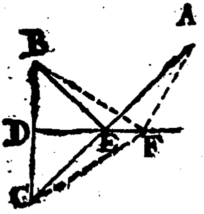
la ligne AB, forment avec elle deux angles opposez AEC, DEB égaux; DE, EC font une ligne droite.

Demonstration. La ligne CE tombant sur AB, fait les angles AEC, BEC, égaux à deux droits (*par la* 13.) On suppose aussi que l'angle DEB, est égal à l'angle AEC. *Donc* les angles DEB, BEC sont égaux à deux droits. Et (*par la* 14.) les lignes CE, ED, font une ligne droite.

Usage.

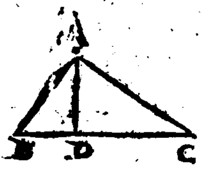


Nous employons souvent les deux Propositions precedentes, pour prouver que deux lignes n'en font qu'une totale. En voicy un exemple tiré de la Catoptrique, par lequel nous prouvons, que de toutes les lignes qu'on peut tirer par reflexion, du point A, au point B, celles-là sont les plus courtes, qui font l'angle d'incidence, égal à l'angle de reflexion. Par exemple, si l'angle de reflexion BED, est égal à l'angle d'incidence AEF; les lignes AE, EB sont plus courtes que AF, FB. Tirez du point B, la perpendiculaire BD, & faites les lignes BD, CD égales. Tirez

PROPOSITION XIII.

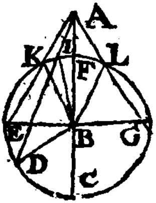
THEOREME.

Dans quelque triangle rectiligne que ce soit le quarré du costé opposé à l'angle aigu, avec deux rectangles compris sous le costé sur lequel la perpendiculaire tombe, & sous la ligne qui est entre la perpendiculaire & cet angle, est égal aux quarrez des autres costez.



SI on propose le triangle ABC, qui ait l'angle C aigu ; & si on tire AD perpendiculaire à BC: le quarré du costé AB opposé à l'angle aigu C, avec deux rectangles cõpris sous BC, DC, sera égal aux quarrez AC, BC.

Demonstration. La ligne BC, est divisée en D : *donc (par la 7.)* les quarrez de BC, DC, sont égaux à deux rectangles sous BC, DC, & au quarré de BD. Ajoûtez le quarré AD, de costé & d'autre : les quarrez de BC, DC, AD, seront égaux à deux rectangles sous BC, CD, & aux quarrez de BD, AD. Au lieu des quarrez de CD, AD, mettez le quarré de AC, qui leur est égal *(par la 47 du 1.)*; & au lieu des quarrez de BD, AD, substi-



QU'ON tire plusieurs lignes du point A, à la circonference du cercle GCDE.

1. La ligne AC qui passe par le centre B, est la plus grande de toutes celles qui arrivent à la circonference concave; par exemple, elle est plus grande que AD. *Tirez* la ligne BD.

Demonstration. Dans le triangle ABD, les costez AB, BD, sont plus grands que le seul AD : Or les costez AB, BC, sont égaux à AB, BD : *Donc* AB, BC, ou AC, est plus grande que AD.

2. AD est plus grande que AE.

Demonstration. Les triangles ABD, ABE, ont le costé AB commun, & les costez BE, BD égaux; l'angle ABD, est plus grand que l'angle ABE : *Donc* (*par la 24 du 1.*) la base AD est plus grande que la base AE.

3. AF, qui estant prolongée passe par le centre, est la plus petite de celles qu'on tire du point à A la circonference convexe LFK, par exemple, elle est plus petite que AI. *Tirez* IB.

