

Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres

3.
✱
EVCLIDIS
ELEMENTORVM
LIBRI SEX
PRIORES.

Quorum demōstrationes tum
alibi sparsim, tum maximè
libro quinto ad faciliorem
captum accommodauit

CAROLVS MALAPERTIVS
Montensis è Societate IESV.



ADVACI,

Typis **BALTAZARIS BELLERI**
sub Circino Aureo

ANNO 1620.



IVVENTVTI MATHEMATVM STUDIOÆ In Academia Duacensi.



Abetis ad manum, Iuuenes ornatissimi, Euclidis Elementa sex priora, hoc est Geometria, atque adeo Mathematicum omnium fundamenta: in quibus explicandis si cuiquam videbor nonnulla subticendo minus accuratè Mathematica demonstrationis numeros omnes explere, is velim intelligat non Sophistis reuincendis, qui de industria velint in luce cæcutire, sed docilibus ingenijs & veritatis amantibus scribere me instituisse. Quibus profecto nescio an mediocri breuitate obscuriora fiant Mathematica, an molestiora nimia quorundam accuratatione, qui seu lectorum ingenio, seu beneuolentia diffusi satis per sese obuia inculcant anxie, & ne quid omisum videatur, tot in vnum ratiocinationes congerunt, quot simul mente complecti sit difficillimum. Id non alibi magis quàm in libro quinto licebit intueri, si cui fuerit opportunum alios passim commentarios cum hoc nostro conferre. Cum enim eius libri Theoremata in

omnem Mathematica partem vim habere amplissimam cernerem; non dubitavi quin proximè cum primis naturæ pronuntiatis cohererent, ea-que proinde noua methodo ad prima statim principia reuocaui, à quibus minimum discessissent. Quid enim attinebat per Multiplicium, & probationum flexus Tyronem circumducere, si propositis clare terminarum notionibus ad ipsam quamprimum veritatem magno compendio poterat penetrare? Hoc sane consilium meum ut ut accipiant alij, vobis tamen Auditoribus meis usu ipso facile probaturum esse confido. Satis vero amplum mihi theatrum estis; neque aliud propositum fuit in hoc opere recudendo, quam vestris seruire commodis, & eam, qua mihi obigit, Spartam ornare pro virili; ad ceteros si quid manabit emolumenti, ponatur in lucro. Vos interim, uti spero, laborem hunc meum, animum certe vestre utilitatis studiosissimum equi bonique consulitis. Valete.

Tua intererit, amice Lector, præcipua Typographorum errata ad calcem libri notata præuidisse: leuiora facile emendabis, et si nullus moneam.

Ego infra scriptus Societatis I E S V
Prouincialis in Prouincia Gallo-Belgica
iuxta priuilegiũ à Serenissimis Principi-
bus nostris ALBERTO & ISABELLA
eidem Societati nostræ concessum, quo
omnibus prohibetur ne libros ab eiusdem
Societatis hominibus compositos, absque
Superiorum permissione imprimant; fa-
cultatem do Baltazaro Bellerio Typogra-
pho Duacensi, vt librum cui titulus est,
Commentarius in priores sex libros Ele-
mentorũ Euclidis, & Institutiones Arith-
meticæ practicę CAROLI MALAPERTII
è Societate I E S V, ad sex annos proximos
imprimere & libere distribuere possit.
Datum Tornaci 9. Nouembris 1619.

FLORENTIUS DE MONTMORENCI.

APPROBATIO.

Hic liber continens Euclidis Elementorum libros sex priores: Item Oratio R. P. CAROLI MALAPERTII de laudibus Mathematicæ nihil habet quod fidem concernat, cuius aduersetur. Datum Duaci 20. Decembris 1619.

GEORGIUS COLVENERIVS S. Theologia
Doct̃or & Profesor, & Librorum in Acadē.
Duacena censor.

EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBER I.

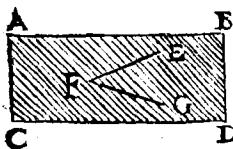
Defini-





Definitiones.

- 1 Punctum est cuius pars nulla.
- 2 Linea longitudo latitudinis expers.
- 3 Lineæ extrema sunt puncta.
- 4 Linea recta est quæ ex æquo suis punctis, seu extremis interiacet: *Sine, cuius extrema obumbrant omnia media.*
- 5 Superficies est quæ longitudinem tantum habet.
- 6 Superficiæ extrema sunt lineæ.
- 7 Plana superficies est quæ ex æquo suis extremis interiicitur.



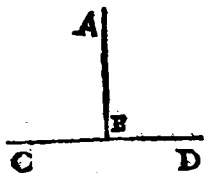
- 8 Planus angulus est duarum linearum in plana superficie se tangentium, & non in directum iacentium, alterius ad alteram inclinatio.

ut planus angulus est EFG; quia in plana superficie ABCD, lineæ EFGF, se tangent in puncto F, & non iacent in directum sine non efficiunt unam rectam lineam, sed ad se mutuo inclinantur, ut constituent angulum EFG.

B

9 Recti-

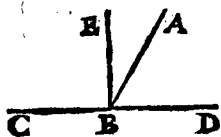
9 Rectilineus angulus est qui rectis lineis constituitur.



10 Quando certa super certam consistens æquales utrimque angulos fecerit, rectus est uterque angulorum æqualium: quæ autem alteri insitit, dicitur linea perpendicularis.

Sic linea AB insitens ipsi CD est eidem perpendicularis, quia angulos qui sunt deinceps ABC, ABD efficit æquales, & uterque angulus idcirco est rectus,

11 Obtusus angulus est, qui maior est recto.

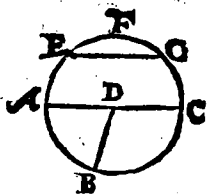


12 Acutus, qui recto minor. Ut obtusus angulus est ABC maior recto EBC, acutus vero & recto minor est ABD.

13 Terminus est quod cuiusque est extremum.

14 Figura est quæ sub aliquo, aut aliquibus terminis continetur.

15 Cir-



15 Circulus est figura vnica lineæ termino contenta, quam circumferentiam seu ambitum dicunt; & ad quam lineam

ex aliquo puncto intra contento omnes lineæ sunt æquales.

16 Punctum autem illud dicitur centrum, *In circulo ABCF centrum est D, ex quo lineæ DA, DB, DC ad ambitum ductæ, & omnes aliæ sunt æquales.*

17 Diameter circuli est recta per centrum acta, & ad ambitum vtrumque terminata. *Cuiusmodi est AD.*

18 Semicirculus est figura comprehensa à diametro & parte circumferentiæ, quæ diametro clauditur. *ut ABC.*

19 Segmentum circuli est, quod à recta lineæ & circumferentia continetur, *quale est EFG.*

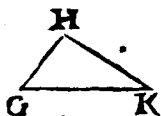
20 Rectilineæ figuræ sunt quæ rectis lineis continentur, Trilateræ quæ tribus, Quadrilateræ quæ quatuor, Multilateræ quæ pluribus.



21 Trilaterarum autem figurarum Triangulum æquilaterum est, quod tria latera habet æqualia. *Quale est triangulum ABC.*



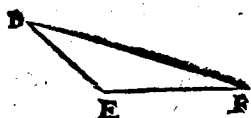
22 Isosceles seu æquicrus aut æquicrurum, quod duo tantum latera aut crura habet æqualia. *Quale est triangulum DE F, in quo duo tantum latera DE, DF, sunt æqualia.*



23 Scalenum triagulum est quod omnia tria latera habet inequalia; *ut G H K.*



24 Rectangulum triangulum est quod continet angulum rectum. *Tale est ABC in quo angulus B est rectus.*

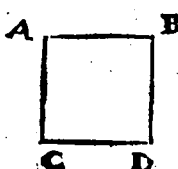


25 Ambligoniū
seu obtusangu-
lum, quod angu-
lū habet obtusū.

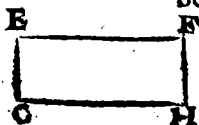
Tale est DEF in quo angulus E est obtusus.



27 Oxygoniū seu acu-
tangulum quod tres a-
cutos habet angulos,
Quale est GHI.

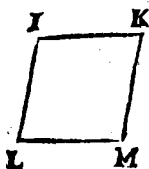


27 Inter Quadrilate-
ras Quadratū est, quod
equilaterum est & æ-
quiangulum, seu quod
& latera & angulos ha-
bet æqualia. ut ABCD.

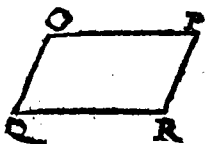


28 Altera parte
longius figura est
æquiangula quidē,
at non æquilatera:

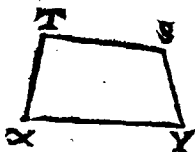
EFGH.



29 Rhombus est fi-
gura æquilatera non
tamen æquiangula :
IKLM.



30 Rhōboides quæ
opposita latera &
angulos æquales ha-
bet, non tamen aut
omnia latera aut
omnes angulos habet æquales OPQR.



31 Aliæ verò figuræ
quæcunque quadri-
lateræ vocētur Tra-
pezia. Quæ irregu-
lares sunt & infinitæ.

STYX &c.



32 Parallelæ li-
neæ sunt quæ in
eodem plano e-
xistentes, productæ in infinitum neutrà
in partem coincident. Sen quæ pari ubi-
que spatio inter se distant, ut lineæ AB, CD.



Parallelogrā-
mum verò est
figura quadri-
tera lineis pa-
rallelis descrip-
ta. Ut figura EFGH est parallelogram-
mum quia describitur lineis EF, GH pa-
rallelis, & lineis EG, FH similiter paral-
lelis.

Postu-

Postulata.

- 1 Petatur à quouis puncto ad aliud quodlibet rectam lineam ducere posse.
- 2 Terminatam & rectam lineam in directum & continuum protendere.
- 3 Equois centro ad quoduis intervallum circulum describere.

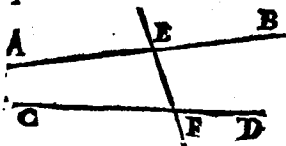
*Communes notiones seu
Axiomata.*

- 1 Quæ eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia.
- 2 Si æqualibus addas æqualia, tota erunt æqualia.
- 3 Si ab æqualibus demas æqualia, quæ remanent erunt æqualia.
- 4 Si inæqualibus adjiciantur æqualia, tota erunt inæqualia.
- 5 Si ab inæqualibus tollantur æqualia, quæ remanent erunt inæqualia.
- 6 Quæ eiusdem dupla sunt, inter se sunt æqualia.
- 7 Quæ eiusdem sunt diuida sunt inter se æqualia.
- 8 Quæ mutuo sibi congruunt, sunt
B 4 æqua-

α qualia inter se.

9 Totum est maius sua parte.

10 Omnes anguli recti sunt inter se α -
quales.



11 Si in duas
rectas recta
incidens angu-
los interiores
& ad eandem

partes duabus rectis minores fecerit,
coincident duæ illæ lineæ, protractæ in
illam partem, ad quam spectant duo
anguli minores rectis. Ut si in rectas *A*
BCD, cadens recta *EF* faciat angulos in-
ternos & ad eandem partem *AEF EFC*
minores duabus rectis, coincident illæ lineæ
protractæ versus partem *AC*.

12 Duæ rectæ spatium non comprehē-
dunt.

13 Partes omnes simul sumptæ suo to-
ti sunt α quales, & totum α quale est
suis omnibus partibus.

*Propositionum alia faciendum aliud pro-
ponunt, & vocantur Problemata; alia con-
siderandum aliquid & contemplandum,
quæ Theoremata inscribuntur.*

Nota.

Notarum in margine significatio.

*Ax. 11. significat axioma undecimum
& sic de reliquis.*

*10 def. 1. significat decimam definitionem
libri primi.*

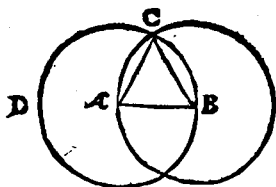
*15 1. hoc est propositio decima quinta li-
bri primi.*

*Const. hoc est ex constructione. hyp. ex
hypothesi.*

Propositiones

Propositio 1. Problema 1.

*Super datâ rectâ lineâ terminatâ trian-
gulum æquilaterum constituere.*



Sit data
recta A B.
Centro igitur A, spatio
A B descri-
batur circu-

lus BCD, & centro B spatio eodem du-
catur circulus alter A C E priorem se-
cans in puncto C, iunganturque certæ
lineæ CA, CB, & factum est quod pro-
poni-

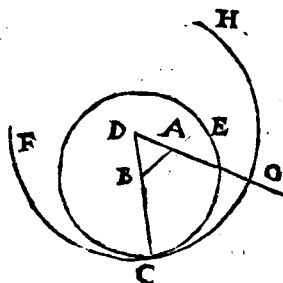
415, def. 1.

6. Law.

ponitur. Nam latus AC cum sit semidiameter eiusdem circuli BCD cui lateri AB eidem AB est æquale, & latus BC cum eodem AB est semidiameter circuli ACE, est ergo BC ipsi BA æquale. Cum ergo AC & BC eidem tertio AB sunt æqualia, paria quoque erunt inter se, ac proinde omnia latera trianguli ABC sunt æqualia.

Propof. 2. Problem. 2.

*Ad datum punctum data recta linea
equalem rectam ponere.*



Vt ad da-
tum punctū
A ponatur
recta æqua-
lis ipsi B C,
ducatur im-
primis recta
AB, & super
ea fiat a triā.

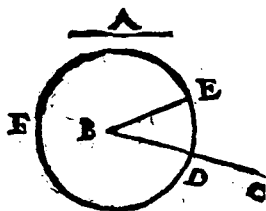
gulum æquilaterum ABD , lateribus DA, DB in directum productis. Inde centro B spatio BC fiat circulus CEF , & centro D spatio DC circulus CGH .
erit-

1.1.1

eritque res peracta. Nam ad punctum A posita est recta AG æqualis ipsi BC; quandoquidem hæ duæ rectæ additis æqualibus BD & AD fiunt æquales semidiametri b circuli CGH. Sunt ergo rectæ AG & BC æquales. b 15. def. 1.

Propo. 3. Proble. 3.

Datis rectis lineis inequalibus de maiore minoriparem auferre.



Vt rectæ A ex maiore BC æqualis auferatur; ad punctum B ponatur BE æ ipsi A æqualis. a 2. 1.

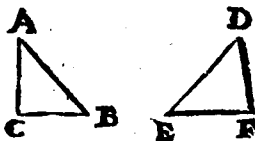
Mox centro B.

spatio BE fiat circulus DEF, eritq; abscissa BD ipsi A æqualis; nam vtræque ipsi BE est æqualis, A quidem ex hypothesis, BD autem quia est eiusdem circuli semidiameter.

Pro-

Proble. 4. Theorema 1.

*Duorum triangulorum si latus unum
vni; & alterum alteri sit æquale, an-
guliq; inter illa latera contenti sint e-
tiam pares; erunt & bases æquales, &
ipsa tota triangula: sed & reliqui an-
guli reliquis angulis pares erunt qui-
bus æqualia latera subtendantur.*



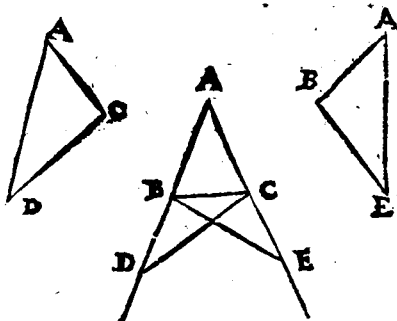
Vt si in
triangulis A
B C, D E F
latus A B,
lateri D E, &

AC alteri D E, sit æquale (quod dicere
solent interpretes alterum alteri latus esse
æquale, vel vtrumque vtrique) simul-
que etiam pares anguli A & D dictis
lateribus contenti; Dico basim B C, basi
E F esse æqualem, & cætera consequi vt
est propositum. Nam si intelligamus tri-
angulum triangulo superponi ita vt an-
gulus A congruat angulo D, congruent
a latera A B, A C, lateribus D E, D F,
alterum alteri, cui nempe est æquale.
Sed congruent etiam bases, ideoque e-
runt

rūt æquales, cum enim puncta B & C, cadunt in E & F, recta B C, cadet in EF: alias puncta extrema B & C non obumbrarent *b* media, contra definitionē ^{b 4. def. 1.} lineæ certæ.

Propo. 5. Theore. 2.

Trianguli Isoscelis anguli ad basim sunt pares; si equalia latera producantur pares quoq; erunt anguli infra basim.



In triangulo isoscele A B C, latera AB, AC, producantur vt lubet, sumpt æque recta AD, vtcunque, æqualis illi ^a capiatur AE, iunganturq; rectæ, CD, ^{a 1. 1.} BE. Nunc quia triangula ACD, ABE, (quæ claritatis causa extracta sunt ex media

6. 4. 1.

media figura, & ad latus posita) se habēt iuxta prop. 4. est enim AG ipsi AB, æqualis ex suppositione & AD, ipsi AE ex constructione, angulusq; A lateribus illis cōtētus est communis. Ob hæc b inquam bases DC, & BE, sunt pares, itēque angulus D angulo E, & angulus ACD angulo ABE. Rursus in mediâ figurâ triangu-
la BCD, BCE, se habent iuxta prop. 4. Sunt enim anguli D, & E, æquales & æqualibus lateribus contenti; erunt igitur anguli infra basim DBC, BCE, æquales; itemque anguli BCD, ECB: & quia totus angulus ACD, ostensus est æqualis toti ABE, ablatis paribus CBE, & DCB, qui remanent supra basim sunt æquales. Trianguli igitur isoscelis & c.

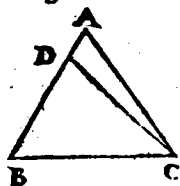
Propo. 6. Theore. 3.

Si trianguli duo anguli fuerint æquales, erunt & latera angulis subtensa æqualia.

In triangulo ABC si æquales sunt anguli B & C, erunt etiam latera AB, AC subtensa dictis angulis inter se æqualia.

Nam

Nam si negas esse æqualia ; sit alterum maius, puta AB ; ex quo auferatur recta BD , ipsi AC æqualis , ducaturque recta DC . Nunc verò cum duo triangula ABC , CBD , habeant latus BC , commune, & altera latera BD , CA , sint æqualia, angulusque B , lateribus contentus, sit communis erit Δ triägulum DB Δ C , triägulo $A B C$, hoc est totum parti, æquale, quod fieri non potest , Si ergo trianguli &c.



Cõuertit hæc propositio priorem partem superioris nam ibi ex qualitate laterum AB , & AC , colligebatur æqualitas angulorũ supra basim BC . hic verò, vice verso ex æqualitate dictorum angulorum colligitur æqualitas laterum. Solet autem Euclides eas tantum propositiones cõnuertere, cum ad probationem sequentium vtraque propositio est adhibenda, hoc est tam conuertens quam conuersa.

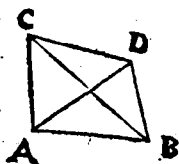
Pro-

Propo. 7. Theore. 4

Super certa linea ductis ad quodvis punctum duabus rectis non ducentur super eadem ad aliud punctum versus easdem partes duæ aliæ, sic ut quæ ab eodem termino incipiunt, sint æquales.

Super recta AB, ductis ad punctum C, duabus rectis AC, BC, ducantur si fieri potest aliæ duæ AD, DB, ad aliud punctum D, ita ut CA, ipsi DA, æqualis sit, cum qua habet eundem terminum A, & CD, ipsi DB, ducaturque in super recta CD: quia igitur AC, AD, sunt æquales, erunt *a* anguli ACD, ADC, inter se æquales; maior erit proinde angulus ADC, angulo BCD, & multo maior

a. s. r.



b. s. r.

ior angulus CDB; nunc verò quia CB, ponitur æqualis ipsi DB, erit angulus *b* CDB angulo BCD, æqualis, qui tamen ante erat ostē-

sus multo maior, non ergo ductæ sunt binæ æquales prioribus. Quod fuit demon-

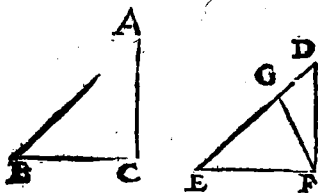
mon-

monstrandum.

Possset alibi constitui punctum D ad quod ducuntur lineæ posteriores vt intra triangulum ABC, vel in alterutro eius latere; sed eadem demonstratione facile probabitur lineas posteriores numquam posse esse æquales prioribus,

Propo. 8. Theore. 5.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri equalia habuerint, & basim basi aequalem; habebunt etiam angulum lateribus contentum aequalem.



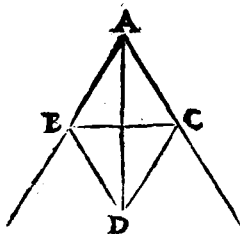
In triangulis ABC, DEF, sint latera AB, AC, ipsis DE, DF, æqualia, itemque basis BC, basi EF. Quod si negas angulos A & D, lateribus contentos pares esse, intelligatur triangulum ABC triangulo DEF, superponi, tunc verò neces-

C fariò

fariò punctum A, cadet in D, & sic angulus angulo congruet vt vult propositio: nam si non caderet in D, sed in G, aut aliud punctum, tunc duæ rectæ duabus rectis æquales ducerentur ad aliud punctum, &c. quod est contra precedentem. *Est conuertens primæ partis propof. 4.*

Propo. 9. Probl. 4.

Datum angulum rectilinum secare bifariam.



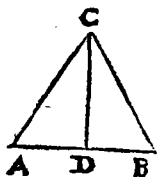
Sumatur recta AB, vt lubet, & ipsi par AC, ex lateribus dati anguli BAC, nec non super ductam rectam BC, fiat triangu-

lum æquilaterum BDC, ducaturque recta AD, per quam angulus BAC, diuidetur bifariam: nam AB, AC, æquales sunt ex constructione, & AD communis, estque insuper basis BD, basi CD, æqualis, sunt ærgo anguli BAD, CAD, A D,

AD, æquales; quare angulus BAC, diuisus est bifariam. Quod erat faciendum;

Propo. 10. Proble. 5.

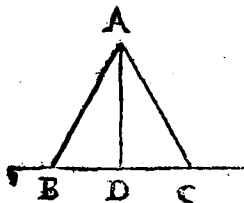
Datam rectam finitam secare bifariam.



Super recta AB, fiat triagulum æquilaterum, cuius angulus ACB, diuidatur bifariam per rectam CD, & recta AB, in puncto D bifariam quoque secta erit: Nam triangula CAD, CBD, se habent iuxta 4. propo. Ergo bases AD, DB, sunt æquales.

Propo. 11. Proble. 6.

Ex dato puncto in linea recta perpendicularem excitare.



In recta BC, detur punctum D, sumptaque pro arbitrio DB, sumatur æqualis DC, inde super BC structo triangulo æquilat-

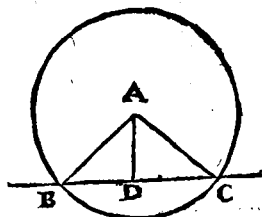
a 8. 1.

b. 10. def. 1.

quilater BCA ; ex A , ducatur recta AD ,
 & hæc erit ad angulos rectos ipsi BC ;
 Nã latus DB , æquale est ipsi DC , ex cõ-
 structione, & latus DA , cõmune basis
 insuper, BA , basi CA , equalis; sũt æ ergo
 anguli ADB , ADC , æquales, ac proinde
 recti & p̄sa AD , b perpendicularis.

Propo. 12. Proble. 7.

*Adato extra rectam puncto perpendi-
 cularem ducere ad eandem rectam.*

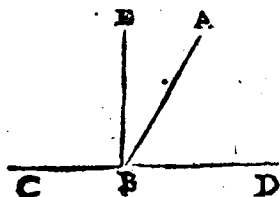


Detur pun-
 ctum A , quo
 centro, spatio
 quocunq; du-
 catur circulus
 dummodo se-
 cet rectam BC ,
 & super par-
 tem abscissam BC , facto triangulo
 ABC , eadem BC , diuidatur bifariam,
 ducaturque recta AD ; & hæc eadem
 erit perpendicularis, ducta ex A , ad re-
 ctam BC . Nam quia in triangulis ABD ,
 ADC , æquales sunt AB , AC , eiusdem
 circuli semidiametri æquales item BD ,
 DC , ex constructione & AD comunis,
 angu-

anguli ADB, & ADC, erunt æquales ac
proinde recti ideoque recta AD, per-
pendicularis. ex. l. l.

Propositio 13. Theore. 6.

*Recta super rectam consistens aut duos
rectos aut duobus rectis æquales angu-
los facit.*

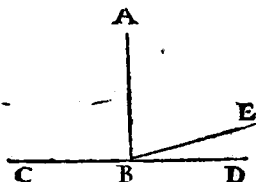


Nam recta
AB, consistens
super CD, aut
facit utrimque
æquales angu-
los, & proin-
de rectos; aut

inæquales, & tunc ex puncto B, excite-
tur perpēdicularis BE, quia igitur in an-
gulo ABC, continebatur vnus rectus E
BC, & in super angulus EBA, qui cū an-
gulo ABD, facit alterū rectum, & re-
cta AB, constituebat angulos ABC, A
BD, æquales duobus rectis.

Propositio 14. Proble. 7.

Si ad punctum in recta linea datum duæ rectæ non ad easdem partes ductæ angulos efficiant duobus rectis æquales, in directum sunt illæ lineæ.



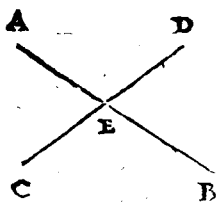
Nam si ad punctum B, ducantur duæ rectæ CB, BD, facientes cum recta AB, angulos æquales duobus rectis, & negas iacere in directum, iaceat ergo BE, in directum ipsi CB. At hoc esse non potest; nam anguli ABC, ABD, erant pares duobus rectis: non sunt ergo pares duobus rectis anguli ABC, & ABE, alias totum parte non esset maius; sed neque alia duci potest ipsi CB, adiacens in directum nisi BD; ergo &c,

Propositio 15. Theore. 8.

Si duæ rectæ se inuicem secuerint angulos ad verticem oppositos æquales facient.

Rectæ AB, CD, secant se in E, eritq;
angu-

angulus CEB, angulo AED (qui dicitur illi esse ad ver-

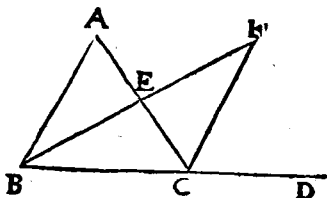


tur illi esse ad ver-
ficem oppositus)
æqualis: nam siue
AED siue CEB ad-
iiciatur angulo in-
teriecto AEC, cõ-
stituet æquales
duobus rectis;

quare anguli CEB, & AED, sunt æqua-
les, cum addito eodem, fiant æquales.
Similis demonstratio procedet in reli-
quis oppositis angulis ad verticem.

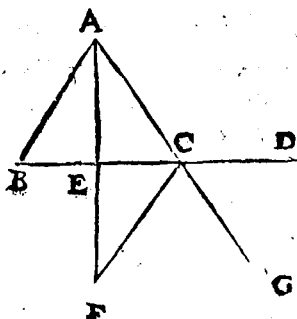
Propositio 16. Theore. 9.

*Omnis trianguli quouis latere producto
externus angulus utrolibet interno
& opposito maior est.*



Trianguli ABC, latere BC, producto
in D, erit angulus ACD externus ma-
C 4 ior

ior interno & opposito CBA, vel BAC;
 latus enim AC, bisecetur in E, ducatur-
 que BF, ita ut EF æqualis fiat ipsi BE,
 iungaturq; recta FC, quæ erit æqualis
 ipsi AB: nam & duo latera EB, EA, æ-
 qualia sunt duobus EF, EC, & angu-
 li contenti æquales ad verticem; Trian-
 gula ergo AEB, FEC, se habent iuxta
 4. propo. & basis FC, basi AB est æqua-
 lis, angulus item BAE, angulo ECF;
 sed hic est pars anguli externi ECD, i-
 deoque minor, quare & angulus BAC,
 minor est externo ACD.



Quod
 si latus B
 C, bise-
 cetur in
 E produ-
 cto late-
 re AC; in
 G, & re-
 liqua fiât
 ut prius
 eodẽ mo-

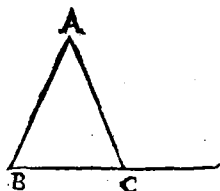
do monstrabitur angulum BCG, &
 proinde angulum ACD, qui est huic ad
 verticem, maiorem esse angulo ABC.

Om̃

Omnis igitur &c.

Propositio 17. Theore. 10.

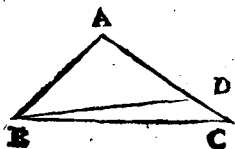
*Omnis triāguli duo anguli quomodocūq;
sumpti minores sunt duobus rectis.*



Nam angulus C, internus plus requirit quam angulum B, ut fiat equalis duobus rectis; requirit enim angulum C, externum maiorem interno & opposito B; non sunt ergo anguli B, & C, internis pares duobus rectis. Similiter alio latere producto de alijs quibuscumque duobus angulis idem probabitur. Omnis ergo &c.

Propositio 18. Theore. 11.

Omnis trianguli maius latus maiorem angulum subtendit.



Ut si triāguli ABC, maius est latus AC, quam AB, maior erit angulus

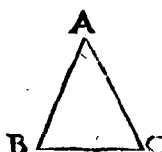
b 5. 2.

b 16. 1.

lus ABC, quam angulus C, subtensus à latere minore AB: Sumatur enim AD, æqualis ipsi AB: Tunc verò quia æqualia sunt latera AB, AD, anguli ABD, ADB, supra *a* basim sunt pares. Sed angulus ADB, est externus & oppositus angulo C, ac proinde *b* maior; multo ergo maior est, totus angulus ABC, angulo C, Omnis igitur triangul. &c.

Propositio 19. Theore. 12.

Omnis trianguli maior angulus maiori lateri opponitur.



Si angulus B, maior sit ipso C, erit & AC, maior quam AB, non enim est minor aut æqualis, nam tunc angulus B, esset minor *a* aut æqualis *b* ipsi C, est ergo AC, maior quam AB, Quare omnis trianguli &c:

a 2. 1.

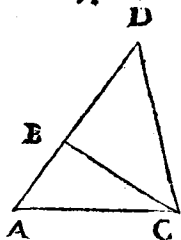
b 5. 1.

Propo. 20. Theore. 13.

Omnis trianguli duo latera quomocunque sumpta, reliquo sunt maiora.

Si enim in triangulo ABC, latera A B, BC, simul sumpta non sunt maiora ipso

ipſo AC, producatuꝛ AB, ſic ut BD, æ-



qualis ſit ipſi BC,
& proinde AD,
æqualis ſit ip-
ſis AB, & BC;
Nunc vero quia
BD, & BC, ſunt
æqualia; erũt pa-
res $\angle$ anguli D, & $\angle$ 45. 1.

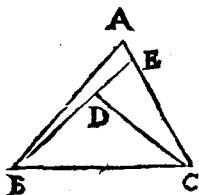
BCD; maior ergo utroq; erit totus an-
gulus ACD; ſed totum hunc angulum
trianguli ADC, ſubtendit latus AD,
maior ergo eſt *b* recta AD (quæ æqualis $\angle$ 12. 1.
eſt duabus AB, & BC,) quam latus AC,
Omnis ergo trianguli &c.

Propo. 21. Theore. 14.

