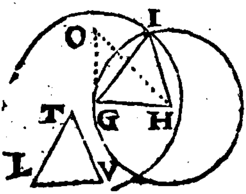
PROPOSITION VIII.

THEOREME.

Si deux triangles ont tous les costez égaux, leurs angles, compris sous costez égaux, seront aussi égaux entre eux.



QUE le costez GI, LT; HI, VT; GH; LV, soient égaux: Je dis que l'angle GIH, sera égal à l'angle LTV; IGH, à l'angle L; IHG, à l'angle V Décrivez du centre H, à l'ouverture HI, le cercle IG; & du centre G, à l'ouverture GI, le cercle HI.

Demonstration. Imaginez-vous qu'on porte la ligne LV, sur GH: elles ne se surpasseront pas l'une l'autre, puisqu'on les suppose égales. J'ajouste que le point T, tombera precisément sur le point I. Car il doit arriver precisément à la circonference du cercle I G; puisqu'on suppose que les lignes HI; & VT sont égales: il doit aussi arriver à la circonference du cercle I H, puisque les lignes GI, LT sont égales:

ADC, ADE, EDB. Or l'angle obtus EDC, & l'angle aigu EDB, valent autant que les trois angles ADC, ADE, EDB: *Donc* les angles EDC, EDB, valent autant que deux droits.

On pourroit faire unë demonſtration plus facile, en décrivant du centre D, un demi-cercle ſur la ligne BC. Car les angles EDB, EDC auroient un demy-cercle pour meſure, c'eſt-à-dire la meſure de deux angles droits, comme j'ay expliqué, *dans la* 8. *definition*.

Corollaire premier. Si la ligne AD, tombant ſur BC, fait un angle droit ADC; il eſt évident que l'autre angle ADB ſera droit.

Coroll. 2. Si la ligne ED tombant ſur BC, fait l'angle EDB aigu: l'angle EDC ſera obtus.

Uſage.

Quand nous connoiſſons un des angles que fait une ligne qui en rencontre une autre, nous connoiſſons auſſi l'autre. Comme, ſi EDB eſtoit de 70. *degrez, oſtant* 70 *de* 180, *reſte* 110 *pour l'angle EDC. Cette pratique revient ſouvent dans la Trigonometrie; & meſme dans l'Aſtronomie, pour trouver l'excentricité du cercle que parcourt le Soleil chaque année.*

font égaux à deux droits (*par la* 13.) & on ſuppoſe que les angles GFB, FGD ſont auſſi égaux à deux droits, *Donc* les angles AFG, GFB ſont égaux aux angles GFB, FGD: & oſtant l'angle GFB qui leur eſt commun, les angles alternes AFG, FGD ſeront égaux: & (*par la* 27.) les lignes AB, CD ſeront paralleles.

PROPOSITION XXIX.

THEOREME.

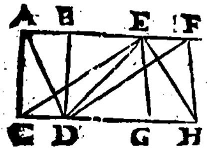
Si une ligne coupe deux paralleles les angles alternes ſeront égaux: L'angle exterieur ſera egal à l'interieur oppoſé; Et les deux interieurs du meſme coſté ſeront égaux à deux droits.

QUE la ligne EH coupe les deux paralleles AB, CD. *Ie dis* premierement que les angles alternes AFG, FGD ſont égaux. *Tirez* des points F & G les perpendiculaires GA, FD, leſquelles par la definition des paralleles, ſont égales.

PROPOSTION XXXVIII.

THEOREME.

Les triangles sont égaux, qui ayant des bases égales, sont renfermez entre les mesmes paralleles.



LEs triangles ACD, GEH, sont égaux, s'ils ont les bases CD, GH égales & s'ils sont renfermez entre les paralleles AF, CH. *Tirez* les lignes BD, HF, paralleles aux costez AC, EG: & vous aurez formé deux parallelogrammes.

Demonstration. Les parallelogrammes ACDB, EGHF sont égaux, (*par la* 36.) les triangles ACD, EGH, sont leurs moitiez (*par la* 34.) Ils sont *Donc* aussi égaux.

Vsage.

Nous avons dans ces Propositions une pratique pour partager un champ triangulaire en deux parties égales, par exemple le triangle ABC. Divisez la ligne BC, que vous prendrez

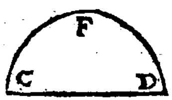
beront l'un ſur l'autre, & ne ſe ſurpaſſeront en aucun endroit. *Car* s'ils ſe ſurpaſſoient, ainſi que font les ſegmens ADB, ACB; ils ne ſeroient pas ſemblables. Et pour le démontrer, tirez les lignes ADC, BD, & BC.

