæ ſint g & h: ſitq; ut hæc 4 multiplicia ſic ſumptæ comparata adinuicem ſecundum ordinem primarum 4 quantitatũ: ita uidelicet, quòd e comparetur ad g, & f ad h, non autem e ad f aut g ad h: ſint ſimilia in additione, diminutione & æqualitate: uidelicet quòd ſi e addit ſupra g & ſimiliter f addat ſupra h, aut ſi e minuit a g, & f ſimiliter minuat ab h: aut ſi e eſt ęqualis g, & ſimiliter f ſit æqualis h: tũc proportio a ad b eſt ſicut c ad d: ſimilitudo autem in addendo aut diminuendo, intelligatur hic ſicut in diffinitione continuè proportionalium, uidelicet non quantum ad quantitatem exceſſus, ſed quantum ad proportionẽ. Quod autẽ dicit, Eodem ordine ſumptæ, intelligatur ſicut expoſitum eſt: uidelicet ut multiplicia non referantur adinuicem ſecundum ordinem earum quantitatum, quibus ęquè multiplicia aſſumuntur, ut multiplex primæ non referatur ad multiplex tertiæ, aut multiplex ſecundæ ad multiplex quartæ: ſed referatur ſecundũ primum ordinẽ ipſarum 4 quantitatũ, uidelicet multiplex primæ ad multiplex ſecundę, & multiplex tertiæ ad multiplex quartæ. Erit itaq; ſenſus iſtius diffinitionis. Incõtinuè proportionales, ſunt quatuor quantitates, & proportio primæ ad ſecundam eſt ſicut tertiæ ad quartam: cum ſumptis æquè multiplicibus ad primam & tertiam, itemq; æquè



multipli-

multiplicibus ad ſecundam & quartam: erit proportio multiplicis primę ad multiplex ſecundæ, ſicut multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ. Sed non diffiniuit ſub hac forma, propter cauſam prædictam: licet à parte rei idem ſit. Non eſt autem neceſſarium, ut quatuor quantitates a,b,c,d, ſint eiuſdem generis, eo quòd b non continuatur in proportione cum c ſed poſſunt eſſe duæ primæ unius generis, & duæ ſequētes alterius. Per quod patet, quòd neceſſe eſt referri multiplex primæ ad multiplex ſecundæ, & multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: nō autem multiplex primæ ad multiplex tertię, aut multiplex ſecundæ ad multiplex quartæ: quia non ſemper ſunt eiuſdem generis multiplex primæ & tertiæ, nec multiplex ſecundæ & quartæ: fuit autem neceſſe ſumere æquè multiplices ad primam & tertiam, itemq; æquè multiplices ad ſecundam & quartam, & nō æquè multiplices ad primam & ſecundam, & item non æquè ad tertiam & quartam: quia niſi per multiplicium ſumptionem continuentur termini primæ proportionis cum terminis ſecundæ, non erit per quid ſit proportio a ad b, ſicut c ad d.

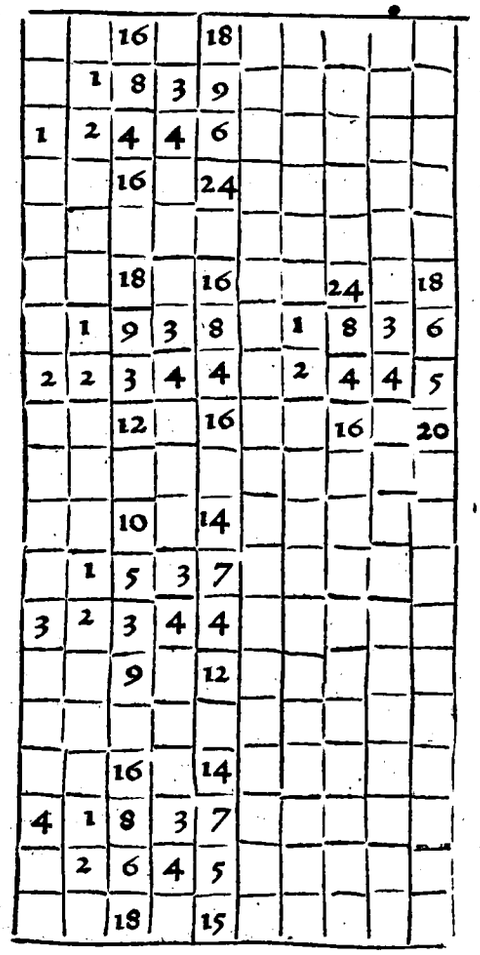
Quantitates quarum proportio eſt una, proportionales nominantur. 7

CAMPANVS. Poſtquàm diffiniui quantitates continuè proportionales & incontinuè: diffinit quantitates proportionales ſimpliciter, & patet diffinitio.

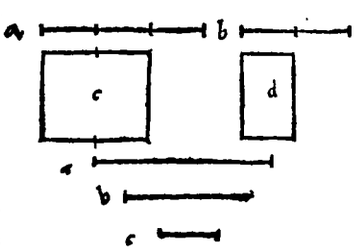
Cùm fuerint primæ & tertiæ æquè multiplices, itemq; ſecundæ & quartæ æquè multiplices, addetq; multiplex primæ ſuper multiplicem ſecundæ, non addet autem multiplex tertiæ ſuper multiplicem quartæ, dicetur prima maioris proportionis ad ſecundã, quàm tertia ad quartam. 8

CAMPANVS. Diffinitis quantitatibus proportionalibus, diffinit quantitates improportionales. Sunt autem improportionales, inter quas non eſt ſimilitudo proportionum. quod contingit dupliciter, aut quia maior eſt proportio primæ ad ſecundam, quàm tertiæ ad quartã: aut quia minor: & ideo eius ſunt duę ſpecies. Prima, quando maior eſt proportio primi ad ſecundũ, quàm tertij ad quartũ: et diciturhoc, maior improportionalitas.

Secunda uerò, quãdo minor eſt proportio primi ad ſecundũ, quàm tertij ad quartũ: & dicitur minor improportionalitas. diffinit ergo eas inter quas eſt maior proportio primæ ad ſecundã, quàm tertiæ ad quartam: quę eſt maior improportionalitas: diffinitionem autem earũ inter quas eſt minor proportio primæ ad ſecũdam, quàm tertiæ ad quartam, non ponit, quia ipſa patet ex alia. Cùm igitur fuerint quatuor quantitates, ad quarũ primam & tertiã ſumpta ſint æquè multiplicia, & ad ſecundam & quartam æquè multiplicia, & multiplicia primæ & ſecundę relata adinuicem non ſe habebunt ſimiliter multiplicibus tertiæ & quartæ relatis adinuicẽ in additione, diminutione & æqualitate: illę quatuor quãtitates erũt improportionales. Quòd ſi ita fuerit, q̃ multiplex primæ ſit æquale multiplici ſecũdę, multiplex uerò tertiæ ſit minus multiplici quartæ: aut quòd multiplex primę ſit maius multiplici ſecũdę, & ſimiliter multiplex tertię mul



tiplici quartæ: ueruntamen plus excedit quantum ad proportionem, non quantum ad quantitatem excessus multiplex primæ multiplex secundæ, quàm multiplex tertiæ multiplex quartæ: aut quòd multiplex primæ sit minus multiplici secundæ, & similiter multiplex tertiæ multiplici quartæ: ueruntamen minus minuit quantum ad proportionem, non quantum ad quantitatem excessus, multiplex primæ multiplici secundæ, quàm multiplex tertiæ à multiplici quartæ: erit quolibet istorum quatuor modorum maior proportio primæ ad secundam, quàm tertiæ ad quartam. Quatuor autem modis istis oppositis erit minor proportio primæ ad secundam, quàm tertiæ ad quartam. Exempla autem istorum omnium euidenter sumentur ex numeris. Additio ergo illa multiplicis primæ super multiplex secundæ, non autem multiplicis tertiæ super multiplex quartæ, de qua loquitur auctor in diffinitione, latitudinem habet ad istos quatuor modos prædictos, & ipsos comprehendit. Vnde sensus istius diffinitionis est: cum sumptis sic multiplicibus primæ ad multiplex secundæ, quàm multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ: erit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam: nõ diffiniuit autem sub hac forma, propter cõmunem causam prius dictam. Vel possumus dicere, quòd additio multiplicis primæ super multiplex secundæ, & nõ multiplicis tertiæ super multiplex quartæ, de qua loquitur in præmissa diffinitione maioris improportionalitatis, pròprie accipitur prout uerba diffinitionis sonant: & non se extẽdit nisi ad secundum quatuor prædictorum modorum: licet reuera quolibet illorum quatuor modorum sit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam: unde sensus illius diffinitionis est, cum sumptis sic multiplicibus, ut proponit, si multiplici primæ existente maiori multiplici secundæ, non sit necessarium quòd multiplex tertiæ sit maius multiplici quartæ: tunc erit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam: propter hoc autem non posuit reliquos tres additionis modos in prædicta diffinitione, quia iste est illis omnibus magis planus, & ad dictam diffinitionẽ sufficiens. Nusquam enim est maior proportio primæ quatuor quantitatum ad secundam quàm tertiæ ad quartam, quin contingat aliqua æque multiplicia ad primam & tertiam reperiri: quę cùm relata fuerint ad aliqua æquè multiplicia secundæ & quartæ, inuenietur multiplex primę addere super multiplex secundæ, non autem multiplex tertiæ super multiplex quartæ. Nec usquam contingit hoc reperire, quin sit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam, ut demonstrabimus infrà supra decimam huius. Possunt autem esse hę quantitates improportionales diuersorum generum, sicut & quantitates incontinuè proportionales, si intra eas fuerit incontinua improportionalitas, ut si dicatur, maior est proportio a ad b, quàm c ad d. Si autem fuerit continua improportionalitas, erunt omnes eiusdem generis necessariò sicut sunt in continua proportionalitate, ut si dicatur maior est, dicatur maior est proportio a ad b, quàm b ad c.



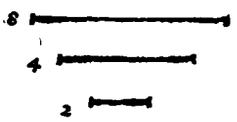
Est autem proportionalitas, ad minus inter tres terminos constituta.

CAMPANVS. Postquam auctor diffiniuit proportionem, proportionalitatẽ, & quantitates proportionales: & improportionales, ostẽdit quis sit minimus numerus terminorũ inter quos proportionalitas potest consistere: maximum autem non ponit, quia illum non contingit sumere: potest enim proportio quælibet continuari in terminis infinitis, siue fuerit rationalis proportio siue irrationalis. Ad proportionalitatem autem exiguntur ad minus duæ proportiones similes, eo quòd proportionalitas sit similitudo proportionum. Quælibet autem proportio habet antecedens & consequens: ergo quælibet proportionalitas habet ad minus duo antecedentia & duo consequentia: hoc est, impossibile fieri in paucioribus quàm tribus terminis, in quibus medius eorum antecedens est & consequens, & ideo proportionalitas erit continua: quare in tribus terminis ad minus erit continua proportionalitas cõstituta. Incontinua autem non erit in paucioribus quàm in quatuor, eo quòd in ipsa quęlibet terminus est tantum antecedens aut tantum consequens: idem intellige de minori numero terminorum improportionalitatis. Si enim fuerit continua, erit ad minus inter tres terminos. Si incontinua, ad minus inter quatuor.

Si

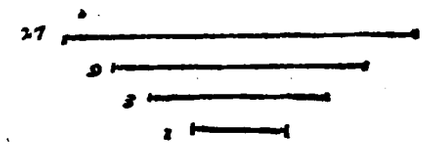
Si fuerint tres quantitates continuè proportionales, dicetur proportio primæ ad tertiam, proportio primæ ad ſecundam duplicata. 10

CAMPANVS. Diffinit proportionem quæ eſt inter extremos terminos continuæ proportionalitatis in tribus terminis conſtitutæ, & dicit quòd ſi fuerit proportio primi ad ſecundum, ſicut ſecundi ad tertium: erit proportio primi ad tertium ſicut primi ad ſecundum duplicata, hoc eſt, ex duabus talibus compoſita: ſiue (quod idem eſt) erit proportio primi ad tertium ſicut primi ad ſecundum duplicata, hoc eſt, in ſe multiplicata: uerbi gratia in numeris. Sint tres numeri continuè proportionales, ſintq; continuè dupli, ut 2, 4, 8: proportio autem primi ad tertium, erit ſicut proportio primi ad ſecundum in ſe multiplicata: proportio autem primi ad ſecundũ eſt dupla: dupla uerò in ſe multiplicata, producit quadruplam: unde proportio extremorum eſt quadrupla, uidelicet duplum dupli: uel ſecundum priorem expoſitionem, proportio extremorum eſt ſicut proportio primi ad ſecundum duplicata, quia quadrupla conſtat ex duabus duplis.

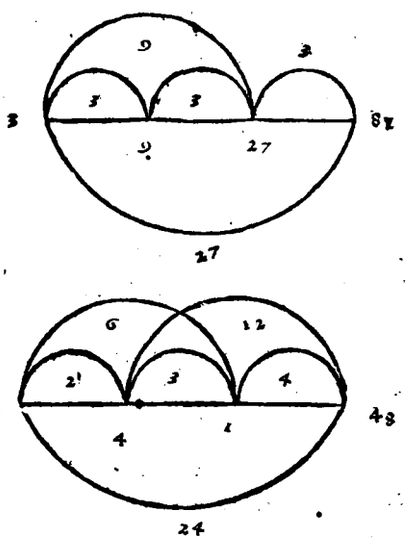


Cùm fuerint quatuor quantitates continuè proportionales, proportio primæ ad quartam, dicetur proportio primæ ad ſecundam triplicata. 11

CAMPANVS. Diffinit proportionem quæ eſt inter extremos continuæ proportionalitatis in quatuor terminis conſtitutq; & dicit ſi fuerint quatuor quantitates continuè proportionales, erit proportio primæ ad quartam, ſicut proportio primæ ad ſecundam triplicata, hoc eſt, ex tribus talibus compoſita, quoniã tres tales inueniuntur in ea: ſiue (quod idem eſt) erit proportio primę ad quartam, ſicut primæ ad ſecundam triplicata, hoc eſt in ſe, poſtea in productum multiplicata uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continuè proportionales, ſintq; continuè tripli, ut ſint 1, 3, 9, 27: proportio primi ad quartum erit ſicut proportio primi ad ſecundum in ſe, poſtea in productũ multiplicata: proportio autem primi ad ſecundum, eſt tripla: tripla uerò in ſe multiplicata, producit nõcuplam, & tripla in noncuplam, producit uigincuplam ſeptuplam: erit itaq; proportio extremorum uigincuplaſeptupla, quod eſt triplum tripli. Vel ſecundum priorem expoſitionem, proportio extremorum eſt ſicut proportio primi ad ſecundum triplicata, quia uigincuplaſeptupla conſtat ex tribus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continuæ proportionalitatis inter plures quàm quatuor terminos cõſtitutæ, propter id quòd dimenſiones in rebus naturalibus repertæ, non excedunt ternarium. Denominatio autem proportionis duarũ quantitatum, quibus nullum interponitur medium, habet naturam lineæ. Earum uerò quibus interponitur unum medium in continua proportionalitate, habet naturã ſuperficiei, eo q; ſit ex multiplicatione denominationis duarum primarum in ſe. Omne autem quod ex multiplicatione lineę in lineam producitur, naturam habet ſuperficiei: ſi in ſe quidem, quadrati: ſi uerò in alteram, parte altera longioris. Sed proportionis earum quantitatũ denominatio quibus in cõtinua proportione duo media interponuntur, naturam habet ſolidi: quia prouenit ex multiplicatione denominationis duarum primarum primò in ſe, ex qua multiplicatione producitur ſuperficies: deinde in productum, ex qua multiplicatione prouenit ſolidum ſiue corpus: omne etenim quod ex multiplicatione lineæ in ſuperficiem producitur, creſcit in ſolidum. Eſt ergo ac ſi diceret: proportio duarum quantitatum, eſt ſimplex interuallum, & habens naturam ſimplicis dimenſionis ut lineæ: proportionalitas autem trium, eſt duplex interuallum, & habens naturam duplicis dimenſionis ut ſuperficiei: proportionalitas autem quatuor, eſt triplex interuallum, & habens naturam trinę dimenſionis ut ſolidi. Et quia dimenſiones ulterius non procedunt, ideo non diffiniuit proportionem contentam inter extremos proportionalitatis in quinq; terminis, aut pluribus conſtitutæ: uel non diffiniuit proportionem in his, quia earum proportio habetur ex prædictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis proportio extremorum conſtat ex proportione primorum duplicata, & in quatuor terminis conſtat, ex eadem triplicata, in quinque terminis conſtat ex eadem quadruplicata, & in ſex ex eadem quincuplicata: unde quemadmodum in tribus terminis continuè proportionalibus, proportio extremorum continet proportionem primorum bis, & in quartam terminis ter: ſic in quinque terminis continebit quater, & in ſex quinquies, & ita deinceps: ut ſemper proportio extremorum in terminis continuè proportionalibus toties contineat proportionem primorum, quot ſunt omnes termini, minus uno. Similiter

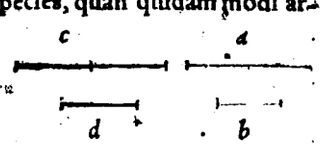


militer quoque ſi proportio extremorum continuæ proportionalitatis in tribus terminis conſtitutæ, eſt ea quæ producitur ex proportione primorum in ſe ſemel multiplicata, & in quatuor in ſe bis multiplicata, in quinque terminis ea quæ producitur ex proportione primorum in ſe ter multiplicata, & in ſex terminis quater, & ſic ſemper termini fuerint duobus plures multiplicationibus, ſiue ut multiplicationes ſint æquales mediis extremis interpoſitis. Et nota quòd etiã in proportionalitate continua extremorum, proportio producitur ex omnibus proportionibus in termedijs, ut ex prædictis apparet, & quòd proportio extremorum continuæ proportionalitatis in tribus terminis conſtitutæ denominatur à quadrato, in quatuor uerò terminis conſtitutæ denominatur à cubo, quorum quidem quadrati & cubi latus, eſt denominatio proportionis primi ad ſecundum, uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continuè proportionales, qui ſint continuè tripli 3, 9, 27, 81, proportio primi ad ſecundum, denominatur à ternario, eſt enim tripla: primi uerò ad tertium, à nouenario, qui eſt quadratus ternarij, nam ipſa eſt noncupla. At uerò proportio primi ad quartum, denominatur à 27, qui eſt cubus denominationis proportionis primi ad ſecundum, uidelicet ternarij, ipſa enim eſt uigincupla ſeptupla. Et proportio extremorum improportionalitatis continuæ in tribus terminis conſtitutæ, denominatur à ſuperficiali non quadrato, cuius latera ſunt denominationes ipſarum proportionum: in quatuor uerò terminis conſtitutæ, denominatur à ſolido non cubo, cuius tria latera ſunt denominationes trium proportionum, quod etiam patet in numeris. Sint quatuor numeri cõtinuæ improportionales, qui ſint 2, 4, 12, 48: in quibus proportio primi ad ſecundum eſt dupla, ſecundi ad tertium tripla: & ideo primi ad tertium ſexcupla, tertij uerò ad quartum quadrupla. Senarius ergo qui eſt denominatio proportionis primi ad tertium, eſt ſuperficialis, cuius latera ſunt 2 & 3, quæ ſint denominationes duarum primarum proportionum: 24 uerò qui eſt denominatio proportionis primi ad quartum, eſt ſolidus, cuius latera ſunt 2, 3, & 4, quæ ſunt denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos exiſtentium.



12 Quantitates quæ ſunt in proportione una, antecedens ad conſequentem, & antecedens ad conſequentem, dicetur econtrariò ſicut conſequens ad antecedentem, ſic conſequens ad antecedentem. Itemq; permutatim ſicut antecedens ad antecedentem, ſic etiam conſequens ad conſequentem.

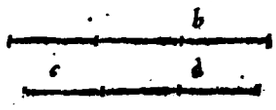
CAMPANVS. Diffinit ſpecies proportionalitatis, quæ ſunt ſex, uidelicet conuerſa, permutata, diſiuncta, coniuncta, euerſa, & æqua. Sunt autem ſpecies, quaſi quidam modi arguendi. Diffinit ergo primò conuerſam proportionalitatem & permutatam, in quibus manent antecedentia & conſequentia eadem ſecundum ſubſtantiam (quod non eſt in diſiuncta, coniuncta, aut euerſa) & in quibus nihil extra ſumitur ut inæqua. Vocat autem antecedens, primum extremum proportionis, conſequens uerò uocat ſecundum. Vult itaque per hanc diffinitionem, quòd ſi fuerit proportio a ad b ſicut c ad d, & ex hoc ergo concludam b ad a ſicut d ad c, uidelicet ut faciam de antecedentibus conſequentia, & de conſequentibus antecedentia: quòd iſte modus arguendi uocetur proportionalitas econtrario ſiue conuerſa. Si autem ſic arguam, a ad b ſicut c ad d, ergo a ad c ſicut b ad d, uidelicet ut ambo extrema primæ proportionis fiant antecedentia, ambo extrema ſecundæ, conſequentia: uult quòd iſte modus arguendi uocetur proportionalitas permutata, & in iſto modo arguendi fit antecedens ſecundæ proportionis, conſequens primæ; & conſequens primæ, antecedens ſecundæ.



13 Coniuncta uerò proportionalitas dicitur, quoties ſicut antece-

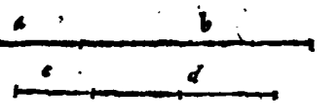
dēs cum cōsequente ad consequens, sic etiam antecedens cum consequente ad consequens.

CAMPANVS. Diffinit coniunctam, disiunctam, & euersam, in quibus etiam nihil extrà sumitur, sed termini non manent in ipsis ijdem secundum substantiam: & uult quòd si ita fuerit ut sit a ad b, sicut c ad d: & ego ex hoc concludam ergo, totius a b ad b, sicut totius c d ad d, quòd *iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.*



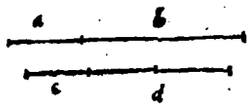
Disiuncta uerò proportionalitas, dicitur augmentorum antecedentium supra consequentia æqua comparatio. 14

CAMPANVS. Vult quòd si fuerit proportio totius a b ad b, sicut totius c d ad d, & ex hoc ego cōcludam, Ergo a ad b sicut c ad d, quod *iste modus arguendi uocetur disiuncta proportionalitas.*



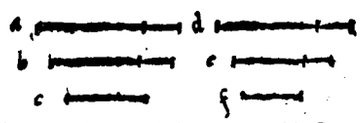
Euersa proportionalitas, dicitur quorumlibet antecedentium ad augmenta sui supra consequentia sua similitudo proportionum. 15

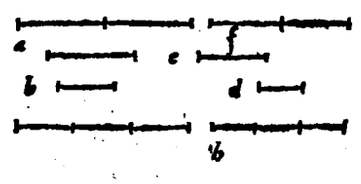
CAMPANVS. Vult quòd si fuerit a b ad b, sicut c d ad d, & ex hoc ego concludam, Ergo a b ad a sicut c d a d c, quòd *iste modus arguendi dicatur euersa proportionalitas,*



Æqua proportionalitas dicitur, quantitatibus plurimis propositis, alijś que secundum eundem numerum in una proportione applicatis, mediorum æquali numero remoto, utrorumque summorum similitudo proportionum. 16

CAMPANVS. Diffinit æquam proportionalitatem, quæ ad probandum propositum ad extrà sumitur, & uult quòd si sumãtur quotlibet quantitates, ut a b c, itemq; totidem aliæ, siue sint eiusdem generis cum primis, siue alterius, ut d e f, fuerintq; secundæ in proportione primarum, siue eodem ordine, ut si dicatur a ad b sicut d ad e, & b ad c sicut e ad f: siue ordine conuerso, ut si dicatur a ad b, sicut e ad f, & b ad c sicut d ad e: & ex hoc concludatur, ergo a ad c sicut d ad f, quòd *iste modus arguendi uocetur æqua proportionalitas.* Horum autem sex modorum arguendi, qui dicuntur *species proportionalitatis*, quatuor probat autor in litera infrà in isto quinto. Permutatam quidem proportionalitatem, probat in 16 huius, disiunctam uerò in 17, coniunctam in 18, æquam uerò proportionalitatem demonstrat in 22 & 23, sed in 22, cum quantitates duorum ordinum eodem ordine sunt proportionales: in 23 uerò, cum & sunt proportionales ordine conuerso. Conuersam uerò proportionalitatem aut euersam non demonstrat, eo quòd conuersa patet ex diffinitione quantitatum incontinuè proportionalium. Euersa autem patet ex permutata adiuuante 19, ut *super eandem* 19 *sumus dicturi.* Qualiter autem conuersa proportionalitas ex diuisione quantitatum incontinuè proportionalium manifesta fit, demonstremus nunc. Sit ergo proportio a ad b, sicut c ad d, uolo ergo demõstrare quòd erit b ad a, sicut d ad c. Sumantur e ad a, & f ad c, æquè multiplicia: similiter quoq; g ad b, & h ad d, æquè multiplicia, eritq; per conuersionem diffinitionis quantitatum incontinuè proportionalium, ut e & g, itemq; f & b similiter se habeant in additione, diminutione & æqualitate: intelligo tunc b primum, a secundum, d tertium, c quartum, sumptaq; sunt ad primum & tertium, g & h æquè multiplicia. Itemq; ad secundum & quartum, e & f, æquè multiplicia. Et quia multiplicia primi & secundi quæ sunt g & e similiter se habent multiplicibus tertij, & quarti quæ sunt h & f, adinuicem in additione, diminutione & æqualitate, erit per dictam diffinitionem proportio b primi ad a secundum, sicut c tertij ad d quartum, quod est propositum. Constat itaque modus arguendi, qui dicitur conuersa proportionalitas. Huius autem quinti libri principia plurimis difficillima esse uidentur, &

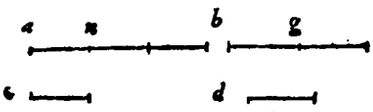




quibusdam

quibuſdam concluſionibus, quas ex ipſis demonſtrat, magis ab intellectu diſtantia. Nihil enim uidetur intellectui immediatius adhærere, quàm quòd duarum quarumlibet quantitatum æqualium ſit ad tertiam quamlibet una proportio, quod tamen huius quinta ſeptima demõſtrat, ex diffinitione incõtinuæ proportionalitatis, quæ ab intellectu primo uidetur quamplurimum eſſe remota. Quis enim non facilius duarum quantitatum æqualium ad aliquam tertiam, eandem eſſe proportionem concedat, quàm quatuor quantitatum ſi multiplicia primæ & tertiæ æqualiter ſumpta multiplicibus ſecundæ & quartæ æqualiter ſumptis ſimiliter ſe habuerint in additione, diminutione & æqualitate, eſſe proportionem primæ ad ſecundam, ſicut tertiæ ad quartam? Verùm ſi ſubtiliter intuemur, liquidò conſtabit non poſſe uniri intellectui quòd proportio duarum quantitatum æqualium ad tertiam ſit una, niſi per quid eſt eſſe proportionem unam: ſi enim quis ignoret quid eſt eſſe proportionem unam eandem proportionem alteri, quomodo cognoſcet duarum quantitatum æqualium eſſe eandem proportionem ad tertiam? Indiget igitur proculdubio intellectus antequam illam quæ uidebatur conceptibilis propoſitio, apprehendat, huius rei quæ per ipſius diffinitionem habebitur cognitione, poſtmodum utrum ea diffinitio duabus quantitatibus æqualibus ad tertiam comparatis conueniat pertractatione. quòd ſi diffinitio inuenta fuerit illis quantitatibus cõuenire, concludetur propoſitũ: ſin autem, oppoſitum. Non eſt igitur immediata propoſitio, quã ſuperficialis apprehenſio immediata iudicauit. Similiter quoque immediatius iudicat prima apprehenſio adhærere intellectui, quòd duarum quantitatum inæqualium maior eſt proportio maioris earum ad aliam, quàm minoris ad eandem, quam demonſtrat 8 huius, quàm quòd 4 quantitatum ſit maior proportio primæ ad ſecundam, quàm tertiæ ad quartam, cum multiplicibus ad primam & tertiam æqualiter ſumptis, itemq; aliis ad ſecundam & quartam æqualiter: multiplex primæ addit ſuper multiplex ſecundæ, & multiplex tertiæ non addit ſuper multiplex quartæ, ex quo quæ prædicta eſt propoſitio demonſtratur: ſed ſimiliter nec ipſa poteſt intelligi, niſi per quid eſt eſſe proportionem maiorem. Igitur oportuit Euclidem, quæ quantitates dicuntur proportionales, & quæ improportionales diffinire. Proportionales autem ſunt, quarum proportio una eſt: & improportionales, quarum proportiones diuerſæ. Itaq; diffiniuit quantitates quarum proportio una eſt, & eas in quibus connectuntur extrema non diſſociatis mediis, quas uocauit continuè proportionales: & dixit hãc proportionalitatem, in tribus terminis ad minus exiſtere, propter hoc quòd unum ſaltem bis ſumẽdum eſt medium, & eas in quibus accidit interruptio mediorum. & hæc ſunt incontinuè proportionales: & hæc proportionalitas ad minus exigit quatuor terminos, propter alterius medij ſumptionẽ. Et diffiniuit etiam quantitates quæ ſunt improportionales, quarum eſt maior una proportio quàm ſit alia. Et ſi eſſet omnis proportio ſcita ſiue rationalis, tunc facile eſſet intellectu cognoſcere quæ proportiones eſſent una, & quæ diuerſæ. Quæ enim haberent unam denominationem, eſſent una: quæ autem diuerſas, diuerſæ. hæc autem facilitas manifeſta eſt ex arithmetica, quoniam omnium numerorum proportio ſcita & rationalis eſt. Vnde Iordanus in ſecundo Arithmeticæ ſuæ diffiniens quæ proportiones ſunt eædem & quæ diuerſæ, dicit eaſdem eſſe quę eandem denominationem recipiunt. Maiorem uerò, quæ maiorem: & minorem, quæ minorem. Sed infinitæ ſunt proportiones irrationales, quarum denominatio ſcibilis non eſt: quare cum Euclides conſideret in hoc libro ſuo proportionalia communiter non contrahendo ad rationales uel irrationales, quoniam conſiderat proportionem repertam in continuis quæ communis eſt ad iſtas, non potuit diffinire identitatem proportionum, per identitatem denominationum, ſicut arithmeticus, eo quòd multarum proportionum (ut dictum eſt) ſunt denominationes ſimpliciter ignotæ, diffinitionem autem oportet fieri ex notis, unde malitia proportionum irrationalium, coegit Euclidem tales diffinitiones ponere. Quia ergo non potuit (ut patet ex præmiſsis) diffinire proportionalitatem ſiue identitatem proportionum per identitatẽ habitudinum, ſiue denominationum ipſorum terminorum propter irrationalitatem habitudinum & inconuenientiam terminorum, coactus eſt refugere ad terminorum multiplicia, ut ex illorum habitudinibus quantum ad exceſſum & æqualitatem conſideratis æquis numeroſitatibus ſumptorum, per quod ad naturam irrationalitas reducuntur, propoſitam diffinitionem ueneturr: nihil enim in quocunque inæqualitatis genere, terminis magis idem, quàm eorum multiplicia: nec terminorum habitudinibus, quàm multiplicium habitudo. Et quia proportio eſt duarum quantitatum eiuſdem generis certa habitudo conſiderata in eo quòd ſunt æquales, aut altera maior, ideo identitas proportionum exiſtẽtium inter primam 4 quantitatum ad ſecundam, & tertiam ad quartam, eſt ſimilis æqualitas primæ ad ſecundam, & tertiæ ad quartam, aut ſimilis maioritas, aut ſimilis minoritas: hæc autem ſimilis æqualitas, aut ſimilis maioritas, aut ſimilis minoritas, tunc eſt inter quatuor quaslibet quãtitates, cum eſt inter omnes earũ æqualiter multiplices. Quod ergo dicit in quinta diffinitione, quantitates quæ dicuntur continuam proportionalitatem habere, ſunt quarum æquè multiplicia aut æqua ſunt, aut æquè ſibi

ſine interruptione addunt aut minuunt: eſt ac ſi diceret, Omnes illas quantitates uocó continuè proportionales (quod eſt eas ſimiliter eſſe æquales continuè, & ſimiliter continuè eſſe maiores, & ſimiliter continuè eſſe minores) quarum omnes æquè multiplices, aut ſibi inuicem ſunt, ſimiliter continuè æquales, uel ſimiliter continuè maiores, uel ſimiliter continuè minores, quod eſt etiam ipſas multiplices eſſe continuè proportionales: quod ſi hoc alicubi in multiplicibus diſſonat, eas dico non eſſe continuè proportionales. Quod autem dicit in ſexta diffinitione, Quantitates quæ dicuntur eſſe ſecundum proportionem unam, prima ad ſecundam, & tertia ad quartã, &c. eſt ac ſi diceret, Omnes 4 quãtitates uoco incontinuè proportionales, & ſe habere primã ad ſecundam, ſicut tertia ſe habet ad quartam (quod eſt primam ad ſecũdam, & tertiam ad quartam ſimiliter ſe habere in æquando aut addendo aut minuendo) quarum omnes æquè multiplices primæ & tertiæ ad omnes æquè multiplices ſecundę & quartæ ſimiliter ſe habent aut in æquando aut addendo aut minuendo, quod eſt etiam multiplices primę in eadem proportione ſe habere ad multiplices ſecundę, in qua multiplices tertiæ ſe habent ad multiplices quartæ: quòd ſi hoc alicubi diſſonat in multiplicibus, dico non eſſe proportionem primę ad ſecundam ſicut tertiæ ad quartam. Quod autem dicit in 8 diffinitione, eſt ac ſi diceret, Maiorem proportionem uoco 4 quantitatem, primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam (quod eſt primam magis excedere ſecundam, quàm tertia excedat quartam) quarum aliqua ex multiplicibus primę addit ſuper aliquam ex multiplicibus ſecundæ, aliqua ex multiplicibus tertiæ ſumpta ſecundum numerationem multiplicis primæ, non addente ſuper aliquem ex multiplicibus quartę ſumpta ſecundum numerationem multiplicis ſecundę, quod eſt eſſe maiorem proportionem multiplicis primę ad multiplicem ſecundæ, quàm multiplicis tertiæ ad multiplicem quartę. Diffinitiones autem iſtas niſi ſunt aliqui demonſtrare, quorum Ametus filius Ioſeph tentauit eas demonſtrare in epiſtola ſua, quam de proportione & proportionalitate compoſuit, & accepit tria per modum poſitionis tanquam principia, quę dicit eſſe per ſe nota & probatione non indigere. Quorum primum eſt, quòd ſi fuerint 4 quantitates, quarum ſit proportio primę ad ſecundam ſicut tertiæ ad quartam, erit econuerſo proportio ſecundę ad primam ſicut quartæ ad tertiam: & hic eſt modus arguẽdi, quem uocauit ſuperius Euclides conuerſam proportionalitatem. Et errauit, quoniam dixit propoſitionem eſſe per ſe notam: cuius tamen antecedens & conſequens ſunt ignota. Ignotum eſt enim quid ſit eſſe proportionem primæ quantitatis ad ſecundam ſicut tertiæ ad quartam: quare hoc ignoto poſito, impoſsibile eſt intelligére quid ex ipſo ſequatur. Similiter quoque quia conſequens eſt ignotum, impoſsibile eſt intelligere quid ad ipſam antecedat. Secundum principium eius fuit, quòd ſi fuerint 4 quantitates, quarum ſit proportio primæ ad ſecundam ſicut tertiæ ad quartam, ſi prima ſit maior ſecunda, erit tertia maior quarta: & ſi minor, minor: & ſi æqualis, æqualis. Tertium fuit, quòd ſi fuerint 4 quantitates, quarum ſit proportio primæ ad ſecundam ſicut tertiæ ad quartam, erit primæ ad quodlibet multiplex ſecundæ, ſicut tertię ad æquè multiplex ex multiplicibus quartæ. Et accidit ſibi in iſtis duobus principijs idem peccatum, quod accidebat in primo: accepit enim in omnibus ignota ſimiliter tanquam nota, quare non demonſtrauit: peccauit etiam in ſecunda demonſtratione & in quinta, in quarum qualibet arguit ex 8 uel ex 10 huius quæ probantur ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis. Arguit enim ſic, ſi proportio a b ad e eſt maior quàm g ad d, ſit ergo ut n b partis a b ad e, ſicut g ad d, per quod apparet ipſum ſupponere quod duarum quantitatum a b & n b inæqualium relatarum ad e maior maiorem & minor minorem ad ipſam obtinet proportionem, uel quòd quantitas quæ ad e habebit minorem proportionem quàm habeat a b, erit minor a b, quorum primum demonſtrat 8 huius, & ſecundum 10. Nam cum uultis ſumere quantitatem quæ ſe habeat ad e in proportione g ad d, dabo tibi maiorem aut minorem aut æqualem a b indiferenter ſicut uoluero: quare aut non demonſtrat aut accidit ſibi circulus, & principia eſſe ignotiora concluſionibus. Supponenda ſunt igitur cum Euclide principia tanquam nota, & non ipſa ex concluſionibus, ſed concluſiones ex ipſis demonſtrandæ ſunt.



EVCLIDIS

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM *Liber quintus.*

Euclid. ex Zamberto. *Diffinitiones.*

PArs, eſt magnitudo magnitudinis minor maioris quãdo minor metitur maiorẽ. 2 Multiplex autẽ, maior minoris, quando eam metitur minor. 3 Ratio, eſt duarum magnitudinum eiuſdẽ generis *aliquatenus adinuicem quædã habitudo. 4 Proportio uerò eſt rationum *identitas. 5 Rationem habere adinuicẽ magnitudines dicuntur, quæ poſſunt multiplicatæ inuicem excedere. 6 In eadẽ ratione magnitudines dicuntur eſſe, prima ad ſecundã, & tertia ad quartã: quando primę tertiæ ęquè multiplices, ſecundæ & quartæ æquè multiplices, iuxta quãuis multiplicationẽ utraqꝫ utrãqꝫ uel unà excedũt, uel unà æquales ſunt: uel unà deficiũt, ſumptæ adinuicẽ. 7 Eandẽ autẽ habẽtes rationẽ magnitudines, proportionales uocẽtur. 8 Quando uerò ęquè multiplex primæ exceſſerit multiplicẽ ſecundę, multiplex autẽ tertiæ nõ exceſſerit multiplicẽ quartæ, tũc prima ad ſecũdã maiorẽ rationẽ habere dicetur, quàm tertia ad quartam. 9 Proportio autem in tribus terminis, *minima eſt. 10 Quãdo tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiã duplicẽ rationem habere dicetur quàm ad ſecundã. Quando autẽ quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartã triplicẽ rationẽ habere dicetur quàm ad ſecundã. Et ſemper deinceps una plus, quoad ꝓportio fuerit. 11 *Similis rationis magnitudines dicũtur, antecedẽtes antecedẽtibus & cõſequẽtes cõſequentibus. 12 Permutata ratio, eſt acceptio antecedẽtis ad antecedens, & cõſequentis ad conſequẽs. 13 *Cõuerſa ratio, eſt acceptio cõſequẽtis ad antecedẽs, tanquam antecedentis ad conſequẽs. 14 Compoſitio rationis, eſt acceptio antecedentis cum conſequente, ſicut unius ad ipſum conſequens. 15 Diuiſio rationis, eſt acceptio exceſſus, quo excedit antecedens ipſum conſequens, ad ipſum conſequens. 16 Conuerſio rationis, eſt acceptio *antecedẽtis ad exceſſum, quo excedit antecedẽs ipſum conſequẽs. 17 Æqua ratio, eſt pluribus exiſtentibus magnitudinibus & aliis eis æqualibus multitudine *unà ſumptis, & in eadẽ ratione quãdo fuerit ſicut in primis magnitudinibus prima ad ultimã, ſic in ſecũdis magnitudinibus prima ad ultimã. Vel aliter: Acceptio extremarũ per ſubtractionẽ mediarum. 18 Ordinata proportio, eſt cum fuerit antecedens ad cõſequens, ſicut antecedẽs ad conſequẽs, & cõſequens ad rem aliã, ſicut cõſequens ad rem aliã. 19 In or-

*κατὰ πυλλαπλότητα, id eſt quo ad quantitatẽ pertinet.

*ὁμοιότης.

*ad minus.

*ὁμόλογα.

*ἀναπαλὶν λόγος econtrà uertit alibi.

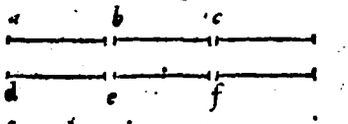
*ἀναστροφὴ λόγου οὐκ ἄλλο, id eſt binis.

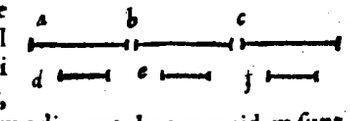
dinata proportio, eſt cum fuerit antecedens ad conſequens, ſicut antecedẽs ad cõſequens, & cõſequens ad rem aliã ſicut res alia ad antecedens. 20 Extenſa proportio, eſt quãdo fuerit ſicut antecedens ad conſequens, ſic antecedens ad conſequens, fuerit autẽ & ſicut conſequens ad rem aliã, ſic conſequens ad rem aliã. 21 Perturbata autem proportio, eſt quando tribus exiſtentibus magnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine, ſit ſicut quidẽ in primis magnitudinibus antecedens ad conſequens, ſic in ſecundis magnitudinibus antecedens ad conſequens, ſicut autem in primis magnitudinibus conſequens ad rem aliam, ſic in ſecundis res alia ad antecedens.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

SI fuerint quotlibet quantitates aliarum totidem æquè multiplices, aut ſingulæ ſingulis æquales, neceſſe eſt quemadmodum una illarum ad ſui comparem, totum quoque ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas ſimiliter ſe habere.

CAMPANVS. Sint quotlibet quantitates quæ ſint a, b, c, aliarum totidem quæ ſint d e f, æquè multiplices, unaquæque ad ſui comparem, aut ſingulæ ſint ſingulis æquales, ita uidelicet quòd ſicut a eſt multiplex d, ita b eſt multiplex e, & c multiplex f: uel ſi a eſt æqualis d, quod ſimiliter b ſit æqualis e, & c æqualis f, dico quòd ſicut ſe habet a ad d, ita ſe habet aggregatum ex omnibus quæ ſunt a b c, ad aggregatum ex omnibus quæ ſunt d e f. Quòd ſi ſingulæ ſingulis ſint æquales, patet propoſitum per hanc communem ſcientiam, ſi æqualibus æqualia addantur, tota quoque erunt æqualia. ſi autem ſint omnes ſuis comparibus æquè multiplices, diuiſis eis ſecundum quantitatem ſuarum ſubmultiplicium, erit aggregatum ex prima parte a & prima b, & prima c, æquale aggregato ex d e f, per prædictam communem ſcientiam adiuuante hac, quæ eidem ſunt æqualia, inter ſe ſunt æqualia. Similiter quoq; aggregatum ex ſecundis partibus quantitatum a b c, erit æquale aggregato ex d e f, ſicq; de cæteris, & quia hoc poterit totiẽs fieri quotiẽs d continetur in a, erit ut æquale aggregatum ex d e f, totiens contineatur in aggregato ex a b c, quotiens d continetur in a. Quia ergo quotiens d numerat a, totiens aggregatum ex d e f, numerat aggregatum ex a b c, patet quòd ſicut a eſt multiplex ad d, ita aggregatum ex a b c, aggregati ex d e f: quod eſt propoſitum.

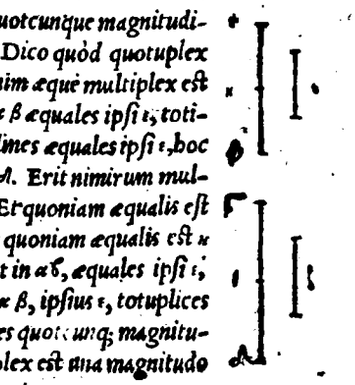




Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

SI fuerint quotcunq; magnitudines quotcunq; magnitudinũ æqualium numero ſingulæ ſingularũ æquè multiplices, quotuplex eſt unius una magnitudo, totuplices erũt & omnes omnium.

THEON *ex Zamb. Sint quotcunque magnitudines α β, γ δ, quotcunque magnitudinum ε, ζ, æqualium numero, æquè multiplices, ſingulæ ſingularum. Dico quòd quotuplex eſt α β, ipſius ε, totuplices erũt α β, & γ δ, ipſarum ε, ζ. Quoniam enim æquè multiplex eſt α β ipſius ε, & γ δ ipſius ζ: quotcunque igitur magnitudines ſunt in α β æquales ipſi ε, totidem & in γ δ ſunt æquales ipſi ζ. Dirimatur quidem α β, in magnitudines æquales ipſi ε, hoc eſt α η & η β: & γ δ in ipſi ζ æquales magnitudines, hoc eſt γ θ, & θ δ. Erit nimirum multitudo ipſarum γ θ & θ δ: multitudini ipſarum α η & η β æqualis. Et quoniam æqualis eſt α η ipſi ε, & γ θ ipſi ζ, & α η & γ θ, ipſis ε ζ, ſunt æquales, & per hoc quoniam æqualis eſt η β, ipſi ε, & η δ, ipſi ζ, & γ θ, & θ δ, ipſis ε ζ. Quotcunque igitur ſunt in α β, æquales ipſi ε, tot & in ipſis α β & γ δ, ſunt æquales ipſis ε ζ: quotuplex igitur eſt α β, ipſius ε, totuplices ſunt α β, & γ δ, ipſarum ε ζ. Si fuerint igitur quotcunq; magnitudines quotcunq; magnitudinum æqualium numero ſingulæ ſingularũ æquè multiplices, quotuplex eſt una magnitudo unius, totuplices erunt & omnes omnium: quod demonſtraſſe oportuit.*

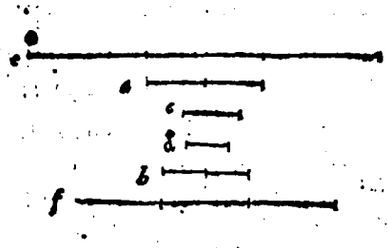


Euclid.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 2.

SI fuerint ſex quantitates, quarum prima ad ſecundam atque tertia ad quartam æquè multiplices, quinta uerò ad ſecundam atque ſexta ad quartam æquè multiplices, totum primæ & quintæ ad ſecundam, totumq; tertiæ & ſextę ad quartam æquè multiplicia eſſe conueniet.

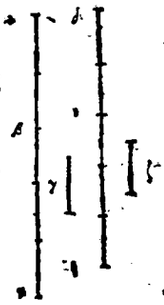
CAMPANVS. Sint ſex quantitates, a prima, b ſecunda, c tertia, d quarta, e quinta, f ſexta. Sintq; a & c, ęquè multiplices ad b, & d. Itemq; e, & f, ſint æquè multiplices ad eaſdem. Dico quòd ſicut totum aggregatum ex a & e, eſt multiplex ad quantitatem b, ita totum aggregatum ex c & f, eſt multiplex ad quantitatem d. Nam quia numerus ſecundum quem b continetur in a, eſt æqualis numero ſecundum quem d continetur in c, ſimiliter quoque numerus ſecundum quem b continetur in e, eſt æqualis numero ſecundum quem d cõtinetur in f, erit per communem ſcientiam, quę eſt, ſi æqualibus æqualia addantur, & tota quoque erunt æqualia, numerus ſecundum quem b continetur in aggregato ex a & e, æqualis numero ſecundum quem d cõtinetur in aggregato ex c & f. quare ſicut aggregatum ex a & e, eſt multiplex ad b, ita aggregatum ex c & f, eſt multiplex ad d, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

SI prima ſecundæ æquè fuerit multiplex, & tertia quartæ, fuerit autẽ & quinta ſecundę æquè multiplex, & ſexta quartæ, & compoſita prima & quinta, ſecundæ æquè multiplex erit, & tertia & ſexta quartæ.

TEON ex Zamb. *Prima enim α β, ſecundæ γ, æquè multiplex eſto, & tertia δ ε, ipſius ζ, quartæ: ſit autem & quinta β η, ſecundæ γ, æquè multiplex, & ſexta ε θ ipſius ζ, quartæ. Dico quòd compoſita prima & quinta α η, ipſius γ, ſecundæ æquè multiplex erit, & tertia & ſexta δ θ, ipſius ζ, quartæ. Quoniam enim æquè multiplex eſt α β, ipſius γ, & δ ε, ipſius ζ, quot magnitudines igitur ſunt in α β, æquales ipſi γ, totidem magnitudines ſunt & in δ ε, æquales ipſi ζ, ac per hoc, & quot ſunt in β η, æquales ipſi γ, tot etiam ſunt in ε θ, æquales ipſi ζ. Quot igitur ſunt in tota α η, æquales ipſi γ: tot ſunt in tota δ θ, æquales ipſi ζ. Quotuplex igitur eſt α η, ipſius γ, totuplex eſt δ θ, ipſius ζ? Et compoſita igitur prima & quinta α η, ipſius γ, ſecundæ æquè erit multiplex & tertia & ſexta δ θ: ipſius ζ, quartæ. Si prima igitur ſecundæ æquè fuerit multiplex & tertia quartæ, fuerit autem & quinta ſecundæ æquè multiplex & ſexta quartæ etiam compoſita prima & quinta, ſecundæ æquè multiplex erit, & tertia ſexta quartæ: quod demonſtraſſe oportuit.*

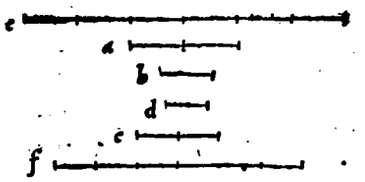


Euclid. ex Camp. Propoſitio 3.

SI fuerint primum ſecundi & tertium quarti æquè multiplicia, ad primum uerò & tertium multiplices ſumantur æquales, erunt multiplex primi ad ſecundum, atque multiplex tertij ad quartum æquè multiplicia.

CAMP. Sint ſex quãtitates, a prima, b ſecũda, c tertia, d quarta, e quinta, f ſexta, ſintq; a ad b & c ad d, itemq; e ad a & f ad c, ęquè multiplices. Dico quòd ſicut e eſt multiplex ad b, ita f ad d. Diuidatur enim e ſecundum quantitatem a ſui multiplicis, & f ſecundum quantitatem c, eritq; propter æqualitatem partium e ad a, & partium f ad c, ut quęlibet partium e ſit ita multiplex ad b, ſicut quęlibet partium f ad d. Quia ergo ſicut prima pars e eſt multiplex ad b, ita prima pars eſt multiplex ad d, itemq; ſicut ſecunda pars e eſt multiplex ad b, ita ſecunda f ad d, ergo erit per præmiſſam, ut aggregatum ex duabus primis partibus, e ſit ita multiplex ad b, ſicut aggregatum ex

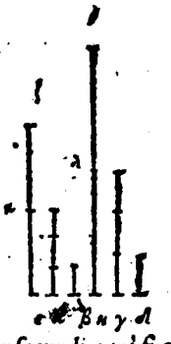
duabus primis partibus f ad d. Et quia rursus tertia pars e (si sit aliqua tertia pars) est ita multiplex ad b sicut tertia f ad d, erit per eandem ut totum aggregatum ex tribus primis partibus c, sit ita multiplex ad b, sicut totum aggregatum ex tribus primis partibus f ad d. Sicq; si plures fuerint partes e & f) componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus concludes quòd sicut e est multiplex ad b, ita f ad d per præmissam totiens sumptam, quod fuerint partes in e aut in f, minus una: sicq; patet propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propositio 3.*

Si primum secundi æquè fuerit multiplex & tertium quarti, sumantur autem æquè multiplicia primi & tertij, etiam ex æquo eorũ quæ sumpta sunt utrũq; utriusq; æquè erit multiplex, alterum quidem secundi, alterum autem quarti.

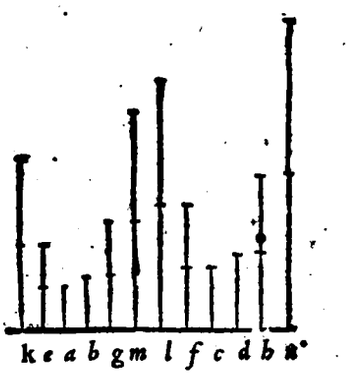
THEON ex Zamb. *Primum enim α secundi β, æquè sit multiplex, & tertium γ, ipsius δ, quarti, sumanturq; ipsorum α γ, æquè multiplicia ε ζ, & η θ. Dico quòd æquè multiplex est ε ζ, ipsius β, & η θ, ipsius δ. Quoniam enim æquè multiplex est ε ζ, ipsius α, & η θ, ipsius γ: quot igitur sunt magnitudines æquales in ε ζ, ipsi α, tot etiam sunt magnitudines in η θ æquales ipsi γ. Dirimatur quidem ε ζ, in magnitudines æquales ipsi α, hoc est ε κ, & κ ζ, & η θ, in æquales ipsi γ, hoc est η λ, & λ θ, erit utique æqualis multitudo ipsorum ε κ, κ ζ, multitudini ipsorum η λ, & λ θ. Et quoniam æquè multiplex est α, ipsius β, & γ ipsius δ, æqualis autem est ε κ, ipsi α, & η λ, ipsi γ: æquè igitur est multiplex ε κ, ipsius β, & η λ, ipsius δ. Ac per hoc iam æquè multiplex est κ ζ, ipsius β, & λ θ, ipsius δ. Quoniam igitur primũ ε κ, ipsius β, secundi æquè est multiplex, & tertiũ η λ, ipsius δ, quarti: est autem & quintum κ ζ, ipsius β, secundi æquè multiplex & sextum λ θ ipsius δ, quarti, & compositum igitur (per 2 quinti) primum & quintum ε ζ, ipsius β, secundi æquè est multiplex, & tertium & sextum η θ, ipsius δ quarti. Si primum igitur secundi æquè fuerit multiplex & tertium quarti, sumanturq; primi & tertij æquè multiplicia, etiam ex æquo eorum quæ sumpta sunt, utrumque utriusq; æquè erit multiplex, alterum secundi, alterum autem quarti: quod oportebat demonstrare.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 4.*

SI fuerit proportio primi ad secũdum, sicut tertij ad quartum, ad primum autem & tertium æquè multiplicia assignentur, itemq; ad secundum & quartum multiplices æquales, erunt assignatæ multiplices eodem ordine proportionales.

CAMPANVS. Sit proportio a primi ad b secundum, sicut c tertij ad d quartum, sumanturq; e ad a, & f ad c, æquè multiplicia: itemq; g ad b, & h ad d, æquè multiplicia. Dico quòd proportio e ad g, est sicut f ad h. Sumatur k ad e, & l ad f, æquè multiplicia, itemq; m ad g, & n ad h, æquè multiplicia. Et quia e & f, sunt æquè multiplicia ad a & c, itemq; k & l æquè multiplicia ad e & f, erunt per præmissam k & l, æquè multiplicia ad a & c, per eandem quoque erunt m & n, æquè multiplicia ad b & d. Quare per conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis, k ad m, & l ad n, similiter se habebunt in addendo, diminuendo & æquando. Quia ergo k & l sunt æquè multiplicia ad e & f, itemq; m & n, æquè multiplicia ad g & h, erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio e ad g, sicut f ad h: quod est propositum.

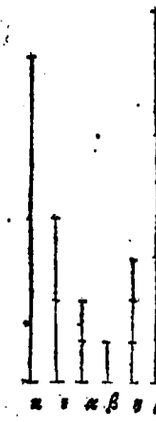


Euclid ex Zamb. *Theorema 4.* *Propositio 4.*

Si primũ ad secundum eandem habuerit rationem, & tertium ad quartum,

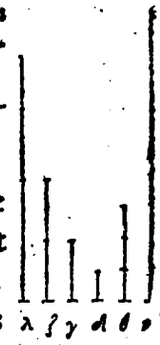
quartum, etiam æquè multiplicia primi & tertij ad æquè multiplicia ſecundi & quarti, iuxta quamuis multiplicationem, eandem habebunt rationem ſumpta adinuicem.

THEON ex Zamb. *Primum enim α, ad ſecundum β, eandem habeat rationem, quam tertium γ, ad quartum δ. Et ſumatur quidem ipſorum α γ, æquè multiplicia ε ζ, & ipſorũ β δ, alia utcunq; multiplicia η θ. Dico quòd ſicut ſe habet ε, ad ipſum η, ſic ſe habebit ζ, ad ipſum θ. Sumantur enim ipſorum ε ζ, æquè multiplicia κ & λ, & ipſorũ η θ, alia quomodocunq; æquè multiplicia, hoc eſt μ, & ν. Et quoniam æquè multiplex eſt ε, ipſius α, & ζ, ipſius γ, & ſumpta ſunt ipſorũ ε ζ, æquè multiplicia κ & λ, igitur κ (per 3 quinti) æquè multiplex eſt ipſius α, & λ, ipſius γ, & propterea, æquè multiplex eſt quoq; μ, ipſius β, & ν, ipſius δ. Et quoniam eſt ut α, ad β: ſic γ, ad δ & ſumpta ſunt ipſorum α γ, æquè multiplicia κ λ, ipſorũ autem β δ, alia quomodocunq; æquè multiplicia, hoc eſt μ, ν. ſi igitur excedit κ, ipſum μ, excedit & λ, ipſum ν: & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus, (per 6 diffinitionem tertij) Sunt autem κ λ, ipſorum ε ζ æquè multiplicia, & μ ν, ipſorum η θ, alia quòmodocunq; æquè multiplicia ſunt. Eſt igitur ut ε, ad η, ſic ζ, ad θ. Si primum igitur ad ſecundum eandem habuerit rationẽ & tertium ad quartum, & æquè multiplicia primi & tertij ad æquè multiplicia ſecundi & quarti, iuxta quamuis multiplicationem eandem rationem habebunt ſumpta adinuicem, (per 6 diffinitionem quinti) quod oportebat demonſtrare.*



LEMMA *ſiue aſſumptio. Quoniam igitur demonſtratum eſt quòd ſi excedit κ, ipſum μ excedit quoque λ, ipſum ν. & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus: manifeſtum autem eſt quòd ſi μ, ipſum κ, excedit, & ν excedit ipſum λ: & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus: ac per hoc erit ut κ, ad ε, ſic θ, ad ζ.*

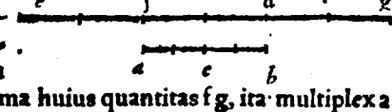
CORRELARIVM. *Hinc manifeſtum eſt quòd ſi quatuor magnitudines proportionales fuerint, & contra quoque proportionales erunt.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 5.

SI fuerint duæ quãtitates quarũ una ſit pars alterius, minuatúrq; ab utraq; ipſarũ ipſa pars, erit reliquũ reliquo atq; totũ toti æquè multiplex. Vel ſic, minuatúrq; ab utraq; ipſarũ ipſa pars aliquota, erit reliquum reliqui tota pars, quota totum totius.

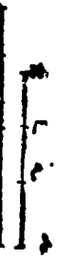
CAMPANVS. Sit quantitas a b tota pars quantitatis c d, quota eſt e b ipſius a b, minuatúrq; a b ex quantitate c d, & ſit reſiduum f c, eritq; c d, æqualis a b, ſimiliter quoq; minuatur e b ex quãtitate a b. ſitq; reſiduum e a. Dico quòd quota pars eſt quantitas a b quantitatis c d, tota eſt quãtitas a e quãtitatis c f. Cùm enim f d ſit æqualis a b, erit f d, ita multiplex e b, ſicut c d eſt multiplex a b. ponam itaq; d g ita multiplicem a e, ſicut f d, eſt multiplex e b, eritq; ex prima huius quantitas f g, ita multiplex a b, ſicut f d, eſt multiplex e b, & quia ſic fuit c d, multiplex a b, ſicut f d, fuit multiplex e b, erit utraque duarum quantitatum c d f g, æquè multiplex quantitatis a b, quare per communem ſcientiam, c d & f g ſunt æquales adinuicem, dempta igitur a b utraq; earum quantitate f d, erit ç f æqualis d g. Et quia d g fuit ita multiplex a e ſicut f d, e b, & ideo ſicut a b, e b, quare & ſicut c d, a b, erit c f, ita multiplex a e, ſicut tota c d, totius a b: quod eſt propoſitum.



Euclides ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

SI magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex, & ablata ablatæ, & reliqua reliquæ, ita erit multiplex ut tota totius eſt.

THEON ex Zãb. *Magnitudo etenim α β, magnitudinis γ δ, æquè multiplex eſto, atq; & ablata α ε, ablatæ γ ζ. Dico quòd & reliqua ε β, reliquæ δ ζ, æquè erit multiplex: atq; tota α β, totius γ δ, eſt multiplex. Quotuplex eſt α ε, ipſius γ ζ, totuplex fiat η β, ipſius γ η. Et quoniã (per 1 huius) æquè multiplex eſt α ε, ipſius γ ζ, & α θ, ipſius γ δ, ponitur autẽ æquè multiplex α ε, ipſius γ ζ & α β, ipſius η ζ, æquè igitur eſt multiplex α β, utriuſq; ipſorũ η ζ, & γ δ, æqualis igitur eſt η ζ, ipſi γ δ. Communis auferatur γ ζ, reliqua igitur η γ, reliquæ δ ζ, eſt æqualis. Et quoniã æquè multiplex eſt α ε, ipſius γ ζ, & ε θ, ipſius η γ, æqualis autem eſt γ ν, ipſi δ ζ, æquè igitur eſt multiplex α ε, ipſius η ζ, &*

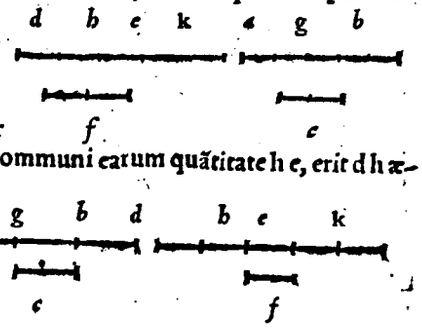


γ ζ, & ε β, ipſius ζ δ. Aequè autem ponitur multiplex α ε, ipſius γ ζ, & α θ, ipſius γ δ: æquè igitur eſt multiplex ε θ, ipſius ζ δ, & α β, ipſius γ δ. Et reliqua igitur ε β, reliquæ ζ δ, æquè multiplex erit: quotuplex eſt tota α β, totius γ δ. Si magnitudo igitur magnitudinis æquè fuerit multiplex & ablata ablatæ: & reliqua reliquæ æquè multiplex erit, quotuplex eſt tota totius: quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 6.

SI fuerint duæ quãtitates ad alias duas æquè multiplices, duęq; minores à duabus maioribus utraq; à ſua multiplice ſubtrahantur, erunt duo reliqua earundem partiũ æquè multiplicia, aut eis æqualia.

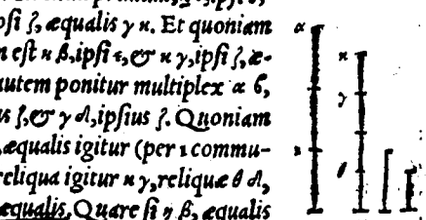
CAMPANVS. Sint quantitates a b ad c, & d e ad f, æquè multiplices, ſubtrahanturq; c ex a b, & f ex d e, & ſint reſidua ex a b quidem a g, ex d e, d h, eritq; g b, æqualis c, & h e æqualis f: dico quòd duo reſidua a g, & d h erunt æqualia duabus quantitatibus c f, aut eis æquè multiplicia. Sit ergo primò a g, æqualis c, dico quòd d h eſt æqualis f. Sumam enim quantitatẽ e k, æqualem f, eritq; per præmiſſas hypotheſes, ut toties f ſit in h k, quoties c in a b, quare ſicut a b eſt multiplex c, ita h k, eſt multiplex f, ſed ſic etiam d e, erat multiplex eiuſdem f, erit igitur per communem ſcientiam, h k æqualis d e, dempta igitur communi earum quãtitate h e, erit d h æqualis f: quod eſt propoſitum. Si autem a g ſit multiplex c, ponam ut e k ſit æquè multiplex f, eritq; ut prius, ut toties f ſit in h k, quoties c in a b, ſed toties erat etiam in d e; erit igitur ut prius, d e æqualis h k, & d h, e k: quare ſicut a g eſt multiplex c, ita d h eſt multiplex f: quod eſt propoſitum. Aliter idem. Cùm ſecundum eundem numerum contineat quantitas a b quantitatem c, ſecundum quem quantitas d e quantitatem f, demptaq; ab eo unitate remaneat unitas uel numerus ſecundum quem a g, continet c, & ſecundum quem d h, continet f, patet quantitates a g, & d h, eſſe æquales aut æquè multiplices quantitatibus c & f.



Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 6.

SI duæ magnitudines duarũ magnitudinum æquè fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earundem æquè fuerint multiplices, etiam reliquę eiſdem uel æquales ſunt, uel æquè ipſarum multiplices.

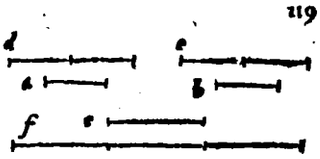
THEON ex Zãb. Duæ enim magnitudines α θ γ δ, duarũ magnitudinũ ε & ζ, æquè ſint multiplices, & ablatæ aliquæ α η, & γ θ, earundẽ ε & ζ, æquè ſint etiam multiplices. Dico quòd & reliquæ η β, & θ δ, eiſdem ε, & ζ, aũt ſunt æquales, aut earum æquè multiplices. Sit enim primum, η θ, ipſi ε, æquale. Dico quòd & θ δ, ipſi ζ, eſt æquale. Ponatur enim ipſi ζ, æqualis γ κ. Et quoniam æquè multiplex eſt α η, ipſius ε, & γ θ, ipſius ζ, æqualis autem eſt η θ, ipſi ε, & κ γ, ipſi ζ, æquè igitur eſt multiplex α β, ipſius ε, & κ θ, ipſius ζ. Aequè autem ponitur multiplex α θ, ipſius ε, & γ δ, ipſius ζ. Aequè igitur eſt multiplex κ θ, ipſius ζ, & γ δ, ipſius ζ. Quoniam igitur utraq; ipſarũ κ θ, & γ δ, ipſius ζ, æquè eſt multiplex, æqualis igitur (per 1 communem ſententiam,) eſt κ θ, ipſi γ δ. Communis auferatur γ θ, reliqua igitur κ γ, reliquæ θ δ, eſt æqualis. Sed ζ, ipſi κ γ, eſt & ipſi æqualis θ δ, igitur ζ eſt æqualis. Quare ſi η β, æqualis eſt ipſi ε, & δ θ, ipſi ζ, erit æqualis. Similiter quoq; oſtendemus, q & ſi multiplex fuerit κ β, ipſius ε, tam multiplex erit & θ δ, ipſius ζ. Si duæ igitur magnitudines duarũ magnitudinũ æquè fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earundem æquè fuerint multiplices, & reliquæ eiſdem aut æquales, aut earũ æquè multiplices erunt: quod demonſtrare oportebat. Euclid. ex Camp. Propoſitio 7.



SI duæ quantitates inæquales ad quãlibet comparentur, earũ ad illam erit una proportio, itemq; ad illas proportio illius, una eſt. CAMP. Sint duæ quantitates a b, æquales, quę comparentur ad quamlibet tertiam ut ad c, dico quòd eadẽ eſt proportio a ad c, & b ad c, itẽq; eadẽ c ad a, & c ad b. Primũ ſic probatur. Cùm enim c ſit cõſequens ad primã & ad b tertiam, ipſa erit in ratione ſecũdæ & quartę. Sumam igitur d ad a primã, & e ad b tertiam æquè multiplices, & ſumam f, quamlibet ex multiplicibus c, quæ eſt ſecunda & quarta. Et quia a & b, quarum ſunt æquè multiplices d e, poſitæ ſimt æquales, erit ut ſi d diui-

datur

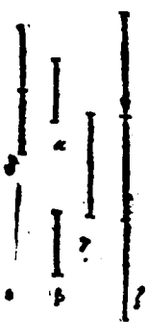
datur ſecundum quantitatem a, & e ſecundum quantitatem b, quòd partes utrobiq; ſunt numero & quantitate æquales: numero quidem, per hypotheſin propter æqualitatem multiplicationis utrobiq; quantitate autem, per hanc communem ſcientiam, quoties oportuit repetitam, quę eidem ſunt æqualia, ſibiinuicem ſunt æqualia. Quia igitur prima ex partibus d eſt æqualis primæ ex partibus e, & ſecunda ſecundæ, & cæteræ cęteris, ſuntq; tot partes in d quot ſunt in e, erit per primam huius, d ęqualis e. Quare per communem ſcientiam, ſi duæ quantitates ęquales comparentur ad aliam tertiam, aut ambæ quantitates d & e ſunt ſimiliter maiores f, aut ſimiliter minores, aut ſibi æquales, igitur ex diffinitione continuæ proportionalitatis, quæ eſt proportio a primæ ad c ſecundam, eadem eſt b tertiæ ad c quartam, quod eſt propoſitum. Secundum eodem modo probabis ordine cõuerſo, ut c ponatur prima & tertia, a uerò ſecunda, b quarta. Cùm uerò quantitas f, quæ eſt æquè multiplex primæ & tertiæ, ſit aut ſimiliter maior quantitatibus d & e, quæ ſunt æquè multiplices ſecundæ & quartæ, aut ſimiliter minor, aut eis æqualis: erit per eandem diffinitionem proportio c primę ad a ſecundam, ſicut c tertię ad b quartam: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propoſitio 7.*

7 Æquales, ad eandem, eandem habent rationem: & eadem, ad æquales.

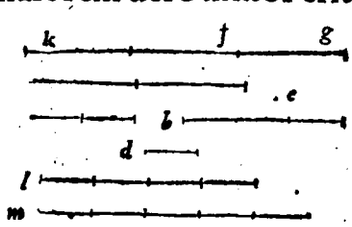
THEON ex Zamb. *Sint æquales magnitudines α β. alia autẽ utcunq; magnitudo γ. Dico quòd utraq; ipſarum α β, ad ipſam γ, eandem habet rationem: & γ, ad utramq; ipſarum α β. Sumantur (per 3 quinti) ipſarum α β, æquè multiplices, ſintq; δ ε, ipſius autem γ, alia utcunq; multiplex, ſitq; ζ. Quoniam igitur æquè multiplex eſt δ ipſius α, & ε, ipſius β, æqualis autem eſt α, ipſi β, æqualis igitur eſt (per primam communem ſententiam) & δ, ipſi ε. Alia autem quæcunq; ζ, multiplex ipſius ε, ſi excedit igitur δ ipſum ζ, excedit & ε, ipſum ζ: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor. Et ſunt quidem δ ε, ipſarum α β, æquè multiplices, & ζ, ipſius γ, alia utcunq; multiplex. Eſt igitur ut α ad γ, ſic β ad γ: dico iam quòd & γ, ad utramq; ipſarum α β, eandem habet rationem. Eiſdem nanque diſpoſitis, ſimiliter oſtendemus, quòd æqualis eſt δ ipſi ε, alia autem quædam eſt ζ. Si igitur excedit ζ, ipſum δ, excedit quoque ipſum ε: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor. At ζ, ipſius γ, multiplex eſt: & δ ε, ipſarum α β, aliæ quæuis ſunt æquè multiplices. Eſt igitur ſicut γ ad α, ſic etiam γ ad β. Æquales igitur ad eandem, eandem habent rationem, & eadem, ad æquales: quod fuerat demonſtrandum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

8 SI duæ quantitates inęquales ad unam quantitatẽ proportionentur, maior quidem maiorem, minor uerò minorẽ obtinebit proportionẽ. Illius autem ad illas, ad minorem quidem proportio maior, ad maiorem uerò minor erit.

CAMP. Sint duę quantitates inæquales a & b c, ſitq; maior b c, & proportionentur ad eandem quantitatem quę ſit d, dico quòd maior eſt proportio b c ad d, quàm a ad d, & quod econtrario maior eſt d ad a quàm d ad b c. Primum ſic probatur. Ponam e b, ęqualem a, & multiplicabo totiens e c, quod proueniat quantitas maior d, ſitq; f g, & ſumam k f, ita multiplicem b e, & ſimiliter h ita multiplicem a, ſicut f g, eſt multiplex e c, eritq; per primam huius, h ita multiplex a: ſicut k g, eſt multiplex b c, erit etiam h æqualis k f: propter hoc q; earum ſubmultiplices, quæ ſunt a & b e, poſitę ſunt æquales. Ponam quoque quòd h non ſit minor d, ſed æqualis aut maior, toties enim multiplicabo unamquanq; trium quantitatum e c, b e, & a, æqualiter, quòd f g multiplex e c proueniat maior d, & quòd h multiplex a non proueniat minor eadem: deinde toties multiplicabo d, quod proueniat quantitas maior h, ſitq; m prima quantitas multipliciũ d, quæ ſit maior h, ſub qua ſumam maximã multiplicẽ d, aut ſibi æqualẽ, ſi m eſt prima in ordine multipliciũ d, quæ ſit l: eritq; ut l, nõ ſit maior h, & cõſtabit m ex d & l: propter id quòd omne muliplex conſtat ex proximo prędcedenti multiplici & ſimplo, ut triplum ex duplo & ſimplo, excepto primo multiplici, quod conſtat ex bis ſimplo. Quia ergo h eſt æqualis k f, non



k f, non erit k f minor l, itaq; k f & d non efficient minus quàm l & d, quare non efficient minus quàm m: & quia f g, eſt maior d, erit k g maior quàm m. Intelligo igitur quãtitatem b c primam, d ſecundam, a tertiam, d quartam: & quia ad primam & tertiam ſumpta ſunt æquè multiplicia, ui delicet k g & h, ſimiliter quoq; ad ſecundam & quartam æquè multiplicia, immò idem in ratione duorum quod eſt m, & addit k g, multiplex primæ ſuper m multiplex ſecundæ, non addit autem b multiplex tertiæ ſuper m multiplex quartæ, erit per diffinitionẽ maioris improportionalĩ tatis, maior proportio b c primæ ad d ſecundam quàm a tertiç ad d quartam, quod eſt primum. Secundum probabis per eandem diffinitionem conuerſo ordine, ut d ſit prima & tertia, a ſecunda, b c quarta, addit enim m multiplex primç, ſuper b multiplicem ſecundæ: non addit autem m multiplex tertiæ ſuper k g, multiplicem quartæ, quare maior eſt proportio d ad a quàm d ad b c: quod eſt ſecundum. Ex huius autem demonſtrationis modo, patet ſufficientia diffinitionis maioris improportionalitatis, quam poſuit author in principio huius quinti. Nuſquã enim eſt maior proportio primæ quatuor quantitatum ad ſecundam, quàm tertiæ ad quartam: quin contingat aliqua æquè multiplicia ad primam & tertiam, & reperiri, quæ cùm relata fuerint ad aliqua æquè multiplicia ſecundæ & quartæ, inuenietur muliplex primæ addere ſuper multiplex ſecundæ, non autem multiplex tertiç ſuper multiplex quartæ. Hæc autem multiplicia ſic reperiemus, ſicut demonſtrabitur infrà ſupra 12 huius.

Euclides ex Zamb. *Theorema 8.* *Propoſitio 8.*

Inæqualium magnitudinum maior, ad eandem, maiorem rationem habet, quàm minor: & eadem ad minorem, maiorem rationem habet, quàm ad maiorem.

THEON ex Zamb. *Sint inæquales magnitudines, α, β & γ, & ſit maior α 6, quàm γ. Alia autem quæuis, ſit ut Δ. Dico quòd α β, ad Δ, maiorem rationem habet, quàm γ ad Δ, & Δ ad γ, maiorem rationem habet, quàm ad α 6. Quoniam enim maior eſt α β, quàm γ, ponatur ipſi γ, æqualis 6 ε, minor iam ipſarum α ε, & ε β, multiplicata: maior aliquando fiet quàm Δ. Sit primum α ε, minor quàm ε 6. Et multiplicetur α ε, quoad quod fiet, maius ſit ipſo Δ, & ſit illius multiplex ζ ν, quod maius eſt quàm Δ. Et quàm multiplex eſt ζ ν, ipſius α ε, tam multiplex eſto ν θ, ipſius ε β, & ν, ipſius γ, & ſumatur ipſius Δ duplum, ſit q; λ, triplum* Δ
poſtmodum: ſit q; illud μ, et deinceps uno plus, quo ad ſumptum multiplex fiat ipſius Δ, primo maius quàm ν, ſumatur q;, & ſit ν, quadruplum quidem ipſius Δ, primo autem maius quàm ν. Quoniam igitur λ, ipſo ν, primo eſt minor: ν igitur ipſo μ, non eſt minor. Et quoniam æquè multiplex eſt ζ ν ipſius α 6, atq; æquè multiplex eſt ζ ν, ipſius α ε, æquè igitur eſt multiplex, (per 1 quinti,) ζ θ ipſius α β, & ν, ipſius γ. Igitur ζ θ, & ν, ipſarum α β, & γ, æquè ſunt multiplices, (per eandem.) Rurſus quoniam æquè eſt multiplex ν θ, ipſius ε β, & ν ipſius γ, æqualis autem eſt ε β, ipſi γ, æqualis igitur eſt & ν θ, ipſi ν. At ν, non eſt minor quàm μ: neque igitur ν θ, eſt minor quàm μ. Maior autem eſt ζ ν, quàm Δ, tota igitur ζ θ, ſimul ambabus Δ & μ, maior eſt. Sed ambæ Δ & μ, ipſi ν, ſunt æquales: quandoquidem μ, ipſius Δ triplum eſt: ambæ autem μ, & Δ, ipſius Δ quadruplices ſunt: eſt autem ν, ipſius Δ quadruplum: ambæ igitur μ, & Δ, ipſius Δ quadruplices ſunt, eſt autem γ, ipſius Δ, quadruplum: ambæ igitur μ & Δ, ipſi ν ſunt æquales. Sed ζ θ, ipſis μ & Δ maior eſt, igitur θ ζ ipſum ν excedit. Sed ν, ipſum ν, non excedit, & ſunt quidem ζ θ & ν, æquè multiplices ipſarum α β, & γ, & ν, ipſius Δ, alia quæuis eſt multiplex. Igitur α β, ad Δ maiorem rationem habet, quàm γ, ad Δ. Dico iam quòd & Δ, ad γ, maiorem rationem habet, quàm Δ ad α 6. Nam illis ſic deſcriptis ſimiliter oſtendemus quòd ν, maior quidem eſt quàm ν, non uerò maior quàm ζ θ: & eſt quidem ν ipſius Δ, multiplex. Ipſæ uerò ζ θ, & ν ipſarum α β & γ, aliæ quæuis æquè multiplices. Igitur Δ ad γ, maiorem rationem habet, quàm Δ ad α β. Sed iam α ε, maior eſt quàm ε β, iam minor ε 6 multiplicatâ, maior aliquando fiet quàm Δ. Multiplicetur, & eſto ν θ, multiplex quidem ipſius ε 6, maior autem ipſo Δ. Et quàm multiplex eſt ν θ ipſius ε β, tam multiplex fiat & ζ ν ipſius α ε, & ν ipſius γ, ſimiliter oſtendemus quod ζ θ, & ν ipſarum α 6, et γ, æquè ſunt multiplices. Sumatur q; ſimiliter multiplex quidem ipſius V
Δ, primo autem maior quàm ζ ν quare rurſus ζ ν non eſt minor quàm μ, maior autem eſt ν θ, quàm Δ. Tota igitur ζ θ, ipſas Δ μ, hoc eſt ipſam ν, excedit, & ν ipſam ν, nõ excedit. Quoniã & ζ ν, quæ maior eſt quàm ν θ, hoc eſt quàm ν ipſam ν, non excedit: pariter q; ſuperiora conſequuti demonſtrationẽ conficiemus. Inæqualium igitur magnitudinum maior ad eandem, maiorem rationem habet, quàm minor: & eadem ad minorem, maiorem rationem habet quàm ad maiorem: quod demonſtraſſe oportuit.

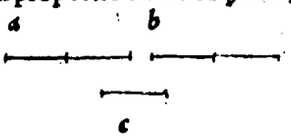


Euclid.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 9.

9 SI fuerit aliquarum quantitatum ad unam quãtitatem proportio una, ipſas eſſe æquales: ſi uerò unius ad eas proportio una, ipſas æquales eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit duarum quantitatum a & b, proportio una ad c, dico eas eſſe æquales: & ſi econuerſo fuerit eadem proportio c ad utrãq; earũ, adhuc dico eas eſſe æquales, hæc eſt conuerſa ſeptimæ huius. Primum ſic patet. ſi enim non ſunt æquales, ſed altera earum maior, utpote a, erit per primã partem præmiſſæ, maior proportio a ad c, quàm b ad c, quod eſt contra hypotheſim. Secũdum quoq; patet: quia ſi a eſt maior b, erit per ſecundam partem præmiſſæ, maior proportio c ad b, quàm ad a. quod eſt etiam contra hypotheſim.



Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 9.

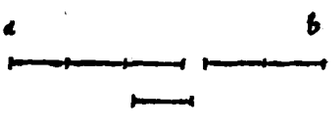
9 Quæ ad eandem, eandẽ habent rationem, æquales adinuicẽ ſunt: & ad quas eadem, eandem habet rationem, ipſæ ſunt æquales.

THEON ex Zamb. *Habeat inquam utraq; ipſarum α β, ad γ, eandẽ rationem. Dico quòd æqualis eſt α, ipſi β. Si autem non, utraque ipſarum α β, ad ipſam γ, eandem non haberet rationem, (per 8 quinti,) habet autem, æqualis igitur eſt α ipſi β. Habeat rurſus γ, ad utranq; ipſarum α β, eandem rationem. Dico quòd æqualis eſt α, ipſi β: ſi autem non, ipſa γ, ad utranque ipſarum α β, non habet eandem rationem, habet autem, æqualis igitur eſt α ipſi β. Quæ ad eandem igitur, eandem habent rationem, adinuicem ſunt æquales: & ad quas eadem, eandem habet rationem, ipſæ ſunt æquales: quod demonſtrandum fuerat.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 10.

11 SI fuerit unius quantitatis ad quantitatem unam proportio maior, quantitatem maiorem eſſe. Si uerò unius ad eandẽ proportio maior, minorem eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Quòd ſi fuerit maior proportio a ad c quàm b ad c, dico a eſſe maiorẽ b: & ſi fuerit maior c ad b quàm c ad a, adhuc dico a eſſe maiorẽ b, hęc eſt cõuerſa 8. Primum patet per primam partem 7, & per primam 8, nam per primam partem ſeptimæ, non erit a æqualis b, nec etiam minor, per primam octauæ. Secundum uerò patet ex ſecundis partibus earundem.



Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 10.

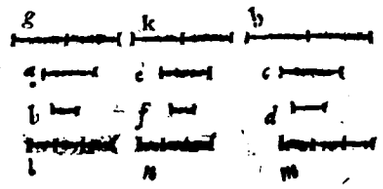
10 Ad eandem rationẽ habentium, maiorem rationẽ habens, illa maior eſt: ad quam autẽ eadem maiorẽ rationem habet, illa minor eſt.

THEON ex Zamb. *Habeat enim α, ad γ, maiorem rationẽ, quàm β, ad γ: dico quòd α, maior eſt quàm β. Si autem non, aut eſt α, ipſi β, æqualis, aut ea minor: æqualis autem minimè eſt α, ipſi β, utraq; etenim ipſarum α β, ad γ, eandem rationem haberet: (per 9 quinti) non habet autẽ, igitur α, ipſi β minimè æqualis eſt. Neq; etiam minor eſt α, quàm β. nam α, ad ipſum γ, minorem rationem haberet, quàm β, ad γ, (per 8 quinti) non habet autem, igitur α, quàm β minor non eſt. Oſtẽſum autem eſt, quòd neque eſt æqualis, maior igitur eſt α, quàm β. Habeat rurſus γ ad β, maiorem rationem, quàm γ ad α. Dico quòd minor eſt β, quàm α. Si autem non, aut eſt ei æqualis, aut ea minor: æqualis quidem non eſt, β ipſi α: nam γ, ad utranque ipſarum α β, eandem haberent rationem, (per 6 quinti,) non habet autem: igitur α, ipſi β, minimè eſt æqualis. Neq; etiam maior eſt β, quàm α, nam γ ad β, minorem rationem haberet, quàm ad α, (per 8 quinti) non habet autem. Igitur maior non eſt β quàm α: patuit autem, quòd neq; æqualis eſt, minor igitur eſt β, quàm α. Ad eandem igitur rationem habẽtium, maiorem rationem habens, maior eſt: & ad quam eadem maiorem rationem habet, ipſa minor eſt: quod erat demonſtrandum.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 11.

11 SI fuerint quantitatum proportiones alicui uni æquales, ipſas quoque proportiones ſibi inuicem æquales eſſe neceſſe eſt:

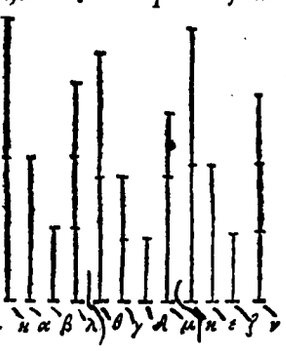
CAMPANVS. Propoſitionem hanc quam Euclides in principio primi annumerauit inter communes animi conceptiones, quæ eidem ſunt ęqualia, ſibi quoq; ſunt æqualia, prout de quantitatibus intelligitur, hic demonſtrat prout proportionibus accommodatur. Sit ergo utraque duarum proportionum quæ ſunt a ad b, & c ad d, æqualis proportioni quæ eſt e ad f. Dico proportiones quæ ſunt a ad b & c ad d, ſibi inuicem eſſe æquales. Sumam enim g ad a, & h ad c, & k ad e, æquè multiplices, itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æquè multiplices. Et quia per hypotheſin proportio c ad f, eſt ſicut a ad b, & ſimiliter ſicut c ad d, erit per conuerſionem diffinitionis incontinuę proportionalitatis bis ſumptam, ſi k addit ſuper n, quòd g addat ſuper l, & h ſuper m: & ſi k minuit ab n, quòd g minuat ab l: & h ab m: & ſi k eſt æqualis n, quòd g ſit æqualis l, & h æqualis m. Quia igitur g ad l, & h ad m ſimiliter ſe habent in addendo, diminuendo & æquando, mediantibus k & n, erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, a ad b ſicut c ad d: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema* 11. *Propoſitio* 11.

Quæ eidem ſunt eædem rationes, & adinuicem ſunt eædem. 11

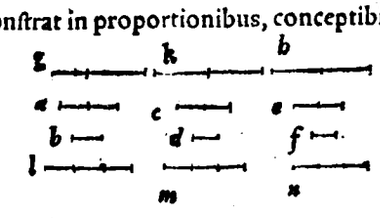
THEON ex Zamb. Sint enim ſicut α, ad β, ſic γ, ad δ: ſicut uerò, γ ad δ, ſic ε ad ζ. Dico quòd eſt ſicut α, ad β, ſic ε, ad ζ. Sumantur enim ipſarum α γ ε, æquè multiplices, ſintq; η θ ι, ipſarum uerò β δ ζ, aliæ quæuis æquè multiplices, ſintq; λ μ ν. Et quoniam eſt ſicut α, ad β, ſic γ, ad δ, & ſumptæ ſunt ipſarum α γ, æquè multiplices η θ, ipſarum autem β δ, aliæ quæuis æquè multiplices λ μ: ſi igitur excedit η, ipſum λ, excedit & θ, ipſum μ, & ſi æquale, æquale: & ſi deficit, deficit, (per conuerſionem 5 diffinitionis quinti.) Rurſus quoniam ſicut eſt ε, ad ζ, ſic eſt γ, ad δ, & ſumptæ ſunt ipſarum γ ε, æquè multiplices θ ι, & ipſarum δ ζ, aliæ quæuis æquè multiplices μ, & ν: ſi igitur excedit θ ipſum μ, excedit quoque ι ipſum ν: & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus, per eandem.) Sed ſi excedit θ ipſum μ, excedit quoque & η, ipſum λ: & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus: (per eandem conuerſionem.) Quare ſi excedit η ipſum λ, excedit & ι, ipſum ν: & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus: (per eandem.) Sunt autem η ι ipſarum α, ε, æquè multiplices, & λ ν, ipſarum β ζ, aliæ quæuis æquè multiplices. Eſt igitur ſicut α ad β, ſic eſt ε ad ζ. Quæ igitur ſunt eidem eædem ſunt rationes, & adinuicem ſunt eædem (per 6 diffinitionem) quod demonſtraſſe oportuit.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 12.

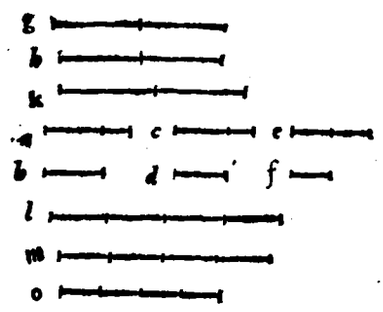
SI fuerit proportio primi ad ſecundum ſicut tertij ad quartum, tertij uerò ad quartũ maior quàm quinti ad ſextum, erit proportio primi ad ſecundum, maior quàm quinti ad ſextum. 12

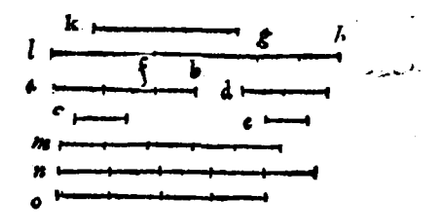
CAMPANVS. Sicut in præcedenti, quod hic demonſtrat in proportionibus, conceptibile eſt in quantitatibus, uidelicet quòd ſi duæ quantitates fuerint ſibi inuicem æquales, quęcunq; fuerit una earum maior, eadem maior erit & reliqua. In proportionibus tamen hoc demonſtratur, ut ſi ſit proportio a ad b ſicut c ad d, c uerò ad d, ſit maior quàm e ad f, erit quoque a ad b, maior e quàm ad c. Sumam enim g ad a, & h ad c, & k ad e, æquè multiplices, itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æquè multiplices. Et quia per hypotheſin proportio c ad d eſt ſicut a ad b, & maior quàm e, ad f: erit per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis, ſi h addit ſuper m, ut g addat ſuper l, & per conuerſionem diffinitionis maioris improportionalitatis, quòd non ſit neceſſe k addere ſuper n. Quia igitur mediantibus h & m ſi g addit ſuper l, non eſt neceſſe k addere ſuper n: erit per diffinitionem maioris improportionalitatis, maior proportio a ad b quàm e ad f: quod eſt propoſitum.

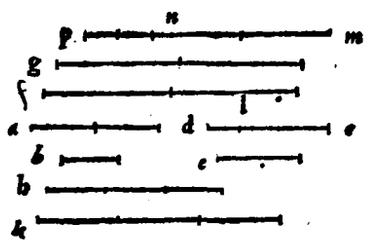


CAMPANI *additio.* Simili quoque modo probabis, quòd ſi ſit a ad b ſicut c ad d, & c ad d, minor quàm e, ad f, erit a ad b minor quàm e ad f. Cum enim ſit c ad d minor quàm e ad f, erit e ad f, maior quàm c ad d: per conuerſionem igitur diffinitionis maioris improportionalitatis, ſi k addit

ſi k addit ſuper n, non eſt neceſſe quòd h addat ſuper m: ſed ſi h non addit ſuper m, g non addit ſuper l, ergo ſi k addit ſuper n, non eſt neceſſe ut g addat ſuper l: per diffinitionem igitur maioris improportionalitatis, maior erit proportio e ad f, quàm a ad b, ergo cõuerſo minor erit a ad b quàm e ad f, quod eſt propoſitũ. Ex modo autem demonſtrationis octauæ huius, & hac fiet manifeſtũ quòd ſi fuerit primæ quatuor quantitatum ad ſecundam maior proportio quàm tertiæ ad quartam, continget reperire aliqua æquè multiplicia primæ & tertiæ, quæ cum comparabuntur ad aliqua æquè multiplicia ſecundæ & quartę, inuenietur multiplex primæ addere ſuper multiplex ſecundæ, non autem multiplex tertię ſuper multiplex quartæ. Quod ſic patet. Sit enim maior proportio a b ad c, quàm d ad e. Ponam ergo ut ſit proportio a f ad c, ſicut d ad e, eritq; per hanc 12 & per 10, a f minor a b, & ſit minor in quantitate f b, quam multiplicabo toties, quoad ꝓueniat quãtitas maior c, quæ ſit g h, hac cõditione ut toties d multiplicata ꝓducat quantitatem non minorem e, quæ ſit k, tunc ponam ut l g ſit ita multiplex a f, ſicut g h eſt multiplex f b, aut k d, eritq; per primam huius l h, ita multiplex a b, ſicut k d. Deinde ponam quòd m ſit prima quãtitas multiplex c, quæ ſit maior k, & ponam n ita multiplicem c, ſicut m eſt multiplex e, eritq; per præmiſſas hypotheſes & conuerſionẽ diffinitionis incõtinuę proportionalitatis quantitas n prima, multiplicium c, quæ erit maior l g, nec erit l g minor c. Sumam ergo ſub n, maximam multiplicium c, aut ſibi ęqualem, ſi forſitan n ſit prima multiplicium eius, quæ ſit o, conſtabitq; n, ex o & e, quia ergo l g non eſt minor o, & g h eſt maior c, erit l h, maior n, quare cum k ſit minor m, patet propoſitum. Conuerſam quoque huius demonſtrare poſſumus, uidelicet, quòd ſi contingit reperire aliqua ęquè multiplicia primæ & tertiæ, quarum multiplex primæ addat ſuper aliquod multiplex ſecundæ, & multiplex tertiæ non addat ſuper multiplex quartæ, maior erit proportio primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam, quod ſic probatur. Sint quatuor quantitates, a prima, b ſecunda, c d tertia, e quarta, ſintq; f ad a, & g ad c d, æquè multiplicia, ſimiliter h ad b, & k ad e, ęquè multiplicia, & addat f ſuper h, non addat autem g ſuper k, dico quòd maior eſt proportio a ad b quàm c d ad e. Si enim dico æqualis per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis adderet g ſuper k, quod eſt contra hypotheſim. Si autem minor, ſit c l ad e ſicut a ad b, eritque per huius 10, c l minor c d, & ſit minor in quantitate l d. Ponam igitur ut m n ſit ita multiplex c l, & n p multiplex l d, ſicut f eſt multiplex a, eritq; per primam huius m p, ita multiplex c d, ſicut f eſt multiplex a, utraque igitur duarum quantitatum m p & g, eſt ęquè multiplex quantitatis c d, ergo ipſæ ſunt æquales: nam hæc illatio, demonſtrata eſt in 7 huius. Et quia g non eſt maior k, non erit m p maior eadem. Sed per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis, m n eſt maior k, eo quòd f eſt maior h, ergo m n, eſt maior m p, quod eſt impoſsibile: quare relinquitur propoſitum.





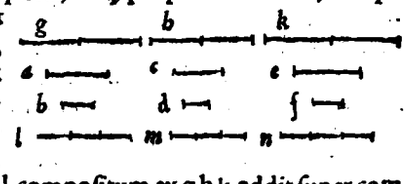


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

13 SI fuerint quotlibet quantitatum ad totidem alias, proportio una erit quoq; quæ proportio unius ad unam, eadem proportio harum omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

CAMPANVS. Quod prima propoſuit de multiplicibus, hæc proponit de omnibus proportionibus, unde hæc eſt communior illa, eo quòd omnis multiplicitas eſt proportio, non autem e-

tem econuerſo. Sit igitur a ad b, & c ad d, & e ad f, una proportio: dico quòd quæ eſt proportio a ad b, eadem eſt compoſiti ex a c e, ad compoſitum ex b d f. Sumam g ad a, & h ad c, & k ad e, ęquè multiplicia, itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æquè multiplicia, eritq; per primam huius, compoſitum ex g h k, ita multiplex compoſiti ex a c e, ſicut g eſt multiplex a: ſimiliter per eãdem, compoſitum ex l m n, erit ita multiplex compoſiti ex b d f, ſicut l eſt multiplex b: & per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis bis ſumptam, ſi g addit ſuper l, & h addit ſuper m, & k ſuper n: & ſi minuit, minuit: & ſi ęquat, æquat: ergo per communem ſcientiam, ſi g addit ſuper l, compoſitum ex g h k, addit ſuper compoſitum ex l m n: & ſi minuit, minuit: & ſi æquat, æquat: ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a ad b, eſt ſicut compoſiti ex a c e, ad compoſitum ex b d f: quod eſt propoſitum.



Hæ ſequentes duæ propoſitiones 12 ſcilicet & 13, ex Zamberto, duabus præcedentibus ex Campano, præpoſtero ordine reſpondent 12 unius 13 alterius.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propoſitio 12.*

Si fuerint quælibet magnitudines proportionem habentes, erit ſicut una antecedentium ad unam conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes. 12

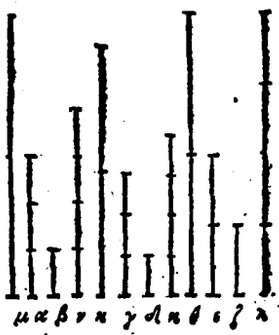
THEON ex Zamb. *Sint quotcunq; magnitudines proportionem habentes α β γ δ ε ζ, ſicut α, ad β, ſic γ, ad δ, & ε, ad ζ. Dico quòd eſt ſicut α, ad β, ſic eſt α γ ε, ad β δ ζ. Sumantur enim æquè multiplices ipſarum α γ ε, ſintq; η θ κ, & ipſarum β δ ζ, aliæ quæuis æquè multiplices, ſintq; λ μ ν. Et quoniam eſt ſicut α ad β, ſic γ ad δ, & ε ad ζ, & ſumptæ ſunt ipſarum α γ ε, æquè multiplices η θ κ, & ipſarum β δ ζ, aliæ quæuis æquè multiplices, hoc eſt λ μ ν: ſi igitur excedit κ, ipſum λ, excedit & θ, ipſum μ, & η, ipſum ν: & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus (per conuerſionem 6 diffinitionis quinti) Quare & ſi excedit κ, ipſum λ, excedunt & η θ κ, ipſas λ μ ν: & ſi æquales, æquales: & ſi minores, minores (per eandem) Et eſt η quidem, & η θ κ, ipſius α, & ipſarum α γ ε, æquè multiplices. Quoniam (per primam quinti) ſi fuerint quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum æqualium numero, ſingulæ ſingularum æquè multiplices, quàm multiplex eſt una unius magnitudinum, tam multiplices erunt, & omnes omnium. Ac per hoc, etiam λ, & λ μ ν, ipſius β, & β δ ζ, æquè ſunt multiplices, eſt igitur ſicut α ad β, ſic α γ ε, ad β δ ζ (per 6 diffinitionem quinti) Si fuerint igitur quotcunq; magnitudines proportionem habentes, erit ſicut una antecedentium ad unam conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes: quod demonſtrandum fuerat.*



Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propoſitio 13.*

Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationẽ, & tertia ad quartam, tertia autem ad quartã maiorẽ rationem habeat quàm quinta ad ſextam, prima quoq; ad ſecundam maiorem rationem habebit quàm quinta ad ſextam. 13

THEON ex Zamb. *Prima enim α, ad ſecundam β, eandem habeat rationem & tertia γ, ad quartam δ, tertia uerò γ, ad quartam δ, maiorem habeat rationem quàm quinta ε, ad ſextam ζ. Dico quòd & prima α, ad ſecundam β, maiorem rationem habebit, quàm quinta ε, ad ſextã ζ. Quoniam γ ad δ maiorem rationẽ habet, quàm ε ad ζ, ſunt enim ipſarum γ ε, quædam æquè multiplices, & ipſarum δ ζ, aliæ quæuis ſunt æquè multiplices, ac multiplex ipſius γ, excedit multiplicem ipſius δ, multiplex autem ipſius ε, non excedit multiplicem ipſius ζ, ſumantur igitur, & ſint ipſarum γ ε, æquè multiplices*

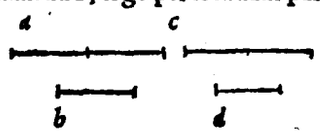


multiplices ν θ, ipſarum autem δ ζ, aliæ quæuis æquè multiplices ν λ. Ita quidem ut ν excedat ipſum ν, & θ, ipſum λ, non excedat; & quàm multiplex quidem eſt ν, ipſius γ, tam multiplex eſto, & μ ipſius α: quàm multiplex autem eſt ν, ipſius δ, tam multiplex eſto & ν, ipſius β, & quoniam eſt ſicut α, ad β, ſic γ, ad δ, & ſumptæ ſunt ipſarum α γ, æquè multiplices μ ξ, ipſarum β δ, aliæ quæuis æquè multiplices ν λ: ſi excedit igitur μ, ipſam ν, excedit & ξ, ipſam ν: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor (per conuerſionem ſextæ diffinitionis quinti) Excedit autẽ (per cõſtructionẽ) ξ ipſam ν, excedit igitur & μ ipſam ν, at θ ipſam λ, nõ excedit: ſunt autem μ θ, æquè multiplices ipſarum α ε, & ν λ, ipſarum β ζ, aliæ quæuis æquè multiplices. Igitur α, ad β, maiorem habet rationem, quàm ε, ad ζ. Si prima igitur ad ſecundam eandẽ habuerit rationem, & tertia ad quartam: tertia autem ad quartam maiorem rationem habeat quàm quinta ad ſextam: prima ad ſecundam quoq; maiorem rationem habebit, quàm quinta ad ſextam: quod demonſtrare oportebat.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

14 SI fuerint quatuor quantitates proportionales, fueritq; prima maior tertia, neceſſe eſt ſecundam quarta eſſe maiorem. Quòd ſi minor, & minorem: ſi uerò æqualis, & æqualem eſſe.

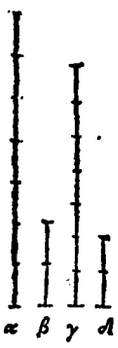
CAMPANVS. Sit proportio a ad b, ſicut c ad d. Dico quòd ſi a eſt maior c, b erit maior d: & ſi minor, minor: & ſi æqualis, æqualis. Si enim a ſit maior c, erit per primam partem 8 huius, maior proportio a ad d quàm c ad d. Quare maior erit a ad d, quàm ad b, ergo per ſecũdam partem 10 huius, b erit maior d: quod eſt propoſitum. Quòd ſi a ſit minor c, erit per primam partem 8, minor proportio a ad d, quàm c ad d. Quare maior erit a ad b, quàm ad d: per ſecundã ergo partem 10, b erit minor d. Si autem a ſit æqualis c, erit per primam partem 7, a ad d ſicut c ad d. Quare a ad d, ſicut a ad b, itaque per ſecundam partem 9, b erit æqualis d: ſicq; patet propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propoſitio 14.*

14 Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam, prima uerò tertia maior fuerit, & ſecunda, quarta maior erit: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor.

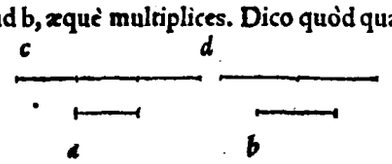
THEON *ex Zamb.* *Primum enim α, ad ſecundum β, eandem habeat rationem, & tertium γ, ad δ quartum, maius autem eſto α, quàm γ. Dico quòd & β, maius eſt quàm δ. Quoniam enim α, eſt maior quàm γ, eſt autem alia quædam magnitudo β, igitur (per 8 quinti) α, ad ζ, maiorem rationem habet quàm γ, ad β. Sicutq; α ad β, ſic γ, ad δ, maiorem rationem habet, quàm γ, ad β. Ad quod autem idem maiorem rationem habet, illud minus eſt (per 10 quinti) minus igitur eſt δ, quàm β, quare maior eſt β, quàm δ. Similiter quoq; oſtendemus, quòd & ſi æquale fuerit α, ipſi γ, æquale erit quoque & β, ipſi δ: & ſi minus fuerit α, quàm γ, minus erit quoque & β, quàm δ. Si prima igitur ad ſecundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam, prima autem tertia maior fuerit, & ſecunda quarta maior erit: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor: quod demonſtrare oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*

15 SI fuerint aliquibus quantitatibus æquè multiplices aſſignatæ, erit ipſarum multiplicium atque ſubmultiplicium una proportio.

CAMPANVS. Sint c ad a, & d ad b, æquè multiplices. Dico quòd quæ eſt proportio a ad b, eadem eſt c ad d. Diuidatur c ſecundum quantitatem a, & d ſecundum quantitatẽ b, ſuntq; tot partes e, quod d: & quia quælibet pars c ad quamlibet partem d ſe habet ſicut a ad b, erit per 13 huius, c ad d, ſicut a ad b: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propoſitio 15.*

15 Partes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent ſumptæ adinuicem.

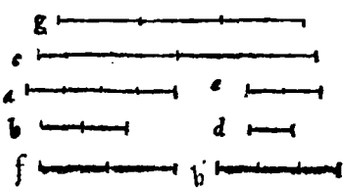
THEON ex Zamb. *Sit igitur æquè multiplex α β, ipſius γ, & δ ε, ipſius ζ. Dico q, eſt ſicut γ, ſic eſt α β, ad δ ε. Quoniã enim æquè eſt multiplex α β, ipſius γ: et δ ε, ipſius ζ. quot igitur magnitudines ſunt in α β, ipſi γ, æquales, tot ſunt in δ ε æquales ipſi ζ. Diuidatur α β, in magnitudines æquales ipſi γ, hoc eſt α κ, κ θ, θ β, ipſum autẽ δ ε, in magnitudines æquales ipſi ζ, hoc eſt δ κ, κ λ, et λ ε, erit iam magnitudo ipſorũ α κ, κ θ, et θ β, æqualis multitudini ipſorum δ κ, κ λ, et λ ε. Et quoniã α κ, κ θ, & θ β, ſibi inuicẽ ſunt æquales, & δ κ, κ λ, & λ ε, quoq; ſibi inuicẽ ſunt æquales: eſt igitur ſicut α κ, ad δ κ, ſic eſt κ θ ad κ λ, & θ β, ad λ ε: erit igitur (per 12 quinti) ſicut unũ antecedentiũ ad unũ conſequentiũ, ſic omnia antecedẽtia ad omnia conſequentia. Eſt igitur ſicut α κ, ad δ κ, ſic eſt α β, ad δ ε, æqualis autẽ eſt α κ, ipſi γ, ipſum autẽ δ κ, ipſi ζ: eſt igitur ſicut γ ad ζ, ſic eſt α β ad δ ε. Paries igitur eodẽ modo multipliciũ, eandẽ habẽt rationẽ ſumptæ adinuicẽ: quod demõſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 16.

SI fuerint quatuor quantitates proportionales, permutatim quoque proportionales erunt. 16

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, ſicut c ad d. Dico quòd erit a ad c ſicut b ad d. Et iſte eſt modus arguẽdi, qui dicitur proportionalitas permutata, cuius demonſtratio ſic patet. Sumã e ad a, & f ad b, æquè multiplices: itemq; g ad c & h ad d, æquè multiplices, eritq; per præmiſſam e ad f, ſicut g ad h: quare per 14, ſi e addit ſuper g, & f addit ſuper h: & ſi minuit, minuit: & ſi æquat, æquat: per diffinitionem igitur incontinuæ proportionalitatis erit a ad c, ſicut b ad d: quod eſt propoſitum. Neceſſe eſt autem, ut in permutata proportionalitate ſint omnes quatuor quantitates eiuſdem generis.



Euclid. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 15.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & uiciſsim proportionales erunt. 16

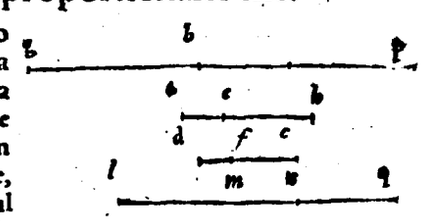
THEON ex Zamb. *Sint quatuor magnitudines proportionales α β γ δ, ſicut α ad β, ſic γ ad δ. Dico quòd & uiciſsim proportionales erunt, ſicut α ad γ, ſic β ad δ. Sumãtur quidẽ ipſarum α β, æquè multiplices ε ζ, & ipſarũ γ δ, & aliæ quæuis, æquè multiplices η θ: & quoniam æquè multiplex eſt ε ipſius α, & ζ ipſius β, partes autẽ eodẽ modo multipliciũ eandem habẽt rationẽ ſumptæ adinuicẽ (per præcedẽtẽ) eſt igitur ſicut α ad β, ſic ε ad ζ. Sicut aũt α, ad β, ſic & γ ad δ, & ſicut igitur γ ad δ, ſic ε ad ζ (per 11 quinti.) Rurſus quoniã η θ ipſarum γ δ, æquè ſunt multiplices, partes autẽ eodem modo multipliciũ eandẽ habent rationẽ ſumptæ adinuicẽ (per 15 quinti) eſt igitur ſicut γ ad δ, ſic eſt η ad θ. Sicut autẽ γ ad δ, ſic ε ad ζ, & ſicut igitur ε ad ζ, ſic η ad θ (per 11 quinti.) Si quatuor aũt magnitudines proportionales fuerint, prima uerò tertia maior ſit, & ſecunda quarta maior erit: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor (per 14 quinti.) Si igitur excedit ε ipſum η, excedit & ζ ipſum θ: & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus (per 6 diffinitionem quinti) Sunt autem ε ζ ipſarum α β æquè multiplices: & η θ ipſarum γ δ: aliæ quæuis æquè multiplices. Eſt igitur ſicut α ad γ, ſic eſt β ad δ. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, & uiciſsim proportionales erunt: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 17.

SI fuerint quantitates coniunctim proportionales, eaſdem diſiunctim quoque proportionales eſſe. 17

CAMPANVS. Demõſtrato modo arguẽdi qui dicitur proportionalitas permutata, demõſtrat illũ qui dicitur, pportionalitas diſiuncta. Sit itaq; proportio a b ad b c, ſicut d e ad e f. Dico q, erit a c ad c b, ſicut d f ad f e. Sumã enim g h ad a c, & h k ad c b, itemq; l m ad d f, & m n ad f e, æquè multiplices. Eritq; per primã huius g k ita multiplex a b: ſicut g h eſt multiplex a c, & l n, ita multiplex d e ſicut l m eſt multiplex d f. Et idẽo per præmiſſas hypotheſes g k eſt ita multiplex a b, ſicut eſt l n, d e. Ponã iterũ k p ad c b, & n q ad f e, æquè multiplices, eruntq; per ſecundam, h p ad c b, & n q ad f e, æquè multiplices, per conuerſionem

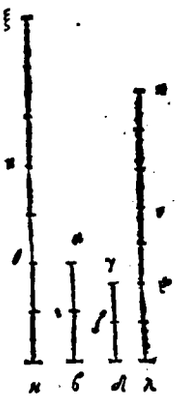


tionem igitur diffinitionis incontinuæ proportionalitatis. ſi g k addit ſuper h p, l n, addit ſuper m q, & ſi minuit, minuit: & ſi æquat, æquat: demptis itaque communibus h k & m n: erit per communem ſcientiam, ut ſi g h addit ſuper k p, quod l m addit ſuper n q: & ſi minuit, minuit: & ſi æquat, æquat: ergo per diffinitionem incontinuę proportionalitatis, proportio a c ad c b, eſt ſicut d f ad f e: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propoſitio 17.*

17 Si compoſitæ magnitudines proportionales fuerint, diuiſæ quoque proportionales erunt.

THEON ex Zamb. *Sint compoſitæ magnitudines proportionales α β, β ε, γ δ, δ ζ, ſicut α β, ad β ε, ſic γ δ ad δ ζ. Dico quòd & diuiſæ proportionales erunt: ſicut α ε ad β ε, ſic γ ζ ad δ ζ. Sumantur enim ipſarũ α ε, ε β, γ ζ, ζ δ, æquè multiplices, η θ, θ κ, λ μ et μ ν: ipſarũ autẽ ε β & ζ δ, aliæ quæuis æquè multiplices, hoc eſt κ ξ & ν π. Et quoniã æquè multiplex eſt η θ ipſius α ε, & θ κ ipſius ε β, æquè igitur eſt multiplex η θ ipſius α ε, et η κ ipſius α β (per 1 quinti) Aequè autẽ eſt multiplex η θ ipſius α ε, & λ μ ipſius γ ζ: æquè igitur eſt multiplex η κ ipſius α β, & λ μ ipſius γ ζ (per 11 eiuſdẽ) Rurſus quoniam æquè eſt multiplex λ μ ipſius ε ζ, & μ ν ipſius δ ζ: æquè igitur eſt multiplex λ μ ipſius γ ζ, & λ ν ipſius γ δ (per primam eiuſdem) æquè autem erat multiplex λ μ ipſius γ ζ: & η κ ipſius α β. Aequè igitur eſt multiplex η κ ipſius α ε, & λ ν ipſius γ δ: igitur η κ & λ ν, ipſarum α ε, & γ δ æquè ſunt multiplices. Rurſus quoniam æquè multiplex eſt θ κ ipſius ε ε, & μ ν ipſius ζ δ: eſt autem & κ ξ ipſius ε β æquè multiplex, & ν π ipſius ζ δ: & compoſitum igitur (per 11 eiuſdem) θ ξ ipſius ε β æquè multiplex eſt, & μ π ipſius ζ δ. Et quoniam eſt ſicut α β ad β ε, ſic eſt γ δ ad δ ζ, & ſumptæ ſunt ipſarum quidem α β & γ δ æquè multiplices η κ & λ ν: ipſarum autem ε ε & ζ δ aliæ quæuis æquè multiplices: hoc eſt, θ ξ & μ π: ſi igitur excedit η κ ipſam θ ξ, excedit & λ ν ipſam μ π: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor (per conuerſionem 6 diffinitionis quinti) Excedat nempe η κ ipſam θ ξ: & igitur communi ablata θ κ, excedit η θ ipſam κ ξ. Sed ſi excedit η κ ipſam θ ξ excedit & λ ν ipſam, μ π: excedat igitur λ ν, ipſam μ π: & communi ablata μ ν, excedit & λ μ ipſam ν π. Quare ſi excedit η θ ipſam κ ξ: excedit & λ μ ipſam ν π. Similiter iam oſtendemus, quòd & ſi æqualis fuerit η θ ipſi κ ξ: æqualis erit & λ μ ipſi ν π: & ſi minor, minor: ſunt autem η θ & λ μ, ipſarum α ε & γ ζ æquè multiplices, & κ ξ & ν π, ipſarum ε β, & ζ δ aliæ quæuis æquè multiplices: eſt igitur ſicut α ε ad ε β: ſic eſt ε ζ ad ζ δ (per 6 diffinitionem quinti) Si compoſitæ magnitudines igitur proportionales fuerint, diuiſæ quoq; proportionales erunt: quod demonſtraſſe oportuit.*

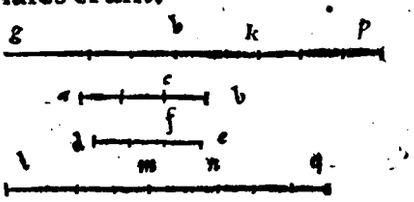


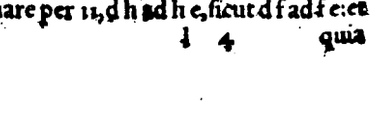
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 18.*

18 Si fuerint quantitates diſiunctim proportionales, coniunctim quoque proportionales erunt.



CAMPANVS. Demonſtrat modum arguendi, qui dicitur proportionalitas coniuncta: & eſt modus cõuerſus prioris. Ad cuius demonſtrationem, reſumatur diſpoſitio præmiſſæ, & maneant omnes eius hypotheſes: excepto quòd ponatur eſſe proportio a c ad c b, ſicut d f ad f e: dico quòd erit proportio a b ad b c, ſicut d e ad f e: ſequitur enim ex hac hypotheſi & aliis hypotheſibus præmiſſæ de multiplicibus æqualiter ſumptis, per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis, ſi g h addit ſuper k p, quod l m addat ſuper n q: & ſi minuit, minuat: & ſi æquat, æquet: ergo poſitis communibus h k & m n: ſequitur per communem ſcientiam, ſi g k addit ſuper h p, quod l n addat ſuper m q: & ſi minuit, minuat: & ſi æquat, æquet: quare per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, erit proportio a b ad b c: ſicut d e ad e f: quod eſt propoſitum. Aliter idem indirectè ſic. Cùm ſit proportio a c ad c b, ſicut d f ad f e, non eſt autem a b ad b c, ſicut d e ad e f: ſit ergo proportio d e ad aliquam aliam quantitatem: ſicut a b ad b c, quę aut erit maior e f, aut minor: ſi enim ei eſſet æqualis, conſtaret propoſitum. Sit itaq; primo maior, & ſit e g: eritq; per præmiſſam a c ad c b, ſicut d g ad e g: quare d g ad e g, eſt ſicut d f ad f e. Sequitur igitur per decimamquartam, quod cùm d g prima ſit minor d f tertia: erit ergo g e ſecunda minor e f quarta: ſed erat propoſitũ ꝙ eſſet maior. Sit ergo ꝓportio d e ad minorẽ e f, quæ ſit e h ſicut a b ad b c: eritq; per prȩmiſſã a c ad c b, ſicut d h ad h e: quare per 11, d h ad h e, ſicut d f ad f e: et



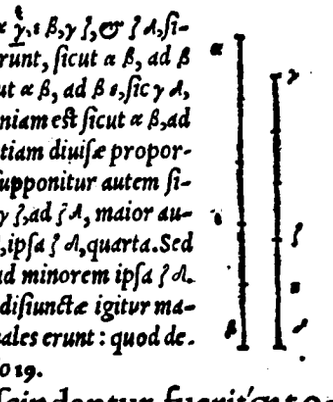


quia d h prima eſt maior d f, tertia erit per 14 e h ſecunda, maior e f, quarta: quod quia eſt impoſsibile, ſequitur propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 18. Propoſitio 18. Conuerſa præcedentis.

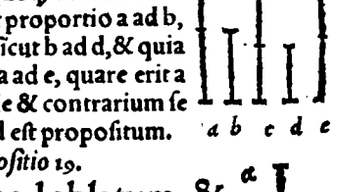
Si diuiſæ magnitudines proportionales fuerint, compoſitæ quoque proportionales erunt. 18

THEON ex Zamb. *Sint diſiunctæ magnitudines proportionales α γ, ε β, γ ζ, & ζ Δ, ſicut α ε, ad ε 6, ſic γ ζ, ad ζ Δ. Dico quòd & compoſitæ proportionales erunt, ſicut α β, ad β ε, ſic γ Δ, ad Δ ζ. Si autem non eſt, ſicut α β, ad β ε, ſic γ Δ, ad ζ Δ, erit ſicut α β, ad β ε, ſic γ Δ, ad minorem ipſa ζ Δ, aut ad maiorem. Sit prius ad minorem Δ η. Et quoniam eſt ſicut α β, ad 6 ε, ſic γ Δ, ad Δ η, compoſitæ magnitudines proportionales ſunt, quare etiam diuiſæ proportionales erunt (per 17 quinti) Eſt igitur ſicut α ε, ad ε 6, ſic γ η, ad η Δ, ſupponitur autem ſicut α ε, ad ε β, ſic γ ζ, ad ζ Δ. Et ſicut igitur (per 11 quinti) γ η, ad η Δ, ſic γ ζ, ad ζ Δ, maior autem eſt prima γ η, tertia γ ζ, maior igitur eſt (per 14 quinti) ſecũda η Δ, ipſa ζ Δ, quarta. Sed & minor, quod eſt impoßibile. Igitur non eſt ſicut α β, ad β ε, ſic γ Δ, ad minorem ipſa ζ Δ. Similiter quoq; oſtendemus, quòd neq; ad maiorem, ad eandẽ igitur. Si diſiunctæ igitur magnitudines proportionales fuerint, & compoſitæ quoque proportionales erunt: quod demonſtraſſe oportuit.* *Euclid. ex Camp. Propoſitio 19.*

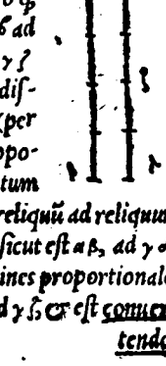


Si à duobus totis duę portiones abſcindantur, fuerit́q; totum ad totum, quantum abſciſum ad abſciſum, erit reliquum ad reliquum quantum totum ad totum. 19

CAMPANVS. Quod quinta proponit de multiplicibus, hęc proponit uniuerſaliter de omnibus proportionibus: unde eſt illa tanto communior, quanto multiplicitate proportio. Sint igitur duæ quantitates a b, & c d, à quibus abſcindantur duæ quæ ſint b e & d f, ſitq; proportio totius a b, ad totam c d, ſicut b e, abſciſæ ad d f abſciſam, dico quòd eadem erit a e reſidui ad c f, reſiduum: quę eſt totius a b ad totam c d. Cùm enim ſit a b ad c d, ſicut b e ad d f: erit permutatim a b ad b e, ſicut c d ad d f, & diſiunctim a e ad e b, ſicut c f ad f d: & iterum permutatim a e ad c f, ſicut e b ad f d: & quia ſic erat a b ad c d, patet propoſitum.



CAMPANI *additio*. Ex hac autem decimanona, & permutata proportionalitate demonſtratur modus arguẽdi, qui dicitur proportionalitas euerſa, ut ſi ſit a b ad b e, ſicut c d ad d f, dico quòd erit b a ad a e, ſicut d c ad c f, quia cum ſit a b, ad b e, ſicut c d ad d f, erit permutatim a b ad c d, ſicut b e ad d f, quare per hanc 19 b a ad d c, ſicut a e ad c f, igitur permutatim b a ad a e, ſicut c d ad c f: quod eſt propoſitum. Conuerſa quoq; proporrionalitas, quam ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis demõſtrauimus in exponendis principijs huius quinti, poteſt hic quoq; demonſtrari indirectè ex permutata proportionalitate & 9 huius, ut ſi ſit proportio a ad b, ſicut c ad d, dico q; erit b ad a, ſicut d ad c: ſin autem ſit d ad e, ſicut b ad d, & quia iterũ b ad a, ſicut d ad e: erit quoq; permutatim b ad d, ſicut a ad e, quare erit a ad e, ſicut d ad c. ſi igitur e non ſit æquale c, accidet impoſsibile & contrarium ſecundæ partis 9: ſi autem æqualis, erit b ad a, ſicut d ad c: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 19.

Si fuerit ſicut totũ ad totum, ſic ablatum ad ablatum, & reliquum ad reliquum, erit ſicut totum ad totum. 19

THEON ex Zamb. *Eſto ſicut totũ α 6, ad totũ γ Δ, ſic ablatũ α ε ad ablatũ γ ζ. Dico q, & reliquũ ε 6, ad reliquũ ζ Δ, erit ſicut totũ α β ad totũ γ Δ. quoniã enim eſt ſicut totũ α 6 ad totum γ Δ, ſic α ε ad γ ζ, et uicißim quoq; (per 15 quinti) ſicut α β, ad α ε, ſic & Δ γ, ad γ ζ Et quoniam compoſitæ magnitudines proportionales ſunt (per 17 & 18 quinti) etiam diſiunctæ proportionales erunt, ſicut igitur β ε, ad ε α, ſic Δ ζ, ad γ ζ, & uicißim igitur (per decimamſextam quinti) eſt ſicut β ε, ad Δ ζ, ſic ε α, ad ζ γ. Sicut autem α ε, ad γ ζ, ſic ſupponitur totum α β ad totum γ Δ, & reliquum igitur ε β, ad reliquum ζ Δ, erit ſicut totum α β, ad totum γ Δ. Si fuerit igitur ſicut totum ad totum, ſic ablatum ad ablatum, & reliquũ ad reliquum erit ſicut totum ad totum, quod demonſtrandum erat. Et quoniam oſtenſum eſt, quòd ſicut eſt α β, ad γ Δ, ſic eſt ε β, ad ζ Δ: & uicißim ſicut α β, ad β ε, ſic γ Δ ad Δ ζ, compoſitæ igitur magnitudines proportionales ſunt (per 18 propoſitionem quinti) oſtenſum eſt autem quòd ſicut β α, ad α ε, ſic Δ γ, ad γ ζ, & eſt conuertendo,*



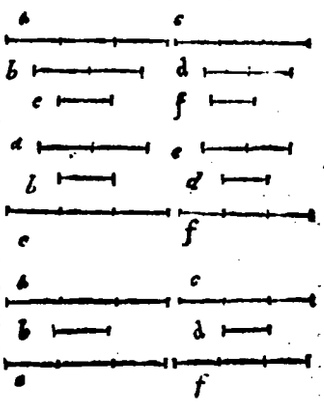
per conuerſionem rationis

tendo. Hinc manifestum, quòd si compositæ magnitudines proportionales fuerint, etiam conuertendo proportionales erunt: quod demonstrandum erat.

Euclid. ex Camp. *Propositio* 20.

20 SI fuerint quotlibet quãtitates, aliæ q; secundum earum numerum, quarum quæq; duæ priorum secundum proportionem duarum postremarum, necesse est in proportionalitate quidem æqualitatis, ut si fuerit prima priorum ultima maior, & posteriorum primam ultima esse maiorem. Quòd si minor, & minorem: si uerò æqualis, & æqualem.

CAMPANVS. Demonstraturus Euclides modum arguendi, qui dicitur æqua proportionalitas, siue quantitates duorum ordinum directè siue peruersim proportionentur, prǽmittit duo antecedentia ad demonstrandum propositum necessaria, per quorum primum demonstratur æqua proportionalitas, cùm quantitates duorum ordinum directè proportionantur, secundum autem cùm proportionantur peruersim: proponit autem hæc duo antecedentia de quantitatibus duorum ordinum numero æqualibus, quæcunq; fuerint. Vniuersaliter enim sumptis utrobiq; quantitatibus secundum quemcunq; numerum, ueritatem habent. non est autem necesse ut demonstremus ea, nisi solũ in tribus: hoc enim omnino sufficiens est ad propositum, de pluribus autem quibusq; patebit per æquam proportionalitatẽ cum ipsa demonstrata fuerit. Sint igitur tres quantitates a b e, sumanturq; tres aliæ quæ sint c d f, & sit proportio a ad b, sicut c ad d, & b ad e, sicut d ad f, dico quòd si a est maior e, c erit maior f: & si minor, minor: & si æqualis, æqualis. Si enim est maior, erit per primam partem 8, maior proportio a ad b, quàm e ad b, quare per 12, maior erit c ad d, quàm e ad b, & quia per conuersam proportionalitatem, e ad b est sicut f ad d, erit c ad d maior quàm f ad d, itaq; per primam partem 10, c est maior f, quod est propositum. Quòd si a sit minor e, per easdem, & eodem modo probabitur c esse minorem f, erit enim minor proportio a ad b, quàm e ad b, per primam partem 8 ideo per 12, & per conuersam proportionalitatem, minor erit c ad d, quàm f ad d, & ideo per primam partem 10 erit c minor f, quod est propositum. Si autem a sit æqualis e, erit per primam partem 7 proportio a ad b, sicut e ad b, & ideo per secundam partem 11 & conuersam proportionalitatem, erit c ad d, sicut f ad d, quare per primam partem 9, c est æqualis f: quod est propositum.



CAMPANI *additio.*

Quidam autem hanc conclusionem demonstrauerunt per proportionalitatem, permutatim hoc modo, proportio a ad b, est sicut c ad d, ergo permutatim a ad c, sicut b ad d, & quia rursus b ad e sicut d ad f, erit permutatim b ad d sicut e ad f, sed erat b ad d, sicut a ad c, ergo per 11 erit a ad c, sicut e ad f, itaque per 14 si a prima est maior e tertia, erit c secunda maior f quarta: & si minor, minor: & si æqualis, æqualis: quod est propositum. Isti autem errauerunt in sua demonstratione, quia si esset intentio Euclidis sic demonstrare, non oporteret ipsum prǽmittere hanc conclusionem pro antecedente ad æquam proportionalitatem: si enim rursus fiat una permutatio proportionalitatis, ad quam deuentum est, quæ est esse a ad c sicut e ad f, sequitur quòd sit a ad e, sicut c ad f, & hoc est æqua proportionalitas. Prǽterea eorum conclusio non sequitur, nisi omnes quantitates amborum ordinum fuerint generis unius. Si enim a b e sint lineæ, & c d f superficies, aut corpora, aut tempora, non erit tunc permutare proportiones: peccãt igitur, uniuersaliter dictum, particulariter demonstrantes.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 20. *Propositio* 20.

20 Si fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdẽ æquales numero, binæ sumptæ & in eadẽ ratione, ex æquali autẽ prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit: & si æqualis, æqualis: & si minor, minor.

THEON

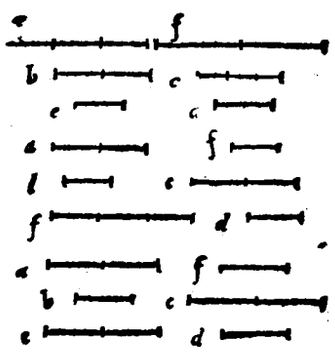
THEON ex Zamb. *Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eiſdem æquales numero δ ε ζ, binæ ſumptæ & in eadem ratione, ſicut quidem α ad β, ſic δ, ad ε, ſicutq; β, ad γ, ſic ε, ad ζ. Ex æquali autem ſit maior α, quàm γ. Dico quòd & δ, quàm ζ, maior erit, & ſi æqualis, æqualis, & ſi minor, minor. Quoniam enim maior eſt α, quàm γ, alia autem quædam β, maior autem ad eandem (per 8 quinti) maiorem rationem habet, quàm minor, igitur α, ad β, maiorem rationem habet, quàm γ ad β: ſed ſicut eſt quidem α ad β, ſic eſt δ, ad ε, ſicutq; γ, ad β, rurſus ſic ζ, ad ε. Et δ, igitur ad ε, maiorem rationem habet quàm ζ, ad ε (per correlarium 4 quinti) ad eandem autem rationem habentium, maiorem rationem habens, maior eſt (per 10 quinti) maior igitur eſt δ, quàm ζ. Similiter quoque oſtendemus, quòd ſi æqualis eſt α ipſi γ, æqualis erit & δ, ipſi ζ: & ſi minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eiſdem æquales numero, binæ ſumptæ & in eadem ratione, ex æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta ſexta maior erit, & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor: quod oportebat demonſtrare.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 21.

SI fuerint quotlibet quantitates, aliæq; ſecundum earum nu- 21
merum, quarum quæq; duæ ex prioribus quibuſq; duabus ex poſterioribus peruerſim comparatę ſecundum proportionem earum fuerint, neceſſe quoque eſt ut ſi fuerint in proportionalitate æqualitatis priorum prima ultima maior, & poſteriorum prima ultima eſſe maiorem: ſi autem minor, & minorem: ſi uerò æqualis, & æqualem.

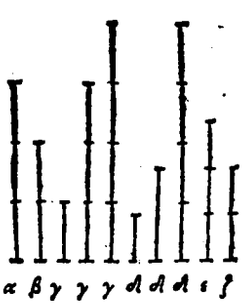
CAMPANVS. Secundum antecedens, ſint tres quantitates a b e, ſumanturq; aliæ tres quæ ſunt f c d, & ſit proportio a ad b, ſicut c ad d, & b ad e, ſicut f ad c, dico quòd ſi a eſt maior e, f erit maior d, & ſi minor, minor: & ſi æqualis, æqualis. hoc autem probatur per eaſdem & eodem modo, quo præcedens. ſi enim a ſit maior e, erit maior proportio a ad b quàm e ad b, quare maior c ad d, quàm e ad b, & ideo maior quàm c ad f, maior igitur f, quàm d, per ſecundam partem 10 quod eſt propoſitum. Quòd ſi a ſit minor e, erit tandem minor c ad d, quàm ad f, quare per eandem partem eiuſdem f, erit minor d. Si autem a ſit æqualis e, ſequitur ut ſit proportio c ad d, ſicut c ad f, igitur per ſecundam partem nonam erit f æqualis d: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 21.

Si fuerint tres magnitudines & aliæ eiſdem æquales numero, bi- 22
næ ſumptæ & in eadem ratione, fuerit autẽ perturbata earum proportio, ex æquali uerò prima tertia maior fuerit, & quarta ſexta maior erit, & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor.

THEON ex Zamb. *Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eiſdem numero æquales δ ε ζ, binæ ſumptæ, & in eadem ratione, ſit autem earum proportio perturbata, ſicut quidem α, ad β, ſic ε, ad ζ, ſicutq; β, ad γ, ſic δ, ad ε, ex æquali autem α, quàm γ, ſit maior, dico q; et δ, quàm ζ, maior erit, et ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor. Quoniam enim maior eſt α, quàm γ, & alia quædam β, igitur (per 8 quinti) α, ad β, maiorem habet rationẽ quàm γ, ad β. Sed ſicut quidem α, ad β, ſic ε, ad ζ, ſicutq; γ, ad β, rurſus ſic ε, ad δ, & ε, igitur ad ζ, maiorem rationẽ habet, quàm ε, ad δ (per correlariũ quartæ quinti) Ad quam autem eadem maiorẽ rationẽ habet illa minor eſt (per 10 quinti) minor igitur eſt ζ, quàm δ, maior igitur eſt δ, quàm ζ. Similiter quoq; oſtẽdemus, q; & ſi æqualis, fuerit α, ipſi γ, æqualis erit & δ, ipſi ζ: & ſi minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines & aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ & in eadem ratione, fueritq; perturbata earum proportio, ex*

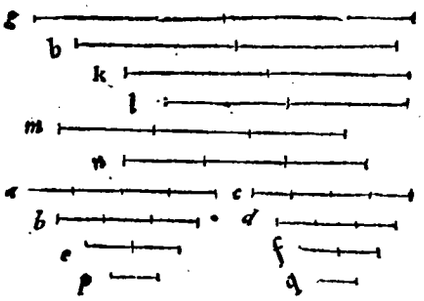


æquali

æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta ſexta maior erit: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor: quod demonſtrare oportebat. Euclid. ex Camp. Propoſitio 22.

22 SI fuerint quotlibet quantitates aliæ ſecundū earum numerum, quarum quæque duæ ſecundum proportionē duarū ex primis in æqua proportionalitate, proportionales erunt.

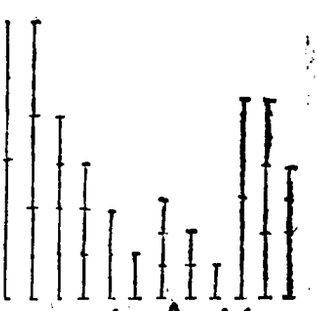
CAMPANVS. Demonſtratis antecedentibus ad æquam proportionalitatem, hic demonſtrat eam, & primò, cùm quantitates duorum ordinū ſunt directè proportionales. Nō eſt autem neceſſe ut demonſtraretur, niſi cùm in utroq; duorum ordinū ſunt tantum tres quantitates. Per hoc enim euidenter ſequitur, cùm in utroq; ordine fuerint 4 quantitates, & deinceps, & ideo etiam non oportuit eius antecedens demonſtrari. niſi ſolum cùm in utroque ordine ſunt etiam tres quantitates. Sint igitur tres quantitates a b e ſumāturq; tres aliæ quę ſunt c d f, & ſit proportio a ad b, ſicut c ad d, & b ad e, ſicut d ad f, dico q; erit a ad e, ſicut c ad f. Sumā enim g ad a, & h ad c, æquè multiplicia. Item q; k ad b, & l ad d æquè, & rurſus m ad e, & n ad f æquè. erit q; per quartam, g ad k, ſicut h ad l, & k ad m, ſicut l ad n, quare per 20, ſi g eſt maior m, erit h maior n, & ſi minor, minor: & ſi æqualis, æqualis igitur. per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a ad e, eſt ſicut c ad f, quod eſt propoſitū. Poteſt quoq; hoc demonſtrari per 15 huius, ſumptis g k m, ad a b e, & h l n ad c d f, æquè multiplicibus, erit enim per 15 g ad k, ſicut h ad l, & k ad m, ſicut l ad n. Cætera pertracta ut prius. Quòd ſi fuerint quātitates plures tribus in utroq; ordine, utpote quatuor, additis p & q, ita q; ſit e ad p, ſicut f ad q, erit iterum a ad p, ſicut c ad q, erit enim a ad e, ſicut c ad f: hoc enim demonſtratū eſt: ſublatis igitur b & d, erūt tres quātitates a e p, & aliæ tres c f q, ut proponitur, quare a ad p, ſicut c ad q. Sicut q; dēmonſtratur de quatuor per tres, ſublato uno medio, eodem modo demonſtrabis de quinq; per quatuor, ſublatis duobus mediis, & de ſex per quinq;, ſublatis tribus, & ſic de cæteris.



Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 22.

22 Si fuerint quęlibet magnitudines & aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ in eadem ratione, etiam ex æquali in eadem ratione erunt.

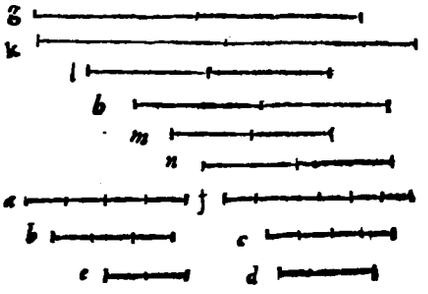
THEON ex Zamb. *Sint quælibet magnitudines α β γ, & aliæ eiſdem æquales numero δ ε ζ, binæ ſumptæ in eadem ratione, ſicut quidē α ad β, ſic δ ad ε, ſicut q; β ad γ, ſic ε ad ζ. Dico q; etiā ex æquali in eadē ratione erunt, ſicut α ad γ, ſic δ ad ζ. Sumantur quidē ipſarum α δ, æquè multiplices η θ, ipſarum autem β ε, aliæ quæuis æquè multiplices η λ, & inſuper ipſarum γ ζ, aliæ quæuis multiplices μ ν. Et quoniam eſt ſicut α ad β, ſic δ ad ε, & ſumptæ ſunt ipſarum α δ, æquè multiplices η θ, ipſarum autem β ε, aliæ quæuis æquè multiplices η λ, eſt igitur (per 4 quinti) ſicut η ad η, ſic ϑ ad λ: & per hoc ſicut η ad μ, ſic λ ad ν. Quoniā igitur tres magnitudines ſunt η η μ, & aliæ eiſdem æquales numero ϑ λ ν, binæ ſumptæ & in eadem ratione, ex æquali igitur (per 20 quinti) ſi excedit ϑ, ipſam μ, excedit & θ, ipſam ν, & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor. Sunt autem η θ, ipſarum α δ, æquè multiplices, & μ ν, ipſarum γ ζ, aliæ quæuis æquè multiplices: eſt igitur (per 6 diffinitionem quinti) ſicut α ad γ, ſic δ ad ζ. Si fuerint igitur quælibet magnitudines & aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ in eadem ratione, etiam ex æquali in eadem erunt ratione: quod demonſtraſſe oportuit.* Euclid. ex Camp. Propoſitio 23.



23 SI fuerint quotlibet quantitates aliæ ſecundū earum numerum, quarū ex prioribus quæq; duę ſecundū proportionem duarum ex prioribus indirectè proportionatæ, in æqua proportionalitate proportionales erunt.

CAMPA-

CAMPANVS. Demonſtrat æquam proportionalitatem in quantitatibus duorum ordinum indirectè ſiue peruerſim proportionatis. Nec eſt neceſſe quòd demonſtretur, niſi cùm in utroque quorum ordinum ſunt tantum tres quantitates: per hoc enim euidenter ſequitur, quęcunq; ponantur in utroq; ordine, ſicut in præmiſſa de directè proportionatis demonſtratum eſt. Sint igitur tres quantitates a b e, ſumanturq; aliæ tres quę ſint f c d, & ſit proportio a ad b, ſicut c ad d, & b ad e, ſicut f ad c, dico quòd erit a ad e, ſicut f ad d. Sumam enim g ad a, & h ad c, & k ad f, æquè multiplicia, itemq; l ad b, & m ad e, & n ad d æquè, eritq; per 4, g ad l, ſicut h ad n, & per 15, l ad m, ſicut k ad h, quare per 21, ſi g addit ſuper m, & k addit ſuper n: & ſi minuit, minuit: & ſi æquat, æquat: ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a ad e, eſt ſicut f ad d: quod eſt propoſitum.

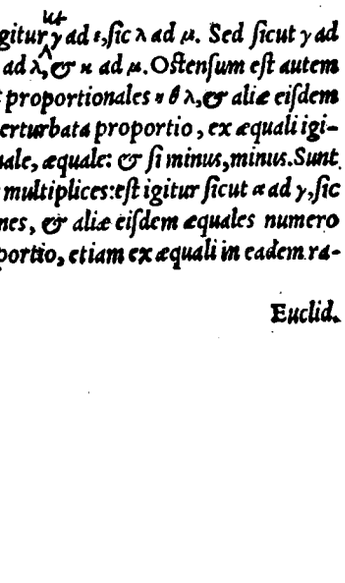


Poteſt quoq; & hoc demonſtrari per decimamtertiã huius, ſumptis g l m ad a b e, & k h n, ad f c d, æquè multiplicibus, erit enim per decimamquintam g ad l, ſicut h ad n: & l ad m, ſicut k ad h, cætera pertracta ut priùs. Conuenientius tamẽ demonſtrantur hæc & præmiſſa, ſecundum primũ modum. Quòd ſi plures tribus fuerint quantitates in utroq; ordine, utpote quatuor additis p & q, ita quòd ſit a ad b, ſicut d ad q, & b ad e, ſicut c ad d, & e ad p, ſicut f ad c, erit iterum a ad p ſicut f ad q, erit enim per prædemonſtrata a ad e, ſicut c ad q. Sublatis igitur b & d, erunt tres quãtitates a e p, & aliæ tres f c q, ut proponitur, quare a ad p, ſicut f ad q. Sic igitur demonſtratur de quatuor per tres, ſublato uno medio. Eodem modo demonſtrabis de quinq; per quatuor, ſublatis duobus mediis, & de ſex per quinq;, ſublatis tribus, & ſic in cæteris.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propoſitio 23.*

Si fuerint tres magnitudines, aliæq; eiſdem æquales numero binæ, ſumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio, etiam ex æquali in eadem ratione erunt. 23

THEON ex Zamb. *Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ in eadem ratione δ ε ζ, ſit autem perturbata ipſarum proportio, ſicut quidem α ad β, ſic ε ad ζ, ſicut q; δ ad γ, ſic δ ad ε. Dico quòd eſt ſicut α ad γ, ſic eſt δ ad ζ. Sumantur, inquam, ipſarũ α β δ, æquè multiplices η θ ι, ipſarum autem γ ε ζ, aliæ quæuis æquè multiplices λ μ ν. Et quoniam æquè ſunt multiplices ι θ, ipſarum α β, partes autem eodem modo multiplicium eandem habent rationem (per 15 quinti) eſt igitur ſicut α ad β, ſic ι ad θ. Ac per hoc, etiam ſicut ε ad ζ, ſic μ ad ν: & eſt ſicut α ad δ, ſic ε ad ζ, & ſicut igitur ι ad θ, ſic μ ad ν (per 11 quinti) Et quoniam eſt ſicut β ad γ, ſic eſt δ ad ε, & ſumptæ ſunt ipſarum quidem β δ, æquè multiplices θ ι, ipſarum autem γ ε, aliæ quæuis æquè multiplices λ μ, eſt igitur ſicut θ ad λ, ſic ι ad μ, & uiciſſim (per 16 quinti) ſicut θ, ad δ, ſic γ ad ε. Et quoniam θ ι, ipſarum θ δ, æquè ſunt multiplices, partes autem æquè multiplicium eandem habent rationem (per 15 quinti) eſt igitur ſicut β ad δ, ſic θ ad ι. Sed ſicut β ad δ, ſic γ ad ε: et ſicut igitur θ ad ι, ſic γ ad ε (per 11 quinti) Rurſus quoniam λ μ, ipſarum γ ε, æquè ſunt multiplices, eſt igitur ſicut γ ad ε, ſic λ ad μ. Sed ſicut γ ad ε, ſic θ ad ι, & ſicut θ ad γ, ſic λ ad μ, & uiciſſim (per 16 quinti) ſicut θ ad λ, & ι ad μ. Oſtenſum eſt autem quòd ſicut ι ad θ, & ſic μ ad ν. Quoniam igitur tres magnitudines ſunt proportionales ι θ λ, & aliæ eiſdem æquales numero ι μ ν, binæ ſumptæ in eadem ratione, & eſt earum perturbata proportio, ex æquali igitur (per 21 quinti) ſi excedit ι, ipſum λ, & excedit ι, ipſum ν, & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus. Sunt autem η ι, ipſarum α δ, æquè multiplices, et λ ν, ipſarum γ ζ, æquè ſunt multiplices: eſt igitur ſicut α ad γ, ſic δ, ad ζ (per 6 diffinitionem quinti) Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata ipſarum proportio, etiam ex æquali in eadem ratione erunt: quod demonſtraſſe oportuit.*

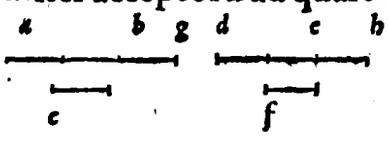


Euclid.

Euclid.ex Camp. Propoſitio 24.

24 SI fuerit proportio primi ad ſecundū tanq̄ tertij ad quartū, proportio uerò quinti ad ſecūdū tanq̄ ſexti ad quartū, erit proportio primi & q̄nti pariter acceptorū ad ſecundū, tanq̄ ſexti & tertij pariter acceptorū ad quartū.

CAMPANVS. Quod ſecunda propoſuit de multiplicibus, hæc proponit uniuerſaliter de omnibus proportionibus: unde hæc eſt illa tanto cōmunior, quanto multiplicitate proportio & ſe habet ad illam, quemadmodum 13 ad primā. Sit igitur proportio a b ad c, ſicut d e ad f: & item b g ad c, ſicut d h ad f: dico quòd proportio a g ad c, eſt ſicut d h ad f. Erit enim per conuerſam proportionalitatem, c ad b g, ſicut f ad e h: quare per 22 erit in æqua proportionalitate a b ad b g, ſicut e d ad e h: ergo coniunctim per 18, a g ad g b, ſicut d h ad h e: itaq̄ per 22 erit in æqua proportionalitate a g ad c, ſicut d h ad f: quod eſt propoſitum.



Euclid.ex Zamb. Theorema 24. Propoſitio 24.

24 Si primum ad ſecūdum eandē habuerit rationē & tertiū ad quartum, habuerit autem & quintū ad ſecundum eandem rationē & ſextum ad quartū, etiam compoſita primum & quintum ad ſecūdum, eandem habebunt rationem, & tertium & ſextum ad quartum.

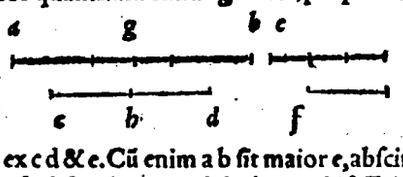
THEON ex Zamb. *Primum etiam α β, ad ſecundum γ eandem habeat rationem, & tertium δ ε ad quartum ζ, habeat autem & quintum β η, ad ſecundum γ: eādem rationem & ſextum ε θ ad quartum ζ. Dico quòd etiam compoſita primum & quintum α η ad ſecundū γ, eādem habebunt rationē: ac tertium & ſextū δ θ ad ipſum ζ quartum. Quoniam enim eſt ſicut β η ad γ, ſic eſt ε θ ad ζ: cōuerſim quoq; ſicut γ ad β η, ſic ζ ad ε θ. Quoniam igitur eſt ſicut α β ad γ, ſic δ ε ad ζ, ſicut autem γ ad β η, ſic ζ ad ε θ: ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut α β ad β η, ſic δ ε ad ε θ. Et quoniā diſiūctæ magnitudines proportionales ſunt, cōpoſitæ quoq; proportionales erunt (per 18 quinti) ſicut igitur α η ad η β, ſic δ θ ad θ ε: eſt autē & ſicut β η ad γ, ſic ε θ ad ζ: ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut α η ad γ, ſic δ θ ad ζ. Si primum igitur ad ſecundum eādem habuerit rationem & tertium ad quartum, habuerit autem quintum ad ſecūdum eandem rationem, & ſextum ad quartum: etiam compoſita primum & quintum ad ſecundum eandem habebunt rationem & tertium & ſextum ad quartū: quod oportebat demonſtrare.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 25.

25 SI fuerint quatuor quātitates proportionales, fueritq̄ prima earū maxima, & ultima minima, primā & ultimā pariter acceptas cęteris duab. maius eſſe neceſſariò cōprobat.

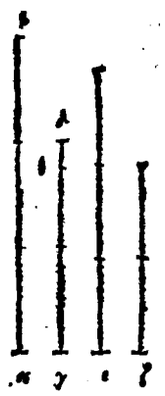
CAMPANVS. Quod hic proponitur, non habet locum, niſi cū omnes quatuor quantitates ſunt eiuſdē generis. Sint igitur quatuor quantitatū eiuſdē generis, proportio a b ad c d, ſicut e ad f: fitq̄ a b, maxima. Neq; oportet ponere quòd f ſit minima: quia ipſum ex hoc ſequitur, quòd a b poſita eſt maxima: unde non poſuit hoc auctor in cōcluſione tanquam poſitionē, ſed potius tanquam præcedentis poſitionis concluſionem. Dico q̄d cū ita fuerit, maius erit aggregatū ex a b & f, quàm ex c d & e. Cū enim a b ſit maior e, abſcindā ex a b, g b æqualē e: ſimiliter quoq; quia c d eſt maior f, abſcindam ex c d, h d æqualē f. Eritq; per hypotheſim a b ad c b, ſicut g b ad h d: quare, per 19, a g reſiduū ad c h reſiduum: ſicut totū a b ad totū c d: Cum ergo a g ſe habet ad c h, ſicut a b ad c d, ſed a b eſt maior c d, quare a g maior eſt c h: additis igitur utriq; duabus quantitatibus g b & h d, erit per communem ſcientiam aggregatum ex a b & h d maius aggregato ex c d & g b: & quia d h poſita eſt æqualis f, & g b, e: maius erit aggregatum ex a b & f, quàm aggregatum ex c d & e: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 25.

25 Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima earum & minima, reliquis maiores erunt.

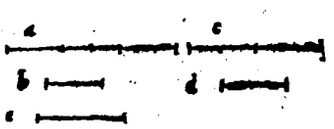
THEON ex Zamb. *Sint quatuor magnitudines proportionales α δ, γ θ, ε ζ: ſicut α β ad γ θ, ſic ε ad ζ. Sit autem maxima earum α β, minima uerò ζ. Dico quòd ipſæ α β & ζ, ipſis γ θ & ε maiores ſunt. Ponatur, inquam (per tertiam primi) ipſi ε æqualis α η, & ipſi ζ æqualis γ θ. Quoniam igitur eſt ſicut α β ad γ θ, ſic ε ad ζ: æqualis autem eſt ε ipſi α η, & ipſi ζ æqualis γ θ: eſt igitur ſicut α β ad γ θ, ſic α η ad γ θ, & quoniam eſt ſicut totum α β ad totum γ θ, ſic ablatum α η ad ablatum γ θ: & reliquum igitur η δ (per 19 quinti) ad reliquum θ θ, erit ſicut totum α β ad totum γ θ. Maior autem eſt α β, quàm γ θ: maior igitur eſt η β, ipſa θ θ. Et quoniam æqualis eſt α η ipſi ε, & γ θ ipſi ζ: igitur α η & ζ ſunt æquales ipſis γ θ ε. Et quoniam ſi inæqualibus æqualia addantur, omnia inæqualia fiunt (per quartam communem ſententiam:) cum igitur η β & θ θ ſint inæquales, & η β maior ſit, & ipſi quidem η β addantur α η & ζ: ipſi uerò θ θ addantur γ θ & ε, producentur α β & ζ maiores ipſis γ θ & ε. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima earum, reliquis maiores erunt: quod demonſtrare oportebat.*



Nouem ſequentes propoſitiones, quas ad 25 adiecit Campanus, nihil in Zamberto eis reſpondens habent: nec plures 25 in uetuſtioribus Euclidis exemplaribus reperiuntur: quare ex additione Campani eſſe uidentur.

SI fuerit quatuor quantitatum proportio primę ad ſecundam maior quàm tertiæ ad quartam, erit conuerſim è contrario ſecundæ ad primam minor quàm quartæ ad tertiam. 26

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, maior quàm c ad d, dico quòd erit econuerſo, modò contrario minor proportio b ad a, quàm d ad c. Si enim eſt eadem b ad a quę eſt d ad c, erit econuerſo a ad b ut c ad d: ſed non eſt, immo maior. At uerò ſi eſt b ad a maior quàm d ad c, ſit e ad a, ut d ad c: eritq; ex duodecima, e ad a minor quàm b ad a: quare ex prima parte decimæ e eſt minor b. Ideoq; ex ſecunda parte 8, maior erit proportio a ad e, quàm a ad b: & quia per conuerſam proportionalitatem, a ad e, ſicut c ad d, erit ex duodecima proportio c ad d maior quàm a ad b, ſed erit minor, relinquitur ergo propoſitum. Poſſumus quoq; (ſi libet) aſtruere propoſitum oſtenſiuè: manifeſtum enim eſt ex prima parte decimæ, quòd illa quantitas, cuius a ad b eſt eadem proportio quæ eſt c ad d, eſt minor: eo quòd ponitur maior proportio a ad b quàm c ad d: illa ergo quantitas ſit e. cum igitur proportio e ad b ut c ad d: erit econuerſo b ad e, ut d ad c. Conſtat autem ex ſecunda parte octauę, quòd proportio b ad a, minor eſt quàm proportio b ad e. Itaq; per duodecimam, proportio b ad a, eſt minor quàm d ad c: quod uoluimus.

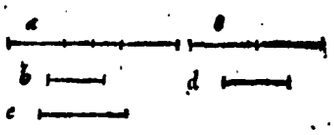


Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio primæ ad ſecundam quàm tertię ad quartam, erit permutatim maior proportio primæ, ad tertiam quàm ſecundæ ad quartam. 27

CAMPANVS. Sit hic quoq; proportio a ad b maior, quàm c ad d: dico quòd erit permutatim maior prroportio a ad c, quàm b ad d. Eadem enim non erit, quia tunc quoque eſſet permutatim a ad b, ſicut c ad d. Neq; minor: nam ſi hoc ponatur, ſit itaque e ad c, ut b ad d: eritq; ex duodecima, maior proportio e ad c, quàm a ad c: quare ex prima parte decimæ, e eſt maior a. Itaque per primam partem octauæ, proportio e ad b, eſt maior quàm a ad b. Et quia poſitum eſt, ut ſit e ad c, ſicut b ad d: erit permutatim e ad b, ſicut c ad d: ex duodecima igitur, maior erit proportio c ad d, quàm a ad b, ſed poſitum erat oppoſitum, uerum ergo eſt propoſitum.

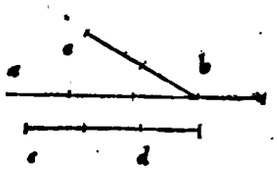
Oſtenſiuè

Oſtenſiuè quoque idem, quemadmodum in præmiſſa. Sumpta enim e ad b, ut c ad d, erit ex prima parte decimæ, e minor a: quia ex prima parte octauæ, maior erit a ad c, quàm e ad c. Sed ex permutata proportionalitate, eſt e ad c, ut b ad d: igitur ex duodecima, a ad c eſt maior quàm b ad d: quod eſt propoſitum.



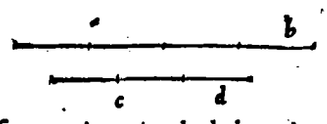
28 Si fuerint quatuor quantitates, quarum primæ ad ſecundam ſit maior proportio quàm tertiæ ad quartam, erit quoque coniunctim maior proportio primæ & ſecundæ ad ſecundam, quàm tertiæ & quartæ ad quartam.

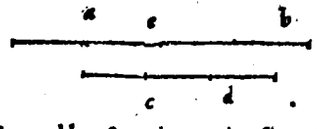
CAMPANVS. Sit maior proportio a ad b, quàm c ad d: dico quòd maior erit totius a b ad d, quàm totius c d ad d: quia ipſa neque erit æqualis, neque minor. Si enim æqualis, tunc erit diſiunctim a ad b, ut c ad d. Si autem eſt minor, ſit e b ad b, ut c d ad d: eritq; ex duodecima, maior proportio e b ad b, quàm a b ad b, itaque ex prima parte decimæ e b, eſt maior quàm a b: & per conceptionem, e maior quàm a. quare ex prima parte octauæ, maior eſt proportio e ad b, quàm a ad b: ſed e ad b eſt ut c ad d per diſiunctam proportionalitatem, eo quòd erat e b ad b, ut c d ad d: ergò per duodecimam c ad d, eſt maior quàm a ad b. hoc autem eſt contra hyporheſim. Idem etiam oſtenſiuè. Cum enim propoſitum ſit quòd maior ſit proportio a ad b, quàm c ad d: ſit proportio e ad b, ut c ad d: eritq; ex prima parte decimæ, e minor a. Ideoq; ex communi ſcientia, e b erit minor quàm a b: quare ex prima parte octauæ, maior erit proportio a b, ad b, quàm e b ad b. At uerò proportio e b ad b, eſt per coniunctam proportionalitatem, ſicut c d ad d, poſitum enim eſt, ut ſit e ad b, tanquam c ad d: igitur ex duodecima, maior eſt a b ad b, quàm c d ad d: quod eſt propoſitum.



29 Si fuerint quatuor quantitates, quarum primæ & ſecundæ ad ſecundam ſit maior proportio quàm tertiæ & quartæ ad quartam, erit quoque diſiunctim proportio primæ ad ſecundam, maior quàm tertiæ ad quartam.

CAMPANVS. Sit proportio a b ad b, maior quàm c d ad d: dico quòd erit diſiunctim, proportio a ad b, maior quàm c ad d: alioqui erit æqualis uel minor. Quòd ſi æqualis, erit per cõiunctã proportionalitatẽ a b ad b, ut c d ad d. Si autem minor, erit maior c ad d, quàm a ad b: ergo per præmiſſam, maior erit c d ad d, quàm a b ad b: quod eſt inconueniens, quia poſitum eſt quòd minor: uerum eſt ergo quod dicitur. Quod etiam oſtenſiuè aſtruemus, hoc modo. Ponemus enim ut proportio e b ad b, ſit tanquam proportio c d ad d: eritq; ex prima parte 10, e b minor quàm a b, quare ex communi ſcientia e eſt minor quàm a, minor igitur eſt ex prima parte 8, proportio e ad b, quàm ſit a ad b: ſed proportio e ad b, eſt ſicut c ad d, ex diſiuncta proportionalitate: itaque ex 12, proportio a ad b, eſt maior quàm ſit c ad d: quod eſt propoſitum.

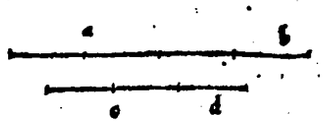




30 Si fuerint quatuor quantitates, quarum primæ & ſecundæ ad ſecundam ſit maior proportio quàm tertiæ & quartæ ad quartam, erit euerſim minor proportio primæ & ſecundæ ad primam quàm tertiæ & quartæ ad tertiam.

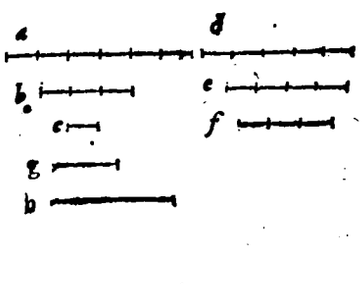
CAMPANVS. Sit maior proportio a b ad b, quàm c d ad d: dico quòd euerſim minor erit

proportio a b ad a, quàm c d ad d: erit enim diſiunctim ex præmiſſa, maior proportio a ad b, quàm c ad d. Itaque per 26, erit econuerſo minor b ad a, quàm d ad c: quare per ante præmiſſam, coniunctim minor erit b ad a, quàm c d ad c: quod eſt propoſitum.



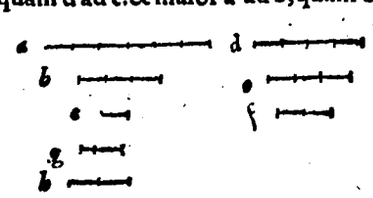
Si fuerint tres quantitates in uno ordine, itemq; tres in alio, fueritq; primæ priorum ad ſecundam maior proportio, quàm primæ poſteriorum ad ſecundam, itemq; ſecundæ priorum ad tertiam maior quàm ſecundæ poſteriorum ad tertiam: erit quoq; primæ priorum ad tertiam maior proportio, quàm primæ poſteriorum ad tertiam. 21

CAMPANVS. Sint tres quantitates a, b, c, itemq; aliæ tres, d, e, f: ſitq; maior proportio a ad b, quàm d ad e. Itemq; maior b ad c, quàm e ad f: dico quòd maior erit proportio a ad c, quàm d ad f. Sit enim g ad c, ut e ad f: erit que ex prima parte 10, g minor b: quare ex ſecunda parte 8, proportio a ad g, eſt maior quàm a ad b, multo maior ergo eſt proportio a ad g, quàm d ad e: ſit itaque h ad g, ut d ad e: eritq; ex prima parte 10, a maior h: quare ex prima parte 8, proportio a ad c maior eſt quàm proportio h ad c. At uerò proportio h ad c, eſt per æquam proportionalitatem, ſicut d ad f. eſt enim h ad g, ut d ad e, & g ad c, ut e ad f: igitur ex 12, proportio a ad c, eſt maior quàm d ad f: quare conſtat propoſitum.



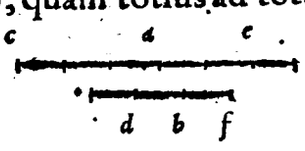
Si fuerint tres quantitates in uno ordine, itemq; tres in alio, fueritq; proportio ſecundę priorum ad tertiam maior quàm primę poſteriorum ad ſecundam, itemq; primę priorum ad ſecundam maior quàm ſecūdæ poſteriorum ad tertiam, erit maior proportio primæ priorum ad tertiam quàm primæ poſteriorum ad tertiam. 22

CAMPANVS. Sint enim tres quantitates in uno ordine, a, b, c: itemq; tres in alio, d, e, f, quemadmodum in præmiſſa: ſitq; maior proportio b ad c, quàm d ad e: & maior a ad b, quàm e ad f: dico q; maior erit a ad c, quàm d ad f. Sit enim g ad c, ut d ad e: eritq; g minor b, per primam partē 10: quare maior erit proportio a ad g, quàm a ad b, per ſecundam partē 8: igitur multo maior eſt a ad g, quàm e ad f. Sit itaq; h ad g, ut e ad f: eritq; a maior h, ex prima parte 10, quare proportio a ad c, maior eſt quàm h ad c: ex prima parte 8. At uerò ex 23, proportio h ad c, eſt tanquam d ad f, eo quòd eſt g ad c, ut d ad e, & h ad g, ut e ad f: igitur ex 12 maior eſt ꝓportio a ad c, quàm d ad f: ꝙd eſt propoſitū.



Si fuerit proportio totius ad totum, maior quàm abſciſi ad abſciſum, erit reſidui ad reſiduū maior proportio, quàm totius ad totū: 23

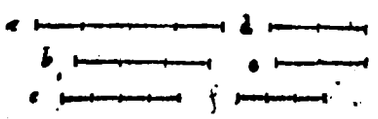
CAMPANVS. Sint duæ quantitates a & b, à quibus abſcindantur c & d: & reſidua ſunt e & f: ſitq; maior proportio a ad b, quàm c ad d: dico quòd maior erit proportio e ad f, quàm a ad b: erit enim ex 27, permutatim maior proportio a ad c, quàm b ad d: quare ex 30, erit euerſim minor proportio a ad e, quàm b ad f: igitur rurſus ex 27, permutatim minor erit a ad b, quàm e ad f: quod eſt propoſitum.



Si quotlibet quātitates ad totidē alias cōparētur, fueritq; cuiuslibet pręcedētis ad ſuā relatiuā maior proportio quàm alicuius ſubſequētis ad ſuā, erit omnium pariter acceptarū ad omnes illas pariter acceptas maior proportio quàm alicuius ſubſequentiū ab ſuā cōparem, aut 24

rem, ut etiam quàm omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas, minor autem quàm primæ ad primam.

CAMPANVS. Sint tres quantitates a b c, relatæ ad totidem alias quæ sint d e f, sit'que maior proportio a ad d, quàm b ad e, & b ad e sit maior quàm c ad f: dico quòd proportio a, b, c, pariter acceptarum ad d, e, f, pariter acceptas, est maior quàm b ad e, uel maior quàm c ad f, & etiam maior quàm b & c pariter acceptarum ad e & f pariter acceptas: & ipsa est minor quàm a ad d. Cum enim sit a ad d maior quàm b ad e, erit permutatim a ad b maior quàm d ad e: & coniunctim a b ad b, maior quàm d e ad e: & iterum permutatim a b ad d e, maior quàm b ad e: quare per præmissam a ad d, est maior quàm a b ad d e. Eodemq; modo probatur maiorem esse b ad e, quàm b c ad e f: itaque maior proportio est a ad d, quàm b c ad e f: quare permutatim maior est a ad b c, quàm d ad e f: & coniunctim maior a b c ad b c, quàm d e f ad e f: & iterũ permutatim maior a b c ad d e f, quàm c b ad e f: quare per præmissam, maior est a ad d, quàm a b c ad d e f: quod est propositum



QVINTI LIBRI FINIS.

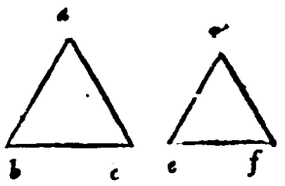
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORUM *Liber sextus.*

Euclid. ex Campano. *Diffinitiones.*

1 

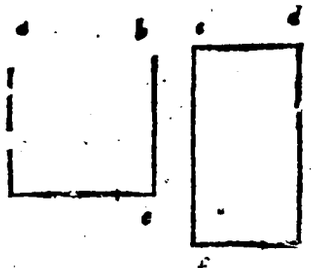
VPerficies similes dicũtur, quarum anguli unius angulis alterius æquales, latera'q; æquos angulos continentia proportionalia.

CAMPANVS. Vt si trigonus a b c fuerit æquiangulus trigono d e f, fuerit'que angulus a æqualis angulo d, & angulus b æqualis angulo e, & proportio a b ad d e, sicut a c ad d f, & b c ad e f, ipsi erunt similes.



2 Superficies mutuorũ laterum, sunt inter quarum latera, incontinua proportionalitas retransitiuè habetur.

CAMPANVS. Vt si duorum quadrilaterorum a b c, d e f, proportio a b lateris primi ad d c latus secundi fuerit, sicut proportio e f lateris secundi ad b c latus primi, illa duo quadrilatera dicuntur mortuorum laterum, siue mutekesia.



3 Linea dicitur diuidi secundum proportionẽ habentem mediũ & duo extrema, quando eadem est proportio totius ad maiorem sui sectionem, quæ est maioris ad minorem.

Euclid. ex Zamb. *Diffinitiones.*



1 Imiles figuræ rectilineæ sunt, quæ & angulos æquales habent * ad unum, & quæ circa angulos æquales sunt latera proportionalia. 2 Reciprocæ autem figuræ sunt, quando

* κατὰ μίαν, singillatim.

in utraq; figura antecedentes & conſequentes termini rationales fuerint. 3 Extrema & media ratione, recta linea diuidi dicitur, quando fuerit ſicut tota ad maius ſegmentum, ſic maius ad minus. 4 Altitudo uniuſcuiuſque figuræ, eſt à uertice ad baſim perpendicularis deducta. 5 Ratio ex duabus rationibus, aut ex pluribus conſtare dicitur, quando rationum quantitates multiplicatæ, aliquam efficiunt quantitatem.

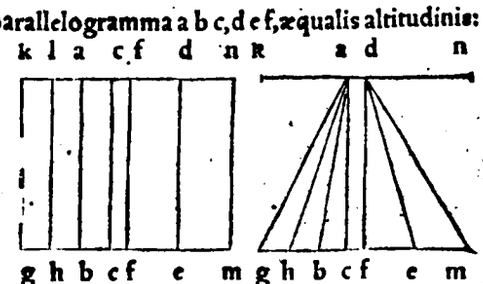
THEON ex Zamb. *Sit enim α ϐ ad γ δ rationem habens datam, ueluti duplam aut triplam, aut quamlibet aliam, & γ δ ad ε ζ, eandem quoq; datam. Dico quòd ipſius α ϐ & ε ζ ratio, conſtat ex α ϐ ad γ δ, & ex γ δ ad ε ζ. Vel quòd ipſius α ϐ ad γ δ rationis quãtitas multiplicata in ipſius γ δ ad ε ζ rationis quãtitatem, efficit ipſius α ϐ ad ε ζ rationem. Sit enim primum α ϐ quàm γ δ maior, & γ δ ipſa ε ζ: & ſit quidem α ϐ, ipſius γ δ dupla, & γ δ ipſius ε ζ tripla: quoniam igitur γ δ ipſius ε ζ tripla eſt, ipſius autem γ δ, dupla eſt α ϐ: igitur α ϐ ipſius ε ζ ſexcupla eſt: quoniam ſi triplum alicuius duplicamus, fit ſexcuplum, hoc enim eſt proprie compoſitio. Vel ſic. Quoniam α ϐ dupla eſt ipſius γ δ, diuidatur α ϐ in ipſi γ δ æqualia, hoc eſt α η, & η ϐ. Et quoniam γ δ ipſius ε ζ tripla eſt: æqualis autem eſt α η ipſi γ δ: & α η igitur ipſius ε ζ tripla eſt. Id propterea, & η ϐ ipſius ε ζ tripla eſt. Tota igitur α ϐ ipſius α ζ ſexcupla eſt. Ipſius igitur α ϐ ad ε ζ ratio connectitur per γ δ medium limitem, compoſita ex ipſius α ϐ ad γ δ & γ δ ad ε ζ ratione. Similiter autem & ſi minor fuerit γ δ, utraq; ipſarum α ϐ & ε ζ, idipſum colligitur. Sit enim rurſus α ϐ ipſius γ δ tripla, at γ δ ipſius ε ζ ſit dimidia: & quoniam γ δ ipſius ε ζ dimidia eſt, ipſius autem γ δ tripla eſt α ϐ: igitur α ϐ ſeſquialtera eſt ipſius ε ζ: ſi enim alicuius dimidium triplicamus, habebit ipſum ſemel & dimidium. At quoniam ab ipſius γ δ tripla eſt, et γ δ ipſius ε ζ dimidia eſt, qualium eſt α ϐ æqualium ipſi γ δ trium, talium eſt ε ζ duorum. Quare ſeſquilaterum eſt α ϐ ipſius ε ζ. Igitur ratio ipſius α ϐ ad ε ζ, connectitur per γ δ medium limitem: compoſita ex ipſius α ϐ ad γ δ, & γ δ ad ε ζ ratione. Sed iam rurſus ſit γ δ utraq; ipſarum α ϐ & ε ζ maior, & ſit quiddam α ϐ ipſius γ δ dimidium, & γ δ ipſius ε ζ ſeſquitertium. Quoniam igitur qualium eſt α ϐ duorum, talium eſt γ δ quatuor: qualium autem γ δ quatuor, talium eſt ε ζ trium: & qualiũ igitur α ϐ duorũ, taliũ ε ζ trium: connectitur igitur rurſus ratio ipſius α ϐ ad ε ζ, per γ δ medium limitem, quæ duorum eſt ad tria: ſimiliter quoque & in pluribus & in reliquis caſibus. Et manifeſtum eſt quòd ſi à compoſita ratione quæuis una compoſitarum auferatur, uno ſimplicium ejecto, reliqua compoſitarum aſſumetur.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 1.

SI duarum rectilinearum ſuperficierum, æquidiſtantium laterum ſiue triangulorum, fuerit altitudo una, tanta erit alterutra earum ad alteram, quanta ſua baſis ad baſim alterius.

CAMPANVS. Sint duo parallelogramma a b c, d e f, æqualis altitudinis: dico eſſe proportionem eorum ſicut b c ad e f: ponam illa duo parallelogramma ſuper lineam unam, quæ ſit g m: eruntq; propter hoc quòd ſunt æqualis altitudinis, inter lineas æquidiſtantes, quarum ſit altera k n, deinde ex linea g m, ſumã g c multiplicem ſecundũ quẽcunq; numerum uoluero, ad b c, & diuidã eam in partes æquales b c, in punctis h & b, à quibus & puncto g, ducã æquidiſtantes lineæ a b, quę ſunt g k & h l: & complebo ſuperficies æquidiſtantiũ laterũ, k h & l b: eritq; unaquęq; earum



per

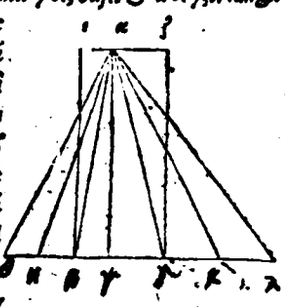
per 36 primi, æqualis a c: quare ſicut linea g c eſt multiplex lineę b c: ita ſuperficies c k, ſuperficiei a c. Si ſimiliter quoq; ad lineam e f, ſumam ex linea g m, lineam f m multiplicem ſecundum quemcunq; numerum uoluero ad e f, & complebo ſuperficiem æquidiſtantium laterum ducta linea m n æquidiſtanter lineæ d e, erit'q; ſuperficies n f ita multiplices ſuperficiei d f, ſicut linea m f lineæ e f. Et quia per 36 primi ſi linea g c eſt maior linea f m, ſuperficies k c eſt maior ſuperficie f: & ſi minor, minor: & ſi æqualis, æqualis, erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, eadem proportio baſis b c ad baſin e f, quæ eſt ſuperficiei a c ad ſuperficiem d f, quod eſt propoſitum.

De triangulis unius altitudinis idem probabis & eodem modo per 38 primi, ductis lineis ab extremitatibus earum quas ad baſes ſumes multiplices, ad uertices triangulorum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

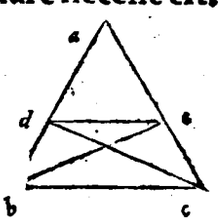
1 Triangula & parallelogramma, quæ ſub eadem ſunt altitudine, ad ſe inuicem ſunt ut baſes.

THEON ex Zamb. *Sint triangula quidē α ϐ γ, & α γ δ, parallelogramma uerò ε γ, & γ ζ, ſub eadem altitudine exiſtentia perdendiculari ſcilicet ab α, in ϐ δ, ducta. Dico q; eſt ſicut ϐ γ, baſis ad γ δ, baſin: ſic eſt α ϐ γ, triangulum ad α γ δ, triangulum, & ε γ, parallelogrammum ad γ ζ, parallelogrammū. Producatur inquā (per 2 poſtulatum) δ ϐ, ex utraq; in θ λ, ſigna, & ponatur (per 2 primi) ipſi quidē ϐ γ baſi, æquales, quotcunq; ϐ ν, & ν θ, ipſi autē γ δ, baſi æquales quotcunq; δ ν, & ν λ. Cōnectantur q; α ν, α θ, α ν, et α λ. Et quoniam γ ϐ, ϐ ν, & ν θ, ſibijnuicē ſunt æquales, & triangula quoq; α θ ν, α ν ϐ, & α ϐ γ, ſibijnuicē ſunt æqualia (per 38 primi) Quod multiplex igitur eſt θ γ baſis, ipſius ϐ γ, baſis, tam multiplex eſt et triangulū α θ γ, trianguli α ϐ γ. Id propterea, quām multiplex eſt λ γ, baſis, ipſius δ γ baſis, tā multiplex eſt & α λ γ, triangulū, ipſius α δ γ, triāguli, & ſi æqualis eſt θ γ, baſis, ipſi ☍ λ baſi æquū eſt (per 38 primi) triangulū α θ γ, triāgulo α γ λ, et ſi baſis θ γ, excedit baſim γ λ, excedit et triangulū α θ γ, triangulū α γ λ, & ſi minor, minus (per 6 diffinitionē quinti) Quatuor iam exiſtentibus magnitudinibus duabus quidē baſibus hoc eſt ϐ γ, & γ δ, duobus autem triangulis hoc eſt α ϐ γ, & α γ δ, ſumptæ ſunt æquè multiplices, ipſius quidē ϐ γ, baſis, & ipſius α ϐ γ, trianguli, baſis uidelicet θ γ, & triangulū α θ γ, ipſorum aūt γ δ, baſis & α δ γ, trianguli: alia quæuis æquè multiplicia, hoc eſt baſis γ λ, & triangulum α λ γ, & demonſtratum eſt q; ſi excedit baſis θ γ, baſin γ λ, excedit quoq; & triangulū α θ γ, triangulū α λ γ: & ſi æqualis, æquale: et ſi minor, minus. Eſt igitur ſicut baſis ϐ γ ad baſin γ δ, ſic triangulum α ϐ γ, ad triangulum α γ δ (per 6 diffinitionem quinti.) Et quoniā (per 41 primi) ipſius quidem trianguli α ϐ γ, duplum eſt parallelogrammū ε γ, ipſius autē α γ δ, trianguli duplum eſt (per eandem) parallelogrammum ζ γ, partes autem eodē modo multiplicium (per 15 quinti) eandem habent rationē. eſt igitur ſicut triangulū α ϐ γ, ad triangulum α γ δ, ſic parallelogrammū ε γ, ad parallelogrammū γ ζ. Quoniam igitur patuit ſicut quidem baſis ϐ γ, ad baſin γ δ, ſic triangulum α ϐ γ ad triangulum α γ δ, ſicut'q; triangulum α ϐ γ, ad triangulum α γ δ, ſic parallelogrammum ε γ ad parallelogrammum ζ γ, & ſicut igitur (per 11 quinti) baſis ϐ γ, ad baſin γ δ, ſic parallelogrammum ε γ, ad parallelogrammum ζ γ. Trianguli igitur & parallelogramma ſub eadem altitudine exiſtentia, ad ſe inuicem ſunt ſicut baſes: quod demonſtrare oportebat.* *Euclid. ex Camp.* *Propoſitio 2.*



2 Si linea recta duo trianguli latera ſecans, reliquo fuerit æquidiſtans, eam duo illa latera proportionaliter ſecare. Si uerò proportionaliter ſecet, eam reliquo lateri æquidiſtare neceſſe eſt.

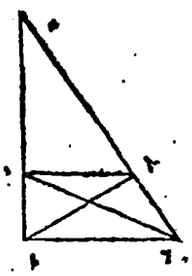
CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius duo latera a b & a c ſecet linea d e, æquidiſtanter tertio lateri quod eſt b c, dico quod erit proportio a d ad d b, ſicut a e ad e c, & econuerſo, ſi fuerit proportio a d ad d b, ſicut a e ad e c, linea d e erit æquè diſtans lineę b c, protraham enim duas lineas e b & d c, erit'q; per 37 primi, triangulus e d b, æqualis triangulo d e c, propter id quod ipſi ſunt ambo ſuper lineam d e, inter lineas æquidiſtantes, itaq; per ſecundam partem 7 quinti, proportio trianguli a d e ad utrunq; illorum, erit una, ſed proportio eius, per præmiſſam ad triangulum e d b, eſt ſicut lineę a d ad lineam d b, & ad triāgulum d e c, ſicut lineæ a e ad lineā e c. Nam ipſe cū utroq; illorum eſt æqualis altitudinis, quare erit proportio a d ad d b, ſicut a e ad e c, quod eſt primū. Et ſi hoc fuerit, erit per præmiſſam ipſius a d e ad utrunq; illorum proportio una, quare per ſecundam partem 9 quinti, ipſi ſunt adinuicem æquales, & quia ipſi ſunt ſuper eandem baſin, uidelicet lineam d e, & ex eadē parte: erit per 39 primi, linea d e æquidiſtās lineæ b c: quod eſt ſecundū.



Euclid ex Zamb. Theorema 2. Propositio 2.

Si trianguli ad unum laterum ducta fuerit aliqua recta linea, parallelus, proportionaliter secat ipsius trianguli latera: & si trianguli latera proportionaliter secta fuerint, ipsas sectiones connectens recta linea, parallelus ad reliquum erit ipsius trianguli latus. 2

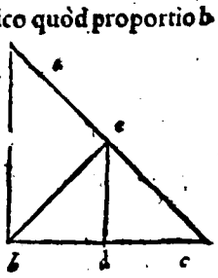
THEON ex Zamb. Trianguli enim α β γ, parallelus ad latus β γ, agatur δ ε. Dico quòd est sicut β δ, ad δ α, sic est γ ε, ad ε α. Connectantur enim β ε, & γ δ, æquale igitur est (per 37 primi) triangulũ β δ ε, triãgulo γ δ ε: in eadẽ enim sunt basi δ ε, & in eisdem parallelis δ ε, & β γ. Aliud autem quoddã triangulũ α δ ε, æquale autẽ (per 7 quinti) ad idem eandem habent rationẽ. Est igitur sicut triangulũ β δ ε, ad triangulũ α δ ε: sic triangulũ γ δ ε, ad triangulum α δ ε. Sed sicut quidẽ triangulum β δ ε, ad triangulũ α δ ε, sic est β δ, ad δ α. sub eadẽ nanq; altitudine perpendiculari, scilicet ab ε in α β, ducta cum sint, ad se inuicẽ sunt sicut bases (per 1 sexti.) Ac propterea sicut triangulum γ δ ε, ad triangulũ α δ ε, sic γ ε, ad ε α, & sicut igitur (per 11 quinti) β δ, ad δ α, sic γ ε ad ε α. Sed iam ipsius α β γ trianguli, latera α β, & α γ, proportionaliter secentur, sicut β δ, ad δ α, sic γ ε, ad ε α, & connectatur δ ε. Dico q; parallelus est δ ε, ipsi β γ. Eisdem nanq; dispositis, quoniam est sicut β δ, ad δ α, sic γ ε, ad ε α: sed sicut quidem β δ, ad δ α, sic triangulum β δ ε, ad triangulum α δ ε, (per 1 sexti) sicut autem γ ε, ad ε α, sic triangulũ γ δ ε, ad triangulum α δ ε: (per eandem) & sicut igitur (per 11 quinti) triangulum β δ ε, ad triangulum α δ ε, sic triangulum γ δ ε, ad triangulum α δ ε. Vtrumque igitur ipsorum β δ ε, & γ δ ε, triangulorum, ad α δ ε, eandem habet rationem per 9 quinti. Aequale igitur (per eandem) est triangulum β δ ε, triangulo γ δ ε, & in eadem sunt basi δ ε, æqualia autem triangula & in eadem basi existentia, etiam in eisdem sunt parallelis (per 39 primi) parallelus igitur est δ ε, ipsi β γ. Si trianguli ad unum latus igitur acta fuerit parallelus aliqua recta linea, proportionaliter secat trianguli latera: & si trianguli latera proportionaliter secta fuerint, ipsas sectiones cõiungens recta linea, parallelus erit ad reliquum trianguli latus: quod demonstrasse oportuit.



Euclid. ex Camp. Propositio 3.

Si ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad basin ducta, angulum illum per æqualia secet, duas partes ipsius basis reliquis eiusdem trianguli lateribus proportionales esse. Si uerò duæ partes basis, quas linea ab angulo ducta distinguit, reliquis triãguli lateribus proportionales fuerint, lineam illam angulum per æqualia diuidere necessariò comprobatur. 3

CAMP. Sit trigonus a b c, cuius angulum a diuidat linea a d per æqualia: dico quòd proportio b d ad d c, est sicut b a ad a c, & econuerso. protrahã enim b e, æquidistantem a d, & producam c a, quousq; concurrat cum b e, in puncto e, eritq; per primam partem 29 primi, angulus e b c, æqualis angulo b a d: & per secũdam partem eiusdem, angulus c, angulo d a c: quare angulus e, est æqualis angulo e b a, ergo per sextam primi, e a est æqualis a b: & ideo per primam partem septimi quinti, proportio e a ad a c, est sicut b a ad a c: sed per præmissam e a ad a c, est sicut b d ad d c. ergo b a ad a c, sicut b d ad d c, quod est primum. Secunda pars, quæ est conuersa primæ partis, probabitur conuerso modo. Manente enim eadẽ dispositione, si fuerit proportio b a ad a c, sicut b d ad d c, quia per præmissam e a ad a c, est sicut b d ad d c, erit eadẽ proportio e a ad a c, quæ est b a ad a c, ergo primam partem 9 quinti e a & a b sunt æquales. quare per 5 primi duo anguli e a & e b, sunt æquales: igitur per primam & secundam partem 29 primi, angulus b a d, est æqualis angulo d a c: quod est secundum.



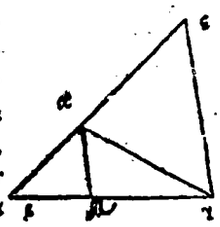
Euclides ex Zamb. Theorema 3. Propositio 3.

Si trianguli angulus bifariàm secetur, dispescens autẽ angulum recta linea secuerit & basin basis segmenta, eandẽ habebunt rationẽ reliquis ipsius trianguli lateribus: & si basis segmenta eandem habuerint rationẽ reliquis ipsius triãguli lateribus, à uertice ad sectionẽ cõ 4

iuncta

iuncta recta linea bifariàm diſpeſcit ipſius trianguli angulum.

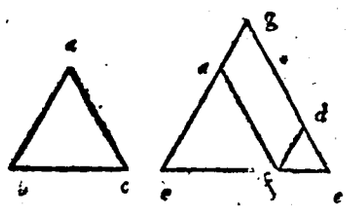
THEON ex Zamb. *Sit triangulum α β γ, ſecetuŕq; (per 9 primi) angulus β α γ, bifariam per rectam lineam α δ. Dico quòd eſt ſicut β δ, ad γ δ, ſic eſt β α, ad α γ. Excitetur enim (per 31 primi) per γ, ipſi δ α, parallelus γ ε, & extenſa β α, ei concurrat in ε: & quoniam in parallelos α δ & ε γ, recta linea α γ, cecidit, angulus igitur α γ ε, (per 29 primi,) æqualis eſt angulo γ α δ. Sed angulo γ α δ, is qui eſt ſub β α δ, ſupponitur æqualis, & angulus igitur β α δ, ei qui ſub α γ ε, eſt angulo, eſt æqualis. Rurſus quoniã in parallelos α δ, & ε γ, recta linea cecidit β α ε, (per 28 primi) angulus exterior β α δ, æqualis eſt angulo interiori α ε γ: oſtenſum autem eſt, q; angulus α γ ε, angulo β α δ, eſt æqualis, & angulus α γ ε igitur, angulo α ε γ, eſt æqualis, quare & latus α ε, lateri α γ, (per 6 primi) eſt æquale. Et quoniam trianguli β γ ε, ad unum latus ε γ, parallelus acta eſt α δ, proportionalis igitur eſt (per 2 ſexti,) & (per 11 quinti) ſicut β δ, ad δ γ, ſic β α, ad α ε. Aequalis autem eſt α ε, ipſi α γ. eſt igitur ſicut β δ, ad δ γ, ſic β α ad α γ. Sed eſto ſicut β δ, ad δ γ, ſic β α, ad α γ, & connectatur α δ. Dico quòd bifariam ſecatur angulus β α γ, per rectam lineam α δ. Eiſdem nanq; diſpoſitis, quoniam eſt ſicut β δ, ad δ γ, ſic eſt β α, ad α γ, ſed ſicut β δ, ad δ γ, ſic β α, ad α ε, (per ſecundam ſexti,) trianguli enim β γ ε, ad unum latus ε γ, acta eſt parallelus α δ, & ſicut igitur β α, ad α γ, ſic β α, ad α ε, (per 9 quinti: æqualis igitur eſt α γ, ipſi α ε, quare et angulus qui ſub α ε γ, (per quintam primi,) ei qui eſt ſub α γ ε, eſt æqualis. Sed qui eſt ſub α ε γ, (per 29 primi) exteriori quæ eſt ſub α β δ eſt æqualis: angulus autem α γ ε, ei qui uiciſſim eſt ſub γ α δ, angulo eſt æqualis: igitur β α δ, æqualis eſt angulo γ α δ. Angulus igitur β α γ, bifariam diſcinditur ſub α δ, recta linea. Si trianguli angulus igitur bifariam ſecetur, eum autem diſpeſcens recta linea ſecuerit & baſin, baſis ſegmenta eandem habebũt rationem reliquis trianguli lateribus: & ſi baſis ſegmenta eandem habuerint rationem reliquis trianguli lateribus, à uertice ad baſin coniuncta recta linea bifariam ſecat ipſius trianguli angulum: quod erat demonſtrandum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 4.

4 OMnium duorum triangulorũ, quorum anguli unius angulis alterius ſunt æquales, latera æquos angulos continentia ſunt proportionalia.

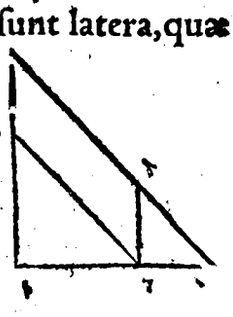
CAMPANVS. *Sint duo trianguli a b c, d e f æquianguli: ſitq; angulus a æqualis angulo d: & angulus b, angulo e: & angulus c, angulo f: dico quòd proportio d e ad a b, & d f ad a c, eſt ſicut e f ad b c. ponam enim ambos triangulos ſuper lineam unam, quæ ſit e c, ita quòd duo anguli unius qui erunt ſuper hanc lineam, ſint æquales duobus alterius, qui erunt ſuper eandem: non quidem medius medio, aut extremus extremo: ſed medius unius, extremo alterius: & ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire, ſitq; a f c, ipſe idem triangulus qui erat a b c: & quia angulus a f c, eſt æqualis angulo e, & angulus d f e angulo c per hypotheſin: erit per primã partem 28 primi, linea a f æquidiſtans d e, & d f æquidiſtans a c: complebo igitur ſuperficiem æquidiſtantium laterum, quæ ſit g f: eritq; per 34 primi, g a æqualis d f, & g d æqualis a f. Quia ergo per ſecundam huius g a ad a c, ſicut e f ad f c, & per eandem e f ad f c, ſicut e d ad d g, erit per 7 quinti d f ad a c: & per eandem e d ad f a, ſicut e f ad f c: quod eſt propoſitum.*



Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 4.

4 Æquiangulorum triangulorum proportionalia ſunt latera, quæ circũ æquales angulos, & ſimilis ſunt rationis quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur.

THEON ex Zamb. *Sint triangula æquiangula α β γ & δ γ ε, æquum habentia angulum, qui ſub α β γ ei qui ſub δ γ ε eſt angulo, & angulum qui ſub β α γ ei qui ſub γ δ ε, & inſuper angulum qui ſub α γ β ei qui ſub δ ε γ. Dico quòd triangulorum α β γ & δ γ ε latera ſunt proportionalia, quæ circum æquales ſunt angulos: eiuſdemq; rationis, quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur. Ducatur enim in rectam lineam β γ, ipſi γ ε. Et quoniam anguli α β γ & α γ β duobus rectis ſunt minores (per decimamſeptimam primi)*

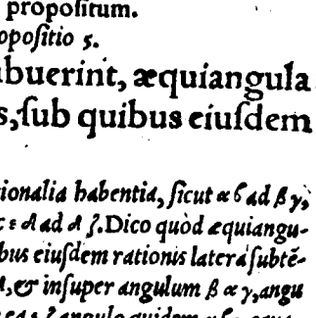


æqualis

æqualis autẽ eſt angulus α γ β, ei qui eſt ſub δ & γ angulo: anguli igitur α β γ et δ ε γ, duobus rectis ſunt minores. Igitur β, α & ε δ productæ, in congreſſum ueniunt. Congrediantur, conueniantq; in ζ: et quoniã per hypotheſin angulus δ γ ε, angulo α ϛ γ eſt æqualis: parallelus eſt (per 28 primi) β ζ ipſi γ δ. Rurſus quoniam per hypotheſin, angulus α γ β æqualis eſt angulo δ ε γ: parallelus eſt, per 28 primi, α γ ipſi ζ ε, parallelogrãmum igitur eſt, ζ α δ γ. Aequalis igitur eſt ζ α, ipſi δ γ, & α γ ipſi ζ δ. Et quoniã per 2 ſexti, triãguli β ζ ε ad latus unũ ζ ε parallelus acta eſt α γ: eſt igitur ſicut β α ad α ζ, ſic β γ ad γ ε. Aequalis autẽ eſt α ζ ipſi γ δ. Sicut igitur, per 11 quinti, β α ad γ δ, ſic β γ ad γ ε: & uiciſſim, per 16 quinti, ſicut α β ad ϛ γ, ſic δ γ ad γ ε. Rurſus quoniam parallelus eſt γ δ ipſi β ζ: eſt igitur, per 2 ſexti, ſicut β γ ad γ ε, ſic ζ δ ad δ ε. Aequalis autem eſt ζ δ ipſi α γ. Sicut igitur β γ ad γ ε, ſic α γ ad δ ε: uiciſſim igitur, per 16 quinti, ſicut β γ ad γ α, ſic γ ε ad ε δ. Quoniam igitur demonſtratum eſt, q; ſicut α β ad ϛ γ, ſic δ γ ad γ ε: ſicut autem β γ ad γ α: ſic γ ε ad ε δ: ex æquali igitur, per 22 quinti, ſicut β α ad α γ, ſic γ δ ad δ ε. Proinde æquiangulorum triangulorum proportionalia ſunt, quæ circum æquales angulos ſunt latera, eiuſdemq; rationis, quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur: quod fuit demonſtrandum. Euclid. ex Camp. Propoſitio 5.

OMnium duorũ triangulorũ, quorũ cunctorũ laterum ſeſe reſpicientium eſt proportio una, anguli lateribus proportionalibus contenti, æqui ſibĳnuicẽ eſſe probantur.

CAMP. Hæc eſt conuerſa prioris. Nec fecit ex ea & præmiſſa unam concluſionem, ſicut fecit in 2 & 3 huius: quia nec eadem figuratione, nec eiſdem mediis demonſtratur, quibus prçcedens. Sint itaq; duo trianguli a b c, d e f, ſitq; proportio a b ad d e, & a c ad d f, ſicut b c, ad e f, dico q; angulus a eſt çqualis angulo d, & angulus b angulo e, & angulus c angulo f. Conſtituam ſuper lineam e f, in oppoſita parte trianguli d e f, angulum f e g æqualem angulo b, & angulum e f g çqualem angulo c, eritq; per 32 primi, angulus g, çqualis angulo a: ergo per prçmiſſam, proportio a b ad e g, & a c ad f g, ſicut b c ad e f, quare a b ad d e, ſicut ad e g, & a c ad d f, ſicut ad f g, igitur per ſecundam partem 9 quinti, d e, eſt æqualis e g, & per eandem d f, çqualis f g. quare per 8 primi, duo trianguli d e f, & g e f, ſunt çquianguli, quia ergo triangulus g e f, eſt etiam æquiangulus triangulo a b c, conſtat propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

Si duo triangula, latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur.

TEON ex Zamb. Sint bina triangula α β γ & δ ε ζ, latera proportionalia habentia, ſicut α ϛ ad β γ, ſic δ ε ad ε ζ, ſicutq; β γ ad α, ſic ε ζ ad δ ζ. Et præterea ſicut β α ad α γ, ſic ε δ ad δ ζ. Dico quòd æquianguluũ eſt α ϛ γ triangulũ, triangulo δ ε ζ: æqualesq; habebũt angulos, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtẽduntur: hoc eſt, angulum α β γ angulo δ ε ζ: & angulum β γ α angulo ε ζ δ, & inſuper angulum β α γ, angulo ε δ ζ. Conſtituatur per 23 primi, enim ad rectam lineam ε, ad ſignáq; in ea ε ζ, angulo quidem α ϛ γ æqualis angulus ζ ε ν, angulo autẽ α γ β æqualis qui eſt ſub ε ζ ν. Reliquus igitur angulus qui ſub β α γ, reliquo qui ſub ε ν ζ eſt æqualis: æquiangulum igitur eſt triangulum α ϛ γ, triangulo ζ ε ν. Triangulorũ igitur α β γ & ε ν ζ proportionalia ſunt latera, quæ circum æquales ſunt angulos, per 4 ſexti, eiuſdemq; triangulis latera ſubtẽduntur. Eſt igitur ſicut α β ad β γ, ſic ν ε ad ε ζ. Sed ſicut α β, ad β γ, ſic ſupponitur δ ε ad ε ζ. Igitur ſicut δ ε ad ε ζ, ſic ν ε ad ε ζ, utrũq; igitur ipſorũ δ ε & ν ε, ad ε ζ eandẽ habet rationẽ. Aequalis igitur, per 9 quinti, eſt δ ε, ipſi ε ζ. Id propterea & δ ζ, ipſi ζ ν eſt æqualis. Quoniã igitur æqualis eſt δ ε ipſi ε ν, cõmunis autẽ ε ζ, duæ igitur δ ε & ε ζ duabus ν ε & ε ζ ſunt æquales, & baſis δ ζ baſi ζ ε eſt æqualis. Angulus igitur δ ε ζ, per 8 primi, angulo ν ε ζ eſt æqualis, & triangulũ δ ε ζ (per 4 primi) triangulo ν ε ζ eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Aequalis igitur eſt angulus δ ζ ε angulo ν ζ ε, & angulus ε δ ζ angulo ε ν ζ. Et quoniam angulus ζ ε δ angulo ν ζ ε eſt æqualis, ſed angulus ν ε ζ angulo α ϛ γ: & angulus α β γ igitur ei qui ſub ζ ε δ angulo eſt æqualis. Id propterea & angulus α β γ angulo δ ζ ε eſt æqualis: & inſuper angulus qui ad α & qui ad δ. Aequiangulum igitur eſt triangulum α γ β, triangulo δ ε ζ. Si bina triãgula igitur, latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur: quod erat demonſtrandum.



Euclid.ex Camp. Propoſitio 6.

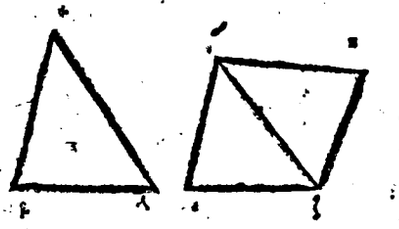
OMnes duo triãguli, quorũ unus angulus unius uni angulo alterius ęqualis, lateraq; illos duos æquos angulos cõtinentia proportionalia, ſunt inter ſe inuicem ęquianguli.



CAMP. Maneat prior diſpoſitio, & ſit ſolũ angulus b, ęqualis angulo d e f, & proportio a b ad d e, ſicut b c ad e f: dico adhuc duos triãgulos a b c, d e f eſſe ęquiãgulos. Cùm ſit prima per 4 huius propter hypotheſes præmiſſæ concluſionis, a b ad e g, ſicut b c ad e f: erit a b ad d e, ſicut a b ad e g: quare per ſecundã partẽ nonæ quinti d e, eſt æqualis e g. Quia ergo duo latera d e & e f trigoni d e f ſunt æqualia duobus lateribus e g & e f trigoni g e f, & angulus e unius angulo e alterius, quia uterq; eſt æqualis angulo b: ip ſi erũt per 4 primi, ęquianguli: & quia e g f eſt etiã æquiangulus a b c, patet propoſitum. Euclid.ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 6.

6 Si bina triãgula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, & circum æquales angulos latera proportionalia, æquiangula erũt triangula, & ęquales habebunt angulos, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur.

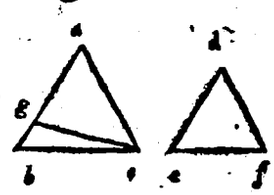
THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ, & δ ε ζ, unum angulum qui ſub β α γ, uni angulo qui ſub ε δ ζ, æqualem habentia, & quæ circũ æquales angulos latera proportionalia, ſicut β α, ad α γ, ſic ε δ, ad δ ζ. Dico q; triangulũ α β γ, æquiangulũ eſt ipſi triangulo δ ε ζ, & æqualẽ habebit angulũ α β γ, angulo δ ε ζ, & angulũ α γ β, angulo δ ζ ε. Conſtituatur enim (per 23 primi) ad rectã lineam δ ζ, ad ſignaq; in ea δ ζ, utriq; ipſorũ β α γ, & ε δ ζ, æqualis angulus ζ δ η, angulo autẽ α γ β, æqualis angulus δ ζ η, reliquus igitur angulus qui ad β, reliquo angulo qui ad η eſt æqualis. Æquiangulũ igitur eſt triangulũ α β γ, triangulo δ η ζ. Proportionaliter igitur eſt, ſicut β α, ad α γ, ſic η δ, ad δ ζ, (per 4 ſexti.) Receptum autẽ eſt, q; ſicut β α, ad α γ, ſic ε δ, ad δ ζ, & ſicut igitur (per 11 quinti) ε δ, ad δ ζ, ſic η δ, ad δ ζ. Æqualis igitur eſt (per 9 quinti) ε δ, ipſi δ η. Et communis δ ζ. Duæ iam ε δ, & δ ζ, duabus η δ, & δ ζ, ſunt æquales, & angulus ε δ ζ, (per hypotheſin) angulo η δ ζ, eſt æqualis. Baſis igitur ε ζ, (per 4 primi) baſi η ζ eſt æqualis, & triangulum δ ε ζ, (per eandem) triangulo η δ ζ eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Æqualis igitur eſt angulus δ ζ η, angulo δ ζ ε, & qui ad η, ei qui ad ε. Sed angulus qui ſub δ ζ η, ei qui ſub α γ β, eſt æqualis, & angulus α γ β, igitur ei qui ſub δ ζ ε, eſt æqualis. Receptum autem eſt, quòd angulus β α γ, ei qui ſub ε δ ζ eſt, angulo æqualis eſt, & reliquus igitur qui ad β, reliquo qui ad ε, eſt æqualis. æquiangulum igitur eſt triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Si bina triangula igitur unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum uerò æquales angulos latera proportionalia, æquiangula erunt ipſa triangula, & æquales habebunt angulos, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid.ex Camp. Propoſitio 7.

7 SI fuerint duo triãguli, quorum unus s angulus unius uni angulo alterius æqualis, duoq; ſuorũ reliquorum angulorũ lateribus proportionalibus cõtenti, duorũ uerò demum reliquorũ uterq; aut neuter recto angulo minor, neceſſe eſt illos duos triangulos omnibus ſuis angulis inter ſe inuicem æquiangulos eſſe.

CAMPANVS. Sint duo triãguli a b c, d e f, ſitq; angulus a, ęqualis angulo d, & proportio a c ad d f, ſicut c b a ad f e, & uterq; duorum angulorum b & e, aut neuter, ſit minor recto, dico eos eſſe æquiangulos. Si enim angulus c unius, eſt æqualis angulo f alterius, patet propoſitum per præmiſſam. Sin autẽ, ſit c maior, fiatq; angulus a c g, æqualis eidem, eritq; per 32 primi, triangulus a g c, ęquiangulus triangulo d e f, quare per quartam huius, proportio a c ad f, ſicut

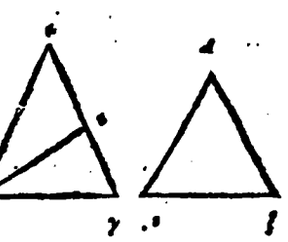


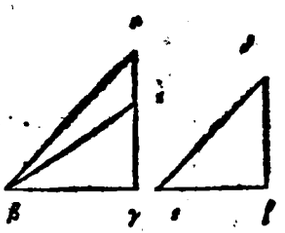
ſicut g c, ad d f, ſed ſic fuit b c ad e f, ergo per nonã quinti, g c & b c, ſunt æquales, ergo per quintam primi angulus b, eſt æqualis angulo b g c. Si ergo neuter duorum angulorũ b & e fuerit minor recto: accidet duos angulos unius trianguli non eſſe minores duobus rectis, quod eſſe nõ poteſt per 17 primi. Quod ſi uterq; fuerit minor recto, erit angulus a g c maior recto per 13 primi: quare & angulus e ſibi æqualis, eſt etiã recto maior, quod eſt cõtra hypotheſin: quare deſtructo oppoſito remanet propoſitum. Oportet autem utrunq; angulorum reliquorum, aut neutrũ eſſe minorem recto: poſsibile enim eſt in eodem triangulo, ut in triangulo a b c, lineam g c eſſe æqualem b c: & ideo erit a c ad utramq; earũ una proportio per 7 quinti. Nec tamen erunt triangula g c & a b c æquianguli, quamuis unus angulus unius ſit æqualis uni angulo alterius, imò idem ut angulus a: & proportio lineæ a c, prout eſt latus magni ad c prout eſt latus parui: ſicut b c latus magni ad g c latus parui: utraq; enim æqualis, & hoc eſt, propter hoc quod angulus g minoris, eſt maior recto: & angulus b minoris minor. Nam in omni triangulo duum æqualium laterum uterq; angulorum qui ſunt ad baſin, eſt minor recto.

Euclid. ex Camp. Theorema 7. Propoſitio 7.

Si bina triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorum uerò utrunque ſimul aut minorem aut non minorem recto, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, circum quos proportionalia ſunt latera.

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ & δ ε ζ, unum angulum uni angulo æqualem habentia, eum ſcilicet qui ſub β α γ ei qui eſt ſub ε δ ζ. Circum autem alios angulos α β γ & δ ε ζ, latera proportionalia ſicut α β ad β γ, ſic δ ε ad ε ζ. Reliquorum uerò qui ad γ ζ, primo utrunq; ſimul maiorem recto. Dico q̃ æquiangulum eſt α β γ triangulum, ipſi δ ε ζ triangulo: & æqualis erit angulus α β γ, angulo δ ε ζ: & reliquus qui ad γ, reliquo qui ad ζ. Si enim inæqualis eſt angulus α β γ, ei qui ſub δ ε ζ eſt angulo, alter eorum maior eſt: ſit maior angulus α β γ, & conſtituatur (per 23 primi) ad α β rectã lineam, ad ſignumq; in ea β, ipſi δ ε ζ angulo æqualis angulus α β κ. Et quoniam æqualis eſt angulus qui ad α ei qui eſt ad δ, & angulus α β κ ei qui ſub δ ε ζ: reliquus igitur angulus α κ β reliquo angulo δ ζ ε eſt æqualis. Aequiangulũ igitur eſt triangulũ α β κ, triangulo δ ε ζ. Eſt igitur (per* 4 ſexti) *ſicut α β ad β κ, ſic δ ε ad ε ζ. Sicutq; δ ε ad ε ζ * recipitur, ſic α β ad β γ. Et ſicut igitur (per* 11 quinti) *α β ad β γ, ſic κ β ad β κ. Igitur (per* 9 quinti) *α β, ad utrunq; ipſorũ β γ & β κ, eandem habet rationem, æqualis igitur eſt β γ ipſi β κ. Quare per quintam primi, & angulus qui ad β κ γ, angulo qui ſub β γ κ eſt æqualis: ſed minor recto ſubijciatur angulus qui ad γ: minor igitur recto eſt angulus qui ſub β κ γ. Quare (per* 13 primi) *& * altrinſecus ipſi angulus α κ β, maior eſt recto: & oſtenſum eſt q̃ æqualis eſt ei qui ad ζ: & qui ad ζ igitur, maior eſt recto. Subijcitur autem minor recto, quod eſt abſurdum. Igitur inæqualis minimè eſt angulus α β γ, angulo δ ε ζ. Aequalis autem eſt & qui ad α ſignũ ei qui ad δ: & reliquus qui ad γ igitur, reliquo qui ad ζ eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulũ α β γ, triangulo δ ε ζ. Sed rurſus ſupponatur uterq; eorum qui ad γ ζ, non minor recto. Dico rurſus q̃ & ſic eſt æquiangulum triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Eiſdem nempe diſpoſitis, ſimiliter demonſtrabimus quòd æqualis eſt β γ, ipſi β κ: quare & angulis qui ad γ, ei qui ſub β κ γ eſt æqualis. At non minor recto eſt angulus qui ad γ: neq; igitur minor recto eſt angulus qui eſt ſub β κ γ. Triãguli igitur β κ γ (per* 17 primi) *duo anguli duobus rectis non ſunt minores, quod eſt impoſsibile. Non igitur rurſus inæqualis eſt angulus α β γ, angulo δ ε ζ, æqualis igitur: eſt autem angulus qui ad α, ei qui ad δ æqualis. Reliquus igitur qui ad γ, reliquo qui ad ζ eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Si bina igitur triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorũ uerò utrunq; ſimul uel minorẽ uel non minorem recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, circum quos proportionalia ſunt latera: quod oportuit demonſtraſſe.*





Euclid. ex Camp. Propoſitio 8.

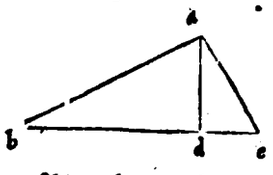
Si ab orthogonij angulo recto, ad baſin linea perpendicularis ducatur, fient duo triãguli partiales, toti triangulo, & ſibijnuicem ſimiles.

CORRE-

CORRELARIVM.

Vnde etiã manifeſtũ eſt, quia in omni triangulo rectãgulo, ſi ab eius angulo recto ad baſim perpẽdicularis ducat, erit ipſa perpẽdicularis inter duas ſectiones ipſius baſis proportionalis: itemq; utrũq; latus inter totam baſim atq; ſibi conterminalem baſis portionem.

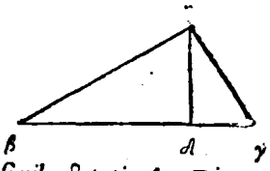
CAMPANVS. Sit trigonus a b c, orthogonus, eiusq; angulus a, rectus, à quo ducatur a d perpendicularis ad baſim, dico quòd uterq; duorum triangulorum partium, qui ſunt a b d, a d c, ſimilis eſt totali triangulo a b c, & unus eorum alteri: eſt enim uterque ipſorum ęquiangulus totali per 32 primi, eo quòd uterque eſt orthogonius & in uno angulo communicat cum totali, quare & ſibi inuicem ſunt æquianguli, ita quòd angulus b eſt æqualis angulo d a c, & angulus b a d angulo c, & duo anguli qui ſunt ad d, ſibi inuicem, & angulo a totali æquales, quare per 4 huius, latera æquos eorum angulos reſpicientia, ſunt proportionalia: ergo per diffinitionem ſunt ſimiles, quod eſt propoſitum. Vtrunq; correlarium ex his euidenter apparet.



Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 8.

Si in triangulo rectãgulo ab angulo recto in baſim perpẽdicularis agatur, quæ ad perpẽdiculare tríãgula, ſimilia ſunt toti & adinuicẽ.

THEON ex Zamb. *Sit triangulũ rectangulũ α β γ, rectum habens eum qui ſub β α γ, angulũ, & excitetur (per 12 primi) ab α in β γ, perpendicularis α δ. Dico quòd ſimile eſt utrunq; ipſorum α β δ, & α δ γ triangulorũ, toti α β γ, & inſuper adinuicem. Quoniã enim (per 4 poſtulatum) æqualis eſt angulus β α γ, angulo α δ β, rectus enim uterq; eſt, cõmunis autem eſt ipſorũ duorum triangulorũ α δ γ, & α β δ, angulus qui ad β, reliquus igitur angulus α γ β, reliquo β α δ, eſt æqualis (per 32 primi) Aequiangulũ igitur eſt triangulum α δ γ, triangulo α β δ. Eſt igitur (per 4 ſexti) ſicut γ β, ſubtendens angulũ rectum α β γ, trianguli ad β α, ſubtendentẽ rectum angulum ipſius α β δ trianguli: ſic eadem α β, ſubtendens angulum qui ad γ, trianguli α β γ, ad β δ, ſubtendentem æqualẽ angulum β α δ, ipſius α β δ, trianguli, & inſuper α γ, ad α δ, ſubtendentẽ angulum qui ad β, communẽ duorum triangulorum. Triangulũ igitur α β γ, triangulo α β δ, æquiangulum eſt, (per 7 ſexti) & quæ circum æquales angulos ſunt, latera proportionalia habet. Simile igitur eſt triangulum α β γ, triangulo α β δ, (per 1 diffinitionem ſexti.) Similiter iam oſtẽdemus quòd & triangulo α δ γ, ſimile eſt triangulum α β γ, utrunque igitur ipſorum α β δ, & α δ γ, triangulorum ſimile eſt toti α β γ. Dico etiam quòd & adinuicem ſunt ſimilia triangula α β δ, & α δ γ. Quoniam enim rectus angulus β δ α, recto angulo α δ γ, eſt æqualis (per 4 poſtulatum) ſed & angulus β α δ, ei qui ad γ oſtenſum eſt, quod eſt æqualis: reliquus igitur qui ad β, reliquo qui ſub δ α γ, eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulum α β δ, triangulo α δ γ, eſt igitur ſicut δ δ, ipſius α β δ, trianguli ſubtendens angulũ qui ſub δ α δ, ad δ α ipſius α δ γ, trianguli ſubtendentẽ angulum qui ad γ, æqualem ei qui ſub β α δ, ſic ipſa α δ, trianguli α β δ, ſubtendens angulum qui ad β, ad δ γ, ſubtendentem angulum qui ſub δ α γ, ipſius trianguli α δ γ, æqualem ei qui ad β, & inſuper δ α ad α γ, ſubtendens rectos angulos. Simile igitur eſt triangulum α β δ, triangulo α δ γ. Si in rectangulo triangulo igitur ab angulo recto in baſim perpendicularis agatur, triangula quæ circum perpendicularem ſimilia ſunt toti & ad inuicem: quod demonſtraſſe oportuit.*

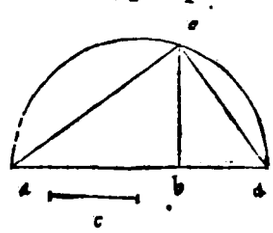


CORRELARIVM. *Ex hoc manifeſtum eſt, quòd ſi in rectangulo triangulo ab angulo recto in baſim perpendicularis agatur: acta, ipſius baſis ſegmentis media proportionalis. Et inſuper ipſius baſis, & uniuſcuiuſq; ſegmentorũ, latus quod ad ſegmentum, medium proportionale eſt: quod erat demõſtrandum.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 9.

9 DAbus lineis propoſitis tertiam inter eas ſub proportionalitate continua collocare.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ propoſitæ a b & c, inter quas uolo unam lineam in proportionalitate continua collocare. Adiiingam unam earum alteri, ſitq; tota ex eis compoſita a d, ita quòd b d, ſit æqualis c, & ſuper totam deſcribo ſemicirculum a e d, & produco b e uſque ad circunferentiam perpendicularem ad lineam a d, dico lineam b e, eſſe quam quærimus; produco enim li-



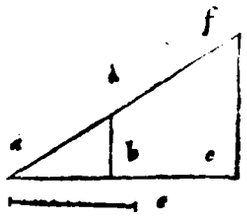
n neas

neas e a & e d, eritq; per 30 tertij, angulus e totalis, rectus: quare per primam partem correllarij præmiſſæ, proportio a b ad b e, ſicut b e ad b d: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 10.

Duabus lineis datis, tertiam eis in continua proportionalitate ſubiungere. 10

CAMPANVS. Sint duæ lineæ propoſitæ a b & c: quibus uolo tertiam in continua proportionalitate ſubiungere. Coniungo lineam c angulariter ut contingit, cum linea a b, ſitq; a d, ei æqualis: & produco lineam a b uſque ad e, donec fiat b e æqualis a d: & protracta linea b d, à puncto e duco lineam ſibi æquidiſtantem, quã & lineam a d e produco, quouſque concurrant in puncto f. dico igitur lineam d f, eſſe quam quærimus: eſt enim per ſecundam huius, proportio a b ad b e, ſicut a d ad d f: ſed a b ad b e, eſt ſicut a b ad a d, per 2 partem 7 quinti. quare a b ad a d, ſicut a d ad d f: quod eſt propoſitum.

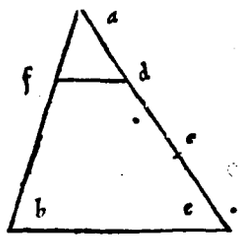


CAMPANI *additio.* Quòd ſi propoſitis tribus lineis uelimus inuenire quartam, ad quam ſit proportio tertiæ ſicut primæ ad ſecundam: ex prima & ſecunda fiat linea una, & toti compoſitæ tertia angulariter adiungatur, & à communi termino primæ & ſecũdæ, ducatur linea ad extremitatem tertiæ, & ab altero termino ſecundæ ducatur huic lineæ æquidiſtans, quouſque concurrat cum tertia in continuum rectumq; protracta. eritq; per ſecundam huius, linea quam hęc æquidiſtans abſcindet: quæ quæritur, quemadmodum ſi in hac figura fuerit prima a b, ſecunda b e, tertia a d, erit quarta d f.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 11.

AB aſsignata linea, quotamcumque iubearis partem abſcindere. 11

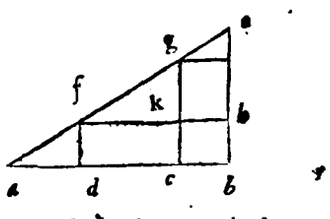
CAMPANVS. Sit a b linea aſsignata, ab ea uolo aliquotam partem utpote tertiam abſcindere, coniungo ea angulariter, ut contingit lineam indefinitæ quantitatis, quæ ſit a c: à qua reſeco tres æquas portiones, quæ ſunt a d, d e, & e c, & produco lineas c b & d f, ſibi æquidiſtantes: dico a f eſſe tertiam a b: eſt enim per ſecundam huius, proportio c d ad d a, ſicut b f ad f a, quare coniunctim c a ad d a, ſicut b a ad f a. Cum igitur c a ſit tripla ad d a, patet a f eſſe tertiam a b: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 12.

DAbus lineis propoſitis, altera indiuiſa, altera per partes diuiſa, indiuiſam quidem admodum diuiſæ diuidere. 12

CAMPANVS. Sint duæ lineæ quas angulariter, ut continget, coniungam a b & a c, ſitq; a b diuiſa in tres uel qualeſcunque portiones: ſignatis in ea punctis d & e, uolo ſecundum eaſdem portiones diuidere lineam a c: cum igitur ipſas angulariter coniunxero, protraham lineam b c & æquidiſtantes ei d f & e g, dico iſtas æquidiſtantes diuidere lineam a c in partes proportionales partibus a b. protraham enim f a æquidiſtantem a b, quæ ſecet e g in puncto k, eritq; per ſecundam huius, proportio g f ad f a: ſicut e d ad d a, & c g ad g f: ſicut h k ad k f, quare & ſicut b e ad e d, per 34 primi & ſecundam partem 7 quinti. quod eſt propoſitum. Oportet autem ſecundam huius toties repetere: quot erunt partes lineæ a b, minus una. At uerò 34 primi & ſeptimam quinti, minus duabus.

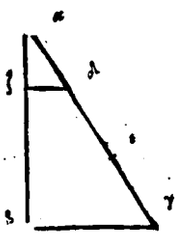


Quinque ſequentes, ex Zamberto Euclidis propoſitiones, præpoſtero ordine, quatuor ex Campano præcedentibus reſpondent: nona undecimæ, decima duodecimæ, undecima & duodecima decimæ cum additione, decimatertia nonæ.

Euclid.

Euclid. ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 9.

9 Data recta linea, imperatam partem abſcindere.

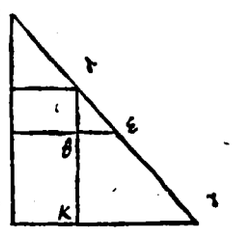


THEON ex Zamb. *Sit data recta linea α β, oportet iam ex ipſa α β, imperatam partem abſcindere. Imperetur tertia, & ducatur ab α recta linea α γ, faciens angulum cum α β, & ſumatur contingens ſignum ſuper α γ, ſitq; illud δ, & ponatur ipſi α δ, (per 2 primi) æqualis δ ε, et ε γ, & cõnectatur β γ, & per δ, ipſi β γ, (per 31 primi) parallelus excitetur δ ζ. Quoniam igitur trianguli α β γ, ad unum latus β γ, acta eſt ζ δ, parallelus, proportionalis igitur eſt (per 2 ſexti) ſicut γ δ, ad δ α, ſic β ζ ad ζ α, dupla autem eſt γ δ, ipſius δ α, dupla eſt igitur & β ζ, ipſius ζ α. Tripla enim eſt β α, ipſius α ζ. Data igitur recta linea α β, imperata tertia pars ablata eſt α ζ: quod demonſtraſſe oportuit.*

igitur

Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 10.

10 Datam rectam lineam non ſectam, datæ rectæ lineæ ſectæ ſimiliter ſecare.

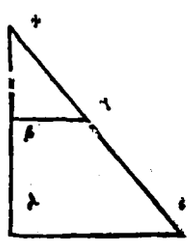


THEON ex Zamb. *Sit quidem data recta linea non ſecta α β, ſecta uerò ſit α γ, oportet iam lineam α β, non ſectam, ſecare ſimiliter lineę α γ, ſectæ. Sit linea α γ, ſecta in ſignis quidem δ ε, & ſitæ ſint, ut angulum contingentem comprehendant, & connectatur β γ, & per δ ε, ipſi β γ, paralleli excitentur δ ζ, & ε η, (per 31 primi) & per δ, ipſi α β, parallelus excitetur δ θ η, (per eandem) parallelogrammum igitur eſt utrunque ipſorum ζ θ, & θ β, æqualis igitur eſt quidem δ θ, ipſi ζ η, & θ η ipſi η β: & quoniam trianguli δ η γ, ad unum laterum η γ, recta linea acta eſt θ ε, proportionaliter igitur parallelus (per 2 ſexti) ſicut γ ε, ad ε δ, ſic η θ, ad θ δ, æqualis autem eſt η θ, ipſi β η, & θ δ, ipſi η ζ. Eſt igitur (per 2 quinti) ſicut γ ε, ad ε δ, ſic β η, ad η ζ. Rurſus quoniam triãguli α η ε, ad unum latus η ε, parallelus acta eſt ζ δ, proportionaliter igitur eſt (per 1 ſexti) ſicut ε δ, ad δ α, ſic η ζ, ad ζ α. patuit autem quòd ſicut γ ε, ad ε δ, ſic β η, ad η ζ. Eſt igitur ſicut quidem γ ε, ad ε δ, ſic β η, ad η ζ, ſicut autem ε δ, ad δ α, ſic η ζ, ad ζ α. Data igitur recta linea non ſecta α β, datæ rectæ lineæ ſectæ α γ, ſimiliter ſecta eſt: quod facere oportebat.*

parallelus

Euclid. ex Zamb. Problema 3. Propoſitio 11.

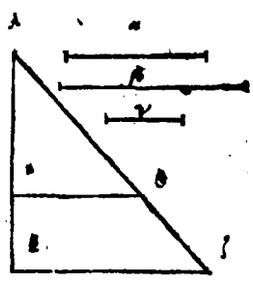
11 Duabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem inuenire.



THEON ex Zamb. *Sint duæ datæ rectæ lineæ, β α, & α γ, & ſitæ ſint angulum comprehendentes contingentem, oportet ipſis β α, et α γ, tertiam proportionalem inuenire. Producantur enim α β & α γ, ad ſigna δ ε, & ponatur (per 2 primi) ipſi α γ, æqualis β δ, & connectatur β γ, & per δ (per 31 primi) ipſi β γ, parallelus excitetur δ ε. Quoniã igitur triãguli α δ ε, ad unũ latus δ ε, acta eſt parallelus β γ, proportionaliter eſt (p 2 ſexti) ſicut α β, ad β δ, ſic α γ ad γ ε, æqualis autẽ eſt β δ, ipſi α γ, eſt igitur ſicut α β, ad α γ, ſic α γ, ad γ ε. Duabus igitur datis rectis lineis α β, & α γ, tertia proportionalis eis inuẽta eſt γ ε: quod oportebat facere.*

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 12.

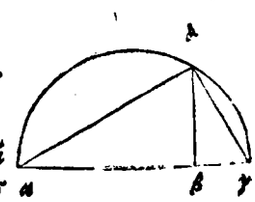
12 Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalem inuenire.



THEON ex Zamb. *Sint datæ tres rectæ lineæ α β γ, oportet ipſis α β γ quartam proportionalem inuenire. Ponantur duæ rectæ lineæ δ ε, & δ ζ, angulum contingentem comprehẽdentes eum qui eſt ſub ε δ ζ, & ponatur (per 2 primi) ipſi quidem α, æqualis δ η, ipſi autem β, æqualis η ε, & inſuper ipſi γ, æqualis δ θ, & coniuncta η θ, parallelus ei excitetur (per 31 primi) per ε, ſitq; ε ζ. Quoniam igitur trianguli δ ε ζ, ad unum latus ε ζ, acta eſt parallelus η θ, igitur (per 2 ſexti) eſt ſicut δ η, ad η ε, ſic δ θ, ad θ ζ, æqualis autem eſt δ η, ipſi α, & η ε, ipſi β, & δ θ, ipſi γ: eſt igitur ſicut α ad β, ſic γ ad θ ζ. Tribus igitur datis rectis lineis α β γ, quarta proportionalis inuenta eſt θ ζ: quod oportebat facere.*

Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 13.

13 Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalem inuenire.



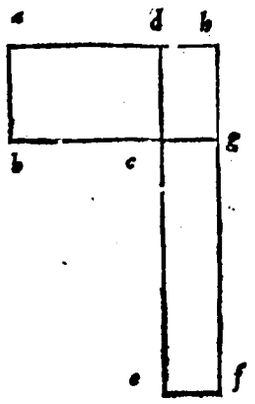
THEON ex Zamb. *Sint duæ rectæ lineæ α β & β γ, oportet iã ipſarũ*

α β, & β γ, mediam proportionalem inuenire. Disponatur (per 14 primi) in rectas lineas, describaturq; super α γ semicirculus α Δ γ, & excitetur (per 11 primi) à signo β, ipsi α γ, ad angulos rectos β Δ, et cõnectantur α Δ, & Δ γ. Quoniam (per 31 tertij) in semicirculo angulus, qui est sub α Δ γ, rectus est, & quoniam in rectãgulo triangulo α Δ γ, à rectangulo in basim perpendicularis deducta est Δ β, igitur per corrolarium octauæ sexti) Δ β, ipsius basis segmentis α β, & β γ, media proportionalis est. Duabus igitur datis rectis lineis α β & β γ, media proportionalis inuenta est Δ β: quod fecisse oportuit.

E uclid. ex Camp. *Propositio 13.*

SI duæ superficies æquidistantiũ laterum, quarũ unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, æquales fuerint latera duos æquos angulos continentia mutekesia esse. Si uerò latera duos æquos angulos continentia, mutekesia fuerint, duas superficies æquales esse necesse est. 13

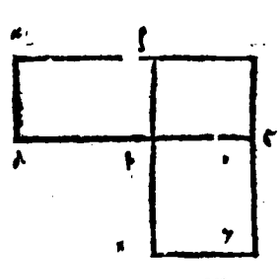
CAMPANVS. Sint duæ superficies a b c d & c e f g, æquidistantiũ laterum & æquales, sitq; angulus c unius, æqualis angulo c alterius, dico proportionem b c ad c g, esse sicut e c ad c d, & si proportio b c ad c g fuerit sicut e c ad c d, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales. dico illas duas superficies æquidistantium laterum esse æquales. Coniungam enim eas angulariter, uidelicet angulum c unius, cum angulo c alterius, ita quòd duo latera earum quæ sunt b c & c g fiant linea una, eruntq; similiter duo reliqua latera d c & c e linea una, alioqui sequeretur per prsentẽ hypothesim, quæ est angulum c unius esse æqualem angulo c alterius, & per 15 primi, partem esse æqualem toti, complebo itaq; superficiem æquidistantium laterum, productis lineis a d & f g, quousque concurrant in h, eritq; per primam partem 7 quinti, utriusque superficiei a d c & c f ad superficiem c h proportio una, & quia per primam huius proportio superficiei a c ad superficiẽ c h, sicut lineæ b c ad lineam c g, & superficiei c f ad eandem superficiem c h, sicut e c ad c d, manifesta est prima pars propositæ conclusionis. Secunda pars sic patet, per primam enim huius, est proportio b c ad c g, sicut a c ad c h, & e c ad c d, sicut c f ad eandem c h: & quia positum est quòd proportio b c est ad c g sicut e c ad d: erit utriusq; duarum superficierum a c & e g ad superficiem c h una proportio, ergo per primam partem 9 quinti, a c, est æqualis c f: sicq; patet secunda pars.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propositio 14.*

Æqualium, & unum uni æqualem habentium angulum parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos & quorum parallelogrammorum unum uni angulo æqualem habentium reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoq; sunt æqualia. 14

THEON ex Zamb. *Sint æqualia parallelogramma α β, & β γ, æquales habentia angulos qui ad β, & constituantur (per decimamquartã primi) in rectas lineas Δ β & β ε, in rectas lineas igitur sunt ζ β, & β ν. Dico quòd ipsorum α β, & β γ, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, hoc est quòd sicut est β Δ, ad β ε, sic est ν β, ad β ζ. Compleatur namque parallelogrammum ζ ε. Quoniam igitur (per hypothesim) æquum est α β, parallelogrammum ipsi β γ, parallelogrammo, aliud autem quoddam ζ ε, est igitur (per septimam quinti) sicut α β, ad ζ ε, sic β γ ad ζ ε. Sed sicut quidem α β, ad ζ ε, sic Δ β ad β ε, sicutq; β γ, ad ζ ε, sic ν β, ad β ζ, & sicut igitur (per 11 quinti) Δ β, ad β ε, sic ν β, ad β ζ. Ipsorum igitur α β, & β γ, parallelogrammum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos.*



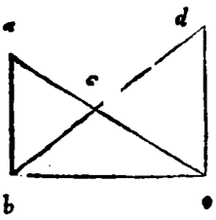
Verùm sint latera reciproca quæ circum æquales sunt angulos, estoq; sicut Δ β ad β ε, sic ν β ad β ζ. Dico quòd æquale est parallelogrammum α β ipsi β γ, parallelogrammo. Quoniam enim est sicut Δ β, ad β ε, sic ν β, ad β ζ, sed sicut quidem Δ β, ad β ε, sic (per 1 sexti) α β, parallelogrammum ad ζ ε, parallelogrammũ sicut autẽ ν β, ad β ζ: sic β γ parallelogrammũ ad ζ ε, & ut igitur (p 11 quinti) α β, ad ζ ε, sic β γ ad ζ ε, æquum igitur

igitur eſt α β, parallelogrammum, ipſi β γ, parallelogrammo. Æqualium igitur & æquiangulorum parallelogrammorum reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos: & quorum æquiangulorum parallelogrammorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque ſunt æqualia: quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 14.

14 SI duo trianguli quorum unus angulus unius uni angulo alterius ęqualis, ęquales fuerint, latera duos angulos æquos continentia erunt mutekeſia. Si uerò latera duos æquos angulos continentia fuerint mutekeſia, duo trianguli æquales eſſe comprobantur.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, c d e, æquales, ſitq; angulus c unius, æqualis angulo c alterius, dico proportionem a c ad c e, eſſe ſicut d c ad c b: & ſi fuerit proportio a c ad c e, ſicut d c ad c b, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales, dico illos duos triãgulos eſſe ęquales. Cõiungam enim eos angulariter ita quòd latera a c & c e, fiãt linea una, eruntq; ſimiliter b c & c d, linea una, aliter ſequeretur partem eſſe æqualem toti per 15 primi, & protraham lineam b e, erit'que per primam partem 7 quinti, utriuſq; dictorum triangulorum ad triangulum c b e, proportio una, & quia per primam huius, primi eorum ad ipſum eſt, ſicut a c ad c e, & ſecundi eorum ad eundem ſicut d c ad c b, manifeſta eſt prima pars propoſitæ concluſionis. Secunda pars econuerſo probatur, quia a c ad c d eſt, ſicut primi trianguli ad triangulum b c e & d c ad c b, ſicut ſecundi ad eundem, per primam huius, & quia poſitum eſt ut ſit a c ad c e, ſicut d c ad c b, erit utriuſq; dictorum triangulorum ad triangulum b c e una proportio, quare per primam partem 9 quinti, ipſi ſunt æquales, ſicq; patet ſecunda pars.

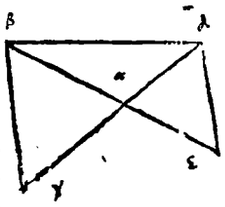


Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 15.

15 Æqualium & unũ uni æqualem habentiũ angulum triãgulorum reciproca ſunt latera, quæ circũ æquales angulos, & quorum unum uni angulum æqualem habentium triangulorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque ſunt æqualia.

THEON ex Zamb. *Sint æqualia triangula α β γ, & α δ ε, unũ uni æqualem habentia angulum, eum ſcilicet qui ſub β α γ: ei qui ſub δ α ε. Dico quòd ipſorum α β γ, & α δ ε, triangulorum reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos, hoc eſt ſicut γ α, ad α δ, ſic ε α, ad α β. Conſtituantur enim (per 14 primi) in rectã lineã γ α, ipſi α δ. In directum igitur eſt ε α, ipſi α β, & connectatur β δ. Quoniam igitur (per hypotheſim) æquum eſt triangulum α β γ, triangulo α δ ε, aliud autem quoddam β α δ. eſt igitur (per 7 quinti) ſicut angulum α β γ, ad ipſum β α δ triangulum, ſic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ. Sed ſicut quidem γ α β, ad β α δ, ſic γ α, ad α δ, ſicut autem (per primam ſexti) ε α δ, ad β α δ, ſic ε α, ad α β, & ſicut igitur (per 11 quinti) γ α ad α δ, ſic ε α, ad α β. Triangulorum igitur α β γ, & α δ ε, reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. Verùm reciproca ſint latera ipſorum α β γ, & α δ ε, triangulorum, eſtoq; ſicut γ α, ad α δ, ſic ε α, ad α β. Dico quòd æquum eſt triangulum α β γ, triangulo α δ ε. Connexa enim rurſus β δ, quoniam eſt ſicut γ α, ad α δ. ſic ε α, ad α β, ſed ſicut quidem γ α, ad α δ, ſic triangulum α β γ, ad triangulum β α δ: ſicut autem ε α, ad α β, ſic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ: ſicut igitur triangulum α β γ, ad triangulum β α δ, ſic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ. Vtrunq; igitur ipſorum α β γ, & ε α δ, ad β α δ, eandem habet rationem. Æquum igitur eſt (per nonam quinti) triangulum α β γ triangulo ε α δ. Æqualium igitur & unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque ſunt æqualia: quod demonſtraſſe oportuit.*

triangulũ

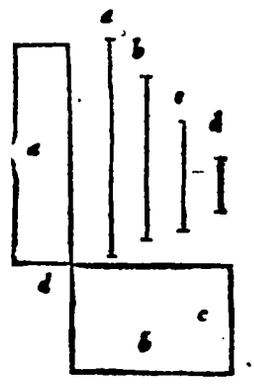


Euclid. ex Camp. Propoſitio 15

15 SI fuerint quatuor lineę proportionales, quod ſub prima & ultima rectangulum continetur, æquum erit ei quod ſub duabus reliquis. Si uerò quod ſub prima & ultima continetur,

æquum fuerit ei quod duabus reliquis continetur rectangulum, quatuor lineas proportionales esse conuenit.

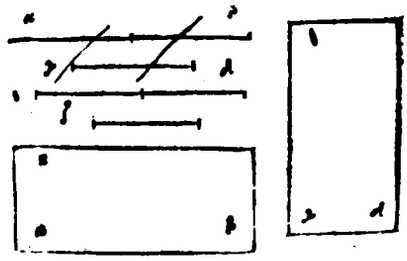
CAMPANVS. Sint quatuor lineæ a b c d proportionales, sitq; proportio a ad b, sicut c ad d. dico quòd superficies contenta sub a & d, æqualis est superficiei contentæ sub b & c, & superficies contenta sub a & d, est æqualis superficiei contentæ sub b & c. Et superficies contenta sub a & d est æqualis superficiei contentæ sub b & c, dico quòd proportio a ad b est sicut c ad d. Fiant enim superficies contenta sub a & d, & superficies contenta sub b & c. Si ergo est proportio a ad b sicut c ad d, latera illarum superficierum erunt mutekesia, sed & anguli ab eis contenti æquales: quia utraque est rectorum angulorum, quare per secundam partem 13 huius, ipsi sunt æquales: quod est primum. Secundum patet per primam partem eiusdem. si enim ipsæ sunt æquales, quia omnes anguli earum sunt recti, latera earum erunt mutekesia, quare proportio a ad b, sicut c ad d, quod est secundum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema* 11. *Propositio* 16.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub mediis continetur rectangulo. Et si sub extremis comprehensum rectangulum æquum fuerit ei quod sub mediis continetur rectangulo, quatuor rectę lineæ proportionales erunt. 16

THEON ex Zamb. *Sint quator rectæ lineæ proportionales* α β γ δ ε ζ, *sicut* α β *ad* γ δ, *sic* ε *ad* ζ. *Dico quòd sub ipsis* α β, & ζ, *comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub* γ δ, & ε, *continetur rectangulo. Excitetur enim (per* 11 *primi) ab* α γ, *signis, ipsis* α β, & γ δ, *rectis lineis, ad angulos rectos* α κ, & γ θ, & *ponatur (per secundam primi) ipsi* ζ, *æqualis* α κ, *ipsi autem* ε, *æqualis* γ θ, *cõpleanturq; κ* β, & θ δ, *parallelogramma. Et quoniam est sicut* α β *ad* γ δ, *sic est* ε, *ad* ζ, *æqualis autem est* ε, *ipsi* γ θ, & ζ, *ipsi* α κ, *est igitur sicut* α β, *ad* γ δ, *sic* γ θ, *ad* α κ. *Igitur (per* 14 *sexti)* β κ, & δ θ, *parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Quorum autem parallelogrammorum æquiangulorum reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia. Æquum igitur est parallelogrammum* β κ, *ipsi* δ θ, *parallelogrammo, & est* β κ, *id quod sub* α β, & ζ, *æqualis enim est* α κ, *ipsi* ζ. *At* δ θ: *id est quod sub* γ δ, & ε, *æqualis enim est* γ θ, *ipsi* ε. *Igitur quod sub* α β, & ζ, *cõtinetur rectangulũ, æquum est ei quod sub* γ δ, & ε, *continetur rectangulo. Sed iam quod sub* α β, & ζ, *comprehenditur rectangulum: æquum est o ei quod sub* γ δ, & ε, *continetur rectangulo.* Dico quòd *quatuor rectæ lineæ proportionales erunt, sicut* α β, *ad* γ δ, *sic* ε, *ad* ζ. *Eisdem nanq; constructis quoniam quod sub* α β, & ζ, *æquum est ei quod sub* γ δ, & ε, & *est quidem quod sub* α β & ζ, *ipsius* β κ, *æqualis enim est* α κ, *ipsi* ζ, *quod autem sub* γ δ, & ε, *est ipsum* δ θ, *æqualis enim est* γ θ, *ipsi* ε, *igitur* β κ, *æquum est ipsi* δ θ, & *æquiangula sunt. Æqualium autem & æquiangulorum parallelogrammorum (per* 14 *sexti) reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Est igitur (per* 10 *quinti) sicut* α β, *ad* γ δ, *sic* γ θ, *ad* α κ, *æqualis autem est* γ θ, *ipsi* ε, & α κ, *ipsi* ζ: *est igitur sicut* α β, *ad* γ δ, *sic* ε, *ad* ζ. *Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub mediis comprehenditur rectangulo: & si quod sub extremis comprehenditur rectangulum, æquum fuerit ei quod sub mediis continetur rectangulo, ipsæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt: quod oportebat demonstrare.*

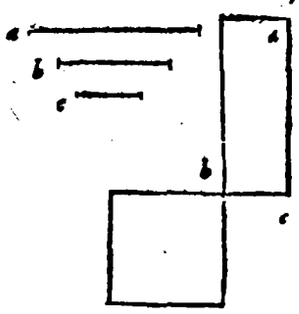


Euclid. ex Camp. *Propositio* 16.

SI fuerint tres lineę proportionales, quod sub prima & tertia rectangulum continetur, æquum erit ei quod à secunda quadrato describitur. Si uerò quod sub prima & tertia continetur, æquum ei quadrato quòd à secunda producitur, ipsæ tres lineæ proportionales erunt. 17

CAMP.

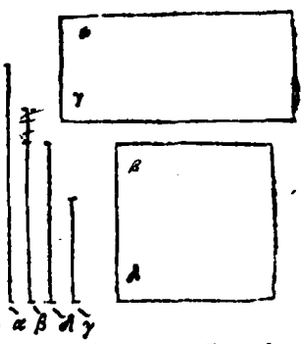
CAMP. Sit proportio lineę a ad lineam b, ſicut lineę b ad lineam c, dico quòd ſuperficies contenta ſub a & c æqualis eſt quadrato b, & ſi ſuperficies contenta ſub a & c eſt æqualis quadrato b, dico quòd proportio a ad b, eſt ſicut b ad c. hoc autem eſt euidens per præcedentem, poſita alia linea quæ ſit ęqualis b, ita quòd b, ſit in ratione ſecundæ & tertiæ.



Euclid. ex Zamb. Problema 12. Propoſit. 17.

17 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis comprehenſum rectangulum, ęquũ eſt ei quod à media quadrato. Et ſi quod ſub extremis cõtinetur rectãgulum, æquũ fuerit ei quod à media quadrato, ipſæ tres rectæ lineę proportionales erunt.

THEON *ex Zamb. Sint tres rectæ lineæ proportionales α β γ, ſicut α ad β, ſic β ad γ. Dico quòd ſub α γ, comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod ex β quadrato. Ponatur (per 2 primi) ipſi β, æqualis δ. Et quoniam eſt (per hypotheſin) ſicut α ad β, ſic β, ad γ, æquális autem eſt β, ipſi δ, eſt igitur (per 7 quinti) ſicut α ad β, ſic δ ad γ. Si quatuor autem rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod ſub medijs continetur rectangulo (per 16 ſexti.) Igitur quod ſub α γ, æquũ eſt ei quod ſub β δ. Sed quod ſub β δ, id eſt quod fit ex β, æqualis enim eſt β, ipſi δ. Igitur quod ſub α γ, comprehenditur rectangulum, æquum eſt ei quod ex β, quadrato. Sed iam quod ſub α γ, eſto æquale ei quod ex β. Dico quòd eſt ſicut α ad β, ſic β ad γ. Eiſdem nanq; conſtructis, quoniam quod ſub α γ, æquum eſt ei quod ex β, ſed quod ex β, id eſt quod ſub β δ, æqualis enim eſt β, ipſi δ, igitur quod ſub α γ, æquũ eſt ei quod ſub β δ. Si autem quod ſub extremis æquũ fuerit ei quod ſub medijs, quatuor rectæ lineæ proportionales ſunt (per 16 ſexti.) Eſt igitur ſicut α ad β, ſic δ ad γ. Aequalis autem eſt β, ipſi δ, ſicut igitur α ad β, ſic β ad γ. Si tres igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis cõprehenditur rectangulũ, æquum eſt ei quod à media quadrato. Et ſi quod ſub extremis comprehenditur rectangulum æquũ fuerit ei quod à media quadrato, tres rectæ lineæ proportionales erunt: quod oportebat demonſtrare.*



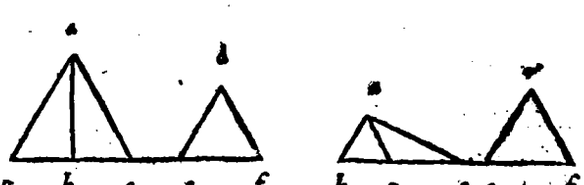
Euclid. ex Camp. Propoſitio 17.

17 SI fuerint duo trianguli ſimiles, proportio alterius ad alterum eſt tanquam proportio cuiuslibet ſui lateris ad ſuũ relatiuum latus alterius duplicata.

CORRELARIVM.

Manifeſtum etiam ex hoc, quia omnium trium linearum continuè proportionalium quanta eſt prima ad tertiam, tanta erit ſuperficies conſtituta ſuper primam ad ſuperficiem conſtitutam ſuper ſecundam, cùm fuerit ei ſimilis in lineatione & creatione.

CAMP. Sint duo trianguli a b c & d e f ſimiles, eruntq; per primam diffinitionem, æquianguli, & laterum proportionaliũ. Sit ergo angulus a, ęqualis angulo d, & angulus b angulo e, & angulus c, angulo f, eritq; proportio a b ad d e, & a c ad d f, ſicut b c ad e f, dico quòd proportio trianguli a b c ad triangulum d e f, eſt ſicut proportio b c ad e f duplicata. Subiungatur enim ſecundum doctrinam 10 huius, duabus lineis b c & e f, tertia in continua proportionalitate: quæ ſit c g, protracta aut reſecata c b, ſi c g fuerit ea maior aut minor: & producatur linea g a, eritq; per ſecundam partem 14 huius, triangulus a g c, æqualis triangulo d e f, propter id quod

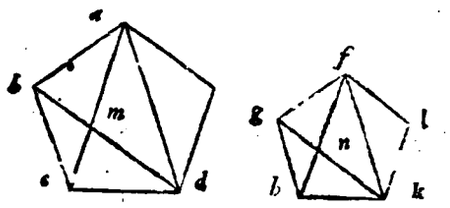


proportio a c ad d f eſt ſicut e f ad c g, & angulus c æqualis angulo f: quare per ſecundam partem 7 quinti, trianguli a b c ad utrunq; illorum erit una proportio, ſed per primam huius, proportio trianguli a b c ad triangulum a g c, eſt ſicut b c ad g c. At uero proportio b c ad c g, ſicut b c ad e f duplicata, per 10 deſcriptionem quinti: ergo proportio trianguli a b c ad triangulum d e f, eſt ſicut proportio b c ad d f duplicata, quod eſt propoſitum. Si autem c g ſit æqualis b c, erit per ſecundam partem 14 huius, triangulus a b c æqualis triangulo d e f: æqualis autem proportio componitur ex æquali duplicata uel triplicata uel quotieſcunq; ſumpta. Iſtam eandem paſsionem poſſemus eodem modo & per eadem media demonſtrare de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum ſimilibus, ſumpta ſolum 13 præſentis, loco 14. Non demonſtrat autem eam, quia per ſequentem demonſtratur uniuerſaliter de omnibus ſuperficiebus ſimilibus. Quare per correlarium, quod uniuerſaliter proponitur de omnibus ſuperficiebus ſimilibus, nondum patet niſi de triangulis, ſed demonſtrata ſequente, patens erit de omnibus. Poſuit autem ipſum hic & non in ſequente, quia eſt correlarium huius, non autem ſequentis: ex modo enim demonſtrationis huius, ſua ueritas manifeſtata eſt non ex modo illius.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 18.*

Omnes duæ ſuperficies ſimiles multiangulæ, ſunt diuiſibiles in triangulos ſimiles atq; numero æquales, eſtq; proportio alterius earum ad alteram, ſicut cuiuslibet ſui lateris ad ſuum relatiuũ latus alterius, proportio duplicata. 18

CAMPANVS. Sint gratia exempli, duo pẽtagoni a b c d e, f g h k l ſimiles, dico quòd ipſi ſunt diuiſibiles in triangulos ſimiles numero æquales, & quòd proportio alterius eorũ ad alterũ, eſt ſicut a b ad f g proportio duplicata: ducãtur enim lineæ duę a c & a d itẽq;, f h & f k, eritq; per præſentem hypotheſin & per 6 huius, triangulus a b c, æquiãgulus triangulo f g h, & triangulus a e d, triangulo f l k. Similiter quoq; per hãc communem ſciẽtiam. Si ab æqualibus æqualia demas, quæ relinquuntur æqua ſunt, erit triangulus a c d, æquiangulus triangulo f h k: nam ipſi pentagoni poſiti ſunt æquianguli, & laterum proportionalium: & quia trianguli in quos diuiduntur ſunt adinuicem æquianguli, ut probatum eſt, erunt etiam & ſimiles per 4 huius, & diffinitionẽ ſimilium ſuperficierum, quare cum ipſi ſint numero æquales, patet primum. Secundũ ſic: protrahãtur b d, quæ ſecẽt a c in puncto m, & g k quæ ſecẽt f h in puncto n, eritq; triãgulus b c d, æquiãgulus triangulo g h k per 6 huius & præſentem hypotheſin, quare & triangulus a b m triangulo f g n, & a m d, f n k, ergo per 4 huius, proportio b m ad g n, eſt ſicut a m ad f n: & a m ad f n, ſicut m d ad n k: quare per 11 quint. b m ad g n, ſicut m d ad n k, ergo permutatim b m ad m d, ſicut g n, ad n k. Sed per 1 huius, a b m ad a m d & b c m ad c m d, ſicut b m ad m d, & per eãdem f g n ad f n k, & g n h ad h n k, ſicut g n ad n k, ergo per 13 quinti, a b c ad a c d, ſicut f g h ad f h k: quare permutatim a b c ad f g h, ſicut a c d ad f h k. Eadem ratione probabis, q; & ſicut a c d ad f l k, ergo per 13 quinti totius pentagoni ad totum pentagonũ, ſicut a b c ad f g h, per præmiſſam igitur eſt proportio pentagoni a c d ad pentagonum f h k, ſicut proportio a b ad f g duplicata: quod eſt propoſitum. Ex quo rurſus patet correlarium præcedentis. Aliter poteſt demonſtrari ſecundum: cùm enim trianguli in quos pentagoni diuiduntur, ſint adinuicem ſimiles, erit per præcedentem proportio a b c ad f g h, ſicut b c ad g h duplicata, & a c d ad f h k, ſicut c d ad h k duplicata, & a e d ad f l k: ſicut d e ad k l duplicata. quia igitur omnes hę proportiones duplicatæ, ſunt æquales, propter hoc quod poſitum eſt ſimplas eſſe æquales: erit per 13 quinti totius pentagoni ad totum pentagonũ, ſicut lateris unius ad ſuum relatiuum latus alterius proportio duplicata.



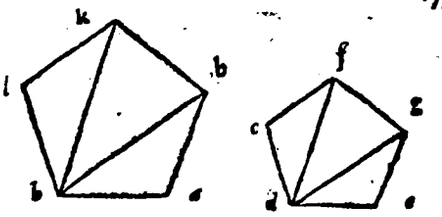
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

Supra datam lineã, datæ ſuperficiei ſimilẽ ſuperficiem deſcribere. 19

CAMPANVS. Sit data linea a b, ſupra quam uolo conſtituere ſuperficiem ſimilem datæ ſuperficiei, quæ ſit pentagona, & ſit c d e f g: diuido hunc pentagonum in triangulos ductis lineis d f, & d g, & ſuper punctum a conſtituo angulum æqualem angulo c, ducta linea a h, & ſuper punctum b, conſtituo alium angulum, qui ſit a b h, æqualem angulo c d g, protracta linea b h, quouſque concurrat cum a h in puncto h, eritq; per 32 primi angulus a h b, æqualis angulo c g d, & ideo per 4 huius, latera duorum triangulorum g c d & h a b, proportionalia. Facio quoq; angulũ in h b k, ducta linea b k, ęqualẽ angulo g d f: & angulũ k b l, ducta linea b l, æqualẽ

angulo

angulo d g f, & angulum b k l ducta linea k l, æqua
lem angulo d f e, eritq; perfectus pentagonus qui
constituẽdus erat super lineam a b, est enim æqui-
angulus dato pentagono propter æqualitatem an
gulorum triangulorum, in quos est uterq; diuisus,
sed & laterum proportionalium, propter propor-
tionalitatem laterum ipsorum triangulorum, quę
ex 4 huius euidenter apparet, quare per diffinitio
nem similium superficierum, pentagonus constitutus super lineam a b, est similis pentagono da
to: quod est propositum.

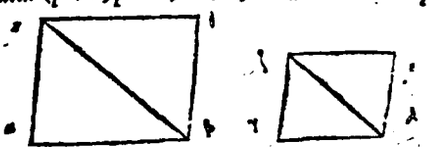


Tres ex Zamberto sequentes propositiones, tribus præcedentibus ex Campano, conuerso ordine respondent prima ultimæ, media primæ, & ultima mediæ.

Euclid. ex Zamb. Problema 6. Propositio 18.

18 A' data recta linea, dato rectilineo simile similiterq; positum rectilineum describere.

THEON ex Zamb. *Sit data quidem recta linea α β, datum uerò rectilineum γ ε, oportet iam à data α β recta linea, ipsi γ ε rectilineo simile similiterq; positum rectilineum describere. Connectatur δ ζ, & constituatur (per 23 primi) ad α β, rectam lineam, ad signáq; in ea α β, ei qui ad γ, est angulo æqualis angulus η α β, ei autem qui est sub γ δ ζ, æqualis angulus α β η: reliquus igitur qui sub γ δ ζ, ei qui sub α η β, est æqualis, æquiangulũ igitur est ζ γ δ triangulum, ipsi η α β, triangulo (per 4 sexti,) proportionaliter igitur est sicut ζ δ, ad η β, sic ζ γ, ad η α, & γ δ, ad α β. Rursus constituatur (per 23 primi) ad β η, rectam lineam, ad signáq; in ea β η, ei qui sub δ ζ ε, est angulo æqualis angulus β η θ, ipsi autem ζ δ ε, qui est sub η β θ. Reliquus igitur qui ad ε, reliquo qui ad θ est æqualis, æquiangulum igitur est triangulum ζ δ ε, triangulo η β θ, proportionaliter igitur est (per 4 sexti) sicut ζ δ, ad η β, sic ζ ε, ad η θ, & ε δ, ad θ β. ostensum autem est q; sicut ζ δ, ad η β, sic ζ γ, ad η α, & γ δ, ad α β, & sicut igitur (per 11 quinti) γ ζ, ad α η, sic γ δ ad α β: & ζ ε ad η θ, & insuper ε δ ad θ β. Et quoniam æqualis est angulus γ ζ δ, angulo α η β, & angulus δ ζ ε, angulo β η θ totus igitur qui sub γ ζ ε, toti qui sub α η θ, est æqualis. propterea & qui sub γ δ ε, ei qui sub α β θ æqualis. Est autem & qui ad γ, ei qui ad η, æqualis, & qui ad ζ, ei qui ad θ, æquiangulum igitur est α θ, ipsi γ ε, & ea quæ circum æquales angulos sunt latera, ei proportionalia habet. Simile igitur est (per primam diffinitionẽ sexti) α θ rectilineum, ipsi γ ε rectilineo. A' data igitur recta linea α β, dato rectilineo γ ε, simile similiterq; positum rectilineum descriptum est α β: quod facere oportebat.*



Euclid. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 19.

19 Similia triangula, adinuicem in dupla sunt ratione laterum similis rationis.

THEON ex Zamb. *Sint similia triangula α β γ, & δ ε ζ, æqualem habentia eum qui ad θ angulum, ei qui ad ε, sicutq; α β, ad β γ, sic δ ε ad ε ζ, ita ut θ γ, & ε ζ, similis rationis sint. Dico quòd triangulum α β γ, ad triangulum δ ε ζ, duplicem habet rationem, quàm β γ, ad ε ζ. Sumatur nanq; (per 10 sexti,) ipsorum β γ, & ε ζ, tertia proportionalis β η, ut sit sicut β γ, ad ε ζ, sic ε ζ ad β η, connectatur q; α η. Quoniam igitur est sicut α β ad β γ, sic δ ε ad ε ζ, uicißim igitur (per 16 quinti) sicut α β ad δ ε, sic β γ, ad ε ζ. Sed sicut β γ ad ε ζ, sic est ε ζ ad β η, & sicut igitur (per 11 quinti) α θ ad δ ε, sic ε ζ ad β η. Igitur (per 15 sexti) α β η, & δ ε ζ, triangulorũ reciproca latera, quæ circum æquales angulos. Quorum autem unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos ea quoq; sunt æqualia (per eandem) Æquale igitur est triangulum α θ η, triangulo δ ε ζ: & quoniam est sicut θ γ ad ε ζ, sic ε ζ, ad β η: si autem tres rectæ lineæ proportionales fuerint, prima ad tertiã duplicem habebit rationem, quàm ad secundam, igitur β γ, ad β η, duplicem rationem habet, quàm ad ε ζ, (per 10 diffinitionem quinti) Sicut autem γ θ ad β η sic (per 1 sexti) α θ γ triangulum ad α β η triangulum. Triangulum igitur α β γ ad α β η (per eandem diffinitionem) duplicem rationẽ habet, quàm β γ ad ε ζ. Æquale autem est triangulum α θ η, triangulo δ ε ζ. Igitur et triangulũ α θ γ, ad triangulum δ ε ζ duplicem rationem habet, quàm θ γ ad ε ζ. Similia igitur triangula, adinuicem in duplici ratione sunt similis rationis laterum: quod oportebat demonstrare.*



CORRE-

CORRELARIVM. Ex hoc utiq; manifestum est, quòd si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, sicut prima ad tertiam, sic quòd à prima triangulum ad id quod est à secunda simile similiterq; descriptum: quoniam ostensum est, quòd sicut γβ ad βκ, sit triangulum αβε ad triangulum δεζ: quod oportebat demonstrare.

αβε, δεζ

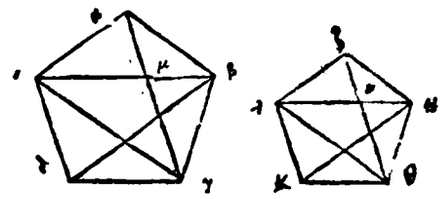
Euclid. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 20.

Similia polygona, in similia triangula diuiduntur, & inæqualia numero, & * æqua ratione totis, & polygonum ad polygonum duplicem rationem habet, quam similis rationis latus ad similis rationis latus.

ὁμόλογα

THEON ex Zamb. Sint similia polygona, αβγδε & ζηθκλ: similis autem rationis, esto αβ ipsi ζκ. Dico quòd αβγδε & ζηθκλ polygona, in similia triangula diuiduntur, & in æqualia numero, & * æqua ratione totis: & polygonum αβγδε ad polygonũ ζηθκλ, duplã rationem habet quàm αβ ad ζκ.

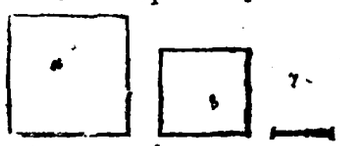
ὁμόλογα



Cõnectantur βε, εγ, κλ, & λθ, & quoniã polygonũ αβγδε (per hypothesin) simile est polygono ζηθκλ, æqualis est angulus βαε ei qui sub ηζλ est angulo, & est sicut βα ad αε, sic ηζ ad ζλ. Quoniam igitur duo triangula sunt αβε & ζηλ unum angulum uni angulo æqualem habentia: circum autem æquales angulos latera proportionalia, æquiangulum igitur est (per sextam sexti) triangulũ αβε triangulo ζηλ: quare & simile. Aequalis autem est & angulus αβε, angulo ζηλ, est autem & totus αβγ, toti ζηθ æqualis propter similitudinem polygonorum. Reliquus igitur angulus εβγ, reliquo angulo ληθ est æqualis: & quoniã ob similitudinem ipsorum αβε & ζηλ triangulorum, est sicut εβ ad βα, sic λη ad ηζ: sed & propter similitudinem polygonorum est sicut αβ ad βγ, sic ζη ad ηθ: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut εβ ad βγ, sic λη ad ηθ, & circum æquales angulos εβγ & ληθ, latera proportionalia sunt: æquiangulum igitur est (per 6 sexti) triangulum εβγ, triangulo ληθ. Quare & triangulum εβγ, ipsi triangulo ληθ est simile. Id propterea etiam (per 1 sexti diffinitionem) triangulum εγδ, simile est triangulo ληθ. Polygona igitur αβγδε & ζηθκλ, in similia triangula diuisa sunt, & æqualia numero. Dico insuper q; similis rationis sunt totis, hoc est, quòd sunt proportionalia, & quidem antecedentia αβ, εβ & εγ: sequentia autem illorum ζη, λη & λθ, & quòd polygonum αβγδε, ad polygonum ζηθκλ, duplam rationem habet quam similis rationis latus, ad similis rationis latus hoc est, αβ ad ζκ. Connectantur enim αγ & ζλ: &, quoniam propter similitudinem polygonorum, æqualis est angulus αβγ angulo ζηθ, et est sicut αβ ad βγ, sic ζη ad ηθ, æquiangulum est igitur (per sextam sexti) triangulum αβγ triangulo ζηθ: æqualis igitur est angulus βαγ, angulo ηζθ, & qui sub βγα, ei qui sub ηθζ, & quoniam æqualis est angulus βαμ angulo ηζν: patuit autem quòd angulus αβμ angulo ζην est æqualis: et reliquus igitur angulus αμβ, reliquo ζνη est æqualis. Aequiangulum igitur est (per 6 sexti) triangulum αβμ, triangulo ζην. Similiter quoq; ostẽdemus quod & triangulũ βμγ, æquiangulum est triangulo ηνθ, proportionaliter igitur est (per 5 sexti) sicut quidem αμ ad μβ, sic ut ζν ad νκ. Sicut autẽ βμ ad μγ, sic κν ad νθ. Quare ex æquo (per 22 quinti) sicut αμ ad μγ, sic ζν ad νθ. Sed sicut αμ ad μγ, sic triangulũ αβμ ad triangulũ μβγ, & αμ ad μγ, ad seinuicẽ enim sunt, sicut bases (per 1 sexti) Et sicut unũ antecedentiũ ad unum sequentium (per 12 quinti) sic omnia antecedẽtia ad omnia sequẽtia. Sicut igitur (per cõuersionẽ primæ diffinitionis sexti) triãgulum αμβ ad triangulũ βμγ, sic αβ ad γβ. Sed sicut κμβ ad βμγ, sic αμ ad μγ: & sicut igitur (per 11 quinti) αμ ad μγ, sic triangulũ αβ ad triangulũ εβγ. Propterea & sicut ζη ad ηθ, sic triãgulum ζηλ ad triãgulũ ηλθ. Estq; sicut αμ ad μγ, sic ζν ad νθ, & sicut igitur (per 11 quinti) triangulũ αβ ad triangulũ βεγ, sic triãgulũ ζηλ ad triangulũ ληθ: et uicißim (per 16 quinti) sicut triangulum αβε ad triangulũ ζηλ, sic triangulũ βεγ ad triangulũ ληθ. Similiter quoq; ostẽdemus connexis βδ et κη, q, et sicut triangulum εβγ ad triangulum ληθ, sic triãgulum εγδ ad triangulũ λθκ. Et quoniam est sicut triãgulum αβε ad triangulũ ζηλ, sic triangulũ εβγ ad triangulum ληκ, & ctiã triangulum εγδ ad triangulum λθκ: et sicut igitur (per 12 quinti) unũ antecedentium ad unũ sequentium, sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Est igitur sicut triangulum αβε ad triangulũ ζηλ, sic polygonũ αβγδε ad polygonũ ζηθκλ. Sed triangulũ αβε ad triangulũ ζηλ, duplam rationẽ habet quàm αβ similis rationis latus ad ζη similis rationis latus. Similia enim triãgula in duplici ratione sunt similis rationis laterũ (per 19 sexti) et polygonũ igitur αβγδε ad polygonũ ζηθκλ, duplã habet rationẽ, quã αβ similis rationis latus ad ζη similis rationis latus. Similia igitur polygona

lygona in ſimilia triangula diuiduntur, & * inæqualia numero, & æqua ratione totis, & polygonum ad ὁμόλογον polygonum duplam rationem habet, quam ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus: quod demonſtrare oportebat.

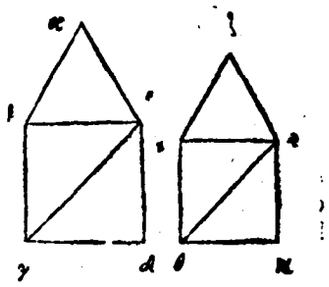
PRIMVM CORRELARIVM. Proinde in uniuerſum manifeſtum eſt, quòd ſimiles rectilineæ figuræ adinuicem in dupla ſunt ratione ſimilis rationis laterum, & ſi ipſarum α & ζ υ proportionalem accipiamus ξ, ipſa α ad ξ duplam habet rationẽ, quam α β ad ζ υ, habet autẽ et polygonũ ſiue quadrilaterũ ad quadrilaterũ duplam rationẽ, quam ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus, hoc eſt α β ad ζ υ: patuit aũt hoc in triãgulis. Similiter aũt et in ſimilibus quadratis oſtẽdetur, quod in duplici ratione ſunt ſimilis rationis laterũ: patuit autem & in triãgulis.



II. CORR. Proinde etiam in uniuerſum eſt manifeſtum, q, ſi tres rectæ lineæ proportionales fuerint, erit ſicut prima ad tertiam: ſic quæ à prima ſpecie ad eam quæ à ſecunda ſimilis, & ſimiliter deſcripta eſt.



ALITER. Demonſtrabimus aliter & expeditius, ſi milis rationis eſſe triangula. Inſtituãtur enim rurſus α β γ δ ι & ζ υ θ κ λ polygona: & cõnectantur ξ υ β ζ ι, ι γ, κ λ, & λ θ. Dico quòd eſt ſicut triangulum α β ι ad ζ υ λ, ſic ι β γ ad λ υ θ, & γ δ ι ad θ κ λ. Quoniam enim ſimile eſt triãgulum α β ι triangulo ζ υ λ, igitur (per 19 ſexti) triangulum α β ι ad ζ υ λ duplam habet rationem quàm β ι ad υ λ. Id propterea et triangulũ ξ ι γ, ad triangulũ ξ λ θ duplam habet rationem, quàm ζ ι ad υ λ. Eſt igitur ſicut triangulum α ζ ι ad triangulũ ζ υ λ, ſic triangulum β ι γ, ad υ λ θ. Rurſus quoniam triangulum ι β γ, ſimile eſt triãgulo λ υ θ, igitur ι β γ ad λ υ θ duplam habet rationem quàm γ ι recta linea ad θ λ. Id propterea & triangulum ι γ δ duplam rationem habet ad triangulum λ θ κ, quàm γ ι ad θ λ. Eſt igitur ſicut triãgulum β ι γ ad λ υ θ, ſic γ δ ι ad λ θ κ. Patuit autem & ſicut ι β γ ad λ υ θ, ſic α β ι ad ζ υ λ: & ſicut igitur (per 11 quinti) α β ι ad ζ υ λ, ſic ζ ι γ ad υ λ θ, & ι γ δ ad λ θ κ: & ſicut igitur (per 12 quinti) unum antecedentium ad unum conſequentium, ſic omnia antecedentia ad omnia conſequentia: & reliqua, ut in priore demonſtratione: quod oportebat demonſtrare.

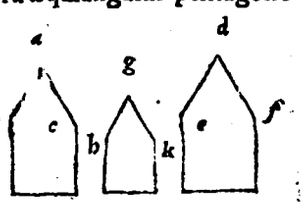


Euclid. ex Camp. Propoſitio 20.

20 

I fuerint uni ſuperficiei ſimiles, quaslibet ſuperficies ſibi inuicem ſimiles eſſe neceſſe eſt.

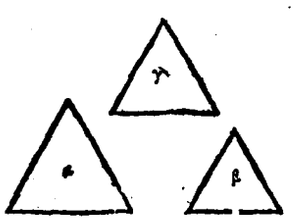
CAMPANVS. Sit uterq; pentagonorum a b c d e f, ſimilis pentagono g h k, dico eos eſſe ſimiles ſibi inuicem. Eſt enim uterq; eorũ æquiangulus pentagono g h k per cõuerſionem diffinitionis ſimilium ſuperficierum: quare ſunt æquianguli adinuicem. Similiter quoque per conuerſionem eiuſdem diffinitionis, proportio a b ad g h, ſicut a c ad g k, & g h ad d e, ſicut g k ad d f: ergo per æquam proportionalitatẽ, a b ad d e, ſicut a c ad d f. Eodem modo probabis reliqua latera pentagonorum a b c & d e f, continentia æquos angulos, eſſe proportionalia. Per diffinitionem itaq; ſimilium ſuperficierum, ipſi ſunt ſimiles adinuicem: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 21.

21 Quæ eidem rectilineo ſunt ſimilia, & adinuicem ſunt ſimilia.

THEON ex Zamb. Sit utrunq; ipſorum α ζ rectilineorum, ſimile ipſi γ. Dico quòd & α ipſi β eſt ſimile. Quoniam enim ſimile eſt α ipſi γ, æquiangulum eſt & ei (per conuerſionem primæ diffinitionis ſexti) & quæ circum æquales angulos ſunt latera, proportionalia habet. Rurſus quoniam β ſimile eſt ipſi γ: æquiangulum igitur eſt & ei per eandem & quæ circum æquales ſunt angulos latera proportionalia habet: utrunq; igitur ipſorum α, β, ipſi γ æquiangulum eſt (per 6 ſexti) & quæ circa æquales ſunt angulos latera habet proportionalia, quare per eandem & α ipſi β æquiangulum eſt, & quæ circum æquales ſunt angulos latera habet proportionalia. Simile igitur eſt β ipſi α: quod oportebat demonſtrare.

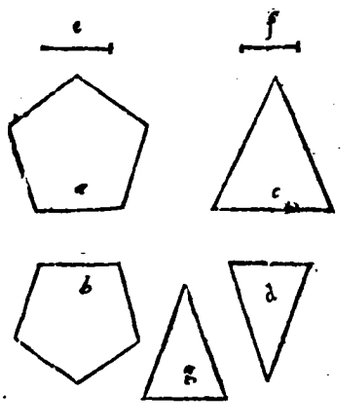


Euclid.

Euclid.ex Camp. Propoſitio 21.

SI fuerint quotlibet lineæ proportionales, atq; ſuper bi- 21
nas & binas ſimiles ſuperficies deſignentur, ipſæ quoq; ſuperficies erunt proportionales. Si uerò ſuper binas & binas, ſimiles ſuperficies conſtitutę fuerint proportionales, ipſas quoq; lineas proportionales eſſe neceſſe eſt.

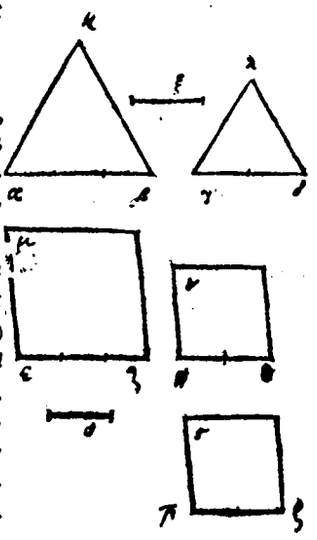
CAMPANVS. Sint quatuor lineę proportionales, a, b, c, d, ſitq; proportio a ad b, ſicut c ad d: dico quòd ſi ſuperficies ſimiles conſtituantur ſuper a & b, utpote duo pentagoni ſimiles, & alię ſimiles cõſtituantur ſuper c & d, utpote duo anguli ſimiles, erit proportio pentagonorũ ſicut triangulorũ. Quòd ſi fuerint pentagoni ſimiles & ſimiliter trianguli ſimiles, fueritq; proportio pentagoni ad pentagonũ ſicut triãguli ad triangulũ: dico quòd erit proportio a ad b, ſicut c ad d.



Subiungãtur enim lineis a & b, e, & lineis c & d, f, in cõtinua proportionalitate, ſicut docet 10 huius: eritq; per 22 quinti, & per æquam proportionalitatẽ a ad e, ſicut c ad f: quia ergo per correlariũ 17 huius, proportio pentagonorũ eſt ſicut a ad e, & triãgulorum ſicut c ad f, erit proportio pentagonorum ſicut triangulorum: & hoc eſt primum. Secũdum ſic patet. Sint duo pentagoni ſimiles, & duo trianguli ſimiles, ſitq; proportio pentagonorum, ſicut triangulorum: dico q; proportio a ad b, eſt ſicut c ad d. Sit enim c ad g, ſicut a ad b: hoc enim qualiter fiat, dictũ eſt ſupra 10 huius, & ſuper g fiat ſicut docet 19 huius, ſuperficies ſimilis illi quæ eſt conſtituta ſuper lineam c: eritq; per præmiſſam, ſimilis ei quæ conſtituta eſt ſuper lineam d: eritq; etiam per primam partẽ huius 21, quæ proportio pentagoni a ad pentagonum b: eadem trianguli c ad triangulum g: ſed eadem erat etiam trianguli c ad triangulum d: ergo per ſecũdam partem 9 quinti triangulus d, eſt æqualis triangulo g. Et quia ſunt ſimiles, erit linea g æqualis lineæ d, per primam partem 17 huius cùm ſuper lineas c d & g ſint trianguli, uel ſecundum partem 18: cùm fuerint quælibet aliæ figuræ multiangulæ: æqualitas enim non producitur ex aliqua proportione duplicata uel tripli cata uel quotieslibet ſumpta, niſi ex æquali: erit itaq; c ad d, ſicut a ad b: quod eſt propoſitum.

Euclid.ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 22.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, etiam quę ab eis 22
rectilinea ſimilia ſimiliterq; deſcripta, proportionalia erunt. Et ſi ab ipſis rectilinea, proportionalia fuerint: ipſæ quoq; rectę lineę proportionales erunt.



THEON ex Zamb. *Sint quatuor rectæ lineæ α β, γ ξ, ι ϛ, & ν θ, ſicut α β ad γ δ, ſic ι ϛ ad ν θ. Deſcribanturq; (per 18 ſexti) α β ipſis α β & γ δ, ſimilia ſimiliterq; poſita rectilinea ν α β & λ γ δ. Ab ipſis autem ι ϛ & ν θ, per eandem ſimilia ſimiliterq; poſita rectilinea μ ϛ & ν θ. Dico quòd eſt ſicut ν α β ad λ γ δ, ſic eſt μ ϛ ad ν θ. Sumatur enim in quã (per 11 ſexti) ipſarum α β & γ δ, tertia proportionalis ξ: ipſarum autẽ ι ϛ et ν θ, tertia proportionalis ο, & quoniã eſt ſicut α β ad γ δ, ſic ι ϛ ad ν θ, ſicut autẽ γ δ ad ξ, ſic ν θ ad ο: ex æquali igitur (per 22 quinti) ſicut α β ad ξ, ſic ι ϛ ad ο. Sed ſicut quidẽ α β ad ξ, ſic & ν α β ad λ γ δ (per correlariũ ſecundum 20 ſexti.) Sicut autem ι ϛ ad ο, ſic μ ϛ ad ν θ. Sed iam eſto, ſicut ν α β ad λ γ δ, ſic μ ϛ ad ν θ. Dico q; eſt ſicut α β ad γ δ, ſic ι ϛ ad ν θ. Fiat enim (per 22 ſexti) ſicut α β ad γ δ, ſic ι ϛ ad π ρ, & deſcribatur (per 8 ſexti) ex π ρ, utriq; ipſorũ μ ϛ et ν θ ſimile, ſimiliterq; poſitũ σ ρ. Quoniã igitur eſt ſicut α β ad γ δ, ſic ι ϛ ad π ρ, et deſcripta*

ab

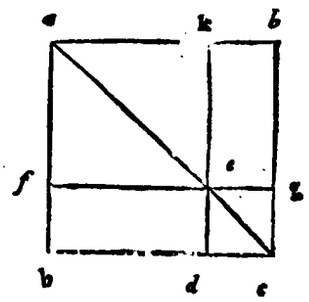
ſcripta ſunt, ab ipſis quidem α ε, & γ δ, ſimilia ſimiliterq; poſita α α β, & λ γ δ, ab ipſis autem ι ζ, & π ϱ, ſimilia ſimiliterq; poſita μ ζ, & σ ϱ: eſt igitur ſicut α α β, ad λ γ δ, ſic μ ζ, ad ν θ: & ſicut igitur (per 11 quinti) μ ζ, ad σ ϱ, ſic μ ζ, ad ν θ. Igitur (per 9 quinti) ad utrunq; ζ μ ipſorum ν θ, & σ ϱ, eãdem habet rationem. æquale igitur eſt ν θ, ipſi σ ϱ. Eſt autẽ ei & ſimile ſimiliter poſitum: æqualis igitur eſt α θ, ipſi π ϱ. Et quoniã eſt ſicut α β, ad γ δ, ſic ι ζ ad π ϱ: æqualis aũt eſt π ϱ, ipſi α θ, eſt igitur ſicut α β, ad γ δ, ſic ι ζ ad α θ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, et quæ ab ipſis rectilinea ſimilia ſimiliterq; deſcripta, proportionalia erunt, & ſi ab ipſis rectilinea ſimilia ſimiliterq; deſcripta proportionalia fuerint, & ipſæ rectæ lineæ proportionales erunt: quod demonſtraſſe oportuit.

LEMMA. Quod autem ſi rectilinea æqualia & ſimilia fuerint, ſimilis rationis latera ipſorum æqualia inuicem ſunt, ſic demonſtrabimus. ſunt æqualia & ſimilia rectilinea ν θ, & σ ϱ, ſitq; ſicut θ ν, ad ν ν, ſic ϱ π ad π σ. Dico quòd æqualis eſt ϱ π, ipſi α θ. Si autem inæquales ſunt, earum altera maior eſt. ſi maior ϱ π, quàm θ α, & quoniam eſt ſicut ϱ π, ad π σ, ſic θ α, ad α ν, & uiciſſim quoque (per 16 quinti) ſicut ϱ π, ad θ α, ſic π σ, ad α ν, maior autem eſt ϱ π, ipſa θ α. maior igitur & π σ, quàm α ν. Quare & ϱ σ, maius eſt ipſo θ ν, ſed & æquale (per hypotheſim) quod eſt impoßibile, inæqualis igitur minimè eſt π ϱ, ipſi θ α æqualis igitur: quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 22.

22 CVnctæ ſuperficies æquidiſtantium laterum, quæ circa diametrum conſiſtunt, toti parallelogrammo atque ſibi inuicem ſunt ſimiles.

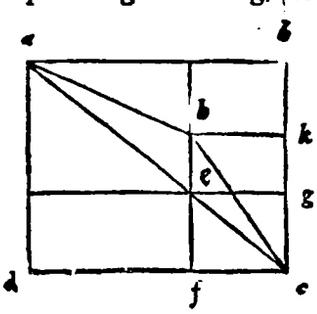
CAMPANVS. Sit ut in parallelogrammo b d. cuius diameter a c, conſiſtant ſuperficies g h & f k æquidiſtantium laterum circa diametrum, dico eas eſſe ſimiles tori parallelogrammo, & ſibi inuicem. eſt enim per ſecdam huius b g ad g c, & d h ad h c, ſicut a e ad e c, ergo coniunctim b c ad c g, & d c ad c h ſicut a c ad c e, quare per 11 qnti, b c ad c g: ſicut d c ad c h, ſed etiã ſicut a b ad e g, cum a b ſit æqualis d c, & e g, ad h c, eodem modo erit a d ad e h, ſicut a b ad e g, & d c ad h c: quia ergo iſta parallelogramma ſunt æquiangula, conſtat per diffinitionem ſimilium ſuperficierum g h eſſe ſimile b d. Simili quoque modo probatur f k eſſe ſimile eidem, propter hoc quod b a ad a k & d a ad a f, eſt ſicut c a ad a e per ſecundum huius & coniunctam proportionalitatem, quare per 20 huius, f k eſt etiam ſimile d h: ſicq; patet totum.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 23.

23 Si in ſuo ſpacio parallelogrammum partiale diſtinctum toti parallelogrammo ſimile atque ſecundum ſuum illius eſſe fuerit, circa eiuſdem diametrum conſiſtit.

CAMPANVS. Sit ut in parallelogrammo b d ſic diſtinctum parallelogrammum f g, quod ſit ei ſimile, & ſecundum ſuum eſſe id eſt participans cum eo in angulo c. dico quòd parallelogrammum f g conſiſtit circa diametrum parallelogrammi b d, & eſt hæc conuerſa præcedentis: producam enim a e c, quæ ſi fuerit diameter parallelogrammi b d, conſtat propoſitum. Sin autem ſit a h c diameter eius, & ducatur h k: æquidiſtans f c. eritq; per præmiſſam parallelogrammum f k, ſimile parallelogrammo b d, ergo per conuerſionem diffinitionis ſimilium ſuperficierum proportio b c ad k c, eſt ſicut d c ad f c: ſed per eandem conuerſionem dictæ diffinitionis, proportio b c ad g c eſt ſicut d c ad f c: propter id quod parallelogrammum f g, poſitum



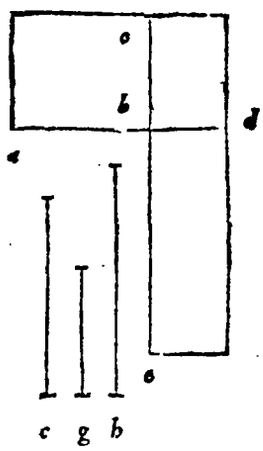
eſt

est simile parallelogrammo b d. ergo per 11 quinti, proportio b c ad g c, est sicut b c ad k c, utraque enim est sicut d c ad f e, quare per secundam partem nonæ quinti, g c est æqualis k c, pars uidelicet toti, quod est impossibile. Erit igitur a e c diameter parallelogrammi b d: quod est propositum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 24.*

Omnium duarum superficierum æquidistantium laterum, quarum unus angulus unius uni angulo alterius, æqualis proportio alterius ad alterum, est quæ producitur ex duabus proportionibus suorum laterum duos æquos angulos continentium. 24

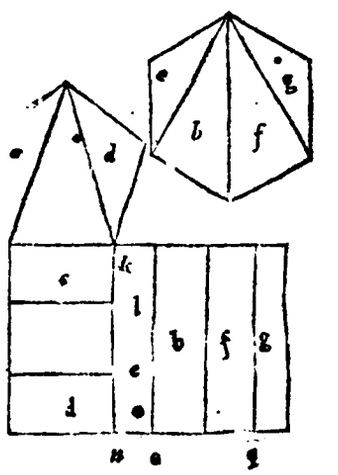
CAMPANVS. Sint duæ superficies æquidistantium laterum a c & e d, sitque angulus b unius, æqualis angulo b alterius, dico quòd proportio unius ad alteram producta est ex proportione a b ad b d, & c b ad b e, disponam enim has duas superficies penitus, sicut disposui eas in 3 huius, adiuncto ad utranque parallelogrammo c d, & ponam ut proportio lineæ f ad lineam g, sit sicut a b ad b d, & g ad h, sicut c b ad b e: qualiter enim hoc fiat, dictum est suprà 10 huius, eritque per primam huius & 11 quinti, a c ad c d, sicut f ad g: & c d ad d e, sicut g ad h. quare per 22 quinti, erit in æqua proportionalitate a c ad d e, sicut f ad h: & quia f ad h producitur ex f ad g & g ad h, ut dictum est in fine expositionis 11 diffinitionis quinti: erit ut a c, ad d e producatur ex eisdem: quare constat propositum.

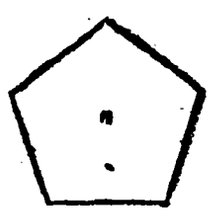


Euclid. ex Camp. *Propositio 25.*

Datæ superficiei similem, alijsq; propositæ æqualem designare. 25

CAMPANVS. Sint propositæ duæ superficies rectilineæ: A pentagona, B hexagona: uolo facere unam superficiem similem A, & æqualem B, utranque propositarum superficierum resoluo in triangulos. A quidem in triangulos a c d. B uerò in triangulos e b f g, & super basim trianguli a, quæ sit h k: constituo secundum doctrinam 44 primi, superficiē æquidistantiū laterū rectangulā æqualē c: quę sit h l, & l m æqualem a, & m n æqualē d, ut sit tota superficies æquidistantiū laterum h n, constituta super basim k: æqualis pentagono h. Eodem modo super lineam k n quæ est secundum latus huius superficiei h n, cōstituo aliam superficiē rectangulam æqualem hexagono b: quia facio k o æqualem e, & o p æqualem l b, & p q æqualem f, & q r o æqualem g: ut sit tota rectangula superficies n r æqualis hexagono B, & pono per 9 huius, lineam s t, proportionalem inter lineam h k, & lineam k r, & super eam secundum doctrinam 19 huius, constituo superficiem u similem superficiei A, dico ipsam esse quam quærimus, & æqualem superficiei B. Cum enim tres lineæ h k s t & k r sint continuè proportionales, & super primam & secundam sint constitutæ superficies similes, uidelicet a & u, erit per correlarium 17 huius, A ad u, sicut h k ad k r: quare (per primā huius) sicut h n ad n r, & ideo per primam partem 7 quinti, sicut A ad n r, & propter hoc per secūdam partem eiusdem sicut A ad B: itaq; per secundā partē 9 quinti, u est æqualis B: quod est propositū. Hoc etiā possumus ex permutata proportionalitate facilè probare. quia cum sit A ad n sicut h n ad n r, & permutatim a ad h n, sicut u ad r n: & quia A est æqualis h n, erit u æqualis n r: quare u est etiam æqualis B per hāc communem scientiam: quæcunq; uni & eidem sunt æqualia, inter sese sunt æqualia. Non est autem necessarium ut superficies h l, l m, & m n æquidistantium laterū æquales triangulis c a d, aut superficies k o, o p, p q, q r, æquales triangulis e b f h, sint rectangulæ: sed ut angulus extrinsecus superficiei l m, sit æqualis angulo intrinseco superficiei l h, & extrinsecus m n intrinseco m l. Similiter quoq; ut extrinsecus superficiei





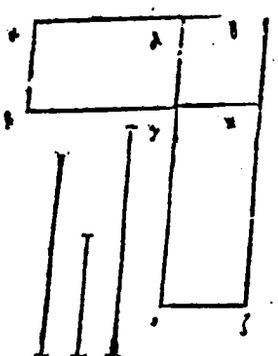
ficiei k o, ſit æqualis intrinſeco ſuperficiei h n, & extrinſecus o p intrinſeco k o, ſic'que de cæteris. Cum enim ſic fuerit, erit unaquaque linearum k n & ſibi oppoſita h m, itemq; h r, & ſibi oppoſita n q, linea una per ultimam partem 29 primi, & per 14 eiuſdem toties oportuerit æqualiter repetitas propter id quod omnes ſuperficies h l, l m, & m n, itemq; k o, o p, p q, & q r, ſunt æquidiſtantium laterum, & angulus extrinſecus cuiuſque ſequentis eſt æqualis intrinſeco eam præcedentis: quare duæ ſuperficies h n & n r, erunt æquidiſtantium laterum, & inter lineas æquidiſtantes & æqualis altitudinis. Cætera ergo argue ut prius.

Quatuor ex Zamberto ſequentes propoſitiones, præcedentibus quatuor ex Campano ordine peruerſo reſpondent, prima tertiæ, ſecunda primæ, tertia quartæ, quarta ſecundæ.

Euclid. ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 23.

23 Aequiangula parallelogramma rationem ad inuicem habẽt compoſitam ex lateribus.

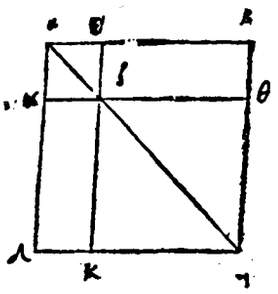
THEON ex Zamb. *Sint æquiangula parallelogramma α γ & γ ſ, æqualem habentia angulum β γ δ, angulo ε γ ν. Dico quòd parallelogrammum α γ, ad parallelogrammum γ ſ, rationem habet cõpoſitam ex lateribus, hoc eſt, ex ea, quam habet β γ ad γ ν, & ex ea quam habet δ γ ad γ ε. Ponatur enim (per 14 primi) ut ſit in rectas lineas* 6 *γ, ipſi γ ν, in rectas lineas igitur eſt (per eandem) δ γ ipſi* 1 *γ ε. Compleaturq; parallelogrammum δ ν, & ponatur quædã recta linea κ, & fiat (per 12 ſexti) ſicut quidem β γ ad γ ν, ſic κ ad λ: ſicutq; δ γ ad γ ε, ſic λ ad μ: proportiones igitur ipſius κ ad λ, & ipſius λ ad μ, eædem ſunt ipſis rationibus laterum β γ ad γ ν, & ipſius δ γ ad γ ε. Sed ipſius κ ad μ ratio, componitur ex ratione ipſius κ ad λ, & ipſius λ ad μ. Quare & κ ad μ rationẽ habet compoſitã ex lateribus. Et quinta eſt ſicut β γ ad γ ν, ſic α γ parallelogrammũ ad γ θ (per 1 ſexti) ſed ſicut β γ ad γ ν, ſic κ ad λ: & ſicut igitur (per 11 quinti) κ ad λ, ſic α γ ad γ θ. Rurſus quoniã eſt ſicut δ γ ad γ ε, ſic γ θ parallelogrammum ad γ ſ parallelogrammum: ſed ſicut δ γ ad γ ε, ſic λ ad μ: & ſicut igitur (per eãdem) λ ad μ, ſic γ θ parallelogrammum, ad γ ſ parallelogrammum. Quoniam igitur oſtenſum eſt, quòd ſicut quidem κ ad λ, ſic α γ parallelogrãmum ad γ θ parallelogrammum, ſicut autem λ ad μ, ſic γ θ parallelogrammum ad γ ſ parallelogrammũ: ex æquo igitur (per 22 quinti) ſicut κ ad μ, ſic α γ parallelogrammum ad γ ſ parallelogrammum. At κ ad μ rationem habet compoſitam ex lateribus, & α δ parallelogrammum igitur ad γ ſ rationem habet conſectam ex lateribus. Aequiangula igitur parallelogramma ad inuicem rationem habent compoſitam ex lateribus: quod demonſtraſſe oportebat.*



Euclid. ex Zamb. Theorema 18. Propoſitio 24.

24 Omnis parallelogrammi, quæ circa dimetientem parallelogrammatis ſimilia ſunt toti & inuicem.

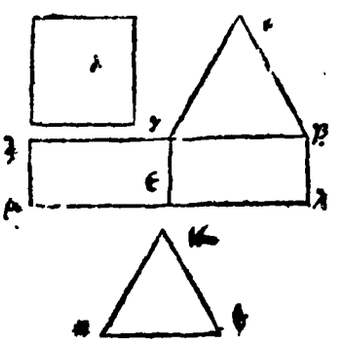
THEON ex Zamb. *Sit parallelogrammum α β γ, dimetiens uerò illius α γ, circum autem α γ, parallelogramma ſint ε ν & θ κ. Dico quòd utrunq; ipſorum ε ν & θ κ parallelogrammorum ſimile eſt toti α β γ δ & ad inuicem. Quoniam enim trianguli α β γ, ad unum latus β γ, acta eſt parallelus ε ſ, proportionaliter eſt (per 2 ſexti) ſicut* 6 *ε ad ε α, ſic γ ſ ad ſ α. Rurſus per eandem, quoniam trianguli α δ γ ad unum latus γ δ acta eſt parallelus ſ κ: proportionale eſt per 2 ſexti, ſicut γ ſ ad ſ α, ſic δ κ ad κ β α. Sed ſicut γ ſ ad ſ α, ſic oſtenſa eſt & β ε ad ε α. Et ſicut igitur (per 11 quinti) 6 ε ad ε α, ſic δ κ ad κ α: & cõponendo igitur (per 18 quinti) ſicut β α ad α ε, ſic δ α ad α κ: & permutatim (per 16 quinti) ſicut 6 α ad α δ, ſic ε α ad α κ: parallelogrammorum igitur α β γ δ, & ε κ, proportionalia ſunt latera quæ circa cõmunẽ angulũ β α δ ſunt: & quoniã parallelus eſt κ ſ ipſi δ γ æqualis eſt (per 29 primi) angulus α κ ſ, angulo α δ γ, et qui ſub α κ ſ α, ei qui ſub δ γ α, & cõmunis duorum triangulorum α δ γ et α ſ κ angulus qui ſub δ α γ. Aequiangulũ igitur eſt triangulum δ α γ triangulo α κ ſ. Idq; propterea & triangulum α β γ æquiangulum eſt triangulo α ε ſ, & totum α β γ δ parallelogrammũ ipſi ε κ parallelogrãmo æquiangulũ eſt: proportionaliter igitur eſt (per 4 ſexti) ſicut α δ ad α γ, ſic α κ ad α ſ, ſicutq; δ γ ad γ α, ſic κ ſ ad ſ α. Sicut aũt α γ ad γ β, ſic α ſ ad ſ ε, & inſuper ſicut γ β ad β α, ſic ſ ε ad ε α. Et quoniã oſtẽſum eſt, ſicut quidẽ δ γ ad γ α, ſic ſ κ ad ſ α: ſicut uerò α γ ad γ β, ſic α ſ ad ſ ε: ex quo igitur eſt (per 22 quinti) ſicut δ γ ad γ β, ſic κ ſ ad ſ ε. Parallelogrãmorũ igitur α β γ δ, et ε κ, proportionalia ſunt*



latera, quæ circum æquales angulos. Simile igitur est (per primã diffinitionẽ sexti) parallelogrãmum α β γ Δ, parallelogrãmo ε ν. Id propterea & parallelogrãmũ α β γ Δ, parallelogrãmo ν θ est simile: utrunq; igitur ipsorũ ε ν & θ ν parallelogrãmorũ, ipsi α β γ Δ parallelogrãmo simile est. Quæ autẽ eidẽ rectilineo similia, & sibi inuicẽ sunt similia (per 21 sexti) igitur & ε ν parallelogrãmum ipsi ν ν parallelogrãmo simile est. Omnis igitur parallelogrãmi, quæ circa dimetientẽ parallelogrãma. similia sunt toti & ad inuicẽ; quod erat demõstrandũ. Euclid. ex Zamb. Problema 7. Propositio 35.

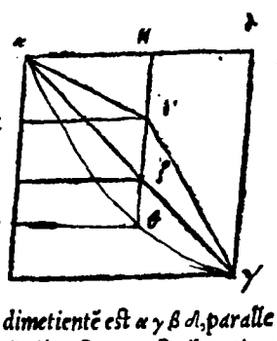
Dato rectilineo simile, & alij dato æquale idem constituere.

THEON ex Zamb. Sit quidẽ datũ rectilineum, cui oportet simile constituere α β γ, cui autẽ oportet æquale Δ, oportet iam ipsi α β γ simile, ipsi autẽ Δ æquale, idẽ constituere, prætendatur (per 44 primi) igitur ad β γ ipsi triangulo α β γ æquale: parallelogrãmũ β ε et ad γ ε ipsi Δ æquale parallelogrãmũ γ μ in angulo qui sub ζ γ ε, qui æqualis est ei qui sub γ β λ. In rectã lineam igitur est (per 14 primi) β γ ipsi γ ζ: et λ ε ipsi ε μ. Sumatur q; (per 13 sexti) ipsarũ β ζ & γ ζ media proportionalis ν θ, describaturq; (per 18 sexti) ex ν θ ipsi α β γ simile, similiterq; positũ ν ν θ. Et quoniã est sicut β γ ad ν θ, sic ν θ ad γ ζ: si autẽ tres fuerint rectæ lineæ proportionales, sicut prima ad tertiã, si quæ à prima est species ad eã quæ à secũda similis similiterq; descripta est: igitur (per correlariũ secundum 20 sexti) sicut β γ ad γ ζ, sic triangulũ α β γ a triãgulũ ν ν θ. Sed sicut β γ ad γ ζ, sic β ε parallelogrãmũ ad ε ζ parallelogrammũ. Et sicut igitur (per 1 sexti) triangulũ α β γ ad ν ν θ, sic β ε parallelogrãmũ ad ε ζ parallelogrãmũ, uiciſsim quoq; igitur (per 16 quinti) sicut triangulũ α β γ ad β ε parallelogrãmũ, sic triangulũ ν ν θ ad parallelogrammũ ε ζ: æquale autẽ est triangulũ α β γ parallelogrãmo β ε, æquale igitur est triangulũ ν ν θ ipsi ε ζ parallelogrãmo: sed parallelogrammũ ε ζ ipsi Δ est æquale, & ν ν θ igitur ipsi Δ est æquale, est autẽ ν ν θ ipsi α β γ simile. Dato igitur rectilineo α β γ simile & alij duo Δ æquale. Idẽ ν κ θ constitutũ est: quod facere oportebat. Euclid. ex Zamb. Theor. 19. Propositio 26.



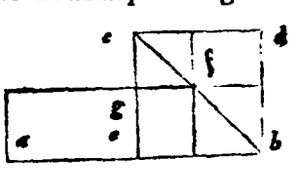
Si à parallelogrãmo parallelogrãmũ auferatur, simile toti & similiter positũ communẽ angulũ habens ei, circũ eundẽ dimetiẽtem est toti.

THEON ex Zamb. A parallelogrãmo enim α β γ Δ, parallelogrammum auferatur α ζ simile ipsi α β γ Δ, & similiter positũ, cõmunẽ angulũ habens ei qui sub Δ α β. Dico quòd circum eandẽ diametrũ est α β γ Δ ipsi α ζ. Nõ enim, at si possibile est. sit eorũ dimetiens α ν γ, & excidetur (per 21 primi) q b θ utriq; ipsarũ α Δ & β γ parallelus θ ν. Quoniã igitur circũ eãdẽ dimetientẽ est α β γ Δ ipsi ν ν simile est (per 24 sexti) α β γ Δ ipsi ν ν: est igitur sicut Δ α ad α β, sic ν α ad α β, sic ν α ad α ε. (per cõuersionẽ 1 diffinitionis sexti.) Est autẽ propter similitudinẽ ipsorũ γ β Δ & ε ν, sicut Δ α ad α β, sic ν α ad α ε. Igitur (per 9 quinti) ν α ad utrũq; ipsarũ α ν, & α ε eandem habet rationẽ: æqualis igitur est α ν ipsi α ε, minor maiori, quod absurdũ est. Igitur α β γ Δ non est circa eandẽ dimetientẽ ipsi ν ν. Circa eundẽ igitur dimetientẽ est α γ β Δ, parallelogrammũ ipsi α ζ parallelogrammo. Si à parallelogrãmo igitur parallelogrãmũ auferatur, simile toti & similiter positum cõmunẽ angulũ habens ei, circa eandẽ dimetientem est toti: quod ostendere oportebat. Euclid. ex Camp. Propositio 26.

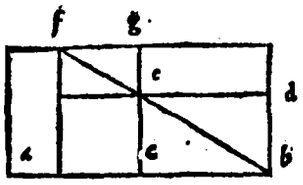


SVper dimidium datæ lineæ parallelogrammũ designatum maius est eo parallelogrammo, cui datę lineæ applicatio deest, ad completionem lineę simile & super diametrum consistens super dimidium collocati.

CAMPANVS. Sit data linea a b, super cuius dimidium c b, constituatur parallelogrãmum c d, cuius diameter b e, & ad lineam a b applicetur parallelogrammum a f, cuius unum latus secet e c in puncto g, ita quòd ad complementum totius lineæ a b desit superficies f b, quæ sit similis superficiei c d, & consistens circa diametrũ eius: dico quòd tunc parallelogrammum c d est maius parallelogrammo a f. Est enim, per primã huius a g æquale g b, & per quadragesimãtertiam primi c f æquale f d: ergo per hanc communem scientiã, si æqualibus æqualia addas, tota quoq; fient æqua-



æqualia, erit gnomo cõstans ex tribus parallelogrammis quæ sunt c f, f b, & f d, æqualis parallelogrammo a f, quare parallelogrammum c d, est maius parallelogrãmo a f, in parallelogrammo e f, quod est propositum. Idem etiam esset, si superficies a f fieret altior superficie c d: ut uidere potes in secunda figura, in qua etiam per primam huius a g, est æquale g b: demptis itaque utrinq; duobus supplementis superficiei f b, excedet parallelogrammum c d, parallelogrammum a f in parallelogrammo f e.

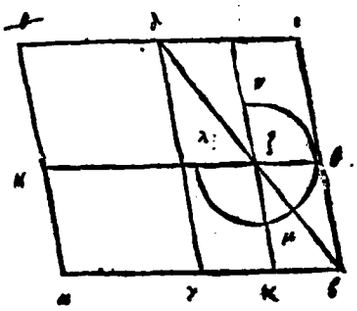


Euclid. ex Zamb. Theorema 20. Propositio 27.

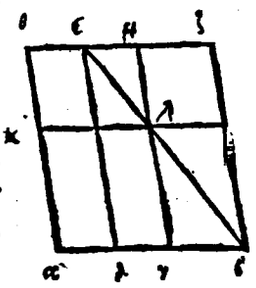
27 Omnium parallelogrammorũ ad eãdem rectam lineã * proiectorum deficientium q; * specie parallelogrammis similibus, similiterq; positis ei quod à dimidia descriptum est, maximum est quod à dimidia proiectum parallelogrammum simile existens * sumpto.

*ωαραβαλλομένων, applicatorum.
ἐλλειμματι, id est figuris.
ἐλλείμματι, id est defectui.

THEON ex Zãb. *Sit recta linea α β, & secetur (per 10 primi,) bifariã in γ, prætẽditur quoq; (per 28 sexti,) ad α β, rectã lineã, parallelogrammũ α δ, deficiẽs specie parallelogrãmo δ β, simili, similiterq; descripto eidẽ quod à dimidia ipsius α β, hoc est γ β. Dico qd' omniũ ad α ζ, cõparatorũ parallelogrãmorũ, & deficientiũ specie parallelogrãmis similib. similiterq;, positis ipsi δ β, maximũ est α δ, prætẽdatur enim ad α β, rectã lineã parallelogrãmũ α ſ deficiẽs specie parallelogrãmo ſ ζ, simili similiterq; posito ipsi β α. Dico q maius est α δ, ipso α ſ. Quoniã enim simile est δ β, parallelogrãmũ ipsi ſ β, parallelogrãmo: circũ eãdẽ igitur sunt dimetientẽ (p 26 sexti) excitetur eorũ dimetiẽs δ β, & describatur figura. Quoniã igitur (p 42 primi) æquum est ſ γ, ipsi ſ ε, cõmune apponatur ſ β, totũ igitur γ θ toti κ ε, est æquale. Sed γ θ ipsi γ κ est æquale (p 36 primi) quoniã & recta α γ, rectæ α β æqualis. Igitur κ γ, ipsi et ε κ, est æquale. Cõmune apponatur γ λ, totũ igitur α ſ, toti λ μ ν, gnomoni est æquale. Quare parallelogrammũ δ β, hoc est α δ, ipso α ſ parallelogrãmo maius est, omniũ igitur ad eandẽ lineã cõsistentium parallelogrãmorum & deficientiũ specie parallelogrãmis, similibus similiterq; positis ei quod à dimidia describitur: maximum est quod à dimidia cõparatum est, quod oportebat demonstrare.*

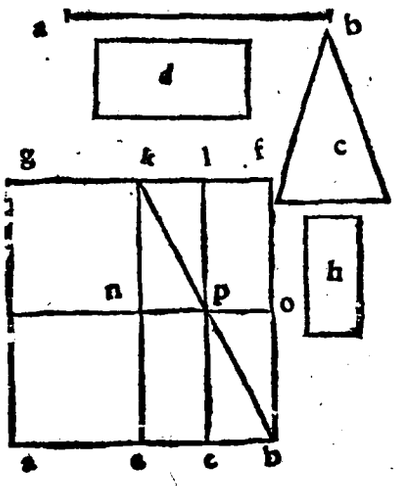


ALITER. *Sit enim rursus α β, dissecta bifariam in γ, et cõparatũ α λ, deficiens specie ipso λ δ. Comparetur q; rursus ad α δ, parallelogrammum α ε, deficiens ipso ε β, simili similiterq; posito ipsi λ β, quod à dimidia fit ipsius α β. Dico quod à dimidia comparatum, α λ maius est ipso α ε. Quoniam enim simile est ε δ, ipsi λ β, circum eandem dimetientẽ sunt (per 26 sexti.) Sit eorum dimetiens ε β, describaturq; figura. & quoniam æquum est λ ſ, ipsi λ θ, quoniam & recta ſ κ, rectæ κ θ est æqualis: maius igitur est λ ſ, ipso κ ε, æquũ autem est λ ſ ipsi δ λ, maius igitur est & δ λ ipso κ ε. commune esto κ δ, totum igitur α λ, toto α ſ maius est: quod demonstrare oportebat.*



Euclid. ex Camp. Propositio 27.

27 RIlatera superficie proposita æquũ ei sup quãlibet assignatã lineã parallelogrãmũ designare, cui desit ad cõplendã lineã alij supficiei propositæ simile parallelogrãmũ quod secũdũ eiusdẽ suũ esse parallelogrãmo super dimidium datę lineæ collocato minimè maius existat.



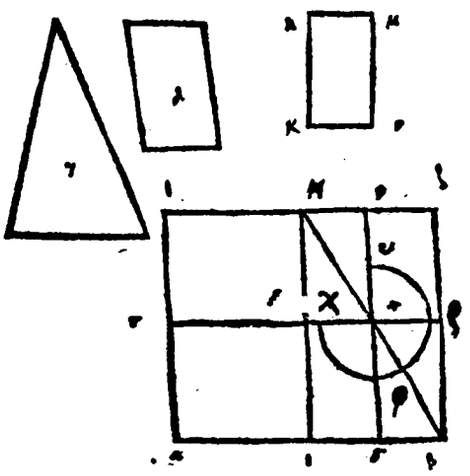
CAMPANVS. Sit assignata linea a b, & propositus triangulus c, propositum que parallelogrammum d, uolo super lineam a b designare parallelogrammum æquale triangulo c, ita quod desit ad complendam

dam lineam a b parallelogrammum ſimile d: & ſit ita cõditionatum quod triangulus c nõ ſit maior parallelogrãmo ſimili d, collato ſuper dimidiũ lineæ a b, alioquin ad impoſsibile laboraret, per prẽmiſſam. Diuido igitur lineã a b per æqualia in puncto e & ſecũdũ doctrinã 19 huius ſuper eius medietatẽ b e cõſtituo parallelogrãmũ c f ſimile d, & cõplebo ſup totã lineã a b parallelogrãmũ b g. Quia igitur c non eſt maior parallelogrammo e f, ſed æqualis ei aut minor ſicut poſitum eſt, ſi fuerit ei æqualis, erit parallelogrãmũ e g quale intẽditur per 36 primi coadiuuãte prima parte, 9, & per diffinitionẽ ſimiliũ ſuperficierum & 20 huius. Si aũt minor, ſit minor in ſuperficie aliqua, cui æqualis & ſimilis d fiat ſecundũ doctrinã 25 huius quæ ſit h, eritq; h ſimilis e f per 20 huius: quare per cõuerſionẽ diffinitionis, æquiãgula ſibi & ꝓportionaliũ laterũ, protractã igitur in parallelogrãmo e f diametrũ b k, & reſecabo latera k f, & e k ſuperficiei e f, ad menſurã laterũ ſuperficiei h, protractis lineis l m & n o æquidiſtãtibus laterib. ſuperficiei e f, ſecãtibus ſe in puncto p, ut ſuperficies k p ſit æqualis & ſimilis ſuperficiei h, eritq; per 23, huius pũctũ p, in diametro k b: protracta itaq; o n uſq; ad a d, dico parallelogrãmũ a p eſſe quale proponitur. Deeſt enim ſibi ad cõplementũ lineę a b parallelogrãmũ p b, quod per 22 & 20 huius eſt ſimile parallelogrammo d. Sed ipſum etiã parallelogrãmum a p eſt æquale triãgulo c. Eſt enim per primã huius, a n æquale n b, ergo per 43 primi, & hanc cõmunẽ ſcientiã ſi æqualibus æqualia addas, tota quoq; fient æqualia, parallelogrammũ a p, eſt æquale gnomoni n b l, & quia iſte gnomo eſt æqualis triangulo c propter id quod parallelogrammum e f poſitum fuit eſſe maius triangulo c in parallelogrammo h, quod eſt æquale prallelogrammum k p, patet propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 9.* *Propoſitio 28.*

Ad datã rectã lineã dato rectilineo ęq̃le parallelogrãmũ cõparare, deficiẽs ſpecie parallelogrãmo ſimili dato. Oportet iam datũ rectilineũ cui * expedit æquũ cõparare, nõ maius eſſe eo q̃d à dimidia cõparatũ ſimilib. exiſtẽtib. ſumptis & eius q̃d à dimidia & cui expedit ſimile deficere. 28

THEON ex Zãb. *Sit quidem data recta linea α β, datum uerò rectilineũ cui oportet æquũ prætendere ad α β, ſitq; illud γ, nõ maius exiſtẽs eo quod à dimidia cõparatũ eſt ſimilib. exiſtentibus ſumptis, cui autẽ expedit ſimile deficere Δ, oportet iã ad datã rectã lineam α β, dato rectilineo γ, æquale parallelogrãmũ prætendere deficiens ſpecie parallelogrãmo ſimili exiſtẽte ipſi Δ. Secetur (p 10 primi) α β bifariã in ſigno ε. Deſcribaturq; (p 18 ſexti) ab ε β, ipſi Δ ſimile, ſimiliterq; poſitũ ε β ζ π. Cõpleaturq; α π parallelogrãmũ λã α π aut æquũ eſt ipſi γ, aut eo maius per determinationẽ. Si quidẽ igitur æquũ eſt α π, ipſi γ, quod quærimus factũ iam eſt. Cõparatũ ſiquidẽ eſſet ad datã rectã lineã α β, dato rectilineo γ æquũ parallelogrãmũ α π deficiẽs ſpecie parallelogrammo π β, ſimili ipſi Δ. Si aũt nõ eſt maius θ ι quàm γ, æquale aũt θ ι ipſi π β, maius igitur ει π β quàm γ. Quo aũt maius eſt π β q̃ γ, tali exceſſui (p 25 ſexti) æquale ipſi Δ, ſimile ſimiliterq; poſitũ idẽ cõſtituatur π λ μ ν. Sed ipſi π β, ipſum Δ eſt ſimile, ει π μ, igitur ipſi π β eſt ſimile. Eſto igitur ſimilis rationis π λ, ipſi π ι, ει λ μ, ipſi ι ζ. Et quoniã æquũ eſt π β, ipſis γ π μ, maius igitur eſt π β quàm π μ. Maior igitur eſt π ι, quàm κ ρ, ει π ζ, quàm λ μ, ponatur (p 11 primi) ipſi quidẽ π λ æqualis π ξ, ipſi aũt λ μ æqualis π ο, ει cõpleatur parallelogrãmum ξ π ο σ. Aequũ igitur eſt ει ſimile π σ ipſi π μ. Sed π μ, ipſi π ξ eſt ſimile, ει π σ igitur ipſi π β eſt ſimile. Circũ eandẽ dimetientẽ (per 26 ſexti) igitur ἓλ π σ, ipſi π β. Sit eorũ dimetiens π τ β, ει deſcribatur figura. Quoniã igitur æquũ eſt β π ipſis γ ει π μ, quorũ π σ ipſi π μ, eſt æquale: reliquus igitur υ φ χ, gnomon reliquo γ eſt æqualis, ει quoniã æquũ eſt ο ξ, Totũ igitur ο β, toti ξ β eſt æquale. Sed ξ ζ ipſi τ ι eſt æquale: quoniã ει latus α ι, lateri ι β eſt æquale, ει τ ι igitur ipſi ο β eſt æquale. Cõmune applicetur ξ ζ, totũ igitur τ σ toti φ χ ψ, gnomoni æquũ eſt. Sed φ χ ψ gnomon ipſi γ, oſtenſum eſt quod eſt æqualis, et τ σ igitur ipſi γ æquũ eſt. Ad datã rectã lineã igitur α β, dato rectilineo γ æquũ parallelogrãmũ cõparatũ τ σ deficiẽs ſpecie parallelogrãmo χ β, ſimili exiſtenti ipſi Δ, quoniã π β, ipſi π π ſimile eſt: quod erat propoſitum.* *Euclid. ex Campano.* *Propoſitio 30.*

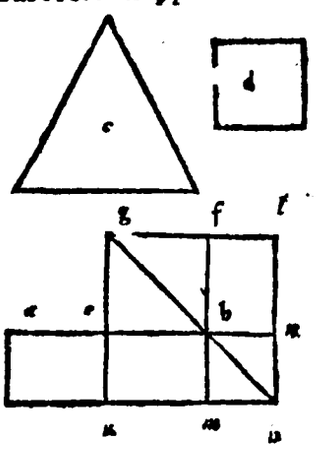


Vper datã lineã datę ſupficiei trilaterę æquũ parallelogrãmũ cõſtituere, quod addat ſuper cõpletionẽ datę lineę ſupficiẽ æ- 30

quidi-

quidiſtantium laterũ datæ ſuperficiei æquidiſtantium laterũ ſimilẽ.

CAMPANVS. Sit ut prius data linea a b, & datus triangulus c, datumq; parallelogrãmum d, uolo ſuper lineã a b conſtituere parallelogrammũ æquale triangulo c, quod addat ſuper totam lineam a b, parallelogrammum ſimile d. Diuido lineam a b per æqualia in puncto e, & ſuper eius medietatẽ e b, facio e f ſimilẽ d, ſecundum quod docet 19 huius, & ſecũdum doctrinam 25 huius, facio k l cuius diameter g h, ſimilẽ d & æqualẽ duabus ſuperficiebus e f & c. eritq; per 20 huius k l ſimilis e f. Superpoſita igitur ſuperficie k l ſuperficiei e f, ita ꝙd ambæ cõmunicẽt in angulo g: erit per 23 huius ſuperficies e f, cõſiſtens circa diametrũ ſuperficiei k l: quare punctum b eſt in diametro g h, cõplebo igitur parallelogrãmum a h: quod dico eſſe quale proponitur, quod cõſtat protractis linea f b uſq; ad m, & linea e b, uſq; ad n. Eſt enim per primã partẽ huius, a k æquale k b, & ideo per 43 primi eſt etiã æquale n f, addito ergo utriq; e h, erit per cõmunẽ ſcientiã a h æquale gnomoni e h f, ſed iſte gnomo eſt æqualis triãgulo c, quia parallelogrammũ k l poſitũ fuit æquale duabus ſuperficiebus c & e f, ergo parallelogrammum a h eſt æquale c, & addit ad complementum lineæ a b parallelogrammũ m n, quod per 22 & 20 huius eſt ſimile parallelogrammo d, quare conſtat perfectum eſſe quod uolumus.

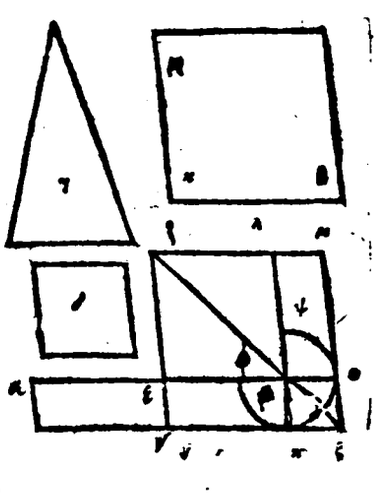


CAMPANI *additio.* Poſſumus aũt ad lineã datam adiungere parallelogrammum æquale nõ ſolũ trilaterę ſuperficiei poſitæ, ſed & cuiuslibet rectilineæ figuræ propoſitæ quęcunq; ipſa fuerit: cui deſit ad cõplendam lineam datã ſuperficiei æquidiſtantiũ laterum propoſitæ ſicut docet præmiſſa, obſeruata conditione eius ne laboretur ad impoſſibile per ante pręmiſſam, uel quod addat ſuper cõpletionem lineę ſuperficiẽ æquidiſtantiũ laterũ ſimilem ſuperficiei propoſitæ ſicut proponit cõcluſio præſens. propoſitam enim ſuperficiẽ cui æquale parallelogrammũ debet ad lineam datã adiungi, quod addat aut diminuat ad completionem lineę parallelogrammum ſimile parallelogrammo dato: reſoluemus in triangulos, & ipſis mediantibus deſcribemus ſuperficiẽ æquidiſtantium laterum, totali ſuperficiei propoſitę æqualem, hoc autem qualiter fiat & ſi ſcire uolueris, require 25 huius. Deinc ſuper duplum baſis eius æqualis altitudinis triangulum conſtituemus, quem (ſi 44 primi diligenter inſpexeris) parallelogrammo prius deſignato inuenies eſſe æqualem. quare & ſuperficiei propoſitæ, huic ergo triangulo ſi æquale parallelogrammum ad lineam datam adiunxeris quod addat ad complementũ lineæ aut minuat parallelogrammum ſimile parallelogrammo dato ſecundum quod docet hęc & præmiſſa: quod propoſitum erat te perfeciſſe non dubites.

Euclid. ex Zamb. *Problema 9.* *Propoſitio 29.*

29 Ad datam rectam lineam, dato rectilineo æquale parallelogrammum prætendere, excedens ſpecie parallelogrammo ſimili dato.

THEON *ex Zamb. Sit quidẽ data recta linea α β datũ uerò rectilineũ cui expedit ad α δ, æquale parallelogrammum prætendere γ. Cui aũt oportet ſimile prætẽdere Δ, oportet iam ad α β, rectã lineam ipſi γ, rectilineo æquum parallelogrammũ prætẽdere excedens ſpecie parallelogrãmo ſimili ipſi Δ. Secetur (per 10 primi) α δ, bifariã in ε, & deſcribatur (per 6 ſexti) ex ε β ipſi Δ, ſimile ſimiliterq; poſitum parallelogrammũ β ζ, & ambobus quidẽ β ζ γ æquale, ipſi aũt Δ, ſimile ſimiliterq; poſito, ldẽ conſtituatur ε θ. Simile igitur eſt ε θ, ipſi β ζ. Similis autem rationis eſto ε θ, ipſi ζ λ, & ε η ipſi ζ ι. Et quoniam maius eſt ε θ, ipſo ζ δ, maior igitur eſt quidem ε θ, ipſa ζ λ, & ε η, ipſa ζ ι. Extendantur ζ λ & ζ ε, & ipſi quidem ε θ, æqualis eſto ζ λ μ, ipſi autem ε η, æqualis eſto ζ ν. Compleatur-que μ ν, igitur μ ν, ipſi ε θ, æquum eſt & ſimile, ſed ε θ, ipſi ε λ, eſt ſimile. Igitur (per 26 ſexti) μ ν, ipſi ε λ, eſt ſimile. circum igitur eandem diametrum conſiſtunt ε λ & μ ν. Excitetur eorum dimetiens ζ ξ, et deſcribatur figura: quoniã igitur æquũ eſt ζ θ ipſis ε λ et γ, ſed ε θ ipſi μ ν eſt æquale, & μ ν igitur ipſis ε λ γ, eſt æquale. Cõmune auferatur ε λ, reliquus igitur ψ χ φ gnomon ipſi γ eſt æqualis. Et quoniã α ε, ipſi ε δ, eſt æqualis, æquũ eſt (per trigeſimamſextam primi) et α ν, ipſi ν β, hoc eſt (per quadrageſimamtertiam primi) ipſi λ ε, cõmune ap-*

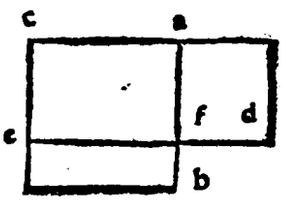


ponatur ε ξ,totũ igitur α ξ æquum eſt ipſi φ χ ψ,gnomoni. Sed φ χ ψ gnomon æqualis eſt ipſi γ. Igitur α ξ,ipſi γ eſt æquale. Ad datam igitur rectam lineam α ß,dato rectilineo γ,æquale parallelogrammum comparatum eſt α ξ,excedens ſpecie parallelogrammo π ο ſimili exiſtente ipſi Δ. Igitur Δ,ſimile eſt ipſi ß ζ, & ß ζ ipſi ο π,eſt ſimile:circum enim eandem dimetientem conſiſtunt,quod feciſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 29.*

QVamlibet lineam propoſitam,ſecundum proportionem habentem medium duoq́ extrema ſecare. 29

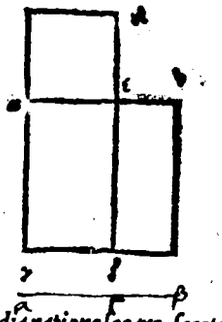
CAMPANVS. Sit propoſita linea a b:quam uolo diuidere ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema. Ex ipſa deſcribo quadratum b c: & ad eius latus a c adiungo ſecundum quod docet præmiſſa,parallelogrammum c d æquale quadrato b c:quod ſit ſimile b c,ſitq́ latus parallelogrammi c d,quod ꝯquidiſtat a c,d e,& ſecet lineam a b in pũcto f. Dico,lineam a b eſſe diuiſam in pũcto f,ſicut proponitur. Eſt enim a d quadratum,propter id quod eſt ſimile b c,quare a f,eſt æquale f d,ſed & f e eſt æqualis a b: propter id quod eſt æqualis a c, per 34 primi,& quia c d æquale b c: dempto ab utroq́ c f, erit a d æquale e b & angulus f unius angulo f alterius. ergo per 13 huius latera ſunt mutekeſia:ergo e f ad f d, ſicut a f ad f b: & quia e f eſt æqualis a b & f d,erit a b ad a f,ſicut a f ad f b:ergo per diffinitionem eſt diuiſa ut proponitur. Idem etiam poteſt demonſtrari ex 11 ſecundi. Diuidatur enim a b in puncto f:ſecundum quod docet 11 ſecundi,ſitq́ c b, quod continetur ſub tota a b & eius parte f b:ita quod f e ſit æqualis a b & a d ſit quadratum a f eſt per prædictam 11 ſecundi e b,æquale a d. Quod reſtat arguere ut prius 13 huius, uel ſic:cum a b ſit diuiſa in puncto f,ſecundum quod docet 11 ſecundi:quod ſit ex a b prima in f b, tertiam eſt æquale quadrato a f ſecundæ:ergo per ſecundam partẽ 16 huius proportio a b primæ ad a f ſecundam, eſt ſicut a f ſecundæ ad f b tertiam:per diſinitionem itaque diuiſa eſt a b ut proponitur.



Euclid.ex Zamb. *Problema 10.* *Propoſitio 30.*

τμὴμα ἐκτεμεῖν **Datã rectã lineã terminatã,extrema ac media ratione*diſpeſcere.** 30

THEON ex Zamb. *Sit data recta linea terminata α ß,oportet iam ipſam α ß, rectam lineam extrema & media ratione*diſpeſcere. Deſcribatur enim(per 46 primi)ex α ß, quadratum ß γ. Comparetur q́(per 29 ſexti)ad α γ,ipſi ß γ, æquum parallelogrammum γ δ excedens ſpecie α Δ,ſimili ipſi ß γ. Quadratum autem eſt ß γ,quadratum igitur eſt & α Δ,& quoniam æquum eſt ß γ, ipſi γ δ, commune auferatur γ ε,reliquum igitur ß ζ,reliquo α Δ eſt æquale,eſt autem & æquiangulum. Igitur (per diffinitionem 2 tertij,& per 14 ſexti) ipſorum ß ζ, & Δ α, reciproca ſunt latera:quæ circum æquales angulos. Eſt igitur ſicut ζ ε ad ε Δ,ſic α ε,ad ε ß. Æqualis autem eſt ζ ε,ipſi α γ,hoc eſt ipſi α ß. Ipſa autem ε Δ, ipſi α ε. Eſt igitur ſicut ß α ad α ε,ſic α ε ad ε ß,maior autem eſt (per 14 primi) α ß,quàm α ε: maior igitur eſt & α ε,quàm ε ß. Igitur α ß,recta linea extrema & media ratione ſecta eſt in ε,& maius ſegmentum ipſius eſt α ε,quod feciſſe oportuit.



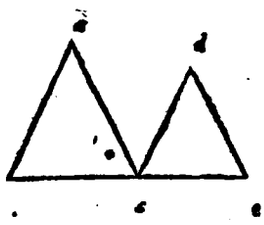
ALITER. *Sit data recta linea α ß, oportet ipſam iam α ß extrema, & media ratione ſecare, ſecetur enim α ß in γ (per 11 ſecundi)ut quod ſub α ß & ß γ, æquum ſit ei quod ex γ α, quadrato. Quoniam igitur quod ſub α ß & ß γ, æquum eſt ei quod ex γ α, eſt igitur (per 17 huius) ſicut ß α ad α γ, ſic α γ ad γ ß. Igitur α ß, media & extrema diuiſa eſt ratione in γ, quod oportebat facere.*

Euclid.ex Camp. *Propoſitio 30.*

SI fuerint duo anguli ſuper unũ angulum conſtituti, quorum duo latera angulũ illum cõtinentia duobus alijs eorum lateribus æquidiſtet, fuerintq́ illa quatuor latera ſecũdum æquidiſtantiã relata, proportionalia, illos duos triangulos ſuper unam lineam rectam conſtitutos eſſe neceſſe eſt. 31

CAMPANVS. Sint duo anguli a b c, d c e conſtituti ſuper angulum a c d. ſitq́ a c æquidiſtans d e & d c, a b, & ſit proportio a c ad d e, ſicut a b ad d c, dico quod duæ baſes eorum b c & c e, ſunt linea una. Eſt enim angulus a, æqualis angulo d: quia uterque eorum eſt æqualis angulo a c d, per primam partem uigeſimænonæ primi, igitur per præſentem hypotheſin

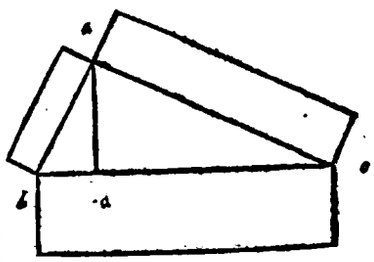
ſi n & 6 huius: ipſi trianguli ſunt æquianguli, & angulus b eſt æqualis angulo d c e, & angulus a c b angulo e, quare per 31 primi, tres anguli qui ſunt ad c ſunt æquales duob. rectis. ipſi enim æquantur tribus angulis utriuslibet duobus triangulorum, ergo per 14 primi b c, eſt linea una, quod eſt propoſitum.

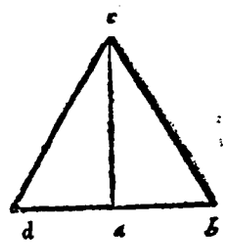


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 31.*

31 IN omni triangulo rectangulo ſuperficies lateris, quod ſubtẽditur angulo recto, ęqualis eſt ſuperficiebus duorum laterum, angulum rectum continẽtium pariter acceptis, cum fuerint ſimiles ei in lineatione & creatione.

CAMPANVS. Quod proponit penultima primi de ſuperficiebus quadratis, proponit hic penultima ſexti de omnibus ſuperficiebus ſimilibus: unde hęc eſt illa tanto uniuerſalior, quanto ſuperficies laterata quadrato. Sit itaque triangulus rectãgulus a b c, cuius angulus a ſit rectus. Dico quòd ſuperficies conſtituta ſuper latus c b, eſt æqualis duabus ſuperficiebus conſtitutis ſuper a b & a b, cum omnes tres ſuperficies fuerint ſimiles in figura & ſitu. Ducam perpendicularem a d ad lineam b c, eritq; per ſecũdam partem correlarij 8 huius, proportio b c ad c a, ſicut c a ad d c, & c b ad b a, ſicut b a ad d b. Si itaq; ſuper quamlibet trium linearum b c, c a & a b fiat ſuperficies ſimilis aliįs in figura & ſitu, erit per correlarium 17 huius, proportio ſuperficiei conſtitutæ ſuper b c primam ad conſtitutam ſuper c a ſecundam, ſicut b c primæ ad d c tertiam: & item eiuſdẽ ſuperficiei conſtitutæ ſuper b c primam ad conſtitutam ſuper a b ſecundam, ſicut b c primæ ad d b tertiam per idem correlarium. Quare per conuerſam proportionalitatem ſuperficiei a c ad ſuperficiem c b, ſicut c d ad c b, & ſimiliter ſuperficiei a b ad ſuperficiem b c, ſicut b d ad ſuperficiẽ b c: & ponatur a c prima, & c b ſecũda & quarta, & c d ſuperficies tertia, & a b ſuperficies quinta, & b d ſuperficies ſexta, & arguatur per 24 quinti, quòd proportio ſuperficiei conſtitutæ ſuper b c ad duas ſuperficies conſtitutas ſuper c a & c b ſimul, eſt ſicut b c ad c d & d b ſimul. quia igitur b c eſt æqualis duabus lineis c d & d b ſimul ſumptis erit ſuperficies conſtituta ſuper b c æqualis duabus ſuperficiebus conſtitutis ſuper c a & a b ſimul ſumptis: quod eſt propoſitum.





CAMPANI *additio.* Conuerſam quoque huius poſſumus facilè demonſtrare per modum demonſtrationis ultimæ primi, ſit enim triangulus a b c, ſitq; ſuperficies cõſtituta b c æqualis duabus ſuperficiebus conſtitutis ſuper duas lineas a b & a c ſibi ſimilibus. Dico quòd angulus a eſt rectus, ponam enim angulum c a d rectum & lineam a d æqualem a b, & claudo ſuperficiem ducta linea d c, eritq; per hanc 31 ſuperficies conſtituta ſuper c d æqualis duabus conſtitutis ſuper duas lineas c a & a d ſibi ſimilibus, quare etiam cõſtitutæ ſuper b c ſibi ſimili, hęc enim poſita eſt æqualis duabus conſtitutis ſuper a b & a c ſibi ſimilibus: erit ergo linea b c æqualis c d, quare per 8 primi, angulus a eſt rectus: quod eſt propoſitum.

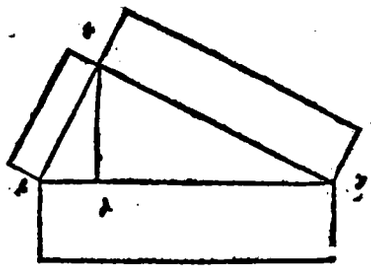
Sequentes duę ex Zamberto propoſitiones, duabus præcedentibus ex Campano prępoſtero ordine reſpondent. *Euclid. ex Zamb.* *Theorema 21.* *Propoſitio 31.*

31 In rectangulis triangulis, quę ab rectum angulum ſubtendente latere ſpecies, æqualis eſt eis quæ ab rectum angulum comprehendẽtibus lateribus ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis.

THEON *ex Zamb.* *Sit triangulum α β γ, rectum habens angulum, qui ſub β α γ. Dico quòd quæ ex β γ ſpecies, æqualis eſt eis quæ ex β α & α γ ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis. Excitetur (per 12 primi) perpendicularis α Δ. Quoniã igitur in triangulo rectãgulo α β γ, ab α recto angulo β γ, in baſim perpẽdicularis acta eſt α Δ triangula α β Δ et α Δ γ, quæ ad perpẽdicularẽ, ſimilia ſunt toti α β γ, et ſibi inuicẽ (per 8 ſexti) quoniã ſimile eſt α β γ ipſi α β Δ: eſt igitur ſicut γ β ad β α, ſic α β ad β Δ. At quoniã tres rectæ lineæ proportionales ſunt, eſt igitur (per correlariũ ſecundũ 20 ſexti) ſicut prima ad tertiã, ſic quæ à prima ſpecies ad eã quæ à ſecunda ſimilis ſimiliterq; deſcripta eſt. Sicut igitur γ β ad β Δ, ſic ſpecies quæ ex β γ ad eã quæ ex β α, ſimilis ſimiliterq; deſcripta eſt. Id propterea et ſicut β γ ad γ Δ, ſic ſpecies q̃ ex β̃ ad eã quæ ex γ α.*

Quare

Quare ſicut β γ ad β δ & δ γ, ſic quæ ex γ ſpecies ad ea quæ ſub β α & α γ, ſimiles ſimiliterq; deſcriptæ ſunt. Aequalis aũt eſt γ, ipſi β δ & δ γ: æqualis igitur eſt ſpecies quæ ex γ eis quæ ex β α & α γ ſunt ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis. In rectangulis igitur triangulis, quæ ad rectũ angulum ſubtendentem ſpecies, æqualis eſt eis quæ ad rectũ angulũ cõprehendentibus ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis: quod demonſtraſſe oportuit.

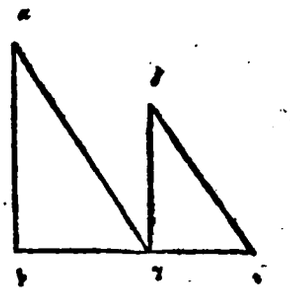


ALITER. Quoniam (per correlarium primum 20 ſexti) ſimiles figuræ in dupla ſunt ratione ſimilis rationis laterum, igitur quæ ex β γ, eſt ſpecies ad eam quæ ex β α, duplam rationem habet quam γ β ad β α: habet autem & quod ex β γ quadratum ad id quod ex β α quadratum duplam rationem quàm γ ad α: & ſicut igitur quæ ex γ β ſpecies ad eam quæ ex β α ſpeciem, ſic quadratum quod ex γ β ad quadratum quod ex β α. Id propterea & ſicut ſpecies quæ ex β γ ad ſpeciem quæ ex γ α, ſic quadratum quod ex β γ ad quadratum quod ex γ α. Quare & ſicut ſpecies quæ ex β γ ad ſpecies quæ ex β α & α γ, ſic quadratum quod ex β γ ad quadrata quæ ex β α & α γ. Quadratum autem quod ex β γ, æquum eſt eis quæ ex β α & α γ, quadratis (per 47 primi) æqualis igitur eſt ſpecies quæ ex γ eis quæ ex β α & α γ ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis.

Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 32.

Si duo triangula componãtur ad unũ angulũ, duo latera duobus laterib. proportionalia habentia, ut quæ eiuſdẽ rationis eorũ latera ſint etiã parallela, reliqua ipſorũ triãgulorũ latera in rectã lineã erũt. 32

THEON ex Zamb. Sint bina triangula α β γ & δ γ ε, duo latera β α & α γ duobus lateribus δ γ & δ ε, proportionalia habentia, ſicut quidem α β ad α γ, ſic δ γ ad δ ε: parallelum autem α β ipſi δ ζ, & α γ ipſi δ ε. Dico q; in rectam lineam eſt β γ ipſi γ ε. Quoniam enim parallelus eſt α β ipſi δ ζ, & in eas incidit recta linea α γ, anguli igitur (per 29 primi) * utrobiq; qui ſub β α γ & α γ δ ſibi inuicem ſunt æquales. Id propterea & angulus γ δ ε angulo α γ δ eſt æqualis. Quare angulus β α γ angulo γ δ ε eſt æqualis: & quoniam duo triangula ſunt α β γ, et δ γ ε, unum angulũ qui ad α, uni angulo qui ad δ æqualẽ habentia, circum autem æquales angulos latera proportionalia, ſicut quidem β α ad α γ, ſic γ δ ad δ ε: æquiangulum igitur eſt (per 6 ſexti) triangulum α β γ triãgulo δ γ ε. Aequalis igitur eſt angulus α β γ angulo δ γ ε. Patuit autem q; angulus α γ δ æquus (per 29 primi) angulo β α γ. Totus igitur angulus α γ ε duobus α β γ et β α γ eſt æqualis. Communis apponatur angulus α γ β. Igitur anguli α γ ε & α γ β eis qui ſunt ſub γ α β, α γ β et γ β α ſunt æquales. Sed anguli β α γ, γ β α, et α γ β (per 32 primi) duobus rectis ſunt æquales, & anguli igitur α γ ε, & α γ β duobus rectis ſunt æquales. Ad aliquam autem rectam lineam α γ, ad ſignumq; in ea γ, duæ rectæ lineæ β γ & γ ε, non ad eaſdem partes ductæ, æquos * utrobiq; ſub α γ ε, & α γ β, duobus rectis æquales efficiunt angulos (per 14 primi) in rectam lineam: igitur eſt β γ ipſi γ ε. Si bina igitur triangula componantur ad unum angulum, duo latera duobus laterib. proportionalia habentia, ut eorum ſimilis rationis latera etiam parallela ſint, reliqua ipſorum triangulorum latera in rectam lineam erunt: quod demonſtraſſe oportuit.

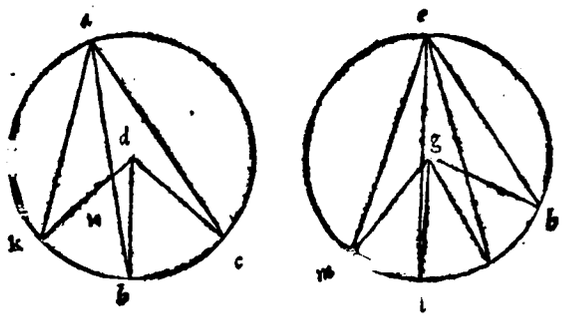


Euclid. ex Camp. Propoſitio 32.

SI in circulis æqualibus ſupra centrum ſiue ſupra circunferentiam anguli conſiſtant, erit angulorũ proportio tanquam proportio arcuum illos angulos ſuſcipientium. 32

CAMPANVS. Sint circuli a b c, cuius centrum d, & e f g, cuius centrum hæquales, ſuper quorum centra fiant duo anguli b d c & f h g, & ſuper eorum circũferentias alij duo qui ſint b a c, & f e g, dico quòd proportio angulorum tam eorũ qui ſunt ſuper centra, quàm eorum qui ſuper circunferentias, eſt ſicut arcus b c ad arcum f g. Continuabo enim illis duobus arcubus alios arcus æquales, ſiue ſecundum eundẽ numerum ſiue ſecundum diuerſos, ſitq; arcus k b æqualis b c, & uterq; duorũ arcuum l m & f l, æqualis f g: & producam lineas k d, k a, m h, l h, m e, & l e: eruntq; per 26 tertij, anguli qui ſunt ad d adinuicem æquales: ſimiliter quoq; & qui ſunt ad h, adinuicem æquales. Idem etiã de ijs qui ſunt ad a, & de ijs qui ſunt ad e, ſicut igitur arcus k c eſt multiplex arcus b c: ita ãgulus k d c ãguli b d c, & angulus k a c ãguli b a c: ſimiliter

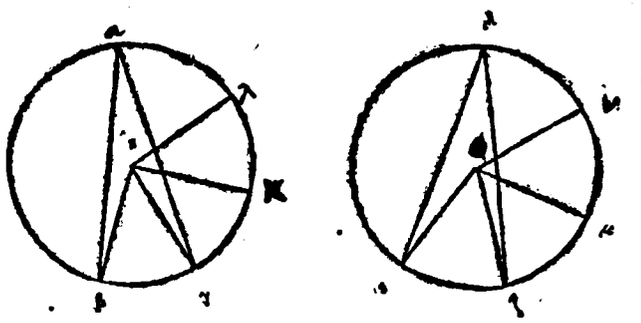
similiter sicut arcus m g est multiplex arcus f g, ita angulus m h g anguli f h g, & angulus m e g anguli f e g, sed si arcus k c est æqualis arcui m g, angulus k d c est æqualis angulo m h g, & angulus k a c angulo m e g, & si maior, maiores: & si minor, minores per 26 tertij: per diffinitionem itaq; incontinuæ proportionalitatis, proportio arcus b c ad arcũ f g, est sicut anguli b d c ad angulum f h g, & sicut anguli b a c ad angulum f e g, quod est propositum. Idem intellige in eodem circulo.



Euclid. ex Zamb. Theorema 23. Propositio 33.

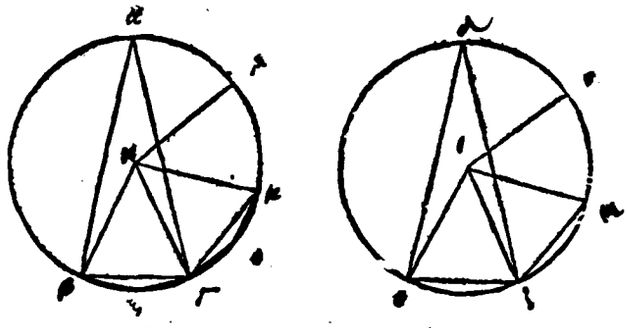
33 In æqualibus círculis anguli eandem habent rationem ipsis circunferentijs in quibus consistunt, & si ad centra & si ad circunferentias fuerint constituti, tum etiam sectores, utputa ad centra constituti.