*Si à terminis unius lateris in triangulo
duæ rectæ intra triangulum iungan-
tur, erunt hæ lateribus trianguli mi-
nores; maiorem verò angulum con-
tinebunt.*

Ut in triangulo ABC, dico latera
BA, AC, eſſe maiora rectis BD, & DC,
quæ intra triangulum iunguntur in D.
Nam producto latere BD, in E, latera
BA, AE, trianguli BAE, maiora $\angle$ ſunt $\angle$ 20. 1.
ipſo

ipso BE; Addito ergo comuni EC, ma-
iora sunt BA, A
C, ipsis BE, EC.
Et quia in trian-
gulo CDE maio-
ra sunt CD, ED,
b ipso CE, addito
comuni DB, ma-



629. I.

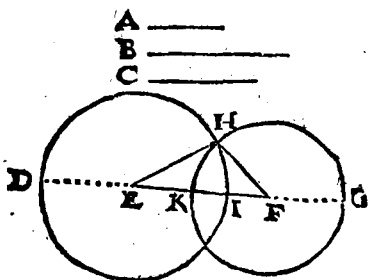
iora fient CE, EB, quam CD, DB; Sed
CA, AB, maiora ostensa sunt quam BE,
EC; erunt ergo AB, AC, multo maiora
ipsis BD, DC; Secundo angulus BDC,
externus & maior est interno & oppo-
sito DEC, & hic maior ipso A interno
& opposito; multo ergo maior est an-
gulus BDC, ipso angulo A.

616. I.

Propositio 22. Proble. 8.

*Triangulum constituere cuius latera tri-
bus datis lineis sint equalia; oportet
autem duas quomodocunque sumptas
reliqua esse maiores.*

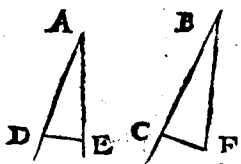
Dentur tres rectæ A, B, C, & ipsis su-
mantur ordine æquales DE, EF, FG:
tum cetro E, spatio ED, ducatur circun-
lus DG, & cetro F interuallo FG, ducatur
circulus alter GH, iungaturq; rectæ
EH,



EH, FH, & factū est quod proponitur. Nā in triāgulo EHF, recta EH, æqualis a est ipsi DE, hoc est ipsi A, EF, verò ipsi B, ac deniq; FH, ipsi FG, hoc est ipsi C. 15. def 24

Propositio 23. Proble. 9.

Ad datum in recta punctum dato angulo, æqualem angulum rectilineum ponere.



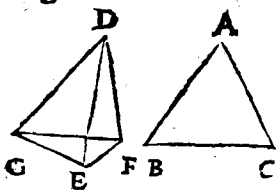
Detur angulus A, cui ad punctum B, in recta BC, æqualis sit ponendus. Sum-

ptis utcumque in lateribus dati anguli punctis D, & E, iungatur recta DE, constituaturque triangulum BCF, cuius latera

tera sint tribus lateribus ipsius ADE, æqualia, ita ut BC par sit ipsi AD; BF, ipsi AE; CF, ipsi DE: Quo facto triacula se habent iuxta 8. propo. Nam latera & bases sunt æqualia; quare anguli A, & B, æquales, & sic factum est quod erat propositum.

Propositio 24. Theore. 15.

Si duo triacula duo latera æqualia alterum alteri habuerint, & unum triaculum habeat angulum lateribus contentum maiorem, idem quoque habebit basim, basi alterius triaculi maiorem.

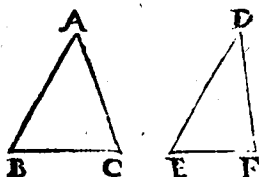


Vt si latera AB, AC, æqualia sint lateribus DE, DF, & angulus A, maior angulo EDF, maior quoque erit basim BC, basi EF. Nam si fiat angulus GDF, ipsi A æqualis, & latus DG, ipsi DE, sit æquale, iungaturq; rectæ GE, GF, anguli & DGE, DEG, pares erunt; quare totus FEG, maior erit quam DGE, & mul-

multo maior quam FGE, quare recta
 b GF, & huic æqualis BC, maior est b 19. 1.
 quam EF. Si duo ergo triangula &c.

Propositio 25. Theore. 16.

*Si duo triangula duobus lateribus duo
 latera aequalia habuerint alterum al-
 teri, basim verò basi maiorem, habe-
 bunt angulum contentum lateribus
 angulo maiorem.*



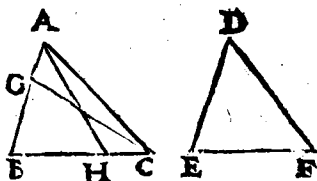
Nam si pa-
 ria sint late-
 ra AB, AC,
 ipsis DE, D
 F, & basis B
 C, maior ba-

si EF, angulus A a maior erit ipso D. a 24. 1.
 si enim aut æqualis esset, aut minor, ba-
 sis etiam EF, ipsi BC, æqualis esset, aut
 minor cōtra hypothesim. Si ergo &c.

Propositio 26. Theore. 17.

*Si duo triangula duos angulos duobus
 angulis pares habuerint alterum alte-
 ri, & unum latus uni lateri æquale,
 siue quod adiacet angulis, siue quod
 uni*

*uni equalium angularum subtendi-
tur, erunt & reliqua latera alterum
alteri equalia, & reliquus angulus
reliquo equalis.*



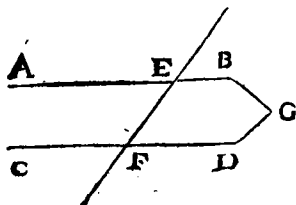
Sint in
triangulis
ABC, DE
F, anguli B
& ACB,
equales an-

gulis E & F, sitq; primo latus BC, quod
adiacet angulis æqualibus æquale late-
ri EF: iam si latus BA, non est æquale
ipsi ED, sit illo maius, & ex eo sumatur
BG, æqualis ipsi ED, tum vero, ducta
CG, duo latera triangulorū BGC, &
EDF, æqualia sunt, & anguli contenti B
& E, equales unde anguli F, & GCB,
pares erunt; quod esse non potest; nam
hic angulus est pars ipsius ACB, qui æ-
qualis ponebatur ipsi F, non est ergo
maior BA, quam ED; sed neque minor,
alias lateri ED eadem quæ prius appli-
caretur demonstratio; ergo æqualis; &
tunc triāgula BAC, EDF, se habēt iuxta
4. prop. & latera lateribus, anguli item an-
gu-

angulis correspondētibus sunt æquales. Sit secundo positus angulus B, & ACB, ipsis E, & F æqualibus, latus ED quod subtenditur angulo F, æquale lateri BA; iam si BC non est æqualis ipsi EF, sit maior, sumaturque BH æqualis ipsi EF, ductaque AH, probabitur triangula BAH, & EDF, esse iuxta 4. propo. Quare angulum BHA, parem esse ipsi F, cui eidem æqualis est ACB; quod fieri nequit: nam sic angulus AHB, æqualis esset interno & opposito ACH; non est ergo BC, maior quam EF, sed æqualis; quare rursus triangula BAC, EDF, sunt iuxta 4. propo. & cetera sequuntur ut prius.

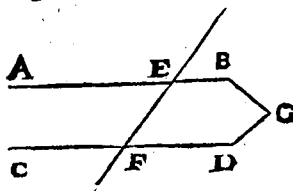
Propositio 27. Theore. 18.

Si in duas rectas recta incidens angulos alternos pares fecerit, parallela erunt illa linea.



Sint duæ rectæ AB, CD, in quas cadat recta EF, faciens angulos alternos

ternos AEF, EFD, ϵ quales; parallelæ ergo erunt rectæ AB, CD; nam si con-



current in G, & fieret triangulum EGF, esset angulus externus AEF

16. 1.

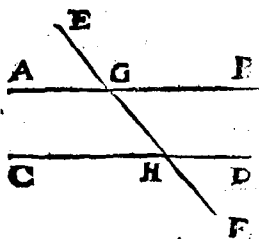
maior interno & opposito EFG, cui ponebatur æqualis. Eadem fiet demonstratio si dicantur concursuræ versùs A; neutram ergo in partem concurrent, sed sunt parallelæ.

Propositio 28. Theore. 19.

Si in duas rectas recta incidens angulum externum interno & opposito ad easdem partes æqualem fecerit, aut duos internos ad easdem partes æquales duobus rectis, parallela sũt illa linea.

15. 1.

In duas rectas AB, CD, incidens EF, faciat primò angulum externum EGB, æqualem interno GHD, & opposito ad easdem partes; quia ergo angulus EGB, æqualis est angulo ad verticem AGH, erunt anguli alterni AGH, GHD, æquales

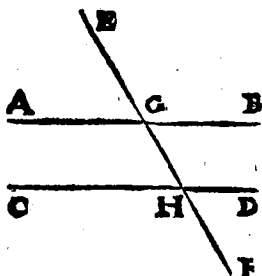


quales ; cum
æquales sint
vni tertio EG
B: ergo lineæ
AB, CD, sunt
parallelæ. Fa-
ciat secundo
recta EF, an-

gulos BGH, DHG, internos ad easdem
partes æquales duobus rectis ; quia er-
go angulus EGB, cum angulo BGH,
facit æquales duobus rectis & cum eo-
dem BGH, angulus GHD, facit itidem
duobus rectis æquales, sequitur angu-
lum externum EGB, æquale esse inter-
no GHD: quare per priorem partem
huius propo. rectæ AB, CD, sunt pa-
rallæ.

Propos. 29. Theore. 20.

*Si recta in parallelas incidat anguli inter-
ni ad easdem partes duobus rectis æ-
quales erunt, anguli item alterni inter
se æquales; ac denique angulus exter-
nus interno & opposito erit aqua-
lis.*



Vt si in parallelas AB, CD, cadat recta EF, primo anguli interni tã versus A, quã versus B, pares erũt duobus re-

cas. II.

ctis: nam si versus alterutram partem essent minores, lineę ex ea parte productę cõcurrerẽt, quare contra hypothesim non essent parallelę.

Secundo quia angulus DHG, tam cum angulo HGB, quam cum angulo CHG, valet duos rectos, sequitur angulos HGB, & CHG, qui sunt alterni, inter se esse æquales.

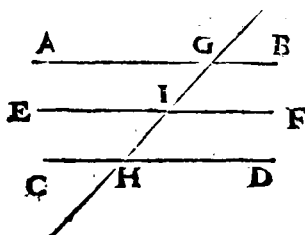
Tertio eadem ratione quia BGH, siue cum externo EGB, siue cum interno GHD, valet duos rectos, sequitur externum EGB, parẽ esse interno GHD. Si ergo recta &c.



Pro-

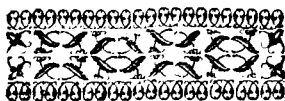
Propo. 30. Theor. 21.

Quæ eidem rectæ sunt parallelæ, & inter se sunt parallelæ,



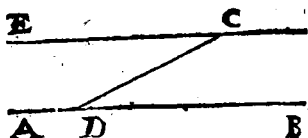
Sint re-
ctæ AB
CD, paral-
lelæ ipsi E
F, in quas
omnes ca-
dat recta
GH. Quia

ergo AB, EF sunt parallelæ, anguli alterni AGI, GIF sunt æquales: Sed angulus GIF, æqualis est interno & opposito IHD (cum EF, CD, ponantur parallelæ) sunt ergo inter se æquales anguli AGH, GHD, cum sint pares eidem tertio GIF; sed iidem anguli sunt alterni circa lineam GH, sunt ergo lineæ AB CD, in quas incidit, parallelæ.



Propositio 31. Proble. 10.

Ex dato puncto data recta parallelam ducere.



Detur
recta AB,
cui ex pū-
cto C, du-

cenda sit parallela: sumpto in recta AB,
puncto quouis, puta D, ducatur utcūq;
recta DC, & angulo CDB, constituatur
aequalis ECD, eritque recta EC, b ipsi
AB parallela; nam anguli alterni ECD
CDB, sunt pares.

a 23. 1.

b 27. 1.

Propositio 32. Theore. 22.

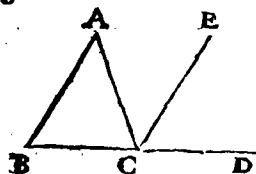
*Omnis trianguli uno latere producto ex-
ternus angulus duobus internis &
oppositis est aequalis, & tres interni
duobus rectis sunt aequales.*

Trianguli ABC producaturs latus
quodcunque, puta BC, in D, ducaturq;
a CE ipsi AB parallela. Quia ergo AC
cadit in parallelas AB EC, angulus b A
aequalis est alterno ACE. Rursus quia
recta BC, cadit in easdem parallelas;
angu-

a 31. 1.

b 29. 1.

angulus $\angle ECD$, externus æqualis est interno B . Totus igitur ACD æqualis est duobus internis A , & B , & probata est prior pars propositionis. Nunc quia angulus ACB cū externo ACD valet duos



rectos, idē ACB , cum duobus A & B , valebit duos rectos, cū A & B ostēsi sint pares ipsi

externo ACD . Omnis igitur trianguli &c.

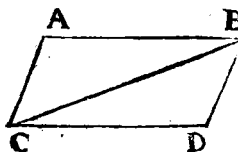
Corrollarium.

Hinc manifestum est in omni quadrilatero quatuor simul angulos quatuor rectis esse aequales: nam ducta recta ex uno angulo in oppositum, quadrilaterum dividetur in duo triangula quae singula habent angulos pares duobus rectis, anguli ergo totius quadrilateri valent quatuor rectos. ut apparet in figura seq. propo.



Propo. 33. Theore. 23.

*Linea recta quæ æquales & parallelas
ad easdem partes iungunt, sunt &
ipsa æquales & parallela.*



Rectas A B,
CD æquales &
parallelas iungāt
ad easdem partes
duæ alię AC, BD
ducaturque recta

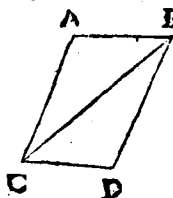
BC. Quia ergo recta BC tangit paralle-
las AB, CD; anguli alterni ABC, BCD
pares sunt. Nunc vero quia latera AB,
CD sunt æqualia, & latus CB est com-
mune, anguliq; cōtenti ABC BCD sūt
æquales, triangula ABC, BCD sunt
iuxta 4. Quare basis AC, basi BD, est
æqualis: (quæ est prior pars proposi-
tionis) & insuper angulus CBD, angulo
BCA erit æqualis. Nunc ergo quia in
duas rectas AC, BD cadens recta BC
facit angulos CBD, BCA alternos æ-
quales, parallelę sunt AC, BD.



Pro-

Propos. 34. Theore. 24.

Parallelogrammorum spatiorum opposita latera & anguli sunt equalia; ipsaque parallelogramma à diametro secantur bifariam.

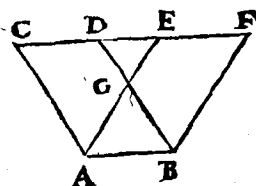


Nam in parallelogramo AD ducta diametro BC, anguli alterni $\angle$ ABC, BCD sūt pares. & rursus equalēs sunt anguli CBD BCA; quia ergo triangula ABC, BCD habent duos angulos pares, & latus BC adiacens angulis cōmune, reliqui $\angle$ anguli A & D sunt pares, & latera omnia, & anguli correspondentes sunt æquales: tota denique triangula æqualia sunt. Quare parallelogrammum AD bifariam secatur à diametro B C. Igitur parallelogram. &c.

Propo. 35. Theore. 25.

Parallelogramma super eadem basi, & in eisdem parallelis constituta, inter se sunt equalia.

Super



Supereadem
basi AB, consti-
tuta sint duo
parallelogram-
ma AD, AF;
sintque AB, CF

lineæ parallelæ. Considerentur deinde
duo triangula CAE, DBE in quibus la-
tus AC æquale est a ipsi DB, & CE al-
teri DF: nam CD, EF, æqualia b sunt vni
& eidem AB, & addito communi DE
lineæ CE, DF sunt pares. Sed & angulus
BDF æqualis est ipsi C, cū in rectas CA,
DB cadat CF: sunt ergo triangula
CAE, DBF iuxta 4, & vndique æqualia.
Quare ablato cōmuni triangulo DEG
trapezia relicta CD GA, FEGB sunt
æqualia; & addito communi triangulo
ABG, tota parallelogrāma sunt paria.

a 34. I.

b 34. I.

c 29. I.

Propo. 36. Theore. 26.

*Parallelogramma super æqualibus basi-
bus, & in eisdem parallelis constituta,
inter se sunt æqualia.*

Satis patet ex præc:nā idē facit æqua-
lis basis, & eadē. Sint nihilominus pa-
ral-

rallelogrāma AC, EG inter parallelas AH, BG super basibus paribus BC, FG, iūgāturq; rectæ BE, CH: quæ quia iūgūt æquales & parallelas BC, EH, sūt & ipsæ æquales, & parallelæ: estque EB CH parallelogrammum & æquale utrique ^{34. 2. 1} ^{35. 2.}

tam ipsi AC cum sit super eadem basi BC, quā alteri EG, cum sit etiam super eadem basi EH. Sunt ergo & extrema parallelogramma AC, EG æqualia.

Propositio 37. Theore. 27.
Triangula super eadem basi & inter parallelas easdē posita, sunt æqualia.



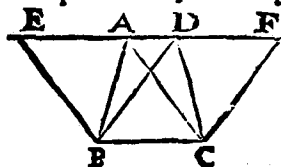
Sint triāgula, ABC DCB, super eadem basi BC inter parallelas

BC, EF, ducanturque rectæ EB parallela ipsi AC, & FC ipsi DB parallela. Quia ergo parallelogrāma EC, BF sunt super eadem basi, & inter easdem

a 35. r.

dem parallelas, erunt æqualia. At tri-

b 34. l.)



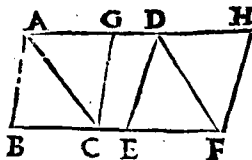
gulum ABC
est dimidiū
b parallelo-
grammi EC;
cumq; triā-
gulum DBC

alterius parallelogrammi BF sit etiam
dimidium, erunt triangu-
la ABC, DBC
inter se æqualia, quod erat demon-
strandum.

Propositio 38. Theore. 28.

*Triangula super æqualibus basibus & in
eisdem parallelis sunt æqualia.*

Patet ex



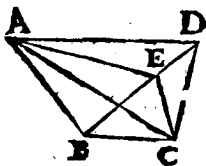
proxime ante-
cedenti. Triā-
gula enim su-
perioris pro-
positionis po-
nantur super

æqualibus basibus vt sint ABC, DEF,
ducāturque vtrique lateri parallelæ, &
demonstratio procedet vt prius.

Propo.

Propositio 39. Theore. 29.

Triangula æqualia super eadem basi & ad easdem partes constituta, in eisdem sunt parallelis.



Nam si triangula ABC, DBC super eadem basi BC constituta, sint æqualia, & negas tamen rectam ex A per

D ductam ipsi BC esse parallelam; ducatur alia quæ sit parallela puta AE: iū-
 & ergo recta CE, erit triagulum ABC, æquale triangulo EBC, quod fieri non potest: nam triangulum DBC æquale ponitur eidem triangulo ABC; ergo EBC quod est pars totius DBC triangulo ABC non potest esse æquale. a 37. 1.

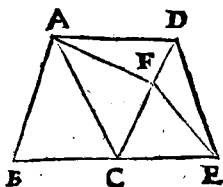
Eadem demonstratio fieret si rectam AE velles cadere extra triagulū ADC: non ergo erit alia parallela quam AD. *Reciprocum est hoc Theore. prop. 37.*



Propo

Propositio 40. Theore. 30.

*Æqualia triangula & ad easdem partes
super equalibus basibus constituta sūt
inter easdem parallelas.*



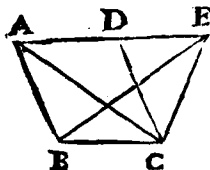
Nā si triangu-
la ABC, DCE
posita sint æ-
qualia & super
æqualibus ba-
sibus BC, CE;
neges tamen

rectam AD ipsi BE esse parallelā, sit par-
allela AF. Tunc vero ductā FE, triangu-
lum FCE erit æquale ipsi ABC, cui ei-
dem æquale ponitur triangulum DCE;
erunt ergo pars & totum eidem æqua-
lia, quod esse nequit. Et hanc manifestum
est esse conuersam propo. 38.

Propo. 41. Theore. 31.

*Si parallelogrammum & triangulum
eandem habuerint basim sintque in
iisdem parallelis, erit parallelogram-
mum duplum trianguli.*

Sint parallelogrammum BD, & triā-
gulum EBC, super eadem basi BC, &
inter



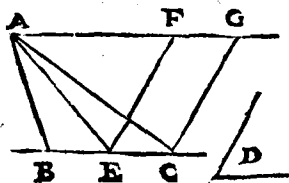
inter parallelas
AE, BC; ducatur-
que AC. Quia er-
go triāgula ABC,
EBC sunt æqua-
lia, & ABC est di-

437. 1.

midium parallelogrammi BD, sequitur
etiam triangulum EBC, eiusdem paral-
lelogrammi esse dimidium.

Propo. 42. Proble. II.

*Dato triāgulo æquale parallelogrammū
cōstituere in dato angulo rectilineo.*



Sint da-
ta triangu-
lum ABC,
& angulus
D; basi que
BC, bita-
riāsecta in
E, ducatur

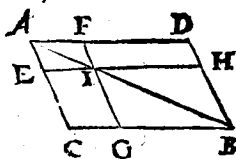
AE, agaturq; a per A, recta AG ipsi BC, a 31. 1.
parallela, mox ad E punctum, facto an-
gulo FEC, b ipsi D æquali, educatur ex b 10. 1.
C, recta CG, ipsi FE parallela. Quia er-
go triangula ABE, AEC, super c æqua- c 38. 1.
libus basibus BC, EC sunt æqualia; &
triangu-

4 41. 1.

triangulum AEC, parallelogrammi super eadem basi EC, constructi est dimidium, sequitur totum triangulum ABC, esse æquale parallelogramo EG. Dato ergo triangulo æquale parallelogrammū constituimus, habens angulum FEC dato angulo D æqualem.

Propo. 43. Theore. 32.

Omnis parallelogrammi eorum quæ circa diametrum sunt parallelogrammorum cõplemēta sunt inter se æqualia.



Circa diametrum AB, parallelogrammi CD, consistāt parallelogramma EF, GH;

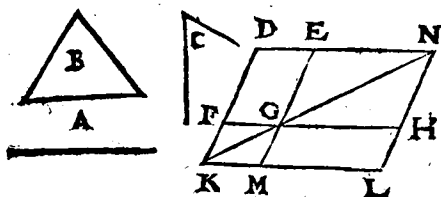
complementa vero quæ dicuntur, sint parallelogramma CI, ID, per quæ diameter AB, non transit; quia igitur diameter AB, diuidit bifariam parallelogramma CD, EF, GH, erunt triangula AEI, IGB, æqualia triangulis AFI IHB; sed & totum ABC, toti triangulo ABD, æquale est: complementa ergo CI, ID, sunt etiam æqualia. Omnis ergo parallelogram. &c.

4 34. 1.

Pro. 44.

Propo, 44. Proble. 12.

*Ad datam rectam parallelogrammum
constituere dato triangulo æquale in
dato angulo rectilineo.*



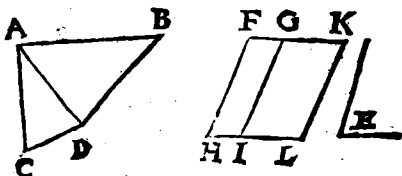
Sit data recta A, triangulum B, angulus C: Fiat deinde parallelogrammum DG α quale triangulo B, habeatque α 42. 1. angulum DFG angulo C α qualem. Posthæc producto latere FG, in in H, ita ut GH sit α qualis rectæ A, per H agatur LN, β parallela ipsi EG, & occurrens β 31. 1. lateri DE, in puncto N. Rursus producto latere DF, ducatur ex N, diameter per H occurrens ipsi DF, in K, ductâque per K, recta KL, parallelâ ipsi FH, latus EG producat in M. Quo facto dico parallelogrammum GL, esse quod petitur: nam quia complementa ϵ sunt α - ϵ 34. 1. qualia, si complementum GD, est α -
E ϵ qua-

* 15. 1.

letriangulo B, erit etiam GL, eidem B, æquale; sed & angulus MGH, æqualis est angulo FGE, opposito ad verticē, quare & ipsi C erit æqualis; estque recta GH, æqualis datæ rectæ A: Igitur ad datam rectam &c.

Propo. 45. Proble. 13.

Dato rectilineo æquale parallelogrammum cōstituire in dato angulo rectilineo.



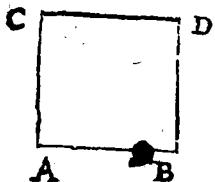
* 44. 1.

Sit datus angulus E, & rectilineum BC, in quo ductâ rectâ AD, fiat parallelogrammum FI, æquale triangulo ACD in angulo H qui sit ipsi E æqualis: protrahatur deinde latus HI & ad rectam GL in angulo GIL, (qui est æqualis ipsi H, quare & ipsi E) fiat parallelogrammum GL, æquale triangulo ABD, eritque tota figura FL parallelogram-

grammum: nam LK , parallela est ipsi FH , cum utraque sit ipsi GI parallela, cumque Gk , ipsi IL sit parallela, sicut HL est una recta ita etiam Fk ; sunt vero FG HI parallelæ, quare etiam totæ Fk HL , erunt parallelæ. Dato ergo rectilineo &c.

Proposi. 46. Proble. 14.

A data recta linea quadratum describere.



Sit data recta AB , ad cuius extrema A & B excitentur perpendiculares CA , DB , ipsi AB æquales, iunganturq; recta CD ,

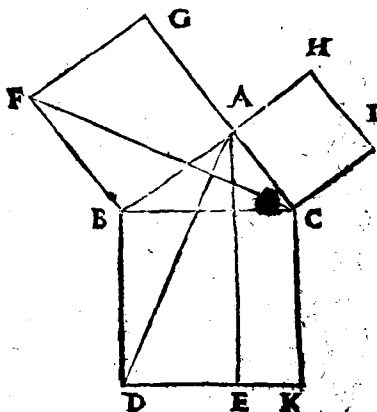
& constitutum est quadratum. Cum enim anguli A & B , sint recti, erunt AC , DB parallelæ, suntque etiam æquales, ex constructione quare CD , AB , sunt quoque parallelæ & æquales; ac propterea AD , est parallelogrammum; cumque anguli A & B , sint recti erunt etiam oppositi C , & D , recti: sunt vero tria la-

E 2 tera

tera reliqua sumpta equalia ipsi $A B$,
quare figura $A D$, est quadratum, ex de-
finit. 27.

Propo. 47. Theore. 33.

*In reſtangularis triangulis quadratum
quod à latere reſtū angulum ſubte-
dente deſcribitur, æquale eſt eis. quæ
à laterib. reſtū angulū continentibus
deſcribuntur, quadratis.*



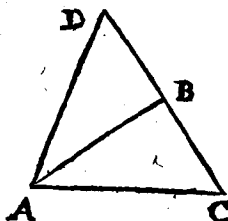
46. 1.

In triangulo $A B C$, angulus $B A C$,
reſtus ſic fiant que ſuper à lateribus $A B$,
 $A C$

AC, quadrata BG, CH. Item fiat super latere BC, angulum rectum subtendente quadratum BK, quod dico æquale esse duobus aliorum laterum quadratis simul sumptis; ductâ enim AE, parallela ipsi BD, aut CK, iungantur etiam rectæ AD, FC. Quia igitur angulus DBC, angulo FBA, rectus recto est æqualis, addito comuni ABC, pares erunt anguli DBA, FBC; sunt insuper triangulorū ABD, FBC latera DB, BC, ipsi BA, BF singula singulis equalia: triangula igitur ABD, FBC, ^b sūt æqualia: sed tria- b 4. 1.
 gulū ABD, est dimidiū ^c parallelogrami c 46. 1.
 BE, cum sit super eadem basi BD, inter parallelas BD, AE, & easdem ob causas triangulum FBC, est dimidiū quadrati BG; quadratum ergo BG æquale est parallelogrammo BE, cum eorum dimidia sint paria. Quod si puncta BI, AK, coniungantur duabus lineis rectis, eadem plane methodo probabitur parallelogrammum EC, quadrato CH, esse æquale. Totum igitur quadratum Bk, reliquis duobus æquale est. In rectangulis igitur &c.

Propo. 48. Theore. 35.

*Si quadratum ab uno trianguli latere
descriptum æquale est duobus reli-
quorum laterum quadratis, angulus
quem reliqua latera continent est
rectus.*



In triangulo
ABC, sit latus AC
huiusmodi, ut eius
quadratum æqua-
le sit quadratis
duorum reliquo-
rum laterum AB,
BC; dico angulum ABC, contentum
ijsdem reliquis lateribus esse rectum.
Nam si ducatur ex B, ipsi AB, perpen-
dicularis BD, ipsi BC æqualis, inn-
gaturque recta AD, tunc quia angulus
ABD, rectus est, erit quadratum ipsius
AD, æquale quadratis ^a rectarum AB,
& BD, vel BC; cumque quadratum ip-
sius AC, quadratis earundem AB, BC,
ponatur æquale, erunt lineæ AC, AD æ-
quales inter se. Quia ergo duo triangu-
la ABC, ABD, habent tria latera ^b æ-
qualia

a 47. 1.

b 8. 1.

qualia, sūt etiam anguli omnes equales
qui sibi respondēt: vnde quia angulus
ABD rectus, est rectus etiam erit ABC;
si ergo quadratum &c. *Est conuersa pra-*
cedentis, ut satis patet.





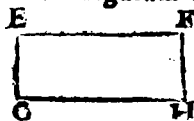
E V C L I D I S

E L E M E N T O R V M

LIBER II.

Definitiones.

I Parallelogrammum rectangulum contineri dicitur sub duabus lineis quæ rectum angulum comprehendunt.



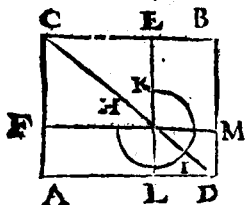
Uc parallelogrammū rectangulum FG continetur sub rectis HG, EG continētibus angulū rectū G. Itē sub rectis HF, FE.

Simile aliquid in numeris videre est: sicut enim rectangulum continetur sub duabus lineis, ita figuratus numerus rectangulus continetur sub numeris duobus qui inter se multiplicati produciunt numerum aptum tali figuræ. Sic numerus rectangulus 12 continetur sub 3 & 4 qui inter se multipli-

$$\begin{array}{ccc} \cdot & \cdot & \cdot \\ 3 \cdot & 12 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ & 4 & \cdot \end{array}$$

tiplicati efficiunt 12, numerum aptum figura rectangula.

11 In omni parallelogrammo spatio vnum quodlibet eorum quæ circa diametrum sunt parallelogrammorum cum duobus complementis gnomon vocetur.



Vt in parallelogrammo AB, parallelogrammum LM cum duobus complementis EM, LF, vocatur gnomon. Item paral-

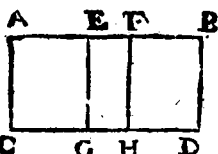
lelogrammum FE cum duobus iisdem complementis est gnomon. Solet autem gnomon designari linea curua quæ transit per complementa & parallelogrammum intermedium, qualis est Hlk.

Propositiones.

Propo. I. Theore. I.

Sifuerint due rectæ quarum altera secetur in quotcunque segmenta, rectangulum sub duabus illis rectis contentum æquale erit omnibus simul rectangulis.

*gulis, quæ sub infecta & partibus lineæ
sectæ continentur.*



Sub rectis
AB, AC conti-
neatur rectan-
gulum AD, re-
ctaque AB vtcū-
que diuisa in E & F, ducantur FH &
EG ipsi BD, parallelæ; eruntque AG,
EH, FD, rectangula; nam angulus EGH
ipsi C best æqualis, & omnes alios facile
est ostendere alicui recto esse æquales,
Manifestum est etiam rectangula par-
tialia AG, EH, FD, simul sumpta toti
rectangulo AD esse æqualia: nam om-
nes partes simul sumptæ toti sunt æ-
quales. Et hoc tantum vult propositio.
Nam AB, AC, sunt duæ rectæ; quarum
AB, secta est vtcunque in E & F: osten-
sum est autem rectangulum AD ipsis
AB, AC cōtentum, equale esse rectan-
gulis partialibus quæ continentur sub
infecta AC & partibus lineæ sectæ AB:
rectangulū enim AG, continetur sub
infecta AC & parte AE; reliqua vero
EH, FD, continentur sub EG, FH (hoc
est,

629. L

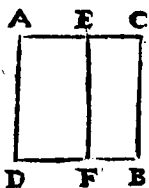
10. 22.

est sub infecta AC ipsis æquali) & reliquis partibus EF, FB. Si ergo fuerint duæ rectæ.