Demonſtration. L'angle ADB eſt exterieur eu égard au triangle DBC: *Donc* (*par la 21 du 1.*) il eſt plus grand que l'angle, ACB: & *par conſequent* les ſegmens ADB, ACB contiennent des angles inégaux; ce que j'appelle eſtre diſſemblables.

PROPOSITION XXIV.

Theoreme.

Deux ſemblables ſegmens de cercle, décrits ſur des lignes égales, ſont égaux.



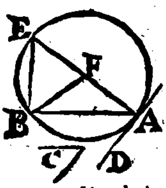
SI les ſegmens de cercle AEB, CFD, ſont ſemblables, & ſi les lignes AB, CD ſont égales; ils ſeront égaux.

Demonſtration. Qu'on s'imagine que la ligne CD, eſt poſée ſur la ligne AB: elles ne ſe ſurpaſſeront pas

PROPOSITION XXXIII.

PROBLEME.

Décrire ſur une ligne ; un ſegment de cercle, capable d'un angle donné.



ON propoſe à décrire ſur la ligne AB, un ſegment de cercle, capable de l'angle C. *Faites* l'angle BAD égal à l'angle C, & tirez à AD la perpendiculaire AE. Faites auſſi l'angle ABF, égal à l'angle BAF : & enfin décrivez un cercle du point F comme centre, à l'ouverture BF, ou FA. *Le ſegment* BEA, eſt capable d'un angle égal à l'angle C.

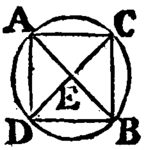
Demonſtration. Les angles BAF, ABF eſtant égaux les lignes FA, FB ſont égales (*par la 6 :*) & le cercle qui eſt décrit du centre F, par A, paſſe par B : Or l'angle DAE eſtant droit, la ligne DA touche le cercle en A (*par la 16*) *Donc* l'angle que comprent le ſegment BEA, comme l'angle E, eſt égal à l'angle DAB, c'eſt-à-dire à l'angle C.

Que ſi l'angle propoſé eſtoit obtus faites, comme deſſus, prenant l'angle BAD égal à ſon Complement juſques à 180.

triangle dans le cercle ; comme dans la premiere Proposition du troisiéme Livre de la Trigonometrie. Cette pratique est aussi necessaire pour mesurer l'aire d'un triangle, & en plusieurs autres rencontres.

PROPOSITION. VI.
PROBLEME.

Inscrire un quarré dans un cercle.



POur inscrire un quarré dans le cercle ACBD ; *Tirez* au diametre AB, la perpendiculaire DC, qui passera par le centre E. *Tirez* aussi de l'extremité d'un diametre à l'extremité de l'autre, les lignes AC, CB, BD, AD: & vous aurez inscrit dans le cercle le quarré ACBD.

Demonstration. Les triangles AEC, CEB ont les costez égaux, & les angles AEC, CEB égaux, puisqu'ils sont droits: donc les bases AC, CB sont egales (*par la* 4. *du* 1.) De plus, puisque les costez AE, CE sont égaux, les angles EAC, ECA seront égaux : & l'angle E estant droit, ils seront chacun demy-droits, (*par la* 32. *du* 1.) Ainsi l'angle ECB est la moitié d'un droit. *Par consequent*, l'angle ACB sera droit. Il en est de mes-

ces quantitez ont une mesure commune qui les mesure exactement toutes deux. Comme, la raison d'une ligne de 4. pieds, à une de 6, est rationelle; parce qu'une ligne de deux pieds les mesure exactement toutes deux: & lorsque cela arrive, ces quantitez ont mesme raison qu'un nombre à un autre. Par exemple, parce que la ligne de deux pieds qui est la mesure commune, se trouve deux fois dans la ligne de 4. & trois fois dans celle de 6; la premiere à la seconde aura mesme raison que 2 à 3.

La raison irrationelle, est entre deux quantitez de mesme espece qui sont incommensurables, c'est à dire qui n'ont point de mesure commune que l'unité. Comme, la raison du costé d'un quarré à sa diagonale: Car on ne peut trouver aucune mesure, si petite quelle soit, qui les mesure toutes deux precisement: & pour lors ces lignes n'ont point de raison, comme un nombre à un autre.