THEON ex Zamb. *Sint æquales circuli α β γ, & δ ε ζ, ad eorũ q; centra η θ, anguli sint β η γ, & ε θ ζ: ad eorũ circunferentias uerò anguli qui sub β α γ, & ε δ ζ. Dico q, est sicut circũferentia β γ, ad circunferentiã ε ζ, sic est angulus β η γ, ad angulũ ε θ ζ, et angulus β α γ ad angulũ ε δ ζ, & insuper η β γ sector ad θ ε ζ sectorẽ. Ponãtur (per 28 tertij) ipsi quidẽ β γ, circunferentiæ æquales quotcunq; ordine hoc est γ κ, & κ λ, ipsi aũt ε ζ, quotcunq; æquales circunferẽtiæ ζ μ & μ ν. Cõnectanturq; η κ, η λ, & μ, & θ ν. Quoniã igitur æquales sunt β γ, γ κ, & κ λ, circunferentiæ adinuicẽ, æquales (per 27 tertij) quoq; sunt anguli β η γ, γ η κ, & κ η λ. Quotuplex igitur est β λ, circũferentia ipsius β γ circũferentiæ, totuplex est angulus β η λ, anguli β η γ. Id propterea etiã quotuplex est ν ε, circunferentia ipsius ε ζ circũferẽtiæ, totuplex est angulus ν θ ε, ipsius ε θ ζ. Si igitur æqualis est circũferentia β λ, ipsi circunferẽtiæ ε ν, æqualis est et angulus β η λ angulo ε θ ν, & si maior est β λ circũferentia quã ε ν, circunferentia, maior ẽst & angulus β η λ, angulo ν θ ε: & si minor, minor. Quatuor iam existentibus magnitudinibus, duabus. inquã circunferẽtijs β γ & ε ζ, binis q; angulis hoc est β η γ, & ε θ ζ, suscipiuntur quidẽ ipsius β γ circunferentiæ atq; ipsius anguli β η γ, æquè multiplices hoc est β λ circũferentia & angulus β η λ, ipsius aũt ε ζ circunferẽtiæ & anguli ε θ ζ, circũferẽtia ε ν, et angulus ε θ ν. Ostẽsum aũt est q, si circunferentia β λ excedit circunferentiam ε ν, angulus quoq; β η λ excedit angulũ ε θ ν: & si æqualis, æqualis: & si minor, minor. Est igitur (per 6 diffinitionẽ quinti) sicut β γ circũferentia ad ε ζ circunferentiã: sic angulus β η γ ad angulũ ε θ ζ. Sed sicut angulus β η γ ad angulũ ε θ ζ, sic angulus β α γ ad angulum ε δ ζ, duplus enim est (per 20 tertij) uterq; utriusq;. Et sicut igitur β γ, circunferentia ad ε ζ circunferentiam, sic angulus β η γ, ad angulũ ε θ ζ, & angulus β α γ ad angulũ ε δ ζ. In æqualibus igitur circulis anguli eandẽ habent rationem ipsis circunferentijs, & si ad centra & si ad circunferentias cõstituti fuerint: quod demonstrasse oportuit. Dico etiam, q, et sicut β γ circunferentia ad ε ζ circunferentiam, sic η β γ, sector ad θ ε ζ sectorẽ. Cõnectantur β γ & γ κ, & assumptis supra β γ, & γ κ, circũferẽtijs ξ ο signis, cõnectantur β ξ, ξ γ, γ ο, & ο κ. Et quoniã (per diffinitionẽ primi) duæ β κ, & κ γ, duab. γ κ et κ κ, sunt æquales, æqualesq; angulos comprehendunt, et basis β γ ipsi γ κ est æqualis: triangulũ igitur κ β γ (per 4 primi) triangulo κ γ κ est æquale. Et quoniã æqualis est β γ circunferentia γ κ circunferentiæ, et reliqua igitur quæ in totũ circulũ α β γ circunferẽtia reliquæ quæ in eundẽ totũ α β γ, circulũ circũferẽtiæ est æqualis. Quare & angulus β ξ γ ipsi γ ο κ est æqualis. Simile igitur (per 10 diffinitionẽ tertij) est β ξ γ segmentũ, ipsi γ ο κ, est segmento, & in æqualibus sunt rectis lineis β γ & κ γ. Quæ autem supra æqualibus rectis lineis similia circulorum segmenta consistunt, ea adinuicem sunt æqualia (per 24 tertij) segmentum igitur β ξ γ ipsi γ ο κ segmento est æquale, est autem & triangulum κ β γ triangulo κ γ κ æquale. Totus igitur sector κ β γ, toti κ γ κ sectori est æqualis. Id propterea & κ κ λ, sector utrique ipsorum κ β γ, & κ γ κ, est æqualis. Tres igitur sectores κ β γ, κ γ κ, & κ κ λ sibi inuicem sunt æquales. Id pro-*



pterea

ptereà & θ ι ζ, θ ζ μ, & θ μ ν, ſectores, ſibi inuicem ſunt æquales, Quotuplex igitur eſt β λ, circunferentiæ ipſius β γ circunferentiæ, totuplex eſt & λ κ β, ſector ipſius κ β γ, ſectoris. Id propterea & quotuplex eſt ο π, circunferentia ipſius ι ζ, circunferentiæ, totuplex eſt et θ ι ν ſector ipſius θ ι ξ, ſectoris. Si igitur æqualis eſt β λ, circunferentia ipſi ι ν circunferentiæ, æqualis eſt & β κ λ, ſector ipſi ι θ ν, ſectori. Et ſi excedit β λ, circunferentia ipſam ι ν circunferentiam, excedit quoque & β κ λ, ſector ipſum θ ι ν, ſectorem: & ſi deficit, deficit. Quatuor iam exiſtentibus magnitudinib. duabus inquam β γ, et ι ζ



circunferentijs, duobusq; κ β γ, & ι θ ζ, ſectoribus, ſuſcipiuntur æquè multiplices ipſius quidem β γ circunferentiæ & ipſius κ β γ ſectoris, hoc eſt β λ, circunferentiæ & κ β λ ſector, ipſius autem ι ξ: circunferentiæ & ipſius θ ι ζ, ſectoris, circunferentia nempe ι ν, & ſector θ ι ν. Et oſtenſum eſt, quòd ſi circunferentia β λ excedit ipſam circunferentiam ι ν, excedit quoque & β κ λ, ſector ipſum ι θ ν, ſectorem: & ſi æqualis, æqualis: & ſi deficit, deficit. Eſt igitur (per conuerſionem 1 diffinitionis ſexti) ſicut circunferentia β γ, ad ι ζ, ſic ο β γ, ſector ad θ ι ζ, ſectorem.

CORRELARIVM. *Et manifeſtum eſt, quòd ſicut ſector ad ſectorem, ſic angulus ad angulum.*

SEXTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM *Liber ſeptimus.*

Ex Campano triplex principiorum genus. *Primum.* *Diffinitiones.*



NItas, eſt qua unaquęq; res una dicitur. 2 Numerus, eſt multitudo ex unitatibus cõpoſita. 3 Naturalis ſeries numerorũ dicitur, in qua ſecundum unitatis additionẽ fit ipſorum cõputatio. 4 Differentia numerorũ, appellatur numerus, quo maior abũdat à minore. 5 Numerus primus dicitur, qui ſola unitate metitur. 6 Numerus compoſitus dicitur, quem alius numerus metitur. 7 Numeri cõtra ſe primi dicũtur, qui nullo numero excepta ſola unitate numerantur. 8 Numeri adinuicẽ compoſiti ſiue communicantes dicuntur, quos alius numerus cõ unitas metitur, nullusq; eorum eſt ad alium primus. 9 Numerus per aliũ multiplicari dicitur, qui toties ſibi coaceruatur, quoties in multiplicante eſt unitas. 10 Productus uerò dicitur, qui ex eorũ multiplicatione creſcit. 11 Numerus aliũ numerare dicitur, qui ſecundũ aliquẽ multiplicatus illũ producit. 12 Pars, eſt numerus numeri minor maioris, cùm minor maiorẽ numerat. Et qui numerat, numerãtis multiplex appellat. 13 Denominãs, eſt numerus ſecũdũ quẽ pars ſumit in ſuo toto. 14 Similes dicunt partes, q̃ ab eodẽ numero denominant.

Prima

15 Prima ſimpla numeri pars, eſt unitas. 16 Quando duo numeri partem habuerint communem, tot partes maioris dicetur eſſe minor, quoties eadem pars fuerit in minore: totæ uerò, quoties ipſa fuerit in maiore. 17 Numeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem, in eo quòd eſt maioris pars uel partes. Maioris uerò ad minorem, ſecundum quòd eum continet, & eius partem uel partes. 18 Cum fuerint quotlibet numeri continuè proportionales, dicetur proportio primi ad tertium ſicut primi ad ſecundum duplicata, ad quartum uerò triplicata. 19 Cum continuatæ fuerint eædem uel diuerſæ proportiones, dicetur proportio primi ad ultimum, ex omnibus compoſita. 20 Denominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorem, pars uel partes ipſius minoris quæ in maiore ſunt. Maioris autem ad minorem, totum uel totum & pars uel partes, prout maïor ſuperfluit. 21 Similes ſiue una alij eadem dicuntur proportiones, quæ eandem denominationem recipiunt. Maior uerò, quæ maiorẽ. Minor autem, quæ minorem. 22 Numeri uerò quorum proportio una, proportionales appellantur. Termini ſiue radices dicuntur, quibus in eadem proportione minores ſumi impoſsibile eſt.

Petitiones.

1 Cuiuslibet numero, quotlibet poſſe ſumi æquales prout libet, uel multiplices. 2 Quolibet numero, aliquem quantumlibet ſumere poſſe maiorem. 3 Seriem numerorum, in infinitum poſſe procedere. 4 Nullum numerum in infinitum poſſe diminui.

Communes animi conceptiones.

1 Omnis pars, minor eſt ſuo toto. 2 Quicunque eiuſdem ſiue æqualium fuerint æquè multiplices, ipſi quoq; erũt æquales. 3 Quibus idem numerus æquè multiplex fuerit, ſiue quorum æquè multiplices fuerint æquales, & ipſi etiam erunt æquales. 4 Omnis numeri pars, eſt unitas ab ipſo denominata. 5 Omnis pars eſt minor, quæ maiorem habet denominationem, maior uerò quæ minorem. 6 Quilibet numerus totus eſt ab unitate, quota pars ipſius eſt unitas. 7 Quicũq; numerus in unitatẽ ducitur, ſeipſum producit, & in ſeipſum numerat, unitas quoq; in quemcunq; ducta, producit eundem. 8 Quicunq; numerus numerat duos, numerat quoq; compoſitum ex illis. 9 Quicunq; numerus numerat aliquem, numerat omnem numeratum ab illo 10 Quicunq; numerus numerat totum & detractum, numerat reſiduum.

FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEmentorum Liber ſeptimus.

Euclid. ex Zamberto. *Diffinitiones.*

VNitas eſt, qua unumquodq; eorũ quæ ſunt, unum dicitur. 2 Numerus autem, ex unitatibus cõpoſitã multitudo. 3 Pars, eſt numerus numeri minor maioris, quando dimetitur maiorem. 4 Partes autem, quando non metitur. 5 Multiplex uerò, maior minoris, quãdo eũ metitur minor. 6 Par numerus eſt, qui bifariã diuiditur. 7 Impar uerò, qui bifariam non diuiditur, uel qui unitate differt à pari. 8 Pariter par numerus eſt, quem par numerus metitur per numerum parem. 9 Pariter autem impar eſt, quẽ par numerus metitur per imparem numerum. 10 Impariter uerò par eſt, quẽ impar numerus dimetitur per numerum parem. 11 Impariter uerò impar numerus eſt, quem impar numerus metitur per imparẽ numerum. 12 Primus numerus eſt, quem unitas ſola metitur. 13 Primi ad inuicem ſunt numeri, quos unitas ſola dimetitur communi menſura. 14 Cõpoſitus numerus eſt, quẽ numerus aliquis metitur. 15 Cõpoſiti autem ad inuicẽ numeri, ſunt, quos numerus aliquis cõmuni dimenſione metitur. 16 Numerus numerum multiplicare dicitur, quando quotę ſunt in ipſo unitates, toties cõponitur multiplicatus, & gignitur aliquis. 17 Quando autẽ bini numeri ſeſe ad inuicem multiplicantes, aliquem fecerint, factus, planus appellatur. Latera uerò illius, multiplicantes ſeſe inuicem numeri. 18 Quando uerò tres numeri ſeſe multiplicãtes adinuicem fecerint aliquem, factus ſolidus appellatur: latera uerò illius, multiplicantes ſeſe inuicẽ numeri. 19 Quadratus numerus eſt, qui æquè æqualis, uel qui ſub duobus æqualibus numeris cõtinetur. 20 Cubus uerò, qui ęquè ęqualis æquè, uel qui ſub tribus æqualibus numeris cõtinctur. 21 Numeri proportionales ſunt, quando primus ſecundi, & tertius quarti æquè fuerit multiplex, uel eadem pars, uel eædem partes. 22 Similes plani & ſolidi numeri ſunt, qui proportionalia habẽt latera. 23 Perfectus numerus eſt, qui ſui ipſius partibus eſt æqualis.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

SI à maiore duorũ numerorũ minor detrahatur, doñec minus eo ſuperſit, ac deinde de minore ipſum reliquũ donec minus eo relinquat, itemq; à reliquo primo reliquũ ſecundũ, quouſq; minus eo ſuperſit, atq; in huiuſcemodi continua detractione nullus fuerit reliquus qui ante relictũ numeret uſq; ad unitatem, eos duos numeros contra ſe primos eſſe neceſſe eſt.

Campanus.

CAMPANVS. Sint duo numeri a b & c d, c d, minor: detrahaturq; c d ex a b quoties poteſt & ſit reſiduũ e b, qui erit minor c d, alioqui poſſet ex ipſo adhuc detrahi c d, detrahatur & ipſe e b ex c d, quoties poteſt, ſitq; reſiduum f d, ſed & f d detrahatur ex e b quoties poteſt, & ſit reſiduũ g b, quod ſit unitas, dico tũc numeros a b & c d, eſſe cõtra ſe primos. Si enim ſunt compoſiti, numerabit eos communiter per diffinitionẽ aliquis numerus præter unitatem, qui ſit h. & quia h numerat c d, numerabit a e per penultimã conceptionem, & quia idem numerat a b, numerabit etiam e b per ultimam conceptionẽ: ergo & c f per penultimam, quare & f d per ultimam, ergo & g e per penultimam, igitur & g b per ultimam, & quia g b eſt unitas, ſequitur numerum eſſe partem unitatis uel ſibi æqualem: quod eſt impoſſibile. Erunt igitur a b & c d, contra ſe primi, quod eſt propoſitum.

a . . . . . e . . . g . b
c . . . . . f . . . d
b . .

CAMPANI *additio.* Quòd ſi duo numeri a b & c d ſint cõtra ſe primi, non erit in hac mutua detractione ſtatus, antequam ad unitatẽ perueniatur. Et eſt iſtud cõuerſum eius quod autor proponit. Si autem in hac mutua detractione fuerit ſtatus antequam perueniatur ad unitatem, ſit ut g b ſit numerus qui detrahatur ab f d, & nihil ſit reſiduum: igitur g b numerat f d, ergo per penultimam cõceptionem, numerat & e g: & quia etiã numerat ſeipſum, numerabit per antepenultimam conceptionem totum e b, ergo per penultimam numerat c f. Sed oſtẽſum eſt prius, quòd numerat f d, ergo per antepenultimam numerat totum c d, quare per penultimam numerat a e. & quia oſtenſum eſt prius quòd etiam numerat e b, ſequitur per antepenultimam ut etiam numerat a b: quia igitur numerus g b numerat utrunque duorum a b & c d, numeri a b & c d ſunt compoſiti: non igitur contra ſe primi, quod eſt contra hypotheſin. Per hanc ergo uiam, propoſitis quibuſque duobus numeris, inueſtigamus utrum ipſi ſint contra ſe primi, ſi enim tali facta mutua detractione perueniatur ad unitatem, ipſi ſunt contra ſe primi. Si autem ſit ſtatus antequam perueniatur ad unitatem, ipſi ſunt compoſiti.

a . . . . . e . . . g . b
c . . . . f . . . d

Euclid. ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 1.

1 Si duobus numeris inęqualibus expoſitis, ſublato ſemper minore, à maiore reliquus minimè metiatur prędecedentẽ, quoad aſſumpta fuerit unitas, qui à principio numeri, primi adinuicem erunt.

THEON *ex Zamb. Duobus namq; inæqualibus numeris propoſitis α β & γ Δ, ſublato ſemper minore à maiore, reliquus minimè metiatur præcedẽtem, quoad ſumpta fuerit unitas. Dico quòd ipſi α β et γ Δ primi adinuicem ſunt: hoc eſt quod ipſos α β ad γ Δ unitas ſola dimetitur. Si autem α β & γ Δ non ſunt primi adinuicem, eos aliquis numerus metietur: metiatur, eſtoq; ε, & γ Δ ipſum β ζ metiens, relinquat ſe minorem ζ α: at α ζ ipſum Δ γ metiens, relinquat ſe minorẽ ν γ: & ν γ ipſum ζ θ metiens, relinquat unitatem β α. Quoniam igitur ε ipſum Δ γ metitur, & γ Δ ipſum β ζ metitur, igitur & ε ipſum θ ζ metitur: metitur autem & totum θ α, & reliquum igitur α ζ metietur. At α ζ ipſum Δ ν metitur, & ε igitur ipſum Δ ν metietur: metitur autem & totum Δ γ, & reliquum igitur γ ν metietur. At ε ν ipſum ζ θ metitur, & ε igitur ipſum ζ θ metietur: metitur autem & totum ζ α, & reliquam igitur α θ metietur unitatem, numerus exiſtens, quod eſt impoſſibile. igitur ipſos α β & γ Δ, nullus numerus metietur. Igitur α β & γ Δ, primi adinuicem ſunt: quod demonſtrare oportebat.*

a . . . . . e . . . g . b
ν . . . . . γ
β . . . . . ζ . . θ . α
Δ . . . ν . . γ

Euclid. ex Camp. Propoſitio 2.



2 Propoſitis duobus numeris adinuicẽ cõpoſitis, maximũ numerum comunem eos numerantem inuenire.

CORRELARIVM.

Vnde manifeſtũ eſt, quia omnis numerus duos numeros numerans, numerat numerum maximum ambos numerantem.

CAMPANVS. Sint duo numeri compoſiti a b & c d, minor c d: quia ergo numerat eos cõmuniter aliquis numerus per diffinitionem, uolo inuenire maximum numerum, eos communiter numerantem. Secundum modum & ſimilitudinem prioris, minuo minorem de maiori, quoad poſſum, uidelicet c d de a b, & ſit reſiduum e b: itemq; e b de c d quoad poſſum, & ſit reſiduum f d: & quia huius diminutio nõ poteſt fieri

a . . . . . e . . . . . b
c . . . . . f . . . d
g . . . .

teſt fieri infinities per ultimam petitionem, nec poteſt etiam ad unitatem peruenire in propoſito per præcedentem, quia tunc eſſent numeri propoſiti contra ſe primi, quod eſt cõtra hypothetin: ſit ut cũ detraxero f d ex ex e b, quoad potero, quod nihil ſit reſiduum: dico tunc f d eſſe maximum numerum numerantem a b & c d. Quòd enim numerat eos, patet per penultimam & antepenultimam conceptionem alternatim quoties oportuerit repetitas, ſicut in demonſtratione cõuerſę prędcedẽtis. Numerat enim f d, e b, quia cum a b ipſo detrahitur quoad poteſt, nihil ſit reſiduũ, ergo & c f per penultimam conceptionem, igitur & c d per antepenultimam, quare & a e per penultimam, igitur & a b per antepenultimã. Quòd autem nullus maior f d, numeret a b, & c d ſic patet. Si enim fieri poteſt, ſit numerus g maior f d, numerans utrunque duorum numerorum a b & c d: quia igitur g numerat c d, numerabit per penultimam conceptionem a e: & quia numerat a b, numerabit per ultimam f d, maior uidelicet minorem: quod eſt impoſsibile. Ex hoc ſecundo proceſſu liquet correlarium.

a ..... e ..... b
c ..... f ... d
g ....

Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 2.

Duobus numeris datis non primis adinuicem, maximam eorum communem dimenſionem inuenire.

THEON ex Zamb. *Sint dati bini numeri non primi adinuicem, α β & γ δ: oportet iam ipſorum α β & γ δ, maximam dimenſionem inuenire. Si quidem γ δ ipſum α β metitur, metitur autem & ſeipſum. Igitur γ δ, ipſorum γ δ & α β communis dimenſio eſt: & manifeſtum eſt, quòd maxima, nullus enim maior ipſo γ δ, ipſum γ δ metietur. Si autem γ δ non metitur ipſum α β, ipſorum α β & γ δ ſublato (per primã ſeptimi) ſemper minore à maiore, ſumetur numerus aliquis qui metietur præcedentem, unitas quidem non ſumetur. Si autem non, erunt α β & γ δ primi adinuicem, quod non ſupponitur. Sumetur aliquis numerus igitur qui metietur præcedentem, & γ δ quidem ipſum α β metiens, (per primam ſeptimi) relinquat ſe minorem α ε: α ε autem ipſum γ δ metiẽs, relinquat ſe minorem γ ζ, & γ ζ ipſum α ε metiatur. Quoniã igitur γ ζ ipſum α ε metitur, & α ε ipſum δ ζ metitur: igitur γ ζ ipſum δ ζ metietur, metitur et ſeipſum, & totũ igitur γ δ metietur. At γ δ ipſum β ε metitur, & ε ζ igitur ipſum β ε metitur: metitur autem & ε α, igitur et totum β α metietur, metietur quoque ipſum γ δ, igitur γ ζ ipſos α β & γ δ metitur. Igitur γ ζ ipſorum α β & γ δ communis dimenſio eſt. Dico enim quòd & maxima, ſi γ ζ ipſorum α β & γ δ non eſt maxima communis menſura, metietur ipſos α β & γ δ numeros aliquis numerus maior exiſtens, ipſo γ ζ metiatur, eſtoq; ν. Et quoniam ν ipſum γ δ, & γ δ ipſum β ε metitur, & ν igitur ipſum β ε metitur. Metitur autem & totum α β, & reliquum igitur α ε metietur: at α γ ipſum δ ζ metitur, & ν igitur ipſum δ ζ metietur: metietur autem & totum γ δ, & reliquum igitur γ ζ metietur, maior minorem, quod eſt impoßibile. Igitur ipſos α β & γ δ numeros numerus non metietur, maior exiſtens ipſo γ ζ. Igitur γ ζ ipſorum α β & γ δ maxima eſt communis menſura: quod oportebat facere.*

α ..... ε .... α
ν ...
δ .... ζ .. γ

CORRELARIVM. *Ex hoc manifeſtum eſt, quòd ſi numerus binos numeros metitur & maximam communem eorum dimenſionem metietur.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 3.

Propoſitis tribus numeris adinuicem compoſitis, maximum numerorũ eos communiter numerantiũ inuenire.

CAMPANVS. Priuſquam hanc tertiam concluſionẽ demonſtremus, demonſtrandũ arbitramur ipſius antecedẽs, uidelicet propoſitis tribus numeris, qualiter poterimus certificare, an ipſi ſint adinuicem compoſiti. Sint itaque tres numeri a b c, de quibus uolo uidere utrum ipſi ſint adinuicem compoſiti: per primam igitur inquiro, an duo primi qui ſunt a & b ſint adinuicem primi, quòd ſi ſic, non erunt a, b, c, adinuicem compoſiti per diffinitionem. Si autem a & b ſunt adinuicem compoſiti, ſit per præcedentem d maximus numerus eos numerans, qui ſi numerat c, erunt per diffinitionem, a, b, c, adinuicem compoſiti. Si autem non numerat ipſum, ſed ipſi c & d quidem ſunt contra ſe primi, non erunt a, b, c, adinuicem compoſiti: nam quicunque numeraret eos, numeraret etiam d per correlarium præcedentis, ſicq; eſſent d & c compoſiti, quod eſt contra

a .....
b .....
c ...
a ..... d ...
b ..... e ..
c ....
c .....
e .....

contra hypothesin. Si autem c & d sunt compositi, erũt etiam a,b,c, adinuicem compositi. Sit enim per præmissam e, maximus numerans c & d, qui etiam per penultimam conceptionem numerabit a & b, quare per diffinitionem a b c, sunt adinuicem compositi. Simili quoq; modo scietur, propositis quotlibet pluribus quàm tribus, an omnes sint adinuicem compositi. Propositis itaq; tribus qui sunt adinuicem cõpositi, qui etiam sint a, b c, uolo inuenire maximum numerũ numerantem omnes. Sumo secundũ doctrinam prçmissç, d maximum numerantem a & b, qui si numerat c, ipse est quem quærimus: alioqui per correlarium præcedentis sequeretur maiorem numerare minorem. Si autem non numerat c, erunt tamen c & d adinuicem compositi per hypothesin & correlariũ prçcedentis & diffinitionem: fit igitur maximus eos numerãs e, dico e esse maximum numerantem a, b c. Quod enim eos numeret, patet per hanc ultimam hypothesin, quæ est ipsum esse maximum numerantem c & d, & per penultimam conceptionem. Et quòd nullus eo maior numeret eos, sic patet: fit enim, si potest fieri, f maior e, qui numeret a b c, qui cum numeret a & b, numerabit per correlarium præmissæ d: & quia etiam numerat c, numerabit per idem correlarium c maior uidelicet minorem, quod est impossibile. Non erit igitur numerus aliquis maior e, numerans a b c: quod est propositum.

a .....
b .....
c...

a ..... d ....
b ..... e ..
c .....
c .....
c .....

a ..... d ....
b ..... e ..
c .... f ...
c .....

CAMPANI *additio.*

Simili quoque modo inuenietur maximus numerus numerans quotlibet plures tribus adinuicem compositos. unde non oportuit Euclidem de pluribus tribus hoc docere, quia idem est modus & ars in tribus & pluribus.

Ex ultimo autem huius demonstrationis processu, possumus etiam istud correlarium huic tertiæ conclusioni adijcere.

CORRELARIVM.

Vnde manifestum est, quòd omnis numerus numerans quotlibet adinuicem compositos, numerat maximum numerantẽ eos omnes, & etiam maximos numerãtes binos & binos eorum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propositio 3.*

3 Tribus numeris datis non primis adinuicem, maximam eorum communem mensuram inuenire.

THEON ex Zamb. *Sint dati tres numeri non primi adinuicem α β γ, oportet iam ipsorum α β γ, maximam communẽ dimensionem inuenire. Sumatur ipsorum α β, maxima cõmunis mensura δ, (per 2 septimi.) Iam ipse δ, ipsum γ aut metitur aut non metitur: metiatur primum: metitur autem ipsos α β. Igitur δ metitur ipsos α β γ. Igitur δ, ipsorum α β γ, cõmunis dimensio est.* α .....
Dico iam quòd & maxima. Si autem δ ipsorum α β γ non est maxima communis mensura, metietur ipsos α β γ, numeros aliquis numerus maior ipso δ. Metiatur, & esto ε. Quoniam enim ε metitur ipsos α β γ, metietur igitur & ipsos α β. Igitur & ipsorum α β, maximam communem mensuram metietur, (per correlarium secundæ septimi.) Ipsorum autem α β, maxima communis mensura est δ. Igitur γ ipsum δ metictur, maior minorem, quod est impossibile (per constructionem.) Ipsos igitur α β γ numeros, numerus aliquis non metietur, maior existens ipso δ. Igitur δ ipsorum α β γ, maxima communis dimẽsio est. Non metiatur iam δ ipsum γ. Dico quòd primum δ & γ, non sunt primi adinuicem. Quoniam enim α β γ, (per hypothesin) non sunt primi adinuicẽ, metietur eos aliquis numerus. At ipsos α β γ metiens, metietur & ipsos α β, & ipsorum α β maximam mensuram δ metietur (per correlarium secundæ septimi.) Metitur autem & γ. Ipsos igitur δ γ numeros, numerus aliquis metietur: igitur δ & γ, non sunt primi adinuicem. Sumatur (per 2 septimi) igitur ipsorum δ γ, maxima cõmunis mensura ε, & quoniam ε ipsum δ metitur, at δ ipsos α β, metitur, & ε igitur ipsos α β, metitur: metitur autem & γ. Igitur ε ipsos α β γ, metitur. Igitur ε ipsorum α β γ, communis dimensio est. Dico autem quòd & maxima. Si autem ε ipsorum α β γ, non est maxima mensura, ipsos α β γ numeros metietur, aliquis numerus maior existens ipso ε, metiatur, & esto ζ. Et quoniam ζ ipsos α β γ metitur, & ipsos α β metitur, & ipsorum α β, igitur communem maximam

β .....
γ ....
δ ..
ε ...

α .....
β .....
γ .....
δ .....
ε ..
ζ ...

menſuram metietur (per correlarium ſecundæ ſeptimi.) ipſorum autem α δ, maxima communis mẽſura eſt δ. Igitur ſ ipſum δ metitur: metitur autem & γ. Igitur ſ ipſos δ γ, metitur & ipſorum δ γ, maximam communem menſuram metietur (per idem.) At ipſorum δ γ maxima communis menſura eſt ε. Igitur ſ ipſum ε metitur, maior minorem: quod eſt impoßibile. Ipſos igitur α β γ, numeros numerus aliquis non metitur maior exiſtens ipſo ε. Igitur ε ipſorum α β γ, maxima communis dimenſio eſt: quod feciſſe oportuit.

α .....
β .....
γ .....
δ .....
ε ..
ſ ...

CORRELARIVM.

Proinde manifeſtum eſt, quòd ſi numerus aliquis tres numeros metitur, & maximam eorum communem dimenſionem metietur. Similiter autem & pluribus numeris datis non primis adinuicem, maxima communis dimenſio inuenietur & correlarium ſuccedet.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 4.

OMnium duorum numerorum inæqualium, minor maioris aut pars aut partes. 4

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, b minor: dico q; b eſt pars uel partes a. Aut enim b numerat a, aut non: ſi numerat, pars eius eſt per diffinitionem. Si non numerat ipſum, aut ergo ſunt adinuicem primi, aut non: ſi non ſunt adinuicẽ primi, habebunt per diffinitionem partem communem, quę quoties fuerit in b tot partes a dicetur eſſe b per diffinitionem: ſi autem ſint adinuicem primi, quia tamen omnis numeri pars eſt unitas ab ipſo denominata, patet idem per unitates.

a .....
b ....
b .....
b .....

Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 4.

Omnis numerus, oĩs numeri minor maioris aut pars eſt, aut partes. 4

THEON ex Zamb. *Sint bini numeri α β γ, & ſit minor β γ: Dico quòd β γ ipſius α, aut pars eſt aut partes. Ipſi enim α β γ, aut primi adinuicem ſunt, aut nõ: ſint primum α β γ, primi adinuicem. Diuiſo etenim β γ in eas quæ in ipſo ſunt unitates, erit unaquæque unitas earũ quæ in β γ, pars aliqua ipſius α: proinde partes ſunt β γ, ipſius α. Non ſint autem ipſi α & γ, primi adinuicem. Iam β γ ipſum α aut metitur, aut nõ metitur. Si quidem igitur β γ ipſum α metitur, pars eſt β γ ipſius α. Si autẽ non, ſumatur (per ſecundam ſeptimi) ipſorum α & γ, maxima communis menſura, ſitq; δ. Diuidatur β γ in æquales ipſi δ, hoc eſt β ε, ε ſ & ſ γ. Et quoniam δ ipſum α metitur, pars eſt δ ipſius α: æqualis autem δ unicuique ipſorum β ε, ε ſ & ſ γ: & unuſquiſque igitur ipſorum β ε, ε ſ & ſ γ, ipſius α eſt pars. Quare partes eſt β γ ipſius α. Omnis igitur numerus, omnis numeri minor maioris aut pars eſt aut partes: quod demonſtrare oportebat.*

α .....
β ..... γ
β ..... γ
β ... ε ... ſ ... γ
δ ...

Euclid. ex Camp. Propoſitio 5.

SI fuerint quatuor numeri, quorum primus tota pars ſecundi, quota tertius quarti, erunt primus & tertius pariter accepti tota pars ſecundi & quarti pariter acceptorum, quota primus ſecundi. 5

CAMPANVS. Volẽs Euclides hos libros de numeris aliquo præcedentium non indigere, ſed per ſeipſos ſtare, partem eius quod propoſuit per primã quinti de quãtitatibus in genere proponit per hãc quintã huius ſeptimi de numeris. Sint igitur quatuor numeri a b c d, ſitq; b tota pars a, quota d, c: dico quòd b & d pariter accepti ſunt tota pars a & c pariter acceptorũ, quota b eſt a: diuiſis enim a & c ſecundũ quantitatem b & d, argumentare ſicut in prima quinti. erit enim ut totidẽ ſint partes a, quot c per poſitionem, & ut aggregatum ex prima parte a & prima c, ſit æquale aggregato ex b & d: ſimiliter quoq; & aggregatũ ex ſecunda parte a & ſecunda c: & quia hæc aggregatio toties poteſt fieri, quoties cõtinetur b in a, ſequitur ut numerus æqualis aggregato ex b & d, toties contineatur in aggregato ex a & c, quoties b continetur in a: quare conſtat propoſitum.

a ..... c .....
b .... d ...

Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 5.

Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & uterque utriuſque eadem pars erit, quæ unus unius. 5

THEON ex Zamb. *Numerus enim α, numeri β γ eſto pars, & alter δ alterius ε ſ eadẽ pars, quæ eſt α ipſius β γ. Dico quòd uterque α δ, utriuſq; β γ & ε ſ eadem pars eſt, quæ & α .....*

α ipſius

α, ipſius β γ. Quoniam enim ν pars eſt ipſius β γ, eademq; pars eſt Δ ipſius ε ζ. quot igitur ſunt in ipſo β γ numeri æquales ipſius α, tot ſunt & in ipſo ε ζ numeri æquales ipſi Δ. Diuidatur, inquam, β γ in æquales ipſi α, hoc eſt β ν & ν γ, & ε ζ in æquales ipſi Δ, hoc eſt ε θ, & θ ζ, erit iam æqualis multitudo ipſorum β ν & ν γ, multitudini ipſorum ε θ & θ ζ. Et quoniam æqualis eſt β ν ipſi α, & ε θ ipſi Δ, igitur β ν & ε θ, α Δ ſunt æquales. Id propterea enim ν γ ipſi α eſt æqualis, & θ ζ ipſi Δ: ipſi igitur ν γ θ ipſis α Δ æquales ſunt. Quot igitur ſunt in ipſo β γ numeri æquales ipſi α, tot ſunt & in β γ, et ε ζ æquales ipſi α, Δ. Quotuplex igitur eſt β γ ipſius α, totuplex eſt & uterq; β γ & ε ζ, utriuſq; α, Δ. Quæ igitur pars eſt α ipſius β γ, eadem pars eſt, & uterq; α, Δ, utriuſq; β γ & ε ζ: quod oportebat demonſtrare.

α . . . . . ν . . . . . γ
Δ . . . .
ε . . . . θ . . . . ζ

Euclid. ex Camp. Propoſitio 6.

SI fuerint quatuor numeri, quorũ primus totæ partes ſecundi quotæ tertius quarti, erunt primus & tertius pariter accepti totæ partes ſecundi & quarti pariter acceptorum, quotæ primus ſecundi.

CAMPANVS. Quod propoſuit præmiſſa de parte, proponit iſta de partibus. Sint itaq; ut prius quatuor numeri a, b, c, d, ſitq; ut b ſit tot & totę partes a, quot & quotæ d eſt c: dico quòd b & d, pariter accepti erunt tot & totæ partes a & c pariter acceptorum, quot & quotæ b eſt a. Dico autem tot & totas, quia partium pluralitas duobus numeris diffinitur, quorum alter numerator dicitur, alter denominator: ut cùm dicimus tres quintæ, ternarius numerat, quinarius denominat. Quia igitur b eſt partes a, ſit ut ſint partes eius numeratæ ab h & denominatæ a k, eritq; ſimiliter per poſitionem, d partes c numeratæ ab h & denominatæ a k. Vna itaq; partium b ſit e, & una partium d ſit f, eritq; per hypotheſin, e pars b denominata ab h. & pars a denominata a k. Similiter quoque & f erit pars d ſecundum h, & pars c ſecundum k. Compoſitus igitur ex e & f ſit g, eritq; per præmiſſam, g pars b & d pariter acceptorum, ſecundum h, itemq; per eandem erit pars a & c pariter acceptorum, ſecundum k quare per 16 diffinitionem, erunt b & d pariter accepti partes a & c pariter acceptorum numeratæ ab h & denominatæ a k, eo quòd eorum commmunis pars eſt g minoris ſecundum h & maioris ſecundum k, & quia ſic erat b, a, conſtat propoſitum.

a . . . . . c . . . . . .
b . . . . d . . . . . .
g
e . . f . . . .
h . . k . . .

CAMPANI *annotatio.* Potes autem & per hanc & præmiſſam, quod proponit de quatuor numeris, ad quotlibet numeros ampliare, quòd ſi quotlibet numeri minores ad totidem maiores comparentur, fuerintq; ſinguli ſingulorum tota pars aut partes, quota uel quotæ primus ſecundi erunt quoque omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorum, quota uel quotæ primus ſecundi, quod facilè probatur per hanc & præmiſſam, quoties oportuerit repetitas. Et ſi crederemus eſſe intẽtionem Euclidis aſſumere ex prius demonſtratis, aliqua ad demonſtrationem eorum quæ hic proponit, ex 13 quinti facilè demonſtraſſemus hanc ſextam. Nũc autem quia uidetur oppoſitum (aliter enim ſuperuacuè propoſuiſſet multa de numeris, quę demonſtrata ſunt in quinto de quantitatibus in genere) neceſſe habuimus proprijs uti demonſtrationibus tanquam ex prioribus nihil ſumentes, ſolis huius ſeptimi contenti principijs: propter quod & petitiones & communes animi conceptiones, propoſito proprias non inconuenienter huius ſeptimi principio appoſuimus.

Euclid. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 6.

Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eædem partes, & uterq; utriuſq; eædem partes erunt, quæ unus unius.

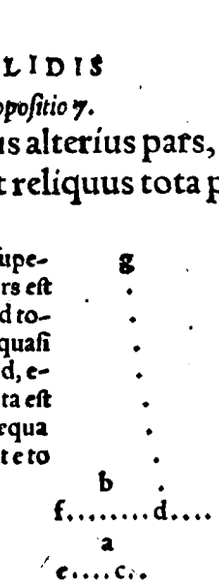
THEON ex Zãb. Numerus enim α β, numeri γ eſto partes, & alter Δ ε, alterius ζ eædem partes, quæ α β ipſius γ. Dico quòd & uterq; α β & Δ ε, utriuſq; ε, ζ, eædẽ partes ſunt, quæ α β ipſius γ. Quoniã enim quales partes eſt α β ipſius γ, eædem partes eſt & Δ ε ipſius ζ: quot igitur partes ſunt in ipſo α β ipſius γ, tot partes & in Δ ε, ipſius ζ. Diuidatur quidem α β in partes ipſius γ, hoc eſt α ν & ν β, necnon Δ ε in partes ipſius ζ, hoc eſt Δ θ, & θ ε. Erit multitudo ipſorum α ν, ν θ æqualis multitudini ipſorum Δ θ, θ ε: & quoniam qualis pars eſt α ν ipſius γ, talis pars eſt & Δ θ ipſius ζ: qualis igitur pars eſt α ν ipſius γ, talis pars eſt & uterq; α ν & Δ θ utriuſq; γ, ζ. Id propterea & qualis pars ν β ipſius γ, talis pars eſt & uterq; ν β & θ ε, utriuſq; γ ζ. Quales igitur partes ſunt α β ipſius γ, tales partes ſunt & uterq; α β & Δ ε, utriuſq; γ, ζ: quod oportebat demonſtrare.

α . . . ν . . . β
γ . . . . . .
Δ . . . . θ . . . . ε
ζ . . . . . .

Euclid.ex Camp. Propoſitio 7.

SI fuerint duo numeri, quorum unus alterius pars, detra- 7
hatúrq; ab ambobus ipſa pars, erit reliquus tota pars re liqui, quota totus totius.

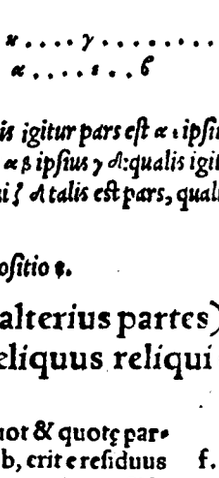
CAMP. Quod proponit hic Euclides de numeris, propoſuit ſuperius in quinta quinti de quãtitatibus in genere. Sit ita ut quota pars eſt totus a totius b, totus ſit c detractus ab a, d detracti a b: dico quòd tota erit e reſiduus a f, reſidui b, quota eſt totus a totius b: & hęc eſt quaſi cõuerſa quintæ. Sit enim per peritionem, e tota pars g, quota c eſt d, eritq; per 5, tota pars a compoſiti ex g & d, quota c, d: quare & quota eſt a, b: igitur per ſecundam conceptionem compoſitus ex g & d eſt æqualis b: dempto itaq; ab utroq; numero, d, erit g æqualis f, quare erit e tota pars f, quota eſt a, b, tota enim erat e, g: quod eſt propoſitum.



Euclid.ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 7.

Si numerus numeri pars fuerit qualis ablatus ablati, & reliquus 7
reliqui pars erit qualis totus totius.

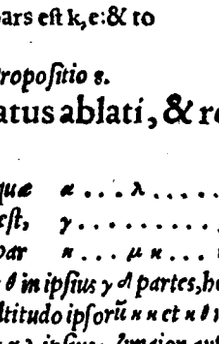
THEON ex Zamb. *Numerus enim α β numeri γ δ pars eſto, qualis ablatus α ε ablati γ ζ. Dico quòd & reliquus ε β reliqui ζ δ eadem eſt pars, qualis eſt totius α β totius γ δ. Qualis enim pars eſt α ε ipſius γ ζ, talis pars eſto & ε β ipſius γ η. Et quoniam qualis pars eſt α ε ipſius γ ζ, talis pars eſt & ε β ipſius γ η, qualis igitur pars eſt α ε ipſius γ ζ, talis eſt (per 5 ſeptimi) & α ϛ ipſius ζ η. Qualis autem pars eſt α ε ipſius γ ζ, talis pars ſupponitur α β ipſius γ δ. Qualis pars igitur eſt α β ipſius ζ η, talis pars eſt α β ipſius γ δ: igitur α β, utriuſq; ipſorum η ζ & γ δ eadẽ pars eſt: æqualis igitur eſt ζ η ipſi γ δ. Communis auferatur γ ζ. Reliquus igitur η γ, reliquo ζ δ eſt æqualis. Et quoniam qualis pars eſt α ε ipſius ε ζ, talis pars eſt ε β ipſius η γ, æqualis autem eſt η γ ipſi ζ δ: qualis igitur pars eſt α ε ipſius γ ζ, talis pars eſt & ε ϛ ipſius ζ δ. Sed qualis pars eſt α ε ipſius γ ζ, talis pars eſt & α β ipſius γ δ: qualis igitur pars eſt ε β ipſius ζ δ, talis pars eſt & α β ipſius γ δ. Et reliquus igitur ε β, reliqui ζ δ talis eſt pars, qualis totus α β totius γ δ: quod oportebat demonſtrare.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 8.

SIá duobus numeris (quorum alter alterius partes) propo 8
ſitis partes illæ ſubtrahantur, erit reliquus reliqui cædem partes quæ eſt totus totius.

CAMP. Hæc eſt quaſi cõuerſa ſextæ, ut ſi ſit quot & quotę partes eſt totus a totius b, tot & totæ c, detractus a, b, ad detracti a b, erit e reſiduus a, tot & totę partes f reſidui b, quot & quotę eſt a b. Sit enim g una partium a, & h una partium c, eritq; propter hypotheſin, g tota pars a, quota h, c, & tota b, quota h, d: detrahatur h d g, & remaneat k, eritq; k per præmiſſam, tota pars e, quota g, a, & tota f per eandem, quota g, b: quia igitur e & f habent partem communem quę eſt k, erit per 16 diffinitionem, e partes f tot quidem quota pars eſt k, e: & totæ, quota eſt k, f. & quia tot & totæ erat a, b patet propoſitum.



Euclid.ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 8.

Si numerus numeri partes fuerit quæ ablatus ablati, & reliquus 8
reliqui, eædem partes erit, quæ totus totius.

THEON ex Zamb. *Numerus enim α ϛ, numeri γ δ partes eſto, quæ ablatus α ε, ablati γ ζ. Dico quòd reliquus ε β, reliqui ζ δ eædem partes eſt, quæ totus α β totius γ δ. Ponatur enim ipſi α ϛ æqualis η θ, quæ igitur partes eſt η θ ipſius γ δ, eædẽ partes eſt & α ε ipſius γ ζ. Diuidatur quidẽ η θ in ipſius γ δ partes, hoc eſt η κ et κ θ & α ε in ipſius γ ζ partes, hoc eſt α λ et λ ε, erit autem æqualis multitudo ipſorũ η κ et κ θ multitudini ipſorũ α λ et λ ε, & quoniã qualis pars eſt η κ ipſius α δ, talis pars eſt et α λ, ipſius γ ζ: maior autẽ eſt γ δ ipſo γ ζ, maior igitur eſt et γ κ ipſo α λ, ponatur ipſi α λ, æqualis μ ν. Igitur qualis pars eſt η κ ipſius γ δ, talis*

pars eſt & ν μ ipſius γ ζ: & reliquus igitur μ κ (per 7 ſeptimi) reliqui ζ Δ eadem pars eſt ſicut totus ν κ totius γ Δ. Rurſus quoniam qualis pars eſt κ θ ipſius γ Δ, talis pars eſt & ν λ ipſius γ ζ, maior autē eſt γ Δ ipſo γ ζ. maior igitur eſt & θ κ ipſo ν λ, ponatur ipſi ν λ æqualis κ ν. Qualis igitur pars eſt κ θ ipſius γ Δ, talis pars eſt & κ ν ipſius γ ζ, & reliquus igitur ν θ (per 7 ſeptimi) reliqui ζ Δ eadē pars eſt, quæ totus κ θ totius γ Δ: patuit autem quòd & reliquus μ κ reliqui ζ Δ eadem pars eſt, qualis totus κ κ totius Δ γ: & uterq; igitur μ κ & ν θ (per 5 ſeptimi) ipſius Δ ζ eædem partes eſt, quæ totus θ κ totius γ Δ. Aequalis autem eſt uterq; ſimul μ κ & ν θ ipſi ν β. At θ κ ipſi β α, & reliquus igitur κ β, reliqui ζ Δ eædem partes eſt, quæ totus α β totius γ Δ: quod oportebat demonſtrare.

α . . . . . λ . . . ν . . β
κ . . . μ . κ . . . ν . θ
γ . . . . . ζ . . . Δ

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

9 SI fuerint quatuor numeri, quorū primus ſecūdi tota pars quota tertius quarti, erit permutatim tota pars aut partes primus tertij, quota pars aut partes ſecundus quarti.

CAMPANVS. Sit a primus tota pars b ſecundi, quota c tertius d quarti: ſintq; a & b minores c & d: aliter enim eſſet econuerſo ei quod proponit: dico quòd quota pars uel partes eſt a, c, tota uel totæ eſt b, d: diuidantur enim b quidem ſecundum quantitatem a, d uerò ſecundum c, eruntq; per præſentem hypotheſin, tot partes b, quot d: & quia unaquæq; partium b eſt æqualis a, & unaquæq; d, c, eſt autem a, c, pars aut partes per præſentem hypotheſin, & per quartam huius, erit unaquæq; partium b ſuæ comparis ex partibus d ut prima primæ ſecundæ: ſicq; de cæteris tota pars aut partes quota uel quotæ eſt a, c, per 5 igitur uel 6 ſub diſiunctione quoties oportuerit repetitas, erit tota pars aut partes b, d, quota uel quotæ eſt a, c: quod eſt propoſitum.

a . . . c . . . .
b . . . . . d . . . . . .

Euclid ex Zamb. *Theorema 7.* *Propoſitio 9.*

9 Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & uiciſsim qualis pars eſt uel partes primus tertij, eadē pars erit uel partes ſecundus quarti.

THEON ex Zamb. *Numerus enim α numeri β γ eſto pars, & alter Δ alterius ε ζ eadem pars, qualis eſt α ipſius β γ: minor autem eſto α ipſo Δ. Dico quòd et uiciſsim qualis pars eſt α ipſius Δ uel partes, eadem pars eſt uel partes β γ ipſius ε ζ. Quoniam enim qualis pars eſt α ipſius β γ, talis pars eſt & Δ ipſius ε ζ, quot igitur ſunt in β γ numeri æquales ipſi α, tot ſunt & in ε ζ æquales ipſi Δ. Dirimatur quidem β γ in ipſi α æquales, hoc eſt β κ et κ γ, & ε ζ in ipſi Δ æquales, hoc eſt ε θ et θ ζ, eſt iam æqualis multitudo ipſorum β κ & κ γ, multitudini ipſorum ε θ & θ ζ: & quoniam æquales ſunt β κ & κ γ numeri adinuicem, & ε θ & θ ζ numeri, ſibijnuicē ſunt æquales, & æqualis eſt multitudo ipſorum β κ & κ γ multitudini ipſorum ε θ & θ ζ: æqualis igitur pars eſt β κ ipſius ε θ uel partes, eadem pars eſt κ γ ipſius θ ζ uel eædem partes. Itaq; qualis pars eſt β κ ipſius ε θ uel partes, talis pars eſt (per 2 quinti & 5 ſeptimi) & uterque β γ utriuſq; ε ζ uel eædem partes, æqualis autem eſt κ β ipſi α, & ε θ ipſi Δ. Qualis igitur pars eſt α ipſius Δ uel partes, eadem pars eſt & β γ ipſius ε ζ uel eædem partes: quod oportebat demonſtrare.*

α . . . . β . . . . γ
Δ . . . . ε . . . . ζ

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

10 SI fuerint quatuor numeri, quorum primus totæ partes ſecundi quotæ tertius quarti, erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota uel quotæ ſecundus quarti.

CAMPANVS. Sint quatuor numeri ut prius, quorum ſimiliter minores ſint a & b, ſitq; a totę partes b, quotę c eſt d: dico quòd quota pars aut partes eſt a, c, tota uel totæ eſt b, d. Diuidantur enim minores in partes illas qui ſunt a & c: erūtq; per præſentē hypotheſin tot partes a, quot c, & quia unaquæq; ex partibus a eſt tota pars b, quota quælibet ex partibus c eſt d (hoc enim habemus ex noſtra hypotheſi) erit permutatim per præmiſſam, ut quota pars aut partes eſt b, d. tota uel totæ ſit unaquęq; ex partibus a ſuæ cōparis ex partibus c: per quintam igitur uel 6 ſub diſiunctione quoties oportuerit repetitas, erit tota pars aut partes b, d, quota uel quotæ eſt a, c: quod eſt propoſitum.

a . . . . b . . . . . .
c . . . . . d . . . . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propoſitio 10.*

10 Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eędē partes & uiciſsim

ciſsim quæ partes eſt primus tertij uel pars, eædem partes erit & ſecundus quarti uel eadem pars.

THEON ex Zamb. *Numerus enim α β, numeri γ, partes eſto, & alter δ ε, alterius ζ eædem eſto partes, ſit autem α β, ipſo γ δ minor. Dico quòd & uiciſsim quales partes eſt α β ipſius δ ε, uel pars eædē partes eſt & γ ipſius ζ uel eadem pars. Quoniam enim quales partes eſt α β ipſius γ, eædem partes eſt & δ ε ipſius ζ, quot igitur ſunt in ipſo α β partes ipſius γ, tot & in δ ε ſunt partes ipſius ζ. Diuidatur quidē α β in ipſius γ partes (æquales) hoc eſt α η & η β. Itidēq; δ ε in ipſius ζ partes (æquales) hoc eſt δ θ et θ ε, erit iam æqualis multitudo ipſorum α η & η β, multitudini ipſorum δ θ & θ ε. Et quoniam qualis pars eſt α η ipſius γ, eadem pars eſt & δ θ ipſius ζ, uiciſsim quoq; (per præcedentem) qualis pars eſt α η ipſius δ θ uel partes, eadem pars eſt & γ ipſius ζ uel eædem partes. Id propterea qualis pars eſt η β ipſius θ ε uel partes, talis pars eſt et & γ ipſius ζ uel partes. Quare qualis pars eſt α η ipſius δ θ uel partes, eadem pars eſt & α β ipſius δ ε uel eædem partes (per diffinitionem) Sed (per 6 ſeptimi) qualis pars eſt α η ipſius δ θ uel partes, talis pars oſtenſus eſt & γ ipſius ζ, uel eædem partes, & (per 12 quinti) quales igitur partes eſt & α β ipſius δ ε uel pars, eædem partes eſt & γ ipſius ζ, uel eadem pars: quod oportebat demonſtrare.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 11.

SI fuerint quatuor numeri proportionales, quorū primus ſecūdo & tertius quarto ſit maior, erit ſecūdus tota pars aut partes primi, quota uel quotæ quartus tertij. Quod ſi ſecundus fuerit tota pars aut partes primi, quota uel quotæ quartus tertij, quatuor numeros proportionales eſſe conueniet. 11

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, ſicut c ad d, ſintq; a & c maiores. Dico quòd quota pars aut partes eſt b a, tota uel totæ eſt d, c, & econuerſo. a.....c.....

Erit enim per conuerſionem diffinitionis ſimilium b... d....

proportionum, ut quoties b in a, toties ſit d in c, & ſi qua pars aut partes b ſuperfluunt in a, tota pars aut partes d ſuperfluant in c, ſi itaq; cōtineatur b in a ſine ſuperfluitate partis, quia toties ſine ſuperfluitate continetur d in c, erit per diffinitionē ſimilium partium quota pars b a, tot ad c. Quod ſi quotieslibet continetur b a cum ſuperfluitate partis, toties cōtinetur d in c cū ſuperfluitate ſimilis partis, diſtincto a ſecundum b ut ſuperfluitate, atq; e ſecūdum d ut ſuperfluat f, erit tota pars e b quota f, d. At quia toties continetur b in differentia a ad e, quoties d in differentia c ad f, erit per cōmunem ſcientiā toties e in a quotiēs f in c: cùm igitur a & b habeant e partem cōmunem, ſimiliter c & d, f, ſit itaq; e in b quoties f in d, itēq; e in a quoties f in c, erit per 16 diffinitionem, b tot & totæ partes a, quot & quotæ d c. Si autē quotieslibet b cōtinetur in a cum ſuperfluitate quotlibet partium, toties continetur d in c cum ſuperfluitate totidem & ſimilium partium, diſtincto a ſecundum b ut ſuperfluat e, ſimiliter c ſecundū d ut ſuperfluat f: erit e tot & totę partes b, quot & quotæ f, d. Sumpta itaq; una ex ipſis, argumentandum ut prius, ſicq; patet primum. Secundum ſic. Sit b, a, tota pars aut partes, quota uel quotę d, c, dico quòd erit proportio a ad b, ſicut c ad d: ſi enim eſt tota pars, conſtat propoſitum. Si autem totæ partes, diuiſis eis ſecundum partes illas, patebit toties eſſe b in a, quoties d in c, & totam partem aut partes b, ſuperfluere in a, quota an quotæ d ſuperfluunt in c, per diffinitionem itaq; eſt proportio a ad b, ſicut c ad d, ſicq; liquet totum.

a c
.... e.. ..... f....
b d
....
a c
..... e.... ...f..
b d
....

Hæc undecima, in Zamberto nullam habet reſpondentem.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 12.

SI à duobus numeris ſecundum ſuas proportiones duo numeri detrahantur, erit proportio reliqui ad reliquum tanquam proportio totius ad totum. 12

CAMPANVS. Quod propoſuit Euclides in 19 quinti de quantitatibus in genere, proponit hic de numeris. Vt ſi ſit proportio totius a ad totum b ſicut c detracti ab a ad d detractum a b, erit e reſidui a ad f reſiduum b, ſicut a ad b. Si enim a ſit minor b, erit per præſentem hypotheſin & per conuerſionem diffi-

b
d...f....,
a
c...e...

nitionis

nitionis, c tota pars aut partes d, quota uel quotę eſt a, b: per 7 igitur uel 8, erit e tota pars aut partes f, quota uel quotæ eſt a, b: per diffinitionem igitur erit proportio una, quod eſt propoſitum. Quod ſi a ſit maior b, erit per primam partem præmiſſæ quota pars aut partes b, a, tota uel totæ d, c: quare per 7 uel 8, tota uel totæ erit f, e, itaq; per ſecundam partẽ præmiſſæ erit e ad f, ſicut a ad b, quare conſtat propoſitum.

b
d . . . f . . .
a
c . . . . e . . . .

CAMPANI *annotatio.* Cedunt autem huic, 7 & 8, hæc enim ſola quod ambæ illæ, continet. Volunt autem quidam ſecundam partem huius probare per 19 quinti, ſed ſi hoc intẽderet Euclides, cùm iſta proponat particulariter, quod illa uniuerſaliter, uanè (illa demonſtrata in quinto) propoſuiſſet hanc hic in ſeptimo, & quia iterum non demonſtrant eam ſimpliciter per 19 quinti. At uerò nec modum demonſtrationis illius poſſunt affirmare ad demonſtrationem huius, cùm illa demonſtretur in quantitatibus in genere per proportionaliratem permutatam, quæ infrà demonſtratur in numeris. Exiſtimo autem, & rationabiliter conuinci uidetur Euclidem (quẽ multum demonſtratoris arithmetici, gratia decimi, in quo ſine numerorũ aliqua prȩcognitione trãſire non poterat, conſtat aſſumere) idcirco plurima eorum quę in quinto de quantitatibus in genere demonſtrauit, hic repetere demonſtranda de numeris, quoniam per alia principia propria uidelicet numerorum, quę magis nota ſunt intellectui, quàm ea per quę proceſsit in quinto, ipſa demonſtrare intendit. principia enim quinti propter malitiam quantitatum incommunicantiũ difficilia ſunt: principia uerò numerorum, magis ultrò ſe intellectui applicant, faciliusq; quàm illa. Egent enim illa intellectu magis diſpoſito.

Hæc ſequens undecima Euclidis ex Zamberto propoſitio, duodecimę precedenti ex Campano reſpondet.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propoſitio 11.* d

11 Si fuerit ſicut totus ad totum, ſic ablatus ad ablatum, & reliquus ad reliquum erit, ſicut totus ad totum. b

THEON ex Zamb. *Eſto ſicut totus α β ad totũ γ δ, ſic ablatus α ε ad ablatum γ ζ. Dico quòd & reliquus ε β ad reliquum ζ δ, eſt ſicut totus α β ad totum γ δ. Quoniam enim eſt ſicut α β ad γ δ, ſic α ε ad γ ζ: qualis igitur pars eſt α β ipſius γ δ uel partes, eadẽ pars eſt & α ε ipſius γ ζ uel eædem partes, & reliquus igitur ε β (per 8 ſeptimi) reliqui ζ δ eadem pars eſt uel partes, quæ α β ipſius γ δ: eſt igitur (per 11 quinti) ſicut ε β ad ζ δ, ſic α β ad γ δ: quod oportebat demonſtrare.*

. .
. .
. .
. .
a c

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

13 SI fuerint quotlibet numeri proportionales, quãtus erit unus antecedens ad ſuũ conſequentem, tanti erunt omnes antecedẽtes pariter accepti ad omnes cõſequẽtes pariter acceptos.

CAMP. Quod proponit Euclides per 13 quinti de quantitatibus in genere, proponit per hãc de numeris. Vt ſi ſint a, b, & c, d, & e, f, proportionales, dico q; quæ eſt proportio a ad b ea eſt quæ a, c, e, pariter accceptorum ad b, d, f, pariter acceptos. Si enim a, c, e ſint minores b, d, f, erit per conuerſionẽ diffinitionis quota pars aut partes a b, tota uel totæ c, d, & e, f, per 5 ergo uel per 6 quoties oportuerit repetitas, erit quota pars uel partes a, b, tota uel totę a, c, e, pariter accepti b, d, f, pariter acceptorũ, quare per diffinitionem, proportio una. Si autem a, c, e, ſunt maiores b, d, f, erit per primam partem 11, quota pars uel partes b, a tota uel totæ d, c & f, e, per 5 ergo uel 6 quoties oportuerit repetitas, erit quota pars uel partes b, a, tota uel totę b, d, f, pariter accepti a, c, e, pariter acceptorum: itaq; per ſecundam partem 11, proportio a ad b, ſicut a, c, e, pariter acceptorum, ad b, d, f, pariter acceptos: quod eſt propoſitum.

a . . . . . c . . . . .
b . . . . d . . . f . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 12.*

13 Si fuerint quotcũq; numeri proportionales, erit ſicut unus antecedentiũ ad unũ ſequentiũ, ſic omnes antecedẽtes ad oẽs cõſequẽtes.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunq; numeri proportionales α, β, γ, δ, ſicut α ad β, ſic γ ad δ. Dico q; eſt ſicut α ad β, ſic ſunt α & γ ad β & δ. Quoniã enim (per hypotheſin) eſt ſicut α ad β, ſic γ ad δ, qualis igitur pars eſt α ipſius β uel partes, eadẽ pars eſt et γ ipſius δ uel partes, & (per 5 ſeptimi) uterq; igitur α, γ, utriuſq; β, δ, eadẽ pars eſt uel eædem partes, quæ α ipſius β: eſt igitur (per 11 quinti) ſicut α ad β, ſic α γ ad β δ: quod erat demonſtrandum.*

d
. . .
c
. . . . . b
. . . . . a

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*



I fuerint quatuor numeri proportionales, permutatim quoque proportionales erunt. 14

CAMP. Modum arguendi qui dicitur proportionalitas permutata, quam demonſtrauit Euclides per 16 quinti in genere, proponit hic demonſtrandũ in numeris. Vt ſi ſit proportio a ad b, ſicut c ad d erit permutatim a ad c, ſicut b ad d, erit enim a maior b aut minor, ſimiliter quoq; & maior c aut minor.

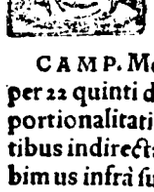
Sit itaq; primò minor utroq;, erit ergo per præſentem hypotheſin & conuerſionem diffinitionis a tota pars aut partes b, a . . b . . . . c . . . d . . . . . quota uel quotæ c, d, per 9 itaq; uel 10, erit permutatim a tota pars aut partes c, quota uel quotæ b, d, quare per diffinitionem proportio una. Sit ſecundò a maior utroq;, erit per primam partem 11, ut quota pars aut partes eſt b, a, a . . . . . b . . . c . . . . d . . tota uel totæ ſit d, c, quare per 9 uel 10 tota pars aut partes erit b, d. quota uel quotæ c, a. Igitur per ſecundam partẽ 11 erit a ad c, ſicut b ad d. Sit tertiò a maior b, & minor c, eritq; per primam partem 11 tota pars aut partes b, a, a . . . . b . . c . . . . . d . . . quota uel quotæ eſt d c, quare per 9 uel 10 quota uel quotę eſt a c, tota uel totæ erit b d, per diffinitionem itaq; proportio una. Vltimò quoq; ſit a minor b, maiorq; e: eritq; ut tota pars aut partes ſit c, d, quota uel quotæ eſt a, b, a . . . b . . . . . c . . d . . . . per 9 itaq; uel 10 erit tota uel totę d, b, quota uel quotæ c, a, quare per ſecundam partem undecimæ, b ad d, ſicut a ad c, ſicq; conſtat propoſitum. Huic autem cedunt 9 uel 10, quia hæc ſola quod ambę illę proponit.

Euclid. ex Zamb. *Problema 11.* *Propoſitio 14.*

Si quatuor numeri proportionales fuerint, & uiciſsim proportionales erunt. 14

THEON *ex Zamb. Sint quatuor numeri proportionales α, β, γ, δ, ſicut α ad β, ſic γ ad δ. Dico q; & uiciſsim proportionales erunt, ſicut α ad γ, ſic β ad δ.* α . . . . . β . . . . *Quoniam etiam (per hypotheſin) eſt ſicut α ad β, ſic γ ad δ, qualis igitur pars eſt* γ . . . . . δ . . . *α ipſius β uel partes, eadem pars eſt & γ ipſius δ uel partes (per 8 ſeptimi.) Viciſsim igitur qualis pars eſt α ipſius γ uel partes, eadẽ pars eſt & β ipſius δ uel partes (per 9 ſeptimi & 10 eiuſdem.) Sicut igitur α ad γ, ſic β ad δ (per 11 quinti) quod erat demonſtrandum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*



I fuerint quotlibet numeri alij ſecundum eorum numerum, omnesq; duo ex prioribus ſecundum proportionẽ omnium duorum ex poſterioribus, in proportione æqualitatis proportionales erunt. 15

CAMP. Modum arguendi qui dicitur æqua proportionalitas, quam demonſtrauit Euclides per 22 quinti de quantitatibus in genere, proponit hic demonſtrandum in numeris directæ proportionalitatis: æquam autem proportionalitatem quam demõſtrauit per 23 quinti de quantitatibus indirectæ proportionalitatis, nõ proponit demonſtrandũ in numeris, ſed eam demonſtrabimus infrà ſuper 19 huius. nec eſt neceſſariũ, ut prędemonſtremus in numeris, quod demonſtratũ eſt per 11 quinti de quãritatibus in genere, uidelicet ſi quotlibet proportiones in numeris fuerint uni æquales uel eædem, ipſas eſſe ſibi æquales uel eaſdem, hoc enim manifeſtum eſt per diffinitionem. Vt ſi a ad c, & e ad f, a . . . . . c . . . . . e . . . . b . . . . d . . . f . . ſit ſicut b ad d, erit tam a c, quàm e f, tota pars aut partes, quota uel quotæ b, d, aut toties continebit a, c, & f, quoties b, d, & tota pars aut partes ſuperfluent e in a, & f in e, quota uel quotæ d in b, quia ergo quota pars aut partes eſt a c, tota uel totæ eſt e f, aut quoties a continet c toties e, f, & quota pars aut partes c ſuperfluunt in a tota uel totę f in e, erit per diffinitionẽ a ad c, ſicut e ad f. Sint igitur uti proponitur, numeri a b e, & alij totidem c, d, f, ſitq; a ad b, a . . . . . e . . . . b . . . . . d . . . c . . . . f . . ſicut c ad d, & b ad e, ſicut d ad f: dico quòd erit in æqua proportionalitate a ad e, ſicut c ad f, erit enim per præmiſſam a ad c, ſicut b ad d, ſed & b ad d, ſicut e ad f: quare a ad c, ſicut e ad f: igitur per eandem a ad e, ſicut c ad f, idem erit ſumptis pluribus, ſicq; conſtat propoſitum.

CAMPANI *additio.* Quoniam autem Euclides cæteras quatuor ſpecies proportionalitatis, quę ſunt conuerſa, coniuncta, diſiuncta, euerſa, proponit demonſtrandas in numeris, conueniens arbitramur eas quas non autor tanquam facilè demonſtrabiles prætermiſit, demonſtrare.

Primùm

Primùm itaq; demõſtrabimus cõuerſam, ut ſi ſit a ad b, ſicut c ad d: dico quòd erit ecõuerſo b ad
a . . . . . c . . . . . b . . . . d . . .
a, ſicut d ad c: ſi enim fuerit a minor b, tunc quoq; erit c minor d, & tota pars aut partes a b, quota uel quotæ c d, quare per ſecundam partem 11, erit b ad a, ſicut d ad c: ſi autem fuerit a maior b, erit quoque & c maior d, & per primam partem 11 b tota pars aut partes a, quota uel quotæ d c, per diffinitionem igitur, b ad a, ſicut d ad c.

Diſiunctam proportionalitatem oſtendere.

Vt ſi ſit a b ad b, ſicut c d ad d, erit a ad b, ſicut c ad d, erit enim permutatim a b ad c d, ſicut b ad d, & per 12 ſicut a ad c, a . . . . . b . . . c . . . . . d . .
quia ergo a ad c, ſicut b ad d, erit permutatim a ad b, ſicut c ad d.

Coniunctæ proportionalitati demonſtrationem afferre.

Vt ſi ſit a ad b, ſicut c ad d, erit a b ad b, ſicut c d ad d: erit enim per a . . . . . b . . . c . . . . d . .
mutatim a ad c, ſicut b ad d: quare per 13 a b ad c d, ſicut b ad d, permutatim igitur erit a b ad b, ſicut c d ad d.

Euerſam proportionalitatem reſtat in numeris ſtabilire.

Vt ſi ſit a b ad b, ſicut c d ad d, erit a b ad a, ſicut c d ad c: erit enim a . . . . . b . . . c . . . . d . .
permutatim a b ad c d, ſicut b ad d, quare per 12 ſicut a ad c, permutatim igitur erit a b ad a, ſicut c d ad c, patet itaque totum. Ex his quoq; leue eſt demonſtrare in numeris, quod Euclides propo nit per penultimam quinti de quantitatibus in genere uidelicet.

22 ## Si proportio primi ad ſecundum fuerit ſicut tertij ad quartum, quinti quoque ad ſecundum ſicut ſexti ad quartum, erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad ſecundum, ſicut tertij & ſexti pariter acceptorum ad quartum.

Vt ſi ſit a ad b, ſicut c ad d, itemq; e ad b, ſicut f ad d, erunt a & e pariter accepti ad b, ſicut c & f pariter accepti ad d: erit enim per a . . . . . e . . . . c . . . . . f . . . b . . . . d . . .
conuerſam proportionalitatem b ad e, ſicut d ad f: quare per æquam proportionalitatem a ad e, ſicut c ad f, ergo coniunctim a & e ad e, ſicut c & f ad f: itaque per æquam proportionalitatem a & e ad b, ſicut c & f ad d: quod eſt propoſitum. Eodemq; modo probabis econuerſo, ſi ſit b ad a, ſicut d ad c, itemq; b ad e, ſicut d ad f, erit b ad a & e, ſicut d ad c & f, erit enim per conuerſam proportionalitatem a ad b, ſicut c ad d: quare per æquam a ad e, ſicut c ad f, & coniunctim a & e ad e, ſicut c & f ad f: igitur econuerſo e ad a & e, ſicut f ad c & f, per æquam itaque proportionalitatem erit b ad a & e, ſicut d ad c & f, quod erat propoſitum. Ex hoc quoque manifeſtum eſt, quòd ſi fuerit proportio quotlibet numerorum ad primum ſicut totidem aliorum ad ſecundum, erit aggregati ex omnibus antecedentibus ad primum ad primum, ſicut aggregati ex omnibus antecedentibus ad ſecundum, ad ſecundum. Itemq; econuerſo ſi fuerit proportio primi ad quotlibet numeros ſicut ſecundi ad totidem alios, erit primi ad aggregatum ex omnibus conſequẽtibus ad ipſum, ſicut ſecundi ad aggregatũ ex omnibus conſequentibus ad ipſum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 12. *Propoſitio* 14.

14 ## Si fuerint quotcunq; numeri, & alij eiſdẽ æquales numeros * cum duobus ſumpti, & in eadem ratione, & ex æquali in eadem ratione erunt.

ſuũ ſiue, bini, duo & duo.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunq; numeri α, β, γ & alij eiſdem æquales numero cum duobus ſumptis in eadem ratione δ, ε, ζ, ſicut quidem α ad β, ſic δ ad ε, ſicut q; β ad γ, ſic γ ad ζ. Dico quòd & ex æquali eſt ſicut α ad γ, ſic δ ad ζ. Quoniam enim (per hypotheſin) eſt ſicut α ad β, ſic δ ad ε: & uiciſſim igitur (per 13 ſeptimi) eſt ſicut α ad δ, ſic β ad ε. Rurſus quoniam eſt ſicut β ad γ, ſic eſt ε ad ζ, uiciſſim igitur (per eandem) eſt ſicut β ad ε, ſic γ ad ζ: ſicut autem β ad ε, ſic α ad δ, & ſicut igitur (per 11 quinti) α ad δ, ſic γ ad ζ. Viciſſim igitur (per 13 ſeptimi) eſt ſicut α ad γ, ſic δ ad ζ: quod oportuit demonſtraſſe.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*

SI numeret unitas aliquem numerum, quoties quilibet tertius aliquem quartum, erit quoq; permutatim, ut quoties unitas numerat tertium, toties ſecundus numeret quartum. 16

CAMPANVS. Vt ſi ſit unitas ad a, ſicut b ad d, erit permutatim unitas ad b, ſicut a ad c. Non ſuperfluit autem hæc, demonſtrata permutata propor tione, non enim ex illa poteſt concludi, quod hic proponitur. Nam illa demonſtrata eſt de quatuor numeris proportionalibus, unitas uerò non eſt numerus per diffinitionem. Hoc ergo modo pateat propoſitum. Diuidatur a per unitates, & c, ſecundum quantitatem b, eruntq; per præſentem hypotheſin tot partes a, quot c: & quia unaquæq; partiũ a eſt unitas, & unaquæq; partium c eſt æqualis b, erit ut quoties unitas in b, toties unaquæq; partium a in ſua compari ex partibus c, per modum itaq; demonſtrationis quintæ, ſequetur toties eſſe a in c, quoties unitas in b: quod eſt propoſitum.

unitas b..
.
a .... c .....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propoſitio 15.*

Si unitas numerum aliquem metiatur, pariter autem alter numerus alium quempiam numerum metiatur, & uiciſsim pariter unitas tertium numerum metietur, & ſecundus quartum. 15

THEON *ex Zamb.* *Vnitas, inquam, α numerum aliquem βγ metiatur, pariter autem alius numerus δ, alium quempiam numerum ε ζ metiatur. Dico quòd & uiciſsim pariter α ipſum δ numerũ metietur, & βγ ipſum ε ζ. Quoniam enim æquè α unitas ipſum βγ numerum metitur, & δ ipſum ε ζ: quot igitur ſunt in βγ unitates, tot ſunt in ε ζ numeri æquales ipſi δ. Diuidatur, inquam, βγ in eas quæ in eo ſunt unitates, hoc eſt βη, ηθ & θγ. Ipſe uerò ε ζ in ipſi δ æquales, hoc eſt ε κ, κλ & λ ζ, eſt iam æqualis multitudo ipſorũ βη, ηθ & θγ, multitudini ipſorũ ε κ, κλ & λ ζ: & quoniam βη, ηθ & θγ unitates ſibi inuicem ſunt æquales, & ε κ, κλ & λ ζ numeri ſibi inuicem ſunt æquales, & eſt æqualis multitudo ipſarum βη, ηθ & θγ unitatem multitudini ipſorum ε κ, κλ & λ ζ numerorum, eſt igitur ſicut β η unitas ad ε κ numerum, ſic eſt η θ unitas ad κ λ numerum, & θγ unitas ad λ ζ numerum: erit igitur (per 12 ſeptimi) & ſicut unus antecedentiũ ad unum conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes. Eſt igitur ſicut β η unitas ad ε κ numerum, ſic βγ ad ε ζ: æqualis autem eſt β η unitas ipſi α unitati, & ε κ numerus ipſi δ numero: eſt igitur (per 11 quinti) ſicut α unitas ad δ numerum, ſic βγ ad ε ζ: pariter igitur α unitas ipſum δ numerum metitur, & βγ ipſum ε ζ: quod oportuit demonſtraſſe.*

β . η . θ . γ
α
δ . .
ε . . κ . . λ . . ζ

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 17.*

SI duorum numerorum uterque ducatur in alterum, qui inde producentur erunt æquales. 17

CAMPANVS. Sicut ſi ex a in b proueniat c b, & ex b in a proueniat d, erũt c & d æquales. Cum enim b multiplicatus per a producat c, erit per conuerſionem diffinitionis b in c, quoties unitas in a, ergo per præmiſſam, erit a in c, quoties unitas in b. Et quia toties eſt a etiã in d, quia ex b in a fit d, ſequitur ut toties ſit a in c, quoties in d: per conceptionem igitur c & d ſunt æquales.

unitas.
.
a ... b....

CAMPANI *annotatio.* Poſſumus quoq; hanc concluſionem alio modo proponere. Si duorum numerorum uterq; ducatur in alterum, idem numerus utrobiq; proueniet, ut ſi ex a in b proueniat c, idem etiam ex b in a proueniet. Quia enim ex a in b fit c, erit prius per conuerſionem diffinitionis b in c, quoties unitas in a. Et permutatim per præmiſſam a in c, quoties unitas in b: quia igitur a toties ſibi coaceruatur in c, quoties in b eſt unitas, ſequitur per diffinitionem quod ex b in a fit c.

c .....
d .....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propoſitio 16.*

Si bini numeri multiplicãtes ſe adinuicem, fecerint aliquos, geniti ex eis æquales adinuicem erunt. 16

THEON

THEON ex Zamb. *Sint bini numeri α,β, & α quidem ipſum β multiplicans, efficiat γ, & β ipſum α multiplicãs, efficiat Δ. Dico quòd æqualis eſt γ ipſi Δ. Quoniam enim α ipſum β multiplicans, γ fecit, & β igitur ipſum γ, metitur per eas quæ in α ſunt unitates: metitur autẽ & ε unitas ipſum α numerum per eas quæ in eo ſunt unitates: pariter igitur (per 11 quinti) ε unitas ipſorum α numerum metitur & β ipſum γ. Viciſſim igitur (per 15 ſeptimi) pariter ε unitas ipſum β numerum metitur, & α ipſum γ. Rurſus quoniã β ipſum α multiplicans, fecit ipſum Δ, igitur α ipſum Δ metitur per eas quæ in ipſo β ſunt unitates. Metitur autem & ε unitas, ipſum β per eas quæ in eo ſunt unitates: pariter igitur (per 11 quinti) ε unitas ipſum β numerum metitur, & α ipſum Δ: pariter autem ε unitas ipſum β numerum metitur, & α ipſum γ. Pariter igitur α, utrunque γ Δ, metitur: æqualis igitur eſt γ ipſi Δ: quod erat demonſtrandum.*

α .
α ..
β ....
γ .....
Δ.....

Euclid. ex Camp. Propoſitio 18.

18 SI unus numerus in duos ducatur, tãtus erit duorum inde productorum alter ad alterum, quãtus duorum multiplicatorum alter ad alterum.

CAMPANVS. Multiplicet a utrunq; duorum numerorum b & c, & proueniant d & e. Dico quòd erit proportio d ad e, ſicut b ad c: ſequitur enim per conuerſionem diffinitionis eius quod eſt multiplicari, ut b in d, & c in e fit, quoties unitas in a: quare per difinitiõnem, proportio d ad b, eſt ſicut e ad c: æqualiter enim eos cõtinent, quia quoties a unitatem, ergo permutatim d ad e, ſicut b ad c: quod eſt propoſitum.

a ..... e .....
b ... c....
a ..

Vnitas

Euclid. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 18.

18 Si numerus duos numeros multiplicans, fecerit aliquos, geniti ex eis, eandem rationem habebunt, quam multiplicati.

THEON ex Zamb. *Numerus enim α duos numeros β,γ, multiplicãs, efficiat ipſos Δ,ε. Dico quòd eſt ſicut β ad γ, ſic eſt Δ ad ε. Quoniam enim α ipſum β multiplicans, ipſum Δ fecit, & β igitur ipſum Δ metitur per eas quæ in α ſunt unitates: Metitur autem & ζ unitas, ipſum α numerum, per eas quæ in eo ſunt unitates. Pariter igitur ζ unitas ipſum α numerũ metitur, & β ipſum Δ: eſt igitur ſicut ζ unitas ad α numerum, ſic eſt β ad Δ. Propterea iam & ſicut ζ unitas ad α numerum, ſic γ ad ε: & ſicut igitur (per 11 quinti) β ad Δ, ſic γ ad ε. Viciſſim igitur (per 15 ſeptimi) eſt ſicut β ad γ, ſic eſt Δ ad ε. Si igitur numerus duos, & reliqua quæ ſequuntur: quod oportebat demonſtrare.*

α ...
β ....
γ .....
Δ.....
ε .....

Euclid. ex Camp. Propoſitio 19.

19 SI duo numeri unum multiplicent, erit proportio duorum inde productorum tanquam duorum multiplicantium.

CAMPANVS. Ex conuerſione antecedentis præmiſſæ, concluditur hæc eadem paſsio quæ in præmiſſa, ut ſi uterq; duorum numerorum b & c multiplicet a, & proueniant d & c, erit d ad e, ſicut b ad c: erit enim per ante præmiſſam ut ex a in b & c fiant d & e: quare per præmiſſam d ad e, ſicut b ad c: quod eſt propoſitum.

d ...?.. e .....
a ..

CAMPANI *annotatio.* Potes autem quod proponit per hanc & præmiſsã de duobus numeris, ad quotlibet numeros ampliare, quòd ſi unus multiplicet quotlibet, erit productorum & multiplicatorum una proportio. Similiter quoq; ſi quotlibet multiplicent unum, erit productorum & multiplicantium una proportio, quod per hanc & præmiſſam quoties oportuerit repetitas, facile probabis. Hic autem (ut ſuprà polliciti ſumus) demonſtrare uolumus æquam proportionalitatem in quotlibet numeris duorum ordinum indirectæ proportionalitatis, quam demonſtrat Euclides per 13 quinti, in quantitatibus in genere. Dicimus igitur:

b... c....

Si quotlibet numeri totidem alijs fuerint indirectè proportionales, extremi quoq; in eadem proportione proportionales erunt.

Vt ſi ſit a ad b, ſicut d ad f, & b ad e, ſicut c ad d, erit a ad e, ſicut c ad f: ducatur enim c in d & f, & proueniant g & h, eritq; per præmiſſam g ad h, ſicut d ad f, quare & ſicut a ad b, ducatur item f in d, & proueniat k: eritq; per hanc 19 g ad k, ſicut c ad f, & quia ex f in d fit k, fiet idem econuerſo per 10 ex d in f, quia igitur ex c & d in f fiunt h & k, erit per hanc 19, h ad k, ſicut c ad d, quare ſicut b ad c, & quia iam oſtenſum eſt, quòd eſt g ad h ſicut a ad b, erit per 15, a ad e, ſicut g ad k, ſed ſic erat etiam c ad f: eſt igitur a ad e, ſicut c ad f, quod eſt propoſitum. Idem probabis, ſi fuerint in utroque ordine numeri plures tribus, quemadmodum probatur in 23 quinti, de quantitatibus pluribus tribus.

g .....
h .....
a .....c....
b..... d...
c.... f..
k .....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 16.* *Propoſitio 18.*

Si duo numeri numerũ aliquem multiplicantes, fecerint aliquos, geniti ex eis eandem habebunt rationem, quam multiplicantes. 18

THEON *ex Zamb.* *Duo enim α, ſ, numerum aliquem γ multiplicantes, efficiant ipſos δ, ε. Dico quòd eſt ſicut α ad β, ſic eſt δ ad ε. Quoniam α enim multiplicans ipſum γ, fecit ipſum δ, & γ igitur ipſum α multiplicans, fecit ipſum δ. Id propterea γ ipſum β multiplicans, ipſum ε fecit. Numerus iam γ duos numeros α, β, multiplicans, fecit ipſos δ, ε. Eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic eſt δ ad ε: quòd oportuit demonſtraſſe.*

α ....
β .....
γ ...
δ .....
ε .....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 20.*

SI fuerint quatuor numeri proportionales, quod ex ductu primi in ultimum producetur, æquum erit ei quod ex ductu ſecundi in tertium. Si uerò quod ex primo in ultimum producetur, æquum eſt ei quod ex ſecundo in tertium, illi quatuor numeri ſunt proportionales. 20

CAMPANVS. Quod propoſuit Euclides per 15 ſexti, de quatuor lineis proportionalibus, proponit hic de quatuor numeris proportionalibus. uerbi gratia: Sit proportio a ad b, ſicut c ad d, fiatq; ex a in d, e & b in c, f: dico quòd c & f ſunt æquales, & econuerſo. Ducatur enim a in b, & fiat g, eritq; per 18 g ad e, ſicut b ad d: & quia per 17 ex b in a fit g, & ex eodẽ b in c, f, erit per 18 g ad f, ſicut a ad c: æquales igitur ſunt f & e, quod eſt primũ. Nec oportet prædemonſtrare ſi unius numeri ad duos ſit una proportio, quod ſunt æquales: aut ſi ipſi ſunt æquales, quod unius ad ipſos ſit una proportio. Si enim eſt una proportio g ad e & ad f, aut ipſe erit tota pars uel partes e, quota uel quotæ idem eſt f, & tunc per conceptionem patet e & f eſſe æquales, aut toties g continebit e quoties f, & ſuperfluent in eo tota pars uel partes e, quota uel quotæ in eodem ſuperfluent f, & tunc etiam per conceptionem patet eos eſſe æquales. Quòd ſi ipſi fuerint æquales, patet per conceptionem, quòd aut g erit tota pars uel partes e, quota uel quotæ f, & tunc per diffinitionem erit ipſius g ad utrunque eorum proportio una, aut æqualiter continebit utrunque cum ſuperfluitate ſimilium & tot numero partium, & tunc etiam per diffinitionem erit eius ad utrunque proportio una.

e .....
g .....
f .....
a..... c....
b... d..

Secundum ſic patet. Sit e productus ex a in d, æqualis f producto ex b in c: dico proportio a ad b eſt, ſicut c ad d, & eſt hęc conuerſa primæ partis. Sit enim ut prius g, qui fit ex a in b, & quia e & f ſunt æquales: erit g ad utrunque eorum proportio una, & quia ut prius per 18, g ad f ſicut a ad c, & ad e ſicut b ad e, erit a ad c, ſicut b ad d, quare permutatim a ad b, ſicut c ad d.

CAMPANI *annotatio.* Non proponit autem Euclides de tribus numeris continuè proportionalibus, quòd ille qui ex ductu primi in tertium producitur, ſit æqualis quadrato medij, & ſi ille qui ex primo in tertium producitur, fuerit æqualis quadrato medij, quòd illi tres numeri ſint continuè proportionales, ſicut proponit in 16 ſexti, de tribus lineis: hoc enim facilè demonſtratur per hanc 20, medio illorum trium numerorum, æquali aſſumpto, quemadmodum in ſexto de tribus lineis probatur per quatuor, aſſumpta quarta æquali mediæ.

Euclid. ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 19.

19 Si quatuor numeri proportionales fuerint, qui ex primo & quarto fit, æquus eſt ei qui ex ſecũdo & tertio. Etſi qui ex primo & quarto fit numerus æqualis fuerit ei qui ex ſecundo & tertio, ipſi quatuor numeri proportionales erunt.

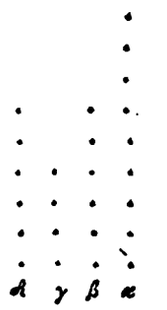
THEON ex Zamb. *Sint quatuor numeri proportionales α, β, γ, δ, ſicut α ad β, ſic γ ad δ: & α quidem ipſum δ multiplicans, efficiat ipſum ε, & β ipſum γ multiplicans, efficiat ipſum ζ. Dico quòd æqualis eſt ε ipſi ζ. Ipſe autem α ipſum γ multiplicans, efficiat ipſum η. Quoniã igitur α ipſum γ multiplicans, ipſum η fecit, multiplicans autem ipſum δ, ipſum ε fecit, numerus iam α duos numeros γ δ, multiplicans, ipſos η, ε, fecit, & igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad δ, ſic eſt η ad ε. Sicut autem γ ad δ, ſic α ad β: & ſicut igitur (per 11 quinti) α ad β, ſic η ad ε. Rurſus quoniam α ipſum γ multiplicans, ipſum η fecit, ſed β ipſum γ multiplicans, ipſum ζ fecit, duo iam numeri α, β, numerum aliquem γ multiplicantes ipſos fecerunt η, ζ: eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic η ad ζ: ſed ſicut α ad β, ſic η ad ε, & ſicut igitur (per 11 quinti) η ad ε, ſic η ad ζ. Igitur η ad utrunque ipſorum ε, ζ, eandem habet rationem: æqualis igitur eſt ε ipſi ζ (per 7 quinti.) Sit uerò rurſus æqualis ε ipſi ζ. Dico quòd eſt ſicut α ad β, ſic eſt γ ad δ. Eiſdem nanque diſpoſitis, quoniam α ipſos γ, δ, multiplicans, ipſos η, ε, fecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad δ, ſic η ad ε: æqualis autem eſt ε ipſi ζ: eſt igitur ſicut η ad ε, ſic η ad ζ (per ſecundam partem ſeptimæ quinti.) Sed ſicut quidem η ad ε, ſic γ ad δ: ſicut igitur γ ad δ, ſic η ad ζ: ſicut autem η ad ζ, ſic α ad β, (per 18 ſeptimi) ſicut igitur (per 11 quinti) α ad β, ſic γ ad δ: quod oportebat demonſtrare*



Euclid. ex Zamb. Theorema 18. Propoſitio 20.

20 Si tres numeri proportionales fuerint, qui ſub extremis æqualibus eſt ei qui à medio. Et ſi qui ſub extremis æqualibus fuerit ei qui à medio, ipſi tres numeri proportionales erunt.

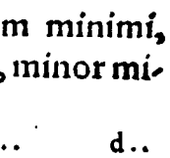
THEON ex Zamb. *Sint tres numeri proportionales α, β, γ, ſicut α ad β, ſic β ad γ. Dico quòd qui ex ipſis α, γ, æquus eſt ei qui ex β. Ponatur enim ipſi β æqualis δ: eſt igitur ſicut α ad β, ſic δ ad γ. Igitur qui ex ipſis α γ, æquus eſt ei qui ex β, δ, atqui ex β, δ, æquus eſt ei qui ex β: æqualis enim eſt β ipſi δ. Qui igitur ex α, γ, æquus eſt ei qui β. Sed qui ex α, γ, æquus eſto ei qui ex β. Dico quòd ſicut α ad β, ſic eſt β ad γ. Quoniam enim qui ex α, γ, æquus eſt ei qui ex β, qui uerò ex β, æquus eſt ei qui ex β, δ, eſt igitur (per 11 quinti) ſicut α ad β, ſic δ ad γ, æquus autem eſt β ipſi δ: eſt igitur ſicut α ad β, ſic β ad γ: quod erat demonſtrandum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 21.

21 
Vmeri ſecundum quamlibet proportionem minimi, numerant quoslibet in eadem proportione, minor minorem, & maior maiorem æqualiter.

CAMPANVS. Sint a & b, minimi numeri in ſua proportione, ſitq; c ad d, ſicut a ad b: dico quòd a numerat c, & b, d, æqualiter. Cum ſit enim a ad b, ſicut c ad d, erit permutatim a ad c, ſicut b ad d: erit igitur a, c tota pars uel partes, quota uel quotæ b, d: ſi itaq; fuerit pars, conſtat propoſitum. At ſi partes, ſit e una partium a, & f una partium b, & quia tota pars eſt e, c per hypotheſin quota f, d, erit per diffinitionem proportio e ad c, ſicut f ad d: quare permutatim e ad f, ſicut c ad d, quare etiam ſicut a ad b: non ſunt itaque a & b, minimi ſuæ proportionis, quod eſt contrarium poſitis.



Similiter quoq;

Quotlibet numeri, ſiue in eadem proportione, ſiue in diuerſis minimi, numerant omnes in eadem proportione quiſq; ſuum correlarium æqualiter.

Vt ſi ſint a,b,c, minimi in eadem proportione uel in diuerſis, ſintq; in eadem uel eiſdem d,e,f, ita quòd ſit d ad e, ut a ad b, & e ad f, ut b ad c: dico quòd a numerat d, & b, e, & c, f, æqualiter: q̃a enim eſt a ad b, ut d ad e, erit permutatim a ad d, ut b ad e: & quia b ad c, ut e ad f, erit etiã permutatim b ad e, ut c ad f. quare b ad e, & c ad f, ſicut a ad d: & quia a.b,c, ſunt minores d,e,f, erit b,e,&c,f, tota pars aut partes, quota eſt a, d. Si itaq; pars, conſtat propoſitum. At ſi partes, ſit g una partium a, & h una partium b, & k una c, eritq; per præſentem hypotheſin tota pars h, e, & k, f, quota g, d: quare per diffinitionem h ad e, & k ad f, ſicut g ad d. permutatim igitur erit g ad h, ut d ad e, & h ad k, ut e ad f: quare g ad h, ut a ad b, & h ad k, ut b ad c, quia ergo g,h,k, ſunt minores a,b,c, & in eadem proportione, ſequitur contrarium poſiti.

d ..... e ..... f ....
a .... b .... c ..
d ..... e ..... f ....
a .... b ... c ..
g ... h .. k.

Euclid. ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 21.

Minimi numeri eandem rationem habentium eis, metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, maior maiorẽ, minor minorem. 21

THEON ex Zamb. *Sint enim minimi numeri eandem rationem habentium ipſis α, ß, ipſi γ δ & ε ζ. Dico quòd æqualiter γ δ ipſum α metitur, & ε ζ ipſum ß. Ipſe enim γ δ, ipſius α non eſt partes. Si enim poßibile eſt o γ δ ipſius α partes: & θ ζ igitur ipſius ß eædem partes eſt, quæ & γ δ ipſius α. Igitur quot ſunt in γ δ, partes ipſius α, tot ſunt & in ε ζ, partes ipſius ß. Diuidatur quidem γ δ in ipſius α partes, hoc eſt γ η & η δ. Sicq; ε ζ in ipſius ß partes, hoc eſt ε θ et θ ζ, erit iam æqualis multitudo ipſorum γ η & η δ, multitudini ipſorum ε θ & θ ζ: & quoniam æquales ſunt γ η & η δ numeri adinuicem, ſunt autem & ε θ, θ ζ numeri inuicem æquales, eſtq; multitudo ipſorum γ η & η δ æqualis multitudini ipſorum ε θ & θ ζ. eſt igitur (per 7 quinti) ſicut γ η ad ε θ, ſic η δ ad θ ζ. Erit igitur (per 12 ſeptimi) & ſicut unus antecedentium ad unum ſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes ſequentes. Eſt igitur ſicut γ η ad ε θ, ſic γ δ ad ε ζ. igitur γ η & ε θ, ipſius γ δ & ε ζ in eadem ratione ſunt, minores exiſtentes eis, quod eſt impoßibile. Supponuntur enim ipſi γ δ & ε ζ minimi, eandem rationem habentium eis. Igitur γ δ minimè partes eſt ipſius α, pars igitur, & ε ζ igitur ipſius ß eadem pars eſt quæ & γ δ ipſius α, pariter igitur γ δ ipſum α metitur, & ε ζ ipſum ß: quod oportebat demonſtrare.*

γ .. η .. δ
ε .. θ . ζ
α .....
ß .....

Huic ex Zamberto propoſitioni reſpondet id quod ſuprà, ad 19 addidit Campanus.

Euclid. ex Zamb. Theorema 20. Propoſitio 22.

συὸ δύο, bini Si fuerint tres numeri, & alij eiſdem æquales numero, * cum duobus ſumpti & in eadem ratione, fuerit autem perturbata eorũ proportio, & ex æquali in eadem ratione erunt. 22

THEON ex Zamb. *Sint numeri α, ß, γ, & alij eiſdem æquales numero δ, ε, ζ, cum duobus ſumpti, & in eadem ratione: ſit autem perturbata eorum proportio, ſicut quidem α ad ß, ſic ε ad ζ, & ſicut ß ad γ, ſic δ ad ε. Dico quòd & ex æquali eſt ſicut α ad γ, ſic eſt δ ad ζ. quoniam enim eſt ſicut α ad ß, ſic ε ad ζ. qui igitur ex α, ζ, (per 20 ſeptimi) æqualis eſt ei qui ex ß, ε. Rurſus quoniam eſt ſicut ß ad γ, ſic eſt δ ad ε: qui igitur ex δ γ, æqualis eſt ei qui ex ß, ε: oſtenſum autem eſt, quòd qui ex α ζ, æquus eſt ei qui ex ß, ε, & qui ex α, ζ igitur (per 20 ſeptimi) æquus eſt ei qui ex δ, γ. Eſt igitur (per 11 quinti) ſicut α ad γ, ſic δ ad ζ: quod oportebat demonſtrare.*

α .....
ß ....
γ ...
δ .....
ε .....
ζ .....

Euclid. ex Camp. Propoſitio 22.

SI fuerint duo numeri ſecũdum ſuam proportionem minimi, ipſi erunt ad inuicem primi. 23

CAMPANVS.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, ſecundum ſuam proportionem minimi: dico quòd ipſi ſunt cõtra ſe primi. Si enim nõ, numeret eos c ſecundũ d & e: eritq; per 18 d ad e, ſicut a ad b: & quia d & e ſunt minores a & b, ſequitur a & b non eſſe ſuæ proportionis minimos, quod eſt contrarium poſitioni.

a..... b.....
c..
d.... e...

Similiter quoque.

Si fuerint quotlibet numeri in continuatione ſuarum proportionum, ſiue (eadem ſiue diuerſę fuerint) minimi, nullus numerus numerabit omnes.

Vt ſi ſint a b c, minimi in continuatione ſuarum proportionum: dico quòd nullus numerabit omnes. Sin autem numeret eos d, a quidem ſecundũ e, b uerò ſecundũ f, & c ſecundũ g: eritq; per 18 e ad f, ſicut a ad b, & f ad g, ſicut b ad c, quia ergo e f g, ſunt minores a b c, & ſecundum proportionẽ eorum, non erunt a b c, quales poſiti ſunt, quod eſt inconueniens. Quanquam autem nullus numeret a b c, ſi fuerint minimi, poteſt tamen eſſe ut quoslibet duos ex eis numeret unus: ducto etenim quolibet numero in aliquem ad ſe primum, ac utroq; eorũ in aliquem tertium ad utrunq; primũ, prouenient tres numeri, quorũ quiq; duo erunt compoſiti, nullus tamen numerabit omnes. Sint enim a b c, tres numeri, quorũ quiſq; ſit primus ad alios, ducaturq; a in b & c, & proueniat d & e, itemq; b in c, & proueniat f: dico quoſq; duos ex d e f, eſſe adinuicem compoſitos, tamen nullus numerabit omnes. Duos quoſq; patet eſſe compoſitos: a enim numerat d & e, b uerò d, & f & c, e & f. quòd autem nullus numeret omnes, patebit prius demonſtrato quòd a eſt maximus numerans d & e, b quoq; maximus numerans d & f, & c maximus numerans e & f. Hoc autem ſic conſtat. ſi enim a non eſt maximus numerans d & e, ſit itaque g, numeretq; d ſecũdum h, & e ſecundum k, erit per ſecundam partem 20 a ad g, ſicut h ad b: itemq; per eandẽ a ad g, ſicut k ad c. Quia ergo a eſt minor g, erit b minor h, & k minor c: & quia h ad k, ſicut b ad c, utraq; enim eſt ſicut d ad a per 18 bis aſſumptam, ſunt autem h k minores b & c, erit per immediatè ſequentem, & hãc hypotheſin, quòd b & c ſunt contra ſe primi, reperire minimis minores: quod quia eſt impoſsibile, erit a maximus numerans d & e. Eodemq; modo probabitur quòd b ſit maximus numerans d & f, & c maximus numerans e & f: ſi quis ergo numerat d e f, per correlarium ſecundæ ter aſſumptum, ipſe numerabit a b c, ſed quiſque eorum primus erat ad reliquos, accidit igitur impoſsibile.

a.....b.....c.....
d..
e.....f....g....

Similiter quoque.

Quotlibet numeri quos unus non numerat, ſecundum continuationem ſuarum proportionum ſunt minimi.

Vt ſi ſint a b c, quilibet numeri quos omnes nullus numerat: dico quòd ipſi ſunt in continuatione ſuarum proportionum minimi. Alioquin ſint minimi d e f, qui per 21 numerabunt a b c, quiſq; ſuum relatiuum æqualiter: ſit ergo ut ſecundum g, eritq; per 17 ut uiceuerſa g numeret a b c, ſecundum d e f, quare accidit contrarium poſitioni.

a.....b.....c.....
d.....e....f...
g..

Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propoſitio 23.*

23 Primi numeri adinuicem, minimi ſunt eandem rationem habentium eis.

THEON ex Zamb. *Sint primi numeri adinuicem α β. Dico quòd ipſi α β, minimi ſunt eandẽ rationem habentiũ eis: ſi autem α & β non ſunt minimi eandẽ habentiũ rationẽ eis, erũt aliqui numeri ipſis α β,*

minores in eadem ratione existentes ipsis α β, sint autem γ δ. Quoniam igitur minimi numeri eandem rationem habentium, eis metiuntur eandem rationem habentes pariter, maior maiorem, minor minorē (per 21 septimi) hoc est antecedens ipsum antecedentem, & consequens ipsum consequentem, æqualiter igitur γ ipsum α metitur, & δ ipsum β. Quotics iam γ ipsum α metitur, tot unitates sint in ε, & δ igitur ipsum β metitur, per eas quæ in ipso ε sunt unitates, & quoniam γ ipsum α metitur per eas quæ in ipso ε sunt unitates, igitur & ε ipsum α metitur per eas quæ in ipso γ sunt unitates. Id propterea & ε ipsum β metitur, per eas quæ in ipso δ sunt unitates. Igitur & ε ipsos α β, metitur primos existentes adinuicem. Quod est impossibile (per 13 diffinitionem septimi) Non erunt igitur aliqui numeri ipsis α β, minores in eadem ratione existentes ipsis α β. Minimi igitur sunt α & β, eandem rationem habentium eis: quod oportuit demonstrasse.

α .....
β .....
ε ..
γ ....
δ ...

Sequens ex Campano 23, præcedenti 23 ex Zamberto respondet præcedens autem ex Campano 22, sequenti ex Zamberto 24.

Euclid. ex Camp. **Propositio 23.**

Vilibet numeri contra se primi, sunt secūdum suam proportionem minimi. 23

CAMPANVS. Hæc est conuersa præmissæ, ut si duo numeri sint a & b contra se primi, ipsi erunt secundum suam proportionem minimi: sin autem, sint minimi in eadem proportione (si possibile est) c & d, constat itaque per 21, quòd c numerata, & d, æqualiter: fit igitur ut secundum c, erit per 17 ut uiceuersa e numeret a & b, a quidem secundum c, & b secundum d: non sunt igitur a & b contra se primi, quod est contra hypothesin.

a ..... b .....
e ..
c .... d ...

Euclid. ex Zamb. **Theorema 22.** **Propositio 24.** *Conuersa præcedentis.*

Minimi numeri eandem rationem habentium eis, primi adinuicem sunt. 24

THEON ex Zamb. *Sint minimi numeri eandem rationem habentium eis α β. Dico quòd α β, primi adinuicem sunt. Si autem α β, adinuicem non sunt primi, metietur aliquis numerus ipsos α β, metiatur & esto γ: et quoties quidem γ ipsum α metitur, tot unitates sint in δ: quoties autem γ ipsum β metitur, tot unitates sint in ε. Et quoniam γ ipsum α metitur per eas quæ in δ unitates existunt, igitur & γ ipsum δ multiplicans ipsum α fecit: id propterea & γ ipsum ε multiplicans, ipsum β fecit: numerus igitur γ duos numeros δ ε, multiplicans ipsos α β fecit. Est (per 17 septimi, & per 11 quinti) igitur sicut δ ad ε, sic est α ad β: ipsi igitur δ ε ipsis α β in eadem sunt ratione minores existentes, quod est impossibile. Ipsos igitur α β numeros numerus aliquis nō metietur. Igitur ipsi α β, primi inuicē sunt: quod demōstrasse oportuit.*

α .....
β .....
γ ....
δ ...
ε ..

Euclid. ex Camp. **Propositio 24.**

Si fuerint duo numeri cōtra se primi, si quis unum eorum numeret, ad alterū esse primus necessariò comprobatur. 24

CAMPANVS. Sint a & b contra se primi, cuerò numeret a. Dico quòd c primus est ad b, alioquin numeret eos d, quæ per penultimam conceptionem numerabit etiam a, nō sunt ergo a & b contra se primi, d enim numerat ambos.

a .... b .....
c .. d ...

Euclid. ex Zamb. **Theorema 23.** **Propositio 25.**

Si bini numeri, primi adinuicem fuerint, unum eorum metiens ad reliquum primus erit. 25

THEON ex Zamb. *Sint bini numeri primi adinuicem α & β. Ipsum aūt α metiatur aliquis numerus γ. Dico quòd et γ β, primi adinuicē sunt. Si autem γ β, nō sunt adinuicē primi, metietur ipsos γ β, aliquis numerus: metiatur & esto δ. Et quoniā δ ipsum γ metitur, & γ ipsum α metitur, et δ igitur ipsum α metitur: metitur aūt et β. Igitur δ ipsos α β metitur, primos adinuicē existētes, quod est impossibile (p 13 diffinitionem*

α .....
β .....
γ ...
δ ....

nitionem ſeptimi.) Ipſos igitur 6 γ numeros, numerus aliquis non metietur. Ipſi igitur γ β primi adinuicem ſunt: quod erat demonſtrandum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 25.

25 SI fuerint duo numeri ad alium quemlibet primi, qui ex ductu unius in alterum producetur, ad eundem erit primus.

CAMP. Sit uterq; duorum numerorum a & b, primus ad e, & ex a in b ſit d. Dico quòd d eſt primus ad c, aliter enim numeret eos e d, quidem ſecundum f: eritq; per ſecundam partem 20. a ad e, ſicut f ad b, & quia a & c ſunt primi, & e numerat c, ipſe erit per 24 primus ad a, quare per 23 a & e, ſunt ſecundum ſuam proportionem minimi: ſequitur ergo per 21, ut e numeret, b: & quia poſitum eſt, quòd ipſe numeret c, non erunt b & c contraſe primi: quod eſt contra hypotheſin.

a...
b....
c.....
d.....
e..
f.....

Euclid. ex Zamb. Theorema 24. Propoſitio 26.

26 Si bini numeri ad aliquem numerum primi fuerint, & ex eis genitus ad eundem primus erit.

THEON ex Zamb. *Bini enim numeri α 6, ad aliquem numerum γ primi ſint, & α ipſum β multiplicans, ipſum δ efficiat. Dico quòd ipſi γ δ, primi ſunt adinuicem. Si autem γ δ, non ſunt primi adinuicem, metietur eos aliquis numerus, metiatur & eſto ε. Et quoniam ε α primi adinuicem ſunt, ipſum autem γ metitur aliquis numerus ε, igitur ε α (per 25 ſeptimi) primi ſunt adinuicem. Quoties iam ε metitur ipſum δ, tot unitates ſint in ζ: & ζ igitur ipſum δ metitur, per eas quæ in ε ſunt unitates. Igitur ε ipſum ζ multiplicans ipſum δ fecit. Sed & α ipſum β multiplicãs ipſum δ, fecit: æqualis igitur eſt qui ex ε ζ ei qui ex α β. Si aũt qui ſub extremis æquus fuerit ei qui ſub medijs, quatuor numeri proportionales ſunt (per 19 ſeptimi) Eſt igitur (per 11 quinti) ſicut ε ad α ſic eſt β ad ζ. Ipſi aũt α ε, primi: ipſi autem primi, & minimi: minimi autem numeri (per 21 ſeptimi) eandem rationem habentium eis, metiuntur eandem rationem habentes pariter, maior maiorem, minor minorem, hoc eſt antecedens antecedentẽ, & conſequens conſequentem. Igitur ε ipſum β metitur: metitur autem & γ, igitur ε ipſos γ β, metitur primos exiſtentes adinuicem, quod eſt impoßibile (per 13 diffinitionem ſeptimi) Ipſos igitur γ δ, numeros numerus aliquis non metietur. Ipſi igitur γ δ primi adinuicem ſunt: quod oportebat demonſtrare.*

α..
β...
γ.....
δ.....
ε...
ζ..

Euclid. ex Camp. Propoſitio 26.

26 SI fuerint duo numeri cõtra ſe primi, qui ex uno eorum in ſeipſum producitur, ad reliquum eſt primus.

CAMP. Sint contra ſe primi a & b, & ex a in ſe fiat c. Dico quòd c primus eſt ad b: ſit enim d, æqualis a, eritq; d primus ad b. & ex a in d, fiet c, per præmiſſam: igitur patet c primum eſſe ad b: quod propoſuimus.

a... b....
c.....
d...

Euclid. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 27.

27 Si duo numeri primi adinuicem fuerint, qui ex uno eorum fit, ad reliquum primus erit.

THEON ex Zamb. *Sint bini numeri primi adinuicẽ α β, & α ſeipſum multiplicãs, ipſum γ efficiat. Dico quòd ipſi β γ, primi adinuicem ſunt. Ponatur enim ipſi α æqualis δ. Et quoniam α β, primi adinuicem ſunt, æqualis autem eſt α ipſi δ & δ β: igitur primi adinuicem ſunt: uterq; igitur ipſorum δ α, ad β primus eſt, et qui ex δ α, igitur ſit ad β primus eſt (per 36 ſeptimi) Qui autem ex δ α, ſit numerus, eſt γ, igitur γ β, primi adinuicem ſunt: quod erat demonſtrandum.*

α..
β....
γ.....
δ...

Euclid. ex Camp. Propoſitio 27.

27 SI duobus numeris ad alios duos comparatis, uterq; ad utrunque fuerit primus, qui ex duobus prioribus ad eũ qui ex duobus poſterioribus producetur, erit primus.

CAMP. Sint a & b priores, c & d posteriores: sitq; uterq; duorum a & b, primus ad utrũq; duorum c & d, & ex a in b sit e, et ex c in d f: dico quòd e primus est ad f. Hoc autem 25 ter assumpta euidenter concludit. Cùm enim fiat e ex a in b, quorum uterq; primus est a ad c & ad d, erit per ipsam e primus ad c, & item per ipsam primus ad d. Quia item f fit ex c in d, quorum uterq; primus est ad e, erit rursus per ipsam f primus ad e: quod est propositum,

a.. b....
e.....
c... c.....
f.....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 26.* *Propositio 28.*

Si bini numeri ad binos numeros uterq; ad utrũq; primi fuerint, & qui ex eis fient, primi adinuicem erunt. 28

THEON *ex Zamb. Bini enim numeri α β, ad binos numeros γ δ uterq; ad utrunq; primi sint: & α quidẽ ipsum β multiplicans, efficiat ipsum ε, & γ ipsum δ multiplicãs, efficiat ipsum ζ. Dico quòd ε, ζ, primi sunt adinuicẽ. Quoniã enim uterq; ipsorum α β, ad ipsum γ primus est, et qui ex α β, igitur fit (per 26 septimi) ad γ primus est: qui autem fit ex α β, est ε, igitur ε γ primi sunt adinuicem. Id propterea et ipsi ε δ, primi sunt adinuicem: & uterq; igitur ipsorũ γ δ, ad ε primus est, & qui ex γ δ, igitur ad ε primus est, (per eandem.) Qui autem fit ex γ δ, est ζ. Igitur ε ζ, primi sunt adinuicem: quod erat demonstrandum.*

α...
β.....
ε.....
γ..
δ....
ζ.....

Euclid. ex Camp. *Propositio 28.*



Si fuerint duo numeri cõtra se primi, ducaturq; eorum uterq; in seipsum, erunt inde producti contra se primi. Itemq; si in utrunq; productorum suum ducatur principium, erunt quoque producti contra se primi. 28

CAMP. Sint a & b, contra se primi, ducaturq; uterq; in se, & proueniant ex a quidẽ c, ex b uerò d, itemq; ducatur a in c, & proueniat e, & b in d, & proueniat f: dico c & d esse contra se primos, itemq; e & f, contra se primos. Est enim per 26 c primus ad b: per eandem igitur erit d primus ad a & ad c, sicq; constat primum, quod est c & d esse contra se primos.

a..
c....
e.....
b...
d.....
f.....

Reliquum sic, est enim uterq; duorum numerorum a & c, primus ad utrunq; duorum b & d, itaq; per 27 erit e primus ad f, quod est reliquum. Non solũ autem erit e primus ad f, sed etiam per 25, ad b & ad d, itemq; per eandem f ad a & c. Sicq; si infinities duceretur utrunq; productorum in suum principium, essent omnes producti contra se primi: & non solum, sed quilibet eductus ab a, ad quemlibet eductum a b.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 27.* *Propositio 29.*

Si bini numeri primi adinuicem fuerint, & multiplicans uterq; seipsum fecerit aliquos, qui ex eis fiunt, primi adinuicem erunt. Et si qui in principio genitos multiplicantes fecerint aliquos, & illi quoque primi adinuicem erunt, & semper circa extremos hoc cõtinget. 29

THEON *ex Zamb. Sint bini numeri primi adinuicem α β, & α seipsum multiplicãs, efficiat γ, ipsum uerò γ multiplicãs, efficiat ε. At β seipsum multiplicans efficiat δ, ipsum autẽ δ multiplicans efficiat ζ. Dico quòd γ δ & ε ζ, primi sunt adinuicem. Quoniam enim α β, primi adinuicem sunt, & α seipsum multiplicans fecit ipsum γ, igitur γ β, primi sunt adinuicem (per 27 septimi.) Quoniam igitur γ β primi sunt adinuicem, & β seipsum multiplicans ipsum δ fecit, igitur γ δ primi sunt adinuicem. Rursus quoniam α β primi adinuicẽ sunt (per eandẽ) & β seipsum multiplicans, ipsum δ fecit. Igitur α δ, primi sunt adinuicem (per eãdem.) Quoniam igitur bini numeri α γ ad binos numeros β δ, uterq; ad utrunq; primi sunt (per 27 septimi) & qui ex α γ, igitur fit ad eum qui ex β δ, primus est: qui autem ex α γ, est ε, qui ex δ β uerò, est ζ: igitur ε ζ, primi sunt adinuicem: quod oportuit demonstrasse.*

α...
γ.....
ε.....
β....
δ.....
ζ.....

Euclid.

Euclid.ex Camp. *Propoſitio 29.*

29 

I fuerint duo numeri cõtra ſe primi, qui ex ambobus coaceruatur, ad utrũq; eorum erit primus. Si uerò ex ambobus coaceruatus ad utrunq; eorum fuerit primus, duo quoq; numeri adinuicem erunt primi.

CAMPANVS. Sint a & b, contra ſe primi, dico quòd ex eis compoſitus a b, ad utrunq; eorum erit primus, & econuerſo: nam ſi d numerat totum a b & alterum eorum numerabit per communem ſcientiam & reliquum: quare non erunt contra ſe primi, ſed hoc poſitum fuerat, patet ergo primum. Secundum ſic. a... b.....
Sit a b primus ad utrunq; ſuorum componentium qui ſunt a & b, d..
dico quòd a & b, ſunt contra ſe primi. Poſito enim quod d numeret utrunq; duorum numerorum a & b, ſequitur per communem ſcientiam, quòd etiam numeret a b ex eis compoſitum, quare ad neutrum duorum numerorum a & b, erit a b primus, ſed poſitum erat quod eſſet ad utrunque, accidit igitur impoſsibile.

CAMPANI *annotatio.* Eodem quoq; modo ſi coaceruatus ex duobus, primus fuerit ad alterum, primus quoque erit ad reliquum: ideoq; & coaceruati inter ſe. Sit enim compoſitus ex a b, primus ad a, dico quòd erit etiam primus ad b, alioqui numeret eos d, qui per cõceptionem numerabit & a, cum numeret totum & detractum: hoc autem inconueniens, erat enim compoſitus ex a & b, primus ad a.

Euclid.ex Zamb. *Theorema 18.* *Propoſitio 30.*

30 Si bini numeri, primi adinuicem fuerint, & uterq; ſimul ad alterum ipſorum primus erit. Et ſi uterq; ſimul ad unum aliquem eorũ primus fuerit, æqui in principio numeri, primi adinuicem erunt.

THEON *ex Zamb. Componãtur enim bini numeri primi adinuicem,* α δ *&* β γ. *Dico quòd & uterque* α δ γ, *ſimul ad alterum ipſorum* α β, δ γ, *primus eſt. Si autem* γ α *et* α β *primi adinuicem non ſunt, metietur eos aliquis numerus: metiatur, & eſto* α.... δ..... γ
Δ. *Quoniam igitur* Δ *ipſos* γ α *&* α β *metitur, & reliquum igitur* β γ *metietur. Metitur autem &* β α. *Igitur* Δ *ipſos* α β *&* β γ *metitur, primos exiſtentes adinuicem, quod eſt impoſsibile (per 13 diffinitionem 7.) ipſos igitur* γ α *&* α δ *numeros, numerus aliquis non metietur. Igitur* γ α *&* α δ, *primi adinuicẽ ſunt. Id propterea iam & ipſi* γ α *&* β γ *primi ſunt adinuicem. Igitur* α γ, *ad utrunq; ipſorum* α β *&* β γ *primus eſt. Sint rurſus* γ α *&* α δ, *primi adinuicem. Dico quòd ipſi* α β *et* δ γ *primi adinuicem ſunt. Si enim ipſi* α β, β γ, *primi non ſunt adinuicem, metietur ipſos* α β *&* β γ, *numerus aliquis, metiatur & eſto* Δ, *& quoniam* Δ *utrunq; ipſorum* α δ *et* δ γ *metitur: et totum igitur* γ α, *metietur: metietur autem & ipſum* α δ. *Igitur* Δ, *ipſos* γ α, *et* α δ *primos adinuicem exiſtẽtes metietur, quod (per 13 diffinitionem ſeptimi) eſt impoſsibile. Ipſos igitur* α β *&* δ γ *numeros, numerus aliquis non metietur. Ipſi igitur* α δ *&* β γ, *primi adinuicem ſunt: quod oportuit demonſtraſſe.*

Euclid.ex Camp. *Propoſitio 31.*

30 

Mnis numerus compoſitus, ab alio primo numeratur. *Zamb.33*

CAMP. Sit a, quilibet numerus compoſitus. Dico quòd aliquis primus numerat ipſum, quia enim eſt compoſitus, numerabitur ab aliquo numero qui ſit b: qui ſi fuerit primus, uerum erit quod dicitur: ſi autem compoſitus, ſit c qui numerat, eum, qui etiam per communem ſcientiam numerabit a: ſi ergo ipſe fuerit primus, conſtat quod dicitur. At ſi compoſitus, neceſſariò numerabit eũ a.....
alius qui ſit d, qui etiam per communem ſcientiam numerabit a, b.....
de quo ratiocinare ut prius. Quia ergo quoties occurrit compo c.....
ſitus, neceſſe eſt minorem aſſumere, qui compoſitum occurren- d...
tem numeret, ſequitur ut tandem deueniatur ad aliquem primum, alioquin accidet impoſsibile & contrarium petitioni, numerum in infinitum decreſcere.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 32.*

31 Omnis numerus, aut eſt primus, aut à primo numeratur.

CAMPANVS. Sit a quilibet numerus, dico ipſum eſſe primum, a..... *Zamb.34*
uel numerari à primo, quia ſi non eſt primus, erit compoſitus, qui- a.....
libet autem talis, ab aliquo primo numeratur per prçmiſſam: a igi- ...
tur uel primus eſt, uel à primo numeratur: quod proponitur.

Euclid.

Euclid.ex Camp. Propoſitio 32.

Zamb.31 Omnis numerus primus, ad omnẽ quẽ non numerat, eſt primus. 32

CAMPANVS. Sit a numerus primus non numerans b, dico quòd a..... b.....
a & b, ſunt contra ſe primi: ſi enim c numerat eos, non eſt uerum quòd a ſit primus. c..

Euclid.ex Camp. Propoſitio 33.

Zamb.32 Si numerus ex duobus productus, ab aliquo primo numeretur, 33
neceſſe eſt eundem primum alterum, illorum duorum numerare.

CAMPANVS. Sit c productus ex a in b, & ſit d numerus primus qui ponatur numerare c: di
co quòd d numerat a uel b, numeret enim c, ſecundum e: ſi ergo a.... b.....
non numerat a, erit primus ad ipſum per præmiſſam, & ideo e- c.....
runt ſecundum ſuam proportionem minimi per 23: & quia a ad d... e.....
d, ſicut e ad b, per ſecundam partem 20, ſequitur ut d numeret b per uigeſimam primam: quod
erit propoſitum.

CORRELARIVM.

Vnde manifeſtum eſt, quòd ſi aliquis numerus numerat productum ex duobus, uel ſi eidem
fuerit commenſurabilis, commenſurabilis quoq; erit alteri eorum.

Campanus 30 31 32 33 Quatuor præcedentes ex Campano, Euclidis propoſitiones, quatuor ſequẽtibus ex Zamberto propoſitionibus hoc præpoſtero ordine reſpondent.

Euclid.ex Zamb. Theorema 29. Propoſitio 31.

33 34 31 32 Zambertus Omnis primus numerus, ad omnem numerum quem non meti- 31
tur, primus eſt.

THEON ex Zamb. *Sit primus numerus α, & ipſum β non metiatur. Dico quòd ipſi β α, primi adinuicem ſunt. Si autem ipſi α β, non ſunt adinuicem primi, aliquis numerus eos metietur, metiatur γ ipſe γ, nõ eſt unitas. Quoniam igitur γ ipſum δ metitur, & α non metitur ipſum β, igi-* α.....δ.....
tur γ ipſi α non eſt idem. Et quoniam γ ipſos α δ metitur, & α igitur metitur γ.....
primum exiſtentem, non exiſtens ei idem, quod eſt impoßibile (per 13 diffinitionem ſeptimi.) Ipſos igitur α β, numerus aliquis non metitur. Igitur ipſi α β, primi adinuicem ſunt: quod oportuit demonſtraſſe.

Euclides ex Zamb. Theorema 30. Propoſitio 32.

Si bini numeri multiplicantes ſe adinuicem fecerint aliquem, fa- 32
ctum autẽ ex eis metitur aliquis primus numerus, & unum eorum
qui in principio metietur.

THEON ex Zamb. *Bini enim numeri α β, multiplicantes ſe adinuicem, ipſum efficiant γ, ipſum autẽ γ metiatur aliquis numerus primus δ. Dico q, δ, unũ ipſorũ α β, metitur. Ipſum α nõ metiatur, eſtq; primus δ. Igitur α δ, primi adinuicẽ ſunt (per præcedentẽ) Et quoties δ ipſum γ metitur, tot unitates ſint in ε. Quoniã igitur δ ipſum γ metitur per eas quæ in ε ſunt unitates: igitur δ ipſum ζ multi-* ε.....
plicãs, ipſum γ efficit. Atqui & α ipſum β multiplicãs, ipſum efficit γ: æ qualis igitur eſt δ...
qui ex δ ε, ei qui ex α β. Eſt igitur (per 19 ſeptimi) ſicut α ad δ, ſic β ad ε. Ipſi aũt δ æ pri- γ.....
mi ſunt, primi autẽ et minimi: minimi uerò metiuntur eandẽ rationẽ habẽtes æqualiter, β.....
maior maiorẽ, & minor minorẽ (per 21 ſeptimi) hoc eſt antecedẽs antecedentẽ, ſequẽs α..
ſequentẽ. Igitur δ ipſum β metitur. Similiter quo q; oſtendemus, q, & ſi δ ipſum β nõ metiatur, metietur et α. Igitur δ, unũ ipſorũ α δ metitur: quod erat demonſtrandũ. Euclid.ex Zãb. Theor.31. Poposit.33.

Omnis compoſitus numerus, ſub alicuius primi numeri dimen- 33
ſionem cadit.

THEON ex Zamb. *Sit compoſitus numerus α. Dico q, α ſub alicuius primi numeri dimenſionem cadit. Quoniam enim α compoſitus eſt, metietur eũ aliquis numerus (per 14 diffinitionẽ ſeptimi) metiatur & eſto β, & ſi β primus eſt, manifeſtum iam eſt quòd quærimus* γ...
(per eandem.) Si aũt cõpoſitus, metietur eũ aliquis numerus (per β.....
eandem) metiatur, & eſto γ. Et quoniã γ ipſum β metitur, & β α.....
ipſum α metitur, et γ igitur ipſum α metitur: & ſi quidẽ γ primus eſt, manifeſtũ iã eſt id quod quæritur. Si aũt cõpoſitus eũ aliquis numerus metietur: tali uerò facta cõſideratione, ſumetur aliquis numerus primus qui metietur præcedẽtem, qui & ipſum α metietur. Si aũt nõ ſumetur, metientur ipſum α numerũ infiniti numeri, quorũ alter altero minor eſt, quod eſt impoßibile in numeris. Sumetur igitur aliquis primus nume-

rus qui

rus qui metietur præcedentem, qui & ipſum α metietur. Omnem igitur compoſitum numerum, primus aliquis numerus dimetitur: quod oportuit demonſtraſſe.

ALITER. *Sit cõpoſitus numerus α. Dico quòd eum aliquis primus numerus metitur. Quoniã compoſitus eſt ipſe α, metietur eum aliquis numerus (per 14. diffinitionem ſeptimi) & ſit minimus metientium eum β. Dico quòd β primus eſt. Si autem β, primus non eſt, metietur igitur eum aliquis numerus. Cadat ſub dimenſionem ipſius γ. igitur γ ipſo δ minor eſt: & quoniam γ ipſum δ metitur, & β ipſum α metitur, & γ igitur ipſum α metitur, minor exiſtens ipſo, β ipſum α metientium minimo, quod abſurdum eſt. Igitur β non eſt compoſitus, ſed primus.*

α .....
β ...
γ ..

Euclid. ex Zamb. Theorema 32. Propoſitio 34.

34 Omnis numerus aut primus eſt, aut eum aliquis primus metitur.

THEON ex Zamb. *Sit numerus α. Dico quòd α, aut eſt primus, aut eum aliquis numerus primus metitur. Si quidem primus eſt α, factum iam eſt id quod quæritur. Si autem compoſitus, eum aliquis numerus primus metietur (per 33 ſeptimi) Omnis igitur numerus, aut primus eſt, aut eum aliquis primus numerus metitur: quod oportuit demonſtraſſe.*

α...
α.....

Euclid. ex Camp. Propoſitio 34.

34  Vmeros ſecundum proportionem numerorum aſsignatorum minimos inuenire.

CORRELARIVM.

Vnde manifeſtum eſt, maximum numerum duos communiter numerantem, ſecundum minimos illius proportionis eos numerare.

CAMPANVS. Sint a & b numeri propoſiti, ſecundum quorum proportionem uolumus inuenire minimos: ſi ergo fuerint contra ſe primi, ſunt quales inquirimus, per 23. ſi autem compoſiti, ſumatur (ut docet ſecunda) maximus eos communiter numerans qui ſit c, numeretq; eos ſecundum d & e, erũtq; in eadem proportione per 18, quos dico eſſe quales quærimus. Sin autem, ſint f & g, qui per 21 numerabunt a & b æqualiter: ſit igitur ut ſecundum h, eritq; per ſecundam partem 20 c ad h ſicut f ad d, uel ſicut g ad e: quare c eſt minor h, itaq; cum h numeret a & b, non fuit c maxima eos numerans, ſed erat poſitum quòd ſic: ergo contra hypotheſim.

a ..... b .....
c ..
d .. e ....
f .. g ...
h .....

CAMPANI *additio.*

Numeros ſecũdum continuitatem proportionum numerorum aſsignatorum minimos reperire.

CORRELARIVM.

Vnde etiam manifeſtum eſt, maximum numerũ quotlibet communiter numerantem, ſecundum minimos proportionum eorum eos numerare.

Vt ſi ſint a b c, ſecũdum quorum proportiones uolumus minimos inuenire, ſiue fuerint in eadem proportione, ſiue in diuerſis, ſi nullus numerus numerat eos omnes, ipſi ſunt quos quærimus, per 23. hoc enim ibi demonſtratum eſt. Si autem unus numerat omnes, ſumatur ut docet tertia, maximus eos communiter numerans qui ſit d, numeretq; eos ſecundum e f g, qui erunt in eadem proportione per 18, dico eos eſſe quos quærimus, alioqui ſint h k l, qui per 21 numerabunt a b c, æqualiter, ſit ut ſecundum m, eritq; per ſecundam partem 20 d ad m, ut h ad e, uel k ad f, uel l ad g. Minor eſt igitur d quàm m, quare cum m numeret a b c, non fuit d maximus eos numerans, quare ſequitur impoſsibile: fuit enim d, maximus numerans a b c.

a ..... b ..... c .....
d ..
e ... f .... g .....
h .. k ... l .....

Euclid. ex Zamb. Problema 33. Propoſitio 35.

35 Numeris datis quotcunque, inuenire minimos eaſdem rationes habentium eis.

THEON ex Zamb. *Sint dati quotcunq; numeri α β γ. Oportet iam inuenire minimos eaſdem rationes habentium eiſdem α β γ. Ipſi enim α β γ, aut primi adinuicem ſunt, aut non. Si quidem ipſi α β γ, primi ſunt adinuicem, minimi ſunt eandem rationem habentium eis (per 23 ſeptimi) Si autem non ſumatur (per 3 ſeptimi) ipſorum α β γ, maxima communis dimenſio Δ, & quoties Δ unumquẽq; ipſorum α β γ metitur, tot unitates ſint in unoquoq; ipſorum ε ζ η, & unuſquiſq; igitur ipſorum ε ζ η, unumquenq; ipſorum α β γ, metitur per eas quæ in ipſo Δ ſunt unitates. Igitur ipſi ε ζ η, ipſos α β γ: æquè metiuntur. Igitur (per 18 ſeptimi) ipſi ε ζ η, ipſis α δ γ, in eadẽ ſunt ratione. Dico iam q, et minimi. Si enim ipſi ε ζ η, nõ ſunt minimi eãdem rationem habentium eiſdem α δ γ: erũt aliqui numeri ipſis ε ζ η, minores in eadem ratione exiſtentes ipſis α β γ. Sint θ κ λ, æquè igitur θ metitur ipſum α, & uterq; ipſorum κ λ, utrunq; ipſorum β γ. Quoties autem θ ipſum α metitur, tot unitates ſint in ipſo & μ, uterq; igitur (per 21 ſeptimi) ipſorum κ λ, utrunq; ipſorum δ γ metitur per eas quæ in μ ſunt unitates. Et quoniam θ ipſum α metitur per eas quæ in μ ſunt unitates, & μ igitur ipſum α metitur per eas quæ in θ ſunt unitates. Id propterea μ utrunq; ipſorum β γ, metitur per eas quæ in utrunque ipſorũ κ λ ſunt unitates. Igitur μ, ipſos α β γ, metitur. Et quoniam θ ipſum α metitur per eas quæ in μ ſunt unitates, igitur θ ipſum μ multiplicans, ipſum α fecit. Id propterea & ε, ipſum Δ multiplicans, ipſum effecit α. Aequalis igitur eſt qui ex θ μ (per 16 ſeptimi) Eſt igitur (per 19 ſeptimi) ſicut ε ad θ, ſic eſt μ ad Δ, maior autẽ eſt ε, ipſo θ: maior igitur eſt et μ ipſo Δ, & metitur ipſos α β γ, quod eſt impoſsibile. Supponitur nanq; Δ, ipſorum α δ γ, maxima communis dimenſio. Igitur non erunt aliqui numeri, minores ipſis ε ζ η, in eadem exiſtentes ratione ipſis α β γ. Igitur ε ζ η, minimi ſunt eandem rationem habentium ipſis α β γ: quod feciſſe oportuit.*

α .....
β .....
γ .....
Δ ..
ε ...
ζ ....
η .....
θ ...
κ ...
λ ....
μ ...

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 35.*

QVilibet duo numeri minimos numeros, ſuæ proportionis maior minorem, & minor maiorem multiplicantes, minimum ab ipſis numeratum producunt. 35

CORRELARIVM.

Vnde manifeſtum eſt minimum, quem duo numerant, quemlibet ab eis numeratum numerare.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, minimiq; in eorũ proportione c & d, eritq; per primã partem 20, ut ex a in d, & b in c, fiat idem numerus qui ſit e: quem dico eſſe minimũ numeratum ab a & b, aliter enim, ſit f, quem numerent a & b ſecundum g & h, eritq; per ſecundam partem 20, h ad g ſicut a ad b, & ſicut c ad d, & per 18 erit c ad h, ſicut e ad f, cum itaque per 21 c numeret h, e numerabit f, maior minorem, quia ergo hoc eſt impoſsibile, conſtat uerum eſſe quod dicitur.

a .... b .....
c .. d ...
e .....
f .....
g ... h .....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 36.*

PRopoſitis quotlibet numeris minimum ab eis numeratum reperire. 36

CORRELARIVM.

Manifeſtum etiam ex hoc eſt, minimum numerum quem quotlibet numerãt, quemlibet ab eis numeratum numerare.

CAMPANVS. Sint propoſiti numeri a b c d. Volo inuenire minimũ numerũ numeratum ab eis. Inuenio itaq; primo minimũ numeratum ab a & b: quod ſi a numerat b, nõ erit alius quàm b: ſi autẽ non numerat eũ, nec econuerſo, ſi ipſi ſunt cõtra ſe primi, ex uno in alterũ prouenit, erit minimus per 23, & prçmiſſam.

a ....
b .....
c ..
d ...
e .....
f .....
g .....
h .....

Quòd ſi ſunt communicantes, ſumantur minimi eorũ proportione, ut docet 34. & maiore in minorem eorũ multiplicato, prouenier e, qui erit minimus numeratus ab eis per præmiſſam. Simili quoq; modo inueniatur minimus numeratus ab e & c, qui ſit f, eritq; f minimus numeratus ab a b c, ſed & minimus quem numerant f & d, ſit g, eritq; g minimus: quẽ numerãt numeri propoſiti. quòd enim omnes ipſum numerent, patet per conceptionem: ſed ſi nõ eſt minimus, ponatur

ergo

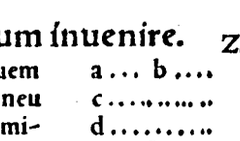
ergo h quem quia numerant a & b, numerabit etiam ipſum e, per correlariũ præmiſſę: per idem quoq; correlariũ, numerabit ipſum f, ſed & g maior itaq; numerat minorẽ: quod eſt impoſsibile.

CAMPANI *additio.*

Hæc & præmiſſa proponuntur in alio loco ſub tribus concluſionibus, quarum prima ęquiua let præmiſſę, ſecunda componitur ex correlarijs ambobus, tertia proponit de tribus quod hæc de quotlibet numeris. Eſt itaq; prima.

Datis duobus numeris, minimum ab eis numeratum inuenire. *Zamb. 35.*

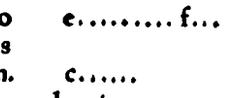
Dati numeri ſint a & b, quorum minor ſi numerat maiorẽ, eſt maior quem quęrimus, alioqui maiorem eorum numeraret minorem ſe. Si autẽ neuter neutrũ numeret, ſi ipſi ſunt contra ſe primi, erit qui ex a in b prouenit (qui ſit c) minimus omnium quem numerant a & b. Nam ſi minorem eo numerauerint, eſto d, quem numerent ſecundum e & f, eritq; per ſecundam partem 20 a ad b, ſicut f ad e: & quia a & b ſunt ſuæ proportionis minimi per 23, numerabit a f, per 21, & quia per 18 eſt c ad d ſicut a ad f, nam ex b in a & f fiunt c & d, ſequitur c numerare d, ſed erat d minor c, quare impoſsibile. Si autem a & b ſint communicantes, negociare propoſitum ut in 35.



Secunda trium concluſionum ex ambobus correlarijs eſt confecta.

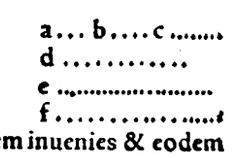
Si plures numeri numerum unum numerent, neceſſe eſt ut minimus quem numerant, eundem numerum numeret. *Zamb. 37*

Vt ſi ſit quilibet numerus quem numerat a & b, d: minimusq; ab eiſdem numeratus c, erit ut c numeret d, cum enim ſit d maior c, ſi c cũ numerat ipſum, numerabit tamen aliquid eius, ſitq; plurimum quod numerat e, & reſiduum ſit f, eritq; f minus c, quia igitur a & b numerant c, numerabunt per communem ſcientiam & e, ſed numerabunt d, itaq; per aliam communem ſcientiam numerabunt f: inconueniens ergo ſequitur, quòd c non fuit minimus quem numerant a & b. Idem quod conuinces & eodẽ modo de quolibet numerato à quotlibet plurimis, ſcilicet quod minimus ab illis quotlibet pluribus numeratus eundẽ numeret. Vltima triũ cõcluſionum.



Propoſitis tribus numeris, minimum numerorum ab eis numeratorum inuenire. *Zamb. 38*

Tres numeri propoſiti ſunt a b c, minimusq; quem numerãt a & b ſit d, qui ſumetur ut prima trium concluſionum docet. Sic igitur c numerat d, ſcito d eſſe quem quęrimus. Si enim a b c, minorem eo numerant, ſit e, quem per præmiſſam concluſionem numerabit d, quod eſt impoſsibile. Si autem c non numerat d, ſumatur e minimus numeratus ab eis. Quòd autem e numeretur ab a b c, patet, quia c numerat ipſum, & d ſimiliter, ergo & a b, qui numerãt d, quare e numerabitur ab a b c. Eritq; e minimus quem numerant a b c. Sin autem, ſit f, quem per prędictam concluſionem numerabit d, ſed c numerat f, quia a b c, numerat eum: quare c d numerabunt eum: ideo per præmiſſam e numerabit eum, maior minorem: quod eſſe non poteſt. Idem inuenies & eodem modo, quotlibet propoſitis.



Duæ præcedẽtes ex Campano propoſitiones, 35 ſcilicet & 36, tribus ex Zamberto ſequentibus Euclidis propoſitionibus ſic rẽſpondent, ut correlarium 35 ex Campano, 37 ex Zamberto reſpõdeat; 36 autem ex Campano, ſit ad 36 & 38 ex Zamberto propoſitiones uniuerſales.

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 36.

36 Duobus numeris datis, inuenire quem minimum metiuntur numerum.

THEON *ex Zamb. Sint dati bini numeri α β, oportet iam inuenire quem minimum numerum metiuntur. Ipſi α β certè aut primi ſunt adinuicem, aut non. Sint prius α β, primi adinuicẽ, & α, ipſum β multiplicãs, efficiat ipſum γ, & β igitur ipſum α multiplicans, ipſum effecit γ (per 16 ſeptimi) igitur ipſi α β ipſum γ metiuntur. Dico iam quòd & minimum. Si autem non, ipſi numeri α β, metiuntur aliquẽ numerum minorem exiſtentem γ, metiantur & eſto δ, & quoties α, ipſum Δ metitur, tot unitates ſint in ε, quoties autem β, ipſum γ metitur, tot unitates ſint in ζ. Igitur α, ipſum ε multiplicans, effecit ipſum δ, & β multiplicans ipſum γ, effecit ipſum δ, æqualis igitur eſt qui ex α ε, ei qui ex β ζ: eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut α ad*

β,ſic eſt ζ ad ε,ipſi autem α β,ſunt primi,primi autẽ (per 23 ſeptimi) & minimi,mini mi uerò metiuntur eandẽ rationẽ habentes æqualiter: maior maiorem,& minor minorem. Igitur (per 21 ſeptimi) β metitur ipſum ε,ſequens uidelicet ſequentẽ. Et quoniam α ipſos β, ε, multiplicans ipſos γ Δ, fecit: eſt igitur (per 19 ſeptimi) ſicut β ad ε,ſic γ ad Δ. At β,ipſum ε metitur,metitur ergo & γ, ipſum Δ, maior minorem, quod eſt impoßibile. Igitur ipſi α β,non metiuntur aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo γ,quando ipſi α β,primi adinuicem fuerint. Igitur γ,minimus eſt,qui ſub ipſorum α β,dimenſionem cadit. Non ſint primi ipſi β adinuicem,& ſumãtur (per 35 ſeptimi) minimi numeri eandem rationem habentium ipſi α β,ſint ζ η; ſit η ε,æqualis igitur eſt qui ex α ζ,ei qui ex β ε (per 19 ſeptimi) & α ipſum ε multiplicans, efficiat ipſum γ, & β,igitur ipſum α multiplicans effecit ipſum γ. Igitur α β,ipſum γ,metiuntur. Dico iam quòd & minimum, ſi non,metiuntur ipſi numeri α β,aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo γ, metiantur & eſto Δ, & quoties quidem α,ipſum Δ,metitur, tot unitates ſint in ϰ. Quoties autem β, ipſum Δ,metitur, tot unitates ſint in θ α,igitur ϰ multiplicans effecit ipſum Δ,ipſe β uerò ipſum θ, multiplicans, effecit ipſum Δ, æqualis igitur eſt qui ex α ϰ,ei qui ex β θ. Eſt igitur (per 19 ſeptimi) ſicut α,ad β,ſic eſt θ,ad ϰ. Sicut autem α ad β,ſic ζ ad ε,& (per 11 quinti) igitur ſicut ζ,ad ε,ſic θ ad ϰ,ipſi autem ζ ε:minimi uerò eandem rationem habentes æquè metiuntur: maior maiorem,& minor minorẽ (per 21 ſeptimi) igitur ε,ipſum ϰ metitur,& quoniam α,ipſos ε ζ multiplicans, ipſos fecit γ Δ,eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut ε ad ϰ,ſic eſt γ,ad Δ. At ε, ipſum ϰ metitur,& γ igitur ipſum Δ metitur maior minorem, quod eſt impoßibile. Ipſi igitur α β,non metientur aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo γ. Igitur γ,minimus exiſtens, ſub ipſorum α β,dimenſionem cadit: quod oportuit facere.

α... β....
γ.....
Δ.....
ε....
ζ.....
η.....
ζ.. α....
ε... β.....
γ.....
Δ.....
ε..
θ...

Euclid. ex Zamb. Theorema 33. Propoſitio 37.

Si bini numeri numerum aliquem menſi fuerint, & minimus qui ſub eorum dimenſionem cadit, eundem metietur. 37

THEON ex Zamb. Bini enim numeri α β,numerum aliquem γ Δ metiãtur,minimus uerò ſit ε. Dico quòd ε quoq; ipſum γ Δ,metitur. Si autem ε,ipſum γ Δ, non metitur ipſum Δ ζ,metiens ipſe ε,relinquat ſeipſo minorem,hoc eſt γ ζ,& quoniam ipſi α β, ipſam ε metiuntur,at ε,ipſum η ζ,& ipſi α β, igitur ipſum Δ ζ,metientur,metiũtur autem & totum γ Δ,& reliquum igitur γ ζ,metiẽtur minorem exiſtẽtem ipſo γ,quod eſt impoßibile. Haud igitur non metitur ε,ipſum γ Δ,metitur ergo: quod erat demonſtrandum.

α..
β...
ε.....
γ.....ζ.....Δ

Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 38.

Tribus numeris datis, inuenire quẽ minimum numerũ metiũtur. 38

THEON ex Zamb. Sint dati numeri α β γ, oportet iam inuenire, quẽ minimũ numerum metiuntur. Suſcipiatur enim (per 36 ſeptimi) minimus numerus Δ, qui ſub ipſorum α β dimenſionem cadat. Iam γ, ipſum Δ, aut metitur, aut non metitur, metiatur prius, metiuntur autem & ipſi α β ipſum γ. Igitur ipſi α β γ, ipſum Δ metiuntur. Dico quòd & minimum. Si autem non: ipſi α β γ, numeri metientur numerum minorẽ ipſo Δ, metiãtur ε. Quoniam ipſi α β γ, ipſum ε metiuntur, igitur & α β, ipſum ε metiũtur, & minimus igitur quẽ ipſi α β metiũtur, metietur ipſum ε, per 37 ſeptimi. At minimus quem ipſi α β metiuntur, eſt Δ. Igitur Δ, ipſum ε metietur, maior minorem, quod eſt impoßibile. Ipſi α β γ, igitur nõ metiẽtur numerum aliquem minorem exiſtentem ipſo Δ. Igitur ipſi α β γ, minimũ Δ, metiuntur. Non metiatur rurſus γ, ipſum Δ, & ſuſcipiatur (per 36 ſeptimi) minimus numerus ε, quem metiãtur ipſi γ Δ. Quoniã α β, ipſum Δ, metiuntur, at Δ ipſum ε metitur, & α β ipſum ε, igitur metiũtur: metitur autem & γ, ipſum ε, igitur ipſi α β γ, ipſum ε, metiuntur. Dico quòd & minimum, ſi autem non ipſi α β γ, metiuntur aliquẽ numerum minorem exiſtentem ipſo ε, metiantur ζ. Quoniã ipſi α β γ, ipſum ζ, metiuntur, & ipſi α β igitur ipſum ζ metiuntur, & minimus igitur quem α β, metiuntur, ipſum ζ, metietur (per 37 ſeptimi) minimus autem quem ipſi α β metiũtur eſt Δ. Igitur Δ ipſum ζ, metitur autem & γ, ipſum ζ. Igitur ipſi Δ γ ipſum ζ metiũtur, quare (per eandem) & minimus quem ipſi γ Δ, metiuntur, ipſum ζ, metietur. At minimus quem ipſi γ Δ, metiuntur eſt ε. Igitur ε ipſum ζ metitur, maior minorẽ, quod eſt impoßibile. Ipſi α β γ, igitur non metiuntur aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo ε. Igitur ε minimus eſt, quem ipſi α β γ metiuntur: quod oportebat facere.

α...
β.....
γ.....
Δ.....
ε.....
ζ.....

Euclid.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 37.

37 SI numerus aliquis alium numerum numeret, erit in numerato pars à numerante denominata.

CAMPANVS. Huius ſenſus eſt quòd omnis numerus numeratus à ternario, habet tertiam, & numeratus à quinario habet quintã: ſicq; de cæteris, ut ſi b numeret a, erit in a pars denominata a b: numeret enim ipſum, quoties unitas in c, eritq; per 16 ut c quoque toties numeret a, quoties unitas in b, quare tota pars eſt c a, quota unitas b: & quia unitas eſt pars omnis numeri ab ipſo denominata per communem ſcientiam, erit c pars a, denominata a b: quod eſt propoſitum.

unitas .
c... c..
a.....

Euclid. ex Zamb. Theorema 34. Propoſitio 39.

39 Si numerum aliquis numerus metiatur, menſus cognominatam partem habebit metienti.

THEON ex Zamb. *Numerum enim α, numerus aliquis β, metiatur. Dico quòd α, cognominatã partem habet ipſi β. Quoties enim β, ipſum α metitur, tot unitates ſunt in γ. Quoniam δ, ipſum α, metitur per eas quæ in γ ſunt unitates, metitur autem & δ, unitas ipſum γ, per eas quæ in eo ſunt unitates, æquè igitur (per 15 ſeptimi) δ unitas ipſum γ, numerum metitur, & δ, ipſum α. Viciſſim igitur (per eandẽ) æquè δ unitas ipſum β metitur numerum, metitur uerò & γ, ipſum α. Qualitatis igitur pars eſt δ, unitas ipſius β numeri, talis pars eſt & γ, ipſius α. At δ unitas, pars eſt ipſius δ ci cognominata, & γ igitur ipſius α, pars eſt cognominata ipſi β. Quare α, partem habet γ cognominatam ipſi β: quod erat demonſtrandum.*

α .....
β ....
γ ...
δ .

Euclid. ex Camp. Propoſitio 38.

38 SI numerus aliquis partem quotamcunq; habeat, numerabit ipſum numerus ad illam partem dictus.

CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa præmiſſę: cuius eſt intentio, quòd omnis numerus habẽs tertiam, numeratur à ternario, & habens quintam, à quinario, ſicq; de cęteris, ut ſi b ſit pars a denominata a c, ſequitur ut c numeret a, quia enim b eſt pars à denominata a c, ſed & unitas eſt pars c denominata ab ipſo c per conceptionem, ſequitur ut quoties unitas numerat c, toties b numeret a, itaq; per 16 quoties unitas b, toties c numerat a, quare conſtat propoſitum. Aliter idem. Cum ſit b pars a, ſit tota unitas c, eritq; per hãc cõmunem ſcientiam, unitatem eſſe partẽ omnis numeri ab ipſo denominatam c, denominans b in a: & quia eſt b in a quoties unitas in c, euidenter ſequitur propoſitum per 16.

unitas .
b.. c..
a.....

Euclid. ex Zamb. Theorema 35. Propoſitio 40.

40 Si numerus partem habuerit quamlibet, eum numerus cognominatus parti, metietur.

THEON ex Zamb. *Numerus inquam α, partem habeat quamlibet β, & ipſi β, parti cognominatus ſit numerus γ. Dico quòd γ, ipſum α metitur. Quoniam enim β, ipſius α pars eſt cognominata ipſi γ, eſt autem & δ unitas ipſius γ, pars cognominata ei: qualis igitur pars eſt δ, unitas ipſius γ, numeri: talis pars eſt & β ipſius α, æquè igitur δ unitas ipſum γ numerum metitur: & β, ipſum α. Viciſſim igitur (per 15 ſeptimi) æquè δ, unitas ipſum β numerum metitur & γ ipſum α, & γ igitur ipſum α metitur: quod erat demonſtrandum.*

α .....
β ....
γ ..
δ.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 39.

39 NVmerorum minimum, propoſitarũ denominationum habentem partes inuenire.

CORRELARIVM.

Ex q̃ manifeſtũ eſt q̃ minimus numerus numeratus à q̃tlibet, eſt minimus, habẽs partes denominatas ipſis.

CAMPANVS. Sint a b c d, denominantes partes propoſitas, & e minimus numeratus ab eis

ſumptus ſecundum 36. Ipſum e dico eſſe quẽ quærimus. Sint enim ſecundũ quos numerant ipſum f g h k, eritq; per 16 & hanc communem ſcientiam, unitas eſt pars omnis numeri ab ipſo dicta, ut uiceuerſa f g h k, numerent e ſecundum a b c d, quare ſunt partes eius ab illis dictæ: eſt igitur e habẽs partes propoſitarum denominationum. Minimus etiam, quoniam ſi alter fuerit ut l, ſint partes l dictæ ab eis m n p q, eruntq; per 16 & prædictam communem ſcientiam a b c d, uiceuerſa partes l dictæ ab m n p q, quare non erat e minimus quem numerant, a b c d: quod eſt inconueniens.

e .....
a .. f .....
b ... g ....
c .... h ...
d ..... k ..

CAMPANI *annotatio.* Habito minimo, ſi cura eſt habere ſecũdũ, aut quotũcũq; liber, ſi ſecundũ quidẽ, ſume duplũ minimi, ſi tertiũ, triplum, & ad hunc modũ in alijs. Cum enim omnis multiplex ipſius e numeretur ab a b c d, per hanc communem ſcientiam omnis numerus numerans alium, numerat omnẽ numeratũ ab illo: neceſſe eſt per 37 ut omnis multiplex e habeat partes denominatas ab a b c d, ſi itaq; duplus e, non fuerit ſecundus habens partes propoſitarum denominationũ, erit alius, quem ſicut ſequitur eſſe maiorem e, ſic ſequitur eſſe minorẽ duplo, & quia illum numerant a b c d, per 38, ſequitur per correlarium 36 quòd e numeret eũdem, quod eſt impoſsibile: cum enim numeret ſe, numeraret per hanc cõmunem ſcientiam, omnis numerus numerans totum & detractum, numerat reſiduũ, differentiam illius ad ſe, quę cum ſit minor eo, maior numerus numeraret minorẽ, quod eſſe non poteſt. Sequitur itaq; duplum e, eſſe ſecundũ numerum habentem propoſitarum denominationum partes. Similiter quoq; argues triplũ e eſſe tertium, probato duplo eſſe ſecũdum, alioqui quia eſſet triplo minor & duplo maior, ſequeretur e numerare aliquem inter ipſius duplum & triplum, quod ut prius patet, eſt impoſsibile: probato autem triplo eſſe tertium, ad huius ſimilitudinem probabis quadruplum eſſe quartum: & ſic in cæteris.

l .....
m .....
n .....
p .....
q ...

CAMPANI *additiones.*

Minimum numerum habentem partes propoſitarum denominationum ſumptarum continuè, reperire.

Vt minimum numerum habentem ſecundam, quæ ſecunda habeat tertiam, quæ etiam tertia habeat quartã, aut qualitercunq; contingat eas ab eiſdem uel diuerſis denominari. Multiplicare oportet denominatorẽ primæ partis in denominatorẽ ſecundę, & ex eis productũ in denominatorẽ tertiæ, productum quoq; in denominatorẽ quartæ, ſicq; de cęteris uſq; ad ultimam à prima uel uſq; ad primam ab ultima: & qui prouenerit, erit qui inquiritur, ut propoſito 60 uel 84. Hoc autẽ ita eſſe demonſtratiuè ſic habeto. Sint numeri partes propoſitas denominantes a b c, uolumus inuenire minimum numerum qui habeat partem denominatam ab a, ita quòd illa pars habeat partem denominatam a b, ſed & hæc aliam dictam a c. Ducatur itaq; c in b, & prouenuiat e, & e in a, & proueniat f, eũ dico eſſe quem quęrimus. Cum enim f proueniat ex a in e, erit e pars f dicta ab a, ſed & propter hoc erit e pars e dicta a b, & quia unitas eſt pars c dicta ab ipſo c, patet f habere partes ut proponitur. Si ergo f non fuerit minimus, ſit g, ſitq; h pars eius dicta ab a, & k pars h dicta a b, & quoq; pars k dicta a c, eritq; per 18, f ad g, ut e ad h, & e ad h, ut c ad k. itemq; c ad k, ut unitas ad l, quare permutatim f ad e, ut g ad h, & e ad c, ut h ad k, & c ad unitatem ut k ad l. ergo per 15. erit in proportione æqualitatis f ad unitatem, ut g ad l, ergo permutatim erit f ad g, unitas ad l, quare cum g ſit minor f, erit l minor unitate, ſequitur igitur impoſsibile partem numeri, minorem eſſe unitate: erit itaq; f minimus, habens partes ut proponitur. Quo inuento ſi cura fuerit habere ſecundũ aut quotũcunq; libet, per minimi multiplices (ut prius dictum eſt) ſumendi erunt. hoc autem 39 proponitur in alio ſecundum hunc modum.

f .....
e ....
c .... c ... a..
unitas
g .....
h .....
k .....
l ..

Propoſitis partibus quotiſcunquelibet, minimum numerum eas continentium inuenire.

Vt ſi partes propoſitæ ſint a b c, ſintq; eas denominantes d e f, & ſumatur minimus quem numerãt d e f, qui ſit g, hunc dico eſſe quem quærimus, erunt enim in eo propoſitæ partes per 37, qui ſi non fuerit minimus eas continens: ſit ergo h, quem numerabunt d e f, per 38, igitur non erit g minimus numeratus ab eis. quod eſt incõueniens, quia minimus erat.

a tertia d ..
b quinta e ....
c ſexta f .....
g ....
h .....

CAMPANI *annotatio.* Intelligo uero partes a b c, indeterminatè poni, non ſub quantitate certa: aliter enim non eſſet neceſſarium, ut minimus numerus, quem numerant d e f, eſſet

eſſet minimus contines partes propoſitas, plurimas enim contingit partes reperire, quas numerus numeratus ab eorum denominatoribus non continet: uerbi gratia, Tres numeri qui ſunt 120, 90 & 702, ſunt eiuſdē numeri partes, primus quidem tertia, ſecundus uerò quarta, & tertius quinta, nec tamen minimus quem numerant denominatores eorum qui eſt 60: partes iſtas continet. Inſtandum igitur eſt (ſi partes ſub certa quantitate ponantur) primæ conſequentiæ huius demonſtrationis. Non enim ſequitur ut arguit per 37 ſi ternarius hunc numerat, ergo hic numerus poſitus eſt eius tertia, ſed ergo habet tertiam, quapropter idem eſt quod proponitur ſecundum utrunq; modum, ſed ſecūdum primum, conuenientius uidetur quod intenditur proponi. Attendere autē oportet cùm omnis pars habeat quantitatē, quod in eo contingit ponere quotlibet & quaslibet partes ſecundum quantitatem, & inquirere quis minimus eas continet, & ſub quibus denominationibus. Minimum autem eas continentem conſtat eſſe minimum numeratum ab eis, ſecūdum quos uerò numerat, ſunt qui illas in illo denominant. Cōtingit iterum ponere quotlibet & quaslibet denominationes, & inquirere in quo minimo hæ denominationes reperiuntur & ſecundum quas quantitates. Minimum quoq; conſtat eſſe minimum numeratum ab illis, ſecundum quos uerò numerant, ſunt qui quantitates determinant, utrobiq; autem idcirco inquiritur minimus, quia infiniti ſunt hinc quidem qui has partes cōtinent: inde uerò in quibus hæ denominationes reperiuntur. Contingit rurſus ponere quotlibet partes & totidem denominationes uel quotlibet denominationes & totidem partes, non autem quaslibet cum quibuslibet: ſed certas cum certis. Si enim ponam partes tres, quatuor, quinq;, & denominationes earum 6, 7, 8, & inquiram quis numerus continet has partes ſub iſtis denominationibus: ſimilis ero inquiſitori uano quærenti impoſsibile. Certas igitur conuenit ponere partes cum denominationibus certis & non ut contingit, & inquirere quis numerus poſitas partes ſub poſitis denominationibus continet, non autem quos minimus, unicus enim eſt: nam ſiue propoſita fuerit una pars & una denominatio, ſiue plures & plures, non erit ſumere plures numeros quod propoſitum erit continentes. Solus enim eſt cuius ternarius eſt quinta: non plures. Solus quoq; cuius ternarius octaua, & ſenarius quarta, non plures. Ideoq; proponentem partes & denominationes ipſarum in toto, non eſt quærere quis minimus continet has partes ſub iſtis denominationibus: ſed quis unus continet, proponentem autē partes tantum, contingit quærere quis minimas continet & à quibus in eo denominantur: ſolas quoq; proponentem denominationes, conuenit quærere quæ partes ab illis dictæ & in quo minimo reperiuntur. Conuenientius autē uidetur partes per denominationes inquirere, quàm denominationes per partes, diuerſitatem quidem denominationum: non partium, comitatur proportionum diuerſitas.

Euclid. ex Zamb. *Problema 6.* *Propoſitio 41.*

Numerum inuenire, qui minimus exiſtens habeat datas partes.

14 THEON *ex Zamb. Sint datæ partes α, β, γ, oportet iam numerum inuenire, qui minimus exiſtens habeat ipſas α, β, γ, partes. Sint (per 39 ſeptimi) ipſæ α, β, γ, partes cognominatæ numeris δ, ε, ζ, & ſumatur (per 38 ſeptimi) η, minimus numerus, quem δ, ε, ζ, metiuntur. Quoniā igitur ipſi δ, ε, ζ, metiuntur η, cognominatam partem habet η, ipſis δ, ε, ζ, (per 39 ſeptimi.) Ipſis autem δ, ε, ζ, cognominatæ partes ſunt α, β, γ. Igitur η, habet partes α, β, γ. Dico quòd & minimus exiſtens. Si autem η, non exiſtat minimus habens ipſas α, β, γ, partes: erit aliquis numerus minor ipſo η, qui habebit ipſas partes α, β, γ. Sit (per 40 ſeptimi) θ, quoniam θ, habet ipſas partes α, β, γ, igitur numeri cognominati partibus α, β, γ, metientur ipſum θ, partibus autē α β γ, numeri δ, ε, ζ, cognominatæ ſunt. Igitur ipſi δ, ε, ζ, ipſum θ metiētur, qui minor eſt ipſo η. Quod eſt impoßibile. Non erit igitur aliquis numerus minor ipſo η, qui habeat ipſas α, β, γ, partes: quod oportebat demonſtrare.*

a ſecunda d..
b tertia e....
c quarta f.....
g.....
h.....

SEPTIMI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEMENTORVM *Liber octauus.*

Ex Campano. Diffinitiones.



Atera numerorum dicuntur, quorum multiplicatione numeri producuntur. 2 Superficialis appellatur numerus, qui ſub duobus lateribus continetur. 3 Solidus uerò qui ſub tribus, ex quorum continua multiplicatione habet procreari. 4 Quadratus, eſt numerus ſuperficialis, æqualibus lateribus conſiſtens. 5 Cubus, eſt ſolidus æqualibus conſiſtens lateribus. 6 Similes dicuntur numeri ſuperficiales ſiue ſolidi, quorum latera ſunt proportionalia.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*



I numerorũ quotlibet continuæ proportionalitatis duo extremi fuerint cõtra ſe primi, eos omnes ſecundum ſuã proportionem minimos eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. *Sint continuè proportionales, a, b, c, duoq; extremi qui ſunt a, c, ſint contra ſe primi, dico quòd in eadem proportione non reperientur totidẽ minores. Si autem contingit, ſint d, e, f, eritq; per 15 ſeptimi, a ad c, ſicut d ad f, & quia a & c ſunt minimi in ſua proportione per 23 eiuſdem, ſequitur per 21 ut a numeret d, & c, f, maiores ſcilicet minores, quod eſſe non poteſt.*

a....b.....c.....

d...e.....f.....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*



I fuerint quotcunq; numeri continuè proportionales, extremi uerò ipſorũ primi adinuicem fuerint, minimi ſunt eandem rationem habentium eis.

THEON *ex Zamb. Sint quotcunq; numeri continuè proportionales α, β, γ, δ, extremi autẽ ipſorũ hoc eſt α δ, primi ſint adinuicẽ. Dico quòd ipſi α, β, γ, δ, minimi ſunt eandem rationem habentium eis. Si autem non: ſint minores ipſis α, β, γ, δ, ipſi ε, ζ, η, θ, in eadem ratione exiſtentes eis. Et quoniam ipſi α, β, γ, δ, in eadem ſunt ratione ipſis ε, ζ, η, θ, & æqualis eſt multitudo ipſorum ε, ζ, η, θ, at α, δ, multitudini ipſorum α, β, γ, δ, æquè igitur eſt ſicut α ad δ, ſic ε, ad θ, primi ſunt adinuicem, primi uerò & minimi (per 14 ſeptimi) minimi autem numeri metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, antecedens antecedentem, & ſequens ſequentem (per 21 ſeptimi.) Metitur igitur α, ipſum ε, maior minorem, quod eſt impoſſibile. Igitur ipſi ε, ζ, η, θ, minores exiſtentes ipſis α, β, γ, δ, in eadem non ſunt ratione ipſis. Igitur α, β, γ, δ, minimi ſunt eandem rationem habentium eis: quod oportebat demonſtrare.*

α.....

β.....

γ.....

δ.....

ε.....

ζ.....

η.....

θ.....



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

Vmeros quotlibet continuæ proportionalitatis, ſecundum proportionem datam, minimos inuenire.

Vnde

CORRELARIVM.

Vnde manifeſtum erit, quòd ſi fuerint tres numeri continuæ proportionalitatis ſecundum eam minimi, duo extremi erunt quadrati: quod ſi fuerint quatuor, erunt extremi cubi.

CAMPANVS. Sint datæ proportionis minimi, a & b ducaturq; a in ſe, & fiat c, & in b, & fiat d, b, quoq; in ſe, & proueniat e, erũtq; c, d, e, cõtinuè proportionales in proportione a ad b, per 18 & 19 ſeptimi. Et quia c & e ſunt contra ſe primi per 28 eiuſdem, erunt c, d. e, ſecundum datam proportionem minimi, per præmiſſam. Ducatur iterum a in omnes illos, & proueniãt f, g, h, & b in e, & proueniat k, & erunt etiam f, g, h, k, cõtinuè proportionales in proportione a ad b, per 18 & 19 ſeptimi: minimi quoq; per 28 eiuſdem & præmiſſam. Hac uia & ratione inuenientur quinq;, uel ſex, uel quotlibet.

a..
b...
c....
d.....
e.....
f.....
g.....
h.....
k.....

Euclid. ex Zamb. *Problema 1.* *Propoſitio 2.*

Numeros inuenire continuè proportionales minimos, quotcunque imperauerit quiſpiam, in data ratione.

THEON ex Zamb. *Sit data ratio in minimis numeris, ipſius α ad β, oportet iam numeros inuenire continuè proportionales minimos quotcunq; imperauit quiſpiam in ipſius α ad β, ratione. Imperẽtur iam quatuor, & α, ſeipſum, multiplicans, efficiat γ, ipſum uerò β, multiplicans, efficiat ipſum δ: & inſuper δ, ſeipſum multiplicans, ipſum efficiat ε. Et inſuper α, ipſos γ, δ, ε, multiplicans, ipſos ζ, ϰ, θ, faciat, at β, ipſum ε, multiplicans efficiat ipſum ϰ. Et quoniam α, ſeipſum multiplicans ipſum effecit γ, ipſum autem δ, multiplicans fecit ipſum δ, numerus iam α, binos numeros α, δ, multiplicans effecit γ, δ. Eſt igitur (per decimam ſeptimam ſeptimi) ſicut α, ad β, ſic eſt γ, ad δ. Rurſus quoniã α, ipſum β, multiplicans ipſum δ, fecit, at β, ſeipſũ multiplicans ipſum fecit ε, uterque igitur ipſorum α, β. ipſum β, multiplicans effecit utrunque ipſorum δ ε. Eſt igitur (per decimamoctauam ſeptimi) ſicut α ad β, ſic eſt δ ad ε. Sed ſicut α ad β, ſic eſt γ ad δ, & ſicut igitur (per undecimam quinti) γ ad δ, ſic eſt δ ad ε. Et quoniam α, ipſos γ, δ, multiplicans ipſos ζ, ϰ, fecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad δ, ſic eſt ζ, ad ϰ. Sicut autem γ ad δ, ſic erat α ad β, & ſicut igitur (per undecimam quinti) α ad β, ſic eſt ζ ad ϰ. Rurſus quoniam α, ipſos δ, ε multiplicans, ipſos effecit ϰ, θ, eſt igitur (per eandem 17) ſicut δ ad ε, ſic eſt ϰ ad θ, ſed ſicut δ ad ε, ſic eſt α ad β, & ſicut igitur (per undecimam quinti) α ad β, ſic ϰ ad θ, & quoniam ipſi α, β, ipſum ε, multiplicantes, ipſos effecerunt θ, ϰ: eſt igitur (per decimamoctauam ſeptimi) ſicut α ad β, ſic θ ad ϰ: patuit autẽ quòd ſicut α ad β, ſic ζ, ad ϰ, & ϰ ad θ, & ſicut igitur (per undecimã quinti) ζ ad ϰ, & ϰ ad θ, ſic eſt θ ad ϰ. Igitur ipſi γ, δ, ε, & ζ, ϰ, θ, ϰ, proportionales ſunt in ipſius α ad β ratione. Dico quòd & minimi: quoniam enim ipſi α, β, minimi ſunt eandem rationem habentium cis, minimi autem eandem rationem habentium primi ſunt adinuicem (per 22 ſeptimi,) ipſi α, β, igitur primi ſunt adinuicem, & uterq; ipſorũ α, β, ſeipſum multiplicans, utrunq; ipſorum γ, ε, fecit: utrunq; autem ipſorum γ, ε, multiplicans, utrunq; ipſorum ζ, ϰ, fecit. Igitur (per 29 ſeptimi) ipſi γ, ε, & ζ, ϰ, primi ſunt adinuicem. Si autem fuerint quotlibet numeri continuè proportionales, extremi autem ipſorum primi adinuicem fuerint: minimi ſunt eandem rationem habentium cis (per primam octaui.) Ipſi γ, δ, ε, igitur & ζ, ϰ, θ, ϰ, minimi ſunt eandem rationem habentium ipſis α, β: quod oportuit feciſſe.*

PORISMA *ſiue correlarium. Proinde manifeſtum eſt quòd ſi tres numeri continuè proportionales minimi fuerint eandem rationem habentiũ eis, extremi eorũ quadrati ſunt: ſi autẽ quatuor, cubi.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

Si numeri quotlibet continuè proportionales ſecundũ ſuam propor-

proportionem fuerint minimi, duos eorum extremos contra ſe primos eſſe neceſſariò comprobatur.

CAMPANVS. Hęc tertia eſt conuerſa primæ. Sint enim a, b, c, d, continuè proportionales, & ſecundum ſuam proportionem minimi, dico quòd a & d extremi, erunt adinuicem primi, minimi enim in proportione a ad b, ſint e & f, eruntq; per 22 ſeptimi contra ſe primi, per hos ergo duos ſecundum doctrinam præmiſſæ inueniantur totidē continuè proportionales & minimi quot ſunt numeri propoſiti, primo quidē tres qui ſunt g h k, deinde quatuor qui ſunt l, m, n, p, & ad hunc modum continuè per additionem unius, quouſq; fiant tot quot ſunt numeri propoſiti, ut ſunt hic l, m, n, p: ſequitur ergo l, m, n, p, æquales eſſe a, b, c, d, eo quòd in eadem proportione ſunt utriq; minimi, & quia l & p ſunt contra ſe primi per 28 ſeptimi. erunt quoq; a & d illis æquales, contra ſeptimi, quod eſt propoſitum.

a.....
b.....
c.....
d.....
e..
f...
g....
h.....
k.....
l.....
m.....
n.....
p.....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propoſitio 3.* *Conuerſa primæ.*

Si fuerint quotcunq; numeri cōtinuè proportionales, minimi eandem rationē habentium eis, eorum extremi primi adinuicem erunt. 3

THEON *ex Zamb. Sint quotcunque numeri continuè proportionales, minimi eandem rationē habētiū eis, α, β, γ, δ. Dico quòd extremi eorū hoc eſt α, et δ, primi adinuicē ſunt. Sumantur enim (per 2 octaui uel 35 ſeptimi) bini numeri minimi in ipſorū α, β, γ, δ, ratione: hoc eſt ε, ζ. Tres aūt ν θ κ, et ſemp deinceps uno plus, quoad aſſumpta multitudo æqua ſit multitudini ipſorū α, β, γ, δ. Suſcipiātur ſintq; λ μ ν ξ. Igitur (per 29 ſeptimi) eorū extremi λ ξ, primi adinuicē ſunt. Quoniā enim ε ζ, primi ſunt, utercq; aūt eorū ſeipſū multiplicās utrunq; ipſorū ν, ν, fecit utrunque aūt ipſorū ν, ν, multiplicās utrunq; ipſorum λ, ξ, fecit igitur (per 29 ſeptimi) ipſi ν, θ, primi ſunt & λ ξ. Et quoniam ipſi α, β, γ, δ, minimi ſunt, eandem rationem habentium eis, ſunt autem & λ, μ, ν, ξ, minimi in eadem ratione exiſtentes ipſis α, β, γ, δ, & æqualis multitudo ipſorum α, β, γ, δ, multitudini ipſorum λ, μ, ν, ξ, unuſquiſq; igitur ipſorum α, β, γ, δ, unicuiq; ipſorum λ, μ, ν, ξ, eſt æqualis, æqualis igitur eſt α, ipſi λ, & δ ipſi ξ, & quoniam ipſi λ, ξ, primi adinuicem ſunt, æqualis autem eſt λ ipſi α, & ξ, ipſi δ, igitur & ipſi α, δ, primi ſunt adinuicem: quod demonſtraſſe oportuit.*

α.....
β.....
γ.....
δ.....
ε...
ζ....
ν.....
θ.....
κ.....
λ.....
μ.....
ν.....
ξ.....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

Similitudinem aſsignatarū proportionum in minimis numeris, ſecūdum ipſas proportiones continuatim proportionalibus inuenire. 4

CAMPANVS. Aſsignatæ proportiones in minimis terminis inueniantur, ut docet 34 ſeptimi, ſintq; prima inter a & b, ſecunda inter c & d, tertia inter e & f, ſic quoq; de pluribus ſi fuerint plures, uolo has proportiones in quatuor minimis numeris continuare. Sumo ergo g minimū quem numerant b & c, & quoties b numerat ipſum g, toties a numeret b, d quoque toties numeret k, quoties e g. Itaq; ſi e numerat k, ſit ut f numeret l, eruntq; h, g, k, l, quos quærimus: conſtat enim per 18 ſeptimi, quòd ſit h ad g, ſicut a ad b, & g ad k, ſicut c ad g, at k ad l, ſicut

a.....
b.....
c....
d...
e.....
f...
h.....
g.....
k.....
l.....
m.....
n.....
p.....
q.....

cut e ad f. Minimi quoq; nam ſi alij ſint minimi ut m n p q, oportebit per 21 ſeptimi, bis aſſumptam ut uterque duorum b & c numeret p, quare & g numerabit eundem per correlarium 35 ſeptimi, quod eſt inconueniens. Sunt igitur h, g, k, l, minimi.

At uerò ſi e non numerat k, ſit m minimus numeratus ab eis ſcilicet e & k, quẽ m quoties numerat k, toties h numeret n, & g toties p, erũtq; per 18 ſeptimi, n p m, in proportione h g k, quare n ad p, ut a ad b, & p ad m, ut c ad d, ſed quoties e numerat m, toties f, numeret q, & erit per eandem m ad q, ſicut e ad f. Manifeſtũ igitur q, aſsignatæ proportiones, cõtinuatæ ſunt in quatuor numeris qui ſunt n p m q. Qui ſi nõ fuerint minimi, ſint (ſi poſsibile eſt) alij qui ſint r, ſ, t. x, quia itaq; per 21 ſeptimi, bis aſſumptã uterq; duorũ numerorũ b & c, numerat s, ſequitur per correlariũ 35 ſeptimi, ut g numeret eundẽ, quare etiã k numerabit t: at quia per 21 ſeptimi, ut e numerat eundẽ t, nõ erit m minimus quẽ numerãt k & e. Hac ratione quartã illis & quotlibet alias ſine omni offendiculo cõtinuare poteris.

a... b..
c.... d...
e..... f....
g.....
h .....
k.....
n.....
p.....
m.....
q.....
r.....
s.....
t.....
x.....

Euclides ex Zamb. *Problema 2.* *Propoſitio 4.*

Rationibus datis quibuſcunq; in minimis numeris, numeros inuenire continuè proportionales minimos in datis rationibus.

THEON *ex Zamb. Sint datæ rationes in minimis numeris, ipſius α ad β, & ipſius γ ad δ, & ipſius ε ad ζ, oportet iã numeros inuenire continuè proportionales minimos, in ipſius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, ratione. Sumatur enim η, minimus numerus, quẽ metiuntur β γ, et quoties quidẽ β, ipſum η, metitur, toties α, ipſum θ metiatur: quoties autẽ γ ipſum η metitur, toties δ, ipſum κ, metiatur. At γ ipſum η aut metitur aut nõ metitur. Metiatur primũ. Et quoties γ ipſũ η metitur: toties et ζ, ipſũ λ metiatur, et quoniã α, ipſum θ, æquè metitur & β, ipſum η, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic eſt θ, ad η. Id propterea & ſicut γ ad δ, ſic η, ad κ, et inſuper ſicut ε ad ζ, ſic κ ad λ. Igitur ipſi η θ κ λ, continuè ſunt proportionales, & in ipſius α ad β, & ipſius γ, ad δ, & inſuper ipſius ε ad ζ, ratione. Dico quòd & minimi. Si autẽ ipſi η θ κ λ, non ſunt continuè proportionales minimi in ipſius α ad β, & γ ad δ, et ε ad ζ rationibus: erũt aliqui numeri minores ipſis η θ κ λ, in ipſius α ad β, et γ ad δ, & ε ad ζ rationibus: ſint autem ν ξ μ ο. Et quoniã eſt ſicut α ad β, ſic ν ad ξ, ipſi autẽ α β, minimi, minimi autẽ (per 21 ſeptimi) metiuntur eandem habentes æquè, maior maiorẽ et minor minorẽ, hoc eſt antecedẽs antecedentẽ, et ſequẽs ſequentẽ, igitur β, ipſum ξ metitur. Id propterea & γ, ipſum ξ metitur. Igitur γ β ipſum ξ, metiuntur, & minimus igitur quẽ ipſi β γ, metiuntur (per 37 ſeptimi) ipſum ξ metietur: minimus autẽ quem ipſi β γ, metiuntur, eſt η. Igitur η ipſum ξ metitur maior minorem, quod eſt impoßibile. Non erũt igitur aliqui numeri minores (per 15 ſeptimi) ipſis η θ κ ν, cõtinuè proportionales in ipſius α ad β, et γ ad δ, & ε ad ζ, ratione. Nõ metiatur iam ε, ipſum η, & ſumatur (per 36 ſeptimi) minimus numerus quem metiuntur ipſi ε η, & ſit μ, et quoties quidem η, ipſum μ, metitur, toties uterq; ipſorum ν ξ, metiatur. Quoties autem ε, ipſum μ, metitur, toties et ζ, ipſum ο, metiatur. Et quoniam η ipſum ν, & θ, ipſum ξ, æquè metitur: eſt igitur ſicut θ ad η, ſic eſt ν ad ξ. Sicut autẽ θ ad η, ſic eſt α ad β, & ſicut igitur (p 11 quinti) α ad β, ſic ξ ad ν. Id propterea etiam ſicut γ ad δ, ſic eſt ξ ad μ. Rurſus quoniam quoties ε, ipſum μ metitur, toties & ζ, ipſũ ο: eſt igitur ſicut ε ad ζ, ſic eſt μ ad ο. Igitur ipſi ν ξ, μ ο, cõtinuè proportionales ſunt in ipſius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus. Dico q; & minimi. Si autem ipſi ν ξ μ ο, non ſunt continuè proportionales*

α...
β....
γ..
δ...
ε....
ζ.....
θ.....
η.....
κ.....
λ.....
ν....
ξ.....
μ.....
ο.....
π.....
ρ.....
σ.....
τ.....

proportionales

tionales minimi in ipſorum α β γ Δ ε ſ rationibus, erunt aliqui numeri ipſis ξ ν, μ ο, minores, continuè proportionales in ipſorum α β γ Δ ε ſ, rationibus. Sint π ϱ σ τ. Et quoniã eſt ſicut π ad ϱ, ſic eſt α, ad β, ipſi autem α β, minimi, minimi autẽ (per 21 ſeptimi) metiuntur eandem rationem habentes eis æqualiter antecedens antecedentem & ſequens ſequẽtem, igitur β, ipſum ϱ metitur. Id propterea etiam γ, ipſum ϱ, metitur. Igitur ipſi β, γ, ipſum ϱ metiuntur, & minimus igitur (per 36 ſeptimi) quem ipſi α γ, metiuntur, ipſum metietur ϱ. minimus autem quem ipſi β γ metiuntur, eſt ν. Igitur ν ipſum ϱ metitur, eſtq; ſicut ν, ad ϱ, ſic eſt ν, ad σ, & ν igitur ipſum σ metitur, metitur autem & ε, ipſum σ. Igitur ipſi ε ν, ipſum σ, metientur, & minimus quem ipſi ε ν, metiuntur, (per eandem) metietur ipſum σ. Minimus autem quem ipſi ε ν, metiuntur: eſt μ. Igitur μ, ipſum σ metitur maior minorem, quod eſt impoßibile. Igitur non erunt aliqui numeri minores ipſis ν ξ, μ ο, continuè proportionales in ipſius α ad β, & γ ad Δ, & ε ad ſ, rationibus. Igitur ipſi ν ξ, μ ο, continuè proportionales minimi ſunt in ipſorum α & γ Δ ε ſ, rationibus: quod oportuit feciße.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*

OMnium duorum numerorum compoſitorum proportio unius ad alterum, eſt ex laterum ſuorum producta proportionibus.

CAMPANVS. Quod proponit 24 ſexti de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum, proponit hæc de numeris compoſitis. Sint duo numeri compoſiti a b, latera a, ſint c & g, latera b, ſint e & f, dico itaq; quòd proportio a ad b, conſtat ex ea quę eſt c ad e & d ad f. Sit enim ut ex d in e, fiat g. Quia ergo ex d in c fit a, & ex f in e fit b, per conuerſionem diffinitionis laterum: erit per 18 ſeptimi, a ad g, ſicut c ad e, & per 19 eiuſdem g ad b, ſicut d ad f: quare per diffinitionem, proportio a ad b, compoſita eſt ex ea quæ eſt c ad e, & ea quæ eſt d ad f, quod eſt propoſitum.

a.....
b.....
c..
d.....
e....
f.....
g.....

CAMPANI *annotatio.* Nec eſt neceſſarium ut continuemus proportiones laterum (uidelicet eam quæ eſt c ad e & eam quæ eſt d ad f) in minimis numeris repertis, ſecundũ doctrinam præcedentis, ut docent quidam, hoc enim eſt propoſito prçter neceſſarium. Arguunt enim poſito quòd illi minimi ſint h k l, ita quòd ſit h ad k, ſicut c ad e & k ad l, ſicut d ad f, proportionem h ad l eſſe compoſitam ex propoſitorum laterum proportionibus. Sumptoq; g fieri ex d in e, arguunt a ad g ut h ad k, quia ut c ad e, & g ad h ut k ad l, quia ut d ad f, ideoq; ſecundum çquam proportionalitatem & a ad b: ut h ad l, concludunt igitur a ad b, componi ex quibus h & l, uerum quidem, ſed non neceſſarium aſſumpto.

a.....
g.....
b.....
c..
e....
d.....
f....
h.....
k.....
l.....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 5.*

Plani numeri, adinuicẽ rationẽ habent compoſitam ex lateribus.

THEON *ex Zamb. Sint plani numeri α β, ipſius quidẽ α, latera ſint γ Δ, ipſius autem β, ſint ε ſ. Dico quòd α ad β, rationem habet ex lateribus compoſitam.* Rationibus enim datis quas habent γ ad ε, & Δ, ad ſ, ſuſcipiantur (per 4 octaui) numeri continuè proportionales minimi in ipſorum γ ε, & Δ ſ, rationibus, ſintq; ν θ κ. ut ſit ſicut γ ad ε, ſic eſt ν, ad θ ſicutq; θ, ad ſ, ſic θ, ad κ. Ipſi igitur ν θ κ habent laterum rationes. Sed ipſius ν ad κ ratio compoſita eſt ex ea quam habet ν ad θ, & ex ea quam habet θ, ad κ, ipſi igitur ν ad κ, rationẽ habet ex lateribus compoſitã. Dico igitur quòd eſt ſicut α ad β, ſic ν ad κ, ipſe enim Δ ipſum ε multiplicans, efficiat ipſum λ. Quoniam Δ ipſum γ, multiplicans ipſum fecit α, multiplicans autem ipſum ε efficit λ, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad ε, ſic eſt α, ad ſ. Sicut autem γ ad ε, ſic ν ad θ, & ſicut igitur (per 11 quinti) ν, ad θ, ſic α ad λ. Rurſus quoniam ε ipſum Δ, multiplicans ipſum fecit λ, ſed & ipſum ſ, multiplicans ipſum fecit β. eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut Δ ad ſ, ſic eſt λ, ad β. Sed ſicut θ ad ſ, ſic eſt θ, ad κ, & ſicut igitur (per 11 quinti) θ, ad κ, ſic λ, ad β, patuit autem quòd ſicut ν, ad β, ſic eſt α ad λ. Aequè igitur eſt (per 14 ſeptimi) ſicut ν ad κ, ſic eſt α, ad β, ipſe autem ν ad κ, rationem habet compoſitam ex lateribus: & α igitur ad β, rationem habet compoſitam ex lateribus,

α.....
λ.....
β.....
γ...
Δ.....
ε....
ſ.....
ν.....
θ.....
κ.....

laterib. quod fecisse oportuit. *Euclid. ex Camp.* *Propositio 6.*

6 SI numerorum quotlibet cõtinuè proportionalium primus secundum non numeret, nullus eorum numerabit ultimum.

CAMPANVS. Sint a, b, c, d, e, cõtinuè proportionales, dico quòd si a non numeret b, nullus eorũ numerabit e. Manifestum autem est quòd si ipsum numeret, omnes numerabũt e, & simpliciter quilibet præcedens quemlibet sequentem. Si autẽ non numerat ipsum, patet quòd d non numerabit e, nec simpliciter aliquis eorum proximè sequentem e, quia sunt positi cõtinuè proportionales. Sed quòd nullus alius ut c numeret ipsum, sic constat. Sumantur secundum doctrinam 2 huius, totidem minimi continuè proportionales in proportione eadẽ, quot sunt ipse c & omnes sequentes, qui sunt f, g, h, erũtq; per 3 huius & f & h, contra se primi, & quia per æquam proportionem c ad e ut f ad h, cum f non numeret h, nec c numerebit e: eodẽ modo nec aliquis aliorum, quare liquet, quod propositũ est.

a .....
b .....
c .....
d .....
e .....
f ...
g .....
h .....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propositio 6.*

6 Si fuerint quotcunq; numeri continuè proportionales, primus autem secundum non metiatur, & alius nullus nullum metietur.

THEON *ex Zamb. Sint numeri continuè proportionales* α, β, γ, δ, ε. *Ipse autem* α, *ipsum* β, *nõ metiatur. Dico quòd & alius nullus, nullum metietur. Quod quidem ipsi* α, β, γ, δ, ε, *continuè adinuicẽ sese non metiuntur, manifestum est: quia neq;* α, *ipsum* β *metitur, dico iam quòd neq; alius ullus, ullum alium metietur. Dico quòd neq;* α, *ipsum* γ *metietur, quot enim sunt ipsi* α, β, γ, *tot sumantur (per 35 septimi) minimi numeri eandem rationẽ habentium ipsis* α, β, γ, *sintq;* ζ, κ, θ. *Et quoniam ipsi* ζ, κ, θ, *in eadem ratione sunt ipsis* α, β, γ, *& est æqualis multitudo ipsorum* α, β, γ, *multitudini ipsorum* ζ, κ, θ, *ex æquali igitur (per 14 septimi), est sicut* α, *ad* γ, *sic est* ζ, *ad* θ. *Et quoniam est sicut* α, *ad* β, *sic est* ζ, *ad* κ, *non metitur autem* α, *ipsum* β, *igitur neque* ζ *ipsum* κ, *metitur. Igitur* ζ, *non est unitas. Si enim* ζ, *esset unitas, omnem numerum metiretur. Et* ζ, θ, *(per 3 octaui) primi sunt adinuicem. Igitur neque* ζ, *ipsum* θ, *metitur, & est sicut* ζ, *ad* θ, *sic* α, *ad* γ, *neque igitur* α, *ipsum* γ *metitur. Similiter quoque ostendemus, quòd neque alius ullus ullum metietur: quod oportuit demonstrasse.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 7.*

7 SI numerorum continuè proportionalium primus ultimum numeret, idem ipse & secundum numerabit.

CAMPANVS. Sint qui prius, continuè proportionales, dico si a numerat e: ipse numerabit b, alioqui ex præmissa non numeraret e, quod est contrarium & impossibile. Non solũ autem numerabit b: sed & omnes, & quisque eorum quemlibet ipsum sequentem.

a ..
b ....
c .....
d .....
e .....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propositio 7.*

7 Si fuerint quotcunque numeri continuè proportionales, primus autem extremum metiatur, & secundum quoq; metietur.

THEON *ex Zamb. Sint quotcunq; numeri proportionales* α, β, γ, δ, *at* α, *ipsum* δ *metiatur. Dico quòd &* α, *ipsum* β *metietur. Si autem non metitur* α, *ipsum* β, *neq; alius ullus (per 7 octaui) aliũ ullũ metietur, quod (per hypothesin) est impossibile, supponitur enim* α, *ipsum* δ *metiri, metitur autẽ* α, *ipsum* δ, *metitur igitur &* α, *ipsum* β: *quod oportuit demonstrasse.*

α ...
β .....
γ .....
δ .....

Euclid. ex Camp. *Propositio 8.*

8 SI inter duos numeros numeri quotlibet in continua proportionalitate ceciderint, totidem inter omnes duos in eadem proportione relatos cadere necesse est.

CAMPANVS. Sint a & b, inter quos cadunt c & d in continua proportione habentes ſe in proportione e ad f, dico quòd totidē cadunt inter e & f & in eadē proportione, quod inter a & b. Sint enim g, h, k, l, totidē minimi: quot ſunt a & b qui inter eos cadūt, ſumpti quēadmodū docet 2 huius, continuè proportionales in eadem proportione, eruntq; per 3 g & l, contra ſe primi, & per æquam proportionalitatem erit g ad l, ſicut a, ad b, ideoq;, & ſicut e ad f, & quia ipſi ſunt in ſua proportione minimi per 23 ſeptimi, ſequitur per 21 eiuſdem ut g numeret e, & l, f æqualiter, toties igitur numeret h, m, & k, n, poſitisq; m & n inter e & f, conſtat per 18 ſeptimi, e, m, n, f eſſe continuè proportionales quemadmodum ſunt h, k, l, & ideo quemadmodum a, c, d, b: quare patet quod dictum eſt.

a ..
c ....
d .....
b .....
e ...
m .....
n .....
f .....
g.
h ..
k ....
l .....

CAMPANI *annotatio.* Ex hac conſtat nullam ſuperparticularem poſſe per æqualia diuidi. ſi enim hoc eſſet, oporteret inter duos numeros ſola unitate diſtantes numerum cadere medium, quod eſſe non poteſt: ideoq; tonus in muſica, quem ſeſquioctaua continet proportio, in duo uera ſemitonia diuidi non poteſt, ſed neceſſariò diuiditur in minus ſemitonium & maius.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 8.*

Si inter duos numeros continuè proportionales ceciderint numeri, quot in eos ceciderint numeri, tot & inter eādem rationem habentes eis continuè proportionales cadent.

THEON *ex Zamb. Inter binos enim numeros α, β, cōtinuè proportionales cadāt numeri γ, δ. Fiatq; ſicut α, ad β, ſic ε, ad ζ. Dico quòd quot inter ipſos α, β, cōtinuè proportionales numeri cadunt, tot quoque inter ipſos ε, ζ, continuè proportionales cadent. Quot enim ſunt multitudine ipſi α, β, γ, δ, tot ſumantur (per 35 ſeptimi) minimi numeri eandem rationem habentium eiſdem α, β, ε, δ, ſintq; ι, θ, κ, λ. Igitur extremi ipſorum, hoc eſt ι, λ, primi ſunt adinuicem (per 3 octaui.) Et quoniā ipſi α, γ, & δ, β, ipſis ι, θ, & κ, λ, in eadem ſunt ratione, & æqualis eſt multitudo ipſorum α, γ, & δ, β, multitudini ipſorum ι, θ, & κ, λ, ex æquali igitur (per 14 ſeptimi) eſt ſicut α, ad β, ſic eſt ι, ad λ. Sicut autem α, ad β, ſic ε, ad ζ, ut igitur ι, ad λ, ſic eſt ε, ad ζ. Ipſi autem ι, λ, primi ſunt, primi autem, & minimi, minimi uerò numeri, eandem rationem habentes eis æquè metiuntur maior maiorem & minor minorem (per 21 ſeptimi) hoc eſt antecedens antecedētem & ſequens ſequentem. Aequè igitur ι, ipſum ε metitur, & λ, ipſum ζ. Quoties autem ι, ipſum ε metitur, toties & uterque ipſorum θ, κ, utrūque ipſorum μ, ν, metiatur. Ipſi igitur ι, θ, κ, λ, ipſos ε, μ, ν, ζ, æquè metiuntur. Igitur (per 18 ſeptimi) ipſi ι, θ, κ, λ: ipſis ε, μ, ν, ζ, in eadem ſunt ratione. Sed ipſi ι, θ, κ, λ, ipſis α, γ, δ, β, in eadē ſunt ratione, & ipſi α, γ, δ, β, igitur, ipſis ε, μ, ν, ζ, in eadem ſunt ratione. Ipſi autem α, γ, δ, β continuè ſunt proportionales, & ipſi ε, μ, ν, ζ, igitur continuè proportionales ſunt. Quot igitur inter ipſos α, β, continuè proportionales numeri ceciderunt, tot & inter ε, ζ, continuè proportionales cadunt: quod oportuit demonſtraſſe.*

α ...
γ .....
δ .....
β .....
ι .
θ ...
κ .....
λ .....
ε ..
μ .....
ν .....
ζ .....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

SI inter duos numeros cōtra ſe primos numeri quotlibet continua proportionalitate ceciderint, inter utrunque eorum & unitatem totidem continua proportionalitate cadere neceſſe eſt. 9

CAMPANVS. Sint a & b contra ſe primi, inter duos cadant in continua proportionalitate c & d. Dico quòd totidē erunt continuè proportionales inter a & unitatem, itemq; totidem inter b & unitatem. Sint enim in illa proportione minimi e & f, ſumpti, ut docet 34 ſeptimi, ex quibus ſumantur tres continuè proportionales & minimi in eorum proportione

prout

prout docet 2 huius, qui ſint g,h,k, deinde quatuor, qui ſint l,m,n,p, & hoc toties fiat, uſquequo ſic ſumpti fiant totidem quot ſunt numeri propoſiti, ut ſunt hic l,m,n,p. Conſtat itaq; (cum ſint a,c,d,b, in ſua proportione minimi per primam huius. ſintq; l, m, n, p, totidem minimi in eadem, nõ ſit autem poſsibile eſſe aliquid minus minimo) quòd numeri l,m,n,p, æquales erunt numeris a, c, d, b, quiſq; ſuo relatiuo, eſt igitur l, æqualis a, & p, b. Manifeſtum autem eſt ex ſecunda huius, quòd ex f in ſe fit k, & ex eodem in k,p, per diffinitionem igitur eius quod eſt multiplicari, erit f in k, k quoque in p, quoties unitas eſt in f, itaq; unitas, f, k, p, ſunt continuè proportionales, ſimiliter autem & unitas e, g, l. Sumptis ergo a & b loco l & p ſibi æqualiũ erunt inter a & unitatẽ g, & e, & inter b & unitatem k & f, continuè proportionales totidẽ, quot ſunt inter a & b: quod eſt propoſitũ.

a .....
l .....
g ....
c .....
m ..... e ..
h .....
n ..... f ...
d .....
k .....
p .....
b .....

Euclid. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 9.

9 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, & inter eos cõtinuè proportionales ceciderint numeri, quot inter eos continuè proportionales ceciderint numeri, tot quoq; inter utrũq; eorum & unitatem continuè proportionales cadunt.

THEON ex Zamb. *Sint bini numeri primi adinuicem α, β, & inter eos continuè proportionales cadant γ, δ, & ponatur ε unitas. Dico quot quot inter α, β, continuè proportionales ceciderunt numeri, tot quoq; inter utrunq; ipſorum α, β, & ε, unitatem continuè proportionales numeri cadent. Sumantur (per 35 ſeptimi) bini numeri minimi in ipſorum, α, γ, δ, β, ratione exiſtentes, ſintq; ζ, κ, tres autem: ſintq; θ, κ, λ, & ſemper ordinatim uno plus, quoad æqualis fiat multitudo ipſorum, multitudini ipſorũ α, γ, δ, β, ſumantur, ſintq; μ, ν, ξ, ο. Manifeſtum iam eſt quòd ζ, ſeipſum multiplicans, fecit ipſum θ, ipſum autem θ multiplicans, ipſum effecit μ, & κ, ſeipſum multiplicans, ipſum λ, effecit: ipſum autem λ multiplicans, ipſum ο fecit. Et quoniam ipſi μ, ν, ξ, ο, (per hypotheſin) minimi ſunt eandem rationem habentium ipſis κ, ζ. ſunt autem (per 2 octaui), et ipſi α, γ, δ, β, minimi eandem rationem habentium ipſis κ, ζ, & æqualis eſt multitudo ipſorum μ, ν, ξ, ο, multitudini ipſorum α, γ, δ, β: unuſquiſq; igitur ipſorum μ, ν, ξ, ο, unicuiq; ipſorum α, γ, δ, β, eſt æqualis. Aequalis igitur eſt μ ipſi α, & ο, ipſi β. Et quoniam ζ ſeipſum multicans, ipſum efficit θ, igitur (per 16 ſeptimi) ζ, ipſum θ metitur per eas quæ in κ, ſunt unitates: metitur autem & ε, unitas ipſum ζ, per eas quæ in ipſo ſunt unitates, pariter igitur (per 15 ſeptimi) ε unitas, ipſum ζ numerum metitur, & ζ, ipſum θ. Eſt igitur ſicut ε, unitas ad ζ, numerum, ſic eſt ζ ad θ. Rurſus quoniam ζ ipſum θ multiplicans, ipſum effecit μ, igitur θ ipſum μ, metitur per eas quæ in ζ ſunt unitates. Metitur autẽ ε, unitas ipſum ζ numerum, per eas quæ in ipſo ſunt unitates, æquè igitur (per eandem) ε, unitas ipſum ζ, metitur numerum, & θ ipſum μ. Eſt igitur ſicut ε, unitas ad ζ numerum, ſic eſt θ, ad μ. Oſtenſum autem eſt quòd & ſicut ε, unitas ad ζ, numerum, ſic eſt ζ, ad θ, & ſicut igitur (per 11 quinti) ε, unitas ad ζ numerum: ſic eſt ζ, ad θ, & θ ad μ. At μ, ipſi α, eſt æqualis, eſt igitur ſicut ε unitas ad ζ numerum, ſic eſt ζ, ad θ, & θ, ad α. Id propterea (per 7 & 11 quinti) & ſicut ε, unitas ad κ, numerum: ſic θ ad λ, & μ ad β. Quot igitur inter ipſos α, β, continuè proportionales ceciderint numeri, tot & inter utrunque ipſorum α, β, & ipſum ε, unitatem continuè proportionales numeri cadunt: quod erat demonſtrandum.*

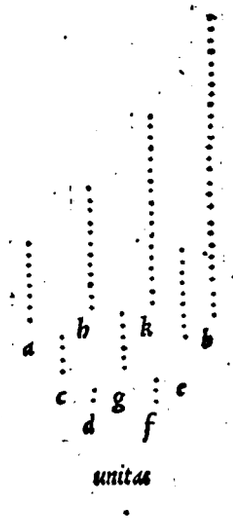
α .....
μ .....
θ .....
γ ..... ζ ...
ν .....
λ ..... ε.
ξ .....
δ ..... κ ...
λ .....
ο .....
β .....

Euclid. ex Camp. Propoſitio 10.

10 SI inter utrũq; eorum & unitatẽ quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint, ambobus numeris totidem continua proportionalitate intereſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, ſintq; c & d, c d inter a & unitatẽ, e quo quæ & f inter b & unitatem, continuè proportionales. Dico totidẽ eſſe inter a & b cõtinuè proportionales. Hæc eſt cõuerſa prioris, excepto quòd ad ſubiectum præmiſſæ, appoſitum erat a &

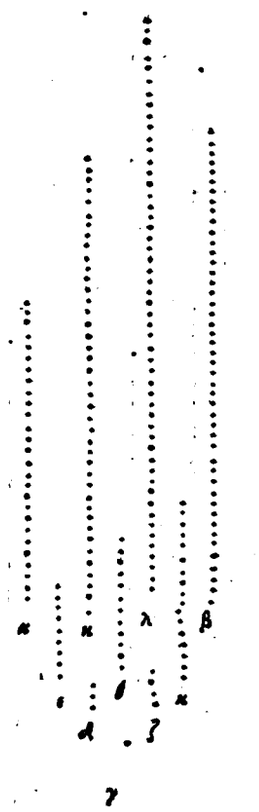
b esse contra se primos, quod non apponitur hic ad passionem, quapropter uniuersalior est passio huius, subiecto illius. Quia igitur quoties unitas in d, toties est d in c, & toties c in a, constat quòd ex d in se fitc, & ex eodem d in c a. Similiter quoq; ex f in se & in c, fient e & b. Ducatur itaq; d in f, & productus sit g. item q; idem d ducatur in g & e, & sint producti h & k. Constat igitur ex 18 septimi, quòd c ad g, ut d ad f, & ex 19 quod g ad e, ut d ad f. quare c, g e, sunt continuè proportionales in proportione d ad f. Item per 18 iterum sunt a ad h sicut c ad g, & h ad k sicut g ad e, & per 19 k ad b sicut d ad f, igitur sunt a, h, k, b, continuè proportionales. Quare constat propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 10. Conuersa præcedentis.

Si inter binos numeros & unitatem continuè proportionales numeri ceciderint, quot inter utrũque ipsorum & unitatem continuè proportionales ceciderint numeri, tot & inter eos cõtinuè proportionales cadent.

THEON *ex Zamb. Inter binos enim numeros α, β, & unitatem ε, continuè proportionales cadant numeri Δ ε, & ζ, η. Dico quòd quot inter utrunque ipsorum α, β, & ipsam γ unitatem, continuè proportionales ceciderint numeri: tot quoque inter α, β, continuè proportionales cadent. Igitur Δ, ipsum ζ, multiplicans, ipsum efficiat θ, uterque autem ipsorum Δ, ζ, ipsum θ multiplicans, efficiat ipsos κ, λ. Et quoniam est sicut γ, unitas ad Δ numerum, sic est Δ, ad ε: æquè igitur γ, unitas ipsum Δ, metitur numerus, & Δ ipsum ε. Ipsa autem γ unitas, ipsum Δ, numerum metitur, per eas quæ in ipso sunt Δ unitates, & Δ igitur numerus ε metitur, per eas quæ in Δ, sunt unitates. Igitur Δ, seipsum multiplicans, ipsum ε, fecit. Rursus quoniam est sicut γ, unitas ad Δ numerum, sic est ε ad α, æquè igitur γ, unitas ipsum Δ, numerum metitur, & ε, ipsum α. At γ unitas, ipsum Δ, numerum metitur per eas quæ in ipso Δ, sunt unitates, & ε, igitur ipsum α, metitur per eas quæ in ipso Δ, sunt unitates. Igitur Δ, ipsum ε multiplicans, ipsum α fecit. Id propterea etiam ζ seipsum multiplicans, ipsum κ, fecit, ipsum autem κ, multiplicans, ipsum β, fecit. Et quoniam Δ, seipsum multiplicans ipsum ε fecit, ipsum autem ζ, multiplicans ipsum fecit θ, est igitur (per decimam septim.) sicut Δ, ad ζ, sic est ε ad θ. Id propterea etiam sicut Δ, ad ζ, sic θ, ad κ. Et sicut igitur (per undecimam quinti) ε ad θ, sic θ ad κ. Rursus quoniam Δ utrunq; ipsorum ε, θ, multiplicans, utrunq; ipsorum α, κ, fecit: est igitur (per 17 septimi) sicut ε ad θ, sic α, ad κ. Sed sicut ε, ad θ, sic est Δ, ad ζ, & sicut igitur (per undecimam quinti) Δ ad ζ, sic α, ad κ. Rursus quoniam uterque ipsorum Δ, ζ, ipsum θ, multiplicãs, utrunq; ipsorum κ, λ, fecit: est igitur (per decimã septimã septimi) sicut Δ, ad ζ, sic κ ad λ. Sed sicut Δ, ad ζ, sic α, ad κ, & sicut igitur (per undecimã quinti) α, ad κ, sic κ ad λ. Insuper quoniam ζ, utrunque ipsorum θ, κ, multiplicans, utrũque ipsorum λ, ϛ, fecit: est igitur (per decimam septimam septimi) sicut θ ad κ, sic λ, ad β. Sicut autem θ ad κ, sic Δ ad ζ: & sicut igitur (per 12 quinti) Δ ad ζ, sic λ ad ϛ. patuit autem quòd sicut Δ ad ζ, sic α, ad κ, & κ ad λ, & λ ad ϛ, igitur ipsi α, κ, λ, β, continuè sunt proportionales. Quot igitur inter utrunque ipsorum α, β, & γ, unitatem, continuè proportionales cadunt numeri: tot & inter α, β, continuè cadunt: quod demonstrasse oportuit.*



Hæc undecima ex Campano, duabus ex Zamberto sequentibus respondent.

Euclid.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 10.

10 SI fuerint ambo quadrati, erit proportio unius ad alterũ tanq; ſui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si uerò ambo fuerint cubi, erit proportio alterius ad alterũ tanquã ſui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo quadrati a & b, & duo cubi c & d, latera tam quadratorũ quàm cuborum: ſint e, quidem a & c, f uerò, b & d. Dico quòd proportio a ad b erit ſicut e ad f duplicata, c uerò ad d ſicut eadẽ triplicata. Manifeſtũ enim eſt quòd ex e in ſe fit a, & ex ipſo e in a, c, ſic quoq; ex f in ſe fit b, & ex ipſo in b, d, ducatur igitur e in f, & proueniat g, & in g & b, & proueniant h & k, eritq; per 18 ſeptimi a ad g, ſicut e ad f, & per 19 g ad b, ſicut e ad f, igitur ex diffinitione, a ad b, ſicut e ad f duplicata: quod eſt primum. Secundum eodem modo conſtat. Sunt enim per 18 iterum c ad h ſicut a ad g, & h ad k, ſicut g ad b, & per 19 k ad d, ſicut e ad f, quare c, h, k, d, ſunt etiam continuè proportionales in proportione c ad f, per diffinitionem igitur erit c ad d, ſicut e ad f, triplicata: quod eſt ſecundum.

c.....
a....
e.. h.....
g.....
f... k.....
b.....
d.....

Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 11.

11 Duorum numerorum quadratorum, unus medius proportionalis eſt numerus. Et quadratus ad quadratũ duplam habet rationem, quàm latus ad latus.

THEON ex Zamb. *Sint quadrati numeri α, δ, & ipſius quidem ε, latus ſit γ, ipſius uerò β, ſit latus Δ. Dico quòd ipſorum α, β, unus medius proportionalis eſt numerus, & α, ad β, duplam habet rationem quàm γ, ad Δ. Ipſe enim γ, ipſum Δ, multiplicans ipſum efficiat ε. Et quoniã α, quadratus eſt, latus autem eius eſt γ, igitur ſ ſeipſum multiplicans ipſum effecit α, id propterea & Δ. ſeipſum multiplicans ipſum β fecit. Quoniam igitur γ, utrunq; ipſorum γ, Δ, multiplicans utrunq; ipſorum α, ε, effecit: eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad Δ, ſic eſt α, ad ε. Rurſus quoniam γ, ipſum Δ, multiplicans ipſum effecit ε, ut Δ, ſeipſum multiplicans ipſum effecit β, duo iam numeri γ, Δ, unum & eundem multiplicantes Δ, ipſos ε, β, effecerunt. Eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut γ ad Δ, ſic eſt ε ad β. Sed ſicut γ ad Δ, ſic eſt α ad ε (& ſicut igitur (per 11 quinti) α ad ε, ſic eſt ε ad β. Ipſorum igitur α, β, unus medius proportionalis eſt numerus ε. Dico iam quòd & α ad β, duplam rationem habet, quàm γ ad Δ. Quoniam enim tres numeri proportionales ſunt α, ε, β, igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, duplam rationem habet quàm α ad ε. Sicut autem α ad ε, ſic γ ad Δ. igitur α ad β, duplam rationem habet, quàm γ latus ad Δ latus: quod oportuit demonſtraſſe.*

α.....
γ...
ε.....
Δ...
β.....

Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 12.

12 Duorum cuborũ numerorũ, bini medij proportionales ſunt numeri. Et cubus ad cubũ triplam rationẽ habet, quàm latus ad latus.

THEON ex Zamb. *Sint bini cubi numeri α, β, & ipſius quidem α, latus eſto γ, ipſius autem β, latus eſto δ. Dico quòd ipſorum α, ε, bini medij proportionales ſunt numeri, & α ad β, triplam rationẽ habet, quàm γ ad Δ. Igitur γ, ſeipſum multiplicans, ipſum efficiat ε: ipſum autem Δ, multiplicans ipſum efficiat ζ, at Δ ſeipſum multiplicans, ipſum η, faciat. Vterq; autem ipſorum γ, Δ, ipſum ζ multiplicans, utrunq; ipſorum θ, η, faciat. Et quoniã α cubus eſt, ipſius autem latus eſt γ, igitur γ ſeipſum multiplicans ipſum effecit ε, ipſum autem ε, multiplicans ipſum α confecit, Id propterea & Δ ſeipſum multiplicans, ipſum η effecit: ipſum autem η, multiplicans, ipſum effecit β. Et quoniã γ utrunq; ipſorum γ, Δ, multiplicans, utrunque ipſorum ε, ζ, fecit: eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad Δ, ſic eſt ε, ad ζ. Id propterea etiam (per eandem) ſicut γ ad Δ, ſic ζ ad η. Rurſus quoniam γ utrunque ipſorum ε ζ, multiplicans, utrunq; ipſorum α, θ, fecit: eſt igitur ſicut ε ad ζ, ſic α ad θ, ſicut autem ε, ad ζ, ſic γ ad Δ. Et ſicut igitur (per 11 quinti) γ, ad Δ, ſic eſt α, ad θ. Rurſus quoniam utrunq; ipſorum γ, Δ, ipſum ζ multiplicans, utrunq; ipſorum θ, η, fecit: eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut γ ad Δ, ſic eſt ε ad η.*

α.....
ε.....
η.....
β.....
γ...
Δ....
ζ.....
θ.....

Rursus quoniam δ utrunq; ipsorum ζ, ν, multiplicans, utrunq; ipsorum κ, β, fecit: est igitur (per 17 septimi) sicut ζ ad ν, sic est κ ad β, sicut autem ζ ad ν, sic est γ ad δ, & sicut igitur (per 11 quinti) γ ad δ, sic κ, ad β. Patuit autem quòd & sicut γ ad δ, sic est α ad θ, & θ, ad ν, & κ, ad ϐ. ipsorum igitur α, ϐ; bini medij proportionales sunt, hoc est θ λ. Dico iam quòd & α ad ϐ triplam rationem habet, quàm γ ad δ. Quoniam enim quatuor numeri proportionales sunt α, θ, κ, β. igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, triplam habet rationem quàm α ad θ, sicut autem est α, ad θ, sic est γ ad δ. Igitur α ad β triplā rationem habet, quàm γ ad δ: quod oportuit demonstrasse.

Euclid. ex Camp. Propositio 12.



Inumerorum continuæ proportionalitatis quisq; in seipsum ducatur, qui inde producentur sub cōtinua proportionalitate esse. Quod si item in ipsos productos principia sua ducātur, inde quoq; productos continuæ proportionalitatis esse, necesse est. Idemq; in omnibus hoc modo productis extremitatibus. 12

CAMPANVS. Sint a, b, c, continuè proportionales, quorū quisq; in se ducatur, & proueniāt ex a quidem, d. ex b, uerò, e. ex c, f. Dico quòd d, e, f, sunt continuè proportionales, quòd si item a ducatur in d & proueniat g, b quoque in e & proueniat h, & c in f, proueniat k, dico etiā q; g, h, k. erūt continuè proporttionales. Sit enim ex a in b, l, & ex c in eundem, m, eruntq; per 18 & 19 septimi, d, l, e, m, f, continuè proportionales in proportione a, b, c, itaq; per æquā proportionalitatē argue d ad e, sicut e ad f: q̄d est primum.

Reliquū sic: Ducatur a in l & proueniāt n & p, c quoq; ducatur in e & m, & proueniāt q & r, eruntq; per easdem g n, p, h, q, r, k, cōtinuè quoque proportionales in proportione primorū, per æquam igitur proportionalitatem cōclude. g ad h, sicut h ad k: quod est reliquū. Eadē erit ratio, quotiescūq; primi in productos ducātur.

a .... b ..... c .....

b —— 16
d —— 24
l —— 36
e —— 50
m —— 81
f —— 64
g —— 96
n —— 144
p —— 116
h —— 314
q —— 486
r —— 729
K

Euclid. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 13.

Si fuerint quotcūq; numeri cōtinuè proportionales, & multiplicās unusq; seipsum fecerit aliq̄s, q fiūt ex ipsis proportionales erūt. Et si qui in principio genitos multiplicantes, fecerint aliquos, & ipsi quoq; proportionales erunt, & semper circa extremos hoc euenit. 13

THEON ex Zāb. *Sint quotlibet numeri continuè proportionales α, ζ, γ, sicut α ad β, sic ϐ ad γ, & ipsi quidem α, β, γ, seipsos multiplicātes, efficiant ipsos δ, ε, ζ, ipsos aūt δ, ε, ζ multiplicantes, ipsos efficiant κ, θ, ν. Dico q, & ipsi δ, ε, ζ, & ipsi κ, θ, ν, continuè sunt proportionales. Ipse nanq; α, ipsum ϐ multiplicās, ipsum efficiat λ, uterq; autem ipsorum α, β ipsum multiplicans λ efficiat utrunq; ipsorum ω, ν, & rursus ipse β, ipsum γ, multiplicās, ipsum efficiat ξ, uterq; autem ipsorum β, γ, ipsum ξ multiplicās, utrunq; ipsorum ο, π, faciat. Similiter iam ex præcedētis theorematis discursu ostendemus quòd ipsi δ, ω, ε, & ω, μ ν, θ, cōtinuè sunt proportionales in ipsius α ad β, ratione: et ipsi ε, ξ, ζ, et θ, ο, π, ν, sunt proportionales in ipsius β, ad γ, ratione. Et est sicut α, ad β, sic est β ad γ, & ipsi δ, λ, ω, igitur ipsis ε, ξ, ζ, in eadem sunt ratione & insuper ipsi ε, μ, ν, θ, ipsis, θ, ο, π, ν, & æqualis est quidem ipsorum δ, λ, ε, multituldo, multitudini ipsorū ε, ξ, ζ, ei autē quæ ipsorum est ω, μ, ν, θ, ea quæ ipsorum est θ, ο, π, ν. Ex æquali igitur (per 14 septimi) est sicut quidē δ, ad ε, sic est ε, ad ζ. Sicut autem ν ad ν, sic est ν ad θ; quod oportebat demonstare.*

α .. β .... γ .....
δ ....
λ .....
ε .....
ξ —— 52
ζ —— 64
ν .....
μ .....
ν —— 52
θ —— 64
ο —— 128
π —— 256
ν —— 512

Euclid.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 13.



13 I quis quadratus numerus alium quadratum numeret, latus ꝙq; ſuū, latus illius numerare probatur. Si uerò latus ſuū latus illius numeret, quadratus numerat quadratū.

CAMP. Sint duo numeri a & b quadrati, lateraq; eorū c & d, dico ꝙ ſi a numerat b, c, quoq; numerabit d, & econuerſo. Cōſtat enim quod ex c in ſe fit a, ex d quoq; in ſe, b fiat igitur, e ex c in d erūtq; per 18 & 19 ſeptimi, a e b, cōtinuè proportionales in proportione c ad d. Si igitur a numerat b, idem ipſe per 7 huius, numerabit e, quare & c d, quod eſt primum. Cōuerſa ſic patet, ſi c numerat d, a numerabit e, propter id quod proportio a ad e, ſicut c ad d, & ſi numerat e, ipſe numerabit b, propter hoc quod ſunt continuè proportionales. Euclid. ex Zamb. Theor 12. Propoſit. 14.

a....
ε.....
b.....
c..
d...

14 Si quadratus numerus quadratū numerū mēſus fuerit, & latus latus metietur. Et ſi latus latus metiatur, & quadratus quadratū metietur.

THEON ex Zamb. *Sint quadrati numeri α β, latera uerò ipſorum ſint γ Δ, at α ipſum β metiatur. Dico ꝙ & γ ipſum Δ metietur. Igitur γ, ipſum Δ multiplicans, efficiet ipſum ε. Igitur (per 17 & 18 ſeptimi, & 11 quinti, ac 13 octaui) ipſi α ε β, continuè proportionales ſunt in ipſius γ ad Δ ratione. Et quoniam ipſi α ε β, cōtinuè ſunt proportionales, & metitur α ipſum β, metitur igitur (per 7 octaui) & α ipſum γ. Eſtq; ſicut α ad ε, ſic γ ad Δ, metitur igitur & γ ipſum Δ. Sed iam metitur & γ ipſum Δ. Dico ꝙ & α ipſum β metitur, eiſdē nanq; diſpoſitis ſimiliter oſtendemus quod ipſi α ε β, cōtinuè ſunt proportionales in ipſius γ ad Δ, ratione: et quoniā eſt ſicut γ ad Δ, ſic eſt α ad ε, metitur aūt γ ipſum Δ, metitur igitur & α ipſum ε, & ſunt ipſi α ε β, cōtinuè proportionales, metitur igitur & α ipſum β. Si quadratus igitur, & quæ ſequuntur reliqua: quod oportebat demonſt. Euclid. ex Camp. Propoſit. 14.*

α.....
ε.....
λ.....
γ...
Δ....



24 Scubus alium cubum numeret, latus quoq; ſuum latus alterius numerabit. Si uerò latus ſuum latus alterius numeret, cubus numerabit cubum.

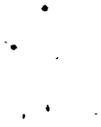
CAMP. Sint duo numeri a & b cubi, lateraq; eorū c & d, dico ꝙ ſi a numerat b, c quoq; numerabit d, & econuerſo: ducatur enim b in ſe, & fiat e, d quoq; in ſe, & fiat f conſtat igitur ꝙ ex c in e fit a, & ex d in g b, fiat itaq; f, ex c in d: eruntq; per 17 & 19 ſeptimi, e f g, continuè proportionales in proportione c ad d, ſed & h, & k, proueniant ex c in f & g: per eaſdem igitur erunt a h k b, continuè quoq; proportionales in eadem proportione: itaq; ſi a numerat b, idem per 7 huius numerabit h, quare & c, d, eſt enim c ad d, ſicut a ad h, cōſtat igitur prima pars. Conuerſa patet, ſicut cōuerſa prioris. Nā ſi e numerat d, a quoq; numerabit h, quem ſi numerat: neceſſe eſt ut numeret b.

Euclid. ex Zamb. Theorema 13. Propoſitio 15.

31 Si cubus numerus cubum numerum menſus fuerit, & latus latus metietur. Et ſi latus latus menſum fuerit, & cubus cubum metietur.

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α, cubū β metiatur, et ipſius quidem α, latus ſit γ, ipſius autem β ſit Δ. Dico quòd γ ipſum Δ metitur. Igitur γ, ſeipſum multiplicās ipſum efficiat ε et inſuper γ, ipſum Δ multiplicans ipſum efficiat ζ. Ad Δ ſeipſum multiplicans ipſum efficiat η. Vterq; autem ipſorū γ Δ ipſū ζ multiplicans utrunq; ipſorū ϑ ι faciat. Manifeſtū iam eſt (per 17 et 18 ſeptimi et 12 octaui) quod ipſi ε ζ η et α θ ι β, cōtinuè ſunt proportionales, in ipſius γ ad Δ, ratione. Et quoniā ipſi α θ ι β, cōtinuè ſunt proportionales, & metitur α ipſum b, metitur igitur (per 7 octaui) & α, ipſū θ, & eſt ſicut α ad θ, ſic eſt γ ad Δ. Metitur igitur & γ ipſū Δ. Sed iam metiatur γ ipſum Δ. Dico ꝙ & α, ipſū b metitur. Eiſdē nāq; diſpoſitis: ſimiliter oſtendemus quod ipſi α θ ι β cōtinuè proportionales ſunt in ipſius γ ad Δ, ratione: quoniā enim γ ipſum Δ, metitur, eſtq; ſicut γ ad Δ, ſic α ad θ, & α igitur ipſum ι metitur. Quare & α ipſum β metitur. Si cubus igitur numerus & reliqua: quod oportuit demonſtraſſe. Euclid. ex Camp. Propoſitio 15.*

α.....
β.....
γ..
Δ....
ε....
ζ.....
η.....
θ.....
ι.....
κ.....



25 I numerus quadratus quēdā aliū quadratū nō numeret, nec latus ſuū, latus illius nnmerabit. Si uerò latus ſuū, latus illius

non numeret, quadratus is quadratum illum non numerare ex neceſsitate conuincitur.

CAMPANVS. Hæc 15 proponit negationes conuerti, quę affirmationibus quas 13 huius cõuerti propoſuit opponuntur. Vt ſi ſint duo numeri quadrati a & b, quorũ latera c & d, ſi a non numerat b, c quoq; non numerabit d, econuerſo etiam ſi c non numerat d, nec a b. Sit enim primò ut a non numeret b, ſi itaq; c numerat d, per ſecundam partem 13 huius & a numerabit b, quod eſt contrarium poſitioni, ſicq; patet primum. Secundum quoq; ſic: ſit ut c non numeret d, itaq; ſi a numeret b, per primam partẽ 13 neceſſe eſt ut c numeret d, neceſſe eſt igitur ut c numeret ipſum: cùm numerat ipſum: quod eſt impoſsibile.

a.... b.....
c.. d...

CAMPANI *annotatio.* Quemadmodũ autem neceſſe eſt cõuerti negationes oppoſitas affirmationibus quas 13 demonſtrauit conuerti, ſic quoq; neceſſe eſt eas negationes quæ opponuntur illis affirmationibus, quas prȩmiſſa cõuerti demonſtrauit, cõuertantur. Vnde ſi cubus nõ numerat cubũ, nec latus eius numerabit latus illius: econuerſo quoq; ſi latus unius nõ numerat latus alterius, nec ipſe cubus numerabit alterum cubum: demonſtratur autem hoc per præmiſſam à deſtructione conſequentis, ſicut quod propoſitum eſt per 13, ideoq; hoc autor non propoſuit, ſed per id quod propoſitum eſt, ipſum dedit intelligi.

Hæ ſequentes ex Zamberto duæ propoſitiones præcedenti ex Campano cum annotatione eiuſdem reſpondent.

Euclid. ex Zamb.. Theorema 14. Propoſitio 16. Converſa 14.

Si quadratus numerus quadratum numerum menſus nõ fuerit, neq; latus latus metietur. Et ſi latus latus menſum non fuerit, neq; quadratus quadratum metietur. 16

THEON *ex Zamb. Sint quadrati numeri α β, eorum aũt latera ſint γ δ. At α ipſum β non metiatur. Dico q, neq; γ ipſum δ, metietur. Si autem γ ipſum δ metitur, metitur (per 14 octaui) & α ipſum β: non metitur autem (per hypotheſin) β ipſum δ, neq; igitur γ ipſum δ metietur. Nõ metiatur autem rurſus γ ipſum δ. Dico q, neq; α ipſum β, metietur. Si aũt α ipſum β metitur, et γ (per 14 octaui) ipſum δ. Non metitur autem γ, ipſum δ (per hypotheſin) neque α igitur, ipſum β metietur: quod erat demonſtrandum.*

α.....
β.....
γ...
δ....

Euclid ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 17. Converſa 15.

Si cubus numerus cubum numerũ non metiatur, neq; latus latus metietur. Et ſi latus latus non metiatur, neq; cubus cubũ metietur. 17

THEON *ex Zamb: Cubus enim numerus α cubum numerum β non metiatur, & ipſius quidem α latus eſto γ, ipſius uerò β ſit δ. Dico quòd & γ ipſum δ non metietur. Si enim γ ipſum δ metitur, & α ipſum β metietur (per 15 octaui) non metitur autem α, ipſum β (per hypotheſin) neq; igitur γ ipſum δ metietur. Sed iam non metiatur γ ipſum δ. Dico quòd & α ipſum β non metietur. ſi enim α ipſum β metitur, & γ ipſum δ metietur (per 15 octaui) non metitur autem γ ipſum δ (per hypotheſin) neq; α igitur ipſum β metietur: quod oportuit demonſtraße.*

α.....
β.....
γ.....
δ.....

Euclid. ex Camp. Propoſitio 16.

SI duo numeri ſuperficiales fuerint ſimiles, neceſſe eſt tertium numerum ſecundum proportionalitatem continuam eis intereſſe. Eritq; proportio unius numeri ad alterum ſibi ſimilem, uelut unius lateris ſui ad latus alterius ipſum reſpiciens proportio duplicata. 16

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, ſuperficiales & ſimiles, dico quòd inter ipſos cadet unus numerus in continua proportione, latera enim a ſint c & d, b uerò latera, ſint e & f, eruntq; ex conuerſione diffinitionis numerorum ſimilium, c ad e, ſicut d ad f, conſtat autem quòd ex c in d fiat a, & ex e in f b, fiat itaq; g ex e in d, eritq; per 19 ſeptimi, a ad g, ſicut c ad e, & per 18 eiuſdem g ad b, ſicut d ad f, quare a ad g, ſicut g ad b,

a.....
g.....
b.....
c..
d....
e...
c.....

g ad b, eſt itaq; g, continua proportionalitate medius inter a & b, quod eſt propoſitũ. Correlarium aũt patet, cũ ſit a ad b per diffinitionẽ ſicut a ad g duplicata, quæ eadẽ eſt illi, quę eſt c ad e.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 17.*

17 SI ſecundum continuam proportionalitatem tertius numerus duobus numeris interſit, illi duo numeri ſuperficiales ſunt & ſimiles.

CAMP. Hęc eſt conuerſa præmiſſæ. Vt ſi inter a & b ſit c ſub continua proportionalitate cõſtitutus, a & b erunt ſuperficiales & ſimiles, ſint enim d & e minimi in proportione qua cõtinuantur a c b, qui per 21 ſeptimi, numerabunt a & c æqualiter, ſitq; ut ſecundũ f, & per eandem c & b æqualiter, ſitq; ut ſecundũ g, erunt igitur per diffinitionem a & b ſuperficiales, & erunt etiam per diffinitionẽ d & f, latera numeri a, e quoq; & g latera numeri b. Quod autem ipſi ſint ſimiles, ſic habeto, cùm enim ex d in g, ſit c, & ex e in f, ſit idem c, erit per ſecundam partem 20 ſeptimi, d ad e, ſicut f ad g, per diffinitionem igitur a & b ſunt ſimiles, quod eſt propoſitũ. Hoc aũt ultimũ quod eſt a & b eſſe ſimiles, poteſt etiã haberi per 19 & 18 ſeptimi, & per has hypotheſes quod a c b, ſunt cõtinuè proportionales in proportione d ad e minimorum numerantium a & c ſecundum f & c, & b ſecundum g.

a .....
c .....
b .....
d ..
e ...
f ....
g .....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 18.*

18 SI fuerint duo numeri ſolidi ſimiles, neceſſe eſt eis duos numeros ſecundum continuam proportionalitatem intereſſe, eritq; proportio unius ſolidi ad alterũ ſibi ſimilem, uelut cuiuslibet ſui lateris ad latus alterius reſpiciens ſe proportionaliter, proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, ſolidi ſimiles, dico quòd inter ipſos cadent duo numeri in continua proportione. Sint enim latera numeri a c d e: latera uerò b, ſint f g h, eruntq; ex cõuerſione diffinitionis numerorũ ſimilium, c ad f, & d ad g, ſicut c ad h. Sit igitur ex c in d, k & ex f in g l, eruntq; ex diffinitione, k & l, ſuperficiales & ſimiles, quare per 16 huius, unus numerus cadit inter eos medius ſecundum proportionem c ad f, qui ſit m. Manifeſtum autem eſt quòd ex e in k, fit a, & ex h in l b, ſi igitur ex e in m, & l fiant n & p, erũt per 18 ſeptimi, a ad n, ſicut k ad m & n ad p, ſicut m ad l, quare an p, ſunt cõtinuè proportionales in proportione c ad f, & quia per 19 eiuſdem p ad b, ſicut e ad h, & ideo ſicut c ad f, ſequitur ut quatuor numeri a n p b, ſint continuè proportionales ſecũdum proportionem c ad f, ſunt itaq; inter a & b duo numeri n & p, mediį in cõtinua proportionalitate ſuorum laterum interpoſiti, quod eſt propoſitum. Corre larium autẽ patet, cũ proportio a ad b, ſit per diffini tionem ſicut a ad n triplicata quæ eſt eadem illi quę eſt c ad f.

a .....
n .....
p .....
b .....
c ..
d ....
e ..
f ...
g .....
h ...
k .....
m .....
l .....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

19 SI eis ſecundum continuam proportionalitatẽ duo numeri interiacẽt, quilibet duo numeri, ſolidi ſunt atq; ſimiles.

CAMPANVS. Hæc eſt cõuerſa præmiſſæ, ut ſi inter a & b ſint duo numeri c & d mediį in cõtinua proportione, erũt a & b ſolidi & ſimiles. Sumãtur enim tres minimi in eadẽ proportione cõtinuè proportionales: qui ſũt e f g, eruntq; per 17 e, & g ſuperficiales et ſimiles: ſint ergo h & k, latera e, at l & m, latera g: eritq; per correl. 16 huius e ad f, ſicut h ad l, aut ſicut k ad m. Manifeſtũ aũt eſt ex tertia ąd e & g, ſunt contra ſe primi, ideoq; per 25 ſeptimi, in ſua ꝓportione minimi, & ꝙa per æquã ꝓportionalitatẽ ſũt a ad d & c ad b, ſicut e ad g, ſequitur per 21 ſeptimi, ut ipſi numerẽt a & d æqualiter, ąd ſit ſecundũ n, & itẽ c & b æqualiter, ąd ſit ſecundũ p. Quia igitur ex h in k fit e, & ex e in n fit a, ſequitur per diffinitionẽ ut a ſit ſolidus, eiusq; latera h k n, ſimiliter quia ex l, in m fit g, & ex g in p b, ſequitur etiã ut b ſit ſolidus, & eius latera l, m, p. Ipſos autẽ eſſe ſimiles ſic cõſtabit. Cùm ex g in n fiat d, & ex eodẽ in p b: erit per 18 ſeptimi,

a .....
c .....
d .....
b .....
e .... h .. k .. n ..
f .....
g ..... m ... l ... p ...

mi,n ad p, ſicut d ad b,& quia ſic erãt h ad l,& k ad m,per diffinitiouem manifeſtum eſt & b, eſſe ſimiles:quod eſt propoſitum.

Quatuor præcecedentes ex Campano Euclidis propoſitiones ſcilicet 16,17,18,19,quatuor ſequentibus ex Zamberto propoſitionibus puta 18,19, 20,21,hoc ordine reſpondẽt,prima primæ, ſecunda tertiæ,tertia ſecundæ,quarta quartæ.

Euclides ex Zamb. *Theorema 16.* *Propoſitio 18.*

Duorum ſimilium planorum numerorum,unus medius proportionalis eſt numerus. Et planus ad planum duplam habet rationẽ, quam ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus. 18

THEON ex Zamb. *Sint bini plani ſimiles numeri α 6, & ipſius α,latera ſint γ δ,ipſius aũt β ſint, ε ζ.Et quoniam ſimiles plani ſunt,qui proportionalia habent latera (per 22 diffinitionem ſeptimi) eſt igitur ſicut γ ad δ,ſic eſt ε ad ζ.Dico igitur quòd ipſorũ α β,unus medius proportionalis eſt numerus, & α ad β duplam rationem habet,quàm γ ad ε,uel δ ad ζ, hoc eſt quàm ſimilis rationis latus, ad ſimilis rationis latus.Et quoniam eſt ſicut γ ad δ,ſic eſt ε ad ζ, uicißim igitur eſt (per 13 ſeptimi) ſicut γ ad ε,ſic eſt δ ad ζ. Et quoniam α planus eſt,ipſius autem latera ſunt γ δ,igitur δ,ipſum γ multiplicans,ipſum α fecit. Id propterea etiam ε,ipſum ζ multiplicans,ipſum effecit β. At δ, ipſum ε multiplicans ipſum efficiat ν, & quoniã δ, ipſum quidem γ multiplicans,ipſum effecit α, ipſum autem ε multiplicans ipſum fecit ν, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad ε,ſic eſt α ad ν.Sed ſicut γ ad ε,ſic eſt δ ad ζ,& ſicut igitur (per 11 quinti) δ ad ζ,ſic α ad ν.Rurſus quoniam ε, ipſum quidem δ multiplicans ipſum effecit ν, ipſum autem ζ, multiplicans ipſum 6 fecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut δ ad ζ,ſic eſt ν ad β,oſtenſum autem eſt quòd & ſicut δ ad ζ,ſic eſt α ad ν,& ſicut igitur (per 11 quinti) α ad ν ſic eſt ν ad β. Igitur ipſi α ν β, continuè ſunt proportionales.Ipſorum igitur α 6 unus medius proportionalis eſt numerus.* Dico iam quòd & α ad β,duplam rationẽ habet,quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus,hoc eſt quàm γ ad ε, uel quàm δ ad ζ. Quoniam enim ipſi α ν β,continuè proportionales ſunt,igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β,duplam habet rationem quàm ad ν,& eſt ſicut α ad ν.ſic eſt γ ad ε,& δ ad ζ,& α igitur ad β, duplam rationẽ habet quàm γ,ad ε uel δ ad ζ:quod erat demonſtrandum.

α	.....
ν	.....
ξ	.....
β	.....
γ	..
δ	..
ε	..
ζ	..
ν	...
θ	...
ν	....
μ	.....
λ	.....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 17* *Propoſitio 19.*

Duorum ſimilium ſolidorum numerorũ, bini medij proportionales ſunt numeri.Et ſolidus ad ſolidum ſimile triplam rationem habet,quam ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus. 19

THEON ex Zamb. *Sint bini ſimiles ſolidi numeri α 6, & ipſius quidẽ α,latera ſint γ δ ε,numeri ipſius autem 6 ſint ζ ν θ, & quoniã (per 22 diffinitionem ſeptimi) ſimiles ſolidi latera habẽt proportionalia,eſt igitur ſicut γ ad δ,ſic eſt ζ ad ν,ſicut aũt δ ad ε,ſic ν θ.Dico q; ipſorũ α 6,bini medij proportionales ſunt numeri,& q; α ad β,triplam rationẽ habet, quàm γ ad ζ,uel δ ad ν,uel inſuper γ ad θ.Igitur γ ipſũ δ multiplicãs ipſũ efficiat κ:at ζ ipſum ν multiplicans ipſũ efficiat λ.Et quoniã ipſi γ δ, ipſis ζ ν in eadẽ ſunt ratione, ex ipſiſq; γ δ gignitur κ, ex ipſis aũt ζ ν, gignitur λ, igitur κ λ ſimiles plani ſunt numeri.Ipſorũ igitur κ λ,unus medius proportionalis eſt numerus(p 18 octaui)ſit μ.Igitur μ ex ipſis δ ζ gignitur, quemadmodũ ex præcedẽti patuit theoremate. Eſt igitur ſicut κ ad μ,ſic eſt μ ad λ.Et quoniã δ ipſũ quidẽ γ multiplicãs,fecit ipſũ κ,ipſum aũt ζ multiplicãs,fecit ipſum μ,eſt igitur (p 17 ſeptimi) ſicut γ ad ζ.ſic eſt κ ad μ, ſed ſicut κ ad μ,ſic μ ad λ.Ipſi igitur κ μ λ,cõtinuè ſunt proportionales,in ipſius γ ad ζ,ratione. Et quoniã eſt ſicut γ ad δ,ſic eſt ζ ad ν,uicißim igitur(p 13 ſeptimi)eſt ſicut γ ad ζ, ſic eſt δ ad ν.Rurſus quoniã eſt ſicut δ ad ε,ſic κ ad θ,uicißim igitur (p 13 ſeptimi)eſt ſicut δ ad κ,ſic eſt ε ad θ.Ipſi igitur κ λ μ cõtinuè ſunt proportionales in ipſius γ,ad ζ,& δ ad κ ratione,& inſuper ipſius ε ad θ. Vterque iam ipſorum ε θ,ipſum μ multiplicans, utrunq; ipſorum ν ξ faciat,& quoniam α ſolidus eſt,latera autem eius ipſi γ δ ε, igitur ν eũ*

qui ex

qui ex γ δ, multiplicans ipſum effecit α, at qui gignitur ex γ Λ, eſt ν. Igitur ε ipſum ν multiplicans, ipſum effecit α. Id propterea etiam θ ipſum qui gignitur ex ζ ν, hoc eſt λ multiplicans, ipſum effecit β. Et quoniam ε, ipſum ν multiplicans ipſum α effecit, ſed & ipſum μ multiplicans, ipſum ν effecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut ν ad μ, ſic eſt α ad ν. Sicut autem ν ad μ, ſic eſt γ ad ζ, & Λ ad ν, & in ſuper ε ad θ, ſicut igitur γ ad ζ, & Λ ad ν, & ε ad θ, ſic eſt α ad ν. Rurſus quoniam uterq; ipſorum ε θ ipſum multiplicans μ, utrunq; ipſorum ν ξ fecit, eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut ε ad ν, ſic eſt ν ad ξ. Sed ſicut ε ad θ, ſic eſt γ ad ζ, & Λ ad ν, & ſicut igitur (per 11 quinti) γ ad ζ, et Λ ad ν, & ε ad θ, ſic eſt α ad ν, & ν ad ξ. Rurſus quoniã θ, ipſum μ multiplicans cõficit ipſum ξ, ſed et ipſum λ multiplicans, ipſum effecit β, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut μ ad λ, ſic ξ, ad β.

α .....
ν .....
ξ .....
β .....
γ ..
Λ ..
ε ..
ζ ..
ν ...
θ ...
μ ....
λ .....

Sed ſicut μ ad λ, ſic eſt γ ad ζ, & Λ ad ν, & ε ad θ, & ſicut igitur γ ad ζ, & Λ ad ν, & ε ad θ, ſic nõ ſolũ ξ ad β, ſed & α ad ν, & ν ad ξ. Igitur ipſi α ν ξ β, continuè ſunt proportionales in prædictis laterum rationibus. Dico inſuper quòd & α ad β, triplam rationem habet, quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus, hoc eſt quàm γ, numerus ad ζ uel Λ ad ν, & inſuper quàm ε ad θ. Quoniam enim quatuor numeri continuè ſunt proportionales, hoc eſt, α ν ξ β, igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, triplam rationem habet quàm α ad ν. Sed ſicut α ad ν, ſic patuit γ ad ζ, Λ ad ν, & inſuper ε ad θ. Igitur α ad β, triplam rationem habet, quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus, hoc eſt quàm γ numerus ad ζ numerũ, et Λ ad ν, et ε ad θ: quod erat demonſtrandum. Euclid. ex Zamb. Theorema 18 Propoſitio 20.

20 Si binorum numerorum unus medius proportionalis fuerit numerus, ſimiles plani erunt ipſi numeri.

THEON ex Zamb. Duorum enim numerorum α β, unus medius proportionalis eſto γ, numerus. Dico quòd ipſi α β, ſimiles plani ſunt numeri. Sumantur (per 35 ſeptimi) enim minimi numeri eandem rationẽ habentiũ ipſis α γ β, duo ſint ζ; Λ ε. Eſt igitur ſicut Λ ad ε, ſic eſt α ad γ, ſed ſicut α ad γ, ſic eſt γ ad β, et ſicut igitur (per 11 quinti) Λ ad ε, ſic γ ad β. Aequè igitur Λ ipſum α metitur, & ε ipſum γ, quoties autem Λ ipſum α metitur, tot unitates ſint in ζ, igitur ζ ipſũ Λ multiplicans ipſum effecit α. Ipſum autem ε multiplicans ipſum fecit γ, quare α, planus eſt: latera autẽ eius ſunt Λ ζ (per 22 diffinitionem ſeptimi) Rurſus quoniam ipſi Λ ε minimi ſunt eandem rationem habẽtium ipſis γ β, æquè igitur (per 21 ſeptimi) Λ ipſum γ metitur, & ε ipſum β. Quoties autẽ ε, ipſum β metitur, tot unitates ſint in ipſo ν. Igitur ε ipſum β metitur per eas quæ in ν, ſunt unitates, igitur ν ipſum ε multiplicans, ipſum effecit ξ, igitur planus eſt (per 22 diffinitionem ſeptimi) latera autem eius ſunt ε ν. Igitur ipſi α β, plani ſunt duo numeri. Dico inſuper quòd et ſimiles. Quoniã enim uterque ipſorum ζ ν, ipſum ε multiplicans, utrunq; ipſorum γ β effecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut ζ ad ν, ſic eſt γ ad β. Sicut autem γ ad β, ſic Λ ad ε, & ſicut igitur (per 11 quinti) Λ ad ε, ſic ζ ad ν. Ipſi igitur α β ſimiles plani ſunt numeri, eorum enim latera proportionalia ſunt: quod erat demonſtrandum. Euclid. ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 21.

α .....
γ .....
Λ .....
β .....
ε ..... Hoc fiet, per 35 ſeptimi, ſumendo ipſorum aut α γ, aut γ β, maximam dimenſionem, per quam inuenientur duo in eadem ratione minimi, hoc eſt Λ ε.
ζ .....
ν .....
ξ ..... aut α γ Λ, aut γ Λ β, maximã dimenſionẽ, per quã inuenientur tres in eadẽ ratione minimi. Aut ipſorũ uel α γ uel γ Λ uel Λ β, ſumendo maximã dimẽſionẽ p quã ſumẽtur duo in eadẽ ratione minimi, p quos per 2 octaui ſumentur tres, hoc eſt ζ ν.

21 Si duorum numerorũ duo medij proportionales fuerint numeri, ſimiles ſolidi ſunt ipſi numeri.

THEON ex Zamb. Duorũ enim numerorum α β, duo medij proportionales ſint numeri γ Λ: dico q, ipſi α β, ſimiles ſolidi ſunt. Sumãtur enim (per 35 ſeptimi aut 2 octaui) minimi numeri eandẽ rationẽ habentiũ eiſdẽ α γ Λ β, tres, ſint ζ; ε ζ. Igitur (per 3 octaui) eorum extremi ε ν, primi adinuicẽ ſunt, & quoniã ipſorum ε ν, unus medius proportionalis eſt numerus, ſimiles igitur plani ſunt (p 20 octaui.)

Sint

Sint igitur ipſius quidem ε, latera θ ν, ipſius autem ν, ſint λ μ. Manifeſtum igitur eſt ex hoc, quòd ipſi ε ζ ν, continuè proportionales ſunt in ipſius θ, ad λ ratione, & ipſius ν, ad μ. Et quoniam ipſi ε ζ ν, minimi ſunt eandem rationem habentium ipſis α γ δ, ex æquali igitur (per 14 ſeptimi) eſt ſicut ε ad ν, ſic eſt α ad δ. At ε ν. (per 3 octaui primi) ſunt primi autem, & minimi, minimi uerò (per 21 ſeptimi) metiuntur eandem rationẽ habentes æqualiter: maior maiorẽ, & minor minorẽ, hoc eſt antecedẽs antecedentẽ, & ſequẽs ſequentem: æquè igitur ε, ipſum α metitur, & ν ipſum δ: quoties igitur ε, ipſum α metitur, tot unitates ſint in ipſo ν. Igitur ν, ipſum ε, multiplicans, ipſum effecit α. At ε, eſt ex θ ν. Igitur ν, eum qui ex θ ν, gignitur multiplicãs ipſum effecit α. Solidus igitur eſt α, latera autem eius ſunt θ ν ν. Rurſus quoniam ipſi ε ζ ν, minimi ſunt eandem rationem habẽtium ipſis γ δ β, æquè igitur ε, ipſum γ metitur, & ν ipſum β. Quoties autem ν, ipſum θ metitur: tot unitates ſint in ξ. Igitur ν, ipſum β metitur per eas quæ in ξ, ſunt unitates. Igitur ξ, ipſum ν multiplicans, ipſum effecit ζ. At ν eſt ex λ μ. Igitur ξ, eum qui ex λ μ gignitur, multiplicans ipſum fecit β.

α.....
γ.....
δ.....
β.....
ε.....
ζ.....
ν.....
θ...
ν...
ν...
λ....
μ....
ξ....

Solidus igitur eſt β, latera autem eius ſunt λ μ ξ. Igitur ipſi α β, ſolidi ſunt. Dico inſuper quòd & ſimiles, quoniam ν ξ, ipſum ε multiplicantes, ipſos fecerunt α γ, eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut ν ad ξ, ſic eſt α ad γ, hoc eſt ε ad ζ. Sed ſicut ε ad ζ, ſic eſt θ ad λ, & ν ad μ, & igitur (per 11 quinti) θ ad λ, ſic ν ad μ & ν ad ξ, & ſunt quidem ipſi θ ν ν, latera ipſius α, ipſi uerò ξ λ μ, latera ſunt ipſius β. igitur ipſi α β, numeri ſolidi ſunt ſimiles: quod oportuit demonſtraſſe.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 20.



I trium numerorum continuè proportionaliũ primus fuerit quadratus, tertium quoq; quadratum eſſe. 20

CAMPANVS. Sint tres numeri continuè proportionales a b c, ſitq; a quadratus. Dico quòd c eſt etiam quadratus: ſunt enim per 17 a & c ſuperficiales & ſimiles: cùm igitur a ſit quadratus per hypotheſin, erit c quadratus.

a.... b..... c.....

Euclid. ex Zamb. Theorema 20. Propoſitio 22.

Si tres numeri continuè proportionales fuerint, primusq; fuerit quadratus, & tertius quadratus erit. 22

THEON ex Zamb. *Sint tres numeri continuè proportionales α β γ, primus autẽ ſit quadratus. Dico quòd & tertius quadratus eſt, quoniam enim ipſorum α γ (per 20 octaui) unus medius proportionalis eſt numerus β, igitur α γ, ſimiles plani ſunt, at quadratus eſt α, quadratus igitur eſt & γ: quod erat demonſtrandum.*

α.....
β.....
δ.....

Euclid. ex Camp. Propoſitio 21.



I quatuor numerorum continuè proportionaliũ primus fuit cubus, quartum cubum eſſe neceſſe eſt. 21

CAMP. Sint quatuor numeri continuè proportionales a b c d, ſitq; a cubus, dico quòd d eſt etiam cubus, conſtat enim per 19, quòd a & d, ſunt ſolidi ſimiles, & quia a eſt cubus per hypotheſin, erit etiam d cubus.

Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 23.

Si quatuor numeri continuè proportionales fuerint, primus autem cubus fuerit, & quartus cubus erit. 23

THEON ex Zamb. *Sint quatuor numeri proportionales continuè α β γ δ, ſit autem α, cubus, dico quòd & δ, cubus erit. Quoniam enim ipſorum α δ, duo medij proportionales ſunt numeri β γ. Ipſi igitur α δ, ſimiles ſunt ſolidi numeri, at α cubus eſt, cubus igitur eſt & δ: quod demonſtraße oportuit.*

α.....
β.....
γ.....
δ.....

Euclid.

Euclid. ex Camp. *propoſitio 22.*

22 SI duorum numerorum, quorum proportio ſicut quadrati ad quadratum, fuerit unus quadratus, alterum quoq; quadratum eſſe.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, in proportione duorum quadratorum qui ſunt c, & d, ſitq; a uel b quadratus: dico reliquum eſſe quadratum. Cum enim c & d, ſint quadrati, ſequitur eos eſſe ſuperficiales. Ideoq; per 16 cadet unus medius inter eos in continua proportione: quare per 8 inter a & b, per 26 igitur conſtat propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propoſitio 24.*

24 Si bini numeri rationẽ habuerint, quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, primus aũt fuerit q̃dratus, et ſecũdus quadratus erit.

THEON *ex Zamb. Bini enim numeri α β adinuicem rationem habeant, quam quadratus numerus γ ad quadratum numerum Δ. Ipſe autem α quadratus ſit, dico quòd & β quadratus eſt. Quoniam ipſi γ Δ, ſunt quadrati, ipſi γ Δ, igitur ſimiles plani ſunt. Ipſorum igitur γ Δ (per 18 octaui) unus medius proportionalis eſt numerus. Et ſi ſicut γ ad Δ, ſic α ad β. Ipſorum igitur, α, β, unus medius proportionalis eſt numerus. At α quadratus eſt, & β igitur quadratus eſt: quod erat demonſtrandum.*

α....
.....
β.....
γ.....
.....
Δ.....

Camp. 22
Zamb. 24

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 23.*

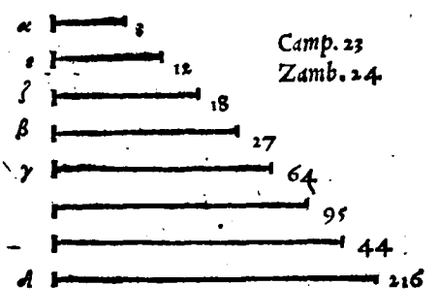
23 SI duorum numeror, ũquorum proportio unius ad alterum ſit, ſicut cubi ad cubum, alteruter fuerit cubus, & alterum cubum eſſe.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, in proportione duorum cuborum qui ſunt c & d, ſitq; a uel b cubus: dico reliquum eſſe cubum. Neceſſe eſt enim quòd c & d ſint ſolidi ſimiles, quippe omnes cubi ſunt ſimiles & ſolidi, itaque per 18 inter ipſos cadent duo medij in continua proportione: totidem igitur per 8 cadent inter a & b, itaque per 21 manifeſtum eſt quod dicitur.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propoſitio 25.*

25 Si bini numeri adinuicẽ rationẽ habuerint, quam cubus numerus ad cubum numerũ, primus autẽ cubus fuerit, & ſecũdus cubus erit.

THEON *ex Zamb. Bini enim numeri α ε, adinuicẽ rationem habeant, quam cubus numerus γ ad cubũ numerum Δ, cubus autẽ eſto α. Dico quòd & β cubus eſt. Quoniam enim ipſi γ Δ, cubi ſunt, ſunt igitur (per 19 octaui) ipſi γ Δ, ſimiles ſolidi, ipſorum igitur γ Δ, bini medij ſunt proportionales (per 21 octaui) quot autem inter ipſos γ Δ continuè proportionales cadunt, totidem & inter eãdem rationem habentes cadunt numeri. Quare & inter α β duo medij proportionales cadunt (per 8 octaui) cadant ipſi ε ſ. Quoniam igitur quatuor numeri α ε ſ β, continuè proportionales ſunt, & α cubus eſt, cubus igitur eſt (per 23 octaui) & β: quod erat demonſtrandum.*



Camp. 23
Zamb. 24

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 24.*

24 VMerorum ſuperficialium ſimiliũ eſt proportio unius ad alterum, ſicut proportio quadrati ad quadratum.

CAMPANVS. Sint a & b ſuperficiales ſimiles, dico quòd unus ad alterum eſt proportio, ſicut quadrati ad quadratum, erit enim per 16 inter eos unus numerus medius, in cõtinua, pportione qui ſit c, ſumptis itaq; tribus minimis in proportione eorũ qui ſunt d e f, erũt per correlariũ 2, d & f quadrati: &

a.....
c.....
b.....
d....
e.....
f.....

quia per æquam proportionalitatem eſt a ad b ſicut, d ad f, conſtat uerum eſſe quod proponitur.

Euclid. ex Zamb. Theorema 24. Propoſitio 26.

Similes plani numeri adinuicem rationem habent, quam quadra 26
tus numerus ad quadratum numerum.

THEON *ex Zamb. Sint ſimiles plani numeri* α β. *Dico quòd* α *ad* β *rationẽ habet, quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Quoniam ipſi* α β, *ſimiles planè ſunt, inter ipſos igitur* α β, *unus medius proportionalis cadit numerus (per 18 octaui) Cadat, & ſit* γ, *aſſumanturq; (per 35 ſeptimi) minimi numeri eandem ipſis* α β γ, *habentium rationem, ſintq; ſ ε ζ. ipſi igitur ipſorum extremi, hoc eſt ſ ζ, ſunt quadrati. Et quoniã eſt ſicut ſ ad ζ, ſic* α *ad* β, *& ipſi ſ ζ, ſunt quadrati, igitur* α *ad* β *rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum: quod demonſtrare oportebat.*

α .....
γ .....
β .....
ſ .....
ε .....
ζ .....

Euclid. ex Camp. Propoſitio 25.



Mnium duorum ſolidorũ ſimilium eſt proportio uni- 25
us ad alterum, ſicut alicuius cubi ad aliquem cubum.

CAMPANVS. Sint a & b ſolidi ſimiles, dico quòd eſt proportio unius eorum ad alterum, eſt ſicut alicuius cubi ad aliquẽ alium cubũ. Sunt quidẽ per 18 inter eos duo numeri medij ſecũdum continuã proportionẽ, qui ſint c & d, & in eorum proportione ſint minimi quatuor e f g h, quorum e & h erunt cubi per correlarium ſecundæ: quia igitur per æquam proportionalitatem eſt a ad b, ſicut e ad h, liquet propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 27.

Similes ſolidi numeri adinuicem rationem habent, quam cubus 27
numerus ad cubum numerum.

THEON *ex Zamb. Sint ſimiles ſolidi numeri* α β. *Dico quòd* α *ad* β *rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum. Quoniam enim ipſi* α β, *ſimiles ſolidi ſunt, inter ipſos igitur* α β *(per 19 octaui) bini cadunt numeri proportionales, cadant, & ſint* γ δ. *Accipianturq; (per 35 ſeptimi) minimi numeri eandem habentium rationem ipſis* α γ δ β, *ſintq; ipſis æquales multitudine* ε ζ η θ. *Ipſi igitur* ε θ, *eorum extremi cubi ſunt: eſtq; ſicut* ε *ad* θ *ſic* α *ad* β. *Et* α *igitur ad* β *rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum: quod oportuit demonſtraſſe.*

α .....
γ .....
δ .....
β .....
ε .....
ζ .....
η .....
θ .....

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEMENTORVM *Liber nonus.*

Ex Campano. Diffinitiones.



Ar numerus, eſt qui poteſt in duo æqualia di 1
uidi. 2 Impar numerus, eſt qui in duo æqua lia diuidi non poteſt, additóq; ſupra parẽ uninatem. 3 Pariter par eſt, quem cuncti pares eum numerantes, paribus uicibus numerant. 4 Pariter impar eſt, quem cuncti pares eum numerantes, imparibus uicibus numerant. 5 Pariter par & impariter eſt, quem pares eum numerantes, quidam paribus, quidam imparibus uicibus numerant. 6 Impariter impar, quem cuncti im-

pares

pares eum numerantes, imparibus uicibus numerant. 7 Perfectus numerus appellatur, qui in omnibus partibus ſuis quibus numeratur, eſt æqualis. 8 Abundans dicitur, qui omnibus ſuis partibus minor eſt. 9 Diminutus uerò, qui maior.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

1 SI fuerint duo numeri ſuperficiales ſimiles, qui ex ductu alterius in alterũ producetur, numerum quadratũ eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint a & b ſuperficiales ſimiles, ex quorum multiplicatione proueniat c, dico c eſſe quadratum: fiat enim d ex a in ſe, eritq; per 18 ſeptimi, d ad c, ſicut a ad b, & quia inter a & b cadit medius ſecundum continuam proportionalitatem per 16 octaui, ſequitur per 8 eiuſdem, ut unus quoque cadat inter d & c, itaque cum d ſit quadratus, erit per 20 eiuſdem, c quoque quadratus: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

1 Si bini ſimiles plani numeri ſeſe inuicem multiplicãtes, aliquem fecerint, factus ex eis quadratus erit.

THEON ex Zamb. *Sint bini ſimiles plani numeri α β, & α ipſum β multiplicans, ipſum efficiat γ. Dico quòd γ quadratus eſt, ipſe enim α ſeipſum multiplicans, ipſum Δ efficiat, ipſe igitur Δ, quadratus eſt. Quoniam igitur α ſeipſum quidem multiplicans ipſum fecit, ipſum autem β multiplicans ipſum γ fecit: eſt (per 17 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic Δ ad γ. Et quoniam ipſi α β, ſimiles plani ſunt numeri, unus medius (per 18 octaui) proportionalis cadit numerus ipſorum α, β. Si autem inter binos numeros continuè proportionales, numeri proportionales ceciderint, quod inter ipſos cadunt, totidem quoq; (per 8 octaui) & inter eandem rationem habentes cadent. Quare & inter ipſos γ Δ, unus medius proportionalis numerus cadit: eſt autem ipſe Δ, quadratus, quadratus igitur eſt γ: quod oſtendere oportuit.*

γ.....
.....
Δ.....
β.....
.....
α....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

2 SI ex ductu alterius in alterum tetragonus producatur, duo quilibet numeri ſunt ſuperficiales ſimiles.

CORRELARIVM.

Ex his itaq; patẽs eſt, quia ſi tetragonus in tetragonũ ducatur, qui ex eis producet, tetragonũ eſſe. Si uerò ex ductu tetragoni in numerũ aliquẽ, tetragonus producatur, illũ numerũ aliquẽ eſſe tetragonũ. Itemq; ſi ex ductu tetragoni in numerũ aliquẽ, non tetragonus producatur, eum numerũ aliquẽ non tetrágonum eſſe. Si uerò tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur, qui inde producetur, non tetragonum eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa prioris. Vt ſi ex a in b fiat c, fueritq; quadratus, erunt a & b, ſuperficiales ſimiles. Sit enim d ex a in ſe, eritq; per 18 ſeptimi, d ad c, ſicut a ad b. Per 16 autem octaui, cum d & c ſint ſuperficiales ſimiles, eo quòd ſunt ambo quadrati, erit inter eos unus numerus medius ſecundum cõtinuam proportionẽ: per 8 itaq; eiuſdẽ erit etiam unus inter a & b, igitur per 17 eiuſdem, a & b ſunt ſuperficiales ſimiles: quod eſt propoſitum. Prima pars correlarij patet per præmiſſam, ſunt enim omnes tetragoni, ſuperficiales ſimiles. Secunda patet ex hac, cum ſit ſolus tetragonus ſimilis tetragono. Tertia pars patet ex prima ipſius correlarij parte, à deſtructione cõſequentis. Quarta uerò patet ex eiuſdem parte ſecunda, à deſtructione conſequentis.

c .....
.....
d....
b.....
....
a..

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propoſitio 2.*

2 Si bini numeri inuicem ſeſe multiplicantes, quadratum fecerint, ſimiles plani ſunt.

THEON ex Zamb. Bini enim numeri α β, inuicem ſeſe multiplicantes, quadratum efficiãt γ. Dico q; & ipſi α β, ſimiles plani ſunt numeri. Ipſe enim α ſeipſum multiplicans, ipſum Δ efficiat: Δ igitur quadratus eſt. Et quoniam α ſeipſum quidẽ multiplicans γ ..... ipſum Δ fecit, ipſum autẽ β multiplicãs ipſum γ fecit, ... eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic Δ ad γ: & Δ ..... quoniam Δ quadratus eſt, ſed & γ, ipſi igitur Δ γ, ſi- β ..... miles plani ſunt, ipſorũ igitur Δ γ (per 22 octaui) unus ..... medius proportionalis eſt numerus, & eſt ut Δ ad γ, α ... ſic α ad β. Ipſorũ igitur α β (per 8 octaui) unus medius eſt proportionalis. Si autẽ binorũ numerorũ unus medius proportionalis eſt numerus (per 18 octaui) ſimiles plani ſunt numeri: ipſi igitur α β ſimiles plani ſunt: quod oportuit demõſtraſſe. Euclid. ex Camp. Propoſitio 3.

SI numerus cubus in ſeipſũ ducat, q inde pducet erit cubus. 3

CAMPANVS. Sit a cubus, ex quo in ſe ducto fiat b, dico b eſſe cubũ: ſit enim c latus cubicũ a, ex c uerò in ſe, fiat d, patet itaq; quòd ex c in d, fit a: ſunt igitur unitas c d a, cõtinuè proportionales, quod ex 18 ſeptimi, & præſentibus hypotheſibus manifeſtũ eſt, & quia eſt a ad b, ſicut unitas ad a, eo quòd quoties unitas eſt in a, toties a in b, erũt inter a & b, duo numeri medij ſecundũ proportionalitatẽ continuã per 8 octaui, cum igitur ex hypotheſi ſit a cubus, erit per 11 eiuſdem, b quoq; cubus: quod oportebat demonſtrare.

Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 3.

Si cubus numerus ſeipſũ multiplicãs aliquẽ fecerit, factꝰ cubus erit. 3

THEON ex Zamb. Cubus enim numerus α, ſeipſum multiplicãs, ipſum efficiat β. Dico quòd β cubus eſt, accipiatur enim ipſius α latus γ, et γ ſeipſum multiplicãs, ipſum efficiat Δ, manifeſtum iam eſt, quòd γ ipſum Δ multiplicans, ipſum effecit α: & quo- β ..... niã γ ſeipſum multiplicans, ipſum Δ fecit, igitur ..... γ ipſum Δ metitur per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Scd & unitas ipſum γ metitur, per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Eſt igitur ſicut unitas ad γ, ſic γ ad Δ. Rurſus quoniam γ ipſum Δ multiplicans, ipſum effecit α, igitur ipſe Δ ipſum α metitur per Vnitas. eas quæ in ipſo γ ſunt unitates. At unitas ipſum γ metitur per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Eſt igitur ſicut unitas ad γ, ſic Δ ad α. Sed ſicut unitas ad γ, ſic γ ad Δ, & (per 11 quinti) igitur ſicut unitas ad γ, ſic γ ad Δ et Δ ad α. Ipſius igitur unitatis & α, bini medij ſunt continuè proportionales numeri γ Δ. Rurſus quoniam α ſeipſum multiplicans, ipſum β fecit, igitur α ipſum β metitur per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Metitur autem & unitas ipſum α per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Eſt igitur ſicut unitas ad α, ſic α ad β. Ipſius autẽ α & unitatis, bini medij ſunt proportionales numeri. & ipſorum igitur α β, bini medij proportionales ſunt numeri (per 8 octaui) Si autẽ binorum numerorum bini medij proportionales fuerint numeri, primus autem cubus fuerit, & quartus cubus erit (per 22 octaui) eſt autẽ α cubus, & β igitur cubus eſt: quod oſtendere oportuit. Euclid. ex Camp. Propoſitio 4.

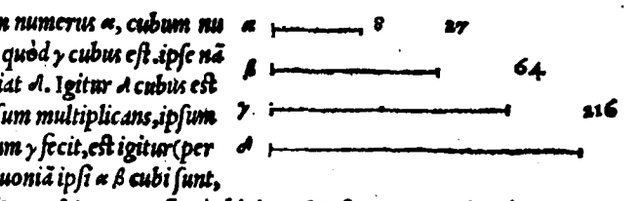
SI cubus in aliũ cubum ducatur, qui inde producet erit cubus. 4

CAMPANVS. Sint a & b cubi, fiatq; c ex a in b, dico c eſſe cubum: fiat enim d ex a in ſe, eritq; per præmiſſam d cubus, & quia per 18 ſeptimi, eſt a ad b, ſicut d ad c, conſtat ex 23 octaui, c eſſe cubum: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 4.

Si cubus numerus cubum numerum multiplicans, aliquam fecerit, factus cubus erit. 4

THEON ex Zamb. Cubus enim numerus α, cubum numerum β multiplicans, efficiat γ. Dico quòd γ cubus eſt. ipſe nãque α ſeipſum multiplicans, ipſum efficiat Δ. Igitur Δ cubus eſt (per præcedentem) Et quoniam α ſeipſum multiplicans, ipſum Δ fecit, ipſum autem β multiplicans, ipſum γ fecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic Δ ad γ. Et quoniã ipſi α β cubi ſunt, ſimiles ſolidi ſunt ipſi α β. Ipſorum igitur α β (per 19 octaui) bini medij ſunt proportionales numeri. Quare & (per 8 eiuſdem ipſorum) Δ γ, bini medij proportionales ſunt numeri, eſt autem Δ cubus, cubus igitur eſt & γ: quod demonſtrare oportebat.



Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*

5 SI numerus cubus in numerum alium ducatur, fueritque productus cubus, in quem ductus eſt, numerum cubum eſſe neceſſe eſt.

CORRELARIVM.

Vnde & manifeſtum eſt, quia ex ductu cubi in non cubum, producitur non cubus. Ducto'que cubo in numerum aliquem, ſi fuerit qui inde producitur non cubus, in quem ille ductus fuerit neceſſe eſt eſſe non cubum.

CAMPANVS. Sit enim ex a cubo in b numerum, productus c cubus, dico b eſſe cubum: fiat enim d ex a in ſe, qui per antepręmiſſam erit cubus, quia igitur eſt per 18 ſeptimi a ad b ſicut d ad c, eſtq; a cubus, ſed & d & c cubi, erit per 23 octaui, b cubus, quod eſt propoſitũ. Prima pars corollarij patet ex hac quinta, à deſtructione cõſequentis, ſecunda per prędmiſſam, ſimiliter à deſtructione conſequentis. 1728

C. 5

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 5.* Z. 5.

6 SI cubus numerus numerũ aliquem multiplicans, cubum fecerit, & multiplicatus cubus erit.

THEON *ex Zamb.* *Cubus enim numerus α numerũ aliquem β multiplicans, cubum efficiat γ. Dico quòd β cubus eſt. Ipſe enim α ſeipſum multiplicans, ipſum δ efficiat. Cubus igitur eſt (per 3 noni) & ipſe δ, & quoniam α ſeipſum multiplicans, ipſum δ fecit, ipſum autem β multiplicãs ipſum γ fecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic δ ad γ, & quoniam ipſi δ γ, cubi ſunt, ſimiles ſolidi ſunt. Ipſorum igitur δ γ, (per 19 octaui) bini medij ſunt proportionales numeri. Eſtq; ſicut δ ad γ, ſic eſt α ad β: & ipſorum igitur α β (per 8 eiuſdem) bini medij ſunt proportionales numeri, eſtq; α cubus, cubus igitur & β: quod oportuit demonſtraſſe.*

729 64 27 α β δ γ

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 6.*

6  EX ductu cuiuſdam numeri in ſeipſum cubus producatur, eum eſſe cubum neceſſariò comprobatur.

CAMPANVS. Sit ut ex a in ſe fiat b, ſitq; b cubus: dico ergo a eſſe cubum. Fiat enim c ex a in b, eritq; ex diffinitione, c cubus: & quoniam conſtat ex 18 ſeptimi, quòd ſit a ad b, ſicut b ad c, cum ſint b & c cubi, ſequitur ex 23 octaui, a eſſe cubum: quod eſt propoſitum.

512 c
64 b
8 a

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 6.*

6 SI numerus ſeipſum multiplicãs, cubũ fecerit, & ipſe cubus erit.

THEON *ex Zamb.* *Numerus enim α ſeipſum multiplicans, cubum efficiat β. Dico quòd α cubus eſt. Ipſe enim α ipſum β multiplicans, ipſum efficiat γ. Quoniam igitur α ſeipſum quidem multiplicans ipſum δ fecit, ipſum autem β multiplicans ipſum γ fecit, igitur γ (per 4 noni) cubus eſt. Et quoniam α ſeipſum multiplicans ipſum β fecit, ipſum autem β multiplicans ipſum δ effecit γ, ſicut igitur (per 27 ſeptimi) α ad β, ſic β ad γ. Et quoniam ipſi β γ cubi ſunt, ſimiles ſolidi ſunt, ipſorum igitur β γ (per 19 octaui) bini ſunt medij proportionales numeri, eſtq; ſicut β ad γ, ſic α ad β, & ipſorum igitur α β bini, medij ſunt proportionales numeri (per eandem) eſt autem β cubus, cubus igitur eſt & α: quod oſtendere oportuit.*

1968 729 27 α β γ

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*

7  I numerus compoſitus in numerum quemlibet ducatur qui inde producetur, erit ſolidus.

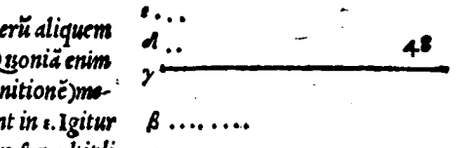
CAMPANVS. Sit a numerus compoſitus, qui ducatur in b & proueniat c, dico c eſſe numerum ſolidum. Cum enim a ſit compoſitus, numeratur ab aliquo numero, qui ſit d, numeretq; eum ſecundum e. Quia igitur ex e in d fit a, & ex a in b c, erit ex diffinitione ſolidorum c ſolidus: eiuſq; latera e d b: quod eſt propoſituu.

e..
d..
c.....
b.....
a....

Euclid.ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 7.

Si compoſitus numerus numerũ aliquem multiplicans, aliquem fecerit, factus ſolidus erit. 7

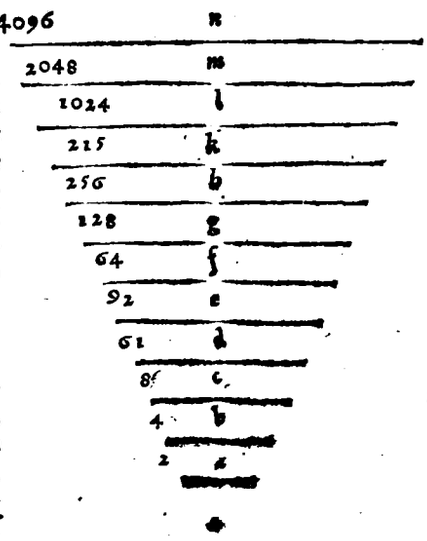
THEON ex Zãb. *Cõpoſitus enim numerus α numerũ aliquem β multiplicãs, ipſum γ efficiat. Dico, quòd γ ſolidus eſt. Quoniã enim α compoſitus eſt, eum aliquis numerus metietur (per diffinitionẽ) metiatur eũ δ. & quoties δ ipſum α metitur, tot unitates ſint in ε. Igitur ε ipſum δ multiplicãs, ipſum effecit α. Et quoniam α ipſum β multiplicãs, ipſum effecit γ: & β igitur eũ qui ex δ ε, multiplicãs ipſum γ fecit. Igitur γ ſolidus eſt, latera autem ipſius ſunt ipſi δ ε β: quod oſtẽdere oportuit.*



Euclid.ex Camp. Propoſitio 8.

SI fuerint numeri ab unitate continuè proportionales, tertius ab unitate erit quadratus, ac deinceps uno ſemper intermiſſo. Quartus uerò ab unitate, cubus, ac deinceps duobus ſemper intermiſsis. Itemq; ſeptimus ab unitate, eſt quadratus cubicus, ac deinceps quinq; ſemper intermiſsis quadratus cubicus continuò ſequitur. 8

CAMPANVS. Sint cõtinuè proportionales, unitas a b c d e f g h k l m n. Dico b eſſe quadratum, & d, omiſſo c, & ſic alios uno ſemper obmiſſo, unde ſimpliciter omnes exiſtentes in locis imparibus, ſunt quadrati, ut ſunt tertius, quintus & ſeptimus. Dico item c eſſe cubũ, & f, duobus obmiſsis, & ſic in cæteris. Omnisq; ſimpliciter eſt cubus, cuius ab unitate locus addit ſuper ternariũ, uel quẽlibet multiplicẽ ipſius ternarij unitatẽ, ut ſunt quartus, ſeptimus, decimus, tertiuſdecimus & ſextuſdecimus: in hoc enim cõueniunt omnes qui ꝯuos trãſmittũt. Itẽq; dico f ab unitate ſeptimum, eſſe quadratũ cubicũ, & ſimiliter n, quinq; numeris intermiſsis, idẽq; in cęteris. Simpliciter aũt dico, cuius locus ab unitate addit ſuper ſenariũ, uel quẽlibet multiplicẽ ipſius unitatem, ut ſunt ſeptimus, tertiuſdecimus, decimuſnonus, & uiceſimuſquintus illum eſſe quadratũ cubicum: quadratũ quidẽ quoniã eius locus impar, cubũ autẽ quoniã ſuper multiplicẽ ternarij addit unitatẽ, quippe ſenarij multiplices, cunctos ternarij neceſſe eſt eſſe multiplices. Quæ autẽ propoſita ſunt, ſic conſtat. Eſt enim ex hypotheſi a in b, quoties unitas in a, itaq; b ex diffinitione quadratus. Quia igit b c d, ſunt cõtinuè proportionales, cũ b ſit quadratus, patet ex 17 uel 20 octaui, d eſſe quadratum. Eadẽ ratione & f, quia d e f, ſunt cõtinuè proportionales, & d eſt quadratus. Idẽ in cęteris uno intermiſſo. Cõſtat itaq; primũ. Secundũ ſic: Cũ ſit b in c quoties a in b ex hypotheſi, ſequitur à diffinitione ut ex a in b ſuũ quadratũ fiat c, igit ex diffinitione cubi, c eſt cubus. At quia c d e f, ſunt cõtinuè proportionales, ſed & f g h k, eſt autẽ c cubus, neceſſe eſt per 19, uel 21 octaui, ut f quoq; ſit cubus, ideoq; & k. Idẽq; in cęteris, duobus trãſmiſsis. Quare liquet ſecundũ. Quoniã autẽ in f ſeptimo, & in n decimotertio, cæterisq; quinq; medios obmittẽtibus, ſimpliciter uerò & in omnibus quorũ locus ſuper quẽlibet multiplicẽ ſenarij addit unitatẽ, terminẽtur quadratorũ et cuborũ cõputationes, in his quidẽ unius, in illis autẽ duorũ obmiſsione, ſequitur ipſos eſſe quadratos ex huius prima parte, & cubicos ex ſecunda, quare quadrati cubici. Cõſtat ergo totũ quod dicitur.

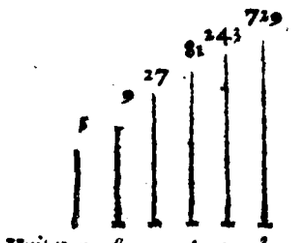


Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 8.

Si ab unitate quotcunq; numeri ordine proportionales fuerint, tertius ab unitate quadratus eſt, & unũ relinquentes omnes, quartus autem cubus, & binos relinquẽtes omnes, ſeptimus uerò cubus ſimul & quadratus & quinque relinquentes omnes. 9

ἐξῆς continuè. THEON ex Zãb. *Sint ab unitate quilibet * ordinatim proportionales numeri α β γ δ ε ζ. Dico q tertius quidẽ ab unitate ſcilicet β, eſt quadratus, & unũ relinquẽtes oẽs, quartus autẽ γ eſt cubus, & binos relinquẽtes oẽs, ſeptimus uerò ζ cubus et ſimul quadratus, et quinq; relinquẽtes omnes. Quoniã enim eſt ſicut*

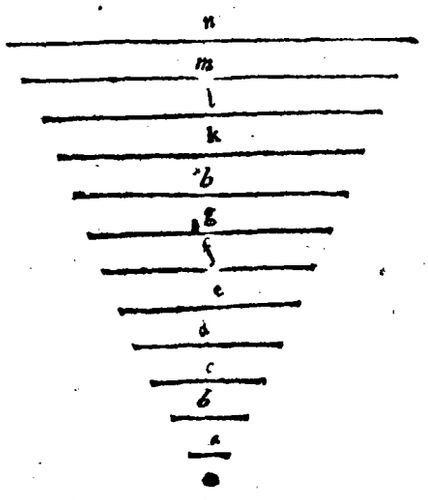
tit unitas ad α, ſic α ad β, æquè igitur unitas ipſum α numerũ, & α ipſum 6 metitur, at unitas ipſum α metitur per eas quæ in α ſunt unitates, igitur, & α ipſum 6 metitur per eas quæ in ipſo α ſunt unitates: & quoniam α ipſum β metitur per eas quæ in ipſo α ſunt unitates, igitur α ſeipſum multiplicans, ipſum effecit β, quadratus igitur eſt β. Et quoniam ipſi β, γ, δ, ordinatim ſunt proportionales, & β quadratus eſt, igitur (per 22 octaui) & δ quadratus eſt, & iã id propterea & ζ quadratus eſt. Similiter iam demonſtrabimus quòd & unum relinquentes, quadrati ſunt omnes. Dico iam quòd & quartus ab unitate, hoc eſt γ, cubus eſt, & binos reliquentes omnes. Quoniam enim eſt ſicut unitas ad α numerum, ſic β ad γ: æquè igitur unitas ipſum α numerum, & β ipſum γ metitur, at unitas ipſum α metitur per eas quæ in α ſunt unitates, igitur & β ipſum γ metitur per eas quæ in ipſo α ſunt unitates, et α igitur ipſum β multiplicans, ipſum effecit γ. Quoniam igitur α ſeipſum quidem multiplicans, ipſum effecit 6, ipſum autem β multiplicans ipſum δ fecit, cubus igitur eſt ipſe γ. Et quoniam ipſi γ, δ, ε, ζ, ordinatim ſunt proportionales, ipſe autem γ cubus eſt, & ζ igitur (per 22 octaui) cubus eſt. Demonſtratum autem eſt, quòd ζ ſeptimus ab unitate exiſtens quadratus eſt. Igitur ζ cubus eſt & quadratus. Similiter iam oſtendemus quod & quinq; relinquẽtes cubi ſunt omnes & quadrati: quod oportuit demonſtraſſe.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 9.

SI numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate diſpoſitis, unitatem ſequens quadratus fuerit, cæteri quoq; omnes erunt quadrati. Si uerò qui unitatem ſequitur fuerit cubus, cæteri quoq; omnes erunt cubi.

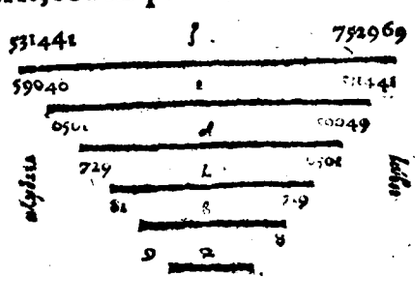
CAMPANVS. Sint qui priùs continuè proportionales ab unitate, ſitq; a quadratus, dico omnes eſſe quadratos. Aut ſit idem cubus, tunc quoque dico omnes eſſe cubos, b enim conſtat eſſe quadratum per præmiſſam, quia ergo a ad b, ſicut b ad c, ex 22 octaui, ſequitur c eſſe quadratum, idem quoque ex eiuſdem 17 uel 20 potes arguere. De ſequentibus autem idem eodemq; modo probabis, quare patet primum. Secundum autem ſic. Cum b fiat ex a in ſe, ſi fuerit a cubus, erit per tertiam ipſe quoque cubus: c uerò conſtat eſſe cubum per præmiſſam, itaque per 23 octaui, d omnesq; ſequentes cubicos eſſe probabis, eſt enim a ad b, ſicut c ad d. Idem quoque arguere potes ex 19 uel 21 eiuſdem: ſunt enim a, b, c, d, ſed & b, c, d, e, ſingulíq; quatuor continuè ſumpti, continuè proportionales.



Euclid ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 9.

Si ab unitate quotcũq; numeri *conſequẽter proportionales fuerint, qui uerò poſt unitatem quadratus fuerit, & reliqui omnes quadrati erũt. Et ſi q poſt unitatẽ cubus fuerit, & reliqui oẽs cubi erunt. *ipſũ

THEON ex Zamb. *Sint ab unitate conſequenter proportionales, quotcũq; numeri α, β, γ, δ, ε, ζ, qui uerò poſt unitatem, α ſit quadratus. Dico quòd & reliqui omnes quadrati erunt. Quod quidẽ tertius ab unitate, β ſit quadratus & unũ relinquẽtes omnes, patet (ex præcedenti.) Dico q, & reliqui omnes quadrati ſunt. Nã quoniã ipſi α, β, γ, ordinatim ſunt proportionales, & α eſt quadratus, igitur (per 22 octaui) & γ eſt quadratus. Rurſus quoniã ipſi 6, γ, δ, ordine ſunt proportionales, & 6 eſt quadratus, & δ igitur (p 22 octaui) eſt quadratus. Similiter iã oſtendemus q, & reliqui omnes quadrati ſunt. Sed iã eſto α cubus. Dico quòd reliqui omnes cubi ſunt. Quod quidem quartus ab unitate, hoc eſt γ cu-*



bus est,& binos relinquentes omnes,(ex præcedenti) patet. Dico iam quòd & reliqui omnes cubi sunt. Quoniam enim est sicut unitas ad α, sic α ad ϐ, æquè igitur unitas ipsum α numerum metitur, & α ipsum ϐ metitur. Vnitas autem ipsum α metitur per eas quæ in ipso sunt unitates: & α igitur ipsum ϐ metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Igitur α seipsum multiplicans, ipsum ϐ fecit. Est autem & α cubus. Si autem cubus numerus seipsum multiplicans fecerit aliquem, factus cubus est (per tertiam noni) & ϐ igitur cubus est. Et quoniam quatuor numeri ordine proportionales sint ipsi α, ϐ, γ, Δ, & α cubus est, & Δ igitur (per 23 octaui) cubus est. Iam id propterea & ε cubus est, & similiter reliqui omnes sunt: quod oportuit demonstrare. Euclid. ex Camp. Propositio 10.

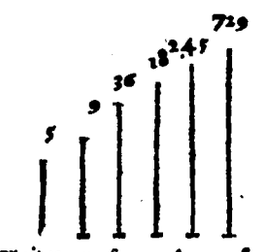
SI numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis, unitatem sequens non quadratus fuerit, non erit aliorum quisquam quadratus, exceptis ab unitate tertio & ijs qui deinceps uno semper intermisso reperiuntur tetragoni. Si uerò secundus ab unitate non fuerit cubus, nullus cæterorum erit cubus, exceptis ab unitate quarto, & deinceps ijs qui duorum semper intermissione formantur cubicis. 10

CAMPANVS. Hæc ex oppositi subiecti præmissæ, infert partem oppositi passionis. Dico autem partem quoniã ex 8 constat omnes in locis imparibus cõstitutos esse quadratos, omnesq; quorum locus super ternariũ uel quemlibet ipsius multiplicem addit unitatem, esse cubos. Sint itaq; qui prius ab unitate continuè proportionales, non sit autem a quadratus, sed nec cubus, dico nullum ex omnibus esse quadratum aut cubicum, nisi quos octaua proponit. Si enim quis alius ponatur quadratus, sequitur per 22 octaui, a esse quadratum. Quod si cubus, sequitur per 23 eiusdem, a esse cubum. quorum utrunq; contrarium est hypothesi. Constat ergo propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 10.

Si ab unitate quotcunq; numeri ordinatim proportionales fuerint, qui uerò post unitatem non fuerit quadratus, neq; alius nullus quadratus erit, exceptis tertio ab unitate & unum relinquentibus omnibus: & si qui post unitatẽ, cubus non fuerit, neq; alius ullus cubus erit, exceptis quarto ab unitate & binos relinquẽtib. omnibus. 10

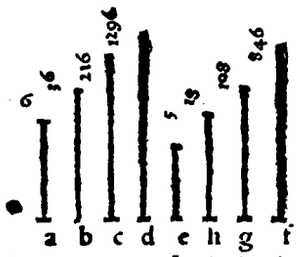
THEON ex Zamb. *Sint ab unitate ordinatim proportionales quilibet numeri α, ϐ, γ, Δ, ε, ζ, qui uerò post unitatem α non sit quadratus. Dico quòd neq; alius ullus quadratus erit, exceptis tertio ab unitate & unum relinquentibus omnibus. Si enim poßibile, esto γ quadratus, est autem & ϐ quadratus: ipsi igitur ϐ, γ, adinuicem rationẽ habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Estq; sicut ϐ ad γ, sic α ad ϐ, ipsi igitur α, ϐ, adinuicem rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum: quare (per 26 octaui) ipsi α, similes plani sunt, & quadratus est ϐ, igitur α est quadratus, quod non suppositum est. Igitur γ non est quadratus, neq; ullus alius eadem ratione, exceptis ab unitate tertio & unum relinquentibus omnibus. Sed iam α non sit cubus. Dico quòd neq; alius ullus cubus erit, exceptis ab unitate quarto & binos relinquentibus omnibus. Si enim est poßibile, sit Δ cubus. Est autem & γ cubus (per 8 noni) quartus enim ab unitate. Estq; sicut γ ad Δ, sic ϐ, ad γ, igitur ϐ ad γ rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum, quare (per 27 octaui) ipsi ϐ, γ, similes solidi sunt, & cubus est γ, igitur ϐ cubus est. Estq; sicut unitas ad α, sic α ad ϐ. At unitas metitur ipsum α, per eas quæ in ipso sunt unitates, igitur & α ipsum ϐ metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Igitur α seipsum multiplicans, ipsum ϐ cubum effecit. Si uerò numerus seipsum multiplicans, cubum fecerit, & ipse cubus erit (per 6 noni.) Cubus igitur est & α, quod suppositum non est. Igitur Δ cubus non est. Similiter iam ostendemus quòd neq; alius ullus cubus est, præter quartum ab unitate & binos relinquentes omnes: quod ostendendum fuerat.* Euclid. ex Camp. Propositio 11.



SI numeris quotlibet ab unitate cõtinua proportionalitate dispositis aliquis numerus primus ultimum numeret, eum quoque qui unitatem sequitur numerare necesse est. 12

CAMPANVS.

CAMPANVS. Sint uſq; ad d cõtinuè proportionales ab unitate: ſitq; e numerus primus, de quo ponatur, ipſum numerare d dico quòd idem numerabit a. Nam ſi non, erit ad ipſum primus per 32 ſeptimi, & quia ex a in ſe fit b, ſequitur ex 26 eiuſdẽ ut ipſe quoq; ſit primus ad b, ſed & ad c & ad d, ſequitur ipſum eſſe primũ per 25 eiuſdẽ, eo quòd ex a in b fit c, & ex eodẽ in c, d, non ergo numerat d, cũ ſit primus ad ipſum, quare accidit contrarium hypotheſi. Idem aliter. Cum ſit e primus, ſi non numerat a, primus erit ad ipſum per 32 ſeptimi, itaque per 32 eiuſdem, erunt minimi in ſua proportione: quia autem e ex hypotheſi numerat d, ſit ut ſecundum f, conſtat uerò quod ex a in c, fiat d, ergo per ſecundam partem 30 ſeptimi, erit a ad e, ſicut f ad c, quare per 21 eiuſdem, e numerabit c, & ſit ut ſecundum g, & quia ex a in b fit c, ſequitur quoq; per eaſdem & eodem modo ut e numeret b: eſto ergo quòd ſecundum h, & quoniam rurſus ex a in ſe fit b, neceſſe eſt iterum per eaſdem ut e numeret a, ſed poſitum erat non numerare, ergo accidit impoſsibile. *Euclid. ex Camp.* *Propoſitio* 12.



82 IN numeris ab unitate continuè proportionalibus, minor maiorem numerat, ſecundum aliquem in illa proportionalitate diſpoſitum.

CAMPANVS. Sint ab unitate uſq; ad f continuè proportionales, dico nullum ipſorum numerare f, niſi ſecundum aliquem aliorum. Conſtat enim quòd e numerat ipſum f ſecundum a, eſt enim e ad f, ut unitas ad a.

f .....
e .....
d .....
c .....
b ....
a ..
Vnitas .

Sed & d numerat eundem f ſecundũ b, eſt nanq; per æquam proportionalitatẽ d ad f, ut unitas ad b. De c quoq; patet eodem modo, quòd ſecundum ſeipſum numeret eum. Econuerſo quoq; a numerat eũ ſecundum e, eo quod ſicut unitas ad e, ita ad f, b uerò ſecundũ d, eſt enim ut unitas ad d, ita b ad f, uerũ igitur eſt quod proponitur. Quippe quotus quiſq; qui proponitur ultimũ numerare, fuerit ſub ultimo ſecundum totũ ſupra unitatem, numerare ipſum: conuincitur per æquam proportionalitatem & diffinitionem.

Sequentes duæ ex Zamberto Euclidis propoſitiones, duabus præcedentibus ex Campano ordine præpoſtero reſpondent.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 2. *Propoſitio* 11.

81 Si ab unitate quotcũq; nũeri cõtinuè proportionales fuerint, minor maiorẽ metiẽt per aliquẽ præexiſtentẽ in proportionalib. numeris.

THEON *ex Zamb.* *Sint ab unitate α, quotcunq; numeri continuè proportionales ε, γ, δ, ι. Dico q ipſorum ε, γ, δ, ι, minor β, ipſum ι maiorem metitur per aliquem ipſorum γ, δ. Quoniam enim eſt ſicut α unitas ad β, ſic δ ad ι. æquè igitur α unitas ipſum β numerum metitur, & δ ipſum ι: uiciſsim igitur (per 15 ſeptimi) æquè α unitas ipſum δ metitur, & β ipſum ι. At α unitas ipſum δ metitur, per eas quæ in ipſo ſunt unitates: & β igitur ipſum ι metitur per eas quæ in ipſo δ ſunt unitates. Quare minor β ipſum ι maiorem metitur per aliquem numerum præexiſtentem in proportionalibus numeris: quod oſtendere oportuit.*

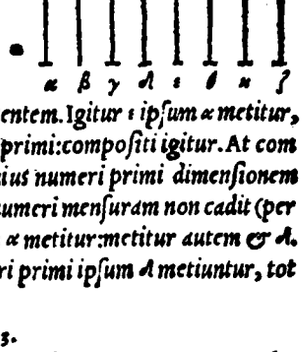
ι .....
δ .....
γ ....
β ..
α .

Euclid. ex Zamb. *Problema* 12. *Propoſitio* 12.

82 Si ab unitate quotlibet numeri continuè proportionales fuerint, quot primorum numerorum ultimum metientur, tot & eum qui apud unitatem eſt metientur.

THEON *ex Zamberto.* *Sint ab unitate quotlibet continuè proportionales numeri α, β, γ, δ. Dico quòd quot primorum numerorum ipſum δ metiuntur, tot quoque & ipſum α metientur: metiatur enim ipſum δ numerus aliquis primus ι. Dico etiam quòd ι ipſum α metiatur, nõ enim metiatur ι ipſum α, eſt autem ι primus, omnis autem numerus ad omnem numerum quem non metitur, primus eſt (per trigeſimumprimum ſeptimi) ipſi igitur α, ι, primi ſunt adinuicem. Et quoniam ι ipſum δ metitur, metiatur ipſum per ζ. Igitur ι ipſum ζ multiplicans, ipſum effecit δ. Rurſus quoniam α ipſum δ metitur per eas quæ in ipſo γ ſunt unitates, igitur α ipſum γ multiplicãs, ipſum δ effecit. Sed & ι ipſum ζ multiplicans, ipſum δ effecit.*

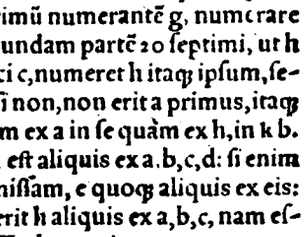
effecit. Igitur qui ex α γ, ei qui ex ε ζ, eſt æqualis. Eſt igitur ſicut α ad ε, ſic eſt ζ ad γ. At ipſi α, ε, primi, primi uerò & minimi, minimi autem metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 ſeptimi) antecedens antecedentem, et ſequens ſequentem: metitur igitur ε ipſum γ, metiatur ipſum per η. Igitur ε ipſum η multiplicans, ipſum effecit γ. Sed ne tollatur & α ipſum β multiplicans, ipſum effecit γ: qui igitur ex α, β, ei qui ex ε, η, eſt æqualis. Eſt igitur ſicut α ad ε, ſic η ad γ. Ipſi autem α, ε, primi, primi uerò & minimi, minimi autem numeri, (per 21 ſeptimi) metiuntur eandem rationem habentes eis æqualiter, antecedens antecedentem, & ſequens ſequentem: metitur igitur ε ipſum δ, metiatur ipſum per θ, igitur ε ipſum θ multiplicans, ipſum β effecit. Sed & α ſeipſum multiplicans, ipſum effecit β: qui igitur ex ε θ, ei qui ex α eſt æqualis, eſt igitur ſicut ε ad α, ſic α ad θ. At ipſi α, ε, primi, primi autẽ & minimi: minimi uerò (per 21 ſeptimi) metiuntur eandem eis rationem habentes æqualiter, antecedens antecedentem, & ſequens ſequentem. Igitur ε ipſum α metitur, ſed & nõ metitur, quod eſt impoßibile. Ipſi igitur α, ε, non ſunt adinuicem primi: compoſiti igitur. At compoſitos numeros aliquis primus numerus metitur. Ipſi igitur α, ε, ſub alicuius numeri primi dimenſionem cadunt, & quoniam ε primus ſupponitur. At primus numerus ſub alterius numeri menſuram non cadit (per diffinitionem) quàm ſub ſibiipſius, igitur ε ipſos α, ε, metitur, quare ε, ipſum α metitur: metitur autem & Δ. Igitur ε ipſos α, Δ, metitur: ſimiliter iam demonſtrabimus, quòd quot numeri primi ipſum Δ metiuntur, tot & ipſum α metientur: quod oſtendere oportuit.



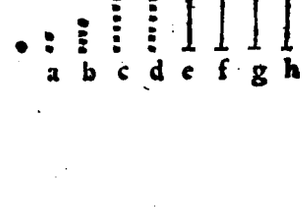
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*

QVotlibet numeris ab unitate continuè proportionalibus, ſi qui unitatem ſequitur, fuerit numerus primus, maximum eorum, niſi de numeris in illa proportionalitate diſpoſitis, nullus numerabit. 15

CAMPANVS. Sint ut prius uſq; ad d cõtinuè proportionales ab unitate, ſitq; a numerus primus. Dico quòd nullus numerabit ultimum, nec ſimpliciter aliquem eorum, niſi aliquis eorum, qui antecedit ultimũ, uel eum qui ponitur numerari. Sit enim (ſi poſſibile eſt) e diuerſus ab eis, qui numeret d, qui ſi fuerit primus per 21 numerabit a: non igitur eſt a primus, quod eſt contra hypotheſin. Si autem ipſe fuerit compoſitus, neceſſe eſt per 30 ſeptimi, ut aliquis primus numeret eum, qui non erit niſi a. Nam ſi eſt alius ab a ut f, cum neceſſe ſit ipſum numerare d, arguetur etiam eandem numerare a per 11, ſic quoq; a non erit primus. Eſt igitur a primus, numerãs e. Quoniam autem e numerat d, fit ut ſecundum g eritq; per ſecundam partem 20 ſeptimi, a ad e, ſicut g ad c: fit enim d ex a in c. Quare cum a numeret e, & g numerabit c, ſitq; ut ſecundum h, ſequiturq; ut a numeret g, ſicut ſequebatur ut numeraret e, alioqui ſi g quidem eſt primus, cum numeret c, ſequitur per 11 ipſum numerare a. Si autẽ cõpoſitus, per eandẽ ſequitur numerũ primũ numerantẽ g, numerare a, quod eſt inconueniens. Itaq; a numerat eũ. Sequitur ergo per ſecundam partẽ 20 ſeptimi, ut h numeret quoq; b, eo q; tam ex a in b, quàm ex g in h conſtat produci c, numeret h itaq; ipſum, ſecundum k. Conſtat autem (ut prius d e g) quod a numeret h. Nam ſi non, non erit a primus, itaq; per ſecundam partẽ 20 ſeptimi, ſequitur ut k numeret a: fit enim tam ex a in ſe quàm ex h, in k b. Manifeſtum eſt autem k non eſſe a, nullus enim numerorum g, h, k, eſt aliquis ex a, b, c, d: ſi enim g eſſet aliquis ex eis, cum ipſe numeret d ſecundum e, eſſet per præmiſſam, e quoq; aliquis ex eis: ſed non erat, igitur g. Similiter cum h numeret c ſecundum g non erit h aliquis ex a, b, c, nam eſſet per præmiſſam & g: oſtenſum eſt autem quòd non, nec igitur h. Eadem ratione nec k, cum enim ipſe numeret b ſecundum h, ſi ipſe eſſet a, conuinceretur per præmiſſam, h quoque eſſe a. At non erat, nec igitur k erit a. Numerat autem ipſum, non eſt itaq; a primus: quod eſt impoſsibile.



ALITER idem. Si e diuerſus ab a, b, c, d, numerat d, ſit ut ſecundum f, & quia a numerus primus numerat d productum ex e in f, ſequitur ex 33 ſeptimi, quòd ipſe numeret e uel f, numeret ergo e: quia igitur tã ex a in c, quàm eſt e in f fit d, erit per ſecundam partem 20 ſeptimi, a ad e, ſicut f ad c, numerat itaq; f c, ſit ut ſecundũ g, eritq; per 33 ſeptimi, ut a quoq; numeret f uel g, ſitq; ut f. Sequiturq; per ſecundam partem 20 eiuſdem, ut g numeret b, ſicq; ut ſecundum h. Vt prius igitur, a numerabit g uel h, & ſit ut numeret g, h ergo per ſecundam partem 20 numerabit a. Si itaq; h non eſt æqualis a, non erit a primus. Quod eſt contra

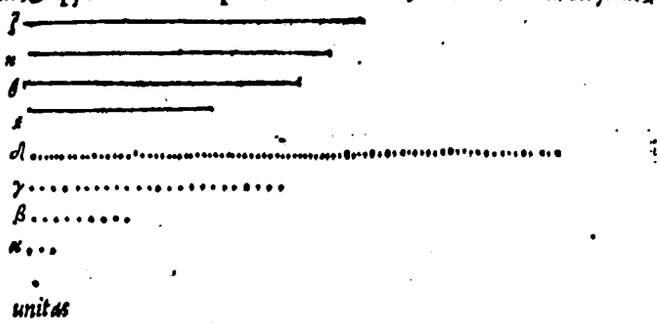


est contra hypothesin. Si autem æqualis, erit unusquisq; numerorum g,f,e, aliquis ex a,b,c,d, per præmissam quoties oportet assumptam. Non est igitur e diuersus ab eis, quod est etiam contra hypothesin. Itaq; constat uerum esse quod proponitur.

Euclid. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 13.

13 Si ab unitate quotlibet numeri ordinatim proportionales fuerint, qui uerò post unitatẽ primus fuerit, maximum nullus alius metietur, præter præexistentes in proportionalibus numeris.

THEON ex Zamb. *Sint ab unitate quotlibet numeri continuè proportionales α,β,γ,δ, qui uerò post unitatem sit primus, hoc est α. Dico quòd maximum eorum δ nullus alius metietur, præter ipsos α,β,γ. Si enim possibile metiatur ipsum ε, & ε nulli ipsorum α,β,γ,δ, sit idem manifestum quòd ε primus non est. Si enim ε primus est, & ipsum δ metitur, & ipsum α metietur primum existentem, eidem non idem existens, quod est impossibile. Igitur ε primus non est: compositus igitur. Omnis autem compositus numerus, sub alicuius primi mensuram cadit. Dico quòd eum nullus alius metietur, præter α. Si enim aliquis alius primus ipsum ε metitur, & ε ipsum δ metitur, & ipsc igitur ipsum δ metietur: quare & ipsum α metietur primum existentem, unitas*

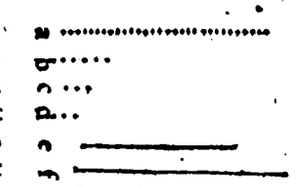


cùm ei non sit idem, quod est impossibile. Igitur α ipsum ε metitur. Et quoniam ε ipsum δ metitur, metiatur ipsum per ζ. Dico quòd ζ nulli ipsorum α,β,γ, est idem. Si enim ζ alicui ipsorum α,β,γ est idem, & metitur ipsum δ, per ε, unus igitur ipsorum α,β,γ, metitur ipsum δ per ε, sed unus ipsorum α,β,γ, ipsum δ metitur per aliquem ipsorum α,β,γ, igitur ε uni ipsorum α,β,γ, est idem, quod non supponitur. Igitur ζ uni ipsorum α,β,γ, non est idem. Similiter iam ostendemus quòd α ipsum ζ metitur, ostendentes rursus quòd ζ nõ est primus. Si enim est primus, & metitur ipsum δ, & ipsum α metitur primum existentem non existens ei idem, quod est impossibile. Igitur ζ non est primus. Compositus igitur, & perinde cum aliquis primus numerus metietur. Dico q; cum nullus alius primus metietur præter α. Si enim aliquis alius primus ipsum ζ metitur, at ζ ipsum δ metitur, & ille igitur ipsum δ metietur, quare & ipsum α metietur primum existentem, cum ei non sit idem, quod est impossibile. Igitur α ipsum ζ metitur. Et quoniam ε ipsum δ metitur per ζ, ipse igitur ε ipsum ζ multiplicans, ipsum effecit δ. Sed & α ipsum γ multiplicans, ipsum δ fecit: qui igitur ex α,γ, ei qui ex ε,ζ, est æqualis: proportionaliter igitur est sicut α ad ε, sic ζ ad γ. At α ipsum ε metitur, & ζ igitur ipsum γ metitur, metiatur ipsum per η. similiter ostendemus quòd ipse η, nulli ipsorum α,β, est idem, & quod eum metitur ipse α. Et quoniam ζ ipsum γ metitur per η: igitur η ipsum ζ multiplicans ipsum fecit γ, sed & α ipsum β multiplicans, ipsum fecit γ: qui igitur ex α,β, ei qui ex ζ,η, est æqualis: proportionaliter igitur est sicut α ad ζ, sic η ad β: metitur autem α ipsum ζ, metitur igitur & η ipsum β, metiatur ipsum per θ. Similiter iam ostendemus quòd ipsi α non est θ idem: & quoniam η ipsum β metitur per eas quæ in θ sunt unitates, igitur η ipsum θ multiplicans ipsum effecit β. Sed & α seipsum multiplicans, ipsum β fecit. Qui ex θ,η, igitur, ei qui ex α quadrato est æqualis. Est igitur sicut θ ad α, sic α ad η, metitur autem α ipsum η, metitur igitur & θ ipsum α primum existentem, non existens ei idem, quod absurdum est. Igitur ipsum δ maximum alter numerus non metietur præter ipsos α,β,γ: quod oportuit demonstrare.

Euclid. ex Camp. Propositio 14.

14 Si propositus fuerit numerus, minimus quem numerãt primi assignati, non numerabit eum aliquis numerus primus, præter illos assignatos.

CAMPANVS. Sit a minimus numerus numeratus à numeris primis qui sunt b,c,d. Dico quòd alius primus præter eos non numerabit a. Sin autem, sit e primus numerans eum secundum f: quia ergo quilibet numerorum b,c,d, numerat a productum ex e in f, est autem quilibet eorum primus, sequitur ex 33 septimi, ut quilibet eorum numeret e uel f, sed e nullus numerat cum sit primus: quilibet ergo eorum numerat f, cum itaque sit f minor a, utpote qui numerat eum secundum e, non erit a minimus numeratus ab illis, quod est inconueniens.



Euclid.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propoſitio 14.*

Si minimum numerum primi numeri menſi fuerint, nullus alius primus numerus ipſum metietur, præter eos qui in principio metiuntur. 14

THEON *ex Zamb.* *Minimus enim quem ipſi β,γ,δ, primi metiuntur, ſit α. Dico quòd ipſum α nullus alius primus numerus metietur, præter β,γ,δ. ſi enim poſſibile, metiatur eũ primus numerus ε, & nulli ipſorum β,γ,δ, eſto idem. Et quoniã ε ipſum α metitur, ipſum metitur per ζ: ipſe igitur ε ipſum ζ multiplicans, ipſum effecit α. Et ipſum α, primi numeri β,γ,δ, metiuntur: ſi autem bini numeri ſeſe inuicem multiplicantes fecerint aliquẽ, factum uerò ex eis metiatur aliquis primus numerus, & unum eorum qui in principio metietur (per 32 ſeptimi) ipſi igitur β,γ,δ, unum ipſorum ε,ζ, metientur. Ipſum autem ε non metientur, nam ε primus eſt, & nulli ipſorum β,γ,δ, eſt idem: ipſum igitur ζ metiuntur minorem exiſtẽtem ipſo α, quod eſt impoſſibile. Nam α ſupponitur minimus, quem ipſi β,γ,δ, metiuntur. Ipſum igitur α, numerus primus non metietur, præter β,γ,δ: quod oportuit demonſtrare.*

α .....
β ..
γ ...
δ .....
ε
ζ

Hæc decimaquinta ſequens ex Campano propoſitio, nullam in Zamberto reſpondentem habet.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*

Si quotlibet numeri continuè proportionales ſecundum ſuam proportionem fuerint minimi, quicunq; aliquem illorum numerat, alteri terminorum illius proportionis erit commenſurabilis. 15

CAMPANVS. Sint a,b,c,d, continuè proportionales & minimi ſecundum proportionem f ad g, qui ſint in ſua proportione minimi, et ponatur h numerare c. Dico quòd h eſt commenſurabilis f uel g, ſumantur enim in eadẽ proportione quatuor minimi, qui ſunt k, l, m, n, conſtat autem ex 2 octaui, quod ex f in m fit c, alioqui contingeret eſſe minus minimo, quod eſſe non poteſt. Itaq; per correlarium 33 ſeptimi, erit h commenſurabilis f uel m, quod ſi f, conſtat propoſitum: ſi autem m, ſumantur in eadem proportione tres minimi qui ſint p,q, r, eritq; ex 2 octaui, ut fiat ex f in r, ne minus minimo aliquid eſſe cogamur concedere: quare per prædictum correlarium h eſt commenſurabilis f uel r, ſed non erat f, ſic enim conſtabat propoſitum: commenſurabilis igitur eſt, qui cùm ex 2 octaui, fiat ex g in ſe, ſequitur ex dicto correlario, ut h ſit commenſurabilis g, quod eſt propoſitum.

a .....
b .....
c .....
d .....
e .....
k .....
l .....
m .....
n .....
p .. ..
q .....
r .....
f .. g, .. h .....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*

Si fuerint numeri quodlibet continuè proportionales in ſua proportione minimi, quilibet eorum ad compoſitum ex reliquis primus eſſe, neceſſariò comprobatur. 16

CAMPANVS. Sint a,b,c,d, continuè proportionales & minimi: dico compoſitum ex a,b,c, primum eſſe ad d. Si enim non, aliquis numerus, qui ſit e, compoſitum ex a,b, c, numerabit & d: per præmiſſam igitur erit e, communicãs alteri terminorum illius proportionis qui ſunt f & g, erit itaq; numerus aliquis numerans e, & alterum duorum f g, qui ſit h: quia ergo h numerat e,

numerabit

numerabit d,& cõpoſitum ex a,b, c, & quia numerat f uel g, quorum uterq; numerat utrunque mediorum,& ſimpliciter omnes ſi plures duobus ſint, ex 2 octaui, ſequitur ut ipſe numeret b & c,ergo & a, quia numerat totũ a, b,c, non ſunt igitur a & d contra ſe primi, quod eſt inconueniens per 3 octaui. Similiter quoque conſtabit, compoſitum ex a, b, d, primum eſſe ad c.Si enim ut prius c numerat ambos,ſequitur per præmiſſam, ut aliquis numerus, qui etiam ſit h, numeret e & alterum duorum f,g, itaque h numerat c, & totum a, b,d,ſed & b, cum utraque radicum numeret omnes medios: igitur & compoſitum ex a & d. Et quia neceſſariò numerat alterum duorum a,d,cum numeret alterum duorum f,g, numerabit & reliquum. Non ſunt igitur a & d contra ſe primi,& ita idem ut prius.

a .....
b .....
c .....e .....
d.....
a .....b. .....f...c.....
a ..... b.....d.....
e ——————
f ..
g ...
h ——

CAMPANI *annotationes.* Demonſtrãt autem idem aliter de tribus continuè proportionalib. & minimis ſine adminiculo præmiſſæ,probant enim ex quibuſq; duobus compoſitum primum eſſe ad reliquum. Sint itaque tres continuè proportionales & minimi a,b,c, quorum termini d & e: dico tunc compoſitum ex a & b,primum eſſe ad c, & compoſitum ex b & c,ad a, itemq; ex a & c, ad b. Manifeſtum enim eſt ex ſecundo octaui, quod ex d in ſe, fit a,& in e fit b,& ex e in ſe,c,& ex 22 ſeptimi, quod d & e ſunt contra ſe primi. Itaque ex prima parte 29 eiuſdem, erit totus d e primus ad utrunque eorum:quia igitur uterque numerorum d & e primus eſt ad e,erit per 25 eiuſdem qui ex d in d e producitur (& ipſe eſt compoſitus ex a & b) primus ad e: ſequitur ergo per 26 eiuſdem ut etiam compoſitus ex a & b ſit primus ad c,ſit enim c ex e in ſe, ſimili quoque demonſtratione probabis compoſitum ex b & c primum eſſe ad a.

a.....
b.....
c.....
a....b.....
c.....
b ..... c.....
a....
d ..
e...
d .. e ...

At uerò compoſitum ex a & c,primum eſſe ad b,ſic habeto. Cum ſit enim uterq; duorum d & e primus ad totum d e,erit per 25 ſeptimi,qui ex d in e producitur (& ipſe eſt b) primus ad d e, itaque per 26 eiuſdem qui ex d e in ſe prouenit (& ipſe eſt qui componitur ex a & c & duplo b) primus erit ad b: ſequitur ergo compoſitum ex a & c primum eſſe ad b, neceſſe enim eſt ut ex duobus compoſitus, cum primus fuerit ad unum eorum ex quibus componitur, ſit primus ad reliquum : demonſtratum autem eſt hoc ſuprà 29 ſeptimi. Oportet autem ſtabilire ad robur iſtius demonſtrationis compoſitum ex a & b produci ex d in compoſitum ex d & e,ſuppoſito quòd ex d in ſe fit a & ex eodem in e,b, itemq; quod ex d e in ſe producatur compoſitum ex a & c & duplo b,ſuppoſito eo quod prius,& quod ex e in ſe fit c.Huius itaque gratia proponimus hæc demonſtranda.

a ....
b.....
c .....
a....c.....
b.....
d..
e...
d..e..

1 Quod fit ex ductu unius numeri in quotlibet, tantum eſt quantum quod ex ductu eiuſdem in compoſitum ex illis.

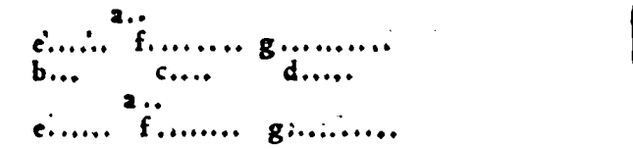
Idem proponit prima ſecundi de lineis. Sit enim ut ex a in b & in c & in d, proueniant e & f & g. Dico quòd ex a in compoſitum ex b & c & d,prouenit compoſitum ex e & f & g. Sequitur enim ex conuerſione diffinitionis, eius quod multiplicatur, ut tota pars ſit b e tota c f,ſed & d tota g,quota eſt unitas a. per 5 itaque ſeptimi, tota quoque pars erit compoſitus ex b & c & d, compoſiti ex e & f & g, quota eſt unitas a, ergo per diffinitionem ex a in cõpoſitum ex b & c & d, fit compoſitus ex e & f & g: quod eſt propoſitum.

a..
b ... c.... d.....
e..... f..... g.....
a..
b.., c.... d.....
e.....f.....g.....

2 Quod fit ex ductu quotlibet numerorũ in unũ,æquũ eſt ei quod

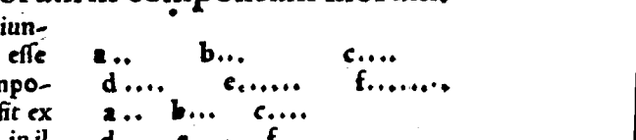
fit ex compoſito eorum in eundem.

Hoc eſt conuerſum eius quod modò demonſtratum eſt. Vt ſi ex b & c & d in a, fiant e & f & g, fiet quoque compoſitus ex his ex illorum compoſito in eundem, quod ex 17 ſeptimi, & præmonſtrato facilè concluditur.



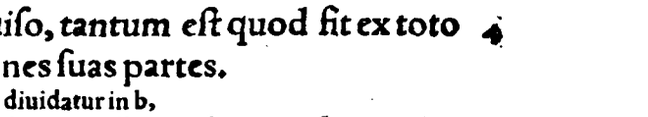
Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet alios, æquum eſt ei quod fit ex compoſito horum in compoſitum illorum. 3

Vt ſi a, b, c, multiplicent d, e, f, quilibet quemlibet, iunganturq; producta, dico aggregatum ex productis eſſe æquale producto ex compoſito ex a & b & c, in compoſitum ex d & e & f. Eſt enim per præmiſſam quod fit ex compoſito ex a, b, c, in d, quantum quod ex ſingulis in illum d, ſic & in e & in f: ex compoſito autem horum a, b, c, in quemlibet illorum d, e, f, per antepræmiſſam fit quantum ex compoſito in compoſitum, itaque conſtat propoſitum.



Numero in quotlibet partes diuiſo, tantum eſt quod fit ex toto eo in ſe, quantum quod ex eo in omnes ſuas partes. 4

Idem proponit ſecunda ſecundi dè lineis. Vt ſi a diuidatur in b, & c & d, dico quòd tantum fit ex a in ſe, quantum in omnes illos b, c, d: poſito enim e æquali a, conſtat ex prima harum incidentium tantum fieri ex e in a, quantum in omnes partes a, ſed per conceptionem ex e in a fit quantum ex a in ſe, & ex e in partes a, quantum ex a in eaſdem. Manifeſtum ergo eſt, uerum eſſe quod dicitur.



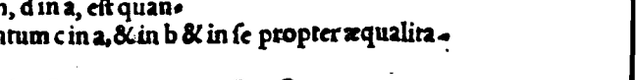
Numero in duo diuiſo, quod fit ex toto in alterum diuidentium tantum eſt, quantum quod ex eodem in ſe & in alterum. 5

Idem proponit tertia ſecundi de lineis. Sit enim a diuiſus in b & c, dico tantum fieri ex a in c, quantum ex c in ſe & in b. Nam quod ex a in c eſt, quantum quod ex c in a, per 17 ſeptimi. Sumpto itaq; d æquali c, erit a in c, quantum d in a. At per primam harum, d in a, eſt quantum in b & c. Quia ergo d in a & in b & in c, eſt quantum c in a, & in b & in ſe propter æqualitatem c & d, conſtat propoſitum.



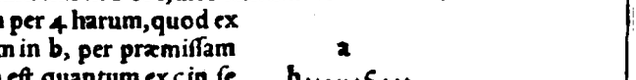
Numero in duo diuiſo, quod ex ductu totius in ſe eſt, quantum quod ex ductu utriuſque diuidentium in ſe & alterius eorum bis in alterum. 6

Idem proponit quarta ſecundi de lineis. Vt ſi a diuidatur in b & c, dico tantum fieri ex a in ſe, quantum ex b in ſe & c in ſe, & ex b bis in e. eſt enim per 4 harum, quod ex a in ſe, quantum quod ex eo in b & in c: ex eo autem in b, per præmiſſam eſt quantum ex b in ſe & in c, at ex a in c, per eandem eſt quantum ex c in ſe & in b. Et quia ex c in b tantum eſt quantum ex b in c per 17 ſeptimi, liquet uerum eſſe quod proponitur.



Numero per duo æqualia, duóq; inæqualia diuiſo, quod fit ex maiori inæqualium in minorem cum quadrato inter medij æquum eſt quadrato medietatis totius. 7

Idem proponit de lineis 5 ſecundi. Vt ſi a b diuidatur in duos numeros æquales, qui ſint a c & c b. itemq; in duos inæquales, quorũ ſit maior a d, & minor d b: dico quòd illud quod fit ex toto a d in d b cum quadrato c d, æquale eſt quadrato c b. Per præmiſſam enim, quadratum c b, eſt æquale quadrato c d, & quadrato d b & ei quod fit ex b d in c d bis. Sed ex b d in ſe & in c d tantũ fit, quãtum in c b per primam harum, & ideo quantum in a c. Itaque ex b d in ſe & in c d bis, quantum ex ipſo b d in a d: per eandem igitur, quadratum c b ſuperat id quod fit ex b d in a d in quadrato c d, conſtat ergo propoſitum.



Cum

8 Cum fuerit numerus in duo æqualia diuiſus, eiſq; alius numerus adiũctus, quod fit ex ductu totius cõpoſiti in adiunctũ cum quadrato medietatis, æquum eſt quadrato cõpoſiti ex dimidio & adiũcto.

Idem proponit 6 ſecundi de lineis. Sit enim a b diuiſus in duos æquales numeros, qui ſint a c & c b, addaturq; ei numerus b d: dico illud quod fit ex tota a d in d b, cum quadrato b c, eſſe æquale quadrato c d. Eſt enim ex 6 harum, quadratum c d æquale quadrato d b, & quadrato b e, & ei quod fit ex d b in b c bis. Sed per primam harum, ex b d in ſe & in b c bis, eſt quantum ex b d in d a, ſunt enim a c & c b, æquales. Itaque quadratum c d, ſuperat id quod fit ex b d in d a, in quadrato c b: quod eſt propoſitum.

a.... c.... b.....d

9 Cum numerus in duo diuiditur, quod fit ex toto in ſe, cum eo quod ex altero diuidentium in ſe, eſt æquum ei quod ex toto in eundem bis cum eo quod ex altero in ſe.

Idem proponit 7 ſecundi de lineis. Sit enim numerus a diuiſus in b & d: dico quadratum a cum quadrato d, tantum eſſe, quantum quod fit ex a in d bis cum quadrato b. Conſtat quidem ex 6 harum quòd quadratum a tantum eſt, quantum quadratum b & quadratum b & quod fit ex d in b bis. Itaq; quadratum a cum quadrato d, tantum eſt quantum quod ex d bis in ſe, & bis in b cum quadrato b. Sed ex d bis in ſe & bis in b fit, quãtum ex d bis in a per primam harum: ergo quod fit ex d bis in a cum quadrato b, eſt quãtum quadratum a cum quadrato d: quare patet propoſitum.

a

b..... d....

10 Cum fuerit numerus in duo diuiſus, eiſq; additus æqualis uni diuidentium, quadratum totius compoſiti æquum eſt quadruplo eius quod fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

Idem proponit 8 ſecundi de lineis. Sit numerus a b diuiſus in a c & c b, cui addatur b d, qui ponatur æqualis c b. Dico quadratum a d tantum eſſe, quantum eſt id quod fit ex a b in b d quater cum quadrato a c. Eſt nanque ex 6 harum, quadratum a d, æquum quadrato a b & quadrato b d, & ei quod fit ex a b in b d bis. Et quia quadratum b d eſt æquale quadrato c b, erit quadratum a d æquale quadrato a b & quadrato c b, & ei quod fit ex a b, in b d bis. Per præmiſſam autem, eſt quadratum a b cum quadrato c b, quantum quadratum a c cum eo quod fit ex a b in b c bis. Itaque quadratum a d tantum eſt, quantum quod ex a b in b d bis, & ex a b in b c bis, cum quadrato a c. Et quia ex a b in b a tantum fit quantum in b d, conſtat uerum eſſe, quod propoſitum eſt.

a... c..... b.....d

11 Cum fuerit numerus in duo æqualia duo'que inæqualia diuiſus, quadrata amborum inæqualium pariter accepta duplum ſunt quadrato medietatis & quadrato eius quo maior portio excedit minorem pariter acceptis.

Idem proponit 9 ſecundi de lineis. Sit enim a b diuiſus per duos æquales, qui ſint a c & c b, & per duos inæquales qui ſint a d & d b. Dico quòd quadrata duorum numerorum a d & d b pariter accepta, ſunt duplum duobus quadratis duorum numerorum a c & c d pariter acceptis. Eſt enim per 6 harum, quadratum a d, quantum quadratum a & c quadratum c d & duplum eius quod fit ex a c in c d. Quia autem a c eſt æqualis c b, erit quadratum a d quantum quadratum b c & quadratum c d & duplum eius quod fit ex b c in c d. Itaque quadratum a d cum quadrato b d, ſunt quantum quadratum b c & quadratum c d & duplum eius quod fit ex b c in c d, & quadratum b d. Duplum autem eius quod fit ex b c in c d cum quadrato b d, eſt æquale quadrato b c & quadrato c d per 9 harum. Ergo quadrata duorum numerorum a d & d b, ſunt quantum quadrata duorum numerorum b c & c d duplicata. Et quia b c & c a ſunt æquales, patet propoſitum.

a..... c... d...b

Cum fuerit numerus in duo æqua diuiſus, alius'que adiunctus, 12 quadratum totius compoſiti cum quadrato adiuncti, duplum ſunt ad quadratum medietatis ipſius cum quadrato compoſiti ex medietate & adiuncto.

Idem proponit 10 ſecundi de lineis. Sit enim numerus a b diuiſus in duos æquales a c & c b, fitq; ſibi adiunctus numerus b d: dico quadratum a d cum quadrato b d, duplum eſſe ad quadratum a c cum quadrato c d. Cum ſit enim numerus c d in duo diuiſus, ſibiq; ſi a c additus æqualis uni diuidẽtium, erit per 10 harum, quadratum a d quantum quod fit ex c d in c a quater, cum quadrato b d. Quia uerò a c, eſt æqualis c b, erit quadratum a d quantum quod fit ex d c in c b quater cum quadrato b d. Itaque quadratum a d cum quadrato b d, erit quantum quod fit ex d c in c b quater, cum duplo quadrati b d. Hoc autem per 19 harum, duplum eſt ad quadratũ c d cum quadrato c b. Cum igitur ſit quadratum c b æquale quadrato a c, conſtat propoſitum.

a.... c.... b...

Numerũ aliquem ita diuidere, ut quod ſub toto & una eius portione continetur, æquum ſit quadrato alterius, eſt impoſsibile. 13

Quod 11 ſecundi proponit faciendum in lineis, demonſtrat hoc impoſsibile eſſe in numeris. Sit enim quilibet numerus a, b. Dico impoſsibile eſſe ipſum ſic diuidi, ut poponitur: ſic enim diuideretur ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema, ut patet ex diffinitione & 20 ſeptimi. Si autem poteſt, diuidatur in c, ſitq; a b ad b c, ſicut b c ad c a: erit itaq; a c minor c b, detrahatur igitur ab eo æqualis ſibi qui ſit c d, quia igitur eſt proportio totius a b ad totum b c, ſicut b c detracti ab a b ad c d detractum ab b c, erit eadem a c reſidui a b ad b d reſiduum b c, quare b c ad c d, ſicut c d ad d b, erit igitur c d, maior d b. Detracto itaque d e de c d, ut ſit d e æqualis d b, erit etiam proportio b c ad c d, ſicut c d ad d e, quare ſic d b reſidui c b, ad c e reſiduum c d: poteſt igitur c e detrahi ab e d, non erit itaque finis iſtius detractionis, quod eſt impoſsibile. Nunc ad propoſitum reuertamur.

a.....c....e..d..b

Euclid. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 15.

Si tres numeri continuè proportionales fuerint minimi, eandem eis habentium rationem, bini quilibet compoſiti ad reliquum primi erunt. 15

THEON ex Zamb. *Sint tres numeri continuè proportionales, minimi eandem eis habentium rationem α, β, γ. Dico quòd ipſorum α, β, γ, bini quilibet cõpoſiti, ad reliquum primi ſunt, ſcilicet α β ad γ, & β γ ad α, & α γ ad β. Aſſumantur (per 35 ſeptimi) bini minimi numeri eandem ipſis α, β, γ, habentium rationem, ſintq; A ε, ε ζ: manifeſtum iam eſt quòd A ε ſeipſum multiplicans, ipſum efficit α, & ipſum ε ζ muliplicans, ipſum β fecit, & inſuper ε ζ ſeipſum multiplicans, ipſum effecit γ. Et quoniam ipſi A ε, ε ζ, minimi ſunt, primi adinuicẽ ſunt (per 24 ſeptimi.) Si autem bini numeri, primi adinuicẽ fuerint, et uterq; ſimul ad alterum primus eſt (per 30 ſeptimi.) Igitur A ζ, ad utrunq; ipſorũ A ε, ε ζ, primus eſt. Sed et A ε ad ε ζ primus eſt. Ipſi igitur A ζ, A ε, ad ipſum ε ζ primi ſunt, & qui ex A ζ, A ε, igitur ad ε ζ (per 26 ſeptimi) primus eſt. Si uerò bini numeri primi fuerint adinuicẽ, qui ex uno eorum gignitur ad reliquum primus eſt (per 27 ſeptimi) quare qui ex A ζ, A ε, ad eum qui eſt ex ε ζ, primus eſt. Sed qui ex ζ A, A ε, eſt qui ex A ε unà cũ eo qui ex A ε, ε ζ, (per tertiam ſecũdi.) Qui igitur ex A ε unà cum eo qui ex A ε, ε ζ, ad eum qui ex ε ζ primus eſt. Eſt autem qui ex A ε, ipſe α, qui uerò ex A ε, ε ζ, ipſe β: qui autem ex ε ζ, eſt γ. Ipſi α β, igitur compoſiti, ad γ primi ſunt. Similiter oſtendemus quòd ipſi β, γ, ad α primi. Dico iam quòd ipſi α, γ, ad β primi ſunt: nam quoniam A ζ ad utrunque ipſorum A ε, ε ζ, primus eſt, & qui ergo ex A ζ, ad eum qui ſub A ε, ε ζ, primus eſt. Sed ei qui ex A ζ, æquales ſunt qui ex A ε, ε ζ, unà cum eo qui bis eſt ſub A ε, ε ζ,*

A...ε....ζ

Si enim quæ ex A ε unà cũ eo quæ ex ε ζ, & qui ſub A ε, ε ζ, nõ eſſent primi, cum cõmunis dimenſio metiatur cõpoſitũ, nõ erunt qui ex A ε, ε ζ, unà cum eo qui ſub A ε, ε ζ, et qui ſub A ε, ε ζ, primi. At iterũ cum cõmunis dimẽſio metiatur & cõpoſitum, nõ erũt qui ex A ε, ε ζ, unà cũ eo qui ſub A ε, ε ζ, bis: et qui ſub A ε, ε ζ, adinuicẽ primi, cuius cõtrariũ eſt oſtẽſum.

Et qui

Et qui ex δ ε, ε ζ, igitur unà cum ijs qui bis ſub δ ε, ε ζ, ad eum qui ſub δ ε, ε ζ, primi ſunt. Diuidendo quoq; qui ex δ ε, ε ζ, unà cum eo qui ſub δ ε, ε ζ, primi ſunt ad eum qui ſub δ ε, ε ζ. Inſuper diuidendo, qui ex δ ε, δ ζ, ad eum qui ſub δ ε, ε ζ, primi ſunt. Eſt autem qui ex δ ε, ipſe α, qui ex ε ζ, ipſe γ: qui uerò ſub δ ε, ε ζ, ipſe β. Ipſi ergo α, γ, compoſiti, ad β primi ſunt: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 17.

17 SI fuerint duo numeri contra ſe primi, quantus eſt primus eorum ad ſecundum, tantum eſſe ſecundum ad tertium quem quam impoſsibile eſt.

CAMPANVS. Sint a & b contra ſe primi, dico impoſsibile eſſe, aliquem eis in continua proportionalitate adiungi. Si enim poteſt, ſit c, quia igitur a ad b, ſicut b ad c, ſunt autem a & b in ſua proportione minimi per 23 ſeptimi, ſequitur per 21 eiuſdem, ut a numeret b, qui cum etiam numeret ſe, non erunt a & b contra ſe primi: quod eſt contrarium poſitioni.

c ——————
b .....
a ...

Euclid. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 16.

16 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, non erit ſicut primus ad ſecundum, ſic ſecundus ad aliquem alium.

THEON ex Zãb. Bini enim numeri α, ϐ, primi ſint adinuicem. Dico quòd nõ eſt ſicut α ad β, ſic β ad aliquẽ aliũ. Si enim impoſsibile, ſit ſicut α ad β, ſic β ad γ. Ipſi autem α, ϐ, primi ſunt: primi autẽ & minimi (per 23 ſeptimi) minimi uerò, metiũtur eandem rationẽ habentes, æqualiter (per 21 ſeptimi) antecedens antecedentem & ſequens ſequentem, metitur igitur α ipſum ϐ, antecedens antecedentem, metitur autem & ſeipſum: igitur α ipſos α, β, metitur primos adinuicem exiſtentes, quod eſt abſurdum, non eſt igitur ſicut α ad β, ſic ϐ ad γ: quod oſtendere oportebat.

γ ——————
β .....
α ....

Euclid. ex Camp. Propoſitio 18.

18 SI quotlibet numerorũ continuè proportionaliũ duo extremi fuerint cõtra ſe primi, quãtus eſt primus ad ſecundũ, tãtum eſſe ultimũ ad aliquem alium, eſt impoſsibile.

CAMPANVS. Sint a, b, c, continuè proportionales, ſintq; a & c contra ſe primi: dico quòd in eadẽ proportione non poteſt eis adiungi alius: ſi enim poteſt, ſit d. Quia igitur eſt a ad b ſicut c ad d, erit permutatim a ad c, ſicut b ad d: ſunt autem a & c, in ſua proportione minimi, per 23 ſeptimi, itaq; per 21 eiuſdem a numerat b, quare etiam numerat c, numerorum enim cõtinuè proportionalium, ſi primus numerat ſecundum, ipſe numerat omnes, & ſimpliciter quilibet præcedens quemlibet ſequentem: at quia etiam numerat ſe, non erunt a & c contra ſe primi; quod eſt inconueniens.

d ——————
c .....
b .....
a ....

Euclid. ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 17.

17 Si fuerint quotcunq; numeri continuè proportionales, ipſorum autem extremi primi adinuicem fuerint, non erit ſicut primus ad ſecundum, ſic ultimus ad aliquem alium.

THEON ex Zãb. Sint quotcunq; numeri cõtinuè proportionales, α, ϐ, γ, δ, ipſorum autem extremi α β ſint primi adinuicem. Dico quòd non eſt ſicut α ad β, ſic δ ad aliquem alium. Si enim poſsibile, eſto ſicut α ad β, ſic δ ad ε: uiciſsim igitur (per 13 ſeptimi) eſt ſicut α ad δ, ſic β ad ε. Ipſi autem α, δ, primi ſunt, primi autem & minimi: minimi uerò numeri, metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 ſeptimi) antecedens antecedentem, & ſequens ſequentem: metitur igitur α ipſum β, eſtq; ſicut α ad β, ſic β ad γ, & β igitur ipſum γ metitur, quare & α ipſum γ metitur: & quoniam eſt ſicut ϐ ad γ, ſic γ ad δ, metitur autem β ipſum γ, metitur igitur & γ ipſum δ. Sed α ipſum γ metitur, quare & α ipſum δ metitur, metitur autem & ſeipſum. Igitur α, ipſos α, δ, metitur primos inuicem exiſtentes, quod eſt impoſsibile. Non eſt igitur ſicut α ad β, ſic δ ad aliquem alium: quod oſtendere oportuit.

ε ——————
δ .....
γ .....
β .....
α .....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

DRopoſitis duobus numeris, an ſit eis tertius cõtinuè proportionalis, perſcrutari. 19

CAMPANVS. Sint a & b duo numeri propoſiti, uolo inquirere, an eis poſsit tertius ſub continua proportionalitate adiungi. Igitur ſi ipſi ſunt contra ſe primi, impoſsibile eſt per 17. ſi uerò compoſiti, ducatur b in ſe, & proueniat c, quem ſi a numerat, erit: ſi uerò non numerat, non erit. Numeret enim eum ſecũdum d, qui erit quem quærimus per 2 partem 20 ſeptimi. Sit ergo ut non numeret eum, eſt tamen ut a ad b, ſic b ad d, itaque quia ex b in ſe fit c, ſequitur per primam partem 20 ſeptimi, ut ex a in d ſit idem: igitur a numerat c ſecundum d, ſed erat poſitum quòd non, quare ſequitur impoſsibile.

c .....
d ——
b ....
a .....

c .....
d ..
b ....
a .....

b ....
a ...

Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propoſitio 18.*

Binis numeris datis, conſiderare ſi poſsibile eſt eis tertium proportionalem inuenire. 18

THEON ex Zamb. *Sint bini dati numeri α, β, ſitq; * opportunum ſcrutari, ſi eſt poſsibile eis tertium inuenire proportionalem. Iam ipſi α, β, aut ſunt primi adinuicem, aut non. Si quidem igitur primi ſunt adinuicem, patet (per 16 noni) quod impoſsibile eſt eis inuenire proportionalem tertium. Sed iam non ſint ipſi α, β, primi adinuicem, & β ſeipſum multiplicans ipſum efficiat γ. Iam α aut ipſum γ metitur aut non metitur. Metiatur prius per Δ. Ipſe igitur α ipſum Δ multiplicans, ipſum effecit γ. Sed & β ſeipſum multiplicans, ipſum γ effecit, qui ex α, Δ, igitur ei qui ex β eſt æqualis. Eſt igitur ſicut α ad β, ſic β ad Δ (per ſecundam partem 19 ſeptimi.) Ipſis igitur α β, tertius inuentus eſt Δ. Sed iam non metiatur α ipſum γ. Dico quòd ipſis α, β, impoſsibile eſt tertium inuenire proportionalem numerum. Si enim poſsibile, inueniatur Δ. Igitur qui ex α, Δ, ei eſt æquus qui ex β, qui autem ex β, ipſe eſt γ. Igitur qui ex α, Δ, æquus eſt ipſi γ. Quare α ipſum Δ multiplicans, ipſum effecit γ. Igitur α, ipſum γ metitur per Δ. Sed ſupponitur etiam non metiri, quod eſt impoſsibile. Non eſt igitur poſsibile ipſis α, β, tertium proportionalem inuenire, quando α ipſum γ non metitur: quod oportuit oſtendere.*

Διορ ἐγω

γ .....
Δ ——
β ....
α .....

γ .....
Δ .....
β .....
α ....

. ——
β .....
α .....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 20.*

DAtis tribus numeris continuè proportionalibus, an ſit aliquis quartus eis continuè proportionalis inquirere. 20

CAMPANVS. Sint continuè proportionales a, b, c. Volo inquirere an alius eis ſub continua proportionalitate poſsit adiungi, igitur ſi a & c ſunt contra ſe primi, impoſsibile eſt per 18. Si autem compoſitus d qui prouenit ex b in c, quem ſi numerat a, erit: ſi uerò non numerat, non erit. Numeret enim eum ſecundum e, qui erit quem quærimus per ſecundam partem 20 ſeptimi. Sit ergo ut non numeret eum, eſt tamen ut a ad b, ſicut c ad e, itaque quia ex b in c fit d, ſequitur per primam partem 20 ſeptimi, ut ex a in e ſit idem, ergo a numerat d ſecundum e, ſed poſitum erat quòd non. Idem potes perſcrutari, quotliber continuè proportionalibus propoſitis. ſi enim duo extremi ſint contra ſe primi, finem habet intentio per 18. ſi autem compoſiti, ducto ſecundo in ultimum, ſi productum numeret primus, is ſecundum quem eum numerat, eſt quem quærimus per ſecundam partem 20 ſeptimi: ſi autem primus productũ non numerat, nullus erit.

d ——
e ——
c .....
b .....
a .....

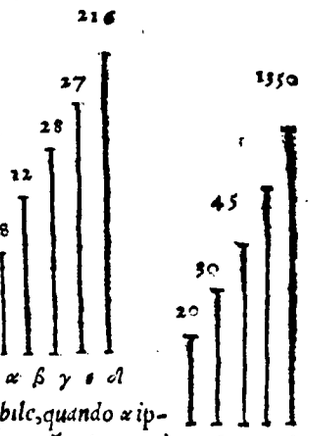
d ——
e .....
c .....
b .....
a .....
. ——
c .....
b ....
a ...

erit.quotlibet enim posito, per primam partem eiusdem secundum ipsum positum numerabit primus productum,quod positum erat non numerare.

Euclid. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 19.

19 Tribus numeris datis,considerare si est possibile eis quartum inuenire proportionalem.

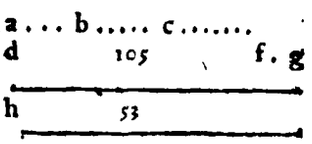
THEON ex Zamb. *Sint dati tres numeri, α β γ,sitq; *opportunum coniectare, si possibile est eis quartum proportionalem inuenire. Iam ipsi α β γ, aut continuè sunt proportionales, & eorum extremi α γ,sunt primi adinuicem, aut non sunt continuè proportionales,& eorum extremi primi sunt adinuicem,aut continuè sunt proportionales,& eorum extremi non sunt adinuicem primi, uel neque sunt cõtinuè proportionales,neque eorum extremi primi sunt adinuicem. Si quidem igitur ipsi α β γ,continuè sunt proportionales: & eorum extremi α γ, sunt primi adinuicem,patet per 17 noni,quod est impossibile eis quartum proportionalem inuenire numerum. Non sint iam ipsi α & γ, continuè proportionales, extremis rursus primis existentibus adinuicem. Dico quòd & sic quartum proportionalem inuenire, est impossibile. Si enim possibile,inueniatur Δ. Vt sit sicut α ad β,sic γ ad Δ.fiat q; sicut β ad γ,sic Δ ad ε. Et quoniam est sicut quidem α ad β,sic γ ad Δ,sicut autem & ad γ,sic Δ ad ε,ex æquali igitur (per 14 septimi) est sicut α ad γ,sic γ ad ε. At α γ,primi sunt, primi autem & minimi, minimi uerò metiuntur eandem rationem habentes,antecedens antecedentem,& sequens sequentem (per 21 septimi) metitur igitur α ipsum γ, antecedens antecedentem:metitur autem & seipsum. Igitur α ipsos α γ, metitur primos adinuicem existentes, quod est impossibile:ipsis igitur α β γ,quartum proportionalem inuenire est impossibile. Sed iam rursus sint ipsi α β γ,continuè proportionales, at α γ,non sint primi adinuicem. Dico quòd eis quartum proportionalem inuenire est possibile. Nam β ipsum γ multiplicans, ipsum efficiat Δ. Igitur α ipsum Δ aut metitur,aut non metitur. Metiatur prius ipsum per ε. Igitur α ipsum ε multiplicans, ipsum effecit Δ, sed & β ipsum γ multiplicans ipsum Δ effecit. Igitur qui ex α ε,ei est æquus qui ex β γ, proportionalis igitur est sicut α ad β,sic γ ad ε. Ipsis igitur α & γ,inuentus est quartus proportionalis ε scilicet. Sed iam non metiatur α ipsum Δ: dico quòd ipsis α β γ, quartũ proportionalẽ inuenire est impossibile. Si enim possibile, inueniatur ε. Igitur qui ex α ε,ei qui ex β γ,est æqualis. Sed qui ex β γ, est ipse Δ,et qui ex α ε, igitur ipsi Δ est æqualis. Igitur α ipsum ε multiplicans ipsum effecit Δ. igitur α ipsum Δ metitur,sed & non metitur,quod est impossibile. Igitur ipsis α β γ,quartum proportionalẽ inuenire numerum est impossibile,quando α ipsum Δ nõ metitur. Sed iam ipsi α β γ, neq; cõtinuè sint proportionales,neq; eorũ extremi ad inuicẽ sint primi,& & ipsum γ multiplicans ipsum efficiat Δ. Similiter ostendetur q, si quidẽ α ipsum Δ metitur,possibile est eis proportionalẽ inuenire:si autẽ nõ metitur, est impossibile:quod ostẽdere oportebat.*



Euclid. ex Camp. Propositio 21.

21 DAtis quotlibet numeris primis, aliquem primum ab eis diuersum esse necesse est.

CAMPANVS. Nihil aliud intenditur, nisi quòd numeri primi sint infiniti, demonstrare. Sint enim a b c, numeri primi, dico esse aliquem primum diuersum ab eis, sit quidem d f minimus quem numerant, cui addita unitate fiat d g, qui est primus aut compositus: si primus, constat propositum: si compositus, numerat eum aliquis primus, qui sit h, quem non est possibile esse aliquem ex primis propositis. Si enim esset aliquis eorum, cùm quilibet ipsorum numeret d f, ipse quoque numeraret eundem: at quia numerat d g, oporteret ipsum numerare f g, qui est unitas, quod est impossibile. Idem sequitur posito d f quotlibet numero, quem numerant a b c: quare constat propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 20. Propositio 20.

01 Primi numeri,plures sunt omni proposita multitudine primorũ numerorum.

THEON ex Zamb. *Sint propoſiti primi numeri α ß γ. Dico quòd ipſis α ß γ, plures ſunt primi numeri. Accipiatur enim (per 39 ſeptimi) minimus quem ipſi α ß γ metiantur, ſitq; δ ε, addaturq; δ ε unitas δ ζ, iam ε ζ, aut eſt primus aut non, ſit prius primus; inuenti igitur ſunt primi numeri α ß γ ε ζ, plures ipſis α ß γ. Sed iam non ſit ε ζ primus: igitur eum aliquis numerus primus metitur (per 34 ſeptimi) metiatur eum numerus primus η. Dico quòd η nulli ipſorum α ß γ, eſt idem. Si enim η alicui ipſorum α ß γ, eſt idem, ipſi autem α ß γ, ipſum δ ε metiuntur, igitur & η ipſum δ ε metietur, metitur autem et ε ζ, & reliquam δ ζ unitatem metietur η numerus exiſtens, quod eſt abſurdum: igitur η non eſt idem uni ipſorum α ß γ, ipſe autem ſupponitur & primus. Inuenti igitur ſunt primi numeri plures propoſita multitudine ipſorum α ß γ, ipſi α ß γ η: quod oſtendere oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 22.

SI coaceruentur quotlibet numeri pares, totus quoque ab eis coaceruatus erit par. 22

CAMPANVS. Sit quiſq; numerorum a b c, par. Dico ex eis compoſitum, eſſe parem: habet enim ex conuerſione diffinitionis quiſq; eorum medietatem, ſint ergo eorum medietates d e f, quia igitur ſicut a ad d, ſic b ad e, et c ad f, erit ex 13 ſeptimi, ſicut a ad d, ſic totus a b c ad totum d e f, itaq; d e f, eſt medietas a b c, ergo per diffinitionem a b c, eſt par: quod eſt propoſitum.

a.. b.... c.....

Euclid. ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 21.

Si pares numeri quotcunq; componantur, totus par eſt. 21

THEON ex Zamb. *Componantur enim numeri quilibet pares ipſi α δ, δ γ, γ ζ, ζ ε. Dico quòd totus α ε par eſt. Nam quoniam unuſquiſq; ipſorum α δ, δ γ, γ ζ, ζ ε, par eſt, partem habet dimidiam, quare & totus α ε habet partem dimidiam: numerus autem par eſt, qui bifariam diuiditur (per diffinitionem) igitur α ε par eſt: quod oſtendere oportuit.*

α....ß.....γ.....ζ.....ε

Euclid. ex Camp. Propoſitio 23.