Idem videre est in numeris. Si enim dētur duo numeri 4 & 10, & alter eorum puta 10 dividatur in quotvis partes 5, 3, 2, ex multiplicatione ipsius 4 in omnes partes 5, 3, 2, fient 40, sicut ex multiplicatione eiusdem 4 in totum numerum 10.

Propo. 2. Theore. 2.

Si recta secta sit utcumque: rectangula sub tota & quotibet segmentorum comprehensa, aequalia sunt ei, quod a tota fit, quadrato.



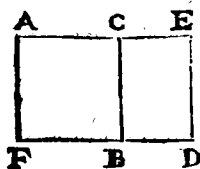
Rectangulum AB, sit quadratum rectæ AC, rectæque AC utcumque diuisâ in E, ducatur EF ipsi CB parallela, & manifestum est, ut prius, rectangula partialia AF, EB simul sumpta, toti AB esse æqualia. Neque aliud vult propositio. Nam recta AC utcumque secta est in E; rectangula autem AF, EB, con-

contenta sub ADEF (hoc est sub tota AC) & sub partibus AE, EC æqualia sunt quadrato totius AC, quod est AB. Si ergo recta &c.

In numeris: si 10 dividatur in duas partes 7 & 3, ducendo 10 in 7, & 3 fient 70. & 30, quæ simul æqualia, sūt numero quadrato ipsius 10 qui est 100: dicimus enim numerum quadratum qui fit ex ductu cuiusvis numeri in seipsum.

Propof. 3. Theore. 3.

Si recta sec̃ta sit utcunque, rectangulum sub tota & uno segmentorum comprehensum æquale est illi quod sub segmentis comprehenditur rectangulo una cum quadrato, quod à prædicto segmento describitur.



Recta AE utcunque secetur in C, sitque AB, quadratum segmēti AC, rectangulum vero AD cōtineatur sub tota AE & sub AF hoc est sub æquali AC; & manifestum est ut prius rectangula AB, CD

CD simul sumpta, toti AD esse equalia,
Neque aliud vult hæc propositio. Nam
recta AE utcumque secta est in C, & re-
ctangulum AD, sub tota AE & AF hoc
est sub parte AC, æquale est ipsi AB
quadrato partis AC una cum rectan-
gulo CD, quod continetur sub CB
(hoc est sub parte AC) & sub reliqua
parte CE. Si ergo recta &c.

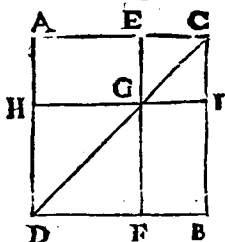
*In numeris si 6 diuidatur in 4 & 2, produ-
ctum ex 6 in 4 hoc est 24, æquale est ei quod
fit ex 4 in 2 hoc est 8, una cum quadrato
ipsius 4 quod est 16.*

Propo. 4. Theore. 4.

*Si recta secta sit utcumque, quadratum
quod a tota describitur æquale est seg-
mentorum quadratis, una cum re-
ctangulo quod bis sub segmentis con-
tinetur.*

Rectangulum AB sit quadratum ip-
sius AC; ductâque diametro DC, aga-
tur EF ipsi CB parallela, secans diame-
trum utcumque in G, per quod idem
punctum agatur HI ipsi AC parallela:
& manifestum est ut prius quadratum
AB

AB totius AC, esse æquale omnibus simul rectangulis intra se descriptis.



Neque aliud vult propositio. Nam recta AC secta est utcumque in E, & eius quadratum AB æquale est ipsis HF, EI (quæ sūt

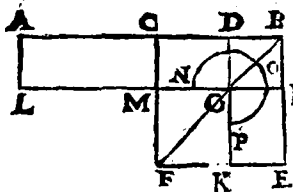
quadrata segmentorum AE, EC) simul cum rectangulis AG, GB, quæ sunt rectangulum bis comprehensum sub partibus AE, EC.

Rectangula autem HF, EI, esse quadrata partium AE, EC (etsi ex constructione & definitione quadrati satis poterat colligi) sic demonstro. Quia rectæ AE, GH, DF iungunt parallelas æquales, sunt & ipsæ inter se æquales. Itē si ab æqualibus AC, BC auferantur æquales EC, IC, quæ remanent AE, BI & quæ huic pares sunt GF, HD, omnes inter se erunt æquales. omnia igitur latera parallelogrammi HF, æqualia sunt parti AE, suntque omnes anguli recti; nam quia HDF rectus est & rectus etiam GFD

GFD (cum sit æqualis ipsi B) etiā ⁶ op- ⁶ 34. D
positi reliqui erunt recti. Est ergo HI
quadratum ipsius AE. Similiterque o-
stendetur EI esse quadratum partis EC.
Et sic demonstrata est tota propositio.
In numeris: Si 6 dividatur in 4 & 2; qua-
dratum ipsius 6 quod est 36 æquale est qua-
dratis partium 4 & 2 hoc est 16 & 4, una
cum numero 8 bis repetito qui fit ex parti-
bz 2 & 4 inter se multiplicatis.

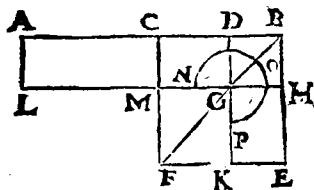
Propo. 5. Theor. 5.

Si recta secetur in æqualia & non æqua-
lia: rectangulum sub inæqualibus se-
gmētis totius comprehensum, una cū
quadrato segmenti intermediij, æquale
est ei, quod a dimidia describitur,
quadrato.



Recta
A B bifa-
riam in C,
& non bi-
fariā in D
diuidatur;
& super
dimidia CB fiat quadratū CE duāq;
diame-

dimidia CB fiat quadratū CE duāq;



diametro
FB agatur
per D re-
cta Dk ip-
si BE pa-
rallela, se-
cans dia-

metrū in G, per quod punctū agatur LH
ipſi AB parallela, & adiūgatur recta AL
ipſi BH parallela. Quo facto erit rectā-
gulum AG sub inēqualibus ſegmentis
AD, DB, hoc eſt DG, contentum, vna
cum MK quadrato medij ſegmēti CD,
æquale quadrato dimidię CB, quod eſt
CE. Nam rectangulum AM æquale eſt
ipſi DE, cum vtrumque ipſi CH ſit æ-
quale; cætera autem nimirum CG &
MK ſunt communia. Quare ſi recta
&c.

*In numeris: Diuidatur numerus 10 equa-
liter in 5 & 5, inæqualiter in 7 & 3; ita ut
numerus medius inter ſeccionē ſit 2: quo
dimidiuſ numeruſ ſuperat 2 partē mino-
rē ex inæqualibus: eritq; numeruſ 21 ex 7 in
3 una cum quadrato numeri intermediij 2
quod eſt 4, æquale quadrato dimidiij 5,
ſeu 25.*

Corol-

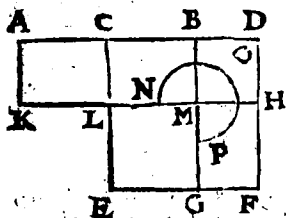
LIBER II.
Corrollarium.

63

Ex his manifestum est gnomonem NOP
toti rectangulo AG esse aequalem; quando-
quidem CG sit commune, & DE reliquo
rectangulo AM sit aequale.

Propositio 6. Theore. 6.

Si recta bifariam secetur etque in rectum
quadam recta adijciatur, erit rectan-
gulum sub tota cum adiecta, & sub adiecta
contentum, una cum quadrato dimidia-
e, aequale ei, quod à dimidia cum parte
adiecta fit, quadrato.



Recta AB
bifariam secetur in C etque
in rectum ad-
ijciatur BD:
inde super re-
cta CD fiat

46. 1.

quadratum CF & per B agatur BG pa-
rallela ipsi DF, sumptaque DH æquali
ipsi DB agatur per H recta HK ipsi AD
parallela & æqualis, iungaturque recta
AK: quo facto demonstratur propo-

F sitio

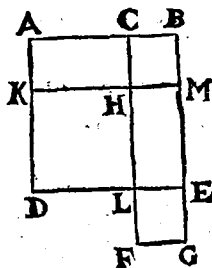
636. 1. sitio. Nam quia rectangula AL, CM,
 sunt equalia propter ^b æquales ba-
 ses, & eidem CM æquale est
 43. 1. alterum complementum, MF, erit e-
 tiam MF æquale ipsi AL & additis cō-
 munibus CM, BH, gnomon NOP toti
 rectangulo AH æqualis fiet (quod sanè
 rectangulum continetur sub tota com-
 posita AD & parte adiecta DB cui DH
 æqualis sumpta est) sed gnomon NOP
 adiecto LG quadrato partis dimidiæ
 5. 2. CB, ut supra in simili^d ostendimus, fit æ-
 qualis quadrato ipsius CD, quæ est
 pars dimidia cum adiecta BD. Igitur
 parallelogrammum AH adiecto eodem
 13. 47. quadrato LG fiet æquale eidem qua-
 drato CF, quod erat probandum.

*In numeris : si 6 dividatur equaliter
 in 3 & 3, eique addatur 2; numerus 16
 (qui fit ex toto 6 cum adiecto, in ipsum
 adiectum) una cum quadrato dimidij,
 quod est 9 æqualis est quadrato ipsius 5 qui
 numerus componitur ex dimidio 3 & ad-
 iecto 2.*



Propof. 7. Theore. 7.

Si recta utcumque fecetur, quadrata totius & utriusvis segmenti simul sumpta, paria sunt rectangulo bis sumpto sub tota & dicto segmento, una cum adiuncto alterius segmenti quadrato.



Recta AB sec̃ta sic utcumque in C & super AB, fiat quadratum AE, ducanturq; CL, kM; ut in superiori propositione: sumptā deinde LF equali ipsi CB, addatur quadratum LG.

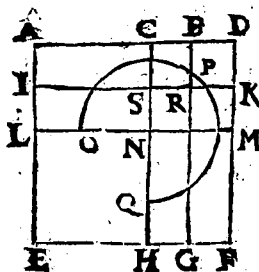
Erunt igitur quadratum totius AB, quod est AE simul cum quadrato segmenti CB, quod est LG, æqualia re- a 11. ex. ctangulis AM, MF (quæ sumuntur sub tota AB & segmento BC, cum BM sit ipsi BC æqualis, & in rectangulo MF æqualia latera sint MG, GF, ipsis AB, BC) una cum quadrato alterius segmenti AC quod est kL. Si igitur recta &c.

In numeris: si 6 utcumque diuidatur in 4 & 2 quadratum totius 6 una cum qua-
F 2 drato

drato ipsius 4, equalia sunt numero 52 qui fit ex numero 6 bis in 4 una cum quadrato alterius partis 2 quod est 4.

Propo. 8. Theore. 8.

Si recta secetur utcumque, rectangulum quater comprehensum sub tota & uno segmentorum, una cum alterius partis quadrato, equalia sunt quadrato quod fit à tota & segmento, tanquam ab una linea.



Recta AB utcumque secetur in C cui adiciatur in rectum BD ipsi BC æqualis, ac super tota AB & adiuncto segmento BD æquali

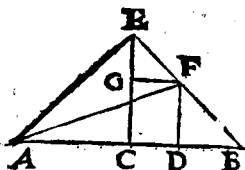
ipsi BC fiat tanquam super una linea quadratum AF, ducanturque BG, CH, Ik, LM, lateribus quadrati AF parallelæ, sic ut DK, KM ipsis BD, BC sint æquales. Erunt sane in homō OPQ rectangula quatuor contenta sub rectis AB

AB & BC. Nam circa R constituta sunt quadrata quatuor, quorum latera omnia ipsi BC sunt equalia; si igitur vnicuique ex quatuor complementis AS, & similibus, adiiciatur suum quadratū, inuenientur in gnomone OPQ quatuor vt dixi rectangula equalia ipsi AR, quod continetur sub AB, BR hoc est BC. Est vero gnomon OPQ seu quatuor rectangula sub tota AB & segmento BC cum adiuncto EN quadrato alterius partis AC, æqualis quadrato AF, quod fit super AD. Si igitur recta &c.

In numeris si 6 utcumque secetur in 4 & 2, ducendo quater numerum 6 in 4 & addendo quadratum ipsius 2, fiet numerus equalis quadrato ipsius 10 qui numerus componitur ex toto 6 & parte 4.

Propositio 9. Theore. 9.

Si recta secetur per equalia & non equalia, quadrata partium inequalium dupla sunt quadratorum ab uno dimidio, & ab ea linea qua sectionibus interijcitur, descriptorum.



Recta AB sece-
tur æqualiter in
C, inæqualiter in
D; super quã ad
C erigatur CE
perpendicularis,

& ipsi CA vel CB æqualis, ducaturque
AE, EB, iteq; DF ipsi CE, & FG ipsi CD
parallela, ac denique iungatur recta AF.
Iam vero quia in triangulo ACE latera
CA CE æqualia sunt: anguli $\angle$ CAE
AEC pares erunt: est autem angulus
ECA rectus: duo ergo alij sunt semire-
cti. Similiterque in triangulo ECB an-
guli CBE, BEC, semirecti sunt: totus
ergo angulus AEB rectus est. Cumque
in triangulo EGF, angulus G rectus sit
& GEF semirectus, erit etiam angulus
GFE semirectus. Quare latera GE, GF,
& æquales angulos subtendentia, sunt æ-
qualia. Æqualis etiã vtrique est recta
CD, cum CF sit parallelogrammum:
Quare si ab æqualibus CE CB auferan-
tur æqualia GE, CD, recta CG, hoc est
DF, ipsi DB erit æqualis.

His intellectis sic breuiter colligitur
propositio. Quadrata partium in æqua-
lium

lium AD, & DF siue DB, & æquivalent Δ 47. u
 quadrato ipsius AF, & hoc quadratum
 ex AF æquiualeat ijs quæ sunt ab AE,
 EF: Sed harum quadrata dupla sunt qua-
 dratis rectorum AC dimidiæ, & CD
 partis sectionibus interiectæ; cum enim
 AC, CE sint pares, & AE det quadra-
 tum utriusque quadratis æquale, effi-
 ciet duplum quadrato ipsius AC; simi-
 literque EF dabit duplum quadrati ip-
 sius GF seu CD. Quare quadratum ip-
 sius AF, & partium inæqualium AD &
 DF, hoc est DB duplū sunt quadratorū
 ex AC CD; partis scilicet dimidiæ & li-
 neæ sectionibus interiectæ. Si igitur re-
 cta &c.

*In numeris: Numerus 10 diuidatur æ-
 qualiter in 5 & 5, inæqualiter in 7 & 3, sit-
 que intermedia sectio 2, ut prop. 5. Quadrata
 ergo 49 & 9 partium inæqualium 7 & 3,
 sunt duplum, quadratorum partis dimidiæ
 5 & sectionis intermedia 2.*



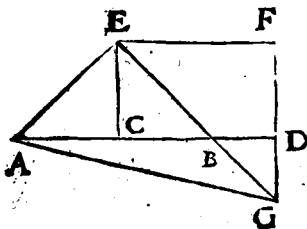
Propositio 10. Theore. 10.

*Si recta secetur bifariam & in rectum
alia adiciatur, quadratum quod fit
a tota cum adiecta, simulcum eo quod
fit a sola adiuncta, duplum sunt qua-
drati quod fit a dimidia, & alterius
quod a dimidia & adiuncta descri-
bitur.*

Recta AB, bifariam secetur in C, ad-
iecta BD, cui ad C erigatur perpendi-
cularis CE, dimidię AC æqualis, perfici-
aturque parallelogrammum ED, du-
ctaque EB, occurrat lateri FD produ-
cto in G, iunganturque AG, AE, eritq;
angulus ^a AEB constans duobus semi-
rectis, vt in simili ostensum est prop.
prox. Quare & angulus EBC semire-
ctus est: semirectus ^b quoque DBG op-
positus ad verticem, quare & DGB se-
mirectus erit, & latera ^c BD, DG æqua-
lia. Æqualia item erunt latera FG, FE,
quia anguli ad basim EG sunt pares.
His positis quadratum ^d ex AE erit du-
plum quadrato dimidię AC, & qua-
dratum ex GE, duplum quadrati ex EF,
hoc

^a 10. 2.^b 15. 1.^c 6. 1.^d 41. 1.

hoc est ex dimidia CB cum adiuncta BD. Sed & ipsius AG quadratum æquivalet qua-



dratis dua-
rum AE,
EG; &
quadrati
ex tota A
B cum ad-
iuncta BD
vna cum
quadrato

ex DG, seu adiuncta BD æquivalet qua-
drato ex AG. Quare harum linearum
AB, BD quadrata duplum quoque sunt
quadratorum ex AC & CD. Si igitur
recta &c.

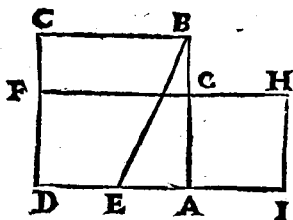
*In numeris: Dividatur 6 æqualiter in
3 & 3, eiq; addatur 2, ut sit numerus com-
positus 8; quadrata igitur ipsius 8 & adie-
cti 2, duplum sunt quadratorum dimidij 3,
& numeri 5 qui constat dimidio & adiecto.*



Prop.

Propo. II. Proble. I.

Datam rectam ita secare, ut rectangulum sub tota & altero segmentorum, æquale sit quadrato quod fit a reliqua parte.



Sit data
recta AB
ita secanda
ut rectangu-
lum sub to-
ta & seg-
mento al-

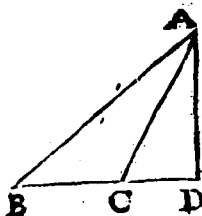
tero, æquale sit quadrato partis alterius.
Fiat igitur super AB quadratum AC,
diuisoque latere AD bifariam in E du-
catur EB cui æqualis fiat EI latere DA
producto: fiat insuper quadratum super
AI quod sit GI productoque latere HG in
F: eritque recta AB diuisa ut oportuit;
siquidem rectangulum CG sub tota
CB seu AB, & segmento BG æquale est
quadrato GI quod fit à segmento altero
GA: quia enim DA secta est bifariam
in E, eique in rectum addita est AI erit
rectangulum sub DI, AI, hoc est ip-
sum.

sum DH vna cum quadrato dimidiæ
 EA æquale quadrato ipsius EI, seu EB.
 Est vero quadratum ipsius EB $\hat{=}$ æquale 47. 7.
 quadratis ipsarum AB AE. Vnde re-
 ctangulum DH cum quadrato ex AE
 erit etiam æquale quadratis earundem
 AB & AE. Ablato igitur communi qua-
 drato ipsius AE erit rectangulum DH
 æquale quadrato ipsius AB quod est
 AC; & rursus ablato ab hoc quadrato
 & rectangulo DH, communi rectangu-
 lo AF, rectangulum CG relictum ex
 quadrato, æquale erit quadrato GI
 quod reliquum est ex rectangulo. Da-
 tam igitur rectam ita secimus vt rectā-
 gulum CG sub tota AB & altero seg-
 mento BG, quadrato partis alterius
 GA esset æquale, quod erat faciendum.

Propositio 12. Theore. II.

*In triangulo obtusangulo quadratum la-
 teris angulum obtusum subtendentis
 tanto maius est quadratis laterum
 eundem angulum continentium, quā-
 tum est rectangulum bis comprehen-
 sum sub vno latere continente, & sub
 linea*

*linea extrinsecus assumpta ad cuius
extremum cadit perpendicularis du-
cta ab altero angulorum acutorum.*



In triangulo
ABC angulus
ACB sit obtu-
sus, productoque
latere BC, ex A
demittatur AD
perpendicularis
ipsi BC, cadens

in D: Dico igitur quadratum lateris AB
obtusulo angulo subtensi tanto esse ma-
ius quadratis laterum continentium
BC, CA, quantum est rectangulum bis
comprehensum sub BC & recta CD
extrinsecus sumpta, ad cuius extremum
ex acuto angulo A cadit perpendicu-
laris AD, Quia enim recta BD secta est
vtrunque in C erit quadratum ex BD
æquale quadratis ex BC CD, & in super
rectangulo bis sub BC, CD comprehē-
so: additoque vtrisque quadrato re-
ctæ AD erunt quadrata ipsarum BD,
DA equalia quadratis trium rectarum
BC, CD, DA, vnacum addito rectan-
gulo

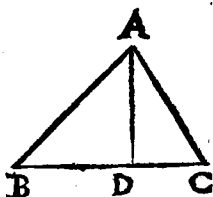
gulo bis sub BC, CD, contento. Sed 47. 2.
 quadratum rectæ AB æquivaler qua-
 dratis rectarum AD, DB. Igitur idem
 quadratum rectæ AB æquivaler etiam
 tribus quadratis rectarum BC, CD,
 DA, & rectangulo bis sub BC, CD cō-
 tento. Iam vero quia quadratum rectæ
 AC æquale est quadratis ipsarum CD
 DA, erit quadratum rectæ AB æquale
 quadratis rectarum CB, CA & rectan-
 gulo bis contento sub BC CD. In triā-
 gulo igitur obtusangulo & c.

*Hac & sequens prop. ad eas proportio-
 nes extenditur, qua numeris exprimi non
 possunt.*

Propo. 13. Theore. 12.

*In triangulis acutangulis quadratum la-
 teris acuto angulo subtenſi tanto mi-
 nus eſt quadratis laterum continen-
 tium eundem angulum, quantum eſt
 rectangulum bis comprehenſum ſub
 uno laterum continentium & ſub
 aſſumpta interiori linea prope acutum
 angulum ad cuius extremum cadit
 per-*

perpendicularis ab opposito angulo ducta.



In triangulo
ABC angulus
C sit acutus,
ducaturque ex
A recta AD
perpendicularis
ipſi BC. Dico
igitur quadra-

tum ipſius AB angulum C ſubtenden-
tis, tanto minus eſſe quadratis ex BC,
CA: quantum eſt rectangulum ſub BC
DC bis contentum. Quia enim recta
BC utcumque ſecta eſt in D quadrata
ex BC, CD paria ſunt rectangulo bis ſub
BC, CD, una cum ^a duobus quadratis
ex B D D C; ſed duobus quadratis re-
ctarum CD, DA par eſt ^b quadratum
ex CA: duo igitur quadrata ex BC, CA,
paria ſunt etiam rectangulo bis com-
prehenſo ſub BD, DC & duobus qua-
dratis ex BD, DA. Iam vero quia qua-
dratis ex BD DA, æquale eſt ^c quod fit
ex AB; erūt quadrata ex BC, CA, æqua-
lia rectangulo bis contento ſub BC,
DC & quadrato rectæ AB. Quare qua-
dra-

^a 7. 2.

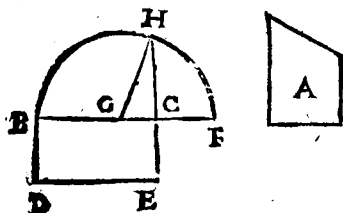
^b 47. 1.

^c 47. 1.

dratum ex AB tanto minus est quadratis ex BC, CA, quantum est rectangulum bis sub BDD, C contentum, In triangulis igitur &c.

Propo. 14. Proble. 2.

Dato rectilineo aequale quadratum describere.



Sit datum rectilineum A cui fiat æquale parallelogrammum BE; in quo si latera BC, CE sunt equalia, ipsum erit quadratum quale petebatur. Quod si latera non sunt æqualia alterutrum puta BC producat in F, sic ut CF ipsi CE æqualis sit, sectâque bifariam rectâ BF in G, centro G, spatio GB fiat semicirculus BHF, protracto latere EC vsque dum secet circulum in H: eritque quadratum ipsius CH, æquale

le dato rectilineo A. Ductâ enim recta
 GH, quia recta BF bifariam secta est in
 G & non bifariam in C, erit rectangulū
 sub BC CF, hoc est δ rectangulum BE,
 cum quadrato ipsius GC æquale qua-
 drato ex GF vel GH, quæ sunt lineæ æ-
 quales. At quadrata ex GC & CH valent
 quadratum ipsius GH; eadem ergo
 quadrata ex GC, CH valent rectangu-
 lum BE cum quadrato ipsius GC; reli-
 cto ergo communi quadrato rectæ GC,
 quadratum ipsius CH valebit rectan-
 gulum BE quod ab initio factum est æ-
 quale rectilineo A. Quadratum ergo
 ipsius CA, æquale erit rectilineo A. Fa-
 cto igitur quadrato super CH, consti-
 tuerimus quadratum dato rectilineo æ-
 quale, quod erat faciendum.



EV-11
 EVCLI-

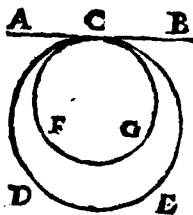


EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER III.

Definitiones.

1 *Æquales circuli sunt quorum diametri vel è centris lineæ ad ambitum ductæ, sunt æquales.*



2 *Linea recta circum tangere dicitur quæ cum tangat, producta longius circum non secat. Talis est linea AB quæ cum tangat*

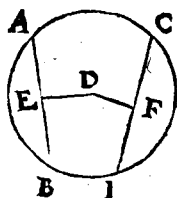
circulum CDE in puncto C, producta longius eum non secat.

3 *Circuli se tangere dicuntur qui cū se tangant, se tamen mutuo non secant. Tales sunt circuli CDE, CFG.*

4 *In circulo æqualiter distare à centro*

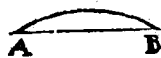
G

tro



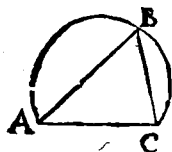
tro rectæ lineæ dicuntur cum perpendiculares à centro ad ipsas ductæ sunt æquales, ut lineæ *AB, CI*, æqualiter distāt à centro *D*, quia perpendiculares *DE, DF, DG*, à cetro *D* ad ipsas ductæ, sunt æquales.

5 Segmentum circuli est figura quæ sub recta linea & circuli circumferentia continetur. Talis est figura contenta recta *AB* & circumferentia *BC*.



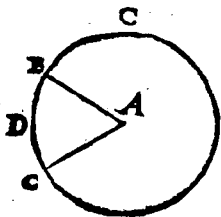
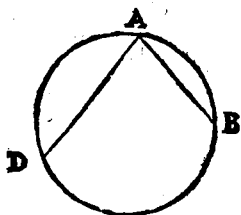
A & B.

6 Segmenti angulus est qui recta linea & circuli peripheria continetur. Tales sunt anguli



7 In segmento autem angulus est cum in segmenti circumferentia sumptū fuerit punctum quodpiam, & ab illo ad lineæ terminos rectæ fuerint adiunctæ. Sic angulus *ABC* est in segmento *CBA*.

8 Cum vero comprehendentes angulum datæ lineæ assumunt peripheriam



nam, illi ipsi assumptæ peripheriæ angulus indicitur sistere. *ut* *angulus DAB* dicitur *insistere circumferentiæ DCB.*

9 Sector autem circuli est cum ad ipsum circuli centrum angulus fuerit constitutus. *ut* si ad centrum *A* sit constitutus angulus

BAC, *figura BACD* dicitur sector circuli.

10 Similia circuli segmenta sunt quæ angulos capiunt æquales; aut in quibus anguli sunt æquales.

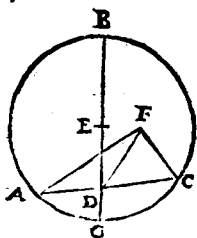
Propositiones.

Propositio 1. Proble. 1.

Dati circuli centrum reperire.

In circulo *A B C* ducatur recta *AC* ^{a 10. 1.} utcumque, quâ bisectâ in *a D*, per idem punctum *D* agatur perpendicularis *BG* ^{b . i . 1.} attingens utrimque ambitum. Dividatur ^{c 10. 1.} deinde recta *BG* bifariam in *E*

G 2 crit-



eritque punctum E
centrū circuli. Non
enim erit aliud pun-
ctum in ipsa BG,
cum centrum non
possit in vlla linea
esse nisi vbi secatur
bifariam. Sed neque

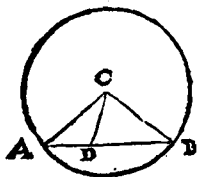
extra rectam BG. Fac enim esse in F du-
caturque FA, FD, FC; probabitur sanè
angulum FDA esse rectum; nam in triā-
gulo ADF, CDF latera AD, DF sunt
æqualia lateribus DF, DC & basis AF,
basi FC, cum vtraque ducatur ex cen-
tro F ad ambitum. Erunt *d* ergo anguli
FDC, FDA æquales, & proinde recti.
Hoc autem esse non potest; nam angu-
lus EDA rectus est. Maior igitur recto
est FDA. Non est igitur F centrum; sed
neque aliud punctum extra rectā BG:
Dati ergo circuli centrum est E.

Propositio 2. Theore. 1.

*Si in circuli ambitu duo puncta suman-
tur, recta ad illa puncta ducta intra
circulum cadet.*

Sumantur puncta A & B, & ex *a* cen-
tro

tro inuento C ducantur rectæ CA, CB, CD, Dico punctum D & quodlibet aliud rectæ AB cadere intra circulum. Quia enim CA CB pares sunt, pares erunt anguli ^b A & B eritque angulus ^b 5. 1. CDB maior opposito interno A; quare maior etiã angulo B; latus agitur CB ^c 16. 1. subtendens ^d 18. 1. angulum maiorem CDB, maius est latere CD subtendente minorem angulum B. Latus tamen CB tantum pertingit ad ambitum, quare CB



quod est minus, ad ambitum non pertinet. Non est igitur punctum D extra circulum; quod idem ostēdetur de

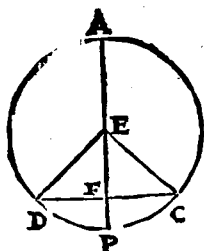
quouis alio in recta AB, si ergo in circuli ambitu &c.

Propo. 3. Theore. 2.

Si in circulo recta per centrum ducta aliam non ductam per centrum secet bifariam, secabit quoque ad angulos rectos. Et si ad rectos secet, secabit bifariam.

Recta AB per centrum E ducta, se-

G 3 cet



cet CD bifariam
in F, ducantur e
centro rectæ EC,
ED. Quia ergo
CE, CF, æqua-
lia sunt lateribus
DE DF, & basis
communis, erunt

¶ 3. 1.

anguli EFD, EFC æquales, ac proinde
recti.

¶ 3. 1.

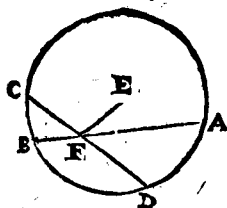
Quod si anguli ad F recti sint; cum
latera EC, ED trianguli ECD paria sint,
erunt in triangulis EFC, EFD duo an-
guli C & EFC duobus D & EFD æqua-
les, & latera EC, ED angulis opposi-
ta sunt equalia: æqualis ergo est basis
FC basi FD. Si igitur in circulo &c.

Proposi. 4. Proble. 3.

*Si in circulo rectæ se secant non per cen-
trum amba ductæ, non secabunt se
mutuo bifariam.*

Si enim per centrum transit una, cer-
tum est eam bifariam non secari, cum
non nisi in centro possit secari bifariâ,
& altera ex hypothesi per centrum non
transeat. Quod si neutra transit per cē-
trum

trum, vt in rectis AB, CD, intra circulum ADB ductâ à centro E rectâ EF, si vti tn vis, in puncto F secantur AB CD



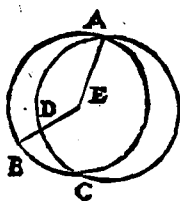
bifariam erit angulus EFC rectus, cum * altera per centrum ducta secans alteram extra centrum bifariam, secet ad rectos: sed

* 3. I.

ob eandem causam angulus EFB rectus erit: pares ergo essent anguli EFB, EFC, pars & totum, quod fieri nequit.