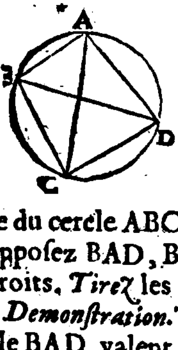
Demonstration. Les costez AI, IB sont plus grands que le seul AB, (*par la 20 du 1.*) (*Donc* ostant les lignes égales BI, BF;

deux petites chevilles de fer bien fermes ; si on fait mouvoir le triangle BAC, de telle sorte que le costé AB touche toûjours la cheville B ; & le costé AC, la cheville C : la pointe A sera toûjours sur la circonference du cercle ABCD. Cette façon de décrire un cercle, peut encore servir pour faire de grands Astrolabes.

PROPOSITION XXII.

THEOREME.

Les figures quadrilateres inscrites dans un cercle, ont les angles opposez égaux à deux droits.



QUE la figure ABCD quadrilatére ou de quatre costez, soit inscrite dans un cercle ; de sorte que tous ses angles aboutissent à la circonference du cercle ABCD. *Je dis* que les angles opposez BAD, BCD sont égaux à deux droits. *Tirez* les diagonales AC, BD.

Demonstration. Tous les angles du triangle BAD, valent deux droits. Au lieu de son angle ABD, mettez l'angle ACD qui

ces quantitez ont une mesure commune qui les mesure exactement toutes deux. Comme, la raison d'une ligne de 4. pieds, à une de 6, est rationelle; parce qu'une ligne de deux pieds les mesure exactement toutes deux: & lorsque cela arrive, ces quantitez ont mesme raison qu'un nombre à un autre. Par exemple, parce que la ligne de deux pieds qui est la mesure commune, se trouve deux fois dans la ligne de 4. & trois fois dans celle de 6; la premiere à la seconde aura mesme raison que 2 à 3.

La raison irrationelle, est entre deux quantitez de mesme espece qui sont incommensurables, c'est à dire qui n'ont point de mesure commune que l'unité. Comme, la raison du costé d'un quarré à sa diagonale: Car on ne peut trouver aucune mesure, si petite quelle soit, qui les mesure toutes deux precisement: & pour lors ces lignes n'ont point de raison, comme un nombre à un autre.

Quatre quantitez seront en mesme raison, ou seront proportionnelles, quand la raison de la premiere à la seconde, sera la mesme, ou semblable à celle de la troisiéme à la quatriéme: de sorte qu'à parler proprement, la proportion est une similitude de raisons. Mais on a de la peine à entendre en quoy consiste cette similitude de raisons,

autant de fois, que E contient la moitié de F : Supposons que ces moitiez se trouvent six fois dans B, & E. A, qui contient douze fois la moitié de C, aura plus plus grande raison à B, qui contient six fois la moitié de C ; que D, qui contient seulement onze fois la moitié de F, à B, qui la contient six fois. Il y aura donc plus grande raison de A à B, que de D à E ; quoy que nous ayons supposé le contraire.

PROPOSITION XXIII.

THEOREME.

La raison d'égalité sans ordre.

Si deux rangs de termes, sont en mesme raison mal rangée ; les premiers & les derniers, de l'un & de l'autre seront proportionels.

A,	B,	C.	D,	E,	F,	G].
12.	6.	3.	8,	4,	2.	1.

Si les quantite A, B, C; & les autres D, E, F, en pareil nombre sont en mesme raison mal rangée : c'est-à-dire, qu'il y ait mesme raison de A à B, que de E à F ; & la mesme de B à C, que de D à E : il y aura mesme raison de A à C, que de D à F.

gles égaux, on les pourra joindte de telle sorte que leurs costez CD, DE soient sur une ligne droite (*par la* 15. *du* 1.) *Continuez* les costez AB, GE; vous acheverez le parallelograme BDEH.

Demonstration. Puisque les parallelogramme L & M sont égaux, ils auront mesme raison au parallelogramme BD EM: Or la raison du parallelogramme L au parallelogramme BDEH, est la mesme que la base CD à la base DE (*par la*) & celle du parallelogramme M, ou DFGE, au parallelogramme BDHE, est la mesme que de la base FD à la base BD. *Donc* il y a mesme raison de CD à DE, que de FD à BD.