SI numeri impares numero pares coaceruẽtur, totus quoq; ex eis coaceruatus erit par. 23

CAMP. Sit quilibet numerorum a b c d, impar: dico ex eis compoſitũ, eſſe parem, dempta enim à quolibet unitate, conſtat reſiduos eſſe pares, & quia ille unitates, demptæ componunt parem, cùm ſint numero pares, conſtat propoſitum per præmiſſam.

a...b.....c.....d.....

Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 22.

Si impares numeri quotcunq; componantur, fuerit autem multitudo par, totus par erit. 22

THEON ex Zamb. *Componantur enim impares numeri quotcunq;, multitudine pares α ß, ß γ, γ δ, δ ε. Dico quòd totus α ε par eſt. Nam quoniam unuſquiſq; ipſorum α ß, ß γ, γ δ, δ ε, impar eſt, ablata unitate ab uno quoq; unuſquiſq; reliquus par erit. Quare & compoſitus ex ipſis par erit (per 21 noni) Eſt autem & unitatum multitudo par, totus igitur α ε par eſt: quod oſtendere oportebat.*

α.....ß.....γ.....δ...ε

Euclid. ex Camp. Propoſitio 24.

SI numeri impares numero impares coaceruentur, totum quoq; ex eis coaceruatum imparem eſſe. 24

CAMPANVS. Sit quilibet numerorum a b c, impar. Dico totum ex eis compoſitum eſſe imparem. Erit enim per præmiſſam compoſitus ex a & b, par: & quia c, dempta unitate, eſt par, erit per antepræmiſſam totus a b c, dempta unitate par. Per diffinitionem itaque conſtat totum eſſe imparem.

a..b.....c.....

Euclid.

Euclid. ex Zamb. Theorema 23. Propoſitio 23.

23 Si impares numeri quotcunq; componantur, multitudo autem iſorum fuerit impar, & totus impar erit.

THEON ex Zamb. *Componantur enim quotcunq; α.....β.....γ.....ε. Δ impares numeri, quorum multitudo ſit impar α ζ, β γ, γ Δ. Dico quòd totus α Δ impar eſt. Auferatur ab ipſo γ Δ, unitas Δ ε, reliquus igitur γ ε par eſt: eſt autem & α γ par, & totus igitur α ε par eſt: eſt autem Δ ε unitas, totus igitur α Δ impar eſt: quod oportuit demonſtraße.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 25.

25 SI à numero pari numerus par detrahatur, reliquus erit par.

CAMPANVS. Sit a totus par, à quo detrahatur b, qui quoq; ſit par, & reſiduus ſit c. Dico c eſſe parem, ſit enim d medietas a, e quoq; ſit medietas b, detractoq; e de d, ſit reliquus f, erit per 13 ſeptimi, c ad f, ſicut a ad d, quare f eſt medietas, itaq; eſt par: quod eſt propoſitum.

a
..... d.....f...
b c
.....,e..... .....

Euclid. ex Zamb. Theorema 24. Propoſitio 24.

24 Si à pari numero par auferatur, reliquus par erit.

THEON ex Zamb. *A pari enim α ζ, auferatur par. Dico quòd reliquus α γ par α.....γ.....β eſt. Nam quoniam α β par eſt, habet partem dimidiam: iam id propterea & β γ, habet partẽ dimidiam, quare & reliquus γ α habet partẽ dimidiã, par igitur eſt α γ: quod oſtendere oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 26.

26 SI de numero pari imparẽ tollas, qui relinquitur impar eſt.

CAMPANVS. Sit a b par, à quo tollatur a c, qui ſit impar. Dico c b reſiduum eſſe imparem, ſubtrahatur enim ab a c, unitas quæ ſit c d, eritq; a d par, itaq; pe 25, d b quoq; erit par. Quia igitur d c eſt unitas, ſequitur c b eſſe imparem: quod eſt propoſitum.

a....d.c...b

Euclid. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 25.

25 Si à pari numero impar auferatur, reliquus impar erit.

THEON ex Zamb. *A pari nanq; numero α β, auferatur impar β γ. Dico q; reliquus γ β impar eſt. Auferatur ab ipſo β γ, unitas γ Δ, igitur Δ β, par eſt. Eſt autem α β quoq; par, & α.....γ. Δ....ζ reliquus igitur α Δ, par eſt, at γ Δ eſt unitas, igitur α γ impar eſt: quod oſtendere oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 27.

27 SI à numero impari detrahatur impar, reliquus erit par.

CAMP. Sit a b numerus impar, à quo detrahatur b c, qui etiam ſit impar: dico reliquũ qui eſt a c, eſſe parem. Detrahatur enim ab utroq; duorum numerorum a b & b c, unitas quę ſit b d, erit uterq; duorum reſiduorum quæ ſunt a d & d c, par: per præmiſſam itaque conſtat, a c eſſe parem: quod eſt propoſitum.

a.....c....d.b

Euclid. ex Zamb. Theorema 26. Propoſitio 26.

28 Si ab impari numero impar auferatur, reliquus par erit.

THEON ex Zamb. *Ab impari nanque α β, impar auferatur ζ γ. Dico quòd reliquus γ α par eſt, nam quoniam α β impar eſt, auferatur unitas β Δ: reliquus igitur α Δ, par eſt. Iam id propterea & γ Δ par eſt (per diffinitionem) quare & reliquus γ α par eſt: quod oſtendere oportuit.*

α.....γ.....Δ. β

Euclid.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 28.



I à numero impari numerum parem ſubtrahas, qui re- 28
linquitur impar eſt.

CAMP. Sit a b impar, à quo detrahatur a..... c.... d. b
a c qui ſit par. Dico b c reſiduum eſſe imparem. Sit enim b d unitas, eritq; a d
par. Et quia a c eſt par, erit per 25 c d par, cum itaq; ſit d b unitas, erit c b im-
par: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 27. Propoſitio 27.

Si ab impari numero par auferatur, reliquus impar erit. 27

THEON ex Zamb. *Ab impari nanq; α δ, par referatur β γ. Dico quòd reli* α. δ.... γ.... β
quus γ α impar eſt. Auferatur unitas α δ, igitur δ β par eſt: eſt autem β γ par, & reliquus igitur γ δ, par eſt:
eſt autem & unitas δ α, igitur γ α impar eſt: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 29.



I numerus impar in numerum parem ducatur, qui inde 29
producetur erit par.

CAMP. Ex 23 manifeſtum eſt quod dicitur.

Euclid. ex Zamb. Theorema 28. Propoſitio 28.

Si impar numerus parem multiplicans, aliquem fecerit, qui gigni 28
tur par eſt.

THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α parem β multiplicans, ip* γ.....
ſum efficiat. Dico quòd γ par eſt. Nam quoniam α ipſum β multiplicans, i- β....
pſum γ fecit, igitur γ ex totidem ipſi β æqualibus quotæ ſunt in α unitates α...
componitur: eſtq; β par, igitur γ ex paribus componitur. Si uerò numeri pares quotcunq; componãtur, to
tus par eſt (per 21 noni) igitur γ par eſt: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 30.



I in imparem ducatur impar, qui producetur erit impar. 30

CAMPANVS. Hæc quoque ex 24 manifeſta eſt.

Hæ ſequentes duæ ex Campano propoſitiones, nullas ſibi
ex Zamberto reſpondentes habent.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 31.

Si numerus impar numerum parem numeret, numero pari eum 31
numerabit.

CAMPANVS. Si enim numero impari eum numeraret, ex impari in imparẽ fieret par, quod eſt inconueniens per præmiſſam.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 32.

Si impar imparem numeret, impariter eum numerat.

CAMP. Si enim pariter eum numeraret, ex numero impari in numerum parem fieret impar: quod eſt inconueniens per 29.

Euclid. ex Zamb. Theorema 29. Propoſitio 29.

Si impar numerus imparem numerum multiplicans, fecerit ali- 29
quem, factus impar erit.

THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α, imparem numerum β mul* γ.....
tiplicãs, ipſum efficiat γ. Dico quòd γ impar eſt. Nam quoniam α ipſum β mul β.....
tiplicans, ipſum fecit γ, igitur γ ex totidẽ ipſi β æqualibus quotæ ſunt in α uni α...
tates, componitur. Eſt autem uterq; ipſorum α β, impar. Igitur γ ex imparibus conflatur numeris, quorũ
multitudo impar eſt. Quare (per 23 noni) impar eſt: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 33.

I numerus impar numerum parem metiatur, eiuſdem quoq; 33
dimidium ipſum metiri neceſſe eſt.

CAMPANVS.

CAMPANVS. Sit a numerus par, cuius dimidium b, ſitq; c numerus impar qui numeret a: dico quòd c numerabit b, numeret enim a ſecundum d, eritq; per 31, d numerus par. Eſto igitur eius dimidiū e. ducaturq; c in e, & proueniat f, eritq; per 18 ſeptimi a ad f, ſicut d ad e, & quia etiã eſt a ad b, ſicut d ad e, ſequitur b & f eſſe æquales: cũ itaq; c numeret f, idẽ numerabit b: quod eſt ꝓpoſitũ.

a ..... f.....
b..... e..
c... d....

Euclid. ex Zamb. Theorema 30. Propoſitio 30.

30 ## Si impar numerus parem numerum menſus fuerit, & eius dimidium metietur.

THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α, parem numerũ β metiatur. Dico quòd & eius dimidium metietur. Nam quoniã α ipſum δ metitur, ipſum γ metiatur per γ. Dico quòd γ nõ eſt impar. Si enim poſsibile, ſit impar. Et quoniam α metitur ipſum δ per γ, igitur α ipſum γ multiplicans, ipſum efficit β. Igitur β componitur ex imparibus numeris, quorum multitudo impar eſt. Igitur β impar eſt, quod eſt abſurdum, ſupponitur enim par. Igitur impar non eſt, par igitur eſt γ. Quare α ipſum β metitur pariter, & γ igitur ipſum β metitur per α: habet autem uterq; ipſorum γ β, partem dimidiam, eſt igitur ſicut γ ad δ, ſic dimidium ad dimidium: metitur autem γ ipſum δ per α, & dimidium ipſius metietur ipſius δ dimidium per α: igitur α, dimidium multiplicans ipſius γ dimidium ipſius β efficit. Igitur α ipſius δ dimidium metitur, metiturq; per ipſius γ dimidiũ. Idq; propterea α ipſius dimidium metietur: quod oſtendere oportuit.*

α ...
γ .....
β .....

Euclid. ex Camp. propoſitio 34.

34  ## I numerus impar ad aliquem fuerit primus, idem ad eiuſdem duplum erit primus.

CAMPANVS. Sit a numerus impar primus ad b, cuius duplum ſit c. Dico quòd a eſt primus ad c: ſin autem, numeret eos d. Cumq; a ſit impar, ſequitur d eſſe imparẽ, quicunq; enim impar parem numerat, pari numero eum nuumerabit per 31, per prꝛmiſſam itaq; a numerabit b, non ſunt igitur a & b contra ſe primi: quod eſt contra hypotheſin.

c ..... d
a.... d
b.....

Euclid. ex Zamb. Theorema 31. Propoſitio 31.

31 ## Si impar numerus ad numerum aliquem primus fuerit, & ad ipſius duplum primus eſt.

THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α, ad numerum aliquem β, primus eſto, ipſius autem β, duplus eſto γ. Dico quòd α ad γ primus eſt. Si autem α γ, non ſunt primi, metitur eos aliquis numerus: metiatur, & eſto δ. eſt autem impar numerus α, impar igitur & δ. Et quoniam δ impar exiſtẽs ipſum γ metitur, eſt autem & γ par, igitur δ metietur ipſius γ dimidium (per præcedentem) Dimidium autem ipſius γ, eſt β, igitur δ ipſum δ, metitur, metitur autem & α. Igitur δ, ipſos α δ, metitur primos adinuicem exiſtentes, quod eſt abſurdum. Igitur α ad γ primus eſt. Ipſi igitur α γ, primi ſunt adinuicem: quod erat oſtendendum.*

α .....
β .....
γ .....
δ

Euclid. ex Camp. Propoſitio 35.

35  ## Vmeri à duobus dupli, ſunt pariter pares tantum.

CAMPANVS. Sint unitas a b c d, continuè proportionales, ſitq; a binarius. Dico omnes eos eſſe pariter pares, eisq; ſecundum hanc proportionem in infinitũ auctis, nullum alium eſſe pariter parem. De his quidẽ conſtat per diffinitionem, cùm per 12 quilibet præcedens numeret quemlibet ſequentem per aliquem eorũ quos omnes oportet eſſe pares, & nullus alius numeret aliquem eorum, per 15 eo quòd a qui eſt binarius unitatem ſequens eſt primus. Quod autem nullus alius ab his ſit pariter par, conſtat ſic. Poſito enim aliquo, diuidatur in duas medietates, eiusq; medietas in duas, & hoc toties fiat, quousq; numerus aut unitas diuiſionem impediat, quod neceſſe eſt euenire per ultimam petitionem. Siquidem numerus hanc prohibeat, ipſe erit impar, qui cùm numeret pariter parem poſitum non erat pariter par, qui poſitus eſt pariter par. Si autem unitas, non erit is alius à continuè duplis ab unitate.

d
.....
c
.....
b
....
a
..
.
Vnitas

Euclid.ex Zamb. Theorema 32. Propoſitio 32.

A' binario duplorum unuſquiſq; pariter par eſt tantum. 32

THEON ex Zamb. *A' binario enim α, duplicentur quotcunq; numeri β γ δ. Dico quòd ipſi β γ δ, pariter pares ſunt tantum. Quod quidem unuſquiſq; pariter par eſt, manifeſtum eſt: à binario enim eſt duplicatus. Dico quòd & tantũ. Exponatur unitas ε. Quoniam igitur ab unitate quotlibet numeri continuè proportionales ſunt, qui autem poſt unitatem α primus eſt, maximũ ipſorum α β γ, hoc eſt ipſum δ nullus metitur, præter ipſos α β γ (per 13 noni) eſt autem unuſquiſq; ipſorum α β γ, pariter par. Igitur δ pariter par eſt autem. Similiter iam oſtendemus, quod et unuſquiſq; ipſorum α β γ, pariter par eſt tantum: quod oportuit demonſtrare.*

α .....
γ .....
β ....
α ..
.
Vnitas

Euclid. ex Camp. Propoſitio 36.

NVmerus cuius medietas eſt impar, eſt pariter impar. 36

CAMPANVS. Sit a numerus, cuius medietas quæ ſit b, ſit impar. Dico a, eſſe pariter imparem. Sit enim c binarius, manifeſtum itaq; quoniam ex c in b fit a. Sit autẽ d quilibet numerus par numerans a, qui numeret eum ſecundum e, eritq; per ſecundam partem 20 ſeptimi, e ad b, ſicut c ad d. Igitur e numerat b, quia c numerat d. Eritq; itaq; e numerus impar, erat enim & b, per diffinitionem igitur a eſt pariter impar.

a .....
b ..... b...
c .. d .....

Euclid.ex Zamb. Theorema 33. Propoſitio 33.

Si numerus dimidium imparem habuerit, pariter impar eſt tantũ. 33

THEON ex Zamb. *Numerus enim α, dimidiũ habeat imparem. Dico quòd α pariter impar eſt tantum. Quod quidem pariter impar, eſt manifeſtum: eius nanq; dimidius impar exiſtẽs, cum pariter metitur (per diffinitionem) Dico quòd & tantum. Si enim α pariter par eſt, & eius dimidius par eſt (per diffinitionem) metietur igitur eum par numerus, per parem numerum. Quare & dimidium eius metietur (per 39 numerus) par, impar exiſtens, quod eſt abſurdum. Igitur δ pariter impar eſt tantum: quod oportuit oſtendere.*

α .....

Euclid.ex Camp. Propoſitio 37.

AMnis numerus à duobus non duplus, cuius medietas eſt par, eſt pariter par & impariter. 37

CAMP. Sit numerus a, non duplus a duobus, cuius medietas quę ſit b ponatur par: dico ipſum eſſe pariter parem & impariter. Sit enim c binarius, de quo manifeſtum eſt quod ipſe numerat a ſecundum b: quia uerò a non eſt duplus a duobus, neceſſe eſt ſi eius medietas quæ eſt b, in alias duas medietates diuidatur, medietatisq; medietas in alias duas, ut tandem occurrat numerus impediens diuiſionem, qui propter hoc quod diuiſionẽ non recipit, erit impar, ſitq; is in quo ſiſtit diuiſio d. In numero quippe neceſſe eſt ſtare, quia ſi uſq; ad unitatem perueniret diuiſio, eſſet a de numeris duplis a binario, de quibus non eſt, de d uerò manifeſtũ eſt quod & ipſe numerat a per hanc cõmunem ſcientiã. Omnis numerus numerans aliũ, numerat omnẽ numeratũ ab illo. Numeret ergo eũ ſecundũ e, eritq; e par, alioquin cùm d ſit maior impar, ſequeretur per 30 a eſſe imparem. Quia igitur b numerus par numerat a ſecundum c, qui quoq; eſt par (eſt enim binarius) at uerò c numerus par numerat eundem ſecundum d qui eſt impar, conſtat ex diffinitione numerum a eſſe pariter parẽ & impariter: quod eſt propoſitũ.

a .....
b ..... d...
c.. e....

Euclid.ex Zamb. Theorema 34. Propoſitio 34.

Si numerus neq; à binario fuerit duplus, neq; dimidium imparẽ habuerit, pariter par eſt & pariter impar. 34

THEON ex Zamb. *Numerus enim α non ſit à binario duplus, neq; dimidium habeat imparem. Dico quòd α pariter par eſt et pariter impar, quod quidem α pariter par eſt, manifeſtum eſt: dimidiũ nanq; non habet imparem. Dico iam quòd & pariter impar eſt. Si enim ipſum α biſariam ſecuerimus, idq; ſemper efficientes, in quẽdam numerum * deſinemus imparem, qui ipſum metietur α per parem numerum. Si autẽ non deſinemus in quendam imparem numerum, qui per parem numerum metiatur ipſũ α: ad binariũ enim ueniemus, eritq; ipſe α ex ijs qui à binario duplicati ſunt, quod nõ ſuperponitur*

α .....

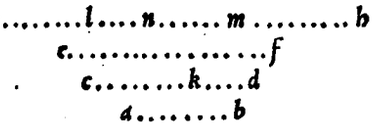
διαταυτήσομεν, incidemus.

ponitur. Quare & pariter impar eſt, patuit autem quòd & pariter par. Igitur & pariter par eſt & pariter impar: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 38.*

38 SI de ſecũdo atq; ultimo numerorũ continuè proportionalium, æquale primi dematur, quantũ eſt reliquũ ſecundi ad primũ, tantũ eſſe reliquũ ultimi ad coacerũatum ex cunctis præcedentibus neceſſariò comprobatur.

CAMPANVS. Sint continuè proportionales a b, c d, e f, g h, demanturq; de c d æqualis a b, qui ſit c k, & de g h qui ſit g l. Dico tunc quòd proportio k d ad a b, eſt ſicut l h ad cõpoſitũ ex e f, c d, & a b. Sumatur ex g h æqualis e f, qui ſit g m, & æqualis c d qui ſit g n, eritq; l n æqualis k d. Manifeſtũ aũt eſt per 12 ſeptimi, quòd cũ ſit g h ad g m ſicut g m ad g n, erit h m reſiduum ad m n reſiduum, ſicut g h ad g m, ideoq; ſicut e f ad c d, ſimili quoque modo erit m n ad l n ſicut c d ad a b. Permutatim igitur erit h m ad e f & m n ad c d, ſicut n l ad a b:



iraque coniuncti, per 13 ſeptimi, erit l h compoſitus ex h m, m n & l n, ad compoſitum ex e f, c d & a b: ſicut l n ad a b: ideoq; ſicut k d ad a b, quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 35.* *Propoſitio 35.*

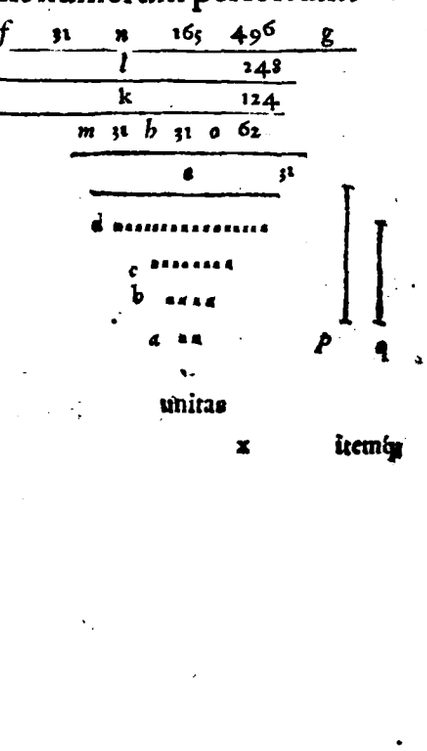
35 SI fuerint quotcunq; numeri cõtinuè proportionales, auferantur autem à ſecundo & ultimo æquales ipſi primo, erit ſicut ſecundi exceſſus ad primum, ſic ultimi exceſſus ad omnes ſe præcedentes.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunq; numeri continuè proportionales α, ϐ, γ, δ, ε, ζ, incipientes ab α minimo, auferaturq; ab ipſis β γ & ε ζ ipſi α æqualis uterq; ipſorum γ, η, ζ, θ. Dico quòd eſt ſicut β, η ad α, ſic eſt θ ε ad α, ϐ, γ, δ. Ponatur enim ipſi quidem β, γ, æqualis ζ η, ipſi autẽ δ æqualis ζ λ. Et quoniã ζ η, ipſi γ β eſt æqualis, quorũ ζ η, ipſi γ η eſt æqualis: reliquus igitur θ η reliquo η ϐ eſt æqualis. Et quoniã eſt ſicut ε ζ ad δ, ſic eſt δ ad β γ, et γ β ad α: æquus aũt eſt δ ipſi ζ λ & β γ ipſi ζ η, & α ipſi ζ θ: eſt igitur ſicut ε ζ ad ζ λ ſic λ ζ ad ζ η, & η ζ ad ζ θ: diuidendo ergo (per 17 quinti) & ſicut ε λ ad λ ζ, ſic λ η ad ζ η, & θ η ad η θ. Eſt igitur & ſicut unus antecedentium ad unum ſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes ſequẽtes. Eſt igitur ſicut η θ ad ζ θ, ſic ε λ, λ θ, η θ ad ipſos λ ζ, ζ η, ζ θ: æqualis autem eſt η θ ipſi β η, & ζ θ ipſi α. Ipſi autem ζ λ, ζ η, ζ θ, ipſis δ, β γ, α, eſt igitur ſicut β η ad α ſic ε θ ad δ, β, γ, α. Eſt igitur ſicut ſecundi exceſſus ad primum, ſic eſt ultimi exceſſus ad omnes ſeipſum præcedentes: quod oſtendere oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 39.*

39 CVm coaptati fuerint numeri ab unitate cõtinuè dupli, q cõiuncti faciãt numerũ primum, extemus eorũ in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.

CAMPANVS. Sint ab unitate continuè dupli, a, b, c, d, ex eis autem & unitate coacerũatus ſit, qui ponatur eſſe numerus primus, in quẽ e multiplicetur d, & prouẽiat f g, dico f g eſſe numerum perfectum. Sumantur igitur h, k, l, continuè dupli ad e, ut tot ſint e, h, k, l, quot ſint continuè dupli ad unitatem ſumpti, eritq; per æquã proportionalitatẽ l ad e, ſicut d ad a: quare per primam partẽ 20 ſeptimi, ex a in l prouenit f g, nam ipſe f g prouenit ex d in e. Et quia a eſt binarius, eſt f g duplus ad l, ſunt igitur e, h, k, l, & f, g, continuè proportionales. Dematur igitur ex h æqualis e, qui ſit m h, & reſiduus h o, qui erit etiam æqualis e, itemq; ex f g demitur eidem e æqualis qui ſit f n, eritq; per præmiſſam n g, quantum aggregatum ex e & h & k & l. Sed & f n cum ſit æqualis e, eſt quantum aggregatum ex a & b & c & d & unitate,



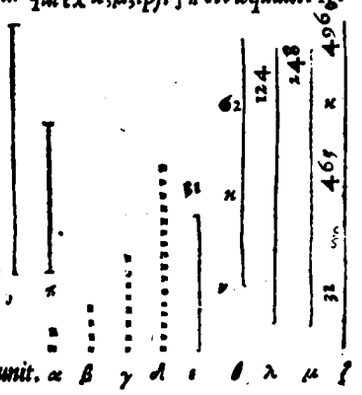
x itemq;

itemq; totus f g est quãtus aggregatus ex omnibus his scilicet, a, b, c, d, & unitate, & illis e, h, k, l; de quibus omnibus manifestum est, quòd numerant eum scilicet f g, e quidem secundum h, & h secundum k, quod ex prima parte 20 septimi conuincitur, adiuuãte æqua proportionalitate sicubi opus fuerit. Est enim ut a ad c, sic k ad h, & ut d ad b, sic k ad e, per æquam proportionalitatem, quare & ex c in h, & ex b in k, necesse est prouenire f g, quem dudum produxerat d in e. Si igitur nullus alius ab his numerat f g, ipse erit per diffinitionem numerus perfectus. Quod autem nullus alius eum numeret, patet. Si enim hoc possibile est, sit p qui numeret eum secundum q, eritq; per 33 septimi, ut e numeret alterum eorum, ponatur quæ quòd numeret p. Et quia per secundam partem 20 septimi, est q ad d sicut e ad p, sequitur ut q numeret d, quare cum a qui sequitur unitatem sit primus (est enim binarius) erit q per 13 huius, aut a aut b aut c, quicunque autẽ horum fuerit, erit p, aut l, aut k, aut h, si enim q fuerit a, constat quòd p erit l: quòd si fuerit b, p erit k, si autem c, p quoque erit h: non est igitur p diuersus ab illis ut fuerat positum, relinquitur ergo quòd f g sit numerus perfectus, quod erat demonstrandum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 36.* *Propositio 36.*

Si ab unitate quotcunq; numeri cõtinuè expositi fuerint in dupli ci proportione, quoad totus compositus primus fuerit, & totus in ultimum multiplicatus aliquem fecerit: qui gignitur, perfectus erit. 36

THEON *ex Zamb.* *Ab unitate siquidem exponantur quotcunq; numeri continuè duplici proportione, quoad totus compositus primus sit α, β, γ, δ, & toti æquus esto ε, & ε ipsum δ multiplicans, ipsum efficiat ζ, ν. Dico quòd ζ ν perfectus est. Quot enim sunt multitudine ipsi α, β, γ, δ, totidem ab ε accipiãtur in duplici proportione, hoc est ε, θ, ν, λ, μ. Ex æquali igitur (per 13 septimi) est sicut α ad δ, sic est ε ad μ. Igitur qui ex ε, δ, ei est æquus qui ex α, μ, estq; qui ex ε, δ, ipse ζ ν. Igitur qui ex α, μ, ipsi ζ ν est æqualis. Igitur α ipsum μ multiplicans, ipsum effecit ζ ν: igitur μ ipsum ζ metitur per eas quæ in α sunt unitates. Est autem binarius α, duplus ergo est ζ ν ipsius μ. Sunt autem & μ, λ, θ, ν, cõtinuè duplices adinuicem, igitur ε, θ, ν, λ, μ, ζ, ν, continuè sunt proportionales in duplici proportione. Auferatur iam à secundo ν θ, & ultimo ζ ν, ipsi ε primò æqualis uterq; ipsorum θ ν & ζ ξ: igitur (per præcedentem) sicut secundi numeri excessus ad primũ: sic ultimi excessus ad omnes seipsum præcedentes, est igitur sicut ν λ ad ε, sic est ξ ν ad ipsos μ, λ, ν, θ, ε. At est ν ν ipsi ε æquus, & ξ ν: igitur ipsis μ, λ, θ, ν, ε, est æquus. Est autem et ξ ζ ipsi ε æqualis, at ε ipsis α, β, γ, δ, et unitati. Totus igitur ζ ν æquus est & ipsis ε, θ, ν, λ, μ, & ipsis α, β, γ, δ, & unitati, et sub eorũ dimẽsionem cadit. Dico quòd ipsum ζ ν nullus alius metitur præter ipsos α, unit. α, β, γ, δ, ε, θ, ν, λ, μ, & unitatẽ. Si enim possibile metiatur ipsum ζ ν ipse ο, & ο nulli ipsorũ α, ζ, γ, δ, ε, θ, ν, λ, μ, esto idem, & quoties ο ipsum ζ ν metitur, tot unitates sint in π. Igitur ο ipsum π multiplicans ipsum fecit ζ ν. Sed & ε ipsum δ multiplicãs, ipsum effecit ξ ν: est igitur (per 19 septimi) sicut ε ad ο, sic π ad δ: uicissim igitur (per 9 septimi) sicut ε ad π, sic ο ad δ. Et quoniã ab unitate continuè proportionales sunt ipsi α, β, γ, δ, qui uerò post unitatẽ α primus est, igitur δ nullus alius numerus metitur præter α, β, γ (per 13 noni) Supponitur quæ nulli ipsorũ α, ζ, γ, ipse ο idẽ: igitur ipsum δ ipse ο nõ metitur. Sed sicut ο ad δ, sic ε ad π, neq; ε igitur ipsum π metitur, estq; ε primus, omnis autẽ primus numerus ad omnem quẽ non metitur primus est (per 31 septimi) igitur ipsi ε, π, primi sunt inuicem, primi autem & minimi, minimi uerò metiuntur eandẽ rationẽ habentes æqualiter (per 22 septimi) antecedens antecedẽtem, & sequens sequentem. Estq; sicut ε ad π, sic ο ad δ, æquè igitur ε ipsum ο metitur, & π ipsum δ. Sed δ nullus alius metitur præter α, β, γ, igitur π uni ipsorum α, β, γ, est idem. Sit π ipsi β idem, & quot sunt ipsi β, γ, δ, multitudine, totidẽ assumãtur ab ipso ε ipsi ε, θ, ν, λ: sunt autẽ ipsi ε, θ, ν, λ, ipsis β, γ, δ, in eadẽ ratione, ex æquali ergo per 25, est sicut β ad δ, sic ε ad λ: igitur qui ex β, λ, ei qui ex δ, ε, est æqualis. Sed qui ex δ, ε, ei qui ex π ο, est æqualis, & qui ex π ο, igitur ei qui ex β λ est æqualis. Est igitur sicut π ad β, sic λ ad ο, estq; π ipsi β idem, & λ igitur ipsi ο est idẽ: quod est impossibile. Non ο nulli expositorũ supponitur idem: igitur ipsum ζ ν aliquis numerus non metitur præter α, β, γ, δ, ε, θ, ν, λ, μ, & unitatem, & ostensum est quòd ζ ν ipsis α, β, γ, δ, ε, θ, ν, λ, μ, & unitati est æqualis: perfectus autem numerus est (per diffinitionem) qui suis partibus est æqualis, perfectus igitur est ζ ν: quod ostendere oportuit.*



NONI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORUM *Liber decimus.*

Ex Campano. *Diffinitiones.*



Vantitates quibus fuerit una quantitas communis eas numerans, dicẽtur cõmunicantes. 2 Quibus uerò non fuerit una cõmunis quãtitas eas numerans, dicentur incõmensurabiles. 3 Lineæ in potentia communicantes dicuntur, quarũ superficies quadratas una communis superficies numerat. 4 Lineæ incommensurabiles in potentia dicuntur, quarũ superficies quadratas non numerat una communis superficies. Quæ cum ita sint, manifestum est quia omni lineæ positæ, multę aliæ sunt incommensurabiles: quædam in longitudine tantum, quædam in longitudine & potentia. 5 Omnis autem linea cum qua ratiocinamur posita, uocetur rationalis. 6 Lineǽę ei communicantes, dicuntur rationales. 7 Eidem autem incõmunicantes, dicuntur irrationales siue surdę. 8 Omnis uerò quadrata superficies, de qua per hypothesin ratiocinamur, dicitur rationalis. 9 Superficies uerò ei cõmunicantes, dicuntur rationales. 10 Eidem autem incommensurabiles superficies, dicuntur irrationales, siue surdæ. 11 Latera uerò quæ in illas quadratas possunt, dicuntur irrationalia.

Euclid. ex Zamb. *Diffinitiones.*



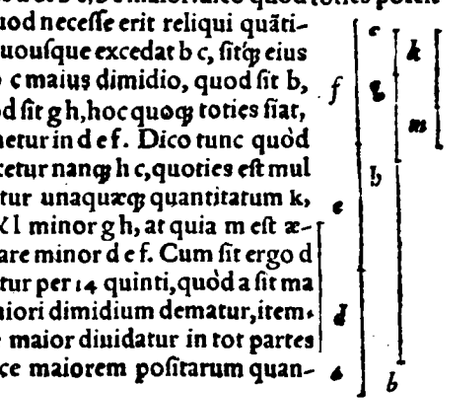
Ommensurabiles magnitudines dicũtur, quas eadẽ mensura dimetietur. 2 Incõmensurabiles autẽ, quæ sub nullius cõmunis mẽsuræ dimensionẽ cadunt. 3 Rectæ lineę potentia cõmensurabiles sunt, quando quæ ab ipsis quadrata, eadem area dimetitur. 4 Incõmensurabiles autẽ, quãdo nulla area cõmunis mensura esse potest eorũ quæ ex ipsis sunt quadratorum. His expositis indicatur, quòd proposita recta linea, hoc est á qua & cubitales, & palmi, & digitales, ac pedales sumuntur mẽsurę, ipsi sunt rectæ lineæ multitudine infinitæ cõmensurabiles & incommẽsurabiles. 5 Cõmensurabiles quidẽ, aut potentiá tantũ, aut potẽtia & longitudine simul: incõmensurabiles uerò, aut longitudine tantum, aut longitudine & potentia simul. 6 Vocatur igitur ipsa quidem proposita recta linea, rationalis. 7 Et quæ huic cõmensurabiles siue longitudine & potentia, siue potentia tãtum, rationales. 8 Quæ autem incommensurabiles per utruncę, hoc est longitudine & potentia, irrationales appellantur. 9 Et quod quidem á proposita recta linea quadratum, rationale. 10 Et quæ huic commen-

ſurabilia, irrationalia. 11 Et quæ huic incommenſurabilia, irrationalia dicuntur. 12 Et ipſorum (ſi quadrata fuerint) latera, ſin autem alia quæpiam rectilinea, ipſa potentes æqualiáq; ipſis quadrata deſcribentes, irrationales uocentur.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

SI duabus quãtitatibus inæqualibus propoſitis maius dimidio à maiori detrahat, itẽq; de reliquo maius dimidio dematur, deinceps quoq; eodẽ modo, neceſſe eſt ut tandem minore poſitarum, minor quantitas relinquatur.

CAMPANVS. Sint duæ quantitates inæquales a & b c, b c maior: dico quòd toties poteſt maius dimidio detrahi ab ipſa b c, uel eius reſiduo, quod neceſſe erit reliqui quãtitatem minorem eſſe a. Multiplicetur enim a toties quouſque excedat b c, ſitq; eius multiplex d e f maius b c. Detrahatur itaque ab ipſa b c maius dimidio, quod ſit b, d. Itemq; ex reſiduo quod eſt g e, maius dimidio quod ſit g h, hoc quoq; toties fiat, quouſque b c diuiſa ſit in tot partes, quoties a continetur in d e f. Dico tunc quòd ultimum reſiduum ut eſt hic a c, eſt minus a. Multiplicetur nanq; h c, quoties eſt multiplicata a in d e f, ſitq; eius multiplex k l m. Quia igitur unaquæq; quantitatum k, l, m, eſt æqualis h c, ſequitur ut & k ſit minor b g, ſed & l minor g h, at quia m eſt æqualis h c, erit per conceptionem k l m minor b c, quare minor d e f. Cum ſit ergo d e f ad a ſicut k l m ad h c, ſitq; d e f maior k l m, ſequitur per 14 quinti, quòd a ſit maior h e, quod eſt propoſitum. Idemq; ſequitur, ſi a maiori dimidium demat, itemque de reliquo dimidium, fiat'que toties quouſque maior diuidatur in tot partes quoties continetur minor in quolibet ſuo multiplice maiorem poſitarum quantumlibet excedente.

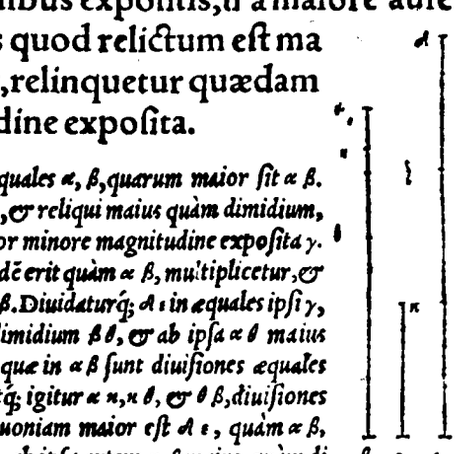


CAMPANI *additio.* Attendere autem oportet, quòd huic propoſitioni uidetur decimaquinta tertij contradicere, proponens angulum contingentiæ minorem fore quolibet angulo à duabus lineis rectis contento. Poſito enim angulo quolibet rectilineo, ſi ab ipſo maius dimidio dematur, itemq; de reſiduo maius dimidio, neceſſe uidetur hoc toties poſſe fieri, quouſque angulus rectilineus, minor angulo contingentiæ relinquatur, cuius oppoſitum 15 tertij ſyllogiſat. Sed hi non ſunt uniuocè anguli, non enim eiuſdem ſunt generis ſimpliciter curuũ & rectum. At uerò nec angulum contingentiæ toties contingit ſumi, ut qualemcunque rectilineum excedat, quod neceſſarium eſt (ut ex præhabita demonſtratione patet) ad hoc ut conſequens ex antecedẽte ſequatur. Planum ergo eſt etiam, quemlibet angulum rectilineum, infinitis angulis contingentiæ eſſe maiorem.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

Duabus magnitudinibus inæqualibus expoſitis, ſi à maiore auferatur maius quàm dimidium, & eius quod relictum eſt maius quàm dimidium, idq; ſemper fiet, relinquetur quædam magnitudo minor minore magnitudine expoſita.

THEON *ex Zamb.* *Sint binæ magnitudines inæquales α, β, quarum maior ſit α β. Dico quòd ſi ab ipſa α β, auferatur maius quàm dimidium, & reliqui maius quàm dimidium, & hoc ſemper fiat, relinquetur quædam magnitudo minor minore magnitudine expoſita γ. Et quoniam minor eſt γ, igitur γ multiplicata, maior tandẽ erit quàm α β, multiplicetur, & eſto δ ε ipſius quidem γ multiplex, maior autem quàm α β. Diuidatuŕq; δ ε in æquales ipſi γ, hoc eſt δ ζ, ζ κ, κ ε. Auferatuŕq; ab ipſa α β maius quàm dimidium β θ, & ab ipſa α θ maius quàm dimidium, hoc eſt θ κ: & hoc fiat ſemper, quoad quæ in α β ſunt diuiſiones æquales ſint multitudine eis quæ in ipſo δ ε ſunt diuiſionibus, ſint́q; igitur α κ, κ θ, & θ β, diuiſiones æquales exiſtentes multitudine ipſi θ δ ζ, ζ κ, & κ ε. Et quoniam maior eſt δ ε, quàm α β, ablatũq; eſt ab ipſa δ ε minus quàm dimidium, hoc eſt ε κ, ab ipſa autem α β maius quàm dimidium β θ: reliquum igitur γ δ reliquo θ α maius eſt. Et quoniam maius eſt κ δ quàm θ α, ablatuḿq; ab ipſa κ δ dimidium hoc eſt κ δ, ex ipſa autem α θ maius dimidio, hoc eſt κ κ: reliquum igitur δ ζ reliquo α κ*



maius

maius est. Aequale autẽ est δ ipsi γ, & γ igitur ipso α κ maius est: minus igitur est α κ ipso γ. Relinquitur igitur ex α β, magnitudine ipsa α κ magnitudo, minor existens minore exposita magnitudine γ: quod oportuit demonstrasse. Similiter quoque ostendetur, si dimidia sublata fuerint.

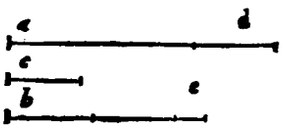
ALITER idem ostendere. Constent binæ magnitudines inæquales α, β, γ. Sit autem γ minor. Et quoniã minor est γ, igitur γ multiplicata, maior erit tãdẽ quàm α, β, multiplicetur & esto ζ μ ipsius γ multiplex. Diuidatuŕq; ζ μ, in ipsi γ æqualia, hoc est μ θ, θ ν, ζ, et ab δ ipsa α β auferatur maius quàm dimidiũ β ε, & ex ipsa ε α maius quàm dimidiũ, hoc est ε δ, et hoc fiat quoad quæ in ipsa ζ μ diuisiones æquales fiãt ipsis quæ sunt in α β diuisionibus, fiant autẽ sicut β ε, ε δ, & δ α. Et ipsi δ α unaquæq; ipsarũ κ λ, λ ν, & ν ξ esto æqualis, & hoc fiat quoad diuisiones quæ sunt in κ ξ fiãt æquales eis quæ sunt in μ ζ. Et quoniã β ε, maior est quàm dimidiũ ipsius α β, ipsa β ε maior est quàm ε α, multo maior igitur est β ε quàm δ α. Sed ipsi δ α æqualis est κ λ: igitur β ε maior est quàm ν ξ. Rursus quoniã δ ε maior est quàm dimidiũ ipsius ε α, ipsa igitur δ ε maior est quàm δ α, sed ipsa δ α æqualis est ipsi λ ν: igitur ipsa δ ε maior est quàm λ ν. Tota igitur δ β maior est quàm ξ λ. Sed ipsa δ α æqualis est ipsi ν ξ. Tota igitur α β maior est quàm κ ξ. Sed ipsa μ ζ maior est quàm β α, multo maior igitur est μ ζ quàm κ ξ. Et quoniã ξ ν, ν λ, & λ κ sibi inuicẽ sunt æquales, & μ θ, θ κ, & κ ζ sibi inuicẽ sunt æquales, & æqualis est multitudo ipsarũ quæ in μ ζ, multitudini ipsarũ quæ in κ ξ: est igitur sicut κ λ ad ζ κ sic λ ν ad κ θ, & ν ξ ad θ μ: igitur (per 12 quinti) sicut κ λ ad ζ κ, sic ξ κ ad ζ μ. Maior aũt est ζ μ quàm κ ξ, maior igitur est & ζ κ quàm λ κ. at ζ κ æqualis est ipsi κ λ, ipsi α δ. Igitur γ maior est quàm α δ: quod oportuit demõstrare.



Euclid. ex Camp. Propositio 2.

2 SI fuerint duæ quãtitates inęquales, detrahaturq; à maiori ęquale minori, donec minus eo superſit, ac deinde à minori ipsius reliqui æquale demaſ, donec minus eo relinquatur: denuò quoq; reliquo primo ęquale reliqui ſecũdi donec minus eo superſit, auferaſ & in huiusmodi cõtinua detractione nullum reliquum quod antè relictum numeret, inueniatur: eas duas quantitates incommensurabiles esse, necesse est.

CAMPANVS. Simile huic proposuit prima septimi in numeris. Sint duę quãtitates inęquales a & b maior a, quibus (si fiat reciproca quoad potest detractio) nõ occurrat (etiam si infinities fiat) aliqua quantitas detractione impediens, siue ante relictum numerans, dico eas incõmensurabiles esse. Si autem sint commensurabiles, sit cõmunis earum mẽsura c. Detrahatur igitur b ex a quoties potest, sitq; residuũ d, quod residuũ detrahatur ex b quoties potest, & sit residuũ e. Fiatq; toties ista detractio, quousq; ex alterutra duarum quantitatũ a & b remaneat minus c, hoc enim necesse est esse possibile per pręcedentẽ, sitq; hic e minus c. Cum igitur c mẽsuret b detractã ab a, & etiã a mensurabit per conceptionẽ, d residuum: ideoq; cum mensuret d detractum ab ipso b, & etiam ipsum b mensurabit e residuum, sed erat e minus c: maior ergo quantitas mensurat minorem, quod est impossibile.



Euclid. ex Zamb. Thorema 2. Propositio 2.

3 SI duabus magnitudinibus inæqualibus expositis, sublata semper minore à maiore reliqua minimè metiatur præcedẽtem, incommensurabiles erunt ipsæ magnitudines.

THEON ex Zamb. Duabus enim magnitudinibus inæqualibus existẽtibus α, ζ, γ, δ, & existente minore ipsa α ζ, sublata semper minore ipsa α β, à maiore γ δ, reliqua nequaquã metiatur præcedentem. Dico quòd incommensurabiles sunt ipsæ α ζ, γ δ, magnitudines. Si enim sunt cõmensurabiles metietur (per 1 diffinitionem decimi) eas aliqua magnitudo metiatur si possibile est, & esto ε & α β ipsam δ ζ metiens, relinquat seipsa minorem γ ζ. At γ ζ ipsam ζ κ metiens (per 1 decimi) relinquat seipsa minorem α κ, & hoc semper fiat, quoad sumpta fuerit quædã magnitudo quæ sit minor quàm ε fiat, & (per præcedentẽ) sumatur α κ minor quàm ε. Quoniã igitur ε ipsam α β metitur, sed α β ipsam δ β metitur. Igitur ε ipsam δ ζ metietur, metitur aũt & totã γ δ, igitur & reliquã γ ζ metietur. Sed γ ζ ipsum ζ κ metitur, & ε igitur ipsam ζ κ metitur: metitur autẽ & totam α β, & reliquũ igitur α κ metietur, maior minorẽ, quod est



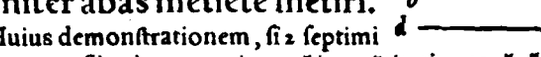
impoßibile. Ipſas igitur α β, γ δ, nulla metietur magnitudo. Incommenſurabiles igitur ſunt ipſæ α β, γ δ. Si binæ igitur magnitudines inæquales exponantur, auferaturq; ſemper à maiore minor, & reliqua tamen præcedentem non metiatur, ipſæ magnitudines erunt incommenſurabiles: quod oportuit demonſtrare.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 3.

3 PRopoſitis duabus quãtitatibus inæqualibus communicantib. maximã quãtitatẽ cõmuniter eas numerantẽ inuenire.

CORRELARIVM.

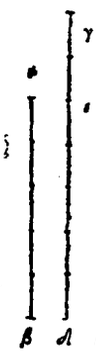
Ex hoc itaq; manifeſtũ eſt, quæ duas metiẽs quãtitates, maximã quoq; cõmuniter ãbas metiẽtẽ metiri.



CAMPANVS. Huius demonſtrationem, ſi 2 ſeptimi nõ ignoras, nõ potes ignorare. Si enim numeri nomẽ in quãtitatis nomẽ cõuertas, idẽ prſus hic & illic efficies, proceſſus enim utrobiq; idẽ erit. Euclid. ex Zamb. Probl. 1. Propoſitio 3.

5 Duabus magnitudinibus commẽſuralibus datis, maximam earum communem inuenire menſuram.

THEON ex Zamb. *Sint datæ binæ magnitudines cõmenſurabiles α, β, & γ, δ, quarũ minor ſit α β, oportet iã ipſarũ α β, et γ, δ, maximã cõmunẽ inuenire menſurã. Igitur α β aut metitur ipſam γ δ, aut non. Si enim metitur, metitur autẽ & ſeipſam, igitur α β, ipſarũ α β & γ δ cõmunis eſt dimenſio. Et manifeſtum eſt quòd & maxima, maior nanq; ipſa α β magnitudine, ipſam α β non metietur. Non metiatur autem α β, ipſam γ δ. Sublata igitur ſemper minore à maiori, id quod relinquitur metietur quandoq; præcedentem, eò quia ipſæ α β, γ δ ſunt cõmenſurabiles, & α β ipſam ε δ metiens relinquat ſeipſa minorem ε γ: at ε γ ipſam ζ β metiens, relinquat ſe ipſa minorem, hoc eſt ζ α, at ζ α ipſam γ ε metiatur. Quoniam igitur α ζ ipſam γ ε metitur, ſed γ ε ipſam ζ β metitur, & α ζ igitur ipſam ζ β metietur. Metitur autem & ſeipſam, & totam igitur α β metietur ipſa α ζ. Sed α β ipſam δ ε metitur, igitur α ζ ipſam ε δ metietur, metitur autem & γ ε, & totam igitur γ δ metitur. Igitur α ζ ipſas ε δ & γ δ metietur: igitur α ζ ipſarum α β & γ δ communis eſt dimenſio. Aio quoq; quòd & maxima, ſi enim non erit aliqua magnitudo maior ipſa α ζ, quæ ipſas α δ & γ δ metietur, ſitq; inquam η. Quoniam igitur η ipſam α β metitur, ſed α β ipſam ε δ metietur. Metitur autẽ & tota γ δ, & reliquam igitur γ ε metietur ipſa η. Sed γ ε ipſam ζ β metitur & η ipſam ζ β metietur, metitur aũt & totã α β, & reliquã igitur α ζ metietur, maior minorẽ, quod eſt impoßibile. Igitur maior aliqua magnitudo ipſa α ζ ipſas α β & γ δ magnitudines non metietur. Igitur α ζ ipſarum α β & γ δ maxima communis dimenſio eſt. Duabus igitur magnitudinibus cõmenſurabilibus datis α ζ & γ δ, maxima cõmunis dimẽſio inuenta eſt α ζ, quod feciſſe oportuit.*



CORRELARIVM.

Ex hoc manifeſtũ eſt, quòd ſi magnitudo binas magnitudines menſa fuerit, & maximã earũ cõmunem dimenſionem metietur. Euclid. ex Camp. Propoſitio 4.

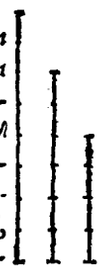
4 PRopoſitis tribus quantitatibus communicantibus, maximam eas communiter numerantem inuenire.

CAMPANVS. Hæc ex tertia ſeptimi, ſic patet, ſicut præmiſſa ex ſecunda: ſimulq; correlarium ex hac deduces, ut illic ex ſecunda deductum eſt.

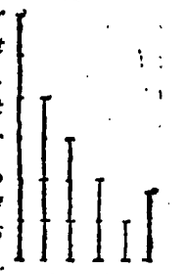
Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 4.

6 Tribus magnitudinibus commenſurabilibus datis, maximam earum communem menſuram inuenire.

THEON ex Zamb. *Sint datæ tres magnitudines commenſurabiles α, β, γ, oportet iam ipſarũ α, β, γ, maximã cõmunẽ menſuram inuenire. Sumatur enim (per 3 decim.) ipſarũ duarum α, β, maxima cõmunis menſura, ſitq; illa δ. Igitur δ ipſam γ aut metitur, aut non metitur, metiatur primum. Quoniã igitur δ ipſum γ metitur, metitur autẽ & ipſas α β, igitur δ ipſas α, β, γ, metitur. Igitur δ ipſarũ α, β, γ, cõmunis dimenſio eſt. Et manifeſtum quòd maxima, maior nãq; quàm δ magnitudo, ipſas α, β, γ, non metietur. Si enim poßibile, metiatur ipſas α, β, γ, magnitudine δ maior ipſa ε. Et quoniã ε ipſas α, β, γ, metitur, metitur & ipſas α, β, & ipſarũ igitur α β maximã cõmunẽ mẽſurã metietur, hoc eſt ipſam δ, maior uidelicet minorẽ, quod eſt impoßibile. Non metiatur iam δ ipſam γ, dico quòd cõmenſurabiles ſunt ipſæ α β γ δ γ δ. Quoniam enim commenſurabiles ſunt ipſæ α, β, γ, metietur eas aliqua magnitudo, quæ uidelicet & ipſas α, β, metietur, quare & ipſarum α, β, maximam communem menſuram δ, metietur (per correlarium præce-*



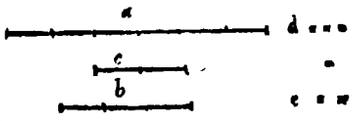
præcedentis) metitur autem & γ, quare dicta aliqua magnitudo metietur ipsas γ, Δ. Commensurabiles igitur sunt ipsæ γ, Δ. Sumatur (per 3 decimi) earum communis maxima dimensio, sitq; ε. Quoniam igitur ε ipsam Δ metitur, sed Δ ipsas α, β, metitur, & ε igitur α, β, metitur, metitur autem & γ. Igitur ε, ipsarũ α, β, γ, communis est mẽsura. Dico quòd & maxima. Si enim possibile, sit magnitudo ζ, minor quàm ε, metiaturq; ζ ipsas α β γ. Et quoniam ζ ipsas α, β, γ, metitur, metitur & ipsas α, β: et ipsarum igitur α β (per præcedens correlarium) maximã cõmunẽ mensuram metietur. At ipsarũ α, β, maxima cõmunis mensura est Δ. Igitur ζ ipsum Δ metitur, metitur autem et γ, igitur ζ ipsas γ Δ metitur, & ipsarum ergo γ̃, Δ, maximam cõmunem mensuram (per præcedens correlarium) metietur ζ, maxima uerò communis mensura ipsarum γ Δ, est ε, igitur ζ ipsam ε metitur maior minorem, quod est impossibile. Ipsa igitur magnitudine ε maior aliqua magnitudo, ipsas α, β, γ, nõ metitur. Igitur ε, ipsarũ α, β, γ, maxima cõmunis est dimẽsio, si nõ metiatur Δ ipsã γ. Si aũt metiatur, ipsa est Δ. Trib. igitur magnitudinib. cõmensurabilib. datis, maxima cõmunis earũ dimẽsio inuẽta est, quod facere oportebat.



CORRELARIVM. Ex hoc proinde manifestũ est, q; si magnitudo tres magnitudines mensa fuerit, & maximam quoq; earum cõmunem dimensionem metietur. Similiterq; & in pluribus & communis maxima mensura, & subinde correlarium, inuenietur. Euclid. ex Camp. Propositio 5.

5 Mnium duarum quantitatum communicantium est proportio, tanquam numeri ad numerum.

CAMPANVS. Sint duæ quantitates a & b, communicantes. Dico quòd earũ proportio est sicut alicuius numeri ad alium numerum. Sit enim c maxima quantitas communiter mensurans a & b reperta, ut docet secunda huius, quæ mensuret a secundum numerum d, & b secundum numerum e, eritq; a ad c ut d ad unitatem, eo quòd sicut a est multiplex c, ita d est multiplex unitatis ac c ad b, ut unitas ad e: quoniam sicut c est submultiplex b, ita unitas est submultiplex e, igitur per æquã proportionalitatẽ a ad b, ut d ad e, quod est propositũ.



Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 5.

6 Commensurabiles magnitudines, adinuicem rationem habent quam numerus ad numerum.

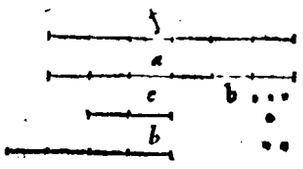
THEON ex Zamb. Sint commensurabiles magnitudines α ε. Dico quòd α ad β rationem habet, quã numerus ad numerũ. Quoniã enim commensurabiles sunt α ε, metietur eas aliqua magnitudo, metiatur & esto γ. Et quotics γ ipsam α metitur, tot unitates sint in Δ, quoties aũt γ ipsum β metitur, tot unitates sint in ε. Quoniam igitur γ ipsum α metitur per eas quæ in Δ sunt unitates, & unitas metitur ipsum Δ per eas quæ in ipso sunt unitates, æquè igitur unitas ipsum Δ metitur numerum, & γ magnitudo ipsam α, est igitur sicut γ ad α, sic est unitas ad Δ, contra igitur (per correlarium 4 quinti) sic ut α ad γ, sic Δ ad unitatem. Rursus quoniam γ ipsum β metitur per eas quæ in ε sunt unitates, metitur autem et unitas ipsum ε per eas quæ in eo sunt unitates, æquè igitur unitas ipsum ε metitur, & γ ipsum ε. Est igitur (per idem) sicut γ ad β, sic est unitas ad ε. Patuit autem quòd & sicut α ad γ, sic Δ ad unitatem, ex æquali igitur (per 22 quinti) est, sicut α ad β, sic est Δ numerus ad ε numerum. Commensurabiles igitur magnitudines α β, adinuicem rationem habent, quam numerus Δ ad numerum ε: quod oportebat demonstrare.



Euclid. ex Camp. Propositio 6.

6 Si fuerint duæ quantitates quarũ sit proportio unius ad alterã tãq; numeri ad numerũ, eas duas cõmunicãtes esse necesse est.

CAMPANVS. Hæc est cõuersa prioris, ut si sit a ad b sicut numerus e ad numerũ d, erũt duæ quãtitates a & b cõmunicantes. Sit enim e toties mensurãs b, quoties est unitas in d, & toties mensurãs f, quoties unitas in c. Cũ sit igitur f ad e ut c ad unitatẽ, ac e ad b ut unitas ad d, erit per æquam proportionalitatem f ad b ut c ad d, quare etiam ut a ad b. Igitur per primam partem 9 quinti, f est æqualis a. Cùm itaq; e mensuret f, per cõceptionem mensurabit a: igitur a & b communicantes, mensurabat enim & b: quod est propositum.

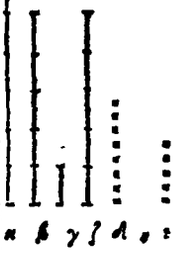


Euclid. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 6.

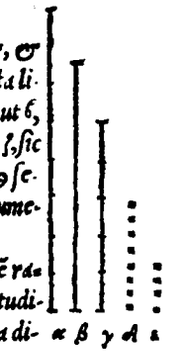
6 Si binæ magnitudines adinuicem rationẽ habuerint quam nume

rus ad numerum, commenſurabiles erunt ipſæ magnitudines.

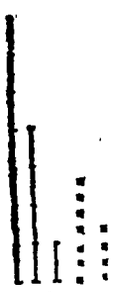
THEON ex Zamb. *Binæ enim magnitudines α, β, adinuicem rationẽ habeant, quam numerus δ ad numerum ε. Dico quòd commenſurabiles ſunt ipſæ α, β, magnitudines. Quot enim ſunt in ipſo β unitates, in tot æquales diuidatur (per 9 ſexti) ipſa α & uni earum æqualis eſto γ. Quot autem unitates ſunt in ε, ex to tidem magnitudines ipſi γ æqualibus componatur ζ. Quoniã igitur quot ſunt unitates in ipſa δ, tot magnitudines ſunt & in ipſa α æquales ipſi γ: qualis igitur pars eſt ε, unitas ipſius δ, talis pars eſt & γ ipſius α: eſt igitur ſicut γ ad α, ſic ε unitas ad ipſum δ. Metitur autem ε unitas ipſum δ numerum, metitur igitur & γ ipſum α. Et quoniã eſt ſicut γ ad α, ſic eſt ε unitas ad numerum δ: & contra (per correlarium 4 quinti) ſicut eſt α ad γ, ſic eſt δ numerus ad ε unitatem. Rurſus quoniam quot unitates ſunt in ε, tot ſunt & in ipſa ζ æquales magnitudines ipſi γ: eſt igitur ſicut γ ad ζ, ſic ε unitas ad ζ numerum. Patuit autem et ſicut α ad γ, ſic eſt δ ad unitatem ε. Ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut α ad ζ, ſic eſt δ ad ε. Sed ſicut δ ad ε, ſic eſt α ad β. Igitur (per 11 quinti) et ſicut α ad β ſic eſt & α ad ζ. Igitur α ad utranq; ipſarum β, ζ eandem habet rationem, æqualis (per 9 quinti) igitur eſt β ipſi ζ, metitur autem γ ipſam ζ, metitur igitur & β, ſed & ipſam α. Igitur γ ipſas α, β, metitur. Commenſurabilis igitur eſt α ipſi β. Si binæ igitur magnitudines adinuicem rationem habuerint, quam numerus ad numerum, commenſurabiles ſunt ipſæ magnitudines: quod erat oſtendendum.*



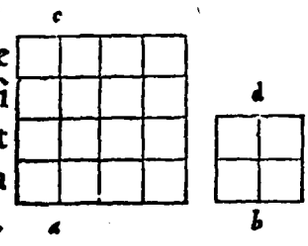
CORRELARIVM. *Ex hoc proinde manifeſtum eſt, ſi fuerint bini numeri δ, ε, & recta linea ſicut α, quod datur & factu eſt poßibile ſicut numerus ad numerum ſic recta linea ad rectam lineam. Si autem ut ipſarum α, ζ, media proportionalis ſumpta fuerit, ſicut β, erit ſicut α ad ζ, ſic quod ex ipſa α ad id quod ex ipſa β, hoc eſt ſicut prima α ad tertiam ζ, ſic quòd α prima ad id quod ex ſecunda ſimile ſimiliterq; deſcriptam (per correlarium 19 ſexti) Sed ſicut α ad ζ, ſic eſt δ numerus ad ε numerum: ſit igitur ſicut δ numerus ad ε numerum, ſic quòd ex α recta linea ad id quod ex β recta linea.*



ALITER. *Idem oſtendere. Binæ enim magnitudines α, β, adinuicẽ rationem habeant, quam numerus γ ad numerum δ: dico quòd ipſæ magnitudines ſunt cõmenſurabiles. Quot enim ſunt in ipſo γ unitates, in tot æqualia diuidatur α, & uni earũ æqualis eſto ε. Eſt igitur ſicut unitas ad γ numerum, ſic eſt ε ad α, eſt aũt & ſicut γ ad δ, ſic α ad β: ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut unitas ad ipſum δ numerũ, ſic eſt ε ad ζ, metitur autẽ unitas ipſum δ: metitur igitur ε ipſum β, metitur aũt & α, quoniã unitas ipſum ε. Igitur ε utranq; ipſarũ α, β, metitur. Ipſæ igitur α, β, cõmenſurabiles ſunt, & ε ipſarũ cõmunis eſt dimenſio.* Euclid. ex Camp. *Propoſit. 6.*



6 OMniũ duarũ ſuperficierũ quadratarũ, quarum latera in lõgitudine cõmunicant, eſt proportio unius ad alterã, tanq; numeri quadrati ad numerũ quadratũ. Si uerò fuerit proportio ſuperficiei quadratæ ad ſuperficiẽ quadratã, tanq; proportio numeri quadrati ad numerũ quadratũ, erũt latera earũ in lõgitudine cõmunicãtia. Quod ſi fuerit proportio ſuperficiei quadratæ ad ſuperficiẽ quadratã, nõ uelut numeri quadrati ad numerũ quadratũ, latera earum erũt in longitudine incõmenſurabilia.



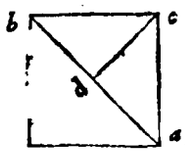
CAMPANVS. *Sint a & b duæ lineæ quadratæ, quarũ quadrata ſint c & d. Dico quòd ſi a & b cõmunicant in longitudine, erit proportio c ad d, ſicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ, & econuerſo. Si aũt proportio c ad d ſit ſicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ, a & b erũt incõmenſurabiles in lõgitudine, & ecõuerſo. Veruntamẽ iſtud argumẽtũ quartum non proponit. Primum patet ſic. Si a & b communicant in lõgitudine, ipſæ per 5 erũt in proportione duorũ numerorũ qui ſint e & f, quorũ quadrati ſint g & h. Quia ergo eſt c ad d, ſicut a ad b, proportio duplicata per 18 ſexti, ſequitur ut ſit etiã c ad d c, ſicut d etiã ad f, duplicata, ſed etiam, per 11 octaui, g ad h, ut e ad f duplicata: ergo c ad d,*

g..... b....
e.... f..

ſicut

ſicut g ad h, quod eſt primum. Secundum ſic. Sit c ad d, ſicut g numerus quadratus ad h numerũ quadratum, dico quòd a & b erunt in longitudine communicantes. Cùm enim ſit c ad d, ut a ad b, duplicata per 18 ſexti, & g ad h, per 11 octaui ut e ad f ad g duplicata, quare & ſimpla a ad b, ſicut ſimpla e ad f, per 6 igitur ſunt a & b communicantes, quod eſt ſecundum. Tertium uerò patet ex primo à deſtructione conſequẽtis. Similiter quartũ patet ex ſecũdo, à deſtructione cõſequentis.

CAMPANI *additio.* Ex tertia parte huius, nota diametrum eſſe incommenſurabilem coſtæ. Cum enim ſit quadratum diametri duplum quadrato coſtæ, dupla uerò proportio non ſit ſicut numerorum quadratorum, ſequitur diametrum eſſe incommenſurabilem coſtæ in longitudine. Alioqui cùm quaternarius ſit numerus quadratus, eſſent omnes pariter pares, quadrati, etiam alij infiniti, qui non ſunt quadrati. Ducit autem Ariſtoteles ad iſtud inconueniens, ſi diameter ponatur commenſurabilis coſtæ, quòd impar numerus erit æqualis pari, quod ſic patet. Sit enim diameter a b cõmenſurabilis lateri a c, erit que per 5 a b ad a c, ſicut aliquis numerus ad aliũ. Sint ergo hi numeri e & f, qui ſint minimi in ſua proportione, eritq; ob hoc alter eorũ impar.



Si enim uterque par, non erunt minimi, quadrati quoque eorum ſint g & h: ſi ergo e eſt impar, erit quoque ex 30 noni g impar, ſit itaque k duplus ad h, eritq; k ex diffinitione par. Quia igitur a b ad a c ut e ad f, erit per 8 ſexti, & 11 octaui quadratũ a b ad quadratũ a c ut g ad h: eſt itaq; g duplus ad h, ſic enim eſt quadratum a b ad quadratum a c, per penultimam primi. Et quia etiã k eſt duplus ad h, ſequitur per nonã quinti, utputa g numerus impar ſit æqualis k, numero pari. Quod ſi e æqualis, & ſimpar erit proportio f ad dimidium e quod ſit l, ſicut a c ad dimidium a b, quòd ſit a d: & ideo erit proportio quadrati a c ad quadratum a d, ſicut proportio numeri h qui eſt impar, per 30 noni ad quadratum numeri l, qui ſit m, cui k ponatur eſſe duplus, eritq; k per diffinitionem par. At quia quadratum a c eſt duplum ad quadratum a d per penultimam primi, erit h duplus ad m, cumq; k ſit etiã duplus ad m, erit per 9 quinti numerus impar b æqualis k numero pari: quod eſt ꝓpoſitũ.

e... f....
g..... h.....
k.....
e.. l.. f.....
m.... k..... h.....

Sequentia duo ex Zamberto Theoremata, in Campano nihil reſpondens habent.

Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 7. Conuerſa quintæ.

7 Incommenſurabiles magnitudines adinuicem rationem non habent, quam numerus ad numerum.

THEON *ex Zamb. Sint incommenſurabiles magnitudines α, ℓ. Dico quòd α ad ℓ rationem non habet quam numerus ad numerum. Si enim habet α ad β eam rationem quam numerus ad numerũ, cõmenſurabilis erit α ipſi β (per ſextam decimi) Non eſt autem: igitur α ad β rationem non habet, quam numerus ad numerum. Incommenſurabiles igitur magnitudines rationem non habent adinuicem, quam numerus ad numerum: quod oportuit demonſtraſſe.*

Rc. 16 α
Rc. 32 β

Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 8. Conuerſa ſextæ.

8 Si binæ magnitudines adinuicẽ rationem non habuerint, quam numerus ad numerũ, incommenſurabiles erũt ipſæ magnitudines.

THEON *ex Zamb. Binæ enim magnitudines α, β adinuicẽ non eam habeant rationẽ, quam numerus ad numerum. Dico quòd ipſæ α, β, magnitudines ſunt incõmenſurabiles. Si enim commenſurabilis eſt α ipſi β, rationem habebit quam numerus ad numerum (per decimam quinti) non habet autem. Incommenſurabiles igitur ſunt ipſæ α, β, magnitudines. Si binæ igitur magnitudines, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*

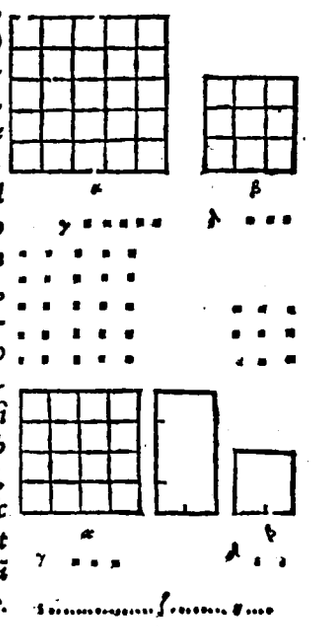
α
ℓ

Euclid. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 9.

9 A' longitudine cõmenſurabilibus rectis lineis quadrata, adinuicẽ rationẽ habent quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Et quadrata adinuicẽ rationẽ habẽtia quã quadratus numerus ad quadratum numerũ, latera quoq; habebũt lõgitudine cõmenſurabilia. A' longitudine uerò incommenſurabilibus rectis lineis quadrata adinuicem

adinuicem rationem non habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Et quadrata adinuicem rationem non habentia quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; latera habebunt longitudine commensurabilia.

THEON ex Zamb. *Sint enim α, β, longitudine commensurabiles. Dico quòd quadratum quod ex α ad id quod ex β quadratum ratione habet, quã quadratus numerus ad quadratũ numerum. Quoniã enim cõmensurabilis est α ipsi β lõgitudine: igitur α ad β, rationẽ habet quã numerus ad numerũ (per 5 decimi) habeat, inquã, quam γ ad Δ. Quoniã igitur est sicut α ad β, sic est γ numerus ad Δ numerum, sed ipsius quidem α ad β, rationis dupla est ipsius α quadrati ad ipsius β, quadratũ ratio (similes namq; figuræ (per 19 sexti & per correlarium primũ 20 sexti) in dupla sunt ratione similis rationis laterũ) ipsius autem γ numeri ad Δ numerum rationis, dupla est ratio ipsius γ quadrati ad ipsius Δ quadratũ (binorũ etenim quadratorum numerorum (per 11 octaui) unus medius proportionalis est numerus, & quadratus ad quadratum duplam rationem habet quam latus ad latus) est igitur sicut quadratum quod ex α ad quadratum quod ex β, sic & ex γ numero, quadratus numerus ad eum qui ex Δ numero quadratũ numerũ.*



ALITER *idem demonstrare. Quoniã enim commensurabilis est α ipsi β, rationẽ habet (per 5 decimi) quã numerus ad numerũ, habeat autem quam γ ad Δ, & γ seipsum multiplicans, efficiat ε, ipsum autem Δ multiplicans, efficiat ipsum ζ ad Δ, seipsum multiplicãs, efficiat ipsum η. Quoniam igitur γ seipsum multiplicans ipsum effecit ε, at multiplicans ipsum Δ fecit ipsum ζ: est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad Δ, hoc est sicut α ad β, sic est ε ad ζ. Sed sicut α ad β, sic id quod ex α ad id quod sub α β (per 1 sexti) Est igitur sicut quod ex α ad id quod fit sub α, β, sic ε ad ζ. Rursus quoniã γ ipsum Δ multiplicans ipsum efficit ζ, Δ autẽ multiplicans ipsum efficit η: igitur (per 17 septimi) sicut γ ad Δ, hoc est α ad β, sic est ζ ad η. Sed sicut α ad β, sic est quod sub α, β, ad id quod ex β, est igitur sicut id quod sub α, β, ad id quod ex β, sic est ζ ad η. Sed sicut quod ex α ad id quod sub α β, sic ε ad ζ: ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut quod ex α ad id quod ex β, sic est ε ad η: est autem uterque ipsorum ε, η, quadratus. ε quidem ab ipso γ, at η est ab ipso Δ. Quod igitur ex α ad id quod ex β, eam habet rationem quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ: quod oportebat demonstrare.*

Sed iam esto sicut quadratũ quod ex α ad id quod ex β, sic qui ex γ quadratus ad eum qui ex Δ quadratum. Dico quòd α ipsi θ commensurabilis est longitudine. Quoniam enim est sicut quadratum quod ex α ad id quadratum quod ex β, sic qui ex γ quadratus ad eum qui ex Δ quadratum, sed ipsius quidẽ quadrati quod ex α ad id quod ex β ratio, est dupla eius quæ est ipsius α ad θ, quadrati aũt qui ex γ numero, ad eũ qui ex Δ numero quadratũ (per 11 octaui) ratio dupla est eius rationis quæ est ipsius γ numeri ad ipsum Δ numerũ: est igitur sicut α ad θ, sic est γ numerus ad Δ numerũ. Igitur α ad θ eã habet rationẽ, quam γ numerus ad Δ numerũ. Commensurabilis est igitur (per 6 decimi) α ipsi β longitudine.

ALITER *idem demonstrare. Sed habeat iam quod ex α ad id quod ex β, eam rationem quã quadratus numerus ε ad quadratum numerum η. Dico quòd commensurabilis est α ipsi β. Sit enim ipsius ε latus γ, ipsius autem η sit Δ & γ ipsum Δ multiplicans ipsum efficiat ζ. Ipsi igitur ε, ζ, η, continuè sunt proportionales, in ea quæ est ipsius γ ad Δ ratione (per 17 & 18 septimi) Et quoniam eorum quæ ex α & β, medium proportionale est id quod sub α θ (per 17 sexti) & ipsorum ε η ipse ζ: est igitur sicut quod ex α ad id quod sub α, θ, sic ε ad ζ: sicut autem quod sub α, β, ad id quod ex θ, sic ζ ad η. Sed sicut quod ex θ ad id quod sub α, β, sic est α ad β. Igitur*

α Re. 18. β Re. 9.

α & β commensurabilia sunt, rationem etenim habent, quam numerus ε ad numerum ζ, hoc est γ ad Δ, quod oportebat demonstrare. Sed iam incommensurabilis esto α ipsi θ longitudine: dico quòd quadratum quod ex α ad quadratum quod est θ eam non habet rationem quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Sit enim quadratum quod ex α ad quadratum quod ex θ eam habet rationem quam numerus quadratus ad numerum quadratum, commensurabilis erit α ipsi β, non est autem. Igitur quadratum quod ex α, ad id quadratum quod ex β (per præcedentem) eam non habet rationẽ quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Rursus quadratum quod ex α ad id quadratũ quod ex θ rationem non habeat, quam numerus quadratus ad

tus ad

tui ad numerum quadratum. Dico quòd incommensurabilis est α ipsi β longitudine. Si enim fuerit commẽ surabilis α ipsi β, quadratum quod ex α ad quadratum quod ex β, eam habebit rationẽ quam numerus quadratus ad numerum quadratum, non habet autem. Igitur commensurabilis non est α ipsi β longitudine. Incommensurabilis igitur est α ipsi β longitudine. A longitudine commensurabilibus igitur quadrata, & quæ sequuntur reliqua: quod demonstrasse oportuit. CORRELARIVM.

Et manifestum est ex his, quòd longitudine commensurabiles rectæ lineæ, omnino sunt potentia: quæ autem potentia, non omnino longitudine: longitudine verò incommensurabiles, non omnino potentia: quæ autem potentia, omnino & longitudine.

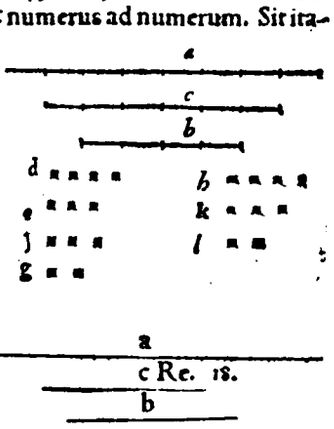
Quoniam enim ex longitudine commensurabilibus rectis lineis quadrata rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, at quæ rationem habent quam numerus ad numerum, commensurabilia sunt (per 6 decimi) longitudine igitur commensurabiles rectæ lineæ, non solùm longitudine sunt commensurabiles, sed & potentia. Rursus quoniã quæcunq; quadrata rationem habent quam numerus ad numerum commensurabilia sunt (per 6 decimi) at quatenus rationem habẽt quam quadratus numerus ad numerum quadratum eorum latera longitudine commensurabilia sunt, quæcunque igitur quadrata rationem non habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, sed simpliciter quam aliquis numerus ad numerũ, cõmensurabilia potentia quidẽ habent latera, non autẽ & longitudine. Quare longitudine quidem cõmensurabiles rectæ lineæ, omnino & potẽtia: quæ aũt potẽtia, non omnino lõgitudine, nisi rationem habuerint eorum quadrata quàm quadratus numerus ad quadratum numerũ. Dico tam quòd & quæ longitudine incommensurabiles, non omnino & potentia. Quandoquidẽ quadrata commensurabilia, possunt rationem habere non quidẽ quã quadratus ad quadratũ, sed simpliciter quã aliquis numerus ad numerũ, & ob id potentia commensurabilia latera habebunt, & longitudine incommensurabilia. Quare quæ longitudine incommensurabiles rectæ lineæ, non omnino & potentia. Sed longitudine existentes incommensurabiles possunt & potentia esse incommensurabiles, si eorum quadrata sunt incommensurabilia. Quæ autem potentia incommensurabiles, omnino et longitudine incommensurabiles. Si enim longitudine commensurabiles fuerint, erunt quoq; & potentia commensurabiles. Supponuntur autem & incommensurabiles, quod est absurdum. Quæ igitur potentia incommensurabiles, omnino & longitudine.

Euclid. ex Camp. Propositio 8.

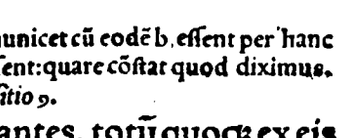


Si fuerint duæ quantitates uni quantitati communicantes, ipsas quoq; inuicem commensurabiles esse necesse est.

CAMPANVS. Sit utraque duarum quantitatum a & b, communicans quantitati c, dico a & b esse commẽsurabiles. Est enim per 5, a ad c, sicut numerus ad numerum, similiter quoque per eandem, c ad b, sicut numerus ad numerum. Sit itaque numerus d ad numerum e, sicut a ad c, numerusq; f ad numerũ g, sicut c ad b. At proportiones quæ sunt d ad e & f ad g, continetur in tribus terminis qui sunt h, k, l, ut docet 4 octaui, eritq; per æquam proportionalitatem a ad b, sicut h numerus ad l, numerum, per 6 igitur sunt a & b commmunicantes, quod est propositum.



CAMPANI additio. Ex hac quoq; sequitur, q; si fuerint duæ quantitates sibi inuicem communicantes, cuicunq; una earum communicat, & reliqua cuicunq; una non communicat, nec reliqua. Sint enim duæ quantitates a & b communicantes: ponaturq; quælibet quãtitas quæ sit c, cum qua communicet a, dico q; b cõmunicabit cũ eadẽ, quod ex hac octaua patet cũ utrunq; earum communicet cũ a ex hypothesi. Quòd si iterũ a & b sint communicantes ut prius, ponatur c quælibet quãtitate cũ qua non communicet a, dico q; b non communicabit cum eadem.



Si enim c cõmunicaret cũ b, cum a quoq; per hypothesin communicet cũ eodẽ b, essent per hanc octauam a & c communicantes, sed positum erat, quòd non essent: quare cõstat quod diximus.

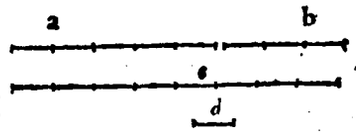
Euclid. ex Camp. Propositio 9.



Si fuerint duæ quantitates communicantes, totũ quoq; ex eis confectum utriq; earum erit cõmunicans. Si verò fuerit totũ utriq; commensurabile, erunt ambæ commensurabiles.

CAMPANVS.

CAMPANVS. Sint duæ quantitates a & b commenſurabiles, dico totũ ex eis compoſitum quòd ſit c, utriq; earũ eſſe commenſurabile, & econuerſo. Adhuc quoq; ſi totum ex eis compoſitũ uni earum communicet, dico quòd cõmunicabit alteri, & ipſæ ſimiliter inter ſe etiam communicabunt. Idem quoq; in contrario, ſi enim a & b ſint incommunicantes, dico quòd c utriq; earum erit incommunicans: & econuerſo, ſic alteri earum ſit incommunicans, erit quoque incommunicans & alteri, & ipſæ etiàm inter ſe. Sint itaque primùm a & b communicãtes, ſitq; earum communis menſura d, quæ cùm utranq; earum numeret, per conceptionem ſimilem antepenultimæ ſeptimi, numerabit & c, quare per diffinitionẽ c cõmunicabit utriq; earum ſcilicet a & b. Econuerſo quoque ſi c communicet utrique earum, ſit omnium communis menſura d, conſtat itaque per diffinitionẽ a & b communicantes eſſe. Sed communicet c cum altera earũ quæ ſit a, dico quòd communicabit cum b, & a etiam & b communicabunt adinuicem: ſit enim d communiter menſurans c & a, Quia igitur d menſurat totum & detractum, per conceptionem ipſa menſurabit reſiduum uidelicet b, per diffinitionem ergo, & c communicat cum b, & a communicat quoque cum b.

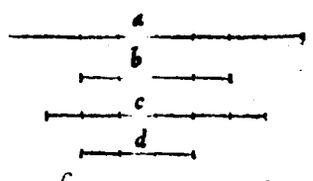


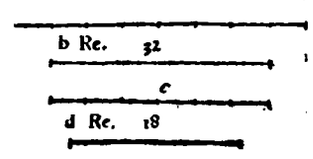
CAMPANI *additio*. Si autem a & b ſint incommunicantes, erit c, incommunicans utrique earum. Si enim cum utraque ſeu etiam cum altera earum communicaret, & ipſæ communicarent adinuicem, quod eſt contra hypotheſin. Similiter quoque econuerſo ſic eſt incommunicans utri que earum, ſeu etiam alteri earum, erit quoque incommunicãs reliquæ, & ipſæ inter ſe, quod palàm eſt ex prædemonſtratis, à deſtructione conſequentis.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 10.

Zamb. 11. OMnium quatuor quantitatum proportionalium, ſi fuerit 10
prima communicans ſecundæ, tertia quoq; erit communicans quartæ. Si uerò prima incommenſurabilis fuerit ſecundæ, tertia quoq; incommenſurabilis erit quartæ.

CAMPANVS. Sint quatuor quantitates proportionales a, b, c, d: dico quòd ſi a communicat cum b, c quoque communicabit cum d: quòd ſi a eſt incõmenſurabilis b, c quoq; erit incommenſurabilis d. Et ſi a communicabit cum b in potentia tantum, c quoq; communicabit cum d in potentia tantum: ueruntamen illud non proponit autor, quia facilè patet ex demonſtratione priorum. Si enim a communicat cum b, erit per 5 a ad b, ſicut numerus ad numerum, ſit ergo ſicut e ad f. At quia per hypotheſin a ad b, ſicut c ad d, ſicut numerus e ad numerũ f, per 6 igitur eſt c communicans cum d: quod eſt primum. Secundum patet ex primo à deſtructione conſequentis. Si enim a eſt incommẽſurabilis b, oportet c eſſe incommenſurabilem d: nam ſi eſſet ei cõmenſurabilis, cùm ſit ut c ad d, ſic a ad b, per hypotheſin, eſſet per primam partem a communicans cum b: ſed non erat. Quare conſtat totum quod proponit autor. Quod autem adiunximus, uidelicet quòd ſi a communicat cum b in potentia tantum, c communicat cum d in potentia tantũ, ſic patet. Cùm enim a non communicet cum b in longitudine, nec c quoque ex parte ſecunda huius, communicabit cum d in longitudine. At uerò cùm quadratum a communicet cum quadrato b ex hypotheſi, erit per 5, quadratum lineę a ad quadratum lineæ b, ſicut numerus ad numerum qui ſint e & f. Et quia quadratum c ad quadratum d, ſicut quadratum a ad quadratum b, erit etiam quadratum c ad quadratum d, ſicut numerus e ad numerum f, per 6 igitur c & d, communicant in pontentia, & quia non communicant in longitudine, conſtat propoſitum.



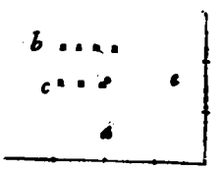


Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 11.

Zamb. 14. PRopoſita qualibet recta linea, duas ei incommẽſurabiles 11
alteram in longitudine tantum, alteram in longitudine & potentia rectas lineas inuenire.

CAMPANVS. Sit linea a propoſita, uolo duas lineas reperire, quarum una communicet cum a in potentia tantum, altera uerò ſit incommenſurabilis ei in longitudine

ne & in potentia. Sumo itaq; duos numeros nequaquã ſe habentes in proportione aliquorum numerorum quadratorum, ſintq; hi b & c, quos facile eſt ſumere, cùm quilibet quadratus numerus ad quemlibet non quadratum eam habeat proportionem, quam nequaquam habent aliqui numeri quadrati, confirmante hæc 22 octaui. Duobus talibus numeris ſumptis inuenio lineam d, ad cuius quadratum ſe habeat quadratum lineæ a, ſicut numerus b ad numerum c. Hanc autẽ lineam ita reperio. Diuido lineam a in tot partes æquales, quot ſunt unitates in numero b, quod facile facio adiuuante 11 uel 12 ſexti, dehinc ſuper extremitatem lineæ a, erigo lineam e perpendiculariter, in qua toties contineatur una ex partibus a, quoties unitas eſt in c. Quia igitur ex prima ſexti proportio quadrati lineæ a ad ſuperficiem quæ fit ex a in e eſt ſicut a ad e, & ideo ſicut numeri b ad numerum c: ponatur d medio loco proportionalis inter a & e ſicut docet 9 ſexti. Quia tunc per primam partem 6 eiuſdem quadratum erit æquale ſuperficiei productæ ex a in e, erit proportio quadrati lineæ a ad quadratum lineæ d, ſicut numeri b ad numerum c: quare a & d ſunt commenſurabiles in potentia ex diffinitione, & per ultimam partem, ipſæ ſunt incommenſurabiles in longitudine, reperta eſt itaque d prima linea, quam propoſitum erat inquirere. Alteram ſic reperio. Interpono ut docet 9 ſexti, lineam f medio loco proportionalẽ inter a & d, eritq; per correlarium 17 ſexti quadratum a ad quadratum f, ſicut a ad d, itaque per ſecundam partem 10, quadratum a eſt incommenſurabile quadrato f, igitur linea f eſt incommenſurabilis lineæ a in potentia, quare & in longitudine, eſt itaque f ſecunda linea quam propoſitum erat reperire: & ſic patet propoſitum.

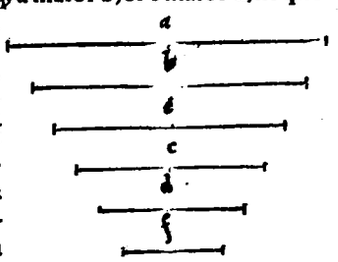


f Re. cub. 48
d Re. q. 12

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 12.

12 OMnium quatuor linearum proportionaliũ ſi prima tanto amplius poſsit ſecunda, quantum eſt quadratum alicuius lineæ communicantis ſibi in longitudine, neceſſe eſt tertiam quoque tanto amplius poſſe quarta, quãtum eſt quadratum alicuius lineæ communicantis ſibi in longitudine. Quod ſi fuerit prima potentior ſecunda quadrato alicuius lineæ incõmenſurabilis ſibi in longitudine, erit quoq; tertia potentior quarta quadrato alicuius lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine.

CAMPANVS. Sint quatuor lineæ pportionales a b c d, ſitq; a maior b, & c maior d, ſit quoque a potẽtior b, quadrato lineæ e: & c potentior d, quadrato lineæ f, dico quòd ſi a commmunicet e in longitudine, c quoque communicabit f in longitudine: quòd ſi a non communicat e in lõgitudine, nec c communicabit f in longitudine. Quòd & ſi a communicat e in potentia tantùm, c quoque communicabit f in potentia tantum. Veruntamen iſtud ultimum non proponit autor, quia facilè patet ex priorum demonſtratione. Cum ſit enim proportio a ad b ſicut c ad d, erit quadrati ad quadratum b, ſicut quadrati c ad quadratum d. Et quia quadratum a eſt æquale quadratis duarum linearum b & e, ſimiliter quadratum c quadratis duarum linearum d & f, erit proportio quadratorum duarum linearum b & e ad quadratum e, ſicut quadratorum d & f ad quadratum f, ergo diſiunctim erit quadratum b ad quadratum e, ſicut quadratum d ad quadratum f, ergo b ad e ſicut d ad f, item per æquam proportionalitatem erit a ad e, ſicut c ad f, ergo per primam partem decimæ conſtat prima pars huius, & per ſecundam ſecunda, & per tertiam ibi adiunctam, tertia hic adiuncta.



Quinq; præcedentes propoſitiones ex Campano cũ ſuis additionibus, ſequentibus ſeptem ex Zamberto cum ſibi præmiſsis lemmatibus hoc ordine reſpondent. Octaua apud Campanum cum additione duodecimæ & decimætertiæ ex Zamberto propoſitionibus reſpondent. Nona apud Campanum cum additione decimæquintæ & decimæſextæ ex Zamberto propoſitionibus. Decima autem & undecima apud Campanum decimæ, & undecimę ex Zamberto propoſitionibus prępoſtero reſpondent ordine. Duodecima uerò apud Campanum, decimæquartæ ex Zamberto propoſitioni reſpondet.

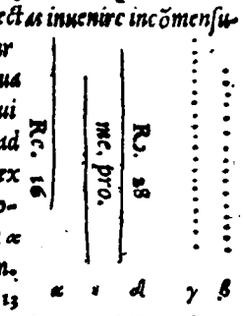
THEON. Lemma.

Quoniã autẽ oſtenſum eſt in arithmeticis (ex 26 octaui) quòd ſimiles plani numeri adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, & quòd ſi bini numeri adinuicem rationem habuerint, quam quadratus numerus ad quadratũ, numerũ ſimiles, ſunt ipſi plani numeri (per 24 eiuſdem) manifeſtum ex his, quòd diſſimles plani numeri, hoc eſt latera proportionalia non habentes, adinuicem rationem non habent quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Si enim habebunt, ſimiles ipſi plani erunt, quod quidem non ſupponitur. Diſſimiles igitur plani numeri ad inuicem rationem non habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Euclid. ex Zamb. Problema 9. Propoſitio 10.

Propoſitæ rectæ lineæ binas rectas incõmenſurabiles ínuenire lineas, alteram quidem longitudine tantum, alteram autẽ & potẽtia. 10

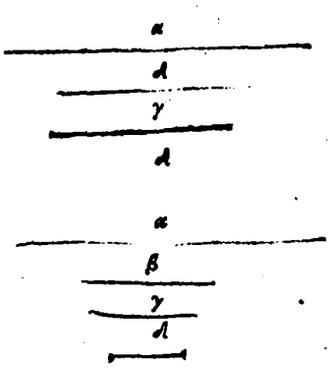
THEON ex Zamb. Sit propoſita recta linea α, oportet iam ipſi α, binas rectas inuenire incõmenſurabiles, alteram quidem longitudine tantum, alterã autem & potentia. Ponantur bini numeri β & δ, adinuicem rationẽ non habẽtes, quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, hoc eſt nõ ſimiles plani (ſimiles nãq; plani, per 26 octaui, adinuicẽ rationẽ habẽt, quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ) & fiat ſicut β ad γ, ſic q ex α quadratũ ad id quod ex δ quadratũ, cõmenſurabile igitur eſt quod ex α, ei quod ex δ, cõmenſurabilis igitur potẽtia eſt α ipſi δ, & quoniã β ad γ rationẽ nõ habet, quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex α ad id quod ex δ rationẽ habet, quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. incommenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) α ipſi δ, longitudine. Capiatur (per 13 ſexti) ipſarum α δ, media proportionalis ε, eſt igitur ſicut α ad δ, ſic quod ex α quadratum ad id quod ex ε. Incommenſurabilis autem eſt α, ipſi δ longitudine, incommenſurabile igitur eſt & id quod ex α quadratum, ei quod ex ε quadrato. Incõmenſurabilis igitur eſt α, ipſi ε, potẽtia. Propoſitæ igitur rectæ lineæ α inuentæ ſunt binæ rectæ lineæ incommenſurabiles longitudine, inquam tantum ipſa δ, at ε potentia & longitudine. Propoſitæ igitur rectæ lineæ rationali, à qua diximus menſuras capi, uidelicet ipſi α, inuenta eſt tantum potentia commenſurabilis δ, hoc eſt rationalis, potentia tantum commenſurabilis, irrationalis autem ν, irrationales enim in uniuerſum appellat, longitudine & potentia ipſi rationali incommenſurabiles.



Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 11.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima autem ſecundæ fuerit commenſurabilis, & tertia quartæ commenſurabilis erit: & ſi prima ſecundæ incommenſurabilis fuerit, & tertia quartæ incommenſurabilis erit. 11

THEON ex Zãb. Sint quatuor magnitudines proportionales α & γ δ, ſicut α ad β, ſic γ ad δ, ſit autem α ipſi δ commenſurabilis. Dico quòd & γ ipſi δ, eſt cõmenſurabilis. Quoniã enim commenſurabilis eſt α ipſi β, rationem habet (per 5 decimi) quam numerus ad numerum. Eſtq; ſicut α ad β, ſic γ ad δ. Igitur & γ ad δ eã habet rationẽ, quam numerus ad numerũ. Commenſurabilis igitur eſt γ ipſi δ. Sed iam α ipſi δ incõmenſurabilis eſto. Dico quòd & γ ipſi δ eſt incommenſurabilis. Quoniã enim incommenſurabilis eſt α ipſi β, igitur (per 7 quinti) α ad β, non habet rationem quam numerus ad numerum, & eſt ſicut α ad β, ſic γ ad δ. Igitur (per octauam decimi) γ ad δ, non habet rationem quam numerus ad numerum. Incommenſurabilis eſt igitur γ ipſi δ. Si quatuor igitur magnitudines, & quæ ſequuntur reliqua: quod oportuit demonſtraße.



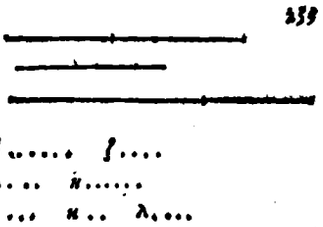
Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 12.

Quę eidẽ magnitudini cõmẽſurabiles, & adinuicẽ ſunt cõmẽſurabiles. 12

THEON ex Zamb. Vtraq; enim ipſarum α β, ipſi γ ſit commenſurabilis. Dico q, & α ipſi β eſt commẽſurabilis. Quoniã enim cõmẽſurabilis eſt α ipſi γ, igitur (p 5 decimi) α ad γ, eã habet rationẽ quã numerus ad numerũ habeat, quam δ ad ε. Rurſus quoniã cõmẽſurabilis eſt γ ipſi β, igitur (p eandẽ) γ ad β habet rationẽ quã numerus ad numerũ, habeat aũt quã ζ ad η. Et rationib. datis qbuſcũq;, ea ſcilicet quã habet δ ad ε, & ζ ad η, capiãtur (p 4 octaui) numeri cõtinuè proportionales in datis rationib. ſintq; θ κ λ, ſicut α ad ε, ſic θ κ, ſicutq; ζ ad η, ſic κ ad λ. Quoniã igitur eſt ſicut α ad γ, ſic δ ad ε, ſed ſicut δ ad ε, ſic θ ad κ, eſt igitur

(per 11

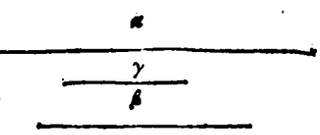
(per 11 quinti) ſicut α ad γ, ſic eſt θ ad κ. Rurſus quoniam eſt ſicut γ ad β, ſic ζ ad κ, ſed ſicut ζ ad κ, ſic κ ad λ, & ſicut igiiur γ ad β, ſic κ ad λ, eſt autem et ſicut α ad γ, ſic eſt θ ad κ, ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut α ad β, ſic eſt θ ad λ. Igitur α ad β rationẽ habet, quã numerus θ ad numerum λ. Cõmenſurabilis eſt igitur (per 6 decimi) α ipſi β. Quæ idem igitur magnitudini commenſurabiles, & adinuicem ſunt commenſurabiles: quod oportuit demonſtraſſe.



THEON. Lemma.

Si fuerint binæ magnitudines, & altera quidem commenſurabilis fuerit eidem, altera uerò incommenſurabilis, incommenſurabiles erunt ipſæ magnitudines.

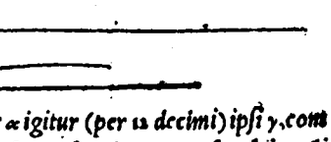
Sint enim binæ magnitudines α β, & alia quædã γ, & α ipſi quidem γ eſto commenſurabilis: at β ipſi γ eſto incommenſurabilis. Dico quòd & α, ipſi β eſt incommenſurabilis. Si enim commenſurabilis eſt α ipſi β, eſt quoque & γ ipſi α, & γ igitur (per 12 decimi) ipſi β eſt commenſurabilis: quod non ſupponitur.



Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 13.

13 Si binæ magnitudines commenſurabiles fuerint, alteraq; earum magnitudini alicui incommenſurabilis fuerit, & reliqua eidem incommenſurabilis erit.

THEON ex Zamb. Sint binæ magnitudines cõmenſurabiles α δ, earumq; altera uidelicet α, alicui hoc eſt γ, ſit incõmẽſurabilis. Dico quòd & reliqua β, ipſi γ incõmenſurabilis eſt.

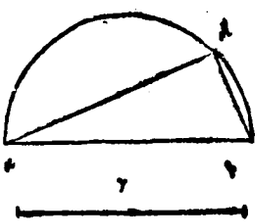


Si enim cõmenſurabilis eſt β ipſi γ, iam α ipſi β commenſurabilis eſt. & α igitur (per 12 decimi) ipſi γ, commenſurabilis eſt, ſed & incommenſurabilis, quod eſt impoßibile. Igitur β & γ ſunt incommenſurabiles. Si binæ igitur magnitudines commenſurabiles fuerint, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.

THEON. Lemma.

Duabus datis rectis lineis inæqualibus, inuenire quo maius poteſt maior minore.

THEON ex Zamb. Sint binæ datæ inæquales rectæ lineæ α β γ, quarũ maior ſit α β, oportet iam inuenire quo maius poteſt α β, quàm ipſa γ. Deſcribatur ſuper α β, ſemicirculus α Δ β, & in ipſum (per 1 quarti) coaptetur ipſi γ æqualis α Δ, connectaturq; Δ β, manifeſtum eſt iam quòd angulus α Δ β rectus eſt, & quod α β, ipſa α Δ, hoc eſt quàm ipſa γ maius poteſt ipſa Δ β. Similiter autem & duabus datis rectis lineis, potens ipſus ſic inuenietur. Sint datæ binæ rectæ lineæ α Δ, Δ β, oporteatq; inuenire potentem ipſas. Ponantur enim ut α Δ, Δ β, comprehendant rectum angulum qui ſub α Δ β, connectaturq; α β. Manifeſtum rurſus eſt (per 47 primi) quòd ipſas α Δ, Δ β, potens eſt ipſa α β.



Euclid. ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 14.

14 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, potueritq; prima ſecunda maius eo quòd fit ab eidem lõgitudine commenſurabili, & tertia quarta maius poterit eo quòd fit ab eidem longitudine commenſurabili. Et ſi prima ſecunda maius potuerit eo quòd fit ab incommenſurabili eidem longitudine, & tertia quarta maius poterit eo quòd fit ab eidem longitudine incommenſurabili.

THEON ex Zamberto. Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α β γ Δ, ſicut α ad β, ſic γ ad Δ, & α quidẽ ipſa β, maius poßit, eo quòd fit ex ι, γ uerò ipſa Δ, eo quòd fit ex ζ. Dico quòd ſi α ipſi ι eſt commenſurabilis, commenſurabilis eſt quoq; γ ipſi ζ, ſed ſi α ipſi ι, incommenſurabilis eſt, incõmenſurabilis eſt quoq; γ ipſi ζ. Quoniam enim eſt ſicut α ad β, ſic eſt γ ad Δ, eſt igitur ſicut id quod ex α, ad id quod ex β, ſic

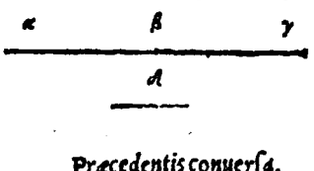
est id quod ex γ, ad id quod ex Δ. Sed ei quidē quod fit ex α æqua sunt ea quæ fiunt ex ε β: ei autem quod fit ex γ, æqua sunt ea quæ fiunt ex Δ ζ. Igitur (per 9 quinti) sicut quæ ex ε β, ad id quod ex β, sic quæ ex Δ ζ, ad id quod ex Δ, diuidendo igitur est (per 17 quinti) q; sicut ex ε, ad id quod ex β, sic est id quod ex ζ ad id quod ex Δ. Est igitur & sicut ε ad β, sic est ζ ad Δ. Conuersim igitur est (per 22 sexti, & correlarium 4 quinti) sicut β ad ε, sic est Δ ad ζ, est autem & sicut α ad β, sic est γ ad Δ: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut α ad ε, sic est γ ad ζ. Si igitur commensurabilis est α ipsi ε, commensurabilis est quoque (per 11 decimi) γ ipsi ζ, si uerò incommensurabilis est α ipsi ε, incommensurabilis est γ ipsi ζ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales, & quæ sequuntur reliqua: quod erat demonstrandum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 15.

Si binę magnitudines cōmēsurabiles, cōpositę fuerint, & tota utri que ipsarū commensurabilis erit. Et si tota uni earū cōmensurabilis fuerit, & quę in principio magnitudines commensurabiles erunt. 15

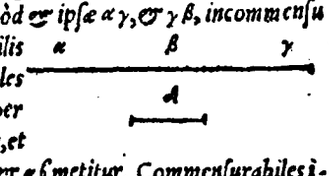
THEON ex Zamb. Componantur binæ magnitudines commensurabiles α β, β γ. Dico quòd tota α γ utriq; ipsarū α β, β γ, commensurabilis est. Quoniam enim commensurabiles sunt ipsæ α β, β γ, ipsas aliqua magnitudo metietur (per primam diffinitionē 10) metiatur, & sit Δ. Quoniā igitur Δ ipsas α β, β γ, metitur & totam α γ metietur, metitur autem & ipsas α β, β γ, igitur Δ ipsas α β, β γ, & α γ, metietur. Cōmensurabilis igitur est (per 12 decimi) α γ, utriq; ipsarum α β, β γ. Sed iam α γ, uni ipsarum α β, β γ, sit cōmensurabilis, sitq; ipsi α β. Dico quòd α β, β γ, commensurabiles sunt. Quoniam enim commensurabiles sunt α β, & α γ, metietur eas (per primam diffinitionem decimi) aliqua magnitudo metiatur, & esto Δ. Quoniā igitur Δ ipsas α β, β γ metitur, & reliquam igitur metietur β γ, metitur autem & α β, igitur Δ ipsas α β, β γ metietur. Cōmensurabiles igitur sunt, α β, & β γ. Si binæ igitur magnitudines, & reliqua quæ sequuntur: quod oportebat demonstrare.



Euclid. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 16. Præcedentis conuersa.

Si binę magnitudines incōmēsurabiles cōpositę fuerint, & tota utri que ipsarū incōmēsurabilis erit. Et si tota uni ipsarū incōmēsurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incommensurabiles erūt. 16

THEON ex Zamb. Componantur enim binæ magnitudines incommensurabiles α β, β γ. Dico quòd tota α γ, utriq; ipsarum α β, β γ, incommensurabilis est. Si enim γ α, & α β, incommensurabiles non sunt, ipsas aliqua metietur magnitudo (per 1 diffinitionem decimi) metiatur si est possibile, sitq; Δ. Quoniam igitur Δ ipsas γ α, & α β, metitur, & reliquam β γ metietur, metitur autē & α β, igitur Δ, ipsas α β & β γ, metietur. Commensurabiles igitur (per 1 diffinitionem decimi) sunt ipsæ α β, β γ. Supponuntur autē quòd & incōmensurabiles, quod est impossibile. Ipsas igitur α β, & α γ, aliqua magnitudo non metietur. Incommensurabiles igitur sunt ipsæ γ α, & α β. Similiter iam demonstrabimus, quòd & ipsæ α γ, & γ β, incommensurabiles sunt. Sed iam ipsa α γ, uni ipsarum α β, & β γ, incommensurabilis esto, & primum ipsi α ō. Dico quòd & ipsæ α β, β γ, incommensurabiles sunt. Si enim sunt commensurabiles, metietur eas aliqua magnitudo (per eandem) metiatur, sitq; Δ. Quoniam igitur Δ ipsas α β, & β γ metitur, et totam igitur α γ metietur, metitur autem & α β. Igitur Δ, ipsas γ α, & α β metitur. Commensurabiles igitur sunt ipsæ γ α & α β. Suppositæ uerò sunt quòd & incommensurabiles, quod est impossibile. Ipsas igitur α β, & β γ, aliqua magnitudo non metietur. Incommensurabiles igitur sunt ipsæ α β, β γ. Similiter iam demonstrabitur quòd ipsa α γ, reliquæ β γ, incommensurabilis est. Si binæ igitur magnitudines, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.

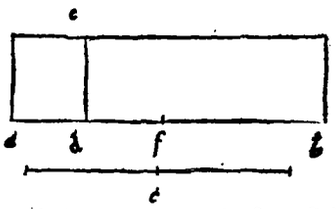


Euclid. ex Camp. Propositio 13.

Si fuerint duę lineę inęquales, quarū longiorē in duo cōmuni- 13
cātia diuidat superficies sibi adiuncta inæqualis quartæ parti quadrati breuioris lineę, cui adiūctę supficiei deest ad cōplendā totam lineā superficies quadrata, necesse est ipsam lineā lōgiorē linea breuiori tāto amplius posse, quātum est quadratū alicuius lineę communi-

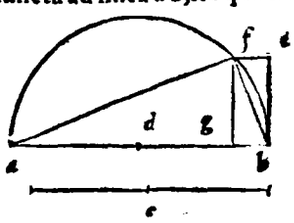
cõmunicãtis eidẽ lõgiori in lõgitudine. Si uerò lõgior fuerit potentior breuiori, augmẽto quadrati lineæ cõmunicãtis ſibi in longitudine, eiq; adiũgat ſuperficies ęqualis quartę parti quadrati breuioris lineæ, cui deſit quadrata ſuperficies, ſuperficiẽ ſibi adiũctã, eãdẽ lineã longiorem in duas portiones commẽſurabiles diuidere neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ inæquales a b & c, maior a b, & adiungatur a d lineã a b, quarta pars quadrati lineæ c, ita quòd deſit ad cõplendam lineam a b, ſuperficies quadrata: hoc enim eſt poſsibile per 27 ſexti. Quod facilè fiet hoc modo. Diuidatur a b in duas lineas a d & d b, ita ut inter eas cadat medietas lineæ e, cõtinuè proportionalis. Hoc autem qualiter fiat, in fine demonſtrationis huius docebitur. Eritq; ex 16 ſexti, ſuperficies b d in d a, quę ſit b e, ęqualis quadrato medietatis lineæ c, quare ex 4 ſecũdi erit eadem ſub quadrupla quadrati lineæ c, d: eſt quoq; ad complẽdam lineam a b, ſuperficies quadrata, cum & a d ſit æqualis d e. Dico itaq; quòd ſi ſuperficies b e diuidat lineam a b in duo cõmunicantia, erit linea a b potentior linea c in quadrato alicuius lineæ ſecum cõmunicantis in longitudine, & ecõuerſo. Cum enim ſit linea a b maior linea c, non erit a d æqualis d b, ſic enim eſſet ſuperficies d e quadrata, & quia ipſa eſt ęqualis quadrato medietatis lineæ c, eſſet a d æqualis medietati c, & tota a b toti c, quod eſt cõtra hypotheſin. Non eſt igitur a d ęqualis d b. Itaq; de maiori earum quę ſit d b, abſcindatur d f, æqualis a d: eritq; per 8 ſecundi quadratum totius a b, æquale ijs quæ ſunt ex d b in d a quater & quadrato f b, quare linea a b, erit potentior linea c in quadrato lineę f b, quã neceſſe eſt cõmunicari toti a b, ſi linea a d eſt communicans lineæ d b: ſi enim hoc fuerit, erit d b cõmunicãs d f, eius ęquali, quare per 9, b f communicat cum f d. & ideo toti a d & propter hoc cũ tota a f, igitur & cũ tota a b. Sicq; patet primum. Conuerſum huius ſic patet. Sit a b potentior c in linea f b quę communicet cum eo in lõgitudine. Dico tunc quòd quarta pars quadrati lineæ c, addita ad lineã a b, ita quòd deſit ſuperficies quadrata, diuidet lineam a b, in duo communicãtia. Diuidatur enim f a per ęqualia in d, & fiat ſuperficies b e ex d b in d a, & deerit ad cõplendam lineam a b, ſuperficies quadrata, eritq; per 8 ſecũdi,



quadratum a b æquale quadruplo ſuperficiei b e cum quadrato f b: igitur quadruplũ ſuperficiei b e eſt æquale quadrato c, cũ ſuperficies d e ſit æqualis quartæ parti quadrati c. Dico igitur quòd d b eſt cõmunicans cum a d, cum ſit f b communicans cum a b. Si enim hoc fuerit ut quod a d ſit communicans cum a b, erit etiam communicãs cum a f, per nonam, quare & cum a d: ſed & cum d f, itaq; & d b eſt communicans cum a d, quod eſt ſecundum.

NVNC autem mõſtrandum eſt qualiter linea a b (cum ipſa poſita fuerit maior linea a c) poſsit ſic diuidi, ut inter partes eius cadat medietas lineę c, cõtinuè proportionalis. Cum enim ſic fuerit diuiſa, ſuperficies quæ fiet ex una in alterã, erit ſuperficies æqualis quadrato medietatis lineæ c, & ipſa erit ſuperficies ęqualis quartæ parti quadrati lineæ c: adiuncta ad lineã a b, ita quòd deſit ſuperficies quadrata: hoc enim ſic fiet. Duiſa a b p æqualia in d, lineetur ſuper eam ſemicirculus a f b, & ſumatur b e perpẽdicularis ad a b, quæ ponatur æqualis medietati lineæ c, & ducatur e f æquidiſtans ad a b, uſquequo ſecet circunferentiam ſemicirculi in puncto f (neceſſe eſt enim ut ſecet eam, cum linea a b ſit maior linea c) & ducatur f g, perpendicularis ad a b, quæ cum per 34 primi ſit æqualis lineæ e b, erit quoq; æqualis medietati lineæ c. Ducantur itaq; lineæ f a, f b, eritq; per primam



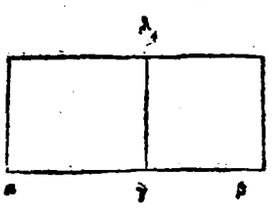
partem 30 tertij, angulus a f b, rectus: & ideo per primam partem correlarij 8 ſexti, erit linea f g medio loco proportionalis inter a g & g b, quare medietas lineæ c quę eſt ſibi ęqualis, erit etiam proportionalis inter eaſdem: quod eſt noſtrum propoſitum.

THEON. Lemma.

Si ad aliquã rectã lineã * compareť parallelogrãmũ, deficiẽs forma quadrata, ipſum cõparatũ æquũ eſt ei quod (cõtineť) ſub ſegmẽtis rectę lineę, quę ex ipſa cõparatione ſunt facta.

* παραβληθῆ, apponatur, applicetur

THEON ex Zamb. *Ad aliquam rectam lineam α β, comparetur parallelogrammum α δ, deficiens forma quadrata δ β. Dico quòd α δ æquum eſt ei quod ſub α γ, γ β, & ex ſeipſo manifeſtum eſt. Quoniam enim quadratum eſt δ β, æqualis eſt δ γ, ipſi γ ε, & α δ, eſt quod ſit ſub α γ, γ δ, hoc*

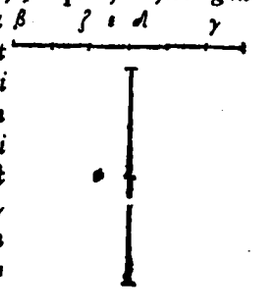


α γ,γ Δ,hoc eſt quod ſub α γ,& γ β. Si ad aliquam igitur rectam lineam, & quæ ſequuntur reliqua: quod fuerat demonſtrandum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 17.

Si fuerint binæ rectæ lineę inęquales, quartæ autẽ parti eius quod ex minore æquũ ad maiorem cõparatã fuerit deficiẽs forma quadrata, & in cõmẽſurabilia ipſã diuiſerit lõgitudine, maior minore maius poterit eo quod ex ſibi lõgitudine cõmẽſurabili. Etſi maior minore maius poterit eo q̃ fit à ſibi cõmenſurabili longitudine, quartę uerò parti eius quod à minore æquale ad maiorem cõparatum deficiens forma quadrata, incommenſurabilia longitudine ipſam diſtribuet. 17

THEON ex Zamb. Sint binæ rectæ lineæ inæquales α,& β γ, quarum maior ſit β γ, quartæ uerò parti eius quod fit ex minore ipſa α, hoc eſt ei quod ex dimidio ipſius α, æquum ad ipſam β γ, comparetur (per 28 ſexti) parallelogrammum deficiens forma quadrata, ſitq; quod ſub β Δ, & Δ γ, commenſurabilis autem eſto (per hypotheſin) β Δ ipſi Δ γ longitudine. Dico quòd β γ, ipſa α maius poteſt, eo quòd ſit α ſibi lõgitudine commenſurabili. Secetur enim (per 10 primi) β γ, bifariam in ſigno ε, ponaturq; (per 3 primi) ipſi Δ ε, æqualis ε ζ: reliqua igitur Δ γ æqualis eſt ipſi β ζ. Et quoniam recta linea β γ, ſecta eſt in æqualia in ſigno ε, & in inæqualia in Δ, igitur (per 5 ſecundi) quod ſub β Δ, & Δ γ comprehenditur rectangulum unà cum eo quod ex γ Δ, quadrato æquum eſt ei quod ex ε γ quadrato. Et ipſa quadruplicia, quod igitur quater ſub β Δ & Δ γ, unà cum eo quod ex ε Δ, ſumpto æquũ eſt ei quod ex quater ſumpto ε γ quadrato. Sed ei quidẽ quod quater ſub β Δ & Δ γ æquũ eſt id quod ex α quadratum, ei autem quod ex Δ ε, quater ſumpto, æquum eſt id quod ex Δ ζ, quadratum, dupla enim eſt Δ ζ, ipſius Δ ε. Ei autem quod ex ε γ quater ſumpto, æquum eſt id quod ex β γ quadrato, dupla enim rurſus eſt β γ, ad ipſum γ ε. Quæ igitur ex α & Δ ζ, quadrata, æqualia ſunt ei quod ex β γ quadrato. Quare id quod ex β γ eo quòd ex α maius eſt, eo quod ex Δ ζ. Igitur β γ, ipſa α maius poteſt, ipſa Δ ζ, oſtẽdendum quod & cõmenſurabilis eſt β γ ipſi Δ ζ. Quoniam enim commenſurabilis eſt β Δ, ipſi Δ γ longitudine, commenſurabilis igitur eſt (per 15 decimi) & β γ, ipſi Δ γ, ſed γ Δ, & β ζ, commenſurabilis eſt longitudine, æqualis enim eſt γ Δ ipſi β ζ, & β γ igitur ipſis β ζ, & γ Δ longitudine commenſurabilis eſt (per 12 decimi) Igitur (per 15 & β γ ipſi ζ Δ, commenſurabilis eſt longitudine. Igitur β γ, quàm ipſa α maius poteſt, eo quod ſit à ſibi longitudine commenſurabili. Sed iam ipſa β γ, quàm α maius poßit eo quòd à ſibi commenſurabili in longitudine, quartæq; eius quod ex α æquale ad ipſam β γ, comparetur deficiens forma quadrata, ſitq; quod ſub β Δ, & Δ γ. Demonſtrandum eſt quòd commenſurabilis Δ γ longitudine. Eiſdem nanq; diſpoſitis, ſimiliter oſtendemus quòd β γ, quàm ipſa α maius poteſt, eo quòd ſit ex ζ Δ, poteſt autem β γ, quàm ipſa α maius eo quod ex ſibi commenſurabili. Commenſurabilis igitur eſt β γ, ipſi ζ Δ, longitudine. Quare & reliquæ utriq; ipſarum β ζ, & γ Δ, ſimul commenſurabilis longitudine eſt β γ. Sed utraq; β ζ, & Δ χ, ſimul commenſurabilis eſt ipſi Δ γ longitudine: æqualis enim eſt β ζ, ipſi Δ γ, & β γ igitur commenſurabilis eſt ipſi γ Δ, longitudine. Manifeſtum eſt igitur quòd β Δ ipſi Δ γ, eſt commenſurabilis longitudine. Si fuerint igitur binæ magnitudines inæquales & reliqua: quod erat oſtendendum.

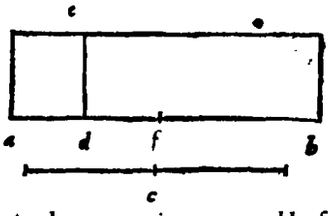


Euclid. ex Camp. Propoſitio 14.

SI fuerint duę lineę inæquales, quarũ longiorẽ diuidat in duas partes incõmẽſurabiles ſuperficies ęqualis quartę parti quadrati breuioris ſibi adiũcta, ita quod deſit ad eius cõpletionẽ ſupficies quadrata, erit lõgior, potẽtior breuiori, augmẽto quadrati lineę incõmẽſurabilis ipſi lõgiori in lõgitudine. Si uerò lõgior, potẽtior fuerit breuiori, q̃drato lineę incõmẽſurabilis ipſi lõgiori in lõgitudine, adiũgat'q; ei ſupficies æq̃lis parti quartę quadrati breuioris, defuerit'q; lõgiori ſupficies quadrata, neceſſe eſt ut ipſa ſupficies ſibi adiũcta eãdẽ lõgiorẽ lineã in duas portiões incõmẽſurabiles diuidat. 14

Campanus.

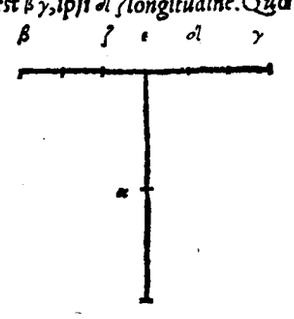
CAMPANVS. Hæc 14 ex contrario antecedentis præmiſſæ infert contrarium conſequentis præmiſſæ, & non differt eius diſpoſitio à diſpoſitione illius, ſed & modus argumentandi utrobique idem. Si enim a d non communicet cum d b, nec d f ſibi a d æqualis communicabit etiam eandem d b, itaq; per 9 d f non communicabit cum f b, quare neq; a f, ſunt enim a f & d f communicantes tanquam numerans & numeratum, ideo neq; a b communicabit cum linea f b. Quod ſi hoc fuerit uidelicet ſi a b non communicet cum f b, non communicabit cũ a f, quare neque cum a d aut d f, neque igitur a b cum d a. Poteſt quoque hæc 14. demonſtrari per præmiſſam, prima pars huius ex ſecunda illius, & ſecunda ex prima, à deſtructione conſequentis. Si enim a d & d b non communicent, nec etiam a b & f b communicabunt, nam ſi a b & b f cõmunicarent, oporteret per ſecundam partem præmiſſæ ut a d communicaret cum d b, ſed poſitum eſt quòd non. Eodem modo de ſecunda parte, ſi enim b a & b f non communicant, nec a d & d b communicabũt: nam ſi ſic, ſequitur per primam partem præmiſſæ, ut a b & b f communicent quæ non communicant: quare patet propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 18. Converſa præcedentis.

18 Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartę autẽ parti eius quod ex minore æquum ad maiorẽ comparetur deficiẽs forma quadrata, & in incõmenſurabilia ipſam diuiſerit lõgitudine, maior minore maius poteſt eo quòd ex ſibi incõmenſurabili longitudine. Et ſi maior minor maius potuerit, eo quòd ex ſibi incõmenſurabili, quartæ autẽ ipſius quod ex minore æquũ, ad maiorẽ comparatum fuerit deficiẽs forma quadrata, in incommenſurabilia longitudine ipſam diſpeſcit,

THEON ex Zamb. *Sint binæ rectæ lineæ inæquales α & β γ, quarum maior ſit β γ, quartæ autem parti eius quod ex α, ad ipſam β γ, æquale comparetur deficiens forma quadrata, ſitq; quod ſub β δ, & δ γ. Incommenſurabilis autem eſto β δ, ipſi δ γ. Dico quòd ϛ γ, quàm ipſa α maius poteſt, eo quòd à ſibi incõmenſurabili. Ipſis nanq; diſpoſitis ut in præmiſſa, ſimiliter demonſtrabimus, quòd β γ quàm ipſa α, maius poteſt eo quòd ex δ ε. Demonſtrandum igitur quòd incommenſurabilis eſt β γ, ipſi δ ζ longitudine. Quoniam enim incommenſurabilis eſt β γ ipſi δ γ, incommenſurabilis igitur eſt (per 16 decimi) β γ ipſi γ δ, longitudine. Sed ipſa δ γ commenſurabilis eſt utriq; & ϛ ζ & δ γ ſimul, quia ϛ ζ ipſi δ γ eſt æqualis, & ϛ γ, igitur (per 13) ipſis β ζ & δ γ incommenſurabilis eſt, & perinde (per 16 decimi) & reliquæ ζ δ, incommenſurabilis eſt & β γ longitudine. Et ipſa β γ quàm α maius poteſt, eo quòd ex ζ δ. Igitur ipſa β γ, quàm α, maius poteſt eo quòd à ſibi commenſurabili longitudine. Poſsit iam rurſus β γ maius quàm α, eo quòd à ſibi incommenſurabili, quartæ autem parti eius quod ex α, æquale ad ipſam ϛ γ comparetur deficiens forma quadrata, & eſto id quod ſub ϛ δ γ. Demonſtrandum quòd incommenſurabilis eſt ϛ δ ipſi δ γ longitudine. Eiſdem nanq; diſpoſitis, ſimiliter demonſtrabimus, quòd ipſa β γ quàm α, maius poteſt eo quòd ex ζ δ. Sed iam (per hypotheſin) ipſa β γ, quàm α, maius poteſt eo quòd à ſibi incommenſurabili. Incommenſurabilis eſt igitur β γ ipſi ζ δ longitudine. Quare (per 16 decimi) & reliquæ β ζ & δ γ utriq; incommenſurabilis eſt β γ. Sed utraq; ϛ ζ & δ γ, ipſi δ γ commenſurabilis eſt longitudine. Igitur (per 13 decimi) ϛ γ ipſi δ γ incommenſurabilis eſt longitudine, quare & diuidendo β δ, ipſi δ γ incommenſurabilis eſt longitudine. Si binæ igitur rectæ lineæ, & reliqua quæ ſequuntur: quod erat demonſtrandum.*

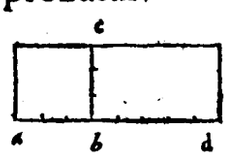


Euclid. ex Camp. Propoſitio 15.



15 Omnis ſuperficies rectangula, quam continent duæ lineæ in longitudine rationales, rationalis eſſe probatur.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c cõtinentes ſuperficiem rectangulã a c rationales in longitudine, dico ſuperficiem a c eſſe rationalẽ: deſcripto enim quadrato cuiuſuis earum, ut c d lineæ b c, erit per primam ſexti c d ad a c, ſicut b d ad a b. Quia igitur b d communicat in lõgitudine cũ a b ex hypotheſi, eo quòd b c ſua æqualis, erit per primam partem decimę, c d communicans a c. Cum ſit itaq; c d rationalis per diffinitionem, erit & a c rationalis: quod eſt propoſitũ.



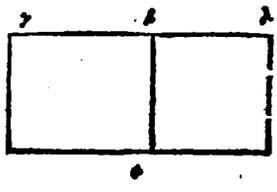
THEON. Lemma.

Quoniam oſtenſum eſt, quòd quæ longitudine cõmenſurabiles, omnino etiam potentia ſunt commenſurabiles, quæ autem potentia non omnino etiam longitudine, ſed uidelicet, poßunt & longitudine commenſurabiles eße & incommenſurabiles, manifeſtum eſt q; ſi poſitæ rationali commenſurabilis aliqua fuerit longitudine, rationalis appellatur, & ei commenſurabilis non ſolum longitudine, uerùm & potentia, quæ enim longitudine commenſurabiles, omnino & potẽtia. Si autẽ poſitæ rationali commenſurabilis aliqua fuerit potentia, ſiquidem & longitudine dicitur etiã rationalis & ei cõmenſurabilis longitudine & potentia. Quæ uerò expoſitæ rurſus rationali commenſurabilis exiſtens potẽtia, longitudine fuerit ei incommenſurabilis, dicitur ſic rationalis, potentia tantũ cõmenſurabilis. Procli ſcholion. Rationales appellat, expoſitæ rationali longitudine & potentia commenſurabiles, aut potentia tantum. Sunt autem aliæ quoq; rectæ lineæ quæ longitudine incommenſurabiles ſunt expoſitæ rationali, potentia uerò tantum cõmenſurabiles, & id propterea rurſus appellantur rationales, cõmenſurabiles adinuicem quatenus rationales. Sed cõmenſurabiles adinuicem uel non ſolum potentia, ueruntamen & longitudine, uel potentia tantum, & ſi longitudine quidẽ, & ipſæ rationales longitudine commenſurabiles, audito quòd & potentia. Si uerò potentia tantum adinuicem ſunt commenſurabiles: appellantur & ipſæ rationales potentia tantum commenſurabiles. Quod autem rationales commenſurabiles ſunt, hinc certũ eſt. Quoniam enim rationales ſunt quæ expoſitæ rationali ſunt commenſurabiles, quæ uerò idem commenſurabiles & adinuicem ſunt commenſurabiles (per 12 decimi) quæ rationales igitur ſunt commenſurabiles.

Euclid. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 19.

Sub rationalib. longitudine cõmenſurabilib. rectis lineis iuxta aliquem prædictorũ modorũ comprehẽſum rectangulũ rationale eſt. 19

THEON ex Zamb. Sub rationalibus enim lõgitudine commenſurabilibus rectis lineis α β, & β γ, rectangulum comprehendatur α γ. Dico q; α γ, rationale eſt. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum α Δ, rationale igitur eſt α Δ. Et quoniam commenſurabilis eſt α β, ipſi β γ, longitudine, æqualis autem eſt α β, ipſi β Δ, commẽſurabilis eſt igitur β Δ, ipſi β γ longitudine, eſtq; ſicut δ Δ ad β γ, ſic eſt Δ α ad α γ. Commenſurabilis autem eſt β Δ ipſi β γ, commenſurabile igitur & Δ α, ipſi α γ: rationale autem Δ α, rationale igitur (per 11 decimi) eſt & α γ. Quod ſub rationalibus commenſurabilibus igitur longitudine, & reliqua: quod oportuit oſtendiße.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 16.



VM adiuncta fuerit lineæ in lõgitudine rationali ſuperficies rationalis rectãgula, latus eius ſecũdũ erit in lõgitudine rationale, lateriq; primo in lõgitudine cõmẽſurabile. 16

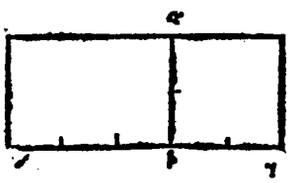
CAMP. Hæc eſt quaſi cõuerſa prioris. Vt ſi ſuperficies a cadiũcta ad lineam a b rationalẽ in longitudine, fuerit rationalis, dico q; latus eius ſecundũ quod eſt b c, erit etiam rationale in longitudine, & communicans lateri primo. Sit enim a d quadratum a b eritq; rationale ex diffinitione, & propter hoc erit communicans cum ſuperficie a c rationali. Quia igitur per primam ſexti, ſicut a d ad a c, ita eſt etiam d b ad b c, communicat autem d a cum a c, erit per primam partẽ decimæ b d communicans cũ b c, ergo cum b a ſua æquali. Sed b a, rationalis eſt, quare per diffinitionem & b c. Conſtat itaq; propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 20.

Si rationale ad rationalem comparatum fuerit, latitudinem efficit rationalem, commenſurabilemq; ei ad quam comparatur longitudine. 20

THEON ex Zamb. Rationale enim α γ, ad rationalem iuxta aliquẽ prædictorum modorũ α β, comparetur, latitudinem efficiens β γ. Dico q; rationalis eſt β γ, & cõmenſurabilis ipſi β γ longitudine. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratũ α Δ. Rationale igitur (per 9 diffinitionẽ decimi) eſt α Δ, rationale autẽ & α γ, cõmenſurabile igitur (per cõuerſionẽ 10 diffinitionis) eſt Δ α. ipſi α γ. Eſtq; ſicut Δ α ad α γ, ſic eſt Δ β ad δ γ: commenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) Δ β, ipſi β γ. Aequalis autem eſt Δ β, ipſi β a, commenſurabilis igitur eſt α β, ipſi β γ. Rationalis autem eſt α δ, rationalis igitur eſt (per conuerſionẽ 7 diffinitionis.)



& δ γ

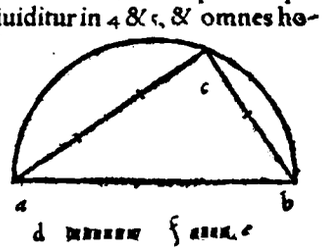
& β γ, & commensurabilis ipsi β α, longitudine. Si rationale igitur ad rationem comparatum fuerit, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.

Subsequentes ex Campano proportionales 17 scilicet & 18 respondent 29 & 30 ex Zamberto infrà suo loco & ordine dispositis.

Euclid. ex Camp. *Propositio 17.*

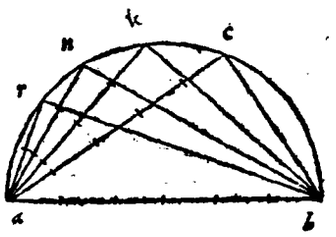
17 DVas lineas inuenire potentia tantum rationales commensurabiles, quarum longior plus possit breuiori, quadrato lineæ sibi commensurabilis in longitudine.

CAMPANVS. Propositum est inuenire duas lineas rationales potentia tantum communicantes, quarum longior sit potentior breuiori, quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine. Sumo itaq; aliquam lineam rationalem, quæ sit a b, super quam describo semicirculũ a c b, & sumpto aliquo numero ut d e, diuido ipsum in duos numeros d f & f e, ita quòd sit proportio d e ad d f, sicut numeri quadrati ad numerum quadratum: non sit autem proportio d e ad f e, ut numeri quadrati ad numerum quadratum, talis autem numerus est quilibet quadratus diuisibilis in quadratum & non quadratum, ut 9 qui diuiditur in 4 & 5, & omnes horum æquè multiplices. Et inuenio lineam a d ad cuius quadratũ se habeat quadratum lineæ a b, sicut numerus d e ad numerum d f: qualiter autem ipsa reperiatur, in demonstratione 5 dictum est. Hanc lineam inuentam quæ necessariò est minor a b, coapto per primam quarti intra semicirculum a c b, sitq; a c, & subtraham lineam c b. Dico duas lineas a b & c b, esse quas quærimus. Erit enim per primam partem 30 tertij, angulus c rectus, & ideò per penultimam primi, quadratum a b æquale est quadratis duarum linearum a c & c b. Et quia proportio quadrati lineæ a b ad quadratũ lineæ a c est sicut d e ad f per hypothesin, erit per euersam proportionalitatem proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ c b, sicut d e ad f e, ergo quadratum c b, communicat cum quadrato a b per 6 huius, erit igitur quadratum c b, rationale per diffinitionem, cùm communicet rationali superficiei. Et quia c b & a b sunt incommensurabiles per ultimam partem 7, constat duas lineas a b & c b esse rationales, potentia tantum communicantes. At quia linea a b est potentior linea c b in quadrato lineæ a c quæ per secundam partem septimæ cõmunicat secum in longitudine, constat habitum esse propositum.



d

CAMPANI *annotatio.* Si autem lineæ plures duabus potentia tantum rationales communicantes, quarum una potentior longior sit qualibet aliarum in quadrato alicuius lineæ secum communicantis in longitudine, reperire, sic ut prius linea a b rationalis in longitudine, super quam describatur semicirculus a c b, sumaturq; numerus d quadratus, qui sit diuisibilis in multos quadratos & nõ quadratos, quorum non quadratorum minimè sit proportio sicut aliquorũ numerorum quadratorum, tales autem numeri ultrò se offerunt, ut 36, qui est diuisibilis in 25 & 11: itemque in 16 & 20, rursusque in 9 & 27, ac iterum in 4 & 32, istorum uerò non quadratorum qui sunt 11, 20, 27, 32. adinuicem, non est proportio sicut alicuius numeri quadrati ad alium numerum quadratũ. Esto igitur ut numerus d quadratus diuidatur in e quadratum & f non quadratum. Sitq; quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ a c, sicut numerus d ad numerum e, ducatur linea c b. & cõstat propositum: & ut prius demonstratum est a b & b c esse duas tales lineas, quas inquirimus. Similiter quoq; diuidã d in g quadratũ & h nõ quadratũ, sitq; quadratũ lineæ a b ad quadratum lineæ a k, sicut d ad g, & ducatur linea k b, eruntq; ut prius duæ lineæ a b & k b, quales inquirimus. Eodem modo, si rursus diuidatur d in l quadratum, & m non quadratum, & ponatur



d
c ..... f .....
d
g ..... h .....
d
l ..... m .....
d
p .... q .....

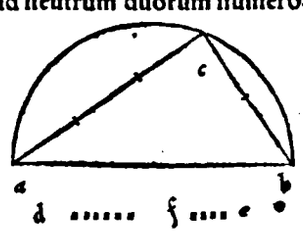
proportio

proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ a n, ſicut d ad l, m producatur n b, erunt duæ lineæ a b & b n quales inquirimus. Quod ſi rurſus diuidatur d in p quadratum & in q non quadratum, & fuerit proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ a r ſicut d ad p, & protracta fuerit linea r b, erunt etiam duæ a b & b r, quales inquirimus. Sunt itaq; lineæ a b, b c, b k, b n, b r, potentia tantum rationales & in ea communicantes, quarum una uidelicet a b eſt potẽtior qua liberaliarum in quadrato lineæ ſecum communicantis in longitudine. Si igitur quatuor linearum b c, b k, b n, b r, nulla communicat alij in longitudine, conſtat propoſitum. Iſtud autem ſic probatur, patet enim ex præmiſſis, quòd quadratum lineæ b c ad quadratũ lineæ a b eſt ſicut numerus f ad numerum d, & quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ b k, eſt ſicut numerus f ad numerum d, & quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ b k eſt ſicut numerus d ad numerum h, ergo per æquam proportionalitatem quadratum lineæ b c ad quadratum lineæ b k, eſt ſicut numerus f ad numerum h: ſed nullus quatuor numerorum f, h m, k, ſe habet ex hypotheſi ad alium ſicut numerus quadratus ad numerum quadratum, quare per 3 partem ſeptimæ, duæ lineæ b c, b k, ſunt incommmenſurabiles in longitudine. Eadem ratione quælibet duæ ex illis quatuor ſunt incommenſurabiles in longitudine. Liquet ergo quod uolumus.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 18.*

Zamb. 30. DVas lineas in potentia tantũ rationales communicantes, 18
quarum longior plus poſsit breuiori quantum quadratũ lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine inuenire.

CAMPANVS. In hac quoq; remaneat eadem diſpoſitio eædemq; hypotheſes quę in præmiſſa, hoc ſolum mutato quòd proportio numeri d e ad neutrum duorum numerorum d f & f e, ſit ſicut numeri quadrati ad numerum quadratum, hoc autem facilè fiet, poſito d e, quotlibet numero quadrato diuiſo in duos numeros non quadratos, ut ſi d e ſit 9, & d f, 6, & f e 3, argumentando ut prius, hoc duntaxat excepto quòd a b & a c ſint incommenſurabiles in longitudine per ultimam partem 7.



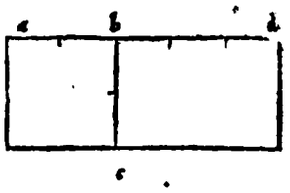
CAMPANI *additio*. Et ſciendum quòd duę lineæ quales hæc & præmiſſa docent inuenire, componunt binomium, & minori earum abſciſſa de maiori, quæ reliqua eſt dicitur reſiduum. Nota etiam quòd lineę tantum potentia rationales communicãtes, poſſunt eſſe una rationalis & alia irrationalis, ſicut latera tetragonica duarum ſuperficierum, quarum una ſit 25 pedum, & alia 24, ſunt rationalia potentia tantũ cõmunicãntia. latus enim primæ ſuperficiei eſt 5, latus uerò ſecundæ non numeratur. Et poſſunt eſſe ambæ irrationales, ut latera tetragonica duarum ſuperficierum, quarum una ſit 24 pedum & alia 23, neutrius enim numeratur latus, ſuntq; in longitudine incommenſurabilia ex ultima parte ſeptimæ. Quòd ſi libeat etiam inuenire plures lineas duabus potentia tantum rationales commmunicantes, quarum una ſit potentior qualibet aliarum in quadrato lineæ ſecum non communicantis in longitudine, ſumatur talis numerus qui poſsit pluries ſic diuidi quòd ipſius ad nullam ſuarum partium nec alicuius ad aliquam aliarũ ſit proportio ut numeri quadrati ad numerum quadratum, ut 25 poteſt diuidi in 2 & 23: item in 5 & 20, & rurſus in 7 & 18. Et ſic proceſſus idem qui fuit in præmiſſa.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

OMnis ſuperficies quam continent duæ lineę potentia 19
liter tantum rationales communicantes, eſt irrationalis, dicitur'q; ſuperficies medialis, eius'que latus tetragonicum, ſcilicet quod in eã poteſt, eſt irrationale, dicitur'q; linea medialis.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b, b c, continentes ſuperficiem a c, rationales potentia tantum communicantes, quę qualiter reperiantur, ex præmiſſa & ante præmiſſam manifeſtum eſt, dico ſuperficiem a c eſſe irrationalem. Sit enim d c quadratũ b c, eritq; rationale per hypotheſin, eo quòd linea b c eſt rationalis in potentia. Et quia ex prima ſexti a c ad c d, ſicut a b ad b d, non communicat autem a b cum b d, quia ex hypotheſi nõ communicat cum ſua æquali, quæ eſt b c, ſequitur per ſecundam partem 10, ut etiam a c nõ communicet cum c d, quare per diffinitionem, ſuperficies a c eſt irrationalis, ideo'q; & ſuum latus tetragonicũ eſt etiam irrationale. Dicitur autem

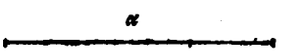
tem hęc ſuperficies medialis, quoniã ipſa eſt medio loco proportionalis inter duas ſuperficies rationales, uidelicet inter quadrata duarum linearum ipſam cõtinentium. Et lineam potens iq ipſam dicitur medialis, quoniam ipſa quoque eſt medio loco proportionalis inter duas lineas potentia tantum rationales communicantes, & hę duę lineæ ſunt latera dictæ ſuperficiei. Et hoc eſt quod uolumus.



THEON. Lemma.

Potens irrationalem aream, irrationalis eſt.

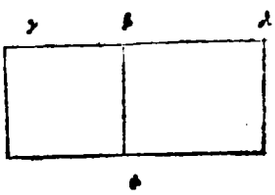
Poſsit enim α, irrationalẽ aream, hoc eſt id quod fit ex α, quadratũ æquale irrationale areæ. Dico quòd α irrationalis eſt: ſi enim eſt rationalis, erit rationale quoq; id quod ex α quadratum, ſic enim in diffinitionibus: nõ eſt autem. Irrationalis igitur eſt α. Potens irrationalem igitur, & reliqua: quod erat demonſtrandum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 18. Propoſitio 21.

21 Sub rationalibus potẽtia tantum commenſuralibus rectis lineis comprehenſum rectangulum, irrationale eſt, illudq; potens irrationalis eſt, uocetur q; media.

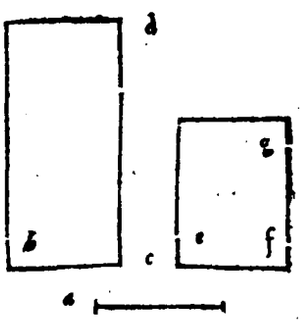
THEON ex Zamb. *Sub rationalibus enim potentia tantum commenſuralibus rectis lineis α ß, & ß γ comprehendatur rectangulum α γ. Dico quòd α γ, irrationale eſt, potensq; illud irrationalis eſt, & media appellatur. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α ß, quadratũ α δ, rationale igitur eſt ipſum α δ. Et quoniam incommenſurabilis eſt α ß, ipſi ß γ, longitudine (potentia nanq; tantum ſupponuntur commenſurabiles) æqualis autem eſt α ß ipſi ß δ, incommenſurabilis igitur eſt & ß δ, ipſi ß γ longitudine. Eſtq; ſicut δ ß ad ß γ, ſic eſt α δ ad α γ, incommenſurabile igitur eſt (per 11 decimi) δ α, ipſi α γ. Rationale autem eſt δ α, irrationale igitur eſt α γ, quare & ipſum potens α γ, hoc eſt potens æquale ei quadratum, irrationalis eſt: uocetur q; media, eo quia ex ipſa quadratũ, æquale eſt ei quod fit ex α ß, & ß γ, & eo quia ipſa media (per ſecũdam partem 17 ſexti) proportionalis eſt ipſis α ß, & ß γ. Sub rationalibus igitur potentia tantum. & reliqua: quod oportuit demonſtraße.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 20.

20  Vm adiũcta fuerit lineæ in longitudine rationali ſuperficies æqualis quadrato lineæ medialis, latus eius ſecundum potentialiter tantum erit rationale, lateriq; primo in longitudine incommenſurabile.

CAMPANVS. Hæc eſt quaſi conuerſa pręmiſſæ. Sit a linea medialis, ſitq; linea b c rationalis in longitudine, cui adiungatur ſuperficies b d æqualis quadrato lineæ a. Quod hoc modo fiet. Sub iungatur duabus lineis b c & a, linea c d in continua proportionalitate, ut docet 10 ſexti, eritq; ſuperficies ex b c in d ęqualis quadrato lineę a, per 16 eiuſdem: dico latus eius ſecundum quod eſt d c, eſſe rationale in potentia tantum, & incommenſurabile in longitudine lateri b c. Eritq; ex pręmiſſa per diffinitionem lineæ medialis, ut linea a poſsit in aliquam ſuperficiem contentam à duabus lineis potentia tantum rationalibus communicantibus, quæ ſit ſuperficies e g, cuius latera e f & f g. Eruntq; duę ſuperficies b d & e g per primam partem 13 ſexti laterum mutuorũ, propter hoc quod ipſæ ſunt æquales & rectangulę, proportio ergo b c ad e f, eſt ſicut f g ad c d. Quare per 10 cum b c communicet in potentia cum e, f: eo quòd quadrata utriuſque earum ſunt rationalia ex hypotheſi, f g communicabit in potentia cum c d. Cùm igitur quadratum f g ſit rationale per hypotheſin, erit quoque quadratum c d rationale per diffinitionem. At quia ſuperficies b d eſt irrationalis, ſicut ſua ęqualis e g, per pręmiſſam, ſequitur ut quadratum lineę c d non communicet cum ſuperficie b d. Et quia quadratum lineę c d ad ſuperficiem b d eſt per primam ſexti, ſicut c d ad c b, erit per ſecundam partem 10, ut c d non communicet cum b c. Quare cum b c ſit rationalis in longitudine ex hypotheſi, erit c d irrationalis in longitudine, & potẽtia tantum rationalis. Patet ergo propoſita concluſio.

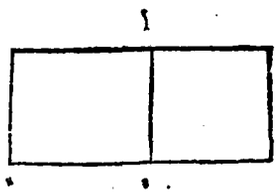


THEON

THEON. Lemma.

Si binæ fuerint rectæ lineæ, est sicut prima ad secundam, sic quod à prima ad id quod sub duabus rectis lineis.

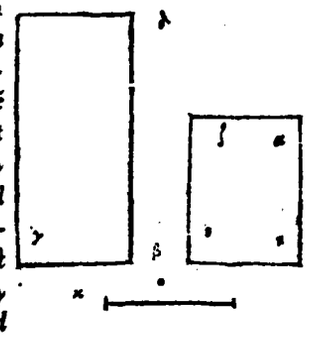
Sint binæ rectæ lineæ, ζ ι, ι ν. Dico q, est sicut ζ ι, ad ι ν, sic est quod ex ζ ι, ad id quod sub ζ ι, & ι ν. Describatur enim (per 46 primi) ex ζ ι, quadratũ ο ν, cõpleaturq; ζ ν. Quoniã igitur est sicut ζ ι ad ι ν, sic est ζ ο ad ζ ν, & est quidã ζ ο, id quod fit ex ζ ι, at ζ ν id est quod sub ο ι, et ι ν, hoc est quod sub ζ ι, et ι ν, est igitur sicut ζ ι ad ι ν, sic quod ex ζ ι ad id quod sub ζ ι, et ι ν, similiter quoq; et sicut quod sub ν ι, et ι ζ ad id quod ex ι ζ, hoc est sicut ν ο ad ο ζ, sic ι ν ad ι ζ.



Euclid. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 22.

Quod à media ad rationalem comparatum, latitudinem efficit rationalem, & ei ad quam comparatur longitudine incommensurabilem.

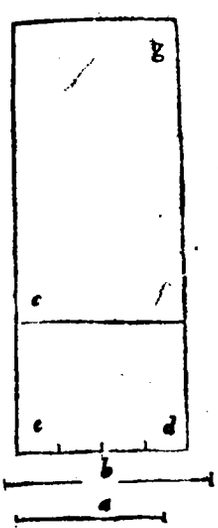
THEON ex Zamb. *Sit (per 21 decimi) media quidem α, rationalis autem γ δ, & ei quidem quod ex α, æqua ad β γ, comparetur (per 45 primi) area rectangula β ο, latitudinem efficiens γ ο. Dico quod ratio nalis est γ ο, et incommensurabilis ipsi γ β longitudine. Quoniam (per 21 decimi) α media est, ream potest comprehensam sub rationalibus potentia tantũ commensurabilibus, posit ipsam ι ζ, potest autem & β ο, æqualis igitur est δ ο, ipsi ν ζ, est autem & ei æquiangula. Æqualium autẽ & æquiangulorum parallelogrammorum (per 14 sexti) reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, proportionaliter igitur est sicut β γ ad ι ν, sic ι ζ ad γ ο, est igitur (per 22 sexti) & sicut id quod ex β γ ad id quod ex ι ν, sic est id quod ex ι ζ ad id quod ex γ ο. Commensurabile autem est (per hypothesin) quod ex β γ, ei quod ex ι ν. Rationalis enim est utraq; ipsarum. Commensurabile igitur est (per 11 decimi) & quod ex γ ζ ei quod ex γ ο. Rationale autem est quod ex ι ζ. rationale igitur et quod ex γ ο, rationalis igitur est γ ο. Et quoniam incommensurabilis est ι ζ, ipsi ι ν longitudine (potẽtia enim tantum sunt commensurabiles) sicut autem ι ζ ad ι ν, sic (per lemma præcedens) quod ex ι ζ ad id quod sub ι ζ, & ι ν, incommensurabile igitur est (per 11 decimi) quod ex ι ζ, ei quod sub ζ ι, & ι ν. Sed ei quidem quod ex ι ζ, commensurabile est ei quod ex γ ο, rationales enim sunt potentia, ei autem quod sub ζ ι, & ι ν, commensurabile est id quod sub ο γ, & γ β, æqualia enim sunt ei quod ex α. Incommensurabile igitur est (per 13 decimi) quod ex γ ο ei quod sub ο γ, & γ β. Sicut autem quod ex γ ο ad id quod sub ο γ, & γ β, sic (per lemma præcedens) est ο γ ad γ β. Incommensurabilis igitur est ο γ, ipsi γ β longitudine. Rationalis igitur est γ ο, et ipsi γ β longitudine commensurabilis: quod erat demonstrandum.*



Euclid. ex Camp. Propositio 22.

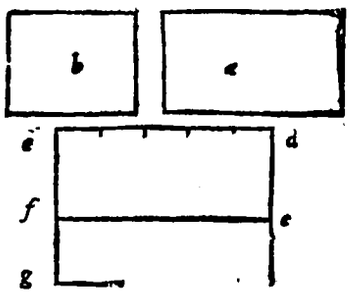
OMnis linea communicans mediali, est medialis.

CAMPANVS. Sit linea a medialis, cui ponatur linea b esse communicans siue in longitudine siue in potentia tantum. Dico quòd etiam linea b est medialis. Sit enim linea c d rationalis in lõgitudine, cui adiũgatur superficies c f æqualis quadrato lineę a: & item superficies e g ęqualis quadrato lineæ b, hoc autem qualiter fiat, in præmissæ demonstratione dictum est. Eritq; per præmissam linea d f rationalis in potentia tantũ, & incommensurabilis lineæ c d. Et quia per primã sexti e g ad c f, sic f g ad d f, communicat autem e g cũ c f eo quòd quadratum b, communicat cum quadrato a per hypothesin, quib. quadratis dictæ superficies positæ sunt æquales, sequitur per primam partem decimæ ut linea f g cõmunicet cũ linea d f, quare f g est rationalis in potentia tantum, sicut est d f, & incommensurabilis in longitudine lineæ e f, cũ linea d f sibi cõmunicans sit incõmensurabilis eidẽ e f, eo quòd suæ æquali. Hoc enim probatum est in 8. quòd si fuerint duę quantitates communicantes, unicuiq; una earum nõ communicat, nec reliqua. itaq; per 19 erit superficies e g medialis, & eius latus tetragonicum, quod est b mediale: quod est propositum.



CAMPANI *additio.* Similiter quoque omnis superficies communicans superficiei mediali, medialis esse conuincitur. Sit enim superficies

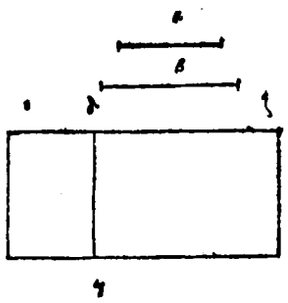
cies a medialis, cui ponatur ſuperficies b eſſe communicans, dico ſuperficiem b eſſe medialem, quod ſic conſtabit. Sit linea c d rationalis in longitudine, adiungaturq; ei ſuperficies c e, quæ ſit æqualis ſuperficiei a, quod hoc modo fiet. Inueniatur linea e f, ad quam ſic ſe habeat unum ex lateribus ſuperficiei a, ſicut linea c d ſe habet ad reliquum: hæc autem linea qualiter reperiatur, in 10 ſexti dictum eſt, eritq; ex 15 eiuſdem ſuperficies d f æqualis a. Itemque eodem modo ad lineam e f adiungatur ſuperficies e g, quæ ſit æqualis b: erit itaque per 20 linea c f potentia tantum rationalis, erit quoque lineæ c d in longitudine incommenſurabilis. Et quia a & b erant communicantes ex hypotheſi, erunt quoq; c e & e g eis æquales communicantes, itaque per primam ſexti & per primam partem decimæ huius, erunt duæ lineæ c f & f g, communicantes in longitudine. Eſt igitur linea f g rationalis in potentia tantum, & lineæ e f incommenſurabilis in longitudine: quare per 19 ſuperficies e g erit medialis, cum linea e f ſit rationalis in longitudine ſicut c d ſibi æqualis. Cum ſit ergo b æqualis e g, erit quoque b medialis, quod eſt propoſitum. Et nota quòd omnes ſuperficies mediales communicantes, componunt ſuperficiem medialem. Vnde tota d g eſt medialis, quia cum duæ lineæ c f & f g ſint rationales in potentia tantum, & non communicantes in longitudine, ſequitur ut tota c g ſit rationalis in potentia tantum, & non communicans c d in longitudine, itaque per 19 d g eſt medialis. Eodemq; modo ſi ſint plures.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propoſitio 23.*

23 ## Quæ mediæ commenſurabilis, media eſt.

THEON ex Zamb. *Sit media α, & ipſi α commenſurabilis eſto β. Dico quòd & β media eſt. Exponatur enim rationalis γ δ, et ei quod ex α ſit æquale ad γ δ comparetur area rectangula γ ε (per 45 primi) latitudinem efficiens ipſam ε δ. Rationalis igitur eſt (per præcedentem) ε δ, incommenſurabilisq; ipſi γ δ longitudine, ei autem quod eſt β æquale ad γ δ comparetur (per 44 primi) area rectangula γ ζ, latitudinem efficiens δ ζ. Quoniam igitur commenſurabilis eſt α ipſi β, commenſurabile eſt quoq; id quod ex α ad id quod eſt β. Sed ei quidẽ quod ex α, æquũ eſt ε γ: ei autem quod ex β, æquũ eſt, γ ζ. Commenſurabile igitur eſt ε γ ipſi γ ζ, eſtq; ſicut ε γ ad γ ζ, ſic eſt ε δ ad δ ζ. Commenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) ε δ ipſi δ ζ longitudine. Rationalis autem eſt ε δ, & ipſi δ γ incommenſurabilis longitudine. Rationalis igitur eſt & δ ζ & ipſi δ γ longitudine incommenſurabilis. Igitur γ δ & δ ζ (per 13 decimi) rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Quod autem ſub rationalibus potentia tantum commenſurabilibus rectis lineis comprehenditur rectangulum, irrationale eſt (per 21 decimi) & illud potens, irrationalis eſt, appellaturq; media, potens igitur id quod ſub γ δ, & δ ζ, media eſt, poteſtq; ꝺ quod ſub γ δ & δ ζ ſit, media igitur eſt ꝺ: quod erat oſtendendum.*



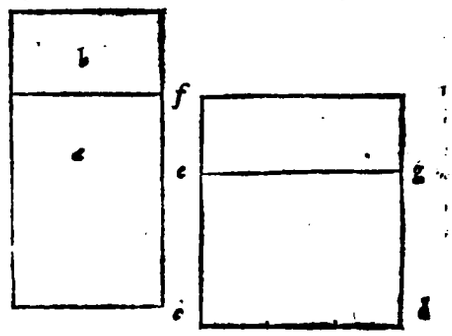
CORREL. *Hinc igitur eſt manifeſtum, quòd mediæ areæ rationali commenſurabilis media eſt, poſſunt enim eas rectæ lineæ quæ potentia ſunt commenſurabiles, quarum altera media, quare & reliqua media eſt. Similiter autem eis quæ de rationalibus & mediis dicta ſunt, ſequitur ut mediæ longitudine commenſurabilis, media apelletur, eiq; commenſurabilis, non tantum longitudine, ſed & potentia, quoniam in uniuerſali longitudine commenſurabiles omnino & potentia. Si uerò mediæ commenſurabiles potentia tantum, dicuntur mediæ potentia tantum commenſurabiles.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 22.*

22 ## Mnis differentia qua abũdat mediale à mediali, irrationalis eſſe probatur. *Zamb. 26*

CAMPANVS. *Sit utraq; duarum ſuperficierum a b & a, medialis: dico quòd ſuperficies b quæ eſt earũ differentia, eſt irrationalis. Sit enim linea c d rationalis in longitudine, cui adiungatur ſuperficies d e æqualis ſuperficiei a, & ſuperficies d f æqualis totali ſuperficiei a b, hoc autem qualiter fiat, in præmiſſa docuimus. Quia ergo d f eſt æqualis a b, & d e æqualis a, erit per cõceptionẽ g f æqualis b. Si itaq; ſuperficies b nõ eſt irrationalis, ſed rationalis, erit & f g ſua æqualis rationalis. At cum linea e g ſit rationalis in longi*

tudine ſicut ſua æqualis c d, erit per 16 linea e f rationalis in longitudine & communicans lineę e g, per 20 autem eſt utraque duarum linearum c e & e f potentialiter tãtum rationalis, & lineæ c d incommenſurabilis in longitudine: itaq; e f linea eſt incommenſurabilis lineæ c e in longitudine. Et quia per primam ſexti quadratum lineæ e f ad ſuperficiem quæ fit ex e f in c e eſt, ſicut e f ad c e, ſequitur per ſecundam partem decimæ, ut quadratum lineę e f ſit incommenſurabile ſuperficiei factæ ex e f in c e, quare & ipſum quadratũ erit incommenſurabile duplo ſuperficiei ex e f in c e: quadratum uerò c e cum ſit rationale, eſt communicans quadrato e f, totum igitur ex ambobus cõpoſitum erit per 9 communicans quadrato e f. Et ideo incommenſurabile duplo ſuperficiei ex e f in c e. Et quia per 4 ſecundi quadratum lineæ c f eſt æquale duobus quadratis duarum linearum c e & e f, & duplo ſuperficiei ex c e in e f, & duplum ſuperficiei c e in e f eſt incommenſurabile, aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f, ſequitur per ea quæ addita ſunt in 5, ut quadratum c f ſit incommenſurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f. At cum aggregatum ex his quadratis ſit rationale, ſequitur quadratum lineæ c f non eſſe rationale, & ideo linea c f non eſt rationalis in potentia, & idcirco non erit ſuperficies d f medialis, neque a b ſibi æqualis, quod eſt inconueniens, cum ſit contrarium poſitis. Relinquitur igitur quòd ſuperficies b, eſt irrationalis: quod eſt propoſitum.

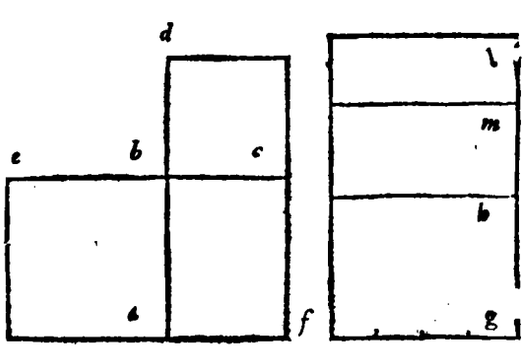


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 23.*



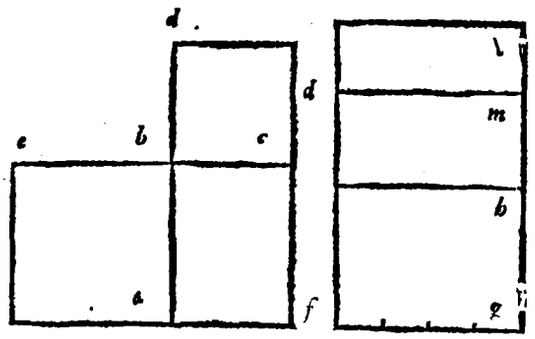
OMnis ſuperficies quam continent duæ lineæ mediales potẽtialiter tantum communicantes, aut rationalis eſt, aut medialis. 23

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c mediales potentia tantum communicantes, dico quòd ſuperficies a c ab eis contenta aut eſt rationalis, aut medialis. Sint enim, c d quadratum lineæ b c, & a e quadratum lineæ a b: erũtq; ex hypotheſi hæc duo quadrata communicantia, & erit per primam ſexti ſuperficies a c medialis medio loco proportionalis inter ipſa quadrata. Sumatur igitur linea f g, quæ ſit rationalis in longitudine, cui adiungatur ſuperficies f h æqualis quadrato a e, & h k æqualis ſuperficiei a c, & k l æqualis quadrato d c, eruntq; hæ tres ſuperficies f h, h k, & k l continuè proportionales, ſicut ſunt æquales a e, a c, & d c, quare per primam ſexti erunt etiam tres lineæ g h, h m, & m l, quæ ſunt baſes earum, continuè proportionales. Et cum ſuperficies f h & k l ſint communicantes ſicut duo quadrata a e & c d eis æqualia, ſequitur per primam ſexti & decimam huius, ut linea g h ſit communicans cum l m, utraq; autem earum eſt rationalis, in potentia per 10 huius: igitur ſuperficies unius earum in alteram eſt rationalis: omnis enim ſuperficies quam continent duæ lineæ rationales in potentia, communicantes in longitudine, neceſſariò eſt rationalis, ut patet ex prima ſexti & prima parte decimę huius, & ex diffinitione ſuperficierum rationalium. Et quia ex prima parte decimæ ſextæ quadratum lineæ l m eſt æquale ſuperficiei ex g h in m l, erit quadratum lineæ h m rationale. Si ergo linea h m eſt rationalis in longitudine ſibi communicans lineæ k m, quæ eſt æqualis lineæ f g, erit, per 15 ſuperficies h k rationalis, ideo'que & ſua æqualis a c. Si autem h m ſit irrationalis in longitudine ſiue incommenſurabilis lineæ k m, quæ eſt æqualis lineæ f g, cum ipſa ſit rationalis ſaltem in potentia, eo quòd ſuum quadratum eſt rationale, erit ex 19 ſuperficies h k medialis, quare & ſua æqualis a c. Conſtat ergo propoſitum.



Zamb. 24 CAMPANI *annotatio.* Et nota quòd ſi duæ lineæ a b & b c eſſent mediales in lõgitudine communicans

municantes, eſſet ſuperficies a c medialis tantum, eſſet enim ſuperficies a c communicans utriq; duorum quadratorum a e & c d per primam ſexti & per præſentem hypotheſin, & per 10 huius, & ideo ſuperficies h k æqualis a c, eſſet communicans utriq; ſuperficiei f h & k l, igitur per primam ſexti & 10 huius linea h m eſſet communicans utrique duarum linearum g h & l m. Et quia hæ ambæ eſſent rationales in potentia tantum, non communicantes in longitudine lineæ f g, eſſet quoque h m rationalis in potentia tantum, non communicans in longitudine lineę f g. quare per 19 eſſet ſuperficies h k medialis tantum, & ideo etiam a c ſibi ęqualis. Si autem duæ lineæ a b & b c eſſent mediales, neq; in longitudine neque in



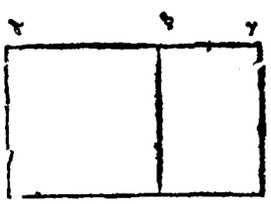
porentia communicantes, ſuperficies a c neque eſſet rationalis neque medialis: ſi enim ſic eſſet, ſcilicet quòd duæ lineæ a b & b c eſſent mediales, neque in longitudine neque in potentia communicantes, eſſent duo quadrata a e & c d incommunicantia, itaque & duæ ſuperficies f h & k l eis æquales quoque eſſent incommunicantes, quare & duæ lineæ g h & m l eſſent incommenſurabiles per primam ſexti, & per ſecundam partem decimi. Et quia utraque earum eſt rationalis tantum in potentia, per 20 eſſet ſuperficies unius earum ad alteram medialis per 19. Cum ergo quadratum lineę h m ſit æquale dictę ſuperficiei, quæ fit ex g h in m l, per primam partem 16 ſexti eſſet per 19 linea h m linea medialis, per 15 ergo non eſſet ſuperficies h k rationalis, nec etiam per 20 medialis, quare nec ſua æqualis a c.

Præcedentes duæ ex Campano propoſitiones, ſcilicet 22. & 23. tribus ex Zamberto ſequentibus, uidelicet 24. 25. & 26. inuerſo ordine reſpondent, 22. nanque ex Campano, 26. ex Zamberto, 26. autem ex Campano, cum additione, 24. & 25. ex Zamberto reſpondent.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 21. *Propoſitio* 24.

24 Sub medijs longitudine commenſurabilibus rectis lineis comprehenſum rectangulum, medium eſt.

THEON ex Zamb. *Sub medijs enim longitudine commenſurabilibus rectis lineis* α β, β γ, *comprehendatur rectangulum* α γ, *dico quòd* α γ *medium eſt. Deſcribatur enim (per* 46 *primi) ex* α β, *quadratum* α δ, *medium igitur eſt* α δ. *Et quoniam commenſurabilis eſt* α β *ipſi* β γ *longitudine, æqualis autem eſt* α β *ipſi* β δ, *commenſurabilis igitur eſt* δ β *ipſi* β γ *longitudine. Quare &* δ α *ipſi* α γ *(per correlarium* 23 *decimi) commenſurabile eſt: medium autem &* δ α, *medium igitur &* α γ: *quod oportebat oſtẽdere.*

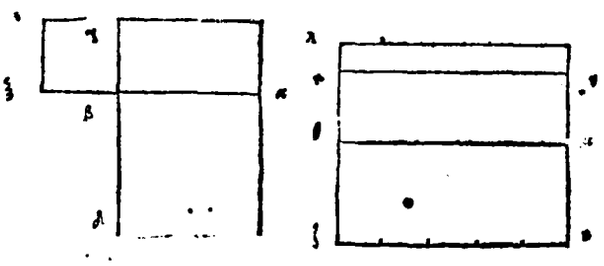


Euclid. ex Zamb. *Theorema* 22. *Propoſitio* 25.

25 Sub medijs potentia tantum commẽſurabilibus rectis lineis comprehenſum rectangulum, aut rationale aut medium eſt.

THEON ex Zamb. *Sub medijs potentia tantum commenſurabilibus rectis lineis* α β, β γ, *comprehendatur rectangulum* α γ. *Dico quòd* α γ, *aut rationale, aut medium eſt. Deſcribantur enim (per* 46 *primi) ex* α β *&* β γ, *quadrata* α δ *&* β ε, *medium eſt igitur utrunq; ipſorum* α δ *&* β ε. *Exponatur q; rationalis* ζ η *ipſiq; ſ* α δ *æquum ad* ζ η *comparetur (per* 43 *primi) rectangulum parallelogrammum* η θ, *ipſam latitudinem efficiens* ζ θ. *Ipſi autem* α γ *ad* θ μ *æquum comparetur (per eandem) rectangulũ parallelogrammum* μ η, *latitudinem efficiens* θ κ. *Et inſuper (per eandem)* β ε *æquum ſimiliter ad* η ν *cõparetur* ν λ, *ipſam latitudinẽ efficiẽs* κ λ. *In rectas lineas igitur ſunt* ζ θ, θ κ, *&* κ λ, *& quoniã utrũq; ipſorũ* α δ *&* β ε *medium eſt, eſtq; æquale* α δ, *ipſi* η θ, *&* β ε *ipſi* ν λ, *mediũ igitur eſt & utrũq; ipſorũ* η θ, ν λ, *et ad rationalẽ* ζ η *com-*

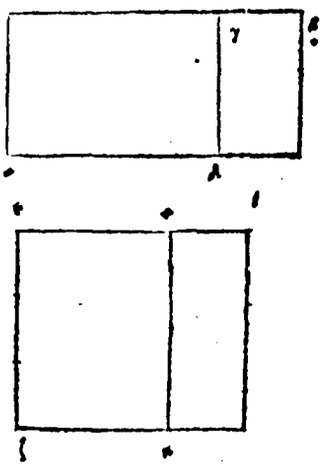
parata ſunt. Rationalis igitur eſt (p 22 decimi) utraq; ipſarũ ſ θ & ν λ, & incõmenſurabilis ipſi ſ γ, lõgitudine. Quoniã igitur commenſurabile eſt α Δ ipſi ζ ε, cõmenſurabile igitur eſt (per 11 decimi) & ν θ ipſi ν λ, eſtq; ſicut ν θ ad λ ν, ſic (per 1 ſexti) eſt ſ θ ad ν λ. Cõmenſurabilis igitur eſt (per eandẽ 11) ſ θ ipſi ν λ longitudine. Ipſæ igitur ſ θ, ν λ, rationales ſunt longitudine commẽſurabiles. Rationale eſt igitur (per 19 decimi) quod ſub ſ θ, ν λ. Et quoniam æqualis eſt quidem Δ β ipſi β α, & ξ β ipſi β γ, eſt igitur ſicut Δ β ad β γ, ſic eſt α β ad β ξ. Sed ſicut quidem Δ β ad β γ, ſic eſt (per 1 ſexti) & per 11 quinti) Δ α ad α γ, ſic ut autem α β ad β ξ, ſic eſt α γ ad γ ξ, eſt igitur ſicut Δ α ad α γ, ſic eſt α γ ad γ ξ, æquum autem eſt α Δ ipſi ν θ, & α γ ipſi μ ν, & γ ξ ipſi ν λ, eſt igitur (per 17 ſexti) ſicut ν θ ad μ ν ad ν λ, eſt igitur ſicut & ſ θ ad ipſum θ ν, ſic eſt θ ν ad ipſam ν λ. Igitur quod ſub ſ θ, ν λ, æquum eſt ei quod fit ſub θ ν. Rationale autem eſt quod ſub ſ θ, ſ λ, rationale igitur eſt & quod ex θ ν. Rationalis eſt igitur (per 19 decimi) ipſa θ ν, & ſiquidem commenſurabilis eſt ipſi θ μ, hoc eſt ipſi ſ ν longitudine, rationale eſt (per 22 decimi) ipſum ν θ. Si autem incõmenſurabilis eſt ipſi ſ ν longitudine, ipſæ θ ν & θ μ rationales (per 22 decimi) potentia ſolum commenſurabiles, medium igitur eſt θ ν. Igitur θ ν aut rationale eſt aut medium, æquum autem eſt θ ν ipſi α γ, igitur α γ uel rationale, uel medium eſt. Sub medijs igitur potentia tantum commenſurabilibus, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 23. Propoſitio 26.

Medium non excedit medium rationali. 26

THEON ex Zãb. Si enim poßibile, medium α β, medium α γ excedat rationali Δ β, ponaturq; rationalis ε ſ, ipſiq; α β æquum ad ε ſ comparetur (per 44 primi) parallelogrammum rectangulum ſ θ, latitudinem efficiens ε θ: ipſi autem α γ æquum auferatur ſ ι, reliquum igitur β Δ (per tertiam communem ſententiam) reliquo ι θ eſt æquale. Rationale autem eſt Δ β, rationale igitur eſt & ν θ. Quoniam igitur medium eſt utrunque ipſorum α β, α γ, eſtq; α β ipſi ſ θ æquale (per correlarium 23 decimi) at α γ ipſi ſ ν, medium igitur eſt utrunq; ipſorum ſ θ, ſ ν, & ad rationalem ε ſ comparata ſunt. Igitur rationalis eſt utraq; ipſarum θ ε & ε ν, & incommenſurabilis ipſi ε ſ longitudine (per 22 decimi.) Et quoniam rationale eſt Δ β, eſtq; ipſi ν θ æquale rationale, igitur eſt & ν θ, ad rationalem q; ε ſ comparatum eſt, rationalis igitur eſt (per 20 decimi) ν θ, & ipſi ε ſ longitudine commenſurabilis. Sed ε ν rationalis eſt, & ipſi ε ſ longitudine incommenſurabilis: incommenſurabilis igitur eſt (per 13 decimi) ε ν ipſi ν θ longitudine, eſtq; ſicut ε ν ad ν θ, ſic quod ex ε ν ad id quod ε ν & ν ν. Incommenſurabile igitur eſt (per 11 decimi & lemma 21 decimi) quod ex ε ν, ei quod ſub ε ν & ν θ. Sed ipſi quidem quod ex ε ε, commenſurabilia ſunt quæ ex ε ν & ν θ, ν θ quadrata, rationalia etenim utraq;, ei autem quod ſub ε ν & ν θ commenſurabile eſt (per 13 decimi) id quod bis ſub ε ν & ν θ, duplum nanq; eſt illius. Incommenſurabilia ſunt (per 16 decimi) quæ ex ε ν & ν θ, ei quod bis ſub ε ν & ν θ, & utraq; igitur ſimul quæ ex ε ν & ν θ, & quod bis ſub ε ν & ν θ, & quod eſt id quod ex ε θ (per 4 ſecundi) incommenſurabile eſt eis quæ ex ε ν & ν θ. Rationalia autem ſunt quæ ex ε ν & ν θ (per diffinitionem.) Irrationale igitur eſt quod ex ε θ, irrationalis igitur eſt ε θ, ſed & rationalis, quod eſt impoßibile: medium igitur, medium non excedit rationali: quod erat oſtendendum.



Sequentes duæ ex Zamberto neutiquam in Campano reſpondentes habent.

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 27.

Medias inuenire potentia tantum commenſurabiles, rationale comprehendentes. 27

THEON ex Zamb. Exponantur binæ rationales potentia tantum commenſurabiles α ζ, ſumanturq; (per 13 ſexti) ipſarũ α, β, media proportionalis γ. Fiatq; (per 12 ſexti) ſicut α ad β, ſic γ ad Δ. Et quoniam ipſæ α, β, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, igitur quod ſub α, β, hoc eſt quod ex γ fit (per 21 decimi) medium eſt, media igitur eſt γ. Et quoniam eſt ſicut α ad ζ, ſic γ ad Δ, ipſæ autem α, β, potentia

tantum

tantum ſunt commenſurabiles, & γ, Δ, igitur (per 11 decimi) potentia tantum ſunt commenſurabiles, eſtq; γ media, media igitur eſt (per 23 decimi) & Δ. Ipſæ igitur γ, Δ (per conſtructionẽ) mediæ ſunt potẽtiæ tantũ cõmenſurabiles. Dico quòd & rationale cõprehendunt. Quoniã enim eſt ſicut α ad β, ſic eſt γ ad Δ, uiciſſim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut α ad γ, ſic eſt β ad Δ. Sed ſicut α ad γ, ſic γ ad β, & ſicut igitur (per 11 quinti) γ ad β, ſic ε ad Δ, igitur quod ſub γ, Δ, æquũ eſt ei quod ex β. Rationale autem eſt quod ex β. Rationale igitur eſt quod ſub γ, Δ. Inuẽtæ igitur ſunt mediæ potentia tantum commenſurabiles, rationale comprehendentes: quod feciſſe oportuit.

α R. 9
γ R.R. 54
β R. 9
Δ R.R. 24

Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 28.

28 Medias comperire potentia tantum commenſurabiles, medium comprehendentes.

THEON ex Zãb. Exponãtur enim tres rationales potẽtia tantũ cõmenſurabiles, α, ε, γ, ſuſcipiaturq; (per 13 ſexti) ipſarũ α, β, media proportionalis Δ. Fiatq; (per 12 ſexti) ſicut β ad γ, ſic Δ ad ι. Quoniã enim α, β, rationales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles, igitur (per 21 decimi) quod ſub α β, hoc eſt id quod ex Δ. medium eſt: media igitur eſt Δ. Et quoniã β, γ, potentia ſolum ſunt cõmenſurabiles, eſtq; ſicut β ad γ, ſic eſt Δ ad ι, ipſa igitur Δ, ι (per 11 decimi) potentia tantum ſunt cõmenſurabiles, media uerò eſt Δ, & igitur ι. Igitur ipſæ Δ, γ, mediæ ſunt potentia tantũ commẽſurabiles. Dico q; & medium comprehendunt. Quoniam enim eſt ſicut ε ad γ, ſic eſt Δ ad ι, uiciſſim igitur (per 16 quinti) ſicut β ad Δ, ſic eſt γ ad ι. Sicut autem β ad Δ, ſic Δ ad α. Et ſicut igitur (per 11 quinti) Δ ad α, ſic γ ad ι. Quod igitur ſub α, γ, (per 16 ſexti) æquum eſt ei quod ſub Δ, ι, medium autem quod ſub α, γ, medium igitur (per correlarium 23 decimi) quod ſub Δ ι. Inuẽtæ igitur ſunt mediæ potentia tantum commenſurabiles, medium comprehendentes: quod feciſſe oportuit.

α R. 19
Δ R. R. 128
β R. 8
γ R. 6
ι R. R. 72

THEON. Lemma.

Cõperire duos q̃dratos numeros, ut ex eis cõpoſitus ſit quadratus.

THEON ex Zamb. Exponantur bini numeri α β & β γ, ſintq; aut pares, aut impares. Et quoniam ſi à pari par auferatur, & ab impari impar, (per 26 noni) reliquus erit par, ſi igitur ab α β pari par β γ, aut ab impari α β, impar ε γ auferatur, reliquus α γ par eſt. Secetur α γ biſariam in Δ, ſint autẽ ipſi α ε, ε γ, aut ſimiles plani, aut quadrati, qui & ipſi ſimiles plani ſunt. Igitur qui ſub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ Δ quadrato, æquus eſt (per 5 ſecundi) ei qui ex β Δ quadrato, eſtq; quadratus qui ſub α β, β γ, quoniam patuit (per primam noni) quòd ſi bini ſimiles plani multiplicantes ſe adinuicem aliquem fecerint, factus quadratus eſt. Inuenti igitur ſunt bini quadrati numeri qui ſub α β, β γ, & qui ex γ Δ, qui compoſiti, β Δ quadratum conficiunt.

α ..... Δ ..... γ .....β

CORREL. Ac manifeſtũ quòd inuenti ſunt rurſus bini quadrati, & qui ex ε Δ, & qui ex γ Δ, ut & eorum exceſſus qui ſub α β, β γ, eſt quadratus, quando ipſi α β, β γ, ſimiles fuerint plani. Quando autẽ non fuerint ſimiles plani, inuenti ſunt bini quadrati & qui ex β Δ & qui ex Δ γ, quorum exceſſus qui ſub α β & β γ non eſt quadratus.

Lemma præcedentis oppoſitum.

Inuenire binos quadratos numeros, ut ex eis cõpoſitus nõ ſit quadratus.

Sint enim α β, ε γ, ſimiles plani ut qui ſub α β, β γ, (per 1 noni) ſit quadratus, ſitq; par γ α, ſecetur q; γ α biſariam in Δ. Manifeſtum iam eſt quòd qui ſub α β, ε γ, quadratus unà cũ eo qui ex γ Δ quadrato, æquus eſt ei qui ex β Δ quadrato. Auferatur autem unitas Δ ι. Igitur qui ſub α β et β γ unà cum eo qui ex γ ι, minor eſt eo qui ex β Δ quadrato. Dico igitur q; qui ſub α β, β γ, quadratus unà cum eo qui ex γ ι, non eſt quadratus. Si enim eſt quadratus, uel eſt æqualis ei qui ex β ι, uel eo minor. * Maior aũt non erit, cũ qui ſub α ε, β γ, quadratus unà cũ eo qui ex γ Δ quadrato, hoc eſt qui ex β Δ, prius ſit maiorũ quadrato qui ex β ι, unitas enim non ſecatur: maior autem eſt eo qui ſub α β, β γ, unà cũ eo qui ex γ ι, γ Δ enim, ipſo γ ι unitate maior. Sit autẽ (ſi poßibile eſt) prius qui ſub α β, β γ, unà cũ eo qui ex γ ι, æqualis ei qui ex β ι, ſitq; ipſius Δ ι unitatis duplus ν α. Quoniam igitur totus α γ totius γ Δ duplus eſt, quorum α ν ipſius Δ ι eſt duplus, & reliquus igitur (per 7 ſeptimi) ν γ reliqui ι γ duplus eſt, biſariam igitur ipſe γ ν, diuiſus eſt in ι. Igitur qui ſub ν β & ε γ, unà cum eo qui ex γ ι, æquus eſt ei qui ex β ι quadrato. Sed q; ſub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ ι, æquus ſupponitur ei qui ex β ι quadrato. Qui ſub ν β, β γ igitur unà cũ eo qui ex γ ι, æquus eſt ei qui ſub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ ι. Cõmuni igitur ſublato eo qui ex γ ι, * duci- ...ωλογιστω, colligitur α β æqualis ipſi ν β, quod eſt impoßibile. Qui ſub α ε, β γ, igitur unà cum eo qui ex γ ι, æquus nõ eſt ei

Græcus ſic habet: Maior autem nõ erit, ne ſcilicet ſecetur unitas, et ne qui ſub α β, ε γ unà cum eo qui γ Δ, qui eſt ipſius Δ ε quadratus, æquus ſit ei qui ſub α β, β γ unà cum eo qui ex γ ι.

qui ex β ε. Dico iam q; neq; minor ei ex β ε. Si enim poſsibile, ſit ei qui ex β ζ æqualis, et ipſius Δ ζ duplus ponatur θ α. * Conducatur q; duplus rurſus θ γ ipſius γ ζ, et quod ipſe θ γ biſariã ſectus eſt in ζ, ac per hoc is qui ſub θ β, β γ, unà cum eo qui ex ζ γ, æquus erit ei qui ex β ζ. Supponitur autem quòd qui ſub α β, β γ unà cum eo qui ex γ ε eſt æqualis ci qui ex β ζ. Conducetur igitur qui ſub α β, β γ unà cum eo qui ex γ ε æqualis ei qui ex θ β & 6 γ, unà cum eo qui ex γ ζ, quod abſurdũ eſt. Igitur qui α .. ν .. θ . Δ . ε . ζ .. γ ..... β ſub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ ε, æquus non eſt minori eo qui ex β ε, patuit autẽ q; neq; ei qui ex 6 ε, neq; eo maiori. Igitur qui ſub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ ε, quadratus nõ eſt. Cum autẽ ſit poſsibile & pluribus modis prædicta oſtendere, ſufficiãt nobis tamen prædicta, ne materia longior exiſtens longius protrahatur.

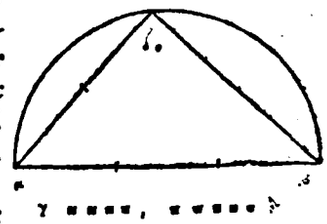
συναχθήσεται colligetur

Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 29.

Camp. 17

Cõperire binas rationales potẽtia tantũ commenſurabiles, ut maior minore maius poſsit, eo quod ex cõmenſurabili ſibi lõgitudine. 29

THEON ex Zamb. Exponatur enim quædã rationalis α β, & bini quadrati numeri γ Δ, Δ ε, ut ipſorum reſiduus γ ε non ſit quadratus (per correlarium 1 lemmatis 28 decimi) & ſuper α β deſcribatur ſemicirculus α ζ β. Fiatq; ſicut (per correlariũ 6 decimi) Δ γ ad γ ε, ſic quòd ex β α quadratũ ad id quod ex α ζ quadratũ, connectaturq; ζ 6. Quoniam igitur eſt ſicut quod ex β α ad id quod eſt α ζ, ſic γ Δ ad γ ε. igitur quod ex β α ad id quod ex α ζ, eam habet rationẽ quã numerus γ Δ ad numerũ γ ε. Cõmenſurabile igitur eſt quod ex β α, ei quod ex α ζ. Rationale autẽ quod ex α β, rationale igitur & id quod ex α ζ. Rationalis igitur eſt & α ζ. Et quoniã Δ γ ad γ ε rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; quod ex α β igitur ad id quod ex α ζ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Igitur α β (per 9 decimi) ipſi α ζ longitudine incõmenſurabilis eſt. Ipſæ igitur α ζ, α β, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Et quoniã eſt ſicut Δ γ ad γ ε, ſic eſt quod ex α β ad id quod ex α ζ, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti, ſicut γ Δ ad Δ ε, ſic quod ex α β ad id quod ex 6 ζ. At γ Δ ad Δ ε eam habet rationẽ quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Quod igitur ex α β ad id quod ex β ζ, eam habet rationem quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Cõmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) α β ad β ζ lõgitudine. Et quod ex α β (per 47 primi) æquũ eſt eis quæ ex α ζ & ζ 6. Igitur α β ipſa α ζ maius poteſt ipſa 6 ζ ſibi commenſurabili. Inuentæ igitur ſunt binæ rationales potentia tantum commenſurabiles 6 α & α ζ, ut 6 maior ipſa α ζ maius poſsit eo quod ex ζ 6 ſibi longitudine commenſurabili: quod facere oportebat.

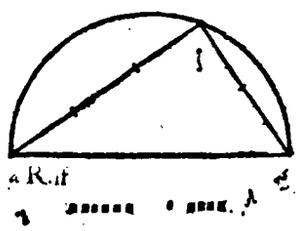


Camp. 28

Euclid. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 30.

Cõperire binas rationales potẽtia tantũ cõmenſurabiles, ut maior minore maius poſsit eo quod fit à ſibi longitudine incõmenſurabili. 30

THEON ex Zãb. Exponatur rationalis α β, biniq; numeri quadrati γ ε & ε Δ, ut ex eis cõpoſitus γ Δ non ſit quadratus (per lemma ſecundum 28 decimi.) Deſcribaturq; ſuper α β, ſemicirculus α ζ 6, fiatq; (per correlariũ 6 decimi) ſicut Δ γ ad γ ε, ſic quod ex α β ad id quod ex α ζ, connectaturq; ζ β. Similiter iam oſtendemus ſicut in præcedenti, quòd ipſæ β α & α ζ rationales ſunt potentia tãtum cõmenſurabiles. Et quoniam eſt ſicut Δ γ ad γ ε, ſic eſt quod ex β α ad id quod ex α ζ, cõuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) ſicut γ Δ ad Δ ε, ſic quod ex α β ad id quod ex ζ β. At γ Δ ad Δ ε rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, nec igitur quod ex α β, ad id quod ex β ζ rationẽ habet quam numerus quadratus ad quadratũ numerũ. Incommẽſurabilis igitur eſt α β ipſi β ζ lõgitudine, poteſtq; α β, quã ipſa α ζ maius eo quod ex β ζ ſibi incõmẽſurabili. Ipſæ igitur α β, β ζ, rationales ſunt potentia tãtũ cõmenſurabiles, & α 6 q̃ ipſa α ζ maius poteſt quod ex ζ β ſibi longitudine incõmenſurabili: quod feciſſe oportuit. Euclid. ex Camp. Prop. 24.



DVas lineas mediales potẽtia tantũ cõmunicãtes, ſuperficiem q; rationalẽ continẽtes, quarũ longior ſit potẽtior breuiore, augmẽto quadrati lineæ cõmunicantis eidẽ longiori in longitudine, inuenire. 24

CAMPANVS. Cum omnes duæ lineę mediales potentia tantũ communicantes, cõtineant ſuperficiẽ rationalẽ aut medialẽ, ut ex præmiſſa patet, docet inuenire eas duas quæ cõtinent ſuperficiẽ rationalẽ & eas quæ medialẽ. Vnde propoſitum eſt inuenire duas lineas mediales potentia tantũ communicantes, quarum longior

poſsit

poſsit amplius breuiori in quadrato alicuius lineæ ſibi communicantis in longitudine, quę con tineant ſuperficiem rationalem. Ad hoc ſecundum doctrinam 17 ſumo duas lineas a & b potentia tantum rationales communicantes, quarum longior quæ ſit a poſsit amplius breuiori quæ ſit b, in quadrato alicuius lineæ ſecũ communicantis in longitudine, & ponam lineam c ſecundum doctrinam 9 ſexti, medio loco proportionalẽ inter a & b, & ponam ut ſit proportio a ad b, ſicut c ad d, quod qualiter fiat, in 10 ſexti dictum eſt. Dico tunc duas lineas c & d, eſſe quas quærimus. Patet enim ex 19, quod ſuperficies quam cõtinent duæ lineæ a & b, eſt medialis. Et quia per primam partem 16 ſexti, quadratum lineæ c eſt dictæ ſuperficiei æquale, erit igitur per 19 linea c medialis. Cum autem ſit a ad b, ſicut c ad d, & b communicet cum a in potentia tantum ex hypotheſi, quia tam a quàm b rationalis eſt in potẽtia, ſequitur per 10 quòd c quoq; communicet cùm d in potentia tantum. Itaq; per 21, cũ c ſit linea medialis, erit etiam d medialis, & per primam partem 12 erit linea c potentior linea d, in quadrato lineæ ſibi communicantis in longitudine. Si ergo duæ lineæ c & d, contineãt ſuperficiẽ rationalem, ipſæ ſunt quales inquirimus. Eas autẽ continere ſuperficiem rationalem, ſic habeto. Cũ ſit a ad b, ſicut c ad d, erit permutatim a ad c, ſicut b ad d, ſed erat a ad c, ſic c ad b, igitur eſt c ad b, ſicut b ad d: itaq; per primam partẽ 16 ſexti, ſuperficies quã continent duæ lineæ c & d, eſt æqualis quadrato b: eſt autem quadratum b, rationale per hypotheſin, cum ipſa ſit rationalis in potẽtia. Superficies ergo quam continent duæ lineæ c & d, eſt rationalis: quare conſtat propoſitum.

a Re.36
c
b 20
d

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 25.*

25 DVas lineas mediales potentia tantũ communicantes, ſuperficiemq; rationalẽ continentes, quarũ longior ſit potentior breuiori, quadrato lineæ eidem longiori in longitudine incommenſurabilis, inuenire.

CAMPANVS. Poſitis duabus lineis a & b rationalibus potentia tantum communicantibus, quarum longior poſsit amplius breuiori in quadrato lineæ ſecum non communicantis in longitudine, quæ quidem reperiuntur ſecundum doctrinam 18, cæterisq; poſitionibus manentib. ſicut in præmiſſa, argumẽtando modo conſimili, patebit duas lineas c & d, eſſe quales quærimus. Et nota quòd duæ lineę quas hęc & præmiſſa docent inuenire, componunt bimediale primum, & minori earum abſciſſa de maiori: quę reliqua eſt dicitur reſiduum mediale primum.

a 36
c
b R. 18
d

Euclid. ex Zamb. *Problema 8.* *Propoſitio 31.*

31 Comperire binas medias potentia tantum commenſurabiles rationale comprehendentes, ut maior minore maius poſsit, eo quod ſit à ſibi longitudine commenſurabili.

THEON *ex Zamb.* *Exponantur (per 29 decimi) binæ rationales potentia tantum commenſurabiles α β, ut α maior exiſtens, ipſa δ minore maius poſsit, eo quod ex ſibi longitudine commenſurabili, & ei quod ſub α δ, comprehenditur æquum eſto id quod ex γ. Medium autem eſt quod ſub α β, medium igitur eſt (per correlarium 23 decimi) quod ſub γ, media igitur eſt γ (per 21 decimi) Ei uerò quod ex β, æquum eſto quod ſub γ Δ. Rationale autem eſt quod ex β, rationale igitur & quod ſub γ Δ. Et quoniam (per 1 ſexti) eſt ſicut α ad Δ, ſic eſt quod ſub α β, ad id quod ex δ, ſed ei quidem quod ſub α δ, æquum eſt id quod ex γ, ei autem quod ex δ æquum eſt quod ſub γ Δ, ſicut igitur α ad β, ſic quod ex γ ad id quod ſub γ Δ. Sicut autem quod ex γ ad id quod ſub γ Δ, ſic eſt γ ad Δ: & ſicut igitur α ad β, ſic γ ad Δ. Commenſurabilis autem eſt (per hypotheſin) α ipſi δ potentia tantum: commenſurabilis igitur (per 11 decimi) & γ ipſi Δ potentia tantum. At γ, media eſt, media igitur eſt (per 23 decimi) & Δ. Et quoniam eſt ſicut α ad β & γ ad Δ, at α ipſa β maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili, & γ igitur ipſa Δ maius poteſt, eo quod ex ſibi commenſurabili. Inuentæ ſunt igitur binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles γ Δ, rationale comprehendentes, & γ ipſa Δ maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine commenſurabili. Similiter uerò oſtendetur & id quod ex incommenſurabili, quando β maius potuerit eo quod ſit ex ſibi incommenſurabili: quod facere oportuit.* Camp. 25.

a 64
γ
β Re. 28
Δ

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 26.*

DVas lineas mediales potentia tantũ communicantes ſuperficiemq; medialẽ continentes, quarũ longior breuiore tanto amplius poſsit, quantum eſt quadratũ alicuius lineę incõmenſurabilis ipſi lõgiori in lõgitudine, inuenire. 26

CAMPANVS. Cùm docuerit inuenire duas lineas mediales potẽtia tantum communicantes, ſuperficiemq; rationalem continẽtes, quarum longior plus poſsit breuiori in quadrato lineæ ſecum communicantis in longitudine, & ſecum incommenſurabilis in longitudine: nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes, ſuperficiemq; medialem continẽtes, quarum longior ſit potẽtior breuiori in quadrato lineæ non ſecum commenſurabilis, ſed ſolum ſibi incommenſurabilis in longitudine, illud enim facilè habetur ex iſto. Sint itaq; tres lineæ ſumptæ ſecundum doctrinam 18 a b c, potentia tantum rationalis, & in ea ſolũ communicantes, ſitq; a potentior b & c, quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine, & ponatur d medio loco proportionalis inter a & b ut docet 9 ſexti, & ſit d ad e, ſicut a ad c, dico duas lineas d & e eſſe quales inquirimus. Cùm ſit enim quadratum lineæ d ęquale ſuperficiei quę continetur ſub a & b per primam partem 16 ſexti, ſitq; ſuperficies contenta ſub a & b medialis ex 19 cum a & b ſint potentia tantùm rationales communicantes, erit ex eadem linea d medialis. At quia a ad c, ſicut d ad e, communicat autem a cum c in potentia tantum ex hypotheſi, ſequitur ex 10 ut e quoq; communicet cum d in potentia tantum. Itaq; per 21 erit e linea medialis. Et etiam quia a eſt potentior c, quadrato lineæ ſibi incommẽſurabilis in longitudine, erit quoq; per 12 d potentior e quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine. Si igitur duę lineę d & e contineant ſuperficiem medialem, conſtat eas eſſe quales inquirimus. Eas autem continere ſuperficiẽ medialem, ſic habetur. Cũ ſit ex hypotheſi a ad c, ſicut d ad e, erit permutatim a ad d, ſicut c ad e. Sed a ad d eſt ſicut d ad b per hypotheſin, itaq; d ad b, ſicut c ad e, igitur per primam partem 12 ſexti ſuperficies quam continent d & e, eſt ęqualis ei quam continent c & b. Sed b & c continent ſuperficiem medialem per 19, cum ipſæ ſint rationales in potentia tantum communicantes ex hypotheſi, itaq; d & e continent ſuperficiem medialem: quod eſt propoſitũ.

a 256.
d R.R.864
b Re.24
c Re.12
e R.R.96

CAMPANVS. Si autem cura eſſet inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes, ſuperficiemque medialem continentes, quarum longior eſſet potentior breuiori quadrato lineæ ſecum communicantis in longitudine, ſumeremus tres lineas ſecundum doctrinã 17 a b c, potentia tantum rationale, & in ea ſolum cõmunicantes, & poneremus lineam a eſſe potentiorem linea c, quadrato alicuius lineę ſibi communicantis in longitudine, cætera uerò manerent ut prius, & argumentatione conſimili concluderemus, duas lineas d & e eſſe quales proponitur inquirere. Et nota quòd duę lineę quas hæc 26 docet inuenire, componunt bimediale ſecundum, & minori earũ abſciſſa de maiori, quæ reliqua eſt: dicitur reſiduũ mediale ſecundũ.

a Re.54
d R.R.1944
b Re.36
e R.R.499
c Re.15

Euclid. ex Zamb. *Problema 9.* *Propoſitio 32.*

Inuenire duas medias potentia tantum commenſurabiles mediũ comprehendentes, ut maior minore maius poſsit, eo quod fit ex ſibi commenſurabili. 32

THEON ex Zamb. [*Exponantur tres rationales potentia tantum commenſurabiles α β γ, ut α (per 29 decimi) ipſa γ maius poſsit eo quod ex ſibi commenſurabili, & ei quidem quod ſub α δ, æquum ſit (per 15 & 17 ſexti) quod ex Δ, medium aũt eſt quod ſub α β, medium igitur (per eandem) quod ex Δ, & Δ igitur media eſt. Ei autem quod ſub δ γ, æquum eſto quod ſub Δ ε. Et quoniã (per 1 ſexti et lẽma 21 decimi) ſicut quod ſub α β ad id quod ſub β γ, ſic*

α Re.64
Δ R.R.3072
β Re.48
ε R.R.R.1456
γ R.28

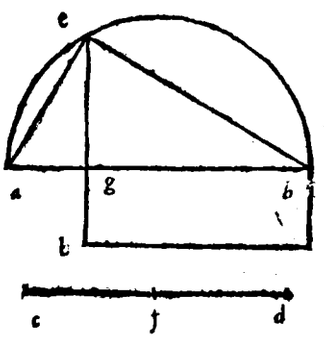
ß γ, sic est α ad γ, sed ei quidem quod sub α ζ, æquum est id quod ex Δ, ei autem quod sub ß γ, æquum est id quod sub Δ ι, est igitur (per 9 quinti) sicut α ad γ, sic quod ex Δ ad id quod sub Δ ε. Sicut autē quod ex Δ ad id quod sub Δ ι, sic est Δ ad ι, & sicut igitur (per 11 quinti) α ad γ, sic Δ ad ε. Commensurabilis autem est α, ipsi γ potentia tantum, commensurabilis igitur est (per 11 decimi) & Δ ipsi ι potentia tantum. Media autem est Δ, media igitur (per 22 decimi) est & ε. Et quoniam est sicut α ad γ, sic est Δ ad ι, & α quàm γ, maius potest eo quod ex sibi commensurabili, & Δ igitur quàm ι maius poterit eo quod ex sibi cōmensurabili (per 14 decimi) Dico insuper quòd comprehensum sub Δ ι, medium est. Quoniā enim æquum est quod sub ß γ, ei quod sub Δ ι, medium autem quod sub ß γ, medium igitur (per correlarium 22) & quod sub Δ ι. Inuētæ sunt igitur duæ mediæ potentia tantum commensurabiles Δ ι, medium comprehendentes, ut maior minore maius posit, eo quod fit ex sibi commensurabili. Similiter iam rursus ostendetur & id quod ex incōmensurabili, quando α ipsa γ maius poterit, eo quod fit ex sibi incommensurabili: quod facere oportuit.

α Re.64
Δ Re.Re.3072
ß Re.48
ι Re.Re.Re.1456
γ Re.18

Euclid. ex Camp. Propositio 27.

27 DVas lineas potentialiter incommēsurabiles superficiemque medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint rationale, inuenire.

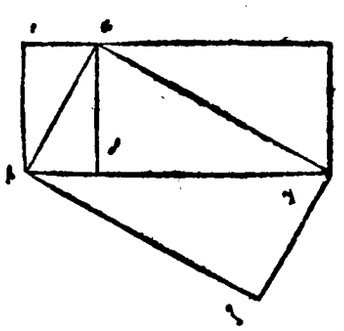
CAMPANVS. Propositum est inuenire duas lineas incommēsurabiles tam in potentia quàm in longitudine, quæ contineant superficiem medialem, & quadrata ambarum pariter accepta faciant superficiem rationalē. Ad hæc autem sumo per 18 duas lineas a b & c d potentia tantùm rationales cōmunicantes, quarum longior quæ sit a b, sit potentior c d, quadrato alicuius lineæ secum incōmensurabilis in longitudine. Et super lineam a b describo semicirculum a e b. Et diuido lineam c d per æqualia ad punctum f. Et diuido lineam a b ad pūctum g, ita quòd linea e f cadat in medio loco proportionalis inter a g & g b: qualiter hoc fiat, in 13 dictū est. Et pono quòd superficies b h fiat ex a g in g b, eritq; ex prima parte 16 sexti quadratum c f, æquale superficiei b h. Et quia quadratum c f, est æquale quartæ parti quadrati c d ex quarta secūdi, & quia superficiei b h deest ad complēdam lineā a b, superficies quadrata cum a g sit æqualis g h, & quia linea a b potentior est linea c d, quadrato lineę sibi incommensurabilis in longitudine ex hypothesi, erit ex secunda parte 14 linea a g incommensurabilis lineæ g b. Educo igitur à puncto g perpendicularem super lineam a b usq; ad circunferentiam semicirculi, quę sit g e, & protraho lineas a e & e b. Quas dico esse quales quærimus, erit enim e g æqualis c f, eo quòd utraq; cadit medio loco proportionalis inter a g & g b, primam quidem per primam partem correlarij 8 sexti, secunda uerò per hypothesin, propter quod quadratum utriusq; earum per primam partem 16 sexti est æquale superficiei a g in g b, quæ est b h, ipsæ igitur sunt æquales. At quia per quartam sexti proportio a e ad e b est sicut a g ad g e: sunt autem a g & g e, & g b continuè proportionales, erit a e ad e b duplicata, sicut a g ad g b. quare per 18 sexti, erit quadratum lineę a e ad quadratum lineæ e b, sicut a g ad g b. Cùm sit igitur a g incommunicans g b, erit per secundam partem 10 quadratum a e incommunicans quadrato e b, quare duæ lineæ a e & e b sunt incommensurabiles in potentia. Et quia per penultimam primi quadratum a b est æquale quadratis duarum linearum a e & e b pariter acceptis, quadratum autem a b est rationale, cum a b sit rationalis in potentia per hypothesin, erunt quoq; quadrata duarū linearū a e & e b pariter accepta, rationale. Si uerò hæ duæ lineæ cōtinent superficiē medialem, habitū est propositū. Erat aūt c d rationalis in potentia & in ea tantū cōmunicans lineæ a b, quare & c f, & ideo etiā g e sibi æqualis erit potētia rationalis, & tantum in eadē communicans cū a b, itaq; per 19 superficies a b in g e est medialis. Quia igitur per 4 sexti & per primam partem 15 eiusdem superficies a e in e b, est superficiei a b in g e æqualis, constat duas lineas a e & e b, esse quales uolumus. Et nota quòd duæ lineę quas docet hæc 27 inuenire, componunt lineā maiorem & minori earum abscissa de maiori: quæ reliqua est, dicitur linea minor.



THEON.

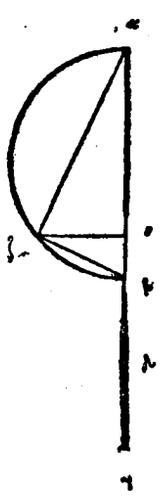
THEON. Lemma.

THEON ex Zamb. Esto triangulum rectangulum α β γ, rectum habẽs qui sub β α γ, excitetur q; (per 11 primi) perpẽdicularis α Δ. Dico q; sub γ β & β Δ, æquũ est ei quod ex β α: quod uerò sub β γ, γ Δ, ei q; sub γ α: quod autem sub α β & Δ γ, æquũ est ei quod ex α Δ: & insuper id quod sub δ γ, α Δ, æquũ est ei quod sub δ α & α γ. In primis q; q; id quod sub γ β & δ Δ, æquũ est ei quod ex α δ. Quoniã enim in rectangulo triãgulo δ α γ, ab angulo recto in basin, perdẽdicularis ducta est α Δ, igitur (per 8 sexti) triangulũ α δ Δ, & α Δ γ, similia sunt toti α β γ, & sibi inuicem. Et quoniã triangulũ α β γ, simile est triangulo α Δ β, est igitur sicut γ δ ad δ α, sic est α β ad δ Δ. Igitur quod sub γ Δ & β Δ, æquum est ei quod ex α β. Id propterea iã quod sub β γ & γ Δ, æquũ est ei quod ex α γ. Et quoniam si in rectangulo triangulo ab angulo recto in basin perpẽdicularis excitetur, excitata basis segmentorũ media proportionalis est (per correl. 8 sexti) est igitur sicut β Δ ad Δ α, sic est α Δ ad Δ γ. Igitur (per 17 sexti) quod sub β Δ, Δ γ, æquũ est ei quod ex Δ α. Dico autem q; & id quod sub β γ & α Δ, æquũ est ei quod sub δ α & α γ. Quoniã enim ut diximus α δ γ, simile est ipsi α γ Δ, est igitur sicut β γ ad α γ, sic β α ad α Δ. Si fuerint aũt quatuor rectæ lineæ proportionales, quod sub extremis (per 16 sexti) æquum est ei quod sub medijs, quod igitur sub β γ, α Δ, æquum est ei quod sub β α, α γ. Vel etiã quando describimus ε γ rectangulum parallelogrammũ, complebimusq; α ζ, æquũ erit (per 41 primi) ε γ ipsi α ζ, utrunq; enim eorũ, ipsius α β γ trianguli duplũ est, estq; quod ex β α, α γ, id quod sub β γ, α Δ, ipsiũ aũt α ζ est id quod sub β α & α γ. Quod igitur sub β γ, α Δ, æquũ est ei quod sub β α & α γ. Euclid. ex Zamb. Problema 10. Propositio 33.



Inuenire binas rectas lineas potentia incommensurabiles, confi- 33
cientes conflatum ex quadratis quæ ab ipsis rationale, quod uerò sub ipsis medium.

THEON ex Zamb. Exponantur (per 30 decimi) binæ rationales potentia tantum commensurabiles α β, δ γ, ut maior α β, minore β γ maius posßit, eo quòd ex sibi incommensurabili. Secteturq; (per 10 primi) β γ bifariam in Δ, & ei quod ex altera ipsarũ β Δ, Δ γ (per 16 sexti) æquum ad ipsam α β comparetur parallelogrammum deficiẽs forma α quadrata, sitq; quod sub α ε, ε β. Describaturq; super α β semicirculus α ζ β, excitetur q; (per 11 primi) ipsi α β ad angulos rectos ε ζ, cõnectanturq; α ζ & ζ δ. Et quoniam binæ rectæ lineæ sunt inæquales α δ, β γ, & α δ ipsa β γ maius potest, eo quòd α sibi incõmensurabili, quartæ autem parti illius quod ab ipsa δ γ, minore, hoc est ab eius dimidio, æquum ad ipsam α δ parallelogrãmum comparatum est deficiens forma quadrata, efficitq; id quod sub α ε, ε δ: incommensurabilis igitur est (per secundam partem 18 decimi) α ε ipsi ε δ. Estq; sicut α ε ad ε β, sic quod sub α β & β ε. Ei autem quod sub β α, & α ε, æquũ est id quod ex α ζ. Quod aũt sub α β, & δ ε (per lemma præcedentis) ei quod ex δ ζ est æquale. Incommensurabile igitur est quod ex α ζ, ei quod ex β ζ. Ipse igitur α ζ, ζ β, potentia sunt incõmensurabiles. Et quoniã α β rationalis est, rationale igitur est (per 7 diffinitionẽ decimi) quod ex α ζ, quare & compositũ ex eis quæ ex α ζ, ζ β, rationale est. Et quoniã rursus quod sub α ε, ε β, æquũ est (per lemma præcedentis) ei quod ex ε ζ, supponitur aũt id quod sub α ε, ε β, ipsi quod ex β Δ æquale, æqualis igitur est ζ ε, ipsi β Δ. Dupla igitur est β γ, ipsius ζ ε. Quare & quod sub α β, β γ, duplum est eius quod sub α δ, ε ζ, mediũ autẽ est quod sub α β, β γ, mediũ igitur & id quod sub α δ, ε ζ, æquũ autem est quod sub α β, ε ζ, ei quod sub α ζ, ζ β, medium igitur & quod sub α ζ, ζ β, patuit uerò quod et rationale cõpositũ ex eis quæ ab ipsis quadrata. Inuentæ igitur sunt binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles α ζ, ζ β, efficiẽtes compositum ex eis quæ ab ipsis sunt quadratis rationale, & quod sub ipsis mediũ: quod erat agendum.

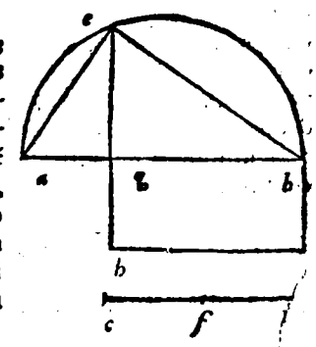


Euclid. ex Camp. Propositio 28.

DVas lineas potentialiter incõmensurabiles superficiemq; 28
rationalem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale, inuenire.

CAMPANVS.

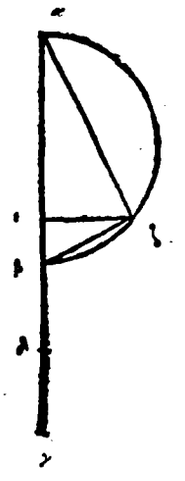
CAMPANVS. Sit hic prorſus eadē diſpoſitio quę prius in præmiſſa. Sint autem duæ lineæ a b & c d, quales proponit 25, eruntq; ſimili argumentatione præmiſſæ duæ lineę a e & e b, quales hęc 28 proponit. Cùm ſit enim a b linea medialis, erit eius quadratū mediale per 19, & ideo quadrata duarum linearum a e & e b, ſunt mediale per penultimam primi. Et quia a b in c d continet ſuperficiē rationalem, ſequitur etiam ut a b in c f, & ideo in g e ſibi ęqualem, contineat ſuperficiem rationalem, itaque & a e in e b. Patet ergo quod quæritur. Vnde duæ lineę quas hæc 28 docet inuenire, componunt lineam potentem in rationale & mediale, & minori earū abſciſſa de maiori, quę reliqua eſt, dicitur linea quę iuncta cum rationali componit totum mediale.



Euclid. ex Zamb. Problema 11. Propoſitio 34.

34 Binas rectas lineas potentia incommenſurabiles efficientes, compoſitum ex ijs quæ ab ipſis ſunt quadrata medium, quod uerò ſub ipſis rationale, comperire.

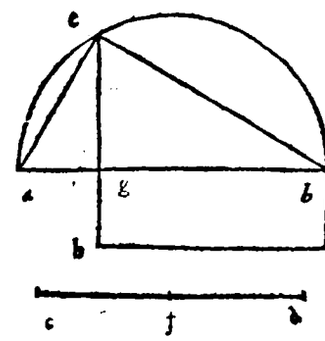
THEON ex Zamb. *Exponantur binæ mediæ potentia tantùm commenſurabiles α β, β γ, rationale comprehendentes quod ſub ipſis, ut α β, ipſa β γ, maius poßit eo quòd α ſibi incommenſurabili. Deſcribaturq́; ſuper ipſa α β, ſemicirculus α Δ β, ſecetur q́; (per 10 primi) β γ, bifariam in ε, compareturq́; (per 28 ſexti) ad ipſam α ζ, ei quod ex β ι æquum parallelogrammum forma deficiens α quadrata, ſitq́; quod ſub α ſ, ſ β. Incommenſurabilis igitur α ſ, ipſi ſ β longitudine. Excitenturq́; (per 11 primi) ab ſ, ipſi α β ad angulos rectos ſ Δ, connectanturq́; ipſæ α Δ & Δ β. Quoniam igitur incōmenſurabilis eſt α ſ ipſi ſ β, incommenſurabile eſt igitur & quod ſub β α, et α ſ, ei quod ſub α β, & β ſ. Aequale autem eſt id quod ſub β α et α ſ, ei quod ex α Δ, quod autem ſub α ζ, β ſ, ei quod ex Δ β, incommenſurabile igitur eſt & id quod ex α Δ ei quod ex Δ β. Et quoniam medium eſt quod fit ex α β, mediū igitur eſt & compoſitum ex eis quæ ex α Δ, Δ ζ. Et quoniam dupla eſt β γ ipſius Δ ſ, duplum igitur eſt quod ſub α β, β γ, eius quod ſub α β, ſ Δ. Rationale autem eſt quod ſub α ζ, β γ, ſupponitur enim: rationale igitur & quod ſub α β, ſ Δ. Ei autem quod ſub α ζ, ſ Δ, æquum eſt (per lemma 32 decimi) quod ſub α Δ, Δ β. Quare & quod ſub α Δ, Δ ζ, rationale eſt. Inuentæ ſunt igitur binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles α Δ, Δ β, efficientes compoſitum ex eis quæ ab ipſis ſunt quadratis medium: quod uerò ſub ipſis rationale, quod facere oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 29.

29 DVas lineas potentialiter incommēſurabiles ſuperficiemque medialem continentes, quarum quadrata ambo pariter accepta ſint mediale, duplo ſuperficiei unius in alteram incommenſurabile, inuenire. Zamb. 25.

CAMPANVS. Huius quoq; diſpoſitio, à duarum pręmiſſarum diſpoſitione nō ſit in quoquam diuerſa. Sint autē lineæ duæ a b & c d, quales 26 proponit, erūtq; præmiſſa argumentatione duæ lineæ a e & e b, quas inquirimus. Cùm enim a b ſit linea medialis, erunt quadrata duarū linearū a e & e b pariter accepta mediale: at cū a b & c d contineant ſuperficiem medialem, ſequitur ut a b in e f, & ideo in e g ſibi æqualem cō tineat quoq; ſuperficiem medialem. omnis enim ſuperficies mediali communicās, medialis eſſe conuincitur, quēadmodū in 21 monſtratum eſt: ſuperficies igitur a e in e b medialis eſt cū ipſa ſit æqualis ſuperficiei a b in g e. Quia uerò linea a b eſt incōmenſurabilis lineę c d, erit etiā incōmēſurabilis lineæ c f, quare

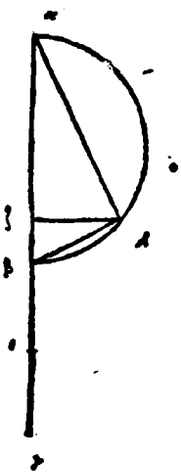


quare & lineæ e g. Quare per primam partem ſexti & ſecundam partem decimæ huius, ſuperficies a b in e g quę eſt æqualis ſuperficiei a e in e b: erit incommenſurabilis quadrato lineæ a b, itaque & quadratis duarum linearum a e & e b pariter acceptis. Quod cùm ita ſit, ſequitur quoque ut duplum ſuperficiei a e in e b ſit incommenſurabile quadratis prædictis duarum linearum a e & e b pariter acceptis. Et hoc erat demonſtrandum. Duæ lineæ quas hæc 29 docet inuenire, componunt lineam potentem in duo medialia, & minori earum abſciſſa de maiori, quæ reliqua eſt, dicitur linea quæ iuncta cum mediali facit totum mediale.

Euclid. ex Zamb. *Problema 12.* *Propoſitio 35.*

Comperire binas rectas lineas potentia incommenſurabiles, efficientes compoſitum ex earum quadratis medium, & quod ſub ipſis mediũ, & inſuper incõmenſurabile compoſito ex earũ quadratis. 35

THEON ex Zamb. *Exponantur (per 28 decimi) binæ mediæ potentia tantum incommenſurabiles α β, β γ, medium comprehendentes, ut α β ipſa 6 γ, maius poſſit eo quod ex ſibi incommenſurabili. Deſcribatur q; ſuper α β, ſemicirculus α Δ β, & reliqua fiant quemadmodum in ſuperioribus. Et quoniam (per ſecundam partem 18) in commenſurabilis eſt α ſ ipſi ſ 6 longitudine, incommenſurabilis eſt (per 11 decimi) & α Δ ipſi Δ 6 potentia. Et quoniam quod ex α β medium eſt, medium igitur eſt & cõpoſitum ex ijs quæ ex α Δ, Δ β. Et quoniã quod ſub α ſ, ſ β, æquũ eſt ei quod ex utraque ipſarũ β ε, Δ ſ, æqualis igitur eſt β ε ipſi Δ ſ. Dupla igitur eſt 6 γ ipſius ſ Δ, quare & quod ſub α β, β γ, duplum eſt eius quod ſub α β, ſ Δ. Medium autem quod ſub α β, β γ, medium igitur et quod ſub α β, ſ Δ, æquumq; eſt ei quod ſub α Δ, Δ β, medium igitur eſt (per correlarium 23 decimi & per lemma primum decimi) quod ſub α Δ, Δ β. Et quoniam incommenſurabilis eſt α β, ipſi β γ longitudine, commenſurabilis autem eſt β γ ipſi β ε, incõmenſurabilis igitur eſt (per 23 decimi) et α β ipſi β ε lõgitudine. Quare & quod ex α β, ei quod ſub α β, β ε, incommenſurabile eſt. Sed ei quidem quod ex α β æqualia ſunt quæ ex α Δ, Δ β (per 47 primi) ei autem quod ſub α β, β ε, æquum eſt id quod ſub α β, ſ Δ, hoc eſt quod ſub α Δ, Δ 6, incommenſurabile igitur eſt compoſitum ex ijs quæ ex α Δ, Δ β, ei quod ſub α Δ, Δ β. Inuentæ igitur ſunt binæ rectæ lineæ α Δ, Δ β, potentia incommenſurabiles, efficientes compoſitum ex earum quadratis medium, & quod ſub ipſis medium, & inſuper compoſito ex earum quadratis incommenſurabile: quod fieri oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 30.*

Si duæ lineæ potentialiter tantùm rationales communicantes, in longum directumq; coniungantur, tota linea ex his compoſita erit irrationalis, diceturq; binomium. 30

CAMPANVS. Sint duę lineæ a b & b c in continuũ directumq; coniunctę rationales in potentia tãtum communicantes, quas per 17 & 18 reperies, dico totam lineam a c ex eis compoſitã eſſe irrationalem, & ipſa uocatur binomium. Eſt enim per quartam ſecundi quadratum a c æquale quadratis duarum linearum a b & b c, & duplo ſuperficiei unius earum in alteram, quadrata autem ambarum faciunt ſuperficiem rationalem ex hypotheſi, duplum uerò ſuperficiei unius earum in alteram facit ſuperficiem medialem ex decimanona, itaq; quadrata ambarum pariter acceptarũ faciunt ſuperficiẽ incommenſurabilem duplo ſuperficiei unius earũ in alterã: erit igitur ex 9 quadratum a c incommenſurabile duobus quadratis duarum linearũ a b & b c pariter acceptis quare irrationale per diffinitionem, cùm duo illa quadrata faciant ſuperficiem rationalem, ideoq; ſuum latus tetragonicũ quod eſt a c, irrationale quoq; per diffinitionem: cõſtat ergo propoſitũ.

a Re. 12. b Re. 4. c

a c Re. Re. 256.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propoſitio 36.*

Si binæ rationales potẽtia tantùm commenſurabiles compoſitæ fuerint, tota irrationalis eſt, uocetur q; ex binis nominibus. 36

THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ rationales potentia tantùm commenſurabiles α β, 6 γ. Dico quòd α γ, irrationalis eſt. Quoniam enim incommẽſurabilis eſt α β ipſi β γ longitudine, potẽtia enim*

tantum

tantum ſunt commẽſurabiles, ſicut autem α β ad β γ (per lemma 21 decimi) quod ſub α β, β γ, ad id quod ex β γ. Incõmenſurabile (per 11 decimi) igitur eſt quod ſub α β, β γ, ei quod ex β γ, ſcd ei quod ſub α β, β γ, commenſurabile quidẽ eſt quod bis ſub α β, β γ. Ei autẽ quod ex β γ, cmenſõurabilia ſunt quæ ex α δ, β γ. Quare & quod bis ſub α β, β γ, cis quæ ex α β, β γ, incommenſurabile eſt. Componendoq; (per 4 ſecundi) quod bis ſub α β, β γ, unà cum eis quæ ex α β, β γ, hoc eſt quod ex α γ, incommenſurabile eſt compoſito ex ijs quæ ex α β, β γ, rationale autem eſt compoſitum ex ijs quæ ex α δ, β γ: irrationale igitur eſt (per diffinitionem decimi) quod ex α γ. Quare & α γ irrationalis eſt, uocatur autem ex binis nominibus. Vocauit ſanè ipſam ex binis nominibus, eo quia ipſa ex binis rationalibus conſtat, proprium nomen appellans, rationale quatenus rationale: quod feciſſe oportuit.

α 20 β 6 γ

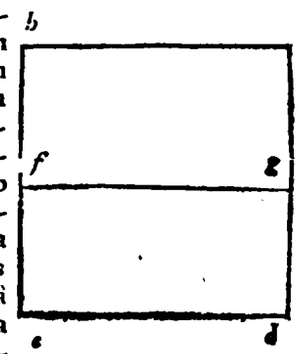
β γ Re. Re. 640

Euclid. ex Camp. Propoſitio 31.

31 SI duę lineę medialis potẽtia tantũ cõmunicãtes, ſupficiẽq; rationalẽ continẽtes, directè coniungant, tota linea ex his compoſita erit irrationalis, dicetur'q; bimediale primum.

CAMPANVS. *Sint duę lineæ a b & b c, in continum directum'q; coniunctæ quales proponuntur, quas per 24 & 25 reperies, dico totam lineam a c eſſe irrationalem, & ipſa uocatur bimediale primum. Eſt enim duplũ ſuperficiei a b in b c rationale per hypotheſin, duoq; quadrata duarum linearum a b & b c pariter accepta faciunt mediale, cum utrunq; quadratum ſit mediale per hypotheſin, & unum eorum communicans alij, duplum igitur ſuperficiei unius earũ in alteram eſt incommunicans duobus quadratis pariter acceptis, totum ergo aggregatũ ex duplo ſuperficiei & duobus quadratis (& ipſum eſt quadratum totius a c per 4 ſecundi) eſt incommenſurabile duplo ſuperficiei unius earum in alteram per 9 huius. Cum itaque duplum ſuperficiei ſit rationale, erit quadratum a c irrationale, ideoq; & linea a c. quod eſt propoſitum.*

a Re. Re. 54 Re. Re. 24 c



IDEM *aliter. Sit linea d e, rationalis in longitudine, cui adiungatur ſuperficies d f, æqualis duobus quadratis duarum linearum a b & b c, eritq; ſuperficies hæc d f medialis, cum utrũq; quadratum ſit mediale per hypotheſin, & unum eorum communicans alij, quare per 20 linea d g eſt rationalis in potentia tantum, non communicãs in longitudine lineę d e. Rurſus ad lineam f g, quæ eſt æqualis d e, adiungatur ſuperficies f h æqualis duplo ſuperficiei a b in b c, eritq; f h rationalis per hypotheſin, quare per 16 linea g h erit rationalis in lõgitudine: duę itaq; lineę d g & g h ſunt potentialiter rationales, & in ea tantum communicantes, ergo per 30 tota ex eis compoſita quæ eſt d h, eſt binomium & irrationalis, quare per 16 à deſtructione conſequentis ſuperficies e h eſt irrationalis. At quia per 4 ſecundi latus eius tetragonicum eſt linea a c, ipſa erit irrationalis per diffinitionem: quod oportuit demonſtrare.*

Euclid. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 37.

37 Si binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles compoſitæ fuerint rationale comprehendentes, tota irrationalis eſt, uocatur autem ex binis prima mediꝰs.

THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles α β, β γ, rationale comprehendentes. Dico quòd α γ irrationalis eſt. Quoniam enim incommenſurabilis eſt α β, ipſi δ γ, longitudine, & quæ ex α β, δ γ, igitur ſunt incõmenſurabilia, ut quod bis ſub α β, β γ. Componendo igitur quæ ex α β, β γ, unà cum eo quod bis ſub α β, β γ, hoc eſt illud quod ex α γ, incommenſurabile eſt ei quod ſub α β, δ γ. Supponuntur autem ipſæ α β, β γ, rationale comprehendentes: irrationale igitur eſt id quod ex α γ, irrationalis igitur eſt α γ, uocatur ſanè ex binis mediꝰs prima, * uocauit autem eam ex binis mediꝰs primam, quoniam rationale comprehendit, & conterit rationale.*

α Re. Re. 27 β Re. Re. 13 γ

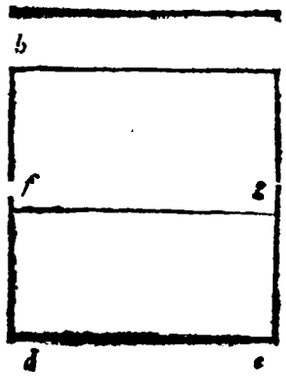
Græcus non habet.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 32.

32 SI duæ lineæ mediales potentialiter tantum communicantes, ſuperficiem'q; medialem continentes, directè coniungantur, tota linea erit irrationalis, dicetur'q; bimediale ſecundum.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c in continuum directum q; coniunctæ, ut proponitur quas per 26 contingit reperiri, dico totam a c ex eis compoſitã eſſe irrationalem &, ipſa uocatur bimediale ſecundum. Eſto enim linea d e rationalis in lõgitudine, cui adiungatur ſuperficies d f æqualis duobus quadratis duarũ linearũ a b & b c pariter acceptis. Et quia ex hypotheſi duo illa quadrata ſunt communicantia, & utrũq; mediale erit ſuperficies d f medialis, quare per 20 linea d g quę eſt eius latus ſecundũ, eſt rationalis in potẽtia tantum, & lineę d e incõmen ſurabilis in longitudine. Rurſus adiũgatur ad lineã g f quæ eſt ęqualis lineæ d e, ſuperficies f h æqualis duplo ſuperficiei a b in b c, eritq; etiam ſuperficies f h medialis, erat enim per hypotheſin ſuperficies a b in b c medialis, ergo duplum eius cui eſt ęqualis f h erit mediale, partẽ 20 igitur eſt linea g h, rationalis in potẽtia tantum & incommenſurabilis in longitudine lineæ g f. Quia uerò a b & b c ſunt potentialiter tantũ commnnicantes, erit per primam ſexti & per ſecundam partem 10 huius, ſuperficies unius in alteram, incommenſurabilis quadrato utriuſq;. At quia quadrata earum communicant per hypotheſin, erit dicta ſuperficies, quare & duplum eius, incommunicans duobus quadratis earum pariter acceptis, duæ ergo ſuperficies d f & f h ſunt incommunicantes: per primam itaq; ſexti & ſecundam partem 10 huius erit linea d g incommenſurabilis lineæ g h, quæ cum ſint rationales in potentia, erit per 30 tota linea d h binomium & irrationalis. Et quia latus eius tetragonicum per 4 ſecundi eſt linea c, ſequitur per diffinitionem quòd linea a c ſit irrationalis: quod propoſitum erat oſtendere.

a Re. Re. 128 b Re. Re. 72 c

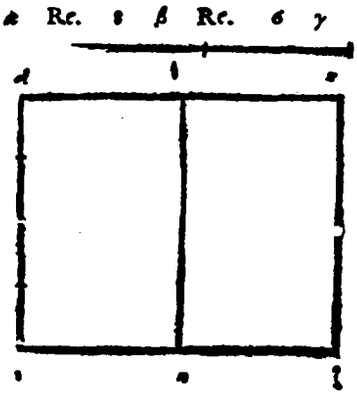


Euclid. ex Zamb. *Theorema 26.* *Propoſitio 38.*

Si binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles compoſitę fu erint medium comprehendentes, tota irrationalis eſt, uocatur autem ex binis ſecunda mediis. 38

THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles α β, β γ, medium comprehendentes. Dico quòd irrationalis eſt α γ. Exponatur rationalis Δ, ei autẽ quod ex α γ (per 44 primi) æquum ad ipſam Δ ε comparetur Δ ζ, latitudinem efficiẽs Δ η. Et quoniam quod ex α γ, æquum eſt et eis quæ ex α β, β γ, & ei quod bis ſub α β, β γ, quod autẽ ex α γ, æquũ eſt ipſi Δ ζ, igitur & Δ ζ, æquum eſt & eis quæ ex α β, β γ & eis quod bis ſub α β, β γ. Cõparetur (per eandem) iam eis quæ ex α β, β γ, ad ipſam Δ ε, æquum ipſum ε θ, reliquum igitur θ ζ æquum eſt ei quod bis ſub α δ, β γ. Et quoniam media eſt utraque ipſarũ α β, β γ, media igitur ſunt & ea quæ ex α β, β γ, mediũ autem ſupponitur quod bis ſub α β, β γ, eis autem quæ ex α β, δ γ æquum eſt ε θ, ei uerò quod eis ſub α β, β γ, æquum eſt ζ θ, mediũ igitur eſt utrunq; ipſorum ε θ, θ ζ, & ad rationalẽ Δ ε, comparata ſunt. Rationalis igitur eſt utraq; ipſarum Δ θ, θ η, & ipſi Δ ε, longitudine, incommenſurabilis. Et quoniam incommenſurabilis eſt α β, ipſi β γ, longitudine. Eſtq; ſicut α δ ad δ γ, ſic quod ex α β, ad id quod ſub α β, β γ, incõmenſurabile igitur eſt ei quod ex α β, id quod ſub α β, β γ, at ei quidem quod ex α δ commenſurabile eſt compoſitũ ex ijs quæ ex α β, β γ, ſunt quadrata: ei uerò quod ſub α β, β γ, commenſurabile eſt id quod bis ſub α β, δ γ. Incommenſurabile igitur eſt compoſitum ex ijs quæ ex α β, δ γ, ei quod bis ſub α β, β γ. Sed eis quidem quæ ex α β, β γ, æquum eſt ε θ, ei autem quod bis ſub α β, β γ, æquum eſt ζ θ. Incommenſurabile igitur ζ θ, ipſi θ ζ. Quare & Δ θ, ipſi θ η, eſt incommẽnſurabilis longitudine. Oſtenſum eſt autem quòd rationales. ipſæ igitur Δ θ, θ η, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Quare Δ η, irrationalis eſt, rationalis autem Δ ε. Quod autem ſub irrationali & rationali comprehenſum rectangulum, irrationale eſt (per 22 decimi) Igitur area Δ ζ irrationalis eſt, ipſamq; potens irrationalis eſt, ipſum autẽ Δ ζ, ipſa α γ, poteſt, irrationalis igitur eſt α γ, uocaturq; ex binis mediis ſecunda. Vocauit autem eam ex binis mediis ſecundam, quoniam medium comprehendit quod ſub ipſis, & non rationale, in ſecundo uerò eſt loco medium rationale. Quod autẽ ſub rationali & irrationali cõprehẽſum rectangulum ſit irrationale, patet: ſi enim eſt rationale, comparatumq; eſt ad rationalem, erit aliud latus rationale, ſed & irrationale, quod eſt abſurdum. Quod igitur ſub rationali & irrationale eſt: quod oſtendere oportuit.*

α Re. ε β Re. δ γ

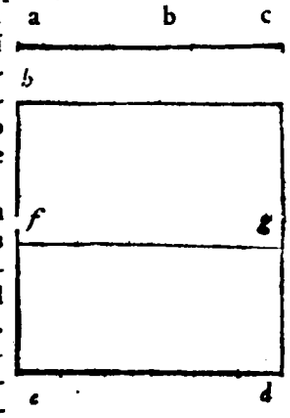


Euclid.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 33.

33 CVm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incõmenſurabiles, ſuperficiemq; medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint rationale, tota linea erit irrationalis, dicturq; linea maior.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c ſibi in continuum q; cõiunctę ſicut proponitur, quas contingit ex 27 reperire. Dico a c ex eis compoſitam eſſe lineam irrationalẽ, & ipſa uocatur linea maior. Cum enim ambo quadrata pariter accepta ſint rationale, ſuperficies uerò alterius in alteram (quare & eius duplum) medialis per hypotheſin erit totum ex duobus quadratis pariter acceptis in communicans duplo ſuperficiei unius in alteram, itaq; totum aggregatum ex duobus quadratis & duplo ſuperficiei (& ipſum eſt æquale quadrato a c) per 4 ſecundi, erit per 9 huius incommenſurabile duobus quadratis a b & b c pariter acceptis. Per diffinitionem ergo eſt quadratum lineæ a c irrationale, & linea a c, irrationalis: quod eſt propoſitum.

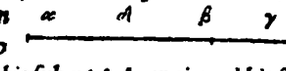


IDEM aliter. Sicut præmiſsis ad lineam d e, quę ſit rationalis in longitudine, adiungatur ſuperficies d f, quæ ſit æqualis duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, eritq; rationalis per hypotheſin, quare per 16 latus eius, ſecundum quod eſt d g, erit etiam rationale in longitudine & communicans lineæ d e. Rurſus ad lineam f g adiungatur ſuperficies f h æqualis duplo ſuperficiei a b in b c, eritq; medialis per hypotheſin, quare per 20 linea g h quæ eſt eius latus ſecundum eſt rationalis in potentia tantum: per 30 igitur eſt linea d h binomium & irrationalis, ideoq; per 16 à deſtructione conſequentis ſuperficies e h eſt irrationalis, quare latus eius tetragonicum, quod per 4 ſecundi eſt a c, eſt irrationale per diffinitionem: quod uolumus oſtendere.

Euclid. ex Zamb. Theorema 27. Propoſitio 39.

39 Si binæ rectę lineæ potẽtia incõmenſurabiles cõpoſitę fuerint cõficientes compoſitũ ex quadratis, quæ ab ipſis rationale, quod autẽ ſub ipſis mediũ, tota recta linea irrationalis eſt, uocatur autẽ maior.

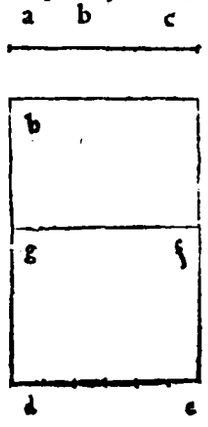
THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles α β, β γ, efficientes ea quæ propoſita ſunt.* Dico quòd *α γ irrationalis eſt.* Quoniam enim (per hypotheſin) *quod ſub α β, β γ, medium eſt, & quod bis igitur ſub α β, β γ, medium eſt.* Compoſitum uerò *ex ijs quæ ex α β, β γ, rationale eſt, incommenſurabile igitur eſt quod bis ſub α β, β γ, compoſito ex ijs quæ ex α β, β γ.* Quare & *quæ ex α β, β γ, unà cum eo quod bis ſub α β, β γ, quod eſt id quod ex α γ, incõmenſurabile eſt compoſito ex ijs quæ ex α β, β γ.* Rationale autem eſt compoſitũ *ex ijs quæ α β, β γ, irrationale igitur eſt quod ex α γ.* Quare *et α γ irrationalis eſt.* Vocatur autem maior. Vocauit autem ipſum maiorem, tum quia *quæ ex α β, β γ, rationalia maiora ſunt eo quod bis ſub α β, β γ medio,* tum quòd conueniat ab ipſorum rationalium proprietate imponere nomen. Quod autẽ *quæ ex α β, β γ, maiora ſunt eo quod bis ſub α β, β γ,* ſic oſtendendum eſt. Manifeſtum quidem eſt quòd *æquales ſunt ipſæ α β, β γ.* Si enim æquales eſſent, æqualia quoq; eſſent (per 7 ſecundi) & *quæ ex α β, β γ, ei quod bis ſub α β, β γ, eſſet quoq; id quod ſub α β, β γ, rationale.* Quod non ſupponitur, inæquales igitur ſunt ipſæ α β, β γ. Supponatur maior α Δ, ponatur q; ipſi β γ, æqualis β Δ. Quæ igitur ex α β, β Δ, æqualia ſunt ei quod bis ſub α β, β Δ, & ei quod bis ſub α β, β Δ & ei quod ex α Δ, æqualis autem eſt Δ β, ipſi β γ. Quæ igitur ex α β, β γ, æqua ſunt ei quod bis ſub α β, β γ, & ei quod ex α Δ. Quare quæ ex α β, β γ, maiora ſunt eo quod bis ſub α β, β γ, eo quod ex Δ α, quod erat demonſtrandum.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 34.

34 CVm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incommẽſurabiles, ſuperficiemq; rationalẽ continentes, quarũ ambo quadrata pariter accepta ſint mediale, tota linea erit irrationalis, dicturq; potẽs irrationale & mediale.

CAMPANVS. Sint ut in præmiſsis duæ lineæ a b & b c in continuum directumq; cõiunctę, quales proponitur, & ipſę ſunt ex 28 ſumẽdę. Diço quòd tota linea a c ex eis cõpoſita, erit irratio nalis, & illa uocatur linea potens in rationale & mediale. Cum ſit enim ſu perficies a b in b c rationalis per hypotheſin, ideoq; & duplum eius, ac am bo quadrata pariter accepta ſint mediale, ſequitur per 4 ſecundi & 9 huius quemadmodum in præmiſsis, quòd quadratum totius a c ſit incom municans duplo ſuperficiei a b in b c, per diffinitionem igitur ipſum eſt ir rationale, & linea a c irrationalis: quod eſt propoſitum.

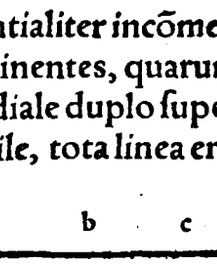


IDEM *aliter*. Sit ut in præmiſsis linea d e rationalis in longitudine, ſuperficies'que d f ſibi adiuncta æqualis duobus quadratis pariter acce-ptis duarum linearum a b & b c, eritq; medialis per hypotheſin, per 20 i-gitur erit linea d g rationalis in potentia tantum non communicãs in lon gitudine lineæ d e. Sitq; ſuperficies f h adiuncta ad lineam g f, æqualis du plo ſuperficiei a b in b c, eritq; rationalis per hypotheſin, & ideo per 16 la-tus eius ſecundum, quod eſt g h, rationale *in longitudine, quare per* 30 li-nea d h eſt binomium & irrationalis, & ſuperficies e h per 16 à deſtructio-ne conſequentis *eſt irrationalis*. Cum itaque linea a c ſit eius latus tetra-gonicum per 4 ſecundi, ſequitur ut a c ſit irrationalis per diffinitionem: conſtat ergo propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 28. *Propoſitio* 40.

Si binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles compoſitæ fue 40
rint, efficientes compoſitum quidem ex earum quadratis medium: quod uerò ſub ipſis rationale, tota recta linea irrationalis eſt, uoca-tur autem rationale mediumq; potens.

THEON *ex Zamb.* *Componantur enim binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles* α β, β γ, *effi cientes præcedentia. Dico quòd irrationalis eſt* α γ. *Quoniam enim compoſitum ex ijs quæ ex* α β, β γ, *me dium eſt, quod uerò bis ſub* α β, β γ, *rationale, incommenſurabile igitur eſt compoſitum ex ijs quæ ex* α β, β γ, *ei quod bis ſub* α β, β γ. *Quare & componendo (per* 16 *decimi & 4 ſecundi) quod ex* α γ, *incom-menſurabile eſt ei quod bis ſub* α β, β γ. *Rationale autem eſt quod ſub* α β, β γ. *Irrationale igitur eſt quod ex* α γ. *Irrationalis igitur eſt* α γ. *Vocatur autem rationale mediumq; potens. Rationale autem & medium potentem appellauit, eo quia binas poteſt areas, unam quidem rationalem, alteram uerò mediam, ac propter rationalis præexiſten tiam, primam rationalem appellauit: quod erat oſtendendum.*

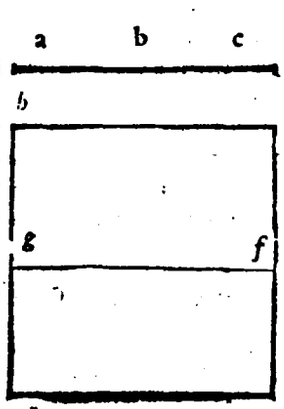


Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 35.



VM coniunctæ fuerint duæ lineę potentialiter incõmen 35
ſurabiles, ſuperficiemq; medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint mediale duplo ſuper ficiei unius in alteram incommenſurabile, tota linea erit irrationalis. diceturq; potens in duo medialia.

CAMPANVS. Sint quoq; duæ lineæ hic a b & b c, in'cõtinuum directumq; coniunctæ ut proponitur. quæ ex 29 ſumendæ ſunt. Di co quòd linea a c ex eis compoſita eſt irrationalis, ac ipſa dicitur po tens in duo medialia. Adiungatur enim ad lineam d e quę fit ratio nalis in longitudine, ſuperficies d f æqualis duobus quadratis dua rum linearũ a b & b c pariter acceptis, eritq; medialis per hypothe-ſin: quare per 20 linea d g erit rationalis in potẽtia tãtũ, & incõmen ſurabilis d e lineæ rationalis in lõgitudine. Rurſus ad lineã g f quę eſt æqualis d e, adiungatur ſuperficies f h, quæ ſit æqualis duplo ſu perficiei unius in alteram, erit etiam ex hypotheſi medialis, quare per 20 linea g h erit rationalis in potẽtia tantum. At quia per hypo theſin ambo quadrata pariter accepta ſunt incõmenſurabile duplo ſuperficiei unius in alteram, ſequitur ut d f ſit incommenſurabilis f h, quare per primam ſexti, & ſecundã partẽ 10 huius, linea d g eſt in cõmẽſurabilis g h, per 30 igit eſt linea d h, binomiũ & irrationalis, itaque

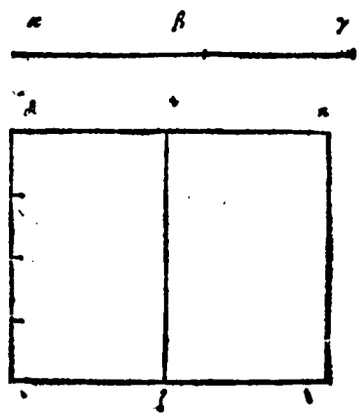


itaq; ſuperficies e h eſt irrationalis, & eius latus tetragonicũ quod eſt a c, ut in præmiſsis, quãre cõſtat propoſitũ. Si autẽ duplum ſuperficiei a b in b c non eſſet incõmenſurabile ambobus quadratis pariter acceptis, eſſet linea a c medialis: eſſet enim d f cõmunicans f h: ideoq; linea d g, lineæ g h: tota igitur d h eſſet rationalis in potentia tantum, incõmenſurabilis in longitudine lineę d e, per 19 igitur eſſet ſuperficies e h medialis, eiusq; latus tetragonicum quod eſt a c, linea medialis.

Euclid. ex Zamb. Theorema 29. Propoſitio 41.

41 Si binæ rectæ lineæ potẽtia incõmenſurabiles cõpoſitæ fuerint, efficiẽtes cõpoſitũ ex earũ quadratis mediũ, quod uerò ſub ipſis mediũ & inſuper incommenſurabile cõpoſito ex earum quadratis, tota recta linea irrationalis eſt, uocatur autem bina potens media.

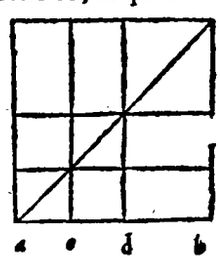
THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles α β, β γ, efficientes compoſitum ex ijs quæ ex α β, β γ medium, quodq; ſub ipſis α β, β γ, medium & inſuper incommenſurabile compoſito ex ijs quæ ex α β, β γ, quadratis. Dico quòd α γ irrationalis eſt. Exponatur rationalis Δ ε, comparetur q; (per 44 primi) ad ipſam Δ ε, ipſis quidem quæ ex α β, β γ, æquum Δ ζ, ei uerò quod bis ſub α β, β γ, æquum ν θ, totum igitur Δ θ æquũ eſt ei quod ex α γ quadrato. Et quoniã compoſitum ex ijs quæ ex α β, β γ, medium eſt, ac eſt æquale ipſi Δ ζ, medium igitur eſt & Δ ζ, & ad ipſam Δ ε rationalem comparatur, rationalis igitur eſt Δ ν, & ipſi Δ ε, longitudine incommenſurabilis. Ac (per 24 decimi) ν ν, rationalis eſt & ipſi ν ζ, incõmenſurabilis, hoc eſt ipſi Δ ε longitudine. Et quoniam incommenſurabilia ſunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis ſub α β, β γ, incommenſurabile eſt Δ ζ ipſi ν θ, quare & Δ ν ipſi ν ν (per 1 ſexti & 11 decimi) incommenſurabilis eſt, ſuntq; rationales, ipſæ igitur Δ ν, ν θ, rationales ſunt, potentia tantum comenſurabiles. Irrationalis igitur eſt Δ ν (per 36 decimi) appellata ex binis nominibus. Rationalis autem Δ ε, irrationale igitur eſt Δ θ, & illud potens irrationalis eſt, poteſt autẽ ipſum Δ θ, ipſa α γ. Irrationalis igitur eſt α γ, uocaturq; bina potens media. Appellat uerò ipſam bina potentẽ media, eo quia ipſa poteſt duas medias areas aliam compoſitam ex ijs quæ ex α β, β γ, & aliam quæ bis ſub ipſis α β, β γ: quod erat oſtendendum.*



CAMPANVS. Vt autem facilior fiat doctrina ſequentium, prçmonſtranda arbitramur hoc loco duo, quorum primum eſt:

1 Si aliqua linea per duo inæqualia diuidat, quadrata ambarũ ſectionũ pariter accepta, tãto amplius ſunt duplo ſuperficiei unius earũ in alterã, quãtum eſt quadratũ eius lineæ qua maior excedit minorem.

Sit enim linea a b diuiſa per duo inæqualia in puncto c, ſitq; maior portio c b, de qua ſumatur c d æqualis a c. Dico quòd quadrata duarum linearum a c & c b ſunt amplius duplo ſuperficiei unius in alterã, in quadrato lineę d b, nã quod fit ex a c in c b bis, cum quadratis duarum linearũ a c & c b, eſt æquale ei quod fit ex a c in c b quater, cum quadrato d b, eo quod utraq; hęc æqualia ſunt quadrato lineę a b, primum quidẽ per quartã ſecundi, ſecundum uerò per 8 eiuſdẽ. Demptis itaq; utrinq; æqualibus, uidelicet eo quod fit ex a c in c b bis, erunt reſidua quę ſunt de primo quidem quadrata duarũ linearũ a c & c b, de ſecundo uerò quod fit ex a c in c b bis cum quadrato d b æqualia, quare cõſtat propoſitũ. Ex hoc ergo manifeſtũ eſt quòd ſi aliqua linea per duo inæqualia diuidat, quadrata ambarum partiũ pariter accepta plus ſunt duplo ſuperficiei unius earũ in alterã. Et hoc eſt, propter q̃d iſtud prçmiſimus.



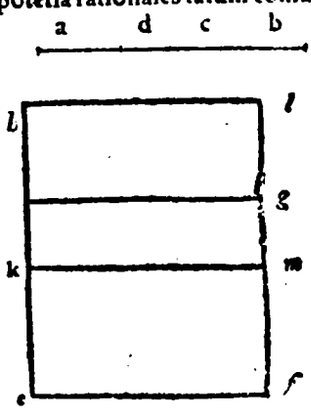
2 Si aliqua linea per duo inęqualia, itẽq; alia duo inęqualia diuidat, quadrata magis inæqualiũ pariter accepta, tanto ſunt amplius quadratis minus inæqualiũ pariter acceptis, quantũ eſt duplũ quadrati illius lineæ quæ in utraſq; eſt ſectiones, & quadruplũ eius quod fit ex eadem linea in eam, quæ eſt inter punctum ſectionis minus inæqualium, & punctum quod diuidit totam lineam per æqualia.

Sit linea a b diuiſa per duo inæqualia in puncto c, itemq; per alia minus inçqualia in puncto d rurſus per æqualia in e. Dico quòd quadrata duarum partium magis inæqualiũ quæ ſunt a c & c b tantum ſunt amplius duobus quadratis duarum linearum minus inæqualium quæ ſunt a d & d b, quantum eſt duplum quadrati lineæ c d & quadruplum eius quod fit ex c d in d e. Sunt enim per 9 ſecundi quadrata duarum linearum a c & ç b, pariter accepa dupla quadratis duarum linearum b e & e c, pariter acceptis. At per eandem 9 ſecundi quadrata duarum linearum a d & d b, pariter accepta dupla ſunt quadratis duarũ linearũ b e & e c pariter acceptis. Itaq; quadrata duarũ linearum a c & c b, pariter accepta excedunt quadrata duarũ linearum a, d & d b pariter accepta in eo quo duplum quadrati lineæ c, excedit duplum quadrati li a c d e b
neæ d e hoc autem, per 4 ſecundi eſt duplum quadrati lineç c d, ——————
& quadruplũ eius quod fit ex c d in d c, quare conſtat propoſitum. Ex hoc manifeſtum eſt quòd quanto fuerint ſectiones alicuius lineæ magis inæquales, tanto erunt earum quadrata pariter accepta, maiora: & hoc eſt, propter quod iſtud præmiſimus.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 36.*

IN alias duas lineas ſub earum termino ex quibus coniunctum & nominatum eſt binomium, diuidi impoſsibile eſt. 36

CAMPANVS. Sit binomium, eritq; ex 30 compoſita ex duabus lineis, in potentia tantũ rationalibus cõmunicantib. quæ ſint a c & c b. Dico quòd impoſsibile eſt eã diuidi in alias duas lineas ſub hac diffinitione, uidelicet quòd ipſi ſunt potẽtia tantũ rationales cõmunicãtes. Si enim poteſt, diuidatur in a d & d b, quæ ſint potẽtia rationales tãtum cõmunicantes. Eſto quoq; linea e f rationalis in lõgitudine, cui adiungatur ſuperficies e g, quæ ſit æqualis quadratis duarum linearum a c & c b pariter acceptis, & ſuperficies f h quæ ſit æqualis quadrato lineæ a b. Eritq; ſuperficies e g rationalis, eo quòd utrunq; quadratorum linearum a c & c b pariter acceptorum eſt rationale per hypotheſin & ſuperficies g h medialis per 19, quoniam ipſa eſt çqualis duplo ſuperficiei a c in c b per 4 ſecundi. Sit igitur rurſus ſuperficies f k çqualis quadratis duarum linearum a d & d b pariter acceptis, quæ cum ſint diuerſæ à duabus lineis a c & c b erit per ſecundum prædemonſtratorũ antecedentium ſuperficies f k diuerſa à ſuperficie e g, earum ergo differentiã ſit k g, eritq; per 4 ſecundi exceſſus ſuperficiei f h, ſuper f k qui ſit k l, æqualis duplo eius quod fit ex a d in d b, & ꝓpter hoc erit etiã ſuperficies f k rationalis, & ſuperficies k l medialis. Itaq; ſuperficies k g cum ipſa ſit differentia duarum ſuperficierum rationalium quæ ſunt e g & f k, erit rationalis. Non enim differt rationale à rationali, niſi in rationali: & hoc dico, diffinitione & 9 huius hoc confirmantibus. Eadem quoq; cum ipſa ſit differẽtia duarum ſuperficierum medialium, quæ ſunt g h & k l, erit irrationalis per 22 quod eſt impoſsibile.



Quod autem prædictæ irrationales ſolummodo diuidunnur in eas rectas lineas, ex quibus componuntur efficientibus propoſitas ſpecies, oſtendemus iam huiuſmodi proponentes lemmatium.

THEON. *Lemma.*

Exponantur recta linea α β, ſecenturq; tota in inæqualia in utrunq; ſignorum γ δ, ſupponaturq; maior α γ quàm δ β. Dico quòd quæ ex α γ, β γ, maiora ſunt eis quæ ex α δ, δ β. Secetur enim (per 10 primi) α β, bifariam in ε, & quoniam maior eſt α γ, quàm δ β, communis auferatur δ γ. Reliqua igitur α δ, reliqua γ β, maior eſt, æqualis aũt eſt α ε, ipſi ε β, minor igitur eſt δ ε, q̃ ε γ, igitur γ & δ ſigna, nõ æqualiter diſtãt à bifaria ſectione. Et quoniã (per 5 ſecundi) quod ſub α γ, γ β, unà cum eo quod ex δ ε, æquũ eſt ei quod ex ε β, at quod ſub α δ, δ β, unà cum eo quod ex δ ε, æquum eſt ei quod ex ε β, igitur quod ſub α γ, γ δ, unà cum eo quod ex ε γ, æquum eſt ei quod ſub α δ, δ δ, unà cum eo quod ex δ ε, quorum α δ ε γ β
quod ex δ ε, minus eſt eo quod ex ε γ, & reliquum igitur quod ſub α γ, γ β, minus eſt eo quod ſub α δ, δ β. Quare & quod bis ſub α γ, γ β, minus eſt eo quod bis ſub α δ, δ β. & reliquum igitur compoſitum ex ijs quæ ex α γ, γ γ β, maius eſt compoſito ex ijs quæ fiunt ex α δ, δ β, ſiquidem utraque æqualia ſunt ei quod ex α β: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 30.* *Propoſitio 42.*

QUÇ ex binis nominib. ad unũ duntaxat ſignũ diuidit in nomina. 24

THEON *ex Zamb. Sit ex binis nominibus α δ, diuiſa in nomina in γ, igitur ipſæ α γ, γ β, rationales ſunt*

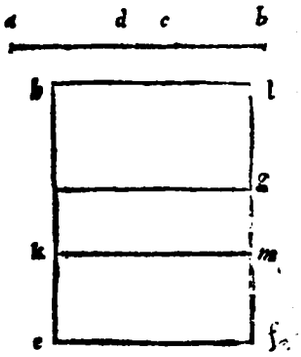
potentia

potentia tantum commensurabiles. Dico quòd ipsa α β, ad aliud signum non diuiditur in binas rationales potentia tantum commensurabiles. Si enim possibile, diuidatur in Δ, ut ipsæ α Δ, Δ β, sint rationales potentia tantum commensurabiles, manifestum iam quòd α γ, ipsi β Δ non est eadem. Si enim fieri potest, esto, erit iam & α Δ, ipsi β γ eadem, eritq; sicut α γ ad γ δ, sic δ ad Δ α, eritq; α δ in eadem qua γ diuisione, diuisa & in Δ, quod positum non est. Ipsa igitur α γ ipsi Δ β non est eadem. Ac per hoc etiam & signa γ, Δ, non æquidistant α bifaria sectione. Quod itaq; differunt quæ ex α γ, γ β, ab eis quæ ex α Δ, Δ β, eo etiam differt & quod bis sub α Δ, Δ β, ab eo quod tum quæ ex α γ, γ β, unà cum eo quod bis sub α γ, γ β, tum quæ ex α Δ, Δ δ, unà cum eo quod bis sub α Δ, Δ β, sunt æqualia ei quod ex α β. Sed quæ ex α γ, γ β, ab eis quæ ex α Δ, Δ δ, rationali differunt, utraq; enim rationalia (per 26 decimi) quod bis igitur sub α Δ, Δ δ, ab eo quod bis sub α γ, γ β, differunt rationali, quæ media existunt: medium autem, medium non excedit rationali (per 26 decimi.) Ex binis igitur nominibus, ad aliud & aliud signum non diuiditur: ad unum duntaxat igitur: quod erat ostendendum.

α Δ γ β

Euclid. ex Camp. Propositio 37.

37 BImediali primo secũdum terminum suum in duas lineas mediales diuiso, sub earũ termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est impossibile.



CAMP. Sit quoq; hic linea a b, bimediale primum diuisa in duas lineas mediales potentia tantum communicantes, superficiemq; rationalem continentes, ex quibus 31 asserit eam componi, quæ sint a c & c b. Dico q; impossibile est eã diuidi in alias duas lineas sub earũ diffinitione. Quod si possibile fuerit, diuidam eam in puncto d, assumptaq; linea rationale e f, adiungatur ei e g æqualis duobus quadratis duarum linearum a c & c b, & superficies f h æqualis quadrato a b, & superficies f k æqualis quadratis duarum linearum a d & d b, eritq; per quartum secundi g h æqualis duplo supergciei a c in c b, & per eandem erit k l æqualis duplo superficiei a d in d b, propter hypothesin quoq; erit utraq; duarum superficierum e g & k f medialis, & utraq; duarum linearum g h & k l rationalis, hoc autem impossibile, esset enim per primum superficies k g, irrationales ex 22, per secundam autem eadem esset rationalis ex diffinitione & 9. Quod est inconueniens.

Euclid. ex Zamb. Problema 31. Propositio 43.

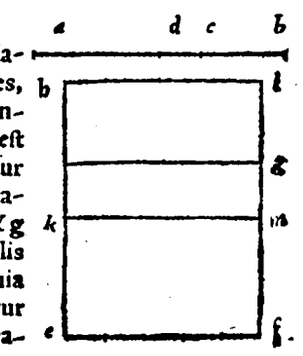
43 Ex binis medijs prima, ad unũ duntaxat signũ diuidit in nomina.

THEON ex Zamb. Esto ex binis prima medijs α β diuisa in γ, ut ipsæ α γ, γ δ, mediæ sint potentia tantum commensurabiles rationale comprehendentes. Dico quòd ipsa α β, ad aliud signum non discinditur. Si enim possibile, diuidatur in Δ, ut α Δ & Δ β sint potentia mediæ tantum commensurabiles rationale comprehẽdentes. Quoniam igitur quo differt quod bis sub α Δ, Δ β, ab eo quod bis sub α γ, γ β, differunt quæ ex α γ, γ δ, ab eis quæ ex α Δ, Δ β, rationali autem differt quod bis sub α Δ, Δ δ, ab eo quod bis sub α γ, γ β, rationalia enim utraq;. Rationali igitur differunt & quæ ex α γ, γ δ, ab eis quæ ex α β, Δ δ, media existentia, quod est impossibile. Ex binis igitur medijs prima, ad aliud & aliud signum non diuiditur in nomina, ad unum duntaxat igitur: quod erat demonstrandum.

α Δ γ β

Euclid. ex Camp. Propositio 38.

83 BImediale secundum, nisi in duas lineas tantum sub termino suo diuidi non potest.



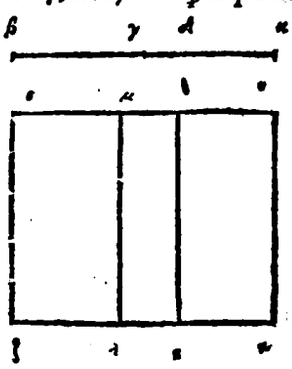
CAMPANVS. Sit ut prius linea a b bimediale secundum, diuisa in duas lineas a c & c b mediales, potentia tantũ communicantes, superficiemq; medialem continentes, ex quibus 32 proponit eam componi. Dico quòd impossibile est eam diuidi sub earũ diffinitione in alias duas. Sin autem, diuidatur in d, sintq; ut prius superficies e g, f h, & f k, adiunctæ ad lineam rationalẽ e f, eritq; per præsentes hypotheses, utraq; superficies e g, & g h, medialis, quare per 20 utraq; duarũ linearũ f g & g l erit rationalis in potentia tantũ non cõmunicans in longitudine lineæ e f. At quia duæ lineæ a c, & c b, erunt incõmensurabiles in lõgitudine, sequitur per primã sexti & per secundã partẽ 10 huius, quòd utrunq; quadra-

torum linearum a c & c b, ſit incommenſurabile ſuperficiei unius in alteram. Cumq; dicta quadrata communicent ex hypotheſi, ſequitur ut ambo quadrata pariter accepta ſint incommenſurabile ſuperficiei unius in alteram, ideoq; & eius duplo. Quare ſuperficies e g incommenſurabilis eſt ſuperficiei g h, & linea g f, lineæ g l, per primam ſexti & ſecundam partem 10 huius. Itaque per 30 linea f l eſt binomiũ, diuiſa ſecundum ſuũ terminum in puncto g. Eodemq; modo probabitur ipſam binomium eſſe, mediantibus ſuperficiebus e m & m h diuiſam, ſecundum ſuum terminum in puncto m, quod eſt impoſsibile per 36. Nõ enim poteſt dici, quòd linea f l diuiſa ſit ad puncta g & m in partes conſimiles, ſic enim eſſet linea f m ęqualis g l, ſed ipſa eſt maior linea m l, ut patet ex primo præmiſſorum antecedentiũ huius & prima ſexti, cum e m ſuperficies ſit maior h m ſuperficie. Huius aũt demõſtrationis mõdus poteſt eſſe cõmunis 37 cæteriſq; eã ſequẽtibus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 32.* *Propoſitio 44.*

Ex binis ſecunda mediĳs, ad unũ dũtaxat ſignũ diuidit in nomina. 44

THEON *ex Zamb. Sit ex binis mediĳs ſecunda α β, diuiſa in γ, ut α γ, γ β, mediæ ſint potentia tantum commenſurabiles mediũ comprehendentes, manifeſtum iam eſt q; γ nõ eſt in diuidua ſectione, quando quidem non ſunt longitudine commenſurabiles. Dico q; ipſa α β ad aliud ſignum non diuiditur. Si enim poſsibile, diuidatur in Δ ut α γ ipſi Δ β non ſit eadem, ſed per hypotheſin ſit maior α γ, manifeſtum q; ea quæ ex α γ, γ β, maiora ſunt eis quæ ex α Δ, Δ β, ſicut ſuprà demonſtrauimus. Et quod ipſæ α Δ, Δ β, mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles, medium comprehendentes. Exponatur q; rationalis ι ζ, et ei quidem quod ex α β æquum, ad ipſam ι ζ comparetur (per 44 primi) ι κ, eis autem quæ ex α γ, γ δ, æquum auferatur ι ν, reliquum igitur θ κ æquum eſt ei quod bis ſub α γ, γ β. Rurſus iam eis quæ ex α Δ, Δ β, quæ minora ſunt eis quæ ex α γ, γ β, æquum auferatur ι λ, & reliquũ igitur μ κ, æquum eſt ei q; bis ſub α Δ, Δ β. Et quoniam media ſunt quæ ex α γ, γ δ, mediũ igitur eſt & ι ν. Et ad rationalẽ ι ζ comparatur: rationalis igitur eſt ι θ & incommenſurabilis ipſi ι ζ longitudine. Ac per hoc etiã θ ν rationalis eſt & ipſi ι ζ longitudine incommenſurabilis. Et quoniam ipſæ α γ, γ β, mediæ ſunt potentia tantum cõmenſurabiles, incõmenſurabilis eſt igitur α γ ipſi γ β longitudine, ſicut aũt α γ ad γ δ, ſic quod ex α γ ad id quod ſub α γ, γ β. Incõmenſurabile igitur eſt quod ex α γ, ei quod ſub α δ, γ δ. Sed ei quidẽ quod ex α γ commenſurabilia ſunt quæ ex α γ, γ δ, potentia enim ſunt cõmenſurabiles ipſæ α γ, γ β, ei autẽ quod ſub α γ, γ, δ, cõmenſurabile eſt quod bis ſub α γ, γ δ, et quæ ex α γ, γ β, igitur incõmenſurabilia ſunt ei quod bis α γ, γ β. Sed eis quidẽ quæ ex α γ, γ δ, æquũ eſt ι ν, ei autem q; bis ſub α γ, γ δ, æquum eſt θ κ. Incommenſurabile igitur eſt ι ν ipſi θ κ, quare & ipſa ι θ ipſi θ ν, eſt longitudine incommenſurabilis. Et ipſæ ι θ & θ ν ſunt rationales, igitur rationales ſunt potentia tantum eõmenſurabiles. Si uerò binæ rationales potẽtia tantum cõmenſurabiles compoſitæ fuerint, tertia irrationalis eſt, uocaturq; ex binis nominibus (per 36 decimi) ipſa igitur ι ν ex binis nominibus, eſt diuiſa in θ. Per eandem iam oſtendentur & ipſæ ι μ, μ ν, rationales potentia tantum cõmenſurabiles. Igitur ipſa ι ν ex binis nominibus per aliud ſignum & aliud diuiſa eſt in θ & in μ, nec eſt ι θ ipſi μ ν eadem: quandoquidem quæ ex α γ, γ β, maiora ſunt eis quæ ex Δ δ, α Δ, ſed quæ ex α Δ, Δ δ, maiora ſunt eo quod bis ſub α Δ, Δ β, multo igitur magis quæ ex α γ, γ δ, hoc eſt ι ν, maius eſt eo quod bis ſub α Δ, Δ δ, hoc eſt μ κ. Quare & ι θ, ipſa μ ν maior eſt. Igitur ι κ, ipſi μ ν non eſt eadẽ. Ex binis igitur nominibus in alio et alio ſigno diuiditur, quod eſt abſurdum. Ex binis ſecunda mediĳs igitur, in alio & alio ſigno non diuiditur, in uno igitur tantum ſigno diuiditur: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 39.*

Linea maior, niſi in duas lineas tantum ex quibus conſtat 49 ſub earum termino diuidi non poteſt.

CAMPANVS. *Sit quoq; hęc linea maior a b diuiſa ad punctum c, in duas lineas potẽtialiter incõmenſurabiles, ſuperficiemq; medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint rationale, ex talibus enim componitur, ut affirmat 33. Dico quòd impoſsibile eſt ad alium punctum in alias duas lineas ſub hac diffinitione ipſam diuidi. Quòd ſi poteſt, ſit hic ad d, maneantq; ſub his eadẽ figura eædemq; hypotheſes quę prius, & argue quemadmodum in 36 ſuperficiem g k eſſe rationalem & irrationalem: quod eſt impoſsibile.*

a d c b

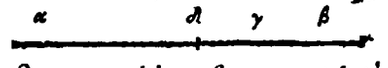
Euclid. ex Zamb. *Theorema 38.* *Propoſitio 45.*

Maior, ad unum duntaxat ſignum diuiditur in nomina. 45

THEON *ex Zãb. Sit maior α β, diuiſa in γ, ut (p 34 decimi) α γ, γ β, potẽtia nõ ſint cõmẽſurabiles efficiẽtes cõpoſitũ ex ijs q; ex α γ, γ δ, quadratis rationale: quodq; ſub ipſis α γ, γ δ, mediũ: dico q; ipſa α δ, ad aliud*

ſignum

ſignum non diuiditur. Si enim poßibile, diuidatur in Δ, ut ipſæ α Δ, Δ β, potentia ſint incommenſurabiles, efficientes quidem compoſitum ex quadratis quæ ex α Δ, Δ β rationale, quodq; ſub ipſis mediũ (per 39 decimi.) Et quoniam quo differunt quæ ex α γ, γ β, eis quæ ex α Δ, Δ β, hoc differt & quod bis ſub α Δ, Δ β, ab eo quod bis ſub α γ, γ β, ſed quæ ex α γ, γ β, ea quæ ex α Δ, Δ β, excedũt rationali (rationalia enim utraq;) & quod bis ſub α Δ, Δ β igitur id quod bis ſub α γ, γ β, excedit ra-



tionali, media exiſtentia, quod eſt impoßibile. Maior igitur, ad ali ud & aliud ſignum non diuiditur, per idem igitur unum tantum ſignum: quod demonſtrare oportebat.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 40.

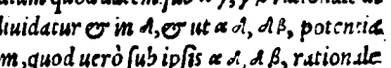
40 LInea potẽs in rationale & mediale, niſi in ſuas duas lineas tantum ſub termino ſuo non diuiditur.

CAMP. Hæc quoq; 40, manentibus prioribus figura & poſitionibus (excepto quòd ipſa linea a b diuidatur in punctum c, in illas duas lineas ex quibus 34 dicit eam componi) probabitur, quemadmodum 37. Si autẽ aliter fuerit quàm proponat, erit ſuperficies k g rationalis & irrationalis, quod eſſe non poteſt.

Euclid. ex Zamb. Theorema 34. Propoſitio 46.

46 Rationale mediũq; potẽs, ad unũ dũtaxat ſignũ diſcinditin nomina.

THEON ex Zamb. *Eſto rationale mediumq; potens α δ, diuiſa in γ, ut ipſæ α γ, γ β, potentia ſint incommenſurabiles efficientes compoſitum ex ijs quæ ex α γ, γ δ, medium quod autem ſub α γ, γ β rationale dico quòd ad aliud ſignum α β non diuiditur. Si enim poßibile eſt, diuidatur & in Δ, & ut α Δ, Δ β, potentia ſint incommenſurabiles efficientes compoſitum ex α Δ, Δ β medium, quod uerò ſub ipſis α Δ, Δ β, rationale (per 40 decimi) Quoniã enim quo differt quod bis ſub α γ, γ β, ab eo quod*



bis ſub α Δ, Δ β, eo differunt & quæ ex α Δ, Δ δ, eis quæ ex α γ, γ δ, quod autẽ ſub α γ, γ β, id quod bis ſub α Δ, Δ β, rationali excedit, & quæ ex α Δ, Δ β, igitur quæ ex α γ, γ δ rationali excedunt, cum media exiſtant, quod eſt impoßibile. Rationale mediumq; potens igitur, ad aliud potens, ad aliudq; ſignum non diuiditur, ad unum igitur ſignum diuiditur: quod oportuit demonſtrare.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 41.

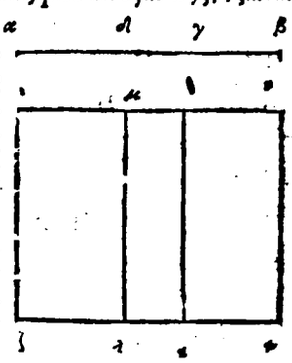
41 LInea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas ſub termino earum ex quibus cõiuncta eſt, ſed in ſuas tantum duas ex quibus componitur, eſt diuiſibilis.

CAMP. Hæc enim 41 diuiſa linea a b ad punctum c, in eas ex quibus 35 aſſerit eam componi, cæteris q; ut ſuprà tam figura quàm poſitionibus manentibus, probatur ſicut 38, nam dato propoſito propoſiti, ſequitur oppoſitum 36, quod eſt impoſsibile.

Euclid. ex Zamb. Theorema 35. Propoſitio 47.

47 Bina potens media, ad unũ dũtaxat ſignum duiditur in nomina.

THEON ex Zamb. *Sit bina potens media α β diuiſa in γ, ut ipſæ α γ, γ β, potentia ſint incommenſurabiles efficientes (per 35 decimi) compoſitum ex eis quæ ex α γ, γ β, mediũ, quod uerò ſub α γ, γ β, mediũ, & inſuper incommẽſurabile compoſito ex ijs quæ ab ipſis ſunt quadratis. Dico quòd ipſa α β in alio ſigno non diuiditur, efficiens ea quæ propoſita ſunt. Si enim poßibile, diuidatur in Δ, ut uidelicet ipſa α γ ipſi Δ β, non ſit eadem, ſed maior per hypotheſin ſit α γ, ponaturq; rationalis ε ζ, comparetur q; (per 43 primi) ad ipſam ε ζ, eis quæ ex α γ, γ β, æquũ ε κ, ei aũt quod bis ſub α γ, γ β, æquũ θ κ. Totũ igitur ε κ, æquũ eſt ei quod ex α β quadrato. Rurſus comparetur ad ipſam ε ζ, eis quæ ex α Δ, Δ β, æquum ε λ, reliquum igitur quod bis ſub α Δ, Δ β, reliquo μ κ eſt æquale. At quoniam mediũm ſupponitur compoſitum ex ijs quæ ex α γ, γ β, medium igitur eſt & ε κ, & ad rationalem ε ζ comparatur. Rationalis igitur eſt (per 26 decimi) θ ε, & ipſi ε ζ longitudine incommenſurabilis. Id propterea etiam θ ν, rationalis eſt, & ipſi θ ν longitudine incommenſu-*



rabilis. Et quoniam compoſitum ex ijs quæ ex α γ, γ β, incommenſurabile ex eo quod bis ſub α γ, γ δ, igitur ε ν, ipſi θ κ eſt incõmenſurabile. Quare & ε θ ipſi θ ν, eſt incommenſurabilis, ſuntq; rationales. Ipſæ igitur ε θ, θ ν, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, ipſa igitur ε ν ex binis nominibus eſt diuiſa in θ. Similiter iam demonſtrabimus quòd in μ diuiſa, & quòd ε θ ipſi μ ν eſt eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio ſigno diuiditur, quod eſt abſurdum. Bina potens media igitur in alio & alio ſigno non diuiditur: in uno igitur tantum ſigno diuiditur: quod erat oſtendendum.

Euclid.ex Camp. *Binomiorum diffinitiones.*

1 Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmento quadrati lineæ cõmunicantis eidẽ longiori in longitudine, fueritq; eadem longior lineæ positæ rationali communicans, ipsum uocabitur binomiũ primum. 2 Si uerò breuior positæ rationali cõmunicet, dicetur binomiũ secundum. 3 Quòd si neutra portionũ eius positæ rationali communicet, appellabitur binomium tertium.

4 Item si longior breuiore tanto amplius possit, quantum est quadratum alicuius lineæ ipsi longiori incommensurabilis in longitudine, fueritq; longior portionum positæ lineæ rationali cõmunicans in longitudine, ipsum nuncupabitur binomium quartum. 5 Si uerò breuior, positæ rationali communicet in longitudine, quintum nominabitur. 6 Si autem neutra portionum eius positæ rationali communicet in longitudine, erit binomium sextum.

Euclid.ex Zamb. *Binum nominum Diffinitiones.*

1 Proposita rationali & ea quæ ex binis diuisa in nomina, cuius nomẽ maius minore maius possit, eo quod ex sibi longitudine commensurabili, si maius nomen longitudine fuerit commensurabile ex positæ rationali, tota uocetur ex binis nominibus prima. 2 Si uerò nomẽ minus longitudine cõmensurabile fuerit expositæ rationali, uocatur ex binis nominibus secunda 3 Si autem neutrum ipsorum nominum commensurabile longitudine fuerit expositæ rationali, uocatur ex binis nominibus tertia. 4 Rursus iam si maius nomen minore maius possit, eo quod à sibi longitudine incommensurabili, si quidem maius nomen expositę rationali longitudine commensurabile fuerit, uocatur ex binis nominibus quarta. 5 Si uero minus, quinta. 6 Si uerò neutrum, sexta.

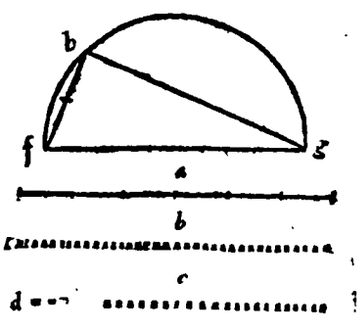
Sex igitur existentibus sic sumptis rectis lineis, primas ordine facit, tres primas quibus maior minore maius potest, eo quod ex sibi commensurabili, secundas ordine uerò reliquas tres similiter, quarũ maior minore maius possit, eo quod ex sibi incommensurabili, eo quia præstantius est commensurabile incommẽsurabili. Et insuper primam, in qua maius nomen expositæ rationali commensurabile est. Secundam autem in qua minus, quoniam rursus præstantius est maius minore dum continet maius. Tertiam uerò, cuius neutrũ nominum expositæ rationali est commensurabile. Et in tribus sequentibus similiter primam prędicti secundi ordinis quartam appellans, secundam uerò quintam, ac tertiam sextam.

Euclid. ex Camp. *Propositio 42.*

BInominum primum inuenire. 42

CAMPANVS. Sit a linea rationalis posita, sumanturq; duo numeri quadrati b & c, quorũ e sit diuisibilis in quadratum qui sit d, & in non quadratum qui sit e, ponaturq; proportio quadrati lineæ a ad quadratũ lineæ f g, sicut numeri b ad numerum c, eritq; ex secunda parte 7 linea f g communicans lineæ a rationali positæ in longitu-

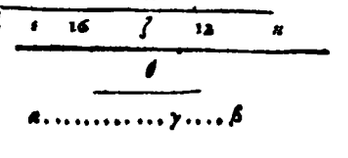
in longitudine. Super eam igitur lineetur f g h ſemicirculus, fitq; proportio quadrati lineę f g ad quadratũ lineę f h, ſicut c ad d, & ducatur linea g h: dico ergo duas lineas f g & g h directè coniunctas, componere binomium primum. Eſt enim linea f g, quę eſt longior, potentiorq; linea g h, quæ eſt breuior, in quadrato lineæ f h, per 30 tertij & penultimam primi, communicat autem linea f h lineę f g in longitudine, per 2 partem 7, cum proportio quadratorum ipſarũ f g & f h ſit ſicut numerorum quadratorum qui ſunt c & d. Linea uero g h, conuincitur eſſe rationalis in potentia tantum non communicans lineæ f g in longitudine, ideoq; nec̃ lineæ a rationali poſitę. cum ſit enim quadratum lineę f g ad quadratum lineæ f h, ſicut numerus c ad numerum d, erit per euerſam proportionalitatem quadratum lineæ f g ad quadratũ lineæ g h, ſicut numerus c ad numerum e. Cũ itaq; c ſit numerus quadratus, e uerò non quadratus, ſequitur per ultimam partem 7, ut linea g h, ſit incommenſurabilis lineę f g lõgitudine, relinquitur igitur ipſam g h eſſe rationalem in potentia tantum, & a diuiſione lineas f g & g h, componere binomium primum: quod erat inueniendum.



Euclid. ex Zamb. Problema 13. Propoſitio 48.

48 ## Inuenire ex binis nominibus primam.

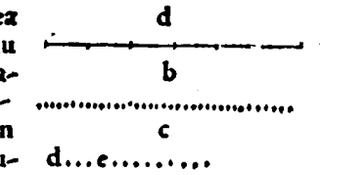
THEON ex Zamb. *Exponãtur bini numeri α γ, γ β, ut compoſitus ex ipſis α β ad β γ, rationẽ habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, ad ipſum autem γ α rationẽ non habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ: exponaturq; quædã rationalis δ, ac ipſi δ commenſurabilis eſto (per correlariũ 6 decimi) longitudine ipſa ε ζ, rationalis igitur eſt ε ζ, fiatq; (per 9 decimi) ſicut 6 α numerus ad α γ, ſic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η. At α β ad α γ rationem habet quam numerus ad numerũ. Igitur & quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η rationẽ habet quam numerus ad numerũ. Quare quod ex ε ζ, ei quod ex ζ η eſt commenſurabile. Eſt autem rationalis ε ζ, rationalis igitur eſt & ζ η. Et quoniam α β ad α γ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, neq; quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum: incommenſurabile igitur eſt ε ζ, ipſi ζ η longitudine. Ipſæ igitur ε ζ, ζ η, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, ex binis igitur nominibus eſt ipſa ε η. Dico quòd & prima. Quoniam enim eſt ſicut β α numerus ad α γ: ita quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η, maior autem eſt ipſe β α ipſo α γ, maius igitur eſt & quod ex ε ζ eo quod ζ η, eſto igitur ei quod ex ε ζ æquale quæ ex ζ η θ. Et quoniam eſt ſicut β α ad α γ, ſic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η, conuertẽdo igitur (per correlarium 19 quinti) eſt ſicut α 6 ad β γ, ſic quod ex ε ζ ad id quod ex θ. At α β ad β γ rationem habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum, & quod ex ε ζ igitur ad id quod ex θ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Commenſurabilis igitur eſt ε ζ ipſi δ longitudine. Ipſa igitur ε ζ quam ζ η, maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili. Ipſæq; ε ζ, ζ η, rationales ſunt. Commenſurabilisq; eſt ε ζ ipſi δ longitudine, ipſa igitur ε η ex binis nominibus prima eſt: quod erat oſtendendum*



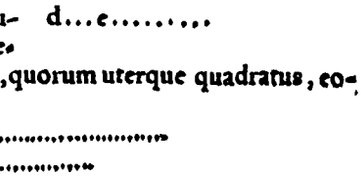
Euclid. ex Camp. Propoſitio 43.

43 ## Binomium ſecundum reperire.

CAMPANVS. Sit ut prius a rationalis linea poſita, b uerò numerus quadratus, c uerò ſit numerus non quadratus, diuiſibilis in d non quadratum & e quadratum: ita tamen quod proportio totius c, qui eſt non quadratus ad d, qui eſt etiam non quadratus, ſit ſicut numerorum quadratorum: talis autem numerus eſt 12 & 48, diuiſibilis enim eſt 12 in 9 quadratum numerum, & 3 non quadratum, eſtq; proportio 12 ad 3, ſicut 16 ad 4, quorum uterque quadratus, eodem modo 48 diuiſibilis eſt in 36 & 12.

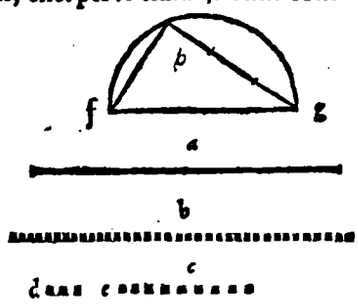


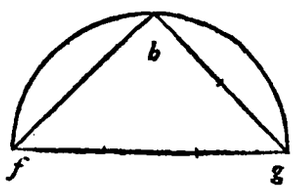
Tales autem numeros ſic reperies. Sit a numerus quadratus, b quoq; ſit unitate minor, cuius quadratũ ſit c, at uerò d proueniat ex b in a, eritq; ex prima incidentiũ noni, b differentia d ad c, ducatur idem a in c, & proueniat e, eritq; e quadratus ex prima parte correlarij 2 noni, eo quòd uterque numerorum a & c eſt quadratus per hypotheſin. Fiat rurſus f ex a in d, eritq; f qualem



quærimus

quærimus. Eſt enim ex ultima parte prędicti correlarij numerus f non quadratus, eo quòd d numerus ſit non quadratus. Si enim d numerus eſſet quadratus, eſſet quoq; b quadratus ex 2 parte eiuſdem correlarij 2 noni & ex 22 octaui, & quia a eſt quadratus, eſſet per 16 eiuſdē, tertius continuè proportionalis inter a & b, quod eſt impoſsibile, cum ſint ſola unitate diſtātes, non eſt igitur d quadratus, quare nec f, eſt enim f æqualis d & e, quoniam cum b ſit differentia d ad c, ut patet ex præmiſsis, erit per primam incidentium noni, quod fit ex a in d, æquum ijs quæ fiunt ex a in b & in c, & quia ex a in b fit d, & in c fit e, ſequitur ut d, ſit differentia f ad e, & quia per 18 ſe ptimi eſt f ad e, ſicut d ad c, erit permutatim f ad d, ſicut e ad c. Cumq; uterq; duorum numerorū e & c ſit quadratus, manifeſtum eſt numerum f eſſe qualem uolumus, eſt enim non quadratus diuiſibilis in d non quadratum & e quadratum, cuius proportio ad d eſt ſicut quadrati ad quadratum uidelicet e ad c. Cætera omnia ſint ut prius: Dico quòd lineæ f g & g h componunt binomium ſecundum. Cum enim ſit a quadratum f g, ſicut b ad c, rurſusq; quadratum f g ad quadratum g h, ſicut c ad e, erit per æquam proportionalitatem quadratum a ad quadratum g h, ſicut b ad e. Cum igitur uterq; duorum numerorum b & e ſit quadratus, erit per 2 partem 7 linea g h cōmunicans in longitudine lineæ a rationali poſitæ: de linea uerò f g conſtat quòd ipſa ſit rationalis in potentia tantum non communicans lineæ a rationali poſitæ in longitudine per ultimā partē 7, quæ cum ſit potētior linea g h in linea f h, per 30 tertij & penultimam primi, communicet autem linea f h lineæ f g in longitudine, per ſecundam partem 7, eo quòd eorum quadrata ſunt in proportione numerorum c & d, quorum eſt proportio ſicut numerorum quadratorū per hypotheſin, conſtat propoſitum. Aliter quoq; idem. Eſto linea g h, communicans a rationali poſitæ in longitudine, quam facilè eſt inuenire, ſitq; c numerus quadratus diuiſibilis in quadratum d, & non quadratum e, ſitq; proportio quadrati lineę g h ad quadratum lineæ f g, ſicut numerus e ad numerum c, eritq; f g incommenſurabilis lineæ g h in longitudine per ultimam partem 7, & potentior ea in quadrato lineę f h, cui communicat in longitudine primò per conuerſam, deinde per euerſam proportionalitatem, & per ſecundam partem 7, ex diffinitione igitur lineæ f g & g h, componunt binomium ſecundum.





a Re. 5

d ..... e .....

Euclid. ex Zamb. Problema 44. Propoſitio 49.

Comperire ex binis nominibus ſecundam. 49

THEON ex Zamb. *Explicentur bini numeri α γ, γ β, ut ex ipſis compoſitus α δ ad β γ, rationē habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum, ad ipſum autem γ α rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Exponaturq; rationalis A, ipſiq; A commenſurabilis eſto longitudine ζ ι, ipſa igitur ζ ι rationalis eſt. Fiat etiam (per correlarium 6 decimi) & ſicut γ α numerus ad α β, ſic quod ex ι ζ ad id quod ex ζ ε, commenſurabile igitur eſt id quod ex ι ζ, ei quod ex ζ ε, rationalis igitur eſt et ζ ε. Et quoniam γ α, numerus ad α β, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū, neq; igitur quod ex ι ζ ad id quod ex ζ ε, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommenſurabilis igitur eſt ι ζ, ipſi ζ ε longitudine. Ipſæ igitur ι ζ, ζ ι, rationales ſunt potentia tatum commenſurabiles, ex binis igitur nominibus eſt ipſa ι ι. Oſtendendum uerò quod & ſecunda. Quoniam rurſus eſt ſicut β α, numerus ad α γ, ſic quod ex ι ζ ad id quod ex ζ ι, maior autē eſt β α, ipſo α γ, maius igitur et quod ex ι ζ, eo quòd ζ ι, eſto autem ei quod ex ι ζ, æqualia quæ ex ι ζ θ. Conuertendo igitur (per correlarium 19 quinti) eſt ſicut α β ad δ γ, ſic quod ex ι ζ ad id quod ex θ. At α β ad β γ, rationē habet quā quadratus numerus ad quadratum numerū, & quod ex ι ζ, igitur ad id quod ex θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Commenſurabilis igitur eſt ι ζ, ipſi θ, longitudine (per 9 decimi.) Quare ι ζ, ipſa ζ ι, maius poteſt, eo quod fit ex ſibi commenſurabili, & ipſæ ι ζ, ζ ι, rationales ſunt potentiæ tantum commenſurabiles: & ζ ι, nomen minus commenſurabile eſt longitudine ipſi A rationali expoſitæ, ipſa igitur ι ι, ex binis nominibus eſt ſecunda: quod erat faciendum.*

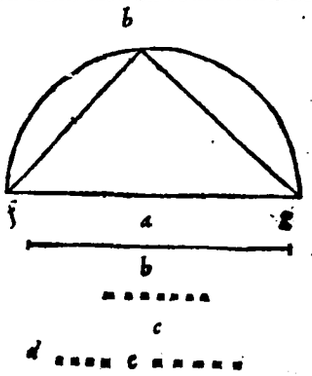
α ..... γ ... β
A
ι ιβ ζ θ ι
θ 6

Euclid.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 44.

44 # Binomium tertium inueſtigare.

CAMPANVS. Binomiũ quoq; tertium ſic reperitur. Poſita ut prius linea a rationali in longitudine, ſit b numerus primus, c uerò quadratus, diuiſibilis in quadratum d, & nõ quadratũ e, cætera omnia ſint ut prius, dico quòd duę lineę f g & g h componunt binomium tertium: neutra enim earũ eſt commenſurabilis in longitudine lineæ a rationali poſitæ, ſed utraq; incommenſurabilis, f g quidem, per ultimam partem 7, h g uerò, per æquam proportionalitatem & ultimam partem 7. Eſt enim per æquam proportionalitatem quadratum lineæ a ad quadratum lineæ g h, ſicut numerus b ad numerum e, mediantibus hinc quidem quadrato lineæ f g, inde uerò numero c, numeri autem b & e non ſunt in proportione aliquorum quadratorum, cum b ſit numerus primus: ſi enim eſſent in proportione numerorum quadratorum, neceſſe eſſet per 16 octaui & octauam eiuſdem tertium eis in continua proportionalitate intereſſe, eſſet igitur per 17 eiuſdem numerus b ſuperficialis, quod eſt impoſsibile, cum ſit primus per hypotheſin, incommenſurabilis eſt itaq; linea g h, lineæ a rationali poſitæ, ex ultima parte 7. Quia ergo linea f g potentior eſt linea g h in quadrato lineæ f h ex 30 tertij & penultima primi, quæ communicat ei in longitudine ex ſecunda parte 7, ex diffinitione binomij tertij patet noſtra intentio.



Euclid. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 50.

50 # Inuenire ex binis nominibus tertiam.

THEON ex Zamb. *Exponantur bini numeri α γ, γ β, ut ex ipſis cõpoſitus α β, ad β γ, rationẽ habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, ad ipſum autẽ α γ rationem non habeat quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Explicetur q; aliquis etiã alius numerus non quadratus Δ & ad utrunq; ipſorũ ϛ α, α γ, rationem nõ habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Exponatur q; aliqua rationalis recta linea quæ ſit ε. Fiat q; ſicut Δ ad α β, ſic quod ex ε ad id quod ex ζ ν. Cõmẽſurabile igitur eſt quod ex ε, ei quod ex ζ ν. Eſt autẽ ε rationalis, rationalis igitur eſt & ζ ν, (per diffinitionẽ.) Et quoniã Δ ad α β, rationem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum, neq; quod ex ε ad id quod ex ζ ν, rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt ε, ipſi ζ ν, longitudene (per 9 decimi.) Fiat iam rurſus ſicut α β numerus ad α γ, ſic quod ex ζ ν, ad id quod ex ν θ. Cõmenſurabile igitur eſt quod ex ζ ν, ei quod ex ν θ. Rationalis aũt eſt ζ ν, rationalis igitur & ν θ. Et quoniã ϛ α, ad α γ, rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; quod ex ζ ν ad id quod ex θ ν rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incõmenſurabilis igitur eſt ζ ν, ipſi ν θ longitudine. Ipſæ igitur ζ ν & ν θ, rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles. Igitur ipſa ζ θ ex binis nominibus eſt. Aio etiã quòd & tertia. Quoniam enim eſt ſicut Δ ad α β, ſic eſt id quod ex ε ad id quod ex ζ ν, ſicut autẽ β α, ad α γ, ſic quod ex ζ ν ad id quod ex ν θ, ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut Δ ad α γ, ſic quod ex ε ad id quod ex ν θ. At Δ ad α γ, rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ, neq; quod ex ε igitur ad id quod ex ν θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, incommenſurabilis eſt igitur ε ipſi ν θ longitudine. Et quoniam eſt ſicut β α, ad α γ, ſic quod ex ζ ν, ad id quod ex ν θ, maius igitur eſt quod ex ζ ν eo quod ex ν θ. Eſto igitur ei quod ex ζ ν, æqualia quæ ex ν θ, ν. Conuertendo igitur (per 19 quinti & eius correlarium) eſt ſicut α β ad β γ, ſic quod ex ζ ν ad id quod ex ν. At α β, ad β γ rationem habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum, & quod ex ζ ν igitur ad id quod ex ν, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Commenſurabilis igitur eſt ζ ν, ipſi ν longitudine. Ipſa igitur ζ ν, ipſa ν θ maius poteſt, eo quod ex ſibi longitudine cõmenſurabili. Ipſæq; ζ ν, ν θ, rationales ſunt potentia tantũ commenſurabiles. At neutra ipſarum commenſurabilis eſt ipſi ε longitudine: ipſa igitur ζ θ, ex binis nominibus tertia eſt: quod inuenire oportebat.*

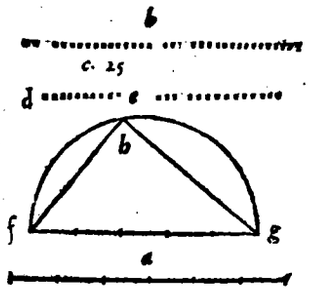
α ..... γ ..... β
Δ .....
ε
ζ 20 ν 15 θ
ν 5

Euclid. ex Camp. Propoſitio 45.

45 # Binomium quartum ſcrutari.

CAMPANVS. In inuentione binomij quarti eodem modo procedendũ eſt ſicut in inuentione primi, excepto quòd quadratus numerus c diuidatur in duos

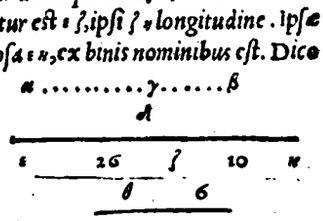
non quadratos qui ſunt d & e. Cætera omnia negocianda ſunt hic ex diffinitione binomij quarti, ſicut ibi ex diffinitione binomij primi.



Euclid. ex Zamb. Problema 16. Propoſitio 51.

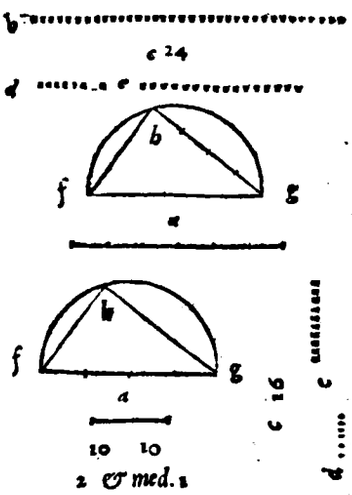
Inuenire ex binis nominibus quartam.

THEON ex Zamb. *Exponantur bini numeri* α γ, γ β, *ut* α β, *ad utrũq; ipſorum rationem non habeat quã quadratus numerus ad quadratum numerũ, exponaturq; rationalis* Δ. *Ipſiq; Δ commenſurabilis eſto lõgitudine, ipſa* ε ζ. *Rationalis igitur eſt ipſa* ε ζ. *Fiatq; ſicut* β α *numerus ad* α γ, *ſic quod ex* ε ζ *ad id quod ex* ζ η. *cõmenſurabile igitur eſt per diffinitionẽ quod ex* ε ζ, *quod ex* ζ η. *Rationalis autẽ eſt (per corre larium 6 decimi)* ε ζ. *Rationalis igitur eſt (per 6 decimi) & ζ η. Et quoniam* β α *ad* α γ *rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, neq; quod ex* ε ζ, *igitur ad id quod ex* ζ η, *rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incõmenſurabilis igitur eſt* ε ζ, *ipſi* ζ η *longitudine. Ipſæ igitur* ε ζ, ζ η, *rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. quare ipſa* ε η, *ex binis nominibus eſt. Dico iam quod & quarta. Quoniã enim eſt ſicut* β α, *ad* α γ, *ſic quod ex* ε ζ, *ad id quod* ζ η, *maior autem eſt* β α *ipſo* α γ, *maius igitur & quod* ε ζ, *eo quod ex* ζ η, *eſto nempe ei quod ex* ε ζ, *æqualia quæ ex* ζ η, θ. *Conuertendo igitur (per 19 quinti) et eius correlarium ſicut* α β, *numerus ad* β γ, *ſic quod ex* ε ζ, *ad id quod ex* θ. *Ipſæ uerò* α β, *ad* β γ *rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, neq; igitur quod ex* ε ζ *ad id quod ex* θ, *rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incommenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi)* ε ζ, *ipſi* θ *longitudine. Ipſa igitur* ε ζ, *ipſa* η ζ, *maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili, & ipſæ* ε ζ, ζ η, *rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, & ε ζ, ipſi* Δ *commenſurabilis eſt longitudine. Ipſa igitur* ε η, *ex binis nominibus eſt quarta: quod erat inueniendum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 46.

Binomium quintum quærere.

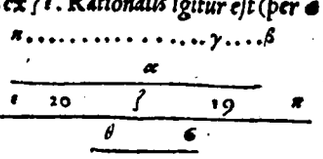


CAMPANVS. Huius inuentio ſic eſt ſicut binomij ſecundi, excepto quòd numerus c non quadratus diuidetur in d nõ quadratum, & e quadratũ, ita tamen quod proportio c ad d, non ſit ſicut numeri quadrati ad numerũ quadratum. Cætera omnia ſunt hic perquirenda ex diffinitione binomij quinti, ſicut ibi quæſita ſunt ex diffinitione binomij ſecundi. Vel pone quod linea g h ſit communicans lineæ à rationali poſitæ in longitudine, & pone numerum c quadratum diuiſum in duos non quadratos qui ſunt d & e. Pone itaq; proportionem quadrati lineę g a ad quadratum f g, ſicut numeri e ad numerum c, deinde aſtrue propoſitum ex ultima parte 7, & præſentibus hypotheſibus & conuerſa & euerſa proportionibus 7. & iterum ex ultima parte 7. & diffinitione binomij quinti.

Euclid. ex Zamb. Problema 17. Propoſitio 52.

Inuenire ex binis nominibus quintam.

THEON ex Zamb. *Explicentur bini numeri* α γ, γ β, *ut* α β, *ad utrunq; ipſorum rationẽ non habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerum. Exponaturq; aliqua rationalis recta linea* Δ *ac ipſi* Δ *commẽſurabilis eſto (per diffinitionem) lõgitudine* ζ η, *rationalis igitur ipſa* ζ η. *Fiatq; ſicut* γ α *ad* α β, *ſic quod ex* η ζ, *ad id quod ex* ζ ε. *Cõmenſurabile igitur eſt quod fit ex* η ζ, *ei quod ex* ζ ε. *Rationalis igitur eſt (per 6 decimi) & ζ ε. Et quoniã* γ α *ad* α β, *rationem nõ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; quod ex* η ζ, *igitur ad id quod ex* ζ ε, *rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi)* η ζ, *ipſi* ζ ε *longitudine. Igitur* ε ζ, ζ η, *rationales ſunt potentia cõmenſurabiles, tãtum ex binis igitur nominibus eſt ipſa* ε η, *(per 36 decimi.) Dico iam quòd et quinta. Quoniã enim eſt ſicut* γ α, ἀνάπαλιν *ad* α β, *ſic quod ex* η ζ, *ad id quod ex* ζ ε, *& rurſus ſicut* β α *ad* α γ, *ſic quod ex* ε ζ, *ad id quod ex* ζ η, *maior aũt eſt* β α *ipſo* α γ, *maius igitur eſt quod ex* ε ζ *eo quod ex* ζ η. *Eſto nempe ei quod ex* ε ζ, *æqualia quæ ex* η ζ, θ.

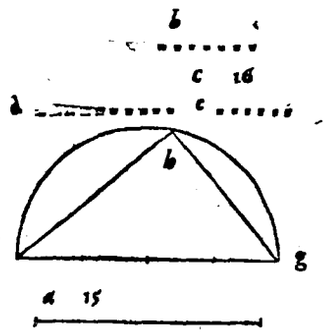


Conuer-

Conuertẽdo igitur (per 19 quinti & eius correlariũ) eſt ſicut α β numerus ad β γ, ſic quod ex ε ſ ad id quod ex θ. At α β, ad β γ, rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex ε ſ, ad id quod ex θ rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) ε ſ, ipſi θ longitudine. Quare ε ſ ipſa ſ υ maius poteſt, eo quod ſibi ex incommenſurabili. Suntq; rationales potentia tantũ commenſurabiles, & ſ υ nomen minus cõmenſurabile, eſt expoſitæ rationali δ longitudine. Ipſa igitur ε υ, (per 48 decimi) quinta eſt ex binis nominibus: quod erat inueniendum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 47.

47 **IN binomio ſexto demum oportet inſiſtere.**

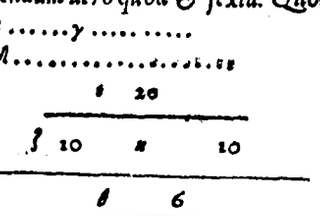


CAMPANVS. Binomium ſextum ſicut tertium ſcrutandum eſt, & tamen erit hic numerus quadratus c diuiſus in duos non quadratos d & e. Cætera ut ibi, eritq; ex diffinitione binomij 6 linea quã componunt f g & g h ſibi inuicem directè coniunctæ binomium ſextum, quod eſt propoſitum inuenire.

Euclid. ex Zamb. Problema 18. Propoſitio 53.

53 **Inuenire ex binis nominibus ſextam.**

THEON ex Zamb. *Explicentur bini numeri α γ, γ β, ut α β, ad utrumq; ipſorum rationem nõ habeat quã quadratus numerus ad quadratum numerum. Sitq; etiam alius numerus δ non exiſtẽs quadratus, quia utrunq; ipſorũ β α, α γ, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. Exponaturq; aliqua recta linea rationalis quæ ſit ε, fiatq; (per diffinitionem) ſicut δ ad α β, ſic quod ex ε ad id quod ex ζ ε. Commenſurabilis igitur eſt (per 6 decimi) ε ipſi ζ υ, poteſtq; rationalis ε, rationalis igitur eſt & ζ υ. Et quoniã δ ad α β, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, neq; quod ex ε igitur ad id quod ex ζ υ, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt ε, ipſi ζ υ, longitudine. Fiat rurſus ſicut β α ad α γ, ſic quod ex ζ υ, ad id quod ex υ θ. Commenſurabile igitur eſt (per 6 decimi) quod ex ζ υ, ei quod ex υ θ. Rationale autẽ eſt quod ex ζ υ, rationale igitur eſt & quod ex υ θ, rationalis igitur υ θ. Et quoniam β α ad α γ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur eſt quod ex ζ υ ad id quod ex υ θ, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incõmenſurabilis igitur ex ζ υ ipſi υ θ lõgitudine. Ipſæ igitur ζ υ, υ θ, rationales ſunt potentia tantũ, ex binis igitur nominibus ex ζ θ (per 36 decimi.) Oſtendendum uerò quòd & ſexta. Quoniã enim eſt ſicut δ ad α β, ſic quod ex ε, ad id quod eſt ζ υ, eſt autẽ et ſicut ϛ α ad α γ, ſic quod ex ζ υ ad id quod ex υ θ, ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut δ ad α γ, ſic quod ex ε ad id quod ex υ θ. At δ ad α γ, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; igitur quod ex ε, ad id quod ex υ θ, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incõmenſurabilis eſt igitur utraq; ipſarũ ζ υ, & υ θ, ipſi ε longitudine. Et quoniã eſt ſicut β α, ad α γ, ſic eſt quod ex ζ υ, ad id quod ex υ θ, maius igitur eſt quod ex ζ υ eo quod ex υ θ. Eſto igitur ei quod ex ζ υ æqualia, quæ ex υ θ, υ. Conuertendo igitur (per 19 quinti & correlarium eiuſdem) ſicut α β ad β γ, ſic quod ex ζ υ ad id quod ex υ. At α β, ad β γ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Quare neq; quod ex ζ υ, ad id quod ex υ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommenſurabilis igitur eſt ζ υ ipſi υ longitudine, ipſa igitur ζ υ, ipſa υ θ maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili. Suntq; ipſæ ζ ε, υ θ, rationales, potentia tantum commenſurabiles. Ac ipſarum ζ υ, neutra commenſurabilis eſt longitudine ipſi ε expoſitæ rationali, ipſa igitur ζ θ, ex binis nominibus eſt ſexta: quod erat inueniendum.*

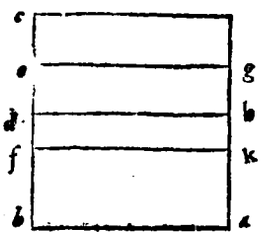


Euclid. ex Camp. Propoſitio 48.

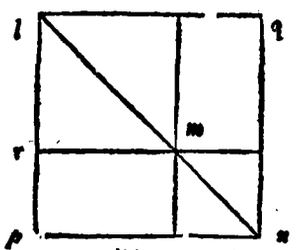
48 **SI fuerit ſuperficies binomio primo lineaq; rationali cõtenta, latus quod ſuper eã poteſt, binomiũ eſſe neceſſe eſt.**

CAMPANVS. Sit ſuperficies a c, cõtenta linea rationali a b, & binomio primo quod ſit b c. Dico q; latus tetragonicũ ſuperficiei a c eſt binomiũ. Si enim punctus d cõmunis terminus duarum portionum binomij primi in b c, cuius maior portio ſit b d, eritq; rationalis in longitudine ex diffinitione, & commẽſurabilis lineæ a b rationali poſitę. Diuidatur itẽ minor portio quę eſt d c per æqualia ad pũctum e, lineaq; d b diuidatur ſub ea conditione ad punctum f, quod inter partes eius quę ſunt b f, & f d, cadat d e medio loco proportio-

nalis quod qualiter fiat, in 13 dictum est, ducantur autẽ lineę e g, d h, f k, æquidistãtes lineæ a b. Et quia ex diffinitione binomij primi linea d b est potentior linea d c in quadrato lineę sibi cõmuni cãtis in lõgitudine, sequitur ex secunda parte 13 quòd duę lineę b f & f d sint cõmunicantes, per 9. igitur est utraq; earum communicans toti lineæ b d, quare per diffini

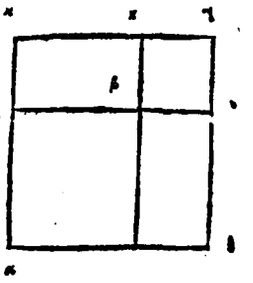


tionem ambæ sunt rationales in longitudine, ideoq; per 15 utraq; earum communicans toti lineæ b d, quare per 15 utraq; duarum superficierum a f & f h, est rationalis. Describatur itaq; quadratum l m, cuius [illegible]as l r, æquale superficiei a f, cui circumponatur gnomo protracta diagonali l m n, ad eam quantitatẽ, quod ipsius gnomonis quadratum quod sit m n, sit æquale superficiei f h, duoq; eius supplementa sint p m & m q, quare necesse est esse æqualia duabus superficiebus d g & g c. Quod sic collige. Cum enim sit linea d e medio loco proportionalis inter lineas b f & f d erit superficies d g, ex 1 sexti medio loco proportionalis inter superficies a f & f h, quare & inter quadrata l m & m n. Et quia supplementum p m est etiam medio loco proportionale inter quadrata dicta ex prima sexti, sequitur ut p m sit æqualis d g, ideo'que m q, g c, igitur linea l p, est latus tetragonicum superficiei a c. Hanc lineam dico esse binomium. Cum sint enim ambo quadrata l m, & m n, rationalia, erunt ex diffinitione duæ lineæ l r & r p potentialiter rationales. Est autem per primam sexti a f ad d g, sicut b f ad d e: sed b f est incommensurabilis d e, scilicet, quia b f est rationalis sim

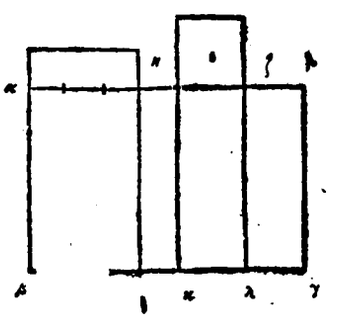


pliciter, ut probatum est, d e verò quia communicat in longitudine d c rationali in potentia tantum, erit etiam ipsa rationalis in potentia tãtum per 18, quod ex præmissis hypothesibus manifestum est. Itaq; per 2 partem 10, superficies a f, est incommensurabilis superficiei d g, igitur & quadratũ l m, supplemento p m, quare per primam sexti & secundam partem 10 linea l r, est incõmensurabilis lineæ r p. Ex 30 igitur constat lineam l p esse binomium: quod erat demonstrandum. 107

THEON. Lemma.



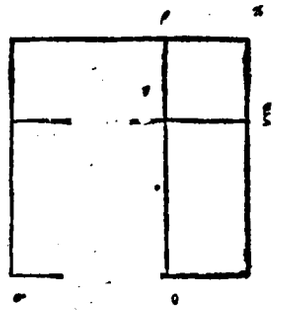
Sint bina quadrata α β, β γ, ponaturq; (per 14 primi) ut δ β, ipsi β ε, sit in rectas lineas. In rectas lineas igitur est & ζ β, ipsi β κ. Cõpleaturq; parallelogrammũ α γ. Dico quòd α γ, quadratũ est, & quod δ κ, ipsorum α β, β γ, medium est proportionale, & insuper δ γ, ipsorum α γ, γ β, mediũ proportionale est. Quoniã enim δ β, ipsi ζ β est æqualis, & β ε ipsi β κ: igitur δ ε toti ζ κ est æqualis. Sed δ ε, utriq; ipsarũ α θ, κ γ est æqualis. Igitur (per 33 primi) parallelogrãmum α γ, æquilaterũ est, est quoq; & rectangulũ, quadratum igitur est α γ, (per 46 primi) & quoniã est sicut ζ β ad β κ, sic δ β, ad β ε, sed sicut quidẽ ζ β, ad β κ, sic (per 1 sexti) α β ad δ κ. sicut verò δ β ad β γ, sic δ κ ad β γ. & sicut igitur α β ad δ κ, sic δ κ ad β γ. Igitur δ κ, ipsorum α β, β γ, mediũ proportionalitate est. Dico iam quòd & δ γ, ipsorum α γ, γ β, medium proportionale est. Quoniã enim est sicut α δ ad δ κ, sic est κ κ ad κ γ (æqualis est enim altera alteri) & componendo (per 16 quinti) sicut α κ ad κ δ, sic κ β, ad γ κ, sed sicut α κ, ad κ δ, sic α γ, ad γ δ, sicut autem κ γ ad γ κ, sic (per 1 sexti) δ γ, ad γ ε, igitur δ γ, ipsorum α γ, γ β, medium & proportionale est.



54

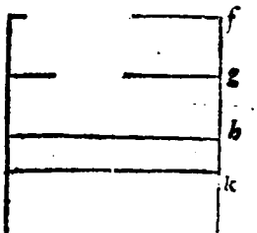
Euclid. ex Zamb. Problema 16. Propositio 54.

Si areola cõprehẽdat sub rationali ac ex binis nominib. prima, quę areolã potest, irratiõalis est, ex binis nominib. uocata.



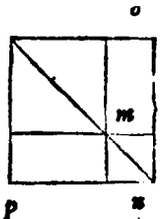
THEON ex Zãb. *Areola etenim α β γ δ, cõprehẽdatur sub rationali α β, & ex prima ex duobus nominibus α δ. Dico quod ipsam α γ areolã potẽs irrationalis est, ex binis uocata nominibus. Quoniam enim ex binis nominibus est prima ipsa α δ, diuidatur (per 42 decimi) in nomina in ε, sitq; maius nomen α ε. Manifestũ iam, quod ipsæ α ε, ε δ, ratiõales sunt potẽtia tantũ cõmẽ surabiles, & α ε, ipsa ε δ, maius potest eo quod fit ex sibi cõmensurabili & α ε, (per 48 decimi) commẽsurabilis est expositæ rationali α β lõgitudine. Secetur iã (per 10 primi) ε δ, bifariam in signo ζ. Et quoniã α ε, ipsa ε δ, maius potest eo quod*

eo quod ex ſibi cõmẽſurabili, ſi quartæ igitur parti eius quod ex minore, hoc eſt ei quod ex ε ζ, æquum ad maiorẽ α ε cõparatũ fuerit deficiẽs forma quadrata, in cõmẽſurabilia diſtribuit (per 17 decimi) Cõparetur (per 28 ſexti) igitur ad ipſam α ε, ei quod ex ε ζ, æquũ quod ſub α ν, ν ε cõmẽſuralis igitur eſt α ν, ipſi ν ε lõgitudine. Excitẽturq; (per 31 primi) per ipſa ν, ε, ζ, utriq; ipſarũ α β, δ γ, paralleli ν θ, ε ν, ζ λ. Et ipſi quidẽ α θ parallelogrãmo, æquũ (p 14 ſecũdi) q̃dratũ cõſtituatur σ ν, ipſi aũt ν ν, ν π. Ponaturq; (p 14 primi) ſicut in rectas lineas μ ν, ipſi ν ξ, in rectas igitur lineas eſt & ϱ ν, ipſi ν ο. Cõpleaturq; ipſũ σ π, parallel. quadratũ igitur eſt σ π. Et quoniã quidem ſub α ν, ν ε, æquũ eſt ei quod ε ζ, eſt igitur (per cõſtructionẽ) ſicut α ν, ad ε ζ, ſic ζ ε, ad ε ν, et ſicut igitur (per 1 ſexti) α θ ad ε λ, ſic ε λ, ad ν ν. Ipſorũ igitur α θ, ν ν, mediũ ε λ, proportionale eſt. Sed α θ quidẽ, æquũ eſt ipſi σ ν et ν ν, æquũ eſt ipſi γ π. Ipſorũ igitur α θ, ν ν, mediũ ε λ proportionale eſt. Eſt aũt ipſorũ σ ν, ν π, mediũ μ ϱ proportionale, (per oſtẽſum lẽma) æquũ eſt igitur μ ϱ, ipſi ε λ Sed μ σ quidẽ ipſi ο ξ, æquũ eſt, et ε λ, ipſi ζ γ, totũ igitur ε γ, ipſis μ ϱ, ο ξ, eſt æquale. Sũt autẽ et ipſa α θ, ν ν, ipſis σ ν, ν π, æqualia, (p 44 primi) totũ igitur α γ, æquũ eſt toti σ π, hoc eſt ei qd' ex μ ξ, quadrato, igitur ipſa μ ξ, ipſum poteſt α γ. Dico iã q; et ipſa μ ξ, ex binis nominib. eſt. Quoniã enim cõmẽſurabilis eſt (p 17 decimi) α ν ipſi ε ν, cõmẽſurabilis igitur eſt (p 12 decimi et diffinitionẽ,) et α ε, utriq; ipſarũ α ν, ν ε. Supponatur aũt (p diffinitionẽ primæ) α ε ipſi α β, cõmẽſurabilis, et ipſa α igitur α ν, ν ε, ipſi α β, ſunt cõmẽſurabiles. Rationalis uerò eſt α β, rationalis igitur eſt et utraq; ipſarũ α ν, ν ε. Rationale igitur eſt et utrũq; ipſorũ α θ, ν ν. Cõmẽſurabile autẽ eſt (per 1 ſexti et 11 decimi) α θ ipſi ν ν. Sed α θ, ipſi quidẽ σ ν eſt æquale, ipſum uerò ν ν, ipſi ν π, et ipſa igitur σ ν, ν π, hoc eſt qd' ex μ ν, ν ξ, rationalia ſunt et cõmẽſurabilia. Et quoniã incõmẽſurabilis eſt α ε, ipſi ε δ lõgitudine, ſed ipſa quidẽ α ε ipſi α ν, eſt cõmẽſurabilis, ipſa autẽ δ ε ipſi ε ζ cõmẽſurabilis (per 13 decimi) incõmẽſurabilis igitur eſt & α ν, ipſi ε ζ. Quare et α θ, ipſi ε λ, incõmẽſurabile eſt. Sed α θ, quidẽ ipſi σ ν eſt æquale, ipſum uerò ε λ, ipſi μ ϱ, et σ ν, igitur ipſi μ ϱ, incõmẽſurabile eſt. Sed ſicut σ ν ad μ ϱ, ſic & ο ν ad ν ϱ. Incommẽſurabilis igitur eſt ο ν ipſi ν ϱ. Aequalis autẽ eſt ο ν ipſi μ ν et ν ϱ, ipſi ν ξ, incommenſurabilis igitur eſt μ ν, ipſi ν ξ. Et quod ex μ ν, incõmẽſurabile eſt ei quod ex ν ξ, & utrũq; rationale. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ, rationales ſunt potẽtia tantũ, cõmenſurabiles, ipſa igitur μ ξ, ex binis nominibus eſt, ipſumq; α γ, poteſt: quod erat oſtendendum. Euclid. ex Camp. Propoſitio 49.



49 Si fuerit ſuperficies linea rationali binomioq; ſecũdo cõtenta, latus eius tetragonicũ erit bimediale primũ.

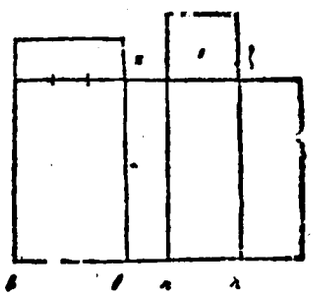
CAMP. Sit eadẽ figura eædẽq; hypotheſes quę in prçmiſſa, eritq; ex diffinitiõe binomij ſecũdi, linea d c, ratiõalis in longitudine, quare p 15 utraq; duarũ ſuperficierũ d g & g c, (ideoq; & duo ſupplemẽta p m, m q) erit ratiõalis, linea uerò b d erit rationalis in potẽtia tãtũ, & diuiſa in duas lineas cõmunicãtes f d & b f, ex diffinitione binomij ſecũdi & prçmiſsis hypotheſib. & ſecũda parte 13 per 19 igit erit utraq; duarũ ſuperficierum a f & f h, (ideoq; & utrũq; quadratorũ l m & m n) medialis, itaq; ambę lineę l r & r p, ſunt mediales in potẽtia q̃q; cõmunicãtes, nã cũ linea b f cõmunicet lineę f d, ſequit ut a f cõmunicet f h, quare quadratũ l m, quadrato m n, ideoq; & lineã l r, lineę r p in potẽtia, in lõgitudine autẽ nõ cõmunicãt, q̃niã per 1 ſexti una earũ ad alterã eſt ſicut l m ad m p. Cũ igitur l m nõ cõmunicet m p, eo q̃d altera medialis uidelicet l m, altera uerò rationalis uidelicet m p, ſequit ut l r nõ cõmunicet in lõgitudine r p, Quia igitur ipſę cõtinent ſuperficiẽ rationalẽ quę eſt m p, cõſtat lineã l p ex 31 huius, eſſe bimediale primũ. Euclid. ex Zamb. Theorema 37. Propoſitio 51.

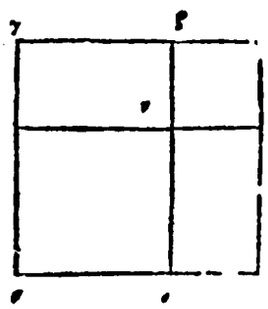


51 Si areola cõprehẽſa fuerit ſub rationali, & ex binis nominibus ſecũda, areolã potẽs irrationalis eſt, uocaturq; ex binis mediis prima.

THEON ex Zãb. Cõprehẽdatur areola α β γ δ, ſub ratiõali α β, ac ex binis nominib. ſecũda α δ. Dico q, α γ areã potẽs, ex binis mediis eſt prima. Quoniã enim ex binis nominib. ſecũda eſt α δ, diuidatur in nomina in ſigno ε, ut maius nomen ſit α ε, ipſæ igitur α ε, ε δ, (per 49 decimi) rationales ſunt potẽtia tantum commenſurabiles, & α ε, ipſa ε δ maius poteſt eo quod ex ſibi cõmenſurabili, ac nomen minus ε δ commenſurabile eſt ipſi α β longitudine. Secetur (per 10 primi) ipſa ε δ biſariam in ſigno ζ, & ei quod ex ε ζ, æquum ad ipſam α ε comparetur (per 28 ſexti) deficiens forma quadrata quod ſub α ν, ν ε, commenſurabilis igitur eſt (per 27 decimi) α ν, ipſi ν ε longitudine. Et per ipſa ν, ε, ζ, ſigna excitentur (per 31 primi) paralleli ipſis α β, γ δ, ſintq; ν θ, ε ν, ζ λ. Ac ei quidem quod eſt α θ, parallelogrammo conſtruatur (per 14 ſecundi) æquum quadratum σ ν, ipſi autem ν ν, æquũ quadratũ ν π. Ponaturq; (per 14 primi) ſic in rectas lineas, μ ν, ipſi ν ξ, in rectas lineas: igitur eſt & ϱ ν, ipſi ν ο. Compleaturq; σ π quadratũ. Manifeſtũ iam eſt ex præoſtenſo lẽmate quod μ ϱ mediũ proportionalitate eſt ipſorum σ ν, ν ε, & per præcedẽs theorema æquũ ipſi ε λ, & quod α γ areã poteſt μ ξ. Oſtẽdendũ iã quod μ ξ, ex binis mediis eſt prima. Quoniã α ε ipſi ε δ eſt incõmenſurabilis lõgitudine, cõmẽſurabilis aũt eſt (per 49 decimi) ε δ, ipſi α β, incõmẽſurabilis igitur per

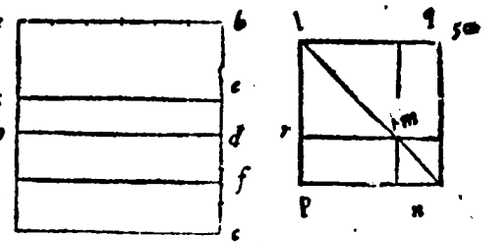
13 decimi, est α ε, ipsi α β lõgitudine. Et quoniã cõmẽsurabilis est α κ, ipsi ε κ, cõmẽsurabilis est et α ε utriq; ipsarũ α κ, κ ε. Eb α ε, rationalis: est ratiõalis igitur et utraq; ipsarũ α κ, κ ε, p cõparationẽ. Et quoniã incõmẽsurabilis est α ε, ipsi α β, cõmẽsurabilis aũt est α ε, utriq; ipsarũ α κ, et ipsæ α κ, κ ε, igitur incõmẽsurabiles sunt ipsi α β. Ipsæ β κ, α κ, κ ε, igitur (p 13 decimi) ratiõales sunt potẽtia tãtũ cõmẽsurabiles. Quare (p 21 decimi) utrũq; ipsorũ α θ, κ κ, mediũ est, quare & utrũq; ipsorũ σ ν, ν π, mediũ est, et ipsæ μ ν, ν ξ, igitur mediæ sunt (per 21 decimi) Et quoniã cõmẽsurabilis est α κ ipsi κ ε lõgitudine, cõmẽsurabile est et α θ ipsi κ κ, hoc est σ ν ipsi ν π, hoc est qd' ex μ ν ei qd' ν ξ. quare et ipsæ μ ν, ν ξ, potẽtia sũt cõmẽsurabiles. Et quoniã incõmẽsurabilis est α ε, ipsi ε λ, lõgitudine, sed ipsa qdẽ α ε cõmẽsurabilis est ipsi α κ, et ε λ, ipsi ε ζ, incõmẽsurabilis igitur est (p 13 decimi) α κ ipsi ε ζ. Quare (p 1 sexti & 11 decimi) et α κ, ipsi ε λ incõmẽsurabile est, hoc est σ ν, ipsi μ ρ, hoc est σ ν, ipsi ν ρ, hoc est μ ν, ipsi ν ξ. incõmẽsurabilis lõgitudine est. Ostẽsũ aũt est q; ipsæ μ ν, ν ξ, mediæ existẽtes, potẽtia sunt cõmẽsurabiles. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ, mediæ sunt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles. Dico iã q; et ratiõale cõprehendũt. Quoniã enim α ε supponitur utriq; ipsarũ α β, ε ζ cõmẽsurabilis, cõmẽsurabilis igitur (p 12 decimi) est et ζ ε ipsi ε κ. Et utraq; ipsarũ rationalis, rationale igitur ε λ, hoc est μ ρ. Sed μ ρ, est qd' sub μ ν, et ν ξ. Si uerò (per 37 decimi) binæ mediæ potẽtia tantũ cõmẽsurabiles, cõpositæ fuerint rationale cõprehendẽtes, tota irrationalis est, uocaturq; ex binis prima medijs. Igitur ipsa μ ξ, ex binis est prima medijs: quod erat ostendendum.





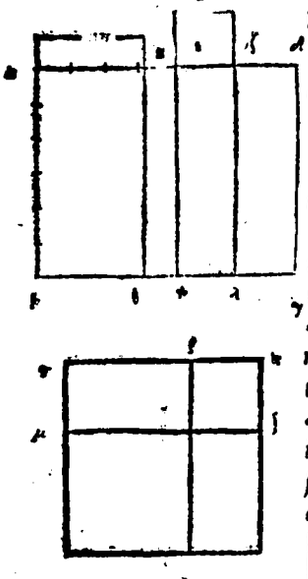
Euclid. ex Camp. Prop. 50.

SI binomio tertio ac linea ratiõali superficies cõtineat linea in eã potens erit bimediale secũdũ. CAMP. Dispositio & hypotheses maneãt ut suprà. Eritq; ex his hypothesib. & diffinitiõe binomij tertij & 19, unaquæq; quatuor superficierũ in quas diuisa est superficies a c medialis, quare utrũq; duorũ quadratorũ l m, m n, & utrũq; supplemẽtorũ p m & m q, erit etiã mediale, utraq; igitur duarũ linearũ l r & r p, erit medialis. Et cũ duę superficies a f & f h sint cõmunicãtes, eo q; duæ lineæ b f & f d sint cõmunicãtes, per secũdã partẽ 13 erũt duę lineę l r & r p cõicãtes in potẽtia, in lõgitudine uerò nõ, quia superficies l m nõ cõicat cũ superficie m p, eo q̃d neq; a f cõmunicat cũ d g. Nã linea b f nõ cõmunicat cũ d e, cũ igitur ipsæ cõtineãt superficiẽ quæ est p m, constat ex 32 linea l p esse mediale secundũ: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 38. Propositio 50.

Si superficies sub rationali, & ex binis nominibus tertia comprehensa fuerit, superficiem potens irrationalis est, appellaturq; ex binis secunda medijs.

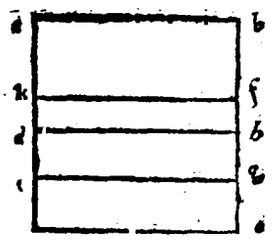


THEON ex Zamb. Areola nãq; α β γ δ, cõprehendatur sub rationali α β, ac ex binis nominib. tertia ζ δ diuisa in nomina in ε, quorũ maius sit α ε, dico quod areolã α γ potẽs irrationalis est, uocaturq; ex binis secũda medijs. Construãtur nãq; eadẽ quæ prius. Et quoniã α δ, ex binis est tertia nominibus, ipsæ igitur α ε, ε δ, rationales sunt potẽtia tantũ commẽsurabiles, & ipsæ α ε, ipsa ε δ, maius potest eo quod ex sibi cõmẽsurabili, et ipsarũ α ε, ε δ, neutra ipsi α β, est cõmẽsurabilis lõgitudine. Similiter iã ex ijs quæ prius sunt ostẽsa, demõstrabimus, quod ipsæ μ ν, ν ξ, mediæ sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Quare μ ξ, ex binis est medijs. Ostẽdendũ etiã quod & secũda. Quoniã incõmensurabilis est (p 50 decimi) δ ε, ipsi α β, lõgitudine, hoc est ipsi ε κ, atqui δ ε cõmensurabilis est ipsi ε ζ, incõmẽsurabilis igitur est (p 13 decimi) ε ζ, ipsi ε κ lõgitudine. Sũtq; rationales, ipsæ ζ ε, ε κ, igitur rationales sunt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles. Mediũ igitur (per 21 decimi) est ε λ, hoc est μ ρ, cõprehẽditurq; sub μ ν, ν ξ, mediũ igitur est quod sub μ ν, ν ξ. Ipsa igitur μ ν ξ, ex binis est secunda medijs, quod fuerat ostendendum. Euclid. ex Camp. Prop. 51.

SI linea rationali binomioq; quarto superficies cõtineatur, quæ in eã superficiẽ potest, est linea maior.

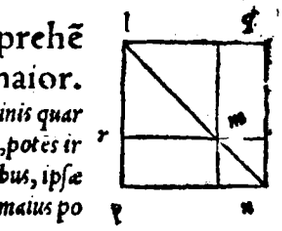
CAM-

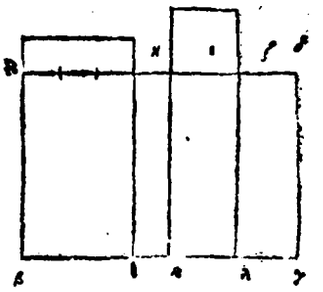
CAMP. Cunctis ut in præmissis manentibus erit ex hypothesi & diffinitione binomij 4 & 19 utraq; duarũ superficierũ d g & g c (quare & utraq; duarũ p m, & m q) medialis, duoq; quadrata l m & m n pariter accepta rationale, eo quod superficies a d est rationalis per diffinitionẽ binomij 4 & 15. Et quia d b diuiditur in punctο f n duo in cõmunicãtia per secundã partẽ 14, erit superficies a f incõmẽsurabilis superficiei f h, ideoq; quadratum l m, in quadrato m n. Duæ igitur lineæ l r & r p, sunt incõmẽsurabiles in potẽtia quæ cũ cõtineant superficiẽ medialẽ p m & earũ quadrata ambo pariter accepta sint rationale, cõstat per 33 lineã l p esse lineã maiorẽ: quod erat demonstrandum. Euclid. ex Zamb. Theorema 39. Propositio 57.

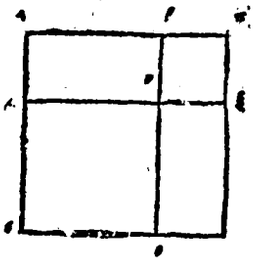


37 Si areola sub ratiõali ac ex binis quarta noĩh. cõprehẽsa fuerit ipsã areolã potẽs irratiõalis est, uocatq; maior.

THEON ex Zãb. *Areola nãq; α γ, cõprehẽdatur sub ratiõali α δ, et ex binis quarta noĩbus α ε diuisa in nomina in ε, quorũ maius esto α ι. Dico q areolã α γ, potẽs irrationalis est appellata maior. Quoniã enim α ε ex binis est quarta nominibus, ipsæ igitur α ι, ι ε, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles, & α ι ipsa ι ε maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili, et α ε, ipsi α β, lõgitudine cõmensurabilis est. Secetur (per 10 primi) ι ε, bifariam in ζ, & ei quod ex ι ζ, æquũ ad α ε, cõparetur (per 44 primi) parallelogrãmũ quod sub α κ, κ ι. Incõmensurabilis igitur est (per 28 decimi) α κ, ipsi κ ι lõgitudine excitẽtur (per 31 primi) parallelι ipsi α β, sintq; κ θ, ι κ, λ. Fiantq; reliqua eadẽ ficut in præcedẽti. Manifestũ iã est quod μ ξ, est potẽs ipsam α γ. Ostendendũ uerò quod μ ξ irrationalis est, appellata maior. Quoniã incõmensurabilis est α κ ipsi ι κ lõgitudine, incõmẽsurabile (per 1 sexti & 11 decimi) est & α θ ipsi ν κ, hoc est σ ν ipsi ν π. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ, potẽtia sunt incõmensurabiles. Et quoniã cõmensurabilis est α ι, ipsi α β lõgitudine, rationale est α κ. Et æquũ est eis quæ ex μ ν, ν ξ, ratiõale est α κ, est, cõstatũ ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ. Et quoniã (per 34 decimi) incõmensurabilis est Δ ι ipsi α β longitudine, hoc est ipsi ι κ, sed (per 13 decimi) Δ ι cõmensurabilis est ipsi ι ζ, incõmensurabilis igitur est ι ζ, ipsi ι κ lõgitudine. Ipsæ igitur ι κ, ι ζ, rationales sunt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles. Mediũ (per 22 decimi) igitur est λ ι hoc est μ ξ. Cõprehenditurq; sub μ ν, ν ξ, mediũ igitur est quod sub μ ν, ν ξ. Et compositũ ex ijs, quæ ex μ ν, ν ξ, rationale & μ ν, ipsi ν ξ potentia incõmensurabilis est. Si autẽ (per 39 decimi) duæ lineæ potentia incõmensurabiles cõpositæ fuerint efficientes cõpositum ex ijs quæ ex ipsis sunt quadratis rationale, quod uerò sub ipsis medium, tota irrationalis est, appellatur autẽ maior. Ipsa igitur μ ξ irrationalis est, uocata maior, ipsamq; α γ areolã potest: quod erat ostẽdendũ.* Euclid. ex Cãp. prop. 52.

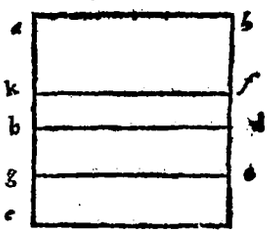


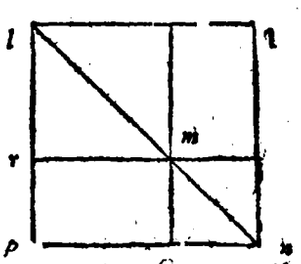




38 Si fuerit superficies linea rationali atq; binomio quinto cõtẽta, q̃cunq; in eã lineã potest, potẽs in rationale & mediale esse, ex necessitate conuincitur.

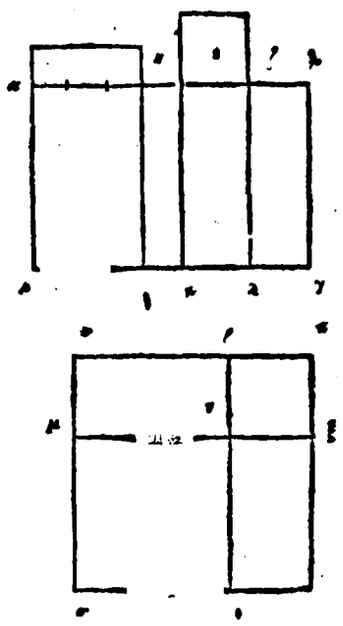
CAMP. Nec in hac quoq; est aliquid ex priorũ dispositione & positionibus mutandum, eis enim manentibus erit ex ijs quæ posita sunt in diffinitione binomij 5 & 15, utraq; duarũ superficierum d g & g e, quare utraq; duarũ p m & m q, ratiõalis totaq; a d, quare & duo quadrata l m, m n pariter accepta, medialis ex 19. Cũq; ex secũda parte 14 sit linea f b incommensurabilis lineæ f d, ideoq; superficies a f superficiei f h, & quadrato m n, erit linea l r incommensurabilis in potentia lineæ r p. At quia ipsq; cõtinẽt superficiẽ ratiõnalẽ p m, et earũ quadrata ambo pariter accepta sũt mediale, cõclude ex 34 lineã l p esse potẽtẽ in ratiõale & mediale: q̃d est propositum. Euclid. ex Zamb. Theorema 40. Propositio 58.





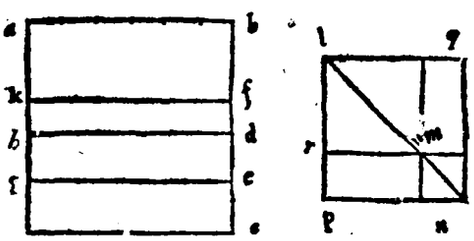
39 Si areola comprehendatur sub rationali, ac ex binis quinta nominibus, areolam potens irrationalis est, appellata rationale medium q̃ potens.

THEON ex Zãb. *Areola etenim α γ, cõprehendatur ſub rationali α β, ac ex binis quinta noĩb. α δ diſiuncta in noĩa in ε, ut maius nomẽ ſit α ε. Dico q̃ ipſã α γ, areolã potẽs irratiõalis eſt, appellata rationale mediũq̃; potẽs. Cõſtruãtur enim ea quæ ſuperius demõſtrata ſũt. Non dubiũ quod α γ, areolã potẽs, eſt μ ξ. Oſtendendũ iã, quod μ ξ eſt rationale mediũq̃; potens. Quoniã enim incõmenſurabilis eſt α ε ipſi ν ε, incõmenſurabile igitur eſt (per 1 ſexti, et 11 decimi) et α ε, ipſi ε ε, hoc eſt qđ ex μ ν ei quod ex ν ξ. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ, potentia ſunt incõmenſurabiles. Et quoniã α δ, ex binis eſt quinta noĩbus, ac eius minus ſegmẽtũ eſt ε δ, cõmenſurabilis igitur eſt ε δ ipſi α β lõgitudine. Sed α ε, ipſi ε δ, eſt incõmẽſurabilis, et α β, igitur (per 13 decimi) ipſi α ε, eſt incõmenſurabilis lõgitudine. Ipſæ igitur α ζ, α ε, ratiõales ſũt potẽtia tãtũ cõmẽſurabiles, mediũ igitur eſt (per 21 decimi) α κ, hoc eſt cõſtatũ ex ijs q̃ ex μ ν, ν ξ. Et quoniã cõmẽſurabilis eſt α ε, ipſi α β lõgitudine, hoc eſt ε κ, ſed α ε, ipſi ε ſ, cõmẽſurabilis eſt, et ε ſ igitur (per 12 decimi) ipſi ε κ cõmẽſurabilis eſt. Ratiõalis aũt ε κ, ratiõale igitur (per 19 decimi) et ε λ, hoc eſt μ ρ, hoc eſt qđ ſub μ ν, ν ξ. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ (per 40 decimi) potẽtia incõmenſurabiles ſũt, efficiẽtes cõſtatũ ex ipſarũ quadratis mediũ, et qđ ſub ipſis ratiõale, ipſa igitur μ ξ, eſt ratiõale mediũq̃; potẽs, ipſãq̃; poteſt areã α δ. Quod fuerat demõſtrãdũ. Eucl. ex Cãp. Prop. 53*



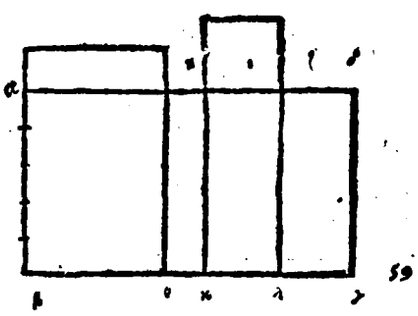
Si binomio ſexto lineaq̃; rationali ſuperficies cõtineatur, linea quæ in eam poteſt, in duo medialia potens eſſe probatur. 53

CAMPANVS. Hæc 53, adhuc te ſuſtinet ociari à pingẽdis figuris, contẽta enim eſt præmiſsis diſpoſitione & poſitionibus. Quibus ſtãtibus, neceſſe eſt ex ipſis poſitis & diſpoſitione, id eſt diffinitione binomij poſtremi & 19, quã libet ex ſuperficiebus a d & d g & g c (propter q̃d & ambo quadrata l m & m n pariter accepta & p m & m q) eſſe medialẽ. Cũq̃; b f & f d (propter q̃d a f & f h, ideoq̃; l m & m n) ſint incõmẽſurabiles erũt duæ lineę b c & r p incõmẽſurabiles in potẽtia. At q̃ ipſæ cõtinent ſuperficiẽ medialẽ p m, earũq̃; ambo quadrata pariter accepta ſunt mediale, quod eſt duplo ſuperficiei unius in alterã incõmẽſurabile, quod ex eo ꝓbatur q̃ ſuperficies b h eſt incõmẽſurabilis ſuperficiei h c, propter hoc quod linea d b eſt incõmẽſurabilis lineæ d c, ſequitur ex 35 lineam l p eſſe, quæ poteſt in duo medialia.



Euclid. ex Zamb. *Theorema* 41. *Propoſitio* 59.

Si areola cõprehẽdat̃ ſub rationali, et ex binis ſexta nominib. areolã potẽs irrationalis eſt, appellata bina potẽs media. 59



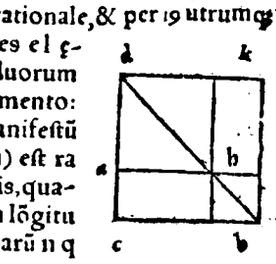
THEON ex Zãb. *Areola nãq̃; α β γ δ, cõprehẽdatur ſub rationali α β, & ex binis nominibus α δ, diuiſa in nomina in ε, ut maius nomẽ ſit α ε. Dico q̃ ipſam α γ potẽs, irrationalis eſt, appellata bina potẽs in media. Cõſtruãtur enim q̃ & præoſtenſis. Nõ dubiũ qđ μ ξ eſt potẽs ipſã α γ, et q̃ incõmenſurabilis eſt μ ν, ipſi ν ξ, potẽtia. Et quoniã incõmenſurabilis eſt α ε, ipſi α β lõgitudine, ipſæ igitur α ε, α ζ, rationales ſunt potentia tãtũ cõmenſurabiles, mediũ igitur eſt (per 21 decimi) α κ, hoc eſt cõpoſitũ ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ. Rurſus quoniã incõmenſurabilis eſt ε δ, ipſi α ζ lõgitudine, incõmẽſurabilis igitur eſt et ε ſ, ipſi ε κ. Et ſ ε, ε κ, igitur rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles, mediũ igitur eſt (per eandẽ ε λ, hoc eſt μ ρ, hoc eſt, cõſtatum ſub μ ν, ν ξ. Et quoniã incommenſurabilis eſt α ε ipſi ε ſ, & α κ ipſi ε λ incõmenſurabile eſt.*

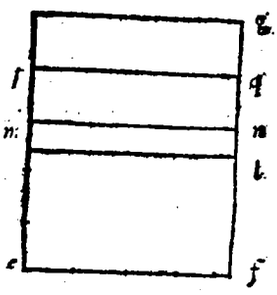
eſt. Sed α n quidem eſt conflatum ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ, & ſ λ eſt quod ſub μ ν, ν ξ, incommenſurabile igitur eſt (per 1 ſexti & 11 decimi) compoſitum ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ, ei quod ſub μ ν, ν ξ, & ipſorum utrunq; medium eſt. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ, potentia ſunt incommenſurabiles. Ipſa igitur μ ξ bina potens eſt media (per 40 decimi) & ipſam poteſt α γ: quod oſtendere oportebat.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 54.*

64 SI lineę rationali ęquũ quadrato binomĳ rectangulũ adiũgatur, latus eius ſecũdum binomiũ primũ eſſe cõueniet.

CAMPANVS. Hæ ſex ſequentes, conuerſæ ſunt ſex præcedentiũ per ordinẽ. Huius autẽ eſt hęc intẽtio, ſit linea a b binomiũ, diuiſa ad punctũ c in duas lineas a c & c b, ſecundũ ſuã diffinitionẽ aut terminũ, eiusq; a b quadratũ ſit b d, ſitq; linea e f, rationalis in longitũdine, cui adiungatur ſuperficies e g æqualis quadrato b d. Dico q; latus ſecundum huius ſuperficiei eſt, quod & linea f g, eſt binomium primum. Diuidatur enim quadratũ b d in duo quadrata b h & h d quæ ſint quadrata duarũ linearum portionũ binomĳ, & in duo ſupplemẽta a h & h k, quorum utrũq; contineatur ſub duab. portionib. binomĳ, eritq; ex diffinitione binomĳ quæ habetur per 30, utrũq; iſtorum quadratorum rationale, & per 19 utrumq; ſupplementũ mediale. Ex ſuperficie igitur e g, abſcindatur ſuperficies e l ęqualis quadrato d h, & l m, ęqualis quadrato h b, & n p æqualis uni duorum ſupplemẽtorum a h uel h k, eritq; p g reſidua, æqualis reliquo ſupplemento: quare per 1 ſexti linea n q, eſt æqualis lineæ q g. Ex præmiſſis autẽ manifeſtũ eſt q; utraq; duarũ ſuperficierum e l & l m (& ideo tota ſuperficies e n) eſt rationalis. Et utraq; duarũ æqualiũ n p & p g (& ideo tota n g) medialis, quare per 16 utraq; duarum linearũ f l & l n, & tota linea f n, rationalis in lõgitudine, & lineæ e f rationali poſitæ cõmenſurabilis, & per 20 utraq; duarũ n q & q g, & tota n g, rationalis in potẽtia tantũ, incõmenſurabilis lineę m n (& ideo lineę e f ſibi ęquali, & per cõſequens & lineæ f n) in lõgitudine. Si igitur linea f n, quæ eſt maior linea n g, ut ex primo duorũ antecedẽtium 35 demonſtrationi ſubiunctorũ & prima ſexti apparet, fuerit potẽtior linea n g minori in quadrato lineæ ſecum cõmunicãtis in longitudine, tunc ex diffinitione binomĳ primi manifeſtũ eſt lineã f g eſſe binomium primum. Hoc autẽ ita eſſe ſic habeto. Cũ inter duo quadrata d h & h b, ſit (per primã ſexti) ſuperficies a h medio loco proportionalis, cõuincitur ex priorib. hypotheſib. ſuperficiem m q eſſe inter ſuperficies e l & l m medio loco proportionalis, quare (per 1 ſexti) linea n q quæ eſt medietas lineæ n g eſt medio loco proportionalis inter duas lineas f l & l n. Quod igitur fit ex f in l n, eſt quantum quod ex n q in ſe per 16 ſexti, ideoq; per 4 ſecundi quantum quarta pars quadrati lineæ n g. Itaq; per primam partẽ 13 cũ linea f n diuidatur à ſuperficie ſibi adiuncta æquali quartę parti quadrati breuioris lineæ n g, ita quod ad complendam totam lineam f n deſit ſuperficies quadrata lineæ ſibi cõmunicantia ad punctum l, erit f n potentior n g in quadrato lineæ ſibi communicantis in longitudine: conſtat ergo propoſitum. THEON *Lemma.*





Si recta linea ſecetur in inęqualia, quę ab inæqualib. quadrata, maiora ſunt, eo quod bis ſub inæqualib. cõprehenſum eſt rectãgulum.