Propo. 5. Theore. 4.

Si duo circuli se mutuo secant non habebunt idem centrum.



Circularū ABC ADC se mutuo in A & B secantium sit idē centrum E si fieri potest; ducanturq; EA à centro ad alterutrā sectionem, & ED se-

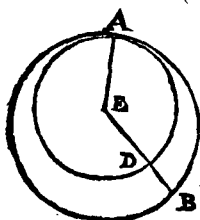
cans vtrunque vtrumque circulum in pūctis D & B. Quia igitur circuli ADC cētrum ponitur E, erunt EA, ED equa-

G 4 les

les, & quia circuli ABC idem centrum ponitur E, erunt EB EA $\text{\ae}$ quales; ergo & inter se esset $\text{\ae}$ quales ED, EB pars & totum, quod esse nequit. Si ergo duo circuli &c.)

Propositio 6. Theore. 5.

Si duo circuli interius se tangant, non erit eorum idem centrum.



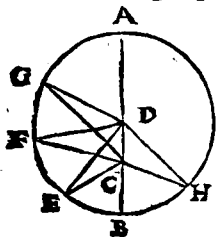
Nam si duo circuli se interius tangant in A & putentur habere idem centrum E, ductis rectis EA, & alia vtcunq; EB ad circumulum AB, ostendetur vt supra

ED & EB, partem scilicet & totum, $\text{\ae}$ quales esse ipsi EA: quod absurdum est. Si duo ergo circuli &c.

Propo. 7. Theor. 6.

In diametro circuli si aliud à centro punctum accipiatur, à quo rectae plures in circumferentiam cadant, maxima erit ea quae per centrum ducitur; minima reliquum eiusdem lineae: aliarum vero maior est ea quae transeunt per centrum.

*centrum est propior, neque plures quā
dua æquales duci possunt in circulum
ad utrasque partes ipsius minima.*

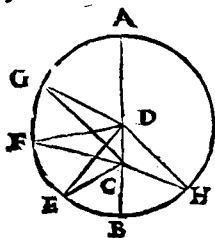


In diametro AB
sumatur punctum
C aliud à centro
D, ducanturq; ut-
cūq; rectæ CA CE,
CF, CG. Dico ma-
ximam earum esse

CA quæ transit per centrū D. Ductis e-
nī rectis DE, DF, DG quia trianguli
GDC, duo latera GD DC, quibus æqua-
lis est AC, maiora erunt, reliquo GC. * 20. I.
Maior ergo est AC quam GC; eodemq;
modo quibusvis alijs ex C ductis ostē-
detur esse maior.

2 Deinde quia latera EC, ED, maiora
sunt reliquo ED cui æqualis est BD, si
commune auferatur CD, latus CE ma-
ius remanebit quàm BC, & pari ratio-
ne ostendetur BC reliquis ex C esse
minorem.

3 Rursum quia in triangulis GDC,
FDC, duo latera GD, DC, duobus DF,
DC paria sunt, & angulus GDC ma-
ior



ior quam FDC, erit
basis δ GC, quæ
propior est ipsi
CA, maior remo-
tiore CF.

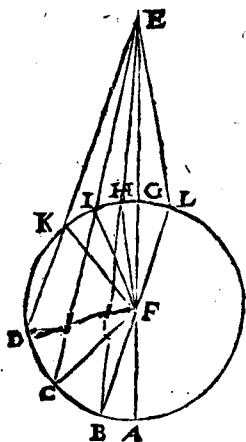
4 Denique si an-
gulo EDB æqualis

ponatur BDH ducaturque CH, in tri-
gulis EDC, HDC erunt bases CE CH
æquales, cum anguli CDE, CDH, &
latera continentia sint æqualia. Neque
vero plures possunt duci ad partes mi-
nimæ BC æquales prioribus. Si enim
cadant intra puncta EH, remotiores
runt à recta CA, ac proinde minores
ipsis CE CH. Si autem ducantur extra
puncta EH: erunt propiores ipsi CA
ac proinde maiores. Si igitur in diame-
tro &c.

Propo. 8. Theore. 7.

*Si extra circulum sumatur punctum
quodpiam, a quo ad circulum ducan-
tur rectæ quadam linea, quarum una
per centrum transeat, cætera ut lubet
ducantur.*

ducantur, rectorum quæ ducuntur
ad concavam peripheriam maxima erit
quæ per centrum ducitur, & quæ huic
propinquier, maior est remotiore. Ex-
tra circulū vero minima quæ ab as-
sumpto puncto ad diametrum tendit, & quæ
huic propior, minor est remotiore, &
duæ tantum lineæ æquales cadunt ab
ab eo puncto in circulum ad partes
minima vel maxima.



Extra circulū
A B C D suma-
tur punctum E,
à quo ducantur
quotuis rectæ,
quarū vna EA
per centrum F
trahseat, ceteræ
vero EB &c.
ut lubet cadant
in circulum. Di-
co I. rectorum
quæ ducuntur
ad concavū cir-
culi, maximam
esse

a 10. l.

esse EA quæ transit centrum F. Ducta enim è centro recta FB, trianguli EFB duo latera EF, FB æqualia ipsi a EA, maiora erunt latere EB, & sic de reliquis.

b 24. l.

2 Maior est etiam EB quæ propior est ipsi EA quam EC aut alia remotior. Nam quia trianguli EFB latera EF FB æqualia sunt lateribus EF, FC, trianguli EFC, & angulus EFB maior quam EFC, maior erit basis BE, quam CE.

c 20. l.

3 Ductis rectis FH, FI, FK, quia trianguli EHF maiora sunt duo c latera, FH HE reliquo EF, si auferantur æqualia FG FH, maior manebit EH extra circum, & reliquæ EIEK, quam sit EG. Minima est ergo EG, quæ ad diametrum GA ducitur.

d 21. l.

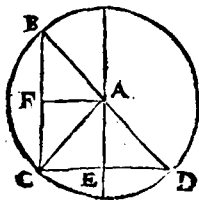
4 Quia intra triangulum EIF ducuntur rectæ EH, HE erunt hæ d minores ipsis EI, IF, ablatis ergo æqualibus HF, IF adhuc minor remanebit EH, quam EI, & ob eandem causam minor est EI quàm EK, quare minor est semper, quæ minimæ est propior.

5 Denique angulo HFG, si æqualis fiat GFL, ducaturque LE; quia trian-
gula

gula EHF, ELF latus habent commune EF, & alterum HF alteri LF æquale, & parem angulum contentum lateribus, erunt bases $\angle$ ELEH æquales. Neque plures his duabus æquales duci possunt ex vtraque parte minimæ EF: nam aut propiores erunt aut remotiores à minima EF, quam sint EI, EEI, quare his aut minores erunt aut maiores. Si ergo extra circulum &c.

Propositio 9. Theore. 8.

Si ab aliquo intra circulum puncto plures quam duæ rectæ æquales ad ambitum ducantur, id punctum centrum est circuli.



Ex puncto A intra circulum BCD præter rectas AB, AC, æquales, sit iisdem æqualis AD, ductisq; rectis BC, CD, divisisque bi-

sariam in E & F, ducantur ad ambitum rectæ AE AF. Quia ergo triangulorum ABFAFC latera duo sunt æqualia e-

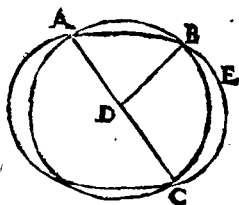
sunt

28. 1.

runt anguli ad F æquales & recti, re-
ctus item ad E. Quia ergo AF rectam
BC diuidit bifariam ad rectos, in ea est
centrum circuli, & ob eandem causam
est etiam in recta EA centrum circuli:
Non potest ergo centrum aliud esse
quam A, quia solum punctum A est v-
trique AF & AE commune. Si igitur
&c.

Propo. 10. Theore. 9.

*Circulus circulum in pluribus quã duo-
bus punctis non secat.*



28. 2.

Secent se si
fieri potest, cir-
culi in tribus
punctis A, B, C.
centroque cir-
culi ABC inue-
nto quod sit D

69. 2.

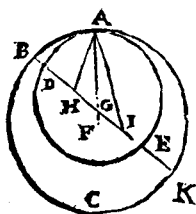
25. 3.

ducantur rectæ DA, DB, DC: quæ quia
æquales sunt, & attingunt etiam ambi-
tum circuli ABE, sequitur punctum
D esse etiã cẽtrum circuli ABE, quod
absurdum est. Non ergo secabunt se
circuli in tribus punctis.

Pro-

Propositio II. Theore. 10.

Si duo circuli se interius contingant recta coniungens eorum centra producta incidet in contactum circularum.



Circuli ABC , ADE interius in A se tangant: dico rectam quæ ducitur per centra F & G qualis est FA , cadere in contactum A .

Nam si fieri potest,

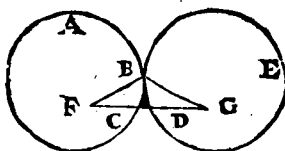
recta coniungens centra sit IBK , in qua centrum circuli ABC sit I , & alterius H , iunganturque rectæ AH , AI . Quia ergo AH , HI reliquo latere AI sunt maiora, & proinde maiora quàm IB quæ ex eodem centro ducitur, si auferatur communis HI manebit AH maior quàm BH . Est ergo HD maior ipsâ HB , pars toto; quod absurdum est. Eadem demonstratio procedet etiam si centrum circuli maioris extra minorem cadat.



Pro-

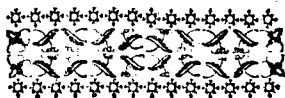
Propositio 12. Theore. II.

*Si duo circuli sese exterius contingant,
linea recta centra coniungens per cō-
tactum transibit.*



Si recta cō-
iungens cen-
tra circularū
ABC, BDE
se tangētium

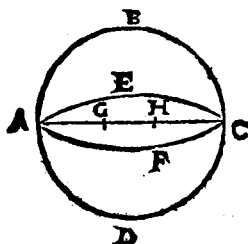
exterius in B non transit per contactum
B, sed alibi secet in punctis C & D, iū-
gens centra F & G; ducantur rectæ BF
BG, eruntque duo latera FB, BG ma-
iora, reliquo FG. Sed sunt etiam mino-
ra, nam FC ipsi FB æqualis est, ex eodem
centro F, similiterque GD ipsi GB erit
æqualis. Superat ergo latus FG reliqua
duo latera segmēto CD quod est absur-
dum. Recta igitur FG non iungit cen-
tra, & nulla iunget, nisi quæ transibit
per contactum B.



Prop.

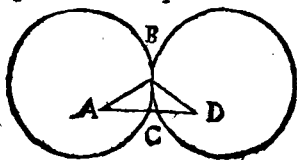
Propo. 13. Theore. 12.

Circulus circulum non tangit in pluribus pūctis siue intus tangat, siue extra.



Nam si circulum ABCD tāgat circulus AECF interius in duobus pūctis A & C erunt diversa & circulo-
rum centra, ea-

que in recta AC transeunte per conta-
ctus. Sit ergo G centrum ipsius ABC,
& H ipsius AEC. Tunc autem quia in
recta AC pōnitur cētrum circuli ABC
esse G, esset & recta AC bifariam diuisa
in G, & quia alterius circuli centrum
est H, etiā in H esset diuisa bifariam;
quod fieri nequit.



Sed ne-
que exte-
rius circuli
se in plu-
ribus pū-
ctis tāgēt:

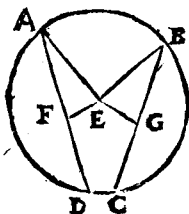
Si enim in pūctis B & C se tangunt
H ducta

a 12. 3.

ductâ rectâ AD per centra A & D nec-
non per contactum C, itemque ductis
AB, BD ad alterum contactum B, pro-
baretur vt sup.^a prop. latera AB BD, &
maiora & equalia esse lateri AD.

Propos. 14. Theore. 13.

*In circulo equales rectæ lineæ æqualiter
à centro distant, & quæ distant à cen-
tro æqualiter inter se, sunt equales.*



a 3. 3.

b 47. 1.

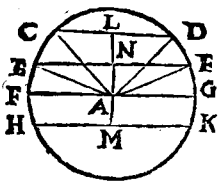
In circulo ABC
sint pares rectæ
AD, BC, & ex cē-
tro E agantur EF,
EG ad rectos ipsis
AD, BC, ideoque
secantes bifariam,
iunganturque EA, EB. Quia ergo an-
guli ad F & G sunt recti, quadratum ex
EA æquale est quadratis laterum AF,
EF: & similiter quadratum ex EB duo-
bus quadratis ex EG, GB. Nunc quia
quadrata rectarum æqualium EA, EB
sunt æqualia, erūt etiam quadrata duo
rectarum EF, FA, æqualia duobus ex
EG, GB, & ablatis quadratis rectarum
æqua-

$\text{æqualium FA, GB, manebunt quadrata rectarum EF EG. æqualia, quare EG EF sunt æquales, ac proinde AD BC æqualiter à centro distant.}$

E conuerso autem si positum sit rectas AD, BC distare æqualiter à centro E, ostendetur ex superiori demonstratione ablatis quadratis rectarum EF, EG æqualium, quadrata reliquarum FA, GB manere æqualia; proinde & ipsas esse æquales.

Propos. 15. Theore. 14.

In circulo maxima est diameter, & cæterarum ea semper maior, quæ centro est propior.



Per centrum A ductâ diametro FG, ducatur Hk propior cẽtro quâ CD, ad quas perpendicularibus æ centro ductis AL,

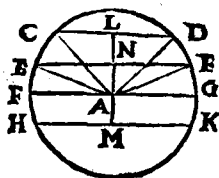
AM, ex AL, quæ necessario maior erit, sumatur, AN æqualis ipsi AM, & per N agatur BE ad rectos ipsi AL, iun-

H 2 gan.

6 14. 3.

20. 1.

ganturque rectæ AB, AC, AD, AE. Nunc vero quia BE HK æqualiter à centro distantes sunt æquales, & in triângulo ABE duo latera AB AE æqua-



lia diametro FG, maiora sunt quàm BE; erit eadem diameter FG maior quam BE, vel HK, aut quouis

alia.

2 Rursus quia duo latera AB, AE, duobus lateribus AC, AD sunt paria, & angulus BAE maior ipso CAD, erit basis BE seu HK maior quam CD, quæ est à centro remotior. In circulo igitur &c.

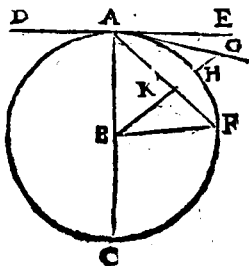
Propo. 16. Theore. 15.

Quæ ab extremitate diametri ad rectos angulos linea ducitur extra circum- cadit. Neque alia recta cadere potest in locum inter ipsam rectam & peripheriam comprehensum. Et semicirculi quidem angulus quouis acuto rectil- neo maior est, reliquus autem minor.

Ad

nam BA ipsi BH parti totius BG æqualis est, non ergo maior totâ BG.

3 Angulus semicirculi BAF quolibet acuto est maior : nam quivis acutus cū sit minor recto BAE, debet constitui



per rectâ, puta GA, quæ ad punctum A ducta necessario cadit intra circulum. Minorem ergo angulum faciet quam sit an-

gulus semicirculi BAF.

4 Angulus reliquus HAF, quem contingentiæ dicimus, minor est quovis rectilineo; nam si minor aliquis constitui posset puta GAE duceretur recta GA in locum inter rectam AE & peripheriam BF. Quæ igitur &c.

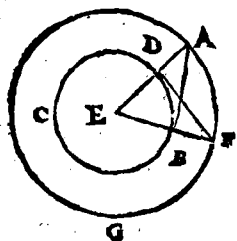
Corrollarium.

Hinc efficitur rectam ad extremum diametri perpendicularem tangere circulum, & in unico puncto tangere; nam si plura tangeret, caderet^a intra circulum.

Pro-

Propo. 17. Proble. 2.

*Adato puncto rectam lineam ducere
quæ datum circulum tangat.*



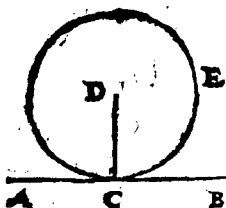
Dato puncto
A, & circulo
BCD, ducatur
ex centro E re-
cta EA, & eo-
dem cẽtro spa-
tio EA circulus
AFG; excite-
turque ad D re-

cta DF ad rectos ipsi EA. Inde iuncta re-
cta EF agatur quoque recta AB, quam
eandem dico tangere circulum BCD
in puncto B. Quia enim triangulorum
ABE, FED, duo latera AE, EB duobus
EF, ED sunt paria, & angulus E com-
munis, hæc triângula se habent iuxta
4.1. Quare cum angulus EDF rectus sit,
rectus quoque erit EBA, & proinde re-
cta AB circulum tangit in B. A dato . 16. 3.
ergo puncto &c.



Propo. 18. Theore. 16.

Si circulum tangat recta linea, ducta altera è centro ad contactum ipsi tangenti erit perpendicularis.



Vt si recta AB circulum tangat in C recta altera DC, ex centro D, ad contactum C, ipsi AB erit perpendicularis. Si enim anguli ACD, DCB non

• 11. 1.

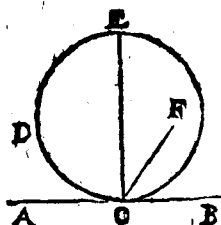
sunt recti, erit eorum alteruter acutus, puta ACD, sed hic maior est angulo semicirculi ECD, erit ergo angulus semicirculi minor aliquo acuto, quod fieri non potest. Anguli ergo ADC DCB sunt recti, ac proinde recta DC tangenti AB est perpendicularis.

• 16. 1.

Propo. 19. Theor. 17.

Si recta circulum tangat, & ad punctum contactus tangenti ipsi perpendicularis excitetur, in ea erit circuli centrũ.

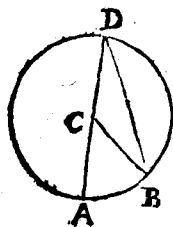
Recta AB tangat in C circulũ CDE, excitetur-



returque ad tactū
C, recta CE, ipsi
AB perpendicularis,
in qua si no-
gas esse centrum
circuli, sit ergo a-
libi, puta ubi F
ducaturque FC
quæ ipsi AB erit perpendicularis, qua-
re rectus angulus ACE recto angulo
ACF erit æqualis, pars videlicet toti,
quod est absurdum. Non ergo alibi e-
rit centrum quam in recta CE.

Propo. 20. Theore. 18.

*Ex eadem peripheria portione angulus
ad cētrum, duplus est eius qui ad am-
bitum extenditur.*



Super segmento
AB, ad centrum C,
fiat angulus ACB, &
super eodem segmēto
AB ad ambitum extē-
datur angulus ADB.
Quia ergo trianguli
CBD

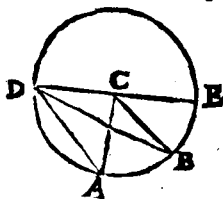
¶ 5. 1.
¶ 52. 1.

CDB latera CB, CD sunt æqualia; sunt
¶ & anguli D, & CBD ad basim æquales:
sed his duobus internis & oppositis ex-
ternus ACB est æqualis; idē igitur angu-
lus externus ACB, qui est ad cētrū, du-
plus est ipsius ADB, qui porrigitur ad
ambitum. Ex eadem ergo &c.

¶ 5. 1.
¶ 32. 1.

Eadem demonstratio adhibebitur
si triangula se interfecent. Ut angulus
ACB ad cētrum, duplus est ipsius ADB
qui ad ambitū. Nam ductā rectā DCE
erunt anguli CDA, CAD æquales, &
his duobus æqualis externus & oppo-
situs ACE, cuius anguli quia pars vna
angulus BCE, duplus est anguli BDC,

¶ 34. 1.



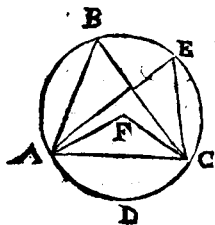
reliquus ACB du-
plus etiam erit re-
liqui ADB, quod
erat probandum:
est enim angulus
ADB angulus ad
ambitum, & ACB

ad centrum, super eodem arcu AB.

Prop.

Propositio 21. Theore. 19.

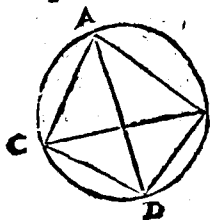
In circulo qui in eadem portione sunt anguli, aequales sunt.



Sit circulus AB CD, & in eius portione ABC sint anguli ABC AEC iuxta def. 11. ducaturq; ad centrū angulus F. Quia ergo tam angulus B quam E, est dimidium a 20. 3. eiusdem anguli F, sequitur eos inter se esse pares. In circulo ergo &c.

Propositio 22. Theore. 20.

Quadrilaterorum in circulo descriptorum anguli oppositi duobus rectis sūt aequales.

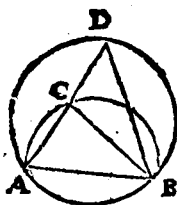


Descripto quadrilatero AB CD in circulo A B D ducātur rectę AD BC. Tunc vero quia anguli CAD CBD in eadem a 21. 3. portione CABD, &

& similiter anguli DAB, DCB, in eadem portione BACD, sunt etiam pares; totus angulus CAB duobus DCB DBC æqualis est: sed hi duo addito angulo CDB fiunt *b* æquales duobus rectis (constituent enim triagulum CBD) Idem igitur angulus CDB, adiunctus opposito CAB efficiet quoque angulos pares duobus rectis.

Propositio 23. Theore. 20.

Super eadem recta dua circularum portiones similes & inæquales ad eandem partes non constituentur.



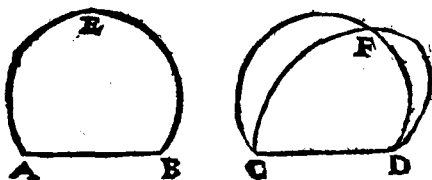
Sint enim si fieri potest super AB segmenta similia & inæqualia ACB, ADB; ductisq; rectis AD, BC, BD, erunt anguli D, & ACB pares super eadē portione AB. At externus ACB interiori & opposito *b* D par esse nequit. Super eadem ergo recta & c.



Prop.

Propositio 24. Theore. 22.

Super æqualibus rectis lineis similia circularum segmenta inter se sunt æqualia.

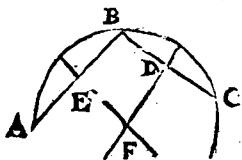


Super rectis æqualibus AB, CD, constituta sint similia segmenta AEB, CFD, quæ si non sunt æqualia; collocetur AB recta super ipsam CD, cui cõgruet, cum ponatur æqualis. Quod si non cõgrueret etiam segmenta, tunc vel vnum extra alterum totum caderet & sic similia & inæqualia segmenta super eadẽ CD constituerentur, vel vnum cadet partim extra; partim intra & tunc circulus circulum secaret in pluribus pũctis, quam duobus puta in C, F, D, si circuli perficerentur, quod vtrumvis ^{a 23.} est absurdum. Super æqualibus ergo re- ^{c 10.3} ctis &c.

Pro.

Propo. 25. Proble. 3.

*Data portione circuli describere circulum
cuius est portio.*

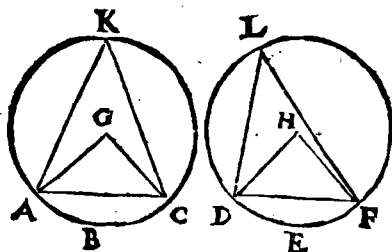


In data portione ABC sumantur utcumq; tria puncta A, B, C; iunganturque duabus rectis AB, BC; quibus in D & E bisectis, ad ea puncta excitentur perpendiculares DF, EF, ubi enim se secabunt puta in F erit circuli centrum. Nam per 1.3. tam in recta DF, quam in altera EF, erit circuli centrū. Non alibi ergo quā in F, alias duo essent vnus circuli centra. Centro ergo F, spatio FA describetur circulus cuius portio est ABC.

Propo. 26. Theore. 23.

Anguli aequales ad centra aut ad ambitum circulorum equalium insistant segmentis equalibus.

Sint æquales anguli AGC, DHF ad centra G & H, ducanturque rectæ AC, DF. Quia ergo triangulorum AGC, DHF, duo latera GA, GC duobus HD HF

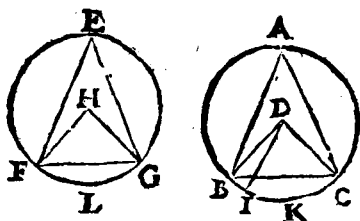


HF sunt paria, & anguli G & H ponū-
 tur æquales; erit $\therefore$ basis AC basi DF æ- ^{a 4. 1.}
 qualis, quare & arcus ABC ^{b 24. 1.} arcu DEF
 erit æqualis. Rursus si anguli K & L sint
 æquales, erunt $\therefore$ portiones AkC, DLf ^{c 10 def. 3,}
 similes: quare cum circuli toti ponan-
 tur æquales, similes quoque erunt ar-
 cus ABCDEF.

Propo. 27. Theore. 24.

*Anguli ad centra aut ambitum equalitē
 circulorum insistentes equalibus cir-
 culorum portionibus, sunt æquales.*

Sienim anguli BDC, FHG æqualitē
 circulorum, æqualibus arcibus BKC,
 FLG insistent, & anguli ipsi non sunt
 æquales; sit BDC maior, fiatque angulus



126. 2.

120. 30

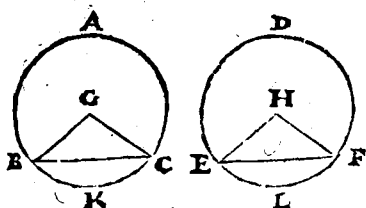
BDI ipsi FHG æqualis; equales ergo erunt arcus BI, FG, quod est absurdum, cum arcus BC & FG positi sint æquales. Anguli ergo BDC, FHG inequales esse non possunt, ac proinde nec anguli A & E qui sunt dimidij ipsorum D & H. Anguli ergo ad centra &c.

Propo. 28. Theore. 25.

In æqualibus circulis æquales rectæ auferunt & relinquunt æquales peripherias.

128. 7.

Nam si in paribus circulis ABC DEF rectæ BC, EF sunt æquales; factis angulis ad centra G & H, erunt triangulorū GBC, HEF duo latera GB, GC duobus HE, HF æqualia, cumque basis BC basi BF sit etiam æqualis, equales erunt anguli G & H. Similes ergo por-



portiones sunt BKC, ELF. Et quia circuli sunt æquales, similes quoque relinquentur BAC, EDF. In æqualibus ergo &c.

Propositio 29. Theore. 26.

In æqualibus circulis æquales peripherias æquales rectæ lineæ subtendunt.

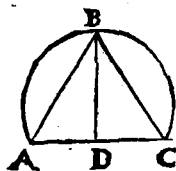
Nam in figuris superioribus si BKC, ELF, sumptæ sint portiones æquales, pares erunt anguli G, & H: sed & latera continentia sunt æqualia, quare bases BC, EF, quæ subtendunt æquales arcus inter se sunt æquales. 27. 3. 4. 1.

Propo. 30. Proble. 4.

Datam circumferentiam secare bifariam.

Datæ periphæriæ ABC, subtendatur recta AC, diuisa in D bifariam, ad quod punctum excitetur DB, ipsi AC, perpen-

I dictu-

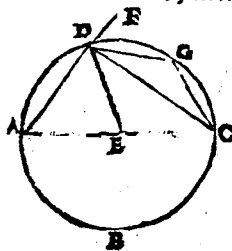


dicularis, eritq; peripheria ABC , bifariā in B , diuifa. Nam ductis rectis AB , BC quia triangulorum DAB DBC , latus DA ipsi DC , est æquale, & DB commune, angulique ad D recti sunt, erunt a bales AB , BC , æquales, ac proinde æquales b etiam peripheriæ AB , BC . Secta est igitur ABC , bitariam in B ; quod erat faciendum.

a 4. 1.
 b 27. 3.

Proposi. 31. Theore. 27.

In circulo angulus qui in semicirculo rectus est: qui in portione maiore, minor; & qui in minore, maior recto: insuper maioris portionis angulus est maior recto; minoris, minor.



In semicirculo ADC , fiat utcūq; angulus CDA , quem dico esse rectum. Nam ex E cetro ductā rectā ED , & latere AD , producto in F , quia

quia trianguli EAD , duo latera EA ,
 ED sunt paria, pares quoque erunt an-
 guli EAD, EDA , & in triangulo ECD ,
 pares erunt ob eandem causam anguli
 EDC, ECD ; totus ergo angulus ADC ,
 duobus DAC, DCA , æqualis est; sed ijs-
 dem duobus oppositis & internis æ-
 qualis est b externus FDC , Sunt ergo b 32. 11
 æquales quoque inter se anguli ADC ,
 CDF ; ac proinde rectus vterque.

Et quia in triangulo ACD , angulus
 ADC , ostensus est rectus, minor c recto
 erit angulus BAC , qui est in portione
 $DABC$, maiore quam sit semicirculus. 17. 11

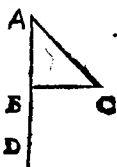
Nunc vero sumpto vtcunque pun-
 cto G , in arcu DC , ductisque rectis
 DG, GC , quia quadrilaterum est AG ,
 anguli oppositi d DAC, CGD , va d 22. 11
 lent duos rectos: sed angulus DAE
 minor recto est, recto ergo maior est
 angulus DGC , qui est in portione
 DGC minore quam semicirculus.

Sed & angulus maioris portionis qui
 continetur recta CD , & circumferen-
 tia $DABC$ maior est recto ADC , to-
 totum videlicet sua parte. Angulus de-
 nique minoris portionis qui contine-

tur recta CD, & arcu DGC, minor est quam rektus C D F, pars videlicet quā totum. In circulo igitur &c.

Corollarium.

Si in triangulo angulus aliquis duobus reliquis sit equalis is erit rektus. Ut si angulus ABC duobus A



& C, equalis est, cum externus a D B C, iisdem A & C, sit equalis; equalles etiam erunt D B C, & ABC, ideoque rekti.

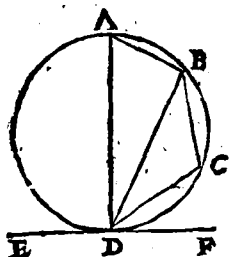
4 32. I.

Propo. 32. Theore. 28.

Si circum recta tetigerit, & à tactu ducatur recta altera secans circum, anguli quos ad tangentem facit, equalles erunt ijs qui in alternis circuli portionibus consistunt.

Circulum ABCD, tangat recta EF, in puncto D, ex quo ducatur DB, utcumque circum secans in B, deinde excitata DA, ipsi EF, perpendiculari (quæ erit a diameter) ducatur AB, sup-
toque quouis puncto in arcu BD, puta C, du-

4 18. 3.

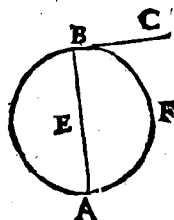


C, ducantur etiam rectę BC, CD. Quo facto dico angulos quos facit BD, cum tangente EF, æquales esse angulis, qui sunt

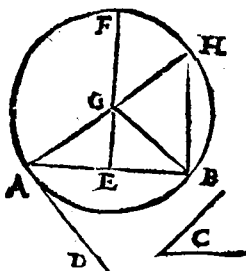
in alternis circuli portionibus. Hoc est angulum BDF, parem esse ipsi BAD, qui est in portione ABD; & angulum BDE, parem esse ipsi BCD, qui in portione DCB cōsistit. Nam quia angulus ABD, in semicirculo *b* rectus est, reliqui duo BAD, BDA, vni recto *c* sunt pares; sed *b* 21. 3. *c* 12. 1. rectus est angulus ADF, valet ergo duos angulos BAD, BDA; ablato ergo communi BDA, reliqui BDF, & BAD, manent æquales. Amplius quia AC quadrilaterum est, anguli A, & C, sunt *d* 22. 35 pares duobus rectis, sicut & anguli BDF, BDE; cum igitur angulus BDF, ipsi A, sit ostensus æqualis, reliqui BDE, BCD, inter se relinquuntur æquales; Si igitur circulum &c.