Secondement, si les parallelogrammes équiangles L & M, ont leurs costez reciproques, ils seront égaux.

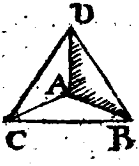
Demonstration. Les costez des parallelogrammes sont reciproques; c'est-à-dire, qu'il y a mesme raison de CD à DE, que FD à DB: or comme la base CD à DE, ainsi le parallelogramme L au parallelogramme BDEH (*par la* 1.) & comme FD à DB; ainsi le parallelogramme M à BEDH: il y a donc mesme raison de L à BDEH, que de M au mesme BDEH. Ainsi (*par la* 7. *du* 5.) les parallelogrammes L, & M sont égaux.

que l'angle BAE : & ajoûtant les angles BAE, CAE ; les angles BAD, CAD, seront plus grands que BAE, CAE, c'est à dire, que CAB.

PROPOSITION XXI.

THEOREME.

Tous les angles plans qui composent un angle solide, sont moindres que quatre droits.



SI les angles plans BAC, CAD, BAD composent l'angle solide A ; ils seront moindres que quatre droits. *Tirez* les lignes BC, CD, BD ; & vous aurez une pyramide, qui a pour base le triangle BCD.

Demonstration. Il se fait un angle solide au point B, duquel les angles ABC, ABD sont plus grands (*par la preced*) que le seul CBD de la base. Pareillement ACB, ACD sont plus gãds que le seul BCD : & les angles ADC, ADB sont plus grands que le seul CDB. Or tous les angles de la base CDB, valent deux droits : donc les angles ABC, ABD, ACB, ACD, ADC, ADB sont plus grands que deux droits.

Propoſitions : par exemple, que les priſmes triangulaires de meſme hauteur, ſont en meſme raiſon que leurs baſes : car les parallelepipedes deſquels ils ſont la moitié (*par la* 32.) ſont en meſme raiſon que les baſes : ainſi les moitiez des baſes, & les moitiez des parallelepipedes, c'eſt-à-dire les priſmes, ſeront en meſme raiſon.

Cor. 3. Les priſmes polygones de meſme hauteur, ont auſſi meſme raiſon que leurs baſes ; puiſqu'on les peut reſoudre en priſmes triangulaires, qui ſeront chacun en meſme raiſon que leurs baſes.

Corol. 4. On peut appliquer au priſmes les autres propoſitions des parallelepipedes : par exemple, que les priſmes égaux ont les hauteurs & les baſes reciproques : que les priſmes ſemblables ſont en raiſon triplée de celle de leurs coſtez homologues.

Vſage.

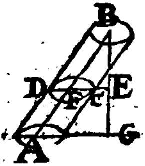
Cette propoſition peut ſervir pour trouver le centre de gravité des parallelepipedes, & pour demontrer quelques Propoſitions du treziéme & quatorziéme Livre d'Euclide.

siémes parties de cylindres (*par la* 10.) *donc* les cones semblables sont en raison triplée de celle des diametres de leurs bases.

PROPOSITION XIII.

THEOREME.

Si un cylindre est coupé par un plan parallele à sa base, les parties de l'essieu seront en mesme raison, que les parties du cylindre.



QUE le cylindre A B, soit coupé par le plan D C, parallele à sa base. *Ie dis* qu'il y aura mesme raison du cylindre AF au cylindre F B, que de la ligne AF à la ligne FB. *Tirez* la ligne BG, perpendiculaire au plan de la base A: tirez aussi dans les plans des cercles DC, & A, les lignes FE, AG.

Demonstration. Le plan du triangle B AG, coupe les plans paralleles A & D C: donc les sections FE, A G sont paralleles, (*pa la* 16. *du* 11.) Ainsi il y a mesme raison de AF à FB, que des hau-