Sit recta linea α ζ, ſecetúrq; in inæqualia in γ, ſitq; maior α γ. Dico q; quæ ex α γ, γ β, maiora ſunt eo q; ſub α γ, γ β, ſecetur enim (per 10 primi) α β, bifariã in δ. Quoniã igitur recta linea ſecta eſt in æqualia in δ et in inæqualia in γ, igitur (per 5 ſecũdi) quod ſub α γ, γ ζ, unà cũ eo quod ex γ δ, æquũ eſt ei quod ex α δ, & perinde quod ex ſub α γ, γ ζ, minus eſt eo quod α δ.

Quod igitur bis ſub α γ, γ β, eſt minus quàm duplum eius quod ex α δ. Sed quæ ex α γ, γ β, dupla ſunt eorũ quæ ex α δ, δ γ, ergo quæ ex α γ, γ ζ, maiora ſunt eo quod bis ſub α γ, γ β: quod erat oſtendendum.

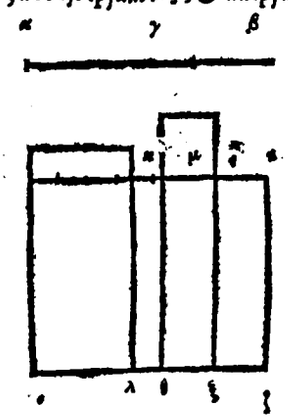
Euclid. ex Zamb. *Theorema 42.* *Propoſitio 60.*

60 Quod ex ea quę ex binis nominibus ad rationalem comparatum latitudinem efficit, ex binis nominibus primam.

THEON ex Zamb. *Eſto ex binis nominibus α β, diuiſa in nomina in γ, ut maius nomen ſit α γ, expõaturq; rationalis δ ε, & ei quod ex α ζ, æquum ad ipſam δ ε, cõparetur (per 44 primi) δ ε ſ η, latitudinem efficiens δ η. Dico quòd δ η ex binis eſt prima nominibus. Cõparetur enim (per 44 primi) ad δ ε, ei quidẽ quod ex α γ æquum δ θ, ei autem quod ex β γ, æquũ η λ. Reliquum igitur quod bis ſub α γ, γ δ (per 4 ſecundi) æquum eſt ipſi μ ſ. Secetur (per decimam primi) ipſa μ η bifariam in ν, excitetúrq; (per 31 primi) pæ rallelus ν ξ utrique ipſarum μ λ, η ſ. Vtrunq; igitur ipſorũ μ ξ, ν ſ, æquũ eſt ei quod ſub α γ, γ β. Et quoniã α β,*

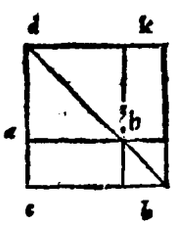
ex binis

ex binis nominibus eſt diuiſa in nomina in γ, ipſæ igitur α γ, γ β, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Quæ igitur ex α γ, γ β, rationalia, ſunt ſibi inuicem commenſurabilia. Quare (per 15 decimi) et conflatum ex ijs quæ ex α γ, γ β, commenſurabile eſt cis quæ ex α γ, γ β, rationale igitur eſt compoſitum ex ijs quæ ex α γ, γ β. Et ipſi Δ λ, eſt æquale rationale igitur eſt Δ λ. Et ad ipſam Δ ι, comparatur, rationalis igitur (per 20 decimi) Δ μ, & ipſi Δ ι, longitudine commenſurabilis. Rurſus quoniam α γ, γ β, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, medium igitur eſt quod bis ſub α γ, γ β, hoc eſt ipſum μ ξ, & ad ipſum comparatur μ λ, rationale, rationalis igitur eſt et μ ν, ipſi λ μ incõmenſurabilis (hoc eſt ipſi Δ ι) longitudine, eſt autẽ et μ Δ rationalis, et ipſi Δ ι longitudine cõmenſurabilis. Incõmenſurabilis igitur eſt (per 13 decimi) Δ μ ipſi μ ν, longitudine. Suntq; ipſæ igitur Δ μ, μ ν rationales, potentia tantũ commenſurabiles, ex binis nominib. igitur eſt (per 36 decimi) Δ ν. Oſtendendũ q, et prima. Quoniã enim (per lẽma præcedẽs 54 decimi) eorũ quæ ex α γ, γ β, mediũ proportionale eſt quod ſub α γ, γ β, & ipſorum igitur Δ θ, ν λ, mediũ proportionale eſt μ ξ. Eſt igitur (per conſtructionem) ſicut Δ θ ad μ ξ, ſic μ ξ ad ν λ, hoc eſt ſicut Δ ν ad μ ν, ſic μ ν ad μ ν: quod igitur ſub Δ ν, ν μ, æquũ eſt ei quod ex μ ν. Et quoniã cõmenſurabile eſt quod ex α γ, ipſi quod ex β γ, commenſurabile eſt et Δ θ, ipſi ν λ: quare (per 1 ſexti et 11 decimi) & Δ ν ipſi ν μ commẽſurabilis eſt. Et quoniam maiora ſunt quæ ex α γ, γ β, eo quod bis ſub α γ, γ β, maius igitur eſt & Δ λ ipſo μ ξ. Quare (per lẽma præcedẽs & per primã ſexti) & Δ μ, ipſa μ ν maior eſt, & quale quod ſub Δ ν, ν μ, ei quod ex ν ν, hoc eſt quartæ parti eius quod ex μ ν, & commenſurabilis eſt Δ ν, ipſi ν μ. Si uerò (per 17 decimi) fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod ex minore æquũ, ad maiorem comparetur deficiens forma quadrata, & incommenſurabilia ipſam diuiſerit, maior minore maius poteſt, eo quòd ex ſibi commenſurabili. Ipſa igitur Δ μ, ipſa μ ν maius poteſt, eo quod ſit ex ſibi commẽſurabili. Ipſa igitur Δ μ, ipſa μ ν maius poteſt, eo quod ex ſibi commenſurabili. Suntq; rationales ipſæ Δ μ, μ ν, & Δ μ nomen maius exiſtens, commenſurabilis eſt longitudine ipſi Δ ι expoſitæ rationali, ipſa igitur Δ ν, ex binis nominibus eſt prima: quod oportuit demonſtraſſe. Euclid. ex Camp. Propoſitio 55.



Si lineæ rationali æqua ſuperficies quadrato bimedialis primi adiungatur, latus eius reliquũ binomium ſecundũ eſſe oportebit. 55

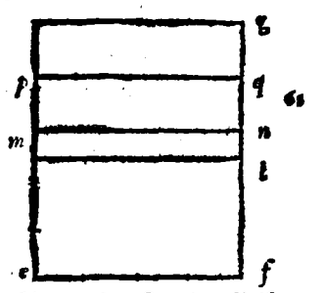
CAMPANVS. Sit linea a b bimediale primũ, diuiſa ad punctum c ſecundum ſuum terminum, cętera autem ſint ut prius. Dico lineam f g eſſe binomiũ ſecundũ. Erit enim ſuperficies m g rationalis, eo quod partes bimedialis primi continent ſuperficiẽ rationalem, & ſuperficies tres e l, l m, & tota e n, mediales cõmunicantes, eo quòd portiones bimedialis primi ſunt lineæ mediales potentia tantum cõmunicantes ex 31. Per 16 igitur erit linea n g rationalis in longitudine, cõmenſurabilis lineæ e f rationali poſitę, & per 20 linea f n rationalis in potẽtia tantum: quæ cũ ſit maior linea n g ex primo duorum antecedentium demonſtrationi 35 adiunctorũ & 1 ſexti, ea; potentior quadrato lineæ communicantis ſecum in longitudine ex prima parte 13, erit à diffinitione linea f g binomium ſecundum: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 43. Propoſitio 61.

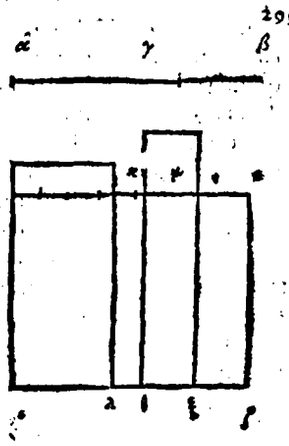
Quod ex ea q̃ ex binis medijs prima ad ratiõalẽ cõparatũ latitudinẽ, efficit ex binis noib. ſecũdã. 61

THEON ex Zamb. *Eſto (per 43 decimi) ex binis medijs prima α β, diuiſa in medias in γ, quarum α γ maior ſit, exponaturq; rationalis Δ ι. Cõparetur q; (per 44 primi) ad ipſam Δ ι, ei quod ex α β æquum parallelogrammum Δ ξ, latitudinẽ efficiens Δ ν. Dico q, ipſa Δ ν, ex binis eſt ſecunda nominibus. Conſtruantur enim eadem quæ & in præcedenti. Et quoniam α β, ex binis medijs eſt prima diuiſa in γ, ipſæ α γ, γ β, igitur (per 37 decimi) mediæ ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles rationale cõprehendentes. Quare (per 24 decimi) & quæ ex α γ, γ β, media ſunt: medium igitur (per correlarium 23 decimi) eſt Δ λ. Et ad ipſam Δ ι comparatur, rationalis igitur eſt (per 22 decimi) μ Δ, & ipſi Δ ι longitudine incommenſurabilis. Rurſus quoniã rationale eſt quod bis ſub α γ, γ β, rationale eſt & ω ξ, ad ipſam q; μ λ, rationalem comparatur, & rationalis igitur eſt (per 20 decimi) μ ν, & longitudine commenſurabilis ipſi μ λ, hoc eſt ipſi Δ ι. Incõmenſurabilis igitur eſt Δ μ, ipſi μ ν lõgitudine. Suntq; rationales ipſæ, igitur Δ ν, μ ν, rationa-*

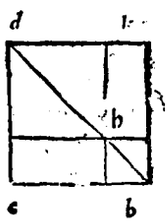


les

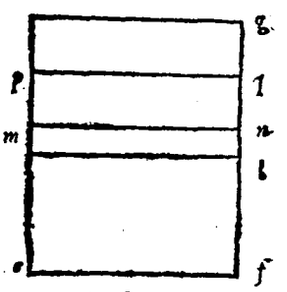
les ſunt potentia tantum cõmenſurabiles, ex binis igitur nominibus eſt (per 36 decimi) ◁ u. Oſtendendum iam quod & ſecunda. Quoniam enim quæ ex α γ, γ 6, maiora ſunt eo quod bis ſub α γ, γ β, maius eſt igitur & ◁ λ ipſo μ ſ. quare (per primam ſexti) & ◁ μ ipſa μ u. Et quoniam cõmenſurabile eſt quod eſt ex α γ, ei quod ex γ 6, cõmenſurabile eſt & ◁ 6 ipſi u λ. Quare & ◁ u, ipſi u μ, commenſurabilis eſt & id quod ſub ◁ u, u μ, æquum eſt ei quod ex v u. Ipſa igitur ◁ μ, ipſa μ u maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili, & μ u, ipſi ◁ ε longitudine commenſurabilis eſt, ipſa igitur ◁ u, ex binis nominibus eſt ſecunda: quod erat oſtendendum. Euclid. ex Camp. Propoſitio 56.



56 Vm adiuncta fuerit lineę in longitudine rationali ſuperficies rectangula æqualis quadrato bimedialis ſecundi, latus eius ſecundum binomium, tertium eſſe neceſſe eſt.

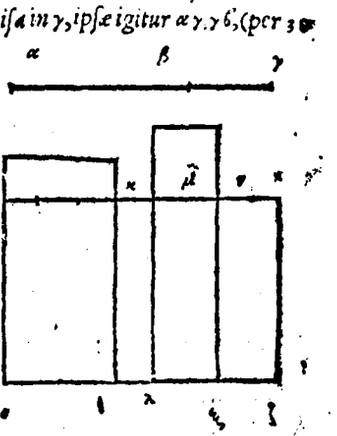


CAMP. Si fuerit linea a b bimediale ſecundam diuiſa per terminum ſuũ ad punctum c, reliqua uerò omnia fuerint ut prius, erit linea f g binomium tertiũ. Erit enim ex 32 & noſtris poſitionibus utraq; ſuperficierum e n & g m, medialis: quare per 30 utraq; duarum linearũ f m & n g erit rationalis in potẽtia tantum lineæ e f rationali potentia commenſurabilis. At quia bimedialis ſecundi partes ſunt communicantes in potentia tantum, erit ſuperficies e l communicans ſuperficiei l m & ideo linea f l lineæ l n, potentior ergo eſt per primam partem 13 f n quàm ſit n g, in quadrato lineæ ſibi communicantis in longitudine. Cumq; ſint ſuperficies a h & quadratum h b incommenſurabilia, eo quod lineæ a c & c b incommenſurabiles, ideoq; & ambo quadrata pariter accepta ambobus ſupplementis pariter acceptis, eo quod quadrata ſibi inuicẽ communicãt ex hypotheſi, ſupplemẽta quoq; cũ ſibi inuicẽ ſint æqualia, ſequitur ut ſuperficies e n ſit incõmenſurabilis ſuperficiei m g, & ideo linea f n, lineæ n g, per diffinitionẽ igitur eſt linea f g, binomiũ tertiũ: q̃d eſt ꝓpoſitũ. Euclid. ex Zamb. Theorema 44. Propoſitio 62.



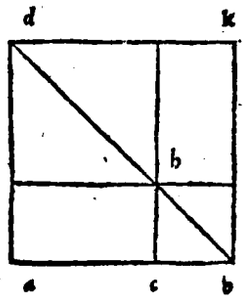
62 Quod ex ea quę ex binis ſecunda mediis ad rationalem comparatũ latitudinẽ efficit, ex binis nominibus tertiã.

THEON ex Zamb. Eſto (per 44 decimi) ex binis mediis ſecunda α β, diuiſa in medias in γ ut maius ſegmentũ ſit α γ, rationalis autẽ eſto ◁ ε, & ad ipſam ◁ ε, ei quod ex α β æquum parallelogrammũ cõparetur (per 44 primi) ◁ ſ, latitudinem efficiens ◁ u. Dico q; ◁ u eſt ex binis nominibus tertia. Conſtruãtur eadem quæ in præcedentibus. Et quoniam α 6 ex binis eſt ſecunda mediis diuiſa in γ, ipſæ igitur α γ, γ 6, (per 30 decimi) mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles mediũ cõprehẽdentes, quare & cõflatũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, mediũ eſt, et eſt æquale ipſi ◁ λ mediũ igitur eſt et ◁ λ, cõparaturq; ad rationalẽ ◁ ε. Rationalis igitur eſt (per 22 decimi) μ ◁, ipſi ◁ ε lõgitudine incommẽſurabilis. Id propterea etiã μ u rationalis eſt et ipſi μ λ incommẽſurabilis (hoc eſt ipſi ◁ ε) lõgitudine. Rationalis igitur eſt utraq; ipſarũ ◁ μ, μ u, et ipſi ◁ ε lõgitudine incõmenſurabilis. Et quoniã α γ ipſi γ 6 longitudine eſt incõmenſurabilis, ſicut aũt (per lẽma præcedẽs 22 decimi) α γ ad γ β, ſic quod ex α γ, ad id quod ſub α γ, γ β, incommẽſurabile igitur eſt et quod ex α γ, ei quod ſub α γ, γ β. Quare et conflatũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, ei quod bis ſub α γ, γ β incommenſurabile eſt, hoc eſt ◁ λ ipſi μ ſ. Quare (per 1 ſexti, et 11 decimi) et ◁ μ ipſi μ u incõmenſurabilis eſt. Sũtq; rationales. Ipſa igitur ◁ u, ex binis nominib. eſt. Oſtendendũ iã quod & tertia. Similiter iam ſicut in præcedentib. ratiocinabimur quod maior eſt ◁ μ ipſa μ u, & quod & ◁ u ipſi u μ cõmẽſurabilis eſt. Eſtq; quod ſub ◁ u, u μ: æquũ ei quod ex μ u. Ipſa igitur ◁ μ, ipſa μ u, maius poteſt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili, et neutra ipſarũ ◁ μ, μ u, cõmẽſurabilis eſt ipſi ◁ ε, lõgitudine ipſa igitur ◁ u, ex binis eſt tertia noĩb. q̃d erat oſtẽdẽdũ. Euclid. ex Cãp. Prop. 57.



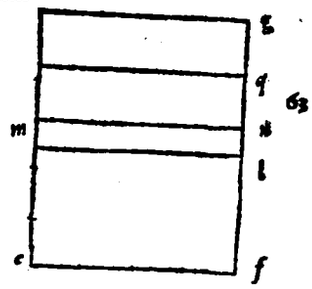
Si lineæ rationali rectãgulũ æquũ quadrato lineæ maioris adiũgatur, alterũ ſe cõtinentiũ laterũ erit binomium quartum.

CAMPANVS. Si hæc quoque fuerit linea a b linea maior diuiſa ſecundum terminũ ſuum ad punctum c, cunctaq; reliqua nõ fuerint aliter quàm prius, erit linea f g binomium quartum. Cũ enim ſint ambo quadrata portionum lineæ maioris pariter accepta rationale, erit ſuperficies e n rationalis, ideoq; per 16 linea f n rationalis in longitudine, communicans lineæ e f rationali poſitæ, ſuperficies uerò m g erit medialis, propter illud quod portiones lineæ maioris continent ſuperficiem medialem, itaq; per 20 linea n g eſt in potentia rationalis tantum, & quia etiam portiones prefatæ lineę a b ſunt potentialiter incõmenſurabiles, ſuperficies e l incõmenſurabilis erit l m, ideoq; linea f l, lineæ l n, igitur per primam partem 14 linea f n eſt potẽtior linea n g, in quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis. Ex diffinitione igitur eſt linea f g binomium quartum, quod erat propoſitum.

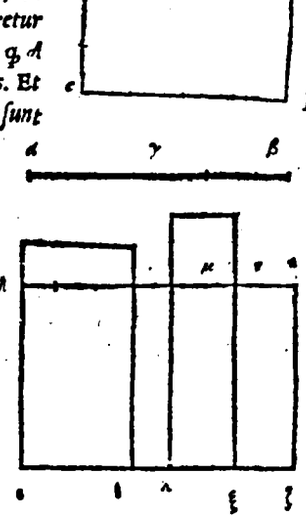


Euclid. ex Zamb. Theorema 45. Propoſitio 63.

Quæ ex maiore ad rationalem comparatum latitudinẽ efficit ex binis quartam nominibus.



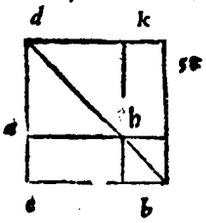
THEON ex Zamb. *Sit maior α β, diuiſa in γ, ut maior ſit α γ, ipſa γ β. Rationalis uerò eſto δ ε, & ei quod ex α 6, æquũ ad ipſam δ ε, comparetur (per 44 primi) δ ζ parallelogrammum, latitudinem efficiens δ η. Dico q; δ η, ex binis eſt quarta nominibus. Cõſtruantur eadem quæ in præoſtenſis. Et quoniam (per 39 decimi) maior eſt α β diuiſa in γ, ipſæ α γ, γ 6, potentia ſunt commenſurabiles efficientes conflatum ex ijs quæ ex ipſis fiunt quadrata rationale, quod uerò ſub ipſis medium. Quoniam igitur rationale eſt conflatum ex ijs quæ ex α γ, γ 6, rationale igitur eſt δ λ, rationalis igitur eſt & μ δ, & δ ε, lõgitudine cõmenſurabilis. Rurſus quoniam medium eſt quod bis ſub α γ, γ β, hoc eſt μ ζ, & ad rationalem comparatur μ λ, rationalis igitur (per 22 decimi) eſt & μ ν, et ipſi δ ε, longitudine incommenſurabilis. Incommenſurabilis igitur eſt (per 13 decimi) & δ μ, ipſi μ ν longitudine. Ipſæ igitur δ μ, μ ν, rationales ſunt potentia tãtum commenſurabiles, ex binis igitur nominibus eſt δ ν. Oſtendendum iam quod & quarta. Similiter iam ſicut & in præcedentibus ratiocinabimur, quod maior eſt δ μ ipſa μ θ, & q; quot ſub δ ν, ν μ, æquũ eſt ei quod ex ν ν. Quoniã igitur incõmenſurabile eſt quod ex α γ, ei quod ex γ β, incõmenſurabibile igitur eſt et δ θ, ipſi ν λ. Quare (per 1 ſexti et 11 decimi) & δ ν ipſi ν μ incõmenſurabilis eſt. Si autẽ fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod fit ex minore (per 17 decimi) æquũ comparatũ fuerit parallelogrammũ ad maiorẽ fõrma quadrata deficiẽs, & in incõmenſurabilia ipſam diuiſerit, maior minore maius poteſt, eo quod à ſibi incõmenſurabili in longitudine, ipſa igitur δ μ, ipſa μ ν maius poteſt, eo quod à ſibi incõmenſurabili ſunt et ipſæ δ μ, μ ν, rationales potẽtia tantũ cõmenſurabiles: & δ μ, cõmenſurabilis eſt ipſi expoſitæ rationali δ ε, ipſa igitur δ ν, ex binis nominibus eſt quarta: quod erat oſtendendũ.*



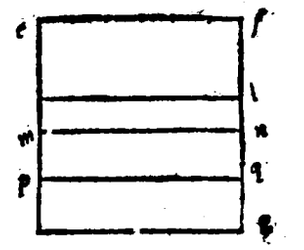
Euclid. ex Camp. Propoſitio 58.



Si lineæ rationali quadrato lineæ potẽtis ſupra rationale & mediale æqualis parte altera longior forma adiungatur, alterum latus eius, binomium quintum eſſe neceſſe eſt.



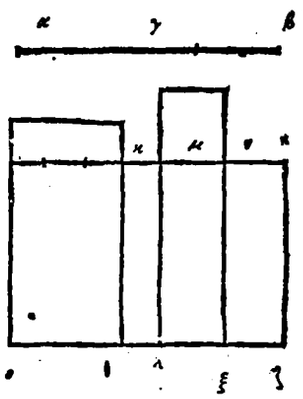
CAMPANVS. Propoſita linea a b ea quę poteſt ſupra mediale & rationale diuiſa ſecundum eius diffinitionẽ ad punctum c nihil immutetur de reliquis, ſequiturq; lineã f g eſſe binomiũ quintum. Cùm enim partes huius lineæ a b contineant rationalem ſuperficiẽ, neceſſe eſt ut ſuperficies g m, ideoq; (per 16 linea n g) ſit rationalis. Cumq; ambo quadrata partium huius lineæ pariter accepta ſint mediale, erit ſuperficies e n medialis, & per 20 linea f n rationalis in potentia tantum lineæ f e potentia rationali communicans. At quia portiones prædictæ lineæ ſunt incõmenſurabiles



biles in potentia, erit ſuperficies e l incommenſurabilis ſuperficiei m l, ideoq; & linea f l, lineę l n: potentior igitur eſt per primam partem 14 linea f n linea n g, in quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis. Per diffinitionem itaq; binomij quinti, conclude propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 46. Propoſitio 64.

64 Quod ex ea quæ rationale medium q; poteſt ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis quintam nominibus.

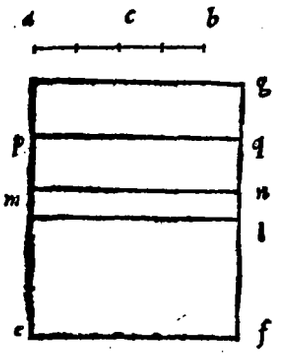


THEON ex Zamb. Sit rationale medium q; potens α β. diuiſa in rectas lineas in γ, ut ſit maior α γ, exponaturq; rationalis δ ε, et ei quod ex α 6, æquũ ad δ ε, comparetur δ ζ (per 44 primi) latitudinẽ efficiẽs δ ν. Dico quòd δ ν ex binis eſt quinta nominibus. Cõſtruantur eadem quæ in præcedẽtibus. Et quoniã α β eſt rationale mediũ q; potens diuiſa in γ, ipſæ igitur α γ, γ 6, potentia ſunt incommenſurabiles efficientes conflatum ex earum quadratis mediũ, quod uerò ſub ipſis rationale. Quoniam igitur conflatũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, medium eſt, medium igitur eſt δ λ. Quare rationalis eſt δ μ, & ipſi δ ε longitudine incõmenſurabilis. Rurſus quoniã rationale eſt quod bis ſub α β, 6 γ, hoc eſt μ ξ, rationalis igitur eſt μ ν, & ipſi δ ε, lõgitudine cõmenſurabilis. Incommẽſurabilis igitur eſt δ μ, ipſi μ ν. Ipſæ igitur δ μ, μ ν, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles, ex binis igitur nominibus eſt δ ν. Dico quòd & quinta. Similiter nanq; oſtendetur quod ſub δ ν, ν μ, æquum eſt ei quod ex ν ν, & quod δ ν ipſi ν μ longitudine incõmenſurabilis eſt, ipſa igitur δ μ, ipſa μ ν maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili, et ipſæ δ μ, μ ν, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, & minor μ ν, commenſurabilis eſt ipſi δ ε longitudine. Ipſa igitur δ μ ex binis eſt quinta nominibus: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 59.

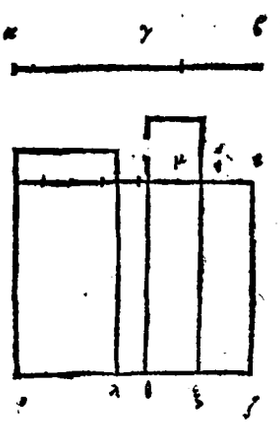


59 Voties adiuncta fuerit lineæ rationali ſuperficies rectãgula æqualis quadrato lineę potentis in duo medialia, eiuſdem ſuperficiei latus ſecundum, binomium ſextum eſſe conuincitur.



CAMPANVS. In hac 59 ſit linea a b, linea potens ſupra duo medialia, quæ autem præter hæc ſunt, ſicut ſuprà maneãt, & erit tunc linea f g binomium ſextũ, quod ignorare nõ poteris, ſi præmiſſorum eiusq; quod 35 proponit, immemor nõ fueris, & ſic patet in hac, noſtra intentio. Euclid. ex Zamb. Theorema 47. Propoſitio 65.

65 Quod ex bina media potente ad rationalem comparatum latitudinem efficit ex binis nominibus ſextam.



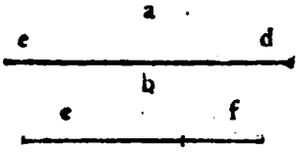
THEON ex Zamb. Eſto (per 47 decimi) bina potẽs media α 6, diuiſa in γ, rationalis autem eſto δ ε, & ad ipſam rationalẽ δ ε, ei quod ex α β æquum comparetur (per 44 primi) δ ζ, latitudinem efficiẽs δ ν. Dico quòd ipſa δ ν, ex binis nominibus eſt ſexta. Conſtruãtur etenim eadẽ quæ & in præcedentibus. Et quoniã α β bina media potens, eſt diuiſa in γ, ipſæ igitur (per 42 decimi) α γ, γ β, potentia ſunt incommenſurabiles efficientes compoſitum ex earum quadratis medium, & quod ſub ipſis mediũ & inſuper incõmenſurabile cõpoſito ex earum quadratis. Quare per ea quæ oſtenſa ſunt, medium eſt utrunq; ipſorum δ λ, μ ζ. Et ad rationalem δ ε comparatur, rationalis igitur eſt (per 22 decimi) utraq; ipſarum δ μ, μ ν, & ipſi δ ε longitudine incommenſurabilis. Et quoniam conflatum ex ijs quæ ex α γ, γ β, incommenſurabile eſt ei quod bis ſub α γ, γ β, incommenſurabile igitur eſt (per 2 partem 11 decimi) δ λ ipſi μ ζ. Incommenſurabilis igitur eſt (per 1 ſexti & 11 decimi) & δ μ ipſi μ ν. Ipſæ igitur δ μ, μ ν, rationales ſunt potentia tãtum commenſurabiles, ex binis igitur nominib. eſt δ ν. Dico quòd & ſexta. Similiter nãq; rurſus ut prius demõſtrabimus, quia quod

ſub A n, n μ, æquum eſt ei quod ex ν ϱ, & quod A n ipſi n μ longitudine incommenſurabilis eſt, ac id propterea A μ ipſa μ ν maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine cõmenſurabili, & neutra ipſarũ A μ, μ n, cõmenſurabilis eſt expoſitæ rationali A ι lõgitudine. Ipſa igitur A n (per ſecundas diffinitiones) ex binis eſt ſexta nominibus: quod erat oſtendendum. Euclid. ex Camp. Propoſitio 60.



OMnis linea cuilibet binomiorum communicans, ſub eadem ſpecie binomium eſſe probatur. 66

CAMPANVS. Sit linea a binomiũ cuiuſuis ſpeciei, ſitq; linea b ei cõmunicãs in longitudine. Dico lineã b eſſe binomium eiuſdẽ ſpeciei cuius a. ſint enim binomiales portiones, a c & d, erũtq; ambæ rationales in potentia tantum cõmunicãtes per 30, linea uerò b diuidatur per 12 ſexti ſecundum proportionem c ad d, in e & f, eritq; per coniunctam & euerſam & permutatam proportionalitatem c ad e, & d ad f, ſicut a ad b. Cum ſint igitur a & b communicãtes, erunt etiam per primam partem 10 c & e, itemq; d & f, communicãtes. Si igitur fuerit c rationalis in potentia tãtum, erit & e: ſi autem in lõgitudine & e. Eodemq; modo ſi d eſt rationalis in potentia tantum uel etiã in longitudine, erit quoq; & f ſimiliter, & ex 12 ſi potentior eſt c d, in quadrato lineæ ſibi commenſurabilis in longitudine, uel ſi fortè incommenſurabilis, erit & e potentior f in quadrato lineæ ſibi commenſurabilis uel etiã incõmenſurabilis, neceſſe eſt ex diffinitionibus ſex ſpecierum binomiorum, ut eiuſdem ſpeciei binomij ſint a & b.

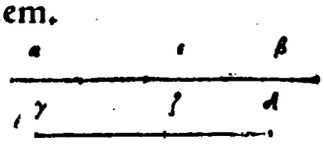


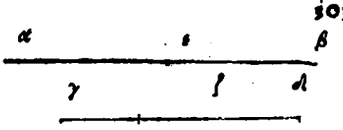
Si autẽ linea b communicet binomio a in potentia tantũ, erit etiã & ſic linea b. Binomiũ autem eiuſdem ſpeciei nõ eſt neceſſariũ, immo impoſsibile eſt ut ambæ ſimul cadant ſub prima ſpecie binomiorum uel ſub ſecunda, quarta uel quinta, ſed neceſſe eſt ut ambo cadant ſub primis tribus, aut ambo ſub tribus poſtremis. unum enim eorum eſſe in aliqua ex tribus primis ſpeciebus & aliud in aliqua ex tribus poſtremis, eſt impoſsibile. Cum enim a communicet cum b in potentia tantum, c quoq; cum e, & d cum f communicabit tantum in potentia ex 10. Si igitur alterutra duarum linearum c & d fuerit rationalis in longitudine, non erit ſua compar ex lineis e & f rationalis in lõgitudine. Non eſt itaq; poſsibile ut a & b cadant ſimul ſub aliqua ex illis ſpeciebus binomiorum, in quibus altera duarum portionum binomij eſt rationalis in lõgitudine, hiæ autem ſpecies ſunt, prima & ſecunda, quarta & quinta. At uerò quia per 12 duæ lineæ c & e ſimul potentiores ſunt duabus lineis d & f in quadratis duarum linearum ſibi in longitudine communicantium aut incõmunicantiũ, neceſſe eſt ut ambo binomia a & b ſimul cadant ſub primis tribus ſpeciebus binomiorum, aut ſimul ſub tribus poſtremis ex diffinitione ipſarum ſpecierum. Lineam autem b quid dubitas eſſe binomium? cum ſint enim c & e communicantes in potentia tantum, ſimiliter quoq; d & f, ſint autem c & d rationales in potentia, conuincitur e & f rationales in potentia tantum: quæ quia non communicant in longitudine, ſicut nec eis proportionales c & d, ipſæ componunt indubitanter binomium per 30 huius.

Euclid. ex Zamb. Theorema 48. Propoſitio 66.

Ei quæ ex binis nominibus longitudine commenſurabilis, ipſa quoq; ex binis nominibus eſt ac in ordine eadem. 66

THEON ex Zamb. Eſto ex binis nominibus α β & ipſi α β longitudine commenſurabilis eſto γ A. Dico quòd ipſa γ A ex binis nominibus eſt, & in ordine ipſi α β eadem. Quoniam enim (per 42 decimi) ex binis nominibus eſt α β, diuidatur in nomina in ι, ſit maius nomen α ι. Ipſæ igitur α ι, ι β, rationales ſunt potentia tantum commẽſurabiles. Fiatq; ſicut α β ad γ A, ſic α ι ad γ ζ. Et reliqua igitur ι β, ad reliquam ζ A (per 19 quinti) eſt ſicut α β ad γ A. Cõmenſurabilis autem eſt (per hypotheſin) α β ipſi γ A longitudine. Cõmenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) & ipſa α ι ipſi γ ζ, et ι β ipſi ζ A. Sũtq; rationales ipſæ α ι & ι β, rationales igitur ſunt (per 12 decimi) & ipſæ γ ζ, ζ A. Et quoniã eſt ſicut α ι ad γ ζ, ſic eſt ι β ad ζ A, uicißim igitur (per 16 quinti) ſicut α ι ad ι β, ſic eſt γ ζ ad ζ A. Ipſæ autem α ι, ι β, tãtum potentia ſunt commenſurabiles, & ipſæ γ ζ, ζ A, igitur potentia tantum ſunt commenſurabiles, ſuntq; rationales: ex binis igitur nomimbus eſt ipſa γ A. Dico iam quòd in ordine eſt eadem ipſi α β. Ipſa α ι, ipſa ι β aut maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili, uel eo quod ex ſibi incommenſurabili. Si uerò α ι ipſa ι β maius poteſt eo quod ex ſibi incõmenſurabili, et γ ζ ipſa ζ A (per 14 decimi) maius poterit eo quod ex ſibi commenſurabili. Et ſi α ι expoſitæ rationali commenſurabilis fuerit, & γ ζ eidem commenſurabilis erit (per 12 decimi) Idq; propterea utraq; ipſarum α β, γ A, ex binis nominibus eſt prima, hoc eſt in ordine eadẽ. Si uerò ι β commenſurabilis eſt ipſi expoſitæ rationali, & ζ A eidem commenſurabilis eſt. Ac per hoc rurſus in ordine eadem eſt ipſi α β, utraq; enim ipſarum eſt ex binis nominibus ſecunda. Si uerò neutra ipſarum α ι, ι β, com-





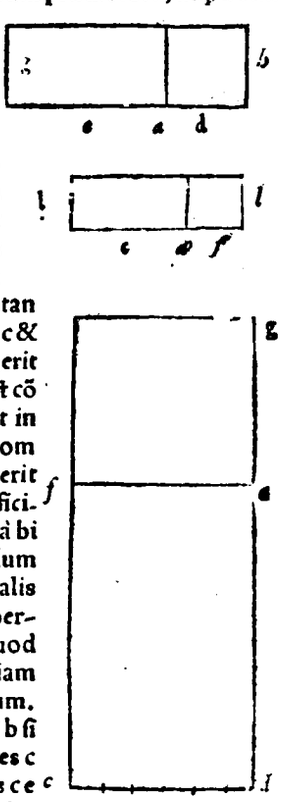
ε β commensurabilis est expositæ rationali, neutra etiam ipsarum γ ζ, ζ δ, eidē erit commēsurabilis, & utraq; tertia est. Si autē α ε ipsa ε β maius potest eo quod ex sibi incommēsurabili, & γ ζ, ipsa ζ δ maius poterit eo quod ex sibi incommensurabili. & si α ε expositæ rationali commensurabilis est, & γ ζ eidem commensurabilis est, & utraq; erit quarta. Si autem ε 6, & ζ δ, & erit utraq; quinta. Si uerò neutra ipsarum α ε, ε β & ipsarum γ ζ, ζ δ neutra commensurabilis, est expositæ rationali, eritq; utraq; sexta. Quare ei quæ ex binis nominibus longitudine commensurabilis, ex binis nominibus est, & in ordine eadem: quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp. Propositio 61.



61 Mnis linea alterutri bimedialium commensurabilis, sub eadem specie bimedialis esse, ex necessitate conuincitur.

CAMPANVS. Veritatem habet quod dicitur, siue in lōgitudine, siue etiā in potentia tantum cōmunicet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint enim duæ lineæ communicātes a & b quouis duorum modorum prædictorū, sitq; a bimediale primum uel secūdum, dico quòd etiam b est bimediale primū uel secundum, prout fuerit a. Diuiso enim a bimediale in suas bimediales portiones, ex quibus componitur per 31 & 32 quæ sunt c & d, b quoq; diuisa in e & f secūdum proportionem c ad d ut docet 12 sexti, positaq; g superficie cōtenta sub c & d, & k sub e & f, & posito h quadrato d, & l f, erit per coniunctam & euersam & permutatā proportionalitatem quemadmodum in præmissa c ad e & d ad f, sicut a ad b: sicut igitur ex positione a & b sunt communicātes, siue hoc sit in lōgitudine siue in potētia, sic c & e, itēq; d & f, similiter erunt communicantes. At quia c & d sunt mediales potentia tantum communicantes, sequitur ex 12 ut e & f sint etiam mediales, & ex 10 potētia tantum communicantes, cum ipsę per hypothesin sint proportionales c & d. Cumq; sit per primam sexti g ad h, sicut c ad d, & k ad l sicut e ad f, erit g ad h sicut k ad l, & permutatim g ad k sicut h ad l. Quia igitur h est cōmunicans l, eo quod duo eorum latera quæ sunt d & f communicāt in longitudine uel in potētia secūdum quod a & b in alterutro eorū communicāt, sequitur ex 10 ut g & k quoq; sibi inuicem communicent: erit igitur k rationalis aut medialis prout fuerit g, ex diffinitione superficiei rationalis aut 21. In hoc enim tantum differt bimediale primum à bimediali secundo, quod portiones bimedialis primi in quas secundum suū terminum diuiditur, cōtinent superficiem rationalem, bimedialis autē secūdi, medialem. Si igitur a fuerit bimediale primum, erit superficies g rationalis, quare & k, & ideo b bimediale primum per 31. Quod si a fuerit bimediale secūdum, erit superficies g medialis, ob hoc etiam & k, b itaq; per 32 erit bimediale secundum, quare cōstat propositum. Idē aliter. Ad lineā rationalem c d (posita a alterutro bimedialiū, & b sibi in longitudine uel potentia communicante) adiūgatur superficies c e æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b, eruntq; superficies c e & f g communicantes, eo quod quadrata eis æqualia quæ sunt quadrata linearum a & b sunt communicantia ex hypothesi: ex prima igitur sexti & decima huius, necesse est duas lineas d e & e g esse communicantes. Et quia si a fuerit bimediale primum, linea d e erit binomium secundum per 55, ideoq; e g etiam binomium secundum per præmissam, quare latus tetragonicum superficiei f g (& ipsum est b) bimediale primum per 40, at uerò si a fuerit bimediale secundum linea d e erit binomium tertium per 56, ideo e g est binomium tertium per præmissam, quare & latus tetragonicum superficiei f g (& ipsum est b) bimediale secundum per 50, manifestum est igitur uerum esse quod proponitur.

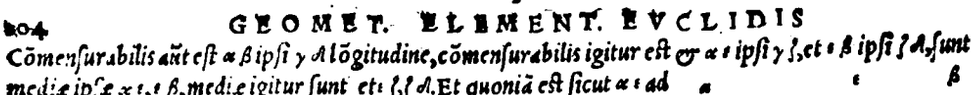


Euclid. ex Zamb. Theorema 49. Propositio 67.

67 Ei quæ ex binis medijs longitudine commensurabilis, & ipsa ex binis est medijs, & in ordine eadem.

THEON ex Zamb. Esto ex binis medijs α β, & ipsi α β commensurabilis ésto longitudine γ δ. Dico quòd γ δ ex binis est medijs, & in ordine ipsi α β eadem. Quoniam enim α β ex binis medijs est diuisa in media in ε, ipsæ igitur α ε, ε β (per 37 & 38 decimi) mediæ sunt potentia tantum commēsurabiles. Fiatq; (per 11 sexti) sicut α β ad γ δ, sic α ε ad γ ζ, & reliqua igitur ε β ad ζ δ, reliquā (p 19 quinti) est sicut α β ad γ δ.

Cõmenſurabilis aũt eſt α β ipſi γ Δ lõgitudine, cõmenſurabilis igitur eſt & α ε ipſi γ ζ, et ε β ipſi ζ Δ, ſuntq; mediæ ipſæ α ε, ε β, mediæ igitur ſunt et ε ζ, ζ Δ. Et quoniã eſt ſicut α ε ad ε β & γ ζ ad ζ Δ, ipſæ autẽ α ε, ε β, potẽtia tantũ ſunt cõmenſurabiles, & ipſæ igitur γ ζ, ζ Δ, potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Oſtenſum autẽ quòd mediæ. ipſa igitur γ Δ, ex binis eſt medijs. Dico quòd & in ordine cadẽ eſt ipſi α β. Quoniã enim eſt ſicut α ε, ad ε ζ, ſic eſt γ ζ ad ζ Δ, & ſicut igitur quod ex α ε ad id quod ſub α ε, ε β, ſic quod ex γ ζ ad id quod ſub γ ζ, ζ Δ. Viciſſim igitur (per 16 quinti) ſicut quod ex α ε ad id quod ex ε ζ, ſic quod ſub α ε, ε β, ad id quod ſub γ ζ, ζ Δ. Commenſurabile autem eſt quod ex α ε ei quod ex γ ζ. Commenſurabile igitur & quod ſub α ε, ε β, ei quod ſub γ ζ, ζ Δ. Si igitur rationale eſt quod ſub α ε, ε β, & quod ſub γ ζ, ζ Δ, rationale eſt, ac per hoc eſt ex binis medijs prima. Si autẽ mediũ fuerit quod ſub α ε, ε β, medium erit & quod γ ζ, ζ Δ, & utraq; eſt ſecunda, ac per hoc & γ Δ erit ipſi α β in ordine eadẽ: quod erat oſtendendũ.

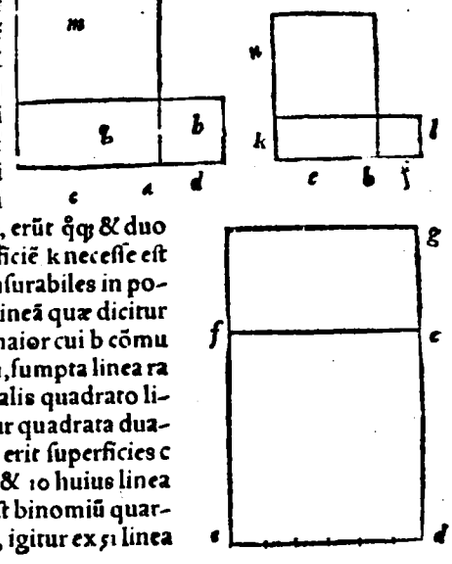


Euclid. ex Camp. Propoſitio 62.



Mnis linea communicans lineæ maiori, eſt linea maior. 62

CAMPANVS. Et hęc quoq; ueritatẽ habet, ſi utrolibet modo cõmunicãs fuerit aliqua linea lineę maiori. Eſto enim a linea maior, b uerò quouis ſibi cõmunicãs modo, erit b linea maior. Diuiſa nãq; a in eas portiones ex quib. cõſtat per 33 quę ſunt c & d, & b ſecundũ earũ ꝓportionem in e & f, poſitoq; q g ſit ſuperficies cõtẽta ſub c & e, & k ſub e & f, & m & h ſint quadrata c & d, at n & l, e & f, erit m ad h ſicut n ad l per ſecundã partẽ 18 ſexti, & coniunctim m & h ad h, ſicut n & l ad l, & permutatim m & h ad n & l, ſicut h ad l. quia ergo h cõmunicat cũ l eo q; d cõmunicat cum f, aut in longitudine aut in potẽtia prout cõmunicat cũ b, ſequit ut ambo quadrata m & h pariter accepta communicẽt cũ ambobus quadratis n & l pariter acceptis. Cũ itaq; duo prima pariter accepta ſint rationale per 33, erũt q; & duo poſtrema rationale per diffinitionẽ. At quia ſuperficiẽ k neceſſe eſt eſſe medialẽ ſicut g ex 21, lineasq; e & f eſſe incõmenſurabiles in potẽtia ſicut c & d ex 10, cõcluditur per 33 lineã b eſſe lineã quæ dicitur maior, q; d eſt propoſitũ. ¶ Idẽ aliter. Cũ ſit a linea maior cui b cõmunicẽt, ſiue hoc fuerit in longitudine, ſiue in potẽtia, ſumpta linea rationali quæ ſit c d adiũgatur ſuperficies ei c e, æqualis quadrato lineę a deinde f g æqualis quadrato lineæ b. Cũ igitur quadrata duarũ linearum a & b ſint cõmunicantia ex hypotheſi, erit ſuperficies c e cõmunicans ſuperficiei f g, ideoq; per primã ſexti & 10 huius linea d e lineæ e g in lõgitudine. At quia ex 57 linea d e eſt binomiũ quartũ, erit quoq; per 60 linea e g binomium quartum, igitur ex 51 linea b potens in ſuperficiem f g, eſt linea maior.



Euclid. ex Zamb. Theorema 50. Propoſitio 68.

Maior commenſurabilis, eadem quoque maior. 68

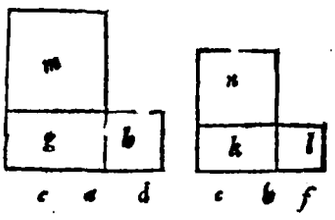
THEON ex Zamb. Eſto maior α β, & ipſi α β cõmenſurabilis eſto γ Δ. Dico quòd & γ Δ maior eſt. Diuidatur α β in ε. Ipſæ igitur α ε, ε β (per 39 decimi) potẽtia ſunt incommenſurabiles, efficientes quidẽ cõflatum ex earũ quadratis rationale, quod uerò ſub ipſis medium. Fiãtq; eadẽ quæ in præcedentibus. Et quoniã eſt (per 1 ſexti) ſicut α β ad γ Δ, ſic eſt α ε ad γ ζ & ε β ad ζ Δ, commenſurabilis autem eſt α β ipſi γ Δ, cõmenſurabilis igitur eſt & utraq; ipſarũ α ε, ε β, utriq; ipſarũ γ ζ, ζ Δ. Et quoniam eſt ſicut α ε ad γ ζ, ſic ε β ad ζ Δ, et uiciſſim (p 16 quinti) ſicut α ε ad ε β, ſic eſt γ ζ ad ζ Δ. Et cõponendo igitur (p 18 quinti) ſicut α β ad ε β, ſic γ Δ ad ζ Δ, et ſicut igitur (per 22 ſexti) quod ex α β ad id quod ex β ε, ſic quod ex γ Δ ad id quod ex ζ Δ. Similiter iã demõſtrabimus quòd & ſicut quod ex α β ad id quod ex α ε, ſic quod ex γ Δ ad id quod ex γ ζ. Et ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex α β ad ea quæ ex α ε, ε β, ſic quod ex γ Δ, ad ea quæ ex γ ζ, ζ Δ. Et uiciſſim igitur (per 16 quinti) ſicut quod ex α β ad id quod ex γ Δ, ſic quæ ex α ε, ε β, ad ea quæ ex γ ζ, ζ Δ. Cõmenſurabile autẽ eſt id quod ex α β, ei quod ex γ Δ. Cõmenſurabilia ſunt igitur & quæ ex α ε, ε β, eis quæ ex γ ζ, ζ Δ. Suntq; quæ ex α ε, ε β, ſimul rationale, & quæ ex γ ζ, ζ Δ ſimul, rationale. Similiter autẽ & quod bis ſub α ε, ε β, commenſurabile eſt ei quod bis ſub γ ζ, ζ Δ. At quod bis ſub α ε, ε β, medium eſt: medium igitur eſt & quod bis ſub γ ζ, ζ Δ. Ipſæ igitur γ ζ, ζ Δ, potẽtia ſunt incõmenſurabiles, efficiẽtes cõflatũ ex earũ quadratis ſimul rationale, & quod bis ſub ipſis medium. Tota igitur γ Δ (per 57 decimi) irrationalis eſt, maior appellata. Maiori igitur commenſurabilis, & eadem maior eſt: quod oſtendendum fuerat.

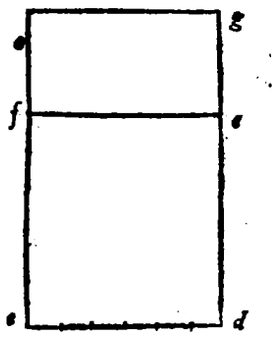
Euclid.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 36.

36 SI qua linea lineę potenti in rationale & mediale cõmunicet, ipſa in rationale & mediale potens eſſe cõprobatur.

CAMPANVS. Verũ quoq; eſt, quod quali tercunq; linea aliqua ſit cõmunicãs potẽti in rationale & mediale ſiue in lõgitudine ſiue in potentia tantum, ipſa etiam eſt potens in rationale & mediale, quod ſicut prius duplici modo probatur, neceſſe eſt autẽ quãtũ ad primũ modũ, q; ſicut duæ lineæ c & d ſunt in potẽtia incõmenſurabiles, ita ſunt etiã e & f per 10, & quòd quẽadmodũ g eſt ſuperficies rationalis (nam talẽ continẽt portiones lineæ potentis in rationale & mediale) ita etiam per diffinitionẽ ſit k rationalis, & quẽadmodum duo quadrata m & h pariter accepta ſunt mediale, ſic etiã per 21 duo quadrata m & l pariter accepta erũt mediale, igitur ex 34 b eſt potens rationale & mediale. Quantum autẽ ad ſecundum modum, neceſſe eſt ex 58, ut linea d e ſit binomiũ quintum, ideoq; & per 60 linea e g eſt binomium quintum, quare per 52 latus tetragonicum ſuperficiei f g, quod eſt b, erit linea po tẽs in rationale & mediale: quod eſt propoſitum.

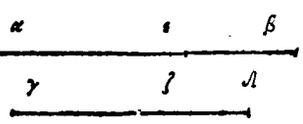




Euclid. ex Zamb. Theorema 51. Propoſitio 69.

69 Rationale ac medium potenti cõmenſurabilis, & eadem rationale ac medium potens eſt.

THEON ex Zamb. *Eſto rationale mediũq; potẽs α β, & ipſi α β commenſurabilis eſto γ δ. Oſtendẽdum quòd & γ δ rationale ac mediũ potẽs eſt. Diſtribuatur (per 46 decimi) α β in rectas lineas in ε. Ipſæ igitur α ε, ε β (per 40 decimi) potentia ſunt incommenſurabiles, efficientes quidẽ compoſitum ex earũ quadratis mediũ, quòd uerò ſub ipſis rationale, et eadẽ conſtruãtur quæ in præcedentib. Similiter iam demõſtrabimus q; γ ζ, ζ δ, potẽtia ſunt incõmenſurabiles, & cõmenſurabile eſt conflatũ ex ijs quæ ex α ε, ε β, cõflato ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, quod aũt ſub α ε, ε β, ei quod ſub γ ζ, ζ δ. Quare & cõflatũ ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, quadratis, mediũ eſt, quod uerò ſub γ ζ, ζ δ, rationale. Rationale igitur eſt ac mediũ potens ipſa γ δ: quod erat oſtẽdendum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 64.

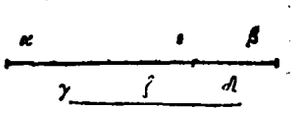
64 OMnis linea communicans potenti in duo medialia, ipſa quoque potens eſt in duo medialia.

CAMPANVS. Hęc quoq; manentibus eiſdem diſpoſitione & poſitionibus, eo duplici modo quo prœmiſſæ probabitur uera eſſe, ſiue in lõgitudine, ſiue in potẽtia cõmunicet linea b cũ linea a potẽte in duo medialia. Quantũ enim ad primũ argumẽtationis modũ erit per 35 ſuperficies g medialis, ideoq; & k per 21, cũ cõmunicet ei duo q; quadrata m & h pariter accepta erũt ex eadem 35, ideoq; duo n & l pariter accepta per 21. At quia duo quadrata m & h pariter accepta ex prædicta 35 ſunt incõmẽſurabile duplo ſuperficiei g, ſequitur per 10 & noſtras poſitiones ut duo quoq; l & n pariter accepta ſint incõmẽſurabile duplo ſuperficiei k, cum itaq; ſint e & f incõmenſurabiles in potentia quẽadmodũ c & d, erit ex 35 linea b potẽs in duo medialia. Quãtum autẽ ad ſecundũ ſolitæ argumẽtationis modum erit per 59 d e binomium ſextum, ideoq; etiam per 60 linea e g erit binomium ſextum, quare per 53 latus tetragonicum ſuperficiei f g quod eſt b, erit potens in duo medialia: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 52. Propoſitio 70.

70 Bina potenti media commenſurabilis, bina potens eſt media.

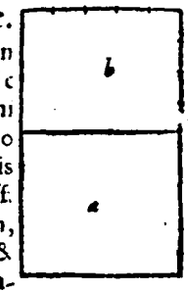
THEON ex Zãb. *Eſto bina potens media α β, & ipſi α β cõmenſurabilis eſto γ δ. Oſtendendũ quod & γ δ, bina potẽs eſt media. Quoniã enim bina potẽs eſt media α β, diſtribuatur (per 47 decimi) in rectas lineas in ε, igitur α ε, ε β (per 41 decimi) potentia ſunt incõmenſurabiles, efficientes conflatũ ex ipſarũ quadratis mediũ, & quod ſub ipſis mediũ, & incommenſurabile eſt conflatũ ex ipſarum α ε, ε β, quadratis ei quod ſub α ε, ε β. Conſtruãtur eadẽ quæ in præcedentibus. Similiter iã demõſtrabimus quòd et ipſæ γ ζ, ζ δ, potẽtia ſunt incõmẽſurabiles, & cõpoſitũ ex ijs quæ ex α ε, ε β, cõpoſito ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, cõmenſurabile eſt: quod aũt ſub α ε, ε β, ei quod ſub γ ζ, ζ δ, quare & conflatũ ex ipſarũ γ ζ, ζ δ, quadratis mediũ eſt, & quod ſub ipſis γ ζ, ζ δ, mediũ & inſuper incommenſurabile eſt conflatũ ex ipſarum*



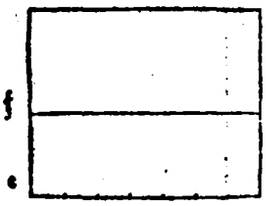
γ ζ, ζ Δ, quadratis ei quod ſub γ ζ, ζ Δ. Ipſa igitur γ Δ, bina potens eſt media: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 65.

SI duę ſuperficies quarũ altera rationalis, altera uerò medialis cõiũgatur, linea potẽs totã ſuperficiẽ inde cõpoſitã aliq̃ erit quatuor irratiõaliũ linearũ, uidelicet aut binomiũ, aut bimediale primũ, aut linea maior, aut potẽs in ratiõale & mediale. 65



CAMPANVS. Vt ſi a ſit rationalis ſuperficies, & b medialis, erit linea potẽs in totã a b, aliqua præmiſſarũ quatuor. Sit enim linea c d rationalis, cui adiungatur c e æqualis a, & f g æqualis b, eritq; ex 16 linea d e rationalis in lõgitudine, cõmuni cãs lineę c d rationali poſitæ. ex 20 linea e g rationalis in potẽtia tantum, & ex 30 linea d g binomiũ, cuius cũ altera binomialiũ portionũ quę eſt d e, ſit rationalis in longitudine cõmunicans lineę rationali poſitæ quæ eſt c d, ipſum erit ex diffinitione ſpecierum binomij aut binomium primum, aut ſecundũ, aut quartum, aut quintũ: tertiũ autẽ aut ſextum non erit ex diffinitione, itaq; ex 44, 49, 51, & 52, linea potẽs in totã c g quæ eſt æqualis duabus ſimul a & b, erit aut binomiũ, aut bimediale primũ, aut linea maior, aut potẽs in rationale aut mediale, quod eſt propoſitum. Bimediale uerò ſecundũ, aut potẽs in duo medialia nõ erit, quoniã ſi eſſet bimediale ſecundũ, eſſet ex 56 linea d g binomiũ tertiũ, quod ſi eſſet potẽs in duo medialia, eſſet ex 59 linea d g binomium ſextum, ſed neutrum erat: unde patet noſtra intentio.



Euclid. ex Zamb. Theorema 53. Propoſitio 71.

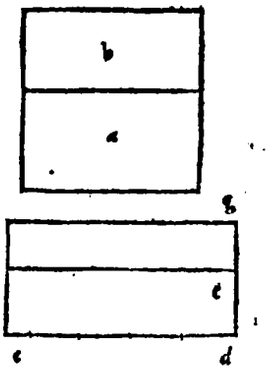
Rationali ac medio cõpoſitis, q̃tuor fiũt irrationales, quę ex binis nominib. quę ex binis prima medijs, maior ac rationale mediũq; potẽs. 71

THEON ex Zamb. *Sit rationale α β, mediũ autem γ Δ. Dico quòd ipſam α Δ areolam potens, aut ex binis nominibus eſt, aut ex duobus prima medijs, aut maior, aut rationale mediumq; potẽs. Ipſa etenim α β, ipſa γ Δ aut maior aut minor eſt. Eſto prius maior, exponaturq; rationalis ε ζ, cõpareturq; (per 44 primi) ad ipſam ε ζ ipſi α δ æqua areola ε η, latitudinẽ efficiẽs ε θ. Ipſi autẽ Δ γ æquũ ad ε ζ, hoc eſt θ η, cõparetur θ ι latitudinẽ efficiẽs θ η. Et quoniã rationale eſt α β, et æquale eſt ipſi ε η, ratiõale igitur eſt et ε η. Et ad ipſam rationalẽ ε ζ cõparatur, latitudinẽ efficiẽs ε θ, rationalis igitur eſt ε θ, & cõmenſurabilis eſt ipſi ε ζ longitudine. Rurſus quoniã mediũ eſt γ Δ, et æquũ eſt ipſi θ ι, mediũ igitur eſt et θ ι. Et ad rationalẽ ε ζ cõparatur, hoc eſt ad ipſam θ η, latitudinẽ efficiens θ η, rationalis igitur eſt θ η, et ipſi ε ζ lõgitudine incommenſurabilis. Et quoniã mediũ eſt γ Δ, rationale autẽ α β, incõmenſurabile igitur eſt α β ipſi γ Δ, quare & ε η incõmenſurabile eſt ipſi θ ι. Sicut aũt η ε ad θ ε, ſic (per 1 ſexti) eſt ε θ ad θ η. Incõmenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) & ε θ, ipſi θ η longitudine. Et am bæ ſunt rationales, ipſæ igitur ε θ, θ η, rationales ſunt, potẽtia tãtũ cõmenſurabiles, ex binis igitur nominib. eſt ε η, diuiſa in θ. Et quoniã maius eſt α β ipſo γ Δ, æquũ aũt eſt α β ipſi ε η, et γ Δ ipſi θ ι, maius igitur eſt ε η ipſo θ ι, et ε θ, igitur maior eſt ipſa θ η. Igitur ε θ, ipſa θ η maius poteſt, aut eo quod ex ſibi lõgitudine cõmẽ ſurabili, aut eo qd' ſit ex ſibi cõmẽſurabili. Poßit prius maius eo qd' ſit ex ſibi cõmẽſurabili. Eſtq; maior ε θ cõmẽſurabilis expoſitæ rationali ε ζ. Ipſa igitur ε η (per ſecũdas diffinitiones) ex binis nominib. eſt prima. Rationalis aũt eſt ε ζ. Si areola uerò cõprehẽdatur ſub rationali & ex binis nominib. prima, quæ areolam poteſt, eò binis nominib. (p 54 decimi) Igitur quæ ipſum ε ι poteſt, ex binis nominibus eſt. Quare et ipſum α Δ potẽs, ex binis nominibus eſt. Poßit uerò ε θ ipſa θ η, maius eo quod ex ſibi incõmenſurabile, eſtq; maior ε θ, cõmẽſurabilis ipſi ε ζ expoſitæ rationali lõgitudine. Ipſa igitur ε η, ex binis nominib. eſt quarta. Rationalis aũt eſt ε ζ. Si uerò areola cõprehẽdatur ſub rationali ac ex binis quarta nominibus, quæ areolã poteſt, irrationalis eſt appellata maior (per 57 decimi) Igitur quæ ipſam ε ι poteſt areolã, maior eſt. Quare et ipſam α Δ potẽs maior eſt. Sed iã eſto minus α β ipſo γ Δ, et ε η igitur ipſa θ ε minus eſt, quare & ε θ, minor eſt ipſa θ η. At θ η ipſa ε θ maius poteſt, aut eo quod ex ſibi cõmẽſurabili, aut eo quod ex ſibi incõmẽſurabili. Poſſit prius maius eo quod ex ſibi cõmẽſurabili lõgitudine, et minor ε θ eſt, cõmẽſurabilis lõgitudine ipſi ε ζ expoſitæ rationali, ipſa igitur ε η, ex binis nominib. ſecũda. Rationalis aũt eſt ε ζ. Si uerò areola cõprehẽ datur ſub rationali et ex binis ſecũda nominib. quæ areolã poteſt, ex binis eſt prima (per 55 decimi) quæ igitur ipſam ε ι poteſt areolã, ex binis eſt prima medijs. Quare et quæ ipſam α Δ areolã poteſt, ex binis medijs eſt prima. Atq θ η ipſa ε θ maius poßit, eo quod ex ſibi incõmẽſurabili, et minor ε θ eſt, cõmẽſurabilis expo*

ſitæ ratio-

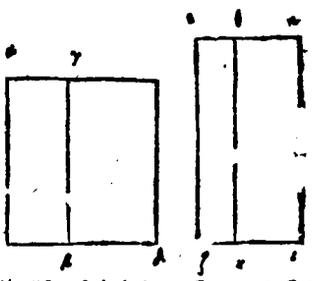
ſitæ rationali ε ζ. Ipſa igitur ε κ ex binis nominibus eſt quinta. Rationalis aũt eſt ε ζ. Si uerò areola cõprehẽ datur ſub rationali & ex binis nominibus quinta, quæ areolam poteſt rationale ac medium potens eſt (per 58 decimi.) Quæ igitur ipſam ε ι areolam poteſt, rationale ac medium poteſt, quare & ipſam α Δ areolam potens, rationale ac medium poteſt. Rationali igitur ac medio compoſitis, quatuor irrationales fiunt quæ ex binis nominibus quæ ex binis prima medijs, maior, & rationale mediumq; potens: quod demonſtraſſe oportuit. Euclid. ex Camp. Propoſitio 66.

66 VM cõiunctæ fuerint duæ ſuperficies mediales incõmẽſurabiles linea potẽs in totã ſupficiẽ alterutra erit duarũ irratiõaliũ linearũ, uidelicet aut bimediale ſecũdũ aut potẽs in duo medialia.



CAMP. Vt ſi a & b ſint duę ſuperficies mediales incõmenſurabiles (ſi enim eſſent cõmenſurabiles, eſſet cõpoſita ex eis medialis ex 9 & 21, quare & linea potẽs in eã, medialis ex 19) dico q; linea potẽs incõpoſitã ex ambabus, erit aut bimediale ſecũdũ, aut potens in duo medialia. Sit quidẽ linea c d, rationalis, ſuperficies uero ſibi adiuncta c e æqualis a, & ſuperficies f g æqualis b, eritq; ex 20 linea d e, ſimiliter ẽq; linea e g, rationalis in potẽtia tantũ. Cũq; ſuperficies c e & f g, ſint incõmẽſurabiles ſicut a & b eis æquales, ideoq; lineę d e & e g ex prima ſexti & 10 huius erit ex 30 linea d g, binomiũ. Cuius cũ utraq; binomialiũ portionũ quæ ſunt d e & e g, ſit incõmenſurabilis lineę rationali poſitæ quæ eſt c d, ipſum erit ex diffinitione binomiũ tertiũ aut ſextũ. Linea ergo potens in totam c g æqualem compoſitę ex a & b, erit ex 50 & 53, aut bimediale ſecundum aut potens in duo medialia: quod eſt propoſitũ. Euclid. ex Zamb. Problema 54. Propoſitio 72.

67 Binis mediꝭ adinuicẽ incõmẽſurabilib. cõpoſitis, reliquę duæ irrationales fiũt, q̃ ex binis ſecũda mediꝭ, & quę bina potens eſt media.

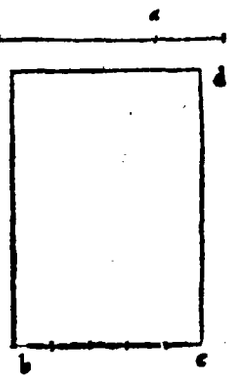


THEON ex Zãb. *Cõponãtur etenim bina media adinuicẽ incõmẽ ſurabilia α β, γ Δ. Dico q; α Δ areolã, potẽs aut ex binis eſt ſecũda mediꝭ aut bina potẽs eſt media. Ipſũ nãq; α β ipſo γ Δ aut maius eſt aut minus. Sit prius maius α β ipſo γ Δ, exponaturq; ratiõalis ε ζ, et ipſi α β æquũ ad ipſã ε ζ (p 45 primi) cõparetur ε κ latitudinẽ efficiẽs ε θ, ipſi aũt γ Δ, æquũ θ ι, latitudinẽ efficiẽs θ κ. Et quoniã utrũq; ipſorũ α β, γ Δ, mediũ eſt, et utrũq; igitur ipſorũ ε κ, θ ι, mediũ eſt. Et ad ipſã ε ζ ratiõalẽ cõparatur, latitudinẽ efficiẽs ipſas ε θ, θ κ, utraq; igitur ipſarũ ε θ, θ κ, ratiõalis eſt (p 22 decimi) et ipſi ε ζ lõgitudine incõmẽſurabilis. Et quoniã α β ipſi γ Δ incõmẽſurabile eſt, et æquũ eſt α β quidẽ ipſi ε κ, et γ Δ ipſi θ ι, incõmẽſurabile igitur eſt et ε κ ipſi θ ι. Sicut aũt (p 1 ſexti) ε κ ad θ ι, ſic eſt ε κ ad θ κ, incõmẽſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) ε θ ipſi θ κ lõgitudine. Ipſæ igitur ε θ, θ κ, ratiõales ſũt potẽtia tãtũ cõmẽſurabiles. Ipſa igitur ε κ, ex binis nominib. eſt. Ipſa aũt ε θ ipſa θ κ aut maius poteſt eo qđ ex ſibi cõmenſurabili, aut eo quod ex ſibi incõmenſurabili. Poſſit prius maius eo quod ex ſibi incõmenſurabili lõgitudine, et neutra ipſarũ ε θ, θ κ, cõmenſurabilis eſt lõgitudine ipſi ε ζ expoſitæ ratiõali. Ipſa igitur ε κ (per 50 decimi) ex binis eſt tertia nominib. Rationalis aũt eſt ε ζ. Si uerò areola cõprehẽdatur ſub ratiõali et ex binis nominib. tertia, q̃ areolã poteſt, ex binis eſt ſecũda mediꝭ (p 56 decimi) Quæ areolã igitur ε ι, hoc eſt α Δ poteſt, ex binis eſt ſecũda mediꝭ. Sed iã ε θ ipſa θ κ, maius poſſit eo qđ ex ſibi lõgitudine incõmẽſurabili. Et quoniã incõmẽſurabilis eſt utraq; ipſarũ ε θ, θ κ, ipſi ε ζ lõgitudine, ipſa igitur ε κ ex binis eſt ſexta noĩb, (p 53 decimi.) Si uero ſub ratiõali et ex binis ſexta noĩb. areola cõprehẽdatur, q̃ areolã poteſt, bina potẽs eſt media (p 59 decimi) Quare et q̃ α Δ poteſt areolã, bina potẽs eſt media. Similiter iã oſtẽdemus, quod et ſi minor fuerit α β ipſa γ Δ, quæ ipſam α Δ areolã poteſt aut ex binis eſt ſecũda mediꝭ, aut bina potẽs eſt media. Binis igitur mediꝭ inuicẽ cõmẽſurabilib. cõpoſitis, reliquæ irrationales fiũt ex binis ſecũda mediꝭ et quæ bina potẽs eſt media: qđ erat oſtẽdẽdũ. Euclid. ex Cãp. Prop. 67.*

67 VM poſita fuerit linea binomialis cæteraq; irrationales ſequẽtes eam, nõ erit earum aliqua ſub termino alterius.

CAMP. Vult quod ſi linea aliqua ut a fuerit aliqua ex ſex præhabitis lineis irrationalibus quę ſunt binomiũ & eius quinq; comites, ipſa nõ erit aliqua aliarum. Si enim quadrato eius æqualis ſuperficies adiũgatur ad lineã rationalẽ b c, quæ fit b d, ſi quidẽ a fuerit binomiũ, erit ex 54 linea c d binomiũ 1. Quæ ſi fuerit bimediale 1, erit c d ex 55 binomiũ ſecũdũ. Si aũt bimediale ſecũdũ, erit c d ex 56 binomiũ tertiũ. Et ſi linea maior, erit c d ex 57 binomiũ quartum. At ſi potẽs in rationale & mediale, aut ſi potens in duo medialia, erit

ex 53 c d binomium quintum, aut ex 59 binomium ſextum. Et quia impoſsibile eſt c d eſſe ſimul ſub diuerſis ſpeciebus binomiorum a diffinitione, eſt impoſsibile a eſſe ſimul ſub diuerſis ſpeciebus ſex præhabitarum linearum irrationaliũ. De linea autem mediali conſtat quod ipſa quoq; non ſit aliqua ſex ſequẽtium, uidelicet neq; binomium, neq; aliqua ex ipſius comitibus. Cum enim ſuperficies æqualis quadrato lineæ medialis adiungitur ad lineam rationalem latus eius ſecundum eſt rationale in potentia ex 20. Cum autem ſuperficies æqualis quadrato binomij, aut alicuius ſuarum comitũ, latus eius ſecundum, eſt binomium, aut primum, aut ſecundum, & ſic de cæteris per 54 quinq; eam ſequentes. Quare ipſum eſt irrationale & in longitudine & in potentia per 30. Cum igitur ſit impoſsibile eandem lineam eſſe rationalem in potentia, & irrationalem tam in longitudine quàm in potentia, nimirum impoſsibile lineam medialem eſſe binomialem, aut aliquam ex quinq; ſuis comitibus.



THEON.

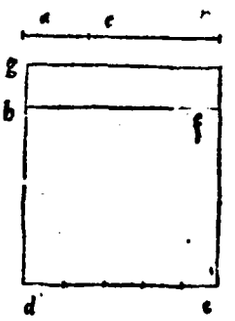
Quæ ex binis nominibus, & poſt ipſam irrationales, neq; mediæ neq; inuicem ſunt eædem. Quod enim ex media ad rationalem comparatum, latitudinem efficit rationalem, & ei longitudine incommenſurabilẽ, ad quam comparatur (per 22 decimi.) Quod ex ea quæ ex binis nominibus ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus primam (per 60 decimi.) Quod ex ea uerò quæ ex binis primamedijs ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus ſecundam (per 61 decimi.) Quod ex ea autem quæ ex binis ſecunda medijs ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus tertiam (per 62 decimi.) Verùm quod ex minore ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus quartam (per 63 decimi.) Sed quod ex rationale ac medium potente ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus ſextam (per 65 decimi.) Quoniam prædictæ latitudines differunt & à prima & adinuicem, à prima quoniam rationalis eſt, adinuicem uerò quia in ordine non ſunt eædem, manifeſtum eſt, quòd & ipſæ irrationales adinuicem differunt.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 68.*

SI linea de linea abſcindatur, fuerintq; ambæ potentialiter tantum rationales communicantes, reliqua linea erit irrationalis, diceturq; reſiduum. 68

CAMPANVS. Sit linea b c, abſciſſa ex a b, ſintq; ambæ rationales tantum potẽtia communicantes, quales docuit inuenire 17 & 18, & hæ ſunt quæ componunt binomium. Dico quòd a c reliqua eſt irrationalis, & ipſa uocatur reſiduum. Conſtat enim ex 7 ſecundi, quod quadrata duarum linearum a b & b c pariter accepta, quæ componunt ſuperficiem rationalem ex hypotheſi & diffinitione rationalis ſuperficiei & 9 huius tantum ſunt quãtum duplum ſuperficiei a b & b c cum quadrato a c. Cumq; ex 19 ſuperficies a b in b c ſit medialis, ideoq; & duplum eius mediale per 21, & ideo irrationale per 19, ſequitur ut ambo quadrata duarum linearum a b & b c pariter accepta ſint incommenſurabile duplo ſuperficiei unius earum in alteram, quare per 9, & quadrato lineæ a c. Ex diffinitione igitur quadratum lineę a c eſt irrationale, cum ipſum ſit incommenſurabile rationali, uidelicet duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, itaq; etiam ex diffinitione linea a c eſt irrationalis, quod eſt propoſitum. Exemplariter in figura, eſto ſuperficies duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, eritq; rationalis, itemq; ſit ſuperficies d f æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram, eritq; ex 19 medialis, & erit ex 7 ſecundi ſuperficies f g æqualis quadrato lineæ a c. Cumq; ſuperficies e g ſit incommenſurabilis ſuperficiei d f, eadem erit ex 9 incommenſurabilis f g, quare f g irrationalis, & eius tetragonicum latus a c.

a c b



Incipiunt hexades per aphæreſin, hoc eſt per abſciſsionem.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 55.* *Propoſitio 73.*

Si rationali rationalis auferatur, potentia tantum commenſurabilis exiſtens toti, reliqua irrationalis eſt, uocatur autem apotome. 73

THEON ex Zamb. A rationali nanq; α β, rationalis inferatur β γ, potentia tantum toti commenſurabilis exiſtens. Dico q; reliqua α γ irrationalis eſt, apotome appellata. Quoniam α δ ipſi β γ longitudine eſt incommenſurabilis, eſt q; (per lemma 21 decimi) ſicut α β ad β γ, ſic quod ex α β ad id quod ſub α δ, β γ, incommenſurabile igitur eſt (per 11 decimi) quod

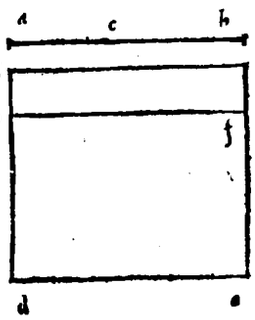
α β

quod ex α β,ei quod ſub α β,β γ. Sed ei quidem quod ex α β, incommenſurabilia ſunt quæ ex α δ, β γ, quadrata,ei autem quod ſub α β,β γ,commenſurabile eſt quod bis ſub α β,β γ. Quæ igitur ex α β,δ γ, incommẽ ſurabilia ſunt ei quod bis ſub α δ,β γ,& reliquo igitur quod ex α γ,incommenſurabilia ſunt ei quæ ex α β, α γ,quoniã (per 5 ſecũdi) et quæ ex α β,δ γ,æqua ſunt ei quod bis ſub α β,β γ,unà cum eo quod ex γ α. Rationalia autẽ ſunt ea quæ ex α δ,δ γ,quadrata,irrationalis igitur eſt lineæ α γ, uocatur autẽ ipſa apotome.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 69.*

69 SI fuerit linea de linea abſciſſa, fuerintq; ambæ mediales potentialiter tantum cõmunicantes,ſuperficiemq; rationalem continentes,reliqua linea erit irrationalis,dicetur que reſiduum mediale primum.

CAMPANVS. Sit linea b c,abſciſſa ex linea a b,ſintq; ambæ quales proponitur,quas ex 24 & 25 reperies,& hę ſunt quę coniungunt bimediale primum. Dico q; reliqua linea a c erit irrationalis,& ipſa dicitur reſiduũ mediale primũ. Erũt etiã ambo earũ quadrata pariter accepta,mediale, duplum uerò ſuperficiei unius in alterã rationale,itaq; ambo quadrata pariter accepta,incommenſurabile ſunt duplo ſuperficiei unius in alterã. Quia itaq; ambo quadrata pariter accepta cõponuntur ex duplo ſuperficiei unius in alterã & quadrato lineæ a c,ſequitur per 9 ut quadratũ lineæ a c, ſit incõmenſurabile duplo ſuperficiei unius in alterã, quare tã ipſum quadratũ q; latus eius a c,eſt irrationale per diffinitionẽ,cõſtat ergo propoſitũ. Quod(quẽadmodũ in præmiſſo) ſi libet potes declarare exemplariter in figura. Aliter idẽ ſic. Sit linea d e rationalis in longitudine,cui adiũgatur ſuperficies d f æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram,& ſuperficies g e,æqualis ambobus quadratis pariter acceptis, eritq; per 7 ſecũdi ſuperficies f g,æqualis quadrato lineę a c. Cũ itaq; per hypotheſin ſit ſuperficies e g,medialis erit per 20 linea d g rationalis in potẽtia tantũ. Cũ uerò ſit ſuperficies e h rationalis per hypotheſin, erit ex 16 linea d h rationalis in longitudine.



Itaq; per 68,linea g h eſt reſiduũ,& irrationalis:ideoq; per 16 à deſtructione cõſequentis ſuperficies f g eſt irrationalis,& eius latus tetragonicũ quod eſt a c,eſt irrationale. Et ſic patet ꝓpoſitũ.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 56.* *Propoſitio 74.*

74 Si à media auferatur media potentia tantum toti ſubſiſtens commenſurabilis,cum tota uerò rationale comprehendens,reliqua irrationalis eſt,uocetur uerò mediæ apotome prima.

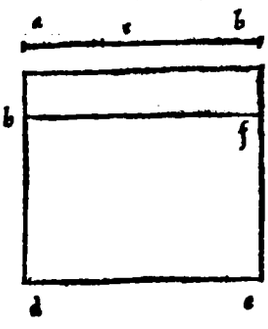
THEON ex Zamb. *A' media namq; α δ,media auferatur β γ potentia tantum commenſurabilis ſubſiſtens toti α β,& cum ipſa α β rationale comprehendens quod ſub α β,β γ. Dico quòd reliqua α γ irrationalis eſt,appellaturq; mediæ apotome prima. Quoniam enim α β,β γ mediæ ſunt, media quoq; ſunt quæ ex α β,β γ. Rationale autem quod bis ſub α β,β γ,incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex α δ,β γ,ei quod bis ſub α β,β γ: & reliquo igitur ei quod ex α γ (per 16 decimi) incõmẽſurabile eſt quod bis ſub α β,β γ,quoniam & ſi tota uni earum incommenſurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incommenſurabiles erũt (per 16 decimi.) Rationale autem eſt quod bis ſub α β,β γ, irrationale igitur quod ex α γ. Irrationalis igitur eſt α γ,uocatur ſanè mediæ apotome prima: quod fuerat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 70.*

70 SI linea de linea ſecetur,fuerintq; ambæ mediales potẽtialiter tantum cõmunicantes,cõtinẽtesq; mediale,reliqua linea erit irrationalis,dicenturq; reſiduum mediale ſecundum.

CAMP. Sit hic quoq; linea b c,abſciſſa ex linea a b,utraq; autem a b & b c,ſint ut ponitur,& ipſæ per 26 reperiuntur,& ſunt quæ componunt bimediale ſecundũ. Dico q; linea reliqua quæ eſt a c,eſt irrationalis, & ipſa dicitur reſiduũ mediale ſecundum. Sunt enim ex hypotheſi & 21 ambo quadrata duarum linearum a b & b c pariter accepta mediale.ſimiliter quoq; duplum ſuperficiei unius in alteram,eſt mediale. Cum itaq; ex 22 mediale non differat à mediali niſi irrationali, erit quadratum lineæ a c in quo per 7 ſecundi duo quadrata a b & b c pariter accepta excedunt duplum ſuperficiei unius in alteram irrationale,quare & linea a c irrationalis. Figurali quoq; exẽplo patefieri poteſt iſtud ut prius. Si enim ſit e g æqualis ambobus quadratis a b & b c,ſimiliter & d f duplo ſuperficiei unius in alteram,erit f g,per 7 ſecundi æqualis quadrato a c,quæ cum ſit differentia ſuperficiei unius medialis e g ad ſuperficiem medialem d f,ipſa eſt irrationalis,per 22,& eius tetragonicum latus a c irrationale.

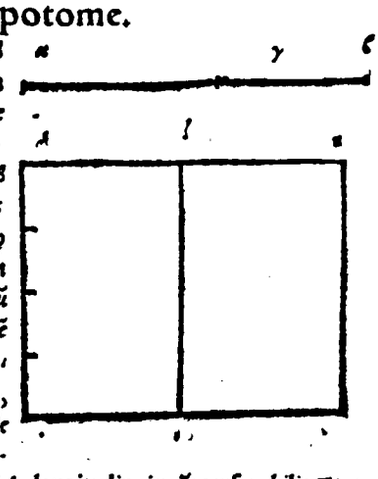
IDEM aliter. Sit linea d e rationalis, cui adiungatur superficies d f æqualis duplo superficiei unius in alteram, & e g æqualis ambobus quadratis pariter acceptis, erit per 7 secundi f g, æqualis quadrato a c. Quia uerò e g est medialis, erit ex 20 linea d g in potentia tantum rationalis. Similiter quoq; cum e h sit medialis, erit ex eadem, linea d h rationalis similiter in potentia tantum. Et quoniam a b & b c sunt incommensurabiles in longitudine, ideoq; quadratum utriusq; earũ superficiei unius in alteram, & propter hoc ambo quadrata pariter accepta (cum ipsa ex hypothesi communicent) sunt quoq; incommẽ surabilia duplo superficiei unius in alteram, sequitur ut e g, sit incommensurabilis h c, quapropter linea d g. lineæ d h, igitur ex 68, linea g h est residuum & irrationalis: ideoq; per 16 à destructione consequentis superficies f g irrationalis, & eius latus tetragonicum a c irrationale.



Euclid. ex Zamb. *Problema 57.* *Propositio 75.*

Si à media media auferatur potentia tantum toti commensurabi- 75
lis subsistens, & cum tota medium comprehendens, reliqua irrationalis est, uocetur autem mediæ secunda apotome.

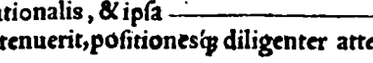
THEON ex Zamb. *A media nanq; α β, media auferatur γ β potentia tantum toti α 6 commensurabilis subsistens, unáq; cum ipsa tota α β mediũ cõprehendens quod sub α 6, 6 γ. Dico quòd reliqua α γ irrationalis est, appellatur autẽ mediæ secunda apotome. Exponatur enim rationalis A ι. Et ipsis quidẽ quæ ex α β, β γ, æquũ ad A ι cõparetur (per 44 primi) δ ε, latitudinẽ efficiens A ν, ei uero quod bis sub α β, β γ, æquũ ad ipsam δ ι cõparetur (per 44 primi) A θ, latitudinẽ efficiens A ξ. Reliquũ igitur ξ ε, æquum est ei quod ex α γ. Et quoniã ea quæ ex α β, β γ, media sunt, mediũ igitur est & δ ε, & ad ipsam rationalẽ A ι, cõparatur, latitudinẽ efficiens A ν: rationalis igitur est (per 22 decimi) A ν, & ipsi A ι longitudine incõmensurabilis. Rursus quoniã quod sub α β, β γ, mediũ est, & quod bis igitur sub α β, 6 γ, mediũ est, & est æquale ipsi A θ, & A θ igitur mediũ est, & ad ipsam δ ι rationalẽ cõparatum est, latitudinẽ efficiens A ξ, rationalis igitur est A ξ, & ipsi A ι longitudine incõmensurabilis. Et quoniam α β, β γ, potentia tantum sunt cõmensurabiles, incommensurabilis est igitur α β ipsi β γ longitudine. Incõmensurabile igitur (per lemma 21 decimi & 11 decimi) & quod ex α β quadratũ, ei quod sub α β, β γ. Sed ei quidẽ quod ex α β, cõmensurabilia sunt quæ ex α β, β γ, ei autem quod sub α β, β γ, cõmensurabile est quod bis sub α β, 6 γ. Incõmensurabilia igitur sunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ. Sed eis quidẽ quæ ex α β, 6 γ, æquũ est A ε, ei autẽ quod bis sub α β, β γ, æquum est A θ. Incommensurabile igitur est A ι, ipsi A θ. Sicut autem A ε ad A θ, sic ν δ ad A ξ. Incommensurabilis igitur est ν A, ipsi A ξ longitudine. Et utræq; rationales. Ipsæ igitur ν A, A ξ (per 11 decimi) rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles. Ipsa igitur ξ ν, apotome est. Rationalis autẽ A ι. Quod autem sub rationali & irrationali comprehensum, irrationale est (per lemma 20 decimi) & quæ illud potest irrationalis est. Ipsum autem ξ ε, potest ipsa α γ, ipsa igitur α γ irrationalis est, appellatur autẽ mediæ secunda apotome.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 71.*

Si linea de linea detrahat, fuerintq; ambę potẽtialiter incõmen- 71
surabiles, cõtinẽtesq; mediale, quadrataq; earũ ambo pariter accepta rationale, reliq̃ linea erit irrõnalis, uocabitq; minor.

CAMPANVS. Si sint a b & b c quales proponitur, quæ per 27 reperiuntur & componunt lineam maiorem, erit linea a c irrationalis, & ipsa est quę dicitur linea minor. Quod qui præmissa firmiter tenuerit, positionesq; diligenter attenderit, duplici, modo ut antecedentes facile probabit.



Euclid. ex Zamb. *Problema 61.* *Propositio 76.*

Si à recta linea recta linea auferatur potẽtia toti subsistens incõmen- 76
surabilis, cũ tota uerò efficiens quod ab eis simul rationale, quod uerò sub ipsis medium, reliqua irrationalis est, appellaturq; minor.

THEON ex Zamb. *A recta nanq; linea α β, auferatur recta linea 6 γ, potentia toti subsistens incommensurabilis, efficiens cum tota quidem α β compositum ex ijs quæ ex α 6, 6 γ, simul rationale: quod*

uero

uero bis ſub ipſis α δ, δ γ, ſimul medium. Dico quòd reliqua α γ irratio- α γ δ
nalis eſt, appellata minor. Quoniam nanq; compoſitum quidem ex ijs
quæ ex α δ, δ γ, quadratis rationale eſt, quod uerò ſub ipſis α δ, δ γ, medium: incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis ſub α δ, β γ. Et conuertendo igitur (per correlarium 19 quinti) incommenſurabilia ſunt quæ ex α δ, β γ, ei quod ex α γ. Rationale autem eſt, conflatum ex ijs quæ ex α δ, β γ, irrationale igitur quod ex α γ, ipſa igitur α γ irrationalis eſt, appellatur autem minor.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 72.

72 SI linea de linea dematur, fuerintq; ambæ potentialiter incommenſurabiles, ſuperficiemq; rationalẽ continentes, quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale, linea reliqua erit irrationalis, dicaturq; iuncta cum rationali componens totum mediale.

CAMPANVS. Et hoc quoq; neſcire non poteſt qui priora noue- a b c
rit, niſi à memoria exciderint: quin poſitis lineis a b & b c (quales proponitur, quę & per 28 reperiuntur, & lineam potentem in rationale & mediale componunt) ſit a c reliqua irrationalis, & ipſa dicitur quæ iuncta cum rationali componit totum mediale.

Euclid. ex Zamb. Theorema 59. Propoſitio 77.

77 Si à recta linea recta linea auferatur potentia toti ſubſiſtens incõmenſurabilis, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipſarũ quadratis medium, quod uerò bis ſub ipſis rationale, reliqua irrationalis eſt, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens.

THEON ex Zamb. A recta enim linea α β, recta linea auferatur β γ, α γ β
toti α δ potentia ſubſiſtens incommenſurabilis, efficiens conflatum quidem ex ipſarum α β, β γ, quadratis medium, quod uerò bis ſub ipſis rationale. Dico quòd reliqua α γ irrationalis eſt, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens. Quoniam enim conflatum ex ipſarum α β, δ γ, quadratis medium eſt, quod uerò bis ſub ipſis α β, β γ rationale, incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex α β, β γ, quadrata ei quod bis ſub α β, β γ, & reliquum igitur quod ex α γ, incommenſurabile eſt quod bis ſub α β, β γ. Quod uerò bis ſub α δ, β γ, rationale eſt, quod igitur ex α γ, irrationale eſt. Irrationalis igitur eſt ipſa α γ, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 73.

73 SI linea à linea detrahatur, fuerintq; ambæ potẽtialiter incõmenſurabiles, ſuperficiemq; medialẽ continentes, quadrataq; earũ ambo pariter accepta mediale duplo ſuperficiei alterius in alterũ incõmenſurabile, reliqua linea erit irrationalis, dicaturq; iuncta cum mediali faciens totũ mediale.

CAMP. Sint etiam hic a b & b c quales proponitur, quæ per 29 reperiun- a c b
tur, & ipſæ ſunt quæ componunt lineam potentem in duo medialia. eritq; a c reliqua irrationalis dicta, quæ iuncta cum mediali componit totum mediale. Quod ut facile (ſicut præmiſſa) duplici argumentatione concludes, proceſſum 70 moneo diligenter attendas.

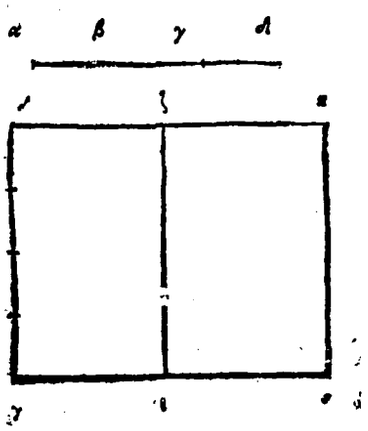
Euclid. ex Zamb. Theorema 60. Propoſitio 78.

78 Si à recta linea recta linea ſublata fuerit potẽtia toti ſubſiſtens incommenſurabilis, & cum tota efficiens conflatum ex ipſarum quadratis medium, quod uerò bis ſub ipſis medium, inſuper ipſarũ quadrata incommenſurabilia ei quod bis ſub ipſis, reliqua irrationalis eſt, appellatur autem cum medio medium totum efficiens.

THEON ex Zamb. A recta nanq; linea α β, recta linea auferatur β γ, potẽtia α γ β
incõmenſurabilis ſubſiſtens toti efficiẽs compoſitum ex ipſarum α β, β γ, quadratis medium, quod uerò ſuo ipſis α β, β γ medium, inſuper ipſarũ α β, β γ, quadrata incommenſurabilia ei quod bis ſub α δ, δ γ. Dico quòd reliqua α γ irrationalis eſt, uocatur autem cum medio medium totum efficiens.

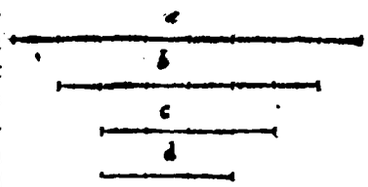
Exponatur

Exponatur rationalis ∧ ι, & eis quidem quæ ex α β, β γ, æquum ad ipſam ∧ ι comparetur (per 44 primi) ∧ ε, latitudinem efficiens ∧ ν, ei autem quod bis ſub α β, β γ, æquum auferatur ∧ θ, latitudinem efficiens ∧ ζ, reliquũ igitur ζ ε, æquũ eſt ei quod ex α γ, quare α γ poteſt ipſum ζ ε. Et quoniam compoſitũ ex ipſarum α β, β γ, quadratus mediũ eſt, & ipſi ∧ ι eſt æquale, ipſum igitur ∧ ι medium eſt. Et ad ipſam ∧ ι rationalem comparatur, latitudinem efficiens ∧ ν, rationalis igitur eſt (per 21 decimi) ∧ ν, & ipſi ∧ ι longitudine incommenſurabilis. Rurſus quoniam quod bis ſub α β, β γ, medium eſt & ipſi ∧ θ æquale, igitur ∧ θ medium eſt. Et ad ipſam ∧ ι rationalem comparatur, latitudinem efficiẽs ∧ ζ, rationalis igitur eſt ∧ ζ, & ipſi ∧ ι longitudine incommenſurabilis. Et quoniam incommenſurabilia ſunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis ſub α β, β γ, incommenſurabile igitur eſt & ∧ ι ipſi ∧ θ. Sicut autem (per primam ſexti) ∧ ι ad ∧ θ, ſic eſt & ∧ ν ad ∧ ζ. Incommenſurabilis igitur eſt ν ∧ ipſi ∧ ζ, & utræq; ſunt rationales. Ipſæ igitur ν ∧, ∧ ζ rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt ζ ν, rationalis autem eſt ζ θ. Quod uerò ſub rationali & apotome comprehenſum rectangulum, irrationale eſt & illud potens irrationalis eſt (per 73 decimi) ipſum autem ζ ε, poteſt ipſa γ α. Igitur ipſa γ α irrationalis eſt, appellatur ſanè cum medio medium totum efficiens: quod erat oſtendendum.



CAMPANVS. Eſt autem prçmittendum hic antecedens neceſſarium ad demonſtrationes ſequentium.

Si fuerint quatuor quantitates, quarum differentia primæ ad ſecundam, ſit ſicut tertiæ ad quartam, erit permutatim differentia primæ ad tertiam, ſicut ſecundæ ad quartam.



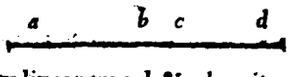
Intelligendum eſt hoc de quantitatibus eodem modo relatis, ut cum prima maior fuerit ſecunda, ſit quoq; tertia maior quarta, cũ uerò minor, & minor. Exempli gratia ſit differẽtia a ad b, ſicut c ad d, dico quòd erit a ad c, ſic b ad d: eſt enim (per hanc communem animi conceptionem differentia extremorum, compoſita eſt ex differentijs ipſorum ad media) differẽtia a ad c, compoſita eſt ex ea quę eſt a ad b, & ea quæ eſt b ad c. At ea quæ eſt b ad d, per eandem conceptionem componitur ex ea quæ eſt b ad c, & ea quę eſt c ad d. Et quia ex hypotheſi differentia a ad b, ſicut c ad d, ea uerò quæ eſt b ad c eſt cõmunis, ſequitur per communem ſcientiam ut ſit a ad c, ſicut b ad d: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 74.*

NVlla linea niſi una tantũ reſiduo coniungi poteſt, ut ſint ambæ ſub termino earũ quæ erant ante ſeparationem. 74

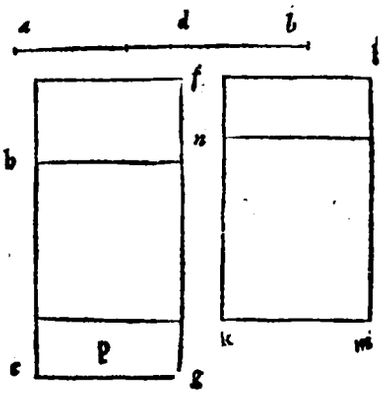


CAMPANVS. Sit linea a reſiduum, quæ fuerit reliqua abſciſſa b c ex a b, eruntq; a b & b c, rationales tantum potentia communicantes ex 68. Dico quòd ipſa a c, nulli alij lineæ quàm b c poterit componi ſub hac diffinitione, neq; maiori b c, neque minori b c. Si autem poteſt, componatur cum c d, indifferenter maiori aut minori quàm b c, eruntq; ob hoc ambæ lineæ a d & d c, rationales in potẽtia tantum communicantes. Quare ergo ex 7 ſecundi quadrata ambarum linearum a b & b c pariter accepta excedunt duplũ ſuperficiei unius earum in alteram in quadrato a c, ſimiliter quoq; quadrata duarum linearum a d & d c pariter accepta, excedunt duplum ſuperficiei unius ipſarum in alteram in quadratò eiuſdem a c, ſequitur ex præmiſſo antecedente, ut differẽtia duorum quadratorum duarum linearum a b & b c pariter acceptorum ad duo quadrata duarum linearum a d & c d pariter accepta, ſit ſicut differentia dupli ſuperficiei a b in b c ad duplum ſuperficiei a d in d c. Cum autẽ ſint duo quadrata utriuſq; ſectionis pariter accepta rationale ex hypotheſi, duplum uerò ſuperficiei unius in alteram portionum utriuſq; ſectionis mediale per hypotheſin, & 19, erit una & eadem differentia duarum ſuperficierum rationalium & duarum medialium, hoc autẽ eſt impoſſibile, rationales enim ſuperficies non differunt niſi in rationali ſuperficie, ut patet per diffinitionem rationalis ſuperficiei & per 9, medialis autẽ, non differt a mediali niſi irrationali ſuperficie



per

per 22. Hoc autem fit manifeſtum in figura, ſic. Sit enim ſuperficies e f, adiuncta, ad lineam e g, ęqualis ambobus quadratis duarum ſuperficierum a b & b c pariter acceptis. at g h ſit ęqualis duplo ſuperficiei unius in alterã. Eritq; f h, æqualis quadrato lineæ a c ex 7 ſecundi. Similiter quoq; ſit k l, adiuncta ad lineam k m, æqualis duobus quadratis duarum linearum a d & d c pariter acceptis, & m n, ſit æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram, eritq; ex 7 ſecundi n l æqualis quadrato lineæ a c, ideoq; etiam æqualis h f. Eſt itaq; differentia e f ad g h, ſicut k l ad m n. Quare per antecedens præmiſſum, erit permutatim differentia e f ad k l (& ipſa ſit p) ſicut g h ad m n. Et quia utraq; duarum ſuperficierum e f & k l eſt rationalis, utraq; uerò duarum ſuperficierum g h & m n medialis, ſequitur impoſsibile, uidelicet, ſuperficiem p eſſe rationalem & irrationalem.



Euclid. ex Zamb. Theorema 61. Propoſitio 79.

79 Apotome una tantum congruit recta linea rationalis, potẽtia tantum toti ſubſiſtens commmenſurabilis.

THEON ex Zamb. *Sit apotome α β, congruens autẽ ei ſit β γ, ipſæ igitur α γ, γ β, potentia tantum ſunt commenſurabiles. Dico quòd ipſi α β, altera non congruit rationalis potentia tantũ ſubſiſtens toti commenſurabilis. Si enim poſsibile, congruat, ſitq; β δ. Ipſæ igitur α δ, δ β, potentia tantum ſunt cõmenſurabiles. Et quoniã (per 7 ſecundi) quo excedunt ea quæ ex α δ, δ β, id quod bis ſub α δ, δ β, hoc excedunt & quæ ex α γ, γ β, id quod bis ſub α γ, γ β, (eodẽ nanq; id eſt quod ex α β, utraq; excedunt) uicißim igitur (per 16 quinti) quo excedunt quæ ex α δ, δ β, ea quæ ex α γ, γ β eo excedit, & id quod bis ſub α δ, δ β, id quod bis ſub α γ, γ β. Sed quæ ex α β, β δ, ea quæ ex α γ, γ β, excedunt rationali, utraq; nãq; rationalia ſunt, & quod bis igitur ſub α δ, δ β, id quod bis ſub α γ, γ β, rationali excedit, quod eſt impoſsibile. Vtraque nanque media ſunt, & (per 22 decimi) medium non excedit rationali. Ipſi igitur α β, altera non congruit rationalis potẽtia tantũ cõmenſurabilis exiſtẽs toti. Vna igitur tantũ ipſi apotomæ cõgruit, rationalis potẽtia tantũ toti ſubſiſtens cõmenſurabilis: quod erat oſtẽdendum.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 75.

75  Vlla linna niſi una tantum reſiduo mediali primo coniungi poteſt, ut ſint ambæ ſub termino earum quæ erãt ante ſeparationem.

CAMPANVS. Hæc quoq; probabis ſimili modo. Sint enim in utraq; ſectione ambo quadrata pariter accepta, mediale duplum uerò ſuperficiei unius in alteram rationale. Et quia ut prius eadem differentia quadratorum unius ſectionis ad quadrata alterius, quę eſt dupli ſuperficiei unius ad duplum ſuperficiei alterius, erit una & eadem ſuperficies differentia duarum medialium & duarum rationalium: quod eſt impoſsibile.

Euclid. ex Zamb. Theorema 62. Propoſitio 80.

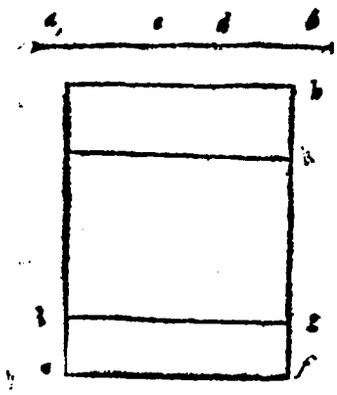
80 Mediæ apotomæ primæ una tantum congruit recta linea media, potentia tantum toti ſubſiſtens commenſurabilis, & cum tota irrationale comprehendens.

THEON ex Zãb. *Eſto nãq; media apotome prima α β, & ipſi α β, cõgruat β γ, ipſæ igitur α γ, γ β, mediæ ſunt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles, rationale cõprehẽdentes duo quod ſub α γ, γ β. Dico quòd ipſi α β, altera nõ congruit media, toti potẽtia tantũ ſubſiſtẽs cõmenſurabilis, & cũ tota rationale cõprehendens. Si enim poſsibile, cõgruat & δ β, ipſæ igitur α δ, δ β, mediæ ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles, rationale cõprehendentes, quod ſub α δ, δ β. Et quoniã (per 7 ſecundi) quo excedunt ea quæ ex α δ, δ β, id quod bis ſub α δ, δ β, hoc excedunt & quæ ex α γ, γ β, id quod bis ſub α γ, γ β, (eodẽ etenim rurſus excedunt, id eſt quod ex α β) uicißim igitur (per 16 quinti) quo excedunt quæ ex α δ, δ β, ea quæ ex α γ, γ β, eo excedit & id quod bis ſub α δ, δ β, id quod bis ſub α γ, γ β. At quod bis ſub α δ, δ β, id quod bis ſub α γ, γ β, excedit rationali, utraq; nẽpe rationalia. & quæ ex α δ, δ β, igitur quadrata, quæ ex α γ, γ β, excedunt rationali. Quod eſt impoſsibile. Media etenim utraq; & (per 26 decimi) medium ſanè medium non excedit rationali. Mediæ igitur apotomæ primæ una cõgruit recta linea media, potentia tantũ toti ſubſiſtens cõmenſurabilis, & cum tota rationale cõprehendens: quod oportuit demonſtrare.*

Euclid.ex Camp. *Propoſitio 76.*

NVlla linea reſiduo mediali ſecũdo coniungibilis eſt, ut ſub termino earum fiat, niſi tantum quæ ab ea ante ſeparata erat. 76

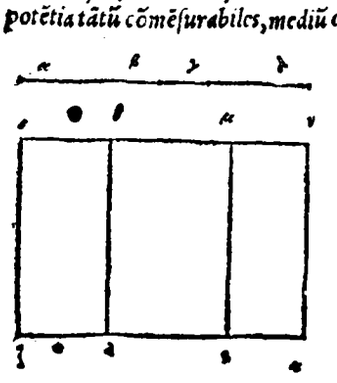
CAMPPANVS. Sit enim a c reſiduum mediale ſecundum, quæ fuit reſidua, abſciſa b c ex a b, eruntq; ex 7, duæ lineæ a b & b c, mediales potentia tantum communicantes mediale continẽtes. Dico q; ipſa a c, nullę lineæ alij q̃ c b, ſub hac diffinitione cõiungi poteſt. Sin autem, cõiungatur lineæ c d. Sitq; linea e f rationalis in lõgitudine ad quã coniungatur ſuperficies e h æqualis quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, & e k æqualis quadratis linearum a d & d c pariter acceptis, à qua abſcindatur e g. æqualis quadrato lineæ a c, eritq; per 7 ſecundi ſuperficies l h æqualis duplo ſuperficiei a b in b c, & l k per eandem æqualis duplo ſuperficiei a d in d c. Quia ergo quadrata ambarum partium primæ ſectionis ſunt mediale, & duplum etiam ſuperficiei mediale incommẽſurabile duobus quadratis pariter acceptis (quæ neſcire diligens Geometra non poterit, qui poſitiones diligenter ſeruauerit) erit ſuperficies e h medialis, cum ipſa ſit æqualis duobus quadratis pariter acceptis, & ſuperficies l h medialis, cum ipſa ſit æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram, per 20 igitur eſt utraq; duarum linearum f h & g h, rationalis in potentia tantum. Et quia una eſt incommenſurabilis alij, eo quòd ſuperficies e h eſt incommenſurabilis ſuperficiei h l, ſicut duo quadrata duplo ſuperficiei, erit ex 6 ſ linea f g reſiduum. Quare linea f g quæ eſt reſiduum componitur lineæ g h, ut ſint ambæ ſub termino earum quæ erãt ante ſeparationem. Similiter quoq; probabis eandem f g cum linea g k componi eadem conditione, mediantibus ſuperficiebus e k & k l quarum prima eſt æqualis quadratis duarum linearum a d & d c, pariter acceptis, & ſecunda duplo ſuperficiei unius in alteram: quod eſt impoſsibile per 74. Et hic modus demonſtrationis poteſt eſſe communis 75, cæterisq; quatuor eam ſequentibus.



Euclid.ex Zamb. *Theorema 62.* *Propoſitio 81.*

Mediæ apotomæ ſecundæ una tantum congruit recta linea media potentia tantum toti commenſurabilis & cum tota medium comprehendens. 81

THEON ex Zãb. *Eſto media apotome ſecũda α β, et ipſi α β, congruẽs ſit β γ. Ipſæ igitur α γ, γ β, mediæ ſunt potẽtia tãtũ cõmẽſurabiles, mediũ cõprehendentes quod ſub α γ, γ β. Dico q; ipſi α β, alia non congruit recta linea media potentia tãtũ toti ſubſiſtẽs cõmẽſurabilis et cũ tota mediũ cõprehẽdẽs. Si enim poſsibile, cõueniat β δ; igitur α δ, & δ 6, mediæ ſunt potẽtia tãtũ cõmẽſurabiles, mediũ cõprehẽdẽtes quod ſub α δ, δ 6. Exponaturq; rationalis ε ζ. Et eis qdẽ quæ ex α γ, γ β, æquũ ad ipſã ε cõparetur (p 44 primi) ε ν, latitudinẽ efficiens ε μ, ei uerò quod ſub α γ, γ β, æquũ auferatur θ ν latitudinẽ efficiẽs θ μ. Reliquũ igitur ε λ, (per 7 ſecũdi) æquum eſt ei quod ex ν β. Quare α β ipſum poteſt ε λ. Rurſus iam eis quæ ex α δ, δ β, æquũ ad ipſam ε ζ cõparetur (per 44 primi) ε ι, latitudinẽ efficiẽs, ε ν. Eſt autẽ & ε λ, æquũ ei quod ex α β, quadrato, reliquũ igitur θ ν, (per 7 ſecundi) æquũ eſt ei quod bis ſub α δ, δ β. Et quoniã ipſæ α γ, γ β, mediæ ſunt, media igitur ſunt & quæ ex α γ, γ β. Et æqualia ſunt ipſi ε ν, mediũ igitur (p 16 decimi & correlariũ 23) eſt ε ν. Et ad ipſam rationalẽ ε ζ apponitur latitudinẽ efficiẽs ε μ: rationalis igitur eſt (per 22 decimi) ε μ, & ipſi ε ζ lõgitudine incõmenſurabilis. Rurſus quoniã quod ſub α γ, γ β, mediũ eſt, & quod bis ſub α γ, γ β, mediũ eſt (per correlariũ 23 decimi) & æquũ eſt ipſi θ ν, & θ ν, igitur mediũ eſt. Ad ipſamq; ε ζ rationalẽ apponitur, latitudinẽ efficiens θ μ, rationalis igitur eſt θ μ (per 22 decimi) & ipſi ε ζ, lõgitudine incommenſurabilis. Et quoniam α γ, γ β, potẽtia tantũ ſunt cõmenſurabiles, incõmenſurabilis igitur eſt α γ, ipſi γ β, longitudine. Sicut autẽ α γ, ipſi γ β, ſic eſt, (per lemma 22 decimi) quod ex α γ, ad id quod ſub α γ, γ β. Incõmẽſurabile igitur eſt (per 11 decimi) quod ex α γ, ei quod ſub α γ, γ β. Sed ei quod ex α γ, cõmenſurabilia ſunt quæ ex α γ, γ β. Et autẽ quod ſub α γ, γ 6, commenſurabile eſt quod bis ſub α γ, γ β. Incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex α γ, γ β, ei quod bis ſub α γ, γ β. Eis autẽ quæ ex α γ, γ β, æquum eſt ε ν, ei uerò quod bis ſub α γ, γ β, æquum eſt ν θ. Incommenſurabile igitur eſt ε ν, ipſi θ ν. Sicut autem ε ν, ad θ ν, ſic eſt ε μ, ad θ μ. Incõmenſurabilis igitur eſt ε μ, ipſi θ μ longitudine. Et utræq; ſunt rationales. Ipſæ igitur ε μ, μ θ, rationales ſunt potentia tãtum cõmenſurabiles, apotome igitur eſt ε θ, cõgruens autẽ ei eſt θ μ. Similiter oſtendemus quòd & θ ν, ei cõgruit. Apotome igitur, alia & alia cõgruit recta linea, potẽtia tantũ toti ſubſiſtẽs cõmẽſurabilis, quod (per 79 decimi) eſt impoſsibile. Mediæ igitur apotomæ ſecundæ una tantũ cõgruit recta linea potẽtia tantũ toti ſubſiſtẽs cõmẽſurabilis & cum tota medium cõprehendens: quod erat oſtendendum.*



Euclid.ex Camp. *Propoſitio 77.*

NVlla linea minori coniungibilis eſt, ut ſub termino ſuo fiat niſi tantum quæ ante ſibi abſciſionem coniungebatur. 77

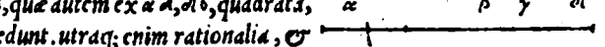
CAM.

CAMPPANVS. Intellige quid ſit linea minor: quod ſi oblitus es, conſule 21, & ſine obiectione cõcludes propoſitum, ſi (quemadmodum in 74) proceſſeris, poteris q; ſi libuerit, quemadmodum in 76 procedere.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 64.* *Propoſitio 82.*

82 Minori una tantum congruit recta linea potentia toti incommenſurabilis ſubſiſtens, efficiẽs cum tota compoſitum ex earum quadratis rationale, quod uerò bis ſub ipſis medium.

THEON ex Zamb. *Eſto minor α δ, & ipſi α β congruens eſto β γ, ipſæ igitur α γ, γ δ, potentia ſunt incõmenſurabiles, efficientes conflatũ quidem ipſarum quadratis rationale, quod uerò bis ſub ipſis medium. Dico quòd ipſi α β, alia recta linea non congruit efficiens eadem. Si enim poßibile, congruat β Δ, & igitur α Δ, Δ β, potentia ſunt incõmenſurabiles efficientes quæ ex α Δ, Δ δ, quadrata ſimul rationale, quod autẽ bis ſub ipſis α Δ, Δ β, medium. Et quoniam quod excedunt quæ ex α Δ, Δ δ, ea quæ ex α γ, γ β, eo excedit & id quod bis ſub α Δ, Δ β, quod bis ſub α γ, γ β, quæ autem ex α Δ, Δ δ, quadrata,*



ea quadrata quæ ex α γ, γ δ, rationali excedunt. utraq; enim rationalia, & quod bis igitur ſub α Δ, Δ β, id quod bis ſub α γ, γ β, rationali excedit, quod (per 26 decimi) eſt impoßibile, utraq; nanq; media ſunt. Minori igitur una tantum congruit recta linea potentia toti ſubſiſtens incõmenſurabilis efficiens quæ ex ipſis quadratis ſimul rationale. quod uerò bis ſub ipſis medium: quod oſtendere oportebat. *Euclid ex Camp.* *Propoſitio 78.*

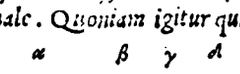
78 Linea quę coniuncta cum rationali facit totam mediale, niſi uni tantum componi non poteſt, ut ſub earum termino fiant quæ erant ante ſeparationem.

CAMPANVS. Quid ſit linea quæ proponitur, ex 72 didiciſti. Cum ergo de ea uolueris quod per hanc 78 dicitur demonſtrare, à proceſſu 75, in quo quàm non deuies, ſed ſicut in 76, ſi te delectauerit, ingenio duce poteris procedere.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 65.* *Propoſitio 83.*

83 Efficienti cum rationali medium totum una tantum congruit recta linea potentia toti incommenſurabilis ſubſiſtens, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipſarum quadratis medium, quod uerò bis ſub ipſis rationale.

THEON ex Zamb. *Sit cum rationali mediũ totum efficiens α δ, & ipſi α β congruat β γ. Ipſæ igitur α γ, γ β, potentia ſunt incõmenſurabiles, efficientes conflatũ quidem ex ipſarum α γ, γ β, quadratis medium, quod uerò bis ſub ipſis α γ, γ β, rationale. Dico quòd ipſi α β, alia non congruit eadem efficiens. Si enim poſſibile, congruat β Δ, & ipſæ igitur α Δ, Δ β, rectæ lineæ, potentia ſunt incommenſurabiles, efficientes conflatum ex ipſarum α Δ, Δ β, quadratis mediũ, quod uerò bis ſub ipſis α Δ, Δ β, rationale. Quoniam igitur quo excedunt quæ ex α Δ, Δ β, ea quæ ex α γ, γ β, eo excedit & quod bis ſub α Δ,*



Δ β, id quod bis ſub α γ, γ β, excedit, & quod bis ſub α Δ, Δ β, id quod bis ſub α γ, γ β conſequenter ut in præcedẽtibus: quod uerò bis ſub α Δ, Δ β, id quod bis ſub α γ, γ δ, excedit rationali, rationalia nanq; utraq; & quæ ex α Δ, Δ β, igitur ea quæ ex α γ, γ β, excedunt rationali, quod eſt (per 26 decimi) impoßibile, utraq; enim media ſunt (per 77 decimi.) Ipſi igitur α δ, alia non congruit recta linea potentia toti ſubſiſtens incommenſurabilis, & cum tota efficiens conflatum ex ipſarum quadratis medium, quod autem bis ſub ipſis rationale. Efficienti ergo cum rationali medium totum una tantum congruit recta linea, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat demonſtrandum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 79.*

79 Lineæ quæ iuncta cum mediali facit totum mediale, niſi una linea tantum iungi nequit, ut ſub earum termino fiant quæ erant ante ſeparationem.

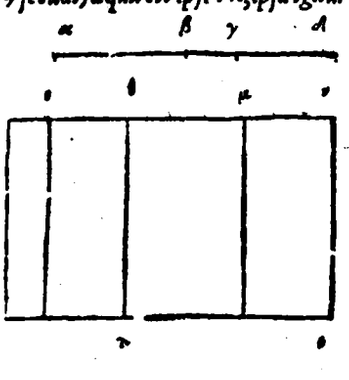
CAMPANVS. Huius lineæ quę iuncta cum mediali componit totum mediale, magiſtra eſt 73. De quà quod hęc 79 enunciat, concludere cogeris, ſicut de reſiduo mediali ſecundo (quod per 76 enunciatum eſt) concluſiſti.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 66.* *Propoſitio 84.*

84 Efficiẽti cum medio mediũ totum, una tantũ congruit recta linea

potẽtia incõmenſurabilis toti ſubſiſtẽs,& cum tota efficiens cõflatũ ex ipſarũ quadratis mediũ, & quod bis ſub ipſis medium,& inſuper incõmenſurabile conflatum ex ijs quę ab ipſis,ei quod bis ſub ipſis.

THEON ex Zãb. *Eſto cũ medio medũ totũ efficiẽs α ζ, cõgruẽs aũt illi ſit β γ: ipſæ igitur α γ, γ ζ, potentia ſunt incõmenſurabiles, efficiẽtes conflatũ ex ipſarum quadratis mediũ, & quod bis ſub ipſis α γ, γ β, mediũ, inſup et quæ ex α γ, γ β, quadrata, incõmẽſurabilia ei quod bis ſub α γ, γ β. Dico q, alia ipſi α ζ, nõ cõgruit, cũ tota efficiẽs propoſita. Quod ſi poſsibile eſt, cõgruat β δ, ut et α δ, δ β, potẽtia ſint incõmẽſurabiles efficiẽtes quæ ex α δ, δ β, quadratis ſimul mediũ, et quod bis ſub ipſis α δ, δ β, mediũ, & inſup quæ ex α δ, δ β, incõmẽſurabilia ei quod bis ſub α δ, δ β. Exponatur q; rationalis ι ſ. Et eis qdẽ quæ ex α γ, γ β, æquũ ad ipſam ι ſ cõparetur (p 45 primi) ι ν, latitudinẽ efficiẽs ι ν, ei aũt quod bis ſub α γ, γ β, æquũ auferatur (p 44 primi) θ ν, latitudinẽ efficiẽs θ μ. Reliquũ igitur quod ex α β, (p 7 ſecũdi) æquũ eſt ipſi ι λ, ipſa igitur α λ poteſt. Rurſus eis quæ ex α δ, δ β, æquũ ad ipſam ι ſ cõparetur (p 44 primi) ι ι, latitudinẽ efficiens ι ν. Eſt aũt quod ex α β, æquũ ipſi ι ι. Reliquũ igitur quod bis ſub α δ, δ β, æquũ eſt ipſi θ ι. Et quoniã conflatũ ex ijs quæ ex α γ, γ ζ, mediũ eſt, ac ipſi ι ν, æquale, medium igitur eſt & ι ν. Et ad rationalẽ cõparatur ι ſ, latitudinẽ efficiens ι μ, rationalis igitur eſt (per 22 decimi) ι μ, et ipſi ι ſ, lõgitudine incõmẽſurabilis. Rurſus quoniã quod bis ſub α γ, γ β, mediũ eſt & ipſi θ ν, æquale, mediũ igitur eſt θ ν. Et ad ipſam rationalẽ ι ſ apponitur latitudinẽ efficiens θ μ, rationalis igitur eſt θ μ, & ipſi ι ſ longitudine incõmenſurabilis. Et quoniã incõmenſurabilia ſunt quæ ex α γ, γ β, ei quod bis ſub α γ, γ β, incõmenſurabile igitur eſt ι ν, ipſi θ ν, incommenſurabilis igitur eſt & ι μ, ipſi μ θ longitudine, & ambæ rationales ſunt. Ipſæ igitur ι μ, μ θ, potentia tantũ ſunt cõmenſurabiles. Igitur ipſa ι θ, apotome eſt. Congruẽs autẽ ei, eſt θ μ. Similiter iam oſtẽdemus quòd ι θ, rurſus apotome eſt: cõgruens aũt ei eſt θ μ. Apotome igitur ipſi alia & alia cõgruit potentia tantũ toti ſubſiſtens cõmenſurabilis, quod (per 69 decimi) impoßibile eſſe oſtendimus. Ipſi igitur α ζ, alia recta linea non congruit. Ipſi igitur α β, una recta linea tãtum congruit, potentia tantũ toti ſubſiſtens incõmenſurabilis, & cum tota efficiẽs quæ ex ipſis quadratis ſimul medium, & quod bis ſub ipſis. Efficienti igitur cum medio mediũ totum, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*



Ex Campano. Reſiduorum diffinitiones.

1 Si fuerit idem totũ poſitæ rationali lineę in longitudine cõmenſurabile, quod poſitũ erat, dicetur reſiduum primum.

2 Si uerò linea adiuncta, poſitæ rationali communicet in lõgitudine, dicetur reſiduum ſecundũ. 3 Quòd ſi fuerit utraq; rationali poſitæ in longitudine incommenſurabilis, uocabitur reſiduum tertium. 4 Si eadem tota poſitæ rationali cõmunicet in longitudine, nũcupabitur reſiduũ quartum. 5 Si uerò linea adiuncta, poſitæ rationali, cõmunicet in longitudine, uocabitur reſiduum quintum. 6 Quòd ſi fuerit utraq; rationali poſitę in longitudine incommenſurabilis, appellatur reſiduum ſextum.

Commune initium trium priorum diffinitionum.

Poſitis duabus lineis altera ratiõali, altera reſiduo, adiectaq; ipſi reſiduo ſecũdũ eius terminũ, ſi fuerit totũ cõpoſitũ potẽtius linea adiecta, in quadrato lineæ ipſi toti cõmunicãtis in lõgitudine.

Commune initium trium poſteriorum diffinitionum.

Poſitis duabus lineis altera rationali, altera reſiduo, adiectaq; ipſi reſiduo ſecũdũ eius terminũ, ſi fuerit totũ cõpoſitũ potẽtius linea adiecta, in quadrato lineæ ipſi toti incõmẽſurabilis in lõgitudine.

Ex Zamb.

Ex Zamberto. *Apotomarum diffinitiones.*

1 Siquidem tota expoſitę rationali lõgitudine cõmen ſurabilis fuerit, appellatur apotome prima. 2 Si uerò cõgruens commenſurabilis fuerit, lõgitudine expoſitę rationali, ſecũda appellatur apotome. 3 Si autem neutra cõmẽſurabilis fuerit expoſitæ rationali longitudine, tertia appellatur apotome. 4 Si quidem tota commmenſurabilis fuerit expoſitę rationali longitudine, appellatur apotome quarta. 5 Si uerò congruens, quinta. 6 Si autem neutra, ſexta.

Commune initium trium priorum diffinitionum.

Suppoſita rationali & apotomę, ſiqdẽ tota, cõgruẽte maius potuerit eo quod fit ex ſibi lõgitudine cõmen ſurabili.

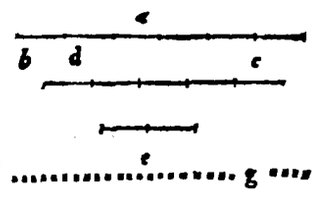
Commune initium trium poſteriorum diffinitionum.

Rurſus ſuppoſita rationali & apotomę, ſi tota maius potuerit cõgruente eo q̃d fit ex ſibi longiore incõmenſurabili.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 80.*

80 Reſiduum primum inueſtigare.

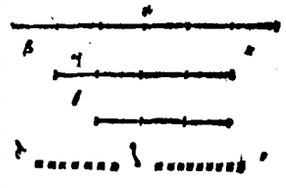
CAMPANVS. Ab inuentione omnium ſpecierum reſidui, facilè nos abſoluat inuentio per ordinem omnium ſpecierum binomij. Nam in qualibet ſpecie binomiorum ſi minor portio abſcindatur de maiori, linea reliqua erit reſiduum ſimilis ſpeciei ut patet ex diffinitionibus tam binomiorum quàm reſiduorũ. Propriis tamen inuentionibus reſiduorum inſiſtentes, ſic inquiramus primum. Sit linea a rationalis poſita, cui commenſurabilis in lõgitudine ſumatur b c, ſitq; e numerus quadratus diuiſus in f nõ quadratum & in quadratum g, ſitq; proportio quadrati lineæ b c ad quadratum lineæ c d, ſicut e ad f, eritq; per ultimã partẽ ſeptimæ, c d, rationalis in potentia tantum. Cum itaq; ſit c b potentior c d in quadrato lineæ ſibi communicantis in longitudine, quod patet in explanatione bñomij primi, conſtat ex diffinitione lineam b d eſſe reſiduum primum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 19.* *Propoſitio 85.*

85 Inuenire primam apotomen.

THEON ex Zamb. *Exponatur rationalis α, & ipſi α longitudine commenſurabilis eſto β ν, rationalis igitur eſt β ν. Exponanturq; bini quadrati numeri ε ζ, quorũ exceſſus ε ζ non ſit quadratus. Igitur (per corrclarium 1 lemmatis 28 decimi) ε ε, ad ε ζ, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Fiatq; (per corrclariũ 6 decimi) ſicut ε ε, ad ε ζ, ſic quod ex β ν quadratũ ad id quod ex ν γ quadratũ, cõmenſurabile igitur eſt quod ex β ν, ei quod ex ν γ. Rationale autem quod ex β ν, rationale igitur & quod ex ν γ. Rationalis igitur eſt (per diffinitionem) & ν γ. Et quoniam ε ε ad ε ζ rationalem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex β ν, ad ν γ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incommenſurabilis igitur eſt β ν ipſi ν γ longitudine, utræque autem ſunt rationales. Ipſæ igitur β γ, ν γ, (per 9 decimi) rationales ſunt potentia commenſurabiles. Igitur ipſa β γ, apotome eſt (per 73 decimi) Dico quòd & prima. Quo nanq; maius eſt quod ex β ν, eo quod ex ν γ, ſit quod ex θ. Et quoniam ſicut ε ε ad ε ζ, ſic eſt quod ex β ν, ad id quod ex ν γ, cõuertendo igitur (per corrclarium 18 quinti) ſicut ε ε, ad ε ζ, ſic quod ex ν β ad id quod ex θ. At ε ε ad ε ζ, rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, uterq; enim quadratus eſt. Quod igitur ex ν β, ad id quod ex θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, commenſurabilis igitur eſt β ν ipſi θ longitudine, & β ν ipſa ν γ maius poteſt, eo quod ex θ, ipſa igitur β ν ipſa ν γ maius poteſt eo quod ex ſibi lõgitudine cõmenſurabile, eſtq; tota β ν, ipſi α expoſitæ rationali cõmẽſurabilis. Igitur (per certias diffinitiones) β γ apotome eſt prima. Inuẽta igitur eſt prima apotome β γ: quod erat agẽdum.*

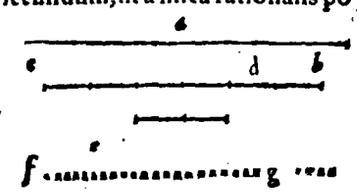


Euclid. ex Camp. Propoſitio 81.

REſiduum ſecundum patefacere.

81

CAMPANVS. Ad habendum reſiduum ſecundum, ſit a linea rationalis poſita, eiq; communicans in longitudine c d, & ſit quadratum c d ad quadratũ b c, ſicut f ad e, eritq; b d reſiduum ſecũdum ex diffinitione. Si dubitas, aut poſitas non ſeruas hypotheſes, aut binomij ſecundi repetitione indiges.

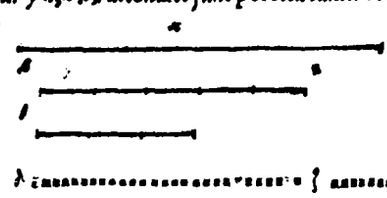


Euclid. ex Zamb. Problema 19. Propoſitio 86.

Inuenire ſecundam apotomen.

86

THEON ex Zamb. *Exponatur rationalis α, & ipſi α longitudine cõmenſurabilis eſto η γ. Rationalis igitur eſt η γ. Et exponãtur bini numeri quadrati Δ η, & ζ, quorũ exceſſus Δ ζ, nõ ſit quadratus. Fiatq; (p correlariũ 1 lẽmatis 28 decimi) ſicut Δ ζ ad Δ η, ſic quadratũ quod ex η γ, ad quadratũ quod ex η β, commẽſurabile igitur eſt (p 11 decimi) quod ex η γ quadratũ, ei quod ex η β, quadrato. Ratiõale autẽ eſt quod ex γ η, rationale igitur eſt qd' ex η β. Ratiõalis igitur eſt β η. Et quoniã qd ex η γ quadratũ ad id quod ex η θ, rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmẽſurabilis igitur eſt (p 10 decimi) γ η, ipſi η β lõgitudine, & ambæ ſunt rationales. Ipſæ igitur γ η, η β, rationales ſunt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles. Igitur (p 73 decimi) β γ apotome eſt. Dico q, & ſe cũda. Quo etenim maius eſt quod ex β η, eo quod ex η θ, eſto quod ex ι. Quoniã igitur eſt (p correlariũ 6 decimi) ſicut quod ex β η, ad id quod ex η γ, ſic eſt ε Δ numerus ad Δ ζ numerũ, cõuertẽdo igitur (p correlariũ 19 quinti) eſt ſicut quod ex β η, ad id quod ex ι, ſic eſt Δ ε, ad Δ ζ, & uterq; ipſorũ Δ ε, ε ζ, quadratus eſt, quod igitur ex β η, ad id quod ex ι, (per 9 decimi) rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, cõmẽſurabilis igitur eſt β η, ipſi ι, & β η, ipſa η γ maius poteſt eo quod ex ι. Igitur β η, ipſa η γ, maius poteſt eo quod ex ſibi lõgitudine cõmẽſurabili. Et cõgruens eſt γ η, cõmenſurabilis lõgitudine ipſi α expoſitæ rationali. Ipſa igitur β γ (per tertias diffinitiones) ſecũda eſt apotome. Inuẽta eſt igitur ſecunda apotome β γ: quod facere oportebat.*

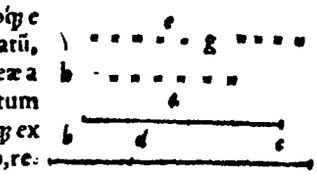


Euclid. ex Camp. Propoſitio 82.

REſiduũ tertiũ perſcrutari.

82

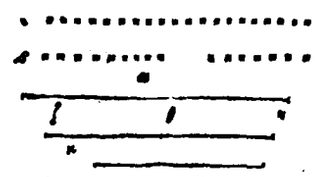
CAMPANVS. Reſiduũ tertiũ ſic habetur. Poſita ut prius à rationali numeroq; e quadrato diuiſo in f non quadratũ & g quadratũ, aſſumptoq; h numero primo, ſit quadratũ lineæ a ad quadratũ lineę b c, ſicut h ad e, ſitq; quadratum lineę b c ad quadratũ lineæ c d, ſicut e ad f, eritq; ex diffinitione (de quo ſi hæſitas, conſule binomiũ tertiũ) linea d b, reſiduum tertiũ. Euclid. ex Zamb. Problema 20. Propoſitio 87.



Inuenire tertiam apotomen.

87

THEON ex Zãb. *Exponatur rationalis α, explicẽturq; tres numeri ε, β, γ Δ, rationẽ adinuicẽ nõ habentes, quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Ipſe aũt β γ, ad Δ β rationẽ habeat, quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Fiatq; (p correlariũ 6 decimi) ſicut ε ad β γ, ſic quod ex α quadratũ ad id quod ex ζ η, quadratũ, ſicut uerò β γ ad γ Δ, ſic quod ex ζ η, quadratũ ad id quod ex η θ. Quoniã igitur eſt ſicut ε ad β γ, ſic qd' ex α, quadratũ ad id qd' ex ζ η quadratũ, quod igitur ex α, quadratũ ei qd' ex ζ η quadrato eſt cõmẽſurabile. Quadratũ aũt ex α, rationale eſt: ratiõale igitur eſt et quod ex ζ η, ratiõalis igitur eſt ζ η. Et quoniã ε, ad β γ, rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur qd' ex α, quadratũ ad id qd' ex ζ η, quadratũ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmẽſurabilis igitur eſt (p 9 decimi) α, ipſi ζ η lõgitudine. Rurſus quoniã eſt ſicut β γ ad γ Δ, ſic quod ex ζ η, quadratũ ad id quod ex η θ, cõmẽſurabile igitur eſt quod ex ζ η, ei quod ex η θ. Rationale autẽ eſt quod ex ζ η. Rationale igitur quod ex η θ, rationalis igitur eſt η θ. Et quoniam β γ, ad γ Δ, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; igitur quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt ζ η, ipſi η θ longitudine. Et utræq; ſunt rationales, ipſæ igitur ζ η, η θ, rationales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Apotome igitur eſt ζ θ (per 73 decimi) Dico q, et tertia. Quoniã enim eſt ſicut ε ad β γ, ſic quod ex α quadratũ, ad id quod ex ζ η*

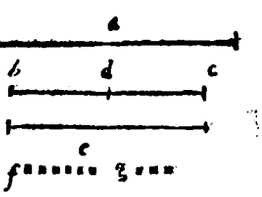


quã-

quadratũ, ſicut autẽ β γ ad γ Δ, ſic quod ex ζ ν ad id quod ex ν ϑ, ex æquali igitur (per 22 quinti) ſicut ε ad γ Δ, ſic quod ex κ ad id quod ex ϑ ν. Sed ε ad γ Δ rationẽ non habet, quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Neq; igitur quod ex κ ad id quod ν ϑ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incommenſurabilis igitur eſt κ ipſi ν ϑ longitudine. Neutra igitur ipſarũ ζ ν, ν ϑ, cõmenſurabilis eſt longitudine ipſi α expoſitæ rationali. Quo nempe maius eſt quod ex ζ ν eo quod ex ν ϑ, eſto id quod ex ν. Quoniam igitur eſt ſicut ϛ γ ad γ Δ, ſic eſt quod ex ζ ν, ad id quod ex ν ϑ, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) eſt ſicut β γ ad γ Δ, ſic eſt quod ex ζ ν, quadratũ ad id quod ex ν. At β γ ad β Δ rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, & quod ex ζ ν, igitur ad id quod ex ν rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, commenſurabilis igitur eſt ζ ν, ipſi ν longitudine. Et ζ ν, ipſa ν ϑ, maius poteſt, eo quod ex ν, ipſa igitur ζ ν, ipſa ν ϑ, maius poteſt, eo quod ex ſibi commenſurabili. Et neutra ipſarum ζ ν, ν ϑ, commenſurabilis eſt longitudine ipſi α expoſitæ rationali. Igitur (per 3 diffinitiones) ζ ϑ, apotome eſt tertia. Inuenta igitur eſt tertia apotome: quod erat agendum. Euclid. ex Camp. Propoſitio 83.

81 Reſiduum quartum inuenire.

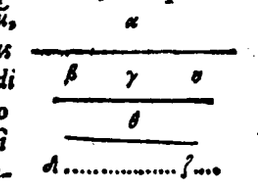
CAMP. Hic (ſicut in inuentione reſidui primi) ſit linea b c, cõmunis lineæ a rationali poſitæ, numerus autẽ e quadratus, ſit diuiſus in f & g. quorum ſit uterq; non quadratus, ſitq; quadratum lineæ b c, quadratũ lineæ d e, ſicut e ad f, & ſcies ex diffinitione, lineã d b eſſe reſiduũ quartũ, ſi eorũ quę in inuẽtione binomij quarti didiceras, oblitus nõ fueris.



Euclid. ex Zamb. Problema 21. Propoſitio 88.

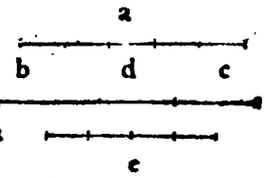
82 Inuenire quartam apotomen.

THEON ex Zamb. *Exponatur rationalis α, & ei lõgitudine cõmenſurabilis eſto β ν, rationalis igitur eſt & ϛ ν. Exponãturq; (per lẽma ſecũdũ 18 decimi) bini numeri Δ ζ, ζ ι, ut totus Δ ι ad utrũq; ipſorũ Δ ζ, ζ ι, rationẽ nõ habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Fiatq; (per correlariũ 6) ſicut Δ ι ad ι ζ, ſic quod ex ϛ ν, quadratũ cõmẽſurabile igitur eſt (per correlariũ 11 decimi) quod ex β ν, ei quod ex ν γ. Rationale aũt eſt id quod ex ϛ ν, rationale igitur & quod ex ν γ, rationalis igitur eſt (per 7 diffinitionẽ decimi) & γ ι. Et quoniã Δ ι ad ι ζ, rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex β ν, ad id quod ex ν γ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) β ν, ipſi ν γ longitudine. Et utræq; rationales. Ipſæ igitur β ν, ν γ, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Apotome igitur eſt β γ. Dico q, & quarta. Quo nẽpe maius eſt quod ex β ν, eo quod ex ν γ, eſto (per lẽma 13 decimi) quod ex ϑ. Quoniã igitur eſt ſicut Δ ι ad ι ζ, ſic eſt quod ex β ν, ad id quod ex ν γ, et cõuertendo igitur (per correlariũ 18 quinti) ſicut ι Δ ad Δ ζ, ſic quod ex ν β, ad id quod ex ϑ. Sed ι Δ ad Δ ζ, rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex ν β, ad id quod ex ϑ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) β ν, ipſi ϑ lõgitudine, & ν ϛ, ipſa ν γ, maius poteſt, eo quod ex ϑ, ipſa igitur ϛ ν, ν γ maius poteſt, eo quod ex ſibi incommenſurabili, eſtq; tota ϛ ν, commenſurabilis longitudine ipſi α rationali expoſitæ. Ipſa igitur β γ (per 3 diffinitiones) apotome eſt quarta. Inuenta igitur eſt quarta apotome: quod faciendum erat.* Euclid. ex Camp. Propoſitio 84.



84 Reſiduum quintum demonſtrare.

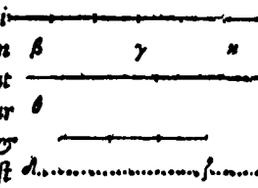
CAMP. Cũ reſiduũ quintũ inuenire libuerit, erit linea c d cõmunicans lineæ a rationali poſitæ in longitudine, ſicut erat in inquiſitione ſecundi, & erit quadratus numerus e diuiſus in f & e, quorũ neuter quadratus ſicut in præmiſſa erit quadratum lineæ c d ad quadratũ b c, ſicut f ad e, ex quib. à diffinitiõe cõcludere licet (habita ſufficienti noticia binomij quinti) lineã d b eſſe reſiduum quintum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 89.

89 Inuenire quintam apotomen.

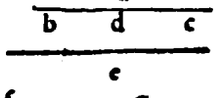
THEON ex Zãb. *Exponatur rationalis κ & ipſi κ longitudine cõmenſurabilis eſto γ ν, rationalis igitur eſt γ ν. Exponanturq; (per ſecundũ lẽma 28 decimi) bini numeri Δ ζ, ζ ι, ad utrunq; ipſorũ Δ ζ, ζ ι, rationẽ rurſus nõ habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Fiatq; (per correlariũ 6 decimi) ſicut ζ ι ad ι Δ, ſic quod ex κ γ, ad id quod ex κ ϛ, cõmenſurabile (per 11 decimi) igitur eſt quod ex γ ν, ei quod ex ϛ κ. Rationale autem eſt quod ex γ ν, rationale & quod ex κ β, rationalis igitur eſt ϛ ν. Et quoniam eſt ſicut Δ ι ad ι ζ, ſic eſt quod ex β κ ad id quod ex κ γ, at Δ ι ad ι ζ, rationem non habet quam numerus quadratus ad quadratum nu-*



merum, neq; igitur quod ex β κ ad id quod ex κ γ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) β κ ipsi κ γ lõgitudine. Et utræq; sunt rationales. Ipsæ igitur β κ, κ γ, rationales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Igitur β γ, apotome est (per 73 decimi) Dico & et quintã. Quo nanq; maius est id quod ex 6 κ, eo quod ex κ γ, esto id quod ex θ. Quoniã igitur est sicut quod ex β κ, ad id quod ex κ γ, sic est Δ ε ad ε ζ, cõuertendo igitur (per correlarium 18 quinti) est sicut ε Δ ad Δ ζ, sic quod ex β κ ad id quod ex θ. At ε Δ ad Δ ζ, rationẽ nõ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, neq; igitur quod ex β κ, ad id quod ex κ θ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incõmensurabilis igitur (per 9 decimi) β κ, ipsi θ, lõgitudine. Ipsaq; κ β, ipsa κ γ, maius potest, eo quod ex θ. Ipsa igitur κ 6 ipsa κ γ maius potest, eo quod ex sibi lõgitudine incõmensurabili, & cõgruẽs est lõgitudine cõmensurabilis ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur β γ, apotome est quinta. Inuenta igitur est apotome quinta: quod ostendendum fuerat. Euclid. ex Camp. Propositio 85.

REsiduum sextum demum præsto sit reperire. 85

CAMP. Residuũ sextũ sic reperitur. Erit ut prius linea a rationalis posita, & c numerus quadratus diuisus in f & g non quadratos, & erit h numerus primus. Et quadratũ lineæ a ad quadratũ lineę b c, sicut h ad e. at uerò quadratũ lineæ b c, quadratũ c d, ut e ad f, eritq; ex diffinitione linea d b, residuũ sextũ. Cui nõ planè animus tuus assenserit, exerceri te cõuenit in inuẽtione binomij sexti.



Euclid. ex Zamb. Problema 23. Propositio 90

Inuenire sextam apotomen. 90

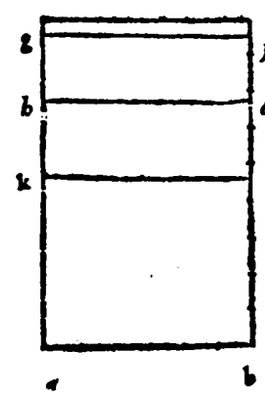
THEON ex Zãb. *Exponatur rationalis α, & tres numeri ε β, β γ, γ Δ, rationẽ nõ habẽtes adinuicem quã quadratus numerus ad quadratũ. Insuperq; et 6 γ ad β Δ, rationẽ nõ habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Fiatq; (per correlariũ 6 decimi) sicut ε ad β γ, sic quod ex α ad id quod ex ζ κ, sicut aũt 6 γ ad γ Δ, sic quod ex ζ κ ad id quod ex κ θ. Quoniã igitur est sicut ε ad β γ, sic est quod ex α ad id quod ex ζ κ: cõmẽsurabile igitur est (per 6 decimi) quod ex α ei quod ex ζ κ, rationale autẽ quod ex α rationale igitur est & id quod ex ζ κ, rationalis igitur est & ζ κ. Et quoniã ε ad β γ rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex α ad id quod ex ζ κ, rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) α ipsi ζ κ longitudine. Rursus quoniã est sicut β γ ad γ Δ, sic quod ex ζ κ ad id quod ex κ θ, commensurabile igitur est (per 6 decimi) quod ex ζ κ, ei quod ex κ θ rationale, autẽ est quod ex ζ κ, rationale igitur est: & quod ex κ θ, ratiõalis igitur et κ θ. Et quoniã β γ ad γ Δ rationem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex ζ κ, ad id quod ex κ θ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmẽsurabilis igitur est (per 9 decimi) ζ κ, ipsi κ θ lõgitudine. Et utræq; rationales. Ipsæ igitur ζ κ, κ θ, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Igitur ζ θ apotome est. Dico iam quod et sexta. Quoniã enim est sicut ε ad β γ, sic quod ex α ad id quod ex ζ κ, sicutq; β γ ad γ Δ, sic quod ex ζ κ ad id quod ex κ θ, ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut ε ad γ Δ, sic quod ex α ad id quod ex κ θ. At ε ad γ Δ rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Neq; igitur quod ex α, ad id quod ex θ κ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) α ipsi κ θ lõgitudine, & neutra ipsarũ ζ κ, κ θ, cõmẽsurabilis est lõgitudine ipsi α expositæ rationali. Quo nẽpe maius est quod ex ζ κ, eo quod ex ζ θ, esto quod ex κ. Quoniã enim est sicut 6 γ ad γ Δ, sic quod ex ζ κ ad id quod ex κ θ, cõuertẽdo igitur (per correlariũ 18 quinti) est sicut β γ ad 6 Δ, sic est quod ex ζ κ, ad id quod ex κ. At γ 6 ad β Δ rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex ζ κ, ad id quod ex κ rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est ζ κ ipsi κ lõgitudine. Et ζ κ, ipsa κ θ maius potest, eo quod ex κ. Igitur ζ κ, ipsa κ θ maius potest, eo quod est sibi longitudine incommensurabili, et utræq; ipsarum ζ κ, κ θ, incõmensurabilis est lõgitudine ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur ζ θ, apotome est sexta. Inuẽta igitur est apotome sexta ζ θ, quod erat agendũ. Sit prædictarũ sex apotomarũ inuẽtionis ostensio cõcisior. Deturq; ut inueniatur prima Exponaturq; ex binis nominibus prima α γ, cuius maius nomen sit α β, & ab ipsa quidem α β, auferatur ipsi quidem 6 γ, æqualis β Δ. Ipsæ igitur α β, β γ, hoc est α 6, β Δ, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles, &* α β Δ *α β, ipsa β γ, hoc est ipsa β Δ, maius potest, eo quod ex sibi incommensurabili, & α 6, cõmensurabilis est expositæ rationali lõgitudine. Igitur α Δ prima est apotome. Similiter iam & reliquas apotomas inueniemus eas quæ ex binis nominibus in numeros exponentes.* Euclid. ex Camp. Propositio 86.

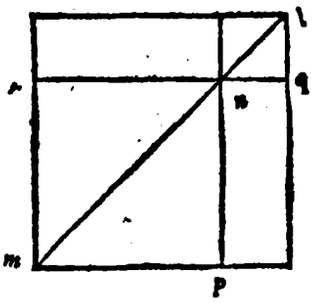
ἐν ἀριθμοῖς, pari numero, id est eiusdem ordinis.

SI fuerit superficies linea rationali residuo primo contenta, latus eius tetragonicum necesse est esse residuum. 86

CAMPANVS.

CAMPANVS. Sit ſuperficies a c contenta linea rationali a b & reſiduo primo b c, dico latus tetragonicum ſuperficiei a c, eſſe reſiduum. Adiungatur enim ad lineam b c, linea c d, ſitq; illa cuius detractione b c fuit reſiduum primum. Eritq; ex diffinitione, b d rationalis ex longitudine, & c d in potentia tantũ, b d quoq; erit potentior d c, in quadrato lineæ ſecum communicantis in longitudine. Diuidatur igitur d c per æqualia in e, & tota b d diuidatur ea conditione in f, quod inter b f & f d, ſit e d medio loco proportionalis, eritq; ex ſecunda parte 13 b f, communicans in longitudine f d, per 9 igitur utraq; earum communicat cum tota linea b d, quare per diffinitionem ambæ ſunt rationales in lõgitudine. Ducantur itaq; lineæ f g, e h, & c k, æquidiſtãtes a b, eritq; per 15 utraq; duarum ſuperficierum a f & g d, rationalis. Sit quadratũ ergo l m, æquale ſuperficiei a f, eritq; rationale, & latus eius rationale in potentia. Intra illud quadratum protracta diagonali linea l m, deſcribatur quadratum l n, æquale ſuperficiei g d, eritq; ipſum rationale & eius latus rationale in potentia, protrahãtur autem duæ lineæ m p, q n, æquidiſtanter lateribus totalis quadrati. Dico ergo quadratum p r eſſe æquale ſuperficiei a c, & eius latus quod eſt n p eſt reſiduum. Cum enim linea d e ſit ex hypotheſi medio loco proportionalis inter b f & f d, erit ex prima ſexti ſuperficies h d medio loco proportionalis inter duas ſuperficies a f & f d, ideoq; & inter duo quadrata l m & n l. Cumq; ex prima ſexti ſit ſuperficies l p medio loco proportionalis inter eadẽ duo quadrata, erit l p æqualis d h, & etiam h c. Et quia quadratum l n eſt æquale g d, erit t r æquale g e, totus itaq; gnomo circũſcriptus quadrato m n, eſt æqualis c g. Et quia l m erat æquale a f, relinquitur m n æquale a c. Quod autem n p latus quadrati m n ſit reſiduum, ſic collige. Eſt enim utraq; duarum p t & t n rationalis in potentia, eo quod utrunq; quadratum l m & n l eſt rationale, unaq; earũ eſt incõmenſurabilis alij per primam ſexti & 10 huius, eo quod quadratum l m eſt incõmenſurabile l r ſuperficiei, ſicut ſuperficies a f ſuperficiei h d. De quibus manifeſtum eſt q; ipſæ ſunt incommenſurabiles, eſt enim per primam ſexti una earũ ad alteram, ſicut linea b f, quæ eſt rationalis in longitudine ad lineam d e quæ eſt rationalis in potẽtia tantum, ex 68 igitur linea p n, quę poteſt in ſuperficiẽ a c, eſt reſiduũ: & hoc eſt quod intendimus.





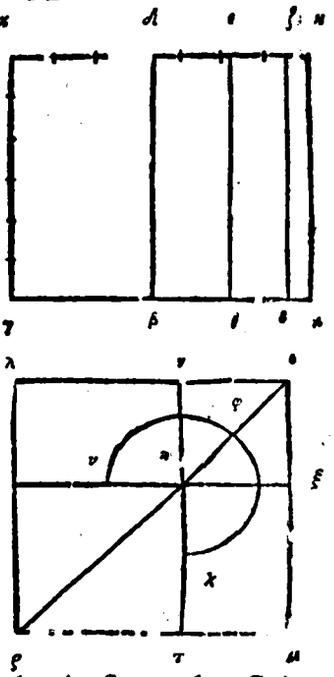
Euclid. ex Zamb. Theorema 67. Propoſitio 91.

91 Si areola comprehendatur ſub rationali & apotome prima, quæ areolam poteſt apotome eſt.

THEON ex Zamb. *Cõprehendatur enim areola α β, ſub rationali α γ, & apotome prima α δ. Dico q; ipſam α β, areolam potens, apotome eſt. Quoniam apotome eſt α δ, eſto eidem cõgruens (per 79 decimi) δ ν. Ipſæ igitur α ν, δ ν, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles, et tota α ν (per 3 diffinitiones) commenſurabilis eſt ipſi α γ, expoſitæ rationali, et α ν, ipſa ν δ (per 73 decimi) maius poteſt, eo quod ex ſibi lõgitudine cõmenſurabili. Si igitur (per 28 ſexti) quartæ parti eius quod ex δ ν æquum ad ipſam α ν compare tur deficiens forma quadrata, incõmenſurabilia ipſam (per 17 decimi) diuiſerit. Secetur (per 10 primi) δ ν bifariam in ε, & ei quod ex ε ν, æquum ad ipſam α ν cõparetur (per 28 ſexti) deficiens forma quadrata, ſitq; quod ſub α ζ, ζ ν, cõmenſurabilis igitur eſt α ζ, ipſi ζ ν. Et per ε ζ ν, ſigna (per 31 primi) ipſi α γ paralleli excitẽtur ε θ, ζ ι, ν κ. Et quoniam cõmenſurabilis eſt α ν ipſi ζ ν, lõgitudine, et α ν igitur utriq; ipſarũ α ζ, ζ ν, cõmenſurabilis eſt lõgitudine. Sed α ν cõmenſurabilis eſt ipſi α γ, et utraq; igitur ipſarũ α ζ, ζ ν, cõmenſurabilis eſt lõgitudine ipſi α γ, et rationalis eſt α γ, rationalis igitur eſt et utraq; ipſarũ α ζ, ζ ν, quare et utrũq; ipſorũ α ι, ζ ν, rationale eſt. Et quoniã commenſurabilis eſt δ ε, ipſi ε ν (æquales nanq;) quæ uerò æqualia commenſurabilia ſunt lõgitudine: & δ θ, igitur utriq; ipſarum δ ε, ε ν, longitudine cõmenſurabilis eſt. Rationalis autem eſt δ ν, & ipſi α γ longitudine incommenſurabilis, rationalis igitur eſt & utraq; ipſarum δ ε, ε ν, & ipſi α γ, longitudine incommenſurabilis, utrunq; igitur ipſorum δ θ, ε ν, mediũ eſt. Apponatur iam ipſi quidẽ α ι, æquũ quadratũ λ μ, ipſi aũt ζ ν, æquũ auferatur cõmunẽ ipſi λ μ, angulũ habẽs cũ qui ſub λ ο, ο ν, ſitq; ν ξ, circa eandẽ igitur demetientẽ ſunt (per 26 ſexti) ipſa λ μ, ν ξ, quadrata, ſit eorũ dimetiẽs ο ρ, ac deſcribatur figura. Quoniã certè rectangulum comprehenſum ſub α ζ, ζ ν, æquũ eſt ei quod ex ε ν, quadrato: eſt igitur (per 17 ſexti) ſicut α ζ ad ε ν, ſic ε ν ad ζ ν. Sed ſicut quidem α ζ ad ε ν, ſic (per 1 ſexti) α ι ad ε ν, ſicut autem ε ν ad ζ ν, ſic eſt ε ν, ad ν ζ. Ipſorũ igitur α ι, ν ζ, mediũ proportionale eſt ε ν, eſt autem ipſorũ λ μ, ν ξ,*

medium

medium proportionale, ν μ, ſicut in præcedentibus patuit (per lemma 53 decimi) & α ι, ipſi quidē λ μ quadrato æquū eſt, at π ſ ipſi ϖ ξ, & ι π igitur, ipſi μ ν eſt æquale. Sed ι π (per 36 primi) ipſi ∧ θ eſt æquale, & μ ν, ipſi λ ξ. Igitur ∧ π, æquū eſt ipſi ν φ χ, gnomoni, et ipſi ν ξ. Eſt autē & α π æquū ipſis λ υ, ν ξ, quadratis. Reliquū igitur α β (per 45 primi) æquum eſt ipſi σ τ, hoc eſt ei quod ex λ ν quadrato. Quod igitur ex λ ν quadratum, ipſi α β, æquum eſt. Ipſa igitur λ ν ipſam α β areolam poteſt. Dico quòd & λ ν apotome eſt. Quoniā enim rationalia ſunt α ι, ſ π, & æqualia ſunt ipſis λ μ, ν ξ, & utrunque igitur ipſorum λ μ, ν ξ, rationale eſt, hoc eſt quod ex utraq; ipſarum λ ο, ο ν, & utraque igitur ipſarum λ ο, ο ν, rationalis eſt. Rurſus quoniam ∧ θ medium eſt, & ipſi λ ξ, eſt æquale, medium igitur eſt λ ξ. Et quoniam λ ξ medium eſt, & ν ξ rationale, incommenſurabile igitur eſt λ ξ, ipſi ν ξ. Sicut autem λ ξ ad ν ξ, ſic eſt λ ο ad ο ν. Incōmenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) λ ο, ipſi ο ν longitudine. Et utræque rationales, ipſæ igitur λ ο, ο ν, rationales ſunt potentia commenſurabiles. Apotome igitur eſt (per 73 decimi) λ ν & ipſam α β areolā poteſt. Quæ igitur ipſam α β areolam poteſt, apotome eſt. Si areola igitur comprehendatur ſub rationali & apotome prima, quæ areolam poteſt, apotome eſt: quod erat oſtendendum.



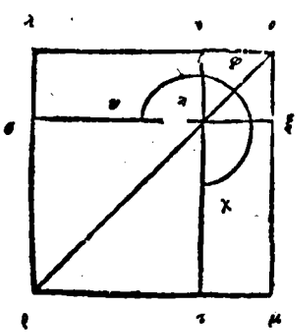
Euclid. ex Camp. Propoſitio 87.

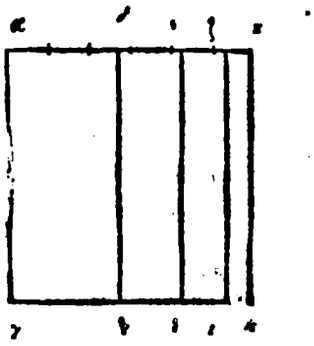
87 SI ſuperficies aliqua linea rationali reſiduoq; ſecundo cōtinea-
tur, linea in eandem potens erit reſiduum mediale primum.

CAMP. In hac quoq; argue ſicut in præmiſſa ex diffinitione reſidui ſecundi & ſecunda parte 13 & nona & decimanona & 15 & 69.

Euclid. ex Zamb. Theorema 68. Propoſitio 92.

92 Si areola comprehenſa fuerit ſub rationali & apotome ſecunda quæ areolam poteſt, mediæ apotome eſt prima.





THEON ex Zāb. Areola nāq; α β cōprehēdatur ſub ratiōali α γ, & apotome α ∧. Dico q, quæ α β, areolam poteſt, mediæ apotome eſt prima. Eſto enim (p 79 decimi) ipſi α ∧ cōgruēs ∧ π. Ipſæ igitur α π, ν ∧, rationales ſūt potētia tantū cōmēſurabiles (per 3 diffinitiones) et ipſa ∧ π, cōgruēs commēſurabilis eſt ipſi α γ, expoſitæ rationali, ipſa uerò α η tota ipſa congruente π ∧ maius poteſt eo quod ex ſibi cōmenſurabili. Quoniā igitur ipſa α η plus quā π ∧ poteſt eo q.d̄ ex ſibi incōmēſurabili lōgitudine. Si igitur quartæ parti eius qd̄ ex π ∧, æquū ad ipſam α π, cōparetur (per 28 ſexti) forma deficiēs quadrata, ipſam dirimet incōmenſurabilia (per 17 decimi) Secetur (per 10 primi) nēpe ∧ π, biſariam in ι, & ei quod ex ι π, æquum ad ipſam α π, cōparetur forma deficiēs à quadrata, ſitq; qd̄ ſub α ſ, ſ π, cōmenſurabilis igitur eſt α ſ, ipſi ſ π, lōgitudine. Et per ipſa ι ſ π, ſigna (per 31 primi) ipſi α γ, parallelli excitentur ι θ, ſ ι, π κ. Et quoniā (per 15 decimi) α ſ ipſi ſ π lōgitudine cōmenſurabilis eſt, et α π igitur utriq; ipſa rū α ſ, ſ π, lōgitudine cōmenſurabilis eſt. Rationalis aūt eſt α π, & ipſi α γ, lōgitudine incōmenſurabilis, & utraq; igitur ipſarū α ſ, ſ π, rationalis eſt, & ipſi α γ longitudine incōmenſurabilis, utrunq; igitur ipſorum α ι, ſ π, medium eſt. Rurſus quoniā cōmenſurabilis eſt ∧ ι ipſi ι π & ∧ γ, igitur (per 6 decimi, & per 15 decimi) utriq; ipſarū ∧ ι, ι π, cōmenſurabilis eſt. Sed ∧ γ, ipſi α γ lōgitudine cōmēſurabilis eſt. Rationalis igitur eſt utraq; ipſarū ∧ ι, ι π, & ipſi α γ longitudine cōmenſurabilis, igitur & utrūq; ipſorū ∧ θ, ι π (per 19 decimi rationale eſt. Cōſtituatur ergo (per 14 ſecundi) ipſi quidē α ι æquū quadratū α μ, ipſi aūt ſ π æquum auferatur ν ξ, circa eundem exiſtens angulū ipſi λ μ qui ſub λ ο μ. Circa eundē igitur demetientē ſunt ipſa λ μ, ν ξ, quadrata. Eſto (per 26 ſexti) ipſorum dimetiens ο ρ, & deſcribatur figura. Quoniam nempe ipſa α ι, ſ π media ſunt, & adinuicem commenſurabilia, & eis quæ ex λ ο, ο ν, ſunt æqualia, & quæ igitur ex λ ο, ο ν, media ſunt,

dia ſunt, & ipſæ λο, ον, igitur mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles. Et quoniam quod ſub αβ, βν, æquum eſt ei quod ex ιν, eſt igitur ſicut αβ ad ιν, ſic ιν ad βν. Sed ſicut quidē αβ ad ιν, ſic αι, ad ιν, ſicut autē ιν, ad βν, ſic ιν ad βν. Ipſorū igitur αι, βν, mediū proportionale eſt ιν. Sed ipſorū λμ, νξ, quadratorū, medium proportionale eſt (per lēma 53 decimi) μν, & αι, quidem æquum eſt ipſi λμ, & βν ipſi νξ. Igitur μν ipſi ιν, æquum eſt. Sed ipſi quidem ιν, æquū eſt Aθ, at μν, ipſi λξ (per 36 primi) eſt æquale. Totū igitur Aν, æquum eſt ipſi νφχ, gnomoni & ipſi νξ. Quoniam ergo totum αν, æquum eſt ipſis λμ νξ, quorum Aν, æquum eſt ipſi νφχ gnomoni et ipſi νξ, reliquum igitur αβ ipſi στ, eſt æquale. Hoc eſt, ei quod ex λν, quod igitur ex λν, ipſi αβ, areolæ æquum eſt, ipſam igitur αβ areolam, ipſa λν poteſt. Dico q̄ λν, mediæ apotomæ eſt prima. Quoniā enim ιν rationale eſt, & ipſi νμ æquale, hoc eſt ipſi λξ, rationale igitur eſt λξ, hoc eſt id quod ſub λο, ον (per conſtructionem) Oſtenſum autem eſt, q̄ νξ mediū eſt. Igitur λξ, ipſi νξ eſt incommenſurabile. Sicut autē λξ ad νξ, ſic λο ad ον. Ipſæ igitur λο, ον longitudine ſunt incommenſurabiles. Ipſæ igitur λο, ον, mediæ ſunt potētia tantū cōmenſurabiles, ratiōale cōprehēdentes. Ipſa igitur λν, mediæ apotomæ eſt prima (per 74 decimi) Et ipſam αβ poteſt areolā. Igitur quæ ipſam αβ areolā poteſt, mediæ apotomæ eſt prima. Si areola igitur cōprehenſa fuerit, et quæ ſequūtur reliqua: quod erat oſtēdendū.

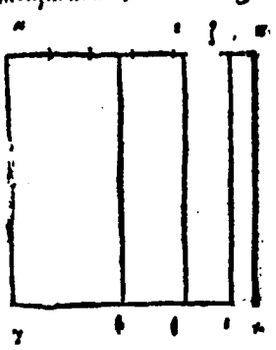
Euclid. ex Camp. Propoſitio 98.

98 SI linea rationali reſiduoq; tertio ſuperficies contineatur, erit linea ſuper eam potens reſiduum mediale ſecundum.

CAMP. Priori demonſtrationi inſiſte, & facile concludes propoſitū ex diffinitione reſidui tertij & ſecūda parte 13 & 9 & 19 & 70. Eucl. ex Zāb. Theor. 69. Prop. 93.

99 Si areola comprehendatur ſub rationali & apotome tertia, quę areolam poteſt, mediæ apotomæ eſt ſecunda.

THEON ex Zamb. Areola enim αβ, comprehendatur ſub rationali αγ, & apotome tertiæ αΔ. Dico quòd quæ ipſam α6, areolam poteſt, mediæ apotomæ eſt ſecundæ. Eſto enim (per 73 decimi) ipſi αΔ congruens Δκ. Ipſæ igitur ακ, κΔ, rationales ſunt potentia tantū cōmenſurabiles, & neutra ipſarum ακ, κΔ, ipſi αγ, expoſitæ rationali cōmenſurabilis eſt longitudine. At (per 87 decimi) tota ακ, ipſa ΔΔκ, cōgruēte maius poteſt, eo quòd ex ſibi cōmenſurabili. Si igitur quartæ parti eius quod ex Δκ, æquum ad ipſam ακ, apponatur forma deficiens quadrata, in incōmenſurabilia (per 18 decimi) ipſam diuiſerit, ſecetur (per 10 primi) nempe Δκ bifariā in ε, & (per 18 ſexti) ei quod ex εκ, æquum ad ipſam ακ, comparetur forma deficiens quadrata ſitq; quod ſub αζ, ζκ. Excitenturq; (per 31 primi) per ε ζκ, ſigna ipſi αγ, paralleli εθ, ζι, ον, cōmenſurabiles igitur ſunt αζ, ζκ, cōmenſurabile igitur eſt & αι, ipſi ζκ. Et quoniā αζ, ζκ, cōmēſurabiles ſunt longitudine, & ακ, igitur (per parabolā) utriq; ipſarū αζ ζκ, cōmenſurabilis eſt longitudine. Rationalis autē eſt ακ, & ipſi αγ, longitudine incommenſurabilis, & utraq; igitur ipſarū αζ, ζκ, rationalis eſt, & ipſi αγ, longitudine incōmenſurabilis, & utrunq; igitur ipſorum αι, ζκ (per 21 decimi) mediū eſt. Rurſus quoniā cōmenſurabilis eſt δι, ipſi ικ, longitudine & Δκ, igitur utriq; ipſarū Δε, κθ, longitudine commenſurabilis eſt (per 16 decimi) Rationalis autē eſt γΔ, & ipſi αγ, lōgitudine incōmenſurabilis, rationalis igitur eſt & utraq; ipſarū Δε, κι, & αγ, longitudine incōmenſurabilis. Vtrunq; igitur ipſorū Δι, κα (per 21 decimi) mediū eſt. Et quoniam ακ, κΔ, potētia tantū ſunt cōmēſurabiles, incōmenſurabilis igitur eſt lōgitudine ακ, ipſi γΔ. Sed ακ, ipſi quidē αζ lōgitudine cōmēſurabilis eſt: & Δκ, ipſi ικ, incōmenſurabilis igitur eſt αζ, ipſi ικ lōgitudine. Sicut aūt αζ ad ικ, ſic αι ad ικ, incōmenſurabile igitur eſt αι, ipſi ικ. Cōſtituatur igitur (per 14 ſecūdi) ipſi quidē αι æquū quadratū λμ, ipſi autē ζκ, æquū auferatur νξ, circa eundē exiſtens angulū cū μλ. Circa igitur eundē dimetientē, ſunt λμ, & νξ, eſto (per 26 ſexti) ipſorū dimetiēs ορ, deſcribaturq; figura. Quoniā igitur quod ſub αζ, ζκ, æquū eſt ei quod ex ικ, eſt igitur (per 17 ſexti) ſicut αζ ad ικ, ſic ικ ad ζκ. Sed ſicut quidē αζ ad ικ, ſic eſt αι ad ζκ, ſicut aūt ικ ad ζκ, ſic eſt ικ ad ζκ, et ſicut igitur αι ad ικ, ita ικ ad ζκ. Ipſorū igitur αι, ικ, mediū proportionale eſt ικ, eſt aūt (per lēma 53 decimi) ipſorū λμ, νξ, quadratorū mediū proportionale μν, & αι, æquū eſt ipſi λμ, & ζκ, ipſi γξ. Et ικ igitur æquū eſt ipſi μν. Sed μν ipſi λξ, eſt æquale, & ικ, ipſi Δθ æquū eſt (p 26 primi) & totū igitur Δκ æquū eſt ipſi νφχ, gnomoni & ipſi νξ. Eſt aūt & ακ æquū ipſis λμ, νξ, reliquū igitur αβ, æquū eſt ipſi στ, hoc eſt ei quod ex λν quadrato. Igitur ipſa λν, ipſam αβ, areolā poteſt. Dico iam q̄ λν mediæ apotomæ eſt ſecūda. Quoniam enim oſtenſum eſt q̄ αι, ζκ, media ſunt et æqualia eis quæ ex λο, ον, medium igitur eſt (per corrclarium 21 decimi) et utrunque ipſorum quæ ex λο, ον, media igitur eſt utraq; ipſarum λο, ον. Et quoniam ακ, ipſi ζκ, commenſurabile eſt, igitur quod ex λο, ei quod ex ον, commenſurabile eſt. Rurſus quoniam oſtenſum eſt quod ακ, ipſi ικ incommenſurabile eſt, incommenſurabile igitur eſt λμ ipſi μν, hoc eſt quod ex λο, ei quod ex ſub λο, ον, quare et λο, incommenſurabilis eſt longitudine ipſi ον. Ipſæ igitur λο, ον, mediæ ſunt potentia tantum cōmenſurabiles. Dico iam quod et mediū cōprehendūt. Quoniā patuit, q̄ ικ, mediū eſt,



& ei

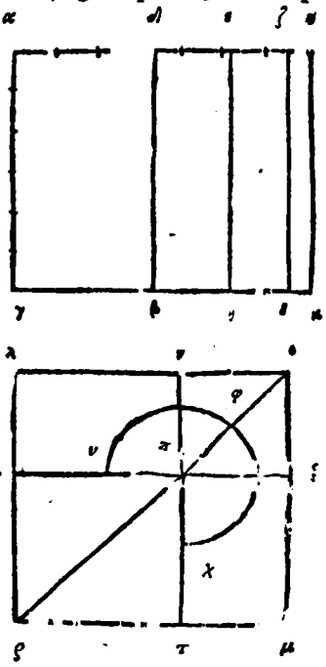
& ei eſt æquale quod ſub λ o, o γ, medium igitur (per correlariũ 23 decimi) eſt & quod ſub λ o, o ν. Quare ipſæ λ o, λ ν, mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles medium comprehendentes. Ipſa igitur λ ν mediæ apotomæ eſt ſecunda (per 75 decimi) & ipſam poteſt α δ. Quæ igitur ipſam α β, areolam poteſt, mediæ apotomæ eſt ſecunda: quod oſtẽdere oportuit. Euclid. ex Camp. Propoſitio 89.

Si fuerit ſuperficies linea rationali reſiduoq; quarto contenta, linea ſuper eam potens erit linea minor. 89

CAMP. In hac quoq; non aliter procedas quàm prius, facile erit ibi propoſitum concludere, ſi præmiſſam nõ deſpicis, ex diffinitione reſidui quarti & ſecunda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 71, & ſic patebit propoſitum. Eucl. ex Zãb. Theor. 70. Prop. 94.

Si areola comprehendatur ſub rationali & quarta apotome, quæ areolam poteſt, minor eſt. 94

THEON ex Zãb. Areola nãq; α δ, cõprehẽdatur ſub rationali α γ, et quarta apotome α ∂. Dico q, quæ α δ areolã poteſt, minor eſt. Sit enim (p 86 decimi) ipſi α ∂ cõgruens ∂ κ, ipſæ igitur α ν, κ ∂, ratiõales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles, & α κ, ipſi α γ, expoſitæ rationali lõgitudine cõmenſurabilis eſt, & tota α κ, ipſa ∂ κ cõgruente maius poteſt, eo quod ex ſibi lõgitudine incõmenſurabili. Quoniã igitur (per 52 decimi) α κ ipſa κ ∂ maius poteſt, eo quod ex ſibi longitudine incõmenſurabili, ſi igitur quartæ parti eius quod ex ∂ κ, æquũ ad ipſam α κ, cõparetur (p 28 ſexti) forma deficiẽs quadrata, in incõmenſurabili (per 18 decimi) ipſam diuiſerit. Secetur (per 10 primi) igitur ∂ κ, bifariã in ε, & ei quod ex ε κ (per 28 ſexti) æquũ ad ipſã α κ cõparetur forma deficiẽs quadrata, ſitq; quod ſub α ζ, ζ κ. Incõmenſurabilis igitur eſt lõgitudine α ζ, ipſi ζ κ. Excitẽtur igitur (p 31 primi) per ι ζ κ ſigna paralleli ipſis α γ, δ ∂. ſintq; ι θ, ζ ι, κ κ. Quoniã igitur ratiõalis eſt α ε, et ipſi α γ, lõgitudine cõmenſurabilis, ratiõale igitur eſt totũ α κ. Rurſus quoniã cõmenſurabilis eſt ∂ κ ipſi α γ lõgitudine, et utræq; ſunt ratiõales, mediũ igitur eſt ∂ κ, (per 22 decimi) Rurſus quoniã incõmenſurabilis eſt α ζ, ipſi ζ κ lõgitudine, incõmenſurabile igitur eſt (per 9 decimi) et α ι ipſi ζ κ. Cõſtituatur igitur (per 14 ſecũdi) ipſi quidẽ α ι æquũ quadratũ λ μ, ipſi aũt ζ κ, æquũ auferatur ν ξ ad eandẽ exiſtẽs ipſi λ μ, angulũ qui ſub λ o μ, circa igitur eandẽ dimetientẽ ſunt (p 26 ſexti) ipſa λ μ ν ξ quadrata. Sit ipſorũ dimetiens o ς, deſcribaturq; figura. Quoniã igitur quod ſub α ζ ζ κ, æquũ eſt ei quod ex ε κ proportionaliter igitur eſt ο (p 17 ſexti) ſicut α ζ ad ι ε, ſic ε κ ad ζ κ. Sed ſicut quidẽ α ζ ad ε ι, ſic α ι ad ε κ, ſicut aũt (per 1 ſexti) ζ ad ζ κ, ſic ε κ, ad ζ κ. Ipſorũ igitur α ι, ζ κ, mediũ proportionale eſt ε κ. Ipſorũ aũt λ μ, ν ξ, quadratorũ (per lẽma 53 decimi) mediũ proportionale eſt μ ν, et α ι, æquũ eſt ipſi λ μ, et ζ κ, ipſi ν ξ, et ε κ, igitur ipſi μ ν eſt æquale. Sed ipſi quidẽ ε κ, æquũ eſt ∂ θ, ipſi aũt μ ν, æquũ eſt λ ξ. Totũ igitur ∂ κ, æquũ eſt ipſi υ φ χ, gnomoni, & ipſi ν ξ. Quoniã igitur α κ, totũ æquũ eſt ipſis λ μ, ν ξ, quadratis, quorũ ∂ κ, æquũ eſt ipſi υ φ χ, gnomoni et ipſi ν ξ quadrato: reliquũ igitur α β (per 2 cõmunẽ ſententiã) æquũ eſt ipſi ο τ, hoc eſt ei qd ex λ ν, quadrato. Igitur λ ι, ipſam α β, areolã poteſt. Dico q, λ ν irrationalis eſt, appellata minor. Quoniã enim α κ ratiõale eſt, et eis eſt æquale quæ ex λ o, o ν. ſunt quadratis, cõſtatũ igitur ex ijs quæ ex λ o, o ν, rationale eſt (per diffinitionẽ) Rurſus quoniã ∂ κ mediũ eſt, et ∂ θ, æquũ eſt ei quod bis ſub λ o, o ν, quod igitur bis ſub λ o, o ν, mediũ eſt. Et quoniã patuit quod α ι, ipſi ζ κ, eſt incõmenſurabile: incõmẽſurabile igitur eſt (per 11 decimi) quadratũ quod ex λ o, ei quod ex o ν quadrato. Ipſæ igitur λ o, o ν (per 76 decimi) potẽtia ſunt incõmenſurabiles, efficiẽtes conſtatũ quidẽ earũ quadratis rationale, quod uerò bis ſub ipſis mediũ. Ipſa igitur λ ν, irrationalis eſt appellata minor, & ipſam areolam α β poteſt. Quæ igitur ipſam α β areolam poteſt, minor eſt: quod erat oſtendendum. Euclid. ex Camp. Propoſitio 90.



Si fuerit linea rationali reſiduoq; quinto ſuperficies cõtenta, latus eius tetragonicum erit cum rationali componẽs mediale. 90

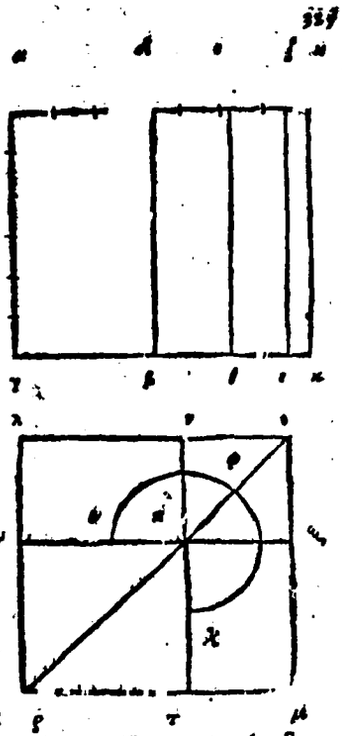
CAMP. Nitere præmiſſa argumẽtatione ex diffinitione reſidui quinti & 2 parte 14 & 9 & 19 & 15 & 72. quod propoſitũ eſt cõcludere. Euclid. ex Zamb. Theorema 71. Propoſitio 95.

Si areola comprehendatur ſub rationale & quinta apotome, quę areolam poteſt, eſt quæ cum rationali medium totum conficit. 95

THEON ex Zãb. Areola etenim α δ, comprehendatur ſub rationali α γ, et quinta apotome α ∂. Dico q,

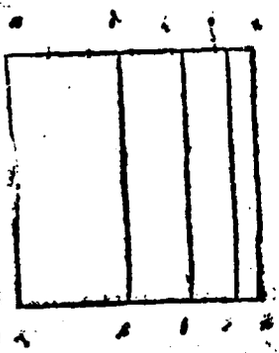
quæ

quæ ipſam areolã α β, poteſt, eſt quæ cũ rationali medium totum conficit. Sit nanq; (per 79 decimi) ipſi α Δ cõgruens Δ ν, ipſæ igitur α ν, ν Δ (per 80 decimi) rationales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles, & congruens ν Δ, commenſurabilis eſt longitudine ipſi α γ, expoſitæ rationali. Et tota α ν cõgruens Δ ν maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili. Si igitur (per 28 ſexti) quartæ parti eius quod ex Δ ν, æquum ad ipſam α ν (per 17 decimi) comparetur deficiens forma quadrata, in incõmenſurabilia ipſam diuidet. Secetur igitur (per 10 primi) Δ ν, biſariam in ε ſigno, et ei quod ex ε ν (per 18 decimi) æquũ ad α ν cõparetur forma deficiens quadrata, ſitq; quod ſub α ζ, ζ ν. Incommenſurabilis igitur eſt (per 9 & 34 decimi) α ζ, ipſi ζ ν longitudine. Excitenturq; (per 31 primi) per ε ζ ν, ſigna ipſi α γ paralleli ε θ, ζ ι, ν κ. Et quoniã α ν ipſi α γ lõgitudine eſt incõmenſurabilis, & utræq; ſunt rationales, medium igitur eſt α ν. Rurſus quoniam Δ ν eſt rationalis & ipſi α γ lõgitudine cõmenſurabilis, rationale igitur eſt Δ ν. Conſtituatur igitur (per 14 ſecundi) ipſi quidẽ α ι æquũ quadratum λ μ, ipſi autẽ ζ ν, æquũ quadratũ auferatur ν ξ. Ad eundem angulum qui ſub λ ο μ ſunt ipſa λ μ, & ν ξ, ad eandem igitur diametrum ſunt λ μ, ν ξ quadrata. Sit (per 26 ſexti) ipſorũ dimetiens ο ξ, deſcribaturq; figura. Similiter iam oſtendemus, quòd λ ν, poteſt ipſam α β areolã, dico q ipſa λ ν, eſt quæ cum rationali mediũ totum cõficit. Quoniã enim oſtenſum quod α ν mediũ eſt, & ei ſunt æqua quæ ex λ ο, ο ν, cõſtatum, igitur ex eis quæ ex λ ο, ο λ, mediũ eſt (per correlariũ 23 decimi) Rurſus quoniã Δ ν rationale eſt, & ei eſt æquũ quod bis ſub λ ο, ο ν, et quod bis igitur ſub λ ο, ο γ, rationale eſt. Et quoniã incõmẽſurabile eſt α ι ipſi ζ ν, incõmenſurabile igitur eſt quod ex λ ο, ei quod ex ο γ. Ipſæ igitur λ ο, ο ν, potẽtia incõmẽſurabiles efficientes conflatũ ex ipſarũ quadratis mediũ, quot autem bis ſub ipſis rationales, reliqua igitur λ γ (per 77 decimi) irrationalis eſt appellata cum rationali mediũ totã efficiens. Et ipſam α β, areolã poteſt, quæ igitur ipſam α β, areolam poteſt, eſt quæ cum rationali mediũ totum efficit: quod oportuit demonſtrare.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 91.

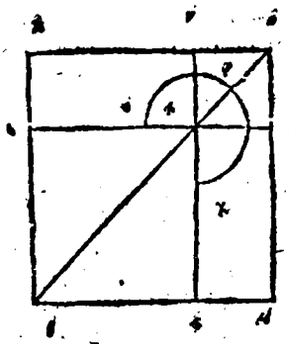
91 SI linea rationali reſiduoq; ſexto ſuperficies cõtineat, latus tetragonicũ quod ſuper eã poteſt cũ mediali cõſtituẽs, totum mediale eſſe comprobatur.



CAMPANVS. Nunc quoq; ultimo quod per hãc dicitur præmiſſo modo ſatage cõcludere ex diffinitione reſidui ſexti, & ſecũda pãrte 14 & 19 & 73. In his autem omnibus proceſſum tuũ nihil offendere poterit, ſi primã earũ & perfectè didiceris, & memoriter tenueris, & quid quoq; ſupponet ſolerter attenderis. Quod ſi forſan de aliquo in quadrato Im te dubitare cõtigerit, ad ſuum æquale in ſuperficie ad tibi recurrendum erit, & patebunt tuo ingenio.

Euclid. ex Zamb. Theorema 62. Propoſitio 96.

96 Si areola cõprehendatur ſub rationali & apotome ſexta, quæ areolam poteſt, eſt quæ cum medio medium totum efficit.



THEON ex Zamb. Areola nanq; α β comprehendatur ſub rationali α γ & apotome ſexta α Δ. Dico quòd quæ α β areolã poteſt, eſt quæ cũ medio mediũ totũ efficit. Eſto enim (per 79 decimi) ipſi α Δ cõgruens Δ ν, ipſæ igitur α ν, ν Δ (per 90 decimi) rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Et neutra ipſarum α ν, ν Δ (per 3 diffinitionem) commenſurabilis eſt ipſi α γ expoſitæ rationali longitudine, & tota α ν ipſa Δ ν congruẽte maius poteſt eo quod ex longitudine incõmenſurabili. Quoniam igitur α ν ipſa ν Δ, maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine incõmẽſurabili, ſi igitur (per 28 ſexti) quartæ parti eius quod ex Δ ν, æquũ ad ipſam α ν cõparetur forma deficiẽs quadrata in incommenſurabilia ipſam (per 17 decimi) diuidet. Secetur igitur (per 10 primi)



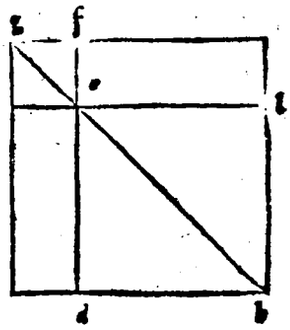
Ee α ν, biſa-

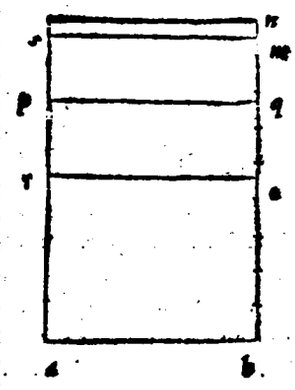
α ν, bifariam in ſigno ρ, & ei quod ex ι ν (per 28 ſexti) æquũ ad ipſam α ν, comparetur forma deficiẽs quadrata, ſitq; quod ſub α ξ, ξ ν. Incommenſurabilis igitur eſt (per 18 decimi) α ξ, ipſi ξ ν, longitudine. Sicut autem (per 1 ſexti) α ξ, ad ξ ν, ſic α ι ad ι ν, incommenſurabile igitur eſt (per 9 decimi) α ι ipſi ι ν. Et quoniam ipſæ α ν, α γ, rationales ſunt potẽtia tantũ commẽſurabiles, medium eſt α ν. Et quoniã ipſæ α γ, δ ν, rationales ſunt longitudine incõmenſurabiles, mediũ eſt & δ ν (per 21 decimi) Quoniam igitur ipſæ α ν, ν δ, potẽtia tantũ ſunt cõmmenſurabiles, igitur α ν, ipſi δ ν lõgitudine eſt incõmenſurabilis. Sicut autem α ν ad ν δ, ſic eſt α ν ad ν δ ſic eſt α ν, ad δ ν, incõmenſurabile igitur eſt α ν, ipſi ν δ. Cõſtituatur igitur (per 14 ſecundi) ipſi α ι, æquũ quadratũ λ μ, ipſi autẽ ξ ν, æquũ auferatur ν ξ, ad eundẽ angulũ ipſi λ μ, circa eundẽ dimetientẽ igitur (p 26 ſexti) ſunt ipſa λ μ, ν ξ, quadrata eſto ipſorũ dimetiens ο ρ, deſcribaturq; figura. Similiter iã ex præcedẽtibus oſtẽdemus q̃ λ ν, poteſt ipſam α β areolã. Dico q̃ ipſa λ ν eſt quæ cum medio mediũ totum efficit. Quoniã nãq; patuit quod α ν mediũ eſt & eis eſt æquale quæ ex λ ο, ο ν. cõflatũ igitur ex ijs quæ ex λ ο, ο ν, mediũ eſt (per correlariũ 23 decimi) Rurſus quoniã patuit quod δ ν mediũ eſt, et ei æquale quod bis ſub λ ο, ο ν, & quod igitur bis ſub λ ο, ο ν, mediũ eſt. Et quoniã patuit quod α ν, ipſi δ ν eſt incõmenſurabile, incõmẽſurabilia igitur ſunt & quæ ex λ ο, ο ν, ſunt quadrata ei quod bis ſub λ ο, ο ν. Et quoniã α ι, ipſi ξ ν, eſt incõmẽſurabile, incõmẽſurabile eſt igitur & quod ex λ ο, ei quod ex ο ν. Ipſa λ ο, ο ν, igitur (per 78 decimi) potentia ſunt incõmẽſurabiles, efficientes conflatũ ex ipſarum quadratis medium, & quod bis ſub ipſis medium inſuper quæ ex ipſis quadrata incommenſurabilia ei, quod bis ſub ipſis. Ipſa igitur λ ο, irrationalis eſt, appellata cum medio medium totum efficiens: quod erat demonſtrandum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 92.*

Si ad lineã rationalẽ ſuperficies æqualis quadrato reſidui applicetur, alterũ latus reſiduũ primum eſſe neceſſe eſt. 92

CAMPANVS. Hæ ſex ſequentes, ſunt cõuerſæ ſex præcedẽtiũ per ordinem. Huius autem primæ hęc eſt intẽtio, quod ſi ſit ſuperficies a c adiuncta ad lineam rationalẽ a b, æqualis quadrato reſidui quod ſit d e, erit eius latus ſecundũ quod eſt b c neceſſariò reſiduum primum. Adiũciatur enim lineæ d e quæ proponitur eſſe reſiduum, linea per cuius abſciſionem ipſa d e fuerit reſiduũ, ſitq; ei adiuncta e f, eritq; ex 68 utraq; duarum linearũ d f & f e, rationalis in potẽtia, & una earũ incõmẽſurabilis alij. Deſcribat ergo quadratũ lineæ f e, quod ſit e g, & quadratũ d e quę poſita eſt eſſe reſiduũ: quod ſit e h, & adiũciãtur ſupplemẽta d k & f l, eritq; quadratum g h, tanquã quadratũ lineę d f, & quadratũ e h erit ſicut ſuperficies a c. Erit etiã utrunq; quadratorum g h & g e, rationale. Sit igitur ſuperficies a m adiũcta ad lineã a b, ęqualis quadrato g h, eritq; ob hoc rationalis, quare per 16 linea m n eſt rationalis in longitudine: ſuperficies uerò p n ſit ęqualis quadrato e g, quę propter hoc erit rationalis, & per 16 linea m r rationalis in longitudine, itaq; tota linea b n eſt rationalis per 9. Diuidat autẽ c n per æqualia in q, & ducatur q r æquidiſtans a b, eritq; ex prima ſexti c r æqualis r n. Manifeſtũ uerò eſt quod cũ tota ſuperficies a n ſit æqualis duobus quadratis g h & e g pariter acceptis quę ſunt quadrata duarũ linearũ d f & f e, & ſuperficies a c ſit ęqualis quadrato lineę d e q̃d eſt e h, erit per ſeptimã ſecũdi ſuperficies reſidua ex a n quę eſt c s ęqualis duplo ſuperficiei ex d f in f e, quare & horũ dimidia quę ſunt r n & d g, neceſſe eſt eſſe ęqualia. Cũq; igitur ex prima ſexti ſit ſuperficies d g medio loco proportionalis inter duo quadrata g h & g e, erit quoq; ſuperficies r n medio loco proportionalis inter duas ſuperficies a m & p n, ideoq; per primã ſexti erit etiã q n medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m n. Cumq; ſit q n dimidium lineæ n c, & linea b n diuiſa per punctum m in duo cõmunicantia inter quę cadit q n medio loco proportionalis, ſequitur ex prima parte 13 quod linea b n ſit potẽtior linea n c in quadrato lineæ ſecum communicãtis in longitudine.*





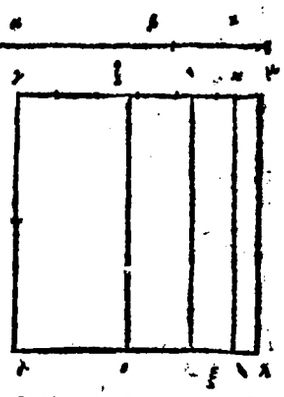
Quia ergo ſuperficies d g eſt medialis ex 19, ex hypotheſi autem ſuperficies c r ſibi æqualis medialis. & linea c q rationalis in potẽtia tãtum per 20, ideoq; etiã duplum eius quod eſt linea n c eſt rationalis tãtum in potẽtia, quia ergo b n eſt rationalis in lõgitudine cõmunicantis lineæ a b poſitæ rationali, & potentior n c in quadrato lineæ ſibi incommunicantis in longitudine, ſequitur ex diffinitione lineam b c eſſe reſiduum primum: quod eſt propoſitum.

Euclid.

Euclid. ex Zamb. Theorema 73. Propoſitio 97.

97 Quod ex apotome ad rationalem comparatum latitudinem, primam efficit apotomen.

THEON ex Zamb. *Sit apotome α β, rationalis autẽ ſit γ δ, & ei quod ex α β, æquũ ad ipſam γ δ, cõparetur γ ε, latitudinem efficiens γ ſ. Dico q; γ ſ, eſt prima apotome. Eſto enim (per 79 decimi) ipſi α β congruens β κ: ipſæ igitur α κ, κ β (per 80 decimi) rationales ſunt potẽtia tãtum cõmenſurabiles. Et ei quidem quod ex α κ (per 44 primi) æquũ, ad ipſam γ δ, cõparetur γ θ, ei autẽ quod ex β κ, comparetur κ λ. Totũ igitur γ λ, æquũ eſt eis quæ ex α κ, κ β, quorũ γ ε æquũ eſt ei quod ex α β, reliquũ igitur ſ λ, æquũ eſt ei quod bis ſub α κ, κ β. Secetur (per 10 primi) ſ μ bifariã in ſigno γ, et excitetur (per 31 primi) per ν ipſi γ δ parallelus γ ξ. Vtrũq; igitur ipſorũ, ſ ξ, λ γ, æquum eſt ei quod ſub α κ, κ β. Et quoniã quæ ex α κ, κ β, rationalia ſunt, & eis quæ ex α κ, κ β, æquũ eſt δ μ, rationale igitur eſt (per diffinitionẽ decimi) δ μ. Et ad rationalẽ apponitur γ δ, latitudinem efficiens γ μ, rationalis igitur eſt γ μ (per 20 decimi) & ipſi γ δ longitudine cõmenſurabilis. Rurſus quoniã quod bis ſub α κ, κ β, medium eſt (per 21 decimi) & ei quod bis ſub α κ, κ β, æquũ eſt ſ λ medium igitur eſt ſ λ. Et ad ipſam γ δ rationalẽ apponitur latitudinem efficiens ſ μ, rationalis igitur eſt ſ μ, & ipſi γ δ longitudine incõmenſurabilis. Et quoniã quæ ex α κ, κ β, rationalia ſunt, quod autẽ bis ſub α κ, κ β, medium eſt, incõmenſurabilia igitur ſunt quæ ex α κ, κ β, ei quod bis ſub α κ, κ β. Et eis quidem quæ ex α κ, κ β, æquum eſt γ λ, ei autẽ quod bis ſub α κ, κ β, æquum eſt ſ λ, incõmenſurabile igitur eſt (per 9 decimi) δ μ ipſi ſ λ. Sicut autẽ (per 1 ſexti) δ μ, ad ſ λ, ſic eſt γ μ, ad ſ μ, incommenſurabilis igitur eſt (per 13 decimi) γ μ ipſi ſ μ, lõgitudine. Et utræq; ſunt rationales, igitur γ μ, μ ſ (per 11 decimi) rationales ſunt potẽtia tãtũ cõmẽſurabiles. Igitur γ ſ apotome eſt. Dico inſuper q; & prima. Quoniã nempe eorum quæ ex α κ, κ β, medium proportionale eſt quod ſub α ι, κ β, & quod ex α κ, æquum eſt ipſi γ θ, ipſi autem quod ſub α κ, κ β, eſt ν λ, ei autem quod ex ι κ, æquum eſt κ λ, & ipſorum igitur γ θ, κ λ, medium proportionale eſt γ λ. Eſt igitur (per 1 ſexti) ſicut γ θ ad γ λ, ſic eſt ν λ, ad κ λ. Sed ſicut quidem γ θ ad ν λ, ſic eſt γ κ ad ν μ, ſicut autẽ ν λ ad κ λ, ſic eſt γ μ ad κ μ, & ſicut igitur (per 11 quinti) γ κ ad ν μ, ſic ν μ, ad κ μ. Quod igitur ſub γ κ, κ μ (per 17 decimi) æquum eſt ei quod ex ν μ, hoc eſt quartæ parti eius quod ex ſ μ. Et quoniam quod ex α κ, ei quod ex κ β eſt incommenſurabile, commenſurabile eſt γ θ ipſi κ λ. Sicut autem γ θ ad κ λ, ſic γ κ, ad κ μ, commenſurabilis eſt igitur (per 11 decimi) γ κ ipſi κ μ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ ſunt inæquales ſcilicet γ μ, μ ſ, et quartæ parti eius quod ex ſ μ æquum ad ipſam γ μ apponitur forma deficiens quadrata quod ſcilicet ſub γ κ, ι μ, & γ κ ipſi κ μ commenſurabilis eſt, ipſa igitur μ γ, ipſa μ ſ maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine commenſurabilis. Et γ μ, cõmenſurabilis eſt ipſi γ δ, expoſitæ rationali longitudine. Ipſa igitur γ ſ (per 85 decimi) apotome eſt prima. Quod igitur ex apotome ad rationalem comparatum latitudinem, efficit primã apotomẽ: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 93.

93 VM adiuncta fuerit ſuperficies æqualis quadrato reſidui medialis primi ad lineam rationalem, alterum latus eius erit reſiduum ſecundum.

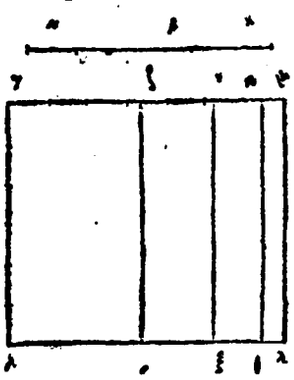
CAMPANVS. Hic erit linea d e reſiduum mediale primũ, & linea e f erit linea illa per cuius abſciſionẽ d e fuerat reſiduũ mediale primũ. Dico quòd b c erit reſiduũ ſecũdũ. Quod neſcire nõ poteris, ſi demonſtrationi præmiſſæ (quouſq; eam ſolido amplectaris habitu) inſtiteris, & quales lineas oporteat eſſe d f & f e uigilanter attenderis: de quo ſi dubitas, 69 requirenda erit.

Euclid. ex Zamb. Theorema 74. Propoſitio 98.

98 Quod ex mediæ apotomæ prima ad rationalem comparatum latitudinem, ſecundam efficit apotomen.

THEON ex Zãb. *Sit mediæ apotomæ primæ α β, rationalis autẽ eſto γ δ, & ei quod ex α β, (per 44 primi) æquũ ad ipſam γ δ, apponatur γ ε, latitudinẽ efficiẽs γ ſ. Dico q; γ ſ apotome eſt ſecũda, eſto nãq; ipſi α β congruens β κ, ipſæ igitur α κ, κ β, mediæ ſunt potentia tãtum cõmenſurabiles, rationale comprehendentes. Et ei quidem quod ex α κ æquum ad ipſam γ δ comparetur (per 44 primi) γ θ, latitudinẽ efficiens γ κ, ei autem quod ex κ β, æquum ad ipſam κ θ comparetur κ λ latitudinẽ efficiens κ μ. Totũ igitur γ λ, æquũ eſt eis quæ ex α κ, κ β, medium igitur eſt & γ λ. Et ad ipſam γ δ rationalem comparatur, latitudinẽ efficiens γ μ, rationalis igitur eſt & γ μ, & ipſi γ δ in lõgitudine incõmenſurabilis (per 22 decimi) Et quoniã γ λ æquum eſt eis quæ ex α κ, κ β quadratis, quorum quod ex α β, æquum eſt ipſi γ ε, reliquũ igitur quod bis ſub α*

α,α β, æquũ est ipsi ſ λ. Rationale autẽ est quod bis sub α α,α β, cõprehẽditur: rationale igitur & ſ λ. Et ad ſ rationalẽ comparatur, latitudinem efficiens ſ μ, rationalis igitur est (per 20 decimi) & ſ μ, & ipsi γ Δ longitudine cõmensurabilis. Quoniã igitur quæ ex α α,α δ, hoc est ipsum γ λ, medium est, quod autem bis sub α α,β γ, hoc est ipsum ſ λ rationale, incõmensurabile igitur est (per 9 decimi) γ λ ipsi ſ λ. Sicut autem γ λ, ad ſ λ sic est γ μ, ad ſ μ, incõmensurabilis igitur γ μ, ipsi ſ μ longitudine, & utræq; sunt rationales. Ipsæ igitur γ μ, μ ſ, rationales sunt potẽtia tantũ commensurabiles, ipsa igitur γ ſ, apotome est (per 73 decimi) Dico etiã q; & secũda. Secetur nãq; (per 10 primi) ſ μ bifariam in ν. Exciteturq; (per 31 primi) per ν, ipsi γ Δ, parallelus ν ξ, utrunq; igitur ipsorum ſ ξ, γ λ, æquũ est ei quod sub α α,α β. Et quoniam (per lemma 53 decimi) ipsorum quæ ex α α,α β, quadratorum medium proportionale est quod sub α α,α β, & quod ex α α, æquũ est ipsi γ θ, quod uerò sub α α,α β, ipsi ν λ: quæ autẽ ex β α ipsi α λ, & ipsorũ igitur γ θ, α λ, mediũ proportionale est ν λ (per idem lẽma) Est igitur sicut γ θ ad ν λ, sic ν λ, ad α λ, sed sicut quidem γ θ ad ν λ, sic est γ α ad ν μ, sicut autẽ ν λ ad α λ, sic est ν μ ad μ α. Sicut igitur (p 11 quinti) γ α ad ν μ, sic est ν μ ad α μ. Igitur quod sub γ α, α μ (p 17 decimi) ei est æquum quod ex ν μ, hoc est quartæ parti eius quod ex ſ μ. Et quoniam quod ex ſ α α, commẽsurabile est ei quod ex β α, commensurabile est (per 1 sexti & 11 decimi) & γ θ ipsi α λ, hoc est γ α, ipsi α μ. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt γ μ, & μ ſ, quartæ autem parti eius quod ex μ ſ (per 17 decimi) æquum ad maiorem γ μ apponitur deficiẽs forma quadrata, quod scilicet sub γ α, α μ, & ipsam incõmẽsurabilia α diſpeſcit, ipsa igitur γ μ ipsa μ ſ (per eandem) maius potest eo quod ex sibi incommensurabili. Et congruens ſ μ (per 85 decimi) est commensurabilis longitudine ipsi γ Δ expositæ rationali. Ipsa igitur γ ſ, apotome est secunda (per 3 diffinitiones) Quod igitur à mediæ apotomæ prima ad rationalem comparatum latitudinem, secundam efficit apotomen: quod erat ostendendum.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 94.

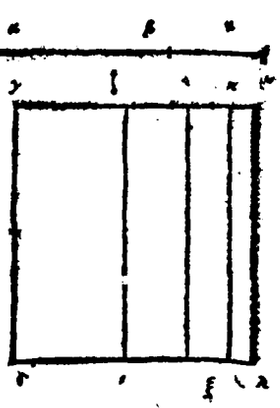
SI ſuperficies æqualis quadrato reſidui medialis ſecundi applicata fuerit ad lineam rationalem, alterum latus eius reſiduum tertium eſſe conueniet. 94

CAMPANVS. Hic etiam erit d e reſiduum mediale ſecundum, & ſequetur ut ſit c b reſiduum tertium. Quod ut facilè concludas, primæ demonſtrationi inſiſtas: & quales lineas conueniat eſſe d f & f e, ex 70 collige.

Euclid. ex Zamb. Theorema 75. Propoſitio 95.

Quod ex mediæ apotomę ſecunda ad rationalem comparatum latitudinem tertiam apotomen conficit. 95

THEON ex Zãb. Esto mediæ apotomæ ſecundæ α β, rationalis autẽ eſto γ Δ, & ei quod ex α β (per 44 primi) æquũ ad ipſam γ Δ apponatur γ ε, latitudinẽ efficiens γ ſ. Dico q; γ ſ est apotome tertia. Sit nanq; α δ, congruens β α, ipsæ igitur α α,α β (per 81 decimi) mediæ ſunt potentia tantum cõmensurabiles mediũ cõprehendẽtes. Et ei quidẽ quod ex α α (per 44 primi) æquum ad ipſam γ Δ, cõparetur γ θ latitudinẽ efficiens γ α, ei autẽ quod ex β α (per eandẽ) æquum ad ipſam α θ comparetur α λ, latitudinem efficiens λ μ. Totum igitur γ λ, æquũ est eis quæ ex α α, α β. Et ea quæ ex α ν, ν β, media ſunt, medium igitur est & γ λ. Et ad ipſam γ Δ apponitur, latitudinem efficiẽs γ μ. Rationalis igitur est γ μ, & ipsi γ Δ longitudine incõmensurabilis. Et quoniã totum γ λ, æquum est eis quæ ex α α, α β, quorũ γ ε æquum est ei quod ex α δ, reliquum igitur λ ſ (per 7 secundi) æquũ est ei quod bis sub α ν, ν β. Secetur igitur (per 10 primi) ſ μ, bifariam in ν, ſigno & ipsi γ Δ (per 31 primi) parallelus excitetur γ ξ, utrunq; igitur ipsorum ſ ξ, ν λ, æquum est ei quod sub α α, α β. Medium autẽ est quod sub α α, α δ, medium igitur est & λ ſ. Et ad ipſam ε ſ rationalem cõparetur, latitudinem efficiens ſ μ, rationalis igitur est (per 22 decimi) ſ μ, & ipsi γ Δ, longitudine incommensurabilis. Et quoniam ipsæ α α, α β, potentia tantum ſunt commensurabiles, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) α α, ipsi α δ longitudine. Incommensurabile igitur est & quod ex α α, ei quod sub α α, α β. Sed ei quidem quod ex α α, commensurabilia ſunt quæ ex α α, α β, ei autem quod sub α α, α β, commensurabile est quod bis sub α α, α β. Incõmensurabilia igitur ſunt quæ ex α α, α β, ei quod bis sub α α, α β. Sed eis quidem quæ ex α α, α δ, æquũ est γ λ, ei autem quod bis sub α α, α β, æquum est ſ α. Incõmensurabile igitur est γ λ, ipſi ſ λ. Sicut autem γ λ ad ſ λ. sic est



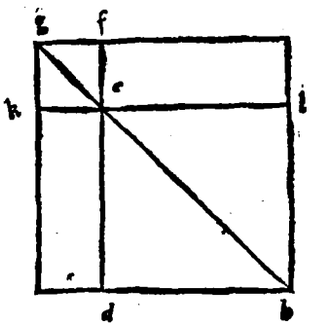
(per

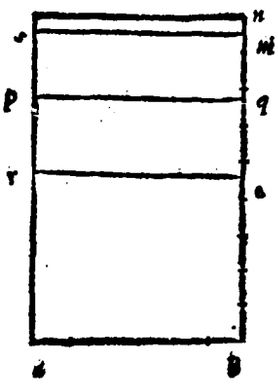
(per 1 ſexti, & 11 decimi) γ μ ad ſ μ, incommenſurabilis igitur eſt γ μ, ipſi ſ μ longitudine. Et utræq; ſunt rationales. Ipſæ igitur γ μ, μ ſ, rationales ſunt potẽtia tantũ commenſurabiles. Apotome igitur eſt γ ſ. Dico q; & tertia. Quoniam enim quod ex α ν commenſurabile eſt ei quod ex β ν, commenſurabile igitur eſt γ θ ipſi ν λ, quare & γ ν, ipſi ν μ. Et quoniam eorum quæ ex α ν, ν β (per lemma 53 decimi) mediũ proportionale eſt quod ſub α ν, ν β, & ei quidem quod ex α ν æquũ eſt γ θ, ei autẽ quod ex ν β æquũ eſt ν λ: ei autem quod ſub α ν, ν β, æquũ eſt γ ν, & ipſorum γ θ, ν λ, igitur (per lẽma 53 decimi) medium proportionale eſt γ ν. Eſt igitur ſicut γ θ ad ν λ, ſic eſt ν λ ad ν ν. Sed ſicut γ θ ad ν λ, ſic (per 1 ſexti) eſt γ ν ad ν μ, ſicut autem ν λ, ad ν ν, ſic eſt ν μ, ad ν μ. Sicut igitur γ ν, ad ν μ, ſic eſt ν μ ad ν μ: quod igitur ſub α ν, ν μ, æquũ eſt ei quod ex μ ν, hoc eſt quartæ parti eius quod ex ſ μ. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales ſunt γ μ, μ ſ, & quartæ parti eius quod ex ſ μ (per 17 decimi) æquũ ad ipſam γ μ apponitur forma deficiens quadrata, & incõmenſurabilia ipſam diuidit, igitur γ μ ipſa μ ſ maius poteſt, eo quod ex ſibi cõmenſurabili. Et ipſarũ γ μ, μ ſ, neutra cõmenſurabilis eſt longitudine ipſi γ Δ expoſitæ rationali. Ipſa igitur γ ſ (per 95 decimi) apotome eſt tertia. Quod igitur ex mediæ apotomæ ſecundæ ad rationalẽ comparatũ latitudinẽ, efficit tertiam apotomen: quod erat oſtendendum,

Euclid. ex Camp. Propoſitio 95.

95 Vm adiũcta fuerit lineæ rationali ſuperficies æqualis quadrato lineæ minoris, latus eius ſecundũ, erit reſiduum quartum.

CAMP. Si fuerit d e linea minor, aſſerit hæc 95 quòd b c erit reſiduũ quartum. Eſt autẽ ſumendum ex 71 quales lineas eſſe neceſſe ſit d f & f e, cum d e fuerit linea minor, & eſt aſtruendum propoſitum præmiſſo modo, excepto quòd in hac & duabus ſequentibus neceſſe eſt lineã b n diuidi ad punctum m in duo incõmenſurabilia, quę in tribus præmiſsis diuidebatur neceſſariò duo cõmenſurabilia. nam in tribus præmiſſis fuerant duæ lineæ d f & f e cõmunicãtes in potẽtia tantũ, & ideo earũ quadratã cõmunicãtia, propter quod & ſuperficies a m & p n quadratis earum æquales communicantes, quapropter etiã & duæ lineæ b m & m n, ideoq; fuit in tribus præmiſſis linea b n potẽtior linea n c, in quadrato lineæ ſecum cõmunicãtis in longitudine ex prima parte 13 in hac autẽ & duabus ſequentibus ſunt duæ lineę d f & f e incommenſurabiles in potentia, ut apparet ex 71 & 72 & 73, & ideo earum quadrata, propter quod & ſuperficies a m & p n incommenſurabiles, propter quod & duę lineæ b m & m n incommenſurabiles: ideoq; per primam partem 14 tam in hac quàm in duabus ſequentibus neceſſe eſt lineam b n eſſe potentiorem linea n c, in quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine: cætera perquire ut prius.

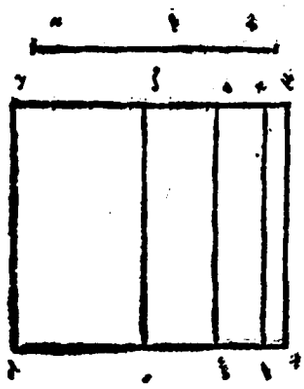




Euclid. ex Zamb. Theorema 76. Propoſitio 100.

100 Quod ex minori ad rationalẽ comparatum latitudinem, efficit quartam apotomen.

THEON ex Zãb. Sit minor α β, rationalis autẽ eſto γ Δ, & ei quod ex α β (p 44 primi) æquum ad ipſam γ Δ cõparetur γ ε, latitudinem efficiens γ ſ. Dico quòd γ ſ apotome eſt quarta. Sit (per 79 decimi) ipſi α ζ, congruẽs β ν. Ipſæ igitur α ν, ν β (per 80 decimi) potentia ſunt incõmenſurabiles, efficiẽtes cõflatũ ex ijs quæ ex α ν, ν ζ, quadrata rationale, quod autẽ bis ſub α ν, ν β, mediũ. Et ei quidẽ quod ex α ν (per 28 ſexti) æquũ ad ipſam γ Δ cõparetur γ θ, latitudinẽ efficiẽs γ ν, ei aũt quod ex β ν æquũ ad ipſam ν θ cõparetur ν λ latitudinẽ efficiẽs ν μ. Totũ igitur γ λ, æquum eſt eis quod ex α ν, ν β, & cõflatũ ex ijs quæ ex α ν, ν β, rationale eſt: rationale igitur eſt & γ λ, & ad rationalẽ γ Δ cõparatur, latitudinem efficiens γ μ, rationalis igitur eſt (per 20 decimi) γ μ, & ipſi γ Δ longitudine commenſurabilis. Et quoniã totum γ λ æquum eſt eis quæ ex α ν, ν β, quorum γ ε, æquum eſt ei quod ex α β, reliquum igitur ſ λ (per 7 ſecundi) æquum eſt ei quod bis ſub α ν, ν β. Secetur (per 10 primi) ſ μ, bifariam in γ ſigon. Excitetur q; (per 31 primi) per γ ſignum, utriq; ipſarũ γ Δ, μ λ, parallelus ξ γ: utrunq; igitur ipſorũ ſ ξ, γ λ, æquũ eſt ei quod ſub α ν, ν β. Et quoniam quod bis ſub α ν, ν ζ, medium eſt & ipſi ſ λ æquale: medium igitur eſt &



ſ λ. Et ad ipſam ſ ν rationalē comparetur: latitudinem efficiens ſ μ, rationalis igitur eſt ſ μ, & ipſi γ Δ, lōgi tudine incōmenſurabilis. Et quoniā cōſtatū quidē ex ijs quæ ex α ν, ν β, rationale eſt. quod aūt bis ſub α ν, ν ϛ, medium: incōmenſurabilia igitur ſunt quæ ex α ν, ν β, ei quod bis ſub α ν, ν β. At γ λ, æquum eſt eis quæ ex α ν, ν β, ei autē quod bis ſub α ν, ν β, æquū eſt ſ λ. Incōmēſurabile igitur eſt (p 9 decimi) γ λ, ipſi ſ λ. Sicut aū tē γ λ, ad ſ λ (p 1 ſexti & 11 decimi) ſic eſt γ μ, ad μ ſ. Incōmenſurabilis igitur eſt γ μ, ipſi ſ μ lōgitudine. Et utræq; ſunt rationales. Ipſæ igitur γ μ, μ ſ (per 73 decimi) ratiōales ſunt potētia tātū cōmēſurabiles. Apoto me igitur eſt γ ſ. Dico q, et quarta. Quoniā enim ipſæ α ν, ν β, potētia ſunt incōmēſurabiles, incōmenſurabile eſt igitur & quod ex α ν, ei quod ex ν β. Et ei qdē quod ex α ν, æquū eſt γ θ, ei autē quod ex ν β, æquū eſt & α λ. Incōmenſurabile igitur eſt γ θ, ipſi λ ι. Sicut autem γ θ ad ν λ, ſic eſt γ ν ad ν μ, incōmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) γ ν ipſi ν μ lōgitudine. Et quoniā ipſorū quæ ex α ν, ν β, mediū proportionale eſt (per lē ma 53 decimi) quod ſub α ν, ν ϛ, & id quod ex α ν, æquū eſt ipſi γ θ, quod autē ex ν β, æquū eſt ipſi ν λ, quod uerò ſub α ν, ν β, æquū eſt ipſi ν ι, ipſorū igitur γ θ, ν λ, mediū proportionale eſt (per idem lemma ν λ) Eſt igitur ſicut γ θ ad ν λ, ſic eſt ν λ ad ν ι. Sed ſicut quidē γ θ ad ν λ, ſic (per 1 ſexti) eſt γ ν ad ν μ, ſicut autē ν λ ad ν ι, ſic eſt ν μ ad ν μ, & ſicut igitur (p 11 qnti) γ ν ad μ ν, ſic eſt μ ν ad ν μ. Quod igitur ſub γ ι, ν μ, æquū eſt ei quod ex μ ν, hoc eſt quartæ parti eius quod ex ſ μ. Quoniā igitur binæ rectæ lineæ inæquales ſunt γ μ & μ ſ, & quartæ parti eius quod ex μ ſ (per 17 decimi) ad ipſam γ μ, apponitur forma deficiēs quadrata, quod ſcilicet ſub γ ν, ν μ, & in incōmenſurabilia ipſam diuidit, ipſa igitur γ μ, ipſa μ ſ, maius poteſt eo quod ex ſibi incōmenſurabili, & tota γ μ, ipſi γ Δ, expſitæ rationali cōmenſurabilis eſt lōgitudine. Ipſa igitur γ ſ apotome eſt quarta (per 85 decimi) quod ex minori ad rationalē igitur cōparatū latitudinē, quartā efficit apotomē: quod erat oſtendendū. Euclid. ex Camp. Propoſitio 96.

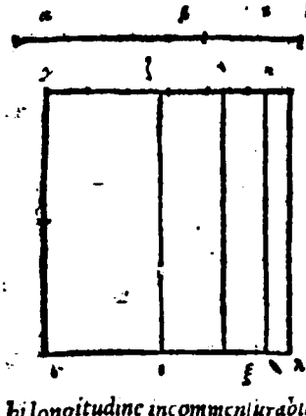


SI ad lineā ratōalē q̄drato lineę cū ratiōali cōſtituētis media 96
le ę̄q̄lis ſupficies adiūgat̄, lat⁹ eius ſecūdū, erit reſiduū qntū.

CAMP. Pone hic ſimiliter lineā d e eſſe illā quę adiūcta cū rationali cōponat to tū mediale, & attēde ex 72 quales lineas oporteat eſſe d f & f e, & cōcludes ſine of fendiculo, ſi prius habitæ demonſtrationi oportunè inſtiteris, lineam b c eſſe reſiduum quintum. Euclid. ex Zamb. Theorema 77. Propoſitio 101.

Quod ex ea quæ cum rationali medium totum efficit, ad rationa- 101
lem comparatum latitudinem, quintam efficit apotomen.

THEON ex Zāb. Sit cū rationali medium totū efficiēs α β, rationalis aūt eſto γ Δ, & ei quod ex α β (per 44 primi) æquū ad ipſam γ Δ, cōparetur γ ι, latitudinē efficiens γ ſ. Dico q, ſ γ, apotome eſt quinta. Sit enim (per 77 decimi) ipſi α ϛ, cōgruens β κ. Ipſæ igitur α ν, ν ϛ, rectæ lineæ potētia tātū, ſunt incōmēſurabi les, efficiētes cōſtatū quidem ex ipſarū quadratis medium, quod autē bis ſub ipſis rationale. Et ei quidē quod ex α κ (per 44 primi) æquū ad ipſam γ Δ cōparetur γ θ, ei autem quod ex κ ϛ, æquū eſto κ λ. Totū igitur γ λ æquū eſt cis quæ ex α ν, ν β. Quod autē cōſtatū ex ijs quæ ex α ν, ν β, ſimul mediū eſt, mediū igitur eſt (per 22 decimi γ λ) Et ad ipſam rationalē γ Δ, apponitur, latitudinē efficiens γ μ, rationalis igitur eſt γ μ, & ipſi γ Δ, incōmenſurabilis. Et quoniā totū γ λ, æquū eſt ijs quæ ex α ν, ν β, quorū γ ι, æquū eſt ei quod ex α β, re liquū igitur ſ λ, æquū eſt ei quod bis ſub α ν, ν β. Secetur, inquā (per 10 primi) ſ μ, biſariam in ν, excitenturq; per ν (per 31 primi) utrīq; ipſarum γ Δ, μ λ, parallelus ν ξ. Vtrunq; igitur ipſorum ſ ξ, ν λ, æquum eſt ei quod ſub α ν, ν ϛ. E quoniā quod bis ſub α ν, ν β, rationale eſt & ipſi ſ λ eſt æquale, rationale igitur eſt ſ λ. Et ad rationalem ι ſ, cōparatur latitudinem efficiens ſ μ, rationalis igitur eſt (per 20 decimi) ſ μ, & ipſi γ Δ longitudine commenſurabilis. Et quoniam γ λ quidē mediū eſt, at ſ λ rationale, igitur γ λ ipſi ſ λ eſt incōmēſurabile. Sicut aūt γ λ ad ſ λ, ſic γ μ, ad μ ſ, incōmēſura bilis igitur eſt γ μ, ipſi μ ſ longitudine. Et utræq; ſunt rationales, ipſæ igitur γ μ, μ ſ (per 73 decimi) rationales ſunt potentia tātum commenſurabiles. Igitur γ ſ, apotome eſt. Dico quòd & quinta. Similiter namq; oſtendemus quòd ſub γ ν, ν μ, æquū eſt ei quod ex ν μ, hoc eſt quar tæ parti eius quod ex ſ μ. Et quoniam quod ex α ν ei quod ex ν β eſt incommenſurabile, quod uerò ex α ν æquum eſt ipſi γ θ, quod autem ex ν β ipſi ν λ, incommenſurabile igitur eſt ι θ, ip ſi ν λ. Sicut autem γ θ ad ν λ, ſic eſt γ ν, ad ν μ. Igitur γ ν, ipſi ν μ lōgitudine eſt incommen ſurabilis. Quoniā igitur binæ rectæ lineæ inæquales ſunt γ μ, μ ſ, & quartæ parti eius quod ex ſ μ (per 17 decimi) æquū ad ipſam γ μ apponitur forma deficiens quadrata, & in incom-



mēnſurabilia ipſam diuidit, igitur (per 85 decimi) γ μ, ipſa μ ſ, maius poteſt eo quod ex ſi bi longitudine incommenſurabili. Et cōgruens ſ μ, ipſi γ Δ rationali expoſitæ eſt cōmēſurabilis. Igitur γ ſ, eſt apotome quin ta. Quod ex ea igitur quæ cum rationali medium totū, & reliqua quæ ſequuntur: quod fuerat oſtendendum. Euclid. ex Camp. Propoſitio 97.



SI ad lineam rationalē ſuperficies æqualis quadrato lineæ cū mediali cōpo 97
nentis mediale adiungatur, latus eius alterum erit reſiduum ſextum.

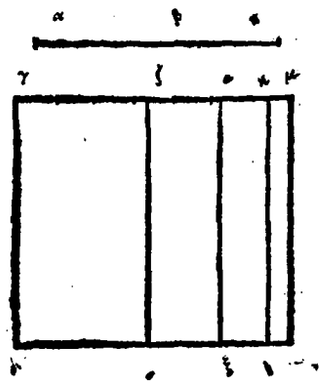
CAM-

CAMPANVS. Nunc ultimò conuenit lineam d e esse illam, quę iuncta cum mediali cõponit totum mediale, cui adiuncta linea e f (quæ uidelicet sit illa per cuius abscisionẽ linea d e fuerat quæ proponitur) si quales lineas d f & f e esse oporteat ex 73 didiceris, priorem q; argumentationem firma mente tenueris, sine obice quoquam lineam b c esse residuum sextum concludere poteris. Si autem fortasis in aliquo te hæsitare contigerit, quicquid illud fuerit de quadrato g h ad sibi æqualem superficiem a n conferendum erit: & sic patebit propositum nostrum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 78. Propositio 102.

102 ## Quod ex ea quæ cum medio medium totum efficit, ad rationalẽ comparatum latitudinem, efficit sextam apotomen.

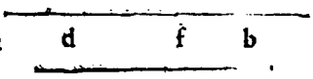
THEON ex Zãb. *Sit cũ medio mediũ totum efficiẽs α β, rationalis autẽ esto γ δ, & ei quidem quod ex α β (per 44 primi) æquum ad ipsam γ δ, cõparetur γ ε, latitudinẽ efficiẽs γ ζ. Dico q; γ ζ sexta est apotome. Sit inquã (per 84 decimi) ipsi α β congruens β ν, ipsæ igitur α ν, ν β potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatũ quidem ex ijs quæ ab ipsis sunt quadratis medium, & quod bis sub α ν, ν β medium, msuper incommensurabilia quæ ex α ν, ν β, ei quod bis sub α ν, ν β. Comparetur inquam ad ipsam γ δ, ei quidẽ quod ex α ν, æquum γ θ, latitudinem efficiens γ κ, ei autẽ quod ex β ν, sit κ λ. Totum igitur γ λ, æquũ est eis quæ ex α ν, ν β. Igitur γ λ, medium est. Et ad rationalẽ γ δ, comparatur, latitudinẽ efficiẽs γ μ: rationalis igitur est (per 22 decimi) γ μ, & ipsi γ δ lõgitudine incommensurabilis. Quoniam igitur γ λ, æquũ est eis quæ ex α ν, ν β, quorũ γ ε æquũ est ei quod ex α β, reliquũ igitur ζ λ æquũ est ei quod bis sub α ν, ν β. Et quod bis sub α ν, ν β, mediũ est & ζ λ igitur mediũ est. Et ad ipsam ζ ν, cõparatur, latitudinem efficiens ζ μ, rationalis igitur est (per 22 decimi) ζ μ, & ipsi γ δ, lõgitudine incommensurabilis. Et quoniã quæ ex α ν, ν β, incõmensurabilia sunt ei quod bis sub α ν, ν β, & eis quidẽ quæ ex α ν, ν β, æquũ est γ λ, ei uerò quod bis sub α ν, ν β, æquũ est ζ λ, incommensurabile igitur est γ λ ipsi ζ λ. Sicut autem γ λ ad ζ λ, sic est γ μ ad ζ μ, incõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) γ μ ipsi μ ζ lõgitudine. Et utræq; sunt rationales, ipsæ igitur γ μ, μ ζ, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles. Apotome igitur est γ ζ (per 73 decimi) Dico q; & sexta. Quoniã ζ λ, æquũ est ei quod bis sub α ν, ν β, secetur (per 10 primi) in ν ipsa ζ μ, bifariam, excitetur q; (per 31 primi) per ν ad ipsam γ δ, parallelus ν ξ. Vtrunq; igitur ipsorũ ζ ξ, ν λ, æquũ est ei quod bis sub α ν, ν β. Et quoniã ipsæ α ν, ν β, potẽtia sunt incommensurabiles, incommensurabile igitur est quod ex α ν, ei quod ex ν β. Sed ei quidem quod ex α ν, æquum est γ θ, ei autem quod ex ν β æquum est ν λ: incommensurabile igitur est γ θ, ipsi ν λ. Sicut autem γ θ ad ν λ, sic est γ ν ad ν μ: incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) γ ν, ipsi ν μ. Et quoniã eorũ quæ ex α ν, ν β, medium proportionale est (per lẽma 53 decimi) quod sub α ν, ν β, & quod ex α ν, æquum est ipsi γ θ, ei autem quod ex ν β, æquum est ν λ, ei uerò quod sub α ν, ν β, æquum est ν λ, ipsorum igitur γ θ, ν λ, medium est proportionale ν λ. Est igitur sicut γ θ ad ν λ, sic est ν λ ad ν λ, & id propterea iam (per 85 decimi) γ μ, ipsa μ ζ maius potest, eo quod ex sibi incommensurabili, & ipsarum neutra ipsi γ δ, expositæ rationali est commensurabilis, ipsa igitur γ ζ, sexta est apotome. Quod ex ea igitur quæ cum medio, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.*



Euclid. ex Camp. Propositio 98.

98 ## OMnis linea residuo commensurabilis, ipsa quoq; in termino & ordine est idem residuum.

CAMP. Quod 60 & quatuor eam sequentes de binomio eiusq; comitibus quinq; proposuerunt, hæc 98 & quatuor eam sequentes de residuo suisq; quinq; comitibus uerum esse proponunt, quibus qui usq; ad solitum habitum institerit, has ignorare non poterit. Quidquid autem in illis de communicantia in longitudine & potentia tantũ dictum est, in his quoq; idẽ oportet intelligi, nã omnis linea residuo cõmunicans in longitudine, siue in potẽtia tantum, ipsa etiam est residuũ. Sed si cõmunicat in lõgitudine, nõ solũ est ipsa



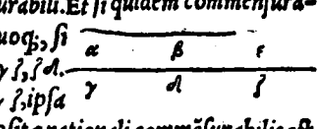
residuũ, sed etiam eiusdẽ speciei residuũ, uerbi gratia, linea cõmunicans in lõgitudine residuo primo, est residuũ primũ, & secundo communicans est secundũ, sic quoq; in cæteris. Quod autem linea communicat residuo in potentia tantũ, ipsam quoq; necesse est esse residuũ, sed nõ eiusdẽ speciei: immo impossibile est, ut linea cõmunicãs in potẽtia tantũ residuo primo aut secũdo aut tertio aut quarto aut 5 cadat simul cum eo sub eadẽ specie, sed necesse est ut ambo cadãt simul sub tribus primis speciebus, aut ambo simul sub tribus postremis. Sit itaq; exempli gratia, a residuũ: cui

communicet b in longitudine, dico quòd b erit reſiduũ eiuſdem ſpeciei cum a. Adiungatur enim linea c ad lineam a, & c illa ſit per cuius abſciſsionẽ a fuit reſiduum. Et ad b adiungatur alia quæ ſit d, ad quam ſic ſe habeat b ſicut a ad c, ſitq; compoſita ex a & c e: compoſita uerò ex b & d, ſit f, eritq; ex permutata ꝓportionalitate a ad b, ſicut c ad d, & per 13 quinti erit e ad f, ſicut a ad b, uel ſicut c ad d. Cum itaq; a communicet cum b, erit per 10 c communicans cum d, & e communicãs cum f. Et quia etiã eſt neceſſariò ex permutata proportionalitate e ad c, ſicut f ad d, ſequitur per 11 ut ſi fuerit e potentior c in quadrato lineæ ſibi communicantis in longitudine, uel ſi fortè incommenſurabilis, ſit ſimiliter f potentior d. At quoniam omnis linea communicans in longitudine lineę rationali, eſt ſimiliter illi rationalis (ſimiliter dico, quia ambæ erunt rationales in longitudine, uel ambæ in potentia tantum) ſequitur ex diffinitionibus reſiduorum ut b ſit reſiduum eiuſdem ſpeciei cum a. Si autem b cõmunicat in potẽtia tantùm cum a, ipſa quoq; erit reſiduum, nõ tamen eiuſdem ſpeciei neceſſariò, ſed quemadmodum dictum eſt, cuius demonſtratio ex ijs quæ in 60 de binomijs dicta ſunt, colligenda eſt.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 79.* *Propoſitio 103.*

Quæ ipſi apotomæ longitudine eſt commenſurabilis, apotome eſt & in ordine eadem. 103

THEON *ex Zamb. Sit apotome α ζ, & ipſi α β, lõgitudine cõmenſurabilis eſto γ δ. Dico q; & γ δ apotome eſt, & in ordine eadẽ. Quoniã enim α β apotome eſt, ſit ei cõgruens (per 79 decimi) β ε. Ipſæ igitur α ε, ε β (per eandem) rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Et ipſius α β ad γ δ, ratione eadẽ fiat ratio ipſius β ε ad δ ζ. Et igitur ſicut (per 12 quinti) unum ad unũ, omnia ſunt ad omnia, eſt igitur & ſicut tota α ε, ad totam γ ζ, ſic eſt α β ad γ δ. Cõmenſurabilis autẽ eſt α β, ipſi γ δ lõgitudine, cõmenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) & α ε, ipſi γ ζ, & β ε ipſi δ ζ. Et ipſæ α ε, ε ζ, rationales ſunt potentia tantũ commenſurabiles, & ipſæ igitur γ ζ, ζ δ, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt γ δ. Dico etiã q; in ordine eadẽ ipſi α β. Quoniam eſt ſicut α ε ad γ ζ, ſic eſt ζ ε ad δ ζ, uiciſsim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut α ε ad ε ζ, ſic eſt γ ζ ad δ ζ. Iam ipſa α ε, ipſa ε β, aut maius poteſt, eo quod ex ſibi commenſurabili, aut eo quod ex ſibi incommenſurabili. Si quidem α ε, ipſa ε β, maius poteſt, eo quod ex ſibi commenſurabili, & γ ζ, ipſa ζ δ, (per 14 decimi) maius poterit eo quod ex ſibi commenſurabili. Et ſi quidem commenſurabilis eſt α β ipſi expoſitæ rationali longitudine, & (per 13 decimi) γ ζ, quoq;, ſi uerò β ε, & δ ζ etiam, ſi autem neutra ipſarum α ε, ε β, et neutra ipſarum γ ζ, ζ δ.*

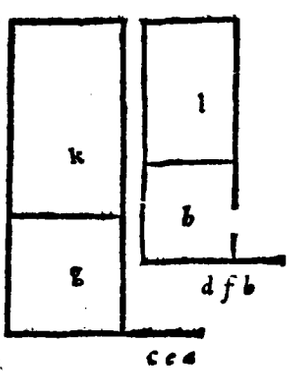


Si uerò α ε, ipſa ε β, maius poterit eo quod ex ſibi incommenſurabili, & γ ζ, ipſa ζ δ, maius poterit eo quod ex ſibi incommenſurabili. Et ipſi α ε, ipſi expoſitæ rationali commẽſurabilis eſt longitudine, & γ ζ (per 13 decimi) ſi autem β ε, & δ ζ etiam, ſi uero neutra ipſarum α ε, ε β, neutra etiam ipſarum γ ζ, ζ δ. Igitur γ δ apotome eſt, & ipſi α ζ, in ordine eadẽ. Quæ ipſi igitur apotomæ, & reliqua quæ ſequuntur: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 99.*

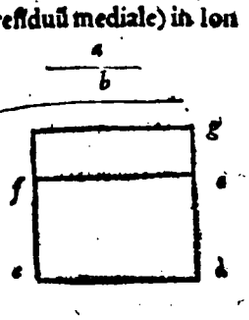
Omnis linea utrilibet reſiduo mediali cõmunicans, eſt ſub ipſius termino & in ordine reſiduum mediale. 99

CAMPANVS. Verum eſt quod dicitur, ſiue communicet linea cũ utrolibet reſiduo mediali in longitudine, ſiue in potentia. Sit enim a utrumlibet reſiduũ mediale, cui b communicet in longitudine uel potentia. Dico quòd b eſt etiam reſiduum mediale, quale fuerit a. Adiungatur enim linea c ad lineam a, & ſit c per cuius abſciſsionem a fuit reſiduum mediale. Et ad b adiungatur alia quæ ſit d, ſitq; b ad d, ſicut a ad c, totaq; compoſita ex a & c, ſit e: & ex b, d, ſit f. Deſcribantur igitur quadrata c & d, quæ ſint g & h, & ſuperficies e in c, ſit k, & f in d, ſit l. Et quia eſt ut prius e ad f & c ad d, ſicut a ad b, ſunt autem e & c mediales potentia tantum communicantes ex 69 & 70, ſequitur ex 21 ut f & d eis communicantes ſint etiam mediales potentia tantum communicantes. Conſtat autem ex prima ſexti, quòd ſit k ad g, ſicut e ad c, & l ad h ſicut f ad d. Et quia eſt e ad c, ſicut f ad d, ſequitur ut ſit k ad g, ſicut l ad h. Et permutatim k ad l, ſicut g ad h. Cũ ergo g communicet cum h, ſequitur ut k communicet cum l. Si igitur k eſt rationale (quod eſt in reſiduo mediali primo) erit etiam per diffinitionem l rationalis, quare per 69 b etiam eſt reſiduũ mediale primum. Si autem k ſit medialis (quod eſt in reſiduo mediali ſecundo) erit per 21 etiã l medialis, ideoq; b per 70 reſiduũ mediale ſecundũ: quare conſtat propoſitũ.



IDEM

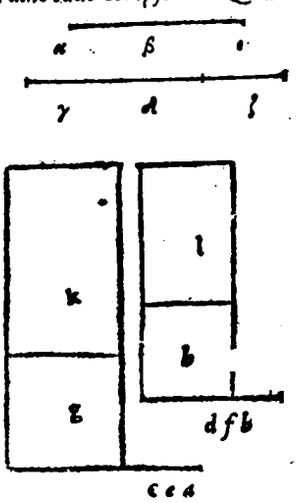
IDEM aliter. Si linea b communicat cum linea a (quæ eſt utrumlibet reſiduũ mediale) in longitudine uel in potentia, ſit ſuperficies c e adiuncta ad lineam rationalẽ c d, æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b, eruntq; ob hoc c e, & f g communicantes, quemadmodũ & quadrata linearum a & b, eis æqualia, ideoq; per primam ſexti & 10 huius, d e & e g ſunt communicantes in longitudine. Et quia ſi a eſt reſiduum mediale primum linea d e eſt reſiduum ſecundum per 93, & ſi a eſt reſiduum mediale ſecũdum, linea d e eſt reſiduum tertium per 94, at cum d e eſt reſiduum ſecundum, linea e g eſt etiam reſiduum ſecundum, & cum illa tertiũ ſimiliter, & hæc eſt tertium per 98, ſequitur itaq; ex 87 & 88 ut b ſit reſiduum mediale primum aut ſecundum, prout fuerit a. Et ſic patet quod intendimus.



Euclid. ex Zamb. Theorema 80. Propoſitio 104.

104 Mediæ apotomæ commenſurabilis, mediq; apotomæ eſt, & in ordine eadem.

THEON ex Zãb. *Sit mediæ apotomæ α ϐ, & ipſi α ϐ cõmenſurabilis eſto γ δ. Dico q, & γ δ mediæ apotomæ eſt, & in ordine eadẽ ipſi α β. Quoniã enim mediæ apotomæ eſt α β, eſto ei congruẽs (per 80 de cimi) ipſa β ε, ipſæ igitur α ε, ε ϐ, mediæ ſunt potẽtia tãtum cõmenſurabiles, fiatq; (per 12 ſexti) ſicut α β ad γ δ, ſic ϐ ε ad δ ζ. cõmenſurabilis igitur eſt (per 6 decimi) & α ε, ipſi γ ζ, & ϐ ε, ipſi δ ζ. Ipſæ autẽ α ε, ε β, mediæ ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Ipſæ igitur γ ζ, ζ δ, mediæ ſunt in potẽtia tantũ cõmenſurabiles, mediæ igitur apotomæ eſt (per 74 & 75 decimi) γ δ. Oſtendendũ eſt q, & in ordine eadẽ eſt ipſi α ϐ. Quoniam enim eſt ſicut α ε ad ε β, ſic γ ζ ad ζ δ, ſed ſicut quidẽ α ε ad ε ϐ, ſic quod ex α ε ad id quod ſub α ε, ε ϐ, ſicut autem γ ζ ad ζ δ, ſi quod ex γ ζ ad id quod ſub γ ζ, ζ δ, eſt igitur (per 11 quinti) & ſicut quod ex α ε ad id quod ſub α ε, ε β ſic quod ex γ ζ, ad id quod ſub γ ζ, ζ δ. Et uiciſſim (per 16 quinti) ſicut quod ex γ ζ ad id quod ex ζ γ, ſic quod ſub α ε, ε β, ad id quod ſub γ ζ, ζ δ. Commenſurabile autem eſt quod ex α ε, ei quod ex γ ζ commenſurabile igitur eſt & quod ſub α ε, ε ϐ, ei quod ſub γ ζ, ζ δ. Si quidẽ igitur quod ſub α ε, ε β, rationale eſt, rationale eſt & quod ſub γ ζ, ζ δ. Si autem medium eſt quod ſub α ε, ε ϐ, medium eſt & quod ſub γ ζ, ζ δ, mediæ igitur apotomæ eſt γ δ, & ipſi α β, in ordine eadem: quod erat oſtendendum.*

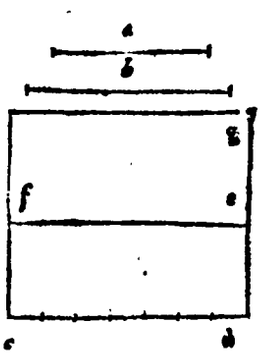


Euclid. ex Camp. Propoſitio 100.



100 Si linea aliqua lineæ minori communicet, ipſa quoq; erit linea minor.

CAMP. Facile eſt hanc probare duplici modo ſicut præmiſſam, ſiue communicet linea aliqua cum linea minori in longitudine, ſiue in potentia. Hoc autem appoſito, quãtum ad primum modum, quòd cum ſit f ad d ſicut e ad c, erit ex ſecũda parte 18 ſexti quadratum f ad quadratum d, ſicut quadratum e ad quadratum c, & coniunctim quadrata duarũ linearum f & d ad quadratum d, ſicut quadrata duarum linearum e & c ad quadratum c, & permutatim quadrata duarum linearum f & d ad quadrata duarum linearum e & c, ſicut quadratum d ad quadratum c. Communicat autem quadratum d, cum quadrato c, ergo duo quadrata duarum linearum f & d pariter accepta, communicãt cum duobus duarum linearum e & c pariter acceptis. Et quia ex 71 quadrata duarum linearum e & c pariter accepta ſunt rationale: erit etiam per diffinitionem & duo duarum linearum f d & d pariter accepta rationale. Cumq; ſit ſuperficies k medialis, erit etiam l ſibi communicans medialis, igitur ex 71 b eſt linea minor. Quantum autem ad ſecundum modum erit per 95 linea d e reſiduum quartum, ideoq; per 98 & linea e g erit etiam reſiduum quartum, ideoq; etiam per 89 linea b eſt linea minor.



Euclid. ex Zamb. Theorema 81. Propoſitio 105.

105 Minori commenſurabilis, minor eſt.

THEON ex Zãb. *Sit minor α ϐ, et ipſi α β, cõmẽſurabilis eſto γ δ. Dico q, γ δ, minor eſt. Fiãt inquã ſuperadicta. Et quoniã ipſæ α ε, ε β, potentia ſunt incommenſurabiles, & ipſæ γ ζ, ζ δ, potentia ſunt incõmenſurabiles*

ſurabiles. Quoniã igitur eſt ſicut α ε ad ε β, ſic eſt γ ζ ad ζ Δ, eſt igitur (per 22 ſexti) & ſicut quod ex α ε ad id quod ex ε 6, ſic quod ex γ ζ ad id quod ex ζ Δ. Cõponendo igitur (per 18 quinti) eſt ſicut quod ex α ε, ε β ad id quod ex ε β, ſic eſt quod ex γ ζ, ζ Δ ad id quod ex ζ Δ, & uiciſſim (per 16 quinti.) Cõmenſurabile autẽ eſt (per 6 decimi) quod ex β ε ei quod ex Δ ζ, cõmenſurabile igitur eſt & conflatũ ex ipſarum α ε, ε β, quadratis conflato ex ipſarum γ ζ, ζ Δ, quadratis. Rationale autẽ eſt (per 22 decimi) conflatũ ex ipſarum α ε, ε β, quadratis, rationale igitur eſt (per correlarium 25 decimi & 21 quinti) & conflatum ex ipſarũ γ ζ, ζ Δ, quadratis. Rurſus quoniã eſt ſicut quod ex α ε ad id quod ſub α ε, ε 6, ſic quod ex γ ζ, ζ Δ ad id quod ſub γ ζ, ζ Δ, & uiciſſim: cõmenſurabile autem eſt (per 6 decimi) quod ex α ε quadratum ei quod ex γ ζ, quadrato, cõmenſurabile igitur eſt quod ſub α ε, ε β, ei quod ſub γ ζ, ζ Δ. Medium autem quod α ε, ε β, medium itidẽ quod ſub γ ζ, ζ Δ. Ipſæ igitur γ ζ, ζ Δ, (per 82 decimi) ſunt incommenſurabiles, ſunt efficientes quidem cõflatum ex ipſarum quadratis rationale, quod uerò bis ſub ipſis medium. Ipſa igitur γ Δ, minor eſt. Minori commenſurabilis igitur, & quæ ſequuntur: quod erat oſtendendum.

α	β	ε
γ	Δ	ζ

Euclid. ex Camp. Propoſitio 101.

Figura propoſitionis 100.



OMnis linea communicans lineæ cum rationali componenti mediale, eſt cum rationali componens mediale. 100

CAMPANVS. Hanc quoque duplici prædicto modo non eſt difficile probare, ſiue de communicantia in longitudine, ſiue de communicantia in potentia tantum intelligatur. Sed quantum ad primum modum, erunt duo quadrata duarum linearum f & d pariter accepta mediale per 21, quemadmodum ſunt duo quadrata duarum linearum e & c pariter accepta ex 71, quibus ipſa communicant, ſuperficies l erit rationalis, per diffinitionem, quemadmodum eſt ſuperficies k ex 72 cui ipſa communicat. Igitur ex 72 b eſt cum rationali componens mediale. Quantum ad ſecundum modum, erit d e reſiduum quintum ex 69, ideoq; & e g ex 98. quare b eſt cum rationali componens mediale per 90.

Euclid. ex Zamb. Theorema 82. Propoſitio 106.

Cum rationali medium totum efficienti commenſurabilis, & eadem cum rationali medium totum efficiens eſt. 106

THEON ex Zamb. Eſto cum rationali medium totum efficiens α β, & ipſi α 6 commenſurabilis eſto γ Δ. Dico q; γ Δ eſt cũ rationali medium totum efficiens. Sit inquam (per 79 decimi) ipſi α β congruens β ε. Ipſæ igitur α ε, ε β (per 80 decimi) potentia ſunt incõmenſurabiles, efficientes quidẽ ex ipſarum quadratis medium, quod autem ſub ipſis rationale & eædem conſtruantur. Similiter iam oſtendemus ex præcedentibus, quod ipſæ γ ζ, ζ Δ, in eadem ſunt ratione ipſis α ε, ε β, & conflatum quidem ex ipſarũ α ε, ε 6, quadratis, commenſurabile eſt cõflato ex ijs quæ ex γ ζ, ζ Δ, quadratis: quod autem ſub α ε, ε β, ei quod ſub γ ζ, ζ Δ. Quare & ipſæ γ ζ, ζ Δ, potentia ſunt incõmenſurabiles, efficiẽtes cõflatum quidem ex ipſarum γ ζ, ζ Δ, quadratis medium, quod autem ſub ipſis rationale. Ipſa igitur γ Δ eſt cum rationali totum efficiens medium. Cum rationali ergo medium totum efficienti, & quæ ſequuntur reliqua: quod oſtendere oportebat.

α	β	ε
γ	Δ	ζ

Euclid. ex Camp. Propoſitio 102.

Figura eadem.



OMnis linea commenſurabilis lineæ cum mediali conſtituens mediale, eſt cum mediali conſtituens mediale. 102

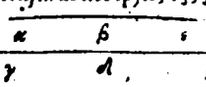
CAMPANVS. Hic quoq; pone lineam aliquam communicare cum ea quæ cum mediali componit mediale, indifferenter in longitudine uel potentia tantum prout uolueris, & duplici modo præmiſſo ſine difficultate concludes eam quoq; cum mediali componere mediale. Erit etiam quantum ad primum modum, ſuperficies l medialis quemadmodum & k, & duo quoq; quadrata duarum linearum f d pariter accepta mediale, ſicut & duo quadrata duarum e & c. Et quia duo quoq; duarum linearum e & c ad k ſicut duo duarum f & d ad l, cum duo prima non communicẽt cum duplo k ex 73, neq; duo ſecunda communicabũt cum duplo l ex 10. Igitur ex ſeptuageſima tertia b eſt cum mediali componens mediale. Quantum autem ad ſecundũ modum, erit d e reſiduum ſextum ex 97, ideoq; & e g ex 98. Quare b eſt cum mediali componens mediale ex 91.

Euclid. ex Zamb. Theorema 83. Propoſitio 107.

Cum medio medium totum efficienti commẽſurabilis, & eadem cum medio medium totum efficiens eſt. 107

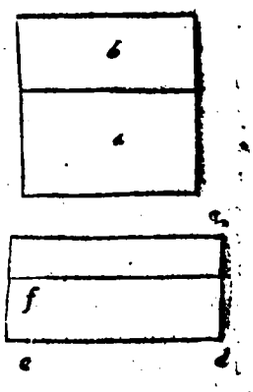
THEON

THEON ex Zamb. *Esto cum medio medium, totum efficiens α β, & ipsi α β, commensurabilis esto γ δ. Dico q; γ δ cum medio medium totum efficiens est. Sit (per 78 decimi) ipsi α β, congruens β ε, et eadem construantur. Ipsæ igitur α ε, ε β, (per eandem potentiam) sunt incommensurabiles, efficientes conflatum ex ipsarum quadratis medium, & quod sub ipsis medium, & insuper incommensurabile conflatum quidem ex ipsarum quadratis ei quod sub ipsis. Suntq; sicut ostensum est, ipsæ α ε, ε β, commensurabiles ipsis, γ ζ, ζ δ, conflatum ex ipsarum, α ε, ε β, quadratis cõflato ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, quod aũt sub α ε, ε β ei quod sub γ ζ, ζ δ. Et ipsæ igitur γ ζ, ζ δ, potentiâ sunt incommensurabiles, efficientes conflatum ex ipsarum quadratis mediũ, & quod sub ipsis medium, & insuper incommensurabile conflatum ex ipsarum quadratis ei quod sub ipsis. Igitur γ δ, cum medio medium totum efficiens est. Cum medio medium totum igitur, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.*



Euclid. ex Camp. Propositio 103.

103 SI de superficie rationali superficies medialis abscindatur, linea in reliquam superficiẽ potens, erit alterutra duarum irrationalium aut residuum, aut linea minor.

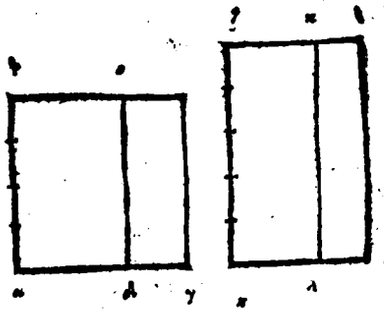


CAMPANVS. Sit enim tota superficies cõstans ex a & b, rationalis, a qua detrahatur b quæ sit mediális. Dico quòd linea potens in a reliquum, aut est residuum aut linea minor. Esto nanq; linea c d rationalis, superficiesq; c e sibi adiuncta fit tanquam a, & f g tanquam b, & tota c g sicut tota a b, eritq; c g rationalis, ideoq; per 16 linea d g rationalis, in longitudine, & f g medialis, ideoq; per 20 e g rationalis in potentia tantum, est igitur ex diffinitione linea d e, residuum primum aut quartum, ergo per 36 & 39 linea potens in superficiem c e, & ideo in superficiem a sibi æqualem est residuum aut linea minor. Quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 84. Propositio 108.

108 A rationali, media ablata, reliquã areolam potẽs una duarũ irrratiõaliũ est, uel apotome uel minor.

THEON ex Zamb. *A rationali enim ϛ γ, auferatur media β δ. Dico quòd quæ reliquam areolam ε γ potest una duarum irrationalium est, uel apotome uel minor. Exponatur enim rationalis ζ κ, & ipsi (per 44 primi) æquum ad ipsam ζ κ, comparetur rectangulum parallelogrammũ κ θ. ipsi aũt δ β, æquum auferatur κ ν, reliquũ igitur ε γ, (per 3 communẽ sententiã) æquũ est ipsi λ θ. Quoniam igitur ϛ γ rationale est, medium autẽ β δ, æquum uero β γ ipsi ν θ, et β δ, ipsi κ ν, rationale igitur est ν θ, medium autem κ ν, & ad ipsam ζ κ comparetur, rationalis igitur est (per 20 decimi) ζ θ, & ipsi ζ κ, cõmensurabilis longitudine, rationalis autem (per 12 decimi) ζ κ. & incõmensurabilis longitudine ipsi ζ κ. Incõmensurabilis igitur est (per lẽma 12 decimi) ζ θ ipsi ζ κ longitudine. Et utræq; rationales, ipsæ igitur ζ ϑ, ζ κ, rationales sunt potentia tãntum cõmensurabiles. Apotome igitur est ζ κ, congruis autem ei est κ θ. At ζ θ, ipsa κ ζ aut maius potest, eo quod ex sibi commensurabili, aut eo quod ex sibi incommensurabili. Posit prius eo quod ex sibi cõmensurabili, & tota ι ζ, commensurabilis est ipsi ζ κ, expositæ rationali lõgitudine, apotome igitur prima est κ θ (per 73 diffinitiones & 85 decimi) Areolam autem sub rationali & apotome prima cõprehensam potens, apotome est (per 91 decimi) Quæ igitur λ θ, hoc est ν γ potest, apotome est. Si autem θ ζ, ipsa ζ κ maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & tota ζ θ cõmensurabilis est longitudine expositæ rationali ζ κ apotome quarta est κ θ. Areolã autem sub rationali & apotome quarta cõprehensam potens, minor est (per 94 decimi) A rationali media ablata igitur, reliquã, et quæ sequũtur reliqua; quod erat ostendẽdum.*

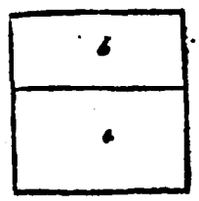


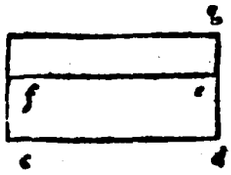
Euclid. ex Camp. Propositio 104.

104 SI de superficie mediali superficies rationalis detrahatur, linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum, aut residuum mediale primum, aut cum rationali componens mediale.

CAMPANVS.

CAMPANVS. Hęc quoq; ſicut præmiſſa probatur. Erit enim tota a b medialis, b autem rationalis, & tunc dico quòd in a reliquum poteſt, aut eſt reſiduum mediale primum, aut cum rationali componens mediale. Cum enim c g ęqualis ſit a b, erit per 20 linea d g rationalis in potẽtia tantum, & cum ſit f g æqualis b, erit per 16 linea e g rationalis in longitudine, ergo à diffinitione erit linea d e, reſiduum ſecundum aut quintum, quare per 87 & 90 latus tetragonicum ſuperficiei c e, & ideo ſuperficiei a, eſt reſiduum mediale primum, aut cum rationali componens mediale: quod eſt propoſitum noſtrum.

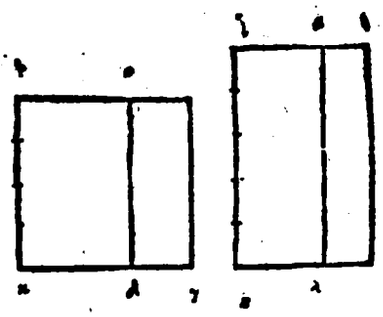




Euclid. ex Zamb. Theorema 85. Propoſitio 109.

A' medio, rationali ſublato, aliæ duę irrationales fiunt uel mediæ apotomæ prima, uel cum rationali medium totum efficiens. 109

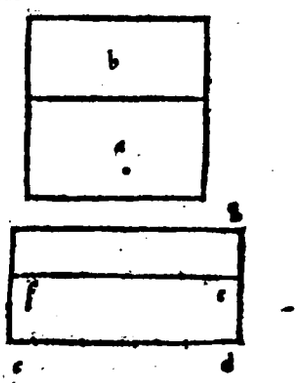
THEON ex Zamb. *A' medio ϛ γ, rationale auferatur ß δ. Dico q; quæ reliquũ poteſt ε γ, una duarũ irrationalium eſt, aut mediæ apotomæ prima, aut cum rationali medium totum efficiens. Exponatur enim rationalis ζ ν, & comparentur ſimiliter areolæ. Conſequenter eſt autem rationalis quidem ζ θ, & ipſi ζ ν longitudine incommẽſurabilis. Rationalis autem eſt (per 82 decimi) ν ζ, & ipſi ζ ν, longitudine commenſurabilis. Ipſæ igitur ζ θ, ζ ν, (per 20 decimi) rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt ipſa ν θ. Congruens autẽ eſt ζ ν. At ζ θ, ipſa ζ ν, uel maius poteſt eo quod ex ſibi cõmenſurabili, uel ex eo quod ex incommenſurabili. Si quidem θ ζ, ipſa ζ ν, maius poteſt, eo quod ex ſibi commenſurabili & eſt congruens (per 80 decimi) ζ ν commenſurabilis ipſi ζ ν expoſitæ rationali longitudine, ipſa ν θ apotome eſt ſecunda (per 3 diffinitiones) Rationalis autem eſt ζ ν: Quæ autem poteſt quod ſub rationali & apotome ſecunda, mediæ eſt prima (per 92 decimi.) Quare λ θ, hoc eſt γ ε potens, mediæ apotome eſt prima. Si autem θ ζ, ipſa ζ ν maius poteſt, eo quod ex ſibi incommenſurabili, & ζ ν congruens eſt commenſurabilis longitudine ipſi ζ ν, expoſitæ rationali, apotome quinta eſt ν δ. Quare ipſam ε γ potẽs, (per 95 decimi) cum rationali medium totum efficiens eſt. A' medio igitur rationali ſublato, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 107.

SI ſuperficies medialis de ſuperficie mediali detrahat̃, fueritq; reliqua toti incommenſurabilis, quæ in ipſam reliquã poteſt alterutra erit duarum irrationalium, uidelicet aut reſiduũ mediale ſecundum, aut cum mediali componens mediale. 107

CAMPANVS. Si à duarum præmiſſarum demonſtratione non deuias, concludes ſine difficultate propoſitum. Sint enim tota a b & b mediales, & ſit a reliqua incommenſurabilis toti (aliter enim eſſet a medialis ex 21: & ęius latus tetragonicum mediale ex 19) tunc dico quòd linea potẽs in a, eſt reſiduum mediale ſecundum, aut cum mediali componens mediale. Nam cum ſit c g æqualis a b, erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum, per eandem quoq; cum ſit f g æqualis b, erit etiam e g rationalis in potẽtia tantum, & cum ſit a incommenſurabilis toti a b, erit etiam f g incõmenſurabilis c g, ideoq; per primam ſexti & 10 huius erit etiam e g incommenſurabilis d g, igitur à diffinitione linea d e, erit reſiduum tertium, aut ſextum, quare per 88 & 91 latus tetragonicum ſuperficiei c e, & ideo ſuperficiei a, eſt reſiduum mediale ſecundum, aut cum mediali componens mediale.

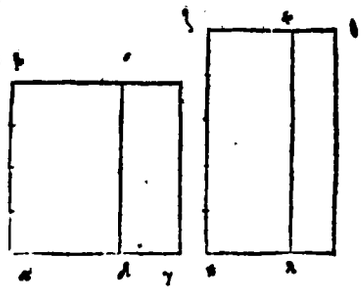


Euclid. ex Zamb. Theorema 86. Propoſitio 110.

A' medio, medio ablato incõmẽſurabili toti, reliquę duę irrationales fiũt, uel mediæ apotomæ ſecunda, uel cũ medio mediũ efficiens. 110

THEON

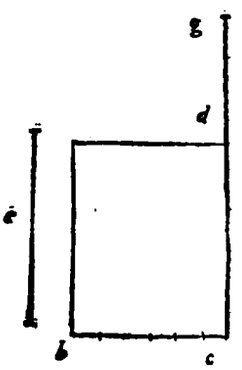
THEON ex Zamb. *Auferatur enim ſicut in præcedentibus deſcriptionibus, à medio β γ, medium β Δ, incommenſurabile toti. Dico quòd quæ ι γ poteſt, una eſt duarum irrationalium, aut mediæ apotomæ ſecundæ, uel cum medio medium totum efficiens. Quoniam enim medium eſt (per 22 decimi) utrũq; ipſorum, β γ, ζ Δ, & ζ γ, ipſi ζ Δ, eſt incommenſurabile, erit per conſequens rationalis utraq; ipſarum ζ θ, ζ κ, & ipſi ζ κ longitudine incommenſurabilis. Et quoniam incommenſurabilis eſt β γ, ipſi β Δ, hoc eſt κ θ ipſi κ κ, incommenſurabilis eſt (per 1 ſexti & 11 decimi) & ζ θ, ipſi ζ κ, & ipſæ igitur θ ζ, ζ κ (per 73) rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt κ θ, congruens autem eſt ζ κ. At θ ζ, ipſa ζ κ maius poteſt, aut eo quod ex ſibi commenſurabili, aut eo quod ex ſibi incommenſurabili. Siquidem igitur θ ζ, ipſa ζ λ, maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili: & neutra ipſarum θ ζ, ζ κ commenſurabilis eſt ipſi ζ κ, expoſitæ rationali longitudine, apotome tertia eſt ipſa κ θ. Rationalis autem κ λ. Quod autem ſub rationali & apotome tertia comprehenſum rectangulum, irrationale eſt, & quæ illud poteſt irrationalis eſt, appellaturq; mediæ apotomæ ſecundæ (per 93 decimi) quare λ θ, hoc eſt ι γ, potens mediæ eſt apotomæ ſecundæ. Si autem θ ζ, ζ κ, maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili longitudine, & neutra ipſarum θ ζ, ζ κ, ipſi ζ κ, longitudine eſt commenſurabilis, apotome ſexta eſt θ κ. Quæ autem poteſt id quod ſub rationali & apotome ſexta, eſt cum medio medium totum efficiens, quare quæ ipſum λ θ, hoc eſt ι γ poteſt, cum medio medium totum efficiens eſt (per 96 decimi) A medio igitur, medio ablato, & quæ ſequuntur reli qua quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 106.*

108 Inearum irrationaliũ quæ ſunt reſiduum & poſt ipſam ſubſecutæ, ullam, aliꝰ termino & ordine ſubeſſe impoſſibile eſt, reſiduo quoque, binomiꝰ terminum uel ordinem conuenire, non eſt poſsibile.

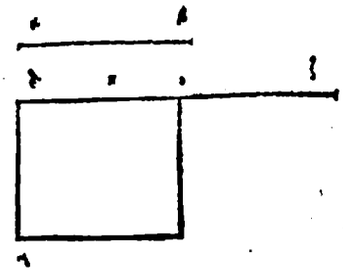
CAMPANVS. Vult autem per hanc 106, quod reſiduum, & aliæ quinq; lineæ irrationales eam ſequentes differunt ſpecie & diffinitione adinuicem, & nulla linea una poteſt eſſe ſub duabus neq; ſub pluribus ſpeciebus harum ſex linearum irrationalium quę ſunt reſiduum, & eius quinq; comites, & quod omnes ſpecies reſidui differunt ab omnibus ſpeciebus binomij, nec eſt poſsibile lineam unam ſimul eſſe reſiduum & binomium cuiuſcunq; ſpeciei reſidui uel binomij. Pars prima ſic conſtat, quoniã ſuperficies ęquales quadratis reſidui & ſuarum quinq; comitum cum adiungun tur ad lineam rationalem, habẽt ſecunda latera neceſſariò diuerſa ab inuicem ex 92 & quinq; eam ſequentibus. ſunt autem ſecunda latera reſiduum primum & ſecundum, & deinceps uſque ad ſextum. Secunda pars conſtat hoc modo. Si eadem linea poteſt eſſe ſimul reſiduum & binomium ſit a, cuius quadrato ſuperficies æqualis adiungatur ad rationalem lineã b c, ſitq; b d, eritq; ex 54 linea c d binomiũ primum & ex 92 reſiduum primum. in quantum ergo binomium primum, diuidatur in ſuas binomiales portiones ad punctum e, ſitq; maior portio c e, quæ erat rationalis in longitudine per diffinitionem, inquantum autem eſt reſiduum primum, ei adiungatur d g, per cuius abſciſionem fuerat reſiduum primum, eritq; etiam ex diffinitione c g rationalis in longitudine. Cum itaq; ſit utraq; duarum linearum c g & c e rationalis in longitudine, erit etiam per 9 linea e g rationalis in longitudine. At quia linea d e eſt rationalis in potentia tantum, cum ipſa ſit per hypotheſin minor portio binomij primi, erit per 68 linea d g reſiduum, & quia ipſa erat rationalis in potentia tantum, cum per eius abſciſionem eſſet linea c d reſiduum, ſequitur impoſsibile per 68. Quod ut clarius pateat, eſto ſuperficies b d adiuncta ad lineam rationalẽ b c, æqualis quadrato lineæ d g. Cum itaq; linea d g ſit rationalis in potentia, erit per 16 linea c d rationalis in longitudine. At cum etiam linea d g ſit reſiduũ, erit ex 92 linea c d reſiduum primum, quod eſſe non poteſt, cum linea quæ dicitur reſiduum, ſit irrationalis per 68.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 87.* *Propoſitio 111.*

111 Apotome non eſt eadem ei quæ ex binis nominibus.

THEON ex Zamb. Esto apotome α β. Dico quòd α β non est eadem ei quæ ex binis nominibus. Si enim possibile: esto, exponatur rationalis Δ γ. Et ei quod ex α β (per 44 primi) æquũ ad ipsam γ Δ, comparetur rectangulum γ ε, latitudinem efficiens Δ ε. Quoniam igitur apotome est α β, apotome igitur est (per 93 decimi) prima ipsa Δ ε. Esto ei (per 79 decimi) congruens ε ζ, ipsæ igitur Δ ζ, ζ ε, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & Δ ζ, ipsa ζ ε maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & Δ ζ, commensurabilis est ipsi Δ γ expositæ rationali longitudine. Rursus quoniam ex binis nominibus est α β, ex binis igitur nominibus est prima (per 60 decimi) ipsa Δ ε. Diuidatur (per 42 decimi) in nomina in ν, sitq; maius nomen Δ ν, ipsæ igitur Δ ν, & ν ε, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & Δ ν, ipsa ν ε maius potest, eo quod ex sibi commensurabili, & Δ ν, commensurabilis est longitudine ipsi Δ γ expositæ rationali, & Δ ζ igitur ipsi Δ ν longitudine est commensurabilis. & reliquæ igitur ν ζ (per 12 decimi) commensurabilis est longitudine ipsa Δ ζ. Quoniam igitur Δ ζ, ipsi ν ζ est commensurabilis, rationalis autem est Δ ζ, rationalis igitur est & ν ζ. Quoniam igitur commensurabilis est Δ ζ ipsi ν ζ, incommensurabilis autem est Δ ζ, ipsi ζ ε, incommensurabilis igitur est longitudine ζ ν ipsi ζ ε, & sunt rationales. Ipsæ igitur ν ζ, ζ ε, rationales sunt, potentia tantum cõmensurabiles. Apotome igitur est (per 73 decimi) ε ν, sed & rationalis, quod est impossibile. Igitur apotome non est eadem ei quæ ex binis nominibus: quod erat ostendendũ.

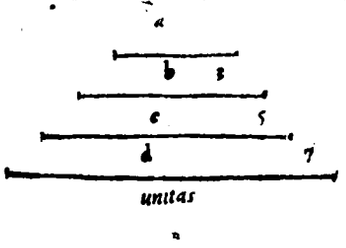


Euclid. ex Camp. Propositio 107.

LInea quę residuum dicitur, ullaue irrationaliũ, quę post eam sunt, nequit esse sub termino binomĩ, aut sub termino & ordine ullius cæterarũ linearum irrationaliũ quæ binomiũ subsequũtur. Cum autem possibile sit linearũ irrationalium seriem in infinitum produci, non est possibile ullã earum cum ea quæ præcesserit in termino & ordine conuenire. 107

CAMPANVS. Vult per hanc ultimam libri decimi, quòd tredecim irrationales lineæ, de quibus in hoc decimo demonstratum est (& ipsæ sunt linea medialis, binomium & eius quinq; comites residuum & eius quinque comites) sint abinuicem singulæ à singulis specie differẽtes, & quòd nulla linea una potest esse simul sub duabus aut pluribus speciebus earum, & quòd species linearum irrationalium possunt in infinitum produci, quarum nulla cum alia conuenit in diffinitione & ordine. Quod autem hæ tredecim lineæ, uidelicet medialis, binomium & eius quinque comites, residuum & eius quinq; comites, sint irrationales, demonstratum esse superius memento: de mediali quidem, ex 19, de binomio autem & eius quinq; comitibus, ex 30 & quinq; eam sequentibus: at uerò de residuo suisq; quinq; comitibus, ex 69, & quinque eam sequentibus. Nullam autem harum tredecim linearum irrationalium posse conuenire in specie cum aliqua aliarum, sic collige. Esto enim ut ad unam eandemq; lineam rationalem in longitudine adiungantur superficies æquales quadratis prædictarum tredecim linearum irrationalium, secundũ quòd ordine se inuicem sequuntur, eritq; ex 20 secundum latus primæ istarum tredecim superficierum & quinq; eam sequentium, rationale in potentia tantum. Secunda autem latera secundæ istarum tredecim superficierum & quinq; eam sequẽtium esse omnes species binomiorum per ordinem, uidelicet binomium primum, secundum, & deinceps usque ad sextum, ex 54 & quinque eam sequentibus demonstratum esse memineris. Secunda uerò latera octauæ superficiei & quinq; eam sequentium, sunt species residuorum in ordine, uidelicet residuum primum & residuũ secũdum, & deinceps usq; ad sextum, quod ex 92 & quinq; eam sequentibus didicisti. Cum igitur ipsa linea rationalis in potentia tantum non conueniat cum aliqua specie binomiorum aut cum aliqua residuorum, quoniam omne binomium per 30 & omne residuum per 66 est linea irrationalis & in longitudine & in potentia: & cum nulla species residuorum conueniat cum aliqua specie binomiorum ex secunda parte penultimæ huius decimi, sequitur ut omnia secunda latera harum tredecim superficierum sint abinuicem diuersa, ideoq; per primam sexti & ipsæ tredecim superficies sunt diuersæ, cum earũ omniũ altitudo sit una, quare etiã hæ tredecim lineæ irrationales propositæ, sunt singulę à singulis diuersæ. Possunt aũt harũ tredecim linearũ irrationaliũ species, in infinitũ pduci, infinitę enim sunt species linearũ medialiũ, infinitę quoq; binomiorũ, & sic de singulis. Quod hoc modo cõstat. Esto linea a medialis, sumaturq; unitas & q̃libet numeri primi ut 3, 5, & 7.

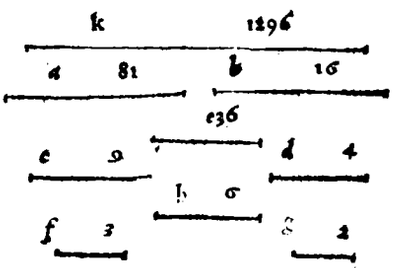
5,& 7,& ſint totidem lineæ b,c, d,quot ſunt ſumpti numeri primi,ſintq; quadratæ iſtarum linearum b c d ad quadratum a,ſicut hi numeri primi ad unitatem,eruntq; lineæ b c d,mediales ex 21, quoniam ipſæ communicant in potentia cum linea a mediali.Omnes autem erunt diuerſæ in longitudine ab a,& à ſeinuicem per ultimam partem 7:quoniã nullius iſtorum numerorum ad unitatem, nec alicuius eorum ad alterum per 16 & 8 & correlarium ſecundæ octaui & præſentis hypotheſis eſt proportio ſicut numeri quadrati ad numerum quadratum,erit ergo a, & omnes ſibi communicantes in longitudine, ſub prima ſpecie linearum medialium,b uero & omnes ſibi communicantes in longitudine,ſub ſecunda,c autem & omnes eidem communicantes uel commenſurabiles,ſub tertia,d quoq; & omnes ſibi communicantes in longitudine,ſub quarta.Et quia numeri primi ſunt infiniti ut ex 21 noni didiciſti,neceſſe eſt ſpecies linearũ medialiũ eſſe infinitas. Quod autem eſt dictum de linea mediali,intellige de binomio ſuisque quinq; comitibus,& reſiduo,ſuisq; quinq; comitibus. nam ſicut omnis linea communicans mediali eſt medialis,ſiue communicet ei in longitudine ſiue in potentia,ut probatum eſt in 21,ita etiam omnis linea communicans binomio aut alicui ſuarum quinq; comitum,uel etiam reſiduo aut alicui ſuarum quinq; comitum in longitudine uel in potentia,eſt ſecum ſub eadem ſpecie,ut probatum eſt in 60 & quatuor eam ſequentibus,& 98 & quatuor eam ſequentibus. Sunt igitur ſpecies harum tredecim linearum irrationalium infinitæ,quarum nulla conueniet cum præcedenti in ordine uel diffinitione. Conuenit quoq; aliter demonſtrare,ſpecies linearum irrationalium eſſe infinitas.Nam omne latus tetragonicum ſuperficiei dictæ à numero non quadrato, eſt irrationale per ultimam partem 7 & per diffinitionem. Cum itaq; tales numeri ſint infiniti, erunt etiam ſpecies harum linearum irrationalium infinitæ. Tertio modo contingit ſecũdam partem huius ultimæ concluſionis libri decimi ſic exponi,ut dicamus ab unaquaq; linea rationali in potentia tantum,infinitas linearum irrationalium ſpecies produci,quarum nullam cum aliqua earum quæ ipſam præceſſerint,poſsibile eſt in diffinitione & ordine conuenire. Verbi gratia:Sumatur aliqua ſuperficies rationalis dicta à numero non quadrato ut 5,eritq; latus eius tetragonicum irrationale in longitudine,quoniam ipſum eſt incommenſurabile lateri tetragonico ſuperficiei rationalis dictæ à numero quadrato ex ultima parte 7. Dico ergo quòd huius lateris latus,itemq; ſecundi lateris latus,& rurſus huius tertij lateris latus,& ſic in infinitum, ſunt lineæ irrationales tam in longitudine quàm in potentia, & quod nulla earum cõuenit diffinitione uel ſpecie cum aliqua quæ eam præceſſerit in ordine: eſtq; latus tetragonicum prçmiſſæ ſuperficiei quæcunq; dicta fuerit à numero non quadrato earum omnium ſicut radix & principium, & quælibet ipſarum eſt principium omnium ipſam ſequentium,& quæcunq; ab aliquo tetragonico latere cuiuſq; talis ſuperficiei proficiſcuntur,diuerſæ ſunt in longitudine & potentia ab omnibus quę à quoquam alio tetragonico lateris talis ſuperficiei generãtur. Et hoc dico,cum ipſarum ſuperficierum non fuerit proportio ſicut numerorum quadratorum. Hæc autem ut poſsimus firma demonſtratione colligere,antecedens ad ipſa præmittere oportet. Sitq; iſtud.



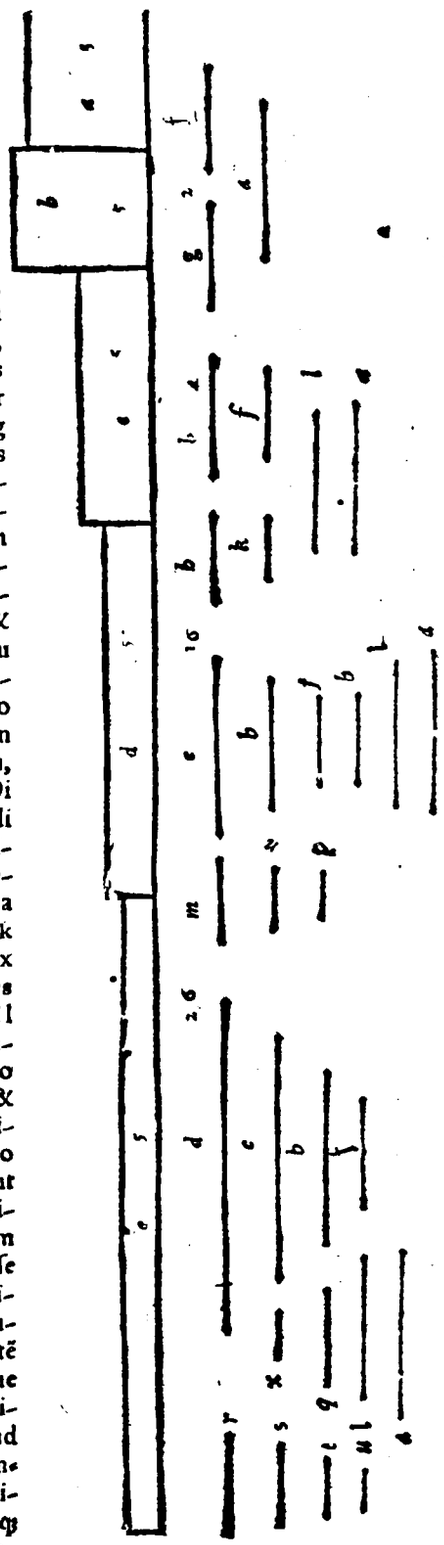


Quibuslibet duobus inuicẽ ductis ſi quid licet producatur, quota latera tetragonica duorum præcedentium inuicem duces, totum tetragonicum latus ipſius producti produces.

Verbi gratia. Sit ut ex a in b ſit k: at c d ſint latera tetragonica a & b:fiat autem e,ex c in d:ſintq; iterum f & g latera tetragonica c & d, & fiat h ex f in g. Dico quòd h eſt latus tetragonicum e, & quod e rurſus eſt latus tetragonicum k. Cum enim ex f in ſe & in g fiant c & h, erit c ad h ſicut f ad g,ſed & ſit h ad d, ſicut f ad g, eo quod ex g in f & in ſe fiunt h & d, ſunt igitur c h d, continuè proportionales. Itaq; ex h in ſe, quantum ex c in d,quare h eſt latus tetragonicum e. Eadem quoq; ratione cum ex c in ſe ſit a, & in d ſit e, & ex d in ſe ſit b,erunt etiã a e b,continuè proportionales in proportione c ad d. Cum igitur ex a in b ſit k,ſequi



tur etiam ut ex e in ſe ſit k, quare e eſt latus tetragoni cum k. Conſtat itaq; quod dicitur. Reſtat itaque demonſtrare quod propoſitum eſt. Sit igitur ſuperficies a, rationalis, dicta à numero non quadrato ut 5, ſitq; linea a, eius tetragonicum latus, & ſumantur quotlibet lineæ rationales in longitudine quæ ſint b c d e. Sintq; dictæ à numeris quorum quiſque præcedens ſit tetragonicum latus proximo ſequentis, ut ſi b ſit 2, c 4, d 16, e uerò 256, ad has autem lineas rationales in longitudine, adiungatur ſuperficies æqualis a, eruntq; ſecunda latera ſingularũ rationalia in longitudine per 16: ut ſecundum latus b, 2 & dimidium, ſecundum c, unum & quarta, ſecundum uerò d, una quarta & una 16, at uerò ſuperficiei e ſecundum latus, erit una 64 & una 256. Sit ergo f tetragonicum latus b: g uerò ſit tetragonicum latus ſecundi lateris ſuperficiei b, eritq; per præmiſſam antecedens ut ex f in g ſit a. Rurſus ſit h tetragonicum latus ſecundi lateris c, k quoq; ſit tetragonicum latus h, eritq; per prædictum antecedens ut ex b in h ſit a, & ex f in k ſit tetragonicum latus a, quod ſit l. Sit iterũ m tetragonicum latus ſecundi lateris ſuperficiei d, ſed cum n ſit tetragonicũ latus m, & p tetragonicum n, eritq; per prædictum antecedens ut ex c in m fiat a, & ex b in n l, & ex f in p tetragonicum latus l quod ſit q. Amplius autem ſit r, tetragonicum latus lateris ſecundi ſuperficiei e, ſit quoq; s tetragonicum r & t s, ſit & u tetragonicum t, ſequiturq; per dictum antecedens, ut ex d in r fiat a, & ex c in f l, & ex b in t, ſit q, & etiam ex f in u, tetragonicũ latus q, quod ſit x, & ſic in infinitum. Dico ergo has lineas a l q x, quarum a eſt tanquam radicale principium, eſſe irrationales, a quidem in longitudine tantum, cæteræ uerò in longitudine & in potentia, & dico quòd nulla earum conuenit cum alia in diffinitione uel ordine. Cum enim ex f in g & k fiant a & l: erit a ad l, ſicut g ad k. Et quia ut patet ex dictis hypotheſibus g & k ſunt incommenſurabiles in longitudine & in potentia, ſequitur etiam ut a & l ſint incõmẽſurabiles in lõgitudine & in potẽtia. Eadem ratione a & q, eſt enim a ad q, ſicut g ad p. Et propter eandem cauſam etiam a & x, cum ſint ſicut g & u. Et hac uia quoq; neceſſe eſt, ut l & q ſint ſimpliciter incõmenſurabiles tam in lõgitudine quàm in potentia, cum enim ex f in k & p, fiant l & q, erit l ad q, ut k ad p. At k & p nec commenſurabiles ſunt in longitudine nec in potentia. Si enim ſint, erunt h & n commenſurabiles, ſed non ſunt, at uerò l & x oportet eſſe utroq; modo incommenſurabiles: eſt enim l ad x, ſicut k ad u, eo quòd ex f in k & u fiunt l & x. Sunt autem k & u, utroq; modo incõmenſurabiles: ſin autẽ accidet d & h eſſe cõmenſurabiles, quod eſt inconueniens, q uerò & x quòd ſint quoq; incommenſurabiles, potentia & lõgitudine, ex eo patet, quòd eſt q ad x ſicut p ad q: conſtat autem quòd p & u ſunt incommenſurabiles: nam ſi non, erunt n & c cõmenſurabiles, ideoq; m & s, ſed non ſunt. Manifeſtum eſt itaq; infinitas lineas irrationales in longitudine & in potentia incommenſurabiles, & ideo diffinitione & ſpecie differẽtes, produci ex linea a rationali in potentia tantum. Reſtat autem nunc oſtendere quòd quæcunq; irrationales lineæ ab aliqua lineæ rationali in potẽtia tantum hac uia generãtur, diuerſæ ſunt ab omnibus tam in lõgitudine quàm



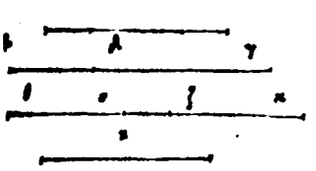
in

In potentia quæ à qualibet alia linea rationali in potentia tantum quadratum, cuius ad quadratum prioris nõ fit ſicut numeri quadrati ad numerum quadratum, hac eadem uia egrediuntur: hoc quoq; ſic conſtat. Sint & a b rationales in potentia tantum ſiue tetragonica latera duarum ſuperficierum di ſtarum à numeris non quadratis: ſitq; ut illi numeri non ſint in proportione aliquorum numerorum quadratorum, lineæ quoq; quæ procedunt hac uia ab a, ſiue c d e, & a b procedant f g h. Dico quòd nulla ex lineis c d e communicant in lõgitudine uel potentia cum aliqua ex lineis f g h. cum enim ſint c & f tetragonica latera a & b, at d & g tetragonica latera c & f, & e & h, tetragonica latera d & g, non eſt poſsibile ut aliqua ex c d e, communicet cum ſua compari ex f g h, uel longitudine uel potentia. Si enim alterutro modo communicet e cum h, ſequitur ut d communicet cum g, & c cum f, quare & a cum b etiam in longitudine, quod eſt contra hypotheſin. Vniuerſaliter autem uerum eſt dicere quamlibet harum eſſe utroque modo incommenſurabilem cuilibet. Dato nanq; quod d communicet cum h etiam in potentia tantum, ſequitur ut c quoq; communicet cum g, & a cum f, quod nõ eſt poſsibile. Attẽdere autem oportet, quòd cũ dico latus lateris, nihil aliud intelligo quàm latus ſuperficiei denominatæ à latere priori, unde tetragonicum latus lineæ a, uoco lineam illam quæ poteſt in ſuperficiem dictã à linea a, talis autẽ ſuperficies eſt quã cõtinet linea a & linea rationalis in longitudine dicta ab uno. Si ergo libet inuenire tetragonicum latus cuiuslibet lineæ, ſit linea a, cuius tetragonicum latus uolo inuenire, b uerò ſit linea rationalis in longitudine dicta ab unitate, & ipſa eſt minima omnium linearum rationalium numeratarum ab integris, medio loco proportionalis inter eas ſit c, eſt igitur per 16 ſexti c tetragonicum latus a: idem enim fit ex a in b & ex c in ſe. At uerò ex a in b fit ſuperficies dicta ab a. Quicquid enim à quolibet in unũ ducto producitur, ab eo quod unũ multiplicat, denominatur. Et nota quòd cum c fuerit latus tetragonicum lineæ a, indifferenter contingit lineam c eſſe maiorem linea a & minorem, prout b etiam fuerit maior aut minor.

THEON ex Zamb. *Apotome & quæ poſt eam irrationales, neque mediæ, neq; adinuicem ſunt eædem. Quod ex media nanque ad rationalem comparatum latitudinem efficit rationalem & ei ad quam apponitur longitudine incommenſurabilem (per 22 decimi) Quod uerò ex apotome ad rationalem comparatum latitudinem, primam efficit apotomen (per 97 decimi) Quod autem ex mediæ apotomæ prima ad rationalem appoſitum latitudinem, ſecundam efficit apotomen (per 98 decimi) Quod ex mediæ ſecunda apotomæ ad rationalem appoſitum latitudinem, tertiam efficit apotomen (per 99 decimi) Quod ex minori ad rationalem appoſitum latitudinẽ, quartam efficit apotomen (per 100 decimi) Quod ex efficiente cum rationali medium totum ad rationalẽ appoſitum latitudinem, efficit quintam apotomen (per 101 decimi.) Quod ex efficienti uerò cum medio medium totum ad rationalem comparatum latitudinem, ſextam efficit apotomen (per 102 decimi) Quoniam igitur prædictæ latitudines à prima & adinuicem differunt (à prima quidẽ quoniã rationalis eſt, adinuicẽ uerò quia in ordine non ſunt eædem) patet quòd & ipſæ irrationales differunt adinuicem. Et quoniam oſtenſum eſt (per 111 decimi) quòd apotomæ non eſt eadem ei quæ ex binis nominibus, ad rationalem autem appoſitæ latitudinem efficiant, quæ ſanè poſt apotomen apotomas, conſequenter unaquæque quæ in ordine circa eandem: quæ uerò poſt eas quæ ex binis nominibus, eas quæ ex binis nominibus, & eaſdem, ordine conſequenter: aliæ igitur ſunt quæ poſt apotomen, & aliæ quæ poſt eam quæ ex binis nominibus, ut omnes irrationales ſint tredecim, hæ uidelicet:*

1 *Media.* 2 *Ex binis nominibus.* 3 *Ex binis prima medijs.* 4 *Ex binis ſecunda medijs.* 5 *Maior.* 6 *Rationale mediumq; potens.* 7 *Bina potens media.* 8 *Apotome.* 9 *Mediæ prima apotome.* 10 *Mediæ ſecunda apotome.* 11 *Minor.* 12 *Cum rationali mediũ totum efficiẽs.* 13 *Cum medio mediũ totum efficiens.* Euclid. ex Zamb. Theorema 88. Propoſitio 112.

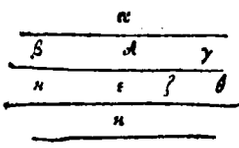
112 Quod ex rationali ad irrationalẽ, eã quę ex binis nominib. appoſitũ latitudinẽ efficit apotomẽ, cuius noĩa cõmenſurabilia ſunt noĩbus eius quę ex binis noĩb. eſt, & in eadẽ rõne, & inſup apotome quæ gignit, eũdẽ habebit ordinẽ ei quę ex binis nominib. eſt.



THEON ex Zãb. *Sit rationalis quidẽ α, ex binis nominibus ſit β γ, cuius maius nomen eſto Δ γ, & ei quod ex α æquum eſto id quod ſub β γ, ε ζ. Dico quòd ipſa ε ζ apotome eſt, cuius nomina commenſurabilia ſunt ipſis γ Δ, Δ β, & in eadem ratione, & inſuper ε ζ eundem ordinem habet ipſi β γ. Sit enim rurſus ei quod ex α, æquum id quod ſub β Δ ν. Quoniam igitur quod ſub β γ, ε ζ, æquum eſt ei quod ſub β Δ, Δ ν, eſt igitur (per 14 quinti) ſicut γ β, & β Δ. ſic eſt ν ad ε ζ, maior autẽ eſt γ β, ipſa β Δ, maior igitur et ν ipſa ε ζ. Eſto ipſi ν æqualis ε θ. Eſt igitur (per 7 et 11 quinti) ſicut γ β ad β Δ, ſic eſt θ ζ ad ζ ε, diuidẽdo igitur eſt (per 17 quinti) quod ſicut γ Δ, ad β Δ, ſic eſt θ ζ ad ζ ε. Fiat ſicut θ ζ ad ζ ε ſic ζ κ, ad κ ε, & tota igitur θ κ (per 12 quinti) ad totã κ ζ, eſt ſicut ζ κ ad κ ε. Sicut enim unũ antecedentiũ ad unum conſequentium, ſic omnia antecedentia ad omnia ſequentia: Sicut autem (per 12 quinti) ζ κ ad κ ε, ſic eſt γ Δ*

ad ∧ β, & ſicut igitur (per 11 quinti) θ κ, ad κ ζ, ſic γ ∧, ad ∧ β, commenſurabile autem eſt (per 11 decimi) quod ex γ ∧, ei quod ex β ∧, commenſurabile igitur eſt & quod ex θ κ, ei quod ex ζ κ. Et eſt ſicut (per 22 ſexti) quod ex θ κ, ad id quod ex κ ζ, ſic eſt θ κ, ad κ ε. Et quoniam ipſæ tres θ κ, κ ζ, κ ε, ſunt proportionales: commenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) θ κ, ipſi κ ζ longitudine, quare & θ ε, ipſi ε κ longitudine eſt commenſurabilis. Et quoniã (per correlariũ 20 ſexti) quod ex α æquũ eſt ei quod ſub ε θ, β ∧, rationale aũt eſt id quod ex α, rationale igitur eſt & id quod ſub θ ε, β ∧. Et ad ipſam β ∧, rationalẽ apponitur, rõnalis igitur eſt et ε θ, et ipſi β ∧ longitudine cõmẽſurabilis, quare & ei cõmenſurabilis ε κ, rationalis eſt, & ipſi β ∧, lõgitudine commenſurabilis. Quoniã igitur eſt ſicut γ ∧, ad ∧ β, ſic ζ κ ad κ ε, ipſæ aũt γ ∧, ∧ β, potẽtia tantũ cõmenſurabiles, & ipſæ igitur ζ κ, κ ε (per 11 decimi) potẽtia tantũ ſunt cõmenſurabiles. Rationalis aũt eſt κ ε, & ipſi β ∧ lõgitudine cõmenſurabilis. Rationalis igitur eſt & ζ κ, & ipſi γ ∧ lõgitudine cõmenſurabilis. Ipſæ igitur ζ κ, κ ε, rationales ſunt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles (p 11 decimi) Igitur ζ ε apotome eſt. Verũ γ ∧, ipſa ∧ β, aut maius poteſt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili, aut quod ex ſibi incõmẽſurabili. Si quidẽ γ ∧, ipſa ∧ β, maius poteſt eo quod ex ſibi commẽſurabili, et ζ κ (p 13 decimi) ipſa κ ε maius poteſt eo qd ex ſibi cõmẽſurabili. Et ſi γ ∧, ipſi expoſitæ rõnali cõmẽſurabilis eſt lõgitudine, et ζ κ, ſi aũt ∧ β, & κ ε, ſi uerò neutra ipſarũ γ ∧, ∧ β, & neutra ipſarũ ζ κ, κ ε. Si aũt γ ∧, ipſa β ∧ maius poteſt eo quod ex ſibi incõmẽſurabili, & ζ κ, ipſa κ ε, maius poteſt eo quod ex ſibi incõmẽſurabili. Et ſi quidẽ γ ∧ cõmẽſurabilis eſt ipſi expoſitæ rationali lõgitudine, et ζ κ, ſi aũt β ∧, et κ ε, ſi uerò neutra ipſarũ γ ∧, ∧ β, & neutra ipſarũ ζ κ, κ ε. Quare ipſa ζ ε apotome eſt, cuius nomina ζ κ, κ ε, cõmẽſurabilia ſunt eis nominib. quæ ſunt ex ea quæ ex binis nominib hoc eſt ipſis γ ∧, β ∧, & in eadẽ ratione, eũdẽ habet ordinẽ ipſi β γ. A rationali igitur & reliqua: quod erat oſtẽdendũ. Euclid. ex Zãb. Theor. 89. Prop. 113.

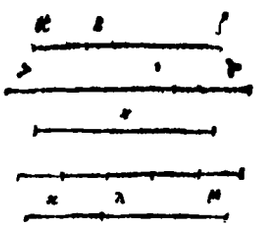
Quod ex ratiõali ad apotomẽ cõparatũ latitudinẽ efficit eã q̃ ex binis noĩb. cuius noĩa cõmẽſurabilia ſunt ipſius apotomes, noĩb. & in eadẽ rõne, & inſup q̃ gignit̃ ex binis noĩb. ipſi apotome eũdẽ obtĩet ordinẽ. 113



THEON ex Zãb. Eſto rationalis quidẽ α, apotome aũt ſit β ∧, & ei quidẽ quod ex α, æquũ eſto quod ſub δ ∧, κ θ, ut quod ex α rationali ad ipſam β ∧ apotomẽ cõparatũ latitudinẽ efficiat ipſam κ θ. Dico q̃ κ θ ex binis nominibus eſt, cuius nomina cõmenſurabilia ſunt eis quæ ipſius β ∧, ſunt nominibus, & in eadẽ ratione: & q̃ ipſa κ θ, eundẽ habebit ordinẽ ipſi β ∧. Sit, inquã (per 80 decimi) ipſi β ∧ cõgruens ∧ γ. Ipſæ igitur β γ, γ ∧ (per 80 decimi) rationales ſunt potentia tãtũ commẽſurabiles. Et ei quod ex α, æquũ eſto id quod ſub β γ κ, rationale autẽ eſt quod ex α, rationale igitur & quod ſub β γ κ, et ad rationalẽ β γ cõparatũ, rationalis igitur eſt (per diffinitionẽ decimi) ipſi κ, & ipſi δ γ lõgitudine cõmenſurabilis. Quoniã igitur (per 20 decimi) quod ſub β γ κ, æquũ ei quod ſub β ∧, κ θ, proportionaliter igitur eſt (p 16 ſexti) ſicut β γ, ad β ∧, ſic eſt κ θ ad κ, maior autẽ β γ, ipſa δ ∧, maior igitur eſt et κ θ, q̃ κ. Ponatur (per 2 primi) ipſi κ, æqualis κ ε. Cõmẽſurabilis (per 12 decimi) igitur eſt κ ε ipſi β γ, longitudine. Et quoniã eſt ſicut γ δ ad β ∧, ſic eſt θ κ, ad κ ε, cõuertendo igitur eſt (per correlariũ 18 quinti) ſicut δ γ ad γ ∧, ſic eſt κ θ ad θ ε. Fiat (per 12 quinti) ſicut κ θ, ad θ ε, ſic θ ζ, ad ζ ε, & reliqua igitur κ ζ, ad θ ζ, eſt ſicut κ θ, ad θ ε, hoc eſt ſicut β γ, ad γ ∧. Ipſæ aũt β γ, γ ∧, potẽtia tantũ ſunt cõmẽſurabiles, & ipſæ igitur κ ζ, ζ θ (per 11 decimi) potẽtia tatum ſunt cõmẽſurabiles. Et quoniã eſt ſicut κ θ ad θ ε, ſic κ ζ, ad ζ θ, ſed ſicut κ θ, ad θ ε, ſic θ ζ, ζ ε, & ſicut igitur (per 11 quinti) κ ζ ad ζ θ, ſic θ ζ ad ζ ε. Quare (per correlariũ 19 ſexti) & ſicut prima ad tertiã, ſic quod ex prima ad id quod ex ſecũda, & ſicut igitur (per 11 quinti) κ ζ, ad ζ ε, ſic quod ex κ ζ, ad id quod ex ζ θ, cõmẽſurabile autẽ eſt (p 9 decimi) quod ex κ ζ, ei quod ex ζ θ. Ipſæ κ ζ, ζ θ, potẽtia ſunt cõmẽſurabiles, igitur eſt κ ζ, ipſi ζ ε, lõgitudine, quare et ε ∧ ipſi ζ ε, lõgitudine cõmẽſurabilis eſt. Rationalis aũt eſt κ ε, & ipſi β γ lõgitudine cõmẽſurabilis: ratiõalis igitur eſt (p 12 decimi) κ ζ, & ipſi β γ lõgitudine cõmẽſurabilis. Et quoniã eſt ſicut β γ ad γ ∧, ſic κ ζ, ad ζ θ, uiciſſim quoq; (per 16 quinti) & ſicut β γ ad κ ζ ſic ∧ γ, ad ζ θ, cõmẽſurabilis autẽ eſt β γ ipſi κ ζ: cõmẽſurabilis eſt igitur & ζ θ ipſi γ ∧. Ipſæ aũt β γ, γ ∧ rationales ſunt potẽtia tãtũ cõmẽſurabiles, & ipſæ igitur κ ζ, ζ θ, rationales ſunt potẽtia cõmenſurabiles. Ex binis igitur nominibus eſt κ θ. Siquidẽ igitur δ γ, ipſa γ ∧, maius poteſt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili, & α ζ, ipſa ζ θ, maius poteſt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili. Et ſi β γ, commẽſurabilis eſt lõgitudine ipſi expoſitæ rationali, & κ ζ quoq;. Si aũt γ ∧ cõmẽſurabilis eſt lõgitudine ipſi expoſitæ rationali, & ζ θ quoq;: ſi aũt neutra ipſarũ β γ, γ ∧, & neutra ipſarũ κ ζ, ζ θ. Si uerò β γ, ipſa γ ∧ maius poteſt eo quod ex ſibi incõmenſurabili, & κ ζ, ipſa ζ θ maius poterit eo quod ex ſibi incõmenſurabili. Et ſi β γ ipſi expoſitæ rationali cõmenſurabilis eſt lõgitudine, & κ ζ, ſi autẽ γ ∧, & ζ θ, ſi uerò neutra ipſarũ δ γ, γ ∧, & neutra ipſarũ κ ζ, ζ θ. Ex binis nominibus igitur eſt κ θ, cuius nomina κ ζ, ζ θ, cõmenſurabilia ſunt ipſis β γ, γ ∧ nominibus ipſius apotomes & in eadẽ ratione, & inſuper κ θ, ipſi β γ eundẽ habebit ordinem: quod erat oſtendendum. Euclid. ex Zamb. Theorema 90. Propoſitio 114.

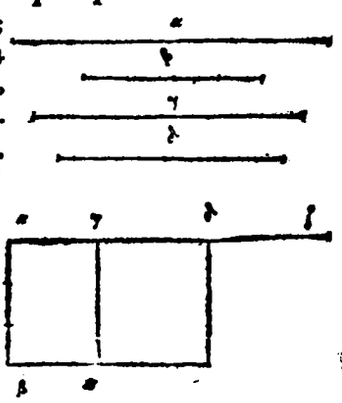
Si areola comprehẽdatur ſub apotome & ea quæ ex binis nominibus cuius nomina commẽſurabilia ſunt ipſius apotomes nominibus, & in eadem ratioñe quæ areolam poteſt, rationalis eſt. 114

THEON



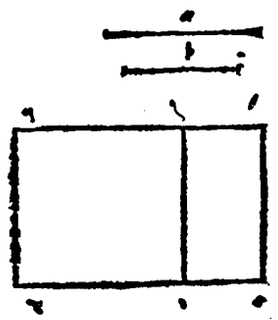
THEON ex Zamb. Comprehendatur areola ſub apotome α β, & ea quæ ex binis nominibus γ δ, cuius maius nomen γ ε, ſintq; eius quæ ex binis nominibus nomina γ ε, ε δ (per 113 decimi) commenſurabilia ipſius apotomes nominibus α ζ, ζ θ, & in eadem ratione. Sitq; potens id quod ſub α θ, γ δ, ipſa κ. Dico q; ipſa κ rationalis eſt. Exponatur enim rationalis ι, & ei quod ex θ, æquum ad ipſam γ δ comparetur, latitudinem efficiens κ λ, igitur ipſa κ λ, apotome eſt (per 113 decimi) cuius nomina ſint κ μ, μ λ, cõmenſurabilia nominib. eius quæ ex binis nominib. hoc eſt ipſis γ ε, ε δ, & in eadẽ ratione. Iam & ipſæ γ ε, ε δ, (per 12 decimi) commenſurabiles ſunt ipſis α ζ, ζ β, & in eadem ratione, eſt igitur ſicut α ζ ad ζ β, ſic eſt κ μ ad μ λ: uiciſſim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut α ζ ad κ μ, ſic eſt β ζ ad λ μ, & reliqua igitur α θ (per 12 quinti) ad reliquam κ λ eſt, ſicut α ζ ad κ μ. Commenſurabilis autem eſt α ζ, ipſi κ μ, commenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) & α β ipſi κ λ. Eſtq; (per conſtructionem) ſicut α θ ad κ λ, ſic eſt quod ſub γ δ, α β, ad id quod ſub γ δ, κ λ. Commenſurabile igitur eſt & quod ſub γ δ, α β, ei quod ſub γ δ, κ λ. Aequum autem eſt id quod ſub γ δ, κ λ, ei quod ex ι, commenſurabile igitur eſt quod ſub γ δ, α β, ei quod ex ι. Quod autem ſub γ δ, α β, æquum eſt ei quod ex κ, commenſurabile igitur eſt & quod κ, ei quod ex ι. Rationale autem eſt id quod ex ι, rationale igitur eſt & id quod ex κ. Rationalis igitur eſt (per diffinitionem decimi) κ, & ipſam potest areolam quæ ſub γ δ, α θ. Si areola igitur comprehendatur ſub apotome, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum. CORRLEL. Fitq; nobis & id propterea manifeſtum, quod poßibile eſt rationalem areolam ſub irrationalibus rectis lineis contineri. Euclid. ex Zamb. Theorema 91. Propoſitio 115.

115 A media infinitę irrationales fiunt, neq; ulla ulli earum quæ prius eſt eadem.



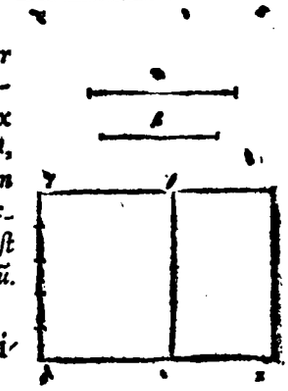
THEON ex Zamb. Eſto media α. Dico quòd ab α, infinitæ irrationales fiunt, neq; ulla ulli earum quæ prius eſt eadem. Exponatur rationalis β, & ei quod ſub β α (per 14 ſecundi) æquum eſto id quod ex γ. Igitur γ irrationalis eſt. Quod enim ſub irrationali, & rationali (per lemma 38 decimi) irrationale eſt, & nulli earũ quæ prius eſt eadem. Nõ enim q; ex ulla earum quæ prius ad rationalẽ appoſitũ latitudinem efficit mediam. Rurſus iam ei quod ſub β γ, æquum eſto id quod ex δ. Irrationale igitur eſt id quod ex δ, irrationalis igitur δ, & nulli earũ quæ prius eadem eſt. Nõ enim quod ex ulla earum quæ prius ad rationalem appoſitum latitudinem efficit γ. Similiter quoq; iam & huiuſmodi ordo ſequetur, ſi in infinitum extendas, manifeſtum eſt igitur quòd à media infinitæ fiunt irrationales, neq; ulla ulli earum quæ prius eadem.

ALITER. Eſto media α γ. Dico q; ab α γ, infinitæ ſunt irrationales, neq; ulla ulli earum quæ prius eſt eadem. Excitetur (per 11 primi) ipſi α γ ad angulos rectos α β, ſit rationalis α β, compleaturq; β γ, irrationale igitur eſt (per 22 decimi) & ipſum potens irrationalis eſt. Poßit autem (per lemma 38 decimi) ipſum γ δ, igitur γ δ eſt irrationalis & nulli earum quæ prius eadem eſt. Nõ enim quod ex ulla earum quæ prius ad rationalem appoſitum latitudinem efficit mediam. Rurſus compleatur ε γ, irrationale igitur eſt ε δ, & ipſum potens irrationalis eſt, poßit autem ipſum δ ζ, irrationalis igitur eſt δ ζ, & nulli earum quæ prius eadem. Non enim quod ex ulla earum quæ prius ad rationalem appoſitum latitudinem efficit γ δ, à media igitur infinitæ irrationales, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 92. Propoſitio 116.

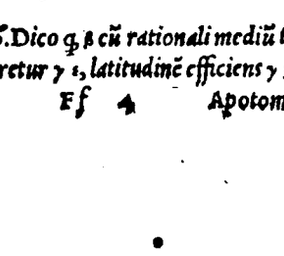
116 Minori commenſurabilis, minor eſt.



THEON ex Zãb. Eſto minor α, et ipſi α cõmenſurabilis eſto (per 12 decimi) β. Dico q; β minor eſt. Exponatur γ δ rationalis, & ei q; ex α (per 44 primi) æquũ ad ipſam γ δ cõparetur γ ε, latitudinẽ efficiens γ ζ. Apotome igitur eſt quarta γ ζ. Ei autem quod ex β (per eandem) æquũ ad ipſam ζ ε comparetur ζ κ, latitudinẽ efficiens ζ θ. Quoniã igitur commenſurabilis eſt α ipſi β, cõmenſurabile igitur eſt et quod ex α, ei quod ex θ. Sed ei quidẽ quod ex α, æquũ γ ε: ei aũt quod ex θ, æquũ eſt ζ κ, cõmenſurabile igitur eſt γ ε, ipſi ζ κ. Sicut autem δ, ε, ipſi ζ κ, ſic eſt γ ζ ad ζ θ. Cõmenſurabilis igitur eſt γ ζ, ipſi ζ θ longitudine. Apotome autem quarta eſt (per 100 decimi) ipſa γ ζ. Igitur & ζ θ, quarta eſt apotome. Rõnalis aũt eſt ζ ε. Si uero areola comprehendatur ſub rationali & quarta apotome, quæ areolam poteſt minor eſt (per 64 decimi) Ipſam aũt ζ κ areolã, ipſa β poteſt, ergo α minor eſt: quod erat oſtendendũ.

Euclid. ex Zamb. Theorema 93. Propoſitio 117.

117 Cum rationali medium totum efficienti commenſurabilis, cum rationali medium totum efficiens eſt.



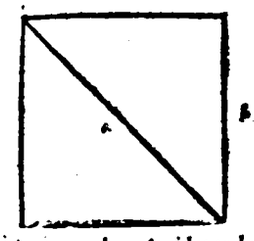
THEON ex Zãb. Sit cum rationali mediũ totum efficiens α, cõmenſurabilis aũt eſto θ. Dico q; β cũ rationali mediũ totum efficiens eſt. Exponatur rõnalis γ δ, et ei quidẽ quod ex α æquũ ad ipſam γ δ, comparetur γ ε, latitudinẽ efficiens γ ζ.

Apotome igitur eſt quinta ipſa γ ζ (per 102 decimi) Ei autem quod ex β (per 44 primi) æquum ad ipſam ζ ι cõparetur ζ ν, latitudinẽ efficiens ζ θ. Quoniam igitur cõmẽſurabilis eſt α ipſi β, cõmenſurabile igitur eſt id quod ex α ei quod ex β. Sed ei quidẽ quod ex α, æquũ eſt γ ε, ei uerò quod ex δ, æquũ eſt ζ ν. Igitur γ ε, ipſi ζ ν, eſt commenſurabile. Commenſurabilis igitur eſt γ ζ, ipſi ζ θ, longitudine. Quinta autem apotome eſt γ ζ. Apotome igitur quinta eſt & ζ θ. Rationalis autem ζ ι. Si uero areola comprehendatur ſub rationali & apotome quinta, quæ areolã poteſt cũ rationali mediũ totũ efficiẽs eſt (per 95 decimi.) poteſt autẽ ipſum ζ ν, ipſa β. Igitur β, cũ rõali mediũ totũ efficiẽs eſt. qđ erat oſtẽdendũ. Eucl. ex Zãb. Theo. 94. Prop. 118.

Propoſitum nobis ſit oſtendere, quòd in quadratis figuris incommenſurabilis eſt dimetiens lateri longitudine.

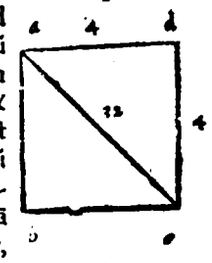
THEON ex Zamb. Eſto quadratũ α δ γ ε, dimetiens uerò illius ſit α, γ. Dico quòd α γ, ipſi α δ, longitudine eſt incommenſurabilis. Si enim poſsibile, ſit cõmenſurabilis. Dico quod eueniet, q; idem numerus erit par & impar. Manifeſtũ quidẽ igitur (per 47 primi) q; id quod ex α γ duplum eſt eius quod ex α δ. Et quoniam α γ ipſi α β cõmenſurabilis eſt, igitur α γ ad α β rationẽ habet quã numerus ad numerũ (per 5 decimi) habeat aũt quã ι ad ε. Sint q; ι ζ minimi eandem rationẽ habentium eis. Igitur ι ζ nõ eſt unitas. Si enim ι ζ, eſt unitas, & rationẽ habet ad ν, quã α γ ad α β, & maior eſt α γ ipſa α β, maior igitur eſt ι ζ unitas ipſo ν nũero, quod eſt impoſsibile. Igitur ζ ι, non eſt unitas, nũerus igitur. Et quoniã eſt ſicut α γ ad β, ſic eſt ι ζ ad ν, & ſicut igitur (per 15 quinti) quod ex γ α, ad id quod ex α δ, ſic qui ex ι ζ, ad eũ qui ex ν. Duplum aũt eſt quod ex γ α eius quod ex α β. Duplus igitur eſt et qui ex ι ζ, eius qui ex ν, par igitur eſt qui ex ι ζ, quare & ipſe ι ζ par eſt. Si enim impar eſſet, & qui ex eo quadratus impar eſſet (per 29 noni) quippe quoniã ſi quilibet numeri impares compoſiti fuerint, multitudoq; fuerit impar, totus impar eſt. Igitur ι ζ, par eſt. Secetur (per 10 primi) ι ζ, bifariam in θ. Et quoniam ipſi ι ζ, ν, numeri, minimi ſunt eandẽ eis habentiũ rationẽ, primi ſunt adinuicẽ (per 24 ſeptimi) & ι ζ, par eſt. Impar igitur eſt ν. Si enim eſſet par, ipſos ι ζ, metiretur binarius (omnis etenim par, habet partẽ dimidiã) primos adinuicẽ exiſtẽtes, quod eſt impoſsibile. Igitur ν nõ eſt par. Et quoniam ipſius ι θ, duplus eſt ι ζ, quadruplus igitur eius qui ex ι ζ, eius quod ex ι δ. Duplus aũt qui ex ι ζ eius qui ex ν. duplus igitur qui ex ν, eius qui γ ex ι θ. Igitur qui γ ex ν par eſt, & par igitur eſt ν per ea quæ dicta ſunt, ſed & impar. quod eſt impoſsibile. Igitur α γ, ipſi α δ longitudine nõ eſt cõmenſurabilis, incõmenſurabilis igitur. Oſtendendum & aliter, quod incõmenſurabilis eſt quadrati dimetiens lateri. Sit enim pro dimetiẽte, α pro latere uero, ſit β. Dico q; α, ipſi β longitudine eſt incõmenſurabilis. Si enim poſsibile, ſit commenſurabilis. Fiatq; rurſus ſicut α ad β, ſic ι ζ ad ν, ſintq; minimi eandẽ eiſdẽ habentium rationem, ipſi ι ζ, ν ζ igitur ipſi. primi ſunt adinuicẽ. Dico primum q; ν nõ eſt unitas. Si enim poſsibile, eſto unitas. Et quoniam eſt ſicut α ad β ſic eſt ι ζ ad ν, & ſicut igitur (per 11 & 15 quinti) quod ex α ad id quod ex β, ſic qui ex ι ζ, ad eum qui ex ν. Duplum aũt eſt id quod ex α, eius quod ex β. Duplus igitur & qui ex ι ζ, eius qui ex ν. Et ν unitas eſt. Igitur ι ζ binarius eſt quadratus. Quod eſt impoſsibile. Igitur ν non eſt unitas: numerus igitur. Et quoniam eſt ſicut quod ex α ad id quod ex β, ſic qui ex ι ζ, ad eum qui ex ν, & rurſus ſicut quod ex β ad id quod ex α, ſic qui ex ν ad eum qui ex ι ζ, metitur autem quod ex θ, id quod ex α, metitur igitur et qui ex ν quadratus eũ qui ex ι ζ, quare & latus idẽ ν ipſũ ι ζ metitur, metitur aũt et ſeipſum ν, igitur ν ipſos ι ζ, ν, metitur qui primi ſunt adinuicẽ, quod eſt impoſsibile. Igitur α, ipſi β non eſt commenſurabilis: incõmenſurabilis igitur, quod oſtendere oportuit. Priorum dilucidior explanatio.





Græcus non habet.

Sit quadratũ a b c d, dimetiẽs uerò ipſius ſit a c. Manifeſtum eſt quod iſoceles eſt triangulũ c d a, æquũ habens d a ipſi d c, ſimiliterq; triangulũ iſoceles eſt a b c. Sit igitur d a unitatũ 4 ſiue pedũ, ficq; & c d, quatuor: quare manifeſtum eſt, quod ex d a quadratũ eſt unitatũ ſiue pedũ 16. ſic etiã & quod ex c d. 16 eſt unitatũ ſiue pedũ. At quoniã id quod ex a c æquum eſt eis quæ ſunt ex d a, c d, quẽadmodũ ex 47 primi perſpicuũ eſt, manifeſtũ eſt q; id quod ex a c eſt duplũ eius quod ex d a. At id quod ex d a, eſt unitatũ 16, id igitur quod ex dimetiente, 32 erit, in dupla quidem. At quoniã lõgitudine cõmenſurabiles lineæ ſunt quas aliqua magnitudo metitur, earũq; quadrata rõnem habẽt quã nũerus quadratus ad numerũ qnadratũ, at efficiens 32 per latus aliqua magnitudo nõ metitur, neq; quę ex eis quadrata ſunt rationẽ habẽt quã nũerus quadratus ad numerũ quadratũ (nullũ enim quadratũ alterius quadratũ duplũ eſt, incõmẽſurabilis igitur eſt lõgitudine dimetiẽs lateri, efficiẽs enim 32 ſiue latus eſt unitatũ 5 & minutorũ 39 quę 5, 39, ac 4, nullã habẽt cõmunẽ mẽſurã, quare 32 ad 16 ſicut dictũ eſt: rõnẽ nõ habet qualẽ quadratus nũerus ad quadratũ numerũ.

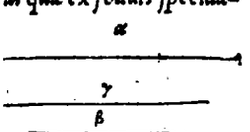


Inuen-

*Inuentis iam longitudine incommensurabilibus rectis ut α,β, & plures aliæ magnitudines ex binis * diuisionibus comperimur (plana intelligo) adinuicem incommensurabiles. Quoniam si ipsarum α,β, linearum rectarum mediam proportionalem susceperimus γ, erit igitur sicut α ad β, sic quæ ex α species ad eam quæ ex γ similem similiterq; descriptam * speciem, siue quadrata, siue aliæ rectilineæ similes descriptæ fuerint, siue etiam circuli circa dimetientes α γ, quippe quoniam circuli adinuicem sunt sicut ea quæ ex dimetientibus sunt quadrata. Inueniuntur igitur & areolæ planæ adinuicem incommensurabiles. Cum ostenderimus quòd ex binis interuallis diuersæ areolæ incommensurabiles, ostendemus eas quæ ex solidis speculationes, qualiter sunt solida commensurabilia & incommensurabilia adinuicem.*

Διαγραφικὸν interuallis

εἰδος figura



Si enim in ijs quæ ex α,β, quadratis aut eis æqualibus rectilineis figuris constituamus altitudine æqualia solida parallelepipeda, uel pyramides, uel prismata, erunt ipsa constituta adinuicem: sicut bases & siquidem bases sint commensurabiles, commensurabilia erunt ipsa solida. Si uerò incommensurabiles, incommensurabilia. Sed & si duobus expositis circulis α β, ipsis conos uel cylindros altitudine æquales describemus, erunt adinuicem sicut bases, hoc est, sicut ipsi circuli. Et si ipsi circuli sunt commensurabiles & ipsi coni & cylindri commensurabiles erunt. Si uerò ipsi circuli erunt incommensurabiles, ipsi coni & cylindri erunt incommensurabiles. Et nobis fit manifestum, quòd non solum in lineis & superficiebus sunt commensurabiles & incommensurabiles, sed in solidis quoq; figuris hoc reperitur.

DECIMI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORUM *Liber undecimus.*

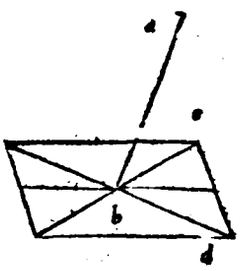
Ex Campano. *Diffinitiones.*

1 

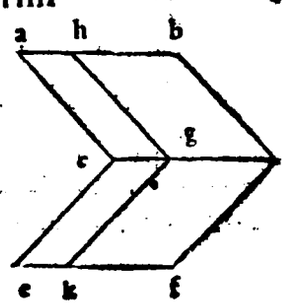
Orpus, est quod longitudinẽ & latitudinem, & altitudinem habet. Cuius termini, sunt superficies.

2 Linea erecta supra superficiẽ, est quę cũ singulis sibi conterminalib. lineis in ea superficie expansis angulos rectos facit. Linea autẽ hæc, supra eam superficiẽ perpendicularis esse, & ad eandem orthogonaliter insistere dicitur.

Intelligatur enim linea a b exurgere supra planum, ita ꝙ punctus a imaginetur in aere, & b in plano, & a pũcto b ducãtur plures lineæ in eodem plano: ut b c, b d, & quotlibet aliæ. Si igitur ita fuerit quòd linea a b cum linea b c, & cũ linea b d, & cum qualibet alia linea protracta à puncto b in plano illo angulum rectum contineat, ipsa dicetur esse perpendicularis ad illam superficiem in qua protractæ sunt hæ lineæ uidelicet b c, & b d, & aliæ cum quibus ipsa ponitur continere angulum rectum.



3 Superficies aũt erecta super superficiẽ est, ꝙties pũcto uno eodem lineæ q̃ est cõmunis terminus illarũ superficierũ duæ perpendiculares cõtermi nales superstant, quæ rectum cõtinentes angulum in eisdem superficiebus sitæ sunt.



Verbi gratia imaginemur superficiem a b c d exurgere, superficiem uerò c d e f iacere, & intelligamus lineam c d esse communem terminum ambarum. In ea itaque figuretur punctus g à quo ad lineam c d extrahantur duæ lineæ perpendiculares, una uidelicet in superficie c d e f, quæ sit g k, & alia in superficie a b c d quæ sit g h. Si igitur angulus quem

quem continent hæ duę lineæ perpendiculares: uidelicet g h & g k, erit rectus: superficies a b c d dicitur orthogonaliter erecta super superficiem c d e f.

4 Superficies æquidistantes sunt, quæ in utramlibet partem protractę non concurrent, etsi in infinitum producantur.

Intellectum est quod dicitur. Scire tamẽ debes, quòd omnes planæ superficiẽs, aut sunt æquidistantes abinuicem, aut in omnem partem protractæ concurrent alicubi & super rectam lineã se secabunt. Lineas autem rectas non est necessarium uel esse æquidistãtes uel in utranq; partem protractas concurrere, quippe quæ in eadem superficie nõ sunt nec æquidistant abinuicem, nec tamen quantumlibet protractæ concurrent.

5 Æqua corpora sunt atq; similia, quorum terminales superficies numero ac quantitate æquales unius creationis sint atq; similes.

6 Similia corpora sunt, quæ similibus superficiebus numero æqualibus continentur.

Si has duas diffinitiones de corporibus æqualibus & similibus non intelligis, ad diffinitionem similium superficierum posita in principio sexti recurre.

7 Corpus serratile dicitur, quod quinq; superficiebus, quarum tres parallelogrammæ sunt, duæ uerò triangulæ, continentur.

Domui quatuor parietes equidistantes habenti, tectum unico fastigio supremis duorum parietum lateribus equali & æquidistanti superpositum, serratilis corporis expressam similitudinem gerit.

8 Sphæra est transitus arcus circunferẽtiæ dimidij circuli quoties sumpto uel supremo semicirculo lineaq; diametri fixa donec ad locum suum redeat, arcus ipse circunducitur.

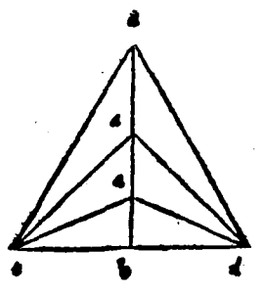
Super quamlibet lineam semicirculo descripto, si linea illa fixa semicirculus tota reuolutione circũducatur, corpus quod describitur, sphæra nominatur. Cuius centrum, constat esse cẽtrum semicirculi circunducti.

9 Pyramis laterata, est figura corporea, quam continent superficies, à quarum una reliquæ sunt ad unum oppositum punctum sursum erectæ.

In omni laterata pyramide cunctæ superficies ipsam ambientes, ab ipsius basi ad unum punctum subleuantur, qui conus pyramidis dicitur: suntq; omnes hæ laterales superficies, triangulæ, basis uerò frequenter non est triangula.

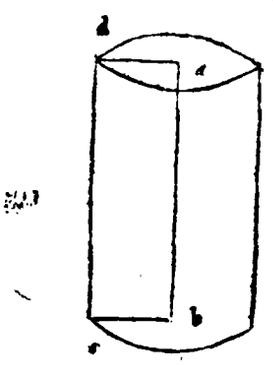
10 Pyramis rotunda, est figura solida, estq; transitus trianguli rectanguli alterutro suorum laterum rectũ angulum continẽtium fixo, donec usq; ad locũ unde moueri cœpit, redeat, triangulo ipso circunducto. Si igitur latus fixum lateri circũducto fuerit æquale, erit figura rectangula. Si aũt longius, acutiangula. Si uerò breuius, obtusiangula erit. Axis autẽ ipsius figuræ, est latus fixũ. Basisq; sua, circulus. Dicitur autem figura hæc, pyramis columnæ rotundæ.

Sit trigonus a b c, rectum angulum habens qui sit b, figaturque alterum duorum laterum ambientium rectum angulum b, sitque latus quod figitur a b, quo fixo, circundatur trigonus quousq; ad locũ unde moueri cœpit redeat. Corporea ergo figura quæ huius trigoni motu describitur, rotunda pyramis appellatur. Cuius tres sunt differentię. Alia enim est rectangula, alia acutiangula, tertia obtusiangula. Et prima quidẽ est, quãdo latus a b lateri b c fuerit æquale. Esto enim ut linea b c, quũ rotatu trigoni peruenerit ad sitũ lineę b d, ita q; pũctus c cadat super punctũ d, fiat linea una: hoc est, ut ipsa tunc cõiungatur

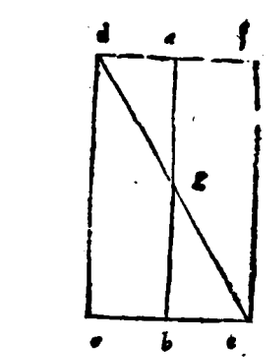


gatur ſitui à quo moueri cœpit ſecundũ rectitudinem, eritq; linea hæc, quaſi b c d. Et quia (ex 32 primi & 5 eiuſdem) angulus c a b eſt medietas recti, erit angulus c a d rectus, ideoq; pyramis hæc dicitur rectangula. Si autem latus a b ſit longius latere b c, erit acutiangula. Erit enim tunc (ex trigeſimaſecunda primi & 19) eiuſdem angulus c a b, minor medietate recti: ideoq; totus angulus c a d eſt minor recto & acutus, quare pyramis acutiangula. Quòd ſi latus a b fuerit breuius latere b c, erit angulus c a d maior medietate recti (ex 32 primi & 19 eiuſdem) & totus c a d, qui eſt duplus ad ipſum c a b, maior recto & obtuſus, igitur & pyramis conueniẽter tunc dicitur obtuſiangula. Axis autẽ huius pyramidis, dicitur linea a b. Baſis uerò eius, circulus quem deſcribit linea c b ſuper centrum b. Dicitur quoq; hæc pyramis columnæ rotundæ, illius uidelicet quam motu ſuo deſcriberet parallelogrammum proueniens ex a b & b c, latere a b manente fixo.

21 Figura corporea rotunda, cuius baſes ſunt circuli duo plani extremitatibus, & craſsitudine, id eſt altitudine æquales, eſt tranſitus parallelogrammi rectanguli latere rectum angulum continente fixo, ipſaq; ſuperficie donec ad locũ ſuum redeat circumducta. Dicitur-que hæc figura, colũna rotunda. Columnæ itaq; rotundæ atq; ſphæræ circuliq;, unum atque idem eſt centrum.



Sit parallelogrammum rectangulũ a b c d, figaturq; latus a b, & eo fixo totũ parallelogrammum, quouſq; ad locũ ſuum cadat uel redeat, circundatur. Corporea ergo figura huius parallelogrammi motu deſcripta, rotunda columna nominatur, cuius baſes ſunt duo circuli, & eſt unus eorum, circulus quem deſcribit motu ſuo linea b c, cuius circuli centrum eſt punctus b, alter uerò eſt, quẽ motu ſuo deſignat linea d a, & eius centrum eſt punctus a. Axis autẽ huius columnæ, dicitur linea a b, quæ manet fixa in motu parallelogrammi. Quòd ſi imaginati fuerimus parallelogrammũ a b c d cũ peruenerit rotatu ſuo ad ſitum a b e f, cõiungi ſitui à quo moueri cœpit ſecundũ continuitatem ſuperficiei planę, ut ſcilicet totum ſit unum parallelogrammũ d c, e f, & protraxerimus in eo diametrum d e, erit quoq; diameter d e diameter columnæ. Quod autem dicitur columnę & ſphæræ & circuli idẽ eſſe centrum, intelligi debet cum horum una, eſt eademq; diameter. Verbi gratia, diximus enim q; d e eſt diameter iſtius columnæ. Sphæram igitur atq; circulum quorum diameter eſt linea d e, neceſſe eſt idem centrũ habere cum centro propoſitæ columnæ. Sit enim ut linea d e ſecet lineam a b in puncto g, eritq; g centrũ columnæ: diuidit enim axem colũnæ per æqualia quod patet per 25 primi, nam & anguli qui ſunt ad g ſunt æquales ex 15 primi, & anguli qui ſunt ad a b, recti ex hypotheſi, linea quoq; a d, eſt æqualis lineę b e, itaq; d g eſt æqualis e g, & a g æqualis g b. Cumq; anguli c & f ſint recti, ſi ſuper punctum g ſecundũ ſpacium d g, ac ſuper lineã d e circulus deſcribatur, tranſibit ex conuerſa primæ partis 30 tertij per puncta c & f, itaq; punctum g eſt centrum circuli, cuius diameter eſt diameter columnæ, ideoq; & ſphęræ. Quare & manifeſtũ eſt omni parallelogrammo rectangulo circulum, omniq; columnæ rotundę ſphæram eſſe circumſcriptibiles. Sicq; patet quod uoluit iſtud theorema.



22 Angulus corporeus ſiue ſolidus, eſt quem continent anguli plani plures quàm duo, qui haudquaquam in una ſuperficie ſiti ad unum punctum angularem conueniunt.

Duo anguli plani angulum ſolidum perficere nequeunt: ſicut nec duæ rectæ lineę nequeunt ſuperficiem claudere. Angulos quoq; planos ſolidum angulum continentes in eadem ſuperficie non conuenit eſſe ſitos, ſed in diuerſis, quemadmodum duas rectas lineas planum perficientes angulum, non conuenit ſibi inuicem ſecundum ſitum rectitudinis applicari.

Similes

Similes ſunt figurę corporeæ rotundæ,ſiue ſint colũnæ,ſiue earũ pyramides, quarũ axes diametris ſuarũ baſiũ ſunt proportionales.

Propoſitis enim duabus pyramidibus rotundis,aut duabus columnis rotundis,ſi fuerit proportio axis unius earum ad diametrum ſuę baſis ſicut alterius ad diametrum ſuæ baſis, illæ duæ columnæ aut pyramides ſimiles adinuicem eſſe dicuntur.

Ex translatione Zamberti. *Diffinitiones.*



Olidum,eſt quod longitudinẽ, latitudinem, & craſsitudinẽ habet. Solidi uerò terminus, ſuperficies eſt. 2 Recta linea ad planum recta eſt, quando ad omnes cõtingentes ipſam rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes, rectos efficit angulos. 3 Planum ad planum rectum eſt,quando communi ſegmento ipſorum planorũ ad angulos rectos ductę rectę lineæ in uno ipſorũ planorum,reliquo plano ad angulos rectos fuerint.Rectæ lineæ ad planum inclinatio eſt, quando à termino ſublimi rectæ lineæ in planũ ducta perpendiculari, à ſigno facto & à termino lineæ in plano recta coniuncta fuerit, angulus acutus qui ſubducta linea & ſtante cõtinetur. 4 Plani ad planũ inclinatio, eſt angulus acutus cõprehenſus ſub ijs quæ ad angulos rectos cõmuni ſegmento ducũtur ad idem ſignũ in utroq; ipſorũ planorũ. 5 Planũ ad planum ſimiliter inclinari dicitur,& alterum ad alterum,quando prædicti inclinationum anguli ſibi inuicẽ æquales fuerint. 6 Parallela plana,ſunt quæ contactũ nõ admittunt. 7 Similes ſolidæ figuræ ſunt,quę ſub ſimilibus planis,æqualib.multitudine cõprehendũtur. 8 Similes ſolidæ figuræ & æquales,ſunt quæ ſub ſimilibus planis,multitudine & magnitudine ęqualibus,cõprehẽduntur. 9 Angulus ſolidus,eſt ſub plurib.duabus lineis ſeſe adinuicẽ tangẽtibus & nõ exiſtẽtibus in eadẽ ſuperficie ad oẽs lineas inclinatio. *Aliter,*

Solidus angulus,eſt qui ſub pluribus duob.planis angulis cõprehenditur,nõ exiſtentibus in eodẽ plano ad unũ ſignum conſtitutis.

10 Pyramis,eſt figura ſolida planis cõprehenſa ab uno plano ad unum ſignũ cõſtituta. 11 Priſma,eſt figura ſolida planis cõprehenſa, quorũ duo quæ ex oppoſito æqualia & ſimilia & parallela ſunt,reliqua uerò parallelogrãma. 12 Sphæra,eſt quãdo ſemicirculi manẽte dimetiẽte circũductus ſemicirculus in ſeipſum rurſus reuoluitur unde incepit,circũaſſumpta figura. 13 Axis ſphæræ,eſt manẽs recta linea quã circũ ſemicirculus uertitur. 14 Centrum ſphæræ, eſt illud quod & ſemicirculi. 15 Dimetiẽs ſphæræ,eſt recta quædã linea per cẽtrũ acta & terminata ex utraq; parte ſub ipſius ſphęræ ſuperficie.

16 Conus,eſt quãdo rectãguli, triãguli manẽte uno eorũ quę circa rectum angulũ latere, circumductũ triangulũ in idem rurſus unde ſumpſerat exordiũ circumuoluitur, ea aſſumpta figura. Et ſi manẽs

recta

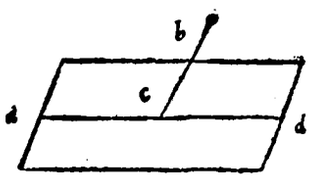
recta linea æqua fuerit reliquę quę circũ rectum circunductæ, rectangulus erit conus. Si uerò minor, amblygonius. Si autem maior, oxygonius. 17 Axis coni eſt, manens quædam recta linea quã circum triangulum uertitur. Baſis autem eſt, circulus ſub circunducta recta linea deſcriptus. 18 Cylindrus eſt, quando rectãguli parallelogrammi manente uno eorum quę circum rectum angulum latere circumductum parallelogrammum in idem unde ſumpſit exordium ſteterit, ea aſſumpta figura. 19 Axis cylindri, eſt manans quędam recta linea quam circum parallelogrammum uertitur. Baſis autem circuli, qui ſub ijs quæ ex oppoſito circumductis lateribus ſunt deſcripti.

20 Similes coni & cylindri, ſunt quorum axes & dimetientes baſium, ſunt proportionales. 21 Cubus eſt, figura ſolida ſub ſex quadratis contenta lateribus. 22 Octaedrum eſt, figura ſolida ſub octo æqualibus & æquilateris contenta triangulis. 23 Dodecaedrum eſt, figura ſolida ſub duodecim quinquangulis æqualibus & æquilateris & æquiangulis comprehenſa. 24 Icoſaedrum eſt, figura ſolida ſub uiginti triangulis æqualibus & æquilateris comprehenſum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

1 Lineæ rectæ partem eſſe in plano, & partem in ſublimi, eſt impoſsibile.

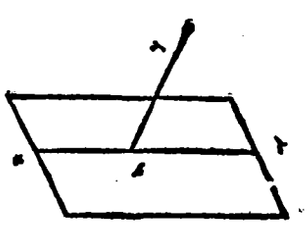
CAMPANVS. Sit linea a b recta. Dico quod non eſt poſsibile, ut pars eius ſit in plano, & pars ſurſum eleuata. Si enim eſt impoſsibile, ſit pars eius quæ eſt a c ſita in plano, & pars eius quæ eſt c b in ſublimi poſita, & protrahatur directè a c in plano in quo ipſa ſita eſt, uſq; ad d, eritq; ut uni eidemq; lineæ quæ eſt linea a c, duæ lineæ penitus diuerſæ quæ ſunt lineæ c b & c d ex eadem parte directè adijciantur: quod eſt impoſsibile ex 13 primi.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

1 Rectæ lineæ partem in ſubiecto plano, partem uerò in ſublimi eſſe, eſt impoſsibile.

THEON ex Zamb. *Si enim poſsibile, rectæ lineæ α β γ, pars quidẽ α β eſto in plano, pars autem β γ eſto in ſublimi, erit iam quædam ipſi α β, continua recta linea in rectum in ſuppoſito plano, ſit β Δ. Igitur binis datis rectis lineis α β γ, α β Δ, commune ſegmentum eſt α β, quod eſt impoſsibile. Recta linea nanq; cum recta linea non concurrit in pluribus ſignis uno, ſi adinuicem ipſæ rectæ lineæ congruentes non fuerint. Rectæ igitur lineæ partem in ſubiecto plano, partem autem in ſublimi eſſe, eſt impoſsibile: quod fuerat oſtendendum.*

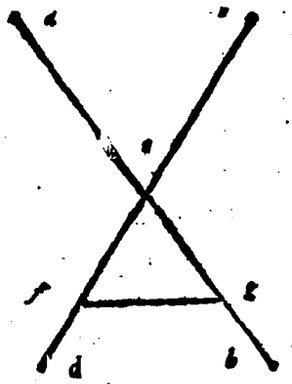


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

2 Mnes lineæ duæ quarum altera alteram ſecat, in una ſuperficie ſitæ ſunt, omnisq; triangulus, in una ſuperficie totus conſiſtit.

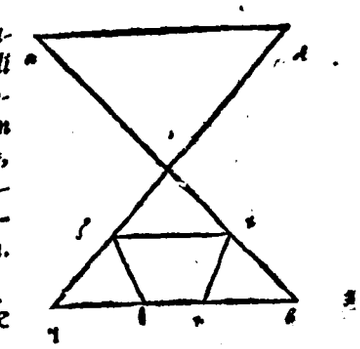
CAMPANVS. Sint duæ lineæ rectæ a b & c d, ſe inuicem ſecantes in pũcto c. Dico eas eſſe in ſuperficie una, & omnem triangulum dico eſſe in ſuperficie una totum. Signetur enim punctus f, in linea c d, & punctus g, in linea a b, & ducatur linea f g.

Quia igitur impoſsibile eſt partem triãguli e f g eſſe in plano & partẽ in ſublimi, quinetiã ſuarũ terminaliũ linearũ unius aut pluriũ pars ſimiliter ſit in plano & pars ſimiliter in ſublimi, cũ de lineis hoc ſit impoſsibile per prçmiſsã, erit q̃q impoſsibile de triãgulo. Itaq; totus triãgulus e f g, eſt in ſuperficie una. Ex hac igit ſecũda parte & prçmiſſa, cõſtat pars huius ſecundæ propoſitionis. *Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 2.*



Si binę rectę lineę ſe adinuicẽ ſecuerint, in uno ſũt plano, & omne triãgulũ in uno plano eſt.

THEON ex Zãb. *Binæ, inquã, rectæ lineæ α β, γ Δ, ſe adinuicẽ ſecent in ſigno ε. Dico quòd ipſæ α β, γ Δ, in uno conſiſtunt plano, & omne triangulũ in uno eſt plano. Aſſumantur in ipſis ε γ, ε β, ſigna utcunq;, ſintq; ζ η, cõnectãturq; β γ, ζ η, extẽdaturq; ζ θ, η κ, dico primũ quod triangulũ ε β γ in uno eſt plano. Si ipſius nãq; triãguli ε γ β pars, aut ζ γ θ, aut η β κ in ſubiecto plano eſt, reliquũ uerò in alio, erit etiam unius ipſarũ ε γ, ε β, rectarũ linearũ pars in ſubiecto plano, pars autẽ in alio. Si autem ipſius ε γ β trianguli, ζ γ β κ, pars fuerit in ſubiecto plano, reliquũ uerò in alio, erit & ambarũ ε γ, ε β, rectarũ linearũ pars quidẽ in ſubiecto plano, & pars in alio, quod (per 2 undecimi) impoſsibile eſſe oſtẽſum eſt. Igitur triangulũ β γ ε in uno eſt plano. In quo enim eſt triangulũ β γ ε, in eo eſt et utraq; ipſarũ ε γ, ε β. In quo autẽ eſt utraq; ipſarũ ε γ, ε β, in eodẽ ſunt & α β, γ Δ (per eandẽ) Ipſæ igitur α β, γ Δ, rectæ lineæ, in uno exiſtũt plano, & omne triangulum in uno eſt plano: quod erat oſtendendum.*

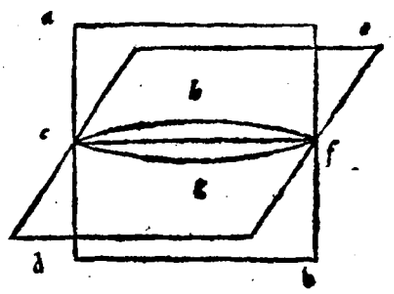


Euclid. ex Camp. Propoſitio 3.



Mniũ duarũ ſuperficierũ ſeinuicẽ ſe cãtiũ, cõmunis ſectio eſt linea recta.

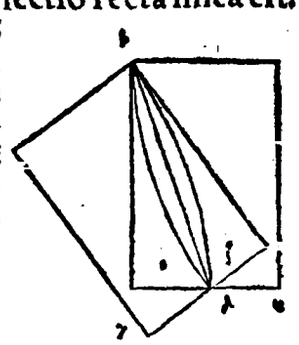
CAMPANVS. De planis ſuperficiebus intellige, & uerum erit q̃d dicit. Sint itaq; duæ ſuperficies planæ a b & c d, ſeinuicẽ ſecãtes. Dico q; earũ cõmunis ſectio, erit linea recta. Eſto enim duo puncta c & f termini cõmunis ſectionis earũ quæ cõtinẽtur per lineã rectã quę ſit e f. Si igitur linea e f eſt in utraq; duarũ ſuperficierũ a b & c d, cõſtat ꝓpoſitũ. At uerò ſi in neutra, aut ſi nõ in altera, cum ambo pũcta e & f ſint in utraq; ſuperficierũ a b & c d: in ea ſuperficie in qua ipſa nõ fuerit, protrahatur linea recta quę ſit e h f, erũt igitur duę rectæ lineæ e f & e h f, habentes duos terminos communes. Quod eſt impoſsibile. Sic enim duæ rectæ lineæ includerent ſuperficiem, quod eſt contra petitionem ultimam primi libri.



Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 5.

Si bina plana ſe adinuicẽ ſecuerint, cõis eorũ ſectio recta linea eſt.

THEON ex Zãb. *Bina etenim plana α β, β γ, ſe adinuicẽ diſpeſcant, cõmunis autẽ ſectio ſit linea Δ β. Dico quòd Δ β linea recta eſt. Si autẽ non, cõnectantur Δ ε ipſo α β plano, recta linea Δ ε β, & in ipſo β γ plano, recta linea Δ ζ, erunt nẽpe duarũ rectarũ linearũ Δ ε β, Δ ζ β, ijdẽ fines, & perinde areolã cõprehendent, quod (per ultimã cõmunẽ ſententiã) eſt impoſsibile. Ipſæ igitur Δ ε β, Δ ζ β, rectæ lineæ non ſunt. Similiter quoq; oſtendemus, q̃ neq; ulla alia ex Δ in β ducta recta linea eſt, præter ipſam Δ β communẽ ſectionẽ ipſorum α β, ζ γ, planorũ. Si bina igitur plana ſe adinuicẽ ſecuerint, ipſorum cõmunis ſectio recta linea eſt: quod erat oſtendendum.*



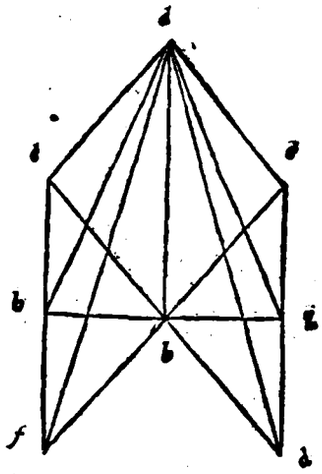
Euclid. ex Camp. Propoſitio 4.



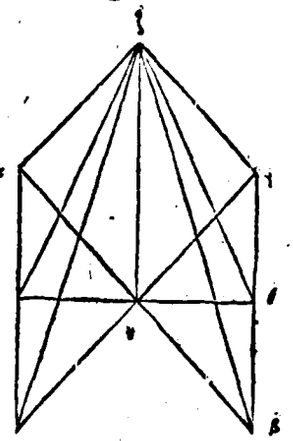
I fuerit linea orthogonaliter ab inciſione duarum linearum erecta interſecantium ſe, ipſa ad earundem ſuperficiem perpendicularis erit.