Propo. 33. Proble. 5.

Super data recta portionem circuli describere quæ capiat angulum dato angulo rectilineo æqualem.



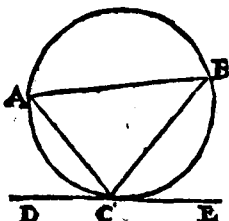
Si angulus datus sit rectus vt D, & data recta sit AB, eâ diuisâ bifariam in E; centro E spatio EB, ducetur semicirculus AFB, capiens angulum rectum.



Si vero angulus datus sit acutus, vt C, & data recta AB; applicetur ad eius extremû A, angulus D AB, ipsi C æqualis; deinde rectâ AB, diuisâ bifariam in E, excite-tur EF, ad rectos ipsi AB, & ad A, recta AH, ad rectos ipsi AD, iungaturque GB, eruntque triangulorû EAG, EBG, latera

Propositio 34. Proble. 6.

*A dato circulo portionem auferre quæ
angulum capiat parem angulo dato.*



Sit datus
angulus F,
& circulus
ABC, cui
ad quod-
uis punctū
puta C, ap-
plicetur a tangens DE, fiatque angulus
BCE, ipsi F, æqualis: eritque angulus
quiuvis in portione CAB, puta BAC, æ-
qualis ipsi BCE, seu dato angulo F, cum
angulus CAB, in alterna circuli sectio-
ne consistat.

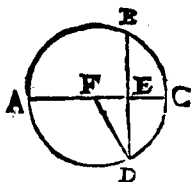
a 16. 3.

b 32. 3.

Propositio 35. Theore. 29.

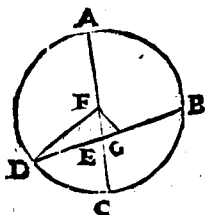
*Si in circulo dua rectæ se interfecerint, re-
ctangulum sub segmentis unius æ-
quale erit rectangulo sub segmentis
alterius contento.*

In circulo ABCD, rectæ AC, BD, se
interfecerint in E; quæ sectio si sit in cen-
tro, tunc cum omnia segmenta sint æ-
qualia



qualia, erit rectangulum sub segmentis
 vnus, æquale rectangulo sub segmen-
 tis alterius. Quod si in alterutra tatum
 puta AC, sit centrum circuli, secetque
 alteram BD, æqualiter & ad rectos in ^{2. 3.}
 E, tunc ductâ rectâ FD ex centro F,
 quia recta AC, bifariam in F, & non bi-
 fariam in E diuisa est, erit rectangulum
 sub AE, EC, simul cum quadrato ip- ^{5. 2.}
 sius EF, æquale quadrato ipsius FC vel
 FD seu duobus ex FE, ED; sed quadra- ^{47. 1.}
 tum ipsius ED, est rectangulum sub
 partibus rectæ BD, sectæ æqualiter in E;
 Igitur rectangulum sub partibus EC,
 EB addito quadrato ex EF, æquale est
 quadrato ipsius FD, sicut & rectangu-
 lum sub partibus inæqualibus ipsius
 AC, adiuncto eodem quadrato ex EF,
 fiebat æquale quadrato ipsius FD; Ab-
 lato ergo communi quadrato ex EF re-
 ctan-

Rectangula sub AE, EC, & sub BE, ED, remanent æqualia.



Si vero in alterutra recta puncta AC, sit centrū circuli F, & vtraque linea inæqualiter in F diuidatur, ductis

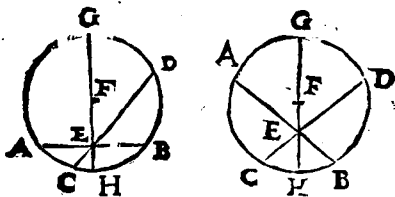
FD, & perpendiculari FG, rectangulum sub partibus AF, EC, cum quadrato ipsius EF, par erit quadrato ex FC, vel FD; Similiter rectangulum sub BE, FD, cum quadrato ipsius EG, æqualia sunt quadrato ex GD, & hoc cum quadrato ipsius GF, æquale est quadrato ipsius DF, quare additis ad rectangulū sub DE EB quadratis ipsarum EG, GF, seu quadrato ipsius EF fiet rectangulum sub DE, EB æquale quadrato ex DF, cui etiam æquale erat rectangulum sub partibus ipsius AC, adiuncto quadrato ex EF; hoc ergo quadrato ex EF communi ablato, rectangula sub AE, EC, & BE, ED, manent æqualia.

Denique si neutra per centrum transeat & vna ex illis bifariam secetur, aut neu-

d s. 3.

e 47. 1.

f s. 2.

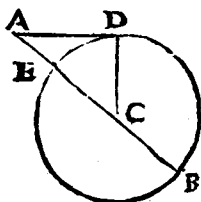


neutra: ducatur per centrum F, & sectionem E recta GH, tunc vero quia ostensum est rectangulum sub AE, EB, æquale esse rectangulo sub GE, EH (siue AB, diuisa sit bifariam siue nō) item rectangulum sub CE, ED, æquale esse eidem sub GE, EH, (siue CD, bifariam secta sit siue non) erit rectangulum sub AE EB, æquale rectangulo sub CE, ED. Quod erat demonstrandum. Si ergo in circulo &c.

Propo. 36. Theore. 30.

Si à puncto extra circulū ducantur due rectæ, secans una, altera tangens circulum; rectangulum sub tota secante & parte quæ eidem adiecta est usque ad punctum, æquale erit quadrato tangentis.

A pun-



Ex puncto A
ducatur AB, cir-
culū secans, quæ
primo trāseat per
C, centrum, aga-
tutque ^a insuper
recta AD, circu-

lum tangens in D, adiunctâ rectâ CD,
quæ erit ^b ad rectos ipsi AD. Quia ergo
recta BE, bifariam secta est in C, & ei
adiuncta est EA, erit rectangulum ^c sub
AE, EB cum quadrato ipsius EC, vel
CD, æquale quadrato ex AC: sed hoc
idem quadratum ex AC valet duo si-
mil ^d quadrata ex AD, CD; si igitur au-
feras quadratum commune ex DC, re-
ctangulum sub AE, EB, sit æquale qua-
drato tangentis AD.

Quod si linea AB, non transeat per
C centrum, ducatur ad eam CF per-
pendicularis, item alię rectę CD, CE,
CA. Cum igitur rectangulum sub AE,
EB, addito quadrato ipsius EF, par sit
^e quadrato ex AF, addito cōmuni qua-
drato ex F C, quadrata ex AF, F C, seu
^f quadratum ex AC, æquale erit rectan-
gulo sub AE, EB, adiectis quadratis ex
EF, FC,

^a 17. 2.

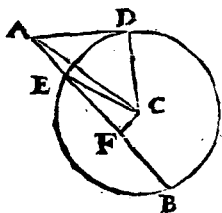
^b 18. 3.

^c 6. 2.

^d 47. 1.

^e 6. 2.

^f 47. 1.



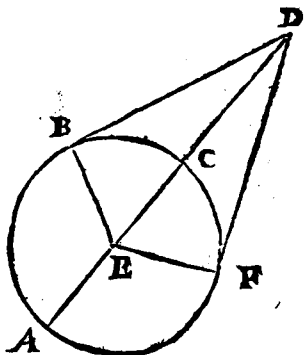
EF, FC, vel cū quadrato ipsius EC. Quia ergo rectangulum sub AE, EB cum quadrato ipsius CE; vel CD, æquiualeat quadrato ipsius AC, vel duarum

rum $\&$ AD DC; si auferatur commune ex DC, vel CE, rectangulum sub AE, EB, manebit æquale quadrato ipsius AD. Quod erat demonstrandum. Si ergo à puncto $\&$ c. § 47. 14

Propo. 37. Theore. 31.

Si à puncto extra circulum ducantur rectæ duæ, quarum altera secet, altera in circulum incidat, sitque rectangulum sub secante, & adiecta parte usque ad punctum, æquale incidentis quadrato; recta illa incidens circulum tangit.

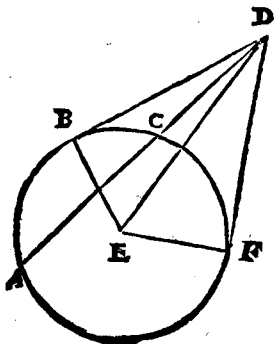
Ex puncto D extra circulum ABF ducatur recta DA, secans circulum in C, sitque rectangulum sub DA, DC, æquale quadrato rectæ DB. Dico rectam DB tangere



17. 3.

36. 2.

tangere circulum. Nam ductâ rectâ DF
 tangente a circulum in F iungantur è
 centro E rectæ EBEF, & si recta DA nō
 transit per centrum E, addatur etiam
 DE. Nunc vero quia rectangulo sub
 DA DC, æquale est ^b quadratum tan-
 gentis DF, eidemque rectangulo sub
 DA DC ponitur æquale quadratum ip-
 sius DB, erunt quadrata rectarum DF
 DB æqualia, ideoque & ipsæ æquales,
 Quia ergo triangulorum DFE, DBE,
 duo latera DF, FE, duobus DB, BE, sunt
 æqualia, & basis DE communis; erūt
 angu-



anguli DFE, DBE æquales; est autem c. 2. 5.
 angulus DFE rectus, rectus ergo e- d. 13. 3.
 tiam, est DBE, ideoque c. 16. 3. recta DB cir-
 culum tangit. Si ergo extra circum
 &c.



EVCLI-



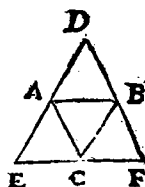
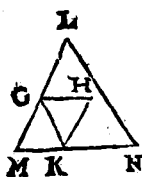
E V C L I D I S

E L E M E N T O R V M

LIBER IIII.

Definitiones.

i Figura rectilinea in altera rectilinea dicitur inscribi, cum singuli eius quæ inscribitur anguli singula latera attingunt eius in qua dicitur inscribi.

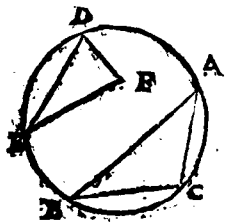


Ut triangulum ABC , inscriptum est in triangulo DEF : at triangulum GHK , non inscribitur in triangulo LMN , quia angulus H , non attingit latus MN .

2 Figura

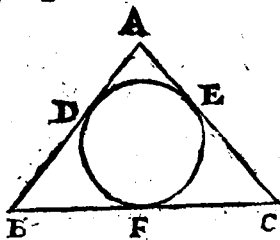
2 Figura circum figuram describi dicitur cum singula eius quæ circumscribitur latera singulos angulos tetigerint figuræ, quæ intus est descripta.

Ut in superioribus exemplis triangulum DEF; est descriptum circa triangulum ABC, at triangulum LMN, non est descriptum circa GHK.



triangulum DEF.

3 Figura rectilinea in circulo inscribi dicitur cum singuli eius anguli circulum tetigerint. Ut triangulum ABC, circulo ADB est inscriptum, non autem



4 Figura vero rectilinea circa circulum describi dicitur, cum singula eius latera am-

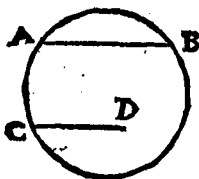
bitum circuli tangunt. Ut triangulum ABC, descriptum est circa circulum DEF.

K

5 Si-

5 Similiter & circulus in figura rectilinea inscriptus est, cum eius ambitus tangit singula latera figure in qua circulus describi dicitur. *Ut circulus DEF, inscriptus est in triangulo ABC def. 4.*

6 Circulus autem circa figuram describi dicitur, cum circuli ambitus tangit angulos omnes eius figure quam circumscribit. *Ut in figura definitionis tertia circulus ACBD, descriptus est circa triangulum ABC, non autem circa DEF.*



Ut linea AB, aptata est in circulo ABC, non autem CD.

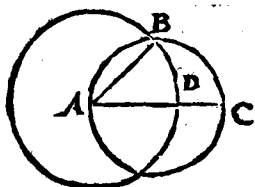
7 Recta linea in circulo accommodari vel aptari dicitur, cum eius extrema in circuli peripheria fuerint.

Propositiones.

Propositio 1. Proble. 1.

In dato circulo rectam accommodare aequalem data recta linea, quæ circuli diametro maior non sit.

In



E

In circulo
ABC aptanda
sit linea æqua-
lis ipsi E quæ
diametro AC
maior non sit
nā maior dia-
metro a nul- 15. 3.

la aptari po-

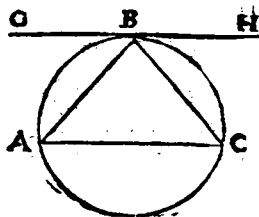
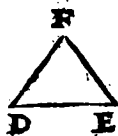
test. Quod si diametro AC esset æqualis
linea E, ipsa diameter AC esset accom-
modata vt petitur. Si ergo linea E mi-
nor sit diametro AC, abscindatur æ-
qualis AD, ac centro A spatio AD du-
catur circulus BD; iuncta enim recta
AB aptata erit in circulo ABC, & erit
æqualis ipsi E, cum E sit æqualis ipsi AD,
cui æqualis etiam est AB.

Propositio 2. Proble. 2.

*In dato circulo triangulum describere
dato triangulo æquiangulum.*

Sit datus circulus ABC, & triangu-
lum DEF. Ducta tangente GH ad
pūctum B fiat angulus $\angle$ HBC æqualis
ipsi D, & GBA ipsi E ponatur æqualis,
ducaturque recta AC, & triangulum

K 2 ABC

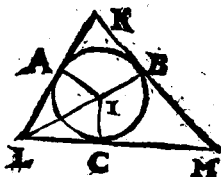


32. 3.

ABC erit quod petitur: nam quia angulus HBC æqualis est ipsi A in alterna sectione, & eadem de causa GBA ipsi C; erit quoque angulus D, ipsi A, & angulus E ipsi C æqualis; quare & tertius F ipsi angulo B æqualis erit. In dato ergo circulo &c.

Propo. 3. Proble. 3.

Circà datum circulum triangulum describere dato triangulo æquiangulum.



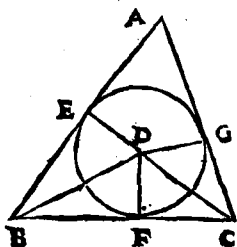
Sit datus circulus ABC, & triangulum DEF, productoque latere EF in G & H

& H, angulo DEG equalis fiat ad cen- 23. 1.
 trum angulus AIC, & angulus BIC an-
 gulo DFH; necnon ad singula puncta
 A, B, C, ducantur & tangentes KL, LM, 6. 16. 3.
 MK: eritque triangulum KLM dato
 triangulo DEF æquiangulum. Nam
 quia in quadrilatero AICL anguli ad
 A & C sunt recti reliqui L & AIC c. 18. 2.
 duobus rectis sunt pares: si enim ducatur
 LI, duo triangu-
 la ALI, CLI habent
 angulos pares & quatuor rectis; cū igitur 4. 12. 1.
 duo recti sint ad A & C, reliqui con-
 tinebunt rectos alios duos. Si ergo an-
 guli ALC, AIC, valēt duos rectos, cum
 angulus AIC sit æqualis ipsi DEG, al-
 ter angulus L par erit angulo DEF,
 quandoquidem anguli circa latus DE
 sint duobus rectis æquales. Eodem mo- 15. 2.
 do per quadrilaterum BICM ostende-
 tur angulum M esse ipsi DFE æqualem.
 Quare & tertius D, tertio angulo K
 erit æqualis. Circa datum ergo &c.



Propo. 4. Proble. 4.

In dato triangulo circulum describere.



Dati trian-
guli A B C
duo quivis
anguli CBA,
ACB bise-
centurae per
rectas D B,
D C, occur-

§ 9. 1.

§ 12. 1.

c. conf.
a 26. 2.

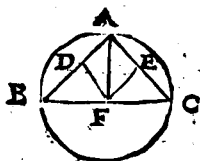
rentes in D, à quo pūcto ducātur $\perp$ DE,
DF, DG, singulae singulis lateribus triā-
guli dati perpendiculares. Nunc verò
quia triangula DBF, DBE, habent sin-
gula ad E, & F, vnum angulum rectum,
& alterum DBF, alteri DBE æqualem,
latus insuper DB commune; erunt $\perp$ e-
tiam latera DE, DF æqualia; similiter-
que ostendetur rectam DG, rectæ DF
æqualem esse. Si igitur centro D, spatio
DF, ducatur circulus FEG, transibit per
puncta E & G, tangetque latera omnia
trianguli dati ABC. In dato ergo trian-
gulo &c.



Pro-

Propositio 5. Proble. 5.

Circa datum triangulum circulum describere.



Trianguli dati ABC
duo latera AB, AC,
diuidantur bifariam
in D & E; ad que pun-
cta excitatis perpen-

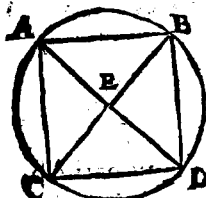
dicularibus coibunt illæ, vel intra
triangulum, vel in latere ipso, vel
extra, vt in figuris ordine apparet. Du-
cantur insuper rectæ AF, BF, CF, si om-
nes, aut aliquæ earum ante non sunt du-
ctæ. Quia ergo triangulorum ADF,
BDF, latera DA DB sunt æqualia, &
DF commune, angulique recti ad D; e-
rit basis AF ipsi FB æqualis, pariter-
que ostendetur EC ipsi FA esse æqua-
lem. Centro ergo F, spatio FA ducetur
circulus ACB, qui transibit per puncta

K 5 C & B

C & B. Circa datum ergo triangulum
&c.

Propo. 6. Proble. 6.

In dato circulo quadratum describere.



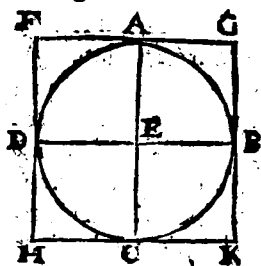
In dato circulo
ABCD, secet se ad
rectos in centro E
diametri A D, B C,
ducanturque rectæ
AC, AB, CD, DB:
ostendetur ergo omnes has lineas esse
equales bases triangulorum suorum per
4. 1 & sunt anguli supra illas bases, puta
super AB, æquales, quia æqualia sunt
lateralia EA, EB: cum ergo omnes angu-
li ad B sint recti, omnes qui sunt supra
bases erunt semirecti, totus ergo angu-
lus ABD, & similes, sunt recti: figura er-
go rectilinea ABCD, quadratum est, des-
criptum in circulo, quod erat facien-
dum.



Propositio 22. Proble. 20.

Circa datum circulum quadratum describere.

Ductis diametris se secantibus ad rectos in E centro, per earum extrema A, B, C, D, ducantur ^a tangentes FG & similes, eritque figura rectilinea FG HK; in qua rectilineum Ak est parallelogrammum, sunt enim ^b anguli ad A & C recti, ergo latera ^c AG, Ck parallela; similiterque parallele sunt AC, Gk propter angulos ad B & E rectos. Cum ergo



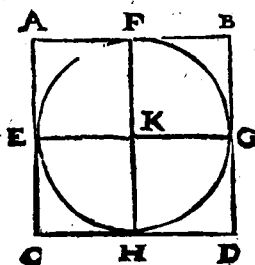
go angulus A Ck rectus sit, erit etiam ^d oppositus A G k rectus: similiterque ostendetur angulos ad F, H, k, rectos esse. Item Gk

æquale est opposito AC, ^e diametro circuli, & omnia alia latera figuræ FK ostendentur diametro circuli æqualia. Sunt ergo omnes anguli recti & latera æqualia in figura Fk, & per consequens est

est quadratum. Circa datum ergo circulum. &c.

Propo. 8. Proble. 8.

In dato quadrato circulum describere.



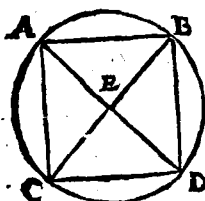
Dati quadrati AD lateribus AB, AC, bifariam secus in E & F, per E recta EG parallela ipsi AB, & per F ducatur FH ipsi AC si-

militer parallela; et tuncque lateribus quadrati & inter se æquales. Et quia Ak parallelogrammum est, erunt latera opposita FK AE dimidium lateris quadrati, æqualia: similiterque ostendetur omnes rectas kE, kF, KG, KH, æquales esse dimidio lateris quadrati, & inter se. Centro ergo k, spatio KE ducetur circulus EF GH tangens omnia latera quadrati. In dato ergo quadrato &c.

Pro-

Propositio .9. Proble. 9.

Circa datum quadratum circulum describere.



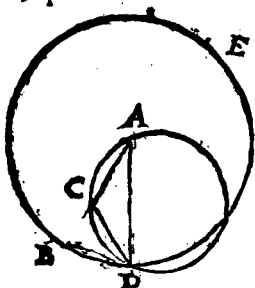
In dato quadrato ABCD, ductis diagonibus se secantibus in E, quia trianguli ABC latera AB, AC sunt æqualia, erunt anguli ACB ABC æquales, & semirecti, cum angulus CAB rectus sit: similiterque ostendetur omnes angulos geminos ad A, B, C, D, esse æquales; quare latera EA EB &c. inter se esse æqualia. Centro ergo E, spatio EA, ducetur circulus ABCD, transiens per omnia puncta extrema quadrati. Circa datum igitur quadratum &c.

Propo. 10. Proble. 10.

Triangulum Isosceles constituere in quo uterque angulus ad basim sit duplum reliqui.

Recta AB secetur in C iuxta 11. 2. ita ut rectangulum sub AB BC sit æquale qua-

quadrato recta. Deinde facto centro
A, spatio AB ducatur circulus BDE,



1. 4.

66.1.

6 J. 4:
d II. 2.

• 37. 3.

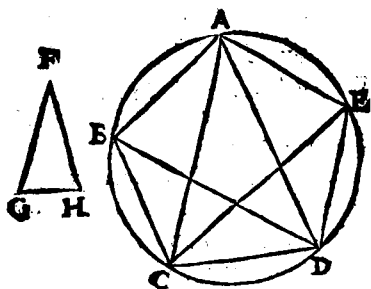
f 32. f.

g 34. I.

proinde $\angle$ rectæ DC, DB æquales, cum
 pares angulos subtendant. Et quia BD
 posita est ipsi CA æqualis, pares erunt
 rectæ CD, CA. Quare $\angle$ anguli A &
 CBA æquales. Duplus ergo est angu-
 lus externus BCD ipsius A, & eiusdem
 dupli quoque anguli sunt CBD, ADB,
 qui ipsi externo BCD pares ostensi
 sunt. Triangulum ergo Isosceles &c.

Proposi. II. Proble. II.

*In dato circulo Pentagonum æquilaterū
 & æquiangulum describere.*



Assumpto triangulo Isoscele FGH,
 cuius anguli G & H dupli sint ipsius F,
 in circulo ABCD fiat illi æquiangulū
 ACD,

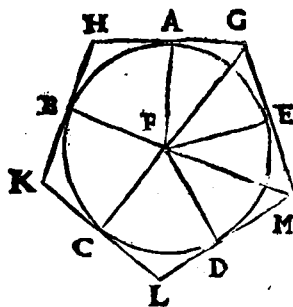
ACD , bifariamque diuidantur anguli
 ACD , ADC . Iunctis deinde rectis AB ,
 BC , CD , DE , EA factum erit quod pro-
 ponitur. Nam quia anguli ADB , BDC
 sunt pares, pares etiam erunt & arcus
 AB , & BC ; & eandem ob causam om-
 nes reliqui arcus sunt equales, & om-
 nes & rectæ AB , BC , & c. æquales, quæ
 pares arcus subtendunt. Sed & angulus
 ABC , fangulo BCD & reliquis qua-
 tuor similibus est æqualis, eo quod in
 æqualibus segmentis sint omnes. In da-
 to ergo circulo & c.

Propo. 12. Proble. 12.

*Circa datum circulum pentagonum æ-
 quilaterum describere.*

In dato circulo ABC notentur quin-
 que puncta A , B , C , D , E , signantia quin-
 que angulos pentagoni æquilateri in
 circulo a descripti, ad quæ puncta ex
 centro F ducantur totidem rectæ FA
 FB & c. rursusque ad earum extrema
 ducantur tangentes quæ concurrēt in
 angulis G , H , K & c. factumque erit
 quod petitur. Nam quia in quadrilate-

ro BFCk, quatuor anguli quatuor rectis æquivalent, similiterque in quadrilatero CFDL, & anguli ad B & C recti sunt, sequitur angulos BKC BFC duobus rectis æquivalere: similiterque angulos



culos CLD CFD: cumque BFC & CFD sint anguli æquales ob pares ar. d 27. 2. cus BC, CD, reliqui BKC & CLD erunt æquales; pariq; metho-

do ostendetur angulos reliquos pentagoni inter se esse æquales. Nunc vero esse æquilaterum sic ostendo. Ductis rectis FG, FM erit quadratum ex FG, æquale quadratis tam ipsarum AF, AG, quam ipsarum EF EG, Quare ablatis quadratis equalium AF, EF, quadrata reliquarum AG GE manent equalia, ac proinde rectæ AG GE sunt pares. Cumque anguli FAG, FEG & continentia latera sint æqualia, erunt trian-

s. 26. 1.

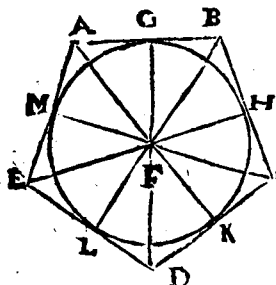
triangula AFG GFE iuxta 4. 1. & idcirco anguli AFG, GFE æquales. Eadem methodo ostendetur triangula FEM, MFD esse iuxta 4. 1. ac proinde angulos EFM MFD esse æquales. Quare anguli, EFG, cū sint dimidij æqualiū EFM, erunt inter se pares. Quia ergo in triangulis GFE, EFM, duo anguli circa rectam EF sunt pares, & latus adjacens EF commune est, reliqua latera *b* & anguli erunt æqualia. Æquales sunt ergo rectæ GE, & EM, dimidiæ ipsius GM. Eodem modis ostendetur AG esse dimidiam ipsius GH. Cumque dimidiæ GA GE ostensæ sint æquales erunt & tota latera pentagoni GH, GM æqualia, similiterque de cæteris procedet demonstratio. Ergo &c.

Propos. 13. Proble. 13

In dato pentagono æquilatere & equiangulo circulum inscribere.

Dati pentagoni ABCDE, anguli duo proximi EAB, ABC bisecentur *a* per rectas AF, BF, & à puncto F, in quo concurrunt, ducantur etiam rectæ FC & ceteræ

cæteræ ad reliquos angulos. Quia ergo
 triangulorum ABF, FBC duo latera BA,
 BC æqualia sunt, & BF commune, an-
 guli que contenti ad B sunt pares; erit ^{bb} 4. 1.
 totum toti æquale triangulum; anguli-
 que & latera correspondentia æqualia:
 pares ergo sunt anguli B A F, B C F.
 Cumque anguli BAE BCD ponantur
 æquales, sicut BAF est dimidium totius
 anguli BAE, ita BCF dimidium erit to-
 tius BCD. Hic ergo angulus, & reliqui
 in orbem, secti sunt bifariam. Ducantur
 deinde FG FH &c. singulæ singulis la-
 teribus perpendiculares. Et quia trian-
 gulorum GFB, BFH duo anguli FGB,
 GBF duobus FHB, FBH sunt pares, &



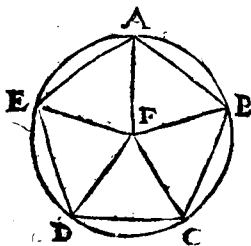
latus FB com-
 mune, æqua-
 lia etiam e-
 rūt latera FG,
 FH, & his pa-
 ri modo æ-
 quales erunt
 Fk FL, FM.

Quare centro
 F spatio FG ductus circulus transibit
 per puncta H, K, L, M, & sic in penta-
 L gono

gono circulus erit descriptus.

Propo. 14. Probl. 14.

*Circa datum pentagonum æquilaterum
& æquiangulum circulum descri-
bere.*



Dati penta-
goni ABCDE,
angulis ABC
BCD sectis bi-
fariam per re-
ctas FB, FC, in
F conuenien-
tes, triangulo-

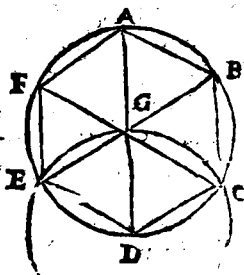
rum ABF, BFC duo latera BA, BF duo-
bus BC, BF æqualia erunt; & anguli ad
B contenti æquales. Basis ergo AF ba-
si FC æqualis est; ostendeturque vt in
sup. prop. reliquas FD, FE diuidere bi-
fariam angulos reliquos, & omnes esse
lineas inter se æquales. Centro ergo F,
spatio FB ductus circulus transibit per
reliqua puncta C, D, E. Circa datum
ergo &c.



Pro-

Propo. 15. Proble. 15.

*In dato circulo hexagonum equilaterum
& equiangulum inscribere.*



In dato circulo ABCD, cuius centrum G, ducta diametro AD centro D, spatio DG ducatur circulus EGC, secans priorem in punctis E & C,

ductisque per centrum G ad ambitum rectis CF, EB, iungantur rectæ DE, DC &c. eritque triangulum EGD æquilaterum; quare eius omnes anguli erant inter se pares & quilibet erit pars tertia duorum rectorum, cui per omnia æquale est triangulum DGC. Iam vero quia recta EG cadens in rectam FC facit æquales duobus rectis, cum anguli EGD, DGC, sint duæ tertiæ duorum rectorum sequitur angulum EGF esse partem tertiam duorum rectorum, & æqualem duobus prioribus angulis; sūt ergo tria triangula EFG, EGD, DGC

e 26. 3.
f 23. 1.

undique æqualia; & quia anguli FGA, AGB, BGC sunt ad verticem angulis prioribus, omnes sex anguli ad G sunt æquales: quare omnes circumferentiæ, AB, &c. sunt æquales, omnesque rectę subtensę. Est ergo hexagonum ABCDEF æquilaterum; quod idem est æquiangulum; nam omnes anguli FED, & similes constant duabus tertijs duorum rectorum, vt ostensum est. In dato ergo &c.

Corollarium.

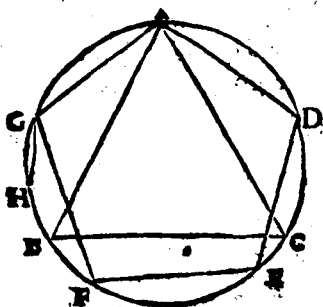
Hinc manifestum est latus hexagoni æquale esse semidiametro circuli; nam latus DE æquale est semidiametro DG.

Propos. 16. Proble. 16.

In dato circulo quindecagonum æquilaterum, & æquiangulum inscribere.

a 2. 4.

In dato circulo ADC describatur æquilaterum ABC, & pētagonum æquilaterum ADEFG, cuius angulus vnus constituatur ad aliquem angulum trianguli puta ad A. Quia ergo AB subtendit tertiam partem circu-
h



li, si totus circulus in quindecim partes æquales diuisus intelligatur, in arcu AGB erunt ex ijs quinque; & cum AG sit quinta pars, in eo arcu erunt partes tres; duæ ergo erunt in arcu GB; quo diuiso bifariam in H erit BH pars decima quinta circuli totius. Quare ductâ subtensâ GH, si aptentur^b in circulo quatuordecim alix æquales, incipiendo a puncto B vel H, descriptum erit in circulo quindecagonum æquilaterum: quod etiam erit equiangularum, cum eius anguli omnes subtendant arcus æquales tredecim laterum quindecagoni: nam angulus H ab arcu GH & eius subtensâ comprehensus subtendit ar-

L 3 cum

cum $GADH$ & sic de ceteris angulis
plura latera quindecagoni ducta essent.
In dato ergo circulo &c.