Quatre quantitez seront en mesme raison, ou seront proportionnelles, quand la raison de la premiere à la seconde, sera la mesme, ou semblable à celle de la troisiéme à la quatriéme: desorte qu'à parler proprement, la proportion est une similitude de raisons. Mais on a de la peine à entendre en quoy consiste cette similitude de raisons,

la 16.] les sections B D, E G, seront paralleles : (& *par la 2. du 6.* il y aura mesme raison de A E à EB, que de A G à G D. Pareillement le plan du triangle ADC, coupe le plan EF, AC : donc les sections AC, GF sont paralleles ; *& il y aura mesme raison* de FC à F D, que de AG à GD, c'est à dire, que de AE à EB.

PROPOSITION XVIII.

Theoreme.

Si une ligne est perpendiculaire à un plan: tous les plans dans lesquels elle se trouvera, seront perpendiculaires au mesme plan.

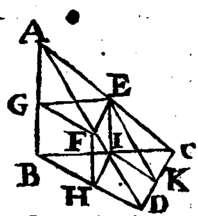
SI la ligne A B est perpendiculaire au plan ED : tous les plans dans lesquels elle se trouvera, seront perpendiculaires au plan ED. *Que* AB soit dans le plan AE, qui ait pour commune section avec le plan E D, la ligne BE, à laquelle on tire la perpendiculaire F I.

Demonstration. Les angles ABI, BIF sont droits : donc les lignes A B, FI sont paralleles : & *(par la 8.)* F I sera per-

PROPOSITION III.

THEOREME.

Toute pyramide qui a la base triangulaire, peut estre divisée en deux prismes égaux, qui sont plus de la moitié de la pyramide, & en deux pyramides égales.



ON peut trouver dans la pyramide ABCD deux prismes égaux EBFI, EHKC, qui seront plus grands que la moitié de la pyramide. Divisez les six costez de la pyramide en deux également en G, F, E, I, H K; & tirez les lignes EG, GF, FE, EI, HI, FH, IK, EK.

Demonstration. Dans le triangle ABD, il y a mesme raison de AG à GB, que de AF à FD; puisque les lignes sont égales: donc *(par la 2. du 6.)* GF, BD sont paralleles; & GF sera la moitié de BD, c'est à dire égale à BH. Pareillement GE, BI; FE, HI seront paralleles & égales: & *(par la 15 du 11.)* les plans GFE, BHI seront paralleles; & par consequent EB FI sera un prisme. J'en dis de mesme de la

(par la 6. du 6.) *ainsi il y aura mesme raison de KD à PF, que de GD à IF, ou LM à ON. Or les cylindres semblables CD, EF sont en raison triplée de KD à PF, demi-diametres de leurs bases,* (par la 12.) donc *les cylindres semblables CD, EF, inscrits dans les spheres A & B, sont en raison triplée des diametres des spheres.*

PROPOSITION XVIII.

Theoreme.

Les spheres sont en raison triplée de leurs diametres; c'est à dire comme les cubes de leurs diametres.

Les spheres A & B sont en raison triplée de celle des diametres CD, EF. *Car* si elles ne sont pas en raison triplée; une des spheres, comme A, sera en plus grande raison que triplée, de celle de CD à EF : donc une quantité G plus petite que la sphere A, sera en raison triplée de celle de CD à EF : & ainsi on pourra (*selon le premier Lemme.*) inscrire dans la sphere A, des Cylindres de mesme hauteurs, plus grands que la quantité G. *Qu'on inscrive* dans la sphere B, autant

EXTRAITT DU PRIVILEGE du Roy.

PAR grace & Privilege du Roy, en date du 4. May 1676. Signé DALENCE: Il est permis à ESTIENNE MICHALLET Marchand Libraire à Paris, d'imprimer, ou faire imprimer pendant le temps de dix années, un Livre intitulé *Les Elemens d'Euclide expliquez d'une maniere nouvelle & tres-facile*, avec défenses à tous autres d'en imprimer, vendre ou debiter pendant ledit temps sans le consentement dudit Exposant, à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits, de tous dépens, dommages & interests, & de trois mil livres d'amende, ainsi qu'il est plus au long contenu dans ledit Privilege.

Registré le 28. May sur le Livre de la Communauté des Imprimeurs & Marchands Libraires de cette Ville de Paris.

Signé, THIERRY.

Achevé d'imprimer pour la premiere fois le 12. Avril