CAMPANVS. Sit linea a b orthogonaliter erecta ſuper inciſionem duarum linearum c d &

c d & e f ſecantium ſe in puncto b, de quibus cõſtat per antepręmiſſam quòd ipſæ ſunt ſitæ in una ſuperficie. Dico quòd linea a b, perpẽdicularis eſt ad ipſarum ſuperficiẽ. Sint enim c b & b d, æquales, at uerò f b & b e æquales, & protrahãtur lineę e d & c f, quę erunt ęquales per 4 primi, & ęquidiſtãtes per 27 eiuſdẽ: Signato itaq; puncto aliquo in linea e d, qui ſit g, ducatur linea g b h, eritq; ex 26 primi e g æqualis f h, igitur à pũcto a uel quouis puncto lineę a b, demittãtur hypothenuſaliter lineę a c, a d, a e, a f, a g, a h. Eritq; ex 4 primi a c, æqualis a d, & a e ęqualis a f. itemq; per 8 eiuſdẽ ęqualis erit angulus a e d, ęqualis angulo a f c, ergo per 4 ipſius erit a g æqualis a h, & ideo per 8 eiuſdem erit angulus a b g, æqualis angulo a b h, quare ex diffinitione uterq; eſt rectus, & linea a b ꝓpẽdicularis ad lineã g h. Simili q̃q; modo probabis eãdẽ eſſe perpẽdicularẽ ad omnes lineas protractas à pũcto b in ſuperficie duarũ linearũ c d & e f, igitur ex diffinitione cõſtat, lineã a b eſſe perpendicularẽ ad ſuperficiẽ in qua ſitæ ſunt duæ lineæ c d & e f ſeinuicẽ ſecantes: quod eſt propoſitum. *Euclid. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 4.*



4 Si recta linea duab. rectis lineis ſe adinuicẽ diſpeſcẽtib in cõmuni ſectiõe ad rectos angulos ſteterit, & ad earũdẽ planũ ad ãgulos rectos erit. THEON ex Zãb. *Recta enim linea quædam ε ζ, duabus rectis lineis α β, γ δ ſeinuicẽ diſpeſcentib. in ε ſigno, ex ε ad angulos rectos cõſtituatur. Dico q; ε ζ etiã ad ipſarũ α β γ δ planum ad angulos eſt rectos. Aſſumãtur nanq; ipſæ α ε, ε β, γ ε, ε δ, ſibi inuicẽ æquales. Extendaturq; quædã recta linea per ε utcunq; ſitq; η ε θ, cõnectãturq; ipſæ ζ α, ζ η, ζ δ, ζ γ, ζ θ, ζ β. Et quoniã binæ α ε, ε δ, duabus γ ε, ε β, ſunt æquales, & æquales cõprehẽdunt angulos (per 15 primi) igitur (per 4 primi) baſis α δ æqualis eſt baſi γ β, & triangulũ α ε δ ipſi γ ε β triangulo æquũ eſt, quare & angulus qui ſub δ α ε angulo qui ſub ε β γ eſt æqualis. Eſt autem & qui ſub α ε η angulus ei, qui ſub β ε θ æqualis: bina igitur ſunt triãgula (per 26 primi) α η ε, β ε θ, binos angulos binis angulis æqualia habentia alterũ alteri, & unũ latus uni lateri æquum ad æquos angulos, α ε ipſi ε β & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt: æqualis igitur eſt η ε ipſi ε θ, & α β ipſi β θ. Et quoniã æqualis eſt α ε ipſi ε β, cõmunis autem & ad angulos rectos ζ ε, baſis igitur ζ α (per 7 primi) baſi ζ β, eſt æqualis. Id propterea & ζ γ ipſi ζ δ eſt æqualis. Et quoniã æqualis eſt α δ ipſi γ β, eſt autem & ζ α ipſi ζ β æqualis, duæ igitur ζ α, α δ, duabus ζ β, γ β, æquales ſunt altera alteri, & baſis ζ δ, baſi ζ β eſt æqualis: & angulus igitur qui ſub ζ α δ, angulo qui ſub ζ β γ eſt æqualis. Et quoniam rurſus oſtenſum quod α η ipſæ β θ eſt æqualis, ſed ζ α ipſi ζ β eſt æqualis, binæ iã ζ α, α η, duabus ζ β, β θ, ſunt æquales, & angulus qui ſub ζ α η, oſtẽſum eſt æqualis ei qui ſub ζ γ θ, baſis igitur ζ η (per 4 primi) baſi ζ θ eſt æqualis. Et quoniã rurſus æqua eſt oſtenſa η ε ipſi ε θ, cõmunis autẽ ε ζ, duæ igitur η ε, ε ζ, duabus θ ε, ε ζ ſunt æquales & baſis ζ θ, baſi ζ η eſt æqualis: angulus igitur qui ſub η ε ζ, angulo qui ſub θ ε ζ eſt æqualis, uterq; igitur ipſorũ η ε ζ, θ ε ζ, angulorum rectus eſt. Ipſa igitur ε ζ, ad ipſam η θ cõtingenter per ε ductã, recta eſt. Similiter iam demõſtrabimus, quod ζ ε ad omnes eã tangentes rectas lineas & in ſubiecto exiſtentes plano, rectos efficiet angulos. Recta enim linea ad planũ (per 2 diffinitionem 11) recta eis, quando ad omnes eam tangentes rectas lineas & in eodem exiſtentes plano, rectos efficit angulos. Igitur ipſa ζ ε in ſubiecto plano, eſt ad angulos rectos. Subiectũ autem planũ, eſt quod ſit per ipſas α β, γ δ, rectas lineas. Ipſa igitur ζ ε ad angulos rectos eſt ei quod per α β, γ δ, eſt plano. Si recta igitur linea duabus rectis lineis & quæ ſequũtur reliqua: quod erat oſtendendum.*

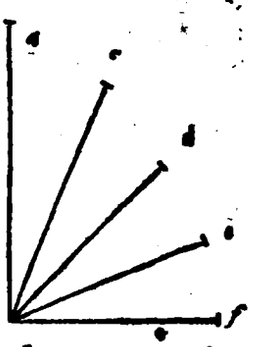


Euclid. ex Camp. Propoſitio 5.

5 SI ſuper tres lineas conterminales communi earum termino erecta linea quædam orthogonaliter inſiſtat, eædem tres lineæ in una ſuperficie ſitæ erunt.

CAMPANVS. Sit linea a b orthogonaliter erecta ſuper cõmunẽ terminum triũ linearũ b c, b d, b e, angulariter ſe contingentium in puncto b, quarũ nulla alij directè applicetur, quod idẽ eſt ac ſi inuicem ſecent in puncto e, protractæ enim ſe ſecabunt. Dico quòd tres li-

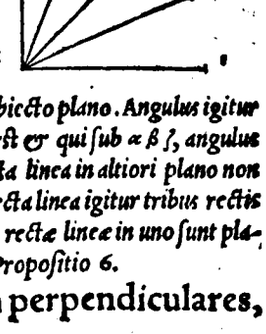
neæ b c, b d, b e ſunt in una ſuperficie ſitæ. Cõſtat autẽ de quibuſcũq; earum duabus quòd ipſę ſunt in una ſuperficie ſitæ, per 2 huius uel per primã partẽ ſecũdę huius. Si igit linea b d nõ fuerit in ſuperficie duarũ linearum b c & b e, ſed illę duę in plano, hęc autẽ in ſublimi, erit ut hęc ſuperficies in qua ſitæ ſunt duę lineę a b & b d, ſi protrahat & per illu[illegible] quod notum eſt ſuper quartã, ſecet illã in qua ſitę ſunt b c & b e, eritq; per 3 huius cõmunis earũ ſectio linea recta, & ipſa ſit b f. Quia igitur ex prœmiſſa, linea a b eſt perpẽdicularis ad ſuperficiẽ duarũ linearũ b c & b e, ſequitur ex diffinitione ut ipſa ſit perpẽdicularis ad lineã b f, quare angulus a b f, eſt rectus. Cũq; etiã angulus a b d ſit rectus ex hypotheſi, ſequit impoſsibile: uidelicet partẽ ſuo toti eſſe æqualẽ.



Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

Si recta linea trib. rectis lineis ſe adinuicẽ tãgẽtib. ad angulos rectos in cõmuni cõtactu extiterit, ipſæ tres rectæ lineæ in uno ſunt plano.

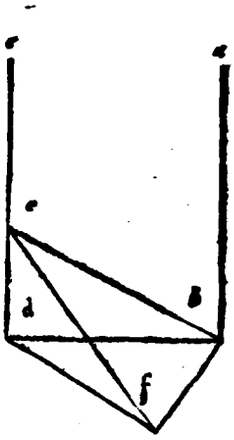
THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædã α β, tribus rectis lineis β γ, β δ, β ε, ad rectos angulos cõmuni contactu β conſtituatur. Dico quòd ipſæ β γ, β δ, β ε, in uno ſunt plano. Nõ enim, ſed ſi poßibile eſt, ſint ipſæ quidẽ β δ, β ε, in ſubiecto plano ipſa autẽ β γ in ſublimi, protendaturq; per ipſas α β, β γ, planũ. Cõmunẽ ſectionẽ, inquã, faciet in ſubiecto plano, & rectã efficiet lineã (per 3 undecimi) β ζ. In uno igitur ſunt plano deducto per ipſas α β, β γ, ipſæ tres rectæ lineæ α β, β γ, β ζ. Et quoniã α β recta eſt ad utrãq; ipſarũ β δ, β ε, & ei igitur quod per β δ, β ε, plano recta eſt ipſa α β. Subiectũ autẽ planũ eſt quod per β δ, β ε. Ipſa igitur α β, recta eſt ad ſubiectũ planũ, quare (per 1 diffinitionẽ undecimi) ad omnes eã tangẽtes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtẽtes, rectos efficit angulos ipſa α β. Tangit autẽ ipſam β ζ exiſtens in ſubiecto plano. Angulus igitur qui ſub α β ζ, rectus eſt. Supponitur autem qui ſub α β γ, rectus æqualis igitur eſt & qui ſub α β ζ, angulus ei qui ſub α β γ, & in uno ſunt plano. Quod eſt impoßibile. Ipſa igitur β γ recta linea in altiori plano non eſt. Tres igitur rectæ lineæ β γ, β δ, β ε, in uno ſunt plano (per 2 undecimi) Si recta linea igitur tribus rectis lineis ſeſe adinuicẽ tangentibus in cõtactu ad rectos angulos extiterit, ipſæ tres rectæ lineæ in uno ſunt plano: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 6.

Si fuerint duæ lineę ſuper unam ſuperficiem perpendiculares, eas æquidiſtantes eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint duę lineę a b & c d, perpẽdiculares ad unam ſuperficiem. Dico eas eſſe æquidiſtãtes. Protrahatur enim linea b d, eruntq; ex diffinitione, duo anguli a b d & c d b, recti. Si igitur duæ lineæ a b & c d ſint in ſuperficie una, ipſæ ſunt æquidiſtantes per ſecundam partem 28 primi. Ipſas autem eſſe in ſuperficie una ſic collige. A punctο b ſuper lineam b d, in plano cui perpẽdiculariter inſiſtunt a b & c d, protrahe orthogonaliter lineam b f, & ex linea c d, ſume d e æqualem b f, & protrahe lineas e b & e f. Erunt igitur duo latera e d & d b, trianguli e d b, æqualia duobus lateribus f b & d b trianguli f b d, & angulus e d b æqualis angulo f b d, cum uterq; ſit rectus, itaq; per 4 primi linea b e, eſt æqualis lineę d f. Itemq; cum duo latera e b & b f trianguli e b f ſint æqualia duobus lateribus f d & d e trianguli f d e, & baſis e f communis, erit (per 8 primi) angulus e b f æqualis angulo f d e. Quia igitur angulus f d e eſt rectus ex diffinitione, erit etiam angulus e b f rectus: itaq; linea f b, perpendiculariter eſt erecta ſuper communem terminum trium linearum b a, b d, b e, ſe contingentium angulariter in punctο b, quare per præmiſſam ipſę ſunt in ſuperficie una. Cum igitur ex ſecunda parte ſecundæ huius linea c d ſit in eadem ſuperficie cum utraq; linearum e b & b d, ſequitur a b & c d eſſe in ſuperficie una: conſtat ergo propoſitum.



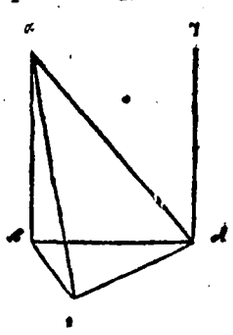
Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 6.

Si binę rectæ lineæ in eodem plano ad angulos rectos fuerint, parallelæ erunt ipſæ rectæ lineæ.

THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ α β, γ δ, ſubiecto cuidam plano ſint ad angulos rectos. Dico quòd parallelus eſt α β, ipſi γ δ. Concurrant enim in ſignis ſubiecto plano β δ, connectanturq; β δ. Et (per 11 primi) ipſi β δ ad angulos rectos in ſubiecto plano excitetur δ ε, ponaturq; (per 2 primi) ipſi α β æqualis δ ε, cõnectanturq; β ε, α ε, α δ. Et quoniã recta α β linea eſt ad ſubiectũ planũ, et ad omnes igitur eam*

tangentes

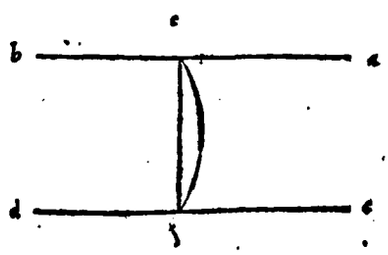
tangentes rectas lineas (per 2 diffinitionē undecimi) & in ſubiecto plano exiſtentes, rectos efficiet angulos ipſa α β. Tangit autē ipſam α β, utraq; ipſarū β Δ, β ε, exiſtēs in ſubiecto plano, rectus igitur eſt uterq; ipſorū angulorū α β Δ, α β ε, id propterea etiā uterq; ipſorū γ Δ β, γ Δ ε, rectus eſt. Et quoniā α β ipſi Δ ε eſt æqualis, cōmunis autē β Δ, duæ igitur α β, β Δ duabus ε Δ, Δ β, ſunt æquales, & rectos cōprehendūt angulos: baſis igitur α Δ (per 4 primi) baſi β ε eſt æqualis. Et quoniā æqualis eſt α β ipſi Δ ε, ſed & α Δ ipſi β ε, duæ igitur α β, β ε, duabus ε Δ, Δ α, ſunt æquales, et ipſorū cōmunis baſis eſt α ε, angulus igitur qui ſub α β ε, (per 8 primi) angulo qui ſub ε Δ α, eſt æqualis: rectus autē qui ſub α β ε, rectus igitur et qui ſub ε Δ α. Igitur ε Δ, ad ipſam Δ α, recta eſt: eſt autē & ad utranq; ipſarū β Δ, Δ γ, recta. Igitur ε Δ, tribus rectis lineis β Δ, Δ α, Δ γ, ad angulos rectos in cōtactu ſtetit. Igitur ipſæ tres rectæ lineæ β Δ, Δ α, Δ γ (per 5 decimi) in uno ſunt plano, & in quo ſunt ipſæ β Δ, Δ α, in eodē & α β: omne enim triāgulū in uno eſt plano (per 2 undecimi) Ipſæ igitur α β, β Δ, Δ γ, rectæ lineæ, in uno ſunt plano. Et uterq; ipſorū α β Δ, β Δ γ, angulorum, rectus eſt: parallelus igitur eſt, α β, ipſi γ Δ (p 28 primi) Si duæ igitur rectæ lineæ eidē plano ad angulos fuerint rectos, parallelæ erūt ipſæ rectæ lineæ: quod erat oſtendendū. Euclid. ex Camp.



Propoſitio 7.

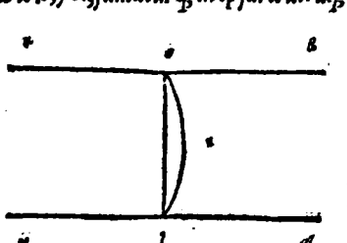
7 SI in duabus lineis æquidiſtātibus, duobus pūctis ſignatis, ab altero ad alterū recta linea ducatur, in qua ſuperficie illæ duę lineæ ſitæ ſunt, eam quoq; in eandem ſitam eſſe neceſſariò cōprobatur.

CAMPANVS. Sint duę lineę a b & c d æquidiſtātes, de quibus cōſtat per diffinitionē quòd ipſæ ſunt in ſuperficie una, in eis autē ſignētur duo pūcta e & f, & producatur linea recta e f. Dico itaq; lineā e f, eſſe ſitā in ſuperficie linearū a b & c d. Sin autē ſit e f in alia ſuperficie ut in ſublimi, depēdēs quoq; ſuperficies ſi protrahatur, ſecabit neceſſariò ſuperficiē in qua ſitæ ſunt duę lineæ a b & c d, eritq; per 3 huius, cōmunis ſectio earū, linea recta eiſdem pūctis terminata. Quod eſt impoſsibile, ſic enim duæ rectæ lineæ concluderent ſuperficiem.



Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 7.

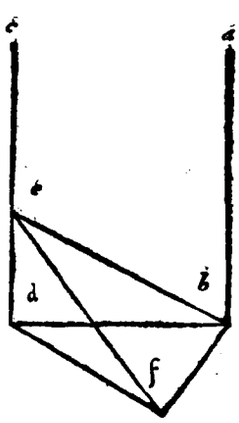
7 Si fuerint binę rectę lineę parallelę, aſſumantq; in ipſarū utraq; cōtingētia ſigna, ad ipſa ſigna cōnexa recta linea in eodē eſt plano cū ipſis parallelis. THEON ex Zāb. Sint binæ rectæ lineæ parallelæ α β, γ Δ, ſumāturq; in ipſarū utraq; utcūq; ſigna ε ζ. Dico q; ad ipſa ε ζ ſigna * adiecta recta linea, in eodē eſt plano cū ipſis parallelis Nō enim, ſed ſi poſsibile eſto in ſublimi ori ſicut ε η ζ, η excitetur q; per ε η ζ planū, ſectionē iā faciet in ſuppoſito plano rectā lineā, efficiat (p 3 undecimi) ε ζ. Binæ igitur rectæ lineæ ε η ζ, ε ζ, areolā cōprehēdūt. Quod eſt impoſsibile (p ultimā cōmunē ſentētiā) Igitur quæ ex ε in ζ adiecta recta linea, in ſublimiori plano non eſt. In eo igitur (in quo & α β & γ Δ parallelæ) eſt plano, quæ ex ε in ζ adiūcta eſt recta linea. Si fuerint igitur binæ rectæ lineæ parallelæ, aſſumāturq; in ipſarū utraq; utcūq; ſigna, ad ipſa ſigna adiecta recta linea, in eodē eſt cū ipſis parallelis plano: quod oſtēdere oportebat. Euclid. ex Camp.



ἐπιζευγνυμένη

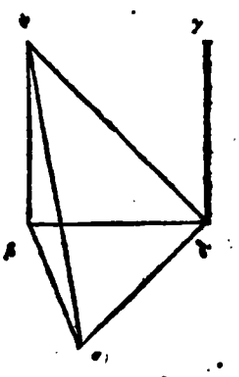
Propoſitio 8.

8 SI in idē planū duę rectę lineę æquidiſtāter erigant, altera uerò earū orthogonaliter ſiſtat, reliquā quoq; idē planū perpendiculārē eſſe cōueniet. CAMPANVS. Hæc eſt quaſi cōuerſa ſextę. Sint enim duæ lineę a b & c d æquidiſtātes, & ſit earum altera ut c d erecta perpēdiculariter ſuper ſuperficiē quālibet. dico reliquā earū quæ eſt a b, eſſe perpendiculārē ad eandē ſuperficiē. Fiat enim prorſus eadē diſpoſitio quæ in ſexta, eritq; ut ibi uterq; duorū angulorū f b e, & f d e, rectus: primus quidem per poſitionē, ſecundus autem, per 8 primi, quare per 4 huius, linea f b, eſt perpendiculariter erecta ſuper ſuperficiem in qua ſunt duæ lineæ b d & b e. Cumq; per præmiſſam duæ lineæ a b & c d ſint in eadē ſuperficie cum



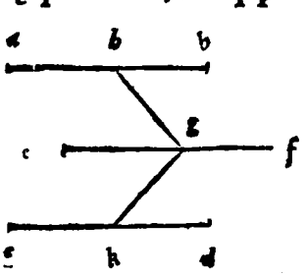
duabus lineis b d & b e, sequitur lineã f b esse perpẽdiculariter erectã supra superficiẽ in qua est linea b a. A' diffinitione igitur erit angulus f b a, rectus. Et quia etiã angulus d b a est rectus per ultimã partẽ 29 primi, seqtur per 4 huius, lineã a b esse ꝓpẽdicularẽ ad superficiẽ in qua sitæ sunt duæ lineæ b d & b f: quare cõstat propositum. *Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 8.*

Si fuerint binę rectę lineæ parallelæ, altera aũt ipsarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua eidẽ plano ad ãgulos rectos erit. 8



THEON ex Zãb. *Sint binæ rectæ lineæ parallelæ α β, γ δ, altera autẽ ipsarũ, hoc est α β, in subiecto plano ad angulos sit rectos. Dico q; reliqua γ δ, eidem plano ad angulos rectos erit. Cõcurrãt enim ipsæ α 6, γ δ, in subiecto plano in signis β δ, cõnectãturq; (per 1 postulatum) β δ. Igitur ipsæ α β, γ δ, β δ, in uno sunt plano. Excitenturq; (per 11 primi) ipsi β δ ad angulos rectos in subiecto plano δ ε ponanturq; (per 2 primi) ipsi α β æqualis δ ε, cõnectanturq; β ε, α δ. Et quoniã α 6 recta est ad subiectũ planũ, et ad omnes igitur eã tãgẽtes rectas lineas & in subiecto plano existentes (per 2 undecimi diffinitionẽ) recta est ipsa α β. Igitur uterq; ipsorũ α β δ, α β ε, angulorũ rectus est. Et quoniã in parallelos α β, γ δ, recta linea incidit β δ, igitur ipsi anguli α β δ, γ δ β, duobus rectis sunt æquales (per 29 primi) rectus autẽ est qui sub α β δ, rectus igitur & qui sub γ δ β, igitur γ δ, ad β δ recta est. Et quoniã α β ipsi δ ε est æqualis, cõmunis aũt β δ, duæ igitur α β, β δ, duabus ε δ, δ β, sunt æquales, & angulus qui sub α β δ, angulo qui sub ε δ α est æqualis, rectus enim uterq;: basis igitur α δ (per 4 primi) basi β ε est æqualis. Et quoniã α β ipsi δ ε est æqualis, et β ε ipsi α δ, binæ igitur α β, β ε, sunt æquales altera alteri, & cõmunis ipsarũ basis α ε. Angulus igitur q sub α β ε, angulo qui sub ε δ α est æqualis (per 8 primi) Rectus aũt est qui sub α β ε, rectus igitur & qui sub ε δ α. Igitur ε δ, ad α δ recta est, sed recta est etiã ad ipsam δ β, igitur ε δ, ad id quod per β δ, δ α, planũ recta est: & ad omnes igitur eã tãgentes rectas lineas & existentes in eo quod per β δ, α β, plano rectos efficiet angulos ipsa ε δ (per 2 undecimi diffinitionẽ) In eo aũt quod per β δ, δ α, plano est ipsa δ γ. Quoniam igitur in eo quod per β δ, δ α, plano sunt ipsæ α 6, β δ, in quo autẽ ipsæ α β, β δ, in eodem est & δ ε, igitur ε δ ipsi δ γ ad angulos est rectos. Quare & γ δ, ipsi δ ε ad rectos angulos est. Est aũt & γ δ ipsi δ β ad angulos rectos. Igitur ipsa γ δ, duabus rectis lineis se adinuicẽ dispescẽtibus δ ε, δ β, ab ipsa δ sectione ad angulos rectos stetit. Quare ipsa γ δ, in eo quod per δ ε, δ β, plano ad angulos rectos est (per 4 undecimi) Subiectũ autẽ planũ est, quod per δ ε, δ β. Igitur ipsa γ δ in subiecto plano ad angulos est rectos. Si igitur fuerint duæ rectæ lineæ parallelæ, altera aũt ipsarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua eidem plano ad angulos rectos erit: quod ostẽdisse oportuit.* *Euclid. ex Camp. Propositio 9.* 9

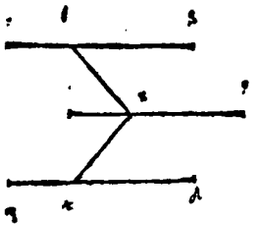
Si duę lineę uni nõ in una superficie ęquidistãt, eas ꝙq; sibi inuicem æquidistare necesse est.



CAM. *Sit utraq; duarũ linearũ a b & c d æquidistãs lineæ e f, nec sint oẽs in superficie una. Dico ꝙ eædẽ quoq; sibi inuicẽ sunt ęquidistãtes. De ijs quidẽ quæ sunt oẽs in superficie una, probatum est per 30 primi. At uerò de ijs quę in una superficie nõ sunt, ut est hic e f quę intelligaẽ surſum erecta in ſublimi, restat hoc loco probãdũ. Signeẽ itaq; in ea pũctus g, à quo educãtur duæ perpẽdiculares ad duas lineas a b & c d quę sint g h & g k, eritque per 4 huius linea e f, perpẽdicularis ad superficiẽ, uidelicet illã in qua sunt sitæ duæ lineæ g h & g k. Itaq; per præmissã bis assumptã utraq; illarum duarũ linearũ a b & c d, perpẽdicularis est ad eandẽ superficiẽ uidelicet ad illam in qua sitæ sunt dictæ duę lineæ g h & g k, per 6 huius, igitur ipsæ sunt sibi inuicem æquidistantes: quod est propositum.*

Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 9. 9

Quę eidẽ rectę lineę parallelæ nec eidẽ in eodẽ existentes plano, adinuicem sunt parallelæ,

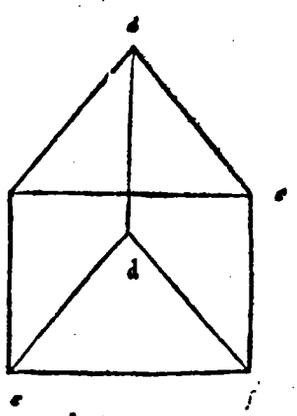


THEON ex Zãb. *Sit enim utraq; ipsarũ α β, γ δ, ipsi ε ζ parallelus nõ existẽs eidẽ in eodẽ plano. Dico q; parallelus est α β ipsi γ δ. Sumatur enim in ipsa ε ζ, utcũq; signũ η. Et ab ipso η, ipsi ε ζ, in eo quod per ε ζ, α β, plano ad angulos rectos excitetur η θ (per 11 primi) in eo autẽ quod per ζ ε, γ δ, ipsi ε ζ rursus ad angulos excitetur rectos η κ. Et quoniã ε ζ ad utrãq; ipsarũ η θ, η κ, recta est, igitur (p 4 undecimi) ε ζ, ad id quod per η θ, η κ, planũ ad angulos est rectos, et ε ζ ipsi α β parallelus est, et α β igitur ei quod per η θ, η κ, plano ad angulos est rectos. Et id propterea ipsa γ δ, ei quod*

δ,ei quod per ν θ,ξ ν,plano ad ęngulos eſt rectos. Vtraq; igitur ipſarũ α β,γ δ,ei quod per ν θ,ξ ν, plano ad angulos eſt rectos. Si autẽ binæ rectæ lineæ eidem plano ad rectos fuerint angulos, parallelæ erunt ipſæ rectæ lineæ (per 6 undecimi) Parallelus igitur eſt α β,γ δ: quod erat demonſtrandum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

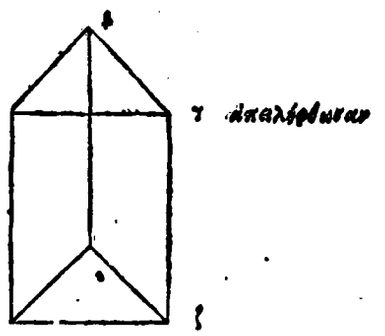
10 SI duæ lineæ ſe angulariter contingẽtes, duabus alijs ſe cõtingentibus eis oppoſitis æquidiſtãtes fuerint, nõ autẽ in ſuperficie una, qui ab eis fiunt duo anguli æqui ſibi inuicem eſſe comprobantur.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & a c, ſe angulariter cõtingentes in puncto a, æquidiſtantes alijs duabus quæ ſunt d e & d f ſe quoq; angulariter contingentibus in pũcto d, nec ſint cũ eis in ſuperficie una. Dico angulũ a eſſe æqualem angulo d. Eſto enim linea d c æqualis lineæ a b, cui ipſa poſita eſt eſſe æquidiſtãs, & d f ęqualis a c, cui etiã ipſa ęquidiſtare ponit, & ducantur lineæ d a & e b & f c, eritq; ex 33 primi bis aſſumpta, utraq; duarũ linearũ b e & e f, ęqualis & æquidiſtãs lineæ a d: per conceptionem igitur & præmiſſam, eædem ſunt æquales & ęquidiſtantes ſibi inuicem, et itaq; per 33 primi denuò repetitam duæ lineæ b c & e f, ſunt etiam ęquales & æquidiſtantes. Igitur per 8 primi conſtat propoſitum.

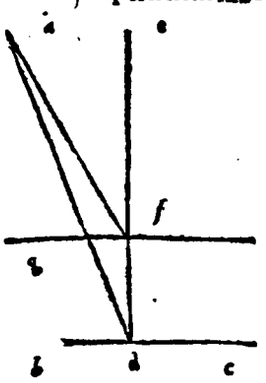
Euclid. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 10.*

10 Si binæ rectæ lineæ ſeſe inuicẽ tangentes, ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangentes parallelæ, in eodem non fuerint plano, æquales angulos comprehendent.



THEON ex Zamb. Binæ, inquam, rectæ lineæ ſeſe inuicem tangentes α β, β γ, ad binas rectas lineas δ ε, ε ζ, ſeſe inuicem tangentes parallelæ ſint non tamẽ in eodẽ plano. Dico q, angulus qui ſub α β γ, æquus eſt angulo δ ε ζ. Suſcipiantur enim ipſæ ſ α, β γ, ε δ, ε ζ ſibi inuicem æquales, cõnectãturq; α δ, γ ζ, β ε, α γ, δ ζ. Et quoniã β α ipſi ε δ æqualis & parallelus eſt, et α δ igitur ipſi β ε, æqualis & parallelus eſt. Idq; propterea ipſa γ ζ, ipſi β ε eſt æqualis & parallelus. Vtraque igitur ipſarum α δ, γ ζ, ipſi ε ζ eſt æqualis & parallelus (per 33 primi) Quæ autem eidem rectæ lineæ parallelæ, & in eodem plano non exiſtentes, & adinuicem ſunt parallelæ (per 9 undecimi) parallelus igitur eſt α δ ipſi γ ζ, & æquales eidem. Et ipſas connectunt, ipſæ α γ, δ ζ. Igitur (per 33 primi) & α γ ipſi δ ζ eſt æqualis, & parallelus. Et quoniam binæ α β, β γ, duabus δ ε, ε ζ, ſunt æquales, & baſis etiã α γ baſi δ ζ eſt æqualis, angulus igitur qui ſub α β γ (per 8 primi) angulo qui ſub δ ε ζ eſt æqualis. Si igitur duæ rectæ lineæ inuicẽ ſeſe tãgentes, fuerint ad binas rectas lineas inuicẽ ſeſe tãgentes parallelæ, nõ in eodẽ plano, æquos angulos cõprehẽdunt: quod erat oſtendendũ. Euclid. ex Camp. Prop. 11.

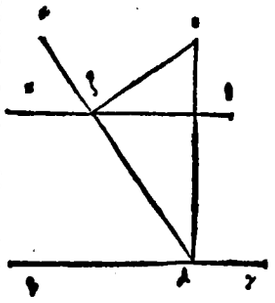
11 PVncto in aere aſsignato, ab eo ad datã ſuperficiẽ perpẽdicularẽ ducere. CAMP. Sit pũctus a, ſurſum in aere, à quo uolumus ad ſuperficiem ſubiacentem, perpendicularem ducere. Ducatur igitur in plano illo linea b c utcunq; cõtigerit, ad quã ab ipſo puncto a ducatur perpẽdicularis a d, ſecundum doctrinã 12 primi. Rurſusq; à puncto d, in plano illo ad quod ducenda eſt perpendicularis à puncto a, extrahatur linea d e quæ ſit perpendicularis ad lineã b c, ut docet 11 primi. Ad hanc quoq; lineam d e, ducatur alia linea perpẽdicularis à puncto a, quæ ſit a f. Hãc dico eſſe eã quã intendimus. Sit enim linea f g æquidiſtãs lineæ b c. Et quia uterq; duorũ angulorũ b d a & b d f, eſt rectus, erit ex 4. huius, linea b d perpendicularis ad ſuperficiẽ in qua eſt triangulus a d f, ideoq; etiã per 8 huius erit linea g f perpendicularis ad eãdem ſuperficiẽ. Igitur à diffinitione erit angulus g f a, rectus. Cũq; etiã angulus d f a, ſit rectus, ſequitur ex 4 huius, lineã a f eſſe perpendicularem ad ſuperficiem in qua ſunt duæ lineæ d f & f g: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 1.* *Propoſitio 11.*

12 A dato ſigno in ſublimi, ad ſubiectũ planũ ppẽdicularẽ lineã ducere.

THEON ex Zamb. *Sit datum quidē ſignū in ſublimi α, datū autē planum ſuppoſitum. Oportet iam ab ipſo α ſigno, in ſubiectū planū perpendicularem rectā lineā ducere.* * *Extēdatur enim quædam in ſubiecto plano recta linea utcunq; ſitq; ſ γ, excitetuŕq; (per 12 primi) ab ipſo α ſigno, in ipſam β γ, perpendicularis α δ. Si igitur α δ perpendicularis eſt ad ſubiectum planū factum iam eſt quod quæritur. Si autē non, excitetur (per 11 primi) ab ipſo δ ſigno ipſi ζ in γ in ſubiecto plano ad angulos rectos δ ε. Excitetuŕq; (per 11 primi) ab ipſo α, in ipſam δ ε, perpendicularis α ζ, et per ζ ſignū ipſi ζ γ parallelus excitetur (per 31 primi) ζ θ. Et quoniā ζ γ utriq; ipſarum δ α, δ ε, ad angulos eſt rectos, igitur (per 4 undecimi) β γ ad id quod per ε δ α planū ad angulos eſt rectos. Et ei parallelus eſt ν θ. Si autem fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, altera uerò ipſarum plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua ad idem planum ad angulos erit rectos (per 8 undecimi) linea igitur ν θ ei quod per ε δ, ζ α, plano ad angulos eſt rectos, & ad omnes rectas lineas eā tangentes, & in eo quod per ε δ, ζ α, plano exiſtentes, ipſa ν θ recta eſt (per conuerſionem diffinitionis 2 undecimi.) Tangit autem ipſam, ipſa α ζ exiſtēs in eo quod per ε δ, δ α, plano. Igitur ν θ, ad ipſam ζ α recta eſt (per 2 undecimi.) Quare & ζ α, recta eſt ad ipſam ν θ. Eſt autem & α ζ ad ipſam δ ε recta, igitur α ζ utrāq; ipſarum θ ν, δ ε, recta eſt. Si autem recta linea (per 4 undecimi) duabus rectis lineis inuicem ſe tangentibus in cōtactu ad angulos rectos ſteterit, & ad id quod per ipſa planū ad angulos rectos erit. Igitur ζ α ad id quod ſub ε δ, ν θ, planū ad angulos rectos eſt. Quod autē per ε δ, ν θ, planū eſt ſubiectū. Ipſa igitur α ζ, ipſi ſubiecto plano ad angulos rectos eſt. A dato igitur ſigno in ſublimi α, in ſubiectum planum perpendicularis recta linea acta eſt: quod facere oportebat.* Euclid. ex Camp. Propoſitio 11.

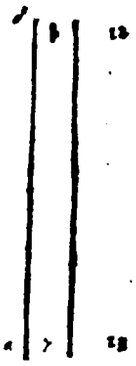


VPerficie propoſita, punctóq; in ea aſsignato, ab eo puncto ad datā ſuperficiem, lineam orthogonaliter erigere. 12

CAMP. Cum à puncto quolibet in ſuperficie propoſita aſsignato, perpendicularem educere libuerit, à quolibet puncto ſurſum in aere ad libitū poſito ad eandē ſuperficiē perpendicularē (quemadmodum præmiſſa docuit) demitte, quę ſi in aſsignatum punctum ceciderit, ipſa eſt quam quęris. Sin autem, ab ipſa aſsignato puncto ad demiſſam perpendicularem, æquidiſtantem ducito, eamq; per 5 huius probabis eſſe quam quæris.

Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 12.

Ad datū planū, à dato in eo ſigno, ad angulos rectos rectā lineā cōſtituere. 13



THEON ex Zāb. *Sit datū planū ſuppoſitū, ſignum autē in eo ſit α. Oportet ab ipſo α ſigno, ipſi ſuppoſito plano ad angulos rectos rectam lineam conſtituere. Intelligitur ſignum quoddam in ſublimi, ſitq; β, & ab ipſo β (per 11 undecimi) ad ſubiectum planum perpendicularis excitetur β γ, excitetuŕq; (per 11 primi) ab ipſo α ſigno, ad angulos rectos α δ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ parallelæ ſunt α δ, γ β, altera autem ipſarum β γ ad ſubiectum planum ad rectos eſt angulos, reliqua igitur α δ ad ſubiectum ad angulos eſt rectos (per 8 undecimi:) ad datū igitur planū, à ſigno in eo dato α, ad rectos angulos cōſtituta eſt α δ. Quod facere oportebat.* Euclid. ex Camp. Propoſitio 13.

DVas lineas ſuper punctum unum ad ſuperficiem unam orthogonaliter inſiſtere, impoſsibile eſt. 13

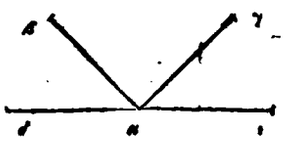
CAMPANVS. Si enim poſsibile eſt ut duę lineæ uni eidemq; ſuperficiei ſuper punctum unum perpendiculariter inſiſtant, ſuperficies in qua ipſæ perpendiculares ſitæ ſunt intelligatur produci quoſcq; ſecet in ſuperficiē, cui dictæ lineę perpendiculariter inſiſtunt, eritq; per 3 huius, communis earum ſectio linea recta. Et quia ex diffinitione utraq; illarum duarū perpendicularium cum cōmuni ſectione continet angulum rectum, ſequitur ut angulus rectus ſit pars anguli recti. Quod eſt impoſsibile. Quemadmodum autem de mōſtratum eſt impoſsibile eſſe ab uno eodēq; puncto extra ſuperficiē duas lineas ſuper punctū unum ad eandē ſuperficiē eſſe perpendiculares, ita etiā demonſtrabimus impoſsibile eſſe duas lineas ab uno eodēq; puncto extra ſuperficiē ſignato ad eandē ſuperficiē protractas ad ipſam eſſe perpendiculares. Si enim hoc fuerit, ipſæ erunt æquidiſtantes ex 6 huius. Quod eſt impoſsibile ex diffinitione linearū æquidiſtantiū. Cōſtat igitur ex hac, quòd ſi aliqua ſupefircies plana aliam planam ſuperficiem orthogonaliter ſecet, & ab aliquo puncto ſecantis ſuperficiei ad ſuperficiē ſectam perpendicularis ducatur, in communi earum ſectione eam cadere neceſſe eſt. Alioqui ab eodem puncto ſecantis ſuperficiei ad communem earum ſectionem perpendicularis protrahatur, docet 12 primi, & à puncto in quo incidit cum communi ſectione, alia perpendicularis ad eandem communem ſectionem in ſuperficie ſecta educatur, ut docet 11 primi. Eritq; ex diffinitione ſuperficiei ſuper aliam ſuperficiem orthogonaliter erectæ angulus quem cōtinent hæ duæ lineæ perpendiculares, rectus: quare per 4 huius prima harum duarum perpendicularium,

etiam

etiam eſt perpendicularis ad ſuperficiē ſectā. Ergo ab uno pūcto protractæ ſunt duæ lineæ perpendiculares ad eādem ſuperficiē, quod eſt impoſsibile, relinquitur itaq; propoſitum noſtrum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 11. *Propoſitio* 13.

13 Ab eodem ſigno, ad idem planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non conſtituentur ad eaſdem partes.



διήχθω

THEON *ex Zamb.* *Si enim poßibile, ab eodem ſigno α, ad idem planū binæ rectæ lineæ α β, α γ, ad angulos rectos conſtituantur ad eaſdem partes.* * *Extēdaturq; per β α, α γ, planū. Quod iā efficiet ſectionem per α in ſubiecto plano lineā rectā, efficiat lineā δ α ε. Ipſæ igitur α β, α γ, δ α ε, in uno ſunt plano (per* 3 *undecimi). Et quoniā γ α ad ſubiectū planū ad angulos rectos eſt, & ad omnes igitur rectas lineas eam tangētes & in ſubiecto plano exiſtentes, rectos efficiet angulos (per* 2 *undecimi diffinitionem) ipſam autem tangit δ α ε in ſubiecto exiſtens plano. Igitur angulus qui ſub γ α ε, rectus eſt, & id propterea angulus qui ſub β α ε, rectus eſt. Aequalis igitur eſt angulus qui ſub γ α ε ei qui ſub β α ε, & in uno ſunt plano. Quod eſt impoßibile. Ab eodē igitur ſigno, ad idem planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non conſtituentur ad eaſdem partes: quod oportuit demonſtraße.* *Euclid. ex Camp.* *Propoſitio* 14.

14 SI linea una ſuper duas ſuperficies aſsignatas orthogonaliter inſiſtat, illæ duę ſuperficies ſi etiā in infinitū in quamcunq; partem protrahantur, nunquam concurrent.

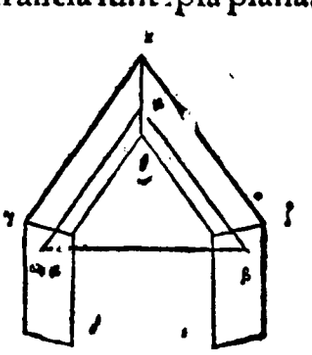
CAMPANVS. Poſita enim una linea duabus ſuperficiebus orthogonaliter inſiſtere, ſi impoſsibile eſt ſuperficies illas cōcurrere, in earum cōmuni ſectione, quæ per 3 huius erit linea recta, punctus quocūq; modo ſignetur, à quo duæ lineæ in illis duab. ſuperficiebus ad lineam illam quæ ipſis perpendiculariter ſuperſtat protrahatur, erit conſtitutus triangulorum ex his duabus lineis & perpendiculari. Huius itaq; trianguli uterq; duorum angulorum qui ſuper perpendicularē conſiſtunt, eſt rectus, ut patet ex diffinitione lineæ ſuper ſuperficiem perpendiculariter ſtantis, hoc autē eſt impoſsibile per 32 primi. Ecōuerſoquoq;, uidelicet.

Si ſuper duas ſupficies æquidiſtātes linea recta ceciderit, q̄ ad alterā earū perpēdicularis ſit, ipſa quoq; perpēdicularis erit ad reliquā.

Poſitis enim duabus ſuperficiebus æquidiſtantibus, intelligatur linea recta ambas penetrās quę alteri earū perpendiculariter ſuperſtat. Dico quòd eadē linea reliquę ſuperficici perpēdiculariter ſuperſtat. Sit enim ſuperficies una ſecās poſitas ſuperficies æquidiſtātes, ſuper lineā eas penetrantē, eritq; cōmunis ſectio huius ſuperficiei ſecantis & alterius ſectarū uidelicet illius cui linea penetrans ponitur perpendiculariter inſiſtere, continens angulū rectum cū ipſa linea penetrāte ex diffinitione lineæ perpendicularis ad ſuperficiē. Si igitur alia cōmunis ſectio ipſius ſuperficiei ſecātis & reliquæ duarū ſectarū cū eadem linea penetrāte nō contineat angulū rectū, erit ex ultima petitione primi, ut illæ duæ cōmunes ſectiones in alterutrā partē protractę neceſſariò cōcurrāt, quare & ſuperficies quę poſitæ ſunt æquidiſtātes neceſſariò cōcurrēt. Et quia hoc eſt impoſsibile, erit ille angulus rectus. Eodēq; modo erit de qualibet alia ſuperficie eaſdē ſuperficies æquidiſtātes ſecāte ſuper eandē lineā, igitur ex quarta huius & ex iſta 14, cōſtat uerū eſſe q̄d diximus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 12. *Propoſitio* 15.

14 Ad quæ plana eadem recta linea recta eſt, parallela ſunt ipſa plana.



ἐκβαλλόμενα

THEON *ex Zāb.* *Recta enim quædā linea α β, ad utrūq; γ δ, ε ζ, planorū, eſto ad angulos rectos. Dico q̄ parallela ſunt ipſa plana. Si aūt nō, extēſa cōcurrūt. Cōcurrāt. Efficiēt iā cōmunē ſectionē lineā rectā, efficiat η θ (per* 3 *undecimi) aſſumaturq; in ipſa η θ, utcūq; ſignū η cōnectāturq; α η, β η. Et quoniā α β recta eſt ad ipſum ε ζ planū, & ad ipſam igitur θ η rectā lineā exiſtentē in ipſo ε ζ extenſo plano, recta eſt ipſa α β. Igitur angulus qui ſub α θ η, rectus eſt. Et id propterea etiam angulus qui ſub β α η, rectus eſt. Trianguli igitur α β η, anguli qui ſub α β η, β α η, duob. rectis ſunt æquales. Quod eſt impoßibile (per* 17 *primi). Igitur ipſa γ δ, ε ζ, plana, extēſa nō cōcurrūt, parallela igitur ſunt ipſa γ δ, ε ζ, plana. Plana igitur ad quæ eadem recta linea recta eſt, parallela ſunt: quod oportebat oſtendere.*

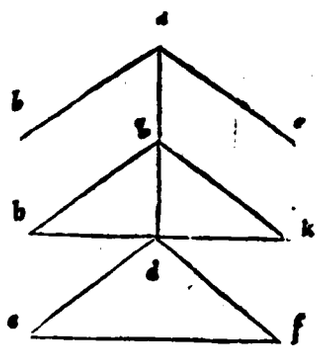
Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 15.

15 SI fuerint duę lineę ſe cōtingētes angulariter, æquidiſtātes aliis duabus ſe cōtingētibus, nō autē in ſuperficie una, ab

eiſdem

eiſdem lineis contentæ duæ ſuperficies in nulla parte quantumcunque producantur, poſſunt concurrere.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & a c, ſe angulariter contingentes in puncto a, æquidiſtantes duabus lineis d e & d f, ſe angulariter contingentibus in puncto d, & non ſint in ſuperficie una, dico earum ſuperficies in quamcunq; partem & quantumcunq; protrahantur, nunquam concurrere. Protrahatur etenim à puncto d, prout docet 5 huius, perpendicularis ad ſuperficiem duarũ linearũ a b & a c, ſitq; d g, & à puncto g, ducatur g h æquidiſtans a b, & g k, ęquidiſtãs a c, eritq; ex diffinitione uterq; duorum angulorũ d g h, d g k, rectus et per 9 erit linea d f æquidiſtans lineæ g k, & linea d e æquidiſtans lineę g h, quare per ultimam partẽ 29 primi, uterq; duorum angulorum e d g, f d g erit rectus, ideoq; per 4 huius linea d g, erit perpendicularis ad ſuperficiem duarum linearũ d e & d f. Cumq; ipſa eadem ſit etiam ex hypotheſi perpendicularis ad ſuperficiem duarum linearum a b & a c, ex præmiſſa liquet quod eſt propoſitum.



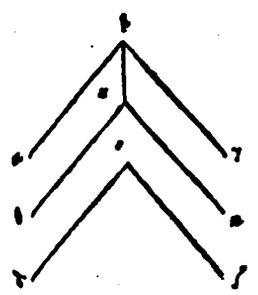
Euclid. ex Zamb. *Theorema* 13. *Propoſitio* 15.

Si binæ rectæ lineę ſeinuicem tangẽtes ad binas rectas lineas ſeinuicem tangentes fuerint parallelæ, non tamen in eodem plano exiſtentes, parallela ſunt quę per ipſas plana. 15

THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ ſeſe inuicem tangentes α β, β γ, ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangẽtes δ ε, ε ζ, ſint parallelæ, ſed non in eodem exiſtentes plano. Dico quòd * educta quæ per α β, β γ & δ ε, ε ζ, plana, non concurrunt adinuicẽ. Excitetur, inquam, (per 11 undecimi) ab ipſo β ſigno, in id quod per δ ε, ε ζ, planum perpendicularis β η, & * extendatur in planũ per η ſignum. Et per η, ipſi quidẽ ε δ parallelus excitetur (per 31 primi) η θ, ipſi autẽ ε ζ, ipſa η ι. Et quoniã β η ad id quod per δ ε, ε ζ, planũ recta eſt, & ad omnes igitur eam tangẽtes rectas lineas (per 2 undecimi diffinitionem) & in eodem quod per δ ε, ε ζ, plano exiſtentes, rectos efficiet angulos. Tangit autem ipſam utraq; ipſarũ η θ, η ι, exiſtens in eo quod per δ ε, ε ζ, plano, rectus igitur eſt (per 4 undecimi) uterq; ipſorum qui ſub β η θ, β η ι, angulorum. Et quoniam parallelus eſt β α ipſi η θ, ipſi igitur ſub η β α, β η γ, anguli (per 29 primi) duobus rectis ſunt æquales, ſed rectus eſt qui ſub β η θ, rectus igitur eſt qui ſub η β α, igitur ipſa η β, ipſi β α ad angulos rectos eſt. Id propterea etiam β η, ipſi β γ ad angulos rectus eſt. Quoniam igitur recta linea β η duabus rectis lineis β α, β γ, ſeſe inuicem tangentibus ad angulos rectos ſtetit, igitur (per 4 undecimi) β η, & ad id quod per β α, β γ, planum ad rectos angulos eſt. Eſt autem & ei quod per η θ, η ι, plano recta: quod uerò per η θ, η ι planum, id eſt quod per δ ε, ε ζ, ipſa igitur β η ei quod per δ ε, ε ζ, plano recta eſt. Igitur β η ad utrũq; eorum quæ per α β γ, δ ε ζ, planorum recta eſt. Plana autem ad quæ eadem recta linea recta eſt, parallela ſunt (per 14 undecimi) Parallelum igitur eſt quod per α β, β γ, planum, ad id quod per δ ε, ε ζ. Si binæ igitur rectæ lineæ ſeſe inuicem tangentes, ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangentes fuerint parallelæ, ſed non in eodem plano parallela ſunt quæ per ipſas plana: quod erat oſtendendum.*

διὰ παλλήλων ἐπιπέδων

συμπαλλήτω



Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 16.



I duas ſuperficies æquidiſtantes una ſuperficies ſecet, cõmunes earum ſectiones æquidiſtantes erunt. 16

CAMP. Conſtat equidẽ ex tertia, quod una ſuperficie quaſcũq; duas ſuperficies æquidiſtãtes ſecãte, cõmunes earũ ſectiones erunt duæ lineæ rectæ. Quæ cũ ſint ambæ ſitæ in ſuperficie ſecãte, ſi ipſę non fuerint æquidiſtantes, ponantur ad quodlibet unũ punctũ concurrere, erit itaq; ut unus atq; idẽ punctus ſit in utraq; illarũ duarũ ſectionũ communiũ. Cumq; una illarũ cõmunium ſectionũ ſit in una duarũ ſuperficierum ſectarũ & reliqua in altera, ſequitur ſuperficies illas quę poſitæ ſunt eſſe ęquidiſtãtes concurrere, hoc autem impoſsibile eſt. Erunt igitur communes earũ ſectiones æquidiſtantes, quod eſt propoſitũ.

CAMPANVS. Ex hac & præmiſſa potes elicere concluſionem unam ſimilem trigeſimę primi, uidelicet iſtam ipſam. Si fuerint duæ ſuperficies uni æquidiſtantes, ipſæ quoque erunt adinuicem æquidiſtantes. Poſitis enim tribus ſuperficiebus, quarum utraque duarum extremarum æquidiſtat mediæ, dico quòd neceſſe eſt ipſas extremas ęquidiſtare adinuicem. Secentur omnes illę tres ſuperficies duabus ſuperficiebus ſe quoque inuicem ſecãtibus, eruntq;

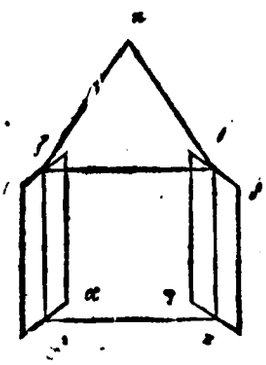
ex hac

ex hac 16 communes ſectiones duarum extremarum ſuperficierum, æquidiſtantes ſectionibus mediæ. Quare ex 30 primi ipſæ etiam ſectiones duarum extremarum ſuperficierum, erunt æquidiſtantes adinuicem. Et quia ipſæ cõtingunt ſe in communi ſectione duarum ſuperficierum tres poſitas ſuperficies ſecantium, ex præmiſſa euidenter conſtat quod diximus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 14. *Propoſitio* 16.

16 **Si bina plana parallela à plano aliquo diſſecta fuerint, communes ipſorum ſectiones parallelæ ſunt.**

THEON ex Zamb. *Bina, inquã, plana parallela α ζ, γ δ, à plano ε ζ η θ ſecentur, communes autẽ ipſorũ ſectiones, ſint ε ζ, η θ. Dico q; parallelus eſt ε ζ, ipſi η ε. Si autẽ nõ, productæ ipſæ ε ζ, η θ, uel ad partes ζ θ, uel ad ε η concurrunt. Producantur primum ad ζ θ partes, & concurrant in κ. Et quoniã ε ζ κ eſt in plano α β, & omnia igitur quæ in ipſa ε ζ ſigna in ipſo α β ſunt plano (per 2 undecimi) Vnũ autẽ eorũ quæ in ε ζ κ recta linea ſignorũ, eſt κ: igitur κ, in ipſo eſt α β plano, & id propterea etiam κ, in ipſo γ δ, eſt plano. Igitur α β, γ δ, plana, producta concurrunt. Nõ concurrunt autem per hypotheſin, quoniam parallela ſupponuntur. Ipſæ ε ζ, η θ, rectæ lineæ productæ ad partes ζ θ, non concurrunt. Similiter quoq; oſtendemus, quod ipſæ ε ζ, η θ, rectæ lineæ neq; ad partes ε η productæ concurrunt. Quæ autem in nulla parte concurrunt (per ultimam diffinitionem primi) parallelæ ſunt: parallelus igitur eſt ε ζ, ipſi η ε. Si bina igitur plana, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.* *Euclid. ex Camp.* *Propoſitio* 17.



17 **Si ſuperficies tres uel plures æquidiſtãtes duas rectas lineas ſeinuicem contingentes uel æquidiſtantes ſecent, illarum linearum portiones proportionales eſſe probantur.**

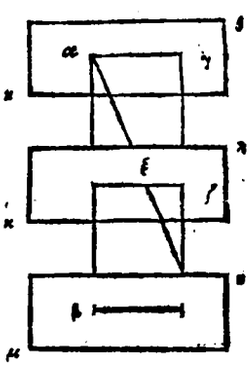
CAMP. Intelligantur enim duæ rectæ lineę penetrãtes qualitercunq; cõtigerit tres ſuperficies æquidiſtantes, aut etiã plures trib. dico itaq; duas portiones illarũ linearum inter quaslibet duas ſuperficies interceptas, proportionales eſſe quibuſq; duab. inter alias duas ex illis æquidiſtantib. ſuperficieb. interceptis. Cõiungantur enim duæ extremitates illarũ duarũ linearũ, ducta inter eas linea una diagonaliter, eritq; hæc diagonalis, cũ utraq; illarũ duarũ linearũ penetrantiũ ſuperficies propoſitas, in ſuperficie una illas æquidiſtantes ſuperficies poſitas ſecante. Si ergo harum ſuperficierum communes ſectiones, quæ per præmiſſam erunt æquidiſtantes, cogitatione protraxeris, ex prima parte ſecundæ ſexti conſtabit propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 15. *Propoſitio* 17.

17 **Si binę rectę lineę à planis parallelis ſecent, in eaſdẽ ratiões ſecabũt.**

THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ α β, γ δ, à planis parallelis η θ, η λ, μ ν, ſecentur in α, ε, β, ζ, γ, δ, ſigna. Dico quòd eſt ſicut α ε recta linea ad ε β, ſic eſt γ ζ ad ζ δ. Connectantur α γ, β δ, α δ, & concurrat α δ ipſi η λ plano in ξ ſigno, connectatur q; ε ξ, ξ ζ. Et quoniã bina plana parallela η λ, μ ν, à plano ε β δ ξ, ſecantur, ipſorum communes ſectiones ε ξ, β δ, parallelæ ſunt (per 16 undecimi) Idq; propterea quoniã bina plana parallela η θ, η λ, à plano α ξ, ζ γ, ſecantur, communes ipſorum ſectiones α γ, ξ ζ, parallelæ ſunt (per 16 undecimi.) Et quoniam lateri β δ, trianguli α β δ, recta linea parallelus ducta eſt ε ξ, proportionaliter igitur ſicut α ε ad ε β, ſic eſt α ξ ad ξ δ. Rurſus quoniam lateri α γ trianguli α δ γ, recta linea parallelus ducta eſt ξ ζ, proportionaliter igitur ſicut α ξ ad ξ δ, ſic γ ζ ad ζ δ, patuit autem et ſicut α ξ ad ξ δ, ſic α ε ad ε β, et ſicut igitur (per 11 quinti) α ε ad ε β, ſic γ ζ ad ζ δ. Si binæ igitur rectæ lineæ à planis parallelis ſecentur.*

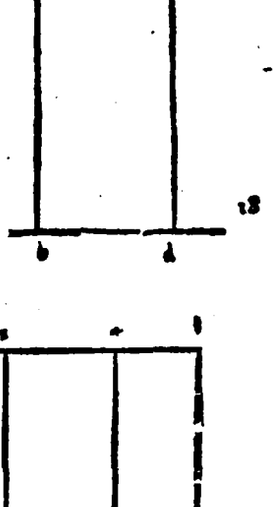
Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 18.



18 **Si in ſuperficie aſsignata orthogonaliter ſteterit linea, omnis ſuperficies à linea illa quorſumlibet ducta, ad eandẽ aſsignatam ſuperficiem erit orthogonaliter erecta.**

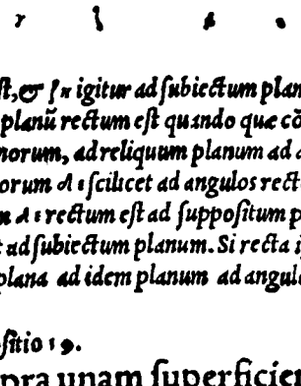
CAMPANVS. Sit enim linea a b erecta perpendiculariter ſuper aſsignatam ſuperficiem, & à linea a b producatur ſuperficies quorſum libuerit. Quam dico ſuper propoſitam ſuperficiem eſſe perpendiculariter erectam. Cum enim ipſa ſecet ſuperficiem

ciem aſsignatã, erit earũ communis ſectio linea recta ex 3 huius, ſitq; b d. In hac ergo communi ſectione ſignato puncto quolibet qui ſit d, extrahatur ab eo in ſuperficie quæ producta eſt à linea a b, linea quædam perpendicularis ad lineam b d, quæ ſit d c. Eritq; ex ſecunda parte 28 primi, linea c d, equidiſtans lineæ a b, ideoq; ex 8 huius, linea c d, eſt etiam perpendicularis ad ſuperficiem propoſitam. Quia ergo hoc modo quælibet linea protracta orthogonaliter à quolibet puncto lineæ b d, ad ipſam lineam b d in ipſa ſuperficie quæ producta eſt à linea a b, eſt perpendicularis ad propoſitam ſuperficiem, ex diffinitione ſuperficiei ſupra ſuperficiem orthogonaliter erectæ: conſtat uerum eſſe quod propoſitum eſt.



Euclid. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 18.

Si recta linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quę per ipſam plana ad idem planũ ad angulos rectos erunt.



THEON ex Zamb. *Recta enim linea α β, ſubiecto plano ad angulos rectos eſto. Dico q, & omnia quæ per α β plana, ad ſubiectũ planũ ad angulos rectos ſunt. Extendatur, inquam, per α β, planum δ ε, ſitq; (per 3 undecimi) communis ſectio ipſius δ ε linea plani, & ſubiecti, γ ε, & ſumatur in γ ε, contingens ſignum ζ, & ab ipſo ζ, (per 12 undecimi) ipſi γ ε ad angulos rectos excitetur in δ ε plano ipſa ζ η. Et quoniam α β ad ſubiectum planum recta eſt, & ad omnes igitur ipſam tangentes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes recta eſt ipſa α β (per 2 undecimi diffinitionem) quare & ad γ ε recta eſt. Igitur angulus qui ſub α β ζ, rectus, eſt autem qui ſub η ζ β, rectus, igitur (per 28 primi) α β, ipſi ζ η parallelus eſt. Ipſa autem α β, ad ſubiectum planum ad angulos rectos eſt, & ζ η igitur ad ſubiectum planũ ad angulos rectos eſt. Et quoniã (per 3 diffinitionẽ undecimi) planum ad planũ rectum eſt quando quæ cõmuni ſectioni planorum ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in uno planorum, ad reliquum planum ad angulos fuerint rectos, & ipſi γ ε ſectioni planorum communi, in uno planorum δ ε ſcilicet ad angulos rectos acta ζ η, oſtenſa eſt ſuppoſito plano ad angulos rectos eſſe, igitur planum δ ε rectum eſt ad ſuppoſitum planum. Similiter iam oſtendetur quod omnia quæ per α β plana, recta ſunt ad ſubiectum planum. Si recta igitur linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quæ per ipſam plana ad idem planum ad angulos rectos erunt: quod oportuit demonſtraße.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 19.

Si duæ ſuperficies ſeinuicem ſecantes, ſupra unam ſuperficiem erectæ fuerint orthogonaliter, communis earum ſectio ad eandem ſuperficiem perpendicularis erit.



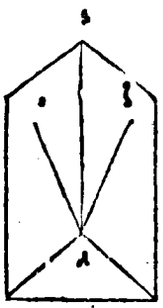
CAMPANVS. Sint duę ſuperficies a b & c d ſeinuicem ſecantes erectæ orthogonaliter ſuper aſsignatam ſuperficiem, ſitque communis earum ſectio linea recta e f. Hanc dico eſſe perpendicularẽ ad aſsignatam ſuperficiem. Alioqui à puncto f qui eſt communis terminus ſectionum duarum ſuperficierum ſecãtium & tertiæ ſuperficiei ſectę, producatur una linea recta quæ ſit f g, in ſuperficie a b, perpẽdicularis ad ſuperficiẽ aſsignatam, itemq; ab eodem puncto ducatur alia perpendicularis ad eandem ſuperficiem, quæ ſita ſit in ſuperficie c d, & ipſa ſit f h, erũtque duę lineæ f g & f h, orthogonaliter inſiſtentes ſuper punctũ unum ad ſuperficiem aſsignatam. Hoc autẽ impoſsibile eſt per 13 huius. Tales autem lineas poſſe protrahi à puncto f in utraque duarum ſuperficierum a b & c d, cum e f non fuerit perpendicularis ad aſsignatam ſuperficiem, dubitare non conuenit. Intelligatur quidem linea f b cõmunis ſectio ſuperficiei a b & ſuperficiei aſsignatæ, & linea f d, ſuperficiei c d & ſuperficiei aſsignatæ. Si igitur linea e f fuerit perpendicularis ad utranq; duarũ linearum f b & f d, ipſa etiam erit perpendicularis ad ſuperficiem aſsignatã ex quarta huius. Si autem ad neutram, ſit f g perpẽdicularis ad f b, & f h perpẽdicularis ad f d. Deinde à puncto f protrahe in ſuperficie aſsignata unam lineam perpendicularẽ ad lineã f b, quę ex diffinitione ſuperficiei ſuper aliam ſuperficiem orthogonaliter erectæ, cum linea f g

continebit

continebit angulum rectum: per quartam igitur huius erit linea f g: perpendicularis ad ſuperficiem aſsignatam. Eodem quoq; modo protracta alia linea à puncto f in ſuperficie aſsignata, quæ ſit perpendicularis ad lineam f d, ſequetur ex diffinitione prædicta & ex quarta huius, lineam f h eſſe perpendicularem ad ſuperficiem aſsignatam, quod eſt impoſsibile per 13 huius. Quod ſi confiteare lineam e f eſſe perpendicularem ad lineam f b, ſed non ad lineam f d, ſequetur modo conſimili duas lineas e f & f h eſſe perpendiculares ad ſuperficiem aſsignatam. Quod nihil minus eſt impoſsibile.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propoſitio 19.*

19 Si bina plana ſeſe inuicem diſpeſcentia, plano alicui ad angulos rectos fuerint, & ipſorum communis ſectio ad idem planum ad angulos rectos erit.

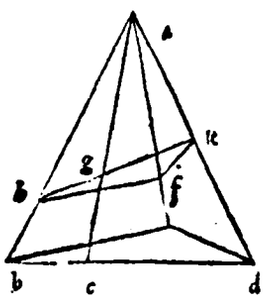


THEON ex Zamberto. *Bina etenim plana α β, β γ, ſubiecto plano ad angulos ſint rectos, communis autem ipſorum ſectio ſit δ Δ. Dico quod ipſa β Δ, ad ſubiectũ planum ad angulos eſt rectos. Non ſit. Et excitentur (per 12 undecimi) ab ipſo Δ ſigno in plano quidem α β, ipſi α δ rectæ lineæ, ad angulos rectos ipſa Δ ε, in plano autem β γ, ipſi γ Δ ad angulos rectos Δ ζ. Et quoniam planum α β ad ſubiectum planum rectum eſt, & communi ipſorum ſectioni α Δ, ad angulos rectos, α Δ in ipſo α δ plano excitatur Δ ε, igitur Δ ε ad ſubiectum planũ recta eſt. Similiter iam demõſtrabimus, quod & Δ ζ ad ſubiectum planum recta eſt. Ab eodem igitur ſigno Δ, ad ſubiectum planum binæ rectæ ad angulos rectos conſtitutæ ſunt ad eaſdem partes. Quod eſt impoſsibile. Igitur ad ſubiectum planum, à ſigno γ ad angulos rectos non conſtituetur alia, præter Δ β communem ſectionem, ipſorum β α, δ γ, planorum. Si bina igitur plana inuicem ſeſe diſpeſcentia ad planum aliquod ad angulos fuerint rectos, & communis ipſorum ſectio ad idem planum ad angulos rectos erit. Quod oſtendere oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 20.*



20 Si tres anguli ſuperficiales ſolidum angulum contineant, illorum trium angulorum quique duo pariter accepti reliquo ſunt maiores.



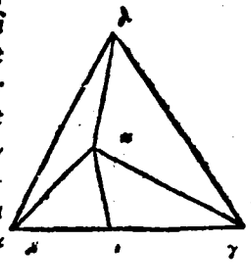
CAMPANVS. *Sint tres lineæ a b, a c, a d, pyramidaliter erectæ ſupra ſuperficiem b c d, cõtinentes tres ſuperficiales angulos, ex quibus ſolidus perficitur angulus in puncto a. Dico quoslibet duos ex ipſis ſuperficialibus angulis ſolidum angulum in pũcto a conſtituentibus, pariter acceptos, tertio eſſe maiores. Si enim hi tres anguli ſuperficiales fuerint ſibi inuicem æquales, aut ſi duo tantum æquales exiſtente tertio minore utrolibet duorum æqualium, conſtat per communem ſcientiam uerum eſſe quod dicitur. Quod ſi eorũ unus utrolibet duorum reliquorum maior fuerit, ſiue illi duo ponantur æquales ſiue non æquales, adhuc conſtat illum maiorem & utrolibet duorum reliquorum pariter acceptos, tertio eſſe maiores. Sed & illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior utrolibet ponitur, eſſe maiores, ſic collige. Eſto enim trium propoſitorum angulorum ſuperficialium angulus a c d, maior utrolibet reliquorum duorum. Ex ipſo ergo abſcindam angulum e a d æqualem angulo b a d, protracta linea a e. Et ſumam ex hac linea a e, lineam a g, & ex linea a b, lineam a f, quas ponam eſſe æquales. Et protraham lineam à puncto g qualitercunq; contingat, in ſuperficie duarum linearum a c & a d, quouſq; ſecet a c in puncto h, & a d in puncto k, & ipſa ſit h g k. Et producam lineas f h & f k. Cum ſit igitur a f æqualis a g, poſita a k communi, erit per 4 primi f k æqualis k g. Et quia ex 20 primi duæ lineæ h f & f k ſunt maiores linea h k, erit per conceptionem h f maior h g. Ideoq; per 25 primi cum ſit linea a f æqualis lineæ a g, erit angulus f a l, maior angulo h a g. Per conceptionem igitur conſtat duos angulos h a f, f a k, pariter acceptos, eſſe maiores angulo h a k. Quod erat demonſtrandum.*

Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propoſitio 20.*

20 Si ſolidus angulus ſub tribus angulis planis comprehẽdatur, quiuis duo reliquo maiores ſunt quomodocunq; ſuſcepti.

THEON ex Zamb. *Solidus angulus qui ad α, ſub tribus planis, hoc eſt β α γ, γ α Δ, Δ α β, comprehendatur. Dico quòd bini quomodocunque ſuſcepti, reliquo ſunt maiores. Si quidem ipſi qui ſub β α γ,*

γ ∝ Δ, Δ ∝ ζ, anguli ſunt inuicem æquales, manifeſtum eſt quòd bini reliquo, quomodocunque ſuſcepti ſunt maiores. Si aũt, non ſit maior qui ſub β ∝ γ, conſtituaturq; (per 23 primi) ad ∝ β rectam lineam, & ad ſignum in ea ∝, angulo qui ſub Δ ∝ β, in eo quod per β ∝ γ, plano, æqualis angulus β ∝ ε, ponaturq; (per 2 primi) ipſi ∝ Δ æqualis ∝ ε, & per ε ſignum ducta β ε γ linea, diſſecet ipſas ∝ β, ∝ γ, rectas lineas in ſignis β, γ, connectanturq; Δ β, Δ γ. Et quoniam Δ ∝ ipſi ∝ ε eſt æqualis, communis autem ∝ β, duæ igitur Δ ∝, ∝ β duabus ε ∝, ∝ ε, ſunt æquales, & angulus qui ſub Δ ∝ β, angulo qui ſub β ∝ ε eſt æqualis: baſis igitur Δ β (per 4 primi) baſi β ε eſt æqualis. Et quoniam duæ Δ β, Δ γ, ipſa β γ ſunt maiores, quarum Δ β ipſi β ε oſtenſa eſt æqualis, reliqua igitur Δ γ, reliqua ε γ maior eſt. Et quoniam ipſa Δ ∝ ipſi ε ∝ æqualis, communis autem ∝ γ, & baſis Δ γ baſi ε γ maior eſt, angulus igitur qui ſub Δ ∝ γ, angulo qui ſub ε ∝ γ maior eſt. Oſtenſum autem eſt, quòd & qui ſub Δ ∝ ζ, eſt æqualis ei qui ſub β ∝ ε. Ipſi igitur qui ſub Δ ∝ β, Δ ∝ γ, eo qui ſub β ∝ γ ſunt maiores. Si ſolidus igitur angulus ſub tribus angulis planis comprehendatur, duo quomodocũq; aſſumpti ſunt maiores reliquo. Quod erat oſtendendum.



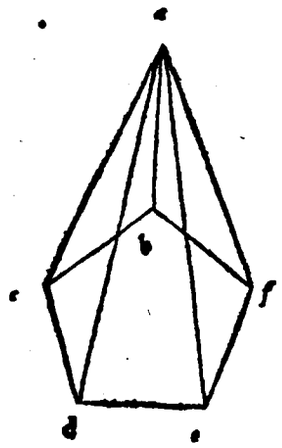
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 21.*

Omnis angulus ſolidus quatuor rectis angulis minor eſſe probatur. 21



CAMPANVS. Anguli ſolidi quantitas, ex angulorum ſuperficialium ipſum ſolidum continentium quantitate determinatur. Hac ergo 21 propoſitione id etiam proponitur, quoslibet ſuperficiales angulos ſolidum quemlibet continentes pariter acceptos, quatuor rectis angulis eſſe minores. Sit enim triangula pyramis a b c d, cuius ſupremus angulus cum poſsit eſſe quilibet ſuorum angulorum, hic tamen ſit a, de quo dico, quod tres ſuperficiales anguli ipſum a continentes, ſunt minores quatuor rectis. Conſtat enim ex 32 primi, nouem angulos trium triangulorum hanc pyramidem circumſtantium (& ipſi ſunt a b c, a c d, a d b) eſſe æquales ſex angulis rectis, de tribus autem angulis baſis eius quę eſt triangulus b c d, conſtat quoq; per eãdem, quòd ipſi ſunt æquales duobus rectis. Cum igitur ſex anguli trium triangulorum prędictorum hanc noſtram pyramidem (de cuius ſupremo angulo diſputamus) circundantium, qui inquam ſex anguli cum tribus angulis baſis reliquos tres angulos ſolidos pyramidis continent, ſint ex præmiſſa ter aſſumpta maiores tribus angulis baſis, ſequitur ipſos ſex angulos eſſe maiores duobus rectis, ex nouem igitur angulis trium triangulorum pyramidem circundantium his ſex angulis demptis erunt ex communi ſcientia reliqui tres (& ipſi ſunt qui conſtituunt ſolidum angulum a) minores 4 rectis. Si autem angulus a ſupremus in aſſumpta pyramide pluribus angulis ſuperficialibus quàm tribus contineatur, quod erit ſecundum multitudinem angulorum ſuæ baſis, cum igitur omnes anguli omnium triangulorum ipſam pyramidem circundantium pariter accepti ſint ex 32 primi, tot rectis angulis æquales quantus eſt numerus angulorum ſuæ baſis duplicatus, eo quòd tot neceſſe eſt eſſe triangulos pyramidem circundantes quot fuerint anguli ſuæ baſis, cumq; omnes anguli ſuæ baſis ſint tot rectis angulis æquales quantus eſt numerus angulorum ſuorũ duplicatus, demptis inde 4 ut in 32 primi demonſtratum eſt: cumq; igitur omnes anguli triangulorum pyramidem circundantium, qui ſuper latera baſis ipſius pyramidis cõſiſtunt pariter accepti ſint maiores omnibus angulis baſis pariter acceptis, ut euidenter conſtat ex pręmiſſa toties quot angulos baſis habuerit repetita, adhuc neceſſariò ſequitur ex communi ſcientia, ſuperficiales angulos ſolidum angulum a continentes pariter acceptos eſſe minores quatuor rectis, eo inquam minores quo omnes anguli trigonorum pyramidem circundantium, qui ſuper latera baſis ſtatutę pyramidis conſiſtunt, excedunt omnes angulos baſis pariter acceptos.



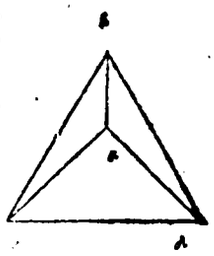


Euclid. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propoſitio 21.*

Omnis ſolidus angulus, ſub paucioribus, quàm quatuor rectis angulis planis comprehenditur. 22

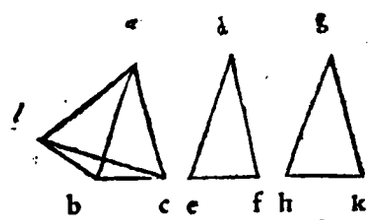
THEON ex Zamb. *Sit ſolidus angulus qui ad ∝, comprehenſus ſub planis angulis qui ſub ∝ β γ, Δ ∝ γ.*

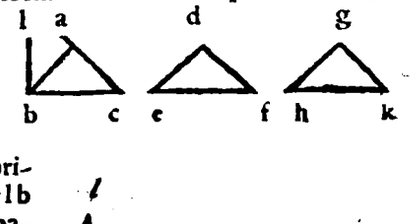
∠α γ,∠α β. Dico quòd ipſi β α γ,∠α γ,∠α δ,anguli, quatuor rectis ſunt minores. Aſſumatur, inquam, in unaquaq; ipſarum α γ,α β,α ∠,rectarũ linearũ ſigna utcunq;, ſintq; β,γ,∠,connectãturq; β γ,γ ∠,∠ β. Et quoniã ſolidus angulus eſt qui ad β,ſub tribus enim planis angulis comprehenditur, hoc eſt, ſub ijs qui ſub γ β α,α β ∠,& γ β ∠ (per 20 undecimi) bini utcunq; ſumpti, reliquo ſunt maiores. Igitur qui ſub γ β α, α β ∠, eo qui ſub γ β ∠ ſunt maiores. Et id propterea qui ſub δ γ α,α γ ∠,eo qui ſub β γ ∠ ſunt maiores, & inſuper qui ſub γ ∠ α,α ∠ β,eo qui ſub γ ∠ β ſunt maiores. Igitur ſex anguli γ β α,α δ ∠,β γ α,α γ ∠,γ ∠ α,α ∠ δ,tribus, hoc eſt eis qui ſub γ β ∠,β γ ∠,γ ∠ β, ſunt maiores. Sed ipſi tres qui ſub γ β ∠,β ∠ γ,β γ ∠, duobus rectis ſunt æquales, igitur qui ſub γ β α,α δ ∠,δ γ α,α γ ∠,γ ∠ α,α ∠ β, ſex anguli, duobus rectis ſunt maiores. Et quoniã uniuſcuiuſq; ipſorum α β γ,α β ∠,α γ ∠, triangulorum tres anguli duobus rectis ſunt æquales (per 32 primi,) trium igitur triangulorum anguli nouem qui ſub γ β α,α γ β,β α γ,α γ ∠,∠ α γ,γ ∠ α,α ∠ β,∠ β α,β α ∠, ſex rectis ſunt æquales. Quorum qui ſub α β γ,β γ α,α γ ∠,γ ∠ α,α ∠ δ, ∠ β α, ſex anguli, duobus rectis ſunt maiores: reliqui igitur qui ſub β α γ,γ α ∠,∠ α β, tres anguli, cõprehendentes ſolidũ angulũ, quatuor rectis ſunt minores. Omnis igitur ſolidus angulus ſub minus quatuor rectis angulis planis comprehenditur: quod erat oſtendendum. Euclid. ex Camp. Propoſitio 22.

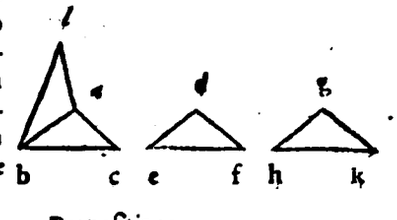


22 SI tres anguli ſuperficiales quorũ quiq; duo pariter accepti tertio ſint maiores, cunctis ſibi inuicẽ æquis lineis cõtineantur, de tribus baſibus angulos illos ab ipſorum linearum æqualium terminis ſubtendentibus, triãgulum ſubſtitui uel conſtitui poſsibile eſt.

CAMPANVS. Sint tres ſuperficiales anguli b a c, e d f, h g k, ut proponitur, tales uidelicet ut quiq; duo eorum tertio ſint maiores, ſintq; ſex latera eos cõtinentia, æqualia, quę ſunt a b, a c, d e, d f, g h, g k, & ſubtẽdantur eis tres baſes quę ſint b c, e f, h k. Ex his ergo tribus baſibus triangulum aio cõſtitui poſſe. Eſto enim angulus a b l æqualis angulo d, & linea a l lineæ d e, & protrahãtur l b, l c. eritq; ex 4 primi, linea l b, æqualis lineæ e f. Ex hypotheſi uerò conſtat, totalẽ angulum a eſſe maiorẽ angulo g, erant enim quiq; duo ex tribus angulis b a c, d & g, tertio maiores. Igitur ex 24 primi linea l c, linea h k eſt maior. Cumq; ſint ex 20 primi duæ lineę l b & b c maiores linea l c, ſequit duas lineas l b & b c eſſe multo fortius maiores linea h k. Quia igitur l b eſt æqualis e f, erunt duæ lineæ b c & e f maiores linea h k. Cõſtat itaq; hoc modo, quaſque duas lineas ex tribus lineis b c, e f, h k, eſſe longiores tertia. Igitur ex 22 primi conſtat uerum eſſe quod dicitur. Hoc duntaxat addito, quod ſi duo anguli b a c & d pariter accepti ſint æquales duobus rectis, erunt duę lineæ l a & a c ex 14 primi linea una, quę cum ſit æqualis ex hypotheſi duabus lineis g h & g k quæ ex 20 primi longiores ſunt linea h k, cumq; ex eadem lineæ duæ l b & b c ſint longiores linea l c, ſequitur ut prius b c & e f pariter acceptas eſſe longiores h k. At uerò ſi duo prędicti anguli ſunt maiores duobus rectis, erunt ex 21 primi duæ lineæ a l & a c (ideoq; & duæ g h & g k) breuiores duabus quæ ſunt l b & b c. Quare ut prius, b c & e f pariter acceptæ ſunt longiores linea h k.





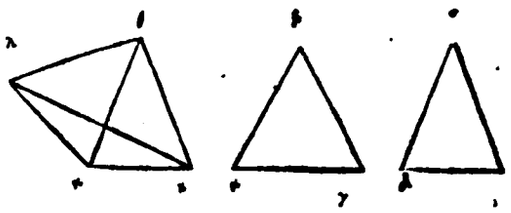


Euclid. ex Zamb. Theorema 20. Propoſitio 22.

22 Si fuerint tres anguli plani, quorũ bini reliquo ſint maiores q̃modocũq; aſſumpti, cõprehẽdant autẽ ipſos æquales rectæ lineæ, ex cõnectẽtibus æquales rectas lineas triangulũ conſtitui eſt poſsibile.

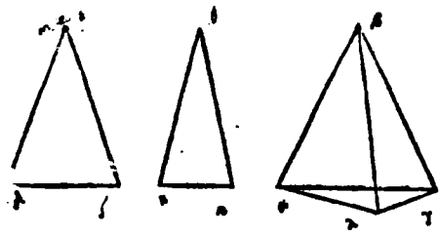
THEON ex Zamb. Sint tres anguli plani qui ſub α β γ,∠ ε ζ,& κ θ ν, quorũ bini reliquo ſint maiores quomodocunq; ſumpti, hoc eſt α β γ,∠ ε ζ, ipſo κ θ ν. ipſi autem qui ſub ∠ ε ζ, κ θ ν, ipſo α β γ, & inſuper qui ſub κ θ ν,α δ γ, eo qui ſub ∠ ε ζ, ſint q; æquales α β,β γ,∠ ε,ε ζ,κ θ,θ ν, rectæ lineæ, connectãturq; α γ,∠ ζ, κ ν. Dico quòd ex æqualibus ipſis α γ,∠ ζ,κ ν, triangulũ conſtituere eſt poſsibile, hoc eſt quod ipſarum α γ, ∠ ζ,κ ν, binæ quomodocũq; ſumptæ reliqua ſunt maiores. Si quidem qui ſub α β γ,∠ ε ζ,κ θ ν, anguli inuicem ſunt æquales, manifeſtũ quod & ipſis α γ,∠ ξ,ν κ, æqualibus adinuicẽ factis, eſt poſsibile ex æqualibus ipſis

α γ,δ ζ,ν ν,triangulũ cõſtrui. Si autẽ non,ſint inæquales. Conſtituaturq; (per 23 primi) ad ipſam θ ν rectã lineã,& ad ſignũ in ea θ,angulo qui ſub α β γ,æqualis, angulus qui ſub ν θ λ, & ponatur (per 2 primi) uni ipſarũ α β,β γ,δ ε,ε ζ,ν θ,θ ν,æqualis θ λ,connectanturq; ν λ,ν λ. Et quoniã binæ α β,β γ, duabus λ θ,θ λ, ſunt æquales,et angulus qui ad β angulo qui ſub ν θ λ eſt æqualis,baſis igitur α γ (per 4 primi) baſi ν λ eſt æqualis. Et quoniam qui ſub α β γ, ν θ ν,eo qui ſub δ ε ζ ſunt maiores,æqualis autẽ qui ſub ν θ λ eis qui ſub α β γ,et ν θ ν,qui igitur ſub ν θ λ eo qui ſub δ ε ζ maior eſt. Et quoniam duæ ν θ,θ λ,duabus δ ε,ε ζ ſunt æquales,& angulus qui ſub ν θ λ angulo qui ſub δ ε ζ maior eſt,



baſis igitur ν λ (per 24 primi) baſi δ ζ maior eſt. Sed ipſæ ν ν,ν λ,ipſa ν λ ſunt maiores,multomagis igitur ν ν,ν λ,ipſa δ ζ ſunt maiores. Aequalis autem eſt ν λ,ipſi α γ:ipſæ igitur α γ,ν ν,reliquæ δ ζ ſunt maiores. Similiter iam oſtẽdemus,quòd & ipſæ quidẽ α γ,δ ζ,ipſa ν ν ſunt maiores,& ν ν,δ ζ,ipſa α γ. Poßibile igitur eſt,ex æqualibus ipſis α γ,δ ζ,ν ν,triangulũ confici:quod oſtendendum erat.

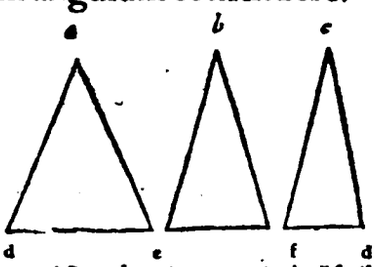
ALITER Sint dati tres anguli plani qui ſub α β γ,δ ε ζ,ν θ ν,quorũ duo reliquo ſint maiores quomodocũq; aſſumpti. Cõprehendant autẽ ipſos æquales rectæ lineæ α β,β γ,δ ε,ε ζ,ν θ,θ ν. Cõnectanturq; ipſæ α γ,δ ζ,ν ν. Dico quòd ex æqualib. ipſis α γ,δ ζ,ν ν,triã gulũ cõſtrui eſt poßibile,hoc eſt rurſus quòd duæ reliquæ ſunt maiores quomodocũq; aſſumptæ. Siquidẽ rurſus qui ad β,ε, θ, ſigna anguli ſunt æquales, erunt quoq; ipſæ α γ,δ ζ,ν ν æquales,& duæ reliqua erunt maiores: Si autẽ nõ,ſint inæquales qui ad ipſa β,ε,ν,ſigna anguli,ſitq; maior angulus qui ad ε,utroq; ipſorũ ε,θ:maior



igitur eſt (per 24 primi) & α γ recta linea,utraq; ipſarũ δ ζ,ν ν,& manifeſtũ,quòd α γ cum utraq; ipſarũ δ ζ,ν ν,reliqua maior eſt. Dico quòd & δ ζ,ν ν,reliqua α γ ſunt maiores. Cõſtituatur (per 23 primi) ad α β rectã lineã ad ſignũq; in ea β,ei qui ſub ν θ ν angulo æquus qui ſub α β λ,ponaturq; (per 2 primi) uni ipſarũ α β,β γ,δ ε,ε ζ,ν θ,θ ν,æqualis β λ:cõnectãturq; α λ,λ γ. Et quoniã duæ α β,β λ,duabus ν θ,θ ν,ſunt æquales altera alteri,& æquos angulos cõprehẽdũt:baſis igitur α λ (per 4 primi) baſi ν ν eſt æqualis. Et quoniã qui ad ε,θ,ſigna anguli;eo qui ſub α β γ ſunt maiores,quorum qui ſub ν θ ν,eo qui ſub α β λ eſt æqualis, reliquus igitur qui ad ε angulus,eo qui ſub λ β γ maior eſt,& quoniã duæ λ β,β γ,duabus δ ε,ε ζ,ſunt æquales altera alteri,& angulus qui ſub δ ε ζ,angulo qui ſub λ β γ maior eſt, baſis igitur δ ζ (per 24 primi) baſi λ γ maior eſt. Oſtẽſum aũt eſt quòd æqualis eſt ν ν ipſi α λ. Ipſæ igitur δ ζ,ν ν,ipſis α λ,λ γ,ſunt maiores. Sed ipſæ α λ,λ γ,ipſa α γ,ſunt maiores,multomagis igitur δ ζ & ν ν,ipſa α γ ſunt maiores. Ipſarũ igitur α γ, δ ζ,ν ν,rectarũ linearũ duæ reliquæ ſunt maiores,quomodocũq; aſſumptæ. Poßibile igitur eſt, ex æqualibus ipſis α γ,δ ζ,ν ν,triangulũ cõſici:quod oportuit oſtẽdere. Euclid.ex Camp. Propoſitio 23.

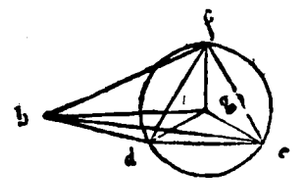
TRibus angulis ſuperficialibus propoſitis,quorum quicꝫ duo pariter accepti tertio ſunt maiores omnes,& tres ſimul quatuor rectis angulis minores,ex tribus illis æqualibus qualeſcunꝫ ſint,ſolidum angulum conſtituere. 23

CAMPANVS. Sint propoſiti tres anguli ſuperficiales qui ſunt a,b,c, de tribus illis æqualib. uolumus unũ ſolidũ angulũ cõſtituere. Oportet igit ex 10 huius,ut qꝫ duo eorũ pariter accepti tertio ſint maiores, & ex 17 huius ut oẽs pariter accepti quatuor rectis angulis ſint minores. Ex ipſis itaq; ſint hęc poſita. Latera uerò eos cõtinẽtia cũcta adinuicẽ ſint ęqualia,eisq; ſubtẽdant tres baſes,& ipſæ ſint d e,e f, & f d, eritq; ex pręmiſſa poſsibile, de tribus lineis his baſib.æqualib.triãgulũ cõſtitui. Sit igit ex eis ſecũdũ doctrinã 22 primi,triãgulus d e f,cõſtitutus,cui ſicut docuit 5 quarti, circũſcribatur circulus d e f ſupra cẽtrũ g,& protrahatur g d,g e,g f. Quæ cũ ſint adinuicẽ æquales ex diffinitione circuli,lateraq; tres propoſitos angulos ambiẽtia æqualia ex hypotheſi, neceſſe eſt ut earũ quęlibet quolibet illorũ laterũ ſit minor,ęqualẽ aũt aut maiorẽ eſſe eſt impoſsibile. Si enim linea exiẽs à cẽtro g,circũferẽtiã circuli d e f eſſet æqualis alicui laterũ a d, a e,b e,b f,c f,c d,ſequeretur propter ea quę poſita ſunt,annuẽte 8 primi,tres angulos a,b,c,propoſitos, eſſe ęquales tribus angulis d g e,e g f,f g d. Cũq; hi tres ſint æquales quatuor rectis angulis, ut facilè patet ex 13 primi,

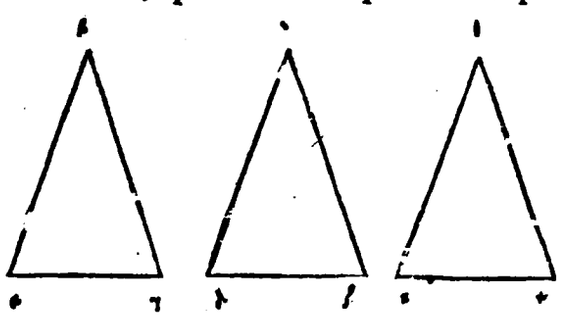


protracta

protracta pauliſper una linearũ exeuntium à centro ad circũferentiã in cõtinuũ & directũ, eſſent etiã tres anguli a,b,c,æquales etiã quatuor rectis. Quod eſt cõtra poſita. Quod ſi eſſet maior ſuperpoſitis tribus triangulis quorũ ſunt anguli a,b,c,tribus triangulis diuidẽtibus triãgulum d e f uno quoq; illi cũ quo cõmunicat in baſi, ita q̃d baſes ſuperpõnantur baſibus æquales uidelicet æqualibus,& anguli a b c cadant ad partẽ puncti g,ſequẽretur ex 21 primi tres angulos a,b, c,eſſe maiores tribus qui ſunt d g e,e f g,f g d. Eſſent itaq; maiores quatuor rectis. Quod eſt amplius cõtrarium poſitis. Relinquitur itaq; unũquodq; ex ſex lateribus tres propoſitos angulos ambientibus,maius eſſe linea egrediente à centro g,ad circumferentiã d e f,ideoq; etiã potentius. Sit igitur potẽtius in linea g h,quæ ſit ſecundũ 12 huius orthogonaliter erecta ſuper ſuperficiem anguli uel circuli d e f, demittenturq; tres hypothenuſæ h d,h e,h f,quas dico cõtinere angulos tres ſuperficiales æquales tribus ,ppoſitis,cõſtituẽtes angulũ ſolidũ in puncto h. Cũ enim quadratũ lineæ a d ſit æquale duobus quadratis duarum linearũ d g & g h ex hypotheſi, at quadratũ lineę d h ſit æquale eiſdẽ ex penultima primi, neceſſe eſt lineã a d eſſe ęqualẽ lineæ d h. Eodemq; modo & lineã a e, lineæ e h. Igitur ex 8 primi cum baſes etiã ſint æquales, erit angulus a æqualis angulo d h e. Simili quoq; modo erit angulus b æqualis angulo e h f,& angulus c æqualis angulo f h d. Quare cõſtat factũ eſſe quod facere diſpoſuimus. **Euclid. ex Zamb.** *Theorema* 3. *Propoſitio* 23.

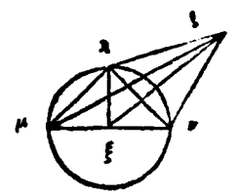


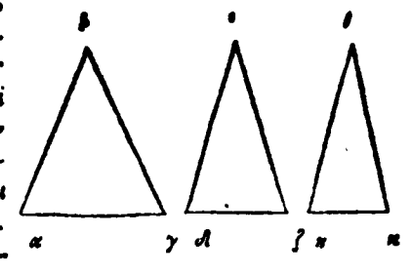
23 **Ex tribus angulis planis quorũ duo q̃modocũq; ſumpti ſint reliquo maiores, ſolidũ angulum cõficere, oportet uero ipſos tres, quatuor rectis eſſe minores.**

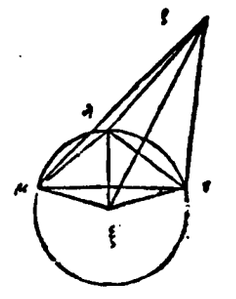


THEON ex Zamb. *Sint dati tres anguli plani qui ſub α β γ, δ ε ζ, η θ ι, quorũ duo quomodocunq; aſſumpti reliquo ſint maiores, inſuperq; ipſi tres quatuor rectis minores, oportet iam ex æqualibus eis qui ſub α β γ, δ ε ζ, η θ ι, ſolidũ cõſtituere angulũ. Aſſumãtur æquales α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ ι, cõnectanturq; α γ, δ ζ, η ι. Igitur (per 22 undecimi) ex æqualibus ipſis α γ, δ ζ, η ι, triãgulũ cõſtitui eſt poſsibile. Cõſtruatur, ſitq; λ μ ν ſic ut q̃ γ æqua ſit ipſi λ μ, & δ ζ ipſi μ ν & η ι ipſi λ ν. Circũſcribatur aũt (per 5 quarti) ipſi λ μ ν triangulo, circulus λ μ ν, ſumaturq; (per 1 tertij) ipſius centrũ, quod quidẽ erit aut intra triãgulũ λ μ ν, aut in uno laterũ ipſius, aut extra, ſit prius intra triangulũ, ſitq; ξ, cõnectanturq; λ ξ, μ ν, ν ξ. Dico quòd α β, ipſa λ ξ maior eſt. Si autẽ non, aut α β ipſi λ ξ eſt æqualis, aut ea minor. Sit primũ æqualis. Et quoniã α β ipſi λ ξ eſt æqualis, ſed α β ipſi β γ eſt æqualis, igitur λ ξ ipſi β γ eſt æqualis. Ipſa autẽ λ ξ ipſi ξ μ (per 15 diffinitionem primi.) Duæ iã α β, β γ, duabus λ ξ, ξ μ, ſunt æquales altera alteri, & baſis α β, baſi λ μ, ſupponitur æqualis, angulus igitur qui ſub α β γ (per 8 primi) angulo qui ſub λ ξ μ eſt æqualis. Id propterea etiã & qui ſub δ ε ζ, ei qui ſub μ ξ ν eſt æqualis, & præterea qui ſub η θ ι, ipſi qui ſub ν ξ λ. Ipſi igitur qui ſub α β γ, δ ε ζ, η θ ι, anguli, ipſis tribus qui ſub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, ſunt æquales. Sed tres qui ſub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, quatuor rectis ſunt æquales, & tres igitur qui ſub α β γ, δ ε ζ, η θ ι, quatuor rectis ſunt æquales. Supponuntur & quatuor rectis minores. Quod eſt impoßibile. Igitur α β ipſi λ ξ æqualis nõ eſt. Dico etiã quod nec minor eſt α β, ipſa λ ξ. Si enim poßibile eſto, ponaturq; (per 2 primi) ipſi α β æqualis ξ ο, ipſi autẽ β γ æqualis ξ π, cõnectaturq; ο π. Et quoniam æqualis eſt α β ipſi β γ, æqualis eſt & ξ ο ipſi ξ π: quare & reliqua ο λ, reliquæ π μ eſt æqualis. Parallelus igitur eſt (per 2 ſexti) λ μ ipſi ο π, & æquiangulũ eſt λ μ ξ ipſi ο π ξ, quẽadmodum igitur ξ λ ad ipſam λ μ, ſic eſt ξ ο ad ο π, uiciſsim igitur (per 16 quinti) ſicut λ ξ ad ξ ο, ſic λ μ ad ο π. Maior autem eſt λ ξ ipſa ξ ο, maior igitur eſt & λ μ, ipſa ο π. Sed ipſa λ μ, poſita eſt ipſi α γ æqualis, & α γ igitur, ipſa ο π maior eſt. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ α β, β γ, duabus ο ξ, ξ π, ſunt æquales, & baſis α β baſi ο π maior eſt, angulus igitur qui ſub α β γ, angulo qui ſub ο ξ π maior eſt (per 25 primi.) Similiter iam oſtendemus, quod & qui ſub δ ε ζ, eo qui ſub μ ν ξ maior eſt: & qui ſub η θ ι eo qui ſub ν ξ λ. Ipſi igitur tres anguli qui ſub α β γ, δ ε ζ, η θ ι, tribus qui ſub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ ſunt maiores. Sed qui ſub α β γ, δ ε ζ, η θ ι, quatuor rectis ſupponuntur minores: multo igitur magis qui ſub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, quatuor rectis ſunt minores. Sed & æquales. Quod eſt impoßibile. Non igitur α β minor eſt quàm λ ξ. Oſtenſum autem eſt, quod neq; æqualis, maior igitur eſt α β quàm λ ξ.*

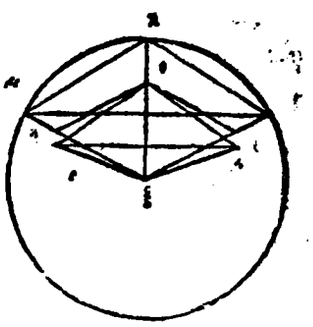
Cõstituatur iam à signo ξ ipsius λ μ ν circuli plano ad angulos rectos ξ ρ (per 12 undecimi) Et quo maius est quadratũ quod ex α β, eo quod ex λ ξ, ei æquũ esto quod ex ξ ϱ, cõnectãturq; ϱ λ, ϱ μ, ϱ ν. Et quoniã ϱ ξ recta est & ad ipsius λ μ ν circuli planũ, & ad unãquãq; igitur ipsarũ λ ξ, μ ξ, ν ξ, (per cõuersionẽ secũdæ diffinitionis undecimi) recta est ipsa ϱ ξ. Et quoniã æqualis est λ ξ ipsi ξ μ, cõmunis aũt et ad angulos rectos est ξ ϱ, basis igitur ϱ λ (p 4 primi) basi ϱ μ est æqualis. Iã id propterea & ϱ ν, utriq; ipsarũ ϱ λ, ϱ μ, est æqualis. Ipsæ igitur tres ϱ λ, ϱ μ, ϱ ν, sibi inuicẽ sunt æquales. Et quoniam quo maius est quod ex α β eo quod ex λ ξ, ei supponitur æquũ qd' ex ξ ϱ, quod ex α β igitur æquũ est eis quæ ex λ ξ, ϱ ξ. Eis aũt quæ ex λ ξ, ξ ϱ, æquum est (p 47 primi) quod ex λ ϱ, rectus enim est qui sub λ ξ ϱ. Quod igitur ex α β æquũ est ei qd' ex ϱ λ. Æqualis igitur est α β, ipsi ϱ λ. Sed ipsi quidẽ α β, æqualis est unaquæq; ipsarũ β γ, δ ε, ε ζ, ν θ, θ κ, ipsi autẽ ϱ λ, æqualis est utraq; ipsarũ ϱ μ, ϱ ν. Vnaquæq; igitur ipsarũ α β, β γ, δ ε, ε ζ, ν θ, θ κ, unicuiq; ipsarũ ϱ λ, ϱ μ, ϱ ν, æqualis est. Et cũ duæ λ ϱ, ϱ μ, duabus α β, β γ, sunt æquales, & basis λ μ basi α γ supponitur æqualis, angulus igitur q sub λ ϱ μ (p 8 primi) ei q sub α β γ est æqualis. Id propterea & q sub μ ϱ ν, ei qui sub δ ε ζ est æqualis, & qui sub λ ϱ ν, ei qui sub ν θ κ. Ex tribus igitur angulis planis qui sub λ ϱ μ, μ ϱ ν, λ ϱ ν, qui sunt æquales tribus datis scilicet eis qui sub α β γ, δ ε ζ, ν θ κ, solidus angulus cõstruitur qui ad ϱ, cõprehẽsus sub λ ϱ μ, μ ϱ ν, & λ ϱ ν angulis: quod facere oportebat. Sed iam esto cẽtrũ circuli in uno laterũ trianguli, sitq; in μ ν, estoq; ξ. Connectaturq; λ ξ. Dico rursus quòd maior est α β, quã λ ξ. Si autẽ nõ, aut α β est æqualis ipsi λ ξ, aut ea minor. Sit primũ æqualis. Duæ iã α β, β γ, hoc est δ ε, ε ζ, duabus μ ξ, ξ λ, hoc est ipsi μ ν sunt æquales. Sed ipsa quidem μ ν, ipsi δ ζ, supponitur æqualis, & ipsæ igitur δ ε, ε ζ, ipsi δ ζ sunt æquales. Quod est impossibile. Igitur α β, ipsi λ ξ, æqualis nõ est. Similiter iã ostẽdemus, quod neq; minor, igitur ipsa α β, maior est q λ ξ. Et si similiter quo maius est quod ex α β eo qd' ex λ ξ, ei æquũ & ad angulos rectos ad circuli planũ cõstituemus sicut quod ex ρ ξ, cõstituetur problema. Sed iã esto centrũ circuli extra triangulũ λ μ ν, sitq; ξ. Cõnectanturq; λ ξ, μ ξ, ν ξ. Dico quod & sic maior est α β quàm λ ξ. Si autẽ non, aut æqualis est aut minor. Sit prius æqualis. Duæ igitur α β, β γ, duabus μ ξ, ξ λ, sunt æquales altera alteri, & basis α γ basi μ λ est æqualis, angulus igitur qui sub α β γ (per 8 primi) angulo qui sub μ ξ λ est æqualis. Idq; propterea etiam qui sub ν θ κ, ei qui sub λ ξ ν est æqualis. Totus igitur qui sub μ ξ ν, duobus qui sub α β γ, ν θ κ, est æqualis. Sed qui sub α β γ, ν θ κ, ipso qui sub δ ε ζ sunt maiores. Et qui sub μ ξ ν igitur, eo qui sub δ ε ζ maior est. Et quoniam duæ δ ε, ε ζ, duabus μ ξ, ξ ν, sunt æquales, & basis δ ζ, basi μ ν est æqualis, angulus igitur qui sub μ ξ ν (per 8 primi) ei qui sub δ ε ζ est æqualis. Patuit autẽ quod & maior. Quod est absurdũ. Igitur α β ipsi λ ξ non est æqualis. Itidẽq; ostẽdemus quod neq; minor. Igitur ipsa α β, maior est quàm λ ξ. Et si etiam angulos rectos in circuli plano rursus cõstituamus ipsam ξ ϱ, & ipsi æqualem ponamus eam quæ potest id quo maius est quod ex α β eo quod ex λ ξ, cõstituetur problema. Dico insuper quod α β nõ est minor quàm λ ξ. Si enim possibile, esto, ponaturq; (per 2 primi) ipsi quidẽ α β æqualis ξ ο ipsi autẽ β γ æqualis ξ π. Connectaturq; ο π. Et quoniã æqualis α β ipsi β γ, æqualis est ξ ο ipsi ξ π, quare et reliqua ο λ, reliquæ μ π, est æqualis. Parallelus igitur est (per 2 sexti) λ μ ipsi π ο, & æquiangulum est triangulũ λ ξ μ ipsi triangulo π ξ ο. Est igitur (per 6 sexti) sicut λ ξ ad λ μ, sic ξ ο ad π ο, & uicissim (per 16 quinti) sicut λ ξ ad ξ ο, sic λ μ ad ο ϖ. Maior autem est λ ξ, quàm ξ ο, maior igitur est & λ μ quàm ο π. Sed λ μ, ipsi α γ est æqualis, igitur & α γ, quàm ο π maior est (per 14 quinti.) Quoniã igitur duæ α β, β γ, duabus ο ξ, ξ π, sunt æquales altera alteri, & basis α γ basi ο π maior est, angulus igitur qui sub α β γ (per 25 primi) angulo qui sub ο ξ π maior est. Similiter iam & si ipsam ξ ϱ æqualem utriq; ipsarum ξ ο, ξ π, assumamus & connectamus ipsam ο ϱ, ostendemus quod & qui sub ν θ κ angulus eo qui ο ξ ϱ maior est. Cõstituatur iam (per 23 primi) ad ipsam λ ξ rectã lineam, ad signumq; in ea ξ, ei quidem qui sub α β γ angulo æquus angulus qui sub λ ξ σ, ei autem qui sub ν θ κ æqualis qui sub λ ξ τ, ponaturq; (per 2 primi) utraq; ipsarum ο ξ, ξ τ, ipsi ο ξ æqualis, & connectantur ο σ, ο τ, σ τ. Et quoniã binæ α β, β γ, binis ο ξ, ξ σ, sunt æquales, & angulus qui sub α β γ angulo qui sub ο ξ σ est æqualis, basis igitur α γ (per 4 primi) hoc est λ μ basi ο σ est æqualis. Idq; propterea etiam λ ν, ipsi ο τ est æqualis. Et quoniam duæ λ μ, λ ν, duabus σ ο, ο τ sunt æquales, & angulus qui sub μ λ ν angulo qui sub σ ο τ maior est, basis igitur μ ν (per 25 primi) basi σ τ maior est. Sed ipsa quidem μ ν, ipsi δ ζ est æqualis, & ipsa igitur δ ζ quàm σ τ maior est. Quoniam igitur duæ δ ε, ε ζ, duabus σ ξ, ξ τ, sunt æquales, & basis δ ζ basi σ τ maior est, angulus igitur qui sub δ ε ζ (per 25 primi) angulo qui sub σ ξ τ maior est. Æqualis autem est qui

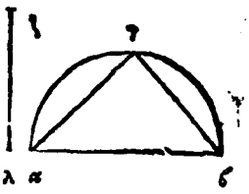






*eſt qui ſub ϱ ξ τ, eis qui ſub α β γ, ν θ π. Igitur qui ſub Δ ε ζ, eis qui ſub α β γ, π θ υ, maior eſt Sed & minor. Quod eſt impoßibile. Quomodo autẽ id quod ex ϱ ξ, æquum ſumatur ei quo quod ex α ϛ maius eſt eo quod ex λ ξ, ſic oſtendemus. Exponãtur α ϛ & λ ξ rectæ lineæ, ſitque maior α β, deſcribaturq; ſuper ipſa ſemicirculus α γ β. & in ſemicirculo α γ ϛ * annectatur ipſi λ ξ, rectæ lineæ æqualis ipſa α γ, connectaturq; γ β. Quoniã igitur in ſemicirculo α γ β angulus eſt qui ſub α γ β, rectus igitur eſt qui ſub α β γ (per 31 tertij.) Quod igitur ex α β (per 47 primi) æquum eſt eis quæ ex α γ, γ β, quare id quod ex α β, maius eſt eo quod ex α γ, eo quod ex γ β, æqualis autem eſt α γ ipſi λ ξ: quod igitur ex α β, maius eſt eo quod ex λ ξ, eo quod ex γ ϛ. Si ipſi igitur γ β æqualem ξ ϱ aſſumamus, quod ex α β maius eſt quàm id quod ex λ ξ, eo quod ex ξ: quod facere propoſueramus.*

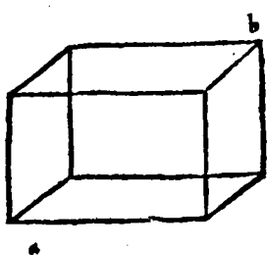




Euclid. ex Camp. *Propoſitio 24.*

24 Si ſuperficiebus æquidiſtantibus ſolidum contineatur, eius oppoſitæ ſuperficies ſibi inuicem æquales ſunt & æquidiſtantium laterum.

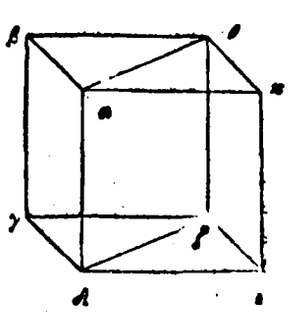
CAMPANVS. Quicquid dicant alij, ſolidum æquidiſtantibus ſuperficiebus contentũ, ſuperficiebus paribus neceſſe eſt contineri, quæ ſicut eſſe non poſſunt pauciores ſex, ita poſſunt eſſe in omni numero pari ſenarium excedẽtę. Cõſtat enim columnam hexagonã, poſſe octo ſuperficiebus quę binæ & binæ oppoſitę ſibi inuicẽ æquidiſtant, cõtineri. Sic quoq; octogonã 10, & decagonã 12, & ad iſtarum ſimilitudinem, in infinitum. Sed horum omniũ ſolidorũ æquidiſtantibus ſuperficiebus cõtentorũ, quæ infinita eſſe pronuncio, ſolũ illud dicitur parallelogrammũ, cuius omnes ſuperficies ipſum ambiẽtes parallelogrãmæ ſunt, & iſtud ſex ſuperficiebus duntaxat neceſſe eſt ambiri. De tali itaq; quod ſex tantũ ſuperficieb. ambitur, dico debere intelligi quod hæc 24 proponit. Sit igitur tale ſolidũ, corpus a b, cuius omnino ſuperficies fac ut ſolido habitu mente comprehẽdas, patebitq; tibi unamquãq; earũ quatuor ex reliquis ſecare eius quatuor latera, cũ ſint communes ſectiones ipſius ſecãtis & quatuor ſectarum. Sint autem illæ quatuor ſectæ binæ & binæ ſecundum quod adinuicẽ opponuntur, æquidiſtantes ex hypotheſi, ſequitur ex 10 bis aſſumpta, ut quatuor latera huius ſuperficiei ſecãtis & quatuor ſectarũ ſint adinuicẽ bina & bina æquidiſtantia. Cõſtat itaq; ſecundũ. At uerò ex 34 primi manifeſtum eſt, omnia latera oppoſita iſtarũ ſex ſuperficierũ eſſe æqualia, erunt igitur bina latera angulũ planũ continentia cuiuſq; earũ, æqualia binis lateribus angulũ planũ in ſuperficie ſibi oppoſita continentib. anguli quoq; ab illis binis lateribus contenti, æquales per 10 huius. Igitur ex conuerſa penultimę communis ſcientiæ in primo libro poſitę, neceſſe eſt quaſq; duas ſuperficies in ſolido a b oppoſitas, eſſe ſibi inuicem æquales. Quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propoſitio 24.*

24 Si ſolidum ſub parallelis planis comprehendatur, quæ ex oppoſito ipſius plana, æqualia & parallelogramma ſunt.

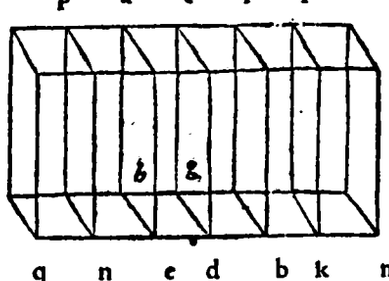
THEON ex Zamb. *Solidum, inquam, γ Δ θ π, ſub parallelis planis α γ, π ζ, α θ, Δ ζ, ζ ϛ, α ε, comprehendatur. Dico quod quæ ex oppoſito ipſius plana, æqualia & parallelogramma ſunt. Quoniam enim bina plana parallela, hoc eſt β π, γ ε, à plano α γ ſecantur, communes ipſorum ſectiones parallelæ ſunt (per 16 undecimi.) parallelus igitur eſt α β ipſi γ Δ. Rurſus quoniam planũ α γ diſpeſcit plana bina parallela β ζ, α ε, communes ipſorum ſectiones parallelæ ſunt (per eandem) parallelus igitur eſt α Δ, ipſi ϛ γ. Patuit autem quod & α β ipſi Δ γ eſt parallelus: parallelogrammum igitur eſt α Δ, ipſi β γ. Similiter iam oſtendemus quod & unumquodq; ipſorum Δ ζ, ζ π, π β, β ζ, α ε, parallelogrammũ eſt. Connectantur α θ, Δ ζ. Et quoniã parallelus eſt α ϛ, ipſi Δ γ, & ϛ θ, ipſi γ ζ, binæ iam α β, ϛ θ, ſeſe inuicẽ tangẽtes, binis rectis lineis Δ γ, γ ζ, ſeſe inuicem tangentibus parallelæ ſunt, non tamen in α ϛ,*



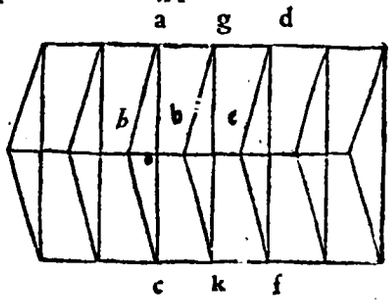
eodē plano, igitur æquales cōprehēdūt angulos (per 10 undecimi.) Angulus igitur qui ſub α ϛ θ, angulo qui ſub λ ε ζ, eſt æqualis. Et quoniam binæ α β, β θ, duabus λ γ, γ ζ, ſunt æquales, & angulus qui ſub α β θ, angulo qui ſub λ γ ζ eſt æqualis, baſis igitur α θ (per 4 primi) baſi λ ζ, eſt æqualis, & triangulum α ϛ θ triangulo λ γ ζ eſt æquale. Et quoniam ipſius quidā α β θ, duplū (per 41 primi) eſt β π parallelogrāmum, ipſius uerò λ γ ζ duplum eſt ipſum γ ε parallelogrammum, æquū igitur eſt parallelogrāmum β π, parallelogrammo ε γ. Similiter iam oſtēdemus, quod & α γ ipſi π ζ eſt æquale, & α ε ipſi β ζ. Si planum igitur ſub parallelis planis comprehendatur, quæ expoſito eius plano, æqualia & parallelogramma ſunt: quod eſt propoſitum.

Euclid ex Camp. Propoſitio 25.

SI ſuperficies quædam ſecet ſolidū parallelogrammum æquidiſtāter duabus ipſius ſolidi ſuperficiebus oppoſitis, duo partialia corpora quæ ad illam ſecantē ſuperficiem uelut ad communem terminum copulantur, ſuis baſibus ſunt proportionalia. 25



CAMP. Sit corpus a b, ſolidum parallelogrammū, & ſecet ipſum ſuperficies c d æquidiſtāter duabus eius oppoſitis ſuperficiebus quæ ſunt a e & f b. Et ſit ſuperficies g b, baſis ipſius ſolidi a b, de qua conſtat per præmiſſam quod ipſa ſit æquidiſtātiū laterū. Et ſit cōmunis ſectio duarū ſuperficierum c d & g b, linea h d, de qua cōſtat per 3 huius, quod ipſa ſit linea recta, & per 16 huius, quod ipſa ſit æquidiſtās g e. Ideoq; ſunt duæ ſuperficies g d & h b çquidiſtātiū laterū, & ipſç ſunt baſes duorum partialiū corporū in quæ ſuperficies c d diuidit ſolidū a b. Dico itaq; quod proportio ſolidi a d ad ſolidū b c, eſt ſicut baſis g d ad baſin h b. Protrahātur enim utrinq; quantū libuerit, quatuor lineæ penetrātes ſuperficiē c d ſuper eius angulos, & ipſæ ſunt a f & e b cū duab. reliquis ſibi çquidiſtātibus. Sumāturq; ex eis omnib. portiones ex parte pūcti b, quot libuerit, quæ ponātur ſingulæ æquales lineæ b d, & ex parte puncti e, aliæ ſimiliter quot libuerit, quç ponātur çquales lineç e d. Super quas utrinq; cōſtituātur ſolida parallelogrāma ſecūdū lōgitudinū exigētiā, ſintq; ex parte puncti b, ſolida f k & l m, & ex parte puncti e, ſolida a n & p q. Eritq; ex diffinitione corporū æqualiū atq; ſimiliū, unūquodq; ſolidorū f k & l m æquale ſolido c d, & unūquodque a n & p q æquale a d. Fiat igitur argumētū quēadmodum in prima ſexti. Eſt enim ſolidū c m ita multiplex ſolidi b c, ſicut baſis h m, baſis h b, & ſolidū q c ita multiplex ſolidi a d, ſicut baſis q h, baſis g d. Et ſi baſis h m eſt æqualis baſi q h, ſolidū e m eſt çquale ſolido q c, ex diffinitione corporū çqualiū atq; ſimiliū, & ſi baſis eſt minor baſi, & ſolidū eſt minus ſolido, & ſi maior, maius: quod patet ex diffinitione eadē, reſecata maiori baſi ad æqualitatē minoris, & deſcripto ſuper eā ſolido parallelogrāmo. Itaq; ex diffinitione incōtinuç ꝓportionalitatis ꝓportio ſolidi a d ad ſolidū c b, ſicut baſis g d ad baſin h b. Quod eſt ꝓpoſitū.



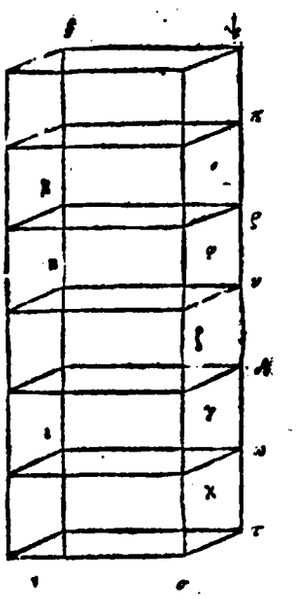
CAMPANVS. Quod ſi ſuperficies aliqua ſecet corpus ſerratile æquidiſtanter duob. eius triangularibus ſuperficiebus oppoſitis, duo partialia corpora quç ad illā ſecantē ſuperficiē, uelut ad cōmunē terminū copulantur, ſuis baſibus erunt proportionalia. Sit enim a f corpus ſerratile, cuius ſint duæ trigonæ ſuperficies a b c, d e f. Cōſtat igitur ex diffinitione ſerratilis, unam quāq; triū ſuperficierū quæ ſunt a b d e, b c e f, a c d f, eſſe parallelogrammū. Secet igitur ſuperficies g h k, iſtud ſerratile æquidiſtanter duabus eius oppoſitis ſuperficiebus quæ ſunt a b c, d e f. Dico quod proportio ſerratilis a k ad ſerratile g f, eſt ſicut baſis a k ad baſin g f. Quod ſicut de ſolidis parallelogrāmis probatur. Protractis enim in utrāq; partem lineis a d, b e, c f, factiſq; inter eas ex parte puncti e ſerratilibus æqualibus ſerratili g f, & ex parte puncti b aliis æqualibus ſerratili a k utrinq; quouis numero, ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis (ſi cuncta uigili mente perluſtres) non erit tibi difficile concludere quod diximus.

Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 25.

SI ſolidū parallelepipedū plano ſecetur, parallelo exiſtēte eis quç ex oppoſito planis, erit ſicut baſis ad baſin, ſic ſolidum ad ſolidum. 25

THEON ex Zāb. Solidū, inquā, parallelopipedum α β γ δ ſecetur à plano υ ε parallelo exiſtēte eis quæ ex oppoſito planis ſcilicet ipſis ϛ α & λ θ. Dico quod eſt ſicut α ε ζ φ baſis ad ι ϑ γ ζ baſin, ſic eſt α β ζ υ ſolidum

ſolidũ ad ι ν γ ♂ ſolidũ. Extẽdatur enim α θ ex utraq; parte, ponãturq; ipſi quidẽ ι θ æquales quotcũq; ∂ μ, μ ν, ipſi aũt α ι æquales, α κ, κ λ, cõpleanturq; ipſa λ ο, κ φ, θ χ, μ σ, parallelogramma, & ipſa λ π, κ ρ, ♂ μ, μ τ, ſolida. Et quoniã ipſæ λ κ, κ α, α ι, rectæ lineæ inuicẽ ſunt æquales, æqualia quoq; ſunt ipſa λ ο, κ φ, α ζ, parallelogrãma ſibijnuicẽ (per 1 ſexti) & ipſa quoq; κ ξ, κ β, α κ, ſibi inuicẽ (per eãdẽ) ſunt æqualia. Et ſimiliter ipſa λ ψ, κ π, α ρ, ſibi inuicẽ (per 24 undecimi) ſunt æqualia, ex oppoſito enim. Idq; propterea etiã ipſa quidẽ ι γ, ∂ χ, μ σ, parallelogãma adinuicẽ ſunt æqualia (per 1 ſexti), ipſa quoq; θ κ, θ ι, ι ν, ſibi inuicẽ (per eandẽ) ſunt æqualia. Et inſuper ipſa ♂ θ, μ ω, ν τ (per 24 undecimi) ſunt æqualia (ex oppoſito enim.) Tria igitur plana ipſorũ λ π, κ ρ, α ν, ſolidorum, tribus reliquorũ planis ſunt æqualia (idq; propterea et ipſorũ ι ♂, ♂ μ, μ τ, ſolidorũ.) Sed tria, tribus quæ ex oppoſito (per 24 undecimi) ſunt æqualia. Ipſa igitur tria ſolida λ π, κ ρ, α ν, inuicẽ ſunt æqualia (per 8 undecimi diffinitionẽ) id propterea etiã tria ſolida ι ♂, ♂ μ, μ τ, inuicẽ ſunt æqualia. Quotuplex igitur eſt λ ζ baſis, ipſius α ζ baſis, totuplex eſt & λ ν ſolidũ ipſius α ν ſolidi, & iam id propterea quotuplex eſt ν ζ baſis, ipſius ζ θ baſis, totuplex eſt & ν ν ſolidum ipſius θ ν ſolidi, & ſi æqualis eſt λ ζ baſis ipſi ν ζ baſi, æquum eſt & λ ν ſolidum ipſi ν ν ſolido, & ſi excedit λ ζ baſis ipſam ν ζ baſin, excedit quoq; ipſum λ ν ſolidum



ipſum ν ν ſolidũ, & ſi deficit, deficit (per 1 & 14 quinti.) Quatuor iam exiſtẽtibus magnitudinibus, binis quidem baſibus α ζ, ζ θ, duobus autem ſolidis α ν, ν θ, aſſumuntur æquè multiplicia, ipſius quidẽ α ζ baſis et α ν ſolidi, ipſa λ ζ baſis & λ ν ſolidum, ipſius aũt θ ζ baſis & θ ν ſolidi, ipſa ν ζ baſis & ipſum ν ν ſolidũ. Oſtenſumq; eſt, q; ſi λ ζ baſis excedit baſin ν ζ, excedit quoq; λ ν ſolidum, ipſum ν ν ſolidum, & ſi æquale, æquale, & ſi deficit, deficit (per diffinitionem 6 quinti.) In eadem autem magnitudines eſſe dicuntur, & reliqua. Eſt igitur ſicut α ζ baſis ad ζ θ baſin, ſic eſt α ν ſolidum ad θ ν ſolidum: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 26.

26 SVper datũ punctũ datę lineæ, angulo ſolido propoſito ęqualem angulũ ſolidum cõſtituere.

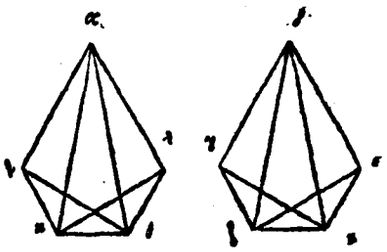


CAMP. Solidus angulus propoſitus ſit a, qui cõtineatur tribus lineis a b, a c, a d, tres ſuperficiales angulos ipſum ſolidum perficientes continentibus, cui ſuper punctum e lineæ e f propoſitæ quæ ad libitum proponentis iaceat aut in ſublimi conſurgat, iubemur æqualem angulum ſolidum conſtituere. Qualiſcunq; ſit ſitus lineæ e f, à puncto g ubicunq; uolueris ſignato, producto lineam g e, eruntq; (ex 2 huius) duæ lineæ e f & g e, in ſuperficie una. In hac itaq; ſuperficie ſuper punctum e datum in aſſignata linea ſecundum conſilium 23 primi cõſtitue angulum æqualem angulo b a c, & ipſe ſit f e g, dehinc ex linea a d abſcinde lineam a h ſicut uolueris, & à puncto h producito perpendicularem h k ad ſuperficiem in qua ſunt duæ lineæ a b & a c. Quod qua iter faciendum ſit, 11 huius docuit. Nec ſit igitur tibi cura de puncto k. Nihil enim refert utrum perpendicularis h k occurrat ſuperficiei in qua ſunt duæ lineæ a b & a c, inter ipſas lineas, aut extra aut in earum altera, ducito tamen lineam a k. Poſitoq; puncto l in linea a b ubicunq; uolueris, protrahe lineas k l & l h, & pone angulum f e m in ſuperficie linearum e f & e g, æqualem angulo b a k, & lineam e m æqualem lineæ a k, & ex linea e f, ſume lineam e ρ æqualẽ lineæ a l, & à puncto m reduc lineam m n perpendicularem ad ſuperficiem in qua ſunt duæ lineæ e f & e g, & pone eam æqualem h k, & protrahe lineas e n, n p, & p m. Dico igitur tres lineas e f, e g, e n, continere angulum ſolidum in puncto e, æqualem angulo a propoſito. Cum ſint enim ex hypotheſi duo latera a k & k h, trianguli a k h, æqualia duobus lateribus e m & m n trianguli e m n, & anguli qui ſunt ad k & ad m recti ex diffinitione lineæ perpendiculariter erectæ ſupra ſuperficiem, erunt ex 4 primi duæ lineę a h & e n æquales, per eandem quoq; erunt duæ lineæ k l & m p, æquales: ideoq; etiam per eandem h l & n p ęquales, cũ ſint h k & k l æquales m n & m p, & anguli h k l & m n p recti: per 8 igitur primi, erit angulus n e p æqualis angulo h a l. Simili quoque modo probabis, angulum g e n eſſe æqualem angulo c a d. Conſtat itaq; nos effeciſſe quod uolumus. Huic ſi ſtudioſus inſtiteris, quotcunq; lateribus, a ſolidus angulus propoſitus contineatur, quod à te petitur ſine offendiculo perficere poteris.

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 26.

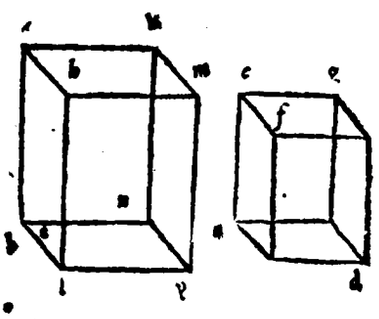
26 Ad datam rectam lineam, ad ſignumq; in ea, dato ſolido angulo æquum ſolidum angulum conſtituere.

THEON



THEON ex Zamb. Sit quidem data recta linea α β, datumq; in ea signũ sit α, datus angulus solidus sit qui ad Δ, comprehensus sub ε Δ γ, ε Δ ζ, ζ Δ γ, angulis planis. Oportet iam ad ipsam α β rectã lineã, & ad signũ in ea α, ei qui ad Δ solido angulo æquũ solidum angulũ constituere. Sumatur in ipsa Δ ζ, cõtingẽs signum ζ, excitenturq; (per 14 undecimi) ab ipso ζ, ad id quod per ε Δ, Δ γ, planũ perpẽdicularis ζ η, & occurrat plano in η, cõnectaturq; Δ η, cõstituaturq; (per 23 primi) ad ipsam α β, & ad signũ in ea α, ei qui sub ε Δ γ angulo æqualis angulus qui sub β α λ, ei autem qui sub ε Δ η, æqualis qui sub β α η, ponaturq; (per 2 primi) ipsi Δ η æqualis α ν, constituaturq; (per 19 undecimi) ab ipso ν signo, ei quod per β α λ plano ad angulos rectos ν θ, ponaturq; (per 2 primi) ν θ ipsi η ζ æqualis. cõnectaturq; θ α. Dico quod angulus solidus qui ad α, comprehensus sub θ α λ, β α θ, θ α λ, angulus æquus est ei qui ad Δ solido angulo comprehenso sub ε Δ γ, ε Δ ζ, ζ Δ γ, angulis. Auferantur enim æquales α β, Δ ε, cõnectanturq; θ θ, ν β, ζ ε, ε ν. Et quoniã ζ η recta est ad subiectum planũ, & (per 2 diffinitionẽ undecimi) ad omnes igitur tangentes eã rectas lineas & in subiecto existẽtes plano, rectos efficiet angulos. Rectus est igitur uterq; ipsorũ qui sub ζ η Δ, ζ η ε, angulorũ, & iã id propterea uterq; ipsorũ θ ν α, θ ν β, angulorum, rectus est. Et quoniam binæ ν α, α β, duabus ν Δ, Δ ε, sunt æquales altera alteri, & æquales comprehendunt angulos, basis igitur ν β (per 4 primi) basi ν ε est æqualis. Est autẽ & ν θ ipsi ν ζ æqualis, et rectos comprehendunt angulos, æqualis igitur est & β θ, ipsi ζ ε. Rursus quoniã duæ α ν, ν θ, duabus Δ ν, ν ζ, sunt æquales, & rectos angulos comprehendunt, basis igitur α θ (per 4 primi) ipsi Δ ζ est æqualis. Est aũt & ν β, ipsi Δ ε æqualis, binæ igitur θ α, α β, duabus ζ Δ, Δ ε, sunt æquales, & basis θ β, ipsi ζ ε est æqualis. Angulus igitur qui sub β α θ (per 8 primi) angulo qui sub ε Δ ζ est æqualis. Iam id propterea & qui sub θ ν λ ei qui sub ζ ν γ est æqualis. Quoniam si aßumamus æquales α λ, Δ γ, connectamusq; ipsas ν λ, θ λ, ν γ, ζ γ, quoniam totus qui sub β α λ, toti qui sub ε Δ γ est æqualis, quorum qui sub β α ν, ei qui sub ε Δ ν supponitur æqualis, ζ, æliquus igitur qui sub ν α λ, reliquo qui sub ν Δ γ est æqualis. Et quoniam binæ ν α, α λ, duabus ν Δ, Δ γ, sunt æquales, & rectos comprehendunt angulos, basis igitur ν λ (per 4 primi) basi ν γ est æqualis. Est autẽ & ν θ, ipsi ν ζ æqualis, binæ iam λ ν, ν θ, binis γ ν, ν ζ, sunt æquales, & angulos rectos comprehendunt: basis igitur θ λ (per 4 primi) basi ζ γ est æqualis. Et quoniã binæ θ α, α λ, duabus ζ Δ, Δ γ, sunt æquales, & basis θ λ basi ζ γ est æqualis, & angulus igitur qui sub θ α λ (per 8 primi) angulo qui sub ζ Δ γ est æqualis. Est autẽ & qui sub β α λ, ei qui sub ε Δ γ æqualis, ad datam igitur rectam lineam α β, ad datumq; in ea signum α, dato angulo solido qui ad Δ æqualis angulus solidus cõstitutus est: quod erat agendũ. Eucl. ex Cãp. Prop. 27.

SVper assignatã lineam, dato solido æquidistantiũ superficierum, simile solidũ constituere. 27



CAMP. Sit assignata linea a b, d e, cuius situ utrũ in plano iaceat uel sursum exurgat, nil curetur, fitq; assignatũ parallelogrammũ solidũ, corpus c d, cui super lineã a b, iubemur simile solidũ fabricare. Sint igitur tres lineę continẽtes superficiales angulos, ex quib. cõponitur solidus angulus c, inscriptæ literis c e, c f, c g. At secũdũ præcepta præmissæ super punctũ a lineæ a b cõstituatur angulus solidus æqualis c, quẽ contineant tres lineę a b, a h, a k. & auxilio 10 sexti sit proportio c e, ad a b, & e f ad a h, & g c. ad a k, proportio una. Dehinc à trib. pũctis b, h, k, protrahãtur sex lineæ h l æquidistãtes lineę a b, & h m æquidistans lineæ a k, iterũ b l æquidistãs lineę a h & b n æquidistans lineæ a k, rursus quoq; k n æquidistãs a b, & k m æquidistãs a h, amplius aũt protrahãtur, m p æquidistãs h l, & p l æquidistãs h m, protrahatur quoq; & linea p n. Eritq; completũ solidum parallelogrammũ a p, quod dico esse simile solido c d. Hoc autem ex diffinitione similiũ superficierum & diffinitione similium corporum si earum memineris, facile concludes.

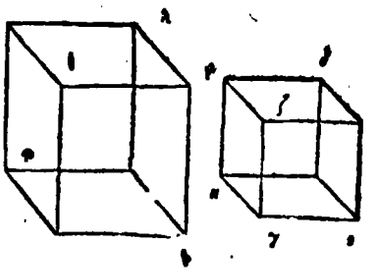
Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propositio 27.

Ex data recta linea, dato solido parallelepipedo simile & similiter positum solidum parallelepipedum describere. 27

THEON ex Zãb. Esto quidẽ data recta linea α β, datũ autẽ solidũ parallelepipedũ esto γ Δ. Oportet iam ex data recta linea α θ, ipsi γ Δ solido parallelepipedo dato simile similiterq; positum solidũ parallelepipedum describere. Cõstituatur enim (per 26 undecimi) ad ipsam α β, rectam lineam, ad signumq; in ea α, ei qui ad γ solido angulo æqualis qui sub θ α β, β α ν, ν α β, comprehenditur, ut æqualis sit qui sub β α θ ei qui sub ε γ ζ, qui uerò sub β α ν ei qui sub ε γ ν, insuper qui sub ν α β, ei qui sub ν γ ζ. Fiatq; sicut ε γ ad γ ν, sic β α ad α ν: sicut autem ν γ ad γ ζ, sic ν α ad α θ, & ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut ε γ ad γ ζ, sic β α ad α θ.

Complea-

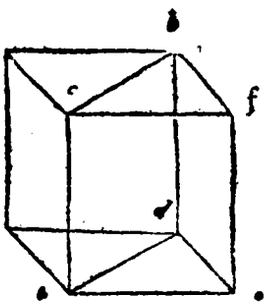
Complcatur q; ipſum θ β parallelogrammum, & ipſum α λ ſolidum. Et quoniam eſt ſicut ε γ ad γ ο, ſic β α ad α π, & quæ circum æquos angulos qui ſub ε γ ο, β α π, latera ſunt proportionalia, igitur parallelogrammũ π ε ipſi π β parallelogrammo eſt ſimile (per diffinitionem ſexti.) Idq; propterea & π θ parallelogrammum ipſi π ſ parallelogrãmo eſt ſimile, & inſuper ipſum ſ ε ipſi θ β. Tria igitur parallelogramma ipſius γ Δ ſolidi, tribus parallelogrãmis ipſius α λ ſolidi ſunt ſimilia. Sed tria, tribus quæ ex oppoſito æqualia & ſimilia ſunt. Totum igitur γ Δ ſolidum, toti α λ ſolido ſimile eſt. A data igitur recta linea α β, dato ſolido parallelepipedo γ Δ ſimile & ſimiliter poſitum deſcriptum eſt α λ: quod feciſſe oportuit.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 28.

28 SI ſuperficies aliqua ſolidũ parallelogrammũ ſuper duas quaslibet oppoſitas ſuperficies eius terminales & ſuper earum duas diametros ſecet, eãdem ſuperficiem corpus illud per æqualia ſecare neceſſe eſt.

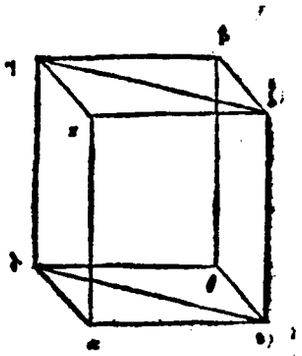
CAMPANVS. Sit corpus a b ſolidum parallelogrammum, de quo ſit poſitum quòd ſuperficies a b c d ſecet ipſum ſuper diametros duarum ſuperficierum oppoſitarum ipſum terminantiũ, quæ ſint a d & c b. Dico quòd ipſa diuidit iſtud ſolidum propoſitum, per æqualia. Conſtat enim quòd ipſa diuidit illud ſolidum in duo ſerratilia, quorum ſuperficies quadrilateras binas & binas adinuicem relatas, ſecundum quod ipſæ ſunt oppoſita latera ſolidi propoſiti, manifeſtum eſt ex 24 huius eſſe æquales, cum ſolidum de quo loquimur, poſitum ſit eſſe parallelogrammum. Eadem quoq; & 41 primi conſtat, trilateras ſuperficies dictorum ſerratilium eſſe æquales. Igitur à diffinitione ſolidorum æqualiũ, liquet quod propoſitum eſt.

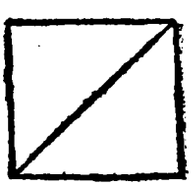


Euclid. ex Zamb. Theorema 23. Propoſitio 28.

29 Si ſolidũ parallelepipedũ plano ſecetur per diagonios eorũ quæ ex oppoſito planorum, ipſum ſolidũ ſecabitur ab ipſo plano bifariam.

THEON ex Zãb. Solidum enim parallelepipedum α β, plano γ Δ ε ſ, ſecetur per diagonios eorum quæ ex oppoſito planorũ γ ſ, Δ ε. Dico quòd ipſum α β ſolidum ab ipſo γ Δ ε ſ plano bifãriam ſecabitur. Quoniã enim (per 34 primi) γ π ſ triangulum æquũ eſt triangulo γ β ſ, & triangulum α Δ ε ipſi Δ ε θ, eſt autem γ α parallelogrammum ipſi θ ε æquale, ex oppoſito enim, ipſum autem π ε ipſi γ θ, & (per 21 undecimi) priſma igitur comprehenſum ſub duobus triangulis γ π ſ, α Δ ε, & tribus parallelogrammis, hoc eſt π ε, α γ, γ ε, æquum eſt priſmati comprehenſo ſub duobus triangulis γ ſ θ, Δ ε θ, & tribus parallelogrammis, hoc eſt γ θ, β ε, γ ε. Sub æqualibus enim planis & multitudine & magnitudine comprehenduntur (per diffinitionem undecimi.) Quare totum α θ ſolidum bifariam ſcinditur ab ipſo γ Δ, ε ſ, plano: quod erat oſtendendum.





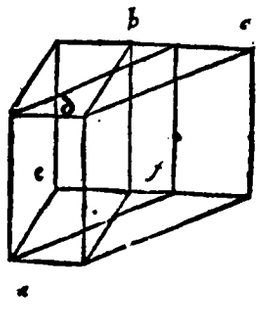
ZAMBERTVS. Diagonius, linea recta eſt quæ in figuris angularibus ab uno angulo inſurgit & ſeſe in alium extendit angulum. Vt in hac figura patet.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 29.

29 VNcta ſolida ęquidiſtantiũ ſuperficierũ ęquè alta atq; in eadẽ baſi ſuper unam lineam conſtituta, probantur eſſe æqualia.

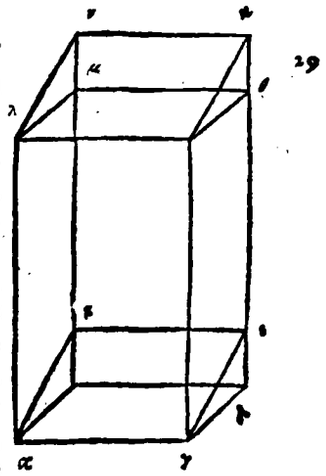
CAMPANVS. Verum eſt quòd ſolida æquidiſtantium laterum æquè alta, ſiue inter ſuperficies æquidiſtantes ſuper unam & eandem baſin conſtituta, ſunt adinuicem æqualia, ſicut de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum ſuper unam baſin, & inter lineas æquidiſtantes conſtitutis, in 35 primi demonſtratum eſt. Sed talium ſolidorum quædam dicuntur conſtitui ſuper lineam unam, & ſunt illa, quorum ſupremarum ſuperficierum duo oppoſita latera ſunt ſecundum rectitudinem protracta, linea una, & de talibus hæc 29 proponit demon-

demonſtrandum, ipſa omnia eſſe ęqualia adinuicem. Sunt autem eorum alia quæ non dicuntur conſtituta ſuper lineam unam, & ſunt illa quorum ſupremarum ſuperficierum duo latera oppoſita quæcunq; ſumantur ſecundum rectitudinem protracta, non ſunt linea una, & de talibus ſequens demonſtrandum proponet, ipſa quoq; omnia eſſe adinuicem ęqualia. Sint itaq; duo ſolida parallelogramma æquè alta ſiue inter ſuperficies ęquidiſtãtes a b & a c, conſtituta ſuper unam baſin quæ ſit a d, quorum ſupremæ ſuperficies ſunt e b & b c, ſintq; harum ſupremarum ſuperficierum duo latera oppoſita, cum ſecundum rectitudinem protrahantur, linea una, & ipſa ſunt c f & b c. Dico itaq; quod ſolida a b & a c, ſunt æqualia. Hoc autem (ſi figura eius ſecũdum quod oportet, actu uel cogitatione fabricaueris, & quemadmodum in 35 primi proceſſeris, idem faciẽs hic de ſerratilibus quod ibi de triangulis) facile concludere poteris, occurruntq; tibi hic eædem diuerſitates in ſolidis, quę ibi in ſuperficiebus occurriſſe nouiſti.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propoſitio 29.*

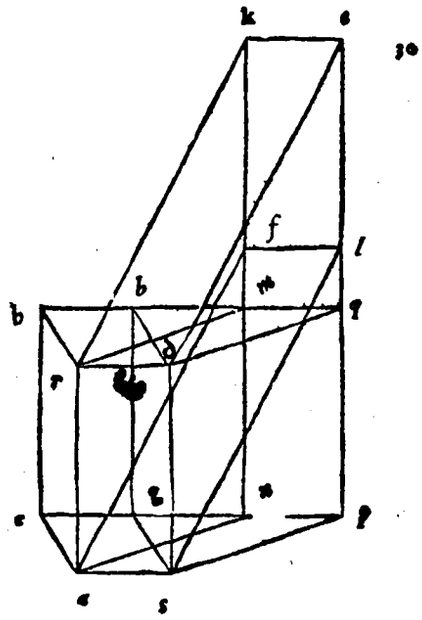
Super eadẽ baſi & ſub eadem altitudine ſolida parallelepipeda cõſiſtentia, quorũ ſtantes ſuper eiſdẽ ſunt rectis lineis, inuicẽ ſunt æqualia.



THEON ex Zamb. *Sint ſuper eadẽ baſi α ζ, ſolida parallelepipeda γ μ, γ ν, ſub eadem altitudine, quorum ſtantes hoc eſt α ξ, α κ, λ μ, λ ν, γ δ, γ ε, ζ θ, & β κ, ſuper eiſdem ſint rectis lineis ipſi ξ ν δ κ plano. Dico quod ſolidum γ μ, æquũ eſt ipſi γ ν ſolido. Quoniam enim parallelogrammum eſt utrũq; ipſorum γ θ, γ κ, æquales eſt (per 34 primi) γ ζ utriq; ipſarum δ θ, ε κ. Quare & δ θ, ipſi ε κ eſt æqualis. Communis auferatur ε θ, reliqua igitur δ ε, reliquæ θ κ eſt æqualis. Quare & ipſum quidem δ γ ε triangulum ipſi θ κ ζ triangulo eſt æquale, & δ κ parallelogrammũ ipſi θ ν parallelogrammo, & id propterea triangulum α κ ξ, triangulo μ λ ν eſt æquale. Eſt autem & ipſum quidem γ ξ parallelogrammum, ipſi β μ parallelogrammo æquum, & γ κ, ipſi β ν, ex oppoſito nanq;. Igitur & priſma comprehenſum ſub duobus quidem triangulis ξ α κ, δ γ ε, tribusq; parallelogrammis α δ, δ κ, γ κ, æquum eſt priſmati comprehenſo ſub duobus quidem triangulis μ λ ν, θ β κ, & tribus parallelogrammis, hoc eſt β μ, ν θ, β ν. Commune apponatur ſolidum, cuius baſis quidem ſit parallelogrammum α β, ex oppoſito autem κ ε θ μ. Totum igitur γ μ ſolidum parallelepipedum, toti γ ν ſolido parallelepipedo eſt æquale. Super eadem igitur baſi exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, quorum ſtantes ſuper eiſdem ſunt rectis lineis, ſunt inuicem æqualia. Quòd oportuit oſtendere.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 30.*

Vncta ſolida æquidiſtantium ſuperficierũ æquè alta, quę in eadẽ baſi, nõ autem ſuper unam lineã fuerint conſtituta, probantur eſſe æqualia.



CAMPANVS. Sint nunc duo ſolida parallelogramma æquè alta ſiue inter ſuperficies ęquidiſtantes, ſintq; ſuper unam & eandem baſin, ſed non ſuper lineam unam conſtituta. Dico iterum ea eſſe æqualia. Eſto enim duo ſolida parallelogramma a b et a c ęquè alta ſiue inter ſuperficies ęquidiſtãtes, conſtituta ſuper unam baſin quæ ſit a d, ſed non ſuper unam lineam, ſintq; eorũ ſupremæ ſuperficies e b & f c, duarum oppoſita latera ſecundum rectitudinem protracta, nõ erunt linea una. Cumq; ipſa ex hypotheſi ſint in una ſuperficie eo quod ſolida propoſita ſunt inter ſuperficies æquidiſtantes, neceſſe eſt ut duo latera unius earum protracta ſecundum

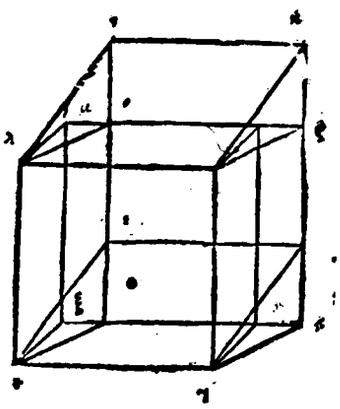
ſecundum rectitudinẽ, ſecent duo alterius earum protracta ſecundum rectitudinem: Protrahantur itaq; duo oppoſita latera ſuperficiei e b, quæ ſint e g & h b, & duo oppoſita ſuperficiei f c, quę ſint k f & c l, & ſecent quatuor puncta m, n, p, q, eritq; ſuperficies m n p q, ęquidiſtãtium laterum, æqualis unicuiq; triũ ſuperficierum, quarum una eſt baſis propoſitis ſolidis cõmunis, & ipſa eſt a d, & duæ reliquæ ſunt ſupremæ ſuperficies eorundem ſolidorum, & ipſæ ſunt e b & c f. Ductis itaq; lineis à quatuor punctis m, n, p, q, ad quatuor angulos baſis a d ſibi inuicem directã habitudinem relatos, quæ ſit n a, m r, p ſ, q d, perfectum erit ſolidum parallelogrãmum a q in eadem baſi cum utroq; duorum priorum, & æquè altum, & ſuper lineam unam cum utroque ipſorum. Per præmiſſam igitur utrunlibet duorum ſolidorum propoſitorum quæ ſunt a b & a c, eſt æquale ſolido a q. per conceptionem ergo eſt ſolidum a b, æquale ſolido a c, quare cõſtat propoſitum.

CAMPANVS. Potes quoq; conuerſas huius & præmiſſæ probare ſi libet, ducendo ad impoſſibile. Pones enim quælibet duo ſolida pararallelogramma eſſe ęqualia & cõſtituta ſuper eãdem baſin æquidiſtantia, & demonſtrabis ea eſſe æquè alta. Eruntq; hæc & præmiſſa tuæ demonſtrationis mediũ. Impoſsibile aũt ad quod duces, erit partẽ ſuo toti eſſe æqualẽ. Quod euidenter pãtebit, ſi de illo ſolido (quod altius eſſe mentitur aduerſarius, cum tamẽ ambo poſita ſint æqualia & ſuper eandem baſin conſtituta) unum ſolidum parallelogrammum ęquè altum demiſsiori abſcideris. Hoc autem abſciſſum æquale eſſe demiſsiori conuinces ex hac & præmiſſa, ideoq; & toti illi à quo ipſum abſcideris ex communi ſcientia.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propoſitio 30.*

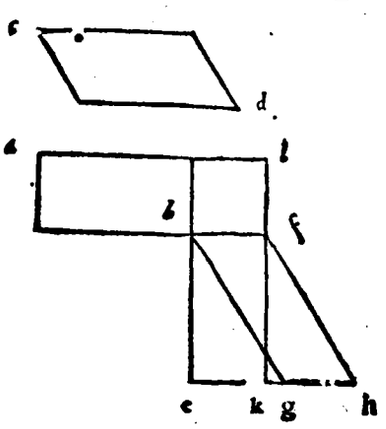
30 **Sup eadẽ baſi exiſtẽtia ſolida parallelepipeda & ſub eadẽ altitudine, quorũ ſtãtes nõ ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis, inuicẽ ſunt ęqualia.**

THEON *ex Zamb.* *Sint ſuper eadem baſi α β ſolida parallelepipedа γ μ, γ ν, ſub eadem altitudine, quorum ſtantes α ζ, α κ, λ μ, λ ν, γ δ, γ ε, β θ, β ι, non ſint ſuper eiſdem rectis lineis.* Dico quòd *ſolidum γ μ, æquum eſt ipſi γ ν ſolido.* Extendantur, inquam, *ipſæ ν κ, κ ε, inſuper et ipſæ μ θ, ζ δ, concurrantq; adinuicem in ο, ρ, π, ξ, ſignis, cõnectanturq; α ξ, λ ο, γ π, β ρ.* Aequũ iam eſt (per 29 undecimi) *ipſum γ μ ſolidum, cuius baſis eſt α γ β λ, parallelogrammum, ex oppoſito uerò ζ δ θ μ, ipſi γ ο ſolido, cuius quidem baſis α γ β λ, parallelogrammum, ex oppoſito autem ξ π ρ ο, ſuper eadẽ enim baſi ſunt α γ β λ. quorũ ſtantes α ζ, α ξ, λ μ, λ ο, γ δ, γ π, β θ, β ρ, ſuper eiſdem ſunt rectis lineis ζ ω, μ ρ. Sed ſolidum γ ο, cuius baſis quidem eſt α γ, β λ parallelogrammum, ex oppoſito autem ξ π ρ ο, æquum eſt ipſi γ ν ſolido, cuius baſis quidem α γ β λ, parallelogrammum, ex oppoſito autem κ ε ν, ſuper eadem enim ſunt baſi α γ β λ, & ipſorum ſtantes α κ, α ξ, γ ε, π γ, λ ν, λ ο, β κ, β ρ, ſuper eiſdem ſunt rectis lineis λ ξ, π κ. Quare & γ μ ſolidum, æquum eſt ipſi γ ν ſolido. Super æqualibus igitur baſibus exiſtentia ſolida & parallelepipeda & ſub eadem altitudine, quorũ ſtantes nõ ſunt ſuper eiſdem rectis lineis, ſunt inuicem æqualia: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 31.*

31 **Olida ęqdiſtãtiũ ſuperficierũ in baſib. æquis cõſtituta, ſi fuerint ęquè alta, lineęq; eorũ angulares ſupra baſes orthogonaliter ſteterint, erunt æqualia.**



CAMPANVS. Et hoc quoq; uerũ eſt ąd omnia ſolida parallalelogrãma in æquis baſibus atq; inter ſuperficies æquidiſtantes, ſiue æquè alta conſtituta ſunt ad inuicem æqualia, ſicut de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum ſuper æquales baſes & inter lineas æquidiſtãtes conſtitutis in 36 primi probatum eſt. At talium ſolidorum, alia quorum angulares lineæ ſuper ſuas baſes orthogonaliter eriguntur, de quibus hæc 31 proponit, demonſtrandum ea eſſe æqualia. Alia uerò ſunt quorum angulares lineæ ſuper ſuas baſes non ſunt orthogonaliter erectæ, de quibus ſequens demonſtrandum proponit ea eſſe ęqualia. Intelli-

gantur itaque ſuper duas baſes a b & c d, quæ ſint æquales & æquidiſtantium laterum non tamen unius creationis, ſed ſit a b tetragonus longus & c d diſsimile helmuayn, duo ſolida æquidiſtantium laterum conſtituta æquè alta, ſintq; lineę erectæ ſuper angulos propoſitarum baſium, perpendiculares ad ipſas. Dico hæc duo ſolida adinuicem eſſe æqualia. Protrahatur itaq; duo latera baſis a b, & ſint illa quę continẽt angulum b, uſq; ad f & e, & fiat angulus f b g, qualis angulo c baſis c d & ſumantur duæ lineæ b f & b g, æquales duobus lateribus baſis c d, quę continent angulum c & perficiatur ſuperficies æquidiſtantium laterum b h, quæ erit ęqualis & ſimilis baſi c d. Dehinc protrahatur h e æquidiſtans b f, & f k æquidiſtans b e, eritq; quadrilatera ſuperficies b k ęquidiſtantium laterum, ęqualis b h, ex 35 primi. Cumq; b h ſit æqualis ę d, erit per conceptionem b k æqualis a b. Compleatur itaque ſuperficies ęquidiſtantium laterum b l, protracta linea k f quouſq; concurrat cum uno er lateribus continentibus angulum a in puncto l. Age ergo ſuper tres ſuperficies æquidiſtantium laterum, quæ ſunt b h, b k b l, conſtituantur æquè alta ſolida ſolido conſtituto ſuper baſin a b, ſintq; lineæ omnium ſolidorum iſtorum erectę ſuper baſes perpendiculares ad ipſas & appellentur baſes, & ſolida ſuper eas conſtituta eiſdẽ nominibus. Manifeſtum eſt ergo ex diffinitione ſolidorum ęqualium atq; ſimilium, quod duo ſolida b h & c d, ęqualia atq; ſimilia ſunt: de ſolidis autem b h & b k, conſtat ex 29 quod ipſa ſunt æqualia: ſunt enim ęquè alta & conſtituta ſuper eandem baſin, & ipſa eſt ſuperficies erecta ſuper lineam b f & ſuper lineam unam, eſt autem per 25 proportio ſolidi a b ad ſolidum b l, ſicut baſis a b ad baſin b l, & per eandem ſolidi b k, ad ſolidum b l, ſicut baſis b k ad baſin b l. Cumq; ſit utriuſq; duarũ baſium a b & b k ad baſin b l una proportio ex prima parte 7 quinti, erit utriuſq; duorum ſolidorum a b & b k ad ſolidum b l proportio una, igitur ex prma parte 9 quinti erunt duo ſolida a b & b k ęqualia. At quia ſolidum b k eſt æquale ſolido b h, ſolidumq; b h ſolido c d, ſequitur ex communi ſcientia ſolidum a b eſſe æquale ſolido c d: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 31.

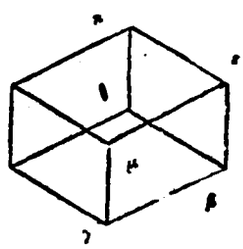
SI ſolida ęquidiſtantium ſuperficierum in æquis baſibus cõſtituta æquè alta fuerint, lineæ autem angulares ſupra baſes orthogonaliter non ſteterint, ipſa eſſe æqualia neceſſe eſt. 31

CAMPANVS. Fabricatis duobus corporibus, ut proponitur, uidelicet qui ſint æquidiſtantium terminorum & æquè alta & ſuper baſes æquas perpendiculariter, non autem ſuper baſes ſuas erecta, ſed ambo ſuper eas inclinata, ſi autem à quatuor angulis ſupremarum ſuperficierum ipſorum ad baſes ſuas perpendiculares ducantur, quæ ex ſexta erunt ſingulæ ęquidiſtantes & etiam ex hypotheſi ſingulæ ſingulis æquales (ipſæ enim ſolidorum propoſitorum altitudinem diffiniunt) & ſi inter eas ſolida æquidiſtantium laterum perficiantur, conſtabit ex præmiſſa hęc duo ſolida ultimò conſtituta eſſe adinuicem æqualia. Cumq; duorum priorum & duorum poſteriorum ſint eædem baſes, uidelicet eorum ſuperficies ſupremæ, cõſtat ex 29 uel 30 & hac communi ſcientia quæcunque æqualibus ſunt æqualia, ſibi inuicem ſunt æqualia, uerum eſſe quod propoſitum eſt. Ex his potes conuerſas huius & præmiſſæ eiuſdem mediantibus indirectæ demonſtrare ſi libet; eodem modo & ad idem inconueniens ſicut in conuerſis duarum iſtas antecedentium deducendo: pones enim duo ſolida parallelogramma eſſe æqualia & ſuper æquales baſes, & conuinces ea eſſe æquè alta, uel pones ea eſſe æquè alta & æqualia, & conuinces ea eſſe ſuper baſes æquales.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 26. *Propoſitio* 31.

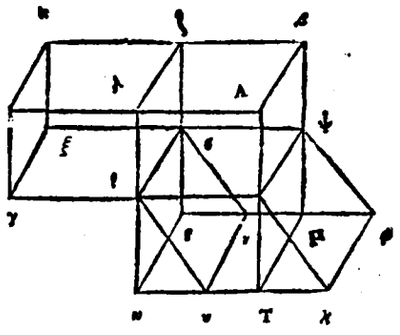
Super æqualibus baſibus ſolida parallelepipeda exiſtẽtia, & ſub eadem altitudine inuicem ſunt æqualia. 32

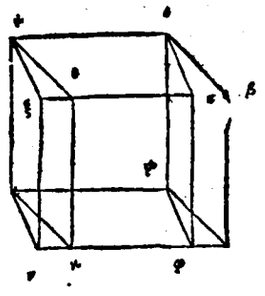
THEON ex Zamberto. *Sint ſuper æqualibus baſibus α 6, γ Δ, ſolida parallelepipeda α ε, & γ ζ, ſub eodem faſtigio. Dico quòd ſolidum α ε,* Camp. 31 *æquum eſt ipſi γ ζ ſolido. Sint primum ſtantes ipſæ θ κ, β ε, α κ, λ μ, ο π, Δ ζ, γ ξ, & ę σ, ad angulos rectos ipſis α β γ Δ baſibus, & angulus qui ſub α λ β, æqualis non ſit angulo qui ſub γ ę Δ. Extendatur q; in rectam lineam γ ę, ipſi ę τ. Conſtituatur q; (per 23 primi) ad ipſam ę τ rectam lineam, ad ſignum q; in ea ę, ipſi α λ β, angulo æqualis angulus qui ſub τ ę υ, ponatur q; (per 3 primi,) ipſi quidem α λ, æqualis ę τ. ipſi autem λ β æqualis ę υ (per 31 primi) ipſi ę τ parallelus excitetur χ υ compleatur q; baſis ę χ, & ſolidum ϕ υ. Et quoniam binæ τ ę, ę υ, binis α λ, λ 6, ſunt æquales, & æquos angulos comprehendunt, æquũ igitur eſt & ſimile ę χ, parallelogrammum ipſi α β, parallelogrammo. Et quoniam rurſus æqualis eſt α λ qui*

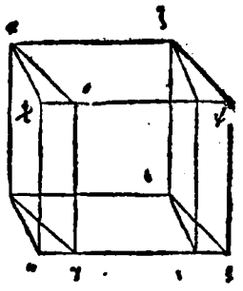


dem

dē ipſi ϱ τ:λ μ uerò ipſi ϱ σ,& angulos noſtros cõprehendunt,æquũ igitur & ſimile eſt ϱ ψ parallelogrãmum ipſi ∝ μ parallelogrammo. Iam idq; propterea & λ ε,ipſi σ υ eſt æquale,& ſimile. Tria igitur parallelogramma ipſius ∝ ε ſolidi,tribus parallellogrammis ipſius ψ υ,ſolida æqua ſunt & ſimilia. Sed tria,tribus ijs quæ ex oppoſito æqua ſunt & ſimilia. Totum igitur ſolidum ∝ ε parallelepipedum,toti ψ υ,ſolido parallelepipedo æquum eſt. Extendantur (per 2 poſtulatum) ipſæ ϰ ϱ & χ υ,quæ ueniant in cõgreßum in ω,& per τ (per 31 primi) ipſi ϱ ω parallelus excitetur τ T,extendaturq; τ T & σ ϰ quæ ueniunt in cõgreſſum in A,cõpleanturq; ipſa ω ψ,& ϱ ι,ſolida. Æquum iam eſt ψ ω ſolidum,cuius baſis quidem eſt ϱ ψ,parallelogrammum,ex oppoſito uerò ω Γ,ipſi ψ υ ſolido,cuius quidem baſis eſt ϱ ψ parallelogrãmum,ex oppoſito uerò υ φ. In eadem ſiquidem ſunt baſi ϱ ψ,ſub eodẽq; faſtigio,& ſtãtes ϱ ω,ϱ υ,τ T,τ χ,σ τ,σ υ,ψ Γ,& ψ φ, ſuper eiſdem ſunt rectis lineis ω χ,& σ φ. Sed ſolidũ ψ φ, ipſi ∝ ε,ſolido æquũ eſt,& ſolidum igitur ψ ω,ipſi ∝ ε ſolido æquũ eſt. Quoniã autem ipſum ϱ υ,χ τ,parallelogrãmum ipſi ω τ parallelogrãmo (per 35 primi) æquum eſt: æquũ eſt autem & ∝ β, parallelogrãmum ipſi ϱ χ, parallelogrammo,æquum igitur eſt & ω T ipſi ∝ β. Æquum autẽ eſt & γ ϰ ipſi ∝ β,æquũ igitur eſt & ω τ ipſi γ ϰ. Eſt autẽ aliud ϰ τ,eſt igitur (per 7 quinti,) ſicut γ ϰ,baſis ad ϰ τ baſin,ſic ω τ baſis ad ϰ τ baſin. Et quoniã parallelepipedũ γ ι,plano ρ ξ ſecatur,parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis,eſt igitur ſicut γ ϰ baſis ad ϰ τ baſin,ſic γ ſ,ſolidum ad ϱ ι ſolidum. Idq; propterea iam quoniã ſolidum parallelepipedum ω ι, plano ϱ ψ,ſecatur parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis: eſt igitur ſicut ω τ baſis ad ϰ τ,baſin,ſic ω ψ ſolidum ad ϱ ι ſolidum. Sed ſicut γ ϰ baſis ad ϰ τ baſin,ſic ω τ,ad τ ϰ,& ſicut igitur (per 11 quinti,) γ ſ,ſolidũ ad ϱ ι ſolidum,ſic ω ψ ſolidũ ad ϱ ι. Vtrunq; igitur ipſorum γ ſ,ω ψ, ſolidorũ, ad ϱ ι ſolidũ eandẽ habet rationẽ. Æquũ igitur eſt γ ſ ſolidũ,ipſi ω ψ ſolido. Sed oſtenſum eſt,quòd ω ψ,ipſi ∝ ε,æquum eſt,& γ ſ. Igitur ipſi ∝ ε æquum eſt. Non ſint iam ſtantes π κ,β κ,β ε,λ μ,γ ν,ο π,ϰ ſ,ϱ σ,ad angulos rectos,ipſis ∝ δ,γ ϰ,baſis. Dico quòd rurſus ſolidũ ∝ ε,æquũ eſt ipſi γ ſ,ſolido. Excitentur (per 11 undecimi) ab ipſis ϱ ε,κ μ,π ſ,υ σ, ſignis,ad ſuppoſitũ planum, κ ξ,ξ τ,κ υ,μ φ,π χ,ſ ψ,ν ω, σ ι perpendiculares,& cõnectantur ξ τ,υ φ,ξ υ, τ φ,χ ψ,χ ω,ω ι,ψ ι. Æquũ iam eſt (per 31 undecimi) κ φ ſolidum ipſi ∝ ι ſolido,in æqualibus ſiquidẽ ſunt baſibus κ μ,π σ,& ſub eodẽ faſtigio quorũ ſtantes ad angulos rectos ſunt ipſis baſibus. Sed ipſum quidem κ φ ſolidũ, ipſi ∝ ε,ſolido (per 30 undecimi) eſt æquale,& π ι ipſi γ ſ, in eadẽ ſiquidẽ ſunt baſi & ſub eodem faſtigio,quorum ſtantes non ſunt in eiſdem rectis lineis. Et ∝ ε ſolidum igitur ipſi γ ſ ſolido æquum eſt. Super æqualibus igitur baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eodem faſtigio,inuicem ſunt æqualia: quod demonſtrare oportebat.





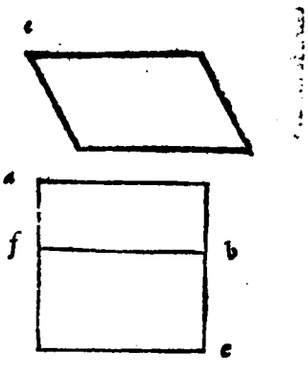


Euclid.ex Camp. Propoſitio 33.



Mnia ſolida æquidiſtãtiũ ſuperficierũ, æquè alta ſuis baſibus ſunt proportionalia.

CAMPPANVS. Sint duo ſolida æquidiſtantiũ ſuperficierũ æquè alta,conſtituta ſuper duas baſes a b & c d. Dico quòd proportio illorũ duorum ſolidorũ unius ad alterũ eſt ſicut proportio ſuarũ baſium quæ ſunt a b & c d,unius ad alterã. Conſtat quidem ex 24,utranq; harum duarum baſium eſſe æquidiſtantium laterum,duo igitur latera oppoſita & æquidiſtãtium,in ſuperficie a b protrahantur,& inter ea fiat ſuperficies æquidiſtantium laterum quæ ſit f e,æqualis c d. Dehinc ſupra ſuperficiem f e,compleatur ſolidum parallelogrammum æquè altum ei quod conſtitutum eſt ſuper baſin a b,fitq; amborum communis terminis illa ſuperficies, quæ exurgit ſuper lineam b f,hæc autem ſolida & ſuæ baſes, eiſdem nuncupentur nominibus. Quia igitur baſis f e, eſt æqualis baſi c d,erit ex 31 uel 32 ſolidum f e æquale ſolido c d. At quia totale ſolidum a e ſecat ſuperficies,exurgens ſuper lineam b f æquidiſtanter duobus lateribus oppoſitis,

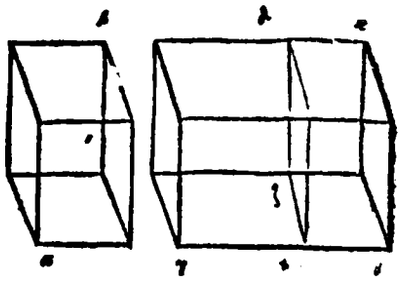


positis, erit ex 25 proportio solidi f e ad solidum a b, sicut basis f e ad basin a b. Cumq; sint c d & f e tam bases quàm solida æqualia, bases quidē ex hypothesi, solida autem ex 31 uel 32, sequitur ex 7 quinti bis assumpta semel pro basibus & semel pro solidis, quòd solidorum a b & c d basium q; a b & c d sit proportio una. Quod demonstrare uoluimus. Huius quoq; conuersam ipsa eadem mediante demonstrare quemadmodum cōuersas præcedentium, non est difficile. Pones enim duo solida parallelogramma esse suis basibus proportionalia, & cōuinces ea esse æquè alta. Abscisoq; ab eo quod altius mentietur aduersarius uno solido parallelogrammo æquè alto demissiori, erunt abscisum & demissius suis basibus proportionalia ex hypothesi & ex hac 33. Cumq; etiam essent totale altius à quo partiale abscidisti, & ipsum demissius eisdem basibus proportionalia ex hypothesi, sequitur (ex prima parte 9 quinti) totale quod aduersarius dicit altius, & partiale quod ab eo abscidisti, esse æqualia.

Euclid. ex Zamb. Theorema 27. Propositio 32.

Sub eadem altitudine existentia solida parallelepipeda, adinuicem sunt sicut bases. 32

THEON ex Zamb. *Sint sub eadem altitudine solida parallelepipeda, α β, γ Δ. Dico quod ipsa α β, γ Δ, solida parallelepipeda adinuicē sunt sicut bases, hoc est quod sicut α ι basis, ad γ ζ, basin, sic est α β solidum ad γ Δ solidum. Prætendatur enim (per 45 primi) ad ipsam ζ κ, ipsi α ε æquū ζ θ, & à basi quidem ζ θ, altitudine autem ipsius γ Δ, solidum parallelepipedum compleatur κ ν. Aequū iam est (per 31 undecimi) α β solidum, ipsi κ ν solido. in æqualibus enim sunt basibus α ι, κ θ, & sub eadem altitudine. Et quoniam solidum parallelepipedū γ ν, à plano Δ ν, secatur parallelo existenti eis quæ oppositō planis, est igitur (per 25 undecimi) sicut θ ζ, basis ad ζ γ, basin, sic est γ Δ, ad ipsum ν Δ, solidū. Aequalis uerò est ipsa quidem ζ θ, basis ipsi α ι basi, & κ ν solidum ipsi α β solido, est igitur & sicut α ι basis ad γ ζ, basin, sic α β solidum ad γ Δ solidum. Sub eadem igitur altitudine existentia solida parallelepipeda, & reliqua ut suprà: quod erat ostendendum.*

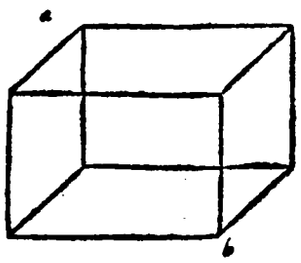


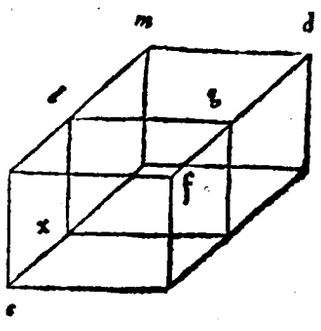
Euclid. ex Camp. Propositio 34.



I duo solida æquidistātium superficierum lineis altitudinum super bases orthogonaliter erectis fuerint æqualia, eorum bases eorūdem altitudinibus mutuas esse. Si uerò fuerint duæ bases suis altitudinibus mutuæ, ipsa solida sibi inuicem æqualia esse necesse est. 34

CAMPANVS. Quæcunq; sint duo solida æquidistantium superficierum æqualia, eorum bases & altitudines necesse est esse mutekesias, & econuerso, quemadmodum de superficiebus æquidistantium laterum æquiangulis 13 sexti propositum fuit. Attamen hac 34 istud demōstrandum proponitur de illis solidis parallelogrāmis, in quibus lineę altitudinum suis basibus parallelogrammis orthogonaliter insistunt, ea uerò quæ sequitur, proponit idem de cæteris. Sint ergo nūc duo solida parallelogramma a b & c d æqualia, quorum bases sint a e & c f, lineæq; altitudinum ipsorū sint super has bases orthogonaliter erectę, & sit altitudo solidi a b, linea e b, & solidi c d linea f d. Si igitur fuerint duæ lineæ e b & f d determinantes ipsorum solidorum altitudines, æquales adinuicem, cum ipsa quoq; solida sint ex hypothesi æqualia, erunt ex conuersa 31 bases eorum quę sunt a e & c f, æquales, ideoq; bases & altitudines erunt mutuæ, sicq; cōstabat propositi prima pars. Econuerso constabat secunda. Vt si altitudines & bases sint mutuę, ponanturq; altitudines æquales, erunt quoq; bases æquales: ideoq; per 31 & solida æqualia: & sic cōstat secunda pars. At uerò si lineæ b & f d non fuerint æquales, sit f d maior, ex ea resecetur f g ad æqualitatē e b, tribusq; cæteris lineis quæ sunt altitudinis solidi c d ad eandem mensuram in punctis b, k, l,





b,k,l,reſectis perficiatur ſolidum parallelogrãmum c g æquè altum ſolido a b, eritq; ex præmiſſa, a b c g, ſicut a e ad c f. Cum itaq; c d ſit æquale a b, erit (ex prima parte 7 quinti) c d ad c g, ſicut a e ad c f. Per præmiſſam autem eſt proportio c d ad c g, ſicut m f ad f l, quod patet, ſi una ex lateralibus ſuperficiebus ſolidi c d (& ipſa ſit f m) intelligatur baſis ipſius. At (per primam ſexti) f m ad f l, ſicut d f ad f g, ideoq; per ſextam quinti ſicut d f ad b e. Igitur a e ad e f, ſicut d f ad b e. Conſtat itaq; prima pars. Secundam partem cum ſit conuerſa primæ, conuerſo modo probabis, ſit enim eadem diſpoſitione manente, proportio a e ad c f, ſicut d f ad e b. Dico tunc ſolida a b & c d eſſe æqualia. Erit enim ex 7 quinti d f ad f g, ſicut a e ad c f. Sed ex præmiſſa eſt a b ad c g, ſicut a e ad c f. Igitur eſt a b ad c g, ſicut d f ad f g, ex prima autem ſexti eſt d f ad f g, ſicut m f, ad f l, & ex præmiſſa c d ad c g ſicut m f ad f l. Itaq; c d ad g c, ſicut a b ad c g. Igitur ex 9 quinti a b & c d ſunt æqualia, quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 35.*

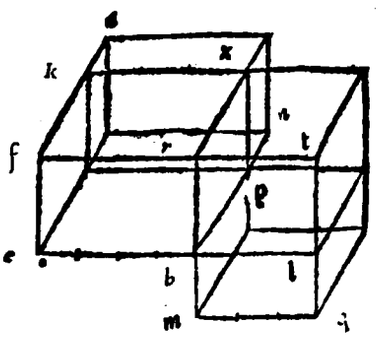
35 SI duo ſolida æquidiſtantium terminorum fuerint æqualia, eorum baſes eorundem altitudinibus erunt mutuæ. Si uerò baſes ſuæ altitudinibus ſuis mutuæ fuerint, quælibet duo corpora æquidiſtantium ſuperficierum probantur eſſe æqualia.

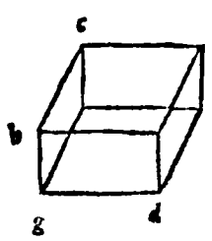
CAMPANVS. Quod præmia propoſuit de ſolidis parallelogrammis, quorum lineæ altitudinum ſuper baſes ſuas orthogonaliter exurgunt, hæc 35 proponit indiſtinctè de omnibus. Demonſtrare autem conuenit hanc ex præmiſſa, quèadmodum demonſtrauimus 32 & 33. Fabricatis enim duobus ſolidis æquidiſtantium laterum quibuſcunq; ſi lineæ altitudinum ſuis baſibus orthogonaliter inſiſtunt, conſtat uerum eſſe quod dicitur ex præmiſſa. Sin autem à quatuor angularibus punctis ſupremarum ſuperficierum in utroq; ſolido quaternæ lineæ demittãtur perpendiculariter ad baſes, uel à punctis angularibus infimarum ſuperficierum quaternç erigãtur, inter quas duo ſolida parallelogramma perficiantur æquè alta ſolidis prioribus, eruntq; ex 29 & 30 hæc duo ſolida duobus prioribus ſolidis æqualia. Cum igitur horum & eorum ſint eædem baſes & eædem altitudines, ſit autem ex præmiſſa de poſterioribus, uerum quod hæc 35 proponit, uerum erit idem etiam de prioribus.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 36.*

36 SI duo ſolida æquidiſtantium ſuperficierum fuerint ſimilia, proportio erit utriuſq; ad alterum, tanquam cuiuslibet ſui lateris ad ſuum relatiuum latus alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint enim duo ſolida a b & c d parallelogramma & ſimilia. Dico quòd proportio unius eorum ad alterum eſt ſicut unius lateris eius ad unum latus alterius quod ſibi refertur, proportio duplicata. quemadmodum duarum ſuperficierum ſimilium proportio eſt ſicut ſuorum relatiuorum laterum proportio duplicata, ut in 18 ſexti demonſtratum eſt. Nam ſi ſolida a b & c d fuerint æqualia, cum ipſa ponantur ſimilia, erunt ex diffinitionibus ſimilium corporum & ſimilium ſuperficierum cuncta latera unius æqualia ſuis relatiuis lateribus alterius. Ideo'que cum duarum quantitatum æqualium proportio triplicata aut quotieslibet ſumpta non efficiat niſi æqualitatis proportionem, conſtat ex hoc caſu uerum eſſe quod proponitur. Si autem inæqualia, ſit a b maius, cuius longitudo ſit b e, latitudo e f, altitudo f a, baſis e r, & ſuprema ſuperficies a n: ſolidi uerò c d, ſit longitudo d g, latitudo g h, altitudo h c. Conſtat itaq; ex diffinitionibus ſimilium corporum & ſimilium ſuperficierum & præſenti hypotheſi quod proportio a f ad c h, & f e ad h g, & e b, ad g d, ſit proportio una. Sumatur igitur ex linea a f quam manifeſtum eſt eſſe maiorem c h, linea f k, æqualis h c, cæteræ'que tres determinantes altitudinem ſolidi a b. reſecentur ad qualitatem eius, & inter eas compleatur ſolidum parallelogrammum k b æquè altum ſolido c d. Et protrahantur duæ lineæ baſis e b, uſque ad l, & r b uſque ad m, ſitq; b l





æqualis g d & b m æqualis h g & perficiatur ſuperficies æquidiſtãtium laterũ m l, quę erit æqualis & ſimilis h d. Super eã igitur erigat ſolidũ parallelogrãmum p q ſecundũ altitudinẽ præciſam ex altudine ſolidi a b eritq; p q æquale & ſimile ſolido c d. Rurſusq; inter lineas r b & b l perficiatur ſuperficies æquidiſtãtium laterũ b t, ſuper quã quoq; erigatur ſolidũ parallelogrãmũ x l æquè altum utriq; duorũ ſolidorũ k b & p q, replẽdo alterutrũ duorũ angulorũ hiãtiũ inter e a. Cũ autẽ duo ſolida a b, p q, ſint ſimilia, eo quòd ambo poſita ſint ſimilia ſolido c d, corpora uerò uni & eidẽ corpori ſimilia inter ſe ſunt ſimilia, ut patet ex diffinitione ſimiliũ corporũ & 20 ſexti, manifeſtum eſt ex 25 ter aſſumpta quod inter duo ſolida a b & p q, ſecundum cõtinuã proportionalitatẽ cadunt duo ſolida k b & x l. Opportunè ergo cõſtituta uel cõſtructa figura hypotheſibusq; memoriç firmè cõmendatis, ex prima ſexti facilè cõcludes propoſitum. Excute torporẽ, & diligẽter attẽde, ſciesq; ex 25 huius, pportionẽ ſolidi a b ad ſolidũ k b eſſe ſicut ſuperficiei a r ad ſuperficiem k r, ideoq; ex prima ſexti ſicut lineæ a f ad lineã k f, & proportionẽ ſolidi k b ad ſolidũ x l ſicut ſuperficiei k r ad ſuperficiẽ x t, ideoq; ſicut lineæ f r ad lineã r t, & proportionẽ ſolidi x l ad ſolidum p q, ſicut ſuperficiei r l ad ſuperficiẽ l m, ideoq; ſicut r b ad lineam b m. Ex hypotheſi uerò liquet, quòd proportio lineæ f r ad lineã r t, & lineæ r b ad lineam b m, eſt ſicut lineæ a f ad lineã k f. Itaq; ex diffinitione proportionis triplicatæ poſita in procœmio quinti, conſtat quòd proportio ſolidi a b ad ſolidum p q, ideoq; etiam ad ſolidum c d, eſt ſicut lineæ a f ad lineam k f triplicata. Et quia linea k f poſita eſt æqualis lineæ c h, patet uerum eſſe quod dicitur.

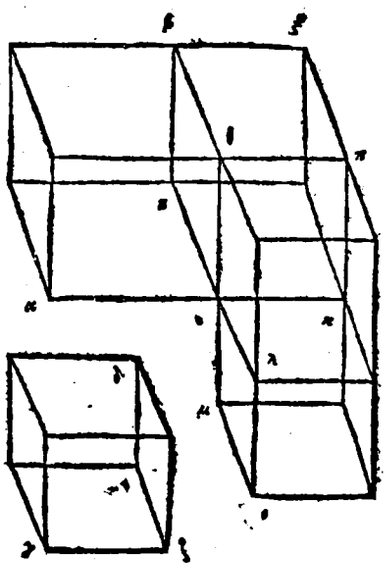
CAMPANVS. Scire autem oportet quod quicquid per hanc 36 & per 7 eam continuè præcedẽtes demõſtratum eſt de ſolidis parallelogrãmis, idẽ quoq; uerũ eſt de ſeratilibus, quorũ baſes cõmuniter ſunt trigonæ aut cõmuniter tetragonę. Hoc autẽ, ex 28 & hac 36 & 7 eam cõtinuè præcedẽtib. cõſtabit ingenioſo inſpectori. Si enim fuerint ſeratilia quælibet æquè alta ſuper eandẽ baſin uel ſuper baſes æquales, cõmuniter tamẽ trigonas aut cõmuniter tetragonas. Cũ ipſa ſint dimidia ſolidorũ parallelogrãmorũ ſuarũ altitudinũ ex 22, ipſa erunt æqualia ex 20 & trib. eã ſequẽtibus. ex his enim cõſtat, ſolida parallelogrãma ipſis ſeratilibus dupla eſſe æqualia. Similiter quoq; ſi fuerint duo ſeratilia ſuper baſes cõmuniter trigonas aut cõmuniter tetragonas æquè alta, ipſa erunt ſuis baſibus proportionalia quẽadmodum de ſolidis parallelogrãmis ex 33 habetur. Ipſa enim ſunt ex 28 dimidia ſolidorum parallelogrãmorum ſuæ altitudinis, ſolidorũ autẽ parallelogrãmorum ſuæ altitudinis ſuarũq; baſium eſt una proportio ex 33. Cum itaq; ſit ſolidorũ parallelogrãmorum proportio ſicut ſeratiliũ (quia ſicut ſimplũ ad ſimplũ) ſic duplum ad duplum ex 15 quinti, atq; baſium ſolidorum parallelogrãmorum eſt proportio ſicut baſium ſeratilium (Aut enim eædẽ erunt baſes ſeratilium & ſolidorũ parallelogrãmorum, & hoc quidẽ erit cum baſes ſeratiliũ fuerint tetragonæ, tunc enim ex ſeratilibus ſuper eaſdẽ baſes erunt ſolida parallelogrãma cõplenda. Aut baſes ſeratilium erunt ſubduplæ ad baſes ſolidorum parallelogrãmorum: & hoc quidẽ erit cum baſes ſeratilium fuerint cõmuniter trigonę: tunc enim erunt ex ſeratilibus ſolida parallelogrãma cõplẽda adiunctis ad baſes ſeratiliũ ſuperficiebus trigonis, ut fiant baſes ſeratiliũ cum trigonis adiunctis ſuperficiebus, ſuperficies æquidiſtãtiũ laterũ) ſequitur ut ſit proportio ſeratiliũ ſicut ſuarũ baſiũ. Eodẽq; modo ſi ſeratilia fuerint æqualia. fuerintq; cõmuniter ſuper baſes trigonas uel cõmuniter ſuper baſes tetragonas, baſes eorũ altitudinib. ipſorum mutuę erunt. Quod ſi baſes eorũ ſuis altitudinib. fuerint mutuę. ipſa ſeratilia erunt æqualia quẽadmodum de ſolidis parallelogrãmis 34 & 35 proponunt. Hoc autẽ facile patet ex ijs quę dicta ſunt in 35. Si uerò ſeratilia fuerint adinuicẽ ſimilia, erit proportio unius ad alterum, ſicut proportio lateris unius ad ſuum reliquum latus alterius proportio triplicata, quẽadmodum de ſolidis parallelogrãmis 36 proponit. Quod ex eadẽ 36 facile tibi patebit, ſi ex illis ſeratilibus ſimilibus ſolidis parallelogrãmis cõpletis ſolida ipſa probaueris eſſe ſimilia. Quod ex diffinitione ſimilium corporum & ſimilium ſuperficierum, & hoc quod ſeratilia ponuntur adinuicẽ ſimilia, ex 34 primi leue eſt negociari.

Euclid. ex Zamb. Theorema 28. Propoſitio 33.

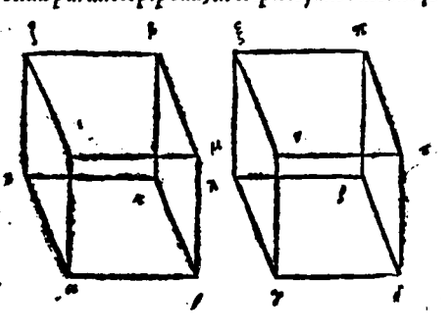
Similia ſolida parallelepipeda, adinuicem in triplici ratione ſunt eiuſdem rationis laterum. 33

THEON ex Zãb. *Sint ſimilia ſolida parallelepipeda α β, γ δ, ſimilis autẽ rationis eſto α ε ipſi γ ζ. Dico q, ſolidũ α β ad γ δ ſolidũ triplicẽ habet rationẽ, quã α ε, ad γ ζ. Extẽdantur enim in rectas lineas ipſis α ε, κ ε, β ε, ipſæ ε κ, ε λ, ε μ, ponanturq; (per 2 primi) ipſi quidẽ γ ζ æqualis ε ν, ipſi aũt ζ ν æqualis ε λ, & inſuper ipſi ζ ϱ ipſa ε μ, & cõpleatur κ λ parallelogrammũ, & κ ο ſolidũ. Et quoniã duæ ε κ, ε λ, duabus γ ζ, ζ ν ſunt æquales, ſed & angulus qui ſub κ ε λ, ipſi qui ſub γ ζ ν, eſt æqualis, quoniã & qui ſub α ε ζ, ei qui ſub γ ζ ν, eſt æqualis propter ſimilitudinẽ ipſorũ α β, γ δ, ſolidorũ. æquũ igitur eſt & ſimile (per 14 primi) ipſum κ λ parallelogrammũ ipſi γ ν parallelogrãmo, & iã id propterea & κ μ parallelogrãmũ æquũ eſt & ſimile ipſi γ ϱ parallelogrãmo, & inſuper ο ε, ipſi ζ δ. Tria igitur parallelogrãma ipſius κ ο ſolidi tribus parallelogrãmis ipſius γ δ ſolidi ſimilia et æqualia ſunt, ſed ipſa quidẽ tria tribus ijs quæ ex oppoſito. ſunt æqualia & ſimilia, totũ igitur κ ο ſolidũ, toti γ δ ſolido ſimile eſt & æquale (per diffinitionẽ 11) Complcatur κ ν parallelogrãmũ, & à baſibus quidẽ κ ν, κ λ, parallelogrãmis, altitudine autem ipſius α β, ſolida complcantur ε ξ, λ π. Et quoniam propter ipſorũ α β, γ δ, ſolidorũ ſimilitudinẽ eſt ſicut α ε ad γ ζ, ſic ε κ ad ζ ν, & ε θ,*

ad ſ ϱ, æqualis autem eſt γ ſ, ipſi ε ν, & ſ ϱ ipſi ε λ, et ſ ϱ ipſi ε μ, eſt igitur (per cõuerſionẽ diffinitionis ſecundæ) ſicut α ε ad ε ν, ſic eſt ν ε ad ε λ, & θ ε ad ε μ. Sed ſicut quidem α ε ad ε ν, ſic eſt α ν parallelogrãmum ad ν ν parallelogrãmum, ſicut aũt ν ε ad ε λ, ſic ν ν ad ν λ, ſicut uerò (per 1 ſexti) θ ε ad ε μ, ſic π ε ad ν μ, & ſicut igitur (per 11 quinti) α ν, parallelogrãmum ad ν ν, parallelogrãmũ, ſic ν ν ad ν λ, & π ε ad ν μ. Sed ſicut quidẽ α ν ad ν ν, ſic eſt α β ſolidũ ad ε ξ ſolidũ, ſicut aũt ν ν ad ν λ, ſic ξ ε ſolidũ ad π λ ſolidũ, ſicut & π ε ad ν μ ſicut π λ, ſolidũ ad ν ο ſolidũ. Et ſicut igitur α β ſolidũ ad ε ξ, ſolidũ, ſic ε ξ ad π λ, & π λ ad ν ο. Si uerò quatuor magnitudines continuè fuerint proportionales, prima ad quartam (per 10 diffinitionẽ quinti) triplicẽ rationẽ habet quam ad ſecundã. Igitur α 6 ſolidũ ad ν ο ſolidũ triplicem rationẽ habet, quam α β ad ε ξ. Sed ſicut α 6 ad ε ξ, ſic eſt α ν, parallelogrammũ ad ν ν, & α ε, recta linea ad ε ν, quare & α β ſolidũ ad ν ο, ſolidum triplicem rationẽ habet, quã α ε ad ε ν. Æquum autem eſt ipſum quidẽ ν ο ſolidum ipſi γ ∂ ſolido, & ε ν recta linea ipſi γ ſ, & α 6 igitur ſolidum ad γ ∂ ſolidũ triplicem rationem habet, quam ſimilis rationis latus hoc eſt α ε, ad ſimilis rationis latus, hoc eſt ad γ ſ. Similia igitur ſolida parallelepipeda, in triplici ſunt ratione ſimilis rationis laterum: quod oſtendere oportebat.

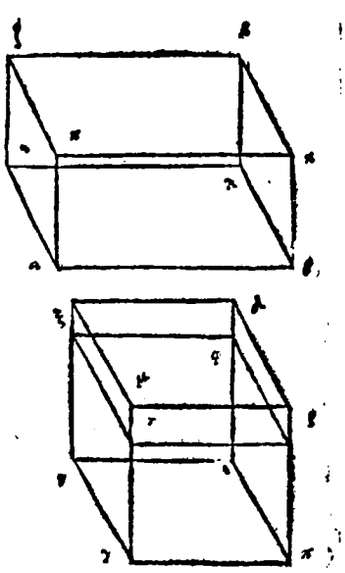


CORRELARIVM. Ex hoc, inquam, manifeſtum eſt, q; ſi quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erit ſicut prima ad quartam, ſic quod ex prima ſolidum parallelepipedum, ad id quod ex ſecunda ſimile ſimiliterq; deſcriptum, quandoquidem prima ad quartam triplicem rationẽ habet, quam ad ſecundam.



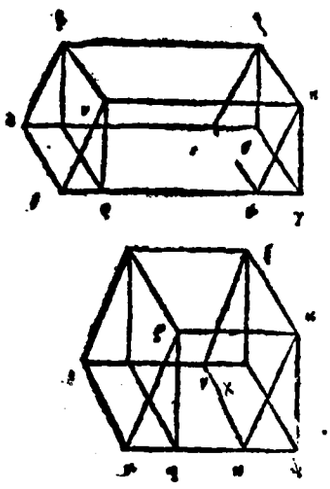
Euclid. ex Zamb. Theorema 29. Propoſitio 34.

84 Æqualiũ ſolidorũ parallelepipedorũ, reciprocæ ſunt baſes altitudinib. Et ſolida parallelepiped a quorũ baſes altitudinibus ſunt reciprocæ, ſunt æqualia.



THEON ex Zãb. Sint æqualia ſolida parallelepipeda, α 6, γ ∂. Dico q; ipſorũ α 6, γ ∂, ſolidorũ parallelepipedorũ reciprocæ ſunt baſes altitudinib. eſtq; ſicut ε θ, baſis ad ν π baſin, ſic eſt ipſius γ ∂, ſolidi altitudo ad ipſius α ∂ ſolidi altitudinẽ. Sint enim primũ ſtantes α ν, ε ſ, λ β, θ ν, γ μ, ν ξ, ο ∂, π ϱ, in ipſis baſib. ad angulos rectos. Dico q; eſt ſicut ε θ baſis ad ν π baſin, ſic eſt γ μ ad α ν. Si quidẽ igitur æqualis eſt ε θ baſis ipſi ν π baſi, eſt aũt & α 6 ſolidũ æquũ ipſi γ ∂ ſolido, et γ μ ipſi α ν eſt æqualis. Si enim ipſis ε θ, ν π, baſibus æqualib. exiſtẽtibus, æquales nõ fuerint ipſa α ν, γ μ, altitudines, neq; igitur ſolidũ α β, æquũ erit ipſi γ ∂, ſupponitur aũt æquale. Igitur altitudo γ μ altitudini α ν inæqualis nõ eſt: æqualis igitur. Eritq; ſicut baſis ε θ ad baſin ν π, ſic γ μ ad α ν, & manifeſtũ q, ipſorũ α β, γ ∂, ſolidorũ parallelepipedorũ reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinibus. Nõ ſit iã æqualis ε θ, baſis ipſi ν π, baſi, ſed eſto maior ε θ. Eſt aũt ſolidũ α β, ipſi γ ∂ ſolido æquum: maior igitur eſt et γ μ, ipſa α ν. Si autẽ nõ, neq; igitur rurſus ipſa α β, γ ∂, ſolida ſũt æqualia, ſupponũtur aũt æqualia. Ponatur igitur (per 2 primi) ipſi α ν, æqualis γ τ, compleaturq; ex baſi quidẽ ν π, altitudine autẽ γ τ, ſolidum parallelepipedum γ φ. Et quoniã ſolidum α β æquum eſt ipſi γ ∂ ſolido, aliud autẽ eſt ipſum φ γ, ad idem aũt æqualia eandẽ rationẽ habent (per 7 quinti) eſt igitur ſicut α β ſolidũ ad γ φ ſolidũ, ſic eſt γ ∂ ſolidũ ad γ φ ſolidum. Sed ſicut quidẽ ſolidum α β ad ſolidum γ φ, ſic ε θ baſis ad ν π baſin (per 32 undecimi) ſub æquali enim ſunt altitudine, ipſa α 6, γ φ, ſolida. Sicut autẽ ſolidum γ ∂ ad ſolidum γ φ, ſic eſt μ π, baſis ad π τ baſin, & μ γ ad γ τ, & ſicut igitur (per 11 quinti) ε θ, baſis ad ν π baſin, ſic μ γ ad γ τ. Æqualis autem eſt γ τ, ipſi α ν, &

ſicut igitur (per 9 quinti) ε ϑ baſis ad ν π, baſin ſic μ γ ad α κ. Ipſorũ igitur α 6, γ Δ, ſolidorũ parallelepipedo rũ reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Rurſus ipſorũ α β, γ Δ, ſolidorũ parallelepipedorũ, reciprocæ ſunt baſes altitudinib. ſitq; ſicut ε θ baſis ad ν π baſin, ſic ip ſius γ Δ ſolidi altitudo ad ipſius α 6 ſolidi altitudinẽ. Dico q; ſoliũ α 6 æquũ eſt ipſi γ Δ ſolido. Sint enim rurſus ſtãtes, ad angulos rectos ipſis baſib. Et ſi quidem æqualis eſt ε θ baſis ipſi ν π baſi, eſtq; ſicut ε θ baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ Δ ſolidi altitudo ad ipſius α β ſolidi altitudinem, æqua igitur eſt ipſius γ Δ ſolidi altitudo, altitudini ipſius α β ſolidi. Super æqualibus au tẽ baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, inuicẽ ſunt æqualia (per 31 undecimi) Igitur ſolidum α β, æquũ eſt ipſi γ Δ ſolido. Nõ ſit iam ε θ baſis ipſi ν π baſi æqualis, ſed eſto maior ε θ, maior igitur eſt & ipſius γ Δ, ſolidi altitudo, ipſius α β ſolidi altitudine, hoc eſt γ μ, maior quàm α κ. Ponatur (per 2 primi) ipſi α κ, rurſus æqualis γ τ, & cõpleatur γ τ ſolidũ. Quoniã eſt ſicut ε θ baſis ad ν π baſin, ſic μ γ ad α κ, æqualis aũt eſt α κ ipſi γ τ, eſt igitur ſicut ε θ baſis ad ν π baſin, ſic γ μ ad γ τ, reciproca enim ſup ponuntur. Sed ſicut quidem ε θ baſis ad ν π baſin, ſic (per 32 undecimi) α β ſolidũ ad γ φ ſolidum, ſub æquali enim ſunt altitudine, ipſa α β, γ φ ſolida. Sicut autem γ μ ad γ τ, ſic (per 1 ſexti) μ π, baſis ad π τ baſin, & (per 32 undecimi) γ Δ ſolidũ ad γ φ ſolidũ, et ſicut igitur (per 11 & 9 quinti) α 6 ſolidũ ad γ φ ſolidũ, ſic γ Δ ſolidũ ad γ φ ſolidũ. Vtrunq; igitur ipſorũ α 6, γ Δ ad ipſum γ φ eandẽ rationẽ habet. Æquũ igitur eſt (per conuerſionẽ 7 quinti) α β, ſolidũ ipſi γ Δ ſolido. Quod oportuit oſtendere. Non ſint autem ſtantes ſ ε, β λ, κ α, θ κ, ν ξ, Δ ϑ, μ γ, ϱ π, ad angulos rectos baſibus eorũ, excitẽturq; (per 10 undecimi) ab ipſis ſ ϑ, β κ, ξ μ, Δ ϱ. ſignis in ipſorũ ε θ, ν π, baſium planis, perpẽdiculares, concurrantq; planis ad ſigna ο τ υ, φ χ, ψ ω, σ, cõpleantur q; ipſa ſ φ, ξ ω, ſolida. Dico q, & ſic æqualibus exiſtentibus ipſis α β, γ Δ, ſolidis reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinibus, eſtq; ſicut ε ϑ, baſis ad ν π baſin. ſic eſt ipſius γ Δ ſolidi altitudo, ad ipſius κ β, ſolidi altitudinẽ. Quoniam enim α 6 ſolidũ æquũ eſt ipſi γ Δ ſolido, ſed α 6, quidem ipſi 6 τ (per 31 undecimi) eſt æquale (ſuper eadẽ enim ſunt baſi κ, & ſub eadẽ altitudine, quo rũ ſtãtes nõ ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis) at α γ Δ ſolidũ (per 31 unde cimi) ipſi Δ ψ ſolido eſt æquale (ſuper eadem namq; ſunt baſi ξ ϱ, & ſub eadem altitudine, quorũ ſtãtes nõ ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis) igitur ſolidũ β τ ipſi Δ ψ ſolido æquũ eſt. Æqualiũ autem ſolidorũ parallelepipedorũ, quorũ altitudines ad angulos rectos ipſis eorũ baſibus ſunt, reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinib. Eſt igitur ſicut ſ κ baſis ad ξ ϱ baſin, ſic ipſius Δ ψ ſolidi altitudo ad ipſius β τ ſolipi altitudinẽ. Æqualis autẽ eſt ſ κ baſis ipſi ε θ baſi, & ξ ϱ baſis ipſi ν π baſi, eſt igitur ſicut ε θ baſis ad ν π baſin, ſic eſt ipſius Δ ψ ſolidi altitudo ad ipſius β τ ſolidi altitudinem. Eædem uerò altitudines ſunt ipſorũ Δ ψ & β τ ſolidorũ & ipſorũ Δ γ & β α. Eſt igitur ſicut ε θ baſis ad ν π baſin. ſic ipſius γ Δ, ſolidi altitudo ad ipſius α 6, ſolidi al titudinẽ. Ipſorũ igitur α β, γ Δ, ſolidorum parallelepidedorum, reci-



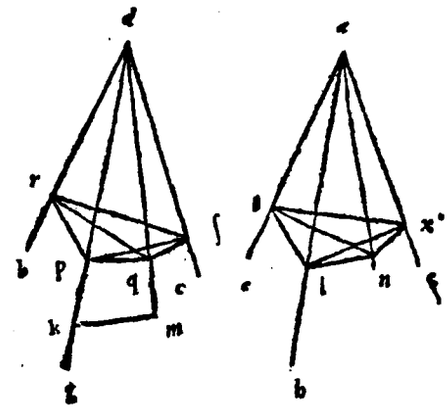
procæ ſunt baſes altitudinibus. Rurſus iã ipſorũ α β, γ Δ, ſolidorum parallelepipedorũ, reciprocæ ſint baſes altitudinibus, ſitq; ſicut ε θ, baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ Δ ſolidi altitudo ad ipſius α β ſolidi altitudinẽ. Dico q, ſolidũ α β æquũ eſt ipſi γ Δ ſolido. Eiſdẽ nanq; diſpoſitis, quoniã eſt ſicut ε θ baſis ad ν π baſin, ſic ip ſius γ Δ ſolidi altitudo ad ipſius α 6, ſolidi altitudinem, æqualis autem eſt baſis ε ϑ, ipſi ſ κ & ν π, ipſi ſ ϱ, eſt igitur ſicut ſ κ baſis ad ξ ϱ baſin, ſic ipſius γ Δ ſolidi altitudo ad ipſius α β, ſolidi altitudinẽ. Eædem autẽ ip ſorum α β, γ Δ & β τ, Δ ψ, ſolidorum ſunt altitudines. Eſt igitur ſicut ſ κ baſis ad ξ ϱ baſin, ſic ipſius Δ γ ſoli di altitudo ad ipſius β τ ſolidi altitudinem. Ipſorum igitur β τ, Δ ψ, ſolidorum parallelepipedorum, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Solida uerò parallelepipeda, quorũ altitudines ad angulos rectos ſunt baſibus eorum, & reciprocæ ſunt baſes altitudinibus, æqualia ſunt (per 21 undecimi) Igitur ſolidum β τ, æquum eſt ipſi Δ ψ ſolido. Sed ipſum quidẽ β τ, ipſi β α, æquum eſt (per 29 undecimi) ſuper eadẽ nanq; ſunt baſi ſ κ, & ſub eadẽ altitudine, quorũ ſtantes ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis. Solidum autẽ Δ ψ, ipſi Δ γ, ſolido æquũ eſt, ſuper eadẽ nanq; ſunt baſi ξ ϱ, & ſub eadẽ altitudine, quorũ ſtantes ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis. Igitur & α β ſolidum, ipſi γ Δ, ſolido æquum eſt: quod demonſtrare oportebat. Euclid. ex Camp. Propoſitio 37.

SI fuerint duo anguli plani æquales ſuper quos duæ hypothe- 17
nuſæ in aere ſtatuãtur cũ lateribus angulorũ ſubiacentiũ ſin-
gulos ſingulis æquos angulos cõtinẽtes, atq; in illis hypothe
nuſis duo puncta ſignentur, à quibus punctis duæ perpendiculares
ad ſuperficies angulorũ propoſitorũ demittantur, à punctis autẽ ſu

per

per quæ perpendiculares ceciderint ad eoſdem duos angulos planos duæ rectæ lineæ ducantur, duo anguli qui ab illis duabus lineis atq; duab. hypothenuſis cõtinentur, æqui ſibi inuicẽ eſſe probantur.

CAMPANVS. Sint duo anguli plani a & d æquales, contenti lineis a b & a c & d e & d f, & ſuper eos erigantur duæ lineæ hypothenuſaliter a g & d h, ſitq; angulus g a c æqualis angulo h d f, & angulus g a b æqualis angulo h d e, atque in duabus hypothenuſis a g & d h, ſignẽtur quomodolibet duo puncta k & l, à quibus ſecundum præcepta 11 huius demittantur ad ſuperficies angulorum a & d, duæ perpendiculares quæ ſint k m & l n, & protrahãtur duæ lineæ a m & d n. Dico igitur angulum g a m, eſſe æqualem angulo h d n. Si linea a k eſt æqualis d l, bene quidẽ. Sin autem, ex linea a g ſumatur a p, æqualis d l, & à puncto p demittatur perpẽdicularis ad ſuperficiem anguli a, linea quæ ſit p q. Manifeſtum eſt igitur quod punctum q eſt in linea a m, quod ex 6 huius & diffinitione linearũ æquidiſtantiũ quas neceſſe eſſe in ſuperficie una, facilè cõſtat ſtudioſè intuẽti. Dehinc à puncto q ducãtur perpendiculares duæ, una ad lineã a b quæ ſit q r, & alia ad lineam a c, quę ſit q ſ. Similiter quoq; à puncto n ducantur aliæ duæ perpendiculares, una ad lineã d e, quæ ſit n t, & alia ad lineã d e, quę ſit n x, & protrahãtur r ſ & t x. Iterumq; à punctis p & l, demittantur hypothenuſæ p q, p r, p ſ, & l n, l t, l x. His itaq; poſitis, figuraq; prudẽter diſpoſita, demonſtrationẽ propoſiti ſic collige. Conſtat ex penultima primi q; quadratũ lineæ a p eſt æquale quadratis duarũ linearum a q, & p q, ac ex eadem q; quadratum a q eſt æquale quadratis duarum linearum a ſ, ſ q, itaq; quadratũ a p, eſt æquale quadratis trium linearum a ſ, ſ q, & q p. Sed ex eadem, quadratũ ſ p, eſt æquale quadratis duarũ linearum ſ q & p q, ergo quadratũ a p, eſt æquale quadratis duarũ linearũ a ſ & ſ p, ideoq; ex ultima primi angulus a ſ p eſt rectus. Similiq; modo probabis, unũquẽq; triũ angulorũ d x l, a r p, d t l, eſſe rectũ. Cũ igitur ex hypotheſi ſit angulus ſ a p æqualis angulo x d l, & linea a p lineæ d l, erit ex 26 primi linea d x æqualis a ſ, & x l æqualis ſ p. Eodẽ quoq; modo cũ ex hypotheſi ſit angulus r a p æqualis angulo e d l, erit ex eadẽ linea a r æqualis d t, & r p æqualis t l. Quare per 4 primi linea r ſ erit æqualis lineæ t x & angulus a r ſ æqualis angulo d t x, & angulus a ſ r angulo d x t: eſt enim ex hypotheſi angulus a, æqualis angulo d. A cõceptione igitur erit angulus ſ r q æqualis angulo x t n, & angulus r ſ q angulo t x n, ſunt enim reſidui duorũ rectorũ, dẽptis æqualibus. Neceſſe eſt itaq; ex 26 primi, ut linea r q ſit æqualis t n, & q ſ æqualis n x. Cũq; ex penultima primi quadratũ lineæ r p ſit æquale quadratis duarum liearũ r q & q p, & quadratũ lineæ t l æquale quadratis duarũ linearũ t n & l n, ſint autẽ duę lineę r p & t l æquales, duo quoq; quę ſunt r q & t n æquales, ſequitur ex cõmuni ſciẽtia duas quæ ſunt p q & l n eſſe æquales. Eodem modo cũ quadratũ lineæ a p ſit æquale quadratis duarũ linearum quæ ſunt a q & q p, ſimiliter quadratũ lineæ d l quadratis duarum linearum quæ ſunt d n & n l, ſit autem a p æqualis d l, & p q æqualis l n, ſequitur ex cõmuni ſcientia a q eſſe æqualem d n. Ex octaua igitur primi concludo propoſitum, uidelicet angulum p a m eſſe æqualem angulo l n d.



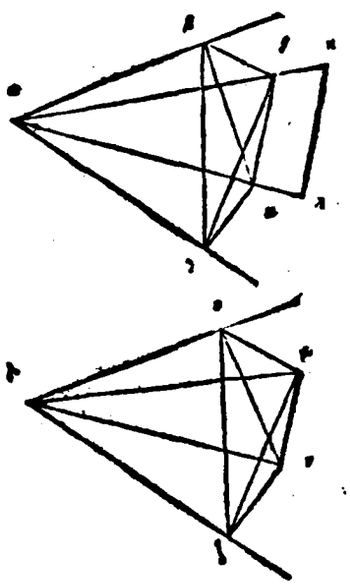
Euclid. ex Zamb. Theorema 20. Propoſitio 35.

35 Si fuerint bini anguli plani æquales, ſuper quorũ uerticibus ſublimes rectæ lineę ſteterint, æquales angulos cõprehendẽtes cũ ijs quę in principio rectis lineis, alterũ alteri, in ſublimibus autẽ ſumpta fuerint cõtingentia ſigna, & ab eiſdẽ ad plana in quibus ſunt qui in principio anguli, perpendiculares actę fuerint, à ſignis aũt quæ in planis à perpẽdicularibus fiunt, ad eos qui in principio angulos cõiunctæ fuerint rectæ lineæ, æquos angulos cũ ſublimibus comprehendent.

THEON *ex Zãb. Sint bini anguli rectilinei æquales plani qui ſub ∠ α γ, ϖ ∠ ſ, à ſignis autem α, ∠, ſub lineis excitentur rectæ lineæ α ν, ∠ μ, æquos cõprehendẽtes angulos cũ ijs quæ in principio rectis lineis alterũ alteri, hoc eſt angulum μ ∠ ϖ angulo ei qui ſub ν α β, eũ autem qui ſub μ ∠ ſ, ei qui ſub ν α γ, ſumanturq; in ipſis α ν, ∠ μ, continentia ſigna ν, μ, excitenturq; (per 11 undecimi) ab ipſis ν, μ, ſignis ad ea quæ per β α γ, ∠ ϖ ſ, plana perpendiculares ν λ, μ ρ, coincidantq; ipſis planis in ρ λ, connectanturq; ipſæ λ α, ρ γ. Dico quòd*

angulus

angulus qui ſub ν α λ, æquus eſt angulo μ Δ ν, ponatur (per 2 primi) ipſi Δ μ æqualis α θ, excitenturq; (per 31 primi) per ſignũ θ, ipſi ν λ parallelus θ ν. At ν λ, perpendicularis eſt ad id quod per β α γ planũ. Igitur & θ ν, perpendicularis eſt ad id quod per β α γ planũ. Excitentur (per 11 primi) ab ipſis ν ν, ſignis ad ipſas α ζ, α γ, Δ ξ, Δ ε, rectas lineas perpendiculares ν γ, ν ξ, ν β, ν ε, cõnectanturq; ipſæ θ γ, γ β, μ ξ, ξ ε. Et quoniã quod ex θ α (per 47 primi) æquũ eſt eis quæ ex θ ν, ν θ, ei autem quod ex ν α, æqualia ſunt quæ ex ν γ, γ α, igitur quod ex θ α æquũ eſt eis quæ ex θ ν, ν γ, γ α, eis uerò quæ ex θ ν, ν γ, æquũ eſt id quod ex θ γ, quod igitur ex θ α (p 47 primi) æquũ eſt eis quæ ex θ γ, γ α, rectus eſt igitur qui ſub θ γ α, angulus. Idq; propterea & qui ſub Δ ξ μ angulus, rectus eſt: æqualis igitur eſt qui ſub θ γ α angulus, ei qui ſub Δ ξ μ angulo. Eſt autem & qui ſub α γ θ, æqualis ei qui ſub Δ ξ μ. Bina igitur triangula ſunt Δ ξ μ & θ α γ, duos angulos duobus angulis æquos habentia alterũ alteri & unũ latus uni lateri æquũ, quod unum æqualiũ angulorũ ſubtendit, hoc eſt, θ α, ipſi θ μ, & reliqua igitur latera (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt alterũ alteri, æqualis igitur eſt α γ ipſi Δ ξ. Similiter oſtendemus, q & α β, ipſi Δ ε eſt æqualis. Connectantur θ β, & μ ε. Et quoniam quod ex α α β (per 47 primi) æquũ eſt eis quæ ex α ν, ν θ, ei autẽ quod ex α ν (per eandẽ) æqua ſunt quæ ex α β, β ν, quæ igitur ex α ζ, β ν, ν θ, ſunt æqualia ei quod ex α ϑ. Sed eis quæ ex β ν, ν θ, æquũ eſt id quod ex β θ rectus enim eſt qui ſub θ ν β angulus, quoniam θ ν perpendicularis eſt ad ſubiectũ planũ, igitur quod ex α θ æquum eſt eis quæ ex α ζ, β θ, rectus igitur eſt qui ſub α β θ angulus, & id propterea qui ſub ε Δ μ angulus, rectus eſt. Eſt autẽ et qui ſub ζ α ϑ, angulus, ei qui ſub ε Δ μ æqualis. Supponitur nanq;, eſtq; ipſa α θ, ipſi Δ μ æqualis, æqualis igitur eſt (p 26 primi) α ζ, ipſi Δ ε. Quoniã igitur æqualis eſt α γ, ipſi Δ ξ, & α ζ, ipſi Δ ε: bina igitur γ β, α β, duabus ξ Δ, Δ ε, ſunt æquales, ſed & angulus qui ſub γ α β, ei qui ſub ξ Δ ε, eſt æqualis. Baſis igitur β γ (per 4 primi) baſi ε ξ, eſt æqualis & triangulũ triangulo et reliqui anguli reliquis angulis. Æqualis eſt igitur qui ſub α γ ζ angulus, & qui ſub Δ ξ ε. Rectus autẽ & qui ſub α γ ν, recto qui ſub Δ ξ ν eſt æqualis & reliquus igitur qui ſub β γ ν, reliquo qui ſub ε ξ ν eſt æqualis. Et id propterea qui ſub γ β ν, ei qui ſub ξ ε ν, eſt æqualis. Bina igitur triangula ſunt (per 8 primi) β γ ν, ε ξ ν, binos angulos duobus angulis æquos habentia alterũ alteri, & unũ latus uni lateri æquũ, quod ad æquos angulos, hoc eſt β γ, ipſi ε ξ & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt. Æqualis igitur eſt γ ν, ipſi ξ ν: eſt autẽ & α γ, ipſi Δ ξ æqualis. Binæ igitur α γ, γ ν, duab. Δ ξ, ξ ν, ſunt æquales, & æquos cõprehendunt angulos, baſis igitur α ν (per 4 primi) baſi Δ ν eſt æqualis. Et quoniã æqualis eſt α θ, ipſi Δ μ, æquũ eſt quod ex α ζ, ei quod ex Δ μ. Sed ei quod ex α θ γ (per 47 primi) æqualia ſunt quæ ex α ν, ν θ, rectus enim eſt qui ſub α ν θ. Ei autẽ quod ex Δ μ, æqua ſunt quæ ex Δ ν, ν μ, rectus enim eſt qui ſub Δ ν μ. Igitur quæ ex α ν, ν θ, ſunt eis æqualia quæ ex Δ ν, ν μ, quorũ quod ex α ν, æquũ eſt ei quod ex Δ ν. Reliquum igitur quod ex ν θ, æquũ eſt ei quod ex ν μ. Æqualis igitur eſt θ ν, ipſi μ ν. Et quoniã binæ θ α, α ν, duabus μ Δ, Δ ν, ſunt æquales altera alteri, & baſis θ ν, baſi μ ν eſt æqualis, angulus igitur qui ſub θ α ν (per 8 primi) angulo qui ſub μ Δ ν eſt æqualis. Si fuerint igitur bini anguli plani æquales & quæ ſequuntur reliqua: quod oſtendere oportebat.



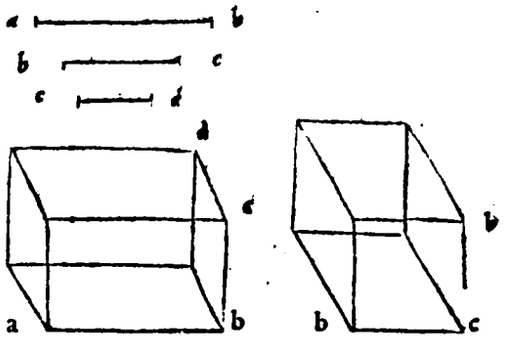
CORRELARIVM. Ex hoc nempe manifeſtum, quòd ſi fuerint bini anguli plani rectilinei æquales, ſteterintq; ſuper ipſis ſublimes rectæ lineæ æquales æquos angulos comprehendentes, unà cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri, quæ ex ipſis perpendiculares ductæ ad plana in quibus ſunt qui principio anguli, inuicem ſunt æquales. Euclid. ex Camp. Propoſitio 38.

SOlidum tribus lineis proportionalibus contentum, æquum erit ſolido quod à mediæ lineæ æquis lateribus continetur, ſi anguli ſui amborum ſibi inuicem æquales fuerint.

CAMP. De ſolidis parallelogrãmis intelligatur. de his enim qualiacũq; ſint dũ tamẽ æquiangula, uerũ eſt, quod cõtentũ à tribus lineis proportionalibus æquale eſt ei quod à media earũ cõtinetur, quẽadmodũ de ſuperficieb. rectangulis probatũ eſt in 16 ſexti. & de non rectangulis elicitur euidenter ex ſecunda parte 13 eiuſdẽ. Sint igitur tres lineæ a b, b c, & c d, cõtinuè proportionales, fiatq; ex eis unus angulus ſolidus ad libitũ, & perficiatur ſolidũ æquidiſtantiũ laterum, cuius linea a b ſit longitudo, b c uerò altitudo. ſed c d latitudo, & ipſum ſolidum dicatur a d. Sumpta quoq; alia linea qualibet æquali b c, quæ etiam uocetur b c, ſuper ipſius extremitatẽ quæ eſt b,

con-

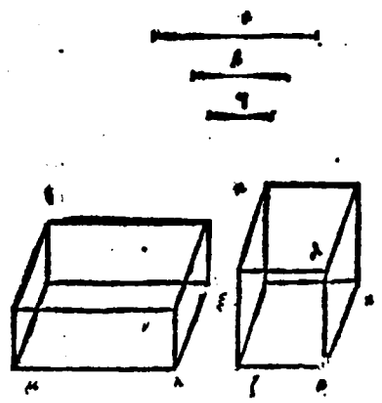
conſtituatur angulus ſolidus æqualis angulo ſolido a, ſecundum quod docet 26 lineæq; cæteræ ſolidum angulum b continentes reſecentur ad æqualitatẽ lineę b c, & perficiatur ſolidum çquidiſtantium ſuperficierum, cuius longitudo, latitudo & altitudo ſit linea b c, & ipſum appelletur b c. Dico itaq; duo ſolida a d & b c eſſe æqualia. Manifeſtum eſt enim, quòd cunctæ ſuperficies unius ſunt çquiangulç ſuis relatiuis ſuperficiebus alterius. Quod ex 34 primi patere poteſt, nam cũ ſolidus angulus b, ponatur çqualis ſolido angulo a, neceſſe eſt ut unus angulus uniuſcuiuſq; ſuperficiei ſolidi a d ſit çqualis uni angulo ſuæ relatiuæ ſuperficiei in ſolido b c, itaq; per 34 primi eorũ oppoſiti, erunt çquales. At quia uniuſcuiuſq; ſuperficiei quadratilateræ omnes anguli ſunt çquales quatuor relictis ex 32 primi, neceſſe eſt duos reliquos unius eſſe æquales duobus reliquis ſuç relatiuæ. Cumq; ipſi duo reliqui in qualibet ſint etiam adinuicem çquales, conuincitur neceſſariò ut unaquęq; ex ſuperficiebus ſolidi a d ſit æquiangula ſuç relatiuæ in ſolido b c, quare ex ſecunda parte 13 ſexti baſes duorum ſolidum propoſitorum erunt æquales: ſunt enim æquiangulæ & laterum mutuorum. Si itaq; lineæ altitudinum ſuper baſes ipſorum orthogonaliter inſiſtunt, conſtat ex 31 ipſa eſſe æqualia, cum enim hæ lineç ſint æquales & ipſi determinent altitudinem ſolidorum, erunt ſolida æquè alta. At ſi lineæ altitudinum ipſorum non inſiſtunt ſuis baſibus orthogonaliter, ab ipſarũ ſummitatibus ad baſes perpendicularibus demiſsis, erunt ex præmiſſa hæ perpendiculares adinuicem æquales, ipſç enim erunt, ſicut erant & in præmiſſæ demonſtrationis figura duæ lineæ p q & l n, quas demonſtrauimus oportere eſſe æquales. Quia igitur omnium ſolidorum altitudo ex perpendicularibus à ſummitatibus ipſorum ad ſuas baſes deſcendentibus diffinitur, erunt ex 32 duo ſolida a d & c b æqualia. Conuerſam quoq; huius poſſumus, ſi delectat, cõuerſo modo probare. Vt ſi parallelogrammum corpus a d ſit æquale & æquiangulum corpori parallelogrammo b c, & corpus b c contineatur à media trium linearum continentium corpus a d, erunt tres lineç continentes corpus a b cõtinuè proportionales. Cùm enim duo ſolida parallelogramma a d & c b ſint æqualia & æquè alta, ex hypotheſi ipſa erunt ſuper baſes çquales per conuerſas 31 & 32. Et quia ipſæ baſes eorũ ſunt æquiangulæ, ſequitur ex prima parte 13 ſexti, quòd ipſæ ſunt mutuorum laterum. Itaq; proportio a b ad b c, ſicut b c ad c d: quare conſtat propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 31.* *Propoſitio 36.*

36 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, ex ipſis tribus rectis lineis ſolidum parallelepipedum, æquum eſt ei quod ex media fit ſolido parallelepipedo, æquilatero quidem, æquiangulo autem prædicto.

THEON ex Zamb. *Sint tres rectæ lineæ proportionales α ϐ γ, ſicut α ad β, ſic β ad γ. Dico quòd ex α β γ, ſolidũ, æquum eſt ei quod ex β ſolido æquilatero quidem, æquiangulo autem prædicto. Exponatur (per 23 undecimi) ſolidus angulus qui ad ε, comprehenſus ſub tribus angulis planis hoc eſt Δ ε ν, ν ε ζ, ζ ε Δ. ponaturq; (per 2 primi) ipſi quidẽ β, æqualis unaquæque ipſarũ Δ ε, ν ε, ε ζ, compleaturq; ipſum ε ν, ſolidum. Ipſi aũt α, æqualis eſto (per eandem λ μ) conſtituaturq; (per 26 undecimi) ad ipſam λ μ rectam lineam ad ſignumq; in ea λ, ipſi qui ad ε ſolido angulo æquus comprehenſus ſub ν λ ξ, ξ λ μ, ν λ μ. ponaturq; (per 2 primi) ipſi quidem β æqualis λ ξ, ipſi autem γ æqualis λ ν. Et quoniam eſt ſicut α ad β, ſic eſt ϐ ad γ, æqualis autem eſt α ipſi λ μ, & β unicuiq; ipſarum λ ξ, ε ζ, ε ν ι Δ, & γ, ipſi λ ν, eſt igitur λ μ ad ε ζ, ſic eſt Δ ε ad λ ν, & circũ, æquos angulos qui ſub μ λ ν, Δ ε ζ, latera ſunt reciproca. Igitur parallelogrammum μ ν, æquum eſt ipſi Δ ζ, parallelogrammo (per 14 ſexti) Et quoniam bini anguli plani rectilinei æquales ſunt, qui ſub Δ ε ζ, ν λ μ, & ſuper ipſis ſublimes rectæ lineæ ſunt cõſtitutæ λ ξ, ε ν, inuicẽ æquales (per præcedentẽ) æquos angulos cõprehendentes*

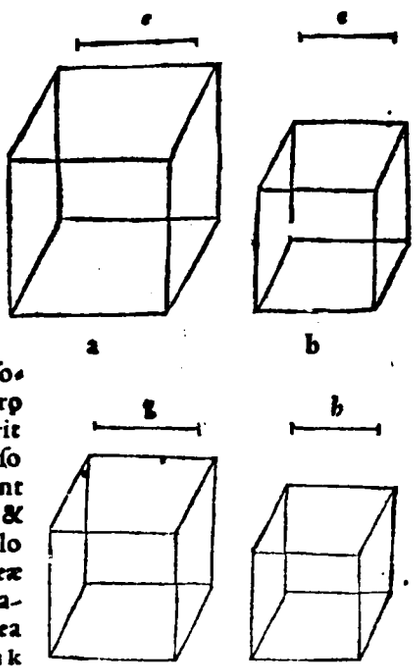


tes cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri: ipſæ igitur quæ ex ν ξ, ſignis perpendiculares ductæ ad ea quæ per ν λ μ, σ ε ρ, plana (per correlarium præcedentis) inuicem ſunt æquales. Quare λ θ, ε ν ſolida, ſub eadem ſunt altitudine. Super æqualibus autem baſibus & ſub eiſdem altitudinibus conſtituta ſolida parallelepipeda, inuicem ſunt æqualia (per 31 undecimi) Igitur ſolidum θ λ, ſolido ε ν eſt æquale. At λ θ, ſolidũ, eſt ex ipſis α β γ, & ε ν, ſolidũ eſt ex β. Igitur quod ex α & γ, ſolidum parallelepipedum, æquum eſt ei quod ex β ſolido æquilatero quidem, ſed æquiangulo prædicto: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 39.*

SI fuerint quotlibet lineę proportionales, ſolida quoq; ſua æquidiſtantium atq; ſimilium uniuſcuiuſq; creationis ſuperficierum, erunt proportionalia. Si uerò ſolida æquidiſtantium atq; ſimilium uniuſcuiuſq; creationis ſuperficierum fuerint proportionalia, lineæ quoq; à quibus ipſa ſolida continentur, erunt proportionales. 39

CAMPANVS. Simile proponit uigeſima prima ſexti de ſuperficiebus. Sint itaq; quatuor lineæ a b, & c d, proportionales, & ſuper has fabricẽtur quatuor ſolida parallelogramma eiſdem nominibus dicta, quę ſint expreſſe ſimilia. duobus enim ad libitũ fabricatis ſuper duas lineas a & c, cætera ſecundũ prę cepta 27 conſtituenda erunt. Dico hæc 4 ſolida eſſe proportionalia. Et ecõuerſo. Subiungãtur enim duabus lineis a & b, in cõtinua proportione duæ quæ ſũt e & f, quemadmodum docet 10 ſexti, & duabus lineis c & d, aliæ duę quæ ſint g & h. Conſtat igitur ex 36 & ex diffinitione proportionis triplicatæ, quę poſita eſt in principio quinti, & ex hac hypotheſi quòd ſolida a & b ſibi inuicem, & ſolida c & d ſibi ad inuicem ſunt expreſſe ſimilia: quòd proportio ſolidi a ad ſolidũ b eſt ſicut proportio lineæ a ad lineã f: ſolidi quoq; c ad ſolidum d. ſicut lineę c ad lineã h. Et quia per 22 quinti proportiò lineæ a ad lineã f eſt, ſicut lineæ c ad lineam h, erit ex 11 quinti ſolidum a ad ſolidum b, ſicut ſolidum c ad ſolidum d. Conſtat igitur prima pars. Secunda ſic: Sint duo ſolida a & b ſibi adinuicem, duoq; alia quæ ſint c & d, ſibi adinuicem expreſſe ſimilia, ſintq; cuncta parallelogramma, & ponantur proportionalia. Dico quòd lineæ a b, & c d, ſuper quas ſunt conſtituta, ſunt proportionales. Sit enim ex 10 ſexti ſicut linea a ad lineam b, ita linea c ad lineam k. Et fiat ſecundum 27 huius ſuper lineam k ſolidum expreſſe ſimile ſolido d, quod etiam dicatur k. Eritq; ex diffinitionibus ſimilium corporum & ſimilium ſuperficierum, & 20 ſexti, corpus k expreſſe ſimile corpori c, ideoq; per primã partem huius 39 iam probatam erit proportio ſolidi a ad ſolidũ b, ſicut ſolidi c ad ſolidũ k. Et quia eadem erat ſolidi c ad ſolidum d, erit ex ſecunda parte nonæ quinti ſolidum k æquale ſolido d. Cumq; eſſet ſibi expreſſe ſimile, ſequitur lineam k eſſe æqualem lineę d. Aequalitas enim non producitur ex aliqua proportione triplicata uel quotieslibet ſumpta, niſi ex æquali. Igitur ex ſecunda parte 7 quinti cõſtat etiam huiuſmodi pars ſecunda. Deciperis autem ſi arbitraris oportere unumquodq; quatuor ſolidorum a b c d eſſe ſimile cuilibet aliorũ. Neceſſe eſt enim duo ſolida a & b ſibi adinuicem, itemq; duo c & d ſibi adinuicem eſſe ſimilia, ſolida autem c & d ſolidis a & b eſſe ſimilia contingens eſt, neceſſarium autem non. Idem ex hac 39 de ſerratilibus facile poteris concludere.



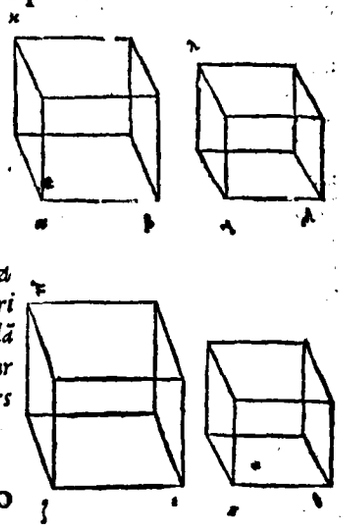
Euclid. ex Zamb. *Theorema 32.* *Propoſitio 37.*

Si quatuor rectę lineę proportionales fuerint, & q̃ ex ipſis ſolida parallelepipeda ſimilia, ſimiliterq; deſcripta proportionalia erũt. Et ſi 39

quæ

quę ex ipſis ſolida parallelepipeda ſimilia ſimiliterq; deſcripta, proportionalia fuerint, & ipſæ quoq; rectæ lineæ proportionales erunt.

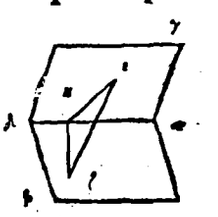
THEON ex Zãb. *Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α β, γ δ, ε ζ, η θ, ſicut α β ad γ δ, ſic ε ζ ad η θ, et deſcribãtur ab ipſis α β, γ δ, ε ζ, η θ, ſimilia ſimiliterq; iacentia ſolida parallelepipeda η α, λ γ, μ ε, ν η. Dico q, eſt ſicut η α ad λ γ, ſic eſt μ ε ad ν η. Quoniã enim ſolidum η α parallelepipedum ipſi λ γ ſimile eſt, igitur (per 33 undecimi) η α ad λ γ triplicẽ rationem habet quam α β ad γ δ, & id propterea μ ε ad ν η triplã habet rationem quã ε ζ ad η θ. Et ſicut igitur (p 11 quinti) α η ad λ γ, ſic μ ε ad ν η. Sed iam eſto ſicut α η ſolidum ad λ γ ſolidum, ſic μ ε ſolidum ad ν η ſolidũ. Dico quòd eſt ſicut α β recta linea ad ipſam γ δ, ſic eſt ε ζ ad η θ. Quoniam enim rurſus η α ad λ γ triplam rationem habet quam α β ad γ δ, habet autem & μ ε ad ν η triplã rationẽ quã ε ζ ad η θ, eſtq; ſicut η α ad λ γ, ſic μ ε ad ν η, & ſicut igitur α β ad γ δ, ſic ε ζ ad η θ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*



Eucl. ex Zamb. Theorema 33. Propoſitio 38.

38 Si planum ad planũ rectum fuerit, à ſigno autem in altero planorum exiſtente, in alterum planum perpendicularis ducta fuerit, in comunem ipſorũ planorum ſectionem cadit ipſa perpendicularis.

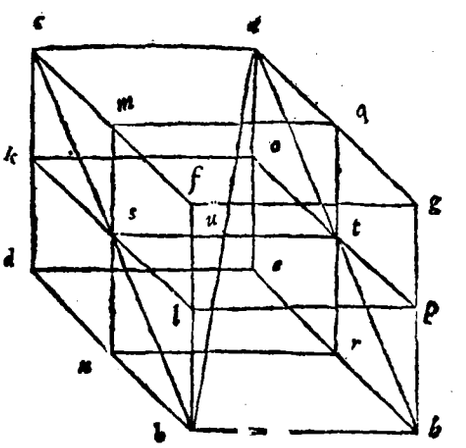
THEON ex Zamb. *Planum enim γ δ, ad planum α β, rectũ eſto, cõmunis autem ipſorũ ſectio ſit δ α, ſumaturq; in ipſo γ δ plano, contingens ſignũ ε. Dico q, ab ipſo ε in α β planũ perpendicularis ducta, in ipſam δ α cadit. Non enim. ſed ſi poſſibile eſt, cadat extra ſicut ε ζ, & cõcurrat ipſi α β plano in ζ ſigno, & ab ipſo ζ, in ipſam δ α, in plano α β (per 11 undecimi) perpendicularis excitetur ζ η, quæ & ipſi γ δ plano ad angulos rectos eſt. Connectanturq; ε η. Quoniam igitur ζ η ipſi γ δ plano ad angulos rectos eſt, tangit autem ipſam ipſa ε η exiſtens in ipſo γ δ plano, igitur angulus qui ſub ζ η ε, rectus eſt. Sed & ε ζ, ipſi α β plano ad angulos rectos: angulus igitur qui ſub ε ζ η, rectus eſt. Trianguli iam ipſius ε ζ η bini anguli, duobus rectis ſunt æquales, quod (per 17 primi) eſt impoßibile. Igitur ab ε in α β planum perpendicularis ducta, non cadit extra ipſam δ α, in ipſam igitur α δ cadit: quod erat oſtendẽdum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 40.

40  Si inciſa fuerint latera duarũ oppoſitarũ ſuperficierũ cubi unũquodq; in duo media, exierintq; à pũctis ſectionum duę ſuperficies ſe uiciſsim ſecãtes & cubũ, cõmunẽ earũ ſectionẽ diametrũ cubi p æqualia ſecare, et ab ipſa diametro uerſa uice p æq̃lia ſecari neceſſe eſt.

CAMPANVS. *Statue cubũ qui ſit a b, de quo cõſtat per diffinitionẽ q̃ oẽs lineæ ipſum cõtinentes ſint æquales, & eius ſuperficies rectangulę: tale enim corpus, cubũ dicimus. Huius igit̃ baſis ſit a c d e, ſupficies uerò eius ſuprema b f g h, dextra uerò eius ſuperficies ſit a e g h, ſiniſtra autẽ ſuperficies b f c d, citerior quoq; ſit d e b h, ſed ulterior a c g f, eiusq; diameter ſit a b. Diuidãtur itaq; omnia latera duarũ quarũlibet ſuperficierum oppoſitarũ eius per æqualia, & ſint nũc ſuperficies quarum latera diuidãtur, dextra atq; ſiniſtra. Diuidãtur inquã, quatuor latera dextræ quidem ſuper quatuor puncta quæ ſunt o p, q r, ſiniſtrę uerò ſuper quatuor quæ ſint k l m n, & cõiungantur puncta in his ſuperficiebus oppoſita, ductis lineis o p & q r quę ſecẽt ſe in puncto t, itemq; k l & m n quę*



ſecent ſe in puncto f, & perficiãtur duæ ſuperficies ſecãtes ſe inuicẽ & cubum, ꝓtractis itẽ lineis o k & p l, q m & r n ſitq; harum duarum ſuperficierum cõmunis ſectio linea s t. Dico igitur q; linea s t diuidit diametrum a b, & diuiditur ab eadem diametro per æqualia. Quod patet, utraq; enim earum tranſit per centrum cubi.

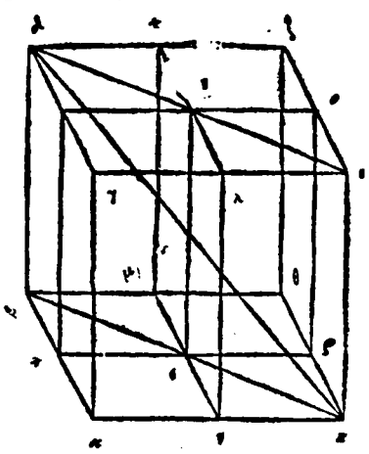
ALITER uerò conuenit quod propoſitum eſt demonſtrare. Producantur enim duæ lineę t a & t h, & item duæ ſ c, ſ b, eritq; ex 4 primi a t æqualis t h, & ſ c æqualis ſ b. Cõſtat autẽ ex prima parte 29 primi, quòd angulus p t q eſt ęqualis angulo a q t, & ex 4 primi angulus h t p eſt ęqualis angulo t a q. Itaq; ex 32 primi totus angulus h t q cũ angulo q t a, ualet duos rectos, quare ex 14 primi linea a h erit linea una, ſimiliter quoq; linea a b erit linea una. At quia ex nona huius, linea a c eſt æquidiſtans lineę b h (utraq; enim eſt æquidiſtans lineæ d e) cumq; ipſæ ſint æquales quia latera cubi, ſequitur ex 33 primi duas lineas a h & c b eſſe æquales & æquidiſtantes: ideoq; per cõceptionem, earum medietates quæ ſunt a t & b s, erunt æquales. Ex 7 autem huius manifeſtum eſt, quòd linea ſ c eſt in ſuperficie duarum linearum a h & b c, & ex eadẽ linea a b quæ eſt diameter cubi, eſt etiã diameter ſuperficiei parallelogrãmæ a c b h. Itaq; linea s t ſecat diametrum a b. ſecet ergo ipſam in puncto u. Dico ergo lineã s u eſſe æqualẽ lineę u t, & lineã etiam a u lineæ u b. Intelligantur duo triãguli a t u, b s u, quorũ anguli qui ſunt ad t & s ſunt ęquales adinuicẽ, ſimiliter anguli eorundẽ qui ſunt ad a & b ęquales adinuicẽ ex prima parte 29 primi, ꝓpter id q̃d linea a t æquidiſtat lineę s b. Et quia etiam ipſę ſunt adinuicẽ æquales, ſequitur ex 26 primi, quod propoſitum eſt. Idem quoq; eodem modo concluditur, & ſi ſolidum a b non ſit cubus, ſed ſolidum corpus parallelogrammum ſiue æqualibus lineis ſiue nõ æqualibus cõtentum fuerit, ſiue quòq; ſuper baſin orthogonaliter erectum, ſiue etiam & ſuper ipſam inclinatum. Vnde ampliatur in hac 40 figuratio cubi, ad omnes figuras parallelogrammas ſolidas.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 34.* *Propoſitio 39.*

Si ſolidi parallelepipedi eorum quæ ex oppoſito planorũ latera bifariàm ſecta fuerint, extẽſaq; fuerint per ſectiones plana, communis ipſorum planorum ſectio, & ſolidi parallelepipedi dimetiens bifariam ſe adinuicem diſpeſcent. 39

ALITER. Si cubi eorum quæ ex oppoſito planorum latera, & reliqua quæ ſequuntur, ut ſuprà.

THEON ex Zãb. *Solidi, inquã, parallelepipedi α ſ, eorum quæ ex oppoſito planorum γ ſ, α θ, latera bifariàm diſpeſcãtur per κ λ μ ν, & ξ π o ϱ ſignũ, & per ſectiones protẽdãtur plana κ ν ξ ϱ, cõmunis autem planorũ ipſorum ſectio eſto υ σ, ipſius autem α β, ſolidi parallelepipedi diagonius eſto ∧ κ. Dico iam q; & ipſæ υ σ, ∧ ν, ſeſe inuicẽ diſpeſcunt, hoc eſt quod υ τ ipſi τ σ eſt æqualis, & ∧ τ ipſi τ ν. Cõnectantur enim ∧ υ, υ ε, β σ, σ κ. Et quoniã ∧ ξ parallelus eſt ipſi o ε, anguli alternatim poſiti (per 29 primi) qui ſub ∧ ξ υ, υ o ε inuicẽ ſunt æquales. Et quoniã æqualis eſt ∧ ξ ipſi o ε, & ξ υ, ipſi ε o, & æquos angulos cõprehẽdunt, baſis igitur ∧ ω (per 4 primi) ipſi υ ε eſt æqualis, & triangulũ ∧ ξ υ ipſi υ o ε triãgulo eſt æquale, et reliqui anguli reliquis angulis. Igitur angulus qui ſub ξ υ ∧, æquus eſt ei qui ſub o υ ε angulo, ac p hoc recta linea eſt ipſa ∧ υ ε, & per eadem etiã β σ κ recta linea eſt, eſt & æqualis β σ ipſi σ κ. Et quoniã γ α ipſi ∧ β eſt æqualis & eſt parallela, ſed γ α ipſi κ ε eſt æqualis & parallela, & ∧ β igitur ipſi ε κ eſt æqualis & parallela (per primã communẽ ſententiã) & ipſas cõnectũt rectæ lineæ ∧ ε, β κ, parallelus igitur eſt (per 33 primi) ∧ ε, ipſi β κ, & ſuſcipiuntur in utriſq; contingentia ſigna, hoc eſt ∧ υ, κ σ, connectanturq; ∧ κ, χ σ. In uno igitur ſunt plano (per 17 undecimi) ipſæ ∧ κ, υ σ. Et quoniã parallela eſt ∧ ε ipſi β κ, æqualis igitur eſt (per 29 primi) qui ſub ε ∧ τ angulus ei qui ſub β κ τ angulo: uiciſſim enim & qui ſub ∧ τ υ ei qui ſub κ τ ſ. Bina iam triangula ſunt, hoc eſt ∧ τ υ & κ τ σ, duos angulos duobus angulis æquos habentia & unum latus uni lateri æquum, quod ſubtendit autem æqualium angulorũ, hoc eſt ∧ υ ipſi κ σ, dimidiæ nanq; ipſarum ∧ ε, β κ, & reliqua igitur latera reliquis lateribus æqualia habebunt. Aequalis igitur eſt ∧ τ ipſi τ κ, & υ τ ipſi τ σ. Si ſolidi igitur parallelepipedi eorum quæ ex oppoſito planorum latera bifariàm ſecta fuerint extenſaq; fuerint per ſectiones planas, communis ipſorum planorum ſectio & ſolidi parallelepipedi dimetiens bifariàm ſe adinuicem diſpeſcent: quod erat oſtendendum.*

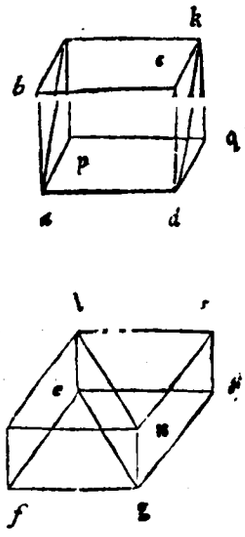


Eidlid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 41.*

41 SI duo corpora ſeratilia q̃rũ alterũ baſin triãgulã, alterũ uerò baſin habeat æquidiſtãtiũ laterũ ipſi baſi triangulæ duplã, æquè alta fuerint, illa duo corpora neceſſe eſt eſſe æqualia.

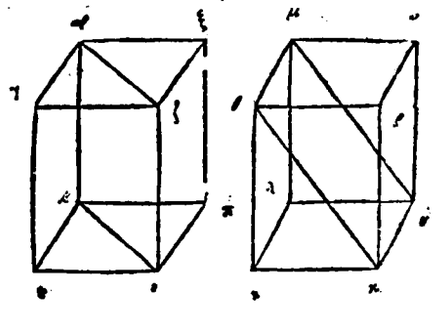
CAMPANVS. Sit ſuperficies a b c æquidiſtãtium laterũ dupla trilateræ ſuperficiei e f g, & ſuper has duas ſuperficies fiant duo corpora ſeratilia æquè alta. Sitq; ſeratile quod eſt ſupra baſin quadrãgulã a b c d, a b h d c k, cuius baſis eſt ſuperficies æquidiſtãtiũ laterum propoſita a b c d, alia eius ſuperficiei æquidiſtãtium laterũ eſt a h d k, tertia uerò eſt b h c k, duæ autẽ eſt eius triangulares ſuperficies, ſunt altera quidem triangulus a b h, reliqua uerò triãgulus d c k. Seratile autẽ quod eſt ſuper baſin triangulam e f g, ſit e f g l m n cuius altera duarũ trilaterarũ ſuperficierũ eſt baſis prædicta, reliqua uerò triãgulus l m n, triũ autẽ ſuperficierum eius æquidiſtãtium laterum prima quidem eſt e f l m, ſecunda uerò e g l n, tertia uerò f g m n. Dico itaq; hæc duo ſeratilia propoſita, eſſe adinuicẽ æqualia. Perficiãtur enim duo ſolida parallelogramma, adiungẽdo utriq; duorum propoſitorũ ſeratiliũ aliud ſeratile ſibi æquale. Primo quidẽ ſeratili ſuper eãdẽ baſin ſit adiunctũ ſeratile a p h d q k cuius duæ trilaterę ſuperficies ſint a p h, d q k, tres autẽ quadrilateræ, prima quidẽ a h d k quæ eſt terminus cõmunis ſibi & ei cui adiungitur ſecũda uerò a d p q, tertia quoq; p q h k. Secundo autẽ ſeratili adiungatur aliud ſeratile ſibi æquale hoc modo. Adiungatur primo triangulo e f g alius triangulus æqualis qui e g r, ita quòd tota ſuperficies e f g r ſit æquidiſtantium laterum, & ſuper hunc triangulum fiat ſeratile e g l r l n s, quod cum illo cui adiungitur perficiat corpus parallelogrãmum huius ſeratilis adiuncti, duę trilaterę ſuperficies ſunt e g r, l n s, tres autem parallelogrammæ ſunt, prima quidem e l r s, ſecunda e l g n quæ eſt communis terminus ſibi & ei cui adiungitur, tertia uerò g r n s. Manifeſtum igitur ex diffinitione ſolidorum æqualium atque ſimilium, quod duo ſeratilia parallelogrammum componentia ſolidum a k, ſibi inuicem, iemq; componentia ſolidum parallelogrãmum e n, ſibi inuicem ſunt æqualia. At uerò ex 31 uel ex 32 huius, duo ſolida a k & e n ſunt ſibi inuicem æqualia. Quia ergo horum ſolidorum medietates ſunt ſeratilia propoſita, per communem ſciẽtiam conſtat ea eſſe æqualia, quæcunq; enim fuerint æqualia, eorum medietates neceſſe eſt eſſe æquales. Liquet itaq; quod propoſitum eſt.



Eucl. ex Zamb. *Theorema 35.* *Propoſitio 40.*

40 Si fuerint bina priſmata ſub æquis altitudinib. & alterũ quidẽ baſin parallelogrãmũ habuerit, alterũ autẽ triãgulum, duplũ autẽ fuerit parallelogrammum ipſius trianguli, ipſa priſmata æqualia erunt.

THEON ex Zamb. *Sint bina priſmata α β γ Δ ε ζ, κ θ κ λ μ ν, & alterum quidem habeat baſin α ζ, parallelogrammum, alterum uerò κ θ κ triangulũ, duplum uerò ſit α ζ parallelogrammum, ipſius κ θ κ trianguli. Dico quòd priſma α β γ Δ ε ζ, æquum eſt ipſi θ κ κ λ μ ν priſmati. Cõpleantur inquam, ipſa α ξ, ν ο, ſolida. Et quoniam α ζ parallelogrammũ ipſius κ θ κ triãguli duplum eſt, eſtq; θ κ parallelogrammum (per 41 primi) duplum ipſius κ θ κ trianguli, æquum igitur eſt α ζ parallelogrammum ipſi θ κ parallelogrammo. Super æqualibus autem baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, inuicem ſunt æqualia (per 31 undecimi) Igitur ſolidum α ξ, æquum eſt ipſi η ο ſolido & ipſius quidem α ξ ſolidi dimidium eſt ipſum α β γ Δ ε ζ priſma, ipſius autẽ κ ο ſolidi, dimidiũ eſt ipſum κ θ κ λ μ ν priſma. Igitur priſma α β γ Δ ε ζ, ipſi κ θ κ λ μ ν priſmati eſt æquum. Si fuerint igitur bina priſmata ſub æquali altitudine, & alterum quidem habuerit baſin parallelogrammum, alterum autem triangulum, duplum autem fuerit parallelogrammum ipſius trianguli, æqualia ſunt ipſa priſmata: quod erat oſtendendum.*



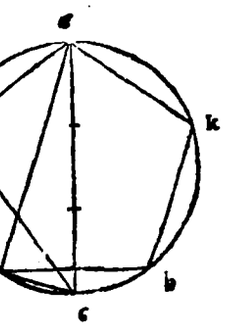
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum Liber duodecimus.

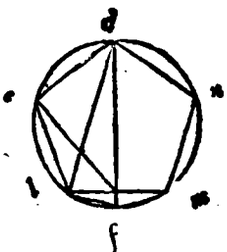
Ex Campano. Propoſitio 1.



MNiũ duarũ ſuperficierũ ſimilium multiangularũ inter duos circulos deſcriptarũ, eſt proportio alterius ad alterã, tanquam proportio quadratorum quę ex diametris circulorum eas circunſcribentium proueniunt. 1

CAMPANVS. Sint duo circuli a b c, d e f, quibus inſcribantur duæ quælibet figuræ polygoniæ, quę ponantur adinuicem ſimiles ſintq; nunc pentagonæ inſcriptæ, ut docet 11 quarti, & ipſæ ſint a b g h k, d e l m n, diametri quoq; circulorum ſint a c & d f. Dico itaq; quòd proportio pentagoni a b g h k ad pentagonum d e l m n, eſt ſicut quadratum diametri a c ad quadratum diametri d f. Protrahantur enim in utroq; circulo duæ lineæ ab extremitate diametri, ad extremitatem unius lateris pentagoni diametro non cõterminalis ſeinuicem cancellantes infra ipſum pẽtagonum: in hoc quidẽ, a g & c b, in illo autem d l & f e. Eritq; ex 6 ſexti triangulus a b g, æquiangulus triangulo d e l. Nam cum pẽtagoni ponantur adinuicem ſimiles, erunt ex diffinitione ſimiliũ ſuperficierũ angulus a b g æqualis angulo d e l, & latera ipſos continentia proportionalia, uidelicet proportio a b ad d e, ſicut b g ad e l. Cum ſint autem ex 20 tertij, duo anguli a c g & a g b ſibi inuicẽ æquales, itemq; duo alij d f e & d l e ſibi inuicem æquales, erunt duo qui ſunt c & f adinuicem æquales ex hac cõmuni ſcientia, quæ æqualibus ſunt æqualia, ſibi quoq; æqua eſſe neceſſe eſt. Et quia ex prima parte 30 tertij, utérq; duorum angulorum a b c, d e f, eſt rectus, ſequitur ex 32 primi duos triangulos a b c, d e f, eſſe æquiangulos. Quare per 4 ſexti proportio diametri a c ad diametrum d f, eſt ſicut lateris b ad latus d e. Cum itaq; ex ſecunda parte 18 ſexti, proportio duorum pentagonorum eſt ſicut proportio lateris a b ad latus d e proportio duplicata, & per eandem proportio quadrati diametri a c ad quadratum diametri d f, ſit ſicut diametri a c ad diametrum d f duplicata: per hanc communem ſcientiam, quorum dimidia ſunt æqualia, ipſa quoq; adinuicem eſſe æqualia manifeſtum eſt: quod propoſitum eſt.



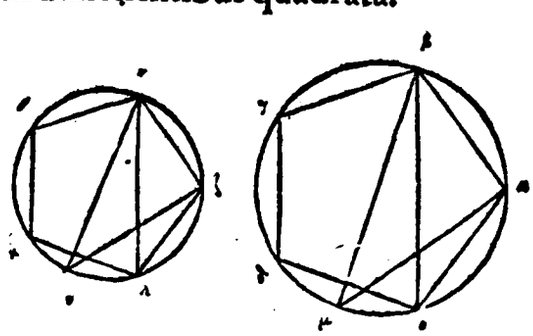


Euclid. ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 1.



QVæ in circulis ſimiles multangulæ figuræ, adinuicem ſe habent ſicut quæ ex dimetientibus quadrata. 1

THEON ex Zamb. *Sint circuli α β γ δ ε, ϛ η θ κ λ, & in eis ſint ſimiles figuræ multangulæ α β γ δ ε, ϛ η θ κ λ, dimetientes autẽ circulorum ſint β μ, η ν. Dico quòd eſt ſicut quadratum quod ex β μ ad id quod ex η ν quadratum, ſic eſt multangulum α β γ δ ε ad multangulum ϛ η θ κ λ. Connectantur enim β ε, α μ, κ λ, ϛ ν. Et quoniam multangulum α β γ δ ε ipſi ϛ η θ κ λ multangulo ſimile eſt, æquus eſt & qui ſub β α ε angulus ei qui ſub κ ϛ λ, eſtq; ſicut β α ad α ε, ſic κ ϛ ad ϛ λ. Bina iã triãgula ſunt β α ε & κ ϛ λ, unũ angulũ uni angulo æquã habẽtia, qui ſub β α ε ei qui ſub κ ϛ λ, circa aũt æquos angulos latera proportionalia: æquiãgulum igitur eſt*



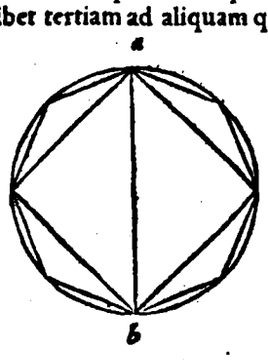
(per

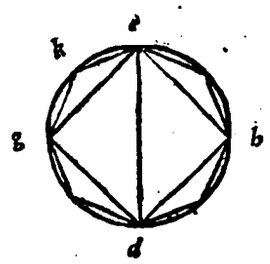
(per 1 diffinitionem ſexti) ∝ β ε triangulũ, ipſi ſ ν λ triangulo: æqualis igitur eſt angulus qui ſub ∝ ε β, ei qui ſub ſ λ ν. Sed qui (per 21 tertij) ſub ∝ ε β ei qui ſub ∝ μ β eſt æqualis (in eãdem nanq; circumferentiã ierunt) qui autẽ ſub ſ λ ν ei qui ſub ſ ν ν, & qui ſub ∝ μ β, igitur ei qui ſub ſ ν ν eſt æqualis. Eſt aũt & rectus qui ſub β ∝ μ, ei qui ſub ν ſ ν recto (per 4 poſtulatum) æqualis: reliquus igitur reliquo eſt æqualis (per 3 cõmunem ſententiam) Aequiangulum igitur eſt triangulum ∝ μ β, ipſi ſ ν ν triangulo. Proportionaliter igitur eſt ſicut β μ ad ν ν ſic β ∝ ad ν ſ. Sed ipſius quidem β μ ad ν ν rationis, dupla eſt ea quæ ipſius β μ quadrati ad id quod ex ν ν quadratum. Ipſius autem β ∝ ad ν ſ, dupla eſt ipſius ∝ β γ δ ε multanguli ratio ad ipſum ſ ν θ ν λ multangulum: & ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex β μ quadratum, ad id quod ex ν ν quadratum, ſic eſt multangulum ∝ β γ δ ε ad multangulum ſ ν θ ν λ. In circulis igitur ſimilia multangula ſeſe adinuicem habent, ſicut quæ ex dimetientibus quadrata: quod erat oſtendendum.

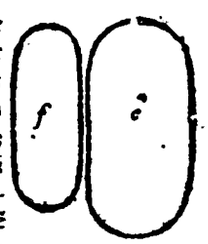
Euclid. ex Camp. Propoſitio 2.

2 Mniũ duorũ circulorũ eſt proportio alterius ad alterũ tanq; pportio quadrati ſuæ diametri ad q̃dratũ diametri alterius.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b & c d, quorum diametri quoq; dicantur a b & c d. Dico itaq; quòd proportio circuli a b ad circulum c d, eſt ſicut quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d. Manifeſtum enim eſt ex hac communi ſcientia ſcilicet quanta eſt quælibet magnitudo ad aliquam ſecundam, tantam neceſſe eſt eſſe quamlibet tertiam ad aliquam quartam, quòd proportio quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d, eſt ſicut circuli a b ad ſuperficiem aliquam quæ ſit e, cuiuſcunq; figuræ aut formę ponatur. Hanc autem impoſsibile eſt maiorem eſſe aut minorẽ circulo c d. Si enim eſt poſsibile ipſam eſſe minorem circulo c d, ſit itaq; minor in ſuperficie f. Itaq; circulus c d, ſit æqualis duabus ſuperficiebus e & f pariter acceptis. Conſtat igitur ex 1 decimi, quod toties poſsit ex circulo c d, ſuiſq; reſiduis ſubtrahi maius dimidio, quouſq; relinquatur quãtitas aliqua minor f. Inſcribatur ergo ſibi ut docet 6 quarti, quadratũ c d g h, de quo cõſtat quòd ipſum ſit maius medietate circuli: quadratũ enim quod eſt duplũ ad ipſum, eſt circulũ circũſcribẽs, ut patet ex penultima primi & 7 quarti. Si igitur portiones circuli exiſtentes ſuper latera quadrati pariter acceptæ, fuerint minus ſuperficie f, ſufficit. Sin autẽ quatuor arcus exiſtẽtes ſuper dicta latera per æqualia diuidãtur, & puncta ipſos arcus diuidẽtia cum extremitatibus laterũ cõtinuentur per lineas rectas. Verbi gratia, arcus c g diuidatur per æqualia in puncto k, & protrahant lineæ k c, k g, ſicq; de cæteris. Eritq; quilibet triangulorũ deſcriptorum ſuper latera quadrati, maior medietate portionis in qua exiſtit, eo quod omnis triangulus iſoſceles eſt medietas parallelogrãmi ſuę baſis per 41 primi, quod quidẽ parallelogrãmum maius erit ſuperficie ipſo arcu chordaq; cõtenta. Sint itaq; portiones exiſtẽtes ſuper latera octogonĩ inſcripti pariter acceptæ, minus ſuperficie f. Si enim nondũ hoc eſſet, non ceſſarem diuidere arcus (quorũ latera ultimę deſcriptæ figuręſunt chordę) per æqualia, & inſcribere figurã æquilateram duplo pluriũ laterum primæ, ſemper ſubtrahẽdo ab ipſis circuli portionib. maius dimidio, quouſq; per 1 decimi, portiones ſuper latera alicuius talis figuræ circulo inſcriptæ exiſtẽtes pariter acceptę, erũt minus ſuperficie f. Sint ergo nũc quæ dictę ſunt, eritq; ex cõceptione octogonũ c d, maius ſuperficie e. In circulo igitur a b eadẽ uia inſcribat ſimile octogonũ quod dicatur a b, ſitq; ex præmiſſa proportio octogoni a b ad octogonum c d, ſicut quadrati diametri a b ad quadratũ diametri c d, ideoq; per 11 quinti ſicut proportio circuli a b ad ſuperficiẽ e, itaq; permutatim polygonĩ a b ad circulũ a b, ſicut polygonĩ c d ad ſuperficiẽ e. Cũq; ſit polygoniũ c d maius ſuperficie e, erit polygoniũ a b maius circulo a b, hoc aũt impoſsibile. Nõ eſt ergo ſuperficies e, minor circulo c d. Sed nec maior. Eſto enim ſi poſsibile ſit. Cũ igit ſit proportio quadrati diametri a b ad quadratũ diametri c d, ſicut circuli a b ad ſuperficiẽ e, erit ecõuerſo quadrati diametri c d ad quadratũ diametri a b, ſicut ſuperficiei ad circulũ a b. Et cõſtat ex cõmuni ſciẽtia in principio huius demõſtrationis poſita, quod eadẽ eſt circuli c d ad aliquã ſuperficiẽ quę ſit f, eritq; ex 14 quinti ſuperficies f, minor circulo a b. Itaq; proportio quadrati diametri c d ad quadratũ diametri a b, erit ſicut circuli c d ad ſuperficiẽ f minorẽ circulo a b. Sed ex hoc demõſtrauimus paulo antè ſequi impoſsibile, uidelicet polygoniũ inſcriptum circulo maius eſſe circulo. Sicut ergo ſuperficies e nõ poteſt eſſe minor circulo c d, ita nec maior, erit ergo neceſſariò æqualis. Quare per ſecũdã partẽ 7 quinti, liquet quod ꝓpoſitũ eſt.



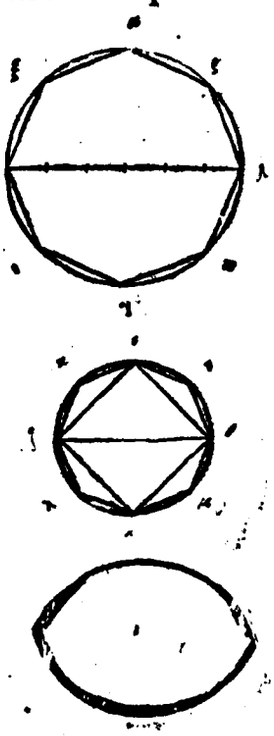


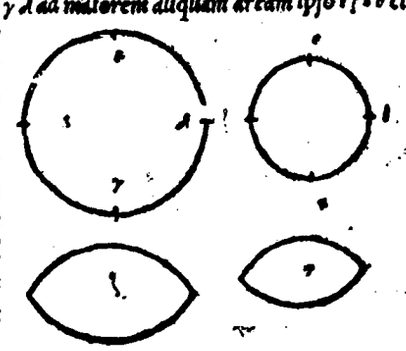


Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

Circuli ſeſe adinuicē habent, ſicut quæ ex dimetiētibus quadrata.

THEON ex Zamb. Sint circuli α β γ Δ, ε ζ η θ, dimetiētes autē eorū ſint Δ ϛ, ζ θ. Dico q̄ eſt ſicut quod ex β Δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, ſic eſt α β γ Δ circulus ad ε ζ η θ circulū. Si enim non eſt ſicut quod ex ϛ Δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratum, ſic α β γ Δ circulus ad ε ζ η θ circulū, erit ſicut quod ex β Δ ad id quod ex ζ θ, ſic α β γ Δ circulus uel ad minorem ipſo ε ζ η θ circulo areā, uel ad maiorē. Sit prius ad minorem σ. deſcribaturq; (per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratū ε ζ η θ. Iam deſcriptū quadratū, maius eſt quàm dimidiū ipſius ε ζ η θ circuli: quoniā ſi per ſigna ε ζ η θ, tangentes circulū rectas lineas ducamus, circū circulum deſcripti quadrati dimidium eſt ε ζ η θ quadratū, ipſo autē circūſcripto quadrato minor eſt circulus, quare ε ζ η θ inſcriptū quadratū, maius eſt quàm dimidium ipſius ε ζ η θ circuli. Secentur biſariam ipſæ ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, circū ferentiæ in ſignis κ λ, μ ν, cōnectanturq; ε κ, κ ζ, ζ λ, λ η, η μ, μ θ, θ ν, ν ε. Et unūquodq; igitur ipſorū ε κ ζ, ζ λ η, η μ θ, θ ν ε, triāgulorū, maius eſt quàm dimidium eius quod circū ipſum eſt circuli ſegmenti, quoniā ſi per κ λ, μ ν, ſigna circulum tangentes ducamus, & compleamus quæ in ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, rectis lineis parallelogrāma, unumquodq; ipſoram ε κ ζ, ζ λ η, η μ θ, θ ν ε triangulorū, dimidium eſt eius quod circum ipſum prarallelogrāmi, ſed circum ipſum ſegmentum, minus eſt parallelogrāmo, quare unumquodq; ipſorum ε κ ζ, ζ λ η, η μ θ, θ ν ε triāgulorū, maius eſt dimidio eius quod circū ſeipſum ſegmēti circuli. Diſpeſcentes iam (per 30 tertij) reliquas circunferētias biſariam, cōnectētesq; rectas lineas, & hoc ſemper efficientes (per 1 decimi) relinquentes quædā circuli ſegmenta quæ minora erunt exceſſu quo excedit circulus ε ζ η θ aream σ. Oſtenſum etenim eſt in primo decimi uoluminis theoremate, quod binis magnitudinib. inæqualib. expoſitis, ſi à maiori auferatur maius quàm dimidiū, & reliquæ maius quàm dimidium, hoc quoq; ſemper fiat, quædam relinquetur magnitudo quæ minore magnitudine expoſita, minor erat. Relinquantur igitur, ſintq; quæ in ipſis ε κ, κ ζ, ζ λ, λ η, η μ, μ θ, θ ν, ν ε, ſegmenta ipſius ε ζ η θ circuli, minora exceſſu quo excedit circulus ε ζ η θ ipſam σ aream. Reliquū igitur ε κ ζ λ η μ θ ν multangulū, maius eſt ipſa area σ. Inſcribatur in circulum α β γ Δ, ipſi χ κ ζ λ, η μ θ ν multangulo, ſimile multāgulū α ξ, β ο, γ π, Δ ρ. Eſt igitur (per præcedētē) ſicut quod ex β Δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratum, ſic eſt multangulum α ξ β ο γ π Δ ρ ad ε κ ζ λ η μ θ ν multangulum. Sed ſicut quod ex β Δ quadratum ad id quod ex ζ θ quadratū, ſic circulus α ϛ γ Δ ad aream σ: & ſicut igitur (per 11 quinti) α β γ Δ circulus ad σ aream, ſic multangulū α ξ β ο γ π Δ ρ ad ipſum ε κ ζ λ η μ θ ν multāgulum. Viciſſim igitur (per 16 quinti) ſicut circulus α β γ Δ, ad id quod in ipſo, multangulum, ſic σ area ad multangulum ε κ ζ λ η μ θ ν. Maior autem eſt α β γ Δ circulus, eo quod in ſe eſt multangulo: maior igitur eſt & area σ, ipſo ε κ ζ λ η μ θ ν multangulo, ſed & minor, quod eſt impoßibile. Non eſt igitur ſicut quod ex β Δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, ſic circulus α β γ Δ ad aliquā areā ipſo ε ζ η θ circulo minorē. Similiter iam demōſtrabimus quod neq; ſicut quod ex ζ θ ad id quod ex β Δ, ſic circulus ε ζ η θ ad aliquā areā minorē ipſo α β γ Δ circulo. Dico nēpe q̄ neq; ſicut quod ex β Δ ad id quod ex ζ θ, ſic circulus α β γ Δ ad aliquā areā maiorē ipſo ε ζ η θ circulo. Si enim poßibile, ſit ad maiorē σ. Conuerſim igitur eſt ſicut quod ex ζ θ quadratum ad id quod ex β Δ, ſic eſt σ area ad α β γ Δ circulum. Sed ſicut σ area ad α β γ Δ circulum, ſic eſt circulus ε ζ η θ ad aliquam aream minorem ipſo α β γ Δ circulo, & ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex ζ θ ad id quod ex β Δ, ſic ε ζ η θ circulus ad aliquam aream minorem ipſo α β γ Δ circulo, quod impoßibile eſſe demonſtratum eſt. Non eſt igitur ſicut quod ex β Δ quadratum ad id quod ex ζ θ, ſic circulus α β γ Δ ad maiorem aliquam aream ipſo ε ζ η θ circulo. Oſtenſum autem eſt, quod neq; ad minorem. Eſt igitur ſicut quod ex β Δ quadratum ad id quod ex ζ θ quadratum, ſic circulus α β γ Δ ad circulum ε ζ η θ. Circuli ergo adinuicem ſeſe habent, ſicut quæ ex dimetiēntibus quadrata. Quod erat oſtendendum. Dico iā q̄ σ area maiore ſubſiſtente ipſo ε ζ η θ circulo, eſt ſicut area σ ad α β γ Δ circulum, ſic ε ζ η θ circulus ad aliquā aream minorem ipſo α β γ Δ circulo. Fiat enim ſicut σ area ad α β γ Δ circulum, ſic ε ζ η θ circulus ad aream τ. Dico q̄ area τ, minor eſt ipſo α β γ Δ circulo. Quoniam enim eſt ſicut



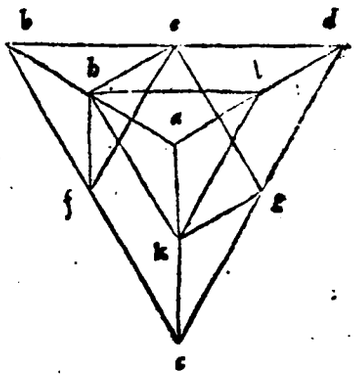


ſicut σ area ad α β γ Δ circulũ, ſic eſt ε ſ ν θ circulus ad aream τ, uiciſsim (per 18 quinti) eſt ſicut σ area ad ε ſ ν θ circulum, ſic eſt α β γ Δ circulus ad τ aream. Maior autẽ eſt σ area ipſo ε ſ ν θ circulo, maior igitur eſt & α β γ Δ circulus, ipſa area τ, quare eſt ſicut σ area ad α β γ Δ circulum, ſic eſt ε ſ ν θ circulus ad minorem aliquam aream ipſo α β γ Δ circulo: quod oportuit demonſtraſſe.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 3.

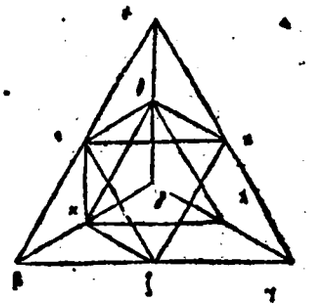
OMnis pyramis cuius baſis triangula, ſcindi poteſt in duas æquas pyramides ſibi inuicem totiq; pyramidi ſimiles, unaq; in duo ſeratilia, quæ ambo pariter accepta dimidio totius pyramidis neceſſe eſt eſſe maiora.

CAMPANVS. Sit pyramis a b c d ſuper baſin triangulam b c d, eiusq; uertex ſolidus angulus a, à quo demittantur tres hypothenuſæ a b, a c, a d, tres angulos baſis, & diuidãtur omnia latera baſis per æqualia in trib. punctis e f g, tres quoq; hypothenuſæ per æqualia in tribus punctis h k l, & protrahantur in baſi duæ lineæ e f & e g. Eritq; baſis eius diuiſa in tres ſuperficies, quarũ duæ ſunt duo trianguli b e f, e g d, qs ex ſecũda parte 1 ſexti, & diffinitione ſimiliũ ſuperficierũ conſtat eſſe ſimiles ſibi inuicẽ & toti baſi, & æquales adinuicẽ ex 8 primi, tertia eſt tetragona parallelogrãma & ipſa eſt e f g c, quã conſtat eſſe duplã ad triangulum e g d ex 40 & 41 primi. Demittantur ergo rurſus à puncto h duæ hypothenuſæ h e, h f, & à puncto k l hypothenuſa k g, & protrahantur lineæ h k, k l, et l h. Diuiſa eſt itaq; tota pyramis a b c d in duas pyramides quæ ſint h b e f & a h k l, & duo ſeratilia quorũ unum eſt e h f g k c & eſt ſuper baſin quadrangulã c f g e, & aliud eſt e g d h k l & eſt ſuper baſin triangulam e g d. De duabus autem pyramidibus h b e f, a h k l, quod ipſæ ſunt æquales adinuicẽ ſibiq; & toti pyramidi a b c d ſimiles, conſtat ex diffinitione corporũ æqualiũ & ſimiliũ & ex 10 undecimi & ex ſecunda parte 1 ſexti. De duobus autem ſeratilibus quod ipſa ſint æqualia, cõſtat ex ultima undecimi. Quod uerò ambo ſeratilia pariter accepta ſint maius medietate totius pyramidis, ex hoc manifeſtum eſt quod utrunq; illorum diuiſibile eſt in duas pyramides, quarum altera triangula æqualis uni duarum, in quas & ſeratilia totalis pyramis diuiditur: altera uerò quadrangula, quæ dupla eſt ad reliquam: quare patet ambo ſeratilia pariter accepta tres quartas eſſe totalis pyramidis diuiſæ. Ac proportionem ſi ſcire deſideras, ſextam huius duodecimi conſule. Sed ſufficit tibi ſcire (quantum ad propoſitum) illa duo ſeratilia pariter accepta duas partiales pyramides in quas & ſeratilia totalis diuiditur pariter acceptas, quantalibet quantitate excedere.



Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 3.

OMnis pyramis triangularem baſin habens, diuiditur in binas pyramides æquas & ſimiles inuicem triangulares baſes habentes, & ſimiles toti, & in bina priſmata æqualia, & ipſa bina priſmata maiora ſunt quàm dimidium totius pyramidis.



THEON ex Zãb. *Sit pyramis cuius baſis quidem ſit triangulum α β γ, faſtigium uerò ſit ſignum Δ. Dico q pyramis α β γ Δ diuiditur in pyramides binas æquas adinuicem triangulares baſes habentes et toti ſimiles, et in bina priſmata æqualia, et bina priſmata maiora ſunt quã totius pyramidis dimidiũ. Secentur (per 10 primi) α β, β γ, γ α, α Δ, Δ β, Δ γ, biſariã in ſignis ε, ζ, η, θ, ι, κ, cõnectanturq; ε θ, ε κ, κ θ, θ κ, κ λ, λ θ, ε κ, κ ζ, ζ κ. Et quoniã α ε eſt æqualis ipſi ε β, et α θ ipſi Δ θ, parallelus igitur eſt ε θ ipſi Δ β. Idq; propterea etiam θ κ, ipſi α β parallelus eſt: parallelogrammũ igitur eſt θ ε κ θ, æqualis igitur eſt ipſa θ κ ipſi ε β. Sed ε β ipſi α ε eſt æqualis, & α ε igitur ipſi θ κ eſt æqualis. Eſt autẽ et α θ ipſi θ Δ æqualis. Duæ iã α ε, α θ, duab. κ θ, θ Δ, ſunt æquales altera alteri, & angulus qui ſub ε α θ (p 28 primi) ei qui ſub κ θ Δ, eſt æqualis: baſis igitur ε θ (p 4 primi) baſi κ Δ eſt æqualis. Igitur triãgulũ α ε θ, æquũ & ſimile eſt ipſi θ κ Δ triãgulo. Et id propterea etiã triãgulũ α θ κ, ipſi θ λ Δ triangulo æquũ et ſimile eſt. Et quoniã binæ rectæ tangẽtes ſe adinuicẽ ε θ, θ κ, * ad binas rectas lineas ſeſe inuicẽ tangẽtes κ Δ, Δ λ, ſunt nõ tamen in eodẽ plano exiſtẽtes, æquos angulos cõprehendũt: æqualis igitur eſt (per 10 undecimi) angulus qui ſub ε θ κ, ei qui ſub κ Δ λ, angulo. Et quoniam binæ*

* ἀφὰ δύο παραλλήλους.

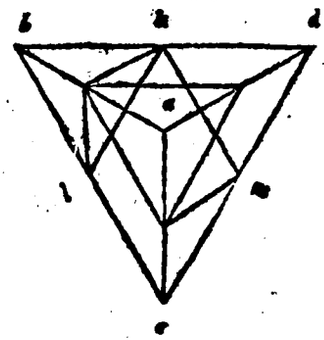
rectæ lineæ ε θ, θ κ, duabus, κ Δ, Δ λ, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub ε θ κ (per 10 undecimi) angulo qui sub κ Δ, Δ λ, est æqualis, basis igitur ε κ (per 4 primi) basi κ λ est æqualis. Triangulũ igitur ε θ κ, æquũ est ei triangulo quod sub κ Δ λ & simile, & id propterea triangulum α ε κ, ipsi θ κ λ triangulo æquũ & simile est. Pyramis igitur cuius basis α ε κ triangulũ, fastigium autem θ signũ, æqualis & similis est pyramidi cuius basis quidẽ est θ κ λ triangulum & uertex Δ signũ. Et quoniã trianguli α Δ β (per 2 sexti) * ad unum latus α β, excitata est ϑ κ, æquiangulũ est α Δ β triangulũ ipsi Δ κ θ triangulo, & latera habent proportionalia. Igitur triangulũ α Δ β, simile est ipsi triãgulo Δ θ κ. Idq; propterea & triangulũ quidẽ Δ β γ simile est ipsi triangulo Δ κ λ, & α Δ γ triangulum ipsi Δ θ λ triangulo. Et quoniam (per 10 undecimi) binæ rectæ lineæ sese inuicẽ tangentes β α, α γ * ad binas rectas lineas sese inuicẽ tangentes κ θ, ϑ λ, sunt nõ tamen in eodẽ plano, æquos cõprehendunt angulos. Angulus igitur qui sub β α γ, æquus est ipsi angulo qui sub κ θ λ. Estq; sicut β α ad α γ, sic κ θ ad θ λ. Triangulũ igitur α β γ ipsi α κ λ triangulo simile est. Et pyramis igitur cuius basis quidem est triangulũ α β γ, uertex autẽ Δ signũ, similis est pyramidi cuius basis quidem est θ κ λ triangulum, uertex autem Δ signũ. Sed pyramis cuius basis est triangulũ θ κ λ, uertex autẽ Δ signũ, ostensa est similis pyramidi cuius basis quidẽ est α ε κ triangulũ, uertex uerò θ signũ. Quare & pyramis cuius quidem basis est triangulũ α β γ, uertex uerò Δ signũ, similis est pyramidi, cuius basis quidem est α ε κ triangulum, & uertex θ signum: utraq; igitur ipsarũ α ε κ θ, θ κ λ Δ, pyramidũ, similis est toti α β γ Δ pyramidi. Et quoniã β ζ æqualis est ipsi ζ χ, parallelogrãmum ε β ζ κ, ipsius κ ζ γ trianguli duplũ est (per 41 primi) Et quoniam si fuerint bina prismata æquè alta, & alterũ quidẽ habuerit basin parallelogrãmum, alterũ autẽ triangulũ, duplum autẽ fuerit parallelogrãmum ipsius trianguli, ipsa prismata sunt æqualia (per 40 undecimi) prisma igitur cõprehensum sub binis triangulis ϛ κ ζ, θ κ, tribusq; parallelogrãmis ε β ζ κ, ε β κ θ, κ θ ζ ϑ, prisma ti cõprehenso sub binis triangulis σ ζ γ, θ κ λ, tribusq; parallelogrãmis κ ζ γ λ, λ γ κ θ, θ ζ κ, est æquale. Manifestũ autẽ q, utrunq; ipsorũ prismatũ cuius basis ε ϛ ζ κ parallelogrammum, ex opposito aũt θ κ recta linea, et cuius basis σ ζ γ triangulũ, ex opposito autẽ κ λ θ triangulũ, maius est utraq; ipsarũ pyramidũ, quarũ bases quidẽ sunt triãgula α κ ε & θ κ λ, uertices autẽ θ Δ signa. Quoniam si cõnectamus σ ζ, σ κ, rectas lineas prisma cuius basis ε β ζ κ parallelogrãmũ, ex opposito autẽ κ θ recta linea, maius est pyramide cuius basis ε β ζ triangulũ, & uertex κ signũ. Sed pyramis cuius basis ε β ζ triangulũ, uertex autẽ est κ signum, æqua est pyramidi cuius basis est α ε κ triangulum, & uertex est ϛ signũ: sub æquis enim & similib. planis cõprehenduntur. Quare & prisma cuius basis quidẽ ε ϛ ζ κ parallelogrammum, ex opposito autẽ θ κ recta linea, maius est pyramide cuius basis α ε κ triangulũ, uertex autẽ θ signũ. Prisma uerò cuius basis σ ϛ ζ κ parallelogrãmũ, ex opposito autẽ θ κ recta linea, æquũ est prismati cuius basis κ ζ γ triãgulum, ex opposito autẽ triãgulum θ κ λ. Pyramis autẽ cuius basis quidẽ α ε κ triãgulum, uertex autẽ signũ θ, æqua est pyramidi cuius basis θ κ λ triãgulũ, uertex autẽ est Δ signũ. Prædicta igitur bina prismata, maiora sunt prædictis duab. pyramidib. quarũ bases sũt ipsa α ε κ, θ κ λ triãgula, uertices autẽ sunt θ Δ signa. Tota igitur pyramis cuius basis est triãgulũ α ϛ γ, uertex autẽ signũ Δ, diuiditur in binas pyramides sibi inuicẽ æquas & similes toti, & in bina prismata æqualia, et bina prismata maiora sunt q̃ totius pyramidis dimidiũ: quod erat ostẽdendum.

wæpà, id est æquidistanter.

wæpà dúo

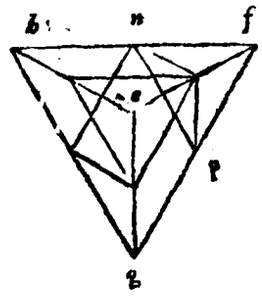
Euclid. ex Camp. Propositio 4.

SI duæ pyramides æquè altæ, quarũ bases triangulæ singulæ in binas pyramides æquales sibi inuicẽ ac toti similes, binaq; seratilia æq̃lia diuidant, erit proportio basis unius ad basin alterius tãq; proportio duorũ seratiliũ suorũ ad duo seratilia alterius. Eritq; palàm omnia seratilia q̃ fuerint in utralibet illarũ pyramidũ pariter accepta ad cũcta seratilia q̃ in altera pyramide fuerint, eandẽ habere proportionẽ, quã basis eius pyramidis ad basin alterius pyramidis.



CAMPANVS. Sint duæ pyramides quarum bases triangulæ, æquè altæ: hæc quidẽ a b c d, cuius conus punctus a, basis triangulus b c d, hypothenusæ a b, a c, a d, illa uerò e f g h, cuius conus pũctus e, basis triãgulus f g h, hypothenusæ e f, e g, e h: hæ autẽ duæ pyramides diuidantur, sicut in præmissa. Sintq; bases earum diuisæ. Hęc quidẽ protractis lineis latera basis ipsius per æqualia diuidentibus, quæ sint k l & k m: illa uerò protractis lineis quæ sint n p, n q. Dico ergo quòd proportio basis b c d ad basin f g h, est sicut duorũ seratilium pyramidis a pariter acceptorũ ad duo seratilia pyramidis e pariter accepta. Manifestũ est aũt ex 21 sexti parte secũda, q̃ proportio

portio trianguli b c d ad triangulum k m d, eſt ſicut lineæ b d ad lineam k d duplicata, per eandē quoq; eſt proportio trianguli f g h ad triangulū n q h, ſicut lineæ f h ad lineā n h duplicata. Cūq; ſit linea b d ad lineam k d, ſicut linea f h ad lineā n h (utrobiq; enim eſt dupla proportio) erit triangulus b c d ad triangulū k m d, ſicut triangulus f g h ad triangulum n q h, & permutatim triangulus b c d ad triāgulū f g h, ſicut triangulus k m d ad triāgulum n q h. Triāgulus autem k m d ad triangulum n q h, eſt ſicut ſeratile exiſtens ſuper, ipſum ad ſeratile exiſtēs ſuper illū per 33 undecimi. Huius quoq; ſeratilis ad illud, eſt ſicut amborum ſeratiliū pyramidis a pariter acceptorū, ad ambo ſeratilia pyramidis e pariter accepta ex 15 quinti: neceſſe eſt enim ut ſit duplum ad duplum, quemadmodum ſimplum ad ſimplum. Itaq; conclude ex 11 quinti, quod propoſitū eſt. Dormitas autē, ſi dubitas ſeratilia unius harum pyramidū, æquè alta eſſe ſeratilibus pyramidis alterius. Cū enim ſint pyramides æquè altę, ſitq; uterq; earū diuiſa in duas pyramides æquales ſibi totiq; ſimiles & in duo ſeratilia æqualia, & ſint duę partiales pyramides æquè altæ, eo quòd ſimiles & æquales (quod facile patebit demiſsis à uerticibus partialium pyramidum perpendicularibus ad baſes ipſarum, de quibus perpendicularibus ex 37 undecimi conſtat eſſe æquales) cumq; altitudines harum partialium pyramidum pariter acceptæ componūt altitudinē totalis pyramidis diuiſæ, ſintq; ambo ſeratilia æquè alta uni partialium pyramidum ei, uidelicet quæ ſuper partialem triangulum baſis totalis pyramidis componitur, non eſt fas ambigere ſeratilia unius earum pyramidū eſſe æquè alta ſeratilibus alterius earum. Correlarium uerò ex eo manifeſtū eſt, q; ſi militer baſes partialium pyramidū ſic ſe habeant adinuicem, ſicut bina ſeratilia unius ad bina ſeratilia alterius. Et quia baſes partialium ſic ſe habēt adinuicem, ſicut baſes totaliū ex ſecūda parte 18 ſexti, & permutata a proportione, cōſtat ex 13 quinti uerū eſſe quod correlarium proponit.



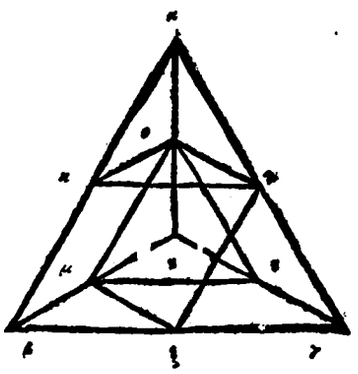
Euclid. ex Zamb. *Theorema* 4. *Propoſitio* 4.

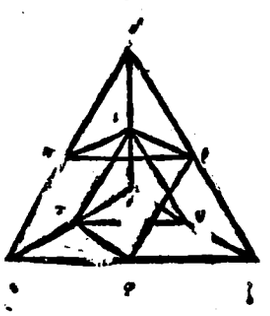
4 Si fuerint binæ pyramides ſub eadem altitudine, triangulares baſes habentes, diuiſa uerò fuerit utraq; ipſarum in binas pyramides adinuicē æquales & ſimiles toti & in bina priſmata æqualia, & in utraq; factarū pyramidū ismodus ſemper ſeruetur, erit ſicut unius pyramidis baſis ad alterius pyramidis baſin, ſic q̄ in una pyramide priſmata omnia ad ea q̄ in altera pyramide priſmata * æquè multiplicia. *ἰσοπλήθη, id*

THEON ex Zāb. *Sint binæ pyramides ſub eadem altitudine, triangulares baſes habentes, hoc eſt α β γ eſt pari multiγ, λ ι ſ, & faſtigia ν ϑ ſigna. Diuidatur q; ipſarum utraq; in binas pyramides inuicem æquas & toti ſimiles tudine ſumpta. & in bina priſmata æqualia. Ipſarum q; factarum pyramidum utraq;, itidē intelligatur diuiſa, & hoc ſemper fiat. Dico quòd eſt ſicut α β γ baſis ad λ ι ſ baſin, ſic ſunt omnia priſmata quæ in ipſa α β γ ν pyramide ad ea quæ in λ ι ſ ϑ pyramide priſmata æquè multiplicia. Quoniā enim β ξ ipſi ξ γ. & α λ ipſi λ γ eſt æqualis, parallelus igitur eſt ξ λ ipſi α β, & α β γ triangulum ipſi λ ξ γ triangulo ſimile eſt, & id propterea iam triangulum λ ι ſ, ſimile eſt, ipſi ϱ φ ſ triangulo. Et quoniam β γ ipſius γ ξ dupla eſt, & ι ſ ipſius ſ φ, eſt igitur ſicut β γ ad γ ξ, ſic eſt ι ſ ad ſ φ. Deſcriptæq; ſunt ab ipſis quidē β γ, γ ξ, ſimiles ſimiliterq; poſitæ rectilineæ figuræ α β γ, λ ξ γ, ab ipſis autē ι ſ, ſ φ, ſimiles ſimiliterq; poſitæ rectilineæ figuræ λ ι ſ, ϱ φ ſ. Si autē quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, et quæ ab ipſis rectilineæ figuræ ſimiles ſimiliterq; poſitæ, proportionales erunt. Et igitur ſicut α β γ triangulum ad λ ξ γ triangulum, ſic eſt λ ι ſ triangulum ad ϱ φ ſ triangulū, uiciſſim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut α β γ triangulum ad λ ι ſ triangulum, ſic eſt λ ξ γ triangulum ad ϱ φ ſ triangulum. Sed ſicut λ ξ γ triangulum ad ϱ φ ſ triangulum, ſic priſma, cuius baſis quidem eſt λ ξ γ triangulū, ex oppoſito aūt ο μ ν, ad priſma cuius baſis eſt quidē ϱ φ ſ triangulū, ex oppoſito aūt ſ τ υ, et ſicut igitur (p 11 quinti) α β γ triāgulū ad λ ι ſ triāgulū, ſic eſt priſma cuius baſis qdē eſt λ ξ γ triāgulū, ex oppoſito uerò ο μ ν ad priſma cuius baſis eſt ϱ φ ſ triāgulū, ex oppoſito aūt ο π υ. Et quoniā bina priſmata exiſtētia in ipſa α β γ ν pyramide inuicē ſūt æqualia, et quia bina priſmata exiſtētia in ipſa λ ι ſ ϑ pyramide inuicē ſūt æqualia; eſt igitur ſicut priſma cuius baſis eſt β ν λ ξ parallelogrāmū, ex oppoſito uerò μ ο recta linea, ad priſma cuius baſis eſt λ ξ γ triāgulū, ex oppoſito aūt ο μ ν, ſic priſma cuius baſis π ι ϱ φ, ex oppoſito uerò ο τ ad priſma cuius baſis ϱ φ ſ, ex oppoſito aūt ο τ υ. Cōponēdo igitur (p 18 quinti) eſt ſicut α β ξ λ μ ο, λ ξ γ μ ν ο priſmata ad λ ξ γ μ ν ο priſma, ſic π ι φ ϱ ο τ, ϱ φ ſ ο τ υ, priſmata ad ϱ φ ſ ο τ υ priſma uiciſſim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut α β ξ λ ο μ, λ ξ γ ο μ ν ad ipſa α ι φ ϱ ο τ, ϱ φ ſ ο τ υ priſmata, ſic priſma λ ξ γ μ ν ο ad ϱ φ ſ ο τ υ priſ-*

τ υ prisma. Sicut autem λ ξ γ μ ν ο prisma ad ϱ φ ʃ σ τ υ prisma, sic ostẽsum est esse basin λ ξ γ ad ipsam ϱ φ ʃ, & basin α β γ ad basin Δ ε ʃ, & sicut igitur (per 11 quinti) triangulum α β γ ad triangulũ Δ ε ʃ, sic bina prismata quæ sunt in α β γ ν pyramide ad ea bina prismata quæ sunt in Δ ε ʃ γ pyramide. Similiter uerò si et reliquas pyramides eodem modo * trahemus, uidelicet ο μ ν θ, σ τ υ θ, erit sicut basis ο μ ν ad σ τ υ basin, sic bina prismata existentia in ipsa ο μ ν ν pyramide ad bina prismata existẽtia in σ τ υ θ pyramide. sed sicut ο μ ν basis ad σ τ υ basin, sic α β γ basis ad Δ ε ʃ basin, & sicut igitur (per 11 quinti) α β γ basis ad Δ ε ʃ basin, sic & bina prismata existentia in ipsa α β γ ν pyramide ad bina prismata existentia in Δ ε ʃ θ pyramide, & bina prismata existentia in ο μ ν ν pyramide ad bina prismata existẽtia in ipsa σ τ υ θ pyramide, & quatuor ad quatuor. Et eadem quoq; ostendentur in prismatibus factis ex ipsarum α ν λ ο et Δ π ϱ σ pyramidum diuisione, & omnium simpliciter æquè multiplicium. Quod autem sit sicut λ ξ γ triangulum ad ϱ φ ʃ triangulum, sic prisma cuius basis λ ξ γ triangulum, ex opposito autẽ ο μ ν, ad prisma cuius basis quidem est ϱ φ ʃ triangulum, ex opposito σ τ υ, sic ostendendum est. In eadem enim descriptione intelligantur ab ipsis ν θ perpendiculares in ipsa α β γ, Δ ε ʃ, triangula plana, æquales autem ipsæ erunt, quoniam æquè sublimes ipsæ supponuntur pyramides. Et quoniam binæ rectæ lineæ ν γ & quæ ex ν perpendicularis, à parallelis planis hoc est α β γ, ο μ ν, secantur, in eisdem rationibus secabuntur (per 17 undecimi) & ν γ bifariam secatur à plano ο μ ν, in signo ν, & perpendicularis igitur quæ ex ν, in triangulum α β γ, planum bifariam secatur à plano ο μ ν, & id propterea & perpendicularis quæ ex θ in Δ ε ʃ planum, bifariam secabitur ab ipso σ τ υ plano. Et ipsæ quæ ex ν θ, perpendiculares in ipsa α β γ, Δ ε ʃ, plana sunt æquales. Igitur & quæ ex ο μ ν, σ τ υ, triangulis in ipsa α β γ, Δ ε ʃ plana perpendiculares, sunt æquales. Prismata igitur quorum bases sunt λ ξ γ & ϱ φ ʃ triangula, ex opposito autem ο μ ν, σ τ υ, æquè sunt alta. Quare & solida parallelepipeda quæ à prædictis prismatibus describuntur æquè alta, ad inuicem sunt sicut bases, & dimidia igitur erunt sicut λ ξ γ basis ad ϱ φ ʃ basin, sic prædicta prismata adinuicem. Si binæ igitur pyramides sub eadem fuerint altitudine, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.

Διέλωμον, diuiserimus.

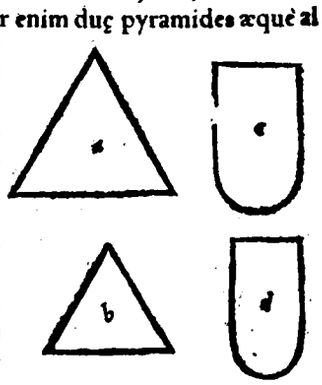




Euclid. ex Camp. Propositio 5.

OMnes duæ pyramides æquè altæ quarum bases triãgulæ, & suis basibus sunt proportionales.

CAMPANVS. Quod 33 undecimi proposuit de solidis parallelogrammis & in fine 36 undecimi uerum esse demonstrauimus de seratilibus, hæc 5 duodecimi proponit de pyramidibus triangulis. Intelligantur enim duç pyramides æquè altæ, quarum bases sunt duo trigoni a & b, dico quòd proportio pyramidis a ad pyramidem b, est sicut basis a ad basin b, quod eodẽ demonstrationis uel argumẽtationis genere demõstrandum est, quo secundam huius demonstrauimus. Sit enim ut basis a ad basin b, ita pyramis a ad corpus c, de quo dico, q̃ ipsum non erit minus neq; maius pyramide b. Nam si possibile est ut sit minus, esto minus in solido d, ut pyramis b sit æqualis duob. corporibus c & d pariter acceptis. Diuisa itaq; pyramide b ut proponit 3 huius, detrahãtur ab ea duo seratilia, quæ ex prẽmissa sunt maius medietate pyramidis ipsius, itemq; ex utraq; duarũ partialium residuarũ pyramidum, duo earum prædicto modo diuisarũ seratilia demantur, & fiat hoc toties, quousq; ex pyramide b cogatur aduersarius per primã decimi confiteri relinqui minus solido d, eruntq; ex cõmuni scientia, seratilia detracta, maius c. Fiat igitur à pyramide a, similis seratiliũ detractio, & intelliga-

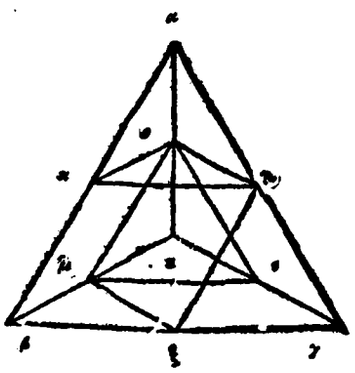


telligamus tot ſeratilia detracta eſſe ex pyramide a, quot detraximus ex pyramide b, eritq; ex corelario præmiſſo ſicut baſis a ad baſin b, ita ſeratilia detracta à pyramide a ad ſeratilia detracta à pyramide b, ſed ſic erat pyramis a ad corpus c, itaq; ſeratilia pyramidis a ad ſeratilia pyramidis b, ſicut pyramis a ad corpus c, & permutatim ſeratilia pyramidis a ad pyramidem a, ſicut ſeratilia pyramidis b ad corpus c. Cumq; ſint ſeratilia pyramidis b, maius corpore c, erunt ſeratilia pyramidis a, maius pyramide a. Et quia hoc eſt impoſsibile, non erit corpus c, minus pyramide b. Sed nec maius. Hoc enim poſito, cùm ſit proportio baſis a ad baſin b, ſicut pyramidis a ad corpus c, erit è conuerſo baſis b ad baſin a, ſicut corporis c ad pyramidem a, eritq; eadem ex communi ſcientia, pyramidis b ad aliquod corpus quod ſit d, ſequeturq; ex 14 quinti, quòd corpus d ſit minus pyramide a, eo quòd pyramis b ponitur minor corpore c. Erit igitur baſis b ad baſin a, ſicut pyramis b ad corpus minus pyramide a. Ex hoc autem demonſtratū eſt ſequi impoſsibile, uidelicet ſeratilia detracta ab aliqua pyramide, maius eſſe ea pyramide à qua detrahūtur. Ideoq; relinquitur corpus c eſſe æquale pyramidi b, cùm nec minus ea poſsit eſſe nec maius, & proportionem pyramidis a ad pyramidem b eſſe ſicut baſis c ad baſin b. Hoc autē erat demonſtrandum.

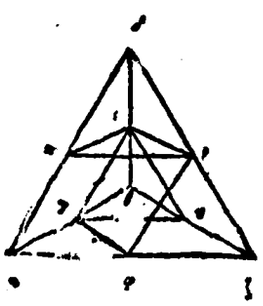
Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

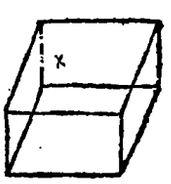
5 Sub eodem faſtigio pyramides ſubſiſtentes, triangulareśq; baſes habentes, adinuicem ſeſe habent ſicut baſes.

THEON ex Zamb. *Sint ſub eadem altitudine pyramides, quarum baſes quidem ſint α β γ, δ ε ζ, triangula, faſtigia uerò η, θ, ſigna. Dico quòd eſt ſicut α β γ, baſis ad δ ε ζ baſin, ſic eſt α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramida. Si autem nõ eſt ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α δ γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramida, erit ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α β γ η pyramis uel ad ſolidum aliquod minus ipſa δ ε ζ θ pyramide, uel ad maius. Sitq; prius ad minus aliquod, ſitq; χ. Diuidaturq; (per 3 duodecimi) ipſa δ ε ζ θ pyramis, in binas pyramides æquas & toti ſimiles, & in bina priſmata æqualia: iam bina priſmata, maiora ſunt quàm totius pyramidis dimidium, & rurſus (per eandē) quæ fiũt ex diuiſione pyramides, ſimiliter diuidantur, & hoc ſemper fiat, quo ad amplius nõ ſuperſint aliquæ pyramides ex ipſa δ ε ζ θ pyramide, qui ſint minores exceſſu quo excedit δ ε ζ θ pyramis ipſum χ ſolidũ. Accipiantur, ſintq; rationis cauſa, ipſæ δ π ρ σ & σ τ υ θ, reliquæ igitur priſmata exiſtẽtia in ipſa δ ε ζ θ pyramide, maiora ſunt ipſo χ ſolido. Diuidaturq; (per præcedentem) ipſa α β γ η pyramis, ſimiliter & æquè multipliciter ipſi δ ε ζ θ pyramidi. Eſt igitur ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic (per præcedentem) quæ in α β γ η pyramide priſmata ad ea quæ in δ ε ζ θ pyramide priſmata. Sed & ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α β γ η pyramis ad χ ſolidum. Et ſicut igitur (per 11 quinti) α β γ η pyramis ad χ ſolidum, ſic priſmata quæ in α β γ η pyramide ad ea priſmata quæ in δ ε ζ θ pyramide: uicißim igitur (per 16 quinti) ſicut α δ γ η pyramis ad ea quæ in ipſa priſmata, ſic eſt χ ſolidum ad ea quæ in δ ε ζ θ pyramide priſmata. Maior autem eſt pyramis α β γ η, eis quæ in ſeipſa priſmatibus. Igitur & ſolidum χ, maius eſt pyramide δ ε ζ θ ſunt priſmatibus, ſed et minus. Quod eſt impoſsibile. Igitur nõ eſt ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α β γ η pyramis ad aliquod ipſa δ ε ζ θ pyramide ſolidum minus. Similiter iam oſtẽdetur, quòd neq; ſicut baſis δ ε ζ ad baſin α δ γ, ſic δ ε ζ θ pyramis ad minus aliquod ſolidũ ipſa α β γ η pyramide. Dico iam, quòd neq; eſt ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α δ γ η pyramis ad maius aliquod ſolidum ipſa δ ε ζ θ pyramide. Si enim poſsibile, eſto ad maius χ ſolidum. Conuerſim igitur eſt ſicut δ ε ζ baſis ad α β γ baſin, ſic χ ſolidũ ad α δ γ η pyramidẽ. Sed ſicut χ ſolidum ad α β γ η pyramidem, ſic δ ε ζ θ pyramis ad minus aliquod ipſa α δ γ η pyramide, ſicut antè oſtenſum eſt. Et ſicut igitur (per 11 quinti) baſis δ ε ζ ad baſin α β γ, ſic δ ε ζ θ pyramis ad minus aliquod ipſa α δ γ η pyramide, quod abſurdum eſſe patuit. Nõ eſt igitur ſicut α δ γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α β γ η pyramis ad maius aliquod ſolidum ipſa pyramide δ ε ζ θ. Patuit autem quòd neq; ad minus. Eſt igitur ſicut α δ γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α δ γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramidem. Sub eodem igitur faſtigio, & quæ ſequũtur reliqua: quod oſtendere oportuit.*



λόγου ἕνεκα, uerbi cauſa



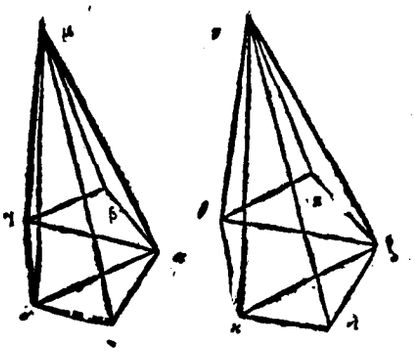


Euclides

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 6.*

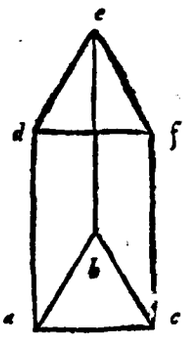
Sub eadem altitudine pyramides exiſtẽtes, multangulasq; baſes habentes, adinuicem ſeſe habent ſicut baſes.

THEON ex Zamb. *Sint ſub eadem altitudine pyramides multangulas baſes habẽtes, hoc eſt α β γ δ ε, ϛ ν θ κ λ, ſummitia uerò μ ν, ſigna. Dicò quòd eſt ſicut α β γ δ ε baſis ad ϛ ν θ κ λ baſin, ſic eſt α β γ δ ε μ, pyramis ad ϛ ν θ κ λ ν pyramidã. Diuidatur enim ipſa α β γ δ ε baſis in triangula α β γ, α γ δ, α δ ε, et ϛ ν θ κ λ in ϛ ν θ, ϛ θ κ, ϛ κ λ triangula. Intelligãtur q; ab unoquoq; triangulo, pyramides æquè altæ eis quæ in principio pyramidibus. Et quoniam eſt ſicut α β γ, triangulum ad α γ δ triangulum, ſic eſt α β γ μ pyramis ad α γ δ μ pyramida, & cõponendo (per 18 quinti) ſicut α β γ δ trapeziũ ad α γ δ triangulum, ſic α β γ δ μ pyramis ad α γ δ μ pyramida, ſed & ſicut α γ δ triangulum ad α δ ε triangulum, ſic α γ δ μ, pyramis ad α δ ε μ pyramida: ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut α β γ δ baſis ad α δ ε baſin, ſic α β γ δ μ, pyramis ad ipſam α δ ε μ pyramida: & componendo rurſus (per 18 quinti) ſicut α β γ δ ε baſis ad ipſam α δ ε, ſic α β γ ε μ pyramis ad α δ ε μ pyramida. Idq; propterea etiam ſicut ϛ ν θ κ λ, baſis ad ϛ κ λ baſin, ſic & ϛ ν θ κ λ ν pyramis ad ϛ κ λ ν pyramida. Et quoniã binæ pyramides ſunt α δ ε μ, ϛ κ λ ν, triãgulas habẽtes baſes ac ſub eadẽ altitudine, eſt igitur (per 5 duodecimi) ſicut α δ ε baſis ad ϛ κ λ baſin, ſic α δ ε μ, pyramis ad ipſam ϛ κ λ ν pyramida. Quoniã igitur ſicut α β γ δ ε, baſis ad α δ ε baſin, ſic α β γ δ ε μ, pyramis ad α δ ε μ pyramida, ſicut autẽ α δ ε baſis ad ϛ κ λ baſin, ſic α δ ε μ pyramis ad ϛ κ λ ν pyramida, ex æquali igitur (per 22 quinti) & ſicut α β γ δ ε baſis ad ϛ κ λ baſin, ſic α β γ δ ε μ pyramis ad ϛ κ λ ν pyramida. Sed & ſicut ϛ κ λ baſis ad ϛ ν θ κ λ baſin, ſic erat & ϛ κ λ ν pyramis ad ϛ ν θ κ λ ν pyramida: & ex æquali rurſus (per 22 quinti) eſt ſicut α β γ δ ε baſis ad ϛ ν θ κ λ baſin, ſic α β γ δ μ pyramis ad ϛ ν θ κ λ pyramida. Sub eadẽ altitudine igitur & quæ ſequũtur reliqua: quod erat oſtendendũ.* Euclid. ex Cãp. Prop. 6.



OMne corpus ſeratile, in tres pyramides æquales baſesq; & triangulas habentes, eſt diuiſibile.

CAMPANVS. Sit ſeratile a b c d e f, ipſum dico eſſe diuiſibile in tres pyramides triãgulas æquales. protrahatur enim in unaquaq; ſuarũ triũ ſuperficierũ parallelogrãmarũ linea diagonalis, ita quòd una earũ diagonaliũ ſit cõterminalis reliquis duabus. Vt ſi protrahas lineas b d, b f, & f a, quas propter confuſionẽ protrahere cõtempſi, eritq; totũ ſeratile in tres triãgulas pyramides diuiſum, quas ex præmiſſa bis aſſumpta facile conſtat eſſe æquales.



CAMPANI *additiones.* Quoniã autẽ Euclides nihil demonſtrandũ proponit de pyramidibus lateratis, exceptis ſolis quarum ſunt baſes triangulæ, ut omniũ cognitionẽ ex elemẽtis quæ ponit, ſufficiẽter elicere poſsimus, quædam arbitramur nõ inutile demõſtrationib. hic poſitis adiũgere. Solis enim elemẽtis cõtentus Euclides, multa prætermiſit, quę quãuis ex eis cõſequantur, non tamen ſine difficultate patent ſtudẽtibus. Horum primum eſt hoc:

Si duo ſolida (quorum alterum ſeratile, alterum uerò pyramis, cuius baſis triangula) ſuper eandem baſin, aut ſuper æquales trigonas, aut ſeratile ſuper quadrangulam, pyramis uerò ſuper trigonam quę quadrangulæ baſis ſeratilis ſit dimidiũ, conſtituta fuerint ęquè alta, ſeratile pyramidi triplum eſſe conueniet.

Si ſeratile propoſitũ fuerit ſuper baſin trigonam, tunc ex pyramide propoſita ſuper propriam baſin perficiatur ſeratile pyramidi propoſitæ æquè altum. Si uerò ſeratile fuerit ſuper baſin quadrangulam, tunc baſi pyramidis adiũciatur triangulus, ex quo & baſi pyramidis perficiatur ſuperficies æquidiſtantium laterum, ſuper quam ex ipſa pyramide compleatur ſeratile pyramidi ęquè altum. Quia igitur iſtud ſeratile ſeratili priori eſt æquè altum, & utrorumq; baſes ſunt ęquales ex hypotheſi, ſequitur ipſa eſſe æqualia, hoc enim demonſtratum eſt in 36 undecimi. At quoniam ex 6 huius, ſeratile ſecũdum triplum eſt ad pyramidem propoſitam, nam ipſa eſt una ex tribus pyramidibus in quas ipſum ſeratile diuiditur, erit quoq; per communem ſcientiam propoſitum ſeratile triplum ad propoſitam pyramidem.

Si quot-

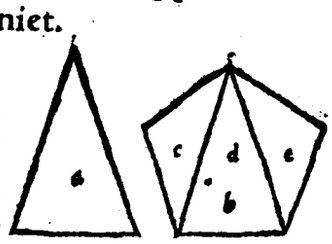
2 Si quotlibet pyramides quarum baſes triangulæ, ſuper unam eandemq; baſin, ſiue ſuper æquales conſtitutæ fuerint æquè altæ, eas eſſe adinuicem æquales neceſſe eſt.

Fabricato enimuerò ſeratili, æquè alto pyramidibus propoſitis, ſuper baſin triangulam æqualem baſibus propoſitarum pyramidum, aut ſuper baſin quadrangulam duplam baſibus earundem, eritipſum ſeratile triplum ad pyramides ſingulas: hoc enim conſtat ex præmiſſa addita, ſiue interpoſita. Igitur ex communi ſcientia cunctæ propoſitæ pyramides ſunt, ut diximus, adinuicem æquales.

3 Omnes pyramides quarum baſes triangulæ æquè altæ, ſuis baſibus ſunt proportionales.

Fiant ſuper baſes propoſitarum pyramidum, aut ſuper alias trigonas æquales, aut ſuper parallelogrāmas duplas, ſeratilia ipſis pyramidibus æquè alta, erunt ob hoc ſeratilia ſibi adinuicem æquè alta. Et quia ipſa ſeratilia ſuis baſibus ſunt proportionalia, ut probatum eſt in 36 undecimi, 33 ipſius mediante: cumq; ex prima harum additarum manifeſtum ſit hæc ſeratilia tripla eſſe ad propoſitas pyramides, unumquodque uidelicet, ad ſuam relatiuam; baſesq; ipſorum æquales, aut duplas eſſe baſibus ipſarum: ſicut autem ex 15 quinti, triplum ad triplum, ita ſimplum ad ſimplum, erunt quoq; propoſitæ pyramides ſuis baſibus proportionales.

4 Si fuerint duæ quælibet pyramides æquè altæ, fueritq; alterius baſis trigona, reliquę autem tetragona aut plurilatera, pyramides ipſas ſuis baſibus proportionales eſſe conueniet.



Exempli gratia: Intelligantur duæ pyramides æquè altæ, ſuper duas baſes a & b, fitq; baſis a triangula, b uerò pentagona. Et dicantur hæ pyramides, a & b. Itaque dico proportionem pyramidum a & b, eſſe ſicut baſium a & b. Diſtinguatur quidem pentagonus b, in tres triangulos c d e, eritq; tota pyramis b, diſtincta in tres pyramides æquè altas, quarum baſes ſunt trianguli c d e, quæ etiam dicantur nominibus ſuarum baſium. Quia igitur ex præmiſſa interpoſita, proportio pyramidis c ad pyramidem a, eſt ſicut trigoni c ad trigonum a, & pyramidis d ad pyramidem a, ſicut trigoni d ad trigonum a, itemq; pyramis e ad pyramidem a, ſicut trigoni e ad trigonum a, ex 24 quinti bis aſſumpta, ſequitur quod ſit proportio aggregati ex omnibus pyramidibus c d e (& ipſum eſt pyramis b) ad pyramidem a, ſicut aggregati ex omnibus trigonis c d e (& ipſum eſt pẽtagonus b) ad trigonum a. Conſtat igitur quod uolumus.

5 Omnes lateratæ pyramides æquè altæ, ſuis baſibus proportionales eſſe probantur. *Zamb.6*

Si altera earum fuerit ſuper baſin trigonam, ex præmiſſa interpoſita conſtat quod dicitur. Si autem baſis utriuſque fuerit polygonia, utralibet ipſarum baſium reſoluta in triangulos, & ipſa pyramide in pyramides triangulas, erit ex præmiſſa interpoſita proportio uniuſcuiuſque harum triangularum pyramidum, in quas altera propoſitarum diuiditur, ad reliquam, ſicut ſuę baſis ad baſin alterius. Itaque per 24 quinti, quoties oportet aſſumptam, conſtat uerum eſſe quod diximus.

Euclex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 7.

6 Omne priſma triangularem baſin habens, diuiditur in tres pyramides ſibi inuicem æquas, triangulares baſes habentes.

THEON ex Zamb. *Sit priſma α β γ Δ ε ζ, cuius quidem baſis ſit α β γ triangulum, ex oppoſito autem Δ ε ζ. Dico quòd ipſum α β γ Δ ε ζ priſma, diuiditur in tres pyramides ſibi inuicem æquas, triangulares baſes habentes. Connectantur enim β Δ, ε γ, γ Δ. Et quoniam α β ε Δ parallelogrammum eſt, eius autem dimetiens eſt β Δ, triangulum igitur α β Δ ipſi ε Δ β triangulo æquum eſt, & pyramis igitur cuius baſis quidem eſt α β Δ triangulum, ſaſtigium autem γ ſignum, æqualis eſt pyramidi cuius baſis eſt triangulum ε Δ β, & uertex eſt ſignũ γ. Sed pyramis cuius baſis quidem eſt ε Δ β triangulum, uertex autem γ ſignum, eadem eſt ipſi pyramidi cuius baſis quidem eſt triangulum ε β γ, & uertex Δ ſignum, ab eiſdem enim planis com-*

prehenduntur. Et pyramis igitur cuius baſis quidem eſt triangulũ α β Δ, faſtigium autem ſignum γ, æqualis eſt ipſi pyramidi cuius baſis quidem eſt α β γ triangulum, faſtigium autem Δ ſignum. Rurſus quoniam ζ γ β ε parallelogrammum eſt, dimetiens uerò ipſius eſt ε γ, triangulum ε γ ζ æquum eſt ipſi γ β ε triangulo, & pyramis igitur cuius baſis quidem eſt triangulum β ε γ, faſtigiũ autem Δ ſignum, eſt æqualis pyramidi cuius baſis quidem eſt triangulum ε γ ζ, uertex uerò Δ ſignum. Pyramis autem cuius baſis quidem eſt β ε γ triangulum, uertex autem Δ ſignum, oſtenſa eſt æqualis pyramidi cuius baſis quidem eſt α β Δ triangulum, uertex autem ſignum γ, & pyramis igitur cuius quidem baſis eſt γ ε ζ triãgulum, uertex autem Δ ſignum æqua eſt pyramidi cuius baſis quidem eſt α β Δ triangulum, uertex autem γ ſignum. Igitur α β γ Δ ε ζ priſma, in tres pyramides æquas ſibi inuicem diuiſum eſt, triangulares baſes habentes. Et quoniam pyramis cuius baſis quidem eſt triangulum α β Δ, faſtigium autem γ ſignum, eadem eſt ipſi pyramidi cuius baſis quidem eſt triangulum γ α β, uertex autem ſignum Δ (ſub eiſdem nanq; planis comprehenduntur) pyramis autem cuius baſis eſt triangulum α β Δ, uertex autem ſignum γ, tertiũ eſſe priſmatis oſtenſum eſt, cuius baſis eſt triangulum α β γ, ex oppoſito autem Δ ε ζ, & pyramis igitur cuius baſis eſt α β γ triangulum, uertex autem Δ ſignum, tertium eſt priſmatis, cuius baſis eſt triangulum α β γ, ex oppoſito autem Δ ε ζ. Omne igitur priſma, & quæ ſequuntur reliqua: quod oportebat demonſtrare.



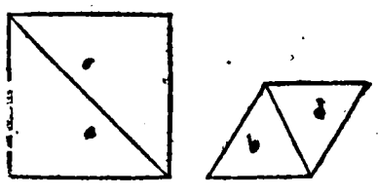
CORRELARIVM.

Ex hoc iam eſt manifeſtum, quòd omnis pyramis tertia pars eſt priſmatis eandem eidem baſin habentis & altitudinem æquam. Quoniam ſi aliam quampiam figuram rectilineam habuerit baſis priſmatis & eandem ex oppoſito diuiditur in priſmata triangulares baſes habentia, & ea quæ ex oppoſito.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 7.

SI duæ pyramides triangularum baſium fuerint æquales, earum baſes earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si uerò baſes & altitudines fuerint mutuę, eaſdem pyramides ſibi inuicem eſſe æquales neceſſe eſt.

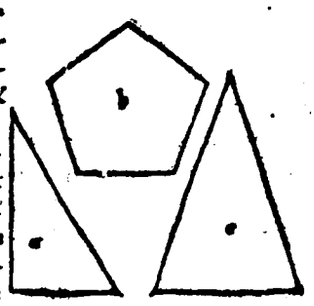
CAMPANVS. Quod 34 & 35 undecimi propoſuerunt de ſolidis parallelogrammis, & nos in 36 eiuſdem demõſtrauimus de ſeratilibus, hæc 7 duodecimi proponit de pyramidibus habentibus baſes triãgulas. Intelligantur enim duæ pyramides æquales ſuper duos trigonos uel triangulos a & b, quæ dicãtur a & b. Dico itaq; quòd proportio baſis a ad baſin b, eſt ſicut proportio altitudinis pyramidis b ad altitudinem pyramidis a. Et ſi hoc fuerit, dico pyramides a & b eſſe æquales. Ad hibeantur quidẽ duobus trigonis a & b, duo alij qui ſunt c & d ut fiant ambę ſuperficies a c & b d æquidiſtãrium laterum, & ex ipſis pyramidibus ſuper baſes a c & b d, compleantur ſolida parallelogramma pyramidibus propoſitis æquè alta quę ſimiliter dicãtur a c & b d. Manifeſtũ igit eſt ex ſexta huius 12, q̃ pyramis a eſt ſexta pars ſolidi a c, & pyramis b ſexta ſolidi b d. Itaq; ex 35 undecimi argue ꝓpoſitũ primã quidẽ partẽ ex prima, ſecũdã autẽ ex ſecũda.



CAMPANI additio.

Quòd ſi duæ quælibet pyramides lateratæ fuerint æquales, earum baſes earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si uerò baſes earum altitudinibus ipſarum mutuæ fuerint, eaſdem pyramides æquales eſſe oportet.

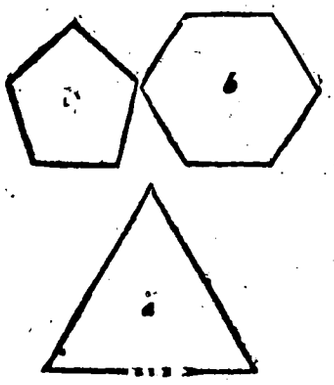
Si baſes utrarumq; fuerint triãgulæ, demonſtratũ eſt uerum eſſe quod diximus. Si altera tantum, ſit igitur a, baſis'que alterius pyramidis ſit b, & ſumatur trigonus c æqualis polygonio b, fiat'que ſuper c, pyramis æquè alta pyramidi quæ eſt ſuper b, & ſint à b c, æquiuoca nomina pyramidum & baſium. Quia igitur ex hypotheſi duæ pyramides a & b ſunt æquales, & ex ultima interpoſitarum ad ſextam huius duæ pyramides b & c ſunt æquales: ideoq; ex communi ſcientia duæ pyramides a & c æquales, igitur baſes earum ſunt mutuæ ad altitudines earum ex prima parte 7 huius. Cumq; baſes b & c ſint æquales, altitudines



nes quoq; pyramidum b & c æquales erunt, ex prima parte & ſecunda 7 quinti, baſes a & b mutuæ altitudinibus pyramidum a & b.

Secunda pars conuerſo modo probatur. Nam ſi fuerit baſis a ad baſin b, ut altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a, erit ex ſecunda parte & prima 7 quinti, baſis a ad baſin c, ſicut altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a, itaq; ex ſecunda parte huius 7 duæ pyramides a & c, ſunt æquales, quare per communem ſcientiam duæ quoq; pyramides a & b, ſunt æquales.

Si uerò neutra propoſitarum pyramidum fuerit trigona, ſed utraq; polygonia (uerbi gratia altera pẽtagona, altera hexagona) quæ adhuc dicantur a & b, ſumatur ſimiliter triangulus c æqualis hexagono b, ſuper quem fiat pyramis æquè alta pyramidi b, eruntq; duæ pyramides b & c æquales, ideoque duæ quæ ſunt a & c etiam per conceptionem æquales, quare baſis a ad baſin c, ſicut altitudo pyramidis c ad altitudinem pyramidis a, hoc enim nuper demonſtratum eſt. Eſt ergo ex 7 quinti baſis a ad baſin b, ſicut altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a. Conuerſa conuerſo modo patet: Si enim baſis a ad baſin b fuerit, ut altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a, erit quoq; ex 7 quinti baſis a ad baſin c ut altitudo pyramidis c ad altitudinem pyramidis a, ideoq; (ut patet ex prioribus) erunt duæ pyramides a & c æquales, quare ex communi ſcientia & duæ quæ ſunt a & b, erunt etiam æquales: & hoc eſt propoſitum.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

OMnium duarum pyramidum ſimilium quarum baſes triangulæ, eſt proportio alterius ad alteram, tãquam lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata.

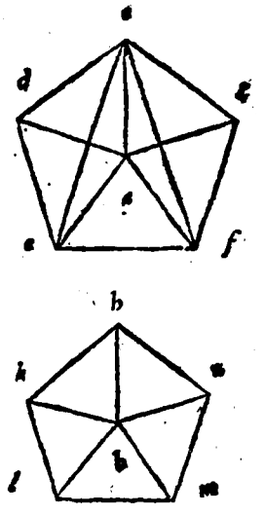
CAMPANVS. Propoſitis duabus pyramidibus ſimilibus baſes triangulas habentibus, ex ipſis perfice duo ſolida parallelogramma, quemadmodum dictum eſt in demonſtratione præmiſſæ, eruntq; hîc duo ſolida parallelogramma ſimilia, eo quòd pyramides ponuntur ſimiles adinuicem. nam duo ſolidi anguli qui ſunt communes pyramidibus & ſolidis parallelogrammis, ſuperficialibus angulis numero & quantitate æqualibus continentur. & latera quoque illos angulos ſuperficiales continentia, ſunt proportionalia. Quare ex 34 primi tres ſuperficies ſolidorum parallelogrammorum communes angulos ſolidos conſtituentes, ſunt æquiangulæ & laterum proportionalium, ideoq; ſimiles ex diffinitione ſimilium ſuperficierum: quare ex 24 & 13 quinti cunctæ ſex ſuperficies horum duorum ſolidorum parallelogrammorum, ſunt ſimiles adinuicem. Igitur à diffinitione corporum ſimilium, erunt ipſa ſolida ſimilia. Quare cum proportio ſolidorum & pyramidum ſit una ex 15 quinti* (nam ſolida ſunt ſexcupla pyramidibus ex 6 huius) cumq; ſit proportio ſolidorum una ſicut ſuorum relatiuorum laterum triplicata ex 36 undecimi libri, ſunt autem latera ſolidorum eadem lateribus pyramidum, erit quoque ex 11 quinti proportio propoſitarum pyramidum ſicut ſuorum relatiuorum laterum proportio triplicata, quod eſt propoſitum.

CAMPANI *additiones.*

Quòd ſi fuerint duæ quælibet pyramides lateratæ ſimiles, erit proportio alterius ad alteram ſicut ſui lateris ad ſibi relatiuum latus alterius proportio triplicata.

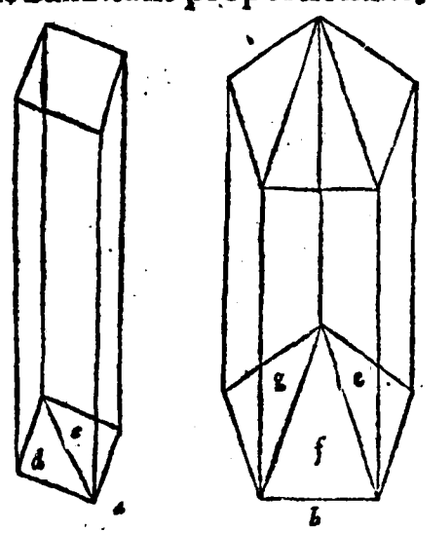
Sint duæ lateratæ pyramides, quarum coni a & b, ſimiles, ſintq; ſuper baſes pentagonas quæ ſunt c d e f g, h k l m n. Dico quòd proportio earum, eſt ſicut ſuorum relatiuorum laterum triplicata. Cõſtat enim ex diffinitione ſimilium ſuperficierum & corporum, quòd pentagoni qui ſunt baſes propoſitarum pyramidum, ſibi adinuicem, cunctiq; relatiui trianguli ipſas ambientes ſibi inuicem, ſunt ſimiles. Diuidantur itaq; baſes ambarum in triangulos ſimiles & numero æquales prout 18 ſexti proponit eſſe poſsibile, protractis in hac quidem lineis c e & c f, in illa uerò h l & h m. Dico igitur iſtas pyramides eſſe diuiſas in pyramides triangulas ſimiles & numero æquales. Conferantur enim adinuicem duæ pyramides a c d e, b h k l, quarum coni ſunt a & b. Conſtat autem ex hypotheſi triangulum c a d eſſe ſimilem triangulo b h k, & triangulum d a e triangulo k

b l. Et quia etiam ex hypotheſi angulus d eſt æqualis angulo k & latera c d, & d e continentia angulum d ſunt proportionalia lateribus h k & k l continentibus angulum k, erunt ex 6 ſexti duo trianguli c d e & h k l æquianguli, ideoq; per 4 ſexti erit proportio c d ad h k, ſicut c e ad h l. Cumq; ex hypotheſi ſit proportio c a ad h b, & etiam a e ad b l, ſicut c d ad h k, erit ex 11 quinti c a ad h b, & a e ad b l, ſicut c e ad h l. Igitur ex 5 ſexti & diffinitione ſimilium ſuperficierum, triangulus c a e, erit ſimilis triangulo h b l. Manifeſtum eſt itaq; ex diffinitione ſimilium corporum, quod pyramis a c d e eſt ſimilis pyramidi b h k l, ſimiliter quoque conſtat pyramidem a c e f eſſe ſimilem pyramidi b h l m, & pyramidem a c f g, pyramidi b h m n. Quia ergo ex hac 8 proportio pyramidis a c d e ad pyramidem b h k l eſt ſicut lateris c d ad latus h k triplicata, etiam pyramidis a c e f ad pyramidem b h l m, ſicut e f ad l m triplicata, ac etiam pyramidis a c f g ad pyramidem b h m n, ſicut c g ad h n, triplicata, cum ſit ex hypotheſi proportio e f ad l m, & c g ad h n, ſicut c d ad h k, ſequitur ex 13 quinti, ut proportio totalium pyramidum a & b ſit ſicut unius harum partialium ad aliam unam. Igitur ex hac 8 & 11 quinti conſtat uerum eſſe quod diximus.



Omnes colũnę laterateq; equè altę, ſuis baſib. ſunt proportionales.

Verum eſt quod dicitur, ſuper qualeſcunq; baſes polygonias ſint columnæ. Columnas autem lateratas, uocamus ſolida corpora laterata, quorum baſes & ſuperficies ſupremæ ſunt ſimiles & æquales, cunctæ uerò reliquę ſuperficies ipſa ſolida circunſtantes ſunt æquidiſtantium laterum. Talium autem ſolidorum prima ſpecies eſt ſerătile, quando ſuper unã ſuarum trilaterarum ſuperficierum intelligitur eſſe ſtatuum: ſecunda uerò ſpecies eſt columna, cuius baſis ſit quadrilatera quã ex duobus ſeratilibus neceſſe eſt eſſe compoſitam: & tertia eſt cuius baſis eſt pentagona, & ipſa ex tribus ſeratilibus perficitur. Simpliciter autem dico quòd omnis laterata columna in tot corpora ſeratilia poteſt diſtingui, in quot triangulos ſua baſis. Intelligantur itaq; duæ columnæ lateratæ a & b, conſtitutæ ſuper duas baſes a & b, æquè altæ, dico quòd proportio columnarum a & b, eſt ſicut baſium a & b. Diſtinguantur nanq; hæ baſes in triangulos, & hę columnæ in ſeratilia, baſis quidem a quæ ponatur eſſe quadrangula, in duos trigonos ſcilicet c & d, & columna a, in duo ſeratilia c & d, baſis uerò quæ ſit pentagona, diſtinguatur in tres trigonos e f g, & columna b in tria ſeratilia quæ ſimiliter uocentur e f g. Manifeſtum eſt igitur ex ijs quæ in 36 undecimi dicta ſunt, quòd proportio ſeratilis c ad ſeratile e, eſt ſicut baſis c ad baſin e, & iterum ſeratilis d ad ſeratile e, ſicut baſis d ad baſin e, quare per 24 quinti erit columnæ a ad ſeratile e, ſicut baſis a ad baſin e. Eadem ratione erit columna a ad ſeratile f, ſicut baſis a ad baſin f. At rurſus colũnæ a ad ſeratile g, ſicut baſis a ad baſin g. Igitur ex 24 quinti, quoties neceſſe fuerit aſſumpta, facilè concludes propoſitum. Conſtat itaq; ex hoc, quòd omnes columnę lateratæ ſuper eandem baſin uel ſuper æquales conſtitutę ſi fuerint æquè altæ, erũt æquales. Cum enim (ut proximo probatũ eſt) æquè altæ columnæ lateratę ſint ſuis baſibus proportionales, ponãtur autem baſes eſſe aut eædem aut æquales, neceſſe eſt ex 14 quinti, ut etiam columnę ſint æquales. Conſtat, quoq; quòd ſi fuerint quælibet ſolida parallelogramma ſeratilia & lateratæ columnæ æquè altæ, ipſa quoq; ſuis baſibus proportionalia eſſe neceſſariò comprobantur. Omnia enim hæc, ſpecies ſunt lateratarum columnarum, de quibus paulo antè uniuerſaliter probatum eſt uerum eſſe quod dicitur.



Omnis laterata columna, tripla eſt ad ſuam pyramidem.

Diſtinguatur baſis columnæ in triangulos, & ſecundum numerum triangulorum illorum diſtinguatur columna in ſeratilia, & pyramis columnæ in pyramides habentes baſes triangulas, quæ uidelicet ſunt baſes ſeratilium. Conſtat itaq; unumquodq; ſeratile ad eam pyramidem quæ ſuper eandem baſin cum ipſo ſeratili conſiſtit, triplum eſſe: hoc enim demõſtratum eſt in 6 huius

duodeci mi

duodecimi libri. Igitur ex 13 quinti omnia ſeratilia pariter accepta, ad omnes pyramides pariter acceptas neceſſe eſt eſſe triplum. Cumq; ex omnibus ſeratilibus pariter acceptis columna, & ex omnibus pyramidibus pariter acceptis pyramis columnæ perficiantur, conſtat ueram eſſe hanc noſtram propoſitionem.

Si fuerint duæ quælibet columnæ lateratæ æquales, earum baſes earundem altitudinibus mutuæ erunt: ſi uerò baſes earum & altitudines mutuæ fuerint, eaſdem columnas æquales eſſe neceſſe eſt.

Si enim columnæ ſint æquales, earũ pyramides erunt æquales, eo quòd omnis laterata columna eſt tripla ad ſuã pyramidẽ. Si autẽ pyramides fuerint æquales, ſuę baſes ſuis altitudinibus mutuę erunt, quẽadmodum demõſtratum eſt in 7 huius. Quia igitur columnarũ ſuarumq; pyramidũ eædẽ ſunt baſes, & altitudines ſunt eædẽ, cõſtat prima pars propoſiti. Sint igitur & altitudines propoſitarũ columnarũ lateratarum mutuæ. Dico quòd colũnæ erunt æquales. Cum enim eædẽ ſint baſes eædemq; altitudines columnarum ſuarum pyramidũ, erunt baſes & altitudines pyramidum propoſitarum columnarum mutuæ. Si hoc ut poſitum eſt, uerum fuerit de columnis, erunt quoq; pyramides æquales, prout in 7 huius demõſtratum eſt, igitur & colũnæ æquales, cum ipſæ triplę ſint ad ſuas pyramides. Quare patet ſecunda pars eius quod propoſitum eſt.

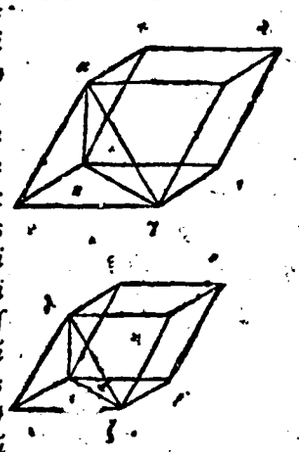
Omnium duarum columnarum lateratarum ſimilium eſt proportio alterius ad alteram, tanquam lateris ad ſuum relatiuum latus proportio triplicata.

Si columnæ fuerint ſimiles, erunt ex diffinitione ſimilium corporum, baſes earum cæteræq; ſuperficies eas ambientes ſimiles. Diuidantur itaq; baſes earum in triangulos ſimiles & numero æquales, quemadmodum 18 ſexti proponit eſſe poſsibile, & ipſæ columnę diuidantur in ſeratilia ſuper hos triangulos exiſtentia. Stude igitur probare ſeratilia unius, ſuis relatiuis ſeratilibus alterius eſſe ſimilia, quod facilè probabis ex hypotheſi & 6 & 4 & 5 ſexti, & ex diffinitione ſimilium ſuperficierum & diffinitione ſimilium corporum. Hoc autem probato, erit ex 36 undecimi proportio uniuſcuiuſq; ſeratilis unius ad ſuum relatiuum ſeratile alterius, ſicut ſui lateris ad latus illius proportio triplicata. Et quia omnium laterum eſt proportio una, cum cũcta ſeratilia unius ſint ſimilia ſuis relatiuis ſeratilibus alterius, ſequitur ex 11 quinti, ut cunctorum ſeratiliũ unius ad ſua relatiua ſeratilia alterius ſit proportio una. Quare per 13 quinti, quæ eſt proportio unius ſeratilis ad ſuum ſeratile relatiuum alterius, eadem eſt omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta. Et quia utrobiq; omnia ſeratilia pariter accepta componunt columnas, & relatiua latera ſeratilium ſunt relatiua latera columnarum, neceſſe ex 11 quinti, ut proportio columnarum ſit ſicut ſuorum relatiuorum laterum proportio triplicata: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propoſitio 8.*

8 **Similes pyramides, triangulares baſes habentes, in triplici ſunt ratione eiuſdem rationis laterum.** *Camp. 8.*

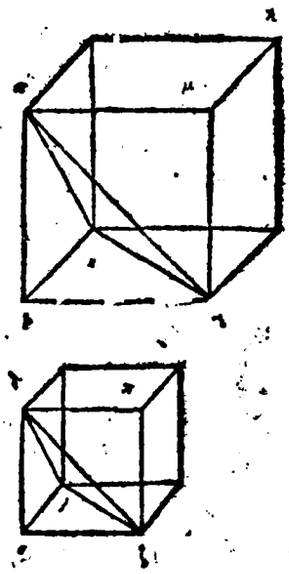
THEON ex *Zamb.* *Sint ſimiles & ſimiliter poſitæ pyramides, quarum baſes quidem ſunt α β γ, δ ε ζ, triangula faſtigia uerò ipſarum ſint η θ ſigna. Dico quòd α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramidẽ, triplam habet rationem, quam β γ ad ε ζ. Cõpleantur enim β η μ λ, ε θ π ο, ſolida parallelepipeda. Et quoniã pyramis α β γ η ſimilis eſt ipſi δ ε ζ θ pyramidi, æqualis igitur eſt angulus qui ſub α β γ ei qui ſub δ ε ζ angulo, & qui ſub η β γ ei qui ſub θ ε ζ, & qui ſub α β η ei qui ſub δ ε θ, eſtq; ſicut α β ad δ ε, ſic eſt β γ ad ε ζ, & β η ad ε θ. Et quoniam eſt ſicut α β ad δ ε, ſic β γ ad ε ζ, & circum æquos angulos latera ſunt proportionalia, igitur β μ parallelogrammũ ipſi ε π, ſimile eſt parallelogrammo: & id propterea & β ν ipſi ε ρ ſimile eſt, et β η ipſi ε ξ. Tria igitur β μ, η β, ξ ν, tribus ε π, ε ξ, ε ρ, ſunt ſimilia. Sed tria quidẽ μ β, β η, β ν, tribus quæ ex oppoſito æqualia ſunt ſimilia, & tria ε π, ε ξ, ε ρ, æqua & ſimilia ſunt tribus quæ ex oppoſito: ipſa igitur β η μ λ, ε θ π ο, ſolida parallelepipeda, ſub ſimilibus planis æquè multiplicib. cõprehẽduntur. Igitur β η μ λ, ipſi ε θ π ο ſolido ſimile eſt. Similia aũt ſolida parallelepipeda, in triplici ſunt ratione eiuſdem rationis laterũ (per 33 undecimi) Igitur β η μ λ ſolidũ ad ε θ π ο ſolidũ triplã habet rationẽ, quam eiuſdẽ rationis latus β γ ad eiuſdẽ rationis latus ε ζ. Sicut autẽ β η μ λ ſolidũ ad ε θ π ο ſolidum, ſic α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramida, quoniã pyramis ſexta pars eſt ſolidi, eo quod & priſma dimidiũ exiſtens ſolidi parallelepipedi, triplum eſt ipſius pyramidis, & α β γ η igitur pyramis ad δ ε ζ θ pyramida triplam rationem habet, quam β γ ad ε ζ: quod demonſtraſſe oportuit.*



CORRELARIVM.

Ex hoc nempe eſt manifeſtũ, quod & multãgulas baſes habentes ſimiles pyramides, adinuicẽ in triplici ſunt ratione, eiuſdẽ rationis laterũ. Diuiſis enim ipſis in ipſas pyramides, triãgulares baſes habentes (quia ſimilia polygona baſiũ in ſimilia triãgula diuidũtur, & in æquè multiplicia, & eiſdẽ rationis totis) erit ſicut in altera una pyramis triãgularẽ habẽs baſin ad unã baſin triãgularẽ habentẽ in altera pyramide, ſic et omnes pyramides in altera pyramide triãgulares baſes habẽtes, ad pyramides exiſtẽtes in altera pyramide, & habẽtes triangulares baſes. Hoc eſt, pyramis ipſa polygonã baſin habens ad pyramida baſin polygonam habentẽ. Pyramis autẽ triangularẽ baſin habẽs ad pyramida triangularẽ baſin habẽtem, in triplici eſt ratione eiuſdem rationis laterum. Et polygonam igitur baſin habẽs, ad ſimilẽ baſin habentẽ, triplã habet rationem quam latus ad latus. Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 9.

Æqualiũ pyramidũ & triãgulares baſes habẽtiũ, reciprocę ſunt baſes altitudinibus. Et pyramides triãgulares baſes habẽtes, quarũ reciprocę ſunt baſes uerticibus ſunt æquales.