EVCL:



E V C L I D I S

ELEMENTORVM

L I B E R V.

Definitiones.

I Pars est magnitudo magnitudinis minor maioris, cum minor metitur maiorem. *Hoc est, Pars est magnitudo minor è maiore sumpta cum minor aliquoties repetita metitur præcisè, & adequat maiorem: ut 4. est pars ipsius 12. quia repetendo ter 4. adequamus 12. Vt in hoc libro plerumque numerorum exemplis sub quibus quantitates continuae, cum opus fuerit possunt intelligi.*

Partem quæ metitur totum solemus Aliquotam nominare, eamque hic solam videtur Euclidis definire; solet tamen pars dici etiam ea quæ totum non metitur, & vocari potest Pars Aliquantæ. Sic 5. est pars

L 4 ipsius

finis 12. etiamsi præcisè non metiatur ipsum 12. Vtraque pars hac definitione comprehenderetur.

Pars est magnitudo magnitudinis minor maioris, cum minor repetita maiorem potest excedere.

2 Multiplex est magnitudo magnitudinis maior minoris, cum minor metitur maiorem. *Ut 12. est multiplex ipsius 4: quia 4. metitur ipsam 12. Minor verò respectu maioris dicitur Submultiplex. Aequemultiplices denique magnitudines sunt quæ a suis submultiplicibus pari numero repetitis adequantur. Sic 4. ad 2; & 6. ad 3. sunt aequemultiplices, quia sicut 2 bis sumptum adequat 4. ita 3. bis sumptum metitur 6.*

Vniuersalius. Multiplex est magnitudo magnitudinis maior minoris, cum minor repetita maiorem potest excedere. Sic 12. est multiplex ipsius 5. &c.

3 Ratio est duarum magnitudinum eiusdem generis mutua quædam secundum quantitatem habitudo. *Quod Græci λόγος dicunt, Latini reddunt nunc Ratio, nunc Proportio, & his vocibus utemur promiscuè. Est ergo ratio seu proportio ha-*
bitu-

bitudo quadam secundum quantitatem duarum magnitudinum eiusdem generis. Non enim conferris possunt linea cum superficie, sed linea cum linea, superficies cum superficie.

Magnitudinum vero quae inter se conferuntur potest una alteram superare excessu qui numeris exprimi potest, ut cum excedit una secunda seu dimidio, una tertia, una quarta, aut simili excessu, cuius habitudo numeris concipi potest: & inter huiusmodi magnitudines est Proportio rationalis. Aut magnitudo magnitudinem superat excessu qui numeris exprimi praecise non potest; & inter eas est Proportio irrationalis. Sic inter diametrum & costam seu latus quadrati est proportio irrationalis, quia diameter excedit costam excessu qui neque est una secunda costae, neque una tertia neque in ulla alia comparatione, qua numeris possit exacte definiri; siue ad costam comparetur, siue ad ipsam etiam diametrum. Porro quantitarum inter quas exprimitur proportio qua prior in casu nominandi solet efferri, dicitur antecedens posterior qua subijci solet in alio casu, dicitur consequens. Ut cum dico numerus 4.
est

est duplum ipsius 2; vel 4. est duplum ad ipsum 2. Antecedens est 4. consequens 2.

4 Rationem seu proportionem dicuntur habere inter se magnitudines quæ multiplicatæ possunt se mutuo superare. *Nulla est igitur proportio finiti ad infinitum, linea ad superficiem, cum nulla multiplicatione possit superare aut finitum infinitum, aut linea superficiem,*

5 In eadem proportionem dicuntur esse magnitudines prima ad secundam & tertia ad quartam, cum primæ & tertiæ æquemultiplicia, à secundæ & quartæ æquemultiplicibus (quæcunque sit eadem multiplicatio) alterum ab altero vel vna deficiunt, vel vna æqualia, vel vna maiora sunt, si sumantur ut inter se respondent.

Hoc est, si dentur quatuor ordine magnitudines & sumpto quouis æquemultiplici prima & tertia, itemque eadem aut alio æquemultiplici secunda & quarta, semper eveniat ut cum multiplex prima superat, aequat, aut non attingit multiplex secunda, multiplex etiam tertia superet, æquet, aut non attingat multiplex quarta, tunc demum dices e quatuor illis magnitudinibus

dinibus primam in ea proportionem esse ad secundam in qua est tertia ad quartam.

Tales sunt magnitudines
 $\begin{array}{cccc} 8 & 16 & 12 & 24 \\ 12 & 12 & 18 & 18 \\ 8 & 6 & 12 & 9 \\ 4 & 2 & 6 & 3 \end{array}$
 $\begin{array}{cccc} A & B & C & D \end{array}$
 ABCD: nam si sumatur du-
 plum ipsarum A & C, tri-
 plum vero ipsarum B & D,
 tunc ut multipulum primæ,
 quod est 8 superat multipulum

secunda 6, ita multipulum ipsius C, superat
 multipulum ipsius D. In sequenti vero ordi-
 ne in quo sumitur triplum prima & tertiæ,
 sextuplum vero secunda & quarta, multi-
 pla sunt pariter equalia; ac denique in su-
 premo ordine sumpto duplo primæ & tertiæ,
 octuplo vero secunda & quarta, sicut mul-
 tiplum prima minus est multiplo secunda,
 ita multipulum tertia multiplo quarta; Ne-
 que aliud eveniet in alia vlla multiplicati-
 one. Ex quo colligimus primam ad se-
 cundam in eadem esse ratione, in qua est ter-
 tia ad quartam.

Ab hoc indicio inbet Euclides investi-
 gari an magnitudines in eadem proportionem
 sint; quod quomodo cum natura intima
 proportionalium cohereat sic ostendo. Qui-
 ratio seu proportio est magnitudinum se-
 cundum quantitatem comparatio; non est
 aliud

aliud magnitudines in eadem ratione esse,
 quam esse in eadem comparatione seu habi-
 tudine maioris & minoris, totius & partis;
 si nomen partis latius sumatur, ut compre-
 hendamus etiam proportionem irrationa-
 lem. Non potest autem e quatuor magni-
 tudinibus prima eandem habere compara-
 tionem maioris ad secundam minorem,
 quam habet tertia ad quartam; nisi secun-
 da & quarta pari numero multiplicata si-
 militer se habeant ad maiores, quo ad ex-
 cessum, & defectum. Si enim exempli gra-
 tia cum secunda B ter repetita non exce-
 dat primam A, quarta tamen D ter ac-
 cepta superet tertiam C, ma-
 nifestum erit D non esse ita
 minus ipso C, sicut B ipso A;
 aut quod idē est, C non esse ita maius ipso D,
 sicut est A ipso B, atque adeo quatuor illas
 magnitudines nō esse in eadē ratione. Itā ve-
 ro perinde est cōferre minores magnitudines
 B & D, ad maiores singulas A & C, atq; ad
 easdem A & C pari numero multiplicatas.
 Nam necesse est quoque similes partes eodē
 modo se habere quo ad excessum & defe-
 ctum ad sua tota aequaliter multiplicata.
 Si enim cum B sexies sumptum, non exce-
 dat

dat *A* bis repetitum, *D* tamē sexies accep-
tum, superet *C* bis repetitum; manifestum
etiam inde erit *B* non esse talem partem ip-
sius *A*, qualis est *D* ipsius *C*, seu quod idē est,
C nō ita esse maius ipso *D*, sicut est *A* ipso *B*.
Idipsum vero est, quod *Euclides* docet; in-
bet enim maiores magnitudines *A* & *C*
aqualiter multiplicari, seu prima & tertia
sumi aequemultiplices, multiplicari etiam
aqualiter minores, seu partes *B* & *D*; & si
semper eodem modo se habeant in excessu &
defectu ad tota *A* & *C* aqualiter multipli-
cata, recte colligit, *A* esse in ea ratione ad
B, in qua est *C* ad *D*. Atque hoc sane qui pe-
nitius intellexerit, perinde esse in cōparatio-
ne maioris & minoris, seu in proportionē,
conferre unum ad unum, atque plura ad
plura pari numero multiplicata, magno
compendio veritatem omnium prope theo-
rematum huius elemēti penetrabit, eadem-
que sine longo syllogismorum circuitu resol-
uet statim in prima axiomata, Omne totū
esse aequale omnibus simul suis partibus, &
ē contra omnes parti. tota aequales esse, alia-
que his affinia pronuntiata. Neque vero re-
moneat quod in huius definitionis explica-
tione exemplum adhibuerim numerorum,

in quibus semper est proportio rationalis, cum tamen indicium ab Euclide allatum valeat etiam in irrationali; perinde enim fuerit si loco numerorum magnitudines substituas in proportionē seu rationali seu irrationali constitutas: quod idem intelligatur in omnibus exemplis huius elementi.

6 Magnitudines quę in eadem ratione seu proportionē sunt Proportionales vocantur. Ut magnitudines A, B, C, D ,

4 2 6 3 sunt proportionales quia binę priores, & binę posteriores
 $A B C D$ sunt in eadem proportionē.

7 Quando æquemultiplicium multiplex primę excesserit multiplicem secundę, & multiplex tercię non excesserit multiplicem quartę; maiorem proportionem tum habet prima ad secundam, quam tercię ad quartam. Patet hæc definitio ex quinta: Neque aliud vult, quam si dicas, maiorem esse proportionem primę ad secundam quam tercię ad quartam, tum inter primam maiorem & secundam minorem maior est inæqualitas, quam inter terciam & quartam. Hoc autem investigari iubet eodem quo in quinta definitione usus est indicio. Si enim cum duplum primę

A

8 6 12 15 *A* excedat triplum secunda
 4 2 6 3 *B*, duplum tamen tertię *C* nō
A B C D excedat triplum quartę *D*, sa-
 tis patebit maiorem esse exces-
 sum ipsius *A* supra *B*, quam ipsius *C* supra
D: seu primam *A* maiorem habere ratio-
 nem ad secundam *B*, quam tertiam *C* ad
 quartam *D*.

8 Analogia seu proportionalitas est
 rationum seu proportionum similitu-
 do. Quia Latini *Rationem* & *Propor-*
tionem pro eodem sumunt, quam Græci *A-*
alogiam dicunt: nos *Proportionalitatem*
 distinctionis gratia nominabimus. Est er-
 go *Proportionalitas* rationum similitudo.
 Et similitudo quæ est inter proportionem
 duplam quantitatum 6 & 3, & inter aliam
 duplam quantitatum 4 & 2, dicuntur *Pro-*
portionalitas.

9 *Proportionalitas* in tribus minimū
 terminis consistit. Cum enim sit similitu-
 do duarum proportionum, & unaquaque
 proportio sit inter duos terminos, quatuor
 terminos requirit *Proportionalitas*; nisi
 terminus unus bis repetatur: ut cum dico
 sicut 8 ad 4 ita 4 ad 2. Et tunc tres termini
 ad proportionalitatem sufficient.

10 Cum

10 Cum tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiam duplicatam rationem habere dicitur eius, quam habet ad secundam. *Ut quia proportionales sunt 8, 4, 2, prima 8 ad tertiam 2 dicitur duplicatam habere proportionem eius quam habet ad secundam 4.*

11 Quando vero quatuor fuerint proportionales magnitudines, prima ad quartam triplicatam habet proportionem, & ita deinceps vno amplius, quādiu proportio extiterit.

12 Homologæ dicuntur magnitudines, antecedentes quidem antecedentibus, & consequentes consequentibus. *Ut in quatuor magnitudinibus proportionalibus 6, 3, 4, 2, prima 6 & tertia 4 quæ sunt antecedentes dicuntur homologæ, sicut & consequentes 3 & 2.*

13 Alterna seu permutata proportio est sumptio antecedentis ad antecedentem, & cōsequentis ad consequentem. *de qua agitur prop. 16. ut si est, sicut 6 ad 3 ita 4 ad 2, erit antecedens 6 ad antecedentem 4 ut consequens 3 ad consequentem 2.*

14 Conuersa ratio est sumptio consequen-

quentis ut antecedentis ad antecedentem & ad consequentem. *De qua prop. 4.*
Ut si est, sicut 6 ad 3 ita 4 ad 2, erit con-
uertendo.

Ut 3 ad 6 ita 2 ad 4.

15 Compositio rationis est sumptio antecedentis cum consequente, velut unius, ad consequentem *De qua prop. 18.*
Ut si est, sicut 6 ad 3 ita 4 ad 2: Erit componendo.

Ut 9 ad 3 ita 6 ad 2.

16 Divisio rationis est sumptio excessus quo consequentem superat antecedens, ad ipsam consequentem. *De qua prop. 17.*

Ut si est, sicut 9 ad 3 ita 6 ad 2 erit dividendo,

Ut 6 ad 3 ita 4 ad 2.

17 Conuersio rationis est sumptio antecedentis, ad excessum quo antecedens superat consequentem. *De qua propo. 19.*

Ut si est 9 ad 3 sicut 6 ad 2. Erit per con-
uersionem rationis.

Ut 9 ad 6 ita 6 ad 4.

18 Ex æqualitate ratio est, cum fuerint plures magnitudines, & alie ipsis numero æquales, quæ binæ & binæ in

M eadem

eadem ratione sumantur, fueritque ut in prioribus prima ad ultimam; ita etiā in posterioribus. Vel est sūptio extremarum per subtractionem mediarum. Ut si sint plures magnitudines *A, B, C, & alia totidem D, E, F, bina & bina bina in eadem ratione, hoc est ut A ad B ita D ad E, & ut B ad C, ita E ad F; erit ex aequo in prioribus A ad ultimam C, ita etiam in posterioribus prima D, ad F.*

$$\left\{ \begin{array}{c|ccc} A & B & C & D & E & F \\ \hline 12 & 6 & 3 & 8 & 4 & 2 \end{array} \right\}$$

Ex aequo 12 ad 3 8 ad 2.

19 Ordinata proportio est cū fuerat ut antecedens ad consequentem, ita antecedens ad cōsequentem. fuerit etiā ut consequens ad aliam quampiam, ita consequens ad aliam quampiam.

Dupliciter institui potest proportio ex aequalitate uno modo quando tam in prioribus quam in posterioribus comparantur prima cum secunda, & secunda cum tertia: & hac est ordinata proportio qua hic definitur & de qua agitur prop. 22: cuiusque exemplum positum est def. 18. Altero ma-

do

do sit proportio ex aequo, cum ordo perturbatur in posterioribus, ut apparebit definitione sequenti.

19. Perturbata proportio est cum tribus existentibus magnitudinibus & totidem alijs, fuerit ut in prioribus antecedens ad consequentem, ita etiam in posterioribus; ut autem in prioribus consequens ad aliam quampiam, ita in posterioribus alia quampiam ad antecedentem.

Ut si sit quemadmodum in prioribus *A* ad *B*, ita in posterioribus *E* ad *F*, ut vero in prioribus *B* consequens ad aliam quampiam *C*, ita in posterioribus alia quampiam *D* ad antecedentem *E*, erit hac perturbata proportio. de qua agitur prop. 21. & 23.

$$\left. \begin{array}{ccc|ccc} A & B & C & D & E & F \\ 12 & 8 & 4 & 12 & 6 & 4 \end{array} \right\}$$

Ex aequo 12 4 12 4.

Lubet ad extremum breui schemate ponere sub oculos omnes hasce proportionum formas quas animo firmiter comprehendisse plurimum tyronibus proderit.

M 2 Quia

Quia est ut 9 ad 3 ita 6 ad 2

Erst etiam,

Permutando	{ V ₁	9	ad	6	ita	3	ad	2
Conuertendo		3		9		2		6
Componendo		12		3		2		2
Diuidendo		6		3		2		2
Per Con. rat		9		6		2		4

Proportio ex æquo.

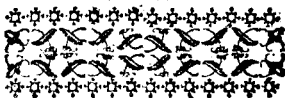
Ordinata.

Perturbata.

{ A B C D E F	{ A B C D E F }
{ 12 6 3 8 4 2	{ 12 8 4 12 6 4 }

Ex æquo 12 ad 3 8 ad 2 12 ad 4 12 ad 4

Neque vero difficile est aduertere ex ipsis numeris in omnibus hisce ordinibus quatuor magnitudines esse proportionales, sem minores quantitates esse similes maiorum partes: Nam in permutata sicut 6 est pars subsesquialtera ipsius 9, ita 2 ipsius 3. Sen quod idem est, sicut 6 semel continetur in 9 & supersunt 3 pars dimidia ipsius 6; ita 2 semel continetur in 3, & superest 1. pars dimidia ipsius 2. Idem in reliquis ordinibus deprehendes.



Pro-

Propositiones.

Propof. 1. Theore. 1.

*Si fuerint quotcunque magnitudines
quacunque magnitudinum numero
equalium equemultiples singula
singularum; quam multiplex est una
vnius, tam multiplices erunt omnes
omnium.*

E 10 5. F



Hoc est, Equemultiplicium magnitudinum quam multiplices sunt singula singularum, tam multiplices sunt omnes omnium. Ut quia equemultiplices sunt A ad B, C ad D; si A & C colligantur in E, similiterque B & D colligantur in F, quam multiplex erat A ipsius B, tam multiplex erit E ipsius F.

Non enim maiora aut minora sunt tota quam sue omnes partes: non potest proinde totum E pluries vel pauciore numero continere totum F, quā A & C partes omnes totius E, continerēt B & D partes omnes totius F.

M 3 Pro

Quia est ut 9 ad 3 ita 6 ad 2

Erit etiam,

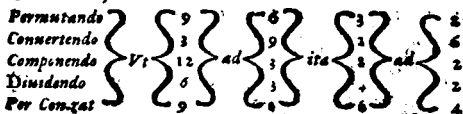
Permutando

Conuertendo

Compenendo

Diuidendo

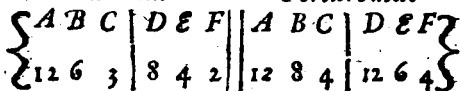
Per Comp. gat



Proportio ex æquo.

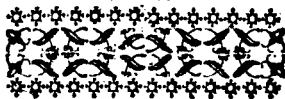
Ordinata.

Perturbata.



Ex æquo 12 ad 3 8 ad 2 12 ad 4 12 ad 4

Neque vero difficile est aduertere ex ipsis numeris in omnibus hisce ordinibus quatuor magnitudines esse proportionales, seu minores quantitates esse similes maiorum partes: Nam in permutata sicut 6 est pars subsesquialtera ipsius 9, ita 2 ipsius 3. Sen quod idem est, sicut 6 semel continetur in 9 & supersunt 3 pars dimidia ipsius 6; ita 2 semel continetur in 3, & superest 1. pars dimidia ipsius 2. Idem in reliquis ordinibus deprehendes.



Pro-

¶ parinúmero in multiplicibus collectis hoc est in G, & H. a. 1. s.

Propo. 3. Theore. 3.

Si prima secunda ita est multiplex ut tertia quarta, & prima ac tertia sumantur æquemultiplices; erit multiplex prima tam multiplex secunda, quam multiplex est multiplex tertia ad quartam

Vt quia A continet B, sicut C ipsam D; si sumantur E & F æquemultiplices ipsarum A & C, B continebitur toties in E, quoties D in F.

E 8 F 12 Nam sumere multipla ipsarum A & C non est aliud
4 2 6 3 quam sumere plures A & C;
A B C D Sicut ergo B & D æqualiter continebantur in singulis A & C, continebuntur etiam æqualiter in iisdem
A & C parinúmero multiplicatis in E & F. a. 1. s.



Propositio 4. Theore. 4.

Si prima ad secundam eam proportionem habuerit quam tertia ad quartā; habebunt quoque eandem rationem æquemultiplices prima & tertia ad æquemultiplices secunda & quarta iuxta quamvis multiplicationem, si sumantur ut inter se respondent.

E F G H. Vt si A habuerit eam proportionem ad secundam B, quā habet tertia C ad quartam D; sumptis E & G æ. A B C D quemultiplicibus ipsarum A & C, itemque F & H iisdem vel alijs æquemultiplicibus ipsarum B & D: erit E multiplex ipsius A, ad F multiplicem ipsius B, sicut G multiplex tertiæ C, ad H multiplicem quartæ D. Nam, ut explicuimus ad def. 5, in ratione maioris & minoris, siue in proportionem, perinde est conferre singulas B & D, ad singulas A & C, atque B & D æqualiter multiplicatas, ad A & C pari inter se numero multiplicatas. Si ergo singulæ A & G, ad singulas B & D eodem modo se.

¶ parinúmero in multiplicibus collectis hoc est in G, & H. ¶ 1. 5.

Propo. 3. Theore. 3.

Si prima secunda ita est multiplex ut tertia quarta, & prima ac tertia sumantur æquemultiplices; erit multiplex primæ tam multiplex secundæ, quam multiplex est multiplex tertiæ ad quartam

Vt quia A continet B, sicut C ipsam D; si sumantur E & F æquemultiplices ipsarum A & C, B continebitur toties in E, quoties D in F.

E 8 F 12 Nam sumere multipla ipsarum A & C non est aliud
4 2 6 3 quam sumere plures A & C;
A B C D Sicut ergo B & D equaliter continebantur in singulis A & C, continebuntur etiam æqualiter in iisdem ¶ 1. 5.
A & C parinúmero multiplicatis in E & F.



Propositio 4. Theore. 4.

Si prima ad secundam eam proportionem habuerit quam tertia ad quartā; habebunt quoque eandem rationem æquemultiplices prima & tertia ad æquemultiplices secunda & quarta iuxta quamvis multiplicationem, si sumantur ut inter se respondent.

E F G H. Vt si A habuerit eam proportionem ad secundam B, quā habet tertia C ad quartam D; sumptis E & G æquemultiplicibus ipsarum A & C, itemque F & H iisdem vel alijs æquemultiplicibus ipsarum B & D: erit E multiplex ipsius A, ad F multiplicem ipsius B, sicut G multiplex tertiæ C, ad H multiplicem quartæ D. Nam, ut explicuimus ad def. 5, in ratione maioris & minoris, siue in proportionem, perinde est conferre singulas B & D, ad singulas A & C, atque B & D æqualiter multiplicatas, ad A & C pari inter se numero multiplicatas. Si ergo singulas A & G, ad singulas B & D eodem modo

de se habent, eędem A & C æqu.
multiplicatę in E & G, erunt etiā in ea-
dem ratione ad B & D æqualiter mul-
tiplicatas in F & H.

A B C D

E G F H

K M N L

Longiore circuitu
idem alij sic conclu-
dunt : Sit prima A ad
secundam B sicut ter-
tia C ad quartam D.
Sumptis deinde E &
F, ipſarum A & C
æquemultiplicibus &
G & H æquemulti-
plicibus ipſarum B
& D. Dico fore etiā
E multiplicem primę
A, ad G multiplicem
secundę B, vt est F
multiplex tertię C, ad
H multiplicem quar-
tę D. Accipiantur e-
nim K & L ipſarum
E, F, & M, N ipſarum
G H æquemultiplices.
Tunc vero quia æque
multiplex est E ipſius
A vt F ipſius C, accep-

a. i. s. teq; sūt ipsarū EF æquemultiplices kL,
 ita ergo multiplex est k ipsius A sicut
 L ipsius C. Eadē de causā ita multiplex
 est M ipsius B, vt N ipsius D. Et quia est
 vt A ad B ita C ad D, acceptæq; sunt ip-
 sarū A, C æquemultiplices K, L, ipsarū
 vero B, D aliæ quęcunque M, N: ergo si
 b. a. def. s. k b superat M, superabit & L ipsam N,
 & si æqualis, æqualis; & si minor, mi-
 nor: suntque K, L ipsarum E, F æque-
 multiplices, M vero & N ipsarum G, H.
 v. def. s. s. Est ergo vt E ad G ita F ad H. Si ergo
 prima ad secundam &c.

*Hac inquam forma demonstrandi per
 assumptas æquemultiplices in sequentibus
 quoque propositionibus potest adhiberi, in
 quibus ego utar compendio. Nam defini-
 tione quinta rite percepta facile asseque-
 mur earum propositionum veritatem abs-
 que longo illo ambitu æquemultiplicium.
 Quod semel hoc loco monuisse sit satis.*

Corollarium.

4 2 6 3 Ex hac propositione demō-
 A B C D strari potest Propositio cōner-
 sa, quæ tamen ex terminis sa-
 tis est euident. Nam si A est ita maius ipso
 B si-

B, sicut C ipso D satis est evidens B ita minus fore ipso A, sicut D minus est ipso C, que sunt unum & idem. Neque aliud est proportio conuersa.

Propo. 5. Theore. 5.

Si magnitudo magnitudinis ita multiplex fuerit ut ablata ablata; reliqua reliqua ita multiplex erit, ut tota totius.

Ut quia A ita multiplex est ipsius B, sicut ablata C, ablata D, erit residua E, E 4 F 2 residua F ita multiplex, ut tota A totius B. Si enim cum C 8 D 4 A sit duplum ipsius B, & A 12 B 6 pars ablata D, dupla similiter partis ablata D, non esset residua E duplex residue F, non continerentur, omnes partes totius B, in omnibus partibus totius A, sicut totum in toto; quod absurdum est. Erit ergo residua residua ita multiplex, ut tota totius.

SSC

Pro-

Propo. 6. Theore. 6.

Si dua magnitudines duarum magnitudinum æquemultiplices fuerint, & ablata quadam earundem æquemultiplices, erunt reliquæ ijsdem vel æquales vel æquemultiplices.

G 2 H 3 | G 8 H 12

E 10 F 15 | E 4 F 6

A 12 B 18 | A 12 B 18

C 2 D 3 | C 2 D 3

Ut quia duæ magnitudines A, B, duarum C, D, sunt æquemultiplices, & auferantur ex A, B quævis æquemultiplices earundem C, D, puta E & F; residuæ G & H erunt ijsdem C & D aut æquales, aut æquemultiplices. Cum enim C & D æqualiter contineantur in totis A & B, & in eorum aliquibus partibus E & F, æqualiter quoque continebuntur in reliquis G & H. Quare reliquæ G & H aut ijsdem C, D, sunt æquales, aut æquemultiplices. In priore exemplo sunt G, H æquales ipsis C, D, in posteriore æquemultiplices.

Pro-

Propo. 7. Theore. 7.

Æquales ad eandem magnitudinem, & eadem ad æquales eandem habent proportionem.

4 4 2 Vt si A & B sint æquales
A B C magnitudines, quæritur propor-
tio vnius, puta ipsius A, ad C;
eadem erit alterius B ad eandem C. Itẽ
quam proportionem habet C, ad A;
eadem habet ad B æqualem ipsi A, quod
manifestum est ex terminis..

Propositio .8 Theor. 8.

Inæqualium magnitudinum maior ad eandem, maiorem habet rationem quam minor. Et eadem ad minorem, maiorem habet rationem quam ad maiorem magnitudinem.

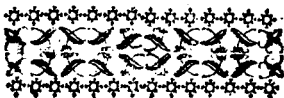
6 4 2 Vt duarum magnitudinum
A B C A & B, A maior rationem ha-
bet maiorem ad C, quam ha-
beat B maior ad eandem C: maior enim
proportio est, vbi maior est excessus se-
cundum quantitatem. Insuper maiore
rationem habet A ad minorem magni-
tudi-

tera maior erit: ut si sunt duæ rationes eadem inter AB & CD, sit autem maior ratio inter C, D quam inter E, F; erit quoque maior ratio inter AB quàm inter EF: quod ex terminis notum est.

Propo, 14. Theore 14.

Si prima ad secundam eam habuerit rationem quam tertia ad quartam sit autem prima magnitudo maior quàm tertia, secunda quoque maior erit quàm quarta; si minor, minor; si equalis, equalis.

6 3 4 2 Ut si fuerit A ad B sicut
A B C D C ad D, & A minor sit quàm
C; maior quoque erit B
quam D. Cum enim B & D totorum
A & C ponantur esse partes similes, si B
sit pars maioris A C vero minoris D,
necessario B maior erit quam D. Quod
si totum A, toti C, aut æquale esset aut
minus, talis etiam foret pars B, respec-
tu partis D, ut satis constat



N

Pro.

Propositio 15. Theore. 15.

Partes cum pariter multiplicibus eandē proportionē habent, si sumātur ut sibi respondent.

12 4 6 2 Hoc est. Partes pari numero contentæ in suis totis, eandem servant inter se rationem ac tota ipsa. Vt magnitudines B & D quæ sunt eodem numero in totis A & C, eandem inter se habent rationem quam tota A & C. Nam si tota resoluantur in omnes partes similes ipsis B & D, tunc quæ erit ratio cuiuslibet ad quamlibet, eadem erit ratio omnium ad omnes, seu totius ad totū.

Propo. 16. Theore. 16.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint. etiam permutata proportionales erunt.

E F G H Vt si est A ad B sicut
18 9 8 4 C ad D, erit etiam permutando ut A ad C, ita
6 3 4 2 B ad D, quæ est alterna
A B C D seu permutata proportio. Sumptis enim E, F, ipsarum

farum A, B, & G, H, ipsarum C, D, quibuscunque æquemultiplicibus, erunt multiplices EF, GH, in eadem ratione cum submultiplicibus AB, CD. Quare EF, GH erunt proportionales, ac proinde si E maior, minor, aut par sit ipsi G, talis quoque erit F ad H. Sed E, F, ipsarum A B, & GH ipsarum C, D sunt utcunque æquemultiplices. Est ergo ut A ^b ad C, ita B ad D. 15. 5.
b. 6. def. 5.

Propos. 17. Theor. 17.

Si compositæ magnitudines proportionales fuerint, & diuisæ proportionales erunt.

$$\begin{array}{ccc} A & 8 & C & B \\ \hline D & 6 & F & E \\ & & 3 & \end{array}$$

Sint compositæ magnitudines AB, CB, DE, FE proportionales, hoc est, ut AB ad CB, ita DE, ad FE; Dico fore etiam diuidendo, ut AC ad CB, ita DF ad FE. Quia enim CB est talis pars totius AB, qualis FE totius DE, erit CB ad reliquas partes AC, sicut FE ad reliquas partes

$$\begin{array}{rcc} A & 8 & C & 4 & B \\ \hline D & 6 & F & 3 & E \end{array}$$

tes AC, sicut FE ad reli-
quas compartes DF. Nō
enim possunt esse similes
partes respectu totorum,
nisi etiam sint similes respectu suarum
compartium, vt satis manifestum est.

Corollarium.

*Ex his demonstrari potest proportio ex
conuersione rationis: Nam in eodem exem-
plo, est*

Vt AB ad CB ita DF ad FE.
Et diuid. Vt AC ad CB ita DF ad FE.
Et conue. Vt CB ad AC ita FE ad DF.
Ergo cōp. Vt AB ad AC ita DE ad DF.
*Qua postrema est conuersio rationis iuxta
definitionem 16. 5.*

Propo. 18.. Theore. 18.

*Si diuise magnitudines proportionales
fuerint, & compositae proportionales
erunt.*

Hoc est, in superiore exemplo si par-
tes CB, FE similiter se habeant ad reli-
quas compartes AC & DF; similiter
quoque se habebunt ad tota AB & DE.
Est conuersa praecedentis.

Pro-

Propos. 19. Theore. 19.

Si fuerit ut tota ad totam, ita ablata ad ablatam, & reliqua ad reliquam erit ut tota ad totam.

E 4 F 2 Ut si ablatæ C & D sint
C 8 D 4 inter se in ea ratione, qua
A 12 B 6 totæ A & B, erunt etiam
residuæ E & F, ut totæ A
& B. Cum enim ablata C
ita maior sit ablatâ D, ut tota A, totâ
B; si E residua non esset eodem modo
maior residuâ F, aliter essent maiores
omnes partes omnibus partibus, quam
totum toto: quod fieri non potest.

Propos. 20. Theore. 20.

Si fuerint tres magnitudines, & alia totidem, binæ & binæ in eadem ratione, ex æquo autem prima maior fuerit quam tertia; erit & quarta maior quam sexta, & si æqualis, æqualis; si minor, minor.

Sint tres magnitudines A, B, C, & totidem aliæ D, E, F, binæ & binæ in eadē ratione, hoc est ut A ad B, ita D ad E, &

N 3 ut

& DFH ternæ & ternæ magnitudines,
& de his procedet demonstratio prius
facta.

Propo. 21. Theore. 21.

*Si fuerint tres magnitudines, & aliæ
totidem, binæ & binæ in eadem
sed perturbata ratione, ex aquo autē
prima maior fuerit quam tertia, erit
etiam quarta maior quam sexta: si
minor, minor; si equalis, equalis.*

Sint tres magnitudines A, B, C, & to-
tidem alię D, E, F, binæ & binæ in eadē,
sed perturbata ratione; hoc est vt A ad
B, sic E ad F & vt B ad C, sic D ad E. Di-
co, si A maior sit, minor, aut æqualis ip-
si C, talem quoque fore D respectu ip-
sius F. Sit prima A maior ipsa C. Cum
igitur A sit maior quam C, & detur a-
lia quędam B, habebit * A ad B maio- 48.5

rem rationem quā
12 8 4 12 6 4 C ad eandem B;
A B C D E F sed ex positis vt A
ad B, ita est E ad F,
& vt B ad C ita E ad F, ergo conuertendo
vt C ad B, ita E ad D: quare E ad F
N 4 ma

b 13. 5.
c 10. 5.

maio^rem habet rationem, quam ^b E ad D. Minor est ^c ergo F quam D. Similiter ostendetur si A minor sit, aut æqualis ipsi C, talem quoque fore D respectu ipsius F. Si ergo fuerint tres magnitudines &c.

Propositio 22. Theor. 22.

Si fuerint quotcunque magnitudines, & alia totidem bina & bina in eadem ratione sumantur, erunt quoque ex æquo in eadem ratione.

¹² 9 6 8 6 4 Sint quotcunq;
A B C D E F magnitudines, AB
C, & alia totidem
DEF in eadem ratione; hoc est vt A ad B, ita D ad E, & vt B ad C, ita E ad F. Dico ex æquali fore illas in eadem ratione: hoc est, fore A ad C, sicut D ad F. Quia enim ostensum est si A superat C, D quoque superare F, & si minus, minus &c. ita quoque ^a erit in æque-
^a def. 5. 5. multiplicibus: hoc autem est quatuor magnitudines A, C, D, F, esse proportionales.

Pro-

Propo. 23. Theore. 23.

Si fuerint tres magnitudines, & alia totidem bina & bina in eadem sed perturbata ratione, erunt etiam ex æquo in eadem ratione.

12 8 4 12 6 4 Repetatur pro-
A B C D E F po. 21. cum ex-
 emplo, in quo
cum probatū sit, si A superat C, D quo-
que superare F, aut minus esse, & c. ita
quoque erit in æquemultiplicibus.
Quare est ex æquo ut A ad C, ita D ad F.

Propositio 24. Theore. 24.

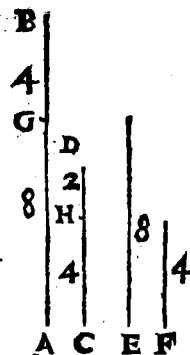
Si prima ad secundam fuerit ut tertia ad quartam, quinta autem ad secundam eam habeat rationem quam sexta ad quartam, habebit composita ex prima & quinta eam proportionem ad secundam, quam tertia & sexta simul ad quartam.

10 4 2 6 3 15 Quia enim se-
E A B C D F cunda B est talis
 pars singularum
A & E primæ & quintæ, qualis est quar-
ta

ta D singularum C & F, erit quoque B talis pars collectarum A & E, qualis est D collectarum C & F.

Propo. 25. Theore. 25.

Siquatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima cum minima duabus reliquis erunt maiores.



Sint quatuor magnitudines proportionales AB, CD, E, & F. Dico AB maximam, cum minima F, maiores esse duabus simul reliquis CD & E. Sumatur enim AG equalis ipsi E, & CH ipsi F. Quia ergo est ut AB ad CD ita E ad

F, estque AG ipsi E, & CH ipsi F æqualis, erit ut AB ad CD, ita AG ad CH; hoc est ut tota AB ad totam CD, ita ablata AG ad ablatam CH; reliqua igitur GB erit ad reliquam DH ut tota ad totam: est autem AB maior quam CD.

CD, ergo maior quoque BG quam DH. Cumq; AG ipsi E, & CH ipsi F æqualis sit; pares erunt AG & F, ipsis CH & E. Iam vero quia ipsis AG & F additur GB, ipsis vero CH & E additur DH minus quam GB, erunt post additionem AB & F maiores, quam CD & E. Si igitur quatuor magnitudines &c.

Quæ sequuntur propositiones non sunt Euclidis, sed ex Pappo Alexandrino, & alijs adiectæ.

Proposi. 26. Theor. 26.

Si prima ad secundam maiorem habuerit rationem quam tertia ad quartam, habebit conuertendo secunda ad primam minorem rationem, quam quarta ad tertiam.

8 4 5 3 Hoc est si A est totum
A B CD maius respectu ipsius B,
 quam C respectu quartæ
D: erit B minor pars respectu ipsius A,
quam D respectu ipsius C. quod per
se est euidens.

Pro-

Propositio 27. Theor. 27.

Si prima ad secundam maiorem rationem habuerit, quam tertia ad quartam; habebit permutando prima ad tertiam maiorem rationem, quam secunda ad quartam.

8 4 5 3 Quia enim D poni-
A B C D tur pars maior totius
C, quā B totius A; non
potest pars B supra partem D, tantum
excessum habere, quantum habet totū
A supra totum C.

Propo. 28. Theor. 28.

*Si prima ad secundam maiorem habue-
rit rationem, quam tertia ad quartā,
habebit prima cum secunda maiorem
rationem ad secundam, quam tertia
& quarta ad quartam.*



Nam quia B est mi-
nor pars ipsius A, quā
D ipsius C; si vtraque
semel addatur, tam B
ipfi A, quam D ipfi C,
adhuc B minor pars e-
rit

rit totius E, quam D totius F.

Propo. 29. Theor. 29.

Si prima & secunda ad secundam maiorem habeant rationem, quam tertia & quarta ad quartam; habebit etiam diuidendo prima ad secundam maiorem rationem, quam tertia ad quartam.

Nam in exemplo superiore. Quia E est maius totum respectu partis B, quā F respectu ipsius D, si vtraque pars ex suo toto tollatur, A residuum ex E, maius erit respectu ipsius B, quam C residuum ex F, respectu ipsius D.

Propo. 30. Theor. 30.

Si prima & secunda ad secundam maiorem proportionem habeant, quam tertia & quarta ad quartam, habebunt per conuersionem rationis prima & secunda ad primam minorem rationem, quam tertia & quarta ad tertiā.

Nam si totum E maius est respectu ipsius B, quam F respectu ipsius D: B
minor

minor erit pars ipsius E, quam D totius F. Quare residuum A maior erit pars totius E, quam residuum C totius F. Hoc autem idem est ac si dicas totum E minorem habere rationem ad primam A, quam totum F ad tertiam C.

Propo. 31. Thore. 31.

Si sint tres magnitudines, & totidem alia, habeatque prima priorum maiorem rationem ad secundam, quam prima posteriorum ad secundam, secunda item priorum maiorem habeat ad tertiam, quam in posterioribus secunda ad tertiam, etiam ex aequo habebit prima priorum maiorem rationem ad tertiam, quam prima posteriorum ad tertiam.

16 8 4 9 5 3 Nam si magni-
A B C D E F tudines illæ sint
ABC, DEF, permu-
tando eas proportionem quæ in propo-
sitione ponuntur,

Erūt

Erit maior A ad D quā B ad E.
 Et eadē ratione maior B ad E quā C ad F.
 Quare multo maior A ad D quā C ad F.
 Ergo permut. maior A ad C quā D ad F.

Proposi. 32. Theore. 32.

Si sint tres magnitudines, & totidem alia, sitque maior proportio primæ priorum ad secundam, quam secundæ posteriorum ad tertiam: Item secundæ priorum ad tertiam, maior quam primæ posteriorum ad secundam: erit etiā ex æquo maior ratio primæ priorum ad tertiam, quam primæ posteriorum ad tertiam.

16 8 4 9 6 4 6 9 Sint illę
 A B C D E F G H magnitudi-
 nes A, B, C
 D, E, F, sitq; præterea ut G ad C ita D ad
 E, & ut H ad G, ita E ad F, collocabun-
 turque ternę & ternę magnitudines D,
 E, F; H, G, C, in eadem sed perturbata
 ratione; eritque ex æquo ut D ad F ita
 H ad C. 20. 3.

Nunc vero quia est ut G ad C, ita D
 ad E

b ex hyp.

ad E maior erit *b* ratio ipsius B ad C, quam G ad C, ideoque B maior est quā G, & per consequens maior ratio est ipsius A ad G quam ad B: est autem A ad B. maior quam E ad F, multo ergo maior est A ad G, quam E ad F. Rursus quia est H ad G, vt E ad F, maior erit A ad G quam H ad G; quare A maior est quam H, & per consequens maior est A ad C, quam H ad eandem C. Sed ostentum fuit esse vt H ad C, ita D ad F, maior est ergo ratio ipsius A ad C, quā ipsius D ad F: quod est propositum.

Propo. 33. Theor. 33.

Si tota ad totā maiorem rationē habuerit, quā ablata ad ablatam, habebit & reliqua ad reliquam maiorem rationem quam tota ad totam.

E 8 F 3 Vt si totum A ad totū
C 4 D 3 B maiorem habeat ratio-
A 12 B 6 nem, quam ablatum C,
ad ablatum D; maiorem
habebit residuum E ad residuum F, quā
totum A, ad totum B. Nam sicut totū
A est maius toto B, ita omnes simul
partes

partes, omnibus partibus. Quia ergo pars C minus superat partem D, quam totum A totum B; residua pars E debet magis superare residuam F, quam totum A totum B, ut excessu maiore ipsius E compensante defectum ipsius C, partes C & E ita sint maiores partibus D & F, sicut totum A maius est toto B. ~

Proposi. 34. Theore. 34.

Si sint quotcunque magnitudines, & alia totidem, sitque maior ratio prima priorum ad primam posteriorum, quā secunda ad secundam, & hæc maior quam tertia ad tertiam, & sic deinceps: habebunt omnes simul priores, ad omnes simul posteriores, maiorem rationem, quam omnes priores relicta prima ad posteriores omnes prima similiter relicta; minorem autem quā prima priorum ad primam posteriorum; maiorem tamen quam ultima priorum ad ultimam posteriorum.

12 8 4 6 5 3 Sint quotcun-
A B C D E F que magnitudines
 O A B C,

ABC, & aliz totidem DEF, ita se habentes vt proponitur.

Quia ergo maior est A ad D quam B ad E.
Erit permuta. maior A ad B quam D ad E.
Et componen. maior AB ad B quam DE ad E.
Et permuta. maior AB ad DE quam B ad E.

Quia ergo maior est tota AB ad totam DE, quam ablata B ad ablatam E, maior erit ^a reliqua A ad reliquam D, quam tota AB ad totam DE.

^a 32. 5.

Eadē ratione maior erit B ad E quā tota BC ad tota EF.
Multo ergo maior est A ad D quam BC ad EF.
Et permutat. maior A ad BC quam D ad EF.
Et compo. maior ABC ad BC quā DEF ad EF.
Et permuta. maior ABC ad DEF quā BC ad EF.
quod erat primo loco propositum.

Nunc vero quia maior est tota ABC, ad totam DEF, quam ablata BC ad ablatam EF, erit & maior reliqua A ad reliquam D, quam tota ABC ^b ad totam DEF; quod erat secundum.

^b 32. 5.

Denique quia maior est B ad E quā C ad F.
Erit permuta. maior B ad C quam E ad F.
Et compo. maior BC ad C quā EF ad F.
Et permutat. maior BC ad EF quam C ad F.
Ostēsa est autē ma. ABC ad DEF quā BC ad EF.
Multo ergo maior est ABC ad DEF quā C ad F.
Quod erat tertio loco propositum.

Eadem methodo procedetur si quaterne proponantur magnitudines, aut aliz plures quocunque numero.

EVCLI-



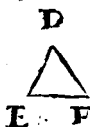
EVCLIDIS

ELEMENTORVM

LIBER VI.

Definitiones.

1 Similes figuræ rectilineæ sunt, quæ singulos angulos singulis æquales habent, & latera circa æquales angulos proportionalia.



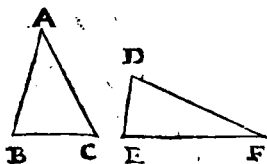
Ut trian-
gula ABC ,
 DEF , erunt
similia, si sin-
gulos angulos
singulis habeant

pares, hoc est si angulus A , angulo D , anguli vero B & C , angulis E . & F sint æquales; item si latera circa æquales angulos sint proportionalia, hoc est si sit ut AB ad AC , ita DE ad DF ; & ut AB ad BC , ita DE , ad EF , ac denique ut AC ad

O 2 CB

CB, ita DF ad FE.

2 Reciproca figure sunt cum in vtraque figura antecedentes & consequentes termini rationum fuerint.



Hoc est figura reciproca sunt cum in una figura reperitur antecedens unius

proportionis, cuius consequens est in secunda; & cum è contra antecedens alterius similis proportionis est in secunda figura, cuius consequens est in prima; ut triangula ABC, DEF, erunt reciproca, si fuerit ut AB, ad DF; ita DE, ad AC, tunc enim antecedens prima proportionis reperitur in triangulo primo ABC & in altero est consequens; at secunda proportionis antecedens est in secundo triangulo, consequens in primo.

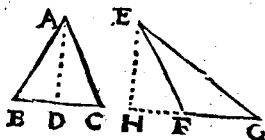
3 Extrema ac media ratione recta lineae secta esse dicetur, cum est ut tota ad ad maius segmentum, ita maius segmentum ad minus.



Sic recta AB, erit secta in C, extrema

trema ac mediacione, si fuerit ut tota AB ad maius segmentum AC , ita AC maius segmentum ad CB minus.

4 Altitudo cuiusque figuræ est linea perpendicularis à vertice ad basim deducta.



Ut trianguli ABC altitudo est AD , ducta perpendiculariter a vertice ad

basim BC . Item trianguli EFG , altitudo est EH , extra triagulum cadens in basim FG , productam in H .

5 Ratio ex rationibus componi dicitur, cum rationum quantitates inter se multiplicatæ aliquam rationem effecerint.

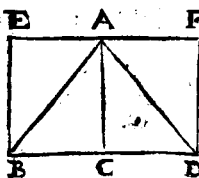
Quantitates rationum non sunt alia quam numeri à quibus denominatur proportio: sic 3. est quantitas proportionis triplæ, 2. dupla, &c. Ratio ergo ex rationibus componitur, cum denominatores proportionum inter se multiplicati aliquam proportionem efficiunt; ut ex ratione dupla & tripla componitur sextupla; nam denominator dupla qui est 2. & denominator tri-

plē qui est 3. inter se multiplicati faciunt 6
denominatorem proportionis sextuple cō-
posita.

Propositiones.

Proposi. I. Theor. I.

*Triangula & parallelogramma, quorū
eadem sit altitudo, habent se ut bases.*



Sint triangula
ABC, ACD, ha-
bentia eandem al-
titudinem AC, i-
tem parallelogrā-
ma EC, CF, ha-

bentia eandem altitudinem AC. Dico
illa inter se habere proportionem quā
habent bases BC, & CD. Cum enim
triangula sint constructa intra paralle-
las BD, EF, (sicut possunt constitui
inter parallelas quæcunque alia trian-
gula eiusdem altitudinis) si bases CB,
& CD, sint æquales, erunt & triangu-
la super illis basibus æqualia. Quod si
basis CB, maior esset, aut minor basi
CD, esset quoque triangulum ABC,
maius

maius aut minus triangulo ACD ; & sic quoque erit sumptis æquemultiplicibus tam basium quam triagulorum; nam perinde est conferre singula ad singula, atque pariter multiplicata ad pariter multiplicata, quemadmodum definit. 5. lib. 5. explicatum est. Sunt ergo triangula ABC , ACD , inter se vt bales CB , & CD .

Iam vero si triangula sint vt bases, etiam parallelograma: ^b nam hæc sunt ^{34. 1.} dupla triangulorum partes autem æquemultiplicium ^c in eadem sunt ra- ^{c 15. 5.} tione atque ipsa æquemultiplicia.

Propositio 2. Theore. 2.

Si in triangulo ducatur recta lateri parallela; secabit proportionaliter reliqua eiusdem trianguli latera. Et si trianguli latera secta sint proportionaliter, recta per sectiones ducta tertio lateri erit parallela.

In triangulo ABC , ducatur DE , ipsi BC , parallela; quo facto dico latera AB , AC secta esse proportionaliter; hoc est, esse vt AD , ad DB , ita AE , ad

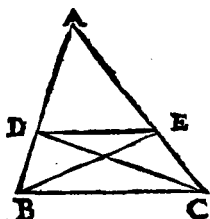
O 4 EC.

e 37. 2.

6 7. 1.

c 4. 6.

EC. Ductis enim rectis BE, CD, & erunt triangula BED, DCE, in eisdem parallelis æqualia,^b & habebunt proinde eandem rationem ad triangulum



ADE. Sed quam proportionem habet triagulum ADE ad DEB, eandem habet basis AD, ad DB (cum triangu-

la sint in eadem altitudine, quam ostenderet perpendicularis quæ ex E duci potest ad AB) & quam proportionem habet idem triangulum ADE, ad ipsum CDE, eandem habet basis AE, ad basim EC; Cum ergo ostensum sit ambo triangula DBE, DEC, eandem habere rationem ad ipsum ADE, bases quoque BD, EC, eandem habebunt proportionem ad latera DA & EA.

d 11. 6.

e 1. 6.

Iam vero si latera AB, AC, proportionaliter secta sint, cum sit ob eandem altitudinem ut AE ad DB, ita triagulum ADE ad ipsum DEB; & ut AE ad EC ita ADE ad ipsum EDC; sicut in eadem ratione ponitur esse latera AD, DB, & AE, EC;

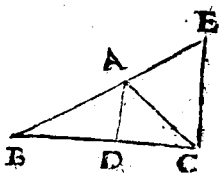
A E, E C; erunt etiam triangula DBE, DEC in eadem ratione ad triangulum ADE; Erunt ergo *f* triagula DBE, DEC *f* 9. 5. inter se æqualia: cumque habeāt eandem basim DE, erunt *g* constituta inter *g* 19. 1. parallelas: parallele ergo sūt BC & DE. Si ergo in triangulo &c.

Propo. 3. Theor. 3.

Si trianguli angulus secetur bifariam, & recta angulum secans secet & basim, habebunt basis partes eādem proportionem quam reliqua trianguli latera. Et si basis partes eandem habeant rationem quam reliqua inter se latera, recta à vertice ad sectionem basis ducta trianguli angulum secabit bifariam.

Trianguli ABC, angulus BAC, bise-
cetur per rectam AD; dico in partibus
basis esse vt BD ad DC, ita BA, ad AC:
per C, enim ducatur CE ipsi AD paral-
lela, cui BA producta occurrat in E. *a* 2. 6.
Quia ergo in triangulo BEC, recta DA
ipsi CE, est parallela, erit sicut BD, ad
DC,

ad DC, ita BA, ad AE, seu ad AC, quæ ipsi AE æqualis est; Si ergo trianguli angulus &c. Esse autem rectam AC æqualem ipsi AE, sit ostendo. Quia recta AC tangit parallelas AD, EC, anguli *b* alterni CAD, ACE sunt æquales, *c* & quia recta AE, tangit easdem parallelas, angulus externus BAD interno &



opposito AEC, est æqualis: sūt ergo anguli AEC, ACE, æquales; cum ostensū sint æquales an-

gulis æqualibus BAD, & DAC; quare latera AC, AE, *d* sunt æqualia.

Iam vero si est ut BD ad DC, ita BA, ad AC, *e* ductā ut prius CE, parallelā ipsi AD, erit ut BD, ad DC, ita BA ad AE; *f* æquales ergo sunt AE & AC, *g* quare anguli quos subtendunt nimirū AEC, ACE sunt æquales: sed hos ostendemus ut prius esse æquales angulis BAD, DAC; sunt ergo anguli BAD, DAC, pares inter se; ac proinde angulus BAC sectus est bisariam. Si ergo trianguli angulus &c.

Pro-

b 29. 1.

c 29. 1.

d 6. 1.

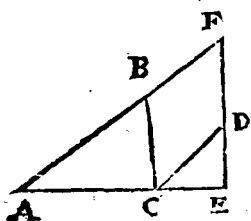
e 2. 6.

f 9. 5.

g 3. 1.

Propo. 4. Theor. 4.

Æquiangulorum triangulorum latera circa æquales angulos sunt proportionalia, & latera aequalibus angulis subtensa sunt homologa.



Sint triangu-
la ABC, CDE, æ-
quiangula, habē-
tia singulos an-
gulos æquales, A
ipfi DCE; ABC,
ipfi CDE; ACB,

ipfi E; quę triangu-
la sic constituentur
vt latus AC, lateri CE, iaceat in dire-
ctum. necnon productæ AB, occurrat
ED in puncto F. ¶ Quia ergo anguli
ACB, CED sunt pares, rectæ BC, &
FE, erunt parallelæ: parallelæ item AF,
& CD, ob æquales angulos BAC &
DCE; eritque DB, parallelogrammum,
hac proinde latera opposita æqualia.

Nunc vero quia in triangulo AEF
ducta est BC, ipfi FE parallela, erit

vt AB ad BF seu CD, ita AC ad CE.

Et permu. vt AB ad AC ita CD ad CE.

Similiter quia CD ipfi AF est parallela, erit

vt EC

a 28. 1.

b 34. 1.

c 2. 6.

d 16. 5.

e 2. 6.

vt EC ad CA, ita e ED ad DF seu CB.

Cum ergo sit vt AB ad AC, ita CD ad CE.

Et vt AC ad CB, ita CE ad ED;

habetur ternę & ternę magnitudines in eadē rationē AB, AC, CB, CD, CE, ED.

f 22. 5.

Quare ex æquo vt AB ad CB ita f CD ad ED.

Sunt ergo latera omnia triangulorum proportionalia & quæ æqualibus angulis subtenduntur, sunt etiam homologa, seu eiusdem rationis; nam antecedentia & consequentia sub æqualibus sunt angulis: Æquiangulorum ergo &c.

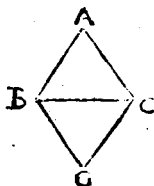
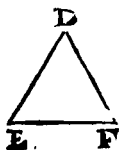
Propos. 5. Theor. 5.

Si duo triângula latera proportionalia habuerint, erunt æquiangula; eosque angulos habebunt æquales, quibus homologa latera subtenduntur.

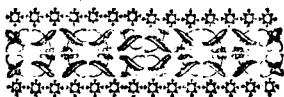
Est conuersa præcedentis vt si triângula ABC, DEF, habent latera proportionalia, hoc est, si sit vt AB ad AC, ita DE ad DF, &c. erit etiam angulus A angulo D, æqualis, &c. vt vult propositio. Constituantur enim ad rectam BC anguli GBC, GCB, ipsis E, & F, æquales; a vt proinde etiã angulus G, angulo D, sit æqualis, vnde sequetur triângula

e 22. 1.

gula BGC, DEF esse æquiangula, *b* & *b* 4. 6.
eorum latera proportionalia. Tunc ve-

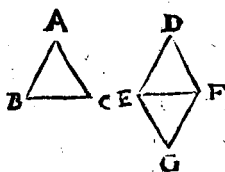


ro quia DE & DF habet eandem proportionem ad AB & AC, quam ad GB & GC, *c* 11. 5.
neceſſe eſt AB ipſi GB, & AC, *d* 8. 1.
ipſi GC æqualem eſſe: cumque BC ſit communis, tota triangula ABC, BGC ſunt æqualia, & æquales anguli omnes Cum ergo ABC, & DEF eidem tertio BGC, ſint æquiangula, inter ſe quoque erunt æquiangula; ſunt vero illi æquales anguli quibus homologa latera ſubtenduntur: nam anguli A & G æquales ſunt, quibus commune BC ſubtenſum eſt, &c. Si ergo duo triangula &c.



Propo. 6 . Theore. 6.

Si duo triangula unum habeant æqualem angulum, & latera circa eum proportionalia, erunt æquiangula, angulosque habebunt æquales quibus æqualia latera subtenduntur.



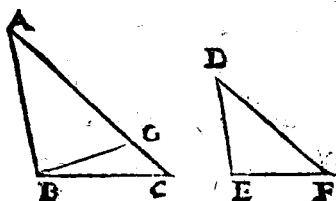
In triāgulis A B C, DEF, si æquales sint anguli A & D, sitque ut A B, ad A C, ita D E ad D F, erunt & reliqui

anguli æquales &c: constituentur enim ad rectam EF, anguli EFG, GEF, æquales ipsis B, & C, ut propositione superiori. Quia ergo æquiangula sunt ABC, GEF, ^a erunt AB, AC, & GF, GE, proportionalia: sed sunt etiam proportionalia AB, AC, & DE, DF, ^b sunt ergo latera DE, DF, ipsis GF, GE æqualia. ^c Cumque basis EF sit communis, tota triangula DEF, EFG æqualia & æquiangula sunt. Quia ergo triangula ABC, DEF, uni tertio EFG sunt æquiangula, inter se quoque erunt æquiangula &c..

Pro-

Propo. 7. Theore. 7.

Si duo triangula vnum angulum æquale, & latera circa alteros angulos habeant proportionalia, utrumq; vero angulorū reliquorum aut minorem recto; aut non minorem; æquiangula erunt triangula, & angulos circa quos latera sunt proportionalia, habebunt æquales.



Hoc est; si duo triangula ABC, DEF habeant vnum angulum, puta A, ipsi D æqualem, circa alteros vero puta B, & E, latera sint proportionalia, ac denique si tertij anguli C & F, sint vterque minor, aut vterque non minor recto; erunt hæc triangula æquiangula. Sint primum tertij anguli C & F vterq; minor recto: quod si tunc negas angulos

d 32. 1.

b 4. 6.

e 11. 5.

d 9. 5.

e 5. 1.

f 17. 1.

gulos ABC, DEF, circa quos latera sūt proportionalia, esse æquales, sit maior ABC, in quo constituatur ABG, ipsi DEF equalis, cūque in triangulis ABG, DEF, duo anguli D & E, duobus A, & AGB, sint æquales, tertius F, tertio ABG erit equalis, ac proinde tota tria-
 gula æquiangula. Est ergo ut DE, ad DF, vel ut AB, ad BC, (nam ex hypo-
 thesi eadem est inter utraque ratio) ita AB ad BG; esset ergo sicut AB, ad BC, ita AB, ad BC, quare rectæ BC, BG, essent æquales & consequenter pares erunt anguli BGC, BCG; & cum BCG positus sit minor recto, etiam BGC minor erit recto: si ergo BGC, est minor recto, angulus BGA maior erit recto, quem tamen ostendimus æqualem esse angulo F, hoc est, minorem recto, cum angulus F positus sit recto minor: idem ergo angulus BGA esset maior & minor recto, quod est absurdum. Nō possunt ergo anguli ABC, BEF, esse inæ-
 quales, quare & tertius F, tertio ACB equalis erit, & triangula ABC, DEF, æquiangula.

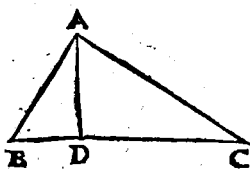
Quod si tertij anguli C & F, ponantur

ut-

utrumque non minor recto, negetur tamen
 angulos E & ABC , esse æquales rursus
 probabitur rectas BC , BG , & angulos
 BCG , esse æquales; & cum positum sit
 hunc non esse minorem recto, nec ille
 esset minor recto quod est absurdum f. 17. 1.
 nam in triangulo BGC , essent duo an-
 guli recti, aut rectis maiores. Si duo er-
 go triangu- & c.

Propo. 8. Theore. 3.

*Si in triangulo rectangulo ab angulo re-
 cto in basim ducta sit perpendicularis,
 quæ ad perpendicularem sunt triangu-
 la, tum toti triangulo, tum inter se
 sunt similia.*



In triangulo
 ABC sit angulus
 BAC rectus, &
 ex A ad basim BC
 ducatur perpen-
 dicularis AD .

Quia ergo in triangulis ABC , ADC ,
 anguli BAC , ADC recti sunt, & angu-
 lus C communis, tertius ABC tertio f. 32. 1.
 DAC erit æqualis; ac proinde triangu-

la A

b 4. 6.

la ABC, ADC sunt æquiangula, & similia. Non aliter ostendetur triangulum ADB esse etiam simile toti triangulo ABC, ac proinde sunt etiam similia inter se triangula ABD ADC.

Corollarium.

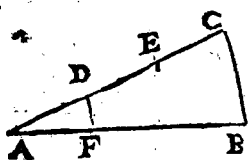
Ex hoc manifestum est perpendicularē ab angulo recto ad basim ductam, esse mediam proportionalem inter duo basis segmenta: nam per 4. ostendetur esse ut CD, ad DA, ita DA ad DB, quod est rectam DA esse mediam proportionalem inter partes basis CD, DB.

Propositio 9. Proble. 1.

A data recta linea imperatam partem auferre.

a 2. 6.

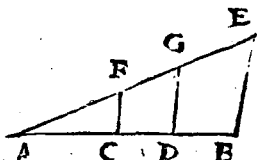
Ex recta AB auferenda sit pars tertia. Ducatur ergo ex A recta AC, faciens angulum cum AB vtcunque; tum ex AC sumatur quævis pars puta AD, ac duæ aliæ addantur æquales DE, EC, iungaturque CB; cui parallela fiat DF. Eritque ablata AF, pars tertia ipsius AB. Nam quia in triangulo ABC ducta est DF, ipsi BC parallela, erit sicut AD
ad



ad DC, ita AF ad FB, & componendo sicut AC ad AD ita AB ad AF; est autem AD pars tertia ipsius AC, ergo AF est etiam pars tertia ipsius AB. A data ergo recta &c.

Propositi. 10. Proble. 2.

Datam rectam in seclam similiter secare, ut seclâ fuerit data altera recta.

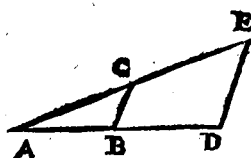


Data recta AB seclâ sit in C & D, oportetque rectâ AE (quæ applicetur ad A ut cum recta AB angulû vtcunque constituat) in similes partes secare. Iunctâ rectâ BE ducantur CF, DG, ipsi BE parallele. Iam vero quia in triangulo ABE ductæ sunt CF, DG, lateri BE parallelæ, sectiones laterum AB AE sunt proportionales. Componendo ergo ac diuidendo ostendetur omnem eam proportionem, quæ est in-

ter partes ipsius AB, eandem quoque esse inter partes lineæ AE. Datam ergo rectam &c.

Propositio II. Proble. II.

Datis duabus rectis tertiam proportionalem inuenire



Data rectæ AB, AC angulū quemuis cōstituant, puta BAC, iungaturq; recta CB. Mox productis lateribus AB AC, sumatur ipsi AC æqualis BD, ducaturque DE ipsi BC parallela; eritque recta CE tertia proportionalis quæsitæ. Nam quia BC ipsi DE est parallela, erit vt AB ad BD, ita AC ad CE; est autem BD ipsi AC æqualis; Est ergo vt AB ad AC, ita AC ad CE; quod est rectam CE esse tertiam proportionalem.