THEON ex Zãb. *Sint enim æquè pyramides α β γ ν, Δ ε ζ θ, triangulares baſes habẽtes α β γ, Δ ε ζ. faſtigia uerò ν θ ſigna. Dico q ipſarum α β γ ν, Δ ε ζ θ, pyramidũ reciprocæ ſunt baſes altitudinib. & eſt ſicut baſis α β γ ad baſin Δ ε ζ, ſic eſt ipſius Δ ε ζ θ pyramidis altitudo ad ipſius α β γ ν pyramidis altitudinẽ. Cõpleantur aũt ipſa β ν μ λ, ε θ π ο, ſolida parallelepipeda. Et quoniam pyramis α β γ ν æqualis eſt ipſi Δ ε ζ θ pyramidi, eſtq; ipſius quidẽ α β γ ν pyramidis ſexcuplũ ipſum β ν μ λ ſolidũ, ipſius aũt Δ ε ζ θ ſolidũ ε θ ο π ſexcuplũ eſt, igitur ſolidũ β ν μ λ, ipſi ε θ ο π ſolido æquũ eſt. Acqualiũ autẽ ſolidorũ parallelepipedorum reciprocæ ſunt baſes altitudinib.* (p 14 undecimi) *Eſt igitur ſicut β μ baſis ad ε π baſin, ſic eſt ipſius ε θ ο π ſolidi faſtigiũ ad ipſius β ν μ λ faſtigiũ. Sed ſicut quidẽ β μ baſis ad ε π baſin, ſic α β γ triãgulũ ad Δ ε ζ triangulũ. Et ſicut igitur (per 11 quinti) triãgulũ α β ad triãgulũ Δ ε ζ, ſic ipſius ε θ π ο ſolidi altitudo, ad ipſius β ν μ λ ſolidi altitudinẽ. Sed ipſius ε θ π ο ſolidi altitudo, eadẽ eſt ipſi ipſius Δ ε ζ θ pyramidis altitudini, & ipſius β ν μ λ ſolidi altitudo, eadem eſt ipſi ipſius α β γ ν pyramidis altitudini. Eſt igitur ſicut α β γ baſis ad Δ ε ζ baſin, ſic ipſius Δ ε ζ θ pyramidis altitudo ad ipſius α β γ ν pyramidis altitudinem. Ipſarum igitur α β γ ν, Δ ε ζ θ, pyramidũ, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. ſed iam ipſarum α β γ ν, Δ ε ζ θ, pyramidũ reciprocæ ſunt baſes altitudinib. eſtoq; ſicut α β γ baſis ad Δ ε ζ baſin, ſic ipſius Δ ε ζ θ pyramidis faſtigium ad ipſius α β γ ν pyramidis faſtigium. Dico q pyramis α β γ ν, æqualis eſt ipſi Δ ε ζ θ pyramidi. Eiſdẽ nãq; diſpoſitis, quoniã eſt ſicut α β γ baſis ad Δ ε ζ baſin, ſic eſt ipſius Δ ε ζ θ pyramidis uertex ad ipſius α β γ ν pyramidis uerticẽ, ſed ſicut α β γ baſis ad ipſam Δ ε ζ baſin, ſic β μ parallelogrammum ad ε π paralelogrãmum, & ſicut igitur (per 11 quinti) β μ parallelogrammum ad ε π parallelogrãmum, ſic eſt ipſius Δ ε ζ θ pyramidis faſtigiũ ad ipſius α β γ ν pyramidis faſtigiũ. Sed ipſius quidem Δ ε ζ θ pyramidis uertex, eſt idẽ ipſius ε θ π ο parallelepipedi uertici, & faſtigiũ ipſius α β γ ν pyramidis, idem eſt ipſius β ν μ λ parallelepipedi altitudini: eſt igitur ſicut β μ baſis ad ε π baſin, ſic ipſius ε θ π ο parallelepipedi altitudo ad ipſius β ν μ λ parallelepipedi altitudinẽ. Solida uerò parallelepipeda quorum reciprocæ ſunt baſes altitudinibus ſunt æqualia* (per 34 undecimi) *Igitur ſolidum parallelepipedum β ν μ λ, ipſi ε θ π ο ſolido parallelepipedo eſt æquale. Eſtq; ipſius quidem β ν μ λ parallelepipedi, pyramis α β γ ν ſexta pars, ipſius autẽ ε θ π ο parallelepipedi, ſexta pars eſt pyramis Δ ε ζ θ. Igitur pyramis α β γ ν, ipſi Δ ε ζ θ pyramidi eſt æqualis. Æqualium igitur pyramidum & triangulares baſes habentium, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Et pyramides triangulares baſes habentes, quarum baſes uerticibus ſunt reciprocæ, ſunt æquales: quod oſtendendum fuerat.*

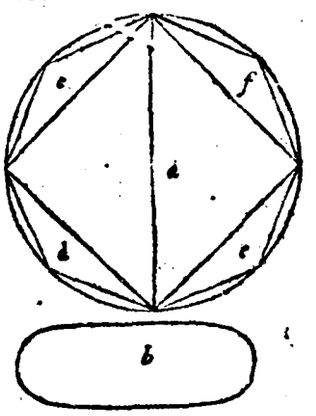
Euclid. ex Camp. Propoſitio 9.

OMnis colũna rotũda, pyramidi ſuę tripla eſſe cõprobatur.

CAMPANVS. *Supra circulum a, intelligãtur una colũna & una pyramis, ſecundum eandẽ ſuam altitudidem erectæ, dicanturq; æquiuocè ipſa pyramis & columna & circulus, nomine uno ſcilicet a. Dico itaq; quòd colũna a eſt tripla ad pyramidem a: cuius probatio eſt. Quia neq; maior neq; minor poteſt eſſe, quàm tripla. Sit enim primum (ſi poſsibile eſt) maior quàm tripla, quantitate corporis b, ita quòd ſi b corpus demat̃ de colũna a, erit reſiduum eius triplũ ad pyramidẽ a. Inſcribatur ergo quadratũ circulo a, ſuper quod erigantur duo ſeratilia æquè alta columnæ a, de quibus duobus ſeratilibus pariter acceptis cõſtat, quod ipſa ſunt plus medietate columnæ a, quemadmodũ ipſum quadratũ cõſtat eſſe plus medietate circuli a. ſi enim ex ipſis ſeratilibus perficiãtur ſolida parallelogrãma, quorũ ipſa ſunt medietates, erit ipſa colũna pars ipſorum duorum ſolidorũ pariter acceptorum.*

De inde

Deinde ſuper latera quadrati inſcripti perficiam quatuor triangulos duum æqualium laterum in portionibus circuli, quarum portionũ latera quadrati ſunt chordæ, diuiſis arcubus illarum portionũ per æqualia, & ſint illi trianguli c d e f, ſuper quos etiam erige ſeratilia ad altitudinẽ colum næ a. Et manifeſtum eſt quod hæc ſeratilia ſunt maius medietate portionũ colũnæ ſuper portiones circuli conſiſtentium, quẽadmodum & ipſi trianguli ſunt maius medietate portionũ circuli. Fiat autẽ hoc toties, quouſq; per primã 10 cogatur aduerſarius cõfiteri portiones columnæ pariter acceptas eſſe minus corpore b. Erit igitur colũna laterata octogona quam componũt omnia ſeratilia pariter accepta, quorum baſes ſunt trianguli diuidentes polygonium inſcriptum circulo a, maius triplo pyramidis rotundæ a. Et quia ipſa laterata columna eſt tripla ad ſuam pyramidem, ſicut demonſtratũ eſt in eis quæ præmiſſa ſunt, ſequitur ex ſecunda parte 10 quinti libri, ut rotunda pyramis a ſit minor laterata pyramide lateratæ columnæ, cuius baſis eſt inſcriptũ polygonium baſi rotũdæ pyramidis a, quod eſt impoſsibile: eſt enim pyramis laterata, pars ipſius pyramidis rotundę. Nõ eſt igitur pyramis a, minus tertia parte ſuæ colũnæ. Sed nec plus tertia.



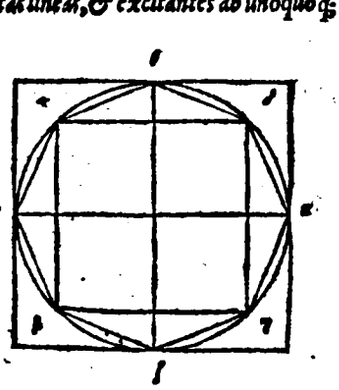
Si enim poſsibile eſt, ſit pyramis a, plus tertia parte colũnæ a, quantitate corporis b, ita quod detracto corpore b de pyramide a, ſit reſiduum ipſius pyramidis tertia pars columnæ a. Igitur quẽadmodũ prius ex pyramide a, intelligatur detrahi pyramis laterata ſibi æquè altà, cuius baſis ſit quadratum circulo a inſcriptum, quam lateratam pyramidem conſtat eſſe plus dimidio pyramidis rotũdæ. Item de reſiduo pyramidis a, rurſus intelligantur detrahi pyramides æquè altæ, ſtatutæ ſuper triangulos c, d e f, qui ſunt in portionibus baſis, & hoc toties fiat, ut ex prima decimi relinquatur ex pyramide a, minus corpore b. Eritq; itaq; pyramis laterata inſcripto polygonio ſuperſtans, quam componunt lateratæ pyramides ex rotunda pyramide detractæ, maius tertia parte rotundæ colũnæ a. Et quia ut probatum eſt in præcedẽtibus, hæc pyramis laterata eſt tertia pars ſuæ colũnæ lateratę a, ſequitur denuo ex ſecunda parte 10 quinti cõlumnam rotundam a eſſe minorem columna laterata eiuſdem altitudinis, cuius baſis eſt polygonium baſi rotundæ pyramidis inſcriptum. Hoc autẽ impoſsibile. nam hæc columna laterata, pars eſt columnæ rotundæ. Cum igitur columna rotunda non poſsit eſſe minus triplo ſuę pyramidis, neq; maius, erit neceſſariò tripla ad eam: quod demonſtrare uolumus. *Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 10.*

Omnis conus, cylindri tertia pars eſt eandem idem baſin habentis & æquale faſtigium.

THEON ex Zãb. *Habeat enim conus, cylindro baſin eandẽ, hoc eſt circulum α β γ δ, & æquale faſtigium.* Dico q; *conus cylindri tertia pars eſt, hoc eſt quod cylindrus, coni triplus eſt. Si autẽ cylindrus, coni non eſt triplus, erit cylindrus cono aut maior quàm triplus, aut minor. Sit prior maior quàm triplus. Et deſcribatur (per 6 quarti) in circulo α β γ δ, quadratũ α β γ δ. Iam quadratũ α β γ δ, maius eſt quàm dimidium ipſius circuli α β γ δ. Cõſtituatur ab ipſo α β γ δ quadrato, priſma æquè altum ipſi cylindro. Iam conſtitutum priſma, maius eſt quàm ipſius cylindri dimidium, quoniã & ſi ipſi circulo α β γ δ, quadratum circũſcribamus, quadratum in ipſo orbe α β γ δ deſcriptũ, circũſcripti dimidiũ eſt, & ab ipſis conſtituta ſunt, æquè alta ſolida parallelepipeda priſmata: priſmata igitur ipſa, adinuicem ſunt ſicut baſes. Et priſma igitur ſtans in ipſo α β γ δ quadrato, dimidium eſt eius priſmatis quod cõſtituitur à quadrato ipſi circulo α β γ δ circũſcripto. Et cylindrus ipſo priſmate quod ſit à quadrato circũſcripto ipſi circulo α β γ δ, minor eſt. Igitur priſma à quadrato α β γ δ conſtitutum, ipſi cylindro æquè altum, maius eſt dimidio ipſius cylindri. Secentur (per 30 tertij) ipſæ α ε, ε β, β ζ, ζ γ, γ η, η δ, δ θ, θ α, circumferentiæ bifariam in ε ζ η θ, ſignis, & connectantur ipſæ α ε, ε β, β ζ, ζ γ, γ η, η δ, δ θ, θ α, & unumquodq; igitur ipſorum α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α triãgulorum, maius eſt quàm dimidiũ eius quod circũ ſeipſum ipſius α β γ δ circuli ſegmẽti, ſicut antè oſtẽdimus. Cõſtituantur ab unoquoq; ipſorũ α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α triangulorũ, priſmata æquè alta ipſi cylindro, & unumquodq; igitur ipſorum conſtitutorũ priſmatũ, maius eſt quàm dimidia pars circũ ſeſe ipſius ſegmenti circuli, quoniã ſi per ε ζ η θ ſigna parallelos ipſis α β, β γ, γ δ, δ α, ducamus, cõpleamusq; quæ in ipſis α β, β γ, γ δ, δ α, parallelogrãma, et ab ipſis cõſtituamus ſolida parallelepipeda ipſi cylindro æquè alta uniuſcuiuſq; cõſtitutorũ dimidia ſũt priſmata quæ in α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α, triãgulis et ſũt ipſius cylindri ſegmẽta, minores ipſis ſolidis parallelepipedis cõſtitutis. Itaq; etiã quæ in β ε ζ, ζ γ η, η δ θ, triãgulis priſmata, maiora ſunt q̃ dimidiũ circũ ſeſe cylindri ſegmẽtorũ. Diſpeſcẽtes iã (per 30 tertij)

tertij) relictas circũferentias diuidue, & connectentes rectas lineas, excitantesq; ab unoquoq; ipsorũ triangulorum prismata æqualis fastigij ipsi cylindro, & hoc semper efficientes, relinquemus quasdam segmẽta ipsius cylindri quæ erunt minores excessu quo excedit cylindrus triplũ coni. Relinquantur, sintq; α ε, ε ϛ, β ζ, ζ γ, γ κ, κ Δ, Δ θ, θ α. Reliquum igitur prisma cuius basis quidem est α ε β ζ γ κ Δ θ multangulum, fastigiũ autem idem cum cylindro, maius est quàm triplum coni. Sed prisma cuius basis quidem est α ε β ζ γ κ Δ θ multangulum, fastigium autem idem cum cylindro, pyramidis triplum est cuius basis quidem est α ε β ζ γ κ Δ θ multangulum, fastigium uerò idem quod & cono: & pyramis igitur cuius basis quidem est α ε β ζ γ κ Δ θ multangulum, uertex autem idem qui cono, maior est cono habente basin circulum α β γ Δ. Sed & minor, comprehenditur etenim ab ipso. Quod est impossibile. Non est igitur cylindrus, cono maior quàm triplus.

Dico insuper quod neq; minor quàm triplus est cylindrus cono. Si enim possibile, sit minor quàm triplus cylindrus cono. Conuersim igitur conus cylindri maior est quàm tertia pars. Describatur iam (per 6 quarti) in circulo α β γ Δ, quadratum α β γ Δ. Igitur quadratum α β γ Δ, maius est quã dimidiũ ipsius α ϛ γ Δ circuli. Constituatur ab ipso α β γ Δ quadrato pyramis, idem ipsi cono habens fastigium. Igitur pyramis constituta, maior est quàm dimidium coni, quoniam (sicut antè ostendemus) quando ipsi circulo quadratum circumscribimus, quadratum α β γ Δ, circũscripti dimidium est, & si à quadratis solida parallelepipeda constituamus æquè alta ipsi cono, quæ & prismata appellantur, erit constitutum ab ipso α β γ Δ quadrato, dimidium eius quod constituitur à circũscripto quadrato, adinuicem enim sunt ut bases. Quare & tertiæ partes. Et pyramis igitur cuius basis α ϛ γ Δ quadratum, dimidium est pyramidis constitutæ ad quadratum ipsi orbi circũscriptum, & pyramis constituta à circa circulum quadrato, cono quem comprehendit maior est. Pyramis igitur cuius basis α β γ Δ quadratum, fastigium autem idem quod & cono, maior est quàm coni dimidium. Secẽtur (per 30 tertij) α ϛ, β γ, γ δ, Δ α, circumferentiæ bifariam in ε, κ θ, signis, & connectantur α ε, ε ϛ, β ζ, ζ γ, γ κ, κ Δ, Δ θ, θ α. Vnumquodq; igitur ipsorum α ε β, β ζ γ, γ κ δ, Δ θ α, triangulorum, maius est quam pars dimidia circumsese segmenti circuli α β γ Δ. Constituantur nempe ab unoquoq; ipsorum α ε ϛ, ϛ ζ γ, γ κ Δ, Δ θ α, triangulorum, pyramides idem ipsi cono habentes fastigium: & unaquæq; igitur constitutarum pyramidum eodem modo, maior est quàm dimidia pars circumsese segmẽti ipsius coni. Secantes iam (per 20 tertij) relictas circũferentias diuidue, & connectentes rectas lineas, & excitantes ab unoquoq; triangulorum pyramida idem ipsi cono fastigiũ habẽtem & hoc semper efficientes, relinquemus quædã coni segmenta quæ erũt minora excessu quo excedit conus tertiam partẽ cylindri. Relinquãtur et sint α ε, ε β, β ζ, ζ γ, γ κ, κ Δ, Δ θ, θ α. Reliqua igitur pyramis cuius quidẽ basis est α ε ϛ ζ γ κ Δ θ multangulũ, uertex autem idẽ qui cono, maior est quã tertia pars cylindri. Sed pyramis cuius basis quidem est α ε β ζ γ κ Δ θ multangulũ, uertex autem idẽ qui cono, tertia est pars prismatis cuius basis quidẽ est α ε β ζ γ κ Δ θ multãgulum, fastigium aũt idem quod & cylindro. Igitur prisma cuius basis quidem est α ε β ζ γ κ Δ θ multangulum, fastigium autem idẽ ipsi cylindro, maius est cylindro cuius quidem basis est α ϛ γ Δ. Sed & minus, comprehẽditur nanq; ab eo, quod est impossibile. Cylindrus igitur cono minor non est quã triplus. Patuit aũt quod neq; maior quàm triplus: triplus igitur est cylindrus coni. Quare conus cylindri tertia pars est. Omnis igitur conus cylindri tertia pars est eandem eidem basin habentis æquale fastigium: quod erat ostendendum.

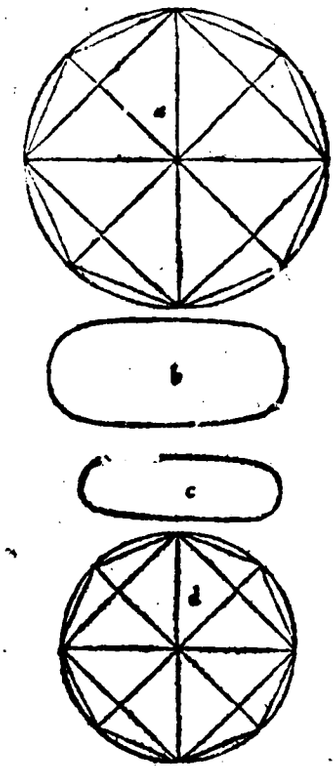


Euclid. ex Camp. Propositio 10.

OMniũ duarũ rotundarũ pyramidũ similiũ, colũnarumúe rotundarũ similiũ est proportio alterius ad alterã, tanq; diametri suæ basis ad diametrũ basis alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo circuli a & b, super quos constituantur duæ rotundæ pyramides similes, duq; columnæ rotundæ similes, & dicantur circuli & pyramides & columnæ & diametri circulorum, his nominibus a & b ęquiuocè. Dico itaq; quod proportio duarum pyramidum a & b, duarumq; columnarũ a & b, est sicut duarũ diametrorũ a & b proportio triplicata. Hoc autẽ si de pyramidibus cõstiterit: de columnis quoq; constabit ex 13 quinti, cum omnis columna rotunda sit ex præmissa, tripla ad suam pyramidem. De pyramidibus autem constabit hac demonstratione ducente ad impossibile. Est enim per communem scientiam positam in principio secũdæ demonstrationis huius 12 libri, quę proportio diametri a ad diametrum b triplicata, eadẽ pyramidis a ad aliquod corpus. Illud igitur corpus sit c, de quo dico q̃d ipsum nõ potest esse minus neq; maius pyramide b. Sit primo minus (si fuerit possibile) quãtitate corporis d, ita q̃d duo corpora c & d pariter accepta sint quantũ pyramis b. Itaq; quemadmodũ in secunda parte præmissæ, ex

ſæ ex pyramide b detrahatur laterata pyramis ſibi æquè alta, cuius baſis ſit quadratum inſcriptũ circulo b, & ex reſiduo eius detrahantur pyramides eiuſdẽ altitudinis conſiſtẽtes ſuper trigonos portionum circuli b, fiat itaq; hoc toties, quouſq; cogẽte prima 10, fit reſiduũ pyramidis b minus corpore d, eritq; ex cõmuni ſcientia, laterata pyramis detracta, quam componunt partiales pyramides detractæ, maius corpore c. Inſcribatur itaq; circulo a, polygoniũ ſimile illi, quod eſt baſis lateratæ pyramidis detractæ à pyramide b, & ad angulos huius polygonij inſcripti circulo a, demitte lineas à cono pyramidis a, perficiẽs ſuper illud polygoniũ, lateratã pyramidem æquè altã rotundæ pyramidi a. Hanc igitur ſtudeas demõſtrare eſſe ſimilẽ lateratæ pyramidi detractę à rotunda pyramide b, quod hoc modo facies. In utraq; pyramide eriges axem ipſius qui erit ex diffinitione linea continuans uerticem pyramidis cũ centro baſis, & erit perpendicularis ad baſin: dehinc à centris baſium, protrahas in utroq; circulo ſemidiametros, ad omnes angulos utriuſq; polygonij inſcripti. Cumq; ex diffinitione ſimilium pyramidũm rotundarum ſit proportio axis unius ad axem alterius, ſicut diametri baſis unius ad diametrũ baſis alterius, ideo etiã ex 15 quinti & æqua proportionalitate, ſicut ſemidiametri ad ſemidiametrum, ſint autẽ utrobiq; omnes anguli quos axes cũ ſemidiametris cõtinent recti, neceſſe eſt ex 6 propoſitione ſexti libri & 4. eiuſdem & diffinitione ſimilium ſuperficierũ & ſimilium corporum diffinitione, ut laterata pyramis a ſit ſimilis lateratæ pyramidi b, quare per additam ad 8 huius, proportio lateratę pyramidis a ad lateratam b, eſt ſicut lateris unius ad ſuum rẽlatiuum latus alterius proportio triplicata, ideoq; & ſicut diametri a, ad diametrum b triplicata: igitur quoq; ſicut rotundæ pyramidis a ad corpus c, ex 11 quinti, quare permutatim proportio lateratæ pyramidis a ad rotundam pyramidem a, ſicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Et quia laterata pyramis b, maior eſt corpore c, erit laterata pyramis a, maior rotunda pyramide a. Quod eſt impoſsibile, cum ſit pars eius. Non eſt ergo corpus c, minus rotunda pyramide b. Reſtat itaq; probandum, quod nec maius. Si enim aduerſarius dicat ipſum eſſe maius, tunc arguatur ex conuerſa proportionalitate proportionem diametri b ad diametrum a triplicatã eſſe, ſicut corporis c ad rotundam pyramidem a. Sed ex conceptione, eadem eſt rotundæ pyramidis b, ad aliquod corpus aliud quod ſit d. Et quia ex hypotheſi corpus c, maius eſt rotunda pyramide b, ſequitur ex 14 quinti, quod rotunda pyramis a ſit maior corpore d. Itaq; proportio rotundæ pyramidis b ad corpus, quod eſt minus rotũda pyramide a, uidelicet ad d, eſt ſicut ſuę diametri b ad diametrum alterius proportio triplicata. Hoc autẽ eſt impoſsibile. Nam ex hoc demõſtrauimus ſequi, quod pars ſit maior ſuo toto. Cum ergo corpus c, non poſsit minus eſſe neq; maius rotunda pyramide b, erit neceſſariò ſibi ęquale, ideoq; ex ſecunda parte 7 quinti, conſtat propoſitum.

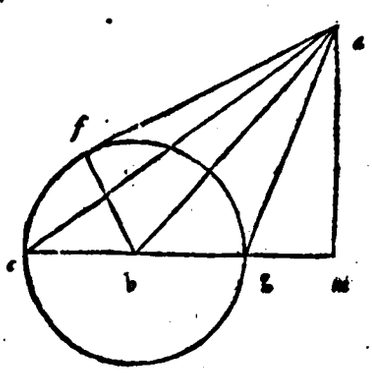


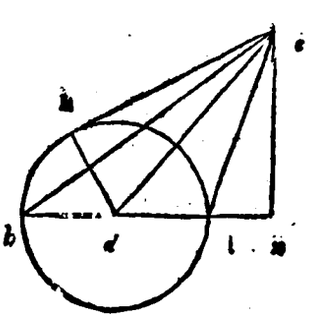
CAMPANI *annotatio.* Non lateat autem nos, huius demonſtrationis proceſſum ad eas duntaxat colũnas & pyramides rotundas coartari, quarum axes ſuis baſibus perpendiculariter inſiſtunt: tales enim diffinitæ fuerunt in principio undecimi. Cum tamen paſsio hic demonſtrata, cõmuniter conueniat omnib. colũnis rotundis ſimilibus pyramidibusq; rotundis ſimilibus, ſiue earum axes ſuper baſes ſuas fuerint orthogonaliter erectæ, ſiue ſuper eas fuerint inclinatæ (& appellentur differentiæ cauſa hæ rotundæ colũnæ & pyramides, quarum baſibus axes orthogonaliter ſuperſtãt erectę, reliquę uerò dicãtur inclinatæ) & quia in principio 11 non ſunt diffinitæ columnæ aut pyramides rotundæ, niſi illę tantum quas erectas uocamus, hæ quidem per motũ parallelogrammi rectanguli, illę uerò per motum trigoni rectanguli, ideo conueniens arbitramur diffinire columnas & pyramides rotundas diffinitionibus communiter & uniuocè conuenientibus, erectis & inclinatis columnis & pyramidibus rotundis. Cùm igitur extra ſuperficiem alicuius circuli deſcripti, ſignatur punctus qui cum circumferentia ipſius circuli per lineam rectam continuatur, ſi linea ipſa ſignato puncto manente fixo deſcripto circulo, quouſque ad locum unde moueri incœperit, circumducatur: corpus, quod à curua ſuperficie, quam motu ſuo deſcribit hæc linea, & ab ipſo circulo, cui circumducitur,

continetur

continetur, uoco pyramidem rotundam. Et circulū cui linea hæc circūducitur, uoco baſin ipſius pyramidis. Fixum autem punctum extra circuli ſuperficiem ſignatū, uoco conum pyramidis. Lineamq; rectam continuantem cētrum baſis cum cono pyramidis, appello axem ſeu ſagittam pyramidis. Cumq; hęc ſagitta fuerit perpendicularis ad baſin, dico pyramidem eſſe erectam. Cū uerò inclinata, dico eſſe pyramidem inclinatam. Cum autē fuerint duo circuli æquales deſcripti in ſuperficiebus æquidiſtātibus, quos una plana ſuperficies per eorum cētra tranſiens ſecuerit, fuerintq; cōtinuatæ per lineam rectam duæ relatiuæ ſectiones duarum circumferētiarum ipſorum circulorum, ſi linea hæc in circūferentijs ipſorum circulorum æquidiſtanter ſitui à quo moueri incœperit quouſq; ad locū ſuum redeat, circūducatur, corpus quod à curua ſuperficie quam motu ſuo deſcribit hæc linea & à duobus propoſitis circulis continetur, uoco columnam rotundā. Cum axis ſiue ſagitta, eſt linea recta, centra duorum circulorum continuans. Et hæc ſagitta fuerit perpendicularis ad ſuperficiem utriuſq; duorum circulorum, dico columnam eſſe erectam. Cum uerò fuerit ſuper baſin inclinatæ, dico columnā eſſe inclinatam. Cumq; fuerint duæ rotundæ pyramides aut columnæ (à quarum axibus egrediantur duæ ſuperficies ſuper baſes earum orthogonaliter erectæ) fuerintq; anguli (quos axes & communes ſectiones harum ſuperficierum & baſium continent) adinuicem æquales, & fuerit proportio axis unius ad axem alterius, ſicut ſemidiametri baſis unius ad ſemidiametrum baſis alterius, tunc illas duas pyramides adinuicē, aut illas duas columnas adinuicem, dico ſimiles eſſe. His diffinitionibus poſitis, demonſtrandū eſt, quod omnium duarum rotundarum pyramidum ſimilium, columnarumue rotundarum ſimilium, ſiue erectæ ſiue inclinatę fuerint, eſt proportio unius ad alteram, ſicut diametri baſis unius ad diametrum baſis alterius proportio triplicata. Quod de ſolis erectis demonſtratum eſt. Ad hoc autem præmittimus antecedens neceſſarium.

Si fuerint duæ rotūdæ pyramides adinuicem ſimiles, quarum utranq; duæ planæ ſuperficies ſuper axem ſecent, fueritq; harum duarum ſuperficierum altera in utraq; pyramide ſuper baſin eius orthogonaliter erecta, & arcus baſium inter illas duas ſuperficies contenti, ſimiles erunt anguli quos axes & communes ſectiones baſium & earum ſuperficierum quæ ſuper baſes non ponuntur orthogonaliter erectæ continent, adinuicem æquales.

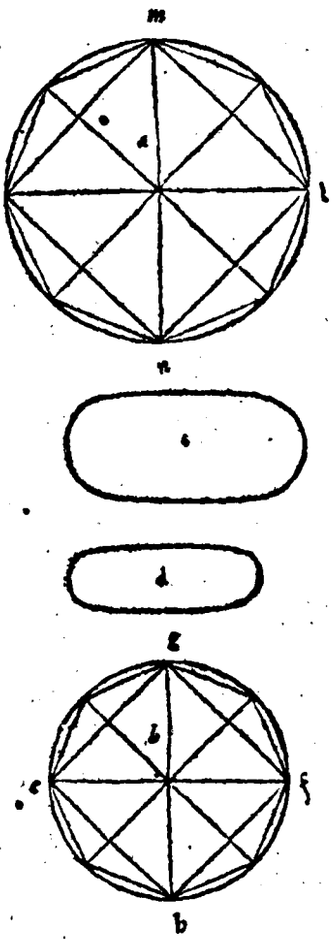




Sint duæ rotundę pyramides a b & c d, quarum baſes ſunt circuli e f g & h k l, & axes duæ lineæ a b & c d, & diametri baſium e g & h l, centra baſium ſunt duo puncta b & d, coni pyramidum a & c, ſimiles adinuicē & ab earum conis ad ſuperficiem baſium protrahantur, ut docet 11. undecimi libri, duæ perpēdiculares quę ſunt a m & c n, & continuentur puncta m & n cum centris baſium, protractis lineis b m & d n, eritq; ex 18 undecimi ſuperficies a b m quæ egreditur ab axe a b, erecta ſuper baſin pyramidis a b orthogonaliter. Eodem modo ſuperficies c d n, quæ egreditur ab axe c d, erit erecta ſuper baſin pyramidis c d orthogonaliter. Sint itaq; duo arcus f g & k l, ſimiles & intelligantur duæ ſuperficies a b f, c d k, egredi ab axibus, & ſecare pyramides a b & c d ſimiles. Dico igitur duos angulos a b f, c d k, eſſe adinuicem ęquales. Protrahantur enim duæ lineæ f m & k n. Quia igitur duæ pyramides a b & c d, ſunt ſimiles, & duę ſuperficies a b m, c d n, ſtātes orthogonaliter ſuper baſes, egrediuntur ab earū axibus, erit ex diffinitione ſimiliū pyramidū, angulus a b m æqualis angulo c d n. Et quia ex diffinitione lineę ſupra ſuperficiem perpēdiculariter erectæ, uterq; duorū angulorum a m b, c n d, eſt rectus: erunt ex 32 primi & 4 ſexti, duo primi trianguli a b m & c d n, laterum proportionalium. Vt proportio lineæ a b ad lineam c d, ſicut b m ad d n, & ſicut a m ad c n. Et quia ex diffinitione ſimilium pyramidum, proportio axis a b ad axem c d, eſt ſicut ſemidiametri b f ad ſemidiametrum d k, erit ex undecima quinti, proportio b f ad d k, ſicut b m ad d n. Cūq; ſint duo

anguli

anguli f b m & k d n æquales, eo quòd duo arcus f g & k l ſunt ſimiles ex hypotheſi, erit ex 6 & 4 ſexti proportio f m ad k n, ſicut b m ad d n, ideoq; ſicut a m ad c n. Et quia iterum ex diffinitione lineæ ſuper ſuperficiem perpẽdiculariter erectę uterq; duorum angulorum a m f, c n k, eſt rectus, erit ex 6 & 4 ſexti, proportio a f ad c k, ſicut a m ad c n, ideo per 11 quinti, ſicut a b ad c d, & ſicut b f ad d k. Igitur ex 5 ſexti, duo anguli a b f & c d k, ſunt adinuicem æquales. Quod eſt propoſitũ. Idẽ probabis leuiter de rotundis columnis ſimilibus. Hoc itaq; demonſtrato, dico quòd omniũ duarum rotundarum pyramidum ſimilium quæcunque fuerint ſiue erectæ ſiue inclinatæ eſt proportio unius earum ad alteram, ſicut diametri ſuæ baſis ad diametrum alterius baſis proportio triplicata. Sint enim ut prius duæ rotundæ pyramides a & b, quarũ baſes ſunt circuli a & b, & horum circulorum diametri ſint etiã a & b, ſitq; proportio pyramidis a ad corpus c, ſicut diametri a ad diametrũ b proportio triplicata. Nõ erit igitur corpus c, minus neq; maius rotunda pyramide b. Sit enim primo (ſi poſsibile eſt) minus, quantitate corporis d, ita q̃ duo corpora c & d pariter accepta ſint quantum rotunda pyramis b. Ab axe igitur pyramidis b, prodeat ſuperficies quæ ſit orthogonaliter erecta, ſuper circulum b, ſitq; communis ſectio huius ſuperficiei & circuli b, linea e f tranſiens per centrum b, quæ erit diameter circuli b, & protrahatur in circulo b, alia diameter ſecans hanc orthogonaliter, quę ſit g h, ſicq; inſcribatur circulo b, quadratũ e g f h, & a rotunda pyramide b, intelligatur detrahi laterata pyramis, cuius baſis eſt quadratũ circulo b, inſcriptũ quæ (ut probatũ eſt ſuprà) maius erit dimidio rotundæ pyramidis, & ex reſiduo eius detrahatur pyramides eiuſdem altitudinis, cõſiſtentes ſuper trigonos portionũ circuli b, fiatq; hoc totiẽs quouſq; reſiduum rotundæ pyramidis b ſit minus corpore d ex 1 decimi. Eritq; ex conceptione laterata pyramis detracta quã componunt lateratæ partiales pyramides detractę, maius corpore c. Tunc ergo prodeat ex axe pyramidis a, ſuperficies alia quæ ſit orthogonaliter erecta ſuper circulũ a, & ſit cõmunis ſectio huius ſuperficiei & circuli a, linea k l, quæ ób hoc erit diameter circuli a, protrahatur autem in circulo a, alia diameter ſecans hãc orthogonaliter, quæ ſit m n, ſicq; inſcribatur in circulo a, quadratũ k m l n, & diuidendo arcus portionum circuli a per æqualia, perficiatur in circulo a, polygoniũ ſimile illi quod eſt inſcriptũ circulo b, & ad ſingulos angulos huius polygonij demitte lineas rectas à cono pyramidis a, perficiens ſuper illud polygonium lateratam pyramidẽ q̃dè altam pyramidi a. Hanc autem lateratam pyramidẽ, probabis eſſe ſimilem lateratæ pyramidi detractę à rotunda pyramide b, quod hoc modo facies. Duces axes cogitatione uel actu utriuſq; in utriſq; pyramidibus a & b, & à centris baſium protrahas lineas rectas ad omnes angulos inſcriptorum polygoniorum. Eruntq; ex præmiſso antecedente omnes anguli quos continet axis pyramidis a, cum ſingulis lineis ductis a centro circuli a, ad angulos polygonij ſibi inſcripti, æquales ſuis relatiuis angulis quos cõtinet axis pyramidis b, cum ſingulis lineis ductis à centro circuli b, ad angulos polygonij ſibi inſcripti. Et quia ex diffinitione rotundarum pyramidum ſimilium, proportio axis pyramidis a ad axem pyramidis b eſt ſicut ſemidiametri circuli à ad ſemidiametrum circuli b, ſequitur ex 6 & 4 ſexti & diffinitionibus ſimilium ſuperficierum & ſimilium corporum quòd duæ lateratæ pyramides a & b ſint ſimiles. Cætera argue ſicut prius in decima. Conſtat itaq; de omnibus rotundis pyramidibus ſimilibus, q̃ proportio earũ ſit ſicut diametrorũ ſuarũ baſiũ triplicata. Et quia omnis colũna rotunda eſt tripla ad ſuam pyramidẽ (hoc enim ſufficienter eſt demonſtratũ ſiue columnæ & ſuæ pyramides fuerint erectæ ſiue inclinatæ) ſequitur ex 15 quinti ut etiam quarumlibet columnarum rotundarum ſimilium ſit proportio ſicut ſuarum diametrorum triplicata.

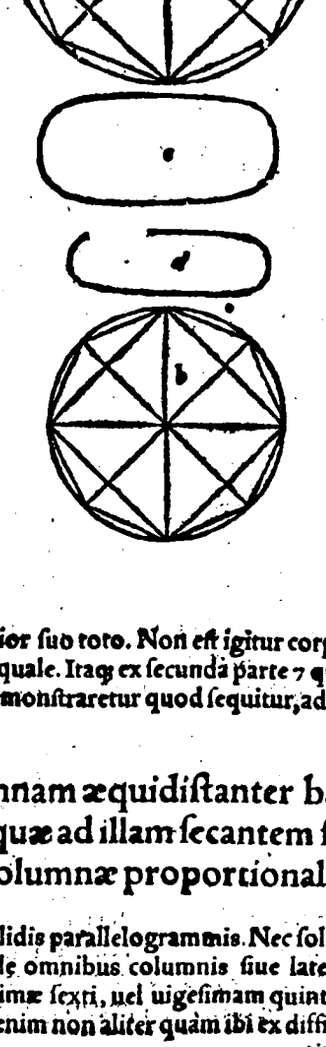


Euclid. ex

Euclid, ex Camp. *Propoſitio 11.*

OMnes duas rotundas pyramides ſiue columnas æquè altas, ſuis baſibus proportionales eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Supra duos circulos a & b, ſtatuantur ut prius duæ rotũdæ pyramides æquè altæ quæ dicantur ſimiliter a & b, & duæ rotundæ columnæ æquè altę eiſdem literis aſcriptæ a & b. Dico itaq; quòd proportio duarum pyramidũ a & b, duarumq; columnarum a & b, eſt ſicut duorum circulorũ a & b. Quod de columnis manifeſtum erit, ſi hoc prius de pyramidibus d f demõſtrabitur: omnis enim rotũda colũna, tripla eſt ad ſuã pyramidẽ. De pyramidibus autẽ conſtabit indirecta demonſtratione hoc modo. Eſt enim ex communi ſciẽtia, proportio rotundæ pyramidis a ad aliquod corpus, ſicut circuli a ad circulũ b, illud corpus ſit c. Dico itaq; quòd corpus c, nõ poteſt eſſe maius neq; minus rotũda pyramide b. Sit enim primò minus, quãtitate corporis d. Igitur circulo b inſcribitur quadratum, & detrahatur a rotũda pyramide b, pyramis laterata, cuius ſit baſis quadratum circulo b inſcriptum, & exportionibus pyramidalibus detrahãtur pyramides ſuper trigonos portionum circuli cõſiſtentes, fiatq; hoc totiens, quouſq; ſit ex pyramide b, reſiduum minus corpore d, eritq; laterata pyramis detracta, quam componunt partiales pyramides detractę, maior corpore c. Inſcribatur ergo circulo a, polygonium ſimile illi polygonio quod eſt baſis lateratæ pyramidis b, et perficiatur ſuper ipſum pyramis laterata ductis lineis à uertice pyramidis lateratæ a, ad angulos polygonij inſcripti. Eruntq; duæ lateratæ pyramides a & b, æquè altæ. Hoc enim eſt propoſitum de rotundis. Quare proportio lateratę pyramidis a ad lateratam pyramidem b, eſt ſicut baſis eius ad baſin illius, uidelicet ſicut polygonij a ad polygoniũ b. Hoc enim demonſtratũ eſt, in ſexta huius. At uerò polygonij a ad polygonium b eſt ſicut circuli a ad circulum b, quod manifeſtum eſt ex prima & ſecundę huius. Itaq; lateratæ pyramidis a ad lateratam pyramidem b, ſicut rotundę pyramidis a ad corpus c: quare permutatim lateratę pyramidis a ad rotundam pyramidem a, ſicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Cumq; ſit laterata pyramis b, maior corpore c, ſequitur lateratam pyramidem a, eſſe maiorem rotunda pyramide a. Hoc autem impoſsibile, eſt enim pars eius. Non erit ergo corpus c, minus rotunda pyramide b. Si uerò ponat aduerſarius quod ſit maius, demonſtrabimus rurſum idem impoſsibile conſequi. Erit enim per conuerſam proportionalitatẽ proportio corporis c ad rotundam pyramidem a, ſicut circuli b ad circulum a. Sit quoq; eadem rotundę pyramidis b, ad aliquod corpus quod ſit d. Cum igitur corpus c ſit maius rotunda pyramide b per hypotheſin, erit ex 14 quinti rotunda pyramis a maior corpore d. Itaq; proportio circuli b ad circulum a, erit ſicut rotundę pyramidis b ad quoddam corpus minus rotunda pyramide a. Sed hoc demonſtratum eſt prius, eſſe impoſsibile: ſic enim ſequitur, quod pars ſit maior ſuo toto. Non eſt igitur corpus c, neq; minus neq; maius rotunda pyramide b, ſed tantum æquale. Itaq; ex ſecunda parte 7 quinti, concludę propoſitum. Vt autem facilius inconcuſsiusq; demonſtraretur quod ſequitur, ad ipſam eſt antecedens utile præmittendum: quod eſt,



Zamb. 15. Si ſuperficies quædam rotundam columnam æquidiſtanter baſi eius ſecuerit, erunt duo partialia corpora quæ ad illam ſecantem ſuperficiem terminantur, portionibus axis columnæ proportionalia.

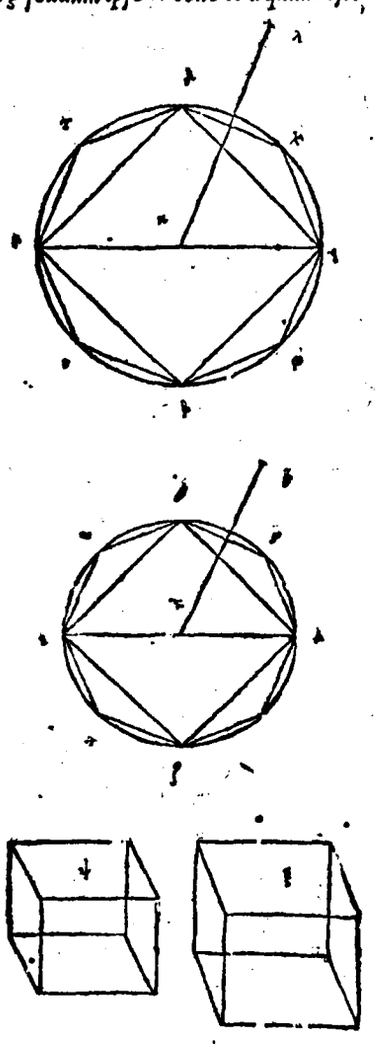
Simile eſt hoc, ei quod propoſuit 25 undecimi libri de ſolidis parallelogrammis. Nec ſolum uerum eſt hoc de columnis rotundis, immo ſimpliciter de omnibus columnis ſiue lateratæ fuerint, ſiue rotundæ. Quod qui argumentationem primæ ſexti, uel uigeſimam quintam undecimi firmiter tenuerit, facile demonſtrare poterit: hic enim non aliter quàm ibi ex diffinitione

tione incontinuæ proportionalitatis quæ posita est in procœmio quinti libri, arguendũ est propositum. Attendere autem oportet, quod quæcunq; superficies secat columnam æquidistanter basi ipsius, secat etiam eam æquidistanter superficiei basis eius oppositæ. nã quęcunq; superficies uni superficiei sunt æquidistantes, ipsæ quoq; sunt æquidistantes adinuicem, ut ex ijs quæ dicta sunt ex 17 undecimi didicisti. Quare manifestum est, quod omnes rotundæ columnæ quarum sunt bases æquales, altitudinibus suis sunt proportionales. Idem quoq; de lateratis. Idem quoq; de pyramidibus rotundis & etiam de lateratis, quod de pyramidibus constabit, si prius de columnis probetur. Est enim omnis columna, tripla ad suam pyramidem: rotunda quidem, ex nona huius: laterata uero ex ijs quæ suprà in octaua demonstrata sunt.

Euclid. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 11. Chases.

11 Sub eodẽ fastigio existẽtes coni & cylindri, adinuicẽ sese habẽt sicut Camp. 11.

THEON ex Zamb. *Sint sub eadem altitudine coni & cylindri, quorũ bases quidẽ sint* α β γ δ, ε ζ η θ *circuli, axes autem sint* ν λ, μ ν, *dimetientes uerò basium sint* α γ, ε η. *Dico q; est sicut* α β γ δ *circulus ad* ε ζ η θ *circulũ, sic est* α λ, *conus ad conum* ε ν. *Si autem non est sicut* α β γ δ *circulus ad* ε ζ η θ *circulũ, sic* α λ *conus ad* ε ν *conũ, erit sicut* α β γ δ *circulus ad* ε ζ η θ *circulũ, sic* α λ *conus ad aliquod solidum, minus ipso* ε ν *cono uel ad maius. Sit prius ad minus, hoc est ad* ξ. *Et quo minus est* ξ *solidum ipso* ε ν *cono ei æquum esto* ψ *solidum, igitur conus* ε ν, *æquus est ipsi* ξ ψ *solidi. Describatur (per 6 quarti) in circulo* ε ζ η θ, *quadratum* ε ζ η θ, *quadratũ igitur maius est quàm dimidium circuli. Excitetur ab ipso* ε ζ η θ *quadrato, pyramis æquè alta ipsi cono. Igitur ipsa pyramis excitata, maior est quàm dimidium ipsius coni, quoniã si circunscribamus ipsi orbi quadratum, & ab ipso excitemus pyramida cono æquè altã inscripta pyramis dimidium est circunscriptæ, adinuicẽ enim sunt sicut bases. Conus autẽ minor est pyramide circũscripta. Pyramis igitur cuius basis est* ε ζ η θ *quadratum, uertex autem idem ipsi cono, maior quàm dimidiũ coni. Secentur (per 30 tertij)* ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, *circũferentiæ diuidue in fignis* ο π ρ σ, *cõnectanturq; ipsæ* θ ο, ο ε, ε π, π ζ, ζ ρ, ρ η, η σ, σ θ. *Vnũquodq; igitur ipsorũ* θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ, *triangulorũ, maius est quàm dimidiũ apud sese segmẽti ipsius circuli. Excitetur ab uno quoq; ipsorũ* θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ *triãgularũ, pyramis æquè alta ipsi cono. Vnaquæq; igitur excitatarũ pyramidum, maior est quàm dimidia pars apud sese segmẽti coni. Secãtes igitur (p 30 tertij) reliquas circũferẽtias diuidue, cõnectentesq; rectas lineas, & excitantes ab unoquoq; triãgulorũ pyramides ipsi æquè altas cono, & hoc semper faciẽtes, relinquẽtes quædã coni segmenta quæ erunt minora ipso ψ solido. Relinquãtur, sintq; quæ in* θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ. *Reliqua igitur pyramis cuius basis quidem est* θ ο ε π ζ ρ η σ, *multangulum, fastigiũ idẽ quod cono, maior est ipso* ξ *solido. Inscribatur et in circulo* α β γ δ, *ipsi* θ ο ε π ζ ρ η σ, *multãgulo simile & similiter positũ, multangulũ* δ τ α υ β φ γ χ, *excitetur q; ab ipso pyramis æquè alta ipsi* ν λ *cono. Quoniã igitur est sicut quod ex* α γ *ad id quod ex* ε η *sic* δ τ α υ β φ γ χ *multãgulũ ad ipsum* θ ο ε π ζ ρ η σ *multãgulũ, sicut aũt quod ex* α γ *ad id quod ex* ε η, *sic* α β γ δ *orbis ad* ε ζ η θ *orbẽ, & sicut igitur (per 11 quinti)* α β γ δ, *orbis ad* ε ζ η θ *orbẽ, sic* δ τ α υ β φ γ χ, *multãgulũ sic ad* θ ο ε π ζ ρ η σ, *multãgulũ. Sicut aũt* α β γ δ *orbis ad* ε ζ η θ, *orbem* α λ *conus ad* ξ *solidũ. Sicut autẽ* δ τ α υ β φ γ χ, *multãgulũ ad* θ ο ε π ζ ρ η σ *multãgulũ, sic pyramis cuius basis est* δ τ α υ β φ γ χ, *multãgulũ, uertex autẽ* λ *signũ, ad pyramida cuius basis quidẽ est* θ ο ε π ζ ρ η σ *multangulum, fastigium autem* ν *signum. Et sicut igitur (per 11 quinti)* α λ *conus ad* ξ *solidum, sic pyramis cuius basis quidem* δ τ α υ β φ γ χ *multangulum, uertex autem* λ *signum, ad pyramida cuius basis quidem est* θ ο ε π ζ ρ η σ *multangulum, uertex autem* ν *signum. Vicißim igitur (per 16 quinti) est sicut* α λ *conus ad eã quæ in se ipso pyramida, sic* ξ *solidũ ad eam quæ in* ε ν *cono pyramida. Maior autẽ est* α λ *conus, ea quæ in se ipso pyramide, maius igitur est & ξ solidum ea quæ in* ε ν, *cono pyramide, sed & minus, quod absurdũ est. Nõ igitur est sicut* α β γ δ *circulus ad* ε ζ η θ *circulũ, sic* α λ *conus ad aliquod solidũ minus ipso* ε ν *cono. Similiter iã demõstrabimus quod neq; sicut* ε ζ η θ, *orbis*

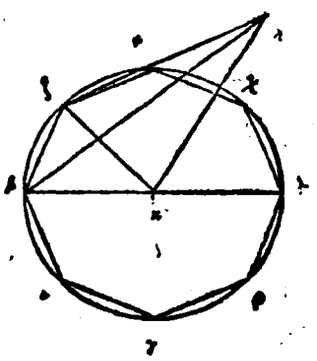


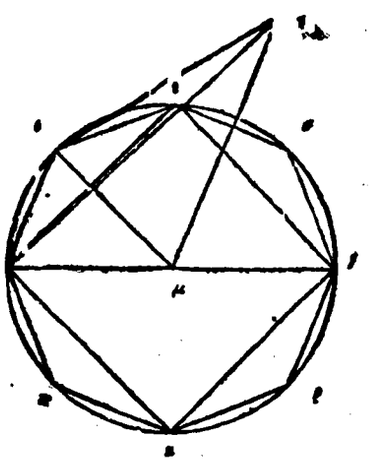
ad α β γ Δ orbem, sic ὁ ν conus ad solidum aliquod maius ipso α λ cono. Dico iam quòd nec ք sit sicut α β γ Δ orbis ad ε ζ η θ orbem, sic conus α λ ad aliquod solidum maius ipso ε ν cono. Si enim possibile, esto ad maius ξ. Conuersim igitur est sicut ε ζ θ, orbis ad α β γ Δ orbem, sic est ξ solidum ad α λ conum. sed sicut ξ solidum ad α λ conum, sic est ε ν conus ad aliquod solidum minus ipso α λ cono. Et sicut igitur (per 11 quinti) ε ζ η θ circulus ad α β γ Δ circulum, sit conus ε ν, ad aliquod solidum minus ipso α λ cono, quod absurdum esse patuit. Non est igitur α β γ Δ orbis ad ε ζ η θ orbem, sic α λ conus ad solidum aliquod maius ipso ε ν cono. Patuit autē quòd neq; ad minus. Est igitur sicut α β γ Δ orbis ad ε ζ η θ orbem, sic α λ conus ad ε ν conū. Sed sicut conus ad conum, sic cylindrus ad cylindrum, triplus enim est alter alterius. Et sicut igitur (per 12 quinti) α β γ Δ orbis ad ε ζ η θ orbem, sic qui in ipsis cylindri æquè alti ad conos. Sub eodem igitur fastigio subsistentes coni & cylindri se adinuicem habent sicut bases: quod erat ostendendum.

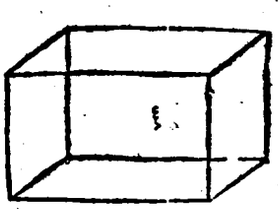
Eucl. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 12.

Similes coni & cylindri, ad se inuicem in tripla sunt ratione, sicut dimetientium quæ in basibus. 12

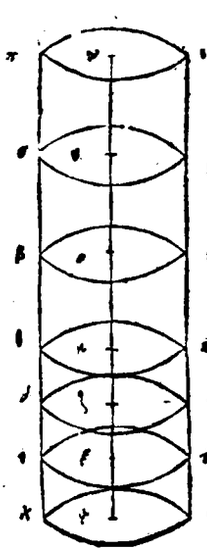
THEON ex Zāb. Sint similes coni & cylindri, quorū bases quidē α β γ Δ, ε ζ η θ, orbes dimetiētes uerò basiū sint β Δ ζ θ, & axes conorū siue cylindrorū sint κ λ, μ ν. Dico q; conus cuius basis quidē est α β γ Δ circulus, fastigium autē λ signum, ad conum cuius quidem basis est ε ζ η θ, uertex autē ν signum triplā habet rationē quam β Δ ad ζ θ. Si autē α β γ Δ λ conus ad ε ζ η θ ν, conū triplā rationem non habet quam β Δ ad ζ θ, habebit conus α β γ Δ λ, uel ad solidū aliquod minus ipso ε ζ η θ ν, cono triplā rationem, uel ad maius. Habet prius ad minus ξ. Describaturq; (per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratū ε ζ η θ. Igitur ε ζ η θ quadratū, maius est quàm dimidium circuli ε ζ η θ. Excitetur ab ipso ε ζ η θ quadrato, pyramis æquè alta ipsi cono. Igitur pyramis excitata, maior est quàm dimidia pars coni. Secētur iā (per 30 tertij) ipsæ ε ζ, ζ η, η θ, θ ε circunferētiæ diuiduè in ο π, ϱ σ, signis cōnectāturq; ε ο, ο ζ, ζ π, π η, η ϱ, ϱ θ, θ σ, σ ε. Vnūquod què igitur ipsorum ε ο ζ, ζ π η, η ϱ θ, θ σ ε, triangulorū, maius est q̄ dimidia pars, quæ apud seſe segmēti circuli ε ζ η θ. Constituatur ab uno quoq; ipsorū ε ο ζ, ζ π ν, ν ϱ θ, θ σ ε, triāgulorum, pyramides idē habēt fastigiā ipsi cono, unaquæq; igitur ipsarum excitatarū pyramidū, maior est quàm dimidiū eius quod apud seſe segmēti circuli. Secātes igitur (per 30 tertij) relictas circūferētias diuiduè, & cōnectantes rectas lineas, excitantesq; ab unoquoq; triangulorū pyramides fastigium ipsi cono habentes, idem & hoc semper efficientes, & relinquemus quædā coni segmenta quæ erunt minores excessu quo excedit ε ζ η θ ν, conus ipsum ξ solidum, relinquantur, & sint in ε ο, ο ζ, ζ π, π η, η ϱ, ϱ θ, θ σ, σ ε, reliqua igitur pyramis cuius basis quidē est ε ο ζ λ η ϱ θ σ multāgulū, uertex autē ν signū, maior est ipso ξ solido. Describatur in circulo α β γ Δ, ipsi ε ο ζ π η ϱ θ σ, multāguli simile similiterq; positū multangulū α τ β υ γ φ Δ χ, & excitetur ab ipso pyramis, idē habens ipsi cono fastigiū. Et comprehendentium ipsam pyramida cuius basis quidem est α τ β υ γ φ Δ χ multangulum, uertex autē λ signū, unū triangulum esto λ β τ, cōprehendentium autem pyramida cuius basis quidē ε ο ζ π η ϱ θ σ multangulū, fastigiū autē ν signum unū triāgulum esto ν ζ ο, & cōnectantur κ τ, μ ο. Et quoniā α β γ Δ λ conus similis est ipsi ε ζ η θ ν cono, est igitur (per 20 undecimi diffinitionē) sicut β Δ ad ζ θ, sic κ λ axis ad μ ν axē. Sicut autē β Δ ad ζ θ, sic (p 15 quinti) β κ ad ζ μ, & sicut igitur (p 11 quinti) β κ ad ζ μ, sic κ λ ad μ ν, et uicißim (p 16 quinti) sicut β κ ad κ λ, sic ζ μ, ad μ ν. Et circū æquos angulos β κ λ, ζ μ ν latera sunt proportionalia. Igitur (p 1 sexti diffinitionē) triangulū β κ λ, simile est ipsi ζ μ ν triāgulo. Rursus quoniā est sicut β κ, ad κ τ, sic ζ μ, ad μ ο, & circū æquos ăgulos β κ τ, ζ μ ο, quoniā qualis pars est ăgulus β κ τ eorū qui ad κ cētrū quatuor rectorū, talis pars est et angulus ζ μ ο eorū qui ad μ cētrū quatuor rectorū, quoniā igitur circū æquos angulos latera sunt proportionalia, igitur triāgulū β κ ν simile est ipsi ζ μ ο triangulo. Rursus quoniam patuit sicut β κ ad κ λ, sic ζ μ ad ν μ: æqualis autē est β κ ipsi κ τ, & ζ μ ipsi μ ο, est







μ o, est igitur sicut τ κ ad κ λ, sic o μ ad μ ν. Et circũ æquos angulos τ κ λ, o μ ν, rectæ latera (recti enim) sunt proportionalia. Igitur λ κ τ, triangulũ, ipsi μ ν o, triangulo simile est. Et quoniã (p 6 sexti) & propter similitudinẽ ipsorũ λ κ β, ν μ ʃ, triãgulorũ est sicut λ β, ad β κ, sic ν ʃ, ad ʃ μ, & propter similitudinẽ ipsorũ β κ τ, ʃ μ o, triãgulorũ est sicut κ β ad β τ sic μ ʃ ad ʃ o, ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut λ β ad β τ, sic ν ʃ ad ʃ o. Rursus quoniã ob similitudinẽ ipsorũ λ τ κ, ν o μ, triãgulorũ est (per 6 sexti) sicut λ τ ad τ κ, sic ν o, ad o μ, propter autẽ similitudinẽ ipsorũ τ κ β, o μ ʃ, triãgulorũ est sicut κ τ ad τ β, sic μ o, ad o ʃ, ex æquali igitur (p 22 quinti) sicut λ τ ad τ β. sic ν o ad o ʃ. Patuit autem & sicut τ β ad β λ, sic o ʃ ad ʃ ν, ex æquali ergo (per 22 quinti) sicut τ λ ad λ β, sic o ν ad ν ʃ. Igitur ipsorũ λ τ β, ν o ʃ, triãgulorũ, proportionalia sunt latera. Ipsa igitur λ τ β, ν o ʃ, triangula, æquiangũla sunt, quare & similia (per 5 sexti) Et pyramis igitur cuius basis quidẽ est δ ω τ triangulum, uertex aũt λ signũ, similis est pyramidi cuius basis quidẽ est ʃ μ o triangulũ, uertex autem ν signũ, sub similib. enim planis æquè multiplicib. cõprehenduntur. Similes autẽ pyramides, triangulares bases habentes in triplici sunt ratione eiusdẽ rationis laterum (per 8 duodecimi) pyramis igitur β κ τ λ, ad ʃ μ o ν, pyramida, triplã rationẽ habet, quàm β κ ad ʃ μ. Similiter iã cõnectẽtes ab ipsis, α χ, δ φ, γ υ, in κ rectas lineas, & ab ipsis ε σ, θ ϱ, κ π, in μ, excitantesq; in triangulis pyramides eadẽ habentes fastigia ipsis conis, ostendemus quod & unaquæq; ipsarũ eiusdẽ ordinis pyramidum ad unamquãq; eiusdem ordinis pyramida, triplã habet rationẽ quàm β κ eiusdẽ rationis latus ad ʃ μ eiusdẽ rationis latus, hoc est quàm β δ ad ʃ θ. Sed sicut unũ antecedentium ad unũ sequentium, sic omnia antecedentia ad omnia sequẽtia. Est igitur & sicut β κ τ λ pyramis ad ʃ μ ν o pyramida, sic est tota pyramis cuius basis α τ β υ γ φ δ χ multãgulũ, uertex autẽ λ signũ, ad totã pyramidem cuius quidẽ basis est ε o ʃ π κ ϱ θ σ multangulã, uertex uerò ν signum. Quare & pyramis cuius basis quidẽ est α τ, β υ, γ φ, δ χ multãgulũ, fastigiũ autẽ λ signũ, ad pyramida cuius quidem basis ε o ʃ π κ ϱ θ σ multangulũ, fastigiũ autẽ ν signũ, triplã habet rationẽ quàm β δ ad ʃ ω. Supponitur autẽ & conus cuius basis quidẽ α β γ δ orbis, fastigiũ autem λ signũ, ad ξ solidum, triplã rationem habens quàm β δ, ad ʃ θ, est igitur sicut conus cuius basis quidẽ α β γ δ circulus, uertex autẽ λ signum ad ξ solidũ, sic pyramis cuius quidẽ basis est α τ β υ γ φ δ χ multãgulũ, uertex aũt λ ad pyramida cuius basis quidem est ε o ʃ π κ ϱ θ σ, multãgulũ, uertex autẽ ν signum. Vicißim igitur (per 16 quinti) sicut conus cuius basis quidem est α β γ δ orbis, uertex autẽ λ signũ ad eã quæ in se pyramida cuius basis est α τ δ υ γ φ δ χ multãgulum, uertex autẽ λ signum, sic solidum ξ ad pyramida cuius basis quidẽ est ε o ʃ π η ϱ θ σ multangulum, uertex aũt ν signum. Maior autẽ est prædictus conus eã quæ in se ipso pyramide, ipsam enim cõtinet. Igitur ξ solidũ, maius est ipsa pyramide cuius basis quidem est ε o ʃ π κ ϱ θ σ multangulũ, uertex autẽ ν signũ. Supponebatur autẽ quod & minus, quod est absurdũ. Nõ igitur conus α β γ δ λ, ad aliquod corpus minus ipso ε ʃ κ θ ν, cono triplã rationẽ habebit, quàm β δ ad ʃ κ. Similiter iã demõstrabimus, q, neq; ε ʃ κ θ conus ad solidũ aliquod minus ipso α β γ δ λ cono, triplã rationẽ habet, quàm ʃ θ ad β δ. Dico iam q, neq; α β γ δ λ, conus ad aliquod solidum maius ipso ε ʃ κ θ ν cono, triplã habet rationẽ, quàm β δ ad ʃ θ. Si enim possibile, habeat ad maius ξ. Cõuersim igitur ξ solidũ, ad α β γ δ λ conum, triplã habet rationem, quàm ʃ θ ad β δ. Sicut aũt ξ solidũ ad α β γ δ λ conũ, sic ε ʃ κ θ ν conus ad aliquod solidũ minus ipso α β γ δ λ cono, & ε ʃ κ θ ν igitur conus, ad solidũ aliquod minus ipso α β γ δ λ, cono triplã rationem habet, quàm ʃ θ ad β δ, quod impossibile esse patuit. Igitur α β γ δ λ conus, ad solidũ aliquod maius ipso ε ʃ κ θ ν cono, triplã rationẽ nõ habet, quàm β δ ad ʃ θ, patuit aũt quòd neq; ad minus. Conus igitur α β γ δ λ, ad conum ε ʃ κ θ ν triplã rationẽ habet, quàm δ δ ad ʃ θ (per 15 quinti) sicut autẽ conus ad conum, sic cylindrus ad cylindrũ: triplus enim est cylindrus ipsius coni qui in eadẽ est basi & sub æquali fastigio ipsi cono. Ostensum est autẽ (in 10 duodecimi) quod omnis conus, cylindri tertia pars est eandem eidem basin habentis (per 10 duodecimi) & æquale fastigium. Et cylindrus igitur, ad cylindrum triplam habet rationẽ quam β δ ad ʃ θ. Similes igitur coni & cylindri adinuicẽ in triplici sunt ratiõe dimetientiũ quæ in basib. quod ostẽdere oportuit.



Euclid. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 13.

13 Si cylindrus plano secetur, parallelo existenti eis quæ ex opposito planis, erit sicut cylindrus ad cylindrum, sic axis ad axem.

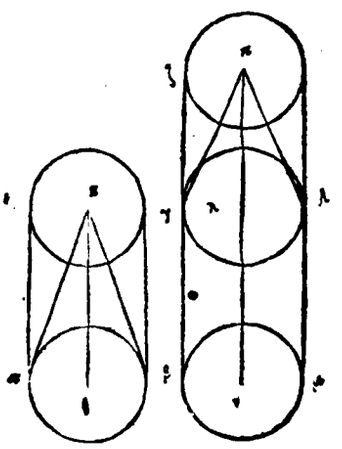
THEON ex Zamb. Cylindrus enim α δ, plano κ θ secetur, parallelo existente eis quæ ex opposito planis, hoc est ipsis α β γ δ. Dico q, est sicut β κ cylindrus ad κ δ cylindrum, sic est ε κ axis ad κ ʃ axem. Extẽdatur axis ε ʃ ex utraq; parte, in λ μ signa, exponanturq; ipsi ε κ axi æquales quilibet utcunq; ε ν, ν λ, ipsi autem ʃ κ, quilibet utcunq; ʃ ξ, ξ μ, & extendantur per λ ν, ξ μ signa: plana parallela α β, γ δ, & intelligantur in ipsis per λ ν ξ μ, planis circũ centra λ ν ξ μ, circuli o π, ϱ σ, τ υ, φ ψ, æquales ipsis α β, γ δ, et intelligãtur cylindri π ϱ, ϱ β, δ τ, τ χ.

Et quoniã ipſi λ ν, ν ε, ε π, axes adinuicem ſunt æquales, ipſi igitur π ϱ, ϱ β, β κ, cylindri adinuicem ſunt ſicut baſes (per 12 duodecimi) Baſes autẽ ſunt æquales. Igitur & ipſi π ϱ, ϱ β, β κ cylindri, ſunt æquales. Quoniam igitur ipſi λ ν, ν ε, ε κ, axes adinuicem ſunt æquales, ſunt autẽ & ipſi π ϱ, ϱ β, β κ, cylindri adinuicem æquales, & multitudo ipſorum λ ν, ν ε, ε κ, æqualis eſt multitudini ipſorum π ϱ, ϱ β, β κ. quotuplex igitur eſt κ λ axis, ipſius ε κ axis, totuplex erit & π κ cylindrus ipſius β κ cylindri. Et iam id propterea quotuplex eſt μ κ axis ipſius κ ζ axis, totuplex eſt & cylindrus χ κ ipſius κ Δ cylindri. Et ſi κ λ axis æqualis eſt ipſi κ μ axi, æquus eſt & cylindrus π κ ipſi κ χ cylindro. Si autem axis κ λ maior eſt ipſo κ μ axe, maior erit & π κ cylindrus ipſo κ χ cylindro. Et ſi minor, minor (per 1 quinti) Quatuor iam exiſtentibus magnitudinibus, axibus quidem, ε κ, κ ζ, cylindris autem β κ, κ Δ accepta (per diffinitionem 6 quinti) ſunt æquè multiplicia ipſius quidem ε κ axis & β κ cylindri, ipſe axis κ λ, & π κ cylindrus. Ipſius autem κ ζ axis, & κ Δ cylindri, κ μ axis & κ χ cylindrus. Et patuit quòd ſi κ λ, axis excedit κ μ axem, & π κ cylindrus ipſum excedit ϱ χ cylindrum, & ſi æqualis, æqualis, & ſi minor, minor. Eſt igitur (per 6 diffinitionem quinti) ſicut ε κ axis ad κ ζ axem, ſic β κ cylindrus ad κ Δ cylindrum: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 14.

In æqualibus baſibus exiſtentes coni & cylindri, adinuicem ſeſe habent ſicut faſtigia. 14

THEON ex Zãb. Sint enim in æqualibus baſibus κ β, γ Δ, cylindri ζ Δ, ε β. Dico q, eſt ſicut cylindrus ε β ad cylindrũ ζ Δ, ſic eſt κ θ axis, ad κ λ axẽ, extendatur enim κ λ axis in ν ſignũ, ponaturq; ipſi κ θ axi æqualis λ ν, & circũ axem λ ν, intelligatur cylindrus γ μ. Quoniam igitur ε β γ μ cylindri, ſub eodem ſunt faſtigio, adinuicem ſunt ſicut baſes (per 11 duodecimi) Baſes autem inuicem ſunt æquales, igitur & cylindri ε β, γ μ, ſunt æquales. Et quoniam cylindrus ζ μ, plano quodã ſecatur γ Δ, parallelo exiſtẽte eis quæ ex oppoſito planis, eſt igitur (per 15 duodecimi) ſicut γ μ cylindrus ad Δ cylindrũ, ſic eſt λ ν axis ad κ λ axem, æqualis autem eſt γ μ cylindrus ipſi ε β cylindro, & λ ν axis ipſi κ θ axi. Eſt igitur ſicut ε β cylindrus ad ζ Δ cylindrum, ſic eſt κ θ axis ad κ λ axem. Sicut autem ε β cylindrus ad ζ Δ cylindrum, ſic α β κ conus ad γ Δ κ conum, tripli enim ſunt cylindri ipſorum conorum (per 10 duodecimi) & ſicut igitur (per 11 quinti) κ θ axis ad κ λ axem, ſic α β κ, conus ad γ Δ κ conum, & ε β cylindrus ad ζ Δ cylindrũ: quod erat oſtendendum.

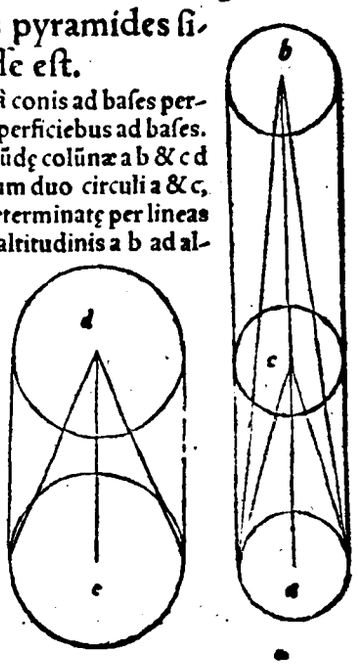


Euclid. ex Camp. Propoſitio 11.

Si duæ pyramides rotũdæ ſiue columnę fuerint æquales, ſuæ baſes & altitudines erũt mutuæ. Si uerò ſuę baſes & altitudines mutuę fuerint, ipſas pyramides ſiue columnas æquales eſſe neceſſe eſt. 15



CAMPANVS. Altitudinẽ pyramidum determinãt lineę à conis ad baſes perpẽdiculariter deſcẽdentes, colũnarũ autẽ, à ſupremis earũ ſuperficiebus ad baſes. Sint itaq; duę rotũdæ pyramides a b & c d æquales, duæq; rotũdę colũnæ a b & c d æquales, ſintq; cõmunes baſes tam pyramidũ quàm colũnarum duo circuli a & c, cõmunes quoq; altitudines tam pyramidũ quàm colũnarũ determinatę per lineas a b & c d. Dico quòd proportio circuli c ad circulũ a, eſt ſicut altitudinis a b ad altitudinẽ c d, & ecõuerſo. Hoc autẽ ſi de colũnis probatũ fuerit, de pyramidibus certũ erit, quoniã omnis colũna rotunda tripla eſt ad ſuã pyramidẽ. Si itaq; duæ altitudines a b & c d, fuerint æquales, ex pręmiſſa cõſtat propoſitũ. Si aũt inçquales, ſit a b maior, ſumaturq; a e çqualis a d. & ſeceẽ colũna a b, à ſuperficie e çquidiſtãter baſi eius a, eritq; ex pręmiſſo antecedẽte, colũna a b ad columnã a e, ſicut altitudo a b ad altitudinẽ a e, ideoq; ex prima parte 7 quinti columnã c d ad columnã a e ſicut altitudo a b ad altitudinẽ a e, quare per ſecundã partẽ 7 quinti, ſicut altitudo a b ad altitudiuẽ c d, ex pręmiſſa aũt eſt columna c d ad columnã a e, ſicut circulus c ad circulũ a, itaq; per 11 quinti eſt altitudo a b ad altitudinẽ c d ſi-

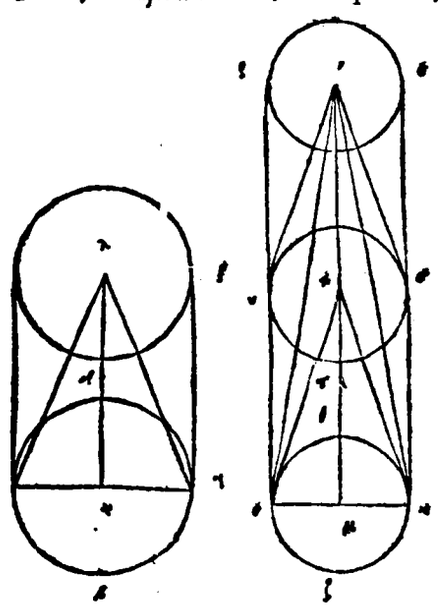


ē d, ſicut baſis c ad baſin a. Conſtat igitur prima pars. Secunda cōuerſo modo conſtabit, eadē diſpoſitione manente. Sit enim ut baſis c ad baſin a, ſic altitudo a b ad altitudinē c d. Dico q; duæ columnæ a b & c d ſunt æquales: erit enim ex ſecunda parte 7 quinti altitudo a b ad altitudinem a e, ſicut baſis c ad baſin a. Et quia ex præmiſſa, columna c d ad columnam a e eſt ſicut baſis c ad baſin a & ex præmiſſa antecedente columna a b ad columnam a e, ſicut altitudo a b ad altitudinem a e, ſequitur ex 11 quinti ut columna c d ad columnā a e ſit ſicut colūna a b ad eandē a e. Igitur ex prima parte 9 quinti duæ columnæ a b & c d, ſunt æquales. Quare conſtat etiam ſecunda pars.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propoſitio 15.*

15 **Æqualiū conorū & cylindrorū, reciprocæ ſunt baſes uerticib. Et coni & cylindri quorū reciprocę ſunt baſes uerticibus, ſunt ęquales.**

THEON ex Zamb. *Sint æquales coni & cylindri, quorū baſes quidem α β γ δ, ε ζ η θ orbes, dimetientes autem ipſorum α γ, ε η, axes autem κ λ, μ ν, qui & altitudines ſunt conorum & cylindrorū. Et compleantur ipſi α ξ, ε ο, cylindri. Dico q; ipſorū α ξ, ε ο, cylindrorū, reciprocæ ſunt baſes uerticibus, hoc eſt quod eſt ſicut α β γ δ baſis ad ε ζ η θ baſin, ſic eſt μ ν uertex ad κ λ uerticē. Faſtigium enim κ λ, ipſi μ ν, faſtigio aut eſt æquale, aut nō. Sit prius æquale. Eſt autē & α ξ cylindrus, ipſi ε ο cylindro æqualis, ſub eodē autem faſtigio exiſtentes coni & cylindri, adinuicē ſunt ſicut baſes (p 11 duodecimi) Aequalis eſt igitur α β γ δ baſis, ipſi ε ζ η θ baſi. Quare & reciprocæ ſunt, ſicut α β γ δ baſis ad ε ζ η θ baſin, ſic μ ν faſtigium ad κ λ faſtigium. Sed iam nō ſit uertex λ κ ipſi μ ν æqualis, ſed eſto maior μ ν, et auferatur (per 3 primi) ab ipſa μ ν altitudine, ipſi κ λ æqualis π μ, ponaturq; (per 2 primi) ipſi λ κ uertici æqualis ϖ μ, & per π ſignum ſecetur (p 13 duodecimi) cylindrus ε ο, plano τ υ σ parallelo exiſtēte eis quæ ex oppoſito planis, hoc eſt ε ζ η θ, ϱ ο, circulorū. Et à baſi quidē ipſius ε ζ η θ circuli, faſtigio uerò μ ϖ, cylindrus intelligatur ε σ. Et quoniā α ξ cylindrus æquus eſt ipſi ε ο cylindro, alius autem ε σ cylindrus, eſt igitur (p 7 quinti) ſicut α ξ, cylindrus ad ε σ cylindrū, ſic eſt ε ο cylindrus ad ε σ cylindrū. Sed ſicut quidem α ξ cylindrus ad ε σ cylindrū, ſic eſt α β γ δ baſis ad ε ζ η θ baſin. Sub eadem enim ſunt altitudine, ipſi α ο, ξ, cylindri. Sicut autē cylindrus ε ο ad cylindrū ε σ, ſic μ ν altitudo ad μ ϖ altitudinem, cylindri nanq; in æqualibus baſibus exiſtentes, ſe habent ſicut faſtigia. Eſt igitur ſicut α β γ δ baſis ad ε ζ η θ baſin, ſic eſt μ ϖ uertex ad μ σ uerticem. Aequalis autem eſt λ μ uertex, ipſi κ λ uertici. Eſt igitur ſicut α β γ δ baſis ad ε ζ η θ baſin, ſic eſt μ ν altitudo ad κ λ altitudinem. Aequalium igitur α ξ, ε ο cylindrorum, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Sed iam ipſorum α ξ ε ο cylindrorum reciprocæ ſint baſes altitudinibus, eſtoq; ſicut α β γ δ baſis ad ε ζ η θ baſin, ſic uertex μ ν ad uerticem κ λ. Dico q; α ξ cylindrus, æqualis eſt ipſi ε ο cylindro. Eiſdem nanq; diſpoſitis, quoniam eſt ſicut α β γ δ baſis ad ε ζ η θ baſin, ſic μ ν faſtigium, ad κ λ faſtigium, æqualis autem eſt κ λ uertex ipſi π μ uertici, eſt igitur ſicut α β γ δ, baſis ad ε ζ γ θ baſin, ſic μ ν uertex ad π μ uerticem. Sed ſicut quidem α β γ δ, baſis ad ε ζ ν θ, baſin, ſic cylindrus α ξ ad ε σ cylindrum: ſub eodem nanq; eſt faſtigio. Sicut autem μ ν (per 14 duodecimi) uertex ad π μ uerticem, ſic ε ο cylindrus ad ε σ cylindrum. Eſt igitur ſicut α ξ cylindrus ad ε σ cylindrum, ſic eſt ε ο cylindrus ad ε σ, cylindrum. Aequalis igitur eſt α ξ cylindrus, ipſi ε ο cylindro. Sic etiam & in conis. Aequalium igitur conorum & cylindrorum & quæ ſequuntur reliqua: quod oſtendere oportuit.*

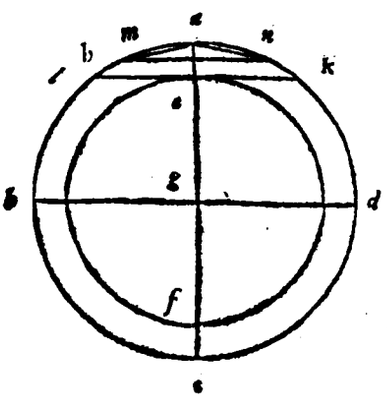


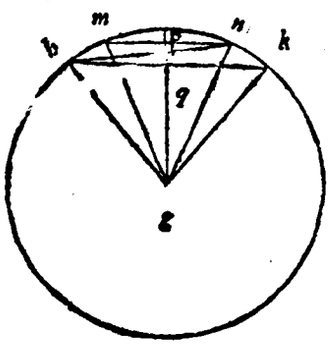
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

18 **Vm ppoſiti fuerint duo circuli ab uno cētro circūducti, ſuperficiē multiangulā æqualiū laterū circulū minorem minimè tangentiū, intra circulum maiorem deſcribere.**

CAMPANVS. Sint duo circuli a b c d & e f, ab uno communi cētro quod ſit g circūducti, dico quòd intra maiorē qui ſit a b c d, poſsibile eſt unum polygonium quod ſit ęqui laterum, deſcribi minorē circulum qui eſt e f, nullo ſuorum laterum tangens. Quadrentur enim, id eſt in quadrantes diuidātur hi duo circuli duabus diametris ſuper centrum ipſorum orthogonaliter ſe inuicē ſecantibus, quæ ſint a c & b d, ſitq; e f diameter minoris, pars diametri a c quę eſt

diameter maioris. Sicq; igitur à pũcto e, ducatur utrinq; uſq; ad circunferẽtiam maioris lineæ orthogonaliter ſu per diametrum e f, quę occurrat circunferentiæ maioris hinc quidẽ in puncto h, inde uerò in puncto k, eritq; ex correlario 15 tertij linea h e k, cõtingens circulum mino rẽ. Poſtea uerò quadrantẽ a b maioris circuli diuide per ęqualia in puncto l, ſecundum doctrinã 29 tertij, dehinc rurſus arcũ a l, per ęqualia ad punctũ m. Cumq; hoc plu ries feceris, neceſſariò tãdem deuenies ad arcum qui mi nor erit arcu a h, ſitq; hic a m. Hoc autem idcirco neceſſa rium eſt, quia cum fuerint duæ quãtitates inæquales, ſi à maiori earum dematur eius dimidium, itemq; à reſiduo dimidiũ, poſsibile eſt hoc toties fieri quouſq; tandẽ mi nor minore earum relinquetur, quẽadmodum in 1 deci mi demõſtratum eſt. Cũ igit ſic diuidendo, ad arcũ quã tulumcunq; minorem a h, fuerit deuentum, cuiuſmodi eſt hic arcus a m, ſumatur arcus a n, æqua lis arcui a m, ducãturq; duæ lineæ a m & m n. Quia igitur arcus a k eſt æqualis arcui a h, quod ex ſecunda parte tertiæ tertij & quarta primi & 28 tertij manifeſtum eſt. & quia arcus a n eſt æqualis arcui a m, erit ex communi ſcientia, arcus n k æqualis arcui m h. Ergo duæ lineæ m n & k h, ſunt æquidiſtãtes: ergo linea m n, non poterit tangere circulum e f, quare multo fortius neq; linea a m poteſt ipſum tangere. Quoniam igitur conſtat circulum a b c d diuiſibilem eſſe per arcus ęquales arcui a m, ideoq; per 28 tertij ſimul conſtat intra ipſum circulum poſſe chordulas ęquales chordu læ a m cõtinuè coaptari circulum ipſum polygoniæ chordantes, manifeſtum eſt intra circulũ ma iorem poſſe unum polygoniũ æquilaterum, cuius unum latus eſt linea a m inſcribi. Et quia linea a m non cõtingit circulum minorem, patet ex prima parte 13 tertij & diffinitione linearum à cen tro circuli æqualiter æquidiſtãtium, quod inſcriptum polygoniũ nullo laterum ſuorum tãgit cir culum minorem: quod eſt propoſitum. At quid dubitas duas lineas m n & k h, eſſe æquidiſtan tes, cum ſint duo arcus n k & m h æquales? Hoc autem incõcuſſam ueritatem ſortitum eſt, quod duæ lineæ circulum unum non autem ſe inuicem ſecantes, ſi ex circunferẽtia æquales arcus hinc inde lineis ipſis interſint, erunt æquidiſtantes. Duc quidem à centro g, lineam g p perpẽdicularẽ ad lineam m n, quæ ſecet lineam h k in puncto q, & protrahe lineas g m, g n, g k, g h, & duobus ar cubus n k & m d, ſubtende duas chordas quæ etiã dicantur n k & m h, eruntq; ex 28 tertij hę chor dæ æquales n k & m h, eo quòd arcus æquales, & per ſecundam partem 3 eiuſdem tertij erit linea n p, æqualis lineę m p. Cum igitur uterq; duorum angu lorum qui ſunt ad p, ſit rectus ex diffinitione perpendi cularis, erit ex 4 primi angulus n p g æqualis angulo p g m. At uerò per 8 primi angulus k g n eſt æqualis angu lo h g m. Itaq; per cõmunem ſcientiam (quæ eſt, ſi æqua libus æqualia addas, tota erunt æqualia) erit angulus k g q æqualis angulo q g h, ideoq; per 4 primi linea k q, erit ęqualis lineę q h, quare per primam partem 3 tertij, linea g q erit perpendicularis ad lineã k h. Igit ex prima parte 28 primi duæ lineæ n m & k h ſunt æquidiſtantes. Et hoc eſt quod dubitare conqueſtus es. Hoc enim idem aliter demonſtrare eſt poſsibile. Ducatur enim li nea n h, eritq; ex ultima ſexti angulus h n m, æqualis an gulo n h k, eo quod arcus h m eſt æqualis arcui n k, ideo ex 27 primi linea m n erit æquidiſtans li neæ h k. Conuerſam quoq; ſi libuerit, conuerſo modo probabis. Si enim linea m n eſt æquidi ſtans lineæ h k, erit arcus n h æqualis arcui m h. Erunt enim ex prima parte 29 primi, duo anguli h n m & n h k æquales. Ideoq; ex ultima ſexti duo arcus n k & m h, erunt etiam æquales.





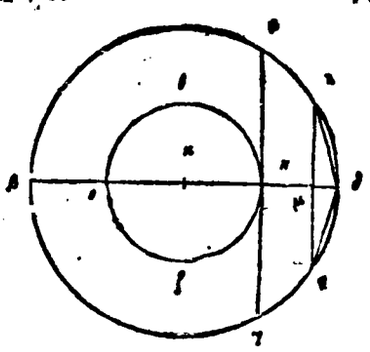
Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 16.*

Binis orbibus circũ idẽ cẽtrũ exiſtẽtib. in maiori orbẽ multãgulũ æ- 16
qlaterũ & parilaterũ inſcribere, non tangẽs orbẽ minorẽ in ſupficie.

THEON *ex Zamb. Sint bini orbes α β γ δ, ε ζ η θ, circum idem centrum κ. Oportet in maiori circulo α β γ δ, multangulum æquilaterum & parilaterum inſcribere, non tangens ipſum ε ζ η θ, circulum. Excite tur per κ centrum, rectã lineã β δ, & à ſigno κ ipſi δ β rectæ lineæ ad angulos rectos excitetur (per 12 pri mi) α κ, & extendatur in γ. Igitur α γ tangit ipſum ε ζ η θ orbẽ. Secãtes iam (per 30 tert ij) ipſam β α δ cir cunferentiam diuidue, & ipſius dimidium bifariam, & hoc ſemper efficientes (per 1 decimi) relinquemus*

quandam

quandam circumferentiam minorem ipſa α Δ, relinquatur, & eſto λ Δ et ab ipſo λ in β Δ, perpendicularis excitetur (per 12 primi) λ μ extendaturq; in ν, & connectantur ipſæ λ Δ, Δ ν, λ ν. Igitur λ Δ, ipſi Δ ν, eſt æqualis. Et quoniam parallelus eſt α γ ipſi λ ν, ſed α γ tangit ipſum ε ζ κ θ orbem: igitur λ μ non tangit ipſum orbem ε ζ κ θ, multo minus igitur ipſæ λ Δ, Δ ν, tangũt ipſum ε ζ κ θ orbem. Si igitur ipſi λ Δ, rectæ lineæ æquales in continuum aptabimus in orbe α β γ Δ, deſcribetur in orbe α β γ Δ, multangulum æquilaterum & parilaterum non tangens ipſum orbem ε ζ κ θ, minorem: quod facere oportuit.

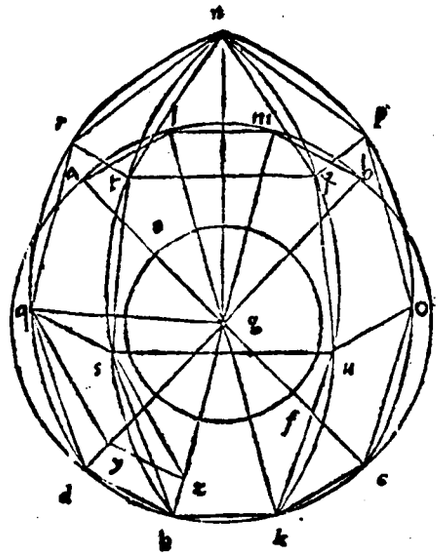


CORRELARIVM. *Et inde eſt manifeſtum, quòd perpendicularis quæ ex λ in Δ, unum circulum non tangit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

14 DVabus ſphæris unum centrum habentibus propoſitis, intra maiorem earum ſolidum multarum baſium ſuperficiẽ minoris ſphæræ minimè tangentium figuraliter cõſtituere. Quo conſtituto ſi in minori ſphæra, ſiue in qualibet alia ſphæra ſimile corpus intelligibiliter conſtituatur, erit proportio corporis multarum baſium intra maiorem ſphæram conſtituti ad corpus multarum baſium intra minorem ſphæram uel alterã conſtitutum, ſicut diametri maioris ſphæræ ad diametrum minoris uel alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint propoſitæ duę ſphęræ, a b c d & e f, unum atq; idem centrum quod ſit g habentes, & ſit maior earum ſphæra a b c d, minor uerò ſphæra e f, uolumus autẽ intra maiorẽ earũ unum corpus multarũ baſium cõſtituere, de quibus non intendimus quòd ipſæ baſes ſint æquales aut ſimiles, ſed quòd nulla earum tangat ſuperficiem minoris ſphęræ. Cum igitur hoc uoluerimus facere, ſecabimus ſimul utranq; propoſitarum ſphærarũ una plana ſuperficie per commune centrum earũ tranſeunte, eruntq; ex diffinitione ſphæræ & diffinitione circuli, communes ſectiones huius ſecãtis ſuperficiei & ſuperficierum ſphærarum propoſitarum, lineę cõtinentes circulos. Sint itaq; duo circuli a b c d & e f, quorũ centrum eſt centrum ſphærę, de quo propoſitum eſt quod ipſum ſit g. Quadrabimus igitur hos duos circulos duabus diametris ſe ſupra commune centrum eorũ orthogonaliter ſecãtibus, quę ſint a c & d b, poſtea maiori circulo ſecundum præcepta prępmiſſæ inſcribemus unum polygonium æquilaterum, nullo ſuorum laterum tangẽs minorem circulũ. Et ſufficiat exempli cauſa inſcripſiſſe dodecagonũ æquilaterum, ita quod



in quadrãte ipſius maioris circuli qui eſt c d, ſint tria latera huius dodecagoni quæ ſint chordæ d h, h k, & k c, quæ cũ ſint æquales, erũt quoq; ex prima parte 27 tertij arcus earũ æquales. Dehinc à duob. punctis h & k, quæ ſunt extremitates mediæ chordæ, producemus duas diametros quæ ſunt h m & k l, & ſuper centrũ g erigemus lineam g n perpendicularẽ ad ſuperficiem circuli a b c d, quam producemus quouſq; obuiet ſuperficiei ſphærę maioris ſuper punctum n. Deinde intelligam quatuor ſuperficies ſecãtes ſphæras propoſitas, quarũ unaquæq; ſecet eas ſuper lineã g n, ſcilicet prima earũ ſupra lineã g n & diametrũ d b, ſecunda ſuper lineã g n & diametrũ h m, tertia uerò ſuper lineã g n & diametrũ k l, quarta aũt ſuper lineam g n & diametrũ c a: eruntq; ex diffinitionibus ſphæræ & circuli, cõmunes ſectiones harũ ſuperficierũ & ſuperficiei ſphæræ maioris, lineæ cõtinẽtes circulos, & erũt portiones inſcriptę ut inter pũctũ n & quatuor pũcta quę ſunt d h k c, quadrãtes horũ circulorũ, qui quadrãtes ſunt d n, h n, k n, & c n. Hoc autẽ ideo euenit, qd oẽs

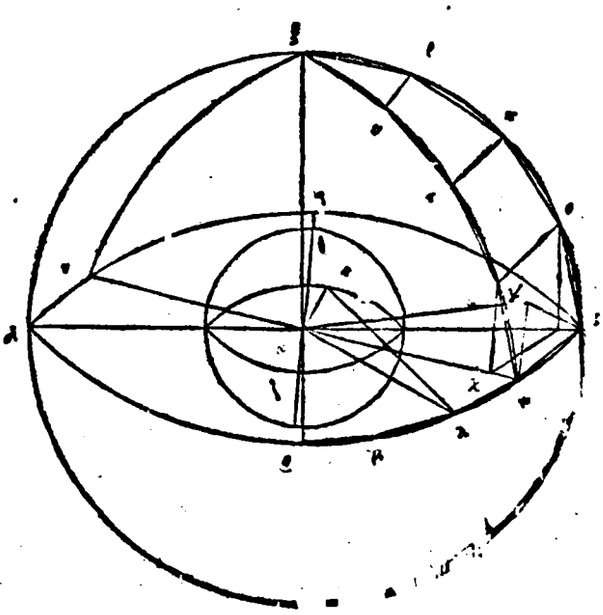
anguli quos continet linea g n cum unaquaq; diametrorũ protractarũ in ſuperficie circuli a b c d ſunt recti ex diffinitione lineæ perpẽdicularis ad ſuperficiẽ, recti uerò anguli in cẽtro, quartæ circunferentiæ ſubtendantur, quod ex ultima ſexti euidẽter apparet. Ex diffinitione autem circulorum æqualium manifeſtum eſt, quod unuſquiſq; horum quatuor circulorum eſt æqualis circulo a b c d, nã diameter omnium ipſorum, eſt diameter ſphæræ maioris. Igitur per 15 quinti quadrantes eorũ ſunt æquales. Quare quinq; arcus qui ſunt d n, h n, k n, c n, & d c, ſunt æquales. In unoquoq; ergo quatuor quadrantium circulorũ erectorum coaptẽtur hypothenuſales chordæ, quarum quælibet ſit æqualis chordę circuli proſtrati, quæ ſunt latera polygonij ſibi inſcripti, & eſt una earũ chorda d h, ſintq; in primo quidẽ d q, q r, & r n, in ſecundo uerò h ſ, ſ t, & t n, in tertio autem k u, u x, & x n, & in quarto ſint c o, o p, & p n. Et protrahantur corauſti coniungentes capita hypothenuſalium chordarum quæ ſint q ſ, ſ u, u o, & r t, t x, x p. Vides igitur quartæ parti ſuperioris hemiſphærij maioris ſphæræ quæ quidem quarta pars eſt d n c, inſcriptũ eſſe corpus 9 baſiũ quarum tres quæ coeunt in puncto n, ſunt triangulæ, cæteræ autem ſunt quadrangulæ, ſuntq; harum quadrangularum ſuperficierum hypothenuſalia latera æqualia, ſed non ęquidiſtantia. Corauſti autem inter quoſq; duos circulos intercepti, ſunt æquidiſtantes adinuicem & chordę circuli proſtrati, ſed non ſunt adinuicem æquales. Hoc autem ſcies, ſi perpendiculares à corauſtorum extremitatibus ad ſuperficiem circuli iacentis dimiſeris, de quibus cõſtat quod ipſæ cadẽt ſuper diametros circulorum quos corauſti continuant, quod ex demonſtratis in 13 undecimi facile deprehendes. Verbi gratia. Sint à duobus terminis corauſti q ſ, demiſſę duæ perpendiculares q y & ſ z, cadẽtes in diametris d b & h m, & protrahantur lineæ q g & y z, eruntq; ex 4 ſexti duo trianguli q y d & ſ z h ſimiles, quare proportio duarum perdendicularium q y & ſ z, erit ſicut duarum chordarum q d & ſ h. Cumq; ſint chordæ æquales, erunt etiam & perpendiculares æquales. At ipſæ ſunt ęquidiſtantes ex 6 undecimi, ergo ex 33 primi, corauſtus q ſ eſt æqualis & ęquidiſtans lineæ y z. Et quia ex ſecunda parte ſecundæ ſexti linea y z eſt æquidiſtans chordæ d h, & ideo minor ea, ſequitur ex 9 undecimi, ut corauſtus q ſ, ſit etiam æquidiſtans chordæ d h, & minor ea ex conceptione. Cũ itaq; chordę quæ ſunt latera polygonij inſcripti in circulo iacẽti (& ipſæ ſunt omnes æquales chordę d h) non tangãt ſphæram minorem, neceſſe eſt ut nullum latus harum baſium corporis inſcripti ſiue quadrangulę ſint ſiue trigonæ, tangant eandem minorem ſphęram, cum omnia hęc latera ſint ipſis chordis æqualia aut minora. Simpliciter aũt dico q; nulla etiã harum baſium, de quibus omnibus manifeſtũ eſt ex ſecunda parte 2 undecimi, quod ipſę ſunt totæ in ſuperficie una, poteſt aliquo ſui puncto contingere minorem ſphęram, eo quod omnis linea recta ducta ſuper quemlibet punctum cuiuſq; earum ęquidiſtanter corauſto, minor eſt neceſſario chorda proſtrati circuli. Si igitur conuexitates aliarũ quartarum maioris ſphærę tam ſuperioris hemiſphęrij quàm inferioris ad eius ſimilitudinẽ quadrilateris trilateriſq; ſuperficiebus ſubtexantur, erit maiori ſphærę corpus 72 baſiũ ſuperficiem minoris ſphæræ minimè tangentium, quemadmodum propoſitũ fuerat inſcriptum. Dico inſuper q; ſi in alia qualibet ſphęra ſimile corpus ſtatuatur, erit proportio unius ad alterũ, ſicut diametri unius ſphęrę ad diametrum alterius triplicata. Erunt enim ex 72 baſes utriuſq; corporis, baſes totidem lateratarũ pyramidum, quarum omniũ uertices erunt in centris ipſarum ſphęrarum. Has autẽ pyramides perficies, ſi à ſingulis angulis inſcriptorum corporũ quę ſunt extremitates chordarũ & corauſtorum lineas ad centra ſphęrarum produxeris. Stude itaq; ex diffinitione ſimilium corporũ probare cunctas pyramides unius, eſſe ſimiles ſuis relatiuis pyramidibus alterius. Quo probato erit ex 8 huius, proportio uniuſcuiuſq; earũ unius ad ſuã relatiuã alterius, ſicut proportio ſemidiametrorum ſphęrarum ipſarum triplicata: ſunt enim ſemidiametri ſphęrarum, latera cunctarum pyramidum. At quia ſemidiametrorũ eſt ex 15 quinti una proportio, ex 13 eiuſdẽ facile concludes propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propoſitio 17.*

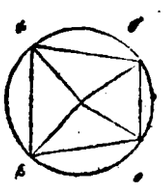
Binis ſphæris circũ idẽ centrũ exiſtẽtibus, in maiori ſphæra ſolidũ polyhedrũ inſcribere, nõ tangens ſphæram minorem in ſuperficie. 17

THEON ex Zamb. *Intelligantur binæ ſphęræ circũ idẽ centrũ α. Oportet iam in maiori ſphæra ſolidum polyhedrũ inſcribere, non tangens ſphæram minorẽ in ſuperficie. Secẽtur ſphæræ, plano aliquo per centrũ erũt igitur ſectiones circuli: quoniã (per 12 diffinitionẽ undecimi) manẽte diametro et circũducto ſemicirculo facta eſt ſphæra. Quare in qualicunq; poſitione intelligamus hemicyclium, quod per ipſum eductum planũ, efficiet in ſuperficie ſphæræ circulũ, et manifeſtũ quod ex maximũ, quoniam ſphæræ diameter quæ etiã eſt hemicycli diameter, et perinde circuli, maior eſt (per 15 tertij) omnibus in circulo uel ſphæra ductis rectis lineis. Eſto igitur in maiori quidem ſphæra circulus β γ Δ ε, in minori autẽ circulus ζ ν θ, excitẽturq; ipſorũ diametri ad angulos rectos ſibi inuicẽ β Δ, γ ε, & binis orbibus circa idẽ centrũ exiſtentib. hoc eſt β γ Δ ε, ζ ν θ, in maiori circulo β γ Δ ε, multangulum æquilaterum & parilaterũ deſcribatur (per præcedẽtem) non tangens ſphæram minorẽ ζ ν ϑ, cuius latera ſint in β ε quarta parte, β κ, κ λ, λ μ, μ ε, et cõnexæ κ α recta*

ν α recta linea, extẽdatur in ν, & excitetur (per 12 undecimi) ab ipſo α ſigno, ipſi ipſius β γ Δ ε circuli plano ad angulos rectos α ξ, & incidat ipſi ſuperficiei ſphæræ in ξ & per α ξ, & per utranq; ipſarum β Δ, κ ν, plana producantur. Facient iam per prædicta in ipſius ſphæræ ſuperficie maximos orbes, efficiant, quorum hemicyclia ſint in β Δ, κ ν, diametris, ipſa β ξ Δ, κ ξ ν. Et quoniam ξ α recta eſt ad ipſius β γ Δ ε planum, & omnia igitur quæ per ξ α, plana, recta ſunt ad ipſius α ϛ γ Δ ε circuli planum, quare & ϛ ξ Δ, κ ξ ν, hemicyclia, recta ſunt ad ipſius ϛ γ Δ ε circuli planum. Et quoniam hemicyclia β ε Δ, ϛ ξ Δ, κ ξ ν, ſunt æqualia, in æqualibus nanq; ſunt diametris β Δ, κ ν, & β ε, β ξ, κ ξ, quartæ partes inter ſe ſunt æquales. Quod igitur latera multanguli ſunt in β ε quarta parte, tot quoque ſunt in ipſis β ξ, κ ξ, quartis partibus ipſis κ β, κ λ, λ μ, μ ε, rectis lineis æquales. Deſcribantur, & ſint ϛ ο, ο π, π ρ, ρ ξ, κ σ, σ τ, τ υ, υ ξ, & connectantur ipſæ σ ο, τ π, υ ρ. Et ab ipſis ο σ, in ipſius β γ Δ ε, circuli planum perpendiculares excitentur. Cadũt, inquam, in communes ſectiones planorũ ϛ Δ, κ ν, quoniam et ipſorum ϛ ξ Δ, κ ξ ν, plana recta ſunt ad ipſius β γ Δ ε, circuli planum, cadant, & ſint ο φ, σ χ, & connectantur φ χ. Et quoniam in æqualibus hemicyclijs β ξ Δ, κ ξ ν, æquales rectæ lineæ ſunt β ο, κ σ, & perpendiculares ductæ ſunt ο φ, σ χ, æqualis igitur eſt ο φ ipſi σ χ, et β φ, ipſi κ χ, eſt autem & tota β α, toti κ α æqualis, & reliqua igitur φ α, reli



quæ χ α eſt æqualis. Eſt igitur ſicut β φ ad φ α, ſic eſt κ χ ad χ α, parallelus igitur eſt φ χ, ipſi κ β. Et quoniam utraq; ipſarum ο φ, σ χ recta eſt ad ipſius β γ Δ ε circuli planum, parallelus igitur eſt ο φ ipſi σ χ: patuit autem, quòd & ipſi æqualis, ipſæ χ φ, σ ο, igitur æquales & paralleli ſunt. Et quoniam χ φ, ipſi σ ο parallelus eſt, ſed φ χ, ipſi κ β parallelus eſt, & σ ο igitur ipſi κ β parallelus eſt, & ipſas connectunt, ipſæ β ο, κ σ, igitur β ο, κ σ, quadrilaterum, in uno eſt plano. Quoniam (per 7 undecimi) ſi fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, & in utraq; ipſarum accipiãtur cõtingentia ſigna, & ad ipſa ſigna annexa recta linea, in codẽ eſt cũ ipſis parallelis plano. Idq; propterea et unũquodq; ipſorũ σ ο π τ, τ π ρ υ quadrilaterorũ in uno eſt plano. Eſt aũt triangulũ υ ρ ξ, in uno plano. Si ucrò intelligamus ab ipſis ο σ π, τ ρ υ, ſignis in α cõnexas rectas lineas, cõſtituetur quædã figura ſolida polyhedra inter ϛ ξ, κ ξ, circũferẽtias, ex pyramidibus cõpoſita, quarũ baſes quidẽ ſunt κ β ο σ, σ ο π τ, τ π ρ υ, quadrilatera, et υ ρ ξ triãgulũ, uertex aũt α ſignũ. Sẽ aũt et in unoquoq; ipſorũ κ λ, λ μ, μ ε laterũ, ſicut in β κ eadẽ cõſtruamus, et inſup in reliquis trib. quartis partib. et in reliquo hemiſphærio, cõſtituetur figura ſolida polyhedra deſcripta in ſphæra, cõtenta ex pyramidib. quarũ baſes ſunt prædicta quædrilatera et triãgulũ υ ρ ξ, et quæ in eodẽ ordine eis, uertex aũt α ſignũ. Dico q; prædicta polyhedra nõ tãget minorẽ ſphæram in ſuperficie, in qua eſt circulus ſ κ ℓ. Excitetur (per 11 undecimi) ab ipſo α ſigno in ipſius κ β ο σ quadrilateri planũ, perpẽdicularis α ψ, et incidat ipſi plano in ψ ſigno, et cõnectãtur β ψ, ψ κ. Et quoniã α ψ recta eſt ad ipſius β κ ο σ planũ, et ad oẽs igitur ipſã tãgẽtes rectas lineas et exiſtẽtes in ipſius quadrilateri plano recta eſt α ψ (per 2 diffinitionẽ undecimi) igitur α ψ, recta eſt ad utrãq; ipſarũ β ψ, ψ κ. Et quoniã (per 15 diffinitionẽ primi) α β ipſi α κ eſt æqualis, æquũ eſt et qd ex α β, ci quod ex α κ. Et ipſi qdẽ qd ex α ϛ, æquale ſũt (per 47 primi) ea quæ ex α ψ, ψ β, rectus enim, qui ad ψ. Ipſi aũt qd ex α κ, æqualia ſũt quæ ex α ψ, ψ κ. Quæ igitur ex α ψ, ψ β, æqua ſũt eis quæ ex α ψ, ψ κ. Cõmune auferatur qd ex α ψ, reliquũ igitur quod ex β ψ, relicuo qd ex ψ κ eſt æquale, æqualis igitur eſt β ψ ipſi ψ κ. Similiter iã demõſtrabimus quod et quæ ab ψ ad ο ο cõnexæ rectæ lineæ, æquales ſũt utriq; ipſarũ ϛ ψ, ψ κ. Cẽtro igitur ψ, et ſpacio altero ipſorũ β ψ, ψ κ, circulus deſcriptus, ibit etiã per ο σ, et quadrilaterũ κ β ο σ, circulo. Et quoniã κ ϛ maior eſt ipſa χ φ, æqualis aũt eſt χ ϛ ipſi υ ϛ, maior igitur eſt β κ ipſo σ ο. Aequalis aũt eſt κ β, utriq; ipſarũ κ σ, β ο, et utraq; igitur ipſarũ κ σ, ϛ ο, ipſa σ ϛ maior eſt. Et quoniã in circulo quadrilaterũ eſt κ ϛ ο σ, et β κ, β ο, κ σ, æquales et minor ο ο, et ex cẽtro circuli eſt β ψ, igitur qd ex κ ϛ, cõ qd ex ϛ ψ máius eſt q; duplũ. Excitetur (per 12 primi) ab ipſo κ, in β φ ppẽdicularis κ ω. Et quoniã ϛ Δ ipſa Δ ω minor



eſt quàm

est quàm dupla, estq; sicut β Δ ad Δ ω, sic quod ex Δ β, β ω, ad id quod sub Δ ω, ω β, descripto autem ab ipsa ϛ ω quadrato completoq; quod in parallelogrammo, & quod sub Δ β, β ω, minus est quàm duplum, & connexa κ ϛ, quod sub Δ β, β ω, æquũ est ei quod ex ϛ κ, quod uerò sub Δ κ, ω β, æquũ est ei quod ex κ ω. Igitur quod ex κ β, eo quòd ex κ ω minus quàm duplum. Sed quod ex κ ϛ, eo quod ex β ψ maius est quàm duplum, maius igitur est quod ex κ α, eo quod ex β ψ. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) β α, ipsi κ α est æqualis, æquum est & quod ex β α ei quod ex κ α. Ei autem quod ex α β (per 47 primi) æqualia sunt quæ ex β ψ, ψ α. Ei autẽ quod ex κ α (per 47 primi) æqua sunt quæ ex κ ω, ω α. Quæ igitur ex β ψ, ψ α, æqualia sunt eis quæ ex κ ω, ω α, quorum quod est κ ω maius est, eo quod ex β ψ. Reliquum igitur quod ex ω α minus est, eo quod ex ψ α. Maior igitur est α ψ, ipsa α ω, multo igitur maior est α ψ, ipsa α κ. Estq; ipsa α ψ in unam ipsius polybedri basin, & α κ in minoris sphæræ superficiem. Quare & polybedrum non tangit sphæram in superficie: quod facere oportebat. Ostendendũ iam & aliter ac expeditius quod maior est α ψ, ipsa α κ. Excitetur (per 11 primi) ab ipso ρ ipsi α κ ad angulos rectos ρ, & connectantur α λ. Secantes iam (per 30 tertij) ipsam γ ξ circumferentiam diuiduæ, & dimidium ipsius diuiduæ, & hoc semper facientes, relinquemus quandam circumferentiam quæ est minor quàm circumferentia β γ Δ circuli quæ subtenditur ab æquali ipsi ρ λ, relinquatur, & esto ρ β circumferentia. Minor igitur est & ρ β recta linea, ipsa ρ λ. Et quoniam in circulo est β ρ σ ο quadrilaterum, & æquales sunt ο β, β ρ, ρ ξ, & minor est ο σ, angulus igitur qui sub ϛ ψ ρ obtusus est, maior igitur est ϛ ρ, ipsa β ψ. Sed ipsa ρ β maior, est quàm ipsa ρ λ, multo maior igitur est ρ λ, ipsa β ψ, maius igitur est & quod ex ρ λ, eo quod ex β ψ. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) α λ ipsi α β est æqualis, & quod ex α λ, igitur ei est æquũ quod ex α β. Sed ei quod ex α λ, æqua sunt quæ ex α ρ, ρ λ: ei uerò quod ex α β æqua sunt quæ ex β ψ, ψ α. Quæ igitur ex α ρ, ρ λ, æqualia sunt eis quæ ex ϛ ψ, ψ α. Quorum quod ex β ψ, minus est eo quod ex ρ λ, & reliquum igitur quod ex ψ α, maius est, eo quod ex α ρ. Maior igitur est α ψ, ipsa α ρ. Binis igitur sphæris circum idem centrum existentibus, in maiori sphæra solidum polybedrum descriptum est non tangens minorem sphæram in superficie: quod facere oportuit.

CORRELARIVM.

Si uerò & in altera sphæra ei quod in β γ Δ ε sphæra, solido polybedro, simile solidum polybedrum inscribatur, in ipsa β γ Δ ε, sphæra solidum polybedrum ad id quod in altera sphæra solidum polybedrum triplam habet rationem, quàm ipsius β γ Δ ε, sphæræ dimetiens ad ipsius alterius sphæræ dimetientem. Distributis nanque solidis in numero æquales & æqualis ordinis pyramidas, pyramides similes erunt. Similes uerò pyramides (per 8 duodecimi) admuicem in triplasunt ratione eiusdem rationis laterum. Pyramis igitur cuius basis quidem est κ ϛ ο σ quadrilaterum, uertex autem α signum, ad eam quæ in altera sphæra similis ordinis pyramida triplam habet rationẽ, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est quàm α β quæ ex centro eius est sphæræ quæ circum α centrum, ad eam quæ ex centro alterius sphæræ. Similiter & unaquæq; pyramis quæ in sphæra quæ circum centrum α, ad quamlibet pyramida eiusdem ordinis in altera sphæra triplam habebit rationem quàm α β ad eam quæ ex centro alterius sphæræ. Et sicut unum antecedentium ad unum sequentium, sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Quare totum solidum polybedrum quod in sphæra quæ circum centrum α, ad totum solidum polybedrum quod in altera sphæra triplam rationem habebit quàm α β ad eam quæ ex centro alterius sphæræ, hoc est quàm β Δ diameter ad alterius sphæræ diametrum: quod ostendere oportuit.

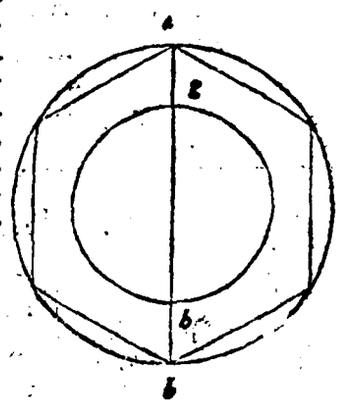
Euclid. ex Camp. Propositio 15.

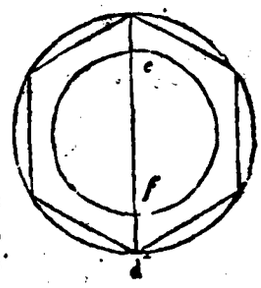
OMnium duarum sphærarum est proportio alterius ad alteram, tanquam suæ diametri ad diametrum alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duę sphærę a b & c d, quarum diametri sint a b & c d. Dico ꝙ proportio earum, est sicut suarum diametrorum proportio triplicata. Cuius demonstratio est. Quoniã neque ad minorem sphæram quàm sit sphæra c d neq; ad maiorẽ est proportio spæræ a b, sicut diametri a b ad diametrũ c d triplicata. Esto quidem proportio sphæræ a b ad sphęram e f, sicut diametri a b sphæræ a b, ad diametrum c d triplicata. Demonstrabo itaq;, quod sphæra e f non potest esse minor neq; maior quàm sphæra c d. Si enim affirmet aduersarius eã esse minorem, imaginabor eam includi à sphęra c d, & circunduci ab eodem centro, & inscribam sphæræ c d iuxta pręcepta prę missæ, unum corpus multarũ basium nõ tangentiũ superficiem sphærę e f, minoris, dicaturq; istud corpus nomine sphęrę cui inscribitur c d. Postea simile corpus multarũ basiũ inscribam sphęrę a b, quod etiã nomine suę sphęrę dicatur a b: cõstat itaq; ex secũda parte præmissæ & undecimi quinti, quòd proportio sphæræ a b ad sphærã e f, est sicut corporis multarũ basiũ

quod

quod eſt a b ad corpus multarũ baſium quod eſt c d: utraq; enim eſt ſicut diameter a b ad diametrum c d triplicata. Hæc autem, ex hypotheſi: illa uerò, ex ſecunda parte præmiſſæ. Quare permutatim proportio ſphæræ a b ad corpus multarũ baſiũ a b, eſt ſicut ſphæra e f ad corpus multarum baſium c d. Cũ igitur ſphæra a b ſit maior corpore multarum baſium a b, erit etiam ſphæra e f, maior corpore multarũ baſium c d. Hoc autem eſt impoſsibile, nam ipſa eſt pars eius. Nõ eſt ergo ſphæra e f minor ſphęra c d. Si autẽ dicat aduerſarius eã eſſe maiorẽ, confutabimus ipſum hoc modo. Erit enim per cõuerſam proportionalitatem ſphęra e f ad ſphæram a b, ſicut diameter c d ad diametrũ a b triplicata. Sit itaq; eadem ſphęræ c d, ad ſphærã g h, eritq; ex 14 quinti ſphæra g h, minor ſphęra a b, eo quod ſphęra c d poſita eſt minor ſphęra e f. Quare proportio ſphærę c d ad aliquã ſphęrã minorũ ſphęra a b, eſt ſicut diametri c d ad diametrũ a b triplicata. At hoc eſt impoſsibile, nã ex hoc ſequitur, quod pars ſit maior ſuo toto, ut demonſtratum eſt prius. Itaq; ſphæra e f, non eſt maior neq; minor quàm ſphęra c d. Igitur (ex 7 quinti) cõclude propoſitam concluſionem, quę imponit finem libro duodecimo.

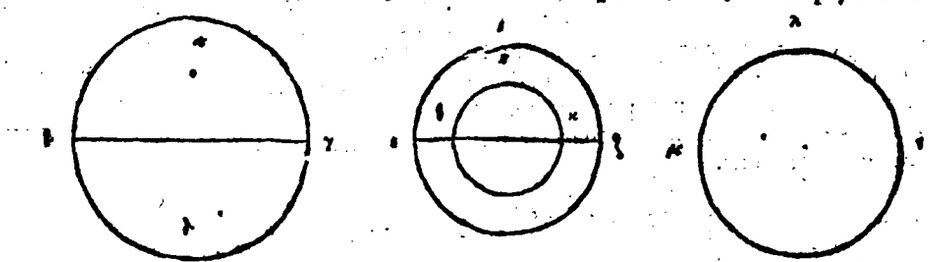




Euclid. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 18.

Sphæræ adinuicẽ, in triplici ſunt ratione proriorum dimetientium.

THEON ex Zam. *Intelligantur ſphæræ α β γ, δ ε ζ, diametri uerò ipſarũ ſint β γ, ε ζ, dico q; ſphæræ α β γ ad ſphærã δ ε ζ, triplã habet rationẽ quàm β γ ad ε ζ. Si autẽ nõ habebit igitur α β γ ſphæra ad minorẽ aliquã ipſa δ ε ζ, ſphæra triplã rationẽ, uel ad maiorẽ, quã β γ ad ε ζ. Habeat prius ad minorem κ θ ν. & intelligatur δ ε ζ ſphæra, ipſi κ θ ν, circũ idẽ centrum, deſcribaturq; (per præcedentẽ) in ſphæra maiori δ ε ζ, ſolidũ polyhedrũ non tangens minorẽ ſphærã κ θ ν in ſuperficie. Deſcribatur aũt (per eandem) & in α β γ ſphæra ei quod in δ ε ζ, ſolido polyhedro ſimile ſolidum polyhedrũ. Igitur per correlariũ cuiuſdẽ, ſolidũ polyhedrũ, quod in ſphæra α β γ, ad id ſolidũ polyhedrũ quod in δ ε ζ, triplã habet rationẽ quam β γ ad ε ζ. Habet aũt et α β γ ſphæra ad κ θ ν ſphæram triplam rationem quam β γ ad ε ζ, eſt igitur ſicut ſphæra α β γ ad ſphæram κ θ ν, ſic ſolidum polyhedrum quod in α β γ ſphæra, ad ſolidũ polyhedrum quod in δ ε ζ, ſphæra. Viciſsim igitur (per 16 quinti) ſicut α β γ ſphæra ad id quod in ipſa polyhedrũ, ſic κ θ ν, ſphæra ad id quod in δ ε ζ ſphæra ſolidum polyhedrũ. Maior aũt eſt α β γ ſphæra eo quod in ſe polyhedro. Maior igitur & κ θ ν ſphæra, eo quod in δ ε ζ, ſphæra polyhedro. Sed et minor, ab ipſo nãq; cõprehenditur, quod eſt impoſsibile. Sphæra igitur α β γ, ad minorem ipſa δ ε ζ ſphærã, triplam rationem non habet quàm β γ, diameter ad δ ε ζ diametrum. Similiter iam demonſtrabimus, quod neq; δ ε ζ ſphæra, ad minorem ipſa α β γ ſphæra, triplum habet rationẽ quàm ε ζ ad β γ. Dico iam quòd neq; ſphæra α β γ, ad maiorem aliquam ipſa δ ε ζ ſphæra triplam habet rationem quàm β γ ad ε ζ. Si enim poſsibile habeat ad*



maiorem λ μ ν. Conuerſim igitur ſphæra λ μ ν ad ſphæram α β γ triplam habet rationem quàm diameter ε ζ ad diametrum β γ. Sicut autem λ μ ν ſphæra ad α β γ ſphæram, ſic δ ε ζ ſphæra ad minorem aliquam ipſa α β γ ſphæra: ſicut antea patuit, quoniam maior eſt λ μ ν ipſa δ ε ζ, & ſphæra δ ε ζ ad minorẽ ipſa α β γ, ſphæra triplam habet rationẽ quàm ε ζ ad β γ, quod eſt impoſsibile. Igitur ſphæra α β γ, ad maiorẽ ipſa δ ε ζ ſphæra, triplam rationem non habet quàm β γ ad ε ζ. Patuit autem quòd neq; ad minorem. Ipſa igitur α β γ ſphæra, ad δ ε ζ ſphæram, triplam habet rationem, quàm β γ ad ε ζ: quod oſtendendum fuerat.

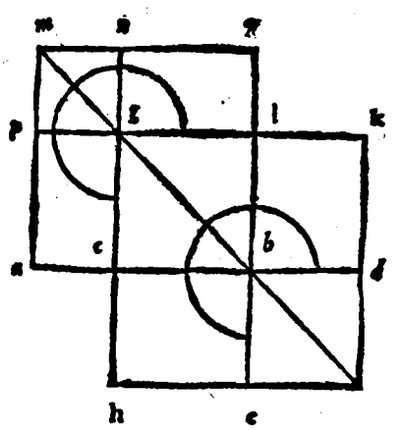
Euclid.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM *Liber tertiusdecimus.*

Ex *Campano.* *Propoſitio* 1.

CVm diuiſa fuerit linea ſecundum proportionem habentem medium duo'que extrema, ſi maiori portioni linea in lõgum addatur æqualis dimidio ipſius lineæ proportionaliter diuiſæ, quadratum lineæ ex eis duabus compoſitæ quadrati medietatis eiuſdem lineæ diuiſæ quintuplum eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in puncto c, prout docet 29 ſexti, & ſit maior portio eius linea b c, cui b c directè adiungatur linea b d, quę ſit ęqualis medietati totius a b. Dico quòd quadratum lineæ c d, erit quintuplum ad quadratum lineæ b d. Quadrabo enim lineam b d, & ſit eius quadratum d e, & circumponam huic quadrato gnomonem ſecundum quantitatem lineę b c, protracta diametro f b g, ſitq; circumpoſitus gnomo e g d, eritq; ex 22 ſexti ſuperficies inde compoſita, quæ ſit h k, tanquam quadratum lineæ c d. Dico igitur quadratum h k, quintuplum eſſe ad quadratum d e. Sit igitur c l quadratũ circumpoſiti gnomonis, ſibiq; circumponatur alius gnomo ad quantitatem lineæ a c protracta diametro f b uſque ad m, ſitq; hic gnomo c m l, & protrahantur lineæ c n & p l æquidiſtanter lateribus oppoſitis, ſecantes ſe ſuper diametrum f m in puncto g. Manifeſtum eſt autem ex 22 ſexti, quod compoſitum ex hoc ſecũdo gnomone & quadrato c l, (& ipſum quadratum ſit a q) eſt quadratum lineæ a b, quod ex quarta ſecundi neceſſe eſt eſſe quadruplum ad quadratũ d e, eo quod linea b d eſt medietas lineæ a b. Cumq; ſit ex prima parte 16 ſexti ſuperficies a n, ideoq; per 43 primi ſuperficies m l, æqualis quadrato c l (prouenit enim a n, ideoque & m l, ex b a in a c, & c l prouenit ex c b in ſe) & cum ex prima ſexti ſit a l dupla ad l d, ideoq; æqualis l d et c e pariter acceptis ex 43 primi, erit ex hac communi ſcientia (ſi æqualibus æqualia addas tota fientq; qualia) quadratũ a q æquale gnomoni e g d. Hic ergo gnomo quadruplus eſt ad quadratum d e, quemadmodum erat quadratum a q. Itaq; totum quadratũ h k, cum ipſum conſtet ex ſimplo & quadruplo, erit ex communi ſcientia quintuplum ad idem: quod eſt propoſitum.



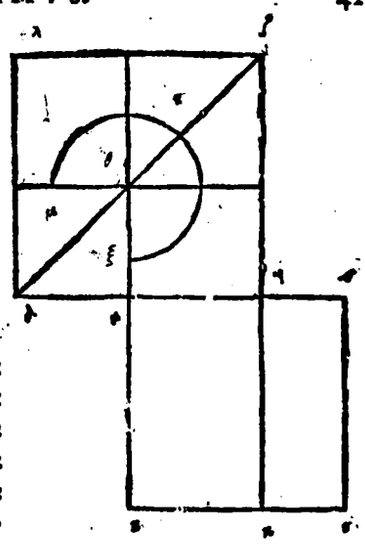
IDEM aliter. Ex quarta ſecundi conſtat quod quadratum lineæ a b, eſt quadruplum ad quadratũ lineę b d. At per ſecundam eiuſdẽ quòd fit ex a b in b c & in a c, eſt æquale quadrato a b, quod autem ex a b in b c, æquum eſt ei quod ex b d bis in b c, quod ex prima ſecundi manifeſtum eſt, cũ a b ſit dupla ad b d. At uerò quod ex a b in a c eſt ex prima parte 16 ſexti ęquale quadrato b c. Itaq; per cõmunem ſcientiam quod fit ex b d, bis in b c, & quod ex b c in ſe, eſt æquale quadrato a b, & ideo eſt quadruplũ ad quadratum b d. Quare ſuperaddito quadrato b d, erit totum aggregatum, quintuplum, uidelicet illud quod fit ex b d bis in b c cum quadrato b c & quadrato b d. At quia ex quarta ſecundi hoc totum eſt æquale quadrato c d, conſtat uerum eſſe quod diximus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 1. *Propoſitio* 1.

SI recta linea extrema & media ratione ſecetur, maius ſegmentum admittens totius dimidiam, quintuplum poteſt eius quod ex totius dimidia.

THEON

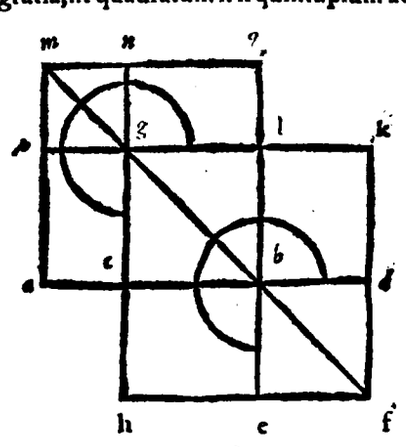
THEON ex Zab. *Recta enim linea α β, extrema & media ratione ſecetur in γ ſigno, & ſit maius ſegmentum α γ, & extẽdatur in rectam lineam γ α, α δ: & ponatur ipſius α β, dimidia α δ. Dico q; quod ex γ δ, eius quod ex δ α, quincuplũ poteſt. Deſcribantur enim (per 46 primi) ab ipſis α β, δ γ, quadrata α ε, δ ζ, & in δ ζ deſcribatur figura, extendaturq; ζ γ in η. Et quoniã α β, extrema & media ratione diuiſa eſt in γ, igitur quod ſub α β, β γ, æquum eſt ei quod ex α γ. Eſt autem id quod ſub α β, β γ, ipſum γ ε, quod autem ex α γ, ipſum ζ θ. Igitur γ ε, ipſi ζ θ eſt æquale. Et quoniam β α ipſius α δ dupla eſt, æqualis autem eſt β α ipſi δ κ, & α δ ipſi α θ, igitur & κ α, ipſius α θ dupla eſt. Sicut autem κ α ad α θ, ſic γ κ ad γ θ. Duplum igitur eſt γ κ, ipſius γ θ. Sunt autem & ipſa λ θ, θ γ, dupla ipſius γ θ (ſupplementa nanq; adinuicem ſunt æqualia per 43 primi) Igitur γ κ, ipſis λ θ, θ γ, eſt æquale. demõſtratum autem eſt, quod & γ ε, ipſi ζ θ eſt æquale. totum igitur α ε quadratum, æquum eſt ipſi μ ν ξ gnomoni. Et quoniam β α ipſius α δ dupla eſt, quadruplum eſt quod ex β α eius quod ex α δ, hoc eſt α ε ipſius δ θ. Eſt autem α ε, ipſi μ ν ξ gnomoni æquale & μ ν ξ, igitur gnomon, quadruplus eſt ipſius δ θ. Totum igitur δ ζ, quincuplum eſt ipſius δ θ. Eſtq; δ ζ quod ex γ δ, & δ θ, quod ex δ α: quod ex γ δ igitur, quincuplum eſt eius quod ex δ α. Si recta igitur linea extrema & media ratione ſecetur, maius ſegmentum totius admittens dimidiam, quincuplum eſt ſiue potens eius quod ex dimidia quadrati: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 2.

SI cuilibet lineæ bipartitæ cuius quadratũ quadrati alterutrius ſuarum portionũ ſit quintuplũ, in longũ ſibi lineæ addatur, donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex, eadem duplex linea ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema diuiſa erit, maiorq; portio eius erit linea media.

CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa prçmiſſæ, duplici quoq; modo ſicut illa demonſtrabitur uia retrograda, eadem prorſus manẽte diſpoſitione. Verbi gratia, ſit quadratum h k quintuplum ad quadratũ d e, & linea a b dupla ad lineã b d. Dico quòd linea a b diuiſa eſt in puncto c ſecũdum proportionem habẽtem medium & duo extrema, & maior portio eius eſt linea media ut eſt c b. Cõſtat autẽ ex 4 ſecundi, quòd quadratum a q eſt quadruplum ad quadratum d e. Itaq; gnomo d g e, æqualis eſt quadrato a q. Cumq; duo ſupplementa l d & c e pariter accepta ſint quãtum gnomo c m l, atq; eadem ſupplementa pariter accepta ſint ex 1 ſexti quantum a l, ideoq; quantum c q, ſequitur quòd c q, ſit æqualis gnomoni c m l. Dempta igitur ab utroq; ſuperficie l n, erit quadratum c l æquale ſuperficiei a n. Cũ igitur fiat ſuperficies a n ex a b in a c, ſit aũt quadratum c l quadratum lineæ c b, erit ex ſecũda parte 16 ſexti proportio a b ad b c, ſicut b c ad c a. Ex diffinitione ergo lineæ ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema diuiſq; poſitam in principio ſexti libri, concludo propoſitum.

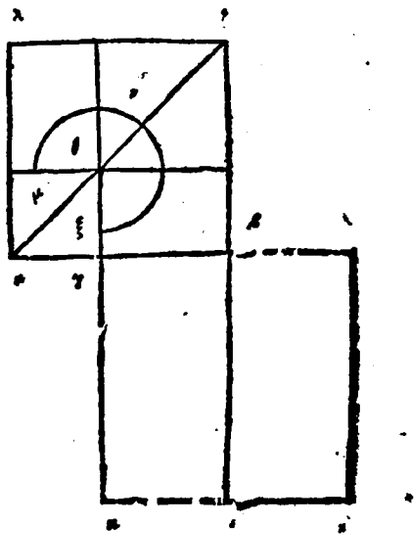


IDEM *aliter*. Cum quadratum c d ſit ex hypotheſi quintuplum ad quadratum b d, quadratum uerò a b ſit ex quarta ſecundi quadruplum ad idem, at quadratum c d ſit ex eadem æquale quadrato c b & quadrato b d, & ei quod fit ex b d bis in c b, ſequitur ut illud quod fit ex d bis in c b cum quadrato c b, ſit æquale quadrato a b. Sed ex b d bis in c b, tantũ eſt quantum quod ex a b in b c, eo quod a b dupla eſt ad b d. Ergo quod fit ex a b in b c cum quadrato b c, eſt æquale quadrato a b. Et quia ex ſecunda ſecundi quod fit ex a b in b c & a in a c eſt æquale quadrato a b: ſequitur ex cõmuni ſcientia ut quadratum lineæ b c ſit æquale ei quod fit ex a b in a c. Igitur ex ſecunda parte 16 ſexti & diffinitione: conſtat propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

Si recta linea ſui ipſius ſegmento quincuplũ potuerit, dupla præ-
dicti ſegmenti extrema & media ratione diſſecta, maius ſegmentum
reliqua eſt pars eius quæ in principio rectæ lineæ.

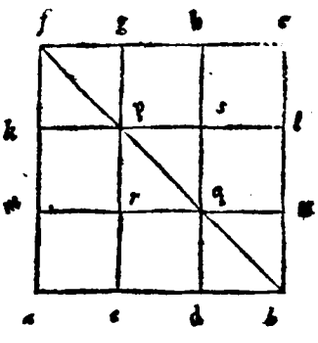
THEON ex Zãb. Rectã enim linea α β, ſui ipſius ſegmento α γ quincuplum poßit, ipſius autẽ α γ dupla ſit ι γ. Dico quòd ipſa γ δ extrema & media ratione diuiſa, maius ſegmentũ eſt γ β. Deſcribantur enim ex utraq; ipſarum α β, γ δ, quadrata α ζ, γ ν, & deſcribatur in ipſo α ζ, figura & extendatur β ζ in ε. Et quoniã α ζ ipſius α θ quincuplum eſt, quadruplus igitur eſt μ ν ξ gnomon, ipſius α θ. Et quoniam δ γ ipſius γ α dupla eſt, quadruplũ igitur eſt quod ex δ γ eius quod ex γ α, hoc eſt γ ν ipſius α θ. Patuit autem, quòd μ ν ξ, gnomon ipſius α ν quadruplus eſt. Aequus igitur eſt μ ν ξ gnomon ipſi γ ν. Et quoniam δ γ ipſius γ α dupla eſt, æqualis autem eſt δ γ ipſi γ ν, & α γ ipſi γ θ, dupla igitur eſt & ν γ, ipſius γ θ, duplum igitur eſt & ν β, ipſius β θ. Sunt autem & λ θ, θ β, dupla ipſius β θ. Igitur ν β, ipſi λ ν, θ β eſt æquale. Oſtenſum autem eſt quod & totus μ ν ξ gnomon toti γ ν eſt æqualis, & reliquum igitur θ ζ, ipſi β ν, eſt æquale. Eſtq; ipſum β ν id quod ſub γ δ, δ β, æqualis enim eſt δ γ ipſis δ θ, & θ ζ ipſum quod ex γ δ. Igitur quod ſub γ δ, δ β, æquũ eſt ei quod ex γ β. Eſt igitur ſicut δ γ ad γ β, ſic γ β ad δ δ. Maior aũt eſt δ γ, ipſa γ β, maior igitur eſt & γ δ ipſa β δ. Igitur γ δ recta linea extrema & media ratione diuiſa maius ſegmentum eſt γ β. Si recta igitur linea ſui ipſius ſegmento quincuplum potuerit, dupla dicti ſegmenti extrema & media ratione diſſecta, maius ſegmentum reliqua pars eius quæ in principio rectæ lineæ. Quod autem dupla ipſius α γ maior ſit quàm ipſa β γ, ſic oſtendendum eſt. Si autem non, eſto (ſi poßibile eſt) β γ dupla ipſius γ α, quadruplũ igitur eſt quod ex δ γ, eius qd· ex γ α, quæ igitur ex β γ, γ α, eius quod ex γ α, quincupla ſunt. Supponitur autem & quod ex β α, quincuplum eius quod ex γ α. Quod ex δ α igitur æquum eſt eis quæ ex β γ, γ α, quod eſt impoßibile. Igitur β γ, ipſius α γ dupla non eſt. Similiter iam oſtendemus, quod neq; minor quàm ipſa β γ, eſt dupla ipſius α γ, multo enim abſurdius. Ipſius igitur α γ, dupla maior eſt ipſa β γ: quod demonſtraſſe oportuit.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 3.

CVm diuiſa fuerit linea ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema, ſi minori portioni tanquã dimidium maioris directè iungatur, erit ut quadratum lineæ inde compoſitæ quintuplum ſit quadrati quod ex ipſa maioris medietate portionis deſcribitur.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in puncto c, ſecundum proportionẽ habentem medium & duo extrema, ſitq; eius maior portio linea c b, quę diuidatur per æqualia in d. Dico quòd quadratum lineæ a d, eſt quintuplum ad quadratum lineæ c d. Deſcribatur enim quadratũ a b, quod ſit a e, in quo protrahantur diameter b f & lineæ g c & d h, itemq; k l & m n, æquidiſtanter lateribus oppoſitis, ſecãtes ſe inuicem ſuper diametrum in duobus punctis p & q, & extra diametrũ in duobus alijs locis r & s. Manifeſtũ igitur eſt ex 22 ſexti uel ex correlario 4 ſecundi, quod oẽs ſuperficies exiſtentes in quadrato a e, quas diameter diuidit per medium, ſunt quadratæ. Quatuor autẽ ſuperficies quæ ſunt a r, m p, & p h, & s e, cõſtant ex 43 primi & prima ſexti eſſe adinuicẽ æquales: nam duæ poſtremæ p h & s e, ſunt adinuicem æquales ex 1 ſexti. quoniã igitur ex præſenti hypotheſi & diffinitione lineę ſecundum quod ꝓponitur diuiſæ & prima parte 16 ſexti quadratũ c l eſt ęquale ſuperficiei a g, ideoq; & gnomoni r f s propter id quod ſuperficies a r eſt æqualis ſuperficiei p h, & quoniã ex 4 ſecũdi quadratũ c l eſt quadruplũ ad quadratũ r s quod eſt tãquã quadratũ lineę c d, ſequitur ex cõmuni ſciẽtia



quod

quod quadratum m h ſit quintuplum quadrati r s. Conſtat enim ex gnomone quadruplo, & r s ſimplo. Hoc autem eſt propoſitum.

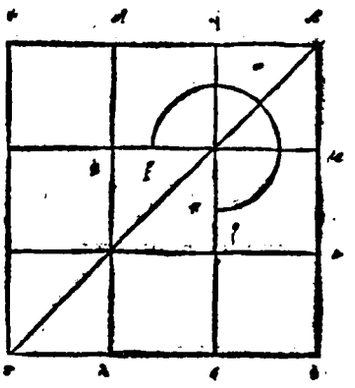
IDEM *aliter*. Cum ſit linea b c diuiſa per æqualia in puncto d, & addita eſt ei linea a c, erit ex 6 ſecundi quod fit ex a b in a c, cum quadrato c d interiacẽtis, æquale quadrato a d. At quia quod fit ex a b in a c eſt æquale quadrato c b ex prima parte 16 ſexti, hoc autem eſt quadruplum ad quadratum c d, manifeſtè patet ueritas eius quod dicitur. Potes quoq; ſi libet, duplici modo ex conſequente huius ſuum antecedens concludere proceſſu retrogrado. Sit enim (eadem diſpoſitione manente) quadratum m h quintuplum ad quadratum r f, eritq; gnomo r f s, æquale quadrato c l. Vtrunq; enim eſt quadruplum ad quadratum r s. At quia ſuperficies a g eſt æqualis gnomoni prædicto, neceſſe eſt ut ſuperficies eadem ſit æqualis quadrato prædicto. Quare ex ſecunda parte 16 ſexti & diffinitione linea a b eſt diuiſa in puncto c ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maior portio eius eſt linea c d.

IDEM *aliter*. Cum ſit ex hypotheſi quadratum lineæ a d quintuplum ad quadratum lineę c d, & ex 6 ſecundi idem ipſum quadratũ ſit æquale ei quod fit ex a b in a c cum quadrato c d, ſequitur ut id quod fit ex a b in a c cum quadrato c d, ſit quintuplum ad idem quadratũ c d. Ideoq; eo dẽpto, erit reſiduũ uidelicet quod fit ex a b in a c, quadruplum ad ipſum. Et quia etiam ex 4 ſecundi quadratum lineę c b eſt quadruplum ad idem, neceſſe eſt ut quod fit ex a b in a c, ſit æquale quadrato c b. Quare iterum ex ſecunda parte 16 ſexti & diffinitione, linea a b eſt diuiſa ſecundũ proportionem habentem medium & duo extrema, in puncto c, & maior portio eſt linea c b.

Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 3.

3 Si recta linea media & extrema ratione ſecetur, minus ſegmẽtum admittens dimidiam maioris ſegmenti, quincuplũ poteſt eius quod à media maioris ſegmenti fit quadrati.

THEON ex Zãb. *Recta enim quædam linea α β, media & extrema ratione ſecetur in γ ſigno, ſitq; maius ſegmentum α γ, ſecetur q; (per 10 primi) α γ biſariam in δ. Dico q; quod ex β δ quincuplum, poteſt eius quod δ γ. Deſcribatur (per 46 primi) ex α β, quadratum α ε, & deſcribatur figura. Et quoniam α γ, dupla eſt ipſius δ γ, quadruplum igitur eſt quod ex α γ eius quod ex δ γ, hoc eſt ę σ ipſius ζ η. Et quoniam quod ſub α β, β γ, æquum eſt ei quod ex α γ, eſtq; quod ſub α β, β γ, ipſum γ ε, & quod ex α γ, id quod ę σ, igitur γ ε ipſi ę σ eſt æquale. Quadruplum autem eſt ę σ, ipſius ζ ν, quadruplum igitur eſt & γ ε ipſius ζ ν. Rurſus quoniam æqualis eſt α δ ipſi δ ε, æqualis eſt et θ ν, ipſi ν ζ, quare & ν ζ quadratũ, æquũ eſt ipſi θ λ quadrato, æqualis igitur eſt ν ν ipſi ν λ, hoc eſt μ ν ipſi ν ε, quare et μ ζ, ipſi ζ ε eſt æquale. Sed μ ζ, ipſi γ κ eſt æquale, & γ κ igitur, ipſi ζ ε eſt æquale. Commune apponatur γ ν. Igitur ξ ο π, gnomon, æquus eſt ipſi γ ε: ſed γ ε quadruplum oſtenſum eſt eſſe ipſius ν ζ, & ξ ο π, igitur gnomon ipſius α ζ quadruplus eſt. Igitur quadratum δ ν, quincuplum eſt ipſius ζ ν quadrati, eſtq; δ ν id quod ex δ β, & ν ζ quod ex δ γ. Quod ex δ β igitur quincuplum poteſt eius quod ex δ γ: quod oſtendere oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 4.



I ſecundum proportionem habẽtem medium & duo extrema quælibet linea fuerit diuiſa, eiq; in longum directè tãquam maior ſectio adiiciatur, erit totã lineam inde compoſitam ſecundum proportionẽ habentem medium & duo extrema diuiſam eſſe, & erit eius maior portio linea prima.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa qua ſupponitur proportione in puncto c, & ſit eius maior portio c b, totiq; a b adiiciatur directè linea b d quæ ſit æqualis c b. Dico quòd tota a d eadem proportione diuiſa eſt in pũcto b, & maior eius portio eſt linea a b quæ eſt linea prima. Eſt enim ex diffinitione a b ad b c, ſicut b c ad c a. At quia ex 7 quinti a b ad b d, ſicut ad b c, igitur ex undecima eiuſdem a b ad b d, ſicut b c ad c a, quare per conuerſam proportionalitatẽ b d ad b a ſicut a c ad c b, & cõiunctim d a

a c b d

ad a b, ſicut a b ad b c. Cumq; ſit ex 7 quinti a b ad b c, ſicut ad b d, erit ex undecima eiuſdē d a ad a b, ſicut a b ad b d. Itaq; ex diffinitione linea a d diuiſa eſt in puncto b ſecundum proportionem habentē medium & duo extrema, & maior portio eius eſt linea a b: quod eſt propoſitum. Eodē quoq; modo ſi ex maiori portione cuiuslibet lineæ ſecundum prędictā proportionē diuiſę tanquā minor portio detrahatur, erit maior ipſa portio ſecundū eādē proportionē diuiſa, eritq; maior portio eius linea detracta. Verbi gratia. Sit linea a b ſicut proponitur in puncto c diuiſa, ſitq; maior portio a c, à qua detrahatur c d æqualis c b. Dico quòd a c eſt diuiſa ſecundū proportionē eandē in puncto d, & quod maior portio eius eſt linea d c. Cū enim ſit ex diffinitione, b a ad a c, ſicut a c ad c b, at ex 7 quinti a c ad c b ſicut a d ad d c, erit ex undecima eiuſdē b a ad a c, ſicut a c ad c d, ideoq; per 19 quinti ſicut c b reſiduū ad d a reſiduum. Sed ex ſe

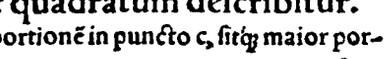


ptima eiuſdem, c b ad d a, ſicut c d ad d a, itaq; a c ad c d, ſicut c d, ad d a. Ex diffinitione ergo conſtat quod diximus. Nec igitur ea quam autor proponit additio, nec ea quam ex oppoſito proponimus detractio, quantumcunq; utralibet in prolixum tendat, à proprietate diuiſionis lineæ primitiuæ diſcordat.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*

Zamb. 4. SI ſecundum proportionē habētem medium & duo extrema quælibet linea fuerit diuiſa, quod ex tota linea, quodq; ex minori portione producitur ambo quadrata pariter accepta, triplū ſunt eius quod ex maiore portione quadratum deſcribitur. 5

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa per ſæpe dictam proportionē in puncto c, ſitq; maior portio eius linea c b. Dico quod quadrata duarum linearum a b & c a pariter accepta, triplum ſunt ad quadratum lineę c b. Hæc enim duo quadrata pariter accepta, ſunt ex 7 ſecun

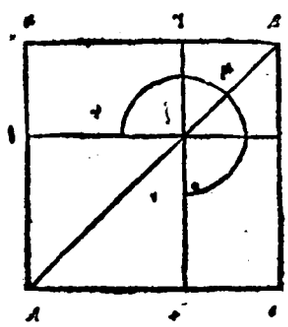


di quantum quadratum c b, & duplum eius quod fit ex a b in a c. Itemq; quia quod fit ex a b in a c eſt æquale quadrato c b ex diffinitione & prima parte 16 ſexti, manifeſtum eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propoſitio 4.*

Camp. 5. Si recta linea extrema mediaq; ratione ſecetur, quod ex tota & quod ex minori ſegmento utraq; quadrata, tripla ſunt eius quod à maiori ſegmento fit quadrato. 6

THEON ex Zāb. *Sit recta linea α β, ſecenturq; extrema & media ratione in γ, ſitq; maius ſegmentū α γ. Dico quòd quæ ex α β, β γ, tripla ſunt eius quod ex ipſa α γ. Deſcribatur q; (p 46 primi) ab ipſa α β quadratū α δ, & deſcribatur figura. Quoniā igitur α β extrema & media ratione ſecta eſt in γ, & maius ſegmētū eſt α γ, quod igitur ſub α β, β γ, æquum eſt ei quod ex α γ, eſtq; id quod ſub α β, β γ id quod α κ, quod autē ex α γ, id quod θ κ, æquum igitur eſt α κ ipſi θ κ. Sed α ζ, ipſi ζ ε, æquum eſt, apponatur cōmune γ κ, totum igitur α κ, toti γ ε eſt æquale. Igitur γ ε, α κ, ipſius α κ dupla ſunt. Sed α κ γ ε, ſunt id quod λ μ ν gnomon, & γ κ quadratū. Igitur λ μ ν gnomon &*

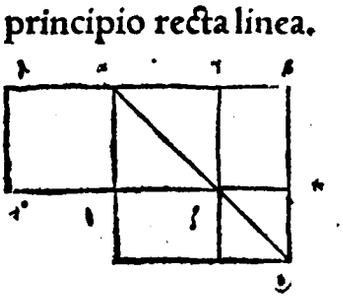


γ κ quadratum, dupla ſunt ipſius α κ. Sed quod α κ, ipſi θ κ ſit æquale, oſtenſum eſt. Igitur λ μ ν gnomon & γ κ quadratū dupla ſunt ipſius θ κ, quare λ μ ν gnomō et γ κ, θ κ quadrata, tripla ſunt ipſius θ κ, quadrati. Et λ μ ν gnomō et γ κ, θ κ, quadrata, ſunt totū α ε, et γ κ, quæ ſunt ex α β, β γ quadrata, & κ θ ipſum quod ex α γ quadratum, quæ igitur ex α β, β γ quadrata, tripla ſunt eius quod ex α γ quadrati: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 5.*

Camp. 4. Si recta linea extrema & media ratione ſecetur, apponatur quæ ei dē æqualis maiori ſegmēto, tota recta linea extrema & media ratione ſecatur, & maius ſegmētum eſt ea quæ in principio recta linea. 7

THEON ex Zamb. *Recta enim quædam linea α β extrema & media ratione ſecetur in γ ſigno, & ſit maius ſegmentum α γ, & ipſi α γ æqualis ponatur α δ. Dico q; δ β recta linea extrema et media ratione ſecatur in α, & maius ſegmentum eſt ipſa quæ in principio recta linea α β. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum, α ε, & deſcribatur figura. Quoniam enim α β, extrema & media ratione ſecatur in γ, quod ſub α β, β γ, æquum eſt ei quod ex α γ, eſtq; quod*



ſub

ſub α β, β γ, id quod γ ε, & id quod ex α γ, ipſum γ θ: æquum igitur eſt γ ε, ipſi γ θ, ſed ipſi quidē γ ε, æquū eſt θ ε: ipſi aūt γ θ, æquū eſt Δ θ: & Δ θ, igitur ipſi θ ε eſt æquale. Cōmune adijciatur θ Δ, totū igitur Δ κ, toti α ε eſt æquale, eſtq; Δ κ id quod ſub β Δ, Δ α, æqualis enim eſt α Δ, ipſi Δ λ, et α ε, ei qd' ex α β: quod igitur ſub β Δ, Δ α, æquū eſt ei quod ex α β. Eſt igitur ſicut Δ β, ad β α, ſic β α ad α Δ. Maior aūt eſt Δ β, ipſa β α, maior igitur et β α, ipſa α Δ, ipſa igitur β Δ extrema & media rōne ſecatur in α, et maius ſegmētū eſt: quod erat oſtēdēdum.

Quid ſit reſolutio.

RESOLVTIO, eſt aſſumptio quæſiti tāquam cōceſſi p ea quæ ſequuntur in uerū aliquod cōceſſum.

Quid ſit compoſitio.

COMPOSITIO uerò, eſt aſſūptio cōceſſi p ea quæ ſequūtur in quæſiti terminationē ſiue occupationē.

1 RESOLVTIO primi theorematis. Recta enim quædā linea α β, extrema & media ritione ſecetur in γ, ſitq; maius ſegmentū α γ, & dimidiū ipſius α β, æqualis apponatur α Δ. Dico q, quod ex γ Δ, eius qd' ex α Δ quincuplū eſt. Quoniā enim quod ex γ Δ eius quod ex Δ α quincuplū eſt: at quod ex γ Δ eſt, ea quæ ex γ α, α Δ, unà cū eo quod bis ſit ſub γ α, α Δ, quæ igitur ex γ α, α Δ, unà cū eo quod bis ſub γ α, α Δ, quincuplū eſt eius quod ex γ α, α Δ, diuidēdo igitur quod ex

Δ α γ β

γ α unà cū eo quod bis ſub γ α, α Δ, quadruplum eſt eius quod ex α Δ. Sed ei quod bis ſub γ α, α Δ, æquū eſt ei quod ſub γ α, α β, dupla enim eſt β α ipſius α Δ. Ei aūt quod ex α γ, æquum eſt quod ſub α β, β γ, ipſa enim α β, extrema & media ratione ſecatur: qd' igitur ſub β α, α γ, unà cū eo qd' ſub α β, β γ, quadruplū eſt eius qd' fit ex α Δ. Sed qd' ex α β, quadruplū eſt eius quod fit ex α Δ, ſed quod ſub β α, α γ, unà cū eo qd' ſub α β, β γ, eſt id quod ex α β. Quod igitur ex α β, eius quod ex α Δ quadruplum eſt, eſt uerò: dupla enim eſt α β ipſius α Δ.

COMPOSITIO primi theorematis. Quoniā igitur quod ex β α eius qd' ex α Δ quadruplū eſt, ſed qd' ex β α, eſt id quod ſub β α, α γ, unà cū eo quod ſub α β, β γ, qd' igitur ſub β α, α γ, unà cū eo quod ſub α β, β γ, quadruplū eſt eius quod ex α Δ. Sed quod ſub β α, α γ, æquū eſt ei qd' bis ſub Δ α, α γ, quod aūt ſub α β, β γ ei eſt æquū qd' ex α γ, qd' igitur ex α γ unà cū eo qd' bis ſub Δ α, α γ, quadruplū eſt eius qd' ex Δ α. Quare quod ex Δ α, α γ, unà cū eo qd' bis ſub Δ α, α γ, quincuplū eſt eius quod ex Δ α. Quæ aūt ex Δ α, α γ, unà cū eo quod bis ſub Δ α, α γ, eſt id quod ex γ Δ, quod igitur ex γ Δ, quincuplū eſt eius quod ex Δ α, qd' oſtendere oportuit.

2 RESOLVTIO ſecundi theorematis. Recta enim quædā linea Δ α γ β

γ Δ, ſui ipſius ſegmento Δ α, quincuplum poſsit, ipſius autem Δ α, dupla ſit α β. Dico quòd α β extrema & media ratione ſecatur in γ ſigno, & maius ſegmentum eſt α γ quæ eſt reliqua eius quæ in principio rectæ lineæ. Quoniam enim α β extrema & media ratione ſecatur in γ, & maius ſegmentum eſt α γ, quod igitur ſub α β, β γ, æquum eſt ei quod ex α γ. Eſt autem & quod ſub β α, α γ, æquum eſt ei quod bis ſub Δ α, α γ, dupla enim eſt β α, ipſius α Δ. Quod igitur ſub α β, β γ, unà cum eo quod ſub β α, α γ, quod eſt id quod ex α β, æquum eſt ei quod bis ſub Δ α, α γ, unà cum eo quod ex α γ. Quod autem ex α γ, eius quod ex Δ α quadruplum eſt: quadruplum igitur eſt & quod bis ſub Δ α, α γ, unà cum eo quod ex α β, eius quod ex α Δ. Quare quæ ex Δ α, α γ, unā cum eo quod bis ſub Δ α, α γ, quod eſt id quod ex γ Δ quincuplum ſunt eius quod ex Δ α: ſunt uerò, propter hypotheſin.

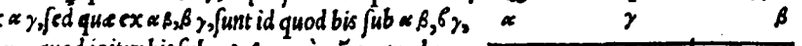
COMPOSITIO ſecūdi theorematis. Quoniā igitur quod ex γ Δ qncuplum eſt eius quod ex Δ α, quod aūt ex γ Δ eſt id quod ex Δ α, α γ, unà cū eo quod bis ſub Δ α, α γ, quæ igitur ex Δ α, α γ, unà cū eo qd' bis ſub Δ α, α γ quincupla ſunt eius quod ex Δ α: diuidēdo igitur, quod bis ſub Δ α, α γ, unà cum eo quod ex γ α, quadruplū eſt eius quod ex α Δ, eſt uerò et quod ex α β quadruplum eius qd' ex α Δ, quod igitur bis ſub Δ α, α γ, qd' eſt id quod ſub β α, α γ, ſemel unà cū eo qd' ex α γ æquum eſt ei quod ex α β. Sed quod ex α β, eſt id quod ſub β α, α γ, unà cū eo quod ſub β α, α γ, quod igitur ſub β α, α γ, unà cū eo quod ſub α β, β γ, æquū eſt ei quod ſub β α, α γ, unà cū eo qd' ex α γ, & ſublato cōmuni, eo qd' ſub β α, α γ, reliquū igitur qd' ſub α β, β γ, æquū eſt ei qd' ex α γ. Eſt igitur ſicut β α ad α γ, ſic α γ ad γ β. Maior aūt eſt β α ipſa α γ, maior igitur eſt et α γ, ipſa γ β. Igitur α β extrema et media ratione ſecatur in γ, & maius ſegmentū eſt α γ: quod erat oſtendendum.

3 RESOLVTIO tertij theorematis. Recta enim quædā linea α β, extrema & media ratione ſecetur in γ ſigno, ſitq; maius ſegmentū α γ & ipſius α γ, dimidia eſto γ Δ. Dico q, ex β Δ ad ipſius γ Δ quincuplum eſt. Quoniam enim quod ex β Δ, eius quod ex γ Δ quincuplum eſt. quod autem ex Δ α Δ γ β

β, eſt id quod ſub α β, β γ, unà cum eo quod ex Δ γ. quod igitur ſub α β, β γ, unà cum eo quod ex Δ γ, quod igitur ſub α β, β γ, unà cum eo quod ex Δ γ, quincuplum eſt eius quod ex Δ γ, diuidendo igitur quod ſub α β, β γ, quadruplum eſt eius quod ex Δ γ. Ei autem quod ſub α β, β γ, æquum eſt id quod ex α γ: ipſa enim α β, extrema & media ratione ſecatur in β, quod igitur ex α γ, quadruplum eſt eius quod ex Δ γ, eſt uerò, ipſa enim α γ eſt dupla ipſius Δ γ.

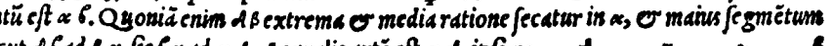
COMPOSITIO terrtij theorematis. Quoniam igitur α γ ipſius Δ γ dupla eſt, quadruplū eſt quod ex α γ, eius quod ex Δ γ. Sed ei quod ex α γ, æquum eſt quod ſub α β, β γ, quod igitur ſub α β, β γ, eius quod ex Δ γ quadruplum eſt. Componendo igitur (per 18 quinti) quod ſub α β, β γ, unà cum eo quod ex Δ γ, quod eſt id quod ex Δ β, quincuplum eſt eius quod ex Δ γ: quod oſtendere oportuit.

RESOLVTIO *quarti theorematis. Recta enim linea α β, extrema ac media ratione secetur in γ, & sit maius segmẽtum α γ. Dico q̃ quæ ex α β, β γ, tripla sunt eius quod ex α γ. Quoniã enim quæ ex α β, β γ, tripla sunt eius quod ex α γ, sed quæ ex α β, β γ, sunt id quod bis sub α β, β γ, unà cum eo quod ex α γ, quod igitur bis sub α β, β γ, unà cũ eo quod ex α γ, triplũ est eius quod ex α γ, diuidẽdo igitur quod bis sub α β, β γ, eius quod ex α γ duplum est. Quare quod semel sub α β, β γ, æquum est ei quod ex α γ: est uerò. Ipsa enim α β, extrema & media ratione secta est in γ.*



COMPOSITIO. *Quoniã igitur α β, extrema & media ratione in γ, secatur maius q̃ segmentum est α γ, quod igitur sub α β, β γ, ei est æquum quod ex α γ, quod bis igitur sub α β, β γ, duplum est eius quod ex α γ. Componendo (per 18 quinti) quod igitur bis sub α β, β γ, unà cum eo quod ex α γ, triplum est eius quod ex α γ. Sed quod bis sub α β, β γ, unà cum eo quod ex α γ, est ea quæ ex α β, β γ, sunt quadrata. Quæ igitur ex α β, β γ, quadrata, tripla sunt eius quod ex α γ: quod ostendere oportuit.*

RESOLVTIO *q̃nti theorematis. Recta enim quædã linea α β, extrema & media ratione secatur in γ, sit q̃ maius segmẽtum α γ, & ipsi α γ æqualis ponatur α δ. Dico q̃ δ β, extrema & media ratione secatur in α & maius segmentũ est α β. Quoniã enim δ β extrema & media ratione secatur in α, & maius segmẽtum est α β, est igitur sicut δ β ad β α, sic β α ad α δ, Aequalis autẽ est α δ, ipsi α γ. Est igitur sicut δ β ad β α, sic est β α, ad α γ. Conuertendo igitur sicut β δ ad δ α, sic α β, ad β γ, diuidendo igitur & sicut β α ad α δ, sic α γ ad γ β. Aequalis autẽ est α δ, ipsi α γ, est igitur sicut β α ad γ β, sic α γ ad β α, est uerò: ipsa enim α β, extrema & media ratione secta est in γ.*

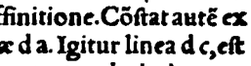


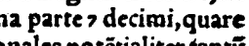
COMPOSITIO. *Quoniã α β, extrema & media ratione in γ secatur, est igitur sicut β α ad α γ, sic α γ, ad γ β. Aequalis aũt est α γ, ipsi α δ, est igitur sicut β α ad α δ, sic α γ, ad γ β, cõponendo (p 18 quinti) sicut β δ ad δ α, sic α β ad β γ. Cõuertẽdo sicut δ β ad β α, sic β α ad α γ. Aequalis aũt est α γ, ipsi α δ, est igitur sicut δ β ad β α, sic β α, ad α δ. Ipsa igitur δ β, extrema & media ratione secatur in α, & maius segmentum est α β: quod ostendere oportuit.* Euclid. ex Camp. Propositio 6.

OMnis rationalis lineę secũdũ ꝓportionẽ habẽtẽ mediũ & duo extrema diuisæ, utramq; portionem residuum esse necesse est. 6

CAMPANVS. Sit linea a b secundũ solitã proportionẽ diuisa in puncto c rationalis, dico quòd utraq; portio eius residuum est. Sit enim maior eius portio a c, cui directè adijciatur a d æqualis dimidio totius a b, eritq; etiã d a rationalis ex 6 decimi libri, & deffinitione. Cõstat autẽ ex prima huius, quòd quadratum lineæ d c, quintuplũ est ad quadratum lineæ d a. Igitur linea d c, est cõmunicãs lineæ d a in potẽtia ex diffinitione, sed nõ in lõgitudine ex ultima parte 7 decimi, quare per 68 decimi linea a c, est residuũ, cum duæ lineæ c d & d a sint ambæ rationales potẽtialiter tantũ cõmunicantes. Et quia iterum si ad lineã rationalẽ a b adiungatur su perficies æqualis quadrato lineę a c quę est residuum, erit latus eius se cundũ linea c b ex prima parte 16 sexti, necesse est ex 92 decimi ut linea c b sit residuũ primũ, quare cõstat propositũ. ¶ Amplius autẽ si lineę sic diuisæ ut ꝓponitur maior portio fuerit rationalis, erit minor residuum. Verbi gratia, sit ut prius a b diuisa in c secundũ dictã proportionẽ, & maior eius portio quę est a c, sit rationalis, quę diuidat per æqualia in d, eritq; ex tertia huius quadratum d b, quintuplũ ad quadratũ d c. At quia d c est rationalis cum ipsa sit dimidiũ a c, sequit ut duæ lineæ d b, & b c sint rationales potẽtialiter tãtum cõmunicãtes. Quare ut prius, li linea & b est residuum. ¶ At uerò si linea rationalis in potẽtia tãtum secun dum proportionem habẽtem mediũ & duo extrema diuidatur, adhuc necesse est ut utraq; portio eius sit residuum. Sit enim a b rationalis in potẽtia tãtum, diuisa sicut proponitur in puncto c, & sumatur aliqua rationalis in lõgitudine quę sit d e, quæ etiã diuidatur in f secundum prędictam proportionẽ, manifestum est igitur ex 12 quartidecimi quæ sine adminiculo alicuius eorum quæ sequũtur, incõcussa demõstratione roboratur quod proportio a b ad d e, est sicut a c ad d f, & sicut c b ad f e. Cum ergo a b communicet cum d e in potẽtia, sequitur ex prima parte 10 decimi quòd a c communicet cum d f, & c b cum f e in potentia. Et quia utraq; portio lineæ d e est residuum, ut patet ex prædictis, sequitur ex 98 decimi ut utraque portio lineæ a b sit etiam residuum, sed non eiusdẽ speciei, ut ibidem demonstratum est. Quare constat, quòd omnis lineæ rationalis in longitudine uel in potentia tantum, secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisæ utraq; portio est residuum.







CAMPANI *annotatio.* Et nota, quòd prima pars prẽsentis demõstrationis qua demõstrat q̃d maior portio lineę diuisę secũdũ ꝓportionẽ habẽtẽ mediũ & duo extrema sit residuũ, si tota linea sit rationalis, procedit ex sufficiẽtibus siue tota linea ponatur rationalis in lõgitudine, siue in potentia tãtũ. Secũda uerò pars qua demõstratur hoc de minori portiõe quòd ipsa quoq; sit residuum si tota est rõnalis, nõ ꝓcedit ex sufficiẽtib. nisi tota sit rationalis in longitudine. Tertia autẽ pars qua proba-

probatur quod minor portio eſt reſiduum, ſufficienter proceſſit, ſiue maior portio ſit rationalis in longitudine ſiue in potentia tantum. Ad concludendum igitur de maiori portione lineę prædicto modo diuiſæ quod ipſa ſit reſiduum, ſufficit ponere totam lineam diuiſam eſſe rationalem in potentia tantum, ſed ad concludendum quoq; hoc de minori portione mediante maiore, ſufficit ponere portionem maiorem ſimiliter rationalem in potentia tantum: ad concludendum autem hoc de minori portione mediante tota, neceſſe eſt ponere totam lineam eſſe rationalem in longitudine, aut utendum eſt 2 quartidecimi, quemadmodum dictum eſt.

Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 6.

6 Si recta linea rationalis, extrema & media ratione ſecta fuerit, utrunq; ſegmentorum irrationalis eſt ea quæ appellatur apotome.

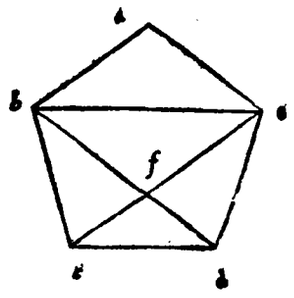
THEON *ex Zamb. Si recta linea rationalis α β, ſecetuŕq; extrema & media ratione in γ, ſit́q; maius ſegmẽtum α γ. Dico quòd utraq; ipſarum α γ, γ β, irrationalis eſt ea quæ appellatur apotome. Extendatur enim α β, & ponatur ipſius β α, dimidia α δ. Quoniam igitur recta linea α β, extrema & media ratione ſecatur in γ, maioriq; ſegmento α γ apponitur α δ dimidia exiſtẽs ipſius α ϛ, quod igitur ex γ δ, eius quod ex δ α quincuplum eſt (per 1 decimitertij) Quod ex γ δ igitur, ad id quod ex δ α, rationem habet quam numerus ad numerũ. Quod igitur ex γ δ, ei quod ex δ α, cõmenſurabile eſt.* δ α γ β

Quod autẽ ex δ α, rationale eſt, ipſa enim δ α, rationalis eſt, dimidium exiſtens ipſius α β rationalis exiſtentis. Rationale igitur eſt & quod ex γ δ, rationalis igitur γ δ. Et quoniã quòd ad id quod ex δ α rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, incommenſurabilis igitur eſt γ δ ipſi δ α longitudine. Ipſæ igitur γ δ, δ α, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Igitur α γ, apotome eſt. Rurſus quoniam α ϛ extrema & media ratione ſecatur, & maius ſegmentum eſt α γ, igitur quod ſub α ϛ, β γ ei quod ex α γ æquum eſt. Igitur ex α apotome ad α β rationalem comparatum latitudinem primam efficit β γ, quod ex apotome uerò ad rationalem comparatũ latitudinem primam efficit apotomẽ. Igitur γ ϛ, prima eſt apotome (per 97 decimi) Oſtenſum autem eſt, quod & α γ apotome eſt. Si recta igitur linea, & quæ ſequuntur reliqua: quod oportuit oſtendere.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 7.

7 SI quis pentagonus tres æquos angulos habens, fuerit æquilaterus, æquiangulus quoq; idẽ pentagonus eſſe probatur.

CAMP. Sit pẽtagonus a b c d e, æquilaterus, ſintq; quilibet tres eius anguli, ſiue cõtinuè ſiue incõtinuè ſumãtur, adinuicẽ ęquales, & ſint prius incõtinuè ſumpti, ſintq; anguli a c d, illi tres qui ponuntur adinuicẽ æquales. Dico totum pentagonũ eſſe ęquiangulum. His angulis ſubtendantur chordæ b e, b d & e c, & totus pẽtagonus, diuidatur in trigonũ, & quadrilaterũ cuius duæ diagonales ſint chordæ duorũ proximorũ æqualiũ angulorũ ſecãtes ſe intra quadrilaterũ ipſum in pũcto f, eritq; per 4 primi baſis b e æqualis baſi b d, & angulus a e b ęqualis angulo c d b. Cũq; per 5 primi angulus b e d ſit æqualis angulo b d e, eo ꝙd duo latera b e & b d ſunt æqualia, erit ex cõmuni ſcięntia totalis angulus e æqualis totali angulo d. Similiter probabis, totalẽ angulũ b eſſe æqualem angulo totali c, eſt enim per 4 primi baſis b e ęqualis baſi c e, & angulus a b e ęqualis angulo d c e, per quintã autẽ eiuſdẽ ſcilicet primi eſt angulus e b c æqualis angulo e c b, igitur ex cõmuni ſcientia totalis angulus b, eſt ęqualis totali angulo c. Sint itaq; tres anguli b c d, cõtinuè ſumpti, æquales: & ſic quoq; erit pentagonus æquiangulus. Erit enim ex 4 primi baſis b d æqualis baſi c e, & angulus c b d angulo d e c, & angulus b d c, angulo e c d, quare per 5 primi duę lineæ e f & f d erunt æquales, cum duo anguli triãguli f c d, qui ſunt ad baſin c d, ſint æquales, igitur ex cõmuni ſcięntia erit linea f b, æqualis lineæ f e, erat enim tota b d, ęqualis toti c e, ideoq; per 5 primi erit angulus f b e æqualis angulo f e b. Per eandẽ autẽ eſt angulus a b e, ęqualis angulo a e b. Itaq; per cõmunẽ ſcientiã angulus b totalis, eſt æqualis angulo e totali, tres enim partiales anguli cõponentes unum, ſunt æquales trib. partialibus cõponentib. aliũ, unuſquiſq; ſuo relatiuo. Manifeſtũ eſt igitur, quod tres anguli ę b c, nõ cõtinuè ſumpti in propoſito pẽtagono ſunt ęquales. Cũ autem ſic: demonſtratũ eſt totũ pentagonũ eſſe æquiangulũ, utrolibet ergo modo cõſtat propoſitum.

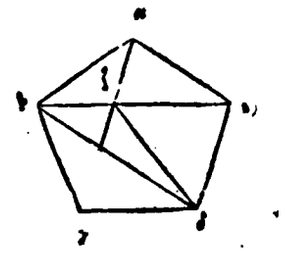


Euclid. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 7.

7 Si quinquanguli æquilateri tres anguli ordinatim, aut non ordinatim, æquales fuerint, æquiangulum erit ipſum quinquangulum.

THEON *ex Zãb. Quinquãguli æquilateri α ϛ γ δ ι, tres anguli prius ordinatim ꝙ ad α β γ ſigna, inuicẽ ſint æquales. Dico ꝙ quinquangulũ α β γ δ, æquiangulũ eſt. Cõnectãtur enim a γ, ϛ ι, & ϛ δ. Et quoniã binæ*

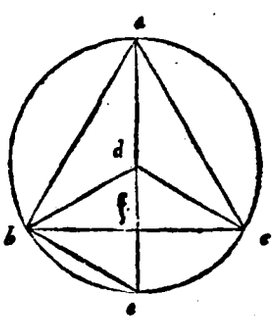
γ β, β α duab. β α, α ε, ſunt æquales altera alteri, et angulus qui ſub β γ α ei qui ſub β α γ eſt æqualis, baſis igitur α γ (p 4 primi) baſi β ε eſt æqualis, et triangulũ α β γ, triãgulo α ζ ε, eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt ſub quib. æqualia latera ſubtendũtur, qui ſub β γ α ei qui ſub β ε α. qui autem ſub α ζ ε ei qui ſub γ α β. Quare & latus α ζ, ipſi β ζ lateri eſt æquale, patuit autẽ quod & tota α γ, toti ζ ε eſt æqualis, & reliqua igitur ζ γ, reliquæ ζ ε eſt æqualis. Eſt autem & γ δ, ipſi δ ε æqualis. Binæ iam ζ γ, γ δ, duabus ζ ε, ε δ, ſunt æquales, & communis ipſorum baſis, eſt ζ δ. Angulus igitur qui ſub ζ γ δ, angulo qui ſub ζ ε δ eſt æqualis. Patuit autem quod et qui ſub ζ γ α, ei qui ſub α ε ζ eſt æqualis, totus igitur qui ſub ζ γ δ, toti qui ſub α ε δ eſt æqualis. Sed qui ſub β γ δ, æqualis ſupponitur eis qui ad α β, & qui ſub α ε δ, igitur eis qui ad α β, angulis eſt æqualis. Similiter iam oſtendemus, quod & qui ſub γ δ ε angulus, eis eſt æquus qui ad α β angulis. Aequiangulũ igitur eſt, α β γ δ ε quinquangulum. Sed iam nõ ſint æquales ordinatim ipſi anguli, ſed ſint æquales qui ad α γ δ ſigna. Dico quòd & ſic æquiangulum α β γ δ ε æquiangulum eſt. Connectantur enim β δ. Et quoniam binæ β α, α ε, duabus ẽ γ, γ δ, ſunt æquales, & æquos comprehendunt angulos, baſis igitur β ε (per 4 primi) baſi β δ eſt æqualis, et triangulũ α β ε, triangulo β δ γ eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Aequalis igitur eſt angulus qui ſub α ε β, ei qui ſub γ δ β. Eſt autem & qui ſub ζ ε δ angulus, ei qui ſub β δ ε æqualis, quoniam & latus β ε lateri β δ eſt æquale. Totus igitur qui ſub α ε δ angulus, toti qui ſub γ δ ε eſt æqualis. Sed qui ſub γ δ ε, eis qui ad α γ, angulis ſupponitur æquus, & angulus igitur qui ſub α ε δ, eis eſt æquus qui ad α γ. Eam id propterea & qui ſub α β γ, æqualis eis qui ad α γ δ, angulis. Aequiangulum igitur eſt, & ipſum α ζ γ δ ε quinquangulum: quod oſtendere oportuit.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 8.

Zamb. 12. OMnis trianguli æquilateri quod à latere ſuo quadratum deſcribitur, triplum eſt quadrato dimidiæ diametri circuli à quo triangulus ipſe circunſcribitur.

CAMPANVS. Sit triangulus a b c æquilaterus, cui circunſcribatur circulus a b c ſupra centrum d, quemadmodũ docet 5 quarti, & protrahatur in eo diameter a d e. Dico ergo quod quadratum lineę a b, triplum eſt ad quadratum ſemidiametri a d. Ducantur enim duę lineę b d & d c, & ar cui b e, ſubtẽdatur chorda b e, eritq; ex 5 primi angulus b a d, æqualis angulo c a d, quare per ultimam ſexti arcus b e, eſt æqualis arcui e c. Et quia ex 27 tertij tres arcus a b, b c, & c a, ſunt adinuicem ęquales, eo quod eorũ chordæ quę ſunt latera trigoni, ſunt æquales ex hypotheſi, erit arcus b e, ſexta pars circumferentiæ, ideoq; chorda b e, erit latus hexagoni ęquilateri ipſi circulo inſcripti, quare per correlariũ 15 quarti, linea b e, eſt æqualis ſemidiametro a d. Manifeſtum eſt aũt ex prima parte 30 tertij, q; angulus a b e eſt rectus, ideoq; quadratum lineæ a e, eſt ęquale quadratis duarum linearũ a b & b e pariter acceptis, ex penultima primi. At uerò quadratum a e, quadruplum eſt ad quadratum b e ex 4 ſecundi cum linea a e ſit dupla b e, relinquitur ergo quadratũ a b triplnm eſſe ad quadratum a b, & ideo ad quadratũ a d: quod eſt propoſitum.



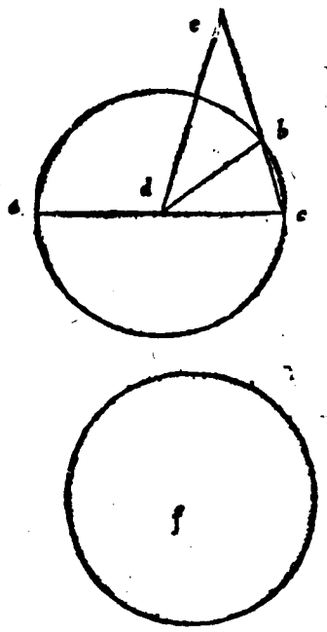
Non lateat autẽ nos, quòd linea b c, quę eſt latus trigoni, diuidat ſemidiametrum d e, per ęqualia. Eſto quidem punctus diuiſionis f. Cõſtat igitur ex 4 primi, quod b f eſt ęqualis f c, ideoq; per primam parrem 3 tertij, omnes anguli qui ſunt ad f, ſunt recti, quare ex penultima primi quadratum b d, eſt æquale quadratis duarum linearum, d f & f b: quadratum uerò b e, æquale quadratis duarum linearum, quæ ſunt b f & f e. Et quia b d, eſt æqualis b e, erunt ex communi ſcientia, duo quadrata duarum linearum b f & f d pariter accepta, æqualia duobus quadratis duarum linearum b f & f e pariter acceptis. Dempto igitur utrinq; quadrato b f, erit ex communi ſcientia quadratum f d reſiduum, ęquale quadrato f e reſiduo, quare & linea f d, lineę f e, ex hac communi ſcientia, quarum quadratum ſunt ęqualia eas lineas eſſe ęquales. Ex hoc itaq; manifeſtum eſt, quod perpendicularis ducta à centro circuli ad latus trigoni æquilateri ſibi inſcripti, ęqualis eſt dimidio lineæ ductæ à centro eiuſdem circuli ad ipſius circunferentiam.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 9.

Zamb. 9. SI latus hexagoni æquilateri, latus'que decagoni æquilateri, quos ambos unus idem'que circulus circunſcribit, ſibi inuicem

inuicem in longum directum que coniungantur, tota linea ex eis compoſita, ſecundum proportionem habentem medium, & duo extrema diuiſa erit, maiorq; eius portio latus hexagoni.

CAMPANVS. Sit circulus a b c, cuius centrum d, & diameter a d c, ſitq; arcus c b quinta pars arcus ſemicirculi a b c, cui ſubtendatur chorda c b, quam conſtat eſſe latus decagoni æquilateri, propoſito circulo inſcripti, adiungaturq; lineæ c b, in continuum & directum linea b e, quæ ponatur eſſe æqualis lateri hexagoni æquilateri prædicto circulo inſcripti. Dico totam lineam c e, diuiſam eſſe in puncto b, ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maiorem eius portionem: dico eſſe lineam b e, quę eſt latus hexagoni. Ducantur enim in centrum, duæ lineæ e d & d b, eritq; angulus e æqualis angulo b d e, ex 5 primi, propter hoc quod linea e b eſt æqualis lineæ b d, ex correlario 15 quarti, angulus quoq; d b c eſt æqualis angulo c, ex 5 primi, quare ex 32 primi angulus a d b erit duplus ad angulum d b c. Et quia per eandem angulus d b c, eſt duplus ad angulum e, ſequitur ut angulus a d b ſit quadruplus ad angulum e: eſt enim ex communi ſcientia quadruplum, quicquid fuerit duplum dupli. Cumq; ſit etiam idem angulus a d b, quadruplus ad angulum b d c, ex ultima ſexti, eo quod arcus a b eſt quadruplus ad arcum b c, neceſſe eſt ex cõmuni ſcientia, ut angulus e, ſit æqualis angulo b d c. Si igitur intelligantur duo trianguli d e c totalis, & b d c partialis, cum angulus e totalis trianguli ſit æqualis angulo b d c partialis, & angulus c ſit communis utriuſq;, neceſſe eſt ex 32 primi ut ipſi ſint æquianguli, quare per 4 ſexti proportio duorum laterum e c & c d continentium angulum c in totali triangulo, eſt ſicut duorum laterum d c & c b continentium eundem angulum in partiali triangulo. Quia ergo proportio e c ad c d eſt ſicut ad e b, ex ſecunda parte 7 quinti, & d c ad c b, eſt ſicut e b ad eãdem ex prima parte eiuſdem, ſequitur ex 11 quinti ut ſit proportio c e ad e b, ſicut e b ad b c. Igitur à diffinitione conclude propoſitum, lineam e c eſſe diuiſam ſecũdum proportionẽ habentem medium & duo extrema, & maiorem portionem eius eſſe latus hexagoni: quod oportuit nos demonſtrare.



CAMPANVS. Conuerſam quoq; demonſtrare conuenit, quod facilè fiet, uia retrogada. eam enim aſſumit Ptolemæus capitulo 9 primæ dictionis Almageſti, ad demonſtrandum quãtitatem chordarũ arcuum circuli. Dico itaq; q; ſi linea quælibet ſecundũ proportionẽ habentem mediũ & duo extrema diuidatur, cuius circuli maior portio fuerit latus hexagoni, eiuſdẽ minor erit latus decagoni: at uerò cuius minor erit latus decagoni, eiuſdẽ maior erit latus hexagoni. Sit enim (priori diſpoſitione manẽte) linea e c diuiſa in puncto b, ſecundũ prædictam proportionẽ, & maior eius portio ſit e b, dico q; cuiuſcunq; circuli linea e b, eſt latus hexagoni, eiuſdẽ eſt linea b c latus decagoni: & cuiuſcunq; circuli linea b c eſt latus decagoni, eiuſdẽ eſt linea e b latus hexagoni. Intelligo autẽ hoc de hexagonis & decagonis æquilateris. Si enim ſit e c latus hexagoni circulo a b c inſcripti, erit per correlarium 15 quarti e b æqualis d c. Et quia proportio c e ad e b, eſt ſicut e b ad b c ex hypotheſi, erit ex 7 quinti c e ad d c, ſicut d c ad c b. Igitur ex 6 ſexti duo trianguli e d c & d c b, ſunt æquianguli: angulus ergo e, eſt æqualis angulo b d c, ipſos enim latera proportionalia reſpiciunt. Cumque ſit angulus a d b quadruplus ad angulum e ex 32 primi bis aſſumpta, & quinta eiuſdem bis, ſequitur ut etiam idem angulus a d b ſit quadruplus ad angulum b d c. Ideoq; ex ultima ſexti, arcus a b, quadruplus eſt ad arcum b c. Linea igitur b c, eſt latus decagoni circulo a b c inſcripti. Quod ſi linea b c fuerit latus decagoni circuli a b c, erit e b latus hexagoni eiuſdem. Sit enim e b latus hexagoni circuli f, eritq; ex prædictis b c, latus decagoni eiuſdem. Intelligãtur igitur inſcripti eſſe decagoni æquilateri duobus circuli a b c & f, quorum omnia latera erunt æqualia lineæ b c. Et quia omnis figura æquilatera circulo inſcripta eſt æquiangula, ut probatum eſt in 15 quarti libri, ſequitur utroſque decagonos eſſe æquiangulos. Cumq; omnes anguli unius pariter accepti ſint æquales omnibus angulis alterius pariter acceptis, ſicut euidẽter apparet ex demonſtratis in 32 primi, neceſſe eſt ex hac communi ſcientia (quorumlibet æqualiũ decimas aut quotaslibet partes eiuſdẽ denominationis, eſſe æquales) ut unus horũ decagonorũ ſit æquiangulus alij,

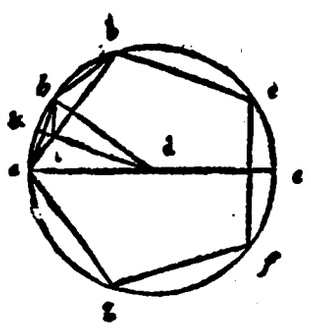
alij, ideoq; ſimilis ex diffinitione ſimilium ſuperficierum. Et quia ſi duæ figuræ ſimiles duobus circulis inſcribantur, erit proportio duorum relatiuorum laterũ illarum figurarum ſicut duarũ diametrorum illorum circulorum, ut apparet ex correlario 18 ſexti libri & 1 duodecimi, cum latera decagonorũ ſimilium inſcriptorum duobus circulis a b c & f, ſint æqualia, ſequitur ut diametri eorum ſint æquales, ideoq; & ſemidiametri etiam æquales. Sunt autem ſemidiametri & latus hexagoni, æqualia ex correlario 15 quarti. Erit ergo linea e b, latus hexagoni circulo a b c inſcripti, ſicut ipſa eſt latus hexagoni circuli f ſibi æqualis. Hoc autem eſt, quod demõſtrare uoluimus.

Ex hac autem nona huius decimitertij noueris exortam eſſe 10 quarti libri, quæ duum æqualium laterum proponit trigonum deſcribendũ, cuius uterq; duorum angulorum quos baſis obtinet, ad tertium duplus exiſtat, talis enim eſt uterq; triangulorum e d c & d c b, & ſimpliciter omnis, cuius duo latera ſunt æqualia maiori portioni alicuius lineæ diuiſæ ſecundũ portionem habentem medium duoq; extrema, & tertiũ quod eſt baſis eſt æquale minori portioni lineæ eiuſdem, uel cuius duo latera ſunt æqualia lateri hexagoni æquilateri alicui circulo inſcripti, baſis uerò eſt æqualis lateri decagoni æquilateri eidem circulo inſcripti: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

Zamberti. 10.

OMne latus pentagoni æquilateri tanto potentius eſt latere hexagoni æquilateri, quantum poteſt latus decagoni æquilateri, ſi ſint in eodem circulo ambo inſcripti.



CAMPANVS. Sit circulus a b c, cuius centrum d, & diameter a d c, inſcribaturq; ei pẽtagonus æquilaterus, qui ſit a b e f g, & à centro d protrahatur perpendicularis ad latus a b, quæ producatur uſquequo obuiet circunferentiæ in puncto h, ſitq; d h, & protrahantur duæ chordæ a h & h b, quæ erunt æquales adinuicem ex ſecunda parte 3 tertij & 4 primi, ideoq; etiam duo arcus a h & h b, æquales adinuicem ex 27 tertij. Eſt igitur utraq; duarum chordarum a h & h b, latus decagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti. Dico itaq; quòd quadratum lineæ a b, quæ eſt latus pentagoni, eſt æquale duobus quadratis duarum linearum b d & a h pariter acceptis, quarum prima eſt æqualis lateri hexagoni ex correlario 15 quarti, & ſecunda eſt latus decagoni, protrahatur enim à centro d, perpendicularis à linea a h, quæ eſt latus decagoni, quę producatur uſq; ad circunferentiam, ſitq; d k, quę ſecet lineam a b, quæ eſt latus pentagoni in puncto l, & protrahatur linea h l. Cõſtat autem ex ſecunda parte 3 tertij & 4 primi & 27 tertij, quod linea d k quę eſt perpendicularis ad chordam a h, ſimul diuidit per æqualia chordam & arcum, ideoq; arcus a k eſt æqualis arcui k h, quare ex ultima ſexti angulus a d l, eſt æqualis angulo l d h, ideoq; ex 4 primi baſis a l, baſi l h. igitur ex 5 primi angulus l a h, æqualis eſt angulo l h a. Cumq; etiam ſit ex eadem angulus h a b æqualis angulo h b a, ſequitur ut angulus l h a ſit æqualis angulo h b a, ergo ex 32 primi duo trianguli b a h & a h l, ſunt æquianguli: eſt enim angulus b, maioris æqualis angulo h, minoris, & angulus a, communis eſt utriq;. Itaq; per quartam ſexti proportio b a ad a h, eſt ſicut a h ad l a, quare ex prima parte decimæſextę ſexti, quod prouenit ex b a in a l, eſt æquale quadrato lineæ a h, quę eſt latus decagoni. Cum ſit autem ſemicirculus a e c, æqualis ſemicirculo a f e, & arcus a e arcui a f, erit arcus e c reſiduus æqualis arcui f reſiduo, quare arcus e c, eſt medietas arcus e f, ideoq; æqualis arcui a h, & duplus ad arcum h k. Et quia arcus e b eſt duplus ad arcum b h, erit ex 13 quinti totus arcus c e b, duplus ad totum arcum b h k, ideoq; ex ultima ſexti angulus c d b, eſt duplus ad angulum b d l. Cumq; etiam angulus c d b duplus ſit ad angulum b a d, ex 32 & 5 primi, ſunt enim duo latera d a & d b æqualia, erit angulus b d l, æqualis angulo b a d. Itaque per 32 primi erit triangulus b d l, æquiangulus triangulo b a d, eſt enim angulus d, minoris æqualis angulo a, maioris, & angulus b eſt cõmunis utrique: ergo per quartam ſexti proportio a b ad b d, eſt ſicut b d ad l b, quare per primam partem 16 ſexti, quod prouenit ex a b in b l eſt æquale quadrato d b. At uerò probatum eſt prius, quòd illud quod prouenit ex a b in l a eſt æquale quadrato a h. Itaque quod prouenit ex a b in a l & in l b, eſt æquale duobus quadratis duarum linearum a h & b d. Et quia ex ſecunda ſecundi quod prouenit ex a b in l a & in l b

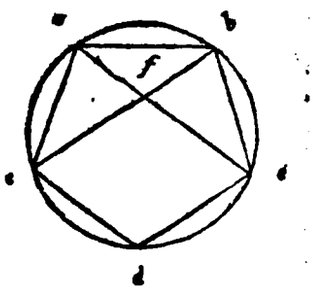
eſt

eſt æquale quadrato lineæ a b: eſt autem linea a b latus pentagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti, linea uerò a h eſt latus decagoni æquilateri, & linea b d eſt (ex correlario 15 quarti) æqualis hexagoni æquilateri propoſito circulo inſcriptorum, inconcuſſa demonſtratione aſtruitur hoc quod dicitur.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 11.

11 SI duobus propinquis angulis pentagoni æquilateri intra circulum deſcripti, à terminis ſuorum laterum duæ rectæ lineæ ſubtendantur, utraque alteram ſecundum proportionem habentem medium, duo'que extrema ſecabit, maior'que ipſius portio lateri ipſius pentagoni æqualis erit. *Zamb.8.*

CAMPANVS. Sit pentagonus æquilaterus a b c d e, inſcriptus circulo eiſdem literis ſignato, & duobus eius propinquis angulis qui ſunt a & b, ſubtendãtur duæ rectæ lineæ a c & c b e, ſecantes ſe inuicem in puncto f. Dico itaq; utranq; harum eſſe diuiſam in puncto f, ſecundum proportionem habentem medium, duoq; extrema, & quod maior portio utriuſq; eſt æqualis lateri pentagoni. Manifeſtum eſt enim ex 27 tertij, quòd quinq; arcus circuli pentagonum propoſitum circunſcribentis, quorum latera ipſius pentagoni ſunt chordæ, ſunt adinuicem æquales, ideoq; ex ultima 6 quatuor anguli a e b, a b e, b a c, & b c a, ſunt adinuicẽ æquales, nam arcus a b, a e, & b c, ſunt adinuicem æquales. Cumq; ſit arcus c d e duplus ad arcum b c, erit quoq; ex ultima ſexti angulus c a e duplus ad angulum c a b. At uerò ex uigeſimaſeptima primi angulus a f e, duplus eſt ad angulum f a b. Igitur angulus a f e eſt æqualis angulo f a e, quare per 6 primi linea a e, eſt æqualis lineæ f e. Sunt autem duo trianguli a b e & a f b, æquianguli, per ea quæ dicta ſunt & per 32 primi, eſt enim angulus e, maioris, æqualis angulo à minoris, & angulus b, communis utriq;, igitur per 4 ſexti proportio e b ad b a, ſicut b a ad f b. Cumq; ſit e f, æqualis a b, eo quod ipſa (ut probatũ eſt) eſt æqualis a e, ſequitur ex 7 quinti, ut ſit proportio b e ad e f, ſicut e f ad f b. Quare per diffinitionem linea e b eſt diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & eius maior portio eſt æqualis lateri ipſius pẽtagoni. Si autem hoc eſt uerum de linea e b, erit quoq; ex 7 quinti & quinta eiuſdem & diffinitione, idem uerum de linea a c: nam tota b e eſt æqualis toti a c, ex 4 primi, & portiones portionibus ex 6 primi & cõmuni ſcientia, portiones enim a f & b f, ſunt æquales ex 6 primi, ideoq; f e & f c reſiduæ, erunt adinuicem æquales ex conceptione. Vel potes ſi libet & facilius, de linea a c demonſtrare propoſitum, negociando circa ipſum, ut prius circa lineam e b.



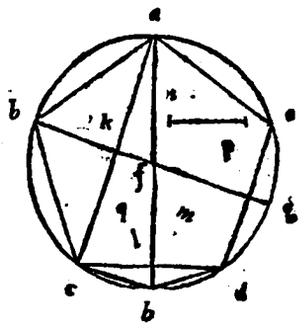
Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 12.

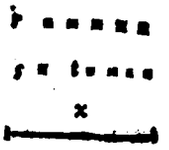
12 SI circuli pentagonum æquilaterum circunſcribentis, diameter fuerit rationalis, eius latus pentagoni erit linea irrationalis, ea ſcilicet quæ dicitur minor. *Zamb.11.*

CAMP. Sit pentagonus æquilaterus a b c d e inſcriptus circulo eiſdem literis a ſcripto, cuius centrũ f, & duæ diametri b g & a h, ſitq; utraq; harũ diametrorũ linea rationalis in longitudine. Dico tunc quòd latus pẽtagoni inſcripti, erit linea irrationalis, illa uidelicet quæ dicitur minor. Protrahatur enim linea a c, quæ ſecet diametrũ b g in puncto k, eritq; ex ultima ſexti & 4 primi linea a c, diuiſa à diametro b g orthogonaliter & per æqualia in puncto k, quia cum ſemicirculus a g ſit æqualis ſemicirculo b c g, & arcus b a arcui b c, ſicut conſtat ex 27 tertij, erit arcus a g reſiduus, æqualis arcui c g reſiduo, ideoq; ex ultima ſexti angulus a b g, æqualis etiam angulo c b g.

Cùm

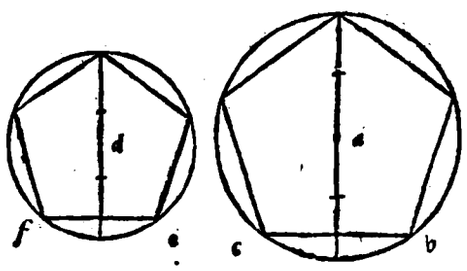
Cùm itaq; duo latera a b & b k trianguli a b k ſint æqualia duobus lateribus c b & b k trianguli c b k, & angulus b unius angulo b alterius, erit ex 4. primi baſis a k æqualis baſi k c, & omnes anguli qui ſunt ad k, ſunt recti ex prima parte 3 tertij. Diameter autem a h, ſecet latus pentagoni c d, in puncto l. Eritq; linea c d diuiſa à diametro a h orthogonaliter, & per æqualia in puncto l. Cùm enim ſint duo arcus a d h & a c h æquales, & arcus a c, ſit æqualis arcui a d, erunt duo reſidui ſemicirculorum qui ſunt c h & d h æquales, quibus ſi ſubtendantur duæ chordæ quæ ſunt c h & d h, ipſæ quoq; ex 28 tertij erunt æquales. Et quia arcus a c eſt æqualis arcui a d, erit ex ultima ſexti angulus c h l æqualis angulo d h l, ideoq; per 4 primi baſis c l eſt æqualis baſi d l, & omnes anguli qui ſunt a d l, recti ex prima parte 3 tertij, itaq; duo triangulli a c l & a f k ſunt æquianguli ex 32 primi. Eſt enim angulus l, maioris, æqualis angulo k, minoris, eo quod uterq; eſt rectus, & angulus a eſt cõmunis utriq;, quare ex 4 ſexti proportio l c ad c a: eſt ſicut k f ad f a. Sumatur igitur ex diametro b g, linea f m æqualis quartæ parti ſemidiametri, eritq; per æquam proportionalitatẽ proportio c l ad quartã partem lineæ a c, quæ ſit c q, ſicut k f ad quartam partẽ lineæ f a, quæ eſt f m. Et quia per 15 quinti proportio c d ad c k, eſt ſicut c l ad c q (ſic enim eſt duplum ad duplum ſicut ſimplum ad ſimplum) erit per 11 quinti d c ad c k, ſicut k f ad f m, & coniunctim lineæ conſtãtis ex d c & c k ad k c, ſicut k m ad m f, & ideo per primam partem 22 ſexti proportio quadrati lineæ compoſitæ ex d c & c k, ad quadratum lineæ c k, ſicut quadrati lineæ k m ad quadratũ lineæ m f. Conſtat autem ex præmiſſa, quòd ſi linea a c diuidatur ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, maior portio eius erit æqualis lineæ d c, igitur linea conſtans ex d c & c k, componitur ex maiori portione diuiſæ ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & ex medietate totius lineæ ſi c diuiſæ, eſt enim c k, medietas a c. Itaq; per primam iſtius 13 libri quadratum lineæ compoſitæ ex d c, & c k, quintuplum quoq; eſt ad quadratum lineæ c k, ideoq; quadratũ lineæ k m, quintuplum quoq; eſt ad quadratum lineæ m f, cùm ſit horum quadratorum & illorũ una proportio. Eſt autem linea b m, quintupla ad lineam m f: erat enim m f, quarta pars ſemidiametri propoſiti circuli. Ergo quadratum lineæ k m ad quadratũ lineæ m f, eſt ſicut linea b m ad lineam m f. Et quia ex ſecunda parte 18 ſexti quadratum lineæ k m ad quadratum lineæ m f, eſt ſicut lineæ k m ad lineam m f duplicata, erit ex 11 quinti linea b m ad lineam m f, ſicut linea k m ad lineam m f duplicata. Igitur linea k m, eſt medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m f. Quod ſic conſtat. Sit enim linea n p medio loco proportionalis inter eas, ſumpta ſecundũ doctrinam 9 ſexti: eritq; ex diffinitione proportionis duplicatæ, quæ poſita eſt in principio quinti, proportio b m ad m f, ſicut b m ad n p duplicata. Et quia b m ad n p, ſicut n p ad m f, erit etiam ex 11 quinti proportio b m ad m f, ſicut n p ad m f duplicata: igitur ex prima parte 9 quinti, duæ lineæ k m & n p, ſunt æquales, ideoq; ex prima parte 7 quinti, & ex ſecunda parte eiuſdem, linea k m, eſt medio loco proportionalis inter b m & m f. Quare ex correlario 5 ſexti, proportio quadrati lineæ b m ad quadratũ lineæ m k, eſt ſicut lineæ b m ad lineam m f. Et quia linea b m eſt quintupla ad lineam m f, erit quadratum lineæ b m, quintuplum ad quadratum lineæ m k. Linea autem b m, eſt rationalis in longitudine, ergo per ultimam partem 7 decimi, linea m k eſt rationalis in potentia tantum. Et quia linea b m eſt potentior linea m k, in quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine, ut in continuo probabitur, erit linea b k reſiduum quartum ex diffinitione reſidui quarti. Quod autem probandum aſſumpſimus, ſic patet: Sit numerus r quintuplus ad numerum ſ, ſintq; t & ſ quantũ r, ac ſi eſſet r quinq;, ſ unum, t quatuor & ſit linea b m, potentior linea m k in quadratõ lineæ x. Cùm igitur ſit quadratum lineæ b m ad quadratũ lineæ m k ſicut numerus r ad numerum ſ, erit per euerſam proportionalitatem quadratũ lineæ b m ad quadratũ lineæ x, ſicut numerus ad numerum t, quare per ultimam partem 7 decimi, linea eſt incommenſurabilis lineæ b m in longitudine, non eſt ergo dubium, quin b k ſit reſiduum quartũ. Manifeſtũ uerò eſt ex 34 tertij, quòd illud quod fit ex b k in k g, eſt æquale ei quod fit ex a k in k c, ideoq; etiam ipſum idẽ eſt æquale quadrato k c, eo quod a k eſt æqualis k c, ergo quadrato b k addito utriq;, erit ex penultima primi quod fit ex b k in ſe & in k g, æquale quadrato b c. Et quia ex prima ſecũdi quod fit ex b k in ſe, & in k g, eſt æquale ei quod fit ex b k in g b, erit linea b c latus tetragonicum ſuperficiei contentæ à duabus lineis g b & k b. Et quia linea g b eſt rationalis, linea uerò b k eſt reſiduum quartum, et quia linea potẽs in ſuperficiem linea rationali reſiduoq; quarto contentã eſt linea minor, ut cõſtat ex 89 decimi libri, neceſſe eſt lineam b c, quæ eſt latus pentagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti, eſſe lineam minorẽ





quod

quod erat ex principio demonſtrandum. Hoc ergo modo ſequitur, quod latus pẽtagoni æquilateri circulo inſcripti ſit linea minor, ſi diameter circuli cui inſcribatur, fuerit rationalis in lõgitudine. ¶ At uerò ſi diameter circuli fuerit rationalis in potẽtia tantum, adhuc neceſſe eſt ut latus pentagoni æquilateri ſibi inſcripti ſit linea minor. Eſto enim linea a, rationalis in potentia tãtum, ſupra quam deſcribatur circulus, eiq; deſcripto inſcribatur pentagonus ęquilaterus, cuius unum latus ſit b c, dicanturq; pentagonus & circulus a. Dico q; linea b c eſt linea minor. Sumatur enim aliqua linea rationalis in longitudine, quæ ſit d, & ſuper eam lineetur circulus cui inſcribatur pentagonus æquilaterus, & ſit unum latus ipſius linea e f, dicanturq; pentagous & circulus d. Conſtat igitur ex hac 12, quòd c f eſt linea minor, cũ diameter d, ſit rationalis in longitudine. Quoniã uerò proportio pentagoni a ad pẽtagonum d eſt ſicut quadrati lineæ b c ad quadratum lineæ e f (utraq; enim eſt ex ſecunda parte 18 ſexti, ſicut lineæ b c ad lineam e f duplicata) pentagoni autem a ad pentagonum d, eſt ſicut quadrati diametri ad quadratum diametri d ex prima 12, erit ex 11 quinti quadratum lineæ c b ad quadratum lineæ e f, ſicut quadratum diametri a ad quadratum diametri d. Cumq; quadrata duarum diametrorum a & d ſint cõmunicãtia, quia ambo ſunt rationalia ex hypotheſi, erũt quoq; ex prima parte 10 decimi quadrata duarũ linearum b c & e f, cõmunicantia: ergo linea b c cõmunicat in potẽtia cum linea e f. Et quia linea e f eſt minor, ſequitur ex 10 decimi, quod etiam b c ſit linea minor, quod eſt propoſitũ. Siue ergo diameter alicuius circuli ſit rationalis in lõgitudine, ſiue in potentia tantũ, neceſſe eſt ut latus pentagoni æquilateri ſibi inſcripti, ſit linea minor.



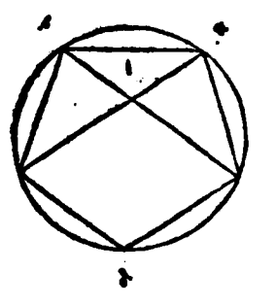
Eucl. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 8.

Si qn quãguli ęquilateri & ęquiãguli binos ordinatim ãgulos rectę lineæ * explicitũt extrema & media rõne ſeſe inuicẽ diſpeſcunt, & maiora eorum ſegmenta ipſius quinquanguli lateri ſunt æqualia.

Camp. 11. ὑποτείνουσαν ſubtendant.

THEON ex Zãb. *Quinquanguli enim æquilateri & æquianguli α β γ Δ ε, binos ordinatim angulos qui ad α β, rectæ lineæ α ζ β ε * explicẽt, ſeſe inuicẽ in θ ſigno diſpeſcẽtes. Dico q; ipſarũ utraq; extrema et media ratione ſecatur in θ ſigno, & earum maiora ſegmenta ſunt æqualia ipſius quinquanguli lateri. Circũ ſcribatur (per 14 quarti) ipſi quinquangulo α β γ Δ ε, circulus α β γ Δ ε. Et quoniam binæ rectæ lineæ ε α, α β, duabus α β, ζ γ, ſunt æquales, & angulos æquales comprehendunt, baſes igitur β ε (per 4 primi) baſi α γ eſt æqualis, & triangulum α β ε ipſi triangulo α β γ eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis erũt æquales alter alteri ſub quibus æqualia latera ſubtẽdentur. Angulus igitur qui ſub β α γ, ei qui ſub α β ε eſt æqualis. Duplus igitur eſt qui ſub α θ ε, eius qui ſub β α θ anguli: extra enim eſt ipſum α β θ triangulum. Eſt autẽ & qui ſub ζ α γ, duplus, eius qui ſub β α γ quoniam & circunferẽtia ε Δ γ, ipſius γ β circũferentiæ eſt dupla. Angulus igitur qui ſub θ α ε, ei qui ſub α θ ε eſt æqualis. Quare & θ ε recta linea, ipſi ε α, hoc eſt ipſi α β eſt æqualis. Et quoniam ζ α recta linea ipſi α ε eſt æqualis, æqualis eſt & angulus qui ſub α β ε, ei qui ſub α ε β. Sed qui ſub α β ε, ei qui ſub β α θ, patuit quod æqualis: qui igitur ſub β ε α, ei qui ſub β α θ eſt æqualis. Et ipſorum duorum triangulorum α β ε, & α ζ θ, communis eſt angulus qui ſub α ζ ε, reliquus igitur qui ſub β α ε angulus, reliquo qui ſub α θ β eſt æqualis. Triãgulum igitur α β ε, ipſi α β α triangulo æquiangulum eſt: proportionaliter igitur eſt ſicut ε β ad ζ α, ſic α β ad β θ. Æqualis autẽ eſt β α, ipſi ε θ. Sic ut igitur ζ ε ad ε θ, ſic ε θ ad θ β, maior autem eſt β ε, ipſa β α, maior igitur eſt ε θ, ipſa θ β. Ipſa igitur β ε, extrema & media ratione in θ ſecatur, & maius ſegmentum θ ε æquum eſt ipſius quinquanguli lateri. Similiter iam oſtendemus, quod α γ extrema & media ratione in θ ſecatur, & ipſius maius ſegmentum γ θ ipſius quinquanguli lateri eſt æquale: quod oſtendere oportuit.*

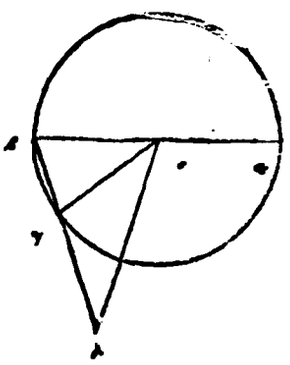
ὑποτείνουσαν ſubtendant



Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 9.

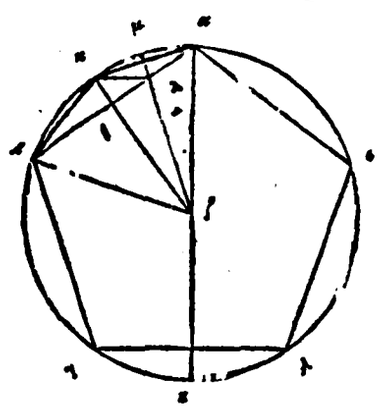
Si ſexanguli & decagoni latus in eodem circulo deſcriptorum componantur, tota recta linea extrema & media ratione ſecatur, & maius ſegmentum eſt ipſius ſexanguli latus.

THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ, & in ipso circulo α β γ, descriptarũ figurarũ decagoni quidẽ latus esto β γ, & sexãguli γ δ & sint in rectas lineas. Dico quòd tota β δ, extrema & media ratione secatur in γ, & maius ipsius segmentũ est γ δ. Assumatur enim (per 1 tertij) centrũ circuli signũ ε, & cõnectãtur ε β, ε γ, ε δ, & extẽdatur β ε in α. Et quoniã decagoni æquilateri latus est β γ, quincupla igitur est α γ β circunferentia ipsius γ β circunferẽtiæ. Quadrupla igitur est α γ circũferẽtia, ipsius γ β. Sicut aũt α γ circunferentia ad γ β, sic angulus qui sub α ε γ ad angulum qui sub γ ε β: quadruplus igitur est qui sub α ε γ, eius qui sub γ ε β. Et quoniã qui sub ε β γ angulus ei qui sub ε γ β angulo est æqualis, qui igitur sub α ε γ angulus, duplus est eius qui sub ε γ β. Et quoniam ε γ recta linea æqualis est ipsi γ δ, utraq; enim ipsarũ æqualis est ipsius sexanguli lateri in α β γ circulo descripti, & angulus qui sub γ ε δ, angulo qui sub γ δ ε est æqualis, igitur angulus qui sub ε γ β, duplus est eius q sub ε δ γ. Sed eius qui sub ε γ β, duplũ esse demõstratũ est eũ qui sub α ε γ. Igitur qui sub α ε γ, quadruplus est eius qui sub ε δ γ. Ostensum est autem quod & eius qui sub β ε γ, quadruplus est qui sub α ε γ, æqualis igitur est qui sub ε δ γ ei qui sub 6 ε γ. Cõmunis aũt ipsorũ binorũ triãgulorũ, hoc est β ε γ & 6 ε δ, est angulus qui sub ε β δ, & reliquus igitur qui sub β ε δ, ei qui sub ε γ β est æqualis. Aequiãgulũ igitur est triãgulũ ε β δ, ipsi ε β γ triãgulo: proportiõaliter igitur est sicut β δ ad β ε, sic ε β ad β γ. Aequalis autẽ est ε β, ipsi γ δ. Est igitur sicut β δ ad δ γ, sic δ γ ad γ β. Maior aũt est β δ, ipsa δ γ, maior igitur est & δ γ, ipsa γ β. Igitur ipsa β δ, recta linea extrema & media ratione secatur in γ signo, & maius segmentum est δ γ: quod ostendere oportuit. Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 10.



Si in circulo qnquãgulũ æquilaterũ descriptũ fuerit, ipsius qnquãguli latus põt & sexãguli & decagoni latus in eodẽ circulo descriptorũ. 10

THEON ex Zãb. Sit circulus α β γ δ ε, & in ipso α β γ δ ε (p 11 quarti) quinquãgulũ describatur α β γ δ ε. Dico q ipsius α β γ δ ε quinquãguli latus, potest & sexanguli & decagoni latus in ipso α β γ δ ε circulo descriptorũ. Assumatur (p 1 tertij) centrũ circuli, & sit ζ, & cõnexa α ζ, extẽdatur in η signum & cõnectatur ζ β, & ab ipso ζ in α β perpẽdicularis excitetur (p 12 primi) ζ θ, & extẽdatur in ι, & cõnectãtur α ι, ι β, & rursus ab ipso ζ, in α ι excitetur (p 12 primi) perpẽdicularis ζ λ, et extẽdatur in μ, & cõnectatur ι ν. Et quoniã circunferẽtia α β γ ι ipsi α ε δ η circũferentiæ est æqualis, quarũ α β γ ipsi α ε δ est æqualis, reliqua igitur γ ι circũferẽtia reliquæ δ η circunferẽtiæ est æqualis Quinquãguli aũt γ δ, & decagoni igitur γ ι. Et quoniã ζ α ipsi ζ β (per 15 diffinitionẽ primi) est æqualis & perpẽdicularis est ζ θ, igitur angulus qui sub α ζ ι, ei qui sub ι ζ β est æqualis: quare & circũferẽtia α ι, ipsi ι β est æqualis. Dupla igitur est α ι circũferentia, ipsius β ι circunferẽtiæ, decagoni latus igitur, est recta linea α ι, & id propterea & α ι, ipsius ι μ est dupla. Et quoniã dupla est circũferẽtia α β ipsius circũferẽtiæ 6 ι, æqlis aũt est γ δ circũferẽtia ipsi α β circũferẽtiæ, dupla igitur est α δ circũferẽtia ipsius 6 ι circunferẽtiæ. Est autẽ γ δ circũferẽtia, ipsius γ ι dupla: igitur circunferentia γ ι, ipsi 6 ι circunferẽtiæ est æqualis. Sed β ι ipsius ι μ dupla est, quoniã & ι α, & γ ι igitur ipsius ι μ est dupla. Sed & γ 6 circũferentia, ipsius β ι circũferẽtiæ dupla est: æqualis enim est γ β circũferẽtiæ, ipsi β α & tota igitur ι β circunferẽtia, totius β μ est dupla. Quare & angulus qui sub ι ζ β, anguli qui sub 6 ζ μ duplus est. Est autẽ qui sub ι ζ β, eius qui sub ζ α 6 duplus. Aequalis enim est qui sub ζ α β, ei qui sub α β ζ. Qui sub 6 ζ ν igitur, ei est æquus qui sub ζ α β. Binorũ autẽ triãgulorũ α 6 ζ & β ζ ν, cõmunis angulus est qui sub α β ζ. Reliquus igitur qui sub α ζ β, reliquo qui sub β ν ζ est æqualis. Triãgulum igitur α β ζ, ipsi β ζ ν triãgulo æquiangulũ est, proportionaliter igitur est sicut α β recta linea ad β ζ, sic ζ β ad 6 ν, qd' igitur sub α β, β ν, ei quod ex β ζ est æquale. Rursus quoniã æqualis est α λ ipsi λ ι, cõmunis autẽ & ad angulos rectos λ ν, basis igitur ι ν (p 4 primi) basi α ν est æqualis, et angulus igitur qui sub λ ι ν, ei qui sub λ α ν est æqualis. Sed qui sub λ α ν ei qui sub ι β ν, est æqualis, & qui sub λ ι ν igitur, ei qui sub ι β ν est æqualis, & ipsorũ triãgulorũ binorum α ι β et α ι ν, cõmune est quod sub ν α ι. Reliquũ igitur quod sub α ι β, reliquo quod sub ι ν α est æquale. Aequiãgulũ igitur est triãgulũ ι β α, ipsi ι ν α triãgulo: proportionaliter igitur est sicut β α recta linea ad α ι, sic ι α ad α ν. Quod igitur sub β α, α ν, æquũ est ei quod ex α ι. Ostẽsum est autẽ q qd' sub α β, β ν æquũ est ei qd' ex 6 ζ. Quod igitur sub α 6, β ν, una cũ eo quod sub β α, α ν, qd' est id quod ex β α, ei est æquũ qd' ex β ζ una cũ eo



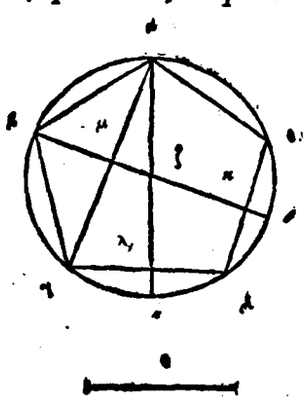
quod

quod ex α ν, & β ν quidē est latus ipsius quinquanguli, & ϛ ſ ſexāguli, & α ν decagoni. Quinquāguli ergo latus potest & ſexanguli & decagoni latus in eodem circulo deſcriptorum: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 11.

11 Si in circulo ratiōalē habēte diametrū, quinquāgulū æquilaterū in ſcribat, quinquanguli latus irrationalis est ea quæ appellatur minor. Camp. 12.

THEON ex Zāb. In circulo enim α β γ δ ε, ratiōalē habēte diametrū, quinquāgulū inſcribatur α β γ δ ε. Dico q ipſi α β γ δ ε quinquanguli latus α β irrationalis est ea quæ appellatur minor. Aſſumatur enim (per 1 tertij) circuli centrū ſ, ſignū, & cōnectantur α ſ, ſ β & extēdātur in ν θ ſigna, & cōnectatur α γ, ponaturq; ipſius α ſ, quarta pars ſ ν. Rationalis aūt α ſ, rationalis igitur & ſ ν. Est aūt & β ſ rationalis. Tota igitur β ν rationalis est. Et quoniā circūferētia α γ ν ipſi α δ ν circūferētiæ est æqualis, quarū α β γ æqualis est et ipſi α ε δ, reliqua igitur γ ν reliquæ ν δ est æqualis. Et ſi cōnectamus α δ ν ducuntur recti qui ad λ anguli, & dupla ἀνάγονται est γ δ ipſius γ λ, & id propterea & qui ad μ recti ſunt, & dupla est α γ ipſius γ μ. Quoniā igitur angulus q ſub α λ γ ei est æquus qui ſub α μ ſ, cōis aūt ipſorū trangulorū binorū α λ γ, α μ ſ, est qui ſub λ α γ, reliquus igitur qui ſub α γ λ ei est æqualis qui ſub μ ſ α, æquiāgulū igitur est triāgulū α γ λ, ipſi α μ ſ triangulo, proportionaliter igitur est ſicut λ γ ad γ α, ſic μ ſ ad ſ α, et antecedētium duplicia. Sicut igitur dupla ipſius λ γ ad γ α, ſic ipſius μ ſ dupla ad ſ α. Sed ſicut ipſius μ ſ dupla ad ſ α, ſic μ ſ ad ipſius ſ α dimidiā. Sicut igitur ipſius λ γ dupla, ad γ α, ſic est μ ſ ad dimidiā ipſius ſ α, et ſequētium dimidia. Sicut igitur ipſius λ γ dupla ad ipſius γ α, dimidiā, ſic μ ſ ad quartā partē ipſius ſ α, & ipſius λ γ dupla est δ γ, ipſius uerò γ α, dimidia est γ μ, ipſius aūt ſ α, quarta pars est ſ ν. Est igitur ſicut δ γ ad γ μ, ſic μ ſ ad ſ ν. Cōponendo (p 18 quinti) & ſicut utraq; δ γ μ ad γ μ, ſic μ γ ad ſ ν: & ſicut (p 11 quinti) qd' ex utraq; ipſarū δ γ μ, ad id qd' ex γ μ, ſic qd' ex μ ν ad id quod ex ν ſ. Et quoniā (p 8 decimitertij) ea quæ ſub duobus laterib. pētagoni ſubtēſa ut α γ extrema & media ratione ſecta, maius ſegmentū est æquale ipſius pētagoni lateri, hoc est ipſi δ γ, maius autē ſegmentū totius admittens dimidiū quincuplū potest eo quod ex totius dimidia (per 1 decimitertij) & totius α γ dimidia est γ μ, quod igitur ex δ γ μ tāquā ex una, quincuplū est eius quod ex γ μ. Sicut autē qd' ex δ γ μ ſicut una, ad id qd' ex γ μ, ſic oſtēſum est eſſe id qd' ex μ ν ad id quod ex ν ſ, quincuplū igitur est quod ex μ ν, eius quod ex ν ſ, ratiōale aūt quod ex ν ſ, rationalis enim est diameter. Rationale igitur est & quod ex μ ν. Rationalis igitur est μ ν, rationē enim habet quā numerus ad numerū quod ex μ ν, ad id quod ex ν ſ. Et quoniā quadrupla est β ſ ipſius ſ ν, quincupla igitur est β ν ipſius ν ſ. Vigintiquincuplex igitur est quod ex β ν, eius quod ex ν ſ. Quincuplū autē est id quod ex μ ν, eius quod ex ν ſ, quincuplū igitur est quod ex β ν, eius quod ex λ μ. Quod igitur ex β ν, ad id quod ex ν μ rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incommenſurabilis igitur est (per 9 decimi) β ν ipſi ν μ in longitudine, & ipſarū utraq; rationalis est. Ipſæ igitur β ν, ν μ, rationales ſunt potentia tantū cōmēſurabiles. Si aūt à ratiōali rationalis auferatur potētia tantū cōmēſurabilis ſubſiſtens toti, reliqua irrationalis est, uocatur autē apotome (per 63 decimi) igitur μ β apotome est. Cōgruens autē ei est μ ν. Dico q & quarta. Quo enim maius est id quod ex β ν eo quod ex ν μ, ei æquū eſto quod ex ν. Igitur ipſa β ν, ipſa ν μ maius potest ipſo ν. Et quoniā (p 16 decimi) cōmēſurabilis est ν ſ ipſi ſ β & cōponendo (per 18 quinti) cōmenſurabilis est ν β ipſi β ſ, ſed β ſ ipſi β θ lōgitudine est cōmenſurabilis, & β ν igitur ipſi β θ cōmenſurabilis est. Et quoniā quod ex θ ν eius quod ex ν μ quincuplum est, quod igitur ex β ν ad id quod ex ν μ rationē habet quā quinq; ad unū. Cōuertēdo igitur (p correlariū 18 qnti) quod ex β ν ad id qd' ex ν, rationē habet quā quinq; ad quatuor, nō quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmenſurabilis igitur est β ν, ipſi ν. Igitur θ ν, ipſi ν μ maius potest, eo quod ex ſibi incōmēſurabili. Quoniā igitur tota β ν, ipſa ν μ cōgruēte maius potest eo quod ex ſibi incōmēſurabili, et tota β ν, ipſi θ θ rationali expoſitæ cōmenſurabilis est. Apotome igitur quarta est ipſa μ β. Quod autē ſub rationali & apotome quarta cōprehenſum rectāgulū, irratiōale est & ipſum potēs irrationalis est, minorq; appellatur (per 94 decimi) Potest aūt quod ſub θ β, β μ, ipſa α β, quoniā propter cōnexionē ipſius α θ, triāgulū α β θ æquiāgulū fit ipſi α β μ. Et est ſicut θ θ ad β α, ſic est α β ad θ μ, ipſa igitur α θ quinquāguli latus, irrationalis est minor appellata: quod erat oſtendendum.

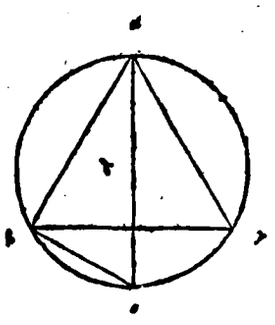


Euclid. ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio 12.

12 Si in circulo triangulū æquilaterū deſcriptum fuerit, ipſius trianguli latus potentia triplum est eius quæ ex centro circuli. Camp. 8.

THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ, & in eo triangulum æquilaterum deſcribatur α θ γ. Dico q ipſius α θ γ trianguli latus potentia triplū est eius quæ ex centro ipſius circuli α β γ. Aſſumatur enim (per 1

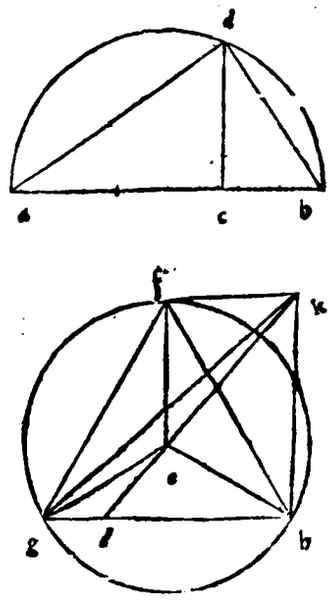
tertij) centrum ipſius circuli ∂, & connexa α ∂ extendatur in ε, & cõnectatur β ε. Et quoniã triãgulũ α β γ æquilaterũ eſt, igitur β ε γ, circunferẽtia tertia pars eſt ipſius circuli α β γ circũferentiæ: igitur β ε circũferẽtia, ſexta pars eſt circũferentiæ ipſius circuli, hexagoni igitur latus eſt ipſa β ε recta linea, æqualis igitur eſt ei qui ex cẽtro, hoc eſt ipſi ∂ ε. Et quoniam α γ ipſius ∂ ε dupla eſt, quadruplum eſt quod ex α ε eius quod ex ∂ ε. hoc eſt eius quod ex β ε. Aequũ autẽ eſt id quod ex α ε, eis quæ ex α β, β ε, quæ igitur ex α ε, β ε, quadrupla ſunt eius quæ ex β ε, diuidẽdo igitur ꝙ quod ex α β, triplũ eſt eius quod ex β ε. Aequalis autẽ eſt β ε, ipſi ∂ ε, quod ex α ε igitur triplũ eſt eius quod ex ∂ ε. Trianguli ergo latus potẽtia triplũ eſt eius quæ ex centro circuli: quod oſtendere oportuit.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 15.

PYramidem quatuor baſiũ triangulariũ & æquilaterarum ab aſsignata ſphæra circunſcriptibilẽ fabricare. Huius ergo ſphæræ diametros, ad latus ipſius pyramidis ſeſquialteram proportionem potentialiter habere probatur. 13

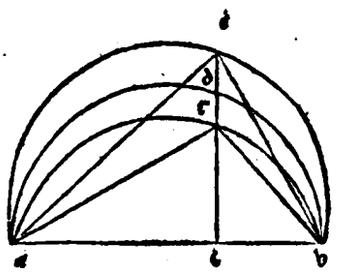
CAMPANVS. Sit linea a b diameter aſsignatæ ſphęræ, quę diuidat pũcto c, ita quòd a c ſit dupla ad b c, & lineetur ſuper eã ſemicirculus a d b, & producãtur lineæ c d orthogonaliter ſuper lineã a b, & producãtur lineæ b d & d a. Poſtea fiat circulus f g h ſuper cẽtrũ e, cuius ſemidiameter ſit æqualis lineæ c d, cui ex 2 quarti libri inſcribat triãgulus æquilaterus qui ſit f g h, ad cuius angulos protrahãtur à centro, lineę e f, e g, e h, deinde ſuper centrũ e, erigat (ſecundũ quod docet 12 undecimi) linea e k quę ponat æqualis a c, perpendicularis ad ſuperficiẽ circuli f g h, & demittãtur à pũcto k hypothenuſæ k f, k g, k h, eritq; cõpleta pyramis quatuor baſiũ triãgulariũ & æquilaterarũ, quã dico eſſe ab aſsignata ſphæra circunſcriptibilẽ, & dico quadratum diametri propoſitæ ſphęræ, ſeſquialterũ eſſe ad quadratum lateris fabricatę pyramidis. Cõſtat enim ex prima parte correlarij 8 ſexti, quod linea c d eſt medio loco proportionalis inter a c & c b, quare ex correlario 16 eiuſdẽ, quadratum lineæ a c ad quadratum lineę c d, eſt ſicut linea a c ad c b, ergo coniunctim quadratũ a c & quadratum c d, ad quadratum c d, ſicut linea a b ad b c, ideoq; ex penultima primi quadratum a d ad quadratum d c, ſicut a b ad b c. Cum ergo linea a b ſit tripla ad b c, erat enim a c dupla ad eã, erit quoq; quadratum a d triplum ad quadratum d c. Eſt autem ex 8 huius, quadratum f g triplum ad quadratum e f, quare cum ex hypotheſi d c ſit æqualis e f, erit ex communi ſcientia a d æqualis f g. Et quia ex diffinitione lineæ perpendicularis ad ſuperficiem, linea e k continet cum ſingulis lineis e f, e g, e h, angulos rectos, quarum quælibet eſt æqualis lineæ c d, & quia ipſa eadem eſt æqualis lineæ a c, & angulus c eſt rectus, erit per 4 primi unaquæq; trium linearum k f, k g, k h, æqualis lineæ a d. Manifeſtum eſt igitur fabricatam pyramidem eſſe quatuor baſium triangularium æquilaterarum.



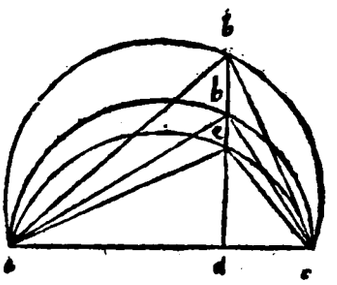
¶ Ipſam autem eſſe circunſcriptibilem ab aſsignata ſphæra, ſic habeto. Linea e k intelligatur adijci ſecundum rectitudinem lineæ e l æqualis lineæ c b, ut tota k l ſit æqualis a b, quæ eſt diameter aſsignatæ ſphæræ. Hanc autem lineam inquam, e l imagineris eſſe ſub circulo f g h, perpendicularem quoque ad ipſius ſuperficiem ex parte inferiori, ſicut eſt e k ex parte ſuperiori, eritq; unaquæque trium linearum e f, e g, e h, & ſimpliciter quælibet ſemidiameter circuli f g h, medio loco proportionalis inter k e & e l, quemadmodum eſt d c inter a c & c b, nam hæ ſunt æquales illis, unaquæque ſuæ relatiuæ. Si igitur ſuper lineam l k deſcribatur ſemicirculus, circunducaturq; quouſque ad locum unde moueri cœperat, redeat, erit ex diffinitione ſphærarum æqualium, ſphæra deſcripta motu huius ſemicirculi, æqualis ſphæræ aſsignatæ: ſunt enim ſphæræ æquales, quarum ſunt æquales diametri, quemadmodum de circulis in principio tertij dictum eſt. Hunc uerò ſemicirculum neceſſe eſt tranſire per tria puncta f g h, quæ ſunt anguli ſolidæ pyramidis fabricatæ. Similiter autem dico quòd ſemicirculus hic, quoniam ſuper lineam k l fuerit deſcriptus, ſi circunducatur quouſque ad locum redeat unde moueri cœperat, continget circulum f g h, ſuper omnia puncta circunferentiæ ipſius. Quod ex hac uetuſta ueritate probatur. Si linea recta ſuper lineam rectam perpendiculariter ſteterit, quæ inter partes eius cui ſuperſtat uel circũſtat medio loco proportionalis ponatur: fueritq; ſuper eam lineã cui perpendicularis ſuperſtat ſemi-

ſemicirculus deſcriptus, circunferẽtia ipſius per extremitatẽ lineæ medio loco proportionalis poſitæ perpẽdiculariter neceſſariò trãſibit. Cũ igitur cunctę ſemidiametri circuli f g h ſint perpendiculares ad lineam k l, & medio loco proportionales inter partes ipſius quæ ſunt k e & e l, ſequitur ut ſemicirculus deſcriptus ſuper k l, ſi circunducatur, trãſeat per omnia puncta circunferentię f g h, & per omnes ſolidos angulos pyramidis fabricatæ. Itaq; à diffinitione eius quod eſt figuram inſcribi figurę, pyramis fabricata eſt inſcriptibilis illi ſphęrę quam ſemicirculus per lineam k l lineatus motu ſuo deſcribit. Et quia hæc ſphæra deſcripta, eſt aſſignatæ ſphęræ ęqualis per diffinitionem ęqualium ſphęrarum, ſequitur ex communi ſcientia ut hæc pyramis fabricata, ſit ab aſſignata ſphæra circunſcriptibilis: quod eſt propoſitum.

CORRELARIVM autẽ patet ſic. Cum enim a b ſit tripla ad b c, per euerſam proportionalitatẽ erit a b ſeſquialtera ad a c, ideoq; ex ſecũda parte correlarij 8 ſexti & correlario 17 eiuſdẽ, quadratũ lineę a b erit etiã ſeſquialterũ ad quadratũ lineę a d. Et quia linea a d eſt æqualis lateri fabricatę pyramidis, at uerò a b eſt diameter ſphæræ, cõſtat uerũ eſſe quod per correlariũ dicitur. ¶ Ne autẽ quicquã de uetuſta ueritate propoſita hęſitare cõtingat, eam uolumus hoc modo demõſtratione firmare. Sit igitur ſuper lineã a b linea c d perpẽdicularis, quæ ponatur medio loco proportionalis inter partes lineę a b, quę ſint a c & c b, ita quod ſit proportio a c ad c d, ſicut c d ad c b. Et ſuper lineam a b, deſcribatur ſemicirculus a e b. Dico q̃ huius ſemicirculi circunferẽtia trãſibit per punctum d, qui eſt extremitas perpendicularis. Sin autẽ aut ſecabit lineã c d, aut ſupertrãſibit eã totã ipſam tranſiẽs & includẽs & non cõtingens. Secet ergo primò eam in puncto e, & ducantur lineæ e b & e a, eritq; ex prima parte 30 tertij totalis angulus a e b rectus, itaq; ex prima parte correllarij 8 ſexti proportio eſt a c ad c e, ſicut c e ad c b, aut uerò ex ſecunda parte 8 quinti proportio a c ad c e, eſt maior quàm a c ad c d, eo quod c e eſt minor quàm c d. Cũ igit ſit c e ad c b, ſicut a c ad c e, & c d ad c b, ſicut a c ad c d, erit per 11 quinti e c ad c b, maior quã c d ad c b: ideoq; per primã partẽ 10 quinti e c eſt maior q̃ d c, pars uidelicet, quàm ſuũ totum, quod eſt impoſsibile. Nõ ergo ſecabit circunferẽtia ſemicirculi lineã c d. Supertrãſeat igit & producatur c d uſq; ad circunferẽtiã, ſitq; tota c e, & protrahãtur lineæ e b & e a, ſequeturq; ut prius lineam c d eſſe maiorem quàm ſit linea c e, quod eſt etiam impoſsibile. Conſtat ergo propoſitum.



Similiter autẽ dicimus, q̃ ſi fuerit aliquis angulus rectus, cui baſis ſubtẽdatur ſuper quã ſemicirculus lineetur, ipſius circũferentiã per angulũ rectum trãſire neceſſe eſt. Cõuerſam huius propoſitionis prima pars 30 tertij. Quod autẽ dicimus, ſic cõſtat. Sit enim angulus a b c rectus, cui ſubtenda tur baſis a c, & ſuper eã lineetur ſemicirculus, dico q̃ ipſius circunferentia trãſibit per pũctũ b, in quo coeũt lineę cõtinentes angulum rectũ. Cuius demõſtratio eſt, quod neq; tranſibit ſupra neq; infra. Sin autẽ trãſeat primò infra, ſitq; a e c, & ab angulo b producatur linea b d perpendicularis ad baſin a c, quæ ſecet circunferentiã ſemicirculi in puncto e, & protrahantur lineę e a & e c, eritq; angulus a e c, rectus ex prima parte 30 tertij, at ipſe eſt maior angulo a b c per 21 primi, hoc autẽ eſt impoſsibile ex tertia petitione, cum uterq; ſit rectus, hic quidẽ ex hypotheſi, ille uerò ex prima parte 30 tertij. Nõ ergo trãſibit circunferentia ſemicirculi infra angulum b. Trãſeat itaq; ſupra, & ſit a f c, producatur autẽ perpendicularis d b, quouſq; obuiet circunferentiæ ſemicirculi a f e in puncto f, & producantur lineæ f a, f c, eritq; ex prima parte 30 tertij angulus a f c rectus. Cumq; etiam eſſet ex hypotheſi angulus a b c rectus, ſequitur impoſsibile per 21 primi, ſicut in principio. Relinquitur ergo quod diximus. Hoc autem neceſſarium eſt ad cognitionem eorum quæ ſequuntur.

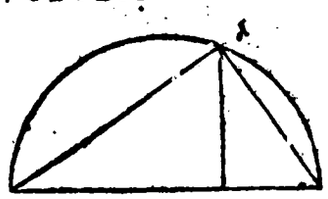


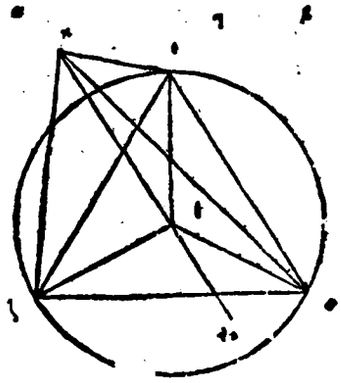
Euclid. ex Zamb. *Problema* 1. *Propoſitio* 13.

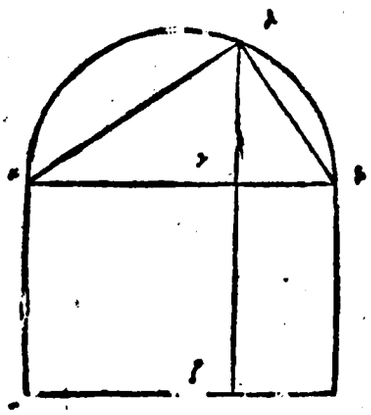
13 Pyramidẽ cõſtituere, & data ſphęra cõprehẽdere, & demõſtrare q̃ ipſius ſphęrę dimetiẽs potẽtia ſeſquialter eſt lateris ipſius pyramidis.

THEON *ex Zamb.* *Exponatur datæ ſphæræ dimetiens* α β, *ſecetúrq; in* γ *ſigno, ut* α γ *ipſius* 6 γ *dupla ſit. Deſcribatúrq; ſuper* α β *ſemicirculus* α δ β, *excitetúrq; (per* 11 *primi) ab ipſo* γ *ſigno ad angulos rectos* γ δ, *& connectatur* δ α, *exponatúrq; circulus* ε ζ κ, *æquam habens eam quæ ex cẽtro ipſi* δ γ, *deſcribatúrq; in ipſo* ε ζ κ *circulo triangulũ æquilaterũ* ε ζ κ, *& accipiatur (per* 1 *tertij) cẽtrum circuli, ſitq; θ ſignum, & connectantur* ε θ, θ ζ, *& θ* κ. *Et conſtituatur (per* 11 *undecimi) ab ipſo ſigno ipſius* ε ζ κ *circuli plano ad angulos rectos recta* θ λ, *& ponatur ipſi* θ λ *ipſa* α γ *rectæ lineæ æqualis, & connectantur* λ ε, λ ζ, λ κ. *Et quoniã* λ θ *recta eſt ad ipſius* ε ζ κ *circuli planum, & ad omnes igitur ipſam tangẽtes rectas lineas, & in eodẽ ipſius*

ſ ꝫ circuli plano exiſtentes rectos efficit angulos (per 2 undecimi diffinitionẽ) Tãgit aũt ipſum unaquæq; ipſarũ θ ι, θ ſ, θ υ. Igitur θ ꝫ, ad unãquãq; ipſarũ θ ι, θ ſ, θ ꝫ recta eſt. Et quoniã æqualis eſt α γ ipſi θ ꝫ et γ δ ipſi θ ι, & rectos cõprehẽdũt angulos, baſis igitur δ α (p 4 primi) baſi ꝫ ι eſt æqualis, et id propterea & utraq; ipſarũ θ ſ, ꝫ υ, ipſi δ α eſt æqualis. Tres igitur ꝫ ι, ꝫ ſ, ꝫ υ, inuicẽ ſunt æquales. Et quoniã dupla eſt α γ ipſius γ ϛ, tripla igitur eſt α β ipſius ϛ γ. Sicut autẽ α β ad β γ, ſic qd̃ ex α δ ad id qd̃ ex δ γ ſicut oſtẽdetur. Quoniã enim eſt ſicut β α ad α γ, ſic qd̃ ex δ α ad id qd̃ ex α γ, cõuertẽdo (p correlariũ 19 qnti) ſicut α β ad β γ, ſic qd̃ ex α δ ad id qd̃ ex α γ. Sicut demõſtrabitur. Triplũ igitur eſt qd̃ ex α δ, eius qd̃ ex δ γ. Eſt aũt & qd̃ ex ſ ι eius qd̃ ex ι θ triplũ, & æqualis eſt δ γ ipſi ι θ, æqualis igitur eſt δ α ipſi ι ſ. Sed δ α unicuiq; ipſarũ ꝫ ι, ꝫ ſ, ꝫ υ, oſtẽſa eſt æqualis. Vnaquæque igitur ipſarũ ι ſ, ſ ꝫ, ꝫ ι, unicuiq; ipſarũ ꝫ ι, ſ ꝫ, ꝫ υ eſt æqualis, æquilatera igitur ſunt ipſa quatuor triãgula, hoc eſt ι ſ ꝫ, ꝫ ι ſ, ꝫ ſ υ, ꝫ ι θ. Pyramis igitur cõſtructa eſt ex quatuor triãgulis æqualib. et æquilateris, cuius baſis eſt ι ſ ꝫ triãgulũ, faſtigiũ uerò eſt ſignũ ꝫ. Oportet iã ipſam data ſphæra cõprehẽdere, oſtẽdere q; qd̃ ipſius ſphæræ diameter potẽtia lateris ipſius pyramidis ſeſqualtera eſt. Extendatur enim in rectas lineas ipſi ꝫ θ, recta linea θ λ & ipſi ϛ γ æqualis ponatur θ λ. Et quoniã eſt ſicut α γ ad γ δ, ſic γ β ad γ α, æqualis aũt eſt ipſa quidẽ α γ ipſi ꝫ θ, & γ δ ipſi θ ι, & γ β ipſi θ λ, eſt igitur ſicut ꝫ θ ad θ ι, ſic ι θ ad θ λ: qd̃ igitur ſub ipſis ꝫ θ, θ λ, æquũ eſt ei quod ex ι θ. Et rectus eſt uterq; ipſorũ ꝫ θ ι, ι θ λ angulorũ. Igitur ſemicirculus deſcriptus ſuper ꝫ λ ueniet & per ι, quoniã ſi cõnectamus ι λ, rectus fit qui ſub λ ι ꝫ angulus, eo quia triãgulũ ι λ ꝫ utriq; ipſorũ ι λ θ, ι θ ꝫ, triangulorũ æquiãgulũ fit. Si iã manente ꝫ λ circũducatur ſemicirculus, & in idem unde duci incœpit rurſus ſterit, ueniet & per ſigna ſ ꝫ, cõnexis ipſis ſ λ, λ ꝫ, & rectis ſimiliter factis ijs qui ad ſ ꝫ, angulis pyramis data ſphæra cõprehenſa erit, ipſa enim ꝫ λ ſphæræ dimetiẽs, æq̃lis eſt ipſi α β datæ ſphæræ diametro. quoniã ipſi quidẽ α γ æqualis ponitur ꝫ θ, ipſi aũtẽ γ β ipſa θ λ. Dico iã q; ipſius ſphæræ dimetiẽs, lateris ipſius pyramidis potẽtia ſeſqualter eſt. Quoniã etenim dupla eſt α γ ipſius γ β, tripla igitur eſt α ϛ ipſius β γ. Cõuertendo igitur (per correlariũ 18 quinti) ſeſqualtera eſt α β ipſius α γ. Sicut autẽ β α ad α γ, ſic quod ex ϛ α ad id quod ex α δ, quoniã cõnexa ipſa β δ, eſt ſicut β δ ad α δ, ſic δ α ad α γ, propter ipſorũ δ α ϛ, δ α γ, triangulorũ ſimilitudinem, & eo quia eſt ſicut prima ad tertiã, ſic quod ex prima ad id quod ex ſecũda. Seſqualterũ igitur eſt quod ex β α, eius quod ex α δ. Et β α quidẽ eſt ipſius datæ ſphæræ diameter, & α δ æqualis eſt lateri ipſius pyramidis, ipſius igitur ſphæræ diameter, ipſius pyramidis lateris ſeſqualtera eſt: quod erat oſtendendũ. Oſtẽdendũ iam q; eſt ſicut α β ad β γ, ſic quod ex α δ ad id quod ex δ γ. Exponatur ipſius ſemicirculi deſcriptio, & ab ipſa α γ deſcribatur (per 46 primi) quadratum ι γ, & cõpleatur ſ ϛ parallelogrammum. Quoniã igitur triangulum δ α β ipſi δ α γ triangulo æquiangulum eſt, eſt ſicut β α ad α δ, ſic eſt δ α ad α γ. Igitur quod ſub β α, α γ, æquum eſt ei quod ex α δ. Et quoniã eſt ſicut α β ad β γ, ſic eſt ι β ad ϛ ſ, & eſt quidem ipſum ι ϛ id quod ſub ϛ α, α γ (æquális enim eſt ι α ipſi α γ, & β ſ, id eſt qd̃ ſub α γ, γ β) ſicut igitur α ϛ ad β γ, ſic quod ſub ipſis β α, α γ, ad id quod ſub ipſis α γ, γ β. Et quod ſub β α, α γ, æquũ eſt ei quod ex α δ, quod autẽ ſub α γ, γ ϛ, æquum eſt ei quod ex δ γ, ipſa enim δ γ perpẽdicularis, baſis ſegmẽtorum α γ, γ β, media eſt proportionalis, quoniã qui ſub α δ β rectus eſt. Sicut igitur α β ad β γ, ſic quod ex α δ ad id quod ex δ γ: quod oſtendere oportuit.

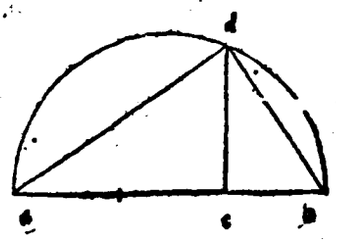






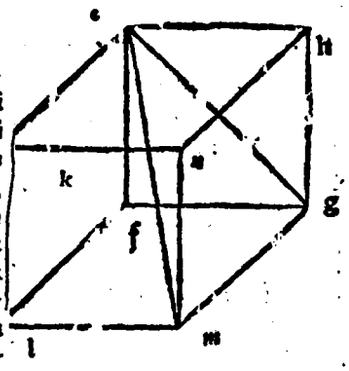
Euclid. ex Camp. Propoſitio 14.

Zamb. 15. A B aſſignata ſphæra circũſcriptibilẽ cubũ cõſtituere. Eiuſdẽ autẽ ſphæræ diametrũ lateri ipſius cubi potentialiter triplicem eſſe manifeſtum erit. 14



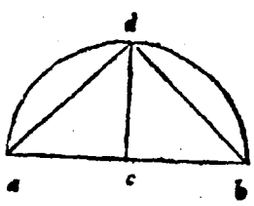
CAM. Aſſignatæ ſphærę diameter ſit a b, ſuper quã lineetur ſemi circulus a d b, diuidaturq; diameter in pũcto c, prorſus ſecundũ cõditionẽ præmiſſæ, uidelicet ut linea a c ſit dupla ad lineã c b, & producatur c d perpẽdicularis ad a b, & protrahãtur d b & d a. Poſtea fiat unũ quadratũ cuius omnia latera ſint æqualia b d, ſitq; e f g h, ſuper cuius quatuor angulos erigãtur, ut docetur

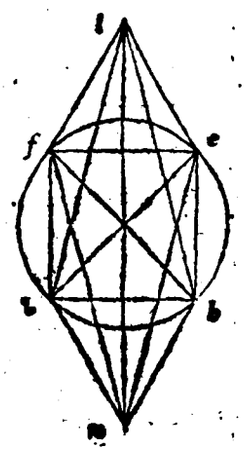
cet 12 undecimi, quatuor lineæ perpẽdiculares ad ſuperficiẽ ipſius quadrati, quarum quælibet ponatur etiã æqualis lineæ b d, ſintq; e k, f l, g m, h n, eruntq; hæ quatuor perpẽdiculares, ſingulę ſingulis æquidiſtantes ex 6 undecimi, & anguli quos continent cum lateribus quadrati, recti ex diffinitione lineæ perpẽdicularis ad ſuperficiẽ. Deinde coniungantur extremitates iſtarũ perpẽdicularium, protractis lineis k l, l m, m n, n k, eritq; cõpletus cubus, ſex ſuperficieb. quadratis contentus, cõſtat ex 34 primi, q; quatuor ſuperficies ipſum ambiẽtes (& ipſę ſunt quarũ oppoſita latera ſunt 4 perpẽdiculares) ſunt oẽs quadratæ, de baſi autem, hoc poſitũ eſt: at uerò de ſuprema eius ſuperficie quę eſt k l m n, q; ipſa quoq; ſit quadrata, cõſtat ex 34 primi & 10 undecimi. ideoq; ex 4 undecimi manifeſtũ eſt, ſingula latera eiuſdẽ cubi duabus ipſius oppoſitis ſuperficieb. orthogonaliter inſiſtere. Vt aũt cubũ hũc ab aſsignata ſphæra circunſcriptibilẽ eſſe demonſtremus, in una ſuarũ ſuperficierũ protrahatur diagonalis: uerbi gratia in baſi eius. ſitq; e g, & ab huius diagonalis altera extremitate, protrahatur diameter cubi e m, eritq; ex penult. primi quadratũ e g, duplũ ad quadratum f g, ideoq; & ad quadratũ g m, eo quòd g m eſt æqualis f g. ſunt enim omnia latera cubi adinuicẽ æqualia. Et quia rurſus ex penult. primi, quadratũ e m eſt æquale quadratis duarũ linearũ e g & g m, propter hoc q; angulus e g m eſt rectus ex diffinitione lineæ perpẽdicularis ad ſuperficiẽ, erit quadratũ e m triplũ ad quadratũ m g, cõſtat enim ex duplo & ſimplo. Cũq; ex ſecũda parte correlarij 8 ſexti & ex correlario 17 eiuſdem quadratũ quoq; a b ſit triplum ad quadratũ b d, eo quòd linea a b tripla eſt ad lineã b c, ſit aũt b d, æqualis f g, ſequitur ex cõmuni ſciẽtia, ut c m, quæ eſt diameter cubi, ſit æqualis a b, quę eſt diameter ſphęræ. Itaq; ſi ſuper e m lineetur ſemicirculus, circũducaturq; ſuſq; ad locũ unde fuit initiũ motus, redeat: ſphæra deſcripta, erit ex diffinitione ſphærarum æqualiũ æqualis ſphæræ aſsignatæ. At uerò quia hic ſemicirculus tranſitũ faciet per punctũ g, eo quòd angulus e g m eſt rectus, eadẽq; ratione per cęteros ſingulos rectos angulos cubi, quod ex antecedẽte ante hãc 14 immediatè pręmiſſo manifeſtũ eſt, cõſtat cõſtituturũ cubũ ab aſsignata ſphęra (eo quòd à ſua ęquali) circũſcriptibilẽ eſſe: q̃d demõſtrare oportebat. Correlarij uerò demõſtratio in iſtius demõſtrationis proceſſu prępatuit. *Euclid. ex Cãp. Propoſitio 15.*



15 Corpus octo baſiũ triãgulariũ & æquilaterarũ à ſphęra propoſita circunſcriptibile, componere: eritq; palàm eiuſdẽ ſphæræ diametrum lateri ipſius corporis duplicẽ eſſe potentialiter. *Zamb. 14.*

CAMP. Diameter ſphæræ propoſitæ ſit a b, quę diuidatur per æqualia in puncto c, & ſuper eã lineetur ſemicirculus a d b, & producatur c d perpẽdicularis ad a b, & iungatur punctus d cum a & cũ b, deſcribaturq; unũ quadratũ cuius ſingula latera ſint æqualia lineæ b d, ſitq; quadratũ hoc e f g h, in quo ꝓtrahãtur diametri duę e g & f h, ſecãtes ſeinuicẽ in pũcto k. Cõſtat igitur ex 4 primi, q; utraq; iſtarũ diametrorum ſit æqualis lineæ a b quę eſt diameter ſphęrę, cum angulus d ſit rectus ex prima parte 30 tertij, & ſinguli quoq; anguli e f g h, recti ex diffinitione quadrati. Conſtat rurſus, q; eædẽ diametri e g & f h diuidunt ſeinuicem per æqualia in puncto k. Hoc autẽ ex 5 primi & 32 & 6 eiuſdẽ facilè eſt elicere. Erigatur itaq; ſuper punctum k, linea k l perpẽdicularis ad ſuperficiem quadrati, quæ ponatur æqualis medietati diametri e g uel f h, & demittantur hypothenuſę l e, l f, l g, l h, eruntq; ex his quę poſita ſunt, & penultima primi, quoties oportuerit repetita, ſingulæ harum hypothenuſarũ æquales ſibiſinuicẽ & ęquales lateribus quadrati. Habes ergo pyramidẽ quatuor ęquilaterarum triangulariumq; baſiũ, ſuper quadratum conſtitutã. Huic itaq; ſub ipſo quadrato ſimilẽ pyramidẽ hoc modo appone. Lineam l k producas, perforãdo quadratum, uſq; ad m, ita q; k m exiſtẽs ſub quadrato, ſit ęqualis l k exiſtẽti ſupra, & iunge punctum m cum ſingulis angulis quadrati, producendo 4 alias hypothenuſas quę ſunt m e, m f, m g, m h, de quibus quoq; manifeſtũ eſt ex penult. primi, quẽadmodum de alijs quę ſunt in ſuperiori parte, quòd ipſę ſint æquales adinuicẽ & laterib. quadrati. Complenimus igitur corpus 8 baſium triãgularium & ęquilaterarum. Hoc autẽ ab aſsignata ſphæra circunſcriptibile eſſe, ſic habebo. Cõſtat enim quod linea l m eſt ęqualis diametro aſsignatæ ſphęræ. nã utraq; earũ eſt æqualis diametro quadrati. Igitur ſi ſuper l m lineetur ſemicirculus qui circũuoluatur quouſq; ad locũ ſuum redeat, ſphæra quã motu ſuo deſcribet, erit æqualis aſsignatæ ſphæræ, ut ex diffinitione æqualium ſphęrarum colligitur. Hic uerò ſemicirculus tranſibit per

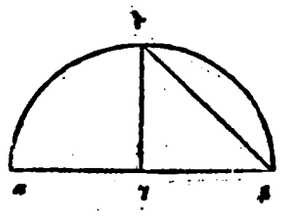


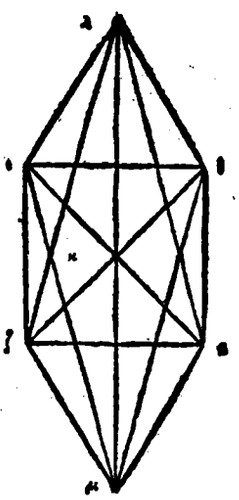


quatuor angulos quadrati, & ſimpliciter per omnia pũcta circunferentiæ circuli circunſcribẽtis quadratum, eo quòd ſemidiameter quadrati, ut linea f k & portiones lineę l m, quę ſunt l k & k m, ſunt adinuicẽ ęquales, quare ex diffinitione eius quod eſt figuram unam alij figuræ inſcribi. fabricatum corpus inſcriptibile eſt ſphæræ motu huius ſemicirculi deſcriptæ. Iraq; & ſphęræ aſsignatæ ex conceptione, cum ipſæ ſint adinuicem æquales ex diffinitione. Correlarium uerò manifeſtè conſtat, ſunt enim duæ lineæ d b & d a æquales ex quarta primi: ideoq; quadratum lineæ b d, duplum eſt ad quadratum lineæ b d, ex penultima primi, latus autem fabricati corporis, eſt ęquale lineæ b d: uerum eſt ergo correlariũ. *Euclid. ex Zãb.* *Problema 2.* *Propoſit. 14.*

Octahedrum conſtruere, & data ſphæra comprehendere ea qua 14 pyramidem, oſtendereq; quòd ipſius ſphæræ dimetiens potentia lateris ipſius octahedri duplus eſt.

THEON ex Zamb. *Exponatur datæ ſphæræ diameter α β, ſecetúrq; (per 10 primi) diuidue in γ, & deſcribatur ſuper α β ſemicirculus α δ β. Excitetúrq; (per 10 primi) ab ipſo γ ipſi α β ad rectos angulos γ δ, & connectatur δ β. Exponatúrq; quadratum ε ζ η θ, æquum habens unumquodq; latus ipſi β δ, & connectantur ζ θ, ε η. Excitetúrq; (per 12 undecimi) ab ipſo η ſigno ad ipſius ε ζ η θ quadrati planum ad angulos rectos recta linea η λ, & extendatur in alteram partem plani λ μ ut ipſa η μ, auferatúrq; ab utraq; ipſarum η λ, η μ, uni ipſarum η ε, η ζ, η η, η θ, æqualis utraq; ipſarum η λ, η μ, & connectantur λ ε, λ ζ, λ η, λ θ, μ ε, μ ζ, μ η, μ θ. Et quoniam η ε ipſi η θ eſt æqualis, & angulus qui ſub ε η θ rectus eſt, igitur quod ex θ ε duplum eſt eius quod ex ε η. Rurſus quoniam λ η ipſi η ε eſt æqualis, & angulus qui ſub λ η ε rectus eſt, quod igitur ex ε λ, duplum eſt eius quod ex ε η. Oſtenſum aũt eſt q, & quod ex θ ε, duplum eſt eius quod ex ε η. Igitur quod ex λ ε, ei quod ex ε θ eſt æquale. Ipſa igitur λ ε ipſi ε θ eſt æqualis. Idq; propterea iam et λ θ, ipſi θ ε eſt æqualis. Triangulum igitur λ ε θ æquilaterum eſt. Similiter iam demonſtrabimus quod unũquodq; reliquorum triangulorum, quorũ baſes quidem ſunt ipſa ε ζ η θ quadrati latera, ſuſtigia uerò λ μ, ſigna, æquilaterum eſt. Octahedrum igitur cõſtitutum eſt, ſub octo triangulis æqualia habentibus latera comprehenſum. Oportet iam & illud ſphæra data cõprehendere, oſtendereq; q, ipſius ſphæræ dimetiens potentia duplus eſt lateris ipſius octahedri. Quoniam enim ipſæ tres λ η, η μ, η ε, inuicem ſunt æquales, ſuper λ μ igitur deſcriptus ſemicirculus ueniet & per ε, & id propterea ſi manente λ μ, circunducatur ſemicirculus, & in idem unde circunduci cœpit ſteterit, ueniet et per ζ η θ ſigna, & octahedrum ſphæræ erit comprehenſum.* Dico q, & data. *Quoniam nanq; æqualis eſt λ η ipſi η μ, communis autem η ε, & angulos rectos comprehendunt, baſis igitur λ ε (per 4 primi) baſi ε μ eſt æqualis. Et quoniam angulus qui ſub λ ε μ rectus eſt, in ſemicirculo enim, quod igitur ex λ μ, duplũ eſt eius quod ex λ ε. Rurſus quoniam α γ ipſi γ β eſt æqualis, dupla eſt α β ipſius δ γ. Sicut aũt α δ ad δ γ, ſic quod ex α β ad id quod ex β δ. Duplum igitur eſt quod ex α β eius quod ex δ δ. Oſtenſum eſt aũt q, & quod ex λ μ duplũ eſt eius quod ex λ ε, & quod ex β δ, ei eſt æquum quod ex λ ε, æqualis enim ponitur ε θ, ipſi δ β. Quod igitur ex α β, ei quod ex λ μ, eſt æquale, ipſa igitur α β ipſi λ μ eſt æqualis, eſtq; α β datæ ſphæræ dimetiens, ipſa igitur λ μ, æqualis eſt datæ ſphæræ diametro. Comprehenſum eſt igitur octahedrum data ſphæra, & ſimul oſtenſum eſt quod ipſius ſphæræ diameter potentia dupla eſt ipſius octahedri lateris: quod facere & oſtendere oportebat.*

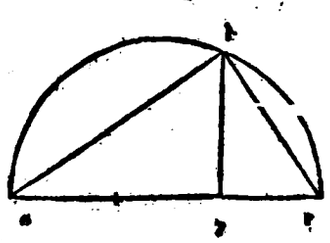




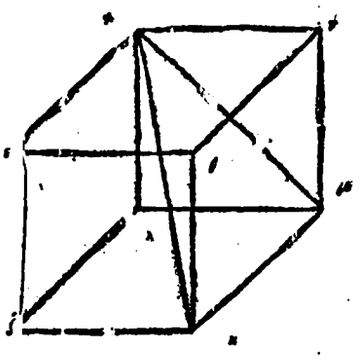
Euclid. ex Zamb. *Problema 3.* *Propoſitio 15.*

Cubũ cõſtruere & data ſphęra cõprehẽdere ea, q̃ priora, oſtẽde- 15 req; q̃ ipſius ſphæræ dimetiẽs potẽtia triplus eſt lateris ipſius cubi.

THEON ex Zamb. *Exponatur datæ ſphæræ diameter α β, ſecetúrq; in γ, ut α γ dupla ſit ipſius γ β. Deſcribatúrq; ſuper α β, ſemicirculus α δ β, & ab ipſo γ ipſi α β (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur γ δ, et connectatur δ β. Exponatúrq; quadratum ε ζ η θ, æquum habens unumquodq; latus ipſi δ β, & ab ipſis ε ζ η θ, ſignis, ad ipſius ε ζ η θ quadrati planum ad angulos rectos excitentur (per 12 undecimi) ε η, ζ λ, η μ, θ ν, & auferatur ab unaquaque ipſarũ ε η, ζ λ, η μ, θ ν, uni ipſarũ ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, æqualis unaquæq; ipſarum*



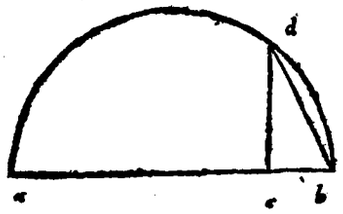
rum ι ν, ϛ λ, η μ, θ ρ, connectanturq; ipſæ ν λ, λ μ, μ ρ, ρ ν: cubus igitur ϛ ρ, cõſtructus eſt ſub ſex quadratis æqualibus comprehenſus. Oportet iam ſphæra data comprehendere, & oſtẽdere quòd ipſius ſphæræ dimetiens potentia triplex eſt ipſius cubi lateris. Connectantur enim ipſæ ν ν, ι ν. Et quoniam angulus qui ſub ν ι ν rectus eſt, eo quia ν ι recta eſt ad planũ ι ν, uidelicet & ad rectam lineã ι ν, igitur ſuper ν ν deſcriptus ſemicirculus ueniet & per ι ν ſigna. Rurſus quoniã ϛ ρ recta eſt ad utranq; ipſarum ϛ λ, ϛ ι, & ad ϛ ν: igitur planũ recta eſt ipſa ϛ ν. Quare & ſi cõnectamus ipſam ϛ ν, ipſa ν ϛ recta erit ad ipſam ϛ ν, ac per hoc rurſus ſuper ν ν deſcriptus ſemicirculus, trãſiet & per ϛ, ſimiliter & per reliqua ſigna ipſius cubi ueniet. Si iam manente ipſa ν ν, circunductus ſemicirculus in idẽ ſteterit unde circunduci cœpit, cubus ſphæra comprehenſus erit.

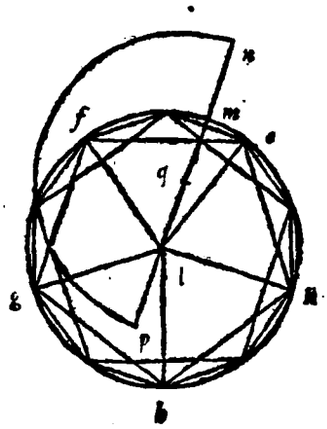


Dico iam quòd & data. Quoniam enim æqualis eſt ν ϛ ipſi ϛ ι, & angulus qui ad ϛ rectus eſt, quod igitur ex ι ν, duplum eſt eius quod ex ι ϛ. Aequalis autem eſt ι ϛ ipſi ι ν, quod igitur ex ι ν, duplũ eſt eius quod ex ι ϛ. Quare quod ex ν ι, ι ν, triplum eſt eius quod ex ι ν. Et quoniam α β ipſius β γ triplex eſt, ſicut autem α β ad β γ, ſic quod ex α β ad id quod ex β Δ, triplum igitur eſt quod ex α β, eius quod ex β Δ, patuit autem quòd & quod ex ν ν, triplum eſt eius quod ex ν ι, & æqualis poſita eſt ν ι, ipſi β Δ, æqualis igitur eſt & ν ν, ipſi α β. Et α β eſt datæ ſphæræ dimetiens, & ν ν igitur æqualis eſt ipſi datæ ſphæræ diametro. Data igitur ſphæra comprehenditur cubus, & unà oſtenditur quòd ſphæræ diameter potẽtia tripla eſt ipſius cubi lateris: quod facere & oſtendere oportebat. Euclid. ex Camp. Propoſitio 16.

CORpus uiginti baſium triangulariũ atq; æquilaterarum à data ſphæra diametrum rationalem habente circunſcriptibile, fabricare: eritq; palàm, latus eiuſdẽ corporis eſſe lineam irrationalem, eam ſcilicet quæ dicitur minor.

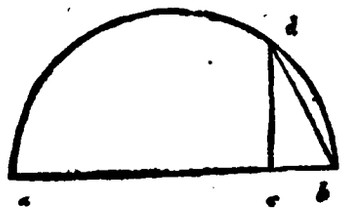
CAMP. Sit hic quoq; diameter aſſignatæ ſphæræ a b, quæ ponatur eſſe rationalis ſiue in longitudine ſiue in potentia tantum, & diuidatur in puncto c, ita q; a c ſit quadrupla ad c b, & lineetur ſuper eã ſemicirculus a d b, & producatur c d perpẽdicularis ad a b, & protrahatur linea d b, deinde ſecundum quantitatẽ lineæ d b lineetur circulus e f g h k ſupra cẽtrum l, cui inſcribatur pentagonus æquilaterus eiſdẽ literis annotatus, ad cuius angulos à cẽtro ducãtur lineæ l e, l f, l g, l h, l k. Rurſus in eodẽ circulo inſcribatur decagonus æquilaterus, diuidãtur enim cuncti arcus quorũ chordæ ſunt latera pentagoni per æqualia, & à punctis mediis ad extremitates cunctorum laterum inſcripti pentagoni lineæ rectæ dirigantur. Itemq; ſuper ſingulos angulos pentagoni erigatur cathetus ſecundum quod docet duodecima undecimi, quorum quilibet ſit etiam æqualis lineæ b d & continuentur extremitates horum quinque cathetorum, quinque corauſtis, eruntq; ex 6 undecimi quinque catheti erecti, adinuicem æquidiſtantes, cumq; ipſi ſint æquales, erunt quoq; ex 33 primi quinq; corauſti eorũ extremitates iungentes æquales laterib. pentagoni. Demitte igitur à ſummitatibus ſingulis ſingulorũ cathetorũ, binas & binas hypothenuſas ad duos circunſtantes angulos inſcripti decagoni, & harum decẽ hypothenuſarũ à quinq; extremitatibus cathetorũ ad quinq; puncta quæ ſunt ſinguli anguli mediꝫ inſcripti decagoni, deſcẽdentium extremitates cõtinua aliũ pentagonũ rurſus ipſi circulo inſcribẽdo, qui quoq; erit æquilaterus ex 23 tertiꝫ. Cũ hoc itaq; feceris, uidebis te perfeciſſe decẽ triãgulos, quorũ latera ſunt decẽ hypothenuſæ & quinq; corauſti & quinq; latera huius ſecundi pentagoni inſcripti. Hos ergo decem triãgulos, æquilateros eſſe, ſic collige. Cùm enim tam ſemidiameter deſcripti circuli quàm quilibet erectorũ cathetorum ſit æqualis lineæ b d ex hypotheſi, erit ex correlario 15 quarti, quilibet cathetorũ æqualis lateri hexagoni æquilateri circulo cuius ſemidiameter eſt æqualis lineæ

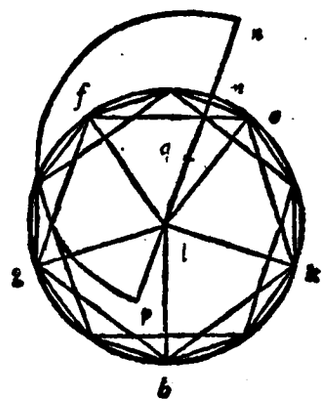




b d in-

b d inſcripti. Quia uerò ex penultima primi unaquæq; decem hypothenuſarum tanto eſt potentior catheto quantũ poteſt latus decagoni: at uerò ex 10 huius, latus quoq; pentagoni eſt tãto potentius eodem quantum poteſt idem latus decagoni, erit ex communi ſcientia unaquęque harũ hypothenuſarum ęqualis lateri pentagoni. De corauſtis autem iam patuit, quòd ipſi ſint æquales lateribus pentagoni. Itaque cuncta latera horum decem triangulorum, aut ſunt latera pentagoni æquilateri ſecunda uice circulo inſcripti, aut illis æqualia, ſunt igitur æquilateri trianguli. Amplius aũt ſuper centrũ circuli quod eſt punctum l, erige alium catheſum æqualem prioribus qui ſit l m, eiuſq; ſuperiorem extremitatem quę eſt m, iunge cum ſingulis extremitatibus priorũ, per quinq; corauſtos, eritq; ex 6 undecimi, hic centralis catheſus, ſingulis catheſorum angulariũ æquidiſtans, ideoq; ex 33 primi, hi quinq; corauſti erũt ſemidiametro circuli æquales, & ex correlario 5 quarti, quælibet eorum tanquã latus hexagoni. Centrali ergo catheto ex utraq; parte adiiciatur linea una æqualis lateri decagoni, ſupra quidem adiiciatur ei m n, deorſum autem ſub circulo adiiciatur ſibi à centro circuli p, poſtea demittantur à puncto n, 5, hypothenuſę ad 5 ſuperiores angulos decem triangulorum, qui ſunt in circuitu, & à puncto p, aliæ 5 ad alios 5 inferiores. Erunt hæ decem hypothenuſæ æquales adinuicem lateribus inſcripti pentagoni ex penultima primi & 10 huius, quemadmodum de aliis decem prius demonſtratum eſt. Habes ergo corpus 20 baſium triangularium atq; æquilaterarũ cuius cuncta latera ſunt æqualia lateribus pentagoni, eius uerò diameter eſt linea n p, horum autem 20 triangulorũ decem conſiſtunt in circuitu ſupra circulum: quinq; autem conſurgunt ſurſum ad punctũ n concurrentes, atq; quinq; reliqui deorſum emergunt ſuper punctum p coeuntes. ¶ Hoc autem icoſedron corpus à data ſphæra circũſcriptibile eſſe, ſic erit manifeſtum. Cum linea l m ſit æqualis lateri hexagoni, & m n lateri decagoni æquilaterorũ quos circulus e f g circunſcribit, tota l n erit ex 9 huius diuiſa ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema in pũcto m, & maior portio eius erit linea l m. Diuidatur itaq; l m per æqualia in q, eritq; ex communi ſcientia p q, æqualis q n, nam p l, poſita eſt ęqualis lateri decagoni, quemadmodum m n, quare q n eſt medietas n p, quemadmodum eſt q m medietas m l. Cùm ergo quadratum n q, ſi ex 3 huius quintuplum ad quadratum q m, erit quoq; ex 15 quinti quadratum p n quintuplum ad quadratum l m, eſt enim ex 4 ſecundi quadratum p m, quadruplum ad quadratum q n, quadratum quoq; l m, quadruplum ad quadratum q m ex eadem, quadruplum autem ad quadruplum, eſt ut ſimplum ad ſimplum, teſte 15 quinti, at uerò quadratum a b, quintuplum eſt ad quadratum b d ex ſecunda parte correlarij 8 ſexti & ex correlario 17 eiuſdem, eſt etiam a b, quintupla ad b c, eo quòd a c fuit ad eandem quadrupla. Quia ergo l m ex hypotheſi æqualis b d, erit ex cõmuni ſcientia a b ęqualis n p. Itaq; ſi ſuper lineam n p ſemicirculus deſcribatur, qui tamdiu quòd locũ primum repetat circunuoluatur, ſphæra ipſius motu deſcripta, erit à diffinitione ſphærarum æqualium, æqualis ſphæræ propoſitę. Et quoniam linea l m eſt medio loco proportionalis inter l n & n m, ideoq; inter l n & p l, erit quoq; quælibet ſemidiameter circuli, medio loco proportionalis inter l n & l p. Et cũ l m ſit ęqualis ſemidiametro circuli, itaq; ſemicirculus ſuper p n deſcriptus trãſibit per omnia puncta circũferentiæ circuli e f g, ideoq; & per ſingulos angulos ſolidi fabricati, in illa circũferentia conſiſtentes. Et quia eadem ratione ſinguli corauſti continuantes extremitates angularium catheſorum cum extremitate centralis, ſunt medio loco proportionales inter p m & m n, eo quòd quilibet eorum eſt æqualis l m, ſequitur ut idem ſemicirculus trãſeat etiam per reliquos angulos figuræ icoſedræ ſtatutæ. Eſt igitur corpus hoc inſcriptibile ſphęræ cuius diameter p n, ideoq; & ſphęrę cuius diameter a b. ¶ Latus autem huius ſolidæ figuræ dico eſſe lineam minorẽ. Conſtat enim quòd linea b d eſt rationalis in potentia, cum eius quadratum ſit ſub quincuplum ad quadratum lineę a b, quę poſita eſt rationalis ſiue in longitudine ſiue in potentia tantũ. Itaq; ſemidiameter atq; diameter circuli e f g eſt etiam rationalis in potentia. nã eius ſemidiameter eſt æqualis b d. Igitur ex 12 huius latus pentagoni æquilateri huic circulo inſcripti eſt linea minor: at uerò (ſicut in huius demonſtrationis proceſſu patuit) latus huius figuræ eſt quantum latus





pentagoni

pentagoni, ergo latus huius figuræ 20 alchaidarum, id est basium, est linea minor: quemadmodum proponitur.

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propositio 16.

16 Icosahedrum construere, & data sphæra comprehendere, qua & dictas figuras, ostendere; quòd ipsius icosahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur minor.

THEON ex Zãb. Exponatur datæ sphæræ diameter α β, secetur; in γ, ut α γ quadrupla sit ipsius γ β, et describatur super α β semicirculus α δ β, et excitetur (per 11 primi) ab ipso γ, ipsi α β ad angulos rectos recta linea γ δ, connectatur; δ β, ponatur; circulus ε ζ η θ κ, cuius quæ ex centro, æqualis esto ipsi δ β, & in ipso ε ζ η θ κ circulo describatur (per 11 quarti) quinquangulum æquilaterũ & æquiangulum ε ζ η θ κ. Et secentur ε ζ, ζ η, η θ, θ κ, κ ε, circunferentiæ bifariam in signis λ μ ν ξ ο, connectanturq; λ μ, μ ν, ν ξ, ξ ο, ο λ, ε ο, æquilaterum igitur est quinquangulum λ μ ν ξ ο, & decagoni latus est ε ο recta linea. Constituantur (per 12 undecimi) ab ipsis ε ζ η θ κ, signis ad ipsius circuli planum ad rectos angulos rectæ lineæ ε π, ζ ρ, η σ, θ τ, κ υ, æquales existentes ei quæ ex cẽtro ipsius ε ζ η θ κ circuli, & connectantur ipsæ π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, υ π, π λ, λ ρ, ρ μ, μ σ, σ ν, ν τ, τ ξ, ξ υ, υ ε, ο π. Et quoniam utraq; ipsarũ ε π, κ υ, eidem plano ad angulos est rectos, parallelus igitur est (per 6 undecimi) ε π ipsi κ υ, est autem et ei æqualis: æquales autem & parallelos connectentes ad easdem partes rectæ lineæ, æquales & paralleli (per 33 primi) sunt. Igitur π υ ipsi ε κ æqualis & parallelus est, pentagoni autem æquilateri latus est ipsa ε κ, pentagoni ergo æquilateri est & π υ, in ε ζ η θ κ circulo descripti, & iam id propterea & unaquæq; ipsarum π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, pẽtagoni est æquilateri in circulo ε ζ η θ κ descripti, pentagonũ igitur π ρ σ τ υ æquilaterum est. Et quoniam π ε hexagoni est, decagoni autem ε ο, & angulus qui sub π ε ο rectus est, pentagoni igitur est π ο, pẽtagoni enim latus potest & hexagoni & decagoni in eodẽ circulo descriptorũ latus (per 10 decimitertij) Iam id propterea & ο υ pentagoni latus est, est etiam π υ pentagoni latus. Aequilaterũ igitur est π ο υ triangulum. Iam id propterea & unumquodq; ipsorum π λ ρ, ρ μ σ, σ ν τ, τ ξ υ, æquilaterũ est. Et quoniã ostensum est utranque & π λ & π ο pentagoni eße, est autem & λ ο pentagoni, æquilaterum igitur est π λ ο triangulum. Iam id propterea & unumquodq; ipsorum λ ρ μ, μ σ ν, ν τ ξ, ξ υ ο triangulorum, æquilaterum est. Aßumatur (per 1 tertij) centrum circuli ε ζ η θ κ, & sit φ signum, & ab ipso φ ad ipsius circuli planum ad rectos angulos (per 12 undecimi) excitetur φ ω, extendaturq; ex utraque parte ut φ ψ, & auferatur ipsius quidem hexagoni φ χ, decagoni autem utrunque ipsorum φ ψ, χ ω, & connectantur π ω, π χ, ν ω, υ χ, ε φ, λ φ, λ ψ, ψ μ. Et quoniam utraq; ipsarum φ χ, π ε, ad circuli planum ad rectos angulos est, parallelus igitur est φ χ ipsi π ε. Sunt autem æquales & ipsæ igitur ε φ, π χ, æquales & parallelæ sunt. Hexagoni autem est ε φ, hexagoni ergo & π χ. Et quoniam hexagoni quidem est π χ, decagoni uerò χ ω, & rectus est qui sub π χ ω angulus, pentagoni igitur est π ω, iam id propterea & υ ω, pentagoni est. Quoniam si connectamus ipsas φ κ, χ υ, æquales, æquales & ex oppositio erunt. Est autem ipsa φ κ ex centro existens, hexagoni: hexagoni igitur est & ipsa χ υ. Decagoni autem & χ ω, & qui sub υ χ ω rectus est, pentagoni igitur est ipsa υ ω. Est autem & π υ, pentagoni. Igitur triangulum π υ ω æquilaterum est. Iam id propterea & unumquodq; reliquorum triangulorum quorum baſes sunt π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, rectæ lineæ, fastigium uerò ω sit num, æquilaterum est. Rursus quoniam hexagoni quidem est ipsa φ λ, decagoni autẽ ipsa φ ψ, & rectus est qui sub λ φ ψ angulus, pentagoni igitur est λ ψ. Iam id propterea si connectamus ipsam μ φ, quæ est hexagoni,

* ducetur;

συνάγεται colligitur.

ducetur q; ipſa μ ψ pentagoni, eſt autem & λ μ pentagoni, triangulum igitur λ μ ψ æquilaterum eſt. Similiter iam oſtendetur quod unum quodq; reliquorum triangulorum quorum baſes ſunt μ ν, ν ξ, ξ ω, ω λ, faſtigium autem ψ ſignum, æquilaterum eſt. Conſtructum igitur eſt icoſahedrum, ſub uiginti triangulis æqualia latera habentibus comprehenſum. Oportet iam illud quoq; data ſphæra comprehendere, ac demonſtrare quod latus icoſahedri eſt irrationalis ea quæ appellatur minor. Quoniam enim hexagoni eſt ipſa φ χ, decagoni autem ipſa χ ω, ipſa igitur φ ω extrema & media ratione ſecatur in χ, & ipſius maius ſegmentum eſt φ λ. Eſt igitur ſicut ω φ ad φ χ, ſic φ χ ad χ ω: æqualis autem eſt & φ χ ipſi φ λ, & χ ω ipſi φ ψ, eſt igitur ſicut ω φ ad φ λ, ſic φ λ ad φ ψ, & recti ſunt anguli, qui ſub ω φ λ, λ φ ψ. Si connectamus igitur ipſam λ ω, rectam lineam, rectus erit angulus qui ſub ψ λ ω, propter ipſorum ψ λ ω, φ λ ω, triangulorum ſimilitudinem. Semicirculus igitur ſuper ψ ω deſcriptus, ueniet & per λ iam id propterea quoniam eſt ſicut ω φ ad φ χ, ſic φ λ ad χ ω, æqualis autem ipſa quidem ω φ ipſi ψ χ, & φ χ, ipſi χ π, eſt igitur ſicut ψ χ ad χ π, ſic π λ ad χ ω. Ac per hoc rurſus ſi connectamus ipſam π ψ, rectus erit qui ad π angulus. Igitur ſuper χ ω deſcriptus ſemicirculus, ueniet & per π, & ſi manente ψ ω, circumductus ſemicirculus in illud idem unde circũduci cœpit ſteterit, ueniet & per π, & per reliqua ipſius icoſahedri ſigna, & ſphæra comprehenſum erit ipſum icoſahedrum. Dico quòd & data. Secetur (per 10 primi) φ χ diuiduè in α. Et quoniam recta linea φ ω extrema & media ratione ſecatur in χ, & minus ſegmentum illius eſt ω χ, ipſa igitur ω χ admittens dimidium maioris ſegmenti χ α, quincuplum poteſt eius quod ex dimidia maioris ſegmenti (per 3 huius) Quincuplum igitur eſt quod ex ω α, eius quod ex α χ. Ipſius autem ω α, dupla eſt ω ψ, ipſius autem α χ, dupla eſt χ φ. Quod igitur ex ex ω ψ, quincuplum eſt eius quod ex φ χ. Et quoniam α γ ipſius γ β eſt quadrupla, quincupla igitur eſt α β ipſius β γ. Sicut autem α β ad β γ, ſic quod ex α β ad id quod ex β Δ, quincuplũ igitur eſt quod ex α β, eius quod ex β Δ. Patuit autem quòd ex ω ψ, quincuplum eſt eius quod ex φ γ. Et Δ ζ æqualis eſt ipſi φ χ, utraque enim ipſarum, æqualis eſt ei quæ ex centro ipſius ε ζ υ θ κ circuli, æqualis igitur eſt et α β ipſi ψ ω. Et α β eſt ipſius datæ ſphæræ diameter, & ψ ω igitur datæ ſphæræ diametro eſt æqualis. Data igitur ſphæra, icoſahedrum comprehenſum eſt. Dico iam quòd ipſius icoſahedri latus irrationalis eſt ea quæ appellatur minor. Quoniam enim rationalis eſt ipſius ſphæræ diameter, & potentia quincuplum eſt eius quæ ex centro circuli ε ζ υ ϑ, rationalis igitur eſt & ea quæ ex centro circuli ε ζ υ θ. Quare & diameter illius, rationalis eſt. Si uerò in circulo rationalem habente diametrum, quinquangulum æquilaterum deſcriptum fuerit, latus pentagoni irrationalis eſt ea quæ appellatur minor (per 11 huius) Latus autem ipſius ε ζ υ θ κ pentagoni, eſt quod & icoſahedri. Icoſahedri ergo latus, irrationale eſt, minor appellatum: quod facere & oſtendere oportebat.

CORRELARIVM.

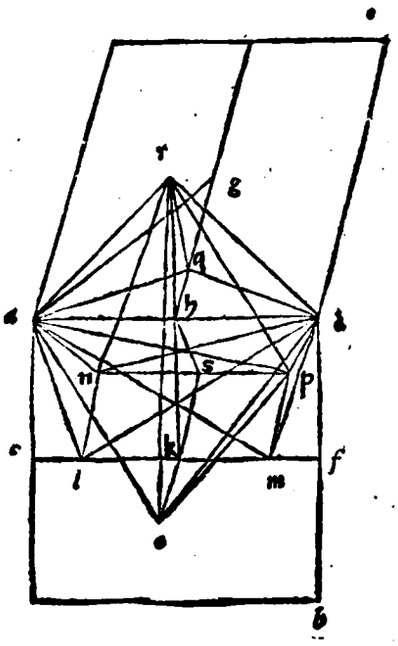
Ex hoc igitur eſt manifeſtum, quod ſphæræ diameter potentia quincuplum eſt eius quæ ex centro circuli à quo icoſahedrum deſcribitur: & quod ſphæræ diameter componitur & ex ſexanguli & ex binis decagoni in eodem circulo deſcriptorum lateribus.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 17.

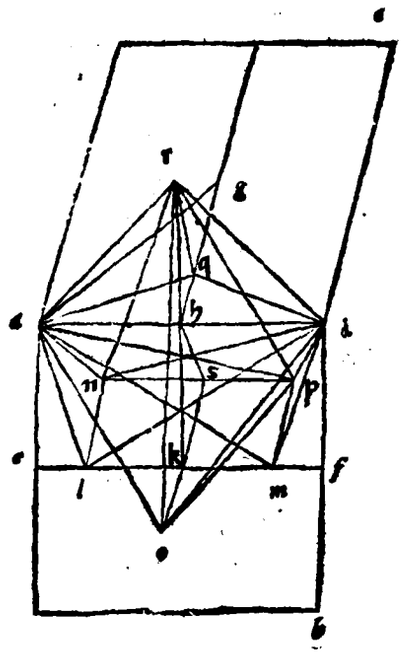
CORpus duodecim baſium pentagonarum æquilaterarum atq; æquiangularium ab aſſignata ſphæra circunſcriptibile, conſtituere: eritq; palàm latus eiuſdem corporis, irrationale eſſe id quod reſiduum dicitur. 17

CAMP. Fiat cubus ſecundũ quod docet 14 huius, circũſcriptibilis ab aſsignata ſphæra, ſintq; huius cubi duę ſuperficies a b & a c, imaginemur autẽ nũc, quod a b ſit ſuprema ſuperficies cubi, & a c ſit una ex lateralib. ſitq; linea a d, cõmunis iſtis duabus ſuperficiebus. Diuidantur itaq; in ſuperficie a b duo oppoſita latera per æqualia, uidelicet d b & latus ei oppoſitum, & puncta diuiſionis continẽtur per lineã e f, latus quoq; a d, & illud quod ſibi opponitur in ſuperficie a c, diuidantur per æqualia, & puncta diuiſionis cõtinuentur linea recta cuius medietas ſit g h, ſitq; punctus h, medius punctus lineæ a d, ſimiliter linea e f diuidatur per æqualia in k, & ptrahatur h k. Quãlibet igitur trium linearũ e k, k f, & g h, diuide ſecundũ proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema in tribus punctis l m q ſintq; maiores portiones earũ, l k, k m, & g q, quas manifeſtũ eſt eſſe æquales, cum totæ lineæ diuiſę ſint æquales, uidelicet quęlibet earum medietati lateris cubi. Deinde à duobus punctis l & m, erige perpẽdiculares, ut docet 12 undecimi, ad ſuperficiẽ a b, quarũ utrãq; ponas æqualẽ lineę k l, ſintq; l n & m p, ſimiliter à puncto q, erige perpẽdiculariter q r ad ſuperficiem a c,

ciem a c, quam ponas æqualem g q, protrahe itaq; lineas a l, a n, a m, a p, d m, d p, d l, d n, a r, a q, d r, d q. Manifestum est igitur ex quinta huius, quod duæ lineæ k e & e l potentialiter sunt triplum ad lineam k l, ideoq; etiam ad lineam l n, cum k l & n l sint æquales. At uerò k e est æqualis e a: igitur duæ lineæ a e, & e l, sunt potentia triplum ad lineam l n. Quare ex penultima primi a l, est potentia tripla ad l n, ideoq; per eandem, a n est potentia quadrupla a e l n. Cumq; omnis lineæ sit potentia quadrupla ad medietatem sui, sequitur ex cõmuni scientia quòd a n sit dupla in longitudine ad l n. Et quia l m dupla est ad l k: at k l, & l n, sunt æquales, erit a n æqualis l m: sunt enim earum dimidia, æqualia. Et quia ex 33 primi, l m est æqualis n p, erit a n, æqualis n p. Eodem modo probabis, tres lineas p d, d r, & r a esse æquales sibi inuicem & duabus prædictis. Habemus itaq; ex his 5 lineis, pentagonum æquilaterum qui est a n p d r. Sed fortasse dices ipsum non esse pentagonum, quia nec forsan est totus in superficie una, quod esset necessarium ad hoc ut esset pentagonus. Quod ergo sit totus in superficie una, sic habeto. Prodeat equidem à puncto k lineæ k s, perpendicularis ad superficiem a b, quæ sit æqualis l k, eritq; ob hoc æqualis utraque duarum l n & m p. Cumq; ipsa sit æquidistans utrique earum ex sexta undecimi, ideoq; cum ambabus in eadem superficie ex diffinitione linearum æquidistantium, necesse est ut punctus s sit in linea n p, & quod diuidat eam per duo æqualia. Protrahantur igitur duæ lineæ r b & h s, sunt itaque duo trianguli k s h & q r h super unum angulum, uidelicet k h q constituti, & est proportio k h, ad q r, sicut k s ad q h, nam ut g h ad q r, sic k h ad q r ex 7 quinti, & ut r q ad q h, sic k s ad q h ex eadem, sed g h ad p r, ut q r ad q h, eo quòd q r est æqualis g q, ergo per 30 sexti linea r h s est linea una. Quare ex secundâ undecimi, totus pentagonus de quo disputamus, est in superficie una. Ipsum quoque dico esse æquiangulum. Cum enim e k sit diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & k m sit æqualis maiori portioni eius, erit quoque ex 4. punctis tota e m diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, maior quoque portio eius linea e k, ideoq; (per 5) duæ lineæ e m & m k (ideoq; duæ e m, & m p, nam m p est æqualis m k) sunt potentia triplum ad lineam a e, nam a e est æqualis e k. Itaque tres lineæ a e, e m, & m p, sunt potentia quadruplum ad lineam a e. Constat autem per penultimam primi bis assumptam, quòd linea a p est potentia æqualis tribus lineis a e, e m, & m p, itaq; a p, est potentia quadrupla ad lineam a e. Latus uerò cubi cum sit duplum ad lineam a e, est potentia quoq; quadruplum ad ipsam ex 4. secundi, igitur ex communi scientia a p, est lateri cubi æqualis. Cumq; a d sit unum ex lateribus cubi, erit a p æqualis a d. Ideoque ex 8 primi angulus a r d, est æqualis angulo a n p. Eodem modo probabis angulum d p n esse æqualem angulo d r a, quia probabis lineã d n esse potẽtialiter quadruplum ad medietatẽ lateris cubi. Cum igitur ex his pentagonus sit æquilaterus, & habeat tres angulos æquales, ipse erit æquiangulus ex septima præsentis libri. Si itaq; hac uia ratioq; consimili, & super unumquodq; reliquorum laterum cubi pentagonum æquilaterum & æquiangulum fabricemus, perficietur solidum 12 superficiebus pentagonis æquilateris & æquiangulis contentum. cubus enim habet 12 latera. Reliquum autem est demonstrare, solidũ hoc esse à data sphæra circunscriptibile. Protrahantur igitur à linea s k duæ superficies secantes cubum, quarum una secet ipsum super lineam h k, & aliam super lineam e f, eritq; ex 40 undecimi, ut communis sectio harum duarum superficierum secet diametrum cubi, & secetur uiceuersa ab ipsa diametro per æqualia. Sit ergo communis sectio earum usque ad diametrum cubi linea k o, ita quòd o sit centrum cubi, & ducantur lineæ o a, o n, o p, o d, o r. Constat autem, quòd utraque duarum linearum o a & o d est semidiameter cubi, ideoq; æquales, de linea autem o k, constat ex 40 undecimi, quòd ipsa est æqualis e k, uidelicet medietati lateris cubi. Et quia k s est æqualis k m, erit o s diuisa in puncto k, secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & maior portio eius erit linea o k quæ est æqualis e k. Itaq; per 5 huius erunt duæ lineæ o s & s k (ideoq; o s & s p, eo quod s p, ad quos hæc demonstratio non extenditur, est æqualis k s) triplum in potentia ad lineam o k, & ideo ad medietatem lateris cubi. Quare per penultimam primi linea o p, est potentia tripla ad medietatem lateris cubi. Ex correlario autem 14 huius constat, quòd semidiameter sphæræ tripla est in potentia ad medietatem lateris cubi, quam circunscribit eadem sphæra. Itaq; o p, est quanta semidiameter sphæræ circunscribentis cubum propositum. Eadem ratione, cunctæ lineæ ductæ à



puncto o, angulos ſingulos pentagonorum omnium ſuper latera cubi deſcriptorum ad ſingulos, inquam, qui proprij ſunt pentagonis, non autem cõmunes eis & ſuperficiebus cubi, quales ſunt in pentagono ſtatuto tres anguli n,p,r. de illis autem lineis quæ ueniunt à puncto o ad angulos ſingulos pentagonorum qui ſunt communes pentagonis & ſuperficiebus cubi, quales ſunt in pentagono præſenti duo anguli a & d, conſtat quòd ipſæ ſunt æquales ſemidiametro ſphærę circunſcribentis cubum: ipſę enim ſunt ſemidiametri cubi ex 10 undecimi: at uerò ſemidiater cubi eſt tanquam ſemidiameter ſphęrę ipſum circunſcribentis, quemadmodum ex ratione 14 apparet. Igitur omnes aliæ ductæ à puncto o ad ſingulos angulos dodecedri, ſunt æquales adinuicem & ſemidiametro ſphęræ. Semicirculus itaq; ſuper totã diametrum ſphæræ uel cubi lineatus, ſic circunducatur, trãſibit per omnes angulos eius. Quare per diffinitionem ipſum eſt ab aſsignata ſphæra circunſcriptibile. Dico iterum quod latus huius figuræ eſt linea irrationalis, iſta uidelicet quæ reſiduum dicitur, ſi diameter ſphærę ipſum circunſcribentis fuerit rationalis in longitudine uel in potentia. Cum enim diameter ſphæræ ſit ex 14 huius tripla in potentia ad latus cubi, erit latus cubi rationale in potentia, ſi diameter ſphæræ fuerit rationalis in longitudine uel in potentia. Conſtat autem ex 11. quod linea r p diuidit lineam a d quæ eſt latus cubi, ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & quod portio eius maior æqualis eſt lateri pentagoni. Et quia maior eius portio eſt reſiduum, ex ſexta huius, manifeſtum eſt latus figuræ duodecim baſium, eſſe reſiduum: quod demonſtrare uoluimus.



CAMPANVS. Fabricata ſunt igitur per 13 & quatuor eam ſequentes, quinque corpora æquilatera atque æquiangula, quorum unumquodque eſt circunſcriptibile ab aſsignata ſphæra. Sunt autem hæc ſolida primum quidem quatuor baſium triangularium, & dicitur tetrahedron. Secundum eſt ſex baſium quadratarum, & dicitur cubus ſiue hexaedron. Tertium octo baſium triangularium, & dicitur octoedron. Quartum autem eſt ſolidum icoſedron, & eſt uiginti baſiũ triangularium. Quintum uerò ex 12 baſibus pentagonis conſiſtit, diciturq; dodecedron. Hæc autem quinq; ſolida, regularia dicuntur, quoniam ipſa æquiangla ſunt atq; æquilatera, & à ſphæra atq; adinuicem circunſcriptibilia, plura uerò his quinque æquilatera quæ ſunt æquiangula eſſe eſt impoſsibile. At coſtitutionẽ cuiuslibet anguli ſolidi, neceſſe eſt ad minus tres ſuperficiales angulos concurrere. Ex duobus enim ſolis ſuperficialibus, nequit ſolidus angulus compleri. Quia ergo tres anguli cuiuslibet hexagoni æquilateri & æquianguli ſunt æquales quatuor angulis rectis, at uerò heptagoni cuiuslibet plurium laterum figurę æquilateræ atq; æquiangulæ tres anguli ſunt maiores quatuor angulis rectis, quemadmodum ex 32 primi euidenter dicitur, omnis autem angulus ſolidus quatuor rectis angulis minor eſt, teſte 21 undecimi, impoſsibile eſt tres angulos hexagoni atque heptagoni & ſimpliciter omnis plurilateræ figuræ ęquilateræ tamen atq; ęquiangulæ, ſolidum angulum conſtituere. Ideo nulla ſolida figura æquilatera atq; ęquiangula, poteſt ex ſuperficiebus hexagonalibus aut plurium laterum conſtitui. Si enim tres anguli hexagoni æquilateri atq; æquianguli quemq; ſolidum angulum excedunt quatuor, & plures multo fortius eundem excedunt. Tres autẽ angulos pẽtagoni æquilateri atq; æquianguli minores eſſe quatuor rectis angulis manifeſtum eſt, & quatuor eſſe maiores: quare ex tribus angulis pẽtagoni æquilateri atq; æquiãguli poſsibile eſt ſolidũ angulum conſtitui, ex quatuor autem aut ex pluribus impoſsibile, ideoq; unum duntaxat ſolidum ex pentagonis æquilateris atq; æquiangulis cõſtitutum eſt illud, uidelicet quod dodecedron dicitur, in quo anguli pentagonorum trini & trini ſolidos angulos perficiunt. Eadem quoq; eſt ratio in quadrilateris figuris æquilateris & æquiangulis, quæ in pentagonis, omnis enim quadrilatera figura ſi æquilatera æquiangulaque fuerit, ipſa erit quadrata à diffinitione. nam omnes eius anguli erunt recti per 29 primi. Ex tribus igitur angulis talis ſuperficialis figuræ, poſsibile eſt ſolidum angulum cõſtitui, ex quatuor autem aut ex pluribus impoſsibile eſt: propterea quòd ex talibus figuris ſuperficialibus (quę cum quadrilateræ ſint ipſæ æquilateræ atq; æquiangulæ) unicum ſolidum quod cubum dicimus, fabricatum eſt. Triangulorum autem æquilaterorum ſex anguli, ſunt æquales quatuor rectis ex 32.

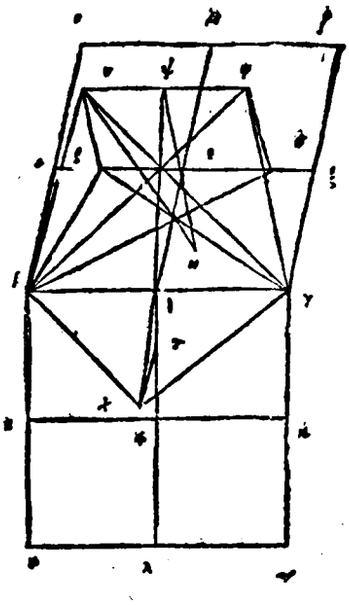
primi

primi. Ex tribus igitur angulis talis ſuperficialis figuræ, poſsibile eſt ſolidum angulum cõſtitui, ex quatuor autem aut ex pluribus impoſsibile eſt: propterea quòd ex talibus figuris ſuperficialibus (quæ cum quadrilateræ ſint ipſæ æquilateræ atquo æquiangulæ) unicum ſolidum quod cubum dicimus, fabricatum eſt. Triangulorũ autẽ æquilaterorum ſex anguli, ſunt æquales quatuor rectis ex 32 primi, pauciores ergo minores, & plures, maiores, igitur ex ſex angulis talium trigonorum aut ex pluribus, impoſsibile eſt angulum ſolidum fieri, ex quinque & quatuor & ex tribus poſsibile. Cum itaq; tres anguli trigoni æquilateri efficiunt angulum ſolidum, perficitur ex triangulis æquilateris corpus quatuor baſium triangularium atque æquilaterarum. Cum uerò quatuor conſurgunt: corpus octo baſium, quod octoedron diximus. At uerò ſi quinque triangulorum æquilaterorum anguli, ſolidum angulum contineant, fiet corpus icoſedron uiginti baſium triangularium & æquilaterarum. Quare ergo tot & talia ſunt ſolida regularia: & quare plura his non ſint, dictum eſt.

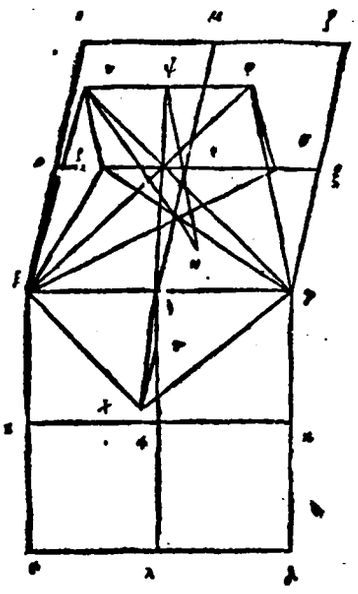
Euclid. ex Zamb. *Problema 5.* *Propoſitio 17.*

17 Dodecahedrum conſtruere & data ſphęra comprehendere, quá & prædictas figuras, oſtendereq; quòd dodecahedri latus irrationalis eſt ea quæ appellatur apotome.

THEON ex Zamb. *Exponãtur prædicti cui bina plana inuicem ad angulos rectos, α β γ δ, γ ε ζ, ſecenturq; (per 11 primi) unumquodq; ipſorum laterum α β, β γ, γ δ, δ α, ε ζ, ε β, ζ γ, diuidue in η, θ, κ, λ, μ, ν, ξ, & connectantur ipſæ κ η, θ λ, ſeſe ſecantes in ſigno ο & μ θ, ν ξ ſeinuicem ſecantes in ſigno π, ſecetur que unaquæque ipſarum ν ο, ο ξ, θ π, extrema & media ratione in ρ, τ, σ ſignis, ſintq; ipſarum maiora ſegmenta ρ ο, ο σ, τ π, & conſtituantur (per 12 undecimi) ab ipſis ρ, σ, τ, ſignis ad ipſius cubi plana ad angulos rectos ad exteriores partes ipſius cubi ipſæ ρ υ, σ φ, τ χ, exponanturq; æquales ipſis ρ ο, ο σ, τ π, connectanturq; ipſæ υ β, β χ, χ γ, φ υ. Dico quòd υ β χ γ φ pentagonum æquilaterum eſt, & in uno plano, & inſuper æquiangulum. Connectantur enim ρ β, σ β, φ β. Et quoniam recta linea ν ο extrema & media ratione ſecatur in ρ, & maius ſegmentum eſt ρ ο, quæ igitur ex ν ο, ν ρ, tripla ſunt eius quod ex ρ ο. Æqualis autem eſt ο ν, ipſi ν β, & ο ρ ipſi ρ υ. Quæ igitur ex β ν, ρ ν, tripla ſunt eius quod ex ρ υ. Eis autem quæ ex β ν, ν ρ æquum eſt quod ex β ρ, quod igitur ex β ρ, triplum eſt eius quod ex ρ υ, quare quæ ex β ρ, ρ υ, quadruplũ ſunt eius quod ex ρ υ. Eis uerò quæ ex β ρ, ρ ν, æquũ eſt id quod ex β ν: quod igitur ex β ν, quadruplũ eſt eius quod ex ν ρ. Dupla igitur eſt β ν, ipſius ρ ν. Eſt autẽ & φ ν dupla ipſius ν ρ, quoniam & φ υ dupla ipſius υ ρ, quoniam & σ ρ, ipſius ο ρ, hoc eſt ipſius ρ υ dupla eſt. Æqualis igitur eſt β ν, ipſi υ φ. Similiter iam oſtendetur, quòd & unaquæq; ipſarum β χ, χ γ, γ φ, utrique ipſarum β ν, ν φ, eſt æqualis, quinquangulum igitur β ν φ γ χ, æquilaterum eſt. Dico quod & in uno eſt plano. Excitetur enim (per 31 primi) ab ipſo ο, utriq; ipſarum ρ ν, σ φ, parallelus ad exteriores partes cubi, ο ψ, & connectantur ψ θ, θ χ. Dico quod ipſa ψ θ χ recta linea eſt. Quoniam enim θ π, extrema & media ratione ſecatur in τ & maius ſegmentum eſt π τ, eſt igitur ſicut θ π, ad π τ, ſic π τ ad τ θ, æqualis autem eſt θ π ipſi θ ο, et π τ utriq; ipſarum τ χ, ο ψ, eſt igitur ſicut θ ο, ad ν ψ, ſic χ τ, ad τ θ, et eſt parallelus quidem θ ο ipſi τ χ, utraq; enim ipſi β δ plano ad angulos rectos eſt, & ipſa τ θ parallelus eſt ipſi ο ψ, utraque enim ipſarum plano ad angulos rectos eſt. Quando autem bina triangula compoſita fuerint ad unum angulum (ut ſunt ipſa ψ ο θ, & θ τ χ) bina latera binis proportionalia habentia, ut ipſorum eiuſdem rationis latera ſint parallela, reliquæ rectæ lineæ in rectas lineas erunt (per 32 ſexti) Igitur ψ θ, ipſi θ χ in rectam lineam eſt. Omnis autem recta linea, in uno eſt plano. In uno igitur plano eſt ipſum υ β χ γ φ, quinquangulum. Dico iam quod & æquiangulum eſt. Quoniam enim recta linea ν ο extrema & media ratione ſecatur in ρ, & maius ſegmentum eſt ο ρ, eſt igitur ſicut utraq; ν ο, ο ρ, ſimul ad ο ν, ſic ο ν ad ο ρ. Æqualis autem eſt ο ρ, ipſi ν σ. Eſt igitur ſicut σ ν ad ν ο, ſic ν ο ad ο σ. Ipſa igitur ψ ν, extrema & media ratione ſecatur in ο, & maius ſegmentum eſt ν ο, quæ igitur ex ψ ν, σ ο, tripla ſunt eius quod ex ν ο. Æqualis autem eſt ν ο, ipſi ν β, & σ ο ipſi σ φ, quæ igitur ex ν ψ, σ φ, quadrata tripla ſunt eius quod ex ν β, quare quæ ex φ σ, σ ν, ν β, quadrupla ſunt eius quod ex ν β. Eis autem quæ ex σ ν, ν β, æquale eſt (per 47 primi) id quod ex σ β, quæ igitur ex β σ, σ φ, hoc eſt quod ex β φ (rectus enim eſt qui ſub φ σ β,*



angulus) quadruplũ eſt eius quod ex ν 6, dupla igitur eſt β φ, ipſius β ν. Eſt autẽ & 6 ι, ipſius β ν dupla, æqualis igitur eſt 6 φ, ipſi β γ. Et quoniam binæ β ν, ν φ, duabus 6 χ, χ γ, ſunt æquales, & baſis β φ baſi β γ eſt æqualis, angulus igitur qui ſub β ν φ angulo qui ſub β χ γ (per 8 primi) eſt æqualis. Similiter iam demõſtrabimus, quod & angulus qui ſub ν φ γ, æqualis eſt ei qui ſub β χ γ. Tres igitur anguli qui ſub 6 χ γ, β ν φ, ν φ γ, inuicẽ ſunt æquales. Si autem quinquanguli æquilateri tres anguli æquales inuicem fuerint, æquiangulũ erit (per 7 decimitertij) quinquangulum. Quinquangulum igitur 6 ν φ χ γ, æquiangulum eſt. Patuit autem quod & æquilaterum. Igitur pentagonum β ν φ γ χ æquilaterum & æquiangulum eſt, eſtq; ſuper β γ uno cubi latere. Si igitur ab uno quoq; ipſius cubi duodecim laterum eadem cõſtruamus, conſtituetur figura quædam ſolida comprehenſa ſub duodecim quinquangulis æqualia habentibus latera & angulos æquos. Oportet iam ipſum ſphæra data comprehendere, & demonſtrare quod dodecahedri latus irrationalis eſt ea quæ appellatur apotome. Extendatur ψ ο, & ſit ψ ω, coincidit igitur ψ ω, ipſi cubi diametro & biſariam ſe inuicẽ diſpeſcunt. hoc enim patuit in penultimo undecimi theoremate, ſecentur in ω. Igitur ω centrum eſt ſphæræ cubum comprehendentis, & dimidia eſt ψ ω lateris cubi. Connectantur autem ν ω. Et quoniam recta linea ν ο extrema & media ratione ſecatur in ο, & maius illius ſegmentũ eſt ν ο: quæ igitur ex ν σ, σ ο, tripla ſunt eius quod ex ν ο. Æqualis autem eſt ν σ, ipſi ψ ω, quoniam & ipſa ν ο, ipſi ο ω eſt æqualis, & ψ ο, ipſi ο σ, ſed ο ο ipſi ψ ν, quoniam & ϱ ο, quæ igitur ex ω ψ, ψ ν, tripla ſunt eius quod ex ν ο. Eis autem quæ ex ω ψ, ψ ν, æquum eſt (per 17 primi) quod ex ν ω. Quod igitur ex ν ω, triplum eſt eius quod ex ν ο. Eſt autem & quæ ex centro ſphæræ cubum ipſum comprehendentis potentia triplex dimidij ipſius cubi lateris, antea enim oſtẽſum eſt cubum conſtruere, ac ſphæra comprehendere, ac demonſtrare quod ſphæræ dimetiens potentia triplex eſt lateris cubi (in 15 decimitertij) Si autem tota totius, et dimidia dimidiæ. Et ν ο, dimidia eſt lateris cubi. Ipſa igitur ν ω æqualis eſt ei quæ ex centro ſphæræ cubũ comprehẽdentis. Sphæra aũt cubum cõprehẽdentis cẽtrum eſt ω. igitur ν ſignum, ad ſuperficiem eſt ipſius ſphæræ. Similiter iam oſtendemus, quod & unuſquiſq; reliquorum ipſius dodecahedri angulorum, eſt ad ipſius ſphæræ ſuperficiem. Igitur dodecahedrum data ſphæra comprehenſum eſt. Dico iam quòd ipſius dodecahedri latus irrationalis eſt ea quæ appellatur apotome. Quoniam enim ipſa ν ο extrema & media ratione diuiſa maius ſegmentum eſt ϱ ο, ipſa autem ο ξ, extrema & media ratione diuiſa maius ſegmẽtum eſt ο σ, tota igitur ν ξ extrema & media ratione diuiſa, maius ſegmentum eſt ϱ σ. Et quoniã eſt ſicut ο ν ad ο ϱ, & ο ϱ ad ν ϱ & duplicia (partes enim æquè multiplicium eandem habent rationem) ſicut igitur ν ξ, ad ϱ σ, ſic ϱ σ, ad utrãq; ipſarum ν ϱ, σ ξ, ſimul. Maior autem eſt ν ξ, ipſa ρ σ, utraq; ipſarum ν ϱ, σ ξ, ſimul. Igitur ν ξ, extrema & media ratione diuiditur, & maius ſegmẽtum eſt ϱ σ. Æqualis autẽ eſt ϱ σ, ipſi ν φ. Ipſa igitur ν ξ, extrema & media ratione diuiſa, maius ſegmentum eſt ν φ. Et quoniam rationalis eſt ipſius ſphæræ diameter, potentiaq; triplex eſt ipſius cubi lateris, rationalis igitur eſt ν ξ, latus cubi exiſtẽs. Si autẽ rationalis linea extrema & media ratione ſecta fuerit, utrumque ſegmẽtorum, irrationalis eſt ea quæ appellatur apotome (per 6 decimitertij.) Igitur ν φ, latus exiſtens dodecahedri irrationalis eſt ea quæ apotome appellatur: quod oſtendere oportuit, & fieri poſtulabatur.



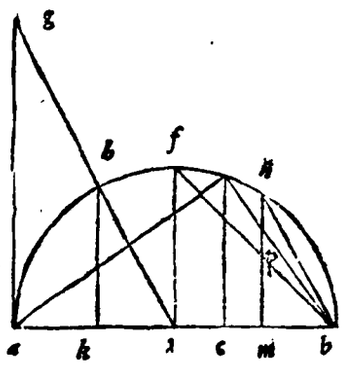
CORRELARIVM. Ex hoc, inquam, eſt manifeſtum, quod cubi latere extrema & media ratione diuiſo, maius ſegmentum eſt dodecahedri latus: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 18.

LAtera quinq; corporũ præmiſſorũ ab eadẽ ſphęra circũſcriptibiliũ, cuius ſphęræ ſola diametros nobis propoſita fuerit, per ipſam propoſitam diametrum inuenire. 18

CAMPANVS. Sit a b diameter alicuius ſphæræ, nobis propoſita, ex qua itabemur latera quinq; præmiſſorum corporum elicere. Diuidamus igitur hãc diametrum in c, ita quod a c ſit dupla ad c b, & per ęqualia in d, & lineamus ſuper eam ſemicirculum a f b, ad cuius circunferentiam protrahantur duæ lineæ perpendiculares ad lineam a b, quę ſint c e & d f, & iũgamus e cum a & cum b & f cum b. Manifeſtum ergo eſt ex demõſtratione 14, quod a e eſt latus figurę quatuor baſiũ triãgularium & æquilaterarum, & ex demonſtratione 24, quod e b eſt latus cubi & ex demonſtratione 15, quod f b eſt latus figuræ octo baſium triangularium & æqui-

æquilaterarum. Prodeat itaq; à puncto a, linea a g perpendicularis ad a b, & æqualis eidē a b, & iungatur g cum d, sitq; h punctus in quo g d secat circunferentiam semicirculi, & ducatur h k per pēdicularis ad a b. Et quia g a est dupla ad a d, erit ex quarta sexti h k dupla ad k d: sunt enim duo trianguli g a d & h k d, æquianguli ex 32 primi, eo quod angulus a, maioris est æqualis angulo k minoris. nam uterq; rectus, & angulus d, est comunis utriq;: igitur ex 4 secundi, b k est potentia quadrupla ad k d, ergo ex penultima primi h d est potentia quincupla ad k d. Cumq; d b sit æqualis h d est enim d centrū semicirculi, erit quoq; d b potentia quincupla ad k d. At uerò cum tota a b sit dupla ad totā b d, quēadmodū a c detracta ex prima a b est dupla ad c b detractā ex secunda b d, erit ex 19 quinti b c residua primę, dupla ad c d residuam secundæ, ideoq; tota b d, est tripla ad d c. Igitur quadratum b d est nōcuplum ad quadratū d c. Et quia ipsum erat quincuplum tātum ad quadratū k d, erit ex secunda parte decimę quinti, quadratum d c minus quadrato k d, ideoq; d c minor k d. Sit g d m æqualis k d, & prodeat m n usq; ad circunferētiam, quæ sit perpēdicularis ad a b & iungatur n cum b. Cum igitur d k & d m sunt æquales, erunt (ex diffinitione eius quod est aliquas lineas à cētro æquidistare) duæ lineę h k & m n æqualiter distātes à cētro, ideoq; æquales adinuicē ex secunda parte 13 tertij & ex secunda parte tertiæ eiusdē. Itaq; m n est æqualis m k, nā h k erat æqualis ei. At quia a b dupla est ad b d, & k m dupla est ad d k, & quadratum b d quincuplum ad quadratum d k, erit ex 15 quinti quadratum a b similiter quincuplum ad quadratum k m, est enim quadratum dupli ad quadratum dupli, sicut quadratum simpli ad quadratum simpli. Ex demōstratione autē 16 manifestum est, quod diameter sphęræ est potentialiter quincupla ad latus hexagoni circuli figurę 20 basium, ergo k m est æqualis lateri hexagoni circuli figurę 20 basium, nā diameter sphęræ quę est a b, est potentialiter qncupla tā ad latus hexagoni circuli illius figuræ, quàm ad k m. Rursus quoq; ex demonstratione eiusdem manifestum est, quod diameter sphærę constat ex latere hexagoni & duplici lateri decagoni circuli figurę 20 basium. Cum ergo k m sit tanquam latus hexagoni, at uerò a k sit æqualis m b, nam ipsa sunt residua æqualium demptis æqualibus, erit m b tanquam latus decagoni. Quia igitur m n est tanquam latus hexagoni, nam ipsa est equalis k m, erit ex penultima primi & 10 huius, n b tanquam latus pentagoni figurę circuli 20 basium. Et quia ex demonstratione 16 apparet quod latus pentagoni circuli figuræ 30 basium est latus eiusdem figuræ 20 bassum. Constat lineā n b esse latus istius figuræ. Diuidatur itaq; e b quæ est latus cubi, ab āsignata sphęra circunscriptibilis, secundum proportionem habentem medium duoq; extrema in puncto d, sitq; maior portio eius p b. Constat igitur ex demonstratione pręmissæ, quod p b est latus figuræ 12 basium. Inuenta ergo sunt latera 5 præmissorum corporum ex diametro sphærę nobis proposita: est enim a e latus pyramidis 4 basium e b latus cubi f b, latus octoedri, at uerò n b, latus icosedri, linea aut p b latus dodecedri. Quę autem horum laterum sint maiora aliis, sic habetur: constat enim, quod a est maior f b: nam arcus a e, est maior arcu f b. Item f b, est maior e b, & e b maior quàm n b, at uerò n b, dico etiā esse maiorem q̄ b p. Cū enim sit a c dupla ad c b, erit ex 4 secūdi quadratum a c quadruplum ad quadratum c b. Constat aūt ex secunda parte correlarij 8 sexti & ex correlario 17 eiusdem, quod quadratum a b triplum est ad quadratum b c. Sed per 21 sexti quadratum a b ad quadratum b c, est sicut quadratum b e ad quadratum c b, ex eo quod proportio a b ad b e, est sicut b e ad b c ex secunda parte correlarij 8 sexti. Itaq; per 1 quinti quadratum b e triplum est ad quadratum c b. Et quia quadratum a c quadruplum est ad idem quadratum, ut ostensum est, ut ex prima parte 10 quinti quadratum a c minus quadrato b e, ideoq; linea a c maior est linea b e, ideoq; a m, multo maior b e. Manifestum uerò ex 9 huius, quod si linea a m diuisa fuerit secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, erit maior portio eius linea k m quæ est æqualis m n. At uerò cum b diuiditur secundum eandem portionem uidelicet habentem medium duoq; extrema, maior eius portio est linea p b. Cum itaque a m tota sit maior tota b e, erit m n quæ est æqualis maiori portioni a m, maior quàm p b quę est maior portio b e. Hoc autem manifestum est ex 2 decimiquarti, quæ sine auxilio alicuius earum quæ sequuntur firma demonstratione solidatur: ergo per 19 primi à fortiori n b, maior est q̄ p b. Quare patet latera horū 5 corporū præmissorū ferè eo ordine quo corpora seinuicē sequunt, seinuicē excedere. In cubo enim duntaxat & octoedro habet hic instantias, nam latus octoedri excedit latus cubi, quamuis cubus excedat octoedron. Cubum autem prætermittunt idcirco octoedro, quia eadem diuisione diametri, assignatæ sphęræ, latus pyramidis 4 bases triangulas habentis, & latus cubi inuenitur. Est igitur a e latus pyramidis, maius lateribus cæterorum corporum, post ipsum autem est f b latus octoedri maius sequentium corporum lateribus. Tertio ordine sequi-



tur in magnitudine e b, latus cubi. Quarto uerò loco est n b latus icosedri. Minimum autem est omnium p b, latus dodecedri.

Euclid. ex Zamb. Problema 6. Propositio 18.

Latera quinq; figurarum exponere, & adinuicem comparare.

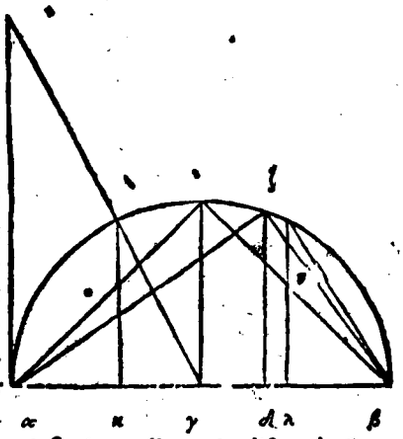
THEON ex Zamb. Exponatur datæ sphæræ diameter α β, secetur q; in γ, ut α γ ipsi γ β, sit æqualis, & in Δ, ut α Δ ipsius Δ β dupla sit, & super α β describatur semicirculus α ε β, & ab ipsis γ Δ, ipsi α β (per 11 primi) ad angulos rectos excitentur γ ε, Δ ζ, & connectantur α ζ, ζ β, ζ ε. Et quoniam dupla est α Δ ipsius Δ β, tripla igitur est α β, ipsius Δ β: conuertendo igitur (per correlarium 20 quinti) sesquialtera est β α ipsius α Δ. Sicut autem β α, ad α Δ, sic quod ex β α ad id quod ex α ζ, æquiangulum enim est α ζ β triangulum, ipsi α ζ Δ triangulo, sesquialterum igitur est quod ex β α, eius quod ex α ζ. Est autem & ipsius sphæræ diameter, potentia sesquialtera lateris pyramidis, & α β, ipsius sphæræ diameter est. Igitur α ζ æqualis est lateri ipsius pyramidis. Rursus quoniam dupla est α Δ ipsius Δ β, tripla igitur est α β ipsius β Δ. Sicut autem α β, ad β Δ, sic quod ex α β ad id quod ex ζ β, triplum igitur est quod ex α β, eius quod ex ζ β. Est autẽ & ipsius sphæræ diameter, potẽtia tripla lateris ipsius cubi (per 15 decimitertij) & sphæræ diameter est α β, igitur β ζ, cubi est latus. Et quoniam æqualis est α γ ipsi γ β, dupla igitur est α β ipsius γ β. Sicut autem α β ad γ β, sic quod ex α β, ad id quod ex β ε. Duplum igitur est quod ex α β, eius quod ex β ε. Est autem & ipsius sphæræ diameter, potẽtia dupla lateris ipsius octahedri, & α β datæ sphæræ diameter est. Igitur β ε, octahedri est latus. Excitetur iam (per 11 primi) ab ipso α signo ipsi α β rectæ lineæ ad angulos rectos, α ν. Ponatur q; ipsa α ν æqualis ipsi α β, & connectatur ν γ, secetur q; ν γ circunferẽtia semicirculi in signo θ. & ab ipso θ, in ipsam α β (per 12 primi) perpendicularis excitetur θ ν. Et quoniã dupla est ν α, ipsius α γ (æqualis enim est ν α ipsi α β) sicut autem ν α ad α γ, sic θ ν, ad ν γ, dupla igitur est & θ ν ipsius ν γ. Quadruplũ igitur est quod ex θ ν, eius quod ex ν γ. Quæ igitur ex θ ν, ν γ, quæ idem sunt ei quod ex θ γ, quincuplum est eius quod ex ν γ. Aequalis autem est θ γ ipsi γ β, quincuplum igitur est quod ex β γ, eius quod ex γ ν. Et quoniam dupla est α β ipsius β γ, quarũ α Δ ipsius Δ β dupla est, reliqua igitur β Δ, reliquæ Δ γ est dupla. Tripla igitur est β γ, ipsius γ Δ, nonicuplum igitur est quod ex β γ, eius quod ex γ Δ, quincuplũ autem est quod β γ, eius quod ex γ ν, maius igitur est quod ex γ ν, eo quod ex γ Δ maior igitur est γ ν, ipsa Δ γ: ponatur (per 2 primi) ipsi γ ν æqualis γ λ, & ab ipso λ ipsi α β ad angulos rectos excitetur λ μ, & connectatur μ β. Et quoniam quod ex γ β eius quod ex γ ν quincuplum est, & ipsius β γ dupla est α β, ipsius autem γ ν dupla est ν λ, quincuplum igitur est quod ex α β eius quod ex ν λ. Est autem sphæræ diameter potẽtia quincupla, eius quæ ex centro ipsius circuli à quo icosahedrum describitur est q; α β, ipsius sphæræ diameter, ipsa igitur ν λ ex centro est circuli à quo icosahedrum describitur. Ipsa igitur ν λ, hexagoni est latus dicti circuli. Et quoniam sphæræ diameter componitur ex hexagoni & binis decagoni in dicto circulo descriptorum lateribus (per correlarium 16 decimitertij) est q; ipsa quidem α β, ipsius sphæræ diameter, & ν λ hexagoni latus, & æqualis est α ν ipsi λ β, utraq; igitur ipsarũ α ν, λ β, decagoni latus est descripti in circulo à quo icosahedrum describitur. Et quoniam decagoni quidem λ β, hexagoni autem μ λ (æqualis enim est ipsi ν λ, quoniam & ipsi ν β, æqualiter enim distant à cẽtro) & utraq; ipsarum β ν, ν λ, dupla est ipsius ν γ, quinquanguli igitur est μ β. Quod autẽ pentagoni est, & icosahedri. Icosahedri ergo est μ β. Et quoniam ζ β est latus cubi, secetur extrema & media ratione in ν, sitque maius segmentum ν β. Igitur ν β, dodecahedri est latus. Et quoniam ostensum est quòd ipsius sphæræ diameter potentia est sesquialtera ipsius α ζ lateris pyramidis, ipsius autem β ε lateris octahedri potentia dupla, ipsius autem ζ β, cubi potentia tripla: qualium igitur sphæræ diameter potentia sextalium ipsius quidem pyramidis latus quatuor, octahedri uerò latus trium, cubi uerò duorum. Latus igitur ipsius pyramidis, lateris octahedri potentia est epitritum. Cubi autem lateris, potentia est duplum. Octahedri autẽ latus lateris, cubi potentia est hemiolium. Ipsa quidem igitur prædicta trium figurarum latera, hoc est pyramidis et octahedri & cubi adinuicẽ, in rationib. rationalib. subsistũt. Reliqua uerò duo & icosahedri, & dodecahedri, neq; adinuicẽ, neq; ad prædicta in rationib. rationalib. existũt, irrationalia sunt etenim, hoc est minor & apotome. Quod autẽ maius est icosahedri latus μ β, dodecahedri latere ν β sic ostendemus. Quoniam triangulũ ζ Δ β, ipsi triangulo ζ α ζ æquiangulum est, proportionaliter est sicut β Δ, ad β ζ, sic α ζ ad β α. Et quoniam tres rectæ lineæ proportionales sunt, est igitur sicut prima ad tertiam, sic quod ex prima ad id quod ex secunda. Est igitur sicut Δ β ad β α, sic quod ex Δ β ad id quod ex β ζ. Conuertim igitur sicut α β ad

Latus pyramidis.

Latus cubi.

Latus octahedri.

Latus icosahedri.

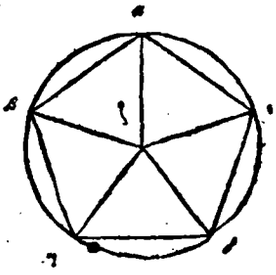


Latus dodecahedri.

Comparatio 5 laterum.

α β ad δ ∂,ſic quod ex ζ β ad id quod ex δ ∂.Tripla autẽ eſt α δ,ipſius β ∂,triplum igitur quod ex ζ β,eius qđ ex δ ∂.Eſt autẽ & quod ex α ∂, eius quod ex ∂ β,quadruplũ, dupla enim eſt α ∂,ipſius ∂ β.Maius igitur eſt quod ex α ∂,eo quod ex ζ β,et maior igitur eſt α ∂,ipſa ζ β,multò igitur maior eſt α λ,ipſa ζ β.Et ipſa quidẽ α λ,extrema & media ratione diuiſa maius ſegmentũ eſt α β,quoniã ipſa quidẽ λ α hexagoni eſt,et α α decagoni,ipſa aũt ζ β extrema et media rõne diuiſa maius ſegmentũ eſt ν β. Maior igitur eſt α λ,ipſa ν β. Aequalis aũt eſt α λ,ipſi λ ν,maior igitur eſt λ μ,ipſa ν δ.Ipſa aũt λ μ,maior eſt μ δ: multo igitur maior eſt μ δ latus exiſtẽs icoſahedri,ipſa ν δ latere exiſtente ipſius dodecahedri: quod facere & oſtendere oportuit.

Aliter,quod maior eſt μ δ ipſa ν β. Quoniã enim dupla eſt α ∂ ipſius ∂ β,tripla igitur eſt α δ,ipſius ∂ β.Sicut aũt α β ad β ∂,ſic quod ex α β ad id quod ex β ζ,quoniã triãgulũ ζ α β,ipſi ζ ∂ β triãgulo æquiangulũ eſt,qđ igitur ex α δ,eius quod ex δ ζ triplũ eſt.Patuit aũt q; ex α β eius qđ eſt ex α λ, quincuplum.Quinq; igitur quæ ex α λ,trib. quæ ex ζ β,ſunt æqualia. Sed tria quæ ex ζ β, ſex quæ ex ν δ, ſunt maiora, & quinq; igitur quæ ex α λ ſex quæ ex ν β ſunt maiora. Quare & unũ quod ex α λ,uno quod ex ν β maius eſt, maior igitur eſt α λ,ipſa ν β,æqualis aũt eſt α λ,ipſi λ μ,maior igitur eſt & λ μ,ipſa ν β,multò igitur maior μ β,ipſa ν β:quod oſtendere oportuit.Quod aũt tria quæ ex ζ β,ſex quæ ex ν β ſunt maiora,ſic oſtẽdemus.Quoniã enim maior eſt β ν ipſa ν ζ, qđ igitur ſub δ ζ,ζ ν,maius eſt eo quod ex β ζ,ζ ν,qđ igitur ſub ζ β,β ν, unà cũ eo quod ſub β ζ,ζ ν,maius eſt quàm duplũ eius quod ſub β ζ,ζ ν.Sed quod ſub β ζ,ζ ν,unà cũ eo quod ſub β ζ, ζ ν,id eſt,quod ex β ζ,quod uerò ſub β ζ,ζ ν,æquũ eſt ei quod ex ν δ,extrema nãq; et media rõne ſecatur ipſa β ζ in ν,& quod ſub extremis æquũ eſt ei quod à media (per 17 ſexti) Quod igitur ex ζ β, eo quod ex β ν maius eſt quàm duplã,unũ igitur quod ex ζ β,duob.quæ ex δ ν maius eſt,quare et tria q̃ ζ δ,ſex quæ ex β ν,ſũt maiora:quod oſtendere oportuit. Dico iã q; præter prædictas quinq; figuras, nõ conſtruitur alia figura comprehenſa ſub æquilateris & æquiangulis inuicem æqualib.Sub binis nãq; triãgulis, neq; ſub duob. aliſs planis ſolidus angulus nõ cõſtruitur.Sub trib.triãgulis,quæ pyramis, ſub quatuor,quæ octahedri,ſub quinque quæ icoſahedri.Sub ſex triãgulis æquilateris & æquiãgulis ad unũ ſignũ cõſtitutis, nõ erit ſolidus angulus. exiſtẽte nãq; æquilateri triãguli angulo duarũ partium recti erunt ſex quatuor rectis æquales:quod eſt impoßibile.Omnis nanq; ſolidus angulus,ſub pauciorib. quàm quatuor rectis cõprehenditur (per 21 undecimi) iã id propterea,neq; ſub plurib.quàm ſex planis angulis ſolidus cõſtruitur angulus. Sub quadratis trib.cubi angulus cõprehenditur.Sub quatuor eſt impoßibile,erunt enim rurſus quatuor recti.Sub pentagonis æquilateris & æquiangulis trib.dodecahedri.At ſub quatuor,impoßibile,exiſtente nãq; quinquanguli æquilateri anguli angulo recto & quinto,erunt quatuor anguli quatuor rectis maiores:quod eſt impoßibile.Neq; ſub polygonis aliis figuris cõprehẽdetur ſolidus angulus,quoniã abſurdum eßet. Igitur præter prædictas quinq; figuras alia figura ſolida nõ conſtruetur ſub æquilateris & æquiangulis cõprehenſa:quod erat oſtendendum. Quod autem æquilateri & æquianguli quinquãguli angulus rectus eſt & quintum,ſic oſtendendum.Sit enim quinquangulũ æquilaterum & æquangulũ α β γ δ ε, & circunſcribatur (per 14 quartidecimi)ei circulus α β γ δ ε,& accipiatur(per 1 tertij) illius centrum,ſitq; ζ,cõnectanturq; ζ α,ζ β,ζ γ,ζ δ,ζ ε. Bifariam igitur ſecant ipſius pentagoni angulos ad ipſam α δ γ δ ε,ſigna.Et quoniã quinque anguli qui ad ζ,quatuor rectis ſunt æquales,& ſunt æquales,igitur unus ipſorum(ſicut qui ſub α ζ δ)unius recti eſt, † quaſi quintũ:reliqui igitur qui ſub ζ α δ,α β ζ,unius ſunt recti & quintum. Aequalis autem eſt qui ſub ζ α β, ei qui ſub ζ β γ,totius igitur qui ſub α β γ pentagoni angulus,unius recti eſt & quintum:quod oſtendere oportuit. FINIS.



† παρὰ πέμπτον præter quintum,id eſt quinta parte minor recto.

EVCLIDI MEGARENSI CLARISSIMO PHILOSOPHO MATHEMATICORVMQVE FACILE *principi, deputatus liber De regularium corporum proportione Campano commentatore, qui in ordine eſt decimusquartus.*

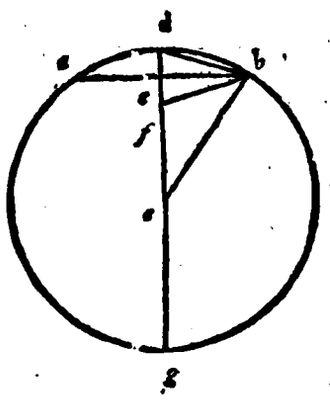
Eulid.ex Campano. Propoſitio 1.



OMnis perpẽdicularis à cẽtro circuli ducta ad latus pẽtagoni intra circulũ ipſũ deſcripti dimidiũ lateris decagoni atq; dimidio lateris hexagoni intrà circulũ eũdẽ,deſcriptorũ ambob.dimidijs in lõgũ directũq; cõiũctis æqualis eſſe probat. Patet igitur q; perpẽdicula

ris ducta à centro circuli ad latus pentagoni, est æqualis perpendiculari ductæ à centro ad latus trianguli dimidiocp lateris decagoni intra eundem circulum descripti directè coniunctis.

CAMPANVS. Sit linea a b latus pentagoni æquilateri inscripti circulo cuius cẽtrum c, & ducatur à centro c, perpendicularis ad lineam a b, quæ per secundam partem tertiæ tertij diuidet ipsam per æqualia, & arcum eius etiam per æqualia ex 4 primi & 27 tertij, sitcp hæc perpendicularis linea c d, secans a b in puncto e, & arcũ eius in puncto d. Est igitur ut diximus linea a e, æqualis lineæ e b, & arcus a d, arcui d b, protrahaturcp linea d b, de qua constat quòd ipsa est latus decagoni æquilateri proposito circulo inscripti, cum ipsa subtendatur medietati quinti totius circũferentiæ. Dico itacp quòd linea e c, est æqualis medietati lineæ c d & medietati lineę d b, in longũ directumcp coniunctis. Compleatur quidem diameter d c, sitcp d c g, & sit e f æqualis e d, & protrahatur b f, eritcp ex 4 primi b f æqualis b d, ideocp per 5 primi angulus b d f erit æqualis angulo b f d. Constat autem ex ultima sexti, quod angulus g c b, quadruplus est ad angulũ b c d, eo quod arcus g b quadruplus est ad arcũ b d: at uerò angulus g c b per 32 primi duplus est ad angulũ b d c, nam ipse est extrinsecus duobus qui sunt b d c & d b c, at ipsi sunt æquales ex 5 primi: igitur angulus b d c, duplus est ad angulũ b c d, quare angulus quocp b f d, duplus est ad angulum b c f. Sed angulus b f d, duplus est ad angulũ b c f. Sed angulus b f d, est æqualis duobus intrinsecis, qui sunt b c f & c b, per 32 primi. Itacp duo anguli b c f & c b f, sunt æquales, ideocp per 6 primi c f est æqualis b f, ideocp etiam c f, est ęqualis b d, & nã b d & b f, sunt æquales adinuicem. Quare dimidiũ c d cum dimidio b d, est quantum dimidium c d cum dimidio c f, at uerò dimidium c d cum dimidio c f, est quantum dimidium c f bis cum dimidio f d, dimidium autem c f bis, est quantũ c f, & dimidium f d, est quantum e f. Itacp e c, est quantum dimidium c d cum dimidio c b & d b: quod est propositum.



Correlarium autem sic constat. Manifestum est enim ex 13 tredecimi libri, quòd perpẽdicularis ducta à centro circuli ad latus trianguli sibi inscripti, est æqualis dimidio lineę ductę à centro ad circumferentiam. Hoc quidem ibi demonstratum est, & quasi correlarium conclusum. Cùm igitur ex hac prima istius 14 libri pateat quod perpendicularis ducta à centro circuli ad latus pentagoni sit æqualis dimidio lineæ ductæ à centro ad circũferentiam & dimidio lateris decagoni, sequitur quòd perpendicularis ducta à centro circuli ad latus pentagoni sit æqualis perpendiculari ductæ à centro ad latus trianguli, dimidiocp lateris decagoni intra eundem circulum descripti. Et hoc est quod ex correlario proponitur.

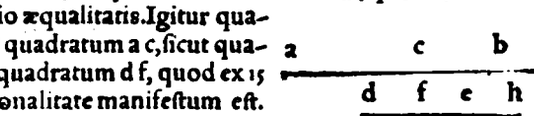
CAMPANI *annotatio*. Nunc ergo explicandum est quod ait Aristæus in libro intitulato, Expositio scientiæ quincp corporum: necnon & Apollonius in dono secundo in proportionalitate figurę 12 basium ad figuram 20 basium, dicens quod proportio superficierum figuræ habentis 12 bases ad superficies figuræ habentis 20 bases, est tanquã proportio corporis 12 basium ad corpus 20 basium, linea etenim ducta à centro circuli pentagoni figuræ 12 basium dodecedri ad circumferentiam eius est quasi linea prodiens à centro circuli trianguli figuræ uiginti basium icosedri ad circumferentiam eius. Hęc sunt ipsius magni Apollonij uerba. Intelligenda autem sunt de figura 12 & 20 basium ab una eademcp sphęra circunscriptibilium. Est enim proportio corporis dodecedri ad corpus icosedron, cum ambo una eademcp sphęra circunscribit sicut proportio omnium superficierum dodecedri pariter acceptarum, ad omnes superficies icosedri pariter acceptas, quemadmodum Apollonius præmissorum uerborum prima parte commemorat, quod & 10 huius decimiquarti libri solida demonstratione stabilitur. Et est circulus circunscribẽs pentagonum dodecedri ęqualis circulo circunscribenti trigonum icosedri cum dodecedron & icosedron eadem sphæra circunscribit, quemadmodum ipse Apollonius secunda parte præmissorum uerborum commemorat, quod etiam 5 huius libri demonstratione firmatur. Præmittenda sunt igitur antecedentia, ad tantorum uirorum eloquia, inconcussa ueritate corroboranda.

Euclid. ex Camp. *Propositio 2.*

QVicquid accidit uni lineę diuisæ secundum proportionem habentem medium & duo extrema, omni lineæ similiter diuisæ probatur accidere.

CAMP.

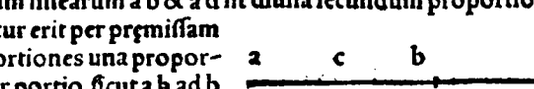
CAMPANVS. Sit utraq; duarum linearum a b & d e diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, hæc quidem in c, illa uerò in f, ſintq; maiores portiones huius quidem a c, illius autem d f. Dico itaq; quòd ambarum ad ſui maiores portiones eſt una proportio, itemq; ambarum ad ſui minores portiones eſt proportio una, at quoq; maiorum portionum ad maiores una, & econtrariò & permutatim & coniunctim & diſiunctim & euerſim: nihil enim aliud eſt, quicquid uni earum accidit, idem quoq; alij accidere: conſtat enim ex diffinitione lineę ſecundum proportionem medium duoq; extrema diuiſæ, & ea parte 16 ſexti quod illud quod fit ex a b in b c, eſt ęquale quadrato a c, eodemq; modo quod fit ex d e in e f, eſt æquale quadrato d f: ideoq; proportio eius quod fit ex a b in b c, ad quadratũ a c eſt ſicut eius quod fit ex d e in e f ad quadratũ d f. utraq; enim eſt proportio æqualitatis. Igitur quadruplum eius quod fit ex a b in b c ad quadratum a c, ſicut quadruplum eius quod fit ex d e in e f ad quadratum d f, quod ex 15 quinti & permutata & ęqua proportionalitate manifeſtum eſt. Quare coniunctim quadruplum eius quod fit ex a b in b c cum quadrato a c ad quadratum a c, ſicut quadruplum eius quod ſit ex d e, in e f cum quadrato d f ad quadratum d f. Adiungatur autem ſecundum rectitudinem ad lineam a b, una linea quę ſit æqualis b c, quæ dicatur b g, & ad d e adiungantur æqualis e f, quę dicatur e h. Manifeſtum eſt igitur ex octaua ſecundi, quod quadruplum eius quod fit ex a b in b g cum quadrato a e, eſt ęquale quadrato lineę a g. At uerò ſimiliter quadruplum eius quod fit ex d e in c h cum quadrato d f, eſt ęquale quadrato d h. At uerò ex communi ſcientia quadruplum eius quod fit ex a b in b c æquum eſt quadruplo eius quod fit ex a b in b g, eo quod b c & b g ſunt æquales: ſimiliter quoq; quadruplum eius quod fit ex d e in e f, ęquum eſt quadruplo eius quod fit ex d e in e h, eo quod e f & e h ſunt etiam æquales. Igitur ex prima parte 7 quinti & ex 11 quinti quadratum a g ad quadratum a c, ſicut quadratum d h ad quadratũ d f. Quare ex ſecunda parte 21 ſexti, proportio lineæ a g ad lineam a c, eſt ſicut lineæ d h ad lineam d f, & coniunctim a g & a c ad a c, ſicut d h & d f ad d f. At uerò a g cum a c, ſunt tanquam, duplum a b, & d cum d f, tanquam duplum d e. Quare dupla a b ad a c, ſicut duplum d e ad d f & permutatim duplum a b ad duplum d e, ſicut a c ad d f. Sed duplum a b ad duplum d e, ſicut a b ad d e, ex 15 quinti. Igitur a b ad d e, ſicut a c ad d f. Itaque permutatim & euerſim & conuerſim & diſiunctim & coniunctim quod oportebat oſtendere.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

DIuiſo latere hexagoni ſecundum proportionem habentem medium, duo que extrema, maior eius portio erit latus decagoni circunſcripti à circulo ipſum hexagonum circunſcribente.

CAMPANVS. Sit linea a b latus hexagoni alicuius circuli diuiſa ſecundum proportionem habente medium duoq; extrema in puncto c, ſitq; maior proportio eius b c. Dico quòd cuiuſcunque circuli a b eſt latus hexagoni, eiuſdem b c erit latus decagoni. Adiungatur enim ad lineam a b, linea d b, quæ ſit latus decagoni illius circuli cuius a b eſt latus hexagoni, eritq; ex 9 tredecimi, linea a d diuiſa ſecũdum proportionem habentem medium duoq; extrema & maior portio eius erit linea b. Cùm igitur utraq; duarum linearum a b & a d ſit diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, igitur erit per pręmiſſam ambarum ipſarum ad ſui maioris portiones una proportio. Itaq; d a ad a b, quæ eſt eius maior portio, ſicut a b ad b c, quæ eſt etiam eius maior portio, ſed d a ad a b, ſicut a b ad b d, ex diffinitione lineæ diuiſæ ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & maior portio eius igitur ex undecima quinti a b ad b c. Quare per ſecundam partem 9 quinti b d & b c, ſunt ęquales. Cùm ergo d b, ſit latus decagoni, erit quoq; ex communi ſcientia b c latus decagoni.



Vel aliter. Ad lineam a b adiungatur b d æqualis b c, eritq; ex quarta tredecimi tota a d diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & maior portio eius linea a b. Itaque per conuerſam nonam tredecimi quam continuè poſt ipſam demonſtrauimus, cuius circuli linea a b eſt latus hexagoni, eiuſdem linea b d (ideoq; linea b c ſibi æqualis) eſt latus decagoni. Poſſumus iterum idem alia uia (ſi libet) demonſtrare. Sit enim e f æqualis a b, quæ etiam diuidatur in g ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & ſit

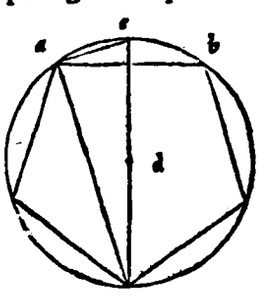
maioq;

maior portio eius linea f g. Constat igitur ex præmissa quòd quemadmodum a b est æqualis e f, sic a c, est æqualis e g, & c b, æqualis g f. Cumq; fuerit b d adiuncta ad a b, latus decagoni illius circuli cuius a b est latus hexagoni, erit (sicut prius dictum est) ex 9 tredecimi tota a d, diuisa secundum proportionem habentē medium duoq; extrema, & maior eius portio erit linea a b. Itaq; per præmissam a b ad b d, sicut f g ad g e, quare per primam partem 15 sexti quod fit ex a b in g e, æquum est ei quod fit ex b d in f g. Cumq; a b sit æqualis e f, & erit quod fit ex e f in g e, æquum ei quod fit ex b d in f g. Sed quod fit ex e f in g e, æquum est quadrato f, ex diffinitione lineæ diuisæ secundū proportionem habētem medium duoq; extrema, & ex prima parte 16 sexti, igitur quod fit ex b p in f g, est æquale quadrato f g, ideoq; ex prima sexti linea b d, æqualis f g. Et quia f g est æqualis c b, erit quoq; c b æqualis b d, & latus decagoni: quod oportebat ostendere.