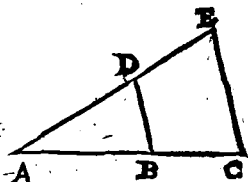
2. 6.
7. 6.

SSO

Pro-

Propo. 12. Proble. 4.

Tribus datis rectis quartam proportionalem inuenire.



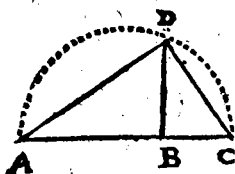
Duæ quælibet ex datis, puta AB & BC, in directum collocentur, tertia vero AD, cum ipsa AC angulum vtcunque constituat, iunctâque rectâ BD, agatur ipsi parallela CE; eritque recta DE quarta proportionalis quæsitâ. Nam quia ipsi CE parallela est DB, erit vt AB ad BC, ita AD, ad DE. Tribus ergo datis AB, BC, AD, inuenta est quarta proportionalis DE.

Propo. 13. Proble. 5.

Datis duabus rectis mediam proportionalem inuenire.

Datæ rectæ AB, BC in directum collocentur, & super AC constitutatur se-

P 3 mi.



micirculus AD
C: nam ad pun-
ctum B excitata
perpendicularis
vsque ad sectio-
nem semicircu-

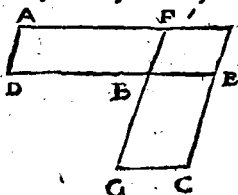
li in D, erit media proportionalis que-
sita. Ductis enim rectis AD, DC, erit
angulus ADC, rectus, & à vertice D, ad
basim AC ducta perpendicularis DB. *6*
Quare inter partes baseos AC, media
proportionalis est DB.

Propositio 14. Theore. 9.

*Equalium & unum uni angulum æ-
qualem habentium parallelogramma-
rum reciproca sunt latera circa aqua-
les angulos: Et quorum latera circa
unum angulum æqualem sunt reci-
proca, ea parallelogramma sunt æ-
qualia.*

Sint AB, BC, parallelogramma æ-
qualia, habentia angulos ad B æquales,
atque ita collocentur, ut latus BE, late-
ri DB iaceat in directum, ac proinde e-
tiam

tiam GB, ipsi BF. Dico igitur esse vt DB, ad BE, ita GB, ad BF. Perfecto enim



parallelogrammo EF, cum parallelogramma AB, BC, sunt æqualia, sicut vnum AB est ad

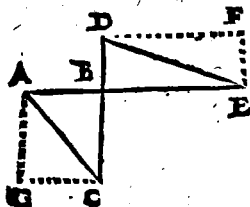
EF, ita alterum BC ad idem EF; sed vt AB ad FE, ita est latus DB ad BE; & vt BC ad FE, ita latus GB ad BF, ergo est vt DB ad BE, ita GB ad BF. Quod erat demonstrandum.

E conuerso autem si ponantur latera circa æquales angulos ad B, esse reciproca, ostendetur parallelogramma esse æqualia, nam si est vt DB ad BE, ita GB, ad BF; erit etiam vt DB ad BE, ita AB ad FE; item vt GB ad BF, ita BC ad FE, quare est etiam vt AB ad FE, ita BC ad idem FE. Parallelogramma igitur AB, BC, sunt æqualia.



Propositio 15. Theor. 10.

Equalium & unum uni angulum æqualem habentium triangulorum reciproca sunt latera. Et quorum latera circa æquales angulos sunt reciproca, ea triacula sunt equalia.



Patet propositio ex præcedente: nam triacula sunt dimidium parallelogrammorum, quæ sub duobus lateribus triangulo-

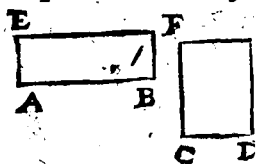
rum æquales angulos continentibus describi possunt; quæ ergo est ratio parallelogrammorum & laterum, eadem est triangulorum; ut si sint triacula æqualia ABC, BDE, quibus æquales sint anguli ad B; ponatur BE ipsi AB, in directum, & ex consequenti DB ipsi BC, perficianturque parallelogramma BG, BF. Tunc vero per præced. erunt latera circa angulos ad B, reciproca, quæ eadem sunt latera triangulorum. Eadẽ

me-

methodo demonstrabitur posterior pars propositionis.

Propos. 16. Theore. 11.

Si quatuor lineæ proportionales fuerint, erit quod sub extremis continetur rectangulum, æquale ei quod sub medijs. Et si rectangulum sub extremis contentum æquale est ei quod sub medijs, quatuor illæ lineæ sunt proportionales.



Sint quatuor lineæ AB, CD, CF, AE, proportionales: quæ ita collocentur ut AE, AB, & CF, CD,

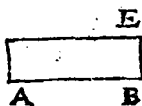
rectos angulos A, & C, contineant, cõpleanturq; parallelogramma BE & DF; quæ dico esse æqualia: nã latera circa æquales angulos A & C, recipiuntur ex hypothefi. Sunt ærgo parallelogramma æqualia; quorum BE sub-extremis lineis, DF sub medijs continetur.

E conuerfo si sub ijsdem lineis constituantur parallelogramma, angulis A & C existentibus rectis, eaque parallelogramma sint æqualia, erunt latera circa

circa angulos A & C, reciproca, hoc est erit vt AB ad CD, ita CF, ad AE; si ergo quatuor lineæ &c.

Propo.17 .Theore.12.

Si tres rectæ proportionales fuerint, quod sub extremis continetur rectangulū, æquale est quadrato quod à media describitur. Et si quadratū à media descriptum, rectangulo sub extremis est æquale, proportionales sunt tres illæ lineæ.



Sint tres lineæ

AB, CD, BE proportionales; id est, vt AB ad

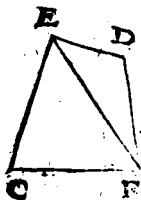
CD, ita CD ad BE, fiatque sub extremis AB, BE rectangulum AE, & à media D quadratum CF. Quia ergo est vt AB ad CD, ita CD, vel illi æqualis DF, ad BE; erunt quatuor rectæ AB, CD, DF, BE proportionales; rectangulum ergo CF quod sub medijs CD, DF continetur (hoc est quadratum CF) æquale est ipsi AE, quod continetur sub extremis AB, BE.

E con-

E converso si quadratum mediæ CD rectangulo sub extremis æquale ponatur, ostendetur tres illas lineas esse proportionales, vt in prop. præce. Si ergo tres rectæ &c.

Propositi. 18. Proble. 6.

Super data recta dato rectilineo simile, similiterque positum describere.



Sit data recta AB, datum rectilineum CD, in quo ducatur recta

EF. Deinde ad puncta A & B rectæ AB constituentur anguli A & ABH æquales ipsis C & CFE; ærit proinde reliquus AHB reliquo CEF æqualis, & triangula tota AHB, CEF æquiangula, & latera proportionalia. Amplius ad puncta H & B rectæ HB constituentur HBG, BHG, ipsis EFD, FED æquales, & proinde reliquus G reliquo D erit æqualis, & triangula, vt prius, æquiangula, lateraque proportionalia. Et factum

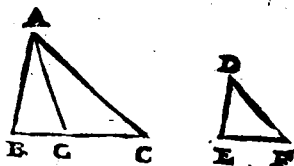
32. 1.

4. 6.

Etum est quod petitur, Nam cum triā-
gula partialia rectilinea AH & CD
ostensa sint omnibus angulis æqualia,
& omnibus lateribus proportionalia,
sunt eæ figuræ similes, & similiter po-
sitæ. Quod si rectilineum datū plures
angulos quam quatuor contineret,
pluries esse repetenda æqualium angu-
lorum constructio, pluribus quā duo-
bus triangulis constitutis, & demon-
stratio procedet vt prius. Super data er-
go recta &c.

Propo. 19. Thore. 3.

*Similia triangula sunt in duplicata ra-
tione suorum laterum homologorum.*



Sint ABC, DEF triangula similia, ha-
bentia angulos B & E æquales. Dico
triangulum ABC ad DEF , duplicatam
habere

habere eam proportionem, quæ est inter latera homologa BC , EF . *a* Sumatur enim ipsarum BC , EF , tertia proportionalis BG , ut sit sicut BC ad EF , ita EF ad BG ; ducaturque AG . Sunt ergo expositis. *a 11. 6.*

Vt AB ad BC , ita DE ad EF .

Permut. Vt AB ad DE ita BC ad EF .

Sed Vt BC ad EF , ita EF ad BG ;

Triangulorum igitur ABG , DEF latera circa aequales angulos B & E sunt reciproca, *b* ac proinde triangu- *b 15. 6.*
 ABC & DEF sunt æqualia. Et quia est ut BC ad *c 11. 5.*
 EF , ita EF ad BG , *c* habet BC ad BG
 duplicatam eam rationem quam habet *d 1. 6.*
 ad EF . ut vero BC ad BG , ita est trian-
 gulum ABC ad triangulum DEF , & il-
 li æquale ABG : quare ABC tam ad trian-
 gulum DEF , quam ad ABG duplica-
 tam habet eam proportionem quæ est
 inter latera homologa, BC & EF . Simi-
 lia ergo triangu- & c.

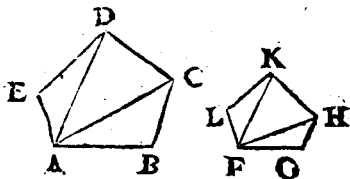
Corollarium.

*Ex his patet si tres lineæ proportionales fuerint, esse ut primam ad tertiam ita trian-
 gulum super prima descriptum ad simile si-
 militerque positum super secunda. Nam
 ostend-*

ostensum est esse ut BC ad BG , ita triangulum ABC super prima BC , ad triangulum DEF simile similiterque positum super secunda EF .

Propo. 20. Theor. 14.

Similia polygona in similia triangula diuiduntur, numero equalia & totis homologa. Et polygona duplicatam inter se eam habent rationem, quæ est inter latera homologa.



Sint polygona similia $ABCDE$, $FGHKL$; sintque anguli EAB , LFG æquales angulus vero G angulo B , & sic ordine deinceps: sint denique latera circa æquales angulos proportionalia, ut EA ad AB ita LF ad FG &c; ideoque latera AB , FG , &c, erunt homologa.

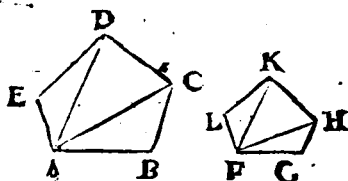
Dico primo, hæc polygona ductis rectis rectis AD AC , FK , FH , diuidi in triangula

gula similia. Nam quia angulus B æqualis est angulo G, & latera circa hos angulos proportionalia, æquiangulæ erunt triângula ABC, FGH & similia: eadem ratione ostenderetur triângula DAE, kFL esse similia, ob æquales angulos E & L. Nunc vero quia est ut AC ad CB ita FH ad HG (ob similia triângula ACB, FHG) & ut CB ad CD ita HG ad HK ob similia polygona; collocabuntur iuxta 22. 5. ternæ & ternæ magnitudines.

AC CB CD. FH GH HK.

Ergo ex æquo ut AC ad CD ita FH ad HK ^{c 22. 5.}
Et quoniam angulus BCD, ipsi GHK est æqualis, & ablati ACB, ablato FHG, erunt reliqui ACD, FHK etiam æquales. Quare triângula ADC, FkH ^{d 6. 6.} erunt æquiangula & similia, cum circa æquales angulos ACD, FHk habeant latera proportionalia. Omnia ergo triângula polygonorum ostensa sunt similia.

Dico secundo esse totis homologa, hoc est sicut vnum triângulum ad triângulum sibi respondens alterius polygoni, ita esse polygona tota inter se. Quia enim



e 19. 6.

enim similia sunt triagula ABC, FGH, erunt in duplicata ratione laterum homologorum AC, FH; & ob eandem causam triagula ACD FHK, sunt in duplicata ratione eorundem laterum AC, FH. Quare ut triagulum ABC ad FGH, ita ACD ad FHK, similiterque ostendetur triagula AED, FLK esse in eadem duplicata ratione laterum eorundem AC, FH: sunt ergo triagula polygonorum proportionalia. Cum vero quotcunque magnitudines quotcunque magnitudinum sunt proportionales, sicut est vna ad vnam ita omnes ad omnes. Est ergo polygonum ad polygonum sicut triagulum ad triagulum.

f 12. 5.

g 9. 6.

Dico tertio, polygona esse in duplicata ratione laterum homologorum AB, FG. Nam quia triagula sunt in duplicata ratione laterum, & polygona sunt

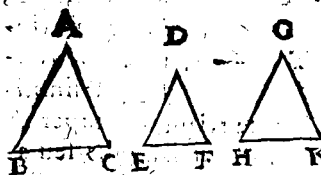
sunt vt triangula, erunt etiam polygo-
na in duplicata laterum ratione. Simi-
lia ergo polygona & c.

Corollarium.

*Eadem methode probabitur omnes fi-
guras rectilineas esse in duplicata ratione
laterum homologorum.*

Propo. 21. Theor. 15.

*Qua eidem rectilineo sunt similia, &
inter se sunt similia.*



Si enim
figuræ A
BC, GHK
eidem D
EF sint
simililes;

quia anguli A & G sūt vni D æquales, e-
rūt & inter se æquales; & ita probabitur
omnes angulos, omnibus angulis esse
æquales; & latera circa eos esse pro-
portionalia, si lateribus eiusdem terrij sint
proportionalia, ac propterea ABC,
GHK esse figuras similes.

Q

Q

Pro-

Propositio 22. Theore. 16.

Si quatuor rectæ proportionales fuerint; rectilinea similia, & similiter ab ijs descripta erunt proportionalia. Et si à rectis lineis similia similiterque descripta rectilinea proportionalia fuerint, ipsa rectæ lineæ proportionales erunt.

A ————— Sint quatuor
 B ————— E ——— = rectæ A, B, C,
 C ————— D proportio-
 D ————— F ——— nales; dico de-
 scriptis simili-

bus rectilineis puta triangulis super A & B, & similibus seu triangulis seu alijs rectilineis super C & D, hæc rectilinea fore proportionalia. Sumatur enim ipsarum A & B tertia proportionalis E, & ipsarum C & D, tertia proportionalis F; eritque ex equo ut A ad E, ita C ad F. Ut autem A ad E, ita est rectilineum super A ad rectilineum super E; & ut C ad F; ita etiam earum rectilinea. Ergo ut rectilineum super A ad rectilineum super B, ita rectilineum super C ad

6 11. 6.

6 12. 5.

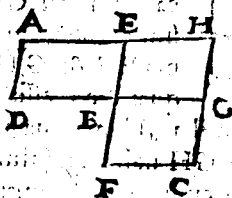
6 20. 6.

ad rectilineū super D. Et sic probatum est rectilinea esse proportionalia.

E conuerso autem si rectilinea sint proportionalia, & similia similiterque posita; etiam latera erunt proportionalia; nam rectilinea duplicatam ^d habent rationem illam eandem, quæ est inter latera. ^{20. 6.}

Propo. 23. Theore. 17.

Æquiangula parallelogramma inter se proportionē habent ex laterū proportionibus compositam.



Sint parallelogramma AB, BC, habentia angulos ad B æquales; & ita disposita vt DB ipsi BG iaceat

in directum, compleaturque parallelogrammum BH. Cum ergo sit vt AB ^a ad BH ita DB ad BG, & vt BH ad BC ita EB ad BF, erit proportio ipsius AB ad BC composita ^b ex proportionibus inter AB, BH, & inter BH, BC; cumque

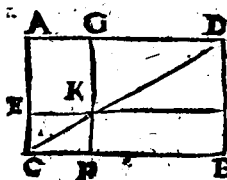
Q 2 ad

e. 20. 6.

hę rationes eadem sint cum ijs quę sunt inter latera DB, BG, & inter latera EB, BF; erit quoque proportio ipsius AB ad BC composita ex proportionibus laterum eorundem, quod erat demonstrandum.

Propos. 24. Theor. 18.

In omni parallelogrammo, que circa diametrum sunt parallelograma, & toti, & inter se sunt similia.



In parallelogrammo AB circa diametrum CD sint parallelograma EF & GH, quę dico esse &

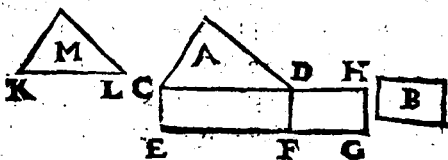
e. 29. 1.

toti, & inter se similia. Nam quia parallelogrammum GH habet angulum ad D communem cum toto, & angulus DHK equalis est interno & opposito B; erunt etiam anguli HKG, KGD æquales reliquis A & ACB totius parallelogrammi; & eodem modo ostendetur angulos omnes parallelogrammi EF, angulis totius AB esse æquales.

quales. Iam vero quia triangula DkG , DKH æquiägula sunt, & similiter triägula DAC , DBC ; erit vt DA ad AC , ita DG ad Gk ; latera ergo circa æquales angulos A & G sunt proportionalia. Rursus vt AC ad CD ita Gk ad kD , & vt CD ad CB ita kD ad KH : Ergo ex æquo d vt AC ad CB , ita GK ad KH ; & sic latera circa æquales angulos GKH , ABC sunt proportionalia. Neque aliter monstrabitur latera circa alios angulos æquales esse proportionalia. Sunt ergo parallelogramma EF , GH similia toti AB , ac proinde etiam inter se. 29. 11
4. 6.
22. 5.

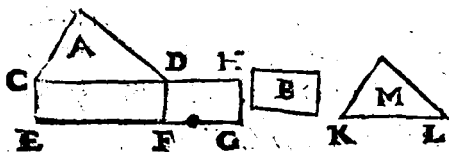
Proposi. 25. Proble. 7.

Dato rectilineo simile similiterque positum, & alteri dato æquale cōstituer.



Sit constituendum rectilineum simile ipsi A , & æquale alteri B . Fiat ergo d super CD parallelogrammum Q 3 CF 21. 4.
44. 1.

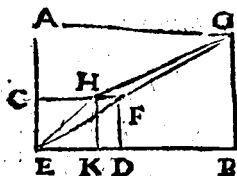
C F, æquale ipsi A, & super DF, in angulo FDH æquali ipsi ECD, fiat parallelogrammū DG, ipsi B æquale. Amplius rectarū C D, D H inueniatur *b* media proportionalis KL, super qua fiat rectilineum M, simile *c* ipsi A, eritque rectilineum M factum vt proponitur. Est enim simile ipsi A ex hypothesi; esse autem æquale ipsi B sic ostendo. Quia rectæ CD, KL, DH sunt proportionales, erit vt prima *d* CD ad tertiam DH, ita rectilineum super primam, id est A, ad



rectilineum super secundam id est ad M: sed vt CD ad DH, ita *e* parallelogrammum CF id est A, ad DH, hoc est ad B. Quare erit vt A ad B, ita A ad M, ideoque rectilinea B & M erunt equalia. Dato ergo rectilineo &c.

Proposi. 26. Theore. 19.

Si à parallelogrammo auferatur parallelogrammū simile toti, & communem unum angulum cum eo habens, hoc circa eandem diametrum cum toto consistit.



Ex parallelogrammo A B, auferatur simile C D, habens angulum eundem ad E cum toto ad E cum to-

to, ducanturque rectæ EF, FG, quæ si non sunt diameter totius A B, sit ergo alia diameter, puta E H G, ducaturque HK ipsi FD parallela; eruntque Ck & A B parallelogramma similia: est ergo ut AE ad EB, ita CE ad Ek; sed quia similia etiam ponuntur CD & A B est ut AE ad EB, ita CE ad CD; habet igitur CE eandem rationem ad EK & ED; quare EK & ED sunt æqualia, pars & totum, quod fieri nequit. Non est ergo diameter E H G, neque alia erit quam EFG: quod erat probandum.

Q 4

Pro-

Propo. 27. Theore. 20.

Omnium parallelogrammorum secundum eandem rectam applicatorum & deficientium figuris parallelogrammis similibus ei quod à media describitur, maximum id est quod ad mediam applicatur, simile existens defectui.



Recta AB bisecetur in C, & super dimidia CB fiat utcumq; parallelogrammum CE, cuius diameter BD.

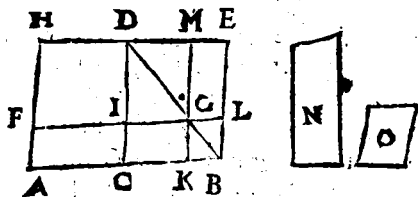
Cōpleto ergo parallelogrammo BH, parallelogrammum AD erit super dimidium AC, deficientque à toto BH, parallelogrammo CE; estque AD simile defectui CE. Hoc igitur parallelogrammum AD dico esse maximum eorum quæ super AB posita deficiunt parallelogrammis similibus & similiter positis ipsi CE. Sumatur enim in recta DB quodcumque punctum, puta G, ducanturque KM & FL ipsis

sis AB, BE parallelæ; eritque parallelogrammum AG positum super AB, & deficiens ipso kL quod simile est, & similiter positum ipsi CE. Dico ergo parallelogrammum AG minus esse ipso AD. Quia enim æqualia sunt FD, & DL ob bases æquales HD, DE, & DL maius est quam GE hoc est quam CG (sunt enim CG & GE complementa ipsius CE, ideoque æqualia) erit etiam FD maius quam CG, eodem excessu IM. Si igitur ipsis FD, CG commune addatur AI erit AD maius quam AG. Omnium ergo parallelogrammorum &c.

Propositio 28. Proble. 8.

Ad datam lineam rectam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare deficiens figura parallelogramma, quæ sit similis alteri datæ. Oportet autem datum rectilineum non esse maius parallelogrammo, quod ad dimidium datæ rectæ applicari potest iuxta tenorem præc. prop.

Repetatur exemplum superioris propositionis.



18. 6.

19. 6.

20. 6.

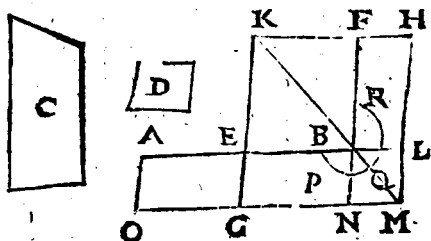
positionis, in quo ad rectam AB sit applicandum parallelogrammum æquale rectilineo N & deficiens parallelogrammo quod sit simile ipsi O. Super dimidia ergo ipsius AB fiat parallelogrammum CE, simile & similiter positum ipsi O, compleaturque parallelogrammum BH. Quod si contingeret CE vel AD ipsi N esse æquale, factum esset quod petitur. Si autem AD maius est quam N (nam minus esse non debet; cum enim AD sit omnium maximum quæ applicari possunt iuxta tenorem prop. præcedentis, si esset AD minus ipso N nullum aliud applicari posset ad AB æquale ipsi N) constituatur æquale excessui parallelogrammum IM, simile & similiterque positum ipsis O & CE, quodque propterea poni poterit circa eandem diametrum DB. Iam vero pro-

productis rectis FL & LM, erit parallelogrammum AG applicatum rectæ AB deficiens parallelogrammo KL, simili ipsius IM, hoc est ipsius O. Idemque æquale est ipsi N. Nam quia ostensum est AG deficere ab AD, parallelogrammo IM, & rectilineum N ab eodẽ AD seu CE deficit eodem parallelogrammo IM, sequitur rectilineum N, & parallelogrammum AG esse equalia. Ad datam ergo rectam &c.

Propo. 29 Proble. 9.

Ad datam rectam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare, excedens datam rectam figura parallelogramma, quæ similis sit dato alteri parallelogrammo.

Ad datam rectam AB sit applicandũ parallelogrammum æquale rectilineo C, & excedens rectam AB parallelogrammo simili ipsius D. Super recta ergo EB dimidia ipsius AB fiat parallelogrammũ cuiusvis magnitudinis, dummodo
 simile sit ipsi D similiterque positum;
 fiatque rursus parallelogrammum GH simile eidem D, æquale^b vero ipsis EF
 & C



& C simul sumptis; habeatque angulū
 EKF communem cum parallelogram-
 mo EF. Completis igitur parallelogra-
 mis OE, GB, NL, cum GH sit positum
 æquale ipsi EF & C simul sumptis, ab-
 lato communi EF, gnomon PQR ipsi
 C erit æqualis. Et quia ob bases æqua-
 les & æqualia sunt OE & GB, æqualia
 item & complementa GB & BH, si loco
 ipsius BH substituatut æquale OE, erit
 parallelogrammum AM æquale gno-
 moni PQR; ideoque etiam rectilineo
 C. Quare ad rectam AB applicatum est
 parallelogrammum AM, æquale dato
 rectilineo C, excedens rectam AB figu-
 ra parallelogramma NL, quæ similis
 est dato parallelogrammo D, cum sit
 circa eandem diametrum cum ipso EF,
 quod

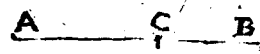
36. 1.

43. 1.

quod positum est simile ipsi D. Ad datā
ergo rectam &c.

Propositio 30. Proble. 10.

*Datam lineam rectam extrema ac me-
diaratione secare.*

 Recta AB ita
secetur in C, ut
rectangulum sub tota AB & segmē-
to BC, sit æquale quadrato alterius seg-
menti AC; eritque recta AB secta ex-
trema & media ratione: nam erit sicut
AB, ad AC, ita AC ad CB.

Propo. 31. Theore. 21.

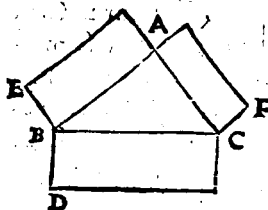
*In rectangulis triangulis figura quævis
super laterem rectum angulum subten-
dente, æqualis est figuris, quæ priori
illi similes, & similiter posita super
lateribus rectum angulum continen-
tibus describuntur.*

In triangulo ABC latus BC subten-
dat angulum rectum BAC, & super BC
descripta sit figura quævis puta CD,
cui similes & similiter positaæ sint AE
AF

b 20. 6.

c 47. 2.

A F, super lateribus angulum rectum continentibus. Quia ergo tres omnes figure sunt similes, erunt in duplicata ratione laterum homologorum; in qua etiam ratione essent quadrata eorundem laterum; sed quadrata super



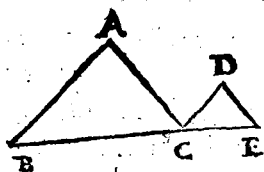
AB AC essent æqualia c quadrato ipsius B C, ergo etiam figure similes super iisdem AB AC, sunt equales ipsi CD. In

rectangulis ergo triangulis &c.

Proposi. 32. Theor. 22.

Si duo triangula habentia duo latera duobus lateribus proportionalia ad unum angulum componentur, ita ut latera homologa sint parallela, reliqua latera in directum erunt constituta.

Duo triangula ABC, DCE habentia latera proportionalia, hoc est ut AB ad AC



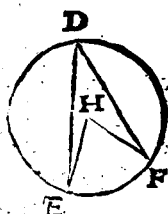
AC, ita DC ad DE, componentur ad constituendum angulum ACD; sintque tā ant-

ecedentia AB, DC, quam consequentia AC, DE parallela. Dico reliqua latera BC, CE iacere in directū. Quia enim recta CD cadit in parallelas CA, ED; erunt anguli alterni D & DCA æquales; æquales item BAC, & ACD cum etiam recta AC cadat in parallelas AB & DC; æquales ergo sunt anguli A & D, cum eidem tertio ACD ostensi sint æquales; & cum circa eos latera sint proportionalia, æquiangula sunt triangula ABC, DCE; anguli ergo B & DCE sunt æquales; additis ergo æqualibus A & ACD, pares erunt duo anguli B & ACE, duobus DCE, ACD, siue toti ACE: rursusque addito communi ACB, erunt duo anguli ACB, ACE, pares tribus A, B, & ACB; sed hi tres æquales sunt duobus rectis, ideoque BC & CE iacent in directum. Si ergo duo triangu-

Pro-

Propo. 33. Theore. 23.

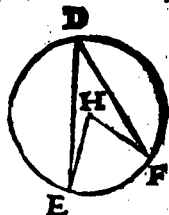
In aequalibus circulis anguli eandem habent rationem cum peripherijs quibus insistant, siue ad centra siue ad peripherias constituti insistant. Eandem insuper proportionem habent sectores, quippe qui ad centra consistunt.



Sint æquales circuli ABC DEF, quorum centra G & H; & arcibus BC, EF insistant ad centra anguli BGC, EHF. Dico hos angulos esse inter se vt arcus BC & EF. Nam si arcus BC, EF, sunt æquales, æquales sunt anguli BGC, EHF. Quare si alter arcus esset maior, puta BC, aut minor; maior quoque aut minor esset angulus BGC quàm EHF, & sic quoque erit in æquemultiplicibus; sunt ergo anguli BGC, EHF, sicut arcus

• 27. 3.

• def. 5. 5.



arcus BC, EF.

Eodem modo probabitur angulos A & D qui insistent ad ambitum, esse ut sunt iidem arcus.

Denique sector rectis BG, GC & arcu BC comprehensus, est ad sectorem EHF, sicut arcus BC ad arcum EF. Nam si arcus sunt æquales, æquales etiam erunt ductæ rectæ BC EF; & anguli ad centra G & H, & tota triangu-
la BGC, EHF æqualia, æquales item portiones circulorum quas auferunt rectæ BC, EF, quare & sector BGC par-
erit ipsi EHF; quod si arcus BC maior esset ipso EF, cætera omnia essent ma-
iora in circulo ABC, si minor, minora; & sic quoque erit in æquæmultiplici-
bus: est ergo sector BGC, ad sectorem EHF, sicut arcus BC ad arcum EF. In æqualibus ergo &c.

R

Corol-

*Hinc manifestum quoque est sic esse se-
ctorem ad sectorem, sicut est angulus ad an-
gulum; cum utraque proportio eadem sit
proportioni arcus ad arcum; quare Con-
ter se eadem sunt.*

F I N I S.

AD MAIOREM DEI
GLORIAM.



ERRATA.

ERRATA.

- Pagi. 1 lin. 7. *Corr.* lō-
 gitudinem & lati-
 tudinem.
 2. 3. *Corr.* recta super
 rectam.
 Item error p. 9. l. 22. p.
 15. l. 5. p. 16. l. 2.
 6. 25. EGFA EG, FH
 7. 21. diuida dimidia.
 8. 16. duabus duobus.
 10. 2. *Corr.* cum late-
 re.
 25. 13. *Corr.* C inter-
 nus.
 28. 25. DG DH.
 49. 14. per H per G.
 53. 11. *Corr.* DB, BA,
 ipsis BC, BF.
 61. 2. HI HF.
 68. 25. *Corr.* in gno-
 mone.
 83. 3. *Corr.* dicitur.
 85. 7. *Corr.* igitur.
 Ibid. 11. CB CD.
 89. 18. EC, ED, EC,
 CD.
 92. 20. HE, H.F.
 93. 8. EI, EL.
 104. 17. ADC, ACD
 113. 13. BAC, DAC
 122. 11. AF. AE.
 Ibid. 14. FD, ED.
 137. 7. *Corr.* FGHK
 quadratum.
 140. 1. *Corr.* rectæ AC.
 155. 25. Qbi Quia.
 162. 14. fuerat fuerit.
 168. 25. & G, & C.
 170. 24. *Corr.* Propor-
 tio.
 173. 21. *Corr.* B minor.
 177. 14. *Corr.* A maior.
 200. 24. AE AD.
 209. 4. BCG, BGC.
 220. 2. AH, AG
 Ibid. 8. esse esset.
 221. 12. ABC, ABG.
 Ibid. 17. DEF, ABG.
 Ibid. 18. ABG, DEF.
 235. 1. LI, & KG.
 237. 8. segmēto mi-
 nori BC.
 239. 18. B & DCE.