Euclid. ex Camp. *Propositio 4.*

QVadratum lateris pentagoni intra circulū descripti, quadratumq; lineæ quæ illius pentagoni angulo subtenditur, ambo hęc quadrata pariter accepta, quadrati medietatis diametri eiusdē circuli quincuplū esse pronuncio.

CAMPANVS. Sit in circulo a b c, cuius cētrum d, inscriptus unus pentagonus æquilaterus, cuius unum latus sit a b, & protrahatur diameter c d e, diuidens lineā a b, & eius arcum per æqualia. Est igitur arcus a e, medietas quintæ partis circumferentiæ illius circuli, quare arcus a c est duæ quintæ totius circumferentiæ. Protrahantur itaq; duæ lineę a e & a c, eritq; a e, latus decagoni æquilateri, eo quod *eius arcus est medietas quintæ* partis circunferentię, linea uerò a c, erit quæ subtenditur uni ex angulis pentagoni prędicti, eo quod arcus a c, est duæ quintæ partes circumferentię circuli. Dico itaq; quòd quadrata duarum linearum a b & a c, pariter accepta, quincuplum sunt ad quadratum lineæ d e. Est enim ex 4 secūndi quadratum lineę c e, quadruplum ad quadratum lineę d e. Cum autē angulus c a e, sit rectus ex prima parte 30 tertij, eruntq; ex penultima primi quadrata duarum linearum c b & a e, quadruplum ad quadratum d e, igitur quadrata trium linearum c a & a e & d e, quincuplum sunt ad quadratū lineæ d e. Et quia ex 10 tredecimi quadratum a b, est æquale quadratis duarum linearum a e & d e, sequitur ut quadrata duarum linearum a b & e a, sint quincuplum ad quadratum d e: quod est propositum.



CORRELARIVM.

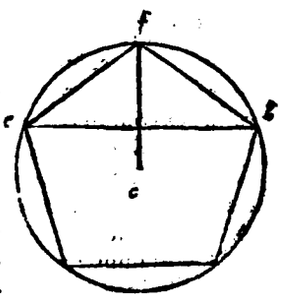
Manifestum est ergo quòd quadratum duarum lateris cubi atq; quadratum lateris figurę duodecim basium, cum cubum & figuram duodecim basium eadem sphæra circunscribit, ambo quadrata pariter accepta quincuplū sunt quadrati medietatis diametri circuli, qui circunscribit pentagonum eiusdem figuræ duodecim basium.

Istud correlarium uerè manifestum est, constat enim ex demonstratione 17 tredecimi, quod latus cubi subtenditur angulo pentagoni dodecedri, cū cubum & dodecedron una eademq; sphæra circunscribit, itaq; per hanc 4 fine obice constat correlarium.

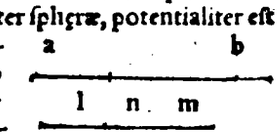
Euclid. ex Camp. *Propositio 5.*

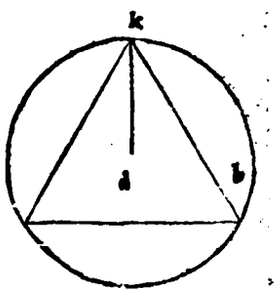
DEntagonus figurę duodecim basium, triangulusq; figuræ uiginti basium, quos eadem sphæra circūscribit, uno eodemque circulo circunscribuntur.

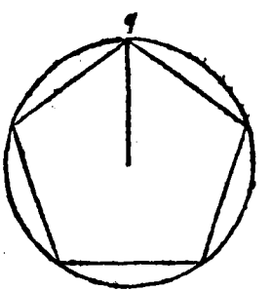
CAMPANVS. Sit sphæra cuius diameter a b, circunscribens duas solidas figuras, uidelicet dodecedron cuius unus ex duodecim pentagonis sit c, & icosedron cuius unus ex 20 triangulis sit d, pentagono autem c, & trigono d, super duo centra d & c, circunscribantur duo circuli, huic quidem f c ex 14 quarti, illi uerò e f d, ex 5 eiusdem. Dico itaque quòd hi duo circuli sphæræ propositæ, quorum ălter circunscribit pentagonum c, altet uerò trigonum d, sunt æquales. Signentur enim duo latera pentagoni c, unum ex suis angulis continentia, literis e f & f g, & protrahantur linea e g, quę subtendat angulum f, & semidiameter circuli quæ sit c f. Vnum quoque ex lateribus trigoni d, signetur



gnetur literis k h, et protrahatur semidiameter sui circuli quę sit d k. Dehinc sumatur linea l m, ad quam sit linea a b, quę est diameter sphærę assignatæ, quincupla in potentia, quæ quidem l m diuidatur in n secundum proportionem habētem medium duoq; extrema, sitq; maior portio eius linea l n, & secundum quantitatem totius l m lineetur circulus p q. Itaq; semidiameter circuli p q, erit æqualis lineę l m, eritq; ex correlario 15 quarti, linea l m, tanquam latus hexagoni æquilateri circulo p q inscripti, ideoq; per tertiam huius, linea l n, erit tanquam latus decagoni æquilateri eidem circulo inscripti. Igitur ex 11 quarti, inscribatur pentagonus æquilaterus circulo p q, cuius unum latus sit p q, eritq; ex 10 tredecimi libri quadratum lineæ p q, æquale quadratis duarum linearum l m & l n pariter acceptis. Constat autem ex demonstratione 18 tredecimi, quod h k est æqualis p q, ergo quadratum h k, est æquale quadratis duarũ linearum l m & l n pariter acceptis. At uerò ex demõstratione 17 tredecimi, manifestum est quòd e g latus cubi ab eadem sphæra circunscriptibilis, quare per correlarium 14 tredecimi a b, quę est diameter sphęræ, potentialiter est tripla a d e g, quæ est latus cubi. Si autem e g diuidatur secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, patet ex demonstratione tredecimi quod e f est tanquam maior portio eius, igitur ex secunda huius, e g ad l m, sicut e f ad l n, nã ut tota ad totam, sic maior portio ad maiorem. Itaq; per 21 sexti quadratum e g ad quadratũ l m sicut quadratum e f ad quadratum l n: quare per 13 quinti, quadrata duarum linearum e g & e f pariter accepta, ad quadrata duarum linearum l m & l n, pariter accepta, sicut quadratum e g ad quadratum l m. Ergo per 15 quinti et permutatam proportionalitatem, & æquam, triplum duorum quadratorũ duarũ linearum e g & e f, pariter acceptorum ad quadrata duarum linearum l m & l n, pariter accépta, sicut triplum quadrati e g ad quadratum l m. Triplũ autem quadrati e g, est tanquam quadratum a b, ex cõrelario 14 tredecimi, at quadratum a b, est per hypothesin quincuplũ ad quadratum l m, ergo triplum quadrati e g, quincuplum quoq; est quadrati l m. Quare etiam triplum quadratorum duarum linearum e g & e f pariter acceptorum, est quincuplum ad quadrata duarum linearum l m & l n, pariter accepta. Et quia probatum est quod quadratum h k est æquale e quadratis duarum linearum l m & l n, pariter acceptis, sequitur ex communi scientia ut triplum quadratorum e g & e f, sit quincuplum ad quadratum h k. Constat autem ex 8 tredecimi, quod quincuplum quadrati h k, est quindecuplum ad quadratum d k, nam simplum est triplum. Et ex quarta huius constat, quod triplum quadratorum e g & f, est quindecuplum quadrati e f, nam simplum est quincuplum. Itaq; quindecuplũ quadrati c f, est æquale quindecuplo quadrati d k, ideoq; per 15 quinti quadratum c f, est æquale quadrato d k, quare etiam linea c f, est æqualis lineæ d k. Ergo ex diffinitione circulorum æqualium, circulus circunscribens pentagonum c, est æqualis circulo circunscribenti trigonum. nam semidiametri horum circulorum sunt æquales, uidelicet c f & d k: quod erat ex principio demonstrandum.

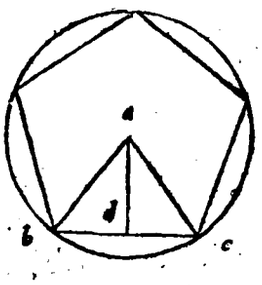






Euclid. ex Camp. *Propositio 6.*

6. QVadratum quoq; quod est triangulum alias trigincuplũ tetragoni, qui sub perpendiculari ducta à centro circuli circunscribentis pentagonum figuræ duodecim basium ad latus pentagoni, atq; sub latere ipsius pentagoni continetur, omnibus superficiebus corporis duodecim basium pariter acceptis esse æquale, ex necessitate conuincitur.



CAMPANVS. Sit pentagonus a una ex 12 basibus figuræ dodecędri, & unũ ex eius lateribus sit b c, sibiq; ex 14 quarti circunscribatur circulus supra centrum a, & protrahantur lineæ a b & a c & b d perpẽdiculares ad b c. Dico ergo quòd trigincuplũ eius quod fit ex a d in b c, est æquale omnibus superficiebus dodecedri pariter acceptis. Constat enim pentagonũ d, esse diuisibilẽ in quinq; triangulos æquales

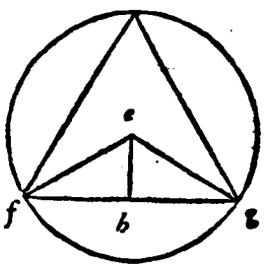
triangul

triangulo a b c ex 8 primi. Itaq; omnes 12 pentagoni dodecedri (cum omnes sint æquales & similes pentagono a) diuisibiles sunt in 60 triangulos, quorum quisq; per 8 primi est æqualis triangulo a b c. Quod autem fit ex a d in b c, est duplum per 41 primi, ad triangulum a b c. Ergo trigincuplum eius quod fit ex a d in b c, est sexagincuplum ad triangulum a b c, nam ut simplum ad simplum sic duplum ad duplum. Cum itaq; omnes dodecedri superficies pariter acceptæ sint etiam sexagincuplum ad triangulum a b c, sequitur ut trigincuplum eius quod fit ex a d in b c, sit æquale omnibus superficiebus dodecedri pariter acceptis. Quod est propositum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 7.*

QVadratum quoq; quod est triangulũ, alias trigincuplum tetragoni, qui sub perpendiculari ducta à centro circuli ad latus sibi inscripti triãguli figuræ uiginti basium, atq; sub ipso latere trianguli continetur, æquale est omnibus superficiebus figuræ uiginti basium pariter acceptis.

CAMPANVS. Esto enim hic trigonus e, una ex 20 basibus figuræ icosedri, & unum ex eius lateribus sit f g, sibiq; ex 5 quarti circũscribatur circulus super centrum e, & protrahãtur lineæ e f, e g, & e h perpẽdicularis ad f g. Dico igitur quod trigincuplum eius quod fit ex e h in f g, est æquale omnibus superficiebus icosedri pariter acceptis. Constat enim trigonũ esse diuisibilẽ in tres trigonos, quorum quilibet per octauam primi, est æqualis trigono e f g. Itaque omnes 20 trigoni icosedri pariter accepti, (cum cuncti sint æquales & similes trigono e) sunt tanquam sexagincuplum trigoni e f g. Et quia per 41 primi, quod fit ex e h in f g, est duplum trigoni e f g, ideoq; trigincuplum huius est æquale sexagincuplo illius, sequitur ut trigincuplũ e h in e f sit æquale omnibus superficiebus icosedri pariter acceptis: quod erat demonstrandum.



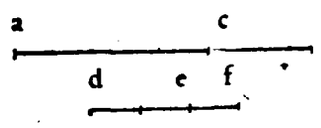
CORRELARIVM. Manifestum igitur est, quòd proportio superficierum figuræ duodecim basium in aliqua sphęra contentæ ad superficies figuræ uiginti basium in eadem sphęra conclusæ, est tanquam proportio tetragoni contenti sub latere pentagoni ipsius figurę duodecim basium & sub perpendiculari ducta à centro sui circuli ad ipsum latus pentagoni, ad tetragonum contentum sub latere trianguli ipsius figurę uiginti basium & perpendiculari ducta à centro sui circuli ad ipsum latus trianguli corporis uiginti alchaidarum. Quod per illud correlarium concluditur uerum esse, siue figura duodecim basium & figura uiginti basium sint ab eadem sphæra circunscriptibiles ut proponitur. siue etiam fuerint circunscriptibiles à diuersis sphęris, proponitur autem prout hæ figuræ sunt circũscriptibiles ab eadem sphæra quoniam hoc modo ualet & sufficit ad propositum. Eius ergo communis ueritas sic patet. Constat enim ex 6 huius, quòd trigincuplum a d in b c æquum est omnibus superficiebus dodecedri pariter acceptis cuius pentagonus, a est una ex 12 superficiebus. Et ex hac 7 constat similiter, quòd trigincuplum e h in f g, æquũ est omnibus superficiebus icosedri pariter acceptis, cuius trigonus e est una ex 20 basibus, siue illud dodecedron & istud icosedron eadem sphęra circunscribat, siue diuerse, itaq; proportio trigincupli a d in b c ad omnes superficies illius dodecedri pariter acceptas, est sicut trigincupli e h in f g ad omnes superficies icosedri pariter acceptas: utrobiq; enim est proportio æqualitatis. Quare permutatim trigincuplum a d in b c ad trigincuplum e h in f g, sicut omnes superficies illius dodecedri ad omnes superficies huius icosedri, & per 15 quinti trigincupli ad trigincuplũ, est sicut simpli ad simplum. Constat igitur per 11 quinti quòd proportio omnium superficierum illius dodecedri ad omnes superficies huius icosedri, est eius quod fit ex a d in b c, ad id quod fit ex e h in f g. Et hoc est, quod ex correlario proponitur.

Euclid. ex Camp. *Propositio 8.*

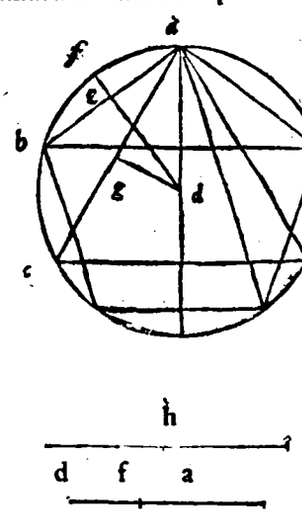
PRoportio cunctarum superficierum corporis duodecim basium pariter acceptarum ad cunctas superficies corporis uiginti basiũ pariter acceptas, quæ ab una sphæra ambo circunscribuntur, est tanquam proportio lateris cubi quem circunscribit eadem sphęra, ad latus trianguli ipsius corporis uiginti basium.

CAMPANVS.

CAMPANVS. Vt ab huius octauę demõſtrationis 14 libri proceſſu ambiguitas omnis abſcedat iſtud præſcire oportet. Quòd ſi aliqua linea ſecundum proportionem habẽtem medium duoq; extrema fuerit diuiſa, & ex medietate eius tanquam dimidium ſuæ maioris portionis detrahatur, ipſa quoq; medietas ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema diuiſa erit, & eius maior portio eſt tãquam dimidium maioris ſuæ duplæ. Verbi gratia: Sit a b diuiſa ſecundum proportionẽ habentem medium duoq; extrema, in c, & maior eius portio ſit a c, & ſit d e tanquam dimidium a b, & d f tanquam dimidium a c. Dico ergo quòd d e diuiſa eſt in f ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & maior portio eius eſt d f, conſtat enim ex 15 quinti, quod proportio a b ad a c, eſt ſicut d e ad d f, uidelicet duplum ad duplum, tanquam ſimplum ad ſimplum. Quare permutatim a b ad d e, ſicut a c ad d f, igitur per 19 quinti c b ad f e, ſicut a b ad d e. Eſtq; c b, dupla ad f e, ſic enim eſt a b ad d e. Cum igitur tota a b ſit dupla ad totam d e, & ſingulæ partes a b ad ſingulas partes d e, erit ex 15 quinti & prima eiuſdem & diffinitione lineæ diuiſæ ſecundùm proportionem habentem medium, duoq; extrema, linea diuiſa in f, quemadmodum proponitur.

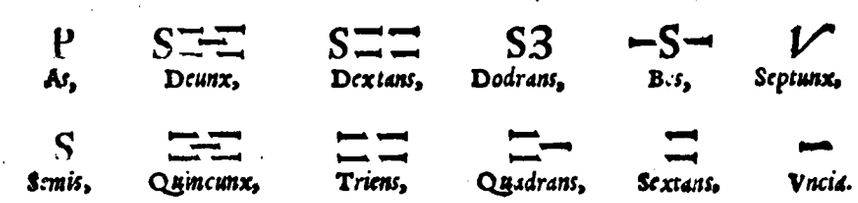


Nunc igitur demõſtrationi eius quod propoſitum eſt inſiſtamus. Ad cuius exemplum ſit a b c circulus, cuius centrum d, circunſcribens pentagonum dodecedri & trigonum icoſedri, quæ ambo pariter eadem ſphæra circunſcribit & concludit. nam ex 5 huius manifeſtum eſt, quod idem circulus huius pentagonum & illius trigonum circunſcribit. Sit autem linea a b, latus pentagoni, & linea a c, trigoni, ſitq; linea h, tanquam latus cubi ab eadem ſphæra circunſcripti. Dico itaque quòd proportio omnium ſuperficierum dodecedri pariter acceptarum ad omnes ſuperficies icoſedri pariter acceptas, eſt ſicut linea h ad lineam a c, producatur quidem à centro d, perpendicularis ad a b, quæ tranſeat uſque ad circunferentiam, ſecans a b in puncto e, & arcum eius in puncto f. hanc autem perpendicularem conſtat diuidere per æqualia tam lineam a b quàm eius arcum, chordam quidem a b per ſecundam partem 3 tertij, arcum uerò eius per 4 primi & 27 tertij. Eſt igitur arcus f a decima pars circunferentiæ. Subtendatur itaq; ſibi chorda a f, quæ erit latus decagoni æquilateri eiuſdem circuli, erit igitur ex 9 tredecimi linea conſtans ex d f, f a, diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoque extrema, & maior portio eius erit linea d f. At uerò ex prima huius d e, eſt æqualis dimidiò f, dimidioq; f a in longum directumq; coniunctis. Sit igitur d g perpendicularis ad a c, eritq; ex correlario 8 tredecimi g d, tanquam dimidium d f. Itaq; ſi à linea d e quæ eſt tanquam dimidium d f a, cum d f, & f a ſit linea una, detrahatur æqualis d g quæ eſt tanquam dimidium d f, erit per illud quod ante hoc probatum eſt, linea d e diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & maior portio erit tanquam g d. Ex demonſtratione autem 17 tredecimi cõſtat, quòd ſi linea h, quæ eſt latus cubi diuidatur ſecundum proportionem habentem medium duoque extrema, maior portio eius erit tanquam a b, quæ eſt latus pentagoni figuræ 12 baſium. Itaq; per 2 huius, proportio h ad a b, eſt ſicut d e ad g d, quare per primam partem 15 ſexti, quòd proue nit ex h in g d, æquum eſt ei quod fit ex a b in d e. Ex correlario autem præmiſſæ manifeſtum eſt, quod proportio omnium ſuperficierum dodecedri cuius latus a b pariter acceptarum ad omnes ſuperficies icoſedri, cuius latus a c, pariter acceptas, eſt ſicut eius quod fit ex a b in d e, ad illud quod fit ex a c in g d. Igitur ex prima parte 7 quinti & 11 eiuſdem, proportio eius quod prouenit ex h in g d, ad illud quòd prouenit ex a c in g d, eſt ſicut omniũ ſuperficierũ illius dodecedri ad omnes eius icoſedri. At uerò huius quod prouenit ex h in g d, ad illud quod puenit ex a c in g d, eſt per 1 ſexti, ſicut h ad a c. Itaq; per 11 quinti proportio omnium ſuperficierum illius dodecedri ad omnes huius icoſedri, eſt ſicut h ad a c: quod eſt propoſitum. Hoc ipſum aliter probare poterimus, ſi ad ipſum huius antecedens neceſſarium præmiſerimus, quod eſt.

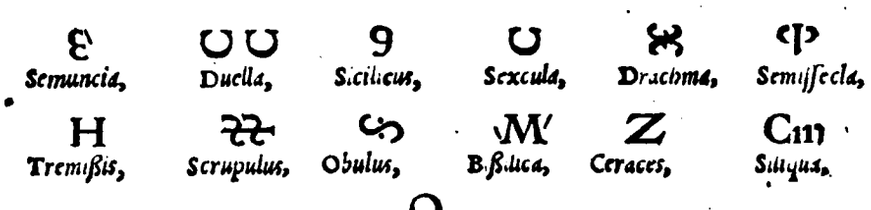


Si circulo cuilibet pentagonus æquilaterus inſcribatur, rectangulum quod ſub dodrante diametri ipſius circuli & ſub dextãte ipſius lineæ angulum ipſius pentagoni ſubtendentis continetur, eidem pentagono æquum eſſe ex neceſsitate oportet.

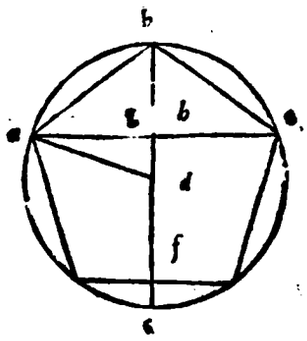
Maiores noſtri unumquodque integrum in duodecim partes æquales intellectu & ratione diuiſerunt: omnesq; eas ſimul, hoc eſt ipſum totum, Aſſem uocauerunt: undecim uerò earum, dixerunt deuncem: decem autem, Dextantem: nouem Dodrantem: octo uerò Beſſem: at ſeptem, Septantem uel ſeptuncem: ſex autem, Semiſſem: quinque, Quincuncem: quatuor, Trientem: tres autem, Quadrantem: duas uexò, Sextantem: unam autem, appellauerunt Vnciam. Easq; per ordinem talibus deſignauere figuris, quæ ſæpiſsimè inueniuntur in antiquis libris.



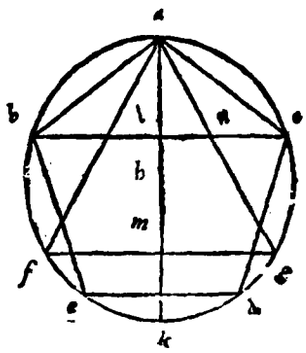
Vnciam quoq;, quam duodecimam partem Aſsis fore diximus, in alias duodecim fractiones, ſed alia uia diuiſerunt. Nam medietatem Vnciæ, dixerunt Semunciam: tertiam uerò, Duellam: quartam, Sicilicum: ſextam, Sexculam: octauam, Drachmam: duodecimam, Semiſſeclam: decimamoctauam, Tremiſſem: uigeſimamquartam, Scrupulum: quadrageſimamoctauam, Obulum: ſeptuageſimamſecundam, Biſsiliquam: nonageſimamſextam, Ceracem: ultimam uerò quæ eſt centeſima quadrageſimaquarta pars ipſius Vnciæ, Siliquam nominauerunt. Has autem duodecim fractionibus Vnciæ, poſteriores adiunxere Chalcum: eſt autem Chalcus, centeſima nonageſimaſecunda pars Vnciæ. Cuius additionis cauſa fuit, ut uſq; ad minimum extremum diaſtemata ſymphoniarum tonorum ſemitonorumq; interuallis diſtinctarum, harum fractionum denominatio conſcenderet uel contenderet: & ipſas omnes ſecundum ordinem talibus annotauere figuris.



Eius ergo quod dicitur, ſenſus eſt: Quòd ſi in aliquo circulo pentagonus æquilaterus inſcribatur, illud quod fit ex tribus quartis diametri circuli in quinq; ſextas lineas ſubtẽdentis unum ex angulis inſcripti pentagoni æquale eſt pentagono. Verbi gratia: Sit circulus a b c, ſicut centrum d, eiq; ex undecima quarti, inſcribatur pentagonus æquilaterus, cuius duo latera unum ex ſuis angulis continentia ſint a b & b c, & angulo b ſubtendatur linea a c, & protrahatur diameter b d e ſecans lineam a c per æqualia in puncto g. ſitq; d f medietas d e, & g h dupla ad h c, eritq; b f dodrans diametri: eſt enim tres quartæ ipſius, & a h erit dextans uel ſextans a c: eſt enim quinta ſextæ eius, protrahatur autem linea a d: dico quòd illud quod prouenit ex b f in a h, eſt æquale pentagono inſcripto circulo. Cum enim a g ſit perpendicularis ad b d, erit ex quadrageſimaprima primi, & illud quod prouenit ex b d in a g, duplum ad triangulum a b d, ideoq; quod prouenit ex b f in a g, triplum erit ad eundem triangulum. & quod prouenit ex b f in h g duplum, & ex b f in totam a h quincuplum. Cum itaque totus pentagonus quintuplus ſit ad eundem triangulum, conſtat quòd iſtud quod fit ex b f in a h, eſt æquale pentagono. Et illud erat demonſtrandum. Quod igitur ex principio propoſitum eſt, nunc alia uia (ſicut promiſimus) demonſtremus. Sint itaq; circulo, cuius centrum h inſcripti pentagonus figuræ duodecim baſium, & trigonus figuræ uiginti baſium, quas eadem ſphæra circunſcribit. Conſtat enim ex quinta huius, quòd huius dodecedri pentagonus, & illius icoſedri trigonus, ab eodem circulo circunducentur, ſitq; pentagonus a b c d e, & trigonus a f g, & angulo a pentagoni ſubtendatur linea



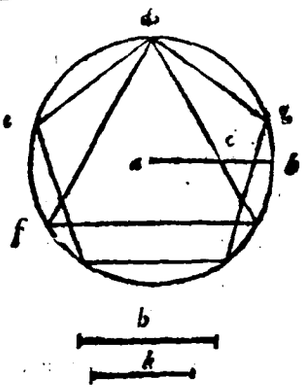
tur linea b e, quæ ex demonſtratione 17 tredecimi erit latus cubi quem eadem ſphæra concludit, protrahatur itaq; diameter a h k, ſecans orthogonaliter & per æqualia utranq; duarum linearum b e & f g, hanc quidem in puncto l, illam uerò in puncto m. Dico ergo quòd proportio omnium ſuperficierum dodecedri ad omnes icoſedri, quorum pẽtagonus & trigonus propoſito circulo ſunt inſcripti, eſt ſicut lineæ b e, quę eſt latus cubi ab eadem ſphæra concluſi, ad lineam f g quę eſt latus trigoni icoſedri. Cõſtat enim ex correlario 8 tredecimi, quòd linea h m eſt dimidium lineę a h, ideoq; a n erit dodrans diametri a k, eſt enim eius tres quartæ. Sit ergo l n dupla ad n e, eritq; b n dextans b e, eſt enim quinque eius ſextæ. Ita quòd per præmiſſum antecedẽs, quod prouenit ex a m in b n, erit æquale pẽtagono a b c d e, quod autem prouenit ex a m in m f, eſt æquale triangulo a f g. Igitur ex 1 ſexti, proportio pentagoni ad trigonum, eſt ſicut b n ad m f, quare duo decupli illius pentagoni ad uigincuplum iſtius trigoni, ſicut duodecupli lineæ b n ad uigincuplum lineæ m f, quod ex 15 quinti & æqua proportionalitate manifeſtum eſt. Duodecuplum autem b n, eſt tanquam decuplum b e, nam 12 dextantes, coæquant 10 aſſes, hoc eſt 10 totã: uigincuplum uerò m f, eſt tanquam decuplum f g, nam f g eſt dupla ad m f. Igitur duodecupli iſtius pentagoni ad uigincuplum iſtius trigoni, eſt ſicut decupli b e ad decuplum f g. Et quia duodecuplum illius pentagoni eſt omnes ſuperficies dodecedri, uigincuplum autem huius trigoni eſt omnes ſuperficies icoſedri, & quia per 15 quinti decupli b e ad decuplũ f g, ſicut b e ſimplæ ad f g ſimplam, erit per 11 quinti, proportio omnium ſuperficierum dodecedri pariter acceptarum ad omnes ſuperficies icoſedri pariter acceptas, ſicut b e ad f g: & hoc eſt quod oportuit nos demonſtrare.



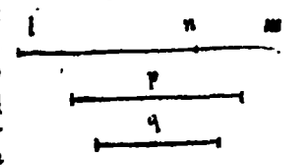
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

DIuiſa qualibet linea ſecundum proportionem habẽtem medium duoq; extrema, erit proportio lineæ potentis ſupra totam lineam, eiusq; maiorem portionẽ ad lineã potẽtem ſupra totam eiuſdemq; minorem portionem, tanquam proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis uiginti baſium unà cum cubo ipſo in eadem ſphæra contenti.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa ſecundum proportionem habentẽ medium duoq; extrema, & maior portio ſit linea a c, & ſuper centrum a ſecundum quantitatem lineæ a b deſcribatur circulus d b e, eiq; inſcribatur ex 11 quarti pentagonus æquilaterus, cuius unum latus ſit d e, & ex ſecunda eiuſdem triangulus æquilaterus cuius unum latus ſit d f, & uni ex angulis pẽtagoni qui ſit d, ſubtendatur linea e g. Conſtat igitur ex 5 huius, quòd ſphæra circunſcribens dodecedron cuius pẽtagoni latus eſt d e, circunſcribit ſimul icoſedron, cuius triãguli latus eſt d f, & ex demonſtratione 17 tredecimi manifeſtum eſt, quòd eadem ſphæra circunſcribit cubum cuius latus eſt e g. Sumatur ergo linea h potẽs ſuper totum a b & eius maiorem portionem a c, & ſumatur k potẽs ſuper totam a b & minorem eius portionẽ b c. Dico itaq; quòd proportio e g ad d f, hoc eſt lateris cubi ad latus triãguli icoſedri unà cum ipſo cubo ab ipſa ſphæra cõtenti, eſt ſicut h ad k. Conſtat quidem quod ex correlario 15 quarti, quòd a b eſt tãquam latus hexagoni æquilateri circulo b d e inſcripti. Igitur ex 5 huius, a c eſt tanquam latus decagoni eiuſdem circuli. Itaq; per 10 tredecimi, d e potens eſt ſuper totam a b & eius maiorem portionem a c, quare d e eſt æqualis h, nam quadratum utriuſq; earum, tãtum eſt quãtum quadrata duarum linearum a b & a c pariter accepta. Patet autem ex 8 tredecimi, quòd d f eſt tripla potentialiter ad a b, at uerò ex 5 eiuſdem patet, quòd k quoq; tripla eſt potentialiter ad a c. Ergo ex ſecunda parte 22 ſexti, proportio d f ad a b, eſt ſicut k ad a c, quare permutatim d f ad k, ſicut a b ad a c. Et quia ex demonſtratione 17 tredecimi, manifeſtum eſt quòd ſi e g diuidatur ſecundum proportionem habẽtem medium duoq; extrema, maior portio eius erit tanquã d e, erit per ſecunda huius proportio e g ad d e, ſicut a b ad a c, quare per 11 quinti erit quoq; e g ad d e, ſicut d f ad k, & permutatim e g ad d f, ſicut d e ad k. Et quia per primã partem 7 quinti, d e ad k, ſicut h ad k, eo quòd d e & h ſunt æquales, erit per 11 quinti e g ad d f, ſicut

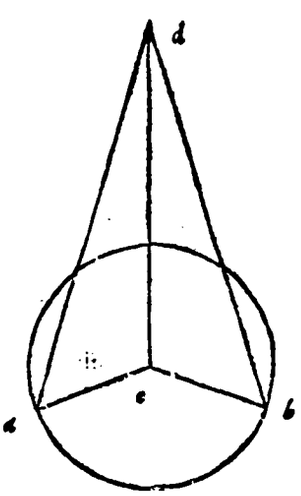


h ad k: quod eſt propoſitum. Non ſolum autem eſt proportio e g lateris cubi ad d f latus trianguli icoſedri ſicut h ad k, immo ſimpliciter ſicut quarumlibet duarum linearum unius ad alteram, quarum altera poteſt ſuper totam quamlibet lineam diuiſam ſecundum proportionẽ habentem medium duoq; extrema, & ſuper eius maiorem portionem, altera uerò ſuper totam & eius minorem portionem. nam ſingularum linearum talium eſt proportio una. Verbi gratia, maneant priores hypotheſes circa lineas a b, h & k, & ſumatur quoq; quælibet alia linea quæ ſit l m, diuiſa ſecundum proportionem habentem medium, duoq; extrema in n, & portio maior ſit l n, ſitq; linea p potens ſuper totam l m & eius maiorem portionem l n, & linea q ſit potens ſuper totam l m & eius minorem portionem m n. Dico ergo quòd proportio p ad q, eſt ſicut h ad k. Conſtat enim ex 2 huius, quòd b a ad a c, eſt ſicut l m ad l n, ergo per primam partem 21 ſexti, quadrati b a ad quadratum a c, eſt, ſicut quadrati m l ad quadratum n l, quare cõiunctim quadrati h ad quadratũ a c, ſicut quadrati p ad quadratum l n, & permutatim quadrati h ad quadratum p, ſicut quadrati a c ad quadratum l n. Eodẽ argumẽtationis genere ſequitur quòd proportio quadrati k ad quadratum q, eſt ſicut quadrati c b ad quadratum n m. Et quia ex 2 huius & prima parte 21 ſexti, quadratum a c ad quadratum l n, ſicut quadratũ c b ad quadratum m n, erit ex 11 quinti quadratum h ad quadratum p, ſicut quadratum k ad quadratum q, quare per ſecundam partẽ 21 ſexti h ad q, ſicut k ad p. Et permutatim h ad k, ſicut p ad q: quod erat demonſtrandum. Et ne quiſquã dubitationis locus ea quæ demonſtranda reſtant obfuſcet, præmittenda adhuc duximus quædã, quibus ſequẽtia firmo demõſtrationis robore inconcuſſa permaneant.



Si aliqua plana ſuperficies ſphæram quamlibet ſecet, communis ſectio planæ ſuperficiei ſecantis & curuæ ſuperficiei ſphæræ erit circunferentia continens circulum.

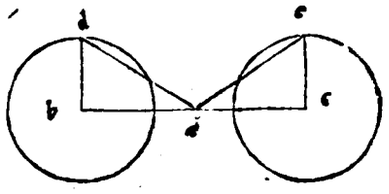
Sit igitur aliqua plana ſuperficies ſecans ſphæram, & ſit linea a b communis ſectio ſuperficiei ſecantis & ſuperficiei ſphæræ, dico quòd linea a b eſt circunferentia circuli. Aut enim centrum ſphæræ eſt in plana ſuperficie ſecante, aut extra. Quòd ſi fuerit in ea, ponatur ubicunq; contigerit, & ſit c. Quia ergo tota linea a b eſt in ſuperficie ſphærę, & quia omnes lineæ ductæ à centro ſphærę ad ipſius circunferentiam ſunt æquales, quemadmodum conſtat ex diffinitione ſphærę, ſequitur ut omnes lineæ ductæ à puncto c ad lineam a b ſint æquales. Eſt igitur ex diffinitione circuli ſuperficies quam cõtinet linea a b circulus, & eius centrum eſt c, uidelicet idem quòd centrum ſphærę. Si autem centrum ſphærę fuerit extra ſuperficiem ſecantem, ponatur ergo ubilibet quod ſit d, à quo ſecundum doctrinã 11 undecimi, ducatur linea d c perpendicularis ad ſuperficiem ſecantem, & protrahantur ab eodem centro d, duæ lineæ rectę quomodocunq; contingat ad lineam a b, quæ ſint d a & d b, & iungatur c cum a & cum b, eruntq; duæ lineæ d a & d b æquales, eo quòd ipſę ſunt à centro ſphæræ ad ſuperficiem eius. Ex diffinitione autem lineę perpendicularis ad ſuperficiẽ manifeſtum eſt, quòd anguli d c a ad d c b ſunt recti, ideoq; ex penultima primi, & iſta cõmuni ſcientia (quę æqualibus ſunt æqualia inter ſe ſunt æqualia) erunt quadrata duarum linearum c d & c a pariter accepta, æqualia quadratis duarum linearum d c & c b pariter acceptis. dempto itaq; utrinq; quadrato d c, erit quadratum c a æquale quadrato c b, quare & linea c a, lineæ c b. Eodem argumentationis genere neceſſe eſt omnes lineas ductas à puncto c ad lineam a b, eſſe æquales. Ergo ex diffinitione circuli, ſuperficies quam continet linea a b, eſt circulus, & eius centrum eſt c, quod eſt propoſitum. Ex hoc itaq; manifeſtum eſt, quòd cum ſuperficies ſecat ſphęram ſuper centrum eius, ſector proueniens in ſuperficie ſphæræ eſt linea cõtinens circulum, cuius centrum eſt centrũ ſphæræ. Cum autẽ ſuperficies ſecat ſphæram non ſuper centrum eius, ſector quoq; proueniens in ſuperficie ſphæræ, eſt linea continẽs circulum cuius centrum eſt punctus ille in quo incidit penpendicularis ducta à centro ſphæræ ad ſuperficiem ſecantem. Amplius autem dico:



Si in ſphæra aliqua fuerint circuli æquales, perpendiculares ductæ à centro ſphæræ ad ſuperficies illorum circulorum erunt adinuicem æquales.

Sint in ſphæra cuius centrum a, ſignati duo circuli b & c æquales, quorum ſuperficies protra-

protrahantur à centro ſphæræ, uidelicet à puncto a, perpendiculares, ſecundum quod docet 11 undecimi, ad hunc quidem a b, ad illum autem a c. Dico quòd duæ lineæ a b & a c ſunt ęquales. Protrahantur enim à punctis b & c ſingulæ lineæ rectę ad circunferentias illorum circulorum prout libuerit, in hoc quidem b d, in illo autem c e, & iungatur a cum d & cum e, eritq; ex diffinitione lineæ ſupra ſuperficiem perpendiculariter ſtantis, uterq; duorum angulorum a b d, a c e rectos. At uerò ex ſecunda parte prę miſsi correlarij manifeſtum eſt, quòd duo puncta b & c ſunt centra circulorum b c, ideoq; duæ lineæ b d & c e ſunt ſemidiametri eorum, qui circuli cum ponantur æquales, ſequitur ex diffinitione æqualium circulorum has ſemidiametros eſſe æquales. Et quia duæ lineæ a d & a e ſunt ęquales, quia ſunt ductę à centro ſphærę ad eius ſuperficiem, erunt ex penultima primi duæ perpẽdiculares a b & a c æquales: quod oportebat demonſtrare. Nunc igitur ad propoſitum redeamus.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

10 PRoportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri, quæ ambo una eademq; ſphæra includit, eſt ſicut omnium ſuperficierum eius pariter acceptarum ad omnes ſuperficies illius pariter acceptas.

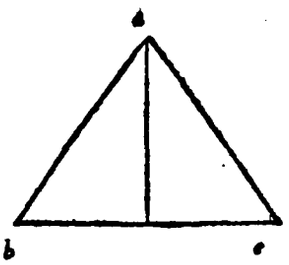
CAMPANVS. Hoc eſt quod ſuperius poſt demonſtrationem 1 huius, autoritate Ariſtæi & Apollonij commemorauimus, cuius demonſtratio ex ijs quæ pręmiſſa ſunt, euidenter elicitur. Ex 5 quidem huius manifeſtum eſt, quòd circuli quorum alter circũſcribit pẽtagonium dodecedri, reliquus uerò trigonum icoſedri, quę ambo corpora ſphęra una coercet, ſunt adinuicem ęquales. Itaq; erunt perpendiculares à centro ſphærę ad ſuperficies omniũ circulorum circunſcribentiũ pentagonos huius dodecedri & trigonos illius icoſedri in eorum cẽtra cadentes, adinuicem æquales, ſicut ex pręmiſsis manifeſtũ eſt. nam omnes hi circuli, teſte 5 huius ſicut dictũ eſt, æquales ſunt ſibi adinuicem. Pyramides igitur quarum ſunt baſes pẽtagoni dodecedri, & coni earum ſimiliter cẽtrum ſphæræ, ac pyramides quarum baſes ſunt trigoni icoſedri & coni earum ſimiliter centrum ſphærę, ſunt æquè altę. Cunctarum quidem pyramidum altitudinem, menſurant uel determinant à conis ad baſes perpendiculares cadentes. Pyramides autem ęquè altas, ſuis baſibus proportionales eſſe oportet, quemadmodum in 6 duodecimi probatum eſt. Itaq; proportio pyramidis cuius pẽtagonus dodecedri, ad pyramidem cuius baſis trigonus icoſedri eſt ſicut iſtius pentagoni ad hunc trigonũ, ideoq; per 24 quinti, proportio duodecupli illius pyramidis cuius baſis pentagonus dodecedri ad pyramidẽ cuius baſis trigonus icoſedri, ſicut duodecupli illius pentagoni ad hunc trigonũ, hę autẽ 12 pyramides quarũ ſunt baſes 12 pentagoni dodecedri, ſunt tanquam totum corpus ipſius dodecedri, at 12 pẽtagoni tãquam omnes ſuperficies eius, itaq; proportio corporis dodecedri ad pyramidem cuius baſis eſt trigonus icoſedri, eſt ſicut proportio omniũ ſuperficierum dodecedri ad trigonum icoſedri. Quare rurſus ex 24 quinti, proportio corporis dodecedri ad uigincuplũ illius pyramidis cuius baſis eſt trigonus icoſedri, eſt ſicut omniũ ſuperficierum dodecedri ad uigincuplũ trigoni icoſedri. Cum igitur uigincuplum huius pyramidis ſit tãquam totum corpus icoſedri, ad uigincuplum iſtius trigoni tanquã omnes ſuperficies ipſius icoſedri, erit ꝓportio coporis dodecedri ad corpus icoſedri, quę ambo una eademq; ſphęra cõcludit, ſicut proportio omnium ſuperficierum corporis dodecedri pariter acceptarum ad omnes ſuperficies corporis icoſedri pariter acceptas. Hoc autẽ eſt prædictorum philoſophorum de proportione horum duorum corporum ſentẽtia, fixa ſolidaq; demonſtratione roborata. Cui quoq; adijciendum eſt hoc, nam cũ proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis icoſedri unà cum ipſo cubo ab eadẽ ſphæra cõcluſi, ſit ſicut proportio omnium ſuperficierum corporis dodecedri pariter acceptarũ ad omnes ſuperficies ipſius icoſedri in eadem ſphæra concluſi, ſicut ex 8 huius demonſtratum eſt, erit ex 11 quinti proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri quæ ambo ſphæra una circumuoluit, tanquam proportio lateris cubi eidemq; ſphæræ inſcriptibilis ad latus ipſius trigoni icoſedri. Amplius autem quia diuiſa qualibet linea ſecundum proportionem habẽtem medium duoq; extrema eſt proportio lineæ potẽtis ſuper totam & eius maiorem portionẽ, ſicut lateris cubi alicui ſphærę inſcripti ad latus trigoni corporis icoſedri ab eadem ſphæra circunducti, ſicut ex 9 huius demonſtratũ eſt, erit etiã ex 11 quinti, ut diuiſa qualibet linea ſecundum proportionẽ habentem medium duoq; extrema ſit proportio lineæ potentis ſuper totam & eius maiorẽ portionem ad lineam potentem ſuper totam & eius minorem portionẽ, ueluti proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri quæ ambo una atq; eadem ſphæra circũſcribit. Ex dictis igitur manifeſtũ eſt quòd proportio lateris cubi alicui

ſphærę inſcripti ad latus trigoni icoſedri ab eadē ſphæra circūſcripti, item proportio cunctarum ſuperficierum dodecedri ad cunctas ſuperficies icoſedri, quæ ambo eadē ſphæra circunſcribit, & rurſus proportio lineæ potentis ſuper quālibet lineā diuiſam ſecundum proportionē habētem medium duoq; extrema, & ſuper eius maiorē portionem ad lineam potentē ſuper eandem & ſuper eius minorē portionem, itaq; iterū proportio corporis dodecedri ad corpus, icoſedron quæ ambo una eademq; ſphęra coercet, eſt proportio una. Mirabilis itaq; eſt potētia lineæ ſecūdum proportionē habentē medium, duoq; extrema diuiſæ. Cui cum plurima philoſophātium admiratione digna cōueniant, hoc principiū uel prȩcipuum ex ſuperiorum principiorum inuariabili procedit natura, ut tam diuerſa ſolida tum magnitudine tum baſiū numero tum etiam figura, irrationali quadā ſymphonia irrationabiliter cōciliet. Quippe demōſtratum eſt quòd proportio dodecedri corporis ad icoſedron corpus, quæ ambo ſphæra una coambit, eſt quaſi proportio lineæ potentis ſuper quālibet lineā ſecudum prȩfatam proportionem diuiſam & ſuper eius maiorem partem, ad quamlibet lineam potētem ſuper eandem & eius minorem partē. Quoniā uerò de tribus cęteris corporib. regularibus nihil adhuc diximus, ſtudeamus de ipſis aliquid dicere.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 11.

IN omni triangulo æquilatero ſi ab uno angulorum eius perpendicularis ad baſin ducatur, latus eiuſdem trianguli ad ipſam perpendicularem potentialiter ſeſquitertium eſſe conueniet. 11

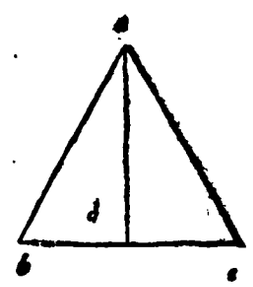
CAMPANVS. Sit enim triangulus æquilaterus a b c, ducaturq; ab angulo a, linea a d, perpēdicularis ad baſin. Dico quòd a b eſt potētialiter ſeſquitertiū ad a d. Sunt quidē ex 5 primi, duo anguli b & c æquales s. Et qa anguli ad d ſunt recti, erit per 26 primi linea b c diuiſa per æqualia in pūcto d. Itaq; ex 4 ſecūdi quadratum b c, quadruplum ad quadratū b d, ideoq; etiam quadratum a b, quadruplum eſt ad quadratum b d, eſt enim triangulus æquilaterus. Quare per penult. primi, quadrata duarum linearū a d & b d pariter accepta, quadruplū ſunt ad quadratū b d. Itaq; quadratū a d, triplū eſt ad quadratū b d: conſtat ergo propoſitū.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 12.

OMnis trigonus æquilaterus cuius eſt latus rationale, ſuperficies medialis eſſe probatur. 12

CAMPANVS. Sit ut prius, trāgulus a b æquilaterus, & ſit latus eius a b rationale ſiue in longitudine ſiue in potētia tantū. Dico itaq; quòd ipſe triāgulus eſt ſuperficies medialis. Ducatur enim perpēdicularis ad a b, angulo a ad baſin, eritq; ex præmiſſa & ex 6 decimi, & diffinitione ſuperficiei rationalis, quadratū lineę a d rationale, & linea a d rationalis in potētia. Ipſa autē ex ultima parte decimæ mediante prȩmiſſa, erit incommenſurabilis lineæ a b, ideoq; & linea b d, quę eſt tanquā eius dimidium. Sunt itaq; duæ lineæ a d & b d rationales: potētialiter tantū cōmunicantes, igitur ex 19 decimi, ſuperficies unius earū in alterā eſt medialis. Cumq; ſuperficies unius earum in alterā ſit æqualis trigono a b c, cōſtat uerū eſſe quod diximus.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 13.

VNctę ſuperficies utriuslibet duorū ſolidorū, quorū alterū eſt pyramis quatuor baſiū triangulariū & æquilaterarum, reliquū uerò eſt corpus octo baſium triangularium & æquilaterarū pariter acceptę, ſi diameter ſphærę ea circunſcribentis rationalis fuerit, componunt ſuperficiem medialem. 13

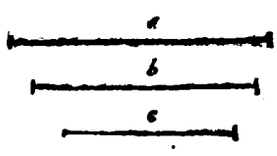
CAMPANVS. Nā ſi diameter ſphærę alterū duorum propoſitorū corporū circūſcribētis fuerit ratiōalis ſiue in lōgitudine ſiue in potētia tātū, erit ex correlario 13 tredecimi, latus pyramidis ratiōale in porētia, & ex correlario eiuſdē 35, latus q̄q; corporis octo baſiū rōnale in potētia, quare per prȩmiſſam, triāguli qui ſunt baſes utriuslibet corporis, erunt ſuperficies mediales. Et quia triāguli utriuslibet eorū ſibi adinuicē ſunt æquales, erunt ex 21 decimi, omnes ſuperficies utriuslibet eorum pariter acceptæ componētes ſuperficiem medialem, quemadmodum proponitur.

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

14 SI tetrachedron & octohedron una eadẽq; ſphæra circunſcribat, erit una ex baſibus tetrachedri ſeſquitertia ad unam ex baſibus octohedri. Omnes autem baſes octohedri pariter acceptas, ad omnes baſes tetrachedri pariter acceptas, ſeſquialteram proportionem habere neceſſe eſt.

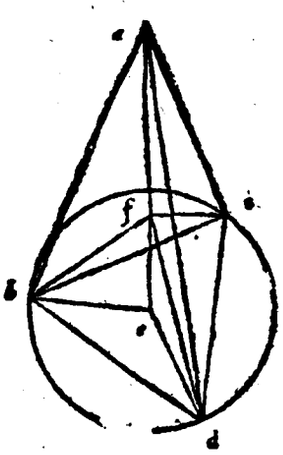
CAMPANVS. Sit aliqua ſphæra cuius diameter a, circunſcribens pyramidem cuius latus b, & octohedron cuius latus c. Dico itaq; quòd triangulus æquilaterus cuius latus b, ſeſquitertius eſt ad triangulum æquilaterum cuius latus c, & quod ſuperficies quam componunt octo triangulι æquilateri cuiuſq;, quorum eſt latus c, ſeſquialtera eſt ad ſuperficiem quam componunt quatuor trianguli æquilateri cuiuſq; quorũ eſt latus b. Conſtat enim ex correlario 13 tredecimi, quòd quadratum a ad quadratum b, eſt ſicut 6 ad 4, igitur econuerſo quadratum b ad quadratum a, ſicut 4 ad 6. Ex correlario uerò 15 eiuſdem manifeſtum eſt, quòd quadratum a ad quadratum c, ſicut 6 ad 3. Itaq; per æquam proportiõalitatem quadratum b ad quadratum c, ſicut 4 ad 3. Quadratum autem b ad quadratum c, èſt ſicut trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterum cuius latus c, utrobiq; enim eſt, ſicut b ad c proportio duplicata ex ſecũda parte 18 ſexti, igitur trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterum cuius latus c, ſicut 4 ad 3. Quare conſtat prima pars propoſiti. Ex quo euidenter elicitur ſecũda. Erit enim per conuerſam proportionalitatem trigonus æquilaterus cuius latus c, ad trigonũ æquilaterum cuius latus b, ſicut tria ad quatuor, ideoq; octuplũ trigoni æquilateri cuius latus c, ad quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b, eſt ſicut octuplum ternarij ad quadruplum quaternarij, hoc aũt ſicut 24 ad 16. Et quia octuplũ trigoni æquilateri cuius latus c, eſt oẽs baſes octohedri cuius latus c, & quadruplũ trigoni æquilateri cuius b, eſt oẽs baſes pyramidis cuius latus b, & quia proportio 24 ad 16 eſt ſeſquialtera, ſequitur ut ſuperficies quam componunt omnes baſes octohedri cuius latus c, ad ſuperficiem quam componũt omnes baſes pyramidis cuius latus b, ſeſquialtera (ſicut diximus) in proportione reſpiciat.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*

15 PYramide quatuor baſium triangularium atque æquilaterarum intra ſphęram quamlibet collocata, ſi à quolibet angulorum, eius per centrum ſphæræ recta linea ad baſin ducatur, in centrum circuli baſin circunſcribentis eam cadere, atque eidem baſin perpendiculariter inſiſtere neceſſariò comprobatur.

CAMP. Sit pyramis a b c d, quatuor baſium triangularium atque æquilaterarum, intra ſphæram aliquam cuius centrum ſit f, collocata, & cum quilibet quatuor angulorum iſtius pyramidis poſsit eſſe conus eius, & quilibet quatuor triangulorum eſſe baſis, imaginemur nunc eius ſolidum angulum a eſſe conum, & triãgulum b c d imaginemur eſſe baſin, atq; huic baſi intelligamus circunſcriptũ eſſe circulum b c d. dehinc à puncto a, quẽ imaginati ſumus conũ pyramidis, ducamus ad baſin b c d, lineam rectam tranſeuntẽ per punctum f, qui eſt centrum ſphæræ circunſcribẽtis pyramidem de qua diſputamus, & occurrat hæc linea ſuperficiei b c d quam imaginati ſumus baſin pyramidis, ſuper punctum e. Dico igitur ꝙ punctum e eſt centrum circuli b c d, & quòd linea a f e eſt perpendicularis ad ſuperficiem b c d. Producam enim lineas f b, f c, f d. Et quia quatuor puncta a b c d, ſunt in ſuperficie ſphęræ cuius centrũ f, propter hoc quod illam ſphæram poſitum eſt circunſcribere hanc pyramidem, erunt oẽs quatuor lineæ f a, f b, f c f, d, adinuicem æquales, ſunt enim ductę à centro ſphęræ ad eius ſuperficiem. Ergo quia duo latera a f, & f b, trianguli a f b,

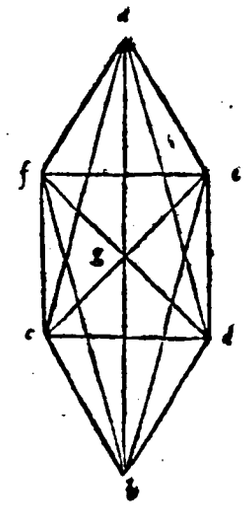


ſunt æqualia duobus lateribus a f & f c, trianguli a f c, & baſis a b baſi a e, nam pyramis poſita eſt æquilatera, erit ex 8 primi angulus a f b æqualis angulo a f c, ideoq; per 13 primi, angulus quoq; b f e, erit æqualis angulo c f e. Eodem modo probabis angulum d f e eſſe æqualem angulo c f e, neceſſe eſt enim ex 8 primi, ut angulus a f d ſit æqualis angulo a f e. Quare per 13 primi angulus quoque c f e, erit æqualis angulo d f e. Sunt igitur tres anguli c f e, d f e, adinuicem æquales. Protractis igitur lineis e b, e c, & e d, ſequitur ex 4 primi bis aſſumpta eas eſſe adinuicē æquales, ideoq; per 9 tertij punctus e, eſt centrum circuli b c d. Et quia perpendicularis ducta à centro ſphæræ ad ſuperficiem cuiuslibet circuli eam ſecantis, cadit ſuper centrum eiuſdem circuli, ſicut ex iis q̄ præmiſſa ſunt, uidelicet ex iis quæ 10 huius immediatè præcedunt didiciſti, conuincitur lineam a f e eſſe perpendicularem ad ſuperficiem circuli a b c, quemadmodum proponitur. Sint autem, erunt eiuſdem circuli duo centra, quod natura tanquam impoſsibile exhorruit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*

SOlidum octo baſium triangularium atq; æquilaterarum quod ab aliqua ſphæra circunſcribitur, diuiſibile eſt in duas pyramides æquè altas, quarum altitudo æqualis eſt ſemidiametro ſphæræ, baſis autem utriuſq; quadratum quod eſt ſubduplum quadrato diametri ſphæræ. 16

CAMPANVS. Eſto corpus octo baſium triangularium atq; æquilaterarū cuius ſexanguli ſint a b c d e f, circunſcripta à ſphęrā cuius centrum g. Conſtat itaq; quod ſex puncta a b c d e f, ſunt in ſuperficie ſphæræ cuius cētrum g. Si igitur centrum g iungatur cum quolibet horum ſex punctorum, erunt duę lineę iungentes ipſum eis adinuicem æquales, cū ipſæ ſint à centro ſphæræ ad ſuperficiem. Cum autem ex correlario 15 tredecimi, ſit diameter ſphæræ potētialiter dupla ad latus huius corporis, erit ex 4 ſecundi latus huius corporis potētialiter duplū ad ſemidiametrum ſphęræ. Quadratum ergo e f, duplū eſt ad quadratū ipſius c e, ideoq; æquale duobus quadratis duarum linearum e g et g f. Itaq; per penultimam primi angulus c g f, eſt rectus, eadem ratione quiſq; angulorū f g d, d g e, & e g c eſt rectus, quare per 14 primi, & c g d, & f g e eſt linea una, igitur ex 2 undecimi quinq; puncta c f d e g, ſunt in ſuperficie una. Manifeſtum eſt autem ex 5 primi & 32 eiuſdē quòd quilibet quatuor angulorum c e d f, eſt rectus, igitur ex diffinitione quadrati, ſuperficies c e d f, eſt quadrata. Et quia latus eius eſt latus propoſiti corporis conſtat ex correlario 15 tredecimi, iſtud quadratum eſſe ſubduplum quadrato diametri ſphæræ. Conſimili quoq; ratiocinatione conſtat utranque duarum linearum a g & g b, cum qualibet quatuor linearum c g, f g, d g, e g, cōtinere angulum rectum, ideoq; ex 4 undecimi utranque earum eſſe perpendicularem ad ſuperficiem c e d f, & ambas ſcilicet a g & g b per 14 primi componere lineam unam. Diuiſum eſt igitur propoſitum corpus in pyramidem a c f d e, cuius baſis quadratum c e d f, quod eſt ſubduplum quadrato diametri ſphæræ, & etiam altitudo linea a g, quæ eſt ſemidiameter ſphæræ, & in pyramidem b c f d e, cuius baſis eſt prædictum quadratum, & eius altitudo linea g b, quæ eſt ſemidiameter ſphæræ. Et hoc eſt quod oportebat oſtendere.

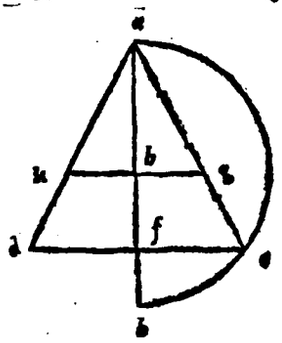


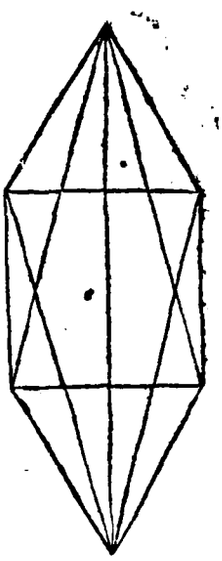
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 17.*

PYramidem quatuor baſium triangularium atq; æquilaterarum ſphæra aliqua circunſcribente, erit proportio tetragoni qui ſub linea potentialiter ſubſeſquitertia ad dodrantem lateris ipſius pyramidis & ſub linea ſuperquincupartiente uigeſimaſeptimas eius dodrantis continetur, ad quadratum diametri ſphęræ, ſicut corporis ipſius pyramidis ad corpus octo baſium triangularium atq; æquilaterarum, quæ ambo eadem ſphæra circumducantur. 17

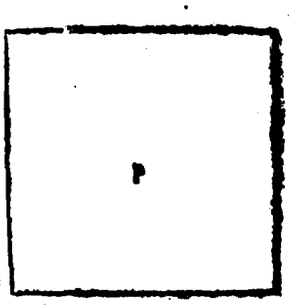
CAMPANVS. Sit ſphęra cuius diameter a b & centrum h, circunſcribens pyramidē quatuor baſium triangularium atq; æquilaterarum a c d, & corpus octo baſium triangulariū atq; æquilaterarum quod ſit e, ſitq; linea l m potētialiter ſubſeſquitertia ad dodrantem lineę a c quę eſt latus pyrami-

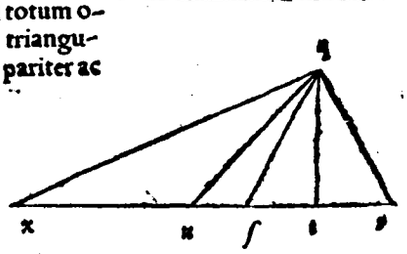
pyramides, & linea m n contineat dodrantem prędictum & eius quinq; uigesimasseptimas, sit p quadratū diametri a b. Dico itaq; quod proportio pyramidis a c d ad octohedron e, est sicut superficiei l m in m n ad quadratū p. Imaginemur enim solidum angulum a esse conum pyramidis, & basin pyramidis cuius unū latus est d c, secare diametrum sphæræ in puncto f, eritq; (quemadmodū ex ratiocinatione 13 tredecimi manifestū est) a f dupla ad f b. Cūq; etiā a b sit dupla ad f h erit ex 19 quinti b f dupla ad h f, ideoq; a f, quadrupla ad b h. Imaginemur igitur superficiē secantem pyramidem a c d, super centrū sphæræ æquidistanter basi ipsius, sitq; linea g k cōmunis sectio huius superficiei & trianguli a c d, eritq; ex 17 undecimi proportio c a ad a g, sicut f a ad a h, igitur c a ad a g, sicut 4 ad 3, sic enim est ex euersa proportionalitate f a ad a h. Cōstat etiam ex secūda parte 29 primi, & 16 undecimi, & 10 eiusdē, & prima parte 2 sexti, & diffinitione similiū superficierum & similiū corporū, q; pyramis a g k est similis pyramidi a c d ideoq; ex 8 duodecimi proportio pyramidis a c d ad pyramidē a g k, est sicut c a ad a g triplicata, quare sicut 4 ad 3 triplicata. Cōstat autē ex 2 octaui, quod proportio 4 ad 3 triplicata, est sicut 64 ad 27. Itaq; proportio pyramidis a c d ad pyramidē a g k, est sicut 64 ad 27. Fiat ergo triāgulus æquilaterus q r s ex linea æquali a g, quam constat esse dodrantē lineę a c, & producatur linea q r perpendicularis ad r s, erit ex 11 huius linea q r potentialiter subsesquitertia ad lineam q r, ideoq; ęqualis l m. Adijciatur quoq; linea r s lineę s x, ita quod ꝓportio r x ad r s, sit sicut 64 ad 27, diuidaturq; r x per ęqualia in u, ut sit r u 32 de partibus illis de quibus r s est 27, aut r x 64, eritq; r u æqualis m n. Et ducantur lineæ q u & q x, eritq; ex 1 sexti, proportio trianguli q r x ad triāgulum q r s, sicut 64 ad 27. Cumq; per eandem triāgulus q r x sit duplus ad triangulum q r u, at ex 41 primi quod fit ex q r in r u, duplum quoq; sit ad triangulū q r u, erit quod fit ex q r in r u (& ipsum est ęquale superficiei l n) ęquale triangulo q r x, quare proportio superficiei l n ad triangulum q r s, est est sicut 64 ad 27: ideoq; sicut pyramidis a c d ad pyramidem a g k. Manifestum est autem ex 15 huius, quod linea a f est perpendicularis ad basin pyramidis a c d, ideoq; per 19 undecimi linea a h est etiam perpendicularis ad basin pyramidis a g k. Igitur altitudo a g k pyramidis, est semidiameter sphærę. Diuidatur itaque octohedron e, quēadmodum proponit prędmissa, erit itaq; utraq; duarū pyramidum in quas ipsum e diuiditur, ęquè alta pyramidi a g k, nā singularum altitudo, est semidiameter sphæræ. Quia igitur omnes lateratæ pyramides æquè altæ, suis basibus sunt proportionales, ut in 6 duodecimi demonstratū est, erit proportio pyramidis a g k ad utranque earum in quas diuiditur octohedron e, sicut basis eius ad bases earum. Quare per 24 quinti proportio pyramidis a g k ad totum octohedron e, est sicut suæ basis quam constat esse ęqualem triangulo q r s, ad bases ambarum pyramidum, in quas diuiditur e pariter acceptas, quas constat esse ęquales quadrato diametri sphæræ per prędmissam, uidelicet p. Quoniam ergo proportio pyramidis a c d ad pyramidem a g k, est sicut ipsius tetragoni l n ad trigonū q r s, uidelicet 64 ad 27, & pyramidis a g k ad octohedron e, sicut trigoni q r s ad quadratum p, erit per ęquam proportionalitatem proportio pyramidis a c d ad octohedron e, sicut tetragoni l n ad quadratum p. Et hoc erat demonstrandum.









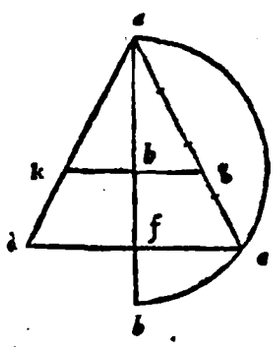


COROLLARIVM.

Ex præmissis igitur manifestum est, quòd perpendicularis ueniens à centro sphęrę ad pyramidem quatuor basium triangularium atq; æquilaterarum circunscribentis ad quamlibet basin ipsius pyramidis, ęqualis est sextæ parti diametri sphęræ.

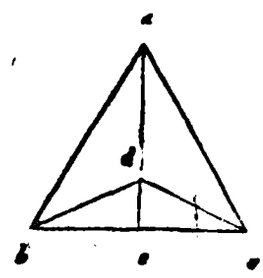
Cum

Cum enim cuncti trianguli pyramidem ambientes ſint ſimiles & æquales, erunt quoq; circuli ipſos circunſcribentes æquales, ideoq; perpendiculares à centro ſphæræ ad eoſdem circulos in eorum centra, erunt etiam æquales, perpendiculares autem cadentes ad circulos ſunt perpendiculares ad baſes pyramidis, itaq; perpendiculares ad baſes, ſunt adinuicem æquales. Linea autem h f, eſt perpendicularis ad baſin pyramidis a c d, quam h f, quia conſtat ex prædictis eſſe ſextam partẽ diametri a b, relinquitur ergo eſſe uerum quod per correlarium concluditur. ¶Idem aliter demonſtrare contingit, ſi prius hoc antecedens fuerit ſtabili ratione firmatum.



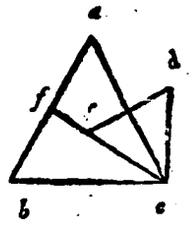
In omni triangulo æquilatero linea deſcendens ab uno angulorũ eius orthogonaliter ſupra baſin, tripla eſt ad perpendicularem quę à centro circuli trigonum ipſum circunſcribentis ad quodlibet latus eius protrahitur.

Sit enim triangulus a b c, æquilaterus, ſitq; d centrum circuli ipſum circunſcribentis, à quo ducantur lineę ad ſingulos angulos, quas manifeſtum eſt eſſe æquales, cum ſint à centro circuli ad circunferentiam. Sint enim tria puncta a b c, in circunferentia circuli ipſum trigonum circumſcribentis, protrahatur autem a d in continuum & directum, quouſq; obuiet lateri b c ſuper punctũ e. Conſtat igitur ex 8 primi, quod angulus a d b eſt æqualis angulo a d c, ideoq; ex 13 primi angulus b d e, eſt æqualis angulo c d e. Quare per 4 primi, b e eſt æqualis e c, & anguli qui ſunt ad e recti. Itaq; d e perpendicularis eſt ad b c, ueniens à centro circuli circunſcribẽtis trigonum a b c, & a e perpendicularis eſt etiam ad b c, ueniens ab uno angulorum prædicti trigoni. Dico ergo quòd a e tripla eſt ad e d. Conſtat enim quòd tetragonus qui fit ex d e in e b, æqualis eſt trigono b d c, tetragonus quoq; qui fit ex a e in e b, æqualis eſt trigono a b c. At quia trigonus a b c triplus eſt ad trigonum d b c, eritq; tetragonus qui fit ex a e in e b, triplus ad eum qui fit ex d e in e b. Cum igitur ex 1 ſexti ſit proportio tetragoni a e in e b ad trigonum d e in e b, ſicut a e ad e d, erit a e tripla ad e d. Quemadmodum proponitur.



Neceſſe eſt ergo ut perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni æquilateri ſuper latus oppoſitum, tranſeat per centrũ circuli trigonum ipſum circunſcribentis.

Nunc itaq; quod promiſimus abſoluamus. Ad hoc autem imaginemur pyramidem quatuor baſium triangularium atq; æquilaterarum, cuius una ex quatuor baſibus eius ſit trigonus a b c, circunſcriptam eſſe à ſphæra cuius centrum d & protrahatur linea d e perdendicularis ad ſuperficiem trianguli a b c, quã conſtat cadere in centrum circuli dictũ trigonum circunſcribentis. Dico igitur lineã d e, eſſe ſextam partem diametri ſphæræ propoſitam pyramidem circunſcribẽtis: producam enim lineam d c, & lineam c f perpẽdicularem ad lineam a b, quam c f ex proximo correlario conſtat tranſire per punctum e, & ex præmiſſo antecedente triplam eſſe ad e f. Conſtat autẽ ex 4 ſecundi q̃ ſecundum quadratum diametri ſphęrę cuius centrum d, eſt 36 & quadratum ſemi diametri d c 9, ex correlario autem 13 tredecimi eſt quadratum b c 24, & per 11 huius quadratũ c f, 12, & per pręmiſſam antecedens, quadratũ c e, 8. Quia igitur ex penultima primi quadratũ d c eſt æquale quadratis duarũ linearum d e & e c, eſt autem quadratum d c 9, & quadratum c e 8, prout quadratum diametri ſphæræ 36, relinquitur quadratum d e unum, prout quadratum diametri ſphæræ eſt 36: itaq; linea e d eſt unũ, prout diameter ſphæræ eſt 6, quod oportebat probare. Eodem demonſtrationis genere demonſtrabitur nobis q̃ ſemidiameter ſphęrę circunſcribentis corpus 8 baſium triangularium atq; æquilaterarum tripla eſt in potẽtia ad perpẽdicularem à centro ſphæræ circũſcribẽtis ipſum, ad quãlibet ſuarũ baſium deſcendentẽ. Conſtat quidẽ quẽadmodũ dictũ eſt prius, q̃ cũ omnes baſes huius corporis ſint ęquales & ſimiles, erũt circuli ipſas circunſcribentes æquales, ideoq; perpẽdiculares à cẽtro ſphæræ in ipſorum circulorũ centra cadentes, erunt adinuicẽ æquales.



Cumq;

Cumq; perpendiculares ad circulos baſium, ſint quoq; perpendiculares ad baſes, ſequitur ut perpendiculares à centro ſphæræ ad ſingulas baſes, adinuicē ſint æquales. Si ergo quod dicimus de perpendiculari ad unam ſuarum baſium probetur, relinquetur uerum eſſe quod proponitur. Sit itaq; ut prius triangulus a b c, una ex baſibus octohedri circunſcripti à ſphæra cuius centrum d, & cætera quoq; fiant ut prius. Cùm igitur ex correlario decimæquintæ tredecimi, diameter ſphæræ ſit potentialiter dupla ad latus octohedri, ſequitur ut latus octohedri ſit potētialiter duplum ad ſemidiametrum ſphæræ, ideoq; cùm quadratum lineæ b c eſt duodecim, quadratum lineæ d c, quę eſt ſemidiameter ſphæræ ſex: ex undecima autem huius, cùm quadratum b c eſt duodecim, quadratum c f eſt nouem. Et ex præmiſſo antecedente, quadratum c e eſt quatuor. Itaque cùm quadratum d c, quæ eſt ſemidiameter ſphæræ eſt ſex, quadratum c e eſt quatuor. Et quia ex penultima primi, quadratum d c eſt æquale quadratis duarum linearum c e & e d, ſequitur ut quadratum e d ſit duo, prout quadratum d e eſt ſex. Conſtat ergo quod diximus.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 18.*

18 DVplum quadrati quod ex diametro ſphæræ cubum circunſcribentis deſcribitur, æquum eſt omnibus ſuperficiebus ipſius cubi pariter acceptis. Perpendicularis quoque quę à centro ſphæræ ad quamlibet ex ſuperficiebus cubi producitur, medietati lateris cubi eiuſdem æqualis eſſe ex neceſsitate conuincitur.

CAMPANVS. Manifeſtum eſt enim ex correlario decimæquartę tredecimi, quòd diameter ſphæræ cubum includentis, tripla eſt in potentia ad latus cubi. Cùm igitur quadratum diametri ſphæræ triplum ſit ad quadratum lateris cubi, duplum quadrati diametri ſphæræ æquum erit ſexcuplo quadrati lateris cubi. Sunt autem omnes ſuperficies cubi, ſex quadrata quę ex latere cubi in ſe producuntur, itaq; duplum quadrati diametri ſphæræ, æquum eſt omnibus ſuperficiebus cubi. Conſtat igitur prima pars. Secundam autem partem, ex decimaoctaua, decimanona & quadrageſima undecimi libri probabis.

CORRELARIVM.

Ex his ergo euenire neceſſe eſt, ut ex medietate lateris cubi in b eſſe quadrati producti, ex diametro ſphæræ ipſum cubum ambientis, cubi ſolidi tas producatur.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORVM DEputatus liber *De regularium corporum proportione, traditore Hypſicle Alexandrino, ac Bartholomæo Zamberto Veneto interprete, qui in ordine eſt decimuſquartus.*

PROOEMIVM.

BASILIDES Tyrius Protarche, cùm Alexandriam petiſſet, patriq; noſtro ob Mathematicas diſciplinas familiaris ſubſtitiſſet, cū eo, ipſo peſtilentię tēpore diu uerſatus eſt. Et quandoq; diſcutiendo, id quod ab Apollonio ſcriptū eſt de dodecahedri & icoſahedri in eadē ſphæra deſcriptorū cōparatione, & quā inter ſe figurę huiuſmodi habeant rationē: uidebatur nanq; Apollonius hęc rectè minimè conſcripſiſſe, ipſi uerò enucleantes (quemadmodum pater meus dicebat) perſcripſerant. Ego uerò poſterius alium comperi librum ab Apollonio conſcriptū, qui rectè complectebatur eius quod obijciebatur demonſtrationē: gauiſi ſunt, inquam, illi ualde, in problematis indagatione. Ab Apollonio nanque editum uidetur communiter conſideraré, nam ſic

circumfertur,

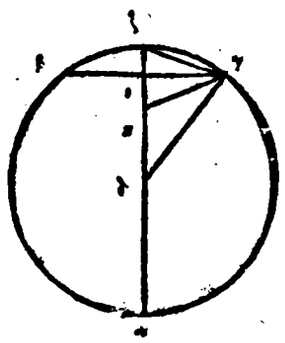
circumfertur. Quod uerò à nobis rurſus laborioſe conſcriptum uiſum eſt, ea quę ex commentatione deprehendi, tibi † diſcutienda eſſe cenſui, propter eam quę in omnibus diſciplinis, & in Geometria præcipuè promotionem adhibetur: ut promptè ea quæ dicentur poſsis iudicare, tum propter beneuolentiam erga patrem, tum ob amorem erga nos. Benignè igitur audies ea quę tibi trademus. Sed tempus iam eſto procœmio ſupерſedere, & conſtructionẽ exordiri.

προσφωνῆσαι, dedicare.

Euclid. ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 1.

Comp. 1. Quæ ex cẽtro alicuius circuli in pẽtagoni latus in eodẽ circulo deſcripti perpendicularis acta, dimidia eſt ſimul utriuſq; & eius quę ex centro, & eius quę decagoni in eodem circulo deſcripti. 1

HYPSICLES ex Zamb. *Sit circulus α β γ, & in ipſo α δ γ circulo latus pentagoni æquilateri ſit β γ, aſſumaturq; (per 1 tertij) centrum ipſius circuli, ſitq; δ, & in ipſam δ γ (per 12 primi) perpendicularis excitetur δ ε, extendaturq; in rectas lineas ipſius δ ε recta linea δ ζ. Dico quòd ipſa δ ε dimidia eſt & hexagoni & decagoni laterum in eodem circulo deſcriptorum. Connectantur enim δ γ, γ ζ, & ponatur ipſi ε ζ æqualis κ ε, & ab ipſo κ in γ connectatur κ γ. Quoniam quincupla eſt totius circuli circumferentia ipſius β ζ γ circumferentiæ, & totius quidem circumferentiæ circuli dimidia eſt circumferentia α γ ζ, ipſius autem β γ ζ dimidia eſt ζ γ, igitur et circumferentia α γ ζ ipſius ζ γ circumferentiæ quincupla eſt. Quadrupla igitur eſt α γ ipſius ζ γ. Sicut autẽ α γ ad ζ γ, ſic qui ſub α δ γ angulus ad eum qui ſub ζ δ γ angulum: quadruplus igitur eſt qui ſub α δ γ, eius qui ſub ζ δ γ. Duplus autem qui ſub α δ γ, eius qui ſub ε ζ γ, duplus igitur eſt qui ſub ε ζ γ, eius qui ſub κ δ ε. Eſt autem qui ſub ε ζ γ æquus qui ſub ε κ γ, duplus eſt igitur is qui ſub ε κ γ, eius qui ſub κ δ ε, æqualis igitur eſt δ κ, ipſi κ γ. Sed κ γ ipſi ζ γ eſt æqualis: æqualis igitur eſt & δ κ ipſi ζ γ. Eſt autem κ ε ipſi ε ζ æqualis: æqualis igitur eſt & ipſa δ ε, ſimul utrique ε ζ γ. Communis autem apponatur & ipſa δ ε. Vtraque igitur ſimul δ ζ γ, dupla eſt ipſius δ ε. Eſt autem δ ζ, æqualis quidem ipſius hexagoni lateri. At ζ γ æqualis ei quod decagoni. Igitur δ ε dimidia eſt & eius quod hexagoni & eius quod decagoni, in eodem circulo deſcriptorum. Manifeſtũ nempe eſt ex ijs quæ in tertiodecimo libro theorematibus, quòd ex centro circuli in latus trianguli æquilateri perpendicularis acta, dimidia eſt eius quæ ex centro circuli.*



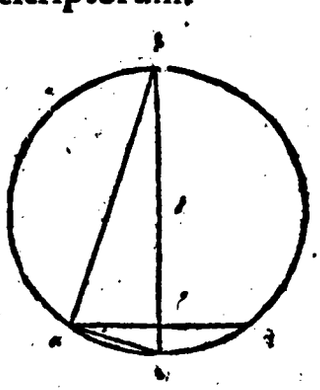
Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

Idem circulus comprehendit & dodecahedri quinquangulum, & icoſahedri triangulum in eadem ſphęra deſcriptorum. 2

HYPS. ex Zamb. *Hoc inquam, ab Ariſtæo deſcribitur in eo libro cuius index eſt quinq; figurarũ comparatio, ab Apollonio autẽ in ſecunda traditione comparationis dodecahedri ad icoſahedrũ, quod eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic & ipſum dodecahedrum ad ipſum icoſahedrũ, quoniam ex centro ſphæræ in dodecahedri pentagonum & in icoſahedri triangulum perpendicularis acta eadẽ eſt. Deſcribẽdum quoq; à nobis eſt, quòd idẽ circulus cõprehendit et dodecahedri pentagoniũ et icoſahedri triangulũ in eadẽ ſphæra deſcriptorũ. Hoc deſcripto, ſi in circulo quinquangulum æquilaterũ deſcriptum fuerit, quod ex latere pentagoni & quod ab ea quæ ſub binis pentagoni lateribus ſubtenſa eſt recta linea, quincuplum erit eius quod ſit ex ea quæ ex centro circuli. Sit circulus α β γ, & in ipſo α β γ circulo ſit latus pentagoni α γ, aſſumaturq; (per 1 tertij) ipſius circuli centrum & ſit δ, & in ipſam α γ (per 12 primi) perpendicularis excitetur δ ζ: & extẽdatur in ε, & connectatur α β. Dico q. quæ ex ε α, α γ quadrata, quincupla ſunt eius quod ex δ α quadrati. Connectatur α ε, igitur α ε decagoni eſt. Et quoniam δ ε, ipſum δ α dupla eſt,*

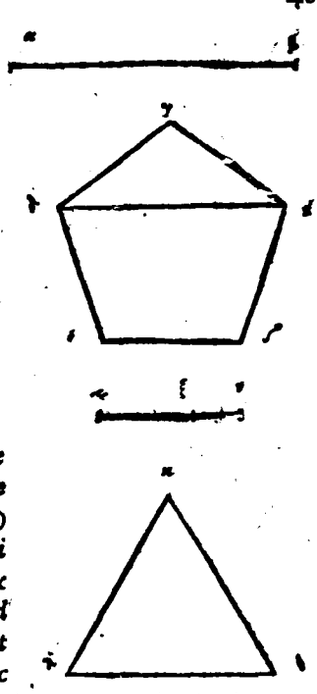
in δύσει, editione.

προγεγραμμένος.



quadruplum

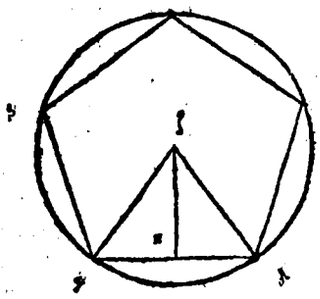
quadruplũ igitur eſt quod ex β ε, eius quod ex Δ ε. Ei autem quod ex β ε, æqua ſunt quæ ex β α, α ε: quadrupla igitur ſunt quæ ex β α, eius quod ex Δ ε: quincupla igitur ſunt quæ ex α β, α ε, & Δ ε, eius quod ex Δ ε: quæ autẽ ex Δ ε, & α, æqualia ei quod ex α γ: quincupla igitur ſunt quæ ex β α, α γ, quod ex Δ ε. Hoc oſtenſo demonſtrandum eſt quòd circulus idem comprehẽdit & dodecahedri pentagonum, & icoſahedri triangulum, in eadem ſphæra deſcriptorũ. Exponatur ipſius ſphæræ diameter α ϐ, & in eadem ſphæra deſcribatur dodecahedrũ & icoſahedrũ, & ſit quidẽ unũ dodecahedri pentagonũ, γ Δ ε ζ η, icoſahedri uerò triãgulũ eſto η λ θ. Dico q; quæ à cẽtris circulorũ qui circũ ipſa, ſunt æquales, hoc eſt quod idẽ circulus cõprehendit & quinquãgulum γ Δ ε ζ η, & ipſum η λ θ triãgulum. Cõnectatur Δ η. Cubi igitur latus eſt Δ η (per 17 decimitertij & eius correlarium) Exponatur autẽ quædã recta linea μ ν, ut quincuplũ ſit quod ex η β, eius quod ex μ ν. Eſt autẽ & ipſius ſphæræ diameter, potentia quincupla eius quæ ex centro circuli, à quo icoſahedrum deſcribitur: eſt igitur μ ν, ea quæ ex cẽtro circuli, à quo icoſahedrũ deſcribitur. Secetur (per 30 ſexti) μ ν extrema & media ratione in ξ, ſitq; maius ſegmentũ μ ξ. decagoni igitur ipſius circuli eſt ipſa μ ξ (per 9 decimitertij) Et quoniã quod ex α β, eius quod ex μ ν quincuplum eſt, triplũ aũt quod ex β η, eius quod ex Δ η (per correlariũ 15 decimitertij) tria igitur quæ ex Δ η, æqua ſunt quinq; quæ ex μ ν. Sicut autẽ tria quæ ex Δ η ad quinq; quæ ex μ ν, ſic tria quæ ex γ η, ad quinq; quæ ex μ ξ: tria igitur quæ ex γ η, quinq; quæ ex μ ξ ſunt æqualia. Quinq; autẽ quæ ex η λ, quinq; quæ ex μ ν & quinq; quæ ex μ ξ, ſunt æqualia (per 10 decimitertij) Quinq; igitur quæ ex η λ, æqua ſunt tribus quæ ex Δ η, & tribus quæ ex γ η. Sed tria quidem quæ ex Δ η, et tria quæ ex γ η, ſũt æqualia decẽ et quinq; eis quæ ex ea quæ ex cẽtro circuli ipſi γ Δ ε ζ η pẽtagono circunſcripti: patuit nãq; quod ex Δ η, unà cum eo qd' ex γ η, quincuplum eſt eius quod ex ea quæ ex centro circunſcripti ipſi γ Δ ε ζ η pẽtagono. Quinq; autẽ quæ ex η λ, æqualia ſunt decẽ & quinq; cis quæ ex ea quæ ex cẽtro circuli ipſi η θ λ triãgulo circũſcripti, patuit equidẽ (per 12 decimitertij) q; quod ex η λ, triplum eſt eius quod ex ea quæ ex centro circuli ipſi η λ θ triãgulo circunſcripti. Quindecim igitur quæ ex ea quæ ex cẽtro, æqua ſunt eis 15 quæ ex ea quæ ex cẽtro: unũ igitur qd ex ea quæ ex cẽtro, æquũ eſt uni eorũ quod ex ea quæ ex centro, dimetiẽs igitur ipſi diametro eſt æqualis. Idem igitur circulus cõprehendit & ipſius dodecahedri quinquangulum, & ipſius icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum.



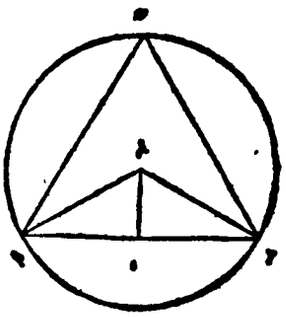
Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 3.

Si fuerit pẽtagonũ æquilaterũ & æquiãgulũ, & circũ ipſum circulus, & ex cẽtro perpẽdicularis in unum latus acta fuerit, qd trigeſies ſub uno laterũ & perpẽdiculari, æquũ eſt ipſius dodecahedri ſuperficiei.

HYPSICLES ex Zãb. Eſtò pentagonũ æquilaterũ & æquiãgulum α β γ Δ ε, & circũ quinquãgulũ ſit (per 14 quarti circulus & capiatur (per 1 tertij) centrum, ſitq; ζ, & ab ipſo ζ in γ Δ perpẽdicularis agatur (per 12 primi) ζ η. Dico q; quod ſub γ Δ, η ζ trigeſies, æquum eſt 12 pentagonis quæ α β γ Δ ε. Cõnectantur γ ζ, ζ Δ. Quoniã quod ſub γ Δ, η ζ, duplũ eſt ipſius triãguli γ Δ ζ: quod igitur quinquies ſub γ Δ, ζ η, decẽ triãgula ſunt æqualia. Decẽ uerò triãgula, bina ſunt quinquãgula, & omnia ſexies: quod igitur trigeſies ſub γ Δ, η ζ, decem quinquangulis æquum eſt. Duodecim aũt quinquangula ſunt ipſius dodecahedri ſuperficies. Quod igitur trigeſies ſub γ Δ, ζ η, æquũ eſt ipſius dodecahedri ſuperficiei. Similiter quoq; demonſtrabimus q; & ſi fuerit triãgulum æquilaterum ſicut α β γ, & circum ipſum circulus, & cẽtrum circuli Δ, perpendicularis uerò Δ ε, quod trigeſies ſub β γ Δ ε, æquum eſt ipſius icoſahedri ſuperficiei. Quoniam enim rurſus quod ſub Δ ε, ϐ γ, duplum eſt ipſius Δ β γ, bina igitur triangula æqua ſunt ei quod ſub Δ ε, β γ, & omnia ter. Sex igitur triangula Δ ϐ γ, æqua ſunt tribus eis quæ ſub Δ ε, ϐ γ. Sex autem triangula Δ β γ, æqua ſunt binis α ϐ γ. Tria igitur quæ ſub Δ ε, β γ, æqualia ſunt duobus α β γ. Et omnia decies. Quod igitur trigeſies ſub Δ ε, β γ, æquum



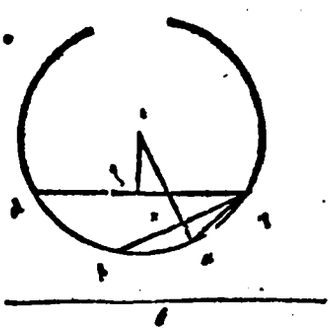
æquum eſt uiginti triangulis α β γ, hoc eſt ipſius icoſahedri ſuperficiei. Quare erit ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic quod ſub γ Δ, ζ ι, ad id quod ſub ζ γ, δ ι.



CORREL. Ex hoc nempe manifeſtum eſt, quòd ſicut ipſius dodecahedri ſuperficies ad ipſius icoſahedri ſuperficiẽ, ſic quod ſub latere pentagoni & ſub ea quæ ex centro circa quinquangulum circuli, in ipſam perpendiculari acta, ad id quod ſub latere icoſahedri, & ſub ea quæ ex centro circa triangulum circuli, in ipſam perpendiculari acta, in eadem ſphæra deſcriptorum icoſahedri & dodecahedri.

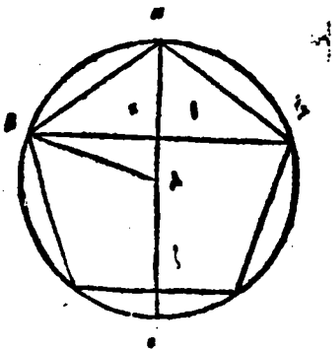
Euclid. ex Zãb. Theorema 4. Propoſitio 4.

Camp. 8. Hoc demonſtrato oſtendendum eſt, ꝙ erit ut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic cubi latus ad icoſahedri latus.



HYPS. ex Zamb. Exponatur (per 2 theorema) circulus comprehendens & dodecahedri quinquangulum & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum, ſitq; Δ β γ, & in ipſo Δ β γ deſcribatur trianguli æquilateri latus γ Δ, quinquanguli uerò α γ, & aſſumatur (per 1 tertij) centrum circuli, & ſit ι, & ab ipſo ι in ipſas Δ γ, γ α, perpendiculares excitentur ι ζ, ι κ, & extendatur in rectas lineas ipſi ι κ recta linea κ β, & connectatur ζ γ, ponaturq; cubi latus κ θ. Dico quòd eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiẽ, ſic eſt θ ad γ Δ. Quoniã enim utraq; ſimul κ β γ extrema & media ratione diuiſa, maius ſegmentũ eſt ζ ι (per 9 decimitertij) & eſt quidẽ utriuſq; ſimul κ ζ γ dimidia ι κ (per 2 decimiquarti) ipſius autẽ β ι dimidia eſt ι ζ, & ipſa igitur ι κ extrema & media ratione diuiſa, maius ſegmentum eſt ι ζ. Eſt autem & ipſius θ extrema & media ratione diuiſa maius ſegmẽtũ γ α, ſicut in dodecahedro oſtẽſum eſt: ſicut igitur θ ad γ α, ſic ι κ ad ι ζ: æquũ igitur eſt qd̃ ſub θ, ζ ι, ei quod ſub γ α, ι κ. Et quoniã eſt ſicut θ κ ad γ Δ, ſic quod ſub θ ι ζ, ad id quod ſub γ Δ ζ ι, ei autẽ quod ſub θ ι ζ, æquum eſt quod ſub γ α κ ι: & ſicut igitur (per 11 quinti) θ κ ad γ Δ, ſic quod ſub γ α κ ι, & ad id quod ſub γ Δ ζ ι, hoc eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem. ſic θ κ ad γ Δ.

Camp. 8. Aliter oſtendere, quòd eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic eſt cubi latus ad icoſahedri latus ſic deſcripti.

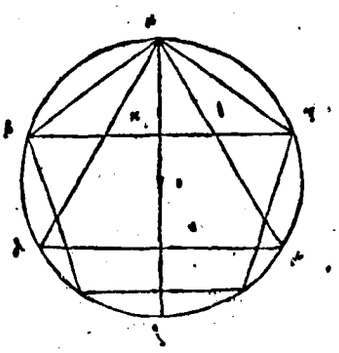


Eſto circulus α β γ, & in ipſo circulo α β γ, deſcribãtur quinquãguli æquilateri latera α β, α γ, & connectatur β γ, aſſumaturq; (per 1 tertij) centrũ ipſius circuli, & ſit Δ, & ab ipſo α in Δ connectatur recta linea α Δ, & extendatur in rectas lineas ipſi α Δ recta linea Δ ι, ponaturq; ipſius α Δ, rectæ lineæ dimidia Δ ζ, & κ γ, ipſius ι θ, eſto tripla. Dico quòd ſub α ζ, β θ, æquum eſt ipſi quinquangulo. Ab ipſo enim ζ, in δ connectatur β Δ. Quoniã dupla eſt α Δ, ipſius Δ ζ, hemiolia igitur eſt α ζ ipſius α Δ. Rurſus quoniã tripla eſt κ γ ipſius γ θ, dupla eſt κ θ ipſius θ γ, hemiolia igitur eſt κ γ, ipſius θ κ. Sicut igitur ζ α ad α Δ, ſic γ κ ad κ θ, æquũ igitur eſt qd̃ ſub α ζ, θ κ, ei quod ſub Δ α, γ κ. Ipſa autem γ κ, ipſi β κ eſt æqualis, quod igitur ſub α Δ, β κ, æquũ eſt ei quod ſub α ζ, θ κ. Quod autẽ ſub α Δ, β κ, bina ſunt triangula ſicut α β Δ, & quod igitur ſub α ζ, κ θ, bina ſunt α ζ Δ, quinq; igitur quæ ſub α ζ, κ θ, decem ſunt triangula. Decem uerò triangula, bina ſunt pẽtagona: quinq; igitur quæ ſub α ζ, κ θ, binis pentagonis ſunt æqualia. Et quoniam dupla eſt κ θ ipſius θ γ, quod ſub α ζ κ θ, duplum eſt eius quod ſub α ζ, θ γ. Duo igitur quæ ſub α ζ, γ θ, æqua ſunt uni quod ſub α ζ, θ κ. Et omnia quinquies, decem igitur quæ ſub α ζ θ γ, æqualia ſunt quinq; quæ ſub α ζ, κ θ, hoc eſt binis pentagonis, quare quinq; quæ ſub α ζ, θ γ, æqua ſunt uni quinquangulo. Quinquies autem quæ ſub α ζ, θ γ, æqua ſunt ei quod ſub α ζ, θ β, quoniam quincupla eſt θ β ipſius θ γ, & commune faſtigium eſt α ζ, quod ſub α β, α θ, igitur æquum eſt uni pentagono.

Camp. 8. Hoc demõſtrato, nũc exponaẽ circulus cõprehẽdens & dodecagoni pentagonũ & icoſahedri triangulum, in eadẽ ſphæra deſcriptorũ.

Deſcribãtur in ipſo circulo α β γ, pentagoni æquilateri latera ζ α, α γ, & cõnectatur ζ γ. & aſſumatur centrum

centrum circuli, & ſit ι, & ab ipſo α in ι connectatur α ι, & extendatur α ι in ϛ: & ſit α ι ipſius ι ν dupla: tripla autem ν γ ipſius γ θ. Et ab ipſo ν, ipſi α ϛ ad angulos rectos excitetur (per 11 primi) ν μ: & extẽ datur in rectas lineas ν λ ipſi ν μ, trianguli ergo æquilateri eſt λ μ. Cõnectantur ipſæ α λ, α μ: æquilaterũ igitur eſt ipſum α λ μ triangulum. Et quoniam quod ſub α ν, θ α, æquum eſt ipſi quinquãgulo: quod autem ſub α ν λ, æquum eſt ipſi α λ μ triangulo: eſt igitur ſicut quod ſub α ν, θ β, ad id quod ſub λ θ α, ſic quinquangulum ad triangulum. Sicut autem quod ſub β θ α ν, ad id quod ſub λ ν α, ſic β θ ad λ ν. Et ſicut igitur (per 11 quinti) duodecim θ θ, ad uiginti λ ν, ſic 12 quinquangula ad 20 triangula, hoc eſt dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem. Et 12 quidem β θ, ſunt 10 β γ: nam ipſa β θ, ipſius α γ quincupla eſt, & β γ ipſius γ θ ſexcupla eſt. Sex igitur β θ, ſunt æquales 5 β γ & dupl: cia, 20 uerò λ ν, 10 ſunt λ μ: dupla nanq; eſt λ μ, ipſius λ ν. Sicut igitur 10 β γ ad 10 λ μ, hoc eſt ſicut β γ ad λ μ, ſic dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, & β γ quidem cubi eſt latus λ μ ipſius icoſahedri: & ſicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic β γ ad λ μ, hoc eſt cubi latus ad icoſahedri latus.



Oſtendendum iam, quòd (recta linea ſecta extrema & media ratione) qualem rationem habet potens quod à tota & quod à maiori ſegmẽto, ad potentẽ quod à tota & minori ſegmento, talem habet rationem cubi latus ad icoſahedri latus. Camp. 9.

Eſto circulus α β comprehendens & dodecahedri pentagonum et icoſahedri triangulum in eadẽ ſphæra deſcriptorum, capiaturq; (per 1 tertij) centrũ circuli, & ſit γ, & extẽdatur quædã ab ipſo γ utcunq; recta linea β γ, ſeceturq; (per 30 ſexti) extrema & media ratione in λ, & maius ſegmentum ſit γ λ. Decagoni igitur eſt latus ipſa γ λ, in eodem circulo deſcripti. Exponatur icoſahedri latus & ſit ι, dodecahedri uerò & ſit ϛ, cubi autem & ſit ν. Igitur ι trianguli latus eſt æquilateri, & ϛ pentagoni in eodem circulo deſcripti, & ϛ ipſius ν, extrema & media ratione diuiſæ, maius eſt ſegmẽtum. Et quoniam ι æqualis eſt ipſi æquilateri trianguli lateri, trianguli autẽ æquilateri latus (per 12 decimitertij) potentia ipſius β γ triplum eſt: triplum igitur eſt quod ex ι, eius quod ex β γ. Sunt autem & quæ ex β γ, β λ, eius quod ex γ λ tripla. Sicut igitur quod ex ι, ad id quod ex γ θ, ſic ſunt quæ ex γ β, θ λ, ad id quod ex γ λ, & uicißim (per 16 quinti) ſicut igitur quod ex ι ad ea quæ ex γ β, β λ, ſic quod ex γ θ, ad id quod ex γ λ. Sicut autem quod ex θ γ, ad id quod ex γ λ, ſic eſt quod ex ν, ad id quod ex ϛ: maius nanq; ſegmentum eſt ϛ, ipſius ν. Et ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex ι, ad ea quæ ex γ β, θ λ: ſic quod ex ν, ad id quod ex ϛ, & uicißim (per 16 quinti) Ac conuerſim, ſicut igitur quod ex ν, ad id quod ex ι: ſic quod ex ϛ, ad ea quæ ex γ β, β λ. Ei aũt quod ex ϛ, æqua ſunt quæ ex β γ λ, quinquãguli nanq; latus (per 10 decimitertij) poteſt & hexagoni & decagoni latus. Sicut igitur quod ex ν, ad id quod ex ι: ſic quæ ex β γ, γ λ, ad ea quæ ex γ λ β. Sicut autem quæ ex β γ λ, ad ea quæ ex γ λ β, ſic (recta linea extrema & media ratione diuiſa quacunque) potens quod ex tota & ex maiori ſegmento, ad potentem quod ex tota & ex minori ſegmento: & ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex ν, ad id quod ex ι, ſic (recta linea quacunq; extrema & media ratione diuiſa) potens id quod ex tota, & ex maiori ſegmento, ad potentem id quod ex tota & minori ſegmento. Eſt autem ν latus cubi, & ι icoſahedri. Si recta igitur linea extrema & media ratione ſecta fuerit, erit ſicut potens totam & maius ſegmentum ad potentem totam & minus ſegmentum, ſic cubi latus ad icoſahedri latus in eadem ſphæra deſcriptorum.

ι cubi latus
ϛ dodecahedri
ν icoſahedri

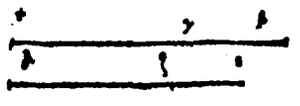
Oſtendendum iam nunc eſt, quòd ſicut cubi latus ad icoſahedri latus, ſic dodecahedri ſolidum ad icoſahedri ſolidum: Camp. 10.

Quoniam enim æquales circuli comprehendunt & dodecahedri quinquangulum & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum, in ſphæris autem æquales circuli æqualiter diſtant à centro (à centro nanq; ſphæræ ad circulorum plana perpendiculares ductæ æquales ſunt, & in centra circulorum cadunt) quare à centro ſphæræ in centrum circuli comprehendentis & icoſahedri triangulum & dodecahedri pentagonum æquales ſunt, perpendiculares inquam: æqualiter igitur faſtigiatæ ſunt pyramides, æquè altæ, ἰσοϋψεῖς, id eſt

habentes baſes dodecahedri pentagona, & baſes habentes icoſahedri triangula. Aequalis autem ſuſtigij pyramides, adinuicem ſunt ſicut baſes (per 5 duodecimi) Sicut igitur quinquangulum ad triangulum, ſic pyramis, cuius baſis quidem eſt dodecahedri pentagonum, uertex autem centrum ſphæræ, ad pyramida baſin quidem habentem triangulum, uerticem autem centrum ſphæræ. Et ſicut igitur (per 11 duodecimi) pentagona ad 20 triangula, ſic 12 pyramides pentagona baſes habentes, ad 20 pyramides triangula baſes habentes. Et 12 pentagona ſunt dodecahedri ſuperficies, & 20 triangula, icoſahedri ſunt ſuperficies. Eſt igitur ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic 12 pyramides pentagona baſes habentes, ad 20 pyramides triangula baſes habentes. Suntq; 12 quidem pyramides pentagona baſes habentes, ſolidum ipſius dodecahedri, 20 autem pyramides triangula baſes habentes, ſolidum ſunt icoſahedri. Et ſicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic ſolidum dodecahedri, ad ſolidum icoſahedri. Sicut autem ſuperficies dodecahedri ad ſolidum icoſahedri, ſic patuit eſſe cubi latus ad icoſahedri latus. Et ſicut igitur (per 11 quinti) cubi latus ad icoſahedri latus, ſic ſolidum dodecahedri ad ſolidum icoſahedri, & quæ ſequuntur.

Camp. 11. **Quòd ſi binæ rectæ lineæ extrema & media ratione ſectæ fuerint, in proportione ſunt ſubiecta, ſic oſtendemus.**

Secetur enim (per 30 ſexti) α β, recta extrema & media ratione in γ, maius autem ſegmentum eius ſit α γ, ſimiliter quoque & δ ε (per 30 ſexti) extrema & media ratione ſecetur in ζ, & maius ſegmentum eius eſto δ ζ. Dico quòd eſt ſicut tota α β ad maius ſegmentum ipſius α γ, ſic tota δ ε ad maius ſegmentum ipſius δ ζ. Quoniam etenim quod ſub α β γ æquum eſt ei quod ex α γ: quod autem ſub δ ε ζ, æquum eſt ei quod ex δ ζ: eſt igitur ſicut quod ſub α β, β γ, ad id quod ex α γ, ſic quod ſub δ ε, ε ζ, ad id quod ex δ ζ. Et ſicut quod quater igitur ſub α β γ, ad id quod ex α γ: ſic quod quater ſub δ ε ζ, ad id quod ex δ ζ. Et componendo (per 18 quinti) ſicut quod quater ſub α β γ, unà cum eo quod ex α γ, ad id quod ex α γ: ſic quod quater ſub δ ε ζ, unà cum eo quod ex δ ζ, ad id quod ex δ ζ. Quare & ſicut quod ex utraq; ipſius δ ε ζ, ſimul ad id quod ex δ ζ, & longitudine, ſicut utraq; ſimul α β γ ad α γ, ſic utraque ſimul δ ε ζ ad δ ζ. Componendo (per 18 quinti) ſicut utraque α β γ, unà cum α γ ad α β, ſic utraq; δ ε ζ, unà cum δ ζ ad ipſam δ ζ, hoc eſt binæ δ ε ad δ ζ, & antecedentium dimidia, hoc eſt ſicut α β ad α γ, ſic δ ε ad δ ζ. In antiquiſſimo codice ſic. Quare & ſicut quod ex utraq; ſimul α β γ, ad id quod ex α γ, ſic quod ex utraque ſimul δ ε ζ, ad id quod ex δ ζ, & longitudine ſicut utraq; ſimul α β γ, unà cum α γ, hoc eſt binæ α β ad α γ, ſic utraq; ſimul δ ε ζ, unà cum δ ζ, hoc eſt binæ δ ε ad δ ζ, & dimidia. ſicut α β ad α γ, ſic δ ε ad δ ζ. Hoc demonſtrato, quòd (recta linea quacunque extrema & media ratione diuiſa) qualem rationem habet potens quod ex tota & ex maiore ſegmento, ad potentẽ quod ex tota & ex minori ſegmento, talem habet rationem cubi latus ad icoſahedri latus: hoc etiam demonſtrato, quòd ſicut cubi latus ad icoſahedri latus, ſic dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem in eadem ſphæra deſcriptorum, & hoc quoque percepto, quòd ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic ipſum dodecahedrum ad icoſahedrum, eo quia ab eodem circulo comprehenduntur & ipſius dodecahedri pentagonum & icoſahedri triangulum, manifeſtum eſt quòd ſi in eadem ſphæra dodecahedrum & icoſahedrum fuerint deſcripta rationem habebunt (recta linea quacunq; extrema & media ratione diuiſa) ſicut potens, quod ex tota & quod ex maiori ſegmento, ad potentem quod ex tota & minori ſegmento. His omnibus nobis notis, patet quòd ſi in eadem ſphæra dodecahedrum & icoſahedrum deſcripta fuerint, rationem habebunt, ſicut (recta linea diuiſa extrema & media ratione) potens totam & maius ſegmentum, ad potentem totam & minus ſegmentum. Quoniam enim eſt ſicut dodecahedrum ad icoſahedrum, ſic dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, hoc eſt cubi latus ad icoſahedri latus, ſicut autem cubi latus ad icoſahedri latus, ſic (recta linea quacunq; extrema & media ratione diuiſa) potens totam & maius ſegmentum, ad potentem totam & minus ſegmentum: ſicut igitur dodecahedrum ad icoſahedrum in eadem ſphæra deſcriptum, ſic (recta linea quacunq; extrema & media ratione diuiſa) potens totam & maius ſegmentum ad potentem totam & minus ſegmentum.



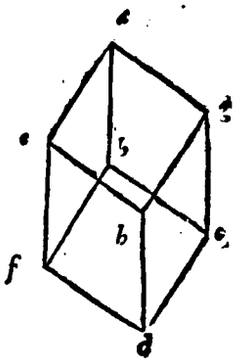
LIBRI XIIII
FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI MATHEMATICORVMQVE FACILE principis, ex traditione Campani, Geometricorum elementorum Liber decimusquintus.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

INtra propoſitum cubum, corpus habẽs quatuor baſes triangulas æqualium laterum deſignare.

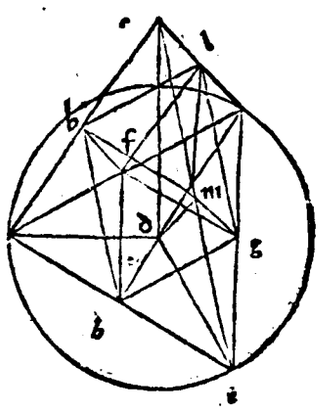
CAMPANVS: Sit cubus cuius baſis eſt quadratum a b c d, ſuprema uerò eius ſuperficies quadratum e f g h. Ipſum autem hac arte fabricare conueniet. Quadrato baſis ſecundum quamlibet lineam ex quadrageſimaquinta primi deſcripto, ſuper ſingulos angulos eius ex duodecima undecimi catheti, ſecundum menſuram lateris ipſius quadrati erigantur, quos ex ſexta undecimi conſtat eſſe æquidiſtantes. Quinque ergo eorum bini & bini, corauſto eis impoſito æquidiſtanter lateribus quadrati continuentur. Conſtat igitur eſſe compoſitum cubum, nam quatuor eius laterales ſuperficies ſunt quadratæ, ex trigeſima tertia primi, & ex trigeſimaquarta eiuſdem & diffinitione quadrati: de ſuprema autem ſuperficie manifeſtum eſt quoque quòd ipſa eſt quadrata ex uigeſimaquarta undecimi, & hac communi ſcientia, quæ æqualibus ſunt æqualia, ſi bi quoq; ſunt æqualia, & ex diffinitione quadrati. Si itaque huic cubo libeat corpus quatuor baſium triangularium & æquilaterarum inſcribere, in baſi & eius ſuperficie ſuprema protrahantur duæ diametri, quarum una continuet duas extremitates infimas duorum cathetorũ, & alia continuet ſupremas aliorum duorum, quas animo intelliges eſſe a c & h f, dehinc à duobus punctis h & f terminantibus diametrum ſuperficiei ſuprem̃, demitte hypothenuſaliter binas & binas diametros, quæ quatuor laterales ſuperficies diuidant, quas imaginaberis eſſe a b h quidem a h & h c, at uerò a b f, f a & f c. Has autẽ diametros in hac plana figura protraliere contempſi, ne multitudo linearum confunderet intellectum. Si igitur figuram hanc ut oportet, actu uel animo compleueris, uidebis ex ſex diagonalibus lineis ſex ſuperficies ipſius cubi diuidentibus, pyramidem quatuor baſium triangularium eſſe perfectam, quam cubo propoſito ex diffinitione conſtat eſſe inſcriptam, huius autem pyramidis baſes æquilateras eſſe conſtat: eo quòd ex quarta primi, omnes iſtæ ſex diagonales ſunt adinuicem æquales.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

INtra datum corpus habens quatuor baſes triangulas atque æquilateras, corpus octo baſium triangularium æqualium laterum diſtinguere.

CAMPANVS. Si intra pyramidem quatuor baſium triangularium & æquilaterarum, octoedron libeat inſcribere, prius conuenit pyramidem ipſam fabricare, quæ ratione certa hoc modo componitur. Statuatur ſecundum cuiuslibet lineæ quantitatem trigonus æquilaterus, qui ſit a b c, cui circunſcribatur circulus ſupra centrum d. & exeat d e perpendicularis ad ſuperficiem ipſius trigoni, ex duodecima undecimi, quę ponatur dupla eſſe in potentia ad ſemidiametrum circuli circunſcribentis trigonum a b c, & à puncto cadant tres hypothenuſæ ſuper tria puncta a b c. Eſt itaque completa pyramis quatuor baſium trilaterarum & æquilaterarum: protrahãtur enim



d a, d b, d c. Cum igitur anguli quos continet linea e d, cum ſingulis lineis d a, d b, d c, ſint recti ex diffinitione perpendicularis ad ſuperficiem, cumq; quadratum lineæ e d ſit ex hypotheſi duplum ad quadratum ſemidiametri circuli a b c, erit ex penultima primi quadratum uniuſcuiuſq; trium hypothenuſarum linearum e a, e b, e c, triplum ad quadratum ſemidiametri circuli a b c. Sed ex octaua tredecimi, quadratum quoq; cuiuſq; trium laterum trianguli a b c, triplum eſt ad quadratum ſemidiametri eiuſdem circuli, igitur omnia latera ſtatutæ pyramidis ſunt adinuicem æqualia, quare ipſa eſt æquilaterarum baſium. Cum itaq; ſibi octoedron includere uoluerimus, diuidemus unumquodque ſex laterum eius in duo media æqualia, & continuabimus medium punctum cuiuſque laterum medijs punctis cunctorum reliquorum laterum, cum quibus ipſum continet & angulum ſuperficialem: uerbi gratia, diuidam latera baſis in punctis f, g, h, & hypothenuſas cadentes ab e, in punctis k, l, m, & continuabo punctum f, cum puncto g & cum h & cum k & cum l, punctumq; m, cum eiſdem h & l. Ecce itaque perfectum eſt corpus octo baſium triangularium ijs duodecim lineis media puncta laterum fabricatæ pyramidis iungẽtibus contentum. Has autem octo baſes ex quarta primi, quoties oportet repetita æquilateras eſſe manifeſtum eſt, ipſum quoq; corpus ſtatutæ pyramidi ex diffinitione inſcriptum, quemadmodum iuſſi eramus, effiçere.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

INtra cubum aſsignatum figuram octo baſium triãgularium æqualium laterum conſtituere.

CAMPANVS. Cubo intendimus inſcribere octoedron. Qualiter autem cubum componere oporteat, in prima huius ſufficienter dictum eſt. Igitur fabricato cubo pyramis quatuor baſium triangularium & æqualium laterum in eo ex prima huius deſignetur, ac intra ipſam pyramidem ex prçmiſſa octoedron diſtinguatur: quo facto, ſimul etiam factum erit quod uoluimus. Cõſtat enim ex ratiocinatione primæ, latera cuncta ipſius inſcriptæ pyramidis eſſe diagonos baſium cubi, & ex ratiocinatione præmiſſæ liquet cunctos angulos octoedri in hac pyramide diſtincti eſſe in lateribus ipſius pyramidis: quare manifeſtum eſt omnia angularia puncta huius octoedri eſſe in baſibus aſsignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus propoſitum. ¶ Aliter idem. Centris cunctarum baſium cubi, quemadmodum in nona quarti fit, repertis, à centro ſupremæ ſuperficiei eius ad centra quatuor lateralium ſuperficierum quatuor hypothenuſas demitte, & à centro infinitæ, & ad earundem lateralium ſuperficierum centra quatuor alias hypothenuſas eleua, centra quoq; quatuor lateralium quatuor rectis lineis continua: ita uidelicet quòd centra earum tantum quæ inuicem ſecant, continues. Verbi gratia, iunges centrum anteriorum cum centro dextræ & cum centro ſiniſtræ, centrum quoq; ultimæ iunges cum eiſdem, hoc eſt cum centro dextræ & cum centro ſiniſtræ. Habes itaque corpus octo baſium triangularium, ijs duodecim lineis, quæ centra ſuperficierum cubi continuant, complexum. Si igitur has baſes æquilateras eſſe, probare uolueris, à cẽtris baſium cubi ad cuncta perpendiculares protrahe, quas neceſſarium eſt omnia latera ipſius cubi per æqualia diuidere, ex ſecunda parte tertiæ tertij. Quod planum erit, ſi unicuiq; baſium cubi circulum circunſcripſeris, atque ideo binas & binas ſuper idem punctum in lateribus baſium cubi conſtat, concurre: easq; ex ſecunda parte 28 primi, ideoq; etiam ſingulas eſſe æquales dimidio lateris cubi. Igitur ex 10 undecimi, manifeſtum eſt binas & binas earum ſuper idem latus cubi in medio eius puncto concurrentes rectum angulum continere, eo quòd omnes ſuperficies cubi ſunt quadratæ. Quia igitur illæ duodecim lineæ centra ſuperficierum cubi continuantes, quæ & angulis quos hæc lineæ ſuper media puncta laterum cubi concurrentes binæ & binç continent, ſubtenduntur, ipſæ erunt ex quarta primi, uel etiam (ſi mauis) ex penultima primi, adinuicem æquales. Ergo eſt in propoſito cubo deſignatum corpus octo baſium triangularium & æquilaterarum: quod oportebat facere.

Eulid. ex Campano. *Propoſitio 4.*

INtra datum corpus octo baſium triangularium atq; æquilaterarum cubum figurare.

CAMPANVS. Non dubites, quin corpus octo baſium triangularium atque æquilaterarum certo dogmate fabricabis hoc modo. Qualibet recta linea ſuper aliquod planum ſurſum orthogonaliter erecta, eam per æqualia diuide, & à puncto eius medio duas lineas hincinde perpendiculares extrahe, quæ componant lineam unam, eruntq; hæ duæ lineæ ſeinuicem ſecãtes, uidelicet prima, quæ ſuper poſitum planum eſt orthogonaliter erecta, & alia quæ ipſam ſuper eius medium punctum orthogonaliter ſecat in eadem ſuperficie ſitæ ſunt, per primam partem 2 undecimi. Ad ſuperficiem igitur in qua ipſæ

ſitæ

ſtræ ſunt ſuper cõmunem punctum ſectionis earum (ut 12 docet undecimi) perpendicularem erige, quam facias eandem ſuperficiem in utranque partem penetrare, & pone cunctas ſex portiones harum trium linearum à puncto in quo ſeinuicem ſecant æquales: ſic enim quælibet quamlibet per æqũalia & orthogonaliter diuidet, ita quòd cùm ſint tres quæque duæ earum, ſalutiferæ crucis uenerandum ſignum ad angulos rectos continebunt. A ſupremo igitur erectæ lineæ ſuper poſitum planum puncto quatuor hypothenuſas ad extremitates duarum linearum ipſam ſecãtium demitte: deinde ab infimo eiuſdem erectæ puncto, quatuor alias hypothenuſas ad eaſdem duarum ſecantium linearum extremitates eleua: poſtremò quoq; harum hypothenuſarum extremitates quatuor rectis lineis quadratum continentibus continua. Erunt enim hæ duodecim lineæ, uidelicet quatuor hypothenuſæ à ſupremo puncto erectę perpendicularis deſcendentes, quatuorq; poſtremæ ab eius infimo puncto ſurſum eleuatæ, & reliquę quatuor lineæ harum hypothenuſarum extremitates continuantes, ex penultima primi fine nugationis peccato pluries repetita adinuicem æquales, quare cõſtat corpus ab eiſdem terminatum, octo baſibus triangularibus æquilateriſq; contineri. Si igitur huic corpori cubum inſcribere delectat, centra octo triangulorum ipſum ambiẽtium inuenire ex quinta quarti labora, eaq; reperta duodecim lineis rectis hac lege continua, ut centrum cuiuſque horum triangulorum cum centro cuiuſque trium ad ipſius latera terminatorum, per rectam lineam copuletur. Non eſt autem huius rei idoneum figuram in plano depingere: ideoq; reſtat, ut quod dicitur mente concipias, ipſumq; (ſi placet) actu & opere compleas. Videbis enim duodecim lineas horum triangulorum centra, poſita lege continuantes cubum continere, quem reſtat ut æquilateris rectangulisq; ſuperficiebus demonſtres eſſe concluſum. non enim erit cubus, niſi omnes eius ſuperficies ſint quadratæ. Ducito ergo à quolibet angulo trigonarum ſuperficierum octohedri, perpendicularem ad latus illi angulo oppoſitum, has autem perpendiculares ex prima quartidecimi, conſtat adinuicem ęquales, & dẽ uidere latera quibus perpendiculariter inſiſtunt, per æqualia, ideoq; binas & binas ſuper idẽ punctũ lateris, cui ſuperſtant cõuenire. Eaſdemq; conſtat ex his quæ in decimaſeptima quartidecimi demonſtrata ſunt, tranſire per centra triangulorum, ideoq; per extremitates laterum incluſi corporis tranſire, ac eorum portiones quę intra centra trigonorum & latera ipſorum intercipiuntur, ex ijs etiam quę in eadem demonſtrata ſunt, conſtat eſſe æquales, angulos quoque ab ijs perpendicularibus binis coeuntibus contentos, ex octaua primi patet eſſe æquales. Et quia hæ perpendiculares, ſuæq; portiones interę centra & latera interceptę eoſdem angulos ambiunt: erunt quoque anguli, quos lineæ à centris trigonorum ad latera perpendiculariter cadentes binę & bĩnæ continent adinuicem ęquales. Cumq; latera illius corporis, de quo diſputamus, hos angulos ſubtendunt: ſequitur ex quarta primi frequenter ſumpta, corpus incluſum eſſe æquilaterum: at quoq; rectangulum. Protrahãtur enim diagoni in ſingulis ſuperficiebus, hos diagõnos ex quarta primi, omnes adinuicem ęquales eſſe conuinces, mediantibus angulis à duabus perpendicularibus per ipſarum diagonorum extremitates tranſeuntibus contentis, ſi prius hos angulos, ex octaua primi, æquales ſibi inuicem eſſe probaueris. Cùm igitur diameter tetragonarum baſium corporis huius ſint adinuicem ęquales: latera quoque earundem baſium æqualia, neceſſe eſt ex octaua primi multoties repetita, ipſas tetragonas baſes eſſe ęquiangulas. At quia ex duodecima primi, omnes anguli cuiuſque earum ſunt æquales quatuor rectis, ſequitur eas eſſe rectangulas: itaque ex diffinitione quadrati, ipſæ ſunt quadratę. Igitur inſcriptum corpus manifeſtum eſſe cubum, ſicut intendimus.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*

PYramidem quatuor baſium triangularium atque æquilaterarum, aſſignato corpori octo baſium triangularium quoq; atq; ęquilaterarum inſcribere.

CAMPANVS. Aſſignato corpori octo baſium inſcribe, ſecundum præcepta præmiſſæ cubum, cuboq; inſcripto inſcribe (ut docet prima huius) pyramidẽ qualis proponitur. Cùm igitur huius pyramidis anguli ſint etiam anguli cubi, quemadmodum ex demonſtratione primæ manifeſtum eſt: cũcti autem anguli cubi ſint ex præmiſſa in ſuperficiebus aſſignati octohedri: erũt quoq; cuncti anguli pyramidis huius in ſuperficiebus corporis octo baſium, cui eam iubemur inſcribere: quare ex diffinitione manifeſtum eſt, nos feciſſe quod quęritur.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 6.*

INtra datum corpus uiginti baſium & æqualiũ laterum, corpus duodecim baſium pentagonaliũ æqualium laterum atq; æqualium angulorum figuraliter componere.

CAMPANVS. Corpus uiginti baſium non docemus hic fabricare, quoniam ex 16 tredecimi, qua conuenit arte, hoc fieri, ſatis euidens eſt. Eo igitur ut ibi docetur compoſito, ut ſibi

corpus duodecim basium pentagonarum atque æquilaterarum includere delectat, hac uia procedendum est. Manifestum est enim uiginti triangulos, sexaginta superficiales angulos habere, & quia ad constitutionem uniuscuiusque solidi anguli corporis icosedri quinque superficiales conueniunt, sicut ex demonstratione decimasexta tredecimi colligitur, constat illud corpus duodecim solidis angulis compleri. Inuentis igitur, ut in antè præmissa, centris cunctorum triangulorum totum icosedron terminantium, ea triginta rectis lineis continua, ita quòd cuiusque centrum centris omnium circumiacentium, cum quibus communicat in latere per rectas lineas iungas. Cùm ergo hoc feceris, uidebis ex illis triginta in eis duodecim pentagonos constitui duodecim angulis solidis dati icosedri oppositos: hos itaque pentagonos, quemadmodum in antè præmissa fecisti, de basibus cubi, æquilateros esse probabis. Necesse est enim, ut quorumlibet triangulorum duorum idem latus habentium, centra eodem spatio distent: restat ergo, ut eos etiam æquiangulos esse syllogizes. Manifestum est autem ex ratiocinatione decimasexta tredecimi, datum corpus uiginti basium ab eadem sphæra, cuius diameter est, tanquam diameter huius corporis, uidelicet linea quæ duos eius angulos oppositos continuat, esse circunscriptibile. Si igitur hæc diameter per medium secetur, punctus sectionis erit centrum sphæræ circunscribentis. Ab eo itaque ad superficies cunctorum pentagonorum perpendiculares, ex undecima undecimi ducito, & à puncto in quo singulis pẽtagonis obuiauerint, ad singulos eorum angulos rectas lineas dirigito, deinde centrum sphæræ cum singulis angulis ipsorum pentagonorum continuato. Age ergo, eos proba esse æquiangulos hoc modo. Cùm enim omnes circuli circumscribentes trigonos icosedri sunt æquales, erunt omnes perpendiculares à cẽtro sphæræ ad ipsos uenientes & in eorum centra cadentes, æquales: omnes ergo lineę à centro sphæræ ad angulos cuiuslibet pentagoni uenientes, sunt æquales: nam anguli pentagonorum sunt centra circulorum trigonos ipsos icosedri circumscribentium ex hypothesi. Igitur ex penultima primi, eodem argumentationis genere, quo superius in decimoquarto syllogizauimus, sectorem prouenientem in superficie sphæræ, cùm aliqua plana superficies sphæram secat non super centrum eius, esse circumferentiam continentem circulum, necesse est quinque lineas uenientes à concursu perpendicularis ductæ à centro sphæræ ad superficies omnium pentagonorum ad quinque angulos cuiuscunque pentagoni, esse adinuicem æquales, itaque omnibus duodecim pentagonis est circulus circunscriptibilis. Cùm igitur ipsi sint æquilateri, conuincitur eos esse etiam æquiangulos: quod oportebat ostendere.

Euclid. ex Camp. *Propositio 17.*

INtra datum corpus duodecim basium pẽtagonarum æquilaterarum atque æquiangularium, corpus uiginti basium triangularium, atque æquilaterarum fabricare.

CAMPANVS. Qualiter corpus duodecim basium pentagonarum æquilaterarum atque æquiangularium componere oporteat, ex decimaseptima tredecimi require. Sed qualiter corpus uiginti basium triangularium æquilaterarum sibi conueniat inscribi, hic addisce. Suorum pentagonorum centris (ut in decimaquarta quarti fit) repertis, ea adinuicem triginta lineis hac lege continua, ut uniuscuiusque pentagoni centro, cuiusque pentagoni secum in latere communicantis iungatur: ita uidelicet quòd uniuscuiusque pentagoni centrum, centris quinq; pentagonorum terminantium uel circumiacentium continuetur. Cùm igitur hoc feceris, obuient tibi uiginti trianguli ab ijs triginta lineis centra pentagonorum continuantibus contenti, eruntq; ij uiginti trianguli uiginti solidis angulis ipsius dodecedri oppositi, amplectentes corpus uiginti basium triangularium, quas æquilateras esse demonstrabimus, & erunt duodecim solidi anguli huius corporis uiginti basium in centris duodecim pentagonorum corpus dati dodecedri terminantium. Hos itaque uiginti triangulos æquilateros esse sic proba. A centris pentagonorum ducito perpendiculares ad latera, eruntq; omnes perpendiculares æquales. Binas ergo & binas probabis ex octaua primi, æquos angulos continere. Et quia lineæ continuantes centra pentagonorum his angulis à binis & binis perpendicularibus contentis subtenduntur, cùm omnes perpendiculares sint æquales, erunt ex quarta primi omnes lineæ continuantes centra pentagonorum æquales: quod est propositum.

Perpendiculares autem binas & binas æquales angulos continere, & omnes eas adinuicem esse æquales, sic collige. Ex quinta primi & uigesimaseptima eiusdem, constat singulas earum diuidere latera pentagonorum super quę cadunt, per æqualia, easq; esse adinuicem æquales ductis lineis à centris pentagonorum ad singulos angulos eorum. Quare binæ & binæ super idem latus cadentes in eodem ipsius lateris puncto coibunt, eo quòd utraque diuidit illud latus duobus

duobus pentagonis, à quorum centris ueniunt commune per æqualia. Has igitur perpendiculares binas & binas uſque ad angulos, quibus commune latus in quo coeunt, oppoſitum per centra pentagonorum producito, & eiſdem angulis duas lineas ſubtendito, quas ex demonſtratione decimaſeptima tredecimi, manifeſtum eſt eſſe tanquam latus cubi ab eadem ſphæra, cum propoſito dodecedro circunſcriptibili: ideoq; patet eas eſſe æquales, eo quòd omnia latera cubi ſint æqualia, eaſdemq; liquet ex nona undecimi, eſſe æquidiſtantes: propter hoc quòd ambæ æquidiſtant communi lateri, in quo binæ & binæ perpendiculares conueniunt. At uerò ipſas eaſdē conſtat ex his perpendicularibus per æqualia diuidi. Itaque per trigeſimamtertiam primi, cunctæ lineæ continuantes puncta, in quibus binç & binæ perpendiculares ſuper has lineas, quas tanquam cubi latera fore diximus, concurrunt, ſunt adinuicem æquales: nam omnes ſunt, tanquam latus cubi. Igitur ex octaua primi, anguli contenti à binis & binis perpendicularibus, ſunt çquales. Quare per quartam eiuſdem, lineæ quoq; continuantes centra pentagonorum ſunt ſibinuicem çquales: inſcriptum ergo eſt propoſito dodecedro corpus uiginti baſium triangularium & æqualium laterum, ſicut iuſſi eramus.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

SOlido duodecim baſium pentagonarum atque æquilaterarum propoſito, intra ipſum cubum diſtinguere.

CAMPANVS. Cùm dodecedron ſuper cubi latera fabricetur, ut conſtat ex decimaſeptima tredecimi, nimirum eo fabricato ſibi conuenit cubum inſcribi: nam cùm duodecim ſint pentagoni, ſi uniuſcuiuſque eorum uni angulo (prout cubi figuram uidebis exigere) chordam unam ſubtenderis, ex iis duodecim chordis ſex çquilateras rectangulasq; ſuperficies cubi & corpus amplectentes ſuperficies. Aequilateras quidem eas eſſe, conſtat ex quarta primi: rectangulas autem, eodem argumentationis genere, quo in ſexta huius baſes dodecedri, dato icoſedro inſcripti, demonſtrauimus eſſe æquiangulas, conſtat quidem ex decimaſeptima tredecimi, propoſitum dodecedron ſphçrç eſſe inſcriptibile. Ergo à cētro illius ſphçrç, ad omnes has quadrilateras ſuperficies, perpendiculares, ut docet undecima undecimi, protrahe & à puncto concurſus ad ſingulos angulos illarum quadrilaterarum ſuperficierum rectas lineas dirige, ac eoſdem angulos quadrilaterarum ſuperficierum cum centro ſphçræ iunge: eruntq; hæ lineæ centrum ſphæræ cum angulis quadrilaterarum ſuperficierum continuantes, ſemidiametri ſphçræ, de quarū quadratis (quia dempto quadrato perpendicularis, remanent ex penultima primi quadrata linearum continuantium punctum concurſus perpendicularium cum angulis quadrilaterarum ſuperficierum) neceſſe eſt omnibus his quadrilateris ſuperficiebus circulos eſſe circunſcriptibiles. ideoq; neceſſe eſt eas eſſe æquiangulas, quum ſint çquilaterç. Et quia ex trigeſimaſecunda primi, anguli cuiuſque earum pariter accepti ſunt æquales quatuor rectis angulis, ſequitur eas eſſe rectangulas: nihil ergo deeſt inſcripto corpori de ratione cubi.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

DAto dodecedro, ſibi demum octohedron includere

CAMPANVS. Compoſito dodecedro, ut in decimaſeptima tertij decimi, ſex latera ſuarum ſuperficierum, ea uidelicet quç cathetos ſuper ſex lineas oppoſita latera ſuperficierum cubi per æqualia ſecantes erectos, tanquam eorum corauſti iungunt, per çqualia diuide, eaq; bina & bina adinuicem compoſita, continua per tres lineas, quæ ſeinuicem ſuper medium punctum diametri cubi, ex quadrageſimaoctaua undecimi, per æqualia ſecabunt: eritq;, ut quæque duæ earum trium ſeinuicem quoq; ad angulos rectos diuidant. Si igitur harum trium linearum extremitates per duodecim lineas rectas continuaueris, proueniet tibi corpus octo baſium triangularium & æquilaterarum, ex quarta primi, uel (ſi mauis) ex penultima primi: quod oportebat oſtendere.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

INtra aſsignatum dodecedron, pyramidem quatuor baſium triangularium atque æquilaterarum adhuc reſtat diſtinguere.

CAMP. Aſsignato dodecedro inſcribe cubum, ex octaua huius, cuboq; pyramidem ex prima. Cùm igitur anguli pyramidis ſint in angulis cubi, ut patet ex ratiocinatione primæ, & anguli cubi in angulis dodecedri ex ratiocinatione octauæ, erunt quoq; anguli pyramidis in angulis dodecedri, itaq; conſtat quod uolumus.

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 11.



ROpoſito icoſedro, in eodem cubum figurare. 11

CAMPANVS. Icoſedro inſcribe dodecedron ex ſexta, ac dodecedro cubum ex octaua. Conſtat autem ex demonſtratione ſextæ, quòd omnes anguli dodecedri cadunt ſuper centrum baſium icoſedri, & anguli cubi ſunt in angulis dodecedri: itaq; anguli cubi ſunt in centris baſium icoſedri. Habemus ergo propoſitum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 12.



ICoſedron datum pyramidem quatuor baſium triangularium atq; æquilaterarum ſibi poſtulat inſcribi. 12

CAMPANVS. Si in dato icoſedro ex præmiſſa cubum inſcripſeris, cuboq; ex prima pyramidem incluſeris, quin poſtulationi icoſedri ſatisfeceris, hæſitandum non erit. Scire autem oportet, quòd cùm ſint quinque regularia corpora, de quorum mutua abinuicem inſcriptione in hoc 15 libro determinetur, ſi unumquodq; eorum cuilibet cæterorum eſſet inſcriptibile, 20 eorundem inſcriptiones acciderent. Quippe cuilibet eorum quinq;, eſſent cætera quatuor inſcriptibilia, ideoq; quater quinq; inſcriptiones, quod eſt 20, neceſſariò prouenirent. At uerò pyramidi ſolùm octohedron conueniens eſt inſcribi, non enim ſunt in pyramide baſes aut anguli aut latera, in quibus anguli cubi aut icoſedri aut etiam dodecedri poſsint extrema ipſius pyramidis cõtingere. Cubus quoq; ſolius pyramidis & octohedri, & octohedron ſolius pyramidis & cubi, receptioni ſunt apta: qualiter enim in eorum alterutro 12 angulos icoſedri, aut 20 angulos dodecedri, ita ut ſinguli in eorũ ſingulis cadant collocabis? Icoſedron autem cum cætera conuenienti ambitione poſsit complecti, ſolius octohedri nequit eſſe receptaculum: nam octohedri ſex anguli ſemidiametrali ſeinuicem bini & bini oppoſitione reſpiciunt, lineæq; eos continuantes ſeſe per æqualia orthogonaliter diuidũt, ita quòd illud glorioſum ſignum ad cuius intuitum conſternantur dęmones, ſub rectis angulis triplicatum reddant. hos itaq; triangulos neq; baſes, neq; anguli, neq; latera icoſedri poſſunt ſub ſuo ſitu recipere, neq; enim in eo reperies ſex baſes, aut ſex angulos, aut ſex latera, hac diametrali orthogonalique oppoſitione ſe contuentes. Dodecedron autem nulli cæterorum ſuæ ambitionis denegauit hoſpitium, immò cunctorum receptorium exiſtit. Vnde non inconuenienter dodecedri figuram antiqui Platonis diſcipuli aſcripſere cœlo, quemadmodum pyramidis formam tribuerunt igni, eo quòd ſurſum ſub pyramidali figura euolet. At octohedri, aeri: quippe ſicut aer ignem motus paruitate ſequitur: ſic octohedri forma, pyramidis formam ad motum habilitate comitatur. Viginti uerò baſium figuram aquæ dictauerunt: nam cum ipſa baſium pluralitate plus cęteris circuletur in ſphęram, fluentis rei motui magis quàm ſcandentis conuenire uiſa eſt. Cubum uerò figuram quidam dedere terrę: quid enim in figuris maiori ad motum uiolẽtia indiget quàm teſſera? at in elementis quid fixius cõſtantiusq; reperitur terra? Si igitur ex 20 inſcriptionibus, tres quas pyramis non ſuſtinet, binasq; à quibus natura cubi & octohedri aliena eſt, rurſusq; unam cui repugnat icoſedri figura, reieceris, erunt reliquæ tantum 12 inſcriptiones, pyramidis quidem, ſola, cubi uerò octohedriq; binæ, icoſedri autem tres, dodecedri autem quatuor, de quibus omnibus (ut arbitror) ſufficienter aliàs diſputatum eſt.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 13.



FAbricato quouis quinq; regularium corporũ, ſibi ſphæram inſcribere. 13

CAMP. Ex 13 libro itaq; manifeſtum eſt, unumquodq; quinq; horum corporum eſſe ſphæræ inſcriptibile. Nunc itaq; cõſtabit uiceuerſa ſphęram unicuiq; ipſorum eſſe inſcriptibilem. A circunſcribentis enim ſphæræ centro ad baſes uniuerſas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant, quas intra centra circulorum baſes ipſas circũſcribentium cadere, neceſſe eſt. Cumq; omnes circuli eas circunſcribentes ſint æquales, eruntq; hęc perpendiculares æquales. Itaq; ſi ſecundum quantitatem unius earum circulum ſuper centrum circunſcribentis ſphæræ deſcripſeris, eiusq; ſemicirculum quouſq; ad locum unde moueri cœperit, redeat, circunduxeris: quia ipſum per extremitates cunctarum perpendiculariũ, neceſſe eſt tranſire, cõuinces ex correlario 15 tertij, ſphęram iſtius ſemicirculi motu deſcriptam uniuerſas baſes aſsignati corporis in concurſibus perpendiculariũ contingere. Non enim plus poteſt ſphęra de baſibus corporis contingere, quàm circũductus ſemicirculus (dum mouebatur) cõtingit. Quare aſsignato corpori conſtat nos ſphæram: quemadmodum propoſitũ erat, inſcripſiſſe.

FINIS.

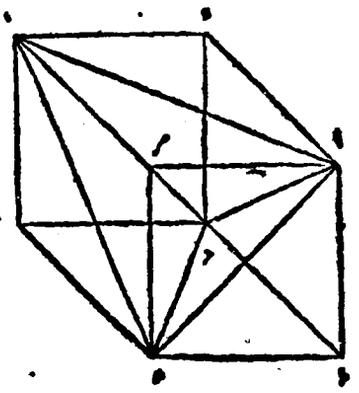
EVCLIDIS MEGARENSI CLARISSIMI PHILOSOPHI MATHEMATICORVMQVE FACILE principis, ex Hypſiclis Alexandrini, Græci philoſophi traditione: Geometricorum elementorum Liber decimusquintus.

Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 1.

1 IN dato cubo pyramida deſcribere.

Camp. 1.

HYPSICLES ex Zamb. Eſto datus cubus α ζ γ λ ι ſ ν θ, in quo oportet pyramida inſcribere: connectantur α γ, γ ι, α ι, α θ, ι ϑ, θ γ. Manifeſtum iam, quòd ipſa α ι, γ, α θ ν, ν θ γ, γ θ ι, triangula æquilatera ſunt: quadratorum enim diametri ſunt latera. Pyramis igitur eſt ipſa α ι γ θ, & deſcribitur in dato cubo: quod facere oportebat.

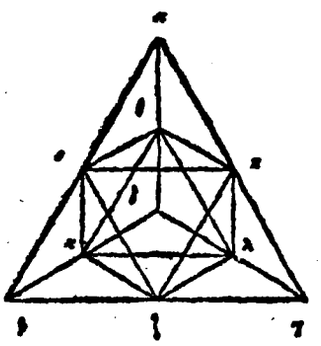


Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 2.

2 In data pyramide octaedrū deſcribere.

Camp. 2.

HYPS. ex Zāb. Eſto data pyramis α β γ λ, ſecenturq; bifariam ipſius ι ſ ν θ κ λ ſignis, & connectantur ipſæ θ κ, θ λ, ι ſ, ſ κ, & reliquæ. Et quoniā α β dupla eſt utriuſq; ipſarum θ κ, κ ſ, æqualis igitur eſt θ κ ipſi ſ ι & parallelus, ſimiliter & θ κ ipſi ſ κ eſt æqualis et parallelus: æquilaterum igitur eſt θ κ ſ ν. Dico quòd et rectangulum. Si enim ab ipſa κ λ perpendiculares agantur ad plana ι ſ β κ, ι ſ κ γ, ι ſ κ θ, θ κ ſ ν, ſimiliter oſtendemus quæ in ipſius θ κ ſ ν, quadrati æquilatera: quod facere oportebat.

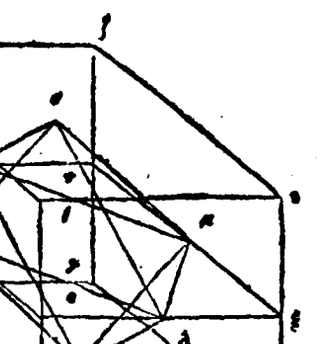


Euclid. ex Zamb. Problema 3. Propoſitio 3.

3 In dato cubo octahedrum deſcribere.

Camp. 3.

HYPS. ex Zamb. Eſto datus cubus α β γ λ ι ſ ν, & capiantur contra κ inſidentium quadratorum κ λ μ ν. Dico q; κ λ μ ν quadratū eſt. Excitentur per ipſa κ λ paralleli (per 31 primi) ξ ο, π ο. Quoniā igitur dupla eſt π ο ipſius ο κ, & ξ ο ipſius ο λ, id propterea quod ex ο κ: igitur ei eſt æquum quod ex λ ο, & per hoc & ο κ ipſi ο λ eſt æqualis. Quod igitur ex κ λ duplum eſt eius quod ex ο λ. Ac per hoc & quod ex μ λ, duplū eſt eius quod ex λ ξ: quod igitur ex κ λ, æquū eſt ei quod ex μ λ: æquilaterū igitur eſt κ λ μ ν, manifeſtum eſt q; et rectangulū. Aſſumantur ipſi β λ ι κ bina quadrata, & centra ρ σ, & connectantur ρ λ, ρ μ, ρ ν, σ κ, σ λ, σ ν, σ μ, manifeſtum eſt quòd triangula efficientia octahedrum æquilatera ſunt, eadem nanq; oſtendemus ratione.



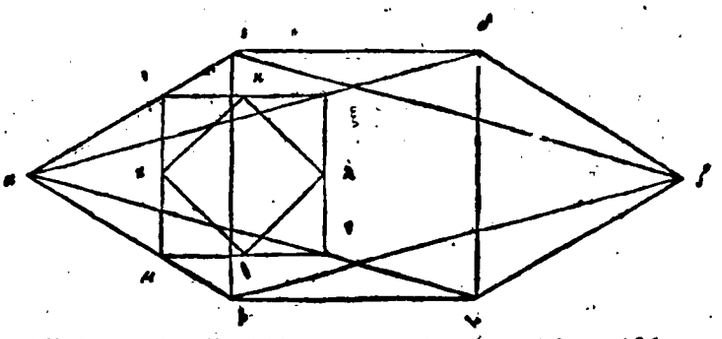
Euclid. ex Zāb. Problema 4. Prop. 4.

4 In dato octahedro, cubum deſcribere.

Camp. 4.

HYPS. ex Zāb. Capiantur (per primam tertij) eorum qui circū α β γ, α γ λ, α β ι, α λ ι triangula, circulorum centra κ θ, κ λ, & connectantur κ θ, κ κ, κ λ, λ θ. Dico q; κ θ κ λ eſt quadratum. Excitentur (per 31 primi) per ipſa κ θ κ λ ipſis β γ, β ι, γ λ, λ ι, paralleli μ ν, μ ο, ν ξ, ξ ο. Quoniam igitur æquilaterum eſt α β γ triangulum, quæ ex α in θ centrum, eius qui circum α β γ triangulum circuli, bifariam diſpeſcit eum, qui ad α ipſius α β γ trianguli: æqualis igitur eſt & ν θ ipſi θ μ. Ac per hoc iam & μ κ, ipſi κ ο: & ο κ, ipſi κ α eſt æqualis. Quoniam autem ipſa μ ν, ipſi

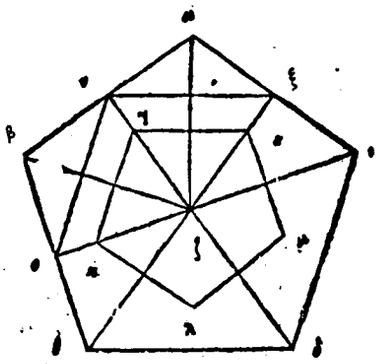
μ ο, & μ ο, ipsi ο ξ est æqualis: æqualis igitur & ν θ ipsi μ π, & ϑ μ ipsi π ο, & μ π ipsi ο π, qui autem sub θ μ π & π π ο recti, ex quo manifestũ est, q; π ϑ æqualis est ipsi π π. Et id propterea iam & reliquæ. Quoniam igitur π θ π λ parallelogrammũ est, in



uno est plano. Et quoniã dimidiũ est uterq; ipsorũ qui sub μ π θ, ο π π, recti: reliquus igitur qui sub θ ο π rectus est. Similiter et reliqui. Quadratũ igitur est π θ π λ, poßibile aũt est quæ in principio aßũpta π θ π λ, cẽtra & paralleloς cõficiẽtia μ ν, ν ξ, ξ ο, ο μ, cõnectere ipsas π θ, θ λ, λ π, π π, et dicere ipsũ π θ π λ quadratũ. Si uerò assumamus et reliquorũ triãgulorũ cẽtra, cõnectamusq; eadẽ, ostẽdemus reliqua quadrata, habebimusq; in dato octahedro cubũ descriptũ, quod agendũ fuerat. Eucl. ex Zãb. Theor. 5. Prop. 5.

Camp. 6. ## In dato icosahedro dodecahedrum inscribere.

HYPSICLES ex Zamb. Exponatur quinquãgulum ipsius icosahedri α β γ δ ε, et centra circulorũ qui circũ α ζ ε, α ζ β, β ζ ι, ζ γ δ, δ ζ ι, triãgula, sintq; π θ π λ μ, cõnectãturq; π θ, θ π, π λ, λ π, μ π. Et rursus cõnexæ ζ η, ζ θ, ζ π, extẽdãtur in ξ ν ο bifariã, nẽpe ipsæ ε α, α β, 6 γ, secabũtur in ipsis ξ ν ο signis. Et sicut ν ξ ad ν ο, sic π θ ad θ π, æqualis igitur est θ ν, ipsi π ο. Similiter iã et reliqua ipsius π θ π λ μ pentagoni latera, æqualia demõstrabũtur. Dico q; et æquiangula. Quoniã enim duæ ν ξ, ν ο ad binas π θ, θ π, æquos cõprehendunt



παρὰ δύο, id est, paralleli.

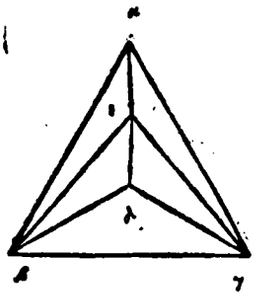
angulos, & reliquã manifesta sunt. Intelligatur ab ipso ζ ad ipsius α 6 γ δ ε pentagoni planũ perpẽdicularis acta quæ cadit in cẽtrũ eius qui circũ pẽtagonũ circuli. Si uerò ab ipso ν in signũ in quod cõcurrit quæ ex ζ perpẽdicularis cõnectamus. ac per θ paralleli agemus ad eã, manifestũ quod cõcurrit ei quæ ex ζ perpendiculari, et quæ ab ipso ο parallelus rectũ cõprehendit angulũ, unà cũ ea quæ ex ζ perpẽdiculari. Rursus si cõnectamus ab ipsis ζ π in cẽtrũ eius qui circũ α β γ δ ε pẽtagonũ circuli, et in signũ in quod cõcurrit quæ ex θ, ei quæ ex π cõnexa recta, quo cũ eadẽ cõprehẽdet. Ex quo manifestũ est q; quinquangulũ π θ π λ μ in uno est plano. Nos uerò scire oportet, q; si quis nos interroget quot latera habet icosahedrũ, sic dicemus: Manifestũ q; icosahedrum sub 20 triãgulis cõprehẽditur & q; unumquodq; triãgulum tribus rectis lineis cõstat. Oportet igitur nos multiplicare 20 triãgula in ipsa trianguli latera, fiunt 60. quorũ medietas sunt 30. Similiterq; & in dodecahedro. Rursus quoniã 12 quinquangula dodecahedrũ cõficiunt, et unũquodq; quinquangulũ quinq; cõtinet rectas lineas, efficiemus duodecies quinq;, & fiunt 60. rursus eorum medietas sunt 30. Cur autẽ dimidium efficiamus? Quia quodlibet latus etiã si fuerit triãgulũ siue quinquãgulũ siue quadratũ ut in cubo, * ex secundo capitur. Itidẽ eadẽ disciplina in cubo & in pyramide: & in octahedro eadẽ efficiẽs latera cõperies. Si uerò uelis rursus uniuscuiusq; figurarũ angulorũ numerum inuenire, rursus eadẽ efficiẽs diuide per plana cõprehẽdentia unũ angulũ solidi. * Et quoniã icosahedri angulũ quinq; triãgula cõprehendunt, diuide per quinq;, fiunt 12 icosahedri anguli. In dodecahedro, tria pẽtagona angulũ cõprehẽdunt, diuide per tria & uiginti, habebis dodecahedri angulos. Similiter autẽ & in reliquis angulos inuenies. Quæsitum est quomodo ab unaquaq; quinq; solidarum figurarũ uno plano cõprehẽdentiũ quomodocunq; dato, inuenitur et inclinatio, in quã adinuicẽ inclinãtur cõprehendentia plana unãquãq; figurarũ. Inuẽtio aũt (sicut Isidorus noster magnus magister enarrabat) hunc habet modũ. Quod quidẽ in cubo per rectũ angulũ dispescũt ipsũ cõprehẽdentia plana adinuicẽ, manifestum. In pyramide uerò exposito uno triãgulo, cẽtris terminis unius lateris, spacia uerò à uertice in basin perpendiculari acta, ambitiones descriptæ inuicẽ se secent, & ab ipsa sectione ad cẽtra cõnexæ rectæ lineæ cõprehendent inclinationẽ planorũ pyramidem comprehendẽtium. In octahedro uerò à latere trianguli descripto quadrato, cẽtris terminis diagonij, interuallo autem itidem trianguli perpendiculari, describantur circumferentiæ, & rursus à communi sectione ad centra connexæ rectæ lineæ * comprehendent definentem in binas rectas quæsitæ inclinationis. In icosahedro porrò, à latere trianguli descripto pentagono connectatur sub binis lateribus subtensa recta linea, & centris terminis eiusdem, interuallo autẽ ipsius trianguli perpendiculari descriptis circũferentijs, quæ ex communi sectione

ἴσον, ut.

περιφέρειαι τὴν λείπουσαν εἰς δύο ὀρθάς, id est, comprehendẽt eũ quo quæsita inclinatio à duob. rectis deficit.

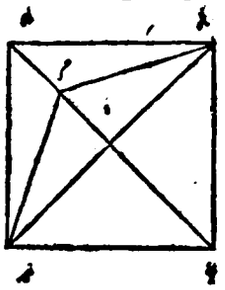
ctione ad centra connexæ, cõprehendent desinentẽ similiter in binas rectas inclinationis icosahedri planorum. In dodecahedro uerò expositio uno quinquangulo, connexa similiter sub binis lateribus subtensa recta linea, cẽtris terminis eiusdem, interuallo autẽ acta perpẽdiculari à bisaria sectione ipsius in parallelum ei latus pentagoni, describantur circunferentiæ & quæ à signo in quod inuicẽ concurrunt ad centra connexæ, similiter cõprehẽdunt * desinentẽ in binas rectas inclinationis planorũ dodecahedri. Sic quidẽ clarißimus ille uir de prædictis disseruit, clarã putans in quouis demonstrationẽ. Sed ut manifesta fiat illorum demonstratio, uisum est uerba ipsius declarare, primumq; in pyramide. Intelligatur pyramis sub quatuor æquilateris triangulis comprehensa α β γ Δ, basi α β γ, fastigio uerò Δ, & secto ipso α Δ latere (per 10 primi) bisariàm in ε, connectatur β ε, ε γ. Et quoniam α Δ β, α Δ γ, triangula æquilatera sunt, & α Δ bisariam secatur, ipsæ igitur α ε, ε γ, perpẽdiculares sunt in ipsam α Δ. Dico quòd angulus qui sub β ε γ, est acutus. Quoniã enim dupla est α γ ipsius α ε, quadruplũ est quod ex α γ eius quod ex α ε: Sed quod ex α γ, æquũ est eis quæ ex α ε, ε γ, (per 47 primi) quorũ quod ex α γ ad id quod ex γ ε rationẽ habet quam 4 ad 3, & est æqualis γ ε ipsi ε β: quod igitur ex β ε γ, minus est eis quæ ex β ε, ε γ: acutus igitur est qui sub β ε γ. Quoniã igitur binorũ planorũ α β Δ, α Δ γ, communis sectio est α Δ, & cõmuni sectioni ad angulos rectos sunt rectæ lineæ in utroq; ipsorũ planorũ actæ β ε, ε γ, & acutũ angulum cõprehendunt: angulus igitur qui sub β ε γ inclinatio est planorum, et est datus, data enim β γ latus existens trianguli, & utraq; ipsarum β ε, ε γ, perpẽdicularis, subsistẽs æquilateri trianguli, centris nimirum β, γ, hoc est terminis unius lateris, interuallo uerò trianguli perpendiculari descripti * ambitus, sese inuicẽ in ε signo dispescunt. Et quæ ab ipso in ipsa β γ connexæ rectæ lineæ, cõprehendunt planorũ inclinationẽ: id autẽ erat dictum. Et quod cẽtris quidem β γ, interuallo autem trianguli perpendiculari, descripti circuli adinuicem se secent, perspicuum est, utraq; enim ipsarum β ε, ε γ, maior est dimidia ipsius β γ, centris autem β γ, interuallo autem dimidia ipsius β γ descripti circuli, sese inuicem tangunt. Si uerò minor fuerit, neq; se tangunt, neq; dispescũt: si uerò maior, omnino secant: & sic in pyramide hæc consequens apertè apparet ratio. Intelligatur rursus in quadrato α β γ Δ, pyramis uerticem habens ζ, & ipsam cõprehendentia * bisariam basis triangula æquilatera, erit autẽ α β γ Δ pyramidis dimidiũ octohedri, secetur (per 10 primi) unũ latus unius trianguli α ε bisariam in ϛ, & connectãtur β ϛ, Δ ϛ, æquales igitur sunt β ϛ, Δ ϛ, & perpendiculares in α ε. Dico quòd angulus qui sub β ϛ Δ, obtusus est, connectatur enim β Δ. Et quoniã quadratũ est α γ, dimetiẽs autem β Δ, quod ex β Δ, duplum est eius quod ex Δ α. Quod aũt ex Δ α, ad id quod ex Δ ϛ rationem habet (sicut in præcedenti dictum est) quã 4 ad 3, & quod ex Δ β igitur ad id quod Δ ϛ, rationem habet quam octo ad tria, æqualis autem est Δ ϛ, ipsi ϛ ζ. Quod igitur ex Δ β, eis quæ ex β ϛ, ϛ Δ, maius est. Obtusus igitur est qui sub β ϛ Δ. Et quoniam binis planis seinuicem secantibus, hoc est α β ε, α Δ ε, communis sectio est α ε, & ad rectos angulos ei in utroq; ipsorũ planorũ actæ sunt, ipsæ autem β ϛ, Δ ϛ, obtusum cõprehendentes, qui igitur sub β ϛ Δ, angulus * desinit in binas rectas inclinationes ipsorũ α β ε, α Δ ε planorũ. Si datus fuerit igitur qui sub β ϛ Δ, datur quoq; dicta inclinatio. Quoniã igitur datur triangulũ octahedri & unũ latus octahedri est α Δ, & ab ipsa quadratum describitur α γ, dataq; β Δ, dimetiens existens ipsius quadrati. Sed & β ϛ, ϛ Δ, ipsius trianguli perpẽdiculares. Quare & qui sub β ϛ Δ angulus datur. Descripto igitur quadrato ex latere trianguli sicut α γ, & connexa diametro sicut β Δ, si centris β Δ, interuallo autem trianguli perpendiculari circulos describamus, seinuicem in ϛ dispescent. Et quæ ex ϛ in centra connexæ rectæ lineæ, comprehẽdunt inclinationem eam quæ sub β ϛ Δ, * quæ desinit in binas rectas (sicut dictum est) ipsorũ planorũ inclinationis. Et hic perspicuũ est quidẽ sicut utraq; ipsarum β ϛ, ϛ Δ, est dimidia ipsius β Δ maior, ac per hoc in organica cõstructione circulos sese inuicẽ dispescere necesse est. Et ex demõstratione manifestum sit sicut β Δ ad Δ ϛ potentia rationem habet quam octo ad tria, dimidiæ uerò ipsius β Δ potentia quadrupla est, & proinde maior est utraq; ipsarum β ϛ, ϛ Δ, dimidia ipsius β Δ, & hæc quidem de octahedro. In icosahedro autem intelligatur pentagonum æquilaterum α β γ Δ ε, & in eo pyramis uerticẽ habens ϛ, ut triangula ipsam comprehendentia æquilatera sint, erit iam ipsa α β γ Δ ε pyramis pars icosahedræ figuræ. Secetur unum latus unius trianguli ϛ γ

ut suprà.



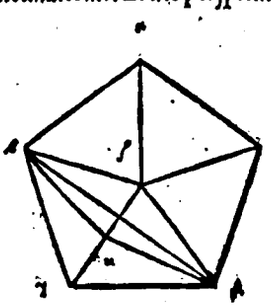
ὁρισμοὶ ἐφεξῆς.

ἄλλως τῆς βάσεως, præter basim.



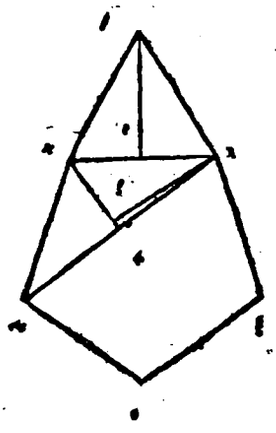
Est quo deficit à duobus rectis inclinatio.

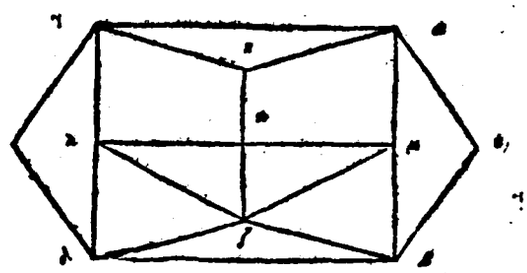
ut suprà.



bifariã in κ, & connectantur β κ, κ Δ, æquales existentes & perpendiculares factæ in ipsum ζγ. Dico quòd qui sub β κ Δ angulus obtusius est, & ibidem manifestum est, nam connexa recta linea β Δ, obtusum quidem explicat eum qui sub β γ Δ ipsius pentagoni angulum, hoc autem maior qui sub ϛ κ Δ, ipsæ namque β κ, κ Δ, ipsis β γ, γ Δ, sunt minores: similiter iam ut in præcedenti, quod qui sub ϛ κ Δ angulus * desinit in binas inclinationes ipsorum β ζγ, γ ζΔ, triangulorum, hoc dato, data erit & inclinatio ipsius icosahedri planorum. A latere nanq; trianguli icosahedri descripto quinquangulo connexa sub binis lateribus subtensa pentagoni, sicut in ipsa descriptione β Δ data, similiter autem & ipsis β κ, κ Δ perpendicularibus triangulorum, datur & qui sub β κ Δ. Si enim centris limitibus eius quæ sub binis lateribus subtensa pentagoni, sicut ϛ Δ, interuallo autem ipsius trianguli perpendiculari circuli describantur, secabunt se inuicem sicut in κ, & quæ ex κ ad ipsa β Δ connexæ rectæ lineæ, comprehendent desinentem sub binis rectis ipsorum planorum inclinationis, & hic quidem ex descriptione manifestum est, quòd utraque ipsarum β κ, κ Δ maior est dimidia ipsius β Δ. Instrumentali quoq; fabrica est ostendere. Intelligatur separatim æquilaterum quidem triangulum θ κ λ, ab ipso autem κ λ quinquangulum describatur κ μ ν ξ λ, & connectatur μ λ, excitenturq; (per 12 primi) perpendicularis ipsius θ κ λ trianguli, θ ο. Dico quòd ipsa θ ο maior est dimidia ipsius μ λ subtendentis inclinationem planorum. Acta ab ipso κ in ipsam μ λ, perpẽdiculari ipsa κ π quoniam qui sub κ λ π maior est tertio recti, hoc est eo qui sub κ θ ο, constituatur ei qui sub κ θ ο æquus qui sub π λ ρ, ipsa igitur π λ, perpendicularis est æquilateri trianguli cuius est latus ρ λ, quare quod est ex ρ λ, ad id quod ex λ π, rationem habet quàm 4 ad 3, maior autem est κ λ, ipsa λ ρ. Quod igitur ex κ λ, ad id quod ex λ π, maiorem rationem habet quàm 4 ad 3, habet autem et ad id quod ex θ ο, quàm 4 ad 3. Ipsa igitur κ λ, ad λ π maiorẽ rationem habet quàm ad θ ο, maior igitur est θ ο ipsa λ κ. In dodecahedro sic intelligatur unum quadratũ cubi à quo dodecahedrũ describitur, & sit α β γ Δ, & bina plana dodecahedri, hoc est α κ β ζκ, κ Δ θ γ ζ. Dico iam & hic datum esse, binorum quinquangulorum inclinationem. Secetur (per 10 primi) ζκ bifariam in κ, & ab ipso κ ipsi ζκ (per 11 primi) ad angulos rectos excitentur in utroq; planorũ κ λ, κ μ, & connectatur μ λ. Aio primum quòd qui sub μ κ λ angulus obtusius est. Ostensum autẽ est in decimotertio Elementorum uolumine, siue statu dodecahedri, quod quæ ex κ perpendicularis acta in α β γ Δ, quadratum dimidia est lateris pentagoni, quare minor est dimidia ipsius μ λ & id propterea qui sub μ κ λ angulus obtusus est. Simulq; ostẽsum est in eodem theoremate quòd & quòd quidem ex κ λ, æquum est ei quod ex dimidio lateris cubi & ei quod ex dimidio lateris pentagoni, quare quoniam eadem κ λ & κ μ sunt æquales, & maiores sunt dimidia ipsius μ λ: dato igitur angulo sub μ λ κ, desinens in binas rectas inclinatio erit planorum, uidelicet data. Quoniam igitur latus α β γ Δ, quadratũ subsistens est bina latera pentagoni, daturq; & pentagonum, datur ergo & μ λ. Datur autem & utraque ipsarum μ κ, κ λ, perpendiculares etenim sunt à bifaria sectione κ β sub binis subtensa lateribus in parallelum eidem latus pentagoni ut ζκ. Datur igitur qui sub λ κ μ desinens (sicut dictum est) in binas rectas quæsitæ inclinationis. Binæ igitur in instrumentali fabrica dixit quòd oportet dato pentagono, connectere subtensam sub binis lateribus quæ æqualis sit ipsius cubi lateri, & centris limitibus ipsius, interuallo uerò ab ipsa bifaria sectione acta perpendiculari in parallelum eidem pentagoni latus, sicut in descriptione κ λ, κ μ, descriptæ circunferentiæ, & ab ipso commissuræ circunferentiarum signo ad centra connectere rectas lineas comprehendentes desinentem in binas rectas inclinationis ipsorum planorum, quod enim ipsa κ λ, perpendicularis maior est dimidia ipsius μ λ: dictum est, sicut in Elementis simul etiam est ostensum.

ὑποτείνει subtendit.





DECIMIQVINTI LIBRI FINIS.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS CLARISSIMO VIRO PAVLO PIsano, patritio Veneto, equiti lurato, grauiſſimoque Senatori. fælicitatem perpetuam.

LICET Mathematicę diſciplinæ, quę primum certitudinis faſtigium uno omnium philoſophantium iudicio obtinent, Paule Piſane uir grauiſsime, à priſcis illis philoſophãtibus ſemper excultæ fuerint, tamen Aſtrologiam cęteris longè præſtare cenſuerim, & hoc ſanè binis adductus rationibus: nam longè clariora & excellentiora ſunt, quæ ab aſtrologis in cœleſtium globorum cõuerſione, aſtrorumq; reuolutione, traduntur: hac ſiquidem diſciplina cœleſtia, quæ his inferioribus longè ſunt præſtantiora, homines intuentur, aſtra fixa errantiaq; pariter, diſtantias, ſoliſq; & lunæ defectus coniectant, quæ Deus opt. max. mira ſapientia conſtruxit. Illud quoq; accedit quòd hæc diſciplina reliquas tres in ſeſe continet: nam cum in Aſtrologicis theorematibus ſpectantur circuli, anguli, quadrata, quæ ex cœleſtium globorum conuerſione fiunt, tunc Geometria eſt opus, cum uerò numeri adhibentur, ut ſupputationes accõmodatius fieri poſſint, tam minutorũ, quàm ſecundorum & reliquarum particularum (ſicut in magna conſtructione Mathematica Claudius tradit Ptolemæus, quam imperiti Almageſtum, neſcio quo belluoſo nomine appellant) tunc auxiliatur Arithmetica, ſi autem globorum motus alios celeriores, at alios tardiores inuenis, ubi eos ſimul cõparaueris, proportionalibus ſeſe mutuò correſpõdere cõperies, quas Muſica diſciplina oſtẽdit. Pythagoreus nanq; Nicomachus in globorũ cœleſtium reuolutionibus Harmoniã ſonoſq; gigni in Muſicis tradit. Cuius diſciplinæ primordia quæ Phęnomena ſunt, hoc eſt apparentia, cum Euclides Megarẽſis clariſsimus mathematicus mira indagatione conſcripſerit, opuſculum illud ijs, qui Aſtrologiæ diſciplinam ſibi uendicare contendunt, utile & ſcitu iucundum, cum fortaſſe hiſce diebus ad noſtras manus peruenisſet, ne tanta utilitate ſtudẽtes carerent, illud Latinum fecimus. Quod opus quoniam Latinis hucuſque ignotum extitit, uoluimus ut ſub tuo nomine è Græcia in Italiam migraret, ſeſeq; Latinis præberet legendum (ut licet ex ſeſe au-

ctoritatem uel maximam habeat: nam non rectè sentiunt, qui Euclidi plurimum non tribuunt) tua auctoritate, maior existimatio & auctoritas ei accederet. Tum ut licet te pater meus, nos'que omnes semper excoluerimus, tuaq; uetustissima fuerimus mancipia, hanc obseruationem nostram nullam esse censerem, nisi ea tibi hoc mune re certior fieret. Quod opus ubi abs te comprobatum fuisse cognoscam, communi utilitati consulens, conabor ut aliorum præclarissima mathematicorum opera in lucem ueniant. Tu uerò uale in æternum, nostrisq; uotis da facilem cursum. In ædibus patrijs xij. Kal. Octobris, in XI. IIVI. & XIX. Elemento à reconciliata diuinitate.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI *philosophi Platonici mathematiciq; præstantissimi Phænomena, ex traditione Theonis, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.*

QVONIAM *astra non errantia ex eodem oriri loco, in eundemq; locum occidere spectantur, quæq; simul oriuntur simul semper oriri, & quæ simul occidunt, semper simul occidere. Ab ortuq; in occasum uergentia eisdem inuicem interuallis distare, ueluti Orionis, ad id quod obtigit à cingulo ad pedes usq; idem semper est interuallum. Id, inquam, fit in ijs solis quæ in gyrum feruntur, quoniam uisus omnino à circunferentia æquè distat, quemadmodum in Opticis ostenditur. Receptum siquidem esse oportet astra circulose ferri, in unoq; corpore reuinciri, uisumq; à circunferentijs æquè distare: spectatur siquidem stella aliqua inter sublimes loco, locum ex loco non permutans, sed in qua est regione in eadem reuoluta. Quandoquidem ita ad circulorum circunferentias in quibus reliqua astra feruntur, ubique æquè distare uidetur. Admittendum est sanè circulos omnes parallelos esse, & id propterea astra non errantia per parallelos ferri polum habentes iam dictam stellam. Horum autem nonnulla neque orientia neque occidentia spectantur, eo quia in sublimioribus circulis feruntur, quos semper apparentes appellant. Hæc siquidem sunt astra quæ polum apparentem sequuntur usq; ad circulum arcticum, & quæ polo propinquiora minimo circulo feruntur, maximo uerò quæ longius absunt. At quæ in arctico circulo existunt, horizontem radere uidentur. Quæ uerò ad meridiem omnia & oriri & occidere spectantur, eo quia eorum circuli non sunt toti super terram, sed eorum pars supra, at reliqua sub terra. Eorum uerò segmentorum quæ supra terram unumquodq; quo propius ad semper apparentium circulum maximum accesserit, magis apparet: eorum uerò quæ sub terra quo propius ad dictum circulum accedit, minus spectatur. Eo quia astra in segmento orbis, quod sub terra existunt inuehuntur tempore minimo: quæ uerò in eo quod supra terram maiori feruntur. Quæ uerò ab ijs longius absunt; semper suprà terram tempus obtinent minus: quæ uerò sub terra minus, minimum uerò tempus habebunt quæ suprà terram feruntur ea quæ in meridiem uergunt: quæ uerò infra terram maius, quæ uerò inter hos medij sunt æquale tempus habent ei quæ sub terra est parti. Quare orbem huiusmodi æquinoctialem appellamus. Qui uerò ab æquinoctiali circulo æqualiter distent, æquali tempore, & segmentis uicißim æqualibus inuehuntur, sicut quæ suprà terram aut in septentrionem uergunt, eis quæ super terram in meridiem tendunt. Quæ uerò supra terram in meridiem tendunt, eis quæ infra terram ad septentrionem commeant, utriusque enim circuli & eius qui supra terram, & qui sub terra in continuum tendit idem tempus, apparet præterea lacteus circulus & zodiacus in parallelos obliqui existentes circulos, seseq; inuicem in circunuectione dispescentes semper hemicyclia super terram habere uidentur. Iam ex his omnibus quæ dicta sunt mundus sphæricæ speciei esse supponitur. Si enim cylindroides aut conoides esset. Quæ in obliquis circulis æquinoctialemq; bifariam secantibus stellæ comprehensæ in ambitu, neutiquam semper in æqualibus semicirculis prouehi apparerent, sed quandoq; in maiori semicirculi segmento, & quandoque in minori. Si enim conus aut cylindrus plano secetur, non autem ad basim, sectio fit oxygoni coni,*

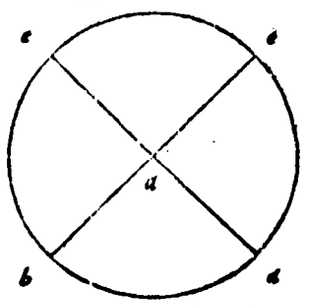
quæ

quæ clypeo ſimilis eſt. Manifeſtum igitur quòd huiuſmodi figura in medium ſecta & in longum & in latum diſſimilia ſegmenta efficiet. Manifeſtum autem quòd & ſi obliquè per medium ſecta fuerit, & ſic diſſimilia efficiet ſegmenta. Quod in mundo nequaquàm fieri deprehenditur, his igitur omnibus mundus eſt ſphæricus, equaliterq; circa axem uoluitur. Cuius unus quidem eſt polus ſupra terram apparens, alter uerò infra terram occultus. Horizon uerò uocetur per planum noſtrum procidens in mũdo circulus finiensq; ſupra terrã ſpectatum hemiſphæriũ, ſi ſphæra nãq; plano ſecta fuerit ſectio circulus eſt. Meridianus porrò circulus appelletur, qui per ſphæræ polos & rectè ad horizontẽ prouenit. Tropici uerò ſunt quos per mediũ zodiacus orbis tangit, qui eoſdẽ cum ſphæra polos habent, ſed qui per medium currit zodiacus circulus & æquinoctialis maximi ſunt, biſariam enim inuicem ſeſe diſpeſcunt in principio arietis & libræ, ſunt nanq; in diametro & in æquinoctiali exiſtentes, coniugatè oriuntur & occidunt, inter ipſos habentes 12 ſignorum ſex ſigna, æquinoctialis uerò circuli binos ſemicirculos, quãdoquidem utrunq; principium in æquinoctiali orbe exiſtens in eodem feratur tempore, & quæ ſupra & quæ infra terram eſt pars. Si enim ſphæra circa ſuum æqualiter axem euoluta fuerit, omnia in ipſius ſphæræ circunferentia conſiſtentia ſigna in æquali tempore ſimiles circunferentias circulorum per quos feruntur tranſibunt. ſimiles igitur æquinoctialis circuli circũferentias tranſibunt, eam ſcilicet quæ ſupra terram, & eam quæ infra: circunferentiæ igitur ſunt æquales, ſemicirculus etenim utraq; eſt. Nam ab oriente in ortum, ſiue ab occidente in occaſum totus circulus eſt. Id propterea animalium circulus & æquinoctialis inuicem ſeſe biſariam diſpeſcunt. Si uerò in ſphæra bini circuli ſeſe inuicem biſariam ſecuerint, uterq; ſecantium maximus eſt. Igitur zodiacus orbis, & æquinoctialis maximi ſunt, & horizon quoque maximus eſt, zodiacum etenim & æquinoctialem orbem maximos exiſtentes ſemper biſariam diſpeſcit. Duodecim uerò animalium ſex ſemper ſupra terram, & æquinoctialis circuli ſemper ſuperne ſemicirculum habent: quæq; in eo ſunt aſtra ſimul & orientia & occidentia in eodem tempore aduenient, alterum ſiquidem ab ortu in occaſum, alterum uerò ab occaſu in ortum. Ex his igitur oſtenſis manifeſtum eſt quòd æquinoctialis circuli ſemicirculus in horizonte eſt. Si uerò in ſphæra manens circulus biſariam maximorum aliquem ſecuerit ſemper delatum, & ſecans quoque maximus eſt, horizon igitur maximus eſt.

Theorema 1. Apparens 1.

TErra in medio mundo eſt, cẽtriq; ordinem obtinet ad mũdum.

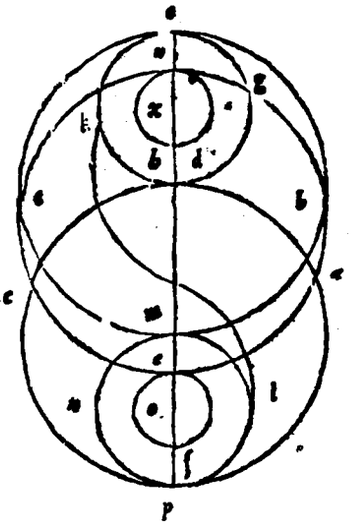
Sit in mundo horizon a b, terra autem ſit uiſus noſter qui ſit ad d, ſintq; orientales partes c, occiduæ uerò ſint a, ſpecteturq; per dioptram iacentem ad d. ſignum cancer oriens in c ſigno, ſpectabitur igitur eadem dioptra capricornus occiduus, ſpectetur per a ſignum & quoniam ſigna a d c, per dioptram ſpectantur, recta igitur eſt linea quæ per a d c, eſto a d c, manifeſtum iam eſt quòd a d c dimetiens eſt non errantium ſphæræ & zodiaci, quãdoquidẽ zodiaci ſuper horizontem ſex animalia diſcindit. Rurſus iam moto zodiaco & dioptra ſpectetur leo oriens in b ſigno: ſpectabit igitur eadem dioptra aquarius occidẽs, ſpectetur in e ſigno, & quoniam e d b ſigna per dioptram ſpectantur, recta eſt linea quæ per e d b, ſit e d. Igitur ipſa e d b diametros eſt, & non errantium ſphæræ & zodiaci circuli, patuit autem quod & a d c. Igitur d ſignum centrum eſt, non errantium ſphæræ, eſtq; ad terram, ſimiliter iam oſtendemus quòd ſi illud ſignum, in terra aſſumatur centrum eſt mundi, terra igitur in medio mundo eſt, centriq; ordinem ad mundum obtinet.

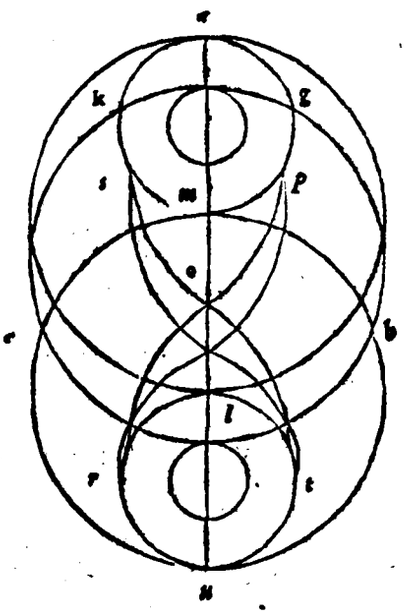


Theorema 2. Apparens 2.

IN uno mũdi ambitu, qui per polos ſphæræ circulus bis erit rectus ad horizõtem, zodiacus uerò circulus ad meridianum bis erit rectus, ad horizontem uerò minimè quando polus horizontis fuerit inter æſtiuum tropicum circulum, ſi uerò in aliquo tropicorũ fuerit polus horizontis, zodiacus circulus omnino ad horizõtem rectus erit: quando autem polus horizontis inter tropicos circulos fuerit, zodiacus circulus ad horizontem bis erit rectus.

Esto horizon circulus b e c, & maximus semper apparentium circulorum esto ω d, maximus uerò semper non apparentium esto e f, æstiuus uerò tropicus sit g h k, hybernus autem tropicus sit l m n, zodiacus porrò circulus positionem habeat sicut k l, poli autem sphæræ sint x o, signa, describaturq; per x maximus circulus a x e o. Dico quòd in uno sphæræ ambitu, qui per polos sphæræ circulus bis erit rectus ad horizontem, zodiacus autem circulus ad meridianum bis erit rectus, ad horizontem uerò minimè quando polus horizontis inter g h k, & ω d, fuerit, quod quidem qui per polos sphæræ ad b e c, horizontem bis est rectus ostẽditur. Dico iam quòd k l, ad a o, meridianum bis erit rectus. Quoniam enim in sphæra bini circuli, ω b c, g h k, sese inuicem dispescunt, perq; polos eorum describitur circulus maximus a h o, æqualis igitur est circunferentia k h, ipsi h k, & l p, ipsi p n, estq; æqualis circunferentia g h k, ipsi circunferentiæ l p n, æqualis igitur est l p, circunferentia ipsi k h circunferentiæ. In quo igitur tempore k signum ab ipso exordiens k, ipsam k h, percurrens circunferentiam in h, peruenit in eo & l signum ambitum l p, percurrens in ipsum stabit, & zodiacus circulus positionem habebit sicut h b, p c. Nam quoniam in sphæra bini orbes a g h k, b h p c, sese inuicem tangunt, ac per unius polum & contactum maximus describitur circulus x h o b. Igitur ipse x h o q, orbis ueniet & per ipsius h b p c, orbis polos, ad eum'que rectus erit, quare & h b p c, orbis ad ipsum x h o p, orbem rectus est. Rursus quoniam ad circunferentiam ipsi m n, circunferentiæ similis est, in quo igitur tempore a ad d, peruenit in eodem & n ad m, & zodiacus circulus positionem habebit sicut a b m c. nam quoniam in sphæra bini orbes a b m c, a h sese inuicem tangunt, perq; unius polum & contactum maximus describitur circulus a x o h, rectus igitur est a x h o ad a b m c, orbem, quare & a x m c, orbis ad a d h o, orbem rectus est. Rursus quoniam a k circunferentia ipsi l m, circunferentiæ similis est, in quo igitur tempore a, peruenit ad k, in eodem & m ad l uenit. zodiacusq; circulus positionem habebit sicut k l: in quo igitur tempore k incipiens a k, ipsamq; k h, percurrens circunferentiam ad h, peruenit, quod temporis interuallum est unius sphæræ ambitus, ipse k l, orbis ad b a c, orbem bis erit ad angulos rectos. Eisdem expositis sit polus ipsius b e c K, inter signa d x. Dico quòd K l, circulus zodiacus ad b e c K, horizõtem neutiquam erit erectus. Si enim orbis K l rectus est ad orbem b e c K, ipsum per polos dispescit, trãsietq; per polum existentem inter d x, secabit quoq; ipsum g h K, tropicum quod est impoßibile, idq; propterea K l zodiacus non erit rectus ad b e c K, horizontem. Sit autem horizontis polus in l m n, in m signo. Dico quòd omnino orbis K l, ad horizontem rectus erit. Nam quoniam K m circunferentia, ipsi l n circunferentiæ, est æqualis. In quo igitur tempore K ipsam K m, percurrens circunferentiam ad m, peruenit, in eodem l in n, erit & zodiacus circulus positionem habebit sicut b K c. Quoniã igitur b m, ipsum n b c, horizõtẽ per polos secat, ipsumq; bifariã secat & ad angulos rectos. Rectus igitur est zodiacus circulus ad horizontem. Esto autem polus horizontis inter tropicos, sitq; o signũ. Dico q, K l circulus ad horizõtẽ bis erit rectus. describãtur per polũ o maximi orbes s o t, p o r, tangentes ipsum a g m K, tanget iam & ipsum t n r, & quoniam orbis p o r, ipsum g e K, per polos secat bifariam & ad angulos rectos ipsum secat, rectus ergo est circulus p o r, ad g e K. Idq; propterea iã orbis s o t, ad g K e, rectus est. Et quoniã qui ex K semicirculus sicut ad K l partes cõtactũ nõ admittit ipsi s semicirculo, sicut ad s t, partes. Similis & K s, circunferen-





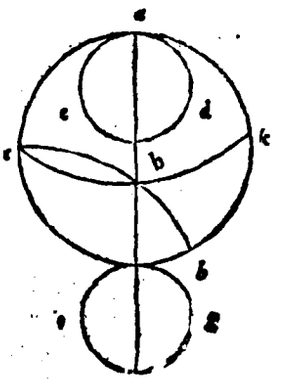
tia

tia ipſi l t circumferentiæ: in quo igitur tempore k in s peruenit, in eodem & l in t, & k l circulus coheret in ipſo s t circulo. at s t circulus ad g e k rectus eſt: & k l igitur ad e k rectus eſt. Rurſus quoniam s m p circumferentia ipſi t n r eſt ſimilis: in quo igitur tempore s in p, in eodem quoq; & t in r uenit, & circulus zodiacus conuenit in circulo p o r, & p r ad g e k rectus eſt, & zodiacus circulus rectus eſt ad g e k horizontem, bis igitur zodiacus circulus ad horizontem rectus eſt.

Theorema 3. Apparens 3.

ASTRORUM non errantium, ortus occaſuſq; efficientium, unumquodq; iuxta eadem horizontis ſigna oritur & occidit.

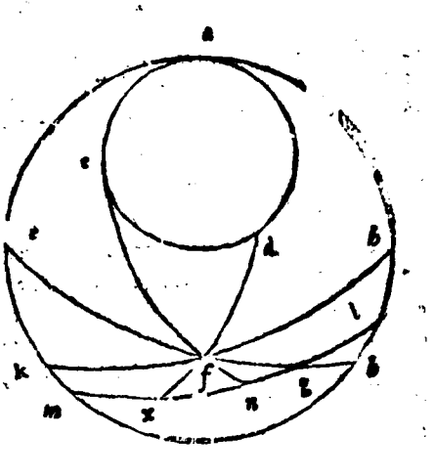
Sit in mundo horizon a b c, maximus autem ſemper apparentium eſto circulus a d e, non apparentium uerò maximus eſto b g s, aſſumanturq; ſignum h ortus & occaſus facientiũ. ſintq; orientales partes c, occiduæ uerò ſint k. Dico quòd h ſignũ ſemper iuxta eadẽ horizontis ſigna oritur & occidit cuoluta ſphæra. ſit orbis per quem ſignũ h conuertitur, ſitq; k h c, igitur orbis k h c ipſum horizontem ſecat, eſtq; rectus ad ipſius ſphæræ axem. Ipſi autem axi ad angulos rectos exiſtentes circuli, horizontem diſpeſcentes, ortus & occaſus per eadem horizontis ſigna efficiunt. orbis igitur k h c, per c ſignũ oritur, & per k occidit. fertur autem h ſignũ in circumferentia ipſius k h c circuli, & h igitur ſignum per ſignum c oritur, & per k occidit.



Theorema 4. Apparens 4.

ASTRORŨ in maximi circuli ambitu exiſtentium, maximum'q; ſemper apparentium non tangentis, neq; ſecantis, quæ prius oriuntur, prius & occidunt: & qui prius occidunt, prius oriuntur.

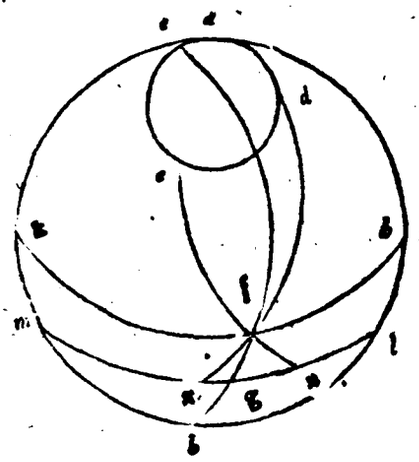
Sit in mundo horizon a b c, maximus autem ſemper apparentium ſit a d e, alius autem maximus orbis eſto e f b, non ſecans circulum a d e, neq; ipſum tangens. Aſſumantur q; in ipſius c f b circuli circumferentia bina contingentia ſigna, ſintq; f g. Dico quòd ipſorum f g ſignorum, quod prius oritur, prius & occidit: & prius occidens, prius oritur. Sint autem orientales partes c, occiduæ uerò ſint b, ſintq; parallelli circuli per quos ſigna f g inuehuntur b k, l m, & per f maximus deſcribatur circulus n f e, ipſum a d e circulum tangens, ut tamen non tangat ſemicirculum qui ex e ſicut ad partes e f n, ei qui ex a ſemicirculo ad a c partes: ſimilis igitur eſt k f circumferentia, ipſi m n circumferentiæ: reliqua igitur f h circumferentia & continua ei ſub terram uſque ad k, ſignum ſimilis eſt ipſi n l circumferentiæ & ei contiguæ ſub terram uſque ad m ſignum. In æquali igitur tempore f n ſigna, ipſas f h, n l, & eis continuas uſque ad k m ſigna circumferentias pertranſeunt. Ipſa igitur f n ſigna ſimul oriuntur, & g ipſo n prius oritur, & g igitur ipſo f prius oritur. Dico quòd & prius occidit. deſcribatur per f ſignum maximus circulus x f d, ipſum a d e, circulum tangens, ut a b d, ſemicirculus ad partes d f x, ipſi a, ſemicirculo ad partes a b, non concurrat. ſimilis igitur eſt f h, circumferentia ipſi x l. In æquali igitur tempore f ſignum, ipſam f h circumferentiam tranſit, & x ſignum ipſam n l circumferentiam. Igitur f ſigno in h ducto. & x, in l, ſtabit. Ipſa igitur f x, ſigna ſimul occidunt: & g, ipſo x, prius occidit, & g ipſo igitur f, prius occidit: ſimiliter iam demonſtrabimus, quòd & prius occidens prius & oritur.



Theorema 5. Apparens 5.

ASTrorum in maximi orbis ambitu qui maximum ſemper apparentium ſecat, exiſtentium, quæ in ſeptentrione ſunt prius oriuntur, poſterius ucrò occidunt.

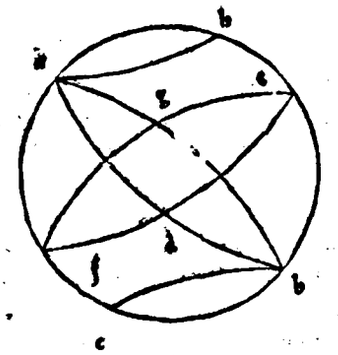
Eſto in mundo horizon a b c, maximus autem ſemper apparentium ſit ad e, alius autem maximus circulus eſto c f b, ipſum a d e, circulum diſpeſcens. Aſſumanturq; in ipſius c f b, orbis ambitu bina contingentia ſigna, ſitq; f ſignum ad ſeptentrionem. Dico quòd f, ſignum ipſo g prius quidem oritur, poſterius autem occidit. Sint orientales quidem partes c, occiduæ uerò ſint b, ſintq; circuli paralleli per quos f g, ſigna inuchuntur h k, l m, deſcribaturq; per f ſignum maximus circulus n f c, ipſum a d e, circulum tangens, ut non tangat eum qui ex a, ſemicirculum ad partes f g, ei qui ex a ſemicirculo, ſicut ad a c k, partes. Similis ergo eſt f k, circumferentiæ ipſi n m circumferentiæ. Reliqua igitur h f, circumferentia & continua ei ſub terram uſque ad k ſignum ſimilis erit ipſi n l, circumferentiæ & ei continuæ ſub terram uſque ad m ſignum. In æquali igitur tempore ipſa f n, ſigna ipſas f h, n l, circumferentias & eis continuas uſque ad k m, ſigna percurrent. Igitur ipſa f n, ſigna ſimul oriuntur. Ipſum autem n ipſo f prius oritur, & f ipſo g igitur prius oritur. Dico quòd & poſterius occidit, deſcribatur per x ſignum maximus circulus f d, ipſum a d e, circulum tangens, ut non tangat eum qui ex d, ſemicirculum ſicut ad partes d f, ei qui ex a ſemicirculo, ſicut ad a h partes. Similis igitur eſt f h, ambitus ipſi x l, ambitui. In æquali igitur tẽpore f, ipſum f h, ambitum, & x ipſum x l, perficit. Ipſo igitur f in h ſigno exiſtente, & x in l ſtabit, ipſa igitur x f, ſigna ſimul occidunt. Ipſum autem g prius ipſo x occidit. Igitur & g ipſo f prius occidit, quare et x ipſo g poſterius occidit, patuit autem quòd & prius oritur. Igitur ipſum f ipſo g prius oritur, poſterius autem occidit.



Theorema 6. Apparens 6.

IN zodiaco circulo aſtra conſiſtentia in diametro cõiugatè oriuntur & occidunt, ſimiliter & qui in æquinoctiali.

Sit in mundo horizon a b c, zodiacus autem circulus poſitionem habeat a d b, æquinoctialis autem eſto e f d, ſintq; ipſorum quidem ſegmenta ſuper terram a g b, e g f, in diametro igitur eſt a, ſignum ipſi b ſigno, & e ipſi f. Dico quòd ipſa a b & e f, ſigna coniugatè oriuntur & occidunt. Sint orientes partes a, occiduæ uerò b, & ſint paralleli circuli per quos ſigna a b inuchuntur a h, b c, ſitq; ſegmentum a h ſuper terram, at b c infra terram. Quoniam a ipſi b & e, ipſi f eſt in diametro, æqualis igitur eſt circumferentia e b, ipſi a f, circumferẽtiæ. Sed e b, ipſi f c, eſt æqualis, & a f igitur ipſi f c, eſt æqualis, eſtq; maximus parallelorum e f d, æquus igitur eſt orbis a b ipſi b c orbi, ſuntq; ipſorum ſegmenta quæ uicißim a h, b c, æqualis igitur eſt a h, circumferentia ipſi b c circumferentiæ, in æquali igitur tempore a ſignum ipſum a h, ambitum tranſiens in h ueniet, & b ipſam b c, circumferentiam perficiens ueniet in c. Sed a ipſam a h, percurrens in h proueniens occidit, at b ipſam b c, currens in c, quod proueniens oritur. Ipſo igitur a occidente, ipſum b oritur, ſimiliter demonſtrabimus quòd & a oriente b occidit. Rurſus quoniam uterque ipſorum e g f, f d e, ſemicirculus eſt, æqualis eſt ambitus f g e, ipſi f d e, ambitui, in æquali igi-

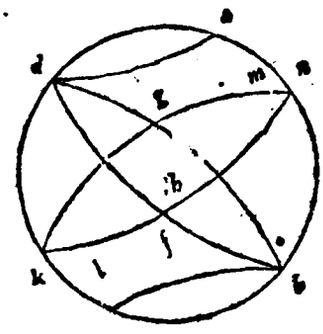


tur

tur tempore f, ſignum ipſam f g e, circumferentiam efficiens in e, ueniet & e ipſum efficiens ambitum e d f in f ueniet. Sed f quidem per f g e, circumferẽtiam ductus in e, quod proueniens occidit. At e, per e d f, ambitum inuectus in f, quod prouoniens oritur. Ipſo igitur f occidente e, oritur. ſimiliter iam demonſtrabimus quòd f ipſo oriente ipſum e occidit. Similiter autem & omnia in zodiaco & æquinoctiali aſtra conſiſtentia in diametro coniugatè oriuntur & occidunt.

Aliter ex impoſsibili.

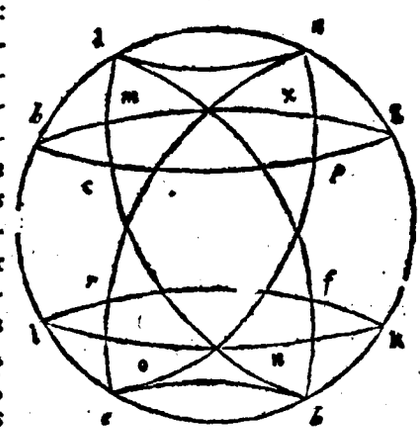
Sit horizon circulus a b c d, æſtiuus autem tropicus ſit a d, hybernus uerò b c, zodiacus porrò poſitionem habeat ſicut d g b f. ſintq; in d g b f in diametro ſigna f g. Dico quòd ipſo f oriente, ipſum g occidit. Si autem eſt poſsibile, non occidat, ſed eſto h, occidens & per f h, paralleli deſcribantur circuli n h: f k, quare f ſigno oriẽte per k, ipſum h occidet per n, & zodiacus circulus poſitionem habebit ſicut m n l k, & quoniam unuſquiſq; ipſorum a b c d, m n, l k, maximus eſt: in diametro igitur eſt k ipſi n, ſed & k ipſi f, eſt idem, & n ipſi h, igitur f, ipſi h, eſt in diametro, ſed & g, quod eſt impoſsibile. Igitur oriente ipſo f, ipſum g occidit.



Theorema 7. *Apparens 7.*

ZOdiacus circulus per omnem horizontis locũ inter circulos tropicos oritur & occidit, quando maximus ſemper apparentium maior fuerit circulo tropico, cõuerſionesq; contrarias fecerit trãſmutatus. quãdo enim ortus ad meridiem cum ipſo ad ſeptentrionem occaſu immutatus fuerit, tranſmutatus apparet: quando uerò ortus ſeptentrionalis cum ortu meridiano immutatus fuerit, tranſmutatus apparet, & quandoq; aliter ſupra nos ſtabit.

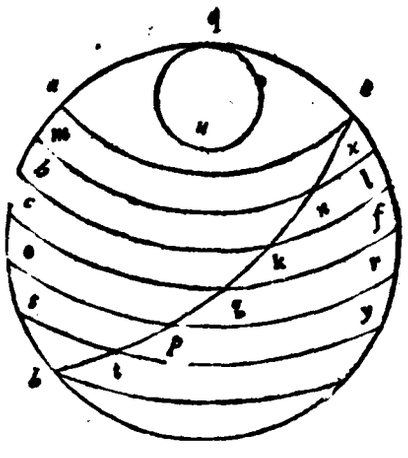
Sit in mundo horizon a b c d, æſtiuus quidem tropicus ſit a d, hybernus uerò tropicus b c, zodiacus circulus poſitionem habeat d e b, ſitq; d e b, ſegmentum infra terram, at d f b, ſupra terram. Dico quòd zodiacus circulus per omnem horizontis locum inter tropicos oritur & occidit, conuerſionesq; efficit oppoſitò tranſmutatus: quando enim ortu meridiano eo qui ad ſeptentrionem immutatus fuerit, tranſmutatus apparet, & quandoque aliter ſupra nos ſtabit. Sint quidem partes orientales d c, occiduæ uerò a b, quod igitur zodiacus quidem circulus per omnem horizontis inter tropicos locum oritur & occidit, manifeſtum eſt, quandoquidem maximos tangit orbes: fuerit autem unus eorum quem tangit horizon. Dico autem quòd & conuerſiones oppoſitæ immutatus efficit, aſſumantur æquales & ex oppoſito circumferentiæ d e, b f. Deſcribanturq; paralleli circuli per quos ſigna e f, inuehuntur g e h, k f l. Quoniam circumferentia d e ipſi b f, circumferentiæ eſt æqualis, communis apponatur e b, tota igitur d e b, toti e b f, eſt æqualis, ſemicirculus eſt autem d e b, ſemicirculus igitur eſt & e b f: in diametro igitur eſt per præcedentem e ſignum ipſi f ſigno, & quoniam circumferentia e d, ipſi d m, circumferentiæ eſt æqualis, & b f, ipſi b n. Sed d e ipſi b f eſt æqualis, & d m igitur ipſi b n eſt æqualis. Communis apponatur m b, tota igitur d m b toti m b n eſt æqualis, ſemicirculus autem eſt d m b, ſemicirculus igitur eſt m b n, igitur per præcedentem in diametro eſt m ſignum ipſi n ſigno, & quoniam per præcedentem zodiaci circuli in diametro ſigna exiſtentia coniugatè oriuntur & occidunt. Ipſo igitur d ſigno oriente per ſignum d ipſum b, quod ei eſt in diametro ſignum occidit, & ipſo igitur e, oriente per h ſignum f, quod



quod ei eſt in diametro occidit per k ſignum, & ipſo n ſigno oriente per l ſignum ipſum m, quod ei eſt in diametro ſignum, per g ſignum occidit, & inſuper ipſo b ſigno per c oriente, ipſum d, quod ei eſt in diametro per a occidit. Quando igitur zodiacus circulus ortu meridiano cum occaſu ſeptentrionali immutatus fuerit, tranſmutatus apparet. Dico quòd & quando ortu qui ad ſeptentrionem, occaſu eo qui ad meridiem permutatus fuerit, immutatus apparet. Oriente ſiquidem d e b ſemicirculo, zodiacus circulus poſitionem habebit a x c. Similiterq; oſtendemus quòd in diametro eſt ipſum quidem x ſignum ipſi o ſigno & r ipſi p. Et quoniam ſigno c oriente per c, quod in diametro ipſi c, eſt a, ſignum occidit per a. Ipſo autem o, per l ſignum, oriente ipſum x, quòd eſt ei in diametro per g ſignum occidit. Ipſo autem p ſigno per h, oriente ipſum r, quod ei eſt in diametro per k occidit. Et inſuper ipſo a ſigno, per d oriente, ipſum c, quod ei eſt in diametro per b occidit. Quando igitur zodiacus circulus ortu ſeptentrionali eo qui ad meridiem immutatus fuerit, permutatus apparet, patuit autem quòd & quando ortu meridiano occaſu ſeptentrionali immutatus fuerit, permutatus apparet, & manifeſtum quòd & quandoq; aliter ſupra nos ſtabit. Quando enim zodiaci circuli contactus fuerit in biſaria ſectione ſegmenti, quod ſupra terram tropici eſtiui ad nos erit rectus: quando uerò in biſaria ſectione ſegmenti, quod infra terram eſtiui tropici humilior ad nos erit, ſemperq; longius factus à biſaria ſectione ſegmenti circuli, quod ſupra terram eſtiui tropici ualde erit proclinatus, ſimiliter autem erit inclinatus æquè diſtans ab utraq; biſaria ſectione.

Theorema 8. *Apparens 8.*

SIgna in inæqualibus horizontis ſegmentis oriuntur, & occidũt, & in maximis quæ ad æquinoctialem, in minoribus autem quæ hæc ſequuntur, in minimis uerò quæ ad tropicos, in æqualibus quę ab æquinoctiali circulo æquè diſtant.



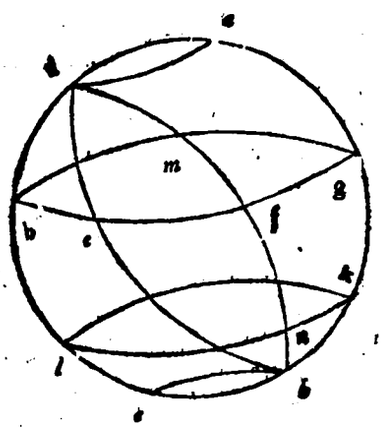
Sit horizon circulus a b c d, tropici autem a c, b d, maximus uerò ſemper apparẽtium ſit q u, et zodiacus porrò circulus poſitionem habeat c b, æquinoctialis circulus ſit e f. Secetur q; utraq; ipſarum c g, g b, in tria æqualia per n k, p t, ſigna. Dico quòd ipſæ c n, n k, k g, g p, p t, t b, circumferentiæ in æqualibus horizontis ſegmentis oriuntur & occidunt. In maximis ipſæ k g, g p, in minoribus autem k n, p t, in minimis uerò c n, b t, in æqualib. k g, ipſi g p, & k g, ipſi p t, & n c, ipſi t b. Sint per quos inuehũtur ipſa n k, p t, ſigna paralleli circuli m x, h l, o r, s y. Quoniã ipſæ g k, k n, n c, ſunt adinuicem æquales: ipſæ igitur f l, l x, x c, adinuicẽ ſunt maiores, incipientes à maxima f l. Idq; propterea ipſæ quidem e h, h m, m a, inuicem ſunt maiores, incipientes à maxima e h, & inſuper ipſæ quidem f r, r y, y d, ab ipſa f r, maxima incipientes inuicem ſunt maiores, & inſuper ipſæ e o, o s, s b, ab ipſa e o, maxima incipientes inuicem ſunt maiores, & quoniam ipſæ c n, n k, k g, g p, p t, t b, oriuntur quidem per c x, x l, l f, f r, r y, y d circumferentias, occidunt autem per a m, m h, h e, e o, o s, s b, quare in inæqualibus horizontis ſegmentis oriuntur & occidunt. Et quoniam in ſphæra, paralleli circuli h l, o r, maximi alicuius circuli circumferentias ipſius c b, hoc eſt p g, g k æquas auferunt ad maximum parallelorum e f, æqualis igitur eſt circulus h l, ipſi o r circulo. Quoniam igitur in ſphæra æquales & paralleli circuli h l, o r maximi alicuius circuli circumferentias ipſius a b c d, ipſas l f, f r, auferunt ad maximum parallelorum e f, æqualis eſt circumferentia l f, ipſi f r circumferentiæ. Similiter autem oſtendemus, quòd circumferentia f x ipſi f y, circumferentiæ eſt æqualis. Reliqua igitur x l, reliquæ r x, per tertiam communem ſententiam eſt æqualis. Iam id propterea & c x, ipſi y d. Signa igitur in inæqualibus horizontis ſegmentis oriuntur & occidunt: in maximis quidem quæ ad æquinoctialem, in minori quæ ea ſequuntur, in minimis uerò quæ ad tropicos, in æqualibus porrò quæ ab æquinoctiali circulo æqualiter diſtant.

Theorema

Theorema 9. Apparens 9.

SIgnorum circuli ſemicirculi, qui exordiū in eodem parallelo non habuerint inæquali tempore oriuntur toti, & in pluri qui cum cancro, in minori autem qui ſubſequuntur, in minimis uerò qui cū capricorno: quicunque autem exordium in eodem habuerint parallelo, in æqualibus temporibus oriuntur.

Sit in mundo horizon a b c d, æſtiuus autem tropicus ſit b c, zodiacus uerò circulus poſitionem habeat, d e b f, ſintq; orientales partes quidem c d, occiduæ uerò a b & d e b: ſit qui poſt cancrum ſemicirculus, at b f d ſit, qui poſt capricornum. Dico quòd ipſius zodiaci circuli ſemicirculi qui exordium in eodem non habent parallelo, inæquali tempore oriuntur, & in pluri quidem qui cum ipſo cancro d e b, in minore quā hunc ſubſequuntur, in minimo autem qui cum capricorno b f d, quicunque uerò exordium in eodem parallelo habuerint æquali tempore oriuntur, auferantur æquales circumferentiæ d e, b f. Deſcribanturq; paralleli circuli g e h m, k f l n, per quos inuehuntur ipſa, e f ſigna. Sintq; eorū quæ ſupra terram ſegmenta g m h, k f l. Similiter iam oſtendemus, ſicut in præcedentibus quòd in diametro eſt e ſignum ipſi f ſigno, & m ipſi n. Et quoniam ipſa a d circumferentia, ipſa m h circumferētia eſt maior aut ei ſimilis. Ipſa autem g m h, ipſa k f l, & inſuper k f l, ipſa b c. In maiori igitur tempore d ſignum, incipiens a d, ipſam d a circumferentiam ambit: quam e incipiens ab h, ipſam h m g circumferentiam ambit. Et e ab ipſo h incipiens in maiori tempore ipſam h m ambit, quàm n incipiens ab l ipſam l f k, ambit circumferentiam, & n ab ipſo l incipiēs in maiori tempore ipſam f k ambit quàm b ab ipſo c incipiens ipſam c b ambit circumferentiam. Sed in quo quidem tempore d ſignum ipſam [illegible] ambit circumferentiam, in eo & ei exiſtens in diametro b ſignum, ipſam b c ambit circumferentiam, & ſemicirculus d e b oritur. In quo autē tempore e incipiēs ab ipſo h ipſam h m g ambit circumferentiam in eo f, ei in diametro exiſtens incipiens a k, ipſam k n l, ambit circumferentiam, & ſemicirculus e b f oritur. In quo uerò tempore n incipiens ab ipſo l, ipſam l f k ambit circumferentiam, in eo m & in diametro exiſtens incipiens ab ipſo g, ipſam g e h ambit, & ſemicirculus n b m oritur. In quo uerò tēpore b incipiēs ab ipſo c, ipſam c b ambit, in eo ipſum d ei exiſtens in diametro incipiens ab a, ipſam a d ambit: & ſemicirculus b f d, oritur. In maiori igitur tempore ſemicirculus qui cum cancro oritur, hoc eſt ipſe d e b, minore uerò eo quod in d e b ipſe e b f, & inſuper ipſe n b m, in minori ipſo e b f, in minimo demum qui capricorno. Dico inſuper quòd quæcunque, exordium in eodem parallelo habuerint æquali tempore oriuntur, habeant enim ipſi m d n, e b f, ſemicirculi exordium in eodem parallelo, dico quòd æquali tempore ipſi m d n, e b f, ſemicirculo oriuntur: quoniam in æquali tempore m ſignum incipiens ab h, ipſam h m g, ambit circumferentiam, & e incipiens ab h, ipſam h m g ambit circumferentiam, ſed in quo tempore m ſignum incipiens ab h ipſam h m g ambit, in eodem quod ei eſt in diametro n incipiens a k, ipſam k n l ambit circumferentiam, & ſemicirculus m d n oritur. In quo autem tempore e ſignum incipiens ab h ſigno, ipſam h m g ambit circumferentiam, in eodem quod ei eſt, in diametro f incipiens ab ipſo k ipſam k n l, ambit circumferentiam, & ſemicirculus e b f, oritur. In æquali igitur tempore ipſi m d n, e b f, ſemicirculi oriuntur.



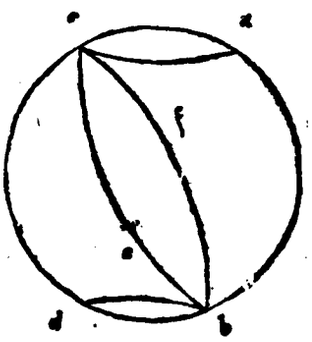
Theorema 10. Apparens 10.

SI zodiaci circuli bini ſemicirculi communem quandam habentes circūferentiam inæquali tempore orti fuerint, & ex oppoſito circumferentiæ inæquali tēpore oriuntur, & eædem erunt differentiæ

tempore,

tempore, in quibus ſemicirculi & circumferentia quæ ex oppoſito oriuntur, & ſi zodiaci circuli bini ſemicirculi æquali tempore communem quandam habentes circumferentiam orti fuerint, & quæ ex oppoſito circumferentiæ æqualibus temporibus orientur.

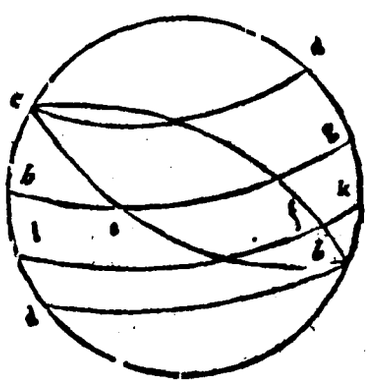
Sit horizon circulus a b c d, tropicus uerò æſtiuus ſit a c, hybernus autem ſit b d, zodiacus porrò ſit b c. Aſſumanturq; æquales circumferētiæ c e, b f, ipſi igitur ſemicirculi c e b, e b f, inæquali tēpore oriūtur. Dico quòd & ipſæ c e, b f, circumferentiæ in æquali tempore oriuntur. Nam quoniam c e b, ipſo e b f, in maiori oritur tempore communis auferatur ipſius e f, circumferentiæ ortus tempus: ipſa enim a b, circūferentia eadem, ſed in æquali oritur. Reliqua igitur c e, ipſa b f in maiori tempore oritur; & manifeſtum quòd eodem ſunt differentiæ tempore, in quibus ipſi c e b, e b f, ſemirculi oriuntur, & quæ ex oppoſito circumferentiæ c e b, b f. Manifeſtum autem quòd ſi ſemicirculi aliqui æquali tempore orti fuerint, & quæ ex oppoſito circumferentiæ æquali tempore orientur.

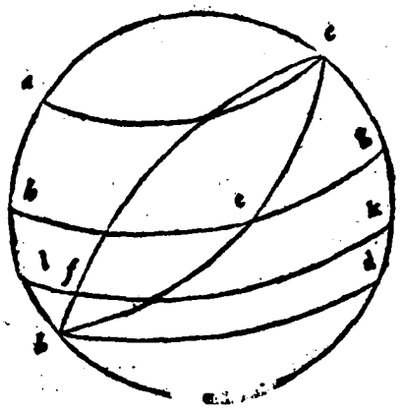


Theorema 11. Apparens 11.

ZOdiaci circuli æqualium & ex oppoſito circumferentiarum, in quo tempore altera oritur, & altera occidit, & in quo altera occidit, altera oritur.

Sit horizon circulus a b c d, tropicus autem æſtiuus ſit a c, hybernus autem b d, zodiacus ſit c b, aſſumāturq; in ipſo æquales circumferentiæ ex oppoſito c e, b f. Dico quòd in quo tempore c e oritur, b f occidit. Sint per quos inuehuntur e f, ſigna paralleli circuli g h k l, & quoniam aſtra in zodiaco in diametro exiſtentia per 6 theorema coniugatè oriuntur & occidunt. Ipſo igitur e oriente f occidit. In quo igitur tempore e, incipiens a b e, ipſa e h, ambiens circumferentiam uenit in h, in eodem & f ab ipſo f incipiens f k ambiens ad k uenit. Sed quando e ipſam e h ambiens ad h uenit, circūferentia e c, oritur: quando uerò f ipſam f k ambiens ad k uenit, occidit b f circūferentia. In quo igitur tempore c e, circūferentia oritur in eodem f b, circumferentia occidit. Dico quòd & in quo tempore b f oritur, occidit ipſa c e. Immutetur enim in b a, caſu zodiacus circulus, habeatq; poſitionem ſicut e e b. Dico quòd in quo tempore b f oritur, ipſa c e occidit. Quoniam f ipſi e ſigno in diametro eſt, ipſo igitur f oriente, ipſum e occidit. In quo igitur tempore f ipſam f l, ambiens circumferentiam ad l uenit. In eodē & e ipſam e g, circumferentiam percurrens ad g, uenit. Sed quando f ipſam f l, circumferentiam ambiens peruenit ad l, ipſa b f oritur. Quando uerò e ipſam e g ambiens ad g uenit, ipſa c e occidit. In quo igitur tempore b f, ambitus oritur, in eodem & c e, ambitus occidit.



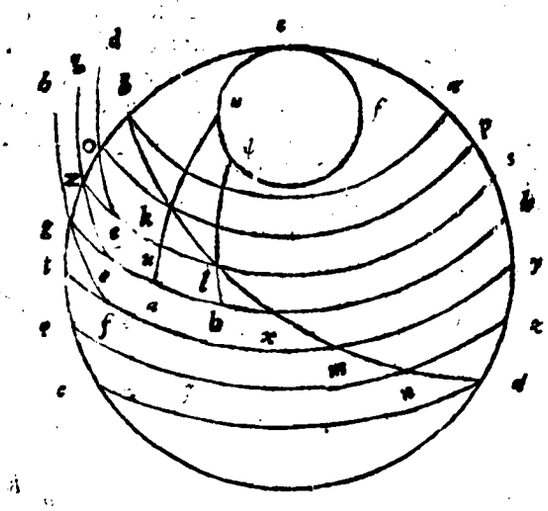


Theorema 12. Apparens 12.

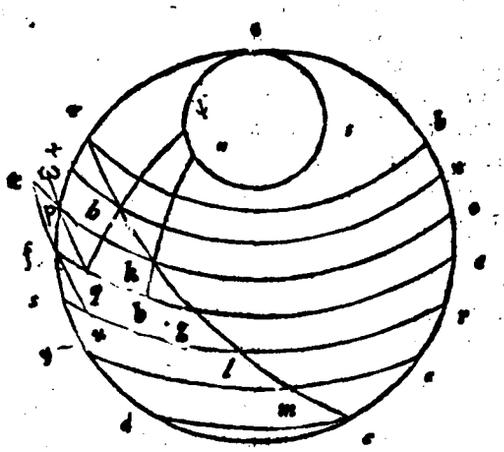
SEmicirculi qui cum cancro æqualem circumferentiæ inæqualibus temporibus occidunt, & in maiori quæ ſunt ad tropicorum

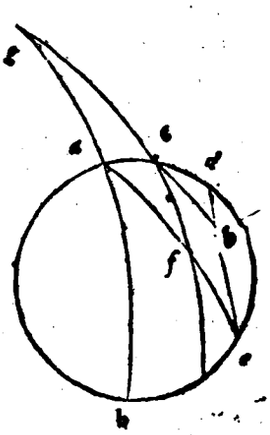
corum contactus, in minori autem quæ has ſubſequuntur, in minimis uerò quæ ad æquinoctialem, æqualibus porrò qui æqualiter diſtant ab æquinoctiali circulo & occidunt & oriuntur.

Eſto horizon circulus a b c d, maxima autem ſemper apparentium ſit e f, tropicus uerò æſtiuus ſit a b, hybernus ſit c d, ſit porrò cum cancro ſemicirculus qui ſuper terram b d, æquinoctialis circulus ſit h g. Secetur q; utraque ipſarum b x, d x, in tria æqualia per ſigna k l, m n. Dico quòd ipſæ b k, k l, l x, x m, m n, n d, in æqualibus temporibus occidunt, & in maiori quidem ipſæ b k, n d, in minoribus ipſæ k l, m n, in minimis uerò ipſæ l x, x m, in æqualibus porrò ipſa quidem l x, ipſi x m, ipſa k l, ipſi m n, & b k ipſi n d. Sint per quos inuehuntur ipſa k l, m n, ſigna paralleli circuli p o, s r, y t, z φ. Deſcribantur per k l, maximi orbes ψ a, ω b ipſum tangentes circulum e f. Quoniam ipſæ b k, k l, l x, adinuicem ſunt æquales, ipſæ igitur g a, a b, b x, ſunt adinuicem maiores incipientes ab ipſa g a maxima. Quoniam igitur g a ipſa a b maior eſt, ſed g a ipſi o k eſt ſimilis; & a b ipſi u l & o k, igitur ipſa u l maior eſt uel ei ſimilis. Ipſa autem l r maior fuerit uel ſimilis o k. Sit ipſi o k ſimilis l c. In quo igitur tempore k, ſignum incipiens ab ipſo k, ipſam k o, ambiens circunferentiam ad ipſum uſque peruenit o. In eodem & l, incipiens ab ipſo l, ipſam l c ambiens peruenit ad c, & zodiacus circulus poſitionem habebit ſicut c o d. Quoniam igitur o k circunferentia ipſi l c ſimilis eſt, ſed o k ipſi r u eſt ſimilis, & r u igitur ipſi l c eſt ſimilis, ſintq; eiuſdem circuli. Aequalis igitur eſt r u ipſi c l, communis auferatur c u. Reliqua igitur r c ipſi u l eſt æqualis, & o k ipſa u l eſt maior aut ei ſimilis, & o k igitur ipſa r c maior eſt aut ſimilis ei, in pluri ergo tempore k ipſam k o circunferentiam ambiens peruenit ad o quàm c, incipiens a c ipſam c r ambiens circunferentiam ueniat ad r. Sed in quo quidem tempore k ipſam k o ambiens circunferentiam, uenit ad o, ipſa b k circunferentiam occidit: in quo autem tempore c ipſam c r ambiens circunferentiam, peruenit ad r, occidit circunferentia k l. In maiori igitur tempore occidit b k quàm k l. Rurſus quoniam minor eſt a b ipſa b x, ſed a b ipſi u l eſt ſimilis, & ipſa igitur u l ipſa b x, maior eſt uel ei ſimilis, multo igitur maior eſt r l ipſa b x, uel ei ſimilis. Ipſa autem g x minor, uel ei ſimilis, ſit ipſi r l ſimilis x e. In quo igitur tempore x ipſam x e, circunferentiam ambiens ad e, uenit in eodem & l ipſam l r, circunferentiam ambiens ad r, uenit & zodiacus circulus poſitionem habebit ſicut e r g. Quoniam igitur circunferentia r l ipſi e x ſimilis eſt, ſed r l ipſi g b eſt ſimilis, & g b igitur ipſi e x eſt ſimilis, & ſunt eiuſdem circuli, æqualis igitur eſt g b ipſi e x circunferentiæ, communis auferatur e b: reliqua igitur g e, reliquæ b x eſt æqualis. Et quoniam u l ipſa b x, maior eſt aut ſimilis ei, æqualis autem eſt ipſa quidem u l ipſi r c, & b x ipſi g e, & r c igitur ipſa g e, maior eſt aut ei ſimilis. In maiori igitur tempore c ipſam c r, circunferentiam ambiens ad r uenit quàm e, ipſam e g percurrens ad g ueniat. Sed in quo tempore c ipſam c r, circunferentiam ambiens ad r uenit, ipſa c o circunferentia occidit, hoc eſt ipſa k l circunferentia occidit. In quo igitur tempore e ipſam e g, circunferentiam ambiens ad g peruenit, ipſa e r, hoc eſt l x circunferentiam occidit. In pluri ergo tempore k l occidit quàm l x. Rurſus quoniam t m ipſa n x, maior eſt aut ei ſimilis ſit ipſi g x, ſimilis m x. In quo igitur tempore x, incipiens ab ipſo x ipſam x g, ambiens circunferentiam ad g peruenit. In eodem & m ipſam m x, ambiens circunferentiam peruenit ad x, & zodiacus circulus poſitionem habebit ſicut x g h. Et quoniam in ſphæra paralleli circuli t y, r l, maximi cuiuſdem circuli ambitus ipſius b d, ipſos l x, x m, æquos auferunt ad maximum parallelorum orbem g h, æquus eſt r s ipſi t y. Quoniam igitur in ſphæra æquales & paralleli circuli r s, y t, maximi cuiuſdã circuli ambitus a b c d, ad



maximum parallelorum g h auferunt, æqualis est t g ipsi g r, est autem & x n ipsi g h æqualis. Quoniam l x ipsi x m est æqualis: æqualis igitur est & quæ ab h in r ei quæ ab t in f. Est q; orbis y s ipsi t y orbi æqualis, æqualis igitur est circunferentia h r ipsi t f circunferentiæ. Sed ipsa quidem h r ipsi g e ambitui est similis, & ipsa g e igitur ipsi t f est similis. In quo igitur tempore e, incipiens ab ipso e ipsam e g, circunferentiam ambiens ad g peruenit. In eodem & f, ipsam f t ambiens ad t peruenit. Sed in quo quidem tempore e ad g peruenit, occidit g r ambitus, hoc est l x circunferentia. In quo autem tempore f ad t peruenit, occidit f g ambitus, hoc est x m. Igitur l x ambitus ipsi x m, circunferentiæ in æquali tempore occidit. Similiter iam ostendemus quòd & K x ipsi x n, in æquali occidit tempore, quarum l x ipsi x m in æquali tempore occidit. Reliqua igitur K l ipsi m n, in æquali occidit tempore. Similiter iam ostendemus quòd & b K ipsi n d, in æquali occidit tempore. Et quoniam in pluri tempore b K occidit quàm K l, & K l quàm l x. Sed in quo tempore b K occidit, in eodem & d n. In quo igitur tempore K l in eodem & m n. In quo autem l x in eodem x m, & ipsa quidem d n, igitur ipsa n m in maiori occidit tempore, & n m ipsa m x. Dico quòd & ipsa l x ipsa x m, in æquali tempore oritur, & K l ipsa m n, & b K ipsa n d, inspicianturq; ea quæ in secunda descriptione dicta sunt, sitq; cum cancro semicirculus qui sub a c, diuidaturq; utraque ipsarum a g, g c, in tria æqualia per b K l m, signa paralleli autem circuli sint n x, o p, s r, t y, quoniam f g ipsa K p, maior est uel ei similis. Sit ipsi K p similis g q. In quo igitur tempore K, incipiens ab ipso K ipsam K p, ambiens ad p, peruenit in eodem & g, incipiens ab ipso g, ambiens ipsam g q circunferentiam, erit in q. Et zodiacus circulus positionem habebit, sicut q p z. Rursus quoniam l s ipsa g f, maior est aut ei similis. Sit ipsi g f similis l u. In quo igitur tempore g ipsam g f, ambiens peruenit ad f, in eodem & l ipsam l u ambiens peruenit ad f. In eodem & l ipsam l u, ambiens peruenit ad u, & zodiacus circulus positionem habebit, sicut u f ω. Et quoniã in sphæra paralleli circuli o p, r s, maximi cuiusdam orbis circunferentiæ ipsius, ac ipsas l n, g K æquas auferunt ad maximum parallelorum e f, æqualis est o p ipsi r s. Quoniam igitur in sphæra æquales & paralleli circuli o p, r s, maximi cuiusdam orbis circunferentias ipsius a b c d, auferunt ipsas s f, f p, ad maximum parallelorum e f, æqualis est s f ipsi f p, est autem & u f ipsi f ω æqualis, æqualis igitur est & quæ ex p in ω, ei quæ ex u in s, estq; orbis o p ipsi r s orbi æqualis, æqualis igitur est ipsa p ω ipsi u s circunferentiæ. Quoniam autem semicirculus z, non coincidit sicut ad partes z p ipsi ω semicirculo, sicut ad partes ω f, similis est circunferentia p ω ipsi q f circunferentiæ. Sed p ω ipsi u s, est æqualis ipsis circulis æqualibus existentibus. Similis est & q f, ipsi igitur u s. In quo igitur tempore q ipsam q f, ambiens circunferentiam ad f, peruenit in eodem, & u ipsam u s percurrens, ad s perueniet. Sed quando u ad f peruenit, oritur p q circunferentia, hoc est K g circunferentia, quando uerò u ad s uenit, oritur u f circunferentia, hoc est l g & K g, igitur ipsi l g, in æquali tempore oritur, & a b ipsi m c, in æquali tempore oritur, cum cancro igitur semicirculi æquales circunferentiæ in æquali tempore occidunt: & in pluri quidem quæ ad tropicorum contactus, in minori autem quæ subsequuntur, in minimis porrò quæ ad æquinoctialem, in æqualibus quæ æqualiter ab æquinoctiali circulo distant & occidunt & oriuntur.



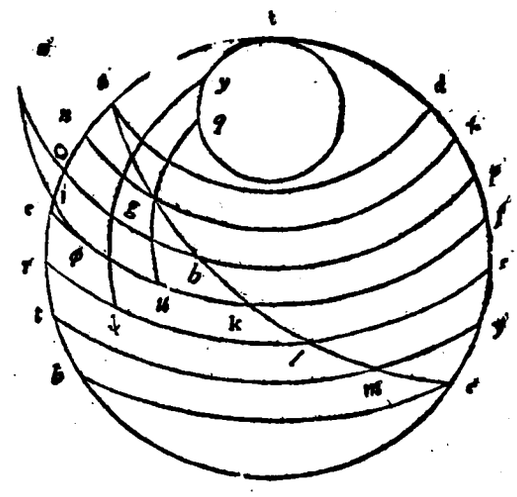


ALITER idem. Eadem manente descriptione. Dico quòd

quòd ipſa a b ipſi a c, in æquali occidit tempore. nam quoniam c d ipſa b e maior eſt, uel ei ſimilis ponatur ipſi b e, ſimilis c f, & zodiacus circulus poſitionem habeat f e g. Et quoniam æqualis eſt a b ipſi b c, æqualis eſt circulus a h ipſi c d circulo, æqualis igitur eſt a e ipſi e d, eſt autem & f e ipſi e g æqualis. Et quoniam c b ipſi b a eſt æqualis, eſt autem & quæ ex g in a, ei quæ ex d in f: æqualis igitur eſt & a g, circunferentia ipſi d f circunferentiæ. Sed ipſa a g ipſi e b eſt ſimilis, & e b igitur ipſi d f eſt ſimilis. In quo igitur tempore b, incipiens ab ipſo b, ipſam b e ambiens circunferentiam peruenit ad e in eodem & f, incipiens ab f, ipſamq; f d ambiens ciucunferentiam, peruenit ad d. Sed quando ipſum b ad e peruenit, occidit b a: quando autem f peruenit ad d, occidit f e, hoc eſt c b. Igitur ipſa a b ipſi c b in æquali occidit tempore.

Aliter xij. eadem & manifeſtior.

Semicirculi qui cum cancro æquales circunferentiæ in æquali tempore occidunt, & in pluri quidem quæ ad tropicorum contactus, in minori autem quæ ſubſequũtur has, in minimis uerò quæ ad æquinoctialem, in æqualibus porrò quæ æqualiter ab æquinoctiali circulo diſtant & occidunt & oriuntur. Sit in mundo horizon a b c d, æſtiuus uerò tropicus ſit a d, hybernus autem tropicus ſit b c, zodiaci porrò ſemicirculus qui cum cãcro ſit ſupra terram a c, ſintq; partes orientales d c, occiduæ uerò a b, æquinoctialis circulus autem ſit e f. Secetur q; a c ſemicirculus in ea quæ in ipſo ſigna per g h k l m, ſigna, deſcribanturq; paralleli circuli n g x, o h p, r l s, & t m y, per quos inuehuntur ipſa g h l m ſigna. Dico quòd in pluri tempore ipſæ a g, m c, circunferentiæ occidunt, in minori autem ipſæ g h, l m, in minimo porrò ipſæ h k, l k, in æquali autem quæ ab æquinoctiali æquè diſtant. Sit maximus ſemper apparentiũ t y q. Deſcribãturq; per g h, maximi circuli y ψ, q g u ipſum orbem t y q tangentes, ut non coincidant ſemicirculi qui ab ipſis y q, ſicut ad partes u & φ ψ, ei qui ex t a ſemicirculo, ſicut ad partes t a.

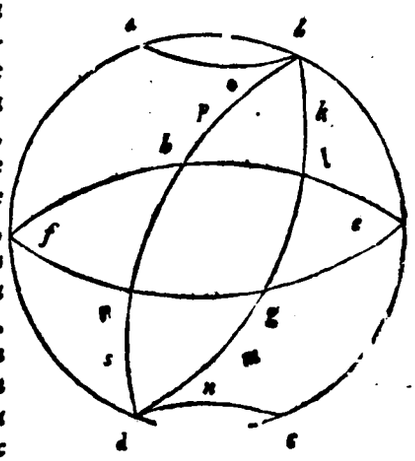


Similis igitur eſt g n, circunferentia utriq; ipſarum ω o, u e, & r, h ω, ipſi u z. In æquali igitur tempore g ipſam g n, ambit circunferentiã, & ω ipſam ω o. Sed tẽpus in quo g ipſam n g, circunferentiã ambit, id eſt in quo circunferentia g a occidit, & tẽpus igitur in quo ω ipſam ω o ambit, id eſt tempori in quo ipſa g a, circũferentia occidit. Rurſus quoniã tempus in quo h ipſam h o ambit, id eſt in quo ipſa h a occidit. A' quibus auferatur tẽpus in quo ω ipſam ω o ambit, idem exiſtẽs tẽpori in quo ipſa h a occidit circunferentia. Reliquũ igitur tempus in quo h ipſam h ω ambit, idẽ eſt tempori in quo ipſa g h occidit circunferẽtia. Similis autem eſt ipſa quidẽ o ω ipſi u e, & ω h ipſi u φ, & tempus igitur in quo u ipſam u e ambit, id eſt in quo ipſa g a occidit circunferentia, tempus autem in quo φ ipſam φ u ambit, id eſt in quo ipſa h g circunferẽtia occidit. Atq; id propterea iam & tempus in quo ipſum k ipſam k φ tranſit, id eſt in quo ipſa k h circunferentia occidit. Et quoniã in ſphæra maximus orbis a b c, quendam tangit circulum parallelum t y q, & ipſum a b c maximi orbes ſecant e f, a e, quorum e f maximus eſt parallelorum, & a c obliquus ad parallelos, & aſſumptæ ſunt circũferentiæ a g, g h, h k, in obliqui circuli circunferentia, æquales conſequenter ad eaſdem partes maximi parallelorum, & per g h ſigna deſcripti ſunt maximi orbes y φ, q g u, ipſum orbem t y q tangentes, maior eſt ipſa quidem e u circunferentia, ipſa u φ circunferentia, & u φ ipſa φ k, in pluri igitur tempore u, ipſam u e trãſit, quàm φ ipſam φ u, & u φ ipſam φ u, pluri tempore ambit quàm k ipſam k φ. Sed tẽpus in quo u ipſam u e trãſit, id eſt in quo g ipſam g n, circunferentiã perficit, hoc eſt in quo ipſa a g occidit circunferentia, tempus autem in quo φ ipſam φ u ambit, id eſt in quo h ipſam h ω perficit, hoc eſt id in quo ipſa g h circunferentia occidit, tempus autem in quo k ipſam k u tranſit, id eſt in quo k h circunferentia occidit. In pluri ergo tempore ipſa a g circunferentia occidit, ipſa g h circunferentia, & g h ipſa h k. Dico iam quòd in æqualibus temporibus, quæ æquè diſtant ab æquinoctiali occidunt. Exiſtente iam k

ſigno in e, zodiacus orbis poſitionem habeat ω i φ, & quoniã æqualis eſt ω e, circunferentia ipſi e φ circunferentiæ, parallelorum autem maximus eſt c f: æquus igitur eſt h p, orbis ipſi r l s, orbi: æqualis igitur eſt o e, circunferentia ipſi e r, circunferentiæ: eſt autem & ω e ipſi e t, æqualis igitur eſt & quæ ex ω in o, ei quæ ex r in l, ſuntq; æquales circuli ipſi ω h p, r l s. ſimilis igitur eſt ω o, circunferentia ipſi r φ circunferentiæ. In æquali ergo tempore r ſignũ, ipſam φ r perficit, & o ipſum o ω. Sed tempus quidem in quo φ ipſam φ r perficit, id eſt in quo ipſa r e circunferentia occidit, tempus uerò in quo o ipſam o ω perficit, ei eſt æquum tempori in quo e ω circunferentia occidit. In æquali ergo tempore φ e, e ω, circunferentiæ occidunt, æqualis autem eſt φ e ipſi l k, & e ω ipſi k h. Ipſæ igitur l k, k h, in æquali tempore occidunt. Similiter autem demonſtrabimus quòd & ipſæ m k, k g, in æquali tempore occidunt, quarum ipſæ l k, k h, in æquali tempore occidunt. Reliqui igitur m l, h k in æquali tempore occidunt. Similiter iam oſtendemus quòd & ipſæ m c, a g, circunferentiæ tempori æquali occidunt. Et quoniam in pluri tempore a g, circunferentia occidit quàm g h, & g h quàm h k, in pluri ergo tempore occidit c m, circunferentia quàm m l, & m l quàm l k. In pluri igitur tempore ipſæ a g, m c, circunferentiæ occidunt: in minori autem ipſæ g h, l m; in minimo uerò b k, k l, in æquali autem quæ æqualiter ab æquinoctiali diſtant occidunt & oriuntur. eadem enim manente deſcriptione, ſi conuertamus zodiacum, efficiamus a c ſemicirculum zodiaci infra terrã, eadem demonſtratio eueniet, demonſtrabiturq; æquè reſtantes ab æquinoctiali æquali tempore oriri & occidere.

Theorema 13. Apparens 13.

SEmicirculi qui cum capricorno æquales circunferentiæ tẽporibus inęqualibus oriuntur, in maiori quidem quę ad tropicorum contactus, in minori autem quę has ſubſequũtur, in minimis uerò quæ ad æquinoctialem, in æquali porrò quæ ab æquinoctiali circulo diſtant, oriunt̃ & occidunt.



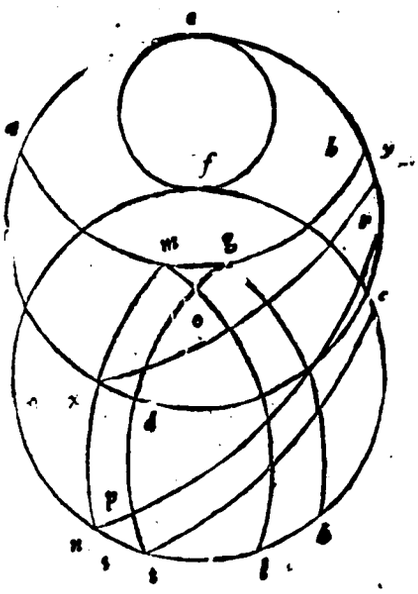
Sit horizon circulus a b c d, æſtiuus uerò tropicus ſit a b, hybernus autem tropicus ſit c d, ſitq; cum capricorno ſemicirculus qui ſub terra d g, æquinoctialis uerò circulus ſit e h f g. Diuidantur utraq; ipſarum b g, g d, in tria æqualia per k l, m n, ſigna. Dico quòd ipſæ b k, k l, l g, g m, m n, n d, temporibus inæqualibus oriuntur, & in pluri quidem ipſæ b k, n d, in minori autem ipſæ k l, m n, in minimis autẽ ipſæ l g, g m, in æquali porrò ipſa b k, ipſi n d, & k l, ipſi m n, & l g ipſi n m oritur. Sit enim cum cancro ſemicirculus ſuper terram b h d, ſeceturq; utraq; ipſarum b h, h d, in tria æqualia in p r s. Quoniam in pluri tempore b o occidit, quàm o p, ſed in quo tẽpore b o occidit, ipſa d g oritur. In quo autẽ tempore o p occidit, n m oritur. In pluri ergo tempore ipſa n d oritur quàm n m. Rurſus quoniam o p in maiori tempore occidit quàm p h. Sed in quo tempore o p occidit, oritur ipſa n m. In quo autem tempore p h occidit, oritur n m. In pluri igitur tempore n m oritur quàm m g. Iam id propterea & ipſa quidem b k, ipſa k l, in maiori tẽpore oritur, & k l ipſa l g, & quoniam in quo tempore p h occidit, in eodẽ & h r. Sed in quo p h occidit, ipſa m g oritur. In quo autẽ tempore h r occidit, & g l oritur, & m g igitur ipſa g l, in æquali tempore oritur. Iamq; id propterea & ipſa quidem k l, ipſi m g, inæquali tempore oritur, & b k ipſi d n. Rurſus quoniã in quo tẽpore p h oritur, in eodem h r. Sed in quo tempore p h oritur, occidit m g: in quo autem tempore h r oritur, ipſa g l occidit. Igitur l g ipſi g m, æquali tempore occidit. Iam id propterea, & ipſa quidem k l, ipſi m n, inæquali tempore occidit, & b k ipſi g d.

Theorema 14. Apparens 14.

ZOdiaci circuli ęquales circũferentiæ inęqualib. temporibus permutãt apparẽs hemiſphærium, ſed in pluri tempore quę propè cõtactum æſtiui tropici ea quæ lõgius diſtat, quãdo polus horizontis inter arcticum circulum & æſtiuum tropicum fuerit.

Sit

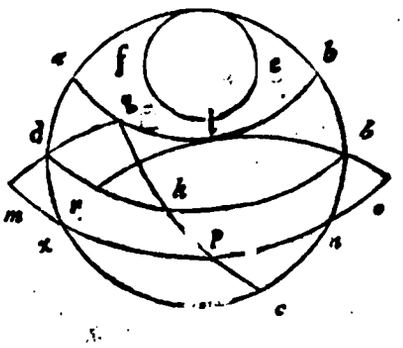
Sit horizon circulus a b c d, maximus autem ſemper apparentium ſit e f, æſtiuus uerò tropicus ſit b a, ſitq; ipſius a b c d, polus inter e f, b a, zodiacus autem circulus quandoq; poſitionem habeat ſicut h g k, quãdoq; uerò ſicut l m n, aſſumaturq; n k m, maior ſemicirculo. Deſcribaturq; per k ſignum circulus maximus k n f, tãgens e f. Quoniam in ſphæra maximus orbis a b c d, quẽdam orbem e f, tangit alium uerò huic parallelum ſecat a b, eſtq; ipſius a b c d, orbis polus inter a b & e f, deſcriptiq; ſunt maximi orbes h g k, l m n, ipſum b a tangentes, maior eſt m x circunferentia, ipſa o d circunferentia. Rurſus quoniam in ſphæra maximus orbis a b c d, circulum quẽdam e f tangit, alium autem huic parallelũ b a ſecat, eſtq; ipſius a b c d, circuli polus inter b a, e f. Deſcribiturq; maximus orbis f n k, ipſum e f tangens, & ipſius f n k, igitur circuli polus eſt inter b a et e f. Alius igitur polus ipſius eſt inter æquos & parallelos ipſis e f & b a, maior igitur eſt ipſa k o, ipſa o m, quorum x m o ipſa o d maior eſt. Reliqua igitur d k, ipſa x n, maior eſt, ponatur ipſi n x æqualis d p. Sintq; per quos inuehuntur ipſa n p ſigna paralleli circuli n r, c p s. Quoniam non coincidit ei qui ex e ſemicirculo, ſicut ad partes e r, ei qui ex f ſemicirculo, ſicut ad partes f n. Similis eſt r n circunferentia, ipſi c s circunferentiæ. Igitur n r, ipſa c p maior eſt uel ſimilis ei. In pluri ergo tẽpore n, incipiens ab n, ipſam n r perficiens circunferentiã, peruenit ad r quàm p, incipiẽs ab ipſo p, ipſam p c ambiens circunferentiã, peruenit ad c. Sed in quo tempore n ipſam n r, circunferentiã ambiens, ad r uenit, ipſa n x, permutat hemiſphærium apparens. In quo autem tempore p incipiẽs à p, ipſamq; p c ambit circunferentiam, & peruenit ad c, ipſa p d permutat apparens hemiſphæriũ. In pluri ergo tempore ipſa x n, permutat apparens hemiſphærium quàm d p. Dico quòd & propior eſt ipſa x n, cõtactui æſtiui tropici q̃ p d. Deſcribatur per x parallelus x y, æqualis igitur eſt x m, circunferentia ipſi d k, maior igitur eſt d g ipſa m x, & x n igitur propior eſt contactui tropici æſtiui quàm ipſa p d.



Theorema 15. Apparens 15.

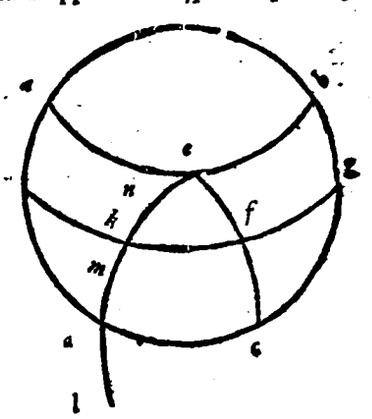
SImiliter autẽ & in altero ſemicirculo, æquales circunferẽtię in inæqualibus temporibus permutãt apparens hemiſphęriũ, & in pluri quidẽ quæ propiores ſunt cõtactui æſtiui tropici, ea quę longius diſtat, in æquali uerò quæ æqualiter diſtant ab æſtiuo tropico in utroq; ſemicirculo.

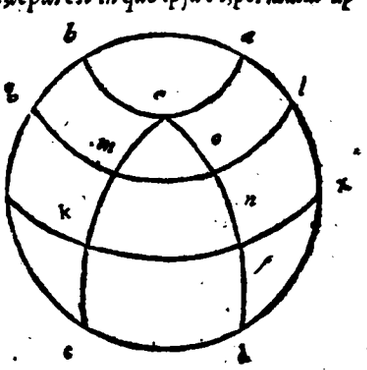
Sit horizon circulus a b c d, maximus autem ſemper apparentiũ e f, æſtiuus uerò tropicus ſit b g a, zodiacus autẽ circulus poſitionẽ habeat c g d. Dico q; in altero ſemicirculo qui ad g c partes, æquales circunferẽtiæ nõ permutãt æquali tẽpore apparẽs hemiſphærium, ſed in pluri quæ propiores cõtactui æſtiui tropici ea quæ lõgius diſtat, in æquali uerò quæ æquè ab æſtiuo tropico diſtant in utroq; ſemicirculo. Deſcribatur per aſſumptionẽ parallelus circulus d h, æqualis igitur eſt k g ipſi g d, permuteturq; zodiacus circulus, habeatq; poſitionẽ ſicut h l r. Quoniã k g, g d, à cõtactu æſtiui tropici æquè diſtãt, in quo igitur tẽpore d g oritur, in eodẽ k g occidit, hoc eſt k l. Sed tẽpus quidẽ in quo d g oritur, id eſt in quo g incipiẽs ab ipſo a, ipſam a g ambiens circunferentiã ad ipſum g uenit. Tẽpus autẽ in quo h occidit, id eſt in quo l incipiens ab ipſo l, ipſam l b ambiens circunferentiã ad ipſum uenit b. In quo igitur tẽpore g, ipſam a g ambiens, ad g peruenit, in eodẽ & l ipſam l b circunferentiã ambiens, ad ipſum uenit b. Cõmunc apponatur tẽpus in quò d, incipiens ab ipſo d, ipſam d k h ambiens circunferentiã, peruenit ad h, tempus igitur in quo g, incipiens ab ipſo a, ipſam a g ambiens circunferentiã, ad ipſum g uenit, cum tempore in quo d



incipiens ab ipſo d,ipſam d h ambiens circunferentiã,ad ipſum uenit h,æquale eſt tempori in quo l,incipiens ab ipſo l,ipſam l b ambiens circunferentiam,ad b uenit cum tempore in quo h,incipiens ab ipſo d ipſam d k b,ambiens circunferentiam in h uenit. Sed tempus quidẽ in quo g incipiens ab a, ipſam a g ambiens circunferentiã ad g uenit,cũ tempore in quo d,incipiens ab ipſo d,ipſam d h,ambiens circunferentiã ad h uenit. Idem eſt in quo g d,circunferentia apparẽs hemiſphærium permutat. Tempus uerò in quo l,incipiens ab ipſo l,ipſam l b,circunferentiã ambiens ad ipſum uenit b,cum tẽpore in quo h incipiens ab ipſo d,ipſam d r h,ambiens circunferẽtiã ad h uenit,id eſt in quo ipſa l h apparẽs hemiſphærium permutat,hoc eſt ipſa k h. In quo igitur tempore k g,circunferentia apparens hemiſphæriũ permutat,in eodẽ & g d. Aſſumatur iam quoddã ſignum m,ut g d ipſi d m ſit æqualis. Sitq; per quẽ inuehatur m,ſignum parallelus circulus m x n o. Aequalis igitur eſt d m ipſi k p. Et ipſæ d m,k p,à contactu æſtiui tropici æquè diſtant. In quo igitur tempore d m circunferentia oritur,in eodem ipſa p k occidit,hoc eſt ipſa h o occidit. Sed tẽpus quidẽ in quo d m oritur,idem eſt in quo m incipiens ab ipſo m ipſam m x ambiens circunferentiã ad x uenit. Tempus autẽ in quo h o occidit,id eſt in quo o,incipiens ab n,ipſam n o,ambiens circunferentiã ad o uenit. Tempus igitur in quo m incipiẽs ab ipſo m,ipſam m x, ambiens circunferentiã ad x uenit,idem eſt tẽpori in quo ipſum n,incipiens ab n ipſam n o ambiens circunferentiã ad ipſum peruenit o. Cõmune apponatur tempus in quo x incipiens ab x ipſam x n.circunferentiã ambiẽs ad ipſum n peruenit. Tempus igitur in quo m,incipiens ab ipſo m ipſam m n,circunferentiã ambiens ad ipſum n uenit,æquũ eſt tẽpori in quo incipiens ab ipſo x,ipſam x o ambiens circũferentiã ad ipſum peruenit o. Sed tempus quidem in quo m,incipiens ab ipſo m ipſam m n, ambiens circunferentiã ad n uenit,id eſt in quo ipſa d m,circunferentia permutat apparens hemiſphæriũ. At tẽpus in quo ipſum o incipiens ab ipſo x,ipſam x o ambiẽs circũferentiã ad o uenit,id eſt in quo ipſa o h,hoc eſt ipſa k p,permutat apparẽs hemiſphæriũ. In quo igitur tẽpore d m,permutat apparẽs hemiſphæriũ, in eodẽ & k p,& in maiori tẽpore ipſa g d,permutat apparẽs hemiſphæriũ quàm d m. Sed in quo q; dẽ tempore g d,permutat apparens hemiſphærium, in eodẽ & g k,permutat apparens hemiſphæriũ. In quo autem d m,in eodẽ & k p. In pluri ergo tempore g k, permutat apparens hemiſphæriũ quàm k p,

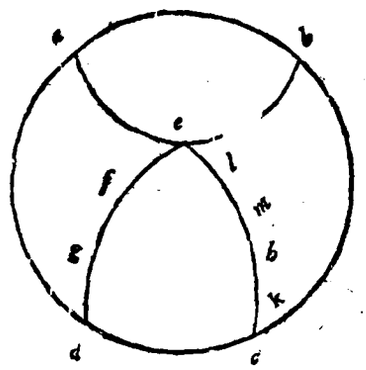
ALITER idem. Eiſdẽ expoſitis aſſumatur e f,nõ maior exiſtens quarta parte,eſtq; per quẽ fertur f ſignũ,ipſi f k h orbis,æqualis igitur eſt e f,ipſi e k,ponatur ipſi e k,æqualis k l,tota igitur f e k toti e l eſt æqualis. Dico q; ſi quarta pars eſt e f,ipſæ e f k,e k l,æquali tẽpore permutãt apparẽs hemiſphæriũ. Si autẽ minor eſt quarta parte ipſa e f. In pluri tẽpore f e k,permutat apparẽs hemiſphæriũ,quàm ipſa e l. Eſto prius quarta pars e f & e k,ipſa quarta pars eſt,æquinoctialis igitur eſt g f h,& quoniam ipſæ e k,k l,æqualiter diſtãt ab æquinoctiali,in quo igitur tẽpore ipſa e k occidit, in eodẽ et k l. In quo aũt tẽpore ipſa e k occidit, in eodẽ e f oritur. & in quo igitur tẽpore e f oritur,ipſa k l occidit, cõmune apponatur tẽpus in quo ipſa e k,pemutat apparẽs hemiſphæriũ:tẽpus igitur in quo k l occidit, cũ tẽpore in quo ipſa e k,pmutat apparẽs hemiſphæriũ,æquũ eſt tẽpori in quo e f oritur,& ipſa e k permutat apparẽs hemiſphæriũ,æquũ eſt tẽpori in quo e f oritur,et ipſa e k permutat apparẽs hemiſphæriũ. Sed tẽpus q; dẽ in quo k l occidit,& ipſa k e pmutat apparens hemiſphæriũ,tẽpus eſt in quo ipſa e l,permutat apparẽs hemiſphæriũ. Tẽpus uerò in quo e f oritur,cũ tẽpore in quo e k,permutat apparẽs hemiſphæriũ,tẽpus eſt in quo f e k,permutat apparẽs hemiſphæriũ. Igitur ipſæ f e et k l,in æquali tẽpore apparẽs hæmiſphæriũ pmutãt. Sed eſto e f circũferẽtia minor q;rta parte,& ipſa e k igitur quarta parte minor eſt:ponatur quarta pars e m,ponatur q; ipſi m K æqualis K n. Reliqua igitur e n reliquæ m l eſt æqualis, & e n ipſius æſtiui tropici cõtactu propior q; m l: in pluri ergo tẽpore ipſa e n occidit. q; m l. Idq; propterea et n K,in pluri tẽpore occidit q; K m:& ipſa igitur e k,ipſa K l pluri tpe occidit. In quo aũt tẽpore e K occidit,ipſa e f oritur:in pluri ergo tpe ipſa e f oritur, q; K l occidit. Cõmune apponatur tps in quo e K,permutat apparẽs hemiſphæriũ,in pluri ergo tẽpore f e K pmutat apparẽs hemiſphæriũ q;





ipſa

ipſa e l. Eiſdem ſuppoſitis aſſumatur e f, non maior 4 parte, aſſumaturq; cõtingens ſignum n, ſitq; per quẽ inuehatur n, ſignũ parallelus circulus h k, n l, ponaturq; ipſi f n, æqualis k m, æqualis igitur eſt et k e ipſi m e f. Dico q, in pluri tempore ipſa k e n circunferentia permutat apparens hemiſphæriũ quã ipſa m e f. Sit per quẽ fertur ſignũ parallelus circulus g m x, æqualis igitur eſt k m ipſi o n, et quoniã o n contactui æſtiui tropici propinquior eſt quàm n f, in pluri igitur tempore o n occidit quàm n f. In quo autẽ tẽpore o n occidit, ipſa m k oritur. In pluri igitur tẽpore m g oritur q̃ n f occidit. Cõmune apponatur tẽpus in quo ipſa e n permutat apparens hemiſphærium. In pluri ergo tempore ipſa k e n permutat apparẽs hemiſphærium quàm ipſa m e f.

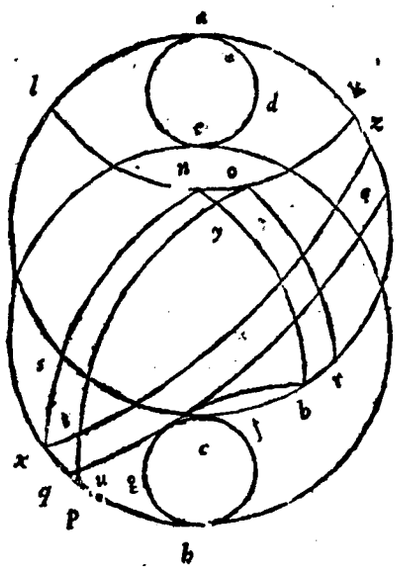


Eiſdem expoſitis aſſumantur æquales, & ex oppoſito circunferentiæ f g, h k, ſitq; f g propior contactui ipſius æſtiui tropici quàm h k. Dico quòd in pluri tẽpore f g permutat apparens hemiſphærium, quàm h k. Quoniam enim f g, propior eſt contactui ipſius æſtiui tropici, quam h k, maior eſt h e ipſa e f, ponatur ipſi quidem f e, æqualis e l, ipſi autẽ f g æqualis l m. Quoniam igitur ipſæ l m, f g æquè diſtant à contactu æſtiui tropici, in quo tẽpore l m permutat apparẽs hemiſphæriũ, in eodem & f g: in pluri autem tempore l m permutat apparens hemiſphæriũ, quàm h k, in pluri ergo tempore & f g permutat apparens hemiſphærium, quam h k.

Altera traditio ſuper 14 propoſitionem.

ZOdiaci circuli æquales circũferentiæ tempore in æquali permutant apparens hemiſphæriũ, in pluri quę propius contactui æſtiui tropici, ea quę longius diſtat, quando polus horizontis inter arcticum circulum & æſtiuum tropicum fuerit.

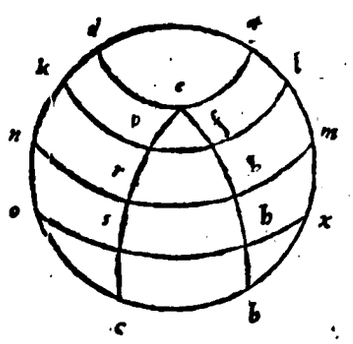
Sit in mundo horizon a b c, & maximus ſemper apparentium ſit a d e, maximus autem ſemper non apparentium f g h, tropicus autem æſtiuus ſit k l, hybernus uerò tropicus ſit b c. Sitq; ipſius a b c circuli polus inter a d e & k l circulos. Sintq; partes orientales l, occiduæ uerò b, zodiaci uerò poſitiones ſint ſemicirculi qui cum cancro n x, o p. Aſſumaturq; o p circunferentia non minor exiſtens ſemicirculo, deſcribaturq; per p maximus circulus tangens ipſum a d e, tanget igitur & ipſum f g h. Iam aut per o ſignum, ſiue ſupra o ſignum cadit, deſcribatur: ſitq; c h p, ut nõ coincidat qui ex h ſemicirculus, ſicut ad partes ex p, ei qui ex a ſemicirculo, ſicut ad partes a k r. Compleanturq; ipſi x n b, p o r, circuli. Quoniam in ſphæra maximus circulus eſt a b c, & bini maximi circuli ſeſe inuicem diſpeſcũt ipſi b n s, r o t p, & ipſius a b c, circuli polus eſt inter a d e & k l circunferentias: maior igitur eſt s n y, circunferentia y t circunferentia. Ipſa igitur t y, circunferentia ipſa y n s minor eſt. Et quoniam in ſphæra bini maximi circuli a b c, e h p, eundem circulum a d e tangunt, & ipſi a d e, ipſum k l parallelum exiſtentem ſecant, et ipſius a b c, polus eſt inter ipſos a d e, & k l circulos, & ipſius e h p, igitur polus eſt inter ipſos a d e & k l orbes. Alter igitur eius polus eſt inter ipſos f g h & b c circulos. Quoniã igitur in ſphæra maximus orbis eſt e h p & ipſum e h p, ſecant bini maximi circuli r o p, b n x, & ipſius c h p, polus eſt inter ipſos b c & f g h orbes, maior eſt p y, circunferentia ipſa y n x circunferentia. Quarum y t ipſa y n s, minor eſt, reliqua igitur t p, ipſa s x maior eſt: ponatur ipſi s x, circunferentiæ æqualis circunferentia t u. Deſcribanturq; paralleli circuli per quos inuehuntur ipſa u x ſignũ, ipſi x z, q φ. Similis igitur eſt x z, circunferentia ipſi q φ, circunferentiæ. Ipſa igitur x z, ipſa u φ, maior eſt uel ei ſimilis. In pluri ergo tẽpore x ſignum, ipſam x z, circunferentiam tranſit quàm u, ipſam u φ. Sed tempus in quo x ſignum, ipſam x z, circunferentiam ambit, id eſt in quo s x, circunferentia permutat apparens hemiſphærium.



Tempus autem in quo u ſignum ipſam u φ circunferentiam perficit, id eſt in quo ipſa t u permutat apparens hemiſphærium. In pluri ergo tempore ipſa s x, permutat apparens hemiſphærium quàm t u, & eſt ipſa s x, propior ipſi æſtiuo tropico quàm t u. In pluri ergo tempore permutat apparens hemiſphærium propinquior æſtiuo tropico, ea quæ longius diſtat.

Alia traditio in 15. Theorema.

SImiliter autẽ & in eo qui cũ capricorno ſemicirculo æquales circunferentiæ inæqualibus temporibus permutant apparẽs hemiſphærium, & in pluri quæ tropico æſtiuo propinquior ea quæ longius diſtat, in æquali autem quę æquè diſtant ab utroq; contactu.



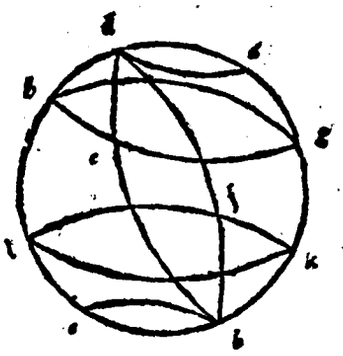
Sit in mundo horizon a b c d, tropicus uerò æſtiuus ſit a d, zodiacus circulus autem poſitionem habeat b e c. Sitq; ipſa quidem b e circunferentia in ſemicirculo, qui cum capricorno, & e c ſit in eo qui cum cancro. Sintq; orientales partes d, occiduæ uerò b. Aſſumanturq; æquales circunferẽtiæ f g, g h. Dico quòd f g in pluri tempore permutat apparẽs hemiſphærium quam g h. Deſcribãtur paralleli circuli k l, m n, x o, per quos inuehantur ipſa f g h ſigna, æqualis igitur eſt f g, circunferẽtia ipſi p r, circunferentiæ, & g h, ipſi r s. Sed f g ipſi g h eſt æqualis, & p r igitur ipſi r s eſt æqualis. Et quoniã in quo tempore p r occidit, ipſa f g oritur. Commune apponatur tempus in quo p ſignum ipſam k l, circunferentiam perficit, æquum exiſtens tempori, in quo f ſignum ipſam k l circunferentiam tranſit. Tempus igitur in quo p ſignum ipſam k l, ambit circunferentiam, & p r occidit, æquum eſt tempori in quo f g circunferentia oritur, & f ſignum ipſam k l, circunferentiam perficit. Sed tempus quidem in quo p ſignum ipſam k l, circunferentiam ambit, & p r occidit, id eſt in quo ipſa p r permutat apparens hemiſphærium. Tempus autem in quo f g oritur, & f ſignum ipſam k l, ambit circunferentiam, id eſt in quo f g, permutat apparens hemiſphærium. Ipſæ igitur f g, p r, in æquali tempore apparens hemiſphærium permutant. Similiter iam oſtendemus quòd ipſæ g h, r s, in æquali tempore permutant apparens hemiſphærium, & p r ipſa r s, pluri tempore permutat apparens hemiſphærium, & oſtenſæ ſunt ipſæ f g, p r, æquali tempore apparens hemiſphærium permutare, & f g, igitur in pluri tempore permutat apparẽs hemiſphærium quàm g h: zodiaci ergo circuli æquales circunferentiæ, inæquali tempore permutat apparẽs hemiſphærium. Sed in pluri quæ propinquior æſtiuo tropico ea quæ longius diſtat, & ſimul oſtenſum eſt quòd æquè diſtantes æquali tempore permutat.

Aduerte. Vniuerſaliter ſcire oportet, quòd præcedentibus ſignis ſuper horizonte exiſtentibus circunferentia neq; oritur, neq; occidit: ſubſequentibus autem ſignis ſuper horizonte exiſtẽtibus, tota oritur & tota occidit. præcedentia nanq; ſigna prius oriuntur & prius occidunt per 5 theorema. Ipſius igitur p r circunferentiæ ſignum præcedens eſt p, ipſius autem g f præcedens eſt g: accipiens igitur ipſam p r occidentem, ipſam uerò g f orientem, neceſſariò permutationes earum quærens, eas in ſemper apparenti hemiſphærio accepit. Ipſius autem p r occaſum, ipſius uerò g f ortum: quando enim p ad ipſum l uenit, ipſa p r nequaquam occidit, ſed adhuc ſuper terram eſt, quare accepit eius occaſum. ipſum enim p r, per k in oriente exiſtẽte, tota p r ſub terra eſt, motaq; ſphæra tota ſuperfertur. Quare in quo p ab ipſo k ad l uenit cũ occaſu ipſius p r, id eſt tempus in quo p r permutat apparens hemiſphærium. Rurſus ipſo f per k, in oriente exiſtente, ipſa g f tota prius oritur. Quare accepit eius ortum. Facto autem f per l, tota g f occidit. Quare in quo f ab ipſo k in l, uenit cum ortu ipſius g f, tempus eſt in quo g f permutat apparens hemiſphærium. Si autem ſicut habetur in alia traditione ipſius quidem p r ortum ipſius g occaſum, nequaquam accipient ipſa p f ſigna, ſed ipſa r g, & tempus in quo ipſum r ipſam r g, & n ipſam n m, perficit.

Theorema 16. Apparens 16.

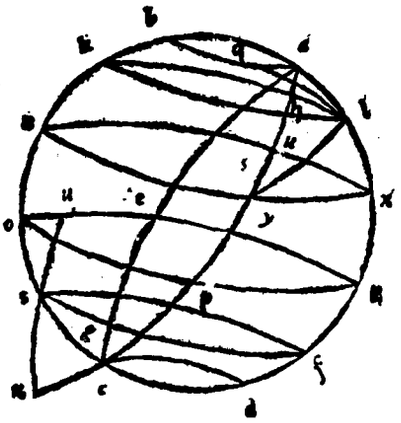
ZOdiaci circuli æqualium & ex oppoſito circunferentiarũ, in quo tẽpore permutat altera apparẽs hemiſphærium, altera nõ apparẽs: & in quo tẽpore altera nõ apparẽs, altera apparens.

Sit in



Sit in mundo horizon a b c d, æstiuus quidem tropicus sit a d, hybernus uerò tropicus sit b c, zodiacus porrò circulus positionem habeat d e b f, sitq; d c b semicirculus qui cum cancro sub terra, ad b f d sit qui cum capricorno super terram. Sintq; orientales partes d, occiduæ uerò sint b, assumanturq; binæ æquales & ex opposito circũferentiæ d e, b f. Dico quòd in quo tempore d e permutat apparens hemisphærium, in eodem f b non apparens: & in quo tempore d e non apparens, b f apparens. Describantur paralleli g e h, k f l, per quos inuehuntur ipsa c f signa. Et quoniam in zodiaco circulo astra in diametro existentia coniugatè oriuntur & occidunt. Ipso igitur e signo occidẽte per g signũ, ipsũ f quod ei est in diametro oritur per l signũ. Sed ipsum quidẽ e, ipsam e h perficiens occidit, ipsum autem f, ipsam f k l ambiens oritur. In quo igitur tempore e, ipsam e h g ambit circunferentiam, & f ipsam f k l. Sed tempus quidem in quo e ipsam e h g tranſit, id est in quo d e permutat apparens hemisphærium. At tempus in quo e ipsam f k l transit, id est in quo ipsa f b, permutat non apparens hemisphærium. In æquali igitur tempore d e permutat apparens hemisphærium, & f b non apparens, similiter ostendemus quòd & in quo tempore ipsa d e permutat non apparens hemisphærium ipsa f b apparens.

ALITER idem. Sit horizon circulus a b c d, æstiuus autem tropicus sit b a, hybernus uerò sit c d, zodiacus circulus positionem habeat sicut a e, c f. Assumanturq; æquales et ex opposito circunferentiæ e g, f h. Dico quòd in quo tempore f h, permutat apparens hemisphærium ipsa e g non apparens. Sint per quos inuehuntur ipsa f h, e g, signa paralleli circuli k h l, m n x f, e o p r, s g t, permuteturq; zodiacus circulus, & hic habeat positionem y l q, at alius ipsam u s z. Et quoniam ipsæ f h, e g, circunferentiæ æquales sunt, & ex opposito æquales sunt & ipsi m n x, o p r circuli, æqualium autem & parallelorum circulorum sectiones, quæ per uices adinuicem sunt æquales. Ipsius igitur m n x f, circuli segmentum m n x supra terram, æquũ est ei quod sub terra ipsius o e p r, circuli o p r. Rursus quoniam ipsæ f h, e g, æquales sunt & ex opposito in quo tempore f h oritur, in eodem e g occidit. Sed tempus in quo h f oritur, hoc est ipsa y l, tempus est in quo y signum incipiens ab ipso y ipsam y x, ambiens circunferentiam ad ipsum x, uenit tempus autem in quo e g occidit, hoc est ipsa u s, tempus est in quo u incipiẽs ab ipso u ipsam o, ambiẽs circunferentiã ad o uenit: tempus autem in quo y incipiens ab ipso y, ipsam y x, ambiens circunferentiam ad x uenit, æquum est tempori in quo u incipiens ab ipso u, ipsam u o ambiens circunferentiam ad o uenit. Commune apponatur tempus in quo y incipiens ab ipso x, ipsam x n m, circunferentiam ambiens ad ipsum m, uenit æquum existens tempori, in quo u incipiens ab ipso u, ipsam u o, circunferentiam ambiens ad r uenit. Tempus igitur in quo y incipiens ab ipso y, ipsam y x n m, circunferentiam ambiens ad m uenit, æquum est tempori in quo u, incipiens ab ipso u ipsam u o p r, ambiens circunferentiam ad r uenit. Sed tempus quidẽ in quo y, incipiens ab ipso y, ipsam y x n m, ambiens circunferentiam ad ipsum m uenit, id est in quo y l permutat apparens hemisphærium, hoc est h f. Tempus autem in quo u, incipiens ab ipso u, ipsam u o, p r, circunferentiam ambiens ad r uenit, tempus est in quo u s, permutat non apparens hemisphærium, hoc est ipsa e g. In quo igitur tempore h f, permutat apparens hemisphærium, in eodem ipsa e g non apparens.

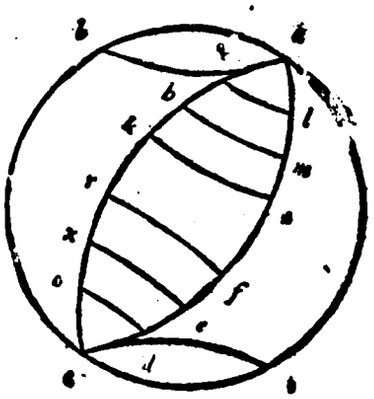


Theorema 17. Apparens 17.

ZOdiaci circuli æquales circunferentiæ æquali tempore non permutant non apparẽs hemisphærium, sed in pluri tempore quę propinquior est tropico ea quæ longius distat, in æquali uerò quæ ab utroq; contactu æquè distant.

Sit in

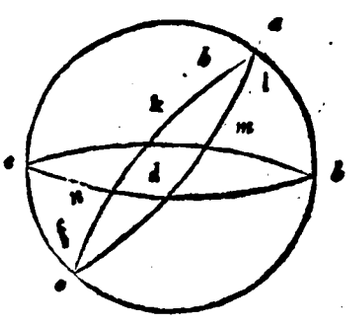
Sit in mundo horizon a b c, æstiuus quidem tropicus sit a b, hybernus uerò sit c t, zodiacus uerò circulus positionẽ habeat a c e. assumanturq; æquales circũferentiæ d e, e f. Dico quòd ipsæ d e, e f, æquali tempore non permutant nõ apparẽs hemisphærium. Sed in pluri tempore ipsa d e quàm e f. Assumantur ipsis d e, e f, circunferentijs æquales, & ex oppositò circunferentiæ g h, h k. Ipsæ igitur g h, h k, circunferentiæ æquali tempore non permutant apparens hemisphærium. Sed in pluri g h quàm h k. Sed in quo tempore g h permutat apparens hemisphærium, permutat ipsa f e nõ apparens. Ipsæ igitur d e, e f, circunferentiæ, æquali tempore non permutant non apparens hemisphærium. Sed in pluri d e, ipsa e f. Dico quòd & in æquali tempore, quæ æquè distant ab utroq; contactu tropicorum, sint n, per quos inuehantur ipsa d e f g h k, signa circuli paralleli d o, e x. f r, l g, h m, n k. Ipsæ h k, l m, igitur circũferentiæ in æquali tempore permutant apparens hemisphærium. Sed in quo tempore h k apparens hemisphærium permutat, ipsa d e non apparens permutat. In quo autem l m apparens, hemisphærium permutat, ipsa x o non apparens permutat. Ipsæ igitur e d, o x, circunferentiæ æquali tempore non permutant, nõ apparens hemisphærium.



Theorema 18. Apparens 18.

EArum quę in utraq; parte æquinoctialis circũferentiarũ æqualium, & ab æquinoctialiæ qualiter distantiũ, in quo tẽpore altera permutat apparẽs hemisphæriũ, altera nõ apparẽs, & in quo tẽpore altera permutat nõ apparẽs hemisphæriũ, altera apparẽs.

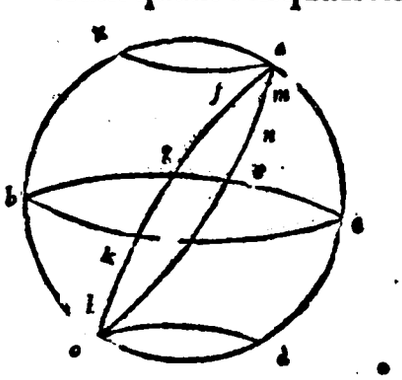
Sit in mũdo horizon a b c, æquinoctialis autem circulus sit b d c, zodiacus autem circulus positionem habeat sicut a e h, & ipsius b c d, æquinoctialis ex utraq; parte æquales et æquè distantes circunferentiæ sint h k, f n. Dico quòd in quo tẽpore h k permutat apparẽs hemisphærium, ipsa f non apparẽs. ponatur enim ipsi f n, æqualis & ex oppositò m l circunferẽtia. Ipsæ igitur m l, h k, circunferentiæ permutant apparens hemisphærium. Sed in quo tempore l m apparens hemisphærium permutat, ipsa f n non apparens permutat: et in quo igitur tempore h k circunferentia permutat apparẽs hemisphærium, ipsa n f circũferentia non apparens permutat. Idq; propterea iam & in quo tẽpore h k, circũferentia permutat nõ apparens hemisphærium, ipsa f n non apparens permutat.



Theorema 19. Apparens 19.

IN semicirculo assumpto sub æquinoctiali ad æstiuum tropicũ æqualium circunferentiarum existẽtiũ, in pluri tempore altera earum permutat apparens hemisphærium quàm reliqua non apparẽs, & cõtingens contingente.

Esto in mundo horizon a b c, æstiuus quidem tropicus esto a x, hybernus uerò sit d o, æquinoctialis autem circulus sit b e c, zodiacus porrò circulus positionẽ habeat a e o, & in ipso a o, semicirculo æquales circunferentiæ sint f g, h k. Si autem propinquior æstiuo tropico f g. Dico quòd in pluri tempore g f, permutat apparens hemisphærium quàm h k, non apparens & contingens ipso contingente ponatur n ipsi h k, circunferentiæ æqualis, & ex oppositò circunferentia m n, propinquior igitur est f g, æstiuo tropico quàm m n. in pluri igitur tempore f g, permutat apparens hemisphærium quàm m n, non apparens. Sed in quo tempore m n, circunferentia permutat apparens hemisphærium, ipsa h k non apparens. Similiter iam demonstrabimus, quòd & contingens



contingens contingente, in pluri tempore permutat apparens hemiſphærium quàm reliqua non apparens. Similiter autem & earum quæ in altero ſemicirculo aſſumpto, ſub æquinoctiali ad hybernum tropicum æqualium circumferentiarum in pluri tempore altera permutat, non apparens hemiſphærium quàm reliqua apparens, & contingens contingente.

PHAENOMENA FINIVNT.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS LODOVICO MOCENICO PATRITIO VENETO, equiti iurato, Senatorij ordinis, ac Oratori facundiſſimo, gaudere & bene rem gerere.

VIRTVS, doctrina, morumq; ſingularium tuorum claritudo, Lodouice uir integerrime, quibus in homine ſplendidius aut rutilantius nihil eſſe ſapientiſſimi Græcorum dicere conſueuerunt, ea ſemper in te extitit, ut omnes de te nil niſi clarum aliquid, nil niſi perſpicuum, nil niſi omni ex parte glorioſum ſemper conciperent, aut ſperarent. Idq; propterea ego quoque, quem tibi deſtinatum tute ſcis ſemper habuiſſe mancipium, præclaras animi tui dotes, probitatemq; ſingularem coniectans animoq; perpendens, nil de te inquam aliud mihi perſuadere ſolebam, niſi quòd tibi tuæq; familiæ præclariſſimæ immortalem gloriam & laudem afferre poſſet. Quod, inquam, ut aſſequaris iam tibi uirtute, quæ ſola ex omnibus poſſeſſionibus, Iſocratica ſententia, mortalitati minimè obnoxia eſt, aditus comparaſti. Factum eſt enim ut huiuſce inclytæ Reipub. Senatores ingenij tui peracuti uires, facundiamq; ſingularem (habes enim, ut ingrati mancipij ſuſpicionem fugiam, in orando neſcio quid uiuæ uocis, ac latentis energiæ tibi naturæ benignitate conceſſæ) uel magni æſtimantes, te oratorem Maximiliano Cæſari, Germaniæq; principibus deſtinauerint. Quam legationem ita egiſti, ita tractaſti, ut Senatorem optimum par eſt facere, & adeò ut regi gratus, ſed huic grauiſſimo Senatui gratiſſimus extiteris. Illud, inquam, munera equeſtria tibi à rege donata, hoc uerò Senatorius ordo, quem tibi comitia contulerunt, exactiſſimè comprobant. Neque id mirum: quippe quoniam omnia adſunt bona, quem penes eſt uirtus (ut eo utar Plauti familiaris noſtri) hac etenim ductrice tibi nec legationes, nec prætura, nec cæteri magiſtratus deerunt, modò Dei Opt. max. munere tibi uita ſuperſtes. Verùm quid illud fuerit, quòd eam fidem, eam obſeruantiam quam erga te (licet exilis ſeruus) ſemper maximam habui, idq; gaudij, quod ex dignitatibus tibi collatis concepi hucuſque: ſi ſcire cupis, tibi non aperuerim, illud, inquam, fuit quod hoc à me fieri oportere cenſebam aliquo argumento, & eo ſanè quo tibi hæc fieri poſſent explicatiora. Cumq; id propterea ſapientium Græcorum uolumina reuoluerem, ſeſe Catoptrica Euclidis Megarenſis præſtantiſſimi mathematici obtulerunt, opuſculum certè arduum, rariſſimum & Latinis hucuſq;, aut ex toto, aut magna ex parte ignotum. ſpeculari nanq; & indagare uoluit ſapientiſſimus philoſophus quæ in ſpeculis imagines, quas mirabili quadam diſciplina patefacit, dum humanum uiſum, & oculi potentiam accommodat. Quod opuſ ſic reliqua Euclidis opuſcula excellit, ſicut cæteros humanos ſenſus uiſus, qui rationi & intellectui in eo quod ſub ſenſu cadit, obſequitur, exuperare cognoſcitur. Taceo de Elementis. nam ex opere illo quod non minoribus uigilijs quàm laboribus, quos per multos dies ei accommodauimus, unà cum Theoris acutiſſimi mathematici traditione Latinum fecimus, nec minus Euclidi qui illa compegit, quem admodum Proclus inquit Diadochus, quàm eorum inuentoribus tribuo, licet uetus ſit adagium, Inuentis addere facilimum eſſe. Sed quibus aut inuentoribus, aut ipſi Euclidi, ſiue etiam interpretibus magis tribuendum ſit, bonam hominum partem ignorare crediderim. Id igitur opuſculi quod Catoptrica nuncupatur, à me Latinum faciendum eſſe cenſui, tuo que nomini deſtinandum, ut ex eo tanquam ex planis, conuexis, cauiſq; ſpeculis Bartholomæi Zamberti tui, & quidem ueterrimi mancipij, fidem inſpiciat, obſeruantiam

obſeruantiam ſpectes, amoris erga te ſui magnitudinem uideas, & demum beneuolentiam in te maximam intuearis. At fortaſſe diceres quid ſic iduis mathematicis huiuſmodi diſciplinis aperire? Ne id propterea mireris uelim ob id ſcias Lodouice uir grauiſſime, à me id conſultò factum fuiſſe. Nam cùm mihi ſit compertum te diſciplinas ſemper amaſſe & coluiſſe, earumq; amatorem extitiſſe, facile propterea mihi perſuaſerim te eas in primis diligere, & colere, quæ primum certitudinis omnium philoſophantium decreto gradum obtinent. Hæc, inquam, ſunt mathematicæ diſciplinæ, quæ uno eodemq; modo ſemper ſeſe habent, quemadmodum Ammonius interpres Ariſtotelicus, philoſophiæ diffinitionẽ Ariſtotelicam interpretans nos docuit. Has certè diſciplinas naturales ſequuntur, ſicut Auerrois Peripateticus Ariſtotelem nobis aperiens ſenſiſſe uidetur. Quas qui ignorant (ſicut Euclidis interpres, Proclus Lycius, inquit) ieiunas uoluptates capiunt. Hoc igitur argumento amorem erga te meum tibi eſſe explicãdum ſum arbitratus. In qua interpretatione licet Flaccus noſter Horatius dixerit, Nec uerbum uerbo curabis reddere fidus interpres: nihil tamen ex noſtra officinâ adiunximus, ac etiam nihil ſubſecuimus, ſed ſicut lectio ſeſe habet Græca, ſic ueritatem colentes, nuda, pura, ſyncera, & fideli ſumus interpretatione interpretati. Noluimus enim eos imitari, qui ex auctoribus aliqua decerpunt, aliqua omittunt & aliqua permutant, & ſic hinc & inde ſumpta conglutinant, ut nec pes nec caput uni reddatur formæ, & perinde cùm ſic auctorum illorum ueterum, quos uetuſtas ueritatis indagatrix mira quadam religione coluit, famæ & fidei plurimum detraxerint, falſam & furto comparatam ſibi gloriam uendicare ſtudeant. Sed hi tandem ſunt quos unuſquiſque poſſit deridere. Nam ſi forte ſuas repetitum uenerit olim Grex auium plumas, moueat cornicula riſum, Furtiuis nudata coloribus. Stulti ſunt qui aliena pluma ſeſe obtegere quærunt. Accipias igitur uir clariſſime opuſculum huiuſmodi iam in nulla ſede receptum, ut tuo nomine in lucem prodeat: quod obſecro legere uelis, ubi quid tibi ocij ſuperfuerit: uidebis etenim quanto fuerit ingenio præditus iſ philoſophus, cuius ſi id opuſculi tibi placuiſſe cognoſcam, ſunt in manibus illius & alia opera: Phænomena quidem, Optica & Data, quæ quandoque me interprete è Græcia in Italiam uenient, & ſic ſe Latinis legenda tradent, & is auctor priſcam auctoritatem penè amiſſam, philoſophantiũ ſcholas petẽs ſibi comparabit. Verùm ne pluribus quàm par eſt, uerbis tecum agere uidear, ſupereſt iam ut ipſum audias Euclidem De ſpeculorum imaginibus, ſic per nos Latinè loquentem. Vale æternum noſtri memor, equeſtris ordinis rariſſimum ornamentum, & his audacibus annue cœptis. Venetijs XI Calendas Octobris, in IXII. IIIVII. & XIX. Elemento, reconciliatæ diuinitatis.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI *philoſophi Platonici mathematiciq; præſtantiſſimi Specularia, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.*

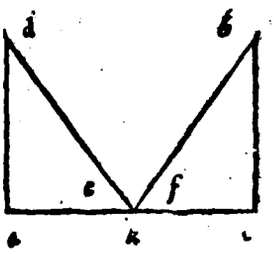
VISVM lineam rectam eſſe, qua media cuncta extremis correſpondent, quęq; uidẽtur per rectam ſpectari lineam, planũ ac receptum eſſe oportet. Speculo in plano collocato, inſpectoq; aliquo ſublimi, quod & ipſi plano ad angulos rectos exiſtat, fiant proportionalia, ut inter ſpeculũ & ſpectantem recta linea ad eam quæ inter ſpeculum & id quod ad angulos rectos faſtigium, ſic aſpecti faſtigij ad id quod ad angulos rectos in plano faſtigiũ obiectum eſt. In planis nanq; ſpeculis loco aſſumpto, in quẽ ab inſpecto perpendicularis cadit, non amplius ſpectatur uiſibile. In conuexis uerò ſpeculis aſſumpto loco per quẽ ab inſpecto in cẽtrum ſphæræ ducitur, uiſibile non amplius ſpectatur, id quoq; in cauis euenit. Si in uas enim quidpiam proiectum ſit, acceperitq; interuallum ut minimè uideatur, eodem exiſtente interuallo ſi aqua infundatur, iniectum ſpectabitur.

Theorema

Theorema primum.

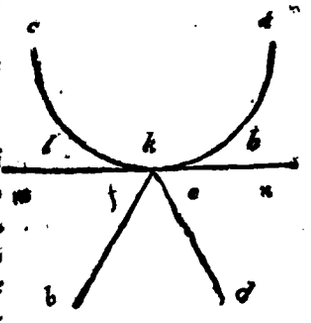
A Planis, conuexis, cauisq; ſpeculis uiſus inæqualibus angulis refringuntur.

Sit oculus b, ſpeculum autem planum ſit a c, uiſus uerò feratur b K & refringatur in d. Dico quòd angulus e ipſi angulo f eſt æqualis. Excitẽtur per 12 primi elementorum perpendiculares in ſpeculum b c d a: eſt igitur ſicut b c ad c k, ſic eſt d a ad a k, hoc inquam, in diffinitionibus patuit. Simile igitur eſt triangulum b c K triangulo d a k, per diffinitionem primam 6 elemẽtorum. Igitur angulus angulo e f eſt æqualis: nam quæ ſimilia, æquiangula ſunt.

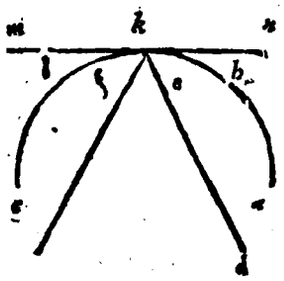


In conuexis.

Sit iam conuexum ſpeculum a k c, uiſus uerò ſit b k, refractus in d. Dico quòd angulus e h, æqualis eſt angulo f l. appoſui planum ſpeculum n m, æqualis eſt angulus e angulo s per præcedentem. Sed & h ipſi l, connectitur nanque m K, totus igitur e h, toti l f eſt æqualis.



In cauis.

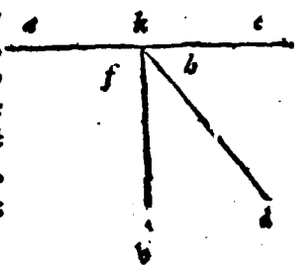


Sit rurſus cauum ſpeculum a k c, uiſus autem b k refractus in d. Dico quòd angulus e, æquus eſt angulo f. collato enim plano ſpeculo m n æqualis eſt per primam angulus h e angulo f l. Aequalis autem eſt h ipſi l: reliquus igitur e reliquo f eſt æqualis.

Theorema ſecundum.

IN qualiacunq; ſpecula inciderit uiſus æquos efficiens angulos, ipſe per ſeſe refringetur.

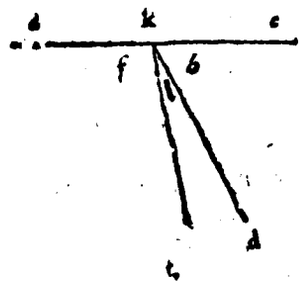
Sit planum ſpeculum a k c, oculus autem ſit b, uiſus uerò ſit b k, cadatq; æquos efficiens angulos f h. Dico quòd b k refractus in ſeipſum, hoc eſt in b reuertetur. Nõ enim ſed ſi poſsibile eſt agatur in d: & quoniam per primam uiſus in æqualibus angulis refringuntur, angulus e æquus eſt ipſi angulo h, oſtenſum quoq; eſt quòd e f angulus ipſi h eſt æqualis, & angulus igitur e f, ipſi e angulo erit æquus maior minori, quod eſt impoſsibile. Igitur b K in ſeipſum refringetur. eadem quoq; demonſtratio in conuexis, & in cauis ſpeculis conueniet.



Theorema tertium.

IN qualecunq; ſpeculum procidẽs uiſus æquales efficiens angulos, in ſeipſum non refringetur, neq; in minori etiam angulo.

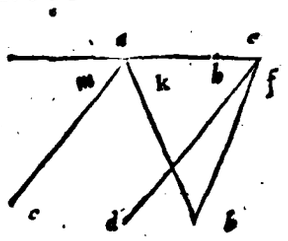
Sit planum ſpeculum a K c, uiſus autem b K procidat maiorem efficiens angulum f ipſo h l. Dico quòd b K, refractus, non refringetur in ſeſe, neq; in angulo h l. ſi enim ueniet in b K angulus f, ipſi h l eſt æqualis, quod eſt impoſsibile: maior enim ſupponitur. Igitur b K in maiori refringetur angulo f: à maiori nanq; minori æquale abſcindi eſt poſsibile per 3 primi elementorum, eademq; demonſtratio eſt & in conuexis, & in cauis.



Theorema quartum.

VIſus in planis ſpeculis, & conuexis refracti, neque concurrũt adinuicem, neque ſunt paralleli.

Sit planum ſpeculum a c, oculus ſit b, uiſus uerò refracti ſint b c d, b a e. Dico quòd c d, & a e, neque parallelι ſunt, neque concurrunt in d e. Nam quòniam angulus f æqualis eſt angulo h & K ipſi m, maior autem eſt per 16 primi elemen. f ipſo K, quoniam eſt extra ipſum triangulum b K c, maior autem fuerit h quàm m. Igitur c d ipſi a e, parallelus non eſt, neque in e d, concurrunt.



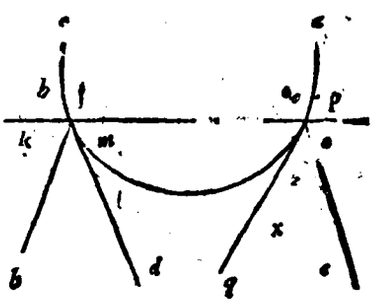
In conuexis.

Sit rurſus conuexum ſpeculum a g f c, oculus uerò ſit b, aſpectus autem refractus ſint b f d, b g e. Dico quòd ipſi f d, g e, neq; in e d concurrunt, neque ſunt paralleli, & connectatur enim g f, recta linea, extendaturq; ex utraque parte, quoniam æqualis eſt K h, ipſi l, eo quia in æquis angulis refringitur, maior fuerit quoq; l m ipſo K & K ipſo n x eſt maior, ſed n x ipſo p o maior eſt. Rurſus x, æqualis eſt ipſi o p, maior igitur eſt l m ipſo o p, multo igitur maior eſt l m ipſo o: non concurrunt igitur ip ſæ f d, g e, rectæ lineæ, neque paralleli.

Theorema quintum.

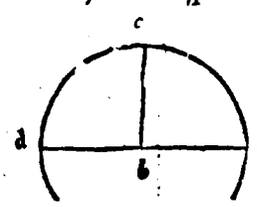
IN cauis ſpeculis ſi ad centrum, ſiue ad circunferentiam, ſiue extra circunferentiam oculus extiterit, hoc eſt inter centrum & circunferentiam, uiſus refracti concurrent.

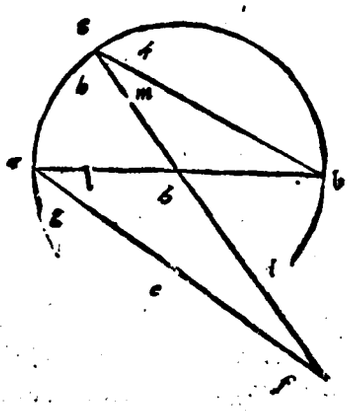
Sit cauum ſpeculum a c d, centrum autem ſphæræ ſit b, ponaturq; oculus in b & procidant ex b uiſus in circunferentiam b a, b c, b d, æquales igitur ſunt qui ad ſigna a c d, ſunt anguli: ſemicirculi enim ſunt per 27 tertij element. uiſus igitur refracti per ſeipſos refringentur b a, b c, b d, hoc autem patet quod in b concurrunt.



Oculus in circunferentia.

Sit rurſus cauum ſpeculum a b c, oculus autem eſto b, ponaturq; in eius circũferentia, & ab ipſo b, incidant uiſus b c, b a, refracti in d e ſignis. Quoniam maius eſt a c b ſegmentum ipſo b c, ſegmento, maior eſt angulus f, angulo h per 21 tertij elementorum, & g per a igitur ipſo K maior. Ipſi igitur f K, ipſis h K ſunt maiores. Reliquus igitur l reliquo m minor, multo magis igitur: quæ enim concurrunt igitur ipſæ c d a e, in f ſimiliter oſtendetur, & ſi extra circunferentiam ceciderit oculus, ſicut in ſequenti theoremate.





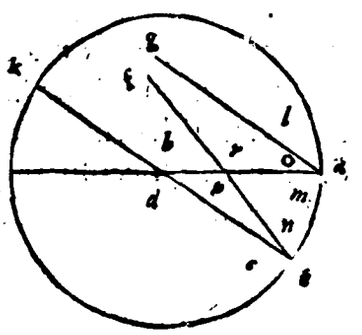
Theorema ſextum.

IN cauis ſpeculis, ſi ad medium centri & circunferentiæ poſitus fuerit oculus, quandoq; uiſus refracti concurrent, & quandoq; non concurrent.

Sit ſpeculum cauum a c, centrum autem ſit d, oculus uerò ponitur b, intra centri medium & circunferentiæ, uiſus autem b a, b c, refringantur in g f, extendanturq; uiſus uſq; ad ſpeculum a h, c K. Ipſa a h, iam ipſa c K aut maior eſt, aut ei æqualis, aut ea minor. Siquidem uiſus, a h æqualis eſt ipſi c K, æqualis eſt & a c h, circunferentia ipſi c h K, circunferentiæ. Quare & m angulus ipſi x angulo, æqualium circunferentiarum anguli inuicem ſunt æquales per 27 tertij elementorum, & anguli m l, igitur ipſis n x, ſunt æquales per refractionem per primum theorema, & reliquus igitur angulus o angulo p eſt æqualis. maior igitur eſt angulus r ipſo angulo o. Quoniã enim per 16 primi elementorũ angulus r, ipſo

p maior

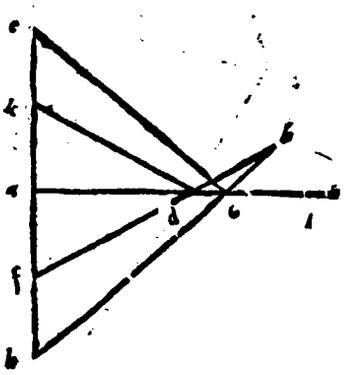
p maior est, quia exterior est. Et angulus p ipsi o angulo est æqualis. Igitur angulus r, ipso angulo o maior est, cõmunis apponatur qui sub o r f, igitur ipsæ c f, a g, concurrunt sicut ad g f. Idem quoq; erit & si maior sit uisus a h, ipso c K. maiores enim erunt ipsi l m anguli ipsis n x, & angulus p angulo o maior, & r ipso o. Si uerò a h recta linea minor fuerit ipsa c k, id propterea maior erit angulus o angulo p: est autem & angulus r ipso p maior. Nihil enim prohibet angulum r ipso o esse æqualem uel ipso o minorem, & non concurrere a g ipsi f. Manifestum est autem quòd et si maior fuerit a h, circunferentia ipsa c K. Sitq; æqualis coincidentia refractionum, neq; in circuli circunferentia, neq; extra utiq; fiet, sed intus tantum.



Theorema septimum.

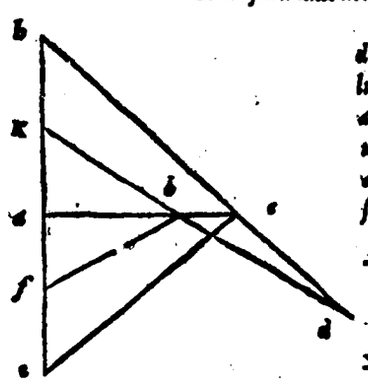
CElsitudines & crassitudines à planis speculis conuersæ uidentur.

Sit fastigium quidem a e, speculum autem planum sit a l, oculus uerò sit b, uisus porrò sint b c, b d, refracti, in e K. Igitur oportet deductis uisibus in rectam lineam e. quidem supra esse, ipso h infra existente, & K infra existens in f, quod supra est, ac perinde conuersa sunt in phantasia.



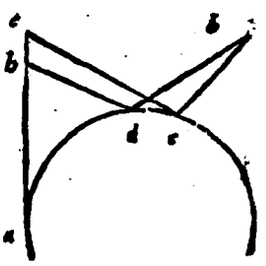
In crassitudinibus.

Sit rursus crassitudo quidem e a, speculum autem planum sit a c, oculus uerò sit d. uisus porrò sint d c, d b refracti in e f, similiter eductis uisibus ad h K, apparet quidem e infra existens super h superius existente, & f, supra existens super K infra existente.



Theorema octauum.

FAstigia & crassitudines à conuexis speculis conuersa uidentur.



Sit celsitudo a e, speculum autem cõuexum sit a d c, uisus uerò sint b d, b c, refracti in e h: patet quòd non concurrunt, reliqua uerò sicut & in planis.

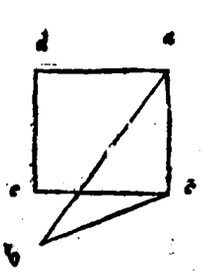
In crassitudinibus.

Sit rursus crassitudo a e, speculum uerò conuexum sit a d c, oculus autem sit b, uisus autem refracti in e h, sint b c e, b d h, reliqua uerò sicut & in planis.

Theorema nonum.

OBliquæ longitudines à planis speculis sicut se habent, sic & uidentur.

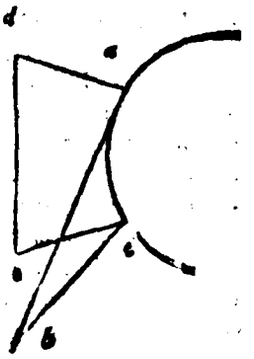
Sit oculus b, lõgitudo autem obliqua sit d e, speculum uerò sit a c, igitur refractis uisibus uidentur quidem d in a & e, super c sicq; se habet in phantasia, sicut uerò se habet, propius propius, & remotius remotius.



Theorema decimum.

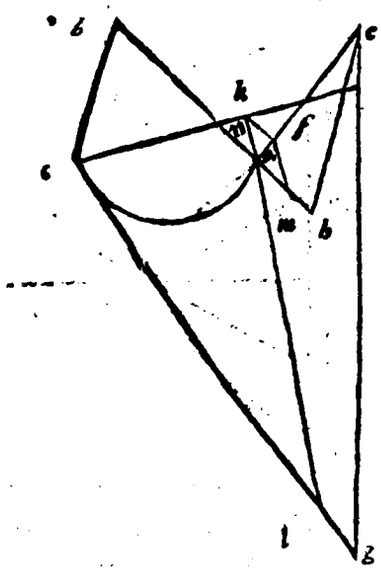
OBliquæ longitudines à conuexis speculis sicut sunt uerè, sic spectantur.

Sit longitudo e d, oculus autem b, ſpeculum uerò conuexum a c, aſpectus porrò refracti in e d, ſint b a, b c, reliqua uerò eadem.



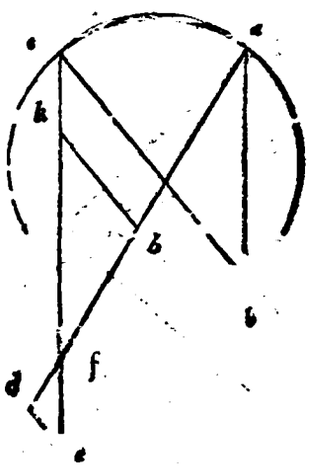
Theorema undecimum.

CElſitudines & craſsitudines à cauis ſpeculis quæcũq; ſunt intra coincidentiã uiſuũ, conuerſa uidentur: quemadmodum in planis & conuexis ſpeculis, quęcunq; autẽ extra coincidentiam ſicut ſunt, ſic & ſpectantur.



Sit cauum ſpeculum a c, oculus aũt ſit b, uiſus uerò refracti ſint b a, b c: eorũ coincidentia porrò ſit f, celſitudo ſit d e, & k n, & k n quidem intra f coincidentiam ſit t a, d e ſit extra coincidentiam: igitur productis uiſibus ſicut in planis & conuexis ſpeculis apparet k ſuper m, & n ſuper l: quare conuerſæ uidẽtur, rurſus ſuper exteriorem coincidentiam celſitudinis apparet quidem d ſuper g, & e ſuper h, ſicut ſe habet, ſic ſpectatur.

In craßitudinibus.

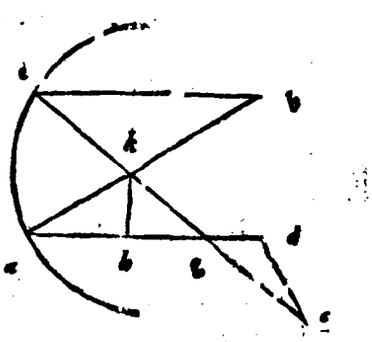


Rurſus craßitudo quidem ſit d e, & k h, cauũ autem ſpeculum ſit a c, oculus uerò ſit b, uiſus autem refracti ſint & concurrentes in f: b a, b e, igitur productis uiſibus ſimiliter k h, conuerſæ apparent, k quidem per t & h per a. Sicut eſt in planis & conuexis ſpeculis ad d e, ſicut ipſum quidem e, infra per a & d ſuper c.

Theorema duodecimum.

OBliquæ longitudines à cauis ſpeculis, quæcunq; intra coincidentiam uiſuum iacent, ut ſunt, ſic ſpectantur, quæcunq; uerò extra, conuerſæ.

Sint inquam longitudines obliquæ e d, h k, cauum uerò ſpeculum ſit a c, oculus autem ſit b, uiſus refracti & concurrentes in g ſint b a d, b c e, & ipſa quidem h k obliqua longitudo ſit intra. Igitur h k iuxta naturam apparet, ſicut & in planis & conuexis ſpeculis. Sed e d, conuerſa: nam ipſum quidem d, ſuper a apparet, & e ſuper c.



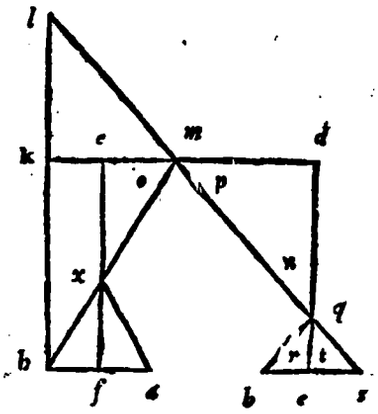
Theorema decimumtertium.

IDem ſpectare pluribus planis ſpeculis, eſt poſsibile.

Sit quod uidendum eſt a, oculus uerò ſit b, ſpecula autem tria ſint c d, d e, e f, excitetur per 12 primi elementorum perpendicularis ab ipſo h in c d ſpeculum b c, æqualis autem ſit b c, ipſi c s, & rurſus

per

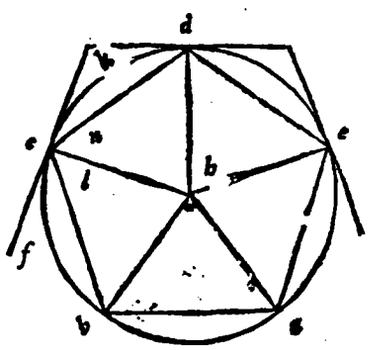
per eandē ab ipſo a in e f, perpēdicularis excitetur a f & ipſi a f æqualis eſto f h, & per eandē ab ipſo h, in ſpeculum d e, perpendicularis excitetur b k, ſitq; ipſi h k, æqualis k l, & ab ipſo l in s connectatur l m x s, ab ipſo autem m in h connectatur m r h. Connectantur autem & a r & b x. Quoniā igitur æqualis eſt b c ipſi c s & qui ad c anguli recti ſunt: binæ igitur b c, c q, ipſis binis s c, c q, ſunt altera alteri æquales, & angulus q ſub b c q, rectus exiſtens, angulo qui ſub s c q, recto exiſtēti eſt æqualis per 4. poſtulatum, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur per quartam primi elementorum. Angulus quidē qui ad b angulo qui ad s, & angulus x angulo t. Sed t ipſi n eſt æqualis per 15 primi elemētorum ad uerticem enim. Quare & angulus n angulo x. Igitur uiſus b x in m refringitur. Rurſus quoniam æqualis eſt h k, ipſi k l, & qui ad k recti ſunt, angulus o æqualis eſt ipſi p. Refringitur ergo idem uiſus b x m in r, & id propterea iam & in a, quia æqualis eſt qui ſub f r a, angulus ei qui ſub e r m, ſimiliter & in reliquis demonſtrationibus. Inſpice igitur ab ipſo b oculo uiſus a, per tria ſpecula plana exiſtentia c d, d e, e f.



Theorema decimumquartum.

EST autem & in quibuslibet ſi quis conſtituat ſpeculis, idem inſpicere. oportet autem iuxta ſpeculorum numerum polygonum æquilaterum & æquiangulum conſtituere binis lateribus excedens ſpecula.

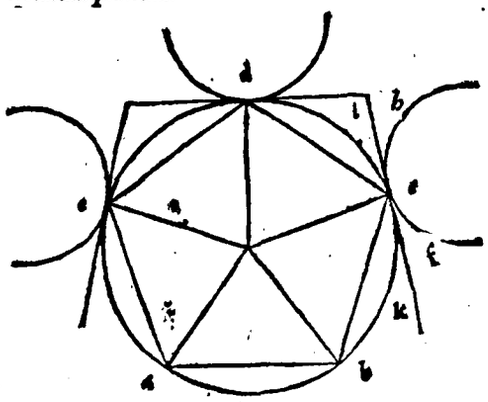
Eſto enim quod ſpectari debeat a, oculus autem ſit b & connectatur a b & ab ipſo a b, deſcribatur polygonum æquilaterum, & æquiangulum binis lateribus excedens ipſa ſpecula, & ſit a b d polygonum, & ſumatur per primam tertij elementorum centrum circuli ipſi polygono circunſcripti, & ſit h, & ab ipſo connectantur, h c, h e, h d, h b, h a, in angulis, & proponantur ſpecula plana ad angulos rectos ipſis conuexis. Quoniam igitur per quartum poſtulatum æqualis eſt f l, angulus ipſi n k angulo: uterq; enim rectus eſt, quorum n ipſi l eſt æqualis, reliquus igitur f, ipſi k eſt æqualis. Quare refractio ipſius b uiſus erit in d, per æquos enim angulos refractiones fiunt per primum theorema. Similiter iam oſtendetur quòd qui ad d e ſigna ad omnia ſpecula uenient in a.



Theorema decimumquintum.

ILLUD idem quoque & in conuexis & in cauis ſpeculis uideri poteſt.

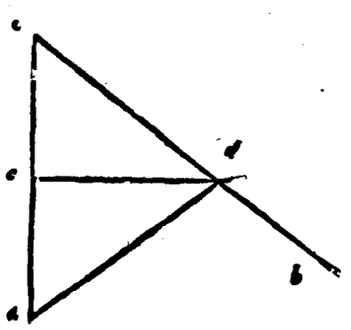
Si nanq; ſpectare oportet a, oculus uerò ſit b, & ſimiliter deſcribatur polygonum æquilaterum & æquiangulum a b c d e, & ad ſigna c d e, ſint ſpecula plana à quibus ſpectatur a, ſicut oſtenſum eſt, adijcianturbis ſpecula aut caua aut conuexa ad uiſuum contactus. Igitur æqualis eſt f ipſi b, et k ipſi l, totus igitur k f, æqualis eſt ipſi l b: refringetur ergo uiſus à ſpeculo conuexo c



c in d, & ab ipſo d in c, & ab ipſo e in a: manifeſtum igitur eſt quòd conuexis aut caui existentibus omnibus & mixtis, illud idem uideri poteſt.

Theorema decimumſextum.

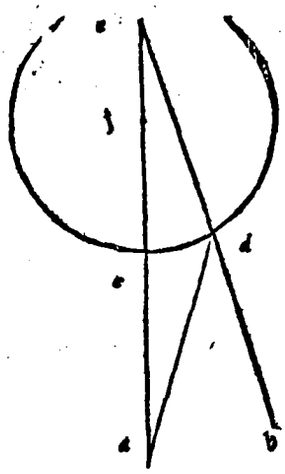
IN planis ſpeculis unūqdq; eorū quæ ſub aſpectū cadūt, per illius quod ſub aſpectū cadit perpendicularē uidetur.



Sit ſpeculum planum c d, oculus autem ſit b, res uerò uiſa ſit a, ſitq; perpendicularis k, re uiſa in ſpeculum a c: igitur quoniam ſupponitur in Phænomenis quòd aſſumpto loco c, ipſum a non uidetur, ergo a uidebitur in linea recta a e. Sed & in rectas lineas ipſi b d, uiſus per e igitur: poſitum nanque eſt nobis rectum, cuius medium extremis correſpondet. Quare a e & b e recta linea erat.

Theorema decimumſeptimum.

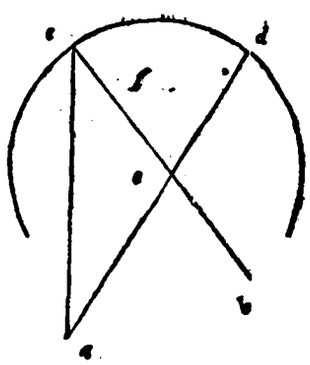
IN ſpeculis cōuexis, unumquodq; eorum quæ ſub aſpectum cadunt, per eam quæ à re uiſa in ſphæræ cētrum deducitur, rectam lineam ſpectatur.



Eſto conuexum ſpeculum c d, oculus autem ſit b, uiſus uerò ſit b d, refractus in a, aſpiciaturq; a, centrum autem ſphæræ ſit f, & connectatur a f, extendaturq; b d in e: igitur quoniam ſupponitur in Phænomenis, quod aſſumpto c ipſum a non uidetur, uidebitur igitur in rectam lineam a c, per id quod euenit ex b d uiſu, & ab ipſo a e in e, ſicut & in planis.

Theorema decimumoctauum.

IN cauis ſpeculis unumquodq; eorū quæ ſub aſpectum cadunt, per eam quæ à re uiſa in centrum ſphæræ dedūcitur, rectam lineam ſpectatur.



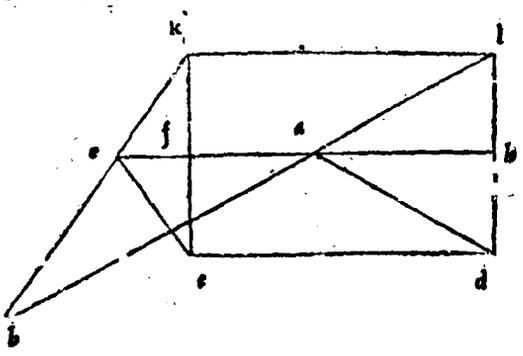
Sit cauum ſpeculum c d, aſpectus autem refractus ſit b c, in a uiſum, centrum autem ſphæræ ſit e, connectatur recta linea, & extendatur igitur, quoniam in Phænomenis deprehenditur quòd aſſumpto loco d, ipſum a non uidetur. quare agetur in rectam lineam a e, aſpicietur ergo per congreſſum ipſius a d rectæ lineæ & b c uiſus per f.

Theorema decimumnonum.

IN planis ſpeculis quæ dextra ſunt, ſiniſtra apparent: & quę ſiniſtra, dextra, & ſimulacrum æquum eſt rei uiſæ, & diſtantia à ſpeculo æqualis eſt.

Sit planum ſpeculum a c, oculus autem b, uiſus uerò ſint b a, b e, refracti in d e: quod autem ſpectatur ſit d e, & ab ipſis e d, per 12 primi elementorum in ſpeculū perpendiculares excitētur e f, d h & extēdantur. Extēdanturq; & b c, b a, uiſus & cōcurrant parallelis in k l, & cōnectatur l k. Igitur e apparet

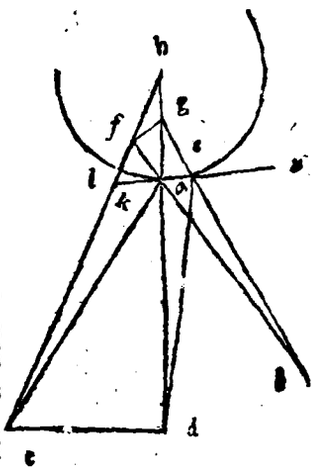
paret ſuper k & d ſuper k: hoc enim prius oſtẽſum eſt, ergò ſiniſtra dextra apparẽt, & dextra ſiniſtra: et quoniam æqualis eſt qui ſub k c f, angulus ei qui ſub f c e angulo, & recti ſunt qui ad f, æqua igitur etiam fuerit f k ipſi f e. Idq; propterea & d h, ipſi h l, æquum eſt igitur interuallum quod abeſt à ſpeculo e d, ipſi a abeſt ſimulacrũ k l & æquum eſt uiſum e d ſimulacro k l, quoniam æqualis eſt e f ipſi f k, & d h ipſi h l, communis autem & ad rectos angulos ipſa h f.



Theorema uigeſimum.

IN conuexis ſpeculis ſiniſtra dextra, & dextra ſiniſtra ſpectantur, & interuallum à ſpeculo ſimulacro minus abeſt.

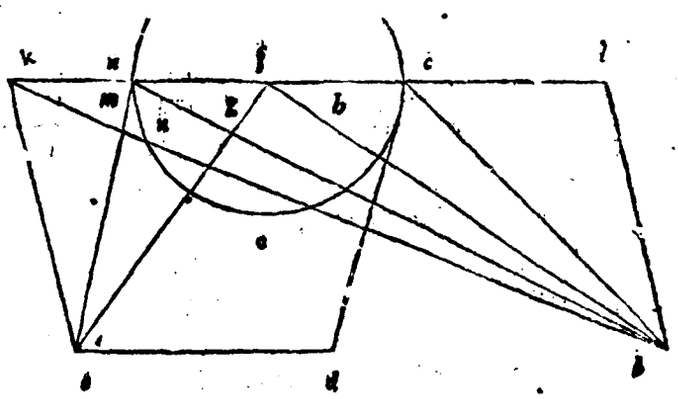
Sit ſpeculum conuexũ a c, centrum autem ſphæræ ſit h, oculus porrò b, uiſus autem ſint b a, b c, refracti in d e, quod ſpectatur ſit d e, & ab ipſo h cẽtro excitentur in d e ipſæ h d, h e, & extendantur uiſus ad f g, & connectatur f g ſimulacrum. Igitur ipſum quidem d apparet ſuper g, & e ſuper f, dextra igitur ſiniſtra, & ſiniſtra dextra ſpectãtur. Dico quòd maior eſt e l ipſa l f, excitetur per a ipſam tangẽs circunferẽtiam r a k, quoniam igitur b a, a e ad ipſam circunferentiam æquos efficiunt angulos, propter refractionẽ tangit ipſa k a r, biſariam fuerit ſectus qui ſub e a f angulus, & obtuſus eſt angulus k, maior igitur eſt e k, ipſa k f, multò maior igitur e l ipſa l f: minus igitur abeſt ſimulacrum f g à ſpeculo: magis autem quod ſpectatur e d, ſicut in ſequenti patet.



Theorema uigeſimumprimum.

IN conuexis ſpeculis ſimulacrum ſpectatis minus eſt.

Sit ſpeculum conuexũ a o c, oculus autem ſit b, uiſus uerò refracti ſint b a, b c, in d e, igitur à conuexo ſpeculo aſpicitur e d in angulo qui ſub a c b, apponatur iam ſpeculum planum a c tangens, uiſus in a c. Igitur uiſus uiſurus e à plano ſpeculo nõ eſt b a e, non enim æquos efficit angulos ad planum ſpeculum, neq; refringetur intra a c, refringatur ſi poßibile eſt, et eſto b f, uiſus: æqualis igitur eſt angulus g angulo h propter refractionem, & h maior eſt ipſo n et m ipſo g: quare et m ipſo n maior eſt, quod eſt impoßibile. Ipſe nãq; n ipſo m maior eſt. Aequalis enim eſt totus ei q ad circũferẽtiã: extra igitur ipſũ m a refringatur, refringatur eſto b k e. Similiter aũt

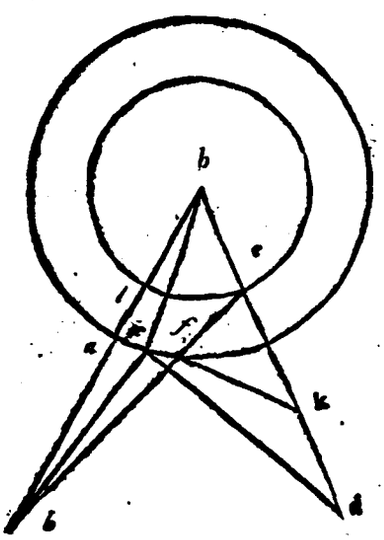


& b c d, extra cadit. Igitur e d in maiori angulo ſpectatur à ſpeculo plano comprehenſo ſub k b l, quàm à conuexo, æquum autem patuit apparens in plano: manifeſtum igitur quod à conuexo ſpeculo ſimulacrum minus apparet re uiſa.

Theorema uigeſimumſecundum.

IN cõuexis ſpeculis, à minoribus ſpeculis minora ſimulacra ſpectantur.

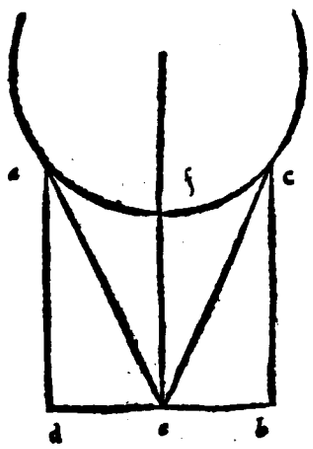
Sit ſphæra maior a c, minor uerò e l, circa idem centrum h, oculus uerò ſit b & connectatur b a h, et ab ipſa ſphæra refringatur uiſus b c d, dico q; uiſus refractus à minori ſphæra in d. neq; per c, neq; extra ipſum c cadit. Cadat enim prius ſi poſsibile eſt per c & refringatur à minori ſphæra in d, & ſit b e d, & connectatur ab h in c & refringatur in k. Igitur h c k, bifariam ſecat æum qui ſub b c d, angulum: quoniam ipſos b c d angulos æquos ad circunferentiam propter refractionem efficit. Idq; propterea iam quæ ab h in e connexa recta linea & extenſa angulum ſub b e d bifariam ſecat. Secet ſitq; h e f. Quoniam angulus cõprehenſus ſub b c d, angulo comprehenſo ſub b e d maior eſt, & dimidius dimidio maior eſt qui ſub b c k, eo qui ſub b e f: eſt autem & minor, quod eſt impoſsibile: uiſus ergo à minori ſphæra refractus per ipſum c minimè ueniet. Supponantur rurſus eadem, & à minori ſphæra refractus uiſus b e d, extra ipſum c cadat, & b e ſecet maiorem ſphæram in f. Viſus iam ab ipſo f, refractus in b f k, non coincidet ipſis c d, hoc inquam, patet. Ipſi igitur e d, coincidat in k. Igitur b f k, uiſus refractus à maiori ſpeculo ipſum aſpicit k & ipſe b e k: refractus à maiori ſpeculo ipſum aſpicit k, hoc inquam, ſuperius impoſsibile patuit. Intra igitur c a, cadit uiſus refractus à maiori ſpeculo in d. Similiter quoque oſtendetur, & quæ ab altera parte idem efficiens. Sub minori igitur angulo ſpectatur eo qui ad b facto à minori ſpeculo quàm à maiori, minus igitur apparet ſimulacrum à minori ſpeculo.



Theorema uigeſimumtertium.

IN curuis ſpeculis ſimulacra conuexa ſpectantur.

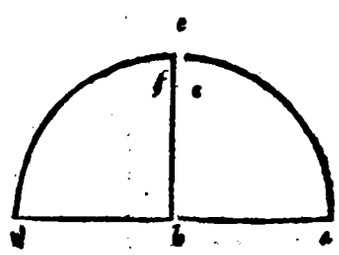
Sit curuum ſpeculum a c, oculus autem ſit e, uiſus uerò refracti e a, e c, in d b, at f e, ſit in ſeipſum refractus, hoc eſt in e. Igitur uiſus iam maiores ſunt qui longiores: minimi uerò qui circa medium, hoc eſt f e: ſpectatur igitur propius a ſpeculo magis e, longius uerò b, & d, quare totum curuum ſpectatur.



Theorema uigeſimumquartum.

IN cauis ſpeculis ſi in centro oculus poſitus fuerit, ipſe tantum oculus ſpectatur.

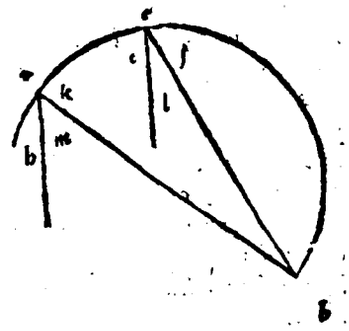
Eſto cauum ſpeculum a c d, cẽtrum autem ipſius ſit b, uiſus uerò ſint b a, b c, b d. Igitur angulus e æqualis eſt ipſi f, igitur uiſus b c refractus ueniet in b: ſimiliter quoq; & reliqui, ipſum igitur tantum b, ſpectatur.



Theorema

Theorema uigeſimumquintum.

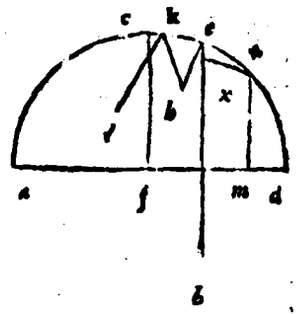
IN cauis ſpeculis ſi in circunferentia aut extra circunferentiam oculus poſitus fuerit, oculus non ſpectatur.



Eſto cauum ſpeculum a c b, & oculus ponatur in circunferentia ipſius, & ſit b, aſpectus autẽ procidãt b a, b c & refringãtur: igitur angulus m b angulo k maior eſt, et e l ipſo f. Quare non refringuntur b a, b c uiſus in b oculum. Si in oculum refringuntur, anguli æqui ad ipſa a c, ſigna. Oſtẽdetur autem & quòd ſi extra circunferentiam ſit oculus, idem eueniet: ſcilicet quòd non ſpectabitur oculus; quippe quoniam in ipſum non fiunt refractiones.

Theorema uigeſimumſextum.

IN cauis ſpeculis ſi extendatur dimetiens ſphæræ, ex centroq; ad angulos rectos ducatur, & in altera parte poſitus fuerit oculus, nihil eorum quæ inſunt parte in aqua oculus ſpectabitur: hoc eſt neq; eorum quę ad diametrum, neq; eorum quæ extra diametrum, neq; eorum quæ in diametro.

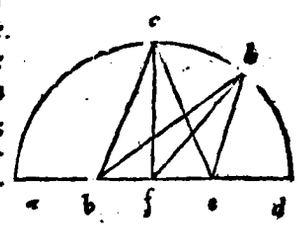


Sit cauum ſpeculum a c d, dimetiens autem eſto ipſius ſphæræ a d & ipſi a d ad angulos excitetur rectos ab ipſo f ipſa f c circulus, aut c meſto b extra ipſum diametrum, uiſus autem ſit b e. Igitur uiſus b e, refractus non ueniet in b, neq; in f. In æqualibus nanq; angulis refringitur. Veniet igitur ſicut e h. Similiter quoq; & ſi introrſum cadat oculus ſicut b, ſiue in diametro, ſicut m, refracti autem uiſus ſicut h k, m n: ueniunt enim ſicut k l, n x. Igitur eorũ quæ in ea ſunt parte in qua oculus ſpectatur nihil, neq; eorum quæ in diametro, neq; eorum quæ extra diametrum, neq; eorum quæ introrſum.

Theorema uigeſimumſeptimum.

IN cauis ſpeculis ſi in dimetiente ponantur oculi æqualiter diſtantes à centro, nullus ipſorum oculorum ſpectabitur.

Sit cauum ſpeculum a c d, dimetiens uerò ſit a d, centrum autem ſit f, ad rectos angulos ſit f c, oculi porrò ſint b e à centro æqualiter diſtãtes, uiſus autem b c, igitur refractus ueniet in e: in æqualibus enim angulis refringitur, alius autem nullus ibit ut b h. Connectantur h e. h f, igitur angulus qui ſub b h e biſariam ſecabitur ab ipſa f h, et proportionale erit ſicut b h ad h e. ſic b f ad f c, quod eſt impoßibile. Nam b h, ipſo b e maior eſt, & b f, ipſi f e. eſt æqualis, nullus igitur refractus ueniet ex b in e: unus igitur uiſus refringetur in utroq; oculorum, & ipſe non ſpectabitur. Nam b c, extenſa ipſi b d, non concurrit ad partes c d, apparebat autem unumquodq; propter ſpectatorum congreſſum, neq; e c, ipſi e a ad partes c a, concurrit. In cauis neq; ſpeculis unumquodq; ſpectatorum per ex ſpectato in centrum ſphæræ ductam rectam lineam ſpectatur.

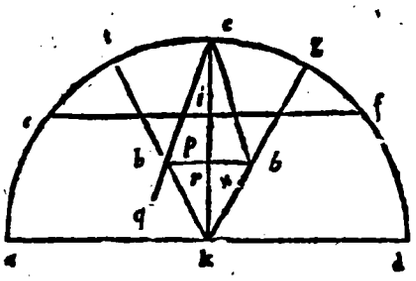


Theorema uigeſimum octauum.

IN cauis ſpeculis ſi eam quę ex centro biſariam ſecans, & ad angulos rectos educens quis ponat oculos æquè diſtantes in ea quæ ex centro, ponatur autem uel per medium diametri & eius quæ ad rectos angulos, uel in ipſa quę ad rectos angulos, ipſorũ oculorum nullus ſpectabitur.

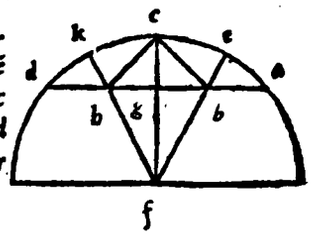
Eſto

Esto cauum speculum a c d, dimetiens autem sit a d, centrum sit k, & quæ ad rectos angulos k c, secetur per 10 primi elementorum bifariam in p, super e a uerò ad angulos rectos esto e p f, et oculi intra diametrum a d & e f, sint b b, in parallelis e f, b b, æquè distantes ipsi k c, uisus uerò esto b c refractus in h: æquos igitur efficit angulos ad circunferentiam, quippe quoniam f e, ipsi b h parallelus est, & b n ipsi n h, est æqualis, & connexæ k b, k h extendantur, extendatur autem & c b in q, & quoniam b c maior est ipsa b k maior est angulus r angulo i. Quare & qui sub c b h, maior est eo qui sub h b k, hoc est eo qui sub h b k, igitur b c, ipsi k h, non concurrit. Igitur ipse h non spectabitur: propter congressum nanque ipsorum b c, k h spectatur.



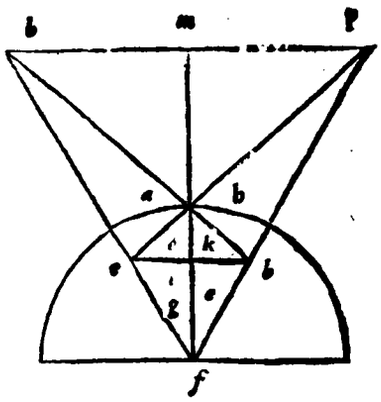
Aliter.

Sint rursus eadem qui supra, sed b b oculi sint in bisaria, & ad angulos rectos sectu ea quæ ex centro a d: quoniam igitur æqualis quidē est b c, ipsi b f & e h ipsi f h, parallelus igitur est b c, ipsi f h. Igitur b c uisus non concurrit ei quæ ex centro in spectatum, hoc est ipsi f h ad partes, b c: quare oculus h non spectatur, spectabitur nanq; propter ipsorum b c f h congressum.



Aliter.

Sunto rursus eadem, in superiori uerò ipsius bisariæ sectionis ponãtur oculi b c, æquè distantes ab ea quæ ex centro, hoc est f a. Dico iam b c ipsos spectari, & ea quæ sunt dextra sinistra, & quæ sunt sinistra dextra, & simulacrũ maius ore & interuallum à speculo maius habens simulacrum: esto enim b a, uisus refractus & connectantur à centro f ad b c ipsæ f b, f c, & extendatur b a. Quoniam igitur bisaria sectio est g maior est b f ipsa b a, & angulus k angulo e: æqualis autem est k ipsi d: maior igitur est et d ipso e: coincidunt igitur ipsæ f b, c a, extensæ concidant in p. Id propterea iam b a, f c concurrunt in h, spectabitur igitur ipsæ quidem c, in b, & b in p & dextra quidē sinistra, & sinistra dextra apparent. Sed maior esto h p ipsa b c, parallelli enim sunt: simulacrum igitur maius apparet, & magis à speculo distans, maior est enim m a ipsa a l.

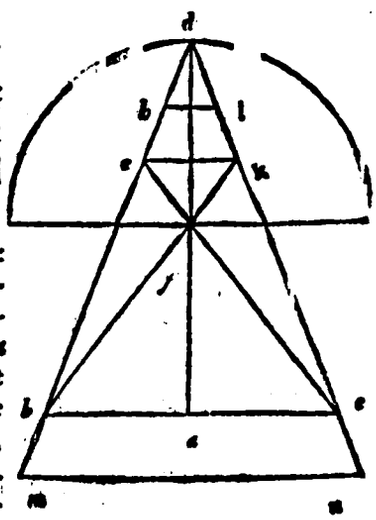


Theorema uigesimum nonum.

SI uerò extra diametrum ponãtur oculi, ea quæ dextra sũt dextra, & quę sinistra sunt, sinistra spectantur, & simulacrum minus spectato, & in eo quod medium inter spectatum & speculum.

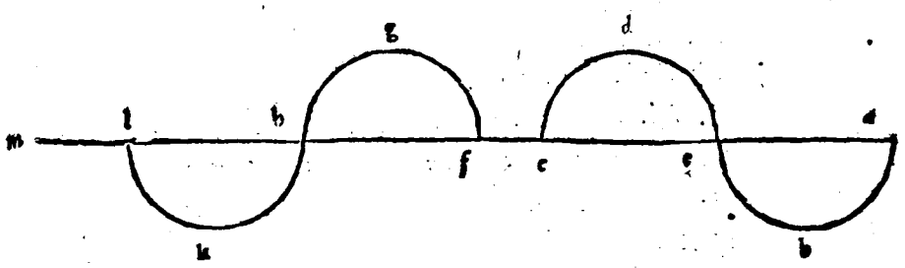
Esto, inquam, oculi b c, centrum autem sit f, ipsius speculi: et ipsi diametro ad angulos rectos esto a f d, et huic ad angulos rectos b c & ipsi b a, æqualis esto a c, et uisus sit b d, refractus in c, & per centrũ ipsæ b f k, c f e, & ab ipsis e k, cõnectatur e k, igitur b in k apparet & c in e. Igitur quæ dextra sunt dextra, et quæ sinistra sunt sinistra spectantur, et simulacrũ e k, minus est ipso b c spectato, parallelus nanq; est c k ipsi b c, & circa medium speculi, & spectate apparet simulacrum.

Deducto autem spectato, & eo minus apparet simulacrum



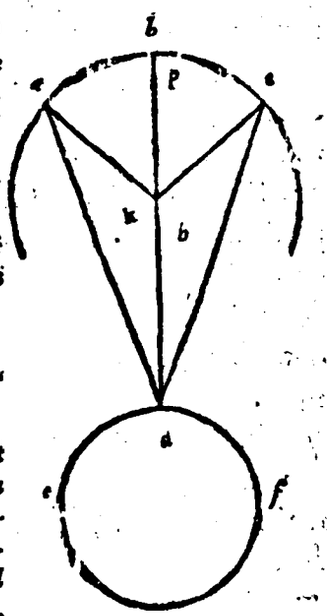
Erum ſeposítum ab ipſo b c, posítum, similiter igitur ab ipſo m in f, centrum connexa & extenſa ſuperius cædit in k ſicut l: quæ uerò ab n in f ſuperius in e, uſque h. Igitur m n ſpectatur ſicut h l & minus est h l, ipſo c k & ſpeculo propinquius.

Theorema trigeſimum.



SPeculum cõſtruere eſt poſsibile, ut in ipſo ſpectentur plures facies, & maiores, & minores, & aliquæ propius, & aliquæ lõgius, & aliæ dexteræ, & aliæ ſiniſtræ.

Sit enim planum a m, igitur in hoc fieri poſſunt conuexa ſpecula ſicut a b c, h k l. Caua autem qualia ſunt c d e, f g h, plana porrò qualia ſunt e f l m, posita uerò facie ſicut g ſpectantur à planis æqualia ſimulacra æque diſtantia, à conuexis uerò minora & minus diſtantia, à cauis porrò omnino ſicut manifeſtum eſt.



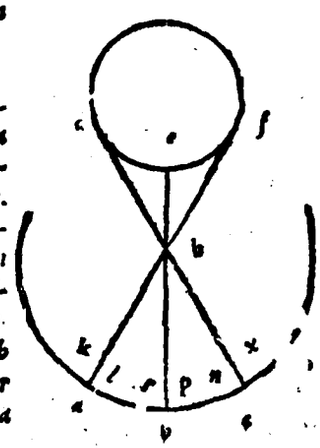
Theorema trigeſimum primum.

EX cauis ſpeculis ad ſolem poſitis ignis accenditur.

Esto cauum ſpeculum a b c, ſol autem ſit e f, centrum autem ſpeculi ſit h, & à quodam ſigno d connexa quidem in h centrum d h, extendatur in b. Incidat autem d c acta & refracta in k, refringetur autem ſuper h centrum. Angulus enim qui ad p, circunferentiam minor eſt eo qui ad circunferentiam ſub b c d, & ſit a b circunferentia æqualis ipſi b c, & ab ipſo d alia acta cadat d a, manifeſtum igitur quod refracta a d acta cadit in k, quippe quoniam circunferentia a b æqualis eſt ipſi b c. ſimiliter autem oſtendetur quòd omnes ab ipſo d incidentes in ſpeculum & æquos ſuſcipientes in idem coincidunt ipſi b k ſuper ipſo h.

Aliter.

Esto rurſus cauum ſpeculum a b c, ſol autem ſit d e f & à ſigno quodam e per h centrum ſit e h b & a b d f, ſint d h c, f h a. Igitur demonſtratui quidem quòd quæ ex e actæ concurrunt in ſe ipſas per p r, angulos æquos exiſtẽtes, diametri enim ſunt. Quæ uerò a b f in h a, per k l angulos. Quæ uerò a b d in h c, quoniam n x anguli ſunt æquales, quod autem omnes in ſe ipſas refringuntur, manifeſtum: ex centro nanque exiſtentes ſemicirculos faciunt: qui uerò in ſemicirculis anguli ſunt æquales, per uigeſimamſeptimam tertij elementorum, per æquos enim angulos fiunt refractiones, in ſe ipſos igitur refringuntur. omnes igitur coincidunt quæ ab omnibus ſignis in eas quæ per centrum & in centro aguntur. bis igitur actis, calefactisq; circa centrum ignis colligitur, quare ibi ſtupa appoſita accendetur.



Catoptrices, hoc eſt de imaginibus quæ in ſpeculis

FINIS.

BARTHO-

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS IOANNI ZAMBERTO VENETO, FRATRI *humaniſsimo, ſalutem perpetuam.*



VVM me iam pluribus annis hiſce mathematicis diſciplinis mirũ in modũ delectari tibi exploratiſsimũ eſſet, Ioannes frater chariſsime, cũq; ſæpius, me quaſi ad pugnã prouocãs, aliqua abſte mechanico artificio ſtructa oſtẽderes, quæ optices, hoc eſt perſpectiuæ ſpeculationibus cõpacta plurib. lineis ſeſe inuicẽ diſpeſcẽtibus, multiplicibusq; angulis, mirandã ingenij tui ſolertiã altamq; indaginem præ ſe ferrẽt: efficere nõ poteram quin etiã theoremata maximè nõ comprobarẽ: quãdoquidẽ niteris lineis & angulis efficere, ut ea quæ plana ſunt, quãdoq; cõuexa: at quãdoq; ſeſe in intima penetralia extẽdere, aliquãdo uerò ſolida & trib. dimenſionibus conſtare uideãtur. Cuius quidẽ diſciplinæ rationẽ quandoq; cùm apud Socraticũ Euclidẽ in uetuſtiſsimis & tineis ac carie cõtritis Græcis codicib. legerẽ, quodã ſtupore perfuſus, hominis ingeniũ arduũ & ſublime inde dijudicans, opus illud mira ſolertia, ſed maximo ſtudio nõ legi, ſed relegi trãſcripſiq; pariter, ut tãta doctrina quoq; inter noſtros codices ſumma uenerationẽ ſeruata reperiri poſſet. Quod quidẽ opuſculũ cum quãdoq; tibi demõſtraſſem, auidiſsimè, ut qui hiantibus faucib. ſitibundi fontis frigidam aquã æſtiuis ardoribus ingurgitãt, petijſti, ut illud tibi Latinũ efficerẽ, exiſtimãs eſſe aliquid cæteros homines quos diuerſa inutilia oblectamẽta iuuãt diſciplinis excellere. Quod ſanè ut tuis uotis frater chariſsime ſatisfactũ eſſet, quaſi ocio deditus ex Euclidea interpretatione illa laboris plena, ſedulò curaui, opusq; ipſum ſublimi, & mirãdo iudicio ab Euclide ipſo exquiſitũ Latinũ feci, ut tibi ſatisfaciẽdo, cõmuni quoq; ſtudẽtiũ utilitati conſulerẽ. Quod ſanè opuſculũ tibi id propterea deſtino, ut tibi neceſsitudinis noſtræ amoriſq; & beneuolẽtiæ ſit exploratiſsimũ pignus, tũ quia hiſce ſtudijs & ſpeculationib. delectaris: idq; propterea iure quodam tibi id opus deſtinari debet, quãdoquidẽ ea illis ſunt dedẽda, qui eorũ peritiã tenent. Sub tuo igitur nomine perſpectiua Euclidis in lucẽ ueniet, ex Græcorũ illis diſciplinarũ ingeniorũ & doctrinæ mũdæ & caſtigatæ plenis ſcrinijs eruta. Cæterũ tu frater chariſsime hæc leges, uidebisq; quantum fuerit Euclidis iudiciũ, quantũ ingeniũ, quãta doctrina, ut hæc optica theoremata eo examine ſtruxerit, ut eorũ nullũ rectè ſentiẽtes negare poſsimus, in quib. ſi quid fortaſſe cõperies minus obuiũ & tibi notũ, teſtatim ad elementorũ ſpecularia & apparentiũ Euclidis doctrinã conferes. inde nãq; omnia tibi plana fiẽt, & luce meridiana clariora. uerùm ne me Criſpini ſcrinia lippi cõpilaſſe putes, uerbũ nõ amplius addam. Vale XI. IV. XIX. elemento cõciliatę diuinitatis. Venetijs VI. Calẽd. Octobr.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI PLATONICI, INSIGNISQVE mathematici, incipiunt Optica, ex traditione Theonis, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.



STENDENS ea quæ per uiſum conſolationis gratia nonnullos induxerunt, ratiocinatus eſt, quòd omne lumen in rectas lineas protenditur, reiſque huiuſmodi argumentum uel maximum eſſe ex corporibus umbras eductas, deque foraminibus & aſpectibus lucem delatam. Horum etenim unumquodque neutiquam fieret, ſicut & nunc factum ſpectatur, niſi à ſole delati radij in rectas lineas extenderentur. Itidem quoque ex ignibus noſtris emiſſam, inquit, lucem cauſam eſſe, qua corporum adiacentium aliqua illuſtrantur, indeq; umbræ educuntur aliquæ quidem ſubiectis æquales corporibus. Aliæ uerò maiores, aliæ porrò ſuppoſitis corporibus minores. Æquales quidem emittunt umbras quæcunque lucentibus illuſtrantibusq; ignibus ſunt æqualia. extremi nanque radij in his in parallelis conueniunt, fitque ut umbræ neque concurrentes imminuant, neque his umbræ creſcant, ſed ſicut ſe habet offenſio corporis, talem quoque umbræ commenſurationem obtineat. Minores uerò corporibus umbræ ſunt, quando illuſtrantes ignes maiores fuerint: extremi nanque radij in ipſis concurrunt, idque propterea umbras imminuunt. Maiores porrò corporibus umbræ ſunt, quando illuminantes ignes minores fuerint: extremos nanque radios in his rotundi contingit, inumbratamque maiorem partem perficere. Id minimè fieret, niſi ab igne delati radij in rectas lineas protenderentur. Clarius quoque hoc & alijs affectibus deprehendi contingit. Lucerna etenim utcunque iacente ſi appoſita fuerit portula ſubtilem habens rimulam ut ferè, proueniatq; rimula ex oppoſito lucernæ. Ipſi autem portulæ in alteram partem propior apponatur portula, inquam, per rimulam lux delata procidat, omnino procidentem lucem in ipſam portulam rectis contentam lineis inueniemus, connectentemq; interuallum medium inter rimulam portulamq; in eandem rectam lineam exiſtere. Cum igitur manifeſtum ſit quòd omne lumen in rectam lineam protenditur, & omnibus conſtat in recti aſpectum euenire ab ipſo erumpētes radios, ciuſdē eſſe rationis, hoc eſt per rectas protendi lineas, hosq; in interuallis, idq; propterea ea quæ ſpectantur, ſimul tota aſpici non poſſe, præceptionem attulit huiuſmodi. Acu ſiquidem ſiue alio huiuſmodi corpuſculo ſæpius in pauimentū delapſo aliquibusq; accuratius inquirentibus, locumq; ipſum ſæpius nullo corpuſculū quæſitum prohibēte tangentibus, deinde rurſus uiſum proijcientibus ad locum in quo erat corpuſculum, acū perſpexerunt. Manifeſtum nempe quòd id quod inuentum eſt, neq; etiam locus in quo erat uidebatur, proinde quæſito ſub aſpectum expoſito, loci partes omnes non ſpectantur. Si enim uideretur, & quæſitū quoq; aſpiceretur, nō aſpicitur autem. Itidem quoq; eos qui libris accuratè aſſiſtunt neq; omnes literas in margine exiſtentes intueri poſſe dixi. Sæpius nanque coactos oſtendere rarò deſcriptas literas, minimè ipſas oſtēdere poſſe, eo quia ad omnes literas uiſus non efferuntur, ſed per interualla ipſos exiſtere, ac perinde ordine expoſitarum literarum plures percipi non poſſunt: proinde manifeſtum eſt quòd neq; totus marginis locus aſpicitur, itidem quoq; in alijs ſpectaculis euenit, quare quæcunq; ſpectantur ſimul tota non ſpectantur, uidentur tamen aſpici ob nimiam uiſuum celeritatem, nihilq; relinquentium, hoc eſt in continuum delatorum, minimeq; ſalientium. Sub uiſum nanq; cadit ſpectatæ rei imago, ut inde motus uiſus rē uiſam pcipiat, cauſasq; has attulit. In quæſito nāq; corpore & in eo qui accuratè libro ſtudet, dubium ſumitur ut dicatur. Si imaginibus procidentibus paßio uiſiua gignitur, & ſi ab omni corpore cōtinuè imagines profluunt quæ noſtros ſenſus commouent, qua de cauſa fit ut quærenti acum, itidemq; librum accuratè legens omnes literas non perſpicit. Eo quia quandoq; intellectu eleuantur, nihil minus ratiocinationes quærunt, ſed omnino non inueniunt: ſæpius autem cum alijs ratiocinantes, intellectuq; attrahentes, celerius inueniunt. Sed non omnes imagines per ſpectū iudicantur, & qui nam cauſa iudicata permanent, dixerunt, inquam, naturam eſſe iuxta animalia. Eorum uerò quæ ſenſus habēt aliqua ad receptaculum recta linea ſunt conſtructa, aliqua uerò nō. auditum etenim & guſtum & olfactum conuexa conſtruxit intrinſecus, ut extrinſecus procidētia corpora eiſdem ſenſus huiuſmodi mouerēt,

auditui ſiquidem uox procidēs locum aptum inuenire debet ut permaneat, ac ne ut obtigerit è ueſtigio tranſiliat, ſed ſenſum immobilem ſeruet, ac delatam uocem confundat. Similiter quoq; & olfactum. at de guſtu aliquid dicere oportet, et maximè quomodo ipſi ſenſus comexi, & in ſpeluncæ ſimilitudinem ſint conſtructi: ad hoc, ut procidentia corpora plurimo tempore permaneant, & in uiſu quoq;. igitur ſi extrinſecus eidem ceciderint ipſum corpora mouentia, & non ab ipſo in eadem aliquid ſit emiſſum, illius conſtructionem conuexam beneq; compoſitam, ad receptaculum corporum præcedentium eſſe oportuit: nunc autem ſpectatur hoc non ſic ſeſe habens, ſed potius ſphæricus uiſus apparet, fidemq; huiuſmodi efficiūt in præſentia radij effuſi, paßionemq; uiſiuam mouentes. At de huiuſmodi ſatis dictum uidetur. Cur autem uiſui in eodem exiſtenti plano ſuperficies iacētes in rectam lineam appareant, hæc aſſeruit: quippe quoniam in eodem plano exiſtens uiſus rei uiſæ idem eſt, neq; ſublimior, neq; humilior, eo quia in eodem ſitus eſt plano: ſi igitur neq; ſublimior, neq; humilior eſt uiſus in eodem exiſtente plano circunferentia, in partes aliquas ſublimiores, & in partes aliquas humiliores radios minimè tranſfundit. Sed omnibus circunferentiæ partibus æquos per planum delatos radios tranſmittit. Quare hac de cauſa fit ut planum rectas per phantaſiam lineas relinquet, et in plano deſcriptam circunferentiam: planum etenim in rectas uiſui lineas iacens, inuiſibile ſiquidem eſt eo quia in illud nullus ab uiſu emiſſorum radiorum cadit: at illius finis ſpectatur, quæ linea eſt. Inquit enim quòd eo quia in uiſu linea manet, quæ reliquis plani partibus adiecta inuiſibile planum efficit. Eadem quoque cauſa aſſeritur de plano in rectas lineas poſito ad oculum. efficit nanq; rectas lineas relinquere phantaſiam, circunferentiarumq; in eodem plano ad oculum expoſitarum apparere, ut maior pars appareat quando plures uiſus emittuntur, æqualis uerò quando æquales, minor autem quando minores, fiunt uiſibus ſicut anguli quidem ad oculum.

Suppoſitio prima.

Supponatur ab oculo uiſus emiſſos in rectas lineas ferri, interuallumq; quoddam inuicem efficientes, & ſub uiſibus figuram comprehenſam eſſe conum uerticem habentem ad oculum, baſim uerò ad fines rerum uiſarum.

Suppoſitio ſecunda.

Ea uidentur ad quæ uiſus perueniunt.

Suppoſitio tertia.

Ad quæ uiſus non perueniunt, ea non ſpectantur.

Suppoſitio quarta.

Sub maiori angulo ſpectata, maiora apparent.

Suppoſitio quinta.

Sub minori angulo, minora uidentur.

Suppoſitio ſexta.

Æqualia uerò uidentur, quæ æqualibus angulis ſpectantur.

Suppoſitio ſeptima.

Quæ ſub ſublimioribus radijs ſpectantur, ſublimiora apparent.

Suppoſitio octaua.

Quæ uerò ſub humilioribus radijs uidentur, humiliora apparent.

Suppoſitio nona.

Et ſimiliter quæ ſub dexterioribus ſpectantur radijs, dexteriora apparent.

Suppoſitio decima.

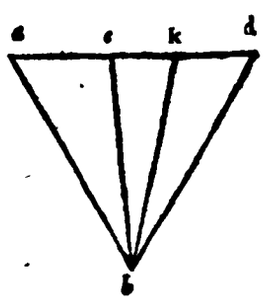
Quæ uerò ſub ſiniſterioribus radijs ſpectantur, ſiniſteriora uidentur.

Suppoſitio undecima.

Quæ ſub pluribus angulis ſpectantur, expeditius uidentur.

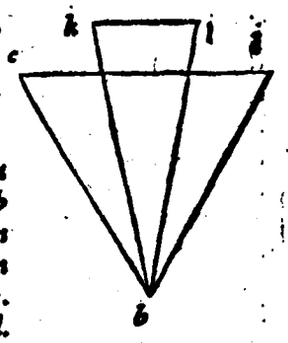
Theorema primum.

EOrum quæ ſub aſpectum cadunt, quicquam ſimul totū aſpici minimè poteſt.



Sit nāq; uiſile quoduis a d, oculus uerò ſit b, à quo procidāt uiſus b a, b c, b k, b d. Igitur quoniā in interuallo ferūtur procidētes uiſus nō procideret continui ad a d, quare fient quoq; & ad a d, interualla, ad quæ uiſus non ueniunt, ea non ſpectantur per 3 ſuppoſitionem: totum igitur a d, ſimul minimè ſpectabitur, uidetur autem ſimul ſpectari uiſibus celerrimè delatis.

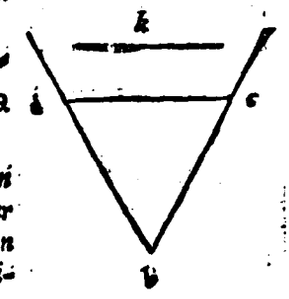
Theorema



Theorema ſecundum.

AEqualibus magnitudinib. interuallo poſitis, propius poſitæ euidẽtius ſpectãtur.

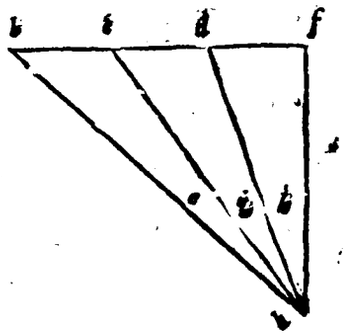
Sit oculus b, quod autem ſpectatur ſit c d, & k l, oportet, inquã, ipſa æqualia & parallela eſſe, propius uerò ſit c d, procedentiq; uiſus b c, b d, b k, & b l, non utiq; dixerimus quòd ab ipſo b, oculo ad ipſam k l procidentes uiſus ueniãt per c d, ſigna, fuerint nanq; trianguli, b k l, & b c d, ipſum k l, maius q̃ ipſum c d, atqui poſitũ eſt quòd & æquale, igitur ſub plurib. uiſibus ſpectatur c d, quàm k l, euidentius igitur apparebit c d, quàm k l.



Theorema tertium.

EOrum quæ ſpectantur unumquodq; longitudinem interualli habet aliquam, qua aduentante, non amplius ſpectatur.

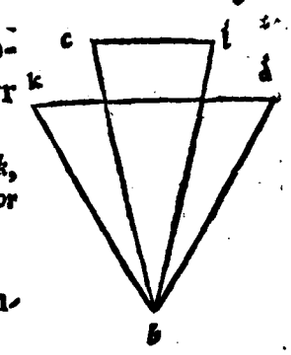
Sit, inquam, oculus n, ſpectatum uerò c d, ſitq; in aliqua diſtantia, non amplius ſpectabitur, fiat nanq; c d, inter uiſuũ interuallũ in quo k, igitur ad k nullus ab ipſo b uiſus procidet, id uerò ad quod uiſus nõ addunt non ſpectatur. Eorum igitur quæ ſpectantur, unumquodq; longitudinem diſtantiæ habet aliquam, qua aduentante, non amplius ſpectatur.



Theorema quartum.

AEqualibus interuallis, in eadem rẽcta linea exiſtẽtibus, quæ ex pluri diſtantia ſpectantur, minora apparent.

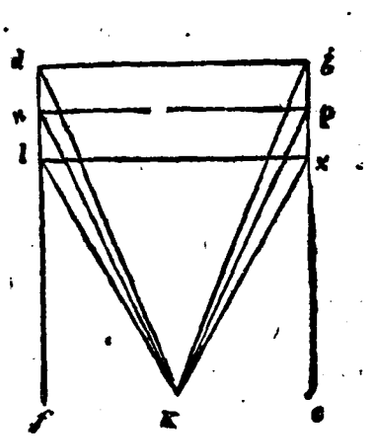
Sint, inquam, æqualia b c, c d, d f, oculus uerò ſit k, ex quo procidant uiſus k b, k c, k d, & k f, & k b, ad rectos ſubſiſtat angulos ipſi b f: quoniam igitur in rectangulo k b f, æquales ſunt b c, c d, d f, maior eſt quidem angulus e angulo g, & g angulus ipſo angulo h: maius igitur apparet b c ipſo c d, & c d, ipſo d f.



Theorema quintum.

AEquales magnitudines inæqualiter expoſitæ, inæquales apparẽt, & maior ſemper ea quæ propius oculum adiacet.

Sit æqualis c d ipſi k l, oculus uerò ſit b a, quo procidant uiſus b c, b k, b l, & b d, igitur d c, ſub maiori ſpectatur angulo quàm ipſa k l: maior igitur apparet c p ipſa k l.

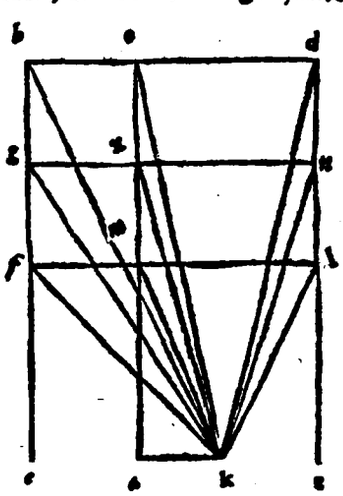


Theorema ſextum.

PArallela interualla in diſtantia ſpectata inæqualis latitudinis apparent.

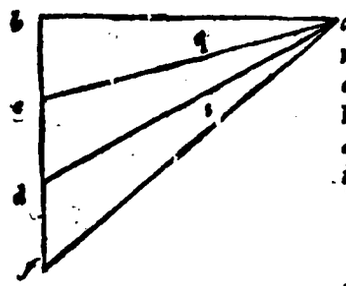
Sit, inquam, b c ipſi d f parallelum interuallum, oculus uerò ſit k. Dico quòd b c, & d f inæquali latitudine apparet, & magis, inquam, propius interuallum remotiore, procidant nẽpe radij k x, k p, k b, k d, k n, & k l, & connectantur rectæ lineæ x l, p n, & p d. Quoniã igitur angulus qui ſub x k l, maior eſt eo angulo qui ſub p k n, maius igitur apparet ipſum x l ipſo p n, atq; id propterea n p, recta linea maior apparet ipſa b d, recta linea non amplius ſpectabuntur parallela interualla, ſed minora, & inæqualis latitudnis: parallela igitur interuallorũ ex diſtantia ſi ſpectẽtur, inæqualis latitudinis apparent. Sic nẽpe in eodẽ plano ſpectato fuerit oculus ſic. eſto enim k, & excitetur per undecimam undecimi elementorum, ab ipſo k ad ſubiectum

ctum planum perpendicularis k h: ab ipso autem a in f l, ipsa a m, per duodecimam primi elementorū & extendatur per secundum postulatum in o, procidantq; radij K b, K g, K f, K d, K n, & K l, & connectantur per primum postulatum K m, K x, & K o. Quoniam igitur ab ipso K, sublimi in ipsum h connectitur K m, perpendicularis igitur est in ipsam m l, per duodecimam primi elementorum: similiter iam & K x, in ipsa g n, & ipsa K o, in ipsa b d. Igitur triangula K m l, K x n: K o d, rectangula sunt, & æqualis est ipsa quidem x n ipsi m l, parallelogrammum, in quam, est ipsum m n, utraq; ipsarum x K, K n, maior est utraque ipsarum m K, K l, maior igitur est & angulus qui sub m K l, eo qui sub x K n. Quare & tota f l, tota g n maior apparet, idq; propterea & l s, ipsa b d, inæqualis igitur latitudinis ipsæ magnitudines apparent.



Theorema septimum.

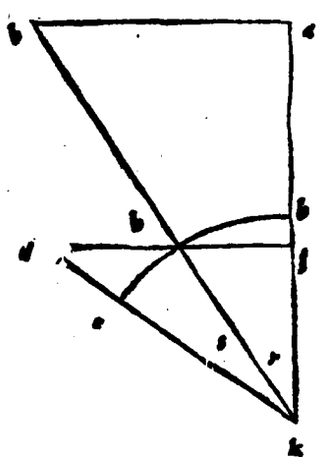
IN eadem recta linea æquales magnitudines remotius inuicem positæ, inæquales apparent.



Sint æquæ magnitudines b c, & d f, oculus uerò sit K, & ab ipso K, oculo procidāt uisus K b, K c, K d, K f, rectus uerò sit angulus qui sub K f b, igitur angulus s angulo q maior est, quare & d f ipsa c b, maior apparet. Igitur ipsæ d f & b c magnitudines inæquales apparent.

AEquales magnitudines inæqualiter expositæ interuallis, proportionaliter minimè spectantur.

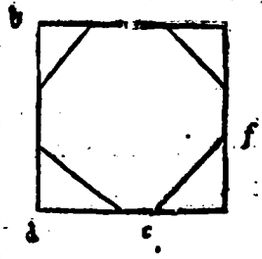
Esto enim b c ipsi d f æqualis, & ei parallelus apponatur, K oculus, & ab ipso procidant radij, K f c, K h b, K f, & K e d: quorum K c, ipsi b c, esto ad angulos rectos. Dico iam quòd ipsæ b c, & d f magnitudines ipsis c K, & K f, interuallis proportionaliter minimè apparent. Quoniam enim angulus qui sub d f K, rectus est, acutus igitur est angulus qui sub f K h, quare & ipsa h K ipsa K f maior est, centro igitur K, interuallo uerò K h, per tertium postulatum circulus descriptus extra ipsam K f cadit, describatur & esto e h g: & quoniam h d K, triangulum maiorem habet rationem ad h K e, sectorem, quàm f h K, triangulum ad g h K, sectorem: uicissim igitur h d K, triangulum ad f h K, triangulum maiorem habet rationem, quàm e h K, sector, ad g h K sectorē. Cōponendo igitur per decimāoctauam quinti elemētorū triāgulū f d K, triangulum f h K, maiorem habet rationem, quàm e g N sector, ad g h K, sectorem, sed sicut f d K triangulum, ad f h K triangulum, sic d f ad f K: sicut autem g e K, sector ad g h K, sectorem, sic qui sub d K f angulus, ad eum qui sub h K f angulum. In maiori ergo ratione est d f ad f h, quàm s r angulus ad r angulum. Sicut autem d f ad f h, sic c K, ad K f, & K c, igitur ad K f, in maiori est ratione quàm s r angulus ad r angulum, at ex angulo s r, spectatur d f: ex r uerò angulo spectantur b c. Igitur magnitudines interuallis proportionaliter minimè spectantur.



Theoremæ

Theorema nonum.

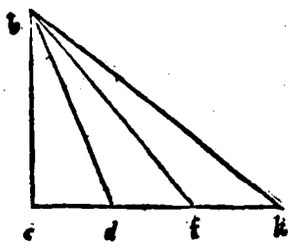
REctangulę magnitudines ex interuallo ſpectatæ, circunductæ apparent.



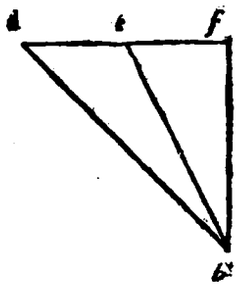
Sit rectangula magnitudo b c ex interuallo ſpectata, igitur eorum quæ ſpectantur unumquodq; longitudinem habet aliquã interualli, qua aduentante nõ amplius ſpectatur, ſicut per 3 theorema apparet, igitur angulus c non ſpectatur. At ſigna d f, ſolũ apparent. Similiter etiam & in unoquoq; reliquorũ angulorum hoc eueniet, quare totum circunductum apparebit.

Theorema decimum.

SVb oculo poſitorũ planorum, quæ remotiora, ſublimiora apparent.



Sit, inquam, oculus b ſuper ipſo c k plano, à quo oculo procidant radij, b c, b d, b f, & b k: perpendicularis autem eſto per 11 undecimi elementorum b k ad ſubiectum planum. Dico quòd c d ipſo d f ſublimius apparet. Igitur ipſo quidem c d, ipſo d f, ſublimius apparet, & f d ipſo f k: quæ uerò ſub ſublimioribus radijs ſpectantur, ſublimiora uidentur, ſicut per ſuppoſitionem ſeptimam per ſpectiuæ apparet.



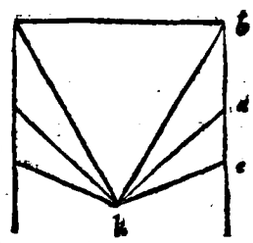
Theorema undecimum.

PLanorum ſuper oculo poſitorum, quæ remotiora, humiliora apparent.

Sit oculus b ſub ipſo d f plano poſitus, à quo exeuntes radij procidãt ut b c, b d: et b f humilima omniũ quæ ex b ad ipſum d f prodeũt, planum eſt ipſa b d, & b c etiam ipſo b f humilior eſt. Sed per b d, & b c, radios ſpectatur ipſum d c, & per b c & b f, ſpectatur ipſum c f, ipſum igitur d c humilius ipſo c f ſpectatur.

Theorema duodecimum.

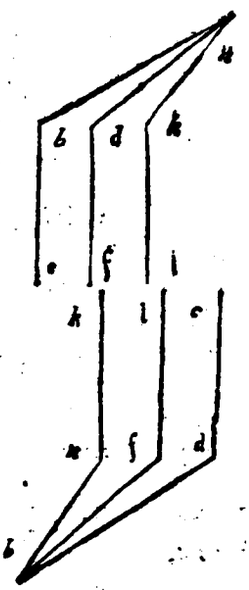
QVę obiiciuntur lõgitudinem habẽtium quæ ſunt in dextris, in ſiniſtra procedere uidentur: quæ uerò in ſiniſtris, in dextra.



Sint enim ſpectata b c, d f, oculus uerò ſit k: à quo procidant uiſus k c, k a, k b, k f, k g, & k d. Igitur ipſum d in ſiniſtram magis quàm g, ſimiliter quoq; b dextrorſum magis quàm a uidetur procedere. Quare quæ obiiciuntur longitudinem habentium quæ in dextris ſiniſtrorſum & quæ in ſiniſtris dextrorſum uidentur procedere.

Theorema decimumtertium.

AEqualium magnitudinum ſub oculum poſitarum, quæ longè poſitæ ſunt, ſublimiores apparent.



Sint enim æquæ magnitudines b c, d f, k l, ſub oculum n poſitæ, & ab ipſo n oculo procident radij n b, n d, n k, igitur ſublimior eſt n b, reliquis radijs, quare & b ſignum. igitur b c ipſa d f, ſublimior apparet, & d f ipſa k l: æqualium igitur magnitudinum ſub oculum poſitarum, quæ longè poſitæ ſunt, ſublimiores apparent.

Theorema decimumquartum.

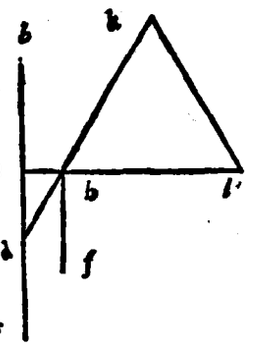
AEqualium magnitudinum ſupra oculum poſitarum, quæ longè poſitæ ſunt, humiliores apparent.

Sint æquæ magnitudines k n, l f, c d, ſuper oculum poſitæ, quæ ſit et ab

ipſo b oculo procidant radij b n, b f & b d. Igitur humilima eſt b d, quare & d ſignum. Ac per hoc c d, humilior apparet ipſa l f, & l f ipſa k n.

Theorema decimumquintum.

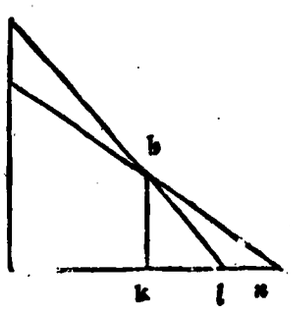
EOrum quæ ſub oculũ poſita ſunt, quę ſeſe inuicem excedunt adhęrente oculo maiore ſupra ſpectatum maius apparet, recedente uerò minore minus.



Sit nempe maius b c ipſo h f, ponaturq; ut oculus ſit k, ſemper ipſa b c, & h f, procidatq; radius per h, ſitq; k d, igitur b c ipſo h f maius apparet ipſo b d. æquum enim apparebat h f ipſi d e, quoniã iam ſub eodem oculo k & radio k d aſpiciebatur. Rurſus iam permutetur oculus k, ſitq; oculus in l & p h, procidat radius l n, igitur rurſus b r ipſo h f maius apparet ipſo b n minore, igitur ipſum b c, ipſum h f, uidetur excedere abeunte oculoq; adhærente.

Theorema decimumſextum.

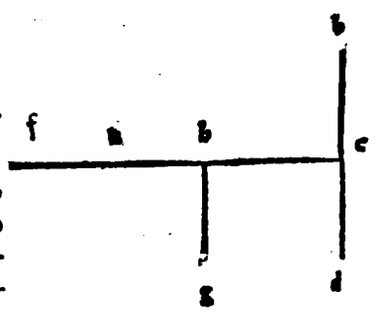
QVæ ſeſe inuicem excedunt inferius oculo poſito, adhęrente oculo minore minus ſuper ſpectatum apparet, recedente uerò maius maiore.



Eſto, inquam, maius b f ipſo h k, & oculo l inferius poſito cadat radius l c: per h, igitur b f ipſo h k maius apparet ipſo c b. Immutetur iam l oculus, ſitq; oculus n, cadatq; radius n d, per h igitur rurſus b f ipſo h k maius ipſo b d apparet. Adhærente igitur oculo minore maius, & recedente maiore ipſum b f, ipſum h k uidetur excedere.

Theorema decimumſeptimum

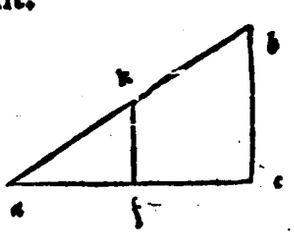
QVæcũq; ſeſe inuicẽ excedũt, oculo poſito in recta linea minori magnitudine exiſtẽte, adhęrẽte et recedẽte oculi æquali ſemper ſuperius ſpectatum minus uidebitur excedere.



Excedat, inquam, b d ipſum h g ipſo b c & connexa c h per 2 poſtulatum extendatur, ſitq; oculus in f. igitur ab ipſo f radius procidens per f c, annectetur. Rurſus iam permutetur oculus in k, igitur per hoc ab ipſo k oculo radius procidens per k c annectetur, eodem igitur excedet b d, ipſum h g & adhærente & recedente oculo.

Theorema decimumoctauum.

DAtam altitudinem cognoſcere quanta ſit.

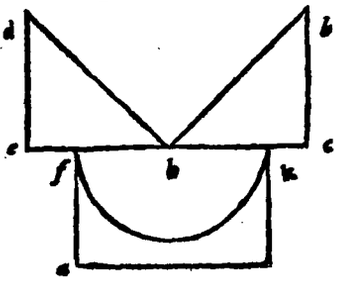


Sit, inquam, quam oportet cognoſcere, quanta ſit data altitudo b c, cadatq; radius ſolis ab ipſo b ut b d, igitur umbra erit ut c d, cape magnitudinem quampiam notam, ſitq; k f annectatq; per trigeſimamprimam primi elementorum ſub angulo d, parallelum b c. Igitur eſt ſicut d c ad c b, ſic d f ad f k, & nota eſt ratio ipſius d f, ad ipſam f k, nota igitur eſt ipſius d c ad c b ratio. Sed d c umbra non eſt ipſa, igitur c b altitudo nota eſt.

Theorema decimumnonum.

SOle non apparente datam altitudinem quanta ſit cognoſcere.

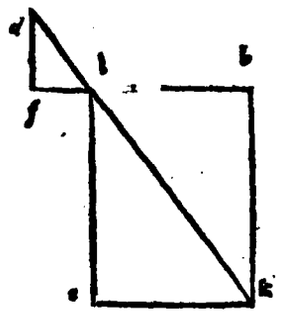
Sit quàm cognoſcere conuenit quanta ſit data altitudo b c, exponaturq; ſpeculum k d, oculus uerò ſit d, & ab ipſo procidat radius d h, refrimgaturq; ut h b, ſiniens, & ab ipſo d oculo perpẽdicularis d f agatur per duodecimam primi elementorum. Igitur anguli qui ad h ſunt æquales adinuicem, hoc enim oſtenſum eſt per primum theorema ſpeculariæ, ſed angulus ad c, eo qui ad f, eſt æqualis per 4 poſtulatum, rectus enim eſt eorũ uterq;. Reliquus igitur angulus qui ad b, reliquo qui ad d eſt æqualis. Quare triangulum b c h, ipſi d h f, triangulo ſimile eſt per primam diffinitionem 6i elementorum. Eſt igitur ſicut h c ad c b, ſic h f ad f d. Ipſius autem f h ad f d ratio nota eſt, & ipſius igitur b c ad c b, ratio nota eſt: at nota eſt c h, nota igitur & c b altitudo.



Theorema uigeſimum.

DAtam profunditatem quanta ſit cognoſcere.

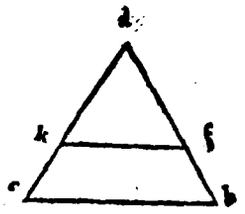
Eſto, inquam, profunditas quàm oportet quanta ſit cognoſcere b k, ponaturq; oculus d, procidatq; radius d l k in deiectum, excitenturq; per 31 primi elementorum ab ipſo d ad ipſam b k ipſa d f, quoniam parallelus eſt b k ipſi d f, procidit q; d k, angulos igitur per uigeſimamnonam primi elementorum b k l, & l d f, inuicem efficit æquales: ſunt autem qui ad l ad uerticem inuicem æquales, per decimamquintam primi elementorum, reliquus igitur angulus reliquo angulo eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt b k l triangulum ipſi l d f triangulo: eſt igitur ſicut l f ad f d, ſic l b ad b k. Data autem eſt ratio ipſius l f ad f d. Data igitur eſt ratio & ipſius l b ad b k. Data autem eſt l b. Data quoq; eſt ipſa b k.



Theorema uigeſimumprimum.

DAtam longitudinẽ quãta ſit cognoſcere.

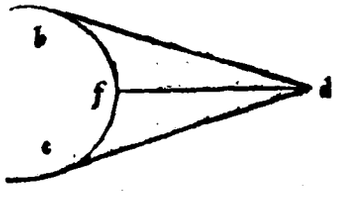
Eſto enim quam quanta ſit cognoſcere oportet data longitudo b c, ponatur oculus d, à quo procidant radij d b, d c, & ab ipſo f, excitetur, per trigeſimamprimam primi elementorum ad ipſam b c, ipſa f k: igitur eſt ſicut f k ad k d, ſic b c ad c d, nota autem eſt ratio ipſius f k ad k d: nota igitur & ipſius b c ad c d ratio, & nota eſt c d, nota igitur eſt et c b.



Theorema uigeſimumſecundum.

SI in eodem plano, in quo & oculus, circuli ambitus poſitus fuerit, recta linea ipſius circuli ambitus apparebit.

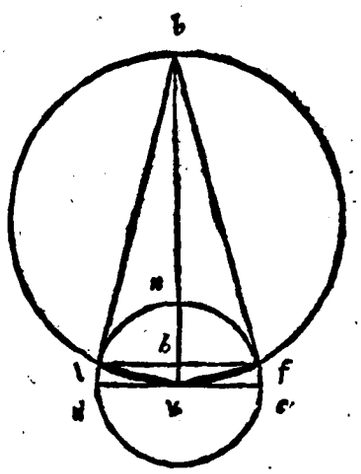
Eſto, inquam, ambitus b c, oculus uerò ſit d, in eodẽ exiſtens plano ipſi b c, à quo procidant radij d b, d f & d c. Igitur quoniam per primum theorema eorũ ſub proſpectum cadunt nihil ſimul ſpectatur, nequaquam apparebit f b, ambitus, ipſa igitur f b, ſigna in rectam eſſe lineam uidebũtur, ſimiliter quoq; & f c, tota igitur b c circunferentia recta linea uidebitur.



Theorema uigeſimumtertium.

SPhæra utcunq; inſpecta ab uno oculo minus ſemper hemiſphærio cernetur, ipſum uerò ſpectatum ſub ſphæræ circulo comprehenſum apparet.

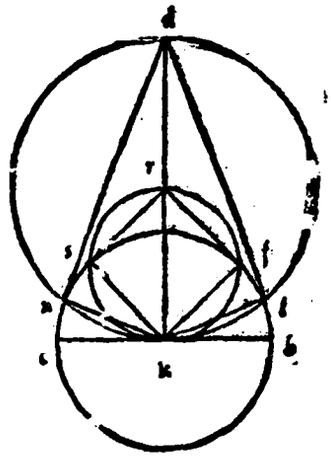
Sit enim ſphæra cuius centrum ſit k, oculus autem ſit b, & connectatur per primum poſtulatum b k, & per 11 primi elementorum ei ad angulos excitetur rectos per k ipſa c k d & extendatur per b k, planum c k d, efficiet, inquam, in ſphæra circulum, efficiat iam ipſum c d l n f, circum uerò k b dimetiẽtem circulus deſcribatur, & per primum poſtulatum connectantur k f, f b, b l, l k, & igitur quoniã per 31 tertij elementorum, angul. qui ſub k f b, b l k recti ſunt, quoniam in ſemicirculis ſunt, & ex centro k f & k l in uno ſigno tangunt b l, b f, ipſam ſphæram. Igitur ab ipſo b oculo procidentes radij in ipſas b f, b l, procidunt. Et quoniam uterq; qui ad b, ſunt angulorum rectus eſt, eò quia c d, ipſi f l, parallelus eſt, & f b, ipſi b l, eſt æqualis per tertium tertij elementorum, ſi iam manente ipſa b b ipſum b f b, triangulum circunducatur in idem, rurſus reuoluetur unde cœperat circunduci. At b f, circumacta in uno ſigno ſphæræ ambitum tangit per correlarium 16 tertij elementorum, hoc eſt in f, & circulus erit deſcriptus per f l ſigna, quare ſub circulo id ſphæræ quod ſpectatur contentum, uidetur & minus hemiſphærio: ipſum nanq; f in l, minus eſt hemiſphærio. Quare & ab oculo ſpectatum minus eſt hemiſphærio.



Theorema uigeſimumquartum.

OCulo ad ſphæram propius accedente, ſpectatum minus eſt, putabitur autem maius uideri.

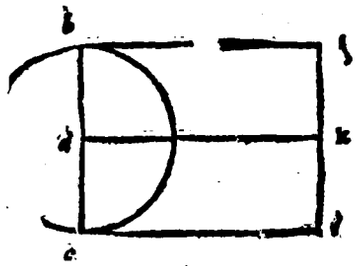
Eſto enim ſphæra cuius centrum ſit k, & ab oculo d in centrum connectatur d k, & per k, per 11 primi elementorum excitetur b c, circum uerò d k circulus deſcribatur, per 3 poſtulatum, & per ſecundum poſtulatum connectantur d n, n k, d l, l k, igitur recti ſunt qui ad l n, anguli: quoniam l n ſemicirculus ſunt, per 31 tertij elementorum. In unum igitur contactum tangunt ipſæ d l, d n, ipſam ſphæram per corelarium 16 tertij elemẽtorum. Ipſi igitur ab ipſo d, oculo procidentes radij per d l & d n cadũt. Rurſus remoueatur oculus, & ſit in r & circum ipſum r, per 3 poſtulatũ circulus deſcribatur, & per ſecundũ poſtulatũ connectantur r f, f k, r s, s k: igitur ipſo r f, r s, in uno ſigno ipſam tangunt ſphæram per correlarium 16 tertij elemẽtorum, & ab ipſo r oculo procidentes radij ut r f, r s cadunt. Quare ſub angulo r ipſum f s, & ſub angulo d ipſum n f s l, ſpectatur, ſed f n s l, ipſo f s, maius eſt: apparet autem minus. angulus enim qui ad r maior eſt eo qui ad d eſt angulo per 20 tertij elemẽtorum: quæ uerò ſub maiori ſpectantur angulo per 4 ſuppoſitionem optices maiora uidentur: maius ergo apparet f s, ipſo n f s l, eſt autem minus.



Theorema uigeſimumquintum.

SPhæra binis ſpectata oculis, ſi dimetiens ſphęræ æquus fuerit rectę lineę diſtanti ab oculis, ipſius hemiſphæriũ ſpectabitur.

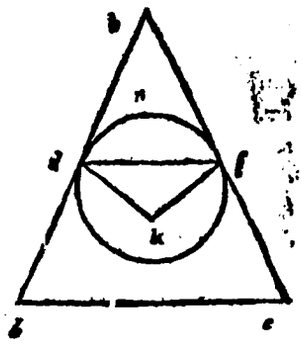
Sit ſphæra cuius dimetiẽs ſit b c, et ab ipſo b c per 11 primi elementorũ excitentur ad angulos rectos b f, c l, et ab ipſo f ad ipſam b c, per 31 primi elemẽtorum excitetur f l, et ponatur oculus unus in f, alter uerò in l: ab ipſo uerò cẽtro d, per 31 primi elemẽtorũ ad ipſã b f parallelus d k. igitur ſi manẽte d k ipſum b k parallelogrammũ, circũagatur in idẽ rurſus



ſus unde cœpit agi conſiſtet, & circunſcripta ab ipſa b d, figura circulus erit, qui per centrum erit ipſius ſphæræ. Quare hemiſphærium tantum ipſius ſphæræ ſpectabitur ſub f l oculis.

Theorema uigeſimumſextum.

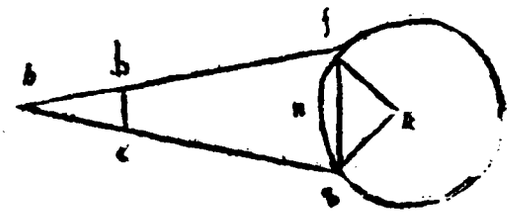
CVm oculorum diſtantia ſphæræ diametro maior fuerit hemiſphærio, maius id quod ipſius ſphæræ ſpectabitur apparebit.



Eſto enim ſphæra cuius centrum ſit k, oculorum uerò interuallum maius eſto ipſius ſphæræ diametro, & per k & b c, extendatur planum, efficiatq; in ſphæra circulũ d f n, procidantq; radij b d, c f, in uno ſigno tangentes, igitur producti inuicem congrediuntur. Quoniam b c ipſius ſphæræ diametro maior eſt, congrediantur iam in h, ſignum. Igitur quoniam ab ipſo ſigno h ipſæ h f, h d, per unum ſignum tangentes cadunt, minor eſt ipſe f n d, ambitus ſemicirculo per uigeſimumtertium theorema, anguli enim h f k, h d k ſunt recti. Ipſius uerò ſphæræ reliquum ſphæræ hemiſphærio maius ſpectatur ſub b d c f.

Theorema uigeſimumſeptimum.

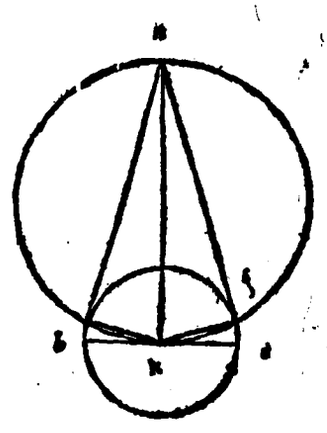
SI oculorum interuallũ minus fuerit ſphæræ diametro, id ſphæræ quod ſpectatur, hemiſphærio minus ſpectabitur.



Eſto, inquam, ſphæra cuius centrũ ſit k oculorum interuallum ſit b c minus exiſtẽs ipſius ſphæræ diametro: & per k & b c, extendatur planum, efficiatq; in ſphæra circulum f g n, excitentur autem per decimamſeptimam tertij elemẽtorum ab ipſis b c oculis in uno ſigno tangentes b f, & c g, quæ in h inuicem congrediantur. Quoniam b c, & ipſius ſphæræ diameter ſunt inæquales. Igitur ab ipſo h ſigno procidẽtes in ipſam ſphæram minorem hemiſphærio ambitum capient, per uigeſimumtertium theorema. Igitur ambitus f g n, hemiſphærio minor eſt. Quare ſub b c oculis ſpectatum, hemiſphærio minus erit.

Theorema uigeſimumoctauum.

CYlindro utcunq; inſpecto ab oculo uno, minus hemicylindro ſpectabitur.



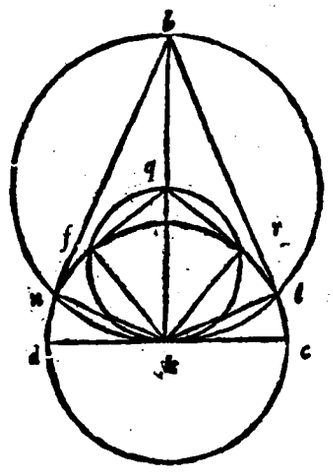
Eſto nanq; cylindri circa baſin circuli centrum k, ab ipſo n, oculo excitetur ad k ipſa n k, per primũ poſtulatum, et per k: per ſecundam primi elementorum excitetur b c, & circum k n, deſcribatur circulus, cõnectanturq; n f, f k, n d, d k. Igitur qui ad f d recti ſunt. In uno igitur ſigno f n, n d, tangũt pẽr corelarium decimæſextæ tertij elementorum. Ipſi igitur ab ipſo n oculo educti radij per n f, n d procidunt, quare ipſi ambitus f l d, tantum ſpectabitur: ſed f l d, minor eſt ipſo c l b ſemicirculo. Igitur f l d, ſemicirculo minor uidebitur, hoc eſt cylindrus. Similiter enim baſi per omnem ſuperficiem cylindri demonſtrabimus, quare totius cylindri dimidio minus ſpectabitur.

Theorema uigeſimumnonum.

OCulo propius ad cylindrũ poſito, minus quidem erit aſſumptũ cylindri ſub ipſis aſpectibus, uidebitur aũt maius aſpici.

Eſto

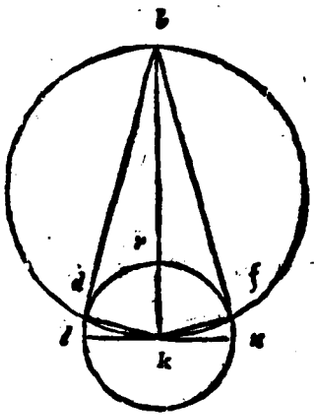
Eſto enim cylindri circa baſin circuli centrum k, & ab ipſo k oculo in k centrum per 1 poſtulatum connectatur b k, & per k, per 11 primi elementorum ad angulos excitetur rectos c d, & circum k b circulus deſcribatur, per 3 poſtulatum, & connectantur b n, n k, b l, l k: iam per ea quæ prædicta ſunt l f n, minus eſt ſemicirculo, & ſimiliter baſi cylindri minus eſt, & dimidium ſpectabitur. Sed propius excitetur oculus, ſitq; q & circum f k, per 3 poſtulatum circulus deſcribatur, connectanturq; q r, r k, k s & s q. Igitur qui ab ipſo q radij procidentes per q r & q s cadunt, qui uerò ab ipſo b ſcatent, cadunt per b l, b n, maior igitur ambitus n f l, ambitu r s, uidetur aut minor r f s, ipſo n f l: maior enim eſt angulus q, angulo b, per 20 tertij elementorum, quare cylindri minor pars ſpectabitur, uidetur autem maior aſpici.



Theorema trigeſimum.

CONo circulum baſin habente ſub uno oculo perſpecto, minus hemiconio ſpectabitur.

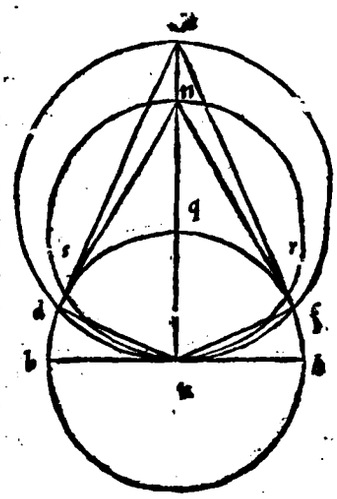
Eſto enim coni baſis circulus cuius centrum ſit k, & ab ipſo b oculo excitetur in centrum per primum poſtulatum b k, et per k, per 11 primi elementorum, ad angulos rectos ipſi k b excitetur n l: circum uerò k b, per 3 poſtulatum deſcribatur circulus. Connectanturq;, per 2 poſtulatũ b f, f k, b d, d k. Igitur anguli qui ad f d, recti ſunt per 31 tertij elementorum. Igitur ipſæ b d, b f in uno ſigno tangunt per correlarium 6 tertij elementorum, & radij qui ex b per b d, b f procidunt. igitur ambitus f r d, perſpectus minor exiſtens ipſo n r l. At n r l ſemicirculus eſt. Igitur ambitus f r d ſemicirculo minor eſt. Quare & coni quod ſpectatur minus eſt hemiconio: ſimiliter enim & in reliquorum circulorum ipſius coni ſuperficie oſtendemus.



Theorema trigeſimumprimum.

OCulo propius poſito in eodem plano minor, inquã, erit uiſibus aſſumpta pars, at maior perſpicij uidebitur.

Eſto coni baſis circulus cuius centrum ſit k, oculus uerò ſit a, & ab ipſo a per primum poſtulatum in k connectatur a k. Et per undecimam primi elementorum, ad angulos rectos excitetur per k ipſa h b. Deſcribaturq; per tertium poſtulatum circum a k circulus, & per primum poſtulatum connectantur a f, f k ad d k, permuteturq; oculus a in n, & circum K n, per tertium poſtulatum circulus deſcribatur, connectanturq; n r, r K, n s, s K, Igitur qui ex a oculo radij ſcatent, per a d, a f, cadũt. Quare ambitus f q d apparet. Idq; propterea & qui ab ipſo n, oculo radij ſcatent per n r, n s cadunt, ſpectabitur igitur ambitus r q s. Sed maior f q d ipſo r q s. At minor apparet, maior enim eſt angulus n eo qui ad a eſt angulo.



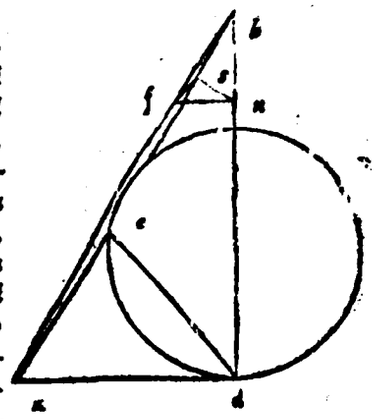
Theorema trigeſimumſecundum.

CONo, circulũ baſin habẽtẽ, ſi à cõtactibus q̃ ab oculo in coni baſin procidẽtib. radijs rectę lineę deducãtur per ſuperficiẽ

coni

coni ad uerticem eius perq; deductas, & eis quę ab oculo in basin coni procidentibus plana educta fuerint, in communiq; planorū sectione oculus positus fuerit, id quod spectatur coni, omnifariā æquum spectabitur uisu in plano proposito existenti.

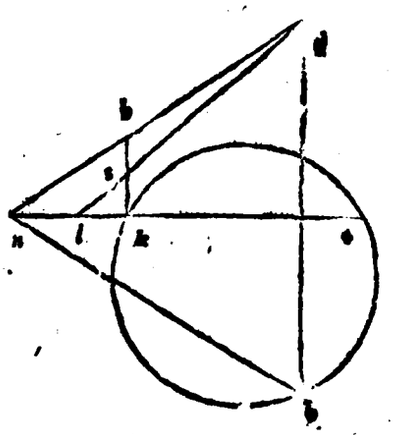
Sit conus cuius basis quidem sit circulus c d, uertex autem sit b signum, oculus uerò sit k à quo procidant radij k d, k c, tangentes in c d, connectaturq; ab ipsis d c, signis in uerticem coni d b, & c b, & per c b & c k, quidem planum extendatur quod ex ipsorum d b, d k. Similiterq; alterum protenditur planum, igitur ipsi plani ueniunt in congressum. nam ipsæ c d b, concurrunt, & c k, d k concurrunt, ueniant in congressum igitur ipsa plana, & sit eorum communis sectio b k. Dico quòd ubi in b k, positus fuerit oculus, quo spectatur coni, æquum est, ponatur in b k oculus, sitq; f, excitenturq; per 31 primi elementorum per f ad ipsam quidem k d, ipsa f n, ad ipsam autem c k ipsa f s, igitur ip sæ f n, f s coni superficiem in signis f s tangunt. In ipsa enim coni super æquidistantium circulorum segmenta sunt similia. Igitur in ipsa b d c, coni superficici interualla spectata æqualia apparent. Quoniam æqualis est quem ipsæ f s, s n comprehendunt, angulus ei qui sub k c, c d, comprehenditur angulo, æquum apparuerit igitur, s n, interuallum ipsi d c interuallo. Quare quando oculus in k b, recta linea positus fuerit, æquum semper spectatum apparet.



Theorema trigesimumtertium.

AEqualiter autem semper oculo à cono distante, sublimis quidem oculo posito minus apparet coni spectatum, humilius uerò maius.

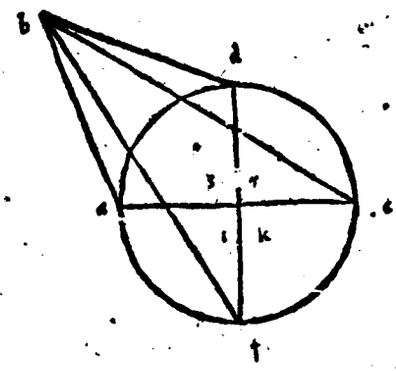
Esto coni uertex quidem ad d signum, basis autem circulus, excitenturq; per 31 primi elementorum k h, ipsi b d, ponaturq; oculus in h. Dico iam quòd id quod spectatur coni oculo posito in h minus spectabitur quàm in s. Connectantur, inquam, per primum postulatum ab ipso d signo in h s signo ipsæ h d, d s, et per secundum postulatum extēdantur in n l, igitur in n & l, signo posito oculo spectata coni æqualia apparebūt, et minus quidem apparebit quod ad n, maius autem id quod ad l, æquū uerò id quod ad n, ei quod ad h. Id autem quod ad l ei quod ad s, sicut in præcedēti patuit: oculo igitur in h, signo existēte spectatum coni minus apparet quàm in signo.



Theorema trigesimumquartum.

IN circulo si à centro ad angulos rectos quædam agatur recta linea ipsius circuli plano, & in ipsa apponatur oculus circuli dimetiē tes æquales apparent.

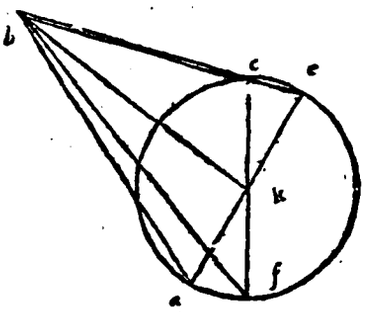
Esto enim circulus cuius centrum sit k, & ab ipso k, per 12 undecimi ele. ad angulos rectos excitetur ipsi plano circuli ipsa k b, oculus uerò sit in b: excitenturq; diametri c a, & d f. Dico iam ipsum a c ipsi d f, æqualem apparere: connectantur enim ipsæ b a, b f, b c, b d, per primum postulatum. Igitur binæ b k, k f binis b k, k c, sunt alterā alteri



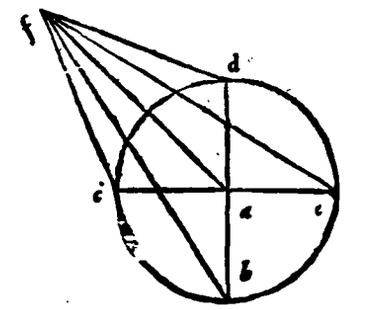
teri æquales, eſt autem & angulus r angulo s æqualis, æqualis igitur eſt per 4 primi elementorum baſis b f, baſi b c. Idq; propterea iam & b d ipſi b a eſt æqualis, binæ iam d b, b f, binis c b, b a, ſunt æquales, eſt autem & d f ipſi c a æqualis: angulus igitur qui ſub d b f, angulo qui ſub c b a eſt æqualis. Sed eæ quæ ſub æqualibus ſpectantur angulis, æqualia apparent: æqualis igitur per ſuppoſitionem ſextam c a, ipſi d f apparet.

Theorema uigeſimumquintum.

ET ſi quæ ex centro excitatur non fuerit ad angulos rectos ipſi plano, æqualis autem fuerit ei quę ex centro, dimetientes ipſi æquales apparent.

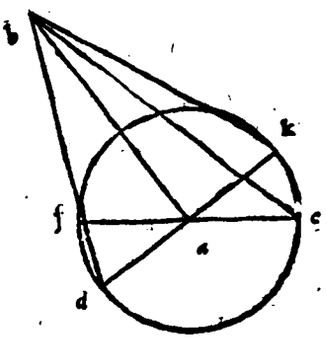


Sit circulus cuius centrum k, & ab ipſo k, excitetur non ad angulos rectos ipſi plano ipſa k b, æqualis autem eſto ei quæ ex centro circuli, & per primum poſtulatum connectantur ab ipſo b ſigno eæ quæ prius: quoniam igitur ipſæ d k, k b, k f, inuicem ſunt æquales, rectus eſt angulus contentus ſub f b d. Idq; propterea iam & qui ſub a b c, angulus rectus eſt, æquales igitur ſunt ipſi ad inuicem per quartum poſtulatum. Sed quæ ſub æqualibus ſpectantur angulis æqualia apparent per ſuppoſitionem 6. æqualis igitur apparet d f ipſi a c. Sed iam a f, neque ſit æqualis ei quæ ex centro, neque ſit ad angulos rectos ipſi circuli plano, æquales uerò efficiat angulos ſub d a f, f a c, & e a f & f a b. Dico quòd & ſic dimetientes ipſi æquales apparent. Quoniam enim æqualis eſt d a, ipſi a c, per decimamquintam diffinitionem primi elementorum: communis autem a f, & æquos comprehendunt angulos. Baſis igitur d f, per quartam primi elementorum baſi c f, eſt æqualis, & angulus d f a angulo a f c, eſt æqualis. Similiter iam oſtendemus quòd & angulus e f a, angulo a f b eſt æqualis, totus angulus igitur qui ſub d f b, toti angulo ſub e f c, eſt æqualis, quare per ſuppoſitionem 6 perſpectiuæ ipſæ diametri æquales apparebunt.



Theorema trigeſimumſextum.

SI uerò quę ab oculo ad centrum procidens circuli, neq; ad angulos fuerit rectos ipſius circulo plano, neq; etiã ei quę ex cẽtro fuerit æqualis, neq; æquos cũ his quæ ex centro comprehendet angulos, ſed aut maior aut minor ea quæ ex centro fuerit, diametri ipſæ inæquales apparebunt.

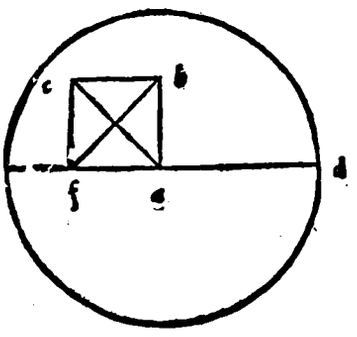


Sit enim circulus cuius centrũ ſit a, & ab ipſo b oculo in centrum circuli excitetur recta linea b a, ſit autem neq; ad angulos rectos ipſi plano, neq; ei quæ ex circuli cẽtro æqualis, neq; etiam cum his quæ ex centro æquos comprehẽdat angulos. Dico quòd ipſæ diametri circuli inæquales apparebunt. excitetur, inquam, c f, dimetiens ad angulos ſubſiſtens rectos ipſi a b. Et d k inæquales efficiens angulos ipſi a b, & per primum poſtulatum connectantur b c, b d, b f, & b k. Sit, inquam, prius b a ipſa a k maior: igitur maior eſt angulus comprehenſus ſub c b f, eo qui comprehenſus eſt ſub k b d, ſicut in theorematibus oſtenſum eſt. Quæ uerò ſub maiori angulo ſpectantur, maiora apparent. Igitur c f ipſa d k maior apparet.

Theorema trigeſimumſeptimum.

SI autem b a, ipſa a k, minor fuerit, maior apparet d k ipſa c f.

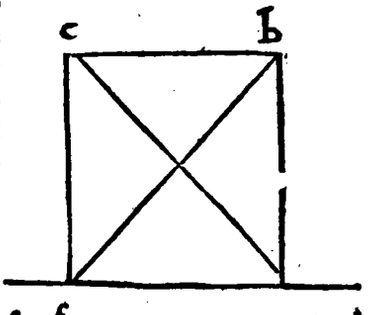
Eſto



Esto circulus cuius centrũ sit a, oculus uerò sit b, à quo in circulum perpendicularis acta non cadat in a, sed exterius, sitq; b c, connectaturq; per primum postulatum ex c in a, ipsi c a, insuper ab a in b, ipsa a b per idem postulatum. Dico q; omnium per a actarũ rectarum linearum, ad ipsam q; b a angulos efficientium minimus est qui sub c a b. excitetur enim e recta linea d a, & ab ipso c per xi. xi. elemen. in d e perpendicularis agatur ipsi plano c f, connectaturq; b f, per primum postulatũ: igitur ipsa b f, super d e perpendicularis est. Quoniam igitur angulus c f a rectus est, qui sub a c f, igitur minor est recto: maius igitur est per 18 primi elemen. latus a c, latere a f. Igitur b a ad ipsam a f, maiorem habet rationem, quàm ad a c: sed angulus a c b, & qui sub b f a recti sunt, & c a, & a f, sunt inæquales, & reliquus igitur qui sub f a b, eo qui sub c a b maior est. similiter autem ostendetur quòd & omnium per a, actarum rectarum linearum ad ipsam a b, rectam lineam angulum efficientium minimus est qui sub c a b.

Theorema trigesimum octauum.

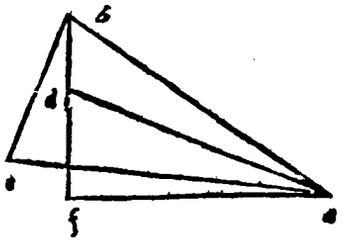
SEd quod f b ipsi d e ad angulos rectos existat, sic ostendemus.



Quoniam b c, ipsi circuli plano ad angulos est rectos, & omnia igitur per b c, plana producta ipsi circuli plano per 8 diffinitionem 11 elemen. ad angulos rectos existunt. Vnum autem eorum quæ per b c extẽduntur planorum est ipsum b e f, triangulum. Igitur triangulũ b c f, ipsius circuli plano ad angulos rectos existit. Quoniam igitur bina plana, hoc est & id quod ipsius e d, circuli, & id quod ipsius b c f, trianguli adinuicem sese dispescũt, & ipsi e f, quæ ipsorum communis est sectio ad angulos rectos est ipsa f d, in ipsius circuli plano: perpendicularis nanq; agitur c f, in e d, & f d igitur ipsius b c f, trianguli plano ad angulos rectos est. Quare per 2 diffinitionẽ 11 element. ad omnes ipsum tangentes rectas lineas, & in ipso trianguli e f b, plano existentes ad angulos rectos subsistit. Igitur d f ipsi b f, ad angulos rectos est.

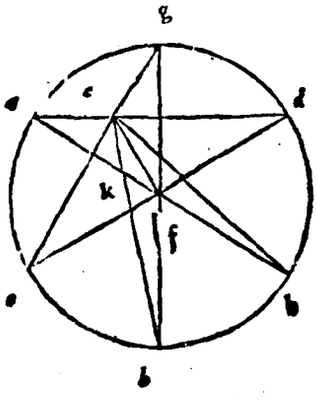
Theorema trigesimum nonum.

RVrsus igitur b f ipsi e f d, dimetienti ad angulos rectos est.



Esto bina triangula b c a, & b f a, rectos habentia eos qui ad c f, angulos, & b a, ad f a, maiorem habeat rationem quàm ad c a. Dico quòd angulus f a b, eo qui sub c a b est, angulo maior est. Quoniam enim b a ad a f, maiorẽ habet rationem quàm ad c a: & rursus igitur f a ad a b, minorem habet rationem quàm c a, ad a b, quare c a ad a b, maiorem habet rationem quàm f a, ad a b. Fiat igitur sicut c a, ad a b, sic f a, ad maiorem ipsa a b, hoc est ad ipsam a d, æquiangula igitur sunt triangula b c a, & d f a, quare angulus c a b angulo f a d est æqualis. Igitur angulus f a b, angulo c a b, maior est. Esto circulus a b, c d, excitenturq; binæ diametri a b, c d, sese inuicem ad angulos rectos dispescentes, oculus uerò esto e, à quo in centrum connexa e f, ad angulos quidem rectos esto ipsi c d, ad ipsam autem a b contingentem angulum comprehendat, estoq; e f, utraq; ipsarum quæ ex centro maior. Quoniam igitur c d, utriq; ipsarum a b & e f, ad angulos est rectos, & omnia igitur plana per c d, proiecta ei quod per e f & a b, plano ad angulos rectos subsistũt. excitetur perpendicularis igitur ab ipso e, signo ad subiectum planum per 11 undecimi elementorum: in communem igitur planorum sectionem a b cadit. Cadat igitur & sit c k, extẽdaturq; dimetiens g h, ponaturq; ipsi dimetienti circuli æqualis l m, secenturq; per 10 primi element. bifariam in n, & ab ipso n, ipsi l m, per 11 eiusdem excitetur ad angulos rectos in sublimi recta linea n x, sitq; ipsa n x, ipsi e f æqualis. Segmentum igitur circum l m, descriptum, tansiensq; per 10 semicirculo maius erit. Quoniam n x, maior est utraq; ipsarum l n, n m, sit ipsum l x m. Connectanturq; ipsæ x l, & x m, angulus igitur qui ad x comprehensus sub l x m, ei est æquus qui ad c, signum, cõprehenso sub continen

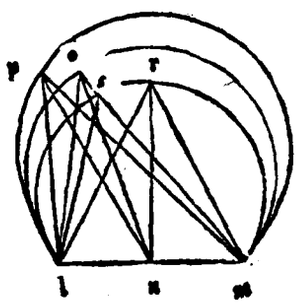
tibus ipſum e, & c d, ſigna. Inſuper ponatur ei qui ſub e f, & f g, æquus qui ſub l n, n o, auferaturq; ipſa e f, æqualis ipſi n o, connectanturq; ipſæ l o, m o, deſcribaturq; circum l o m, triangulum ſegmentum circuli comprehẽſum ſub l o, o m, hoc eſt ipſum l o m. Erit iam qui ad o, ſignum angulus comprehenſus ſub l o m æquus ei qui ſub g e h. Inſuper ponatur ei qui ſub e f g, æqualis qui ſub l p n, auferaturque e f, æqualis ipſi n p, connectãturq; ipſæ l p, p m, deſcribaturq; circum ipſum triangulum ſegmentum circuli, erit iam angulus qui ad p, ſignum angulo cõprehẽſo ſub a e, & e b, æqualis. Quoniam igitur angulus x, angulo o, maior eſt, ſed angulus x, angulo s, eſt æqualis, & qui ad s, per 32 primi element. maior eſt eo qui ad o, extra enim triangulum eſt l s o, & qui ad x igitur eo qui ad o maior eſt, & qui ad x, ei eſt æqualis qui ſub c e d, & qui ad o, ei qui ſub g e h, igitur per 4 ſuppoſitionem perſpectiuæ c d, ipſa g h, maior apparebit. Rurſus angulus s, angulo g e h, eſt æqualis, & qui ad p, ei qui ſub a e b: maior autem eſt angulus o, angulo p, maior igitur apparebit per ſuppoſitionem 4 perſpectiuæ g h, ipſa a b recta linea.



Theorema quadrageſimum.

NOn ſit autẽ maior quę ab oculo in cẽtrum annexa eſt ea quæ ex cẽtro, ſed minor, erit iam circa diametros cõtrarium: nam ipſorum dimetiẽtium maior, minor, & minor, maior, apparebit.

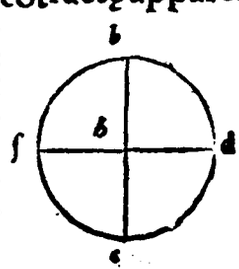
Eſto circulus a b c d, extẽdanturq; bini dimetientes a b, c d, ſeſe inuicem ad rectos angulos ſecantes, altera uerò quæpiam extendatur n h, oculus uerò ſit e, à quo in centrum f, connexa eſto e f, minor exiſtens utraque earum quæ ex centro, ad angulos uerò rectos eſto e f, ipſi c d, ponaturq; circuli diametro æqualis l m, quæ per 10 primi element. ſecetur biſariam in n, exciteturq; per 11 eiuſdem ad angulos rectos ipſi l m, ipſa n x. Deſcribaturq; circum l m x, ſegmentum circuli, ſit'que l x m. Erit iam minus ſemicirculo, quoniam n x, minor eſt ea quæ ex centro, eſto, inquam, l x m, connectanturq; per primum poſtulatum ipſæ x l, x m, igitur angulus qui ad x, comprehenſus ſub l x, x m, æquus eſt ei qui ad e, comprehenſo ſub c e, & e d. Inſuper ponatur ei qui ſub e f, f g, æqualis qui ſub l n, l o, angulus, auferaturq; e f, ipſi n o, æqualis, connectanturq; l o, m o. Deſcribaturq; circa l o m, triangulum ſegmentum circuli l o m. Iam angulus qui ad o, ſignum comprehenſus ſub l o, o n, rectis lineis æqualis erit ei qui ad e, comprehenſo ſub b e n. Inſuper ponatur ei qui ſub a f, f e, æquus qui ſub l p, p n, auferaturq; n p, ipſi e f, æqualis, connectanturq; l p, p m, deſcribaturq; circum l p m, triangulum ſegmentum circuli, ſitq; l p m, erit iam angulus qui ad p, ſignum comprehenſus ſub l p, p m, æqualis ei qui ad e, angulo comprehenſo ſub a e & e b. Quoniam igitur angulus qui ad x, eo qui ad o, minor eſt, æqualis autem eſt angulus qui ad o, ei qui ad e, comprehenſo ſub b e, e n, & qui ad a, ei qui ad e, comprehenſo ſub c e d, minor igitur apparebit e d, ipſa n h. Rurſus quoniam angulus qui ad e, comprehenſus ſub h e n, minor eſt eo qui comprehenſus eſt ſub l e b, minor igitur per ſuppoſitionem 5 ſpecularię apparebit & n h, ipſa a b.



Theorema quadrageſimumprimum.

CVruũ rotę quãdoq; circulares, & quãdoq; cõtractę apparẽt.

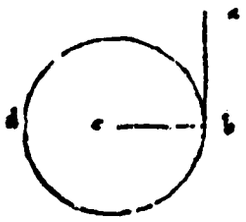
Eſto enim rota cuius dimetientes ſint d f, & b c. Igitur quandoq; ab oculo in centrum agitur, ad angulos fuerit rectos, ipſi plano uel æqua fuerit ei quæ ex centro, æquales diametri apparent, ſicut in præcedenti theoremate oſtenſum eſt. Quare rota currus his exiſtentibus circulares apparet: producto uerò curru & eo qui ab oculo in centrum actus eſt ad rectos angulos non ſubſiſtente radio ipſius rotæ plano, neq; æquale ei quæ ex ipſius centro, dimetientes in æquales apparent, quod ſimiliter in præcedenti oſtenſum eſt, quare rota contracta apprebit.



Theorema

Theorema quadrageſimumſecundum.

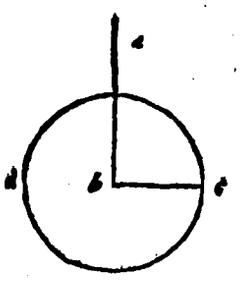
SI magnitudo quæpiam ſublimis ad ſubiectum planum ad angulos rectos extiterit, poſitusq; fuerit oculus in aliquo ſigno ipſius plani, & permutatum fuerit uiſile in circuli circunferentia, uiſile ſemper æqualiter ſpectabitur.



Eſto, inquã, ſpectata aliqua magnitudo a b, ſublimior plano, oculus autẽ eſto c, cõnectaturq; b c, & cẽtro c, ſpacio uerò c b, per 3 poſtulatum circulus deſcribatur b d. Dico quòd ſi in circuli circunferentia permutabitur ipſa a b, ab ipſo c, oculo æqualiter ſpectabitur. Quoniam enim a b, recta eſt et ad ipſam b c, angulum efficit rectum: omnes igitur quæ ex centro c, ad ipſam a b, magnitudinem procidentes inuicem æquos efficiunt angulos, per ſecundam diffinitionem 11 elemen. æqualiter igitur uiſile ſpectabitur, ſimiliter quoq; & ſi à centro c, ſublimis excitetur recta linea, & in ipſa poſitus fuerit oculus in parallelum exiſtens ſpectatæ magnitudini, commotáq; fuerit magnitudo, ſpectatum æqualiter ſemper apparet.

Theorema quadrageſimumtertium.

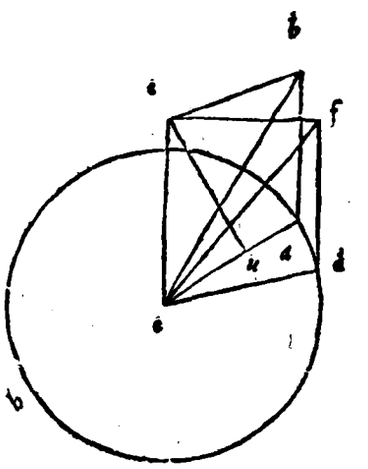
SI uerò uiſile ad ſubiectum planũ ad angulos fuerit rectos, permutatus autem fuerit oculus in circuli circunferentia, cẽtrum habẽte ſignum circum quod conuertitur magnitudo ipſi plano, uiſile ſemper æqualiter apparebit.



Sit, inquam, ſpectata magnitudo a b, ſublimis & ad angulos rectos exiſtens ad ſubiectum planum, oculus uerò ſit c, & centro quidem b, ſpacio uerò b c, per 3 poſtulatum circulus deſcribatur c d. Dico quòd ſi c permutetur in circuli circunferentia ipſa a b, magnitudo æqualiter ſemper apparebit: hoc, inquam, eſt manifeſtum. omnes enim ab ipſo c ſigno ad a b, cadẽtes radij ad æquos angulos procidunt. Quoniam angulus qui ad b rectus eſt. Aequaliter igitur ſpectata magnitudo apparebit.

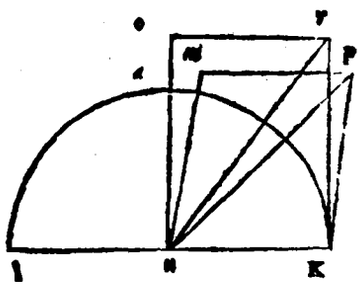
Theorema quadrageſimumquartum.

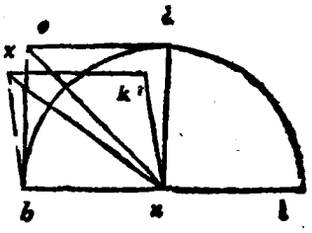
SI autem ſpectata, à magnitudo ad ſubiectum planũ neutiquam ad angulos rectos fuerit, mutatumq; fuerit uiſile in circuli circunferentia, inæqualiter ſemper ſpectabitur.

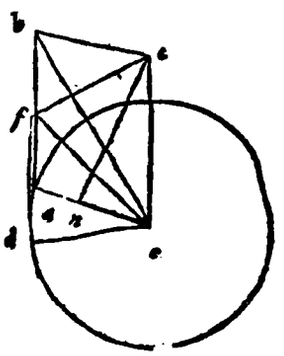


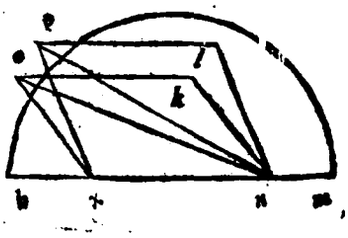
Eſto circulus a b, & ſuſcipiatur in ipſius circunferentia ſignum, ſitq; illud d, & conſtituatur non ad rectos angulos ipſi circulo ipſa d f, oculus uerò ſit c. Dico quòd ipſa d f, ſi in ipſius circuli circunferentia permutabitur quandoque maior, & quandoque minor apparebit. Iam ipſa d f, uel eſt maior eo quæ ex centro, uel ei æqualis, uel minor: ſit in primis maior, excitetur que per 31 primi elementorum per c, centrum ipſi d f, parallelus e c, ſitq; æqualis d f, ipſi c e. Excitetúrq; per 11 undecimi element. ab ipſo c, ſignum ad ſubiectum planum perpendicularis c n, & cadat ipſi plano, in n, ſignum, & connexa e n, per 2 poſtulatum extendatur, & procidat in circuli circunferentia in a, & per a, per 31 primi element. ipſi c e, parallelus excitetur a b, ipſi d f æqualis: dico quòd a b omnibus in circuli circunferentia ſtantibus rectis lineis minor apparebit. Connectantur enim per primum poſtulatum c f, e f, b c, & e b: habuimus autem in prætcrito 36 theoremate, quod omnium per e, ſignum ductarum rectarum linearum, efficientiumq; ad e angulum, minimus eſt qui ſub

c e à. Quoniã igitur c e, ipſi a b, parallelus eſt, ſed & æqualis, & ea igitur ipſi c b, æqualis eſt & parallelus: parallelogrãmum igitur eſt b e, idq; propterea iam & f e, parallelogrãmũ eſt. Et quoniã oportet oſtendere quod minor apparet a b, ipſa d f, manifeſtum eſt quod prius oſtendere oportet quod angulus qui ſub b e a, minor eſt angulo qui ſub f e d. Quoniam igitur oſtenſum eſt quod omnium per e, ſignum ductarum rectarum linearum ad c e, angulosq; efficiẽtium minimus eſt qui ſub c e a, minor igitur eſt & ipſo c e d, is qui ſub c e a. Exponatur circuli ſemicirculo, æquum ſegmentum k a l, accipiaturq; illius centrum & ſit n, ponaturq; ei angulo qui ſub c e a, æqualis angulus qui ſub k n m, ei autẽ qui ſub c e d, æqualis qui ſub k n o, ponaturq; ipſi d f, utraq; ipſarum o n, m n, æqualis per 2 primi elementorum, & per m ipſi k n, æqualis & parallelus excitetur m p, per 31 primi element. Connectaturq; per primum poſtulatũ p k, parallelogrãmum igitur eſt n p & æquum & ſimile ipſi b e. Rurſus per o ipſi k n, per trigeſimam primam primi ele. excitetur o r, & cõnectatur r k. Igitur r n, parallelogrãmum æquũ eſt & ſimile ipſi f e. Cõnectanturq; diagonij r n, p n. Quare angulus qui ſub k n p, eo qui ſub k n r, minor eſt. Eſtq; qui ſub k n p, ei æqualis qui ſub a e b, & qui ſub k n r, ei eſt æqualis qui ſub d e f, minor igitur eſt qui ſub a e b, angulus eo qui ſub d e f. Quare & magnitudo a b, magnitudine d f, minor apparebit. Similiter iam oſtendemus quod b a, ipſa f d, minor eſt ipſa f d, minore exiſtente & æquale ei quæ ex cẽtro. Sed iã eſto d e, ei quæ ex centro æqualis, cõſtruãturq; omnia eadem quæ ſuper, ponatur circuli ſemicirculo æqualis ſemicirculus h d l, accipiaturq; illius centrum, & ſit n: & quoniã d o, æqualis ſupponitur ei quæ ex centro, æqualis igitur eſt d o, ipſi h n: ponatur, inquã, ei qui ſub c e a, angulo, æqualis angulus qui ſub h n K, excitenturq; ipſi h n, parallelogrammũ n x, & ipſi h n, auferatur æqualis K x, cõnectaturq; x h, ei autem qui ſub c e d, æqualis ponatur qui ſub h n d, & ipſi h n, parallelus per 31 primi element. excitetur d o, ipſiq; h n, æqualis auferatur d o, cõnectaturq; o h: parallelogrammum igitur eſt utrunq; ipſorum h d, h K, & ſunt æqualia & ſimilia ipſis e f, e b, quare & qui ſub m d, angulus ei eſt æqualis qui ſub c e d, & qui ſub h n K, eſt æqualis ei qui ſub c e a, minor autem eſt qui ſub c e a, eo qui ſub c e d, minor igitur eſt & qui ſub h n K, eo qui ſub h n d, connectanturq; diagonij x n, o n, minor igitur eſt & qui ſub h n x, eo qui ſub h n o, æqualis autem eſt qui ſub h n x, ei qui ſub a e b, ipſo d e f, minor igitur & qui ſub a e b, eo qui ſub d e f, minor igitur ſpectabitur a b, magnitudo, ipſa d f, magnitudine, quod oſtendere oportebat. Sed iam eſto d f, minor ea quæ ex centro circuli, conſtruanturq; eadem quæ ſupra, ponaturq; circuli ſemicirculo æqualis ſemicirculus, ſitq; h m, accipiaturq; centrum illius, ſitq; n, auferaturq; ab ipſa h n, ipſi d f æqualis n x. ponaturq; ei angulo qui ſub c e a, æqualis angulus qui ſub h n K, ei autem qui ſub c e d, æqualis qui ſub h n l. Sit autem utraque ipſarum n K, n l, æqualis & ipſi d f, excitenturq; per K, ipſi n x, per 31 primi elementorum, æqualis parallelus K o; connectanturq; o x, & per l, ipſi x n, per eandem parallelus excitetur l p, connectaturque p x, parallelogrammum igitur eſt utrunque ipſorum K x, x l, & eſt quidem ipſum K x, ipſi e b, ſimile & æquale & x l ipſi e f. Quare & angulus qui ſub h n K, æquus eſt ei qui ſub c e a, & qui ſub h n l, ei qui ſub c e d, maior autem eſt angulus qui ſub c e d, eo qui ſub c e a, maior igitur eſt angulus qui ſub h n l, eo qui ſub a n K, connectantur n o, n p. Angulus igitur qui ſub x n o, eo qui ſub x n p, minor eſt, æqualis autem eſt qui ſub x n o, ei qui ſub a e b, & qui ſub x n p, ei qui ſub d e f, minor igitur eſt qui ſub a e b, angulus eo qui ſub d e f, perſpicitur aũt ſub a e b, magnitudo







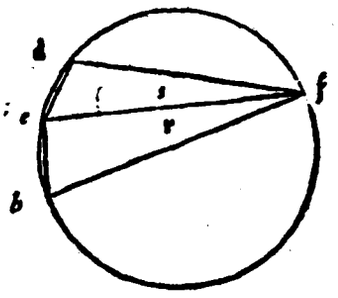


gnitudo a b, at ſub angulo d e f, magnitudo d f: minor igitur ſpectabitur magnitudo a b, magnitudine d f; quod oportebat oſtendere.

Theorema quadrageſimumquintum.

ESt aliquis locus in quo oculo manente uiſile, quæ permutato æquum ſemper uiſile apparet.

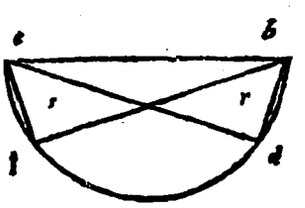
Sit, inquam, ſpectata magnitudo b c, oculus autem ſit f, à quo procidant radij f b, f c, ſuſcipiaturq; triangulum f b c, in circulo d b f. Dico quòd b c, magnitudo permutata in deſcripti circuli circunferẽtia æqualiter ſemper apparebit. permutetur enim b c, in c d, connectaturq; d f. igitur circunferentia b c, æqua circunferentiæ c d, igitur per 27 tertij elemẽtorum æqualis eſt angulus r, angulo s: quæ uerò ſub æqualibus ſpectantur angulis per 6 ſuppoſitionem optices, æqualia apparent, æqualis igitur apparet b c, ipſi c d.



Theorema quadrageſimũſextũ conuerſum præcedẽtis.

ESt aliquis locus in quo oculo permutato, uiſile uerò manẽte, æqualiter ſemper uiſile apparet.

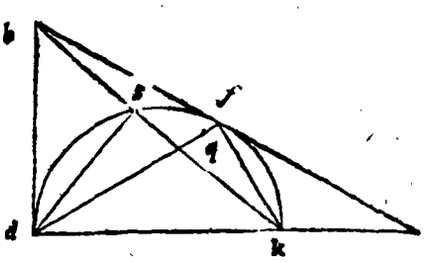
Eſto, inquam, quod ſpectatur b c, oculus autem ſit f, à quo procidant radij f b, f c, & accipiatur b f c, triangulũ in ipſius circuli b f c, ſegmento, permuteturq; oculus f, ſitq; in d, procidantq; radij d b, d c. Igitur per 21 tertij angulus r, angulo s, eſt æqualis: in eodem enim ſunt circuli ſegmento: quæ uerò ſpectantur ſub æqualibus angulis, æqualia apparent, æqualiter igitur ſemper b c, apparet: permutato oculo in b d c, circunferentia.



Theorema quadrageſimumſeptimum.

ESt aliquis locus in quo oculo permutato & uiſile permanẽte, inæqualiter uiſile apparet.

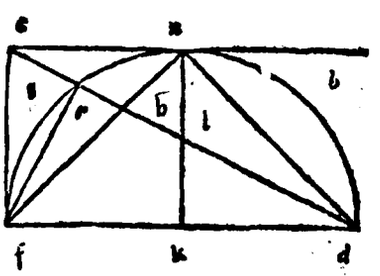
Sit, inquam, uiſile k d, recta autẽ linea b c, in ipſam k d, procidens, accipiaturq; per 13 ſexti element. ipſius d c, & c k, media proportionalis c f, & connectatur f k, & f d. Super autem k d, ſegmentum deſcribatur, acutum habens angulum q, tangat autem rectam lineam b c. Quoniam eſt ſicut d c, ad c f, ſic c f, ad c k, ponatur igitur oculus in b ſigno, protendaturq; d b, b k, connectatur s d, igitur angulus q, æqualis eſt per 21 tertij elementorum, angulo s, in eodem nanq; eſt ſegmento, & angulus s, angulo b, maior eſt, & angulus q, igitur angulo b maior eſt, oculo igitur in f exiſtente, maior apparet k d, quàm ſi oculus in b poſitus fuerit.



Theorema quadrageſimumoctauum.

IDem continget & ſi parallelus fuerit linea ipſi ſpectatæ magnitudini, in qua oculus permutatur.

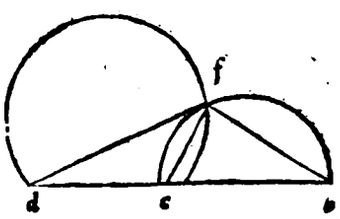
Eſto enim parallelus b c, ipſi ſpectato d f, ſecetur q; per 10 primi element. d f, biſariam in k, excitetur q; per 11 eiuſdem ad angulos rectos k n, ponatur igitur oculus in n, connectaturq; n d, n f, & circum d f, deſcribatur ſegmentum quod ſuſcipiet angulum q l. Quoniam igitur dimetiens eſt k n, & ad rectos angulos ab extremitate excitatur k n, ipſi b c. Igitur per correlarium 16. 3. element. b c, ipſum d n f, ſegmẽtum tangit, permutetur autem oculus in c, extendaturq; c f, c d, cõnectaturq; r f. Igitur angulus q l, ipſi angulo r, eſt æqualis. Sed angulus r, angulo c, maior eſt: igitur & angulus q l, angulo s maior eſt. At



quæ ſub maiori ſpectantur angulo, maiora apparent. Igitur magnitudo d f, maior apparet oculo in n exiſtente quàm in c: oculo igitur in b e permutato parallelo exiſtenti ipſi d f, ſpectatum inæquale apparet.

Theorema quadrageſimumnonum.

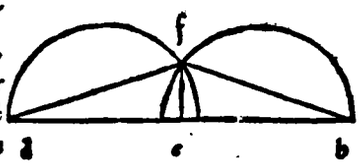
EST aliquis locus in quo æquales magnitudines inæquales apparent.



Sit nanq; æqualis b c ipſi c d, & circum quidem b c, ſemicirculus deſcribatur b f c, circum uerò d, deſcribatur ſegmentum maius ſemicirculo. Cõnectatur f b, f c, f d, igitur angulus qui ſub ſemicirculo per 31 tertij element. maior eſt eo qui eſt in maiori ſegmento: at quæ ſub maiori ſpectantur angulo per 4 ſuppoſitionẽ opticæ maiora apparẽt, oculo uerò poſito in f, maior igitur apparet b c, ipſa c d, erat autẽ & æqualis: eſt igitur cõmunis locus in quo æquales inæquales apparent magnitudines.

Theorema quinquageſimum conuerſum præcedentis.

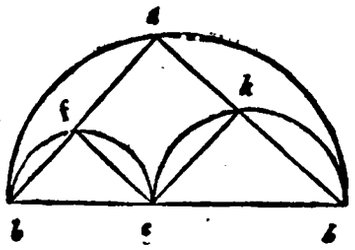
EST aliqs locus cõmunis à q̃ inæquales magnitudines æquales apparent.



Eſto, inquam, maior r b c, ipſa c d. & ſuper b c, maius ſemicirculo ſegmẽtum deſcribatur, & ſuper c d, ſimile ei quod ſuper b c, hoc eſt ſuſcipiens angulum æqualem ei qui in b f c, connectantur autem f b, f c, f d: igitur quoniã p 27 tertij element. in ſimilibus ſegmentis anguli conſtituti inuicem ſunt æquales, æquales quoq; ſunt & in b f c, c f d, ſegmentis anguli ſibi inuicem. Quæ uerò ſub æquis ſpectantur angulis, æqualia apparent, per 4 ſuppoſitionem opticæ: oculo igitur poſito in f ſigno, æqualis apparet, b c ipſi c d, eſt autem maior. Eſt igitur locus quidam communis ex quo inæquales magnitudines æquales apparent.

Theorema quinquageſimumprimum.

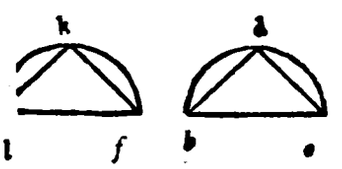
ALiqui ſunt loci in quibus binę magnitudines inæquales in idem compoſitæ, utriq; inæqualium æquales apparent.



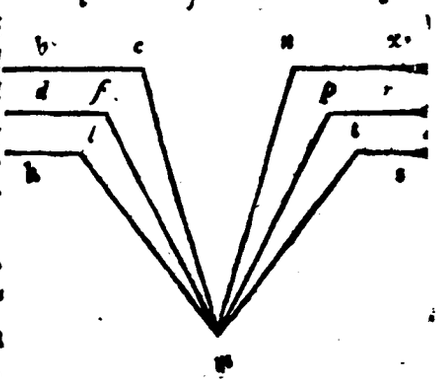
Eſto nempe maior b c, ipſa c d, & ſuper ipſis b c & c d, ſemicirculi deſcribãtur, ſuperq; tota b d. Igitur per 31 tertij element. angulus qui in ſemicirculo b a d, æqualis eſt ei qui in b k c: uterq; enim ipſorũ rectus eſt. Igitur b c ipſi b d, æqualis apparet, itidem quoq; & b d ipſi c d, oculis in b a d, b k c, c f d, ſemicirculis poſitis. ſunt igitur aliqui loci in quibus binæ inæquales magnitudines in idem compoſitæ æquales utrique inæqualium apparent.

Problema primum. *Propoſitio 52.*

LOcos inuenire à quibus æqualis magnitudo dimidiũ apparet, ſiue quarta pars, & uniuerſaliter in data ratione, in qua & angulus ſecatur.



Sit enim recta linea l f, & ſuper l f, deſcribatur ſegmẽtum cõtingens, & inſcribatur in eo angulus k. Ipſi autẽ l f, æqualis eſto b c, et ſuper b c, deſcribatur ſegmẽtũ quod ſuſcipiet angulum ipſius k, anguli dimidium: igitur angulus k, ipſius d, anguli duplus eſt, dupla igitur apparet l f, ipſius b c, oculis in l k f, & b d c, circunferẽtijs iacẽtibus.



Theorema 52. *Propoſitio 53.*

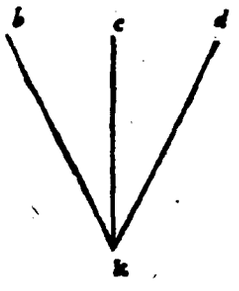
AEquali celeritate delatorum, in eademq; recta linea exiſtentiũ, propinquũ oculo poſtremum præire

præire putabitur, permutatis autem præcedens ſubſequi, & ſubſequens præcedere putabitur.

Deferantur æquiceleriter b c, d f, k l, & ab oculo m, procidãt radij m c, m f, & m l, igitur ſublimior & dexterior omnium ab m, oculo radiorum erumpentium eſt ipſum m c. Igitur b c, præcedere putabitur: permutatis autem b c, d f, & k l, in n x, p r, s t, quæ poſitis procidant radij m n, m p, & m s, omniũ igitur ab m, oculo radiorum erumpentium dexterior eſt ipſe m s. Iniſterior uerò m n: quare & s t præcedere putabitur, ſubſequi uerò n x. Igitur b c præcedens in n x, poſitum ſubſequi & l k, ſubſequens in s t, poſitum præcedere putabitur.

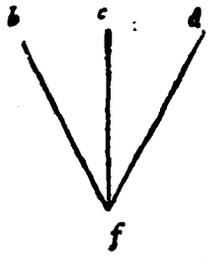
Theorema 53. Propoſitio 54.

SI aliquibus delatis, & pluribus celeritate inæquali, cõferatur uerò ad eadem & oculus, oculo quidem æquiceleriter delata ſtare: quę uerò tardius, in contrarium ferri: quæ autem celerius, præcedere exiſtimabuntur.



Ferantur inæquali celeritate b c d, tardius uerò feratur b, ſed c æquiceleriter oculo k & d, celerius ipſo c: ab oculo uerò k, procidant radij k b, k c, k d, igitur oculi ipſos b c d, inſequente. Semper c per e delatum ſtare putabitur. At b derelictum in contrarium ferri, & d celerius ipſo c uidebitur præcedere: plus nanq; ab ipſo e diſtat.

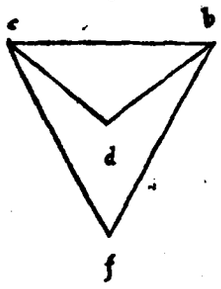
Theorema 54. Propoſitio 55.



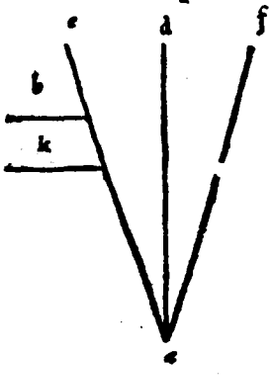
SI aliquibus delatis differat, quippiã aliquid non delatum, non delatum in contrarium ferri putabitur.

Ferantur nanq; b d, maneat autem c, & ab oculo f, procidant radij f b, f c, f d. Igitur b quidẽ delatum propius, eritq; c. At d diſcedere longius, proinde c in contrarium ferri putabitur.

Theorema 55. Propoſitio 56.



OCulo prope ſpectatũ accedente, ſpectatum augeri putabitur.

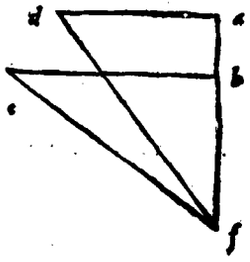


Spectetur, inquã, b c, oculo in f, poſito ſub f b, f c radijs, permuteturq; oculus ut propius ſit ipſi b c, ſitq; in d, ſpecteturq; idem ſub d b, & d c radijs. Igitur angulus d, angulo f, maior eſt. Sed quæ ſub maioribus angulis ſpectantur per ſuppoſitionem 4 opticæ maiora apparent. Igitur b c, oculo exiſtente in d, augeri putabitur potius quàm in f.

Theorema 56. Propoſitio 57.

AEquali celeritate delatorũ, quæ longius diſtant, tardius ferri uidentur.

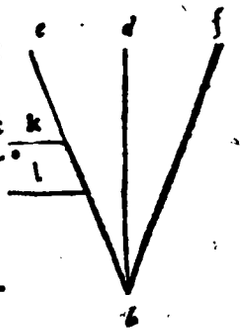
Ferantur enim æquiceleriter b k, ſicut ad partes f, & ab oculo a, radij excitentur a c, a d, a f. Igitur k minores habet ab ipſo oculo radios productos, quàm b, minus igitur tranſibit interuallũ, et prius permutans a f, uiſum celerius ferri putabitur. Aliter.



Ferantur bina ſigna a b, in parallelos rectas lineas ad b e, æqualiter æquè citò & æquali tempore procedent: ſint igitur æquales a d, b e, procidantq; radij ab f, oculo f a, f d, f e. Quoniam angulus qui ſub d f b, minor eſt eo qui ſub b f e: minus igitur a d, interuallum, uidebitur quàm b e. Quare a tardius quàm b ferri putabitur.

Theorema 57. Propoſitio 58.

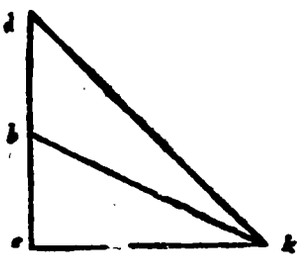
OCulo translato quæ longius ſpectantur, deſtitui uidentur.



Sit, inquam, oculus b, à quo excitentur radij b c, b d, b f, ſpectentur uerò k et l, igitur oculo translato ad partes c, celerius tranſibunt uiſus k quàm l, putabitur igitur k, deſtitui, & l, in contrarium ferri, hoc eſt ad partes f.

Theorema 58. Propoſitio 59.

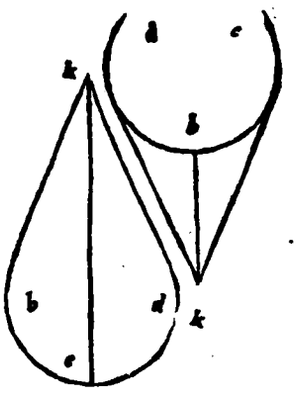
AVctæ magnitudines, propius oculo produci putantur.



Sit ſpectatum b c, ſub k b, k c radijs, augeaturq; b c, ipſa b d, & ab ipſo k, oculo procidat radius k d. Igitur angulus qui ſub d k c, maior eſt angulo qui ſub b k c: qui uerò ſub maiori ſpectantur angulo, per 4 ſuppoſitionem opticæ maiora apparent: maior igitur apparet c d, ipſo c b, & ea quæ oculo putantur maiora, augeri putantur, & auctæ igitur magnitudines ad oculum prouehi putantur.

Theorema 59. Propoſitio 60.

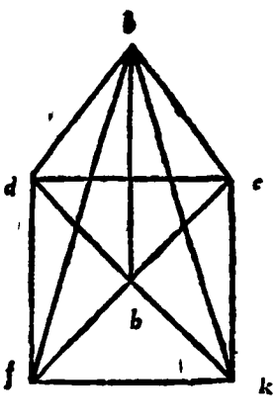
QVæcunq; in eodem non iacent inter uallo, neq; parallela in extremis poſita, neq; inuicem poſita mediſs, neque in rectas exiſtentia lineas totam figuram quandoq; manentem conuexam, quandoq; uerò curuam efficiunt.



Spectentur nanq; b c d, oculo in k poſito, procidantq; radij k b, k c, k d, igitur tota figura conuexa eſſe putabitur, permutetur iam rurſus ſpectatum, ponaturq; propius ad oculum. Igitur d b c, curuum eſſe putabitur.

Theorema 60. Propoſitio 61.

QVadrato exiſtente, ſi à contactu dimetientiũ ad angulos rectos quædam excitata fuerit ad ipſius quadrati planũ, in ipſaq; poſitus fuerit oculus, latera & dimetiẽtes ipſius quadrati æquales apparent.



Eſto, inquam, quadratum c f, excitenturq; dimetientes c f, k d, & ab h, ad angulos rectos, excitetur per 12 undecimi elementorum h b, oculus uerò ponatur in b, procidãtq; radij b k, b d, b c, b f: igitur duæ f b, h b, duabus c b, h b, ſunt æquales, & æquales ſunt anguli qui ſub ipſis cõprehenduntur, hoc eſt anguli qui ad h. Aequalis igitur eſt per 4 primi elementorum f b, baſis ipſi b c, baſi. Idq; propterea & k b, ipſi b d, eſt æqualis. Binæ iam f b, b c, binis k b, b d, ſunt altera alteri æquales. Et diametri ſunt æquales, quare & anguli qui ad b, erunt æquales. Quæ uerò ſub æqualibus angulis ſpectantur, æqualia apparent. Diametri igitur & altera quadrati æqualia apparent: ea uerò quæ ab oculis in dimetientium contactum ad angulos rectos ipſi plano exiſtente, neq; æquali utriq; eorum quæ à contactu ad angulos quadrati ductæ ſunt, neq; angulos comprehendente æquos cum ipſis, diametri inæquales apparent: ſimiliter enim oſtendemus contingentiam, quemadmodum & in circulis.

BARTHO-

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS DOCTISSIMO PHYSIOLOGO ANTONIO ABIOSIO RAVENNATI, *artium ac Medicinæ doctori eximio ſocero patriq́ humaniſſimo, fœlicitatem perpetuam.*

PHILOSOPHANTES illi ueteres, Antoni uir clariſſime, eorum opera, aut magnis, aut doctiſſimis uiris deſtinare conſueuerunt, aut quia inde eorum operibus maximam inuehi poſſe autoritatem cenſebant, aut quoniam eis eorum obſeruantiam explicatiorem fieri poſſe arbitrabantur, aut quòd ab illis aliquid aſſequi poſſe expeditius exiſtimabant. Idq́ propterea nos qui cùm aliquid oci ſupereſſt, illud omne Græcorum operibus ſapiẽtium ſtudendis accommodauimus, & maximè his mathematicis, quæ tute ſcis qualem nam gradum certitudinis obtineant, ex hiſq́ ſtudijs pinguibus & multiplici diſciplina ſcatentibus, noſtris laboribus (ut ſcis) eduximus illius Megarenſis Euclidis mathematici præſtantiſſimi elementa, optica, phænomena, catoptrica, & data. Quæ opera eo ſunt iudicio & arte ab inſigni illo Socratico philoſopho ſtructa & compacta, ut ſtudẽtes eis miro quodam ſtupore detineant. Scalam enim quandam uenerandus ille uir compegit, qua ad omnes mathematicas diſciplinas percipiẽdas aſcendere poſsimus, qua ſine ad eas non ſit acceſſus: quæ opera cùm à me nonnullis emancipata fuerint, uterem, ſinceram ac puram illam beneuolentiam tuam, qua patrem meum noſtramq́ familiam iam pluribus annis complexus es, & quam poſtea inuicem ſanximus conciliauimusq́ cùm Luciam filiam tuam mihi dicaueris, fraudem facillimè perpeti poſſe cẽſerem, niſi aliquo noſtrorum ſtudiorum munere amoris noſtri mutui ac beneuolentiæ defecatæ fructum reportaret. Quam cùm tibi uellem fieri explicatiorem, cumq́ nollem Euclidis opera in lucem uenire, niſi tuum quoq́ nomen aliquem eius partem ſibi uendicaret, cũq́ ad manus noſtras fortaſſe ex bibliotheca ſenatoria Marini philoſophi ac dialectici præſtantiſſimi Protheoria in data Euclidis conſtructa peruenìſſet, eam à me Latinã eſſe cenſui faciẽdam, tibiq́ dedendam: non ut abs te aliquid mihi id propterea dari uelim (nã tute ſcis te & nos iam unum eſſe) ſed ut eam tua autoritate ſtudẽtes cumulatius exiſtiment, & tu obſeruantiam amoremq́ noſtrũ ſingularem perpendas, ac ut beneuolentiæ tuæ erga nos pari lance correſpondeam. Futurum etenim ſcias, quòd ſi hos labores noſtros tibi placuiſſe, gratosq́ fuiſſe perſpexerimus, conabimur efficere ut noſtris uigilijs aliqua in intimis Græcorum penetralibus recondita, ſcitu iucunda & utilia Latinam ueſtem induere non aſpernentur: nam quid poſſum agere melius, cùm ocium ſupereſt, quàm illud omne ad linguam Latinam illuſtrandam conuertere, & inde curare ut uiui poſt mortem noſtræ poſsimus intereſſe poſteritati? Sed iam ipſius Marini Protheoriam doctiſſimè inſpicito. Philoſophè æternumq́ ualeas, in XI.IV.XIX. elemento ſalutis, nonis Octobribus.

IN

IN LIBRVM DATORVM EVCLIDIS PHILOSOPHI PLATONICI, AC PRAESTANTISSIMI *mathematici, protheoriæ ex uoce Marini philoſophi, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete,*

Caput primum.



IN primis quid ſit Datum, ponere oportet: poſtmodum, quænam huius ex tractatu utilitas, dicendum eſt: tertium uerò, ad quam diſciplinam deducitur. Diffiniunt nempe datum multipliciter, aliter quidem antiquiores, & aliter iuniores: idq; propterea obtigit, ut eius uera aßignatio difficilis ſit. Nonnulli ſiquidem nullam ipſius diffinitionem tradunt: propriam nanq; dati inuentionem tentauerunt. Alij uerò quæ ab illis iamdiu dicta ſunt complicantes, ipſum diffinire auſi ſunt, neque hi cum illis congruè. Videntur ſiquidem omnes ex una eademq; ſententia ac perceptione excitati, de eo aliquid dicere: aſſumptum enim quid datum eße perceperunt, ac per hoc ſimpliciori, ac una quadam differentia datum deſcribere proponentibus illis: hi quidem ordinatum, ut Apollonius in libro Inclinationum, & in uniuerſali tractatu. Notum ſicut Diodorus, ſic etenim rectas lineas & angulos dari inquit, & quicquid, & ſi rationale minimè fuerit, in cognitionem aliquam uenit. Nonnulli uerò ipſum rationale eße dixerunt, quemadmodum uidetur Ptolemæus, data illa appellans, quorum menſura nota eſt ad certitudinem uel prope. In ſuppoſitione autem à proponente propoſitum, datũ nonnulli eſſe contenderunt. Inquiunt autem, & alio modo in primis elementarijs datũ & datam rectam lineam, hoc eſt qualem quis diffiniat, detq; rectam lineam. Omnia uerò huiuſmodi perceptionem quandam ſignificare uolũt, unde maximè illæ diffinitiones comprobantur, quæ à nobis aſſumptum manifeſtè oſtendunt. In præſentia uerò ipſius dati naturam non ſolum tenui. et uno aliquo aßignantium, qualem uerò diffinitionem efficientium, differentias exponemus id capitulatim, cùm horum modi bene enumerati ſint. Alij nanq; ordinatum & porimon datum eſſe diffiniũt. Alij uerò ordinatum ſimul & notum. Nonnulli porrò ordinatum ſimul & porimon. Hi ſiquidẽ omnes apprehenſionem, ſiue perceptionem & inuentionem ipſius dati reſpicere uidentur, ac perinde prædicto modo diffinire. Vt autem eorum huiuſmodi ſententiam oſtendamus, inſuperq; ut uerã propoſitæ diffinitionis ex multis propoſitis comprehendamus, inquirendum prius eſt ſimplicis uniuſcuiuſq;, & ei oppoſitum ſignificatũ, inordinati quidem dico, ignoti, & apori, & irrationalis. Extenduntur ſiquidem hæc ad præſentaneam geometricam materiam, necnon & ad res naturales, ac ad alias mathematicas diſciplinas. Deſcribunt ſiquidem ordinatum, quod idem obſeruat, per quod ordinari dicitur, aut per magnitudinem, uel ſpeciem, ſiue aliud quidpiam huiuſmodi. Vel aliter, quod aliter fieri non comprehenditur: ſed tantummodo in diffinito aliquo eſt loco, ut ſi dicatur, per bina ſigna exiſtentia deſcripta recta linea ordinari dicitur, eo quia aliter & inordinatè minimè fit. Inordinatus eſt qui per bina angulus, multipliciter ſiquidem & inordinatè deſcribitur maioris, ſcilicet, & minoris circuli infinities deſcriptorũ per bina ſigna. Rurſus ordinatus eſt qui per tria ſigna angulus. Sunt autem & hæc ordinata, ſicut ſuper data recta linea triangulum æquilaterum conſtituere, ſed ex utraq; rectæ lineæ parte tantummodo, & præter coincidentiã. Et datam rectam lineam in datam rationem diſpeſcere, tantummodo ſiquidẽ hoc fieret, in utraq; biſaria ſectione. Inordinata ſunt quæ his contrariò ſeſe habent, ſicut ſcalenum conſtituere, & rectam lineam infinities ſecare: adiacet autem diffinitioni id ex quo ordinatur, quãdoquidem unum quid & idem exiſtens quandoq; ordinatum, aliter autem inordinatum eſſe poteſt, ſicut æquilaterum triangulum, ſiquidem æquilaterũ eſt, ordinatur: magnitudine uerò non omnino diffinitur. Notum autem eſt quod cognitum eſt, ſicut nobis manifeſtum & perceptum: ignotum uerò, quod neutiquam notum, neq; à nobis perceptum eſt, ſicut quadrati lõgitudo nota eſſe dicitur, quæ percipitur quotnam ſit ſtadiorum, & quòd trianguli tres anguli binis ſunt rectis æquales, & quòd quæ ex binis nominibus irrationalis eſt, inſuperq; & talia nota dicuntur, ut unam tãtum eße ab exterius dato ſigno curuam tangentem ad utraſq; partes: ſi enim & alia fuerit, binæ rectæ lineæ areolam comprehendent: quod abſurdum eſt. Ignota uerò irrationala non ſunt: ſed quæ non ſunt nota, neq; à nobis percepta. Porimon autem eſt

tem eſt quod neq; efficere, neq; conſtruere, hoc eſt in opinionem ducere non poſſumus. Aliter uerò rurſus porimon diffiniunt, uel quòd per demonſtrationem exhibetur, uel quando quidpiam abſq; demonſtratione manifeſtum fuerit, ſicut centro & interuallo circulum deſcribere, & triangulum conſtituere non ſolum æquilaterum, ſed & ſcalenum, & eam quæ ex binis nominibus inuenire, & rectas lineas rationales potentia tantum commenſurabiles indagare, & alia quæ infinities fiunt porimata ſunt, ſicut per bina ſigna circulum deſcribere. Aporon uerò eſt quod porimo ipſi ſeſe contrario habet, ſicut circuli tetragoniſmus: nondum enim in uia eſt, & ſi illum exhiberi poſſe putent: at ſcire eum poſſumus, eius ſiquidem eſt diſciplina, nondum tamen percepta. In præſentia uerò iam de eo quod in uia eſt ratio aſſignatur. quare & propriè porimon id appellant, quod nondum in diſciplinæ uia eſt: quod autem perceptum exhiberi poteſt, poriſton propriè appellant. Aporon autem, ut dictũ eſt, quod ipſi porimo contrarium eſt, hoc eſt cuius inquiſitio dijudicata non eſt. Rationale eſt, de quo dicendum eſt, magnitudo, uel ſpecies, ſiue poſitio: ſed diffinitio huiuſmodi quidem communior eſt, propriè uerò & ex ſeipſo rationale eſt, quod per aliquam dimenſionem poſitione cognoſcimus, aut palæſta ſiue cubito, aut digito. His ſic diffinitis, quod reliquum ſupereſt facile eſt, eorum quæ dicta ſunt communicantiam, & differentiam coniectare. In primis q; quomodo ordinatum ad notum, & his oppoſita ſeſe inuicem habent. Eorum quæ cõnectuntur eadem non ſunt, neq; eorum in quibus alterum altero plus eſt. Et ſi eis plura communia exiſtant, ſicut per bina ſigna rectam lineam ſcribere, ac per tres circulos triangulum æquilaterum conſtruere. Sed circulum quadrare ordinatum quidem, ignotum uerò eſt, & quod una tantum recta linea curuaturam ab uno ſigno tangit. Ordinatorum & minimè perceptorũ aliter ſe habere eſt, ſiquidem & illius demonſtratio & conſtructio cognoſcitur. Rurſus quæ in infinitum ſit ſectio, & ſcaleni conſtructio cognoſcitur quidem, ſed nondum ordinatur. Quare manifeſtum eſt, quod ipſius ordinati, aliud quidem notum, aliud uerò ignotum: & rurſus ipſius noti aliud ordinatum, at aliud inordinatum eſt, & ſic ſe hæc habent adinuicem ſicut rationale, & quod incedit: neq; huiuſmodi coæquant ſeſe, neq; alterum alterum excedit. Similiter ordinatum & inordinatũ ſeſe habet, ac porimon & aporon. Communicant ſiquidem hæc plurimum, differunt q; ut dictum eſt. Curuatura ſiquidem ordinatur, ſed his qui Archimedem præceßerunt, in uia erat, & alia quæ infinities fiunt, & inordinatè, porima quidem ſunt, ſi quis eorum conſtructionem ac conſtitutionem intelligat, non tamen etiam ordinata, ut ſcalenum triangulum intelligere, in ipſius q; conſtructionem intelligentiam ducere ab æquilatero, nec difficile id eſt, ſed in promptu, & quicquid inordinatum & infinitum. Sic autem ad rationale & irrationale, ordinatum & inordinatum ſeſe habet: communicant ſiquidem inuicem admodum, differunt q; modo prædicto: hæc autem inuicem minimè ſunt æqualia, neque alterum altero percipitur. nam quæ ex binis nominibus, & ſic aſſumptæ irrationales, ordinatæ quidem ſunt. ſed neutiquam rationales, & quæ dimetientis ad coſtam quadrati eſt ratio. Rationalium quidem plura inordinata ſunt, ſicut quæ multipliciter, indeterminate q; fiunt: poſſumus enim & ſcalenum triangulum menſura diffinita rationali propoſita metiri, & ſiquidem inordinatum fuerit, noti autem ad porimon ſimilitudinem omnino inſpicere facile eſt, differentiam uerò elicere difficile: natura nanq; propè ſunt adinuicem, quare ſeſe inuicem coæquare uidentur, tamen hæc certè intuentibus quædam ineſſe uidebitur differentia. Quod quidem una ſit inflexionem ab uno ſigno tangens, manifeſtum ac notum eſt. Non tamen id propterea iam id problema porimon eſt, nondum enim perceptum. quare omne notũ non omnino porimon eſt: porimon ſiquidem omne notum eſt. Maius igitur eſt notum ipſo porimo. Rurſus notum porimum & rationale quandoq; communicant, at quandoq; inuicem differunt modo iam dicto. Nam quæ irrationales dicuntur, notæ ſunt, non tamen rationales: numerus enim omnis rationalis quidem eſt, non tamen omnis notus eſt. Et rationale ex ſuijpſius more ſimiliter rationale eſt, nec ſic rationalis erit longitudo, in idem ſiquidem deducunt dimenſionẽ, nota ſiquidem eſt longitudo, at quandoq; minimè, etſi in eadem fuerint conſuetudine. Fortaſſe autem & inuenire difficile eſt. Rationali quidem, at ignotum, uidetur ſiquidem & rationali notum eße aliquid plus. Quod autem porimon & aporon, à rationali & irrationali differunt, ex his eſt manifeſtum: porima enim eſſe poſſunt & irrationaliũ aliqua. At rationalium irrationale nullum. affinitas autem horum ſicut & aliorum omnino manifeſta. hæc adinuicem ſic ſe habent, quare porimon rationali plus eſſe uidetur. operæ etiam precium eſt & prædictorũ differentiam coniectare. Rationale quidem & irrationale per dimenſionis relationem, dicuntur ad cognitionẽ noſtram minimè uenientis. poteſt enim quidpiam rationale exiſtens nobis minimè notum eſſe, quatenus rationale eſt, neq; percipi quod rationale ſit. Ordinatum uerò & inordinatum, non per idem, & iuxta propriam ſpeculati naturam eſt, & ſi à nobis minimè percipiatur: plura igitur ordinata natura poſterius Archimedes ex Serini ſermonibus, quod ordinantur demonſtrauit. Notum autem & ignotum, quo ad noſtram relationem

tionem dicitur, quare prædicta inuicem differũt. Siquidem hoc ad nos habet relationem, illud uerò quo ad naturam, hoc autem ad dimensionem. Cum iam præpositorum societas & differentia diffinita sit, reliquum superfuerit, quid nam sit datum indagare. Quicunq; in præsentia à proponente quid per hypothesin datum, id datum esse putant, à quæsito aberrant. elementa nanq; datorum omnia simul ordinantur, & nõ de eo quod per hypothesin, sicuti ex his quæ in eorum tractatu sunt licet intueri. Quare perceptionem huiusmodi nos negligentes, aliter diffinientium rationes ordinare oportet. Erit autem quod per hypothesin datum, id quod post principia speculatur, diffiniunt iam nominatiuis diffinitionibus utentes, uno aliquo dictorum illud charactere pingẽtes. Sicut in principio dictum est, omnes autem fermè ut communem sentẽtiam de dato retinere uideãtur. perceptũ enim quid illud esse assumpserũt, quemadmodum & ipsius dati nomen ostendit, & in primis illi qui per hypothesin datum describunt. Nonnulli uerò cõcessionem respexerunt. Nos autem quoq; utentes prædicta tanquam canone & foro, ipsius dati perfectam diffinitionem inuenire poterimus. Manifestum autem quod coæquatione aut conuersione ipsum indiget ad diffinitum, & hoc subsistere oportet eis quæ rectè datæ sunt diffinitionibus, est & propositi hæc in illis diffinitionibus quæ simplicius dictæ sunt, quæ porimon diffiniet, in complicatis autem notum simul & porimon: reliquæ uerò omnes imperfectæ sunt. neq; enim ordinatum diffiniens cuestigio ad dati comprehẽsionem extenditur, eo quia neq; in notum, neq; solum ordinatum perceptum est. sed inordinatorum nonnulla, sicut ostensum est. Neq; illa idonea est quæ totum ipsum diffinit, neq; enim hoc totum perceptum est, & si tantum ignotum enim nequaquam fuerit perceptum, neque ipsum rationale diffiniens diffinitio, perfecta erit. nam hoc solum perceptum non est, quoniam & irrationalium aliqua, forsitan autem neque omne rationale perceptum est, sicut & hoc diffinitum est prius. Deficit iam in nominatiuè assignatis porimon, quare uidetur maximè perceptionem ostendere. nam omne porimon percipi potest & solum. huiusmodi autem diffinitione usus est Euclides, species omnes dati describens. Compositarũ diffinitionum perfecta est quæ notum simul & porimon datum esse diffinit, genere quidem proportionale habens ipsum notum, differentia uerò porimon. Ordinatum autem simul & porimon dicens imperfecta est. nam non solum huiusmodi data sunt & qui datum, & rationale similiter defectiuè datum comprehendit. Quæ uerò notum simul & ordinatum, eo quia propositum excedit, neq; sana est, neq; enim omne huiusmodi datum est. Soli iam reliquum dati sententiæ attingere uidentur, qui illum notum esse dixerunt. nam tale omne percipi potest & solum: bina autẽ hæc subsistere oportet in disciplinaribus diffinitionibus datis. His autem propè sunt compositæ & sic. Datum est cui exhibere possumus æquum per ea quæ à nobis in primis prioribusq; suppositionibus dicta sunt, prædictis autem Euclides ubiq; in exhibendo utens, notum prætermittit, tanquam porimon iuxta sequens. Accusaret autem quispiam ipsum rationabiliter, tanquam prius cõmuniter datum minimè diffinientem, sed immediatè unamquanq; ipsius speciem. At qui in geometria elementari prius simplicem lineam quàm lineæ species, & alia huiusmodi diffiniuisse uidetur.

Quænam utilitas ex datorum tractatu, Caput secundum.

Cum forsitan quoad præsentaneum usum ipsum datum dijudicatum sit, subsequens fuerit ipsius tractatus utilitatem præbere: est siquidem hoc ad aliud habentium reductionem: ad locum enim qui resolutus dicitur, necessaria est admodum huius cognitio. Quantam nanq; potentiam habeant in mathematicis disciplinis, & alijs eiusdem generis, sicut perspectiua & canonica locus resolutus in alijs diffinitum est, & quòd demonstrationis est inuentio ipsa resolutio, et quòd ad inuentionem demonstrationis similium nobis confert. Et quòd maius est resolutiuam potentiam obtinere, quàm plures particulares demonstrationes habere.

Ad quam disciplinam reducatur datorum tractatus, Caput tertium.

Ad omnes siquidem huiusmodi disciplinas, cum datorum speculatio utilis sit, quandoquidem ad resolutionem plurimum confert, opportunum neutiquam fuerit ipsam reduci ad aliquam unam disciplinam dicere. Sed ad eam quæ in uniuersali mathematica dicitur, ea siquidem est quæ sese habet circa multitudines, tempora, & celeritates, huiusmodiq; omnia, inquantum iam circa rationes proportiones, & ubiq; medietates negociatur. Huiusmodi ergo datorum disciplinari perceptione utilima existente, datorum uolumen Euclides elaborauit, quem propriè & elementarem appellauerunt. Totius enim fermè mathematicæ disciplinæ elemẽta, & tanquam introductoria ordinauit, sicut geometriæ quidem totius in tredecim uoluminibus, & astronomiæ in phænomenis, musicesq; & perspectiuæ similiter elementa præbuit. At dati tractatus in proposito libro elementarẽ resolutiuam fecit. Geometricus enim existens ipse uir diuisim communes ipsius dati rationes propriè conglutinauit. Sicut in uniuersalibus rationibus fecit, ut in magnitudinibus eas propriè operatus in quinto de plano uolumine. Cõmuniter quidem quid

sit datum

ſit datum dictũ eſt, & ad quam diſciplinã reducatur, ac quòd eius ſpeculatio utiliſſima eſt, his iam quæ dicta ſunt, adijciatur quoq; ipſius deſcriptio diſciplinæ: erit ea ſiquidem, ſicuti ex prædictis eſt manifeſtum, Datorũ perceptio iuxta omnem locum, & eorum quæ eis eueniunt: propriè uerò et ſicut ex propoſito uolumine dicatur eſſe methodus totius Datorũ diſciplinæ elementa cõprehendens: habebit autem & ipſa conſequenter utilitatem & alia iuxta relationem ad ipſum datum. Diuidatur autem ipſum uolumen in Dati ſpecies: & in primis, primum ſegmentum ea quæ ratione data ſunt comprehendit: ſecundum autem ea quæ poſitione, & demum ea quæ ſpecie. Simplex enim erat quæ de magnitudine datis: diſſeminauit autem & hæc particulatim in alijs, & maximè in his quæ ſpecie data ſunt. Orſus autem eſt ab his quæ ratione & poſitione data ſunt: quandoquidem ex his quæ ſpecie dantur conſtant. Aliter facta etiam ipſius libri diuiſio, in uniuerſales magnitudines, in lineas & plana, & cyclica theoremata: ſimili nanq; ordine & in diffinitionibus ſiue uoluminis ſuppoſitionibus uſus eſt. Secutus autem eſt modum doctrinæ non per compoſitionem, ſed per reſolutionem, quemadmodum & Pappus ſatis in libri huius commentationibus demonſtrauit.

FINIS.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS CLARISSIMO VIRO MARINO GEORGIO, PATRITIO *Veneto, artium ac ſacræ Theologiæ doctori eximio, Brixienſiumq; præfecto deſignato, S. D.*



LVRES *hominum maxima tenet admiratio Marine Georgi philoſophe doctiſſime, quòd in humanis ita ſit comparatum homines abſque diſſidijs, contumelijs, iurgijs, tumultibus, bellisque atrocibus quaſi uinere neſciant. Ac ſi eorum miſera conditio foret, ſi amore pace que mutua ſibi inuicem correſponderent. Idq; magis mirum uideri ſolet, cum hi qui ab humanitate nomen ſibi uendicarunt, non niſi inhumaniter uitam agere curent. Quod quidem uir clariſſime nobis enucleatiſſimè conſtat: nam ſi uelimus ueterum memorias altius recenſere, quam ætatem bellorum uacuam comperiemus? nullam. Sed ne à memoria noſtra longè diſtantia repetamus, quid de noſtra ætate, quam uidimus, nec apud autores legimus, in qua ea obtigerunt, quæ ſi à nobis ſic ſicut uiſa ſunt legerentur, proculdubio ſomnia & phantaſtica machinamenta eſſe putarentur. Nam decem autem aut undecim annorum interuallo quot, quantaq; ac qualia euerſa, immutata, ſubuoluta, radicitusq; conuulſa noſtris oculis conſpeximus? Tu optimè noſti qui ob ſingularem doctrinam tuam, erga patriamq; uel maximam fidem, à ſenatu legatus miſſus hos turbines uidiſti, & ingenij tui libramine ponderaſti. Teſtis heu teſtis eſt Neapolitana ciuitas, quæ plures ſtrages perpeſſa, uno anno, rem nullis ſeculis auditam regale ſceptrum quinquies commutauit. Teſtis heu teſtis eſt illa Roma, quæ cum alias, ſubacta Italia, fero ciſſimas infrenesq; nationes domuerit, lõgè lateq; fines imperij propagauerit, ſæpius in præſentia non in Italia, ſed apud urbis muros: non apud maros urbis, ſed in ipſa urbe: non hominũ tumultus, ſed enſes euaginatos: non enſes euaginatos, ſed multas cædes, & funera paſſa eſt. Teſtes heu teſtes ſunt Fluentinorum, Felſinenſiumq; agri toties à militibus diſſipati. Teſtis demum tota Italia tranſpadana toties bellis atrocibus, cædibus miſerandis, ignibus maximis conquaſſata. Sed quid de illa quæ citra Padũ eſt Italiæ regione dicemus? nil niſi laborioſum, nil niſi flebile, nil niſi illachrymabile, & quod potius ſilẽtio tranſeundum ſit, quàm ea quæ obtigerunt cõnumerare. Nam ſi Tarrhenſes agri uocem attollere poſſent, ſe hominum cæde uel maxima cõtabuiſſe, humaniq; ſanguinis copia affatim effuſi inundaſſe quererẽtur.*

Si tota Italia loqui poſſet, eam ad funeſtum deplorabilemq; ſtatum peruenisſe intelligeremus. Sed hæc in præſentia miſſa faciamus: quandoquidem in præſentia hiſtoriam non conſcribimus, & quæ apud poſteros, non paruam, ſed nullam fidem ob rei magnitudinem ſit habitura. Quæ omnia licet quodam nictu oculi obtigerint, non eſt tamen quòd perinde nos mirari oporteat: nam ſi à cauſis exordiri atq; ad huiuſmodi effectus nos ipſos deuoluere uelimus, ſiue etiam ab his effectibus incipiētes cauſas altius repetere uoluerimus, bella huiuſmodi ex contrarijs gigni uoluntatibus comperiemus, quæ ab appetitu diuerſo oriuntur, quem diuerſa hominū ſortita eſt qualitas, quam illi quatuor humores efficiūt, qui cum ab illis elementis toties celebratis ſcateant, iuxta temporum qualitatem, ſtellarumq; in humana huiuſmodi uires ſuas transfundentium motum & influxus, augentur, attolluntur, imminuuntur ac deprimi ſolent. Fitq; nimirum ut uniuſcuiuſq; loci & regionis exigit diſpoſitio, quemadmodum in Aphoriſmis medicorum princeps nos docet Hippocrates. Alij nanq; ſunt influxus in ſeptentrionalem plagam uergentibus, at alij his qui auſtralem inhabitant, itidemq; alij orientalem regionem colentibus. At aliis aliter ſeſe habet, & ſic ſicut regio ſepoſita fuerit. Quare cum ea quæ inuicem non conueniūt, non ſint æqualia, ſed diſſideant, ſicut in elementis præſtantiſſimus ille mathematicus nos docet Euclides: at aduerſæ hominum uoluntates cum inuicem non conueniant, ſed mira quadam diſcrepantia diſſideant, ſupereſt igitur ut contrariæ remaneant. Quod cum ita ſeſe habeat, ſi priſcis illis temporibus ſacrorū uatum monumenta multa bella, & funera facta fuiſſe commemorant: ſi Aſſyriorum, Perſarum, ac aliarum nationum horrendos tumultus Dionyſius Halicarnaſſeus, Diodorusq; Siculus, ac Iuſtinus narrāt: ſi Thucydides Atheniēſium: ſi T. Liuius Romanorum illa deniq; miranda facinora & non ſine magna copia ſanguinis, & non niſi totius mundi trementibus quaſi cardinibus, explanant: ſi Quintus Curtius Alexandri Macedonis in Perſarum Darium delicatiſſimum regem expeditionem terribilem, expugnationemq; ac uictoriam ſubactis Perſis explicat: ſi ille quoq; dicat quòd fraterno primi maduerunt ſanguine muri: ſi demum quoq; noſtra tempeſtate priſcis illis tēporibus exorta bella, ac nō extincta, ſed uſq; in id tēporis propagata in præſentia horrēdis tumultibus, magnis cædibus, ardentibusq; occultè odijs ferueant: non eſt id propterea, clariſſime philoſophe, quod mirari debeamus. Dolendum potius eſt ingemiſcendumq; plurimū, quandoquidem bella quæ inter eos qui ſub Chriſti glorioſi uexillo uiuunt, tam atrociter fiunt, non externa, ſed ciuilia ſunt, ac ſi in præcordijs, in inteſtinis ac in intimis cordis penetralibus gererentur. Illud, inquam, uir doctiſſime poſſumus dicere: Quis furor ô ciues, quæ tanta licentia ferri, Gentibus inuiſis Latium præbere cruorem. Cumq; ſuperba foret Babylon ſpolianda trophæis Auſonijs, umbraq; errarit Craſſius inulta, Bella geri placuit nullos habitura triunphos. Heu quantum terræ potuit pelagiq; parari, Hoc quem ciuiles auxerūt ſanguine dextræ, Vnde uenit Titan, et nox ubi ſidera condit, Quaq; dies medius flagrantibus æſtuat horis, Et qua bruma rigens ac neſcia ucre remiſſi, Aſtringit Scythicum glaciali frigore pontum. Sub iuga iam Seres, iam Barbarus iſſet Araxes, Et gens ſi qua manet naſcenti conſcia Nilo. Tum illud accedit, quòd his bellis noui emergunt ritus, noui mores: nam nunc prætextatos referūt Artaxata mores, & ſi quid uſpiam eſt bonarum literarum illud interit. Nam adſunt adhuc in Italia illa fœdiſſima Vādalorum, Gothorumq; ueſtigia, quæ poſtea quàm Italiam flamma, ferro, cæde, rapinis, & alijs huiuſmodi ſæuientium belluarum peruerſis moribus fœdarunt, maximas bonis literis tenebras obiecerunt, & adeò ut ipſæ contremiſcentes pluribus annis inuiſæ, ritu ferino uiuentibus delitеſcerent. Quibus beluis in uniuerſum ſæuientibus, multa priſcorum illorum ueterum præclara opera interierūt, multa occæcata & ſubuerſa, multa fœdiſſima barbarie obſita in lucem exierunt. Perijt, inquam, tunc perijt illa priſca mathematicè diſſerendi conſuetudo & adeò ut quæ priſcis illis temporibus adoleſcentulis plana & facillima ac in promptu erant, in præſentia uelut alta caligine demerſa, difficillima nimis & recondita eruditiſſimis uiris etiam eſſe uideantur. neq; id mirum. Euclides nanq; Megarēſis mathematicus præclariſſimus, qui omniū mathematicarum diſciplinarum unus eſt qui nobis fores reſerat, in primis nimis peruerſe interpretatus ſtudentiū animos pluribus annis ambiguos tenuit. Nam cum illud quod illius eſſe aſſeritur uolumen ſtudētes legerent, miris laruis, ſomnijs, & phātaſmatibus quibus ille interpres barbariſſimus illud referſit, offēnſi, neq; autori fidē adhibebāt, neq; illi detrahere audebant. Quare cum nos his diſciplinis operam per plures annos accommodauerimus, uolenteſq; noſtris laboribus ſtudentiū communi utilitati cōſulere, ipſius Euclidis elementorum uolumina tredecim ex Theonis traditione non minoribus uigilijs quàm laboribus, quibus per ſeptennium inſudauimus, ex Græcia in Italiam deduximus: quibus laboribus tandem uoto ſuperatis, decreuerāmus, ut qui ex fluctuanti procelloſoq; mari portum quietum cupit, nos alicui amœno ſtudio emancipare, animumq; his ſtudijs feſſum ad humaniora conuertere. Cupiebamus etenim illam ſublimis Homeri poeſim uidere, uim Demoſthenis ſuſpicere, ſuauitatem Iſocratis mira quadam ſanctitudine mixtam

guſtare,

guſtare, Pindaricos fontes libare. Tum illa ruſticana Theocriti in præſentia in aliqua grata umbra æſtuanti corpori relegere. Quãdoquidem, ut optimè noſti, in præſentia ſol domum eſt leoninam ingreſſus, radijq; ad rectos angulos procidunt, idq; propterea inferiora hæc uehementius incendunt. Tamen habitus qui aut nunquam, aut difficulter à ſubiecto conuelli poteſt, diſpoſitionem huiuſmodi diffl auit. factum nanque eſt ut cum me accingerem, ut ipſius Euclidis opera ſeponerem, ecce ut euenire ſolet, ad manus ipſius Euclidis Data peruenerunt, opus ſanè præter id quod iucundum, ſtudentibus etiam neceſſarium, quandoquidem ex eo facillimè datur intelligi, quod toties Euclides ipſe in elementis Datum appellat. Quod opus quoniam pulchrum, utile, neceſſarium, ſcitu iucundum, & quia ex his laqueis mathematicis me eximere neſcio, tum quoniam hucuſq; Latinis ignotum extitit, Latinum id à me propterea faciendum eſſe cenſui, tuoq; nomini humaniſſime philoſophe deſtinandum. Eo ſanè argumento ut meam erga te obſeruantiam, amoremq; ſingularem inde cognoſceres. Tum quoniam cum hiſce diebus triumuiratum Reipublicæ patrocinatorium ageres, magiſtratum ſanè in ciuitate grauiſſimũ, à quo ſicut uirtutes benigniſſimè fouentur, ſic uitia & ſcelera ſeueriſſimè uindicãtur, quem cum per pauculos dies mira integritate, ſed miranda te aduentium ſatisfactione exercueris, & adeò ut Brixientium præfectus omnium penè comitiorum ſuffragijs deſignatus extiteris, tu te meo patri neſcio qua liberalitate te me uel libẽter cognoſcere uelle dixiſti. Cognoſces igitur me, & quid tui uetuſtiſſimum mancipium, quale uerò quis neſcit, ineruditum, indoctum, incultum, philoſophum tamen, & eum qui diuini Platonis decreta auidiſſimè ſequi cupiat, ita tamen ut quandoq; uelut tranſfuga & explorator caſtra philoſophantium petat. Sed quoniam ſi uelis binas lõgè inæquales magnitudines componere: id, inquam, haud facile factu tibi fuerit, niſi medius quidem ſit propoſitus limes quo analogico medio extrema conueniant, coaleſcant, ſeq; mutuo pulſent. Nam ſi ſexdecim ad quaternarium comparare uolueris, quippe quoniam longè diſtant, medio indigent: octonario ſanè, ad quem eam ſexdecim habent, quam ipſe ad quatuor habitudinem, duplam quidem. Sed quoniam bini dupli quaternariũ conficiunt, ex ea igitur analogia ipſorum ſexdecim, ad octo, & octo ad quatuor, ea ſecat ratio quadrupla qua & ſexdecim, & quatuor reuinciuntur. Quod cum ita ſeſe habeat, cum mea paruitas tuæ magnitudini nulla ex parte cohæreat, fuit igitur mediũ adhibẽdum, quo tibi uir clariſſime fuiſſet ſatisfactum, & id ſanè quod tuæ illi rariſſimæ doctrinæ correſponderet. Data igitur ipſius Euclidis ea erunt quibus me cognoſes, quibus meam erga te fidem, & obſeruãtiæ magnitudinem intueberis. Quæ cum in præſentia Græca ueſte repoſita, Latina induta ſint, te petũt, te adeũt, te uir doctiſſime uidere geſtiũt, tuoq; ſublimi iudicio cõprobata, ſub tuo nomine in manus ſtudentium uenire cupiunt. Tantum igitur hoſpitem philoſophe præſtantiſſime, hilari fronte ſereno q; uultu accipies, & eo ſanè quo uiros doctos aſpicere, & tibi beneuolentia deuincire ſoles. Verùm quoniam priſcorum fuit conſuetudo, ut maximos uiros abſq; munere adire nulli liceret, id propterea, tibi non orientalium gemmas, non Arabum munera uulgo preciosa, non id quod plures hominum præclariſſimum bonum exiſtimant, aurum ſcilicet, non id demum quod paruo temporis interuallo exiguo nutu fortunæ euaneſcit, afferimus. Id quoniam tibi tradere conamur quod rariſſimum ſit, idq; propterea omni theſauro fœlicisq; Arabiæ ditiſſimis muneribus longè precioſius, lõgeq; præclarius, hæc igitur noſtra tibi erũt tradita munera: quæ ſi talia fuerint; quæ tua excellens doctrina amplexetur, tuum illud ferax ingenium benignè foueat. Curabimus noſtris laboribus, præclaris illorum ueterum operibus, & huic noſtræ ætati ignotis nomen tuum illuſtrare, ut tu multis annis etiam poſt mortem uiuere poſſis. Sed hoc iam ſatis eſt, hoc libello: iam perucnimus uſque ad umbilicum, longaq; nimis ac inculta oratione: quæ ne, quàm par eſt, prolixior euadat, iam te ad ſublimem Datorum doctrinam, philoſophe doctiſſime tranſmittam. Vale æternum philoſophantium exemplar rariſſimum.

Venetijs, M. D. V. VIII.
Idib. Sextilis.

EVCLIDIS MEGARENSIS

PHILOSOPHI PLATONICI, MATHEMATICIQ; præstantissimi incipit liber Datorum, ex traditione Pappi, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

Diffinitio prima.



DATA magnitudine dicuntur areæ lineæ, & anguli quibus æquales possumus exhibere.

Diffinitio secunda.

Ratio dati dicitur, cui eandem possumus exhibere.

Diffinitio tertia.

Rectilineæ figuræ specie dari dicuntur, quarum anguli dati sunt ad unum, & laterum rationes adinuicem datæ.

Diffinitio quarta.

Positione dari dicuntur signa, lineæ, & anguli, quæ eundem semper locum obtinent.

Diffinitio quinta.

Circulus magnitudine dari dicitur, cuius quæ ex centro magnitudine datur.

Diffinitio sexta.

Positione magnitudineq; circulus dari dicitur, cuius centrum positione datur, ea quæque ex centro magnitudine.

Diffinitio septima.

Segmenta circuli magnitudine dari dicuntur, in quibus anguli dati sunt, & segmentorum bases magnitudine.

Diffinitio octaua.

Positione & magnitudine segmenta dari dicuntur, in quibus & anguli dati sunt magnitudine, & bases segmentorum positione & magnitudine.

Diffinitio nona.

Magnitudo magnitudine dato maior est, quando sublato dato, reliquum eidem æquum fuerit.

Diffinitio decima.

Magnitudo magnitudine dato minor est, quando adiecto dato, totum eidem æquum fuerit.

Diffinitio undecima.

Magnitudo magnitudine dato maior est quàm in ratione, quando ablato dato reliquum ad idem rationem datam habuerit.

Diffinitio duodecima.

Magnitudo magnitudine dato minor est quàm in ratione, quando appositio dato reliquum ad idem rationem habuerit datam.

Diffinitio decimatertia.

Producta est quæ à dato signo in positione rectam lineam acta recta linea in datum angulum, uel in datum signum.

Diffinitio decimaquarta.

Reducta quæ à dato signo ad positionem rectam lineam, recta linea in angulo dato acta est.

Diffinitio decimaquinta.

Appositione est quæ per datum signum positione rectæ lineæ parallelus acta est.

Interpres.

Quoniam in eo uolumine ex quo Data huiusmodi transcripsimus, in Latinumq; conuertimus, quod sanè uetustissimum est, nonnullas adiectiones comperimus, quæ licet breues & concisæ sint, quoniam ad Datorum intelligentiam plurimum cõferunt, ut sese habent, sic eas sumus interpretati, studentes uerò iudicabunt. Apud Græcos id obseruatum, inquam, inuenimus, ut non omnes interpretationes

autorum

autorum ſcribant aut conficiant, ſed hi tantum qui inter autores nominari poſſunt, ut fuerunt Homerici & Pindarici interpretes, et alij plures uiri ſanè grauiſſimi in diſciplinis humanioribus. Itidem quoque in Phyſiologicis. ut ſunt interpretes Ariſtotelici, Ammonius, Alexander, Ioannes grãmaticus, Themiſtius, & Platonici: ſic etiã in mathematicis, ut Theon, Hypſicles, Pappus, Heron Alxandrinus, Proclus Lycius qui in Euclidem ſcripſerunt, factumq; eſt id propterea ut apud Græcos non uideamus iſta immẽſa nugarum uolumina, quorum nos Latini pleni ſumus. Videmus enim unumquẽq; autorem tribus et quatuor cõmentationibus eſſe non interpretatum, ſed laceratum, & adeò ut crebrò ſtudentes ne ſciant ubi nam ſit incipiendum, quippe quoniã ſunt adeò nugis & laruis neſcio quibus obſiti, ut cæcutientes in tenebris ambulent. illud, inquam, Horatianum ſi unquam, nunc mirum in modum uerum eſt, nam ſcribimus indocti doctiq; poemata paſſim. nolim tamẽ detrahere famæ & autoritati Seruij, Acronis, Porphyrij, Donati, Lactantij grauiſſimorũ autorum, qui linguã Latinã illuſtrarũt. de illis uerò aliis quid dicendum ſuperſit, ignoramus? Ecce iam plurima uideas opuſcula in grãmaticis compoſita, quæ in eum creuerunt numerum, ut ſtudentes ſuperauerint. Miramur plurimum quòd in hac noſtra ætate tanta ſit audacia, ut quaſi Priſcianus, Diomedes, Agretius, Phocas, Donatus, & alij autores grauiſſimi non ſatis exquiſitè ea quæ in grammaticis erant dicenda cõſcripſerint, neſcio qui inſurrexerint, conantes ut ſuæ nugæ neglectis autoribus bonis legantur, & his aſſueſcãt adoleſcentes, qui his nugis cura præceptorũ iudicio carentium ſtudentes ſcholis ignorantiſſimi exeũt. ſed hos iam miſſos faciamus, cum cuilibet audenti ſemper æqua fuerit poteſtas: redeamusq; ad rem noſtram. Vbicunq; igitur in datorum theorematibus lector humaniſſime, uidebis aliqua dicta per Scholiũ, ea omnia ex Græcis adiectionibus ſumpta eſſe cenſeto. Ea enim à Græcis Scholia nuncupantur, quæ à nobis Latinè Poſtilla dicuntur.

Scholium.

Datorum aliqua poſitione, & alia magnitudine data ſunt. Datum ſiquidẽ quadrupliciter dicetur. aut enim magnitudine, aut ſpecie, aut ratione, aut poſitione dari dicitur: quid uerò horum unũquodq; ſignificet, ipſe Euclides docet. Cõmuniter autem dicitur datum, cui idem inuenire & exhibere eſt poſſibile. Datorum uerò traditionem in plano uno poſitam accepimus, ſicut in ſex prioribus libris Elementorum. Data ſunt definita, hoc eſt quorum finis datur aut intellectu aut ſenſu, his enim æqua poſſumus exhibere, ſimiliter autem ſiue intelligentia, ſiue ſenſu. poteſt autem rationale & irrationale datũ eſſe, ut inquit Pappus in principio eorum quæ in Euclidem ſcripſit, rationale nanq; datum eſt: ſed non omnino datum rationale eſt. ſed has tres diffinitiones ultimas de magnitudinibus aiunt eſſe Apollonij.

Theorema 1. Propoſitio 1.

DAtarum magnitudinũ ratio adinuicẽ datur.

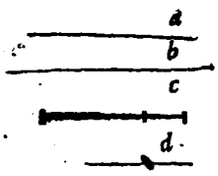
Sint datæ magnitudines a b, dico quòd ipſius a ad b, ratio data eſt. Quoniam enim datur a, poßibile eſt per primam diffinitionem ei æquam exhibere, exhibeatur & eſto c. Rurſus quoniam data eſt b, poßibile eſt per eandem eidem æquam, exhibere: exhibeatur & eſto d: quoniam igitur a eſt æqualis ipſi c, & b ipſi d: eſt igitur ſicut a ad b, ſic c ad d. Ipſius igitur a ad b ratio data eſt, eadem nanq; eidem exhibetur ipſius c ad ipſam d.



Theorema 2. Propoſitio 2.

SI magnitudo data ad aliam aliquam magnitudinem rationem datam habuerit, & eadem magnitudine datur.

Data, inquam, magnitudo a ad quampiam aliam magnitudinem b rationem habeat datam. Dico quòd ipſa b magnitudine datur. Quoniã enim datur a, poßibile eſt eidem per primam diffinitionẽ eandem exhibere: exhibeatur ac eſto c. Et quoniã ratio ipſius a ad b datur, ſic enim ſupponitur, & ei æqualem per 2 diffinitionem exhibere eſt poßibile: exhibeatur, eſtoq; ipſius c ad ipſam d ratio: & quoniã eſt ſicut a ad b, ſic eſt c ad d: uiciſſim igitur per 16 quinti Element. eſt ſicut a ad c, ſic b ad d: æqualis autẽ eſt a ipſi c: æqualis igitur eſt & b, ipſi d. Datur igitur per primam diffinitionem ipſa b magnitudo, æqualis ſiquidem ei exhibetur d.



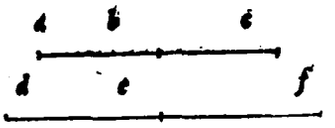
Scholium.

Hoc præcedentis conuerſum eſt quodammodo, ſed non uniuerſaliter id eſſe cõuerſum dicendũ eſt: eſſet enim uniuerſaliter id præcedentis conuerſum, ſi magnitudines inuicem rationem haberent datã. dantur magnitudine, nonnulli autem aggrediuntur ut oſtendant eſſe conuerſum præcedentis, inquiuntq; quòd ſi magnitudines aliquæ rationem adinuicem datam habuerint, dantur magnitudine.

Theorema 3. Propoſitio 3.

SI datæ magnitudines quæcunq; compoſitæ fuerint, & ex ipſis compoſitum datum erit.

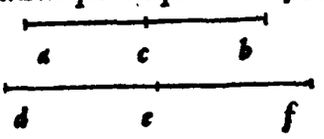
Componantur enim quælibet datæ magnitudines a b, b c. Dico quòd & quod ex a b, b c hoc eſt ipſum a c conflatũ datum eſt. Quoniam enim datur a b, poßibile eſt per primam diffinitionem æqualem eidem exhibere: exhibeatur per eandem, ſitq; d e. Rurſus quoniam datur b c, poßibileq; eſt eidem eandẽ exhibere, exhibeatur per eandem & ſit e f. Quoniam igitur æqualis quidem eſt a b, ipſi d e & b c, ipſi e f. Tota igitur a c toti d f, eſt æqualis, per 2 cõmunem ſententiam. Datur igitur ipſa a c: eidẽ ſiquidem in eadem exhibeatur d f.



Theorema 4. Propoſitio 4.

SI à data magnitudine, data magnitudo auferatur, reliq̃ data erit.

A data ſiquidem magnitudine a b, data auferatur magnitudo a c. Dico quòd reliqua c b data eſt. Quoniam enim datur a b, poßibile eſt eidem æqualem exhibere: exhibeatur per primam diffinitionem & ſit d f. Rurſus quoniã datur a c, poßibile eſt eĩ æquam exhibere: exhibeatur per eandẽ et ſit d e. Quoniã æqualis eſt a b ipſi d f, & a c ipſi d e, reliqua igitur b c, reliquæ e f, eſt æqualis per tertiam communem ſententiam. Datur igitur b c, æqualis enim eidem exhibetur e f.

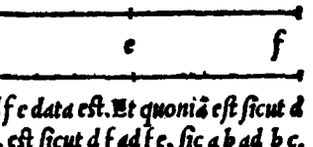


Scholium.

Et id theorema præcedentis quod minimè eſt conuerſum, propriè ſiquidem eßet conuerſum, ſi data magnitudo in quaſcũq; diuiſa fuerit, & unaquæq; earum in quas diuiditur data eſt, quæ eidẽ eædem & adinuicẽ ſunt eædẽ: hoc, inquã, patet in 11 quinti elementorũ. Theorema 5. Propoſitio 5.

SI magnitudo ad ſui partem aliquam rationẽ habuerit datam, & ad reliquam rationem habebit datam.

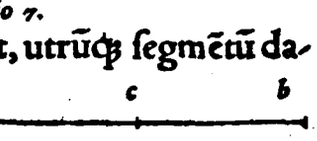
Magnitudo ſiquidem a b ad aliquã ſui partẽ a c, rationẽ habeat datam, dico q, & ad reliquã b c, rationẽ habet datã, ponatur ſiquidẽ data magnitudo d f, & quoniã per primã propoſitionẽ ipſius b a ad a c, ratio data eſt, eadẽ eidem per 2 diffinitionẽ exhibeatur, ut ipſius d e ad d f: poßibile enim eſt tribus datis magnitudinib. quartam proportionalem inuenire per 12 ſexti element. Ipſius igitur f d, ratio data eſt, data igitur eſt et f d. Igitur et d e data eſt, et reliqua igitur e f, data eſt. Eſt autẽ & d f data. Ratio igitur ipſius d f, ad f e data eſt. Et quoniã eſt ſicut d f ad d e, ſic a b ad a c. Conuertendo igitur per correl. 2. quint. elemen. eſt ſicut d f ad f e, ſic a b ad b c. Ratio autẽ ipſius d f ad f e, data eſt ut patuit. Ratio igitur & ipſius d f ad f e, data eſt ut patuit. Ratio igitur & ipſius a b ad b c, data eſt.



Theorema 6. Propoſitio 6.

SI binæ magnitudies cõpoſitæ fuerint adinuicem rationem habẽtes datã, & tota ad ipſarum utranq; rationẽ habebit datam.

Componantur enim binæ magnitudines a c, c b adinuicem datã rationem habentes. Dico quòd tota a b ad utranq; ipſarum a c, c b rationem datam habet, exponatur enim data magnitudo d e, & quoniã per primam propoſitionem ipſius a c, ad c b data eſt, eadem fiat quæ ipſius d e ad e f ratio: data eſt autem utraq; ipſarum d e, e f data. Ratio igitur ipſius d e ad utranq; ipſarũ d e, e f, data eſt. Et quoniam eſt ſicut a c ad c b, ſic̃ eſt d e ad e f. Componendo igitur per 18 quinti elementorum, ſicut a b ad b c, ſic d f, ad f e, & conuertendo igitur per corrolarium, decimæoctauæ quinti elementorũ ſicut b a ad a c, ſic d f, ad d e, & quoniam ſicut d f, ad utranq; ipſarũ d e, e f, ſic a b, ad utranq; ipſarũ a c, c b. Ratio igitur & ipſius a b ad utranq; ipſarũ a c, c b data eſt.



Scholium.

Datarũ ſiquidem magnitudinũ ratio inuicẽ datur, æquã enim ipſius d f, ad f e, exhibemus rationem.

Theorema 7. Propoſitio 7.

SI data magnitudo ĩ datã rõnẽ diuiſa fuerit, utrũq; ſegmẽtũ datũ eſt.

Data enim magnitudo a b, in datã rationẽ ipſius a c ad c b, diuidatur. Dico q, utrunq; ſegmentũ & a c & c b datum eſt: quoniam enim ratio ipſius a c ad c b data eſt, ra-

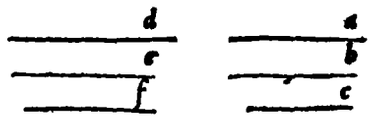
tio igi-

tio igitur ipſius a b ad utrãq; ipſarum a c, c b data eſt. Data eſt a b, data igitur utraq; ipſarum a c, c b.

Theorema 8. Propoſitio 8.

EAndem ad idem rationem datam habẽtia, & adinuicem rationem datam habebunt.

Habeat ſiquidem utraq; ipſarum a c ad b rationem datam. Dico quòd & a ad c, rationem habebit datam. Sit, inquam, data magnitudo d, & quoniam ratio ipſius a b data eſt, eadem eidem fiat quæ ipſius d a d e. Data, inquã, eſt d, data igitur & e. Rurſus quoniam ratio ipſius b ad c data eſt, eadem eidẽ fiat quæ ipſius e ad f, data eſt e, data igitur eſt & f. Eſt autem & d, data. Ratio igitur ipſius d ad f, eſt data. Et quoniam eſt ſicut d ad e, ſic a ad b, & ſicut b ad c, ſic eſt e ad f: ſed ratio ipſius b ad f, data eſt, ratio igitur & ipſius a ad c data eſt.



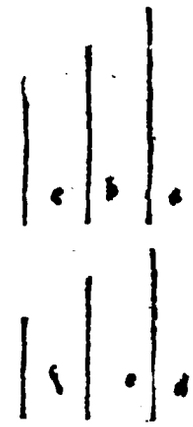
Scholium.

Aequa eſt ratio ſicut in 17 diffinitione & 22 propoſitione 5 Elementorum, patet.

Theorema 9. Propoſitio 9.

SI binæ aut plures magnitudines inuicem rationẽ habuerint datam, habuerint autem eædem magnitudines inuicem ad alias quaſdam magnitudines rationes datas, neq; eaſdem, & ipſæ magnitudines inuicem rationes datam habebunt.

Binæ, inquam, ſiue plures magnitudines a, b, c adinuicem rationẽ habeant datam, habeant autem ipſæ d, b, c magnitudines ad alias quaſdam magnitudines d, e, f, datas rationes, non autẽ eaſdem. Dico quòd & ipſæ d, e, f magnitudines adinuicem rationem datam habebũt. Quoniam ipſius a ad b, ratio eſt data, & ipſius a ad d, ratio eſt data, & ipſius igitur d ad b ratio eſt data. Sed ipſius b ad e ratio eſt data, & ipſius igitur d ad e, ratio eſt data. Rurſus quoniam ipſius b ad c ratio eſt data, ipſius autem b ad e, ratio eſt data, & ipſius igitur e ad c ratio data eſt. Ipſius autem c ad f ratio eſt data, & ipſius igitur e ad f ratio eſt data, ipſæ igitur d, e, f, adinuicem rationem datã habent.



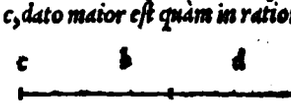
Scholium.

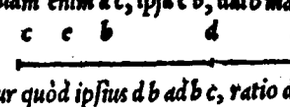
Si enim de ſubſtantia ſe habet oſtenſio quando hoc fuit eadem, uel ratio propoſitarum ad aliquas contingentes magnitudines eadem, uel quod contingentes rationem habebunt datam, in hoc exercetur problema.

Theorema 10. Propoſitio 10.

SI magnitudo magnitudine dato maior fuerit quàm in ratione, & utraq; eadem dato maior erit quàm in ratione, & ſi utraq; eadem dato maior fuerit quàm in ratione, & reliqua eadẽ uel dato maior eſt quàm in ratione, uel reliqua cũ conſequenti ad quam altera rationem habet datam, data eſt.

Magnitudo, inquam, a b, magnitudine b c dato maior eſto quàm in ratione: dico quòd & utraq; a c, eadem c b, dato maior eſt quàm in ratione. Quoniã enim a b, ipſa b c, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo a d. Reliquæ igitur d b, ad b c, per 4 propoſitionem ratio eſt data, & componendo, per 18 quinti ele. & 3 datorum ipſius d c ad b c, ratio data eſt, & eſt data a d, igitur ipſa d a ipſa c d, dato maior eſt quàm in ratione. Rurſus iam a c, ipſa c b, dato maior eſto quàm in ratione. Dico quòd & reliqua a b, eadem b c, aut dato maior erit quæ in ratione, uel ipſa a b, conſequenti ad eam ad quam ipſa b c, rationem datam habet, data eſt. Quoniam enim a c, ipſa c b, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo. Data iam aut ipſa a b minor, aut maior eſt. Sit prius minor, ſitq; a d, reliquæ igitur d c ad c b, ratio per 4 propoſitionẽ data eſt. Diſtribuendo igitur quòd ipſius d b ad b c, ratio data eſt, per 7 propoſitionẽ, eſtq; data ipſa a d. Igitur a b ipſa b c dato maior eſt quàm in ratione. Sed iam da





ta maior esto ipsa a b, ponaturq;, per diffinitionem primam Datorum eidem æqualis a e. Ratio igitur reliquæ e c ad c b data est. Quare & econtra ipsius b c ad e c, ratio data est, & conuertendo per correlarium 18 quinti elementorum ipsius b c ad b e, ratio data est, & est c b, cum ipsa b a, data. Tota enim a e data est. Igitur b a, cum consequenti ad quam b, rationem datam habet, data est.

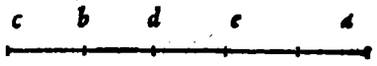
Scholium.

Hoc est componendo maior est quàm in ratione, sicut magnitudo 10 & altera magnitudo 23 data autem sit 3 & utraque 33, & ipsa 10 in ipsa c d, est data quàm in ratione. Auferantur sicut à data cap. 10 ad 20 data sicut nunc in secunda ratione, & sicut in diffinitionibus dictum est, sicut magnitudo a b, per hypothesin 23 magnitudine b c, existente per hypothesin 10 dato maior esto quàm in ratione. Sitque data ad 33, si igitur ab ipsa a b, abscindis datum a d, hoc est 3 reliqua d c 20 ad b c 10 rationem habet datam. patuit autem in diffinitionibus. dato enim maior est quàm in ratione hoc patet, & manifestum quod & reliqua est, & tota a c, maior est dato quàm in ratione. Si enim æqualis extiterit data a b reliqua b c ad eandem b c, rursus datam habet rationem: possum siquidem eandem eidem exhibere, sicut in diffinitionibus. Datur siquidem e c, per 4 theorema, & quoniam datur utraque ipsarum c a, a e, & ipsarum adinuicem ratio datur, per primum theorema & ipsius a c ad c e. Sed ipsius a c ad c b, sic ipsius b c ad c e. Quoniam enim est sicut a d ad d e, sic c d ad d b, & uicißim, per 16 quinti Elemẽtorum sicut a d ad d c, sic e d ad d b. Et componendo igitur, 18 quinti Elementorum, sicut a c ad c d, sic e b ad d b, & uicißim per 16 quinti Elementorum, sicut a c ad e b, sic c d ad d b: datur autem ipsius a d ad d b, ratio. Datur igitur & ipsius a c ad e b, ratio. Sed potius concisius dicendum est, sicut unũ antecedentium ad unum sequentiũ, hoc est sicut c d ad d b, sic omnia antecedentia, ad omnia sequẽtia, hoc est a c ad e b.

Theorema 11. Propositio 11.

SI magnitudo magnitudine dato maior fuerit quàm in ratione eadem, & utraq; dato maior erit, quàm in ratione: & si eadem & utraq; dato maior fuerit quàm in ratione eadem, & reliqua dato maior igitur erit quàm in ratione.

Magnitudo enim a b ipsa b c dato maior sit quàm in ratione. Dico quòd & ipsa a c, dato maior est quàm in ratione. Quoniam enim a b ipsa b c, dato maior est quàm in ratione, auferatur data magnitudo a d. Reliquæ igitur d b ad d c, ratio est data, & econtra, & componendo per 18 quinti Elementorum & 4 datorum. Eadem eidem fiat ipsius a d ad d e. Ratio igitur ipsius a d ad d e data est. Data est a d, data igitur & d c. Quare per quartam propositionem reliqua e a data est. Est autem totius a c ad totam ratio, quare & ipsius e b ad a c, ratio est data & a e, data est. Igitur b a ipsa a c, dato maior est quàm in ratione. Dico quòd eadem a b reliqua b c, dato maior est igitur quàm in ratione. Quoniam enim ab ipsa a c dato maior est quàm ratione, auferatur data magnitudo a e, reliquæ igitur e b ad a c, ratio data est. Quare & ipsius a c, hoc est econtra a d, e b, ratio est data. Eadem eidem fiat, ipsius a d ad e d, & ipsius d a igitur ad e d, ratio est data. Et conuertendo per correlarium 18 quinti Elementorum, ipsius d a ad a e, ratio est data, & econtra ipsius e a ad a d, ratio est data & data est a e, data igitur & tota a d. Et quoniam tota a c ad totam e b, ratio data est, quarum ipsius a d ad d e, ratio data est, erit & per 19 quinti Elementorum reliquæ c d ad reliquam d b ratio data. Et distribuendo per 7 propositionem ipsius c b ad b d, ratio est data. Quare & ipsius d b ad b c, ratio est data. Ipsa enim d a data est, igitur a b ipsa b c maior est dato, quàm minor.



Scholium.

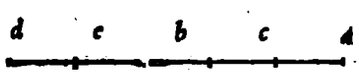
Quoniam enim est sicut a c ad e b, sic ablata a b ad ablatam d e, et reliqua igitur c d ad a d reliquam d b, est sicut a c ad e b, per 19 quinti Elementorum: data autem est ipsius a c ad e b, ratio data igitur & ipsius c d ad d b.

Theorema 12. Propositio 12.

SI fuerint tres magnitudines, & prima cum secũda data fuerit, fuerit autem & secunda cum tertia data, prima tertiæ aut est æqualis, uel altera dato maior est.

Sint tres magnitudines a b, b c, c d, et a b cum b c, data sit ut a c. At b cum c d, data sit ut d b. Dico q;

a b ipſis c d, aut eſt æqualis, uel altera altera dato maior eſt. Quoniam enim data utraq; ipſarum a c, b d. Data iam aut ſunt æqualia aut inæqualia. Sint primum æqualia, æqualis igitur eſt a c ipſi b d, communis auferatur e b, reliqua igitur a b reliquæ c d eſt æqualis.



Non ſint autem æqualia, ſed eſto maior a c, ipſa b d & ipſi b d, exhibeatur æqualis c e, per 2 primi elemen. Ipſa b d, data eſt, data igitur eſt & c e, eſt autem & tota a c data, & reliqua a c data eſt. Et quoniam æqualis eſt e c ipſi b d, communis auferatur b c: reliqua igitur b e, reliquæ c d eſt æqualis. Eſt autem data a e. Igitur a b ipſa c d, dato maior eſt.

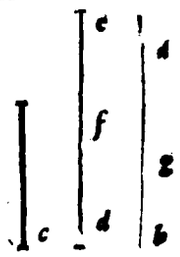
Scholium.

Si autem maior fuerit b d ipſa a c dato a c, æquum autem quod ex b & eadem efficientes demonſtrabimus, quòd c d ipſa a b dato maior eſt: hoc enim patuit in prima, uel altera, altera dato maior eſt.

Theorema 13. Propoſitio 13.

SI fuerint tres magnitudines, & prima ad ſecundam rationẽ habuerit datam, ſecunda uerò tertia dato maior fuerit quàm in ratione, & prima tertia dato maior erit quàm in ratione.

Sint tres magnitudines a b, c d, e, & ipſa quidem a b ad c b, rationem habeat datam, at c d ipſa e dato maior ſit quàm in ratione. Dico quòd & ab ipſa e dato maior eſt quàm in ratione. Nam quoniam c d ipſa e dato maior eſt quàm in ratione: auferatur data magnitudo c f. Reliquæ igitur d f ad e ratio data eſt, & quoniam ipſius a b ad c d, ratio data eſt, eadem eidem fiat quæ ipſius a g ad c f data. Data eſt c f, data igitur, & a g & reliquæ g b ad reliquam f d, ratio data eſt, & ipſius d f ad e, ratio data, & ipſius g b ad e, igitur ratio data eſt. Eſt autem data a g. Igitur ipſa e dato maior eſt quàm in ratione.



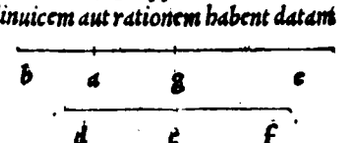
Scholium.

Si enim fuerit ſicut totum ad totum, ſic ablatum ad ablatum, & reliquum ad reliquum erit ſicut totum ad totum, ſicut patet per 10 quinti element. & in diffinitionibus, componitur enim dato quòd maior ſit quàm in ratione.

Theorema 14. Propoſitio 14.

SI binę magnitudines adinuicẽ rationẽ datam habuerint, appoſitaq; fuerit earũ utriq; data magnitudo, totæ adinuicẽ aut rationem datã habebũt, aut altera altera maior eſt quàm in ratione.

Binæ ſiquidem magnitudines a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, & apponatur earum utriq; data magnitudo, hoc eſt a e & c f. Dico quòd totæ e b, f d: adinuicem aut rationem habent datam uel altera altera, dato maior eſt quàm in ratione. Nam quoniam data eſt utraq; ipſarum e a, c f. Ratio igitur ipſius e a ad c f, data eſt, & ſiquidem eadem quæ ipſius a b ad c d, igitur & totius e b ad totam f d, ratio eſt data. Non autem ſit eadem. Fiatq; ſicut a b ad c d, ſic g a ad c f. Ratio igitur & ipſius g a ad c f data eſt. Data autem eſt f e data igitur & g a & ipſius f e ad g a, ratio data eſt. Et reliqua igitur e g, data eſt. Eſtq; ſicut a b ad c d, ſic g a ad f c. Ratio igitur ipſius g a ad f c eſt data. Data autem & f c. Data igitur eſt & g a. Eſt autem et e a data, & reliqua igitur e g data eſt. Et quoniam ſicut a b ad c d, ſic g a ad f c, ratio igitur ipſius g b ad f d data eſt. Eſt autem data & e g. Igitur e b ipſa f d, maior eſt dato quàm in ratione.



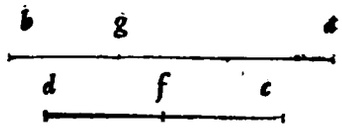
Scholium.

Si uerò efficiemus ſicut a b ad c d, ſic a e, ad id quod ex c, ſicut in 7 inuenietur f d ipſa e b, dato maior quàm in ratione.

Theorema 15. Propoſitio 15.

SI binæ magnitudines adinuicem rationẽ datam habuerint, & auferatur ab earũ utraq; data magnitudo, reliquæ adinuicem aut

aut rationem datum habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.



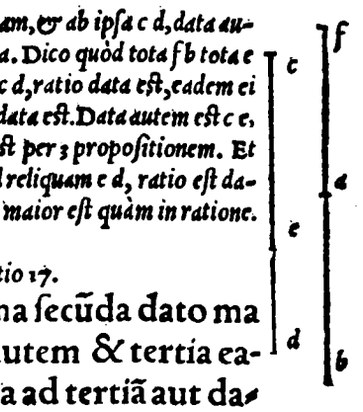
Binæ nanq; magnitudines a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, auferatur q; ab earum utraq; data magnitudo: ab ipſa, inquam, a b ipſa a e, ab ipſa uerò c d, ipſa c f. Dico quòd & reliquæ e b, f d, adinuicem aut rationem habebunt datam, uel altera, altera dato maior eſt quàm in ratione. Nam quoniam utraq; a e, c f, data eſt, ratio igitur ipſius a e ad c f, data eſt, per primam propoſitionem. Et ſiquidem eadem eſt ei quæ ipſius a b, ad c d, erit & reliquæ e b, ad reliquam f d ratio data. Non ſit autem eadem, fiatq; ſicut a b ad c d, ſic a g ad c f. Ratio autem ipſius a b, ad c d data eſt. Ratio ipſius igitur a g, ad c f data eſt. Data igitur eſt & a g. Eſt autem & a e data. Et reliqua igitur e g data eſt. Et quoniam eſt ſicut a b ad c d, ſic eſt a g, ad c f. Reliquæ igitur g b, ad reliquam f d, ratio data eſt. Eſt autem data e g. Igitur e b, ipſa f c, dato maior eſt quàm in ratione.

Scholium.

Hoc conuerſum eſt quodammodo præcedentis, oſtendens, quod ſi appoſitæ fuerint datæ magnitudines, eis datam habent rationem, nunc uerò auferatur eadem ab eiſdem idem oſtendit.

Theorema 16. *Propoſitio 16.*

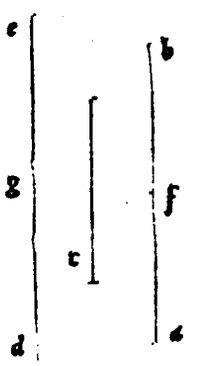
SI binę magnitudines inuicem rationem habuerint datã, & ſub una earum data magnitudo auferatur, alteri uerò earum data magnitudo appoſita fuerit, tota dato maior eſt quàm in ratione.



Binæ ſiquidem magnitudines a b, c d, rationem habeant datam, & ab ipſa c d, data auferatur magnitudo, ipſi uerò a b data apponatur magnitudo f a. Dico quòd tota f b tota e d, dato maior eſt quàm in ratione. Nam quoniam ipſius a b ad c d, ratio data eſt, eadem ei dem fiat, hoc eſt ipſius a g ad c e. Igitur ipſius a b ad c e ratio data eſt. Data autem eſt c e, data igitur & a g. Eſt autem & a f data. Tota igitur f g, data eſt per 3 propoſitionem. Et quoniam eſt ſicut a b ad c d, ſic eſt a g ad c e, & reliquæ g b, ad reliquam e d, ratio eſt data per 19 quinti elemen. Et g f data eſt. Igitur f b ipſa e d dato maior eſt quàm in ratione.

Theorema 17. *Propoſitio 17.*

SI fuerint tres magnitudines, & prima ſecũda dato maior fuerint quàm in ratione, fuerit autem & tertia eadem dato maior quàm in ratione, prima ad tertiã aut datã rationẽ habebit, uel altera altera dato maior erit q; in ratione.



Sint tres magnitudines a b, c d e, & utraq; ipſarum a b, d e, ipſa c dato maior eſto quàm in ratione. Dico quòd ipſæ a b, d e, aut adinuicem datam habent rationem, uel altera altera dato maior eſt quàm in ratione. Auferatur data magnitudo d g. Reliquæ igitur g e ad c, ratio eſt data. Id propterea iam & ipſius f b ad c, ratio eſt data, & ipſius f b ad g e, igitur ratio eſt data, & eis apponuntur datæ magnitudines a f, d g. Totæ igitur a b, d e, adinuicem uel rationem habent datam, uel altera altera dato maior eſt quàm in ratione.

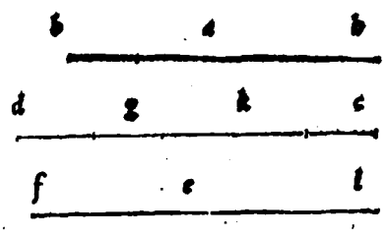
Theorema 18 *Propoſitio 18.*

SI fuerint tres magnitudines, una autem earũ utraq; reliquarũ dato maior fuerit quàm in ratione, binę reliquæ adinuicẽ aut rationem datam habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.

Sint tres magnitudines a b, c d, e f, earum uerò una c d, utraq; reliquarum a b, e f, dato maior ſit

quàm

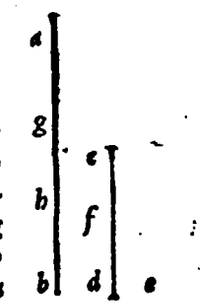
quàm in ratione. Dico quòd ipſa a b ad e f, aut rationem habet datam, uel altera altera dato maior eſt quàm in ratione. Nam quoniam c d ipſa a b, dato maior eſt, quàm in ratione, auferatur data magnitudo c g. Reliquæ igitur g d ad a b, ratio eſt data, eadem eidem fiat quæ ipſius c g ad a h. Ratio igitur ipſius c g ad a h data eſt. Data autem eſt c g: data igitur, & a h & totius c d ad totam h b, ratio eſt data. Rurſus quoniam c d ipſa e f, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo c k. Reliquæ igitur k d ad e f, ratio data eſt, eadem eidem exhibeatur quæ ipſius c k ad l e. Ratio igitur & ipſius c k ad l e data eſt. Data autem c k, data igitur & l e, & totius c d ad totum l f, ratio eſt data. Ipſius autem c d ad h b, ratio eſt data. Et ipſius h b, igitur ad l f, ratio eſt data. Et ab ipſis datæ auferuntur magnitudines h a, l e. Ipſæ igitur a b, e f, aut adinuicem rationem habebunt datam, aut altera altera dato maior erit quàm in ratione.



Theorema 19. Propoſitio 19.

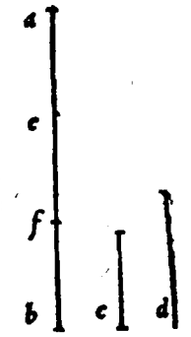
SI fuerint tres magnitudines, & prima ſecunda dato maior fuerit quàm in ratione, fuerit autẽ & ſecunda tertia dato maior ꝯp in ratione, & prima tertia dato maior igitur erit quàm in ratione.

Sint tres magnitudines a b, c d, e, et a b ipſa c d, dato maior eſto quàm in ratione, & c d, ipſa e dato maior eſto quàm in ratione. Dico quòd et a b ipſa e dato maior eſt quàm in ratione: nam quoniam c d, ipſa e, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo c f. Reliquæ igitur f d ad e, ratio eſt data. Rurſus quoniam a b ipſa c d, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo a g. Reliquæ igitur g b ad c d, ratio eſt data, eadem eidem fiat quæ ipſius g h ad c f. Ratio igitur ipſius g h ad c f data eſt. Data autem eſt c f, data igitur eſt & g h, eſt autem & g b data, & tota igitur h a, data eſt. Et quoniam eſt ſicut g b ad c d, ſic eſt g h ad c f, & reliquæ h b ad reliquam eſt ratio data eſt. Ipſius autem f d ad e, ratio eſt data, & ipſius h b, igitur ad e, ratio eſt data, & data eſt h a. Igitur b a ipſa e, dato maior eſt quàm in ratione.



Aliter.

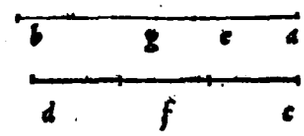
Sint tres magnitudines a b, c, d, & a b ipſa c dato maior ſit quàm in ratione, & c ipſa d, dato maior ſit quàm in ratione. Dico quòd & a b ipſa d, dato maior eſt quàm in ratione. Quoniã a b ipſa c dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo a e. Reliquæ igitur e b ad c ratio eſt data, per 4 propoſitionem. At c ipſa d, dato maior eſt quàm in ratione, & e b, igitur ipſa d, dato maior eſt quàm in ratione. Auferatur igitur data magnitudo e f. Reliquæ igitur f b ad d, ratio eſt data per eandem. At a f, data eſt, & a b igitur ipſa d, dato maior eſt quàm in ratione.



Theorema 20. Propoſitio 20.

SI fuerint binæ magnitudines datæ, ab eiſdemꝯp ablatæ fuerint magnitudines adinuicem rationem datam habentes, reliquæ adinuicem aut datam rationem habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.

Sint binæ magnitudines datæ a b, c d, & ab ipſis a b, c d auferantur magnitudines a e, c f, rationem adinuicem habẽtes datã, dico quòd ipſæ e b, f d, adinuicem rationem datam habent, uel altera altera dato maior eſt quàm in ratione. Nã quoniã utraq; ipſarũ a b, c d, data eſt. Ratio igitur ipſius a b ad c d data eſt, et ſiquidem eadem eſt ei quæ ipſius a e ad c f, erit & reliquæ e b ad reliquã f d ratio data. Non ſit iam eadem, fiatq; ſicut e a ad c f, ſic a g ad c d. Ratio autem ipſius a e ad c f eſt data. Ratio igitur ipſius a g ad c d, data eſt. Data autem c d, data igitur & a g. Eſt autem & a b recta linea data, & reliqua igi-



tur

tur g b data est, & quoniam est sicut a e ad c f, sic est a g ad c d, & reliquæ g e ad reliquum f d ratio est data. Data autem est g b, igitur e b, ipsa f d, dato maior est quàm in ratione.

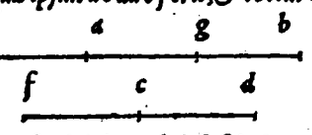
Scholium.

Quoniam enim est sicut a e ad c f, sic est a g ad c d, manifestũ quòd & reliquæ e g ad reliquam, f d, ratio data per 19 quinti elementorum, & in alijs eiusmodi per scholium maximè decimi theorematis.

Theorema 21. Propositio 21.

SI fuerint binæ magnitudines datæ, eisdemq; appositæ fuerint magnitudines adinuicem rationem datam habentes, totæ adinuicem aut rationem datam habebunt, aut altera dato maior erit quàm in ratione.

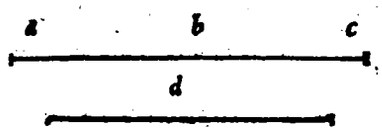
Sint binæ magnitudines datæ a b, c d, apponanturq; eisdem magnitudines e a, e f, rationem habentes datam adinuicem. Dico quòd & totæ e b, f d, adinuicem rationem habebunt datam: uel altera dato maior est quàm in ratione. Quoniam enim data est utraq; ipsarum a b, c d. Ratio igitur ipsius a b ad c d, per primam propositionem data est, & siquidem eadem est ei quæ ipsius a e ad c f erit, & totius e b ad totam f d ratio data est. Si autẽ non fiat sicut a e ad c f, sic g a ad c d. Ratio igitur ipsius g a ad c d data est. Data autem est c d, data igitur est & g a. Est autem & a b data, et reliqua igitur g b data est. Et quoniam est sicut e a ad c f, sic est a g ad c d, & totius e g ad totam f d, ratio est data, & data est g b, igitur e b, ipsa f d, dato maior est quàm in ratione.



Theorema 22. Propositio 22.

SI binæ magnitudines ad aliquam magnitudinem rationem datam habuerint, & utraq; ad eandem rationẽ habebit datum.

Binæ siquidem magnitudines a b, b c, ad aliquam magnitudinem d rationem habeant datam. Dico quòd & utraq; a c ad eandem d rationem habet datam. Quoniam utraq; ipsarum a b, b c ad d, rationem habet datam: ratio igitur & ipsius a b ad b c data est. Et componendo per 17 quinti elementorum ipsius a c ad c b, ratio est data: ipsius autem b c ad d ratio est data, & ipsius a c, igitur a d ratio data est.



Theorema 23. Propositio 23.

SI totum ad totum rationem habuerit datam, habuerint autẽ partes ad partes rationes datas, non autem easdem, & omnia ad omnia rationes datas habebunt.

Habeat enim totum a b ad totum c d, datam rationem, habeant autẽ & a e, e b, partes ad c f, f d, partes datas rationes, non autem easdẽ. Dico quòd & omnia ad omnia rationes habebunt datas. Quoniam enim ipsius a e ad c f, ratio data est, eadem eidẽ fiat ipsius a b ad c g. Ratio igitur & ipsius rectæ lineæ a b ad c g, rectam lineam data est. Erit & reliquæ e b, ad reliquam f g, ratio data. Ipsius autem e b ad f d, ratio data est. Et ipsius f d ad f g, ratio data est per 18 quinti elementorum, & cõuertendo, per correlarium eiusdem ipsius f d ad d g, ratio data est. Et quoniam ratio ipsius b a ad utrunq; ipsorum d c, c g, data est, et ipsius d c, igitur ad c g, ratio est data, & conuertendo per idem correlarium & ipsius c d ad d g, ratio est data. Sed ipsius d c ad d f, ratio est data, & ipsius c d, igitur ad d f, ratio est data: quare & ipsius c f ad f d, ratio est data. Sed ipsius quidem c f ad a e, ratio est data, ipsius autem f d ad b e ratio est data. Quare omnium ad omnia ratio data est.



Scholium.

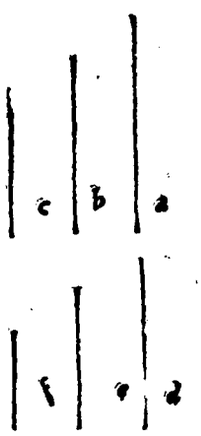
Receptum siquidem est, quod ipsius c f ad f d, ratio data est, ponitur autem & ipsius e b ad f d:

ad f d, ratio data, & ipſius igitur c f, ad c b, ratio eſt data per 8 propoſitionem. Rurſus quoniam ipſius a e, ad c b, ratio data demonſtratur, ponitur autem & ipſius e b, ad f d, ratio data, & ipſius igitur e a, ad f d, ratio eſt data, per 8 propoſitionem, & quoniam a e, e b, adinuicem rationem habent datam, & totum a b, ad utrunq; ipſorum a e, e b, rationem habet datam. Quare & ſimiliter & c, ad utranque ipſarum e f, f d, rationem habet datam. Et quoniam a b, ad c d, rationem habet datam: habet autem & c d, ad utrunq; ipſarum c f, f d, rationem datam & a b, igitur ad utranq; ipſarum c f, c d, rationem habet datam. Quare omnia ad omnia rationes habent datas.

Theorema 24. Propoſitio 24.

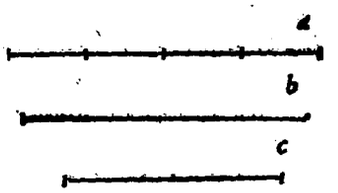
SI tres rectę lineæ proportionales fuerint, prima uerò ad tertiã rationẽ habuerit datam, & ad ſecundã rationẽ habebit datam.

Sint tres rectæ lineæ proportionales a b c, ſicut a ad b, ſic b ad c. At a ad c, rationem datam habeat. Dico quòd & ad b, rationem habebit datam, extendatur enim data recta linea d, et quoniam ratio ipſius a ad c, data eſt. Eadem eidẽ fiat ipſius d ad f. Igitur ipſius d ad f, ratio data eſt. Data autẽ eſt d, data igitur eſt & f, accipiatur per 13 ſexti elementorũ ipſorum d f, media proportionalis e. Igitur per 17 eiuſdem quod ſub d f, æquum eſt ei quod ex e. Sed quod ſub d f, datum eſt, utraq; enim earũ data eſt. Datum igitur & quod ex e. Eſt autem & d data. Ratio igitur ipſius d ad e, data eſt. Et quoniã eſt ſicut a ad c, ſic eſt d ad f. Sed ſicut a ad c, ſic quod ex a ad id quod ſub a c, ſicut autem d ad f, ſic quod ex d ad id quod ſub d f. Sicut igitur quod ex a, ad id quod ſub a c, ſic quod ex d, ad id quod ſub d f. Sed ei quidẽ quod ſub a c, æquũ eſt id quod ex b per 17 ſexti elemẽt. ipſæ a b c, ſunt proportionales. Ei autem quod ſub d f, æquum eſt id quod ex e, per eandem. Sicut igitur id quod ex a, ad id quod ex b, ſic quod ex d, ad id quod ex e. et ſicut igitur a ad b, ſic d ad e. Ratio autem ipſius d ad e data eſt. Ratio igitur ipſius a ad b data eſt.



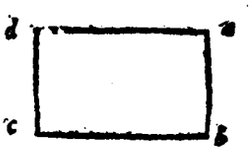
Aliter idem.

Quoniam ratio ipſius a ad c data eſt, ſicut autem a ad c, ſic quod ex a ad id quod ſub a c. Ratio igitur ipſius a ad id quod ſub a c data eſt. Ei autem quod ſub a c æquum eſt id quod ex b. Ratio igitur eius quod ex a, ad id quod ex b data eſt. Quare et ipſius a ad b, ratio data eſt: utriq; ſiquidem ipſarum a b, æquas exhibuimus in proprio cuilibet quadrato.



Scholium.

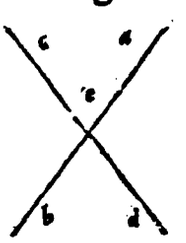
Quoniam didicimus in diffinitionibus, rectilineas figuras ſpecie dari, quarum anguli dati ſunt, & laterum rationes adinuicem ſunt datæ, ſi efficimus parallelogrammum a b c d, rectãgulum æquum habens d, ipſis a b, habemus ſiquidem angulorum unumquẽq; datum, quoniam recti ſunt, omnis enim rectus angulus datur, rectus ſiquidem à recto non differt, ſicut patet per quartũ poſtulatum, & manifeſtum quod rationes laterum ſunt datæ. Ratio ſiquidem ipſius a b, ad b c datur. Quoniam & ipſius d ad f, ratio datur, ac per hoc quod ſub d f datur.



Theorema 25. Propoſitio 25.

SI binę rectæ lineæ poſitione datæ ſeſe inuicẽ ſecuerint, ſignum in quo ſeſe inuicem diſpeſcunt poſitione datur.

Binæ, inquam, lineæ poſitione datæ a b, c d, ſeſe inuicem ſecent in e, dico quòd datum eſt e ſignum. Si autem non intercidet e ſignum, intercidet igitur & unius ipſarum a b, c d, poſitio, non intercidit autem. Datum igitur eſt ſignum e.

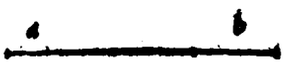


Theorema 26. Propoſitio 26.

SI rectæ lineæ fines fuerint dati poſitione, datur ipſa recta linea poſitione & magnitudine.

Rectæ ſiquidem lineæ a b fines a b dati ſunt poſitione. Dico quòd ipſa a b poſitione & magnitudine datur. Si enim manente a intercidet ipſius a b rectæ lineæ aut poſitio, aut magnitudo,

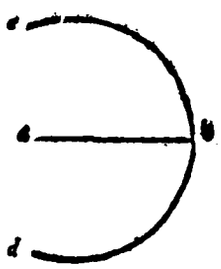
gnitudo, intercidet & b signum, non intercidit autem. Datur igitur a b, recta linea positione & magnitudine.



Theorema 27. Propositio 27.

SI rectæ lineæ positione & magnitudine datæ unum extremum datum fuerit, & alterum dabitur.

Rectæ siquidem lineæ a b positione & magnitudine datæ, unum extremum a datum sit. Dico quòd & b datũ est. Si enim manente a signo intercidit signum b, incidit igitur & ipsius a b rectæ lineæ aut positio aut magnitudo, non intercidit autem. Datum igitur est b signum, & centro a, interuallo uerò a b, per tertium postulatum circunferentia describatur c b d: positione igitur est ipsa c b d, positione autem & ipsa a b, recta linea. Datum igitur est & b signum.



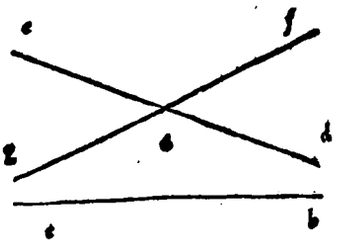
Scholium.

Siquidem enim b signum aut introrsum aut exterius intercidit, igitur recta linea magnitudine data non est: si autẽ intercidit, aut supra aut infra, nec positione data est igitur.

Theorema 28. Propositio 28.

SI per datum signum ad positionem datam rectam lineam, linea acta fuerit, datur quæ acta est positione.

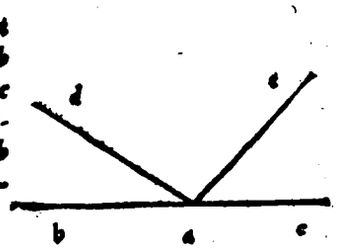
Per siquidem datum signum a ad positione datam rectam lineam b c, recta linea agatur d a e. Dico quòd ipsa d a e, positione datur: si autem non manente signo a intercidit ipsius d a e, positio permanente b c parallelo. Intercidat, & esto f a g, parallelus igitur est c b, ipsi a f g, sed b c ipsi d a e, est parallelus, & d a e igitur ipsi f a g parallelus est. Sed est coincidẽs, quod est absurdum. Ipsius igitur d a e, positio non intercidit, positione igitur est ipsa d a e.



Theorema 29. Propositio 29.

SI additione data recta linea fuerit, ad signum'q; in ea datum recta linea acta fuerit, datum efficiens angulum, acta positione datur.

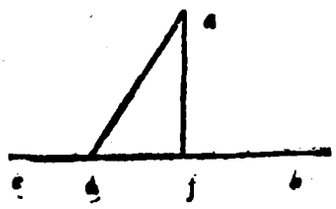
Additione siquidem recta linea a b, & ad signum ad eam datum c, recta excitetur linea c d angulum datum efficiens cum qui sub b c d. Dico quòd ipsa c d, est positione data. Si autem non manente signo c intercidit ipsius c d positio, seruans ipsius b c d, anguli magnitudinem, intercidat & sit c e: æquus igitur est angulus qui sub d c b, ei qui sub e c b, minor maiori, quod est absurdum. Non intercidit ergo ipsius d c positio, positione igitur est ipsa c d.



Theorema 30. Propositio 30.

SI à dato signo in positione datam rectam lineam, linea acta fuerit, datum efficiens angulum, acta positione datur.

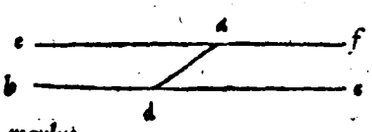
A dato enim signo a in positione datam rectam lineam b c, recta agatur linea a d, datum efficiens angulum sub a d c. Dico quod positione est ipsa a d. Si autem non, manente a signo intercidit ipsius a d positio, seruans ipsius a d c anguli magnitudinem, intercidat & esto a f. Aequus igitur est qui sub a d c, angulus ei qui sub a f c, maior minori, quod est alienum. Non intercidit igitur ipsius a d positio, positione igitur est ipsa a d.

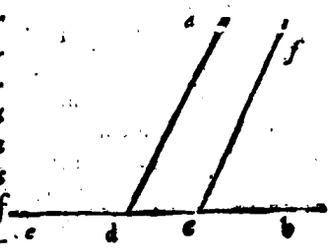


Excite-

Aliter idem.

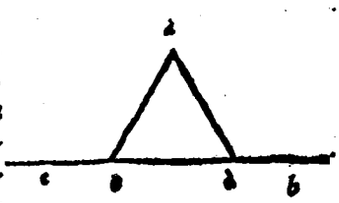
Excitetur per 31 primi element. ab a ſigno ipſi b d c, recta linea parallelus e a f. Quoniam igitur per datum ſignum a ad poſitione datam rectam lineam b d c, recta linea acta eſt e a f, igitur per 28 propoſitionem ipſa e a f, poſitione datur, & quoniam parallelus eſt e a f, ipſi b d c, & in eas incidit d a: æqualis igitur eſt per 29 primi elementorum angulus e ad angulos a d c. Datus igitur eſt & qui ſub e a d. Quoniam igitur additione data recta linea e a f, & ad ſignum in ea datũ à recta excitatur linea a d, datum efficiens angulum, igitur per uigeſimamnonam propoſitionem poſitione eſt ipſa a d. Aſſumatur in ipſa b c, datum ſignum e & per e ſignum ipſi a d, per 31 primi elementorum parallelus excitetur e f, quoniam parallelus eſt f e, ipſi a d, & in eas incidit b e d. Æquus igitur eſt per 29 primi elementorum qui ſub f e d, angulus ei qui ſub a d c. Datus igitur eſt & qui ſub f e c. Quoniam igitur additione data recta linea b c & ad datum in ea ſignum e linea excitata eſt e f, datum efficiens angulum f e c, igitur per 29 propoſitionem poſitione data eſt ipſa e f. Quoniam per datum ſignum a ad poſitione datam rectam lineam d c linea excitatur a d: igitur per 28 propoſitionem poſitione eſt ipſa a d.





Aliter.

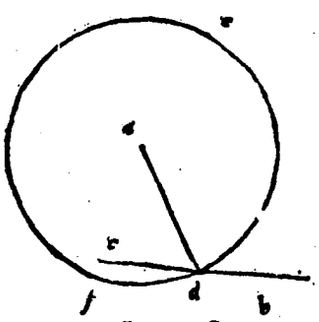
Aſſumatur in b c, contingens ſignum e, connectatur q; e a, quoniam a ſignum datum eſt: igitur per 26 propoſitionem ipſa a e poſitione data eſt: poſitione autem & b c. Quoniam enim utraque ipſarum a e, b c, rectarum linearum poſitione datur. Datur qui ſub a e d, angulus magnitudine, ſicut in diffinitionibus, poſſumus enim eidem æquum exhibere. Datus igitur eſt qui ſub a e d angulus, eſt autem & qui ſub a d e angulus datus, & reliquus igitur qui e a d, datus eſt. Quoniã igitur additione data recta linea e a & ad ſignum in ea a, recta excitatur linea a d datam efficiens angulum eum qui ſub a e d, poſitione igitur eſt per 29 propoſitionem ipſa a d.



Theorema 31. Propoſitio 31.

SI à dato ſigno in poſitione datam rectã lineam, recta linea proiecta fuerit data magnitudiue, datur etiam poſitione.

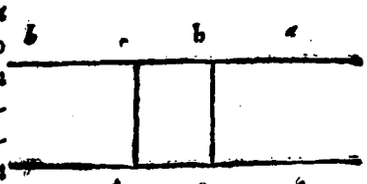
A dato enim ſigno a in poſitione datam rectam lineam b c recta excitetur linea d a, data magnitudine. Dico quòd etiã poſitione datur. Centro ſiquidem a interuallo uerò a d, per 3 poſtulatum circulus deſcribatur e d f, poſitione igitur eſt, per 6 diffinitionẽ ipſe circulus d f. Datur ſiquidem a centrum poſitione, & quæ ex cẽtro a d magnitudine, poſitione autem & b c, recta linea. Si uerò binæ lineæ poſitione datæ ſeſe inuicem ſecuerint, datur per 25 propoſitionem ſignum, in quo ſe diſpeſcunt poſitione. Eſt autem & a datum, igitur per 26 propoſitionem poſitione datur ipſa a d.



Theorema 32. Propoſitio 32.

SI in parallelas poſitione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, datos efficiens angulos, acta magnitudine datur.

In parallelas enim poſitione datas rectas lineas a b e d, recta agatur linea e f, datos efficiens angulos ſub b e f, & e f d. Dico quòd ipſa e f, magnitudine datur. Aſſumatur enim in c d, datum ſignum g, & per g ipſi e f, per 31 primi element. parallelus excitetur g h. Quoniã igitur parallelus eſt g h ipſi f e, & in eas recta cecidit linea c d, æquus eſt igitur per 29 primi elementorum

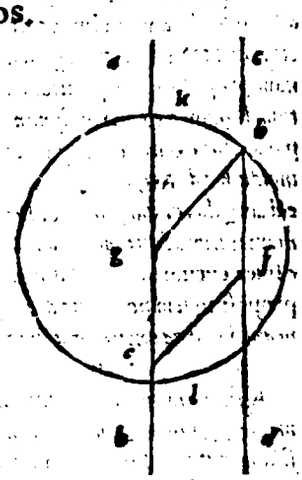


angulus e f d, angulo h g d. Datus autem est qui sub e f d, datus igitur est & qui sub h g d. Quoniam igitur additione data recta linea c d, & ad in ea datum signum g recta linea excitatur g h datum efficiens angulum h g f. Igitur per 29 propositionem, ipsa g h positione datur, positione autem & a b. Datum igitur est h signum, est autem & g. Data igitur est g h, magnitudine per 26 propositionē, & ipsi e f est æqualis. Data igitur est e f magnitudine.

Theorema 33. Propositio 33.

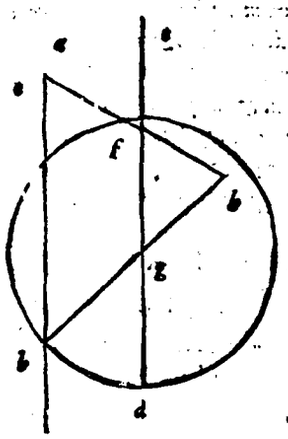
SI in parallelos positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, magnitudine data, angulos efficiet datos.

Si in parallelos enim positione datas rectas lineas a b, c d, recta linea excitetur e f magnitudine data. Dico quòd angulos datos efficiet sub b e f, e f d, assumatur enim in ipsa a b datum signum g & per g ipsi e f, per 32 primi elementorum parallelus excitetur g h, æqualis igitur est e f ipsi g h. Data autem est e f magnitudine. Data igitur est & g h: estq; g d datum. Centro igitur g, interuallo uerò g h, circulus descriptus erit positione. Describatur, sitq; k h l, positione igitur est circulus k h l, positione autem & c d, datum igitur & h signum, est autem & g datū positione, igitur est ipsa g h, per 22 propositionem, positione autem & c d. Datus igitur est qui sub g h d angulus & ei est æquus qui sub e f d. Datus igitur est & qui sub e f d, & reliquus igitur qui sub f e b, datus est.



Aliter.

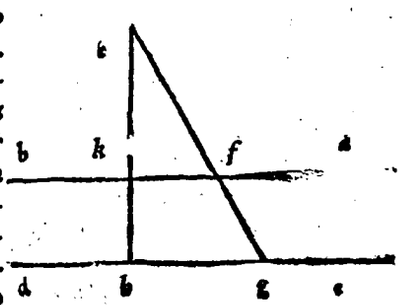
Assumatur in c d datū signum g, ponaturq; per 2 primi element. ipsi e f, æqualis g d, & centro quidem g, spacio uerò g d, per 3 postulatum circulus describatur d b, positione igitur est ipse b d circulus. Datur siquidem eius centrum positione & quæ ex centro magnitudine, positione autem & a b. Datum igitur est b signum, est autem & g datum: positione igitur est ipsa b g, per 26 propositionem positione autem & c d. Datus igitur est qui sub b g d angulus. Et si quidem parallelus est e f, ipsi g b erit, et qui sub e f g, angulus datus: quare & reliquus qui sub f e b angulus datus est. Si autem non concurrunt ipsæ e f, b g in h. Quoniam æqualis est e f ipsi d g, hoc est ipsi g b, & parallelus est e b ipsi f g, æqualis igitur est f h ipsi h g. Quare & angulus qui sub h g f, ei qui sub h f g est æqualis. Datus autem qui sub h g f. Datus igitur & qui sub g f h, quare & consequens qui sub g f e, datus est, & reliquus qui sub f e b, datus est.



Theorema 34. Propositio 34.

SI in parallelos positione datas rectas lineas à dato signo recta linea acta fuerit, in datam rationem secabitur.

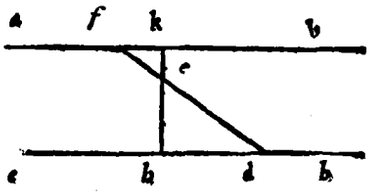
In parallelos enim positione datas rectas lineas a b, c d, à dato signo e, recta excitetur linea e f g. Dico quòd ratio ipsius e f ad f g, data est, excitetur enim per 31 primi element. ab ipso e signo in c d perpendicularis e k h. Quoniam à dato signo e in positione datam rectam lineam c d, recta linea excitata est e h, datum efficiēs angulum sub e h g. Igitur per 30 propositionem ipsa e h positione datur, positione autem & utraq; ipsarum a b, c d. Datum igitur est utrunque ipsorum k h. Est autem & e datum. Data igitur est utraq; ipsarum e k, k h. Ratio igitur ipsius e k ad k h, per primam propositionem data est. Estq; sicut e k ad k h sic e f ad f g. Ratio igitur ipsius e f ad f g data est.



In paralle-

Aliter.

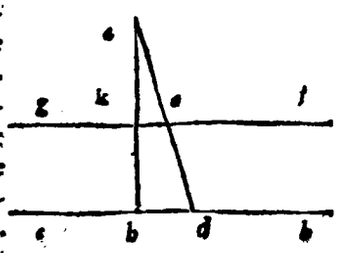
Vt parallelos ſiquidem poſitione datas a b, c d, à dato ſigno e, recta linea agatur f e g. Dico quòd ipſius g e ad e f ratio data eſt: excitetur ſiquidem ab e ſigno per duodecimam primi elementorũ in ipſam c d, perpendicularis e h, & extendatur in k. Quoniam à dato ſigno e, in poſitione datam rectam lineam c d, recta linea excitatur e h, datum efficiens angulum qui ſub e h g, poſitioni igitur eſt ipſe h e a, poſitione autem & utraq; ipſarum a b, c d. Datum igitur eſt utrunq; ipſorum h k ſignorum, eſt autem & e datum. Data igitur eſt utraq; ipſarum h e, e k. Ratio igitur ipſius h e ad e k data: ſicut autem h e, ad e k, ſic g e, ad e f. Ratio igitur & ipſius g e ad e f data eſt.



Theorema 35. Propoſitio 35.

SI à dato ſigno in poſitione datã rectam lineã, recta linea acta fuerit, & ſecta fuerit in datam rationẽ, & per ſectionẽ ad poſitionem datã rectam lineã recta linea acta fuerit, datur acta poſitione.

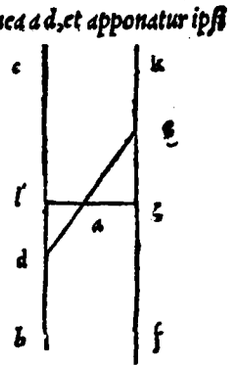
A' dato ſiquidem ſigno a in poſitione datam rectam lineam c b, recta linea agatur a d, ſecetuŕq; per præcedentem in datam rationem ipſius d e, e a. Excitetuŕq; per trigeſimamprimam primi element. per c ſignum ipſi b c parallelus f e g. Dico quòd poſitione eſt ipſa f e g. Excitetur enim per duodecimã primi element. ab ipſo a in ipſam b c, perpendicularis a h, quoniam à dato ſigno a in poſitione datam rectam lineam b c, recta excitatur linea a h, datum efficiens angulum qui ſub a h d, poſitione igitur eſt per trigeſimam primam propoſitionem ipſa a h, poſitione autem & b c. Datum igitur h ſignum. Eſt autem & a datum. Data igitur eſt per uigeſimamſextam propoſitionem & a h. Et quoniã ratio ipſius d e ad a e, data eſt: ſicut aũt d e ad e a, ſic h k ad k a. Ratio igitur & ipſius h k ad k a, data eſt. Componendo igitur per decimamoctauam quinti elementorum, ratio ipſius h a ad a k, data eſt: data autem ipſa h a, data igitur & a k. Sed & poſitione, eſt́q; a datum, datum igitur & k. Quoniam igitur per datum ſignum k, ad poſitione datam rectam lineam b c, recta linea excitatur f g, poſitione igitur eſt & f g.



Theorema 36. Propoſitio 36.

SI à dato ſigno in poſitione datam rectam lineam recta linea acta fuerit, proiectaq; fuerit eidem aliqua recta linea rationem habens ad eandem datam, ac per proiectæ finem ad poſitione datam rectam lineam linea acta fuerit, datur acta poſitione.

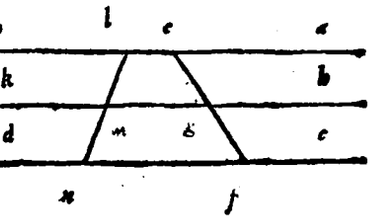
A' dato enim ſigno a in poſitione datam rectam lineam b c, recta agatur linea a d, et apponatur ipſi a d, ipſa a e, rationẽ habens ad a d datam, ac per e, per 31 primi element. ipſi b c parallelus excitetur f k. Dico quòd poſitione eſt ipſa f k, excitetur per duodecimam primi elementorum ab ipſo a in b c, perpendicularis a h, extendatuŕq; in g. Quoniam à dato ſigno a in poſitione datam rectam lineam b c, recta excitata eſt linea a h, datum efficiens angulum a h c, poſitionẽ igitur datur per 31 propoſitionem h a g, poſitione autem & b c. Datum igitur eſt h ſignum, eſt autem & a datum. Data igitur eſt ipſa a h per 26 propoſitionem. Et quoniã ratio ipſius d a ad a e, data eſt, ſicut autem d a e, ſic h a, ad a g. Ratio igitur & ipſius h a ad g, data eſt, data autem h a. Data igitur & a g, ſed & poſitione, eſt́q; a datũ, datum igitur & g. Quoniã igitur per datum ſignum g ad poſitione datam rectam lineam b c, recta excitatur linea f g k, poſitione igitur eſt per 28 propoſitionem ipſa f g k.



Theorema 37. Propoſitio 37.

SI in parallelos poſitione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, ſectaq; fuerit in ratione data, ac per ſectionem ad poſitione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, datur acta poſitione.

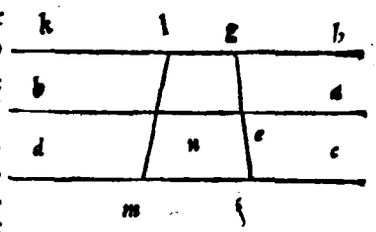
In parallelos enim poſitione datas rectas lineas a b, c d, recta excitetur linea e f, & ſecetur per 34 propoſitionē in datam rationē ipſius f g ad g e. Excitetur per 31 primi element. per g utriq; ipſarū a b, c d parallelus h k. Dico q; poſitione eſt ipſa h k. Aſſumatur enim in ipſa a b, datū ſignum l & per 12 primi elemen. ab ipſo l excitetur in c d perpendicularis l n. Quoniā à dato ſigno l in poſitione datam rectā lineā c d, recta linea excitatur l n, datum efficiēs angulū l n d, poſitione igitur per 28 propoſitionē eſt ipſa l n, poſitione aūt & c d. Datum igitur n ſignum. Eſt autem & l datum. Data igitur eſt ipſa l n, per 26 propoſitionem. Et quoniā ratio ipſius f g ad g e data eſt: ſicut autem f g ad g e, ſic n m ad m l. Ratio igitur ipſius n m ad m l data eſt. Quare & ipſius n l ad m l componendo per 18 quinti ele. ratio data eſt. Data autem n l, data igitur & l m, ſed & poſitione, eſtq; l datum: datum igitur & m. Quoniam igitur per datum ſignum m ad poſitione datam rectam lineam c d, recta linea acta eſt h k, poſitione igitur eſt h k, per 28 propoſitionem.



Theorema 38. Propoſitio 38.

SI in parallelos poſitione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, proiectaq; fuerit aliqua eidem recta linea rationem habēs ad eandem datam, ac per extremum ad poſitione datas parallelus recta linea acta fuerit, acta poſitione datur.

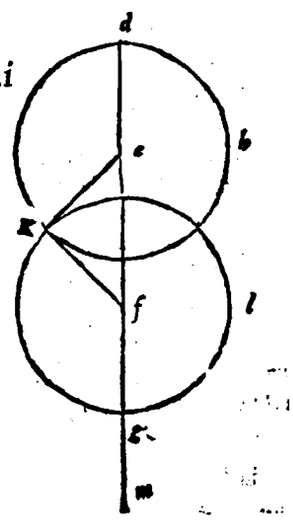
In parallelos poſitione datas, inquam, lineas a b, c d recta excitetur linea e f, apponaturq; eidem aliqua recta linea e g ratione habens ad e f, datam a c per g per 31 primi element. utriq; ipſarum a b, c d, rectarum linearum recta agatur linea h k. Dico quòd poſitione eſt h k, aſſumatur enim in a b datū ſignū n, excitenturq; per 12 primi elemen. ab ipſo n, in c d perpēdicularis n m extēdaturq; in l. Quoniam à dato ſigno n in poſitione datam rectam lineā c d, recta linea c d, recta acta eſt n m, datū efficiens angulum n m d. Igitur per 30 propoſitionē poſitione data eſt ipſa l m, poſitione autem & c d. Datum igitur eſt m ſignum, eſt autem & n datum. Igitur per 26 propoſitionem poſitione datur n m. Et quoniam ratio ipſius f e ad e g, data eſt. Sicut autem f e ad e g, ſic m n ad n l. Ratio igitur & ipſius m n ad n l data eſt. Data autem & n m, data igitur & n l. Sed & poſitione datum eſt n, datum igitur eſt & l. Quoniam igitur per datum ſignum l ad poſitione datam rectam lineam a b recta linea acta eſt h k poſitione eſt ipſa h k.



Theorema 39. Propoſitio 39.

SI triāguli unumquodq; latus datum magnitudine fuerit, datur triangulum ſpecie.

Trianguli enim a b c, unumquodque latus eſto magnitudine datum. Dico quòd & triangulum a b c, ſpecie datur, exponatur recta linea poſitione data d m, terminata quidem in d, infinita uerò in reliquum, ponaturq; per ſecundam primi elementorum, ipſi quidem a b æqualis d e. Data autem a b, data igitur eſt & d e. Sed & poſitione, eſtq; datum ipſum d, datum igitur & e. Ipſi autem b c æqualis e f data eſt b c, data igitur & e f, ſed & poſitione, datum eſt e, datū igitur eſt & f, ipſi autem a c æqualis f g. Data eſt a c. Data igitur & f g, ſed & poſitione. Eſt autem datū f, datū igitur & g & centro quidē e, interuallo autem e d, per 3 poſtulatū circulus deſcribitur d k h, poſitione igitur eſt ipſe d K h, circulus p 6 diffinitionem



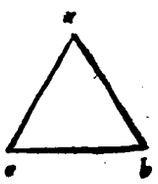
nem datorum. Rursus centro quidem f interuallo uerò f g, per idem postulatum circulus describatur g k l, positione igitur est ipse g k l, circulus per eandem diffinitionem, positione autem & circulus d k h. Datum igitur est & k signum, est autem & utrunq; ipsorum e f datum. Data igitur est unaquæq; ipsarum k e, e f f k positione & magnitudine. Datur igitur k e f triangulum specie, & æquum ac simile est ipsi a b c. Datur igitur a b c triangulum specie.

Scholium.

Quoniam igitur datæ sunt ipsæ k e, e f earum adinuicem ratio data est per primum theorema datorum, similiter autem & ipsarum e f, f k ratio data est, estq; ipsarum f k, k e ratio data. Rursus quoniam ipsæ k e, e f, datæ sunt positione, eundem igitur semper locum obtinent, ac per hoc qui sub k e f magnitudine datur, similiter autem & qui sub e f k, datur magnitudine, & insuper qui sub f k e, datur magnitudine.

Theorema 40. Propositio 40.

SI trianguli unusquisq; angulus datus fuerit magnitudine, datur triangulum specie.

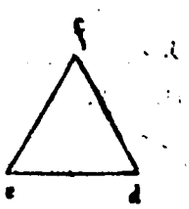


Trianguli enim a b c, unusquisq; angulus datus sit magnitudine. Dico quòd a b c triangulum specie datur, exponatur enim positione & magnitudine data recta linea d e, & cõstruatur ad d e, ad signaq; in ea d e, per uigesimamtertiam primi element. ei qui sub c b a, angulo æquus rectilineus angulus qui sub e d f, ei autem qui sub b c a, æquus qui sub d e f. Reliquus igitur qui sub b a c, reliquo ei qui sub d f e, est æqualis. Datus autem unusquisque eorum qui ad a b c signa. Datus igitur & unusquisque eorum qui ad d e f. Quoniam igitur additione data recta linea d e, & ad signum in ea datum d recta excitatur linea d f, datum efficiens angulum d. Igitur per 29 propositionem d f positione est, idq; propterea iam & e, f positione est. Datum igitur est f signum, est autem & utrunq; ipsorum d e datum. Data igitur est unaquæque ipsarum d f, d e, e f, positione & magnitudine, datũ igitur d f e triangulum specie, & simile est ipsi a b c triangulo. Datur igitur & a b c triangulum specie.



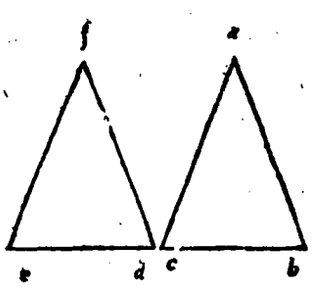
Scholium.

Quoniam igitur datur utraq; ipsarum d e, e f, datur & earum adinuicem ratio per primum theorema. Similiter iam & ipsarum e f, f d, ratio datur, & insuper ipsorum f d, d e, datur. Insuper & unusquisq; ipsorum d e f angulorum datus est magnitudine. Datur igitur d e f triangulum specie, sicut in diffinitionibus.



Theorema 41. Propositio 41.

SI triangulum unum angulum datum habuerit, circum uerò datum angulum latera adinuicẽ rationem habuerint datam, datur triangulum specie.



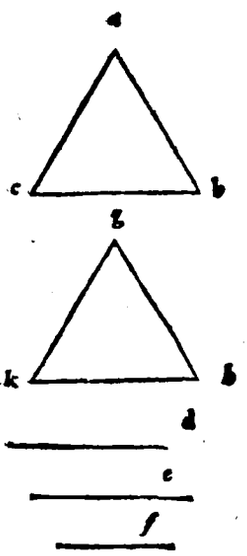
Habeat enim triangulum a b c, unum angulum datum eum qui sub b a c, circum uerò b a c, latera b a, a c, adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd a b c, triangulum species datur. Exponatur enim in positione data recta linea d f, cõstituaturq; per uigesimamtertiam primi element. ad ipsam d f, rectam lineã, ad signũq; in ea f, ei qui sub b a c angulo æqualis angulus qui sub d f e. Datus autem qui sub b a c, datus igitur & qui sub d f e. Quoniam igitur additione data recta linea d f, & ad signum datum in ea f, recta linea acta est f e, datum efficiens angulum d f e. Igitur per 29 propositionem ipsa f e, positione est. Et quoniã ratio ipsius b a ad a c data est, eadem eidem fiat, quæ ipsius d f ad f e, & connectantur d e. Ratio igitur & ipsius d f ad f e data est. Data autem d f, data igitur & f e. Sed & positione, & f datum est, datum igitur & e, est autem & utrunque ipsorum d f, datum. Data igitur est unaquæque ipsarum d f, f e, d e, positione &

magnitudine, datur igitur d f e triãgulum ſpecie. Et quoniam bina triangula a b c, d e f, unum angulum uni angulo æquum habent, eum ſcilicet qui ſub b a c, ei qui ſub d f e: ea uerò quæ circum eos qui ſub b a c, d f e, angulos latera proportionalia, ſimile igitur eſt & æquale per primam diffinitionem & 6 propoſitionem ſexti elementorum triangulum a b c ipſi d e f triangulo. Datur autem d f e ſpecie, datur igitur & a b c triangulum ſpecie.

Theorema 42. Propoſitio 42.

SI trianguli latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum ſpecie.

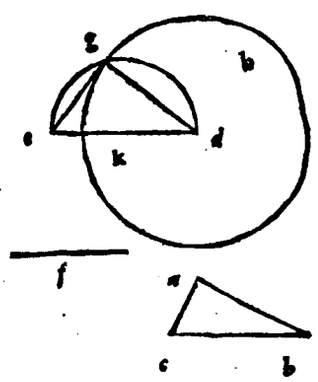
Trianguli enim a b c, latera adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd ipſum a b c, triangulum datur ſpecie: exponatur enim data magnitudine recta linea d, & quoniam ratio ipſius a b ad b c data eſt. Eadẽ eidem fiat ipſius d ad e. Data autem d. Data igitur & e. Rurſus quoniam ratio ipſius b c ad a b, data eſt, eadem eidem fiat ipſius e ad f. Data autem e data igitur & f, & ex tribus rectis lineis quæ æquales ſunt tribus datis d e f, quarum binæ reliqua quomodocunque aſſumptæ ſunt maiores, per 22 primi elementorum triangulum conſtituatur g h k. Quoniam æqualis eſt d ipſi g h, & e ipſi h k et f ipſi g k. Data autem unaquæque ipſarum d e f. Data igitur & unaquæque ipſarum g h, h k, k g magnitudine. Datur igitur triangulum g h k ſpecie, & quoniam eſt ſicut a b ad b c, ſic eſt d ad e. Aequalis autem eſt d ipſi g h, & e ipſi h k: eſt igitur ſicut a b ad b c, ſic g h ad h k. Rurſus quoniam eſt ſicut b c ad c a, ſic e ad f. Aequalis autẽ eſt e ipſi h k, & f ipſi g k. Eſt igitur ſicut b c ad c a, ſic h k ad k g. Oſtenſum autem eſt ſicut a b ad b c, ſic g h ad h k, ex æquali igitur per 22 quinti elementorum, ſicut b a ad a c, ſic g h, ad g k. Simile igitur eſt per primã diffinitionem 6 elementorum a b c triangulum ipſi g h k triangulo. Datur autem g h k triangulum ſpecie. Datur igitur & a b c triangulum ſpecie.



Theorema 43. Propoſitio 43.

SI trianguli rectanguli, circa unum acutorum angulorum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum ſpecie.

Trianguli enim rectanguli a b c, rectum habentis eum qui ſub a b c angulum, circa unum acutorum eiuſdem angulorum qui ſub a b c latera c b, b a adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd ipſum a b c triangulum datur ſpecie. Exponatur enim poſitione & magnitudine data recta linea d e. Deſcribaturq; ſuper d e ſemicirculus d g e, poſitione igitur eſt d g e ſemicirculus, & quoniam ratio ipſius c b ad b a, data eſt, eadem eidem fiat ipſius d e ad f. Ratio igitur ipſius d e ad f data eſt. Data autem d e, data igitur & f, & quoniam maior eſt c b ipſa b a, maior igitur eſt & e d, ipſa f. Congruat ipſi f, per primam quarti elementorum d g, connectaturq; g e & centro quidem d, interuallo autem d g, per tertium poſtulatum circulus deſcribatur h g k, poſitione igitur eſt circulus h g k. Datur enim ipſius centrum poſitione, & quæ ex centro magnitudine, poſitione autem & d g e ſemicirculus datum igitur, eſt & ſignum, eſt autem utrumq; ipſorum d e, datum. Data igitur eſt, per uigeſimamſextam propoſitionem unaquæque ipſarũ g d, d e, e g, poſitione & magnitudine. Datur igitur triangulum g d e ſpecie. Quoniam igitur bina triangula ſunt a b c, d e g unum angulum uni angulo æquum habentia, eum ſcilicet qui ſub b a c, ei qui ſub d g e. Circum uerò alios angulos qui ſub c b a, e d g, latera proportionalia. Reliquorum autem qui ſub b c a, d e g, utrunque ſimul minorem recto. Simile igitur eſt per ſeptimam ſexti elementorum triangulum a b c ipſi d e g, triangu-



lo

10. Datur autem d e g, triangulum ſpecie, datur igitur & a b c, triangulum ſpecie.

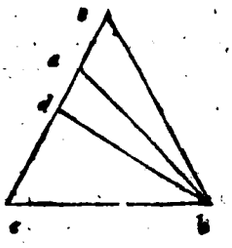
Scholium.

Quoniam enim ponitur d e, poſitione & magnitudine data, manifeſtum quòd ſi circulus bifariam ſecetur, eſt centrum circuli poſitione. Dimidia uerò, hoc eſt quæ ex centro datur poſitione & magnitudine ſicut & circulus, per diffinitionem.

Theorema 44. Propoſitio 44.

SI triangulum unum habuerit angulum datum, circum autem alium angulum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum ſpecie.

Sit triangulum a b c, unum habens angulum datum eum qui ſub b a c, circum autem alium angulum eum qui ſub a b c latera a b, b c, rationem habeant adinuicem datam. Dico quòd triangulum a b c, ſpecie datur. Nõ ſit autem qui ſub b a c, angulus rectus. Sed ſit prius acutus. Exciteturq; per 12 primi elementorum ab ipſo b ſigno in ipſam a c perpendicularis b d. Quoniam angulus b d a, datus eſt, eſt autem & qui ſub b a d datus, & reliquus igitur qui ſub a b d datus eſt. Datur igitur triangulum a b d, ſpecie. Ratio igitur ipſius b a ad b d data eſt: ſed ipſius a b ad b c, ratio data eſt, & ipſius b d igitur a d ad b c, ratio data eſt. Rectus autẽ eſt qui ſub b d c. Datur igitur triangulum b d c, ſpecie. Datus igitur eſt qui ſub b c d angulus. Eſt autem & qui ſub b a c datus, & reliquus igitur qui ſub a b c, datus eſt. Datur igitur & a b c, triangulum ſpecie. Sed iam eſto qui ſub b a c angulus obtuſus, extendaturq; c a in e. Exciteturq; per 12 primi elemẽtorum ab ipſo b ſigno in ipſam a e perpendicularis b e. Quoniam angulus b a c datus eſt, & conſequẽs igitur qui ſub b a e, datus eſt. Datur igitur triangulum e b a, ſpecie. Ratio igitur ipſius e b ad b a data eſt, ipſius autem a b ad b c, ratio data eſt, & ipſius igitur e b ad b c, ratio eſt data. Et qui ſub b e c, rectus eſt angulus. Datur igitur triangulum e b c ſpecie. Datus igitur eſt qui ſub b c e, eſt autem & qui ſub b a c, angulus datus, & reliquus igitur qui ſub a b c, angulus datus eſt. Datur igitur triangulum a b c, ſpecie.

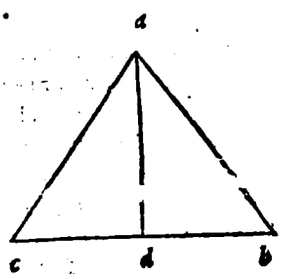


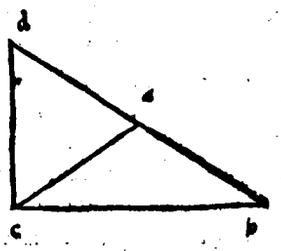


Theorema 45. Propoſitio 45.

SI triangulum unum habuerit angulum datum, circum uerò datum angulum latera utraq;, ſicut unum ad reliquum rationem habuerint datam, datur triangulum ſpecie.

Eſto triangulum a b c, unum habens angulum datum qui ſub b a c, at quæ circum b a c, angulum latera utraq; hoc eſt b a c tanquam unum ad c b, rationem habeant datam. Dico quòd a b c, triangulum ſpecie datur. Secetur per 3 primi elementorum angulus b a c, bifariam à recta linea a d. Datus igitur eſt qui ſub b a d angulus. & quoniam eſt ſicut b a ad a c, ſic b d ad d c, uicißim etiam per 16 quinti elementorum, ſicut a b ad b d, ſic a c ad c d. Ratio utriuſq; b a c ad b c, data eſt. Ratio igitur ipſius b a ad b d, data eſt. Eſtq; datus qui ſub b a d angulus. Datur igitur a b d triangulum ſpecie. Datus igitur eſt qui ſub a b d angulus eſt autem & qui ſub b a c angulus datus, et reliquus igitur qui ſub a c b datus eſt. Datur igitur triangulum a b c ſpecie.





Scholium.

Sicut enim unum antecedentium ad unum ſequentium, ſic omnia antecedentia ad omnia ſequentia, per 12 quinti element.

ALITER. Extendatur b a in rectas lineas in d, & ipſi a c, ponatur æqualis a d & connectatur d c. Etenim ipſius b d ad b c, ratio data eſt. Et qui ſub a d c, datus eſt, dimidius ſiquidem eius qui ſub b a c. Datur igitur triangulum b c d ſpecie. Datus

tus igitur est qui sub a b c, angulus est autem qui sub b a c datus, & reliquus qui sub a c b datus est. Datur igitur a b c, triangulum specie.

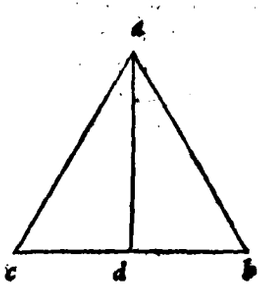
Scholium.

Quoniam enim angulus qui ad a datus est, & qui ad a eis qui ad d c, angulis exterior binis interioribus est æqualis, & oppositio per 32 primi element. & anguli d h, quare & anguli a c, dati sunt.

Theorema 46. Propositio 46.

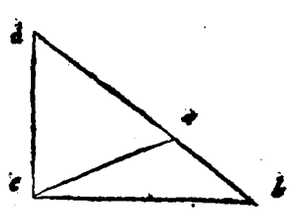
SI triangulum unum habuerit angulum datum, circum uerò alium angulum latera utraq; sicut unum ad reliquum rationem datam habuerint, datur triangulum specie.

Esto triangulum a b c, unum habens angulum datum qui sub a b c, circulum uerò alium angulum b a c, latera utraq; hoc est b a c ad b c, rationem habeant datam. Dico quòd ipsum a b c, triangulum specie datur. Secetur enim per 9 primi element. angulus b a c, bifariam à recta linea a d. Est igitur utrunq; b a c ad c b, sicut a b ad b d. Ratio autem utriusq; b a c ad c b, data est. Ratio igitur & ipsius a b ad b d, data est. Estq; datus qui sub a b d, angulus. Datur igitur triangulum specie. Datus igitur est qui sub a b d angulus, est autẽ duplus eius qui sub b a c. Datus igitur est & qui sub b a c. Est autem & qui sub a b c datus, & reliquus igitur qui sub a c b datus est. Datur igitur a b c triangulum specie.



Aliter.

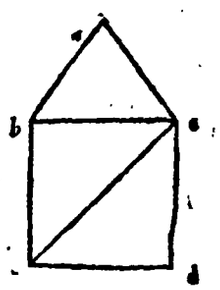
Ponatur ipsi c a, æqualis d a, & connectatur d c. Quoniam ratio utriusq; b a c ad c b data est. Aequalis autem est c a ipsi a d. Ratio igitur & ipsius d b ad b c data est. Et qui sub d b c angulus datus est. Datur igitur triangulum d b c specie. Datus igitur est qui sub b d c angulus. Et eius est duplus qui sub b a c. Qui sub b a c, angulus igitur datus est. Datur igitur a b c triangulum specie.



Theorema 47. Propositio 47.

DAta rectilinea specie, in data triangula specie diuiduntur.

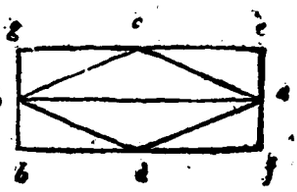
Esto datum rectilineum specie a b c d e. Dico quòd ipsum a b c d e, rectilineum in data triangula specie diuiditur. Connectantur enim a c, e c. Quoniam rectilineum a b c d e, specie datur. Igitur angulus qui sub b a e, datus est, & ratio data est. Quoniã igitur angulus b a e, datus est, & ratio data est. Quoniam igitur angulus b a c datus est, & ratio ipsius b a ad e a, data est. Datur igitur triangulum b a e specie. Datus igitur est qui sub a b e, angulus. Est autem & totus qui sub a b c, angulus datus, & reliquus igitur qui sub e b c datus est. Estq; ratio ipsius a b ad b e data, ipsius autem a b ad b c, ratio data est, & ipsius igitur e b ad b c, ratio data est, & datus est qui sub c b e angulus. Datur igitur b c e triangulum specie. Ac per hoc iam & c d e, triangulum specie datur. Data igitur rectilinea specie in data triangula specie diuiduntur.



Theorema 48. Propositio 48.

SI ab eadem recta linea descripta fuerint triangula, specie data, adinuicem rationem habebunt datam.

Ab eadem enim recta linea a b bina triangula specie data describantur a b c, & a b d. Dico q; ratio ipsius a b c ad a b d, data est. Excitẽtur per undecimam primi elementorum ab ipsis a b signis, ipsi a b, rectæ lineæ ad angulos rectos a e, b g. Extendanturq; in f h, ac per c d signa per 35 primi elementorum ipsi a b parallelæ excitentur e c, d h. Quoniã datur a b c, triãgulum specie. Ratio ipsius a c ad

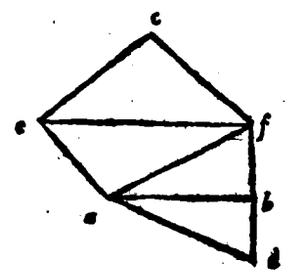


b a ,data eſt. Quoniam igitur angulus qui ſub c a b, datus eſt,eſt autem & qui ſub e a b datus.Reliquus igi tur qui ſub e a c,datus eſt,datur igitur triangulum a e c ſpecie. Ratio igitur ipſius e a ad a c,data eſt, ipſius autem c a ad a b,ratio eſt data,& ipſius e a ad a c igitur ratio data eſt. Idq; propterea & ipſius f a ad a b ratio eſt data,eſtq; ſicut a e ad a f, ſic b g ad b b.Quare & ipſius b g ad b h ratio eſt data.Eſtque ipſius quidem a g, dimidium triangulum a b c,per 41 primi element.Ipſius autem a b,per eandem dimidium eſt triangulum a b d, & ipſius igitur a b c ad a d b,ratio eſt data.

Theorema 49. Propoſitio 49.

SI ab eadē recta linea, bina rectilinea utcunq; data ſpecie deſcripta fuerint,adinuicem rationem datam habebunt.

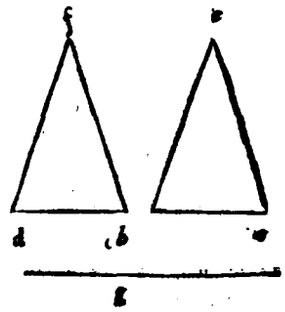
Ab eadem enim recta linea a b,bina rectilinea utcunq; ſpecie data deſcribantur a e c f b & a d b.Dico quòd ratio ipſius a e c f b ad a d b, eſt data.Connectantur a f,f e. Datur igitur unumquodq; ipſorū e c f,e f a,f a b,triangulorum ſpecie. Et quoniam ab eadem recta linea e f, bina triangula ſpecie data e f c,& e f a deſcribuntur. Ratio igitur ipſius c f e ad f e a, data eſt per præcedentem,& componendo igitur per 18 quinti elementorū ratio ipſius c e a f data eſt. Ipſius autem f e a ad f a b, ratio eſt data. Quoniam ab eadem recta linea a f, deſcribitur.Et ipſius f e e,e a f, igitur & a f b,ratio eſt data,& componendo igitur per 18 quinti elemēt. ipſius c e a b f ad b f a,ratio eſt data. Ipſius autem f b a ad a d b, ratio eſt data,& ipſius igitur c e a b f ad a d b,ratio eſt data.



Theorema 50. Propoſitio 50.

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datam, & ab ipſis rectilinea ſimilia,ſimiliterq; deſcripta adinuicem ratio nem datam habebunt.

Binæ ſiquidem rectæ lineæ a b, c d, adinuicem rationem habeant datam,deſcribanturq; ab ipſis a b,c d, ſimilia ſimiliterq; poſita rectilinea e f.Dico quòd earum ratio data eſt.Aſſumatur enim ipſis a b, c d,per 11 ſexti element.tertia proportionalis g.Eſt igitur ſicut a b ad c d,ſic c d ad g.Ratio autem ipſius a b ad c d data,ratio igitur & ipſius c d ad g data.Quare & ipſius a b ad g, ratio eſt data.Sicut autē a b ad g,ſic e ad f.Ratio igitur ipſius e ad f data eſt.



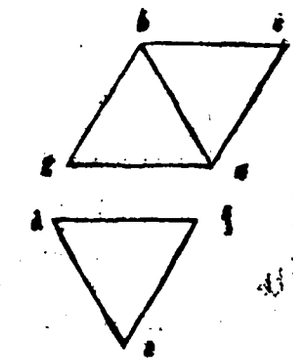
Scholium.

Quoniam enim ipſius a b ad c d,ratio eſt data,eſt autē & ipſius c d ad g,ratio data,manifeſtum eſt quod & compoſita ex binis datis rationibus ratio data eſt, uel & per octauum theorema, quod & melius eſt.

Theorema 51. Propoſitio 51.

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datam, & ab ipſis rectilinea utcunq; deſcripta,ſpecie data rationem adinuicem datam habebunt.

Binæ enim rectæ lineæ a b,c d,adinuicem rationē habeant datam, deſcribanturq; ab ipſis a b,b c,rectilinea utcunq; ſpecie data e f.Dico q;,et ipſius e ad f,ratio eſt data.Deſcribatur enim per uigeſimam quintā ſexti ele.ab ipſa a b ipſi f,ſimile ſimiliterq; poſitū rectilineū a g b.Datur autem f ſpecie,datur igitur & a g b ſpecie.Sed & e,ſpecie

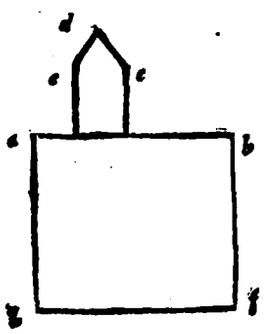


cie datur & ab eadem describitur recta linea a b. Ratio igitur ipsius c ad a g b, data est. Et quoniam ratio ipsius a b ad c d, data est. Describunturq; ab ipsis a b, c d, similia similiterq; posita a b f g, ratio igitur ipsius a g b ad f data est. Ipsius autem a g b ad e, ratio est data. Et ipsius igitur e ad f, ratio est data.

Theorema 52. Propositio 52.

SI à data recta linea magnitudine data specie species descripta fuerit, datur quæ descripta est magnitudine.

A data enim recta linea magnitudine a b data specie species describatur a c d e b, dico quòd a c, d e b, datur magnitudine. Describatur enim ab ipsa a b, per 46 primi element. quadratum a f. Datur igitur a f, specie & magnitudine, & quoniã ab eadem recta linea a b, bina rectilinea describuntur specie data a c d e b, & a f, igitur per 49 propositionem ipsius a c d e b, ad a f, ratio data est. Datur igitur & ipsum a c d e b, magnitudine.



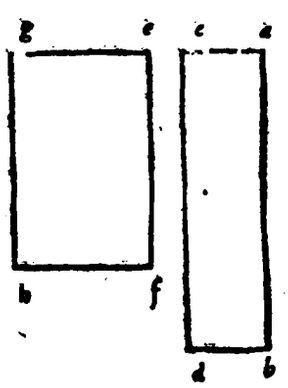
Scholium.

Omne enim quadratum datum est specie quandoquidem ipsius anguli dãtur, omnes enim sunt recti, & rationes quoq; laterum, omnia enim sunt æqualia: & enim non solum inæqualium est ratio, sed & æqualium. Et quoniam exponitur quadratum: describitur enim possum & eidem exhibere idem, ac per hoc datur & magnitudine idem quadratum & eius unumquodq; latus.

Theorema 53. Propositio 53.

SI binæ species specie datæ fuerint, & unum latus unius ad unũ latus alterius rationem datam habuerit, & reliqua latera ad reliqua latera rationem datam habebunt.

Sint binæ species specie datæ a d, e h, ratio autem ipsius b d ad f h, esto data. Dico quòd & reliquorum laterum ad reliqua latera ratio est data. Nam quoniam ipsius d b ad f h, ratio est data, ipsius autem d b ad b a, ratio est data, et ipsius igitur d b ad f h, ratio data est, ipsius autem f h ad f e, ratio est data, & ipsius a b, igitur ad e f, ratio est data. Idq; propterea iam & reliquorum laterum ad reliqua latera ratio est data.



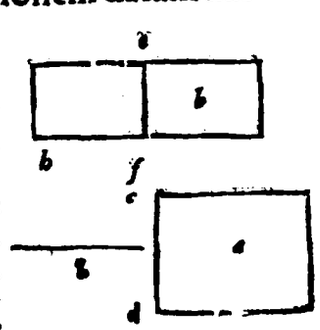
Scholium.

Ostensum est in scholio 20 propositionis quòd si a ad b, rationẽ habet datam: fuerit autem & c datum, & fiat sicut a ad b, sic c ad aliud quid, ut puta d, non tamẽ & uicißim rationẽ habebunt datam, quoniam & hic non per uices est eorum rationem datam inuenire, sed aliter sicut nunc.

Theorema 54. Propositio 54.

SI binæ species specie datæ adinuicem rationem datam habuerint, & eorum latera adinuicẽ rationem habebunt datam.

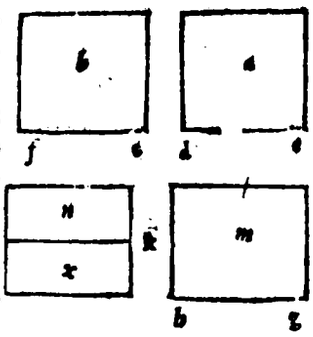
Binæ, inquã, species specie datæ a b, adinuicem rationem habeãt datam. Dico quòd & eorum latera adinuicem rationẽ habent datã. Ipsum enim a ipsi b aut est simile, aut non, sit prius simile. Accipiaturq; per 11 quinti element. ipsorum c d, e f, tertia proportionalis g: est igitur sicut c d ad g, sic est a ad b. Ipsius autẽ a ad b ratio data est. Ratio quoq; igitur c d ad g data est, et sunt c d, e f, g proportionales, & ipsius c d igitur ad e f, ratio est data. Simileq; est a ipsi b, & reliqua igitur latera ad reliqua latera per præcedentem rationẽ datam habebunt. Non sit autem simile a ipsi b, & describatur a b, e f, per 25 sexti element. ipsi a, simile similiterq; positũ e h, datur igitur et e h, specie.



ſpecie. Datur autem & b. Ratio igitur ipſius b ad e h, data eſt, ipſius autem b ad a, ratio eſt data & ipſius a ad e h. Igitur ratio eſt data, & ſimile eſt a ipſi e h. Ratio igitur ipſius c d ad e f, data eſt. Idq; propterea iam & reliquorum laterum ad reliqua latera, per præcedentem ratio eſt data.

Aliter.

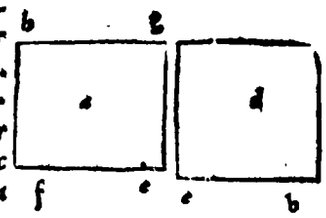
Exponatur recta linea g h iam d ipſi b, aut eſt ſimile, aut non. Sit prius ſimile, fiatq; ſicut e d ad e f, ſic g h ad k l. Deſcribanturq; per 25 ſexti element. ab ipſis g h, k l ipſis a b, ſimiles ſimiliterq; poſitæ m n, ſpecies. Et quoniam eſt ſicut c d ad e f, ſic eſt g h ad k l. Deſcribantur ab ipſis c d, e f, g h, k l, ſimilia ſimiliterq; poſita rectilinea a b m n, eſt igitur ſicut a ad b, ſic m ad n. Ratio autem ipſius a ad b data eſt. Ratio igitur ipſius m ad n data. Datū autem m per 25 propoſitionem, à data ſiquidē magnitudine rectilinea deſcribitur ſpecies. Datum igitur eſt & n. Deſcribatur iam per 46 primi element. ex ipſa k l quadratū x. Datur igitur ipſum x ſpecie. Ratio igitur ipſius n ad x data, datum autem ipſum n, datū igitur & x. Data igitur eſt k l, eſt autem & g h data. Ratio igitur ipſius g h ad k l data eſt, eſtq; ſicut g h ad k l, ſic c d ad e f. Ratio igitur ipſius c d ad e f, data eſt. Simile eſtq; a ipſi b & latera quoq; reliqua ad reliqua latera per præcedentem rationem habebūt datam, non ſit autem ſimile, conſequenter iam priori oſtenditur demonſtratione.



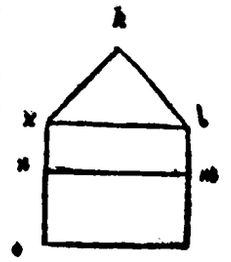
Theorema 55. Propoſitio 55.

SI areola ſpecie & magnitudine data fuerit, & eius latera magnitudine data erunt.

Sit areola ſpecie & magnitudine data a. Dico quòd & ipſius latera magnitudine data recta ſunt, exponatur ſiquidem poſitione & magnitudine data recta linea b c, deſcribaturq; per 25 ſexti elemēt. ex ipſa b c ipſi a ſimile ſimiliterq; poſitū d. Datur iam ipſum d ſpecie, datur igitur & d magnitudine. Datur autem & a, ratio igitur ipſius a ad d, data. Simileq; eſt a ipſi d, ratio igitur ipſius e f ad b c data. Data autem & b c, data igitur & e f. Et ipſius f e ad e g data eſt ratio, data igitur e g. Idq; propterea iā & unumquodque ipſorum magnitudine datur.



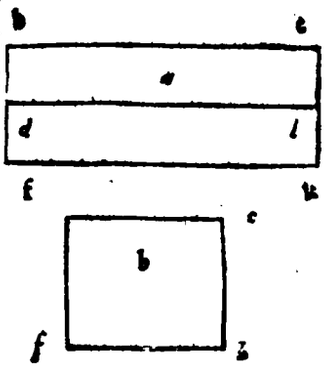
Eſto areola k l m n x, ſpecie data & magnitudine, dico quòd & latera eius data ſunt ſpecie. Deſcribatur per 46 primi elementorum, ex m n, quadratum m o. Datur igitur ſpecie. Sed & l n. Ratio igitur ipſius l n ad m o data eſt. Data autem l n magnitudine. Data igitur & m o, magnitudine, eſtq; quadratum ex m n. Datum igitur eſt quod ex m n. Data igitur eſt m n magnitudine. Idq; propterea iam & unumquodque ipſorum m l, l k, k x, x n, data eſt magnitudine.



Theorema 56. Propoſitio 56.

SI bina æquiangula parallelogrāma, adinuicem rationem habuerint datā, erit ſicut primi latus ad ſecūdi latus, ſic reliquū ſecundi latus ad quod alterum primi rationem habet datam, quam parallelogrammum ad parallelogrammum.

Bina enim æquiangula parallelogramma a b, adinuicē rationem habeāt datam. Dico quòd eſt ſicut c d ad e f, ſic eſt e g ad id quod ipſa c h rationē habet datā, quā parallelogrammū a ad parallelogrāmū b, extēdatur in rectas lineas ipſi c h, ipſa c k, fiatq; ſicut c d ad e f, ſic e

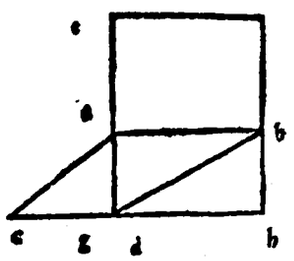


f, ſic e g ad c k. Compleaturq; c l parallelogrammum. Quoniam igitur eſt ſicut c d ad e f, ſic e g, ad e k, æqualis autem eſt c d ipſi k l. Eſt igitur ſicut k l ad e f, ſic e g ad c k, circum æquales angulos qui ſunt ſub e k l, g e f, latera ſunt reciproca, æquum igitur eſt per 14. ſexti elementorum k d ipſi g f. Et quoniam ratio ipſius a ad b eſt data, eſt autem æquale b ipſi c l. Ratio igitur ipſius b d ad c l data eſt. At ſicut b d ad c l, ſic b c ad c k. Et ipſius igitur b c ad c k ratio eſt data: & quoniam eſt ſicut c d ad e f, ſic e g ad c k, at ipſa c b ad c k rationem habet datam, quam area a ad ipſam b: eſt igitur ſicut c d ad e f: ſic eſt e g ad quod b c, rationem habet quam areola a ad areolam b.

Theorema 57. Propoſitio 57.

SI datum ad datam comparatum fuerit in angulo dato, datur latitudo exceſſus.

Datum enim a g ad datam b a, proiectum ſit in angulo dato qui ſub c a b. Dico quòd ipſa c a data eſt. Deſcribatur per 46 primi element. ex a b quadratum e b. Datum igitur eſt e b, excitentur e a, f b, c g ad ipſa d h, & quoniam utrunq; ipſorum e b, a g datum eſt. Ratio igitur ipſius e b ad a g data eſt, æquum autem eſt e b ipſi a h. Ratio igitur & ipſius e b ad a h, data eſt. Quare & ipſius c a ad a d ratio eſt data, æqualis autem eſt c a ipſi a b. Ratio igitur ipſius b a ad a d, data eſt, & quoniã qui ſub c a b datus eſt, & qui ſub d a b datus eſt. Reliquus igitur qui ſub a c d datus eſt. Datur igitur triangulum a c d ſpecie. Ratio igitur ipſius c a ad a d data eſt, ipſius autem d a ad a b ratio eſt data, & ipſius c a ad a b, igitur ratio eſt data, eſtq; data ipſa b a. Data igitur & a c, & latitudo ipſius comparationis.



Scholium.

Quoniam binæ ſpecies c a, a d ſpecie datæ ſunt, adinuicem rationem habent datam & ipſarum latera adinuicem rationem datam habebunt.

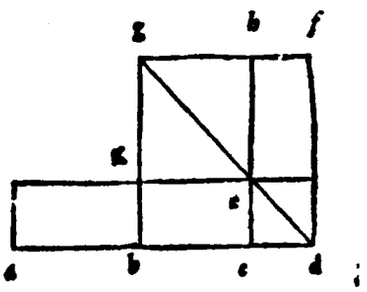
Scholium.

Ipſius, inquam, a g b latitudo parallelus eſt, & a h ad rectam exiſtens ipſi a b, ipſius autem a c g b comparationis, ut in quatuor rectis lineis a b, b g, g c, c a, longitudine exiſtente ipſa a b latitudo erit ipſa a c: in quatuor ſiquidem propoſitis rectis lineis latitudinem quærit, non autem uerè areæ latitudo alia eſt præter quatuor, ſicut a c.

Theorema 58. Propoſitio 58.

SI datum ad datam proiectum fuerit ſpecie deficiens à dato ſpecie, dantur latitudines defectus.

Datum enim a c ad datam a d proiectum ſit ſpecie deficiens à dato d c. Dico quòd utraq; ipſarum b c, b d data eſt. Secetur enim per decimam primi element. ipſa a d bifariam in e ſigno: data igitur eſt e d. Deſcribatur ab ipſa e d per 25 ſexti element. ipſi c d ſimile, ſimiliterq; poſitum rectilineum e f. Deſcribaturq; e f. Datur igitur e f ſpecie. Et quoniam à data recta linea e d data ſpecie ſpecies deſcribitur e f, datur igitur ipſum e k magnitudine, et æquum eſt ipſis a c k b. Dantur igitur, ipſa a c k b magnitudine, eſt autem a c datum magnitudine: ſupponitur enim. Reliquum igitur k b, datum eſt magnitudine, eſt autem & ſpecie datum ſimile, ſiquidem eſt ipſi c d. Ipſius b k, ergo latera data ſunt, datum igitur k c: & eſt æquũ ipſi e b. Ipſa igitur e b data eſt. Eſt autem & e d, data, & reliqua igitur b d data eſt, & ratio ipſius b d ad b c data eſt. Data igitur eſt & b c.

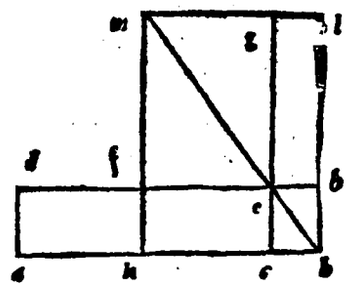


Theorema 59. Propoſitio 59.

SI datum ad datam proiectum fuerit excedens ſpecie dato ſpecie, dantur latitudines exceſſus.

Datum

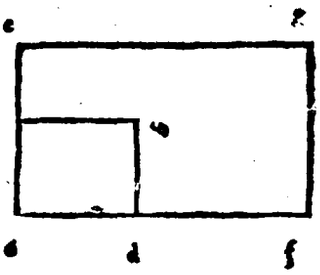
Datum ſiquidem a b ad datam a c proiectum ſit excedens ſpecie data c b, dico quòd utraq; ipſarum h c, c e data eſt. Secetur enim per 10 primi element. ipſa d e bifariã in f ſigno. Deſcribaturq; per 25 ſexti element. ex e f ipſi c b ſimile ſimiliterq; poſitum f g. Circa igitur eundem dimetientem eſt f g ipſi c b, excitentur per 26 ſexti element. eorũ dimetiens h e m, deſcribaturq; figura. Et quoniam c b ipſi f g eſt ſimile. Datur autem c b ſpecie. Datur igitur & f g ſpecie, & deſcribitur à data recta linea f e. Data igitur ſunt a b, f g & ipſi k a, ſunt æqualia. Datum igitur eſt b c. Ipſius ergo k a latera ſunt data, data igitur eſt k b, & k c data eſt, & ipſi e f æqualis, reliqua igitur c b data eſt, & ad h b rationem habet datam. Data igitur eſt & h b.



Theorema 60. Propoſitio 60.

SI parallelogrammum ſpecie & magnitudine datum dato gnomone auctũ aut imminutũ fuerit, dãtur latitudines gnomonis.

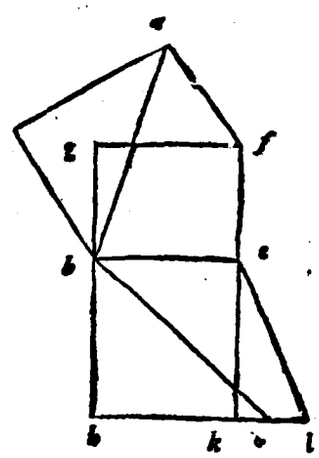
Parallelogrammum enim a b datum ſpecie et magnitudine augeatur prius dato gnomone e c b d f g. Dico quòd datæ ſunt utræq; ipſarũ c e, d f. Nam quoniam a b datum eſt, eſt autem d f g gnomon datus, & totum igitur a g datum eſt. Sed & ſpecie, ſimile enim eſt ipſi a b. Igitur ipſius a g latera data ſunt. Data igitur eſt utraq; ipſarum a e, a f, eſt autem utraque ipſarum c a, a d data, reliqua igitur utraq; ipſarum c e, d f data eſt. Rurſus iam parallelogrammum a g datum ſpecie & magnitudine minuatur dato gnomone e c b d f g. Dico quòd utraque ipſarum c e, d f, data eſt. Quoniam igitur datum eſt a g cuius gnomon e c b d f g, datus eſt. Reliquum igitur a b datum eſt. Sed & ſpecie. Ipſius igitur a b latera data ſunt. Data igitur eſt utraq; ipſarum c a, a d, eſt autem & utraq; ipſarum e a, a f, data. Et reliqua utraque igitur ipſarum e c, d f data eſt.



Theorema 61. Propoſitio 61.

SI data ſpcie ſpecie, ad unũ latus parallelogrãma area proiecta fuerit in dato angulo, habeat autem ſpecies ad parallelogrammum rationem datam, datur parallelogrammum ſpecie.

Data enim ſpecie ſpecie a f c b, ad unum latus c b parallelogrãma areola proiecta ſit c d in dato angulo l c b. Ratio autem ſit ipſius a c ſpeciei ad c d parallelogrãmum data. Dico quòd datur c d ſpecie, excitetur enim ſiquidẽ per 31 primi element. ipſi f c parallelus b g, & per f ipſi b c, parallelus f g, extendãturq; f c g h, in h k ſigna. Quoniam datus eſt qui ſub f c b angulus. Et ipſius f c ad c b ratio data eſt. Datum eſt igitur ipſum f p parallelogrammum ſpecie. Datur autem ſpecie a f c b ſpecies, & deſcribitur eadem recta linea c b. Ipſius igitur a b ſpeciei ad f b, parallelogrammum per 49 propoſitionem ratio data eſt. Ipſius autem f b ad c d, ratio eſt data, quoniam iam ipſius a b, a d ſupponitur. æquum autem eſt c d ipſi k b, per 35 primi element. ratio igitur ipſius k b ad c g, eſt data. Quare & ipſius f e ad c K, ratio eſt data, ipſius autem f g ad c b, ratio eſt data, ipſius igitur b c ratio data eſt. Et quoniam angulus qui ſub b c K datus eſt & qui ſub b c l datus eſt, & reliquus igitur qui ſub l c K datus eſt. Eſt autem & qui ſub l K c, datus angulus, æquus ei qui ſub K c b. Reliquus igitur qui ſub c l K datus eſt. Datur igitur l c K triangulum ſpecie. Ratio ipſius igitur l c ad c K data eſt. Ipſius autem c K ad b c ratio eſt data. Et ipſius igitur l c ad c b ratio eſt data, & qui ſub l c b angulus datus eſt. Datur igitur c d, parallelogrammum ſpecie.



Scholium.

Datur f b, parallelogrammum manifeſtè, quoniam angulus f c b datur. Datur igitur & c f g

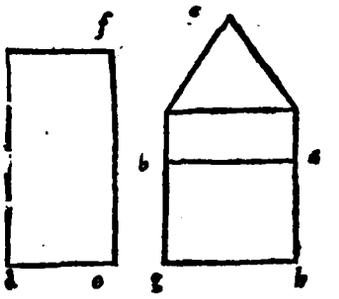
angulus, in parallelos enim f g, c b recta cecidit linea c f, efficiens interiores & ad eaſdem partes binis rectis æquales. Quorum qui ſub f c b, datur: & reliquus qui ſub c f g datur. Quare & reliqui dati ſunt: & quoniam datur ratio c f ad c b, æqualis autem ipſa g b ipſi c f & e b ipſi f g, quare & laterum ratio dicatur.

Scholium.

Quoniam enim ipſius f b parallelogrammi ad a f c b, ſpeciem ratio eſt data, ipſius autem a f c b, ſpeciei ad c d, ratio eſt data, & ex æquali per 22 quinti element. ipſius b f ad c d, ratio eſt data.

Theorema 62. Propoſitio 62.

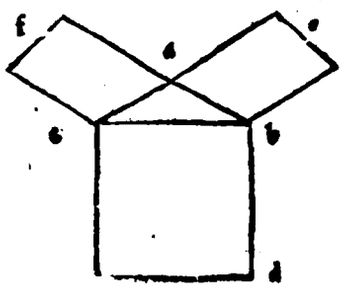
SI bine rectæ lineæ adinuicē rationē habuerint datā, deſcriptáq; fuerit ab una quidem data ſpecie ſpecies, altera uerò area parallelogramma in angulo dato, habuerit autem ſpecies ad parallelogrammum rationem datam, datur parallelogrammum ſpecie.



Binæ enim rectæ lineæ a b, c d, adinuicem rationē habeant datam, & deſcribatur ab ipſa quidem a b, data ſpecie ſpecies a e b & ab ipſa c d, parallelogrammum f d in dato angulo f c d. Ratio autem ſit ipſius a e b ſpeciei ad f d parallelogrāmum data. Dico quòd datur d f, parallelogrammum ſpecie. Deſcribatur enim ab ipſa a b ipſi d f, per 25 ſexti element. ſimile ſimiliterq; poſitum a g. Quoniam ratio ipſius a b ad c d data eſt. Deſcribanturq; ab ipſis a b c d ſimilia ſimiliterq; poſita rectilinea a g, f d. Ratio igitur ipſius a g ad f d, data eſt. Ipſius autem f d ad e b ratio eſt data, & ipſius e b igitur ad a g, ratio data eſt, & angulus qui ſub b a h, datus eſt, æquales enim ei qui ſub f c d. Quoniam igitur data ſpecie: ſpecie e b ad unum latus a b proiectum eſt in a g dato angulo h a b, & ratio ipſius e b ſpeciei ad a g, parallelogrammum data eſt. Datur igitur a g ſpecie, eſtq; ſimilis ipſi f d, datur igitur f d ſpecie.

Theorema 63. Propoſitio 63.

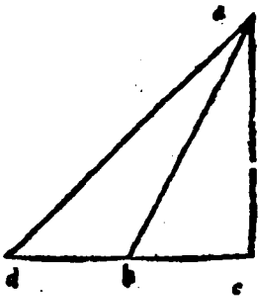
SI triangulum ſpecie datum fuerit, quod ex unoquoq; latere ipſius, quadratum ad triangulum rationem datam habebit.



Eſto triangulum ſpecie datum a b c. Deſcribaturq; ex unoquoq; ipſius latere quadratum e b, a d, c f. Dico quòd unumquodq; ipſorum e b, a d, c f, ad a b c, triangulum rationem datam habebit. Nam quoniam ab eadem recta linea b e, rectilinea data ſpecie deſcribūtur utcunq; a b c d. Igitur per 49 propoſitionem, ratio ipſius a b c ad c d data eſt. Idq; propterea iā, & utriuſq; ipſorum e b & c f ad a b c, triangulum ratio eſt data.

Theorema 64. Propoſitio 64.

SI triāgulum obtuſum habuerit angulū datū, qua maius quod obtuſum angulum ſubtendit latus, area lateribus obtuſum angulū comprehendentibus ad triangulum, rationem datam habebit.



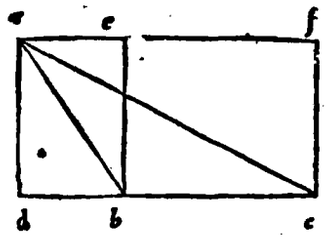
Sit triangulum obtuſum habens angulum eum qui ſub a b c datum, extendatur'que in rectas lineas ipſius b c, recta linea b d, excitetur'que per 12 primi elementorum, ab ipſo a in c d, perpendicularis a d. Dico quòd quod maius eſt quod ex a c eis quæ ex a b, b c, hoc eſt quod bis ſub d b, b c, area ad a b c, triangulum datam rationem habebit. Quoniam nanq; angulus qui ſub a b c, per hypotheſim datus eſt, & qui ſub a b d, datus eſt, eſt autem & qui ſub a d, d b, datus.

Reliquum

Reliquus igitur qui ſub d a b, datus eſt. Datur igitur d a b triangulum ſpecie. Ratio igitur ipſius a d ad d b, data eſt, eſtq; ſicut a d ad d b, ſic quod ſub a d, b c, ad id quod d b, b c, quare & ipſius d a, b c, ad id quod ſub d b, b c, ratio data eſt. Et eius quod bis ſub d b, b c, igitur ad id quod ſub a d, b c, ratio data eſt. Sed eius quod ſub d a, b c, ad a c b triangulum ratio eſt data, & eius igitur quod bis ſub d b, b c ad a b c, triangulum ratio eſt data, eſtq; quod bis ſub d b, b c, quo maius eſt quod a c, eis quæ ex a b, b c, igitur area ad a b c, triangulum rationem datam habet.

Scholium.

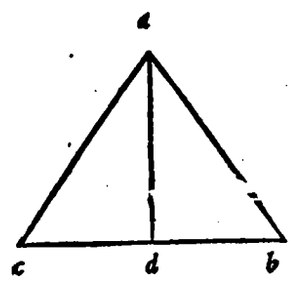
Excitetur ad angulos rectos ab ipſo b ſigno ipſi a d per 31 primi element. æqua & parallelus b f, & ab ipſo a ſigno ipſi d c, per eandem æqua & parallelus excitetur d c, & connectatur e c, & quoniam per 31 primi element. parallelogrammum b e ipſius b a c trianguli duplum eſt: ſuper nanq; eadem baſi, & in eiſdem eſt parallelis, comprehenditurq; parallelogrammum ſub f e, e c, æqualis autem eſt e c, ipſi a d & f e ipſi b c. Quoniam parallelogrammum ad triangulum rationem habet, quare & parallelogrammum ad triangulum ratio eſt etiam dupla. Quod uerò bis ſub a d, c b, rationem habet datam, ad triangulum quadruplam: eſt enim ſub d c, c b ſicut in 2 elementorum.



Theorema 65. Propoſitio 65.

SI triangulum acutum habuerit angulum datum, qua minus poteſt angulum acutum ſubtendens latus comprehendentibus lateribus acutum angulum, illa areola ad triangulum rationem habebit datam.

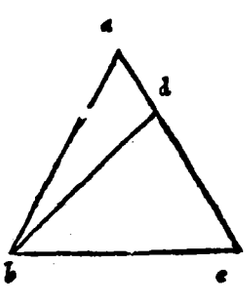
Eſto triangulum acutum habens angulum a b c. Excitetur q; ab ipſo a per 12 primi elementorum perpendicularis a d. Dico quòd qua minus eſt quod ex d c, eis quæ ex a b, b c, hoc eſt quod bis ſub c b, b d ad a b c triangulum rationem habet datam. Nam quoniam angulus a b d datus eſt, & qui ſub a d b datus eſt. Reliquus igitur qui ſub b a d datus eſt. Datur igitur a b d, triangulum ſpecie. Ratio igitur ipſius b d ad d a data eſt. Quare & eius qui ſub c b d, ad id quod ſub c b, ratio data eſt: & eius quod bis ſub c b, b d igitur. Sed eius quod ſub c b, b d ad ea quæ ex a b, b c: quo igitur minus eſt quod ex a c eis quæ ex a b, b c, ea area ad a b c, triangulum rationem habet datam.



Theorema 66. Propoſitio 66.

SI triangulum datum habuerit angulum, rectangulum ſub datum angulum comprehendentibus rectis lineis ad triãgulum rationem habebit datam.

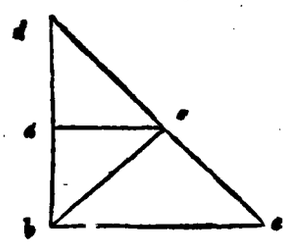
Eſto triangulum a b c, datum habens angulum eum qui ad a. Dico quòd quod ſub b a c ad a b c, triangulum rationem habet datam. excitetur enim per 12 primi elemẽt. ab ipſo b in ipſam a c perpendicularis b d. Quoniam igitur angulus b a c, datus eſt. Eſt autem & qui ſub a d b, angulus datus. Et reliquus igitur qui ſub a b d angulus datur. Datur igitur a b d, triangulum ſpecie. Ratio igitur ipſius a b ad b d data eſt. Sicut autem a b ad b d, ſic quod ſub b a c ad id quod ſub b d a c. Quare & eius qui ſub b a c, ad id quod ſub b d a c ratio eſt data. Eius autem quod ſub a c, b d, ad a b c triangulum ratio eſt data. Et eius qui ſub b a c, igitur ad a b c, trianguli ratio eſt data.



Theorema 67. Propoſitio 67.

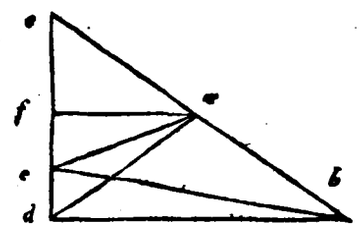
SI triangulum datum habuerit angulum, qua maius poſsint datum angulum cõprehendentia latera ut unum, ea quæ ex reliquo, area ad triangulum rationem habebit datam.

Eſto triangulum a b c, datum habens angulum b a c. Dico quòd quo maius eſt quod ex utraq; b a e, eo quod b c, ea area ad a b c, triangulum rationem habet datam. Extendatur enim recta linea ipſius a b ipſa a d, ponaturq; ipſa a c æqualis ipſi a d per 2 primi elementorum, & connexa recta linea d c extendatur in e, excitenturq; per 31 primi elementorum ad punctum b ipſi a c parallelus b e. Et quoniam æqualis eſt a d ipſi a c, æqualis igitur eſt & d b ipſi b e, extenditurq; quædam b c. Quod igitur ſub d c e, unà cum eo quod ex b c, æquum eſt ei quod ex b d, æqualis autem eſt d a ipſi a c. Quod igitur ex utroque b a c, æquum eſt ei quod ſub d c e, unà cum eo quod ex b c. Quare quod ex utroq; b a c, eo quod ex b c maius eſt eo quod ſub d c e. Dico iam quòd eius quod ſub d c e ad a b c triangulũ ratio eſt data. Quoniam enim eius angulus b a c, datus eſt, & conſequens igitur qui ſub d a c, datus eſt, eſt autem & uterq; ipſorum a b c, d e a datus. Dimidia nanq; ſunt eius qui ſub b a c. Datur enim qui ſub b a c, datur igitur triãgulũ d a c ſpecie. Ratio igitur ipſius d a ad d c, data eſt. Quare & eius quod ex a d ad id quod ex d c ratio data eſt. Et quoniã eſt ſicut b a ad a d, ſic eſt e c ad c d, ſed ſicut q lẽ b a ad a d, ſic quod ſub b a ad id quod ex a d. Sicut autem e c ad c d, ſic quod ſub e c, c d ad id quod ex c d, & ſicut igitur per undecimã quinti elementorũ, quod ſub b a ad id quod ex d a, ſic quod ſub e c d, ad id quod ex c d. Et uiciſsim igitur per decimanſextam quinti elemẽtorum quod ſub b a d ad id quod ſub e c d, ſic quod ex a d id quod ex d c. Ratio autem eius quod ex a d ad id quod ex d c data eſt. Ratio igitur & eius quod ſub b a d ad id quod ſub e c d data eſt. Aequalis autem eſt d a ipſi a c. Ratio igitur eius quod ſub b a c, ad id quod ſub e c d, data eſt, eius autem quod ſub b a c, trianguli ratio eſt data, eo quia angulus qui ſub b a c datus eſt. Et eius qui ſub d c e, igitur ad a b c ratio eſt data. Eſtq; quod ſub d c e, eo maius quod eſt ex utraq; b a c, eo quod ex b c. Quo uerò maius eſt quod ex utroq; b a c, eo quod ex b c ea area ad triangulum rationem datam habebit.



Aliter.

Conſtruantur enim eadem quæ prius, excitenturq; per duodecimam primi elementorum ab ipſo a in e c perpendicularis a f, connectaturq; a d, & quoniam datus eſt angulus b a c & eius dimidium eſt angulus a c f, eſt autem & angulus a f c, datus. Datur igitur triangulum a f c ſpecie. Ratio igitur ipſius a f ad f c, data eſt, ipſius autem f c ad c e, ratio data eſt. Dupla ſiquidem eius eſt, & ipſius igitur e c, ad a f ratio data eſt. Quare & eius qui ſub e c d ad eum qui ſub a f c d ratio data eſt. Duplum ſiquidem illius eſt & eius qui ſub e c d, igitur ad eum qui ſub a c d, ratio data eſt, æquum autem eſt a c d, triangulum ipſi a b c triangulo per trigeſimamſeptimam primi elementorum, in eadem ſiquidem baſi a c, & in eiſdem ſunt parallelis a c, b d, & eius qui ſub e c d, igitur ad a b c, triangulum ratio eſt data, eſtq; quæ ſub e c d, qua maius eſt quod ex utroque b a c, ea quæ ex b c, qua maius eſt quod ex utroque b a, a c, ea quæ ex c b area ad triangulum rationem habet datam.

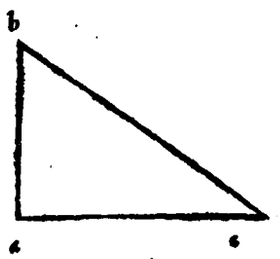


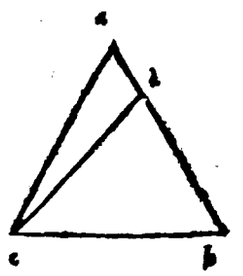
Aliter.

Angulus a aut eſt rectus, aut acutus, aut obtuſus. ſit prius rectus: quod igitur ab utroq; b a c id quod ex b c excedit, eo quod bis ſub a b c, & eius quod bis ſub b a c ad a b c triangulum ratio data. Eſto autem acutus qui ſub b a c, excitenturq; per duodecimam primi elementorum ab ipſo c in ipſam a b perpendiculari c d, quoniam triangulum a b e, oxygonium eſt, & excitatur perpendicularis c d. Quæ igitur ex b a c, æqua ſunt & ei quod ex b c, & eis quod bis ſub b a d. Commune adiungatur quod bis ſub b a c. Quæ igitur ex b a c, unà cum eo quod bis ſub b a c, quod eſt ex utroq; b a c, æqua ſunt ei quod

ex b a

ex b c & ei quod bis ſub b a d, & inſuper ei quod bis ſub b a c, hoc eſt ei quod bis ſub utroq; e c d et a b. Quare quod ex utroq; b a c maius eſt eo quod ex b c, eo quod bis ſub utroq; c a d & a b. Quare quod ab utroque b a c maius eſt eo quod ex b c, eo quod bis ſub utroque d a c & b a, & quoniam angulus b a c datus eſt, & qui ſub a d c quoq; datus eſt. Et reliquus igitur qui ſub d c a datus eſt. Datur igitur triangulum a d c, ſpecie. Ratio igitur ipſius a d ad a c data eſt, quare & utriuſque d a c ad a c, ratio eſt data. Et eius igitur quod ſub utroq; d a c & a b, ad id quod ſub b a c, ratio eſt data. Et eius quod bis ſub utroque d a c & a b ad id quod ſub b a c ratio eſt data. Eo quia qui ſub b a c, angulus datus eſt, & eius quod bis ſub utroque d a c & a b igitur ad a b c, triangulũ ratio data eſt. Sed iam eſto angulus qui ſub b a c obtuſus, & producta b a in eam per duodecimã primi elementorum perpendicularis agatur c e, & ponatur per ſecundam primi elementorum ipſi a c æqualis a f. Quoniam igitur angulus b a c, eſt obtuſus excitaturq; perpẽdicularis c e, quæ igitur ex b a, a c, unà cum eo quod bis ſub b a e, hoc eſt bis ſub b a f, æqua ſunt ei quod ex b c. Commune proiectum ſit quod bis ſub b a c. Quæ igitur ex b a, a c unà cum eo quod bis ſub b a c, hoc eſt, ex utroq; b a c, unà cum eo quod bis ſub b a f, æqua ſunt ei quod ex b c, unà cum eo quod bis ſub b a c. Commune auferatur quod bis ſub b a f, quod igitur ab utroq; b a c, æquũ eſt ei quod ex b c, & ei quod bis ſub b a c f. Quare quæ ex utroq; b a c, id quod ex b c, excedit eo quod bis ſub b a e f. & quoniã angulus b a c, datus eſt, & qui ſub e a c, igitur datus eſt. Sed et qui ſub c e a datus eſt: & reliquus igitur qui ſub a c e datus eſt. Datur igitur a e c, triangulũ ſpecie. Ratio igitur ipſius c e ad a e data eſt, hoc eſt ad a f. Quare & ipſius a c ad c f, ratio eſt data. Ipſius autẽ a c ad c e ratio eſt data, & ipſius e c ad c f, igitur ratio eſt data. Quare & eius quod ſub e c, a b, ad id quod ſub c f a b ratio eſt data. Ipſius autem quod ex a b, c e ad a b c, triangulũ ratio eſt data, quare & eius quod ſub c f, b a, ad b c, triangulum ratio eſt data, eſtq; quod bis ſub f c b a, quo maius eſt quod ex b c: eo igitur maius eſt quod ex utroq; b a c, eo quod ex b c, ea area ad triangulum rationem habet datam.

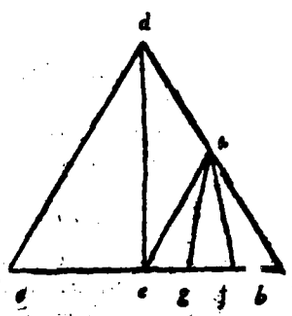






Aliter.

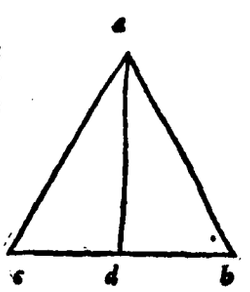
Excitetur b a et ipſi a c æqualis ponatur d a, cõnectaturq; d c. Quoniam igitur angulus a b c datus eſt, & eius uterq; qui ſub a d c, a c d, dimidium eſt. Datur ergo uterq; eorum qui ſub a d c, a c d, & reliquus igitur qui ſub d a c, datus eſt. Datur ergo triangulum a c d ſpecie. Ratio igitur ipſius a c ad c d, data eſt. Et quoniam qui ſub a d c, datus eſt, excitetur eidem æquus uterq; eorum qui ſub d e c, a f c, per uigeſimam ſecundam primi elemẽtorum. Et quoniam angulus b d c, ipſi d e c æquus eſt. Communis autem qui ſub a b c ipſius d b e trianguli exiſtens, & ipſius d b c. Reliquus igitur angulus d b e, reliquo angulo b c d, eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt b d e, triangulum ipſi d b c triangulo. Eſt igitur ſicut c b ad b d, ſic eſt d b ad d c b. Quod igitur ſub c b, b c, hoc eſt quod ſub e c b, unà cum eo quod ex c b ei æquũ eſt quod ex b d, hoc eſt ei quod ex utroq; b a c, æqualis enim eſt d a ipſi a c. Quod igitur ſub e c b, unà cum eo quod ex c b, æquum eſt ei quod ex utroq; b a c. Quod igitur ex utroq; b a c, id quod ex b c excedit, eo q; ſub b c e. Dico igitur q; ratio ipſius qui ſub b c e ad a b c, triãgulum data eſt. Quoniam æqualis eſt angulus b d e, angulo b c d, quorũ qui ſub a d c, ei qui ſub a c d, eſt æqualis. Reliquus ergo qui ſub c d e, reliquo qui ſub a c b eſt æqualis. Eſt autẽ & qui ſub d e c, ei quæ ſub a f c, æqualis: reliquus ergo qui ſub c a f, reliquo qui ſub d c e, eſt æqualis, æquiangulũ igitur eſt triangulum a c f, triangulo d e c. Eſt igitur ſicut c a ad a f, ſic d c, ad c e: & uicißim igitur per 16 quinti



elementorum ſicut c a ad d c, ſic a f ad c e. Ratio autem ipſius a c ad c d data eſt. Ratio igitur ipſius a f ad c e data. Excitetur per duodecimam primi elementorum, ab ipſo a in b c, perpendicularis a g. & quoniam angulus a f c datus eſt, eſt autem & qui ſub a g f datus, & reliquus ergo qui ſub g a f datus eſt. Datur ergo a g f triangulum ſpecie. Ratio igitur ipſius f a ad a g data eſt, ipſius autem f a, a c, c e ratio data eſt. Quare & quod ſub a g b c ad id quod ſub b c, c e, ratio data eſt. Eius autem quod ſub a g, b c, ad id quod ſub a c b, triangulum ratio eſt data, & eius quod ſub b c, c e ad a b c ratio eſt data. Eſt autem quod ſub b c, c e, quamaius eſt quod ex utroq; b a c, eo quod ex b c. Quare igitur maius eſt quod ex utroque b a c, eo quod ex d c, ea area ad triangulum rationem habet datam.

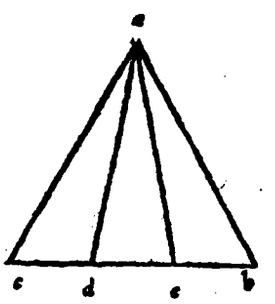
Scholium ſuper prima demonſtratione 63 propoſitionis.

Si in triangulo iſoſcele acta fuerit aliqua recta linea utcunque in baſin, quod exacta unà cum eo quod ſub baſis ſegmentis, æquum eſt ei quod ex uno laterum æqualiũ gignitur. Sit nempe iſoſceles triangulum a b c, æquum habens latus a b lateri a c, & ab ipſo a in b c agatur quædam recta linea utcunque a d. Dico quòd ex a d unà cum eo quod ſub b d c, æquum eſt ei quod ex a c, ipſa a d in b c, aut perpendicularis eſt, aut non. Sit prius perpendicularis, & quoniam recta linea aliqua b c ſecatur biſariam in d. Quod igitur ſub c d b, æquum eſt ei quod ex b d, commune apponatur quod ex a d: quod igitur ſub c d b, unà cum eo quod ex a d, æquum eſt ei quod ex a d, d b. At eis quæ ex a d, d b, æquum eſt quod ex a b. Quod uerò ſub d b unà cum eo quod ex a d, æquum eſt ei quod ex a b. Sed iam non ſit perpendicularis a d, excitetur q; ab ipſo a in b c, perpendicularis a e. Et quoniam recta quædam linea ſecatur in æqualia in e, & in inæqualia in d. Igitur per nonam ſecundi elementorum quod ſub c d b, unà cum eo quod ex d e, ei eſt æquum quod ex b e, commune apponatur quod ex a e, igitur quod ſub c d b, unà cum eo quod ſub a e, e d, æquum eſt ei quod ex a e, e b, æquum eſt autem eis quæ ex a e, e d, id quod ex a d. Quod igitur ſub c d b, unà cum eo quod ex a d, eis eſt æquum quod ex a d b, & eis quæ ex a d b, id quod ex a b, eſt æquũ, quod autem ſub c d b, unà cum eo quod ex a d, ei quod ex a b.



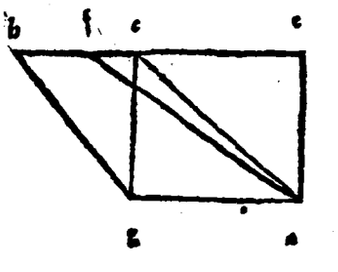
Scholium in ſecundam demonſtrationem.

Quoniam autem quod ſub a f c d, trianguli duplum ſit, ſic demonſtrabimus. excitetur per a ipſi c d, parallelus per trigeſimam primi elementorum ipſa a g, & per eandem ipſi a f, per g, parallelus excitetur g h. Bina igitur ſunt parallelogrãma ipſa a h, a d. ſupponitur autem a c ipſi d g, parallelus ſuper eadem baſi a g exiſtentes & in eidẽ parallelis a g, c h, parallelogrammũ igitur a h, per trigeſimamquintam primi elementorum, ipſi a d, parallelogrammo æquũ eſt, & quoniam quod ſub a f, a g, eſt ipſum a h, æqualis autem eſt a g ipſi c d, & quod igitur ſub a f, c f d, eſt quod a h. Duplum autem eſt a h ipſius a c a trianguli per 41 primi elementorum: quoniam & a d. Quod igitur ſub a f, c d, duplum eſt ipſius a c d trianguli.



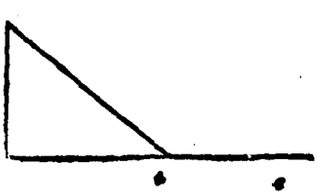
Item ſcholium.

Si enim eſſe[icemus in rectas lineas d a ipſi a c, ſicut d a c, & per] excitemus d b. Man[ecimam primi elementorum ad angulos rectos] ſi d c, ipſa autem d c, ip[ſi d a, manifeſtum e]rit quod dictum eſt. Quo[niam enim ſicut ſe habent baſes, ſic & parallelogramma ſub eodem] [faſtigio exiſtentia.



Super tertia demon[ſtratione ſcholium.

Eſto recta linea d e, & ipſi quia[m d e, ponatur d a, ipſi autem a c, ipſa a c, et ab ipſo a ipſi a [c, per 11 primi elemẽt. ad angulos excitetur rectos a b, & [ipſi a b æqualis



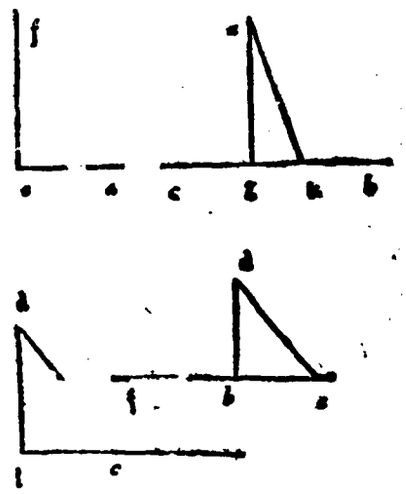
qualis eſto d c. Quoniam igitur ipſius d a c ad c a, ratio data eſt, ſicut autem d a c ad c a, ſic quod ſub d a c, a b, ad id quod ſub c a, a b, & eius quod ſub d a c, a b, ad id quod ſub c a, a b: igitur ratio eſt data: eſt autem & eius quod ſub c a, a b ad a b c, triangulum ratio data per 66 theorema, & quod ſub d a c, a b: igitur ad id quod ex a b c triangulum ratio eſt data per 8 theorema.

Super eadem ubi agitur de angulo obtuſo.

Si enim per c ipſi e b, per 31 primi elementorum agamus parallelos, & per eandem per a b ipſi e ei agamus parallelos, manifeſtum enim q; quod ſub e c, a b eſt ipſum a b & a g ipſius a b c, trianguli dupl̄ eſt, ac per hoc & a b c, triangulum rationem datam habet: ſi enim per c ipſi e b, & per a b ipſi e c, per eandem parallelos agamus, manifeſtum igitur, quæ enim ex a ipſi e c, eſt æqualis, ſicut in ſuperiori ſcholio habetur.

Super quarta demonſtratione 67.

Quoniam autem ipſam d e c, ipſi a d c, æqualem conſtituere poßimus: ſeorſum ab Apollonio ſic demonſtrabimus, quoniam enim angulus a c d æquus eſt angulo a d c, maior eſt qui ſub b c d, eo qui ſub a d c: ponatur, inquam, ipſi b c d, æquus angulus qui ſub b d e, & extendatur b c, eſt autem angulus qui a d b, communis & ipſius d b c, & ipſius d b e, trianguli. Reliquus ergo qui ſub b d c, reliquo qui ſub d e c eſt æqualis. Quoniam autem uniuerſaliter ſit poßibile à dato ſigno ſicut a, in datam rectam lineam b c, deducere rectam lineam æquum efficientem angulum dato angulo d e f, ſic oſtendemus. Angulus enim d e f, aut eſt rectus, aut acutus, aut obtuſus. Siquidē igitur rectus eſt, manifeſtum, ago enim ab ipſo a perpendicularem a g, æquus igitur eſt angulus e ipſi g. Sed iam eſto angulus d e f, acutus, excitetuŕ per duodecimam primi elementorum ab ipſo d in e f, perpendicularis d h, ab ipſo autem a in b c, ipſa a g, conſtituatuŕ ad ipſam a g rectam lineam, ad ſignuḿ in ea a ipſi e d h, per 23 primi elementorum, æquus angulus g a k. Reliquus igitur qui ſub d e f, ei eſt æquus qui ſub a k g. Sed iam eſto obtuſus angulus qui ſub d e f, extenſa igitur d e, in l: acutus igitur qui ſub f e l, perpendicularis excitetur, per duodecimam primi elementorum d l, & ipſi l d e, æqualis ponatur g a k. Sic igitur qui ſub d e l, ei eſt æquus qui ſub a k g. Quare & ex conſequenti qui ſub d e f, ei qui ſub a k b, eſt æqualis.

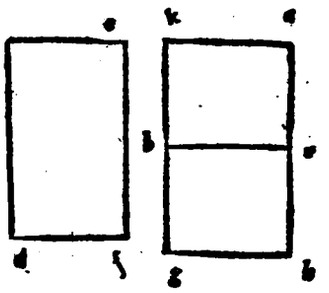


Theorema 68. Propoſitio 68.

Si bina æquiangula parallelogramma adinuicem rationem datam habuerint, unum latus ad unum latus rationem habuerit datam, & reliquum latus ad reliquum latus rationem habebit datam.

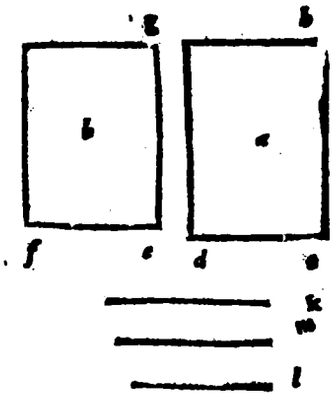
Bina ſiquidem parallelogramma a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, habeat autem & unum latus ad unum latus rationem datam, ſit autem ipſius b e ad f d ratio data. Dico quòd & ipſius a e ad f c, ratio eſt data: comparetur enim ad ipſam e b, parallelogrammum æquum ipſi c d, ſitq; per uigeſimamquintam ſexti elementorum e g, ponatuŕ ut a e ipſi e b, ſit in rectas lineas, in rectas igitur lineas eſt k b, ipſi b g. Quoniam igitur ipſius a b ad c d, ratio eſt data, æqũ eſt autem c d ipſi e g. Ratio igitur ipſius a b ad e g, eſt data: quare & ipſius a e ad e h, ratio eſt data. Et quoniā æqũ eſt e g, ipſi

ipſi c d, eſt autem & æquiangulum. Igitur per 14 ſexti elementorum latera quæ circum æquos angulos ſunt reciproca, eſt igitur ſicut e b ad f d, ſic eſt c f ad e h. Ratio autem ipſius e b ad f d data, et ipſius igitur c f ad e h, ratio eſt data, ipſius autem e h ad a e, ratio eſt data, & ipſius igitur a e ad c f, ratio eſt data.



Aliter.

Exponatur data recta linea k, & quoniam ratio ipſius a ad b data eſt, eadem eidem fiat quæ ipſius k ad l. Ratio autem ipſius a ad b data, & ipſius igitur k ad l ratio eſt data. Data autem eſt k, data igitur & l per conuerſionẽ primæ diffinitionis. Rurſus quoniã ipſius c d ad e f, ratio eſt data, eadẽ eidem fiat quæ ipſius k ad m. Igitur ratio ipſius k ad m data eſt. Data aũt & k, data igitur & m, eſt autem & l data. Ratio igitur & ipſius l ad m data eſt, & quoniam æquiangulum eſt a ipſi b, igitur a ad b rationem habet ex lateribus compoſitam, per 23 ſexti element. hoc eſt ex ea ratione quam habet c d ad e f, et h c ad e g. Sed & k ad l rationem habet compoſitam ex ea quam habet k ad m, et m ad l. Ratio igitur compoſita ex ea quam habet c d ad e f, & h c ad g e eadem eſt compoſitæ rationi ex ea quam habet k ad m, & m ad l. Quantum ipſius c ad e f, ratio eadem eſt ei quæ eſt ipſius k ad m rationi, reliqua ergo quæ ipſius h c ad g e, ratio eadem eſt ei quæ eſt ipſius m ad l, ipſius autem m ad l ratio eſt data. Igitur & ipſius h c ad e g, ratio eſt data.



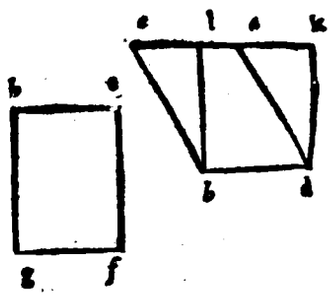
Scholium.

Si fuerint binæ rectæ lineæ, aſſumaturq; quædam una recta linea, una priorum ad alteram rationem habet compoſitam ex ea quam habet prima ad extrinſecus utcunque ſumptam, & quam aſſumpta ad alteram.

Theorema 69. Propoſitio 69.

SI bina parallelogramma datos angulos habuerint, habuerint autem & adinuicem rationem datam, unumq; latus uni lateri rationem habuerit datam, & reliquum latus ad reliquũ latus rationem datam habebit.

Bina ſiquidem parallelogramma a b, g e, datos habentia angulos, eos qui ad d f, adinuicem rationem datam habeant. Ipſius autem d b ad f g, ratio ſit data. Dico quòd & ipſius a d ad e f, ratio data eſt. Siquidem igitur æquiangulum eſt a b, parallelogrammum ipſi d g parallelogrammo, manifeſtum eſt. Si autem non. Conſtituatur per 25 primi element. ad ipſam d b, ad ſignumq; in ea d ei qui ſub e f g, æqualis angulus b d k. Compleaturq; d l, parallelogrammum. Quoniam uterq; ipſorum d a c, a k d, angulorum datus eſt, & reliquus igitur qui ſub a d k, datus eſt. Datur igitur triangulum a d k ſpecie. Igitur ipſius a d ad d k, ratio data eſt. Et quoniam ipſius d c ad f h, ratio eſt data, ſupponitur enim & eſt æquum d c ipſi d l, per 35 primi elementorum. Ratio igitur ipſius d l ad f h data eſt. Et æquiangulum eſt d l ipſi f h, & ratio ipſius d l ad f h, data eſt. Eſtq; ipſius d l ad e g, ratio data, & inſuper ipſius d b ad f g, id enim eſt receptum. Ratio igitur & ipſius d K ad e f data eſt, & ipſius d K ad d a ratio eſt data, & ipſius igitur a d ad e f, ratio eſt data.



Scholium.

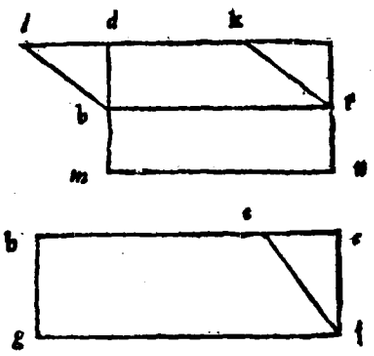
In uniuerſum enim ſi parallelogrammi unus angulus datus fuerit, & reliqui dati erunt, imo enim data ex neceſſario et conſequentes dabuntur, quare & econuerſo.

Theorema 70. Propoſitio 70.

SI binorum parallelogrammorũ quæ circum æquales angulos

uel inæquales datos, tamen latera adinuicem rationem datam habuerint, & ipſa parallelogramma adinuicem rationem datam habebunt.

Binorum ſiquidem parallelogrammorum a b, c g, quæ circum angulos qui ad f c, aut æquos aut inæquales, datos tamen latera adinuicem rationem habeãt datam, hoc eſt ſit ratio ipſius quidem a c ad e f, data itidemq; ipſius b c ad f g. Dico quòd & ipſius c d ad f h, ratio eſt data: eſto enim æquiangulum c d ipſi f h. Comparetur q; per uigeſimam quintam ſexti element. ad c b, rectam lineam ipſi f h, parallelogrammo æquum parallelogrammũ c m, ponaturq; ut a c ipſi c n, ſit in rectam lineã. Igitur & d b ipſi b m, erit in rectam lineam. Et æquum eſt b n ipſi f h, eſt autem & æquiangulum. Igitur per decimamquartam ſexti elementorum ipſorum b n, h f, latera quæ circum æquos angulos ſunt reciproca. Eſt igitur e b ad f g, ſic f e ad c n. Ratio autem ipſius e b ad f g, data eſt. Ratio igitur & ipſius e f ad c n data eſt, ipſius autem e f ad a c ratio eſt data: et ipſius igitur a c ad c n ratio eſt data. Quare & ipſius c d ad c m, ratio eſt data: eſt autem c m ipſi f h, æquale. Ratio igitur & ipſius c d ad e g, data. Non ſit iam æquiangulum a b, ipſi f h. Conſtruaturq; per 23 primi elementorum ad ipſam b c, rectam lineã, ad ſignum in ea c ei qui ſub e f g angulo æqualis angulus b c k, compleaturq; parallelogrammum c l. Et quoniam angulus a c b datus eſt, & reliquus igitur qui ſub a k c datus eſt, eſt autem & qui ſub c a k datus, & reliquus igitur qui ſub a k c datus eſt. Datur ergo triangulum a c k ſpecie. Ratio igitur ipſius a c ad e k eſt data, ipſius autem a c ad e f, ratio eſt data, ipſius autem a c ad e f, ratio eſt data, & ipſius c k, igitur ad e f, ratio eſt data, eſt autem & ipſius c b ad f g, ratio data, æquum autem eſt c l ipſi c d. Ratio ipſi c d. Ratio igitur ipſius c d ad f h, data eſt.



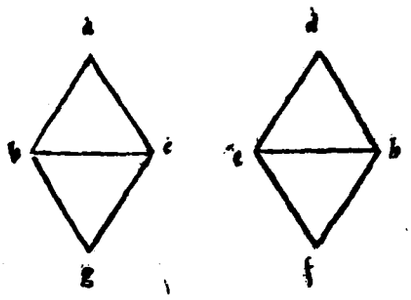
Scholium.

Nam quoniam æquiangulum eſt a b ipſi e g, æqualis eſt qui ſub a c b, ei qui ad g & qui ad f exterior interiori, & alius igitur ad g ei qui ad f, eſt æqualis, ſimiliter quoq; et alij a c b, in rectum igitur eſt d b, ipſi b m. Quoniam enim parallelus eſt a g. ipſi d m anguli qui ſub d b c, b c n, inuicẽ ſunt æquales. Rurſus quoniam parallelus eſt m b ipſi a c, qui ſub m b c, a c b, ſunt inuicem æquales, qui ſub a c b, b c n, eis qui ſub d b c, c b l ſunt æquales. Recti enim duo, qui ſub a c b, b c n, & qui ſub d b c, c b m. Si autem ad rectam lineam & ad ſignum, & quæ ſequuntur, ut in 23 primi elementorum.

Theorema 71. Propoſitio 71.

SI binorum triangulorum quæ circum æquos angulos, uel inæquales, datos tamen, latera rationem habuerint datam, & eadem triangula adinuicem rationem datam habebunt.

Duorum, inquam, triangulorũ a b c & d e h, quæ circum æquos angulos, aut inæquales datos tamen, latera adinuicem rationem habeant datam. Sitq; ipſius b a ad d e ratio data, & ipſius a c ad d h. Dico quòd & ipſius a b c trianguli ad d e h triangulum ratio eſt data. Cõpleantur enim a g, d f, parallelogrãma: quoniam igitur binorum parallelogrammorum a g, d f, quæ circum æquos angulos, uel inæquales datos tamen, eos qui ad a d latera adinuicem rationem habẽt datam, & parallelogramma per præcedentem rationem datam habebũt. Ratio igitur ipſius a g ad d f, data eſt, ipſius autem a g dimidiũ eſt per conuerſionẽ quadrageſimamprimam primi elementorum, triangulum a b c, ipſius autem d f, per eandem ipſum d e h. Ratio igitur a b c trianguli ad d e h triangulum data eſt.

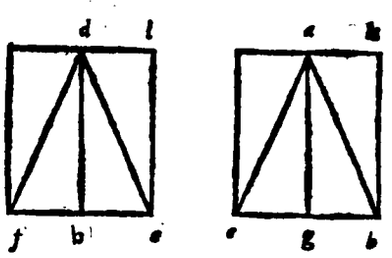


Theorema

Theorema 72. Propoſitio 72.

SI duorum triangulorũ baſes in data ratione fuerint, & quæ in ipſas ductæ ab angulis aut æquos aut inæquales angulos efficientes, datos tamen, eos qui ad baſin, adinuicem rationẽ habuerint datam, & eadem triangula adinuicem rationem habebunt.

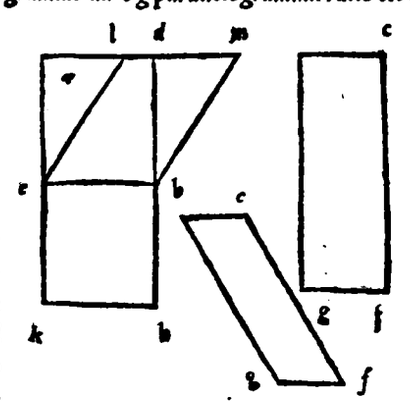
Sint bina triangula a b c, d e f, excitenturq; a g, d h, aut æquos angulos efficientes a g c, d h f, uel inæquales: datos tamen. Eſtoq; ratio ipſius quidem b c ad e f, data ipſius autem a g ad d h, itidem data. Dico quòd & ipſius a b c, trianguli ad d e f, triangulum ratio data eſt. Cõpleantur enim ipſa k c, l f, parallelogramma, & quoniam anguli a g c, d h f, aut æquales, aut inæquales ſunt, dati tamẽ: æqualis autem eſt angulus a g c, angulo k b c, & qui d h f, ei qui ſub l e f. Et qui ad b e, igitur anguli aut æquales aut inæquales ſunt tamen dati. Et quoniã ratio ipſius a g ad d h data eſt, æqualis autem eſt a g, ipſi k b & d h, ipſi l e. Ratio igitur ipſius k b ad l e, data eſt: eſt autem & ipſius b c ad e f, ratio data, & qui ad b e, ſigna anguli aut æquales, aut inæquales ſunt, dati tamen. Et ipſius igitur c k, parallelogrammi ad l f, parallelogrammum ratio eſt data. Quare & ipſius a b c, trianguli ad d e f, triangulum ratio eſt data.



Theorema 73. Propoſitio 73.

SI binorũ parallelogrammorũ quæ circũ æquos aut inæquales angulos, datos tamen, latera ſic ſe habuerint ſicut latus ad aliquid aliud, habuerit aũt & reliquũ primi latus ad idem rationẽ datam, & ipſa parallelogramma adinuicẽ rationẽ datam habebunt.

Binorum, inquam, parallelogrammorum a b, e g, quæ circum æquales aut inæquales angulos, datos tamen, eos qui ad c f, latera ſic adinuicem ſe habeant, ut ſit ſicut c b ad f g, ſic e f ad c k. Ipſius autem a c ad c k ratio eſto data. Dico quòd & ipſius c d, parallelogrammi ad e g parallelogrammũ ratio eſt data. Sit enim prius a b ipſi e g, æquiangulũ, cõparaturq; per 25 ſexti elementorum ad ipſam c b, rectam lineam ipſi e g, parallelogrammo æquum c h, ponaturq; ut a c, ipſi c k ſit in rectam lineam. In rectam igitur eſt lineam & d b, ipſi b h: et quoniam c h, ipſi e g, eſt æquale, eſt autem & æquiangulum c h ipſi e g. Ipſorum igitur c h e g, latera quæ circũ æquales angulos per 14 ſexti elementorũ ſunt reciproca: eſt igitur ſicut b c ad f g, ſic e f ad c k. Sicut autem c b ad f g, ſic e f, ad quam a c, rationem habet datam. At a c uerbi gratia ad d aut quãpiam aliam rationem habet datam. Ratio igitur ipſius a c ad c k eſt data. Quare et ipſius a b ad c h, hoc eſt e g, ratio data eſt. Non ſit autem æquiangulum. Conſtituaturq; per 23 primi elementorum ad ipſam c b rectam lineam, ad ſignáq; ad ipſam c ei qui ſub e f g, angulo, æquus angulus qui ſub b c l, compleaturq; c m parallelogrammum. Quoniam uterque qui ſub a c b, l c b, angulorum datus eſt, et reliquus igitur qui ſub a c l eſt datus. Datur autem & qui ſub c a l, & reliquus ergo qui ſub c l a datur. Quare triangulum a c l ſpecie datur. Ratio igitur ipſius a c ad c l data eſt. Et quoniam eſt ſicut b c ad f g, ſic eſt e f, ad quam ipſa a c, rationem habet datam. Ipſius autem a c ad c l, ratio eſt data: eſt igitur ſicut c b ad f g, ſic f e ad c l. Eſtq; æqualis angulus l c m, angulo e f g. Ratio igitur ipſius c m parallelogrammi ad e g, parallelogrammum data eſt. Æquum autem eſt c m ipſi c d. Ratio igitur ipſius c d ad h g data eſt.



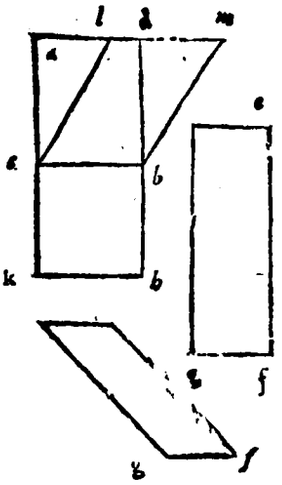
Theorema 74. Propoſitio 74.

SI bina parallelogramma rationem adinuicẽ datam habuerint, aut in angulis æqualibus, aut inæqualibus datis tamẽ, erit ſicut

primi

primi latus ad ſecundi latus, ſic alterum ſecundi latus ad quod reliquum primi rationem habet datum.

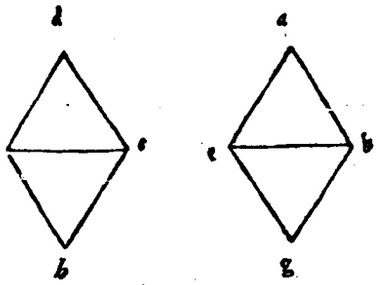
Bina ſiquidem parallelogrãma a b, e g, adinuicem rationẽ habeãt datã, aut in æqualibus, aut in inæqualibus angulis datis tamẽ, eis qui ad c f. Dico q; eſt ſicut c b ad f g, ſic eſt e f ad quod a c, rationẽ habet datã. Ipſum inquam, a b, ipſi e g, aut eſt æquiangulũ, au non. Sit prius æquiangulum, compareturq; ad rectam lineam c b ipſi e g, parallelogrammo per 25 ſexti element. æquum parallelogrammum c h, ponaturq; ut a c ipſi c k, ſit in rectam lineam. In rectam igitur eſt lineam a b ipſi b h, & quoniam ipſius a b ad e g, ratio eſt data, æquum autem eſt e g ipſi c h, ratio igitur ipſius a b ad c h, data eſt, quare & ipſius a c ad c k ratio eſt data. Et quoniam æquum eſt c h, ipſi e g, eſt autẽ & æquiangulum. Ipſorum igitur c h, e g, per 14 ſexti elementorum, latera quæ circum æquos angulos ſunt reciproca. Eſt igitur ſicut c b ad f g, ſic e f, ad quod a c, rationem datam habet. Non ſit autem æquiangulum, conſtituaturq; per 25 primi element. ad ipſam c b rectam lineam ad ſignumq; in ea c ei qui ſub e f g, angulo æqualis angulus l c b. Compleaturq; c m parallelogrammũ. Quoniam igitur ipſius c m ad e g, ratio eſt data, æquum eſt autem c d ipſi c m. Ratio igitur ipſius c m ad e g, data eſt, eſt autem angulus l c b, angulo e f g, æqualis eſt igitur ſicut b c ad f g, ſic e f ad quod c l rationem habet datam, ipſius autem c a ad c l, ratio eſt data, eſt igitur ſicut c b ad f g, ſic e f ad quod a c, rationem habet datam.



Theorema 75. Propoſitio 75.

SI bina triangula adinuicẽ rationem habuerint datam, aut in æqualibus angulis aut in inæqualibus, datis tamen, erit ſicut primi latus ad ſecundi latus, ſic alterum ſecundi latus ad quod reliquum primi rationem habet datam.

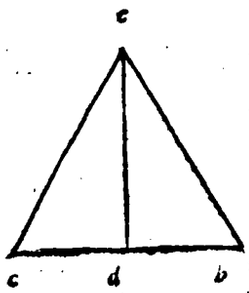
Sint bina triangula a b c, d e f, adinuicem rationem datam habentia, ſintq; anguli qui ad a d, aut æquales aut inæquales, dati tamen. Dico quòd eſt ſicut a b ad d e, ſic eſt d f, ad quod a c rationẽ habet datam. Compleantur enim a g d h, parallelogramma, & quoniam trianguli a b c ad d e f, triangulum ratio eſt data. Ratio igitur & ipſius a g, parallelogrammi ad d h parallelogrammum data eſt. Quoniam igitur bina parallelogramma a g d h, adinuicem rationem habent datam aut in æqualibus, aut in inæqualibus angulis, datis tamen. Eſt igitur per præcedentem ſicut a b ad d e, ſic d f ad quod a c rationem habet datam.



Theorema 76. Propoſitio 76.

SI à uertice trianguli ſpecie dati in baſin perpendicularis acta fuerit, acta ad baſin rationem habet datam.

Sit ſpecie datum triangulũ a b c, excitetur q; ab ipſo a in b c, perpẽdicularis a d. Dico quòd ratio ipſius a d ad b c data eſt. Quoniã enim triangulum a b c datum eſt ſpecie, datus igitur eſt & qui ſub a b d, angulus eſt autem & qui ſub b d a, datus: & reliquus igitur qui ſub b a d, datus eſt: datur ergo triangulum a b d ſpecie. Ratio igitur ipſius a b ad b c data eſt, & ipſius igitur a d ad c b ratio eſt data.

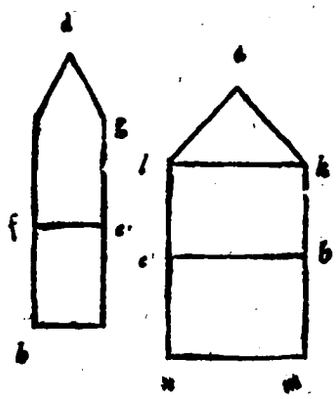


Theorema 77. Propoſitio 77.

SI binæ ſpecies ſpecie datæ adinuicem ra-

tionem datam habuerint, & unumquoduis unius latus ſpeciei ad quoduis alterius rationẽ datã habebit.

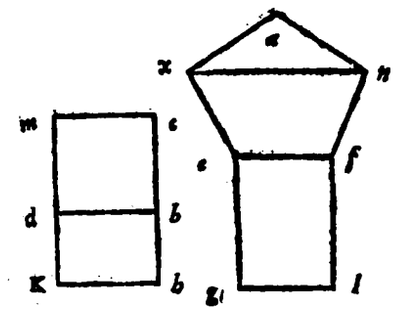
Binæ, inquam, ſpecies a b c, d e f, ſpecie datæ adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd & unumquoduis latus ipſius a b c, ad unumquoduis latus ipſius d e f, rationem habet datam. Deſcribantur per 46 primi elementorum ex b c, e f, quadrata b n, e h. Quoniam ab eadem recta linea b c, binæ ſpecies deſcribuntur, quæ utcunque ſpecie ſunt datæ, ſcilicet a b c, & b n. Igitur per 49 propoſitionem ratio ipſius a b c ad b n, data eſt. Idq; propterea iam rurſus & ipſius d e f, ad e g, ratio eſt data. Quoniam igitur ipſius a b c ad d e f, ratio eſt data, ſed ipſius quidem a b c ad b n, ratio eſt data: quare & ipſius b c ad e f, ratio eſt data.



Theorema 78. *Propoſitio 78.*

SI data ſpecies ad rectangulum aliquod rationem habuerit datam, & unum latus ad unum latus rationem habuerit datam, datur rectangulum ſpecie.

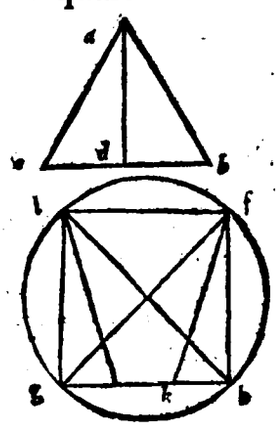
Data enim ſpecies a f b ad rectangulum c d, rationem habeat datam, ſitq; ipſius f b ad c d, ratio data. Dico quòd c d ſpecie datur. Deſcribatur per 46 primi element. ex f b, quadratum f g. Cõpareturq; per 25 ſexti element. ad ipſam e d, ipſi f g, æquum parallelogrammum e k, ponaturq; ut c e ipſi e h, ſit in rectam lineam, in rectam igitur lineam eſt & m d, ipſi d k. Et quoniam ab eadem recta linea f b bina rectilinea quæ utcunq; ſpecie data ſunt deſcribuntur a f b, f g. Ratio igitur ipſius a f b, ad f g per 49 propoſitionem data eſt. Ipſius autem a f b ad c d ratio eſt data, & ipſius ergo f g ad c d, ratio eſt data. Sed f h ipſi e k eſt æquale, & ipſius c d ergo ad e k ratio eſt data. Quare & ipſius c e ad e h ratio eſt data. Et quoniam f g ipſi e k, æquum & æquiangulum eſt, eſt autem & rectangulum. Igitur per 14 ſexti element. ipſorum latera reciproca ſunt, eſtq; ſicut f b ad e d, ſic e h ad f l. Ratio autem ipſius f b ad e d ſupponitur data. Ratio igitur & ipſius e h ad f l data eſt. Ipſius autem e h ad c e, ratio eſt data, & ipſius ergo c e ad f l ratio eſt data, æqualis autem eſt f l ipſi f b, quadrati enim. Ipſius ergo f l ad e d, ratio eſt data: componatur enim, & ipſius igitur c e ad e d, ratio eſt data, et angulus qui ad e rectus eſt. Datur ergo c d ſpecie.



Theorema 79. *Propoſitio 79.*

SI bina triãgula unum angulum uni angulo æqualẽ habuerint, & ab æqualibus angulis in baſes perpendiculares rectæ lineæ actæ fuerint, fuerit autẽ ſicut primi trianguli baſis ad perpendicularem, ſic alterius trianguli baſis ad perpendicularem, æquiangula erunt ipſa triangula.

Sint bina triangula a b c, b f g, æquos habentia angulos qui ad f b, excitẽturq; per 22 primi element. ab ipſis f b, perpendiculares b d, f k, ſit autem ſicut a c ad b d, ſic g h ad f k. Dico q; æquiangulum eſt b c triangulum ipſi h f g triãgulo. Deſcribatur per 5 quarti element. circum triangulum f g h circulus, cuius ſegmentum ſit h f g. Conſtituaturq; per 23 primi element. ad ipſam

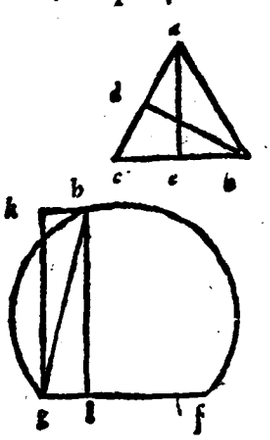


ipſam h g rectam lineam ad ſignum q; in ea h ei qui ſub b a c angulo æquus angulus qui ſub g h l. Connectantur q; ipſæ f l, l g, excitetur q; per 12 primi element. perpendicularis l m. Et quoniam angulus b a d angulo l h g eſt æqualis, & qui ſub h l g ei qui ſub a b c, & reliquus igitur qui ſub b c a reliquo qui ſub h g l, eſt æqualis. Simile igitur eſt triangulum b c a ipſi h l g triangulo & perpendiculares ductæ ſunt b d, l m, eſt igitur ſicut a c ad b d, ſic h g ad l m, per 7 6 propoſitionem. Erat autem ſicut a c ad b d, ſic b g ad f k, ſupponitur enim. Et ſicut igitur per 11 quinti element. h g ad m l: ſic h g ad f k, æqualis igitur eſt f k ipſi l m, eſt autem & parallelus & f l ipſi h g, eſt æqualis & parallelus. Aequalis igitur eſt angulus f l h ipſi l h g angulo. Sed qui ſub l h g ipſi b a c eſt æqualis, qui uerò ſub f l h ipſi f g h eſt æqualis. Et qui ſub b a c igitur ei qui ſub f g h eſt æqualis, eſt autem & qui ſub a b c ei qui ſub f h g, æqualis. Reliquus igitur qui ſub b c a, reliquo qui ſub f h g, eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt a b c triangulum ipſi f h g triangulo.

Theorema 80. Propoſitio 80.

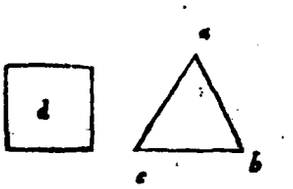
SI triangulum unum habuerit angulum datum, & quod ſub datum angulum comprehendentibus rectis lineis, ad id quod ex reliquo latere quadratum rationem habuerit datam, datur triangulum ſpecie.

Eſto triangulum a b c datum habẽs angulum qui ad a, & quod ſub b a c ad id quod ex b c rationem habeat datam. Dico quòd ipſum a b c triangulum ſpecie datur, excitẽtur enim per 12 primi elementorum, ab ipſis a b in ipſas b c, c a, perpendicularis b d, a e. Quoniam igitur angulus b a d, datus eſt, eſt autem & qui ſub a d b datus. Datur ergo triãgulũ a d b ſpecie, ratio igitur ipſius a b ad b d, data eſt, quare & eius quod ſub a c b d, ratio eſt data. Ei autem quod ſub a c, b d, æquũ eſt id quod ſub b c a e, utrũq; enim eorum ipſius a b c trianguli duplum eſt. Ratio igitur & eius quod ſub b a c, ad id quod ſub b c a e data eſt. Eius autem quod ſub b a c ad id quod ex b c ratio eſt data, & eius quod ſub b c, a e, igitur ad id quod ex b c ratio eſt data, & ipſius b c ad a e, ratio eſt data, exponatur poſitione, & magnitudine data recta linea f g. Deſcribatur q; ſuper ipſa f g ſegmentum f h g per 33 tertij elementorum, datum habens angulum æquum ipſi b a c. Datus autem eſt qui ſub b a c angulus, datus igitur & qui in f h g, ſegmento angulus, poſitione igitur eſt ſegmentum f h g, excitetur per 11 primi element. ab ipſo g ipſi f g ad angulos rectos g k: poſitione igitur eſt g k, fiat q; ſicut b c ad a e, ſic f g ad g k. Ratio autem ipſius b c ad a e data eſt. Ratio igitur & ipſius f g ad g k data eſt. Data autem eſt f g, data igitur & g k, ſed & poſitione, eſt q; datum ipſum g, datum igitur & k, excitetur per 31 primi element. per ipſum K ipſi f g, parallelus K h, poſitione igitur eſt K h, poſitione autem ipſum f h g. Datum igitur eſt ſignum h. Connectatur f h, h g, excitetur q; per 12 primi element. perpendicularis h l. Data igitur eſt h l, eſt autem & h ſignum datum. Et utrũq; ipſorum f g, Datur igitur unaquæq; ipſarum h f, f g, g h poſitione & magnitudine. datur ergo f h g, triangulum ſpecie. Et quoniam eſt ſicut b c ad a e, ſic f g, ad g K, æqualis autem eſt g K, ipſi h l, eſt igitur ſicut b c ad a e, ſic f g ad h l, eſt q; æqualis angulus b a c angulo f h g, æquiangulum igitur eſt per præcedentem a b c triangulum ipſi h f g triangulo. Datur autem h f g triangulum ſpecie, datur igitur & a b c triangulum ſpecie.



Aliter.

Sit triãgulum a b c, datum habẽs angulum qui ad a, ſit autem eius quod ſub b a, a c, ad id quod ex c b ratio eſt data. Dico quòd triangulum a b c ſpecie datur. Nam quoniam angulus b a c, datus eſt, qua igitur maius eſt quod ex utroq; ipſius b a c, eo quod ex b c, ea area ad b a c triangulum rationem habet datam: qua aũt eſt maius quod ex utroq; ipſius b a c, eo quod ex b c ſit area d. Ratio igitur ipſius d areæ ad a b c, triangulum data eſt. Ipſius autem a b c ad id quod ſub b a c ratio eſt data, eo quia angulus qui ſub b a c datus eſt. Et ipſius igitur d, areæ ad id quod ſub b a c ad id quod ex b c, ratio eſt data, & ipſius igitur d ad id quod ex b c ratio eſt data, & componendo igitur per 18 quinti element. ipſius d areæ unà cum ea quod ex b c, ad id quod ex b c, ratio eſt

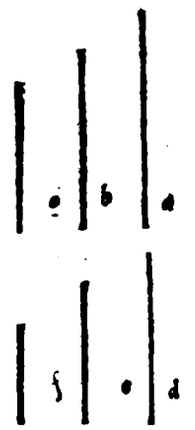


data. Sed area d unà cum ea quæ ex b c eſt id quod ex utraq; b a c. Ratio enim eius quod ex utraque b a c ad id quod ex b c data eſt, quare & utriuſque b a c ad b c ratio data eſt, eſtq; angulus qui ſub b a c, datus: datur igitur triangulum a b c ſpecie.

Theorema 81. *Propoſitio 81.*

SI tres rectę lineę proportionales, exiſtentes tribus rectis lineis proportionalibus exiſtentibus, extremas in ratione data habuerint, medias in data ratione habebunt, & ſi extrema ad extremã rationem datam habuerit, & media ad mediam, reliqua ad reliquam extremam rationem datam habebit.

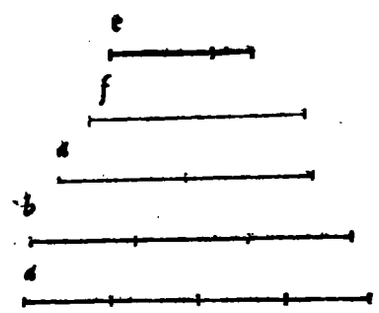
Tres, inquam, rectæ lineæ proportionales exiſtentes a b c, tribus rectis lineis proportionalibus exiſtentibus d e f, extremas in data ratione habeant, ſitq; ipſius quidẽ a ad d ratio data, ipſius autem c ad f, ratio quoq; data. Dico quòd ipſius b ad e, ratio eſt data, nam quoniã ipſius a ad d ratio quidem data eſt, ipſius autem c ad f, ratio quoq; eſt data. Ratio igitur eius quod ſub a c ad id quod ſub d f, data eſt. Sed ei quidem quod ſub a c, æquũ eſt id quod ex b, per 17 ſexti element. ei autẽ quod ſub d f per eandẽ: æquum eſt id quod exe, ratio igitur eius quod ex b ad id quod ex e data eſt, quare et ipſius b ad e, ratio data eſt. Eſto iam rurſus ipſius quidem a ad d ratio data, ipſius q; b ad e, ratio eſt data. Dico quòd & ipſius c ad f ratio eſt data. Nam quoniam ratio ipſius a ad d eſt data, ipſius autẽ b ad e, ratio eſt data: ratio quoq; eius quod ex b ad id quod ex e data. Sed ei quidem quod ex b æquũ eſt id quod ex a c per 17 ſexti elem. Ei autem quod ex e, per eandem æquũ eſt id quod ex d f: ratio igitur eius quod ſub a c ad id quod ſub d f eſt data, & unius lateris a ad unum latus d ratio eſt data, & reliqui igitur c ad reliquũ f ratio eſt data.



Theorema 82. *Propoſitio 82.*

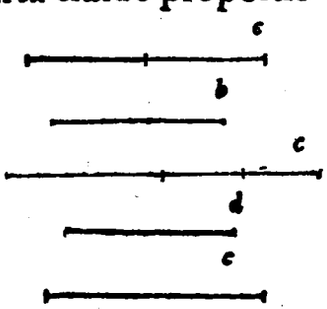
SI quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erit ſicut prima ad quam ſecunda rationem habet datam, ſic tertia ad quam quarta rationem habet datam.

Sint quatuor rectæ lineæ proportionales a b, c d, ſicut a ad b, ſic c ad d. Dico quòd eſt ſicut a ad quã b rationẽ habet datam, ſic c ad quam d rationẽ habet datã: eſto enim ad quã b rationem habet datã e, fiatq; ſicut b ad e, ſic d ad f. Ratio aũt ipſius b ad e data, ratio igitur ipſius d ad f data. Et quoniã eſt ſicut a ad b, ſic c ad d. Eſt autem & ſicut b ad e, ſic d ad f, ex æquali igitur per uigeſimã ſecundã quinti element. ſicut a ad e, ſic e ad f. Eſtq; e ad quã b rationẽ habet datam, et f ad quã d: eſt igitur ſicut a ad quam b rationem habet datam, ſic c ad quam d rationẽ habet datã.



Theorema 83. *Propoſitio 83.*

SI quatuor rectæ lineæ ſic ſe adinuicẽ habuerint, ſicut tribus aſſumptis ex ipſis quomodocunq;, & quarta eiuſdẽ proportionali aſſumpta, ad quam reliqua earum quę in principio quatuor linearum rectarum rationem habet datam, proportionales gigni ipſas quatuor rectas lineas, erit ſicut quarta ad tertiam, ſic ſecunda ad quam primam rationem habet datam.



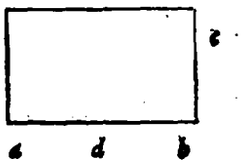
Sint quatuor rectæ lineæ a b, c d, ſic ſe habentes adinuicem, ut tribus ex ipſis quomodocũq; aſſumptis, & quarta eiſdẽ, hoc eſt e ad quã d rationẽ habet datam proportionales fieri ipſas a b c e, rectas lineas. Dico q; eſt ſicut d ad e, ſic b ad

ſic b ad quam a rationem habet datam. Nam quoniam eſt ſicut a ad b, ſic c ad e. Quod igitur ſub a c, ei eſt æquum quod ſub b c, per 16 ſexti element. Et quoniam ratio ipſius c ad d, data eſt. Ratio igitur ipſius quod ſub a d ad id quod ſub a e data eſt. Quod autem ſub a e, ei eſt æquum quod ſub b c. Ratio igitur eius quod ſub a d ad id quod ſub b c data eſt, igitur ſicut d ad c ſic b ad quã a rationem habet datam.

Theorema 84. Propoſitio 84.

SI binæ rectæ lineæ datam areolam comprehenderint in dato angulo, & altera altera data maior fuerit, & ipſarum utraque data erit.

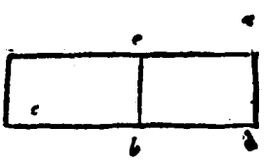
Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c areolam comprehendant a c in angulo ſub a b c. At c b ipſa b a data maior ſit. Dico quòd utraq; ipſarum a b, b c, data eſt. Nam quoniam c b ipſa b a dato maior eſt. Sit data d c. Reliqua igitur d b ipſi a b, eſt æqualis: compleatur a c. Et quoniam æqualis eſt a b ipſi b d. Ratio igitur ipſius a b ad b d data eſt. Datus autem eſt angulus a b d. Datur igitur a d ſpecie. Quoniam a c data eſt, ad datam d c adiungitur excedens ſpecie dato a d. Datur igitur exceſſus per 59 datorum. Data igitur eſt b d. Sed & d c. Igitur tota b c data eſt, eſt autem & a b data, utraque igitur a b, b c data eſt.



Theorema 85. Propoſitio 85.

SI binæ rectæ lineæ datam areolã comprehenderint in dato angulo, fuerit aũt & utraq; ſimul data, & ipſarũ utraq; data erit.

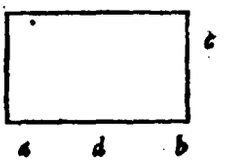
Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c, datam areolam comprehendant a c in dato angulo a b c data. Dico quòd & utraq; ipſarum a b, b c, data erit. Extendatur c b in d, ponaturq; per 2 primi element. ipſi a b æqualis b d, & per 31 primi element. per d ipſi b a parallelus excitetur d e. Compleatur q; a d, & quoniam æqualis eſt d b ipſi b a. Et angulus a b c datus eſt, quoniam & qui ex utraq; parte datus eſt. Datur igitur e b ſpecie. Et quoniã a b c, ſimul data eſt, æqualis autem eſt & a b ipſi d b. Data igitur eſt d c. Quoniam igitur a c data eſt, ad datam d e comparatur deficiens ſpecie dato e b, igitur per 58 Datorum dantur latitudines defectus. Datæ igitur ſunt ipſæ a b, b d. Sed & utraque ſimul a b c, data eſt. Data igitur eſt utraq; ipſarum a b, b c.



Theorema 86. Propoſitio 86.

SI binæ rectæ lineæ datam areolam comprehenderint in dato angulo, potuerit autem utraq; dato maius quàm in ratione, & ipſarum utraq; data erit.

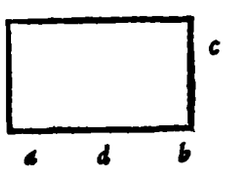
Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c datam aream comprehendant a c, in dato angulo a b c, quod autem ex b c eo quod ex a b dato maius ſit quàm in ratione. Dico quòd & utraque ipſarum a b, b c, data eſt. Nam quoniam quod ex c b eo quod ex b a dato maius eſt quàm in ratione. Auferatur datum, ſitq; quod ſub c b, b d. Reliqui igitur quod ſub c d, c b ad id quod ex a b ratio data eſt. Et quoniam quod ſub a b, b c, datum eſt, eſt autem quod ſub c b, b d datum. Ratio igitur eius quod ſub a b, b c ad id quod ſub c b, b d, data eſt. Sicut autem quod ſub a b, b c, ad id quod ſub c b, b d: ſic a b ad b d. Quare & ipſius a b ad b d ratio eſt data. Quare & eius quod ex a b ad id quod ex b d ratio eſt data. Eius aũt quod ex a b ad id quod ſub b c, c d ratio eſt data, & eius quod ſub b c, c d, igitur ad id quod ex d b ratio eſt data. Quare & eius quod quater ſub b c, c d ad id quod ex b d ratio eſt data. Et eius igitur quod quater ſub b c, c d unà cum eo quod ex b d ad id quod ex b d ratio eſt data. Sed id quod quater ſub b c, c d unà cum eo quod ex b d, id eſt quod ex utroque ſimul eſt ipſius b c, c d. Ratio igitur utriuſq; ſimul quod ex b c, c d ad id quod ex b d data eſt. Quare & utriuſque b c, c d, ad b d, ratio data eſt. Et componendo igitur per 18 quinti element. binarum b c ad b d, ratio eſt data. Quare unius c b, ad b d, ratio eſt data. Sicut autem c b ad b d, ſic quod ſub c b, b d ad id quod ex b d. Et eius quod ſub c b, b d igitur ad id quod ex b d ratio eſt data. Datum autem quod ſub c b d, datum igitur & quod ex b d. Data igitur eſt b d, quare & b c data eſt, ipſius enim c b ad b d ratio



est data, & datur b d. Datur igitur & b c, est autem & a c, datum, & angulus a b c datus. Data igitur est a b, utraq; igitur ipsarum a b, b c, data est. Theorema 87. Propositio 87.

SI binæ rectæ lineæ areolam comprehenderint datam in dato angulo, quod à maiori uerò minore dato maius fuerit, & ipsarum utraque data erit.

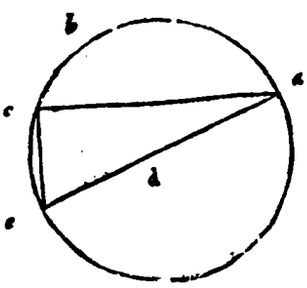
Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c datam aream comprehendant a e in dato angulo a b c, quod autem ex a b dato maius esto, eo quod ex b c, dico quòd utraq; ipsarum a b, b c data est. Nam quoniã quod ex a b, eo quod ex b, dato maius est. Auferatur datum, sitq; quod sub a b, b d. Reliquum igitur quod sub b a, a d, æquum est ei quod ex b c. Et quoniam quod sub a b, b c, datum est, est autem & quod sub a b, b d datum. Ratio igitur eius quod sub a b, b d, ad id quod sub a b, b c data est. Estq; sicut quod sub a b, b d ad id quod sub a b, b c, sic d b ad b c. Ratio igitur ipsius d b ad b c, data est. Ratio igitur & eius quod ex d b, ad id quod ex b c data est. Ei autem quod ex b c, æquum est id quod sub b a, ad a d. Ratio igitur eius quod sub b a, a d, ad id quod ex d b, data est. Et eius igitur quod quater sub b a, a d unà cum eo quod ex d b ad id quod ex d b ratio est data. Sed quod quater sub b a, a d, una cum eo quod ex b d, id est quod ex utraque simul ipsarum b a, a d. Ratio igitur & eius quod ex utraque simul b a, a d, ad id quod ex d b data est. Ratio igitur & utriusq; simul b a ad b d data est. Et componendo igitur per 18 quinti elementorum, utriusq; simul b a, a d, unà cum ipsa d b hoc est binarum a b ad b d, ratio est data, & unius igitur a b ad d b, ratio est data. Ipsius aũt d b ad b c, ratio est data. Et ipsius igitur a b ad b c, ratio est data. Et quoniã ipsius a b ad b d ratio est data, estq; sicut a b ad b d, sic quod ex a b ad id quod sub a b, b d. Ratio igitur & eius quod ex a b ad id quod sub a b, b d data est. Datum aũt est quod sub a b, b d, sic enim datum aufertur. Datũ igitur est & quod ex a b. Data igitur est a b, estq; ratio ipsius a b ad b d data: data igitur est & b c. Theorema 88. Propositio 88.



SI in circulo magnitudine dato, recta linea acta fuerit assumens segmentũ capiens angulum datum, datur acta magnitudine.

In circulo enim a b c magnitudine dato, excitetur a c assumens segmentum a e c, accipiens angulum datum. Dico quòd a c datur magnitudine. Assumatur enim per 1 tertij element. centrum circuli, sitq; illud d, & connexa a d, et extendatur in e & connectatur c e. Datus igitur est qui sub a c e. Rectus enim est, est autem & qui sub a e c, datus, & reliquus igitur qui sub c a e. datus est, datur igitur triangulum a e c specie. Ratio igitur est ipsius a e ad a c data, data autem est ea magnitudine, quoniam & circulus datur magnitudine. Data igitur est a c magnitudine.

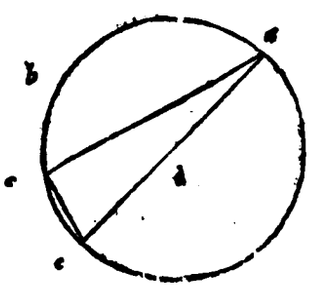
Theorema 89. Propositio 89.



SI in circulo magnitudine dato, recta linea acta fuerit data magnitudine, relinquetur segmentum capiens angulum datum.

In circulo enim magnitudine dato a b c, recta linea excitetur a c data magnitudine. Dico quòd relinquetur segmentum capiens angulum datum. Accipiatur enim per 1 tertij element. centrũ circuli, sitq; illud d & connexa a d extendatur in e, & quoniã utraque ipsarum e a, a c est data. Ratio igitur ipsius e a ad a c, data est. Et angulus qui sub a c e, rectus est. Datur igitur a c e triãgulum specie. Datus igitur est angulus a e c.

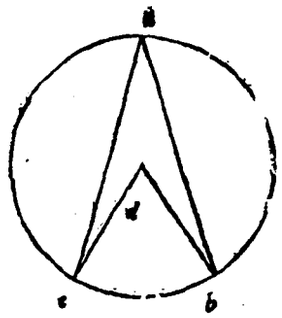
Theorema 90. Propositio 90.



SI in circuli positione dati circunferẽtia assumptũ fuerit signum datũ, ab hoc autem ad circuli circunferentiã infringatur aliqua recta linea datum angulum efficiens, datur alter finis refractæ.

Circuli enim positione dati a b c in circunferentia accipiatur datum signum b, ab ipso autem b refringatur recta linea b a c, datum efficiens angulum b a c. Dico quod c signum datur. Assumatur

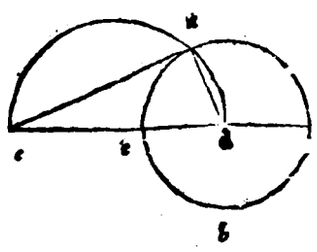
tur per 1 tertij elementorum ipſius circuli centrum d, & connectantur b d, d c. Et quoniam utrunq; ipſorum b d, datum eſt poſitione igitur eſt ipſa b d. Et quoniam angulus b a c datus eſt. Datus igitur eſt angulus b d c. Quoniam igitur ad poſitione rectam lineam b d ad ſignumq; d recta linea excitatur d c datum efficiens angulum b c d. Data igitur ipſa d c poſitione, datus eſt autem & circulus a c b. Datum igitur eſt c ſignum.



Theorema 91. Propoſitio 91.

SI à dato ſigno, poſitione datum circulum tangens recta linea acta fuerit, datur acta poſitione & magnitudine.

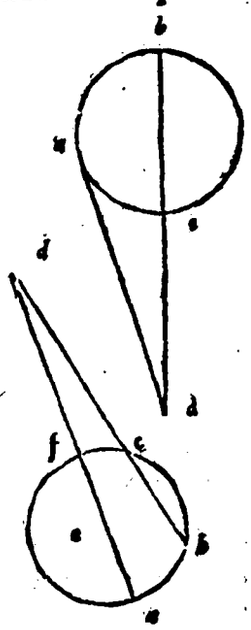
A dato enim ſigno c poſitione datũ circulũ a b tangens recta linea excitetur c a. Dico q; c a recta linea datur poſitione & magnitudine. Accipiatur enim per 1 tertij element. ipſius circuli centrum d, & cõnectatur d a, & quoniam datũ eſt utrunq; ipſorum d c, data eſt igitur d c, eſtq; angulus d a c, datus igitur ſuper c d, deſcriptus ſemicirculus ueniet per a, ueniat ſitq; d a c, poſitione igitur eſt d a c, poſitione autem eſt a b circulus. Igitur a datum eſt. Sed & c datum eſt. Data igitur eſt a c poſitione & magnitudine.



Theor. 92. Prop. 92.

SI extra circulũ poſitione datũ aſſumptum fuerit aliquod datũ ſignum, ab ipſo autem ſigno in circulum acta fuerit aliqua recta linea, quod ſub acta & ea quæ inter ipſum ſignum & curuam circunferẽtiam comprehenſum rectangulum datum.

Extra enim circulum poſitione datum a b c aſſumatur ſignum aliquod d, ab ipſo autem d ſigno extendatur recta linea d b ſecans circulum. Dico quòd quod ſub b d, d c datum eſt, excitetur enim ab ipſo d ſigno ipſum a b c, circulũ tangens, recta linea d a, per 17 tertij element. Data igitur eſt d a poſitione & magnitudine. Quoniam igitur data eſt a d, datum igitur eſt & quod ex a d, & eſt æquale ei quod ſub b d, d c, per 36 tertij element. Datum igitur eſt quod ſub b d, d c.



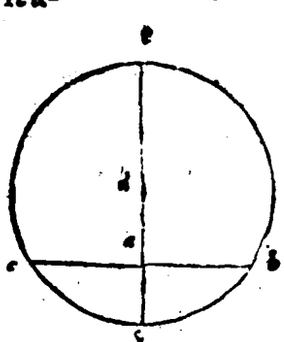
Aliter.

Aſſumatur per 1 tertij element. ipſius circuli centrum e, & connectatur d e, extendatur in a & quoniam datum eſt utrunque ipſorum e d. Data igitur eſt e d poſitione. Datur autem & a b f circulus, datum igitur eſt utrunque ipſorum a f, eſt autem ipſum d datum. Data igitur eſt utraq; ipſarum a f, f d. Datum igitur eſt quod ſub a d, d f, & ei eſt æquum quod ſub b d, d c, ei quod ſub a d, d f. Datum igitur eſt quod ſub b d, d c.

Theorema 93. Propoſitio 93.

SI in circulo poſitione dato, aſſumptũ fuerit aliquod datũ, ac per ſignũ illud acta fuerit aliqua recta linea in ipſo circulo, quod ſub actæ ſectionibus comprehenſum rectangulum datum eſt.

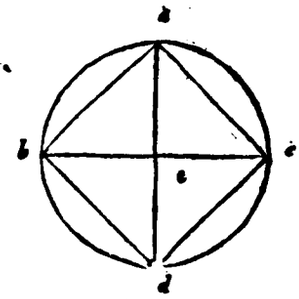
In circulo enim dato poſitione b c accipiatur ſignũ aliquod datum a, ac per a excitetur quædam recta linea b c. Dico q; quod ſub b a, a c datum eſt. Aſſumatur enim per primam tertij elemen. ipſius circuli centrum, ſitq; d & connexa a d extendatur ad f e. Quoniam igitur utrũq; ipſorum d a, datum eſt, poſitione igitur eſt d a, poſitione autem & c b f circulus. Datum igitur eſt utrunque ipſorum f e, eſt autẽ & a datum. Data igitur eſt utraq; ipſarũ f a, a e. Datum igitur quod ſub f a, a e, & ei eſt æquum quod ſub b a, a c, datum igitur eſt quod ſub b a, b e.



Theorema 94. Propoſitio 94.

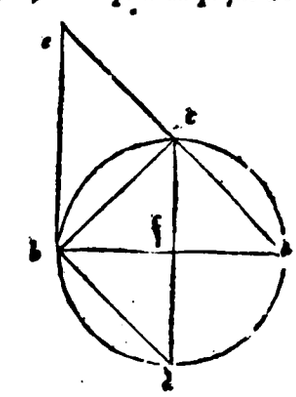
SI in circulo magnitudine dato recta linea acta fuerit, aſſumens ſegmentum capiens angulum datum, & qui in ſegmento angulus bifariam ſectus fuerit, utraque ſimul angulum datum comprehendens ad ſecantem angulum bifariam rationem habebit data, & quod ſub utraq; ſimul angulum datum comprehendente recta linea, & infra aſſumpta ab ea quæ angulum bifariam ad circunferentiam diſpeſcit, datum erit.

In circulo enim magnitudine dato a b c recta excitetur linea b c aſſumens ſegmentum capiens angulum datum qui ſub b a c, ſeceturq; ipſe b a c, per 9 primi elementorum bifariam recta linea a d. Dico quod ratio utriuſq; ſimul b a c ad a d, data eſt: & etiam quod datum eſt id ſub utraq; ſimul b a c, & e d. Connectatur b d & quoniã in circulo magnitudine dato d a c, excitatur b c aſſumens ſegmentum b a c, capiens angulum datũ b a c. Data igitur eſt b c magnitudine. Idq; propterea iam & b d, data eſt magnitudine. Ratio igitur ipſius b c ad b d data eſt. Et quoniam angulus b a c, bifariam ſecatur à linea recta a d eſt igitur ſicut b a ad a c, ſic b e ad e c, uicißim igitur per 16 quinti element. ſicut a b ad b e, ſic a c ad c e, & ſicut utraq; ſimul b a c ad b c, ſic a c ad c e. Et quoniã angulus b a e angulo e a c, eſt æqualis, eſt autem & qui ſub a c e, ei qui ſub b d e æqualis. Reliquus igitur qui ſub a e c, reliquo qui ſub a b d, eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt a e c, triangulum ipſi n b d triangulo. Eſt igitur ſicut a c ad c e. Sic a d ad b d. Sed ſicut a c ad c e, ſic utraq; ſimul b a c ad b c, & ſicut igitur per 11 quinti element. utraque ſimul b a c ad b c, ſic a d ad d b, uicißim igitur per 16 quinti elementorum, ſicut utraq; ſimul b a c ad a d, ſic b c ad b d. Ratio autẽ ipſius b c ad b d data eſt. Ratio igitur & utriuſq; ſimul b a c ad a d data eſt. Dico quòd et quod ſub utraq; ſimul b a c, & d e, datũ eſt: nam quoniam æquiangulum eſt triangulum a e c ipſi d e b, triangulo, eſt igitur ſicut b d ad d e, ſic a e ad c e. Sicut autem a c ad c e, ſic eſt utraq; ſimul b a c ad b e, & ſicut igitur per 11 quinti element. utraq; ſimul b a c ad b c, ſic eſt b d ad b e. Igitur quod ſub utraque ſimul b a c & d e, æquum eſt ei quod ſub e b & b d. Datum eſt quod ſub e b, & b d datum igitur & quod ſub utraq; ſimul b a c, & e d.



Aliter idem.

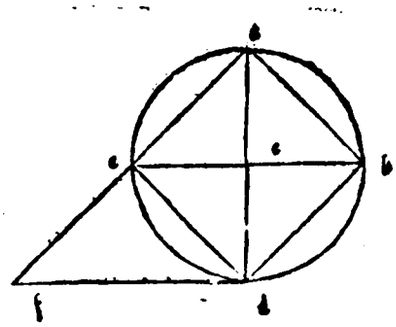
Extendatur a c in e, ponaturq; ipſi c b, æqualis c e, cõnectanturq; e b, b d. Et quoniam qui ſub a c b, duplus eſt utriuſq; ipſorum a c d, c e b, æqualis igitur eſt qui ſub c b e, angulus ei qui ſub a c d, hoc eſt ei qui ſub a b d. Communis ponatur qui ſub a b c. Totus igitur qui ſub d b c, toti qui ſub f b e, eſt æqualis, eſt autem & qui ſub c a b, ei qui ſub c d b, æqualis. Reliquus igitur angulus qui ſub c e b, reliquo angulo qui ſub d c b, eſt æqualis: æquiangulum igitur eſt e a b, triangulum ipſi c d b triangulo. Eſt igitur ſicut e a ad a b. Sic c d ad d b. Ipſa autem utraq; d e eſt ipſa a c b, & ſicut igitur utraque ipſarum ſimul a c b ad a b, ſic c d ad b d. Et uicißim igitur per 16 quinti ele. ſicut utraq; ſimul a c b ad c d. Sic a b ad b d. Ratio autem eſt ipſius a b ad d b data: utraque enim ipſarum data eſt. Ratio igitur & utriuſque ſimul a c b ad c d data eſt. Et quoniam æquiangulum eſt triangulũ e a b, triangulo f b d: eſt igitur ſicut e a ad a b, ſic b d ad d f. Ipſa autem e a, utraq; eſt a c b, & ſicut igitur utraq; a c b ad a b, ſic b d ad d f. Igitur quod ſub utraq; ſimul a c b & f d, æquum eſt ei quod ſub a b, b d. Datum eſt autem quòd ſub a b, b d. Data igitur ipſarum utraque. Datũ igitur eſt & quod ſub utraque ſimul a c b & f d.



Aliter idem.

Extendatur a c, in f, ponaturq; ipſi b a æqualis c f. Connectanturq; b d, d c, d f, & quoniam æqualis eſt b a ipſi c f & d b, ipſi d c. Binæ iam a b, b d binis f c, c d, ſunt æquales altera alteri, & angulus qui ſub a b d, angulo qui ſub d c f, eſt æqualis, quandoquidem a b c d, quadratũ eſt: baſis igitur a d per quartam primi elementorum baſi d f, eſt æqualis, & triangulum a b d, triangulo c d f, eſt æquale, & reliqui

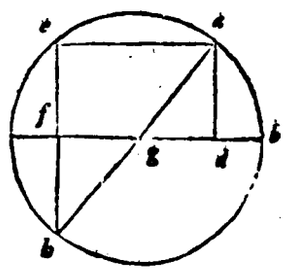
liqui anguli reliquis angulis æquales erunt, quos æqualia latera ſubtendunt. Igitur angulus b a d, angulo d f c, eſt æqualis: datus autem angulus b a d, datus igitur eſt et qui ſub f d c angulus: eſt autem & qui ſub d a f, angulus datus. Datur igitur triãgulum a d f ſpecie. Ratio igitur ipſius f a ad a d, data eſt. At a f, utraq; eſt ſimul b a c, eo quia æqualis eſt c f, ipſi b a. Ratio igitur utriuſq; ſimul b a c ad a d, data eſt, & ſimiliter ſicut prius demonſtrabimus, quòd id ſub utraq; b a c, & e d datum eſt.



Theorema 95. Propoſitio 95.

SI in circuli poſitione dati diametro datum ſignum aſſumptum fuerit, ab ipſo autem ſigno ad ipſum circulum proiecta fuerit aliqua recta linea, & à ſectione ad rectos angulos acta fuerit ipſi excitatę, à ſigno autem in quod concurrit quæ ad rectos angulos ipſi circuli circunferẽtia parallelus acta fuerit excitatę. Datum eſt ſignum quod concurrit parallelus diametro, & quod ſub parallelis comprehenſum rectangulum datum erit.

In circuli enim a b c poſitione dati diametro b c aſſumptum ſit datum ſignum d a c per ipſum d ad circulum producatur quædam utcunq; recta linea d a, ab ipſo autem a ipſi d a angulus excitetur rectus a e, ac per e ipſi a d, per 31 primi element. parallelus excitetur e f. Dico quòd f datum eſt, & quod eà quæ ſub a d, e f, area data eſt, extendatur e f in h, & connectatur a h. Quoniam angulus h e a, rectus eſt, & h a dimetiens eſt circuli a b c, eſt autẽ & b c dimetiens. Igitur cẽtrum g eſt circuli a b c. Datum igitur eſt ſignum g, eſt autem & d datum. Data igitur eſt d g, magnitudine: & quoniam a d ipſi e h, parallelus eſt. Et æqualis eſt h g ipſi g a, per 15 diffinitionẽ primi ele. & d g ipſi g f, & a d f g. Data igitur d g. Data igitur eſt & f g. Sed & poſitione. Vtraq; igitur ipſarum g f, g d data eſt, & g datum eſt. Datum igitur & f, & quoniam in circulo a b c poſitione dato, aſſumitur ſignum f datum, & extenditur e f h. Datum igitur eſt per 95 datorum, quod ſub e f, f h, æqualis autẽ eſt h f ipſi d a. Datũ igitur eſt quod ſub a d, e f. Finis Datorum.



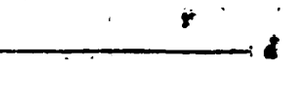
EVCLIDIS DE LEVI ET PONDEROSO FRAGMENTVM.

1 Æqua magnitudine corpora ſunt, quæ loca replent æqua. 2 Diuerſa magnitudine corpora ſunt, quæ loca replẽt nõ æqua. 3 Grandiora magnitudine dicunt corpora, quæ loco ſunt ampliore. 4 Æqua potentia corpora ſunt, quorũ & tẽpore & aere aqua uę media æqualibus & per æqualia interualla æquales ſunt motus. 5 Diuerſa potẽtia corpora ſunt, quorum tempore diuerſo motus ſunt æquales. 6 Diuerſorũ potentia corporũ, maius id potentia dicitur, quod mouẽdo temporis inſumpſit minus: minus autem potentia, quod temporis amplius. 7 Generis eiuſdẽ corpora ſunt, quæ cum æqua magnitudine ſint, etiam ſunt potentia. 8 Diuerſa genere corpora ſunt, quæ cũ æqua magnitudine ſint, potentia nõ ſunt, per idem licet medium moueantur. 9 Diuerſorum genere corporũ, potẽtius id dicitur, quod eſt ſolidius.

Theorema primum.

DIuerſorum potentia corporum, quod ſpacium amplius mouetur, habet amplius potentiæ.

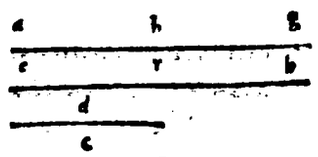
Sint a & b corpora duo, sint g d & e f, spacia duo, g d maius per quod a e f minus per quod b mouetur, resecabo à spacio g d, g r spaciũ, sic ut sit e f spacio spacium g r æquale. Cætera sponte patent.



Theorema secundum.

EOrundem genere corporum si ipsa inter se erunt multiplicia, erunt æquè ipsorum potentiæ multiplices.

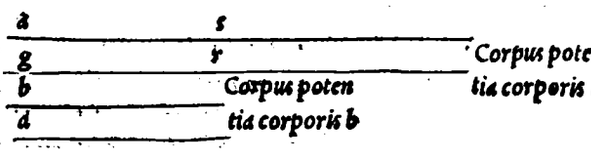
Sit corpus a g, eodem genere corpori d duplũ, dico etiam potentia duplum esse. Sit enim a g, quidem corporis potentia e h, d uerò & a g iuxtà multiplicis excessum in a b & b g diuidatur, sicut utriusq; potentia, ipsius d corporis potentiæ quæ erat c æqualis, fiat rursus ut a g corpus in partes a b, b g, corpori d æquas diuisimus: sic e h, potentiam in partes e r & r h, æquas c potẽtia diuidamus. Liquidum est e h, potentiam duplum potentiæ c euadere.



Theorema tertium.

EOrundem genere corporum, proportio & magnitudine & potentia est eadem.

Sit a corpus corporis eodem genere b duplum, dico ut a corpus ad b corpus est, sic corporis a potentia g ad corporis b potẽtiam d esse. Patet si ut corpora sic potentias æquè utrinq; multipliciter diuidamus.



Theorema quartum.

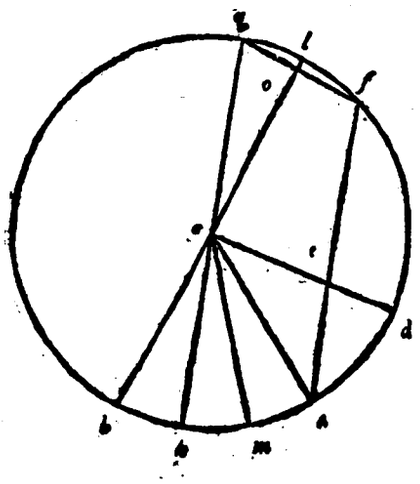
QVæ corpora, æqua potentia eiusdem generis, corpori sunt, eiusdem sunt inter se generis. ablatis enim æqualibus illi tertio, erunt ipsorum uirtutes æquales, quia potentiæ tertij æquales.

Quorum corporum & magnitudo & potentia proportio una est, ipsa generis eiusdem erunt. Sit ut a corpus ad corpus b, sic corporis a potentia ad corporis b potentiam d, dico a b, corpora generis eiusdem esse. Statuamus enim a corpus, æquale corpori cuius potentia sit r. Erunt igitur ut b ad a, sic r ad potentiam ipsius a quæ est g. Reliqua patent.

Ad finem quarti libri hæc à Campano adiecta sunt.

DAtum triangulum in tria æqualia diuidere.

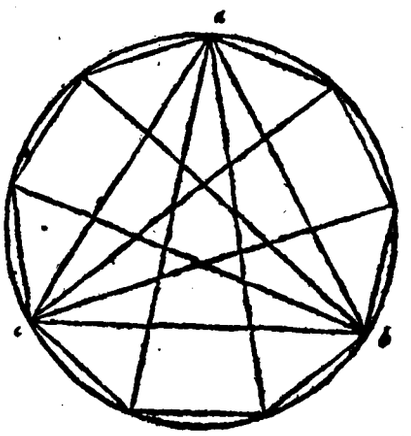
Sit angulus datus c, uolo ipsum diuidere in tres æquales angulos, quod sic facio. Pono primo c, centrum circuli describendo circulum usq; quo secent circumferẽtiam in punctis a & b, tum à puncto c, quod est cẽtrum circuli, duco lineam c d perpendiculariter ad lineam c b & in linea c d assignabo punctum e, à quo duco lineam ad æqualitatem c b usque quo secet circumferẽtiam circuli in puncto f, & produco usq; ad a, deinde protraho lineam g h, æquidistantem f a, quæ scilicet g h, transeat per centrum, et duco lineam f g æquidistantẽ lineæ e c, & protraho lineam c b in continuũ & directum usq; ad l quæ secat lineã f g orthogonaliter in pũcto o et per æqualia, dico ergo q; arcus l g est æqualis arcui b b, propter hoc quod angulus l c e, est æqualis angulo b c b



c b cum ſint contra ſe poſiti. Cùm igitur arcus f g ſit duplus arcui l g, erit duplus arcui h b: ſed arcus f g eſt æqualis arcui h a cum ſint inter duas æquidiſtantes lineas quæ ſunt f a & g b, ergo arcus h a eſt duplus arcui h b, ergo et angulus a c h, eſt duplus angulo h c b. diuidam ergo angulum c h, per æqualia per lineam c, ut patet propoſitum.

INtra datum circulum n ôn angulum æquilaterum at ꝙ ɛquiangulum deſignare.

QVod ſic fieri poteſt, iuxta doctrinam ſecundæ huius, inſcribo circulo aſſignato triangulum æquilaterum atq; æquiangulũ qui ſit a b c, & unumquenq; angulum eius diuidam per tria æqualia, & protraham lineas diuidentes angulos uſq; ad circunferentiam: & tunc quia nouem anguli locati in circulo ſunt æquales, de neceſsitate arcus ſuppoſiti ipſis angulis ſunt æquales. protraham enim cordas ſubtractas ſingulis arcubus, & habebo intentum.



REGISTVM.

† a b c d e f g h i k l m n o p q r s t ũ x y z
Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll Mm Nn
Oo Pp Qq Rr Ss Tt Vu Xx Yy Zz, AA BB
CC. *Omnes ſunt terniones, præter* † *qui eſt duernio.*

BASILEAE, PER IOANNEM HERVAgium & Bernardum Brand, Anno M. D. LVIII. menſe Martio.



1002612